ლ. ბერიძე, ა. ლაშხი

მათემატიკური განათლება საქართველოში

(1801-1951 წლები)

«ტექნიკური უნივერსიტეტი»
2009

მონოგრაფიაში შესწავლილია და გაანალიზებული საქართველოში მათემატიკური ცოდნის განვითარების ერთი მნიშვნელოვანი ეტაპი, ფაქტიურ მასალაზე დაყრდნობით გაანალიზებულია და გამოკვლეული მნიშვნელოვანი საკითხები ამ მიმართულებით.

უდავოა, რომ ლ. ბერიძისა და ა. ლაშხის მონოგრაფია «მათემატიკური განათლება საქართველოში (1801-1951 წლები)» თავის ადგილს დაიჭერს მათემატიკის ისტორიის შესწავლისა და გამოყენების მიმართულებით შესრულებულ ნაშრომებში.

რეცენზენტები: ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი,
პროფესორი **ა. მამუჩიშვილი**

ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი,
პროფესორი **თ. ქადეიშვილი**

ISBN 978-9941-0-1766-7

http://www:gtu.ge/publishinghouse/

შ ე ს ა ვ ა ლ ი

განათლების ისტორიის შესწავლა და ანალიზი გვიჩვენებს, რომ ცალკეულ საგანთა სწავლების მეთოდიკას ძველთაგანვე ექცეოდა გარკვეული ყურადღება. სწავლების მეთოდები თანდათან დახვეწასა და სრულყოფას განიცდიდა.

საშუალო სკოლაში მოსწავლეთა გონებრივ განვითარებასა და მთელი რიგი მნიშვნელოვანი უნარ-ჩვევების ფორმირებაში ყველა სასწავლო საგანს დიდი მნიშვნელობა აქვს, მაგრამ დიალექტიკურ-ლოგიკური აზროვნების განვითარებაში ერთ-ერთი მთავარი ადგილი მათემატიკას ეკუთვნის. «იგი ადამიანისთვის ყველა საფუძველთა საფუძველია, ერთგული მეგზურია ბუნებაში არსებული მრავალფეროვნების შინაგანი კავშირების შეცნობისათვის…. ადამიანის აღზრდა მათემატიკის გარეშე არასრულფასოვანია» (ტინდალი).

მათემატიკის, როგორც მეცნიერების მნიშვნელობა მიიღწევა მხოლოდ მაშინ, როდესაც მისი სწავლება იქნება მიზანდასახული, როდესაც იგი შეესაბამება სწავლების სინამდვილეს. იგი უნდა იყოს ბუნებრივი, უნდა ეთანადებოდეს მოსწავლის განვითარების ძალებს, მის სულიერ განვითარებას.

მათემატიკის ცოდნა ხელს უწყობს აზროვნების ინტელექტუალური, მოთმინების, ხასიათისა და რწმენის სიმტკიცის განვითარებას. «თუ ახალგაზრდებს სკოლაში ასწავლიან რაც საჭიროა და როგორც საჭიროა, ისინი ისეთივე ბედნიერები არიან, როგორც თამაშის დროს. Kკარგად წარმართული გონებრივი ენერგია მათ ისეთივე სიამოვნებას ანიჭებს, როგორც სპორტის საყვარელ სახეობაში ვარჯიში. ლამაზად და შინაარსიანად სწავლება მათ საუკეთესო სანახაობად, კარგი სპექტაკლისაგან, ნახატების გამოფენისაგან მიღებულ სიამოვნებად შეიძლება ვუქციოთ».

სწავლა სუბიექტ-ობიექტის გარკვეული დამოკიდებულებაა. დღეისათვის რადიკალურად შეიცვალა როგორც ერთი, ისე მეორე მხარე. სუბიექტი თავისი ინტერესებითა და შესაძლებლობებით, ხოლო ობიექტი თავისი სურვილებით, მიზნებით, რამაც განაპირობა სწავლების პედაგოგიური და ფსიქოლოგიური შინაარსისადმი რთული დამოკიდებულება. ერთნი ფიქრობენ, რომ შეუძლებელია სწავლების ზოგადი თეორიის შექმნა, მეორენი კი მისი შექმნის შესაძლებლობას რეალურად მიიჩნევენ. ფაქტობრივად სწავლების თეორიები მაინც არსებობს და ჩვენს მიერ სინამდვილის შეცნობის ერთ-ერთ საშუალებად არის მიჩნეულნი.

როგორც ფსიქოლოგები აღნიშნავენ, მათემატიკაში მტკიცების ამოცანები მოითხოვს აუცილებელი მონაცემების ლოგიკური კავშირების გამოვლენას და გამოყენებას; სიდიდეთა განსაზღვრის ამოცანები ეყრდნობა უმთავრესად ფუნქციონალურ კავშირთა გამოვლენას, ხოლო განტოლებათა ამოხსნა ხშირად

მოითხოვს მარტოოდენ წესების შესაბამის გარდაქმნას. მათემატიკაშიცაა ხშირად ისეთი ამოცანები, რომლებიც ხატოვან აზროვნებას მოითხოვს და რომელთა სწავლებაც ლოგიკური აზროვნების ჩამოყალიბების წინაპირობაა (მაგალითად, ამოცანები აგებაზე გეომეტრიაში). თვით მოსწავლეების მიერ განვლილ მასალაზე ამოცანების შედგენა მოსწავლეებში თვითშემოქმედებასა და აზროვნებას ანვითარებს. ჩვენი დაინტერესება მათემატიკური აზროვნების განვითარების ისტორიით განპირობებულია სწორედ იმ მიზნით, რომ აზროვნებისა და გამოცდილების როლი გავიცნობიეროთ არა მარტო პედაგოგიკაში (როგორც სწავლების ზოგადი თეორიისათვის ღირებული მასალა), არამედ როგორც მათემატიკის პრაქტიკული სწავლების სრულყოფისათვის ერთ-ერთი დამხმარე საშუალება.

საქართველო დაადგა დამოუკიდებელი ცხოვრების სამართლებრივი ქვეყნის მშენებლობის გზას. დღეს სასწავლო პროგრამების «იმპორტი ცენტრიდან» აღარ არსებობს, დამოუკიდებელია ჩვენი სწავლა-განათლება, დაფუძნებული საკუთარ კონცეფციებზე, ეროვნული ინტერესების, სწავლების ჰუმანიზაციის პრინციპების, ეროვნული მრეწვე-ლობის, სახალხო მეურნეობის, ტექნიკის განვითარების გათვალისწინებით. მაგრამ არ უნდა იყოს დავიწყებული უკვე არსებული მიღწევები და სხვა ქვეყნების წარმატებები.

მრავალრიცხოვანმა გარეშე მტერმა, ნგრევამ და აწიოკებამ ერთგვარად მოშალა და თითქმის «ნულამდე» დაიყვანა განათლების სისტემა XIV-XVIII საუკუნეების საქართველოში. თუ არ ჩავთვლით კერძო ინიციატივებს და მცირერიცხოვან სასულიერო სემინარიებს, განათლების ერთიანი სისტემა და კონცეფცია ამ პერიოდის საქართველოში თითქმის არ არსებობდა.

მიუხედავად მრავალი სხვა ნეგატიური მოვლენისა, საქართველოს რუსეთთან შეერთებამ ამ მხრივ ერთგვარი პოზიტიური როლი შეასრულა. XIX საუკუნის საქართველოში ნელ-ნელა იქმნება განათლების ქსელი და ერთიანი სისტემა, დგება სასწავლო პროგრამები და გეგმები, ყალიბდება სხვადასხვა სახის სასწავლებლები: სასულიერო სემინარიები, რეალური სასწავლებლები, გიმნაზიები, სამასწავლებლო ინსტიტუტები და სხვა. იქმნება წერა-კითხვის გამავრცელებელი საზოგადოება, დღის წესრიგში დგება უნივერსიტეტის გახსნის აუცილებლობა.

ჰუმანიტარული დარგებისაგან განსხვავებით, ზუსტი და საბუნებისმეტყველო საგნების (მათემატიკა, ფიზიკა, ასტრონომია და სხვა) სწავლება საქართველოში, არარუსულ სასწავლებლებშიც კი ძირითადად ცენტრალიზებული, სტანდარტული სახით გადმოიტანებოდა რუსეთიდან. ამ მხრივ ქართულმა პედაგოგიურმა სიტყვამ ერთგვარად დაიგვიანა.

პირველი ნაბიჯები ამ მიმართულებით მოგვიანებით გადაიდგა: ვახტანგ თულაშვილი (1862), მიხეილ ყიფიანი (1884), რაჟდენ ჯაჯალაშვილი (1886), ილია ჟღენტი (1889), ანტონ ნატროშვილი (1889).

XX საუკუნის დასაწყისისათვის (20-იანი წლები) უკვე გვაქვს რამდენიმე ათეული ორიგინალური ქართული სასკოლო სახელმძღვანელო მათემატიკის ყველა დარგში (ანტონ ნატროშვილი, ეგნატე ხრამელაშვილი, მიხეილ ყიფიანი, სიმონ ოცხელი, ალექსანდრე დევიძე, ათანასე ხარაბაძე, დავით პარკაძე და სხვები). იქმნება საუნივერსიტეტო მათემატიკური ლიტერატურა (ანდრია რაზმაძე, ანდრია ბენაშვილი, არჩილ ხარაძე, გიორგი ნიკოლაძე, ლევან გოკიელი), იხვეწება და სრულყოფილი ხდება ქართული მათემატიკური ენა (ტერმინოლოგია).

მეცნიერების ყველა დარგს თავისი განვითარების ისტორია აქვს. მათემატიკის სწავლების და მეთოდიკის განვითარების ისტორიაც ამ მხრივ გამონაკლისს არ წარმოადგენს. საქართველოში მათემატიკის სწავლებისა და მეთოდიკის განვითარებისა და ისტორიის შესწავლის მიზნით შესრულებულია რამოდენიმე საინტერესო ნაშრომი (უშ. ობოლაძე, დ. ცხაკაია, ათ. ხარაბაძე, პ. ღვინაძე, ა. ბენდუქიძე, თ. ებანოიძე, ვ. პარკაძე, აზ. მიქაძე). Mმიუხედავად ამისა, კიდევ რჩება საკმაო რაოდენობით ფაქტიური მასალა შეუსწავლელი და გამოუკვლელი.

ამ მიმართულებით განსაკუთრებით აღსანიშნავია ფართო საზოგადოებისათვის შედარებით უცნობი ქართველი ავტორის, ილია ოქროპირის-ძე ჟღენტის ნაშრომი – “Примърнія ръшенія задачъ по математикъ, Тифлисъ, 1889 год”.

ეს არის საკმაოდ მაღალი დონის ნაშრომი, რომელიც შეიცავს უმაღლესი მათემატიკის ელემენტებსაც და განკუთვნილია უმაღლეს სასწავლებლებში შემსვლელთათვისაც. ტიპოგრაფიულად ნაშრომი უმაღლეს დონეზეა გამოცემული. გამოცემის ხარისხი და დახვეწილობა დღესაც კი შესაშურია. ერთი თვალის გადავლებითაც ნათელი ხდება, რომ იმდროინდელ საქართველოში, საკმაოდ მაღალი მოთხოვნებია მათემატიკისადმი. შეიძლება ითქვას, რომ ეს დონე სავსებით შეესაბამება დღევანდელს. უფრო მეტიც, ბევრ შემთხვევაში აღემატება კიდეც თანამედროვე მოთხოვნებს.

ბუნებრივია, რომ ამ ნაშრომის მოკვლევა, მისი საფუძვლიანი შესწავლა და შეფასება ახალი სიტყვაა ქართული მათემატიკის და მეთოდიკის განვითარების ისტორიაშიც. იგი უეჭველად სასარგებლოა ქართული მათემატიკური ისტორიოგრაფიისათვის.

თ ა ვ ი I

მათემატიკის სწავლება XIX საუკუნის საქართველოში და ქართველ პედაგოგთა წვლილი მათემატიკის სახელმძღვანელოების შედგენაში

მათემატიკა XIV-XIX საუკუნეების საქართველოში
(მოკლე მიმოხილვა)

საქართველოში კულტურამ და განათლებამ უმაღლეს დონეს მიაღწია XII საუკუნესა და XIII საუკუნის დასაწყისში. დავით აღმაშენებლის და თამარის მეფობის ხანაში გაიხსნა სკოლები, სადაც სხვა საგნებთან ერთად ასწავლიდნენ ანგარიშს. XIII საუკუნის საქართველოში არსებობდა გელათის, იყალთოს აკადემიები.

განათლების განვითარებაში დავით აღმაშენებლის მეფობამდე დიდი წვლილი შეიტანეს წმინდა ექვთიმემ და გიორგი მთაწმინდელმა. დავით აღმაშენებლისა და თამარის მეფობის დროს კი _ იოანე ტარიჯის ძემ, არსენ იყალთოელმა, იოანე პეტრიწმა, გიორგი ბერმა, გიორგი და ანტონ ჭყონდიდელმა და სხვებმა.

XIII საუკუნეში საქართველო განიცდიდა მონღოლების შემოსევას, რამაც გამოიწვია განათლების დაცემა. შემდეგ ამას მოჰყვა დარბევა ხან სპარსელების, ხან ოსმალებისაგან, რამაც ხელი შეუშალა საქართველოში სწავლა-განათლების განვითარებას.

სულხან-საბა ორბელიანის ლექსიკონის (1668-1725) პირველ გვერდზე მოთავსებულია ქართული ანბანური ნუმერაციის და შესაბამისი არაბულ-ინდური, ე. ი. თანამედროვე ნუმერაციის ცხრილი. იქვე ვხვდებით ევკლიდეს «საწყისებიდან» ამოღებულ წერტილის, წირის, სიბრტყის და სხეულის განსაზღვრებებს. სხვადასხვა ევროპული წყაროდან მოყვანილია ალგებრის, გეომეტრიისა და არითმეტიკის განსაზღვრებანი და ზოგიერთი საინტერესო ცნობა ასტრონომიიდან. მნიშვნელოვანია საბას ცნობები ქართული საზომების შესახებ.

შემდეგი ცნობები საქართველოში მათემატიკური ცოდნის შესახებ მოგვეპოვება ვახტანგ VI-ის (1676-1736) ნაწერებში. განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია ასტრონომიული ნაშრომი «ვარსკვლავთმრიცხველობა», რომელიც დაწერილია ვახტანგ VI-ისა და მისი თანამედროვეების მიერ. იგი შეიცავს XV საუკუნის დიდი უზბეკი ასტრონომის ულუღ-ბეკის ასტრონომიული ნაშრომის სრულ თარგმანს ირანულიდან, რომელიც თვით ვახტანგ VI-ს ეკუთვნის. მასში მოყვანილია 834 ქალაქის გეოგრაფიული კოორდინატები. ხოლო თვით

ვახტანგ VI-ის ნაშრომში _ 1276 ქალაქისა. 1033 ქალაქის გეოგრაფიული კოორდინატების შესახებ ცნობები ვახტანგ VI-ს ამოღებული აქვს ბერძნული, დასავლეთ ევროპული და რუსული წყაროებიდან. მათ შორისაა ქ. გორის კო-ორდინატებიც, რაც იმას ნიშნავს, რომ XVII საუკუნეში ქართველებმა იცოდნენ ადგილის გეოგრაფიული კოორდინატების განსაზღვრა.

დასავლეთ ევროპულ ენაზე უღულ-ბეკის ნაშრომი პირველად გადათარგმნეს 1863 წელს, იგი თარგმნა ფრანგმა სედილომ. ე. ი. ეს წიგნი ქართულ ენაზე უფრო ადრეა თარგმნილი, ვიდრე ევროპულზე. იგი შეიცავს ე. წ. არაბების ტრიგონომეტრიას. ცნობილია, რომ ევროპელებმა ტრიგონომეტრიის საფუძვლები არაბებისაგან გადაიღეს. მაშასადამე, ქართველებმა ტრიგონომეტრიის საფუძვლები პირველად გადაიღეს არა ევროპელებისაგან, არამედ არაბებისაგან.

ვახტანგ VI-ის ხელმძღვანელობით ქართველებს ირანულიდან უთარგმნიათ ას-ტრონომიულ-ასტროლოგიური ნაშრომი «ქმნილებისა ცოდნა» და დაუბეჭდავთ თბილისის სტამბაში 1721 წელს, რომელიც ასევე შეიცავს არაბული ტრიგონომეტრიის საფუძვლებს.

ქართველების მიერ ევროპელთა ტრიგონომეტრიის გაცნობის პირველი საბუთია მიხეილ ელიაშვილის მიერ რუსულიდან ნათარგმნი ნაშრომი «სივაკის ზომა ანუ პლანიმეტრია», რომელიც გამოიცა 1726 წელს ვახტნგ VI-ის რედაქციით. ნაშრომი ძირითადად წარმოადგენს პრაქტიკულ გეომეტრიას, მაგრამ შეიცავს აგრეთვე არითმეტიკის საკითხებს, ტრიგონომეტრიის ძირითად ფორმულებს და მათ გამოყენებას სხვადასხვა ამოცანის ამოხსნისათვის. ნაშრომის პირველი ნაწილი შეიცავს არითმეტიკისა და ტრი-გონომეტრიის ელემენტებს, მეორე ნაწილი კი _ მათემატიკურ ამოცანებს სამხედრო საქმეში, განსაკუთრებით ბალისტიკაში გამოყენებისათვის. ცნობილია ხელნაწერი, რომელიც XVII საუკუნის დასაწყისში ფრანგულიდან გადაუთარგმნია დიმიტრი ციციშვილს. მასში მოცემულია აგრეთვე ცნობები ქართულ საზომთა სისტემის შესახებ. ხელნაწერი შეიცავს პროგრესიებს, კვადრატული და კუბური ფესვების ამოღების წესებს, სამთა წესს, მარტივ და ათობით წილადებზე მოქმედების წესებს.

არითმეტიკის საკითხებია მოცემული იმ ხელნაწერში, რომელიც 1735 წელს მიხეილ ელიაშვილის მიერაა თარგმნილი კვლავ ვახტანგ VI-ის ხელმძღვანელობით.

1800 წელს გიორგი თარხნიშვილს დაუმთავრებია მათემატიკის სახელმძღვანელოს წერა. ხელნაწერი ორი ნაწილისაგან შედგება: 1. არითმეტიკა, 2. არითმეტიკის ვაჭრობის საქმეში გამოიყენება.

გიორგი თარხნიშვილის ამ ნაშრომის დიდი ნაწილი მიძღვნილია სამთა წესისადმი, ცნობილია, რომ სამთა წესი შეადგენს კომერციული არითმეტიკის ძირითად შინაარსს. მოცემულია ამოცანები ამ წესების ვაჭრობის საქმეში

გამოყენებისათვის. ამ ამოცანების ნაწილი თვით თარხნიშვილის მიერაა შედგენილი.

მათემატიკის ქართული ხელნაწერებიდან ყველაზე ვრცელი იოანე ბატონიშვილს (1767-1830) ეკუთვნის. სავარაუდოა, რომ იგი რუსულიდან უნდა იყოს ნათარგმნი. იგი ვრცლად შეიცავს გეომეტრიას და ტრიგონომეტრიას, მოკლედაა მოცემული ანალიზური გეომეტრიის ელემენტები.

1821 წელს დაწერილი ხელნაწერის ავტორია იოსებ ფოცხვერაშვილი. აღნიშნული ნაშრომი ნათარგმნი კი არაა, არამედ _ ორიგინალური.

განათლების სისტემა XIX საუკუნის საქართველოში

XIX საუკუნის დასაწყისიდან საქართველო მეფის რუსეთის მფარველობაში იმყოფებოდა. მიუხედავად ცარიზმის კოლონიური პოლიტიკისა, რუსულმა კულტურამ თავისებური გავლენა იქონია საქართველოზე.

XIX საუკუნის მეორე ნახევარში რუსეთში არსებობდა დაწყებითი სკოლის სამი ტიპი: განათლების სამინისტროს დაწყებითი სასწავლებლები, საერობო სკოლები და საეკლესიო სამრეწველო დაწყებითი სკოლები. რადგან საქართველოში ერობები არ არსებობდა, ამიტომ არ იყო საერობო სკოლები. დაწყებითი განათლების საქმე ძირითადად ორ უწყებას _ განათლების სამინისტროსა და სინოდს და მათ ადგილობრივ ორგანოებს _ კავკასიის სასწავლო ოლქსა და საქართველოს ეგზარხატს ჰქონდა მინდობილი. დაწყებით სკოლებს საქართველოში შემდეგი ძირითადი ქვეტიპები ჰქონდა:

- სამრეწველო სასწავლებელი. იგი იყო ძალიან პრიმიტიული სასწავლებელი, რომელშიც სწავლების ხანგრძლივობა 4-6 თვეს არ აღემატებოდა;
- კავკასიის მხარეს დაწყებითი სასწავლებელი 1867 წლის წესდებით, ეს სკოლები იყო ერთკლასიანი და ორკლასიანიც. მათი ქსელი ძალიან მცირე იყო;
- ნომინალური დაწყებითი სასწავლებლები ერთკლასიანი და ორკლასიანი 1873 წლის წესდების მიხედვით. ამ სასწავლებლებში დაწესებულ იყო საგნების რუსულ ენაზე სავალდებულო სწავლება;
- განათლების სამინისტროს ერთკლასიანი და ორკლასიანი სასწავლებლები;
- ერთკლასიანი და ორკლასიანი საეკლესიო-სამრეწველო სკოლები 1894 წლის წესდებით;
- საეკლესიო უწყების წერა-კითხვის სკოლები. ამ სკოლების მიზანი იყო მხოლოდ რელიგიური აღზრდა. მათი ქსელი ცხრაასიანი წლებიდან მცირდებოდა.

ამას გარდა, საქართველოში იყო ქართველთა შორის წერა-კითხვის გამავრცელებელი საზოგადოების რამდენიმე სკოლა, რომელშიც სწავლება მიმდინარეობდა დედა ენაზე. 1830 წლის მარტში თბილისში გაიხსნა გიმნაზია, რომელიც ღებულობდა მხოლოდ თავადაზნაურთა შვილებს. აქ მრავალ სხვა საგანთან ერთად ასწავლიდნენ ალგებრას, არითმეტიკას, გეომეტრიას.

1830 წელს დაარსდა გორის სამაზრო სასწავლებელი ორი კლასით და მოსამზადებელი განყოფილებით. იმავე წელს დაარსდა თელავის სამაზრო სასწავლებელი. 1834 წელს გაიხსნა დუშეთის პირველდაწყებითი სკოლა. 1846 წელს თბილისში დაარსდა წმინდა ნინოს სახელობის სასწავლებელი,

რომელმაც დიდი როლი შეასრულა ქალთა განათლების საქმეში. 1847 წელს ასეთივე სასწავლებე-ლი გაიხსნა ქუთაისში.

განათლების სამინისტროს დაწყებით სასწავლებლებს სახელმწიფო-დაწყებით სასწავლებლებს უწოდებდნენ. მათი ქსელის განვითარება დაიწყო XIX საუკუნის 70-იანი წლებიდან. ბატონყმობის გაუქმებიდან 5-6 წლის განმავლობაში გაუხსნიათ სოფლის საზოგადოებრივი დაწყებითი სკოლები, საკმაო რაოდენობით. ცნობილია, რომ 1860 წლისათვის საქართველოში იყო სულ 6 დაწყებითი სკოლა, 1878 წლისათვის უკვე 103 საზოგადოებრივი დაწყებითი სკოლაა 3997 მოსწავლით, ხოლო 1916 წლისათვის მათი რიცხვი უკვე 887-ია.

სახელმწიფო დაწყებითი სკოლებისა და მათში მოსწავლეთა ზრდის ციფრობრივი მაჩვენებლები 1886-1916 წლებში თბილისსა და ქუთაისის გუბერნიებში ასეთი იყო:

ქალაქები	ერთკლასიანი და ორკლასიანი ჯგუფების რაოდენობა			მოსწავლეთა რაოდენობა					
	1885 წ.	1900 წ.	1916 წ.	1885 წელი		1900 წელი		1916 წელი	
				ვაჟ.	ქალ.	ვაჟ.	ქალ.	ვაჟ.	ქალ.
თბილისი	115	197	347	5128	2053	8550	8931	5737	11825
ქუთაისი	115	223	533	499	604	16968	2577	37224	13910

1869 წელს ქუთაისში, ხოლო 1872 წლიდან თბილისში, ჩამოყალიბდა სახალხო სკოლების ხელმძღვანელი ორგანოები _ ინსპექტორები. ისინი ექვემდებარებოდნენ სასწავლო ოლქს და გუბერნატორებს. კავკასიის სასწავლო დირექციაში შედიოდნენ:

- თბილისის სასწავლებელთა დირექცია _ ჩამოყალიბდა 1848 წელს, გაუქმდა 1873 წელს.
- თბილისის გუბერნიის სახალხო სასწავლებელთა დირექცია _ ჩამოყალიბდა 1872 წელს სახელმწიფო და დაწყებით სასწავლებელთა, საზოგადოებრივ და კერძო სასწავლებელთა სახელმძღვანელოდ, ასევე საეკლესიო სკოლების მუშაობაზე დაკვირვებისათვის, გაუქმებულ იქნა 1917 წელს.
- კავკასიაში მართლმადიდებლური საქრისტიანოს აღდგენის საზოგადოების სკოლების ინსპექცია (1873-1918 წწ.).
- ქართული ეგზარხატის საოლქო სასწავლო საბჭო (1903-1917 წწ.).
- თბილისის სასულიერო სემინარია, ჩამოყალიბდა 1817 წელს. 1918 წელს რეორგანიზებული იქნა თბილისის მე-8 ვაჟთა გიმნაზიად.

- თბილისის სამასწავლებლო ინსტიტუტი, ჩამოყალიბდა 1866 წლის 1 ნოემბერს სახელწოდებით ალექსანდრეს სამასწავლებლო სკოლა. კავკასიის მართლმადიდებელი საქრისტიანოს საზოგადოების ხარჯებით. 1872 წლის 16 მაისს სკოლა გადაკეთდა ალექსანდრეს სამასწავლებლო ინსტიტუტად. 1917 წლიდან იწოდება თბილისის სამასწავლებლო ინსტიტუტად. გაუქმებულ იქნა 1919 წლის 31 ივნისს.
- ამიერკავკასიის ქალთა ინსტიტუტი 7 კლასით ჩამოყალიბდა 1840 წლის 23 მარტს. 1917-1918 სასწავლო წელს ინსტიტუტთან გაიხსნა ზოგად-საგანმანათლებლო მე-8 კლასი. 1918 წელს გაუქმებულ იქნა.
- გორის სასწავლო სემინარია (1883-1921 წწ.).
- თბილისის პირველი ვაჟთა გიმნაზია, გაიხსნა 1803 წლის 25 ივლისს სახელწოდებით თბილისის კეთილშობილთა სასწავლებელი. იგი 1829 წელს გადაკეთდა გიმნაზიად. თბილისის გიმნაზია მრავალჯერ იქნა სახელცვლილებული: 1860 წლის 1 იანვრიდან იგი იწოდება თბილისის სათავადაზნაურო გიმნაზიად, 1864 წლიდან _ თბილისის კლასიკურ გიმნაზიად, 1882 წლიდან _ თბილისის პირველ ვაჟთა გიმნაზიად, 1912 წლიდან _ თბილისის პირველ გიმნაზიად. გაუქმებულ იქნა 1921 წელს.
- თბილისის II ვაჟთა გიმნაზია (1887-1921 წწ.).
- თბილისის III ვაჟთა გიმნაზია (1894-1921 წწ.).
- თბილისის IV ვაჟთა გიმნაზია (1906-1912 წწ.).
- თბილისის V ვაჟთა გიმნაზია (1906-1921 წწ.).
- თბილისის VI ვაჟთა გიმნაზია (1912-1920 წწ.).
- თბილისის VII ვაჟთა გიმნაზია (1888-1919 წწ.).
- თბილისის VIII ვაჟთა გიმნაზია (1918-1919 წწ.).
- თბილისის ლევანდოვსკის (კერძო) გიმნაზია (1907-1921 წწ.).
- მიხაილოვის ვაჟთა გიმნაზია (1910-1918 წწ.).
- თბილისის რეალური სასწავლებელი (1866-1921 წწ.).
- სიღნაღის შერეული გიმნაზია (1919-1921 წწ.).
- თბილისის I კომერციული სასწავლებელი (1898-1919 წწ.).
- თბილისის II კომერციული სასწავლებელი (1911-1919 წწ.).
- თბილისის ვაჭართა მანთაშოვის სახელობის საზოგადოების სავაჭრო სკოლა (1903-1919 წწ.).
- თბილისის I ქალთა გიმნაზია (1872-1921 წწ.).
- თბილისის II ქალთა გიმნაზია (1874-1921 წწ.).
- თბილისის III ქალთა გიმნაზია (1884-1921 წწ.).
- თბილისის IV ქალთა გიმნაზია (1903-1921 წწ.).
- თბილისის V ქალთა გიმნაზია (1906-1921 წწ.).
- თბილისის VI ქალთა გიმნაზია (1910-1921 წწ.).
- თბილისის VII ქალთა გიმნაზია (1863-1919 წწ.).
- თბილისის VIII ქალთა გიმნაზია (1892-1919 წწ.).
- თბილისის ქართულ ქალთა გიმნაზია (1906-1919 წწ.).

უმაღლესი დაწყებითი სასწავლებლები:

ახალციხის (1887-1921 წწ.); ახალქალაქის (1902-1918 წწ.); სიღნაღის (1900-1923 წწ.); თელავის (1917წ.).

სახალხო სკოლას, ისე როგორც მოსკოვის, პეტროგრადისა და რუსეთის იმპერიის სხვა გუბერნიებში, საქართველოს მოსახლეობაში უნდა განემტკიცებინა თვითმპყრობელური რეჟიმისადმი მორჩილების გრძნობა. ამ მიზნის მიღწევა შეიძლებოდა მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ რუსეთის იმპერიაში მცხოვრები არარუსი მოსახლეობის გადაგვარება მოხდება.Dდ. ტოლსტოი, განათლების მინისტრი 70-იან წლებში აცხადებდა, რომ «რუსეთის იმპერიაში მცხოვრები ყველა არარუსის განათლების ჭეშმარიტ მიზანს მათი გარუსება, რუს ხალხთან გათქვეფა უნდა წარმოადგენდესო». ამავე აზრს იმეორებდა კავკასიის სასწავლო ოლქის მზრუნველი იანოვსკი. იგი წერდა: «სკოლამ ბავშვებში უნდა აღზარდოს და განავითაროს შეგნება კავკასიის მხარის ყველა ნაწილის შინაგანი ორგანული კავშირისა სახელმწიფოსთან, რომლის ძლევამოსილ საფარველქვეშ მრავალმოდგმიანი კავკასია ვითარდება, მტკიცდება და მდიდრდება».

მეფისდროინდელი რუსეთის არარუსი მოსახლეობისათვის არსებული სახალხო სკოლების ისტორია, მათ შორის საქართველოს მაშინდელი სკოლების ისტორიაც იმის დასტურია, რომ ეს სკოლები ეროვნული გადაგვარების მიზნით იყვნენ შექმნილნი, ამ პოლიტიკამ განსაკუთრებით მკაცრი, აუტანელი ხასიათი მიიღო ალექსანდრე მესამის მეფობის დროიდან. Aამ დროს არარუსი მოსახლეობის სკოლებიდან იდევნებოდა ყოველივე ის, რასაც ეროვნული ხასითი ჰქონდა, განსაკუთრებით მშობლიურ ენაზე სწავლება. მთავრობის 1885 წლის გან-კარგულებით სომხეთში 200-მდე სომხური სკოლა დახურეს. საქართველოში 1864 წლის 30 აგვისტოს ბრძანებულებით დაწყებით სკოლაში სწავლება მაინც მთლიანად მშობლიურ ენაზე მიმდინარეობდა, რუსული ენა კი სურვილის მიხედვით შეიძლებოდა ესწავლათ ერთ-ერთ საგნად. 1878-1880 წლებში თბილისის გუბერნიის ქართველებით დასახლებულ ადგილებში სამინისტროს ერთკლასიანი სკოლების პირველ ორ განყოფილებაზე მეცადინეობა ქართულ ენაზე მიმდინარეობდა, ხოლო ქუთაისის გუბერნიაში _ რუსულ ენაზე, მაგრამ თბილისის გუბერნიაშიც იყო სკოლები, სადაც სწავლება რუსულ ენაზე წარმოებდა, ქართული კი ერთ-ერთ საგნად ისწავლებოდა.

ალექსანდრე მეორის მკვლელობის შემდეგ საქართველოში გამეფდა საშინელი რეაქცია, ისედაც შევიწროებული ქართული ენა კიდევ უფრო შეავიწროეს. ამის ერთ-ერთ საშუალებას წარმოადგენდა განათლების ხელმძღვანელ თანამდებობებზე ისეთი პირების შერჩევა, რომლებიც შეასრულებდნენ ხელისუფლების განზრახვას. მაგალითად, 80-იან წლებში სამსახურიდან გადააყენეს ქუთაისის გუბერნიის სახალხო სკოლის დირექტორი, ქართული ენის კარგად მცოდნე, დედაენის დევნის მოწინააღმდეგე მოროსოვი და მის ადგილზე დანიშნეს ორლოვი, რომელიც «ერთგულად» შეუდგა მოვალეობის

შესრულებას _ სახალხო სკოლებიდან ქართული ენის განდევნის საქმეს. 1879 წელს დაარსებული ქართველთა შორის წერა-კითხვის გამავრცელებელი საზოგადოების ხანგრძლივი ბრძოლის შემდეგ მხოლოდ 1914 წელს გახდა შესაძლებელი ქართულ სკოლებში სწავლების ენად დედაენა, ქართული ენა, ყოფილიყო გამოცხადებული.

მათემატიკის სწავლების შინაარსი XIX საუკუნის საქართველში

XIX საუკუნის მეორე ნახევარში საქართველოში არსებული სამინისტროს სკოლებსა და სამრევლო-საეკლესიო სკოლების ოთხ განყოფილებაზე კვირე-ული საათების რაოდენობა საგნების მიხედვით იყო შემდეგი:

საღვთო სჯული _ 6 საათი;
რუსული ენა _ 8 საათი;
ქართული ენა _ 2-3 საათი;
არითმეტიკა _ 8 საათი.

	სამინისტროს სკოლები (დღიური რაოდენობა)	სამრევლო-საეკლესიო სკოლები (დღიური რაოდენობა)
I განყოფილება	5 საათი	4 საათი
II განყოფილება	5 საათი	4 საათი
III განყოფილება	5 საათი	5 საათი
IV განყოფილება	5 საათი	6 საათი

სამაზრო სასწავლებლებში (მოსამზადებელი განყოფილებით და ორი კლასით), ასევე ოთხკლასიან მიხაილოვის სახელობის სასწავლებელში, არითმეტიკას I და II კლასში დათმობილი ჰქონდა 3 საათი, შემდეგ კი _ 2 საათი.

1871 წელს ჩამოყალიბებულ ვაჟთა გიმნაზიებში მათემატიკის კვირეული საათები იყო:

მოსამზადებე ლი განყოფილება	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	გიმნაზიის მოსწავლეთათვის სავალდებულო საათები 8 წლის განმავლობაში
6	44	44	33	44	44	44	33	3	29

რეალური სასწავლებლების ძირითადი განყოფილების V, VI კლასებში და დამატებით განყოფილებებზე:

1890/1891			1891/1892			1892/1893		
V	VI	დამატე ბა	V	VI	დამატება	V	VI	დამატე ბა
6	4	3	5	5	3	5	4	3

1907-1908 სასწავლო წლისათვის იგივე მაჩვენებლებს ჰქონდა შემდეგი სახე:

მოსამზადებე ლი განყოფილება	ძირითადი განყოფილება							ჯამში (მოსამზადებე ლი განყოფილების გარდა)
	I	II	III	IV	V	VI	დამატები თ კლასი	
6	4	4	4	6	6	6	5	35

1879 წელს შექმნილ ქართველთა შორის წერა-კითხვის გამავრცელებელი საზოგადოების სკოლების ოთხ განყოფილებაში არითმეტიკასა და პრაქტიკულ გეომეტრიას ეთმობოდა 6 საათი კვირაში ყოველ განყოფილებაზე, ალგებრისათვის III და IV კლასებში გამოყოფილი იყო 2-3 საათი, გეომეტრიისათვის I-III კლასებში _ 2-2 საათი, ხოლო IV კლასში _ 3 საათი.

არითმეტიკის ზოგად კურსში მასალა კლასებზე ძირითადად ასე ნაწილდებოდა: მოსამზადებელ განყოფილებებზე მოსწავლეებს უნდა გაევლოთ ოთხი არითმეტიკული მოქმედება მთელ რიცხვებზე, რუსული საანგარიშოს ხმარება, ამოცანების წერითი და განსაკუთრებით, ზეპირი ამოხსნა, გამრავლების ტაბულა ხშირად სახმარი ზომები (რუსული და ქართული), ოთხი არითმეტიკული მოქმე-დება შედგენილ სახელდებულ რიცხვებზე.

I Kკლასი: 1) ოთხი არითმეტიკული მოქმედების გამეორება შედგენილ სახელდებულ რიცხვებზე და ამოცანებში. 2) ათწილადები, შედარება, მოქმედებები მათზე. 3) მარტივი წილადები, წესიერი, არაწესიერი, შერეული, შეკვეცა, შედარება, მოცემული რიცხვის ნაწილის პოვნა, ნაწილით რიცხვის პოვნა, მარტივმნიშვნელიანი წილადების შეკრება. 4) მარტივი და შედგენილი რიცხვები, გაყოფადობის ნიშნები, რიცხვის დაშლა მარტივ მამრავლებად, უ.ს.ჯ. და უ.ს.გ., წილადების შეკრება-გამოკლება.

II კლასი: 1) I კლასში ნასწავლი მასალის გამეორება. 2) ათწილადების გადაქცევა ჩვეულებრივ წილადად და პირიქით (ორი შემთხვევა), სასრული, უსასრულო, პერიოდული ათწილადები, წმინდა და შერეული პერიოდული ათწილადების გადაქცევა ჩვეულებრივ წილადად. 3) საზომთა მეტრიკული სისტემა. 4) არითმეტიკული და გეომეტრიული თანაფარდობა.

III კლასი: 1) პროცენტების წესები. 2) თამასუქების ანგარიში (კომერციული). 3) ჯაჭვური წესი. 4) ამხანაგობის წესები (პროპორციული გაყოფა). 5) შერეული წესები (I და II გვარის).

IV კლასი: არითმეტიკის მთელი კურსის გამეორება.

როგორც ვხედავთ, დიდი ადგილი აქვს დათმობილი «ამხანაგობის წესებთან», «თამასუქებთან», «სამმაგ წესებთან» დაკავშირებულ საკითხებს, რომელთა სწავლება სკოლებში დღევანდელი ეკონომიკური საკითხების მოზღვავებისა და საჭიროების პირობებშიც არ იქნებოდა ურიგო. წლების განმავლობაში ხომ ამ საკითხებს გაკვრითაც არ ახსენებდნენ საშუალო სკოლებში. საბედნიეროდ, დღეისათვის მდგომარეობა შეიცვალა და სკოლებში უკვე ისწავლება ეკონომიკის საკითხები. საბაზრო ეკონომიკას მოსწავლე, ახალგაზრდა საშუალო სკოლაშივე უნდა ვაზიაროთ, რადგან სკოლაში ამ საკითხების სწავლება უფრო უშუალო, უფრო «სუფთა», უფრო კანონებზე აგებული იქნება, ამავე დროს ბავშვს თავიდანვე ეცოდინება, რა საკითხების ცოდნაა აუცილებელი ცხოვრებისათვის, დაინახავს კავშირს საგანსა და ცხოვრებას შორის.

ალგებრა ისწავლებოდა მე-3 და მე-4 კლასებში.

III კლასი:

- ალგებრული გამოსახულება.L
- ფორმულების აღნიშვნა, ერთწევრები, მრავალწევრები, მოქმედებები მათზე მრავალწევრთა გაყოფის ჩათვლით.

IV კლასი:

- მარტივ მამრავლებად დაშლა, შემოკლებული გამრავლების ფორმულები.
- უ. ს. ჯ და უ. ს. გ.
- წილადების შეკვეცა.
- წილადების შეკრება, გამოკლება გამრავლება, გაყოფა.
- რიცხვები უარყოფით ხარისხში.
- პროპორციები.
- I ხარისხის განტოლებები, ამოცანების ამოხსნა.
- კვადრატული ფესვების ცნება, მოქმედებები.

გეომეტრია:

- მომამზადებელი კონცენტრი – თვალსაჩინოდ გატარდეს პირველ ორ კლასში.
- სისტემატიური _ ბოლო ორ კლასში იგივე მასალა ლოგიკური დამტკიცებით (აქ შედის მთელი პლანიმეტრია და სტერეომეტრია).

საქართველოში არსებობდა ორი სამასწავლებლო სემინარია. ერთი მათგანი იყო ქ. გორში, მეორე ხონში. არითმეტიკის საათები სემინარიაში ასე იყო

განაწილებული: უმცროსი მოსამზადებელი კლასი – 5 საათი, უფროსი მოსამზადებელი კლასი – 4 საათი, I კლასი – 4 საათი.

სასკოლო მათემატიკის პროგრამები XIX საუკუნის საქართველოში

გიმნაზიების პროგრამები მათემატიკაში ასეთი იყო:

არითმეტიკა

მოსამზადებელი ჯგუფი: ნუმერაცია 1000-მდე, ოთხი მოქმედება მთელ რიცხვებზე 1000-მდე ზეპირად, სიგრძის, წონის დროის, ქაღალდის და მონეტის ზომები.

I კლასი: ნუმერაცია, ოთხი მოქმედება ნებისმიერ რიცხვზე, ფრჩხილების ხმარება, ჯამის, სხვაობის, ნამრავლის, შეფარდების ცვლილება, ზომები, სახელდებული რიცხვების გადაქცევა და დანაწილება.

II კლასი: მოქმედებები შედგენილ სახელდებულ რიცხვებზე, სხეულთა ზედაპირის ფართობისა და მოცულობების გაზომვა, უმარტივესი წილადები და ზეპირი მოქმედებები მათზე, გაყოფადობის ნიშნები.

III კლასი: რიცხვების დაშლა მარტივ მამრავლებად, უ. ს. გ. და უ. ს. ჯ. მოძებნა. მარტივი წილადები და ათწილადები, ზუსტი და უსასრულო ათწილადები, განაყოფის მიახლოებითი მნიშვნელობის მოძებნა.

IV კლასი: შეფარდება და პროპორციები. მარტივი და რთული პრიცენტები, სამმაგი წესები, თამასუქების პროცენტული აღრიცხვა, პროპორციული გაყოფა, შენარევები.

სახელმძღვანელო:

1) კისელიოვი – არითმეტიკის სახელმძღვანელო.
2) შაპოშნიკოვის და ვალცოვის ამოცანათა კრებული. II ნაწილი.
3) ვეტუშევსკის ამოცანათა კრებული, II ნაწილი.

V კლასი: მთელი არითმეტიკის გამეორება ალგებრის სწავლებასთან დაკავშირებით.

ალგებრა

V კლასი: ალგებრული გამოსახულებები და ოთხი მოქმედება მათზე.

სახელმძღვანელო: კისელიოვის ელემენტარული ალგებრა.

კრებული: შაპოშნიკოვი და ვალცოვი, I ნაწილი

VI კლასი: შემოკლებული გამრავლების ფორმულები, მრავალწევრთა გაყოფა, მრავალწევრის დაშლა მარტივ მამარავლებად (სამი ხერხი). ალგებრული

წილადები, პროპორციები, I ხარისხის ერთუცნობიანი და ორუცნობიანი განტოლებათა ამოხსნა. ამოცანები ერთუცნობიან I ხარისხის განტოლებაზე.

სახელმძღვანელო, იგივე რაც V კლასში.

VII კლასი: განტოლების შედგენა ორი და მრავალი უცნობით. ერთწევრთა ხარისხში აყვანა და ერთწევრიდან ფესვის ამოღება. მოქმედებანი ირაციონალურ გამოსახულებებზე. კვადრატული განტოლების ამოხსნა, ფესვების გამოკვლევა, კოეფიციენტებსა და ფესვებს შორის კავშირი. II ხარისხის სამწევრის თვისება, ბიკვადრატული განტოლება.

გეომეტრია

V კლასი: წინასწარი განმარტებები: სწორი ხაზი, კუთხეები, სამკუთხედები, მრავალკუთხედები, პერპენდიკულარული და დახრილი, მართკუთხა სამკუთხედების ტოლობა, პარალელური წრფეები, ურთიერთპარალელურ და პერპენდიკულარულგვერდებიანი კუთხეები, სამკუთხედის და მრავალკუთხედის შიდა კუთხეთა ჯამი, უმთავრესი ამოცანები აგებაზე.

სახელმძღვანელო: კისელიოვის გეომეტრია.

VI კლასი: პარალელოგრამი და ტრაპეცია. წრფე, ქორდა, მხები, ორი წრეწირის ურთიერთმდებარეობა. კუთხეთა გაზომვა, ჩახაზული და შემოხაზული მრავალკუთხედები. სამკუთხედის და მრავალკუთხედის მსგავსება, წესიერი მრავალკუთხედები, სწორხაზოვანი ფიგურების ფართობების გაზომვა.

სახელმძღვანელო: კისელიოვის გეომეტრია.

VII კლასი: ზღვართა თეორია. წრეწირის სიგრძის და წრის ფართობის გაზომვა. სიბრტყის მდებარეობა, ორწახნაგა და მრავალწახნაგა კუთხის ძირითადი თვისებები, წესიერი მრავალწახნაგების ცნება. პრიზმის, სრული და წაკვეთილი პირამიდების, ცილინდრის, სრული და წაკვეთილი კონუსის, ბირთვის და მისი ნაწილების ზედაპირის ფართობების და მოცულობების გაზომვა. ბრუნვითი სხეულები. მათი ზედაპირის ფართობის და მოცულობების განსაზღვრისათვის რიცხვითი ამოცანების ამოხსნა.

