საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ხელნაწერის უფლებით

მზევინარ კეკენაძე

არანიუტონისეული სითხის სასაზღვრო ფენი

დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად

წარდგენილი დისერტაციის

ა ვ ტ ო რ ე ფ ე რ ა ტ ი

თბილისი
2016 წელი

სამუშაო შესრულებულია საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის სამშენებლო ფაკულტეტზე

საინჟინრო მექანიკისა და მშენებლობის ტექნიკური ექსპერტიზის დეპარტამენტი

სამეცნიერო ხელმძღვანელი: ფიზ–მათ. მეცნ. დოქტორი,
პროფესორი **ჯ. შარიქაძე**

ფიზ–მათ. მეცნ. კანდიდატი,
აკადემიური დოქტორი, პროფესორი
ზ. ციცქიშვილი

რეცენზენტები: ფიზ–მათ. მეცნ. კანდიდატი, აკადემიური დოქტორი,
პროფესორი **ლ. ჯიქიძე**

ფიზ–მათ. მეცნ. კანდიდატი, აკადემიური დოქტორი,
პროფესორი **ბ. ცუცქირიძე**

დაცვა შედგება 2016 წლის ”--11----” -----02-----------, --------- საათზე საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის სამშენებლო ფაკულტეტის სადისერტაციო საბჭოს სხდომაზე.

I კორპუსი, აუდიტორია

მისამართი: 0175, თბილისი, კოსტავას 72.

დისერტაციის გაცნობა შეიძლება სტუ-ს ბიბლიოთეკაში,

ხოლო ავტორეფერატის - ფაკულტეტის ვებგვერდზე

სადისერტაციო საბჭოს
სწავლული მდივანი   დ. ტაბატაძე

ნაშრომის ზოგადი დახასიათება

თემის აქტუალობა. არანიუტონისეული სითხეების დინებათა კანონზომიერების გამოკვლევა დიდ მნიშვნელობას იძენს მშენებლობაში (პოლიმერები, ლინონიუმი), მრეწველობასა (მეტალურგია) და ტექნიკაში ახალი მასალების შექმნისა და ფართო გამოყენებისათვის; ასევე სხვადასხვა ბიოლოგიური გარემოს შესასწავლად როგორებიცაა სისხლი, ლიმფის დინება.

ქიმიური მრეწველობის მძლავრმა განვითარებამ, განსაკუთრებით ახალი ტექნოლოგიების შეჭრამ სამშენებლო მასალების შექმნაში, როგორებიცაა სხვადასხვა დანიშნულების ახალი ტიპის საღებავები, პლასტმასის გამოყენება მრავალი მიმართულებით, წინა პლანზე წამოწია არანიუტონისეული სითხეების მოძრაობის კვლევის თეორიულ-პრაქტიკული ასპექტების, კერძოდ ჰიდროდინამიკური მახასიათებლების (როგორებიცაა სითხის ხახუნი კედელზე, სასაზღვრო ფენის სისქის დადგენა, მოძრაობის სიჩქარის გავლენა, გარსმოდენადი სხეულების შეჟონვის და გაჟონვის გათვალისწინება და ა.შ.) გამოკვლევა და შესწავლა.

არანიუტონისეული სითხეების დინების შესწავლის რამდენიმე მიდგომა არსებობს: პირველი – ფიზიკური ქიმიის სპეციალისტი არანიუტონისეული სითხეების ქცევას ხსნის სითხის ფიზიკური და ქიმიური თვისებებიდან გამომდინარე, მეორე - მათემატიკურ-რეოლოგიური მიდგომით იქმნება შედარებით რთული, მაგრამ რეალობასთან მიახლოვებული მათემატიკური მოდელი, რომელიც ეყრდნობა ჰიდროდინამიკის ძირითად პრინციპებსა და მიდგომებს და ამის შემდეგ შეისწავლება და ხასიათდება არსებული სითხის ქცევის თავისებურებები.

არანიუტონისეული სითხეების დინებათა შესწავლა განსაკუთრებით საინტერესოა სასაზღვრო ფენში თავისუფალი კონვექციის არსებობის პირობებში, როდესაც სითხის ელექტროგამტარებლობის კოეფიციენტი იცვლება სიჩქარის მიხედვით, როგორც სტაციონარული, ისე არასტაციონარული დინებისათვის.

ბლანტი სითხეების წრფივი ბუნებრივი კონვექციის გამოკვლევების დაწყებას სათავე დაედო გასული საუკუნის 60-იანი წლების დასაწყისში, თუმცა ინტენსიურად ეს ამოცანები განვითარდა 80-იან წლებში. ხარისხოვანი სითხისათვის ბუსინესკის მიერ დასმული ავტომოდელური ამოცანების მიახლოებითი ამოხსნების მიღების შესაძლებლობას ანალიზი გაუკეთეს საუნდელგეკარმა ინტეგრალური მეთოდით, ხოლო ნატჰანსენმა, და ლი აზესმა ჯგუფთა თეორიის გამოყენებით. გამოკვლევამ ცხადჰყო, რომ ავტომოდელობა (წრფივი ჯგუფისათვის) შესაძლებელია მხოლოდ მაშინ, როდესაც ზედაპირის ტემპერატურა იცვლება $x^{-1/3}$ კანონით. სპირალური ჯგუფის შემთხვევისათვის ავტომოდელობა შეუძლებელია.

ხარისხოვანი სითხის თავისუფალი კონვექციური დინების გამოკვლევების განვითარებისათვის დიდი მნიშვნელობა ჰქონდა აკრივოსის გამოკვლევებს. მასში პირველად გადმოიცა ასიმპტოტური სასაზღვრო ფენის იდეა იმ სითხეთათვის, რომელთაც გააჩნიათ პრანდტლის დიდი რიცხვი. ამ იდეამ განვითარება ჰპოვა რიგ შრომებში და სხვადასხვა სხეულთა მახლობლობაში იზოთერმული ზედაპირისათვის ჩატარდა თავისუფალი კონვექციის ამოცანათა ანალიზი. ამ გამოკვლევების რეზულტატები დადასტურებულ იქნა ექსპერიმენტულად ემერის, კაზიმის და დელომის მიერ.

იდეალური სითხის დინების ან მცირედ ბლანტი სითხის დინების მოდელი, რომელსაც ხშირად იყენებენ სითხეებისა და გაზების მექანიკაში იმისათვის, რომ გარკვეულ მიახლოებაში გაადვილდეს შემოთავაზებულ განტოლებათა რთული სისტემის ამოხსნა, კარდინალურად განსხვავდება არანიუტონისეული სითხეების დინების მოდელისაგან. ცნობილია, რომ ძირითად სირთულეს წარმოადგენს სიბლანტე, რომელიც აღძრავს გრიგალური ტიპის მოძრაობას, რომლის გათვალისწინება ხდება როგორც მცირედ ბლანტი, ისე ძლიერ ბლანტი სითხეების შემთხვევაში, მხოლოდ იმ განსხვავებით, რომ პირველ შემთხვევაში ასეთი დინება ატარებს აბსოლუტურად მდგრად ხასიათს, ხოლო მეორე შემთხვევაში ის

ამუხრუჭებს სითხის გადაადგილებას და გამოყოფილი ენერგია გადადის სითბურ ენერგიაში.

არანიუტონისეული სითხეების დინების შესწავლისას, მათი სიბლანტისა და პლასტიკურობის ბუნებიდან გამომდინარე განსაკუთრებით საინტერესოა სხეულის გარსდენისას სასაზღვრო ფენაში აღძრული ხახუნის ძალების შესწავლა, რომლებიც პირდაპირ კავშირშია ძვრის სიჩქარესთან.

საკითხის სირთულიდან გამომდინარე, ამ პირობების შესწავლასა და გამოკვლევას მიეძღვნა ისეთი ცნობილი მეცნიერების შრომები, როგორებიცაა: ასტარიტა დ.ჟ., მარუჩი დ.ჟ., რეინერი მ., შელმანი ზ.პ., უილკინსონი უ.ლ., შლიხტინგი გ., სებისი ტ., ბრედშოუ პ., ბენეტ რ.ო., მაიერსი დჟ.ე., მაზო ა.ბ., ლოიციანსკი ლ.გ., მეიზ დ.ჟ. და სხვები. საქართველოში ამ და მის მონათესავე საკითხებზე გამოქვეყნებულია დ. დოლიძის, ნ. ჯორბენაძის, გ. აბესაძის, ჯ. შარიქაძის, ლ. აზმაიფარაშვილის ლ. ჯიქიძის, ზ. ცუცქირიძის შრომები.

ნაშრომის მიზანი. სადისერტაციო ნაშრომის მიზანს წარმოადგენს არანიუტონისეული სითხეების სასაზღვრო ფენის შესწავლა, როგორც სტაციონარული, ისე არასტაციონარული დინებისას, როცა სითხე ელექტროგამტარია და ადგილი აქვს თავისუფალ კონვექციას.

ამ მიზნის მისაღწევად ნაშრომში დასმულია და ამოხსნილია შემდეგი ამოცანები:

- სხეულების სტაციონარული გარსდენა ხარისხოვანი ბლანტი უკუმში გამტარი სითხით.
- სხეულების გარსდენა არასტაციონარული ელექტროგამტარი ბლანტი უკუმში სითხით, თბოგადაცემის გათვალისწინებით.
- სუსტად გამტარი ხარისხოვანი სითხის თავისუფალი კონვექცია განივ მაგნიტურ ველში.

კვლევის ობიექტი და საგანი. კვლევის ობიექტს წარმოადგენს არანიუტონისეული სითხეების დინების შესწავლა სასაზღვრო ლამინარულ ფენში; საგანი - არანიუტონისეული სითხის გარსდენის ამოცანები, როცა

სითხე ელექტროგამტარია და სასაზღვრო ფენში ადგილი აქვს თავისუფალ კონვექციას.

