

საქართველოს სასოფლო-სამეურნეო უნივერსიტეტი

ხელნაწერის უფლებით

ჯაბირ ერგუვენი

**“სასოფლო-სამეურნეო რობოტების სივრცობრივი მოძრაობების ტერმინალური მართვის
ალგორითმები”**

05.13.16 — გამოთვლითი ტექნიკის, მათემატიკური მოდელირებისა და მათემატიკური
მეთოდების გამოყენება სამეცნიერო კვლევებში

ტექნიკის მეცნიერებათა კანდიდატის სამეცნიერო ხარისხის მოსაპოვებლად

წარმოდგენილი დისერტაციის

ავტორეფერატი

თბილისი - 2006

სამუშაო შესრულებულია რ. დვალის სახელობის მანქანათა მექანიკის ინსტიტუტში

სამეცნიერო ხელმძღვანელი:

ტექნიკის მეცნიერებათა
დოქტორი, პროფესორი ა. მილნიკოვი
(05.13.16)

ოფიციალური ოპონენტები:

ტექნიკის მეცნიერებათა დოქტორი
პროფესორი გ. მელაძე (05.13.16)

ტექნიკის მეცნიერებათა კანდიდატი,
დოც. თ. ნადირაძე (05.02.18)]

დისერტაციის დაცვა შედგება 2006 წ. 20 დეკემბერ 14⁰⁰ საათზე საქართველოს სასოფლო-სამეურნეო უნივერსიტეტის 1 კორპუსში, 0131, თბილისი, დ. აღმაშენებლის ხეივანი, 13 კილომეტრი, T 05. 02 №2 სადისერტაციო საბჭოს სხდომაზე

დისერტაციის გაცნობა შეიძლება უნივერსიტეტის ბიბლიოთეკაში

ავტორეფერატი დაიგზავნა 2006 20 ნოემბერს

სადისერტაციო საბჭოს სწავლული
მდივანი, პროფესორი

ე. ხუხალაშვილი

სამუშაოს ზოგადი დახასიათება

მეცნიერებისა და ტექნიკის სწრაფმა განვითარებამ კაცობრიობას შესთავაზა პრინციპულად ახალი ავტომატიზირების საშუალებები – ეკონომიკის სხვადასხვა დარგში გამოყენებული სამრეწველო რობოტები: წარმოებაში კომპლექსური ავტომატიზირების მოქნილი სისტემების სახით, სატრანსპორტო საშუალებების, ტექნოლოგიური მანქანების სახით და სხვა. რობოტექნიკურ ხელსაწყოთა უზარმაზარ მრავალფეროვნებაში განსაკუთრებული ადგილი უკავია სხვადასხვა ტექნოლოგიური ამოცანის შესრულებისთვის განკუთვნილ რობოტ-მანიპულატორებს ამწყობ-სამონტაჟო, ღებვის, შედუღების და სხვა სამუშაოებში. ბოლო დროს რობოტ-მანიპულატორებმა ჰპოვეს ფართო გამოყენება სასოფლო-სამეურნეო სამუშაოებშიც, კერძოდ. მოსავლის კრეფისას, აგრეთვე, სხვადასხვა აგროტექნიკურ ღონისძიებებში, როგორც არის ხეების შეჭრა და სხვა. მათი გამოყენება იწვევს საბოლოო სასოფლო-სამეურნეო ნაწარმის თვითღირებულების შემცირებას, მისი ხარისხის გაუმჯობესებას, მძიმე ხელით შრომის ხვედრითი წონის შემცირებას..

სხვადასხვა ტექნოლოგიური პროცესის, მათ შორის სასოფლო-სამეურნეოს შესრულებისთვის განკუთვნილი რობოტ-მანიპულატორების შემუშავებასა და დანერგვასთან დაკავშირებულ ერთ-ერთ ძირითად სამეცნიერო-ტექნიკურ ამოცანებს განეკუთვნება მათი სივრცითი მოძრაობის მართვასთან დაკავშირებული ამოცანები. აქ ერთ-ერთ ყველაზე რთულს განეკუთვნება რობოტ-მანიპულატორების მრავალრგოლიანი სამუშაო ორგანოების სივრცითი ბრუნვის მართვის ამოცანა. მისი გადაწყვეტის არსებული მეთოდები ხასიათდება დიდი მოცულობითა და სირთულით, რაც იწვევს რთული პროგრამული და ტექნიკური უზრუნველყოფის გამოყენების აუცილებლობას რაც, თავის მხრივ, აძვირებს როგორც თვით რობოტ-მანიპულატორებს, ასევე ტექნოლოგიურ პროცესს მთლიანობაში.

მოცემული სამუშაო ეძღვნება:

1. მექანიკური ობიექტების სივრცითი ბრუნვების წარმოდგენის ახალი მეთოდის დამუშავებას;
2. სასოფლო-სამეურნეო რობოტების სამუშაო ორგანოების სივრცითი ბრუნვების საბოლოო (ტერმინალური) მდგომარეობების მართვის მარტივი ადაპტიური ალგორითმების დამუშავებას.

კვლევის თემის აქტუალობა. ზოგადად სივრცითი მოძრაობების და, კერძოდ, რობოტების ბრუნვითი მოძრაობების მართვის ამოცანები არის ერთ-ერთი ყველაზე აქტუალური მიმართულება მაღალი მეცნიერული ტექნოლოგიების კომპლექსში. მოცემული ამოცანების გადაწყვეტისას გამოყენებული მეთოდების უმრავლესობა წარმოადგენს პროგრამული მართვის ოპტიმალურ მეთოდებს (განრთული მეთოდები უკუ კავშირის გარეშე). ასეთებს განეკუთვნება მაქსიმუმის პრინციპი, დინამიკური პროგრამირების მეთოდი, მომენტების მეთოდი და სხვა. როგორც აღინიშნა, ყველა ჩამოთვლილი მეთოდი პროგრამულია, ანუ ითხოვს მართვის კანონის უ(ტ) წინასწარ გამოთვლას და არ იძლევა მოძრაობის პროცესში მისი კორექტირების საშუალებას. ამდროულად პრაქტიკა ითხოვს ავტომატური რეგულირების სისტემების (არს) აგებას, რომლებიც უკუ კავშირის პრინციპს იყენებს, რაც მოძრაობის პროცესში მოძრაობის

ტრაექტორიის კორექტირების საშუალებას იძლევა. გარდა ამისა, რადგან უმეტეს შემთხვევაში რობოტების გამოყენების ტექნოლოგიური ამოცანების წარმატებით გადაწყვეტისთვის საჭიროა მოძრაობის საბოლოო სტადიაზე ზუსტი პოზიციონირების უზრუნველყოფა, ამიტომ რობოტ-მანიპულატორებთან მიმართებაში, განსაკუთრებულ აქტუალობას ძენს სწორედ მათი საბოლოო მდგომარეობების (ტერმინალური მდგომარეობების) მართვა. ამის წარმატებით გადაწყვეტა ტექნოლოგიური პროცესების გაუმჯობესების საშუალებას იძლევა, რადგან ეს უკანასკნელი დიდად დამოკიდებულია რობოტ-მანიპულატორების ჩამჭერების საბოლოო პოზიციის სიზუსტეზე. ნათქვამიდან გამომდინარეობს, რომ მარტივი ადაპტიური მოძრაობის ობიექტების საბოლოო მდგომარეობების ავტომატური რეგულირების სისტემების დამუშავებასთან დაკავშირებული ამოცანები აქტუალურია და პასუხობს მეცნიერული ტექნოლოგიების განვითარების თანამედროვე მოთხოვნებს.

