

თამარ კვაჭაძე

სამშენებლო მექანიკის ზოგიერთი ამოცანის რიცხვითი
ამოხსნები სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებათა
მეთოდის გამოყენებით

წარმოდგენილია დოქტორის აკადემიური ხარისხის
მოსაპოვებლად

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი
თბილისი, 0175, საქართველო
2011 წელი

საავტორო უფლება © 2011, თამარ კვაჭაძე

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

სამშენებლო

ჩვენ, ქვემოთ ხელისმომწერი ვადასტურებთ, რომ გავცანით თამარ კვაჭაძის მიერ შესრულებულ სადისერტაციო ნაშრომს დასახელებით: „სამშენებლო მექანიკის ზოგიერთი ამოცანის რიცხვითი ამოხსნები სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებათა მეთოდის გამოყენებით“ და ვაძლევთ რეკომენდაციას საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის სამშენებლო სადისერტაციო საბჭოში მის განხილვას დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად.

თარიღი

ხელმძღვანელი: სრ. პროფ. მურმან კუბლაშვილი

რეცენზენტი: სრ. პროფ. გ. ჭოხონელიძე

რეცენზენტი: ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი, უფ. მეცნ. თანამშრომელი მ. ზაქრაძე

რეცენზენტი:

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

2011

ავტორი: თამარ კვაჭაძე

დასახელება: სამშენებლო მექანიკის ზოგიერთი ამოცანის რიცხვითი ამოხსნები სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებათა მეთოდის გამოყენებით

ფაკულტეტი : სამშენებლო

ხარისხი: დოქტორი

სხდომა ჩატარდა:

ინდივიდუალური პიროვნებების ან ინსტიტუტების მიერ ზემომოყვანილი დასახელების დისერტაციის გაცნობის მიზნით მოთხოვნის შემთხვევაში მისი არაკომერციული მიზნებით კოპირებისა და გავრცელების უფლება მინიჭებული აქვს საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტს.

ავტორის ხელმოწერა

ავტორი ინარჩუნებს დანარჩენ საგამომცემლო უფლებებს და არც მთლიანი ნაშრომის და არც მისი ცალკეული კომპონენტების გადაბეჭდვა ან სხვა რაიმე მეთოდით რეპროდუქცია დაუშვებელია ავტორის წერილობითი ნებართვის გარეშე.

ავტორი ირწმუნება, რომ ნაშრომში გამოყენებული საავტორო უფლებებით დაცული მასალებზე მიღებულია შესაბამისი ნებართვა (გარდა ის მცირე ზომის ციტატებისა, რომლებიც მოითხოვენ მხოლოდ სპეციფიურ მიმართებას ლიტერატურის ციტირებაში, როგორც ეს მიღებულია სამეცნიერო ნაშრომების შესრულებისას) და ყველა მათგანზე იღებს პასუხისმგებლობას.

რეზიუმე

სამშენებლო მექანიკის ზოგიერთი ამოცანის რიცხვითი ამოხსნები სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებათა მეთოდის გამოყენებით

სამშენებლო მექანიკის მრავალი პრაქტიკული ტიპის ამოცანის ზუსტი ამოხსნის პოვნა მიიყვანება ისეთი ინტეგრალების დათვლაზე, ან ინტეგრალური განტოლებების ამოხსნაზე, რომლებიც ძალიან რთულია, ზოგიერთ შემთხვევებში შეუძლებელიც. ასეთ შემთხვევებში პრობლემის გადასაწყვეტად აუცილებელი ხდება რიცხვითი მეთოდების გამოყენება. თავის მხრივ, რიცხვითი ამონახსნების ალგორითმების დამუშავება და მათი კომპიუტერული რეალიზაცია გარკვეულ სირთულეებთან არის დაკავშირებული და მოიცავს რამდენიმე მნიშვნელოვან ეტაპს. პირველ რიგში, ამა თუ იმ ამოცანის რიცხვითი ამოხსნისათვის უნდა დამუშავდეს შესაბამისი მათემატიკური ალგორითმი. ბუნებრივია, ასეთი ალგორითმების დამუშავების დროს გათვალისწინებული უნდა იქნეს ამოხსნელი ამოცანის თავისებურებანი: კერძოდ, ალგორითმი სრულად უნდა აღწერდეს ამოცანის ბუნებას და რაც შეიძლება ზუსტად გადმოსცემდეს მის შინაარსს. მეორე მხრივ, ალგორითმი უნდა იყოს რაც შეიძლება მაღალი სიზუსტის და გამოთვლითი პროცესების მიმართ მდგრადი.

სადისერტაციო ნაშრომი ეხება სწორედ ასეთი პრობლემების შესწავლას სამშენებლო მექანიკის ზოგიერთი ამოცანისათვის. კერძოდ, იგი მოიცავს ფუძის და საძირკვლის ერთობლივი დეფორმაციის განსაზღვრის მეთოდებს, ძირითადი ვარიანტების შერჩევას და კომპიუტერულ რეალიზაციას, ბზარების ამოცანებისათვის მაღალი რიგის სიზუსტის რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმების დამუშავებას და მათ კომპიუტერულ რეალიზაციას.

