



ქართული
ბიბლიოთეკა

თ. ბაცვიკაძე, ბ. ბახვილიძე

მასალათა გამკლავების კურსი

ნაწილი I

ბ. ბახვილიძე
ქართული ბიბლიოთეკა
თბილისი
8.12.94

წინასიტყვაობა



წინამდებარე სახელმძღვანელო დაწერილია ტექნიკური უმაღლესი სკოლების მასალათა გამძლეობისა და დრეკადობის თეორიის, ავტორების ავტორების მიერ რამდენიმე ათეული წლის განმავლობაში მასალათა გამძლეობის კურსის ნაკითხვის გამოცდილების საფუძველზე.

კურსში თეორიული მასალის განლაგება განსხვავდება ტრადიციულად მიღებული თანამიმდევრობისაგან.

ძირითადი კურსიდან ამოღებულია კვების გეომეტრიული მახასიათებლები და გადატანილია დანართში. ეს უკანასკნელი საკითხი, ჩვენი აზრით, შესწავლება ფაკულტატურად და სტუდენტების მიერ შესრულდება სათანადო საკურსო მოცემულობა. ეს იმას ნიშნავს, რომ საგამოცდო ბილეთებში ინერციის მომენტების თეორიული საკითხების შეტანას არ ვთვლით მიზანშეწონილად.

დატვირთვების დინამიკური მოქმედების საკითხები შეტანილია როგორც ჯაჭვივ-კუმშვის, ისე ლუნვის შემსწავლელ თავებში, რაც, ავტორების აზრით, გააადვილებს ამ საკითხების შესწავლას. მთავარი ძაბვების განსაზღვრისათვის გამოყენებულია ნულოვანი ფუნქცია ლაგრანჟის მამრავლით, რაც ამარტივებს ამოცანების ამოხსნის მსვლელობას (იგივე მეთოდით არის გამოკვლეული ინერციის მთავარი მომენტები დანართში). მოყვანილია ძაბვების განმსაზღვრელი და ინერციის მომენტების განმსაზღვრელი ფორმულების ანალოგიის ცხრილი, რაც გაუადვილებს სტუდენტებს ფორმულების დამახსოვრების მეთოდის შემუშავებას. უნივერსალური განტოლების განხილვისას ლუნვის დროს მითითებულია კრონეკერის მამრავლი, რომელიც სტუდენტებს აარიდებს შეცდომებს არგუმენტის ნიშანცვლის გამოთვლის პროცესში.

მოყვანილია საკმაო რაოდენობის ამოცანები და რიცხვითი მაგალითები, რაც დიდ სარგებლობას მოუტანს სტუდენტებს.

სახელმძღვანელოს ცალკეული საკითხების გაშუქებაში მონაწილეობდნენ პროფ. ა. სარალიძე, დოც. ნ. მეფარიშვილი.

ავტორები მადლობას უხდებიან პროფ. რ. ლორთქიფანიძეს და დოც. ა. კვარაცხელიას იმ დიდი შრომის გამო, რომელიც მათ გასწიეს სახელმძღვანელოს რეცენზირებისას.

მადლობით მოვიხსენიებთ აგრეთვე პროფ. ი. ლუდუშაურს სახელმძღვანელოს ნაკითხვისას გამოთქმული საყურადღებო შენიშვნებისათვის, რომლებიც შეძლებისდაგვარად იქნა მიღებული ავტორების მიერ რედაქტირების დროს.

F107.563
3

გთხოვთ ყველა შენიშვნა და წინადადება გამოგზავნოთ მისამართით: თბილისი, მ.კოსტავას ქუჩა №67. სტუ-ს სამშენებლო ინსტიტუტი, მასალათა გამძლეობის და დრეკადობის თეორიის კათედრა.

შეიქმნა
ბიზანიის



უმალესი სკოლის ძირითადი ამოცანა მომავალი საუფუძვლიანი მეცნიერული და პრაქტიკული მომზადებაა. ამ მიზნის განხორციელება შესაძლებელია სასკოლო პროცესის თანამედროვე დონეზე სისტემურ-მეთოდოლოგიური ორგანიზაციით და მომიჯნავე დისციპლინათა შორის ორგანული კავშირის განვითარებით.

მასალათა გამძლეობის, დრეკადობის და პლასტიკურობის თეორიის საფუძვლები შეადგენენ იმ თეორიულ-ექსპერიმენტულ ბაზას, რომელსაც ეყრდნობა თანამედროვე ცივილიზაციის მრავალრიცხოვანი დარგები, მაგალითად: მშენებლობა, სატრანსპორტო საშუალებათა ინდუსტრია, მეტალურგია, ქიმიური ტექნოლოგია და სხვა.

მასალათა გამძლეობა მყარ გარემოთა შექანიკის წინილია და უმსახურება საინჟინრო პრაქტიკის მიზნებს; შეისწავლის და ამუშავებს ნაგებობათა და მანქანა-დანადგართა ცალკეული ელემენტების გაანგარიშების მეთოდებს სიმტკიცეზე, დეფორმაციებზე და მდგრადობაზე.

მასალათა გამძლეობის კურსის მოცულობა წლიდან წლამდე ღრმავდება და ფართოვდება; ეს ცვალებადობა განპირობებულია იმ ცოდნის დონით, რაც ტექნიკური რევოლუციის თანამედროვე ეტაპზე აუცილებელია ინჟინერთა პრაქტიკული საქმიანობისათვის.

ტექნიკური პროგრესის დაჩქარებასთან დაკავშირებული ინფორმაციული ბუმი არ უვლის გვერდს მასალათა გამძლეობასაც. აქედან გამომდინარე, საჭიროა თანამედროვე კურსების განახლება 5-10 წლის ინტერვალით.

ლოგიკურად გამართლებულია საათების რაოდენობის გაზრდა მთლიანად თეორიული კურსის, პრაქტიკული და ლაბორატორიული სამუშაოების დამუშავება-ათვისებისათვის.

მიზანშეწონილია სახელმძღვანელოს შემდეგ გამოცემაში შეტანილი იქნეს პრობლემური საკითხები სტუდენტთა დამოუკიდებელი მუშაობის აქტივიზაციის თვალსაზრისით.

ტერმინი „მასალათა გამძლეობა“ არ არის ზუსტი, რადგანაც ამ კურსში მთავარი ყურადღება მიმართულია კონსტრუქციათა ცალკეული ელემენტების გაანგარიშებისაკენ. ერთი და იგივე საანგარიშო აპარატის გამოყენებისას განსხვავება იქნება მხოლოდ იმ ფიზიკურ კანონებში, რომლებიც ასახავენ მასალის ინდივიდუალობას. ამ ტერმინის შეუსაბამობა იგრძნო ტიმოშენკომ, როცა იმხარა ტერმინი „მასალათა მექანიკა“.

მასალათა გამძლეობის თეორია განპირობებულია მთელი რიგი პოთენზებით და სამუშაო დავებებით, რაც საგრძნობლად ზრდის საანგარიშო ფორმულებს. ექსპერიმენტული შედეგების ანალიზის საფუძველზე ეს პოთენზები საკმაოდ გამართლებულია.

უფრო ზუსტი ფორმულების მიღება შესაძლებელია დრეკადობის და პლასტიკურობის თეორიათა საფუძველზე. დიდი მნიშვნელობის უწყობა აგრეთვე ამოცანებს, რომლებიც ითვალისწინებენ ელემენტთა დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის შესწავლას დროის ფაქტორის გათვალისწინებით (ე.წ. რეოლოგიური ამოცანები).

ყურადღების გარეშე არ არის დატოვებული დალილობის გავლენა ელემენტთა სიმტკიცეზე. აუცილებლად მიგვაჩნია, რომ ახალგაზრდა ინჟინრებს ჰქონდეთ წარმოდგენა რღვევის მექანიკის საფუძველზე.

კურსის შესწავლისას იგულისხმება, რომ მკითხველი იცნობს თეორიული მექანიკის ძირითად დებულებებს, უმაღლესი მათემატიკის ელემენტებს.

§ 1.1. ძირითადი ცნებები

მასალათა გამძლეობა ეყრდნობა მყარ გარემოთა მექანიკის ძირითად შედეგებს; საკუთრივ თეორიული და ექსპერიმენტული კვლევებით ქმნის ფუნდამენტურ კურსს, რომელიც გვანდის ელემენტარულ ნაგებობათა და კონსტრუქციათა საიმედო გაანგარიშების თეორიებს. მასალათა გამძლეობა თავისი მეცნიერული აპარატის შექმნისას მთლიანად ეყრდნობა დიალექტიკის მეთოდს, როგორც დაპირისპირებულითა ერთიანობის და ალტერნატიულობის კანონის გამოვლინებას (მაგალითად, პლასტიკურობა დრეკადობის უარყოფა და გამომდინარეობს, როგორც დრეკად დეფორმაციათა შედეგი ხარისხობრივი ცვლილებებით, რომელთა შემდგომ განვითარებას რეალურ პირობებში მიყვავართ ელემენტთა რღვევამდე). ჩვენ ვამბობთ, რომ კონსტრუქციის ნორმალური ექსპლუატაციისათვის უნდა იქნეს დაკმაყოფილებული მისი სიმტკიცის, სიხისტის და მდგრადობის პირობები.

ნაგებობის ან კონსტრუქციული ელემენტის სიმტკიცე ნიშნავს, რომ საანგარიშო დატვირთვის მოქმედებამ არ უნდა გამოიწვიოს მისი რღვევა.

თუ საანგარიშო დატვირთვის მოქმედებისას კონსტრუქციის ნებისმიერი ნერტილების გადაადგილებები არ აღემატება სათანადო ზღვრებს, რომელთა სიდიდეები რეგლამენტირებულია სპეციალური ნორმებით, ითვლება, რომ კონსტრუქციის სიხისტე უზრუნველყოფი-

ლიბ. სიბისტის ალტერნატივა დამყოლობა, ე.ი. რაც უფრო დიდი ელემენტის სიბისტე, მით ნაკლებია მისი დამყოლობა და მიზიძიით.

ელემენტის მდგრადობა უზრუნველყოფილია, თუ საანგარიშო დატვირთვის მოქმედებისას არ ხდება მისი პირვანდელი ფორმის და მკვდომარეობის ცვლილება.

მდგრადობის ალტერნატივა — მდგრადობის $\frac{dM}{dt} = \frac{dM}{dt} - \frac{dM}{dt}$ მასალათა გამძლეობას მტკიცე კავშირი აქვს თეორიულ შექანიკასთან. იგი ფართოდ იყენებს მათემატიკურ დისციპლინებს, კვლევის ექსპერიმენტულ მეთოდებს.

თუ გავისხვებით შესაუღლში თქ. ელს, საბოლოოდ ასე შეგვიძლია განვიმარტოთ მასალათა გამძლეობა, როგორც მეცნიერება:

მასალათა გამძლეობა საინჟინრო მეცნიერებაა, რომელიც ეყრდნობა რა თეორიული შექანიკის მეთოდებს, იყენებს მათემატიკის აპარატს, სარგებლობს დრეკადობის და პლასტიკურობის თეორიების დასკვნებით, ქმნის მყარ დეფორმად ტანთა კონსტრუქციული ელემენტების გაანგარიშების საკუთარ მეთოდებს, რათა უზრუნველყოს მათი საიმედო ექსპლოატაცია საანგარიშო დატვირთვების მოქმედებისას, რაც გამოიხატება სიმტკიცის, სიბისტისა და მდგრადობის პირობების დაცვაში (სათანადო დარგების ნორმატივების მოთხოვნების შესაბამისად).

მასალათა გამძლეობის მეთოდების საკვლევ ობიექტს წარმოადგენს საანგარიშო მოდელი.

მოდელი არის იმ პირობათა დამოკიდებულებათა, წარმოდგენათა ერთობლიობა, რომლებიც აღწერენ ამა თუ იმ ობიექტს; მყარი ტანის საანგარიშო მოდელი ობიექტური რეალობის მიახლოებითი ასახვაა და წარმოგვიდგება გეომეტრიულ, ფიზიკურ და მათემატიკურ მოდელთა შერწყმით.

გეომეტრიული მოდელის ცნება მოიცავს გასაანგარიშებელი კონსტრუქციული ელემენტის იდეალურ ფორმებს, ზომებს და მის კავშირებს სხვა ელემენტებთან და საყრდენებთან. ამ მოდელის ცნება აუცილებელია იმდენად, რამდენადაც რეალური ობიექტი თავისი ფორმებით, ზომებით, კავშირებით, სტრუქტურით ყოველთვის განსხვავდება იდეალურისაგან. ეს განსხვავებები არ უნდა იყოს არსებითი.

ფიზიკური მოდელი აღწერს ყველა იმ დამოკიდებულებათა კომპლექსს, რომელიც არსებობს მყარი ტანის დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის აღმოცენებისას (მაგალითად, დამოკიდებულება ძაბვებსა და სათანადო დეფორმაციებს შორის, დამოკიდებულება ტემპერატურის ცვალებადობასა და დეფორმაციებს შორის, დამოკიდებულება მასალის სიმტკიცესა და პულსაციურ დატვირთვის ციკლთა რაოდენობას შორის და სხვ.).

მათემატიკური მოდელი არის მყარ ტანში ნარმოქმნილი სტრუქტურის პროცესების ასახვა მათემატიკურ განტოლებათა სისტემის საშუალებით. მათემატიკური მოდელი გეომეტრიული და ფიზიკური მოდულების სინთეზია, ჩანერილი სათანადო სიმბოლოების საშუალებით გამოყენებულია ამოცანის სასაზღვრო და საწყისი პირობების განსაზღვრა.

მასალათა გამძლეობა, ისევე როგორც თეორიული მექანიკა, სწავლობს ძალების (დატვირთვების) მოქმედებას მყარ ტანზე. თეორიული მექანიკისაგან განსხვავებით, რომელიც მყარ ტანს განიხილავს როგორც აბსოლუტურად ხისტს ანუ არადეფორმირებადს, მასალათა გამძლეობა განიხილავს მყარ დეფორმირებად ტანს, რომელიც დატვირთვების (ძალების) მოქმედებისას იცვლის ზომებს და ფორმას.

მასალათა გამძლეობა განიხილავს აგრეთვე, თეორიული მექანიკისაგან განსხვავებით, მყარ ტანთა დეფორმაციებს ტემპერატურის ან შიგა სტრუქტურული ცვლილების გავლენით.

აქედან გამომდინარე, მასალათა გამძლეობაში, თეორიული მექანიკისაგან განსხვავებით, შემოღებულია მექანიკური ძაბვის და დეფორმაციის ცნება, სიხისტის და სიმტკიცის ცნებები და კიდევ ბევრი რამ, რაც ფუნდამენტურად ასხვავებს ამ ორ დისციპლინას ერთმანეთისაგან.

თეორიულ მექანიკაში მყარ ტანზე მოქმედი ძალები განიხილება როგორც თავისუფალი ვექტორები, მასალათა გამძლეობაში კი მხოლოდ ბმული ვექტორებია: ეს განსხვავებული მიდგომა პრინციპულია და ამას ჩვენ დავამტკიცებთ ცალკეული ამოცანების განხილვისას.

მიუხედავად ამისა, მასალათა გამძლეობა იყენებს თეორიული მექანიკის კარგად დამუშავებულ თეორიულ აპარატს იმ ფარგლებში, რომელიც არ ეწინააღმდეგება დეფორმირებადი ტანების პრინციპებს, პიპოთეზებს და, აქედან გამომდინარე, დასკვნებს.

§ 1.2. სამოდულო დაზვევები, პიპოთეზები

მყარი დეფორმირებადი ტანის განზოგადებული კონსტრუქციული ელემენტის საანგარიშო მოდელი დამყარებულია მთელ რიგ სამოდულო დაშვებებზე, პიპოთეზებზე და თვისებებზე — ასეა:

1. აბსოლუტური დრეკადობა;
2. პლასტიკურობის თვისებები;
3. ერთგვაროვნების ხარისხი;
4. იზოტროპიის ხასიათი;
5. მასალის სტრუქტურული კონტინუუმი;
6. დეფორმაციების ფარდობითი სიმცირე და ძალთა კოორდინატების ცვლილების უგულვებელყოფა;

7. სუბერპოზიციის პრინციპი;
 8. ბერნულის და კირსპოფ-ლიავის კიპოთეზები;
 9. სენ-ვენანის პრინციპი.
- განვიხილოთ დეტალურად ზემოთ წამოთვლილი დაშვებები და პოთენზები.



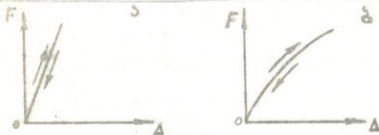
ეროვნული
ბიბლიოთეკა

1. აბსოლუტური დრეკადობა

აბსოლუტური დრეკადობა ეწოდება მასალის თვისებას ალადგინოს თავისი საწყისი ზომები და ფორმები ძალების მოქმედების შეწყვეტისთანავე.

არჩევნ წრფივად დრეკად და არანრფივად დრეკად მასალებს. პირველ შემთხვევაში (ნახ. 1.1 ა) ფუნქციონალური დამოკიდებულება მოქმედ ძალებსა და სათანადო დეფორმაციებს შორის წრფივია (ეს დამოკიდებულება ცნობილია ჰუკის კანონის სახელწოდებით). ასეთ მასალებს განსაზღვრულ პირობებში განეკუთვნებიან ლითონები და მათ შენადნობთა უმრავლესობა, ქვის მასალები, ზოგიერთი პოლიმერები.

არანრფივად დრეკადი მასალებისათვის ფუნქციონალური დამოკიდებულება ძალებსა და შესაბამის დეფორმაციებს შორის არანრფივია (ნახ. 1.1 ბ) - ასეთ მასალებს განეკუთვნებიან სხვადასხვა სახის რეზინები, პოლიმერიულ მასალათა უმრავლესობა, ზოგიერთი ბეტონები.



ნახ. 1.1.

დიაგრამებზე F ძალა; Δ - სათანადო დეფორმაცია.

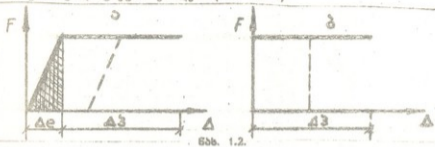
2. პლასტიკურობის თვისებები

როგორც ექსპერიმენტები და პრაქტიკა გვიჩვენებს, ძალთა მოქმედების შეწყვეტისას ყველა მასალა ერთნაირად ვერ ალადგენს თავის პირვანდელ ზომებსა და ფორმებს; წარმოიქმნება ნარჩენი ანუ პლასტიკური დეფორმაციები.

მასალათა გამძლეობაში შიღებულა პლასტიკურობის ორი მოდელი: პირველი, როცა მასალა გამოავლენს ჯერ დრეკად თვისებებს,

შემდეგ კი პლასტიკურობის თვისებას ასეთი მასალები-დრეკად-პლასტიკურ მასალათა სახელწოდებითაა ცნობილი (ნახ. 1.2 ა, დაშტატირებულია დრეკადი არე);

მეორე, როცა მასალის დრეკადობა მეტად მცირეა და დატვირთვის პირველივე მომენტიდან გამოვლინდება დიდი ნარჩენი-პლასტიკური დეფორმაციები. ასეთ მასალებს აბსოლუტურად-პლასტიკურ ანუ ხისტპლასტიკური ეწოდება (ნახ. 1.2 ბ).



ნახ. 1.2.

პლასტიკურ არეში დიაგრამები მთლიანად „ Δ “ ღერძის (დეფორმაციების ღერძის) პარალელურია.

უნდა აღინიშნოს, რომ ორივე დიაგრამა, შემოღებული პრანდტლის მიერ, პირობითია, მაგრამ სათანადო ტექნიკური თეორიის შექმნისას ეს პირობითობა საკმაო სიზუსტის შენარჩუნებით ამარტივებს ფორმულებს.

3. ერთგვაროვნების თვისება

თუ კონსტრუქციული ელემენტის ნებისმიერ წერტილში მასალის ფიზიკურ-მექანიკური თვისებები არ იცვლება, მას ერთგვაროვნად თვლიან. პრაქტიკაში იდეალურად ერთგვაროვანი მასალები არ არსებობს; ისეთი „იდეალური“ მასალები, როგორც ლითონებია (ან მათი შენადნობები), მაკრომოლეკულურ დონეზე მეტად არაერთგვაროვან სტრუქტურებად წარმოგვიდგება. სხვადასხვა სახის ბეტონები, რომლებიც სილის, ბრემის, ცემენტის და სხვა დანამატთა ამორფული კონგლომერატია, მეტად შორს არის იდეალური ერთგვაროვნებისაგან...

და მიუხედავად ამისა, ყველა ზემოთ ჩამოთვლილი მასალა ითვლება ერთგვაროვნად. ყველაფერი დამოკიდებულია იმაზე, თუ როგორია მასალაში შემავალი სხვადასხვა კომპონენტების ფარდობითი ზომები ელემენტის საერთო ზომებთან.

დღესდღეობით პირობითად ერთგვაროვან მასალათა კლასს გამოეყო არსებითად არაერთგვაროვან მასალათა კლასი — კომპრომიტური მასალები. წარმოიქმნა და ვითარდება კომპრომიტების შექმნა, აქვე აღვნიშნოთ, რომ რკინაბეტონის მასალისაგან დამზადებული კონსტრუქციული ელემენტები არსებითად არაერთგვაროვანად განვითარდებიან კომპრომიტთა სპეციალურ კლასს. **ბიზ. ს. ი. მ. ე. კ.**

4. იზოტროპიულობის თვისება

იზოტროპიულობა იმის მაჩვენებელია, რომ მყარი ტანის ნებისმიერი ნერტილიდან ნებისმიერი მიმართულებით მასალის ფიზიკურ-მექანიკური თვისებები (დრეკადობის მოდული, სიმტკიცე და სხვ.) უცვლელია.

იზოტროპიულობის თვისება ისევე პირობითია, რგვარც ერთგვაროვნება; მართლაც, ფოლადის ელემენტის ფიზიკურ-მექანიკური თვისებები დამოკიდებულია გლინვის მიმართულებაზე, ბეტონის თვისებები — მისი დაბეტონების ტექნოლოგიაზე. ამგვარად, ეს მასალები ფაქტურად ანიზოტროპულია, ე.ი. არ აკმაყოფილებენ ზუსტად იზოტროპიულობის თვისებებს და, მოუხედავად ამისა, სამოცეტო პრაქტიკაში იზოტროპიულ მასალათა კლასს განეკუთვნებიან.

შეტად გავრცელებულია ხის მასალისაგან დამზადებული კონსტრუქციული ელემენტები, მაგრამ ხე ანიზოტროპული მასალის კლასიკური მაგალითია: მისი ფიზიკურ-მექანიკური თვისებები ბოჭკოების გასწვრივ ძლიერ განსხვავდება სათანადო მახასიათებლებისაგან ბოჭკოების განივი მიმართულებით.

მასალათა გაძილეობაში ხის მასალა პირობითად იზოტროპიულად ითვლება, თუმცა არსებობს ხის კონსტრუქციული ელემენტების გაანგარიშების სპეციალური ნორმები, სადაც ფიზიკურ-მექანიკური თვისებები დაკავშირებულია იმ კუთხის სიდიდესთან, რომელსაც ადგენს საანგარიშო მიმართულება მისი ბოჭკოების გრძივ მიმართულებასთან.

აქვე უნდა აღინიშნოს, რომ ხის ბურბუშელის, ნახერხის, სპეციალური ნებოსა და ფანერის დიქტის სპეციალური ტექნოლოგიით დამუშავების შედეგად ღებულობენ აბალ მასალას, რომელსაც ფართოდ იყენებენ ბინის, საზოგადო შენობების ინტერიერის მოსაპირკეთებლად, ავეჯის დასამზადებლად (დსპ). ეს მასალა არსებითად უკვე იზოტროპიულია.

5. მყარი ტანის მასალის სტრუქტურული უწყვეტობა

მასალის მოცულობის ყველა ნერტილი დაკავებულია მატერიალური სუბსტანციით.

ეს პიპოთეზა შემოღებულია ფრანგი მეცნიერის ი.კომის მიერ და მას კონტრინუუმის (ლათ.) პიპოთეზა ეწოდება. იგი პირობდნობდა რჩენა აღმდეგება ექსპერიმენტულად დადგენილ ცნობილ ფაქტებს, რომ ვრცელ სხეული მოლეკულურ-დისკრეტული სტრუქტურისაა, მაგრამ მკვლევარ-მასშტაბებში განხილვისას შეიძლება თეორიის გამარტივების მიზნით აღებულ იქნას კომის მუშა პიპოთეზა.

ალენიშნით, რომ მასალათა გამძლეობა (ისევე როგორც დრეკადობის და პლასტიკურობის თეორიები) კი არ უარყოფს რეალურ სინაზ-დევილეს, არამედ სათანადო საანგარიშო ფორმულების მისაღებად ამარტივებს მასალის სტრუქტურას.

ამ პიპოთეზის შემოღებამ მისცა ი.კომის საშუალება მყარი ტანის მექანიკაში შემოეტანა მექანიკური ძაბვის და დეფორმაციების, როგორც კოორდინატთა უწყვეტი ფუნქციების ცნება.

6. კონსტრუქციული ელემენტის დეფორმაციები

ზომების და ფორმის ცვალებადობა მცირეა მის სანყის ზომებთან შედარებით, რის შედეგადაც შეიძლება გარე ძალთა კოორდინატების ცვალებადობა ჩაითვალოს მეორე რიგის მცირე სიდიდედ, რაც იძლევა ამ ცვალებადობის უგულებელყოფის შესაძლებლობას ნებისმიერ კვეთში ძალების განსაზღვრის დროს.

7. სუპერპოზიციის პრინციპი

მდგომარეობს იმაში, რომ რამდენიმე ძალოვანი ფაქტორის ერთდროული მოქმედების შედეგი შეიძლება წარმოდგენილ იქნას როგორც ცალკეული ძალების მოქმედების ინტეგრალური შედეგი, სადაც ძალთა მოედების თანამიმდევრობა ნებისმიერია. მასალათა გამძლეობის მიერ განხილულ ამოცანათა დიდი უმრავლესობა ვერდნობა ამ პრინციპს.

მასალათა გამძლეობა იხილავს ისეთ ამოცანებსაც, სადაც სუპერპოზიციის პრინციპის გამოყენება არ შეიძლება.

ჩვენ შემდგომში განვიხილავთ ამგვარ ამოცანას.

8. ბერნულის პიპოთეზა

დეფორმაციაზე ბრტყელი კონსტრუქციული ელემენტის განივი კვეთი, გადაადგილდება და ბრტყელივე რჩება დეფორმაციის შემდეგაც. ი.ბერნულის მიერ გამოთქმული ეს პიპოთეზა დიდ დახმარებას გვინვეს მასალათა გამძლეობის ტექნიკური თეორიის შესაქმნელად და ვრცელდება ლეროვან სისტემებზე.

ანალოგიური ე.წ. სწორი ნორმალების შიპოთეზა იყო გამოთქმული ფილების (კირხჰოფი) და გარსების (ლიაიე) გაანგარიშების ტექნიკური თეორიის შესაქმნელად.

ერეწენული
ბიზლინითეკა

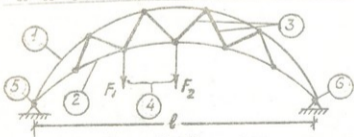
9. სენ-ვენანის პრინციპი

ძალის ან ძალთა სისტემის მოდების ხასიათი გავლენას ახდენს მყარი ტანის დაძაბულ-დეფორმირებულ მდგომარეობაზე ამ ძალთა მოდების უაბლოეს კვეთებში, ე.ი. ამ ქმედებას აქვს ადგილობრივი - ლოკალური მნიშვნელობა. აქედან გამომდინარე, ძალის მოდების კვეთიდან საკმაოდ მოშორებით ძალის მოდების ხასიათი გავლენას არ ახდენს დაძაბულ-დეფორმირებულ მდგომარეობაზე. ფრანგი მეცნიერის ბ.დუ სენ-ვენანის მიერ გამოთქმული ეს დებულება ცნობილია სენ-ვენანის პრინციპის სახელწოდებით. მისი მათემატიკურად დამტკიცების ცდები უშედეგოდ დამთავრდა, თუმცა ექსპერიმენტები ბრწყინვალედ ამტკიცებენ ამ შიპოთეზას.

აქვე უნდა ითქვას, რომ არსებობს კონსტრუქციულ ელემენტთა მთელი კლასი, სადაც არ შეიძლება სენ-ვენანის პრინციპის გამოყენება; ესაა თხელკედლიანი ელემენტები. ამაზე დეტალურად იქნება ნათქვამი ასეთი კონსტრუქციების განხილვისას.

§ 1.8. კონსტრუქციული ელემენტები

კონსტრუქციული ელემენტების საანგარიშო მოდელი წარმოდგენილია გეომეტრიული ანუ ფორმის მოდელით.



ნახ. 1.3.

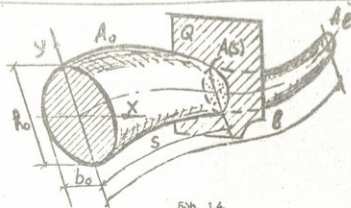
უკვე იყო აღნიშნული, რომ გეომეტრიული მოდელი არის ადაპტირებული ფორმა რეალური კონსტრუქციული ელემენტისა, სადაც მეორეხარისხოვანი დეტალები (მაგ., ზომების მცირე გადახრა იდეალურისაგან) მხედველობაში არ არის მიღებული.

კონსტრუქციული ელემენტები ნაგებობის, დანადგარის, მექანიზმის უმარტივესი შემადგენელი ნაწილია, რომელთა ერთმანეთთან კომბინირებული დაკავშირებით შეიძლება შეტად რთულ ნაგებობათა ან კონსტრუქციათა შექმნა.

1.3 ნახ-ზე ნაჩვენებია რთული კონსტრუქცია — ელემენტი (ნახ-ზე), რომლის შემადგენელი ნაწილებია: ზედა სარტყელი - 1, სარტყელი - 2, გისოსი - 3. ფერმაზე მოქმედი F_1 და F_2 ძალები აღნიშნულია 4-ით. 5 და 6-ით აღნიშნულია ფერმის საყრდენები (5 - უძრავი სახსროვანი საყრდენია, 6 - მოძრავი სახსროვანი საყრდენი). მანძილი საყრდენებს შორის აღნიშნულია l -ით (მას ნაშნის მალი ეწოდება). ნაშნის შემადგენელი ნაწილები (1,2,3) კონსტრუქციული ელემენტებია.

მას შემდეგ, რაც სამშენებლო მექანიკის განსაზღვრული მეთოდის გამოყენება საშუალებას მოგვცემს გავიგოთ ძალები რთული კონსტრუქციების ელემენტში, საჭირო ხდება თითოეული ელემენტი-სათვის სიმტკიცის, სიხისტის და მდგრადობის პირობების შესრულება, რაც უკვე მასალათა გამძლეობის ამოცანაა და მდგომარეობს ელემენტების საიმედო ფორმისა და ზომების შერჩევაში. აქედან გამომდინარე, ცხადია, რომ მასალათა გამძლეობის აპარატი და გეგმარების ბოლო ინსტანციაა და კონსტრუქტორის გამოცდილებაზე, ინტუიციასა და ტალანტზე (არ უნდა შეგვეშინდეს ამ სიტყვის) იქნება დამოკიდებული, თუ რამდენად მსუბუქი და ეკონომიური იქნება ფერმა-ნაშნი.

გავარკვიოთ კონსტრუქციულ ელემენტთა როგორ კლასს განიხილავს მასალათა გამძლეობა.



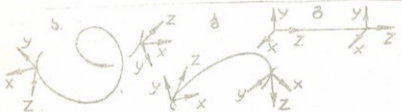
ნახ. 1.4.

1. ძელი — მასალათა გამძლეობის
შესწავლის მთავარი ობიექტი



ძელი ისეთი კონსტრუქციული ელემენტია, რომლის ^{ერთ-ერთი} ნაწილი (სიმაღლე - h , სიგანე - b) შესაძებ განზომილებების ^{დაარსებით} მცირე სიდიდეა (აქ l ძელის სიგრძეა).

თუ ძელის Z ღერძის მართობულად გაეატარებთ Q გამკვეთ სიბრტყეს, გადაკვეთაში მივიღებთ ბრტყელ ნაკვეთს, რომელსაც ძელის განივი კვეთი ეწოდება (ნახ.1.4, დამტრისხულია). განივი კვეთი ხასიათდება თავისი ფორმით და ზომებით. წირს, რომელიც შემოსაზღვრავს ძელის განივ კვეთს, კვეთის კონტური ეწოდება; იმ წერტილთა ერთობლიობას, რომელიც აერთებს ერთმანეთთან ძელის განივი კვეთების სიმძიმის ცენტრებს - ძელის ღერძი. ძელის ფორმის ერთ-ერთი მთავარი მახასიათებელი მისი ღერძია. ძელის ღერძის ფორმის მიხედვით ვარჩევთ სივრცით, ბრტყელ და წრფივ ძელებს.

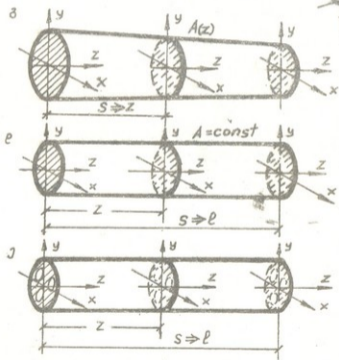
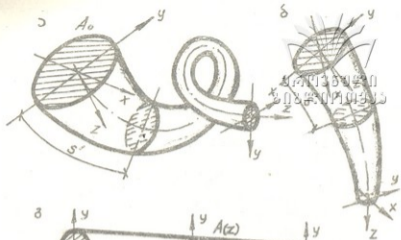


ნახ. 1.5.

1.5 ნახ-ზე წარმოდგენილია სივრცითი ძელის ღერძი (ა), ბრტყელი მრუდი ძელი (ბ), სწორი ძელი (გ). ნახაზებზე დატანილია მოძრავი კოორდინატთა სისტემა - მოძრავი ტრიედრი, რომლის S — ღერძიც ყოველთვის ძელის გრძივი ღერძის მხებია, ხოლო x და y ღერძები ემთხვევა ძელის სიმრუდის მთავარი რადიუსების მიმართულებებს.

1.6 ნახ-ზე ნაჩვენებია სივრცითი (ა), ბრტყელი (ბ) და წრფივი (გ) ძელები ცვლადი განივი კვეთებით. 1.6 დ ნახ-ზე ნაჩვენებია წრფივი ძელი მუდმივი განივი კვეთით, 1.6 ე ნახ-ზე — ღრუტანიანი მუდმივკვეთიანი წრფივი ძელი.

თუ გრძივი ღერძის გასწვრივ მოძრაობისას ძელის განივი კვეთის ზომები იცვლება, მას ცვლადკვეთიანი ეწოდება.



606. 1.6.

ლორუტანიანი ძელის განივი კვეთი წარმოადგენს მრავლად ბმულ კონტურს, რომლის ერთ ნერტილში მოჭიმვა სხვა (შიგა) კონტურების გადაკვეთის გარეშე შეუძლებელია.

ეროვნული
ბიბლიოთეკა

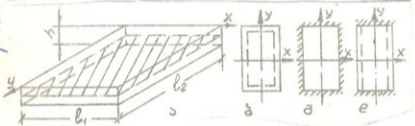
2. ფილები

ფილა ბრტყელი პრიზმული კონსტრუქციული ელემენტია, რომლის ორი განზომილება (სიგრძე - სიგანე l_1, l_2) ხ სისქესთან შედარებით დიდია (ნახ.1.7 ა).

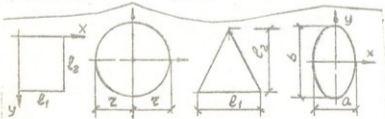
სიბრტყეს, რომელიც ფილის სისქეს შუაზე ყოფს, შუალედი სიბრტყე ეწოდება (დაშტრიბულია).

ფილის განაპირა ნიბოების გადაკვეთას შუალედ სიბრტყესთან ფილის კონტური ეწოდება. კონტურის ფორმის მიხედვით გვხვდება სწორკუთხა, წრიული, სამკუთხა, რგოლური და სხვა ფორმის ფილები (ნახ.1.8).

F107.563



ნახ. 1.7.



ნახ. 1.8.

ვარჩევთ კონტურით სახსროვნად დაყრდნობილ (ნახ.1.7 ა), ხისტად ჩამაგრებულ (ბ), თავისუფლად და კომბინირებულად დაყრდნობილ ფილებს (ნახ.1.7 გ,დ).

მასალათა გამძლეობა ფილების გაანგარიშებას არ ახდენს; გამო-
ნაკლის წარმოადგენს კოჭური ფილები, ისეთი სწორკუთხოვანი ფი-



ლები, რომლის სიგრძის ელემენტთა შეფარდება $\frac{l_1}{l_2} \geq 2 = 2$. ფილები ფართოდ გამოიყენება თანამედროვე სამოქალაქო მშენებლობაში, მანქანათმშენებლობაში, თვითმფრინავთმშენებლობაში, გამომშენებლობაში და სხვ.

3. გარსები

გარსი კონსტრუქციული ელემენტია, რომლის შუალედი ზედაპირი მრუდწირულია და სისქე (δ) სხვა ორ განზომილებასთან შედარებით (l_1, l_2) მცირე სიდიდეა (ნახ.1.9 ა), ე.ი. შეფარდება $\frac{\delta}{l_1}, \frac{\delta}{l_2} \ll 0$ მეტად მცირე სიდიდეა. მასალათა გამძლეობა, როგორც წესი, გარსების გაანგარიშებას არ ახდენს. მაგრამ არის გამონაკლისი, როცა მასალათა გამძლეობა განიხილავს მეტად თხელი გარსების გაანგარიშებას; მაგალითად, თხელკედლიანი რეზერვუარების გაანგარიშება



ნახ. 1.9.

შეიძლება ჩატარდეს მასალათა გამძლეობის აპარატის გამოყენებით (ნახ.1.9 ბ).

მე-20 საუკუნე შეიძლება ჩაითვალოს გარსების საუკუნედ. გარსებით გადაფარული ზედაპირები უკვე ასეული მეტროებით იზომება და მათი გამოყენების საზღვარი პრაქტიკულად არ არსებობს. გარსების გარეშე წარმოუდგენელია დღეს თვითმფრინავები, გემები, ჩქაროსნული მანქანები, მატარებლები და სპორტული ნაგებობანი.

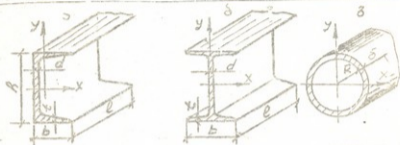
4. თხელკედლიანი ელემენტები

კონსტრუქციული ელემენტების ფართო კლასია და ხასიათდება განივი კვეთის მახასიათებელი ზომების დიდი სხვაობით რო-

გორც ერთმანეთის, ისე სიგრძის მიმართ (ნახ.1.10). ფაქტიურად თხელკედლიანი ელემენტები უნდა განეკუთვნოს ძელთა კლასს, მაგრამ განივი კვეთის შემადგენელი ელემენტები თხელკედლიანი ქვესტრუქ-

ტურქია, ამიტომ მიღებულია მათი დამოუკიდებელი კლასიფიკაცია. აქვე უნდა აღინიშნოს, რომ მათი გაანგარიშების თეორიაც საკმაოდ განსხვავდება „ჩვეულებრივი“ ძელების თეორიისაგან: ნარმოცობებს ახალი გეომეტრიული მახასიათებლები — სექტორული მომენტები, შიგა ძალისმიერი ფაქტორები — ბიმომენტები; სენ-ვენანისის სინკლამინიზაცია გამოყენება აღარ შეიძლება და ს. შიგ-ნიმუშეკა

თხელკედლიანი ელემენტები განიხილება თანამედროვე ტექნიკური განვითარების ყველა დარგში.



ნახ. 1.10.

1.10 ა ნახ-ზე მოყვანილია თხელკედლიანი ელემენტის — შველერის მაგალითი. ვერტიკალური ელემენტი d სისქის განივი კვეთის კედელია, თარაზული ელემენტები — b სიგრძისა და t სისქის თაროები, l ელემენტის სიგრძეა. განმარტების თანახმად $\frac{d}{h}$, $\frac{t}{l}$, $\frac{h}{l}$, $\frac{b}{l}$ მეტად მცირე სიდიდეებია. 1.10 ბ ნახ-ზე ანალოგიური სურათია ნაჩვენები ორტესებრი ელემენტისათვის. 1.10 გ ნახ-ზე ნაჩვენებია თხელკედლიანი წრიული მილი. ამ ელემენტისათვის $\frac{\delta}{R}$, $\frac{R}{l}$ მეტად მცირე სიდიდეებია.

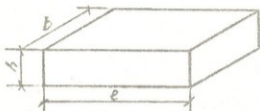
დღესდღეობით თხელკედლიანი ელემენტები მზადდება სხვადასხვა მარკის ფოლადებისაგან, ალუმინის შენადნობებისაგან და სხვ. თხელკედლიანი ელემენტების დამზადება დაიწყეს რკინაბეტონის მშენებლობაშიც, უმთავრესად, წინასწარ დაძაბული ბეტონისათვის.

ლითონის თხელკედლიანი ელემენტები მზადდება გლინით, ტვიფრით, წნევით ჩამოსხმით. აქვე უნდა ითქვას, რომ თხელკედლიანი ელემენტები მეტად დიდი ეკონომიურობით ხასიათდებიან და კონ-

სტრუქციულ ელემენტთა „კონკრეტში“ მხოლოდ განსებულ უთმობენ პირველობას.

5. მასიური ელემენტები

მასიური კონსტრუქციული ელემენტები ხასიათდება იმით, რომ მათი საშივე განზომილება ერთი და იგივე მასშტაბშია (ნახ.1.11).



ნახ. 1.11.

$\frac{b}{h} ; \frac{l}{h} \Rightarrow$ (1-5) მასიური კონსტრუქციული ელემენტები გამოიყენება მშენებლობაში — საძირკვლებში, მანქანათმშენებლობაში — დაზგების კორპუსებში, კბილანებში.

მასალათა გამძლეობაში მასიური ელემენტების დაბბულ - დეფორმირებული მდგომარეობა შესწავლება მიახლოებით, რადგანაც ზუსტი თეორიით ამ საკითხის შესწავლა ურთულეს ამოცანას წარმოადგენს.

ჩვენ განვიხილეთ ცალკეულ კონსტრუქციულ ელემენტთა კლასები. მათი ურთიერთობებიანირებით, შერწყმით შეიძლება მიღებულ იქნეს მაღალი კლასის კონსტრუქციები.

ეგმ-ის ფართოდ დანერგვა უკვე რეალობაა, ამიტომ დიდი ყურადღება უნდა მიექცეს ეგმ-ის საშუალებით კონსტრუქციის გაანგარიშების საწყის ფაზას - კონსტრუქციის დეტალურ დანანვერებას. თუ განსაზღვრული მეთოდით მიღებულ დანანვერების სუპერელემენტები ერთი კლასის კონსტრუქციული ელემენტებით იქნება წარმოდგენილი და მათ გაანგარიშებას ვანარმოებთ, რიცხვითი მეთოდებით, მთელი კონსტრუქციის გაანგარიშება, მათი შეუღლების პირობების შესრულების შემთხვევაში, იქნება საკმაოდ ზუსტი.



§ 2.1. დატვირთვების კლასიფიკაცია

დატვირთვების სწორი შერჩევა საკონსტრუქციო ამოცანის მართლმართლად დადგენის მთავარი პირობაა.

კონსტრუქცია ან კონსტრუქციული ელემენტი გამიზნულია კონკრეტულ პირობებში დატვირთვების მიღებისათვის მსგ, რომ დაცული იყოს ნაგებობის ან დანადგარის ნორმალური ექსპლუატაციის პირობები. დატვირთვის სწორ შერჩევაში იგულისხმება სასარგებლო დატვირთვების მიმართულებების, სიდიდის, განაწილების კანონის და მოქმედების ხასიათის დადგენა. დატვირთვები კონსტრუქციულ ელემენტზე სხვა სხეულების მოქმედების შედეგია.

კონსტრუქციულ ელემენტზე ზოგადად შეიძლება მოქმედებდეს ორი კატეგორიის განზოგადებული ძალები — ა) აქტიური (და ბ) პასიური:

ა) აქტიურ ძალთა კატეგორიას მიეკუთვნება „სასარგებლო“ დატვირთვები (ტრანსპორტი ხიდზე და ხიდის საკუთარი მასა, ხალხი საზოგადო ნაგებობათა კონსტრუქციებზე, სტადიონებზე, კინოთეატრებში, წყლის დანოლა კაშხალზე, მგზავრები თვითმფრინავებში, ავტობუსებში, ნიგნები ბიბლიოთეკებში და სხვ.);

ბ) პასიური ძალები აღიძვრება კონსტრუქციაში აქტიური ძალების მოქმედების შედეგად, როცა დატვირთვები გადაეცემა საყრდენებს ან შესაბამის საყრდენ გარემოს. პასიურ ძალებს რეაქციული ძალები ეწოდება. ცხადია, თუ აქტიური ძალები ნულის ტოლია, სათანადო რეაქციული ძალებიც (ანუ მოკლედ — რეაქციები) ნულის ტოლია.

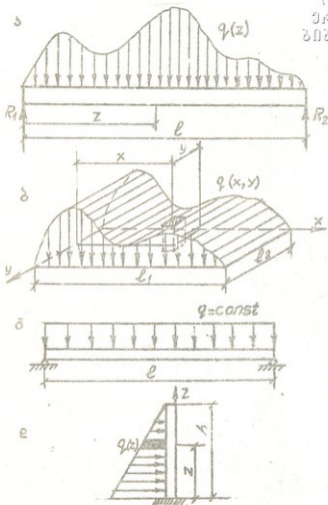
რეაქციები აწინასწორებენ აქტიური ძალების მოქმედებას კონსტრუქციაზე ან კონსტრუქციულ ელემენტზე. აქტიური დატვირთვები ხასიათდება შემდეგი პარამეტრებით:

1. დატვირთვის განაწილების კანონით;
2. დატვირთვის ხასიათით (მუდმივი, დროებითი, უძრავი, მოძრავი, სტატიკური, დინამიკური).

თუ დატვირთვა განუწყვეტლივ არის მოდებული ძელის ზედაპირის საკმაო სიგრძეზე ან ფილის (გარსის) საკმაო ფართობზე, მას განაწილებული დატვირთვა ეწოდება. ასეთი დატვირთვის სიდიდე ხასიათდება თავისი ინტენსიურობით, აღინიშნება q -თი (ან m -ით) და ნიშნავს ელემენტის სიგრძის ან ფართობის ერთეულზე მოსულ დატვირთვას



თბილისის
ტექნიკური უნივერსიტეტი



გვ. 21.

($\dim q$ ტ/მ, კვ/მ, ნ/მ, კნ/მ), $\dim m$ (ტმ/მ, კგმ/მ, კნმ/მ, ნმ/მ). განანილებული დატვირთვები q (ან m) შეიძლება იცვლებოდეს წების მიერ კანონით, როგორც ელემენტის კოორდინატთა ფუნქცია, ან კოორდინატთა და დროის ერთდროული ფუნქცია ან მხოლოდ დროის ფუნქცია, ზოგადად $q(x, y, z, t)$ ან $m(x, y, z, t)$. 2.1 ა ნახ-ზე ნაჩვენებია $q(z)$ ინტენსიურობის დატვირთვის გრაფიკი-ეპურა ძელის განზომილებაა $\dim q$ (ტ/მ, კვ/მ, ნ/მ, კნ/მ).

2.1 ბ ნახ-ზე ნაჩვენებია $q(x, y)$ ინტენსიურობის დატვირთვის ეპურა ფილისათვის (ან გარსისათვის). მისი განზომილებაა $\dim q$ (ტ/მ², კგმ/მ², ნ/მ², კნ/მ²). ტექნიკურ გაანგარიშებებში მეტად გავრცელებულია მუდმივი ინტენსიურობის $q = \text{const}$ დატვირთვები (ნახ.2.1 გ) და სამკუთხედის კანონით განანილებული დატვირთვები (ნახ.2.1 დ) პირველ შემთხვევაში ეს შეიძლება იყოს ძელის ან გადახურვის საყუთარი მასა, მოცულობითი ძალები, ხალხის დაწოლა ან მუხლუხოვანი დატვირთვა მცირეზღვრიან ხიდზე მეორე შემთხვევაში ეს შეიძლება იყოს პიდროსტატიკური დაწოლა კაშხალზე, ყაშირის დაწოლა საყრდენ კედელზე და ა.შ.

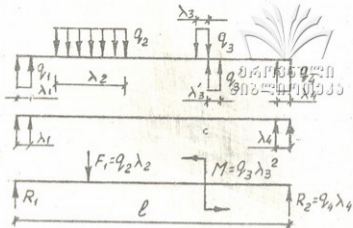
თუ დატვირთვა ელემენტის მცირე მონაკვეთზე მოდებული, მას შეყურსული დატვირთვა ეწოდება (ანუ შეყურსული ძალა) და აღინიშნება F -ით (ან M -ით, თუ იგი შეყურსული წყვილძალა).

თუ $\frac{\lambda_1}{l}$ მცირეა ($< 0,05$), მაშინ შეიძლება $q \lambda_1 = R_1$ პირობითად გავუტოლოთ R_1 ძალავექტორს (ნახ.2.2).

თუ $\frac{\lambda_2}{l}$ მცირეა, შეგვიძლია $q \lambda_2 = F_1$ ე.ი. პირობითად წარმოვადგინოთ F_1 ძალავექტორით (ნახ.2.2 ბ).

თუ $\frac{\lambda_3}{l}$ მცირეა, შეგვიძლია $q \lambda_3 = F_2$ წარმოვადგინოთ ძალავექტორით; ანალოგიურად, $q \lambda_3 = -F_3$ ძალავექტორით. თუ $q \lambda_3 = -F_3$, მაშინ $F_3 \lambda_3 = M$ შეიძლება წარმოვადგინოთ M წყვილძალის სახით და მას შეყურსული წყვილძალა ვუწოდოთ (ნახ.2.2 ბ). $q \lambda_4 = R_2$ წარმოვადგინოთ 2.2 ბ ნახ-ზე შეყურსული R_2 ძალავექტორის სახით.

როგორც ჯედავთ, 2.2 ა ნახ-ზე ნაჩვენებია ლოკალური რეალური დატვირთვები განანილებულ მცირე λ უბნებზე და როცა $\frac{\lambda_i}{l}$ მეტად მცირეა, დატვირთვების საანგარიშო სქემა შეიძლება გამარტივდეს



ნახ. 2.2.

(ნახ.2.2 ბ), სადაც ყოველთვის იგულისხმება მათი მოდების რეალური სქემა (ნახ.2.2 ა) შემდეგში ვისარგებლებთ 2.2 ბ ნახ-ზე ნაწვენები სქემით.

2. დატვირთვები ელემენტზე კოორდინატების ცვალებადობის მიხედვით დროის განმავლობაში:

ა) უძრავი დატვირთვა.

დატვირთვის კოორდინატები (კონსტრუქციის საკუთარი მასა და სხვ.) დროის განმავლობაში არ იცვლება;

ბ) მოძრავი დატვირთვა.

დატვირთვის კოორდინატები დროის განმავლობაში იცვლება (ტრანსპორტი ხიდზე, ხალხის მასა გადახურვებზე, ხიდური ამწეები საამქროებში და სხვ.).

3. დატვირთვის მოქმედების ხასიათის მიხედვით:

ა) თუ დატვირთვის ცვალებადობა ხდება მდოვრედ და ელემენტი არ განიცდის საგრძნობ რბევებს, დატვირთვას სტატიკური ეწოდება;

ბ) დატვირთვის დიდი სიჩქარით ცვალებადობის ან გადაადგილებისას ელემენტში შეიძლება წარმოიშვას არქარებები, რომელთა უგულვებელყოფაც არ შეიძლება. ასეთ დატვირთვებს დინამიკური ეწოდება (მაგ., მხოლოდ დროის განმავლობაში ცვლადი დატვირთვები ციკლური დატვირთვებია, რაც გვხვდება დაზგების და დანადგარების მუშაობის დროს სამრეწველო ნაგებობებში. ციკლა რაოდენობა ამ შემთხვევაში არ აღემატება $10^5 - 10^6$ ციკლს ნაგებობის ექსპლუატაციისას და მათ ჰცირეციკლოვანი დატვირთვები ეწოდება).

მრავალციკლიან დინამიკურ დატვირთვებს აქვს ადგილი მაღალ რაოდენობის ელექტროგადატვირთვაში ხაზების საყრდენებისათვის, სადაც ციკლითა რაოდენობა აღემატება 10^6 -ს.

უნდა აღინიშნოს, რომ ამ უკანასკნელ შემთხვევაში მრავალციკლიან დატვირთვებს აქვს შემთხვევითი ხასიათი და დატვირთვების მნიშვნელობა უნდა შეიცავდეს დატვირთვის ალბათობის განაწილებების სტატისტიკურ დატვირთვების სტატისტიკურ უწყვეთი ტემპერატურული ფაქტორებიც, და საჭიროების შემთხვევაში, კონსტრუქციის მუშაობაზე რადიაციულ-ნეიტრონული გამოსხივების გავლენაც.

ამგვარად, დატვირთვის მოდელი შეიცავს გარე დატვირთვების სქემატიზაციას სიდიდის, მიმართულების, განაწილების კანონის გათვალისწინებით დროის ფაქტორის მიხედვით; მხედველობაში უნდა იქნას მოღებული (საჭიროების შემთხვევაში) ტემპერატურული, რადიაციული ველების გავლენა და სეისმური ფაქტორებიც.

§ 2.2. კონსტრუქციული ელემენტის საიმედიოობა

კონსტრუქციული ელემენტის მთლიანობის დაკარგვას რაიმე ფაქტორების მოქმედების შედეგად რღვევა ეწოდება.

მიზანშეწონილად უნდა მივიჩნიოთ, რომ კონსტრუქციული ელემენტის გეომეტრიული მოდელის შერჩევის, დატვირთვების პარამეტრების დადგენის, ელემენტის მასალის არჩევის შემდეგ უნდა დადგინდეს კონსტრუქციული ელემენტის სანდოობის შეფასება რღვევის შესაძლო მოდელის შეფასების საფუძველზე.

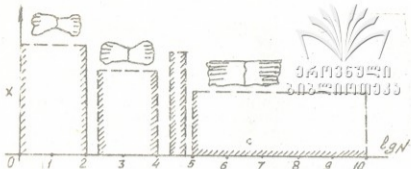
სანდოობის შეფასება რღვევის მოდელის საფუძველზე წარმოადგენს იმ განტოლებებს ან პირობებს, რომელიც რღვევის მომენტში კონსტრუქციის მუშაობის უნარს აკავშირებს ამავე კონსტრუქციის მუშაობის უნართან საანგარიშო სქემით.

აქ იგულისხმება საანგარიშო სქემიდან გადასვლა რღვევის სქემაზე. განიხილება კონსტრუქციის რღვევის ოთხი მოდელი:

1. მყისი დატვირთვის სტატიკური რღვევა;
2. ხანგრძლივი დატვირთვის სტატიკური რღვევა;
3. მცირეციკლიანი დაღლილობითი რღვევა;
4. მრავალციკლიანი დაღლილობითი რღვევა.

ციკლი კონსტრუქციაზე მოქმედ დატვირთვათა სიდიდის და ნიშნის ცვლადობის განმეორებაა დროის განმავლობაში.

2.3 ნახ-ზე ნაჩვენებია გაჭიმული ფოლადის ნიმუჯის რღვევის ხასიათი: დატვირთვის ციკლების N რაოდენობასთან კავშირში ციკლთა მქრე რაოდენობისას ($N < 10^5$) რღვევის წინ ვითარდება დიდი პლას-



ნახ. 2.3.

ტიკური დეფორმაციები, განყვეტის ზონაში ჩნდება „ყელი“ (ნახ.2.3 ა) — ადგილი აქვს სტატიკურ რღვევას. შუალედურ ზონაში, როცა ციკლების რაოდენობა N აღემატება 10^2 -ს და ნაკლებია 10^4 -ზე, ე.ი $10^2 < N < 10^4$, რღვევას ახასიათებს ყელის გაჩენა და ყელის ზონაში ბზარების გაჩენა, ადგილი აქვს მცირეციკლიან რღვევას.

როცა $N > 10^5 + 10^6$, პლასტიკური დეფორმაციები ფაქტიურად ვერ ასწრებს განვითარებას და ვითარდება დაღლილობითი რღვევა. მას ახასიათებს განყვეტილი ნიმუშის სიხისტე, ე.ი. ნიმუში ირღვევა ყელს გაჩენის გარეშე.

თუ კონსტრუქციის ელემენტი მუშაობს მაღალი ტემპერატურის პირობებში (ფოლადის და ტიტანის შენადნობები $t > +400^{\circ}\text{C}$, ალუმინის შენადნობები $t > +200^{\circ}\text{C}$, ცეცხლგამძლე შენადნობებისათვის $t > +600^{\circ}\text{C}$), განიხილება მასალის ხანგრძლივი წინააღმდეგობა რღვევისადმი.

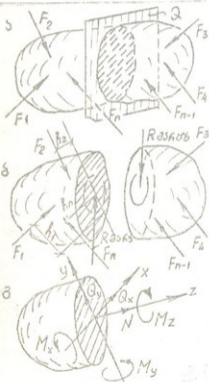
ამ შემთხვევაში მნიშვნელობა აქვს არა მხოლოდ დატვირთვის სიდიდეს, არამედ მისი მოქმედების ხანგრძლივობასაც.



ზიგა ძალები (ძალეები)

§ 3.1. ბაკვეთის მეთოდი, ძალეების კლასიფიკაცია

გარე ძალების მოქმედების შედეგად მყარ ტანში წარმოიქმნება დამატებითი შიგა ძალები — ძალეები. დამატებითი იმიტომ, რომ ნებისმიერი მყარი ტანის მატერიალურ ნერტილებს შორის ყოველთვის არსებობს შეჭიდულობის ძალები ატომურ დონეზე, რაც განაპირობებს



ნახ. 3.1.

მის ყოფას, ფიზიკურ-მექანიკურ თვისებებს და, მათ შორის, თვისებებს წინააღმდეგობა გაუწიოს გარე ძალებს თავისი წინანდელი (დატვირთვამდე) ფორმის და ზომების შენარჩუნების თვალსაზრისით. მასალათა გამძლეობა პირობითად თვლის, რომ მატერიალურ გარემოში გარე ძალების გარეშე შიგა ძალები (ძალეები) ვერ წარმოიქმნება. ესაა საწყისი ნულოვანი ძაბვების პირობა. აქედან გამომდინარე, მასალათა გამძლეობა არ ლებულობს მხედველობაში, იყო თუ არა მყარი ტანი საანგარიშო სიტუაციის განხილვამდე დატვირთვის ქვეშ. ჩვენი ამოცანაა იმ შიგა ძალების (ანუ ძალების) დადგენა, რომელიც წარმოიქმნება გარე დატვირთვის მოქმედების შედეგად. ეოქვათ, მოცემული გავქვს განსაზღვრული ფორმის და ზომების მქონე მყარი ტანი, რომელზედაც მოქმედებს გარე ძალთა ($F_1, F_2, \dots, F_{n-1}, F_n$) ნე-

ბისმიერი სისტემა. ამ ძალების სისტემა ნონასწორობაშია (ნახ.3.1) მოცულობითი ძალების ჩათვლით.

გავევთოთ აზრობრივი წარმოდგენით ეს ტანი H სიბრტყით (ნახ.3.1 ა). ელემენტი გაიყოფა პირობითად ორ (მარცხენა და მარჯვენა) ნაწილად.

დავაცილოთ ეს ნაწილები ერთმანეთს (ნახ.3.1 ბ) - მარცხენა ნაწილების ნონასწორობა ამ „გაჭრით“ დაირღვა; საჭიროა განივკვეთებში მოდებულ იქნას განკვეთის ცალ მხარეს განლაგებული ყველა ძალის მთავარი ვექტორი და კვეთის ნებისმიერ ნერტილის მართობული ამ ძალთა მთავარი მომენტი: მარცხენა დარჩენილ ნაწილზე - „მარჯვენა“ ძალების მთავარი ვექტორი $R_{მარჯ}$ და მთავარი მომენტი $M_{მარჯ}$; მარჯვენა დარჩენილ ნაწილზე - „მარცხენა“ ძალების მთავარ ვექტორი $R_{მარც}$ და მთავარი მომენტი $M_{მარც}$.

ცხადია, რომ ამ ოპერაციით ჩვენ მოვახდინეთ უკუგაღებულ ნაწილებზე მოქმედი ძალების და მომენტების კომპენსაცია; ახლა უკვე ორივე „განცალკევებული“ ნაწილი ნონასწორობაშია.

ვექტორულ ფორმაში ნონასწორობის პირობები ყოველი ნაწილისათვის ასე ჩაინერგება:

მარცხენა ნაწილისათვის

$$F_1 + F_2 + \dots + F_n = R_{მარჯ} \quad (ა),$$

$$F_1 h_1 + F_2 h_2 + \dots + F_n h_n = M_{მარჯ};$$

მარჯვენა ნაწილისათვის

$$F_3 + F_4 + \dots + F_{n-1} = R_{მარც} \quad (ბ).$$

$$F_3 h_3 + F_4 h_4 + \dots + F_{n-1} h_{n-1} = M_{მარც} = R_{მარც} h_c.$$

აქ h_i გარე ძალების მხრებია, რადგან (ა) და (ბ) ტოლობათა მარცხენა ნაწილში ყველა სიდიდე (F_i, h_i) ($i=1..n$) ცნობილია, ცხადია, რომ ცნობილი გახდება R და M შიგა ძალთა (გაყოფილ ნაწილთა ურთიერთქმედების ძალთა) სიდიდეები და მიმართულება. ამგვარად, შიგა ძალთა (ძალათა) სიდიდის და მიმართულების დადგენის ამოცანა სტატიკურად რკვევადია ე.ი, ნებისმიერი გამოყოფილი ნაწილის ნონასწორობიდან გამომდინარე, ადვილად დგინდება კვეთში მოქმედი ძალების რიცხვითი მნიშვნელობა, მათი მიმართულება და მოდების ნერტილიც (სამომენტო განტოლებიდან).

მართლაც, პირველი ტოლობის (ა) მუხარე ბნკარის მარჯვენა ნაწილი შეიძლება ჩაინეროს ასე:

$$M_{მარჯ} = R_{მარჯ} h_c,$$

საიდანაც მოიძებნება R ვექტორის მანძილი კვეთის C ნერტილამდე.

$$h_c = \frac{M_{\text{მარჯ}}}{R_{\text{მარჯ}}} = \frac{F_3 h_3 + F_4 h_4 + \dots + F_{n-1} h_{n-1}}{F_3 + F_4 + \dots + F_{n-1}}$$

წონასწორობის პირობიდან გამომდინარე

$$M_c \text{ მარჯ} = - M_c \text{ მარცხ.}$$

გაკვეთამ ძალები გადაიყვანა გარე ძალების კატეგორიულ და ყველ მიღებულ ნაწილზე მოქმედი ყველა ძალის (მათ შორის კვეთის მოქმედი შიგა ძალებიც) წონასწორობის პირობიდან მოგვეცა სასუ-
ალეა დაგვედგინა ნებისმიერ კვეთში მოქმედი ძალების სიდიდე, მი-
მართულება და მოდების წერტილის კოორდინატა.

ახლა თუ განკვეთის ადგილს „შევაწებებთ“, ცხადია, რომ კვეთში მოქმედი „გარე ძალები“ უნდა გაქრეს, რადგანაც მოცემულ ელემენტში ასეთი გარე ძალები არ არსებობს, ე.ი. მარცხენა ნაწილის და მარ-
ჯვენა ნაწილის ურთიერთქმედების ძალები (ფართო გაგებით) ერთმან-
ეთის ტოლია და საწინააღმდეგო მიმართულებისაა.

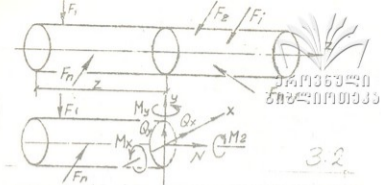
საბოლოოდ დავადგინეთ შემდეგი:

ა) კვეთში მოქმედი ძალეათა მთავარი ვექტორი უდრის კვეთის მი-
მართ ცალ მხარეს მოქმედ ყველა ვექტორთა ტოლქმედს საწინააღმდე-
გო ნიშნით.

ბ) კვეთში მოქმედი ძალეათა მთავარი კვეტორ-მომენტი უდრის კვე-
თის მიმართ ცალ მხარეს მოქმედ ყველა ვექტორ-მომენტთა ტოლ-
ქმედს საწინააღმდეგო ნიშნით.

აქვე უნდა აღვნიშნოთ, რომ ვექტორ-მომენტი წყვილძალის სიდი-
დის და ბრუნვის მიმართულების გამომსახველი ვექტორია და ყოველ-
თვის მიმართულია წყვილძალის მოქმედების სიბრტყის მართობულად,
მისი მიმართულება კი მოიძებნება მარჯვენა ხრახნის წესის მიხედვით
(იხ. თეორიული მექანიკის ნებისმიერი კურსი). ინჟინერისათვის კვეთში
მოქმედი ძალის — მთავარი ვექტორის და მომენტის ცოდნა ზოგა-
დად არ ატარებს კონკრეტულ ინჟინერმაციას, თუ როგორი სიდიდის
და მიმართულების ძალები მოქმედებენ კვეთის ყოველ წერტილში,
ამას კი დიდი მნიშვნელობა აქვს, რადგანაც სხვადასხვა მასალების
სიმტკიცე დიდად არის დამოკიდებული ძალების სიდიდესა და მიმარ-
თულებაზე.

ამგვარად, დგება საკითხი, რომ მთავარი ვექტორი და მთავარი მო-
მენტი კვეთში წარმოდგენილი იყოს მდგენელი ვექტორების სახით
სამი ურთიერთმართობული (ორთოგონალურ) ღერძის მიმართულე-
ბით. ერთ-ერთი ღერძი (Z) ავიღოთ განკვეთის სიბრტყის მართობუ-
ლად, ორი დანარჩენი ღერძი (X, Y) განლაგდება განივი კვეთის მზებ
სიბრტყეში (ნახ.3.2).



ფიგ. 3.2.

R ვექტორის გეგმილი Z ღერძის მიმართულებაზე აღვნიშნოთ N -ით და მას ნორმალური ძალვა კუნოდით (ნორმალური იმპიტონ, რომ Z არის კვეთის მართობული, ე.ი. მისი ნორმალა, N კი მოქმედებს Z -ის მიმართულებით).

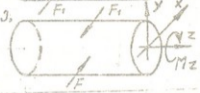
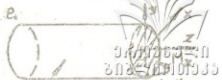
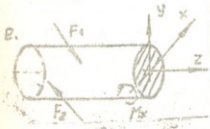
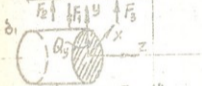
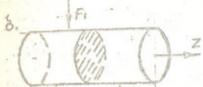
R ვექტორის გეგმილები X და Y ღერძების მიმართულებაზე აღვნიშნოთ Q_x და Q_y ; კუნოდით მათ განივი ანუ გადაჭრული ძალები. ინდექსი X და Y მიუთითებენ გადაჭრული (განივი) ძალების მიმართულებას. „განივი“ იმპიტონ, რომ მათი მოქმედების მიმართულება მართობულია Z ღერძის მიმართ.

შთავარი M მომენტის მდგენელი მომენტები X , Y და Z ღერძების მიმართ აღვნიშნოთ M_x , M_y და M_z -ით.

ამგვარად, ნებისმიერი დატვირთვის შემთხვევაში კონსტრუქციული ელემენტის ნებისმიერ კვეთში ზოგადად წარმოიქმნება ერთი გრძივი (ნორმალური) ძალვა N და ორი განივი ძალვა Q_x და Q_y ; აგრეთვე მომენტები M_x , M_y , M_z .

ძელისათვის ამ ძალებს აქვს თავისი საკუთარი სახელები:

1. N - გამჭიმი ან მკუმშავი ნორმალური ძალვა;
2. Q_x - განივი ძალვა x ღერძის მიმართულებით;
- 2¹. Q_y - განივი ძალვა y ღერძის მიმართულებით;
3. M_x - მღუნავი მომენტი x ღერძის მიმართ;
- 3¹. M_y - მღუნავი მომენტი y ღერძის მიმართ;
4. M_z - მგრები მომენტი z ღერძის მიმართ.



ნახ 3.3.

ამგვარად, კვეთის შეთოდის გამოყენება იძლევა ძელის დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კლასიფიცირების საშუალებას.

1. თუ ძელის ნორმალურ განივ კვეთში მთავარი ვექტორი დაიყვანება N ნორმალურ ძალეზე, ძელის დაძაბულ-დეფორმირებულ მდგომარეობას გავიშვავ (ან კუმშვავ) ეწოდება (ნახ.3.3 ა).

2. თუ ძელის განივ კვეთში მთავარი ვექტორი დაიყვანება Q_x (ნახ.3.3 ბ) ან Q_y ძალეზე (ნახ.3.3 გ), ამას დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის ძერა ეწოდება.

3. თუ განივ კვეთში მთავარი მომენტი დაიყვანება M_x ან M_y წვეილძალეზე, დაძაბულ-დეფორმირებულ მდგომარეობას ძელში ლუნვა ეწოდება.

ცხადია, რომ ეს ორი წვეილძალა შეიძლება ერთდროულად მოქმედებდეს, ამ შემთხვევაშიც ადგილი აქვს ლუნვას (ნახ.3.3 დ).

4. თუ განივ კვეთში მთავარი მომენტი დაიყვანება წვეილძალეზე

რომლის მოქმედების სიბრტყე მართობულია გრძივი ღერძის და დაბულ-დეფორმირებულ მდგომარეობას ძელში გრება ეწოდება.

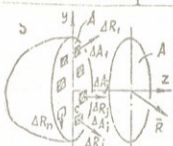
ჩამოთვლილი კლასიფიკაცია აღწერს მარტივ დასაბულ-დეფორმირებულ მდგომარეობას.

თუ ვანიე კვეთში ერთდროულად რამდენიმე ძალეა მოქმედებს, ძელში წარმოიქმნება რთული დასაბულ-დეფორმირება. სუპერპოზიციის პრინციპის გამოყენებით რთული დასაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის ამოცანა შედარებით ადვილად უწყდება.

§ 3.2. ძაბვები

ვანიე კვეთში არსებული ძალები კვეთის მიკროფართობებზე წარმოქმნილი უსასრულოდ მცირე ძალებების - ΔR_i ინტეგრალური ჯამია. ამ მცირე ძალების სიდიდე და მიმართულება ზოგად შემთხვევაში იცვლება ნერტილიდან ნერტილამდე (ნახ. 3.4 ა).

ცხადია, რომ $R = \sum_{i=1}^{m \rightarrow \infty} \Delta R_i$; დაყოთ ვანიე კვეთის ფართობი ელემენტარულ ΔA_i ფართობებად ისე რომ მათი ჯამი იყოს A - ს ტოლი



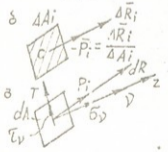
$A = \sum_i \Delta A_i$

შემოვიღოთ ძალეს ინტენსიურობის ცნება P_i ნერტილის უახლოსეს გარემოცვაში (ნახ.3.4 ბ) როგორც ელემენტარული ΔR_i ძალის შეფარდების ზღვარი ΔA_i ფართობთან, როცა ამ უკანასკნელის სიდიდე ისწრაფის ნულისაკენ,

$$P_i = \frac{\Delta R_i}{\Delta A_i} \Rightarrow \frac{dF}{dA}$$

როცა $\lim \Delta A_i \Rightarrow dA \Rightarrow 0$.

ძალის ინტენსიურობას ნერტილში იგივე სიმართულება აქვს, რაც ელემენტარულ ძალვას, მაგრამ ტექნიკური დასკვნებისათვის, მითუმეტეს, ექსპერიმენტულ შედეგებთან შედარებისათვის იგი უპარგისია, ამიტომ?



ნახ. 3.4.

დავშალოთ P_i ვექტორი ელემენტარული dA ფართობის ν ნორმალის და T ტანგენციალური ღერძების მიმართულებით; პირველ შემთხვევაში მიღებულ σ_r მდგენელს — ნორმალური ძაბვა ეწოდება, τ_r მდგენელს კი — მხები ანუ ტანგენციალური ძაბვა (ნახ. 3.4.ა).

$$\sigma_r = P_i \cos \alpha,$$

$$\tau_r = P_i \sin \alpha,$$

სადაც α კუთხეა ΔH_i და ν ნორმალს შორის.

$$\text{ცხადია, რომ } |P_i| = \sqrt{\sigma_r^2 + \tau_r^2}.$$

თუ ვიცით τ_r და σ_r მნიშვნელობები, შეიძლება დავადგინოთ P -ს ძალის ინტენსიურობის მიმართულება

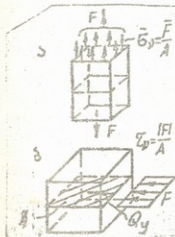
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\tau_r}{\sigma_r}.$$

ქვემოთ ვექტორის ინდექსებს აღარ გამოვიყენებთ, მაგრამ დავიმახსოვროთ, რომ როგორც ძალები, ისე ნეკლიძალები დამატგან გამომდინარე, ძალეათა ინტენსიურობა და ძაბვები ვექტორული სიდიდეებია.

დავუბრუნდეთ ექსპერიმენტებს. მასალათა გამძლეობა თეორიულ-ექსპერიმენტული მეცნიერებაა. ექსპერიმენტებს დიდი მნიშვნელობა აქვს მასალათა ფიზიკურ-მექანიკური თვისებების შესასწავლად. ფუნდამენტურ ექსპერიმენტებად ითვლება მასალათა ნიმუშების გამოცდა გაჭიმვაზე, კუნთვაზე, ძვრაზე, ღუნვაზე, გრეხაზე, უფრო მაღალი რაუნის რთული ექსპერიმენტები ყოველთვის შეიძლება იყოს წარმოდგენილი უკვე ჩამოთვლილი ექსპერიმენტების კომბინაციით.

3.5 ა ნახ-ზე ნაჩვენებია მასალის გაჭიმვაზე გამოცდის პრინციპული ექსპერიმენტი. ამ შემთხვევაში მთავარი ვექტორი $\vec{F} \Rightarrow \vec{P} = N$ ემთხვევა ნორმალურ N ძალკას. ნორმალური ძაბვა

$\sigma_r = \frac{N}{A} = \frac{F}{A}$. 3.5 ბ ნახ-ზე ნაჩვენებია ნიმუშის გამოცდა ძვრაზე, რის შედეგადაც კვეთებში წარმოიქმნება მხები ძაბვები.



ნახ. 3.5.

$$r_0 = \frac{A}{A} = \frac{F}{A}$$

თუ ორივე შემთხვევაში ნიშნებს მივიყვანთ r_0 -ს, დავრწმუნდებით, რომ სხვადასხვა მასალისათვის σ (რღმ) და r_0 (რღმ) ძლიერ განსხვავდება ერთმანეთისაგან. შეიძლება ისე გამოვიყვანო, რომ ძალის ზღვრული ინტენსიურობა P_1 (რღმ) ვესაზღვროთ, მაგრამ ეს სხვადასხვა მასალისათვის ერთმანეთის ტოლი არ არის. ამიტომ სხვადასხვა ზღვრული ნორმალური და მხები ძაბვების გამო მათი გამოყენება ერთი და იგივე მიზნისათვის შეუძლებელი იქნება.

ახლა, როცა ძაბვების ცნება შემოღებულია, ყურადღებით შევხედოთ, თუ რა ზღვა ძელის განივ კვეთში (ნახ.3.6). კვეთის ნებისმიერ ნერტილში წარმოიქმნება ძაბვები, და მაშასადამე, ელემენტარული ნორმალური ძალები

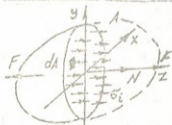
$$\Delta N_i = \sigma_i \Delta A$$

და მათი ალგებრული ჯამი, ცხადია, ტოლი უნდა იყოს ნორმალური N ძალისა (რომელიც ჩვენს მაგალითში რიცხობრივად ტოლია F გამჭიმის ძალისა):

$$F \Rightarrow N = \sum_i \sigma_i \Delta A.$$

თუ გადავალთ ინტეგრალურ ფაზაზე (როცა $\Delta A \Rightarrow dA$), შეგვიძლია დავწეროთ $N = \int_A \sigma_i dA$.

მიღებული ფორმულის ანალიზი მეტად საყურადღებოა. ტოლობის მარცხენა მხარეს განლაგებულია ნორმალური ძალა N განსახილველ კვეთში; მისი სიდიდის და მიმართულების დადგენა არ არის ძნელი (თუ გამოვიყენებთ კვეთის მეთოდს); მარჯვენა ნაწილში ინტეგრალის ქვეშ არის σ_i - ს განაწილების კანონი ზოგად შემთხვევაში დამოკიდებულია ნერტილის კოორდინატებზე და ჩვენთვის ამ ეტაპზე ცნობილი არ არის, მაგრამ ერთი დასკვნის გაკეთება შეგვიძლია: განივ კვეთში მოქმედი ნორმალური N ძალა კვეთში მოქმედი „ σ “ ნორმალური ძაბვებისა და ელემენტარული dA ფართობის ნამრავლია ინტეგრალური ფაზაში. ეს ფაქტიურად ნორმალური ძალის განსაზღვრაა



ნახ. 3.6.

კვეთში. ძაბვის განსაზღვრა განივ კვეთში სტატიკურად ურკვევი ამოცანაა.

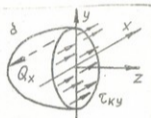
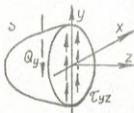
თუ რაიმე პიპოთეზის დახმარებით შემოვიტანთ განივკვეთში გადაადგილებათა ან ნორმალური ძაბვების განაწილების კანონს, მაშინ არ იქნება ნორმალური ძაბვების საანგარიშო ფორმულის შექმნა.

მაქცით ყურადღება: ექსპივე ძალის განსაზღვრისათვის გამოყენებული იქნა სტატიკის ნ-ვე განტოლება და ძაბვების საანგარიშო ფორმულების მისაღებად დაგვიჭირდა დამატებითი პიპოთეზის შემოტანა.

ვიმეორებთ, რომ ძაბვების განსაზღვრის ამოცანა კვეთში სტატიკურად ურკვევია! ანალოგიურად შეგვიძლია დავწეროთ Q_y და Q_x -ისათვის (ნახ.3.7 ა,ბ)

$$Q_y = \int_A \tau_{yz} dA;$$

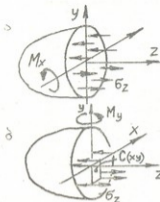
$$Q_x = \int_A \tau_{xz} dA.$$



ნახ. 3.7.

აქაც Q_y და Q_x რიცხვითი მნიშვნელობები და მიმართულებები დგინდება კვეთის მეთოდის გამოყენებით, როგორც კვეთის ცალ მხარეს მოქმედ ყველა გარე ძალთა გეგმილების ალგებრული ჯამი Y ან X ღერძების მიმართულებაზე. τ_{yz} და τ_{xz} ძაბვების საანგარიშო ფორმულების მისაღებად საჭიროა დამატებითი პიპოთეზების შემოტანა, ე.ი. ეს ამოცანაც სტატიკურად ურკვევია. განივი ძაბვების Q_y და Q_x განსაზღვრა ანალოგიურია N -ის განსაზღვრისა: განივი ძალვა Q_x ნებისმიერ განივკვეთში არის τ_{xz} მხები ძაბვებისა და ელემენტარული dA ფართობების ნამრვლთა ინტეგრალური ჯამი, აღებული მთელი A კვეთისათვის.

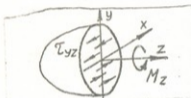
მლუნავი მომენტების განსაზღვრისათვის (ნახ.3.8 ა,ბ) სტუდენტს უძლევა წინადადება მლუნავი მომენტების განსაზღვრა გააკეთოს წინა განსაზღვრების ანალოგიურად. მგრეხი მომენტის (ნახ.3.9).



$$M_x = \int_A \sigma_z y \, dA;$$

$$M_y = \int_A \sigma_x x \, dA;$$

ნახ. 3.8.



$$M_z = \int_A (\tau_{yz} y + \tau_{xz} x) \, dA.$$

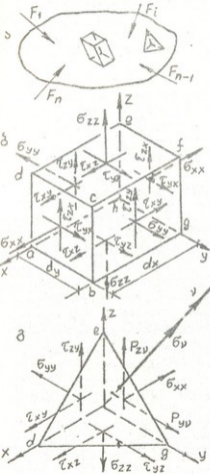
ნახ. 3.9.

განსაზღვრა: განივ კვეთში მოქმედი მგრები მომენტი არის კვეთში მოქმედ ელემენტარულ ძალთა $\tau_{yz} dA$ და $\tau_{xz} dA$ მომენტების $\tau_{yz} x dA$ და $\tau_{xz} y dA$ ინტეგრალური ჯამი კვეთის სიმძიმის ცენტრზე გამავალი გრძივი ღერძის მიმართ (ნახ.4.9).

§ 8.8. ძაბვის ტენზორი

გავარკვეოთ როგორი დაძაბული მდგომარეობა წარმოიქმნება მყარი ტანის ნებისმიერი წერტილის სიახლოვეში (ნახ.3,10 ა). ამისათვის ნ სიბრტყით, რომელთა შორის 2-2 ერთმანეთის პარალელური სიბრტყეებია (მათ შორის ავიღოთ მცირე მანძილები), ამოვჭრათ პრიზმული ტანი - ელემენტარული პარალელები $abcd\text{efgk}$ (ნახ.3.10). ამ პარალელებიდან ექვსივე წახნაგზე ზოგად შემთხვევაში მოქმედებს ნორმალური σ_i და τ_{ij} მხები ძაბვები. შემოვიღოთ მართკუთ-

ხოვან კოორდინატთა xyz სისტემა. O წერტილი შევთავსოთ კოორდინატთა სათავეს. $abcd$ წახნაგზე მოქმედებს σ_{xx} ნორმალური ძაბვები და ორი მიმართულების τ_{xy} და τ_{xz} მზები ძაბვები. პირველი ინდექსი ძაბვებთან აჩვენებს, რომელი ღერძია განსახილველი დარტყობის მართობული (ნორმალური) მზე



ნახ. 3.10.

რე ინდექსი i აჩვენებს ამის მიმართულებით მოქმედებს განსახილველი ძაბვის კომპონენტი.

ასეთივე წესით განვალაგოთ ძაბვების დანარჩენი კომპონენტები დანარჩენ ხუთ წახნაგზე.

ექვსივე წახნაგზე გვექნება ძაბვის ცხრა კომპონენტი: $\sigma_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \sigma_{yy}, \tau_{yx}, \tau_{yz}, \sigma_{zz}, \tau_{zx}, \tau_{zy}$, რაც გამომდინარეობს პარალელეპიპედის წონასწორობის პირობებიდან. ძაბვის კომპონენტთა ერთობლიობას წერტილის სიახლოვეში ძაბვის ტენზორი ეწოდება, აღინიშნება $T\sigma$ -თი და შეიძლება წარმოდგენილი იყოს მატრიცული ფორმით:

$$T\sigma = \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{vmatrix}$$

თუ განვიხილავთ ელემენტარული პარალელეპიპედის წონასწორობის სამოქმედო პირობებს (ნახ.3.10 ბ), მაგ, $\sum M_x = 0$, დავინახავთ, რომ ნორმალური ძაბვების მოქმედები ღერძის მიმართ ერთმანეთს აბათილებენ. მაგ,

$\sigma_x dy dz \frac{dy}{2} - \sigma_x dy dz \frac{dy}{2} = 0$; Z ღერძთან მიმდებარე ნახნაგებზე მოქმედი მხები ძაბვების მომენტები ნულის ტოლია (რატომ?) და საბოლოოდ დაგვრჩება

$$\tau_{xy} dy dz dx - \tau_{yx} dx dz dy = 0, \quad \text{მარცხენა მხარე}$$

საიდანაც გამომდინარეობს მხები ძაბვების წყვილადობის პირობები

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$

ურთიერთმართობულ ნახნაგებზე მოქმედი მხები ძაბვები რიცხობრივად ერთმანეთის ტოლია და მიმართულია ნახნაგათა ურთიერთგადაკვეთის ნიბოსაკენ (ან ნიბოსაგან).

ანალოგიურად მტკიცდება $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ და $\tau_{yz} = \tau_{zy}$.

თუ მივიღებთ მხედველობაში წვეილადობის კანონს, გამოდის, რომ მყარი ტანის ნებისმიერ ნერტილში ძაბვის ტენზორი შეიცავს ექვს (და არა ცხრა) დამოუკიდებელ ძაბვათა კომპონენტს, ძაბვის ტენზორი სიმეტრიული ტენზორია მატრიცის მთავარი დიაგონალის მიმართ და მთლიანად განსაზღვრავს დაძაბულ მდგომარეობას ნერტილის გარემოცვაში.

§ 3.4. ძაბვები დახრილ კვეთზე

ელემენტარულ პარალელებიშედაში (ნახ. 3.11.ბ) გავატაროთ განმკვეთი დახრილი სიბრტყე და განვიხილოთ მიღებული ტეტრაედრის ნონასწორობის პირობები (ნახ. 3.11 გ). ტეტრაედრის O წვერიდან დავუშვათ ν ნორმალის დახრილ dlg ნახნაგზე. აღვნიშნოთ დახრილი ნახნაგის ფართობი A -თი. ნორმალის კოორდინატთა ღერძებთან ადგენს α , β და γ კუთხეებს (სათანადოდ, x , y , და z ღერძებთან) აღვნიშნოთ ამ კუთხეთა კოსინუსები, სათანადოდ: $\cos \alpha = l$, $\cos \beta = m$, $\cos \gamma = n$. აღვნიშნოთ ძაბვის უცნობი კომპონენტები დახრილ ნახნაგებზე სათანადოდ x , y და z ღერძების გასწვრივ P_{xy} , P_{yz} , P_{zx} .

განვიხილოთ ტეტრაედრის ნონასწორობის პირობები

$$\Sigma Y = 0; \quad \Sigma Z = 0.$$

$$\text{გვექნება } \Sigma X = 0, \quad P_{xy} A - \sigma_x A l - \tau_{yx} A m - \tau_{zx} A n = 0,$$

საიდანაც

$$P_{xy} = \sigma_x l + \tau_{yx} m + \tau_{zx} n;$$

ანალოგიურად $\Sigma y = 0$, $P_{yz} = \tau_{xy} l + \sigma_y m + \tau_{zy} n$ და $\Sigma z = 0$,

$$P_{zx} = \tau_{xz} l + \tau_{yz} m + \sigma_z n.$$

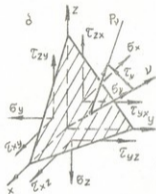
3.11 ნახ-ზე მიღებული დამოკიდებულებანი ძაბვის კომპონენტებს შორის დახრილ კვეთში და ორთოგონალურ ნახნაგებზე გვაძლევს სა-

შუალედსა, დავამყაროთ კავშირი საკვლევ მყარ ტანზე მოდებულ გარე ძალებსა (საკონტაქტო ძალებსა) და „შიგა“ ძალებს შორის (ნახ.3.11ა),



თავის მხრივ, მიღებული დამოკიდებულებანი შეიძლება გამოყენებულან მქნეს ნორმალური და მხები ძალები და დავწინასათვის ნებისმიერ დაბრილ კვეთში (ნახ.3.11ბ).

$$\sigma_v = \sigma_x l^2 + \sigma_y m^2 + \sigma_z n^2 + 2(\tau_{xy} l m + \tau_{yz} m n + \tau_{zx} n l).$$



ნახ. 3.11.

ძაბვების ინტენსიურობა დაბრილ კვეთზე $P_v = \sigma_v + \tau_v$; ვექტორულ ფორმაში და $P_v = \sqrt{\sigma_v^2 + \tau_v^2}$ სკალარულ ფორმაში (ნახ. 3.11ბ) მკვე არ არის ძნელი მხები τ_v ძაბვების გამოანგარიშებაც. პითაგორის თეორემის გამოყენებით შეგვიძლია დავწეროთ $\tau_v = \sqrt{P_v^2 - \sigma_v^2}$. ფორმულა ექვსწევრიანია პირველი სამი წევრი ჯამია ნორმალური ძაბვების ნამრავლსა „თავის“ მგებავი კოსინუსების კვადრატზე დანაწიწნი სამი წევრი გარკვევული ნამრავლია ჯამისა, რომლის თითოეული წევრი ნარმოადგენს მხები ძაბვების ნამრავლს იმ მგებავი კოსინუსების შერეულ ნამრავლზე, რომლის ინდექსე-

ბიც აქვს ძაბვებს.

§ 8.5. დაძაბული მდგომარეობის კლასიფიკაცია.

ჩვენს მიერ განხილული დაძაბული მდგომარეობა ყველაზე უფრო ზოგადია; იგი სივრცითი დაძაბული მდგომარეობაა.

ადვილად მიხვდებით, რომ ასეთი მდგომარეობა ხასიათდება ფიზიკურად იმით, რომ ძაბვის ტენზორის ექვსი დამოუკიდებელი კომპონენტიდან (ა) სამი ნორმალური ძაბვიდან არც ერთი არ არის ნულის ტოლი (ბ) ან სამი მხები ძაბვიდან არც ერთი არ არის ნულის ტოლი. ძაბვათა კომპონენტების ნებისმიერი კომბინაციისათვის სივრცითი დაძაბული მდგომარეობის ერთ-ერთი მთავარი პირობა: ძაბვის ტენზორში უნდა იყოს ძაბვები კოორდინატთა ღერძების სამივე ინდექსით.

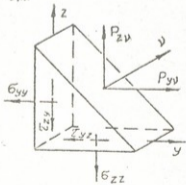
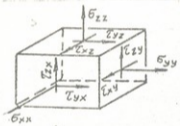
აქვე აღვნიშნოთ, რომ (ბ) შემთხვევა დაიყვანება (ა) შემთხვევაზე, აქედან გამომდინარე, სივრცითი დაძაბული მდგომარეობისათვის აუცილებელი და საკმარისია, რომ ნორმალური ძაბვის კომპონენტებიდან არც ერთი ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$) არ იყოს ნულის ტოლი.

3.12 ა ნახ-ზე ნაჩვენებია სივრცითი დაძაბული მდგომარეობის ნო-გადი შემთხვევა. ძაბვის ტენზორს აქვს შემდეგი სახე:

$$T_{\sigma} = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{vmatrix}.$$

3.12 ბ ნახ-ზე ნაჩვენებია სიბრტყითი (ანუ ბრტყელი) დაძაბული მდგომარეობა. ძაბვის ტენზორს აქვს შემდეგი სახე:

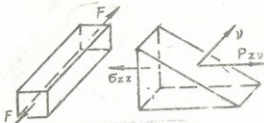
$$T_{\sigma} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_x & \tau_{xy} \\ 0 & \tau_{xy} & \sigma_x \end{vmatrix}.$$



ცხადია, შეიძლება ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობის კიდევ ორი მაგალითის მოყვანა XOY და XOZ სიბრტყისათვის. მკითხველს ვაძლევთ საშუალებას და-მოუკიდებლად შეასრულოს ეს მცირე დავალება.

ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობისათვის აუცილებელი და საკმარისი პირობაა, რომ ნორმა-ლური ძაბვის ორი კომპონენტი ურთიერთმართობულ ნახნაგებ-ზე არ უნდა იყოს ნულის ტოლი. ყველა დანარჩენი კომბინაცია ადვილად დადის პირველ პირო-ბაზე.