მეცნიერული სიახლე მდგომარეობს შემდეგში:

1. სივრცითი ბრუნვების აღწერისთვის პირველად გამოყენებულია მათი სპინორული წარმოდგენა, რამაც შესაძლებელი გახადა მიღებულიყო მარტივი თანაფარდობები მმართველი ორთოგონალური მატრიცის ელემენტით ძირითადი წარმოდგენის გამოსათვლელად სამი განმსაზღვრელი წერტილის: ცენტრის, საწყისისა და საბოლოოს მოცემული კოორდინატებით;
2. მიღებულია მარტივი ფორმულები ეილერის მმართველი კუთხეების გამოსათვლელად;
3. მიღებულმა შედეგებმა შესაძლებელი გახადა სივრცითი მოძრაობების მართვის არსებითად სამგანზომილებიანი ამოცანა დაყვანილიყო ერთგანზომილებიანზე;
4. დამუშავებულია სივრცითი ბრუნვების მოძრაობის მართვის ტერმინალური ამოცანების გადაწყვეტის ზოგადი ხასიათის ვარიაციული მეთოდი;
5. მიღებულია ტერმინალური მართვის სხვადასხვა კერძო ამოცანების: აჩქარების, დაყვანის, მიახლოების გადაწყვეტის მარტივი ადაპტიური ალგორითმები სხვადასხვა საბოლოო პირობებში;
6. მიღებულია რობოტ-მანიპულატორების სივრცითი ბრუნვების მართვის ახალი ალგორითმები;
7. ვარიაციული მიდგომის საფუძველზე შემუშავებულია რობოტ-მანიპულატორების სივრცითი ბრუნვების მართვის ალგორითმების მარეალიზებელი ელექტრული მიმყვანის მუშაობის ოპტიმალური მართვის სქემა.

კვლევის მეთოდიკა. სამუშაოში გამოყენებულია ბრუნვების ჯგუფების წარმოდგენის თეორიის ელემენტები, სპინორების თეორიის მეთოდები, მოძრაობისა და ელექტრული მიმყვანის მართვის ვარიაციული მეთოდები, ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების მეთოდები, ატჩად-ზე პროგრამირების მეთოდები.

სამუშაოს **პრაქტიკული ღირებულება** მდგომარეობს იმაში, რომ დამუშავებული ალგორითმები შეიძლება წარმატებით გამოყენებულ იყოს რობოტ-მანიპულატორების პროგრამირებისას პრაქტიკული ტექნოლოგიური ამოცანების გადასაწყვეტად, რაც

გააუმჯობესებს მათ საბოლოო პოზიციონირებას და ამით მთლიანობაში ტექნოლოგიურ პროცესსაც. გარდა ამისა, მიღებული შედეგები შეიძლება იყოს გამოყენებული კომპიუტერული გრაფიკის შესაბამისი ამოცანების გადასაწყვეტად.

ნაშრომის აპრობირება. სამუშაოს შედეგები მოხსენებულ იქნა საერთაშორისო კონფერენციაზე, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის გამოყენებითი მათემატიკის კათედრაზე (2005წ.) და საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის მანქანათა მექანიკის ინსტიტუტში (2005, 2006წ.წ.).

გამოქვეყნებული შრომები. სამუშაოს თემაზე გამოქვეყნებულია 6 ნაშრომი.

ნაშრომის სტრუქტურა და მოცულობა სამუშაო მოიცავს ___ ნაბეჭდ გვერდს, შეიცავს 4 თავს, ლიტერატურის ჩამონათვალს, დანართებს და ___ ნახაზს.

ნაშრომის შინაარსი

პირველ თავში გადმოცემულია საკითხის მდგომარეობის ანალიზი. განხილულია სასოფლო-სამეურნეო სამუშაოებში რობოტ-მანიპულატორების გამოყენების პრობლემები. გაანალიზებულია აგრეთვე რობოტ-მანიპულატორების სამუშაო ორგანოების სივრცითი მოძრაობების მართვის პრობლემები, განხილულია ტერმინალური მართვის ამოცანები. ფორმულირებულია კვლევის მიზნები და ამოცანები.

მეორე თავში წარმოდგენილია სივრცითი ბრუნვების წარმოდგენის სპინორული მეთოდი.

სამგანზომილებიანი ევკლიდური სივრცის განზოგადებული ბრუნვების სპინორული მოდელის საფუძველზე მიღებულ იქნა:

1. მეორე რიგის უნიტარული მატრიცა $C = \frac{1}{(|\alpha|^2 + |\beta|^2)} \begin{vmatrix} \bar{\alpha} & -\beta \\ \beta & \alpha \end{vmatrix}$ (სპინორული

მატრიცა), რომელიც ახორციელებს სამგანზომილებიანი სივრცის ბრუნვას $Y = \bar{C}^T X C$, (1)

სადაც $X = \begin{vmatrix} x^3 & x^1 - ix^2 \\ x^1 + ix^2 & -x^3 \end{vmatrix}$ და $Y = \begin{vmatrix} y^3 & y^1 - iy^2 \\ y^1 + iy^2 & -y^3 \end{vmatrix}$ – ბრუნვის საწყისი

$x(x^1, x^2, x^3)$ და საბოლოო $y(y^1, y^2, y^3)$ წერტილების სპინორული წარმოდგენის ერმიტული მატრიცები; $\alpha = \alpha_1 + i\alpha_2$ და $\beta = \beta_1 + i\beta_2$ – სპინორული მატრიცის კომპლექსური პარამეტრები, რომლებისთვის დადგენილ იქნა ბრუნვის საწყისი და საბოლოო წერტილების კოორდინატებზე შემდეგი დამოკიდებულება

$$\operatorname{Re} \beta = \beta_1 = \frac{\alpha_1(x^1 - y^1) + \alpha_2(x^2 + y^2)}{x^3 + y^3}; \operatorname{Im} \beta = \beta_2 = \frac{\alpha_2(x^1 + y^1) - \alpha_1(x^2 - y^2)}{x^3 + y^3}; \quad (2)$$

2. მარტივი თანაფარდობები სამგანზომილებიანი ბრუნვების ჯგუფის ძირითადი წარმოდგენის A სამგანზომილებიანი ორთოგონალური მატრიცის ელემენტებსა და ეილერის კუთხეებს შორის ერთი მხრივ, და ბრუნვის

¹ ამასთან α_1, α_2 პარამეტრები შეიძლება ნებისმიერად იყოს შერჩეული.

საწყისი და საბოლოო წერტილების კოორდინატებს შორის მეორე მხრივ,

$$\begin{aligned} a_1^1 &= (\alpha_1^2 - \alpha_2^2) - (\beta_1^2 - \beta_2^2); \quad a_2^1 = 2(\alpha_1 \alpha_2 + \beta_1 \beta_2); \quad a_3^1 = 2(\alpha_2 \beta_2 - \alpha_1 \beta_1); \\ a_1^2 &= 2(\beta_1 \beta_2 - \alpha_1 \alpha_2); \quad a_2^2 = (\alpha_1^2 - \alpha_2^2) + (\beta_1^2 - \beta_2^2); \quad a_3^2 = 2(\alpha_1 \beta_2 + \alpha_2 \beta_1); \\ a_1^3 &= 2(\alpha_1 \beta_1 + \alpha_2 \beta_2); \quad a_2^3 = 2(\alpha_2 \beta_1 - \alpha_1 \beta_2); \quad a_3^3 = (\alpha_1^2 + \alpha_2^2) - (\beta_1^2 + \beta_2^2); \end{aligned} \quad (3)$$

$$\cos \theta = a_{33}; \quad \sin \varphi \sin \theta = a_{31} \quad \text{და} \quad \sin \psi \sin \theta = a_{13}, \quad (4)$$

სადაც $\theta; \phi; \psi$ – ეილერის კუთხეებია.