ნაშრომი პირობითად შეიძლება ორ ძირითად ნაწილად გავყოთ. პირველ ნაწილში განხილულია ნაგებობათა ფუძეების დეფორმაციაზე (დაჯდომაზე, რომელიც თავის მხრივ იწვევს ბზარების წარმოშობას), რიცხვითი ამოხსნის თანამედროვე ალგორითმების შექმნა და მათი

საშუალებით კომპიუტერული რეალიზაცია, ხოლო მეორე ნაწილში სამშენებლო მექანიკის პრაქტიკული ტიპის ამოცანებისთვის სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებათა მეთოდის გამოყენებით მაღალი რიგის სიზუსტის რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმების აგება და მათი კომპიუტერული რეალიზაცია.

ნაგებობათა ფუძეების დეფორმაციაზე (დაჯდომაზე) გაანგარიშება სამშენებლო მექანიკის ერთ-ერთი მთავარი ამოცანაა. ჩვენ მიერ წარმოდგენილ ნაშრომში მოყვანილია ფუძეების დაჯდომის გაანგარიშებები სხვადასხვა მეთოდით. ნაჩვენებია ამ მეთოდების დადებითი და უარყოფითი მხარეები, ასევე მათი გამოყენების სფეროები.

ფუძის დაჯდომა ნაგებობებში, ხშირად, იწვევს ბზარების წარმოქმნას, რომელთა შემდგომი გავრცელება იწვევს შენობა-ნაგებობების ნგრევას. წარმოდგენილ ნაშრომში დამუშავებულია თეორია, რომელიც საშუალებას გვაძლევს დავთვალოთ ძაბვების მნიშვნელობები ბზარის ბოლოების რაგინდ მცირე მიდამოში, რითაც საშუალება გვქმნება მოვახდინოთ ძაბვების ისეთი გადანაწილება, რომ თავიდან ავიცილოთ შენობის შემდგომი რღვევა. თუ ბზარის შემდგომი გავრცელება გარდაუვალია, მაშინ დისერტაციაში დამუშავებული თეორიით შესაძლებელია პროგნოზირება გავუკეთოთ ბზარის მოსალოდნელი გავრცელების მიმართულებას.

გამოკვლევებმა აჩვენა, რომ სინგულარული ინტეგრალური განტოლებებით, სხვა ცნობილი მეთოდებისაგან განსხვავებით, ზუსტად აღიწერება წარმოშობილი ამოცანების რთული ბუნება (განსაკუთრებით ბზარების ამოცანებში). ამიტომ, დისერტაციაში დამუშავებული ასეთი განტოლებებისათვის მაღალი რიგის სიზუსტის რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმების აგება წარმოადგენს აქტუალურ თემას.

ბზარების ამოცანებში ხშირად წირის ზუსტი პარამეტრული განტოლებით მოცემა რთულია (ხშირად შეუძლებელიც) და ცნობილია მხოლოდ ამ წირის გრაფიკული სახე. ასეთ შემთხვევებში, როგორც ექსპერიმენტმა აჩვენა, ეფექტურია სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებათა მეთოდი.

ასეთი ტიპის ამოცანების რიცხვითი ამოხსნებისათვის, როცა ბზარს აქვს ნებისმიერი გლუვი ან უბან-უბან გლუვი წირის ფორმა, აგებულია მაღალი რიგის სიზუსტის სქემები და შექმნილია შესაბამისი კომპიუტერული პროგრამები.

სადოქტორო ნაშრომის ძირითადი მეცნიერული სიახლე მდგომარეობს შემდეგში:

1. შესწავლილია ფუძის და საძირკვლის ერთობლივი დეფორმაციების განსაზღვრის სხვადასხვა მეთოდი;
2. წარმოდგენილია ფუძის დაჯდომის განსაზღვრა შრეობრივი (კომპიუტერული პროგრამული უზრუნველყოფით) შეჯამების, შეზღუდული სისქის დრეკადი ფენის, ეკვივალენტური შრის და მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდით;
3. შემთხვევითი ძებნის მეთოდით დამუშავებულია და შესაბამისი კომპიუტერული პროგრამით უზრუნველყოფილია ოპტიმალური პარამეტრის მოძებნის ალგორითმი;
4. სინგულარული ინტეგრალური განტოლებების გამოყენებით აგებულია და კომპიუტერული პროგრამით უზრუნველყოფილია მაღალი რიგის სიზუსტის რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმები:
 - ა) სამშენებლო მექანიკის ზოგიერთი ამოცანისათვის;
 - ბ) აეროდინამიკის ზოგიერთი სტაციონარული და არასტაციონარული ამოცანებისათვის.