3.13 ნახ-ზე ნაჩვენებია ნრფო-ვი დაძაბული მდგომარეობა. ამ შემთხვევაში ძაბვის ტენზორი ასე ჩაინერება:



ნახ. 3.13.

$$T_{\sigma} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_x \end{vmatrix}$$

მოცემული დაბული მდგომარეობის კლასიფიკაცია ცხრილის სახით.
ცხრილი I

დაბული მდგომარეობა	$T_{\sigma}, P_x v, P_y v, P_z v$	σ_v	P_v	τ_v
სივრცითი	$T_{\sigma} = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix}$ $P_{xv} = \sigma_{xx}l + \tau_{yx}m + \tau_{zx}n$ $P_{yv} = \sigma_{yy}l + \tau_{yx}m + \tau_{yz}n$ $P_{zv} = \tau_{zx}l + \tau_{zy}m + \sigma_{zz}n$	$\sigma_v = P_{xv}l + P_{yv}m + P_{zv}n$	$P_v = \bar{p}_x + \bar{p}_y + \bar{p}_z$	$\tau_v = \sqrt{P_v^2 - \sigma_v^2}$
ბრტყული	$T_{\sigma} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & \tau_{yz} \\ 0 & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix}$ $P_{yv} = \sigma_{yy}l + \tau_{yz}n$ $P_{zv} = \tau_{zy}m + \sigma_{zz}n$	$\sigma_v = P_{yv}l + P_{zv}n$	$P_v = \bar{p}_y + \bar{p}_z$	$\tau_v = \sqrt{P_v^2 - \sigma_v^2}$
წრფივი	$T_{\sigma} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{vmatrix}$ $P_{zv} = \sigma_{zz}n$ $P_{yv} = 0$	$\sigma_v = \sigma_{zz}n^2$	$P_v = \bar{p}_z$	$\tau_v = \sigma_{zz}n\sqrt{1-n^2}$

§ 8.6. შთავარი ძაბვები



σ -ს გამოსახულებაში შედის T_0 ძაბვის ტენზორის ყველა კომპონენტი და მგეზავი კოსინუსები, საიდანაც გამომდინარეობს, რომ იგი რთული ფუნქციაა.

კონსტრუქციის საიმედო სიმტკიცის აუცილებელი მარტივი მალური ძაბვების ცოდნა ნებისმიერ კვეთში.

ამგვარად, საჭიროა ძაბვათა ექსტრემუმის გამოკვლევა ძაბვათა ცნობილი ტენზორისათვის.

შემოვიღოთ φ ნულოვანი ფუნქცია σ ლაგრანჟის მამრავლით

$$\Psi = -\sigma \cdot \varphi \equiv 0,$$

სადაც σ ლაგრანჟის მამრავლია, ჩვენს შემთხვევაში საძიებელ ექსტრემალურ ნორმალურ ძაბვათა სიმრავლე.

$\varphi = l^2 + m^2 + n^2 - 1 \equiv 0$ ნულოვანი ფუნქციაა, მიღებული ცნობილი დამოკიდებულებიდან მგეზავ კოსინუსებს შორის. ნულოვანი ფუნქციის შემოღება საშუალებას იძლევა არგუმენტებად მივიჩნიოთ არა α, β და γ კუთხვები, არამედ მათი კოსინუსები. დავენროთ σ , -ს გამოსახულება მოცულობითი დაძაბული მდგომარეობისათვის

$$\sigma_x = \sigma_x l^2 + \sigma_y m^2 + \sigma_z n^2 + 2(\tau_{xy} l m + \tau_{yz} m n + \tau_{zx} n l) - \sigma(l^2 + m^2 + n^2 - 1),$$

სადაც σ , გამოსახულებაში შეტანილია ნულოვანი ფუნქცია ლაგრანჟის σ მამრავლით. დავენროთ პირობითი ექსტრემუმის პირობები ძაბვებისათვის:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial l} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_x}{\partial m} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_x}{\partial n} = 0.$$

გავშალოთ ეს პირობები:

$$2\sigma_x l + 2\tau_{xy} m + 2\tau_{zx} n - 2\sigma l = 0$$

ან

$$(\sigma_x - \sigma) l + \tau_{xy} m + \tau_{zx} n = 0.$$

ანალოგიურად შეგვიძლია დავენროთ (შეასრულეთ დეტალურად, ეს ძნელი არ არის):

$$\tau_{xy} + (\sigma_y - \sigma) m + \tau_{yz} n = 0,$$

$$\tau_{zx} l + \tau_{yz} m + (\sigma_z - \sigma) n = 0.$$

მივიღეთ განტოლებათა სისტემა (სამი განტოლება) ოთხი უცნობით l, m, n და σ . $l = m = n = 0$ ჩვენს შემთხვევაში მიუღებელია ამოცანის ამოხსნისათვის. გვჩნება პირობა, რომ სისტემის დეტერმინანტი იყოს ნულის ტოლი:

$$D = \begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma \end{vmatrix} = 0.$$



დეტერმინანტის გახსნის და σ უცნობის ხარისხების შემცირების შემდეგ მივიღებთ კუბურ განტოლებას

$$\sigma^3 - 3I_1 \sigma^2 + I_2 \sigma + I_3 = 0,$$

სადაც I_1 , I_2 , და I_3 ძაბვის ტენზორის პირველი, მეორე და მესამე რიგის ინვარიანტებია:

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z,$$

$$I_2 = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{yz} & \sigma_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_z & \tau_{zx} \\ \tau_{zx} & \sigma_x \end{vmatrix},$$

$$I_3 = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{vmatrix}.$$

თუ შემოვიღებთ ახალ ცვლადს ისე, რომ $\sigma = t + \frac{I_1}{3}$, შეიძლება კუბურ განტოლებას მივცეს კანონიკური სახე (ე.ი. კვადრატული წევრის გარეშე):

$$t^3 + I_I t + I_{III} = 0,$$

საიდანაც შეიძლება $t_{1,2,3}$ სამივე ფესვის მოძებნა (იხ. ბრონშტეინის და სემენდიაევის „მათემატიკური ცნობარი ინჟინრებისათვის“ რუსულ ენაზე). აქ სტუდენტებს ისევ ვაძლეეთ საშუალებას, ამ საკითხის მომზადებისას თვითონ მიიღონ I_I და I_{III} ინვარიანტების მნიშვნელობანი და ჩაიხედონ (ამის შემდეგ) მითითებულ ცნობარში.

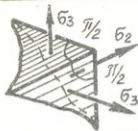
უნდა აღინიშნოს, რომ კუბური განტოლების სამივე ფესვი ნამდვილია, რაც განპირობებულია ძაბვის ტენზორის სიმეტრიულობით.

უკუჩასმით მივიღებთ σ_1 , σ_2 , σ_3 ნორმალურ ძაბვათა მნიშვნელობებს, რომელთაც მთავარი ნორმალური ძაბვები ეწოდება. ეს სიდიდეები ექსტრემუმის პირობიდანაა ნაპოვნი.

σ_1 - მაქსიმუმი, σ_3 - მინიმუმი, σ_2 - მინიმალური, ე.ი.

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3.$$

ჩვენ აქ არ დავინყებთ იმის მტკიცებას, რომ მთავარი ძაბვები ურთიერთმართობულ ნახნაგებზე მოქმედებენ (ნახ.3.14). მთავარი ძაბვების მოქმედების სიბრტყეებს მთავარი სიბრტყეები ეწოდება. ამ ამოცანის დეტალური ანალიზი მოცემულია დრეკადობისა და პლასტიკურობის თეორიის კურსებში.



ნახ. 3.14.

§ 3.7. შთავარი ძაბვები ბრტყელი დაკავშირებული მდგომარეობისას

განვიხილოთ ელემენტარული პარალელეპიედის ბრტყელი მდგომარეობა (ნახ. 3.15 ა).

ნახ.3.15 ბ-დან გამოვძინარე, ზემოთ მოყვანილის ანალოგიურად შეგვიძლია დავწეროთ

$$P_{xy} = \sigma_y l + \tau_{xy} m,$$

$$P_{yx} = \tau_{xy} l + \sigma_x m,$$

მოლიანი ძაბვა დახრილ კვეთზე

$$P_v = \sqrt{P_{xy}^2 + P_{yx}^2},$$

ნორმალური ძაბვები დახრილ კვეთზე

$$\sigma_v = \sigma_x l^2 + \sigma_y m^2 + 2\tau_{xy} l m,$$

შები ძაბვები დახრილ კვეთზე

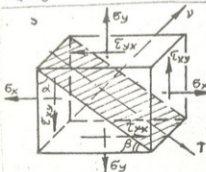
$$\tau_v = \sqrt{P_v^2 - \sigma_v^2}.$$

შები ძაბვის ფორმულის მიღება შეიძლება ხაზნახნაგა პრიზმის წონასწორობის პირობიდან, დავაგეგმილოთ ყველა ძალა T ღერძის მიმართულებაზე (ნახ.3.15 ბ)

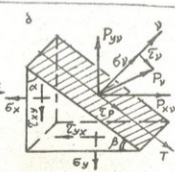
$$\Sigma T = 0,$$

$$\tau_v A - \sigma_x A l m + \tau_{xy} A l^2 + \sigma_y A m l - \tau_{xy} A m^2 = 0,$$

საიდანაც



ნახ. 3.15 (ა)



ნახ. 3.15 (ბ)

$\tau_y = (\sigma_x - \sigma_y) l m + \tau_{xy} (l^2 - m^2)$.
გავიხსენოთ, რომ

$$l = \cos \alpha, \quad m = \sin \alpha.$$

შევვიღოთ დავეწყოთ:

$$\sigma_y = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha + \tau_{xy} \sin 2\alpha$$

$$\tau_y = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha,$$

სადაც გამოყენებულია დამოკიდებულებანი

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}; \quad \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}.$$

მთავარი ძაბვების განსაზღვრისათვის გამოვიყენოთ σ_y -ს ფორმულა და დავუშავოთ ნულოვანი ფუნქცია ლაგრანჟის მამრავლით (ბრტყელი ამოცანისათვის)

$$\Psi_1 = -\sigma (l^2 + m^2 - 1) = 0.$$

დავეწყოთ σ_y -ს გამოსახულება

$$\sigma_y = \sigma_x l^2 + \sigma_y m^2 + 2\tau_{xy} l m - \sigma (l^2 + m^2 - 1).$$

ფარდობითი ექსტრემუმის პირობები $\frac{\partial \sigma_y}{\partial l} = 0$, $\frac{\partial \sigma_y}{\partial m} = 0$,

$$2\sigma_x l + 2\tau_{xy} m - 2\sigma l = 0, \quad (A)$$

$$2\sigma_x m + 2\tau_{xy} l - 2\sigma m = 0.$$

აქაც $l = m = 0$ მიუღებელია (რადგანაც $l^2 + m^2 = 1$).

დაგვრჩენია, რომ სისტემის დეტერმინანტი გავუტოლოთ ნულს

$$D = \begin{vmatrix} (\sigma_x - \sigma) & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & (\sigma_y - \sigma) \end{vmatrix} = 0.$$

ამ დეტერმინანტის გახსნა გვაძლევს კვადრატულ განტოლებას

$$(\sigma_x - \sigma)(\sigma_y - \sigma) - \tau_{xy}^2 = 0,$$

$$\sigma^2 - (\sigma_x + \sigma_y)\sigma + \tau_{xy}^2 = 0.$$

ელემენტარული გარდაქმნების შემდეგ მივიღებთ მთავარ ძაბვათა მნიშვნელობებს:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}.$$

მიღებულია, რომ $\sigma_1 \geq \sigma_2$.

ახლა გავიგოთ იმ ფართობების განლაგება სიბრტყეში, რომელზედაც მოქმედებენ σ_1 და σ_2 მთავარი ძაბვები.

ამისათვის დაწეროთ სისტემის პირველი ბნკარი

$$(\sigma_x - \sigma) l + r_{xy} m = 0. \quad (I)$$

ახლა, თუ გვანტერესებს სიბრტყის მდებარეობა, დაწეროთ (I) ასეთი სახით:

$$\frac{m_1}{l_1} = \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{\sigma_x - \sigma_1}{r_{xy}}, \quad \text{მარცხენა კენტი, გიგანტი}$$

სადაც α_1 იმ სიბრტყის ნორმალის ν_1 დახრის კუთხეა X ღერძთან, რომელზედაც მოქმედებს σ_1 მთავარი დაბევა.

შეიძლება გამოვიყენოთ სისტემის მეორე ბნკარიც

$$\frac{m_2}{l_2} = \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{r_{xy}}{\sigma_y - \sigma_2}.$$

თუ შევიტანთ მიღებულ ფორმულებში σ_1 და σ_2 მნიშვნელობებს, დავინახავთ, რომ $\operatorname{tg} \alpha_1 \operatorname{tg} \alpha_2 = -1$, რაც ნარმოადგენს ორი სიბრტყის ორთოგონალურობის პირობას.

მთავარი ნორმალური დაბევის მოქმედების სიბრტყეები ერთმანეთის მართობულია და ამ სიბრტყეებზე მხები დაბევი ნულის ტოლია. ეს ადვილად მტკიცდება, თუ σ_x ნარმოებულს α -თი გავუტოლოებთ ნულს და შევადარებთ r_{xy} -ს ფორმულას,

$$\text{ე.ი. } 0 = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha_0 + r_{xy} \cos 2\alpha_0,$$

$$\text{საიდანაც } \operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2r_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}.$$

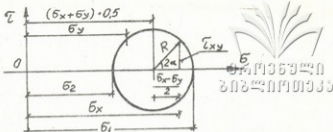
აქვე აღვნიშნოთ, რომ მთავარი დაბევის გამოსათვლელ ფორმულას თავისი გეომეტრიული ინტერპრეტაცია აქვს. კვადრატული განტოლება ნარმოადგენს წრენიის განტოლებას σ , r -ს სისტემაში (ნახ. 3.16). მიღებული ფორმულა შეიძლება ნარმოვადგინოთ შემდეგი სახით:

$$\left(\sigma - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right) = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + r_{xy}^2,$$

რაც სრულად ანალოგიურია წრენიის განტოლებისა $(x - c)^2 = R^2$; რომლის ცენტრიც გადაწეულია აბსცისათა ღერძზე, ჩვენს შემთხვევაში $c = -\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$ სიდიდით და

$$R^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + r_{xy}^2.$$

ამ ნახაზიდან კარგად ჩანს მიღებული შედეგებიც. ფუნქციონალურ გამოსახულებებს წრენიების საშუალებით მთავარ დაბევისა და დაბევის ტენზორის კომპონენტებს შორის დაბევის წრეები ეწოდება. ასეთი



ნახ. 3.16.

გამოსახულებები აიგება მოცულობითი დაძაბული მდგომარეობიხთვისა, მაგრამ ჩვენ აქ ამას არ შევხვებით. მსურველს შეუძლია მიმართოს დრეკადობის თეორიის კურსს.

განვიხილოთ მთავარი ძაბვების განსაზღვრის მაგალითები.

მოცემულია: $\sigma_x = 5$ მპა, $\sigma_y = 6$ მპა, $\tau_{xy} = 2$ მპა.

$\sigma_1 = ?$, $\sigma_2 = ?$, $l_1 = ?$, $m = ?$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_1 = \frac{5 + 6}{2} + \sqrt{\left(\frac{5 - 6}{2}\right)^2 + 2^2} = 7,56 \text{ მპა,}$$

$$\sigma_2 = \frac{5 + 6}{2} - \sqrt{\left(\frac{5 - 6}{2}\right)^2 + 2^2} = 3,56 \text{ მპა,}$$

$$\frac{l_1}{m_1} = \operatorname{tg} \alpha_1 = -\frac{\sigma_x - \sigma_1}{\tau_{xy}} = -\frac{5 - 7,56}{2} = 1,78.$$

$$\alpha_1 = 60^{\circ}67'$$

$$\frac{l_2}{m_2} = \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{\tau_{xy}}{\sigma_y - \sigma_2} = \frac{2}{6 - 3,44} = 0,78 \text{ მპა.}$$

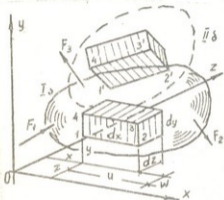
$$\alpha_2 = 37,9987 \approx 38^{\circ}.$$

თავი IV დეფორმაციები



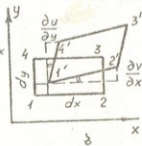
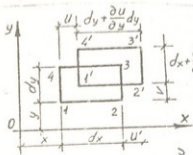
§ 4.1 წრფივი და კუთხური დეფორმაციები

როგორც იყო ნათქვამი, მყარი ტანის ფორმის და ნიჟი ცვალუბადობას დეფორმაციები ეწოდება. დეფორმაციების ცნება, ისევე როგორც ძაბვების ცნება, შემოღებული იყო ო. კოშის მიერ.



ნახ. 4.1

დეფორმაციები მყარი ტანის ნერტილებს შორის მანძილების და ურთიერთგანლაგების ცვალუბადობაა. ჩვენ განვიხილავთ უსასრულოდ მცირე დეფორმაციებს, როცა მათი სიდიდეები მყარი ტანის ზომებთან შედარებით მცირეა. აქვე უნდა აღვნიშნოთ, რომ ექსპერიმენტების ჩატარებისას, როცა ობიექტი მიგვყავს რღვევამდე, ადგილი აქვს სასრულ დეფორმაციებს. ამ შემთხვევაში ნერტილებს შორის მანძილის ცვალუბადობის სიდიდე შეიძლება შევადაროთ ობიექტის ზომებს.



ნახ. 4.2

ვარჩევთ ერთგვაროვან და არაერთგვაროვან დეფორმაციებს; თუ დეფორმაციამდე ყველა მიმართულებით გატარებული პარალელური წრფეები პარალელურ წრფეებად რჩება დეფორმაციის შემდეგაც, ასეთ დეფორმაციას ერთგვაროვანი ეწოდება. მისი ალტერნატივა არა ერთგვაროვანი დეფორმაციაა.

განვიხილოთ მყარი ტანი დეფორმაციამდე (პოზიცია I) და დეფორმაციის შემდეგ (პოზიცია II). მეორე პოზიცია არის გარე ძალების მოქმედების შედეგი; შეიცვალა მყარი ტანის მდგომარეობა სივრცეში, შეიცვალა მანძილები ნერტილებს შორის და მათი ურთიერთგანლაგება (ნახ. 4.1).

ამოვჭრათ ელემენტარული პარალელებიპედი დეფორმაციამდე $dx dy dz$ სანყისი ზომებით.

აღვნიშნოთ ნერტილების გადაადგილებები X ღერძის გასწვრივ u -თი, Y ღერძის გასწვრივ v -თი, Z ღერძის გასწვრივ w -თი.

დეფორმაციის შემდეგ პარალელებიპედის ზომები შეიცვლება, dx -ის მაგივრად გვექნება $dx + \frac{\partial u}{\partial x} dx$.

მართლაც, განვიხილოთ 1-2 ნიბოს სიგრძის ცვალებადობა (ნახ. 4.2 ა). დეფორმაციის შემდეგ 1 ნერტილის კოორდინატებია $(x + u, y + v, z + w)$. ანალოგიურად, 2 ნერტილის კოორდინატები დეფორმაციამდე $2(x + dx, y, z)$, დეფორმაციის შემდეგ $2'(x + dx + u', y + dx + v', z + dz + w')$, მანძილი 1 და 2 ნერტილს შორის დეფორმაციის შემდეგ იქნება $dx + (u' - u)$. ნაგრძელება (მანძილის ცვალებადობა) ამავე ნერტილებს შორის

$$\Delta u \Rightarrow du = dx + (u' - u) - dx = u' - u.$$

Δu -ს ეწოდება 1-2 მონაკვეთის აბსოლუტური ნაგრძელება. თუ შევფარდებით Δu აბსოლუტურ ნაგრძელებას მის პირვანდელ dx სიგრძესთან, მივიღებთ ϵ_x ფარდობით ნაგრძელებას

$$\epsilon_x = \frac{\Delta u}{dx} = \frac{\partial u}{\partial x}.$$

ანალოგიურად შეგვიძლია დავწეროთ

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \text{ და } \epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}.$$

ამ ფარდობით ნაგრძელებებს ეწოდება წრფივი ფარდობითი დეფორმაციები. ეს სიდიდეები შეიძლება იყოს დადებითი, როცა სიგრძე მატულობს და უარყოფითი, როცა სიგრძე კლებულობს.

დეფორმაციისას ზოგადად იცვლება არა მხოლოდ მანძილები ნერტილებს შორის, არამედ კუთხეები ნრფეებს შორის. როგორც ნახ-დან ჩანს, შეიცვალა კუთხე და დეფორმაციის შემდეგ

$$4', 1', 2' = 90^\circ - (4, 1', 4' + 2', 1', 2) = 90^\circ - \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

ფრჩხილებში მოთავსებული ჯამი ატარებს ფარდობითი ძვრის კუთხის საბელწოდებას და აღინიშნება γ_{xy} -ით,

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

ანალოგიურად,

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}$$

მიღებულ გამოსახულებებში $\frac{\partial u}{\partial y}$, $\frac{\partial v}{\partial x}$ და ა.შ. ფაქტიურად კუთხეების ტანგენსებია, მაგრამ მათი სიმცირის გამო გაიგივებულია კუთხის მნიშვნელობებთან. ინდექსები γ -სთან გვიჩვენებს, რომელ სიბრტყეში ხდება ძვრა. აქ კერძო წარმოებულები იმის მაჩვენებელია, რომ ნერტილების გადაადგილებები არის კოორდინატთა რთული ფუნქცია.

ამგვარად, ზოგად შემთხვევაში, ნებისმიერი ნერტილის სიახლოვეში ყოველთვის გვაქვს სამი გადაადგილება u , v , w და ექვსი დეფორმაცია

$$\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{zz}, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$$

რაც იმის მაუწყებელია, რომ დეფორმაციებს შორის არსებობს ფუნქციონალური კავშირები ცნობილი უწყვეტადობის განტოლებების სახელწოდებით (იხ. დრეკადობის თეორიის კურსი).

დეფორმაციათა კომპონენტების ერთობლიობას ნერტილის სიახლოვეში დეფორმაციის ტენზორი ეწოდება და ჩაინერება კვადრატული მატრიცის სახით:

$$T_2 = \begin{vmatrix} \epsilon_{xx} & \gamma'_{xy} & \gamma'_{xz} \\ \gamma'_{yx} & \epsilon_{yy} & \gamma'_{yz} \\ \gamma'_{zx} & \gamma'_{zy} & \epsilon_{zz} \end{vmatrix}$$

თუ მივიღებთ მხედველობაში, რომ $\gamma'_{xy} = \gamma'_{yx}$ და ა.შ., რაც კარგად ჩანს ნახაზიდან, დავასკვნით, რომ დეფორმაციის ტენზორი (ისე როგორც ძაბვის ტენზორი) სიმეტრიული ტენზორია. ჩავთვალოთ, რომ ნრფივი დეფორმაციები წარმოიქმნება სათანადო ძაბვების გასწვრივ:

$$\sigma_x \Rightarrow \epsilon_{xx}, \quad \sigma_y \Rightarrow \epsilon_{yy}, \quad \sigma_z \Rightarrow \epsilon_{zz}$$

ხოლო ძვრები, სათანადო მზები ძაბვების მოქმედების სიბრტყეში:

$$\tau_{xy} \Rightarrow \gamma_{xy}, \quad \tau_{yz} \Rightarrow \gamma_{yz}, \quad \tau_{zx} \Rightarrow \gamma_{zx}$$

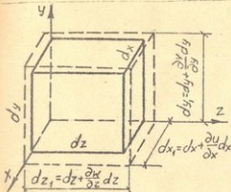
ისე, როგორც დაბუების შემთხვევაში, დეფორმაციებიც აღწევს და-
ვის ექსტრემალურ მნიშვნელობებს.

ფარდობითი წრფივი დეფორმაცია ν ნორმალის მიმართულადაა.
(რომელიც ადგენს α, β და γ კუთხეებს X, Y და Z ღერძებთან) ჩა-
ინერება შემდეგი სახით:

$$\epsilon_x = \epsilon_x l^2 + \epsilon_y m^2 + \epsilon_z n^2 + 2(\gamma'_{xy} lm + \gamma'_{yz} mn + \gamma'_{zx} nl)$$

აქ $\gamma'_{xy} = \frac{1}{2}\gamma'_{xy}$ და ა.შ.

ასეთი სახით ჩანერილი დეფორმაცია ანალოგიურია დაბუის ჩანე-
რისა (შეამონშეთ). ზემოთ მოყვანილი ფორმულის გამოყენება ჩვენ აქ
არ ვაჩვენებთ.



ნახ. 4.3

§ 4.2. მოცულობის ფარდობითი დეფორმაციები

დეფორმაციის პროცესში
იცვლება მყარი ტანის მო-
ცულობაც. განვიხილოთ
ელემენტარული პარალელე-
პიპედის მოცულობის ცვა-
ლებადობა (ნახ. 4.3). ამ შემ-
თხვევაში ძვრებს მხედველო-
ბაში არ ვლენულობთ. ელე-
მენტარული პარალელეპიპე-
დის სანყისი მოცულობა

$V_0 = dx dy dz$, პარალელეპიპედის მოცულობა დეფორმაციის შემდეგ

$$V_1 = dx_1 dy_1 dz_1,$$

ანუ $V_1 = (dx + \Delta dx)(dy + \Delta dy)(dz + \Delta dz)$ მოცულობის აბსოლუ-
ტური ცვლილება

$$\Delta V = V_1 - V_0 = dx_1 dy_1 dz_1 - dx dy dz =$$

$$\left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right) \left(1 + \frac{\partial v}{\partial y}\right) \left(1 + \frac{\partial w}{\partial z}\right) dx dy dz - dx dy dz$$

$$\Delta V = V_0 [(1 + \epsilon_x) (1 + \epsilon_y) (1 + \epsilon_z) - 1].$$

მოცულობის ფარდობითი ცვლილება

$$\theta = \frac{\Delta V}{V_0} = (1 + \epsilon_x) (1 + \epsilon_y) (1 + \epsilon_z) - 1.$$

ფრჩხილების გახსნის შემდეგ გვექნება:

0

$$\vartheta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z + \varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_y \varepsilon_z + \varepsilon_x \varepsilon_z + \varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ დეფორმაციები მცირეა/ცხადია, რომ დეფორმაციათა ნამრავლები მეორე და მესამე რიგის მცირე სიდიდეებია $\varepsilon_x, \varepsilon_y,$ და ε_z -თან შედარებით და შეიძლება მათი უგულვებელყოფა, მაშინ

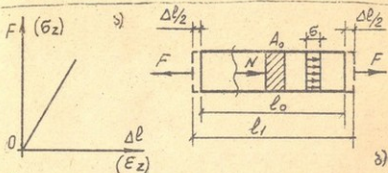
$$\vartheta \approx \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$$

ამგვარად, მოცულობის ფარდობითი დეფორმაცია წრფივი ფარდობითი დეფორმაციების ალგებრული ჯამის ტოლია. ლიტერატურაში ეს სიდიდე ატარებს დილატაციის სახელწოდებას.

ჰუკის კანონი

§ 5.1. ჰუკის განზოგადებული კანონი

1676 წელს ინგლისელმა მეცნიერმა რობერტ ჰუკმა მრავალჯერ ცხადი ექსპერიმენტების შედეგად აღმოაჩინა, რომ დეფორმაციებსა და ძალებს შორის არსებობს პირდაპირპროპორციულობის დამოკიდებულება.



ნახ. 5.1.

გრაფიკულად ამ დამოკიდებულებას აქვს ნახ.5.1ა ნახ - ზე ნაჩვენები სახე.

თუ განვიხილავთ გაჭიმული ღეროს დეფორმაციას, შეგვიძლია დავწეროთ:

$$\Delta l = l_1 - l_0 = F \frac{l_0}{EA_0}$$

სადაც F ღეროს განივკვეთში მოქმედი ძალეა; l_0 - ღეროს საწყისი სიგრძე; E ღეროს მასალის დრეკადობის მოდული; A_0 - ღეროს განივი კვეთის ფართობი; Δl - ღეროს აბსოლუტური ნაგრძელება.

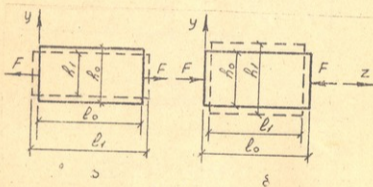
მივიღოთ მხედველობაში, რომ ღერო ცენტრალურად არის გაჭიმული, ე.ი. გამჭიმო F ძალები ღეროს განივი კვეთის ცენტრშია მოდებული და მიმართულია გრძივი ღერძის პარალელურად; მაშინ განივი კვეთის ყველა წერტილი გადაადგილდება ერთი და იგივე მანძილით, რაც იმას ნიშნავს, რომ ელემენტარული ძალე ნებისმიერ წერტილში $dN = \bar{\sigma} dA$ მუდმივია.

თუ გამოვიყენებთ კვეთის მეთოდს და მივიღებთ მხედველობაში, რომ $\sigma = \text{const}$, დავწერთ $N = F = \sigma A$, საიდანაც $\sigma_z = \frac{F}{A}$.
 ე.ი. ცენტრალური გაჭიმვის (ან კუმშვის) დროს ნორმალური ძაბვები განიკვეთში უდრის კვეთში მოქმედი ნორმალური ძალების შეფარდებას განივი კვეთის ფართობთან.

მივიღოთ მხედველობაში, რომ $\epsilon_z = \frac{\Delta l}{l_0}$ წრფივი ფარდობითი დეფორმაციაა და კანონი ჩაინერება ასეთი სახით:

$$\epsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} \text{ და } \sigma_z = \epsilon_z E.$$

ეს გამოსახულებები ცნობილია ჰუკის წრფივი კანონის სახელით. დიაგრამას ექნება იგივე სახე (ნახ.5.1), შეიცვლება მხოლოდ გრა-



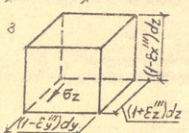
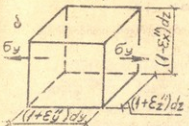
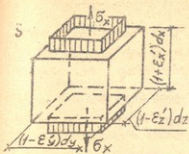
ნახ. 5.2.

ფიკის დახრის კუთხე. გაჭიმვისას ღეროს განივი ზომები მცირდება, კუმშვისას კი ღეროს განივი ზომები დიდდება (ნახ. 5.2ა,ბ).

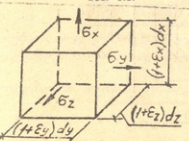
ა) შეშხვევაში $\Delta h = h_1 - h_0$, განივი ფარდობითი დეფორმაცია

$$\epsilon_r = \frac{\Delta h}{h_0} = - \frac{h_1 - h_0}{h_0} < 0;$$

ბ) შეშხვევაში განივი ფარდობითი დეფორმაციები $\epsilon_r = \frac{h_1 - h_0}{h_0} > 0$. როგორც თეორიულად დაამტკიცა ფრანგმა მეცნიერმა პუასონმა და შემდეგ დამოწმდა ცდებით, თანაფარდობა განიც და გრძივ ფარდობით



ნახ. 5.3.



ნახ. 5.4.

დეფორმაციებს შორის დრეკადობის ფარგლებში მუდმივი სიდიდისაა:

$$\frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} = \text{const.}$$

ამ შეფარდების სიდიდე აღინიშნება „მოდული“ μ -თი („მოიუ“). ეს სიდიდე ყოველთვის ნაკლებია 0,5-ზე ნებისმიერი ტექნიკური მასალისათვის. გვექნება:

ანალოგიურად, $\epsilon_x = -\mu \epsilon_z$

განვიხილოთ ელემენტარული პარალელეპიპედის ფარდობითი დეფორმაციები მოცულობითი დაძაბული მდგომარეობის დროს. გამოვიყენოთ სუპერპოზიციის პრინციპი; ჯერ პარალელეპიპედზე მოქმედებს მხოლოდ σ_x ძაბვები და განვსაზღვრავთ დეფორმაციებს X , Y და Z ღერძების გასწვრივ, შემდეგ იგივე განსაზღვრები ჩავატაროთ, როცა მოქმედებს მხოლოდ σ_y ძაბვები. გავიმეოროთ ყველაფერი σ_z ძაბვების მოქმედებისათვის (ნახ.5.3 ა,ბ,გ).

ა ნახ-დან

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}$$

$$\epsilon_y = -\mu \epsilon_x = -\mu \frac{\sigma_x}{E}$$

$$\epsilon_z = -\mu \epsilon_x = -\mu \frac{\sigma_x}{E}$$

ბ ნახ-დან

$$\epsilon_x = -\mu \epsilon_y = -\mu \frac{\sigma_y}{E}$$

$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E}$$

$$\epsilon_z = -\mu \epsilon_y = -\mu \frac{\sigma_y}{E}$$

გ ნახ-დან

$$\varepsilon_x = -\mu\varepsilon_z = -\mu\frac{\sigma_z}{E}$$

$$\varepsilon_y = -\mu\varepsilon_z = -\mu\frac{\sigma_z}{E}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E}$$



ქართული

აкадеმიის

ყველა სტრემის ურთიერთშერწყმით მივიღებთ მოცულობით მდგომარეობას და სათანადო დეფორმაციებს (ნახ.5.4):

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu (\sigma_y + \sigma_z)],$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu (\sigma_x + \sigma_z)],$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu (\sigma_x + \sigma_y)].$$

§ 5.2. ჰუკის მოცულობითი კანონი

მოცულობითი ფარდობითი დეფორმაციის ფორმულაში $\vartheta = (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z)$ გამოვიყენოთ დეფორმაციის კომპონენტების მნიშვნელობა ჰუკის განზოგადებული კანონიდან

$$\vartheta = \frac{1}{E} (1 - 2\mu) (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z).$$

შემოვიტანოთ $\sigma_{\text{ს.შ.}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3}$ საშუალო ძაბვის ცნება და სი-
დიდე $\frac{E}{(1 - 2\mu)3}$ აღვნიშნოთ K -თი; უნოდოთ მას დრეკადობის მოცუ-
ლობითი მოდული,

$$\vartheta = \frac{(1 - 2\mu)}{E} 3\sigma_{\text{ს.შ.}}$$

მაშინ ჰუკის მოცულობითი კანონი შეიძლება ჩაინეროს ასე:

$$\sigma_{\text{ს.შ.}} = K\vartheta.$$

§ 5.3. ჰუკის კანონი ძვრის დროს

განვიხილოთ ელემენტარული პარალელეპიპედის ბრტყელი დაძაბუ-
ლი მდგომარეობა, როცა $\sigma_x = \sigma$ გამჭიმია და $\sigma_y = -\sigma$ მკუმშავია
(ნახ.5.5).

მზები ძაბვები განსახილველი მდგომარეობისათვის ნებისმიერი
კუთხისათვის, როცა $\tau_{xy} \neq 0$,

$$\tau_x = \sigma \sin 2\alpha + \tau_y \cos 2\alpha.$$

იმ შემთხვევისათვის, როცა $\tau_{xy} = 0$, გვექნება $\tau_v = \sigma \sin 2\alpha$ და $\tau_{v \max}$ ადგილი აქვს, როცა $\alpha = \alpha_0 = \frac{\pi}{4}$ და $\tau_{\max} = \sigma$, ადვილად დავრწმუნდებით, რომ $\sigma_v = 0$. ასეთ დაბევებს ეწოდება მთავარი ძაბვები დაბევები. ის ფართობები, რომლებზეც მოქმედებენ დაბევები $\tau_{\max} = \sigma$, დაბრლილი მთავარ ღერძებთან $\alpha = \frac{\pi}{4}$ კუთხით. ასეთ დაბებულ მდგომარეობას სუფთა ძვრა ეწოდება (ნახ.5.6).

1-3 დიაგონალის აბსოლუტური ნაგრძელება

$$\Delta l_{13} = \cos \frac{\pi}{4} a \gamma_{xy} = \frac{\sqrt{2}}{2} a \gamma_{xy}$$

ფარდობითი ნაგრძელება

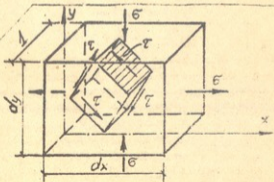
$$\epsilon_s = \frac{\Delta l_{13}}{l_{13}} = \frac{\sqrt{2}}{2} a \gamma_{xy} \frac{1}{\sqrt{2} a} = \frac{\gamma_{xy}}{2}$$

შორე მხივ, ჰუკის განზოგადებული კანონიდან $\epsilon_s = \frac{1+\mu}{E} \sigma$. თუ გავუტოლოებთ მარჯვენა მხარეებს და გავიხსენებთ, რომ $\sigma = \tau_{xy}$, საბოლოოდ დავწერთ

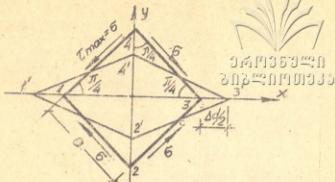
$$\tau_{xy} = \gamma_{xy} \frac{E}{2(1+\mu)}; \frac{E}{2(1+\mu)} = G.$$

G გამოსახულებას უწოდებენ ძვრის ან შორე რიგის დრეკადობის მოდულს და აღნიშნავენ G-თი. გვექნება:

$$\tau_{xy} = \gamma_{xy} G.$$



ნახ. 5.5.



ნახ. 5.6.

ანალოგიურად,

$$\tau_{xy} = \gamma_{xy}$$

$$\tau_{xz} = \gamma_{xz} G$$

პუკის განზოგადებული კანონი მთლიანი ფორმით ჩაიწერება ასე:

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)],$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu(\sigma_x + \sigma_z)],$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)];$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G} \tau_{xy}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{1}{G} \tau_{yz}$$

$$\gamma_{zx} = \frac{1}{G} \tau_{zx}$$

პუკის განზოგადებული კანონი შეიძლება დავწეროთ ძაბვების მიმართ. ელემენტარული გარდაქმნების შედეგად მივიღებთ:

$$\sigma_x = 2 \epsilon_x G + \lambda \theta,$$

$$\sigma_y = 2 \epsilon_y G + \lambda \theta,$$

$$\sigma_z = 2 \epsilon_z G + \lambda \theta;$$

$$\tau_{xy} = \gamma_{xy} G,$$

$$\tau_{yz} = \gamma_{yz} G,$$

$$\tau_{zx} = \gamma_{zx} G,$$

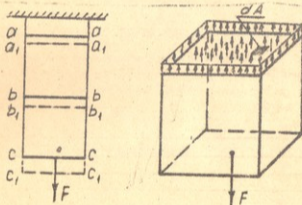
სადაც შემოღებულია აღნიშვნები : $\lambda = \frac{\mu E}{(1 - 2\mu)(1 + \mu)}$ ლამის
კოეფიციენტი; ν - დილატაცია, ანუ მოკულობითი ფარდობითი დე-
ფორმაცია.

უკრძნუში
ბიზლირთესა

ღერძების ცენტრალური ბაზიზა-კუთხე

§ 6.1 ბრძივი ძალის განსაზღვრა

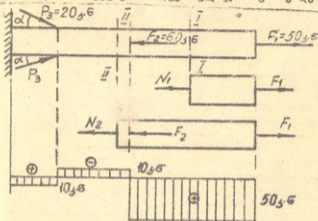
განვიხილოთ ერთი ბოლოთი ჩამაგრებული უსწონადი ძელი, რომლის მეორე ბოლოზე მოქმედებს გამჭიმვი ღერძული ძალა (ნახ.6.1). ასეთ შემთხვევაში ძელის ნებისმიერ განივკვეთში შიგა ნორმალური N ძალა ყოველთვის F ძალის ტოლია ($N=F$). როდესაც ძელზე მოქმედებს გამჭიმ და მკუმშავ ძალები რთული სისტემა, ძელის ღერძის მართობულ კვეთში შიგა ძალების განსაზღვრა წარმოებს კვეთის მუთონის და სტატიკის წონასწორობის $\Sigma Z = 0$ პირობის გამოყენებით. მაგალითად, 6.2 ნახ-ზე მოცემული ძელის განივკვეთებში ნორმალური N შიგა ძალის მნიშვნელობები იქნება:



ნახ. 6.1.

- I- I კვეთში (მარჯვენა ნაწილის მიხედვით):
 $\Sigma Z = - N + F_1 = 0$, საიდანაც $N_1 = F_1$;
- II- II კვეთში: $\Sigma Z = 0$, $0 = N_2 - F_2 + F_1 = 0$, $\Rightarrow N_2 = F_1 - F_2$;
- III- III კვეთში: $\Sigma Z = 0$, $0 = - N_3 + 2F_3 \cos \alpha - F_2 + F_1$, $\Rightarrow N_3 = F_1 - F_2 + 2F_3 \cos \alpha$.

კერძოდ, თუ $F_1 = 5ტ \Rightarrow 50კე$; $F_2 = 6ტ \Rightarrow 60კე$; $F_3 = 2ტ \Rightarrow 20კე$; $\cos\alpha = 0,5$, გვეყენება $N_1 = 50კე$, $N_2 = -10კე$, $N_3 = 10კე$.
 ამ ამოცანების მიხედვით ავებული გრძივი ძალის გრაფიკი ანუ ძალის ეპიურა ნაჩვენებია ნ.2 ნახ-ზე. როგორც განხილულ შემთხვევაში ილითიდან ჩანს, ძელის ნებისმიერ განიკვეთში მოქმედებს მოქმედი ძალების N ძალა — გამოითვლება როგორც ამ კვეთის ცალ მხარეს მოქმედი ყველა ძალის პროექციების ალგებრულ ჯამი გრძივ ღერძზე.



ნახ. 6.2.

§ 6.2. ნორმალური ძაბვები ძელის ღერძის მართობულ კვეთებში

ზემოთ აღვნიშნეთ, რომ გაჭიმვა-კუმშვ. შემთხვევაში ძელის განიკვეთში წარმოშობილი გრძივი N ძალა წარმოადგენს ამავე კვეთში მოქმედი ელემენტარული შიგა ნორმალური ძალების რეტეგრალურ ჯამს. მათ შორის დამოკიდებულება გამოისახება ფორმულით (ნახ. 6.1):

$$N = \int_A \sigma dA, \quad (6.1)$$

სადაც σ არის განიკვეთში ელემენტარული dA ფართობის ნებისმიერ ნერტილში მოქმედი ნორმალური ძაბვა.

σdA ნამრავლი არის ელემენტარული (dA ფართობზე მოსული) ნორმალური ძალა. ძელის განიკვეთის ყოველ ნერტილში ნორმალური

ძაბვის სიდიდე დამოკიდებულია კვეთში მათი განაწილების კანონზე, ე.ი. მათ მოსახაზად საჭიროა წინასწარ ვიცოდეთ განივკვეთში ძაბვების განაწილების კანონი, ანუ ძაბვების ეპიურა. ამ საკითხის შესახებ მოითხოვს ცდების ჩატარებას. გაჭიმულ ძელზე ჩატარებული ცდების შედეგები გვიჩვენებს, რომ ძელის დატვირთვის შემდეგ განივკვეთებზე გადაადგილებებიან სხვადასხვა სიდიდით ერთიმეორის პარალელურად (ნახ. ნ.1). ეს იმის მაჩვენებელია, რომ ბრტყელი კვეთი დეფორმაციის შედეგად ბრტყელი რჩება: ეს ფაქტი, ცდების გარეშე, პიპოთენის სახით გამოთქმული იყო ი. ბერნულის მიერ და მას ბერნულის პიპოთენა ეწოდება. თუ ვიგულისხმებთ, რომ ძელი შედგენილია მისი ღერძის პარალელური უამრავი ბოჭკოებისაგან, მაშინ მათი წაგრძელებები იქნება ერთნაირი, რაფგან კვეთებს შორის პარალელურობის პირობა ურღვევი რჩება. ეს უკანასკნელი მაჩვენებელია იმისა, რომ შიგა ძალები (ანუ ნორმალური ძაბვები) კვეთში თანაბრადია განაწილებული, რის გამოც გრძივ ძალასა და შიგა ძალებს შორის დამოკიდებულება დაინერგება შემდეგი სახით:

$$N = \int_A \sigma dA = \sigma \int_A dA, \quad (6.2)$$

საიდანაც

$$\sigma = \frac{N}{A}. \quad (6.3)$$

აქ $\int_A dA$ არის ძელის განივკვეთის მთლიანი A ფართობი. გრძივი

ძალა ყოველთვის შეგვიძლია გამოვსახოთ გარე ძალების საშუალებით (ნახ. ნ.2). ნიღბული ფორმულა საშუალებას გვაძლევს გამოვიანგარიშოთ გაჭიმვა-კუმშვის დროს ძელის განივკვეთში ნორმალური ძაბვის სიდიდე. ამ ფორმულით სარგებლობის დროს ფორმულაში შეტანილი უნდა იქნეს N ძალის ალგებრული მნიშვნელობა, ე.ი. გაჭიმვის შემთხვევაში (+) ნიშანი, ხოლო კუმშვის დროს (-) ნიშანი. ჩვენს მაგალითის შემთხვევაში N გრძივი ძალა გარე F ძალის ტოლია. ამრიგად, ცენტრალური გაჭიმვის ან კუმშვის შემთხვევაში ძელის განივკვეთში წარმოშობილი თანაბრად განაწილებული ნორმალური ძაბვა ტოლია ამავე კვეთში N ძალის და განივკვეთის ფართობის A ფარდობისა. მისი განზომილება

$\dim \sigma$ პა, კპა, მპა, გპა (პა-ნ/მ² - „პასკალი“).

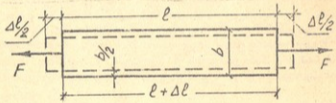
§ 6.3. გრძივი და ბანივი დეფორმაციები.
კუბისონის კოეფიციენტი



განვიხილოთ სწორი ღერო, რომლის ბოლოებზე მოქმედებს ვერტიკალი ძეგმი F ძალა (ნახ.6.3). ძალის მოქმედებით ღეროს ნებისმიერ კვეთაში წარმოიქმნება N ძალა და ღერო წარძელდება Δl სიდიდით, რომელსაც სრული წაგრძელება ანუ აბსოლუტური გრძივი დეფორმაცია ეწოდება. Δl გრძივი აბსოლუტური წაგრძელების ფარდობას ძელის საწყის l სიგრძესთან ფარდობითი წაგრძელება ანუ გრძივი ფარდობითი დეფორმაცია ეწოდება და აღინიშნება ϵ_z -ით

$$\epsilon_z = \frac{\Delta l}{l} \quad (6.4)$$

ϵ_z განყენებული სიდიდეა; $\dim \epsilon_z = 0$, ე.ი. წულოვანი განზომილებისაა. გაჭიმვის შემთხვევაში დეფორმაცია მივიღოთ დადებითად, კუმშვის შემთხვევაში - უარყოფითად.



ნახ. 6.3.

როგორც ვნახეთ, წინა განხილვისას გაჭიმვა-კუმშვის დროს ადგილი აქვს აგრეთვე განივ დეფორმაციებსაც, ე.ი. ძელის განივკვეთების ზომების ცვლილებას (ნახ.6.3): გაჭიმვის შემთხვევაში განივკვეთის ზომები მცირდება, ხოლო კუმშვის დროს — იზრდება. თუ დეფორმაციამდე (ძალის მოქმედებამდე) ძელის განივკვეთის ზომას აღვნიშნავთ b -თი, დეფორმაციის შემდეგ მისი ზომა (კუმშვის დროს) იქნება $b + \Delta b$, ხოლო (გაჭიმვის დროს) $b - \Delta b$; $\frac{\Delta b}{b}$ ფარდობას განივი ფარდობითი დეფორმაცია ეწოდება და აღინიშნება ϵ_x ან ϵ_y -ით, ე.ი.

* V თავში მოყვანილი მასალის განმეორება აიხსნება მეთოდოლოგიური თვალსაზრისით.

$\varepsilon_x = \frac{\Delta b}{b}$ ან $\varepsilon_y = -\frac{\Delta a}{a}$, სადაც Δb და Δa არის ღეროს განმეკვთის აბსოლუტური დეფორმაციები x და y ღერძების გასწვრივ.

ცდები გვიჩვენებს, რომ დრეკადობის ზღვრებში განივი ფარდობითი დეფორმაცია პირდაპირპროპორციულია გრძივი ფარდობითი დეფორმაციისა და აქვს საწინააღმდეგო ნიშანი: $\varepsilon_x = -\mu \varepsilon_z$ და $\varepsilon_y = -\mu \varepsilon_z$

$$\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_z} = -\mu \quad \text{და} \quad \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_z} = -\mu$$

ანუ

$$\varepsilon_x = -\mu \varepsilon_z, \quad \varepsilon_y = -\mu \varepsilon_z,$$

სადაც μ არის პროპორციულობის კოეფიციენტი და მას, როგორც უკვე იყო აღნიშნული, პუასონის კოეფიციენტი ეწოდება. ამ კოეფიციენტის მნიშვნელობა დამოკიდებულია მასალაზე. პუასონის კოეფიციენტი წარმოადგენს განივი და გრძივი ფარდობითი დეფორმაციების ფარდობის აბსოლუტურ მნიშვნელობას,

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon_{\text{გან}}}{\varepsilon_{\text{გრძ}}} \right|. \quad (6.5)$$

პუასონის კოეფიციენტის სიდიდე განისაზღვრება ექსპერიმენტული გზით. მისი მნიშვნელობა 0 -დან 0,5 -მდეა. სხვადასხვა მასალებისათვის მისი მნიშვნელობა მოყვანილია 1-ლ ცხრილში.

მხედველობაში უნდა მივიღოთ ის გარემოება, რომ ზოგიერთი ანიზოტროპული მასალისათვის μ ცვლადია. მაგალითად, ხისათვის μ მნიშვნელობა ბოჭკოების გასწვრივ და ბოჭკოების განივად სხვადასხვაა.

ცხრილი 1

N	მასალის დასახელება	პუასონის კოეფიციენტი
1	კოპრი	0
2	თუჯი	0,23 - 0,27
3	ფოლადი	0,25 - 0,33
4	სპილენძი	0,34
5	რეზინი (კაუჩუკი)	0,47
6	პარაფინი	0,5
7	დურალუმინი	0,32 - 0,36
8	ტყვია	0,45
9	ფანერი	0,27
10	ბეტონი	0,08 - 0,18

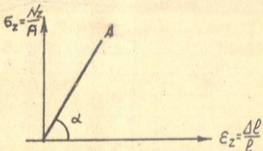
6.4. ჰუკის კანონი ბაზიზვა-კუეზვის დროს

როგორც ნათქვამი იყო, ცდების შედეგად ჰუკის მიერ 1676 წელს დადგენილ იქნა, რომ რაც უფრო დიდია ძელის გამჭიმში (ანუ მკლამში) ძალა, მით უფრო დიდია წაგრძელება (ან შემოკლება). რაც უფრო დიდია ძელის განივევების ფართობი, მით უფრო ნაკლებია წაგრძელება. ერთნაირ პირობებში სხვადასხვა მასალისგან დამზადებული ძელების წაგრძელებები იქნება სხვადასხვა სიდიდის. უფრო გვიან ჩატარებული ცდებით დადგენილია, რომ ძელის დეფორმაციის განმსაზღვრელ სიდიდეებს შორის არსებობს შემდეგი დამოკიდებულება:

$$\epsilon_z = \frac{N_z}{EA} = \frac{\sigma_z}{E}, \text{ ანუ } \sigma_z = \epsilon_z \cdot E, \quad (6.6)$$

სადაც N_z არის ძელის განივევებითი წარმოშობილი გრძივი ძალა; A ძელის განივევების ფართობი; E -კოეფიციენტი, რომლის სიდიდე დამოკიდებულია მასალის ფიზიკურ თვისებებზე და როგორც ვიცით, მას დრეკადობის შიდა ენობა.

დრეკადობის ფარგლებში გაჭიმვა-კუმშვის დროს განივევებითი მოქმედი ნორმალური ძაბვა პირდაპირპროპორციულია გრძივი ფარდობითი დეფორმაციისა და გრაფიკული გამოსახვა წარმოადგენს წრფეს, რომელიც გადის კოორდინატთა სათავეში (ნახ.6.4).



ნახ. 6.4.

თარაზულ ლერძზე მოზომილია ϵ_z გრძივი ფარდობითი დეფორმაციები 1 სმ მასშტაბში უდრის m ერთეულს, ხოლო ორდინატთა ლერძზე ნორმალური σ_z ძაბვის სიდიდე, 1 სმ მასშტაბში უდრის n მგ/სმ². გრაფიკზე ნაჩვენებია OA სწორი ხაზი გამოსახავს ჰუკის კანონს გრაფიკულად. ამ სწორ ხაზზე აღებული ნებისმიერი წერტილის კოორ-

დინატები იქნება $y = \frac{\sigma_z}{n}$ სმ და $x = \frac{\varepsilon_z}{m}$ სმ. OA სწორი ხაზის დაბრის კუთხის ტანგენსი ε_z ღერძთან

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x} = \frac{\sigma_z m}{\varepsilon_z n} = \frac{m}{n} E,$$

საიდანაც

$$E = \frac{m}{n} \operatorname{tg} \alpha. \quad (6.8)$$

მთელი რიგი მასალებისათვის ეს კანონი დაცულია გარკვეულ ზღვრამდე. E კოეფიციენტს იუნგის მოდულსაც უწოდებენ. ზოგიერთი მასალისათვის, ლაბორატორიული ცდებით მიღებული შედეგების მიხედვით, დრეკადობის მოდულის მნიშვნელობები მოცემულია მე-2 ცხრილში.

მიღებული ფორმულა შეგვიძლია გარდავეყმნათ შემდეგნაირად:

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA}. \quad (6.9)$$

ამ ფორმულიდან ჩანს, რომ აბსოლუტური გრძივი დეფორმაცია მით უფრო ნაკლებია, რაც მეტია EA ნამრავლი, რომელსაც გაჭიმვა-კუმშვის სიხისტე ეწოდება.

ცხრილი 2

N	მასალის დასახელება	E მპა
1	ნახშირბადოვანი ფოლადი	$(2 - 2.1) \cdot 10^5$
2	ფოლადი 5	$(2.1 - 2.2) \cdot 10^5$
3	თუჯი (რუხი)	$(1.15 - 1.6) \cdot 10^5$
4	სპილენძი	$1.1 \cdot 10^5$
5	ალუმინი	$0.69 \cdot 10^5$
6	ბეტონი	$(0.232 - 0.182) \cdot 10^5$
7	ხე ბოჭკოების გასწვრივ	$(0.1 - 0.28 \cdot 121) \cdot 10^5$
	ბოჭკოების მართობულად	$(0.005 - 0.1) \cdot 10^5$

ადვილად შეგვიძლია დავადგინოთ ძელის მოცულობითი დეფორმაცია გაჭიმვა-კუმშვის დროს. როგორც ადრე იყო ნათქვამი,

$$\delta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z. \quad (6.10)$$

თუ ამ გამოსახულებაში ჩავსვამთ $\epsilon_x = -\mu\epsilon_z$ და $\epsilon_y = -\mu\epsilon_z$ მნიშვნელობებს, მივიღებთ

$$\sigma' = \epsilon_z(1 - 2\mu).$$

იმის გამო, რომ $|\mu| < 0.5$, დავასკვნით, რომ გაჭიმვის დროს ძელის მოცულობა დიდდება. ეს ფაქტი ცდებითაც დასტურდება.

§ 6.5. მატალითები

1. მოვნახოთ ბაგირის განივკვეთში ნორმალური σ_z ძაბვის სიდიდე, თუ მისი კვეთი შედგება 40 ცალი მავთულისაგან, რომელთა დიამეტრი $d = 1$ მმ და იჭიმება $F = 314$ კნ 314.0 კგ ძალით.

ამოხსნა: ბაგირის განივკვეთის ფართობი იქნება

$$A = 40 \cdot \frac{\pi d^2}{4} = 40 \cdot \frac{3.14 \cdot 0.1^2}{4} = 0.314 \text{ სმ}^2,$$

ნორმალური ძაბვის სიდიდე

$$\sigma_z = \frac{F}{A} = \frac{314}{0.314} = 1000 \text{ კგ/სმ}^2 = 100 \text{ მპა}.$$

2. მავთული, რომლის სიგრძე $l = 10$ მ, განივკვეთის ფართობი $A = 0,25$ სმ², გაჭიმული იყო 1 კნ ძალით. დრეკადი დეფორმაციის ფარგლებში ღეროს წაგრძელება აღმოჩნდა $\Delta l = 20$ მმ. განვსაზღვროთ მასალის დრეკადობის მოდული.

ამოხსნა: გრძივი ფარდობითი დეფორმაციის მნიშვნელობა იქნება

$$\epsilon_z = \frac{\Delta l}{l} = \frac{20}{100 \cdot 100} = 0.002.$$

განივკვეთში ნორმალური ძაბვის მნიშვნელობა

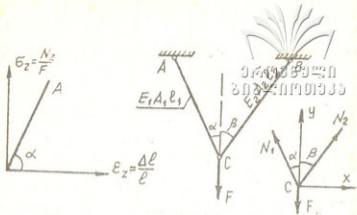
$$\sigma_z = \frac{100}{0.25} = \frac{1 \cdot 100}{0.25} = 400 \text{ კგ/სმ}^2 = 40 \text{ მპა},$$

დრეკადობის მოდულის მნიშვნელობა

$$E = \frac{\sigma_z}{\epsilon_z} = \frac{40}{0.002} = 2 \cdot 10^4 \text{ მნ/მ}^2 = 2 \cdot 10^5 \text{ კმ/სმ}^2.$$

3. მოვნახოთ 6.5 ნახ-ზე მოცემული სისტემის ღეროებში წარმოშობილი ძაბვები, ამავე სისტემის ღეროების დეფორმაციები (წაგრძელებები) და C კვანძის გადაადგილება. ყველა საჭირო მონაცემი ნაჩვენებია 6.6 ნახ-ზე.

ამოხსნა: წინასწარ დავუშვათ, რომ ღეროები იჭიმება. ღეროებში წარმოშობილი ძაღვები აღვნიშნოთ N_1 და N_2 -ით. მათ მოაინახაღ გამოვყოთ C კვანძი. თუ ვისარგებლებთ სტატიკის წონასწორობის განტოლებებით, გვექნება



ნახ. 6.6.

$$\sum X = 0; -N_1 \sin \alpha + N_2 \sin \beta = 0,$$

$$\sum Y = 0; -N_1 \cos \alpha + N_2 \sin \beta - F = 0.$$

განტოლებათა სისტემის ამოხსნით მივიღებთ

$$N_1 = F \frac{\sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}; N_2 = F \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$$

ღეროებში ნორმალური ძაბვების მნიშვნელობები იქნება

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{F \sin \beta}{A_1 \sin(\alpha + \beta)}; \sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{F \sin \alpha}{A_2 \sin(\alpha + \beta)}$$

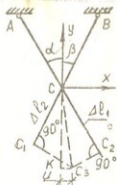
ღეროების დეფორმაციების მნიშვნელობები იქნება:

$$\Delta l_1 = \frac{Fl_1}{E_1 A_1} \frac{\sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)};$$

$$\Delta l_2 = \frac{Fl_2}{E_2 A_2} \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$$

უნდა აღვნიშნოთ, რომ ღეროების დეფორმაციის სიმცირის გამო წონასწორობის განტოლებებში α და β კუთხეების ცვლილება მზედველობაში არაა მიღებული.

სისტემის C წრეტილის გადაადგილების მოსახზად C წრეტილიდან ღეროების მიმართულებით გადავზომოთ მათი წაგრძელებები წინასწარ



ნახ. 6.7.

პერჩეულ მასშტაბში (ნახ.6.7). მივიღებთ C_1 და C_2 ნერტილებს. A და B ნერტილებიდან AC_2 და BC_1 რადიუსებით შემოვხაზოთ რკალები C_3 ნერტილში გადაკვეთამდე. დეფორმაციის სიმცირის გამო რკალები შევცვალოთ C_1C_3 და C_2C_3 პერპენდიკულარებად (პრექტივით). მიღებული C_3 ნერტილი იქნება დეფორმაციის შედეგად C_1 ნერტილის ახალი მდებარეობა. ნერტილის CC_3 გადაადგილების გეგმილები X და Y ღერძებზე აღვნიშნოთ U და V -თი; მათი სიდიდეები გამოვსახოთ Δl_1 და Δl_2 დეფორმაციების საშუალებით. ნახაზის მიხედვით გვექნება:

$$\Delta l_1 = V \cos \alpha + U \sin \alpha,$$

$$\Delta l_2 = V \cos \alpha - U \sin \beta.$$

განტოლებების ამოხსნით U -სა და V -ს მიმართ ვღებულობთ:

$$U = \frac{\Delta l_2 \cos \alpha - \Delta l_1 \cos \beta}{\sin(\alpha + \beta)}; \quad V = \frac{\Delta l_1 \sin \beta + \Delta l_2 \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$$

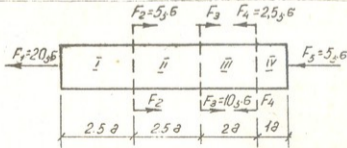
$$\text{და } CC_3 = \sqrt{U^2 + V^2}.$$

4. მოვხაზოთ 6.8 ნახ-ზე მოცემული ღეროს სრული წაგრძელება, თუ $A = 16 \text{ სმ}^2$; $E = 2 \cdot 10^5 \text{ მპა}$.

ამოხსნა: პირველ უბანში გრძივი ძალის სიდიდე ტოლი იქნება $N_1 = F_1 = 20 \text{ კნ}$, მეორე უბანში გრძივი ძალა $N_2 = F_1 - 2F_2 = 20 - 5 = 15 \text{ კნ}$, მესამე უბანში $N_3 = 25 - 5 - 10 = 5 \text{ კნ}$, მეოთხე უბანში გრძივი ძალა $N_4 = N_3 + N_4 = 5 + 2,5 = 7,5 \text{ კნ}$.

ღეროს Δl სრული წაგრძელება იქნება:

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 + \Delta l_4 = \frac{20 \cdot 2,5}{2 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} + \frac{15 \cdot 2,5}{2 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} +$$



ნახ. 6.8.

$$+ \frac{5 \cdot 2,0}{2 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} + \frac{7,5 \cdot 1,0}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3}}$$

რადგან $1 \text{ კმ } 10^3 \text{ მმ}$, ამიტომ

$$\Delta l_1 = \frac{20 \cdot 2,5}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3} + \frac{15 \cdot 2,5}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3} + \frac{5 \cdot 2,0}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3} + \frac{7,5 \cdot 1,0}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3} = \frac{105}{200 \cdot 10^3} = 0,525 \cdot 10^{-3} \text{ მ} = 0,525 \text{ მმ}$$

5. მოენახოთ ორ ღეროზე დაკიდებული AB ხისტი (კოჭი დეფორმაციას არ განიცდის) კოჭის ნერტილის გადაადგილება $AA_1 = \delta a$ (ნახ.6.9).

ამოხსნა: ღეროებში ძალები ვეგულისხმით გამჭიმად. გამოვიყენოთ კვეთის მეთოდი. გაჭრილ ღეროებში წარმოიქმნა N_1 და N_2 ძალები, რომლებიც მოქმედებენ კოჭზე. მათ მოსანახად ვისარგებლოთ ნონას-წორობის პირობით

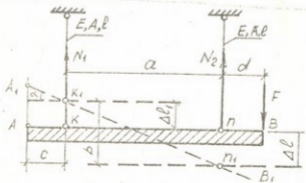
$$\begin{aligned} \Sigma M_1 &= 0, \\ \Sigma M_2 &= 0, \quad N_1 a + F d = 0, \\ \Sigma M_A &= 0, \quad -N_2 a + F(d + a) = 0. \end{aligned}$$

ამ ორი განტოლებიდან გვექნება:

$$N_1 = -F \frac{d}{a}; \quad N_2 = F \frac{(d + a)}{a}$$

ნიშანი მიწისა ნიშნავს იმას, რომ პირველი ღერო იკუმშება. პირველი ღეროს შემოკლება, ხოლო მეორე ღეროს წაგრძელება იქნება

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l}{EA} = -\frac{F d l}{EA a}; \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 l}{EA} = \frac{F (d + a) l}{EA a}$$



ნახ. 6.9.

განვიხილოთ მთლიანი სისტემის დეფორმირებული მდგომარეობა (ნახ.6.9). ნახაზის მიხედვით გვექნება $KK_1 = \Delta l_1$, $nn_1 = \Delta l_2$. Δl_1 ალბულო უნდა იქნეს მისი აბსოლუტური მნიშვნელობით, რადგან მისი ნიშანი გათვალისწინებულია ნახაზზე. წერტილის გადაადგილება იქნება $AA_1 = \sigma_a = b + c \cdot \operatorname{tg} \alpha - \Delta l_2$. რადგან $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta l_1}{\Delta l_2}$ გვექნება:

$$\sigma_a = b + \frac{b}{a} c - \Delta l_2 = \frac{b}{a} (a + c) - l_2.$$

6. გაჭიმვის შედეგად კუადრატული კვეთის მქონე ფოლადის ღერო გრძივი მიმართულებით წაგრძელდა $\Delta l = \frac{4}{100}$ მმ, ხოლო განივი მიმართულებით შემცირდა $\Delta h = \frac{0,048}{100}$ მმ. მოვნახოთ პუასონის კოეფიციენტი μ თუ $l = 40$ სმ, $h = 2$ სმ.

პასუხი: $\mu = 0,24$.

7. დურალუმინის ცილინდრული ღერო ($E = 7 \cdot 10^4$ მმ/მ²; $\mu = 0,36$) დიამეტრით $d = 2$ სმ, გაჭიმულია $F = 50$ კნ ძალით. მოვნახოთ თუ რა სიდიდით შემცირდება ღეროს დიამეტრი დეფორმაციის შემდეგ.

პასუხი: $\Delta d = -16^4 \cdot 10^{-5}$ სმ.

6. ავავთო 6.10 ნახ-ზე მოცემული ძელისათვის გრძივი N ძალის და ნორმალური ძაბვების ეპიურები და მოვნახოთ ძელის ქვედა კვეთის გადაადგილება, თუ $E = 2 \cdot 10^5$ მმ/მ² = $2 \cdot 10^5$ მპა.

ამოხსნა. ძელის ქვედა საფეხურისათვის გრძივი ძალის მნიშვნელობა: $N_1 = F = 10$ კნ = 1000 კგ. შუა საფეხურისათვის $N_2 = F_1 - F_2 = -10$ კნ = -1000 კგ.

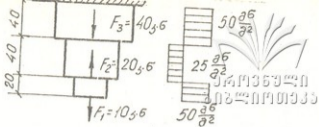
ზედა საფეხურისათვის $N_3 = F_1 - F_2 + F_3 = 30$ კნ = 3000 კგ. ძაბვების მნიშვნელობები აღნიშნულ უბნებში ტოლი იქნება

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{10}{2 \cdot 10^{-4}} = 5 \cdot 10^4 \text{ კგ/მ}^2 = 50 \text{ მმ/მ}^2 = 500 \text{ კგ/სმ}^2,$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{10}{4 \cdot 10^{-4}} = -25 \cdot 10^4 = -25 \cdot 10^4 \text{ კგ/მ}^2 = -2500 \text{ მმ/მ}^2,$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{30}{6 \cdot 10^{-4}} = 50 \cdot 10^4 \text{ კგ/მ}^2 = 5000 \text{ მმ/მ}^2.$$

გრძივი ძალების და ნორმალური ძაბვების ეპიურები მოცემულია იმავე ნახაზზე.



ნახ. 6.10.

ძელის სრული წაგრძელება იქნება:

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 = \frac{1}{E} (\sigma_1 l_1 + \sigma_2 l_2 + \sigma_3 l_3) =$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 10^5} (50 \cdot 20 - 25 \cdot 40 - 50 \cdot 40) = 0,011\%$$

10. მაგალითი: განვსაზღვროთ 6.11 ნახ-ზე მოცემული სისტემის ღეროებში ძალები და C წერტილის გადაადგილება F ძალის მიმართულებით.

ამოხსნა: სისტემის ღეროებში გრძივი ძალების მოსანახად გამოვყოთ კვანძი (ძალები ვიგულისხმობთ გამჭიმო). წონასწორობის განტოლებებიდან

$$\Sigma X = -N_1 - N_2 \cos \alpha = 0,$$

$$\Sigma Y = -F - N_2 \sin \alpha = 0.$$

გვექნება: $N_1 = F \operatorname{ctg} \alpha;$

$$N_{\text{subz}} = -F \frac{1}{\sin \alpha}$$

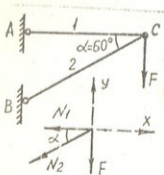
ძაბვების σ_1 და σ_2 სიდიდეებია

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1}, \quad \sigma_2 = \frac{N_2}{A_2}.$$

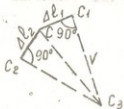
ღეროების დეფორმაციები იქნება

$$\Delta l_1 = \frac{F \operatorname{ctg} \alpha l_1}{E_1 A_1}, \quad \Delta l_2 = -\frac{F l_2}{E_2 A_2 \sin \alpha}.$$

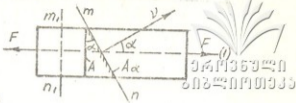
სახსრის გადაადგილების განსაზღვრისათვის (ნახ.6.12) C წერტილიდან ღეროების მიმართულე-



ნახ. 6.11.



ნახ. 6.12.



ნახ. 6.13.

ბით შერჩეულ მასშტაბში გადავზომოთ დეფორმაციების სიდიდეები: C_1 და C_2 წერტილებიდან გაეატაროთ ღეროების მართობული C_1C_3 და C_2C_3 ხაზები C_3 წერტილში გადაკვეთამდე. C_3 წერტილი იქნება C წერტილის ახალი მდებარეობა დეფორმაციის შემდეგ. CC_3 გადაადგილების შვეული და თარაზული შემდგენები აღვნიშნოთ u -თი და v -თი. ჩვენს შემთხვევაში $\Delta l_1 = u$; დაეაგვიმილოთ u და v , l_2 -ის მიმართულებაზე. მივიღებთ:

$$\Delta l_2 = v \sin \alpha - u \cos \alpha.$$

აქედან:

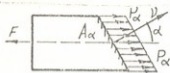
$$v = \frac{\Delta l_2}{\sin \alpha} + \frac{u}{\tan \alpha}.$$

ამ გამოსახულებაში Δl_2 სიდიდე ჩასმული უნდა აქნეს მისი აბსოლუტური მნიშვნელობით, რადგან Δl_2 ნიშანი წინასწარ გათვალისწინებულია.

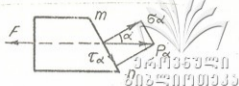
§ 6.6. ძაბვები დახრილ კვეთებში

ღეროს ღერძის მართობულ კვეთებში ნორმალური ძაბვების სიდიდის განსაზღვრა ჩვენთვის ცნობილია. ახლა განვიხილოთ ძაბვის მნიშვნელობა დახრილ კვეთში (ნახ 6.13). ამისათვის გავკვეთოთ ძელი mn კვეთით, რომლის გარე ნორმალი (ν) ძელის (1) ღერძთან ადგენს α კუთხეს. ზემოთ ჩვენ აღვნიშნეთ, რომ ძელის ღერძის პარალელური ბოჭკოების ნაგრძელებები ერთნაირია.

ეს საშუალებას გვაძლევს ვიგულისხმოთ, რომ ძელის დახრილი კვეთის ყოველ წერტილში სრული P_0 ძაბვებიც ერთნაირია. თუ დახრილი კვეთის ღართობს აღვნიშნავთ A_0 -თი, მაშინ 6.14 ნახ.ზე გამოყოფილი ნაწილის წინასწარობისათვის დაცული უნდა იქნეს პირობა:



ნახ. 6.14.



ნახ. 6.15.

$$P_{\alpha} A_{\alpha} - F = 0,$$

საიდანაც $P_{\alpha} = \frac{F}{\cos \alpha}$.

რადგან $A_{\alpha} = \frac{A}{\cos \alpha}$, ამიტომ გვექნება $P_{\alpha} = \frac{F \cdot \cos \alpha}{A}$.

რადგან $\frac{F}{A} = \sigma_x$ (ნორმალური ძაბვა ძელის ღერძის მართობულ კვეთში), ამიტომ

$$P_{\alpha} = \sigma_x \cos \alpha \quad (6.11)$$

დავშალოთ P_{α} ძაბვა დახრილი კვეთის მართობულ და მხებ მდგენელ ძაბვებად.

ნორმალური ძაბვა აღენიშნოთ σ_{α} -თი, მხები ძაბვა τ_{α} -თი.

6.15 ნახ-ის მიხედვით გვექნება:

$$\sigma_{\alpha} \cos^2 \alpha, \quad (6.12)$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{\sigma_x}{2} \sin 2\alpha. \quad (6.13)$$

მიღებული ფორმულებიდან ჩანს, რომ უდიდესი მნიშვნელობა ნორმალურ ძაბვას ექნება მაშინ, როცა $\alpha = 0$ ($\sigma_{\alpha} = \sigma_x$), ხოლო უმცირესი, როცა $\alpha = 90^\circ$; ამრიგად, აბსოლუტური სიდიდით ნორმალურ ძაბვას უდიდესი მნიშვნელობა აქვს ძელის განიგვეთში, ამიტომ სიმტკიცეზე გაანგარიშებას ვაწარმოებთ ამ ძაბვის მიხედვით.

მხებ ძაბვას მაქსიმალური მნიშვნელობა აქვს, როცა $\alpha = 45^\circ$ ($\tau_{\alpha} = \frac{\sigma_x}{2}$), ხოლო უმცირესი მნიშვნელობა, როცა $\alpha = -45^\circ$ ($\tau_{\alpha} = -\frac{\sigma_x}{2}$), ან ძელის განიგვეთში და გრძივი Z ღერძის პარალელურ კვეთებში მხები ძაბვები არ მოქმედებენ.

ახლა განვიხილოთ ორ ურთიერთმართობულ დახრილ კვეთში ნორმალური და მხები ძაბვები (ნახ.6.16). mn კვეთის მართობულ mm დახრილ კვეთში ნორმალური ძაბვა აღენიშნოთ σ_{α}^1 -თი, ხოლო მხები ძაბვა τ_{α}^1 -თი, σ_{α}^1 და τ_{α}^1 ძაბვების სიდიდეს ადვილად გამოვიტყვიოთ, თუ

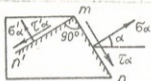
წინა (6.12), (6.13) ფორმულებში α -ს ნაცვლად შევიტანთ $\alpha = 90^\circ$ და მივიღებთ:

$$\sigma'_\alpha = \sigma \cos^2 (90^\circ + \alpha) = \sigma \sin^2 \alpha, \quad (6.14)$$

$$\text{ე.ი. } \tau'_\alpha = -\frac{\sigma}{2} \sin^2 \alpha.$$

თუ შევაჯამებთ σ_α და σ'_α ნორმალურ ძაბვებს, მივიღებთ:

$$\sigma = \sigma_\alpha + \sigma'_\alpha = \text{const.}, \quad (6.16)$$



ნახ. 6.16.

ე.ი. ორ ურთიერთმართობულ კვეთში ნორმალური ძაბვების ჯამი მუდმივი სიდიდის ტოლია (ინვარიანტობის თვისება).

მხები ძაბვების შედარება გვიჩვენებს, რომ

$$\tau = -\tau'_\alpha, \quad (6.17)$$

ე.ი. ორ ურთიერთმართობულ კვეთში მხები ძაბვები სიდიდით ერთიმეორის ტოლია და აქვთ საწინააღმდეგო მიმართულებები (მიმართულია ნიბოსაკენ ან გამოდონიბოდან გარეთ). მიღებულ დამოკიდებულებას $\tau = -\tau'_\alpha$ მხები ძაბვების წყვილადობის კანონი ეწოდება.

§ 6.7. ძაბვათა წრე (მორის წრე)

დახრილ კვეთში ნორმალური და მხები ძაბვების განსაზღვრა შესაძლებელია აგრეთვე გრაფიკულად ე.წ. მორის წრის საშუალებით. ამისათვის განვიხილოთ დახრილი კვეთისათვის მიღებული (6.12 და 6.13) ფორმულები:

$$\sigma_\alpha = \sigma \cos^2 \alpha = \frac{\sigma}{2} (1 + \cos 2\alpha),$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma}{2} \sin^2 \alpha.$$

თუ ამ ფორმულებს გარდაექმნით, გვექნება:

$$\sigma_\alpha - \frac{\sigma}{2} = \frac{\sigma}{2} \cos 2\alpha; \quad \tau_\alpha = \frac{\sigma}{2} \sin^2 \alpha.$$

შევამჩნევთ, რომ ამ ორი განტოლებიდან ადვილად მიიღება ნრეწრის განტოლება:

$$\left(\sigma_\alpha - \frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau_\alpha^2 = \left(\frac{\sigma}{2}\right)^2, \quad (6.18)$$

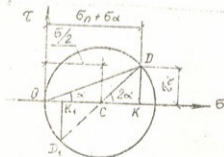
სადაც წრის C ცენტრის კოორდინატები იქნება $\frac{\sigma}{2}$ და O , ხოლო მისი რადიუსი $r = \frac{\sigma}{2}$. ამ მონაცემების მიხედვით აგებული წრე მოცემულია 6.17 ნახ-ზე. O წერტილიდან გავატაროთ OD სწორი, ხაზი, რომელიც σ აბსცისათა ღერძთან შექმნის α კუთხეს. წრეზე მიღებული D წერტილის კოორდინატები იქნება დახრის კვეთში σ_a და τ_a დაბ-ვების სადიდებები. ამის დასამტკიცებლად D წერტილი შევეუერთოთ ცენტრს.

D წერტილიდან დავუშვათ DK პერპენდიკულარი. ცხადია, მიღებული კუთხე $\angle DCK = 2\alpha$. ნახაზიდან შეგვიძლია დავწეროთ

$$OK = OC + KC = \frac{\sigma}{2} + \frac{\sigma}{2} \cos 2\alpha = \sigma_a,$$

$$DK = CD \sin 2\alpha = \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha.$$

ამრიგად, შორის წრის საშუალებით ყოველთვის შევძლებთ ნებისმიერი α კუთხით დახრილ კვეთში ნორმალური σ_a და მხები τ_a დაბ-ვების განსაზღვრას. ამისათვის საჭიროა O წერტილიდან გავატაროთ დახრილი კვეთის გარე ნორმალის (რომელიც Z ღერძთან ადგენს α კუთხეს) პარალელური OD ხაზი. წრეზე მიღებული D წერტილის კოორდინატები იქნება σ_a და τ_a დაბ-ვების მნიშვნელობები. თუ გავაგრძელებთ CD რადიუსს წრის D_1 წერტილში გადაკვეთამდე, მაშინ D_1 წერტილის კოორდინატები გაზომილი ნახაზის მასშტაბში მოგვცემს $\alpha + 90^\circ$ დახრილი კუთხით განსაზღვრულ კვეთში σ'_a და τ'_a დაბ-ვების მნიშვნელობებს.



ნახ. 6.17.



$$\sigma'_x = OK_1 = \sigma \sin^2 \alpha,$$

$$\tau'_x = D_1 K_1 = -\frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha.$$

§ 6.8. საკუთარი წონის გავლენა მარცხენა ბაზიშვი-კუმშვის დროს

საკუთარ წონას გაჭიმვა-კუმშვაზე ძელების გაანგარიშების დროს მხედველობაში არ ვღებულობდით. პრაქტიკაში კი გვხვდება მრავალი საინჟინრო ამოცანა, სადაც ნაგებობის წონა საკმაოდ დიდია. ასეთ შემთხვევაში სიმტკიცეზე და სიხისტეზე გაანგარიშების დროს მხედველობაში უნდა მივიღოთ კონსტრუქციის საკუთარი წონა.

განვიხილოთ პრიზმული ძელი, რომელიც გაჭიმულია გარე F ძალით და Q საკუთარი მასით (ნახ. 6.18). გავკვეთოთ ძელი მისი ღერძის მართობული $m-n$ სიბრტყით და განვიხილოთ ყველა მოკვეთილი ნაწილის წონასწორობა

$$A \sigma_{(z)} - F - Q_{(z)} = 0.$$

აქ $Q_{(z)}$ არის ძელის მოკვეთილი ნაწილის მასა. ცხადია, მისი მნიშვნელობა იქნება

$$Q_{(z)} = \frac{Q_{(l)}}{l} (l - z),$$

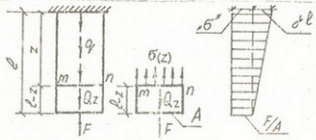
სადაც $Q_{(l)}$ არის ძელის მთლიანი მასა. გვქვნება:

$$\sigma_{(z)} = \frac{F}{A} + \frac{Q_{(l)}}{Al} (l - z) \tag{6.19}$$

ანუ

$$\sigma_{(z)} = \frac{F}{A} + q (l - z), \tag{6.20}$$

სადაც $q = \frac{Q_{(l)}}{Al} = \gamma$ ძელის მოცულობითი მასაა.



ნახ. 6.18.

ამ ფორმულის მიხედვით აგებული ძაბვის ეპიურა მოცემულია 6.18 ნახ-ზე. ეპიურიდან ჩანს, რომ უდიდესი ძაბვა გვეხება წახარების კვეთში. მოვასხინოთ სიმტკიცის პირობის შემონახვა ფორმულით:

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{A} + \gamma(l-z)_{\min} \leq [\sigma] \quad (6.21)$$

თუ ამ გამოსახულებას ამოვხსნით F -ის ან A -ს მიმართ, მივიღებთ:

$$F \leq A([\sigma] - \gamma l), \quad (6.22)$$

$$A \geq \frac{F}{[\sigma] - \gamma l}. \quad (6.23)$$

მიღებული (6.22) ფორმულიდან ჩანს, რომ თუ ღეროს სიგრძე $l = \frac{[\sigma]}{\gamma}$, მაშინ ნებისმიერი განიკვეთის ზომების შემთხვევაში ღერო არ შეიძლება დამატებით დაიტვიროს.

მაგალითად, თუ ღეროს სიღრმე განსაზღვრულია პირობიდან $l = \frac{\sigma_{\text{სიბ.ზღ.}}}{\gamma}$, მაშინ ღერო განყდება საკუთარი წონით.

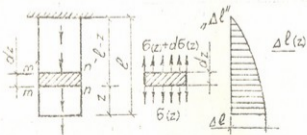
განვიხილოთ ღეროს გრძივი დეფორმაცია და გავითვალისწინოთ ნორმალური $\sigma(z)$ ძაბვის ცვლილება. გამოვყოთ ძელიდან (ნახ.6.19) (m_1-n_1) კვეთის საშუალებით dz სიგრძის ელემენტი. ამ ელემენტის ფარდობითი წაგრძელება იქნება

$$\epsilon = \frac{\sigma(z)}{E} = \frac{1}{E} \left(\frac{F}{A} + \gamma(l-z) \right), \quad (6.24)$$

იმევე ელემენტის აბსოლუტური წაგრძელება

$$d(\Delta l) = \epsilon(z) dz = \frac{1}{E} \left(\frac{F}{A} + \gamma(l-z) \right) dz. \quad (6.25)$$

კვეთის ვერტიკალური გადაადგილება, გამონკვეული ძელის ზედა ნაწილის დეფორმაციით, იქნება



ნახ. 6.19.

$$\Delta l_{(z)} = \frac{Fz}{EA} + \frac{\gamma z}{E} \left(l - \frac{z}{2} \right). \quad (6.26)$$

ამ ფორმულის მიხედვით ატებული ეპიურა მოცემულია 6.19 ნახ. ამ ეპიურის აბსცისები გვიჩვენებს შესაბამისი კვეთების კალურ გადაადგილებებს.

კვეთის მაქსიმალური გადაადგილება როცა $z=l$, იქნება

$$\Delta l_{\max} = \frac{1}{E} \left(\frac{Fl}{A} + \frac{1}{2} \gamma l^2 \right).$$

§ 6.9. ტოლწინალობის ძელები

გრძელი ძელების გაჭიმვა-კუმშვაზე გაანგარიშების დროს ვაითვალისწინებელი უნდა იქნეს საკუთარი წონა (მაგალითად: მოქნილი ბაგირების, შახტის, ლიფტის ბაგირების, მაღალი სვეტების, ქარხნის საკვამლე მილების, მაღალი შენობის კედლების, სატელევიზიო კოშკების დაპროექტების დროს). ასეთი ელემენტები უნდა დაგეგმარდეს რაციონალურა ცვლადკვეთიანი ძელების სახით. მათი ფორმა შეგვიძლია შევარჩიოთ ისე, რომ ყოველ განიკვეთში ადგილი ჰქონდეს დასაშვებ ძაბვებს; ასეთ ძელს ტოლწინალობის ძელი ეწოდება (ნახ.6.20). ტოლწინალობის ძელი მასალას ეკონომიურად გამოიყენების მიზნით გამართლებულია, ნაგრამ მათი დამზადება სიძნელეებთანაა დაკავშირებული.

პრაქტიკაში მათ ნაცვლად უფრო გავრცელებულია საფეხურებაანი ძელები (ნახ.6.21); განვიხილოთ ორივე სახის ძელები.

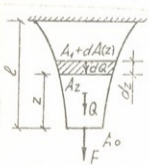
1. ტოლწინალობის ძელი. ძელის სანწყისი განიკვეთის ფართობი აღვნიშნოთ A_0 -ით, z მანძილზე — $A(z)$ -ით; მაშინ $z+dz$ მანძილზე განიკვეთის ფართობი იქნება

$$A_{z+dz} = A_z + dA_z. \quad (6.28)$$

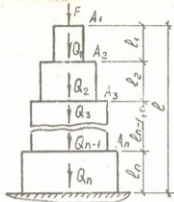
ტოლწინალობის ძელის განმარტების მიხედვით შეგვიძლია დავწეროთ:

$$\frac{F}{A_0} = [\sigma] \text{ ან } F = A_0 [\sigma], \quad (6.29)$$

$$\frac{F+Q}{A_{z+dz}} = [\sigma]; \quad F+Q = A_{z+dz} [\sigma], \quad (6.30)$$



6ახ. 6.20.



ნახ. 6.21.

$$\frac{F + Q_{(z)} + dQ_{(z)}}{A_{(z)} + dA_{(z)}} = [\sigma] \quad (6.31)$$

$$\text{ან } F + Q_{(z)} + dQ_{(z)} = (A_{(z)} + dA_{(z)}) [\sigma]. \quad (6.32)$$

აქ $Q_{(z)}$ არის z სიღრმის ნაწილის მასა; dz — დაშტრიხული სიღრმის ელემენტის მასა.

მივიღებთ:

$$dQ(z) = A(z) dz \gamma = dA(z) [\sigma], \quad (6.33)$$

საიდანაც

$$\frac{dA(z)}{A(z)} = \frac{\gamma}{[\sigma]} dz. \quad (6.34)$$

ინტეგრირების შემდეგ მივიღებთ:

$$\ln A(z) = \frac{\gamma}{[\sigma]} z + C, \quad (6.35)$$

საიდანაც

$$A(z) = e^{\frac{\gamma}{[\sigma]} z} + e^C. \quad (6.36)$$

ინტეგრირების მუდმივის მოსანახად ვისარგებლოთ პირობით, როცა $z=0$, $A(0) = A_0 = \frac{F}{[\sigma]}$. ეს პირობა გვაძლევს $A_0 = e^C$, რის გამოც ტოლწინააღობის ძელის განიკვეთას ფართობის შესარჩევი ფორმულა მიიღებს სახეს:

$$A(z) = A_0 e^{\frac{\gamma}{[\sigma]} z}. \quad (6.37)$$

∴ ჩამაგრების ადგილას განიკვეთის ფართობი იქნება:

$$A(e) = A_0 e^{\frac{\gamma}{[\sigma]} l}. \quad (6.38)$$

მიღებული ფორმის ტოლწინააღობის ძელის საკუთრივ წინააღმდეგობა იქნება პირობიდან:

$$\frac{F + Q}{A(e)} = [\sigma],$$

საიდანაც

$$Q = F (e^{\frac{\gamma}{[\sigma]} l} - 1). \quad (6.39)$$

ტოლწინააღობის ძელის ქვედა კვეთის გადაადგილება იქნება:

$$\Delta l = \int_0^l \epsilon dz = \int_0^l \frac{[\sigma] dz}{E} = \frac{[\sigma] l}{E}. \quad (6.40)$$

§ 6.10. სავსეზურიანი ძელები

ასეთი ფორმის ძელებისათვისაც დაეცვათ პირობა, რომ იითოველი საფეხურის ზედა კვეთებში მოსული ძაბვა ტოლი იყოს დასაშვებისა (ნაზ.6.21). პირველი საფეხურის ზედა განიკვეთში მოსული ძაბვა იქნება

$$\sigma_{max}^{(1)} = [\sigma] = \frac{F + A_1 l_1 \gamma}{A_1}. \quad (6.41)$$

მეორე საფეხურის ზედა განიკვეთში მოსული ძაბვა

$$\sigma_{max}^{(2)} = [\sigma] = \frac{F + A_1 l_1 \gamma + A_2 l_2 \gamma}{A_2}.$$

საიდანაც

$$A_1 = \frac{F}{[\sigma] - \gamma l_1}$$

$$A_2 = \frac{F [\sigma]}{([\sigma] - \gamma l_1)([\sigma] - \gamma l_2)}. \quad (6.42)$$

თუ დავუკვირდებით (6.41) და (6.42) გამოსახულებას, შეგვიძლია დავწეროთ ზოგადი ფორმულა ძელის m საფეხურისათვის (აღენიშნოთ

$$H = \frac{\gamma}{[\sigma]} l$$

$$A_m = \frac{F}{[\sigma] (1 - H l_1)(1 - H l_2) \dots (1 - H l_{m-1})(1 - H l_m)}. \quad (6.43)$$

კროდ, თუ $l_1 = l_2 = l_{m-1} = l_m = \frac{1}{n}$,

მაშინ გვექნება

$$A_m = \frac{F}{[\sigma]} \frac{1}{(1 - Hl)^m} \quad (6.44)$$

აქ n არის საფეხურების რიცხვი, L — ძელის მთლიანი სიგრძე

$$(L = n l = \sum_1^n l_i).$$

საფეხურიანი ძელის საკუთარი წონის მოსანახად ვისარგებლოთ პირობით

$$A_n [\sigma] = F + Q.$$

აქედან

$$Q = A_n [\sigma] - F = F \frac{(1 - Hl)^n}{(1 - Hl)^n} \quad (6.45)$$

გადაადგილების განსაზღვრისათვის ვისარგებლოთ ძაბვების ფორმულით. ძელის ქვედა კვეთისათვის გვექნება:

$$\Delta l = \frac{n l}{E} ([\sigma] - \frac{\gamma l}{2}). \quad (6.46)$$

მაგალითი 1. ცემენტის ხსნარზე აგებული $h=5$ მ. სიმაღლის აგურის სვეტი დატვირთულია ცენტრალურად მოქმედი $F=350$ კნ მკუმშივი ძალით. შევარჩიოთ სვეტის კვეთის ფართობი საკუთარი მასის გათვალისწინებით, დასაშვები ძაბვა აგურის წყობისათვის $[\sigma] = 1,2$ მპა, ხოლო აგურის წყობის მოცულობითი მასა - $\gamma=22$ კპა/მ.

ამოხსნა: სვეტის კვეთის ფართობს (6.38) კანგარიშობთ ფორმულით:

$$A = \frac{F}{[\sigma] - \gamma h} = \frac{350}{1,2 \cdot 10^3 - 22,5} = 3211 \cdot 10^{-4} \text{ მ}^2 = 3211 \text{ სმ}^2.$$

თუ ერთი აგურის ფართობს ავიღებთ $25 \times 12 = 300$ სმ², მაშინ თითოეულ რიგში აგურის რიცხვი ტოლი იქნება

$$m = \frac{3211}{300} = 11 + 10 \text{ ცალი.}$$

მაგალითი 2. მოვნახოთ სამსართულიანი ნაგებობის კედლის სისქე თითოეული სართულისათვის, თუ სართულების სიმაღლე $h_1 = h_2 = h_3 = 5$ მ. კედლის ერთ გრძივ მეტრზე საბურავიდან გადაცემული ტვირთის (ფენილი, თოვლი, ქარი) სიდიდე მივიღოთ $F_1 = 250$ კნ/მ, ხოლო სართულთა შორის გადახურვებიდან გადაცე-

მული ტვირთის სიდიდე — $F_2 = F_3 = 100 \text{ კნ/მ}^2$, დასაშვები ძაბვა $[\sigma] = 1,2 \text{ მფ/მ}^2$.