სახელმძღვანელო: კისელიოვის გეომეტრია.

სამასწავლებლო სემინარიაში პროგრამას ადგენდა მასწავლებელთა ჯგუფი, წარედგინებოდა დირექტორს, მტკიცდებოდა პედაგოგიურ საბჭოზე, რის შედეგ პროგრამას დირექტორი წარუდგენდა დასამტკიცებლად კავკასიის სასწავლო ოლქის მზრუნველს.

ხონის სამასწავლებლო სემინარიის პროგრამა მათემატიკაში 1881/1882 სასწავლო წელი, შედგენილი მასწავლებელ დავით აბდუშელიშვილის მიერ, დირექტორი სტრელეცსკი.

გეომეტრია

მოსამზადებელი კლასი: გეომეტრიული სხეულების განხილვა: 1. კუბი. 2. სამკუთხა პრიზმა. 3. ოთხკუთხა პრიზმა. 4. ექვსკუთხა პრიზმა. 5. სამკუთხა და მრავალკუთხა პირამიდა. 6. ცილინდრი. 7. კონუსი. 8. ბირთვი.

გეომეტრიული სხეულების ცნება: ზედაპირი, წირები, წერტილები, ბრტყელი და ხაზოვანი კუთხეები, ცილინდრი, კონუსის, ბირთვის მიღება, წირები და კუთხეები: სწორი ხაზი, მრუდი, ტეხილი, მონაკვეთის თვისებები, შედარება, შეკრება, გამოკლება, მონაკვეთის გაზრდა, შემცირება რამოდენიმეჯერ. კუთხეების შედარება. შეკრება, გამოკლება, გაზრდა და შემცირება რამოდე-ნიმეჯერ. ვერტიკალური და მოსაზღვრე კუთხეები, მართი კუთხე, წრე, წრეწირი, რკალი, რადიუსი, დიამეტრი, ქორდა, ცენტრალური კუთხეები. მისი კავშირი შესაბამის რკალთან, პარალელური ხაზები, ორი სწორის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული კუთხეები, კუთხეთა ტოლობა პარალელური ხა-ზების შემთხვევაში.

მასწავლებელი დ. აბდუშელიშვილი

I კლასი: პროგრამას მასწავლებელი წარმოადგენდა ძალიან დაწვრილებით, გასავლელი თეორემების მტკიცებითაც კი.

ფიგურის ცნება. სამკუთხედი, დამოკიდებულება კუთხეებს შორის.

სამკუთხედის დაყოფა კუთხეების მიხედვით. სამკუთხედის გარე კუთხე. კავშირი გვერდებს შორის. $\left(a < b + c,\ \ a > b + c\right)$ სამკუთხედების დაყოფა გვერდების მიხედვით, (ტოლი გვერდისAპირდაპირ ტოლი კუთხეები დევს). სამკუთხედების ტოლობა: I ნიშანი, II ნიშანი, III ნიშანი, IV ნიშანი (ორი გვერდით და უდიდესი მათგანის პირდაპირ მდებარე კუთხეთა ტოლობით). მართკუთხა სამკუთხედების ტოლობის ნიშნები მოცემულია შედეგებად.

პერპენდიკულარის და დახრილის თვისებები.

ძირითადი გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნა:

ა) მოცემულ წრფეზე ვიპოვოთ წერტილი, რომელიც მოცემული მანძილითაა დაშორებული ამ წრფის გარეთ მდებარე წერტილიდან.

ბ) ვიპოვოთ წერტილი, რომელიც ორი მოცემული წერტილიდან მოცემული მანძილით იქნება დაშორებული და მოთავსებული იქნება იმ წრფის გარეთ, რომელიც გადის ორივე მოცემულ წერტილზე.

გ) გავყოთ მოცემული მონაკვეთი შუაზე.

დ) ავაგოთ მოცემული მონაკვეთის ტოლი სამკუთხედი.

ე) მოცემულ წრფეზე, მოცემულ წერტილზე ავაგოთ მოცემული კუთხის ტოლი კუთხე (ტრანსპორტირის გარეშე).

და სხვა მრავალი ამოცანა აგებაზე.

ოთხკუთხედები

ოთხკუთხედები ზოგადად, პარალელოგრამი, მართკუთხედი, რომბი, კვადრატი, ტრაპეცია.

მრავალკუთხედები

გვერდები, პერიმეტრი, შიგა კუთხე, დიაგონალი, მათი რაოდენობა, $\left(n-3, \frac{n(n-3)}{2}\right)$ შიდა და გარე კუთხეების ჯამი. წესიერი მრავალკუთხედები, მრავალკუთხედების ტოლობა.

წრე და წრეწირი

წრე, ცენტრი, წრეწირი, დიამეტრი, მისი თვისება, (ტოლებია და მეტია სხვა ნებისმიერ ქორდაზე) დამოკიდებულება ქორდასა და მის შესაბამის რკალს შორის, ქორდა და მის შუა წერტილზე გავლებული პერპენდიკულარი, კავშირი ქორდის სიდიდესა და ცენტრიდან დაშორებას შორის, მხები, თვისება ორი პარალელური წრფე და რკალები მათ შორის, ცენტრალური კუთხე, ჩახაზული კუთხე და მათი გაზომვა.

წრეწირი და ფიგურები

ჩახაზული და შემოხაზული მრავალკუთხედები და წრეები, წესიერ მრავალკუთხედებზე წრეწირის შემოხაზვა და ჩახაზვა. აპოთემა, წრეწირის სიგრძე, π რიცხვის ცნება.
ამოცანები: წრეში ჩავხაზოთ წესიერი ექვსკუთხედი, კვადრატი, წესიერი სამკუთხედი, წესიერი მრავალკუთხედი.

შემდგენელი დ. აბდუშელიშვილი

სახელმძღვანელო _ ვულიხის გეომეტრია.

II კლასი

ჯერ ხდება I კლასში გავლილი მასალის გამეორება, შედეგ კი ისწავლება ფართობები: ფართობის ერთეული, მართკუთხედის გფართობი, პარალელოგრამის ფართობი, სამკუთხედის ფართობი, ტრაპეციის ფართობი, წესიერი მრავალკუთხედის ფართობი $\left(S=\frac{\mathrm{Pr}}{2}\right)$ წრის, სექტორის $\left(S=\frac{\alpha R}{2}\right)$.

პრაქტიკული სავარჯიშოები

სასწორი და მისი გამოყენება, ეკერი, ასტროლაბია, მანძილი მიუვალ ორ წერტილს შორის, მანძილი ორ წერტილს შორის, რომელთაგან ერთი მიუვალია, საგნის სიმაღლის განსაზღვრა, ა) რომლის ფუძე მიუვალია ბ) რომლის ფუძესთან მისვლა შეიძლება.

აგეგმვა: მენზულა, მისი მოწყობილობა და გამოყენება.

სახელმძღვანელო: ვულიხის გეომეტრია

შემდგენელი დ. აბდუშელიშვილი

არითმეტიკის პროგრამა მოსამზადებელი კლასისათვის

ერთეულის ცნება, რიცხვი, ციფრი, მთელი და წილადი რიცხვები, სიტყვიერი და წერითი ათვლა, რიცხვების წარმოთქმა.

მოქმედებანი დადებით რიცხვებზე: შეკრება, გამოკლება, გამრავლება, გაყოფა.

გაყოფადობის ნიშნები (2, 5, 4, 8, 3, 6, 9 და 10).

უ. ს. ჯ., უ. ს. გ.

ჩვეულებრივი წილადები.

პროცენტების წესები, შენარევები, ამხანაგობები (უპირატესად პრაქტიკულად, ამოცანებზე).

შემდგენელი დ. აბდუშელიშვილი

I კლასისათვის არითმეტიკის პროგრამა თითქმის ისეთივეა, როგორც მოსამზადებელი კლასისათვის, მხოლოდ დამატებულია ათწილადები და შემდეგი მასალა:

პროპორციები: არითმეტიკული პროპორცია, მისი ძირითადი თვისება, არითმეტიკული პროპორციის წევრის პოვნა, უწყვეტი პროპორცია, უცნობი ორი და რამოდენიმე რიცხვის საშუალო არითმეტიკული, გეომეტრიული პროპორცია, მისი ძირითადი თვისება, გეომეტრიული პროპორციის წევრთა გადანაცვლება, მისი წევრთა შეკვეცა, პროპორციაში წილადების მოსპობა, პროპორციების შეკრება, პროპორ-ციის ამოხსნა ანუ უცნობი წევრის განსაზღვრა, უწყვეტი პროპორციები. სამმაგი წესები, მარტივი სამმაგი წესები, პირდაპირი და უკუპროპორციული სიდიდეები, სამმაგ წესებზე ამოცანების ამოხსნის ორი ხერხი: 1) პროპორციების გამოყენება და 2) ერთეულზე მიყვანის მეთოდი. რთული სამმაგი წესები.

პროცენტების წესები. მარტივი პროცენტები. მოცემული კაპიტალის, პროცენტისა და დროის მიხედვით განვსაზღვროთ პროცენტული თანხა (მოგება). მოცემული პროცენტული თანხის, პროცენტის და დროის მიხედვით განვსაზღვროთ კაპიტალი. მოცემული კაპიტალით, პროცენტული თანხით და დროით გან-ვსაზღვროთ პროცენტი. მოცემული კაპიტალით, პროცენტული თანხით და პროცენტით განვსაზღვროთ დრო.

რთული პროცენტი, თამასუქების აღრიცხვის წესი, ფასი ანუ ვალუტა. დისკონტი, ჯაჭვური წესი, ამხანაგობის წესები, შეკრების წესები, ზეპირი და წერითი ამოცანები ყველა წესზე.

სახელმძღვანელო: მალინინი, ბურენინი – არითმეტიკა.

ამოცანების კრებული: მალინინი, ბურენინი, ევტუშევსკი.

შემდგენელი დ. აბდუშელიშვილი

II კლასი

მთელი წლის განმავლობაში სრულად სწავლობენ I კლასის ბოლოს ნასწავლ მასალას.

სახელმძღვანელო იგივეა [80].

სამასწავლებლო კურსები და ინსტიტუტები

პირველი საგამოცდო წესი ჩამოყალიბებული იყო 1871 წლის 30 ივლისს.

1891 წლის მარტს საგამოცდო წესები შეიცვალა: წერითი გამოცდა ჰქონდათ გიმნაზიის ყველა ძირითად საგანში და ყველა კლასში. ზეპირი გამოცდა ძველად იყო მხოლოდ IV და VI კლასებში. ახლა ყველა კლასს აქვს ზეპირი გამოცდა იმ საგნებში, რომლებსაც ამთავრებენ ან უკვე დამთავრებულ განყოფილებებში.

(Д 4I27, I89I Г. О новом пориадке испытаний в гимназиях и прогимназиях)

არითმეტიკა ზეპირი

III კლასი _ 1890/1891 სასწავლო წელი. არითმეტიკაში მხოლოდ წერითი გამოცდა.

IV _ არ აქვთ გამოცდა.

ზეპირი გამოცდა არითმეტიკაში III კლასში დაიწყო 1891/1892 სასწავლო წელს.

ალგებრა ზეპირი

V კლასი - 1891/92 სასწავლო წლიდან აბარებენ ზეპირ გამოცდას III, IV და V კლასების მასალით.

VII კლასი _ 1891/92 სასწავლო წლიდან ზეპირი გამოცდა ჰქონდათ VI და VII კლასების მასალაზე.

გეომეტრია ზეპირი

IV კლასი _ ორი გამოცდა (წერა და ზეპირი) შეიცვალა მხოლოდ ზეპირით.

VI კლასი _ ზეპირი გამოცდა.

წერითი გამოცდა ყველა კლასში ეწყობა, VIII კლასში მათემატიკის გამოსაშვებ გამოცდაზე მიეცემათ სამი ამოცანა: ალგებრიდან, გეომეტრიიდან, ტრიგონომეტრიიდან. დაწყებითი სასწავლებლის მასწავლებელთა წოდების მისაღებად ტარდებოდა სპეციალური გამოცდები. მასწავლებლის წოდების მისაღებად გამოცდებზე დაიშვებოდნენ მამაკაცები არანაკლებ 17 წლისა და ქალები არანაკლებ 16 წლისა. პირველ რიგში გამოცდები ტარდებოდა საღვთო რჯულში, რის შემდეგაც წოდების მაძიებელი აბარებდა წერით გამოცდას ერთ-ერთ საგანში: რუსულ ენაში, არითმეტიკაში, გეოგრაფიაში ან რუსეთის ისტორიაში. თუ კი წერითი სამუშაო ჩაითვლებოდა დამაკმაყოფილებლად, მაშინ აბიტურიენტი დაიშვებოდა ზეპირ გამოცდებზე. თითოეულ საგნიდან

გამოსაცდელს უნდა ამოეხსნა ორი საკითხი. ამის შემდეგ მათ უნდა ჩაეტარებინათ თითო საცდელი გაკვეთილი არითმეტიკაში და რუსულ ენაში. გაკვეთილის თემა ეძლეოდათ ერთი დღით ადრე. წოდების მაძიებელი გამოცდას აბარებდა გეომეტრიაში. თუ კი მას სურდა მასწავლებლობა სამინისტროს სოფლის ორკლასიან სასწავლებელში.

გამოცდები ტარდებოდა პროგრამის მიხედვით. არითმეტიკის პროგრამა ითვალისწინებდა, რომ წოდების მაძიებელი გაცნობილია არითმეტიკის მთელ კურსს ერთ-ერთი სახელმძღვანელოს მიხედვით. მათ უნდა შეძლებოდათ ამოცანების სწორი და ლამაზი ამოხსნა.

გეომეტრიაში უნდა სცოდნოდათ ელემენტარული კურსი. ამავე დროს ქალაქისა და მაზრის სასწავლებლის კურსის მოცულობით არითმეტიკის მასალასთან ერთად გამოსაცდელს უნდა სცოდნოდა სწავლების ხერხები რაც გათვალისწინებული იყო მეთოდიკის ერთ-ერთ არსებულ სახელმძღვანელოში.

საინტერესოა სტატისტიკური მონაცემები გორის სამასწავლებლო სემინარიის მიერ 1879-1901 წლებში გამოშვებულ მასწავლებელთა შესახებ.

სტატისტიკაში მოცემული შედეგიც: ეროვნების მიხედვით გამოშვებულ მასწავლებელთა შორის კავკასიის მხარეში დაბადებული რუსი ეროვნებისაა 44, ქართველი _ 117, მათ შორის ქართლელები, კახელები, იმერლები _ 111, გურულები – 6, სომხები _ 64, თათრები _ 108, მთიელები სულ _ 28, მათ შორის ოსები _ 9, ლეკები – 6, აფხაზები _ 6, ყაბარდოელები _ 3, ჩერქეზები _ 1, ქისტი _ 1, სხვა ეროვნებისანი _ 22, მათ შორის: გერმანელები _ 3, ბერძნები _ 16, ყირგიზი _ 1, მეგრელები _ 2, ირანელი – 1.

წწ.	გამოშვებულთა რიცხვი	მათ შორის განყოფილებიდან	წწ.	გამოშვებულთა რიცხვი	მათ შორის განყოფილებიდან
1879	6	_	1891	14	7
1880	14	_	1892	14	5
1881	19	3	1893	12	5
1882	26	8	1894	13	5
1883	16	7	1895	17	6
1884	19	3	1896	17	6
1885	27	6	1897	14	6
1886	18	3	1898	16	5
1887	19	5	1899	16	8
1888	13	3	1900	19	4
1889	20	6	1901	18	7
1890	12	6	სულ	373	113

სარწმუნოების მიხედვით მართმადიდებელი _ 194, სომეხი გრიგორიანელი – 61, სომეხი კათოლიკი _ 3, ლუთერანი _ 3. მუსულმანი – 123.

1901 წლის 31 მაისს სემინარიაში ირიცხებოდა 98 მოსწავლე [80], [119].

1911 წლისათვის კავკასიის ოლქის სასკოლო ქსელი შემდეგი დირექციებით იყო წარმოდგენილი: ბაქო–დაღესტნის დირექცია, ქუთაისის დირექცია _ ბათუმისა და სოხუმის ოლქებით (ეს უკანასკნელი 1912 წლიდან დამოუკიდებელი ინსპექცია). თბილისი-ერევნის ინსპექცია, ყარსის ინსპექცია ორი რაიონით და შავიზღვისპირა ინსპექცია.

გარდა ამისა გადაწყდა გაფართოებულიყო სასკოლო ქსელი და შეუდგნენ კიდეც გადაწყვეტილების განხორციელებას კავკასიის შემდეგ ქალაქებში: ალექსანდროპოლი, ანაპა, ბაქო, ვლადიკავკაზი, გეორგიევსკი, გროზნო, მაიკოპი, ნოვოროსიისკი, სტავროპოლი, თბილისი.

1909 წელს კავკასიის სასწავლო ოლქის მზრუნველის ხელმძღვანელობით შედგა ჩრდილოეთ კავკასიის სტავროპოლის გუბერნიის ყუბანისა და ტერის ოლქებისა და შავიზღვისპირა გუბერნიის სახალხო სასწავლებლების ინსპექტორებისა და დირექტორების თათბირი.

1912 წლის 26 ივნისს _ 6 ივლისს ქ. ბორჯომში ჩატარდა დირექტორებისა და ინსპექტორების მეორე თათბირი, რომელზეც დაისახა სკოლებში სწავლების გაუმჯობესების გზები, დღის წესრიგში იდგა აგრეთვე სწავლების კონტროლის საკითხი. მოხსენება გააკეთა საოლქო ინსპექტორმა ა.ი.სლოვინსკიმ. მან აღნიშნა, რომ ყველაზე სუსტი მომზადება უჩვენეს ქუთაისის (ხონის) სამასწავლებლო სემინარიაში შემსვლელმა იმ ახალგაზრდებმა, რომლებმაც დაამთავრეს ქუთაისის გუბერნიის დაწყებითი სასწავლებლები. სემინარიაში შესასვლელად წერით გამოცდებზე გასულა 110 მოსწავლე, ზეპირ გამოცდაზე დაშვებულ იქნა და გააგრძელა გამოცდების ჩაბარება _ 48 მოსწავლემ. მომხსენებელმა მსმენელთა ყურადღება მიაპყრო მოსწავლეთა მიერ გამომჟღავნებულ ტიპიურ ხარვეზებს:

- ვერ კითხულობდნენ სწრაფად – 26 გამოსაცდელი, ე. ი. 64%;
- კითხულობენ გამომეტყველების დარეშე – 33, ე. ი. 70 %;
- სუსტად ითვისებენ წაკითხულის შინაარსს _ 37, ე. ი. 77,1 %;
- წაკითხულის შინაარსის გამეორება უჭირთ – 34, ე. ი. 71 %.;
- ნასწავლის ზეპირად გადმოცემა უჭირთ _ 46, ე. ი. 86 %;
- აქცენტით კითხულობს _ 38, ე. ი. 79 %;
- ცუდად ფლობს რუსულ ენას – 36 ე. ი. 73%.

თათბირზე შეიქმნა კომისია, რომელსაც დაევალა სემინარიაში მიღების წესების შემუშავება. კომისიაში შევიდნენ: ერევნის მასწავლებელთა სემინარიის დირექტორი ვ. ვ. დობრინინი, თერგის ოლქის სემინარიის დირექტორი აბრამოვა, ქუთაისის სამასწავლებლო სემინარიის ხელმძღვანელი თ. ს.

იანოვიჩი. ხელმძღვანელობა დაევალა კავკასიის სამასწავლებლო სემინარიის დირექტორს, თ. ა. სმირნოვს [10].

1912 წლის 15 ივნისის კანონით გახსნილი უმაღლესი დაწყებითი სასწავლებლები განიცდიდნენ პედაგოგთა პირადი შემადგენლობის ნაკლებობას. ეს კიდევ უფრო საგრძნობი გახდა ასეთი სასწავლებლების რიცხვის განსაკუთრებული სისწრაფით ზრდის გამო. მართლაც, მხოლოდ 1912 წლის მეორე ნახევრიდან 1916 წლამდე უკვე არსებულ 88 უმაღლეს დაწყებით სასწავლებელს დაემატა 70. ამდენად, იმჟამად არსებული თბილისის ალექსანდრეს სახელობის სამასწავლებლო და სტავროპოლის ოლქის სამასწავ-ლებლო ინსტიტუტები ვერაფრით ვერ დააკმაყოფილებდნენ უმღლესი დაწყებითი სასწავლებლების მასწავლებელთა კადრებით უზრუნველყოფის საკითხს. (სტავროპოლის ინსტიტუტს პირველი გამოშვება 1916 წელს ჰქონდა), 1916 წელს ჰქონდა პირველი გამოშვება ვლადიკავკაზის სამასწავლებლო ინსტიტუტს, ხოლო მაიკოპის ინსტიტუტი მხოლოდ 1916 წელს გაიხსნა.

კავკასიის სასწავლო ოლქის იმდროინდელ მზრუნველს ნ. რუდოლფს 1913 წლის 29-30 დეკემბერს N31794 შუამდგომლობით და 1913 წლის 30 დეკემბერს N31793 შუამდგომლობით უთხოვია სახალხო განათლების სამინისტროსთვის, რათა მიეცათ უფლება უკვე არსებული სტავროპოლის, თბილისის და ვლადიკავკაზის სამასწავლებლო ინსტიტუტების ბაზაზე გახსნილიყო მოკლევადიანი კურსები უმაღლესი დაწყებითი სასწავლებლების მასწავლებელთა მოსამზადებლად და დახმარებოდნენ საჭირო ფინანსებითაც.

1913 წლის 23 აგვისტოს N36666 ბრძანებით მზრუნველს მიეცა წინადადება გაეხსნა ზემოხსენებული მოკლევადიანი კურსები, აღუთქვეს ფინანსური უზრუნველყოფაც.

1914 წლის 28 იანვარს N4163 ბრძანებით გაიხსნა მასწავლებელთა მოსამზადებელი მოკლევადიანი კურსები.

მზრუნველი ნ. რუდოლფი 1916 წელს გასცნობია ამ კურსების მუშაობას და დიდი მადლიერება გამოუთქვამს სამივე ინსტიტუტის ხელმძღვანელობის მიმართ მათი მეტად სასარგებლო შრომისათვის. განსაკუთრებული მადლიერების გრძნობით იხსენიებს თბილისის სემინარიის დირექტორს, კავკასიის საოლქო ინსპექტორს ა.ი.სლოვინსკის, რომელმაც მიიღო მონაწილეობა და უხელმ-ძღვანელა ამ კურსების გახსნას [97].

თბილისის ალექსანდრეს სახელობის სამასწავლიბლო ინსტიტუტი დაიყო დირექციებად:

- ბაქოს დირექცია.
- ელისაბედპოლის დირექცია.
- ყარსის ინსპექცია, რომელსაც ორი რაიონი ჰქონდა.
- ქუთაისის დირექცია.
- სოხუმის დირექცია.

- თბილისის დირექცია.
- ერევნის დირექცია.

ვლადიკავკაზის სამასწავლებლო ინსტიტუტში შედიოდა:

- თერგის დირექცია.
- ყუბანის დირექცია.

სტავროპოლის სამასწავლებლო ინსტიტუტში კი:

- ყუბანის დირექცია.
- სტავროპოლის დირექცია.
- შავიზღვისპირის ინსპექცია, ორი რაიონით.

აქვე მოგვაქვს ცნობები ამ ინსტიტუტში 1914 წელს მოკლევადიან კურსებზე ჩარიცხულთა შესახებ.

	თბილისის ალექ. სახ. მასწ. ინსტიტუტი		ვლადიკავკაზის მასწავლებელთა ინსტიტუტი		სტავროპოლის მასწავლებელთა ინსტიტუტი		სულ
სპეციალობა	რუსული 21	მათ.ემატიკა 22	რუსული 22	მათემატიკა 18	რუსული 29	მათემატიკა .20	
მამრობითი	6	9	6	3	2	7	32
მდედრობითი		13	17	16	18	13	91
ვაჟთა გიმნაზია	1	2		1	1		6
რეალური სასწავლებელი		3	1	2	1	7	14
ქალთა გიმნაზია	10	12	16	11	14	12	74
წმინდა ნინოს განყოფილება	3	1			1		6
ქალთა ინსტიტუტი	1		1	2		1	6
სასულიერო სემინარია	6	3	4				12
ქალთა ეპარქიული სასწავლებელი	1		1	1	3		6
სხვა სასწავლებელი		1					1
გავიდა გამოცდა მამრ.	4	6	4	1	1	4	19
გავიდა გამოცდა .მდედრ.	6	11	16	14	16	13	74
ჩააბარა მამრ.	4	6	4	1	1	3	18

ჩააბარა მდედრ.	6	10	16	14	11	11	67
გადადო გამ. და ემზ. 1915წ. იანვრისათვის	მამრ. 2	4					6
	მდედ. 2	2					4

თბილისის სამასწავლებლო ინსტიტუტთან არსებული 1914 წლის ზაფხულის მოკლევადიანი კურსების ხელმძღვანელი ე. ი. კოროვიცკი თავის ანგარიში აჯამებს კურსების მსმენელთა მუშაობასა და მათ შედეგებს. იგი აღნიშნავს, რომ მასალა, რომელიც მსმენელებს მიეცათ, ძალიან დიდია. ამიტომ მისი ათვისება მსმენელისგან მოითხოვს დიდ შრომას. ისინი მოკლე დროის განმავლობაში ისმენენ ყველა მათემატიკური საგნის მეთოდიკებს (4 დღეში), მათ ევალებათ წარმოადგინონ კონსპექტი. განსაკუთრებით უჭირთ ასეთი კონსპექტების წარმოება ალგებრასა და გეომეტრიაში, რადგან არ არსებობს საკმარისი რაოდენობის სახელმძღვანელოები. წიგნები, სადაც მოცემული იქნება ამ საგნების სწავლების მეთოდიკა. ხელნაწერის სახით არსებობდა არითმეტიკის, ალგებრის, გეომეტრიის მეთოდიკები, რომლებითაც სარგებლობდნენ მსმენელები.

კურსების მუშაობაში არსებული ბევრი ნაკლის მიუხედავად, ასკვნის კოროვიცკი, მსმენელები უკან ბრუნდებიან იმ რწმენით, რომ სასწავლო მასალა ახლა უფრო ნათელი და საინტერესოა.

ღია ანუ საჩვენებელი გაკვეთილები და მათი ანალიზი

კავკასიის სასწავლო ოლქის მზრუნველი ოლქის საშუალო სკოლებში მათემატიკის სწავლებაში მიღწევებთან ერთად შენიშნავს ზოგიერთ ხარვეზს. რის მიზეზიც ახალგაზრდა მასწავლებელთა არასაკმარისი მომზადება იყო. თითქმის პირდაპირ სკოლის მერხიდან ბევრი ახალგაზრდა ჰკიდებდა ხელს ამ მძიმე და მეტად პასუხსაგებ საქმეს, ამიტომ მზრუნველმა გადაწყვიტა სკოლებში მათემატიკის სწავლების გაუმჯობესება. ამ მიზნით 1907 წელს შეიქმნა სპეციალური კომისიები სხვადასხვა სასწავლო დაწესებულებებთან მათემატიკის მასწავლე-ბელთა მონაწილეობით.

1912 წელს მზრუნველის განკარგულებით, ამ კომისიების პარალელურად, კავკასიის ყველა პუნქტში, სადაც რამოდენიმე საშუალო სასწავლო დაწესებულება იყო, ჩამოყალიბდა საერთო კომისია, ამ პუნქტში სხვადასხვა სკოლებში მომუშავე მათემატიკის მასწავლებელთა მონაწილეობით.

გამოცემულია შრომები 1911-1912 სასწავლო წელს მათემატიკის საგნობრივი კომისიის მიერ ჩატარებული მუშაობის შესახებ, რომელსაც თავი მოუყარა, რედაქტირება გაუკეთა და გამოსცა ხელნაწერის უფლებით თბილისის მესამე ვაჟთა გიმნაზიის დირექტორმა ზ. კ. კრამერენკომ [94].

კომისიები ხშირად აწყობდნენ მათემატიკის ღია, საჩვენებელ გაკვეთილებს, მოყვანილი ასეთი გაკვეთილების ანალიზის ოქმები, რომელთაგან დაწვრილებით გვინდა გადმოვიტანოთ ამ ნაშრომში საუკეთესოდ აღიარებული, ასევე ბევრი ნაკლის მქონე რამოდენიმე გაკვეთილის გარჩევის ოქმი. ასევე მოკლე ამონაწერები სხვადასხვა კომისიათა მიერ ჩატარებული სხდომების ოქმებიდან.

1. ფოთის კომისიის სხდომის ოქმი

1911 წლის 14 დეკემბერს ნიკოლზ ერმალოზის ძე კვინიკაძის მიერ ფოთის ვაჟთა გიმნაზიის IV კლასში ჩატარებული გაკვეთილის გარჩევა.

კომისიის თავმჯდომარე: ალექსანდრე იოსების ძე იაგულოხი (გიმნაზიის დირექტორი), წევრები: იასონ ელიზარეს ძე ალექსეევი, ვიქტორია გრიგოლის ასული ლუკიანოვა, ალა ვლადიმერის ასული სოლოვიოვა, ანატოლი ალექსანდრეს ძე იასტრებოვი.

გაკვეთილის თემა: სამკუთხედები, ხაზები სამკუთხედებში, ტოლფერდა სამკუთხედის თვისებები.

მასწავლებელმა გაკვეთილის გეგმა წარმოადგინა წერილობით, რომელსაც კომისიის წევრები წინასწარ გაეცნენ.

შედეგ ოქმში აღწერილია, როგორ იქნა შემოწმებული საშინაო დავალება. მასწავლებელმა დაფასთან გამოიძახა მოსწავლე და მასთან ერთად დაიწყო ახალი მასალის ახსნა, სხდომაზე აზრი გამოთქვა თავმჯდომარე იაგულოვმა, მან აღნიშნა, რომ გაკვეთილს ბევრი ნაკლი გააჩნდა, აღვნიშნავ ზოგიერთ მათგანსო:

1. მასწავლებელი ნაკლებ ყურადღებას უთმობდა კლასს, მთელი ყურადღება გადატანილი ჰქონდა დაფასთან მდგომ მოსწავლეზე.
2. გაკვეთილის განმავლობაში ზოგ მოსწავლეს წიგნები გადაშლილი ჰქონდა ზოგს არა, მასწავლებლისგან ამას არ მოჰყოლია რეაგირება. არ უთქვამს მოსწავლეებისათვის გადაშალეთ წიგნებიო.
3. რვეულების მიმართ იგივე უწესრიგობა შეიმჩნეოდა, მოსწავლეთა ნაწილი მხოლოდ უსმენდა, ნაწილი კი რაღაცას იწერდა.
4. ახალ მასალას არკვევდა მხოლოდ დაფასთან მდგომ მოსწავლესთან ერთად. მასწავლებელი არ დარწმუნდა კლასის მიერ ახალი მასალის გაგებასა და ათვისებაში. ახალი მასალიდან შეკითხვები დაუსვა მხოლოდ ორ მოსწავლეს, რომელთაგან ერთმა გამოამჟღავნა ახალი მასალის სრული გაუგებრობა. ამასთან დრო კიდევ იყო დარჩენილი. მასწავლებელმა იგი არ გამოიყენა მიზნისათვის.
5. გამოძახებულ მოსწავლეს «აყრიდა» კითხვებს, არ ძლევდა მოფიქრების და პასუხის საშუალებას. ხშირად თვითონვე პასუხობდა დასმულ შეკითხვებს.

6. არ აჩერებდა და არ მიუთითებდა მოსწავლეებს, როდესაც ისინი იძლეოდნენ მცდარ, სტილისტურად გაუმართავ პასუხებს, მაგალითად: “точка совпадется”, “совпалис”, “совпадутся”, “вершина A совпадала на вершину B”, K ასოს მოსწავლეთა ნაწილი წარმოთქვამდა როგორც «კა» ნაწილი კი «კე», ასევე A_1 -ს ხან წარმოთქვამენ «A პირველი», ხან «A პრიმი».
7. დავალების შემოწმება ძალიან ზერელედ მოხდა და ა. შ.

თავმჯდომარეს გამოთქმული აქვს კიდევ რამოდენიმე შენიშვნა.

კომისიის წევრებმა იასტრებოვმა, ალექსეევმა აღნიშნეს, რომ საჭირო იყო თვალსაჩინოების გამოყენება, დავალება შემოწმებული უნდა ყოფილიყო მეტი ყურადღებით.

მასწავლებელს მიეცა გარკვეული რჩევა.

ამ გაკვეთილის გარჩევის ოქმის აქ წარმოდგენა მიზანშეწონილად იმიტომ ჩავთვალეთ, რომ ბევრი ქართველისთვისაა ცნობილი შემდგომში საუკეთესო პედაგოგი, ნიკოლოზ ერმალოზის ძე კვინიკაძე, რომელსაც ასეთი გაკვეთილიც ჰქონია ჩატარებული, მაგრამ ასეთი მითითებით, რჩევით, მიმთხოვნელობით. არ შეიძლება არ გახდე კარგი მასწავლებელი, თუკი საქმეს მოეკიდები პასუხისმგებლობით, საქმის, საგნის სიყვარულით, ამიტომაც იყო შემდგომში ბატონი ნ. კვინიკაძე საქართველოს პოლიტექნიკურ ინსტიტუტში პატივცემული, ახალგაზრდობის მოყვარული საუკეთესო პედაგოგი.

2. ქუთაისის გიმნაზიის მათემატიკის მასწავლებლის გ. დ. წერეთლის მიერ 1912 წლის 25 თებერვალს ჩატარებული ღია გაკვეთილის გარჩევის ოქმი.

1912 წლის 9 მარტს ჩატარდა ქუთაისის მათემატიკის კომისიის სხდომა. თავ-მჯდომარე, გიმნაზიის დირექტორი ნ. მ. კალაშნიკოვი, წევრები: ს. მ. კალაშნიკოვა, მ. ი. დოლგორუკოვა, ლ. გ. მონი. ბ. ნ. ბიბიკოვი, ვ. დ. სებელევი, ვ. მ. ვარაგუშინი, ლ. ე. კოლოსიანი, სკოპეცი, ა. თ. პოლიაკოვი, ა. კ. კეჩეჯიევი.

განხილული იქნა ქუთაისის გიმნაზიის მათემატიკის მასწავლებლის გ. დ. წერეთლის მიერ 1912 წლის 25 თებერვალს ჩატარებული გაკვეთილი.

გაკვეთილის მიზანი იყო ამოცანის ამოხსნა ანალიზური მეთოდით., რომელიც მთლიანად შეესაბამებოდა მასწავლებლის მიერ დირექტორთან წარდგენილ კონსპექტს. ამოცანის ამოხსნისათვის საჭირო ყველა გამოთვლებს მოსწავლეები ასრულებდნენ ზეპირად, დაფაზე კი წერდნენ საბოლოო შედეგს. ამასთან ამ გამოთვლებს ისინი ყოველგვარი დაბრკოლების, სიძნელეების გარეშე ასრულებდნენ, რადგან ამოცანებში რიცხვითი მონაცემები მასწავლებლის მიერ კარგად, მოხერხებულად იყო შერჩეული.

გაკვეთილის დასაწყისში ბატონმა მასწავლებელმა მოსწავლეებს უკარნახა ამოცანა. დაფასთან გამოძახებულმა მოსწავლემ დაწერა ამოცანის პირობები. მოსწავლეებმა ამოცანა გაიმეორეს ჯერ ნაწილ-ნაწილ, შემდეგ მთლიანად. ეს ფაქტი კომისიამ დადებითად შეაფასა, რადგან ამოცანის პირობა ძალიან

გრძელი იყო და მოსწავლეები შეიძლება დაბნეულიყვნენ. მიუხედავად იმისა, რომ ამოცანა გრძელიც იყო და რთულიც, კომისიის აზრით, იგი მთლიანად შეესაბამებოდა ჯგუფის მოსწავლეთა ცოდნის დონეს. მას ჯგუფმა წარმატებით გაართვა თავი ერთი საათის განმავლობაში, მოსწავლეები ამოცანის ამოხსნისას არ წაწყდომიან არავითარ დაბრკოლებას.

მართალია, მასწავლებელმა გაკვეთილის მსვლელობაში ჩართო ჯგუფის თითქმის ყველა მოსწავლე, კომისიამ მაინც მიუთითა მას, რომ ჯგუფური გუნდური პასუხები არ ჰქონდათ. კომისიამ გაკვეთილი შეაფასა კარგად, გაკვეთილის მიზანი მთლიანად მიღწეულია, ამოცანა მოსწავლეებმა კარგად გაიგეს.

3. სასწავლებლის მათემატიკის მასწავლებლის, ლაზარე ხმალაძის მიერ II კლასში ჩატარებული არითმეტიკის გაკვეთილის გარჩევის ოქმის ამონაწერი.

კომისიის თავმჯდომარე: სასწავლებლის ინსპექტორი ი. ტ. ლორთქიფანიძე, წევრები: მათემატიკის მასწავლებლები: ს. ჯორჯიკია, ა. მურადოვი.

გაკვეთილის თემა: ამოცანა მოძრაობაზე.

ჯგუფმა მასწავლებლის დახმარებით წარმატებით ამოხსნა ამოცანა მოძრაობაზე არითმეტიკულად. თავმჯდომარემ სხდომაზე აღნიშნა, რომ გაკვეთილი იმსახურებს განსაკუთრებულ ყურადღებას ყოველმხრივ: სანიმუშო დისციპლინა, მასწავლებლის სწრაფვა გაუღვივოს ბავშვებს ინტერესი, საგნის სიყვარული, სურვილი, უშუალოდ მონაწილეობდეს გაკვეთილის მიმდინარეობაში. მასწავლებელი მოსწავლეებს აჩვევს იყვნენ ყურადღებიანნი, მობილიზებულნი. გაკვეთილი ძალიან საინტერესო, მიმზიდველი იყო.

ბოლოს თავმჯდომარემ გამოთქვა სურვილი, რომ ახალგაზრდა მასწავლებლები ხშირად უნდა ესწრებოდნენ ასეთ სანიმუშო გაკვეთილებს.

4. ქუთაისის გიმნაზიის მასწავლებლის ს. თ. ნიკოლაევის მიერ VII^2 კლასში 1912 წლის 2 თებერვალს ჩატარებული ტრიგონომეტრიის გაკვეთილის გარჩევის ოქმი.

1912 წლის 18 თებერვალს ჩატარდა ქუთაისის კომისიის სხდომა, რომელზეც გაარჩიეს მასწავლებელ ს. თ. ნიკოლაევის მიერ ჩატარებული გაკვეთილი.

გაკვეთილის თემა: 1) მართკუთხა სამკუთხედის ამოხსნა მოცემული a და b კათეტებით.

2) ახალი მასალის ახსნა: სინუსების თეორემა.

მასწავლებელმა დავალება შეამოწმა, ამოახსნევინა კიდევ ერთხელ სამკუთხედი a და b კათეტებით, რომელსაც ჯგუფმა კარგად გაართვა თავი.

შემდეგ ევრისტიკული მეთოდით ახსნა სინუსების თეორემა: სამკუთხედი ABD და სამკუთხედი BDC-დან $BD = c\sin A$, $BD = a\sin C$, საიდანაც

$$c\sin A = a\sin C\,,\quad \frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}\,;$$

სამკუთხედ ABE და სამკუთხედ AEC-დან $AE = c\sin B$, $AE = b\sin C$, საიდანაც $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$. ამრიგად, $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$.

შემდეგ რამოდენიმე მოსწავლეს გაამეორებინა სიტყვიერად სინუსების თეორემა, ვიდრე დარწმუნდა, რომ ჯგუფმა გაიგო ახსნილი ახალი მასალა.

კომისიამ განიხილა რა გაკვეთილი, ჩათვალა, რომ გაკვეთილის მიზანი მიღწეულია, მოსწავლეებმა გაიგეს სინუსების თეორემა.

ს. თ. ნიკოლაევის მიერ ჩატარებული გაკვეთილი შეფასდა კარგად.

5. ქ. ეკატერინოდარის საშუალო სასწავლო დაწესებულების მასწავლებელთა 1910 წლის 31 მარტის თათბირის ოქმი.

თავმჯდომარე – კალაშნიკოვი ნ. მ. (ქუთაისის გიმნაზიის დირექტორი). წევრები: ს. მ. კალაშნიკოვა, ე. ნ. საკუნი. ი. პ. აქსიონოვი, მ. ზ. შტემენკო, მ. თ. ბაჟანოვი. ა. კ. კეჩეჯიევი, მ. კ. დანიელი.

თათბირი მიეძღვნა ეკატერინოდარის I ვაჟთა გიმნაზიის მათემატიკის მასწავლებლის მ. ზ. შტემენკოს მიერ VII კლასში ჩატარებული გაკვეთილის გარჩევას.

გაკვეთილი საუკეთესოდაა ჩათვლილი, ამიტომ მიზანშეწონილად ვთვლით მთელი გაკვეთილის აღწერას.

გაკვეთილის მიზანი: «ა. ა. ტოროპოვის მაგიური მწკრივის» პრაქტიკული გამოყენება სამკუთხედის ამოხსნისათვის.

გაკვეთილის ზოგადი შინაარსი: მოსწავლეთა ვარჯიში ტრიგონომეტრიული ამოცანების ამოხსნაში «ტოროპოვის მაგიური მწკრივის გამოყენებით».

გაკვეთილის მსვლელობა: გაკვეთილის დასაწყისში მასწავლებელმა მოსწავლეს დაფაზე დააწერინა ადრე ახსნილი და ნასწავლი «ტოროპოვის მაგიური მწკრივი». გამეორების მიზნით და აგრეთვე იმისათვის, რომ ბატონი მასწავლებლებისათვის გაეცნოთ ეს მწკრივი:

$$2R = \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = \frac{a+b}{2\cos C/2 * \cos(A-B)/2} =$$
$$= \frac{P}{2*\cos A/2*\cos B/2*\cos C/2} * \frac{P-a}{2*\cos A/2*\sin B/2*\sin C/2} =$$
$$= \frac{r}{2*\sin A/2*\sin B/2*\sin C/2} = \frac{ha}{\sin B*\sin C} = \frac{\sqrt{2s}}{\sqrt{\sin A\sin B\sin C}}.$$

1. ამოვხსნათ სამკუთხედი ha სიმაღლით, A კუთხით და ჩახაზული წრეწირის r რადიუსით.

მოსწავლემ დაფაზე დაწერა მონაცემები:

$$\frac{ha, r, A}{B, C, a, b, c, ?}$$

მოსწავლეებმა აღნიშნეს, რომ კუთხეების მოსაძებნად საჭიროა დაიწეროს ტოლობა:

$$\frac{ha}{\sin B \sin C} = \frac{r}{2\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}}.$$

გამარტივების შემდეგ მოსწავლეებმა მიიღეს:

$$\frac{ha}{2\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2}} = \frac{r}{\sin\frac{A}{2}}$$

საიდანაც

$$2\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2} = \frac{ha\sin\frac{A}{2}}{r}.$$

მასწავლებელმა გაახსენა ასეთი ორუცნობიანი ტრიგონომეტრიული განტოლების ამოხსნის გზა, სთხოვა $2\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2}$ შეეცვალათ ჯამით, მოსწავლეებმა Aადვილად მიიღეს:

$$\cos\frac{B+C}{2} + \cos\frac{B-C}{2} = \frac{ha\sin\frac{A}{2}}{r}.$$

ამ განტოლებასთან ერთად განიხილეს განტოლება:

$$\frac{B+C}{2} = 90^0 - \frac{A}{2},$$

რის შემდეგ

$$\sin\frac{A}{2} + \cos\frac{B-C}{2} = \frac{ha}{r}\sin\frac{A}{2},$$

$$\cos\frac{B-C}{2}\sin\frac{A}{2}\left[\frac{ha}{r} - 1\right] = \frac{ha-r}{r}\sin\frac{A}{2}.$$

აქედან ვთქვათ, მივიღეთ

$$\begin{cases} \dfrac{B-C}{2} = K, \\ \dfrac{B+C}{2} = 90^0 - \dfrac{A}{2}; \end{cases} \qquad \begin{cases} B = 90^0 - A + K, \\ C = 90^0 - A - K. \end{cases}$$

მოსწავლეებმა სამკუთედის გვერდები გამოთვალეს შემდეგი შეფარდებიდან

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=\frac{ha}{\sin B\sin C};$$

$$a=\frac{ha\sin A}{\sin B\sin C};\quad b=\frac{ha}{\sin C};\quad c=\frac{ha}{\sin B}.$$

ფართობის გამოსათვლელად მოსწავლეებმა სწრაფად გამოიყვანეს Fფორმულა:

$$S=r^2\operatorname{ctg}\frac{A}{2}\operatorname{ctg}\frac{B}{2}\operatorname{ctg}\frac{C}{2}.$$

2. ამოვხსნათ სამკუთხედი A და B კუთხეების და ჩახაზული წრის r რადიუსი $\frac{A,B,r}{C,a,b,c}$.

ამოხსნა. $C=180^0-(A+B)$. ამავე დროს,

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=\frac{r}{2\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}}.$$

საიდანაც

$$a=\frac{r\cos\frac{A}{2}}{\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}};\quad b=\frac{r\cos\frac{B}{2}}{\sin\frac{A}{2}\sin\frac{C}{2}};\quad c=\frac{r\cos\frac{C}{2}}{\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}};$$

$$\frac{2S}{\sin A\sin B\sin C}=\frac{r^2}{4\sin^2\frac{A}{2}\sin^2\frac{B}{2}\sin^2\frac{C}{2}}.$$

საიდანაც ვღებულობთ

$$S=r^2\operatorname{ctg}\frac{A}{2}\operatorname{ctg}\frac{B}{2}\operatorname{ctg}\frac{C}{2}.$$

მოსწავლეებმა ისე ადვილად გაართვეს თავი დასმულ ამოცანებს ამ მართლაც მაგიური მწკრივით, რომ დამსწრე მასწავლებლებმა სთხოვეს მასწავლებელ შტემენკოს წაეკითხა მათთვის მოხსენება თემაზე «ა. ტოროპოვის მაგიური მწკრივი». რაც შტემენკოს სიამოვნებით შეუსრულებია, მოხსენებასაც დიდი მოწონება დაუმსახურებია.