მაშასადამე, (2)÷(3) გამოსახულებებიდან ადვილია ეილერის კუთხეების გამოთვლა, რომლებიც უზრუნველყოფს წერტილის $x(x^1, x^2, x^3)$ წერტილში $y(y^1, y^2, y^3)$ მობრუნებას. თუ ჩავთვლით, რომ საწყის წერტილს $x(x^1, x^2, x^3)$ შეესაბამება ეილერის ნულოვანი კუთხეები $\theta_0 = \phi_0 = \psi_0 = 0$, მაშინ ბრუნვის მართვა გულისხმობს ეილერის კუთხეების დროში ცვლას საწყისი მნიშვნელობებიდან $\theta_0; \phi_0; \psi_0$ საბოლოომდე $\theta_f; \phi_f; \psi_f$, რომლებიც გამოთვლილია ფორმულით (4). ზოგადი სახით მართვის პროცესი შეიძლება წარმოდგენილი იყოს ეილერის კუთხეების ცვლილების ფუნქციების სახით $\theta(t); \phi(t); \psi(t)$, რომლებიც უნდა უზრუნველყოფდეს შემდეგ პირობებს

$$\begin{aligned} \theta(t_0) &= 0; \quad \phi(t_0) = 0; \quad \psi(t_0) = 0, \\ \theta(t_f) &= \theta_f; \quad \phi(t_f) = \phi_f; \quad \psi(t_f) = \psi_f, \end{aligned} \quad (5)$$

სადაც t_0 და t_f – მართვის პროცესის საწყისი და საბოლოო მომენტებია.

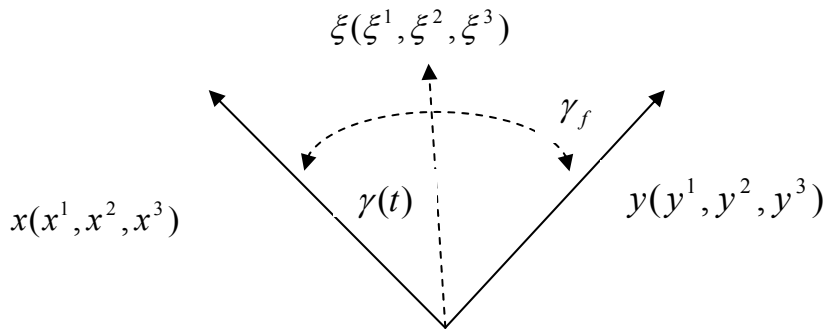
ნათქვამიდან ბუნებრივად გამომდინარეობს მმართველი ფუნქციების $\theta(t); \phi(t); \psi(t)$ განსაზღვრის ამოცანა, რასაც ეძღვნება კიდევ მოცემული სამუშაო.

სურ. 1-ზე გამოსახულია უძრავი ვექტორები $x(x^1, x^2, x^3); y(y^1, y^2, y^3)$ და შუალედური მბრუნავი ვექტორი $\xi(\xi^1; \xi^2; \xi^3)$, რომელიც დროის საწყის მომენტში $t = t_0$ ემთხვევა ბრუნვის საწყის ვექტორს $x(x^1, x^2, x^3)$, ხოლო საბოლოოში $t = t_f$ – საბოლოო ვექტორს $y(y^1, y^2, y^3)$. $x(x^1, x^2, x^3)$ და $\xi(\xi^1; \xi^2; \xi^3)$ ვექტორებს შორის არსებული კუთხე γ დროის მომენტში $t = t_0$ ნულის ტოლია, ხოლო $t = t_f$ მომენტში – $\gamma = \gamma_f$, სადაც

$$\gamma_f = \ar \cos\left(\frac{(x, y)}{|x| \cdot |y|}\right) = \ar \cos\left(\frac{(x, y)}{|x|^2}\right); \quad (x, y) - x \text{ და } y \text{ ვექტორების სკალარული ნამრავლია.}$$

ცხადია, რომ არსებული კუთხე $y(y^1, y^2, y^3)$ და $\xi(\xi^1; \xi^2; \xi^3)$ ვექტორებს შორის უდრის.

განსაზღვრულია $\xi(\xi^1; \xi^2; \xi^3)$ ვექტორის კოორდინატები იმ პირობიდან, რომ ის ადგენს γ და $\gamma_f - \gamma$ კუთხეებს ვექტორებთან $x(x^1, x^2, x^3)$ და $y(y^1, y^2, y^3)$ და ამასთან მათ სიბრტყეშია განლაგებული. ამ მიზნით შემოვიღოთ ვექტორი $r(x^2 y^3 - x^3 y^2; x^3 y^1 - x^1 y^3; x^1 y^2 - x^2 y^1)$, რომელიც არის



სურ. 1. სივრცითი ბრუნვის საწყისი, საბოლოო და შუალედური ვექტორები

x და y ვექტორების ვექტორული ნამრავლი, მაშინ აღნიშნული პირობები შეიძლება ჩაიწეროს წრფივი განტოლებების სისტემის შემდეგი სახით

$$(\xi, r) = 0; \quad (\xi, x) = |x|^2 \cos \gamma; \quad (\xi, y) = |x|^2 \cos(\gamma_f - \gamma). \quad (6)$$

ადვილი მისახვედრია, რომ (6) სისტემიდან განსაზღვრული $\xi(\xi^1; \xi^2; \xi^3)$ ვექტორი აკმაყოფილებს შემდეგ პირობებს: თუ $\gamma = 0$ $\xi(\xi^1; \xi^2; \xi^3) = x(x^1, x^2, x^3)$, თუ $\gamma = \gamma_f$ $\xi(\xi^1; \xi^2; \xi^3) = y(y^1, y^2, y^3)$, და $|\xi| = |x| = |y|$, რაც გამომდინარეობს (6) სისტემის მეორე და მესამე განტოლებიდან, (6) ნამდვილად აღწერს შესაბამის ბრუნვას კუთხის ცვლილების ინტერვალში $0 \leq \gamma \leq \gamma_f$.

სამუშაოში ნაჩვენებია, რომ (6) –ის ამონახსნი არის

$$\xi^1(t) = \frac{|x|^2}{|r|^2} (\cos(\gamma_f - \omega t) r_x^1 - \cos \omega t r_y^1); \quad \xi^2(t) = \frac{|x|^2}{|r|^2} (\cos(\gamma_f - \omega t) r_x^2 - \cos \omega t r_y^2);$$

$$\xi^3(t) = \frac{|x|^2}{|r|^2} (\cos(\gamma_f - \omega t) r_x^3 - \cos \omega t r_y^3). \quad (7)$$

(7) გათვალწინებით მიყვებულ იყო გარდასახვის სპინორული მატრიცის შემდეგი სახე

$$C(t = t_f) = \frac{1}{1 + |\beta|^2} \begin{vmatrix} 1 & \frac{((y^1 - x^1) + i(y^2 - x^2))}{x^3 + y^3} \\ \frac{((x^1 - y^1) - i(x^2 - y^2))}{x^3 + y^3} & 1 \end{vmatrix}. \quad (8)$$

ნათქვამიდან გამომდინარეობს, რომ ბრუნვის სპინორული მატრიცა (8) კორექტულად არის განსაზღვრული. მაგრამ, ასეთ შემთხვევაში ეილერის (4) კუთხეებიც კორექტულად არის განსაზღვრული, რომლებიც აგრეთვე დროის ფუნქციები იქნება, რაც ადვილად დგინდება (3), (4) და (8)-დან.

$$\theta(t) = \arccos\left(\frac{(x^3 + \xi^3(t))^2 - (x^1 - \xi^1(t))^2 - (x^2 - \xi^2(t))^2}{(x^3 + \xi^3(t))^2}\right);$$

$$\phi(t) = \arcsin\left(\frac{2(x^1 - \xi^1(t))}{(x^3 + \xi^3(t)) \sin \theta(t)}\right); \quad \psi(t) = \arcsin\left(\frac{2(\xi^1(t) - x^1)}{(x^3 + \xi^3(t)) \sin \theta(t)}\right). \quad (9)$$

მიღებული გამოსახულებები (13) წყვეტს მმართველი კინემატიკური ფუნქციების $\theta(t)$; $\phi(t)$; $\psi(t)$ ფორმულირებულ ამოცანას.