ამოხსნა: გამოვყოთ კედლიდან მთელ სიმაღლეზე $a=1,5 \text{ მ}$ სიგრძის ზოლი. კედელზე გადაცემული თანაბრად განაწილებული დატვირთვის F_1 ბი შევცვალოთ კვეთების ფართობების ცენტრებში მოქმედებულ მთლიან ძალებით (ნახ.6.22):

$$F_1=250 \text{ კნ,}$$

$$F_2=F_3 \text{ კნ.}$$

კედლის სისქის შერჩევას ვანარმოებთ (6.38) ფორმულით.

ზედა (მესამე) სართულის კედლის სისქეს მოვნახავთ გამოსახულებიდან

$$A_1 = a b_1 = \frac{F_1}{[\sigma] - \gamma h_1} = \frac{250}{1,2 \cdot 10^3 - 22,5} = 2300 \cdot 10^{-4} \text{ მ}^2 = 2300 \text{ სმ}^2,$$

$$b_1 = \frac{A_1}{a} = \frac{2300}{1,5} = 1533 \text{ სმ.}$$

მეორე სართულის კედლისათვის საანგარიშო დატვირთვა იქნება:

$$N_2 = F_1 - F_2 - A_1 h_1 \gamma = 250 - 100 - 0,23 \cdot 1,5 \cdot 22 = 378 \text{ კნ,}$$

საჭირო განიკვეთის ფართობი

$$A_2 = a b_2 = \frac{378}{1,2 \cdot 10^3 - 22,5} = 3468 \cdot 10^{-4} \text{ მ}^2 = 3468 \text{ სმ}^2.$$

აქედან

$$b_2 = \frac{3468}{1,5} = 2312 \text{ სმ.}$$

პირველი სართულის კედლისათვის გარე დატვირთვები იქნება:

$$N_3 = 378 + F_2 + A_2 h_2 \gamma = N_3 = 378 + 100 + 0,35 \cdot 1,5 \cdot 22 = 511 \text{ კნ,}$$

საჭირო კვეთის ფართობი

$$A_3 = a b_3 = \frac{511}{1,2 \cdot 10^3 - 22,5} = 4688 \cdot 10^{-4} \text{ მ}^2 = 4688 \text{ სმ}^2,$$

$$b_3 = \frac{4688}{1,5} = 3125 \text{ სმ.}$$

§ 6.10. სტატიკურად ურკვევი ამოცანები ბაზისვა-კუმშვის დროს



სტატიკურად ურკვევად ითვლება ისეთი კონსტრუქციები, რომლებშიც ძალების განსაზღვრა შეუძლებელია მხოლოდ სტატიკის განტოლებათა გამოყენებით.

სტატიკურად ურკვევობა კონსტრუქციაში იქმნება „ზედმეტ“ ბმათა შეტანით. სიტყვა „ზედმეტი“ გულისხმობს, რომ კონსტრუქციის კინემატიკური უძრაობის და გეომეტრიულად უცვლელობისათვის ყოველთვის საკმარისია n ბმათა რაოდენობა, რომლებშიც ძალების განსაზღვრას პყოფნის სტატიკის განტოლებათა რიცხვი (n განტოლება სივრცითი სისტემებისათვის და 3 განტოლება ბრტყელი სისტემებისათვის).

თუ ბმათა რაოდენობა (კონსტრუქტორის მოსაზრებით) მეტია, ვიდრე სტატიკის განტოლებები, სისტემას სტატიკურად ურკვევი ეწოდება.

არსებობს სტატიკურად ურკვევობის ხარისხის ცნება: თუ ბმათა რაოდენობაა m , სტატიკის განტოლებათა რაოდენობა კი n , სისტემის სტატიკურად ურკვევადობის ხარისხი: $H = m - n$, ე.ი. ასეთი ამოცანების ამოხსნისათვის საჭიროა დაინეროს დამატებითი პირობა სისტემის დეფორმაციის გათვალისწინებით. უნდა შეირჩეს „ზედმეტი“ ბმა და საძიებელი ძალები ამ ბმებში აღინიშნოს x_i -ით ($i=1, 2, \dots, H$). შეგვიძლია ვთქვათ, რომ ძირითადი სისტემა შერჩეულია; ამის შემდეგ მოვაცილოთ „ზედმეტი“ x_i ძალები მოცემულ სისტემას; მივიღებთ სტატიკურად რკვევად ეკვივალენტურ სისტემას, რომელშიც სტატიკის განტოლებათა და კვეთის მეთოდის გამოყენებით შეიძლება განისაზღვროს ძალები და გადაადგილებები ნებისმიერი ელემენტისათვის. თუ „ზედმეტი“ ბმები ხისტად არის დაკავშირებული საყრდენებთან, ამოცანის დამატებითი პირობის არსი გამოიხატება იმით, რომ ამ ბმათა მიმართულებით გადაადგილებები (სტატიკურად ურკვევი) სისტემაში უნდა იყოს ნულის ტოლი. ეს პირობები

$$\Delta i = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

გაძლევს n დამატებით განტოლებას, რომელთა ამოხსნაც მოგვცემს „ზედმეტი“ უცნობ ძალებათა მნიშვნელობებს. ამის შემდეგ სისტემა სტატიკურად რკვევადია და შეიძლება კონსტრუქციის გაანგარიშება ჩატარდეს ტრადიციული გზით. აღწერილი მეთოდით სტატიკურად ურკვევი ამოცანების ამოხსნა ცნობილია ძალთა მეთოდის სახელწოდებით.

ამოცანების ამოხსნის ალგორითმი შემდეგია:

1. უნდა დადგინდეს სისტემის სტატიკურად ურკვევობის ხარისხი
 2. შეირჩეს ძირითადი სისტემა (რაც იმის გვევალენტურია, რომ შეირჩეს „ზედმეტი“ ბმები);

3. გაანგარიშებულ იქნას ძირითადი (სისტემის სტატიკურად გვევალენტური) სისტემა და განისაზღვროს სათანადო გადაადგილებები Δ_{1F} „ზედმეტი“ უცნობი x_i ძალების მიმართულებებით Δ_{1F} Δ_{2F} Δ_{3F} Δ_{4F} Δ_{5F} Δ_{6F} Δ_{7F} Δ_{8F} Δ_{9F} Δ_{10F} Δ_{11F} Δ_{12F} Δ_{13F} Δ_{14F} Δ_{15F} Δ_{16F} Δ_{17F} Δ_{18F} Δ_{19F} Δ_{20F} Δ_{21F} Δ_{22F} Δ_{23F} Δ_{24F} Δ_{25F} Δ_{26F} Δ_{27F} Δ_{28F} Δ_{29F} Δ_{30F} Δ_{31F} Δ_{32F} Δ_{33F} Δ_{34F} Δ_{35F} Δ_{36F} Δ_{37F} Δ_{38F} Δ_{39F} Δ_{40F} Δ_{41F} Δ_{42F} Δ_{43F} Δ_{44F} Δ_{45F} Δ_{46F} Δ_{47F} Δ_{48F} Δ_{49F} Δ_{50F} Δ_{51F} Δ_{52F} Δ_{53F} Δ_{54F} Δ_{55F} Δ_{56F} Δ_{57F} Δ_{58F} Δ_{59F} Δ_{60F} Δ_{61F} Δ_{62F} Δ_{63F} Δ_{64F} Δ_{65F} Δ_{66F} Δ_{67F} Δ_{68F} Δ_{69F} Δ_{70F} Δ_{71F} Δ_{72F} Δ_{73F} Δ_{74F} Δ_{75F} Δ_{76F} Δ_{77F} Δ_{78F} Δ_{79F} Δ_{80F} Δ_{81F} Δ_{82F} Δ_{83F} Δ_{84F} Δ_{85F} Δ_{86F} Δ_{87F} Δ_{88F} Δ_{89F} Δ_{90F} Δ_{91F} Δ_{92F} Δ_{93F} Δ_{94F} Δ_{95F} Δ_{96F} Δ_{97F} Δ_{98F} Δ_{99F} Δ_{100F}

4. სტატიკურად გვევალენტური სისტემა გავათავისუფლოთ მოცემული დატვირთვებისაგან და მოვდოთ „ზედმეტი“ ბმების ადგილზე (და მათი მიმართულებით) $\bar{x}_i = 1$ ძალები. ასეთი „ერთეულოვანი“ — დამხმარე სქემა იქნება II. გამოვიანგარიშოთ ყოველი სქემისათვის $\delta_{ij} (i, j = 1, 2, \dots, n)$ გადაადგილებები უცნობი ძალების მიმართულებით. მაშინ გადაადგილება, გამონვეული არა ერთეულოვანი ძალით, არამედ x_i -თ იქნება $\delta_{ij} x_i$ -ს ტოლი. სათანადო გადაადგილება ძირითად სისტემაში თითოეული უცნობის მიმართულებით, პირობის თანახმად, უნდა იყოს ნულის ტოლი:

$$x_1 \delta_{11} + x_2 \delta_{12} + x_3 \delta_{13} + \dots + x_n \delta_{1n} + \Delta_{1F} = 0,$$

$$x_1 \delta_{21} + x_2 \delta_{22} + x_3 \delta_{23} + \dots + x_n \delta_{2n} + \Delta_{2F} = 0,$$

$$x_1 \delta_{n1} + x_2 \delta_{n2} + x_3 \delta_{n3} + \dots + x_n \delta_{nn} + \Delta_{nF} = 0.$$

მაგალითად, განტოლებათა სისტემის პირველი ბნკარი ნიშნავს, რომ პირველი უცნობის x_1 მიმართულებით x_1, x_2, \dots, x_n უცნობი ძალებით და Δ_{1F} მოცემული დატვირთვებით გამონვეულ გადაადგილებათა ჯამი ნულის ტოლია. მიღებულ განტოლებათა სისტემას ძალთა მეთოდის კანონიკური განტოლებათა სისტემა ეწოდება. „კანონიკური“ იმიტომ, რომ ერთეულოვანი ($\bar{x}_i = 1$) ძალების მიერ გამონვეული გადაადგილებანი (δ) თავიანთი მიმართულებებით განლაგებულია სისტემის მატრიცის მთავარ დიაგონალზე.

ასეთი ამოცანების ამოხსნა შეიძლება აგრეთვე დეფორმაციის მეთოდით, სადაც უცნობებად მიღებულია გადაადგილებები.

დეფორმაციების თავსებადობის პირობები, როცა გადაადგილებები „ზედმეტი“ უცნობების მიმართულებით არ არის ნულის ტოლი, გვაძლევს აგრეთვე სტატიკურად ურკვევი ამოცანების ამოხსნის საშუალებას.

მაგალითი 1. აბსილუტურად ხისტი ძელი დატვირთულია $F=300$ კნ ძალით, მიმაგრებულია კედელთან A სახსრის საშუალებით და დაკიდებულია ჭერთან ფოლადის ორ გრძელ ლეროზე, რომელთა განივ-

კვეთის ფართობებია: $A_1=5 \text{ სმ}^2$ და $A_2=10 \text{ სმ}^2$ (ნახ.6.23. ა). მოც. ნახოთ ღეროებში ძაბვების მნიშვნელობები.

ამოხსნა: მოვხსნათ მარცხენა და ორივე ზედა საკიდი, მათი გაღუნა კონსტრუქციაზე შევეცვალოთ სათანადო საყრდენ რეაქციებით $V_a : H_p$ და ღეროებში $N_1 : N_2$ ძალებით (ნახ.6.23. ბ). შევადგინოთ ძელის ნონასწორობის განტოლებები

$$\Sigma x = -Ha = 0, \quad (1) \quad \Sigma y = Va + N_1 + N_2 - F = 0 \quad (2),$$

$$\Sigma m_A = N_1 \cdot 1 - N_2 \cdot 3 + F \cdot 1,5 = 0. \quad (3)$$

სტატიკის სამ განტოლებაში შედის ოთხი უცნობი ძალა Ha, Va, N_1 და N_2 . მოცემული ამოცანა ერთჯერ სტატიკურად ურკვევია: $H=4-3=1$. მეოთხე განტოლების შესადგენად განვიხილოთ კონსტრუქციის დეფორმირებული მდგომარეობა (ნახ.6.23 გ).

ღეროების წაგრძელებების შედეგად ხისტი AC ძელი შემობრუნდება A სახსრის გარშემო და მიიღებს ახალ - AC_1 მდებარეობას. B სახსრის გადაადგილება $BB_1 = \Delta l_1$ იქნება პირველი ღეროს აბსოლუტური წაგრძელება, ხოლო C სახსრის გადაადგილება CC_1 , იქნება მეორე ღეროს Δl_2 აბსოლუტური წაგრძელება. დავამყაროთ კავშირი ამ გადაადგილებათა შორის. ABB_1 და ACC_1 სამკუთხედების მსგავსობიდან გვექნება:

$$\frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = \frac{1}{3},$$

საიდანაც

$$\Delta l_2 = 3\Delta l_1. \quad (I)$$

ეს არის დამატებითი პირობა, გამომდინარე სისტემის დეფორმაციიდან;

ჰუკის კანონის თანახმად გვექნება

$$\frac{N_2 l_2}{E A_2} = 3 \frac{N_1 l_1}{E A_1},$$

საიდანაც

$$N_2 = N_1 \frac{3h_1 A_1}{A_2 l_2} = 12N_1. \quad (II)$$

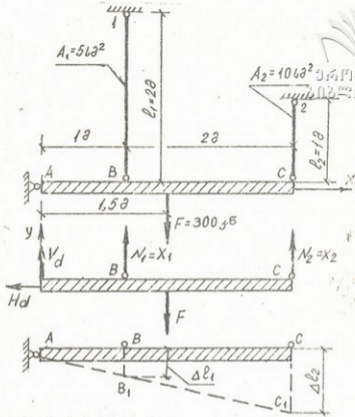
თუ შევიტანთ N_2 მნიშვნელობას (II) განტოლებაში, მივიღებთ

$$N_1(1+36)=1,5F,$$

საიდანაც

$$N_1 = \frac{1,5}{37}F = 0,041F,$$

$$N_2 = 12N_1 = 0,492F.$$



ნახ. 6.23.

ამოცხსნათ იგივე მ-გალითი ძალთა მეთოდით. „ზედმეტ“ უცნობად მივიჩნიოთ ძალა პირველ ღეროში, ე.ი. $N_1 = x_1$. ძირითად სისტემას გვ-ნება 6.24 ა ნახ-ზე ნაჩვენები სახე. ეკვივალენტური სისტემა მოცემულია 6.25 ბ ნახ-ზე. $\sum M_A = 0$ ნონასწორობის პარობიდან

$$N_2 = \frac{1,5}{3} F = 0,5F.$$

კვანძის გადაადგილება ეკვივალენტურ სისტემაში

$$\Delta_{1F} = \frac{1}{3} \Delta l_2 = \frac{1}{3} \frac{N_2 l_2}{EA_2}.$$

დაუნეროთ კანონიკური განტოლება



$$\delta_{11}x_1 + \Delta_{1F} = 0. \quad (1)$$

გადაადგილება δ_{11} ერთეულოვანი $\bar{x}_1 = 1$ უცნობისაგან

$$\delta_{11} = -\frac{1 \cdot l_1}{EA_1} \quad (1)\text{-დან}$$

$$x_1 = -\frac{\Delta_{1F}}{\delta_{11}} = \frac{1}{3} \frac{l_2 A_1}{l_1 A_2} N_2.$$

მივიღოთ იგივე პასუხი, რაც გადაადგილებათა მეთოდით.

საკიდებში ძაბვების მნიშვნელობები იქნება:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{0,041 \cdot 300}{5 \cdot 10^{-4}} = 24,6 \cdot 10^3 \text{ კპა} = 24,6 \text{ მპა} = 246 \text{ კგ/სმ}^2,$$

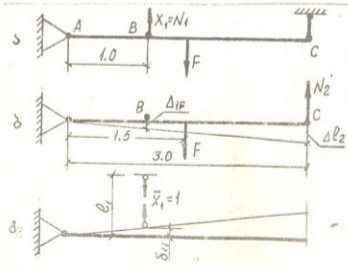
$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{0,5 \cdot 300}{10 \cdot 10^{-4}} = 150 \cdot 10^3 \text{ კგ/სმ}^2 = 150 \text{ მპა} = 1500 \text{ კგ/სმ}^2.$$

ახლა განვიხილოთ შემთხვევა, როცა $A_1 = A_2 = 10 \text{ სმ}^2$ და გამოვარკვიოთ, თუ რა ცვლილება მოხდება N_1 და N_2 ძაბვების მნიშვნელობებში. ამ შემთხვევაში

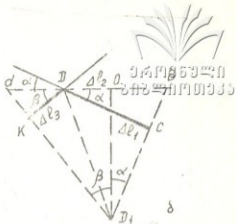
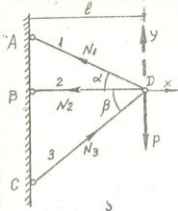
$$N_2 = 6N_1.$$

თუ შევიტანოთ N_2 -ის მნიშვნელობას (3) განტოლებაში, მივიღებთ:

$$-N_1 - 6N_1 \cdot 3 + 1,5 \cdot F = 0,$$



ფიგ. 6.24.



ნახ. 4.25.

საიდანაც

$$N_1 = 0,08F, \quad N_2 = 0,48F.$$

პირველი ღეროს ფართობის გაზრდით ამ ღეროში ძალვა გაიზრდება, ხოლო მეორე ღეროში შემცირდება.

საერთოდ, ამ თვისებით ხასიათდება სტატიკურად ურკვევი სისტემები, რომელთა ღეროებში ძალების განაწილება დამოკიდებულია სისტემის ღეროების სიხისტეებზე.

მაგალითი 2. განვიხილოთ ნ.25 ნახ-ზე მოცემული სისტემა და მოვწახოთ ამ სისტემის ღეროებში წარმოსობილი ძალები.

ამოხსნა: თუ განვიხილავთ D კვანძს, დავრწმუნდებით, რომ მოცემული სისტემა ერთჯერ სტატიკურად ურკვევია, რადგან წინასწორების ორ განტოლებაში შევა სამი უცნობი ძალვა N_1, N_2, N_3 :

$$\sum x = -N_1 \cos \alpha - N_2 + N_3 \cos \beta = 0,$$

$$\sum y = N_1 \sin \alpha + N_3 \sin \beta - F = 0.$$

დეფორმაციის განტოლების შესადგენად, წარმოსახვით განვაცალკეოთ ღეროები კვანძში და თითოეული ღეროს მიმართულებით გადავზომოთ მათი შესაბამისი დეფორმაციების მნიშვნელობების გამომსახველი $\Delta l_1, \Delta l_2$ და Δl_3 სიდიდეები (ნახ.ნ.25 ბ).

თუ დავუვირდებით ნახაზს, შევამჩნევთ, რომ ღეროს ბოლოები აღმოჩნდება K1O და C წერტილებში. კონსტრუქციის „ანუობისათვის“

საჭიროა ღეროს ბოლოები შევადროთ D ნერტილის გადაადგილების შესაბამის ნერტილში. D ნერტილის ახალ D₁ მდებარეობას ადვილად მოვნახავთ თუ A₁B და C ნერტილებიდან დეფორმირებული ღეროების სიგრძეების შესაბამისი რადიუსებით შემოვხაზავთ, წრის რკალებს, რომლებიც გადაიკვეთებიან D₁ ნერტილში. დეფორმაციების სიმცირის გამო წრის რკალები შეგვიძლია შევცვალოთ K₁O და C ნერტილებიდან გავლებული ღეროების პერპენდიკულარული ხაზებით (KD₁ ⊥ KD; D₁C ⊥ DC), რომლებიც გადაიკვეთებიან ნერტილში. რადგან ამავე D₁ ნერტილში უნდა მოთავსდეს დეფორმირებული ღეროს ბოლოც, ამიტომ D₁ ნერტილიდან დაკუშვით D₁O მართობი DB ღეროს მაშართულებით, მივიღებთ მონაკვეთს, რომელიც გამოსახავს მეორე ღეროს Δl₂ დეფორმაციას. ამ შემთხვევაში ერთი ღეროს დეფორმაცია დამოკიდებულია დანარჩენი ორ ღეროს დეფორმაციაზე. გავაგრძელოთ D₁C და D₁K მიმართულებები DO ხაზის a და b ნერტილებში გადაკვეთამდე. დეფორმაციის გამომსახველი ნახაზიდან (ნახ. 6.24 ბ) შეგვიძლია დავწეროთ

$$D_1 O = \left(\Delta l_2 + \frac{\Delta l_3}{\cos \beta} \right) \operatorname{ctg} \beta,$$

$$D_1 O = \left(\frac{\Delta l_1}{\cos \alpha} - \Delta l_2 \right) \operatorname{ctg} \alpha,$$

საიდანაც მივიღებთ:

$$\Delta l_2 \sin(\alpha + \beta) = \Delta l_1 \sin \beta - \Delta l_3 \sin \alpha \quad (\text{ა}).$$

(ა) განტოლება არის მოცემული სისტემისათვის დეფორმაციის განტოლება. ამ განტოლებაში შემავალი დეფორმაციების მნიშვნელობები შეტანილი უნდა იქნეს აბსოლუტური მნიშვნელობებით:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l}{E_1 A \cos \alpha}, \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 l}{E_2 A_2}, \quad \Delta l_3 = \frac{N_3 l}{E_3 A_3 \cos \beta}$$

საბოლოოდ გვაქვს სამი განტოლება:

$$N_1 \cos \alpha + N_2 - N_3 \cos \beta = 0,$$

$$N_1 \sin \alpha + N_3 \sin \beta - F = 0,$$

$$N_2 (\alpha + \beta) = N_1 \frac{E_2 A_2}{E_1 A_1} \operatorname{seca} \sin \beta - N_3 \frac{E_2 A_2}{E_3 A_3} \operatorname{sec} \beta \sin \alpha,$$

რომელთა ერთობლივი ამოხსნით გავიგებთ სამივე ღეროში N₁; N₂ და N₃ ძალების მნიშვნელობებს.

შავალითი 3. 6.26 ნახ-ზე მოცემული სისტემისათვის განვსაზღვროთ ჩამატარების კვეთებში R₁ და R₂ რეაქციების მნიშვნელობები.

ამოხსნა: სტატიკის ნონასნორობის $\Sigma y = 0$ განტოლების მიხედვით გვექნება

$$R_1 + R_2 - F = 0;$$

დამატებითი მეორე განტოლების შესადგენად განვიხილოთ დეფორმაცია. წარმოდგენით მოვხსნათ ქვედა საყრდენი და მოვდოთ R_1 რეაქცია. F ძალით ღერო გაიჭიმება და მისი წაგრძელება

$$\Delta l_f = \Delta l_f = \frac{Fa}{E_1 A_1} \cdot$$

R_1 რეაქციით ღერო შეიკუმშება და მისი შემოკლება

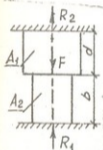
$$\Delta l_{R_1} = - R_1 \delta_{11} = - R_1 \left(\frac{1 \cdot b}{E_2 A_2} + \frac{1 \cdot a}{E_1 A_1} \right) \cdot$$

სინამდვილეში ღეროს ორივე ბოლო ჩამაგრებულია და ამიტომ ღეროს სიგრძე დეფორმაციის პირობებში უცვლელია, ე.ი. დაცული უნდა იქნეს პირობა

$$- R_1 \delta_{11} + \Delta l_f = 0,$$

საიდანაც

$$R_1 = \frac{\Delta l_f}{\delta_{11}} = \frac{FaE_1E_2A_1A_2}{E_1A_1(bE_1A_1 + aE_2A_2)} = 0; \quad R_2 = F - R_1$$



ნახ. 6.26.

მაგალითი 4. განვსაზღვროთ 6.27 ნახ-ზე მოცემული სისტემის ღეროებში ძალების მნიშვნელობები.

ამოხსნა: ამოვჭრათ პირობითად O კვანძი * ცალკე და განვიხილოთ მისი ნონასნორობის პირობები:

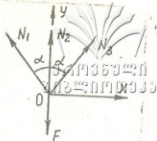
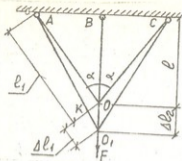
$$\Sigma x = 0, \quad - N_1 \sin \alpha + N_2 \sin \alpha = 0, \quad N_1 = N_2,$$

$$\Sigma y = 0, \quad 2N_1 \cos \alpha + N_2 - F = 0.$$

მივიღეთ ორი განტოლება საპი უცნობით. მესამე განტოლების შესადგენად განვიხილოთ სისტემის დეფორმირებული მდგომარეობა. დაუშვათ, რომ ღეროების გაჭიმვის შედეგად O კვანძი გადაადგილდა O_1 წერტილში. მაშინ OO_1 გადაადგილება იქნება შუა ღეროს წაგრძელება Δl_2 და ნაპირა AO ღეროს წაგრძელების მოსანახად O წერტილიდან AO_1 -ზე დაუშვათ მართობი OK ; მიღებული O_1K მონაკვეთი იქნება ნაპირა ღეროს წაგრძელება Δl_1 ; ნახაზის მიხედვით შეგვიძლია დაწეროთ

$$\Delta l_1 = \Delta l_2 \cos \alpha.$$

თუ ვისარგებლებთ ჰუკის კანონით, მივიღებთ:



ნახ. 6.27.

$$\frac{N_1 l_1}{E_1 A_1} = \frac{N_2 l_2}{E_2 A_2} \cos \alpha,$$

$$\text{ან } N_1 = N_2 \frac{E_1 A_1}{E_2 A_2},$$

საიდანაც, თუ შევიტანთ N_1 მნიშვნელობას სტატიკის განტოლებაში, მივიღებთ:

$$2N_2 \frac{E_1 A_1}{E_2 A_2} \cos^2 \alpha + N_2 - F = 0,$$

$$N_2 = \frac{F}{2 \frac{E_1 A_1}{E_2 A_2} \cos^2 \alpha + 1}$$

$$\text{და } N_3 = N_1 = F K,$$

სადაც

$$K = \frac{E_1 A_1 \cos \alpha}{E_2 A_2 \left(2 \frac{E_1 A_1}{E_2 A_2} \cos^2 \alpha + 1 \right)}$$

კერძოდ, თუ სამივე ღერო დამზადებულია ერთი და იმავე მასალისაგან და აქვთ ერთნაირი განივკვეთის ფართობი, გვექნება:

$$N_1 = N_3 = \frac{F \cos \alpha}{2 \cos^2 \alpha + 1}; \quad N_2 = \frac{F}{2 \cos^2 \alpha + 1}.$$

თუ დავუშვებთ, რომ $\alpha = 0^\circ$, მაშინ

$$N_1 = N_2 = N_3 = \frac{1}{3} F.$$

მაგალითი 5. კვადრატული კვების რკინაბეტონის მოკლე სვეტი განიცდის კუმშვას ცენტრალურად მოქმედი F ძალით (ნახ. 6.28). მუხუნაბოთ არმატურის ღეროებში და ბეტონში დაბეჭდვის მნიშვნელობები.

ამოსხნა: ნარმოსახვით გაგვეთოთ სვეტი $m-m$ კვეთს რის ღეროების განივკვეთის ფართობი და მათში მოქმედი ძალები A_1 -ით და σ_1 -ით, ბეტონის ფართობი და მასში მოქმედი ძაბვა — A_2 -ით და σ_2 -ით. შევადგინოთ მოკვეთილი ზედა ნაწილისათვის ნონასწორების განტოლება

$$\sigma_1 A_1 + \sigma_2 A_2 - F = 0.$$

მეორე განტოლების შესადგენად განვიხილოთ დეფორმაციის პირობა. არმატურის და ბეტონის ერთობლივი მუშაობის გამო მათი დეფორმაციები იქნება ერთნაირი, ე.ი. $\Delta l_1 = \Delta l_2$ ან $\epsilon_1 = \epsilon_2$. ფარდობითი შემოკლებები გამოვსახოთ დაბეჭდვის საშუალებით:

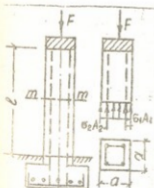
$$\frac{\sigma_1}{E_1} = \frac{\sigma_2}{E_2},$$

საიდანაც $\sigma_1 = \frac{E_1}{E_2} \sigma_2$.

თუ შევიტანთ σ_1 მნიშვნელობას სტატიკის განტოლებაში, მივიღებთ:

$$\sigma_2 \left(A_1 \frac{E_1}{E_2} + A_2 \right) = F,$$

საიდანაც



$$\sigma_2 = \frac{F}{A_1 \frac{E_1}{E_2} + A_2}; \quad \sigma_1 = \frac{F E_1}{E_2 \left(A_1 \frac{E_1}{E_2} + A_2 \right)}$$

განვსაზღვროთ ბეტონის და არმატურის განივკვეთების ფართობები, თუ არმატურის ფართობი შეადგენს ბეტონის ფართობის 0,5%, მუშავი ძალა $F=880$ კნ, $E_1 = 10E_2$; დასაშვები დაბეჭდვა, ბეტონისათვის 3.5 მპა, ხოლო არმატურისათვის $[\sigma]_1 = 120$ მპა.

ბეტონის ფართობს განვსაზღვრავთ პირობიდან:

ნახ. 6.28.

$$\sigma_2 = \frac{F}{\left(10 \frac{5}{1000} + 1\right) A_1} = [\sigma]_2 = 3,5 \text{ მპა.}$$

$$\sigma_1 = \frac{F \cdot 10}{(10 \cdot 0,005 + 1) A_2};$$

$$A_2 = \frac{F}{1,05[\sigma]_2} = \frac{88 \cdot 10^3}{1,05 \cdot 35} = 2395 \text{ სმ}^2.$$

არმატურის ფართობი იქნება $0,005 \cdot 2395 = 12 \text{ სმ}^2$.

შევამოწმოთ ძაბვის სიდიდე არმატურაში

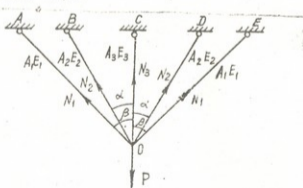
$$\sigma_1 = \frac{88 \cdot 10^4}{1,05 \cdot A_2} = \frac{88 \cdot 10^4}{1,05 \cdot 2395} = 350 \text{ კგ/სმ}^2.$$

მაგალითი. მოენახოთ 6.29 ნახ-ზე მოცემული სისტემის ღეროებში ძალების მნიშვნელობები (დამოუკიდებელი ამოხსნისათვის.)

§ 6.12. დრეკადი ძაფის ბანბარიშება

კონსტრუქციული ელემენტებისათვის, რომელთა სიგრძე განივი კვეთის ზომებთან შედარებით პრაქტიკულად უსასრულოდ დიდია, მექანიკაში შემოტანილია დრეკადი ძაფის ცნება (ნახ. 6.30).

ნებისმიერი დატვირთვის შემოქმედებით დრეკადი ძაფი მუშაობს მხოლოდ გაჭიმვაზე. იგულისხმება, რომ კუმშვაზე და ღუნვაზე ასეთ ძაფს მუშაობა არ შეუძლია. გრეხაზე ასეთი ძაფი მუშაობს, მაგრამ მცირე სიხისტის გამო მისი გრეხითი დეფორმაციები მტკად დიდია. ასეთი ძაფების მუშაობას გრეხაზე იყენებენ ხელსაწყოებში ფიზიკური ექსპერიმენტებისათვის.



ნახ. 6.29.

დრეკადი ძაფი გამოიყენება გამჭიმში ძაღვების — ჭიმვების მისაღებად. მკუმშავ ძაღვებზე იგი არ მუშაობს.

დრეკადი ძაფი მე-20 საუკუნის სამშენებლო კონსტრუქციების პურსპექტიული ელემენტია: ფოლადის, მინაბოჭკოს, კომპოზიციური მასალების სიმტკიცის ზრდასთან ერთად იზრდება მისი გამოყენება დიამაზონი. დიდძალიანი კიდული ზიდები, დახურული სტატიკური სპორტული დარბაზები, საგამოფენო პავილიონები, სასოფლო-სამეურნეო საფარგულთა დამცავი ნაგებობები, ელექტროგადამცემი ხაზები ძირითადად შეიცავენ დრეკადი ძაფების მზიდ ელემენტებს.

6.31 ა ნახ-ზე ნაჩვენებია ზოგიერთი ნაგებობის სქემები, რომელთა მზიდ ელემენტებს შეადგენს დრეკადი ძაფი.

6.31 ბ ნახ-ზე ნაჩვენებია კიდული ზიდის სქემა და ორმაგი სიბრუდის გადახურვა, რომლის მზიდი ელემენტები დრეკადი ძაფია.

წინამდებარე განხილვა მოიცავს დრეკადი ძაფის სტატიკური განგარიშების ელემენტარულ თეორიას, რათა სტუდენტს ნაწამოდგენა შეეძლოს ამოცანის სტატიკურად დაყენებასა და მის ამოხსნაზე.

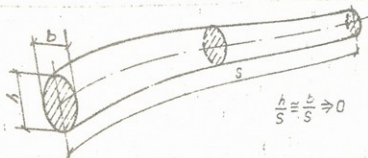
დრეკადი ძაფის განგარიშება წარმოებს ორი ხერხით:

1. მიახლოებითი ხერხით, როცა თვით ძაფის წაგრძელება არ მიიღება მხედველობაში ე.ი. როცა ჭიმვადი სიხისტე EA უსასრულოდ დიდად არის მიღებული და $\epsilon_s \approx 0$,

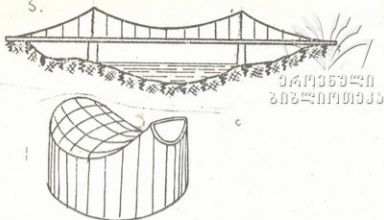
2. უფრო ზუსტია ხერხი, როცა მიიღება მხედველობაში დრეკადი ძაფის წაგრძელება ე.ი. როცა $\epsilon_s \neq 0$.

ცხადია, რომ მიახლოებითი ხერხი უფრო მარტივია და ჩვენც აქედან დავიწყებთ განხილვას.

დრეკადი ძაფების რა ამოცანები დაგვანტერესებს სტატიკური დატვირთვის დროს?



ნახ. 6.30.



ნახ. 6.31.

პირველი ამოცანა -- დადგინდეს დრეკადი ძაფის ღერძის განტოლება დატვირთვის ქვეშ. მეორე ამოცანა - როგორია ძაბვების სიდიდე c -თვის ნებისმიერ განიკვეთში.

მოცემული გვაქვს არადეფორმირებადი ძაფი (ნახ. 6.32), რომელიც ბოლოებზე სახსროვნადაა დამაგრებული და დატვირთულია ნებისმიერი კანონით განაწილებული $q(x)$ ინტენსიურობის შვეული დატვირთვით.

ცნობილია l მალი (მანძილი საყრდენებს შორის) და f_1 და f_2 ჩაკიდულობის სიდიდეები.

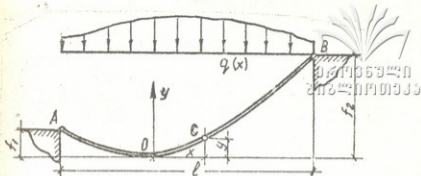
ავირჩიოთ კოორდინატთა სათავე O ნერტილში; x ღერძი მიემართოს მარცხნივ, y ღერძი -- ზემოთ. გამოვყოთ დრეკადი ძაფის უბანი თავისი დატვირთვით და განვიხილოთ მისი ნონასწორობის პირობები (ნახ. 6.33). c კვეთის კოორდინატებია x, y .

თარაზული ძალვა H მოვდოთ O ნერტილის განიკვეთში; c განიკვეთში მოვდოთ ღერძული T ჭიმვა, რომელიც x -თან შეადგენს θ კუთხეს.

$\sum y = 0$ ნონასწორობის პირობიდან ჩვენერთ:

$$T \sin \theta - \int_0^l q(\xi) d\xi = 0. \quad (6.1)$$

$\sum x = 0$ ნონასწორობის მეორე პირობიდან



ნახ. 6.32.

$$-H + T \cos \theta = 0, \quad (6.2)$$

ნონასწორობის პირველი პირობიდან

$$T \frac{1}{\sin \theta} \int_0^x q(\xi) d\xi = \frac{q(x)}{\sin \theta}, \quad (6.3)$$

ჩავსვით (6.2)-ში: $H + g \theta = q(x)$

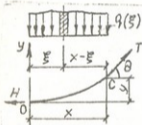
$$\text{ანუ } H \frac{dy}{dx} = q(x). \quad (6.4)$$

ძალა H მუდმივი სიდიდეა და შეგვიძლია დავწეროთ:

$$H y = \int q(\xi) d\xi = \int_0^x \int_0^{\xi} q(\xi) d\xi d\xi$$

და

$$(6.5)$$



ნახ. 6.33.

$$H = \frac{1}{y} \int_0^x \int_0^{\xi} q(\xi) d\xi d\xi.$$

საჭიროა დადგინდეს y გამოსახულება, და ამოცანა იქნება გადაწყვეტილი.

გამოვიყენოთ ნონასწორობის მესამე პირობა

$$\sum M_o = 0; H y - \int_0^x q(\xi)(x - \xi) d\xi. \quad (6.6)$$

გამბეჭენი ძალა მოიძებნება გამოსახულებიდან



$$\sum M_s = 0, \quad Hf_2 - \int_0^l q(\xi) (x - \xi) d\xi = 0 \quad (6.7)$$

და

$$H = \frac{1}{f_2} \int_0^l q(\xi) (x - \xi) d\xi \quad (6.8)$$

ან $\sum M_s = 0$ განტოლებიდან

$$H = \frac{1}{f_1} \int_0^l q(\xi) (x - \xi) d\xi \quad (6.8')$$

(განვიხილოთ დრეკადი ძაფი, რომლის ჩალუნვის ისარი — f სიგრძე l -თან შედარებით მცირეა ($\approx 10\%$). ჩავთვალოთ, რომ დატვირთვა $q(x)$ თანაბრად განაწილებულია ძაფის სიგრძის პროექციაზე S ღერძზე ე.ი. l მალის გასწვრივ.

დრეკადი ძაფის გაანგარიშების ამოცანა სტატიკურად ურკვევია: ჭიმვების სიდიდეზე დიდი გავლენა აქვს არა მხოლოდ $q(x)$ დატვირთვის, არამედ ჩაიკდვის f ისარს, რომელიც, თავის მხრივ, დამოკიდებულია მალის l სიგრძის და ჩამოუკიდებელი (თავისუფალი)ძაფის l სიგრძის თანაფარდობაზე; მხედველობაში მიღებული უნდა იქნეს აგრეთვე უკვე ჩამოკიდებული ძაფის დეფორმაციები, რომლებიც გამოწვეულია საკუთარი წონის, დატვირთვის და ტემპერატურის გავლენით. ძაფის წონასწორობის პირობებიდან:

$$\begin{aligned} \sum x &= 0 - H_s + H_s = 0, \text{ საიდანაც } H_s = H_s = H, \\ \sum y &= 0 R_s - q l + R_s = 0 \text{ და } R_s + R_s = q l, \\ \sum m_s &= 0 - h y + R_s l - \frac{q l^2}{2} = 0, \end{aligned}$$

საიდანაც $R_a = q \frac{l}{2} + H \frac{y}{l}$.

როგორც ჩანს, უცნობებია H , R_a , R_b და დაგვრჩა 2 განტოლება ე.ი. ამოცანა ერთეულ სტატიკურად ურკვევია.

თუ (6.5) განტოლებაში მივიღებთ მხედველობაში $q(x) = q = \text{const}$ და $H = \text{const}$ (რაც გამომდინარეობს წონასწორობის პირველი განტოლებიდან), შეგვიძლია დავწეროთ:

$$H = \frac{q x^2}{2 y} \quad (6.9)$$

ახლა დავწეროთ მღუნავი მომენტის განტოლება ნებისმიერი აბსცისის კვეთისათვის:

$$M(x) = R_0 x - H y - \frac{q x^2}{2} = 0. \quad (6.10)$$

R_0 -ს ჩასმის შემდეგ მივიღებთ

$$y = \left(\frac{q l}{2 H} + \frac{H}{l} \right) x - \frac{q x^2}{2 H}, \quad (6.11)$$

რაც ნახაზიდან კარგად ჩანს. ამგვარად, ამრეცი დრეკადი ძაფის განტოლება წარმოადგენს კვადრატულ პარაბოლას.

ძაფის მაქსიმალურ ჩაღუნვას (ჩაკიდვის ისარი) $y_{\max} = f_1$ აქვს ადგილი, როცა $x = a$. ამ კვეთში მხები X ღერძის პარალელულია და $\frac{dy}{dx} = 0$.

გავანარმოოთ (6.11)-ით და გავუტოლოთ ნულს, საიდანაც მოვძებნოთ a -ს მნიშვნელობა:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{q l}{2 H} + \frac{H}{l} - \frac{q x}{H} = 0; \quad \frac{q}{H} \left(\frac{h}{2} - x \right) = -\frac{H}{l}. \quad (6.12)$$

ცხადია, რომ როცა $h=0$ (ერთ დონეზეა ძაფის ბოლოები, $a = \frac{l}{2}$). თუ ჩავსვამთ (6.12)-ს (6.11)-ში, მივიღებთ ძაფის მაქსიმალური ჩაღუნვის y_{\max} - მნიშვნელობას

$$y_{\max} = f_1 = \frac{q l^2}{8 H} + \frac{h H^2}{2 q l^2} + \frac{h}{2}. \quad (6.13)$$

აქედან მიიღება მარტივი შემთხვევები, როცა $h = 0$. მაგალითად,

$$h = \frac{q l^2}{8 f_1}. \quad (6.14)$$

განვიხილოთ ამოცანის გეომეტრიული მხარე, რაც მოგვცემს შესაძლებლობას დავამყაროთ კავშირი ძაფის l სიგრძეს, მალის l და ძაფის ჩაკიდულობის f ისარს შორის.

ძაფის სიგრძის ელემენტი

$$ds \approx \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right) dx. \quad (6.15)$$

თუ ჩავსვამთ (6.15)(6.11)-ის წარმოებულის მნიშვნელობას და გავანტეგრებთ x -ით 0 - l -მდე, მივიღებთ ძაფის L -ს სიგრძეს:

$$s = L = l + \frac{q^2 l^3}{24 h^2} + \frac{h^2}{2 l}. \quad (6.16)$$

$h = \frac{q l^2}{8 f}$ ჩასმის შემდეგ

$$s = L = l + \frac{8}{3} \frac{f^2}{l} + \frac{h^2}{2l} \quad (6.17)$$

H-ით გამოწვეული დრეკადი ძაფის ნაგრძელის სიგრძე

$$\Delta L = \frac{H L}{EA} = \frac{H}{EA} \cdot \left(l + \frac{8}{3} \frac{f^2}{l} + \frac{h^2}{2l} \right).$$

თუ ჩავსვამთ H-ის მნიშვნელობას, მივიღებთ:

$$\Delta L_h = \frac{q l^2}{8 f EA} \left(l + \frac{8}{3} \frac{f^2}{l} + \frac{h^2}{2l} \right). \quad (6.18)$$

თუ $h=0$ და $f^2 \ll l$, ეს გამოსახულება გამარტივდება.

$$\Delta L_h = \frac{q l^2}{8 f EA}. \quad (6.19)$$

ფარდობითი ნაგრძელება

$$\varepsilon_s = \frac{q l^2}{8 f A \cdot E}. \quad (6.20)$$

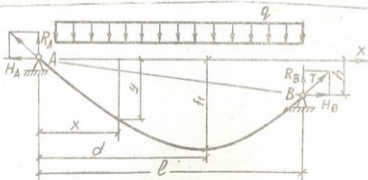
ნორმალური ძაბვები

$$\sigma_h = \varepsilon_s E = \frac{q l^2}{8 f A} E. \quad (6.21)$$

საანგარიშო ფორმულას ეწევა სახე:

$$\sigma_h^{\max} = \frac{q l^2}{8 f A} \leq [\sigma]. \quad (6.22)$$

დასაშვები ისრის სიდიდე



ნახ. 6.34.

$$f \geq \frac{q l^2}{8 A [\sigma]}$$

უფრო დანერვილებით და ღრმად დრეკადი ძაფის
საკითხები მოცემულია სპეციალურ ლიტერატურაში.



გაანგარიშების
ქარქვეშული
ბიზლირთეკა



მასალების მექანიკური გამოცდა

კონსტრუქციების განაგებარების მეთოდების განსაზღვრა
დასაბუთო საკითხები ცენტრალურ განყოფილებაში

§ 7.1. მასალების მექანიკური თვისებები

კონსტრუქციების და მანქანების ელემენტების საიმედო მუშაობის საკითხის გადაწყვეტა უმთავრესად წარმოებს მასალების მექანიკური თვისებების გამოკვლევის საფუძველზე, რისთვისაც აწარმოებენ მათ გამოცდას დრეკადობაზე, პლასტიკურობაზე, სიმტკიცეზე და სისაღეზე.

როგორც ვიცით, დრეკადობა არის მასალის თვისება აღიდგინოს თავისი ფორმა და ზომები დატვირთვის მოხსნის შემდეგ.

პლასტიკურობა მასალის თვისებაა, დატვირთვის გარკვეულ მნიშვნელობისას გამოაფლინოს ნარჩენი დეფორმაციები.

სიმტკიცე კონსტრუქციის თვისებაა, გაუნიოს წინააღმდეგობა მოქმედ დატვირთვებს მასალის დაურღვევლად.

სისაღე მასალის თვისებაა, გაუნიოს წინააღმდეგობა მასში სხვა სხეულის შეჭრას.

გარდა ამისა, მასალების შესწავლა წარმოებს მაღალი ტემპერატურის პირობებში, რადგან ზოგიერთი მასალისგან დამზადებული კონსტრუქციები (ორთქლის ქვაბი, ტურბინები და სხვ.) განიცდიან მაღალი ტემპერატურის გავლენას.

მასალების გამოცდა წარმოებს სტატიკურ და დინამიკურ დატვირთვებზე და აგრეთვე იმ სახის დატვირთვებზე, რომლებიც კონსტრუქციებში გამოიწვევს (t დროის მიხედვით) ცვალებად ძაბვებს.

დეფორმაციის ხასიათის მიხედვით მასალების გამოცდა წარმოებს გაჭიმვაზე, კუმშვაზე, ძვრაზე, გრეზაზე და ლუნვაზე. მეტწილად წარმოებს მასალების გამოცდა გაჭიმვაზე. ეს აიხსნება იმით, რომ მექანიკური თვისებები, რომლებიც გამოვლინდება გაჭიმვის დროს, საშუალებას გვაძლევს შედარებით ზუსტად განვსაზღვროთ სხვა სახის დეფორმაციების შემთხვევაში მასალის თვისებები. გარდა ამისა, მასალის გამოცდა გაჭიმვაზე უფრო ადვილი განსახორციელებელია.

მექანიკური თვისებების მიხედვით მასალები პირობითად იყოფა ორ ჯგუფად: პლასტიკურ და მყიფე მასალებად. პლასტიკური მასალები ირღვევა დიდი ნარჩენი დეფორმაციების დროს, ხოლო მყიფე

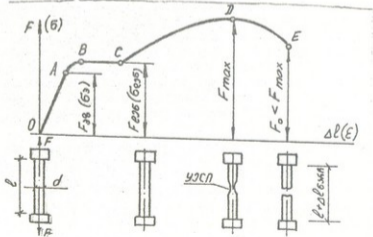
მასალების რღვევა ხდება უმნიშვნელოდ მცირე ნარჩენი დეფორმაციების დროს.

ჩვეულებრივ, პლასტიკურ მასალებს ეკუთვნის მცირე ნახშირბადიანი ფოლადი, ბრინჯაო, სპილენძი, პლასტმასები და სხვ. მყვინთავი მასალებს ეკუთვნის ზოგიერთი სპეციალური ხარისხის ფოლადი, თუჯი და სხვადასხვა ქვები.

§ 7.2. ბაზიშვის დიაგრამა

მასალის მექანიკური მახასიათებლები (მასალის სიმტკიცე, პლასტიკურობა და სხვ.) და დრეკადი მუდმივები (დრეკადობის E მოდული, პუასონის μ კოეფიციენტი) განისაზღვრება სპეციალური ნიმუშების გამოცდით. ნიმუშის გამოცდა უნდა მოხდეს იმ სახის დეფორმაციაზე, რომლებზეც მოუხდება მუშაობა კონსტრუქციის ელემენტს ექსპლუატაციის პირობებში. მაგალითად, ფოლადისაგან დამზადებულ ნიმუშებს გამოცდიან გაჭიმვაზე და კუმშვაზე, ჭრაზე, გრეხვაზე. ისეთ მასალებს, როგორცაა ქვა, ბეტონი, აგური, ძირითადად ცდიან კუმშვაზე. ნიმუშების გამოსაცდელი განადგარების, გამოცდის მეთოდების და დეფორმაციების გასაზომი ხელსაწყოების შესახებ არსებობს სპეციალური საბელმწიფო სტანდარტები.

ზემოთ ჩამოთვლილი მახასიათებლების თვალსაზრისით შესწავლის მიზნით აგებენ დიაგრამებს, რომლებიც გამოსახავს ნიმუშის გამოც-



656. 7.1.

დის შედეგად მიღებულ დეფორმაციასა და მის გამომწვევ ძალას შორის დამოკიდებულებას. ერთ-ერთი ასეთი დიაგრამა წარმოდგენილია 7.1 ნახ-ზე, რომელიც მიღებულია მცირენახშირბადიანი ფოლადის მასალისაგან დამზადებული ნიმუშის გაჭიმვაზე გამოცდის შედეგად. დიაგრამაზე აბსცისათა ღერძზე მოზომილია აბსოლუტური წაგრძელებები, ხოლო ორდინატთა ღერძზე შესაბამისი ძალის სიდიდეები. დიაგრამიდან ჩანს, რომ O-დან A წერტილამდე ძალასა და შესაბამის წაგრძელებას შორის არსებობს პროპორციულობა და ჰუკის კანონი ძალაში რჩება. A წერტილის შემდეგ ჰუკის კანონი ძალას კარგავს, — წაგრძელება ინტენსიურად იზრდება. A და B წერტილებს შორის დიაგრამის ნაწილი წარმოადგენს მრუდ ხაზს. A წერტილის შესაბამის ძაბვას $\sigma_{პრ} = \frac{F_{პრ}}{A_0}$ ეწოდება მასალის პროპორციულობის ზღვარი.

აქ A_0 არის ნიმუშის განივკვეთის საწყისი ფართობი. მრუდი B წერტილიდან გადადის თითქმის პორიზონტალურ BC სწორ ხაზში, რომელიც გვიჩვენებს ძალის მუდმივი მნიშვნელობის დროს დეფორმაციის (წაგრძელების) მნიშვნელოვან ზრდას. ამ დროს ადგილი აქვს მასალის დენადობას $\sigma_p = \frac{F_B}{A_0}$. ძაბვის ამ მნიშვნელობის დროს ხდება პლასტიკური დეფორმაციის მნიშვნელოვანი ზრდა. ნიმუშის ზედაპირზე წარმოიშობა მისი ღერძის მიმართ $\approx 45^\circ$ -ით დახრილი ხაზები (ნახ.7.2), რაც იმის მაჩვენებელია, რომ ადგილი აქვს ნიმუშის კრისტალიტების ძვრას. BC დენადობის უბნის შემდეგ C წერტილიდან D წერტილამდე დიაგრამის ნაწილი წარმოადგენს მრუდს. ამ უბანშიც ძალის ზრდასთან ერთად იზრდება წაგრძელებაც და მასალა ამ უბანში არ ემორჩილება ჰუკის კანონს. გარდა დრეკადი წაგრძელებისა, ადგილი აქვს მნიშვნელოვან პლასტიკურ წაგრძელებასაც. CD უბანი ასახავს ნიმუშის მასალის გამკვრივების სტადიას.



ნახ. 7.2.

D წერტილი განსაზღვრავს ნიმუშის ცდის დროს ძალვის მაქსიმალურ მნიშვნელობას. ამ დროს ხდება ადგილობრივი შევიწროება, რომელსაც ყელი ეწოდება (ადგილი, სადაც მოხდება ნიმუშის განწყვეტა). ყელის პლასტიკური დეფორმაციის ხარჯზე ნიმუში სწრაფად გრძელდება. ყელის კვეთი მცირდება და ნიმუშის გამანწყვეტად საჭიროა F_{max} -ზე ნაკლები ძალა. ყელის კვეთში ქვშმარიტი ძაბვა არ მცირდება, პირიქით,

თანდათანობით იზრდება. ყელის კვეთი A_0 უფრო ინტენსიურად ვიწროდება ვიდრე ძალა. ნიმუშის განწყვეტა ხდება ძალის რაიმე F_0 მნიშვნელობის დროს, რომელიც ნაკლებია F_{max} -ზე. სიდიდე F_0 უფრო

ნარმოადგენს განწყვეტის მომენტში F_0 პარიტ ძაბვას. პლასტიკური მასალისათვის, როგორცაა მცირენახშირბადიანი ფოლადი, სიმტკიცის მახასიათებლად ლებულობენ დენადობის ზღვარს

$\sigma_{დრ} = \frac{F_{დრ}}{A}$, რადგან ამ დროს ნარმოშობილი დიდი პლასტიკური დეფორმაციები ითვლება კონსტრუქციის ელემენტისათვის სიმტკიცის დაკარგვის მიზეზად. ცდის დროს მიღებული ძალის უდიდესი მნიშვნელობის შეფარდებას ნიმუშის საწყისი განიკვეთის ფართობთან $\frac{F_{max}}{A_0} = \sigma_{დრ}$ ეწოდება მასალის დროებითი წინალობა.

თუ დიაგრამის ორდინატებს გავყოფთ განიკვეთის A_0 ფართობზე, ხოლო აბსცისებს l_0 -ზე, მივიღებთ σ და ϵ კოორდინატებში გამოსახულ ახალ დიაგრამას, სადაც $\sigma = \frac{F}{A_0}$ და $\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$; რადგან A_0 და l_0 სიდიდეები მუდმივია, ამიტომ σ და ϵ კოორდინატებში გამოსახულ დიაგრამას ეწება იგივე სახე, რაც F და l_0 კოორდინატებში აგებულ დიაგრამას. მხოლოდ ორდინატის და აბსცისის მასშტაბები იქნება შესაბამისად განსხვავებული.

σ და ϵ კოორდინატებით გამოსახული გაჭიმვის დიაგრამა უფრო მოხერხებულია, ნათლად ჩანს მასალის ფიზიკური თვისებები, რადგან დიაგრამა არ არის დამოკიდებული გამოსაცდელი ნიმუშის გეომეტრიულ ზომებზე. ქვემოთ მოცემულია „ფოლადი 3“ მარკისათვის შექანიკური მახასიათებლების რიცხობრივი მნიშვნელობები:

- სიმტკიცის ზღვარი $\sigma_{ს} = 380-470$ მპა,
- დენადობის ზღვარი $\sigma_{დენ} = 240$ მპა,
- პლასტიკურობის და დრეკადობის ზღვარი $\sigma_{\epsilon} = 210-220$ მპა,
- ნარჩენი ფარდობითი ნაგრძელეა განწყვეტის დროს

$$\delta = \frac{l_{ნარ} - l_0}{l_0} 100 \% = 27 \%,$$

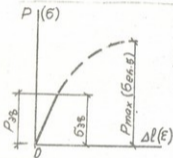
ნარჩენი ფარდობითი შეწინაშობება

$$\psi = \frac{A_0 - A_{სს}}{A_0} 100 \% = 55 \%,$$

დრეკადობის გრძივი მოდული $E = 2,1 \cdot 10^5$ მპა.

უნდა აღვნიშნოთ, რომ დრეკადობის მოდულის სიდიდეს პრაქტიკულად დამოკიდებულია ფოლადის ქიმიურ შედგენილობასა და მის თერმულ დამუშავებაზე. რაც უფრო პლასტიკურია მასალა, მით უფრო დიდი მუშაობაა საჭირო მის გასაწყვეტად და მით უფრო დარტყმის კინეტიკური ენერჯიის დიდი რაოდენობის შთანთქმა შეუძლია, ამიტომ პლასტიკურობის დიდი მახასიათებლების (δ , ψ) მქონე მასალები კარგად უძლებენ დარტყმით მოქმედ ძალებს.

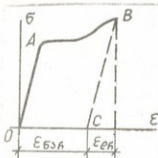
სხვა პლასტიკური მასალების. (ბრინჯაო, სპილენძი, სხვადასხვა ხასიათის სპეციალური ფოლადი და სხვ.) დიაგრამებზე გარკვევით არ შეიმჩნევა დენადობის უბანი. მაგალითად, 7.3 ნახ-ზე მოცემულია ბრინჯაოს ნიმუშის გაჭიმვაზე გამოცდის დიაგრამა. ასეთ შემთხვევაში



ნახ. 7.3.

დენადობის მახასიათებლად ლებულობენ ძაბვის იმ მნიშვნელობას, რომლის დროსაც ნიმუშის ნარჩენი დეფორმაცია (ნაგრძელება) შეადგენს საწყისი საანგარიშო l_0 სიგრძის 0,2%.

თუ რბილი ფოლადიდან დამზადებულ ნიმუშს დავტვირთავთ დრეკადობის ზღვრის ძაბვამდე და შემდეგ მოვახდენთ მის განტვირთვას, შევამჩნევთ, რომ ნიმუში არ მიიღებს ნარჩენ დეფორმაციას; მისი მექანიკური თვისებები განტვირთვის შემდეგაც უცვლელი დარჩება. თუ ძაბვა აღემატება დენადობის ზღვარს, მაშინ ნიმუშის მექანიკური თვისებები განმეორებითი დატვირთვისას განსხვავებული იქნება მისი საწყისი თვისებებისაგან.



ნახ. 7.4.

მაგალითად, 7.4 ნახ-ზე მოცემულია პლასტიკური რბილი ფოლადის გაჭიმვის დიაგრამა. დაუშვათ, რომ ძაბვა (B ნერტილის ორდინატი) მეტია დენადობის ზღვარზე; თუ მოვახდენთ ნიმუშის განტვირთვას, დი-

აგრამაზე მივიღებთ OA უბნის პარალელურ განტივრთვის BC ხაზს. განტივრთვის შემდეგ ნიმუში შეინარჩუნებს გარკვეულ ნარჩენ დეფორმაციას $\epsilon_{ნარ}$;

OA და BC ხაზების პარალელურობის პირობიდან გამომდინარეობს, რომ ნიმუშში დრეკადი დეფორმაციები ნინანდებულად უნდა იქნას ნონს ეშორჩილება.

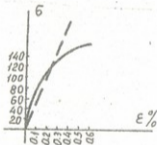
ამრიგად, სრული დეფორმაცია დენადობის ზღვრის ზემოთ შედგება პლასტიკური და დრეკადი დეფორმაციების ჯამისაგან, ე.ი.

$$\epsilon = \epsilon_{დრ} + \epsilon_{ნარ}.$$

§ 7.8. მყიფე მასალების გაჭიმვის დიაგრამა. სიმტკიცის მახასიათებლები

მყიფე მასალების გაჭიმვის დიაგრამა მნიშვნელოვნად განსხვავდება პლასტიკური მასალების გაჭიმვის დიაგრამისაგან. იგი არ შეიცავს დენადობის უბანს, ნიმუშების რღვევა ხდება უმნიშვნელო

ნარჩენი დეფორმაციების დროს, ყელის ნარმოუქმნელად. საერთოდ, მყიფე მასალები ცუდად ეწინააღმდეგებიან გაჭიმვას. ზოგიერთი მყიფე მასალისათვის დაბეჭდვის მცირე მნიშვნელობის დროს პუკის კანონი ძალას კარგავს. მაგრამ მყიფე მასალისაგან დამზადებული კონსტრუქციების ელემენტების მუშაობა გაჭიმვაზე ნარმოებს დაბეჭდვის ისეთ ზღვრებში, რომ გაანგარიშების დროს პუკის კანონიდან გადახრას მხედველობაში არ ღებულობენ. მყიფე მასალისგან დამზადებული



ნახ. 7.5.

ნიმუშის გაჭიმვაზე გამოცდის შედეგი მოცემულია 7.5 ნახ-ზე ნარჩენებ დიაგრამაზე.

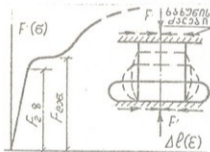
მყიფე მასალებისათვის სიმტკიცის მახასიათებლად მიღებულია ნიმუშის განყვეტის მომენტში ძალის უდიდესი მნიშვნელობის ფარდობა ნიმუშის საწყისი განივკვეთის A_0 ფართობთან. ამ ფარდობას სიმტკიცის ზღვარი ეწოდება და აღინიშნება

$$\sigma_{\text{ზ}} = \frac{F_{\text{max}}}{A_0}.$$

უნდა აღვნიშნოთ, რომ გაჭიმვის პირობებში პლასტიკური და მყიფე მასალებისათვის სიმტკიცის მახასიათებლები დიდად განსხვავდება ერთიმეორისაგან. პლასტიკური მასალებისათვის სიმტკიცის მახასიათებლად მიღებულია განყვეტის მომენტში პირობითი ძაბვა, დროებითი წინაღობა, რომელიც შეესაბამება ნიმუშზე ყველაზე მაღალ დანყების მომენტს (ნიმუშის განყვეტა ვერ კიდევ დასრულდა). მყიფე მასალებისათვის სიმტკიცის მახასიათებლად ღებულობენ იმ ძაბვას, რომელიც შეესაბამება ნიმუშის რღვევას.

§ 7.4. მყიფე და პლასტიკური მასალების კუმშვის დიაგრამა. სიმტკიცის მახასიათებლები

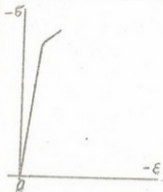
მცირე ნახშირბადიანი ფოლადისაგან დამზადებული ნიმუშის კუმშვაზე გამოცდის შედეგი მოცემულია 7.6 ნახ-ზე. გამოცდის დასაწყისში მასალა ამჟღავნებს იმავე თვისებებს, როგორც გაჭიმვის დროს. ამასთანავე, პროპორციულობის და დენადობის ზღვრების სიდიდეები



ნახ. 7.6.

თითქმის ისეთივეა, როგორც გაჭიმვის დროს. განსხვავება მხოლოდ იმაშია, რომ კუმშვის დიაგრამაზე დენადობის უბანი უფრო მოკლეა, ვიდრე გაჭიმვის დიაგრამაზე. ძალის შემდგომი ზრდის დროს ჩნდება მნიშვნელოვანი ნარჩენი დეფორმაცია, რაც გამოისახება ნიმუშის შემოკლებით და განიკვეთის ზომების გაზრდით. ცილინ-

დრული ფორმის ნიმუში მის ფუძეებსა და წნეხის ბალიშებს შორის ნარჩენი ძალიანი ხახუნის ძალებით ღებულობს კასრის ფორმას. ძალის შემდგომი ზრდით ნიმუში ბრტყელდება რღვევის ყოველგვარი მაკრონიშნების გარეშე. ნიმუშის გაბრტყელების შედეგად მისი განიკვეთის ფართობი იზრდება, შესაბამისად იზრდება კუმშვაში ძალაც. კუმშვის დროს არ არსებობს პლასტიკური მასალის ნიმუშებისათვის მრღვევი ძალა, ამიტომ პლასტიკური მასალების გამოცდა კუმშვაზე არ ნარჩობებს. წინააღობა კუმშვაზე მიიღება ისეთივე, როგორც გაჭიმვის დროს.



მყიფე მასალების (ქვითუფლები, ტონი) რღვევა იწყება მყიფე ნარჩენი დეფორმაციების დროს. კუმშვის დიაგრამას აქვს იგივე სახე, რაც ბოჭკოების დიაგრამას (ნახ. 2). მყიფე მასალების დროს სიმტკიცის ზღვარი უფრო მაღალია, ვიდრე გაჭიმვისას, ე.ი. მყიფე მასალები კუმშვას უფრო უკეთესად უწევენ ნინაალმდეგობას, ვიდრე გაჭიმვას. ზოგიერთი მასალ. სათვის მექანიკური მახასიათებლების მნიშვნელობები მოცემულია მე-3 ცხრილში.

ცხრილი 3

ნახ. 7.7

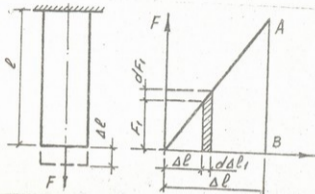
მასალა	დენადობის	სიმტკიცის	სიმტკიცის
	ზღვარი	ზღვარი გაჭ.	ზღვარი კუმ.
	შფა, მპა	შა, მპა	შ.ზ, მპა
ფოლადი 3	210	380 - 470	-
სპეციალური ფოლადი	380	650 - 1200	-
თუფი	-	120 - 280	400 - 1100
ფიჭვი. ბოჭკოების გასწვრივ	-	200 - 500	40 - 60
მუზა. ბოჭკოების გასწვრივ	-	100 - 120	50 - 70
სპილენძი	-	200 - 500	-
აგური	-	1.5 - 3	40 - 150
ბეტონი	-	-	8 - 30
გრანიტი	-	4 - 8	120 - 260

§ 7.5. ბავიშვა-კუშვიის დეფორმაციის
კოტენციური ენერჯია
ბრე კალაის შუაობა



იმისათვის, რომ ტანმა შეიცვლოს თავისი პირველდელი ფორმა, ე.ი. მიიღოს დეფორმირებული მდგომარეობა, საჭიროა ენერჯიის დახარჯვა. ამ ენერჯიას დეფორმაციის ენერჯია ეწოდება.

განვიხილოთ ძელი (ნახ. 7.8), რომელზეც მოქმედებს სტატიკური



ნახ. 7.8.

ძალა. ასეთი ძალის მოქმედების დროს ძელის აჩქარება უმნიშვნელოა და ინერციის ძალებს მხედველობაში არ ღებულობენ. F ძალის მოქმედებით ძელი მიიღებს გრძივ ნაგრძელებას, რის შედეგადაც ძალის მოდების შესაბამისი კვეთი გადაადგილდება და F ძალა შეასრულებს გარკვეულ მუშაობას. დავეუშვათ, რომ დროის გარკვეულ მომენტში ძალის მნიშვნელობა იყო F_1 , ხოლო შესაბამისი ნაგრძელება Δl ; მივცეთ F_1 ძალას ნაზრდი dF_1 , შესაბამისად, დეფორმაციაც მიიღებს ნაზრდს $d(\Delta l)$. F_1 ძალის მიერ შესრულებული ელემენტარული მუშაობა $d(\Delta l)$ გადაადგილებაზე იქნება:

$$dW = \frac{F_1 + (F_1 + dF_1)}{2} d(\Delta l).$$

ფრჩხილებში მოთავსებული სიდიდე წარმოადგენს F_1 ძალის საშუალო მნიშვნელობას $d(\Delta l)$ გადაადგილების დროს.

თუ მხედველობაში არ მივიღებთ მეორე რიგის უსასრულოდ მცირე სიდიდეს $dF_1 d(\Delta l)$, გვექნება

$$dW = F_1 d(\Delta l_1).$$

7.8 დიაგრამაზე dW მუშაობა (მასშტაბის გათვალისწინებით) წარმოადგენს ელემენტარულ დაძვრის d ფართობს. სრული მუშაობა, რომელსაც შეასრულებს F_1 ძალა 0-დან F მნიშვნელობამდე დეფორმაციის პირობებში იქნება:

$$W = \int_0^{\Delta l} F_1 d(\Delta l_1) = \int_0^F F \frac{dF_1 l}{EA} = \frac{F^2 l}{2EA}. \quad (7.2)$$

გავითვალისწინოთ, რომ $\frac{Fl}{EA} = \Delta l$, მაშინ მუშაობა შეგვიძლია დავწეროთ შემდეგი სახით:

$$W = \frac{F \Delta l}{2}. \quad (7.3)$$

პუკის ფორმულიდან ამოვხსნათ F -ის მნიშვნელობა და შევიტანოთ (7.3) გამოსახვაში, მივიღებთ:

$$W = \frac{\Delta l^2}{2l^2} EA l. \quad (7.4)$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ Al არის ძელის მოცულობა, მაშინ (7.4) გამოსახვა შეგვიძლია დავწეროთ შემდეგი სახით:

$$W = \frac{\epsilon^2 EV}{2} = \frac{\sigma \epsilon}{2} V. \quad (7.5)$$

თერმოდინამიკის პირველი კანონის საფუძველზე, ძალის მიერ შესრულებული სრული მუშაობა გარდაიქმნება დეფორმაციის პოტენციურ ენერჯიად. თუ ამ ენერჯიას ავლნიშნავთ U -თი, მაშინ გვექნება:

$$U = -W \quad (7.6)$$

ან, წინა ფორმულების თანახმად, გვექნება:

$$U = \frac{\sigma \epsilon}{2} V = \frac{\sigma^2}{2E} V = \frac{\epsilon^2 E}{2} V. \quad (7.7)$$

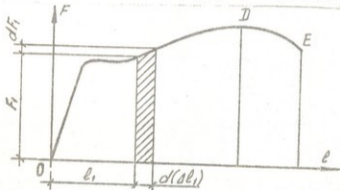
ერთეული მოცულობის შესაბამისი დეფორმაციის პოტენციური ენერჯია, ანუ დეფორმაციის ხვედრითი პოტენციური ენერჯია:

$$u = \frac{U}{V} = \frac{\sigma^2}{2E} = \frac{\sigma \epsilon}{2} = \frac{\epsilon^2 E}{2}. \quad (7.8)$$

პოტენციური ენერჯიის განზომილება $\dim W$ იქნება კნ·მ ან მნ·მ, ხოლო u ხვედრითი პოტენციური ენერჯიისა — კნ/მ²; მნ/მ²; როგორც ვხედავთ, პოტენციური ენერჯია ყოველთვის დადებითია, რადგან მის გამოსახვაში შედის დადებითი, დეფორმაცია ან ძალა კვადრატში. რამდენიმე ძალით გამოწვეული პოტენციური ენერჯიის სიდიდე არ უდრის თითოეული ძალით ცალ-ცალკე გამოწვეული დეფორმაციის

პოტენციური ენერგიების ჯამს. პოტენციური ენერგიის რაოდენობა არ არის დამოკიდებული დატვირთვის თანდათანობით მოდებზე, როდესაც დეფორმაცია ხდება პროპორციულობის ზღვრის ზევით, მაშინ ღეროს გაჭიმვაზე დახარჯული მუშაობის განსაზღვრებას უკეთესია გაავრცელოთ იგივე მსჯელობა მთელ დიაგრამაზე, ჩვენ შემთხვევაში ვიყენებთ პროპორციულობის ზღვრამდე (ნახ. 7.8').

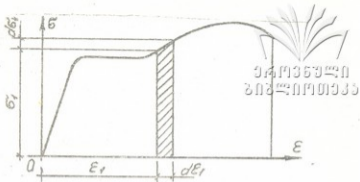
თუ პროპორციულობის ზღვრის ზევით F ძალა გამოიწვევს Δl_1 , ნაგრძელებას, მაშინ მის მიერ შესრულებული მუშაობა dF_1 ელემენტარული ძალით გამოწვეულ $d(\Delta l_1)$ გადაადგილებაზე



ნახ. 7.8'.

იქნება $F_1 d(\Delta l_1)$, რომელიც ნახაზზე გამოსახავს ელემენტარულ დამტრიახულ ფართობს. ნიმუშის განყვეტაზე დახარჯული მუშაობა განსაზღვრება დიაგრამის მთლიანი ODEF ფართობით. ეს მუშაობა რიცხობრივად ტოლია დეფორმაციის ენერგიისა და არ განსაზღვრავს პოტენციურ ენერგიას, რადგან პროპორციულობის ზღვრის შემდეგ $W = U_1$ პირობა ირღვევა.

მასალის მექანიკური თვისების ერთ-ერთ მნიშვნელოვან მახასიათებლად ითვლება ხვედრითი მუშაობა ნიმუშის განყვეტამდე შესაბამისი დეფორმაციის დროს. რაც უფრო დიდია ეს მახასიათებელი, მით უფრო მეტი ხვედრითი ენერგიაა საჭირო ნიმუშის დასარღვევად. ე.ი. ასეთი მასალები უკეთესად ენინაალმდებებიან დარტყმით დატვირთვებს. დეფორმაციის ხვედრითი მუშაობის გამოსათვლელად საჭი-



ნახ. 7.8^ა.

როა გაჭიმვის დიაგრამის ფართობის მიხედვით გამოთვლილი სრული მუშაობა გავყოთ ნიმუშის მოცულობაზე:

$$u = \frac{W}{V} = \frac{W}{Al} \quad (7.9)$$

ხვედრითი მუშაობის სიდიდე შეგვიძლია განვსაზღვროთ აგრეთვე ძაბვების პირობითი დიაგრამის ფართობის მიხედვით (ნახ. 7.8^ბ).

ამ დიაგრამაზე ნაჩვენებია ანალოგიური ელემენტარული ფართობი იქნება:

$$\sigma_1 d\epsilon_1 = \frac{F_1}{A} \cdot \frac{d(\Delta l_1)}{l} = \frac{F_1 d(\Delta l_1)}{V} = \frac{W}{V} = u.$$

ამრიგად, თუ გაჭიმვის დიაგრამის მთლიანი ფართობი გამოსახავს სრულ მუშაობას, მაშინ ძაბვების დიაგრამის ფართობი გამოსახავს ხვედრით მუშაობას. განყვეტის შესაბამისი ხვედრითი მუშაობა მით უფრო მაღალი იქნება, რაც უფრო პლასტიკურია მასალა. აქედან დასკვნა: დარტყმით ტვირთების მოქმედებაზე მომუშავე ელემენტების გამოყენებული უნდა იქნეს ისეთი მასალები, რომლებიც ხასიათდებიან დიდი ფარდობითი წაგრძელებებით. გაჭიმვის და ძაბვების დიაგრამის მიხედვით მუშაობის გამოთვლის დროს გათვალისწინებული უნდა იქნეს დიაგრამების შესაბამისი მასშტაბები ორივე ღერძის მიხედვით.

მაგალითები:

მაგალითი 1. გამოვითვალოთ 7.9 ნახ-ზე მოცემული ძელისათვის დეფორმაციის პოტენციური ენერჯია (7.7).

ამოხსნა: ენერჯიას გამოვითვლით ფორმულით:

$$U = \frac{1}{2E} (\sigma_1^2 V_1 + \sigma_2^2 V_2 + \sigma_3^2 V_3),$$

$$U = \left(\frac{10 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-4}} \right)^2 + 10^{-4} \cdot 10 \cdot 1 + \left(\frac{10 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-4}} \right)^2$$

გარე ძალების მიხედვით, დეფორმაციის პოტენციური ენერჯია იქნება:

$$W = \frac{F_1 \Delta l_1}{2} + \frac{F_2 \Delta l_2}{2},$$

სადაც

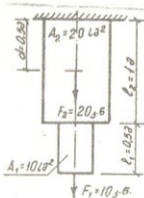
$$\Delta l_1 = \left(\frac{10 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-4}} \right)^2 \left(\frac{1}{10 \cdot 10^{-4}} + \frac{1}{20 \cdot 10^{-4}} \right) + \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5}{20 \cdot 10^{-4}} = - \frac{100}{E} (0,15 \cdot 0,05) - \frac{20}{E} \cdot \frac{20}{2 \cdot 10^5} = 1 \cdot 10^{-4} = 0,01 \text{ სმ.}$$

ამრიგად,

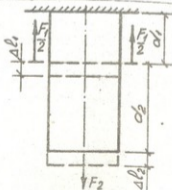
$$W = \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-4}}{2} \cdot \frac{20 \cdot 10^{-3} \cdot 0,375 \cdot 10^{-4}}{2} = (5 + 3,75) \cdot 10^{-7} = 8,75 \cdot 10^{-7} \text{ მგ მ} = 8,75 \cdot 10^{-7} \cdot 102000 = 100 = 8,75 \text{ კგ. სმ.}$$

მაგალითი 2. მოენახოთ 7.10 ნახ-ზე მოცემული ძელის დეფორმაციის პოტენციური ენერჯიის გამოსახულება შიგა და გარე ძალების საშუალებით. გარე ძალების მიხედვით გვექნება:

$$W = \frac{F_1 \Delta l_1}{2} + \frac{F_2 \Delta l_2}{2},$$



ნახ. 7.9.



ნახ. 7.10.

სადაც

$$\Delta l_2 = \frac{F_2 (a_1 + a_2)}{EA} - \frac{F_1 a}{EA}$$

და

$$\Delta l_1 = \frac{F_1 a_1}{2} - \frac{a_2}{2}$$

თუ შევიტანთ Δl_1 და Δl_2 მნიშვნელობას, მივიღებთ:

$$W = \frac{1}{2EA} [F_1^2 a_1 + F_2^2 (a_1 + a_2) - 2 F_1 F_2 a_1]$$

შეგა ძალების მიხედვით დეფორმაციის პოტენციური ენერჯიის გამოსახვა გვექნება:

$$U = \frac{N_1 \Delta(a_1)}{2} + \frac{N_2 \Delta(a_2)}{2}$$

რადგან

$$N_1 = F_2 - F_1; \quad N_2 = F_2; \quad \Delta(a_1) = \frac{N_1 a_1}{EA} = \frac{(F_2 - F_1) a_1}{EA}$$

$$\Delta(a_2) = \frac{N_2 a_2}{EA} = \frac{F_2 a_2}{EA}$$

ამიტომ

$$U = \frac{1}{2EA} [F_1^2 a_1 + F_2^2 (a_1 + a_2) - 2 F_1 F_2 a_1]$$

მაგალითი 3. გამოვითვალოთ 7.11 ნახ-ზე მოცემული სისტემისათვის დეფორმაციის პოტენციური ენერჯია. განვსაზღვროთ სისტემის B წერტილის შვეული გადაადგილება.

ამოხსნა: ღეროებში გრძივი ძალების მნიშვნელობები მოინახება ნონასწორობის პირობებიდან.

$$\Sigma X = -N_1 + N_2 \cos \alpha = 0,$$

$$\Sigma Y = N_2 \sin \alpha - F = 0.$$

ამ ორი განტოლებიდან მივიღებთ:

$$N_1 = \frac{F}{\operatorname{tg} \alpha}; \quad N_2 = \frac{F}{\sin \alpha}$$

დეფორმაციის პოტენციური ენერჯია იქნება:

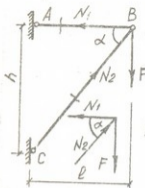
$$U = \frac{F^2 l}{2 E_1 A \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{F^2 l}{2 E_2 A_2 \sin^2 \alpha \cos \alpha}$$

გარე F ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა იქნება $W = \frac{F \Delta}{2}$.

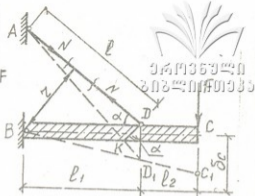
რადგან $|-W| = U$, ამიტომ



საქართველოს
ტექნიკური უნივერსიტეტი



ნახ. 7.11.



ნახ. 7.12.

$$\frac{F \Delta}{2} = \frac{F^2 l}{2 E_1 A_1 \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{F^2 l}{2 E_2 A_2 \sin^2 \alpha \cos \alpha}$$

საიდანაც B სახსრის შვეული გადაადგილება, იქნება:

$$V_B = \frac{F l}{E_1 A_1 \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{F l}{2 E_2 A_2 \sin^2 \alpha \cos \alpha}$$

მაგალითი 4. განვსაზღვროთ 7.12 ნახ-ზე მოცემული სისტემის ნერტილის შვეული გადაადგილება.

ამოხსნა: BC ხისტი კოჭია. დეფორმაციას განიცდის მხოლოდ AD ღერო. მოვანათო ამ ღეროში გრძივი ნორმალური ძალა. ამისათვის ვისარგებლოთ პირობით:

$$\Sigma M_B = 0; \quad F(l_1 + l_2) - N r = 0; \quad r = l_1 \sin \alpha,$$

საიდანაც

$$N = \frac{F(l_1 + l_2)}{l_1 \sin \alpha}$$

დავუშვათ, რომ სისტემის დეფორმირებული მდგომარეობის დროს ხისტი კოჭმა მიიღო BC₁ მდგომარეობა. ე.ი. C გადაადგილდა C₁ ნერტილში, D — D₁ ნერტილში. ამის შედეგად AD ღეროს ახალი მდებარეობა იქნება AD₁; თუ D ნერტილიდან AD₁-ზე ჯავნებთ DK მართობს, მაშინ KD₁ მონაკვეთი იქნება AD ღეროს წაგრძელება $\Delta l = KD_1$. პუკის კანონის თანახმად გვექნება:

$$\Delta l = \frac{N l}{E A} = \frac{F(l_1 + l_2)}{E A \sin \alpha \cos \alpha}$$

იმავე ნახაზიდან

$$D D_1 = \frac{K D_1}{\sin \alpha} = \frac{\Delta l}{\sin \alpha} = \frac{F(l_1 + l_2)}{E A \sin^2 \alpha \cos \alpha}$$

სამკუთხედების მსგავსობიდან ვწერთ: $\frac{C C_1}{D D_1} = \frac{l_1 + l_2}{l_2}$

საიდანაც $C C_1 = \delta e = D D_1 \frac{l_1 + l_2}{l_2} = \frac{F(l_1 + l_2)}{E A \sin^2 \alpha \cos \alpha}$

§ 7.8. ძაბვათა კონსტრუქცია (აღვილობრივი ძაბვები)

არსებობს მკვეთრად ცვალებადი განივკვეთის მქონე ძალები. მაგალითად, ლითონის ფერმებში საკვანძო ფურცლებთან ღეროების მისამარებლად საჭიროა წინასწარ მოშადდეს მოქლონვისათვის ხერვები, რაც, ცხადია, შესუსტებს ღეროს კვეთს. ასეთივე შემთხვევას აქვს ადგილი კონსტრუქციის ელემენტების ჭდობით შეერთების დროს. თუ ღერო იჭიმება ან იკუმშება მუდმივი სიდიდის ძალით, მაშინ შესუსტებულ კვეთებში ძაბვის სიდიდე უფრო დიდია, ვიდრე სხვა კვეთებში. ამიტომ ასეთ კვეთებში ძაბვის სიდიდის გამოთვლის დროს საანგარიშო ფართობად მიღებული უნდა იქნეს მუშა ანუ „ნეტო“ ფართობი. იმ შემთხვევაში, როცა ძელის სხვადასხვა უბანში მოქმედებენ სხვადასხვა სიდიდის ძალები, მაშინ შესაძლებელია უდიდესი ძაბვა წარმოიშვას არა შესუსტებულ კვეთებში, არამედ სხვა რომელიმე შესუსტებულ კვეთში. მაგალითისათვის განვიხილოთ 7.13 ნახ-ზე მოცემული კონსტრუქცია; გამოვიანგარიშოთ ამ ღეროს თვალსაჩინო კვეთებში ძაბვების სიდიდეები.

გაანგარიშების დროს ვიგულისხმობთ, რომ ძელის ზედა ნაწილის კვეთის ფართობი შესუსტებულია 25%-ით, ე.ი. ძელის 1-1 კვეთში ძაბვის სიდიდე იქნება:

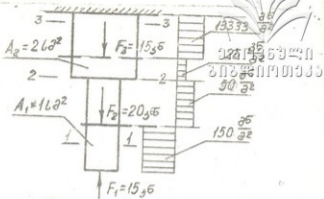
$$\sigma_1 = \frac{15 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^{-4}} = 150 \text{ კგ/მ}^2 = 1500 \text{ კგ/სმ}^2,$$

2-2 კვეთში

$$\sigma_2 = \frac{15 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-4}} = 50 \text{ კგ/მ}^2 = 500 \text{ კგ/სმ}^2,$$

3-3 კვეთში

$$\sigma_3 = \frac{20 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^{-4}} = 133,3 \text{ კგ/მ}^2 = 1333 \text{ კგ/სმ}^2.$$



ნახ. 7.13.

გამოთვლებიდან ჩანს, რომ უდიდესი ძაბვა გვაქვს ძელის ქვედა ნაწილის კვეთში და არა შესუსტებულ კვეთში. ამ განაგარიშებიდან ჩანს, რომ საშიშო კვეთს წარმოადგენს ის კვეთი, სადაც გვაქვს უდიდესი ძაბვა.

საერთოდ, შესუსტებულ კვეთში ძაბვის სიდიდის მოსანახად უნდა ვისარგებლოთ ფორმულით:

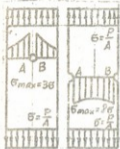
$$\sigma_{\text{სა}} = \frac{N}{A_{\text{სუს}}} \quad (7.10)$$

დრეკადი დეფორმაციის პირობებში შესუსტებულ კვეთში ნორმალური ძაბვები არათანაბრადაა განაწილებული და ზოგიერთ ნერტილში მისი მნიშვნელობა საკმაო სიდიდისაა. დრეკადობის თეორიის ზუსტი მეთოდებით გამოთვლის შედეგები გვიჩვენებენ, რომ მუდმივი კვეთის მქონე ნრიული ცენტრალური ხვრეტით შესუსტებული გაჭიმული ზოლის განივკვეთში ძაბვები ნაწილდება ისე, როგორც ეს ნაჩვენებია 7.14 ნახ-ზე.

უდიდესი ძაბვა წარმოიშობა A და B ნერტილებში. მათი სიდიდე დამოკიდებულია ხვრეტის დიამეტრის და ზოლის სიგანის ფარდობაზე. მცირე დიამეტრის შემთხვევაში მათი $\sigma_{\text{კ}}$ მნიშვნელობები დაარღობით 3-ჯერ მეტია $\sigma_{\text{სა}}$ ძაბვაზე. ასეთივე მდგომარეობას აქვს ადგილი გვერდებზე ამოჭრით შესუსტებულ კვეთებში და მკვეთრად ცვალებად კვეთებში (ნახ. 7.14). ძაბვებს ზემოთ აღნიშნულ კვეთებში კონცენტრაციული ძაბვები ეწოდება. ძაბვების კონცენტრაციის ხარისხი

ბასიათდება კოეფიციენტით, რომელიც გვიჩვენებს, თუ რამდენჯერ სტარბობს მოცემულ ნერტილში ადგილობრივი $\sigma_{კონ}$ ძაბვა ნომინალურ ანუ იმავე ნერტილში კონცენტრაციის გაუთვალისწინებლად გამოთვლილ ძაბვას

ეროვნული
ბიზნეს-საბჭო



ნახ. 7.14.

$$\alpha_{კონ} = \frac{\sigma_{კონ}}{\sigma_{ნორ}}$$

საიდანაც

$$\sigma_{კონ} = \alpha_{კონ} \cdot \sigma_{ნორ} \quad (7.12)$$

მარტივი გაჭიმვა - კუმშვის შემთხვევაში ნორმალური ძაბვა კვეთის ნებისმიერ ნერტილში ტოლია საშუალო ძაბვის. მტწილად კონცენტრაციის $\alpha_{კონ}$ კოეფიციენტის მნიშვნელობა იცვლება 1-დან 3-მდე. ექსპლუატაციონში მყოფი ნაგებობებზე დაკვირვება გვიჩვენებს, რომ სტატიკური დატვირთვების და

პლასტიკური მასალის შემთხვევაში შეგვიძლია ძაბვების კონცენტრაცია მხედველობაში არ მივიღოთ. რაც შეეხება მყიფე მასალებისგან დამზადებული ელემენტების გაანგარიშებას ცელად დატვირთვებზე, აუცილებლად გათვალისწინებული უნდა იქნეს კონცენტრაციული ძაბვები. დაბალი ტემპერატურის პირობებში ექსპლუატაციისას ძაბვათა კონცენტრაცია უნდა იყოს მიღებული მხედველობაში ყველა მასალისათვის.

§ 7.7. კონსტრუქციების გაანგარიშების მეთოდების შესახებ

კონსტრუქციების ელემენტების გაანგარიშების დროს ვიზილავთ სამი სახის საინჟინრო ამოცანას:

1. ცნობილია დატვირთვები, რომლებიც მოქმედებენ გასაანგარიშებელ ელემენტებზე; დანიშნულია კვეთის ზომები და მასალა. საჭიროა განესაზღვროთ მის განივკვეთში მოქმედი ძაბვები და გამოვარკვიოთ, ზომ არაა ეს ძაბვები კონსტრუქციის ელემენტისათვის საშიში.
2. ცნობილია დატვირთვები და მასალა, კვეთის ფორმა; საჭიროა მოენახოთ კვეთის ისეთი ზომები, რომლებიც დააკმაყოფილებს ელემენტის სიმტკიცის პირობებს.
3. მოცემულია კონსტრუქციის ელემენტის კვეთის ზომები და მასალის მექანიკური მახასიათებლები. საჭიროა განესაზღვროთ უდიდესი დატვირთვის სიდიდე (რომელიც გასაანგარიშებელი ელემენტისათვის არ იქნება საშიში).

საშიშად ითვლება ის დატვირთვა, რომელიც გამოიწვევს ქვეშევრდების რღვევას ან მის დიდ პლასტიკურ დეფორმაციებს.

ამაგვად სხვადასხვა ქვეყნებში კონსტრუქციების სიმტკიცეზე გაანგარაშება წარმოებს დასაშვებ ძაბვათა მეთოდით, ან მრღვევ ტვირთთა მეთოდით, ან ზღვრულ მდგომარეობათა მსწრე ტვირთის მეთოდით.

§ 7.8. კონსტრუქციების განსარჩევად დასაშვებ ძაბვათა მეთოდით

კონსტრუქციის მუშაობა მისი ექსპლუატაციის პირობებში სიმტკიცის თვალსაზრისით საიმედოდ ჩაითვლება, თუ უდიდესი ძაბვის ქვეშ კონსტრუქციის მუშაობა იქნება ხანგრძლივი და ადგილი არ ექნება მისი რღვევის საშიშროებას.

ასეთი სიდიდის ძაბვას კონსტრუქციისათვის დასაშვებ ძაბვას უწოდებენ.

დასაშვები ძაბვა აღინიშნება იმავე ასოთი, მხოლოდ კვადრატულ ფრჩხილებში $[\sigma]$, [τ].

მყიფე მასალებისათვის სიმტკიცეზე დასაშვები ძაბვის სიდიდის შესარჩევად ღებულობენ სიმტკიცის ზღვრის შეფარდებას წინასწარ შერჩეულ მარაგის $K_s > 1$ კოეფიციენტთან.

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{s3}}{K_s} \quad (7.13)$$

K_s კოეფიციენტის მნიშვნელობა დამოკიდებულია მასალაზე, ნაგებობის დანიშნულებაზე, დატვირთვის მოქმედების სახეზე და სხვა მრავალ ფაქტორზე.

რაც უფრო ერთგვაროვანია მასალა, მით უფრო ნაკლები სიდიდის მნიშვნელობა შეესაბამება K_s კოეფიციენტს.

პლასტიკური მასალებისათვის დასაშვები $[\sigma]$ ძაბვები შეირჩევა დენადობის ზღვრის მიხედვით:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\phi 3}}{K_{\phi}} \quad (7.14)$$

სადაც K_{ϕ} — მარაგის კოეფიციენტია, რომელიც შეესაბამება დენადობის ზღვარს. „ფოლადი 3“ მარკისათვის $K_{\phi} = 1,3-1,5$. ქვემოთ მოყვანილ ცხრილში მოცემულია გაქიმვა-კუმშვის დროს დასაშვები ძაბვები ისეთი მასალებისათვის, რომლებიც ფართოდ გამოიყენება მშენებლობაში.