მასწავლებელთა თათბირზე მასწავლებელ შტემენკოს გაკვეთილი შეფასდა სანიმუშოდ, გამოუცხადეს დიდი მადლობა იმ სიამოვნების მინიჭებისათვის, რაც მისი გაკვეთილით მიიღეს მასწავლებლებმა.

6. 1911 წლის 16 ნოემბერს ტემირ-ხან შურის რეალური სასწავლებლის V კლასში მასწავლებელ დიდენკოს ჩატარებული გაკვეთილის შეფასების ოქმი.

კომისია: თავმჯდომარე სერგიენკო (სასწავლებლის დირექტორი). სასწავლებლის ინსპექტორის მოვალეობის შემსრულებელი მიხაილოვსკი. ქალთა გიმნაზიის გამგე პოლიკოსტიცკაია. მათემატიკის მასწავლებლები: ვ. ჩიქოვანი, ა. დევიძე. ქალთა გიმნაზიის მასწავლებელი ნ. მენი.

გაკვეთილის თემა: კვადრატული განტოლებები.

აზრი გამოთქვა მასწავლებელმა ჩიქოვანმა. მან განაცხადა, რომ მასწავლებელმა კლასში კურსი სუსტ მოსწავლეზე არ უნდა აიღოს, არ უნდა გაუწიოთ ანგარიში სუსტ მოსწავლეებს, რადგან ცოტა ხანში მოსწავლეთა დიდი ნაწილი გახდება სუსტი, რაზედაც სხვა მასწავლებლებმა განაცხადეს, რომ არ ეთანხმებიან ამ აზრს, რადგან განა მასწავლებელმა მხოლოდ ძლიერ მოსწავლეებს უნდა ასწავლოს?!

მასწავლებელმა ალექსანდრე დევიძემ გააკეთა ორი შენიშვნა: 1) მოსწავლეები ხშირად არ წერენ რადიკალის ნიშნის წინ ±, რასაც მასწავლებელმა მეტი ყურადღება უნდა მიაქციოს. 2) ბევრი დრო იქნა დახარჯული გაკვეთილის პირველ ნაწილზე. მეორე შენიშვნას დაეთანხმა მასწავლებელი ხომენსკი.

გაკვეთილი შეფასდა კარგად [94].

7. 1914 წლის 21 აპრილს ტემირ-ხან შურის რეალური სასწავლებლის მასწავლებელ კოლომსკის მიერ ჩატარებული გაკვეთილის შეფასების ოქმი.

თავმჯდომარე – რეალური სასწავლებლის დირექტორი სერგიენკო, წევრები: რეალური სასწავლებლის ინსპექტორი ი. ლორთქიფანიძე, მასწავლებლები: ა. დევიძე, თ. ნადარეიშვილი, ვ. კოლომსკი, ნ. მენი.

დირექტორმა ჯერ თვით მასწავლებელ კოლომსკის მისცა სიტყვა, რათა თვითონვე გამოეთქვა შენიშვნები მის მიერ ჩატარებული გაკვეთილის შესახებ. მან აღნიშნა, რომ 1) ძალიან დიდი დრო მოანდომა ამოცანის შინაარსის გაცნობას, ამიტომაც ვერ მოასწრო მისი ამოხსნა. 2) ამოცანის პირობა დაფაზე დაწერილი იქნა არასწორად 3) ზოგიერთი მოსწავლის პასუხით უკმაყოფილო ვარ, ისინი იძლეოდნენ სტილისტურად გაუმართავ პასუხებს, რაც იმითაა გამოწვეული, რომ ისინი ცუდად ფლობენ რუსულ ენას.

შემდეგ აზრი გამოთქვა მასწავლებელმა თ. ნადარეიშვილმა. მან აღნიშნა: 1) მასწავლებელი არ აქცევდა ყურადღებას მოსწავლეთა მიერ რვეულებში ჩაწერას. 2) ერთ-ერთ შეკითხვაზე პასუხი მოსწავლის ნაცვლად მასწავლებელმა გასცა.

მასწავლებელმა ნ. მენმა შენიშნა: 1) ძალიან დიდი დრო დაიხარჯა ამოცანის პირობების ბევრჯერ გამეორებაზე, 2) ერთ-ერთ შეთხვევაში გამყოფი იყო სახელდებული რიცხვი, რასაც მასწავლებელმა არ მიაქცია ყურადღება, ხარვეზები იყო ათწილადების გაყოფისას, ასევე ჩვეულებრივი წილადების ათწილადებად გადაქცევაში, 4) ანალიზიდან სინთეზზე გადასვლა იყო მოუხერხებელი.

მასწავლებელი ა. დევიძე დაეთანხმა მის წინ გამოსული მასწავლებლის შენიშვნებს, თავის მხრივ კი დაუმატა: 1) ამოცანის შინაარსი არ იქნა გამეორებული ნაწილ-ნაწილ, 2) მასწავლებელმა არ მიაქცია ყურადღება იმას, რომ ზოგიერთმა მოსწავლემ რვეულში დაიწყო პირობების წერა მაშინვე, როგორც კი წაიკითხეს ამოცანა, 3) მოსწავლეთა არასწორი პასუხები

მასწავლებლის მიერ სწორდებოდა მოპასუხე მოსწავლის წინასწარ შეჩერების გარეშე, ამიტომ გაუგებარი იყო ეს საკითხები მოსწავლეთათვის (ორი შემთხვევა), 4) არ იყო მუშაობა მთელ კლასთან, 5) დაფაზე ჩანაწერები არ მიმდინარეობდა თანმიმდევრულად, 6) მასწავლებელი არ აქცევდა ყურადღებას კლასში კარნახს. 7) ამოცანა ძალიან მარტივი იყო, 8) ამოცანის ამოხსნისას პირველ ორ საკითხს ძალიან დიდი დრო მოანდომეს. 9) ანალიზი და სინთეზი შორის იყო ურთიერთისაგან.

ინსპექტორმა ი. ლორთქიფანიძემ გაიზიარა უკვე აღნიშნული შენიშვნები. თავის მხრივ კი შენიშნა: 1) მოსწავლეთა პასუხისას მასწავლებელი უყურადღებოდ იყო, 2) არ იყო გამოყენებული მკაცრი ანალიზური მეთოდი. გადასვლა სინთეზურ მეთოდზე ძალიან უადგილო და მოუხერხებელი იყო, 3) საჭირო იყო ამოცანის ამოხსნის გეგმა გამოყოფილიყო თვით ამოხსნისაგან.

დირექტორმა დასკვნით სიტყვაში აღნიშნა, რომ მიუხედავად ზემოთ გამოთქმული შენიშვნებისა, გაკვეთილის მიზანი შეიძლება ჩაითვალოს მოღწეულად (ხელნაწერები მასწავლებელ ა. დევიძის არქივიდან).

საგამოცდო სისტემა და კავკასიის სასწავლო რეგიონი

ამ განყოფილებაში გაეცნობით, რომ თუ როგორ ტარდებოდა გამოცდები კავკასიის სასწავლო ოლქის გიმნაზიებისა და რეალური სასწავლებლების დამამთავრებელ კლასებში.

გამოსაშვები გამოცდების ბილეთებს ადგენდნენ საგნის მასწავლებლები, შეარჩევდა და ამტკიცებდა პედაგოგიური საბჭო. შეფასების კრიტერიუმსაც პედაგოგიური საბჭო ადგენდა, ქვემოთ მოგვყავს ამის დამადასტურებელი ოქმები:

ტემირ-ხან შურის რეალური სასწავლებლის მათემატიკის საგამოცდო კომისიის 1914 წლის 28 აპრილის სხდომის ოქმი.

თავმჯდომარე: რეალური სასწავლებლის დირექტორი ვ. სერგიენკო, წევრები: სასწავლებლის ინსპექტორი ი. ლორთქიფანიძე, მასწავლებლები: ა. დევიძე, თ. ნადარეიშვილი, ვ. კოლომსკი.

სხდომაზე განიხილეს საკითხები: 1) ანალიზურ გეომეტრიაში საგამოცდო თემების არჩევა, 2) ნამუშევართა შეფასების შესახებ წინასწარი შეთანხმება.

სხდომა მოწვეულ იქნა გამოცდის დაწყებამდე ერთი საათით ადრე, ე. ი. 9 საათზე.

21 აპრილს სასწავლებლის დირექტორმა მათემატიკის მასწავლებლებს დაავალა 25 აპრილისათვის წარმოადგინონ სამ-სამი თემა (თითოეული საგნიდან) კონვერტში დალუქული. 28 აპრილს სხდომის დასაწყისში გახსნილი

იქნა დალუქული კონვერტები, წარმოდგენილი 12 თემიდან ანალიზურ გეომეტრიაში კომისიამ აირჩია შემდეგი:

1) $\frac{X^2}{26}+\frac{Y^2}{16}=1$ მარჯვენა ბისექტრისაზე მდებარე იმ წერტილიდან, რომლის ორდინატაა 4, გატარებულია ელიფსის მხები. დაწერეთ მხებების განტოლებები და დაამტკიცეთ, რომ შეხების წერტილების შემაერთებელი ქორდა გადის ელიფსის მარჯვენა ფოკუსში.

2) მოცემულია ელიფსი $16X^2+26Y^2=400$. $\left(\frac{26}{3},4\right)$ წერტილიდან ელიფსისადმი გავლებულია მხები. დაწერეთ მხების განტოლებები და აჩვენეთ, რომ შეხების წერტილების შემაერთებელი ქორდა გადის მარჯვენა ფოკუსში.

1914 წლის 30 აპრილს სხდომაზე ტრიგონომეტრიის გამოცდისათვის კომისიამ შეარჩია შემდეგი საკითხები:

განსაზღვრეთ სამკუთხედის ფართობი, თუ ცნობილია A და B კუთხეები, ამავე დროს ორი გვერდის ჯამი მეტია მესამეზე $K=A+B$ სიდიდით. გამოთვალეთ შედეგები, როცა $K=16,428$.

შეფასების შესახებ კი დადგინეს:

1) საუკეთესოდ (ფრიადი) ჩაითვალოს ის ნაშრომი, რომელშიც მოცემულია საკითხის სრული და მკაცრი ანალიზი, სრული და ჭკვიანური ახსნა, საუკეთესო გარეგნული მხარით და დამაკმაყოფილებელი გაფორმებით.

2) კარგად იქნას ჩათვლილი ნაშრომები, რომელშიც საკითხის ანალიზი სისრულით, სიმკაცრით არ გამოირჩევა, ახსნაც არაა ისე სრულყოფილი, დანარჩენი მოთხოვნები ისეთივეა, რაც საუკეთესო ნაშრომისათვის.

3) დამაკმაყოფილებლად ჩაითვალოს ნაშრომი, რომელშიც არაა ჩატარებული ანალიზი ან ჩატარებულია არათანმიმდევრულად, მოცემულია ამოხსნის ახსნა-განმარტება, უნდა შეიძლებოდეს დასკვნის გაკეთება, რომ ავტორმა გაიგო ამოცანა.

4) დანარჩენ შემთხვევაში ნაშრომი ჩაითვალოს არადამაკმაყოფილებლად. კომისიამ ისიც აღნიშნა, რომ ზოგიერთი ნაშრომი შეიძლება არ ჩაეტიოს ამ ჩარჩოებში. ასეთი ნაშრომი შეფასდეს ინდივიდუალურად. აღინიშნა ისიც, რომ კარგი ნახაზი ნაშრომს მატებს ღირებულებას (ა. დევიძის არქივიდან).

ნაშრომს ჯერ ასწორებდა ჯგუფის მასწავლებელი, შემდეგ ინსპექტორი, რის შედეგ სპეციალური კომისია, რომელიც შედეგებს ან ადასტურებდა, ან ცვლიდა. ამის გამო მასწავლებლის პასუხისმგებლობა ძალიან მაღალი იყო. ცხადია მასწავლებელი ცდილობდა მეტი და კარგად ესწავლებინა მოსწავლეებისათვის, მომთხოვნელობაც მკაცრი იყო მოსწავლის მიმართ.

შევნიშნოთ, რომ გამოსაშვებ გამოცდებზე ძალიან საინტერესო, ზევრის მომცველი, კომპლექსური ამოცანები მიცემოდათ მოსწავლეებს.

ამავე დროს ბილეთში სავალდებულო შეკითხვის გარდა შედიოდა არასავალდებულო კითხვაც. ე. ი. კითხვა მსურველთათვის. მაგალითად: 1) პირმა გაყიდა თამასუქი 3311 მანეთად 2 თვით, 24 დღით ადრე ვადამდე 6,25 %-ის გათვალისწინებით. ამ თანხის ნაწილი, რომელიც უდრიდა თამასუქის ღირებულების 0,6 ნაწილს, ჩააბარა ბანკს 4,66%-ად, ხოლო დანარჩენი შეიტანა სხვა ბანკში, 3 თვის და 10 დღის შემდეგ მან ორივე ბანკიდან აიღო თანხა გაზრდილი პროცენტებით.

აღმოჩნდა, რომ შექმნილი თანხა 2 კაპიკით მეტია გაყიდული თამასუქის ღირე-ბულებაზე. რამდენ პროცენტს იძლეოდა მეორე ბანკი (მსურველთათვის: რა ცვლილებები შეიძლება შევიტანოთ ამოცანის ერთ-ერთ პირობაში, რომ შექმნილი თანხა ზუსტად თამასუქის ტოლი იყოს) (კავკასიის სასწავლო ოლქის გამოცდაზე 1890 წელს).

2) $Y=-21X^2+126X+11$ ფუნქციის მაქსიმუმის ტოლი რაოდენობის მანეთად ნაყიდია ორი ხარისხის ხავერდი, თითოეული a და b მანეთად მეტრი. რამდენი მეტრი იყო თითოეული მათგანი, თუ a არის $(2{,}5-Z)^4-2{,}5(2{,}5-Z)^2=-0{,}5625$ განტოლების ორი უდიდესი ფესვის ჯამის ტოლი, ხოლო b იმ კვადრატული განტოლების თავისუფალი წევრის ტოლი, რომლის ფესვებია: $\frac{4\sqrt{5}-1}{3}$ და $\frac{11}{3}\left(-1-4\sqrt{5}\right)$. მეორე ხარისხიანი წევრის კოეფიციენტი 1-ის ტოლია. (კ. მაზინგის რ. ს. 1905 წ.).

3) იპოვეთ $aX^2+bX+c>0$ უტოლობის ყველა მთელი ამონახსნი, სადაც $a=(1+1)^4$, b არის Y-ის ის მნიშვნელობა, რომელიც $1+48Y-3Y^2$ ფუნქციას ანიჭებს მაქსიმუმს, c კი განისაზღვრება იმ პირობიდან, რომ $Z^5-Z^4-6Z^3+Z^2+26Z+C$ მრავალწევრი უნაშთოდ გაიყოს $(Z+1)$ ორწევრზე (კ. მაზინგის რ. ს. 1906 წ.).

მივაქციოთ ყურადღება, რამდენის მომცველია ეს ამოცანები. ცხადია დღეს იშვიათად თუ მისცემს მასწავლებელი ასეთ ამოცანებს ამოსახსნელად მოსწავლეებს, თუნდაც ძლიერებს.

1904 წლის გამოსაშვები გამოცდების შედეგები შეაჯამა საოლქო ინსპექტორმა შენგერმა და ისინი მოცემული აქვს [135]-ში.

1904 წელს პირველი გამოშვება ჰქონდათ ბათუმის და პიატიგორსკის გიმნაზიებს, ქუთაისის რეალურ სასწავლებელს.

ა) ოლქის 13 გიმნაზიამ (მათ შორის 6-ში პარალელური VII კლასებით) წარმოადგინა 436 მოსწავლის ნაშრომი ალგებრაში და ამდენივე გეომეტრიაში სიმწიფის ატესტატზე, ე. ი. სულ 990 ნაშრომი. გარდა ამისა, 32 ექსტერნის

ნაშრომი ალგებრასა და გეომეტრიაში. 26 არითმეტიკაში, ე. ი. 209 ნაშრომი. სულ 1199 ნაშრომი.

ზ) ოლქის 9 რეალურმა სასწავლებელმა (სტავროპოლის გიმნაზიასთან არსებული რეალური განყოფილების ჩათვლით) წარმოადგინა გეომეტრიაში, ალგებრასა და ალგებრის გამოყენება გეომეტრიაში, VII დამატებითი კლასების 267 ნაშრომი. ტემირ-ხან-შურის რეალური სასწავლებლიდან მხოლოდ ალგებრის ნაშრომები იქნა წარმოდგენილი. დანარჩენ ორ საგანში გამოცდისაგან ისინი გათავისუფლებული იყვნენ. ე. ი. სულ 799 ნაშრომი. ასევე 17 ექსტერნის 61 ნაშრომი სამივე საგანში. ასე რომ, სულ რეალური სასწავლებლიდან 860 ნაშრომი იყო წარმოდგენილი. ამრიგად, 22 სასწავლო სასწავლებლიდან სულ წარმოდგენილი იყო 2043 ნაშრომი.

თბილისის მე-3 გიმნაზიამ არ წარმოადგინა 1 მოსწავლის და 8 ექსტერნის ნაშრომი. რადგან მათ არ დაიმსახურეს დადებითი შეფასება, ასევე თითო ნაშრომი არ წარმოადგინეს თბილისის მე-2, ეკატერინოდარის, ბათუმის გიმნაზიებმა, ყუბანის რეალურმა სასწავლებელმა.

ეს გამოცდები ჩატარდა 27/IV-10/V-1904 წ. სხვადასხვა თემით (თემების რაოდენობა _ 63):

თბილისის I გიმნაზია

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">ნაშრომის რაოდენობა</th><th colspan="2">კომისიის შეფასება</th><th colspan="2">რეცენზენტის შეფასება</th></tr>
<tr><th>საშუალო</th><th>დამაკმაყოფილებელი</th><th>საშუალო</th><th>დამაკმაყოფილებელი</th></tr>
<tr><td>I განყოფილება
ალგებრა
გეომეტრია</td><td>44
44</td><td>3,91
3,68</td><td>43: 97,7%
38: 86%</td><td>3,60
3,30</td><td>43: 97,7%
36: 81,8%</td></tr>
<tr><td>I განყოფილება
ალგებრა
გეომეტრია</td><td>39
39</td><td>3,33
3,16</td><td>34:87.2%
32: 82%</td><td>3,08
2,79</td><td>34: 87,2%
29: 74%</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">სასწავლებელი</th><th rowspan="2">საგანი</th><th rowspan="2">ნაშრომთა რაოდენობა</th><th colspan="2">კომისიის შეფასება</th><th colspan="2">რეცენზენტის შეფასება</th></tr>
<tr><th>საშ. შეფასება</th><th>დადებითი ნიშნები</th><th>საშ. შეფასება</th><th>დადებითი ნიშნები</th></tr>
<tr><td>თბილისის II გიმნაზიის I განყოფილება</td><td>ალგებრა
გეომეტრია</td><td>31
31</td><td>3,84
3,77</td><td>30, 96,8%
31, 100%</td><td>3,81
3,77</td><td>30, 96,8%
31, 100%</td></tr>
</table>

თბილისის II გიმნაზიის II განყოფილება	ალგებრა გეომეტრია	28 28	3,18 3,67	26, 92,9% 26, 92,9%	3,14 3.04	26, 92,9% 26, 92,9%
თბილისის III გიმნაზია	ალგებრა გეომეტრია	32 32	4,16 4,49	31, 96,9% 32, 100%	3,94 3,81	31, 96,9% 32, 100%
ქუთაისის გიმნაზიის I განყოფილება	ალგებრა გეომეტრია	20 20	2,55 2,80	10, 50% 13, 65%	2,00 2,50	3, 15% 10, 50%
ქუთაისის გიმნაზიის II განყოფილება	ალგებრა გეომეტრია	21 21	2,14 2,57	6, 23,8% 13, 61,9%	1,90 2,14	6, 23,8% 7, 33,3%
ბათუმის გიმნაზია	ალგებრა გეომეტრია	30 30	2,87 2,83	13, 43,3% 16, 53,3%	1,97 2,47	9, 30% 12, 40%
თბილისის რეალური სასწავლებელი	ალგებრა გეომეტრია ალგებრის გამოყენება გეომეტრიაში	43 43 43	3,40 3,30 3,30	36, 83,7% 37, 86% 38, 88,4%	2,95 3,28 3,19	33, 76,8% 37, 86,9% 38, 88,4%
ქუთაისის რეალური სასწალებელი	ალგებრა გეომეტრია ალგებრის გამოყენება გეომეტრიაში	32 32 32	3,25 3,13 3,19	23, 71,9% 23, 71,9% 29, 90,6%	2,81 2,41 3,00	20, 62,5% 17, 53,1% 29, 90,6%

როგორც ვხედავთ, ქუთაისის გიმნაზიაში საშუალო ნიშანი არაა «3». ამავე დროს, რეცენზენტს მოსწრების 50% დაუყვანია 15 %-ზე, 61,9 % კი _ 33,3%-ზე.

ზოგადი დასკვნა გეომეტრიის გამოცდის შედეგად:

	ნაშრომთა რაოდენობა	კომისიის შეფასება		რეცენზენტის შეფასება	
		საშუალო	დადებითი	საშუალო	დადებითი
გიმნაზია	495	3,36	388; 78,4%	3,06	361; 72,9%
რეალური სასწავლებელი	266	3,21	206; 77,4%	3,11	200; 75,2%
ექსტერნი	109	2,55	55; 50,5%	2,30	48; 44%

რეცენზენტი აღიარებს, რომ მან საკმაოდ მკაცრად გადაამოწმა ნაშრომები და ასკვნის:

1) გადაწერილია ერთიმეორისაგან _ 15 ნაშრომი,

2) თითქმის არაფერია გაკეთებული _ 23 ნაშრომი,

3) უხეშ შეცდომებს შეიცავს _ 63 ნაშრომი,

ზოგადი დასკვნა ალგებრას გამოცდის შედეგად:

	ნაშრომთა რაოდენობა	კომისიის შეფასება		რეცენზენტის შეფასება	
		საშუალო	დადებითი	საშუალო	დადებითი
გიმნაზია	495	3,46	426; 86,9%	3,15	399; 80,6%
რეალური სასწავლებელი	266	3,41	225; 84,3%	3,23	220; 82,4%
ექსტერნი	109	3,01	85; 78%	2,74	77; 70,6%

ზოგადი დასკვნა (ალგებრის გამოყენება ალგებრაში):

	ნაშრომთა რაოდენობა	კომისიის შეფასება		რეცენზენტის შეფასება	
		საშუალო	დადებითი	საშუალო	დადებითი
გიმნაზია	266	3,24	224; 84,2%	3,12	216; 81,2%
რეალური სასწავლებელი	17	3,00	11; 64,7%	2,71	10; 58,8%

რეცენზენტს მნიშვნელოვანი ყურადღება აქვს მიქცეული ნაშრომის გარეგნულ ფორმაზე, ნახაზების სისწორეზე, ნახაზების სილამაზეზე, იგი აღნიშნავს, რომ გიმნაზიებს შორის შედარებით უკეთესი მდგომარეობაა თბილისის გიმნაზიაში, სრულიად «დამაკმაყოფილებელი ან თუნდაც კარგი» _ თბილისის მეორე, პიატიგორსკის, ეკატერინოდარის, ელისაბედპოლის, ბაქოს I განყოფილებაში; დამაკმაყოფილებელი – თბილისის I, ვლადიკავკაზის, ნოვოროსიისკის გიმნაზიებში; არც თუ დამაკმაყოფილებელი, სუსტი – სტავროპოლის, ერევნის, ბაქოს II; სრულიად ცუდი მდგომარეობაა ბათუმისა და ქუთაისის გიმნაზიებში.

რეალური სასწავლებლებიდან:

კარგი – ყუბანის. დამაკმაყოფილებელი – რეალური სასწავლებლის უმრავლესობაში ასეთი თანამიმდევრობით: შუშის, ეისის, ვლადიკავკაზის, თბილისის, ბაქოს, ტემირ-ხან-შურის. არადამაკმაყოფილებელი – სტავროპოლის, ქუთაისის.

მთელი კავკასიის სასწავლო ოლქში რეცენზენტის მიერ დაწერილი ნიშნების მიხედვით სასწავლებლები შემდეგი სახით განაწილდა.

%	სასწავლებელი	საშუალო ნიშანი	ნაშრომის გარეგნული მხარე
1	თბილისი მე-3 გიმნაზია	3,88	3,34
2	ყუბანის რეალური სასწავლებელი	3,84	3,72
3	თბილისის მე-2 გიმნაზიის I განყოფილება	3,79	3,06
4	ბაქოს გიმნაზიის I განყოფილება	3,63	3,06
5	პიატიგორსკის გიმნაზია	3,68	2,98
6	ეკატერინოდარის გიმნაზია	3,64	3,31
7	ელისაბედპოლის გიმნაზია	3,60	2,80
8	შუშის რეალური სასწავლებელი	3,42	2,90
9	თბილისის I გიმნაზიის I განყოფილება	3,40	2,89
10	ვლადიკავკაზის გიმნაზიის I განყოფილება	3,30	2,69
11	ეისის რეალური სასწავლებელი	3,17	3,14
12	ვლადიკავკაზის რეალური სასწავლებელი	3,15	2,85
13	ნივოროსიისკის გიმნაზია	3,15	3,04
14	თბილისის II გიმნაზიის II განყოფილება	3,14	2,67
15	თბილისის II გიმნაზიის II განყოფილება	3,09	2,86
16	ვლადიკავკაზის გიმნაზიის II განყოფილება	3,08	2,31
17	ბაქოს რეალური სასწავლებელი	3,01	3,06
18	ტემირ-ხან-შურის რეალური სასწავლებელი	3,00	2,00
19	თბილისის I გიმნაზიის II განყოფილება	2,94	2,68
20	სტავროპოლის რეალური სასწავლებელი	2,82	2,08
21	სტავროპოლის გიმნაზიის II განყოფილება	2,79	1,77
22	ბაქოს გიმნაზიის II განყოფილება	2,77	2,27
23	ერევანის გიმნაზია	2,75	2,63
24	ქუთაისის რეალური სასწავლებელი	2,74	2,26
25	სტავროპოლის გიმნაზიის I განყოფილება	2,64	1,62
26	ქუთაისის გიმნაზიის II განყოფილება	2,26	1,00
27	ბათუმის გიმნაზია	2,22	2,00
28	ქუთაისის გიმნაზიის II განყოფილება	2,02	1,18

1911 წლის საგამოცდო შედეგები შეუჯამებია საოლქო ინსპექტორს ტირიუტინს [123]-[125].

იგი აღნიშნავს, რომ კავკასიის სასწავლო ოლქის 15 გიმნაზიაში ჩატარდა გამოსაშვები გამოცდები.

1. ბათუმის გიმნაზია – დირექტორი რ. ი. გერცი, VII კლასის მათემატიკის მასწავლებელი პოტიომკინი, გამოცდები ჩაატარა კომისიამ, რომლის

შემადგენლობაში იყვნენ ინსპექტორის მოვალეობის შემსრულებელი პოგრებნოი. მასწავლებლები ნევტონოვი, პოტიომკინი, კალევიჩი. 1911 წლის 30 აპრილი. შედეგები ასეთია:

ბათუმის გიმნაზია	ნაშრომების რაოდენობა	კომისიის ნიშნები			რეცენზენტის ნიშნები			ნიშნის დაწევა
		საშუალო	დადებითი	%	საშუალო	დადებითი	%	
ალგებრა VII კლასი								
მოსწავლე	18	3,2	17	94,4	3,1	17	94,4	11,1
ექსტერნი	5	2,6	3	60	2,6	3	60	_
გეომეტრია VII კლასი								
მოსწავლე	18	3,3	14	77,8	3,1	12	66,7	33,3
ექსტერნი	5	2,4	3	60	2	1	20	2

დასკვნა: VII კლასის გამოსაშვები გამოცდების შედეგები მიჩნეული იქნას დამაკმაყოფილებლად, მასწავლებელ პოტიომკინს ეს კლასი მიჰყავდა 6 წლის განმავლობაში.

ქუთაისის გიმნაზიაში გამოცდები ჩატარდა 30 აპრილს.

დირექტორი – გლუშაკოვი, ინსპექტორი – სადიკოვი, VII კლასის მათემატიკის მასწავლებელი – გ. დ. წერეთელი. მასწავლებლები: შლიჩკოვი, ნიკოლაევი, დამკვირვებელი კომისიის წევრები: ლეტცი, ჭეიშვილი, სტავინსკი, პეტროვი.

შედეგები ჩაითვალა დამაკმაყოფილებლად.

თბილისის I გიმნაზია, 1911 წლის 30 აპრილი.

VII კლასების მაწავლებლები: ხუციევი და ცატუროვი, დირექტორი – გენკელი, ინსპექტორი – საფაროვი, ზაჩინიაევა, ასისტენტები: სტეფანოვა, დროგლავა, ალდადანოვა, შანინა. ამოცანები წარმოადგინა ცატუროვმა.

შედეგები ჩაითვალა დამაკმაყოფილებლად.

თბილისის II გიმნაზია, 1911 წლის 30 აპრილი.

დირექტორი – დრბოგლავა, ონსპექტორის მოვალეობის შემსრულებელი სოკოლსკი, მასწავლებელი – ზურაბოვა, კომისიის წევრები, მასწავლებლები: ბერეზოვსკი, რავგილდეევი, მელიუშენკო.

დასკვნა: VIII კლასის I განყოფილებაზე ალგებრასა და გეომეტრიაში შედეგები სრულიად დამაკმაყოფილებელია. II განყოფილებაზე გეომეტრიაში – დამაკმაყოფილებელი, ალგებრაში–საშუალო. ნამუშევრები გეომეტრიაში უკეთეს დონეზეა შესრულებული, ვიდრე ალგებრაში.

თბილისის III გიმნაზია, 1911 წლის 29 აპრილი.

დირექტორი – კრამენკო. კომისიის წევრები: ინსპექტორის მოვალეობის შემ-სრულებელი ვასილიევი. მასწავლებლები: პლამენევსკი, პავლოვი, თავდგირიძე. ორივე VIII კლასის მათემატიკის მასწავლებელია, გიმნაზიის დირექტორი კრამენკო, მას მე-8 პირველი კლასი მიჰყავს სამი წელია, მეორე კი _ 2 წელი.

თბილისის III ვაჟთა გიმნაზიის 1911 წლის 29 აპრილის გამოსაშვები გამოცდების შედეგები ჩაითვალოს სრულიად დამაკმაყოფილებლად.

კერძო სასწავლო დაწესებულებები მოსწავლეთა უფლებებით.

1) თბილისის თავად-აზნაურთა ქართული გიმნაზია 1911 წლის 22 აპრილი. გამოცდა ალგებრასა და გეომეტრიაში, 25 აპრილი – გამოცდა არითმეტიკაში. 38 მოსწავლე.

გიმნაზიის გამგე – ა. გ. მდივანი. მათემატიკის მასწავლებელი ფონ-ლემლეინი.

შეფასება: ალგებრაში – საშუალო. გეომეტრიაში (ტრიგონომეტრიით) – სუსტი, არითმეტიკაში – დამაკმაყოფილებელი.

2) ქუთაისის თავადაზნაურთა კერძო გიმნაზია. 52 მოსწავლე. გიმნაზიის გამგე – ს. ოცხელი, მათემატიკის მასწავლებელი ს. ოცხელი, კომისია: ს. წერეთელი, ს. რობაქიძე, ო. მთავრიევი და ი.სვანიძე.

შეფასება: ალგებრა და გეომეტრია – საშუალო არითმეტიკა – დამაკმაყოფილებელი.

ამრიგად, 1910-1911 სასწავლო წელს გამოსაშვები გამოცდები ჰქონდა ოლქის 15 გიმნაზიის VIII კლასებს. მათ წარმოადგინეს 504 ნაშრომი ალგებრაში და ამდენივე გეომეტრიაში (ტრიგონომეტრიის ჩათვლით). ასევე 330 გარეშე პირთა (ექსტერნი) ნაშრომი ალგებრასა და გეომეტრიაში, 86 არითმეტიკაში. თბილისის და ქუთაისის კერძო გიმნაზიებიდან წარმოდგენილი იყო 270 ნაშრომი. სულ 1693 ნაშრომი გადაუმოწმებია ტირიუტინს. წინა წელთან შედარებით გაუუმჯობესებიათ მდგომარეობა ქუთაისის, თბილისის I, II, III გიმნაზიებს.

რეალურ სასწავლებლებში გამოცდების შედეგების მხედვითაც ტირიუტინი ასკვნის, რომ წინა წელთან შედარებით, უკეთესი ნაშრომები ჰქონდათ ქუთაისის, თბილისის, სოხუმის რეალური სასწავლებლების მოსწავლეებს.

საინტერესოა აგრეთვე 1914 წლის გამოსაშვები გამოცდების შედეგები, რომელიც შეუჯამებია თბილისის III გიმნაზიის დირექტორს, ინსპექტორს ბორის კონსტანტინეს ძე კრამარენკოს.

კომისიამ 1914 წლის გამოსაშვებ გამოცდებზე კავკასიის ოლქის 551 აბიტურიენტი და 56 ექსტერნი გამოცადა.

ტრიგონომეტრიაში რეალურ სასწავლებლებში მიცემული იქნა სამკუთხედის ამოხსნის რთული შემთხვევები, გამოცდის შედეგები ჩაითვალა

დამაკმაყოფილებლად. კერძოდ, ქუთაისის რეალურ სასწავლებლებში მოსწრება იყო 84.5%, სოხუმის _ 47%. თბილისის მეფისნაცვლის, გრაფ ვორონცოვ-დაშკოვის სახელობის რეალური სასწავლებელი _ 67%.

სპეციალური კურსის დადებითი შედეგები ასე გამოიყურება:

- შუშის რეალური სასწავლებელი – 100 %;
- თბილისის რეალური სასწავლებელი _ 95,6 %;
- ეისის რეალური სასწავლებელი – 34,7%;
- ქუთაისის რეალური სასწავლებელი _ 82,8 %;
- სოხუმის რეალური სასწავლებელი – 70,6%.

მოვიყვანოთ რეალურ სასწავლებლებში ტრიგონომეტრიაში 1914 წლის გამოსაშვები გამოცდების რამდენიმე ბილეთის ნიმუში.

1) ქუთაისის რეალური სასწავლებელი.

სამკუთხედში კუთხე $A = 40^0 15' 18''$, კუთხე $B = 26^0 13' 14''$, ხოლო პერიმეტრი $2p = 128{,}48$ დმ . იპოვეთ მასზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი.

2) სოხუმის რეალური სასწავლებელი.

სამკუთხედში ფუძე $a = 175{,}624$; $h_a = 46{,}896$; მედიანა $m_a = 71{,}577$. იპოვეთ სამ-კუთხედის კუთხეები.

3) თბილისის რეალური სასწავლებელი.

გამოთვალეთ იმ სამკუთხედის გვერდები, რომელშიც მოცემულია შემოხაზული წრეწირის რადიუსი, ორი გვერდის ჯამი $a + b = m$ და მოპირდაპირე კუთხეების სხვაობა $A - B = \beta$, $r = 448{,}82$, $m = 1410$, $\beta = 11^0 27' 20''$. (არასავალდებულო შეკითხვა: ამოხსენით განტოლება $\sec X = 2\cos X - \sin X$).

მოვიყვანთ ბილეთების ნიმუშს სპეციალურ კურსში:

1) ქუთაისის რეალური სასწავლებელი.

$(3{,}4)$ წერტილიდან გატარებულია მხები $4X^2 + 9Y^2 = 36$ ელიფსისადმი. იპოვეთ ქორდის განტოლება, რომელიც აერთებს შეხების წერტილებს და იმ წრეწირის განტოლება, რომელიც აგებულია ამ ქორდაზე, როგორც დიამეტრზე.

2) სოხუმის რეალური სასწავლებელი.

$X^2 + Y^2 + 2X + 20Y - 24 = 0$ წრეწირისა და $X - 2Y + 6 = 0$ წრფის გადაკვეთის წერტილზე და $(0,-8)$ წერტილზე გატარებულია მეორე წრეწირი. გამოთვალეთ იმ კუთხის ტანგესი, რომელიც შედგენილია მეორე წრეწირისადმი $(0,-8)$ წერტილში გავლებულ მხებსა და წრეწირების ცენტრებზე გამავალ წრფეს შორის.

3) თბილისის რეალური სასწავლებელი.

$\left\{\frac{\sqrt{15}}{2}, 1\right\}$ წერტილზე გამავალი ელიფსისადმი გავლებულია მხები AB, რომელიც OX ღერძთან ადგენს 135^0 კუთხეს. იპოვეთ იმ წრეწირის განტოლება, რომლის ცენტრი კოორდინატთა სათავეშია და ეხება იმავე AB წრფეს, თუ ელიფსის ფოკუსებს შორის მანძილია 2.

მასწავლებელ ა. დ. დევიძის ოჯახურ არქივში ინახება ანალიზურ გეომეტრიაში ბატონ ვალერიან კობახიძის, შემდგომ პედაგოგიურ მეცნიერებათა დოქტორის, ივანე ჯავახიშვილი სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის პროფესორის, ნაშრომების რვეული, რომელიც გასწორებული მასწავლებელ ა. დევიძის მიერ.

მოვიყვანთ მასწავლებლის მიერ მოსწავლეთათვის ჩაწერილ შენიშვნებს:

«მეტი გარკვეულად უნდა იყოს განმარტებული», «ნამუშევარის ბოლოში წერტილი უნდა». «მოწესრიგებული მათემატიკური კულტურის მქონე, მცოდნე მოსწავლე».

ასევე გავეცანით გიორგი გორდაძის ნაშრომს. მასწავლებელი ა. დევიძე მიუთითებს, «იხმარეთ ერთ-ერთი ან ხაზი, ან წირი», «იხმარეთ ან განტოლება, ან შეთანასწორება». მასწავლებელს მიქცეული აქვს ყურადღება იმაზეც კი, რომ წილადი მოსწავლეს უწერია $10/\sqrt{37}$, რაც გასწორებულია $\frac{10}{\sqrt{37}}$. არაა უყურადღებოდ დარჩენილი ერთი წვრილმანიც კი. ასეთი მომთხოვნელობა, მოსწავლეთა და საგნის სიყვარულით სწავლება განსაკუთრებით ესაჭიროება დღევანდელ სკოლას.

ორიგინალური ქართული სახელმძღვანელოები მათემატიკაში და მათი ავტორები (1860-1890 წლები)

სტამბური წესით დაბეჭდილი სახელმძღვანელოების გამოსვლამდე საქართველოს სახელმწიფო და კერძო სკოლებში იხმარებოდა ხელნაწერის სახით გავრცელებული სახელმძღვანელოები.

არითმეტიკის I ქართული ბეჭდური სახელმძღვანელო გამოიცა 1862 წელს. ეს იყო ფოგელის არითმეტიკა, რომელიც ქართულ ენაზე გადმოაკეთეს მიხეილ ყიფიანმა და ვახტანგ თულაშვილმა.

რადგანაც იმ დროს ქართულ ენაზე არ მოიპოვებოდა არც ერთი სახელმძღვანელო, რაც მეცადინეობას ძლიერ აბრკოლებდა, გ. ნოსოვიჩის, პ. რერგესტისა და პ. პავლოვის წინადადებით მიღებულ იქნა დადგენილება, ქართულ ენაზე გადმოთარგმნილი და გამოცემული ყოფილიყო ფოგელის არითმეტიკა, რომელიც იმ დროს საუკეთესო სახელმძღვანელოდ ითვლებოდა დაწყებით სკოლაში. რადგან მისი გადმოთარგმნა დიდ სიძნელეს

წარმოადგენდა ქართულ ენაზე სპეციალური ტერმინების უქონლობის გამო, ამიტომ ვ. თულაშვილმა და მ. ყიფიანმა ფოგელის მიხედვით შეადგინეს არითმეტიკა, რომელიც თავისი სახსრებით გამოსცა «საკვირაო სკოლამ», აღნიშნავს ვ. თულაშვილი ამ წიგნის გამოცემის შესახებ.

მოგვიანებით არითმეტიკის კიდევ რამდენიმე სახელმძღვანელო გამოიცა. კერძოდ, მ. ყიფიანისა 1886 წელს, ა. ნატროშვილისა 1899 წელს და სხვა

პირველი ორიგინალური სახელმძღვანელო გეომეტრიაში 1888 წელს გამოიცა. მისი ავტორია მ. ყიფიანი, რომელიც ამ წიგნით თავის მძიმე შრომას უძღვნის «ჩვენის ტომის სწავლა-განათლების მოსურნე დიმიტრი ივანეს ძე ყიფიანს». მ. ყიფიანი შესავალში აღნიშნავს, რომ «იმ დროისათვის გეომეტრიის სახელმძღვანელო წიგნი ბევრი მოიპოვებოდა ჩვენს ქვეყანაში რუსულ, პოლონურ, შვედურ, ფინურ ენებზე». ამათგან ზოგი ისე კარგად ყოფილა შედგენილი, რომ ყველას შეეძლო მათი შეთვისება, თუკი აღნიშნული ენები ეცოდინებოდათ. «ქართულს ენაზედ დაწერილ გეომეტრიას ვერსად ვხედავთ და სხვებისთვის გაადვილებული სწავლა ჩვენთვის ისევ უწინდებურად გაძნელებულია. ეს მდგომარეობა საკმაო მიზეზად მიმაჩნია, რომ ვისურვო ჩემი გვარიტომისათვის სწავლის შემსუბუქება. ამისათვის შევადგინე ეს სახელმძღვანელო და ვინც მოიწადინებს და ისწავლის, არ შეიძლება, რომ სახელმძღვანელოდ არ გამოდგეს». 1891 წელს გამოიცა მ. ყიფიანის მეორე წიგნი, რომელშიც შედის სტერეომეტრია, ტრიგონომეტრია, გეოდეზია, ლოგარითმები.

რაც შეეხება ალგებრას, ვასილ ყიფიანმა პირველმა შექმნა ალგებრის ფუნდამენტური კურსი ქართულ ენაზე. მის მიერ შედგენილი სახელმძღვანელო «დაწყებითი ალგებრა» პირველად 1893 წელს ავტორისავე ხარჯით გამოიცა თბილისში. მეორედ კი გამოიცა ქუთაისში 1918 წელს. სახელმძღვანელოს შედგენა ალგებრაში მრავალ სიძნელესთან იყო დაკავშირებული. იმ ხანებში მათემატიკურ ცნებათა გამომხატველი ტერმინოლოგია თითქმის სრულიად დაუდგენელი იყო. მისი დამუშვება არსებითად პირველად ვასილ ყიფიანს ხვდა წილად. ეს სახელმძღვანელო არაფრით არ ჩამოუვარდება რევოლუციამდე გავრცელებულ ალგებრის საუკეთესო რუსულ სახელმძღვანელოებს.

ამრიგად, ვასილ ყიფიანი იყო ალგებრის სახელმძღვანელოს პირველი ავტორი. (გაზეთი «სახალხო განათლება» (3 ივნისი, 1948 წელი), მ. ბურჭულაძე _ «ალგებრის სახელმძღვანელოს პირველი ავტორი»).

როგორც ცნობილია, 1879 წლის 31 მარტს დაარსდა ქართველთა შორის წერა-კითხვის გამავრცელებელი საზოგადოება. დიმიტრი ყიფიანი, ილია ჭავჭავაძე, იაკობ გოგებაშვილი, ნიკო ცხვედაძე, ვახტანგ თულაშვილი იყვნენ ისინი, ვინც ყველაზე მეტი ღვაწლი დასდეს ამ საზოგადოებას, რომლის მიზანი იყო ქართველთა შორის წერა-კითხვის, განათლების გავრცელება, სკოლების გახსნა, სახელმძღვანელო წიგნების, პედაგოგიური და სხვა ლიტერატურის გამოცემა.

ამ საზოგადოების ერთ-ერთი დამაარსებელი, პედაგოგი, საზოგადო მოღვაწე ვახტანგ დიმიტრის ძე თულაშვილი დაიბადა 1834 წლის 6 ნიემბერს სოფელ ზირბითში. მან დაამთავრა კავკასიის სამიჯნო სკოლა, რომელიც ამზადებდა მიწის მზომელებს და ტოპოგრაფებს. მშობლების ხელმოკლეობის გამო სწავლა აღარ გაუგრძელებია. ნიჭიერი ახალგაზრდა სასწავლებლის ხელმძღვანელებმა მასწავლებლად მიიწვიეს. 1869 წელს სამიჯნო სკოლასთან ჩამოყალიბდა საკვირაო სკოლა, რომელშიც ვახტანგ თულაშვილი და მიხეილ ყიფიანი უსასყიდლოდ მუშაობდნენ.

1862 წელს ვ. თულაშვილიმა მ. ყიფიანთან ერთად შეადგინა და გამოსცა არითმეტიკის სახელმძღვანელო ქართულ ენაზე, ფოგელის არითმეტიკის სახელმძღვანელოს მიხედვით.

ვახტანგ თულაშვილი გარდაიცვალა 1910 წლის 9 დეკემბერს თბილისში. უფრო ვრცელი ბიოგრაფიული ცნობები მის შესახებ არ მოიპოვება.