მესამე თავი ეძღვნება მოძრავი მექანიკური ობიექტების საბოლოო მდგომარეობის მართვის ამოცანების გადაწყვეტის თეორიულ მეთოდებს.

შემუშავებული მიდგომის ძირითადი იდეა ეფუძნება იმ თვალსაჩინო ფაქტს, რომ მოძრაობისას მოძრავ ობიექტზე მოქმედებს ორი სახის ძალა: მმართველი და არამმართველი. მმართველი ძალების ცვლილება აგრეთვე არამმართველ ძალებსაც ცვლის. მოძრავ ობიექტზე მოქმედი ყველა ძალა (არამმართველი + მმართველი) ობიექტის \dot{V} აჩქარებას იწვევს. ცხადია, რომ ის ადვილად ექვემდებარება პირდაპირ გაზომვას, ამიტომ უნდა დაისვას მმართველი ფუნქციის $\dot{\gamma}(t)$ აჩქარების სახით სინთეზის ამოცანა, რასაც მივყევართ შემდეგი ვარიაციული ამოცანის ამოხსნამდე: მოცემულია ორი წერტილი $(\gamma_0; \dot{\gamma}_0)$ და $(\gamma_f; \dot{\gamma}_f)$ ორგანოზომილებიან ფაზურ სივრცეში, საჭიროა განისაზღვროს ფაზური სივრცის ისეთი მრუდის განტოლება, რომელიც აერთიანებს მათ და მინიმუმს ანიჭებს შემდეგ ფუნქციონალს

$$J_F = \frac{1}{T} \int_0^T f^2(t, \gamma, \dot{\gamma}, \alpha(t)) dt. \quad (A)$$

(A) ფუნქციონალი მეორე რიგის წარმოებულების შემცველი ტიპის ფუნქციონალებს განეკუთვნება, ამიტომ მისი შესაბამისი ეილერის განტოლება შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგი სახით:

$$\frac{d^2 \dot{\gamma}}{dt^2} = 0. \quad (10)$$

(10)-ის ამონახსნი მესამე რიგის პოლინომია

$$\gamma = C_0 + C_1 t + C_2 \frac{t^2}{2} + C_3 \frac{t^3}{6}. \quad (11)$$

სასაზღვრო პირობები ტოლია

$$t=0; \gamma = \gamma_0; \dot{\gamma} = \dot{\gamma}_0, \quad (12)$$

$$t=T; \gamma = \gamma_f; \dot{\gamma} = \dot{\gamma}_f. \quad (13)$$

ეს ოთხი პირობა საკმარისია იმისთვის, რომ განისაზღვროს ოთხი მუდმივა C_i ($i=0,1,2,3$), რაც სრულად განსაზღვრავს ოპტიმალურ ტრაექტორიას.

მოთხრობილი მიდგომა საკმაოდ ზოგად ხასიათს ატარებს, რაც საშუალებას იძლევა გადაწყვეტილი იყოს ტერმინალური მართვის რიგი პრაქტიკულად მნიშვნელოვანი ამოცანა. კერძოდ, იგულისხმება გაქანების, დაყვანისა და დაახლოების ამოცანები.

ადგილის ეკონომიის მიზნით მოგვყავს მხოლოდ დაახლოების ამოცანასთან დაკავშირებული შედეგები, რადგან სწორედ ისინი იყო გამოყენებული რობოტ-მანიპულატორის ბრუნვის მართვის პრაქტიკული ალგორითმის შემუშავებისას. აღვნიშნოთ, რომ სადისერტაციო ნაშრომში აგრეთვე წარმოდგენილია გაქანებისა და დაყვანის ამოცანების სრული ამონახსნები.

დაახლოების ამოცანაში გამოიყენება ოთხივე სასაზღვრო პირობა (12) და (13), რომლებიც საშუალებას იძლევა პირდაპირ გამოითვალოს C_i ($i=0,1,2,3$) კოეფიციენტები მმართველ ფუნქციაში.

$$C_0 = \gamma_0; \quad C_1 = \dot{\gamma}_0; \quad C_2 = \frac{6}{T^2}(\gamma_f - \gamma_0) - \frac{2}{T}(\dot{\gamma}_f + 2\dot{\gamma}_0); \quad C_3 = \frac{12}{T^3}(\gamma_0 - \gamma_f) + \frac{6}{T^2}(\dot{\gamma}_f + \dot{\gamma}_0). \quad (14)$$

რაც საშუალებას იძლევა მივიღოთ მართვის სინთეზირებული ფუნქცია

$$\ddot{\gamma}(t) = \left(\frac{6}{T^2}(\gamma_f - \gamma_0) - \frac{2}{T}(2\dot{\gamma}_f + \dot{\gamma}_0)\right) + \left(\frac{12}{T^3}(\gamma_0 - \gamma_f) - \frac{6}{T^2}(\dot{\gamma}_f + \dot{\gamma}_0)\right)t \quad (15)$$

მაგრამ ეს არის განთული (პროგრამული) მართვის კანონი, ანუ მართვის კანონი უკუ კავშირის გარეშე. აჩქარების პირდაპირი გაზომვის შესაძლებლობის გამოყენებით მართვის ობიექტი შეიძლება გადავაქციოთ მართვის კანონად უკუ კავშირით. ამ მიზნით საკმარისია საწყისი ფაზური მდგომარეობა მიმდინარედ ჩაითვალოს, ანუ დავთქვათ $\gamma = \gamma_0$ $u \dot{\gamma} = \dot{\gamma}_0$. ამასთან იგულისხმება, რომ მართვის ობიექტი ისეთნაირად მისდევს საბოლოო წერტილს γ_f , რომ დავალების შესრულების დრო $T - t = \Delta T$ მუდმივ სიდიდედ ჩაითვალოს. მაშინ ვღებულობთ მმართველ ფუნქციას უკუ კავშირით მართვისთვის

$$\ddot{\gamma}(t) = \frac{6\gamma_f}{(\Delta T)^2} - \frac{6\gamma}{(\Delta T)^2} - \frac{4\dot{\gamma}}{(\Delta T)} - \frac{2\dot{\gamma}_f}{(\Delta T)}, \quad (16)$$

პროცესის მოცემულ მდგომარეობაში გაყვანის ზოგადი ამონახსნის იძულებითი და გარდამალი მდგენელებია

$$\gamma_{fr} = \frac{\Delta T^2}{6} \left[K_0 - \frac{2}{3} \Delta T K_1 + \frac{5}{9} \Delta T^2 K_2 - \frac{4}{9} \Delta T^3 K_3 + \left(K_1 - \frac{4}{3} \Delta T K_2 + \frac{5}{3} \Delta T^2 K_3 \right) t + \right. \\ \left. + (K_2 - 2 \Delta T K_3) t^2 + K_3 t^3 \right]. \quad \gamma_{tr} = e^{-\frac{2t}{\Delta T}} \left(A \cos \frac{\sqrt{2}}{\Delta T} t + B \sin \frac{\sqrt{2}}{\Delta T} t \right), \quad (17)$$

სადაც

$$A = \gamma_{10} - \frac{1}{6} \Delta T^2 K_0 + \frac{1}{9} \Delta T^3 K_1 - \frac{5}{54} \Delta T^4 K_2 + \frac{4}{54} \Delta T^5 K_3; \\ B = \sqrt{2} \gamma_{10} + \frac{\sqrt{2}}{2} \dot{\gamma}_{10} \Delta T - \frac{\sqrt{2}}{6} \Delta T^2 K_0 + \frac{\sqrt{2}}{36} \Delta T^3 K_1 + \frac{5\sqrt{2}}{270} \Delta T^4 K_2 - \frac{7\sqrt{2}}{108} \Delta T^5 K_3.$$

ხაზი გავუსვათ, რომ მოყვანილ გამოსახულებებში საწყისი მნიშვნელობები γ_{10} $u \dot{\gamma}_{10}$ არ უდრის (12)-ში მოყვანილ საწყის მნიშვნელობებს, რის გამოც ჩნდება გარდამავალი პროცესი (17), რომელიც დროის განმავლობაში ქრება (ამასთან დროის მუდმივა უდრის $\frac{\Delta T}{2}$), ანუ ობიექტი გამოდის იძულებით ტრაექტორიაზე (27), რასაც

მიყვევართ დაახლოების ამოცანის სრულ ამოხსნამდე.