ცხრილში მოცემული დასაშვები დაბევის მნიშვნელობები ითვალისწინებს კონსტრუქციის მუშაობის ნორმალურ პირობებს და დამვირთვის სტატიკურ მოქმედებას.

ცხრილი 4*

ქვემოთაა მოცემული
ქვემოთაა მოცემული

მასალა	დასაშვები დაბევის მნიშვნელობები	
	გაჭიმვაზე	კუმშვაზე
ფოლადი 3	160	160
ფოლადი 2	140	140
ფიჭვი ბოჭკოების გასწვრივ	7	10
მუხა ბოჭკოების გასწვრივ	9	13
მარკა „110“-ბეტონი	0,4	3,5
მარკა „150“-ბეტონი	0,6	5,5
აგურის წყობა ცემენტის ხსნარზე	0,2	1,2
ყორე წყობა ცემენტის ხსნარზე	0,3	1,5
თიხოვანი ყამირი	-	0,25 - 0,3
ქვიშოვანი ყამირი	-	0,3 - 0,4

დასაშვებ დაბევათა მეთოდით გაანგარიშების ძირითად მიზანს შეადგენს სიმტკიცის პირობის დაცვა

$$\sigma_{max} \leq [\sigma]. \quad (7.15)$$

ზემოთ ჩამოთვლილი სამი სახის ამოცანისათვის ეს პირობა დაინერება სამი საინჟინრო ამოცანის სახით:

1) სიმტკიცის შემოწმება $\sigma_{max} \leq [\sigma]$; (7.16)

2) კვეთის შერჩევა $A \geq F / [\sigma]$; (7.17)

3) უდიდესი დასაშვები ტვირთის განსაზღვრა $F \leq [\sigma] A$. (7.18)

(16), (17) და (18) გამოსახულებებში: A — კვეთის განზოგადებული გეომეტრიული მახასიათებელია; F - განზოგადებული ძალა; $[\sigma]$ - განზოგადებული დასაშვები დაბევა.

მაგალითები:

მაგალითი 1. ნაშნის ღერო, რომლის კვეთი შედგება ფოლადის ორი კუთხოვანისაგან (100X63X6) ფართობით $A = 2 \times 9,59 =$

* — დღესდღეობით კონსტრუქციების დამპროექტებისას იყენებენ ზღვრულ მდგომარეობათა მეთოდს

19,18 სმ², გაჭიმულია $F=250$ კნ ძალით და მიმავრცელებულია ფერმის კვანძში მოთავსებულ საკვანძე ფურცელთან 3 მოქლონის საშუალებით $d=20$ მმ (ნახ. 7.15).

მოვინახოთ უდიდესი ძაბვის მნიშვნელობა ღეროზე (ნახ. 7.15) და მისი კონცენტრაციის ჩაუთვლელად).

ამოხსნა: a-a კვეთში ძაბვის სიდიდე იქნება:

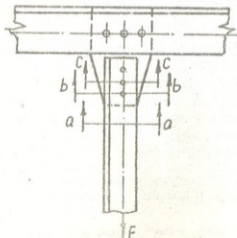
$$\frac{F}{A_{a-a}} = \sigma_a = \frac{250}{19,18 \cdot 10^{-4}} = 130,2 \text{ კნ/მ}^2 \cdot 103 = 130,2 \text{ მპა} = 1302 \text{ კგ/სმ}^2;$$

b-b კვეთში

$$\frac{F}{A_{b-b}} = \sigma_b = \frac{250}{(19,18 - 2 \cdot 2 \cdot 0,6) \cdot 10^{-4}} = 148,9 \cdot 10^3 \text{ მპა} = 148,985 \text{ კნ/მ}^2 = 1489 \text{ კგ/სმ}^2;$$

c-c კვეთში

$$\sigma_c = \frac{\sigma^2 F - \frac{2}{3} 250}{A_{c-c} (19,18 - 2 \cdot 2 \cdot 0,6) \cdot 10^{-4}} = 116 \cdot 10^3 \text{ მპა} = 116 \text{ მპა} = 1160 \text{ კგ/სმ}^2.$$



ნახ. 7.15.

როგორც ვხედავთ, უდიდესი σ დაბეჭედა მოქმედებს b-b კვეთში, სიმტკიცის პირობა $\sigma_{max} \leq [\sigma]$ დაცულია, $\sigma_{max} = 148,9 < 160$ მპა.
 მაგალითი 2. მოენახოთ ცემენტის ხსნარზე ამენებული აგურის სვეტის კვადრატული კვეთის ფართობი, თუ სვეტზე მოქმედებდა მკვდარი დატვირთვა $F=108$ კნ. აგურის ნეობის დასაშვები დაბეჭედა ხსნარზე $[\sigma]=1.4$ მპა.

ამოხსნა: სვეტის განიკვეთის ფართობი მოინახება ფორმულით:

$$A \geq \frac{F}{[\sigma]} + \frac{108 \cdot 10^3}{1,2 \cdot 10^6} = 900 \cdot 10^{-4} \text{ მ}^2 = 900 \text{ სმ}^2,$$

სვეტის გვერდი $a = \sqrt{900} = 30$ სმ.

მაგალითი 3. ფერმის (ნამნის) გაჭიმული ღეროს კვეთი შედგება ფოლადის ორი კუთხოვანისაგან $80 \times 80 \times 6$, რომლის ფართობი $A=2 \times 9,4 = 18,8$ სმ². რა სიდიდის გამჭიმვი ძალა შეუძლია აიტანოს ღერომ, თუ დასაშვები დაბეჭედა $[\sigma]=160$ მპა.

ამოხსნა: დასაშვები ძალა მოინახება (7.18) ფორმულით

$$F \leq A[\sigma] = 18,8 \times 10^{-4} \times 160 = 0,301 \text{ მპ} = 30100$$

კგ

§ 7.10. მრღვევი ტვირთების მეთოდი

როგორც ვნახეთ, დასაშვებ დაბეჭედა მეთოდით სიმტკიცეზე გაანგარიშებას საფუძვლად უდევს პირობა, რომ კონსტრუქციის არც ერთ დაძაბულ კვეთში ფაქტიურად მოქმედი დაბეჭედა არ უნდა აღემატებოდეს დასაშვებს. ე.ი. სიმტკიცის საზომად მიღებულია მარაგის კოეფიციენტი. კონსტრუქციის სიმტკიცის ამონურვად ღებულობენ მის ისეთ მდგომარეობას, რომლის დროსაც მისი განიკვეთის ერთ-ერთ წერტილში წარმოიშობა საშიში დაბეჭედი $\sigma_{\text{დ}}$ ან $\sigma_{\text{ზ}}$.

დასაშვები დაბეჭედა მიიღება საშიში დაბეჭდის ($\sigma_{\text{დ}}$ ან $\sigma_{\text{ზ}}$) გაყოფით მარაგის K კოეფიციენტზე.

მრღვევ ტვირთთა მეთოდით შესაბამისად შეგვიძლია მთლიანი კონსტრუქციისათვის მოენახოთ უდიდესი შესაძლო მრღვევი დატვირთვა ანუ ზღვრული დატვირთვა, რომლის დროსაც ყველა ღეროში წარმოიშობა საშიში დაბეჭედა. იმ შემთხვევაში, როცა კვეთში დაბეჭედი არათანაბრადაა განაწილებული, ზიდვის უნარის ამონურვა დაიწყება მაშინ, როცა ყველა წერტილში იგი მიაღწევს გარკვეულ ზღვარს. ასეთ შემთხვევაში სიმტკიცის მარაგის კოეფიციენტის დადგენა ხდება არა საშიში დაბეჭდის მიმართ, არამედ მრღვევი ან ზღვრული დატვირ-

თვების მიმართ. ამიტომ დასაშვები ტვირთი მოინახება ზღვრული ტვირთის K მარაგის კოეფიციენტზე გაყოფით:

$$A_{\text{ფ}} = \frac{F_{\text{ს}}}{K}$$

თუ მარაგის კოეფიციენტის მნიშვნელობას ავიღებთ როგორც დასაშვებ დაბრუნება მეთოდში, მაშინ გაანგარიშების სერხს ეწოდება ანგარიში მრღვევი ტვირთების მეთოდით ან ზღვრული მდგომარეობის მეთოდით.

უნდა აღვნიშნოთ, რომ მარტივი სისტემის გაანგარიშების დროს, რომლის ღეროებში ძალების მნიშვნელობები არ არის დამოკიდებული მათ სიხისტეზე და ძალები მოინახება სტატიკის ნონასწორობის განტოლებებით, დასაშვებ დაბრუნება და მრღვევ ტვირთთა მეთოდებით გაანგარიშების შედეგები ერთნაირია. რაც შეეხება სტატიკურად ურკვევ სისტემებს, აქ უკვე ორივე მეთოდი იძლევა სხვადასხვა შედეგებს.

§ 7.11. საანგარიშო ზღვრულ მდგომარეობათა მეთოდი

ნებისმიერ ნაგებობას ან კონსტრუქციას აქვს თავისი სპეციფიკური დატვირთვები, რომელთა მოქმედების სქემა და მაქსიმალური სიდიდე დადგენილია სახელმწიფო სტანდარტებით. კონსტრუქციების გაანგარიშების თანამედროვე მეთოდები (სამრეწველო და სამოქალაქო მშენებლობა, ხედიმშენებლობა, ჰიდროტექნიკურ ნაგებობათა მშენებლობა, თვითმფრინავთმშენებლობა და სხვ.) ითვალისწინებენ, რომ დატვირთვები ცვლადი სტატისტიკური სიდიდეებია და ისინი ემორჩილებიან ალბათობის განსაზღვრულ კანონებს. ამის გამო დატვირთვებს ახასიათებს გადახრები ნორმით გათვალისწინებულ სიდიდეებთან შედარებით.

სტატისტიკურ კანონებს ექვემდებარება აგრეთვე მასალების ფიზიკურ-მექანიკური თვისებები სტანდარტით დაწესებულ სიდიდეებთან შედარებით.

გარემოს ზემოქმედებასაც თავისი გავლენა აქვს კონსტრუქციის მუშაობაზე (გარემოს აგრესიულობა, ტემპერატურა, სინოტავე და სხვ.).

ყოველივე ზემოთ ჩამოთვლილი ფაქტორის გავლენას (მათი სტანდარტებისაგან გადახრის გათვალისწინებით) მხედველობაში ღებულობს საანგარიშო ზღვრულ მდგომარეობათა მეთოდი.

ჩვენ უკვე ვიცნობთ კონსტრუქციათა გაანგარიშებას დასაშვებ დაბრუნება მეთოდით, რომელიც გულისხმობს, რომ ელემენტი მუშაობს

დრეკადობის ზღვრებში და მას აქვს ერთი მარაგის კოეფიციენტი, ცნობილია აგრეთვე ზღვრულ ტვირთთა მეთოდი.

ორივე ზემოაღნიშნული მეთოდი ვარაუდობს ერთიანი მარაგის კოეფიციენტების გამოყენებას, რაც ამ მეთოდების უარყოფით მხარეს წარმოადგენს.

საანგარიშო ზღვრულ მდგომარეობათა მეთოდის მდგომარეობს მასში, რომ ნაგებობა თავისი ექსპლუატაციის განმავლობაში გარანტირებული იყოს რომელიმე ზღვრული (ექსპლუატაციისათვის საშიში) მდგომარეობის დადგომისაგან კონსტრუქციაში ისეთი საშიში მდგომარეობის შექმნა, რომლის დროსაც უკვე შეუძლებელია მისი ნორმალური ექსპლუატაცია, ხსენებულ მეთოდში იქმნება ნაგებობაზე მოქმედი ფაქტორების საანგარიშო სიდიდეების ყველაზე უფრო არახელსაყრელი კომბინაციებით.

საანგარიშო ზღვრულ მდგომარეობათა მეთოდით კონსტრუქციითა გაანგარიშების დროს გამოიყენება: 1. საანგარიშო დატვირთვები, რომელთა სიდიდე მიიღება კონსტრუქციაზე მოქმედი ნორმირებული დატვირთვის საიმედოობის კოეფიციენტზე გამრავლებით. 2. მასალის სიმტკიცის საანგარიშო სიდიდე; მიიღება სიმტკიცის ნორმატიული მაჩვენებლების საიმედოობის კოეფიციენტზე გაყოფით. 3. კონსტრუქციის მუშაობის პირობების კოეფიციენტი.

ჩამოთვლილი კოეფიციენტები ერთმანეთისაგან დამოუკიდებელია და, რაც მთავარია, რომელიმე ფაქტორის დაზუსტება იწვევს კონსტრუქციის ანგარიშის დაზუსტებას. როგორც ვხედავთ, საანგარიშო ზღვრული მდგომარეობის მეთოდის გამოყენებისას (სზმ) არ არსებობს ნაგებობის მარაგის ერთიანი კოეფიციენტი, რაც ამ მეთოდის პროგრესული მხარგა.

ამ მეთოდის მიხედვით კონსტრუქციები უნდა აკმაყოფილებდეს საანგარიშო მოთხოვნებს ზიდვის უნარისა (პირველი ჯგუფის ზღვრული მდგომარეობანი) და ნორმალური ექსპლუატაციისათვის ვარგისიანობის თვალსაზრისით (მეორე ჯგუფის ზღვრული მდგომარეობანი).

პირველი ჯგუფის სზმ გაანგარიშებამ უნდა უზრუნველყოს:

ა) კონსტრუქციის მთლიანობა (სიმტკიცეზე გაანგარიშება), კონსტრუქციის ფორმის (თხელკედლიანი კონსტრუქციები) და მდგომარეობის მდგრადობა (საყრდენი კედლების გაანგარიშება გადაყირავებასა და გასრიალებისაგან, გაანგარიშება რეზერვუარების ამოტივტივებაზე) და სხვ.

ბ) კონსტრუქციის გამძლეობა (დაღლილობაზე გაანგარიშება ცვლადი დატვირთვების მოქმედების დროს).

გ) კონსტრუქციის მთლიანობა ძალისმიერი და გარემოს აგრესიული ფაქტორების ერთდროულად მოქმედების დროს.

მეორე ფაქტორის სზმ გაანგარიშებამ უნდა უზრუნველყოს კონსტრუქცია:

ა) ბზარების გაჩენისაგან, აგრეთვე დიდი ბზარების განხრისაგან.

ბ) სიმტკიცის ნორმატიული მახასიათებლები, ანუ წუნსაღები მინიმუმი.

მხედველობაში უნდა იქნეს მიღებული სიმტკიცის მაჩვენებლების ცვალებადობა, რაც 1984 წლის ახალი ნორმების მიხედვით გამოისახება საიმედოობის კოეფიციენტით.

$$R_y = R_{y, \gamma m}$$

აქ R_y არის მასალის საანგარიშო სიმტკიცე; $R_{y, n}$ - მასალის ნორმატიული სიმტკიცე; γm - საიმედოობის კოეფიციენტი მასალის მიხედვით.

იმისდა მიხედვით, თუ როგორ პირობებში მუშაობს კონსტრუქცია, საანგარიშო სიმტკიცე შეიძლება გადიდდეს ან შემცირდეს მუშაობის პირობების γc კოეფიციენტზე გამრავლებით:

$$R_y = R_{y, \gamma c \gamma m} \quad (7.20)$$

γc დამოკიდებულია კონსტრუქციის დამზადების, მუშაობის პირობებისაგან, დადლილობის ციკლის ასიმეტრიის ρ -ს მხედველობაში მიღებით. უნდა აღინიშნოს, რომ მეორე ფაქტორის ზღვრულ მდგომარეობათა გაანგარიშების დროს მუშაობის პირობების კოეფიციენტი $\gamma c = 1$.

მაგალითისათვის მოვიყვანოთ, ფოლადების მახასიათებლები სამშენებლო ნორმებისა და წესების (СНП) მიხედვით.

ცხრილი 5

ფოლადის კლასი (მარკა)	მასალის საანგარიშო სიმტკიცე, მპა			
	ღერძული ძალები R_y	ღუნვაზე R_{σ}	ჭრაზე R_t	თელვაზე R_{τ}
ВСТ3СН5-1	240	370	139	346
О9Т2С-1	335	480	194	445
ВСТ3ПС6	225	350	131	336

მენ ცხრილში: R_y - მასალის საანგარიშო სიმტკიცეა დენადობის
ზღვრის მიხედვით,

R_u - მასალის საანგარიშო სიმტკიცეა დროებით ნინალუბის მიხედვით,

R_s - მასალის საანგარიშო სიმტკიცეა ჭრაზე,

R_p - მასალის საანგარიშო სიმტკიცეა თელვაზე.

§ 7.12. სტატიკურად შრკვევი სისტემების ბანაბროშება მრღვემ ტვირთთა მეთოდით

დასაშვებ ძაბვათა მეთოდით სტატიკურად ურკვევი ამოცანების განგარიშების შედეგების მიხედვით შევამჩნიეთ, რომ ზოგიერთი ღერო ნაკლებადაა დაძაბული, რის გამოც კონსტრუქციის მასალა მთლიანად ვერაა გამოყენებული, რაც დასაშვებ ძაბვათა მეთოდით ანგარიშის ძირითადი ნაკლის მაჩვენებელია.

მრღვევ ტვირთთა მეთოდით ანუ ზღვრული ამტანობის უნარის მიხედვით სტატიკურად ურკვევი სისტემების გაანგარიშების შედეგები გვიჩვენებენ, რომ მასალა უფრო რაციონალურადაა გამოყენებული და გადაღვეს მნიშვნელოვან კონომიას.

როგორც ვიცით, კონსტრუქციისათვის ზღვრულად ითვლება ისეთი ტვირთი, რომლის დროსაც სისტემის ყველა ღეროში ძაბვები მიღწევნ მათთვის საშიშ დენადობის ან სიმტკიცის ზღვარს. ამ მეთოდით სარგებლობის დროს გულისხმობენ, რომ მასალა დენადობის ზღვარამდე ემორჩილება პუკის კანონს და როდესაც მიაღწევს მას, დეფორმაცია მოშდინარეობს მუდმივი სიდიდის σ_c ძაბვის პირობებში. ასეთ პირობას შეესაბამება გამარტივებული გაჭიმვის დიაგრამა (პრანდტლის დიაგრამა) (ნახ. 7.16).

დასაშვები და მრღვევი ტვირთების მეთოდებით მიღებული შედეგების შესადარებლად განვიხილოთ მაგალითები.

მაგალითი 1. შევარჩიოთ 7.17 ნახ-ზე მოცემული სისტემის ფოლადის და დურალუმინის ღეროების განიკვეთის ფართობები შემდეგი მონაცემების მიხედვით: $F = 200$ კმ ფოლადისათვის დრკადობის მოდული და დასაშვები ძაბვა $E_1 = 2,1 \cdot 10^5$ მპა, $[\sigma]_1 = 160$ მპა. დურალუმინისათვის: $E_2 = 0,7 \cdot 10^5$ მპა, $[\sigma]_2 = 140$ მპა.

$$\text{სიხისტეების შეფარდება: } \frac{E_1 A_1}{E_2 A_2} = 2.$$

$$\text{ამონანა: სტატიკის განტოლებებიდან } 2N_1 + N_2 = F.$$

დეფორმაციის განტოლება გვაძლევს:

$$N_1 = N_2 \frac{E_1 A_1}{E_2 A_2} = 4 N_2.$$

სტატიკის და დეფორმაციის განტოლებების ერთობლივი ამოხსნით ვღებულობთ: $N_2 = \frac{F}{9}$; $N_1 = \frac{4}{9} F$.

დასაშვებ ძაბვათა მეთოდით მათი განიკვეთების ფართობების მნიშვნელობა იქნება:

$$A_1 \geq \frac{N_1}{[\sigma]} = \frac{4 \cdot 200}{9 \cdot 160 \cdot 10^3} = 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ მ}^2.$$

დურალუმინის ლეროს განიკვეთის ფართობი უნდა შევარჩიოთ სიხისტეების შეფარდების მიხედვით:

$$A_2 = E_1 A_1 / 2 E_2 = 6,75 \text{ სმ}^2.$$

(შეამონშეთ)

ლეროებში ძაბვების მნიშვნელობები იქნება:

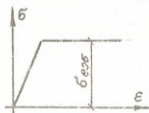
$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A} = \frac{200}{9 \cdot 6,75 \cdot 10^{-4}} = 53,5 \text{ მპა} = 535 \text{ კგ / სმ}^2.$$

როგორც ვხედავთ, შუა ლერო აღმოჩნდა დაუძაბავი (ე.ი. ძაბვა დააშვებზე ნაკლებია).

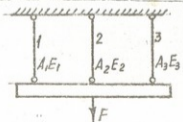
ახლა ჩავატაროთ განგარიშება ზღვრულ ტვირთთა მეთოდის გამოყენებით. მიღებული სიხისტეების ფარდობის მიხედვით A_1 ფართობი გამოვსახოთ A_2 ფართობის მიხედვით:

$$A_1 = 2 \frac{E_2 A_2}{E_1} = 2 \frac{0,7 \cdot 10^5}{2,1 \cdot 10^5} A_2 = \frac{2}{3} A_2.$$

სისტემის ზღვრული მდგომარეობა გვექნება მაშინ, როცა სამივე ლეროში გაჩნდება დენადობის ზღვრის ტოლი ძაბვები. ამ მომენტში ტვირთი კონსტრუქციისათვის ჩაითვლება ზღვრულ ტვირთად. სტატიკის ნონანსრობის განტოლება $\Sigma Y = 0$ მოგვცემს:



ნახ. 7.16.



ნახ. 7.17.

$$2\sigma\rho^{(1)}A_1 + \sigma\rho^{(2)}A_2 = F_s$$

კონსტრუქციისათვის დასაშვები ტვირთის სიდიდე შორისება პრობიდან

$$F_s \leq \frac{F_s}{K} = 2 \frac{\sigma\rho^{(1)}}{K} A_1 + \frac{\sigma\rho^{(2)}}{K} A_2$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ $\frac{\sigma\rho^{(2)}}{K} = [\sigma]_2$ და

$A_2 = \frac{3}{2} A_1$, მაშინ გვექნება:

$$A_1 \geq \frac{F}{2[\sigma] + \frac{3}{2}[\sigma]_2} = \frac{200}{(2 \cdot 1600 + \frac{3}{2} \cdot 140) 10^3} = 3,8 \cdot 10^{-4} \text{ მ}^2 = 3,8 \text{ სმ}^2,$$

$$A_2 = \frac{3}{2} A_1 = \frac{3}{2} \cdot 3,8 = 5,7 \text{ სმ}^2.$$

როგორც ვხედავთ, ორივე მეთოდით მიღებულ ფართობებს შორის განსხვავება დაახლოებით შეადგენს 24%, მასალის უფრო ეკონომიურად გამოყენების ხარჯზე.

მაგალითი 2. განვიხილოთ 7.10 პარაგრაფში მოყვანილი მე-4 მაგალითის შედეგები და შევარჩიოთ ღეროების განივკვეთის ფართობები ორივე მეთოდით.

ამოხსნა: როგორც ვნახეთ, ღეროებში ძალების მნიშვნელობები ერთნაირი სიხისტეების შემთხვევაში განისაზღვრება ფორმულებით:

$$N_1 = N_2 = F \frac{\cos^2 \alpha}{1 + 2 \cos^2 \alpha}; \quad N_2 = F \frac{1}{1 + 2 \cos^2 \alpha}$$

მეორე ღეროში ძალის მნიშვნელობა მეტია, ვიდრე ნაპირა ღეროებში, ამიტომ დასაშვებ ძაბვათა მეთოდით კვეთის ფართობი უნდა შევარჩიოთ N_2 ძალის მიხედვით:

$$A_2 \geq \frac{N_2}{[\sigma]} = \frac{F}{[\sigma]} = \frac{1}{(1 + 2 \cos^2 \alpha)}$$

სისტემის ზღვრული მდგომარეობა გვექნება მაშინ, როცა სამივე ღეროში ძაბვები მიაღწევს დენადობის ზღვარს. ასეთ შემთხვევაში ნონასწორობის განტოლება იქნება:

$$2A\sigma\rho \cos \alpha + \sigma_0 A = F_s$$

კონსტრუქციისათვის დასაშვები ძალა იქნება:

$$F \leq \frac{F_{\text{max}}}{K} =$$

$$= 2 A \frac{\sigma \rho}{K} \cos \alpha + \frac{\sigma \rho}{K} A = [\sigma] A (1 + 2 \cos \alpha),$$

საიდანაც

$$A \geq F \frac{1}{1 + 2 \cos \alpha}.$$

კერძოდ, თუ

$$F = 3000 \text{ კნ}, \quad [\sigma] = 160 \text{ მპნ}, \quad \alpha = 60^\circ,$$

გვეძებთ:

1. დასაშვები ძაბვების მეთოდით

$$A = \frac{3000}{160 \cdot 10^3 (1 + 0,5^2 \cdot 2)} = 15,0 \cdot 10^{-4} \text{ მ}^2,$$

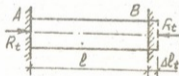
მრლვევი ტვირთების მეთოდით

$$A = F \frac{1}{[\sigma] \cdot (1 + 2 \cos \alpha)} = \frac{3000}{160 \cdot 10^3 \cdot 2} = 9,375 \cdot 10^{-4} \text{ მ}^2 = 9,4 \text{ სმ}^2.$$

ამ მაგალითში უფრო ნათლად ჩანს მრლვევი ტვირთების მეთოდის უპირატესობა და მასალის თვალსაჩინო ეკონომია.

§ 7.18. სტატიკურად ურკვევი სისტემების განხილვა

სტატიკურად ურკვევი სისტემები ტემპერატურის ცვლებადობის გამო განიცდის დეფორმაციებს, რის შედეგადაც სისტემის ღეროებში წარმოიშობა დამატებითი ტემპერატურული ძაბვები. დაკუშვით, რომ AB ღერო t_0 ტემპერატურის დროს ჩამაგრებული იყო ორივე ბოლოთი ხისტად (ნახ. 7.18). ჩამაგრების შემდეგ ტემპერატურა შეიცვალა და გახდა t_1 .



ნახ. 7.18.

AB ღერო რომ თავსუფალი ყოფილიყო, მაშინ მისი სიგრძე გაიზრდებოდა $\Delta l_t = \alpha_t l (t_1 - t_0)$ სიდიდით, სადაც α_t არის ხაზობრივი გაფართოების კოეფიციენტი (თუ $\alpha_t > 0$ და $t_1 \neq t_0 < 0$, მაშინ მოხდებოდა ღეროს შემოკლება).

რადგან ღერო ორივე ბოლოთი ჩამაგრებულია, ამიტომ შეუძლებელია, რომ მისი სიგრძე შეიცვალოს. ეს იმის მაჩვენებელია, რომ ღეროს ჩამაგრების კვანძებში წარმოიშობა R_t რეაქციები, რომლებიც გა-

მოიწვევენ ღეროში მკუმშავ ძაბვებს $\sigma_t = \frac{R_t}{A}$. ამ ძაბვებით ღერო შემოკლდება სიდიდით

$$\Delta l = \frac{Rl}{EA} = \frac{\sigma_t l}{E}$$



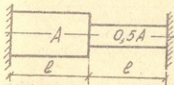
ღეროს სიგრძის მუდმივობის პირობიდან გვექმნება

$$\Delta l_t + \Delta l_{\sigma_t} = 0,$$

რომელიც გამოსახავს დეფორმაციის განტოლებას. სათანადო მნიშვნელობების ჩასმით მივიღებთ: $\alpha_t l \Delta t = \frac{\sigma_t l}{E}$ საიდანაც:

$$\sigma_t = \alpha_t \Delta t \cdot E.$$

მიღებული ფორმულით შეგვიძლია ვისარგებლოთ მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როცა ღეროს აბსოლუტური დეფორმაცია (ე.ი. ტემპერატურული და დრეკადი დეფორმაციების ალგებრული ჯამი) ტოლია ნულის. უფრო ნათელი რომ გახდეს ეს აზრი, ამისათვის განვიხილოთ ცვლადკვეთიანი ღეროს ტემპერატურული ძაბვები (ნახ. 7.19). თავისუფალი ღეროსათვის ტემპერატურული წაგრძელება იქნება:



ნახ. 7.19.

რული და დრეკადი დეფორმაციების ალგებრული ჯამი) ტოლია ნულის. უფრო ნათელი რომ გახდეს ეს აზრი, ამისათვის განვიხილოთ ცვლადკვეთიანი ღეროს ტემპერატურული ძაბვები (ნახ. 7.19). თავისუფალი ღეროსათვის ტემპერატურული წაგრძელება იქ-

ნება:

$$\Delta l_t = \alpha_t 2l \Delta t. \quad (7.22)$$

ღეროს შემოკლებით დრეკადი დეფორმაცია

$$\Delta l_{\sigma_t} = \frac{4}{3} \alpha_t \Delta t EA.$$

დეფორმაციის განტოლება

$$\frac{3}{2} \frac{R_t l}{EA} = 2 \alpha_t \Delta t l,$$

საიდანაც $\Delta l_{\sigma_t} = \frac{3}{2} \frac{R_t l}{EA}$. ღეროს ვიწრო ნაწილის კვეთში ძაბვის მნიშვნელობა

$$\sigma_t = \frac{4}{3} \alpha_t \Delta t E.$$

ღეროს ფართო ნაწილის კვეთში ძაბვის მნიშვნელობა იქნება:

$$\sigma_t = \frac{3}{2} \alpha_t \Delta t E.$$

როგორც ვხედავთ, მიღებული ამოხსნა განსხვავდება (7.21) ფორმულით მიღებული ამოხსნისაგან. ეს გამოწვეულია იმით, რომ ღეროს წვრილი და ფართო ნაწილების ცალ-ცალკე აღებულე აბსოლუტური დეფორმაციები არ უდრის ნულს. ფართო ნაწილი გრძელდება, ხოლო ვიწრო ნაწილი შეიკუმშება. ფართო ნაწილის განხილვით ვიწრო ნაწილის განხილვით

$$\delta = \Delta l, - \Delta l \sigma_1 = \frac{1}{3} \alpha \Delta t l > 0.$$

ვიწრო ნაწილის განხილვით

$$\delta = \Delta l, - \frac{\sigma l}{A} = - \frac{1}{3} \alpha \Delta t l < 0.$$

§ 7.18. სამონტაჟო ძაბვები სტატიკურად ურკვევი სისტემის ღეროებში

უნდა აღინიშნოს, რომ სტატიკურად ურკვევი სისტემის ერთი რომელიმე ღეროს ზომის უმნიშვნელო შეცდომით დამზადებამ შესაძლებელია მის ელემენტებში გამოიწვიოს მნიშვნელოვანი ძაბვები.

განვიხილოთ რამდენიმე მაგალითი:



მაგალითი 1. განვიხილოთ 7.20 ნახ-ზე მოცემული ძელი, რომლის ორივე ბოლო ჩამაგრებულია ხისტად და მის m - n კვითში მოქმედებს ძალა F . ამ შემთხვევაში ჩამაგრების კვითებში წარმოშობილი რეაქციების მნიშვნელობები ტოლი იქნება:

$$R_1 = F \frac{b}{a+b}; \quad R_2 = F \frac{a}{a+b}.$$

დავუშვათ, რომ ღეროს დამზადების დროს მისი სიგრძე აღმოჩნდა სიდიდით ნაკლები მის საპროექტო სიგრძესთან შედარებით.

კონსტრუქციის აწყობის და F ძალის მოდების შემდეგ ძელსა და ქვედა ჩამაგრების სიბრტყეს შორის არსებული ღრუო დაიხურება.

ვისარგებლობთ ძალთა მოქმედების დამოუკიდებლობის პრინციპით.

აწყობის დროს ღერო გაჭიმოთ ნიწასწარ. δ სიდიდით და შემდეგ მოვახდინოთ მისი ბოლოების ჩამაგრება. ღეროს ფარდობითი დეფორმაცია იქნება $\epsilon = \frac{\delta}{l}$, მისი შესაბამისი რეაქციების მნიშვნელობები

$$A_3 = R_3 = \frac{\delta EA}{l}$$

m - n კვეთში F ძალის მოდების შემდეგ წარმოიშობა რეაქციები R_1 და R_2 , რომელთა მნიშვნელობები იქნება:

$$R_1 = F \frac{b}{a+b}; \quad R_2 = F \frac{a}{a+b}$$

ამ დროს A_3 და R_1 რეაქციების მიმართულებები დაემთხვევა ერთმანეთს, ხოლო R_2 და R_3 რეაქციების მიმართულებები იქნება სანიწალმდეგო. სრული რეაქციების მნიშვნელობები იქნება

$$N_1 = A_3 + R_1, \\ N_2 = R_2 - R_3.$$

შევამჩნევთ, რომ მიუხედავად იმისა, რომ $a \neq b$, ჩვენ შეგვიძლია წინასწარ შევარჩიოთ δ -ს ისეთი მნიშვნელობა, სადაც N_1 და N_2 რეაქციების სიდიდეები ერთნაირი იქნება.

$$F \frac{b}{a+b} + \frac{\delta_0 EA}{l} = F \frac{a}{a+b} - \delta_0 \frac{EA}{l}$$

საიდანაც

$$\delta_0 = F \frac{(a+b)}{2EA}$$

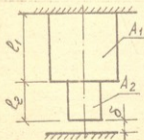
ამ შემთხვევაში ძელის ქვედა და ზედა ნაწილები იქნება ერთნაირი სიმტკიცის, რაც მიღწეული იქნა ჩვენს მიერ წინასწარ δ სიდიდის შერჩევით. ამ პრინციპზეა აგებული წინასწარ დაძაბული კონსტრუქციების გამოყენების საკითხი პრაქტიკაში.

მაგალითი 2. შედგენილი ღერო (ნახ. 7.21) ხისტადაა ჩამაგრებული ზედა ბოლოთი, ხოლო ღეროს ქვედა ბოლოსა და უძრავ სიბრტყეს შორის დარჩენილია 0,2 მმ-იანი ღრეჩო. გამოვარკვეით, რა სიდიდის

ძაბვები წარმოიშობა ღეროში თუ ღეროს გავაზურებთ 40 გრადუსამდე. გაანგარიშებისათვის მივიღოთ: ფოლადისათვის

$$E_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ მპა}, \quad \alpha_{1t} = 12,5 \cdot 10^{-6} \text{ 1/მ}; \\ E_2 = 1 \cdot 10^5 \text{ მპა}; \\ \alpha_{2t} = 16,5 \cdot 10^{-6} \text{ 1/გ}.$$

ამოხსნა: მოვაცალოთ ქვედა საყრდენი სიბრტყე და მოვნახოთ



ნახ. 7.21.

ღეროს ტემპერატურით გამონვეული ნაგრძელება.

$$\Delta l_1 = \alpha_1 \cdot \Delta t l_1 + \alpha_2 \cdot \Delta t l_2 =$$

$$= (12,5 \cdot 10^{-6} \cdot 40 \cdot 100 + 16,5 \cdot 10^{-6} \cdot 40 \cdot 50) = 0,083 \text{ სმ} = 0,83 \text{ მმ.}$$

როგორც ვხედავთ, მიღებული 0,83 მმ სიდიდე უმეტეს შემთხვევაში ღეროზე 0,63 მმ-ით.

როგორც კი ღერო ნაგრძელდება 0,2 მმ-ით, ქვედა საყრდენი სიბრტყე გაუნევის წინააღმდეგობას შემდგომ დეფორმაციებს და ღეროში წარმოიშობა ტემპერატურული ძაბვები. საყრდენი სიბრტყის წინააღმდეგობით გამონვეული R_t რეაქცია მოინახება დეფორმაციის პირობიდან:

$$\Delta l_R = \Delta l_1 - \delta$$

სადაც Δl_R არის R რეაქციით გამონვეული ძელის შემოკლება და მოინახება ჰუკის კანონით:

$$\Delta l_R = \frac{R \cdot l_1}{E_1 A_1} + \frac{R \cdot l_2}{E_2 A_2} =$$

$$= R \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot 10^3 \cdot 0,01} + \frac{0,5}{1 \cdot 10^3 \cdot 0,002} \right) = 3R, \text{ მმ.}$$

თუ შევიტანთ დეფორმაციის განტოლებაში მათ მნიშვნელობებს, მივიღებთ:

$$3R = 0,83 - 0,2 = 0,63 \text{ მმ,}$$

საიდანაც

$$R = \frac{0,63}{3} = 0,21 \text{ მგ} = 210 \text{ კგ.}$$

ტემპერატურული ძაბვების მნიშვნელობები იქნება:

$$\sigma_1 = 21,0 \text{ მპა;}$$

$$\sigma_2 = 105,0 \text{ მპა (შეამონმეთ).}$$

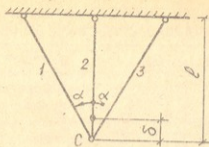
მაგალითი 3. დაეუშვათ, რომ სამი ღეროს აწყობის დროს შუა ღეროს სიგრძე δ სიდიდით ნაკლები (მოკლე) აღმოჩნდა საპროექტო l სიგრძესთან შედარებით (ნახ. 7.22). მოვნახოთ ღეროების აწყობის შემდეგ ღეროებში წარმოშობილი ძალები.

ამოხსნა: სისტემის ღეროები რომ ავანყოთ, ამისათვის საჭიროა შუა ღერო გავჭიმოთ Δl_2 სიდიდით, ხოლო ნაპირა ღეროების C კვანძი გადავაადგილოთ Δl_1 სიდიდით, მაშინ დეფორმაციის განტოლება იქნება $\Delta l_1 + \Delta l_2 = \delta$.

F_1 ძალა, რომელიც გამოიწვევს C კვანძის Δl_1 სიდიდით გადაადგილებას, მოინახება პირობიდან:



ქართული
ტექნიკური უნივერსიტეტი



ნახ. 7.22.

$$\Delta l_1 = \frac{K C}{\cos \alpha} = \frac{N l_1}{E_1 A_1 \cos \alpha} = \frac{N l}{E_1 A_1 \cos^2 \alpha}$$

საიდანაც $N = \frac{F_1}{2 \cos \alpha}$.

F_2 ძალა, რომელიც გაჭიმავს შუა ღეროს, მოინახება პირობიდან:

$$\Delta l_2 = \frac{F_2 l}{E_2 A_2}$$

კონსტრუქციის აწყობის შემდეგ კვანძის წონასწორობის პირობიდან გვექნება $F_1 = F_2$, რის გამოც დეფორმაციის განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\frac{F_1 l}{2 E_1 A_1 \cos^2 \alpha} + \frac{F_1 l}{E_2 A_2} = \delta,$$

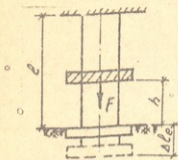
საიდანაც შუა ღეროში ძალის მნიშვნელობა იქნება:

$$F_1 = \frac{\delta}{l} \cdot \frac{F_1 A_1}{1 + 2 \frac{E_1 A_1}{E_2 A_2} \cos^2 \alpha} = F_2,$$

ნაპირა ღეროებში ძალის მნიშვნელობა იქნება:

$$N = \frac{\delta}{2l \cos \alpha} \cdot \frac{E_1 A_1}{1 + 2 \frac{E_1 A_1}{E_2 A_2} \cos^2 \alpha}$$

§ 7.14. დინამიკური (დარბევის) ტვირთით გამოწვეული გაძივბა-აწევა



ნახ. 7.23.

განვიხილოთ ვერტიკალურად დაკიდული ლეროს (ლეროსი) განიციდის h სიმაღლეზე წინდნოლ F ტვირთით გაჭიმვას (ნახ. 7.23). მოვინახოთ უდიდესი წაგრძელება და ძაბვა.

მივიღოთ შემდეგი დაშვებები: ლეროს დეფორმაციის დროს F ტვირთი და ლეროს ბოლო ერთად გადაადგილდებიან; ლეროს წაგრძელება გამჭიმვი ძალის პროპორციულია. $\Delta l = \frac{N_{\text{გინ}} l}{EA}$ ლეროს მასა

ტვირთის $m = \frac{F}{g}$ მასასთან შედარებით უმნიშვნელოა (g სიმიძის ძალის აჩქარება). მხედველობაში არ ვღებულობთ სახუნზე შესაძლო დანაკარგებს.

აღნიშნოთ უდიდესი წაგრძელება $\Delta l_{\text{გ}}$, მაშინ ვარდნილი ტვირთის მიერ შესრულებული მუშაობა იქნება:

$$W = F(h + \Delta l_{\text{გ}}). \quad (7.23)$$

თერმოდინამიკის კანონის თანახმად, აღნიშნული მუშაობა გადადის ლეროს გაჭიმვის დეფორმაციის პოტენციურ ენერჯიაში, რომელიც მოინახება გამოსახვიდან:

$$U = \frac{\Delta l_{\text{გ}}^2 EA}{2l} \quad (7.24)$$

თუ გავუტოლებთ (7.24) და (7.23) გამოსახვებს, მივიღებთ:

$$F(h + \Delta l_{\text{გ}}) = \frac{\Delta l_{\text{გ}}^2 EA}{2l} \quad (7.25)$$

ან

$$2 \frac{Fl}{EA} (h + \Delta l_{\text{გ}}) = \Delta l_{\text{გ}}^2.$$

რადგან გამოსახულა $\frac{Fl}{EA}$ არის F ძალის სტატიკური მოქმედების

დროს ლეროს სტატიკური $\Delta l_{\text{სტ}}$ წაგრძელება, ამიტომ გვექნება:

$$\Delta l_1^2 - 2\Delta l_1 \Delta l_{\text{სტ}} - 2h\Delta l_{\text{სტ}} = 0,$$

საიდანაც

$$\Delta l_1 = \Delta l_{\text{სტ}} \left(1 + \sqrt{\frac{1+2h}{\Delta l_{\text{სტ}}}} \right)$$

ფრჩხილებშია მოთავსებულ სიდიდეს დინამიკური კოეფიციენტი ეწოდება და აღინიშნება K_d -თი გვეყენება:

$$\Delta l_1 = K_d \Delta l_{\text{სტ}}. \quad (7.27)$$

დინამიკური კოეფიციენტი გვიჩვენებს, თუ რამდენჯერ მეტია დინამიკური წაგრძელება სტატიკურ წაგრძელებასთან შედარებით.

თუ F ტვირთი თავისი სიდიდით მოდებულია მყისად, ვარდნის გარეშე, მაშინ $h=0$ და დინამიკური K_d კოეფიციენტის მნიშვნელობა დაბვის მისაღებად ვისარგებლოთ ჰუკის კანონით:

$$\sigma_d = \frac{\Delta l_d}{l} = \frac{E}{l} K_d \Delta l_{\text{სტ}} = \epsilon_{\text{სტ}} K_d l = K_d \sigma_{\text{სტ}}. \quad (7.28)$$

ტვირთის დინამიკური მოქმედების დროს უდიდესი დაბვა უდრის სტატიკურ დაბვას, გამრავლებულს დინამიკურ კოეფიციენტზე.

გავარჩიოთ მაგალითი: ფოლადის ლერო, რომლის სიმაღლე $l=1$ მ, და $A=2$ სმ, განიცდის $h=0,5$ მ სიმაღლიდან F ტვირთის დაცემით კუმშვას. მოვნახოთ F ტვირთის სიდიდე, თუ უდიდესი დაბვა

$$l_d = 200 \text{ მმ/მ}^2 = 200 \text{ მპა}$$

ამოხსნა: ტვირთის მოსანახად ვისარგებლოთ (7.28) ფორმულით

$$\sigma_d = K_d \sigma_{\text{სტ}}.$$

$$200 = \frac{F}{2 \cdot 10^{-4}} \left(1 + \sqrt{\frac{2 \cdot 0,5}{\frac{l}{2 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-4}}}} \right).$$

გამართივების შემდეგ გვეყენება:

$$F = 4 \cdot 10 \text{ მმ}^2 = 4 \cdot 10^{-5} 10^5 = 4 \text{ კგ}.$$



ბრტყელ ნაკვთთა გეომეტრიული მახასიათებლები

ქI. ზოგადი ცნებები

ქართული
საბჭოთაო

ნაგებობის, კონსტრუქციის ან კონსტრუქციული ელემენტის საიმედო მუშაობა და ეკონომიურობა მეტწილად განპირობებულია დაპროექტების ოპტიმიზაციით.

ინჟინერმა ამომწურავად უნდა გასცეს პასუხი შემდეგ კითხვებზე: როგორი საკონსტრუქტორო ამოცანაა დაყენებული? რა მასალის და კონსტრუქციული ფორმების გამოყენებით შეიძლება ამოცანის რაციონალური გადაწყვეტა? როგორი საანგარიშო სქემა ასახავს უფრო ზუსტად კონსტრუქციის მუშაობას? გაანგარიშების რა მეთოდებია ხელსაყრელი საინჟინრო ამოცანის გადაწყვეტის რეალიზაციისათვის?

კონსტრუქციათა გაანგარიშებისას, მათი დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის დადგენის დროს ინჟინრები სარგებლობენ საანგარიშო ფორმულებით. როგორც დავინახეთ საანგარიშო ფორმულებში შედის: დატვირთვები, ძალური ან მათი ეკვივალენტური ფაქტორები, კონსტრუქციის მასალის მახასიათებელი პარამეტრები (დრეკადობის ან დეფორმაციის მოდული, საანგარიშო ძაბვები, მოცულობითი მასა, ხაზოვანი გაფართოების კოეფიციენტი, პუასონის კოეფიციენტი, კონსტრუქციის ცალკეული ელემენტების ზომები და განიკვეთის გეომეტრიული მახასიათებლები. — განიკვეთის ფართობი, ინერციის სტატიკური, ლერძული, პოლარული, სექტორული მომენტები და სხვა).

პირველ ცხრილში მოყვანილია მასალათა გამძლეობის კურსის ზოგიერთი ფორმულა. ცხრილიდან ნათლად ჩანს, რომ გეომეტრიული მახასიათებლების გამოთვლის ცოდნის გარეშე შეუძლებელია საინჟინრო გაანგარიშებების სწორად წარმართვა. ბრტყელ ნაკვთთა სიმძიმის ცენტრის კოორდინატების და მათი ფართობების განსაზღვრის ცოდნა საჭიროა აგრეთვე ლეროების და ლეროვანი სისტემების გადაადგილებათა გამოსაანგარიშებლად.

ინერციის მომენტთა ცნება გამოიყენება აგრეთვე დინამიკის ამოცანებში, სადაც მოყვანილი მაგალითებისგან განსხვავებით, ინერციის მომენტები შეიცავს სხეულის მასას და განისაზღვრება ფიზიკური სივრცული სხეულებისათვის. პირველ ცხრილში მოყვანილ ფორმულებში სახელწოდება „გეომეტრიული მახასიათებლები“ ეყრდნობა დინამიკური ინერციის მომენტის ანალოგიას, თუ მასის ერთეულს შევცვლით ბრტყელი ნაკვთის ფართობის ერთეულით.



შენიშვნებისათვის



ქართული
ბიბლიოთეკა

სწორი ძელების ღუნვა



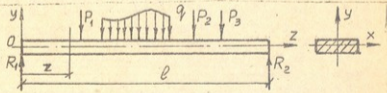
§ 8.1 წობადი ცნებები. კოჭების სქემატი

სწორი ძელის გრძივ ღერძზე გამავალ სიბრტყეში აღმართულ გარე ძალების მოქმედებისას ძელში აღძრულ დაძაბულ-დეფორმირებულ მდგომარეობას ღუნვა ეწოდება. სწორ ძელს, რომელიც ღუნვას განიცდის, კოჭი ჰქვია. კოჭის ღერძი ღუნვისას მრუდდება (ნახ. 8.1), რაც იმის მანველებელია, რომ კოჭში აღძრა მკუმშავი (ზედა ბოჭკოები) და გამჭიმი (ქვედა ბოჭკოებში) ძალები. კოჭის განივკვეთები ღუნვის დროს იცვლის თავის პირვანდელ მდგომარეობას - გადაადგილდება. დეფორმაციის შემდეგ კოჭის განივკვეთის მდებარეობა სიბრტყეში ხასიათდება გადაადგილების ორი პარამეტრით: ა) ჩალუნვით, ბ) მობრუნების კუთხით.

ჟ კუთხეს, რომელიც წარმოიშობა კოჭის ნებისმიერი განივი კვეთის მობრუნების დროს მის პირვანდელ და დეფორმირებულ მდგომარეობათა შორის, მობრუნების კუთხე ეწოდება (დევიაციის კუთხე). მანძილს კოჭის გრძივი ღერძის ნებისმიერი წერტილის გადაადგილების დროს მის პირვანდელ და დეფორმირებულ მდგომარეობათა შორის ჩალუნვა ეწოდება (ნახ. 8.2).

გარე ძალების მოქმედებისას ინერციის ერთ-ერთ მთავარ სიბრტყეში კოჭში ადგილი აქვს განივ პირდაპირ ღუნვას.

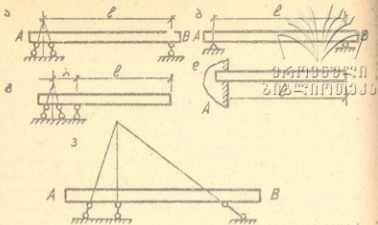
თუ გარე ძალების მოქმედების სიბრტყე არ ემთხვევა კოჭის ინერციის არც ერთ მთავარ სიბრტყეს, კოჭში წარმოიქმნება ირიბი ღუნვა.



ნახ. 8.1.



ნახ. 8.2.



ნახ. 8.3.

ყოველ ნაგებობაში, დანადგარში, კოჭს აქვს განსაზღვრული დანიშნულება, ე.ი. ცნობილია როგორი დატვირთვისათვის არის კოჭი განკუ ენილი.

დატვირთვის ხასიათი (უძრავი, მოძრავი, სტატიკური, დინამიკური), მის: სიდიდე და განაწილების სქემა ყოველთვის მოცემულია სპეციალურ ნორმებში.

ბრტყელი კოჭის მუშაობის სქემა დამოკიდებულია საყრდენების განლაგებაზე. საიმედოდ მუშაობისათვის საჭიროა კოჭის, როგორც აბსოლუტურად ხისტი ტანის, კინემატიკური უძრაობა, ე.ი. უძრავად დამაგრება ხისტი ლეროების (ბმების) საშუალებით (ნახ. 8.3) ისე, რომ მათი გაგრძელება არ იკვეთებოდეს ერთ წერტილში (თუ ეს გადაკვეთა მოხდა, სისტემა მყისად ცვლადი გახდება (ნახ. 8.3 ე)).

8.3. ა, ბ ნახ-ზე ნაჩვენები A საყრდენი სახსროვნად უძრავია, B საყრდენი კი - სახსროვნად მოძრავი;

8.3 ა ნახ-ზე მოცემულია ორ საყრდენზე თავისუფლად მდებარე კოჭი. მანძილს ორ საყრდენს შორის ეწოდება კოჭის მალი და აღინიშნება ასო L-ით.

თუ მანძილი A და B საყრდენებს შორის საგრძნობლად მცირეა $|\lambda : l \rightarrow 0|$, მაშინ მიიღება კოჭის ახალი სქემა (ნახ. 8 გ,დ), ცალი ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებული კოჭი, რომელსაც კონსოლი ეწოდება. აქ l კონსოლის სიგრძეა.

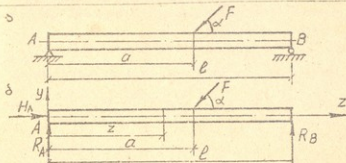
§ 8.2. კოჭების საყრდენი რეაქციების განსაზღვრა

პრაქტიკაში მიღებულია კოჭების სქემატური აღნიშვნები 8.2 ბ და 8.3 დ ნახ-ის მიხედვით. კოჭზე აქტიური F_i ძალების მოქმედება (ნახ. 8.4 ა) საყრდენებში იწვევს საპასუხო პასიურ ძალებს საყრდენურ აქციებს (ნახ. 8.4 ბ).

კოჭის გაანგარიშების პირველი სტადია მდგომარეობს ყველა იმ გარე ძალების განსაზღვრაში, რომლებიც მასზე მოქმედებენ. აქტიური გარე ძალები ყოველთვის ცნობილია; რჩება პასიური გარე ძალების — საყრდენი რეაქციების განსაზღვრა. ამისათვის მოცემულ კოჭში (ნახ. 8.4 ა) უკუვაგდოთ საყრდენი ბმები და მათი მოქმედება კოჭზე წარმოვადგინოთ უცნობი ძალებით ბმებში — რეაქციული ძალებით H_A, R_A და R_B (ნახ. 8.4 ბ). მიღებულ სქემას მოცემული კოჭის სტატიკურად ეკვივალენტური სისტემა ეწოდება. ეს სისტემა გამოყენებულია კოჭის სტატიკური გაანგარიშებისათვის.

სახსროვნად უძრავი A საყრდენი კოჭის ბოლოს ართმევს ორ თავისუფლების ხარისხს (თარაზული და შვეული მიმართულებით), ამიტომ ამ საყრდენის მოქმედება კოჭზე წარმოდგენილია ორი რეაქციული H_A და R_A -თი ძალით. მოძრავი სახსროვანი B საყრდენის მოქმედება კოჭზე განისაზღვრება ერთი რეაქციული R_B ძალით. ეს ძალა ყოველთვის მართობულია საყრდენი სიბრტყისა. ამგვარად, კოჭზე მოქმედებს 3 პასიური (რეაქციული) ძალა: H_A, R_A და R_B (ნახ. 8.4). როგორც გარე აქტიური, ისე რეაქციული ძალები მოქმედებს ერთ სიბრტყეში და მათი განსაზღვრისათვის გამოვიყენოთ ძალთა ბრტყელი სისტემის წონასწორობის განტოლებები

$$\Sigma Y = 0, \Sigma Z = 0, \Sigma M = 0. (1)$$



ნახ. 8.4.

პირველი ორი განტოლება წარმოადგენს იმის პირობას, რომ კოჭზე მოქმედი ყველა გარე (აქტიური და პასიური) ძალების გეგმილების ალგებრული ჯამი ΣY და ΣZ სათანადო ღერძების მიმართულებაზე ნულის ტოლია (ანუ სხვანაირად, სისტემის შენევის ნებისმიერი ნერტილის მიმართ ნულის ტოლია (ანუ სხვანაირად, სისტემის მთავარი მომენტი $\vec{R} = 0$)). მესამე განტოლება წარმოადგენს იმის პირობას, რომ კოჭზე მოქმედი ყველა გარე ძალის მომენტთა ალგებრული ჯამი სიბრტყის ნებისმიერი ნერტილის მიმართ ნულის ტოლია (ანუ სხვანაირად, სისტემის მთავარი მომენტი $\vec{L} = 0$).

ამგვარად, კოჭის სამ უცნობ რეაქციას შეესაბამება სტატიკის სამი განტოლება. ასეთ კოჭებს სტატიკურად რკვევადი ეწოდება.

გაუშალოთ სტატიკის პირობები (I) 8.4 ბ ნახ-ზე მოცემული გვერდ-ვალენტური სისტემისათვის: $\Sigma Y = 0$, $R_A - F \sin \alpha + R_B = 0$,

$$\Sigma Z = 0, H - F \cos \alpha = 0, H = F \cos \alpha.$$

მესამე განტოლებაში სამომენტო ნერტილად შეიძლება ავიღოთ ნებისმიერი ნერტილი; ავირჩიოთ A ნერტილი:

$$\Sigma M_A = 0, -F a \sin \alpha + R_B l = 0;$$

უკანასკნელი განტოლებიდან $R_B = F \frac{a}{l} \sin \alpha$ და (I) - დან

$$R_A = F \frac{l-a}{l} \sin \alpha.$$

შეიძლება სტატიკის განტოლებათა სისტემა $\Sigma Y = 0$, $\Sigma Z = 0$, $\Sigma M = 0$ (I) შეიცვალოს (ტოლფასოვანი) სისტემით $\Sigma Z = 0$, $\Sigma M_i = 0$, $\Sigma M_j = 0$ (II), რაც საშუალებას იძლევა სამომენტო ნერტილების სათანადოდ არჩევის შემთხვევაში რეაქციების განსაზღვრისათვის მივიღოთ დამოუკიდებელი განტოლებები. ამისათვის საკმარისია სამომენტო ნერტილებად მივიღოთ საყრდენი ნერტილები ($i = A$ და $j = B$). $\Sigma Y = 0$ განტოლება შეიძლება გამოყენებულ იქნეს გამოთვლათა სისწორის კონტროლისათვის. ამოვხსნათ იგივე მაგალითი (II) სისტემის გამოყენებით.

პირობა $\Sigma Z = 0$ იგივეურად მჟორდება, რაც (I)-ში.

$$\Sigma M_A = 0, -F a \sin \alpha + R_B l = 0, R_B = F \frac{a}{l} \sin \alpha,$$

$$\Sigma M_B = 0, -F(l-a) \sin \alpha - R_A l = 0, R_A = F \frac{l-a}{l} \sin \alpha.$$

შევაიშინოთ პასუხები (ჩაეთვალოთ, რომ ამის წინ ამოცანა არ ამოგებისნია) $\Sigma Y = 0$,

$$F \frac{l-a}{l} \sin \alpha - F \sin \alpha + F \frac{a}{l} \sin \alpha = 0,$$

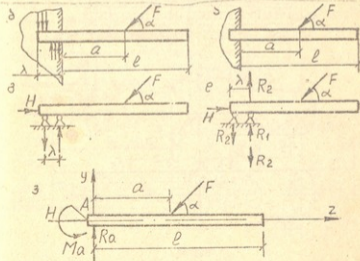
საიდანაც ვღებულობთ $0=0$, ე.ი. ამოცანა სწორად არის გამოხატული.

კონტროლისათვის ეკვივალენტური სისტემის შექმნა არ წარმოადგენს სიძნელეს, თუ მხედველობაში მივიღებთ იმ გარემოებას, რომ საყრდენში წარმოიქმნება რეაქციული მომენტიც. 8.5 ნახ-ზე თანამიმდევრობით არის ნაჩვენები ეკვივალენტური სისტემის შედგენა.

რეაქციების მნიშვნელობას ეკვივალენტურ სისტემაში ვაძლევს სტატიკის შემდეგი განტოლებების გამოყენება:

$$\begin{aligned} \Sigma Y = 0, R_A - P \sin \alpha &= 0, & R_A &= F \sin \alpha, \\ \Sigma Z = 0, H - F \cos \alpha &= 0, & H &= F \cos \alpha, \\ \Sigma M_A = 0, M_A - F a \sin \alpha &= 0, & M_A &= F a \sin \alpha. \end{aligned}$$

შემდეგში ჩვენ განვიხილავთ ღუნვის ისეთ ამოცანებს, როცა გარე ძალები კოჭის გრძივი ღერძის მართობულ სიბრტყეში მოქმედებს. ზოგადი შემთხვევა (მაგალითად, 8.5 ვ ნახ-ზე ნაჩვენები) აქ არ განიხილება.

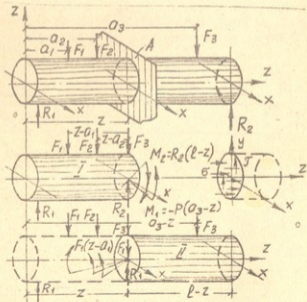


656. 8.5.

§ 8.8. კალვები კოჭის ბანივ კვეთებში.
 დიფერენციალური დამოკიდებულება
 კალვებს შორის ურთიხუნული

კოჭზე მოქმედი ყველა გარე (აქტიური და პასიური) ძალისა და საზღვრის შემდეგ შეიძლება გადავიდეთ განხარიშების შემდეგ ეტაპზე, კერძოდ, კოჭის ნებისმიერ განივკვეთში მოქმედი ძალების (შიგა ძალების) განსაზღვრაზე (ნახ. 8.6).

ამ მიზნისათვის გამოვიყენოთ გაკვეთის მეთოდი. კვეთში, სადაც ვეძებთ ძალებს, აზრობრივად გავატაროთ z ღერძის მართობული გამკვეთი A სიბრტყე (ნახ. 8.6 ა). გაკვეთის შედეგად კოჭი გაიყოფა ორ ნაწილად. თუ ამ ნაწილებს დავაცილებთ ერთმანეთს, წონასწორობისათვის საჭიროა კვეთის სიბრტყეში მოვდოთ ამ ორი ნაწილის ურთიერთქმედების შიგა ძალები. მოცემული კოჭი სინამდვილეში ხომ მთლიანი ტანია და მის ყოველ ნერტილში მოქმედებებს ნორმალური (σ) და მხები (τ) ძაბვები (ნახ. 8.6 დ). ეს ძაბვები ძელის მასალის „მა-



6ახ. 8.6.

$$M(z) = M_1 + M_2 = -F_1(a_1 - z) + R_2(l - z); \quad Q(z) = F_1 - R_2;$$

II ნაწილისათვის:

$$M(z) = R_1 z - F_1(z - a_1) - F_2(z - a_2); \quad Q(z) = R_1 - F_1 - F_2.$$

როგორც I ნაწილის მარჯვენა, ისე II ნაწილის მარცხენა უკვე უნდა იყო და იგივე კვეთია და, ცხადია,

$$M(z) \text{ [(1) გამოსახულებიდან]} = M(z) \text{ [(2) გამოსახულებიდან]}, \\ Q(z) \text{ [(1) გამოსახულებიდან]} = Q(z) \text{ [(2) გამოსახულებიდან]}.$$

აქედან შეგვიძლია ჩამოვყალიბოთ კვეთში მოქმედი $M(z)$ მლუნავი მომენტის რიცხვითი მნიშვნელობის გამოთვლის წესი გარე ძალების საშუალებით:

კოჭის ნებისმიერ განივკვეთში მოქმედი მლუნავი მომენტი უდრის ამ განივკვეთისაგან ცალმხრივ მდებარე ყველა გარე ძალის მომენტების ალგებრულ ჯამს განივი კვეთის სიშიძის ცენტრის მიმართ.

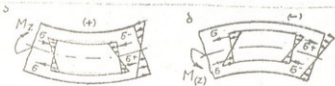
ანალოგიურად დაინერება განივკვეთში $Q(z)$ განივი (გადაჭრელი) ძალის რიცხვითი მნიშვნელობის განსაზღვრის წესი გარე ძალების მეშვეობით:

კოჭის ნებისმიერ განივკვეთში მოქმედი განივი ძალა უდრის ამ კვეთისაგან ცალმხრივ მოქმედი ყველა გარე ძალის გეგმილების ალგებრულ ჯამს განივკვეთის სიბრტყეზე.

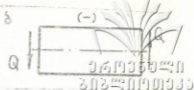
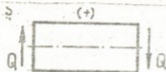
ისმის კითხვა: რომელი განტოლება უნდა იქნეს გამოყენებული მლუნავი მომენტებისა და განივი ძალების განსაზღვრისათვის — (1) თუ (2)? რადგან ორივე განტოლება იდენტურია, უნდა გამოვიყენოთ ის, რომელიც ნაკლებ ნეერებს შეიცავს, ე.ი. ის, რომელიც უფრო ადვილად გამოსაანგარიშებელი იქნება.

შემოვიღოთ მლუნავი მომენტისა და განივი ძალის ნიშნის წესი კოჭისათვის.

თუ მლუნავი მომენტის ქმედება კოჭის ქვედა შრეებს ჭიმავს, ზედა შრეებს კი სუშავს, მლუნავი მომენტი დადებითად ჩაითვლება (ნახ. 8.8 ა). სანიანალმდეგო შემთხვევაში მომენტი უარყოფითია (ნახ. 8.8 ბ).



ნახ. 8.8.



ნახ.

თუ განივი ძალების მოქმედების შედეგად ელემენტი ცდილობს საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით შემობრუნებას, იგი დადებითად ჩაითვლება (ნახ. 8.9 ა), საწინააღმდეგო შემთხვევაში განივი ძალვა უარყოფითია (ნახ. 8.9 ბ).

მასალათა გამძლეობაში ტრადიციულად არის მიღებული მლუნავი მომენტებისა და განივი ძალების ანალიზურ გამოსახულებათა ((1) ან (2) განტოლებანი) გრაფიკული გამოხაზვა.

ეს გრაფიკები ნიშნის ნესების დაცვით სრულდება მოცემული კოჭის სქემის ქვეშ და მათ ეპიურები ეწოდება. ეპიურები გუებმარება კოჭის ყველაზე უფრო დატვირთული კვეთის ვიზუალურ მოძებნაში. განვიხილოთ კონკრეტული მაგალითები.

მოცემულია ორ საყრდენზე თავისუფლად მდებარე კოჭი (ნახ. 8.10). ავადგოთ მლუნავი მომენტებისა და განივი ძალების ეპიურები.

ა) უკუვადგოთ საყრდენები და მათი მოქმედება კოჭზე გამოვსახოთ შემდეგი უცნობი საყრდენი რეაქციებით : H , R_0 , R_B (ნახ. 8.10 გ) (ასეთი ნაბაზი კოჭის სტატიკურად გვევალენტური სქემა და მას საანგარიშო სქემას უწოდებენ).

პირველ რიგში განვსაზღვროთ კოჭის საყრდენი რეაქციები. ამისათვის გამოვიყენოთ ძალთა ბრტყელი სისტემის ნონანსორობის პირობები:

$$\sum Z = 0, \quad \sum Y = 0, \quad \sum M = 0.$$

გაეშალოთ ეს განტოლებები

$$\sum Z = 0, \quad H + 0 = 0, \quad H = 0, \quad (1)$$

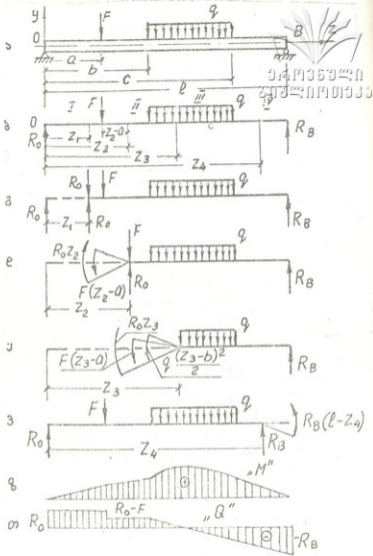
$$\sum Y = 0, \quad R_0 - F - q(c - b) + R_B = 0, \quad (2)$$

$$\sum M_0 = 0, \quad R_B l - F a - q \frac{(c^2 - b^2)}{2} = 0. \quad (3)$$

(3) განტოლებიდან

$$R_B = F \frac{a}{l} + q \frac{c^2 - b^2}{2} l. \quad (4)$$

(2)-ის ჩასმით მივიღებთ:



Эшб. 8.10.

$$R_0 = F \frac{l-a}{l} + q \frac{(c-b)(2l-c-b)}{2l} \quad (5)$$

როგორც იყო უკვე ნათქვამი, (2) განტოლების მაგივრად შეიძლება დაენეროთ (3) ტიპის სამომენტო განტოლება, ოღონდ სხვა ნერტილის მიმართ. ეს სამომენტო ნერტილი ისე შეიძლება შეირჩეს, რომ R_0 და ნობი რეაქციის მომენტი გახდეს ნულის ტოლი. მაშინ შესაძლებელია სნა აღარ იქნება საჭირო და გაანგარიშება საგრძნობლად მარტივდება. კერძოდ, სამომენტო ნერტილად ავიღოთ B, მაშინ R_B -ს მომენტი ნულის ტოლი გახდება:

$$R_0 l - F(l-a) - q \frac{1}{2}(c-b)(2l-c-b) = 0,$$

აქედან

$$R_0 = \frac{1}{2l} [2F(l-a) + q(c-b)(2l-c-b)].$$

ნაილეთ იგივე გამოსახულება.

ამ შემთხვევაში განტოლება $\Sigma Y = 0$ უკვე უნდა გამოვიყენოთ როგორც გაანგარიშების შემოწმებელი. მართლაც, პირობა $\Sigma Y = 0$, $R_0 - F - q(c-b) + R_B = 0$ გვაძლევს $0=0$.

დავყოთ კოჭი ცალკეულ უბნებად. კოჭის თითოეულ უბანს ახაიათებს სხვა უბნებისაგან გასხვავებული $M(z)$ და $Q(z)$ საკუთარი ანალიზური გამოსახულება. უბანი არის ინტერვალის მებოხელ გარე ძალებს შორის ან განანილებული დატვირთვის საკონტაქტო სიგრძე კოჭზე.

კოორდინატა სათავე არჩეულია კოჭის მარცხენა ბოლოზე უბნების დანომრვა (რომაული ციფრებით) დაიწყოთ კოორდინატა სათავედან, ამ მაგალითში სულ გვაქვს 4 უბანი, $M(z)$ მლუნავი მომენტები და $Q(z)$ განივი ძალები ჩვენერთ უბნების მიხედვით.

1 უბანი. არგუმენტის ცვალებადობის ზღვრები $0 \leq z_1 \leq a$. მლუნავი მომენტი:

$$M(z) = R_0 z_1 = \frac{1}{2l} [2F(l-a) + q(c+b)(2l-c-b)] z_1.$$

$M(z)$ აქ (ანალიზურად) წრფის კანონით იცვლება (z - ძირველ ხარისხშია). ამ ფუნქციის ეპიურის ასაგებად 1 უბანში საკმარისია მისი ორი მნიშვნელობის ცოდნა:

როცა $z_1 = 0$, $M(z_1 = 0) = 0$,

როცა $z_1 = a$, $M(z_1 = a) = a R_0$.

განივი ძალა

$$Q_z = R_0 = \frac{1}{2l} [2 F (l - a) + q (c - b) (2l - c - b)] = \text{const},$$

ი.ი. განივი ძალა მუდმივია.

II უბანი. $a \leq z_2 \leq b$,

მლუნავი მომენტი:

$M(z) = R_0 z_2 - F (z_2 - a)$; როცა $z_2 = a$, $M(z_2 = a) = a R_0$ იგივე გამოსახულებაა, რაც წინა უბნის ნოლოში.

როცა $z_2 = b$, $M(z_2 = b) = R_0 b - F (b - a)$, განივი ძალა $Q(z) = R_0 - F = \text{const}$.

III უბანი. $b \leq z_3 \leq c$,

მლუნავი მომენტი:

$$M(z) = R_0 z_3 - F (z_3 - a) - \frac{(z_3 - b)^2}{2}$$

პარაბოლის განტოლებაა, როცა $z_3 = b$, $M(z)$ ემთხვევა მომენტის მნიშვნელობას წინა უბნის ზედა ზღვარზე მნიშვნელობა:

$$\text{როცა } z_3 = c, M(c) = R_0 c - F (c - a) - q \frac{(c - b)^2}{2},$$

$$\text{როცა } z_3 = \frac{1}{2} (b + c),$$

$$M\left(\frac{b+c}{2}\right) = R_0 \frac{1}{2} (b+c) - F \left(\frac{1}{2} (b+c) - a \right) - q \frac{(c-b)^2}{2}.$$

განივი ძალა $Q(z) = R_0 - F - q (z_3 - b)$ წრფის განტოლებაა.

$$\text{როცა } z_3 = b, Q(b) = R_0 - F.$$

$$\text{როცა } z_3 = c, Q(c) = R_0 - F - q (c - b).$$

IV უბანი. $c \leq z_4 \leq l$.

ახლა უკუვადვით კოჭის მარჯვენა ნაწილი (განიკვეთის ადგილთან) და განიკვეთიში გადმოვიტანოთ უკვე R_B ძალა (ნახ. მ. II ე); ცხადია, გამოიქვლება აქ გამარტივება, რადგანაც q წვერის მაგივრად განტოლებებში შევა მხოლოდ ერთი წვერი.

$M(z) = R_B (l - z_4)$ წრფის განტოლებაა.

როცა $z_4 = c$, $M(c) = R_B (l - c)$, როცა $z_4 = l$, $M(l) = 0$.

განივი ძალა $Q(z) = -R_B = \text{const}$ (მუდმივია).

ახლა დავეყრდნობთ მონაცემებს და ზოგადად ავაგოთ მლუნავი მომენტების და განივი ძალებების ეპიურები (ნახ. მ. ზ.თ). მიატყვიეთ ყუ-

რადღობა იმ გარემოებას, რომ მაქსიმალური მომენტების ორდინატის ქვეშ განივი ძალეა ნულის ტოლია.

ეს შემთხვევითი არ არის, არსებობს ფუნქციონალური დამოკიდებულება კოჭის ნებისმიერ კვეთში მოქმედ მლუნავ მომენტებს, განე ძალეებსა და $q(z)$ ინტენსიურობით განანილებულ დატვირთვებში.

განივილით ეს ფუნქციონალურ დამოკიდებულებები.

§ 8.4. დიფერენციალური დამოკიდებულება ძალეებს შორის (შურავსკის თეორემა)

განივილით ნებისმიერი $q(z)$ განანილებული დატვირთვის ქვეშ მყოფი კოჭის (ნახ. 8.11 ა) dz სიგრძის ელემენტის ნონასნორობა (ნახ. 8.11 ბ). კოჭის ელემენტი ნაჩვენებია გადიდებული მასშტაბით.

ეს ელემენტი კოჭიდან ამოჭრილია კოორდინატთა სათაეიდან ნებისმიერ z და $z + dz$ მანძილზე განშევეთი 1-1 და 2-2 სიბრტყეებით, რომლებიც გრძივი ღერძის მართობულია. განანილებული დატვირთვის ინტენსიურობა $q(z)$ გამოყოფილი ელემენტის ფარგლებში მივილით მუდმივად (ნაჩვენებია წყვეტილად 8.11 ა, ბ ნახ-ზე). გამოყოფილი ელემენტის ნონასნორობისათვის საჭიროა კვეთებში მოვლით უკუგებული ნანილების მოქმედების ძალეები (გამოსახული გარე ძალეებით). ცხადია, მლუნავი მომენტები და განივი ძალეები კვეთიდან კვეთში იცვლებიან: თუ 1-1 კვეთში მოქმედებს $M(z)$ და $Q(z)$ ძალეები. 2-2 კვეთში, რომელიც $z + dz$ მანძილითაა დაშორებული პირველიდან, ძალეების მნიშვნელობა იქნება $M(z) + dM(z)$ და $Q(z) + dQ(z)$ (ნახ. 8.11 გ, დ).

დავწეროთ ელემენტის ნონეასნორობის პირობა $\sum Z = 0$; გვაქნება:

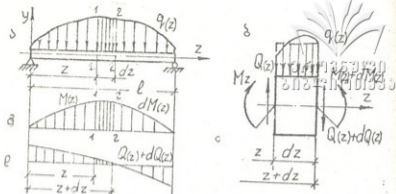
$$Q(z) - q(z) dz - [Q(z) + dQ(z)] = 0.$$

აქედან

$$\frac{dQ(z)}{dz} = -q(z) \quad (8.2)$$

მივილით, რომ კოჭის განივკვეთში მოქმედი გადამჭრელი (განივი) ძალის წარმოებული (არგუმენტით) უღრის ამავე კვეთში მოქმედ განანილებული ძალის (დატვირთვის) ინტენსიურობას (შებრუნებული ნიშნით) (შურავსკის I თეორემა).

განივილით გამოყოფილი ელემენტის ნონასნორობის მეორე პირობა



ნახ. 8.11.

$$\Sigma M_c = 0, \quad M(z) + q(z) \frac{dz^2}{2} - [M(z) + dM(z)] + [Q(z) + dQ(z)] dz = 0.$$

თუ უსუვაგდებთ მეორე რიგის უმცირეს სიდიდეებს, საბოლოოდ დავწერთ:

$$\frac{dM(z)}{dz} = Q(z). \quad (8.3)$$

მივიღეთ: კოჭის ნებისმიერ განივკვეთში მოქმედი მლუნავი მომენტის წარმოებული (არგუმენტი) უდრის ამავე კვეთში მოქმედ გადაჭრულ (განივ) ძალვას (ფურავსკის II თეორემა).

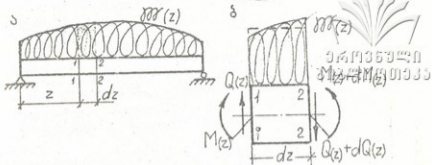
თუ (II) გამოსახულებას ერთხელ კიდევ გავანარმოებთ z არგუმენტით, გვექნება:

$$\frac{d^2 M(z)}{dz^2} = -q(z). \quad (8.4)$$

მივიღეთ: კოჭის ნებისმიერ განივკვეთში მოქმედი მლუნავი მომენტის მეორე წარმოებული არგუმენტით უდრის ამავე კვეთში მოქმედ განანილებული დატვირთვის მნიშვნელობას (შებრუნებული ნიშნით) (ფურავსკის III თეორემა).

განვიხილოთ შემთხვევა, როცა კოჭი დატვირთულია სამომენტო $m(z)$ ინტენსიურობის განანილებული დატვირთვით (ნახ. 8.12). გამოვყოთ კოჭის dz სიგრძის ელემენტი მასზე მოქმედი დატვირთვით (ნახ. 12 ბ) და გავანონასწორებელი შიგა ძალებით (ან მათი ეკვივალენტური გარე ძალებით):

$$M(z), Q(z), M(z) + dM(z), Q(z) + dQ(z).$$



ნახ. 8.12.

წონასწორობის პირობიდან

$$\Sigma Y = 0, Q(z) - [Q(z) + dQ(z)] = 0$$

გამომდინარეობს, რომ $dQ(z) = 0$, ე.ი. $Q(z) = \text{const}$ (IV). განივი ძალა კოჭის ნებისმიერ კვეთში სამომენტო განაწილებული დატვირთვის მოქმედების დროს მუდმივი სიდიდეა.

წონასწორობის მეორე პირობიდან $\Sigma M_C = 0$,

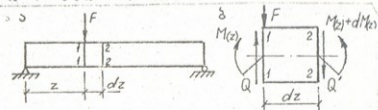
$$M(z) + m(z)dz - M(z) - dM(z) + Q(z)dz = 0$$

დავადგენთ, რომ

$$\frac{dM(z)}{dz} = Q(z) + m(z). \quad (8.5)$$

კოჭის ნებისმიერ განივკვეთში მოქმედი მლუნავი მომენტის წარმოებული (არგუმენტი) უდრის ამავე კვეთში მოქმედი განივი ძალისა და განაწილებული სამომენტო დატვირთვის ინტენსიურობის ალგებრულ ჯამს.

განვიხილოთ კოჭზე შეყურსული ძალების და მომენტების (წყვილძალების) მოქმედების შემთხვევა.



ნახ. 8.13.

კოჭის მეორე ელემენტის ნონასწორობა შეყურსული ძალის შემთხვევაში, როცა F ძალა z მანძილზეა მოდებული კოჭზე (სურათი 8.13) (ნახ. 8.13).

$$\sum Y = 0 : Q(z) - F - Q'_z = 0.$$

ვადგენთ, რომ $\Delta Q(z) = -F$, სადაც აღნიშნულია $Q(z)$ და $Q'(z)$ ძალები. (8.6)

ამგვარად, განივი ძალის ცვლილება შეყურსული F ძალის მოდების კვეთში უდრის ამავე ძალის სიდიდეს შემრუნებული ნიშნით, ე.ი. განივი ძალის ფუნქცია შეყურსული ძალის მოდების კვეთში განიცდის წყვეტას და ამ წყვეტის აბსოლუტური სიდიდე შეყურსული ძალის ტოლია.

ნონასწორობის მეორე პირობა $\sum M_c = 0$ ამავე ელემენტებისათვის გადაძღვეს

$$M(z) + [Q(z) + \Delta Q(z)] dz - M(z) - dM(z) = 0.$$

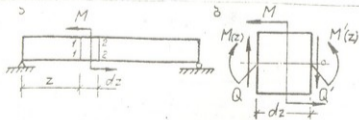
და $\frac{dM(z)}{dz} = Q(z) + \Delta Q(z)$, მაგრამ (VI) გამოსახულების თანახმად,

$\Delta Q(z) = -F$ და საბოლოოდ დავწერთ

$$\frac{dM(z)}{dz} = Q(z) - F. \quad (8.7)$$

მივიღეთ მეტად საინტერესო შედეგი. თუ გავიხსენებთ, რომ რაიმე ფუნქციის წარმოებული მათემატიკურად წარმოადგენს ამ ფუნქციის მზების განტოლებას და ფიქსირებულ წერტილში იძლევა მზების მიერ z -ის ღერძთან შედგენილი კუთხის ტანგენსს, დავინახავთ, რომ შეყურსული ძალის მოდების კვეთში მღუნავი მომენტის ეპიურა განიცდის გარდატეხას α კუთხით: $\alpha = \arctg(-F)$.

განვიხილოთ კოჭის dz სიგრძის ელემენტის ნონასწორობა შეყურსული წვეილძალის (მომენტის) შემთხვევაში (ნახ. 8.14 ა,ბ). ნონასწო-



ნახ. 8.14.

რობის პირობიდან $\Sigma Y = 0$; $Q(z) - Q(z) - \Delta Q(z) = 0$, გამოიღონა-
რეობს, რომ

$$\Delta Q(z) = 0,$$

ე.ი. განივი ძალვა მუდმივია. ნონასწორობის მეორე კრიტერიუმად
 $\Sigma M_c = 0$, მივიღებთ:

$$M(z) + M + [Q(z) + \Delta Q(z)] dz - M(z) = 0.$$

თუ უკუვაგდებთ $\Delta Q(z) dz \rightarrow 0$,

$$Q(z) dz = \Delta M(z) = M \quad (8.8)$$

სასრული სიდიდეა, საიდანაც ვაკეთებთ დასკვნას: მლუნავი მომენტის ცვლილება შეყურსული წვეილდალის მოდების კვეთში უდრის ამ შეყურსული წვეილდალის მომენტის სიდიდეს. მლუნავი მომენტის ფუნქცია შეყურსული წვეილდალის მოდების კვეთში განიცდის წყვეტას და ამ წყვეტის სიდიდე შეყურსულ წვეილდალის მომენტის ტოლია.

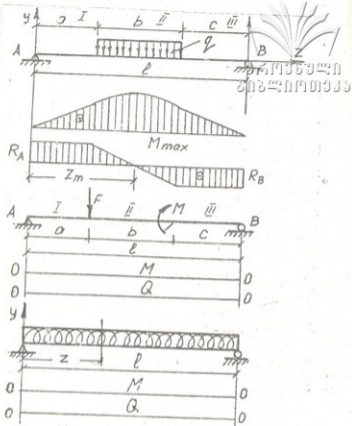
რადგან $\frac{dM(z)}{dz}$ ამ შემთხვევაში ნულის ტოლია, ეს იმას ნიშნავს, რომ მლუნავი მომენტის ეპიურის დაბრის კუთხე არ იცვლება. მიღებული დიფერენციალური დამოკიდებულებები ფართოდ გამოიყენება ეპიურების კონტროლისათვის. მზები ძაბვების ფორმულის გამოყვანა ურდნობა ერთ-ერთ თეორემას; დიფერენციალური დამოკიდებულება $M(z)$ -სა და $q(z)$ -ს შორის გამოიყენება დრეკად ფუძეზე მდებარე კოჭების ღუნვის შესწავლის დროს; და ბოლოს, ეს უკანასკნელი დიფერენციალური დამოკიდებულება შეიძლება გამოვიყენოთ $M(z)$ -ის განსაზღვრისათვის $q(z)$ გამოსახულების ორჯერ ინტეგრირების შედეგად.

ქვემოთ მოყვანილია რამდენიმე მაგალითი კოჭში მოქმედი მლუნავი მომენტებისა და განივი ძალვის ეპიურების აგებაზე. შეამონმეთ შედეგები ღუნვის ძალისმიერ პარამეტრებს შორის დიფერენციალურ დამოკიდებულებათა საფუძველზე (ნახ. მ.15 ა,ბ).

8.15 ნახ- ის შემთხვევაში საჭიროა: 1) აიგოს $M(z)$ და $Q(z)$ ეპიურები; 2) მოიძებნოს კვეთი, სადაც M მაქსიმალურია; 3) მოიძებნოს z_{max} ; 4) შემონმდეს ეპიურები ჟურავსკის თეორემების საშუალებით.

მე-8.15 ნახ-ის შემთხვევაში საჭიროა: 1) აიგოს $M(z)$ და $Q(z)$ ეპიურები; 2) შემონმდეს ეპიურები ჟურავსკის თეორემებით.

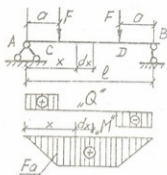
8.15 ნახ-ის შემთხვევაში საჭიროა: 1) აიგოს $M(z)$ და $Q(z)$ ეპიურები; 2) შემონმდეს ეპიურები ჟურავსკის თეორემებით.



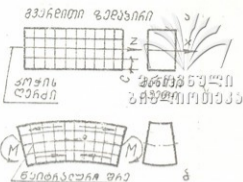
ნახ. 8.15.

§ 8.4. კოჭის დაძაბული მდგომარეობა ლუნვის დროს

კოჭის დაძაბული მდგომარეობის შესწავლა დავიწყოთ სუფთა ლუნვიდან. სუფთა ლუნვა პირდაპირი განივი ლუნვის კერძო შემთხვევაა, როცა განივკვეთში მოქმედებს მხოლოდ მლუნავი მომენტი, გადანტრელი ძალები კი ნულის ტოლია. ჩვენ უკვე ვიცით მლუნავი მომენტებისა და განივი ძალების ეპიურების აგება კოჭებისათვის; ამიტომ ძნელი არ არის დატვირთვის შერჩევა ისე, რომ კოჭის შუა



ნახ. 8.16.



ნახ. 8.17.

უბანში გაჩნდეს სუფთა ღუნვა; საკმარისია კოჭი დაიტვირთოს სიმეტრიული შეყურსული ძალით ან M წვეილძალით (ნახ. 8.16).

ძაბვები კოჭის განივევეთში განისაზღვრება შემდეგი მოსაზრებების საფუძველზე:

1) ჩვენ უკვე ვთქვით, რომ გარე ძალების მოქმედება კოჭში სუფთა ღუნვის დროს გამოვლინდა სათანადო მომენტის სახით. თავის მხრივ, ძალებმა უნდა წარმოქმნას ელემენტარულ წვეილძალთა ისეთი ერთობლიობა, რომ მათი ჯამური მომენტი განივევეთში ანონასწორებდეს გარე მომენტებს. ეს ელემენტარული მომენტები განივევეთში სუფთა ღუნვის დროს შეიქმნება მხოლოდ ნორმალური ძაბვებით.

2) იმისათვის, რომ ნორმალურმა ძაბვებმა შექმნას მხოლოდ შიგა წვეილძალა, საჭიროა, რომ კვეთში მოქმედი ძაბვები იყოს როგორც გამჭიმო, ისე მკუმშავი. შემოვიღოთ კოჭის შრის ცნება განივევეთში, როგორც ერთნაირი ნორმალური ძაბვების მქონე ბოჭკოთა ერთობლიობა. კოჭის შრეს, სადაც ღუნვის დროს ნორმალური ძაბვები ნულის ტოლია, ნეიტრალური შრე ვუწოდოთ.

3) ცხადია, გაჭიმული და მკუმშული შრეები ღუნვის დროს განლაგდება კოჭის ნეიტრალური შრისგან სხვადასხვა მხარეს. ჩვენი მიზანია კოჭის განივევეთში ნორმალური ძაბვების განაწილების კანონის გამოვლენა. ამისათვის აუცილებელია სტატიკის პირობებთან ერთად კოჭის დეფორმაციის პირობების გამოყენება. კოჭის დეფორმაცია სუფთა ღუნვის დროს შეიძლება გამოვლინდეს ნიმუშის ექსპერიმენტული გამოცდის შედეგად.

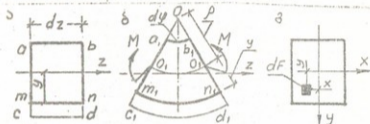
ჩავატაროთ შემდეგი ცდა: სწორკუთხა განივევეთის რეზინის ან პოროლონის კოჭის გვერდით ზედაპირზე დავიტანოთ სწორკუთხოვანი ბადე (ნახ. 8.17ა). კოჭის ბოლოებში მოვდოთ შეყურსული წვეილძა-

ღ
ლები. ადგილი ექნება სუფთა ღუნვას. დეფორმაციის შემდეგ კოჭი გამრუდდება (ნახ. 8.17ბ) ისე, რომ ბადის წირები, რომლებიც ძელების ღერძის პარალელულნი იყვნენ დეფორმაციამდე, დეფორმაციის შემდეგ გამრუდებიან, მაგრამ მანძილი მათ შორის პრაქტიკულად უცვლელი იქნება: ის კი იმას ნიშნავს, რომ თარაშული შრეები ერთმანეთს არ აწვება; კოჭის ზედა შრეები წაგრძელდა, ხოლო ქვედა — დამოკლდა. კოჭის გრძივ ღერძებთან აღმოვაჩინეთ ისეთ შრეს, რომელიც გაჭიმვა-კუმშვის დეფორმაციებს არ განიცდის, იგი მხოლოდ გამრუდება. მას ნეიტრალურ შრეს უწოდებენ, ხოლო ნეიტრალური შრის გადაკვეთას კოჭის განიკვეთის სიბრტყესთან ნეიტრალური ღერძი ჰქვია; ბადის წირები, რომლებიც მართობული იყო კოჭის გრძივი ღერძის მიმართ დეფორმაციამდე, დეფორმაციის შემდეგ დაიხრებიან, მაგრამ არ მრუდდებიან და ინარჩუნებენ მართ კუთხეებს კოჭის გაღუნულ ღერძთან.

§ 8.6. ნორმალური ძაბვები სუფთა ლუნვის დროს

ზემოთ მოყვანილი ცდა ამტკიცებს, რომ ამ შემთხვევაში ძალაშია ბრტყელი კვეთის ჰიპოთეზა, რომელიც 1705 წ. ნამოყვანა დ. ბერნულიმ და მდგომარეობს შემდეგში: სუფთა ლუნვის დროს დეფორმაცია მაციათმდე ბრტყელი განივი კვეთები ბრტყლად რჩება დეფორმაციის შემდეგაც.

ეს ჰიპოთეზა, ავლენს რა ამოცანის გომეტრიულ მხარეს, სტრუქტურის განტოლებებთან ერთად ჰუკის კანონის გამოყენებით საშუალებას იძლევა, მილიანად გადაეწყვიტოს ამოცანა კოჭში დეფორმაციების და ნორმალური ძაბვების განაწილების შესახებ სუფთა ლუნ-



ნახ. 8.18.

ვის დროს.

ამოჭრათ სუფთა ლუნვის უბნიდან (ნახ. 8.16) dz სიგრძის ელემენტი და გამოვსაზოთ იგი მსხვილი მასშტაბით (ნახ. 8.17). სწორკუთხა ელემენტი (ნახ. 8.18ა) დეფორმაციის შედეგად მიიღებს a , b , c , d ელემენტის სახეს (ნახ. 8.18ბ), თუ გაეაგრძელებთ c , b და b_1d_1 ნახანაგებს ურთიერთგადაკვეთამდე (O ნერტილში) და მათ შორის კუთხეს ავლნიშნავთ $d\varphi$ -თი, ხოლო ნეიტრალური შრის O_1O_2 გრძივი სიძრუდის რადიუსს ρ -თი, შეგვიძლია დავწეროთ (ნახ. 8.18ბ), რომ ნეიტრალური შრის სიგრძე $O_1O_2 = |dZ| = \rho d\varphi$, ხოლო ნეიტრალური შრიდან y მანძილზე დაშორებული m_1n_1 შრის სიგრძე ტოლი იქნება $m_1n_1 = (\rho + y) d\varphi$; m_1n_1 შრის აბსოლუტური წაგრძელება

$$\Delta l = (\rho + y) d\varphi - \rho d\varphi = y d\varphi, \quad (8.10)$$

თუ შრის ფარდობითი წაგრძელება

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{y d\varphi}{\rho d\varphi} = \frac{y}{\rho}. \quad (8.11)$$

ეს არის ამოცანის გეომეტრიული მხარის განხილვის შედეგი. თუ დავუშვებთ, რომ ცალკეული შრეები ერთმანეთს არ აწნებენ, ა.ი. შრეები ლუნვის დროს განიცდის მხოლოდ გაჭიმვა-კუმშვას ნეიტრალური შრის პარალელულ სიბრტყეში. შევიძლია გამოვიყენოთ კლასიკური გაჭიმვის (კუმშვის) შემთხვევისათვის

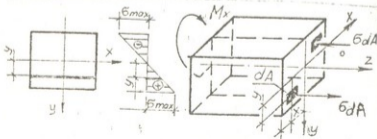
$$\sigma = \epsilon E.$$

თუ ამ ტოლობაში (8.11)-დან შევიტანთ ϵ -ის მნიშვნელობას, მივიღებთ

$$\sigma = E \frac{y}{\rho} \quad (8.12)$$

ეს არის ამოცანის გეომეტრიული და ფიზიკური მხარის ერთობლივი განხილვის შედეგი. ამ ფორმულით შეიძლება გამოვთვალოთ ნებისმიერი ძაბვა, თუ წინასწარ გვეცოდინება (ვთქვათ, ცდებიდან) კოჭის სიმრუდის ρ რადიუსი. მიუხედავად იმისა, რომ ეს სიდიდე ჩვენ ჯერჯერობით არ ვიცით, ერთი დასკვნის გაკეთება მაინც არის შესაძლებელი: ნორმალური ძაბვები პირდაპირპროპორციულია განსახილველი შრის y მანძილისა - ნეიტრალურ შრემდე. ნეიტრალური შრის განლაგება ჯერ არ ვიცით.