კვლევის მეთოდები. სადისერტაციო ნაშრომის თეორიულ და მეთოდოლოგიურ საფუძვლად გამოყენებულია ბლანტი უკუმში სითხის მოდელი. არანიუტონისეულ სითხეებში სიბლანტე დამოკიდებულია არა მხოლოდ ტემპერატურასა და წნევაზე, არამედ ისეთ ფაქტორებზე, როგორებიცაა მოძრაობის დეფორმაციის სიჩქარე, გარემოს კონსტრუქციული თავისებურებები, რომელშიც იმყოფება სითხე და სითხის დინების წინა ისტორია. სასაზღვრო ფენის გარეთ სითხის მოძრაობაზე სიბლანტის გავლენა შეგვიძლია უგულებელვყოთ და სითხე ჩავთვალოთ იდეალურად. ასეთი მოდელისათვის შექმნილი მაგნიტური ჰიდროდინამიკის განტოლებათა არაწრფივი სისტემა საკმაოდ რთული ამოსახსნელია; ამიტომ გადავდივართ უგანზომილებო სიდიდეებზე და მიღებული კერძოწარმოე-ბულებიან დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემას სასაზღვრო პირობებთან ერთად ვხსნით თანდათანობითი მიახლოების მეთოდით.

სამეცნიერო სიახლე სადისერტაციო ნაშრომის შედეგების მეცნიერული სიახლე მდგომარეობს მოდელებისა და მეთოდების დამუშავებაში; კერძოდ ცვლადი ელექტროგამტარებლობის გათვალისწინებით ავტომოდელური დინების შემთხვევაში დასმული ამოცანები ამოხსნილია თანდათანობით მიახლოებისა და ინტეგრალური მეთოდის გამოყენებით. ნაპოვნი ზუსტი ამოხსნები, წარმოადგენს დამოუკიდებელ თეორიულ და გამოყენებით ინტერესს. მათი გამოყენება შესაძლებელია ასევე გამოთვლის მიახლოებითი მეთოდის აგებისათვის და მიღებული მათემატიკური და ფიზიკური დაშვებების შემოწმებისათვის.

მიღებული შედეგები შეიძლება გამოყენებული იქნას მსგავსი ტიპის პრაქტიკული ამოცანების გადასაწყვეტად.

ნაშრომის პრაქტიკული მნიშვნელობა. მიღებული შედეგების პრაქტიკული მნიშვნელობა მდგომარეობს იმაში, რომ ისინი საშუალებას იძლევა სითხის ელექტროგამტარებლობის სხვადასხვა ვარიაციისას

გამოთვლილი იქნას სასაზღვრო ფენის სისქე; სითხის დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობისას ზედაპირული ხახუნის სიდიდე და რაც მთავარია, დადგენილი იქნას მაგნიტური ველის გავლენა სასაზღვრო ფენის სისქეზე.

შედეგების გამოყენების სფერო განსაზღვრულია იმით, რომ მათი გამოყენება რეალურად შესაძლებელია თეორიული და პრაქტიკული ამოცანების გადასაწყვეტად სრულიად სხვადასხვა დარგში. მაგ. მშენებლობაში (ბეტონის ნარევის ტრანსპორტირება მილებში), მეტალურგიაში (გამდნარი ლითონის ტრანსპორტირება) და ა.შ.

ძირითადი სამეცნიერო მტკიცებულებების სანდოობა.

სადისერტაციო ნაშრომში მიღებულია ძირითადი სამეცნიერო დებულებები და ჩამოყალიბებული დასკვნების სანდოობა უზრუნველყო-ფილია იმით, რომ

- ყველა შედეგი მიღებულია გააზრებული დაშვებებისა და მეთოდების საფუძველზე, რომლებიც დღეს მიჩნეულია სამართლიანად.
- გამოტანილი თეორიული დასკვნები შედარებულია ქართველ და უცხოელ მკვლევართა ცნობილ შედეგებთან.

ნაშრომის აპრობაცია. სადისერტაციო ნაშრომის, როგორც ცალკეული, ისე ძირითადი შედეგები მოხსენებულია სადოქტორო პროგრამით გათვალისწინებულ ორ სემინარზე და საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის სტუდენტთა და დოქტორანტთა ღია სამეცნიერო კონფერენციაზე 2015 წ. გარდა ამისა, სადისერტაციო ნაშრომის მიხედვით გამოქვეყნებულია 6 სამეცნიერო შრომა.

ნაშრომის სტრუქტურა და მოცულობა: დისერტაციის სტრუქტურა განსაზღვრულია კვლევის დასმული ამოცანებით და დასახული მიზნებით. იგი შედგება შესავალის, სამი თავის, ძირითადი დასკვნებისა და გამოყენებული ლიტერატურისაგან. სადისერტაციო ნაშრომი შეიცავს ... გვერდს, 12 ნახაზს, ლიტერატურის ჩამონათვალი შეიცავს 77 დასახელებას.

დისერტაციის სტრუქტურული ერთეულების შინაარსი ასეთია.

შესავალში დასაბუთებულია სადისერტაციო ნაშრომის თემის აქტუალობა, ჩამოყალიბებულია კვლევათა მიზნები და ძირითადი ამოცანები; დასმული ამოცანების აქამდე არსებული ამოხსნის მეთოდები და მათი ფიზიკური ინტერპრეტაცია, დისერტაციაში გამოყენებული ძირითადი განტოლებები და მათი სასაზღვრო პირობები; დასაცავად გამოტანილი დებულებები და მათი პრაქტიკული მნიშვნელობა, ასევე განხილულია ცალკეული თავების მოკლე შინაარსი და ლიტერატურის მიმოხილვა.

პირველ თავში მიახლოებითი მეთოდით ამოხსნილია ცვლადი ელექტროგამტარებლობის მქონე სუსტადგამტარი არაკუმშვადი ხარისხოვანი არანიუტონისეული სითხის მოძრაობის სტაციონარული ამოცანები.

მეორე თავში გამოკვლეულია არაკუმშვადი სუსტადგამტარი არანიუტონისეული სითხის არასტაციონარული მოძრაობის ამოცანები. ამ თავის პირველ პარაგრაფში შესწავლილია არანიუტონისეული ხარისხოვანი სითხის სასაზღვრო ფენის არასტაციონარული ამოცანა, როდესაც სითხის ელექტროგამტარებლობა $\sigma = \sigma_0 \left(1 - \frac{U}{U_\infty}\right)^m$ სასაზღვრო ფენაში სითხის სიჩქარის ცვლადია და მისი ამონახსნი მიღებულია მიახლოებითი მეთოდით. მეორე პარაგრაფში შესწავლილია სითბოგადაცემის გათვალისწინებით სუსტადგამტარი ხარისხოვანი ბლანტი სითხის **ფირფიტის არასტაციონარული გარსდენა,** როდესაც სითხის ელექტროგამტარებლობა $\sigma = \sigma_0 \left(1 - \frac{U}{U_\infty}\right)^m$ ცვლადია. მესამე პარაგრაფში ნაპოვნია რამდენიმე ავტომოდელური ამოცანის ამონახსნი, რომლებიც ეხება არაგამტარ ფირფიტაში სითხის გაჟონვის გათვალისწინებით არანიუტონისეული სითხის დინებას, რომელიც ემორჩილება რეოლოგიის ხარისხოვან კანონს, ამავე დროს გათვალისწინებულია სითბოგადაცემა და მიიჩნევა, რომ ელექტროგამტარებლობა $\sigma = \sigma_0 U^{m-1}$ სახისაა. ამ ამონახსნებს აქვთ მოძრავი ტალღების სახე, რომელთა ფრონტი ვრცელდება გარემოს მოძრაობის სიჩქარის, სითხის გაჟონვის მიმართულებით.

მესამე თავში განიხილება ელექტროგამტარი არანიუტონისეული ხარისხოვანი სითხის თავისუფალი კონვექციური დინების ამოცანა, როდესაც σ ელექტოგამტარებლობის ცვლილება დამოკიდებულია სასაზღვრო ფენაში სითხის სიჩქარეზე. ამ თავის პირველ პარაგრაფში შესწავლილია არასტაციონარული კონვექციური დინება იმ შემთხვევაში, როცა $\sigma = \sigma_0 U^m$, $m \geq 0$ და მიღებულია ამონახსნი მიახლოებითი მეთოდით, ხოლო მეორე პარაგრაფში სტაციონარული კონვექციური დინება შეისწავლება ინტეგრალური მეთოდით, როდესაც $\sigma = \sigma_0 U^{\alpha}$.

განვიხილოთ საკვალიფიკაციო ნაშრომის შინაარსი დეტალურად თავების მიხედვით.

პირველ თავში ვიხილავთ არანიუტონისეული ხარისხოვანი

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 - \frac{U}{U_\infty}\right)^m, \quad m \geq 0, \tag{1}$$

ცვლადი ელექტროგამტარებლობის სუსტადგამტარი არაკუმშვადი ბლანტი სითხის სტაციონარულ ამოცანას; კონკრეტულად განხილულია სხეულის სტაციონარული გარსდენა ხარისხოვანი ბლანტი უკუმში სითხით, რომლის სიჩქარე უსასრულობაში არის $U_\infty(x)$, ხოლო U არის სასაზღვრო ფენში სითხის სიჩქარე.