ხშირად ტერმინალური მართვის პრაქტიკული ამოცანების გადასაწყვეტად დაახლოების ამოცანის ოთხი სასაზღვრო პირობა (12) არასაკმარისია. მაგალითად, დამუხრუჭებისას არ კმარა საბოლოო სიჩქარის ნულთან გატოლება. სრული გაჩერებისთვის აუცილებელია აგრეთვე საბოლოო აჩქარების ნულთან გატოლება. მაშასადამე, ჩნდება აჩქარებასთან დაკავშირებული დამატებითი სასაზღვრო პირობა (მეხუთე)

$$t=0; \quad \gamma = \gamma_0; \quad \dot{\gamma} = \dot{\gamma}_0,$$

$$t=T; \gamma = \gamma_f; \dot{\gamma} = \dot{\gamma}_f; \ddot{\gamma} = \ddot{\gamma}_f. \quad (18)$$

არ მოგვყავს მარტივი, თუმცა საკმაოდ გრძელი გარდაქმნები და პირდაპირ წარმოდგენთ მმართველი ფუნქციისთვის საბოლოო გამოსახულებას

$$\ddot{\gamma}(t) = \frac{12}{(T-t)^2}(\gamma_f - \gamma) - \frac{6}{(T-t)}(\dot{\gamma}_f + \dot{\gamma}). \quad (19)$$

აჩქარების საბოლოო მნიშვნელობას ვგულისხმობთ $\ddot{\gamma}_f = 0$ სახით, რაც ბუნებრივია დამუხრუჭების (გაჩერების) ამოცანისთვის.

მეოთხე თავში მოყვანილია რობოტ-მანიპულატორების სივრცითი მოძრაობის მართვის პრაქტიკული ალგორითმები და ამ პროცესების მოდელირების შედეგები.

განზოგადებული სივრცითი ბრუნვების სპინორული წარმოდგენის საფუძველზე შემუშავებული სივრცითი ბრუნვების კინემატიკის სპინორულმა მოდელმა (თავი II) და მექანიკური ობიექტების მოძრაობის საბოლოო მდგომარეობის მართვის თეორიის მეთოდებმა (თავი III) საშუალება მოგვცეს, შეგვექმნა რობოტ-მანიპულატორების სივრცითი ბრუნვების საბოლოო მდგომარეობის მართვის მარტივი მეთოდები.

II თავი თეორიამ საშუალება მოგვცა სივრცითი მოძრაობის მართვის არსებითად სამგანზომილებიანი ამოცანა დაგვეყვანა ერთგანზომილებიანზე, რადგან მბრუნავი ვექტორის კოორდინატები განისაზღვრა ბრუნვის ერთი, ბრუნვის სიბრტყეში მდებარე კუთხის ფუნქციის სახით. ცხადია, რომ მსგავსი სახის მოძრაობის შესაბამისი ტრანექტორები სამი ბუნებრივი მონაკვეთისგან შედგება: გაქანების, თანაბარი ბრუნვისა და დამუხრუჭების, რომელთა სამართავად გამოყენებული იყო III თავი შედეგები.

მართვის ამოცანა ფორმულირებული იყო შემდეგნაირად. საჭიროა ბრუნვის მეშვეობით გადავიყვანოთ $x(x^1, x^2, x^3)$ კოორდინატების მქონე მართვის მექანიკური ობიექტი (მო) (მაგალითად, ჩამჭერი ან სფერული რგოლი) სამგანზომილებიანი სივრცის $y(y^1, y^2, y^3)$ კოორდინატების მქონე წერტილში.

საწყის ეტაპზე ბრუნვის პროცესი მოდელირებულ იყო MatCAD-ის საშუალებებით. საწყისი და საბოლოო ვექტორების სახით აღებული იყო $x(10, -45, 30)$ და $y(1, 20, 51.225)$.

ცხადია, რომ მათ შორის კუთხე ტოლია $\gamma_f = \arccos\left(\frac{(x, y)}{|x||y|}\right) = 77.65^\circ$, რომელიც დაიყო სამ

ტოლ ნაწილად $\gamma_f/3 = 25.880$; $2\gamma_f/3 = 51.770$ და $\gamma_f = 77.650$, ანუ, ამ შემთხვევაში

$\alpha_1 = \frac{1}{3}$ და $\alpha_2 = \frac{2}{3}$. შემდგომში გამოვიყენოთ რადიანებში გამოსახული კუთხეების

მნიშვნელობები, ამიტომ $\gamma_f/3 = 0.452$; $2\gamma_f/3 = 0.904$ და $\gamma_f = 1.355$., მივიღოთ, რომ კუთხური სიჩქარე ტოლია $\omega = 1$ და ბრუნვის დროც აგრეთვე $T = 1$ წმ. დავუშვათ

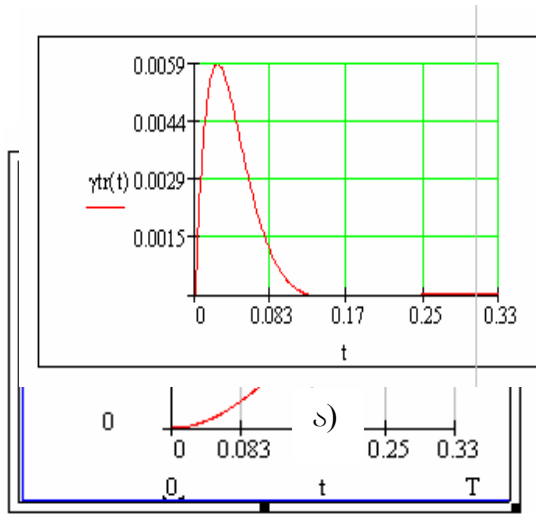
$$T_1 = \frac{T}{3} = 0.333$$

აგრეთვე ისიც, რომ სამივე ეტაპის ხანგრძლივობა ერთნაირია, ანუ რომ

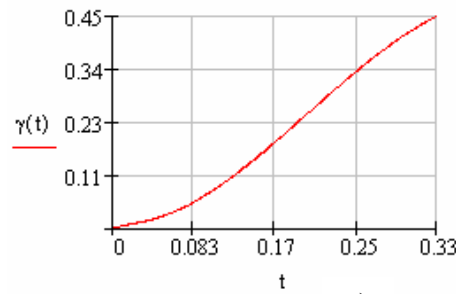
რადგან ამჟამად ვიხილავთ ბრუნვის საწყის ეტაპს, სასაზღვრო პირობებს შემდეგი სახე ექნება

$$t=0; \gamma_0 = 0; \dot{\gamma}_0 = 0, t=T_1; \gamma_f = 0.452; \dot{\gamma}_f = \omega_f = 1.$$

ზემოთ მოყვანილი შედეგების გამოყენებით მივიღებთ სურ.2-ზე მოყვანილ ბრუნვის საწყისი ეტაპის მართვის დინამიკურ მახასიათებლებს.