პედაგოგიკის დიდი ქართველი კლასიკოსი იაკობ სიმონის-ძე გოგებაშვილი დაიბადა 1840 წლის 15 ოქტომბერს სოფელ ვარიანში. იგი სწავლობდა ჯერ გორის, შემდეგ თბილისში სასულიერო სასწავლებელში. 1855 წელს შევიდა თბილისში სასულიერო სემინარიაში. 1861 წელს კი კიევის სასულიერო აკადემიაში. პარალელურად უნივერსიტეტში საბუნებისმეტყველო დისციპლინებში ისმენდა ლექციებს. მაგრამ ჯანმრთელობის მდგომარეობის გამო იძულებული გახდა 1863 წელს სამშობლოში დაბრუნებულიყო. 1864 წელს იგი დაინიშნა თბილისის სასულიერო სასწავლებლის არითმეტიკისა და გეოგრაფიის მასწავლებლად, ხოლო 1868 წელს _ მის ინსპექტორად. ამავე დროს ის აქტიურად ჩაება ეროვნულ-განმათავისუფლებელ მოძრაობაში, რომელსაც ილია და აკაკი მეთაურობდნენ. გოგებაშვილის პროგრესულმა პედაგოგიურმა მოღვაწეობამ სინოდისა და მეფის ხელისუფალთა უკმაყოფილება გამოიწვია და 1874 წელს იგი, როგორც პოლიტიკურად არასაიმედო, მოხსნეს თანამდებობიდან. ამის შემდეგ ი. გოგებაშვილი სახელმწიფო სამსახურში აღარ შესულა და მთელი სისცოცხლე საზოგადოებ-რივ მოღვაწეობას მიუძღვნა. დაუღალავად იბრძოდა სახელმწიფო სკოლების შექმნა-დამკვიდრებისათვის საქართველოში. იგი, როგორც ქართველთა შორის წერა-კითხვის გამავრცელებელი საზოგადოების გამგეობის წევრი, ხშირად იგზავნებოდა საქართველოს სხვადასხვა კუთხეში სკოლების მუშაობის გამოსაკვლევად და გასაუმჯობესებლად. იაკობის უშუალო მოთხოვნით დართო ნება სასწავლო ოლქის ხელმძღვანელობამ, რომ ქუთაისის გიმნაზიაში, ბათუმის, გორის, ძველი სენაკის, კავთისხევის, ხელთუბნის და სხვა სკოლებში სწავლება მშობლიურ ენაზე დანერგილიყო. იაკობ გოგებაშვილი დიდ ინტერესს იჩენდა არითმეტიკის სწავლების მიმართაც. აი რას წერდა იგი ქუ-თაისის სათავადაზნაურო სკოლის ინსპექტორს: «თქვენგან წარმოდგენილი პროგრამები საზოგადოდ შედგენილნი არიან ცოდნიერად და გვარიანად, მაგრამ შიგა და შიგ ეჭირვებათ დამატება, შეცვლა და განვითარება. არითმეტიკის პროგრამა ძლიერ მოკლედ არის შედგენილი და განვითარება

ეჭირვება. პირველი წლისათვის ცოტაა პირველი ათეული. ორი ათეულის ათვისება ადვილად შეუძლიათ შვიდი-რვა წლის ბავშვებს წლის განმავლობაში. აქ საჭიროა რომ მეორე ათეულის სწავლების დროს მასწავლებელმა უმთავრესი ყურადღება მიაქციოს რიცხვის წარმოდგენას ათეულითგან და ცალკეულითგან. მეორე წელიწადს სწავლობენ პირველ ასეულს სრულიად და უმთავრეს ყურადღებას აქცევენ გამოანგარიშების ხერხებს. სწრაფად გაივლიან იმისთანა მარტივ რიცხვებს, რომლების შემადგენლობა და თვისება არაფრით არ განირჩევა რაოდენობის გარდა წინა რიცხვებისაგან და შეჩერდებიან იმისთანა რთულ და მრავალმხროვან რიცხვებზედ, როგორიც არიან 48, 49 და სხვანი. დანარჩენ მასალას არითმეტიკისას უნდა მიემატოს გაცნობა უბრალო ნაწილოვანთა და ხსნა მარტივთა ამოცანათა აღრიცხვის სამკეც კანონიდგან, ამხანაგობის და შერეულის კანონიდგან და სარგებლობის ანგარიშითგან. და ეს შევსებული მასალა განაწილებული იქნას მესამე და მეორე განყოფილების შუა».

ამრიგად, იაკობ გოგებაშვილი გვევლინება არითმეტიკის პროგრამის შედგენლის როლში.

ი. გოგებაშვილს 1888 წელს შეუმოწმებია გორის მაზრის სოფელ ხელთუბნის სკოლა, სადაც მასწავლებლად მუშაობდა ვაჟა-ფშაველას ძმა, თედო რაზიკაშვილი. «არითმეტიკა ყველა განყოფილებას საშუალოდ შეუსწავლიათ, მარტივ ამოცანებს ადვილად და ჩქარა ხსნიან, მაგრამ რთულ ამოცანებზედ ბევრსაც წვალობენ თვით საუკეთესო მოწაფენი. ამ საგანშიც მასწავლებელს მართებს მომეტებული ცდა და წარმატება». იაკობის ამ სიტყვებიდან შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ იგი ძალიან დიდ ყურადღებას აქცევდა ამოცანების ამოხსნის სწორად წარმართვას.

1900 წელს «წერა-კითხვის გამავრცელებელი საზოგადოების» გამგეობის მიერ გამოყოფილ კომისიას იაკობის ხელმძღვანელობით შეუმოწმებია ძველი სენაკის სათავადაზნაურო სკოლა. იაკობს, როგორც კომისიის ხელმძღვანელს, გამგეობისათვის წარუდგენია შემოწმების ანალიზი, რომელშიც I განყოფილებაზე არითმეტიკის სწავლების შესახებ წერს: «ოთხს არითმეტიკულ მოქმედებას ოცის საზღვრებში შეგირდები სწრაფად ანგარიშობდნენ, აგრეთვე სწრაფად ხსნიდნენ არართულ ამოცანებს. სწრაფადვე ანგარიშობდნენ რიცხვების ნაწილებს დასახელებულ საზღვრებში». საზოგადოდ, არითმეტიკის სწავლება ამ განყოფილებაში ძლიერ კარგად დაუყენებია ბ-ნ ს. ჯანაშიას. III განყოფილების ანალიზში კი ნათქვამია: «ნუმერაციაში კარგად არიან გავარჯიშებული. კარგად იციან აგრეთვე ზომები სიმძიმისა, სიგრძისა და სხვა. მაგრამ ამოცანების ამოხსნასა და დასკვნაში, აგრეთვე ოთხ მოქმედებაში, ხშირად ცდებიან. საზოგადოდ, არითმეტიკის ცოდნა მოსწავლეთა მხრივ სრულიად არ აკმაყოფილებს მოთხოვნილებას».

იაკობ გოგებაშვილი მასწავლებლისაგან მოითხოვდა შეერჩია ისეთი ამოცანები, რომ მოსწავლეს ყოველდღიურ პრაქტიკულ საქმიანობაში

გამოდგომოდა, გარდა ამის, «მასწავლებელმა ანგარიშის სწავლებისას უნდა აამეტყველოს და გააცხოველოს, ცხოვრების სინამდვილეს შეუფარდოს და ამ რიგად ეს საგანი მოსწავლეების საყვარელ საგნად გახადოს, ანგარიშის გაკვეთილებზე შეძენილ ცოდნას მოსწავლე ყოველდღიურ საქმიანობაში უნდა იყენებდეს» (საიუბილეო კრებული. «ი. გოგებაშვილი», უნივერსიტეტის გამომცემლობა, თბილისი, 1940 წელი). მისი აზრით, «სკოლამ მის ახალგაზ-რდობას უნდა ასწავლოს გვარიანად წიგნი, გაუხსნას გონება, შეასწავლოს საგნები პედაგოგიური გზით, მიანიჭოს ცოდნა და მისცეს გონებითი ძალა კეთილდღეობის აღსადგენად და დასაცველად. ერთი სიტყვით, მოამზადოს ცხოვრებისათვის» (ი. გოგებაშვილი, თხზ. ტ. 1, გვ. 217).

ი. გოგებაშვილს გადაწყვეტილი ჰქონია არითმეტიკის სახელმძღვანელოს გამოქვეყნება, მაგრამ ამ განზრახვაზე ხელი აუღია, რადგან: «როცა არითმეტიკა ბატონი ჯაჯანაშვილისა და ბატონი ნატროშვილისა შედგა, ჩვენ დაწყებული გვქონდა ელემენტარული არითმეტიკა სახალხო სკოლებისათვის, მაგრამ მისი დამთავრება აღარ მოვინდომეთ, რათა ამ პირობისათვის ხელი არ შეგვეშალა» (ი. გოგებაშვილი, თხზ. ტ. III, გვ. 71). მეთოდისტ ტ. ტყემალაძეს ი. გოგებაშვილის პირად არქივში უნახავს 24 ფურცლიანი რვეული, რომლის 12 ფურცელზე მოთავსებული ყოფილა 164 ამოცანა პირველი და მეორე ათეულის ფარგლებიდან. ეს ხელნაწე-რი გამოქვეყნებულია ი. გოგებაშვილის თხზუ-ლებათა მე-9 ტომში. პირველ განყოფილებაში მოთავსებულია 86 ამოცანა, მეორე განყოფილებაში _ 76 ამოცანა, შემდეგ არის სათაური: «ამოცანები მესამე ათეულისაგან», რითაც მთავრდება ხელნაწერი.

საინტერესოა, რომ გოგებაშვილის მიერ შედგენილი ბევრი ამოცანა მოითხოვს რამდენიმე ამონახსნის მიღებას. მაგალითად, «რამდენ ყმწვილს შეიძლება დავურიგოთ 6 კაკალი თანასწორად და რამდენი კაკალი ერგება თითოსა?» აქ მოსწავლემ უნდა იფიქროს, რომ 6 კაკალი თანაბრად შეიძლება დაურიგდეს 6, 3, 2, და 1 ყმაწვილს და მოქმედება გაყოფით გაიგოს, თითოეულ შემთხვევაში რამდენი კაკალი შეხვდება თითოეულ ყმაწვილს. გოგებაშვილი ყოველთვის მოითხოვდა სწავლების ცხოვრებასთან მტკიცე კავშირს და მიღე-ბული თეორიული ცოდნის პრაქტიკულ გამოყენებას, «ზურგი უნდა შევაქციოთ ყალბ ცოდნას და ფორმულების ზეპირობას და შევუდგეთ შეძენას ნამდვილის, ჭეშმარიტის ცოდნისას».

მიხეილ ზაალის ძე ყიფიანი დაიბადა 1833 წლის 12 აპრილს სოფელ ვახანში. იგი იყო ილია ჭავჭავაძის ჯგუფის აქტიური წევრი, სახელმძღვანელოების ავტორი და ქართული სკოლის ერთ-ერთი გულწრფელი მოამაგე, პუბლიცისტი, მთარგმნელი, პედაგოგი. პირველდაწყებითი განათლება მიიღო გურიის სამაზრო სასწავლებელში, რომელიც დაასრულა 1848 წელს. შემდეგ სწავლა გააგრძელა კავკასიის სამიჯნო სკოლაში, ამავე დროს პედაგოგიურ მუშაობას ეწეოდა. 1871 წელს მუდმივ საცხოვრებლად გადავიდა ჩრდილოეთ კავკასიაში (ვლადიკავკაზში), სადაც თერგის მხარის გამიჯვნის საქმის უფროსად მუშაობდა «დეისტვიტელნი სტატსკი სოვეტნიკის» ჩინით. მო-

ნაწილეობდა «ქართველთა შორის წერა-კითხვის გამავრცელებელი საზოგადოების» დაარსებასა და მის საქმიანობაში. იყო ქართული დრამატული საზოგადოების ერთ-ერთი დამფუძნებელი და მისი პირველი გამგეობის წევრი. ქართული სკოლები გახსნა სტეფანწმინდასა და ვლადიკავკაზში. მ. ყიფიანი ვლადიკავკაზში გარდაიცვალა 1891 წლის 2 მარტს. დაკრძალულია თბილისში, დიდუბის პანთეონში.

მ. ყიფიანმა 1884 წელს ვლადიკავკაზში გამოსცა არითმეტიკის პირველი ნაწილი. იგი ვახტანგ თულაშვლთან ერთად 1862 წელს ფოგელის არითმეტიკის ქართულ ენაზე გამოცემის, ასევე გეომეტრიის პირველი ქართული სახელმძღვანელოს ავტორია. საშვილიშვილო საქმე ითავა თავის დროზე მიხეილ ყიფიანმა. მისი წიგნები დღესაც ინტერესით იკითხება.

ანტონ ქაიხოსროს ძე ნატროშვილი დაიბადა 1852 წელს სოფელ მაჩხაანში. მამა სოფლის მღვდელი იყო. მან ბავშვობიდანვე მშრომელებად აღზარდა თავისი შვილები. იგი სწავლა-განათლების დიდი პატივისმცემელი იყო. თავის ყველა შვილს მიაღებინა განათლება. 8 წლის ანტონი თელავის სასულიერო სასწავლებელში მიაბარეს, სადაც მისი ორი ძმაც სწავლობდა. წარჩინებით დაამთავრა ეს სასწავლებელი და სწავლა განაგრძო თბილისის სასულიერო სემინარიაში, სადაც ანტონს სხვა აუტანელ პირობებთან ერთად ქართული ენის დევნაც დახვდა. ამ პირობების წინააღმდეგ მოსწავლეთა აჯანყებებში ანტონიც მონაწილეობდა. სემინარია ანტონ ნატროშვილმა პირველ მოსწავლედ, სტუდენტის ხარისხით დაასრულა და სემინარიის მასწავლებელთა კორპორა-ციისაგან არჩეულ იქნა სახელმწიფო ხარჯზე გასაგზავნად ყაზანის სასულიერო აკადემიაში, რათა მიეღო უმაღლესი განათლება. მან ამ აკადემიაში პირველი კურსიდანვე მიიქცია ლექტორ-მასწავლებელთა ყურადღება. მის მიერ შესრულებული სავალდებულო თემა, "Что такое идеи Платона", საუკეთესო აღმოჩნდა. 1877 წელს 25 წლის ანტონ ნატროშვილმა სასულიერო აკადემია მაგისტრის ხარისხით დაამთავრა. მან თბილისის სასულიერო სემინარიაში ითხოვა სამსახური, მაგრამ აღმზრდელმა სემინარიამ უარი უთხრა, როგორც «ბუნტის» მონაწილეს. ის გაიზავნა სამარის სასულიერო სემინარიაში, ფსიქოლოგიისა და პედაგოგიკის მასწავლებლად. სამარაში მან 7 წელი იმუშავა. 1884 წელს ის გადმოიყვანეს ქუთაისის სასულიერო სასწავლებელში არითმე-ტიკისა და გეოგრაფიის მასწავლებლად, ერთი წლის შემდეგ თბილისის სასულიერო სემინარიაში გადმოდის იმავე საგნების მასწავლებლად. იგი 1886-1888 წლებში თბილისის ქალთა გიმნაზიაში და მეორე კომერციულ სასწავლებელში ასწავლიდა რუსულ ენას. 1898-1899 წლებში ანტონ ნატროშვილი ხელმძღვანელობდა საეკლესიო-სამრევლო სკოლების მასწავლებელთა გადასამზადებელ კურსებს, სადაც ლექციებსაც კითხულობდა, ძირითად კი სასულიერო სემინარიაში მოღვაწეობდა, სადაც გაატარა 34 წელი. 1917 წელს პედაგოგიურმა საბჭომ ანტონი სასწავლებლის ზედამხედველად აირჩია, 1918 წელს სასულიერო სასწავლებელი სასულიერო სემინარიას შეუერთდა და გიმნაზიად გადაკეთდა, რომლის დირექტორად

ახალგაზრდობის თხოვნით დაინიშნა ანტონ ნატროშვილი ქიზიყს დაბრუნდა, სადაც სოფელმა მოსამართლედ აირჩია. 1923 წლიდან კვლავ სკოლაში, ჯერ მაჩხაანის შვიდწლედში, შედეგ კი ყანდაურის შრომის სკოლის გამგეა, 1927 წელს ჯანმრთელობის მდგომარეობის გამო თავი დაანება სკოლაში მუშაობას.

1897 წლიდან ა. ნატროშვილი ჟურნალებში აქვეყნებდა სტატიებს, წერილებს. იგი დაინტერესებული იყო საქართველოს წარსულით, კულტურის ძეგლების შესწავლით. მან შეისწავლა მცხეთის ტაძრის ისტორია და 1901 წელს გამოაქვეყნა ისტორიულ-არქეოლოგიური ხასიათის ნაშრომი: «მცხეთა» და მისი რეალიზაციით შეგროვილი თანხა ტაძრის რესტავრაციისათვის იყო განკუთვნილი. 1889 წელს ექ. ხელაძის სტამბაში გამოიცა ა.ნატროშვილის «კრებული არითმეტიკის ამოცანებისა და სავარჯიშო მოქმედებათა წარმოების მასალებისა», რომელიც მეორედ 1893 წელს დაიბეჭდა. «კრებულის» გამოსვლას გამოეხმაურა ცნობილი პედაგოგი ვასილ ყიფიანი. ამ სახელმძღვანელომ საერთო მოწონება დაიმსახურა და 1899 წელს მესამედ გამოიცა, იგი «მოწონე-ბულია და მიღებული სახელმძღვანელოდ უწმინდესის სინოდის მიერ ყველა საქართველოს სასულიერო წოდების სკოლებისათვის, აგრეთვე კავკასიის სამოსწავლო ოლქის სამზრუნველო რჩევისაგან საერო და სამოქალაქო სასწავლებლებისათვის».

ანტონ ნატროშვილი გარდაიცვალა 1930 წლის 27 იანვარს, ქ, თბილისში.

რაჟდენ სოლომონის ძე ჯაჯანაშვილი დაიბადა 1863 წლის 1 ოქტომბერს გორის მაზრის სოფელ კავთისხევში. იგი მანგლისის სკოლაში სწავლობდა. შემდეგ, როგორც საუკეთესო მოსწავლე თბილისის სამასწავლებლო ინსტიტუტის დირექტორმა, ზახაროვმა ინსტიტუტში გადაიყვანა, რომელიც დაამთავრა 1874 წელს, რის შემდეგაც ახალციხის მაზრაში სოფელ ხერთვისში დაინიშნა მასწავლებლად. 1881 წლიდან სიცოცხლის უკანასკნელ დღემდე რ. ჯაჯანაშვილი მასწავლებლად იყო თბილისის სათავადაზნაურო სასწავლებელში (ვაჟთა ქართული გიმნაზია).

1882 წელს წერა-კითხვის გამავრცელებელი საზოგადოების კრების მიერ რ. ჯა-ჯანაშვილი არჩეული იქნა მის წევრად. მან 1886 წელს გამოსცა «კრებული არითმეტიკული ამოცანებისა და რიცხვითი მაგალითებისა». იგი 8 წლის განმავლობაში 4-ჯერ გამოვიდა. ეს იყო მათემატიკის მოსამზადებელი კურსი, რომელიც იხმარებოდა წერა-კითხვის გამავრცელებელი საზოგადოების მიერ გახსნილ სკოლებში. იგი სისტემატურად ბეჭდავდა სხვადასხვა ხასიათის წერილებს თითქმის ყველა იმ დროინდელ პერიოდულ გამოცემაში.

1899 წლის 25 თებრვალს, 25 წლის პედაგოგიური მოღვაწეობის შემდეგ რ. ჯა-ჯანაშვილი გარდაიცვალა [76].

ორიგინალური ქართული სახელმძღვანელოები მათემატიკაში და მათი ავტორები (XIX საუკუნის ბოლო და XX საუკუნის დასაწყისი)

ეგნტე მაკარის ძე ხრამელაშვილი დაიბადა 1866 წლის 27 იანვარს ყოფილი გორის მაზრის სოფელ ეზატში. დაწყებითი განათლება მან თბილისის ალექსანდრეს სახელობის სამასწავლებლო ინსტიტუტთან არსებულ საქალაქო სკოლაში მიიღო. 1883 წელს იგი შევიდა ამავე სამასწავლებლო ინსტიტუტში, რომელიც დაამთავრა 1887 წელს. პედაგოგიური მუშაობა დაიწყო 1887 წელს ილია წინამძღვრიშვილის მიერ სოფელ წინამძღვრიანთკარში დაარსებულ სასოფლო-სამეურნეო სკოლაში, სადაც მოღვაწეობდა 1889 წლამდე. 1889 წელს დაინიშნა თბილისში ავლაბრის საქალაქო სკოლის მასწავლებლად, სადაც მუშაობდა 1903 წლამდე.

1903 წელს ეგნატე ხრამელაშვილი უმაღლესი განათლების მისაღებად შევიდა მოსკოვის უმაღლეს კომერციულ ინსტიტუტში, რომელიც დაამთავრა 1909 წელს და სამშობლოში დაბრუნდა სამოღვაწეოდ. იმავე წელს იგი დაინიშნა თბილისის II კომერციული სასწავლებლის მასწავლებლად, სადაც მუშაობდა სიცოცხლის უკანასკნელ დღემდე. ეგნატე ხრამელაშვილი გარდაიცვალა 1912 წლის 17 აგვისტოს, დასაფლავებულია დიდუბის პანთეონში.

განსაკუთრებით დიდი დამსხურება მიუძღვის ეგნატე ხრამელაშვილს ქართველი ხალხის წინაშე მის მიერ შედგენილი სახელმძღვანელოებით «არითმეტიკული ამოცანებისა და რიცხვითი მაგალითების კრებული (მოქმედებათა შესწავლის მეთოდებით)», რომლის პირველი ნაწილი გამოქვეყნდა 1906 წელს. მეორე ნაწილი _ 1907 წელს. კრებულის მეექვსე გამოცემა გამოვიდა 1915 წელს. ეს კრებული 1912 წლიდან მოწონებული და ნებადართული იყო კავკასიის სასწავლო ოლქის მზრუნველისაგან, ქართულ სკოლებში სახმარებლად.

ეგნატე ხრამელაშვილის მიერ შედგენილი იქნა «არითმეტიკის სახელმძღვანელო ამოცანებით და რიცხვითი მაგალითებით», რომელიც პირველად გამოიცა 1909 წელს, მეორედ _ 1919 წელს. ამ სახელმძღვანელოს უკანასკნელი გამოცემები (1912 წლიდან) ეკუთვნოდა «ქართველთა შორის წერა-კითხვის გამავრცელებელ საზოგადოებას».

ცნობილი პედაგოგი და სახელმძღვანელოების ავტორი, სიმონ ივანეს ძე ოცხელი დაიბადა ქ. ქუთაისში 1868 წელს. საშუალო განათლება მიიღო ქუთაისის კლასიკურ გიმნაზიაში, რომელიც დაამთავრა 1888 წელს. შევიდა ოდესის (ნოვოროსიისკის) უნივერსიტეტში, ფიზიკა-მათემატიკის ფაკულტეტზე, რომელიც დაამთავრა 1889 წელს და ჩამოვიდა საქართველოში. შემდეგ ცოდნის გასაღრმავებლად დაბრუნდა ოდესაში.

1892 წელს სიმონ ოცხელმა მუშაობა დაიწყო პედაგოგიურ ასპარეზზე; პირველად ქ. თბილისის მესამე ვაჟთა გიმნაზიაში, შედეგ 1905 წლიდან _ ქუთაისის ქართული გიმნაზიის მასწავლებლად.

მეფის დროს სასტიკად იბრძოდნენ სკოლებიდან ქართული ენის განდევნისა და ქართველი ახალგაზრდობის გადაგვარებისათვის. მოწინავე ქართველი

პედაგოგების გადაუდებელ ამოცანას შეადგენდა ქართულ ენაზე სახელმძღვანელოების შედგენა. ს. ოცხელმა აქტიური მონაწილეობა მიიღო სკოლების გაეროვნულების საქმეში. მან შეადგინა დაწყებითი და საშუალო სკოლებისათვის ქართული სახელმძღვანელოები: «ელემენტარული ალგებრა საშუალო სკოლებისათვის» (ქ. ქუთაისი, 1917 წ.), «ელემენტარული გეომეტრია საშუალო სასწავლებლებისათვის» (1917 წ.), «არითმეტიკის ამოცანებისა და მაგალითების კრებული პირველდაწყებითი სკოლებისათვის» (1919 წ.), პ. წულუკიძესთან ერთად არითმეტიკულ ამოცანათა კრებული II, III, IV ჯგუფე-ბისათვის (1925 წ.). ს. ეზიკაშვილთან ერთად «გეომეტრიულ ამოცანათა კრებული» (1926 წ.).

ს. ოცხელი 43 წლის განმავლობაში ეწეოდა პედაგოგიურ და საზოგადოებრივ მოღვაწეობას. ჯერ თბილისის ვაჟთა III გიმნაზიაში (1893-1905 წწ.), შემდეგ ქუთაისის ქართულ გიმნაზიაში (1905-1921 წწ.) 1921 წლიდან ქუთაისის სხვადასხვა სკოლასა და ტექნიკუმში, სამეურნეო-ეკონომიურ ტექნიკუმში. 1933 წელს იგი მიიწვიეს ქუთაისის პედაგოგიურ ინსტიტუტში ლექტორად, სადაც მუშაობდა 1937 წლამდე. გარდაიცვალა 1937 წელს. დასაფლავებულია ქ. ქუთაისში.

დავით დავითის ძე პარკაძე დაიბადა 1882 წელს სოფელ ქვემო ჭალაში. თავდა-პირველად იგი მიაბარეს თბილისის ქართული გიმნაზიის პანსიონში, სადაც იზრდებოდა «ქართველთა შორის წერა-კითხვის გამავრცელებელი საზოგადოების» ხარჯზე.

დავით პარკაძემ გიმნაზია 1904 წელს დაამთავრა. რადგან ამ გიმნაზიას სიმწიფის მოწმობის გაცემის უფლება არ ჰქონდა, ამიტომ კურსდამთავრებულები, ექსტერნის წესით აბარებდნენ გამოცდებს სახელმწიფო გიმ-ნაზიაში. დავით პარკაძესთან ერთად ჯგუფში 15 მოსწავლე ირიცხებოდ, სიმწიფის ატესტატი მხოლოდ დ. პარკაძემ მიიღო. 1905 წელს დავითი ოდესის უნივერსიტეტის საბუნებისმეტყველო-მათემატიკურ ფაკულ-ტეტზე ჩაირიცხა, საიდანაც გაირიცხა 1905 წლის სტუდენტთა არალეგალური კრებების ორგანიზაციასა და დემონსტრაციაში მონაწილეობისათვის. შემდეგ დააპატიმრეს. მაგრამ მან 1906 წელს თავი აღიდგინა უნივერსიტეტში, რომელიც 1910 წელს დაამთავრა.

სამშობლოში დაბრუნებულს, როგორც პოლიტიკურად არასაიმედოს, სახელმწიფო გიმნაზიაში მუშაობის უფლება არ მისცეს, ამიტომ იგი ერთ წელს მუშაობდა სურამის კერძო პროგიმნაზიაში მასწავლებლად, ხოლო 1911 წლიდან მიიწვიეს იმ გიმნაზიაში, რომელშიც ადრე თვითონ სწავლობდა. აქ ის ასწავლიდა მათემატიკას 1924 წლამდე.

1918-1926 წლებში პარალელურად მუშაობდა თბილისის ჰუმანიტარული ტექნიკუმის მასწავლებლად, 1919 წელს დავითის ინიციატივით ჩამოყალიბდა მასწავლებელთა კოოპერატივი. 1926-1941 წლებში მუშაობდა ი. ჭავჭავაძის სახელობის 23-ე საშუალო სკოლაში. 1943-1944 წლებში სიღნაღის რაიონის

სოფელ ვაქირის საშუალო სკოლის სასწავლო ნაწილის გამგე და მათემატიკის მასწავლებელია, 1944-1950 წლებში თბილისის ქალთა მე-5, ვაჟთა მე-7 და სხვა სკოლებშია. 1947-1949 წლებში შეთავსებით მუშაობდა ბათუმის პედაგოგიურ ინსტიტუტში, სადაც კითხულობდა მათემატიკის სწავლების მეთოდებსა და ელემენტარული მათემატიკის სპეციალურ კურსს.

თავისი მდიდარი პრაქტიკულ-პედაგოგიური გამოცდილება დავით პარკაძემ საფუძვლად დაუდო უამრავ სახელმძღვანელოსა და მეთოდურ შრომას. მათგან განსაკუთრებით აღსანიშნავია «არითმეტიკის ამოცანათა კრებული და სახელმძღვანელო» (ნაწილი I, 1918 წ.), რომელიც შედგენილია დ. პარკაძისა და რ. ხუციშვილის მიერ. ეს არის არითმეტიკის ერთ-ერთი პირველი სახელმძღვანელო ქართულ ენაზე. იგი შეიცავს როგორც არითმეტიკის თეორიულ სახელმძღვანელოს, ისე ამოცანათა სავარჯიშო კრებულს. აქ სრულადაა გადმოცემული არითმეტიკის სასკოლო კურსის საკითხები: ზეპირი და წერითი ნუმერაცია, საზომთა სისტემა, სახელდებული რიცხვები და მოქმედებათა წარმოება რიცხვებზე. 1934 წელს დავით პარკაძემ ათანასე ხარაბაძესთან ერთად შეადგინა «გეომეტრიის სახელმძღვანელო» (ნაწილი I). იგი წარმოადგენს პლანიმეტრიის სისტემატურ კურსს. ამ წიგნის ღირსება ისაა, რომ აქ საკითხები მოცემულია სისტემურად. დალაგებულია თანამიმდევრულად. ამასთან დამტკიცებათა გზები გამარტივებულია. დავით პარკაძეს ეკუთვნის მრავალი მეთოდური ნაშრომი: «ამოცანების ამოხსნა განტოლების შედგენით», «წერითი სამუშაოს სახეები მათემატიკაში», «მოსწავლეთა ცოდნის შეფასების ნორმები მათემატიკაში». «მაჩვენებლიან, ლოგარითმული და უმაღლესი ხარისხის განტოლებები”, “როგორ მოვამზადოთ და ჩავატაროთ გაკვეთილები მათემატიკაში», «მეთოდური წერილი მათემატიკაში».

დავით პარკაძე გარდაიცვალა 1951 წლის 6 დეკემბერს.

გამოჩენილი ქართველი პედაგოგი, მათემატიკის ქართული ორიგინალური სახელმძღვანელოების ავტორი, ბრწყინვალე მასწავლებელი და ლექტორი, რესპუბლიკაში პირველი სახელმოხვეჭილი მეთოდისტი ათანასე გაბრიელის ძე ხარაბაძე დაიბადა 1882 წელს სოფელ დიდ ჯიხაიშში.

1898 წელს დაამთავრა დაწყებითი სკოლა, ხოლო 1903 წელს საოსტატო სემინარია და იმავე წელს დაინიშნა დიდი ჯიხაიშის ორკლასიან სასწავლებელში მასწავლებლად, სადაც მუშაობდა 1906 წლამდე. 1907 წელს მან დაამთავრა ქუთაისის კლასიკური გიმნაზია, საექსტერნო გამოცდების ჩაბარების გზით; იმავე წელს შევიდა ხარკოვის უნივერსიტეტში ფიზიკა-მათემატიკის ფაკულტეტზე. 1911 წელს ა. ხარაბაძემ პირველი ხარისხის დიპლომით დაამთავრა უნივერსიტეტი და დაინიშნა ხონის საოსტატო სემინარიის მასწავლებლად, სადაც მუშაობდა 1918 წლამდე. მათემატიკასთან ერთად იგი ასწავლიდა ქართულ ენასაც. 1917 წელს ა. ხარაბაძე დაინიშნა ხონის საოსტატო სემინარიის დირექტორად, სადაც მუშაობდა 1921 წლამდე. 1919-

1921 წლებში იგი შეთავსებით ხონის ქალთა გიმნაზიის დირექტორიც იყო. 1921 წლის წლის სექტემბრიდან კი თბილისში გადავიდა მე-5 შრომის სკოლის დირექტორად. 1924-1928 წლებში მუშაობდა სახელმწიფო უნივერსიტეტთან არსებულ პედაგოგიურ ინსტიტუტში დირექტორის მოადგილედ. 1928-1938 წლებში კი თბილისის განათლების განყოფილების ინსპექტორი და პედაგოგიური ტექნიკუმის მასწავლებელია, ხოლო 1936-1967 წლებში, პენ-სიაზე გასვლამდე, მუშაობდა პედაგოგიურ ინსტიტუტში ლექტორად. 1923 წელს ათანასე ხარაბაძემ გამოსცა «სწორხაზოვანი ტრიგონომეტრია», 1930 წელს «პლანიმეტრიის სისტემატური კურსი».

1936 წლამდე საშუალო სკოლებში ალგებრა ისწავლებოდა ა. ხარაბაძისა და ა. დევიძის მიერ შედგენილი სახელმძღვანელოებით, იგი მათემატიკის მეთოდიკური სახელმძღვანელოებისა და საშუალო სკოლების მრავალრიცხოვანი და მრავალჯერ გამოცემული სახელმძღვანელოების ავტორია.

ა. ხარაბაძე გარდაიცვალა 1966 წელს.

ალექსანდრე (სანდრო) დავითის ძე დევიძე გამოჩენილი ქართველი პედაგოგი, ქართულ უმაღლეს სასწავლებლებში მათემატიკური განათლების ერთ-ერთი პიონერი და ორგანიზატორია, ქართული ორიგინალური მათემატიკის სახელმძღვანელოების ავტორია, იგი დაიბადა 1886 წელს სოფელ დიდ ჯიხაიშში, ცნობილი პედაგოგისა და მოღვაწის დავით დევიძის ოჯახში. ქუთაისის გიმნაზიის დამთავრების შემდეგ, 1906 წელს შედის ხარკოვის უნივერსიტეტის ფიზიკა-მათემატიკის ფაკულტეტზე. ერთი წლის შემდეგ გადადის ოდესის უნივერსიტეტში, სადაც სწავლას განაგრძობს ცნობილი მეც-ნიერის, პროფესორ ვ. ფ. კაგანის ხელმძღვანელობით. 1910 წელს ამთავრებს უნივერსიტეტს პირველი ხარისხის დიპლომით და იმავე წელს ინიშნება ტემირ-ხან-შურის რეალურ სასწავლებელში მათემატიკის მასწავლებლად. 1917 წელს ინიშნება სამტრედიის ახლად გახსნილი გიმნაზიის დირექტორად.

1921 წლიდან ა. დევიძე მუშაობს საქართველოს გეოფიზიკურ ობსერვატორიაში ფიზიკოსად, ხოლო 1922 წლიდან 1930 წლამდე, სამასწავლებლო ინსტიტუტში ფიზიკის კათედრის გამგეა. 1923 წლიდან გარდაცვალებამდე მუშაობდა თბილისის პედაგოგიურ ინსტიტუტში, სადაც დაარსებიდან (1935 წ.) მათემატიკის კათედრას ედგა სათავეში. 1930-1940 წლებში საქართველოს სასოფლო-სამეურნეო ინსტიტუტის მათემატიკის კათედრის გამგეა. 1928 წელს ა. დევიძეს ენიჭება დოცენტის წოდება და პარალელურად მუშაობას იწყებს თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტში, სადაც სხვადასხვა დროს იყო ფიზიკა-მეთემატიკის ფაკულტეტის და დაუსწრებელი სწავლების დეკანი.

1925-1940 წლებში სანდრო დევიძე შეთავსებით მუშაობდა ამიერკავკასიის სატ-რანსპორტო, ინდუსტრიულ, პოლიტექნიკურ ინსტიტუტებში, გორისა და თელავის (ამ უკანასკნელში მათემატიკის კათედრის გამგეც იყო) პედაგოგიურ ინსტიტუტებში. ს. დევიძის მოღვაწეობა არ ამოიწურება მხოლოდ უმაღლეს

სასწავლებლებში პედაგოგიური და ორგანიზაციული საქმიანობით. მის კალამს ეკუთვნის 20-მდე ორიგინალური სახელმძღვანელო მათემატიკაში, რომლებიც დაისტამბა 1923-1940 წლებში და იმ დროს ქართული სკოლებისათვის ძირითად ლიტერატურას წარმოადგენდა მათემატიკაში [55].

ზოგიერთი დასკვნა ისტორიული გამოცდილების გათვალისწინებით

1. მათემატიკის პროგრამაში განსაკუთრებით საჭიროა შედიოდეს ის საკითხები, რომლებიც დღევანდელი ეკონომიკური საკითხების მოზღვავებისა და საჭიროების პირობებში აუცილებელია: რთული პროცენტები. ვადიანი გადასახადები, ვადიანი შესატანები, სამმაგი ჯაჭვური, ამხანაგობის წესები, თამასუქები, აქციები და სხვა, რომლებიც წარმატებით ისწავლება თითქმის ყველა ნორმალური განვითარებული ქვეყნების საშუალო სკოლებში და რევოლუციამდელი საქართველოს სკოლებშიც მათ დიდი ყურადღება ექცე-ოდა.

2. მათემატიკის სასკოლო კურსში აუცილებლად უნდა იქნას დაძლეული ამოცანებისა და მაგალითების გამარტივების ტენდენცია. მაღალი კლასების მოსწავლეთა და აბიტურიენტთა ასაკისათვის. შემეცნებითი ინტერესები მიმართულია იმ ფარული ძაფებისაკენ, იმ კავშირებისაკენ რომლებიც არსებობს სინამდვილის ცალკეულ მოღვაწეთა შორის, ისინი არათვალსაჩინოა, ზოგადია აბსტრაქტულია, მივცეთ გასაქანი მოსწავლეთა ამ ბუნებრივ ინტერესებს. სწრაფვას.

3. აუცილებელია მათემატიკის სასწავლო კურსში ისეთი ამოცანებისა და მაგალითების შეტანა, რომელთა ამოხსნა არასტანდარტული ხერხების მოფიქრებას საჭიროებს. ასეთი ამოცანების ამოხსნა ლოგიკური, ცნებითი ანუ ვერბალური აზროვნების განვითარებას უწყობს ხელს.

მიზანშეწონილად მიგვაჩნია ისეთი ამოცანებისა და მაგალითების ამოხსნა, რომლებიც სასწავლო პროგრამას თითქმის არ შეესაბამება, მაგრამ უკვე არსებული ცოდნის ბაზაზე დაყრდნობით და გარკვეული მანიპულირების შემდეგ ნათელი ხდება მისი ამოხსნა. ასეთი ამოცანების ამოხსნა ხელს უწყობს მოსწავლეთა აზროვნების სიღრმისა და გონებრივი უნარების განვითარებას.

4. იმისათვის, რომ საშუალო სკოლაში – სასწავლო სააღმზდელო მუშაობაში მაღალ შედეგს მივაღწიოთ საჭიროა როგორც მოსწავლე ისე მასწავლებელი გრძნობდნენ დიდ პასუხისმგებლობას მათზე დაკისრებულ საქმიანობაში: ისწავლოს და ასწავლოს. ამ პასუხისმგებლობას აამაღლებს ღია (საჩვენებელი) გაკვეთილების დიდი ხნის წინ არსებული სისტემის კვლავ აღორძინება. გამოცდილ მასწავლებელთა წახალისება, სხვა სკოლებში მათი მიღწევა და მათ მიერ საჩვენებელი გაკვეთილების ჩატარება.

5. იმისათვის, რომ მოსწავლის შეფასება ობიექტური იყოს, საჭიროა აღდგენილ იქნეს ნამუშევრის შემოწმების ეტაპები:

მასწავლებელი — კომისია — რეცენზენტი

იგი გაზრდის მასწავლებლის პასუხისმგებლობას: პედაგოგიურ-მეთოდურ მოთხოვნათა შესაბამისად ასწავლოს პროგრამით გათვალისწინებული საკითხებიდა ობიექტურად შეაფასოს მოსწავლის ნაშრომი.

ჩატარებულმა გამოკვლევამ, პედაგოგიურმა ექსპერიმენტმა და მოწინავე გამოცდილების განზოგადებამ გვიჩვენა, რომ მოსწავლეთა სასწავლო შემეცნებითი და დამოუკიდებელი მუშაობის ინტერესების გაზრდას, მოცემული საგნისადმი ინტერესის გადადებას დიდად უწყობს ხელს ქართველი პედაგოგი მეთოდისტების როლისა და ავტორიტეტის წამოწევა. ეს სასარგებლოა აგრეთვე მოსწავლე ახალგაზრდობის პატრიოტული გრძნობის გადიდების თვალსაზრისითაც.

ამიტომ აუცილებელია სწავლებაში დიდი ყურადღება დაეთმოს ისტორიზმს. მათემატიკის სწავლების პროცესში წარმოჩენილი იქნას იმ ქართველ მასწავლებელ – მათემატიკოსთა როლი რომელსაც თავის დროზე გარკვეული წვლილი შეიტანეს სასკოლო მათემატიკის განათლების სრულყოფაში.

თავი II

ილია ჟღენტის სახელმძღვანელო და მისი მნიშვნელობა ქართული მათემატიკისათვის

ლიტერატურული წყაროები ილია ჟღენტის სახელმძღვანელოში

ქვემოთ ჩვენ გავეცნობით ერთი უცნობი ქართველი მათემატიკოსის ილია ოქროპირის-ძე ჟღენტის სახელმძღვანელოს: “Примърнія ръшенія задачь по математикъ”, Тифлисъ, Типографія И. Мартиросіанца, 1889 г. მიზანშეწონილად ვთვლით ჯერ გავეცნოთ იმ წყაროთაგან ზოგიერთს, რომელსაც ეყრდნობოდა ილია ჟღენტი თავისი სახელმძღვანელოს შედგენისას.

1. Давидов А. – Начальная алгебра. 1888 г. ეს არის კარგი სახელმძღვანელო ალ-გებრაში. მასში მოცემულია თეორიული მასალა. საილუსტრაციო ერთი-ორი მაგალითი ამოხსნით. ყოველ თავს აქვს შესაბამისი სავარჯიშო მაგალითები.

პირველ რვა თავში მოცემულია მოქმედებები ერთწევრებზე, მრავალწევრებზე. დიდი ადგილი აქვს დათმობილი მრავალწევრის გაყოფას მრავალწევრზე, მრავალწევრთა უდიდესი საერთო გამყოფის, უმცირესი საერთო ჯერადის მოძებნას. შემდეგ გვხვდება ალგებრულ მოქმედე-ბები. აქვეა მოცემული მრავალწევრის ორწევრზე უნაშთოდ გაყოფის პირობა: $P(X)$Pმრავალწევრი რომ უნაშთოდ გაიყოს $(x-a)$ ორწევრზე, საჭიროა ნაშთი $R=Pn(a)=0$. მოცემულია მრავალრიცხოვანი სავარჯიშო მაგალითები.

ამ მასალაზე დღეს სკოლაში მოსწავლეს ან არაფერს, ან თითქმის არაფერს არ ეუბნებიან. ყოველ შემთხვევაში არაა სავალდებულო მასწავლებლისთვის ამ მასალის მიწოდება მოსწავლეთათვის. მასალა კი შემდგომში ძალიან საჭიროა და გამოსაყენებელი.

მე-3 თავი მთლიანად დათმობილი აქვს უწყვეტ წილადებს, რომლის სწავლებას მე-19 საუკუნის ბოლოს სკოლებში დიდი ადგილი ეკავა. ვფიქრობთ არც ახლანდელი სკოლის მოსწავლისთვის იქნება ეს მასალა უსარგებლო. მით უმეტეს, ამ საკითხს დიდი გამოყენება აქვს მრავალ სფეროში.

მე-10 თავი მიძღვნილია პროპორციებისადმი, მოყვანილია წარმოებული პროპორციები, ჰარმონიული პროპორცია:

$$\left(\frac{a-b}{b-c}=\frac{a}{c}\right).$$

ნაჩვენებია, თუ როგორ მარტივდება ამოცანების ამოხსნა წარმოებული პროპორციების დახმარებით.

სახელმძღვანელოს II განყოფილებაში ვეცნობით ერთუცნობიანი წრფივი განტოლების ამოხსნას, ამოცანებს განტოლებათა შედგენაზე. ორუცნობიან და სამუცნობიან განტოლებათა სისტემის ამოხსნის ალგებრული შეკრების, ჩასმის, შედარების ხერხებს, ასევე განუსაზღვრელი კოეფიციენტების ხერხს, რომელსაც ძალიან ეფექტურად იყენებდნენ, როგორც ორ და სამუცნობიანი, ასევე მრავალუცნობიანი სისტემების ამოხსნისათვის. ფაქტიურად ამას ბუნებრივად მივყავართ დეტერმინანტის ცნებამდე და მის გამოყენებამდე. მართლაც, ამ ხერხს ნაკლებად იყენებენ დღევანდელი ჩვენი მოსწავლეები სის-ტემების ამოხსნისათვის.

მიზანშეწონილია, მოვიყვანოთ რამდენიმე მაგალითი ამ განყოფილებიდან, საიდანაც ჩანს, თუ რა საკითხები ისწავლებოდა იმ დროის სასწავლებლებში (გიმნაზია, რეალური სასწავლებელი, სემინარია და სხვა):

ა) ამოხსენით სისტემა:

$$\begin{cases} y+z+u=a \\ z+u+x=b \\ u+x+y=c \\ x+y+z=d \end{cases}.$$

ამოხსნა. შევკრიბოთ მოცემული განტოლებები, მივიღებთ:

$$x+y+z+u=\frac{a+b+c+d}{3}.$$

გამოვაკლოთ მიღებულ განტოლებას მიმდევრობით თითოეული განტოლება, ვიპოვით *x*, *y*, *z*, *u* უცნობებს.