სასაზღვრო ფენის ყველა მახასიათებლის საძიებლად ვსარგებლობთ სასაზღვრო ფენის სასრული სისქის ცნებით. გარე სასაზღვრო ფენის ძირითად განტოლებებს აქვს სახე

$$U\frac{\partial U}{\partial x} + V\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{nK}{\rho}\left|\frac{\partial U}{\partial y}\right|^{n-1}\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\sigma B^2}{\rho}U - \frac{\sigma B}{\rho}E, \tag{2}$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 0, \qquad \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0. \tag{3}$$

თუ ჩავთვლით, რომ $\vec{E} = 0$ და გავითვალისწინებთ, რომ

$$U_\infty \frac{\partial U_\infty}{\partial x} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\sigma_\infty B^2 U_\infty}{\rho} - \frac{\sigma_\infty B}{\rho}E, \tag{4}$$

მაშინ (2) ასე გადაიწერება

$$U\frac{\partial U}{\partial x}+V\frac{\partial U}{\partial y}=\frac{nk}{\rho}\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^{n-1}\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}-U_\infty\frac{dU_\infty}{dx}+$$

$$+\frac{\sigma_0 B^2}{\rho}\left(1-\frac{U}{U_\infty}\right)^m-\frac{BE}{\rho}\left(1-\frac{U}{U_\infty}\right)^m. \qquad (5)$$

თუ (3) და (5) განტოლებაში გადავალთ უგამზომილებო ცვლადებზე

$$x'=\frac{x}{L},\quad y'=\frac{y}{L}R_e^{\frac{1}{1+n}},\quad V'=\frac{V}{U}R_e^{\frac{1}{1+n}}$$

$$U'=\frac{U}{V},\quad \Phi=\frac{U_\infty}{U},\qquad V_0'=\frac{V_0}{U}R_e^{\frac{1}{1+n}},$$

$$\delta'=\frac{\delta}{L}R_e^{\frac{1}{1+n}},\ \tau'=\frac{\tau}{KU^n}L^n R_e^{-\frac{n}{1+n}},$$

მაშინ მივიღებთ (თუ შტრიხებს მოვაცილებთ)

$$\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y}=0, \qquad (6)$$

$$U\frac{\partial U}{\partial x}+V\frac{\partial V}{\partial y}=\Phi\frac{d\Phi}{dx}+n\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^{n-1}-MU\left[1-\frac{U}{\Phi}\right]^m=$$

$$=\Phi\frac{d\Phi}{dx}+n\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^{n-1}+M\Phi\left[\left(1-\frac{U}{\Phi}\right)^{m+1}-\left(1-\frac{U}{\Phi}\right)^m\right]-MK\left(1-\frac{U}{\Phi}\right)^m, \quad (7)$$

სადაც $M=\dfrac{\sigma_0 B^2 L}{\rho V}$ არის მჰდ ურთიერთქმედების კოეფიციენტი.

ამ შემთხვევაში სასაზღვრო პირობებს აქვთ სახე

$$U(x,0)=0,\quad V(x,0)=V_0(x),$$

$$U(x,0)=\Phi(x). \qquad (8)$$

თუ შემოვიტანთ დენის ფუნქციას $\Psi(x,y)$, მაშინ

$$U=\frac{\partial\Psi}{\partial y},\quad V=-\frac{\partial\Psi}{\partial x}.$$

(7) სისტემიდან და (8) სასაზღვრო პირობებიდან $\Psi(x,y)$ დენის ფუნქციისთვის მივიღებთ განტოლებას

$$n\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}\right)^{n-1}\frac{\partial^3\Psi}{\partial y^3}=\frac{\partial\varphi}{\partial y}\frac{\partial^2\Psi}{\partial x\partial y}-\frac{\partial\varphi}{\partial x}\cdot\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}-$$

$$-\Phi\frac{d\Phi}{dx}+M\Phi\left[\left(1-\frac{1}{\Phi}\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^{m}-\left(1-\frac{1}{\Phi}\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^{m+1}\right], \tag{9}$$

$$\left.\frac{\partial\Psi(x,y)}{\partial y}\right|_{y=0}=0, \quad \left.\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right|_{y=0}=-V_0(x),$$

$$\left.\frac{\partial\Psi}{\partial y}\right|_{y=\infty}=\Phi(x). \tag{10}$$

(9), (10) ამოცანის ამონახსნი ვეძებოთ მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდით. ამისათვის შემოვიტანოთ სასაზღვრო ფენის სასრული სისქე $\delta(x)$, იგი განვსაზღვროთ სასაზღვრო ფენის გასწვრივი სიჩქარის გარე ნაკადის სიჩქარეში მდორედ გადასვლის პირობიდან

$$\frac{\partial U}{\partial y}=\left.\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}\right|_{y=\delta(x)}=0. \tag{11}$$

სასაზღვრო ფენის უცნობი სიგანე $\delta(x)$ განვსაზღვროთ (11) პირობიდან. $\delta(x)$-ის განსასაზღვრავად გვექნება განტოლება

$$\frac{d\delta^{n+1}}{dx}+(n+1)\left[\frac{3\Phi'}{\Phi}-\frac{16M}{\Phi H}\right]\delta^{n+1}=\frac{4(n+1)}{\Phi}V_0(x)\delta^{n}+8n(n+1)\Phi^{n-2}. \tag{12}$$

მიღებული განტოლება $\delta(x)$-ის მიმართ არაწრფივია ცვლადი კოეფიციენტებით და მისი ამოხსნა ზოგად შეთხვევაში დაკავშირებულია დიდ მათემატიკურ სირთულეებთან.

განვიხილავთ რამდენიმე კერძო შემთხვევას, როდესაც (12)-ის ამონახსნი შეიძლება მიღებულ იქნეს ცხადი სახით.

I. $V_0(x)=\alpha\delta(x)$; II. $V_0(x)=\beta/\delta^n(x)$; III. $V_0(x)=-\dfrac{3M}{H}\delta(x)$.

IV. $\dfrac{V_0(x)}{\Phi(x)}=\epsilon<<1$; V. $V_0(x)=\dfrac{3n+2}{4(n+1)}\Phi'\delta-2n\Phi^{n-1}\delta^{-1}+\beta\delta^{-n}-\dfrac{4M\delta}{H}$,

VI. $V_0=const$.

თითოეული ამ შემთხვევისათვის მიღებულია სასაზღვრო ფენისა და ძვრის ხახუნის დაძაბულობის გამოსათვლელი ფორმულები, მაგალითად III შემთხვევისათვის, როცა $\Phi=const$, სასაზღვრო ფენის სისქე ტოლია

$$\delta(x)=[8n(n+1)\Phi^{n-2}]^{\frac{1}{n+1}}x^{\frac{1}{n+1}}, \tag{13}$$

ხოლო τ ხახუნის დაძაბულობისთვის გვაქვს გამოსახულება

$$\tau = \left(\frac{4}{3}\right)^n [8n(n+1)\Phi^{n-3}x]^{-\frac{n}{n+1}} \left[1 + \frac{6(n+1)(1-m)Mx}{H\Phi}\right]^n .$$

როდესაც $n=1$ ხახუნის დაძაბულობას განსხვავებული m-ებისთვის ექნება სახე:

$$[\tau]_{m=0} = \sqrt{\frac{\Phi^3}{x}}\left[0{,}333 + 0{,}666\frac{Mx}{\Phi}\right],$$

$$[\tau]_{m=1} = 0{,}333\sqrt{\frac{\Phi^3}{x}} ,$$

$$[\tau]_{m=2} = \sqrt{\frac{\Phi^3}{x}}\left[0{,}333 - 0{,}166\frac{Mx}{\Phi}\right].$$

ეს ნიშნავს, რომ m-ის გაზრდით ხახუნი შემცირდება.

მეორე თავში განხილულია არანიუტონისეული სითხის არასტაციონარული მაგნიტოჰიდროდინამიკური დინება; კერძოდ § 1-ში განხილულია არასტაციონარული სასაზღვრო ფენი, როცა ელექტროგამტარებლობის კოეფიციენტი წარმოიდგინება (1) სახით ($R_{em} << 1$). ხარისხოვანი ბლანტი სითხის სასაზღვრო ფენის ძირითადი განტოლებებია

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U\frac{\partial U}{\partial x} + V\frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{nk}{\rho}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^{n-1} - \frac{\sigma B^2 U}{\rho}, \tag{14}$$

$$\frac{\partial U_\infty}{\partial t} + U_\infty\frac{\partial U_\infty}{\partial x} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\sigma_\infty B^2}{\rho}U_\infty , \tag{15}$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} = 0 . \tag{16}$$

თუ (1) ჩავსვამთ უკანასკნელი სისტემის პირველ ორ განტოლებაში მივიღებთ

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U\frac{\partial U}{\partial x} + V\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{nk}{\rho}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^{n-1} + \frac{\partial U_\infty}{\partial t} + U_\infty - NU\left[1 - \frac{U}{U_\infty}\right]^m . \tag{17}$$

აქ $N = \dfrac{\sigma_0 B^2}{\rho}$.

უცნობმა U და V ფუნქციებმა უნდა დააკმაყოფილონ შემდეგი პირობები:

$$U(x,0,t)=0\,,\;\; V(x,0,t)=V_0(x,t)\,,$$

$$U(x,\infty,t)=U_\infty(x,t)\,. \tag{18}$$

დენის ფუნქციის შემოტანით

$$U=\frac{\partial\Psi}{\partial y}\,,\; V=-\frac{\partial\Psi}{\partial x}\,, \tag{19}$$

(16), (17) განტოლებებიდან დენის ფუნქციისათვის მივიღებთ განტოლებას

$$\frac{nk}{\rho}\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial y}\right)\frac{\partial^3\Psi}{\partial y^3}=\frac{\partial^2\Psi}{\partial y\partial t}+\frac{\partial\Psi}{\partial y}\frac{\partial^2\Psi}{\partial x\partial y}-\frac{\partial\Psi}{\partial x}\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}-$$

$$-\frac{\partial U_\infty}{\partial t}-U_\infty\frac{\partial U_\infty}{\partial y}+NU_\infty\left(1-\frac{1}{U_\infty}\frac{\partial\Psi}{\partial y}\right)^m-\left(1-\frac{1}{U_\infty}\frac{\partial\Psi}{\partial y}\right)^{m+1} \tag{20}$$

და სასაზღვრო პირობებს

$$\left.\frac{\partial\Psi}{\partial y}\right|_{y=0}=0\,,\;\; \left.\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right|_{y=0}=-V_0(x,t)\,,\;\; \left.\frac{\partial\Psi}{\partial y}\right|_{y=\infty}=U_\infty(x,t)\,. \tag{21}$$

(20) და (21) ამოცანის ამონახსნი ვეძებოთ მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდით. ამისათვის შემოვიტანოთ სასაზღვრო ფენის „სასრული სისქე“ $\delta(x,t)$, რომელიც ჯერჯერობით უცნობი ფუნქციაა და მოვითხოვოთ პირობების შესრულება არა უსასრულობაში, არამედ $\delta(x,t)$ მანძილზე. მაშინ გვექნება სასაზღვრო პირობები

$$\left.\frac{\partial\Psi}{\partial y}\right|_{y=\delta(x,t)}=U_\infty(x,t)\,. \tag{22}$$

სასაზღვრო ფენის უცნობი სისქე $\delta(x,t)$ განვსაზღვროთ პირობიდან

$\dfrac{\partial U}{\partial y}=\dfrac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}=0$, როცა $y=\delta(x,t)$.