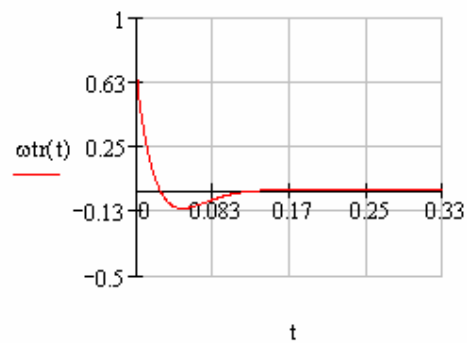
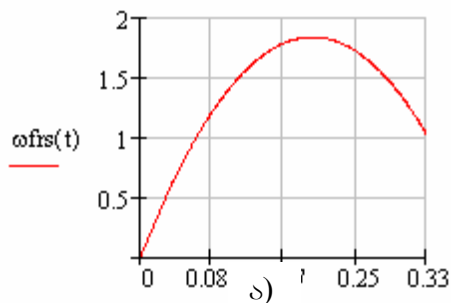
ბ)



გ)

სურ.2. მოძრაობის საწყისი უბანი: ბრუნვის კუთხის სიდიდის დროზე დამოკიდებულება:

ა) იმპულსებითი მდგენელი; ბ) გარდამავალი მდგენელი; გ) ფაზური ტრაექტორია.



სურ.3. მოძრაობის საწყისი უბკუთხური სიჩქარის დროზე დამოკიდებულება:

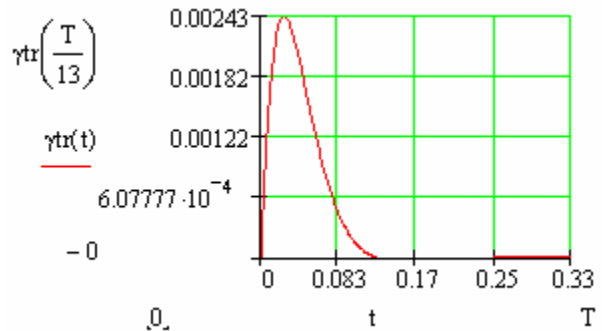
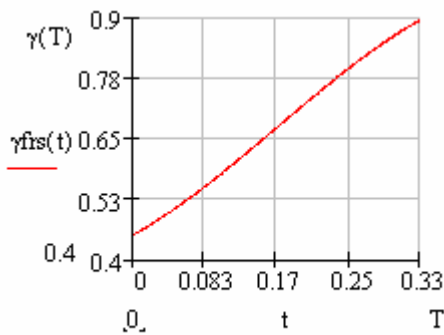
ა) იძულებითი მდგენელი; ბ) გარდამავალი მდგენელი;

სურ. 2ბ აჩვენებს გარდამავალი პროცესის არსებობას, თუმცა ის ორი რიგით სუსტია იძულებით შემადგენელზე (სურ. 2ა) და საკმარისად სწრაფად მიიღევა. ასევე სწრაფად მიიღევა კუთხური სიჩქარის გარდამავალი შემადგენელიც (სურ. 3ბ), თუმცა მისი რიგი შედარებითაა იძულებითი შემადგენლის რიგთან (სურ. 3ა). ფაზურ ტრაექტორიასთან არსებული სუსტი ჩაღუნვები (სურ. 2გ) არის გარდამავალი პროცესის შედეგი.

თანაბარი ბრუნვის უბანზე მართვა არ იცვლება, ანუ გამოიყენება ყველა ის განტოლება და დამოკიდებულება, რომლებიც გამოიყენებოდა საწყის უბანზე. იცვლება მხოლოდ სასაზღვრო პირობები

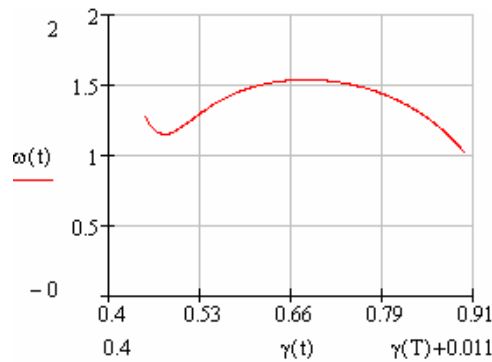
$$\begin{aligned} t=0; \gamma_0 &= 0.452; \dot{\gamma}_0 = 1, \\ t=T1; \gamma_f &= 0.904; \dot{\gamma}_f = \omega_f = 1. \end{aligned} \quad (31)$$

სურ. 4-ზე ნაჩვენებია მართვის პროცესის დინამიკური მახასიათებლები თანაბარი ბრუნვის უბანზე:



ა)

ბ)

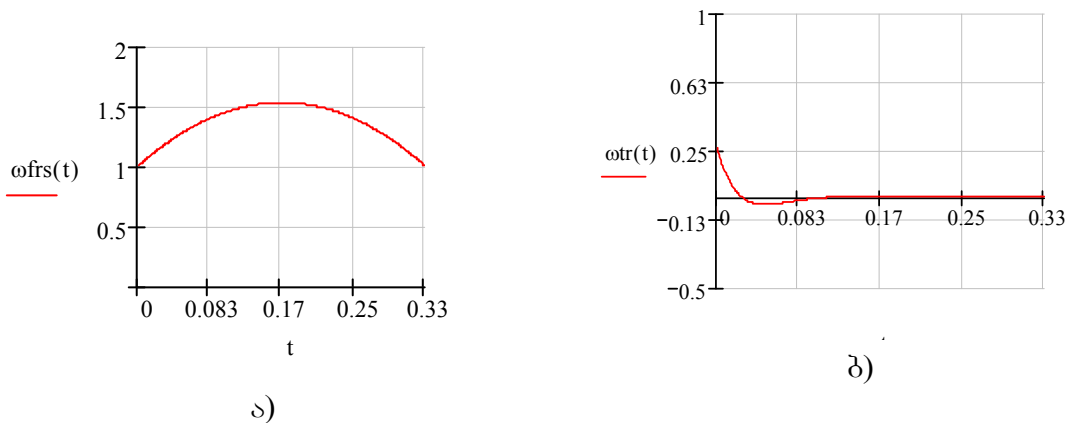


გ)

სურ. 4. თანაბარი ბრუნვის უბანი: ბრუნვის კუთხის დამოკიდებულება დროზე:

ა) იძულებითი შემადგენელი; ბ) გარდამავალი შემადგენელი;

გ) ფაზური ტრაექტორია.