ნეიტრალური შრის (ან ღერძის) მდებარეობის გასაგებად საჭიროა განვიხილოთ გამოყოფილი ელემენტის ნონასწორობის პირობები (ნახ. 8.19). dz სიგრძის ელემენტის ac კვეთზე მოქმედებს M შეყურსული მომენტი; მარჯვენა ნაწილის მოქმედება bd კვეთზე წარმოვიდგინოთ σdA ძალებების მიერ შექმნილი მომენტების სახით (ნახ. 8.19). ძალების განსაზღვრისათვის შევადგინოთ ელემენტის ნონასწორობის განტოლებები: $\Sigma Z = 0$, $\Sigma Y = 0$, $\Sigma X = 0$, $\Sigma M_Z = 0$, $\Sigma M_Y = 0$, $\Sigma M_X = 0$.



ნახ. 8.19.

ჩვენს შემთხვევაში ნეიტრალური ღერძი თანხვედბა z ღერძს. ელემენტარული ნორმალური ძალების გეგმილები Y და X ღერძებზე წყლია. ეს ძალები არ იძლევა მომენტს Z ღერძის მიმართაც, რადგანაც მისი პარალელულია, ამიტომ განტოლებები $\Sigma Y = 0$, $\Sigma X = 0$ იგივეურად ემაყოფილება y -ის ნებისმიერი მნიშვნელობისათვის. განვიხილოთ ნონასწორობის პირობა $\Sigma Z = 0$. იგი გვეუბნება ტოლებას $\int_A \sigma dA = 0$.

თუ ამ ტოლობაში შევიტანთ σ -ს მნიშვნელობას (8.12)-დან, მივიღებთ:

$$\int_A E \frac{y}{\rho} dA = \frac{E}{\rho} \int_A y dA = 0.$$

რადგან $\frac{E}{\rho} \neq 0$ (იმიტომ, რომ $\rho \neq \infty$), გვექნება:

$$\int_A y dA = S_x = 0.$$

ეს იმას ნიშნავს, რომ განიკვეთის სტატიკური მომენტი ღერძის მიმართა წულის ტოლია, ე.ი. ნეიტრალური ღერძი გადის განიკვეთის სიმძიმის ცენტრში. ამრიგად, ნეიტრალური შრის სიმრუდის რადიუსი წარმოადგენს ძელის გაღუნული ღერძის სიმრუდის რადიუსს.

ახლა განვიხილოთ ნონასწორობის პირობა $\Sigma M_x = 0$. მივიღებთ:

$$M_x - \int_A \sigma y dA = 0. \tag{8.13}$$

ჩავსვათ ამ განტოლებაში (8.12) ტოლობიდან σ -ს მნიშვნელობა; მივიღებთ:

$$M_x = \int_A E \frac{y^2}{\rho} dA = \frac{E}{\rho} \int_A y^2 dA = \frac{E}{\rho} I_x. \tag{8.14}$$

აქ I_x არის განიკვეთის ინერციის ღერძული მომენტი X ღერძის მიმართ. გვექნება:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EI_x}. \tag{8.15}$$

ამრიგად, მივიღებთ ღუნვის ძირითად განტოლებას, სადაც $E I_x$ არის ძელის სიხისტე ღუნვის დროს. თუ (8.15) ტოლობას შევიტანთ (8.12)-ში, გვექნება:

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y. \tag{8.16}$$

ამ ფორმულით განისაზღვრება ნორმალური ძაბვები ღუნვის შემთხვევაში კოჭას განივკვეთის ნებისმიერ ნერტილში (მრეცხვ).
 (8.16) ფორმულის გამოყენების დროს შედეგულობაში არ არის მიღებული M_x მლუნავი მომენტის ნიშანი, ამიტომ მას ფორმულაში ვსვამთ აბსოლუტური სიდიდით.

ბოლოს განვიხილოთ ნონასნორობის პირობებში $\int_A \sigma_x dA = 0$.

$$\int_A \sigma_x dA = 0.$$

შევიტანოთ (8.16)-ის მნიშვნელობა, გვექნება: $\frac{E}{\rho} \int_A y x dA = 0$.

აქ $\int_A y x dA = I_{xy}$ არის ძელის განივკვეთის ინერციის ცენტრიდანული მომენტი. ჩვენ შემთხვევაში გამოდის, რომ $I_{xy} = 0$.

ვიციოთ, რომ ინერციის ცენტრიდანული მომენტი ნულს უდრის ინერციის მთავარი ღერძების მიმართ, ე.ი. ნეიტრალური ღერძი წარმოადგენს ინერციის მთავარ ცენტრალურ ღერძს, რომელიც მართობულია მლუნავი მომენტის მოქმედების სიბრტყისა. მეორე (y) ღერძიც განივკვეთის ინერციის მთავარი ღერძია და იგი ყოველთვის მდებარეობს კოჭის ღუნვის სიბრტყეში.

წინაღობის ღარიძული მომენტების განსაზღვრა

როგორც (8.16) ფორმულიდან ჩანს, ნორმალური ძაბვები ღუნვის დროს ექსტრემალურ მნიშვნელობას აღწევს განივკვეთის კიდურა ნერტილებში. თუ (8.16)-ში შევიტანოთ $y = y_{\max}$ მნიშვნელობას, მივიღებთ

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{I_x} Y_{\max}. \quad (8.17)$$

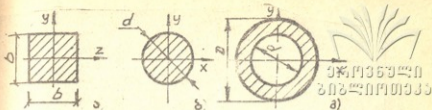
შემოვიღოთ აღნიშვნა $W_x = \frac{I_x}{y_{\max}}$.

ამ სიდიდეს უწოდებენ განივკვეთის წინაღობის ღერძულ მომენტს და მისი განზომილებაა მმ³, სმ³ ან ნ³. (8.17)-დან მივიღებთ

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x}. \quad (8.18)$$

განვსაზღვროთ წინაღობის ღერძული მომენტები სხვადასხვა მობაზულობის განივკვეთებისათვის:

- 1) მართკუთხა განივკვეთისათვის (ნახ. 8.20 ა)



ნახ. 8.20.

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{b h^3}{12} : \frac{h}{2} = \frac{b h^2}{6};$$

2) წრიული განივკვეთისათვის (ნახ. 8.20 ბ)

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{\pi d^4}{64} : \frac{d}{2} = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1 d^3;$$

3) რგოლისებრი განივკვეთისათვის (ნახ. 8.20 გ)

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{\pi D^4}{64} \cdot (1 - \alpha^4) : \frac{D}{2} = 0,1 D^3 (1 - \alpha^4).$$

აქ $\alpha = \frac{d}{D}$, ლებულობენ $\alpha = 0,8 - 0,9$.

სიმტკიცის პირობა

და ძირითადი ამოცანები ლუნვის შემთხვევაში

ძელის განივკვეთის ზომების დადგენისათვის საჭიროა შევადგინოთ სიმტკიცის პირობა

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma]. \quad (8.19)$$

ლუნვის შემთხვევაში გვექნება

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x^{\max}}{W_x} \leq [\sigma]. \quad (8.20)$$

კოჭის სიმტკიცეზე გაანგარიშების დროს პრაქტიკაში შეიძლება შეგვხვდეს სამი სახის საინჟინრო ამოცანა ლუნვაზე:

1) მოცემულია M_x^{\max} და W_x , გასაგებია σ_x ამოცანა ამოიხსნება (8.19) ტოლობის საშუალებით.

2) მოცემულია M_x^{\max} ; გასაგებია განივკვეთის ზომები. (8.19)-დან მივიღებთ:

$$W_x \geq \frac{M_x^{\max}}{[\sigma]}. \quad (8.21)$$

აქ სწორკუთხა მობაზულობის კვეთებისათვის (ნახ. 8.20 ა)

$$W_x = \frac{b h^2}{6}$$

წინასწარ დაეუშვათ, რომ $h = k \cdot b$ (სადაც $k=1,25; 1,50; 1,75; 2,00$) და ეს სიდიდე შევიტანოთ წინა ტოლობაში, გვექნება:

$$W_x = \frac{k^2 b^3}{6}$$

თუ შევიტანოთ ამ სიდიდეს (8.20)-ში, მაშინ ელემენტარული გარდაქმნების შედეგად მივიღებთ:

$$b \geq \sqrt[3]{\frac{6 M_x^{\max}}{k^2 [\sigma]}}$$

ვცით რა b , ადვილად გავიგებთ h სიდიდეს.

ბ) წრიული მოხაზულობის კვეთებისათვის (ნახ. 8.20 ბ) გვექნება:

$$0,1 d^3 \geq \frac{M_x^{\max}}{[\sigma]}$$

აქედან

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_x^{\max}}{0,1[\sigma]}}$$

გ) რგოლისებრი კვეთების შემთხვევაში (ნახ. 8.20 გ) მივიღებთ:

$$0,1 \cdot D^3 (1 - \alpha^4) \geq \frac{M_x^{\max}}{[\sigma]}$$

აქედან

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{M_x^{\max}}{0,1(1 - \alpha^4)[\sigma]}}$$

დ) მოცემულია კვეთის ზომები და მასალისათვის დასაშვები ძაბვა. დასაშვები მღუნავი მომენტი განისაზღვრება განტოლებით

$$M_x^{\max} \leq [\sigma] W_x \quad (8.22)$$

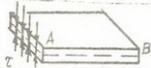
დასაშვები ნორმალური ძაბვის სიდიდეები ფოლადისათვის — 1400-1600 კგ/სმ²; ხისათვის — $[\sigma] = 100$ კგ/სმ² (გამწვრალი ფიჭვისათვის) და $[\sigma] = 130$ კგ/სმ² (მუხისათვის), თუჯისათვის ლუნვის დროს გაჭიმულ ზონაში დაიშვება $[\sigma] = 350-450$ კგ/სმ², ხოლო შეკუმშულ ზონაში $[\sigma] = 1200-1500$ კგ/სმ² (ეს სიდიდეები ადვილად გამოისა-

ბიბა SI-ს ერთეულებში, თუ შედეგობაში მივიღებთ, ჩვენ
 $dim \sigma = 10^6 \text{ პა}$ (პასკალი, $\text{პა} = \frac{\text{ნ}}{\text{მ}^2}$)

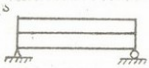


§ 8.7. მხეზი ძაბვების ერთეული განსაზღვრა სწორხაზოვანი ძეგლებში

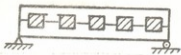
სუფთა ლენვისაგან განსხვავებით, ავი ლენვის შემთხვევაში კოჭის განიკვეთიში წარმოიშობა როგორც ძლუნავი მომენტები, ასევე განივი ძალები. ამიტომ განიკვეთიში სიორმალური ძაბვების გარდა აღიძვრება მხეზი ძაბვებიც. ვანივი ძალები ინვევს კოჭის ერთი ნაწილის ძვრას მისი გრძივი ღერძის მართობული მიმართულებით მეორე ნაწილის მიმართ. მხეზი ძაბვების წყვილადობის კანონის ძალით კოჭის თარაშულ შრეებში გრძივი მიმართულებით აღიძვრება მხეზი ძაბვები, რომლებიც იმოქმედებენ ნეიტრალურ AB სიბრტყის პარალელურად (ნახ. 8.21). ეს ძაბვები ცდილობენ კოჭის პორიზონტალური შრეების ერთიმეორის მიმართ დაძვრას. აღნიშნულის ნათელსაყოფად მოვიყვანოთ მაგალითი: განვიხილოთ ორი ერთი და იგივე განიკვეთის და სიგრძის ძელისაგან შედგენილი კოჭი (ნახ. 8.22). დაუშვათ, რომ მათ შორის ხახუნი არ არის. ვთქვათ, ეს კოჭი იღუნება F ძალის მოქმედების შედეგად (ნახ. 8.22 ბ), რომელიც მოდებულია ძალის შუაში. დეფორმაციის შედეგად კოჭის თითოეული ნაწილი გაიღუნება ერთიმეორისაგან დამოუკიდებლად, ყოველი ნაწილის ქვედა ბოქკოები გაიჭიმება, ზედა კი შეიკუმშება. შეხების სიბრტყეში ეს ნაწილები დაინწყებს ერთიმეორის მიმართ სრიალს. ამიტომ კოჭის ბოლო კვეთები, რომლებიც დეფორმაციამდე ერთ სიბრტყეში იყვნენ, ერთიმეორეს დაშორდებიან და მივიღებთ საფეხურებს.



ნახ. 8.21:



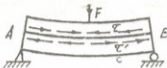
ნახ. 8.22.



ნახ. 8.23.



ნახ. 8.24. **საქართველოს
ინჟინერული
სამსახური**



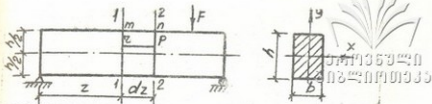
ნახ. 8.25.

პრაქტიკაში შედგენილი კოჭების ნაწილების სრიალის თავიდან ასაცილებლად აკეთებენ სოგმანებს მაგარი ხის ჯიშისაგან (ნახ. 8.23). თუ დავაკვირდებით სოგმანების ღრუბლებს, შეგვიძლია განვსაზღვროთ შედგენილი კოჭის სრიალის მომართულება (ნახ. 8.24) და ამით დავადგინოთ მშები ძაბვების მიმართულებაც. ახლა, თუ ავიღებთ მთლიან კოჭს, ისიც F ძალის მოქმედების გამო გაიღუნება და AB ბოჭკოს სიგრძე, რომელიც შეთავსდება ნეიტრალურ შრეში, დეფორმაციის შემდეგ დარჩება უცვლელი, ე.ი. ღუნების შედეგად ნეიტრალურ შრეში კოჭის ერთი ნახევრიდან მეორეს გადაეცემა მშები ძაბვა $\sigma' = \sigma$, რომელიც არ დაუშვებს ზედა ნაწილის დაძვრას ქვედა ნაწილის მიმართ (ნახ. 8.25). ნახაზზე ისრების ზედა რიგი უჩვენებს კოჭის ქვედა ნაწილის მოქმედებას ზედაზე; ხოლო ქვედა რიგი — კოჭის ზედა ნაწილის მოქმედებას ქვედაზე. ამრიგად, მთლიანი კოჭის შემთხვევაში დრეკად ძალებს ეწინააღმდეგება ძვრის ძალები, რაც გამოვსავს საფეხურების გაჩენას. გრძივი ძვრის ძალების ნარმოშობით აიხსნება კოჭებში გრძივი ბზარების ნარმოშობა. ძვრის ძალების წარმოშობის გამო ბრტყელი კვეთების პიპოთეზა ირღვევა: დეფორმაციამდე ბრტყელი კვეთები დეფორმაციის შემდეგ უმნიშვნელოდ გამ-



ნახ. 8.26.

რუდდება — დაიბრტყება (ნახ. 8.26). როგორც ფრანგი მეცნიერის სენ-ვენანის (1856) ცდები გვიჩვენებს, კოჭის გრძივი ბოჭკოები მრუდდება მხოლოდ ნორმალური σ ძაბვების მოქმედების გამო, ამიტომ ძვრის გავლენას ნორმალური ძაბვების განაწილებაზე უგულვებელყოფენ, ბრტყელი კვეთების პიპოთეზას განი-



ნახ. 8.27.

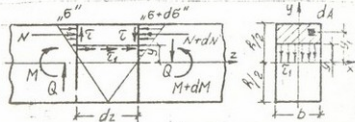
ვი ლუნვის დროსაც ძალაში ტოვებენ და ნორმალურ დაბევებს განსაზღვრავენ იგივე ფორმულით, როგორც სუფთა ლუნვის შემთხვევაში

$$\sigma = \frac{M}{I_x} y.$$

მხები დაბევების მოქმედების გამო კოჭის განიკვეთი მრუდდება; კვეთის კიდეებში გამრუდება ნულია, ხოლო მაქსიმუმს აღწევს ნეიტრალურ ლერძზე. ასეთივე კანონით იცვლება მხები დაბევებიც.

ლუნვის დროს მხები დაბევების საანგარიშო ფორმულის გამოსაყვანად განვიხილოთ ვინრო განიკვეთიანი სწორკუთხა მობაზულობის ორ საყრდენზე მდებარე კოჭი, რომელზედაც მოქმედებს შვეურსული F ძალა (ნახ. 8.27). გაანგარიშებას საფუძვლად ვდებთ ჟურავსკის (1855 წ.) ორი დებულება: 1) მხები დაბევები განივი ძაღვების პარალელურია, 2) მხები დაბევები კვეთში სიდიდით ერთმანეთის ტოლია ნებისმიერი ჰორიზონტალური ზოლის ყველა ნერტილში, რომლისთვისაც $y = \text{const}$.

ვინრო განიკვეთის კოჭიდან ამოვჭრათ dz სიგრძის ელემენტი, რომელიც კოჭის მარცხენა ბოლოდან დაცილებულია z მანძილით, ნეიტრალური შრიდან კი y მანძილით (ნახ. 8.28). ელემენტის ac და bd ნახნაგებზე მოქმედებენ σ და $\sigma + d\sigma$ ნორმალური და τ მხები დაბ-



ნახ. 8.28.

ვები, cd ნახნაგზე იმოქმედებს მხები (ძაბვების წყვილადობის კანონის თანახმად) $\tau' = \tau$ ძაბვები. ნორმალური ძაბვები ამ ნახნაგზე უცვლელს ტოლია. რადგან ვუშვებთ, რომ პორიზონტალური ძრეები ერთმანეთს არ აწევენ. ვინაიდან $abcd$ ელემენტი წონასწორობაშია, $\tau' = \tau$ მოქმედი შიგა ძალების გვერდები $z - z$ ღერძზე წყვილადობის კანონის თანახმად, და ვუშვებთ, რომ მხები ძაბვები τ განიკვევით სიგანეზე თანაბრად არის განაწილებული, ე.ი. მხები ძალა $T = \tau b dz$, მაშინ პირობა $\sum Z = 0$ მოგვცემს

$$\int_{A_1} \sigma dA + \tau_1 b dz - \int_{A_1} (\sigma + d\sigma) dA = 0, \quad (8.23)$$

სადაც $N = \int_{A_1} \sigma dA$ არის ელემენტარული ძალების ტოლქმედი ელემენტის ფართობზე;

$$N + dN = \int_{A_1} (\sigma + d\sigma) dA$$

ელემენტარული ძალების ტოლქმედია bd ელემენტის ფართობზე; $\tau_1 b dz$ — ელემენტარული მხები ძალის ტოლქმედი cd ელემენტის ფართობზე; b — განიკვევით სიგანე;

თუ (8.23) გამოსახულებაში შევიტანთ σ -ს და $d\sigma$ -ს მნიშვნელობებს

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y, \quad d\sigma = \frac{dM_x}{I_x} y,$$

მივიღებთ

$$\int \frac{M_x}{I_x} y_1 dA + \tau_1 b dz - \int \frac{M_x + dM_x}{I_x} y_1 dA = 0.$$

აქედან

$$\begin{aligned} \tau_1 b dz &= \int_{A_1} \frac{dM_x}{I_x} y_1 dA - \int_{A_1} \frac{M_x + dM_x}{I_x} y_1 dA = \\ &= \frac{dM_x}{I_x} \int_{A_1} y_1 dA, \end{aligned}$$

სადაც $\int_{A_1} y_1 dA = S_x^*$ არის კვეთის დაშტრიხული (ან დაუშტრიხავი) ნაწილის სტატიკური მომენტი ნეიტრალური ღერძის მიმართ. $\tau = z$; მხები ძაბვების წყვილადობის კანონის თანახმად, საბოლოოდ გვაქვს:

$$\tau = \frac{dM_x}{dz} \cdot \frac{S_x^*}{b I_x}$$

და რადგან $\frac{dM_x}{dz} = Q$, არის განივი ძალვა, მივიღებთ:

$$\tau = \frac{Q_x S_x^*}{b I_x}.$$



(8.24) ფორმულით გამოითვლება მშები ძაბვების სიდიდეები წინააღმდეგობის დროს. იგი ჟურავსკის ფორმულის სახელწოდებით არის ცნობილი. მშები ძაბვები სწორკუთხედიანი კვეთის შემთხვევაში

ვთქვათ, მოცემული გვაქვს სწორკუთხედიანი განივკვეთის ძელი, რომლის სიგანეა b და სიმაღლე h (ნახ. 8.29). ავაგოთ მშები ძაბვების ეპიურა კოჭის განივკვეთისათვის. ვიციტო, რომ

$$\tau = \frac{Q_x S_x^*}{b I_x}.$$

სადაც

$$S_x^* = A_1 \frac{1}{2} \left(\frac{h}{2} + y \right), \quad A_1 = b \left(\frac{h}{2} - y \right),$$

მაშინ

$$S_x^* = \frac{b}{2} \left(\frac{h}{2} + y \right) \left(\frac{h}{2} - y \right) = \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right).$$

როგორც ცნობილია, სწორკუთხედიისათვის

$$I_x = \frac{b h^3}{12}.$$

ჩავსვათ მიღებული სიდიდეები (8.24)-ში, გვექნება

$$\tau = \frac{12 Q_x}{b h^3} \cdot \frac{h^2 - 4 y^2}{8} = \frac{3 Q_x}{2 A} \left(1 - 4 \frac{y^2}{h^2} \right). \quad (8.25)$$

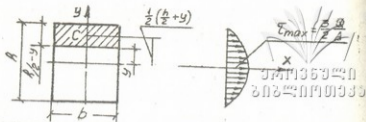
როგორც (8.25) ფორმულიდან ჩანს, მშები ძაბვები განივკვეთის სიმაღლეზე იცვლება კვადრატული პარაბოლის კანონით (ნახ.8.29). როდესაც $y = \pm \frac{h}{2}$, მაშინ $\tau = 0$, ხოლო როდესაც $y = 0$, მაშინ

$$\tau_{\max} = \frac{3 Q_x}{2 b h} = \frac{3 Q_x}{2 A}. \quad (8.26)$$

ე.ი. მშები ძაბვები მაქსიმუმს აღწევს ნეიტრალურ ღერძზე (ნახ. 8.29).

მშები ძაბვები წრიული კვეთის შემთხვევაში

განვიხილოთ წრიული განივკვეთის კოჭი და ავაგოთ მშები ძაბვების ეპიურა მოცემული კვეთისათვის (8.30). ასეთი კვეთებისათვის სწორი ძაბვები ნეიტრალური ღერძიდან y მანძილით დაშორებული წრის



ნახ. 8.29.

ნებისმიერ k წერტილში განივი ძალების პარალელური კი არ იქნება, არამედ გაივლის კონტურის A და B წერტილებში გატარებული მხებების გადაკვეთის C წერტილში. რადგან კონტურზე წონასწორობის პირობების თანახმად (A და B წერტილებში) ტანგენციალური ძაბვები მიმართული უნდა იყოს კონტურის მხებად, OY ღერძის მიმართ სიმეტრიულად განლაგებულ K და K_1 წერტილებში სრული ტანგენციალური ძაბვა შეიძლება დაიშალოს τ და τ_1 მდგენელებად. ამ მდგენელებიდან τ მოგვცემს განივ ძალას, რომელიც ტოლი იქნება

$$Q_y = \int_A \tau dA.$$

ჟურავსკის ფორმულით მხები ძაბვების გამოსათვლელად საჭიროა განვსაზღვროთ S_x^* , რომელიც წარმოადგენს AB შრის ზემოთ განლაგებული კვეთის ნაწილის სტატიკურ მომენტს ნეიტრალური ღერძის მიმართ. 8.30 ბ ნახ-დან მივიღებთ, რომ S_x^* შეიძლება განისაზღვროს როგორც $AOBD$ სექტორის და ABD სამკუთხედის სტატიკური მომენტების სხვაობა. $OABD$ სექტორის ცენტრალური კუთხე $2(90^\circ - \alpha)$. ABO სამკუთხედის ფუძე არის $b(y) = 2r \cos \alpha$, ხოლო ნვერო მოთავსებულია წრეხაზის ცენტრში. ამრიგად,

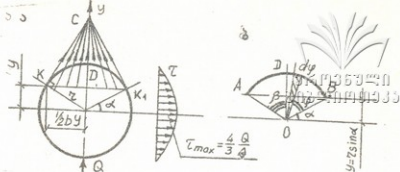
$$S_x^* = 2 \int \frac{r^3}{3} \sin^2(\alpha + \varphi) d\varphi - \frac{b(y) r^2 \sin^2 \alpha}{3} = \frac{2}{3} r^3 \cos^3 \alpha.$$

ინერციის ღერძული მომენტი

$$I_x = \frac{\pi r^4}{4}.$$

შევიტანთ რა მიღებულ სიდიდეებს ჟურავსკის ფორმულაში, შეგვიძლია დავწეროთ:

$$\tau = \frac{4}{3} \frac{Q_y}{A} \cos^3 \alpha = \frac{4}{3} \frac{Q_y}{A} (1 - \sin^2 \alpha) = \frac{4}{3} \frac{Q_y}{A} \left(1 - \frac{y^2}{r^2}\right).$$



ნახ. 8.30.

საბოლოოდ, ტანგენციალური ძაბვის ვერტიკალური მდგენელისათვის მივიღებთ:

$$\tau_y = \frac{4}{3} \frac{Q_y}{A} \left(1 - \frac{y^2}{r^2} \right). \quad (8.27)$$

როგორც ფორმულიდან ჩანს, ტანგენციალური ძაბვა კვეთის სიმაღლეზე იცვლება კვადრატული პარაბოლის კანონით (ნახ. 8.30 ა), ტანგენციალური უდიდესი ძაბვა იქნება ნეიტრალურ ღერძზე და სიდიდით ტოლია

$$\tau_{\max} = \frac{4}{3} \frac{Q_y}{A}. \quad (8.28)$$

ანალოგიურად მივიღებთ რგოლისებრი კვეთისათვის:

$$\tau_{\max} = \frac{4}{3} \frac{Q_y}{A} \frac{1 + c + c^2}{1 + c}, \quad (8.29)$$

სადაც $c = \frac{r_3}{r_2}$, r_3 — შიგა რადიუსია, ხოლო r_2 — გარე რადიუსი ნებისმიერ ნერტილში.

$$\tau = \tau_{\max} \cos \alpha.$$

მხები ძაბვები ორტეხაბრი კვეთისათვის

ურავსკის ფორმულით მხები ძაბვები აქ შეგვიძლია განვსაზღვროთ მხოლოდ ორტეხაბრი კვეთის კედელში, სადაც

$$\tau = \frac{Q_y S_y^*}{b I_x}$$

აქ

$$I_x = I_{x_0} (1 - \beta c^2), \quad I_{x_0} = \frac{b h^3}{12}, \quad b h (1 - \beta) \geq \delta h = A$$

სადაც $A_{\text{კვ}}$ არის კედლის ფართობი,

$$\beta = \frac{b_1}{b}, \quad c = \frac{h_1}{h}$$

კედლის ნახევარი კვეთის (რადგან ამ კვეთში ტანგენციალური ძაბვა აღწევს მაქსიმუმს) სტატიკური მომენტი

$$S_0 = \frac{b h^2}{3} (1 - \beta c^2).$$

თუ ამ სიდიდეებს შევიტანთ ჟურავსკის ფორმულაში, მივიღებთ

$$\tau_{\max} = 1,5 \frac{Q_y}{A_{\text{კვ}}} \cdot \frac{1 - \beta c^2}{1 - \beta c^3}. \quad (8.30)$$

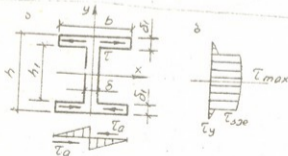
ადვილი დასამტკიცებელია, რომ ორტესებრი კვეთების კედლის სიმაღლეზე მზები ძაბვები იცვლება მეორე ხარისხის პარაბოლის კანონით (ნახ. 8.31 ბ). თუ თაროები საგრძნობი სისქისაა, მაშინ მზები ძაბვები თაროებში შვეული მიმართულებით განისაზღვრება შემდეგი ფორმულით:

$$\tau_y^{(a)} = \tau_{\text{კვ}} \frac{\delta}{b}; \quad \tau_{\max}^{(a)} = \tau_{\text{კვ}} \frac{\delta}{2\delta_1}$$

თარაზული მიმართულებით კი ჟურავსკის ფორმულით მაქსიმალური ტანგენციალური ძაბვა განისაზღვრება ფორმულით

$$\tau_{\max} = \tau_{\text{კვ}} \frac{\delta}{2\delta_1}$$

სადაც δ კედლის სისქეა, ხოლო δ_1 - თაროს სისქე.



ნახ. 8.31.

მხაზი ძაბვები უპეარაგისათვის

ვთქვათ, მოცემული გავქვს კვეთი (ნახ. 8.32 ა) განვსაზღვროთ გენციალური ძაბვები კვეთის კედელში და თაროზე. დავუშვათ, რომ $\beta = \frac{\delta_1}{\delta}$; $\alpha = \frac{b}{b_1}$. მაშინ I_x ინერციის ღერძული მომენტის და S_1 სტატიკური მომენტები ნეიტრალური ღერძის მიმართ კედლის კედურა ნერტილებისათვის ტოლი იქნება:

$$I_x = \frac{\delta h^3}{12} + 2 \left(\frac{b \delta_1 h^2}{1} \right) = \frac{\delta h^3}{12} (1 + 6 \beta \alpha), \quad S_1 = \frac{b \delta_1 h}{2},$$

$$S_2 = \frac{\delta h^2}{8} (1 + 4 \beta \alpha),$$

სადაც S_1 თაროს სტატიკური მომენტია, ხოლო S_2 — ნახევარი კვეთის სტატიკური მომენტი ნეიტრალური ღერძის მიმართ.

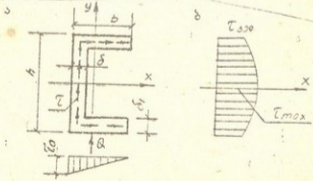
თუ ზემოთ მოყვანილ სიდიდეებს შევიტანთ ფურაცკის ფორმულაში, კედლისათვის გვექნება (ნახ. 3.32 ბ)

$$\tau_{max} = 1,5 \frac{Q_y}{\delta h} \left(\frac{1 + 4 \beta \alpha}{1 + 6 \beta \alpha} \right). \quad (8.31)$$

იგივე ფორმულით შეიძლება გამოვთვალოთ თაროში უდიდესი თარაზული მხები ძაბვა

$$\tau_{max}^{(თარო)} = \frac{Q_y S_1}{I_x \delta_1} = \frac{Q_y b h}{2 I_x}$$

როგორც ვხედავთ, ძაბვები თაროში იცვლება წრფივი კანონით.



ნახ. 8.32.

§ 8.8. დაძაბული მდგომარეობის ანალიზი ლუნვის დროს (მთავარი ძაბვები)

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, სწორი განივი ლუნვის დროს კოჭის განივკვეთში აღიძვრება როგორც ნორმალური

$$\sigma = \frac{M_{x(z)}}{I_x} y, \quad c$$

ასევე მხები ძაბვები $\tau = \frac{Q_y(z) S_x}{I_x b}$.

კოჭის ნებისმიერ ნერტილში ლუნვის დროს ადგილი აქვს ბრტყელ დაძაბულ მდგომარეობას. აღნიშნულის ნათელსაყოფად განვიხილოთ კოჭი (ნახ. 8.33 ა), რომელიც განიცდის განივ ლუნვას და ამოვჭრათ ელემენტარული პარალელეპიპედი. ამ პარალელეპიპედის წახნაგებზე იმოქმედებენ მხები და ნორმალური ძაბვები (ნახ. 8.33 ბ).

ასეთ შემთხვევაში საჭიროა განისაზღვროს ძაბვების ექსტრემალური მნიშვნელობები, რომლებიც მოქმედებენ მთავარ ფართობზე და მთავარი ძაბვების სახელწოდებას ატარებენ. ამ ძაბვების განსაზღვრად შეგვიძლია გამოვიყენოთ შემდეგი ცნობილი გამოსახულებები:

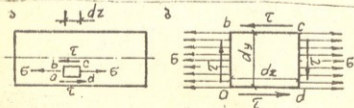
$$\sigma_{\max} = \sigma_1 = \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y \pm \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2})$$

და

$$\tau_{\max} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}. \quad (8.32)$$

მთავარი ფართობების დახრის კუთხისათვის კი გვექნება გამოსახულება

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$



ნახ. 8.33.

ჩვენ შემთხვევაში $\sigma_x = \sigma$; $\tau_{xy} = \tau$; $\sigma_y = 0$. შევიტანოთ ეს სიძღვევები ზედა გამოსახულებებში, მივიღებთ მთავარი ძაბვებისათვის ლუნვის დროს შემდეგ ფორმულებს:

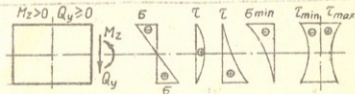
$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{2} (\sigma \pm \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}).$$

მთავარი ფართობების დახრის კუთხე კი ტოლი იქნება

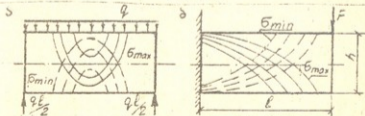
$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2\tau}{\sigma}. \quad (8.34)$$

თუ ნებისმიერი მოხაზულობის განიკვეთების ნერტილებში განვსაზღვრავთ მთავარ ძაბვებს, მაშინ შეგვიძლია ავაგოთ მთავარი გამჭიმვი, მთავარი მკუმშავი და უდიდესი მზები ძაბვების ეპიურები. მზები ძაბვები უდიდეს მნიშვნელობას აღწევს 45° -ით დახრილ კვეთებზე. ნორმალური, მზები და მთავარი ძაბვების ეპიურები სწორკუთხა განიკვეთის კოჭების შემთხვევაში მოცემულია 8.34 ნახ-ზე. საინტერესოა აღვნიშნოთ, რომ ყველა ეპიურის ორდინატის რიცხვითი მნიშვნელობა, გარდა ნორმალური ძაბვის ეპიურისა, სიდიდით ტოლია.

მთავარი ძაბვების ფორმულების გამოყენებით შეგვიძლია ავაგოთ მთავარი ძაბვების ტრაექტორიები; თუ განვიხილავთ ორ საყრდენზე მდებარე კოჭს თანაბრად განაწილებული დატვირთვით, მაშინ ძაბვათა ტრაექტორიას ვეწებთ 8.35 ა ნახ-ზე ნაჩვენები ფორმა; ხოლო ერთი ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებული კოჭისათვის, როდესაც მის თავისუ-



ნახ. 8.34.



ნახ. 8.35.

ფალ ბოლოზე მოქმედებს შეყურსული F ძალა, დაბვების ტრანექტორია (სახე) მოცემულია მ.35 ბ ნახ-ზე. აღნიშნულ ნახაზეზე მთლიანი ხა-
ზებით ნაჩვენებია მაქსიმალური, ხოლო წყვეტილით — მინიმალური
ნორმალური დაბვები. σ_1 -ის ტრანექტორიით შეგვიძლია განვსაზ-
ღვროთ, თუ რა მიმართულებით შეიძლება გაჩნდეს ბეჭედი, როცა მა-
სალა ცუდად მუშაობს გაჭიმვაზე; ამიტომ რეკონსტრუქციის კოჭის და-
არმატურების დროს საჭიროა არმატურა ჩაინყოს მთავარი გამჭიმვი
დაბვების მიმართულებით.

o

§ 8.9. კვეთის გაანგარიშება განივი ძალის მიხედვით



მლუნავი მომენტის მიხედვით გაანგარიშების გარდა, კოჭის გაანგარიშება საჭიროა განივი ძალის მიხედვითაც. პრაქტიკაში კვეთის შემთხვევაში კოჭის ძალისა და საჭირო კვეთის ზომების დადგენისას ისეთი აიღება, რომ მაქსიმალური მაქსიმალური ძაბვები რამდენიმეჯერ მეტია უდიდეს მხებ დაბევაზე. ამ შემთხვევაში საკმარისია კვეთის გაანგარიშება მხოლოდ მლუნავი მომენტის მიხედვით. საექვო შემთხვევაში კი მლუნავი მომენტის მიხედვით გაანგარიშებული კვეთი უნდა შემოწმდეს განივი ძალაზე. ამისათვის ვადაგენო სიმბოლკის პირობას

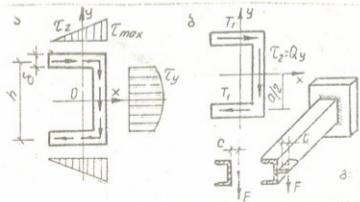
$$r_{max} \leq [r] \tag{8.35}$$

ფოლადი 3-სათვის $[r] = 1000$ კგ/სმ². ხისათვის კი $[r] = 20$ კგ/სმ².

§ 8.10. ლუნვის ცენტრი

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, მხები ძაბვები ლუნვის დროს განისაზღვრება (8.24) ფორმულით.

განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც ვარცლანებრი განივი კვეთის კოჭის ერთი ბოლო ჩამაგრებულია კედელში, ხოლო მეორე ბოლოზე მოქმედებს კვეთის სიმძიმის ცენტრში მოდებული ძალა (ნახ.8.36). მხები ძაბვის ეპიურები მოცემულია 8.36 ა ნახ-ზე. ვერტიკალურ კედელში აღიძვრება T_y ძაბვა. T_x ძაბვის მოქმედების გამო წარმოიქმნება ძვრის



ნახ. 8.36.

ძალა T_2 (ნახ.8.36 ბ). თუ თაროებში r_y ძაბვებს უგულვებელყოფთ, მაშინ გვექნება

$$T_2 = Q_y.$$

თაროებში აღიძვრება r_{02} ძაბვები, რომლებიც მემარჯვენე მხარე-
ბონტალურად.

უდიდესი მხები ძაბვა განისაზღვრება ფორმულით

$$r_{\max} = \frac{Q_y \cdot S_1^*}{I_x \cdot \delta_1} \cdot c$$

სადაც S_1^* არის თაროს ფართობის სტატიკური მომენტი x ღერძის მიმართ

$$S_1^* = b_1 \cdot \delta_1 \cdot \frac{h_1}{2},$$

მაშინ

$$r_{\max} = \frac{Q_y \cdot b_1 \cdot h_1}{2I_x} \quad (8.36)$$

თაროს ჯამური ძვრის ძალა ტოლია მხები ძაბვების ეპიურის ფართობის ნამრავლისა თაროს სისქეზე:

$$z_1 = \frac{1}{2} r_{\max} \delta_1 b_1 = \frac{Q_y b_1^2 h_1 \delta_1}{4I_x}$$

ქვედა თაროზე მოქმედებს სიდიდით იგივე ძვრის ძალა, რაც ზედა თაროზე, მაგრამ იგი მიმართულია საწინააღმდეგოდ. ორივე ძალა წარმოქმნის წყვილძალას მომენტით

$$M_1 = T_1 h_1 = \frac{Q_y}{4I_x} b_1^2 h_1^2 \delta_1 \quad (8.37)$$

ამრიგად, r_y და r_x ძაბვები წარმოშობენ შინაგან მხებ ძალებს, რომლებიც ნაჩვენებია 8.36 ბ ნახ-ზე. როგორც ნახაზიდან ჩანს, t_1 და t_2 ცდილობენ შეეღერის კვეთი მოაბრუნონ სიმძიმის ცენტრის ირგვლივ, რის გამოც შეეღერის კვეთში აღიძვრება ძალვა მგრები მომენტის სახით, რომელიც მიმართულია საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით. ამრიგად, ვარცლისებრი განივეკეთის მქონე კოჭის, რომლის კვეთის სიმძიმის ცენტრში კედლის პარალელურად მოდებულა ძალა, ვანიცდის ამავე დროს გრებას. სამივე მხები ძალა შეიძლება მივიყვანოთ მთავარ ვექტორამდე და მთავარ მომენტამდე. მთავარი მომენტის სიდადე დამოკიდებულია იმ წერტილის მდებარეობაზე, რომელზეც მოდებულა ძალა. შესაძლებელია ისეთი α წერტილის არჩევა, რომლის მიმართ მთავარი მომენტი ნულის ტოლია. ამ

წერტილს უნოდებენ ღუნვის ცენტრს. თუ მხები ძალების მომენტს გავეტოლებთ ნულს, მივიღებთ

$$\sum M_A = M_1 - Q_1 \cdot c = 0.$$

აქედან

$$c = \frac{M_1}{Q_1}$$

თუ გავითვალისწინებთ M -ის გამოსახულებას, მაშინ გვაქვს

$$C = \frac{b_1^2 \cdot h_1^2 \cdot \delta_1}{4I_x}, \quad (8.38)$$

ე.ი. თუ გარე ძალას მოედებთ კვეთის ღუნვის ცენტრში (ნახ.მ.36 გ), მაშინ მოხდება კოჭის განივი გაღუნვა გრების გარეშე.

§ 8.11. ცვლადბანიკვეთიანი კოჭების ღუნვა

როგორც უკვე დაფრწუნდით განხილული მაგალითებით, მღუნავი მომენტები კოჭებში ცვლადი სიდიდეებია. მაგალითად, მღუნავი მომენტები კონსოლებში, როგორც წესი, მაქსიმალურ მნიშვნელობას აღწევს საყრდენ კვეთებში. ორ საყრდენზე მდებარე კოჭისათვის მღუნავი მომენტების მაქსიმალურ მნიშვნელობას ადგილი აქვს მალის შუაში განლაგებული განივკვეთების სიახლოვეს.

კოჭის განივკვეთის ზომების შერჩევა უმთავრესად ხდება სიმტკიცის პირობიდან, რაც მდგომარეობს კოჭის ზომების დანიშნვაში ყველაზე უფრო დატვირთული კვეთებისათვის. ცხადია, კოჭის ნაკლებად დატვირთულ კვეთებში ფაქტობრივი დასაშვებზე გაცილებით ნაკლები იქნება. ამგვარად დაგეგმარებული კოჭი არაეკონომიური იქნება.

კოჭის ეკონომიურად დაგეგმარების პრინციპი მდგომარეობს იმაში, რომ მის ნებისმიერ კვეთში მაქსიმალური ნორმალური (ან მთავარი) ძაბვები ახლოს იყოს დასაშვებ ძაბვებთან.

თუ ელემენტარულ ანალიზს გავუკეთებთ მაქსიმალური ნორმალური ძაბვების ფორმულას

$$\sigma_{\max} = \frac{M(z)}{W_x(z)} \leq [\sigma].$$

ადვილად მივიღებთ შემდეგ პასუხს: კოჭის განივკვეთის ცვალებადობის კანონი, ე.ი. მისი წინააღობის ლერძული მომენტის ცვალებადობის კანონი (როგორც x -ის ფუნქცია) ისეთივე უნდა იყოს, როგორც მღუნავი მომენტისა. მაშინ ზემოთ მოყვანილი ფარდობა იქნება მუდმივი სიდიდე და თუ იგი ტოლი იქნება დასაშვები ნორმალური ძაბვისა,

შესრულდება კოჭის კვანძოვით და დაგეგმარების კრიტერიუმში (სიმ-
ტციის პირობიდან). განვიხილოთ რამდენიმე მაგალითი. აქვე შევაქ-
ციოთ ყურადღება შემდეგ გარემოებას: კოჭის განივი კვეთი სახით
დება (სწორკუთხოვანი და სამკუთხედის განივკვეთისათვის) — ორი პა-
რამეტრი: h — კვეთის სიმაღლით და b კვეთის სიგანით. კვეთიანი
კოჭისათვის შეიძლება ვცვალოთ რომელიმე პარამეტრი h ან b .
[$h(z)$, $b = \text{const}$; $h = \text{const}$, $b(z)$; $h(z)$]. კერძოდ, თუ რომელი პა-
რამეტრი იქნება ცვლადი, დამოკიდებულია არქიტექტორულ და კონ-
სტრუქციულ-ტექნოლოგიურ მოსაზრებებზე (ნახ. 8.37). ნორმალური
ბაბუების შესამოწმებელი ფორმულიდან

$$\sigma_{\max(z)} = \frac{M(z)}{W_x(z)} \leq [\sigma]. \quad (1)$$

მრიცხველი მლუნავი მომენტის განტოლებას წარმოადგენს და ჩვე-
ნი მაგალითის შემთხვევაში იგი ნრფის $M(z) = -F(l-z)$ კანონით
იცვლება. შეფარდება (1) მუდმივი სიდიდე უნდა იყოს, საიდანაც გა-
მომდინარეობს, რომ $W_x(z)$ უნდა ემორჩილებოდეს $M(z)$ ცვლებადო-
ბის კანონს. ჩავთვალოთ, რომ

$$W_x = \frac{bh^2}{6}. \quad (2)$$

(2) გამოსახულებაში Z -ის ფუნქცია მხოლოდ $b = \varphi(Z)$ და h მუდ-
მივია, დენერთ (1) W_x -ის მიმართ $W_x = \frac{F(l-z)}{[\sigma]}$ და გავუტოლოთ
(2)-ს, მივიღებთ

$$\frac{F(l-z)}{[\sigma]} = \frac{b_{(z)} h^2}{6},$$

საიდანაც

$$b_{(z)} = \frac{6F(l-z)}{[\sigma] h^2} \quad (8.39)$$

წარმოადგენს კოჭის განივკვეთის ცვლებადობის კანონს, როცა $h =$
 const კოჭის სიმაღლე დანიშნული უნდა იქნეს წინასწარ. როგორც
(8.29)-დან გამომდინარეობს, როცა $Z = l$, $b_{(l)} = 0$, რაც დაუშვებელია
იმის გამო, რომ კოჭის სიმტკიცის პირობა ძერის დროს არ იქნება
დაცული.

F ძალის მოდების კვეთში $|z = l|$ კოჭის საჭირო სიგანე განისაზ-
ღვრება გამოსახულებიდან

$$\tau_{\max} = \frac{Q_z s_z}{I_x b} \leq [\tau].$$

ვიციტ, რომ სწორკუთხოვანი განივკვეთის კოჭისათვის

$$\tau_{\max} = \frac{3Q}{2A} = \frac{3F}{2b_{(z)}h} \leq [\tau].$$

საიდანაც განვსაზღვრავთ

$$b_{(z)} = \frac{3}{2} \frac{F}{[\tau]h}. \quad (8.40)$$

ამრიგად, (8.40) მხედველობაში მიღებით (8.39) ფორმულაში უნდა შევიტანოთ სათანადო კორექტივები.

ამისათვის მოვებნოთ კოჭში ისეთი კვეთი, სადაც კოჭის სიგანე (8.39) და (8.40) გამოსახულებაში ერთმანეთის ტოლია; გვექნება

$$\frac{6F(l-z_c)}{[\sigma]h^2} = \frac{3}{2} \frac{F}{[\tau]h}. \quad (8.41)$$

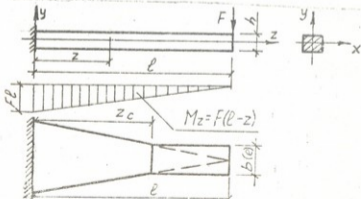
აქედან განისაზღვრება საძიებელი კვეთის აბსცისა

$$z_c = l \left(1 - \frac{1}{4} \frac{[\sigma]h}{[\tau]l} \right). \quad (8.42)$$

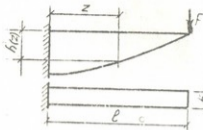
მაშინ (8.39) ნაწილობით ასე:

z იცვლება $0 + z_1$ -მდე; თუ $z > z_c$, მაშინ $b(z) = b(z_c) = b_{(z)}$
 $= \text{const.}$

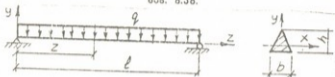
კოჭის ზედახედი მოცემულია 8.37 ნახ-ზე. იგივე მაგალითი, ცხადია, შეიძლება გადანყდეს სხვანაირად: თუ $W_{x(z)}$ გამოსახულებაში



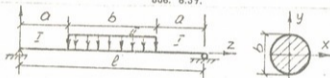
ნახ. 8.37.



ნახ. 8.38.



ნახ. 8.39.



ნახ. 8.40.

$b = \text{const}$ და ცვლადად მივიჩნევთ $h = f(z)$, ე.ი. $W_{x(z)} = \frac{b h^2(z)}{6}$ და ამ გამოსახულებას გავუტოლებთ W_x -ს. (1) ფორმულიდან

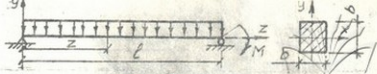
$$\frac{M(z)}{[\sigma]} = \frac{b h(z)^2}{6}$$

განვსაზღვრავთ

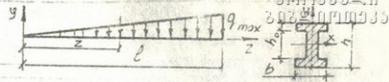
$$h(z) = \sqrt{\frac{6F}{[\sigma]b} (l - z)^{\frac{1}{2}}}. \quad (8.43)$$

(8.43)-დან ვხედავთ, რომ $h(z)$ ცვალებადობის კანონი არანრფივია, კერძოდ, წარმოადგენს პარაბოლას. 8.38 ნახ-ზე ნაჩვენებია კოჭის გრძივი პროფილი და ზედბედი. ქვემოთ მოცემულია მაგალითები. თქვენი ამოცანაა შეარჩიოთ ტოლწინალობის კოჭები. ჩაატარეთ სათანადო კვლევა (ნახ. 8.39 — 8.42).

8.39 ნახ-თვის $M_z = \frac{q l}{2} z - \frac{q z^2}{2} = \frac{q l z}{2} (1 - \frac{z}{l})$. განვიხილოთ ორი შემთხვევა: 1) $b(z), h = \text{const}$; 2) $b = \text{const}, h = f(z)$.



ნახ. 8.41.



ნახ. 8.42.

8.40 ნახ-ის შემთხვევაში

$$M_x = q \frac{b}{2} z, M_y = q \left[e \frac{b}{2} z - \frac{(z-a)^2}{2} \right].$$

8.41 ნახ-თვის $M_{(z)} = -M - q \frac{(l-z)^2}{2}$.

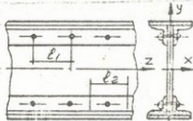
1) $b=f(z)$, $h = \text{const}$; 2) $b = \text{const}$, $h=f(z)$.

§ 8.19. შედგენილი კოშკების პანგარიშება

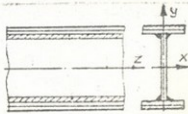
დიდი ობიექტების დაგეგმარების დროს სტანდარტული (სასტ-ის მიხედვით დამზადებული ნაგლინე ელემენტების) პროფილების ზიდვის უნარი ღუნვის დროს არ არის საკმარისი ამა თუ იმ კონსტრუქციული ამოცანის გადანყვებისათვის (მაგალითად, მცირემალიანი ზიდვის, ყველა ტიპის გემის, თვითმფრინავის, სამრეწველო და სპორტულ ნაგებობათა დაგეგმარების დროს).

ასეთ შემთხვევაში ინიერები მიმართავენ მეტად ეფექტიანი კონსტრუქციების - შედგენილი კოჭების გამოყენებას.

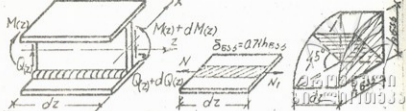
შედგენილი კოჭების განივკვეთი შეიძლება იქონოს ორი კლასის:



ნახ. 8.43'.



ნახ. 8.43''.



ნახ. 8.44.

c

ნახ. 8.48.

ა) კოჭები ღია განიკვეთის პროფილით; ბ) კოჭები შეკრული განიკვეთით. თავის მხრივ, როგორც პირველი, ისე მეორე კლასის ლითონის კოჭები კონსტრუქციული შესრულების მიხედვით დაიყოფა ტიპებად:

1. მოქლონვილი კოჭები (ნახ. 8.44 გ) (შემოქლონებული კოჭები);
2. შენადული კოჭები (ნახ.8.44);
3. სხვა მეთოდებით დამზადებული კოჭები (მაგალითად, შენებებული კოჭები).

შედგენილი კოჭებში შემაერთებელ ელემენტებად პირველ შემთხვევაში გამოყენებულია მოქლონები, მეორეში - შენადული ნაკერი, მესამეში - ნებო.

ცხადია, რომ შედგენილი კოჭების ღუნვაზე გაანგარიშების თავისებურება მდგომარეობს არა მხოლოდ მთლიანი კოჭის გაანგარიშებაში (ისე, როგორც მონოლითურისა), არამედ შემაერთებელი ელემენტების (მოქლონები, ნაკერი, ნებო, სოგმანი) გაანგარიშებებში სიმტკიცეზე და მიერთებული ელემენტების (სარტყელების) და ვერტიკალური კედლების შემონახვაში მდგრადობის პირობიდან.

ჩვენ აქ შევჩერდებით მხოლოდ შემაერთებელი ელემენტების გაანგარიშებაზე. განვიხილოთ მაგალითისათვის შენადული ნაკერის გაანგარიშება სიმტკიცეზე (სხვა სახის გაანგარიშებები, მაგალითად მდგრადობაზე, ასეთი კოჭებისათვის განიხილება სპეცურსებში). ავიღოთ კოჭის dz სიგრძის ელემენტი (ნახ.8.44). შევვიძლია დავწეროთ, რომ (ნახ.8.44) ნორმალური ძალეა N ღუნვის დროს მარჯვენა კვეთში

$$dN = \sigma dA = \frac{M_{(z)} y dA}{I_x}$$

$$N = \int_A dN = \frac{M_{(z)}}{I_x} \int_A y dA = \frac{M_{(z)} S_x^1}{I_x} \quad (8.44)$$

ნორმალური ძალვა კოჭის განივი კვეთის შესაბამის მარჯვენა ნა-
 ნილში $dN_1 = (\sigma + d\sigma) dA = \frac{M + dM}{I_x} y dA$.

$$N_1 = \int_{A_1} dN_1 = \frac{M}{I_x} S_x' + \frac{dM}{I_x} S_x' \quad \text{მარცხენა ნაწილი}$$

თუ დაეუბრუნდებით 8.44 ნახ-ს და განვიხილავთ ქვედა სარტყელს
 (რომლის ფართობიც აღვნიშნოთ A -თი), $\Sigma z = 0$ პირობიდან დავინა-
 ხავთ (ნახ.8.44 ბ)

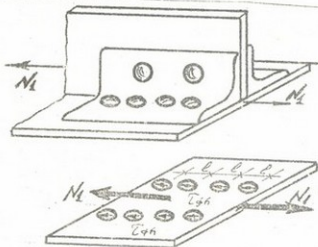
$$-N - 2(\tau_y \cdot b dz) + N_1 = 0.$$

თუ ჩავსვამთ ნონასწორობის განტოლებაში, გვექნება

$$2\tau_{\text{ავ}} b_{\text{ავ}} dz = \frac{dM S_x'}{I_x} \quad \text{და} \quad \tau_{\text{ავ}} = \frac{Q_{(y)} S_x'}{I_x 2b_{\text{ავ}}} \quad (8.46)$$

მივიღეთ ცნობილი ფურავსკის ფორმულა მხები ძაბვებისათვის
 ლუნვის დროს. აქ $2b_{\text{ავ}}$ არის (ნახ.8.45) შენადული ნაკერის მთლიანი
 სისქე (ორი ნაკერია: თითოს სისქე — კათეტი $b_{\text{ავ}}$ -ს უდრის), საან-
 გარიშო ფორმულას ამ შემთხვევისათვის შემდეგი სახე ექნება:

$$\tau_{\text{ავ}} = \frac{Q_{(y)} S_x'}{I_x 2b_{\text{ავ}}} \leq [\tau_{\text{ავ}}] \quad (8.47)$$



ნახ. 8.46.

სადაც $[r_{\Sigma}]$ დასაშვები მხები ძაბვაა ელექტროშედულებით შესრულებული ფართობის (ფლანგის) გრძივად მომუშავე ნაკერისათვის. როგორც ნახაზიდან ჩანს, ნაკერის ყველაზე ნაკლები სისქე მიღებულია საანგარიშოდ, რადგანაც აქ არის მოსალოდნელი ნაკერის დაზიანება (ბზარის გაჩენა).

(8.47) ფორმულიდან განისაზღვრება ნაკერის კოეფიციენტი k_{Σ} სისქე

$$k_{\Sigma} = \frac{Q_{\Sigma} S_x'}{I_x 1,42 [r_{\Sigma}]} \quad (8.48)$$

პრინციპულად იგივეა მოქლონური შედგენილი კოჭების გაანგარიშება (ნახ.8.46). ვთქვათ, კოჭის ΔZ სასრული სიგრძის ელემენტზე გვანტერესებს საჭირო მოქლონების რაოდენობა, თუ მოქლონის დიამეტრი (კონსტრუქციული მოსაზრებით) წინასწარ ავირჩიეთ.

მხები (გადამჭრელი) ძაბვა მოქლონებში განისაზღვრება (37) ფორმულის ანალოგიური გამოსახულებით. წინასწარობის პირობიდან

(ნახ.8.46) $\sum Z = 0^*$ გვექნება $2\pi r_{\Sigma} 2f_{\Sigma} = \frac{\Delta M S_x'}{I_x}$, საიდანაც

$$r_{\Sigma} = \frac{\Delta M S_x'}{I_x 2\pi f_{\Sigma}}$$

ცხადია, მოქლონის სიმტკიცე ჭრის პირობიდან

$$r_{\Sigma} = \frac{\Delta M S_x'}{I_x 2 [r_{\Sigma}] f_{\Sigma}} \quad (8.49)$$

თუ (8.39) გავყოფთ და გავამრავლებთ ერთდროულად ინტეგრალის სიდიდებზე, შეგვიძლია დაწვეროთ

$$n_{\Sigma} \geq \frac{Q_{\Sigma} S_x' \Delta Z}{I_x 2 [r_{\Sigma}] f_{\Sigma}} \quad (8.50)$$

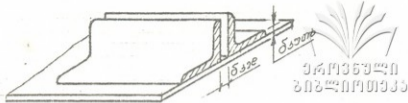
სადაც $Q_{\Sigma} \approx \frac{\Delta M}{\Delta Z}$.

ფორმულაში f_{Σ} — ერთი მოქლონის განიკვეთის ფართობია

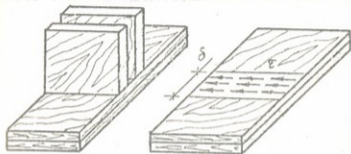
$$f_{\Sigma} = \frac{\pi d_{\Sigma}^2}{4}$$

მოქლონები სარტყელთან შეერთების სიბრტყეში ერთმანეთს და ამიტომ გვაქვს დაყენებული ორ რიგად.

როგორც ფორმულიდან ჩანს, თუ $\Delta Z = \text{const}$ მთელი კოჭისათვის და $Q_{\Sigma} \neq \text{const}$ — ცვლადია, მაშინ n ცვლადი სიდიდე იქნება. ზრგადად შეიძლება ითქვას, რომ მოქლონთა რაოდენობა საყრდენებისაკენ გაზიარდება.



ნახ. 8.47.



ნახ. 8.48.

წინა ფორმულიდან მიღებული მოქლონთა რაოდენობა უნდა შემოწმდეს თელების პირობიდან:

$$2d_{\text{ბაჟი}} n \sigma_{\text{თელ}} \delta_{\text{min}} = \frac{\Delta M S_x'}{I_x}$$

საანგარიშო ფორმულა დაინერება ასე:

$$\sigma_n = \frac{Q_{(x)} S_x' \Delta Z}{I_x 2d_{\text{ბაჟი}} n \delta_{\text{min}}} \leq [\sigma]_{\text{თელ}} \quad (8.51)$$

მოქლონთა რაოდენობა n ინტერვალზე თელების პირობიდან განისაზღვრება გამოსახულებით

$$n_{\text{თელ}} = \frac{Q_{(x)} S_x' \Delta Z}{I_x 2d_{\text{ბაჟი}} \delta_{\text{min}} [\sigma]_{\text{თელ}}} \quad (8.52)$$

სადაც δ_{min} მიმაგრებულ ელემენტთან მინიმალურის სისქეა. (მაგალითად, 8.47 ნახ-ზე $\delta_{\text{თელ}} > \delta_{\text{ბაჟი}}$; სარტყლის სისქე მეტია კუთხოვანას სისქეზე).

თუ $\delta_{კედ} > \delta_{კედ}$, მაშინ თელვის მაქსიმალური ძაბვები შეიძლება წარმოიშვას კოჭის კედელში და შემომნება უნდა მოხდეს ფორმულით

$$n_{თელ} \geq \frac{Q_{x(z)} S'_x \Delta Z}{I_x d_{კედ} \delta_{კედ} [\sigma]_{თელ}} \quad (8.43)$$

საბოლოოდ, მოქლონთა რაოდენობა ყოველი უნტერვალუსთვის აღებული უნდა იქნეს (8.49), (8.51) ან (8.31) ფორმულიდან მიღებული მაქსიმალური სიდიდის მიხედვით (დამრგვალების შემდეგ მთელ რიცხვამდე).

შენებებელი კოჭების გაანგარიშება ხდება შენადული კოჭების ანალოგიურად, სადაც მთავარია შენებებელი ნაკერის სიგანე (შენებებულ კოჭებში, სადაც ნაკლებია წებოს სისქე, მეთია ნაკერის სიშტკიცე). ნაკერის საჭირო სიგანე განისაზღვრება ფორმულით:

$$\delta_{წებო} \geq \frac{Q_{x(z)} S_x}{I_x [\tau]_{წებო}} \quad (8.44)$$

სადაც $[\tau]_{წებო}$ დასაშვები მხები ძაბვაა გამოყენებული წებოსათვის (ნახ.8.48).

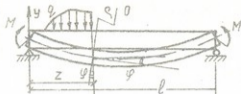
§ 8.18. გადაღვივებათა განსაზღვრა კოჭის ლუნვის დროს. კოჭის ბალუნული ღერძის დიფერენციალური განტოლება

ნორმალურ ძაბვების ფორმულის გამოყვანის დროს ჩვენ მივიღეთ გამოსახულება

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{E I_x} \quad (I)$$

აქ ρ არის სიმრუდის რადიუსი ნეიტრალური შრისათვის; M - მღუნავი მომენტი კოჭის განივკვეთში; $E I_x$ - კოჭის მთავარი სიბისტე ლუნვის დროს; $\frac{1}{\rho} = K$ - კოჭის მთავარი სიმრუდე ლუნვის სიბრტყეში.

ანალიზური გეომეტრიის კურსიდან ცნობილია, რომ ბრტყელი წირის სიმრუდე განისაზღვრება ფორმულით



ნახ. 8.49.

$$\frac{1}{\rho} = \frac{y''}{(1 + (y')^2)^{3/2}} = \frac{\frac{d^2 y}{dz^2}}{[1 + (\frac{dy}{dz})^2]^{3/2}}, \quad (8.55)$$

სადაც $\frac{dy}{dz} = \operatorname{tg} \varphi$ (ნახ. 8.49). თუ ჩავსვამთ (8.55) გამოსახულებას (I)-ში, მივიღებთ კოჭის გაღუნული ღერძის დიფერენციალურ განტოლებას

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{M_{(z)}}{EI_z} [1 + (\frac{dy}{dz})^2]^{3/2}. \quad (8.56)$$

იგი არანრფივი დიფერენციალური განტოლებაა, რომლის ინტეგრირებაც შესაძლებელია ელიფსურ ფუნქციებში. ეს საკითხი დეტალურად არის განხილული სათანადო ლიტერატურაში. როგორც წესი, მხედველობაში იღებენ, რომ ღუნვის დროს დეფორმაციები მცირეა და $\frac{dy}{dz} = \operatorname{tg} \varphi = \varphi$; მით უფრო მცირეა ამ სიდიდის კვადრატი —

$(\frac{dy}{dz})^2$ ერთთან შედარებით და (8.56)-ის მაგივრად წერენ მიახლოებით გამოსახულებას, რომლითაც სარგებლობენ ღუნვის ტექნიკურ თეორიაში. გვაქვს

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{M_{(z)}}{EI_z}. \quad (8.57)$$

ეს მეორე რიგის ნრფივი დიფერენციალური განტოლებაა და მისი ინტეგრირება არ წარმოადგენს პრინციპულ სიძნელეს. თუ მხედველობაში იქნა მიღებული დიფერენციალური დამოკიდებულება

$$\frac{d^2 M_{(z)}}{dz^2} = -q(z), \quad (8.58)$$

გამოსახულება (8.58) შეიძლება ჩაენეროთ სხვა ფორმით:

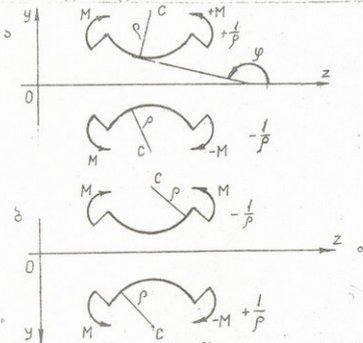
$$\frac{d^4 y}{dz^4} = -\frac{q(z)}{EI_x} \quad (8.59)$$

(8.57) განტოლების ინტეგრირება ხელსაყრელია იმით, რომ მარჯვენა ნაწილში მლუნავი მომენტი შეიძლება გამოწვეული იყოს ნებისმიერი დატვირთვებით.

განტოლება (8.59) გამოიყენება უმთავრესად კრისტალიზირებული პოლიმერული მასალების განაწილებული ძალებით (როგორც აქტიური, ისე პასიური), კერძოდ, დრეკად ფუძეზე მდებარე კოჭებისათვის.

ვიდრე დავინყებთ კოჭის დიფერენციალური განტოლების ინტეგრირების სხვადასხვა მეთოდების შესწავლას, საჭიროა ყურადღება მიექცეს y -ის მეორე წარმოებულის (სიმრუდე) და მლუნავი M მომენტის ნიშანთა თანხვედრას.

ცნობილია, რომ y'' -ის ნიშანი დამოკიდებულია კოორდინატთა სისტემის ორიენტაციაზე, ხოლო მლუნავი მომენტის ნიშანი - არა (გავიხსენოთ $M(z)$ და $Q(z)$ ეპიურების აგება).



ნახ. 8.50.

როგორც ჩანს, $\frac{1}{\rho} \approx y''$ სიმრუდის და $M(z)$ მლუნაე მომენტის ნიშნის წესი თანხვედრილია, ხოლო ნაბაზზე ვხედავთ, რომ ნიშნის წესი საწინააღმდეგოა, ე.ი. დრეკადი წირის დიფერენციალური განტოლების ჩანერის დროს მარცხენა სისტემისათვის (ნახ.8.50 ა) და მარჯვენა მოსახულების მარჯვენა ნაწილის წინ იწერება ზოგადად (+) ნიშანი, მარჯვენა სისტემაში (ნახ.8.49 ბ) ჩანერის დროს კი უარყოფითი (-) ნიშანი.

ჩვენ ავირჩიოთ მარცხენა სისტემა, ე.ი. e ზერძი მიემართოთ ზემოთ.

§ 8.14. კოჭის ბალუნული ლერძის დიფერენციალური განტოლების ინტეგრირება

დავწეროთ კოჭის ბალუნული ლერძის (დრეკადი წირის) დიფერენციალური განტოლება (8.57).

$$y'' = \frac{M(z)}{E I_x(z)}$$

გავაინტეგრულოთ (8.57) ერთხელ

$$y' = \frac{1}{E} \int \frac{M(z)}{I_x(z)} dz + C_1, \quad (8.60)$$

მაგრამ $y' = tg \varphi$ და მცირე დეფორმაციების გამო შეგვიძლია დავწეროთ $tg \varphi \approx \varphi$, მაშინ (7) გამოსახულება ასე გადაიწერება:

$$\varphi = \frac{1}{E} \int \frac{M(z)}{I_x(z)} dz + C_1, \quad (8.61)$$

რაც წარმოადგენს კოჭის განიკვეთის (ან დრეკადი წირის) მობრუნების კუთხვების განტოლებას (დრეკადი წირის დევიაციის განტოლებას).

გავაინტეგრუროთ (8.61) კიდევ ერთხელ

$$y = \frac{1}{E} \left(\int dz \int \frac{M(z)}{I_x(z)} dz + C_1 z + C_2 \right), \quad (8.62)$$

თუ კოჭს მუდმივი განიკვეთი აქვს, მაშინ $I_x = const$ და ზემოთ მოყვანილი გამოსახულებები გამარტივდება:

$$\varphi = \frac{1}{E I_x} \int M(z) dz + C_1, \quad (8.63)$$

და

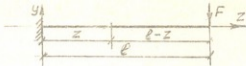
პოჭის სქემა	იწესიანობის სასაზღვრო პირობები
	რუსა $z=0$ $y=0$ რუსა $z=l$ $y=0$
	რუსა $z=0$ $y=0$ რუსა $z=l$ $y=0$
	რუსა $z=0$ $\varphi=0$ რუსა $z=0$ $y=0$ რუსა $z=l$ $y=0$
	რუსა $z=0$ $\varphi=0$ რუსა $z=0$ $y=0$ რუსა $z=l$ $\varphi=0$ რუსა $z=l$ $y=0$
	რუსა $z=0$ რუსა $z=l_1$ რუსა $z=l_1+l_2$ რუსა $z=L$ საყრდენზე $y=0$

ნახ. 8.51.

$$y = \frac{1}{EI} \int dz \int M(z) dz + C_1 z + C_2 \quad (8.64)$$

მივიღეთ კოჭის გაღუნული ღერძის (დრეკადი წირის) განტოლება. ინტეგრირების C_1 და C_2 მუდმივები განისაზღვრება კოჭის დაყრდნობის (დამავრების) პირობებიდან. ასეთ პირობებს ეწოდება კონტრპიკური სასაზღვრო პირობები.

ქვემოთ მოყვანილია კოჭების სქემები და აათანადო კონტრპიკური სასაზღვრო პირობები. მაგალითად, 1 სქემაზე (ნახ.8.51) კოჭი წის-



ნახ. 8.52.

ქართული

ტადაა ჩამაგრებული, რაც ძელის დამაგრების კვეთში ვერტიკალური გადაადგილების საშუალებას არ აძლევს. II სექციაზე კოჭი თავისუფლად არის დაყრდნობილი ორ ხისტ საბსროვან საყრდენზე და ჩალუნვები ამ საყრდენებში კოჭს არ ექნება.

როგორც I, ისე II შემთხვევაში კინემატიკური სასაზღვრო პირობების რაოდენობა ზუსტად შეესაბამება ინტეგრირების მუდმივათა რაოდენობას.

მე-3, მე-4 და მე-5 სექციებზე კინემატიკურ სასაზღვრო პირობათა რაოდენობა მეტია, ვიდრე ინტეგრირების მუდმივათა რაოდენობა (ნ.6.4)-ში, ე.ი. ბმათა რაოდენობა ამ უკანასკნელ სექციებში მეტია, ვიდრე საჭიროა კოჭის, როგორც აბსოლუტურად ხისტი სხეულის, დამაგრებისათვის სიბრტყეში. ასეთ ამოცანებს სტატიკურად ურკვევი ეწოდება და მათ ცოტა მოგვიანებით განვიხილავთ.

ქვემოთ მოყვანილია რამდენიმე მაგალითი კოჭის დრეკადი წირის დიფერენციალური განტოლების ინტეგრირების თემაზე.

მაგალითი 1. (ნახ.8.52) დაენუროთ კოჭის დრეკადი წირის დიფერენციალური განტოლება

$$EI_x y_x'' = M_{(z)}; \quad (1)$$

აქ

$$M(z) = -F(l-z) \quad (2)$$

(2) ჩავსვათ (1) გამოსახულებაში და გავინტეგრუროთ

$$\frac{dy}{dz} = \varphi = \frac{F}{EI_x} 4 \int (l-z) d(l-z) + C_1 = \frac{F}{EI_x} \frac{(l-z)^2}{2} + C_1. \quad (3)$$

მივიღეთ მობრუნების კუთხეთა განტოლება. ახლა (3) გავინტეგრუროთ კიდევ ერთხელ, მივიღებთ კოჭის ჩალუნული ღერძის განტოლებას

$$y = -\frac{F}{2EI_x} \int (l-z)^2 d(l-z) + C_1 z + C_2 = \frac{F}{EI_x} \frac{(l-z)^3}{6} + C_1 z + C_2 \quad (4)$$

I სექციის თანახმად ამოცანის კინემატიკური სასაზღვრო პირობებია



ქართული

როცა $z = 0, \varphi = 0$; \sim ბიზლირთქა (6)

როცა $z = 0, y = 0$.

ჩავსვათ (5) (3) და (4) განტოლებებში:

$$0 = \frac{F l^2}{2 E I_x} + C_1 \text{ და } C_1 = - \frac{F l^2}{2 E I_x}, \quad (6)$$

$$0 = - \frac{P l^3}{6 E I_x} + c_1 \cdot 0 + c_2 \text{ და } c_2 = \frac{P l^3}{6 E I_x}. \quad (7)$$

საბოლოოდ დავეწეროთ

$$\varphi = \frac{F}{2 E I_x} (z^2 - 2 l z), \quad (8)$$

$$y = \frac{F}{6 E I_x} [(l - z)^3 - 3 l^2 z + l^3]. \quad (9)$$

ძნელი არ არის მაქსიმალური მოპრუნების კუთხისა (φ_{\max}) და მაქსიმალური ჩაღუნვის ($y_{\max} = \psi$ ისარი) განსაზღვრა:

$$\frac{d\varphi}{dz} = 0 = 2 z_m - 2 l, \quad (10)$$

$$z_m = l,$$

$$\varphi_{\max} = \left| - \frac{F l^2}{2 E I_x} \right|, \quad (11)$$

$$y_{\max} = f = \left| - \frac{F l^3}{3 E I_x} \right|. \quad (12)$$

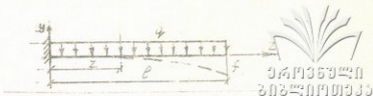
მაგალითი 2. (ნახ.8.53) კოჭის დრეკადი წირის დიფერენციალური განტოლება განსახილველი მაგალითისათვის

$$E I_x \frac{d^2 y}{d z^2} = q \frac{(l - z)^2}{2}. \quad (1)$$

პირველი ინტეგრალი

$$\frac{d y}{d z} = \varphi = \frac{q}{2 E I_x} \int (l - z)^2 d(l - z) + C_1 = \frac{q}{6 E I_x} (l - z)^3 + C_1. \quad (2)$$

მეორე ინტეგრალი



ნახ. 8.53.

$$y = -\frac{q}{6EI_x} \int (l-z)^3 d(l-z) + C_1 z + C_2 =$$

$$= q \frac{1}{24EI_x} (l-z)^4 + c_1 z + c_2 \quad (3)$$

სასაზღვრო პირობებიდან, როცა $z=0$, $\varphi=0$, $y=0$, ვღებულობთ

$$C_1 = \frac{q l^3}{6EI_x}; \quad C_2 = \frac{q l^4}{24EI_x} \quad (4)$$

საბოლოოდ დავწერთ

$$\varphi = \frac{q}{6EI_x} [(l-z)^3 - l^3], \quad (5)$$

$$y = \frac{q}{24EI_x} [l^3(l-4z) - (l-z)^4]. \quad (6)$$

მაქსიმალური მობრუნების კუთხე

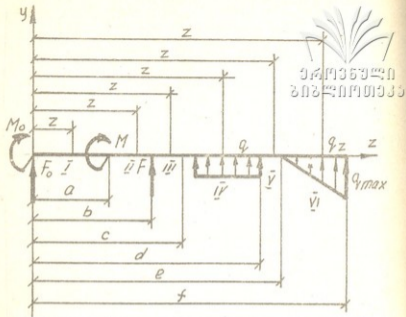
$$\varphi_{\max} = \varphi_0 = \left| -\frac{q l^3}{6EI_x} \right|, \quad (7)$$

მაქსიმალური ჩაღუნვა

$$y_{\max} = y_0 = f = \left| -\frac{q l^4}{8EI_x} \right|. \quad (8)$$

§ 8.15. კოჭის ბალუნული ღერძის (დრეკადი წირის) დიფერენციალური განტოლების ინტეგრირება რთული დატვირთვის შემთხვევაში

განვიხილოთ კოჭი, სადაც დატვირთვების მიერ წარმოქმნილია რამდენიმე უბანი (ნახ.8.54). ასეთ შემთხვევაში კოჭის დრეკადი წირის



სახ. 8.54.

დიფერენციალური განტოლების ინტეგრირება რთულდება. ჩავატაროთ ზოგადი გამოთვლები, რომლის შედეგებიც ჩვენს მიერ შემდეგში გამოყენებული იქნება სანყისი პარამეტრების მეთოდის განხილვის დროს.

როგორც ვხედავთ, აქ ინტეგრირების მუდმივთა რიცხვი $N=2n$, სადაც n უბანთა რიცხვია. ჩვენს შემთხვევაში უბანთა რიცხვი უდრის 6-ს, ე.ი. ინტეგრირების მუდმივთა რაოდენობა 12-ია. მათი განსაზღვრისათვის საჭიროა, გარდა სასაზღვრო პირობებისა (რომელთა რაოდენობა სტატიკურად რკვევადი კოჭებისათვის ყოველთვის ორია), გამოვიყენოთ კოჭის უბნების შეუღლების პირობები, რაც იმაში მდგომარეობს, რომ კოჭის სათანადო უბნების საზღვრებზე ჩაღუნვები და

მობრუნების კუთხეები ერთმანეთის ტოლი იქნება, ე.ი. $\varphi_k = \varphi_{k+1}$

$$y_k = y_{k+1} \quad (k=1, 2, \dots, n-1).$$

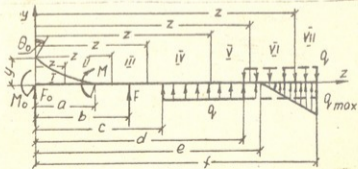
როგორც მაგალითიდან ჩანს, ზოგიერთი უბნის შეუღლების პირობიდან გამომდინარეობს სათანადო ინტეგრირების მუდმივების უწყობა ერთტოლობა, ე.ი. $C_k = C_{k+1}$ და $D_k = D_{k+1}$, მაგრამ ყველა უბნისათვის ეს ასე ადვილად არ გამოდის (მაგალითად, შეადარეთ I და II უბანი) და საჭიროა სპეციალური მეთოდები ინტეგრირების მუდმივების განსაზღვრის გამარტივებისათვის. ამ საკითხს ჩვენ განვიხილავთ დეტალურად საწყისი პარამეტრების მეთოდში.

§ 8.18 კოჭის დრეკადი წირის უნივერსალური განტოლება (დრეკადი წირის განტოლება საწყის პარამეტრებში)

კოჭის დრეკადი წირის ჩაღუნების და დევიაციის ანალიზური ასახვა ერთი განტოლების საშუალებით, როგორც წინა განხილული მაგალითიდან ჩანს, შეუძლებელია, თუ მიღებული არ იქნა სპეციალური ზომები და წესები დიფერენციალური განტოლების ინტეგრირების დროს.

განვიხილოთ კოჭი სათანადო დატვირთვებით (ნახ.8.55). როგორც ჩანს, მაგალითი იგივეა, რაც 8.54 ნახ-ზე გვექონდა, ოღონდ შეტანილია სათანადო დამატებები და ცვლილებები დიფერენციალური განტოლების ინტეგრირებისათვის.

სათანადო უბნების მღუნავი მომენტები, დევიაციის და ჩაღუნების განტოლებები მოცემულია ცხრილის საბით. ინტეგრირება წარმოებულა კლებშის მეთოდით, უებ-მაკოლეის წინადადებათა გათვალისწინებით.

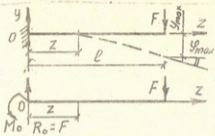


ნახ. 8.55.

I	$EJ_x y'' = M_0 + F_0 z$
	$EJ_x y' = EJ_x \psi = \int (M_0 + F_0 z) dz + C_1 = M_0 z + \frac{1}{2} F_0 z^2 + C_1$
	$EJ_x y = \int dz \left(M_0 + F_0 z \right) dz + C_1 z + D = \frac{1}{2} M_0 z^2 + \frac{1}{6} F_0 z^3 + C_1 z + D$
	$EJ_x y'' = M_0 + F_0 z + M$
II	$EJ_x \psi = M_0 z + \frac{1}{2} F_0 z^2 + Mz + C_2$
	$EJ_x y = \frac{1}{2} M_0 z^2 + \frac{1}{6} F_0 z^3 + \frac{1}{2} Mz^2 + C_2 z + D_2$
	$EJ_x y'' = M_0 + F_0 z + M + F(z-b)$
III	$EJ_x \psi = M_0 z + \frac{1}{2} F_0 z^2 + Mz + \frac{1}{2} F(z-b)^2 + C_3$
	$EJ_x y = \frac{1}{2} M_0 z^2 + \frac{1}{6} F_0 z^3 + \frac{1}{2} Mz^2 + \frac{1}{6} F(z-b)^3 + C_3 z + D_3$
	$EJ_x y'' = M_0 + F_0 z + M + F(z-b) + \frac{1}{2} q(z-c)^2$
IV	$EJ_x \psi = M_0 z + \frac{1}{2} F_0 z^2 + Mz + \frac{1}{2} F(z-b)^2 + \frac{1}{6} q(z-c)^3 + C_4$
	$EJ_x y = \frac{1}{2} M_0 z^2 + \frac{1}{6} F_0 z^3 + \frac{1}{2} Mz^2 + \frac{1}{6} F(z-b)^3 + \frac{1}{24} q(z-c)^4 + C_4 z + D_4$
	$EJ_x y'' = M_0 + F_0 z + M + F(z-b) + \frac{1}{2} q(z-c)(z-c-d)$
V	$EJ_x \psi = M_0 z + \frac{1}{2} F_0 z^2 + Mz + \frac{1}{2} F(z-b)^2 + \frac{1}{8} q(c-d)(z-c-d)^2 + C_5$
	$EJ_x y = \frac{1}{2} M_0 z^2 + \frac{1}{6} F_0 z^3 + \frac{1}{2} Mz^2 + \frac{1}{6} F(z-b)^3 + \frac{1}{48} q(c-d)(z-c-d)^3 + C_5 z + D_5$
	$EJ_x y'' = M_0 + F_0 z + M + F(z-b) + \frac{1}{2} q(c-d)(z-c-d) + \frac{1}{6} \frac{q(z-c)^3}{(z-c)}$
VI	$EJ_x \psi = M_0 z + \frac{1}{2} F_0 z^2 + Mz + \frac{1}{2} F(z-b)^2 + \frac{1}{8} q(c-d)(z-c-d)^2 + \frac{1}{24} \frac{q(z-c)^3}{(z-c)} + C_6$
	$EJ_x y = \frac{1}{2} M_0 z^2 + \frac{1}{6} F_0 z^3 + \frac{1}{2} Mz^2 + \frac{1}{6} F(z-b)^3 + \frac{1}{48} q(c-d)(z-c-d)^3 + \frac{1}{24} \frac{q(z-c)^4}{(z-c)} + C_6 z + D_6$

ბაში მისი კოორდინატა უნდა შევითავსოთ $M(z-a)^0$ ნამრავლის სახით. ეს ორი სპეციალური ხერხი შემოთავაზებულია უების და მაკოლეს მიერ. კლებშის და უებ-მაკოლეს ხერხის განზოგადება მოახდინეს საბჭოთა მეცნიერებმა ა.კრილოვმა, ვ.შუხოვმა, ნ.გერსევანოვმა, ნ.სნიტკომ და სხვ. უბნების შეუღლების პირობებიდან $\varphi_k = \varphi_{k+1}$ და $y_k = y_{k+1}$ ($k=1, 2, \dots, n-1$), მივიღებთ, რომ $C_1 = C_2 = \dots = C_n$ და $D_1 = D_2 = \dots = D_n$.

მაგალითად, როცა $Z=0$, $\varphi_I = \varphi_{II}$ და $y_I = y_{II}$ ვღებულობთ $D_1 = D_2$. თუ ასე გადაგრძელებთ უბან-უბან, მივიღებთ ნინამდებარე შედეგს, ე.ი. ინტეგრირების მუდმივთა რაოდენობა დავაორამდე (C და D). მათი მნიშვნელობა განისაზღვრება კოჭის საყრდენებზე დამატების პირობებიდან: როცა



ნახ. 8.56.

$$z = 0, \quad EI_x \varphi = EI_x \varphi_0 = C_1, \quad \text{და} \quad EI_x y = EI_x y_0 = D_1,$$

ჩაწეროთ კოჭის დევიაციის და გაღუნული ღერძის განტოლებები VI უბნისათვის.

$$EI_x \varphi = EI_x \varphi_0 M_0 z + 2 I^{(-1)} F_0 z^2 + M(z-a) + 2 I^{(-1)} F(z-b)^2 + 3 I^{(-1)} q(z-c)^3 - 3 I^{(-1)} q(z-d)^3 + 4 I^{(-1)} \frac{q}{l-1} (z-l)^4; \quad (8.65)$$

$$EI_x y = EI_x y_0 + EI_x \varphi_0 z + 2 I^{(-1)} M_0 z^2 + 3 I^{(-1)} F_0 z^3 + 2 M(z-a)^2 + 3 I^{(-1)} F(z-b)^3 + 4 I^{(-1)} q(z-c)^4 + 4 I^{(-1)} q(z-d)^4 + 5 I^{(-1)} \frac{q_{max}}{l-1} (z-e)^5. \quad (8.66)$$

მიღებული განტოლებები კოჭის დრეკადი ნირის (ღერძის) დევიაციის და ჩაღუნვების უნივერსალური განტოლებებია. მათ აგრეთვე უწოდებენ კოჭის დრეკადი ნირის დევიაციის და ჩაღუნვების განტოლებებს სანყის პარამეტრებში. აქ M_0 და F_0 კოორდინატა სათავეში მოქმედი გარე ძალებია; φ_0 და y_0 კოორდინატა სათავეში კოჭის სანყისი მობრუნების კუთხე (დევიაცია) და სანყისი ჩაღუნვაა, ე.ი. M_0 და F_0 კოჭის სანყისი სტატიკური პარამეტრებია; φ_0 და y_0 კი — კო-

ჭის საწყისი კინემატიკური პარამეტრები (აქედან განტოლებათა მეორე სახელწოდება).

(8.65) ან (8.66) განტოლებების გამოყენების დროს უნდა გვახსოვდეს, რომ საკოორდინატო ფუნქციების ფუნქციის $[(z-a), (z-b)]$ და $[(z-t_1), (z-t_2)]$ კოველთის დადებითი ან ნულის ტოლია $(z-t_1) \geq 0$ ალმოწინაა, რომ რაიმე კვითში $(z-t_1) \leq 0$, იგი უნდა გაუტოლდეს 0-ს. შეიძლება ვიგულისხმოთ, რომ ყოველი ასეთი ფრჩხილის წინ დგას კონიუგირის δ_j მამრავლი. მისი თვისება შემდეგია:

$$\delta_j(z-t_j) \begin{cases} \text{თუ } (z-t_j) > 0, & \delta_j = 1; \\ \text{თუ } (z-t_j) \leq 0, & \delta_j = 0. \end{cases}$$

განვიხილოთ რამდენიმე მაგალითი საწყისი პარამეტრების მეორედით კოჭის დეფორმაციების განსაზღვრის თვალზე.

მაგალითი. 8.56 ა ნახ-ზე მოცემული კოჭისათვის დაფადგინოთ მობრუნების კუთხეების და ჩალუნვის განტოლება.

განვსაზღვროთ φ_{\max} და $y_{\max} = f$.

1. გამოვსაზოთ მოცემული კოჭის სტატიკურად კვივალენტური სქემა (ნახ.8.56 ბ).

2. განვსაზღვროთ რეაქციები M_0 და R_0 (სტატიკური პარამეტრები)

$$\begin{aligned} \sum M_{(0)} &= 0; \quad Fl - M_0 = 0; \quad Fl = M_0; \\ \sum y &= 0; \quad R_0 - F = 0; \quad R_0 = F_0 = F. \end{aligned} \quad (1)$$

3. დაწეროთ კოჭის უნივერსალური განტოლება φ -სა და y -ისათვის:

$$EI_x \varphi = EI_x \varphi_0 + R_0 \frac{z^2}{2} + M_0 z \quad (2)$$

$$EI_x y = EI_x y_0 + EI_x \varphi_0 z + M_0 \frac{z^2}{2} + R_0 \frac{z^3}{6}.$$

4. განვსაზღვროთ კინემატიკური φ_0 და y_0 პარამეტრები, როცა $Z = 0$; $\varphi_0 = 0$ და $y_0 = 0$.

5. საწყისი პარამეტრების განტოლება საბოლოო სახით ასეთია:

$$EI_x \varphi = -Flz + F \frac{z^2}{2}; \quad EI_x y = -Fl \frac{z^2}{2} + F \frac{z^3}{6}. \quad (3)$$

ამოცანის პირველი ნაწილი ამოხსნილია.

6. მაქსიმალური მობრუნების φ_{\max} კუთხე და მაქსიმალური ჩალუნვა $y_{\max} = f$, როცა $z=l$,

$$\varphi_{(0)} = |\varphi_{\max}| = \frac{F}{EI_x} \left(-l^2 + \frac{l^2}{2}\right) = \left| -\frac{Fl^2}{2EI_x} \right|;$$

$$y_{(0)} = y_{\max} = f = \frac{F}{EI_x} 8 \left(-\frac{l^3}{2} + \frac{l^3}{6}\right) = \left| -\frac{Fl^3}{3EI_x} \right|.$$

მაგალითი 4. მოცემული კოჭისათვის (ნახ.8.57 ა) დავაყენოთ დაღუნული ღერძის მობრუნების კუთხეების და ჩაღუნვების განტოლებები.

განვსაზღვროთ მაქსიმალური დეფორმაციები.

1. გამოვსაზოთ მოცემული კოჭის სტატიკურად ეკვივალენტური სქემა (ნახ.8.57 ბ).

2. განვსაზღვროთ R_0 და R_B რეაქციები:

$$\sum Y = 0, R_0 + R_B = q \frac{l}{2}, \quad (1)$$

$$\sum M_B = 0, R_0 l - q \frac{l^2}{8} = 0; R_0 = \frac{ql}{8}, R_B = \frac{3}{8} ql.$$

3. დავწეროთ კოჭის უნივერსალური განტოლებანი II უბნისათვის:

$$EI_x \varphi = EI_x \varphi_0 + R_0 \frac{z^2}{2} - q \frac{(z - l/2)^3}{6};$$

$$EI_x y = EI_x y_0 + EI_x \varphi_1 + R_0 \frac{z^3}{6} - q \frac{(z - l/2)^4}{24}.$$

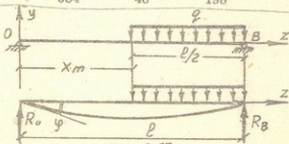
4. განვსაზღვროთ φ_0 და y_0 კინემატიკური პარამეტრები: როცა $z=0$, $y_{(0)}=y_0=0$, $z=l$, $y_{(l)}=y_1=0$. აქედან

$$EI_x \varphi = -\frac{7}{384} ql^3.$$

5. სანყისი პარამეტრების განტოლება საბოლოო სახით

$$EI_x \varphi = -\frac{7}{384} ql^3 + \frac{1}{16} qlz^2 - \frac{1}{48} q(2z - l)^3; \quad (4)$$

$$EI_x y = -\frac{7}{384} ql^3 z + \frac{1}{48} qlz^3 - \frac{1}{198} q(2z - l)^4.$$



ნახ 8.57

§ 8.17. კობის დეფორმაციების განსაზღვრა ენერგეტიკული მეთოდით

გარე ძალების მუშაობა ქრისტეშვილი

დატვირთვის დროს ღერო განიცდის დეფორმაციას, რომელიც დატვირთვა ასრულებს განსაზღვრულ მექანიკურ მუშაობას.