ანალოგიურად, როგორც წინა თავში განვიხილოთ რამდენიმე შემთხვევა, სასაზღვრო ფენის სისქის განსაზღვრისათვის შესაბამის სასაზღვრო პირობებში

$$\frac{1}{6}\frac{\partial\delta^{n+1}}{\partial t}+\frac{U_\infty}{16}\frac{\partial\delta^{n+1}}{\partial x}+(n+1)\left[\frac{1}{12}\frac{\partial}{\partial t}\ln U_\infty+\frac{3}{16}\frac{\partial U_\infty}{\partial x}-\frac{N}{H}\right]\delta^{n+1}=$$

$$=\frac{n(n+1)}{2}\frac{K}{\rho}U_\infty^{n-1}+\left(\frac{n+1}{4}\right)V_0(x,t)\delta^n\,. \tag{23}$$

რომლებსაც ექნება ამონახსნი ცხადი სახით. მიღებული ამონახსნები და ჩატარებული კვლევა იძლევა საშუალებას განსაზღვრულ იქნას ფენის სისქე და იქ აღძრული ზედაპირული ხახუნის კოეფიციენტის რიცხვითი მნიშვნელობა.

მეორე პარაგრაფში განიხილება სუსტადგამტარი ხარისხოვანი ბლანტი უკუმში სითხით სხეულის არასტაციონარული გარსდენის ამოცანა თბოგადაცემის გათვალისწინებით. ცვლადი ელექტროგამტარებლობა (1) სახისაა. რეინოლდსის მაგნიტური რიცხვის მცირე მნიშვნელობისთვის გვაქვს შემდეგი განტოლებათა სისტემა

$$\frac{\partial U}{\partial t}+V_0(t)\frac{\partial U}{\partial y}=\frac{nR}{\rho}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^{n-1}-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}-\frac{\sigma B^2}{\rho}U\,, \qquad (24)$$

$$\frac{\partial P}{\partial y}=0\,, \qquad (25)$$

$$\frac{\partial U_\infty}{\partial t}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}-\frac{\sigma_0 B^2}{\rho}U_\infty\,, \qquad (26)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+V_0(t)\frac{\partial T}{\partial y}=a\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{R}{\rho C_p}\left|\frac{\partial U}{\partial y}\right|^{n+1}. \qquad (27)$$

თუ (1)-ს შევიტანთ (24)-ში და (26)-ში, მივიღებთ:

$$\frac{nR}{\rho}\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^{n-1}\frac{\partial^2 U}{\partial y}=\frac{\partial U}{\partial t}+V_0(t)\frac{\partial U}{\partial y}-\frac{\partial U_\infty}{\partial t}+$$

$$+NU_\infty\left[\left(1-\frac{U}{U_\infty}\right)^{m}-\left(1-\frac{U}{U_\infty}\right)^{m+1}\right], \qquad (28)$$

სადაც $N=\dfrac{\sigma_0 B^2}{\rho}$.

უცნობებია სიჩქარე $U(y,t)$ და ტემპერატურა $T(y,t)$; სითხის ნაკადი აკმაყოფილებს შემდეგ სასაზღვრო პირობებს:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{როცა} & y=0 & U(y,t)=0 \\ \text{როცა} & y=\delta & U(y,t)=U_\infty(t) \end{array}\right\} \qquad (29)$$

$$\left.\begin{array}{lll} \text{როცა} & y=0 & T=T_0=const, \\ \text{როცა} & y=\delta_T & T=T_\infty. \end{array}\right\} \qquad (30)$$

(28) და (29) ამოცანის ამონახსნი ვეძებოთ მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდით. შემოვიტანოთ სასაზღვრო ფენის სასრული სისქე $\delta(t)$ და სასრული სითბური სისქე $\delta_T(t)$, რომლებიც შესაბამისად განისაზღვრებიან პირობებიდან:

$$\frac{\partial U}{\partial y}=0\text{, როცა } y=\delta(t); \qquad \frac{\partial T}{\partial y}=0\text{, როცა } y=\delta_T(t). \tag{31}$$

ზედაპირული ხახუნის დაძაბულობისთვის მიღებულია გამოსახულება

$$\tau=R\left|\frac{\partial U}{\partial y}\right|_{y=0}^{n}=R\left[\frac{U_\infty}{\delta}+\frac{\rho\delta^{n-1}}{nRU_\infty^{n-1}}\left(\frac{\delta}{3}\frac{dU_\infty}{dt}+\frac{U_\infty}{6}\frac{d}{dt}\delta-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{V_0U_\infty}{2}-\frac{NU_\infty\delta}{(m+2)-(m+3)}\right)\right]. \tag{32}$$

ხოლო სასაზღვრო ფენის სისქის გამოსათვლელად მიღებულია

$$\frac{d}{dt}\delta^{n+1}+\frac{n+1}{2}\left[\frac{d}{dt}\ln U_\infty-\frac{12N}{H}\right]\delta^{n+1}=\frac{3(n+1)}{2}V_0(t)\delta^n+3\nu(n+1)U_\infty^{n-1}. \tag{33}$$

ამ შემთხვევაში განხილული ამოცანების ამოხსნას ვეძებთ ზემოაღნიშნულის მსგავსად, ვთქვათ, გაჟონვის სიჩქარეა $V_0(t)=C_1\delta(t)$ და $U_\infty(t)=const$, მაშინ

$$\delta^{n+1}(t)=\frac{3\nu_\bullet(n+1)}{M}U_\infty^{n-1}\left[e^{\mu t}-1\right]. \tag{34}$$

ხახუნის კოეფიციენტი მცირე Mt-სთვის იქნება

$$[C_f]^{n=0}=2\left(\frac{3}{2}\right)^n\left[\frac{R}{\rho U_\infty^2[3n(n+1)]^n}\right]^{\frac{1}{n+1}}\left[1-\frac{2n+5}{4}c_1nt-\frac{nNt}{2}+\ldots\right]t^{-\frac{n}{n+1}}$$

$$[C_f]_{n=1}^{m=0}=\sqrt{\frac{\nu}{U_\infty^2t}}\left[1{,}229-2{,}143c_1t-0{,}613Nt+\ldots+\right],$$

$$[C_f]_{n=2}^{m=0}=\sqrt[3]{\frac{k}{\rho U_\infty^2t}}\left[2{,}779-12{,}505c_1t-2{,}779Nt+\ldots+\right],$$

$$[C_f]_{n=1}^{m=1}=\sqrt{\frac{\nu}{U_\infty^2t}}\left[1{,}225-2{,}143c_1t-0{,}357Nt+\ldots+\right],$$

$$[C_f]_{n=1}^{m=2}=\sqrt{\frac{\nu}{U_\infty^2t}}\left[1{,}225-2{,}143c_1t-0{,}224Nt+\ldots+\right],$$

$$[C_f]_{N=0} = 2\left(\frac{3}{2}\right)^n \left[\frac{R}{\rho U_\infty^2 (3n(n+1))^n}\right]^{\frac{1}{n+1}} \cdot \left[1 - \frac{2n+5}{4} n c_1 t\right] t^{-\frac{1}{n+1}},$$

$$[C_f]_{n=1} > [C_f]_{n=2}, \qquad [C_f]_{n=0} < [C_f]_{m=1}, \qquad [C_f]_{N=0} > [C_f]_{N\neq 0}.$$

აქედან ჩანს, რომ (1) ელექტროგამტარებლობის კოეფიციენტის მქონე სითხით ბრტყელი ფირფიტის გარსდენისას ხახუნის კოეფიციენტი მცირდება, როგორც მაგნიტური ველის გაზრდით, ასევე n-ის გაზრდით, ხოლო $V_0(t) = \dfrac{\alpha}{\delta^n(t)}$-ის გაზრდით იზრდება.

ასევე, თუ $V_0(t) = \left[\dfrac{R}{\rho C_p \theta}\left(\dfrac{U_\infty}{\delta}\right)^{n+1}\right]\delta_T$ მიღებულია კავშირი δ და δ_T-ს შორის.

$$\frac{\delta}{\delta_T} = \sqrt{\left(\Pr + \frac{\alpha}{2a}\right)(1 - Nt)}. \tag{35}$$

საიდანაც ჩანს, რომ δ/δ_T მცირდება მაგნიტური ველის გაზრდით.

მესამე პარაგრაფში განიხილება არანიუტონისეული გამტარი სითხის ავტომოდელური ამოცანა სითბოგადაცემის გათვალისწინებით. ძვრის τ დაძაბულობასა და სიჩქარის $\dfrac{\partial U}{\partial y}$ გრადიენტს შორის ბრტყელი მოძრაობის შემთხვევაში აქვს სახე

$$\tau = R\left|\frac{\partial U}{\partial y}\right|^{n-1} \frac{\partial U}{\partial y}, \quad n > 0. \tag{36}$$

სადაც R და n გარემოს რეოლოგიური მუდმივებია. ვთვლით, რომ ცვლად ელექტროგამტარებლობას აქვს სახე

$$\sigma = \sigma_0 U^{m-1}, \quad m \geq 1. \tag{37}$$

რეინოლდსის მცირე რიცხვებისთვის, ე.ი. $\mathrm{Re}_m << 1$ განტოლებები, რომლებიც აღწერენ არასტაციონარულ დინებას და თბოცვლას განივ მაგნიტურ ველში, დისიპაციური სითბოგამოყოფის გათვალისწინებით უგრადიენტო მჰდ შემთხვევაში, ჩაიწერება ასე

$$\frac{\partial U}{\partial t} + V(t)\frac{\partial U}{\partial y} = a\frac{\partial}{\partial y}\left[\left|\frac{\partial U}{\partial y}\right|^{n-1}\frac{\partial U}{\partial y}\right] - \frac{\sigma B_0^2}{\rho} U, \tag{38}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+V(t)\frac{\partial T}{\partial y}=\frac{\nu}{\rho C_p}\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{a}{C_p}\left|\frac{\partial U}{\partial y}\right|^{n+1}, \tag{39}$$

სადაც $a=\frac{R}{\rho}$, $U(y,t)$ არის სითხის დინების სიჩქარე, $T(y,t)$ ტემპერატურა.