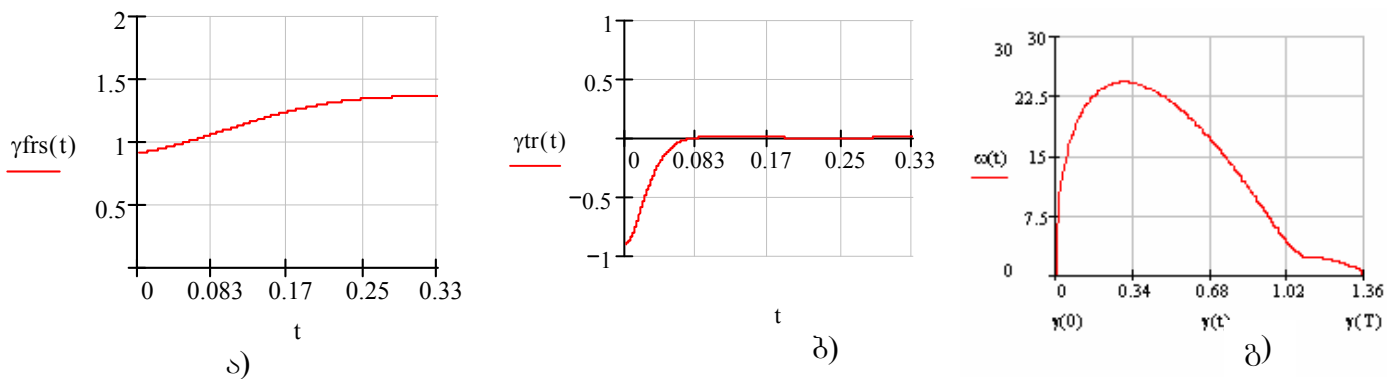


სურ. 5. თანაბარი ბრუნვის უბანი: კუთხური სიჩქარის დამოკიდებულება დროზე: ა) იძულებითი შემადგენელი; ბ) გარდამავალი შემადგენელი;

კიდევ ერთხელ კარგად ჩანს, რომ მართვა კარგად ამუშავებს მო-ის სასაზღვრო პირობებს მართვის პერიოდის ბოლოში $T=0.33$ წმ. ნამდვილად გააჩნია მოცემული კუთხური კოორდინატი $\gamma_f = 0.904$ და სიჩქარე $\dot{\gamma}_f = 1$. ადგილი აქვს გარდამავალ პროცესს, თუმცა გარდამავალი შემადგენელი კუთხური კოორდინატის ფუნქციისთვის უმნიშვნელოა (სურ. 3გ) მაშინ, როდესაც მისი სიჩქარის ფუნქცია (სურ. 5ბ) შედარებადია იძულებითთან (სურ. 5ა).

სრული გაჩერებით დასრულებული დამუხრუჭების პროცესი ითხოვს ხუთი პირობის მქონე ამოცანის გამოყენებას, რადგან ცხადია, რომ ბრუნვის ბოლოში აჩქარება ნულის ტოლი უნდა იყოს. ნათქვამის გათვალისწინებით, სასაზღვრო პირობები შემდეგ სახეს იღებს

$$\begin{aligned}
 t=0; & \gamma = 0.904; \quad \dot{\gamma} = 1, \\
 t=T; & \gamma = 1.355; \quad \dot{\gamma} = 0; \quad \ddot{\gamma} = 0.
 \end{aligned}$$



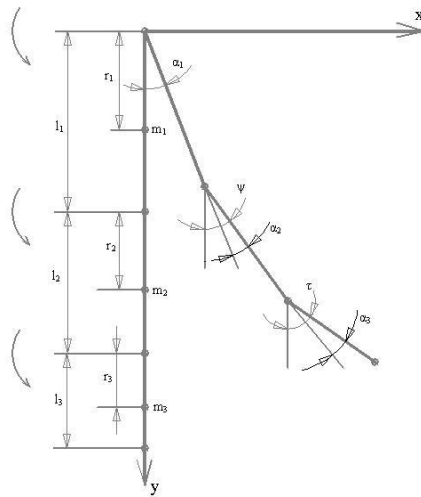
სურ. 6. დამუხრუჭების უბანი (გარდამავალი პროცესის არსებობა): ბრუნვის კუთხის სიდიდის დამოკიდებულება დროზე: ა) იძულებითი მდგენელი;

ბ) გარდამავალი მდგენელი; გ) ფაზური ტრაექტორია.

სურ 6-ზე მოყვანილია დინამიკური მახასიათებლები, როდესაც $\gamma_{10} = \gamma_0 = 0$ u $\dot{\gamma}_{10} = \dot{\gamma}_0 = 0$. ამ შემთხვევაში წარმოიქმნება გარდამავალი პროცესი. წინა უბნებისგან განსხვავებით, ამ შემთხვევაში გარდამავალი პროცესების ინტენსივობა სავსებით შედარებადია დამყარებულებთან, თუმცა კი ისინი სწრაფად მიიღევა. ცხადია, რომ სწორედ გარდამავალი პროცესების ინტენსივობით აიხსნება კუთხური გადაადგილების დამყარებულ და სრულ ფუნქციათა შორის მნიშვნელოვანი განსხვავებები. ამის მიუხედავად, მართვა მაინც კარგად ამუშავებს სასაზღვრო პირობებს.

შემდეგ, მეოთხე თავში წარმოდგენილია მართვის შემუშავებული ალგორითმების მარეალიზებული ელექტრული ამძრავის მართვის შედეგები. მუდმივი დენის ელექტროამძრავის ფუნქციის ოპტიმალური მმართველის განსაზღვრისას კიდევ ერთხელ გამოყენებული იყო ვარიაციული მიდგომა, რომელიც მდგომარეობს მართვის

დენის ფუნქციონალის მინიმიზაციაში $W = \int_0^T i^2 dt$, $v(0) = 0$, $v(T) = 0$ სასაზღვრო პირობებისას, სადაც $v(t)$ - სიჩქარის ფუნქციაა. შემდეგ განხილულია მანიპულატორის ელექტროძრავების მართვის სინთეზი, რომლის სქემა მოყვანილია სურ. 7-ზე.



სურ. 7 მანიპულატორის პრინციპიული სქემა.

$$W = \int_0^{\Delta t} dt,$$

მივმართოთ მინიმიუმისკენ სიდიდე,

$$\int_0^{\Delta t} M_{\dot{M}}^2 dt = \Delta t M_{\dot{M}}^2; \quad \int_0^{\Delta t} \dot{\alpha}_3 dt = \Delta \alpha_3; \quad \alpha_i(0) = \alpha_{i0};$$

$$\dot{\alpha}_i(0) = \dot{\alpha}_{i0}; \quad Q_i = M_{\dot{M}} J_i - J_i' \dot{Q}_{\Pi i},$$

პირობების გათვალისწინებით, სადაც $M_{\dot{M}}$ — ელექტროძრავის მოცემული მომენტია, $\dot{Q}_{\Pi i}$ — ამძრავის ლილვის აჩქარება, არ ვითვალისწინებთ ხახუნის ძალას.

მესამე ძრავისთვის მინიმუმამდე დაგვყავს ფუნქციონალი

$$W_3 = \int_0^{\Delta t} \left[1 + \lambda \frac{1}{j_3^2} (\ddot{\alpha}_3 m_3 r_3^2 + q_3 + J'_{D3} \Omega_{\Pi 3}^{(1)})^2 \right] dt.$$

რაც შემდეგ მმართველ ექსტრემალს გვაძლევს

$$\alpha_3(t) = \alpha_{30} + \dot{\alpha}_{30} t + \frac{\pm j_3 M_{D3H} - q_3 - J'_{D3} \Omega_{\Pi 3}^{(1)}}{2m_3 r_3^2} t^2 + \frac{\Delta \ddot{\alpha}_3}{6\Delta t} t^3.$$

ანალოგიურად გვაქვს მეორე და მესამე ძრავებისთვის

$$\alpha_2(t) = C_1 + C_2 t + C_3 t^2 + C_4 t^3,$$

სადაც $C_1 = \alpha_{20}$, $C_2 = \dot{\alpha}_{20}$, $C_4 = \frac{\Delta \ddot{\alpha}_2}{6}$, C_3 განისაზღვრება განტოლებიდან

$$\frac{1}{j_2^2} \left\{ 2C_3 [m_2 r_2^2 + m_3 (l_2^2 + r_3^2 + 2l_2 r_3 \cos \alpha_3)] + q_2 + J'_{D2} \Omega_{\Pi 2}^{(1)} \right\}^2 = M_{D2H}^2$$