განვიხილოთ დრეკადი კოჭი, რომელიც განიცდის ძალის სტატიკურ ქმედებას (ნახ.8.58 ა).

მცირე დეფორმაციების დროს შეიძლება გამოვიყენოთ ძალთა ურთიერთქმედების დამოუკიდებლობის პრინციპი, ე.ი. დავუშვათ, რომ ცალკეული კვეთების გადაადგილებანი მათი გამომწვევი ძალების პირდაპირპროპორციულია:

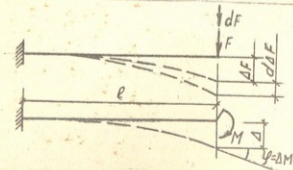
$$\Delta_F = K F. \quad (8.67)$$

აქ Δ_F არის გადაადგილება F ძალის მიმართულებით; K — კოეფიციენტი, რომელიც დამოკიდებულია ძელის ზომების, სტატიკური სქემისა და მასალისაგან.

გავზარდოთ F ძალა dF მცირე სიდიდით. ცხადია, დეფორმაცია გაიზრდება $d\Delta_F$ სიდიდით. გარე ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა იქნება:

$$dA = (F + dF) d\Delta_F = Fd\Delta_F + dFd\Delta_F \approx Fd\Delta_F \quad (8.58)$$

(8.68)-ში უკუგდებულია სიდიდე, როგორც მეორე რიგის უმცირესი. მივიღოთ მზედველობაში, რომ $d\Delta_F = KdF$ (K მუდმივია) და ჩავსვათ (8.68)-ში. მივიღებთ: $dA = KFdF$ ინტეგრირებით გვექნება F ძალის მთლიანი მუშაობა. როცა იგი იზრდება 0-დან განსაზღვრულ სიდიდემდე,



ნახ. 8.58.

$$A = \int dA = K \int_0^l F dF = \frac{1}{2} K F^2. \quad (8.69)$$

(8.69)-ში ჩავსვათ (8.67) და მივიღებთ

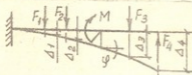
$$A = \frac{1}{2} F \Delta_F.$$

თუ კოჭის ბოლოზე მოდებულ იქნა შეყურსული მოჭრის ძეგლი, მაშინ გიური მსჯელობით გვექნება (ნახ. 8.58 ა)

$$A = \frac{1}{2} M \Delta_M = \frac{1}{2} M \varphi. \quad (8.71)$$

აქ M არის მომენტი; $\Delta_M = 2\varphi$ — მომენტის შესაბამისი გადაადგილება, ე.ი. მობრუნების კუთხე.

ამგვარად, სისტემაზე მოდებული გარე (სტატიკური) ძალის მუშაობა უდრის ამ ძალის და სათანადო გადაადგილებათა საბოლოო მნიშვნელობათა ნამრავლის ნახევარს. აქ ძალის ქვეშ იგულისხმება ძალისმიერი ფაქტორი (F, q, M, m) ან ფაქტორთა ერთობლიობა, ე.წ. „განზოგადებული ძალა“. სათანადო გადაადგილების ქვეშ იგულისხმება



ნახ. 8.59.

ისეთი გადაადგილება, რომელზედაც „განზოგადებულ ძალას“ შეუძლია მუშაობის შესრულება. მაგალითად, თუ კოჭზე მოქმედებს რამდენიმე ძალა, (ნახ.8.59), მათ მიერ შესრულებული მუშაობა იქ-

ნება ცალკეულ მუშაობათა ალგებრული ჯამი.

$$A = \frac{1}{2} (F_1 \Delta_1 + F_2 \Delta_2 + M \varphi + F_3 \Delta_3 - F_4 \Delta_4). \quad (8.72)$$

აქ უნდა შევნიშნოთ, რომ Δ_1 გამოწვეულია არა მხოლოდ F ძალით, არამედ სხვა დანარჩენი ძალებითაც (F_{i-1}, F_{i+1}, M) და ა.შ.

გარე ძალების მუშაობა შეიძლება გამოვსახოთ ლეროში აღძრული ძალების საშუალებითაც. განკვეთის მეთოდის გამოყენებით ძალები გადმოგვყავს გარე ძალების კატეგორიაში გამოყოფილი ელემენტისათვის. აქ კი გვაქვს უფლება გამოვიყენოთ ნინამდებარე შედეგები. ვთქვათ, ლეროდან გამოვყოთ dz სიგრძის ელემენტი. 8.60 ბ ნახ-ზე ნაჩვენებია ელემენტზე მოდებული N ძალა. N ძალის მუშაობა (პუკის კანონის გამოყენებით) იქნება

$$dA_N = \frac{N\Delta_N}{2} = \frac{N^2 dz}{2EA}$$

სათანადოდ, 6.60 გ ნახ-დან $dA_M = \frac{Mdy}{2} = \frac{M^2 dz}{2EI_x}$ და 8.60 დ/ნახ.

დან $dA = \frac{Q\Delta Q}{2} = K \frac{Q^2 dz}{2GA}$, სადაც $K = \frac{A}{I_x^2} \int_0^b \frac{x^2 dx}{b^2}$ [145] ტანის.

კვეთის ფორმის კოეფიციენტი: სწორკუთხედისათვის $k = 1.1$; სამკუთხედისათვის — 1,3-ს; მრგვალი კვეთისათვის 1,11; ნაგლინი ელემენტებისათვის $\approx \frac{F}{F_j}$.

რადგანაც ელემენტზე მოქმედი ძალები მხოლოდ თავის გადაადგილებაზე ასრულებენ მუშაობას, ამიტომ dA ყველა შიგა ძალის მთელი მუშაობა dZ სიგრძის გამოყოფილი ელემენტისათვის იქნება ცალკეულ მუშაობათა ჯამის ტოლი.

$$dA = dA_N + dA_M + dA_Q = \frac{1}{2} \left(\frac{N^2 dz}{EA} + \frac{M^2 dz}{EI_x} + K \frac{Q^2 dz}{GA} \right)$$

თუ გადავალთ ღეროს სასრულ სიგრძეზე, მაშინ წინა გამოსახულება უნდა გავაინტეგრიროთ 0-დან l -მდე:

$$A = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{N^2 dz}{EA} + \frac{1}{2} \int_0^l \frac{M^2 dz}{EI_x} + \frac{1}{2} \int_0^l K \frac{Q^2 dz}{GA} \quad (8.63)$$

ან, უფრო ზოგადი შემთხვევისათვის, როცა ღეროზე რამდენიმე გრძივი ძალა, მომენტი და განივი ძალა მოქმედებს, გვექნება:

$$A = \frac{1}{2} \sum_i \int_0^l \frac{N_i^2 dz}{EA} + \frac{1}{2} \sum_i \int_0^l \frac{M_i^2 dz}{EI_x} + K \frac{1}{2} \sum_i \int_0^l \frac{Q_i^2 dz}{GA} \quad (8.64)$$

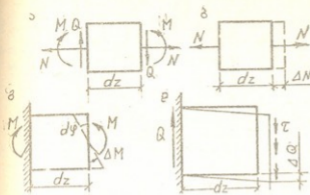
მიღებული ფორმულიდან ჩანს, რომ გარე ძალების მიერ შესრულებული მუშაობა მათ მიერ გამოწვეულ გადაადგილებებზე დადებითი სიდიდეა.

§ 8.18. პოტენციური ენერჯია

ენერჯიის მუდმივობის კანონის თანახმად დეფორმირებად სხეულზე მოქმედი გარე ძალების მუშაობა გადადის ძალების ენერჯიაში. დრეკადი სხეული „აგროვებს“ ამ ენერჯიას და გამოავლენს მისი განტვირთვის მომენტში. ამ ენერჯიას პოტენციური ენერჯია ჰქვია და აღინიშნება U -თი. ზემოაღნიშნულის თანახმად

$$A=U. \quad (8.75)$$

თუ ვისარგებლებთ A -ს გამოსახულებით, გვექნება



ნახ. 8.60.

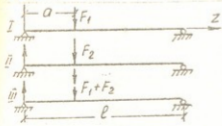
$$A = \frac{1}{2} \sum \int \frac{N_i^2 dz}{EA} + \frac{1}{2} \sum \int \frac{M_i^2 dz}{EI_x} + \frac{k}{2} \sum \int \frac{Q_i^2 dz}{GA} \quad (8.76)$$

განივი ღუნვის შემთხვევაში $N_i = 0$ და მივიღებთ

$$U = \frac{1}{2} \sum_i \int \frac{M_i^2 dz}{EI_x} + \frac{k}{2} \sum_i \int \frac{2Q_i^2 dz}{GA} \quad (8.77)$$

ზემოაღნიშნულიდან შეიძლება დავასკვნათ, რომ:

1. პოტენციური ენერგია ყოველთვის დადებითია (N , M და Q კვადრატში);
2. იგი ძალების მეორე ხარისხის ერთგვაროვანი ფუნქციაა;
3. მისთვის არ გამოიყენება ძალთა ურთიერთქმედების დამოუკიდებლობის პრინციპი. მართლაც, $\sum M_i^2 \neq (\sum M_i)^2$, ე.ი. პოტენციური ენერგია, გამონეული ძალთა განსაზღვრული ერთობლიობით, არ უდრის იმ პოტენციურ ენერგიათა ჯამს, რომელსაც იძლევა ამ ერთობლიობაში შემაველი თითოეული ძალა.



ნახ. 8.61.

მესამე დასკვნის ნათელსაყოფად განვიხილოთ მაგალითი (ნახ. 8.61).

კოჭის K კვეთში მოვდით F_1 ძალა; მერე მოვაშორლოთ F_1 და მოვდით F_2 ძალა. გამოვითვალთ ორივე შემთხვევისათვის პოტენციური ენერჯია. შემდეგ მოვდით F_1 ძალა (ახლა კოჭზე მოქმედებს F_1 და F_2 ძალები) და ისევ გამოვითვალთ პოტენციური ენერჯია. შევადარებთ პირველი ორი შემთხვევის პოტენციური ენერჯიის, გავიყარებთ უხვევის პოტენციურ ენერჯიას, გვექნება:

I შემთხვევისათვის

$$U_I = \frac{1}{2} \left(\int_0^a \frac{M_I^2 dz}{EJ_x} + \int_a^l \frac{M_I^2 dz}{EJ_x} \right);$$

II შემთხვევისათვის

$$U_{II} = \frac{1}{2} \left(\int_0^a \frac{M_{II}^2 dz}{EJ_x} + \int_a^l \frac{M_{II}^2 dz}{EJ_x} \right);$$

III შემთხვევისათვის

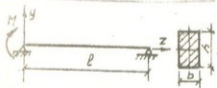
$$U_{III} = \frac{1}{2} \left(\int_0^a \frac{(M_I + M_{II})^2 dz}{EJ_x} + \int_a^l \frac{(M_I + M_{II})^2 dz}{EJ_x} \right).$$

ცხადია, რომ $U_I + U_{II} \leq U_{III}$ და, მართლაც, ეს განსხვავება

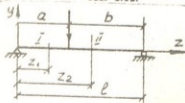
$$U_{III} = \int_a^l \frac{(M_I M_{II})}{EI_x^2} dz + \int_0^a \frac{(M_I M_{II})}{EI_x^2} dz$$

საკმაოდ დიდია.

§ 8.19. დავალთვალოთ დამოუკიდებელი ანალიზისათვის



6ახ. 8.62.



6ახ. 8.63.

სწორკუთხა განივკვეთის კოჭი დატვირთულია შეყურსული მომენტით (ნახ. 8.62). დანერგეთ პოტენციური ენერჯიის გამოსახულება განივი ძალის მხედველობაში მიღებით (77)

$$\frac{h}{l} = 0,3; 0,2; 0,1$$

თანაფარდობებისათვის. გააკეთეთ ანალიზი განივი ძალის გავლენის შესახებ პოტენციური ენერჯიის სიდიდეზე ლუნვის დროს.

განვიხილოთ რამდენიმე მაგალითი კოჭის პოტენციური ენერჯიის გამსაზღვრის თემაზე.
 მაგალითი 5. 8.62 ნახ-ზე მოცემული კოჭისათვის განვსაზღვროთ პოტენციური ენერჯია.



გამოვიყენოთ ფორმულა (67)

$$U = \int_0^l \frac{M^2(z)}{2EI_x} dz + k \int_0^l \frac{Q^2(z)}{2GA_x} dz;$$

აქ $M(z) = -F(l-z)$, სადაც $F = -\frac{M}{l}$, $Q(z) = -F = \text{const}$,
 $k = 1, 2$. ჩასმის შემდეგ მივიღებთ

$$U = \frac{F^2 l^3}{6EI_x} + \frac{0,6F^2 l}{GA} = \frac{F^2 l^3}{EI_x} \left(\frac{1}{6} + 0,6\mu^2 - (1 + \mu) \right).$$

აქ l_x ინერციის რადიუსია; μ — პუასონის კოეფიციენტი. თუ $\mu = 0,3$, მაშინ

$$U = \frac{F^2 l^3}{EI_x} (0,166l^2 + 0,13h^2),$$

როცა $h \leq 0,1l$, პოტენციური ენერჯია

$$U = \frac{F^2 l^3}{EI_x} (0,166 + 0,0013).$$

ამ შემთხვევაში უფრო ნათლად ჩანს განივი ძალის გავლენა (კერძოდ, იგი 1%-ზე ნაკლებია), ვიდრე მღუნავი მომენტისა.

ჩაატარეთ ანალოგიური ანალიზი (ნახ. 8.63) მოცემული კოჭისათვის (არ დაგავიწყდეთ, რომ გაქვთ ორი უბანი).

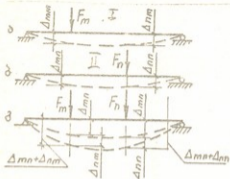
$$A_{nn} = \frac{1}{2} F_n \Delta_{nn} \quad (\text{მ ნდგომ.);}$$

იგივე მუშაობები შეიძლება გამოვსახოთ შიგა ძალების მეშვეობით:

$$A_{nn} = \frac{1}{2} \sum \int_0^l \frac{M_n^2 dz}{EI_x} + \frac{k}{2} \sum \int_0^l \frac{Q_n^2 dz}{GA},$$

$$A_{nn} = \frac{1}{2} \sum \int_0^l \frac{M_n^2 dz}{EJ_x} + \frac{k}{2} 4 \sum \int_0^l \frac{Q_n^2 dz}{GA}.$$

ახლა განვიხილოთ კოჭის დატვირთვა ორივე ძალით (ან ძალითა დასტემით):



ნახ. 8.64.

დეფორმაციები, მაგრამ აქ F_n ძალის მოდების დროს კოჭზე უკვე არის F_m ძალა და, ცხადია, Δ_n გადაადგილებაზე იგი შეასრულებს $F_m \Delta_n$ მუშაობას.

III მდგომარეობაში მუშაობა იქნება:

$$A = A_{mm} + A_{nn} + A_m = \frac{1}{2} F_m \Delta_{mm} + F_n \Delta_{nn} + \frac{1}{2} F_n \Delta_{nn}$$

ახლა, თუ შევცვლით კოჭის დატვირთვის თანამიმდევრობას, ე.ი. ჯერ მოვდებთ სტატიკურად F_n ძალას და მერე F_m ძალას, სისტემის დრეკადი ნონასწორობა იგივე იქნება, რაც პირველ შემთხვევაში და ყველა ძალების მიერ შესრულებული მუშაობა ტოლი იქნება III მდგომარეობისა)

$$A = A_{nn} + A_{mm} + A_m = \frac{1}{2} F_n \Delta_{nn} + F_m \Delta_{mm} + \frac{1}{2} F_m \Delta_{mm}$$

თუ შევადარებთ III და III' მდგომარეობებს, დაერწმუნდებით, რომ ისინი ერთმანეთის ტოლია და, აქედან გამომდინარე,

$$A_{nn} = A_{mm} \quad \text{ანუ} \quad F_m \Delta_{nn} = F_n \Delta_{mm} \quad (8.78)$$

პირველი (m) მდგომარეობის ძალთა მუშაობა (n) მდგომარეობის ძალთა მიერ გამოწვეულ გადაადგილებაზე უდრის მეორე (n) მდგომ-

ჯერ სტატიკურად მოვდით F_m ძალა (ნახ. 8.64 ა); კოჭში ამ დრეკადი ნონასწორობა Δ_{mm} (მეორე ძალის მოდების ადგილას) გადაადგილებაში.

I მდგომარეობის მუშაობა

$$A_{mm} = \frac{1}{2} F_m \Delta_{mm}$$

ამის შემდეგ კოჭზე მოვდით მეორე F_n ძალა (ნახ. 8.64 ბ). კოჭში ამ დროს წარმოიქმნა Δ_{nn} (F_n ძალის ქვეშ) და Δ_{mn} (F_m ძალის ქვეშ)

გარეობის ძალთა მიერ შესრულებულ მუშაობას (მ) მდგომარეობის ძალებით გამოწვეულ გადაადგილებაზე (ბეტის თეორემა). მიღებული შედეგს ეწოდება მუშაობის ურთიერთობის თეორემა.



ცხადია, რომ ეს თეორემა შეიძლება ჩაინეროს შიგა ძალების მუშაულებითაც

$$\sum \int M_m \frac{M_n dz}{EI_x} = \sum \int M_n \frac{M_m dz}{EI_x}$$

მართლაც,

$$A_{mm} = A_0 - A_{mn} - A_{nm} =$$

$$= \sum \int \frac{(M_m + M_n)^2 dz}{2EI_x} - \sum \int \frac{M_m^2 dz}{2EI_x} - \sum \int \frac{M_n^2 dz}{2EI_x} = \sum \int \frac{M_m M_n}{EI_x} dz$$

$$\text{და } A_{nm} = A_0 - A_{nn} - A_{nm} = \sum \int \frac{M_m M_n}{EI_x} dz$$

თეორემა გადაადგილებათა ურთიერთობის შესახებ მტკიცდება შემდეგნაირად:

ავიღოთ სისტემა (კერძოდ, ერთის ტოლი ძალებით დატვირთული კოჭი პირველ და მეორე ერთეულოვან მდგომარეობაში (ნახ. 8.65).

ცხადია, მუშაობათა ურთიერთობის თეორემას აქაც აქვს ძალა და ვწერთ

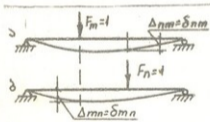
$$F_m \delta_{nm} = F_n \delta_{mn}$$

$$\text{მაგრამ } F_m = F_n = 1$$

$$\text{და საბოლოოდ,}$$

$$\delta_{nm} = \delta_{mn} \quad (8.79)$$

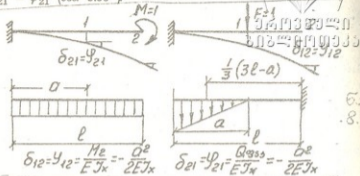
მივიღოთ გადაადგილებათა ურთიერთობის თეორემა (მაქსველის თეორემა): ორი ერთეულოვანი სისტემისათვის პირველი ერთეულოვანი ძალის მიერ



ნახ. 8.65.

გამოწვეული გადაადგილება მეორე ერთეულოვანი ძალის მოდების კვეთში უდრის მეორე ერთეულოვანი ძალის მიერ გამოწვეულ გადაადგილებას პირველი ერთეულოვანი ძალის მოდების კვეთში.

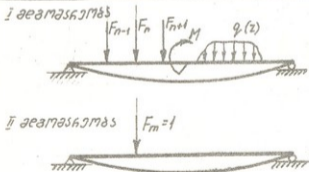
მაგალითი 6. მოცემული სტრუქტურის განსაზღვრით $\delta_{11} = \varphi_{12}$
 და $\delta_{21} = \varphi_{21}$ (ნახ. 8.65).



§ 8.20. მორის ინტეგრალი

განვიხილოთ სისტემის ორი მდგომარეობა.

I მდგომარეობაში სისტემაზე (კოჭზე) მოქმედებს ნებისმიერ ძალთა (ცხადია, აქაც „ძალის“ ქვეშ იგულისხმება განზოგადებული ძალა) და მომენტთა ერთობლიობა (ნახ. 8.66), (საანგარიშო ძალები). კოჭის I



მდგომარეობა შეესაბამება სინამდვილეში არსებულ დატვირთვებს (ნამდვილი მდგომარეობა). ეუნოდით ასეთ მდგომარეობას ძირითადი კოჭის II მდგომარეობა შეესაბამება ერთეულოვანი ძალის ემეტი-ბას. ეუნოდით ასეთ მდგომარეობას დამსხმარე.

შეადგინოთ მუშაობის გამოსახულება $F_{II} = 1$ ძალის მდგომარეობიდან I ძირითადი მდგომარეობის მიერ გამოწვეულ გილებზე $F_{II} = 1$ ძალის მიმართულებით, ე.ი. Δ_{21} -ზე:

$$A_{21} = F_{II} \Delta_{21} = 1 \cdot \Delta_{21} = \Delta_{21}.$$

ახლა გამოვსახოთ ძალების საშუალებით:

$$A_{21} = A_{12} = \sum \int M_1 \frac{M_2 dz}{EI_x} + K \sum \int Q_2 \frac{Q_1 dz}{GA}.$$

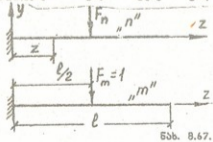
M_2 და Q_2 მიუთითებს, რომ ძალები აღიძრა ერთეულოვან სისტემაში. M_1 და Q_1 წარმოადგენენ დატვირთვებით გამოწვეულ ძალებს. მოცემული (ჭეშმარიტი) დატვირთვებით, ძირითად მდგომარეობაში აღძრული ძალები M_F -ით და Q_F -ით (ან M_n და Q_n) და ეუნოდით მათ ტვირთისმიერი ძალები.

ზემოთ მიღებული ფორმულა შეიძლება დაინეროს უფრო ზოგადად:

$$\Delta_{mn} = \sum \int M_n \frac{M_m}{EI_x} dz + K \sum \int Q_n \frac{Q_m}{GA} dz \quad (8.79)$$

აქ იგულისხმება, რომ Δ_{mn} არის გადაადგილება m კვეთში მოქმედ $F_m = 1$ „ძალის“ მიმართულებით, რომელიც გამოწვეულია n სისტემის დატვირთვით.

მიღებული ფორმულა ატარებს შორის ინტეგრალის სახელწოდებას (ზოგჯერ მას ეწოდება შაქსველ-შორის ინტეგრალი) და ფართოდ გამოიყენება რთული სისტემების გადაადგილების გამომანგარიშების



$$y_c = ?$$

$$y_c = \int \frac{M_n M_m dz}{E J_x}$$

$$M_n = -F_n (0,5l - z)$$

$$M_m = -F_m (0,5l - z)$$

$$y_c = \frac{F_n l^3}{24 E J_x}$$

ნახ. 8.67.

დროს. გადაადგილებათა განსაზღვრის მეთოდის მატყველ-მორის ინტეგრალის გამოყენებით მდგომარეობს შემდეგში:

1. უნდა გამოვლინდეს მოცემული n სისტემის $M_n(z)$, $Q_n(z)$ ძალები;
2. განისაზღვროს საძიებელი გადაადგილების ტიპის მატყველ-მორის ერთეული „ძალების“ მიერ გამოწვეული $\bar{M}_m(z)$ და $\bar{Q}_m(z)$ ძალები;
3. ჩავსვათ $M_n(z)$, $Q_n(z)$ და $\bar{M}_m(z)$, $\bar{Q}_m(z)$ ფორმულაში Δ_{mn} -სათვის და გავაინტეგრიროთ ყოველ უბანში.

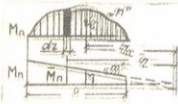
თუ Δ_{mn} -ის მნიშვნელობა დადებითი გამოვა, ეს ნიშნავს, რომ მოცემული სისტემის n ძირითად მდგომარეობაში გადაადგილება ემთხვევა ერთეული „ძალის“ მიმართულებას და პირიქით.

4. შემდეგში უარი ვთქვათ მატყველ-მორის ფორმულაში განივი ძალების შემცველი წევრების გამოყენებაზე, რაც საგრძნობლად ამარტივებს გამოთვლებს და შედარებით მცირე გავლენას ახდენს შედეგის სიზუსტეზე (1—3%).

აღნიშნულის საფუძველზე გამოვიყენებთ გადაადგილების ფორმულას შემდეგი სახით:

$$\Delta_m = \sum \int M_m \frac{M_n}{EJ_n} dx. \quad (8.80)$$

§ 8.8. დუნირის სისტემის განსაზღვრა პერიუზაბინის (ეპიურასთან) გამრავლების) ხერხით

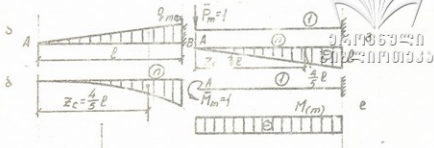


ნახ. 8.8.

1924 წელს მოსკოვის რეინჟინერის ტრანსპორტის ინჟინერთა ინსტიტუტის სტუდენტმა ა.ნ. ვერეშაგინმა მოგვცა მატყველ-მორის ინტეგრალის გამოთვლის მარტივი წესი, ე.წ. „ეპიურების“ გზით.

მან შეამჩნია, რომ მორის ინტეგრალში შემავალი ერთეული-განი ძალის მლუნაჲ მომენტი $\bar{M}_m(z)$ წარმოიქმნება და ეს აღმოჩნდა საკმარისი გამოთვლათა გამარტივებისათვის.

განვიხილოთ ეპიურა (ნახ. 8.8). როგორც ნახაზიდან ჩანს, $M_n(z) = z \cdot \alpha$. შევითვალთ ეს გამოსახულება მატყველ-მორის ინტეგრალში



ნახ. 8.69.

$$\Delta_{max} = \int M_{m(0)} \frac{M_n(z)}{EI_x} dz = \frac{tg \alpha}{EI_x} \int z M(z) dz$$

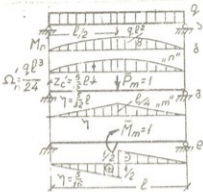
მაგრამ

$$\int z M_n(z) dz = \int z dw (m_n) = \int d S_n (m_n) = S_n (m_n) = \Omega_n z_c$$

S_n არის მლუნავი მომენტების $M_n(z)$ ეპიურების Ω ფართობის სტატიკური მომენტი 0 წერტილის მომართ; Z_c — ამ ეპიურის სიმძიმის ცენტრის აბსცისა. ნახაზიდან ადვილად დავრწმუნდებით, რომ $Z_c tg \alpha = \eta$. აქ η სისტემის m დამხმარე (ერთეული) მდგომარეობის მლუნავი მომენტის ეპიურის ორდინატია n ძალთა სისტემის ძირითადი მდგომარეობის მლუნავ მომენტთა ეპიურის სიმძიმის ცენტრის ქვეშ. საბოლოოდ შეიძლება დავწეროთ

$$\Delta_{max} = \frac{\Omega_n \eta}{EI_x} \quad (8.81)$$

ამ ფორმულით გადაადგილებათა გაანგარიშება მიზანშეწონილია შესრულდეს შემდეგი თანამიმდევრობით: 1. ავაგოთ მოცემულ ძალთა n სისტემის მლუნავ მომენტთა ეპიურა $M_n(z)$. 2. გამოვიანგარიშოთ $M_n(z)$, ეპიურის Ω_n ფართობი და სიმძიმის ცენტრის Z_c აბსცისა. 3. შემოვიტანოთ კოეფიციენტი „ m “ მდგომარეობა ერთეულოვანი „ძალებით“ (თუ ვეძებთ ჩაღუნვას $F_m = 1$, თუ ვეძებთ მობრუნების კუთხეს $M_m = 1$) და ავაგოთ $M_m(z)$ მლუნავი მომენტების ეპიურა. განვსაზ-



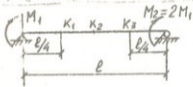
ნახ. 8.70.

დეროთ η ორდინანტი η სისტემის ეპიურის სიძლიერის ცენტრის ქვეშ. 4. ვანგარიშობით გადაადგილებებს Ω_n ფორმულით. $\Omega_n = \frac{q_{\max} l^3}{24}$ ამოცხნათ რამდენიმე მაგალითი განხილულ თემაზე. მოძებნეთ ჩაღუნვა და მობრუნების კუთხე A კვეთში (ნახ. 8.69).

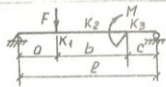
1. ვაგებთ მოცემული „ n “ მდგომარეობის $M_n(z)$ ეპიურას (ნახ. 8.69 ჰ);
2. ვანგარიშობთ Ω_n და

$$Z_c \Omega_n = - \frac{q_{\max} l^2}{6} \frac{l}{4} = - \frac{q_{\max} l^3}{24}$$

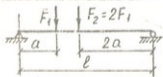
$Z_c = 0,8l;$



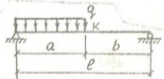
ნახ. 8.71.



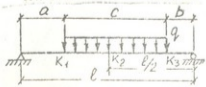
ნახ. 8.72.



ნახ. 8.73.



ნახ. 8.74.



ნახ. 8.75.

3. შემოგვყავს ერთეული „ m_1 “ ბ მდგომარეობის სისტემები F/m (ნახ. 8.69 ბ) და $M_{m_2} = 1$ (ნახ. 8.69) დატვირთვებით;

4. ვანგარიშობთ სათანადო η_1 კოორდინატებს „ n “ მდგომარეობის მლუნავი მომენტის ეპიურის სიმძიმის ცენტრის ქვეშ $\eta = 0,8l$; $\eta_1 = -1$.

5. ვანგარიშობთ საძიებელ გადაადგილებებს (81) გამოსახულების საშუალებით.

მაგალითი. მოიძებნოს ჩაღუნვა y_c და მობრუნების კუთხე φ_c (ნახ. 8.70).

1. ავავთ მოცემული „ n “ მდგომარეობის $M_{n(x)}$ ეპიურა (ნ.ბ. 8.70).

2. შევიტანოთ „ M “ დამხმარე სისტემების ერთეულოვანი ძალები. მათი შესაბამისი ეპიურები ტებილბაზიანებია; საჭიროა n მდგომარეობის ეპიურაც დაიყოს 2 უბნად. ახლა „ n “ ქვესისტემების φ ბრუნებს შეესაბამება წრფივი „ m “ სისტემის ეპიურები.

3. გამოვთვალოთ

$$\Omega_n = \frac{2}{3} l \frac{ql^2}{8} = \frac{ql^3}{12}; \quad \Omega'_n = \frac{\Omega_n}{2} = \frac{ql^3}{24}; \quad Z_c = \frac{l}{2}; \quad Z'_c = \frac{5}{16} l.$$

4. შემოტანილ ერთეულ „ m_1 “ სისტემებში $F_{m_1} = 1$ და $F_{m_2} = 1$ (ნახ. 8.70 ბდ).

5. ვიანგარიშობთ სათანადო η_1 ორდინატები „ n “ სისტემის მლუნავი მომენტის ეპიურის სიმძიმის ცენტრის ქვეშ.

$$\eta_1 = \eta_2 = \frac{5}{12}l; \quad \eta_2'' = \eta_2''' = -\frac{5}{16}; \quad \eta_2'' = \eta_2''' = \frac{5}{16}.$$

6. გამოვთვალოთ საძიებელი გადაადგილებები

$$y_{112} = f = \frac{\Omega'_n \eta_1'}{EI_n} + \frac{\Omega'_n \eta_2'}{EI_n} = 2 \frac{\Omega'_n \eta_1'}{EI_n} = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{EI_n}$$

$$\varphi_{112} = f = \frac{\Omega'_n \eta_1''}{EI_n} + \frac{\Omega'_n \eta_2''}{EI_n} = -\frac{5}{16} \frac{ql^3}{24 EI_n} + \frac{5}{16} \frac{ql^3}{24 EI_n} = 0.$$

მოცემული მაგალითები ამოხსენით დამოუკიდებლად (ნახ. 8.71—8.75). საჭიროა კვეთებში ვერჯაგინის ხერხით მოიძებნოს ჩაღუნვები y_{ki} (1, 2, 3) და მობრუნების კუთხეები φ_{ki} (1, 2, 3).

§ 8.22. სტატიკურად ურკვევი კოჭები. წოვადი ცნებები



ხშირად კოჭის ზიდვის უნარის გაზრდის ან მასალის ეკონომიის ნიშნით კოჭის ქვეშ დამატებით აყენებენ საყრდენებს (სახ. 8.76). დი ხიდების მშენებლობის დროს (ნახ. 8.76).

ასეთ კოჭებს, როგორც ნახაზზეა ნაჩვენები, უჭრი (ანუ სტატიკურად ურკვევი) ეწოდება. პირველი სახელწოდება თვით კოჭის ხედიდან გამომდინარეობს; იგი „უჭრად“ არის დაღებული საყრდენზე, ხოლო მეორე იქიდან, რომ ასეთი კოჭების მთლიანი გაანგარიშებისას საკმარისი არ არის სტატიკის განტოლებები. განმარტებისათვის განვიხილოთ კოჭი (ნახ. 8.77 ა) და მისი სტატიკურად ეკვივალენტური სქემა (ნახ. 8.77 ბ).

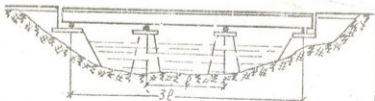
როგორც ვიცი, ერთ სიბრტყეში განლაგებულ ძალთა ნონასწორობის პირობა დეკარტეს კოორდინატთა სისტემაში ჩაინერება სამი განტოლებით:

$$\sum Z = 0, \sum Y = 0, \sum M = 0,$$

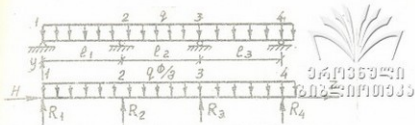
სულ უცნობ რეაქციათა რაოდენობა კი ჩვენს მაგალითში არის 5 (H, R_1, R_2, R_3, R_4),

ე.ი. სტატიკის 3 განტოლებას უპირისპირდება 5 უცნობი რეაქცია, რაც ნათელყოფს იმ ფაქტს, რომ სტატიკის განტოლებათა რაოდენობა (3) კერ უზრუნველყოფს ამოცანის ამოხსნას. საჭიროა გამოიძებნოს დამატებითი განტოლებები (ჩვენ შემთხვევაში 2), რომ მივიღოთ განტოლებათა მთლიანი სისტემა. უჭრი კოჭი ხასიათდება სტატიკურად ურკვევობის ხარისხით. ეს უკანასკნელი ვიჩვენებს რამდენი დამატებითი განტოლებაა საჭირო სისტემის ამოხსნისათვის. თუ კოჭის უცნობ რეაქციათა რაოდენობას აღვნიშნავთ m -ით, სტატიკურად ურკვევობის ხარისხს n -ით, მაშინ სტატიკურად ურკვევობის ხარისხი გამოიკვლევა მარტივი ფორმულით

$$n = m - 3, \tag{8.72}$$



ნახ. 8.76.



ერკონული
ნიკოლოზი

ნახ. 8.77.

სადაც 3 სტატიკის განტოლებათა რაოდენობაა ძალთა ბრტყელი სისტემისათვის.

შეიძლება n -ს სხვაგვარი განმარტებაც მიეცეს: ჩვენ ვიცით, რომ კოჭის, როგორც აბსოლუტურად ზისტი სხეულის დასამაგრებლად სიბრტყეში საკმარისია 3 ბმა (საყრდენი), n „ზედმეტ“ ბმათა (საყრდენთა) რაოდენობაა, რომელთა უკუგდებაც არ შეცვლის მის გეომეტრიულ უცვლელობას, სისტემა კი სტატიკურად რკვევადი გახდება.

სტატიკურად ურკვევი კოჭების გაანგარიშების მთავარი ამოცანა მდგომარეობს დამატებითი სისტემის შექმნა-ამოხსნაში, ე.ი. უნდა დაინეროს განტოლებათა სისტემა, რომელშიც შევა n „ზედმეტი“ უცნობი.

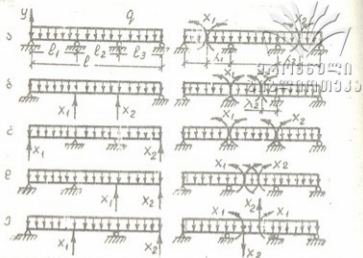
თუ „ზედმეტ“ უცნობებად მივიღებთ ძალებს ბმებში (რეაქციებს) ან ძალებს კოჭში, მაშინ შესაბამისად შედგენილ n განტოლებათა სისტემას და მის ამოხსნას ეწოდება სტატიკურად ურკვევი სისტემის (კოჭის...ჩვენ შემთხვევაში) გაანგარიშება ძალთა მეთოდით.

როცა „ზედმეტ“ უცნობებად მიღებულია სისტემის გადაადგილებები, კოჭის სტატიკურად ურკვევობის გასსნის მეთოდს გადაადგილებათა მეთოდი ეწოდება (ცხადია, რომ „ზედმეტ“ უცნობთა რაოდენობა პირველ და მეორე მეთოდებში ერთი და იგივე არ არის).

ჩვენ შევისწავლით პირველ მეთოდს, კერძოდ, სტატიკურად ურკვევი კოჭების გაანგარიშებას ძალთა მეთოდით.

პირველ ყოვლისა, უნდა დავადგინოთ კოჭის სტატიკურად ურკვევობის n ხარისხი. ამის შემდეგ ავირჩიოთ კოჭის საანგარიშო სქემა, ე.ი. ამოვარჩიოთ „ზედმეტი“ ბმები. ამ არჩევანზეა ხშირად დამოკიდებული ამოცანის რაციონალური ამოხსნა, საანგარიშო სქემის სიმარტივე და გაანგარიშების მინიმალური მოცულობა.

მოვიყვანოთ მაგალითი სტატიკურად ურკვევ კოჭში „ზედმეტი“ უცნობების (რეაქციების ან ძალების) არჩევანზე (ნახ. 8.78 ა).



ნახ. 8.78.

მოცემული კოჭის სტატიკურად ურკვევობის ხარისხი $n = 5 - 3 = 2$. 8.78 ბ, გ, დ და ე ნახ-ებზე „ზედმეტ“ უცნობებად მიჩნეულია საყრდენი რეაქციები (პასიური გარე ძალები), ხოლო ე, ვ, ზ, თ და ი ნახ-ებზე — ძალები (მომენტები, განივი ძალები). 8.78 კ ნახ-ზე ნაჩვენებია ორმაგი სახსარი, სადაც „ზედმეტ“ უცნობებად ერთსა და იმავე კვეთში მიჩნეულია მღუნავი მომენტი და განივი ძალა. როგორც დავინახეთ, ისეთ შემთხვევაშიც კი, როცა $n=2$, „ზედმეტ“ უცნობთა ამორჩევის ვარიანტები ბევრია, შესაძლოა „ზედმეტ“ უცნობთა კომბინირებაც. ნაწილი ზედმეტი უცნობებისა მივიჩნიოთ რეაქციებად, ნაწილი კი ძალებად. მთავარია, რომ ნებისმიერი საანგარიშო სტემის არჩევისას შევძლოთ ამოცანის პოლომდე მიყვანა.

თუ პირველ ოთხ შემთხვევაში უცნობი X_1 და X_2 რეაქციები უზრუნველყოფენ ნულოვან გაღუნვებს მათი მოდების კვეთებში, უკანასკნელ შემთხვევაში X_1 და X_2 უზრუნველყოფენ სათანადო კვეთების ერთმანეთის შიშართ უძრაობას.

გავარჩიოთ ძალთა მეთოდი სტატიკურად ურკვევი კოჭის გაანგარეშების (ნახ. 8.79 ა) ერთ მაგალითზე. კოჭი 2-ჯერ სტატიკურად ურკვევია, რადგანაც $n = 5 - 3 = 2$. „ზედმეტ“ უცნობებად ავირჩიოთ

შუალედნი საყრდენი x_1 და x_2 რეაქციები. მოცემული კოჭის სტატიკურად ეკვივალენტური სისტემა შედგება ორი ქვესისტემისაგან.

1. ძირითადი F სისტემისაგან, რომელიც სტატიკურად რკვევადია და მიღებულია ეკვივალენტურისაგან x_1 და x_2 უკუგდებით; 2. დამხმარე x სისტემისაგან, რომელიც სტატიკურად რკვევადია და მიღებულია ეკვივალენტური სისტემიდან ყველა დატვირთვის შემთხვევაში, ამ სისტემაზე მოქმედებს მხოლოდ x_1 და x_2 (ნახ. 8.79). ამ ორი ქვესისტემის „ჯამი“ გვადლევს მოცემულ ეკვივალენტურ სისტემას. F სისტემაში (სადაც „ზედმეტი“ საყრდენები მოცილებულია) ყოფილი საყრდენების ადგილზე გაჩნდება ჩალუნები Δ_{1F} და Δ_{2F} (ნახ. 8.79 გ), x სისტემაში კი იმავე კვეთებში ადგილი ექნება საწინააღმდეგო მიმართულების Δ_{1x} და Δ_{2x} ჩალუნებს. ცხადია, რომ მოცემულ კოჭში 1 და 2 კვეთებში ჩალუნები ნულის ტოლია, რადგანაც ეს კვეთები ეყრდნობა ხისტ საყრდენებს. ამგვარად, გვექნება

$$\Delta_{1F} + \Delta_{1x} = 0; \Delta_{2F} + \Delta_{2x} = 0. \quad (8.83)$$

(2) სისტემაში Δ_{1F} და Δ_{2F} გარე აქტიური დატვირთვებისაგან გამონეული ჩალუნებია 1 და 2 კვეთებში.

პირველ კვეთში x_1 და x_2 ძალებით გამონეული ჩალუნები Δ_{1x} :

$$\Delta_{1x} = \Delta_{1x1} + \Delta_{1x2}.$$

ანალოგიურად, $\Delta_{2x} = \Delta_{2x1} + \Delta_{2x2}$ — ჩალუნებია მეორე კვეთში. თუ შემოვიტანთ ერთეულ სისტემებს (ნახ. 8.79 ზ და 8.79 თ), შეგვიძლია დავწეროთ

$$\Delta_{1x} = \delta_{11} x_1 + \delta_{12} x_2, \quad (8.84)$$

$$\Delta_{2x} = \delta_{21} x_1 + \delta_{22} x_2.$$

აქ δ_{11} , δ_{12} , δ_{21} , და δ_{22} — ერთეული ძალების მიერ გამონეული ჩალუნებია; პირველი ინდექსი გვიჩვენებს კვეთის ნომერს, სადაც ადგილი აქვს ჩალუნებს, მეორე ინდექსი ერთეულ ძალის ნომერია, რომელიც იწვევს ჩალუნებს; როგორც ვიცით, მაქსველის თეორემის თანახმად, შევიტანოთ (8.84) გამოსახულებები (8.83) სისტემაში:

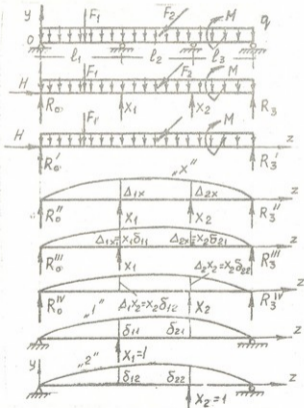
$$\delta_{11} x_1 + \delta_{12} x_2 + \Delta_{1F} = 0, \quad (8.85)$$

$$\delta_{21} x_1 + \delta_{22} x_2 + \Delta_{2F} = 0.$$

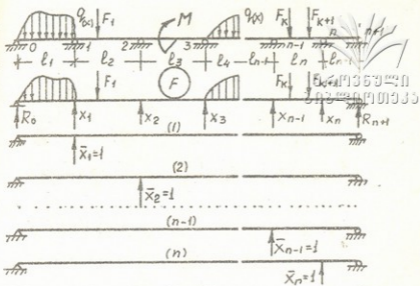
კიდევ ერთხელ გავიხსენოთ, რომ სისტემის პირველი სტრიქონის ფიზიკური არსი მდგომარეობს იმაში, რომ პირველი (x_1) ძალის მი-

მართულებით კოჭის გადაადგილება ნულის ტოლია. ანალოგიური აზრი აქვს მეორე სტრუქტურასაც.

(მ.მნ) სისტემას ძალთა მეთოდის კანონიკური განტოლება ეწოდება კანონიკური ენოდება იმიტომ, რომ სისტემის განსაზღვრული წესით: მთავარ დიაგონალზე (წყვილებზე) განლაგებულია სისტემის წევრები, რომელთა კოეფიციენტები შეიცავს ძირითად გადაადგილებებს (ერთნაირი ინდექსებით — δ_{11} , δ_{22}). მთავარი დიაგონალიდან სიმეტრიულად განლაგებულია გვერდით კოეფიციენტებიანი წევრები, რომლებიც წყვილ-წყვილად ერთმანეთის ტოლია.



ნახ. 8.79.



ნახ. 8.80.

ამ სისტემის ამოხსნით მოვიღებთ x_1 და x_2 მნიშვნელობებს, რაც მოგვცემს საშუალებას, დავამთავროთ კოჭის გაანგარიშება: შევარჩიოთ კვეთი, განესაზღვროთ ჩალუნები.

თუ სისტემა n -ჯერ სტატიკურად ურკვევია (ნახ. 8.80), უნდა შევარჩიოთ ძირითადი სისტემა n „ზედმეტი“ უცნობით (ნახ. 8.80 ბ), და ავიღოთ n კოჭი თითო ერთეულოვანი „ზედმეტი“ უცნობით დატვირთული (ნახ. 8.80 გ). ძალთა მეთოდის კანონიკურ განტოლებათა სისტემა ასეთი კოჭისათვის ჩაინერება შემდეგი სახით:

$$\begin{aligned}
 \delta_{11} x_1 + \delta_{12} x_2 + \dots + \delta_{1(n-1)} x_{n-1} + \delta_{1n} x_n &= -\Delta_{1F} \\
 \delta_{21} x_1 + \delta_{22} x_2 + \dots + \delta_{2(n-1)} x_{n-1} + \delta_{2n} x_n &= -\Delta_{2F} \\
 \dots & \dots \\
 \delta_{n1} x_1 + \delta_{n2} x_2 + \dots + \delta_{n(n-1)} x_{n-1} + \delta_{nn} x_n &= -\Delta_{nF}
 \end{aligned}
 \tag{8.86}$$

აქაც მთავარი დიაგონალის სიმეტრიულად განლაგებული ნევრთა კოეფიციენტები მაქსველის თეორემის თანახმად ერთმანეთის ტოლია $\delta_{ij} = \delta_{ji}$ და ამის გამო გამოსაანგარიშებელ კოეფიციენტთა რაოდენობა სისტემისათვის თითქმის ორჯერ ნაკლებია.

ელექტრონული რიცხვითი მანქანების (ЭЦВМ) მასობრივმა გავრცელებამ დღეს შესაძლო გახადა ალგებრულ სისტემათა ამოხსნა

მატრიცულ ფორმაში. ყველა ოპერაცია ერგამ-ზე (ЭЦМ) სრულდება ინსტრუქციების მიხედვით. ამ ინსტრუქციების ერთობლიობას მშაო იმ ამოცანის ამოსახსნელად პროგრამა ეწოდება.

პროგრამირების ელემენტები უნდა შეისწავლოს ყველა მომავალმა ინჟინერმა. ანგარიშის მატრიცული ფორმა უზრუნველყოფს მანერის კომპაქტურობას.

სტატისურად ურკვევი სისტემების გაანგარიშება მატრიცულ ფორმაში საშუალებას გვაძლევს წარმოვიდგინოთ ამოცანის ამოსხნის მსგელობა ორ ძირითად ეტაპად. პირველ რიგში წყდება სამშენებლო მექანიკის საკითხები: ვირჩევთ ძირითად სისტემას და ვადგენთ ძირითად მატრიცებს, რომლებიც ასახავენ კონსტრუქციის ფიზიკურ და გეომეტრიულ მახასიათებლებს და აგრეთვე გარე ძალების მატრიცებს.

მეორე მანლი შედგება ელემენტარული მატრიცული აღგებრის ოპერაციებისა, რომლებიც შეიძლება შესრულდეს ნებისმიერი გამოთვლელი მიერ.

(8.86) წარმოადგენს ძალთა მეთოდის კანონიკურ განტოლებათა სისტემას უჭრი კოჭისათვის. მისი მატრიცული ფორმა იქნება

$$\Delta \cdot X = - \Delta_f \quad (8.87)$$

სადაც $\Delta = \begin{vmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1n} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{n1} & \delta_{n2} & \dots & \delta_{nn} \end{vmatrix}$ n -ური რიგის კვადრატული მატრიცაა.

იგი წარმოადგენს ერთეული ძალებისაგან გამოწვეულ სათანადო გადაადგილებებს. მას დამყოლობის მატრიცა ეწოდება.

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} \text{ - საძიებელი ძალების ან რეაქციების მატრიცა-სვეტია;}$$

$$\Delta_f = \begin{bmatrix} \Delta_{1F} \\ \Delta_{2F} \\ \dots \\ \Delta_{nF} \end{bmatrix} \text{ - ძირითადი სისტემის გადაადგილებათა მატრიცა-}$$

სვეტია. გადაადგილებები გამოწვეულია გარე დატვირთვებით საძირკველ (უცნობ) ძალებათა მიმართულებით.

(87) სისტემას აქვს ერთადერთი ამოხსნა და იგი ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$X = -\Delta^{-1} \Delta_F \quad (8.88)$$

სადაც Δ^{-1} არის Δ -ს შებრუნებული მატრიცა.

შებრუნებული მატრიცა შეიძლება გამოითვალოს სხვადასხვა ხერხით. აქ გამოდგება გაუსის მეთოდიც. ჩვენ ერთ (87) იმე, რომ

ჩვენ ნაწილში იყოს ერთეულოვანი სვეტი $\Delta_F^{-1} = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{vmatrix}$ და ამოვხსნათ

მიღებული სისტემა კრამერის მეთოდით, ე.ი.

$$X_1^{(1)} = \frac{|A_{11}^{(1)}|}{|A|}; X_2^{(1)} = \frac{|A_{12}^{(1)}|}{|A|} \text{ და ა.შ.}$$

აქ $|A|$ არის Δ მატრიცის დეტერმინანტი; $|A_{ij}^{(1)}|$ - i -ე ელემენტების ალგებრული დანამატები ($j=1,2,3,\dots,n$). დამხმარე სისტემას ექნება შემდეგი ზოგადი სახე:

$$\Delta \cdot X^{(j)} = \Delta_F^{(j)}, \quad (8.89)$$

სადაც $\Delta_F^{(j)} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \dots \\ 0 \end{vmatrix}$ - მატრიცა-სვეტია, სადაც ზემოდან j -ურ

ადგილზე დგას 1, დანარჩენი ნევრები ნულის ტოლია, ე.ი. (8.89) ტიპის n სისტემის n ამოხსნის გვექნება და მათი ერთობლიობა შებრუნებული Δ^{-1} მატრიცაა:

$$\Delta^{-1} = \begin{pmatrix} x_1^{(1)} & x_1^{(2)} & \dots & x_1^{(n)} \\ x_2^{(1)} & x_2^{(2)} & \dots & x_2^{(n)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n^{(1)} & x_n^{(2)} & \dots & x_n^{(n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{A_{11}^{(1)}}{|A|} & \frac{A_{21}^{(2)}}{|A|} & \dots & \frac{A_{n1}^{(n)}}{|A|} \\ \frac{A_{12}^{(1)}}{|A|} & \frac{A_{22}^{(2)}}{|A|} & \dots & \frac{A_{n2}^{(n)}}{|A|} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{A_{1n}^{(1)}}{|A|} & \frac{A_{2n}^{(2)}}{|A|} & \dots & \frac{A_{nn}^{(n)}}{|A|} \end{pmatrix}$$

თუ შებრუნებული მატრიცა ჩაისმება (8.88)-ში, მივიღებთ χ_1 -ს ყველა საძიებელ მნიშვნელობას. ცხადია, როცა Π დიდი რიცხვია, მატრიცის შებრუნება უნდა მოხდეს მანქანის დახმარებით.

ისმის კითხვა: რა მეთოდით სჯობია Δ_i და δ_{ij} კოეფიციენტების გამოანგარიშება? პრაქტიკაში გავრცელებულია ელემენტების გადამრავლების (ვერეშაგინის) ხერხი.

რთული დატვირთვების დროს ამ ხერხის გამოყენება გაძნელებულია და უფრო ეფექტურად კოეფიციენტების გამოანგარიშებისათვის უნდა მივიჩნიოთ სანყის პარამეტრთა მეთოდი (უნივერსალური განტოლების საშუალებით). უნდა ჩატარდეს მოსამზადებელი სამუშაო ერთეულოვან სისტემებში გადაადგილებათა δ_{ij} -ს გამოსაანგარიშებლად. ამ კოეფიციენტთა რაოდენობა სისტემაში დიდი და მათი გამოთვლის მეთოდის დახვეწა მიზანშეწონილია.

ავიღოთ ორ საყრდენზე თავისუფლად მდებარე ერთეულ $F_1=1$ ძალით ξ_i კვეთში დატვირთული კოჭი (ნახ. 8.81). კოჭის გაღუნული ღერძის განტოლებას ამ შემთხვევისათვის ასეთი სახე ექნება:

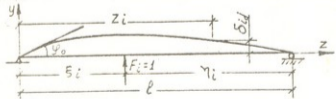
$$EI_x \delta_{ij} = EI_x \varphi_0 z - \frac{\eta_i z^3}{6} + \frac{(z - \xi_i)^3}{6}$$

$EI_x \varphi_0$ მოიძებნება სასაზღვრო პირობიდან: როცა $Z = l, \delta_{(n+1)l} = 0$.

$$EI_x \varphi_0 = \frac{\eta_i l}{6} - \frac{\eta_i^3}{6l} = \frac{\eta_i}{6l} (l^2 - \eta_i^2)$$

მიღებული პარამეტრის მნიშვნელობა ჩავსვით ჩაღუნვების განტოლებაში:

$$EI_x \delta_{ij} = \frac{\eta_i}{6l} (l^2 - \eta_i^2) z - \frac{\eta_i}{6l} z^3 + \frac{(z - \xi_i)^3}{6} \quad (8.90)$$



ნახ. 8.81.

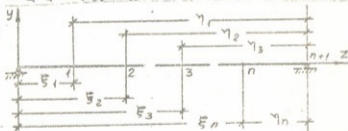
ეს განტოლება მოგვცემს ნებისმიერი კვეთის ჩალუნვას ერთეულ სისტემაში. აქ z არის იმ კვეთის აბსცისა, სადაც ვეძებთ ჩალუნვას l მანძილი კოჭის განაპირა საყრდენებს შორის.

ამის შემდეგ უნდა წარმოვადგინოთ კოჭის სტრუქტურა ნაწილებად რებით და მათი სათანადო კოორდინატებით (z_j , ξ_j და η_j) (ნახ. 8.81).

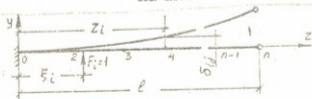
თუ მოცემულ კოჭს მარცხენა (ან მარჯვენა) საყრდენი ხისტად აქვს ჩამატებული, მაშინ ძირითადი F სისტემის კოჭის საანგარიშო სტრუქტურაში მიზანშეწონილია კონსოლის არჩევა. ცხადია, რომ ერთეულოვან (დამხმარე) კოჭებსაც კონსოლის სტრუქტურა ექნებათ (ნახ. 8.82). აქ y_0 და φ_0 კოორდინატთა სათავეში ნულის ტოლია; $F_0 = -1$ და $M_0 = \xi_1$; ერთეულოვანი დატვირთვისათვის კოჭის ჩალუნვების განტოლება ჩაინერება შემდეგი სახით:

$$EI_x \delta_j = \xi_1 \frac{z_j^2}{2} - \frac{z_j^3}{6} + \frac{(z_j - \xi_1)^3}{6} \quad (8.90')$$

რაც შეეხება ჩალუნვების გამოანგარიშებას ძირითადად \bar{z} სისტემაში, აქ საწყისი პარამეტრების მეთოდების გამოყენება საკონსოლირია; ცხადია, რომ ჩალუნვების ზოგად განტოლებაში შეტანილი უნდა იქნეს მხოლოდ ის დატვირთვები, რომლებიც გვაქვს ძირითად სისტემაში:



ნახ. 8.81.



ნახ. 8.82.

$$EI_{x1}\Delta_{iF} = EI_x(Y_0 + \varphi_0 Z_j) + M_0 \frac{z_j^2}{2!} + F_0 \frac{z_j^3}{3!} + q_0 \frac{z_j^4}{4!} +$$

$$+ \sum_1^m M_m \frac{(z_j - a_m)^2}{2!} + \sum_1^k F_k \frac{(z_j - b_k)^3}{3!} +$$

$$+ \sum q_v \frac{(z_j - c_v)^4}{4!} - \sum q_w \frac{(z_j - d_w)^4}{4!} - \frac{q_{\max}}{f-l} \frac{(z_j - f)^5}{5!}$$

აქ საწყისი გეომეტრიული (y_0, φ_0) და ტატიკური (M_0, F_0) პარამეტრების დადგენის შემდეგ უკვე შეიძლება Δ_{iF} ჩაღუნვების გაანგარიშება კვეთში, რაც მოგვცემს კანონიკურ განტოლებათა სისტემის Δ_{iF} თავისუფალ წევრებს.

განვიხილოთ მაგალითი კოჭების სტატიკურად ურკვევობის გახსნაზე. ვთქვათ, მოცემული გვაქვს სამმალიანი უჭრი კოჭი (ნახ. 8.79 ა). მისი სტატიკურად ურკვევობის ხარისხი $n=5-3=2$, ე.ი. კოჭი ორჯერ სტატიკურად ურკვევია. „ზედმეტ“ უცნობებად ავირჩიოთ საყრდენი რეაქციები შუალედ 1-ლ და მე-2 საყრდენებზე (ნახ. 8.79 ბ).

ძალთა მეთოდის კანონიკური განტოლება ჩვენი მაგალითისათვის:

$$\begin{aligned} \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 &= \Delta_{1F}, \\ \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 &= \Delta_{2F}. \end{aligned} \quad (I)$$

ძირითადი F სისტემა ნაჩვენებია 8.79 ბ ნახ-ზე, ხოლო ერთეულოვანი i სისტემა — 8.79 დ ნახ-ზე.

ჩვენჯროთ უნივერსალური ფორმულა F სისტემისათვის (ნახ. 8.79 გ)

$$EI_x \Delta_{iF} = EI_x(Y_0 + \varphi_0 Z_j) + R_0 \frac{Z_j^3}{3!} + q_0 \frac{Z_j^4}{4!} +$$

$$+ F_1 \frac{(Z_j - a_1)^3}{3!} + q_0 \frac{(Z_j - l_1 - l_2)^4}{4!} - F_2 \frac{(Z_j - a_2)^3}{3!}.$$

აქ R_0 საყრდენი რეაქციაა მარცხენა საყრდენზე F სისტემაში

$$R_0 = \sum_i M_i, \quad (III)$$

$$EI_x \varphi_0 = \left[-R_0 \frac{l}{6} + q_0 \frac{l}{24} + F_1 \frac{(l-a_1)^3}{6l} - q_0 \frac{l^3}{24} + F_2 \frac{l^3}{48} \right]. \quad (IV)$$

ახლა უკვე შეგვიძლია დავწეროთ ჩაღუნვების საანგარიშო ფორმულები 1-ლი და მე-2 საყრდენისათვის F სისტემაში: მოინტეგრების ჯამში მესამე საყრდენის მიმართ.

$$\sum M_{(3)} = \frac{q}{2} (l^2 - l_3^2) + F_1 (l_3 - \frac{l_2}{2}) + \frac{1}{2} F_2 l_3.$$

$$EI_x \Delta_{1F} = \frac{l_1}{l} \left[- \frac{\sum M_{(3)}}{6} l^2 + q_0 \frac{l^4}{24} + F_1 \frac{(l - a_1)^3}{6} - q \frac{l_3^4}{24} + F_2 \frac{l_3^3}{48} \right] + \frac{\sum M_{(3)}}{l} \frac{l_1^3}{6} - q \frac{l_1^4}{24},$$

$$EI_x \Delta_{2F} = \frac{l - l_3}{l} \left[- \frac{\sum M_{(3)}}{6} l^2 + q_0 \frac{l^4}{24} + F_1 \frac{(l - a_1)^3}{6} - q \frac{l_3^4}{24} + F_2 \frac{l_3^3}{48} \right] + \frac{\sum M_{(3)}}{l} \frac{(l - l_3)^3}{6} - q_0 \frac{(l - l_3)^4}{24} - F_1 \frac{(l - l_3 - a_1)^3}{6}.$$

ერთულოვან გადაადგილებათა საანგარიშოდ ესარგებლოთ ფორმულით (ნახ. 8.79 დ)

$$EI_x \delta_{ij} = \frac{\eta_i}{6l} (l^2 - \eta_i^2) z_i - \frac{\eta_i}{6l} z_i^3 + \frac{(z_i - \xi_i)^3}{6};$$

$i = 1, j = 1, z_j = z_1 = l_1; \xi_i = \xi_1 = l_1, \eta_i = l_2 + l_3.$

$$EI_x \delta_{11} = \frac{\eta_1}{6l} (l^2 - \eta_1^2) Z_1 - \frac{\eta_1}{6l} l_1^3.$$

$$i = 2, j = 1, z_j = z_1 = l_1; \xi_i = \xi_2 = l_1 + l_2; \eta_i = l_2 + l_3;$$

$$\eta_2 = l_3 EI_x \delta_{22} = \frac{\eta_2}{6l} (l^2 - \eta_2^2) (l_1 + l_2) - \frac{\eta_2}{6l} (l_1 + l_3)^3.$$

$$i = 1, j = 2 = l_1; z_j = z_2 = l_1 + l_2; \eta_i = \eta_1 = l_2 + l_3;$$

$$EI_x \delta_{21} = \frac{\eta_1}{6l} (l^2 - \eta_1^2) (l_1 + l_2) - \frac{\eta_1}{6l} (l_1 - l_2) + \frac{l_2^3}{6}.$$

ამგვარად, (I) სისტემის ყველა კოეფიციენტი გამოთვლილია და „ზედმეტი“ უცნობების სიდიდეები განისაზღვრება კრამერის ფორმულით.

$$x_1 = \frac{D_1'}{D}; x_2 = \frac{D_2}{D}.$$



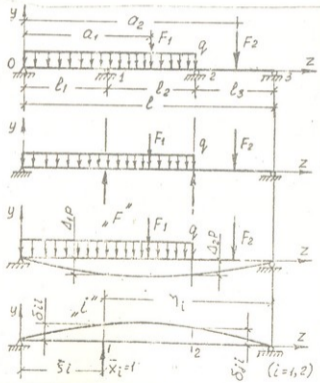
(XII)

62003

$$D = \begin{vmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{vmatrix} = \delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2 \quad \text{(XIII)}$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} \Delta_{1F} & \delta_{12} \\ \Delta_{2F} & \delta_{22} \end{vmatrix} = \delta_{22} \Delta_{1F} - \Delta_{2F} \delta_{12} \quad \text{(XIV)}$$

$$D = \begin{vmatrix} \delta_{11} & \Delta_{1F} \\ \delta_{21} & \Delta_{2F} \end{vmatrix} = \delta_{11} \Delta_{2F} - \delta_{21} \Delta_{1F} \quad \text{(XV)}$$



636. 8.83.

სტატიკურად ურკვევ კოჭში „ზედმეტ“ უცნობებად მივიჩნით მხოლოდ ალელი საყრდენების განლაგების ადგილას კოჭის განიკვეთებში წარმოქმნილი ძალები — მლუნავი მომენტები; ძალთა მეთოდის კანონიკურ განტოლებათა სისტემა ამ შემთხვევაში საგრძნობლად გამარტივდება და მანქანაზე საანგარიშო დრო შემცირდება.

მიღებული ძალთა მეთოდის კანონიკურ განტოლებათა სისტემა „სამი მომენტის განტოლების“ სახელწოდებითაა ცნობილი. იგი გამოიყვანა ფრანგმა მეცნიერმა კლაპეირონმა (1848 წ.) მდინარე სენაზე ხიდის აღდგენის დაგეგმარების დროს (ამიტომ ზოგჯერ მას კლაპეირონის განტოლება ეწოდება).

განვიხილოთ K -ჯერ სტატიკურად ურკვევი კოჭი. ამოკვეთოთ ამ უჭრი კოჭის რაღაც შუალედი ნაწილი $(n - 2) + (n + 3)$ საყრდენამდე (ნახ.8.84).

დავწეროთ ძალთა მეთოდის კანონიკური განტოლება x_{n-1} , x_n და x_{n+1} „ზედმეტი“ უცნობებისათვის (აქ ეს სიდიდეები, როგორც ვთქვით, საყრდენი მომენტებია კოჭის განიკვეთებში).

$$\delta_{(n-1)1} x_1 + \dots + \delta_{(n-1)(n-2)} x_{n-2} + \delta_{(n-1)(n-1)} x_{n-1} +$$

$$\delta_{(n-1)n} x_n + \dots + \delta_{(n-1)k} x_k = -\Delta_{(n-1)F}$$

$$\delta_{(n-1)1} x_1 + \dots + \delta_{n(n-2)} x_{n-2} + \delta_{n(n-1)} x_{n-1} +$$

$$\delta_{n(n)} x_n + \dots + \delta_{nk} x_k = -\Delta_n F$$

$$\delta_{(n+1)1} x_1 + \dots + \delta_{(n+1)(n-2)} x_{n-2} + \delta_{(n+1)(n-1)} x_{n-1} +$$

$$\delta_{(n+1)n} x_n + \dots + \delta_{(n+1)k} x_k = -\Delta_{(n+1)F}$$

აქ $\Delta_{(n-1)F}$, $\Delta_n F$, $\Delta_{(n+1)F}$ და ა.შ. გადაადგილებებია (ამ შემთხვევაში მობრუნების კუთხეებია) სათანადო კვეთებში, გამონჯული მალში მოქმედი გარე დატვირთვით, ხოლო

$$\delta_{(n-1)1}, \delta_{n(n-1)}, \delta_{n1}, \delta_{(n+1)(n+2)}$$

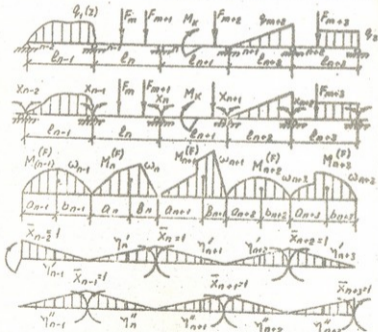
და ა.შ. — ერთეულოვანი მომენტებისაგან (მაგალითად, $\bar{x}_n = 1$) გამონჯული მობრუნების კუთხეები. გადაადგილებათა გამონგარიშება აქ მიზანშეწონილია მოვახდინოთ ვერემზაგინის „უპიურათა გამამრავლების“ ხერხით.

გამოვანგარიშოთ $\Delta_n F$ (ნახ.8.84) მობრუნების კუთხე n -ურ საყრდენებზე

$$\Delta_{nF} = \frac{\omega_n a_n}{EI_x l_n} + \frac{\omega_{n+1} b_{n+1}}{EI_x l_{n+1}}$$

სადაც ω_n n -ურ მალში მდუნავი მომენტის ეპიურის ფართობია; $\frac{a_n}{l_n} = \eta$ არის ω_n -ის სიმძიმის ცენტრის ქვეშ ორდინატის სიდიდე $\bar{x}_n = 1$ ერთეულოვან ეპიურაზე; ω_{n+1} მდუნავი მომენტის ეპიურის ფართობი $(n+1)$ მალში; $\frac{b_{n+1}}{l_{n+1}} = \eta_{n+1}^1$ — ω_{n+1} -ის სიმძიმის ცენტრის ქვეშ ორდინატის სიდიდე $\bar{x}_{n+1} = 1$ ერთეულოვან ეპიურაზე. ერთეულოვანი ძალებისაგან გაზონვეული გადაადგილებები:

$$\delta_{n(n-1)} = \frac{1}{EI_x} \frac{l_n}{2} \frac{1}{3} = \frac{l_n}{6EI_x} = \delta_{(n-1)n}$$



ფიგ. 8.84.

$$\delta_{n(n-2)} = 0 = \delta_{n(n-3)} \dots = \delta_{n-1} \text{ (შეამონწიეთ);}$$

$$\delta_{n(n+1)} = \frac{l_{n+1}}{6EI_x}; \delta_{nn} = \frac{l_n}{3EI_x} + \frac{l_{n+1}}{3EI_x} = \frac{1}{3EI_x} (l_n + l_{n+1})$$

$$\delta_{n(n+1)} = \delta_{n(n+2)} \dots = \delta_{nk} = 0 \text{ (შეამონწიეთ);}$$

შვეიტანოთ მიღებული სიდიდეები n -ურ განტოლებების შემდეგ დაწვრილოთ:

$$l_n x_{n-1} - 2(l_n + l_{n+1})x_n + l_{n+1}x_{n+1} = -6 \left(\frac{\omega_n a_n}{l_n} + \frac{\omega_{n+1} b_{n+1}}{l_{n+1}} \right).$$

თუ იგივეს ჩავატარებთ $n-1$ და $n+1$ და ა.შ. საყრდენებისათვის, თითო ტერიტონში ჩაგდება ხაზ-ხაზი უცნობი — საყრდენი მოშენტი (აქედან — განტოლების სახელწოდება):

$$l_{n-1}x_{n-2} + 2(l_{n+1} + l_n)x_{n-1} + l_n x_n = -6 \left(\frac{\omega_{n-1} a_{n-1}}{l_{n-1}} + \frac{\omega_n b_n}{l_n} \right),$$

$$\dots l_n x_{n-1} + 2(l_n + l_{n+1})x_n + l_{n+1}x_{n+1} = -6 \left(\frac{\omega_n a_n}{l_n} + \frac{\omega_{n+1} b_{n+1}}{l_{n+1}} \right),$$

$$\dots l_{n+1}x_n + 2(l_{n+1} + l_{n+2})x_{n+1} + l_{n+2}x_{n+2} =$$

$$= -6 \left(\frac{\omega_{n+1} a_{n+1}}{l_{n+1}} + \frac{\omega_{n+2} b_{n+2}}{l_{n+2}} \right)$$

და ასეთი განტოლებები გვეძინება სულ K რაოდენობის, ე.ი. K განტოლება K უცნობით. შეადარეთ ძალაა შეთოდის ზოგად განტოლებას იქ ყოველ ტერიტონში K წევრია, აქ კი მოლოდ სამი. ცხადია, რომ ასეთი განტოლების ამოხსნა ადვილია. მატრიცულ ფორმაში ჩაწერას იგივე სახე ეწება

$$\Delta x = -\Delta_f,$$

სადაც Δ - "K" - ური რიგის არახრული კვადრატული მატრიცა (ე.წ. სტიუარსონის მატრიცა):

$$\Delta = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \delta_{23} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \delta_{32} & \delta_{33} & \delta_{34} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \delta_{k(k-1)} & \dots & \delta_{kk} \end{bmatrix}. \quad (8.93)$$

დანარჩენი მატრიცების მნიშვნელობა იგივეა, რაც (8.87) გამოსახულებაში.

§ 8.24. დრეკად ფუძეზე მდებარე კოჭების დუნვა ზოგადი ცნებები

სამშენებლო მექანიკის ურთულეს ამოცანებს განეკუთვნება ზოგადი საჭირკვლების გაანგარიშება. განვითარდნა დასრულდა ნათა მთელი კლასი — დრეკად ფუძეზე მდებარე კოჭების გაანგარიშება. ამავე კლასის ამოცანებს განეკუთვნება ტივტივა ხიდების ან სატრანსპორტო მაგისტრალების გაანგარიშება (გაიხსენეთ „სიცოცხლის გზა“ ლადოგის ტბაზე ალყაშემორტყმულ ლენინგრადისათვის დიდ სამამულო ომში). თანამედროვე სუპერტანკრები ფაქტიურად დრეკად ფუძეზე მდებარე მოძრავი კოჭებია, ფუძის როლს წყალი ასრულებს.

დრეკადი ენოდება ისეთ ფუძეს, რომელიც მასზე მოდებული დატვირთვების მოქმედების შედეგად განიცდის მხოლოდ დრეკად დეფორმაციას. თუ განივი დატვირთვები დრეკად ფუძეს გადაეცემა ძელის სა-



ნახ. 8.85.

შუალებით, ამ უკანასნელს დრეკად ფუძეზე მდებარე კოჭი ენოდება (ნახ.8.85). ასეთი კოჭი დრეკად ფუძეში აღძრავს რეაქციულ ძალებს, რომლის განაწილების კანონი რთულია და მისი განსაზღვრა მხოლოდ სისტემის ნონასწორობის პირობიდან შე-

უძლებელია.

საჭირო ხდება ფუძის დეფორმაციის კანონის პიპოთეზის შემოტანა. ან თვალსაზრისით არსებობს დრეკად ფუძეზე მდებარე კოჭების გაანგარიშების ორი ძირითადი მიმართულება:

1. ფუს-ვინკლერ-ციმერმანის პიპოთეზაზე დაფუძნებული;
2. კოჭისა და დრეკადი ნახევარსიბრტყის (ან ნახევარსივრცის) საკონტაქტო ამოცანის ამოხსნაზე დაფუძნებული.

ფუს-ვინკლერ-ციმერმანის პიპოთეზა გულისხმობს, რომ ფუძეში აღძრული რეაქციული ძალების ინტენსიურობა ყოველ წერტილში ჩაღუნვის პირდაპირპროპორციულია $q_z = k \cdot y$; k საგების კოეფიციენტი (ზოგჯერ მას ფუძის საგების მოდული ეწოდება).

ამ პიპოთეზის თანახმად, დეფორმაციები ფუძეში მხოლოდ კოჭის ქვეშ არსებობს, მის გარეთ კი წულის ტოლია. ეს შედეგი არ შეესაბამება რეალური დრეკადი ფუძის დეფორმაციებს (გარდა სითხეებისა).

კოჭისა და დრეკადი ნახევარსიბრტყის საკონტაქტო ამოცანა დამყარებულია დრეკადობის თეორიის კვლევის შედეგებზე. ეს თეორია

უფრო ზუსტ შედეგებს იძლევა. ჩვენ მას აქ არ განვიხილავთ, რადგან ეს ჩვენი კურსის საზღვრებს სცილდება.

დრეკად ფუძეზე მდებარე (შემდგომში დფმ) კოჭების გაანგარიშების დროს ხახუნის ძალებს კოჭსა და ფუძეს შორის მხედველობაში არ მივიღებთ.

იგულისხმება აგრეთვე, რომ ფუძე კოჭის კონტაქტის პუნქტში მხოლოდ ერთნაირად მუშაობს გაჭიმვასა და კუმშვავზე.

§ 8.25. დრეკად ფუძეზე მდებარე კოჭის გალუნული ღერძის დიფერენციალური განტოლება

განვიხილოთ დფმ გრძელი კოჭი (ნახ.8.86). კოორდინატთა სათავე აღებულია კოჭის მარცხენა ბოლოზე. q_0 ფუძის განანილებული რეაქციაა.

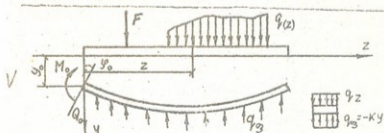
დავწეროთ მუდმივი სიხისტის კოჭის გალუნული ღერძის დიფერენციალური განტოლება

$$EI_x \frac{d^4 y}{dz^4} = q(z) - k y. \quad (8.94)$$

აქ გამოყენებულია შურავსკის თეორემა $\frac{d^2 M(z)}{dz^2} = q$ და ჩასმულია დიფერენცირების შემდეგ $EI_x y'''' = M(z)$, ამ უკანასკნელის ორჯერ დიფერენცირების შემდეგ $q = q(z) + q_0 = q(z) - k y$. შეგვიძლია დავწეროთ

$$\frac{d^4 y}{dz^4} + \frac{L}{\lambda^4} y = \frac{q(z)}{EI_x}, \quad (8.95)$$

სადაც შემოღებულია აღნიშვნა



ნახ. 8.86.

$$\lambda = \sqrt{\frac{EI_z}{K}} \quad (8.96)$$

λ -ს კოჭის დაყვანილი სიგრძე ეწოდება და წარმოადგენს კოჭის მახასიათებელს.

(8.95) განტოლებას ამარტივებენ $\xi = \frac{z}{\lambda}$ ფარდობითი კოორდინატის შემოტანით. დაწეროთ (8.95) განტოლება ახალ ცვლადში, გავწინება

$$y \frac{I}{z} = y \frac{I}{\xi} \frac{d\xi}{dz} = y \frac{I}{\xi} \frac{1}{\lambda}; \quad y \frac{IV}{z} = y \frac{IV}{\xi} \frac{1}{\lambda};$$

$$y \frac{IV}{\xi} + 4y = \frac{\lambda^4}{EI_z} q(x). \quad (8.97)$$

მივიღეთ დრეკად ფუძეზე მდებარე კოჭის დიფერენციალური განტოლება: იგი IV რიგის წრფივი არაერთგვაროვანი დიფერენციალური განტოლებაა.

§ 8.26. დრეკად ფუძეზე მდებარე კოჭის გალუნული ღერძის დიფერენციალური განტოლების ინტეგრირება

(8.87) დიფერენციალური განტოლების ზოგადი ამონახსნი ვილერის ჩასმის $y = I^{2k}$ გამოყენების შედეგად კრილოვმა ჩაწერა შემდეგი სახით, რაც პირდაპირი ამონახსნის წრფივ კომბინაციას წარმოადგენს:

$$y_{ზოგ} = C_1 y_1 + C_2 \frac{1}{2}(y_2 + y_3) + C_3 \frac{1}{2} y_4 + C_4 \frac{1}{2}(y_3 - y_2). \quad (8.98)$$

აქ

$$\begin{cases} \overline{y_1} = ch\xi \cos\xi, \\ \overline{y_2} = sh\xi \cos\xi, \\ \overline{y_3} = ch\xi \sin\xi, \\ \overline{y_4} = sh\xi \sin\xi. \end{cases} \quad (8.99)$$

(8.99)-ს წერენ შემდეგი სახით:

$$y_{ზოგ} = c_1 y_1 + c_2 y_2 + c_3 y_3 + c_4 y_4. \quad (8.100)$$

(8.100)-ში შემავალ y_i ფუნქციებს კრილოვის ფუნდამენტური ფუნქციები ეწოდება. შედგენილია ამ ფუნქციების ცხრილები, რაც საგრძნობლად ამარტივებს გამოთვლებს.

ნარმოვადგინოთ კრილოვის ფუნქციების ნარმოებულების ცხრილი, რომელიც დაგვეჩვენება შემდეგში:

ცხრილი



ქართული
ბიზნისი

	y_1	y_2	y_3	y_4
$\frac{d}{d\xi}$	y_1	y_2	y_3	$-4y_4$
$\frac{d^2}{d\xi^2}$	$-4y_4$	y_1	y_2	$-4y_3$
$\frac{d^3}{d\xi^3}$	$-4y_3$	$-4y_4$	y_1	$-4y_2$
$\frac{d^4}{d\xi^4}$	$-4y_2$	$-4y_3$	$-4y_4$	$-4y_1$

(8.97) დიფერენციალური განტოლების კვრძო ამონახსნი კრილოვ-მა ნარმოვადგინა შემდეგი სახით:

$$\Phi(\xi) = \frac{4}{\lambda} \int_0^\xi Y_4(\xi - t) dt. \quad (8.101)$$

ამგვარად, (8.97) განტოლების მთლიანი ამონახსნი ასე ჩაინერება:

$$Y = C_1 Y_1 + C_2 Y_2 + C_3 Y_3 + C_4 Y_4 + \Phi(\xi). \quad (8.102)$$

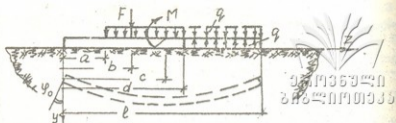
ნათლად ჩანს, რომ ($\xi = 0$) კოორდინატთა სათავეში მხოლოდ $y_1 = 0$ (8.102)-ში შემავალი ინტეგრირების მუდმივები განისაზღვრება სანყისი პარამეტრების მეთოდით (ნახ.2):

როცა $\xi = 0$, $Y_0 = Y(0) = C_1$; რადგანაც $Y_1(0) = 1$; მიბრუნების კუთხე $\varphi = Y' = \frac{1}{\lambda} Y_1'$ და $Y(0) = \frac{1}{\lambda} C_2 = \varphi_0$; როგორც ვიცი,

$$Y'' = -\frac{1}{EI_x} M(z), \quad \frac{1}{\lambda^2} Y_1''(\xi = 0) = -\frac{M(0)}{EI_x} = \frac{1}{\lambda^2} C_3 = M_0, \quad (8.103)$$

$$Y''' = \frac{1}{\lambda^3} Y_1''' = \frac{1}{EI_x} Q(z), \quad Q_0 = \frac{EJ_x}{\lambda} C_4.$$

ამგვარად, საბოლოოდ დაენეროთ:



ნახ. 8.87.

$$\begin{aligned}
 y &= y_0 Y_1 + \varphi_0 \lambda Y_2 - M_0 \frac{\lambda^2}{EI_x} Y_3 - Q_0 \frac{\lambda^3}{EI_x} Y_4 + \Phi(\xi), \\
 \varphi &= \varphi_0 Y_1 - M_0 \frac{\lambda}{EI_x} Y_2 - Q_0 \frac{\lambda^2}{EI_x} Y_3 - y_0 \frac{4}{\lambda} Y_4 + \frac{1}{\lambda} \Phi^I(\xi), \\
 Q &= Q_0 Y_1 + M_0 \frac{4EI_x}{\lambda^3} Y_2 + \varphi_0 \frac{4EI_x}{\lambda^2} Y_3 - M_0 \frac{4}{\lambda} Y_4 + \frac{EI_x}{\lambda^3} \Phi^{III}(\xi), \\
 M &= M_0 Y_1 + Q_0 \lambda Y_2 + y_0 \frac{4EI_x}{\lambda^2} Y_3 + \varphi_0 \frac{4EI_x}{\lambda} Y_4 - \frac{EI_x}{\lambda^2} \Phi^{III}(\xi).
 \end{aligned} \tag{8.104}$$

(8.104) ფორმულებში φ_0 და y_0 , M_0 , Q_0 მნიშვნელობა განისაზღვრება კონკრეტული ამოცანების სასაზღვრო პირობებიდან. 8.87 ნახ-ზე მოცემული კოჭისათვის

როცა $\xi = 0$, $M_0 = 0$, $Q_0 = 0$; $\xi = \frac{l}{\lambda} = x$, $M = 0$, $Q = 0$.

ოთხი პარამეტრის განსაზღვრისათვის მივიღეთ 4 პირობა. 8.88 ნახ-ზე ნაჩვენები კოჭისათვის, როცა $\xi = 0$, $M_0 = 0$, $Q_0 = 0$;

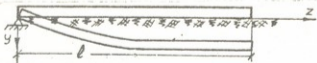
$\xi = \frac{l}{\lambda} = x$, $M = 0$, $Q = 0$.

8.89 ნახ-ზე ნაჩვენები კოჭისათვის:

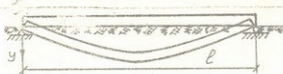
როცა $\xi = 0$, $Y_0 = 0$, $M_0 = 0$; $\xi = x$, $Y = 0$, $M_1 = 0$.

8.90 ნახ-ზე ნაჩვენები კოჭისათვის: $\xi = 0$, $y_0 = 0$, $M_0 = 0$.

როცა $\xi = x$, $Y = 0$, $M = 0$.



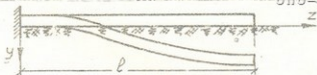
ნახ. 8.88.



ნახ. 8.89.



ქართული
საბჭოთაო მეცნიერებათა
აკადემია



ნახ. 8.90.

გავარკვეოთ $\Phi(\xi)$ ფუნქციის მნიშვნელობა სხვადასხვა დატვირთვისათვის.

1. დატვირთვა $q(z) = \text{const} = q$ იწყება კოორდინატთა სათავედან $z = a$ მანძილზე და მიდის ბოლომდე, ე.ი. $\xi_{\text{დას}} = \frac{l}{\lambda} = \alpha$ პარამეტრია.

$$\Phi_1(\xi) = \frac{4q}{K} \int_0^\xi Y_4(\xi - \alpha) d\xi = -\frac{q}{K} Y_1(\xi - \alpha). \quad (8.105)$$

2. $q = \text{const}$ იწყება $z = a$ მანძილზე და თავდება $z = d$ მანძილზე, მაშინ (როცა $\frac{d}{\lambda} = \delta$) დავწერთ:

$$\Phi_2(\xi) = \frac{q}{K} [Y_1(\xi - \alpha) - Y_1(\xi - \delta)]. \quad (8.106)$$

3. კოჭზე მოქმედებს შეყურსული F დატვირთვა

$$\Phi(\xi) = \frac{F \lambda^3}{EI_x} Y_4(\xi - \beta). \quad (8.107)$$

4. კოჭზე მოქმედებს შეყურსული M მომენტი

$$\Phi_1(\xi) = -M \frac{\lambda^2}{EI_x} Y_3(\xi - \gamma). \quad (8.108)$$

§ 8.27. კოხის ბანზარიშპის ელემენტები

დინამიკურ დატვირთვებზე

წოგადი ცნებები

ქართული

დატვირთვა-განტვირთვის პროცესში კოჭში აქტუალურად განიხილება იმის მაუნყებელია, რომ კონსტრუქცია განიცდის დინამიკურ ქმედებას. შეიძლება გამოვყოთ დინამიკურ დატვირთვათა შემდეგი ძირითადი კლასები: 1. დარტყმითი, 2. ვიბრაციული, 3. მოძრავი, 4. სეისმური.

1. დარტყმითი დატვირთვები ხასიათდება დიდი ინტენსიურობის ძალების უეცარი და ხანმოკლე ქმედებით. დარტყმები შეიძლება იყოს ცალკეული, განმეორებითი და პერიოდული. ცალკეულ დარტყმით დატვირთვებს გუთენის, მაგალითად, აფეთქების ტალღა. განმეორებით დარტყმით დატვირთვებს იწვევს ურნალი ან სატიფირი ურო. პერიოდული დარტყმითი დატვირთვები გვხვდება სამყედლო უროს მუშაობის დროს.

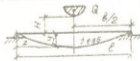
2. ვიბრაციული დატვირთვები ხასიათდება მუდლსავი (პერიოდული) დატვირთვებით, რომლებიც მდოვრედ რკვლებიან მათი მინიმალური სიდიდიდან მაქსიმალურამდე. მეტად გავრცელებულია ჰარმონიული დატვირთვები. თავის მხრივ, ვიბრაციული ძალები შეიძლება იყოს უძრავი და მოძრავი. პირველის მაგალითია მანქანები, დაზგები და სხვ. მეორის — ორთქლმავალი, ელმავალი, ავტომანქანები და სხვ.

3. მოძრავი დატვირთვები. თითქმის ყოველთვის არის დარტყმითი და მუდლსავი დატვირთვის ერთდროული მოქმედების შედეგი, ვართულეული ტვირთის მოძრაობით კონსტრუქციაზე. მისი მაგალითია ყველა სახის სატრანსპორტო დატვირთვა.

4. სეისმური დატვირთვები გვხვდება მიწისძვრის დროს, რომელიც გამონევეულია მიწის ქერქის ტექტონიკური გადაადგილებებით.

§ 8.28. ძელის ბანზარიშპა

ბანივი დარტყმის დროს



ნახ. 8.91.

განვიხილოთ ორ საყრდენზე მდებარე (პირობითად უწონადი) კოჭი (ნახ. 8.91), რომელიც განიცდის H სიმალიდან ვარდნილი Q ტვირთის განივ დარტყმას. ჩავთვალოთ, რომ

კოჭთან შეხების შემდეგ ვარდნილი ტვირთის უკუგდებას ადგილი არ აქვს. ენერჯიის კარგვა ხაზუნსა და პლასტიკურ დეფორმაციებზე უკლებელყოთ.

განვსაზღვროთ მაქსიმალური დინამიკური ძაბვები ($\sigma_{\text{დინ}}$) და მაქსიმალური დინამიკური ჩაღუნვა ($f_{\text{დინ}}$).

ამოცანა ამოვხსნათ ენერგეტიკული მეთოდით, რომლის არსი მდგომარეობს იმაში, რომ ვარდნილი ტვირთის კინეტიკური ენერჯია (T) დარტყმის შემდეგ მთლიანად გადადის კაჭის პოტენციურ ენერჯიაში (U)

$$T = U. \quad (8.109)$$

ვიციტ, რომ

$$T = Q (H + f_{\text{დინ}}). \quad (8.110)$$

ცნობილია აგრეთვე, რომ კოჭის პოტენციური ენერჯია რიცხობრივად გარე ძალების მუშაობის ტოლია (მიუხედავად იმისა, სტატიკურ დატვირთვებზეა საუბარი თუ დინამიკურზე)

$$U = \frac{F_{\text{დინ}} f_{\text{დინ}}}{2}. \quad (8.111)$$

აქ $F_{\text{დინ}}$ არის დინამიკური ძალა (Q -ს დინამიკური ეკვივალენტი); $f_{\text{დინ}}$ — დინამიკური ჩაღუნვის ისარი (მაქსიმალური ჩაღუნვა), თუ ჩავთვლით, რომ დინამიკურ ჩაღუნვასა და ძალას შორის ისეთივე დამოკიდებულებაა, როგორც სტატიკურ ჩაღუნვასა და ძალას შორის, შეგვიძლია დავწეროთ

$$f_{\text{დინ}} = \frac{F_{\text{დინ}} l^3}{48EI_x}. \quad (8.112)$$

$$F_{\text{დინ}} = \frac{48EI_x}{l^3} f_{\text{დინ}}. \quad (8.113)$$

ჩავსვათ (8.113) პოტენციური ენერჯიის გამოსახულებაში (8.111) - ის მიხედვით

$$U = \frac{24EI_x}{l^3} f_{\text{დინ}}^2. \quad (8.114)$$

შევიტანოთ (8.111) და (8.110) ენერჯიის შენარჩუნების (8.109) კანონში. დავწეროთ

$$f_{\text{დინ}}^2 + 2f_{\text{სტ}} f_{\text{დინ}} - 2Hf_{\text{სტ}} = 0. \quad (8.115)$$

აქ $f_{სტ} = \frac{Ql^3}{48EI_x}$ არის კოჭის სტატიკური ჩალუნვა ტვირთის ქვეშ. (8.115) განტოლებიდან ვღებულობთ დინამიკური ჩალუნვის მაქსიმალურ მნიშვნელობას

$$f_{დინ} = f_{სტ} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{f_{სტ}}} \right) \quad (8.116)$$

მეორე მამრავლს (8.116)-ის მარჯვენა ნაწილში აღნიშნავენ $K_{დინ}$ -ით $K_{დინ} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{f_{სტ}}}$ და უწოდებენ დინამიკურობის კოეფიციენტს. ეს უკანასკნელი აბასიათებს ძალის ფარდობით დინამიკურ ეფექტს. იგივე ძალის სტატიკურ ეფექტთან შედარებით $f_{დ} = f_{სტ} K_{დ}$ ანუ $K_{დ} = \frac{f_{დინ}}{f_{სტ}}$ ე.ი. შეგვიძლია დინამიკურობის კოეფიციენტი გან-

ვმარტოთ როგორც რაიმე პარამეტრის (ჩალუნვის, ძაბვის, ძალის) დინამიკური მნიშვნელობის შეფარდება მის სტატიკურ ეკვივალენტთან.