თუ (37) ჩავსვათ (38)-ში

$$\frac{\partial U}{\partial t}+V(t)\frac{\partial U}{\partial y}=a\frac{\partial}{\partial y}\left[\left|\frac{\partial U}{\partial y}\right|^{n-1}\frac{\partial U}{\partial y}\right]-NU^m, \tag{40}$$

სადაც $N=\frac{\sigma_0 B_0^2}{\rho}$.

ნულოვანი საწყისი და სასაზღვრო პირობები ასეთია

$$U(y,t)=\text{Ш}(t)\text{, როცა } y=0,$$
$$U(y,0)=0\text{, როცა } t=0, \tag{41}$$
$$U(y,t)=0\text{, როცა } y\to\infty.$$

დასმული ამოცანის ამოხსნა ვეძებოთ შემდეგი სახით

$$\Phi_i(y,t)=\begin{cases}\Phi_i(y,t), & y_0>y>0,\\ 0, & y_0<y,\end{cases} \tag{42}$$

$i=1,2$, სადაც $\Phi_1(y,t)=U(y,t)$.

ამგვარად სასაზღვრო (41), (42) პირობების გათვალისწინებით უნდა მოიძებნოს (39), (41) განტოლებების ამონახსნი $\Phi(y,t)$, როდესაც $y_0>y>0$ და ძვრითი შეშფოთების ტალღის ფრონტის მოძრაობის კანონი, როცა $y=y_0$.

$V(t)$ და $U(t)$ დამოკიდებულების ნებისმიერობის შემთხვევაში (38)-(41) არაწრფივი ამოცანის ანალიზური ამონახსნი არ მოიძებნება. მხოლოდ რამდენიმე სპეციალურ შემთხვევაში, როდესაც არსებობს განსაზღვრული კავშირი გაჟონვის $V(t)$ სიჩქარესა და ფირფიტის მოძრაობის $U(t)$ სიჩქარეს შორის, შესაძლებელი ხდება პოვნა (38)–(42) ამოცანის ავტომოდელური ამოხსნა, თუ ავტომოდელურ ცვლადად ავიღებთ

$$\eta=\int_0^t V(\tau)d\tau-y. \tag{43}$$

და დავუშვებთ, რომ

$$U(t) = A\left[\int_0^t V(\tau)d\tau\right]^{\frac{n+1}{n-m}}, \tag{44}$$

სადაც $A = \left[\dfrac{N(n-m)\cdot(n-m)}{na(1+m)(n+1)^n}\right]^{\frac{1}{n-m}}$, მაშინ (40)-ს ექნება სახე

$$a\frac{d}{d\eta}\left[\left(\frac{dU}{d\eta}\right)^n\right] = NU^m,$$

მაშინ ამოცანას (39), (40) გააჩნია ავტომოდელური ამონახსნი

$$U(y,t) = U(\eta) = \begin{bmatrix} A\eta^{\frac{n+1}{n-m}}, & \eta > 0, \\ 0, & \eta \le 0. \end{bmatrix} \tag{45}$$

ასეთი ამონახსნი ეთანადება იმას, რომ დილატანტურ $t > 0$ სითხეებში დროის ნებისმიერ $(n > 1)$ მომენტში ფირფიტის მოძრაობით გამოწვეული დამაბულობები ასწრებენ გავრცელებას მხოლოდ სასრული სისქის $0 < y < y_0$ სითხის ფენაში, ამ ფენის გარეთ მხები დამაბულობები ნულის ტოლია და სითხე არაა შეშფოთებული ანუ უძრავია.

მესამე თავის პირველ პარაგრაფში განიხილება ბლანტი სითბოგამტარი და სუსტადელექტროგამტარი ხარისხოვანი სითხის არასტაციონარული თავისუფალი კონვექცია, რომელიც გამოწვეულია თავის სიბრტყეში ბრტყელი ვერტიკალური უსასრულო ფირფიტის გადაადგილებით. ჩავთვალოთ, რომ სითხის ელექტრო-გამტარებლობა ცვლადია და არის შემდეგი სახის ხარისხოვანი ფუნქცია

$$\sigma = \sigma_0 U_1^m,\ m \ge 0, \tag{46}$$

მაშინ გარე მაგნიტურ ველში ნებისმიერ ზედაპირზე ხარისხოვანი სითხის სასაზღვრო ფენის ძირითადი განტოლებანი მოძრაობისა და სითბოცვლისა იქნება შემდეგი სახის

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U_1}{\partial t_1} + V_1(t)\dfrac{\partial U_1}{\partial y_1} = \dfrac{nk}{\rho}\left|\dfrac{\partial U_1}{\partial y_1}\right|^{n-1}\dfrac{\partial^2 U_1}{\partial y_1^2} + g\beta(T - T_\infty) - \dfrac{\sigma_0 B^2}{\rho}U_1^{m+1} \\ \dfrac{\partial T}{\partial t_1} + V_1(t)\dfrac{\partial T}{\partial y_1} = a\dfrac{\partial^2 T}{\partial y_1^2}. \end{cases}. \tag{47}$$

ამ განტოლებათა სისტემის ამონახსნი უნდა აკმაყოფილებდეს შემდეგ სასაზღვრო პირობებს

$$\begin{aligned} U_1(y_1,t_1) &= U_0'(t), \quad \text{როცა} \quad y_1 = 0, \\ U_1(y_1,t_1) &= 0, \quad \text{როცა} \quad y_1 = \delta_1, \end{aligned} \tag{48}$$

$T = T_0 = const$, როცა $y_1 = 0$; $T = T_\infty$ როცა $y_1 = \delta_{1T}$, სადაც T_0 ფირფიტის ტემპერატურაა, $U_0'(t)$ ფირფიტის სიჩქარეა, $T_\infty = const$ სითხის ტემპერატურაა მისგან მოშორებით, $V(t)$ ფირფიტაში სითხის გაჟონვა.

თუ $Y = \left[\frac{k}{\rho} \Big/ V^{2-n} \right]^{\frac{1}{n}}$ არის მიმართულების მახასიათებელი ზომა, $\Delta T = T_0 - T_\infty -$ ტემპერატურის მახასიათებელი სხვაობა. მაშინ შეიძლება შემოვიტანოთ პრანდტლის განზოგადებული რიცხვი, გრასჰოფის და გარსდენის მახასიათებელი სიჩქარე:

$$\left.\begin{aligned} P_r &= \frac{1}{a}\left[\frac{k}{\rho}\right]^{\frac{5n-1}{2n(n+1)}} \left[g\beta\Delta T \Big/ V^{\frac{2-n}{3n}} \right]^{\frac{3(n-1)}{2(n+1)}}, \\ G_r &= \left[g\beta\Delta T \left[\frac{k/\rho}{V^{2+n}} \right]^{\frac{1}{n}} \right]^{2-n}, \coprod = \left[Yg\beta\Delta T \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned}\right\} \tag{49}$$

შემოვიყვანოთ, უგანზომილებო სიდიდეები, y, U, V_0, U_0 t, θ, δ და δ_T შემდეგი ფორმულებით:

$$\left.\begin{aligned} & Y = \frac{y_1}{Y} G_r^{\frac{1}{2(n+1)}}, \ U = \frac{U_1}{\coprod}, \ V_0 = \frac{V_1}{\coprod} G_r^{\frac{1}{2(n+1)}}, \\ & U_0 = \frac{a_0'}{\coprod}, \ t = \frac{t_1}{T}\coprod, \ T = T_\infty + \theta\Delta T, \\ & \delta = \frac{\delta_1}{Y} G_r^{\frac{1}{2(n+1)}}, \ \delta_T = \frac{\delta_{1T}}{Y} G_r^{\frac{1}{2(n+1)}}. \end{aligned}\right\} \tag{50}$$

მაშინ ზემოთ აღნიშნული (47), (48) განტოლებათა სისტემა და სასაზღვრო პირობები უგანზომილებო ცვლადებში მიიღებენ სახეს

$$\left.\begin{aligned} & \frac{\partial\theta}{\partial t} + V_0(t)\frac{\partial\theta}{\partial y} = \frac{1}{P_r}\ \frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}, \\ & \frac{\partial U}{\partial t} + V_0(t)\frac{\partial U}{\partial y} = n\left|\frac{\partial U}{\partial y}\right|^{n-1} \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \theta - MU^{m+1}. \end{aligned}\right\} \tag{51}$$

$$\begin{cases} \theta = 1, \text{ როცა } y = 0; \ \theta = 0, \text{ როცა } y = \delta_T; \\ U = U_0, \text{ როცა } y = 0; \text{ როცა } +U = 0, \text{ როცა } y = \delta. \end{cases} \tag{52}$$

აქ $M = \sigma_0 B^2 Y / \rho \text{Ц}^{1-m}$ არის მჰდ-ის ურთიერთქმედების კოეფიციენტი.