მუდმივა

$$C_3 = \frac{\pm j_2 M_{D2H} - q_2 - J'_{D2} \Omega_{\Pi 2}^{(1)}}{m_2 r_2^2 + m_3 (l_2^2 + r_3^2 + 2l_2 r_3 \cos \alpha_3)},$$

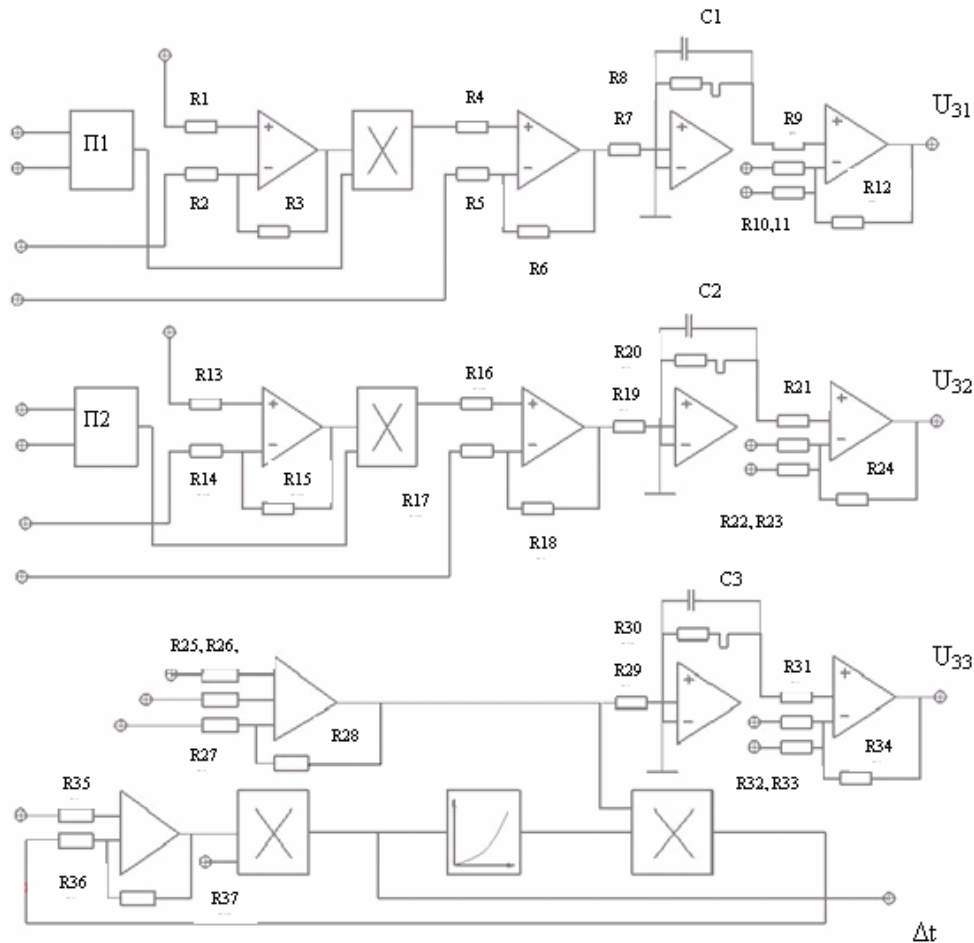
და მესამე ძრავის

$$\alpha_1(t) = C_1 + C_2 t + C_3 t^2 + C_4 t^3,$$

სადაც $C_1 = \alpha_{10}$; $C_2 = \dot{\alpha}_{10}$; $C_4 = \frac{\Delta \ddot{\alpha}_1}{6\Delta t}$;

$$C_3 = \frac{\pm j_1 M_{D1H} - q_1 - J'_{D1} \Omega_{\Pi 1}^{(1)}}{\left[m_1 r_1^2 + m_2 (l_1^2 + r_2^2 + 2l_1 r_2 \cos \alpha_2) + m_3 \left(l_1^2 + l_2^2 + r_3^2 + 2l_1 r_2 \cos \alpha_2 + 2l_1 r_3 \cos \alpha_3 + 2l_2 r_3 + 2l_1 r_2 \cos(\alpha_2 + \alpha_3) \right) \right]}$$

სურ. 8-ზე ნაჩვენებია სქემა, რომელიც რეალიზებას უწევს მანიპულატორის ძრავების მართვას მოყვანილი ფორმულების მიხედვით $\Delta \ddot{\alpha}_i = 0$ -თვის. სქემის შემავალზე შემოდის ინფორმაცია სიჩქარეების $\dot{\alpha}_1, \dot{\alpha}_2, \dot{\alpha}_3$, აჩქარებების $\ddot{\alpha}_1, \ddot{\alpha}_2, \ddot{\alpha}_3$, Q_1, Q_2, Q_3 ძალთა მომენტების შესახებ, რომლებიც გამოთვლილია ან გაზომილი წინა დროის მცირე შუალედზე და დაფიქსირებულია მეხსიერებით მოცემულ შუალედში Δt . ამ ინფორმაციის საფუძველზე გამოითვლება q_1, q_2, q_3 , ხოლო შემდეგ – მართვა შემდეგი მონაკვეთისთვის, რომლის დასაწყისში სქემის შემავალზე შემოდის ახალი დაფიქსირებული პოტენციალები, ამასთან მყარდება სიგნალების ნულოვანი მნიშვნელობები ინტეგრატორების გამოსავალზე კონდენსატორების განმუხტვის კონტურების შეერთების საშუალებით..



სურ. 8. მანიპულატორის ძრავების მართვის პრინციპიალური სქემა

დასკვნები

1. სივრცითი ბრუნვების აღსაწერად პირველად გამოყენებულია მათი სპინორული წარმოდგენა. მიღებულია მარტივი გამოსახულებები მმართველი ორთოგონალური მატრიცის ელემენტების გამოსათვლელად ბრუნვის ცენტრის, საწყისისა და საბოლოო წერტილების კოორდინატების მიხედვით;
2. მიღებულია მმართველი ეილერის კუთხეების გამოსათვლელი მარტივი საინჟინრო ფორმულები;
3. მიღებული შედეგების მეშვეობით სივრცითი მოძრაობების მართვის არსებითად სამგანზომილებიანი ამოცანა იქნა დაყვანილი ერთგანზომილებიანზე;
4. შემუშავებულია სივრცითი ბრუნვების მოძრაობის მართვის ტერმინალური ამოცანების გადაწყვეტის ზოგადი ხასიათის ვარიაციული მეთოდი;
5. მიღებულია მარტივი ადაპტიური ალგორითმები ტერმინალური მართვის სხვადასხვა კერძო ამოცანებისათვის: გაქანების, დაყვანის და დაახლოების;
6. მიღებულია რობოტ-მანიპულატორების სივრცითი ბრუნვების მართვის ახალი ალგორითმები;

7. ვარიაციული მიდგომის საფუძველზე შემუშავებულია რობოტ-მანიპულატორების სივრცითი ბრუნვების მართვის ალგორითმების მარეალიზებელი ელექტრული ამპრავის მუშაობის ოპტიმალური მართვის სქემა.

გამოქვეყნებულ ნაშრომთა სია

1. Erguven J., Milnikov A.A., Rodonaia I.D., Suladze A.S. Moving Mechanical Objects Terminal Adaptive Control Problems // Problems of Applied Mechanics, Tbilisi, 2004 №2(15), p.54-58
2. Milnikov A.A., Onal H., Erguven J., Rodonaia I. A spinor Method of Solution of Manipulators Inverse Kinematic Problem// Problems of Mechanics, Tbilisi, 2006 №1, p.41-48
3. Milnikov A.A., Onal H., Erguven J., Rodonaia I. A Kinematics of Spatial Rotations and Euler's Angles// Problems of Mechanics, Tbilisi, 2006 №1, p.102-108