თუ მხედველობაში მივიღებთ, რომ თავისუფლად ვარდნილი სხეულის სიჩქარესა და ვარდნის სიმაღლეს შორის არსებობს ცნობილი დამოკიდებულება $H = \frac{V}{2g}$, სადაც g გრავიტაციული აჩქარებაა, მაშინ შეგვიძლია დავწეროთ

$$K_{დინ} = 1 + \sqrt{1 + \frac{V}{g f_{სტ}}} \quad (8.117)$$

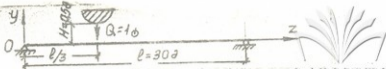
დინამიკური ძაბვები გამოიანგარიშება ფორმულით

$$\sigma_{დინ} = \pm \frac{M_{დინ}}{W_x} \quad (8.118)$$

სადაც $M_{დინ} = \frac{F_{დინ} l}{4}$ (ჩვენი შემთხვევისათვის).

$$M_{დინ} = \frac{12 EI_x f_{სტ}}{l^2} K_{დინ} \quad \text{და} \quad \sigma_{დინ} = \pm \frac{12 EI_x f_{სტ}}{l^2 W_x} K_{დინ} \quad (8.119)$$

კერძო შემთხვევა: $H = 0$ (ვარდნის სიმაღლე ნულია), მაშინ $K_{დინ} = 2$ და $f_{დინ} = 2f_{სტ}$ და $\sigma_{დინ} = K_{დინ} f_{სტ} = 2\sigma_{სტ}$. ვ.ი. როცა დატვირთვა უცვრად (დარტყმის გარეშე) მოქმედებს კოჭზე, დინამიკურობის კოეფიციენტი $K_{დინ} = 2$. საანგარიშო ფორმულას სიმტკიცის პრობიდან აქვს შემდეგი სახე:



ნახ. 8.5

ქართული
ბიზნისსკოლა

$$\sigma_{\text{დინ}}^{\max} = \sigma_{\text{სტ}}^{\max} K_{\text{დინ}} = \frac{Ql}{4W_x} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{f_{\text{სტ}}}} \right) \leq [\sigma]_{\text{დინ}} = \frac{\sigma_{\text{დინ}}}{n_{\text{დინ}}} \quad (8.120)$$

აქ $\sigma_{\text{დინ}}$ — კოჭის მასალის დენადობის ზღვარია; $n_{\text{დინ}}$ — მარაგის კოეფიციენტი დინამიკურ დატვირთვაზე.

განვიხილოთ მაგალითები. მაგალითი 1. „უნონად“ კოჭზე (ნახ. 8.92) $H = 0,5$ მ. სიმალიდან ეცემა ტვირთი $Q = 1000$ კგ (10^4 ს), $E = 2 \cdot 10^6$ კგ/სმ²; $I_x = 30000$ სმ⁴.

განვსაზღვროთ დინამიკური ძაბვები ($\sigma_{\text{დინ}}$) და დინამიკური ჩალუნვები ($f_{\text{დინ}}$).

ამოხსნა. დინამიკურობის კოეფიციენტის გამოსაანგარიშებლად გამოვიყენოთ ზემოაღნიშნული ფორმულა

$$K_{\text{დინ}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{gf_{\text{სტ}}}}$$

აქ $f_{\text{სტ}}$ არის Q ძალით გამოწვეული სტატიკური ჩალუნვა ვარდნილი ტვირთის დარტყმის ადგილას.

ჩალუნვა გამოვიანგარიშოთ საწყისი პარამეტრების მეთოდით

$$EI_x y = EI_x \rho_0 z + F_0 \frac{z^3}{6} - Q \frac{(z - l/3)^3}{6}$$

ρ_0 განვსაზღვროთ პირობიდან: როცა $z = l$, $y = 0$:

$$0 = EI_x \rho_0 l + \frac{2}{3} Q \frac{l^3}{6} - \frac{Q}{6} \left(\frac{2}{3} l \right)^3$$

საიდანაც

$$EI_x \rho_0 = - \frac{5}{81} Q l^2$$

ჩავსვათ ეს სიდიდე გაღუნული ლერძის განტოლებაში

$$EI_x y = - \frac{5}{81} Q l^2 z + \frac{1}{9} Q z^3 - \frac{1}{6} Q \left(z - \frac{l}{3} \right)^3$$

მოცემბნოთ კვეთი z_0 მაქსიმალური $f_{სტ}^{max}$ ჩაღუნვით. ამისათვის გავა-
წარმოთ ჩაღუნვის განტოლება და წარმოებული განტოლებით ვსვლს:

$$\frac{d}{dz} (EI_{xy}) = -\frac{5}{81} Q l^2 + \frac{1}{3} Q z_0^2 - \frac{1}{2} Q (z_0 - z) = 0$$

აქედან მაქსიმალური ჩაღუნვის აბსცისა $z_0 = \frac{2}{3} l$. ჩაღუნვის განტოლებაში $z_0 = \frac{2}{3} l$ ჩაღუნვის აბსცისის ადგილას

$$EI_{xy} = \frac{5}{81} Q l^3 + \frac{1}{9} Q \frac{l^3}{27} = -\frac{4}{243} Q l^3$$

და $f_{სტ} = -\frac{4}{243} \frac{Q l^3}{EI_x}$. ჩავსვათ ეს სიდიდე $K_{ღინ}$ -ის გამოსახულებაში:

$$K_{ღინ} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 50 \cdot 243 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 10^4}{4 \cdot 1000 \cdot 3^3 \cdot 10^3}} = 37,8,$$

$$f_b = K_{ღინ} f_{სტ} = 37,8 \left(-\frac{4}{243} \frac{Q l^3}{EI_x} \right) =$$

$$= -37,8 \cdot 0,00741 = -0,28 \text{ სმ.}$$

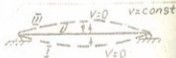
$$\sigma_{ღინ} = \frac{M_{სტ} \cdot K_{ღინ}}{W_x} = \frac{2}{9} \frac{Q l}{W_x} \cdot 37,8 = \frac{200 \cdot 37,8}{9} = 820 \text{ კგ/სმ}^2.$$

§ 8.29. კოშახის ბანჯარიშება ვიზრაციულ დატვირთვაზე

ტვირთისაგან უეცრად განთავისუფლებული კოჭი (ნახ.8.93 ა). შიგა
ძალების მოქმედების შედეგად ჯერ გასწორდება, შემდეგ კი ინერციის



ნახ. 8.93.



ნახ. 8.94.

ძალების გავლენით ზემოთ აიღუნება (ნახ.8.93 ბ; I, II, III მრუდები).
დრეკადობის ძალები III პოზიციაში ისევ გაასწორებენ კოჭს (II პოზი-
ცია), ინერციის ძალები კი ისევ გადაიყვანენ I პოზიციაში; ამგვარად,
კოჭი იწყებს რბევებს. ასეთ რბევებს, თავისუფალი ანუ საკუთარი რბე-
ვები ეწოდება. თავისუფალი რბევები გამოწვეულია კოჭის უეცარი
განტვირთვით (დატვირთვით) და წარმოებს ლეროს მოტენციური ენერ-

გის ხარჯზე. ეს რხევები ხასიათდება განსაზღვრული სიხშირით, რომელთაც კოჭის თავისუფალი რხევების სიხშირე ეწოდება. დროის იმ ინტერვალს, რომლის განმავლობაშიც კოჭი ასრულებს რხევის ციკლს (I—II—III—II—I პოზიციები), რხევის პერიოდი ეწოდება; რხევათა რაოდენობას დროის ერთეულში: შირე ეწოდება.

თუ კოჭს მოვდებთ ცვლად გარე ძალას, რხევებს უკვე რხევები ეწოდება. ასეთი რხევები წარმოებს გარე ძალების ენერჯიის ხარჯზე.

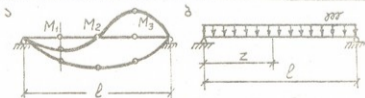
თუ გარე ძალების სიხშირე ახლოა კოჭის თავისუფალი რხევების სიხშირესთან, კოჭის ჩაღუნვები კატასტროფულად იზრდება და შეიძლება მოხდეს კოჭის დარღვევა. ამ მოვლენას რხევების რეზონანსი ეწოდება. იგი მეტად საშიში მოვლენაა და ნაგებობათა დინამიკური გაანგარიშების ერთ-ერთი ძირითადი არსი მდგომარეობს იმაში, რომ ექსპლუატაციის პირობებში ნაგებობაში არ განვითარდეს რეზონანსის მოვლენები. ვიბრაციული დატვირთვების მოქმედების მხედველობაში მიღების დროს უნდა გადაწყდეს ორი ძირითადი ამოცანა: 1. შემოწმდეს სისტემა (კოჭი) რხევების რეზონანსზე; 2. შემოწმდეს სისტემა დინამიკურ სიმტკიცესა და სიხისტეზე.

დინამიკური გაანგარიშების დროს რეალური კოჭები (ნაგებობანი) უნდა შევცვალოთ საანგარიშო სქემებით. საანგარიშო სქემას ასეთ შემთხვევაში შექანიკური ოსცილატორი ანუ შექანიკურად რხევადი სისტემა ეწოდება.

რხევების ხასიათი, ერთი მხრივ, დამოკიდებულია დინამიკურ დატვირთვებზე, მეორე მხრივ — თვით კოჭის, როგორც შექანიკურად რხევადი სისტემის, თვისებებზე. რხევად სისტემებს, რომლებიც განიხილება დინამიკაში, მიეკუთვნება მთელი რიგი იდეალური თვისებები.

ერთი მათგანი არის სისტემის წრფივად დეფორმირებადობის თვისება, რაც მდგომარეობს წრფივ დამოკიდებულებაში ძალებსა და დეფორმაციებს შორის. ასეთ სისტემებს წრფივი ეწოდება.

შექანიკური ოსცილატორის ძირითადი პარამეტრებია მასების სიდიდე, რომელიც განსაზღვრავს სისტემის ინერციის თვისებებს და სიხისტე, რომელიც განსაზღვრავს მის დრეკად თვისებებს.



6ახ. 8.95.

სისტემებს, რომელთაც გააჩნიათ შეყურსული მასები, ეწოდება დისკრეტულპარამეტრიანი. სისტემებს, რომელთაც აქვთ განაწილებული მასები, ეწოდება განაწილებულ პარამეტრებიანი. რხევადი სისტემის (ოსცილატორის) მთავარი მახასიათებელი მისი თავისუფლების ხარისხია.

დინამიკური ამოცანების განხილვის დროს თავისუფლების ხარისხში იგულისხმება დამოუკიდებელ გეომეტრიულ პარამეტრთა რიცხვი, რომლითაც განისაზღვრება სისტემის მასების კოორდინატები რხევების დროს, მაგალითად, 8.95 ა ნახ-ზე ნაჩვენებ დისკრეტულპარამეტრიან სისტემას გააჩნია 3 თავისუფლების ხარისხი. 8.95 ბ ნახ-ზე მოცემულია განაწილებულ (კონტინუალურ) პარამეტრიანი სისტემა, რომელთაც უსასრულოდ დიდი თავისუფლების ხარისხი აქვს.

რეალურ რხევად სისტემებში ადგილი აქვს ენერგიის კარგვას შიგა და გარე ხახუნის გამო. ამიტომ, ადრე თუ გვიან, რხევად სისტემაში თავისუფალი რხევები ქრება და სისტემა მოდის ნონასნ არობაში. ამგვარად, არჩევენ ამოცანებს, სადაც მხედველობაში არ მიიღება სისტემაში ენერგიის გაბნევა (დისიპაცია) და ამოცანებს, სადაც მხედველობაში მიიღება ენერგიის კარგვა. მეორე შემთხვევაში ამოცანა რთულდება. ხშირად, მიახლოებითი გაანგარიშების დროს გულისხმობენ, რომ სისტემაში ენერგიის დისიპაციას ადგილი არა აქვს. ასეთ სისტემებში თავისუფალ რხევებს არამიღვევადი ეწოდება, თვით სისტემებს კი კონსერვატიული, თუ დისიპაცია მიღებულია მხედველობაში, ასეთ თავისუფალ რხევებს მიღვევადი ეწოდება, თვით სისტემებს კი არაკონსერვატიული.

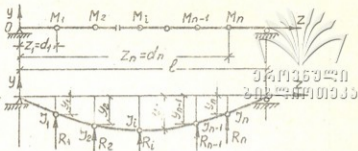
§ 8.81. რხევების დიფერენციალური განტოლება

განვიხილოთ ნრფივი ოსცილატორი, რომლის თავისუფლების ხარისხი n -ია (რხევად სისტემას — კოჭს გააჩნია n დისკრეტული მასა) (ნახ.8.96). გამოვიყენოთ დალამბერის პრინციპი. ეს პრინციპი საშუალებას გვაძლევს რხევადი სისტემა განვიხილოთ როგორც სისტემა სტატიკურ ნონასნარობაში მყოფი მასებისა, რომლებიც განონასნორებულია ერთი მხრივ, ინერციის J_j ძალებით და, მეორე მხრივ, კოჭის R_j დრეკადობის ძალებით, ე.ი.

$$R_j = + J_j \cdot \quad (8.121)$$

ინერციის ძალა

$$I_j = - m_j \frac{d^2 y_j}{dt^2} \quad (8.122)$$



ნახ. 8.96.

და, მაშასადამე,

$$R_j = -m_j \frac{d^2 y_j}{dt^2} \quad (8.123)$$

დაცნეროთ გამოსახულება ნებისმიერი (m_i) მასის გადაადგილებებისათვის:

$$Y_{ij} = R_1 \delta_{i1} + R_2 \delta_{i2} + \dots + R_i \delta_{ii} + \dots + R_{n-1} \delta_{i(n-1)} + R_n \delta_{in} \quad (8.124)$$

აქ $\delta_{i1}, \dots, \delta_{in}$ წარმოადგენენ უკვე ცნობილ გადაადგილებებს i კვანძში, რომლებიც გამოწვეულია 1, 2, ..., j , ..., n კვანძში მოძებული ერთეული ძალებით. ჩავსვათ (8.123) Y_{ij} -ს გამოსახულებაში

$$(\text{აღვნიშნოთ } \frac{dy}{dt} = \dot{y}, \frac{d^2 y}{dt^2} = \ddot{y})$$

$$Y_{ij} = -m_i \ddot{y}_1 \delta_{i1} - m_2 \ddot{y}_2 + \dots + m_i \ddot{y}_i \delta_{ii} + \dots - m_{n+1} \ddot{y}_{n-1} - m_n \ddot{y}_n \delta_{in} \quad (8.125)$$

თუ (8.125)-ში i -ს მივცემთ 1, 2, ..., $n-1, n$ მნიშვნელობებს, მივიღებთ n თავისუფლების ხარისხის მეორე კოტის რხევების დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემას კონსერვატიული ოსცილატორისათვის:

$$(8.126)$$

$$m_1 \ddot{y}_1 \delta_{11} + m_2 \ddot{y}_2 \delta_{12} + \dots + m_{n-1} \ddot{y}_{n-1} \delta_{1(n-1)} + m_n \ddot{y}_n \delta_{1n} + y_1 = 0.$$

$$m_1 \ddot{y}_1 \delta_{21} + m_2 \ddot{y}_2 \delta_{22} + \dots + m_{n-1} \ddot{y}_{n-1} \delta_{2(n-1)} + m_n \ddot{y}_n \delta_{2n} + y_2 = 0.$$

$$\dots$$

$$m_1 \ddot{y}_1 \delta_{n1} + m_2 \ddot{y}_2 \delta_{n2} + \dots + m_{n-1} \ddot{y}_{n-1} \delta_{n(n-1)} + m_n \ddot{y}_n \delta_{nn} + y_n = 0.$$

მაგალითად, 8.95 ა ნახ-ზე მოცემული სისტემისათვის (8.126)-ის ანალოგი ჩაინერება შემდეგი სახით:

$$m_1 \ddot{y}_1 \delta_{11} + m_2 \ddot{y}_2 \delta_{12} + m_3 \ddot{y}_3 \delta_{13} + y_1,$$

$$m_1 \ddot{y}_1 \delta_{21} + m_2 \ddot{y}_2 \delta_{22} + m_3 \ddot{y}_3 \delta_{23} + y_2,$$

$$m_1 \ddot{y}_1 \delta_{31} + m_2 \ddot{y}_2 \delta_{32} + m_3 \ddot{y}_3 \delta_{33} + y_3.$$

8.95 ბ ნახ-ზე ნაჩვენებია ნირის დიფერენციალური განტოლება დავნეროთ კოჭის დრეკადი ნირის დიფერენციალური განტოლება

$$EI_x \frac{d^4 y}{dz^4} = q(z, t). \quad (8.128)$$

თუ მარჯვენა ნაწილში შევიტან $m\ddot{y}$ თინერციის ძალას, მივიღებთ

$$EI_x \frac{d^4 y}{dz^4} \pm m\ddot{y} = 0. \quad (8.129)$$

ეს არის კოჭის დრეკადი ნირის თავისუფალი რხევების დიფერენციალური განტოლება განაწილებული დატვირთვისათვის. ამოცანათა ამოხსნისათვის საჭიროა საწყისი პირობების ცოდნა, ე.ი. მასების გადაადგილების და სიჩქარეების ცოდნა, როცა $t=0$.

მაგალითი 2. მოცემული გვაქვს კოჭი, რომელსაც მალის შუაში (ნახ.8.97) აქვს m_1 მასა. მოვძებნოთ კოჭის თავასუფალი რხევების განტოლება $y(z, t)$. საწყისი პირობა $y_{t=0} = y_0$; $V_{t=0} = V_0$.

დავნეროთ ერთ მასიანი კოჭის რხევების დაფერენციალური განტოლება

$$\ddot{y}_1 + \omega^2 y_1 = 0; \quad (8.130)$$

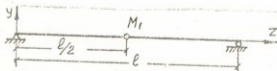
აქ ω^2 - ით აღნიშნულია სიღიბე $\frac{1}{m_1 \delta_{11}}$.

(8.130) -ის ინტეგრირება გვაძლევს

$$\dot{y}_1 = C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t,$$

$$C_2 = y_0 \text{ და } C_1 = \frac{V_0}{\omega}.$$

საბოლოოდ,



ნახ. 8.97.

$$y_1 = \frac{V_0}{\omega} \sin \omega t + y_0 \cos \omega t. \quad (8.131)$$

(8.131)-ს ეწოდება კოჭის თავისუფალი რბევების განტოლება; აგი პარმონიულია; ცხადია, რომ y პერიოდული ფუნქციაა, T პერიოდის მქონე მნიშვნელობა $\frac{2\pi}{\omega}$ ნამის შემდეგ ისევ (ციკლურად) უკანასკნელს თავისუფალი რბევების პერიოდი ეწოდება

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (8.132)$$

საიდანაც

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (8.133)$$

განსაზღვრავს რბევათა ციკლების რაოდენობას 2π ნაშში და ამ სიდიდეს ციკლური $m\ddot{y}$ წრიული სიხშირე ეწოდება. T პერიოდის შემრუნებულ სიდიდეს სიხშირე ეწოდება

$$\omega_0 = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (8.134)$$

ანუ

$$T = 2\pi \sqrt{m_1 \delta_{11}} \quad (8.135)$$

(8.134) და (8.135) ფორმულებს დიდი მნიშვნელობა აქვთ, როგორც ვხედავთ, T ან ω მთლიანად განისაზღვრებიან ოსცილატორის ბასითათი (ერთეულოვანი ჩალუნვით, მასით) და სისტემის ძირითად დინამიკურ მახასიათებელს წარმოადგენენ. (8.131)-ში შევავალ სიდიდეებს Y_0 და $\frac{V_0}{\omega}$ რბევების ამპლიტუდები ეწოდება.

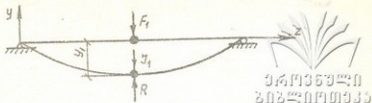
ზემოთ განხილული მაგალითი უფლებას გვაძლევს ვეძებოთ y -ს გამოსახულება n თავისუფლების ხარისხის მქონე სისტემისათვის შემდეგი სახით:

$$y_i = C_i \sin(\omega t + \gamma), \quad (8.136)$$

აქ C , ω , γ - უცნობი სიდიდეებია. ცხადია,

$$\ddot{y}_i = C_i \omega^2 \sin(\omega t + \gamma). \quad (8.137)$$

(8.136) და (8.137) (8.127)-ში ჩასმის და $\sin(\omega t + \gamma)$ შევცვლია შემდეგ მივიღებთ



ნახ. 8.98.

კოჭი აღარ არის წონასწორობაში. როცა $F_1=0$, წონასწორობის პირობიდან $\sum Y = 0$; დავწერთ

$$R_1 = J_1, \quad (8.142)$$

ჩაღუნვა კი F - ის მხედველობაში მიღებით

$$y_1 = R_1 \delta_{11} + F_1 \delta_{11} \quad (8.143)$$

ჩავსვათ (8.139), (8.140)-ში, მივიღებთ:

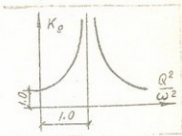
$$-J_1 \delta_{11} + y_1 = F_1 \delta_{11} \quad (8.144)$$

ანუ, რადგანაც $J_1 = -m_1 \ddot{y}$

$$\ddot{y} + \omega_1^2 y_1 = \frac{F}{m_1} \sin \theta t. \quad (8.145)$$

აქ $\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{m \delta_{11}}}$ საკუთარ რხევათა სიხშირეა.

(8.145) განტოლების ზოგადი ინტეგრალი მიიღება როგორც ერთგვაროვანი დიფერენციალური განტოლების და არაერთგვაროვანი დიფერენციალური განტოლების კერძო ამონახსნთა ჯამი (კერძო ამონახსნი აიღება შემდეგი სახით: $y_t + a \sin \theta t$ და ჩაისმება (8.145)-ში. გავიგებთ y -ს



ნახ. 8.99.

$$y = C \sin(\omega t + \gamma) + \frac{F}{m_1} \frac{1}{\omega_1^2 - \theta^2} \sin \theta t \quad (8.146)$$

(8.146)-დან ჩანს, რომ, თუ $\omega = \theta$, ე.ი. სისტემის საკუთარ რხევათა სიხშირე დაემთხვა გარე ძალის ცვალებადობის სიხშირეს, კოეფიციენტი მეორე წევრის წინ $\rightarrow \infty$. ამ მოვლენას რეზონანსი ეწოდება და, ცხადია, საშიშია ნაგებობისათვის, რადგანაც $y \rightarrow \infty$ და შესაძლებე

ლია ნაგებობის ავარია, რღვევა. (8.135) გამოსახულების დაწერა შეიძლება შემდეგი სახითაც:

$$y = C \sin(\omega t + \gamma) + y_{\text{სტ}} \frac{\omega^2}{\omega^2 - \theta^2} \sin \theta t \quad (8.147)$$

სადაც $y_{\text{სტ}}$ არის F სტატიკური ძალის მიერ გამოწვეული ჩალუნვა. 8.99 ნახ-ზე ნაჩვენებია არამილვეადი რხევების რეზონანსული მრუდი.

(გამოსახულება $B = y_{\text{სტ}} \frac{\omega^2}{\omega^2 - \theta^2}$ არის იძულებითი რხევების ამპლიტუდა და უდრის კოჭის მაქსიმალურ დინამიკურ ჩალუნვას

$$B = y_{\text{სტ}} \frac{\omega^2}{\omega^2 - \theta^2} = Y_{\text{max}} \text{ დინ.} \quad (8.148)$$

სისტემის დინამიკურობის კოეფიციენტი

$$K_{\text{დინ}} = \frac{Y_{\text{max}} \text{ დინ.}}{y_{\text{სტ}}} = \frac{1}{1 - \frac{\theta^2}{\omega^2}} \quad (8.149)$$

რეზონანსული მრუდიდან ნათლად ჩანს, რომ თუ $\frac{\theta^2}{\omega^2} \rightarrow 1$, მაშინ

$K_{\text{დინ}} \rightarrow \infty$, დინამიკური ძაბვები კი განისაზღვრება გამოსახულებით

$$\sigma_{\text{დინ}} = \sigma_{\text{სტ}} \cdot K_{\text{დინ}} \quad (8.150)$$

§ 8.82. ძელების გაანგარიშება დალილილობაზე

თუ კოჭზე ხანგრძლივად მოქმედებენ ცვლადი დატვირთვები, მისი წინაღობა დროთა განმავლობაში მცირდება და შეიძლება მოხდეს მისი დარღვევაც კი. ამ მოვლენას დალილილობა ეწოდება.

დალილილობის გამოვლინება უმეტეს შემთხვევაში ხდება ელემენტის უუცარი რღვევით; მრღვევი ძაბვების სიდიდე ამ დროს მასალის სიმტკიცის ზღვართან შედარებით მცირეა (აქ იგულისხმება სტატიკური სიმტკიცის ზღვარი) და რღვევა ამ შემთხვევაში ინჟინრების მიერაც აღიქმება, როგორც ძნელად ასახსნელი კატასტროფული მოვლენა.

ვთქვათ, კოჭზე დიდი ხნის განმავლობაში მოქმედებს ძალა $F = F_0 \sin \theta t$. ეს ძალა კოჭში იწვევს იძულებით რხევებს და ერთი პერიოდის (T) განმავლობაში ძაბვები კოჭის განაპირა ბოჭკოებში ორჯერ შეიცვლის ნიშანს (გაჭიმული ბოჭკოები შეიკუმშება და შემდეგ ისევ

გაიჭიმება). პროცესი, რომლის განმავლობაშიც დაბუა იცვლის თავის სიდიდეს მაქსიმუმიდან მინიმუმამდე და ისევ მაქსიმუმამდე, ატარებს დაბუათა ციკლის სახელწოდებას.

გაანგარიშება დალლილობაზე (ან გამძლეობაზე) მდგომარეობს ელემენტის განიკვეთის ისეთი საიმედო ზომების დადგენა, რომლებიც დროსაც ძელი დაბუათა ფიქსირებული ინტერვალისათვის დადგენილი ნინასწარ განსაზღვრულ N ციკლთა რაოდენობას.

პერიოდულად ცვლადი დაბვის მაქსიმალურ სიდიდეს, რომლის დროსაც კონსტრუქციულ ელემენტს შეუძლია მუშაოს განუსაზღვრელად დიდ ხანს, ეწოდება დალლილობის (გამძლეობის) ზღვარი და აღინიშნება σ_R ან r_R -ით.

იმისდა მიხედვით, თუ როგორი თანაფარდობაა მაქსიმალურ და მინიმალურ დაბვებს შორის, არჩევენ სიმეტრიულ და ასიმეტრიულ ციკლებს (ნახ. 8.100 ა, ბ).

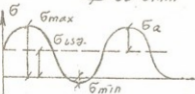
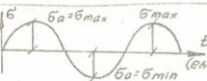
შემოყვანილია ციკლის საშუალო დაბვის σ_m და ციკლის ამპლიტუდის σ_a ცნება:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}, \quad \sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}. \quad (8.151)$$

ციკლის მინიმალური დაბვის შეფარდებას მაქსიმალურთან ეწოდება ციკლის ასიმეტრიულობის კოეფიციენტი

$$\rho = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}. \quad (8.152)$$

სიმეტრიული ციკლის შემთხვევაში $\sigma_{\max} = -\sigma_{\min} = \sigma_a$ და $\rho = -1$; თუ $\sigma_{\min} = 0$, მაშინ $\rho = 0$. ასეთ ციკლს შაპულსირებელი (მცეთქავი) ციკლი ეწოდება.



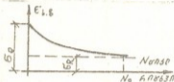
ნახ. 8.100.

თუ $\sigma_{\max} = \sigma_{\min}$, მაშინ $\rho = +1$ დატვირთვა სტატიკურია, ზოგადად ρ -ს მნიშვნელობა შეიძლება იცვლებოდეს $+1$ ან -1 -მდე (ასიმეტრიული ციკლებისათვის).

დალლილობის ზღვარი და მოკიდებულია ელემენტის მასალაზე, დეფორმაციის სახეობაზე და ციკლის ასიმეტრიულობის კოეფიციენტზე.

მაგალითად, სიმეტრიული ციკლის დროს, როცა $\rho = 1$, სიმეტრიის ზღვარი $\sigma_R = \sigma_{-1}$ მინიმალურია.

ლუნვის დროს მასალა ციკლურ დატვირთვაზე უკეთ მუშაობს, ვიდრე გაჭიმვაზე, რაც აიხსნება კოჭის განიკვეთვით დაბრუნებად ბარი განანილებით. მაქსიმალურ დაბრუნებას ადგილი აქვს განიკვეთვით, და რჩენილი ნაწილი კი შედარებით დაბალი დაბრუნების გამო კარგ ნინაალმდეგობას უწევს ბზარების გაჩენას.



ნბხ. 8.101.

დაბრუნება ციკლების რაოდენობა, რომელიც იწვევს კონსტრუქციის ელემენტის დარღვევას, დამოკიდებულია σ_{max} , σ_{min} და ρ -ზე. 8.101 ნახ-ზე ნაჩვენებია დალილობის დიაგრამა (ველერის დიაგრამა). ნათლად ჩანს, რომ ციკლების რაოდენობის გადიდებას მასალის სიმტკიცე მცირდება,

მაგრამ არსებობს ისეთი მინიმალური დაბრუნება (სიმეტრიის ზღვარი დალილობაზე), რომელსაც კონსტრუქციული ელემენტი უძლებს პრაქტიკულად ციკლების ნებისმიერი რაოდენობისას. სხვადასხვა მასალისათვის ციკლთა მაქსიმალური რაოდენობა სხვადასხვაა. დიდი რაოდენობის ექსპერიმენტების საფუძველზე ($N_0 = 10^6 - 10^7$ ციკლი) დადგენილია დალილობის ზღვრის საორიენტაციო მნიშვნელობანი ფოლადისათვის:

1. ლუნვა. სიმეტრიული ციკლი

$$\sigma_m = 0; \sigma_a = \sigma_{max}; \rho = -1; \sigma_R = 0,4 \sigma_a \quad (8.153)$$

2. ლუნვა. ასიმეტრიული ციკლი

$$\sigma_R = \frac{1,5\sigma_a}{1 - 0,5\rho} \quad (8.154)$$

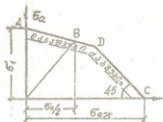
3. ლუნვა. მაპულსირებელი (მფეთქავი) ციკლი

$$\sigma_{min} = 0, \rho = 0, \sigma_R = 1,5\sigma_a \quad (8.155)$$

დასაშვები დაბრუნებები დალილობაზე (გამძლეობაზე) განისაზღვრება გამოსაზღვრებიდან

$$[\sigma] = \frac{\sigma_R}{K_R} \quad (8.156)$$

სადაც K_R მარაგის კოეფიციენტი სიმტკიცეზე (დალილობაზე) განგარიშების დროს (ფოლადისათვის $K_R = 1,05 - 1,10$) არსებობს დალილობაზე განგარიშების ზუსტი მეთოდები, სადაც მსედელო-



ნახ. 8.102.



ნახ. 8.103.

ბაში მიიღება აგრეთვე მანქანის კონცენტრაცია. ელემენტის ზედპირის დამუშავების მეთოდით, მასშტაბის ფაქტორი დასაწყისში მეტრიული ციკლების შემთხვევაში დალილობის მიახლოებითი დიაგრამის აგებისათვის გამოიყენება რკინასოშვილის დიაგრამა (ნახ.8.102), რომლის საშუალებითაც შეიძლება დადგინდეს დეტალის სიმტკიცის მარაგი დალილობისას. ეს დიაგრამა აგებულია მასალის გამოცდის სამი მახასიათებლის გამოყენებით: σ_{-1} , σ_0 და $\sigma_{\text{ფენ}}$ პირველი ორი მიიღება მასალის გამოცდის სიმეტრიული და მაპულსირებული ციკლებით. მესამე

- სტატიკური გამოცდით.

განვიხილოთ მაგალითი. რკინიგზის ვაგონის ფოლადის ღერძის სიგრძე $l = 230$ სმ. საყრდენებს შორის მანძილი $a = 160$ სმ. დატვირთვა კოჭის ბოლოებზე $F = 10,5$ ტ. მასალა „ფ.5“. განვსაზღვროთ ღერძის დიამეტრი გამძლეობის პირობიდან (ნახ.8.103).

ამოხსნა. ღერძი მუშაობს ცვლად ღუნვაზე სიმეტრიული ციკლით. ე.ი. $\rho = -1$ ცნობარიდან $\sigma_{\text{დრ}} = 5500$ კგ/სმ² „ფ.5“ - სათვის. (8.153) ფორმულის თანახმად $\sigma_R = 0,4\sigma_{\text{დრ}} = 0,4 \cdot 5500 = 2200$ კგ/სმ² დასაშვები ძაბვა (8.156) - ის მიხედვით, როცა $K_{\text{დ}} = 1,10$, გვექნება

$$[\sigma]_R = \frac{\sigma_R}{K_R} = \frac{2200}{1,10} = 2000 \text{ კგ/სმ}^2.$$

ღერძის დიამეტრი განისაზღვრება გამოსახულებიდან

$$W_x = \frac{M_{\text{max}}}{[\sigma]_R}$$

$$M_{\text{max}} = 10500 \cdot 356 = 367500 \text{ კგ/მ},$$

$$W_x = \frac{367500}{2000} = 183,75 \text{ მ}^3 \text{ d} = 3\sqrt{\frac{32 \cdot 184}{3 \cdot 14}} = 14 \text{ სმ}.$$

§ 8.83. კომპანის გაანგარიშება საანგარიშო
ზღვრულ მდგომარეობათა მეთოდით

ძირითადი ცნებები

ერეკენული

გამომცემი

ნებისმიერ ნაგებობას ან კონსტრუქციას აქვს თავისი მათემატიკური დატვირთვები, რომელთა მოქმედების სქემა და მაქსიმალური სიდიდე დადგენილია სახელმწიფო სტანდარტით. კონსტრუქციების გაანგარიშების თანამედროვე მეთოდები (სამრეწველო და სამოქალაქო მშენებლობა, ხიდმშენებლობა, ჰიდროტექნიკურ ნაგებობათა მშენებლობა, თვითფრინავთ-მშენებლობა და სხვ.) ითვალისწინებენ, რომ დატვირთვები ცკლადი სტატისტიკური სიდიდეებია და ისინი ემორჩილებიან ალბათობის განსაზღვრულ კანონებს; ამის გამო დატვირთვებს აბასიათებს გადაბრები ნორმით გათვალისწინებულ სიდიდეებთან შედარებით. ასეთსავე სტატისტიკურ კანონებს ექვემდებარება მასალების ფიზიკურ — მექანიკური თვისებები სტანდარტით დაწესებულ სიდიდეებთან შედარებით. გარემოს ზემოქმედებასაც თავისი გავლენა აქვს კონსტრუქციის მუშაობაზე (გარემოს აგრესიულობა, ტემპერატურა, სინოტივე და სხვ.).

ყველა ზემოთ ჩამოთვლილი ფაქტორის გავლენას (მათი სტანდარტებისაგან გადახრის გათვალისწინებით) მხედველობაში ღებულობს საანგარიშო ზღვრულ მდგომარეობათა მეთოდი.

ჩვენ უკვე კიცნობთ კონსტრუქციათა გაანგარიშებას დასაშვებ ძაბვათა მეთოდით, რომელიც გულისხმობს, რომ ელემენტი მუშაობს დრეკადობის ზღვრებში და მას გააჩნია ერთი მარაგის კოეფიციენტი. ცნობილია აგრეთვე (გაქიმვა — კუმშვის შესწავლის დროს) ზღვრულ ძალთა მეთოდი.

ორივე ზემოაღნიშნული მეთოდი ვარაუდობს ერთიანი მარაგის კოეფიციენტების გამოყენებას, რაც ამ მეთოდების უარყოფით მხარეს წარმოადგენს.

საანგარიშო ზღვრულ მდგომარეობათა მეთოდის ძირითადი იდეა მდგომარეობს იმაში, რომ ნაგებობა თავისი ექსპლუატაციის განმავლობაში გარანტირებული იყოს რომელიმე ზღვრული (ექსპლუატაციისათვის საშიში) მდგომარეობის დადგომისაგან. კონსტრუქციაში ისეთი საშიში მდგომარეობის შექმნა, რომლის დროსაც უკვე შეუძლებელია მისი ნორმალური ექსპლუატაცია. ხსენებულ მეთოდში ნაგებობაზე მოქმედი ფაქტორების საანგარიშო სიდიდეების ყველაზე უფრო არახელსაყრელი კომბინაციებითაა გამოწვეული.

საანგარიშო ზღვრულ მდგომარეობათა მეთოდით კონსტრუქციის გაანგარიშების დროს გამოიყენება: 1. საანგარიშო დატვირთვები, რომელთა სიდიდე მიიღება კონსტრუქციაზე მოქმედი ნორმირებული დატვირთვის გადატვირთვის კოეფიციენტზე გამრავლებით; 2. სიმტკიცის საანგარიშო მაჩვენებლები, რომლებიც მიიღება კონსტრუქციის ნორმატიული მაჩვენებლების უშიშროების კოეფიციენტზე გაყოფით; 3. კონსტრუქციის მუშაობის პირობების კოეფიციენტი. ჩამოთვლილი კოეფიციენტები ერთმანეთისაგან დამოუკიდებელია და, რაც მთავარია, რომელიმე ფაქტორის დაზუსტება იწვევს კონსტრუქციის ანგარიშის დაზუსტებას. როგორც ვხედავთ, საანგარიშო ზღვრული მდგომარეობის მეთოდის (სზმ) გამოყენებისას არ არსებობს ნაკლებობის მარაგის ერთიანი კოეფიციენტი, რაც ამ მეთოდის პროგრესული მხარეა.

სზმ მეთოდის მიხედვით კონსტრუქციები უნდა აკმაყოფილებდეს საანგარიშო მოთხოვნებს ზიდვის უნარისა (მრგველი ჯგუფის ზღვრული მდგომარეობანი) და ნორმალური ექსპლუატაციისათვის ყარგისო-ანობის თვალსაზრისით (მეორე ჯგუფის ზღვრული მდგომარეობანი).

კონსტრუქციის პირველი ჯგუფის სზმ გაანგარიშებამ უნდა უზრუნველყოს: კონსტრუქციის მთლიანობა (სიმტკიცეზე გაანგარიშება), კონსტრუქციის ფორმის (თბელკედლიანი კონსტრუქციები) და მდგომარეობის მდგრადობა (საყრდენი კედლების გაანგარიშება გადაყირვებასა და გასრიალებასზე, გაანგარიშება რეზერვუარების ამოტივტივებაზე და სხვ.); კონსტრუქციის გამძლეობა (დადლილობაზე გაანგარიშება ცვლადი დატვირთვების მოქმედების დროს); კონსტრუქციის მთლიანობა ძალისმიერა და გარემოს აგრესიული ფაქტორების ერთდროულად მოქმედების დროს.

მეორე ჯგუფის სზმ გაანგარიშებამ უნდა უზრუნველყოს კონსტრუქცია: მხარების გაჩენისაგან, აგრეთვე, დიდი მზარების ხანგრძლივად გადახსნისაგან (თუ ეს უკანასკნელი ნორმებით დაშვებულია), დიდი გადაადგილებებისაგან (ჩალუნების, მობრუნების კუთხვების, ძვრის კუთხვების და რხევებისაგან).

მოკლედ შევეხოთ იმ ფაქტორებს, რომელთაც ითვალისწინებს სზმ მეთოდი სამშენებლო კონსტრუქციათა გაანგარიშებისას.

§ 5.3.4. დატვირთვები

შემოღებულია დატვირთვათა სამი სახის შემაშავა (კომბინაცია):

ა. ძირითადი — რეგულარულად ამ მუდმივად მოქმედ დატვირთვათა შემაშავა. ეს დატვირთვები წარმოიშობა კონსტრუქციის საკლასარო წონის სასარგებლო დატვირთვის (ჩალბა, დანადგარები), ტრან-

სპორტი, თოვლის, წყლის დანოლის, ქარის (მაღლივ ნაგებობებზე), ტემპერატურის კმედებით და სხვ.

ბ. დამატებითი — არარეგულარულად მოქმედი დატვირთვების შემთხვევაში (ძირითადი დატვირთვები, ქარის მოქმედება [არამაღლივ ნაგებობებში], დინამიკური დატვირთვები დანადგარების გაშვების შემთხვევაში) რების დროს, მოძრავი დატვირთვები ამნის მუშაობის დროს.

გ. განსაკუთრებული — შემთხვევითი (უმთავრესად ავარიული ხასიათისა); ძირითადი დატვირთვების და სეისმური ძალების, წყლის დანოლის (კატასტროფული წყალდიდობის დროს), ან ნაგებობის ნაწილის დარღვევის და სხვა ერთდროული ზემოქმედების დროს.

§ 8.85. კოეფიციენტის განსაზღვრის პრინციპები

სამ მეთოდის სიმტკიცეზე განსაზღვრებას საფუძვლად უდევს ზღვრული მდგომარეობა, როცა ძაბვები კონსტრუქციის ელემენტის კვთებში აღწევენ დენადობის ან სიმტკიცის ზღვარს.

ზღვრულ მდგომარეობად (სიმტკიცის პოზიციებიდან) მიჩნეულია არა მასალის ზიდვის უნარის მთლიანი დაკარგვა, არამედ დიდი პლასტიკური დეფორმაციების გაჩენა, რომლებიც, თავის მხრივ, შეუძლებელს ხდიან ელემენტის ნორმალურ ექსპლუატაციას. გათვალისწინებული ელემენტის ზღვრული მდგომარეობა ღუნვის დროს გამოცდილება ცხადყოფს, რომ მასალათა ფიზიკურ-მექანიკური პარამეტრები არ განირჩევიან დიდი სტაბილურობით. მათ ახასიათებს ამ თვისებათა განზრუნვა.

ამ თუ იმ მასალის მოპოვებისა და დამზადების თანამედროვე ტექნოლოგიის საფუძველზე სახელმწიფო სტანდარტის მიერ დადგენილია მისი ნორმატიული სიმტკიცის მახასიათებლები ანუ წყნადად მიჩნეული.

მხედველობაში უნდა იქნეს მიღებული სიმტკიცის მაჩვენებლების ცვალებადობა, რაც 1985 წლის ახალი ნორმების მიხედვით გამოისახება უშიშროების K კოეფიციენტით.

ამგვარად,

$$R = R^H / K. \quad (8.157)$$

აქ R - არის მასალის საანგარიშო სიმტკიცე R^H . მასალის ნორმატიული სიმტკიცე; K - უშიშროების კოეფიციენტი.

იმის მიხედვით, თუ როგორ პირობებში მუშაობს კონსტრუქცია, საანგარიშო სიმტკიცე შეიძლება გადიდდეს ან შემცირდეს მუშაობის პირობების კოეფიციენტზე გამრავლებით:

$$R = mR^H K \quad (8.158)$$

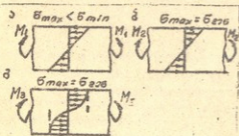
m დამოკიდებულია კონსტრუქციის დამზადების და მუშაობის პირობებზე, დალილობის ციკლის ასიმეტრიის ρ - ს მხედველობაში ღებით. უნდა აღინიშნოს, რომ მეორე ჯგუფის ზღვრულ მდგომარეობათა გაანგარიშების დროს მუშაობის პირობების კოეფიციენტი $m = 1$.

მაგალითისათვის მოვიყვანოთ ფოლადების მატერიალზე $CHuII$ -ის მიხედვით:

ცხრილი

ფოლადის მარკა	ნორმატი- სიშტე- ციზე R^H	მასალის საანგარიშო სიმტკიცე R			
		ღერძ- ლი ძა- ლები	ღუნვა- ზე	ჭრაზე	თელვა- ზე
ფ-3	2400	1900	2000	1140	2850
მცირედ ლეგირებული ფოლადი	3400	2700	2800	1620	4050
ცხლად ნაგლინი	2600	2000	2100	1200	3000

8.104 ნახ-ზე ნაჩვენებია ნორმალური დაბევის ეპიურა, როცა კოჭი მუშაობს დრეკადობის ზღვრებში (როგორც ვიცით, ეს ეპიურა უდევს საფუძვლად ელემენტების გაანგარიშებას დასაშვებ დაბევათა მეთოდით). 8.104 ა ნახ-ზე ნაჩვენებია დაბევის ეპიურა, როცა განაპირა ბოჭკოებში დაბევა დენადობის ზღვარს შიალნიეს, ხოლო 8.104 ბ ნახ-ზე ნორმალური დაბევის ეპიურა, როცა მღუნავი შომენტის შემდგომი ზრდის შედეგად



$M_3 > M_2$, დენადობის ზღვარს შიალნიეს დაბევათა კვეთის იმ ბოჭკოებშიც, რომლებიც უფრო აბლოსაა ნეიტრალურ შრესთან. დაძაბული მდგომარეობის ეს სტადია სიმტკიცის თვალ-

ნახ. 8.104.

საზრისით მიჩნეულია ზღვრულად.

უნდა შევნიშნოთ, რომ ზღვრულ მდგომარეობაში კვეთის ხილვის უნარი არ არის მთლიანად ამონურული, ე.ი. შეიძლება მიმდინარეობს კიდევ გადიდება, მაშინ დაბეჭდვის ეპიურა გახდება თითქმის სწორკუთხოვანი (მ. 101 გ ნახ-ზე წყვეტილი ხაზი). ასეთ შემთხვევაში კვეთის მასშტაბური ტვირთბრუნვის უნარი, მაგრამ ტვირთბრუნვის უნარით განზრდას კვეთი ვეღარ გაუძლებს. კვეთში წარმოქმნილი დაძაბული მდგომარეობა უკანასკნელ შემთხვევაში პრაქტიკულად შეესაბამება განუსაზღვრელ დეფორმაციებს და კვეთის მექანიკურ მდგომარეობას იმ მომენტში პლასტიკურ სახსარს უნოდებენ. პლასტიკური სახსრის თავისებურება მდგომარეობს მასში, რომ იგი ცალმხრივია, ე.ი. კოჭის განტვირთვის შემთხვევაში მასში მოქმედი შიგა თეორიული მომენტი ნულის ტოლი ხდება და ახალი დატვირთვის შემთხვევაში სახსარი აღიქვამს იგივე მომენტს, რასაც ძირველ შემთხვევაში. ფოლადის კონსტრუქციებში (ვთქვათ, ხიდებში) საანგარიშო წინაღობა განისაზღვრება 8.158 ფორმულით.

ნორმალური დაბეჭდვის ლუნვის დროს გამოითვლება ფორმულით

$$\frac{M_{\max}}{W_x} \leq R. \quad (8.159)$$

თხელკედლიანი ელემენტების განივი ლუნვის დროს კვეთი შემოწმებული უნდა იქნეს დაყვანილ დაბეჭდვებზე, რომელიც დამოკიდებულია ნორმალური და მხებდაბეჭდვებზე; დაყვანილი დაბეჭდვი გამოიანგარიშება სინტიკის ენერგეტიკული თეორიის საფუძველზე

$$\sigma_{\text{დაბ}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq \sigma_p. \quad (8.160)$$

რადგანაც $\sigma_{\text{დაბ}}$ ითვლება ლოკალურ (ადგილობრივ) დაბეჭდად, ამიტომ შესაძლებელია R გაიზარდოს საშუალოდ 10-15% -მდე და მაშინ (8.160) ფორმულა მიიღებს სახეს

$$\sigma_{\text{დაბ}} = \sqrt{0,8\sigma^2 + 2,4\tau^2} \leq R. \quad (8.161)$$

აქ σ და τ გამოიანგარიშება მასალათა გამრეციობის ცნობილი ფორმულებით კოჭის ერთსა და იმავე ბოჭკოში.

ელემენტების გამრეციობაზე გაანგარიშებისათვის გამოიყენება იგივე ფორმულები, მაგრამ მომენტების (M) და განივი ძალების (Q) მნიშვნელობები შევყავს ფორმულებში გადატვირთვის კოეფიციენტების გარეშე, არ უნდა დაგვაიწყდეს, რომ მასალას საანგარიშო წინაღობა ამ შემთხვევაში მრავალდება დადებითობის კოეფიციენტზე, რომე-

ლიც დაშოვილებულია ასიმეტრიის კოეფიციენტზე $\rho = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$. ამ შემთხვევაში (8.159) ფორმულა მიიღებს სახეს

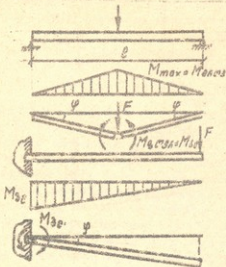
$$\frac{M_{\max}}{W_z} \leq \gamma R.$$

პრინციპული (8.162)

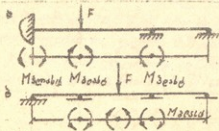
საანგარიშო ზღვრულ მდგომარეობათა მეთოდი ტემის ზიდვის უნარზე გაანგარიშების თანამედროვე მეთოდს. თუ კოჭი სტატიკურად რკვევადია, ერთი პლასტიკური სახსრის გაჩენა რომელიმე კვეთში ნიშნავს კოჭისაგან ერთი ბმის ჩამოცილებას და მის

გადაქცევას შექანიზმად (ტვირთის გაზრდის შემთხვევისათვის). როგორც 8.105 ა და ბ ნახ-დან ჩანს, პლასტიკური სახსარი ჩნდება ყველაზე უფრო დატვირთულ კვეთში.

სხვა სურათი გვაქვს სტატიკურად ურკვევი კოჭების შემთხვევაში (ნახ.8.106 ა, ნახ. 8.106 გ). აქ სისტემის „შექანიზმად“ გადასაქცევად (გეომეტრიულად ცვლადი სისტემა) ჯერ საჭიროა „მოიხსნას ზედმეტი“. ბმები — სისტემა გადაიქცევა სტატიკურად რკვევადად. ეს იმას ნიშნავს, რომ კოჭში ჯერ უნდა გაჩნდეს იმდენი პლასტიკური სახსარი, რამდენჯერაც სტატიკურად ურკვევია იგი. ამის შემდეგ კიდევ უნდა გაჩნდეს ერთი დამატებითი პლასტიკური სახსარი - სისტემა გეომეტრიულად ცვლადი ე.ი. ნე-



ნახ. 8.105.



ნახ. 8.106.

სტატიკურად ურკვევ სისტემაში ზღვრული მდგომარეობა (ტვირთაშენიანობის მზრევი) დადგება მაშინ, როცა პლასტიკურ სახსარობ რაოდენობა = $n+1$, აქ n - სისტემის სტატიკურად ურკვევობის ხარისხია. მეტად საინტერესო კვლევები შეიძლება ჩატარდეს სისტემების მოდელების გამოცდის დროს პლასტიკური სახსრის განსაზღვრების მიზნით. იქნება გამოყენებულ იქნეს ზოგიერთი მასალის თვისება, იცვალოს ფერი პლასტიკურობის ზღვრის მიღწევისთანავე (ქრომოპლასტიკურობა).

ცხადია, რომ რაც უფრო დიდია ტვირთების რაოდენობა, მით უფრო რთულდება სახსრების განლაგების განსაზღვრა სტატიკურად ურკვევ სისტემებში. პლასტიკური სახსრების (დენადობის სახსრების) ადგილმდებარეობის განსაზღვრისათვის გამოიყენება სტატიკური თეორემა, რომლის მიხედვითაც სტატიკურად ურკვევ სისტემაში (ჩვენ შემთხვევაში - კოჭში) ზღვრული მდგომარეობის მიღწევისას ძალები (მომენტები) ისე გადაწინააღმდეგება კვებებში, რომ სისტემა აღიქვამს მაქსიმალურ ზღვრულ დატვირთვებს.

გამოიყენება აგრეთვე კინემატიკური თეორემა, რომლის მიხედვითაც ურკვევი სისტემის დარღვევის სქემითა სიმრავლიდან იმ ერთადერთ სქემას ექნება ადგილი, რომელიც შეესაბამება ზღვრული დატვირთვების მინიმალურ სიდიდეს. კინემატიკური მეთოდით კოჭების ზღვრული მდგომარეობის დადგენის დროს უნდა შევადგინოთ რღვევის ამა თუ იმ შესაძლო სქემისათვის ნონანსნორობის განტოლებები ან შესაძლო მუშაობათა განტოლებები (შიგა და გარე ძალებისათვის) არჩეული მექანიზმის შესაძლო გადაადგილებებზე. ამ დროს გარე ძალების მუშაობა ჩაითვლება დადებითად, შიგა ზღვრული მომენტების მუშაობა (პლასტიკურ სახსრებში) კი უარყოფითად. გვექნება.

$$\sum A_i - \sum M_k \theta = 0. \quad (8.163)$$

აქ $\sum A_i = (\sum F_i \rho_i)$ გარე ძალების მიერ შესრულებული მუშაობაა სათანადო (ρ_i) გადაადგილებებზე არჩეულ კინემატიკურ სქემაში.

$\sum M_k \theta$ - შიგა მომენტების მიერ შესრულებული მუშაობაა M_k კუთხეზე მობრუნების დროს. კოჭი (გარდა სახსრებისა) მიიჩნევა აბსოლუტურად ხისტად.

შენიშვნებისათვის



ქართული
ბიბლიოთეკა



§1. ზოგადი ცნებები

ნაგებობის, კონსტრუქციის ან კონსტრუქციული ელემენტის საიმედო მუშაობა და ეკონომიურობა მეტწილად განპირობებულია დაპროექტების ოპტიმიზაციით.

ინჟინერმა ამომწურავად უნდა გასცეს პასუხი შემდეგ კითხვებზე: როგორი საკონსტრუქტორო ამოცანაა დაყენებული? რა მასალის და კონსტრუქციული ფორმების გამოყენებით შეიძლება ამოცანის რაციონალური გადაწყვეტა? როგორი საანგარიშო სექმა ასახავს უფრო ზუსტად კონსტრუქციის მუშაობას? გაანგარიშების რა მეთოდებია ხელსაყრელი საინჟინრო ამოცანის გადაწყვეტის რეალიზაციისათვის?

კონსტრუქციათა გაანგარიშებისას, მათი დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის დადგენის დროს ინჟინრები სარგებლობენ საანგარიშო ფორმულებით. როგორც დაინახეთ საანგარიშო ფორმულებში შედის: დატვირთვები, ძალური ან მათი ეკვივალენტური ფაქტორები, კონსტრუქციის მასალის მახასიათებელი პარამეტრები (დრეკადობის ან დეფორმაციის მოდული, საანგარიშო ძაბვები, მოცულობითი მასა, ზაზოვანი გაფართოების კოეფიციენტი, პუასონის კოეფიციენტი, კონსტრუქციის ცალკეული ელემენტების ზომები და განიკვეთის გეომეტრიული მახასიათებლები -- განიკვეთის ფართობი, ინერციის სტატიკური, ლერძული, პოლარული, სექტორული მომენტები და სხვა).

პირველ ცხრილში მოყვანილია მასალათა გამძლეობის კურსის-ზოგიერთი ფორმულა. ცხრილიდან ნათლად ჩანს, რომ გეომეტრიული მახასიათებლების გამოთვლის ცოდნის გარეშე შეუძლებელია საინჟინრო გაანგარიშებების სწორად წარმართვა. ბრტყელ ნაკვთთა სიმძიმის ცენტრის კოორდინატების და მათი ფართობების განსაზღვრის ცოდნა საჭიროა აგრეთვე ლერძების და ლეროვანი სისტემების გადაადგილებათა გამოსაანგარიშებლად.

ინერციის მომენტთა ცნება გამოიყენება აგრეთვე დინამიკის ამოცანებში, სადაც მოყვანილი მაგალითებისგან განსხვავებით, ინერციის მომენტები შეიცავს სხულის მასას და განისაზღვრება ფიზიკური სივრცული სხეულებისათვის. პირველ ცხრილში მოყვანილ ფორმულებში სახელწოდება „გეომეტრიული მახასიათებლები“ ეყრდნობა დინამიკური ინერციის მომენტის ანალოგიას, თუ მასის ერთეულის შეცვლით ბრტყელი ნაკვთის ფართობის ერთეულით.

ამ ანალიზის გამო მთელი რიგი ტერმინებისა (ინერციის მომენტები, მასათა ცენტრი, სიმძიმის ცენტრი და სხვ.) ემთხვევა ერთმანეთს მაგრამ იგულისხმება სხვადასხვა გეომეტრიული და ფიზიკური არსი.

§2. განსაზღვრები

განვიხილოთ ნებისმიერი ფორმის ღეროს განივკვეთი XY ავირჩიოთ XOY ღერძთა ნრფივი ორთოგონალური სისტემა ინერციის ღერძთა სისტემა ეუნოდოთ; ღეროს განივკვეთის ფართობი აღენიშნოთ A -თი (საერთაშორისო SI სისტემაში). გამოვყოთ ფართობის მცირე ელემენტი dA , რომლის დეკარტეს კოორდინატებია x და y , ხოლო პოლარული კოორდინატები ρ და α . ძალის მომენტის ანალიზურად შემოვიღოთ ფართობის მომენტის ცნება და ეუნოდოთ მას სტატიკური მომენტი, მაშინ შეგვიძლია ვთქვათ, რომ $dA \cdot x$ ან $dA \cdot y$ იქნება ელემენტარული ფართობის სტატიკური მომენტი, სათანადოდ, y და x ღერძების მიმართ:

$$dS_x = x dA \text{ და } dS_y = y dA. \quad (1)$$

მთლიანი ნაკეთისათვის, რომლის ფართობიც A -ს ტოლია, ინტეგრირება ვრცელდება მთელ ფართობზე:

$$S_x = \int_A x dA, \quad S_y = \int_A y dA. \quad (2)$$

(2) ინტეგრალებში ნერტილის კოორდინატი შედის კენტ ხარისხში, ამიტომ $S_x(l = x, y)$ შეიძლება იყოს როგორც დადებითი, ისე უარყოფითი და ნულის ტოლიც.

ნაკეთის ინერციის I ღერძებს, რომელთა მიმართაც S_x სტატიკური მომენტები ნულის ტოლია, ცენტრალური ღერძები ეწოდება და ეს ღერძები ნაკეთის სიმძიმის ცენტრში გადიან.

ნაკეთის ინერციის ღერძული მომენტები $I_x(l = x, y)$, I_y ღერძების მიმართ გამოითვლება სათანადო გამოსახულებით:

$$I_x = \int_A y^2 dA, \quad I_y = \int_A x^2 dA. \quad (3)$$

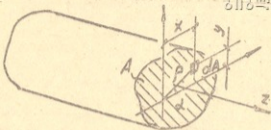
როგორც (3)-დან ჩანს, ინერციის ღერძული მომენტები ყოველთვის დადებითი სიდიდეებია, რადგანაც ნერტილის კოორდინატი ინტეგრალის ქვეშ შედის ლუნ ხარისხში. (2)-ის და (3)-ის შედარებიდან გამომდინარეობს, რომ ინერციის ღერძული მომენტები სტატიკურ მომენტებზე ერთი ხარისხით უფრო მაღალია.

ნაკეთის ინერციის პოლარული მომენტი I_p , რაიმე ნერტილის (პოლუსის) მიმართ გამოითვლება როგორც ნერტილის პოლარული კო-

ორდინატის კვადრატის და ელემენტარული ფართობის ნამრავლის ინტეგრალური ჯამი

$$I_p = \int_A \rho^2 dA;$$

ერკონეშვილი
გინჯაჩიშვილი



ნახ. 1

აქაც ინტეგრირება ვრცელდება პრცეველი ნაკეთით დაკავებულ მთელ ფართობზე. როგორც წინა შემთხვევაში, $I_p > 0$, რადგანაც $\rho^2 > 0$.

ნაკეთის ინერციის ცენტრიდანული მომენტი I_{xy} ღერძთა XOY სისტემის მიმართ გამოითვლება წერტილის კოორდინატთა წყვილის და ელემენტარული ფართობის ნამრავლთა ინტეგრალური ჯამით:

$$I_{xy} = \int_A xy dA. \quad (5)$$

უნდა შევნიშნოთ, რომ თუ ღერძთა სისტემას სხვა აღნიშვნა აქვს (მაგალითად: X'O'Y', X''O''Y'', UO'V და ა.შ.), (2) - (5) ინტეგრალებში წერტილის კოორდინატი შევა სათანადო ინდექსით და ამან არ უნდა გამოიწვიოს არავითარი გაუგებრობა ფორმულებით სარგებლობის დროს.

როგორც (5) გამოსახულების სტრუქტურულიდან გამომდინარეობს, I_{xy} შეიძლება იყოს დადებითი, უარყოფითი და ნულის ტოლიც (ეს გამომდინარეობს წერტილის კოორდინატთა ნამრავლის შრავალნიშნითაა).

სისტემა იმ ღერძებზეა, რომელთა მიმართაც ინერციის ცენტრიდანული მომენტი ნულის ტოლია, ატარებს ინერციის წინააღიწინი ღერძების სახელწოდებას.

როგორც ვხედავთ, მოყვანილი ფორმულები შეიძლება გარზოგადდეს ერთი გამოსახულებით:



დასახელება

ქართული

ენციკლოპედია

m	n	$\int_A x^m y^n dA$	აღნიშვნა	დასახელება
0	0	$\int_A dA$	A	ბრტყელი ნაკვეთის ფართობი
1	0	$\int_A x dA$	S_x	ბრტყელი ნაკვეთის სტატიკური მომენტი, მომენტები, შესაბამისად, X და Y ღერძების მიმართ
0	1	$\int_A y dA$	S_y	
1	1	$\int_A xy dA$	I_{xy}	ბრტყელი ნაკვეთის ცენტრიდანული მომენტები შესაბამისად, X და Y ღერძების მიმართ
2	0	$\int_A x^2 dA$	I_x	ბრტყელი ნაკვეთის ინერციის ღერძული მომენტები, შესაბამისად Y და X ღერძების მიმართ
0	2	$\int_A y^2 dA$	I_y	
2	0	$\int_A x^2 dA + \int_A y^2 dA = \int_A (x^2 + y^2) dA$	I_p	ბრტყელი ნაკვეთის ინერციის პოლარული მომენტი O პოლუსის მიმართ

$$I = \int x^m y^n dA, \quad (6)$$

სადაც m და n ნერტილის კოორდინატა ხარისხის მარჯვენა მხარეში ცხრილში მოყვანილია ინერციის მომენტთა მნიშვნელობები (1) ხარისხის ფორმულებიდან, როგორც (6) გამოსახულებების კერძო შემთხვევა.

რთული შედგენილი განიკვეთის შემთხვევაში (ნახ. 2) ზემოთ აღნიშნულ ფორმულებს ექნება შემდეგი სახე:

$$I = \sum_{i=1}^k \int x_i^m y_i^n dA. \quad (7)$$

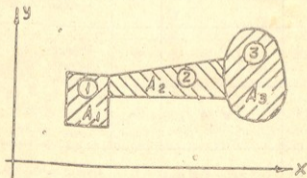
აქვე აღვნიშნოთ, რომ ბრტყელი ნაკვეთების გეომეტრიული მახასიათებლები შეიძლება გამოითვალოს მარტივი კვეთებისათვის ორმაგი ინტეგრალებით:

$$I = \iint x^m y^n dx dy \quad (8)$$

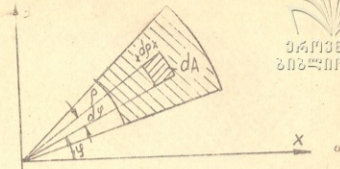
ან ორმაგი ინტეგრალების ჯამით თითოეული შედგენილი კვეთისათვის (ნახ. 2):

$$I = \sum_{i=1}^k \iint x_i^m y_i^n dx dy. \quad (9)$$

ზოგჯერ მიზანშეწონილია გეომეტრიული მახასიათებლების გამოთვლა პოლარულ კოორდინატებში (ნაკვეთებისათვის, რომელთაც გა-



ნახ. 2



ნახ. 3

აჩნიათ პოლარული სიმეტრია) (ნახ. 3), მაშინ I შეიძლება გამოითვალოს ფორმულით

$$I = \int \int \rho^{(n+2)} \cos^n \psi \sin^n \psi \, d\rho \, d\psi. \quad (10)$$

მხედველობაშია მიღებული, რომ წერტილის კოორდინატებია

$$\begin{aligned} x &= \rho \cos \psi, \\ y &= \rho \sin \psi. \end{aligned} \quad (11)$$

ფართობის ელემენტი $dA = \rho \, d\rho \, d\psi$.

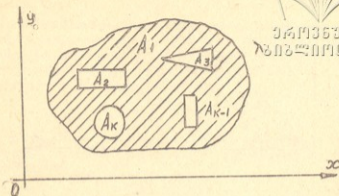
I -ის კონკრეტულ მნიშვნელობათა გამოკვლისათვის საჭიროა კისარგებლოთ მე-2 ცხრილით.

§ 3. ბრტყელ ნაკეთთა სტატიკური მომენტები. სიმძიმის (მასათა) ცენტრის კოორდინატები.

როგორც ვიცით, ბრტყელი ნაკეთის სტატიკური მომენტები გამოითვლება შემდეგი ფორმულებით:

$$S_x = \int_A x \, dA \quad \text{ან} \quad S_x = \int \int x \, dx \, dy; \quad (12)$$

$$S_y = \int_A y \, dA \quad \text{ან} \quad S_y = \int \int y \, dx \, dy.$$



ნახ. 4

ეს ფორმულები გამოიყენება ძირითადად მარტივი ნაკვეთისათვის. შედგენილი (ნახ. 2) ან მრავალბმული ნაკვეთისათვის (ნახ. 4), როგორც აღნიშნული იყო, უნდა გამოვიყენოთ შემდეგი სახის ფორმულები:

$$S_x = \sum_{i=1}^k \int_A x \, dA \quad \text{ან} \quad S_x = \sum \iint x \, dx \, dy,$$

$$S_y = \sum_{i=1}^k \int_A y \, dA \quad \text{ან} \quad S_y = \sum \iint y \, dx \, dy. \quad (13)$$

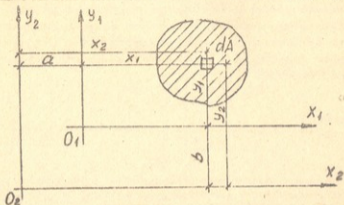
აქვე აღვნიშნოთ და შემდეგისათვის დავიმახსოვროთ: თუ ნაკვეთში აღმოჩნდა რაიმე ფართობი $A_i (i = 2, \dots, k)$ ამ ფართობის სიდიდე უნდა აღვნიშნოთ უარყოფითი ნიშნით.

მე-4 ნახ-ზე ნაჩვენებია ნაკვეთისათვის $A_2 \dots A_k$ ფართობები უარყოფითია, A_1 ფართობი დადებითი: (აქ A_i -ში იგულისხმება k კონტურით შემოჭიმული ნაკვეთის ფართობი შესუსტების გარეშე—ფართობი „ბრუტო“), მაშინ (13) გამოსახულების შესაბამისი სიტყვიერი გამოთქმა იქნება: ბრტყელი ნაკვეთის მთლიანი A ფართობის სტატისტიკური მომენტი რაიმე ღერძის მიმართ უდრის შემდგენი ნაკვეთების სტატისტიკური მომენტების ალგებრულ ჯამს იმავე ღერძის მიმართ.

§ 4. სტატიკურ მომენტებს შორის დამოკიდებულება. **წერტილის პარალელური ღერძებისათვის**

სტატიკური მომენტები ღერძთა „ძველ“ X, O, Y სისტემაში (ნახ. 5):

საქართველოს
საინჟინერო-საგანმანათლებლო
საზღვაო უნივერსიტეტი



ნახ. 5

$$S_{x_1} = \int_A y_1 dA; \quad S_{y_1} = \int_A x_1 dA.$$

სტატიკური მომენტები ღერძთა „ახალ“ X_2, O_2, Y_2 სისტემაში:

$$S_{x_2} = \int_A y_2 dA; \quad S_{y_2} = \int_A x_2 dA.$$

თუ მივიღებთ მხედველობაში, რომ წერტილის „ახალი“ და „ძველი“ კოორდინატები დაკავშირებულია ერთმანეთთან შემდეგი დამოკიდებულებით (ნახ. 5):

$$\begin{aligned} x_2 &= x_1 + a, \\ y_2 &= y_1 + b. \end{aligned} \quad (14)$$

მივიღებთ

$$S_{x_2} = \int_A (y_1 + b) dA = \int_A y_1 dA + b \int_A dA = S_{y_1} + bA, \quad (15)$$

ანალოგიურად $S_{y_2} = S_{x_1} + aA$.

გ. ნ. ბრტყელი ნაკეთის სიმძიმის ცენტრის კოორდინატები
 ზემოთ უკვე იყო ნათქვამი, რომ, თუ რაიმე ლერძის მიმართ ნაკეთის სტატიკური მომენტი ნულის ტოლია, მაშინ ლერძი ნაკეთის სიმძიმის ცენტრში გადის და მას ცენტრალური ლერძი ეწოდება. ცხადია, რომ ორი ცენტრალური ლერძის გადაკვეთის წერტილი უმთხვევა ბრტყელი ნაკეთის სიმძიმის ცენტრს.

სიმძიმის ცენტრის კოორდინატის განსაზღვრისათვის გამოვიყენოთ (15) გამოსახულება. განმარტების თანახმად S_x და S_y გავუტოლოთ ნულს, შესაბამისი a და b კოორდინატები აღვნიშნოთ $(-x_c)$ -თი და $(-y_c)$ -თი. რადგანაც X, O, Y სისტემაში a და b უარყოფითი კოორდინატებია, ამიტომ

$$\begin{aligned} S_x &= 0 = S_x - y_c A, \\ S_y &= 0 = S_y - x_c A, \end{aligned} \quad (16)$$

საიდანაც

$$\begin{aligned} x_c &= \frac{S_y}{A}, \\ y_c &= \frac{S_x}{A}, \end{aligned} \quad (17)$$

თუ ნაკეთი მრავალბმული ან შედგენილია, მაშინ სიმძიმის ცენტრის კოორდინატების გამოსათვლელად ფორმულა შიიღებს სახეს:

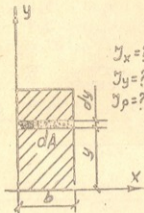
$$\begin{aligned} x_c &= \frac{\sum_1^n S_y^{(i)}}{\sum_1^n A_i}, \\ y_c &= \frac{\sum_1^n S_x^{(i)}}{\sum_1^n A_i}. \end{aligned} \quad (18)$$

განვიხილოთ ელემენტარული ნაკეთების სტატიკური მომენტებისა და სიმძიმის ცენტრების კოორდინატთა განსაზღვრის რამდენიმე მაგალითი.

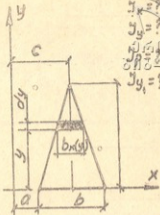
მაგალითები (ნახ. 6-14):

მოცემულია სამკუთხედი, რომლის წვეროთა კოორდინატებია:

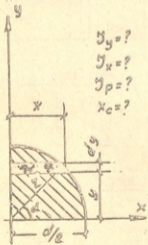
1. $(x_1 = a, y_1 = c)$;
2. $(x_2 = d, y_2 = c + h)$;
3. $(x_3 = a + b, y_3 = c)$.



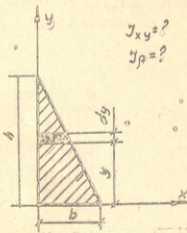
Соб. 6



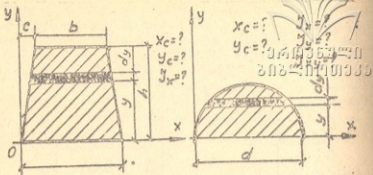
Соб. 7



Соб. 8

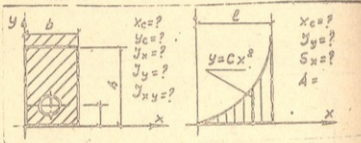


Соб. 9



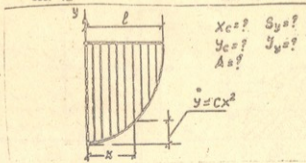
Ex. 10

Ex. 11



Ex. 12

Ex. 13



Ex. 14

განვსაზღვროთ სიმაღლის ცენტრის კოორდინატები. ელემენტარული ფართობი

$$dA = b(y) dy = \frac{b}{h}(h - y + c) dy.$$

სტატიკური მომენტი x ღერძის მიმართ

$$S_x = \int y dA = \frac{b}{h} \int_c^{h+c} (h + c - y)y dy = \frac{b}{h} \left[(h + c) \frac{y^2}{2} - \frac{y^3}{3} \right]_c^{h+c}$$

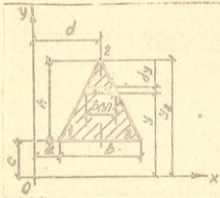
$$= \frac{b}{h} \left[(h + c) \left(\frac{(h + c)^2}{2} - c^2 \right) - \left(\frac{(h + c)^3}{3} - \frac{c^3}{3} \right) \right] = \frac{bh}{2} \left(\frac{h + 3c}{3} \right).$$

სიმაღლის ცენტრის ორდინატა

$$y_c = \frac{S_x}{A} = \frac{\frac{bh}{2} \left(\frac{h + 3c}{3} \right)}{\frac{bh}{2}} = \frac{1}{3}(h + 3c).$$

ანალოგიურად,

$$x_c = \frac{2a + b + d}{3} = \frac{(2a + b + d)}{3}.$$



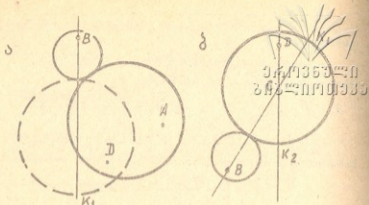
ნახ. 15

თუ გავანალიზებთ მიღებულ შედეგს, შევამჩნევთ შეტად საინტერესო კანონზომიერებას: სამკუთხედის სიმაღლის ცენტრის ნებისმიერი კოორდინატა (აბსცისა ან ორდინატა) უდრის მისი წვეროების სათანადო კოორდინატთა ალგებრული ჯამის საშუალო არითმეტიკულს. ამ შედეგის დამახსოვრება ძალიან გაგიადვილებს ამოცანების ამოხსნას.

შენიშვნები: 1. ზემოთ მოყვანილი კანონზომი-

ერება ძალაში რჩება სამკუთხედის ნებისმიერად განლაგებისას კოორდინატთა სისტემაში. 2. იგივე კანონზომიერებას ადგილი ქვს მართკუთხა ნაკვეთებისათვის. დარწმუნდით ამაში სათანადო მაგალითის განხილვით. 3. ტრაპეციისათვის ეს კანონზომიერება ირრვევა. რატომ?

თუ ბრტყელ ნაკეთს გააჩნია სიმეტრიის ღერძი, იგი ცენტრალური ღერძია. დაამტკიცეთ ეს.



ნახ. 16

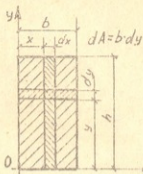
ცხადია, რომ რამდენიმე სიმეტრიის ღერძისათვის მათი გადაკვეთის წერტილი იქნება ნაკვთის სიმძიმის ცენტრი.

მეტად საყურადღებოა ნებისმიერი ფორმის და ბმათა რაოდენობის ბრტყელი ნაკვთის სიმძიმის ცენტრის ადგილმდებარეობის ექსპერიმენტული განსაზღვრის მარტივი ხერხი. საჭიროა მუყაოს მოდელზე (ნახ. 16) ავილოთ: ნებისმიერი B წერტილი და გაუყაროთ ნემსი. მუყაოს მოდელი დაიკავებს 16 ა ნახ-ზე აღნიშნულ პოზიციას. გავატაროთ B წერტილზე შვეული ხაზი BK_1 , ახლა ავირჩიოთ სხვა D წერტილი და ისევ გაუყაროთ ამ წერტილში ნემსი, ავილოთ მოდელი ნემსთან ერთად (ნახ.16 ბ) და გავატაროთ DK_2 შვეული ხაზი. BK_1 და DK_2 ხაზების გადაკვეთა მოგვცემს ნაკვთის სიმძიმის ცენტრის ადგილმდებარეობას.

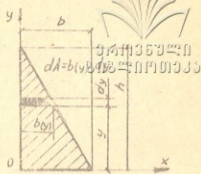
ამ ხერხით სიმძიმის ცენტრის ადგილმდებარეობის განსაზღვრა მოახდინეთ პრაქტიკული მეცადინეობის ჩატარებისას სხვადასხვა ფორმისა და ზომის ნაკვთათვის. ეს ხელს შეუწყობს მასალის ათვისებას. ექსპერიმენტი შეიძლება განმეორდეს ერთსა და იმავე მოდელზე, მაგრამ ნემსისათვის აირჩიეთ სხვა წერტილები. დარწმუნდებით, რომ ხაზების გადაკვეთა ამ შემთხვევაშიც მოხდება C წერტილში.

შ 6. ინერციის ღერძული მომენტები

ბრტყელი ნაკვთის ღერძული (ანუ ეკვატორული) I_x მომენტი რაიმე ღერძის მიმართ განისაზღვრება (3) ან (6) ინტეგრალების საშუალებით (მარტივი ნაკვთებისათვის) ან (7) გამოსახულების გამოყენე-



ნახ. 17



ნახ. 18

ბით, მე-2 ცხრილში მოცემული m -ის და n -ის მნიშვნელობათა გათვალისწინებით რთული შედგენილი ნაკვეთისათვის (ნახ. 17) გავიხსენოთ, რომ

$$I_x = \int_A y^2 dA \quad \text{და} \quad I_y = \int_A x^2 dA.$$

განვიხილოთ მარტივი ნაკვეთის ინერციის ღერძული მომენტების გაანგარიშების ტექნიკა. ავიღოთ მართკუთხა ნაკვეთი (ნ.ხ. 17).

$$I_x = \int_A y^2 dA = b \int_0^h y^2 dy = \frac{bh^3}{3};$$

$$I_y = \int_A x^2 dA = h \int_0^b x^2 dx = \frac{hb^3}{3}.$$

სამკუთხედისათვის

$$I_x = \int_A y^2 b(y) dy;$$

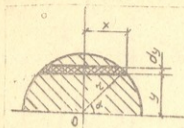
აქ ელემენტარული ზოლის სიგანე $b(y)$ ცვლადია

$$b(y) = \frac{b}{h}(h - y);$$

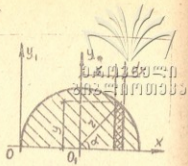
$$I_x = \frac{b}{h} \int_0^h y^2 (h - y) dy = \frac{b}{h} \left[\frac{y^3}{3} - \frac{y^4}{4} \right]_0^h = \frac{bh^3}{12}.$$

ცხადია, რომ

$$I_y = \frac{hb^3}{12}.$$



ნახ. 19



ნახ. 20

განვსაზღვროთ ნა. ევრად წრიული განივკვეთის ინერციის მომენტის x და y ღერძების მიმართ (ნახ. 19):

$$I_x = \int_A y^2 dA;$$

$$dA = 2r \cos \alpha dy = 2r \cos \alpha (r \sin \alpha) = 2r^2 \cos \alpha \sin \alpha d\alpha,$$

$$y = r \sin \alpha.$$

ჩავსვათ ინტეგრალში:

$$I_x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} r^2 \sin^2 \alpha \cdot 2r^2 \cos \alpha d\alpha = 2r^4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 \alpha \cos \alpha d\alpha =$$

$$= 2r^4 \left(\frac{\alpha}{3} - \frac{\sin 3\alpha}{9} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 2r^4 \frac{\pi}{6} = \frac{\pi r^4}{3}.$$

გამოვიანგარიშოთ I_y იგივე ელემენტარული ზოლის გამოყენებით. ახლა უკვე dA ელემენტარული ფართობი უნდა ავიღოთ ნახევარ ზოლი $dA = r^2 \cos^2 \alpha d\alpha$. რატომ?

$$I_y = \int_A x^2 dA;$$

$$x = \frac{1}{2} r \cos \alpha$$

სიდიდეები ჩავსვათ ინტეგრალში:

$$I_y = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{4} r^4 \cos^4 \alpha d\alpha = \frac{1}{2} r^4 \left(\frac{3}{8} \alpha + \frac{1}{4} \sin 2\alpha \right) +$$

$$+ \frac{1}{32} \sin 4\alpha \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2} r^4 \frac{3\pi}{16} = \frac{3\pi r^4}{32}.$$

შევამოწმოთ მიღებული შედეგი ვერტიკალური ზოლის გამოყენებით (ნახ. 20)



ქართული

საბუნებისმეტყველო მეცნიერებების აკადემია

$$I_x = \int_A x^2 dA = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} r^2 \cos^2 \alpha \cdot r \sin \alpha \cdot r \sin \alpha \cdot da$$

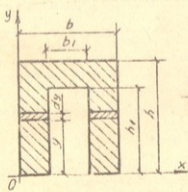
$$= 2 \cdot r^4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha \cdot da$$

როგორც ვხედავთ, მივიღეთ სხვადასხვა შედეგი I_x -ის მნიშვნელობისათვის. ისმის კითხვები: რომელი შედეგია სწორი? რაში მდგომარეობს შეცდომის არსი (იცოდეთ, რომ ინტეგრალები სწორად არის მიღებული და α -ს ზღვრები სწორად არის ჩასმული)? ანალიზური შეცდომები შეიძლება იქნეს დაშვებული სხვა ნაკვეთების ინერციის ღერძული მომენტების გაანგარიშების დროსაც (მაგალითად, სწორკუთხა ან სამკუთხა ნაკვეთისათვის). გაანალიზეთ არასწორი პასუხები.

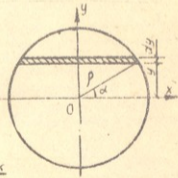
I მაგალითი დამოუკიდებელი ამოხსნისათვის. მოძენეთ I_x და I_y , თუ ცნობილია $\frac{b_1}{b} = m$ და $\frac{h_1}{h} = n$.

II მაგალითი დამოუკიდებელი ამოხსნისათვის. განსაზღვრეთ I_x და I_y .

კარნახი: გამოიყენეთ I_x -ის გამოთვლის ხერხი ნახევარწრიული ნაკვეთისათვის.



ნახ. 21



ნახ. 22

შ 7. ინერციის პოლარული მომენტი

განვიხილოთ წრიული ფორმის განივევითი (ნახ. 23). პოლუსი ავირჩიოთ კოორდინატთა სათავეში. განვსაზღვროთ ინერციის პოლარული მომენტი O პოლუსის მიმართ. გამოვიყენოთ ფორმულა

$$I_p = \int_A \rho^2 dA.$$

ელემენტარული ფართობი $dA = \rho d\alpha d\rho$ ჩავსვათ ინტეგრალში, რომელიც ორი დამოუკიდებელი ცვლადის გამო გადაიქცევა ორმაგ ინტეგრალად:

$$I_p = \int_0^r \rho^3 d\rho \int_0^{2\pi} d\alpha = \rho^4 \Big|_0^r \Big|_0^{2\pi} = \frac{\pi r^4}{2} = \frac{\pi d^4}{32}.$$

შევადაროთ მიღებული შედეგები I მაგალითის შედეგს. იქ უნდა მიგვეღო

$$I_x = I_y = \frac{\pi d^4}{64}.$$

მაშინ $I_x + I_y = I_p$ ანუ $2I_x = 2I_y = I_p$. 23-ე ნახ-დან გამომდინარეობს, რომ

$$I_p = \int_A \rho^2 dA = \int_A (x^2 + y^2) dA = \int_A x^2 dA + \int_A y^2 dA = I_x + I_y.$$

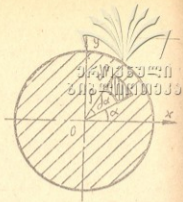
ე.ი. ნაკვეთის ინერციის პოლარული მომენტი არა მხოლოდ წრიული კვეთისათვის უდრის ინერციის ღერძული მომენტების ჯამს (როგორც ეს მაგალითების შედარებით დავადასტურებთ), არამედ ნებისმიერი ნაკვეთისათვისაც, მაგალითად, მე-16 ნახ-ზე ნაჩვენები სწორკუთხა ნაკვეთისათვის.

შ 8. ინერციის ცენტრიდანული მომენტი

1-ლი ცხრილიდან ჩანს, რომ ინერციის ცენტრიდანული მომენტი გამოითვლება გამოსახულებით (ნახ. 19)

$$I_y = \int_A xy dA.$$

როგორც აღნიშნული იყო, ინერციის ცენტრიდანული მომენტი შეიძლება იყოს დადებითი, ნულის ტოლი ან უარყოფითი:



ნახ. 23

$$I_{xy} \begin{cases} : 0 \\ = 0. \\ < 0 \end{cases}$$



ინერციის ღერძებს, რომელთა მიმართაც $I_{xy} = 0$, ეწოდება ინერციის მთავარი ღერძები.

ინერციის მთავარი ღერძების მიმართ ნაკეთის ინერციის მომენტები აღწევს თავის ექსტრემალურ მნიშვნელობებს (მინიმუმს და მაქსიმუმს) და სხვათაგან გამოსარჩევად ატარებს ინერციის მთავარი მომენტის სახელწოდებას.

ჩვენ ამ საკითხს შემდგომში უფრო ღრმად შევისწავლით. განვიხილოთ ინერციის ცენტრიდანული მომენტების განსაზღვრის რამდენიმე პრაქტიკული მაგალითი.

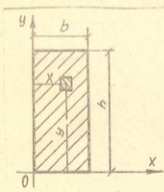
მაგალითი 1. განვსაზღვროთ I_{xy} XOY ღერძების მიმართ მართკუთხა ნაკეთისათვის (ნახ. 24):

$$I_{xy} = \int_A xy \, dA; \quad dA = dx \, dy;$$

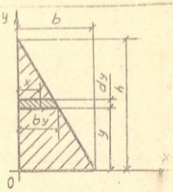
$$I_{xy} = \int_0^b x \, dx \int_0^h y \, dy = \frac{x^2 y^2}{4} \Big|_0^b \Big|_0^h = \frac{b^2 h^2}{4}.$$

მაგალითი 2. განვსაზღვროთ XOY ღერძების მიმართ I_{xy} მართკუთხა სამკუთხედისათვის (ნახ. 25):

$$I_{xy} = \int_A xy \, dA;$$



ნახ. 24



ნახ. 25

$$dA = b(y) dy = \frac{b}{h}(h - y) dy.$$

საბოლოოდ

$$x = \frac{b(y)}{2} = \frac{b}{2h}(h - y).$$

ჩავსვათ სიდიდეები ინტეგრალში (საყურადღებოა, ე.ი. არ არის დამოუკიდებელი ცვლადი).

$$\begin{aligned} I_{xy} &= \frac{b^2}{2h} \int_A (h - y)^2 y dy = \frac{b^2}{2h^2} \left[\int_0^h h^2 y dy - \int_0^h 2hy^2 dy + \int_0^h y^3 dy \right] = \\ &= \frac{b^2}{2h^2} \left(\frac{h^2 y^2}{2} - 2hy^3 + \frac{y^4}{4} \right) \Big|_0^h = \frac{b^2}{2h^2} \left(\frac{h^4}{2} - \frac{2}{3}hy^3 - \frac{h^4}{4} \right) = \\ &= \frac{b^2}{24h^2} (6h^4 - 8h^4 + 3h^4) = -\frac{b^2 h^2}{24}. \end{aligned}$$

მაგალითი 3. XOY ღერძების მიმართ განესაზღვროთ I_{xy} (ნახ. 26):

$$I_{xy} = \int_A xy dA; \quad dA = b(y) dy = \frac{b}{h}(b - y) dy;$$

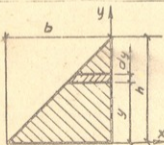
$$x = -\frac{b(y)}{2} = -\frac{b}{h}(h - y).$$

ინტეგრირების შემდეგ მივიღებთ

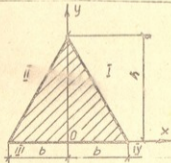
$$I_{xy} = -\frac{b^2 h^2}{24}.$$

როგორც მოსალოდნელი იყო, I_{xy} -მა შეიცვალა ნიშანი.

მაგალითი 4. XOY ღერძების მიმართ განესაზღვროთ I_{xy} y ღერძი, როგორც ნახაზიდან (ნახ. 27) ჩანს, სიმეტრიის ღერძია,



ნახ. 26



ნახ. 27

$$I_{xy} = \int_A xy \, dA.$$

შეგვიძლია დავწეროთ, რომ

$$I_{xy} = I_{xy}^{ცენტრ} + I_{xy}^{პარალ}$$

და გამოვიყენოთ წინა მაგალითების შედეგები

$$I_{xy} = \frac{b^2 h^2}{24} - \frac{b^2 h^2}{24} = 0.$$

აქედან დავასკვნით, რომ OY სიმეტრიის ღერძი ინერციის მთავარი ღერძია.

შეიძლება გაკეთდეს კიდევ ერთი საყურადღებო დასკვნა: თუ ნაკვეთი კენტ კვადრანტებშია (I, III), ცენტრიდანული ინერციის მომენტები XOY ღერძების მიმართ დადებითი იქნება: $I_{xy} > 0$.

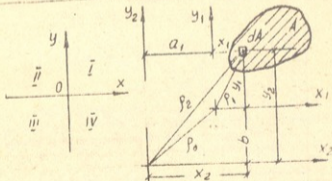
• თუ ნაკვეთი ლუნ კვადრანტებშია (II, IV), მაშინ $I_{xy} < 0$ (ნახ. 28).

§ 9. დამოკიდებულება ინერციის მომენტებს შორის პარალელური ღერძებისათვის

განვიხილოთ ნებისმიერი ფორმის ბრტყელი ნაკვეთი (ნახ. 29). ცხადია, რომ ინერციის ღერძული მომენტები გამოითვლება შემდეგი ფორმულებით:

$$I_{x_1} = \int_A y_1^2 \, dA; \quad I_{x_2} = \int_A x_2^2 \, dA;$$

$$I_{y_1} = \int_A x_1^2 \, dA; \quad I_{y_2} = \int_A y_2^2 \, dA.$$



ნახ. 28

ნახ. 29

თუ მივიღებთ მხედველობაში, რომ

$$x_2 = x_1 + a,$$

$$y_2 = y_1 + b,$$

შეგვიძლია დაწეროთ

$$\begin{aligned} I_{x_2} &= \int_A y_2^2 dA = \int_A (y_1 + b)^2 dA = \int_A (y_1^2 + 2by_1 + b^2) dA \\ &= \int_A y_1^2 dA + 2b \int_A y_1 dA + b^2 \int_A dA = I_{x_1} + 2bS_x + b^2A. \end{aligned}$$

ანალოგიურად, $I_{y_2} = I_{y_1} + 2aS_y + a^2A$.

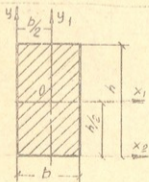
კერძო შემთხვევა. თუ OX და OY ღერძები გადის ნაკეთის სიმძიმის ცენტრზე, ე.ი. ცენტრალური ღერძებია, მაშინ $S_x = 0$ და $S_y = 0$. მიღებული გამოსახულებანი მარტივდება და საბოლოოდ ვწერთ:

$$I_{x_2} = I_{x_1} + b^2A,$$

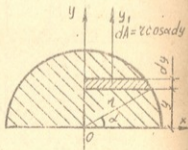
$$I_{y_2} = I_{y_1} + a^2A. \quad (20)$$

ყურადღება მივაქციოთ იმ გარემოებას, რომ OX_2 და OY_2 ღერძები ნაკეთიდან უფრო შორსაა, ვიდრე OX_1 და OY_1 ღერძები. აქედან გავაკეთოთ დასკვნა, რომ ნაკეთის ცენტრიდან უფრო დაშორებული ღერძებისათვის (OX_2 , OY_2) ინერციის მომენტები იზრდება და პირობით.