(51_1) და (52_1) ამოცანის ამონახსნი ვეძებოთ მიმდევრობითი მიახლოებით. ამასთან შემოგვაქვს სასაზღვრო ფენის სასრული სისქე $\delta(t)$, რომელსაც განვსაზღვრავთ სასაზღვრო ფენის სიჩქარის გარე ნაკადის სიჩქარეში უწყვეტად გადასვლის პირობიდან

$$\frac{\partial U}{\partial y} = 0, \text{ როცა } y = \delta(t). \tag{53}$$

ანალოგიურად შემოგვაქვს სასრული სითბური სისქე $\delta_T(t)$, რომელიც განისაზღვრება პირობიდან

$$\frac{\partial \theta}{\partial y} = 0, \text{ როცა } y = \delta_T(t). \tag{54}$$

თანდათანობით მიახლოების მეთოდის გამოყენებით უცნობი $\delta_T(t)$ სისქე განისაზღვრება (54) პირობიდან შემდეგი განტოლებით

$$\frac{d}{dt}\delta_T^2 - 3V_0(t)\delta_T = \frac{6}{P_r} \tag{55}$$

რომლის ამოხსნას ვახდენთ გაჟონვის სიჩქარის ზოგიერთი მნიშვნელობისათვის. მაგ. $V_0 = \frac{c}{3}\delta_T(t)$, მაშინ, როცა $\delta_T(t) = 0$ გვექნება

$$\delta_T(t) = \sqrt{\frac{6}{cP_r}}\left[e^{ct} - 1\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{56}$$

ანალოგიურად (51_2) და (52_2) ამოცანის ამოხსნა მიახლოებითი მეთოდით, შესაბამისი სასაზღვრო პირობებით გვაძლევს სასაზღვრო ფენის სისქის განსაზღვრისათვის შემდეგ განტოლებებს

$$\frac{d\delta^{n+1}}{dt} + \frac{n+1}{2}\left[\frac{d}{dt}\ln U_0 - \frac{3}{U_0} + \frac{6M(m+1)}{H}U_0^m\right]\delta^{n+1} +$$
$$+\frac{n+1}{U_0}\cdot\frac{\delta^{2+n}}{\delta_T} - \frac{3(n+1)}{2}V_0\delta^n \equiv 3n(n+1)U_0^{n-1}. \tag{57}$$

ამ შემთხვევაშიც ვიხილავთ ზოგიერთ კერძო შემთხვევას, როცა ამონახსნი მიიღება ცხადი სახით: მაგ. $V_0 = t = \frac{2}{3U_0}\left(\delta^2/\delta_T\right)$

$$\delta(t) \approx \left[3n(n+1)U_0^{n-1}\right]^{\frac{1}{1+n}} t^{\frac{1}{n+1}}, \qquad (58)$$

როცა $n=1$ ნიუტონისეული სითხის სისქისათვის მოგვცემს $\delta=\sqrt{6t}$, მაშინ (56) მივიღებთ $\delta=\sqrt{P_r}\,\delta_T$, ხოლო, როცა $P_r=1$, $\delta=\delta_T$.

იმ შემთხვევაში, როცა $V_0=\dfrac{a}{\delta^n}$, $\delta=\gamma\delta_T$, მაშინ ძვრის ხახუნისთვის მიღებულია შემდეგი შედეგები

$$[\tau]_{n=1}^{m=0}=\frac{U_0}{\sqrt{t}}\left(0{,}612-0{,}153\left(\frac{7-2\alpha}{U_0}\right)t-1{,}072\beta t+0{,}459Mt+\cdots\right),$$

$$[\tau]_{n=1}^{m=0}=\frac{U_0}{\sqrt{t}}\left(0{,}612-0{,}153\left(\frac{7-2\alpha}{U_0}\right)t-1{,}072\beta t+0{,}33MU_0t+\cdots\right),$$

$$[\tau]_{n=2}^{m=0}=U_0\left(\frac{U_0}{t^2}\right)^{\frac{1}{3}}\left(0{,}328-0{,}164\left(\frac{9-2\alpha}{U_0}\right)t-1{,}47\beta t+0{,}626Mt+\cdots+\right),$$

$$[\tau]_{n=2}^{m=1}=U_0\left(\frac{U_0}{t^2}\right)^{\frac{1}{3}}\left(0{,}328-0{,}164\left(\frac{9-2\alpha}{U_0}\right)t-1{,}47\beta t+0{,}49MU_0t+\cdots+\right).$$

ზემოთ მიღებული ფორმულები გვიჩვენებენ, რომ მაგნიტური ველის თანაარსებობა, როდესაც ელექტროგამტარებლობა $\sigma=\sigma_0U_1^m$ სახისაა, ზრდის სითხის ხახუნის ძალას ფირფიტაზე.

მესამე თავის მეორე პარაგრაფში განიხილება შემდეგი ამოცანა: ელექტროგამტარ არანიუტონისეულ ხარისხოვან სითხეში მოთავსებულია ბრტყელი კედელი, რომლის ზედაპირის ტემპერატურაა T_W, სითხის ტემპერატურა კედლიდან მოშორებით T_∞. სითხის დინება გამოწვეულია გაცხელებული სხეულის ახლოს თავისუფალი კონვექციით, როდესაც მართობულად მოქმედებს გარე მაგნიტური ველი. რეინოლდსის მაგნიტური რიცხვი ითვლება მცირედ $\mathrm{Re}_m \ll 1$.

თუ კედლის ტემპერატურა იცვლება ნებისმიერი კანონით, მაშინ ასიმპტოტური ავტომოდელური ამოცანების მეთოდი არაა გამოსადეგი. ამ მიზეზის გამო გამოიყენება ნიუტონისეული სითხის საკმაოდ ეფექტური ინტეგრალური მეთოდები სასრული სისქის სასაზღვრო ფენის თეორიისა.

განვიხილოთ მათი გამოყენება თერმული სამი ტიპის სასაზღვრო პირობებისათვის, როდესაც ელექტროგამტარებლობის კოეფიციენტი ცვალებადია და წარმოადგენს სიჩქარის ფუნქციას შემდეგი სახით

$$\sigma = \sigma_0 U^{\alpha}, \tag{59}$$

სადაც $\alpha \geq 0$ ნებისმიერი რიცხვია.

ა) იზოთერმული კედელი

ტემპერატურულ და ელექტროგამტარ სასაზღვრო ფენში სითხის ბრტყელი დინება აღიწერება განტოლებებით

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} = 0, \tag{65}$$

$$U\frac{\partial U}{\partial x} + V\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{R}{\rho}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^n + g\beta(T - T_\infty) - \frac{\sigma B^2}{\rho}U, \tag{61}$$

$$U\frac{\partial T}{\partial x} + V\frac{\partial T}{\partial y} = a\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}. \tag{62}$$

(60)–(62) განტოლებათა სისტემის ამონახსნმა უნდა დააკმაყოფილოს შემდეგი სასაზღვრო პირობები:

$$\left.\begin{aligned} &\text{როცა } y = 0\text{, მაშინ } U = 0,\ V = 0,\ T = T_W \\ &\text{როცა } y \to \infty\text{, მაშინ } U \to 0,\ T \to T_\infty. \end{aligned}\right. \tag{63}$$

(59)-ეს გათვალისწინებით (61) განტოლება მოგვცემს

$$U\frac{\partial U}{\partial x} + V\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{R}{\rho}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^n + g\beta(T - T_\infty) - \frac{\sigma_0 B^2(x)}{\rho}U^{\alpha+1}. \tag{64}$$

თუ (62) და (64) განტოლებებს ვაინტეგრებთ სასაზღვრო ფენის სიგანით და გამოვიყენებთ (60), (63) სასაზღვრო პირობებს, მივიღებთ ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემას

$$\frac{d}{dx}\int_0^\infty U^2 dy = g\beta\Delta T\int_0^\infty \theta dy - \frac{\sigma_0 B^2(x)}{\rho}\int_0^\infty U^{\alpha+1}dy - \frac{R}{\rho}\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^n\Bigg|_{y=0}, \tag{65}$$

$$\frac{d}{dx}\int_0^\infty U\theta dy = -a\left(\frac{\partial \theta}{\partial y}\right)\Bigg|_{y=0}, \tag{66}$$

სადაც $\theta = (T - T_\infty)/\Delta T$ უგანზომილებო ტემპერატურის დაცემაა, $\Delta T = T_W - T_\infty$ ტემპერატურული დაწოლა.

შემდგომ იგულისხმება, რომ სასრული სისქის სასაზღვრო ფენის კვეთში მოცემულია სიჩქარისა და ტემპერატურის ავტომოდელური პროფილების ერთპარამეტრიანი ოჯახი:

$$U = Ц(x)\Phi(\eta), \tag{67}$$

$$\theta = \theta(\eta), \tag{68}$$

სადაც
$$\eta = \frac{y}{\delta(x)}. \tag{69}$$

ავტომოდელური ცვლადია, $\delta(x)$ – სასაზღვრო ფენის სისქეა, $Ц(x)$ – მახასიათებელი სიჩქარეა.

(65) და (66)-ში თუ გავითვალისწინებთ (67), (68) და (69)-ს, შემოვიტანთ $x_1 = x/L$, $\delta_1 = \delta/L$ უგანზომილებო სიდიდეებს; ასევე $\alpha = (3n-1)/2$, მივიღებთ

$$\frac{1}{\Pr}\frac{d}{dx}\left[\frac{1}{\delta_1}\left(\int_0^{x_1}\frac{dx}{\delta_1}\right)^2\right] = \left[\frac{B}{A}\right]\left[\frac{D}{E}\right]^2 [Gr\Pr]\delta_1 -$$

$$-M\left[\frac{F}{A}\right]\left[\frac{E}{D}\right]^{\frac{3}{2}(n-1)} \Pr^{1-n} b^2(x_1)\left[\int_0^{x_1}\frac{dx_1}{\delta_1}\right]^{\frac{2n+1}{2}} \delta_1(x_1)^{\frac{1-3n}{2}} -$$

$$-\left[\frac{c}{A}\right]\left[\frac{E}{D}\right]^{n-2} \Pr^{1-n}\frac{1}{\delta_1^{2n}}\left[\int_0^{x_1}\frac{dx}{\delta_1}\right]^n, \tag{70}$$

სადაც
$$\Pr = \frac{1}{a}\left[\frac{R}{\rho}L^{2(1-n)}\right]^{\frac{1}{2-n}},$$

$$Gr = g\beta\Delta T\left[L^{2+n}\Big/\left(\frac{R}{\rho}\right)^2\right]^{\frac{1}{2-n}}, \tag{71}$$

$$M = \sigma_0 B_0^2 (aL)^{\frac{n+1}{2}}\Big/R,$$

განვიხილოთ დინება პრანტლის განზოგადებული რიცხვის დიდი მნიშვნელობებისთვის $\Pr >> 1$, იმ პირობით, რომ ლორენცის ძალა ფარდობითაა სიბლანტისა და ამომგდები ძალებისა. როცა $\Pr \to \infty$, მაშინ (70)–ში უგულვებელვყოთ ინერციული წევრები, ე.ი. მარცხენა მხარე და გავითვალისწინოთ ზედაპირის გასწვრივ სასაზღვრო ფენის გავრცელების