ზ) ამოხსენით სისტემა:

$$\begin{cases}\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}=\frac{u}{d}\\ mx+ny+pz+qu=K\end{cases}.$$

ამოხსნა.

$$\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}=\frac{u}{d}=\frac{mx+by+pz+qu}{ma+nb+pc+qd}=\frac{K}{ma+nb+pc+qd},$$

საიდანაც მივიღებთ *x*, *y*, *z*, *u* უცნობების მნიშვნელობებს.

გ) ამოხსენით სისტემა, როდესაც ის თავსებადია

$$\begin{cases}x+y=2a\\ x-y=2b\\ 4x-3y=5b+3\\ 3x+2y=2b-1\end{cases}.$$

ამოხსნა. პირველი ორი განტოლებიდან

$$x=a+b,$$
$$y=a-b.$$

ჩავსვათ ეს მნიშვნელობები მომდევნო ორ განტოლებაში:

$$a+2b=3,$$
$$3a+b=-1,$$

საიდანაც, $a=-1$, $b=2$.

ამრიგად, მოცემული სისტემა თავსებადია, როცა $a=-1$, $b=2$ და მაშინ $x=1$, $y=3$.

დ) მოცემულია სამი განტოლება ორი უცნობით:

$$\begin{cases}ax+by=c\\ a_1x+b_1y=c_1\\ mx+ny=q\end{cases}.$$

როდისაა იგი თავსებადი?

ამოხსნა. პირველი ორი განტოლებიდან

$$X=\frac{bc_1-cb_1}{a_1b-b_1a}, Y=\frac{ca_1-ac_1}{ba_1-ab_1}.$$

მაშინ მესამე განტოლება მოგვცემს:

$$m(ac_1 - cb_1) + n(ca_1 - ac_1) = q(ba_1 - ab_1) .$$

თუ ეს ტოლობა ჭეშმარიტია, მაშინ სისტემა თავსებადია.

ცხადია, მოსწავლე ასეთ საკითხებზე მუშაობით ფიქრს, აზროვნებას ეჩვევა.

სახელმძღვანელოს მესამე განყოფილებაში არის ახარისხება, რადიკალები, კვადრატული განტოლებები.

მოსწავლეებს ევალებოდათ ზეპირად სცოდნოდათ ფორმულები:

$$(a+b+c)^2, (a+b+c)^3, (a+b+c+d)^2, \sqrt{A+\sqrt{B}}, \sqrt{A-\sqrt{B}} .$$

ამავე თავშია კომბინატორიკის ელემენტები, ნიუტონის ბინომი. დიდი ადგილი აქვს დათმობილი სიმეტრიულკოეფიციენტებიან მეოთხე ხარისხის განტოლებათა ამოხსნას. მაგალითად,

$$(aX^4 + bX^3 + cX^2 + bX + a = 0$$

მაღალი ხარისხის მრავალუცნობიან განტოლებათა სისტემებს, წარმოსახვით სიდიდეებს, კუბური განტოლების ამოხსნას (კარდანოს ფორმულებს).

ჩვენი აზრით მასალა ძალიან გადატვირთულია.

IV განყოფილებაში შედის უტოლობები მცირე დოზით.

შემდეგ დიდი ადგილი აქვს დათმობილი სამწევრის უდიდესი და უმცირესი მნიშვნელობების მოძებნას და მათი საშუალებით

$$m = \frac{aX^2 + bX + c}{a_1 X^2 + b_1 X^1 + c_1}$$

წილადის უდიდესი და უმცირესი მნიშვნელობის მოძებნას. სასურველი ეს საკითხები დღესაც ისწავლებოდეს საშუალო სკოლაში.

მნიშვნელოვან საკითხებად მოგვაჩნია განუსაზღვრელი განტოლებების სწავლება იმდროინდელ სკოლაში. სახელმძღვანელოში ფართოდაა გაშუქებული ორუცნობიანი ერთი განტოლების (დიოფანტეს განტოლება) ამოხსნა. ასევე სამუცნობიანი ორი განტოლების ამოხსნა მთელ რიცხვთა სიმრავლეში. ამ მასალას ეძღვნება მთლიანად სახელმძღვანელოს ერთი თავი (გვ. 361-387).

V განყოფილებაშია არითმეტიკული და გეომეტრიული პროგრესიები, მწკრივები, ლოგარითმები. ამ განყოფილების მე-6 თავში განხილულია რთული პროცენტების გამოთვლა და ვადიანი გადასახადები, რომელთა სწავლება საშუალო სკოლაში დღევანდელი ეკონომკური საკითხების მოზღვავებისა და საჭიროების პირობებში აუცილებელიცაა. უკანასკნელ დრომდე ხომ ამ საკითხებს საშუალო სკოლის მასწავლებელი გაკვრითაც კი არ ახსენებდა.

«მთავარი და მასთან უდავო მოთხოვნილება, რომელსაც თანამედროვე სკოლა უნდა აკმაყოფილებდეს, არის მჭიდრო ორგანული კავშირის დამყარება სკოლასა და ცხოვრებას შორის. ამ თემაზე ბევრი თქმულა და ბევრიც დაწერილა პედაგოგიურ ლიტერატურაში. მაგრამ სამწუხაროდ, საკითხი, ვფიქრობთ სავსებით გადაჭრილი ჯერ კიდევ არ არის. არ არის იმიტომ, რომ ერთის მხრივ საკითხი მეტად რთულია და მეორე მხრივ – მისი ცხოვრებაში გატარება მოითხოვს კარგად მომზადებულ მასწავლებელს, ვისაც კი უმუშავია სკოლაში ან ახლა მუშაობს, ან მასთან რაიმე კავშირი აქვს, დაგვეთანხმება, რომ ხშირად სკოლაში ისეთ რამეს ასწავლიან და ისეთნაირად, რასაც ცოცხალ სინამდვილესთან, ცხოვრებასთან არავითარი კავშირი არ აქვს, ანდა ეს კავშირი ერთობ ხელოვნურია. ამით აიხსნება, რომ სკოლის ჩინებულად კურსდამთავ-რებული ცხოვრებაში ძალიან ხშირად სულ უბრალო საკითხებში ვერ ერკვევა». _ ასეთი მითითება აქვთ გაკეთებული ავტორებს, ა. ხარაბაძეს, ა. დევიძეს, ს. ლორთქიფანიძეს თავიანთი ცნობილი სახელმძღვანელოს შესავალში მასწავლებლებისათვის.

2) ა. დავიდოვის სახელმძღვანელო «ალგებრის საწყისები» მომდევნო წლებში კიდევ რამდენჯერმე დაიბეჭდა. 1909 წელს გამოვიდა ვ. თ. ნაიდენოვის მიერ გადამუშავებული, შესწორებული გამოცემა, რომლის შესავალში ნიკოლაევის საინჟინრო აკადემიის მასწავლებელი, საინჟინრო აკადემიის ინჟინერი ვ. ნაიდენოვი წერს: ამ მე-15 გამოცემაში გამოვტოვეთ ზოგიერთი თავი, რადგან ისინი ამოღებულია საშუალო სკოლის ალგებრის პროგრამიდან, მათ შორისაა: კვადრატული ფესვის წარმოდგენა უწყვეტი წილადის სახით, ნიუტონის ბინომი, მესამე და მეოთხე ხარისხის რთული განტოლებათა ამოხსნა უარყოფითი და წილადი მაჩვენებლების შემთხვევაში, მეორე ხარისხის განუ-საზღვრელი განტოლებები, მწკრივები. ხოლო ისეთი მნიშვნელოვანი საკითხები, როგორიცაა უწყვეტი წილადები, შეერთებათა თეორია, ვადიანი გადასახადები (როგორც ცხოვრებისათვის აუცილებელი საკითხები) წვრილი შრიფტის ნაცვლად დაბეჭდილია მსხვილი შრიფტით.

3) А. Давидов, Элементтарная геометрия в объеме гимназического курса, Москва, 1881 год. ეს არის გეომეტრიის სასწავლო თეორიის სახელმძღვანელო. მასში შედის როგორც პლანიმეტრია, ასევე სტერეომეტრია. მისი სტრუქტურა ასეთია: მოცემულია ფიგურათა განმარტებები, თეორემები, დამტკიცებები, ზოგიერთი ამოცანა ამოხსნებით და ბოლოს, სავარჯიშო ამოცანები. მოცემულია განყოფილება «დამტკიცება», რომელშიც თავების მითითებით ყველა თავზე არის სავარჯიშო ამოცანები გამოთვლაზე.

4) В. П. Минин, Сборник геометрическиз задач. ეს არის გეომეტრიული ამოცანათა კრებული, რომელშიც შესულია ძალიან საინტერესო, დღეისათვის ყველასათვის კარგად ცნობილი ამოცანები პლანიმეტრიიდან და სტერეომეტრიიდან, რომლებიც ითვლიან რამდენიმე ათეულ საუკუნეს (იხ. ევკლიდეს საწყისები).

საინტერესოა XI განყოფილება _ ამოცანები უდიდეს და უნცირეს მნიშვნელობებზე (№№ 667-698).

მაგალითი № 674.

რა სიმაღლეზე უნდა გავავლოთ სამკუთხედ ABC-შიAABBფუძის პარალელური DE მონაკვეთი, რომ DME სამკუთხედის ფართობი უდიდესი იყოს, სადაც M ფუძეზე მდებარე მოცემული წერტილია.

ამოხსნა:

$$AB = b\,,\ CH = h\,,\ MK = x\,,\ S_{DME} = S\,.$$

$$S = \frac{DE * MK}{2} = \frac{DE * x}{2}\,, \tag{1}$$

$$DE = \frac{b(h-x)}{h}\,.$$

ჩავსვათ (1)-ში $S = \frac{b(h-x)x}{2h}$. ე. ი. უნდა ვიპოვოთ $x(h-x)$ -ის უდიდესი მნიშ-ვნელობა. აღვნიშნოთ

$$y = (h-x)x = -x^2 + hx,$$

$$x^2 - hx + y = 0,$$

საიდანაც $X = \frac{h}{2} \pm \sqrt{\frac{h^2}{4} - y}$ -ის უდიდესი მნიშვნელობა იქნება $\frac{h^2}{4}$, მაშინ $X = \frac{h}{2}$.

ამიტომ, $S = \frac{bh}{2}$.

ფიქრისათვის საუკეთესო მასალაა. თუ გვინდა ჩვენი მოსწავლეები აზროვნებდნენ, ასეთი ამოცანები უნდა მივაწოდოთ საკმაო რაოდენობით. ცხოვრებისეული ამოცანების შერჩევის ხარჯზე უნდა ვაფიქროთ და დავაინტერესოთ.

დიდი ადგილი აქვს დათმობილი ალგებრის გამოყენებას გეომეტრიაში. ამ გან-ყოფილებაში მოცემულია ამოცანები აგებაზე:

$$x = \frac{ab}{c},\ \ x = \frac{a^2}{c},\quad x = \sqrt{a^2 + b^2}\,,\ \ x = \sqrt{a^2 - b^2}\,,\ \ x = \frac{abcd}{mnh}\,,$$

$$x = \frac{a^2 - b^2}{c}\,,\ \ x = c\sqrt{\frac{a}{b}}\,,\ \ x = \frac{a^2 + b^2}{2a - b} + \frac{a}{c}\sqrt{\frac{a^3 - 2a^2b + b^3}{a - 2b}}\,,$$

$$x = \sqrt{a^2 + \frac{b^2}{4} - a\sqrt{a^2 - b^2}}\,,\ \ x = \sqrt{a - ab^2c}\,,\ \ x = \sqrt{p^2 - q^2 + m^2 - n^2 + r^2 - g^2}\,.$$

განყოფილებაში «დამატება» მოცემულია ამოცანები, რომელთა ამოხსნაში გამოიყენება გეომეტრია და ტრიგონომეტრია. ეს ამოცანები განკუთვნილია გიმნაზიის მაღალი კლასების და რეალური სასწავლებლების მოსწავლეთათვის.

ბოლოს მოცემულია იმ ამოცანების სია, რომლებიც მოუტანიათ გამოსაშვებ გამოცდებზე რუსეთის ყველა სასწავლო ოლქის გიმნაზიებისა თუ რეალური სასწავლებლების მოსწავლეთათვის.

5) Е. Пржевальский, Прямолинейная тригонометрия и сборник тригонометрических задач. ეს არის სახელმძღვანელო, რომელშიც შედის როგორც თეორიული მასალა, ასევე ძალიან მდიდარი ამოცანათა კრებული, რომელიც დართულია ყოველი განყოფილების ბოლოს. აქ ვხვდებით სიმპსონის ფორმულებს:

$$\sin(n+1)A = 2\sin A\cos A - \sin(n-1)A,$$
$$\cos(n+1)A = 2\sin A\cos A - \cos(n-1)A,$$

საიდანაც $n=1$, $n=2$ -თვის ვღებულობთ $\sin 2A$, $\cos 2A$, $\sin 3A$, $\cos 3A$ ცნობილ ფორმულებს. ასევე დიდი ადგილი აქვს დათმობილი $\sin(A+B+C)$, $\cos(A+B+C)$ ფორმულების გამოყვანასა და გამოყენებას. გვხვდება კომპლექსური რიცხვები, n-ური ხარისხის ფესვი კომპლექსური რიცხვიდან, მუავრის ფორმულები.

სასურველია, რომ ამგვარი მასალა დღევანდელ სკოლებშიც იქნას შეთავაზებული ძლიერი მოსწავლეებისათვის.

6) К. Мазинг, Сборникъ тригонометрическихъ задачъ примененный къ курсамъ гимназій, реальныхъ училищъ и другихъ среднихъ учебныхъ заведеній, М. 1887 г. წინასიტყვაობაში ავტორი აღნიშნავს, რომ «დღემდე ბევრია რუსულ ენაზე სახელმძღვანელოები არითმეტიკაში, ალგებრაში, გეომეტრიაში. რაც შეეხება ტრიგონომეტრიას, ასე თავმოყრილი სახემძღვანელო არ გაგვაჩნია რუსულ ენაზე, მე შევეცადე გერმანულ და ფრანგულ ლიტერატურაზე დაყრდნობით გამომეცა ასეთი სახელმძღვანელო. ეს პირველი ცდაა ასეთი სახელმძღვანელოსი». მეორე 1887 წლის გამოცემა პირველისაგან განსხვავდება მხოლოდ ამოცანების სიმრავლით. დამატებულია 80 ამოცანა.

სახელმძღვანელო შედგება ორი ნაწილისაგან, 17 თავისაგან. წიგნი ძირითადად შეიცავს სავარჯიშოებს. სათაურები ყოველ თავს ისე გაშიფრულადა აქვს მორგებული, რომ ცნობილი ხდება რა თეორიული მასალაა საჭირო ამ თავში მოცემული ამოცანების და მაგალითების ამოსახსნელად.

ამ სახელმძღვანელოში (1887 წ.) განსხვავებით ამ დროისავე სხვა წიგნებისაგან გამოიყენება აღნიშვნები sin, cos, tg, cotg მაშინ როდესაც სხვა სახელმძღვანელოებში და ილია ჟღენტის წიგნშიც გამოიყენება sn, cs, tg, ctg აღნიშვნები.

ამ წიგნში დიდი ადგილი აქვს დათმობილი დამხმარე კუთხის შემოტანის საკითხს (თავი 9) ავტორი აღნიშნავს, რომ ეს საკითხი ძალიან საჭიროა და არასაკმარისადაა გადმოცემული დღეისათვის არსებულ სხვა ლიტერატურაში, არა მარტო რუსულ, არამედ საზღვარგარეთულ სახელმძღვანელოებშიც. იმის გამო, რომ დღევანდელ სკოლებშიც არ ექცევა სათანადო ყურადღება და

ვფიქრობთ, მართლაც საჭირო მასალაა დამხმარე კუთხის შემოტანა. მიზანშეწონილად მიგვაჩნია მოვიყვანოთ რამდენიმე მაგალითი:

1. გადმოვცეთ ზოგადი მეთოდი $A+B$ ჯამის ნამრავლად გარდაქმნისათვის:

ა) $A+B = A\left(1+\dfrac{B}{A}\right)$.

დავუშვათ, $\dfrac{B}{A} = \mathrm{tg}\varphi$, მაშინ,

$$A+B = A(1+tg\varphi) = \frac{A(\cos\varphi+\sin\varphi)}{\cos\varphi} = A\frac{\sqrt{2}\cos(\varphi-45^0)}{\cos\varphi}.$$

ბ) თუ A და B ერთნაირნიშნებიანებია, მაშინ $A+B = A\left(1+\dfrac{B}{A}\right)$. დავუშვათ $\dfrac{B}{A} = \mathrm{tg}^2\varphi$, მაშინ $A+B = \dfrac{A}{\cos^2\varphi}$.

გ) თუ $A > B$. მაშინ $A-B = A\left(1-\dfrac{B}{A}\right)$. დავუშვათ $\dfrac{B}{A} = \mathrm{tg}^2\varphi$, ამიტომ $A-B = A\sin^2\varphi$. თუ $A < B$, მაშინ $A-B = -A\sin^2\varphi$.

2. $x = \sqrt{a^2+b^2} = a\sqrt{1+\left(\dfrac{b}{a}\right)^2}$. თუ $\mathrm{tg}\varphi = \dfrac{b}{a}$, მაშინ $x = a\sqrt{1+tg^2\varphi} = \dfrac{a}{\cos\varphi}$.

3. $x = a\sqrt{a^2+\sin^2 A + b^2\cos^2 A} = a\sin A\sqrt{1+\dfrac{b\cos A^2}{a\sin A}}$. თუ $\dfrac{b}{a}\mathrm{cotg}A = \mathrm{tg}\varphi$, მაშინ $x = \dfrac{a\sin A}{\cos\varphi}$.

4. $x = \sqrt{a^2-b^2} = a\cos\varphi$, სადაც $\dfrac{b}{a} = \sin\varphi$ და ა. შ.

მოყვანილია კიდევ მრავალი ასეთი მაგალითი. როგორც ვხედავთ ძალიან საინტერესო მეთოდები მიეწოდებოდათ მე-19 საუკუნის ბოლოს სკოლის მოსწავლეებს, განსხვავებით დღევანდელი სკოლისაგან.

აქ მოყვანილია კვადრატული განტოლების ამოხსნა დამხმარე კუთხის საშუალებით. განვიხილოთ კვადრატული განტოლება

$$x^2 + px + q = 0.$$

ა) თუ $\dfrac{p^2}{4} > q$, მაშინ

$$\left.\begin{array}{l} x_1 = -\sqrt{q}\,\mathrm{tg}\,\dfrac{\varphi}{2} \\ x_2 = -\sqrt{q}\,\mathrm{ctg}\,\dfrac{\varphi}{2} \end{array}\right\} \sin\varphi = \frac{2\sqrt{q}}{p}.$$

ბ) თუ $\frac{p^2}{4} < q$, მაშინ

$$x_1 = -\sqrt{q}\left(\cos\varphi - \sin\varphi\sqrt{-1}\right),$$
$$x_2 = -\sqrt{q}\left(\cos\varphi + \sin\varphi\sqrt{-1}\right),$$

სადაც $\cos\varphi = \frac{p}{2\sqrt{q}}$.

ასევე განხილულია განტოლებები

$$x^2 - px + q = 0, \quad x^2 + ps - q = 0, \quad x^2 - px - q = 0.$$

დიდი ადგილი აქვს დათმობილი სამკუთხედების ამოხსნის რთულ შემთხვევებს.

7) Э. Пржевальский, Ааналитеческая геометрия на плоскости и в пространстве и сборник задач.

8) А. Фрольвъ, Аналитеческая Геометрия.

ორივე სახელმძღვანელოში მოყვანილია ანალიზური გეომეტრიის თეორიული მასალა, რომლის გაცნობიდან შეიძლება დავასკვნათ, რომ ანალიზური გეომეტრიის პროგრამა არა თუ არ ჩამოუვარდება უმაღლესი ტექნიკური სასწავლებლებისათვის განკუთვნილ პროგრამას, არამედ კიდევაც აღემატება მას.

დანარჩენი სახელმძღვანელოების აქ გარჩევა აღარ ჩავთვალეთ საჭიროდ, რადგან ი. ჟღენტის ნაშრომის განხილვისას იქნებიან ისინი მოხსენიებულნი.

ილია ოქროპირის ძე ჟღენტი და მისი სახელმძღვანელო (ზოგადი მიმოხილვა)

1889 წელს, ტფილისში, ორბელიანის ქ. № 1-2-ში მდებარე ი. მარტიროსიანცის ტიპოგრაფიაში გამოიცა სახელმძღვანელო Примьрнія рьшенія задачь по математикь (алгебры, арифметикь, приложенію алгебры кь геометріи, геометріи-элементарной и аналитической и тригонометріи), составителъ И. Жгенти. Дозволено цензурою, Тифлисъ, 27 февраля, 1889 года.

დასახელებული წიგნის გამოცემისას ავტორს, ილია ოქროპირის ძე ჟღენტს მიზნად დაუსახავს უმაღლეს სასწავლებლებში შემსვლელ ახალგაზრდებს გაუადვილოს მუშაობა, რათა მცირე დროის დანახარჯით მიიღონ უდიდესი

ცოდნა. საპროგრამო მასალის ამოცანები მრავალფეროვანია და მოცემულია სხვადასხვა კრებულსა და სახელმძღვანელოში. ამიტომ, შენიშნავს ავტორი წიგნის შესავალში «განვიზრახე თავი მომეყარა ყველაზე უფრო მნიშვნელოვანი, «დამახასიათებელი» მასალისათვის, საინტერესო ამოცა-ნებისათვის სხვადასხვა წყაროდან».

ავტორი იძლევა ყველა ამოცანისა და მაგალითის დაწვრილებით ამოხსნას. საიდანაც ჩანს მისი, როგორც მათემატიკოსის, სპეციალისტის დიდი ცოდნა, მასალაში ღრმად წვდომა, დახვეწილი პედაგოგიური მონაცემები. საჭირო მასალიდან ამოცანების, მაგალითების გემოვნებით შერჩევა შეეძლო მხოლოდ დიდი გამოცდილების მქონე პედაგოგს. ნაშრომიდან ჩანს, რომ ავტორი ძალიან კარგად იცნობდა მის მიერ გამოყენებულ ყველა იმდროინდელ სახელმძღვანელოს.

რას ნიშნავს «გემოვნებით», «კარგად» შერჩევა?

მათემატიკა მოიცავს არითმეტიკას, ალგებრას, გეომეტრიას, ტრიგონომეტრიას.

არითმეტიკა იძლევა იმ პირველდაწყებით ცოდნას რიცხვებსა და არითმეტიკულ ოპერაციებზე, რომლებიც შემდგომში მათემატიკის უფრო აბსტრაქტულ სფეროებში გვესაჭიროება. იგი ცოდნის ის სფეროა,რომელიც ერთგვარ სამანიპულაციო საშუალებადაც კი შეგვიძლია გამოვიყენოთ მთელი მათემატიკისათვის. ცხადია იგი ძირითადად საშუალო სკოლის კედლებში უნდა აითვისოს მოსწავლემ. აქვე უნდა აღვნიშნოთ, რომ უმაღლეს სკოლაში შემსვლელთათვის განკუთვნილ სახელმძღვანელოში ამ საკითხების შეტანა არაპედაგოგიურად მიგვაჩნია, რადგანაც, თუ საშუალო სკოლის კურსდამთავ-რებულმა ყოველგვარი განმეორების გარეშე არ იცის არითმეტიკა და საჭიროებს მის თავიდან შესწავლას, მან უმაღლეს სასწავლებელში შესვლის სურვილი უნდა გადასინჯოს და თუ მაინც სურს მეცნიერებას დაეუფლოს, საშუალო სკოლის პროგრამა უნდა უფრო სრულყოფილად აითვისოს. სკოლა საჭიროებს ავტორიტეტს და მის ამაღლებაზე უნდა იზრუნოს ნებისმიერმა ადამიანმა, ვისთვისაც მნიშვნელოვანია თავისი ქვეყნის მომავალი. ილია ჟღენტის აღნიშნულ სახელმძღვანელოში სრულიად სამართლიანად, პე-დაგოგიური მიგნებით არაა შეტანილი «არითმეტიკა» ცალკე განყოფილებად. ხოლო რაც შეეხება ალგებრას, გეომეტრიასა და ტრიგონომეტრიას, ამოცანების შერჩევაში ყველგან იგრძნობა ცნებითი აზროვნებისა და წარმოსახვის უნარის სიღრმის აუცილებლობის მოთხოვნა.

მე-19 საუკუნის ბოლოს არ არსებობდა იმ ტიპის წიგნი, რომელსაც შეეძლო დიდი დახმარება გაეწია როგორც რეალური სასწავლებლის, გიმნაზიისა და დამამთავრებელი კლასების მოსწავლეებისათვის, ასევე დამწყები, ჯერ კიდევ გამოუცდელი მასწავლებლებისათვის, რადგან ავტორი იძლევა კარგად შერჩეული ყველა ამოცანისა და მაგალითის დაწვრილებით ამოხსნას. წიგნი ტიპოგრაფიულად მაღალ დონეზეა გამოცემული. განსაკუთრებით შთამბეჭდავია შავ ფონზე თეთრი ნახაზები.

წიგნი შედგება ექვსი ძირითადი განყოფილებისაგან, შეიცავს 426 გვერდს. მისი სტრუქტურა ასეთია:

I განყოფილება

1. უწყვეტი წილადები
2. უწყვეტ წილადებთან დაკავშირებული ამოცანები
3. მრავალწევრის დაშლა მამრავლებად
4. პროპორციებთან დაკავშირებული ამოცანები
5. ერთ და მრავალუცნობიანი I და II ხარისხის განტოლებები
6. არითმეტიკული პროგრესია
7. გეომეტრიული პროგრესია
8. განუსაზღვრელი განტოლებები
9. წარმოსახვითი განტოლებები
10. ლოგარითმები. რთული პროცენტები. ვადიანი გადასახადები, მაჩვენებლიანი განტოლებები
11. შეერთებები და ნიუტონის ბინომი
12. მწკრივები და განუსაზღვრელი კოეფიციენტები
13. მაქსიმალური და მინიმალური მნიშვნელობები

II განყოფილება

1. სამმაგი წესები
2. ამხანაგობის წესები
3. პროცენტების წესები
4. ჯაჭვური წესები
5. შერევის წესები
6. ამოცანები მეტალთა შენადნობებზე
7. თამასუქების აღრიცხვის ამოცანები
8. რთული ამოცანები

III განყოფილება

1. ალგებრის გამოყენება გეომეტრიის ამოცანების ამოხსნისათვის

IV განყოფილება _ ელემენტარული გეომეტრია

1. სწორი ხაზები. პარალელური წრფეები, სამკუთხედები. წრე და წრეწირი. მონაკვეთთა პროპორციულობა. სწორხაზოვანი ფიგურების მსგავსება. პროპორციული მონაკვეთები წრეში
2. წესიერი მრავალკუთხედები
3. სწორხაზოვანი ფიგურებისა და წრის ფართობები
4. მრავალწახნაგა სხეულები
5. ბრუნვითი სხეულები
6. ამოცანები სტერეომეტრიის სხვადასხვა განყოფილებაზე
7. ამოცანები, რომლებიც ითხოვენ ტრიგონომეტრიის გამოყენებას

V განყოფილება _ ანალიზური გეომეტრია

1. ანალიზური გეომეტრიის ამოცანების ამოხსნისათვის საჭირო ფორმულები (საცნობარო მასალა)
2. წრფე
3. წრეწირი
4. ელიფსი
5. ჰიპერბოლა
6. პარაბოლა
7. კოორდინატთა გარდაქმნა
8. 2-რიგის მრუდების გამოკვლევა
9. ცენტრის მქონე მრუდების ცენტრების მოძებნა
10. ცენტრის არმქონე მრუდების სიმეტრიის ღერძის მოძებნა
11. მრუდების ზოგადი გამოკვლევა
12. მხები. ნორმალი. მხებქვეშა. ნორმალქვეშა
13. წერტილთა გეომეტრიული ადგილის განტოლებების შედგენა

VI განყოფილება _ ტრიგონომეტრია

1. კუთხეთა გაზომვა
2. ტრიგონომეტრიული სიდიდეები
3. ერთი ტრიგონომეტრიული სიდიდის მეორით შეცვლა (დაყვანის ფორმულები)

4. მოცემული გამოსახულების გამარტივება
5. ტრიგონომეტრიული სიდიდის განსაზღვრა კუთხეთა (რკალების) ალგებრული ჯამით
6. ნახევარი კუთხის ტრიგონომეტრიული სიდიდეები
7. სალოგარითმო სახეზე დაყვანის ფორმულები
8. მართკუთხა სამკუთხედების ამოხსნა
9. ირიბკუთხა სამკუთხედების ამოხსნა
10. უწყვეტი წილადების გამოყენება ლოგარითმების გამოთვლაში

წიგნში სულ ამოხსნილია 565 ამოცანა და მაგალითი, მათ შორის:

1. ალგებრული ამოცანა
2. გეომეტრიული ამოცანა პლანიმეტრიიდან
3. გეომეტრიული ამოცანა სტერეომეტრიიდან
4. გეომეტრიული ამოცანის ამოხსნა ტრიგონომეტრიის გამოყენებით
5. ალგებრული განტოლება

   მათ შორის:

   ა) წრფივი, კვადრატული

   ბ) ირაციონალური

   გ) მაჩვენებლიანი

   დ) ლოგარითმული
6. განტოლებათა სისტემა
7. განუსაზღვრელ განტოლებებთან დაკავშირებული ამოცანები
8. ტრიგონომეტრიული მაგალითები და ამოცანები
9. ანალიზური გეომეტრია

წიგნი, უმაღლეს სასწავლებელში შემსვლელთათვის განკუთვნილი წიგნის შესაფერისად, მოიცავს ამოხსნილ ამოცანებსა და მაგალითებს, მაშინ, როდესაც ამოცანებისა და მაგალითების საერთო რაოდენობა 600-მდეა. წიგნის ამგვარი შედგენა აბიტურიენტს აიძულებს მაგალითებისა და ამოცანების ამოხსნაში დახელოვნებისათვის ძირითადად მიმართოს სასკოლო სახელმძღვანელოებს.

სასკოლო სახელმძღვანელოებზე განმეორებითი მუშაობის მოთხოვნის აუცილებლობა, რასაც მოითხოვს უმაღლეს სასწავლებლებში შემსვლელთათვის განკუთვნილ სახელმძღვანელოზე მუშაობა, ამართლებს ამ უკანასკნელის დანიშნულებას _ იგი უნდა იყოს არა იზოლირებული, დამოუკიდებელი და რაღაც ცალკე არსებული, არამედ აგრძელებდეს და

ავსებდეს სასკოლო სახელმძღვანელოებს. რომ მათ შორის დამყარდეს არა მარტო ობიექტური კავშირი, არამედ განმტკიცდეს სუბიექტური კავშირებიც. ფსიქოლოგიური თვალსაზრისით ისინი უნდა ქმნიდნენ სასწავლო პროცესის ერთ მთლიან მონაკვეთს. ამ მხრივ ილია ჟღენტის სახელმძღვანელო საყურადღებოა და ანგარიშგასაწევი მომავალი თაობების მიერ. პირველ რიგში, როგორც პედაგოგიურად გამართლებული და მისაღები.

ალგებრა ილია ჟღენტის სახელმძღვანელოში

(უწყვეტი წილადები. პოლინომები. მწკრივები. პროგრესიები. კომბინატორიკა)

უწყვეტი წილადები

ავტორს დაწვრილებით აქვს აღწერილი უწყვეტი წილადები:

$$X = a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{d + \cdots}}} = \frac{1}{(a, b, c, d, \ldots)}$$

$$\text{ან} \quad Y = \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{d + \cdots}}} \quad \text{ან} \quad Z = a + \cfrac{m}{n + \cfrac{p}{q + \cfrac{c}{t + \cdots}}}.$$

მოცემული აქვს სასრულო და უსასრულო უწყვეტი წილადების ცნება. ნაჩვენებია, რომ ყოველი სასრული უწყვეტი წილადი შეიძლება წარმოვიდგინოთ ჩვეულებრივი წილადის სახით. რომ ყოველი $\frac{A}{B}$ სახის რაციონალური წილადი შეიძლება გარდავქმნათ უწყვეტ წილადად.

შემდეგ განმარტებულია უწყვეტი წილადის მიახლოება. დამტკიცებულია თეორემა, რომ ყოველი მიახლოება მიიღება წინა მიახლოების მრიცხველის და მნიშვნელის გამრავლებით ამ მიახლოების მნიშვნელზე და მიღებულ ნამრავლზე კიდევ ერთით წინა მიახლოების წევრების დამატებით. ე. ი.

$$X_1 = a\,, \quad X_2 = \frac{ab+1}{b}, \quad X_3 = \frac{(ab+1)c + a}{bc+1}.$$

დამტკიცებულია მიახლოებათა თვისებები. ნაჩვენებია უწყვეტი წილადების გამოყენებით ორუცნობიანი განუსაზღვრელი განტოლების ამონახსნების ერთი წყვილის მოძებნა. კვადრატული ფესვის ამოღება. განტოლებათა სისტემის ამოხსნა. ლოგარითმის მოძებნა. მრავალწევრის დაშლა მარტივ მამრავლებად.

პირველ რიგში დასმულია საკითხი: დავშალოთ მამრავლებად

$$X^6 - Y^6, X^5 + Y^5, Y^m - 1, \left(a^2 + 4a + 2\right)^2 - 4, p^4 - p^2 + 1, \ldots,$$

რომლებიც ამოხსნილი აქვს დაწვრილებით. რის შემდეგ ავტორს მოჰყავს უფრო რთული, მრავალფეროვანი და მრავალრიცხოვანი მაგალითები ამოხსნებით (თ. ბიჩკოვის სახელმძღვანელოდან, გვ. 77).

სახელმძღვანელოში ყურადღებაა გამახვილებული სახელმძღვანელოთა სახეებზე, მათ თავისებურებებსა და დანიშნულებაზე.

სასკოლო სახელმძღვანელოში ისე უნდა დალაგდეს მასალა, რომ მან უზრუნველყოს მოსწავლის შემეცნებითი პროცესის სრულყოფა, აღუძრას ინტერესი ამა თუ იმ მეცნიერებისადმი, დაეხმაროს სწავლების უნარ-ჩვევების გამომუშავებაში და სხვა. უმაღლესში შემსვლელთათვის გათვალისწინებულმა სახელმძღვანელოებმა კი განმეორებისა და ცოდნის განმტკიცების ფუნქცია უნდა შეასრულოს.

ცხადია, თავ-თავისი მისიიდან გამომდინარე, ეს სახელმძღვანელოები შინაარსობრივადაც უნდა განსხვავდებოდნენ. თუ სასკოლო სახელმძღვანელოში მასალა პროგრამის თანმიმდევრობის შესაბამისადაა დალაგებული, უმაღლესში შემსვლელთათვის გათვალისწინებულ სახელმძღვანელოებში გვხვდება ისეთი ამოცანები და მაგალითები, რომლებიც მოითხოვენ ცოდნას სხვადასხვა სფეროდან. მაგალითად, თუ სასკოლო სახელმძღვანელოში მრავალწევრთა მამრავლებად დაშლა იწყება $X^2 - Y^2$, $X^3 - Y^3$ და ა. შ., უმაღლესში შემსვლელთათვის ილია ჟღენტის სახელმძღვანელოში მოცემულია $X^5 + Y^5$, $X^6 - Y^6$, $Y^m - 1$, რადგანაც აღნიშნულ მაგალითებში უკვე მხოლოდ მოწმდება და მტკიცდება ცოდნა მარტივ მამრავლებად დაშლის შესახებ.

პროპორციები

ავტორს შესავალში თავმოყრილი აქვს საჭირო წარმოებული პროპორციები, რომლებსაც შემდგომში ხშირად და წარმატებით იყენებს.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

1) $\dfrac{a+b}{b} = \dfrac{c+d}{d}$;   2) $\dfrac{a+c}{a-c} = \dfrac{b+d}{b-d}$;

3) $\dfrac{a \pm b}{c \pm d} = \dfrac{a}{c} = \dfrac{b}{d}$;   4) $\dfrac{a+c}{b+d} = \dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$;

5) $\dfrac{a+b}{a-b} = \dfrac{c+d}{c-d}$;   6) $\dfrac{ap}{bp} = \dfrac{cr}{dr}$;

7) $\dfrac{a^n}{b^n} = \dfrac{c^n}{d^n}$;   8) $\dfrac{a \pm pb}{b} = \dfrac{c \pm pd}{d}$;

9) $\dfrac{a \pm b}{a} = \dfrac{c \pm d}{c}$;   10) $\dfrac{am+bn}{ap+bq} = \dfrac{cm+dn}{cp+dq}$;

11) $\frac{am \pm cn}{bm \pm dn} = \frac{am}{bm} = \frac{cn}{dn} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{q}{h}$ თანაფარდობიდან ვღებულობთ პროპორციებს:

12) $\frac{a \pm c \pm e \pm g}{b \pm d \pm f \pm h} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \cdots$.

$\frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \cdots$ ტოლი შეფარდებიდან გვექნება:

13) $\frac{a + a_1 + a_2 + \cdots}{n} : \frac{b + b_1 + b_2 + \cdots}{n} = \frac{a}{b}$;

14) $\frac{a^m + a_1{}^m + a_2{}^m + \cdots}{b^m + b_1{}^m + b_2{}^m + \cdots} = \frac{a^m}{b^m} = \frac{a}{b}$;

15) $\frac{pa^m + qa_1{}^m + sa_2{}^m + \cdots}{pb^m + qb_1{}^m + sb_2{}^m + \cdots} = \frac{a^m}{b^m} = \frac{a}{b}$;

16) $\frac{\sqrt[m]{a^m + a_1{}^m + a_2{}^m + \cdots}}{\sqrt[m]{b^m + b_1{}^m + b_2{}^m + \cdots}} = \frac{a}{b}$.

ამის შემდეგ ა. დავიდოვის სახელმძღვანელოდან გვერდებისა და ნომრების მითითებით მოცემული აქვს სირთულის მიხედვით დალაგებული, გასაგებად ამოხსნილი მაგალითები. მათ შორის ზოგიერთს, ჩვენი აზრით, შედარებით უფრო საინტერესოს, მოვიყვანთ ავტორისეული ინტერპრეტაციით.

1) № 4, გვ. 100. აჩვენეთ, რომ

$$\left(a^2 - b^2\right):\left(b^2 - c^2\right) = \left(a^2 + b^2\right):\left(b^2 + c^2\right)$$

პროპორციიდან გამომდინარეობს, რომ b არის a და c-ს საშუალო პროპორციული.

2) № 5, გვ. 100. აჩვენეთ, რომ $a : b = c : d$ პროპორციიდან გამომდინარეობს პრო-პორცია:

$$\left(a + c\right):\left(b + d\right) = c^2 b : ad^2 .$$

ამოხსნა. $a : b = c : d$ პროპორციიდან, ერთის მხრივ, $ad = bc$ ანუ $\frac{bc}{ad} = 1$, მეორეს მხრივ, $\left(a + c\right):\left(b + d\right) = c : d$, ამიტომ $\frac{a + c}{b + d} = \frac{c}{d} * \frac{bc}{ad} = \frac{c^2 b}{ad^2}$.

3) № 6, გვ. 100. აჩვენეთ, რომ $\frac{a_1 + a_2 x}{a_2 + a_3 y} = \frac{a_3 + a_1 x}{a_1 + a_2 y} = \frac{a_2 + a_3 x}{a_3 + a_1 y}$ პროპორციებში ყო-ველი წინა წევრის შეფარდება მის მომდევნოსთან ტოლია $\frac{1 + x}{1 + y}$ შეფარდების.

ამოხსნა. მე-13 წარმოებული პროპორციის გამოყენებით და მარტივი გარდაქმნებით მივიღებთ დასამტკიცებელ ტოლობას.

ილია ჟღენტს შემდეგ მოყავს საინტერესო მაგალითები ალგებრული წილადების შეკვეცაზე თ. ბოჩკოვის სახელმძღვანელოდან № 700-703, 716, 717, რომლებსაც მკითხველს აწვდის ძალიან დაწვრილებითი ამოხსნით, რაც ბუნებრივია, უადვილებდა მუშაობას როგორც მოსწავლეს, ასევე იმდროინდელ მასწავლებელსაც.

პირველი და მეორე ხარისხის
ერთი და მრავალუცნობიანი განტოლებები და სისტემები

ამ ნაწილში ვხვდებით ერთუცნობიან წრფივ, კვადრატულ, ირაციონალურ განტოლებებს და სისტემებს. ამოცანებს, რომელთა ამოხსნა მოითხოვს განტოლების ან განტოლებათა სისტემის შედგენას. ავტორის მიერ შერჩეული მასალის დალაგებიდან ვგრძნობთ, რომ უმაღლეს სასწავლებელში შემსვლელს მოეთხოვებოდა მასალის არა მექანიკური, გაწვრთნილი ცოდნა, არამედ მთელი განვლილი მასალის კომპლექსში მოყვანა.

წიგნში გარჩეული მაგალითებიდან ამოხსნების გარეშე მოვიყვანთ ზოგიერთ მათგანს, რათა ვაჩვენოთ ავტორის დამოკიდებულება და მისი გემოვნება გასამეორებლად საჭირო მასალის შერჩევისას.

ერთუცნობიანი განტოლებები:

- $\frac{1}{x-a}+\frac{1}{x-b}+\frac{1}{x-c}=0$ (ბერტრანი, № 55, გვ. 335).
- $\frac{3}{2\left(x^2-1\right)}-\frac{1}{4\left(x+1\right)}+\frac{1}{8}=0$ (ბერტრანი,№32, გვ. 334).
- $x^8+1=0$ (ა. მინინი, № 83).

ირაციონალური განტოლებები:

- $\sqrt{1-\sqrt{x-x^2}}=x-1$ (ბერტრანი, № 62, გვ. 336).
- $\frac{1-ax}{1+ax}\sqrt{\frac{1+bx}{1-bx}}=1$ (ბერტრანი, № 63, გვ. 336).
- $\frac{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}}=\sqrt{b}$ (ბერტრანი,№64, გვ. 336).
- $\frac{1}{1-\sqrt{1-x^2}}-\frac{1}{1+\sqrt{1-x^2}}=\frac{\sqrt{3}}{x-2}$ (ბერტრანი, № 68, გვ. 336).

ყველა ეს მაგალითი დღეისათვისაც კარგადაა ცნობილი.

ალგებრულ განტოლებათა სისტემები:

- $\begin{cases} \dfrac{x}{29}+\dfrac{y}{29z}=\dfrac{1}{6} \\ \dfrac{1}{34}\left(y+\dfrac{x}{z}\right)=\dfrac{1}{6} \\ x+y+z=115 \end{cases}$ (ა. მინინი, ვ. არბუზოვი, დ. ნაზაროვი, № 102).

- $\begin{cases} x(x+y+z)=a \\ y(x+y+z)=b \\ z(x+y+z)=c \end{cases}$ (კ. მაზინგი, № 6).

ამოხსნა. სამივე განტოლების შეკრება მოგვცემს:

$$x+y+z=\sqrt{a+b+c}\,. \qquad (1)$$

პირველი განტოლების მეორე და მესამეზე თანმიმდევრული გაყოფით მივიღებთ:

$$y=\frac{bx}{c},\, z=\frac{cx}{a}\,,$$

რომელთა ჩასმა (1)-ში მოგვცემს X-ს, რის შემდეგაც ვიპოვით Y და Z.

- $\begin{cases} x+y=7 \\ u+x=3 \\ x+u^2=8 \\ y+v^2=4 \end{cases}$ (ა. მინინი, № 41).

- $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=a \\ \dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{z}=b \\ \dfrac{1}{v}+\dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{x}=c \\ \dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{v}=d \end{cases}$ (ა. დავიდოვი, № 35).

საჭიროა შევნიშნოთ, რომ დღევანდელი მოსწავლე ოთხუცნობიან განტოლებათა სისტემას, მით უმეტეს ზემოთმოხსენიებულთა ანალოგიურს, რომელთა ამოხსნა არასტანდარტული ხერხების მოფიქრებას მოითხოვს, საერთოდ ვერ შეძლებს. მით უმეტეს, რომ აღნიშნული საკითხები საერთოდ არ გვხვდება თანამედროვე სახელმძღვანელოებში. ჩვენი აზრით, ძლიერ მოსწავლეს მაინც უნდა მიეცეს ისეთი ამოცანები, რომელთა ამოხსნა არასტანდარტულ ხერხებს მოითხოვს, რადგან სწორედ ასეთი ამოცანები ავითარებს ლოგიკურ აზროვნებას და მათი ამოხსნა ბავშვის ცნებითი ანუ ვერბალური აზროვნების გამოვლენაა.

ისეთი მაგალითებისა და ამოცანების ამოხსნა, რომელთა მსგავსი არ შეგვხვედრია, მაგრამ გარკვეული ცოდნის საფუძველზე, მათზე მანიპულირების შემთხვევაში იგი ამოხსნადია და ამ ამოხსნას ვაგნებთ, დადასტურებაა იმისა, რომ მოსწავლეს გააჩნია სიღრმისეული აზროვნების უნარი. სწორედ ასეთი ამოცანები აყალიბებენ ახლის მიგნების ჩვევასა და უნარებს.

ილია ჟღენტის სახელმძღვანელოში გვხვდება აღმზრდელობითი ხასიათის ამოცანები. ისეთი ამოცანები, რომლებიც ყურადღების მნიშვნელობის შეგონებას იწვევს, რომლებიც შეცდომების პოვნის გზებსა და ხერხებზე მიანიშნებს (დაშვების, გამორიცხვის, ანალოგიის და ა. შ. მეთოდები).

მიგვაჩნია, რომ ასეთი ამოცანების პედაგოგიური მნიშვნელობა მეტად ღირებულია და ყურადსაღები თანამედროვეობისათვის. ავტორს შერჩეული და ამოხსნილი აქვს საინტერესო ამოცანები, რომელთაგანაც ზოგიერთით დავკმაყოფილდებით. მათი ამოხსნა მოცემულია 31-55 გვერდებზე.