განვიხილოთ რამდენიმე მაგალითი:



ნახ. 30



ნახ. 31

მაგალითი 1. გამოვთვალოთ I_x და I_y (Ox_1 და Oy_1 ცენტრალური ღერძებია) (ნახ. 30).
(20)-დან

$$I_x = I_{x_1} + \left(\frac{h}{2}\right)^2 A,$$

აქედან $I_{x_1} = I_x - \left(\frac{h}{2}\right)^2 A = \frac{h^3}{3} - \frac{h^2}{4}bh = \frac{4bh^3 - 3bh^3}{12} = \frac{bh^3}{12}$
ანალოგიურად,

$$I_{y_1} = \frac{hb^3}{3} - \frac{b^2}{4}bh = \frac{bh^3}{12}.$$

მაგალითი 2. ვანესაზღვროთ I , 31-ე ნახ-ზე მოცემული ნაკეთისათვის. თუ გახსოვთ (ნახ. 18), პოლიეტ შედეგი $I = \frac{3\pi r^4}{32}$ და დავსვით კითხვა: სწორია თუ არა ეს პასუხი? მიღებული იყო სხვ პასუხიც (ნახ. 31) იმავე ამოცანაზე — $I = \frac{\pi r^4}{8}$. თქვენ უნდა შეგვიმონებინათ, რომელი პასუხია სწორი და რა უზუსტობაა (ან შეცდომაა) დაშვებული ამოცანის ამოხსნის დროს. ამოხსნათ იგივე ამოცანა, მაგრამ გამოვიყენოთ (20) ტიპის ფორმულები (აბლა თუ მიხვდით, სად იყო შეცდომა?). გავტაროთ ელემენტარული ზოლის შუამში y_1 ღერძი და დავწეროთ ელემენტარული ზოლისათვის dy_1 -ის მნიშვნელობა:

$$dJ = \frac{b(y_1)^3 dy_1}{12} + \left(\frac{b(y_1)}{2}\right)^2 b(y_1) dy_1 = \frac{b(y_1)^3}{3} dy_1 = \frac{1}{8}r^3 \cos^3 \alpha \cdot r \cos \alpha d\alpha;$$

$$I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} dJ = \frac{2}{3}r^4 \left(\frac{3}{8}\alpha + \frac{\sin 2\alpha}{4} - \frac{\sin 4\alpha}{32} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi r^4}{8} = \frac{\pi d^4}{128}.$$

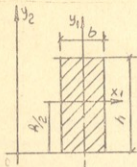
აბლა არ არის ძნელი ვთქვათ, რომელი შედეგია სწორი.

გამოვთვალოთ ინერციის პოლარული მომენტის ცვალებადობა პარალელური ღერძებისათვის (ნახ. 29):

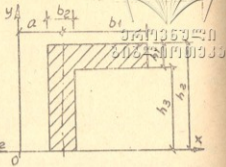
$$I_p = \int_A \rho_2^2 dA = \int_A (x_2^2 + y_2^2) dA = I_{x_2} + I_{y_2} + 2(aS_{x_2} + bS_{y_2}) + (a^2 + b^2) A.$$

კერძო შემთხვევა. თუ Ox_1 და Oy_1 ღერძები ცენტრალურია, მაშინ

$$I_p = I_p + \rho^2 A. \quad (21)$$



ნახ. 32



ნახ. 33

პოლარული მომენტი ახალი ცენტრის მიმართ უდრის ინერციის პოლარული მომენტის (ძველი პოლუსის მიმართ) და პოლუსებს შორის მანძილის კვადრატის ნაკეთის ფართობზე ნამრავლის ჯამს.

ინერციის ცენტრიდანული მომენტის ცვალებადობა პარალელური ღერძებისათვის (ნახ. 29)

$$\begin{aligned}
 I_{x_2} &= \int_A x_2 y_2 \, dA = \int_A (x_1 + a)(y_1 + b) \, dA = \\
 &= \int_A x_1 y_1 \, dA + a \int_A y_1 \, dA + b \int_A x_1 \, dA + ab \int_A dA = \\
 &= I_{x_1} + a S_x + b S_y + abA.
 \end{aligned} \tag{22}$$

კერძო შემთხვევა. თუ OX_1 და OY_1 ღერძები ცენტრალურია, მაშინ S_x და S_y ნულის ტოლია და

$$I_{x_2} = I_{x_1} + abA. \tag{23}$$

(23)-დან გამომდინარე, შეგვიძლია ვთქვათ: ნაკეთის ინერციის ცენტრიდანული მომენტი „ახალი“ (OX_2, OY_2) ღერძების მიმართ უდრის ინერციის ცენტრიდანულ მომენტების ალგებრულ ჯამს, რომელთაგანაც პირველი შესაყრები ინერციის ცენტრიდანული მომენტია თავისი ცენტრალური ღერძების მიმართ, მეორე კი—ინერციის გადატანითი ცენტრიდანული მომენტი. ეს უკანასკნელი გამოითვლება როგორც შერეული ნამრავლი ახალი სათავის კოორდინატთა წყვილისა (a, b) და ნაკეთის A ფართობისა. (23) გამოსახულებიდან ადვილად შეიძლება დავადგინოთ, რომ ყოველთვის შეიძლება შეირჩეს a -ს და

ზ-ს (სათავის კოორდინატთა) ისეთი მნიშვნელობები, რომ $I_{x_1} = 0$ და $I_{y_1} = 0$ იყოს. შინ Ox_2 და Oy_2 ღერძები, ზემოაღნიშნულის თანახმად, იქნება ინერციის მთავარი ღერძები.

თუ ერთდროულად I_{x_1} -იც ნულის ტოლია, მაშინ I_{y_1} -იც ნულის ტოლი იქნება. (OX₁, OY₁) ინერციის მთავარი ცენტრალური ღერძებია.

მაგალითები:

მაგალითი 1. $I_{x_1} = ?$ (ნახ. 32). მაგალითი 2. $I_{x_1} = ?$ (ნახ. 33).

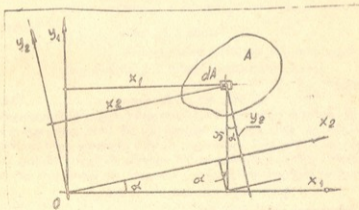
§ 10. ინერციის მომენტებს შორის დამოკიდებულება ღერძების პოზირების შემთხვევაში

მოვაბრუნოთ „აბალი“ ინერციის ღერძები (OX₂, OY₂) α დადებითი კუთხით „ძველი“ ღერძების (OX, OY) მიმართ (ნახ. 34). ფორმალურად ინერციის მომენტები „აბალი“ OX₂ და OY₂ ღერძების მიმართ ისევე ჩაიწერება, როგორც „ძველი“ OX₁ და OY₁ ღერძების მიმართ:

$$I_{x_1} = \int_A y_1^2 dA; \quad I_{y_1} = \int_A x_1^2 dA; \quad I_{x_1 y_1} = \int_A x_1 y_1 dA,$$

$$I_{x_2} = \int_A y_2^2 dA; \quad I_{y_2} = \int_A x_2^2 dA; \quad I_{x_2 y_2} = \int_A x_2 y_2 dA. \quad (24)$$

გამოვსახოთ ელემენტარული dA ნაკეთის კოორდინატები α კუთხის და „ძველი“ (x₁, y₁) ღერძების კოორდინატების საშუალებით:



ნახ. 34

$$x_2 = x_1 \cos \alpha + y_1 \sin \alpha,$$

$$y_2 = y_1 \cos \alpha - x_1 \sin \alpha.$$



ჩვენს (25) (24)-ის სათანადო გამოსახულებებში, ინერციის ცენტრის მიმართ
 ძელი მომენტი OX_2 ღერძის მიმართ

$$\begin{aligned} I_{x_2} &= \int_A y_2^2 dA = \int_A (y_1 \cos \alpha - x_1 \sin \alpha)^2 dA = \\ &= \left(\int_A y_1^2 \cos^2 \alpha + \int_A -2x_1 y_1 \sin \alpha \cos \alpha + \int_A x_1^2 \sin^2 \alpha \right) dA = \\ &= \cos^2 \alpha I_{x_1} - \sin 2\alpha I_{x_1 y_1} + \sin^2 \alpha I_{y_1}. \end{aligned} \quad (26)$$

ინერციის ღერძული მომენტი ღერძის მიმართ

$$\begin{aligned} I_{y_2} &= \int_A x_2^2 dA = \int_A (x_1 \cos \alpha + y_1 \sin \alpha)^2 dA = \\ &= \int_A x_1^2 \cos^2 \alpha + 2 \int_A \sin \alpha \cdot \cos \alpha x_1 y_1 dA + \int_A y_1^2 \sin^2 \alpha dA = \\ &= \cos^2 \alpha I_{x_1} + \sin 2\alpha I_{x_1 y_1} + \sin^2 \alpha I_{y_1}. \end{aligned} \quad (27)$$

ინერციის ცენტრიდანული მომენტი

$$\begin{aligned} I_{x_2 y_2} &= \int_A x_2 y_2 dA = \int_A (x_1 \cos \alpha + y_1 \sin \alpha)(y_1 \cos \alpha - x_1 \sin \alpha) dA = \\ &= \int_A x_1 y_1 \cos^2 \alpha dA - \int_A x_1^2 \sin \alpha \cos \alpha dA + \int_A y_1^2 \sin \alpha \cos \alpha dA - \\ &- \int_A x_1 y_1 \sin^2 \alpha dA = I_{x_1 y_1} \cos^2 \alpha - I_{x_1} \sin \alpha \cos \alpha + I_{y_1} \sin \alpha \cos \alpha - \\ &- I_{x_1 y_1} \sin^2 \alpha = \frac{I_{x_1} - I_{y_1}}{2} \sin 2\alpha + I_{x_1 y_1} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \\ &= \frac{I_{x_1} - I_{y_1}}{2} \sin 2\alpha + I_{x_1 y_1} \cos 2\alpha. \end{aligned} \quad (28)$$

შევაჯამოთ (26) და (27) გამოსახულებანი:

$$I_{x_2} + I_{y_2} = I_{x_1} (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + I_{y_1} (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha).$$

მივიღებთ

$$I_{x_2} + I_{y_2} = I_{x_1} + I_{y_1} = \text{const.} \quad (29)$$

ეს ინერციის ღერძული მომენტების ჯამის შეტად მნიშვნელოვანი თვისებაა: ეს ჯამი მუდმივი სიდიდეა და არ არის დამოკიდებული ღერძების მოპრუნების კუთხისაგან; ეს არის ინერციის ღერძული მომენტების ჯამის ინვარიანტულობის თვისება, რომელიც ხშირად გამოიყენება ინერციის მომენტების გამოთვლის და შემონახვის დროს.

§ 11. ინერციის მთავარი მომენტები

შემოვიღოთ აღნიშვნები:

$$\cos \alpha = l, \quad \sin \alpha = m, \quad (30)$$

მაშინ (26), (27) და (28) გამოსახულებანი ჩაინერება შემდეგი წესით:

$$I_x = I^2 I_x - 2lm I_{xy} + m^2 I_y; \quad (31)$$

$$I_y = I^2 I_y - 2lm I_{xy} + m^2 I_x;$$

$$I_{xy} = (I_x - I_y) lm + (l^2 - m^2) I_{xy}$$

თუ (31)-ში I_x -ს გაუმრავლებთ I_y -ზე და გამოკვეთებთ I_{xy} -ს, და ვინაბათ, რომ გამოსახულება არ იქნება დამოკიდებული α კუთხო-საგან:

$$I_x I_y - I_{xy}^2 = I_x I_y - I_{xy}^2. \quad (32)$$

ეს გამოსახულება ძირითადად ინერციის მომენტების გაანგარიშე-ბის სისწორის შესამოწმებლად.

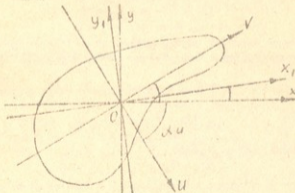
35-ე ნახ-ზე OX და OY „ძველი“ ცენტრალური ღერძებია, OX₁ და OY₂ „ახალი“ ცენტრალური ღერძები, რომელთა მიმართაც ინერციის მომენტები გამოითვლება (31) ფორმულების საშუალებით.

OU და OV ინერციის მთავარი ცენტრალური ღერძებია.

კერძო შემთხვევაში, როცა $I_{xy} = 0$ (ე.ი. OX₁ და OY₂ ღერძები მთავარია), (32) გამოსახულება ძალაში რჩება. მთავარი ღერძებისათ-ვის (OX₂ = OU, OY₂ = OV) დაგნეროთ

$$I_x \cdot I_y = I_x I_y - I_{xy}^2. \quad (33)$$

როგორც (26), (27), (28) ან (31) ფორმულებიდან ჩანს,



ნახ. 35

$$I_x = f_1(I_x, I_y, I_{xy}, \alpha); I_y = f_2(I_x, I_y, I_{xy}, \alpha)$$

$$I_{xy} = f_3(I_x, I_y, I_{xy}, \alpha).$$

დავსვათ ამოცანა ინერციის ღერძული მომენტების ექსტრემუმის მოძებნის შესახებ. ავიღოთ I_x გამოსახულება (31)-დან:

$$I_x = I^2 I_{xy} - 2lmI_{xy} + m^2 I_y.$$

სემოვილოთ ნულოვანი ფუნქცია ლაგრანჟის მამრავლით:

$$\psi = -I(l^2 + m^2 - 1) = 0. \quad (33')$$

აქ I არის ლაგრანჟის მამრავლი და ჩვენს შემთხვევაში შეესაბამება ინერციის მომენტთა ექსტრემალურ მნიშვნელობათა სიმრავლეს; $(l^2 + m^2 - 1)$ ნულოვანი ფუნქციაა. მართლაც,

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha - 1 = 0.$$

შევიტანოთ (33) (31)-ში

$$I_x = I^2 I_{xy} - 2lmI_{xy} + m^2 I_y - I(l^2 + m^2 - 1). \quad (34)$$

დამოუკიდებელ არგუმენტებად მივიჩნიოთ l და m მგეზავი კოსინუსები. ექსტრემუმის პირობებს ექნება შემდეგი სახე:

$$\frac{\partial I_x}{\partial l} = 0 \text{ და } \frac{\partial I_x}{\partial m} = 0; \quad (35)$$

$$\frac{\partial I_x}{\partial l} = 2Il_{xy} - 2mI_{xy} - 2Il = 0;$$

$$\frac{\partial I_x}{\partial m} = -2Il_{xy} + 2mI_y - 2mI = 0 \quad (36)$$

ანუ

$$l \cdot (I_{xy} - I) - m \cdot I_{xy} = 0,$$

$$-l \cdot I_{xy} + m \cdot (I_y - I) = 0. \quad (36')$$

მიღებული სისტემის დაკმაყოფილება $m = l = 0$ -ით ჩვენს შემთხვევაში დაუშვებელია, რადგანაც იგი უნააღმდეგება (33') ტოლობას.

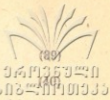
ჩვენს პირობა, რომ (36') სისტემის დეტერმინანტი გაუტოლოთ ნულს:

$$D = \begin{vmatrix} I_{xy} - I & -I_{xy} \\ -I_{xy} & I_y - I \end{vmatrix} = 0; \quad (37)$$

D -ს გახსნის შემდეგ გექნება

$$I^2 - I(I_x + I_y) + I_x I_y - I_{xy}^2 = 0. \quad (38)$$

მიღებული კვადრატული განტოლებიდან (I -ს მიმართ) განვხაზავთ I -ს ორი ფესვი, რომელთაგან ერთი შეესაბამება მაქსიმუმს, მეორე მინიმუმს:



$$I_{1,2} = \frac{I_1 + I_2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_1 - I_2}{2}\right)^2 - I_x I_y - I_z^2}$$

ელემენტარული გარდაქმნების შემდეგ მივიღებთ:

$$I_1 = I_{\max} = \frac{I_1 + I_2}{2} + \sqrt{\left(\frac{I_1 - I_2}{2}\right)^2 + I_{xy}^2}$$

$$I_2 = I_{\min} = \frac{I_1 + I_2}{2} - \sqrt{\left(\frac{I_1 - I_2}{2}\right)^2 + I_{xy}^2}$$

(39) და (40) გამოსახულებათა საშუალებით განისაზღვრება ინერციის ღერძული მომენტების მთავარი მნიშვნელობები. ზოგჯერ $I_1 = I_{\max}$ -ს აღნიშნავენ I_x -თი, $I_2 = I_{\min}$ -ს კი $-I_y$ -თი. ღერძებს, რომელთა მიმართ ნაკვეთის ინერციის მომენტი აღწევს თავის მაქსიმუმს, აღნიშნავენ U -თი, მინიმუმს $-V$ -თი. ამ ღერძებს ინერციის მთავარ ღერძებს უწოდებენ (ნახ. 36), რომელთა დახრის კუთხე OX ღერძთან განისაზღვრება (39)-ის ჩასმით (36')-ში:

$$I_x(I_x - I_y) - m_x I_{xy} = 0, \\ \frac{m_x}{I_x} = \operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{I_x - I_y}{I_{xy}} \quad (41)$$

ან

$$\frac{I_y}{m_x} = \operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{I_{xy}}{I_y - I_x}$$

α არის კუთხე, რომელსაც u ღერძი ადგენს x_1 ღერძთან.
 v ღერძი კი u ღერძის მართობია.
 ლიტერატურაში გავრცელებულია ფორმულა

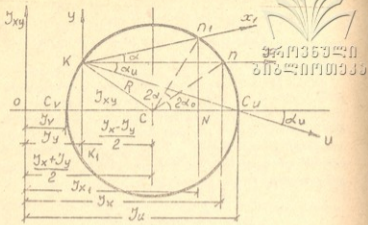
$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2I_{xy}}{I_x - I_y} \quad (42)$$

რომლის გამოყვანა (31)-ის შესაბამე ტოლობიდან არ არის ძნელი, თუ გაეთვალისწინებთ, რომ $I_{xy} = I_{yx} = 0$ (მთავარი ღერძებისათვის).

მართლაც,

$$I_{xy} = I_{yx} = \frac{1}{2}(I_x - I_y) \sin 2\alpha_0 + I_{xy} \cos 2\alpha_0 = 0.$$

საიდანაც ადვილად გამოდის (42) გამოსახულება. უნდა ითქვას, რომ (41) ფორმულას (42)-თან შედარებით აქვს გარკვეული უპირატესობა, რაც მდგომარეობს იმაში, რომ, თუ (41)-ში ჩავსვათ I_x -ს, მივიღებთ α_1 კუთხეს, რომელსაც u მთავარი ღერძი ადგენს y_1 ღერძთან; თუ ჩავსვათ I_y -ს მნიშვნელობას, მივიღებთ α კუთხეს, რომელსაც ღერძი ადგენს x_1 ღერძთან. აქვე უნდა აღვნიშნოთ, რომ, თუ I_x , I_y და I_{xy} მნიშვნელობები განსაზღვრულია ნაკვეთის ცენტრალური ღერძების



ნახ. 36

მიმართ (ნახ. 36), მაშინ (39) და (40) გამოსახულებებით მიღებული I_x და I_y სიდიდეები ინერციის მთავარი ცენტრალური მომენტებია. გასული ხაზი იმ გარემოებას, რომ ნაკეთის ინერციის მთავარი მომენტები შეიძლება განისაზღვროს სიბრტყის ნებისმიერ ნერტილზე გამავალი ღერძებისათვის, მაგრამ განსაკუთრებული მნიშვნელობა აქვს ინერციის მთავარ ცენტრალურ მომენტებს, რადგანაც ეს სიდიდეები გამოიყენება საანგარიშო ფორმულებში.

§ 12. ინერციის წრე

ფუნქციონალური დამოკიდებულება ინერციის ღერძულ, ცენტრიდანულ და მთავარ მომენტებს შორის შეიძლება წარმოდგენილ იქნეს გრაფიკული აგების საშუალებით (ნახ. 36).

გრაფიკულად წარმოდგენის ერთ-ერთ მარჯვს ეწოდება ინერციის ანუ შორის წრე. თუ (39) გამოსახულებაში მარჯვენა ნაწილის პირველ წევრს გადავიტანთ მარცხნივ, უკუვაგდებთ ინდექსებს x -თან და y -თან (რადგანაც მთავარი მომენტებისათვის შემოვიღეთ სხვა აღნიშვნა) და შემდეგ ტოლობის ორივე ნაწილს ავიყვანო კვადრატში, მივიღებთ წრეხაზის განტოლებას $I_x, (I_y), I_x,$ სისტემაში</

(შეადარეთ განტოლებას $R_1^2 = x^2 + y^2$).

შევარჩიოთ ღერძთა სისტემა: აბსცისათა ღერძზე გადავზომოთ ღერძული მომენტები (I_x, I_y, I_z, I_2), ორდინატთა (შვეულ) ღერძზე კი ინერციის ცენტრიდანული მომენტები (I_{x_1}, I_{y_1} და ა.შ.).

ნახაზის აგებისათვის ავირჩიოთ მასშტაბი

$$M(1\text{სმ} \Leftrightarrow m \cdot \text{სმ}^4).$$

გადავზომოთ აბსცისათა ღერძზე (აქ შეულ M მასშტაბში) ინერციის ღერძული მომენტები I_x და I_y (დავუშვათ, $I_x < I_y$). მიღებული C_1, C_2 მონაკვეთის ცენტრის - C ნერტილის კოორდინატი გამოითვლება ტოლობით $OC = \frac{I_x + I_y}{2}$ (ნახაზზე კი გადაიზომება $\frac{I_x + I_y}{2} : M$ (ან CC_1) მონაკვეთის სიგრძე $CC_1 = \frac{I_x + I_y}{2} - I_x = \frac{I_y - I_x}{2}$, როგორც ეს ნახაზიდან ჩანს. C_1 ნერტილზე (ან C_2 -ზე) გადავზომოთ მიღებულ მასშტაბში I_{x_1} სიდიდე (შე I_{x_1} ღერძის პარალელურად).

CK მონაკვეთის სიგრძე პითაგორას თეორემის თანახმად უდრის

$$CK = \sqrt{\left(\frac{I_y - I_x}{2}\right)^2 + I_{y_1}^2}.$$

ამ მონაკვეთის ტოლი $CK = R$ რადიუსით C ცენტრიდან შემოვხაზოთ წრეხაზი, რომელიც ინერციის ეკვატორულ მომენტთა ღერძს გადაკვეთს $1(u)$ და $2(v)$ ნერტილებში, მაშინ

$$I_{u \cdot o_1} = I_u = \frac{I_x + I_y}{2} + R = \frac{I_x + I_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{I_y - I_x}{2}\right)^2 + I_{y_1}^2}$$

და

$$I_{v \cdot o_1} = I_v = \frac{I_x + I_y}{2} - R = \frac{I_x + I_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{I_y - I_x}{2}\right)^2 + I_{y_1}^2}.$$

ამგვარად აგებული წრეხაზი თითქმის დანატეხითი გაანგარიშების გარეშე გვაძლევს ინერციის მთავარი მომენტების მნიშვნელობას M მასშტაბში. ამოცანა ამოხსნილია - I_u და I_v განისაზღვრა ნახაზის საშუალებით.

ინერციის წრეს შეუძლია მოგვეცეს აგრეთვე მთავარი (U და V) ღერძების დაბრის კუთხეები. C_1 ნერტილში გადაზომილი I_{x_1} -ის გადაკვეთა წრეხაზთან ხდება K ნერტილში. მივიჩნიოთ ეს ნერტილი ახალ კოორდინატთა სათავედ; გავატაროთ მასზე KX და KY ღერძები (OX და OY ღერძების პარალელურად).

ახლა K წერტილზე გავატაროთ KX ღერძი, რომელიც OX_1 ღერძის (ან OU ღერძის) პარალელურია და დახრილია ღერძთან α (ან α_0) კუთხით. KX_1 ღერძმა ინერციის წრე გადაკვეთა n_1 წერტილში. გორც ნახაზიდან ჩანს, ON მონაკვეთი უდრის I_x მართლაც.

$$ON = OC + CN = \frac{I_x + I_y}{2} + cn_1 \cos(2\alpha_0 + 2\alpha).$$

$$\begin{aligned} \text{თავის მხრივ, } cn_1 \cos(2\alpha_0 + 2\alpha) &= \\ &= cn_1 \cos 2\alpha_0 - \cos 2\alpha - cn_1 \sin 2\alpha_0 \sin 2\alpha = c n \cos 2\alpha_0 \cos 2\alpha - \\ &- c n \sin 2\alpha_0 \sin 2\alpha = \frac{I_x - I_y}{2} \cos 2\alpha - I_y \sin 2\alpha_0. \end{aligned}$$

$$\text{საბოლოოდ, } ON = I_x = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{I_x - I_y}{2} \cos 2\alpha - I_y \sin 2\alpha_0.$$

მივიღეთ (ნახაზიდან) იგივე ფორმულა, რაც მანამდე იყო მიღებული თეორიულად.

ამრ. გად, α კუთხე ნახაზზე იძლევა ნებისმიერი OX_1 ღერძის დახრის კუთხეს საწყის („ძველ“) OX ღერძთან. რადგანაც $ON = I_x$ ინერციის მომენტის მნიშვნელობაა ნაკვეთის OX_1 ღერძის მიმართ, ცხადია, ინერციის მთავარი ღერძის მიმართულებას მივიღებთ, როცა OX_1 ღერძს ისე ვაბრუნებთ, რომ n_1 წერტილი დაემთხვეს C_x წერტილს; საშინ N წერტილიც დაემთხვევა C_x წერტილს, ე.ი. $OC_x = I_x$ და $\angle nKC_x = \alpha_0 = \alpha_x$ ე.ი. უდრის კუთხეს, რომელსაც მთავარი U ღერძი ადგენს OX ღერძთან.

თუ ინერციის ცენტრიდანული მომენტი — I_{xy} უარყოფითია, იგი უნდა გადაიზომოს უარყოფითი მიმართულებით, ე.ი. ქვემოთ (K_1 წერტილი). მთელი აგება, როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, უნდა ჩატარდეს ზუსტად ისე, როგორც K წერტილისათვის.

ცხადია, რომ V ღერძი გაივლის C_x წერტილზე და შეადგენს α_x კუთხეს OX ღერძთან (ნახ. 36).

36-ე ნახაზიდან კარგად ჩანს, რომ $\operatorname{tg} \alpha_x = \frac{I_{xy}}{I_y - I_x}$, ე.ი. α_x -ს აქვს ყოველთვის I_{xy} -ის ნიშანი, რადგანაც $I_y > I_x$. ნახაზიდან ანალოგიურად გამოდინარეობს, რომ

$$\operatorname{tg} \alpha_y = \frac{-I_{xy}}{I_x - I_y} = \frac{I_{xy}}{I_y - I_x}$$

აქ კი α_y -ს აქვს I_{xy} -ის საწინააღმდეგო ნიშანი.

როგორც იმავე ნაბაზიდან ჩანს, ცენტრიდანული მომენტის მაქსიმალური მნიშვნელობა $I_{xy \max}$ ინერციის წრის რადიუსის მნიშვნელობის ტოლია:

$$I_{xy \max} = R = \sqrt{\left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + I_{xy}}$$

ღერძები, რომელთა მიმართაც ადგილი აქვს $I_{xy \max}$ ინერციის მთავარ (OU, OV) ღერძებთან 45° -ით და ატარებს ინერციის მაქსიმალური ასიმეტრიის ღერძების სახელწოდებას.

§ 13. ინერციის რადიუსი. ინერციის ელიფსი.

დავწეროთ ინერციის მომენტების ფორმულები ზოგადი სახით:

$$I_x = \int y^2 dA; I_y = \int x^2 dA; I_{xy} = \int xy dA. \quad (44)$$

გამოვიყენოთ ცნობილი თეორემა ინტეგრალის საშუალო მნიშვნელობის გამოთვლის შესახებ:

$$I = \int x^2 dA = \bar{x}^2 A,$$

სადაც \bar{x} - ინტეგრალქვეშა ფუნქციის საშუალო მნიშვნელობაა, მაშინ ინერციის მომენტების გამოსახულებანი მიიღებენ შემდეგ სახეს:

$$I_x = \bar{y}^2 A; I_y = \bar{x}^2 A; I_{xy} = \bar{xy} A,$$

ანუ $I_x = \bar{y}^2 A; I_y = \bar{x}^2 A;$

$$I_{xy} = \bar{xy} A, \quad (45)$$

სადაც აღვნიშნეთ $\bar{y} = \bar{y}_x$ -ით, $\bar{x} = \bar{x}_y$ -ით.

ეუნოდოთ ამ სიდიდეებს კვეთის ინერციის რადიუსებში, შესაბამისად, X და Y ღერძების მიმართ (ნახ. 37).

იგივე შეიძლება ითქვას ინერციის მთავარი მომენტების მიმართაც, ე.ი.

$$I_x = I_1 = \bar{y}_1^2 A = \bar{y}_1^2 A; \quad (45')$$

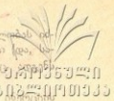
$$I_y = I_2 = \bar{x}_2^2 A = \bar{x}_2^2 A.$$

დავწეროთ ინერციის ღერძული მომენტის გამოსახულება ინერციის ღერძთა მთავარ სისტემაში, როგორც ღერძთა მობრუნების კუთხის ფუნქცია:

$$I_x = I_{x(y)}^2 + I_{x(y)'}^2 \quad (46)$$

ცხადია, რომ $I_{x(y)} = I_{x(y)'} = 0$ (ცენტრიდანული ინერციის მომენტი მთავარ ღერძთა სისტემაში, როგორც ვიცით, ნულის ტოლია). თუ მივიღებთ მხედველობაში (45) და (45') გამოსახულებებს, განვიკვეთის A ფართობზე შეკვეცის შემდეგ დავწეროთ

$$\bar{y}_1^2 = \bar{y}_1^2 \bar{y}_1^2 + \bar{y}_1^2 \bar{y}_1^2. \quad (47)$$



(მესამეხაზისად: F_{1x} და F_{2x}) ინერციის ელიფსი შესაძლებლობას იძლევა, გამოთვლილ იქნას ინერციის მომენტები ნებისმიერ xy სართანადობაში. I_x ღერძის მართობო, რომლის მიმართაც ელიფსი $I(x)$ ღერძთან α კუთხეს. $I_x = \frac{I_{xx}}{\cos^2 \alpha} - \frac{I_{xy}}{\sin 2\alpha} + \frac{I_{yy}}{\sin^2 \alpha}$

პრაქტიკული გაანგარიშებისთვის მეტად მოსახერხებელი ინერციის ელიფსის გამოყენება ხშირად სწორკუთხედების ცხრილებში („სასტო“) მოცემულია ინერციის მთავარ რადიუსთა მიმდებარეობები. ინერციის ელიფსი ასახავს განსაზღვრულ მასშტაბში ინერციის მომენტის ცვლადობას ღერძების მობრუნებისას.

უნდა იქნას რაიმე შედეგად ინერციის მომენტების გამოთვლა ელიფსის გამოყენებით. კვადრატებში (II, IV) მაშინ $I_{xy} < 0$ (ნახ. 26) ეოქვათუ შუაგულზე ინერციის ცენტრის (ნახ. 27) განსაზღვრულ მასშტაბში. გვინტერესებს I_x ინერციის ღერძული მომენტის გამოთვლა. განვიხილოთ სპეციფიკური ფორმის პრაქტიკული ნაკლი (ნახ. 29).

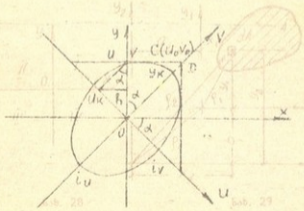
გაგატაროთ Ox ღერძის პარალელურად ელიფსის მხებზე C ნერტილი მხების ნერტილია.

O -დან მხებზე დაეშვათ h პერპენდი. იგი ექნება მანძილი მხების კოორდინატთა სათაუდან.

დავწეროთ მხების განტოლება ჩვენამდე ერ ფორმაში

$$um + vl = h. \tag{52}$$

აქ





$$m = \sin \alpha, \quad l = \cos \alpha.$$

u, v მსები წრფის ნებისმიერი ნერტილის მიმდებარე კოორდინატებია, მსები ელიფსს ეხება $C(u_0, v_0)$ ნერტილში. განტოლება შეიღება დაწეროთ შემდეგი სახით: $\frac{uu_0}{l^2} + \frac{vv_0}{l^2} = 1$.

$$\frac{uu_0}{l^2} + \frac{vv_0}{l^2} = 1. \quad (53)$$

დაწეროთ (52) და (53) განტოლებები როგორც წრფის განტოლებები მონაკვეთში და შევადაროთ ერთმანეთს:

$$\frac{U}{\frac{l}{m}} + \frac{V}{\frac{l}{m}} = 1, \quad (52')$$

$$\frac{U}{\frac{l}{m}} + \frac{V}{\frac{l}{m}} = 1. \quad (53')$$

ცხადია, ორივე შემთხვევაში მნიშვნელები მონაკვეთებია, რომლებიც მხებმა ჩამოქრა კოორდინატა სისტემაში, ე.ი. $u_1 = \frac{h}{m}$ და $v_1 = \frac{h}{l}$

(ნახ. 38), მაშინ $\frac{h}{m} = \frac{l^2}{v_0}$ და $\frac{h}{l} = \frac{l^2}{u_0}$.

განვსაზღვროთ შეხების ნერტილის კოორდინატები

$$u_0 = \frac{l^2}{h}; \quad v_0 = \frac{l^2 m}{h}. \quad (54)$$

შევიტანოთ (54) (52)-ში

$$l^2 l^2 + l^2 m^2 = h^2. \quad (55)$$

შევადაროთ (55) (47)-ს; დავინახავთ, რომ $l^2 = h^2$, რისი დამტკიცებაც გუნდოდა.

ამრიგად, ინერციის ღერძული მომენტის x ღერძის მიმართ გამოთვლისას ვატარებთ მხებს x ღერძის პარალელურად, ვზომავთ h -ს (l -ს) მანძილს მხებიდან კოორდინატთა სათავემდე — ეს იქნება სათანადო ინერციის რადიუსი l . ამის შემდეგ ვანგარიშობთ ინერციის ღერძულ მომენტს (45) ფორმულით

$$I_x = l^2 A.$$

ანალოგიურად იანგარიშება $I_y = l^2 A$, სადაც l , არის მანძილი D ნერტილზე ვატარებული მხების (II ღერძისა) კოორდინატთა სათავედან. ცხადია, რომ ინერციის ცენტრიდანული მომენტი $x - y$ ღერძების მიმართ გამოითვლება გამოსახულებით

$$I_{xy} = l_x l_y A.$$

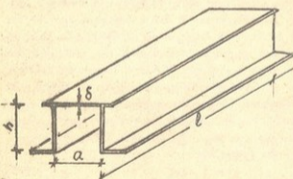
შ 14. თხელკედლიანი ღეროების გეომეტრიული მახასიათებლები/ თანამედროვე საინჟინრო ნაგებობებში, თვითმფრინავების, ჯემები/ სა და ავტომანქანების კონსტრუქციებში, მანქანათმშენებლობაში ფართოდ გამოიყენება თხელკედლიანი ღეროები.

თხელკედლიანი ენოდება ისეთი ცილინდრული ან პრიზმული ღეროების ღერო, რომლის ყველა განზომილება (სიგრძე, სიგანე, სიმაღლე, სისქე) სხადასხვა რიგის სიდიდეებია, კერძოდ, l სიგრძე საგრძნობლად მეტია განივკვეთის ზომებთან (a და b) შედარებით, ხოლო თვით კონტურის ზომები მნიშვნელოვნად აღემატება კვეთის b სისქეს (ნახ. 39), ე.ი. $l \gg a = b \gg b$.

ასეთი ღეროების განივკვეთი შეიძლება იყოს შეკრული ან ღია პროფილის. „ჩვეულებრივი“ ღეროებისაგან განსხვავებით თხელკედლიანი ღეროების განივკვეთის კონტურის ყოველი წერტილი ხასიათდება ორი ხაზოვანი (x, y) და ერთი სექტორული (ω) კოორდინატით (ნახ. 40).

ხაზოვანი კოორდინატების ათვლას, როგორც წესი, აწარმოებენ განივკვეთის მთავარ ცენტრალურ ღერძთა სისტემაში.

წერტილის სექტორული კოორდინატის განსაზღვრისათვის საჭიროა პოლუსის (A წერტილი) და სექტორული ω ფართობის ათვლის საწყისი წერტილის არჩევა. როგორც წესი, პოლუსად ირჩევენ ღუნვის ცენტრს. ამ წერტილს უწოდებენ კვეთის მთავარ სექტორულ წერ-



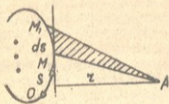
ნახ. 39

უძრავი წერტილის მიმართ A სხვი მობრუნდება დადებითი კუთხით — საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით:

თვალსაჩინოებისათვის აგებენ ω -ს ეპიურას, კონტურის შუა ხაზს თვლიან ნულოვან ხაზად და ω -ს ზომიერ კონტურის ნორმალზე არჩეული მასშტაბით. როდესაც თხელკედლიანი ღეროს კვეთის ცენტრში შეკრულია, მაშინ სექტორული ფართობი კედლის შუა ტყვიანობაში ფარგლული გაორკვებული ფართობის ტოლია (ნახ. 42). თუ კონტური ტეხილ სწორხაზოვან უბანთა ერთობლიობას წარმოადგენს, ამ შემთხვევაში ω გამოითვლება ინტეგრალების გარეშე — ალგებრული წამით (ნახ. 43, 44)

$$\omega = \sum_{i=1}^n S_i r_i$$

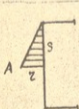
როდესაც რადიუს-ვექტორი r ღეროს კონტურს კვეთს, ამ შემთხვევაში სექტორული ფართობი გამოითვლება სხვაობით. მაგალითად, 44-ე ნახ-ზე ნაჩვენებია სქემისათვის გვექნება:



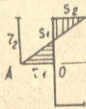
ნახ. 41



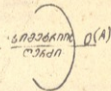
ნახ. 42



ნახ. 43



ნახ. 44



ნახ. 45

$$\omega = S_2 r_2 - S_1 r_1.$$

როდესაც ღეროს კონტურს სიმეტრიის ღერძი აქვს და კონტურზე აღებული O ნერტილი ემთხვევა A პოლუსს, მაშინ $\omega = 0$.

§ 16. სექტორული სტატიკური მომენტები

სექტორული სტატიკური მომენტი აღინიშნება შემდეგი ვიზუალიზაციით: ვიზუალიზაცია

$$S_w = \int_A \omega dA, \quad (57)$$

სადაც ω არის კონტურზე მოძრავი ნერტილის სექტორული კოორდინატი; dA - კვეთის კონტურის ელემენტარული ფართობი. სექტორული სტატიკური მომენტის განზომილებაა $სმ^4$ ($მმ^4$, $მ^4$).

S_w -ს მნიშვნელობა დამოკიდებულია O და A ნერტილების ურთიერთმდებარეობაზე. იგი კონტურის სხვადასხვა ნერტილებისათვის შეიძლება იყოს დადებითი, უარყოფითი ან ნულის ტოლი.

როდესაც $S_w = 0$, ხანგრძლივ ნულოვანი ეწოდება და აღინიშნება სათანადო ინდექსით (ნახ. 45). თუ პოლუსს სიმეტრიის ღერძზე ავიღებთ, კონტურის ერთ-ერთი ნულოვანი ნერტილი ღერძის გადაკვეთაში მოთავსდება, სექტორულ ეპიურას შივილებზე ანტისიმეტრიულს (ნახ. 45) და, ცხადია, მუდმივი სისქის მქონე თხელკედლიანი ღეროებისათვის სექტორული სტატიკური მომენტი $S_w = 0$.

§ 17. ინერციის სექტორული ცენტრიდანული მომენტები (სექტორული წრფივი სტატიკური მომენტები)

ინერციის სექტორული ცენტრიდანული მომენტები მთავარი ცენტრალური ღერძების მიმართ ეწოდება ელემენტარული ფართობის და მის შესაბამის სექტორულ და წრფივ კოორდინატთა შერეულ ნამრავლის ინტეგრალს, აღებულს მთელ ფართობზე.

ინერციის სექტორული ცენტრიდანული მომენტები აღინიშნება I_{xx} -ით და I_{yy} -ით (ან S_{xx} და S_{yy}), მისი განზომილებაა $სმ^4$, განიკვეთის ეს მახასიათებლები გამოითვლება შემდეგი ფორმულებით:

$$\begin{aligned} S_{xx} = I_{xx} &= \int_A \omega x dA, \\ S_{yy} = I_{yy} &= \int_A \omega y dA, \end{aligned} \quad (58)$$

სადაც ω არის ელემენტარული ფართობის სექტორული კოორდინატი; x და y - ნერტილის დეკარტეს კოორდინატები; dA - ელემენტარული ფართობი.

როგორც (58) ტოლობათა სტრუქტურიდან ჩანს, I_{xx} და I_{yy} შეიძლება იყოს როგორც დადებითი, ისე უარყოფითი ან ნულის ტოლი.

$$S_{xy} = I_{xy} \begin{cases} > 0; \\ = 0; \\ < 0; \end{cases}$$

ღუნვით მიღებული პროფილებისათვის (რომელთაც შემდეგ სისტე აქვთ) შეიძლება დაინეროს:

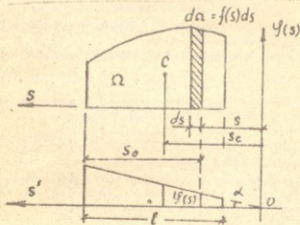
$$I_{xx} = \int ax \, dS; \quad I_{yy} = \int ay \, dS.$$

იმ პოლუსს, რომლის მიმართ ინერციის სექტორული ცენტრიდანული მომენტი ნულის ტოლია, ეწოდება შთავარი სექტორული პოლუსი ან ღუნვის ცენტრი. n უბნის მკონე ტეხილი თხელკედლიანი ღეროების განიკვეთისათვის შეიძლება დაინეროს:

$$S_{xx} = I_{xx} = \sum_i \int_{S_i} ax \, dS;$$

$$S_{yy} = I_{yy} = \sum_i \int_{S_i} ay \, dS; \quad (59)$$

სადაც \sum_i არის L -ური უბნის S_i კედლის სისტე; n -უბანთა რიცხვი.



ნახ. 46

ინტეგრალის აღება ხდება თითოეული k -ური უბნის ფარგლებში ინტეგრალების ქვეშ გვაქვს y, z (ან β) და A ფუნქციების ნამრავლი რომლებიც დამოკიდებულია კონტურის S სიგრძეზე.

ინტეგრალზე $\int_{\gamma} g \cdot \text{მოანგარიშების მარტივი ხერხი მოგვცა ვერცხა-გინმა შემთხვევისათვის, როდესაც ინტეგრალქვეშა ფუნქციები კონტურის S სიგრძეზე აღვნიშნოთ Ω -თი.$

დაამტკიცოთ ინტეგრალის გამოთვლის ეს ხერხი. ვთქვათ, მოცემულია ინტეგრალი

$$I = \int_{\gamma} \varphi(S) \psi(S) dS,$$

სადაც $\varphi(S)$ ნებისმიერი ფუნქციაა; $\psi(S)$ — ნრფივი ფუნქცია. ავაგოთ ამ ფუნქციების გრაფიკები — ეპიურები (ნახ. 46).

კოორდინატა სათავე ავიღოთ ნრფივი $\varphi(S)$ ფუნქციის ნულოვან ნერტილში, მაშინ კოორდინატა სათავიდან S მანძილზე ფუნქციების მნიშვნელობები ეპიურებზე იქნება $\Phi(S)$ და $\varphi(S)$ (ნახ. 46). ფუნქციის ეპიურის ფართობი S_0 სიგრძეზე აღვნიშნოთ Ω -თი.

ნამრავლი $\Phi(S) \varphi(S) dS = d\Omega$, ნახაზიდან $\varphi(S) = S \tan \alpha$.

თუ ჩავსვამთ ამ სიდიდეებს ინტეგრალში და მივიღებთ მხედველობაში, რომ $\int_{\gamma} \varphi(S) \psi(S) dS = \int_{\Omega} \psi(S) d\Omega$, გვექნება:

$$I = \int_{\gamma} \varphi(S) \psi(S) dS = \int_{\Omega} \psi(S) d\Omega = \psi(S_0) \cdot S_0,$$

სადაც S_0 სტატიკური მომენტი $\Phi(S)$ ფუნქციის ეპიურის Ω ფართობისა კოორდინატა სათავის მიმართ.

როგორც ვიცი, სტატიკური მომენტი შეიძლება დაიწეროს შემდეგი სახით:

$$S_0 = \Omega S_c,$$

სადაც S_c არანრფივი $\Phi(S)$ ფუნქციის ეპიურის Ω ფართობის სიმძიმის ცენტრის კოორდინატაა. ჩასმის შემდეგ მივიღებთ:

$$I = \int_{\gamma} \varphi(S) \psi(S) dS = \psi(S_c) \cdot \Omega S_c,$$

სადაც $\eta_c = S_c \tan \alpha$ არის Ω ორდინატი $\varphi(S)$ ფუნქციის გრაფიკზე, აღებული Ω ეპიურის სიმძიმის ცენტრის ქვეშ (ნახ. 46).

იმ შემთხვევაში, როდესაც ორივე $\Phi(S)$ და $\varphi(S)$ ფუნქცია ნრფივია, გამოთვლის წესი ძალაში რჩება, მაგრამ არა აქვს მნიშვნელობა, რომელი ფუნქციის გრაფიკის ფართობი გამოითვლება.



ქიმი. ინერციის მომენტი გრების დროს

თხელეკედლიანი ელემენტების გრებაზე გაანგარიშების დროს ფორმულით გრების კუთხე Θ ან გრების აბსოლუტური კუთხე φ განსაზღვრება შემდეგი ფორმულებით:

$$\Theta = \frac{Mz}{GI_c} \quad \text{და} \quad \varphi = \frac{Mxz}{GI_c}$$

ამ გამოსახულებებში I_c ინერციის მომენტია გრების დროს და განგარიშება შემდეგი გამოსახულებით:

$$I_c = \frac{G^2}{\sum_{i=1}^n \frac{G_i^2}{S_i}}$$

ტებილგანიგვეთიანი ღეროებისათვის საჭიროა ზედა ფორმულაში ინტეგრალი კონტურზე შეცვალოთ სასრული ელემენტების ჯამით ტებილი კონტურის გასწვრივ:

$$I_c = \frac{G^2}{\sum_{i=1}^n \frac{\Delta S_i}{S_i}}$$

მაგალითად 1. მოცემბნით შევლერის ინერციის სექტორული ცენტრიდანული მომენტები (ნახ. 47) \bar{I}_{x_1} წერტილისათვის $x_1 = (x_p + x)$ და $y_1 = \pm \frac{h_0}{2}$, მაშინ $w_p = \frac{h_0}{2}(x_p + x)$.

\bar{I}_{x_2} წერტილისათვის $x_2 = (x_p, x)$ და $y_2 = \pm \frac{h_0}{2}$;

მაშინ $w_p = -\frac{h}{2}(x_p + x)$. ზოგადად $I_{w_1} = I_{w_2} = \int_A w^2 dA$ ან

$$S_{w_1} = \sum w_p^2 \rho_i, \quad \Delta S = \sum \rho_i \Delta S_i$$

შველერისათვის გვერება (ნახ. 47ა):

$$S_{w_1} = 2 \left[\frac{h_0}{2} b_0 \frac{b_0}{2} \frac{1}{2} \right] = \frac{h_0^2}{4} b_0^2 = S b^2$$

$$S_{w_2} = I_{w_2} = \int_A w^2 dA \quad \text{ან} \quad S_{w_2} = \sum w_p^2 \Delta S_i = \sum \rho_i \Delta S_i$$

ან

$$S_{w_2} = \pm \frac{b h_0}{2} \frac{1}{2} \frac{2}{3} b_0 - \frac{b h_0}{2} \frac{1}{2} \frac{2}{3} b_0 = 0$$

ჩვენს შემთხვევაში \bar{I} წერტილი — პოლუსი კედლის ცენტრშია, მაშინ

$$x_1 = x, \quad x_2 = x$$

მაგალითი 2. განვიხილოთ თხელკედლიანი მართკუთხა განსაკვეთის ღერო (ნახ. 47 ბ):

განვსაზღვროთ ინერციის მომენტის მნიშვნელობა გრძელს დროს. ვისარგებლოთ ფორმულით

$$I_a = \frac{a^3}{\sum \frac{1}{b_i}}$$

რადგანაც კონტური ტეხილია, დავწერთ

$$I_a = \frac{(2hb)^2}{2(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2})} = \frac{2h^2b^2}{(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2})}$$

შ19. ინერციის სექტორული მომენტები

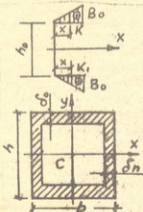
ინერციის სექტორული მომენტები გამოითვლება შემდეგი ინტეგრალით:

$$I_w = \int_A \omega^2 dA. \quad (60)$$

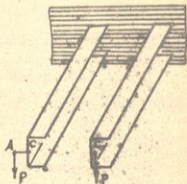
მისი განზომილებაა [სმ⁶];

ვითცა რა ინერციის სექტორული მომენტი I_w , შეიძლება განვსაზღვროთ კვეთის წინააღობის სექტორული მომენტი

$$W_w = \frac{L}{\omega_{max}}$$



ნახ. 47



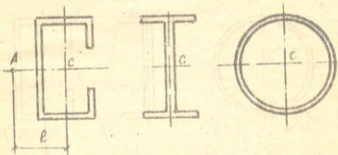
ნახ. 48

სადაც ω_{max} არის კვეთის კონტურის პოლუსიდან ყველაზე დიდობ
 ბული წერტილის სექტორული ფართობი (ე.ი. სექტორული კოორდინ
 ნატი). წინააღობის სექტორული მომენტის განზომილებაა $სმ^4$ მუდმივი
 სისქის თბელკედლიანი ღეროებისათვის მოყვანილი ფორმულიდან
 იღებს შემდეგ სახეს:

$$S_x = \int_S \omega y dS; S_y = \int_S \omega x y dS; S_z = \int_S \omega x z dS$$

$$\text{და } I_x = \int_S \omega^2 y^2 dS.$$

სექტორული ფართობის ეპიურების აგების შემდეგ დანარჩენი სექტორული მახასიათებელი სიდიდეების გამოთვლა არ არის რთული.



§20. ლუნვის ცენტრი

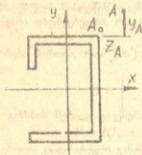


ღია პროფილის ლერძებში ბრტყელ ლუნვას ადგილი აქვს მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც განივი დატვირთვა მოქმედებს ლერძზე გამავალ სიბრტყეში, წინააღმდეგ შემთხვევაში ლუნვას ერთად ადგილი ეწება გრძელსაც. ლუნვის ღერძის გადაკვეთის განივკვეთს სიბრტყესთან ეწოდება ლუნვის ცენტრი (A ნერტილი, ნახ. 48), რომელსაც მთავარი პოლუსიც ეწოდება. ლუნვის ცენტრის მდებარეობა დამოკიდებულია კვეთის კონტურის ფორმაზე. სიმეტრიული კვეთებისთვის ლუნვის ცენტრი სიმეტრიის ღერძზე მთავრდება, ხოლო ორი და მეტი სიმეტრიის ღერძის მქონე კვეთებისათვის — სიმეტრიის ღერძების გადაკვეთის ნერტილში. ჩაკეტილი კონტურისათვის ლუნვის ცენტრი კვეთის სიმძიმის ცენტრს დაემთხვევა (ნახ. 49). ლუნვის ცენტრის კოორდინატები განისაზღვრება შემდეგი ფორმულებით: (34)

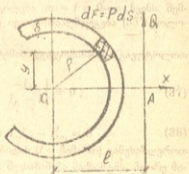
$$a_x = \frac{S_{xy}}{I_x} = \frac{\int \omega xy \, dA}{I_x} \text{ სმ.} \quad (34)$$

$$a_y = \frac{S_{yx}}{I_y} = \frac{\int \omega yx \, dA}{I_y} \text{ სმ.} \quad (35)$$

სადაც a_x და a_y არის მთავარი პოლუსის კოორდინატები; S_{xy} და S_{yx} კონტურის ნრფივი სექტორული სტატიკური (ან ცენტრიდანული) მომენტები A პოლუსის მიმართ (კვეთის კონტურზე აღებული); I_x და I_y ინერციის ღერძული მომენტები (ნახ. 50).



ნახ. 50



ნახ. 51

თუ პოლუსი ემთხვევა ღუნვის ცენტრს, მაშინ წრფივი სექტორული სტატიკური M_{α} და M_{β} მომენტები ნულის ტოლია.

კვეთის სიმძიმის ცენტრსა და ღუნვის ცენტრებს შორის მანძილი გამოითვლება ფორმულით

$$l = \frac{1}{A} \int_{\Omega} x y \rho dA, \quad \text{სადა } x, y \text{ — ცენტრის კოორდინატები}$$

სადაც I არის კვეთის ინერციის მომენტი ნეიტრალური ღერძის მიმართ; M — მოკვეთილი ნაწილის სტატიკური მომენტი; ρ კედლის სისქე; dA — ძალის მხარი (ნახ. 51).

როდესაც კედლის სისქე მუდმივია, (63) ფორმულა იიღებს შემდეგ სახეს:

$$l = \frac{1}{A} \int_{\Omega} x y \rho dS \text{ სმ,}$$

სადაც $I^{(0)}$ არის კედლის შუა ხაზის (კვეთის კონტური) ინერციის მომენტი; $S^{(0)}$ — კვეთის კონტურიდან მოკვეთილი კედლის შუა ხაზის ზედა (ან ქვედა) ნაწილის სტატიკური მომენტი.

§21. მაგალითები. სექტორული კოორდინატების ეპიურის აგება

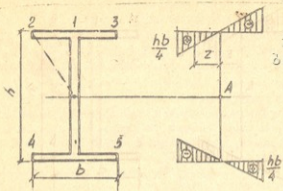
მაგალითი 1. ავსგოთ სექტორული კოორდინატების ეპიურა ორტესტერი კვეთისათვის (ნახ. 51), განსახილველ ღეროს აქვს სიმეტრიის ორი ღერძი, ამიტომ ღუნვის ცენტრი მოთავსებული იქნება სიმეტრიის ღერძების გადაკვეთაში, ე.ი. ამ შემთხვევაში ღუნვის ცენტრი ემთხვევა კვეთის სიმძიმის ცენტრს. 1 წერტილიდან 2 წერტილამდე სექტორული კოორდინატი იცვლება წრფივი კანონით. 2 წერტილში (ნახ. 52) სექტორული კოორდინატი

$$\omega_2 = \frac{hb}{4}$$

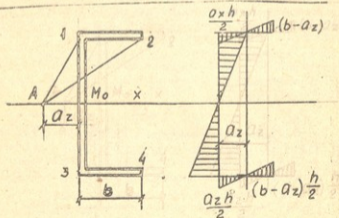
კოორდინატს იგივე აბსოლუტური მნიშვნელობა ექნება 3, 4 და 5 წერტილებში; აქედან 2 და 5 წერტილებში იქნება დადებითი ნიშნის, ხოლო 3 და 4 წერტილებში — უარყოფითი ნიშნის (ნახ. 52).

მაგალითი 2. ავსგოთ მთავარი სექტორული კოორდინატების ეპიურა შველურისათვის (ნახ. 53).

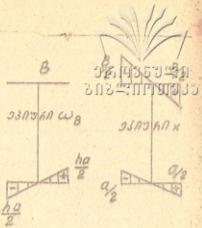
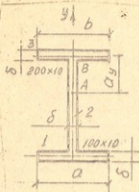
შველურისათვის ღუნვის ცენტრი მოთავსებული იქნება კვეთის სიმეტრიის ღერძზე. აღვნიშნოთ ღუნვის ცენტრის დაცილება კვეთის კედლის შუა ღერძის მიმართ e -ით, მაშინ მთავარი სექტორული წერტილი მოთავსებული იქნება იქ სადაც კვეთის კედლის შუა ღერძი გადაკვეთს სიმეტრიის ღერძს. 1 წერტილის სექტორული კოორდინატი



ՏՊԲ. 52



ՏՊԲ. 53



ნახ. 54

$$a_x = 0.$$

კვეთის სიმეტრიის ღერძის კონტურთან გადაკვეთის ნერტილი ავირ-
წიოთ A პოლუსად, მაშინ ზედა ფორმულების დახმარებით a_x და A
ნერტილებისათვის ავაგოთ სექტორული და ხაზოვანი კოორდინატების
ეპიურები (ნახ. 54). თუ გავანტიგვრალებთ ამ ეპიურებს ვერეშაგინის
(ეპიურების გადამრავლების) სერხით, მივიღებთ:

$$a_x = \frac{\int a_x y dA}{I_x} = \frac{2\left(\frac{bt}{2} \frac{h}{2}\right)}{\frac{bh^3}{12} + 2ht \frac{h^2}{4}} = \frac{3bt^2}{h^3 + 6ht^2}$$

აქედან

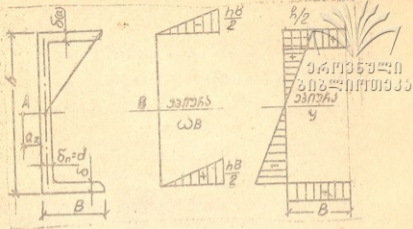
$$a_x = -\frac{3bt^2}{h + 6t}$$

მიღებული ნიშანი (მინუსი) გვიჩვენებს, რომ a_x კოორდინატი უნდა
გადავზომოთ A პოლუსიდან x -ის უარყოფითი მიმართულებით.

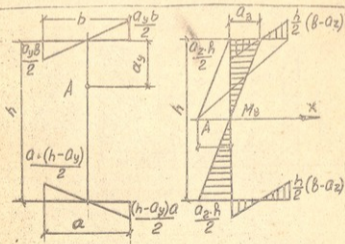
მაგალითი 6.

განვსაზღვროთ ინერციის სექტორული მომენტი არასიმეტრიული
ორტისებრი კვეთისათვის (ნახ. 55 ა).

პირველ ყოვლისა, საჭიროა ავაგოთ მთავარი სექტორული კოორ-
დინატის ეპიურა, რომლის A პოლუსი მოთავსებულია ღერძის ცენ-



55.



56.

ტრში. ინერციის სექტორული მომენტების განსაზღვრისათვის საჭიროა ისინი გავაინტეგრელოთ (ე.ი. გავამრავლოთ თავის თავზე).

I_x -ის მნიშვნელობის გათვალისწინებით მეოთხე მაგალითიდან მივიღებთ:

$$I_x = \frac{h^3 b}{12} \left[\frac{9bh^3}{(h+6b)^2} + 2b^3 - 6b^2 \frac{3b^2}{h+6b} + 6b \frac{9b^2}{(h+6b)^2} \right]$$

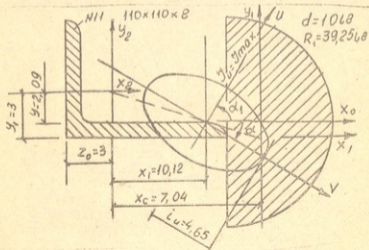
$$= \frac{h^3 b^3}{12(h+6b)^2} (9bh + 2h^2 + 24hb + 72b^2 - 18bh - 108b^2 + 548b^3).$$

საბოლოოდ გვექნება:

$$I_x = \frac{h^3 b^3}{12(h+6b)^2} (15bh + 2h^2 + 18b^2).$$

შეკითხვა 22. მაგალითები ინერციის მომენტების გამოთვლაზე

მაგალითი 1. მოცემულია შედგენილი ღეროს განიკვეთი: ტოლგვერდა კუთხედი $d = 8$ მმ (სასტ 8502-72) და ნახევარი წრიული მოხაზულობის მასიური ნაკეთი. განვსაზღვროთ ინერციის მთავარი ცენტრალური მომენტები, მთავარი ღერძების განლაგება და ავაგოთ ინერციის ელიფსი (ნახ. 57).



ნახ. 57

ამოხსნა:

1. სიმძიმის ცენტრის კოორდინატების განსაზღვრა ანალიზური
ბერხით

ა) კვეთის ფართობი

$$A = A_1 + A_2 = \frac{3,14 \cdot 10^2}{\pi} + 17,2 = 39,25 + 17,2 = 56,45 \text{ სმ}^2;$$

ბ) სტატიკური მომენტების განსაზღვრა.

საწყისი კოორდინატთა სისტემა ავიღოთ ტოლგვერდა კუთხედის
სიმძიმის ცენტრში და გამოვთვალოთ C_1 -ის კოორდინატები:

$$x_1 = b^4 - Y_0^2 + 0,425 \cdot 5 = 11 - 3 + 2,12 = 10,12;$$

$$Y_1 = -Y_0^2 = -3 \text{ სმ};$$

გ) სტატიკური მომენტები დამხმარე (საწყისი) ღერძების სისტემის
მიმართ:

$$S_{x_1} = A_1 Y_1 = -39,25 \cdot 3 = -117,75 \text{ სმ}^3,$$

$$S_{y_1} = A_1 X_1 = 39,25 \cdot 10,12 = 397,21 \text{ სმ}^3;$$

დ) სიმძიმის ცენტრის კოორდინატები:

$$x_c = \frac{S_{y_1}}{A} = \frac{397,21}{56,45} = 7,04 \text{ სმ}, \quad y_c = \frac{S_{x_1}}{A} = -\frac{117,75}{56,45} = -2,09 \text{ სმ}.$$

x_c -ის და y_c -ის გადაკვეთაზე გატარებთ ცენტრალურ კოორდინატთა
სისტემას — $X_0 O Y_0$.

შემოწმება: ორი ნაკვეთის შემთხვევაში C სიმძიმის ცენტრი უნდა
მოთავსდეს C_1 -ის და C_2 -ის შემაერთებელ წრფეზე და დაცული უნდა
იყოს პირობები:

$$A_1 C_1 C = A_2 C C_2,$$

$$C_1 C_2 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = \sqrt{3^2 + 10,12^2} = 10,55 \text{ სმ},$$

$$C C_2 = \sqrt{x_c^2 + y_c^2} = \sqrt{7,04^2 + 2,09^2} = 7,24 \text{ სმ},$$

$$C C_1 = C_1 C_2 - C C_2 = 10,55 - 7,34 = 3,21 \text{ სმ},$$

$$A_1 \cdot C C_1 = 39,25 \cdot 3,21 = 126,14;$$

$$A_2 \cdot C C_2 = 17,2 \cdot 7,34 = 126,24,$$

$$126,14 \approx 126,24.$$

2. ინერციის ცენტრალური მომენტების გამოთვლა. ვიყენებთ ინერ-
ციის მომენტების ფორმულებს პარალელური ღერძების მიხარტ.

ა) ინერციის ღერძული მომენტები:

$$I_x = I_x^A + I_x^B = 0,025 \cdot 10^4 + (3 - 2,09)^2 \cdot 39,25 +$$

$$+ 198 + 2,09^2 \cdot 17,2 =$$

$$= 250 + 32,5 + 198 + 75,18 = 55,63 \text{ სმ}^4;$$

$$I_x^A + I_x^C = 0,00686 \cdot 10^4 + (10,12 - 7,04)^2 \cdot 39,35 + 198 + 7,04^2 \cdot 172 = 68,6 + 372,34 + 198 + 852,46 = 1050,46 \text{ სმ}^4$$

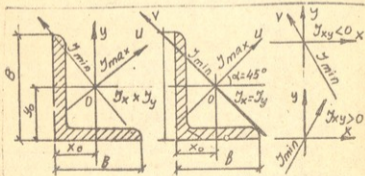
ბ) ინერციის ცენტრიდანული მომენტი

$$I_{x_0}^D + I_{x_0}^E = -(x_1 - x_0)(y_1 - y_0) A_1 + \frac{I_{\max}^1 - I_{\min}^1}{2} \sin 2\alpha - x_0 y_0 A_2 = -(10,12 - 7,04)(3 - 2,09) \cdot 17,2 - \frac{315 - 81,6}{2} - 2,09 \cdot 3 \cdot 17,2 = -110,01 - 116,6 - 107,84 = -334,45 \text{ სმ}^4$$

კუთხედის ცენტრალური ინერციის მომენტის გამოთვლა სიმძიმის ცენტრზე გატარებული თაროების პარალელური ღერძის მიმართ შეიძლება მეორე ხერხითაც (ნახ. 58) (საანგარიშო ფორმულა და ნიშანთა წესი).

3. გამოთვალეთ ინერციის მომენტების ექსტრემალური (შთავარი) მნიშვნელობები:

$$I_{\max} = \frac{I_{x_0} + I_{y_0}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_{x_0} - I_{y_0})^2 + 4I_{x_0 y_0}^2} = \frac{555,63 + 1050,46}{2} \pm \sqrt{(555,63 - 1050,46)^2 + 4 \cdot 334,45} = 803,05 \pm 416,02;$$



ნახ. 58

4. გამოვთვალოთ მთავარი ცენტრალური ღერძების დახრის კუთხეები α_1 და α_2

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{I_{\Delta p}}{I_n - I_{\max}} = \frac{334,45}{1050,46 - 1219,07} = 1,983572; \alpha_1 = 63,245^\circ;$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{I_{\Delta p}}{I_n - I_{\min}} = \frac{334,45}{1050,46 - 1803,05} = -0,504123, \alpha_2 = 26,754^\circ$$

მოვზომოთ α_1 და α_2 კუთხეები x_0 ღერძიდან და გაკატაროთ ცენტრალური ღერძები (ნახ. 58 ა, ბ და 59).

შემონშება:

ა) მთავარი ღერძებს შორის კუთხე მართია (ნახ. 59)

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 63,245^\circ + 26,754^\circ = 89,999^\circ \approx 90^\circ;$$

ბ) ინერციის ღერძული მომენტების ჯამი მუდმივი სიდიდეა:

$$I_{x_0} + I_{y_0} = I_x + I_y = \text{const},$$

$$555,63 + 1050,46 = 1219,07 + 387,03$$

$$1606,09 = 1606,10 = \text{const};$$

გ) მთავარი ღერძების მიმართ ინერციის ცენტრიდანული მომენტი ნულის ტოლია:

$$I_{xy} = 0 \quad I_{xy} = \frac{I_{x_0} - I_{y_0}}{2} \sin 2\alpha_1 + I_{xy} \cos 2\alpha_1 = 0.$$

$$\sin 2\alpha_1 = \sin 126,49^\circ = 0,80396; \cos 2\alpha_1 = \cos 126,49^\circ = -0,59468.$$

$$-247,1 \cdot 0,80396 + 334,45 + 0,594683; -198,91 + 198,89 = 0.$$

განსხვავება (-0,02) დასაშვებია.

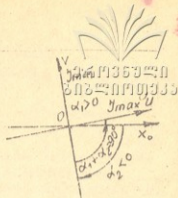
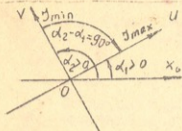
ინერციის ელიფსის რადიუსები:

$$I_{\max} = I_x = \pm \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \pm \sqrt{\frac{1219,07}{56,45}} = \pm 4,65 \text{ სმ};$$

$$I_{\min} = I_y = \pm \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \pm \sqrt{\frac{387,03}{56,45}} = \pm 2,62 \text{ სმ}.$$

ინერციის ელიფსის რადიუსების მიხედვით ვაგებთ ინერციის ელიფსს (ნახ. 59)

მაგალითი 2. მოცემულია შედგენილი ღებოს განიკვეთის ტოლგვერდა სამკუთხედი n სმ-ი ნი გვერდით და შველერი (ნახ. 60) №16 (სასტ 8240-72). ავაგოთ ცენტრალური მთავარი ღერძები და ინერციის ელიფსი. მოვებრუნოთ ცენტრალური მთავარი კოორდინატთა სისტემა $\alpha = 20^\circ$ -იანი კუთხით და გამოვთვალოთ ინერციის მომენტები ელიფსის დახმარებით და ფორმულებით; განსხვავება გამოვთვალოთ $\%$ -ში.



ნახ. 59

ამოხსნა:

1. სიმძიმის ცენტრის პოვნა ანალიზური ხერხით.

ა) ჯვრის ფართობი $A = A_1 + A_2 = 15,59 + 18,1 = 33,69 \text{ სმ}^2$,

$$A_1 = A = \frac{b^2}{4}\sqrt{3} = \frac{6^2}{4}\sqrt{3} = 15,59 \text{ სმ},$$

$$A_2 = A_2 = 18,1 \text{ სმ}.$$

ბ) სტატიკური მომენტების განსაზღვრა.

საწყისი კოორდინატა სისტემა ავიღოთ შველურის სიმძიმის ცენტრში (x_0, y_0) . გამოვთვალოთ სამკუთხედის სიმძიმის ცენტრის კოორდინატები, მნაშველობით:

$$x_1 = -\left(\frac{b^2}{3} + x_0'\right) = -(1,732 + 1,8) = -3,532 \text{ სმ},$$

$$(y_1 = A_1 x_1 = -15,59) \quad y_1 = \left(\frac{b^2}{2} - \frac{b^2}{2}\right) = 8 - 3 = 5,$$

$$A^2 = \frac{b^2}{2}\sqrt{3} = 3 \cdot 1,732 = 5,196 \text{ სმ}.$$

სტატიკური მომენტები:

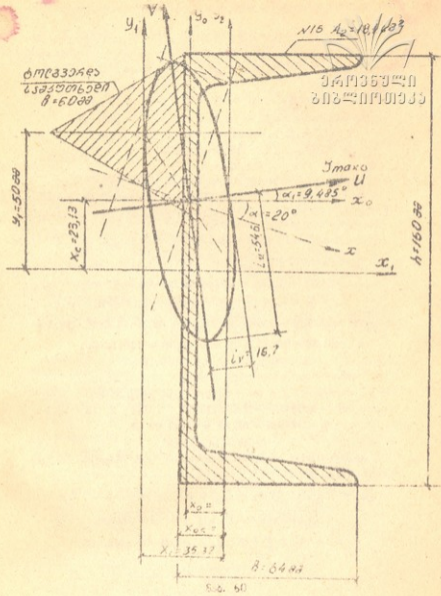
$$S_{y_1} = A_1 y_1 = 15,59 \cdot 5 = 77,94 \text{ სმ}^3,$$

$$S_{y_2} = A_2 x_1 = -15,59 \cdot 3,532 = -55,06;$$

გ) სიმძიმის ცენტრის კოორდინატები

$$x_0 = \frac{S_{y_2}}{A} = \frac{-55,06}{33,69} = -1,634 \text{ სმ};$$

$$y_0 = \frac{S_{y_1}}{A} = \frac{77,94}{33,69} = 2,313 \text{ სმ}.$$



x_1 -ს და y_1 -ს გადავივთაზე ვატარებთ ცენტრალურ კოორდინატის სისტემას.

შემონებთ: ორი ნაკეთის შემთხვევაში სიმძიმის ცენტრი უნდა მოთავსდეს c_1 -ის და c_2 -ის შემაერთებელ ნრფეზე და დატვირთვას პირობა $A_1CC_1 = A_2CC_2$. ვღებულობთ: C მოთავსდეს C_1C_2 ხაზის ცენტრზე ბელ ნრფეზე.

$$C_1C_2 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = \sqrt{3,532^2 + 5^2} = 6,12 \text{ სმ};$$

$$CC_2 = \sqrt{x_2^2 + y_2^2} = \sqrt{1,634^2 + 2,313^2} = 2,83 \text{ სმ};$$

$$C_1C = C_1C_2 - CC_2 = 6,12 - 2,83 = 3,29;$$

$$A \cdot CC_1 = A_2CC_2 \cdot 15,59 \cdot 3,29 = 18,1 - 2,83;$$

$$51,29 = 51,22.$$

2. ინერციის ცენტრალური მომენტების გამოთვლა.

ინერციის ცენტრალური მომენტების გამოსათვლელად ვიყენებთ პარალელურ ღერძებზე გადასასვლელ ფორმულებს.

ა) ინერციის ღერძული მომენტები:

$$I_{x_c} = I_{x_1}^A + I_{x_1}^B = I_{x_1}^A + (y_1 - y_c)^2 A_1 + I_{x_1}^B + y_c^2 A_2 =$$

$$= \frac{6^4}{96} \sqrt{3} + (5 - 2,313)^2 15,59 + 747 + 2,313^2 \cdot 18,1 =$$

$$= -23,38 + 1,255 + 747 + 96,84 = 979,77 \text{ სმ}^4;$$

$$I_{y_c} = I_{y_1}^A + I_{y_1}^B = I_{y_1}^A + (x_1 - x_c)^2 A_1 + I_{y_1}^B + x_c^2 A_2 =$$

$$= \frac{9^4}{96} \sqrt{3} + (3,532 - 1,634)^2 \cdot 15,59 + 63,3 + 1,634^2 \cdot 18,1 =$$

$$= -23,38 + 56,12 + 63,3 + 48,33 = 119,13 \text{ სმ}^4;$$

$$I_{x_c} = 979,77 \text{ სმ}^4; I_{y_c} = 119,13 \text{ სმ}^4.$$

ბ) ინერციის ცენტრიდანული მომენტი

$$I_{x_c y_c} = I_{x_1 y_1}^A + I_{x_1 y_1}^B = (x_1 - x_c)(y_1 - y_c) A - x_c y_c A_2 =$$

$$= -(3,532 - 1,634)(5 - 2,313) 15,59 - 1,634 \cdot 2,313 \cdot 18,1 =$$

$$= -79,5 - 68,42 = -147,92 \text{ სმ}^4,$$

$$I_{x_c y_c} = -147,92 \text{ სმ}^4.$$

3. გამოვთვალოთ ინერციის მომენტების ეკსტრემალური მნიშვნელობები (I_{\max} და I_{\min})

$$I_{\max} = \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_{x_c} - I_{y_c})^2 + 4I_{x_c y_c}^2} = \frac{979,77 + 119,13}{2} \pm$$

$$\pm \frac{1}{2} \sqrt{(979,77 - 119,13)^2 + 4 \cdot 147,92^2} =$$

$$= 543,45 \pm \frac{1}{2} \sqrt{828222,53} = 549,45 \pm 455,03;$$

$$I_{max} = I_u = 549,45 + 455,03 = 1004,48 \text{ სმ}^2;$$

$$I_{min} = I_v = 549,45 - 455,03 = 94,42 \text{ სმ}^2.$$

4. გამოთვალეთ ცენტრალური მთავარი ღერძების ხეობის სხივების α_1 და α_2 :

$$\text{tg}\alpha_1 = \frac{I_{xy}}{I_{yy} - I_{max}} = -\frac{147,92}{119,13 - 1004,48} = 0,167075, \alpha_1 = 9,485^\circ;$$

$$\text{tg}\alpha_2 = \frac{I_{xy}}{I_{yy} - I_{min}} = -\frac{147,92}{119,13 - 94,42} = -5,98624, \alpha_2 = -80,516^\circ;$$

შემოწმება:

ა) $\alpha_1 + \alpha_2 = 9,485 + 80,516 = 90,001^\circ$ (ნახ. 60);

ბ) $I_u + I_v = I_x + I_y = \text{const } 1098,9 = 1098,9$;

გ) $I_{uv} = 0 \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\alpha_1 + I_{xy} \cos 2\alpha_1 = 0$.

$$\cos 2\alpha_1 = \cos 18,97^\circ = 0,945689 \sin 2\alpha_1 = \sin 18,97^\circ = 0,325073,$$

$$430,32 \cdot 0,325073 - 147,92 \cdot 0,94 \cdot 5689 = 0,$$

$$139,8854 - 139,8863 = 0.$$

განსხვავება — 0,0009 დასაშვებია.

ინერციის ელიფსის რადიუსები:

$$r_{max} = i_u = \pm \sqrt{\frac{I_u}{A}} = \pm \sqrt{\frac{1004,48}{33,69}} = \pm 5,46 \text{ სმ};$$

$$r_{min} = i_v = \pm \sqrt{\frac{I_v}{A}} = \pm \sqrt{\frac{94,42}{33,69}} = \pm 1,67 \text{ სმ}.$$

ინერციის ელიფსის რადიუსების მიხედვით ვაგებთ ინერციის ელიფსს (ნახ. 60).

მთავარი ცენტრალური კოორდინატთა სისტემა მოვარუნოთ UCV კოორდინატთა სისტემის საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით 20° -ით და გავატაროთ ცენტრალური კოორდინატთა სისტემა UCV.

ცნობილია ინერციის მთავარი მომენტები $I_u = 1004,48 \text{ სმ}^2$;
 $I_v = 94,42 \text{ სმ}^2$. ინერციის მომენტებს მივიღებთ ფორმულებით:

$$I_x = \frac{I_u + I_v}{2} + \frac{I_u - I_v}{2} \cos 2\alpha = \frac{1004,48 + 94,42}{2} +$$

$$+ \frac{1004,48 - 94,42}{2} 0,766 = 698,02 \text{ სმ}^2;$$

$$I_y = \frac{I_u + I_v}{2} - \frac{I_u - I_v}{2} \cos 2\alpha = \frac{1004,48 + 94,42}{2} -$$

$$\frac{1004,48 - 94,42}{2} 0,766 = 200,94 \text{ სმ}^2;$$

$$I_{xy} = \frac{I_u - I_v}{2} \sin 2\alpha = \frac{1004,48 - 94,42}{2} (-0,643) =$$

$$= -292,57 \text{ სმ}^2.$$

ინერციის ელიფსის დახმარებით მივიღებთ ინერციის მომენტებს:

$$I_x = CA_1A = 5,15^2 \cdot 33,69 = 893,46 \text{ კმ}^2;$$

$$I_y = CB_1^2A = 2,45^2 \cdot 33,69 = 202,14 \text{ კმ}^2;$$

$$I_{xy} = -CA_1CA_2A = -1,65 \cdot 5,15 \cdot 33,69 = -286,37 \text{ კმ}^2.$$

განსხვავებას %-ში მივიღებთ

$$I_x \text{ -თვის: } \frac{848,02 - 893,46}{898,02} \cdot 100 = -0,51\%;$$

$$I_y \text{ -თვის: } \frac{202,14 - 200,94}{200,94} \cdot 1000,6\%;$$

$$I_{xy} \text{ -თვის: } \frac{292,57 - 286,37}{292,57} \cdot 100 = 2,13\%.$$

შენიშვნა: CA_1 , CA_2 და CB რიცხვითი მნიშვნელობებით ნაჩვენებია მე-60 ნახ-ზე.

შ23. ანალოგია ინერციის მომენტების თეორიის და ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობის ფორმულებს შორის:

არსებობს სტრუქტურული ანალოგია ინერციის მომენტთა გამოსათვლელ და ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობის განმსაზღვრელ ფორმულებს შორის.

თუ ამ ანალოგიას სათანადო ყურადღება დაეთმობა, სტუდენტს გაუადვილდება ძაბვათა თეორიის შესწავლა. საჭირო იქნება მხოლოდ აღნიშვნების შეცვლა.

ბრტყელ ნაკეთთა ინერციის მომენტები	ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობა
1. ინერციის ღერძული მომენტები	1. ნორმალური ძაბვები
$I_x = I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha$	$\sigma_x = \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha$
2. ინერციის ცენტრიდანული მომენტი	2. მხები ძაბვები
$I_{x,y} = \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\alpha + I_{xy} \cos 2\alpha$	$\tau_{\alpha} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha$

<p>ბრტყელ ნაკეთთა ინერციის მომენტები</p>	<p>ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობა</p>
<p>3. დამოკიდებულება ღერძულ და ცენტრიდანულ ინერციის მომენტებს შორის</p> $\frac{dI_x}{da} = -2I_{xy}$	<p>3. დამოკიდებულება ნორმალურ და ძაბვებს შორის</p> $\frac{d\sigma_a}{da} = -2\tau_a$
<p>4. ინერციის მთავარი მომენტები</p> $I_{x,y} = \frac{I_x - I_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + I_{xy}^2}$ $I_x + I_y = I_u + I_v$	<p>4. მთავარი ძაბვები</p> $\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$ $\sigma_x + \sigma_y = \sigma_1 + \sigma_2$
<p>5. მთავარი ღერძების დახრა</p> $\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{-2I_{xy}}{I_x - I_y}$	<p>5. მთავარი ფართობის დახრა</p> $\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{-2I_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$

ბრტყელ ნაკეთთა ინერციის მომენტები	ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობა
3. დამოკიდებულება ღერძულ და ცენტრიდანულ ინერციის მომენტებს შორის	3. დამოკიდებულება ნორმალურ და ძაბვებს შორის
$\frac{dI_x}{da} = -2I_{xy}$	$\frac{d\sigma_a}{da} = -2\tau_a$
4. ინერციის მთავარი მომენტები	4. მთავარი ძაბვები
$I_{x,y} = \frac{I_x - I_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + I_{xy}^2};$ $I_x + I_y = I_u + I_v$	$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2};$ $\sigma_x + \sigma_y = \sigma_1 + \sigma_2$
5. მთავარი ღერძების დახრა	5. მთავარი ფართობის დახრა
$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{-2I_{xy}}{I_x - I_y}$	$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{-2I_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$



1. ბაციკაძე ვ.ი. საინჟინრო ნაგებობათა გაანგარიშების მეთოდები I ნაწილი. ტექნიკა და შრომა, 1949წ. გვ. 340.
2. ბაციკაძე ვ.ი. სტატისტიკურად ურკვევადი სისტემების გაანგარიშება. ტექნიკა და შრომა, 1951წ. გვ. 375.
3. ბაციკაძე თ.ვ. თხელკედლიანი ღია პროფილის კაჭების გაანგარიშების მაგალითები. საქ. პოლიტექნიკური ინსტიტუტი. 1981წ.
4. სარაღიძე ა.ე., გაჩეჩილაძე გ.დ. სწორი ძელების ღუნვა. თბილისი, 1982წ. გვ. 279.
5. სარაღიძე ა.ე., გაჩეჩილაძე გ.დ., მეფაიშვილი ნ.გ. ბტყელ ნაკვთთა გეომეტრიული მახასიათებლები. თბილისი, 1983, გვ. 123.
6. ჩიტაღაძე ლ., მჭედლიშვილი. საანგარიშო-საპროექტო სამუშაოები მასალათა გამძლეობაში. თბილისი, 1981. გვ. 128.
7. Никифоров С.А. Сопротивление материалов. М.: Высшая школа. 1966. с.547.
8. Смирнов А.Ф. и другие. Сопротивление материалов. М.: Высшая школа, 1975. с.479.
9. E.Schiechte. Festigkeitslehre. Berlin, 1968. s.439.
10. გაჩეჩილაძე გ.დ. და სხვა. კოჭის დაძაბული დეფორმირებული მდგომარეობის განსაზღვრა... თბილისი, 1985წ. გვ. 15.
11. დანელია დ.ა., შიბალუა ზ., ხაზალია გ. მასალათა გამძლეობა. თბილისი, 1992წ. გვ. 208.
12. ბაციკაძე ვ.ი. საინჟინრო ნაგებობათა გაანგარიშების მაგალითები II ნაწ. ტექნიკა და შრომა. 1953წ.



წინასიტყვაობა	
თავი I	
1.1. ძირითადი ცნებები	8
1.2. საზოგადოლო დაზვევები, კიბოთხები	9
1. აბსოლუტური დრეკადობა	9
2. პლასტიკურობის თვისებები	10
3. ერთგვაროვნების თვისება	11
4. იზოტროპიულობის თვისება	11
5. მყარი ტანის მასალის სტრუქტურული უწყვეტობა	12
6. კონსტრუქციული ელემენტის დეფორმაციები	12
7. სუპერპოზიციის პრინციპი	12
8. ბერნულის კიბოთხი	13
9. სენ-ვენანტის პრინციპი	13
1.3. კონსტრუქციული ელემენტები	
1. ძელია — მასალათა გამძლეობის	
შესწავლის მთავარი ობიექტი	15
2. ფილები	17
3. გარსები	18
4. თხელკედლიანი	
ელემენტები	18
5. მასიური ელემენტები	20
თავი II	21
2.1. დაბეჭდვების კლასიფიკაცია	21
2.2. კონსტრუქციული ელემენტის სიმამრობა	25
თავი III	27
3.1. ბაბუების მეთოდი.	
ბაბუების კლასიფიკაცია	27
3.2. ბაბუები	32
3.3. ბაბუის ტენორი	36
3.4. ბაბუები დახრილ კვეთზე	38
3.5. დაბეჭდული მდგომარეობის კლასიფიკაცია	39
3.6. მთავარი ბაბუები	42



ეროვნული
ნივლიერება

3.7. მთავარი აბავები	
პრტიული აბავული	
მდგომარეობისას	
თავი IV	
დეფორმაციები	
4.1 წრფივი და კუთხური დეფორმაციები	48
4.2. მოცულობის	
ფარდობითი	
დეფორმაციები	51
თავი V	53
5.1. უპის განვრგადებული კანონი	53
5.2. უპის მოცულობითი კანონი	56
5.3. უპის კანონი შერის დროს	56
თავი VI	60
6.1 გრძივი ალის განსაზღვრა	60
6.2. ნორმალური აბავები ალის დერის	
მართობულ კვეთებში	61
6.3. გრძივი და განივი დეფორმაციები.	
უახსრის კოეფიციენტი	63
ცხრილი 1	64
6.4. უპის კანონი გაჭიმვა-კუმშვის დროს	65
ცხრილი 2	66
6.5. მაგალითები	67
6.6. აბავები დხრილ კვეთებში	73
6.7. აბავათა წრა (შერის წრა)	75
6.8. საკუთარი წონის გავლენა	
გაჭიმვა-კუმშვის დროს	77
6.9. ტოლწინაღობის კელები	79
6.10. საფხურინანი კელები	81
6.11. სტიტიკურად უკვევი ამოცანები	
გაჭიმვა-კუმშვის დროს	84
6.12. დრეკადი აფის განბარიშება	94
თავი VII	102
კონტრუქციის განბარიშვის მეთოდის უახსრ	
დაბტვიითი საკითხები ცენტრალურ გაჭიმვა-კუმშვაზე	102
7.1. მასალის მქანნიური თვისებები	102
7.2. გაჭიმვის დიბრება	103



107

ეროვნული
ბიბლიოთეკა

7.3. მყიფე მასალების გაქმვის დიზარაზა. სიმტკიცის მახასიათებლები	
7.4. მყიფე და პლასტიკური მასალების კუთხვის დიზარაზა. სიმტკიცის მახასიათებლები	
ცხრილი 3	109
7.5. ზანიშვა-კუთხვის დეფორმაციის პოტენციური ენერგია. გარე ძალების შუშაობა	110
7.6. ძაბვითა კონცენტრაცია (აღზილუბრივი აბავი)	117
7.7. კონსტრუქციების განგარნიშვის მეთოდების შისახვა	119
7.8. კონსტრუქციების განგარნიშვა დასაშვავ ძაბვითა მეთოდით	120
ცხრილი 4;	121
7.10. მრღვევი ტვირთავის მეთოდი	123
7.11. საანგარიშო ზღვრულ აღგომარეობათა მეთოდი	124
ცხრილი 5	126
7.12. სტატისკურად ურკვევი სისტიმების განგარნიშვა მრღვევ ტვირთათა მეთოდით	127
7.13. სტატისკურად ურკვევი სისტიმების განგარნიშვა ტვირთავატურავაზე	130
7.13. საგონტაქო აბავი სტატისკურად ურკვევი სისტიმის დეროვაში	132
7.14. დინამიკური (დარტყმითი) ტვირთით განმწვეული გაქმვა-კუთხვა	136
თავი VIII	141
8.1. ზოგადი ცნებავი. კოქავის სქემავი	145
8.2. კოქავის საყრდენი რეაქციების განსაზღვრა	143
8.3. ძაბავი კოქის განივ კვეთავში, დიფერენციალური დამოკიდებულევა ძაბავს შორის	146
8.4. დიფერენციალური დამოკიდებულევაები ძაბავს შორის (უზრავსკის თეორემავი)	153
8.5. კოქის დამაბული დგომარეობა ლუნის დროს	158



8.6. ნორმალური ძაბვაში სუფთა ღუნვის დროს წინაღობის დიქტული მომენტების განსაზღვრა სინოტივის პირება და ძირითადი ანოტაციები ღუნვის შემთხვევაში	161 164 165 166
8.7. შხაში ძაბვების განსაზღვრა სნორხაზოვანი ძალევისათვის	167
შხაში ძაბვაში სნორკოტხოვანი კვეთის შემთხვევაში	171
შხაში ძაბვაში წრიული კვეთების შემთხვევაში	171
შხაში ძაბვების ორტენიკრი კვეთებისათვის	173
შხაში ძაბვაში გველურებისათვის	175
8.8. დაძაბული ფილტვანობის ანალიზი ღუნვის დროს (მთავარი ძაბვები)	176
8.9. კვეთის გაანგარიშება ბანეში ძაბვის მიხედვით	179
8.10. ღუნვის ცენტრი	179
8.11. ცულაღბანიკვეთიანი კოჭების ღუნვა	181
8.12. შეღბანილი კოჭებზე გაანგარიშება	185
8.13. გაღბანილიკვეთის განსაზღვრა კოჭის ღუნვის დროს. კოჭის გაღუნული დიქტის დიფერენციალური განტოლება	190
8.14. კოჭის გაღუნული დიქტის დიფერენციალური განტოლების ინტეგრირება	193
8.15. კოჭის გაღუნული დიქტის (დრეკადი წირის) დიფერენციალური განტოლების ინტეგრირება რთული დატვირთვის შემთხვევაში	197
8.16. კოჭის დრეკადი წირის უნივერსალური განტოლება (დრეკადი წირის განტოლება სანის პარამეტრებში)	199
8.17. კოჭის ფილტვანობის განსაზღვრა ენერგეტიკული მეთოდით	204
გარე ძალების შეშობა	204
8.18. კოტენიური ენერგია	206
8.19. ფაქტობა დამოუკიდებელი ანალიზისათვის	208
8.20. შორის ინტეგრალი	212
8.21. ფილტვანობის განსაზღვრა პარამეტრების (კონსტანტის გამოყენების) ხარისხით	214
8.22. სტატისტიკა ურევი კოჭები. სრული ცნობები	218
8.23. სანი შორეობის განტოლება	231

8.24. დრეკად ფუჰეზე მდებარე კოჭების ღუნვა. ზოგადი ცნებები	234
8.25. დრეკად ფუჰეზე მდებარე კოჭის გალუნული ღერძის დიფერენციალური განტოლება	235
8.26. დრეკად ფუჰეზე მდებარე კოჭის გალუნული ღერძის დიფერენციალური განტოლების ინტეგრირება	236
ცხრილი	237
8.27. კოჭის გაანგარიშების ელემენტები დინამიკურ დატვირთვებზე	240
8.28. ელის გაანგარიშება განივი დარტყმის დროს	240
8.29. კოჭების გაანგარიშება ვიბრაციულ დატვირთვებზე	244
8.30. რხევების დიფერენციალური განტოლება	246
8.31. იძულებითი რხევები. რეზონანსი	250
8.32. ძელების გაანგარიშება დაღლილუბაზე	252
8.33. კოჭების გაანგარიშება საანგარიშო ზღვრულ მდგომარებათა მეთოდით	256
8.34. დატვირთვები	257
8.35. კოჭების გაანგარიშების პრინციპები	258
ცხრილი	259
დანართი I	264

ქართული
ბიბლიოთეკა



ეროვნული
ბიბლიოთეკა

რედაქტორი თ. ცისკარიშვილი
დამკაბადონებელი ზ. ჩხაიძე
გადაეცა ხარმოუბას 05. 01. 94
ქალაქის ზომა 60X84 1/16. ნაბეჭდი თაბახი 17. სააღრიცხვო-
საგამომცემლო თაბახი 16,2. ტირაჟი 1500 ეგზ. შეკვეთა № 17
სახელშეკრულებო ფასი.

სტუ-ს გამომცემლობა "ტექნიკური უნივერსიტეტი"
თბილისი, მ. კოსტავას ქ., 77

F 107-563
3

საქართველო
ბიბლიოთეკა