შესაძლო პარალელური და მონოტონურად ზრდადი ხასიათი, რომელიც ეყრდნობა, როგორც მათემატიკურ, ისე ფიზიკურ მოსაზრებებს. დავუშვათ, რომ

$$\delta_1(x) = N x_1^{\alpha_1}, \quad b(x_1) = x_1^{\alpha}. \tag{72}$$

ზემოთ ნათქვამი დაშვებების გათვალისწინებით გვექნება

$$N^{3n+1} x_1^{(2n+1)\alpha_1} - \left[\left(\frac{C}{B} \right) \left(\frac{E}{(1-\alpha_1)D} \right)^n \frac{1}{Gr \Pr^n} \right] x_1^{(1-\alpha_1)n} -$$

$$- \left[M \left[\frac{F}{B} \right] \left[\frac{E}{D(1-\alpha_1)} \right]^{\frac{3n+1}{2}} \frac{1}{Gr \Pr^n} \right] x_1^{2j - \alpha_1 n + \frac{3n+1}{2}} = 0. \tag{73}$$

ეს განტოლება რომ დააკმაყოფილოს ნებისმიერმა x_1-მა, აუცილებელია დავუშვათ:

$$(2n+1)\alpha_1 = (1-\alpha_1)n = 2\gamma - \alpha_1 b + \frac{3n+1}{2}.$$

აქედან განისაზღვრება α_1 და γ მუდმივები

$$\alpha_1 = \frac{n}{3n+1}, \quad \gamma = -\frac{n+1}{4}. \tag{74}$$

ამგვარად

$$\left. \begin{aligned} \delta_1(x_1) &= N x_1^{\frac{n}{3n+1}}, \\ B(x_1) &= B_0 x_1^{-\frac{n+1}{4}}, \end{aligned} \right\} \tag{75}$$

სადაც

$$N = \left[\frac{C}{BGr \Pr^n} \left(\frac{1+3n}{1+2n} \cdot \frac{E}{D} \right)^n \right]^{\frac{1}{1+3n}} \cdot \left[1 + \frac{MF}{C} \left(\frac{1+3n}{1+2n} \cdot \frac{E}{D} \right)^{\frac{n+1}{2}} \right]^{\frac{1}{1+3n}}. \tag{76}$$

აქედან ჩანს, რომ მჰდ ურთიერთქმედების პარამეტრის გაზრდისას სასაზღვრო ფენის სისქე დამოკიდებულია M-ზე (76) ფორმულებით.

ბ) კედელზე სითბური ნაკადის მუდმივი სიმკვრივე

ამ შემთხვევაში სასაზღვრო ამოცანის გამომავალი ფორმულირება ისეთივეა, როგორც იზოთერმული კედლის დროს, მხოლოდ შეიცვლება (63) პირობა და ახალი ასე ჩაიწერება

$$-\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0}=q_W\,,\quad \text{როცა}\ \ y=0\,. \tag{77}$$

სითბური ენერგიის (66) ინტეგრალური პირობა ჩაიწერება შემდეგი სახით

$$D\frac{d}{dx}\left(\text{Ш}\,\delta\right)=\frac{aE}{\delta}\,, \tag{78}$$

ხოლო (65)-ს ექნება სახე

$$D\frac{d}{dx}\left(\text{Ш}^2\,\delta\right)=\frac{g\beta B\delta^2 q_W}{\lambda E}-\frac{R}{\rho}C\left(\frac{\text{Ш}}{\delta}\right)^b-\frac{\sigma_0 B^2(x)}{\rho}F\,\text{Ш}^{\frac{3n+1}{2}}\,\delta\ \ . \tag{79}$$

თუ შემოვიტანთ გრასჰოპის განზოგადოებულ რიცხვს

$$Gr=\frac{g\beta L q_W}{\nu}\left[L^{2+n}\left(\frac{R}{\rho}\right)^{-2}\right]^{\frac{1}{2-n}} \tag{80}$$

და $\Pr\to\infty$ ისევ მივალთ ასიმპტოტური სასაზღვრო ფენის განტოლებამდე

$$\delta_1^{2n+2}(x_1)-\left[\frac{Ec}{BGr\Pr^n}\left(\frac{E}{D}\right)^n\right]\left[\int_0^{x_1}\frac{dx}{\delta_1}\right]^n-$$

$$-\left[M\left(\frac{EF}{B}\right)\left(\frac{E}{D}\right)^{\frac{3n+1}{2}}\frac{1}{Gr\Pr^n}\right]\cdot\left[\int_0^{x_1}\frac{dx}{\delta_1}\right]^{\frac{3n+1}{2}}\cdot b^2(x_1)\delta^{\frac{n+1}{2}}(x_1)=0\,. \tag{81}$$

ანალოგიურად, როგორც პირველ შემთხვევაში, მივიღებთ

$$\left.\begin{aligned}\delta_1(x_1)&=Kx_1^{\frac{n}{2+3n}}\,,\\ B(x_1)&=B_0x_1^{-\frac{n+1}{4}}\,,\end{aligned}\right\} \tag{82}$$

სადაც

$$K=\left[\frac{EC}{BGr\Pr^n}\left(\frac{E}{2D}\cdot\frac{2+3n}{1+n}\right)^n\right]^{\frac{1}{2+3n}}\times\left[1+M\left(\frac{F}{C}\right)\left(\frac{E}{2D}\cdot\frac{2+3n}{1+n}\right)^{\frac{n+1}{2}}\right]^{\frac{1}{2+3n}}.$$

(83)

გ) კედლის ცვლადი ტემპერატურა

ამ შემთხვევაში სითბური სასაზღვრო ფენის (62) განტოლებაში დაემატება ტემპერატურული დაწნევის გასწვრივი გრადიენტი, ე.ი.

$$\frac{d}{dx}\left[T_W(x)-T_\infty\right]=\frac{d}{dx}t\,. \quad (84)$$

ტემპერატურის დაცემის უგანზომილებო პროფილის განსაზღვრა ფენის კვეთში, ხასიათდება სიდიდით

$$\theta=\frac{T-T_\infty}{t(x)}\,, \quad (85)$$

მაშინ (61) განტოლებიდან (85)-ის გათვალისწინებით, მივიღებთ

$$Ш(x_1)=\frac{aE}{LDt_1(x)}\left(\frac{1}{\delta_1(x_1)}\int_0^{x_1}\frac{t_1(x)dx}{\delta_1(x)}\right). \quad (86)$$

თუ (70)-ში გავითვალისწინებთ (86) და $\Pr\to\infty$ გადავალთ ზღვარზე ასიმპტოტური სასაზღვრო ფენისკენ

$$t_1\delta_1^{2n+1}(x_1)-\left[\left(\frac{C}{B}\right)\left(\frac{E}{D}\right)^n\frac{1}{Gr\Pr^n}\right]\cdot\left[\int_0^{x_1}\frac{t_1(x)}{\delta_1(x)}dx\right]^n t_1^{-n}-$$

$$-\left[M\,\frac{F}{B}\cdot\left(\frac{E}{D}\right)^{\frac{3n+1}{2}}\frac{1}{Gr\Pr^n}\right]\left[\int_0^{x_1}\frac{t_1}{\delta_1}dx\right]^{\frac{3n+1}{2}}\times$$

$$\times B^2(x_1)\delta_1^{\frac{n+1}{2}}(x_1)t_1^{-\frac{3n+1}{2}}(x_1)=0 \quad (87)$$

მაშინ, როდესაც $t_1(x_1)=x_1^P$, $P\ge 0$, მაშინ $\delta_1(x_1)$ სისქე და გარე მაგნიტური ველი $B(x_1)$ მიიღებს სახეს

$$\delta_1(x_1)=\Delta x_1^{\frac{n-P}{1+3n}}\,, \quad (88)$$

$$B(x_1)=B_0x_1^{-\frac{n+1}{4}}\,, \quad (89)$$

სადაც

$$\Delta=\left[\frac{c}{BGr\Pr^n}\left(\frac{1+3n}{(1+2n)+(2+3n)P}\cdot\frac{E}{D}\right)^n\right]^{\frac{1}{1+3n}}\times$$

$$\times\left[1+M\,\frac{F}{C}\left(\frac{1+3n}{(1+2n)+(2+3n)P}\cdot\frac{E}{D}\right)^{\frac{n+1}{2}}\right]^{\frac{1}{1+3n}}. \quad (90)$$

ასევე უნდა აღინიშნოს, რომ სამივე შემთხვევაში ნაპოვნია ნუსელტის რიცხვის ლოკალური მნიშვნელობები, საიდანაც ჩანს რომ კედლის

არაიზოთერმულობამ არ იმოქმდება ნუსელტის, პრანდტლის და გრასჰოფის კრიტერიუმებს შორის კავშირის კანონზე, რომელიც დარჩა ისეთივე სახის, როგორც მუდმივი ტემპერატურის მქონე კედლის ფირფიტისათვის.

დისერტაციის თემაზე გამოქვეყნებული შრომები

დისერტაციის თემაზე გამოქვეყნებულია 6 ნაშრომი. პუბლიკაციების ნუსხა მოცემულია ავტორეფერატის ბოლოს.

პირადი წვლილი

დასმული ამოცანათა იდეა და შემოთავაზებები ეკუთვნის თემის სამეცნიერო ხელმძღვანელებს. თანაავტორობით გამოქვეყნებული ყველა ნაშრომში ვარ მთავარი შემსრულებელი. მე მეკუთვნის ასევე შედეგების ანალიზი და ინტერპრეტაცია, მათი შედარება სხვა ავტორების მიერ (ან სხვა მეთოდებით) მიღებულ შედეგებთან.

ძირითადი შედეგები და დასკვნები

ელექტროგამტარი არაკუმშვადი არანიუტონისეული ხარისხოვანი სითხის სტაციონარული და არასტაციონარული ამოცანების გამოკვლევებისთვის შერჩეულია ისეთი მოდელები, რომელა ამონახსნები მიღებულია ან ზუსტად, ან მიახლოებით ანალიზურად:

1. გამოკვლეულია დინამიკური სტრუქტურა და სითბოგადაცემა ცვალებადი გამტარებლობის არაკუმშვადი არანიუტონისეული ხარისხოვანი სითხის, რომელიც იმყოფება გარე მაგნიტურ ველში. მჰდ განტოლებათა სისტემის მიახლოებითი ანალიზური ამოხსნის საფუძველზე მიღებულია დინამიკური და ტემპერატურული სასაზღვრო ფენების სისქეთა განსასაზღვრავად გამოსახულებანი. სასაზღვრო ფენები წარმოიქმნება ბრტყელი ნახევრადუსასრულო ფოროვან ფირფიტაზე, რომელშიც გაჟონვა დამოკიდებულია სასაზღვრო ფენის პარამეტრებზე.