ამოცანა I (მაზინგი). მოსწავლემ გადაამრავლა ორი რიცხვი, რომელთაგან ერთი მეტია მეორეზე 158-ით. დაასრულა რა გამრავლება, შეუდგა შემოწმებას, ნამრავლის გაყოფით უდიდეს რიცხვზე. ნაშთში მიიღო 430, განაყოფში _ 575, რითაც დაასკვნა, რომ შეცდომა დაუშვა გამრავლებაში. გადაათვალიერა გამოთვლები და შეცდომა იპოვა შეკრებაში. კერძოდ, ათასეულების თანრიგში ციფრი 9 ჩათვალა 2-იანად. იპოვეთ თითოეული თანამამრავლი.

ამოხსნა. პირველ რიგში გავიგოთ, რამდენ ერთეულში დაუშვა მოსწავლემ შეცდომა $9000-2000=7000$. თუ პირველ თანამამრავლს აღვნიშნავთ X-ით, მეორე იქნება $X+158$. შევადგენთ განტოლებას: $X(X+158)=(X+158)\cdot 575+430=7000$, საიდანაც $X=585$, $X+158=743$.

ამოცანა II (ვ. არბუზოვი, ა. მინინი, დ. ნაზაროვი, № 210). 125 ლიტრი ტევადობის ჭურჭელში ასხია ღვინო. გადმოასხეს რამდენიღაც ლიტრი ღვინო და იგი შეავსეს წყლით. ჭურჭლიდან კვლავ გადმოასხეს იმავე რაოდენობის ნარევი და კვლავ წყლით შეავსეს. შემდეგ კვლავ გადმოასხეს იმავე რაოდენობის ნარევი, რის შემდეგაც ჭურჭელში დარჩა 27 ლიტრი ღვინო. რამდენ ლიტრ ღვინოს ასხამდნენ თითოეულ ჯერზე.

ეს ამოცანა საკმაოდ პოპულარულია და თანამედროვე გამოცემებშიც ხშირად გვხვდება [30], [41].

ამოცანა III (ვ. არბუზოვი, № 11). ავზში გაყვანილია სამი მილი. I და II მილის ერთად მოქმედებით ავზი ივსება 30 წუთში. I და III-ის ერთად მოქმედებით – 60 წუთში. ხოლო II და III-ის ერთად მოქმედებით – 37,5 წუთში. რამდენ წუთში აივსება ავზი თითოეული მილის ცალკე მოქმედებით?

ესეც ცნობილი ამოცანაა დღეისათვის ([41] . . . 3.257 – 3.260). გამარტივებული ფორმით კიდევ უფრო ცნობილია ([30] . . . №9, 145; [41] . . . 3.238 . . . 3.245).

ამოცანა IV (ა. მინინი). იპოვეთ სამნიშნა რიცხვი. თუ მისი ციფრთა ჯამია 70. შუა ციფრის კვადრატი 11-ით ნაკლებია კიდურა წევრების გაორკეცებულ ნამრავლზე. და ბოლოს, თუ საძიებელ რიცხვს დავუმატებთ 297-ს, მივიღებთ იმავე ციფრებით, შებრუნებული მიმდევრობით ჩაწერილ რიცხვს.

ამოცანა V (ა. მინინი). იპოვეთ ოთხნიშნა რიცხვი, თუ პირველი ორი ციფრის ჯამი, ისევე როგორც მომდევნო ორის ჯამი 7-ის ტოლია. ერთეულების რიცხვი ორჯერ ნაკლებია ათეულებზე. მოცემული რიცხვისა და იმავე ციფრებით, შებრუნებული მიმდევრობით ჩაწერილი რიცხვის ჯამი 1818-ის ტოლია.

ვხედავთ, რომ ესენიც დღეისათვის კარგად ცნობილი ამოცანებია, მხოლოდ გამარტივებული ფორმით მოღწეული ჩვენამდე, რადგან დღეს ასეთ ამოცანებში ორნიშნა რიცხვებს არ ვცილდებით ([41] . . . 3. 207-225; [30] . . . 10.85-10.89, 10.259-268) იგრძნობა ამოცანების გამარტივების ტენდენცია.

როგორც ვხედავთ, ი. ჟღენტის სახელმძღვანელოში მოცემული ალგებრული ამოცანები განტოლების ან განტოლებათა სისტემის შედგენაზე, უფრო ღრმა აბსტრაქტულ აზროვნებას მოითხოვს. ვიდრე თანამედროვე სახელმძღვანელოებში შეტანილი ამოცანები.

ამოცანებისა და მაგალითების გამარტივების ტენდენცია ცხადია, უნდა დაძლეულ იქნას. რადგან შემეცნებითი ინტერესი აბიტურიენტის ასაკის შესაბამისად, მიმართულია იმ კავშირებისკენ, რომლებიც სინამდვილის ცალკეულ მოვლენათა შორის არსებობს, რომელიც არათვალსაჩინოა, ზოგადია, აბსტრაქტულია.

მაშ, მივცეთ გასაქანი და ასპარეზი აბიტურიენტთა ამ სწრაფვას.

არითმეტიკული პროგრესია

ამ ნაწილში ავტორს გარჩეული აქვს 6 ამოცანა. ჩამოვთვალოთ ზოგიერთი მათგანი, რომლებსაც ავტორი მკითხველს დაწვრილებით, ახსნა-განმარტებებით მიაწვდის.

1. სამნიშნა რიცხვის ციფრები, რომელთა ჯამი 9-ის ტოლია, ადგენენ არითმეტიკულ პროგრესიას. უკანასკნელი ციფრის ნამრავლი პირველი ორის ჯამზე 20-ს უდრის. ვიპოვოთ სამნიშნა რიცხვი (ა. მინინი, № 4).

ვხედავთ კვლავ სამნიშნა რიცხვებზე მუშაობენ.

2. მოცემულია t რაოდენობის სხვადასხვა არითმეტიკული პროგრესია. მათი პირველი წევრები თავის მხრივ ქმნიან არითმეტიკულ პროგრესიას, რომლის პირველი წევრია a, სხვაობა d. მოცემული პროგრესიების სხვაობებიც თავის მხრივ ქმნიან არითმეტიკულ პროგრესიას, რომლის პირველი წევრია a. ხოლო სხვაობა δ. იპოვეთ მოცემული t პროგრესიის შეკრებით მიღებული

პროგრესიის ზოგადი წევრისა და n წევრთა ჯამის ფორმულა (ა.მინინის სახ., № 6). ამოხსნა გვაქვს:

$$a, a+a, \ldots$$
$$a+d, a+d+a+\delta, \ldots$$
$$a+2d, a+2d+a+2\delta, \ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$a+b(t-1), a+d(t-1)+a+\delta(t-1), \ldots$$

საძიებელი პროგრესიის პირველი წევრია:

$$S_1 = [2a + b(t-1)] * \frac{t}{2},$$

მეორე წევრია:

$$S_2 = [2(a+a) + (d+\delta)(t-1)] * \frac{t}{2}.$$

შედგენილი პროგრესიის სხვაობა იქნება:

$$S_2 - S_1 = \frac{t}{2}[2a + \delta(t-1)];$$

მისი უკანასკნელი წევრია:

$$U_n = [2a + d(t-1)]\frac{t}{2} + \frac{t}{2}[2a + \delta(t-1)(n-1)] = (a + a(n-1))t + \frac{(t-1)t}{2}(d + \delta(n-1)).$$

წევრთა ჯამი კი იქნება:

$$S_n = \frac{n}{2}\left\{[2a + d(t-1)]\frac{t}{2} + (a + a(n-1))t + (t-1)\frac{1}{2}[d + \delta(n-1)]\right\} =$$
$$= \frac{nt}{2}\left\{2a + (n-1)a + \frac{t-1}{2}[2d + \delta(n-1)]\right\}.$$

შენიშვნა. ამ ამოცანის გამარტივებულ ვარიანტს მოგვიანებით კიდევ ვხვდებით. (ლარიჩევი, № 752).

ამოცანა. მამა თითოეულ თავის შვილს მისი დაბადების დღეს, დაწყებული ხუთი წლიდან, საჩუქრად აძლევს იმდენ წიგნს, რამდენი წლისაც არის შვილი. ხუთი შვილის წლოვანებათა რიცხვი შეადგენს არითმეტიკულ პროგრესიას, რომლის სხვაობაა 3. რამდენი წლის იყო თითოეული შვილი, როდესაც მათი ბიბლიოთეკა 325 წიგნისაგან შედგებოდა.

მოსწავლეთა დიდი ნაწილი ამ ამოცანას ასე ხელოვნურად ხსნის: ვთქვათ ბავშვების წლოვანებებია 5, 8, 11, 14, 17. მათ მიერ დაგროვილი წიგნების რაოდენობა იქნება:

5	26	56	95	
6	9	12	15	
7	10	13	16	$5+26+56+95+143=325$
8	11	14	17	
26	56	95	143	

ე. ი. წლოვანებებია: 5, 8, 11, 14, 17 (განხილულია აგრეთვე ა. მინინის და ა. დავიდოვის სახელმძღვანელოდან სხვა ამოცანები, რომლებიც დღესაც გამოიყენება).

გეომეტრიული პროგრესია

აქ მხოლოდ ზოგიერთი ამოცანის ჩამოთვლით შემოვიფარგლებით. დავრწმუნდებით, რომ ზოგიერთი ამოცანა დღესაც შედის ჩვენს სახელმძღვანელოებში. ზოგიერთს კი, ალბათ მისი სირთულის გამო, აღარ ვხვდებით. კვლავ ვხედავთ ბავშვებისათვის საფიქრალი, სააზროვნო ამოცანების «წართმევით», სწავლების გაიოლების ტენდენციას.

1. 1-სა და 4826809-ს შორის ჩასვით 5 საშუალო გეომეტრიული წევრი (ა. მინინი, № 56).

2. შევადგინოთ 9 წევრისაგან შედგენილი გეომეტრიული პროგრესია, რომლის კიდურა წევრების ნამრავლია 164025, ხოლო მე-3 და მე-5 წევრთა ჯამია 450 (ა. მინინი, № 61).

3. იპოვეთ 5 რიცხვი, რომლებიც ქმნიან გეომეტრიულ პროგრესიას, პირველი ოთხი წევრის ჯამია 15, უკანასკნელი ოთხის ჯამი კი 30-ის ტოლია (ა. მინინი, № 123).

4. იპოვეთ იმ 9 წევრიანი გეომეტრიული პროგრესიის პირველი წევრი და მნიშვნელი, რომელშიც კიდურა წევრების ნამრავლია 321489, მე-4 და მე-6 წევრთა ჯამი კი _ 1890 (ა. მინინი, № 118).

5. იპოვეთ 4 წევრი, რომელთაგან პირველი სამი ქმნის გეომეტრიულ პროგრესიას, უკანასკნელი სამი _ არითმეტიკულ პროგრესიას. კიდურა წევრების ჯამია 14, შუა წევრების ჯამი კი _ 12 (კ. მაზინგი, № 59; ს. თოფურია, 11.193).

ეს შედარებით მარტივი ამოცანაა. იგი დღემდე შემოგვრჩა, მაშინ როდესაც მე-3 ტიპის ამოცანები აღარ გვხვდება თანამედროვე სახელმძღვანელოებში.

6. იპოვეთ $\sqrt{\frac{3}{2}}+\sqrt{\frac{2}{3}}+\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}+\cdots$ უსასრულოდ კლებადი გეომეტრიული პროგრესიის წევრთა ჯამი (ა. დავიდოვი, № 12; ს. თოფურია, 11.202).

7. 3-სა და 19683-ს შორის ჩასვით 7 საშუალო გეომეტრიული წევრი, მისი მეხუთე წევრი გაყავით $x^2-9x+20=0$ განტოლების ფესვების პროპორციულ ნაწილებად (კ. მაზინგი, № 60).

8. ერთი მუშა რამდენიღაც დღეში ღებულობს იმდენ ფრანკს, რამდენი ერთეულიცაა იმ უსასრულოდ კლებადი გეომეტრიული პროგრესიის წევრთა

ჯამში, რომლის მესამე წევრია 12, მეხუთე წევრი კი _ 3. მეორე მუშამ, რომელმაც იმუშავა 6 დღით ნაკლები პირველზე, მიიღო 54 ფრანკი. თუ მეორე მუშა იმუშავებდა იმდენ დღეს, რამდენსაც მუშაობდა პირველი, ხოლო პირველი მასზე 6 დღით ნაკლებს, მაშინ ისინი მიიღებდნენ ტოლ თანხას. რამდენ დღეს მუშაობდა თითოეული მუშა და რა თანხას ღებულობდა თითოეული მათგანი (ა. მინინი, № 166).

ამოხსნა: 1) $xq^2 = 12$ (x პროგრესიის პირველი წევრია, q _ მნიშვნელი).

2) $xq^4 = 3$, საიდანაც $q = \frac{1}{2}$, $x = 18$, $s = 96$.

$(y-6)z = 54$, y დღეთა რაოდენობაა, ხოლო z თანხაა.

$yz = (y-6) * \frac{96}{y}$, საიდანაც $y = 24$ დღე, $z = 3$ ფრანკი.

განუსაზღვრელი განტოლებები

აქ განხილულია $ax + by = c$ ერთი განტოლება ორი უცნობით. ცხადია,მას აქვს ამონახსნთა უსასრულო სიმრავლე. თუ დავკმაყოფილდებით მთელ რიცხვთა სიმრავლით, შეგვიძლია ვიპოვოთ ამ სიმრავლის ზოგადი გამოსახულება.

ი. ჟღენტი ჯერ ხსნის მაგალითს:

$8x - 13y = 63$. ვიპოვოთ მთელ ამონახსნთა სიმრავლე.

ამოხსნა.

$$x = \frac{63+13y}{8} = 7 + y + \frac{7+5y}{8} = 7 + y + t, \tag{1}$$

სადაც

$$\frac{7+5y}{8} = t. \tag{2}$$

(2)-დან

$$y = -1 + t + \frac{3t-2}{5} = t - 1 + t_1, \tag{3}$$

სადაც

$$t_1 = \frac{3t-2}{5}. \tag{4}$$

(4)-დან

$$t = t_1 + \frac{2t_1+2}{3} = t_1 + t_2, \tag{5}$$

სადაც

$$t_2 = \frac{2t_1 + 2}{3}. \qquad (6)$$

(6)-დან

$$t_1 = t_2 - 1 + \frac{t_2}{2} = t_2 - 1 + t_3, \qquad (7)$$

სადაც

$$t_3 = \frac{t_2}{2}. \qquad (8)$$

(8)-დან ჩანს, რომ ნებისმიერი მთელი t_3 მნიშვნელობისათვის $t_2 = 2t_3$ მთელია. მაშინ (7)-დან $t_1 = 3t_3 - 1$ მთელია, ხოლო (5)-დან $t = 5t_3 - 1$ მთელია. ამიტომ (3)-დან $y = 8t_3 - 3$, ხოლო (1)-დან $x = 13t_3 + 3$. ამრიგად, მივიღეთ

$$\begin{cases} x = 3 + 13t_3 \\ y = -3 + 8t_3 \\ t_3 \text{ნებისმიერი მთელი რიცხვია} \end{cases}$$

ამის შემდეგ მოჰყავს ზოგადი დასკვნა, რომ თუ $ax + by = c$ განტოლებაში a და b ურთიერთმარტივი რიცხვებია, მაშინ

$$x = m + bt,$$
$$y = n - at$$

არის ამონახსნთა სიმრავლე, სადაც (m, n) მთელ ამონახსნთა ერთი წყვილია. t ნებისმიერი მთელი რიცხვია.

ამ თემაზე გარჩეულ აქვს 8 ამოცანა.

ამოცანა I. რომელი რიცხვები იძლევიან 7-ზე გაყოფისას ნაშთს 1, ხოლო 11-ზე გაყოფისას ნაშთს 2-ს? (ა. მინინი, № 13).

ამოცანა II. ერთ სკოლაში 100-ზე მეტი და 300-ზე ნაკლები მოსწავლეა. თუ მათ დავაყენებთ რიგში ისე, რომ ყოველ რიგში 13 მოსწავლე იდგეს, მაშინ დარჩება 3 მოსწავლე. თუ თითოეულ რიგში 17 მოსწავლეს დავაყენებთ, მაშინ დარჩება 14 მოსწავლე. რამდენი მოსწავლეა სკოლაში? (ა. მინინი, № 22).

ამოხსნა. პირობით $\left.\begin{matrix} x > 100 \\ x < 300 \end{matrix}\right\} \begin{matrix} 1) & x = 13y + 9 \\ 2) & x = 17z + 14 \end{matrix}$ (x მოსწავლეთა რიცხვია, y და z რიგების რაოდენობა). 1) და 2)-დან მივიღებთ ორუცნობიან განუსაზღვრელ განტოლებას: $13y - 17z = 5$, რომლის ამოხსნა მოგვცემს:

$$y = 17t_1 + 3, y = 3 - 17t_3 = 3 + 17t,$$
$$z = 13t_1 + 2, 2 - 13t_1 = 2 + 13t.$$

მაშინ $x = 221t + 48$ პირობით $100 < 221t + 48 < 300$, სადაც მივიღებთ $t = 1$, $x = 269$.

ამოცანა III. თანხა, რომელიც საათის ზარების მიერ დღის 1 საათიდან 12 საათამდე ჩათვლით დარტყმათა რაოდენობის ტოლია, უნდა დახურდავდეს 3

და 5 მანეთიანი კუპიურებით. რამდენი ხერხით შეიძლება ეს გაკეთდეს? (ა. მინინი, № 273).

ამოხსნა. ცხადია, საათის ზარების მიერ მოცემულ შუალედში შესრულებულ დარტყმათა რაოდენობა ტოლია

$$S = \frac{12*13}{2} = 78.$$

თუ სამმანეთიანების რაოდენობაა *x*, ხუთმანეთიანების _ *y*, გვექნება განტოლება $3x + 5y = 78$, საიდანაც $y = 3t$, $x = 26 - 5t$, $t > 0$, $26 - 5t > 0$, $t < 6$. ე. ი. $t = 1,2,3,4,5$. მაშინ $y = 3;6;9;12;15$; $x = 21;16;11;6;1$.

ამოცანა IV. $\frac{461}{65}$ წილადი წარმოადგინეთ ორი წილადის ჯამის სახით, რომელთაგან ერთის მნიშვნელია 13, მეორეს კი 5 (ა. მინინი, № 7).

ამოცანა V. 28 დავყოთ ისეთ სამ მთელ და დადებით ნაწილად, რომ პირველი ნაწილის 7-ზე, მეორის 2-ზე, ხოლო მესამის 5-ზე ნამრავლთა ჯამი ტოლი იყოს იმ არითმეტიკული პროგრესიის ხუთი წევრის ჯამისა, რომლის მეორე და მეშვიდე წევრთა ჯამი ტოლია 65-ის, ხოლო მეოთხე და მერვე წევრთა ჯამი 80-ია (ა. მინინი, № 138).

ასევე ამოხსნილია ა. მინინის № 46, № 38, № 137 ამოცანები. როგორც ვხედავთ, ავტორი არჩევს და ხსნის საინტერესო, კომპლექსურ, დიდი ინფორმაციის შემცველ ამოცანებს.

მრავალუცნობიანი განუსაზღვრელი განტოლებები

ვთქვათ გვაქვს ორი განტოლება სამი უცნობით:

$$ax + by + cz = d,$$

$$a_1 x + b_1 y + c_1 z = d_1.$$

მათგან *z*-ის გამორიცხვა მოგვცემს $px + qy = r$.

თუ (α, β) ამ ორუცნობიანი განუსაზღვრელი განტოლების ამონახსნთა ერთი წყვილია, მაშინ:

$$x = \alpha + qt,$$

$$y = \beta - pt,$$

რომლის საშუალებით, ერთ-ერთი განტოლებიდან მივიღებთ

$$lz + mt = n.$$

z და *t*-ს ერთი წყვილი იყოს γ და δ, მაშინ

$$z = \gamma + mt_1, t = \delta - lt_1,$$

$$x = \alpha + q(\delta - lt_1), y = \beta - p(\delta - lt_1), z = \gamma + mt_1, t_1 \text{მთელირიცხვია}.$$

წარმოსახვითი რიცხვები

ამ მრავლისმომცველ განყოფილებაში ამოხსნილი აქვს შემდეგი ლოგარითმული და მაჩვენებლიანი განტოლებები და სისტემები:

1. $2{,}09691+\lg(x-3)=3+\lg x-\lg(3+x)$ (ა. მინინი, № 177).

2. $6\lg 2+\lg 4=\lg 5-\lg 20+\lg 2^{\frac{4x^2+8x-1}{2}}$ (ა. დავიდოვი, № 35).

3. $\sqrt{x^{\lg\sqrt{x}}}=10$ (ა. დავიდოვი, № 40).

4. $\lg_{2\sqrt{3}}144=x$ (ბერტრანი, № 1).

5. $\log_x 769=6$ (ბერტრანი, № 10).

6. $\left(a^4-2a^2b^2+b^4\right)^{x-1}=\dfrac{(a-b)^{2x}}{(a+b)^2}$ (ბერტრანი, № 20).

7. $6^{2x+4}=3^{3x}*2^{x+8}$ (მალინინი, ბურენინი, № 259).

8. $3^{\sqrt{x}}=\sqrt[4]{6561}$ (მალინინი, ბურენინი, № 223).

9. $x=(45{,}46893)^{\frac{1}{2{,}756}}$ (მაზინგი, № 79).

10. ა) $\dfrac{1}{2}\lg(x+y+z)=\lg x$; ბ) $9^x-\dfrac{1}{3^{z-2y}}=78$; გ) $9^{x-1}+8{,}3^{2y-z}=33$ (ა. მინინი, № 50).

11. მოცემულია *a*-ს ორი ხარისხი. ერთი მათგანის მაჩვენებელი მთელი რიცხვია, რომელიც მეტია 1-ზე და ნაკლებია 5-ზე. მეორის მაჩვენებელი კი მოთავსებულია (-7)-სა და (-1)-ს შორის. თუ პირველ ხარისხს ავიყვანთ მე-8 ხარისხში, მეორეს კი _ (-5) ხარისხში, ამ ხარისხების ნამრავლებს გავყოფთ მოცემული პირველი ხარისხიდან კვადრატული ფესვის განაყოფზე მეორე მოცემული ხარისხიდან კუბურ ფესვზე, შედეგად მივიღებთ a^{58}. რა ხარისხები გვქონდა მოცემული? (ა. მინინი, № 194)

ამოხსნა. აღვნიშნოთ *x* და *y*-ით მოცემული ხარისხის მაჩვენებლები. ამიტომ, პირობის თანახმად გვაქვს:

$$\frac{a^{8x}*a^{5y}}{\sqrt{a^x}\div\sqrt[3]{a^{-y}}}=a^{58},$$

საიდანაც მივიღებთ ორუცნობიან განუსაზღვრელ განტოლებას:

$$45x+28y=348,$$

რომლის ამონახსნია

$$x=4-28t,\ y=6+45t,$$

პირობით $1<x<5$, ე. ი. $1<4-28t<5$ და $-7<y<-1$, ე. ი. $-7<6+45t<-1$. მივიღებთ $t=\frac{4}{15}$. ამიტომ $y=-6$ და $x=4$.

ამრიგად, მოცემული იყო a^4 და a^6 ხარისხები.

შეერთებები და ნიუტონის ბინომი

ამ თემაზე განხილულია 24 მაგალითი. ყველა მათგანი მარტივია, მოითხოვს საჭირო ფორმულების გამოყენებას, გამოიყენება ასეთი აღნიშვნები ${}_nP_n$, ${}_mA_n$ ${}_mc_n$.

ამოცანა I. 370892-ში ყველა შესაძლო გადაადგილებისას რამდენიმე რიცხვი მიიღება, რომელიც იწყება ციფრით 8 (თ. ბიჩკოვი, № 7).

ამოხსნა. მოცემული რიცხვი 6 ციფრისგან შედგება, ${}_6P_6=1*2*3*4*5*6=720$, ხოლო $720:6=120$ არის საჭირო გადაადგილებათა რაოდენობა, ე. ი. 120 რიცხვი დაიწყება ციფრით 8.

ამოხსნილია თ. ბიჩკოვის სახელმძღვანელოს №№ 8, 11, 12, 15, 16, 17, 21, 22, 24, 40, 43, 47, 50, 59, 69 და სხვა მაგალითები.

მწკრივები და განუსაზღვრელი კოეფიციენტების ხერხი

ამ განყოფილებაში განხილულია რიცხვითი მწკრივები. მათი კრებადობის საკითხების დადგენა დღეისათვის დალამბერის, კოშის რადიკალური სახელწოდებით ცნობილი ნიშნებით, მოცემულია მწკრივთა კრებადობის შედარების პრინციპი, ნიშანმონაცვლეობითი მწკრივების კრებადობის ლეიბნიცის ნიშანი, თუმცა არ არის ნახსენები ამ ნიშნების სახელწოდებები. მათემატიკის სასკოლო პროგრამაში შედიოდა არა მარტო რიცხვითი მწკრივები, არამედ ფუნქციონალური მწკრივებიც, მათი კრებადობის არის დადგენა.

შევნიშნოთ, რომ მოსწავლეებმა სკოლაშივე იცოდნენ ნატურალური რიცხვების კვადრატების, კუბების ჯამის გამოთვლა:

1) $S=1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2$, რომელიც გამოჰყავთ ასე:

ცხადია,

$$n^3-(n-1)^3=3n^2-3n+1,$$
$$(n-1)^3-(n-2)^3=3(n-1)^2-3(n-1)+1,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$2^2-1^3=3*2^2-3*2^2+1,$$
$$1^3-0^3=3*1^2-3*1+1,$$

რომელთა შეკრებით მიიღება:

$$n^3=3S-3\frac{n(n+1)}{2}+n,$$
$$S=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}. \tag{1}$$

2) $S=1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3$, $n^4-(n-1)^4=4n^3-6n^2+4n-1$. ასევე შევადგინოთ სხვაობები $(n-1)^4-(n-2)^4$ 2^4-1^4, 1^4-0^4. მათი შეკრებით და (1) ტოლობის გამოყენებით მივიღებთ:

$$S=\frac{n(n+1)^2}{2}.$$

ი. ჟღენტს მწკრივთა კრებადობის საკითხებზე საინტერესო მაგალითები აქვს ამორჩეული და ამოხსნილი მალინინის და ბურენინის სახელმძღვანელოდან.

1) ვიპოვოთ $x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}+\cdots$ მწკრივის კრებადობის პირობები (№ 407).

ამოხსნა. ვიპოვოთ u_{n+1} წევრის განაყოფი მის წინა u_n წევრზე:

$$\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{x^{n+1}}{(n+1)}:\frac{x^n}{n}=\frac{x}{1+\frac{1}{n}}.$$

მწკრივის კრებადობისათვის უნდა შესრულდეს პირობა: $\frac{u_{n+1}}{u_n}<1$, ე. ი. $x<1$.

2) იპოვეთ $\frac{1}{1-z}+\frac{1}{2(1-z)^2}+\frac{1}{3(1-z)^3}+\cdots$ მწკრივის კრებადობის პირობები (№ 2).

3) $1+mx+\frac{m(m-1)}{1*2}x+\frac{m(m-1)(m-2)}{1*2*3}x^3+\cdots$ (№ 3).

4) $2\left(\frac{2}{1*3x}=\frac{2}{2*4x^2}+\frac{2^3}{3*5x^3}+\ldots+\frac{2^n}{n(n+2)x^n}+\cdots\right)$.

5) წარმოადგინეთ $\frac{x+8}{2-x-x^2}$ მწკრივის სახით (№ 414).

ამოხსნა. $\frac{x+8}{2-x-x^2}=A+Bx+Cx^2+Dx^3+\cdots$, საიდანაც

$$x+8=2A-Ax-Ax^2+2Bx-Bx^2-Bx^3+2Cx^2-Cx^3-Cx^4+\cdots=$$

$$=2A+\left.\begin{matrix}2B\\-A\end{matrix}\right|x+\left.\begin{matrix}2C\\-B\\-A\end{matrix}\right|x^2+\left.\begin{matrix}-B\\-C\end{matrix}\right|x^3+\cdots.$$

აქედან

$$2A=8, A=4$$

$$2b-A=1, B=5/2,$$

$$2C-b-a=0, C=13/4.$$

ამრიგად,

$$\frac{x+8}{2-x-x^2}=4+\frac{5}{2}x+\frac{13}{4}x^2+\cdots.$$

ასევე აქვს ავტორს მწკრივად წარმოდგენილი წილადები: $\frac{a+bx}{(1-cx)^2}$, $\frac{1}{x(x+1)(x+2)}$, $\frac{3+x}{(5-x)^2}$.

ეს საკითხები დღეს მხოლოდ უმაღლეს სასწავლებლებში ისწავლება.

უდიდესი და უმცირესი მნიშვნელობების მოძებნა ი. ჟღენტის სახელმძღვანელოში

გარჩეულია რვა ამოცანა უდიდესი და უმცირესი მნიშვნელობების მოძებნაზე ალგებრიდან, პლანიმეტრიიდან, სტერეომეტრიიდან, მოვიყვანთ ზოგიერთ მათგანს.

ამოცანა I. r რადიუსიან სფეროში ჩავხაზოთ უდიდესი მოცულობის ცოლინდრი (ბლიუმბერგი, № 6).

ამოხსნა.

$$y=\sqrt{r^2-x^2},$$
$$V=2\pi\sqrt{\left(x^2\right)^2\left(r^2-x^2\right)}$$

ცნობილია, რომ ნამრავლის უდიდესი მნიშვნელობების მისაღწევად საჭიროა თანამამრავლები მათივე ხარისხის მაჩვენებლების პროპორციული იყოს ე. ი. $\frac{x^2}{2}=\frac{r^2-x^2}{1}$, საიდანაც $x=\frac{r}{3}\sqrt{6}$.

ამოცანა II. *a* სიგრძის მქონე AB მონაკვეთზე ავიღოთ *AO* მონაკვეთი. მასზე აგებულია ტოლგვერდა სამკუთხედი *AEO*, ხოლო *OB* მონაკვეთზე აგებულია *ODCB* კვადრატი. *AEDCB* ხუთკუთხედის წერტილის მდებარეობაზე *A*-სა და *B*-ს შორის. *O*-ს რომელი მდებარეობისათვის იქნება ეს ფართობი უმცირესი (ა. მინინი, № 535).

ამოხსნა.

$$AB=a,\quad AO=x=AE=EO,\quad OB=a-x,\quad EP=\frac{x}{2}\sqrt{3};$$
$$S_{ODCB}=(a-x)^2,\quad S_{\Delta EDO}=\frac{(a-x)x}{4},\quad S_{AEDCB}=\frac{x^2\left(3+\sqrt{3}\right)}{4}-\frac{7ax}{4}+a^2.$$

მინიმუმი მიიღწევა, როცა $x=\frac{7a}{2\left(3+\sqrt{3}\right)}$.

ამოცანა III. იპოვეთ $y=\frac{x^2-x+1}{x^2-x-1}$ წილადის უდიდესი და უმცირესი მნიშვნელობები (მაზინგი, № 3).

ამოხსნა. გვაქვს
$$(1-y)x^2-x(1+y)+(1+y)=0,$$

საიდანაც

$$x=\frac{1}{2}\left|1\pm\sqrt{\frac{-5y-3}{1-7y}}\right|.$$

ცხადია, როცა $-5y-3=0$, ე. ი. $y=-\frac{3}{5}$, მაშინ $x=\frac{1}{2}$, $y=\frac{3}{5}$. ეს მნიშვნელობები მოცემული წილადისთვის მაქსიმუმია თუ მინიმუმი?

რადგან $\frac{x^2-x+1}{x^2-x-1}$ წილადის ზღვარია 1, როცა $x\to\infty$, მრიცხველი მეტია მნიშ-ვნელზე. ამიტომ $y=-\frac{3}{5}$ მაქსიმუმია.

ვფიქრობთ, რომ კარგი მასალაა აზროვნებისათვის, ფიქრისათვის.

ი. ჟღენტს გარჩეული აქვს აგრეთვე შემდეგი ამოცანები:

- განვსაზღვროთ მართკუთხა სამკუთხედი, რომელსაც მოცემული a ჰიპოტენუზისათვის ექნება უდიდესი სიმაღლე (ბლიუმბერგი, № 6).
- განვსაზღვროთ წრიული კონუსი, რომლის გვერდითი ზედაპირის ფართობია πa^2, მოცულობა კი უდიდესი (ბლიუმბერგი, № 9).
- r რადიუსიან სფეროში ჩავხაზოთ უდიდესი გვერდითი ზედაპირის მქონე კონუსი (ბლიუმბერგი, № 10).
- a მონაკვეთი გავყოთ ისეთ ორ ნაწილად, რომ თითოეულ მათგანზე აგებული კვადრატების ფართობების ჯამი იყოს უმცირესი (მაზინგი, № 2).

ფუნქციის უდიდესი და უმცირესი მნიშვნელობის გამოთვლის ამოცანები, რომლებიც აღნიშნულ სახელმძღვანელოშია მოცემული, საინტერესოა დღევანდელი გადასახედიდანაც. მსგავს ამოცანებს დიდი ყურადღება ექცევა უმაღლეს სასწავლებლებში, როგორც მათემატიკის, ასევე ეკონომიკის სპეციალობის სტუდენტებთან.

გეომეტრიული ამოცანების ალგებრული ამოხსნები ი. ჟღენტის სახელმძღვანელოში

პირველ რიგში უნდა შევნიშნოთ. რომ შავ ფონზე თეთრად შესრულებული ნახაზები შთამბეჭდავია. რადგან იგი ყურადღების გამახვილების მნიშვნელოვან ფაქტორს წარმოადგენს. კერძოდ, თვითონ შავი ფონი უკვე წარმოადგენს იზოლირებულს გარემოდან. ამ შემთხვევაში წიგნის ფურცლიდან, ხოლო მასზე შესრულებულ ნახაზზე დაკვირვებისას რჩება სუბიექტური განცდა მისი საგნობრიობისა, როგორც ცალკე აღებული ობი-ექტისა. ამ შემთხვევაში ყურადღების კონცენტრირების უნარი მატულობს და ცხადია, იგი ხელისშემწყობ ფაქტორად გვევლინება.

განხილულია 30 ამოცანა. ყოველ მათგანში დასმულია საკითხი. ამოხსნილია გეომეტრიული ამოცანა ალგებრის გამოყენებით. შემდეგ ნაჩვენებია აგება.

განვიხილოთ რამოდენიმე ამოცანა და მათი ი. ჟღენტისეული ამოხსნა:

ამოცანა I. მოცემულ r რადიუსიან წრეში გატარებულია დიამეტრი. მის ერთ ბოლოზე გავლებულია მართობი. მეორე ბოლოზე კი _ მკვეთი ამ მართობის გადაკვეთამდე ისე, რომ მკვეთის გარე ნაწილი მოცემული a მონაკვეთის ტოლია. განვსაზღვროთ მკვეთის სიგრძე და ავაგოთ ამონახსნი (მაზინგი, № 2).

ამოხსნა. მართკუთხა ABC სამკუთხედიდან $(a+X)^2 = 4r^2 + Y^2$.
მხებსა და მკვეთს შორის კავშირის გამო

$$(a+X)a = Y^2$$

ამ სისტემის ამოხსნა კი მოგვცემს

$$X = AD = -\frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} + 4r^2};$$

რის შემდეგაც, $AC = a + X = a + \sqrt{\frac{a^2}{4} + 4r^2}$.

აგება.

$$\sqrt{\frac{a^2}{4} + 4r^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + (2r)^2}.$$

გავატაროთ მონაკვეთი $AB = 2r$. გავატაროთ პერპენდიკულარული $DB = \frac{a}{2}$. შე-ვაერთოთ A და D წერტილები. მაშინ $AD = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + (2r)^2}$.

ახლა ადვილია ავაგოთ რაციონალური ფორმულა

$$AC = AD + DB.$$

ამოცანა II. მოცემულია R და r რადიუსიანი ორი წრეწირი. მანძილი ცენტრებს შორის $Oo = a$. გატარებულია მათი საერთო გარე მხები და Oo-ს გაგრძელება გადაკვეთილია მხებთან O წერტილში. იპოვეთ OC და ააგეთ ამონახსნი (მაზინგი, № 6, გვ. 66).

ამოხსნა. $Oo = a$, $OB = R$, $OB_1 = r$. ვთქვათ, BC და SC_1 წრეწირებისადმი გატარებული მხებებია. OBC და oB_1C სამკუთხედების მსგავსებიდან გვაქვს: $\frac{R}{r} = \frac{a+oC}{oC}$, საიდანაც $oC = \frac{ar}{R-r}$; OS_1C_1 და oSC_1 სამკუთხედების მსგავსებიდან კი ვწერთ: $\frac{R}{r} = \frac{a-oC_1}{oC_1}$, საიდანაც $oC_1 = \frac{ar}{R+r}$.

აგება. შევაერთოთ O და o ცენტრები. გავაგრძელოთ იგი. გავავლოთ რადიუსები $OK \parallel OK_1$, $OS_1 \parallel oS$. შევაერთოთ K და K_1 წერტილები და გავაგრძელოთ იგი OC გადაკვეთამდე. ასევე SS_1 გავაგრძელოთ Oo-თან გადაკვეთამდე C_1 წერტილში. OC და OC_1 მონაკვეთების შუა წერტილებიდან, როგორც ცენტრებიდან შემოვხაზოთ წრეწირები, რომლებიც მოცემულ წრეწირებს გადაკვეთენ ოთხ B_1, P_1, S_1 და G წერტილებში. შევაერთოთ B_1 და C (ან P_1 და C), მივიღებთ საძიებელ მხებებს. შევაერთოთ S_1 და C_1 ან G და S_1. მივიღებთ სხვა მხებებს.

ასევე დაწვრილებით არის ამოხსნილი სხვა ამოცანებიც (გვ. 136-167).

რაშია აგების სიკეთე? ამოცანების ამოხსნას აგებაზე აქვს უდიდესი მნიშვნელობა აბსტრაქტული აზროვნების განვითარებაში. იგი თვალსაჩინო მასალაზე დაყრდნობით, წარმოსახვის უნარის მეშვეობით, თეორიულ მასალასთან შეჯერებით, ახორციელებს გარკვეულ შემოქმედებით აქტს. იგი სუბიექტურად განიცდება, როგორც თავისუფალი, შემოქმედებითი აქტივობა. ასეთი ტიპის ამოცანები გარკვეულ დადებით განწყობას აყალიბებს და მათ ამ მხრივაც დიდი მნიშვნელობა აქვთ.

პლანიმეტრია და სტერეომეტრია ი. ჟღენტის სახელმძღვანელოში

ამოხსნილია 141 ამოცანა პლანიმეტრიიდან და სტერეომეტრიიდან, რომელთაგან უმრავლესობა დღესაც გავრცელებული და კარგად ცნობილია. ზოგიც მნიშვნელოვნად განსხვავდება დღევანდელი სასკოლო მასალისაგან. ჩამოვთვალოთ ზოგიერთი განხილული ამოცანა, რომელთა ამოხსნას არ მოვიყვანთ. სახელმძღვანელოში ამოხსნები მოცემულია ძალიან დაწვრილებით, გასაგებად, კარგად ილუსტრირებულად (გვ. 169-266).

1. სამკუთხედის ორი გვერდის ჯამია 20 ფუტი. იპოვეთ ეს გვერდები, თუ მათ შორის კუთხის შუაზე გამყოფები მოპირდამირე გვერდს ყოფს 6 და 9 ფუტებად (მინინი, № 91).

2. სამკუთხედის ერთი გვერდია 4 ფუტი, მეორე 1 ფუტი, იპოვეთ მესამე გვერდი, თუ მისი სიგრძე მთელი რიცხვით გამოისახება (მინინი, № 18).

3. მახვილუთხა სამკუთხედის პერიმეტრია 16,4 დიუმი. წვეროსთან მდებარე კუთხის შემცველი გვერდებია 3,6 და 6,3 დიუმი. სიმაღლე კი ფუძეს ყოფს ორ მონაკვეთად, რომელთაგან ერთი მეორის 16/7 ნაწილს შეადგენს. იპოვეთ ფუძის მონაკვეთები (ა. დავიდოვი, № 26).

4. რამდენი გვერდი აქვს მრავალკუთხედს, თუ შიგა კუთხეების ჯამი $18\frac{4}{5}d$ -თი მეტია ერთ-ერთ გარე კუთხეზე (ა. დავიდოვი, № 43).

5. $ABCD$ ტრაპეციის ფუძე $BC=18$ ფუტს. ფუძესთან მდებარე კუთხეებია 46^0. არაპარალელური გვერდებია 7 ფუტი. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი და იმ სამკუთხედის ფართობი, რომელიც შედგენილია BC ფუძითა და BA და CD ფერდების გაგრძელებით (მაზინგი, № 16).

6. მართი კუთხის წვეროდან ჰიპოტენუზაზე დაშვებული მართობი უდრის 12 დიუმს. ჰიპოტენუზის ერთ-ერთი მონაკვეთია 9 დიუმი. იპოვეთ ჰიპოტენუზა (ა. დავიდოვი, № 64).

7. იპოვეთ რომბის პერიმეტრი, თუ დიაგონალებია 30 და 18 ფუტი (მინინი, № 102).

8. მართკუთხა სამკუთხედის პერიმეტრია 132. გვერდების კვადრატების ჯამი კი _ 6050. იპოვეთ სამკუთხედის გვერდები (მინინი, № 107).

9. იპოვეთ $R=15{,}4$ დიუმის რადიუსიან წრეწირში ჩახაზული წესიერი ხუთკუთხედის დიაგონალი (ა. დავიდოვი, № 166).

10. წესიერი მრავალკუთხედის გვერდებია *a*. იპოვეთ მასში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი:

ა) სამკუთხედისათვის; ბ) კვადრატისათვის;

გ) ხუთკუთხედისათვის; დ) ექვსკუთხედისათვის;
ე) ათკუთხედისათვის; ვ) თორმეტკუთხედისათვის (ა. მინინი. №152-168)

11. $r = 4$ ფუტის რადიუსიან წრეში ჩახაზულია წესიერი სამკუთხედი, რომლის გვერდზე აგებულია კვადრატი. ამ კვადრატზე შემოხაზულია წრეწირი. იპოვეთ მისი რადიუსი R (მაზინგი, № 9).

12. იმ კვადრატის გვერდზე, რომლის ფართობია 15 კვ. დიუმი, აგებულია წესიერი ექვსკუთხედი. იპოვეთ მისი აპოთემა (ა. მინინი, № 193).

13. იპოვეთ r რადიუსიან წრეწირში ჩახაზული წესიერი სამკუთხედის, კვადრატის, ექვსკუთხედის ფართობები და მათი შეფარდება (მაზინგი, № 22).

14. წრეში ჩახაზული წესიერი სამკუთხედის გვერდებია 6 დიუმი. იპოვეთ ამ გვერდით მოკვეთილი სეგმენტის ფართობი (მაზინგი, № 25).

15. წესიერი სამკუთხა პრიზმის გვერდითი წახნაგების ფართობებია m, n, c, გვერდითი წიბოა e, იპოვეთ პრიზმის მოცულობა (მინინი, № 306).

16. პირამიდა, რომლის სიმაღლეა h, გადაკვეთილია ფუძის პარალელური სიბრტყეებით. მიღებულია სამი ტოლდიდი ნაწილი. იპოვეთ თითოეული ნაწილის სიმაღლე (მინინი, № 323).

მოყვანილია ასევე ამოცანები წაკვეთილ პირამიდაზე, წაკვეთილ კონუსზე, სხეულში ჩახაზულ სხეულებზე, ბრუნვით სხეულებზე. ამ მასალას ი. ჟღენტის სახელმძღვანელოში დათმობილი აქვს გვერდები 247-266.

ანალიზური გეომეტრია ი. ჟღენტის სახელმძღვანელოში

ავტორს განყოფილების დასაწყისში მოყვანილი აქვს მდიდარი საცნობარო მასალა, საიდანაც ნათელი ხდება, თუ როგორ ღრმად ისწავლებოდა ანალიზური გეომეტრია მე-19 საუკუნის ბოლოს. მოყვანილი აქვს 110 საჭირო ფორმულა. წარმოგიდგენთ აღნიშნულ მასალას (დასახელებებში ვიცავთ ი. ჟღენტის სტილს). მანძილი ორ წერტილს შორის მართკუთხა, ირიბკუთხა, პოლარულ კორდინატთა სისტემაში; სამკუთხედის ფართობი იმავე სისტემებში, მონაკვეთის მ:ნ ფართობით გამყოფი წერტილის კოორდინატები, მონაკვეთის შუა წერტილის კოორდინატები, აბცისათა და ორდინატთა ღერძების პარალელური წრფეების განტოლებები. თვით საკოორდინატო ღერძების განტოლებები, y ღერძის გადამკვეთი წრფის განტოლება $(Y = aX + b)$. კოორდინატთა სათავეში გამავალი წრფე, მოცემულ წერტილზე გამავალი წრფე, ორ მოცემულ წერტილზე გამავალი წრფე, ორ წრფეს შორის კუთხე. (X_1, Y_1) წერტილზე $Y = mx + n$ წრფის პარალელური და მართობული წრფეები. მანძილი (X_1, Y_1) წერტილიდან $Y = aX + b$ წრფემდე. იმ წრფის განტოლება, რომელიც OX ღერძიდან მოკვეთს P, ხოლო OY ღერძიდან q მონაკვეთს. წრფის ნორმალური განტოლება. (X_1, Y_1) წერტილზე გამავალი წრფის განტოლება,

რომელიც OX ღერძთან ადგენს n^0 კუთხეს. $Y = aX + b$ და $Y = a_1 X + b_1$ წრფეთა გადაკვეთის წერტილის კოორდინატები, წრეწირის განტოლება. იმ წრეწირების განტოლებები, რომელთა ცენტრი საკოორდინატო ღერძზე მდებარეობს; რომლის ცენტრი კოორდინატთა სათავეშია; ეხება OY ღერძს და ცენტრი OX ღერძზე მდებარეობს. ელიფსის განტოლება, მისი რადიუს-ვექტორები, ნახევარპერიმეტრი $\left(P = \frac{b^2}{a}\right)$, ფართობი. ელიფსის დიამეტრის კუთხური კოეფიციენტი $\left(n^1 = \frac{b^2}{a^2 n}\right)$, ელიფსის შეუღლებული დიამეტრების კუთხურ კოეფიციენტთა ნამრავლი $\left(nn^{/} = -\frac{b^2}{a^2}\right)$ ელიფსის ნახევარღერძები, ექსცენტრისიტეტი, ჰიპერბოლი, ჰიპერბოლის რადიუს-ვექტორები, ტოლფერდა ჰიპერბოლი, ექსცენტრისიტეტი, ნახევარპარამეტრი, დიამეტრი ($y = \frac{b^2}{a^2 m} x$, $m = \mathrm{tg}a$ დიამეტრის პარალელური ქორდის კუთხური კოეფი-ციენტი) პარაბოლი მისი რადიუს-ვექტორი. კოორდინატთა გარდაქმნა სიბრტყეზე. მხებების და ნორმალთა განტოლებები (წრეწირისადმი, ელიფსისადმი, ჰიპერბოლისადმი, პარაბოლისადმი). ნორმალქვეშა, მხებქვეშა თითოეული ფიგურისათვის. დეკარტის მართკუთხა კოორდინატთა სისტემიდან პოლარულზე და პირიქით გადასასვლელი ფორმულები. წრფის, წრეწირის, ელიფსის, ჰიპერბოლის, პარაბოლის პოლარულ კოორდინატებში. სიცარიელეში ტრაექტორიის განტოლება. ზემოთ ასროლილი სხეულის სი-მაღლე, გასროლილი სხეულის სიშორე, ცისოიდის, ნეილის კუბური პარაბოლის, პასკალის ლოკოკინის განტოლებები. მეორე რიგის მრუდების ზოგადი განტოლება, ცენტრიანი და უცენტრო მრუდების განტოლებები და სხვა.

როგორც ვხედავთ, დღევანდელი საუნივერსიტეტო მათემატიკის ფაკულტეტისათვისაც განკუთვნილ მასალაზე დიდი მოცულობის და მრავალფეროვანი მასალაა. მთელ საჩვენებელ საცნობარო მასალაში აღნიშნულის გამოყენებაზე ავტორს ამოხსნილი აქვს 92 ამოცანა. ძირითადად ფროლოვის და პრჟევალსკის სახელმძღვანელოდან.

ჩამოვთვალოთ ზოგიერთი მათგანი ამოუხსნელად (ი. ჟღენტი, გვ. 276-362).

1. იპოვეთ იმ სამკუთხედის გვერდების სიგრძეები და ფართობი, რომლის კოორდინატები ირიბკუთხა კოორდინატთა სისტემაში $a = 120^0$ °არის $(1,-3)$, $(-2,0)$ და $(1,1)$ (პრჟევალსკი, № 1).

2. იპოვეთ იმ წერტილების კოორდინატები, რომლებიც (x_1, y_1) და (x_2, y_2) წერ-ტილების შემაერთებელ მონაკვეთს ყოფენ შეფარდებით: $m:n:p$ (პრჟევალსკი, № 14).

3. სამკუთხედის ერთი გვერდის განტოლებაა $(2x+11)/(2-3x)=1$, ორი დანარჩენი გადის $A(3,4)$ წერტილში და პირველი გვერდის საკოორდინატო ღერძებთან გადაკვეთის B და C წერტილებში (ფროლოვი, № 106).

4. იპოვეთ $X^2+Y^2-6X-4Y+13=0$ განტოლების გეომეტრიული მნიშვნელობა (პრჟევალსკი, № 6).

5. ელიფსზე იპოვეთ წერტილები, რომლებიც ღერძებიდან ტოლი მანძილითაა დაშორებული (პრჟევალსკი, № 8).

6. გამოიკვლიეთ $(2,2)$, $(6,-4)$, $(-3,2)$, $(-2,-1)$ წერტილების მდგომარეობა $3X^2-5Y^2=7$ ჰიპერბოლის მიმართ (ფროლივი, № 189).

7. მოცემულია განტოლება $a^2Y^2+b^2X^2=a^2b^2$. დაწერეთ ამ მრუდის განტოლება, თუ აბსცისათა ღერძს უცვლელად დავტოვებთ, ხოლო ორდინატთა ღერძს გადავაადგილებთ b ერთეულზე უარყოფითი მიმართულებით, ხოლო ღერძის მიმართულებას არ შევცვლით (პრჟევალსკი, № 7).

8. შევადგინოთ $7X^2+3Y=19$ ელიფსისადმი $X(1,-2)$ წერტილში გავლებული მხებისა და ნორმალის განტოლება, ხოლო $X^2+Y^2=10$ წრეწირისადმი $Y=1/3X$ დიამეტრის ბოლოებში გავლებული მხებისა და ნორმალის განტოლება (ფროლივი, № 216).

9. იპოვეთ:

ა) $X+Y=1$ წრფის პოლარი $X^2+Y^2=5$ წრეწირის მიმართ.

ბ) $Y=X-1$ წრფის პოლარი $X^2-2Y=1$ ჰიპერბოლის მიმართ (ფროლოვი, № 226).

10. იპოვეთ იმ სამკუთხედების წვეროთა გეომეტრიული ადგილი, რომელთა ფუძეებია 6, დანარჩენი გვერდები კი ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც $4:3$ (ფროლოვი, № 239).

11. მოცემულია სამკუთხედის ფუძე და დანარჩენი გვერდების კვადრატების ჯამი. იპოვეთ წვეროების გეომეტრიული ადგილი (ფლოროვი № 241).

12. სამკუთხედის ფუძეა 6. მასთან მდებარე კუთხეების

ა) ტანგენსების ჯამია 2; ბ) ტანგენსების ნამრავლია 3.

იპოვეთ წვეროების გეომეტრიული ადგილი. (ფროლოვი № 249-260).

საყოფაცხოვრებო ხასიათის ამოცანები ი. ჭღენტის სახელმძღვანელოში

აღნიშნული საკითხები განსაკუთრებულ ყურადღებას იპყრობს დღევანდელი თვალთახედვით. განსაკუთრებით ეკონომიკური თვალსაზრისით. აქ გადმოცემულია მასალა, რომელიც შეეხება ე. წ. სამმაგ, ჯაჭვურ, შერევის წესებს, პროცენტებს, ვადიან გადასახადებს და ვადიან შენატანებს, თამასუქებს, აქციებს და სხვა.

წიგნის დაწერის თარიღიდან გამომდინარე, მასში მოტანილია იმ პერიოდისათვის მიღებული ტერმინოლოგია; ზომა-წონის ერთეულები და ფულის ნიშნები, რომლებიც მე-19 საუკუნეში გამოიყენებოდა.

ამოცანები, რომელზედაც ყურადგება უნდა გავამახვილო, წიგნში გადმოცემულია თავში, რომელიც ქართულად ითარგმნება, როგორც «ამოცანები, რომლებიც ეხება სამმაგ წესებს» (Задачи, относящіяся къ тройнымъ правиламъ).

ვიდრე გავაანალიზებთ, თუ როგორ გვაწვდის ილია ჭღენტი ამ მასალას სახელმძღვანელოში, მოკლედ მიმოვიხილოთ, თუ როგორ ხდებოდა საშუალო სკოლებში აღნიშნული საკითხების სწავლება, მათი გაცნობა მოსწავლეებისათვის (А. Леве, Практическая арифметика).

რამდენადაც საკითხებს აქვთ დიდი პრაქტიკული ღირებულება, ამდენად, მოსწავლეებს საკითხს მიაწვდიან პრაქტიკული ამოცანების განხილვა-გაანალიზებით.

პირი A, რომელიც განიცდის ეკონომიურ გაჭირვებას, სესხულობს P მანეთს B პირისაგან 1 წლის ვადით. მაშინ A პირს ეწოდება მოვალე, B პირს კი _ კრედიტორი (ლათინური «კრედიტორ», მრწმუნებელი). ხელშეწყობისათვის მოვალე კრედიტორს «აჯილდოებს», ნასესხები თანხის გარდა უხდის Q მანეთს, რომელსაც პროცენტული თანხა, ანუ მოგება ეწოდება. ხოლო ფულს, რომელიც გასესხებულია _ კაპიტალი.

ვთქვათ, მოვალემ აიღო ვალდებულება, ყოველ 100 მანეთ კაპიტალზე ყოველწლიურად გადაიხადოს 5 მანეთი. მაშინ იგი 1000 მანეთზე გადაიხდის $1000/100*5=50$ მანეთს. ე. ი. მოვალე ვადის გასვლის დღეს გადაიხდის $1000+50=1050$ მანეთს.

აქვე, პრაქტიკული მაგალითიდან გამომდინარე, შემოაქვს პროცენტის ცნება. კერძოდ, მოვალის მიერ დამატებით გადახდილ თანხას პროცენტი ეწოდება.

შემდეგ მოსწავლეებს სთავაზობენ ამოცანებს:

1. რა მოგება მიიღება წელიწადში 6%-ად გაცემული 3880 მანეთი კაპიტალიდან?

ამოხსნა. $3880*6/100=232$ მან. 80 კაპ.

2. რა მოგება მიიღება 7 თვის ვადით წელიწადში 5%-ად გაცემული 675 მანეთი კაპიტალიდან?

ამოხსნა.

1) $675*5/100=33$ მან. 75 კაპ.;

2) $3375კაპ/12Tვე=1125/4\ კაპ/თვეში$;

3) 7 თვეში მოგება იქნება $1125/4*7=19მან68\frac{3}{4}კაპ$.

3. 968 მანეთი კაპიტალი გაცემულია 21 მარტს, 8 ოქტომბრამდე, წელიწადში 6%-ად. რა მოგებას მიიღებს გამსესხებელი?

ამოხსნა. პროცენტების გაანგარიშებისას თვეში ითვლიან 30 დღეს. რამდენი დღეა 21 მარტიდან 8 ოქტომბრამდე?

მოსწავლეები ითვლიან და პასუხობენ _ 196 დღე.

ა) წელიწადში მოგება იქნება $968მან*4/100=3872კაპ$

ბ) მოგება 1 დღეში $3872/360=484/45კაპ$.

გ) 196 დღეში მოგება $196*484/45=20მან697\frac{1}{3}კაპ$.

4. 3685 მანეთი კაპიტალიდან წელიწადში გადახდილია 147 მან. 40 კაპ. მოგება. რამდენია გადახდილი 100 მანეთიდან?

ამოხსნა. 3685 მანეთიდან მიღებულია 14740 კაპიკი მოგება. როგორ გავიგოთ მოგება 100 მანეთზე?

მოსწავლეები პასუხობენ: ჯერ გავიგოთ მოგება 1 მანეთზე. ამისათვის 14740 უნდა გავყოთ 3685-ზე, მივიღებთ 4 კაპიკს. მაშინ 100 მანეთიდან მიღებულია 400 კაპიკი, ანუ 4 მანეთი მოგება. ამრიგად, კაპიტალიდან მოგება არის 4%.

ამის შემდეგ მოსწავლეებს აძლევენ ამოცანებს დამოუკიდებელი მუშაობისათვის, ოღონდ მასწავლებლის ზედამხედველობით.

ინტერესმოკლებული არ იქნება, თუ მოვიყვანთ ამ ამოცანებს. მით უმეტეს, რომ წიგნის ავტორს ამ ამოცანების განხილვით შემოაქვს ახალი მასალა. კერძოდ, რთული პროცენტის ცნება.

- რა კაპიტალია გაცემული 4%-ად, თუ ერთი წლის შემდეგ მიღებულია მოგება 70 მან. 72 კაპ.
- 216 დღეში 675 მანეთიდან მიღებულია 17 მანეთი და 25 კაპიკი მოგება. რამდენ პროცენტს წარმოადგენს ეს წელიწადში?
- რამდენი წლით უნდა გაიცეს 786 მანეთი თანხა წელიწადში 4%-ით, რომ მისგან მიღებული იქნას 108 მანეთი და 30 კაპიკი მოგება?
- 1360 მანეთი გასესხებულია წელიწადში 6%-ად. რამდენ ხანში მიიღებდნენ მისგან 36 მანეთისა და 90 კაპიკის ტოლ მოგებას?

- 4%-ად გასესხებული 680 მანეთი კაპიტალი ბრუნვაშია 5 წლის განმავლობაში. რა თანხად იქცევა ეს კაპიტალი 5 წლის გასვლის შემდეგ, თუკი მას ყოველწლიურად ერიცხებოდა (ემატებოდა) პროცენტები?

ბოლო ამოცანას მასწავლებელი მოსწავლეებთან ერთად ხსნის. იგი პირველ რიგში ითვლის მოგებას პირველი წლის ბოლოს, თანხას მეორე წლის დასაწყისში, მოგებას მეორე წლის ბოლოს, თანხას მეორე წლის ბოლოს და ა.შ. ამავე დროს მასწავლებელი უხსნის კაპიკების დამრგვალების წესს.

ამ ამოცანის ამოხსნის შემდეგ მასწავლებელი მოსწავლეებს უხსნის რთული პროცენტის არსს და მსჯელობით ახსნევინებს სხვა ამოცანას, რომელსაც აქვე მოვიყვანთ და დავძენთ, რომ არსადაა ნახსენები რთული პროცენტის ფორმულა, რომელსაც უმაღლეს სკოლაში ვიყენებთ. მხედველობაშია მისაღები ის ფაქტი, რომ საქმე გვაქვს მოსწავლეებთან, რომლებიც შესაბამისი ფორმულით გათვალისწინებულ გამოთვლებს ვერ შეასრულებენ.

ამოცანა. 520 მანეთი კაპიტალი გასესხებულია რთული პროცენტით, წელიწადში 4%-ად, 1856 წლის 19 აპრილიდან. რა თანხად გადაიქცევა იგი 1860 წლის 24 სექტემბრისათვის?

ამოხსნა. რა დროა გასული 1856 წლის 19 აპრილიდან 1860 წლის 24 სექტემბრამდე?

მოსწავლეები პასუხობენ 4 წელი და 155 დღე. შემდეგ ითვლიან, რომ: 2 წლის შემდეგ ეს თანხაA გადაიქცევა 608 მან. 33 კაპიკად.

1) უნდა გავიგოთ, რა მოგება მიიღება 155 დღეში 608 მანეთი და 33 კაპიკიდან. მისი 4% იქნება 2433 კაპიკი წელიწადში. 1 დღეში _ 811/120 კაპ., 155 დღეში _ 1048 კაპიკი, რომლის დამატება 608 მან. 30 კაპ.-ზე მოგვცემს 618 მანეთსა და 81 კაპიკს.

ასევე სკოლებში ასწავლიდნენ ფულის ნიშნებსა და მის კურსს (ეს საკითხები ზოგიერთ მაშინდელ ლიტერატურაში და ილია ჟღენტის სახელმძღვანელოშიც "სამმაგი წესების" სახელითაა აღნიშნული.

უცხოური ფულის ერთეული გადმოვიყვანოთ რუსულ კურსზე: 13 რუსული მანეთი შეესაბამება: 1) 14 პრუსიულ ტალერს, 2) $27\frac{5}{8}$ ჰამბურგულ საბანკო მარკას, 3) $53\frac{1}{2}$ ფრანგულ ფრანკს, 4) $24\frac{3}{4}$½ ჰოლანდიურ გულდენს, 5) ინგლისურ 41 შილინგს და 4,5 პენსს. პრუსიული ტალერი 30 ზილბერგროშია და ა. შ.

ამოცანა. რამდენი კაპიკი უნდა გადაიხადოს 1 ფრანკში 350 სანტიმის კურსით მომხმარებელმა?

ამოხსნა.

350 სანტიმი _ 1 მანეთს; 1 სანტიმი _ $\frac{100}{350} = \frac{2}{7}$ კაპიკს;

1 ფრანკი შეიცავს 100 სანტიმს; 1 ფრანკი _ $100 * \frac{2}{7} = 28\frac{4}{7}$ კაპიკს.

სახელმძღვანელოში გარკვეული ადგილი აქვს დათმობილი სახელმწიფო საკრედიტო ბილეთებს.

ომის ან ზოგიერთ სხვა განსაკუთრებულ შემთხვევაში სახელმწიფოს უხდება თავის შესაძლებლობებზე მეტი თანხის ხარჯვა. იმისათვის, რომ მოსახლეობა არ დაამძიმოს ზედმეტი გადასახადებით, სახელმწიფო გამოსცემს სესხებს (ობლიგაციების სახით), რომელთა მყიდველებს იგი გარკვეულ პროცენტებს უხდის. სახელმწიფოს ეს წერილობითი ვალდებულებანი წარმოადგენს საკრედიტო ბილეთებს.

რუსეთში საკრედიტო ბილეთების ისტორია ასეთია:

1) მეტალური _ გამოცემული იქნა 1817 და 1818 წლებში, რომლებიც იძლეოდა 6%-იან მოგებას. 100 მანეთიანი ბილეთი ღირდა 112 მანეთი.

2) 5%-იანი I სესხი _ გამოცემული იქნა 1820 წელს. 100 მანეთიანი ბილეთი ღირდა 96,5 მანეთი.

3) 5%-იანი II სესხი _ 1822 წელს. 100 მანეიანი ბილეთი ღირდა 111 მანეთი.

4) 5%-იანი III სესხი _ 1831 წელს.

5) 5%-იანი IV სესხი _ 1832 წელს.

6) 5%-იანი V სესხი _ 1854 წელს. 100 მანეთიანი ბილეთი ღირდა 96 მანეთი.

7) 5%-იანი VI სესხი _ 1855 წელს. 100 მანეთიანი ბილეთი კვლავ ღირდა 111 მანეთი.

8) სახელმწიფო 5%-იანი საბანკო 100, 150, 500, 1000 მანეთიანი ბილეთები. 100 მანეთიანი ბილეთი 97 მანეთი ღირდა.

9) მეტალის 300 მანეთიანი სესხი, 1860 წელს გამოცემული, რომელიც იძლეოდა 4% მოგებას.

აქციების შესახებ

საწარმოებს ან კერძო პირებს შეუძლიათ შექმნან გარკვეული საზოგადოება ან ამხანაგობა. ეს საზოგადოება თავისი წევრებისაგან კრებს საწევროს, რის დასტურადაც მათ აძლევს საბუთს, რომელსაც აქცია ეწოდება. აქციის მფლობელს აქციონერი ეწოდება. აქციონერთა გაერიანება ქმნის აქციონერთა საზოგადოებას. აქციიდან მიღებულ მოგებას დივიდენდი ეწოდება. მფლობელთა აქციები შეიძლება გაიყიდოს. გასაყიდი ფასი შეიძლება შეიცვალოს სიტუაციის მიხედვით. აღნიშნულ სახელმძღვანელოში, ისევე, როგორც ამავე პერიოდში მსგავს თემებზე დაწერილ სხვა სახელმძღვანელოებში,

ვხვდებით ამოცანებისა და მაგალითების შინაარსობრივ და აზრობრივ მსგავსებას თანამედროვე საკითხებთან.

როგორც ცნობილია, წლების განმავლობაში ეკონომიკის საკითხების სწავლებას საშუალო სკოლებში არავითარი Yყურადღება არ ექცეოდა და მხოლოდ ბოლო წლებში დაიწყო საშუალო სკოლებში ეკონომიკის საკითხების სწავლება. ამდენად, აღნიშნულ განყოფილებაში მოტანილი საკითხების სწავლება, ოღონდ თანამედროვე ინტერპრეტაციით სასარგებლოდ მიგვაჩნია, მით უმეტეს, მსგავსი პრაქტიკული ამოცანებისა და მაგალითების სწავლება, მოსწავლეებში აღვივებს მათემატიკისადმი ინტერესს და მოსწავლე ხვდება, რომ მშრალ მათემატიკურ ფორმულებსა და გამოთვლებს სრულიად მატე-რიალური შინაარსი შეიძლება ჰქონდეს და გამოხატავდეს ცხოვრებისეულ პრობლემას, უფრო მეტიც, შეიცავდეს იმ პრობლემის გადაწყვეტის გზებს, რომლის წინაშეც ყოველდღიურ ცხოვრებაში თითოეული ჩვენგანი შეიძლება აღმოჩნდეს.

ამჯერად ყურადრებას გავამახვილებთ განსახილავი სახელმძღვანელოს მეხუთე თავზე, სადაც ავტორი ი. ჟღენტი ეხება სამმაგ წესებს, ჯაჭვური შერევის წესებს, ვადიან გადასახადებს, ვადიან შენატანებს, თამასუქის აღრიცხვის წესებს.

სამმაგი წესები

ავტორს გარჩეული აქვს 7 ამოცანა ლევეს, მაზინგის, მალინინისა და ბურენინის სახელმძღვანელოებიდან. მოვიყვანთ ზოგიერთ მათგანს:

ამოცანა I (ლევე, № 1191). $15\frac{3}{4}$ დესეტინის მინდორზე დათესილია¾23 ჩეთვერი და 5 ჩეთვერიკი ხორბალი. რამდენი ხორბალი დასჭირდება 11 დესეტინა და 1080 კვადრატული საჟენის დათესვას

ამოხსნა. 11 დესტინა და 1080 კვადრატული საჟენი $=11\frac{1080}{2400}$ დესეტინა

$=11\frac{9}{20}$ დესეტინა.

რადგან $15\frac{3}{4}$ დესეტინას სჭირდება 23 ჩეთვერი და 5 ჩეთვერტაკი ხორბალი,

ამიტომ $11\frac{9}{20}$ დესეტინას დასჭირდება: $X=\dfrac{11\frac{9}{20}*23\frac{5}{8}}{15\frac{3}{4}}=17\frac{7}{40}$ ჩეთვერი

(1 ჩეთვერი = 8 ჩეთვერტაკი).

ამოცანა II (მალინინი, ბურენინი № 2847). 50 კაცი მუშაობს რა ყოველდღიურად 8 საათს, 6 Dდღეში 900 მანეთს იგებს. რამდენ დღეში მიიღებს 20 კაცი 400 მანეთს, ყოველდღიურად 10 საათი მუშაობით?

ამოხსნა.

50 კაცი _ 6 დღე _8 საათი _ 900 მანეთი;

20 კაცი _ X დღე _ 10 საათი _ 400 მანეთი

$$X:6=400:900=50:20=8:10,$$

$$X=\frac{6*400*50*8}{900*20*10}=5\frac{1}{3}.$$

ამხანაგობის წესები

გარჩეულია 9 ამოცანა მაზინგის, მალინინისა და ბურენინის სახელ-მძღვანელოებიდან. რამდენიმე მათგანს მოვიტანთ იმ ფორმით, როგორც ავტორს აქვს წარმოდგენილი.

ამოცანა I (მაზინგი, № 21). სამი მეგობარი ვაჭრიდან გარკვეული საქმისათვის პირველმა შეიტანა 800 მანეთი 5 თვით, მეორემ 600 მანეთი 4.5 თვით და მესამემ _ 900 მანეთი 4 თვით. რა მოგება მიიღო თითოეულმა მათგანმა, თუ ყველას მოგება ერთად შეადგენს 515 მანეთს?

ამოხსნა. პირველი ამხანაგის კაპიტალი (800 მანეთი), რომელიც შეტანილია 5 თვით ამხანაგობას მოუტანს შემოსავალს $800*5=4000$ მანეთს, მეორე ამხანაგის შემოსავალი 600 მან. კაპიტალზე იქნება $600*4{,}5=2700$ მანეთი. მესამის კი _ $900*4=3600$ მანეთი. ახლა 515 მანეთი უნდა გაიყოს შეფარდებით $4000:2700:3600=40:27:36$. ე. ი. პირველი ვაჭრის მოგება იქნება $\frac{515*40}{103}=200$ მან., მეორე ვაჭრის _ $\frac{515*27}{103}=135$ მან., ხოლო მესამის _ $\frac{515*36}{103}=180$ მანეთი.

ამოცანა II (მაზინგი № 27). 4200 გავყოთ ისეთ ოთხ ნაწილად, რომ პირვე-ლის შეფარდება მეორესთან იყოს $2:3$, მეორის შეფარდება მესამესთან _ $4:5$, მესამისა მეოთხესთან _ $6:7$.

ამოხსნა. თუ პირველ რიცხვს შეესაბამება ორი წილი, მაშინ მეორეს შეე-საბამება 3 წილი. აღვნიშნოთ მესამე რიცხვი *X*-ით, მაშინ $3:X=4:5$, $X=\frac{15}{4}$. მეოთხე რიცხვი იყოს Y, მაშინ $\frac{15}{4}:Y=6:7$, საიდანაც $Y=\frac{35}{8}$. ახლა 42000 უნდა გაიყოს შეფარდებით $2:3:\frac{15}{4}:\frac{35}{8}$. მივიღებთ რიცხვებს 640, 9600, 1200, 1400.

თუ დღევანდელი გადასახედიდან შევხედავთ, ეს სწორედ ის ამოცანებია, რომელთა ამოხსნა აბიტურიენტებს ზოგადი უნარების მათემატიკურ ნაწილში უხდებათ.

პროცენტები

გარჩეულია 10 ამოცანა მინინის, მალინინის, ბურენინის და მაზინგის სახელმძღვანელოებიდან. მოვიტანთ რამდენიმე, ჩვენი აზრით მნიშვნელოვან და საინტერესო მაგალითს.

ამოცანა I (მალინინი, ბურენინი, № 3024). ბანკში შეტანილია 2500 მანეთი. 1 წლის შემდეგ იგი გადაიქცა 2625 მანეთად. როგორია პროცენტული მატება?

ამოხსნა. $2625\text{მან} - 2500\text{მან} = 125\text{მან}$;
2500 მან _ 125 მან;
100 მან _ X მან;

$$X = \frac{100 * 125}{2500} = 5\% .$$

ამოცანა II (მალინინი, ბურენინი, № 3064). მოქალაქემ ისესხა 3600 მანეთი 8%-ად, გადაიხადა 3792 მანეთი. რამდენ ხანს სარგებლობდა იგი ამ თანხით?

ამოხსნა.
3600 მან _ X თვე _ 192 მან
100 მან _ 12 თვე _ 8 მან

$$\frac{X}{12} = \frac{100}{3600} = \frac{192}{8}, \quad X = \frac{12 * 100 * 192}{3600 * 8} = 8 \text{ თვე}.$$

ამოცანა III (მალინინი, ბურენინი, № 3093). რა კაპიტალად გადაიქცევა 26250 მანეთი 3 წლის შემდეგ 8 პროცენტად?

ამოხსნა. ჯერ ვიპოვოთ, რა თანხად გადაიქცევა 26250 მანეთი 1 წლის შემდეგ.

ვმსჯელობთ ასე: 100 მანეთი 1 წლის შემდეგ გადაიქცევა 108 მანეთად, 1 მანეთი კი – $\frac{108}{100}$ მანეთად. ამიტომ 26250 მანეთი გადაიქცევა $\frac{108 * 26250}{100} = 28350$ მანეთად. ახლა საჭიროა გავიგოთ, რა თანხად გადაიქცევა 28350 მანეთი 1 წლის შემდეგ: $\frac{108 * 28350}{100} = 30618$ მანეთი. ანალოგიურად, მესამე წლის შემდეგ მიიღება 33067,44 მანეთი.

ამოცანა IV (მინინი, № 153). მოქალაქემ ბანკში შეიტანა 2345 მანეთი 5%-ად რთული პროცენტით 4 წლის ვადით. რის შემდეგ ყოველწლიურად 3

წლის განმავლობაში შეჰქონდა 500 მან. რა კაპიტალი გაუხდა მოქალაქეს?

ამოხსნა. 2345 მანეთი 4 წლის შემდეგ 5% რთული პროცენტით მოგვცემს

$$X_1 = 1{,}05^4 * 2345 = 2850{,}36 \text{ მანეთი.}$$

უკანასკნელი 3 წლის განმავლობაში ყოველწლიურად 300 მანეთის შეტანით იგი მიიღებდა თანხას:

$$X_2 = 1{,}05^3 * 500 + 1{,}05^2 * 500 + 1{,}05 * 500 = 500 * 21 * \left(1{,}05^3 - 1\right) = 1654{,}8,$$

$$X_1 + X_2 = 4505{,}16 \text{ მანეთი.}$$

ამოცანა V (ა. მინინი, № 240). მოქალაქეს 20 წლის განმავლობაში ყოველ-წლიურად წლის დასაწყისში ბანკში შეჰქონდა 900 მანეთი 4,5 რთული პროცენტით. 20 წლის შემდეგ ყოველი წლის დასაწყისში რა თანხა უნდა გამოიტანოს, რომ ბანკმა ვალი დაფაროს 15 წლის განმავლობაში?

ამოხსნა. 900 მანეთი 4,5 რთულ პროცენტად 20 წლის შემდეგ გადაიქცევა

$$\frac{900 * 1{,}045(1{,}045^{20} - 1)}{0{,}045} = 29504{,}5 \text{ მანეთად.}$$

$$29504{,}5 * \left(1{,}045\right)^{15} = 1{,}045^{15} X + 1{,}045^{14} X + 1{,}045^{13} X + \cdots + 1{,}045 X,$$

საიდანაც $X = 2629$ მანეთი.

თამასუქების აღრიცხვის წესები

ამოცანა (მაზინგი, № 78). 10000 მანეთიან თამასუქში 6%-ით გადახდილია 9000 მანეთი. ვადამდე რამდენ თვეშია გადახდილი გადასახადი?

ამოხსნა. $10000 - 9000 = 1000$ მანეთი (განსხვავება).

100 მანეთი _ 12 თვე _ 6 მანეთი

10000 მანეთი _ X თვე _ 1000 მანეთი

$$\frac{100}{10000} = \frac{X}{12} = \frac{1000}{6}, \quad X = \frac{100 * 12 * 1000}{10000 * 6} = 20 \text{ თვე.}$$

ამოცანის შინაარსით ამხანაგობის, ერთობლივი საქმიანობის წესების ჩვენება, ცხადია, აღმზრდელობითი ხასიათისაა. ამდენად, პედაგოგიური თვალსაზრისით, მსგავსი ამოცანები დღესაც ყურადსაღებია და მათი ფართოდ გამოყენება აუცილებელიცაა.

თუ მათემატიკის სწავლების ისტორიას გადავხედავთ, ვნახავთ, რომ ის ამოცანები, რომლებიც ღირებულია დღეს, ასევე ღირებული იყო საუკუნეების წინაც. უფრო მეტიც, თავად საგნის განვითარებას სწორედ პრაქტიკიდან აღებული ამოცანების ამოხსნის აუცილებლობამ შეუწყო ხელი.

შენარევის წესები

სახელმძღვანელოში ამოხსნილია 6 ამოცანა მალინინისა და ბურენინის, მაზინგის სახელმძღვანელოებიდან. ასევე თვით ილია ჟღენტის ამოცანაც, რომლის აქ მოყვანაც საინტერესოდ მიგვაჩნია:

ამოცანა. შერეულია ჩაის შვიდი სახეობა. ერთი ფუნტი შესაბამისად 3 მან., 2 მან., 1 მან. 90 კაპ., 1 მან. 50 კაპ., 1 მან.40 კაპ., 1 მან.20 კაპ. და 1 მანეთი ღირებულებისა. რამდენი ფუნტი უნდა ავიღოთ თითოეული ხარისხის ჩაი, რომ მივიღოთ 3 ფუნტი ნარევი, თითოეული 1 მანეთი და 70 კაპიკი ღირებულებით?

ამოხსნა.

1) 3 მან. +2 მან. + 1 მან.90 კაპ. = 6 მან. 90 კაპ.

2) 6 მან. 90 კაპ.$:3=2$ მან. 30 კაპ. (1 მან. 70 კაპ. -ზე მაღალ ღირებულებათა საშუალო არითმეტიკული).

3) 1 მან. 50 კაპ. + 1 მან.40 კაპ. + 1 მან.20 კაპ. + 1 მან. = 5 მან. 10 კაპ.

4) 5 მან. 10 კაპ.$:4=1$ მან. 27,5 კაპ. (1 მან. 70 კაპ. -ზე დაბალ ღირებულებათა საშუალო არითმეტიკული).

5) 1 მან. 70 კაპ. _ 1 მან. 27,5 კაპ. = 42,5 კაპ. (დანაკარგი თითოეული ფუნტის 1 მან. 27,5 კაპიკად გაყიდვისას).

6) 2 მან. 30 კაპ. _ 1 მან. 70 კაპ. = 60 კაპ. (მოგება 1 ფუნტის 2 მან. 30 კაპიკად გაყიდვისას).

ახლა 3 ფუთი, ანუ 120 ფუნტი უნდა გავყოთ შეფარდებით $60:42:5$, რაც ნიშნავს, რომ მაღალი ხარისხის ჩაი უნდა ავიღოთ $\frac{2040}{41}$ ფუნტი, ხოლო დაბალი ხარისხისა _ $\frac{2880}{41}$ ფუნტი. მაშინ, თითოეული მაღალი ხარისხის ჩაისაგან უნდა ავიღოთ $\frac{2040}{41}:3=\frac{680}{41}$ ფუნტი, ხოლო თითოეული დაბალი ხარისხის ჩაისაგან _ $\frac{2880}{41}:4=\frac{720}{41}$ ფუნტი.

შემდეგ ავტორს ჩატარებული აქვს შემოწმება.

როგორც ვხედავთ, განხილული ამოცანაც ერთი იმ ამოცანათაგანია, რომელსაც წელთა სიმრავლის მიუხედავად არ დაუკარგავთ აქტუალობა და თუ მას შევხედავთ არა როგორც ჩაის დამზადების ამოცანას, არამედ როგორც მათემატიკურ მოდელს, რომლის მიხედვითაც შეიძლება ამოიხსნას მსგავსი შინაარსის ნებისმიერი ამოცანა მინარევებზე, გავაკეთებთ დასკვნას, რომ ის პრობლემები, რომლებიც დგას ჩვენს წინაშე და რომლის გადაწყვეტის გზებსაც ვეძებთ, პრობლემები იყო წლების (და საუკუნეების) წინათაც, ოღონდ შესაბამისი ფორმით და შინაარსით გამოხატული.

ჯაჭვური წესები

გარჩეულია სამი ამოცანა მალინინისა და ბურენინის სახელმძღვანელოდან, რომელთაგან ერთს მოვიყვანთ.

ამოცანა (მალინინი, ბურენინი, № 3198). რამდენ მანეთს შეადგენს $281\frac{1}{4}$ დოლარი, თუ 3 ფუნტი სტერლინგი უდრის 18 მანეთსა და 75 კაპიკს, ხოლო 90 დოლარი უდრის 19,2 ფუნტ სტერლინგს.

ამოხსნა.

X მანეთი $= 281\frac{1}{4}$ დოლარი.

90 დოლარი = 19,2 ფუნტი სტერლინგი.

3 ფუნტი სტერლინგი = 18,75 მანეთი.

1 ფუნტი სტერლინგი $= \frac{18,75}{3}$ მანეთი.

19.2 ფუნტი სტერლინგი $= \frac{18.75 * 19.2}{3} = 90$ დოლარი.

1 დოლარი $= \frac{18,75 * 192}{3 * 90}$ მანეთს.

$$218\frac{1}{4} \text{ დოლარი } = \frac{18,75 * 19.2 * 218\frac{1}{4}}{3 * 90} = 375 \text{ მანეთი.}$$

მეტალური შენაერთების წესები

ამოხსნილია ორი ამოცანა, რომელთაგან ერთ_ერთს გავეცნობით:

ამოცანა (მალინინი, ბურენინი, № 3385). შერეულია ვერცხლის 88-ე, 86-ე, 68-ე სინჯის სამი ნაჭერი. მიიღეს 76-ე სინჯის 25 ფუნტი ვერცხლი. განსაზღვრეთ თითოეული ნაჭრის წონა.

ამოხსნა.

1) $88 - 76 = 12$ (88 სინჯის ვერცხლი შეიცავს 12 ერთეულით მეტ ელემენტს, ვიდრე საჭიროა 76-ე სინჯისათვის).

2) $86 - 76 = 10$.

3) $76 - 68 = 8$ (68 სინჯის ვერცხლს აკლია 8 ელემენტი, ვიდრე საჭიროა 76-ე სინჯისათვის.

ავიღოთ პირველი ნაჭრის 8 ფუნტი და მესამე ნაჭრის 12 ფუნტი, რითაც აღვადგენთ დანაკლისს. ახლა ავიღოთ მეორე ნაჭრის 8 ფუნტი და მესამე ნაჭრის 10 ფუნტი. აქაც აღვადგენთ დანაკლისს ნამატით. ამრიგად, საჭიროა ავიღოთ 8 ფუნტი პირველი, 8 ფუნტი მეორე და $10 + 12 = 22$ ფუნტი მესამე ხარისხის ვერცხლი. მაშინ, 25 ფუნტი უნდა გაიყოს შეფარდებით $8:8:22$. მიიღება $100/19$, $100/19$, $275/19$ ფუნტი თითოეული სინჯისა.

ამის შემდეგ ავტორი ახდენს გამოთვლების შემოწმებას.

რთული ამოცანები

განხილულია 17 რთული, საინტერესო ამოცანა ა. მინინის სახელმძღვანელოდან. რომელთაგან მოვიყვანთ ერთ-ერთს.

მოქალაქემ გამოიყენა თავისი კაპიტალის $1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2}}}}}$ ნაწილი 5%-იანი 85 კურსიანი საბანკნოტო ბილეთების საყიდლად. დარჩენილი ფულის 0,6-ით იყიდა 5 %-იანი შიდა მომგებიანი 186 კურსიანი ობლიგაციები. ხოლო დანარჩენი ფული შეიტანა ბანკში 6%-ად. განვსაზღვროთ, რამდენ პროცენტს იღებს ის თავის კაპიტალში, თუ ბანკში შეტანილ თანხას მოაქვს 2790 მანეთი მოგება.

ამ და დანარჩენი 15 ამოცანის ამოხსნა მოთავსებულია ილია ჟღენტის სახელ-მძღვანელოს 119-133 გვერდებზე.

ჩვენი აზრით, ეს განყოფილება დღესაც უნდა ისწავლებოდეს სკოლაში. ოღონდ, ცხადია, უფრო დახვეწილი მეთოდებით და უფრო თანამედროვე საკითხებით გამდიდრებული.

ტრიგონომეტრიული ამოცანები ილია ჟღენტის სახელმძღვანელოში

ამ განყოფილებაში მოცემულია მაგალითები ტრიგონომეტრიულ გარდაქმნებზე, ყველა ცნობილი ფორმულის გამოყენებით მინინის, პრჟევალსკის, ბლიუმბერგის, მალინინის და ბურენინის სახელმძღვანელოებიდან. ეს მასალა დღესაც კარგადაა ცნობილი, მაგრამ უნდა აღინიშნოს, რომ მე-19 საუკუნის ბოლო პერიოდისათვის დიდ ადგილს უთმობ-დნენ გამოთვლებს ლოგარითმული ცხრილების გამოყენებით. ეს მაგალითები გრძელ, მომქანცველ გამოთვლებს მოითხოვდა. ეს ის პერიოდია, როდესაც ჯერ კიდევ არ იყო გამომთვლელი მანქანების გამოყენების საშუალება.

სახელმძღვანელოში გარჩეული მაგალითებიდან გამოვყოფთ მხოლოდ რამდენიმეს:

1. გავშალოთ გამოსახულება $\sin(x+y+z)$ (ტიმე, № 2) (აღვნიშნოთ, რომ ი. ჟღენტის სახელმძღვანელოში გამოყენებულია აღნიშვნები $\mathrm{sn}x$, $\mathrm{cs}x$, $\mathrm{tg}x$, $\mathrm{ctg}x$)

ამოხსნა. აღვნიშნოთ $x+y=A$, მაშინ გვექნება

$$sn(A+Z)=\mathrm{sn}A\mathrm{cs}Z+\mathrm{cs}A\mathrm{sn}Z=\mathrm{sn}(x+y)\mathrm{cs}Z+\mathrm{cs}(x+y)\mathrm{sn}Z=$$
$$=\mathrm{sn}x\mathrm{cs}y\mathrm{cs}Z+\mathrm{cs}x\mathrm{sn}y\mathrm{cs}Z+\mathrm{cs}x\mathrm{cs}y\mathrm{sn}Z+\mathrm{sn}x\mathrm{sn}y\mathrm{sn}Z.$$

2. დავამტკიცოთ ტოლობა:

$$\mathrm{tg}a+\mathrm{tg}b+\mathrm{tg}c=\mathrm{tg}a\mathrm{tg}b\mathrm{tg}c\ ,$$

თუ $a+b+c=180^0$ (ბლიუმბერგი, № 10).

3. გავშალოთ გამოსახულება $\cos(x-y-z+t)$ (ტიმე № 7).

ამოხსნილია ტრიგონომეტრიული განტოლებები. უნდა აღინიშნოს, რომ ტრიგონომეტრიული განტოლების ამოხსნის ქვეშ იგულისხმებოდა არა X არგუმენტის მოძებნა, არამედ X არგუმენტის ტრიგონომეტრიული ფუნქციის გამოსახვა ელემენტების საშუალებით. მაგალითად:

1. ამოვხსნათ განტოლება

$$acsx+bsnx=\sqrt{a^2+b^2}$$ (პრჟევალსკი, № 42).

ამოხსნა.

$$acsx+bsnx=\frac{a}{\sec x}+\frac{b}{\csc x}=\sqrt{a^2+b^2},$$

$$\frac{a}{\sqrt{1+\mathrm{tg}^2x}}+\frac{b}{\sqrt{1+\mathrm{ctg}^2x}}=\sqrt{a^2+b^2}.$$

კვადრატში აყვანის შედეგად მივიღებთ:

$$\mathrm{tg}^2x-\frac{2b}{a}\mathrm{tg}x+\frac{b^2}{a^2}=0,$$

საიდანაც $\mathrm{tg}x=\frac{b}{a}$.

2. ამოვხსნათ განტოლებათა სისტემა:

(ა) $snx=asny$;

(ბ) $tgx=btgy$

(პრჟევალსკი, № 50).

ამოხსნა. (ბ) განტოლებიდან მივიღებთ:

$$\frac{snx}{\sqrt{1-sn^2x}}=\frac{bsny}{\sqrt{1-sn^2y}},$$

საიდანაც მარტივი გარდაქმნები მოგვცემს:

$$sn^2x-sn^2ysn^2x=b^2sn^2y-b^2sn^2ysn^2x,$$

$$sny=\pm\frac{snx}{\sqrt{b^2-b^2sn^2x+sn^2x}}.$$

(ა) განტოლების გათვალისწინებით გვექნება:

$$snx=\pm\frac{asnx}{\sqrt{b^2-b^2sn^2x+sn^2x}},$$

აქედან:

$$a = \pm\sqrt{b^2 - b^2 sn^2 x - sn^2 x},$$

$$sn^2 x\left(1 - b^2\right)^2 = a^2 - b^2, \quad snx = \pm\sqrt{\frac{a^2 - b^2}{1 - b^2}},$$

ხოლო

$$sny = \pm\frac{1}{a}\sqrt{\frac{a^2 - b^2}{1 - b^2}}.$$

4. გამოვრიცხოთ X შემდეგი განტოლებებიდან:

$$\csc x - snx = m,$$

$$\sec x - csx = n$$

(მალინინი, ბურენინი, № 36).

ამოხსნა.

$$\csc x - snx = \frac{1}{snx} - snx,$$

$$sn^2 x + msnx - 1 = 0, \qquad (ა)$$

$$\sec x - csx = n, \;\; 1 - cs^2 x = ncsx,$$

$$sn^2 x = n\sqrt{1 - sn^2 x}, \quad sn^4 x + n^2 sn^2 x - n^2 = 0. \qquad (ბ)$$

(ა)-დან $snx = \dfrac{-m \pm \sqrt{m^2 + 4}}{2}$.

(ბ)-დან $sn^2 x = \dfrac{-n^2 \pm \sqrt{n^4 + 4n^2}}{2}$.

ამიტომ ვწერთ:

$$m^2 + 2 + m\sqrt{m^2 + 4} = -n^2 \pm \sqrt{n^4 + 4n^2}.$$

გარდაქმნებით მივიღებთ:

$$m^2 n^2 \left(m^2 + n^2 + 3\right) = 1.$$

განხილულია ბევრი საინტერესო ტრიგონომეტრიული განტოლება, რომლებიც ამოხსნილია ძალიან დაწვრილებით და გასაგებად. აღნიშნული მასალი ი. ჟღენტის სახელმძღვანელოში მოყვანილია 331-408 გვერდებზე.

შემდეგ მოყვანილია მართკუთხა სამკუთხედების ამოხსნა, რომელშიც განხილულია შემთხვევები:

1) მოცემულია *a* ჰიპოტენუზა და *B* მიმდებარე მახვილი კუთხე, ვიპოვოთ დანარჩენი ელემენტები (*b*, *c* კათეტები, კუთხე *C*, *S*).
2) *a*, *b*.
3) *c*, *B*.
4) *b*, *B*.
5) *b*, *C*.
6) *a*, $b \pm c$.

7) $b \pm c$, C.
8) $b + c$, $b - c$.
9) $a \pm b$, C.
10) $a + b$, $a - b$.
11) a, h (ჰიპოტენუზაზე დაშვებული სიმაღლე).
12) b, h.
13) S, b.
14) S, a.
15) S, B.
16) S, h.
17) P, c.
18) P, h (პერიმეტრი და ჰიპოტენუზაზე დაშვებული სიმაღლე).