ნაჩვენებია, რომ პარამეტრების შერჩევის გზით, რომლებიც განსაზღვრავენ არანიუტონისეული სითხის რეოლოგიას და მის ელექტროგამტარებლობას, შესაძლებელია ვმართოთ ზედაპირული ხახუნი და გარსმოდენად ზედაპირზე სითბური ნაკადი.

3. მიღებულია გარსმოდენად სხეულში გაჟონვის გათვალისწინებით არანიუტონისეული ხარისხოვანი ცვალებადი გამტარებლობის სითხის ბრტყელი დინების ამოცანის განზოგადებული ავტომოდელური ამონახსნი.

4. მიღებულია ბრტყელ ფოროვანი ვერტიკალური კედლის მახლობლად ცვლადი გამტარებლობის არანიუტონისეული ხარისხოვანი სითხის თავისუფალი კონვექციის ამოცანის მიახლოებითი ანალიზური ამონახსნი. გამოკვლეულია გარე მაგნიტური ველისა და კედლის გაჟონვის გავლენის ეფექტები თავისუფალი კონვექციის სასაზღვრო ფენის სისქეზე.

5. მიღებულია გარემოს სუსტადგამტარებლობისას პირობითად ცვლადი გამტარებლობის არანიუტონისეული ხარისხოვანი სითხის თავისუფალი კონვექციის ამოცანის ამონახსნი ინტეგრალური მეთოდით. ასევე განზოგადებული ამონახსნი მიღებულია ისევე როგორც ჰიდროდინამიკაში რეოლოგიური სითხეებისთვის. ნაჩვენებია, რომ კედლის არაიზოთერმულობა არ ახდენს გავლენას ამოცანის მჰდ კრიტერიუმების კავშირის კანონზე, რომელიც ინარჩუნებს ამ კავშირს მილებისა და არხების შესასვლელ ადგილებში და ბრტყელ ჩაძირულ ჭავლში. ამავე დროს სასაზღვრო ფენის გამოკვლევა გარსდენისა და სითბოცვლის ამოცანებში მხოლოდ საწყის ეტაპზეა. არსებობს რამდენიმე ნაშრომი, რომელიც ეხება დინამიკური სასაზღვრო ფენის ავტომოდელურ ამოცანებს. თუმცა აქამდე არ დამდგარა და არ გამოკვლეულა საკითხი სტაციონარული და არასტაციონარული არასასაზღვრო ფენის შესაძლო ავტომოდელური ამოცანების შესახებ. იძულებითი, ერთობლივი (თავისუფალი და იძულებითი), ასევე თავისუფალი კონვექციის შემთხვევებში.

აქამდე არ განხილულა არანიუტონისეული სითხეებით ფოროვანი სხეულების გარსდენა, თუ არის განხილული ძალიან ცოტაა ზუსტი ამონახსნები და თითქმის ყველა არ ასახავს ამოცანის არაწრფივობის სპეციფიკას. ავტორმა ამ საკითხებს დაუთმო დიდი ყურადღება.

ნაშრომში დაწვრილებითაა გამოკვლეული სასაზღვრო ფენის ავტომოდელური ამოცანების კლასი და ზოგიერთი მათგანი ამოხსნილია ანალიზურად. ნაჩვენებია ზუსტი რიცხვითი ამოხსნები ფსევდოპლასტიკური სითხის ორგანზომილებიანი სასაზღვრო ფენის რიგი ავტომოდელური ამოცანებისა, რომლებიც მიღებული იქნა ადრე ცდის მეთოდით.

ნაპოვნი ზუსტი ამონახსნები, ჩვენი აზრით, წარმოადგენენ დამოუკიდებელ თეორიული და გამოყენებით ინტერესს. მათი გამოყენება შესაძლებელია ასევე გამოთვლის მიახლოებითი მეთოდების აგებისთვის და მიღებული მათემატიკური და ფიზიკური დაშვებების შემოწმებისთვის.

ნაშრომში გადმოცემულია ასევე ხარისხოვანი სითხეების სასაზღვრო ფენის დინამიკური და სითბური ამოცანების ამოხსნის ახალი მეთოდები.

დასკვნით თავში გაკეთებულია არანიუტონისეულ სითხეებში სითბოგადატანის განტოლებათა სისტემის ზოგადი სახით აგების ცდა. განხილულია სასაზღვრო ფენში კონვექციური სითბოცვლის ავტომოდელური ამოცანა, სითბოგამტარებლობისა და სიბლანტის ძვრის სიჩქარეზე დამოკიდებულების გათვალისწინებით.

გამოქვეყნებული შრომები

1. ჯ. შარიქაძე, ზ. ციცქიშვილი, მ. კეკენაძე. პარალელურ ფოროვან კედლებს შორის ბლანტი უკუმში სუსტადგამტარი სითხის არასტაციონარული მოძრაობა სითბოგადაცემის გათვალისწინებით. სამეც. ტექნ. ჟურნალი „მშენებლობა“, №4(31), თბილისი, 2013, გვ. 12-20.
2. ჯ. შარიქაძე, მ. კეკენაძე. არანიუტონისეული გამტარი სითხის სასაზღვრო ფენში მოძრაობის ამოცანის მიახლოებითი ამოხსნის ინტეგრალური მეთოდი. სამეც. ტექნ. ჟურნალი „მშენებლობა“, №2(33), თბილისი, 2014, გვ. 35-50.
3. ჯ. შარიქაძე, ზ. ციცქიშვილი, მ. კეკენაძე. სუსტადგამტარი ხარისხოვანი სითხის არასტაციონარული თავისუფალი კონვექციის ამოცანის მიახლოებითი ამოხსნა. სამეც. ტექნ. ჟურნალი „მშენებლობა“, №4(35), თბილისი, 2014, გვ. 69-74.
4. მ. კეკენაძე. დინამიკური სასაზღვრო ფენის სისქის განსაზღვრის ზოგიერთი კერძო შემთხვევა სუსტადგამტარი ხარისხოვანი სითხის არასტაციონარული თავისუფალი კონვექციის დროს. სტუ-ს სტუდენტთა 83-ე ღია საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია. თბილისი, 2015.

5. მ. კეკენაძე, ზ. ციცქიშვილი. არანიუტონისეული გამტარი სითხის ავტომოდელური ამოცანების შესახებ სითბოგადაცემის გათვალისწინებით. Georgian Engineering News № 4, 2015.
6. ჯ. შარიქაძე, ზ. ციცქიშვილი, მ. კეკენაძე. არანიუტონისეული სუსტადგამტარი სითხის დინება სასაზღვრო ფენაში. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის სამეცნიერო შრომების კრებული, № 3(497). 2015.

მადლობის გზავნილი

მადლობას ვუხდი მუდმივი ყურადღების, მზრუნველობის. ფასდაუდებელი შენიშვნების, უაღრესად სასარგებლო რჩევებისა და ხანგრძლივი შინაარსიანი საუბრებისათვის სამეცნიერო ხელმძღვანელებს – პროფესორ ჯონდო შარიქაძეს და პროფესორ ზურაბ ციცქიშვილს.

დიდი მადლიერების გრძნობით მინდა აღვნიშნო საინჟინრო მექანიკისა და მშენებლობაში ტექნიკური ექსპერტიზის დეპარტამენტის პროფესორ თამაზ ბაციკაძის მხარდაჭერა უაღრესად სასარგებლო დისკუსიები სემინარებზე.

მადლობას ვუხდი მნიშვნელოვანი ტექნიკური დახმარებისთვის პროფესორ დემურ ტაბატაძეს.

Abstract

Almost a hundred years ago as the object of scientific investigation are the non-Newtonian liquids. But only recently has begun its intense study that is caused due their wide application in industry, household equipment, aircraft engineering and so on.

To prove this is enough to mention all polymer fluids, the theoretical and experimental study of flow properties of that gives the possibility to create engineering basis for manufacture different products from polymeric materials.

To studies and research of non-Newtonian liquids are devoted works of such famous scientists as: Astarita D.J., Marucci D.J., Rainer M., Shelmann Z.P., Wilkinson U.L., Schlichting G., Sebis T., Bradshaw P., Bennett R.O., Myers J.E., Mazo A.B., Loitsianski L.G., Meiz D.J., Prandtl, Nikuradze I. and others.

In Georgia on this and related issues are published works of D. Dolidze, N. Jorbenadze, G. Abesadze, Z. Kereselidze, J. Sharikadze, L. Azmaiparashvili, L. Jikia and B. Tsutskiridze.

Non-Newtonian liquids means sufficiently broad group of different materials. Polymers application in production of construction materials (linonium, facing tiles, etc.), automobile tires, chemical and radio electronics industries is huge. Is hard to imagine any type of production, in that is not used the synthetic or non-metal materials.

There are several approaches in study of the non-Newtonian liquids flow, in the work is applied the mathematical and rheological model. By this approach is created relatively complex, but close to the reality mathematical model, which is based on fundamental hydrodynamic principles and approaches; after this is studied and characterized the singularities of behavior of fluid.

At study on non-Newtonian liquids flow, due the nature of their viscosity and plasticity particularly interesting is in boundary layer, in the conditions of existing of free convection, when the fluid coefficient of electroconductivity varies according to the rate at stationary as well as in non-stationary flow. It is also interesting to determine the thickness of boundary layer that is directly related to the shear rate.

As theoretical and methodological basis of the dissertation work is applied viscous in vacuum fluid model, when in boundary layer of motion is laminar. Outside the boundary layer of fluid the influence of viscosity on motion is neglected and fluid is considered as ideal. For such model created a system of nonlinear differential equations with magnetic hydrodynamic partial is quite complex for solution. Obtained due the transition on dimensionless values corresponding simultaneous equations with the boundary conditions is solved by method of gradual approximation.

In the work are set and solved the following tasks:

- The stationary flow of body in qualitatively viscous in infinity conducting fluid.
- The flow of body by non-stationary electricity electrically conducting viscous in infinity fluid with taking into account the heat transfer.
- Free convection of weakly conducting qualitatively fluid in transverse magnetic field.