როგორც ვხედავთ, მართკუთხა სამკუთხედის ამოხსნა მრავალფეროვნადაა წარმოდგენილი, რასაც ვერ ვიტყვით დღევანდელ სახელმძღვანელოებზე.

შემდეგ მოყვანილია ირიბკუთხა სამკუთხედების ამოხსნა, სადაც განხილულია დღეისათვის კარგად ცნობილი შემთხვევები:

1. a, B, C.
2. a, B, A.
3. a, b, c.
4. a, b, C.
5. a, b, A და სხვა.

ამ მასალას სახელმძღვანელოში დათმობილი აქვს 408-423 გვერდები.

ი. ჟღენტის სახელმძღვანელო და მისი ადგილი ქართულ პედაგოგიკაში

ზემოთ განხილული მასალებიდან შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ი. ჟღენტის სახელმძღვანელო, როგორც სახელმძღვანელო უმაღლესში შემსვლელთათვის, დღევანდელი თვალსაზრისითაც მრავალმხრივ საყურადღებოა:

პირველ რიგში იგი ქართველთა მათემატიკური აზროვნების განვითარების ისტორიაა.

იგი გვაძლევს სერიოზულ გამოცდილებას შემოქმედებითი აზროვნების ჩამოყალიბებისათვის. მასში ისეა დალაგებული ამოცანები, როგორც თემატურად, ასევე შინაარსობრივად, რომ მათი მეშვეობით შესაძლებელია არა მარტო ცოდნის დაგროვება (განმეორება-განმტკიცების მეშვეობით), არამედ მიღებული ცოდნით ოპერირებაც. ცხადია, აღნიშნული ამოცანა ნებისმიერი სახელმძღვანელოს მიზანს უნდა შეადგენდეს. ამ მიზანს ემსახურება ყველა ის ამოცანა და მაგალითი, რომელთა ამოხსნაშიც გათვალისწინებულია გონებრივი მოქმედების ძირითადი ხერხების გამოყენება ახალი, აქმდე

ამოუხსნადი ამოცანების გადაჭრისას. ჩვენ ასეთი ტიპის ამოცანების შეტანას სახელმძღვანელოში არ უნდა მოვერიდოთ; პირიქით, უნდა გართულებული სახით წარვუდგინოთ საზოგადოებრიობას. რადგან შემეცნებითი უნარების ამაღლებისათვის ასეთ ამოცანებზე ვარჯიშს გადამწყვეტი მნიშვნელობა აქვს. აბიტურიენტის ცნობიერებაში უნდა არსებობდეს მოლოდინის განცდა იმის შესახებ, რომ მან უნდა გადაწყვიტოს უჩვეულო საკუთარი აზროვნებით ახალი ამოცანა. აღნიშნული მოლოდინი თავისთავად გონებრივი აქტივობისათვის მზაობის საფუძველს იძლევა და ის ფიზიკური ფაცი-ფუცი, რაც ჩვეულებრივ გამოცდას თან ახლავს, შედარებით მნიშვნელობას კარგავს. შემოქმედებითი აზროვნება განსხვავდება პრობლემურისაგან, რომელიც აგრეთვე ცნობილი ცნებების და მეთოდების საფუძველზე ახალი ამოცანების გადაჭრას აწარმოებს, მაგრამ განსხავავებით მისგან შემოქმედებითი აზროვნებისათვის მთავარია არაშაბლონურობა. ამავე დროს სინამდვილის ყველა მიმართებაში წვდომის უნარი. აღნიშნული სახელმძღვანელო ცოდნისა და გაწაფულობის მიღების დიდი შესაძლებლობების გამო შემოქმედებითი აზროვნების განვითარების სრულ შესაძლებლობას იძლევა. ცნობილი მეცნიერები რიჰარდ კურანტი და ჰერბერტ რობინსი წიგნის «რა არის მათემატიკა» შესავალში სამართლიანად აღნიშნავენ, რომ «მათემატიკა შეიცავს ნებისყოფის მოქმედების, გონებრივი მსჯელობის და ესთეტიკური სრულყოფის ხაზებს. მისი ძირითადი და ერთმანეთის საწინააღმდეგო ელემენტებია ლოგიკა და ინტუიცია. ანალიზი და კონსტრუქცია. ზოგადობა და კონკრეტულობა. როგორიც არ უნდა იყოს ამა თუ იმ ტრადიციით გამოწვეული სხვადასხვა თვალსაზრისი, მხოლოდ ამ ურთიერთმოპირდაპირე საწყისების ერთობლივი მოქმედება და მათი სინთეზისათვის ბრძოლა უზრუნველყოფს მათემატიკური მეცნიერების ცხოველმყოფელობას. სარგებლიანობას და მაღალ ღირებულებას».

როცა ი. ჟღენტის წიგნის ვკითხულობს, ვეცნობით, ვხელმძღვანელობთ, კიდევ ერთხელ ვრწმუნდებით ჩვენი ფსიქიკური უნარების სრულყოფილებასა და გარემო სინამდვილეებთან თეორიული და პრაქტიკული ერთიანობის ჰარმონიულობაში. თუ რა დიდი როლი შეიძლება ითამაშოს სრულყოფილად შედგენილმა სახელმძღვანელომ.

დასკვნები II თავიდან

- ჟღენტის სახელმძღვანელოს დეტალური ანალიზის, განსჯის, ქართული მათემატიკისათვის მისი მნიშვნელობის შეფასების საფუძველზე მიგვაჩნია, რომ ქართული მათემატიკისა და სწავლების მეთოდიკის ისტორიაში სათანადო ადგილი უნდა მიეზღოს ილია ოქროპირის ძე ჟღენტს.

- მიუხედავად იმისა, რომ რევოლუციამდელ საქართველოში რუსეთის ცარიზმის პოლიტიკა მიუღებელი იყო, რადგანაც გარუსების პოლიტიკას ატარებდა. როგორც გამოკვლევამ გვიჩვენა, ეროვნულ სკოლებში განათლების პრობლემას დიდ ყურადღებას უთმობდა და ცდილობდა სწავლების მაღალი ხარისხის მიღწევას, რაც დასტურდება სწავლების მეთოდების სრულყოფაზე ზრუნვით. სწავლებისადმი არსებული კონტროლით და არარუსი მოწინავე სპეციალისტებისათვის განათლების სისტემაში გაკვეული როლის მიკუთვნებით. სწორედ ამის შედეგად უნდა ჩაითვალოს ჩვენს მიერ შესწავლილი და გაანალიზებული ი. ჟღენტის მა-თემატიკის სახელმძღვანელოს იმ დროისათვის შესაბამისი მათემატიკური სიღრმე და მეთოდიკური დონე.

თ ა ვ ი I I I

კვლევის მეთოდიკა და პედაგოგიური ექსპერიმენტი

კვლევის მეთოდები

1) შესწავლილ და გაანალიზებულ იქნა დიდი რაოდენობის ფაქტიური საარქივო მასალა:

ქართველთა შორის წერა-კითხვის გამავრცელებელი საზოგადოებისა (1889-1907 წლები): საქართველოს რესპუბლიკის ცენტრალური საისტორიო არქივისა სამხედრო-ისტორიული განყოფილება და კავკასიის სასწავლო ოლქის მფარველის კანცელარია.

Разрешительные свидетельства на выход в свет газет, Журналов и книг (მასალები (1889-1891 წლები); Послужные списки рядовых и офицеров гренадерского грузинского полка (1887-1900 წლები); Кавказскій Учебный Округъ (მასალები 1912-1915 წლები) და მრავალი სხვა საარქივო მასალა.

გაანალიზებულ იქნა ისტორიოგრაფიული და პედაგოგიურ-მეთოდური ხასიათის ნაშრომები. ორიგინალური ქართული და რუსული სახელმძღვანელოები მათემატიკაში (XIX საუკუნის მეორე ნახევრიდან XX საუკუნის მეორე ნახევრამდე).

საკვლევ თემასთან დაკავშირებული მეთოდიკური ლიტერატურა იქნა შესწავლილი და გაანალიზებული.

აღმოჩნდა, რომ ჩვენს მიერ გარჩეულ ლიტერატურაში არ შედის ქართული მათემატიკის სწავლების მეთოდიკური აზროვნების განვითარების ისტორიის სისტემატური მეცნიერული ანალიზი.

2) მათემატიკის სწავლების მდგომარეობის იმდროინდელი მეცნიერულ-ტექნიკური პროგრესისა და ცხოვრების მოთხოვნილების ამოცანებთან შესაბამისობის შესწავლა და ანალიზი.

3) მოსწავლეებთან და მასწავლებლებთან ინდივიდუალური საუბრების ჩატარება პრობლემასთან დაკავშირებული საკითხების მნიშვნელობის შესახებ.

ჩატარებული კვლევის საფუძველზე დავასკვნით, რომ ჩვენს მიერ საკვლევ თემად აღებული პრობლემა ჯერ-ჯერობით მეცნიერულად შეუსწავლელია ქართულ პედაგოგიურ მეთოდურ ლიტერატურაში. მასწავლებლები აღიარებენ კვლევის მნიშვნელობისა და ჩატარების აუცილებლობის სწავლების მეთოდიკის შემდგომი სრულყოფის მიზნით, რაც უნდა მოხდეს არსებული მდგომარეობის რეალური სურათის ასახვით, ხარვეზების გამოვლენით და მისი გამოსწორების გზების დასახვით.

სწავლებაში ისტორიზმს დიდი მნიშვნელობა ენიჭება. როგორც ჩატარებულმა გამოკვლევამ გვიჩვენა, დიდ ქართველ მასწავლებელ-მეთოდისტთა ცოდნა დიდ ინტერესს იწვევს მათემატიკის სწავლების მეთოდიკის განვითარებაში.

საკვლევი პრობლემების მეცნიერული დამუშავების მდგომარეობის შესწავლისა და მისი სისტემატურ მეცნიერული გამოკვლევის აუცილებლობის ამოცანებიდან გამომდინარე შევიმუშავეთ კვლევის შემდეგი ჰიპოთეზა: მათემატიკის სწავლების მეთოდიკის სრულყოფის საქმეში მნიშვნელოვანი წვლილი უნდა შეიტანოს არა მარტო მასწავლებელთა მიერ სწავლების მეთოდიკისა და პედაგოგიურ, მეთოდურ და ფსიქოლოგიურ კანონზომი-ერებათა ცოდნამ, არამედ მასწავლებელთა საკუთარმა შემოქმედებითმა შრომამ. რაც იმაში უნდა გამოიხატოს, რომ მასწავლებელი მეთოდიკის მარტო მომხმარებელი კი არა, შემოქმედიც იყოს და ცდილობდეს სწავლების მეთოდიკის განვითარება-სრულყოფას. ამიტომ დიდი მნიშვნელობა ენიჭება მასწავლებელთა მიერ მოცემული საგნის სწავლების მეთოდიკის არსებული მდგომარეობისა და იმის ცოდნას, თუ როგორ ვითარდებოდა ეტაპობრივად მოცემული საგნის სწავლების მეთოდიკა და რა წვლილი შეჰქონდათ მასში ქართველ მეთოდისტებს.

პედადოდიური ექსპერიმენტი და მისი შედეგები

ჩვენს მიერ სხვადასხვა წლებში ჩატარებულ იქნა საჩვენებელი მეცადინეობები თბილისის პედაგოგიური უნივერსიტეტის ფიზიკა-მათემატიკის სპეციალობის ჯგუფებში. თბილისის 81-ე საშუალო სკოლის X_XI კლასებში, ბორჯომის II საშუალო და რკინიგზის სკოლებში შემდეგ თემებზე:

- მათემატიკური ამოცანები საბაზრო-ეკონომიკის საკითხებთან კავშირში (ი. ჟღენტის სახელმძღვანელოს ბაზაზე).

- განუსაზღვრელი განტოლებები (ი. ჟღენტის სახელმძღვანელოს ბაზაზე).
- ტოროპოვის მაგიური მწკრივი და მისი გამოყენება (XIX საუკუნის სახელ-მძღვანელოების ბაზაზე).
- ქართველი მათემატიკოს-მეთოდისტები და მათი ღვაწლი მათემატიკის სწავლების მეთოდიკაში.
- უწყვეტი წილადები და მათი გამოყენება (ი. ჟღენტის სახელმძღვანელოს ბაზაზე).
- ამოცანები მაქსიმალურ და მინიმალურ მნიშვნელობებზე (ი. ჟღენტის სა-ხელმძღვანელოს და XIX საუკუნის სახელმძღვანელოების ბაზაზე).

ჩავატარეთ ინდივიდუალური საუბრები ამ სკოლების მათემატიკის მასწავლებლებთან, მოსწავლეებთან. ასევე ტექნიკური უნივერსიტეტის მრავალ სტუდენტთან, რომლებთანაც ყოველდღიური კავშირი გვაქვს. კითხვაზე: უნდა ისწავლებოდეს თუ არა საყოფაცხოვრებო ამოცანები (რთული პროცენტები, ვადიანი შესატანები, ვადიანი გადასახადები, თამასუქები, აქციები და სხვა) საშუალო სკოლაში. ყველა მათგანის პასუხი დადებითი იყო.

ექსპერიმენტმა გვიჩვენა, რომ სტუდენტებსა და მოსწავლეებში გაიზარდა ინტერესი, ვინაიდან შერჩეული ამოცანები ცხოვრებისეული იყო. გაიზარდა ინტერესი თვით პედადოგებისაც აღნიშნული საკითხებისადმი.

ზოგადი დასკვნები

მათემატიკის პროგრამაში განსაკუთრებით საჭიროა შედიოდეს ის საკითხები, რომლებიც დრევანდელი ეკონომიკური საკითხების მოზღვავებისა და საჭიროების პირობებში აუცილებელია: რთული პროცენტები, ვადიანი გადასახადები, ვადიანი შესატანები, სამმაგი, ჯაჭვური, ამხანაგობის წესები, თამასუქები, აქციები და სხვა, რომლებიც წარმატებით ისწავლება თითქმის ყველა ნორმალური, განვითარებული ქვეყნების საშუალო სკოლებში და რევოლუციამდელი საქართველოს სკოლებშიც მათ დიდი ყურადღება ექცეოდა.

მათემატიკის სასკოლო კურსში აუცილებელად უნდა იქნას დაძლეული ამოცანებისა და მაგალითების გამარტივების ტენდენცია. მაღალი კლასების მოსწავლეთა და აბიტურიენტთა ასაკისათვის შემეცნებითი ინტერესები მიმართულია იმ ფარული ძაფებისაკენ, იმ კავშირებისაკენ, რომლებიც არსებობს სინამდვილის ცალკეულ მოვლენათა შორის. ისინი არათვალსაჩინოა, ზოგადია, აბსტრაქტულია. მივცეთ გასაქანი მოსწავლეთა ამ ბუნებრივ ინტერესებს. სწრაფვას.

აუცილებელია მათემატიკის სასკოლო კურსში ისეთი ამოცანებისა და მაგალითების შეტანა, რომელთა ამოხსნა არასტანდარტული ხერხების

მოფიქრებას საჭიროებს. ასეთი ამოცანების ამოხსნა ლოგიკური, ცნებითი აზროვნების განვითარებას უწყობს ხელს.

მიზანშეწონილად მიგვაჩნია ისეთი ამოცანებისა და მაგალითების ამოხსნა, რომლებიც სასწავლო პროგრამას არ შეესაბამება. მაგრამ უკვე არსებული ცოდნის ბაზაზე დაყრდნობით და გარკვეული მანიპულირების შემდეგ ნათელი ხდება მისი ამოხსნა. ასეთი ამოცანების ამოხსნა ხელს უწყობს მოსწავლის აზროვნების სიღრმისა და გონებრივი უნარის განვითარებას.

იმისათვის, რომ საშუალო სკოლაში სასწავლო სააღმზრდელო მუშაობაში მაღალ შედეგს მივაღწიოთ, საჭიროა, როგორც მოსწავლე, ისე მასწავლებელი გრძნობდნენ დიდ პასუხისმგებლობას მათზე დაკისრებულ საქმიანობაში: ისწავლოს და ასწავლოს. ამ პასუხისმგებლობას აამაღლებს ღია (საჩვენებელი) გაკვეთილების დიდი ხნის წინ არსებული სისტემის კვლავ აღორძინება. გამოცდილ მასწავლებელთა წახალისება, სხვა სკოლებში მათი მიწვევა და იქ მათ მიერ საჩვენებელი გაკვეთილების ჩატარება.

იმისათვის, რომ მოსწავლის შეფასება ობიექტური იყოს, საჭიროა აღდგენილ იქნეს ნამუშევრის შემოწმების ეტაპები:

იგი გაზრდის მასწავლებლის პასუხისმგებლობას: პედაგოგიურ-მეთოდურ მოთხოვნათა შესაბამისად ასწავლოს პროგრამით გათვალისიწნებული საკითხები და ობიექტურად შეაფასოს მოსწავლის ნაშრომი.

ჩატარებულმა გამოკვლევამ, პედაგოგიურმა ექსპერიმენტმა და მოწინავე გამოცდილების განზოგადებამ გვიჩვენა, რომ მოსწავლეთა სასწავლო-შემეცნებითი და დამოუკიდებელი მუშაობის ინტერესების გაზრდას, მოცემული საგნისადმი ინტერესის გადიდებას დიდად უწყობს ხელს ქართველი პედაგოგი მეთოდისტების როლისა და ავტორიტეტის წამოწევა. ეს სასარგებლოა, აგრეთვე, მოსწავლე-ახალგაზრდობის პატრიოტული გრძნობის გადიდების თვალსაზრისითაც.

ამიტომ აუცილებელია სწავლებაში დიდი ყურადღება დაეთმოს ისტორიზმს, აუცილებელია მათემატიკის სწავლების პროცესში წარმოჩენილ იქნას იმ ქართველ მასწავლებელ-მათემატიკოსთა როლი, რომლებმაც თავის დროზე გარკვეული წვლილი შეიტანეს სასკოლო მატემატიკური განათლების სრულყოფაში.

ი. ჟღენტის სახელმძღვანელოს დეტალური ანალიზის, განსჯის, ქართული მათემატიკისათვის მისი მნიშვნელობის შეფასების საფუძველზე მიგვაჩნია, რომ ქართული მათემატიკისა და სწავლების მეთოდიკის ისტორიაში სათანადო ადგილი უნდა მიეზღოს ილია ოქროპირის ძე ჟღენტს.

მიუხედავად იმისა, რომ რევოლუციამდელ საქართველოში რუსეთის ცარიზმის პოლიტიკა მიუღებელი იყო, რადგანაც გარუსების პოლიტიკას ატარებდა, როგორც გამოკვლევამ გვიჩვენა, ეროვნულ სკოლებში განათლების პრობლემას დიდ ყურადღებას უთმობდა და ცდილობდა სწავლების მაღალი ხარისხის მიღწევას. რაც დასტურდება სწავლების მეთოდების სრულყოფაზე ზრუნვით. სწავლებისადმი არსებული კონტროლით და არარუსი მოწინავე სპეციალისტებისათვის განათლების სისტემაში გარკვეული როლის მიკუთვნებით. სწორედ ამის შედეგად უნდა ჩაითვალოს ჩვენს მიერ შესწავლი- ლი და გაანალიზებული ი. ჟღენტის მათემატიკის სახელმძღვანელოს იმ დროისათვის შესაბამისი მათემატიკური სიღრმე და მეთოდიკური დონე.

გამოყენებული ლიტერატურა

1. ანგარიში «ქართველთა შორის წერა-კითხვის გამავრცელებელი საზოგადოების მოქმედებისა». ტფილისი, 1888 წ.
2. ანგარიში «ქართველთა შორის წერა-კითხვის გამავრცელებელი საზოგადოების მოქმედებისა». 1888 წლის სექტემბრის 1-ითგან 1889 წლის 1 სექტემბრამდე. ტფილისი, 1889 წ.
3. ანგარიში «ქართველთა შორის წერა-კითხვის გამავრცელებელი საზოგადოების მოქმედებისა». 1890 წლის 1 სექტემბრიდან 1891 წლის 1 სექტემბრამდე. ტფილისი, 1891 წ.
4. ანგარიში «ქართველთა შორის წერა-კითხვის გამავრცელებელი საზოგადოების მოქმედებისა». ტფილისი, 1901 წ.
5. ანგარიში «ქართველთა შორის წერა-კითხვის გამავრცელებელი საზოგადოების მოქმედებისა». ტფილისი, 1902 წ.
6. ანგარიში «ქართველთა შორის წერა-კითხვის გამავრცელებელი საზოგადოების მოქმედებისა». ტფილისი, 1906 წ.
7. ანგარიში «ქართველთა შორის წერა-კითხვის გამავრცელებელი საზოგადოების მოქმედებისა». ტფილისი, 1907 წ.
8. ალგებრა და ანალიზის საწყისები (სახელმძღვანელო საშუალო სკოლის IX-X კლასებისათვის ა. კოლმოგოროვის რედაქციით). «განათლება», თბილისი, 1981 წ.
9. ალგებრა (საშუალო სკოლის VII კლასის სახელმძღვანელო ა. მარკუშევიჩის რედაქციით). «განათლება», თბილისი, 1978 წ.
10. ალგებრა (საშუალო სკოლის VIII კლასის სახელმძღვანელო ა. მარკუშევიჩის რედაქციით). «განათლება», თბილისი, 1977 წ.

11. არითმეტიკა უფ. ფოგელისა. ქართულად ნათარგმნი და დამატებული მ. ყიფიანისა და ვ. თულაშვილისაგან. 1882 წ.
12. ასაკობრივი და პედაგოგიური ფსიქოლოგია. პეტროვსკის რედაქციით. განათლება», თბილისი, 1977 წ.
13. ზენდუქიძე ა. ქართული მათემატიკური სკოლის სათავეებთან. «მეცნიერება და ტექნიკა», 1977 წ., № 2.
14. გოგებაშვილი ი. ტომი I, პედაგოგიკის კვლევითი ინსტიტუტის გამომცემლობა, თბილისი, 1952 წ.
15. გოგებაშვილი ი. ტომი II, პედაგოგიკის კვლევითი ინსტიტუტის გამომცემლობა, თბილისი, 1954 წ.
16. გოგებაშვილი ი. ტომი III, პედაგოგიკის კვლევითი ინსტიტუტის გამომცემლობა, თბილისი, 1954 წ.
17. გოგებაშვილი ი. ტომი IV, პედაგოგიკის კვლევითი ინსტიტუტის გამომცემლობა, თბილისი, 1955 წ.
18. გოგებაშვილი ი. ტომი V, პედაგოგიკის კვლევითი ინსტიტუტის გამომცემლობა, თბილისი, 1957 წ.
19. გოგებაშვილი ი. ტომი VI, «ცოდნა», თბილისი, 1958 წ.
20. გოგებაშვილი ი. ტომი VII, «ცოდნა», თბილისი, 1960 წ.
21. გოგებაშვილი ი. ტომი VIII, «ცოდნა», თბილისი, 1961 წ.
22. გოგებაშვილი ი. ტომი IX, «ცოდნა», თბილისი, 1962 წ.
23. «გოგებაშვილი იაკობ» _ საიუბილეო კრებული. უნივერსიტეტის გამომცემლობა, თბილისი, 1940 წ.
24. გიორგობიანი ნ., ხარაბაძე ა. ალგებრულ ამოცანათა კრებული. სახელმძღვანელო ათწლედებისა და ტექნიკუმებისათვის. სახელგამი, ტფილისი, 1930 წ.
25. დევიძე ა., ხარაბაძე ა. სწორხაზოვანი ტრიგონომეტრია. სახელგამი, ტფილისი, 1929 წ.
26. დევიძე ა., ლორთქიფანიძე ს., ხარაბაძე ა. არითმეტიკულ ამოცანათა კრებული ოთხწლიანი შრომის სკოლის მე-3 ჯგუფისათვის. «ზაკკნიგა», 1926 წ.
27. ებანოიძე თ. უკვდავება პედაგოგისა (მათემატიკოს დ. პარკაძის 100 წლისთავი). «ფიზიკა და მატემატიკა სკოლაში», 1983 წ.
28. ებანოიძე თ. წერილები ქართველ მათემატიკოსებზე. «მეცნიერება», თბილისი, 1981 წ.

29. ებანოიძე თ. მათემატიკა ეს ხელოვნებაა. «კომუნისტი», 1932 წლის 9 აპრილი.

30. თოფურია ს., აბესაძე გ., ოზბეგაშვილი გ., ხოჭოლავა ვ., მეტრეველი ზ., მაჭარაშვილი ნ. მათემატიკა, ნაწილი I, «განათლება», თბილისი, 1987 წ.

31. თოფურია ს., აბესაძე გ., ოზბეგაშვილი გ., ხოჭოლავა ვ., მეტრეველი ზ., მაჭარაშვილი ნ. მათემატიკა, ნაწილი II, «განათლება», თბილისი, 1987 წ.

32. კომლაძე გ. ჯაჭვური წილადები და განუსაზღვრელი განტოლებები. «ცოდნა», თბილისი, 1962 წ.

33. კოჩეტკოვი ე., კოჩეტკოვა ვ. ალგებრა და ელემენტარული ფუნქციები. «განათლება», თბილისი, 1976 წ.

34. კლოფსი ზ., სკოპეცი ზ., იაგოდოვსკი მ. გეომეტრია (საშუალო სკოლის IX-X კლასების სახელმძღვანელო). «განათლება», თბილისი, 1983 წ.

35. კოლმოგოროვი ა., სემიონივიჩი ა., ჩერკასოვი რ. გეომეტრია (სახელმძღვანელო საშუალო სკოლის VI-VIII კლასებისათვის). «განათლება», თბილისი, 1983 წ.

36. კურანტი რ., რობინსი ჰ. რა არის მათემატიკა «განათლება», თბილისი, 1965 წ.

37. ლარიჩევი პ. ალგებრის ამოცანათა კრებული VI-VII კლასებისათვის, ნაწილი I. «განათლება», თბილისი, 1972 წ.

38. ლარიჩევი პ. ალგებრის ამოცანათა კრებული IX კლასებისათვის, ნაწილი II. «ცოდნა», თბილისი, 1965 წ.

39. მიქაძე აბ. ატანასე ხარაბაძე. ცხოვრება და პედაგოგიური მოღვაწეობა. თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა, 1989 წ.

40. მაკარიჩევი ი., მინდიუკი ნ., მურავინი კ. ალგებრა (საშუალო სკოლის VI კლასის სახელმძღვანელო). «განათლება», თბილისი, 1974 წ.

41. მძინარიშვილი ლ., ბერიძე ლ., გელაშვილი მ., გველესიანი ს., დავითაძე ა., მელაძე ო., მირზიაშვილი გ., მიმინოშვილი მ., ჩეჩელაშვილი ნ., ხომერიკი ნ. მათემატიკის ამოცანათა კრებული. «განათლება», თბილისი, 1988 წ.

42. ნატროშვილი ა. კრებული არითმეტიკის ამოცანებისა და მოქმედებების საწარმოებელი სავარჯიშო მასალა, ნაწილი I. გამოცემა II, ტფილისი, 1899 წ.

43. ნიკიტინი ნ., მასლოვა მ. გეომეტრიის ამოცანათა კრებული. რვაწლიანი სკოლის VI-VIII კლასებისათვის. «განათლება», თბილისი, 1967 წ.

44. ობოლაძე უ. დაწყებითი განათლება საბჭოთა საქართველოში. პედაგოგიურ მეცნიერებათა ინსტიტუტის გამომცემლობა, თბილისი, 1949 წ.

45. ობოლაძე უ. ნარკვევები დაწყებითი განათლების ისტორიიდან საბჭოთა საქართველოში. პედაგოგიურ მეცნიერებთა ინსტიტუტის გამომცემლობა, თბილისი, 1949 წ.

46. ობოლაძე უ. ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლა საბჭოთა საქართველოში. «ცოდნა», თბილისი, 1949 წ.

47. ოცხელი ს. არითმეტიკული ამოცანებისა და მაგალითების კრებული. ქუთაისი, 1920 წელი.

48. პარკაძე დ., ხარაბაძე ა. გეომეტრია, ნაწილი I. პლანიმეტრია. სისტემატური კურსი. სასწავლო წიგნი საშუალო სკოლის VI-VIII კლასებისათვის. სახელგამი, ტფილისი, 1934 წ.

49. პოგორელოვი ა. გეომეტრია VIII-X. «განათლება», თბილისი, 1981 წ.

50. პროგრამა ტფილისის სათავადაზნაურო სკოლის მოსამზადებელი კლასებისა 1896 წ.

51. რიბკინი ნ. ტრიგონომეტრიულ ამოცანათა კრებული (სახელმძღვანელო IX-X კლასებისათვის). «ცოდნა», თბილისი, 1958 წ.

52. რიბკინი ნ. გეომეტრიის ამოცანათა კრებული. ნაწილი I. პლანიმეტრია (სახელმძღვანელო VIII კლასისათვის). «ცოდნა», თბილისი, 1960 წ.

53. რიბკინი ნ. გეომეტრიის ამოცანათა კრებული. ნაწილი II. სტერეომეტრია (სახელმძღვანელო IX-X კლასებისათვის). «განათლება», თბილისი, 1969 წ.

54. სახალხო განათლების ქართველი მოღვაწეები და სახალხო მასწავლებლები, კრებული I. პედოგოგიურ მეცნიერებათა ინსტიტუტის გამომცემლობა, თბილისი, 1953 წ.

55. სახალხო განათლების ქართველი მოღვაწეები და სახალხო მასწავლებლები, კრებული II. მეთოდკაბინეტის გამომცემლობა, თბილისი, 1955 წ.

56. სახალხო განათლების ქართველი მოღვაწეები და სახალხო მასწავლებლები, კრებული III. «განათლება», თბილისი, 1968 წ.

57. სიგუა ს. ნარკვევები სახალხო განათლებისა და პედაგოგიურ იდეათა განვითარების ისტორიიდან საქართველოში. «ცოდნა», თბილისი, 1959 წ.

58. სანიმუშო პროგრამები ქართველთა შორის წერა-კითხვის გამავრცელებელი საზოგადოების სკოლებისა. თბილისი, 1910 წ.

59. სტრატილატოვი პ. ვ. ტრიგონომეტრიის ამოცანათა კრებული (IX-X კლასების სახელმძღვანელო). «ცოდნა», თბილისი, 1960 წ.

60. საქართველოს რესპუბლიკის ცენტრალური ისტორიული არქივის მასალები:

1) ფონდი 480 _ კავკასიის საცენზურო კომიტეტი, აღწერა № 1, საქმეები №№:

954. Разрешительные свидетельства на выпуск в свет газет, книг, Брошюр и других изданий на русском языке (1889 г).

955-956. Ежемесячные отчетности по цензурной деятельности младшего цензора языков Кавказа и восточных языков Караханова за 1883 год.

957. Ежемесячные отчетности по цензурной деятельности старшего цензора русского и европейских языков Безобразова за 1883 год.

958. Ежемесячные отчетности по цензурной деятельности младшего цензора языков народов Кавказа и восточных языков Эристова за 1883 год.

970. О ревизии типографий, литографий, книжной торговли и других заведений.

973. О служащих в типографиях, литографиях и других заведениях.

998. Об отзыве канцелярии главноначальника о сообщении сведений о ценах, существующих в лучших местных типографиях при отзыве заказов.

2) ფონდი 1087 _ სამხედრო ისტორიული განყოფილება (КВО), აღწერა № 1, საქმეები №№:

78. Об издании боевой жизни 14-ого гренадерского грузинского полка в турецкую компанию 1877-1878 годы.

84. Переписка по изданию «Истории 14-ого гренадерского грузинского полка».

179. Исторические справки об истории различных полков.

569. Материалы, собранные отделом об участии 1-ой и Кавказской гренадерской, 19-ой пехотной дивизии.

583. Материалы, собранные отделом об участии Кавказских линейных и местных войск.

810. Стеклографированный материал «Памятка о сформировании и отличиях 16-го Гренадерского Мингрельского полка».

აღწერა № 3:

168. Послужные списки радовых офицеров.

214. Послужные списки чинов военных округов области.

505-508. Статья и материалы,подготовленные по истории русско-турецкой войны 1877-188 годов по теме: «Действия Эриванского отряда».

509-515. «Действия Кобулетского отряда».

516-518. «Действия Сухумского и Кутайского отрядов».

519. «Действия Ингурского, Сочинского и Марухского отрядов».

520, 521. «Действия Кобулетского и Гурийского отрядов».

ფონდი 422 _ კავკასიისსასწავლო ოლქის მფარველის კანცელარია, პროგრამები: საქმეები: №№ 843, 1604, 1784, 2129, 3396, 3415, 3578, 4924, 12310, 14227, 14353.

სწავლების მეთოდიკა: 1600, 6985, 7737, 3443.

საჩვენებელი გაკვეთილები: 2161.

გამოცდები: 41227, 5222.

სასწავლო გეგმები: 3346, 3737, 6432, 8980, 6268, 9096, 9442, 10203, 10251.

61. უმაღლესი დაწყებითი სასწავლებლის სანიმუშო პროგრამები, 1920 წ.

62. უზნაძე დ. შრომები, საქ. სსრ მეცნიერებათა აკადემიის გამომცემლობა, თბილისი, 1964 წ.

63. ქუთაისის ქართული გიმნაზიის პროგრამები, ქუთაისი, 1911 წ.

64. ღვინაძე პ. გეომეტრიის პირველი ქართული სახელმძღვანელო (შედგენილი მ. ყიფიანის მიერ, 1889 წ.). «ფიზიკა და მათემატიკა სკოლაში», 1979 წ., № 1.

65. ღვინაძე პ. დამოუკიდებელი საქართველოს მათემატიკის სახელმძღვანელოები (ისტორიის ფურცლები). «ფიზიკა და მათემატიკა სკოლაში», 1989 წ., № 3.

66. ღვინაძე პ. მათემატიკის სახელმძღვანელო 100 წლისაა (რ. ჯაჯანაშვილის მათემატიკის სახელმძღვანელო). «ფიზიკა და მათემატიკა სკოლაში», 1988 წ., № 3.

67. ღვინაძე პ. პირველი ქართული სახელმძღვანელოები მათემატიკაში. «განათლება», თბილისი, 1984 წ.

68. ღვინაძე პ. «რომელ არს აღმრიცხველობა...» (მათემატიკის პირველი ქართული ნაბეჭდი სახელმძღვანელოების იუბილე). «თბილისი», 1988 წ., 17 სექტემბერი.

69. ღვინაძე პ. გეომეტრიის პირველი ქართული სახელმძღვანელო 100 წლისაა. «ფიზიკა და მათემატიკა სკოლაში», 1989 წ., № 2.

70. ღვინაძე პ. სადისერტაციო ნაშრომი პედაგოგიურ მეცნიერებათა კანდიდატის ხარისხის მოსაპოვებლად მათემატიკის მეთოდიკაში, თბილისი, 1987 წ.

71. ყიფიანი მ. ზ. არითმეტიკა. ნაწილი I. ვლადიკავკაზი, 1884 წ.

72. ყიფიანი მ. ზ. გეომეტრია. ნაწილი I. ტფილისი, 1888 წ.

73. ყიფიანი მ. ზ. გეომეტრია. ნაწილი II. ტფილისი, 1891 წ.

74. ცხაკაია დ. მათემატიკის ისტორია უძველესი საუკუნეებიდან XVII საუკუნემდე. სამეცნიერო-მეთოდური კაბინეტის გამომცემლობა, თბილისი, 1948 წ.

75. ცხაკაია დ. მათემატიკის ისტორია XVII საუკუნიდან XIX საუკუნის მეორე ნახევრამდე. «მეცნიერება», თბილისი, 1965 წ.

76. ხრამელაშვილი ეგ. არითმეტიკის ამოცანათა და რიცხვითი მაგალითების კრებული. ნაწილი I. გამოცემა მე-4, ტფილისი, 1912 წ.

77. ხრამელაშვილი ეგ. არითმეტიკის ამოცანათა და რიცხვითი მაგალითების კრებული. ნაწილი II. გამოცემა მე-4, ტფილისი, 1918 წ.

78. ხარაბაძე ი., დევიძე ა. ალგებრა (პროგრესიები, ლოგარითმები, რთული პროცენტები, შეერთებანი, ნიუტონის ბინომი). ტფილისი, 1926 წ.

79. ხარაბაძე ა., ლორთქიფანიძე ს. მათემატიკური ამოცანები შრომის სკოლის IV ჯგუფისათვის. სახელგამი, 1920 წ.

80. ხაზარაძე ა. მათემატიკური ამოცანები V და VI კლასებისათვის. ტფილისი, 1935 წ.

81. ხარაბაძე ა. მათემატიკური ამოცანები VI და VII კლასებისათვის. ტფილისი, 1927 წ.

82. ხარაბაძე ა., ტყემელაძე ტ. არითმეტიკა V-VI კლასებისათვის. თბილისი, 1987 წ.

83. Арбузов В., Минин А., Минин В., Назаров А. Сборник арифметических задач преимущественного для учеников старших классов средних учебных заведений. Материалы для практических упражнений учеников в течение учебного года и темы для писменных испытаний. Москва, 1886 г.

84. Блюмберг Я. Дополнительные статьи алгебры (курсъ VII дополнительнаго класса реальныхъ училищъ). Санкт-Петербургъ, 1882 г.

85. Бычков Ф. Сборникъ задачъ и примеровъ относящихся къ курсу элементарной алгебры. Санкт-Петербургъ, 1888 г.

86. Бертран Ж. Алгебра, часть I (пересмотренный Жозефом Бертраном и Генрихом Герге, бывшим профессором математических наук в лицее Генриха IV, перевод с последнего 16-го Французского издания М. В. Пирожкова) . Санкт-Петербургъ, 1889 г.

87. Бертран Ж. Теоретическая арифметика, перевод Н. Билибина, преподавателем императорского филологического института и филологической гимназии. Санкт-Петербургъ, 1885 г.

88. Гольденберг Л. И. Упражнения для учебников (Журнал «Педагогический сборник», 1886 г. № 2, № 8, № 9, № 12).

89. Давидов А. (Ординарный профессор Московского Университета). Начальная алгебра. Москва, 1868 г.

90. Давидов А. Начальная алгебра (Просмотренное и исправленное преподователем Николаевской Инженерной Академий и училища, Военным инженером В. Ф. Найденовым). Москва, 1903 г.

91. Давидов А. Элементарная геометрия в объеме гимназического курса. Москва, 1881 г.

92. Закавказская учительская семинария на юбилейной выставке в Тифлисе осенью1901 года (Дополн. № 7, осень 1899 г.-1900 г. весна).

93. Тоже, в Тифлисе 1904 г.

94. Крамаренко Б. Отзыв о писменных работах по математике исполненных на окончательных испытаниях в реальных училищах в 1914 году. ТФЛ, 1916 г.

95. Кавказскій Учебный Округъ: журналы собрания директоров и инспекторов народныхъ училищъ Закавказья въ г. Боржоми 26 июня – 5 июля 1912 г. Тифлисъ, 1912 г.

96. Кавказскій Учебный Округъ: Математика краткосрочных курсахъ летомъ 1914 г. Отчетъ руководителя занятиями, преподователя Тифлисского Учитальского института Е. И. Коровицкого (Тип. Канц. Наместника Е. И. В. Кавказе).

97. Кавказскій Учебный Округъ: Русский языкъ, математика и педагогика на курсахъ при учительскихъ институтахъ летомъ 1914 году, въТифлисе, Ставрополе и Владикавказе (обработал для печати А. И. Словинский). Тифлисъ, тип. нам. Е. И. В. Кавказе, 1915 г.

98. Кавказскій Учебный Округъ: Руксы для учителей начальныхъ училищъ летомъ 1910 года.

99. Леве А. Курс арифметики и соьрание задач на все арифметрические действия (Сост. А. Леве, инженер-поручик, преподаватель в Павловском и Константиковском кадетских корпусах). Санкт-Петербург, 1857 г.

100. Леве А. Практическая арифметика, часть I. Санкт-Петербург, 1862 г.

101. Леве А. Практическая арифметика, часть II. Санкт-Петербург, 1862 г.

102. Литвинова Е. Ф. Из области высшей арифметики (журнал «Педагогический сборник», 1836 г., № 1, № 3, № 11).

103. Минин В. П. Сьорник геометрических задач, примененный к курсам гимназий, реальных училищ и других средних учебных заведений. Задачи алгебры, геометрии. Материалы для практических упражнений в течении учебного года и темы для писменных испытаний. Москва, 1913 г.

104. Минин В. П. Сборник тригонометрическихъ задчъ, примененных к курсамъ гимназій, реальныхъ училищъ и другихъ среднихъ учебныхъ заведений. Материалы для практическихъ упражнений в течении учебного года и темы писменныхъ исрытаний. Москва, 1887 г.

105. Минин В. П. (Преподователь московской 3-й гимназии). Сборник геометрических задач, Москва, 1913 г.

106. Мазинг К. (Преподователь московского реального училища). Сборникъ задачъ по математике, служивщихъ во всехъ учебныхъ округахъ Россій для испытанія зрелости въ гимназіяхъ и для выпускныхъ экзаменовъ въ реальныхъ училищахъ. Москва, 1897 г., 1905 г.

107. Мазинг К. Сборник тригонометрическихъ задачъ применений къ курсамъ гимназій, реальныхъ училищъ и другихъ среднихъ учебныхъ заведеній. Москва, 1884 г.

108. Мазинг К. Стереометрия для среднихъ учебныхъ заведений. Москва, 1887 г.

109. Малинин А., Буренин К. Руководство алгебры и собрание алгебраическихъ задачъ для гимназій, реальныхъ училищъ и учительскихъ институтовъ. Москва, 1884 г.

110. Малинин А., Буренин К. Собрание арифметическихъ задачъ для гимназій и пригимназій, муж. и женск. реальныхъ уездныхъ институтовъ и семинарій. Москва, 1888 г.

111. Малинин А., Буренин К. Подробные решения и объясненияявсевозможными (2-8-ю) способами всех врифметических задач сборника Малинина А. и Буренина К., часть I. Суммы, 1909 г.

112. Материалы по вопросу объ улучшеніи постановки преподаванія математики въ среднихъ учебныхъ заведенияхъ Кавказского Учебного Округа (Извлечения изъ протоколовъ заседаний предметныхъ коммисий 1909-1912 годов). Изд. Упр. КВО, 1913 г. (на правах рукописи).

113. Математика в средней школе у нас и за границей (Журнал «Педагогический сборник», 1898 г., № 5

114. Об изменении курса алгебры в семиклассах женских гимназиях 1899-1900 учебного года.

115. Пржевальский Е. Прямолинейная тригонометрия и собрание тригонометрических задач. Москва-Петроград, 1923 г.

116. Пржевальский Е. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве и сборник задач. Москва, 1924 г.

117. Программы Тифлисского городского Михайловского ремесленного училища. Тифлисъ, 1889 г.

118. Программы общих и специальных классов Тифлисского комерческого училища. 1907 г.

119. Правила и пограммы для специальных испытаный на звание учителя и учительницы начальных училищ. Тифлисъ, 1896 г.

120. Приложение к отчету о письменных работах по математике, исполненных учениками гимназий и реальных училищь Кавказского Учебного Округа на окончательных испытаниях в 1904 году.

121. СШГ – Спорные вопросы преподования математики, журнал «Русская школа», 1889 г., № 2.

122. СШГ – Спорные вопросы преподования математики, журнал «Русская школа», 1893 г., № 7. 8.

123. Тирютинъ А. Д. Отчет о письменных работах по математике, исполненных учениками гимназий и реальных училищъ Кавказского Учебного Округа и посторонными лицами на окончательных испытанияхъ в 1908 и 1909 годах.Тифлисъ, 1910 г.

124. Тоже, в 1910 году. Тифлисъ, 1911 г.

125. Тоже, в 1912 году. Тифлисъ, 1918 г.

126. Физико-математическое приложение к циркуляру по Управлению Кавказским Учебным Округом, № 1. Тифлисъ, 1909 г.

127. Тоже, № 2. Тифлисъ, 1909 г.

128. Физико-математическое сборник издаваемых Управлением Кавказского Учебного Округа, № 3. Тифлисъ, 1910 г.

129. Физико-математический сборник, № 4. Тифлисъ, 1917 г.

130. Фроловъ А. Приложенiе Алгебры къ геометрiи и начала аналитической геометрiи и плоскости. Санкт-Петербургъ, 1880 г.

131. Шапошников Н. А. Учебник алгебры приспособленный к программа средних учебных заведений. Москва, 1892 г.

132. Шапошников Н. А. Введение в алгебру, руководство для учеников средних учебных заведений к сжатому повторению оснований арифметики и к параллельному с ним изучению оснований алгебры. Москва, 1887 г.

133. Шапошников Н. А., Вальцов Н. К. Сборник алгебраических задач, часть I. Москва, 1907 г.

134. Шапошников Н. А., Вальцов Н. К. Сборник алгебраических задач, часть II. М.-Л., Учпедгиз, 1949 г.

135. Шенгерь Р. Отчетъ о писменныхъ раьотахъ по математике, исполненных учениками гимназій, реальныхъ училищъ Кавказского Учебного Округа на окончательныхъ испытанияхъ въ 1904 году. ТифлисЪ, 1904 г. (Составитель Окружной инспектор Шенгерь Р.).

136. Шахов-Троцкий И. С. К реформе преподования математики. Журнал «Русская школа», 1911 г., № 12.

ს ა რ ჩ ე ვ ი

Filename: zhgenti.doc
Directory: D:\Beridze
Template: C:\Documents and Settings\ktomadze\Application Data\Microsoft\Templates\Normal.dot
Title: S e s a v a l i
Subject:
Author: 1
Keywords:
Comments:
Creation Date: 07.07.2009 14:28:00
Change Number: 353
Last Saved On: 18.12.2009 14:15:00
Last Saved By: nplg
Total Editing Time: 1,388 Minutes
Last Printed On: 18.12.2009 14:16:00
As of Last Complete Printing
Number of Pages: 123
Number of Words: 32,368 (approx.)
Number of Characters: 184,502 (approx.)