Abstract

NUMERICAL SOLUTION OF SOME PROBLEMS OF STRUCTURAL MECHANICS BY APPLICATION OF SINGULAR INTEGRAL EQUATION'S METHOD

The founding of exact solution of number of practical problems of structural mechanics is reduced to computation of such integrals, or to solution of integral equations that is rather complex and in some cases impossible. In such cases for solution of problem is necessary application of numerical methods. In turns, the development of algorithms numerical solutions and their computational realization is connected with certain complexity and includes several significant stages. Firstly for the numerical solution of certain problem would be developed according mathematical algorithm. Naturally at development of such algorithm would be provided the solved tasks features: in particular. The algorithm fully will describes the problem's nature and explain as exactly as its content. On the other hand would be as possible exact and stable regarding to computational process.

The dissertational work is concerned exactly to study of such problems for some tasks of structural mechanics. In particular, it includes definition methods of foundations joint deformation, selection of main variants and computational realization, development solution algorithms for crack tasks higher order of precision and their and computational realization.

The presented work conditionally would be divided on two basic parts. In the first part is considered on foundations settlement (settling that in turns causes cracks initiation), development of numerical solution's modern methods and due them computational realization; in the second part due application of method of singular integral equations for practical problems of structural mechanics construction of high order precision numerical solutions algorithms and computational realization.

Buildings foundation deformation (settling) calculation represents one of basic problems of structural mechanics. In the presented by us work are given foundations settling calculations by different methods. Are shown advantages as well as disadvantages of these methods and their application fields.

The foundation settlement in building often causes cracks initiation that further propagation causes the buildings destruction. In the presented work is developed theory that gives the possibility to calculate the stresses values on arbitrary small neighborhood of cracks ends that gives the possibility to perform such distribution of stresses that gives the possibility to avoid further destruction of building. If the further cracks propagation is unavoidable, then building developed in dissertation theory is possible to forecast the cracks expected propagation direction.

As it is shown due investigations by singular integral equations, in comparison with other known methods, exactly are described complex nature of arisen problem (especially in crack tasks). Thus the developed in dissertation development construction of such equations high order precision numerical solution algorithms represents the actual theme.

In the crack tasks often is difficult to describe the straight lines by exact parametric equations (often it is impossible) and is known only graphical shape of this straight line. In such cases as it is indicated by experiments, is effective the method of singular integral equations.

For such type of numerical solutions of task's, when crack has arbitrary smooth or site-by-site smooth straight line shape, are constructed high order precision schemes and are developed according computer programs.

The scientific novelty of presented dissertational work is presented in following:

1. Are studied foundations joint deformations definition different methods;
2. Is presented definition of foundation settlement by layered (provided with computer programs) summation, elastic layer with limited thickness, equivalent layer and progressive approximation methods;
3. By random search method is developed and provided by according computer program optimal parameter search algorithm;
4. By application of singular integral equations is constructed and provided by computer program high order precision numerical solution algorithms:
 - a) For some problems of structural mechanics;
 - b) For some stationary and non-stationaty problems of aerodynamics.

შინაარსი

შესავალი.....	12
პირველი თავი	
ფუძის და საძირკვლის ერთობლივი დეფორმაციების განსაზღვრის მეთოდები და ძირითადი ვარიანტების შერჩევა.	
§1.1. ფუძის დაჯდომის განსაზღვრა შრეობრივი შეჯამების, ანუ წრფივად დეფორმირებადი ნახევარსივრცის მეთოდით.....	33
§1.2. ფუძის დაჯდომის განსაზღვრა შეზღუდული სისქის დრეკადი ფენის მეთოდით ანუ ხაზოვან-დეფორმირებადი ფენის მეთოდით (პროფ. ეგოროვის მეთოდი).....	46
§1.3. ფუძის დაჯდომის განსაზღვრა გრუნტის ეკვივალენტური შრის მეთოდით (პროფ. ნ. ციტოვიჩის მეთოდი).....	54
§1.4. ფუძის დაჯდომის განსაზღვრა მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდით	60
§1.5. შენობა-ნაგებობების ფუძის დეფორმაციის შრეობრივი შეჯამების მეთოდის კომპიუტერული რეალიზაცია და ოპტიმალური პარამეტრების განსაზღვრა	66
მეორე თავი	
ბზარების ზოგიერთი ამოცანის რიცხვითი ამოხსნა სინგულარული ინტეგრალური განტოლებებით	
შესავალი.....	77
§2.1. დირიხლეს ამოცანის რიცხვითი ამოხსნა უცნობი გახსნილი სასაზღვრო წირის შემთხვევაში.....	78
§2.2. ბზარების ზოგიერთი ბრტყელი ამოცანის რიცხვითი ამოხსნა მაღალი რიგის სიზუსტით.....	89
მესამე თავი	
აეროდინამიკის ამოცანების რიცხვითი ამოხსნები	
§3.1. ამოცანის დასმა ზოგადად.....	99
§3.2. აეროდინამიკის ზოგიერთი ამოცანის რიცხვითი ამოხსნა	103
ძირითადი შედეგები და დასკვნები	109
ლიტერატურა.....	110
დისერტაციაში გამოყენებული პროგრამების დანართი	113

ცხრილების ნუსხა

ცხრ.1- ფუძე გრუნტების თვისებები და ფენების სისქეები	35
ცხრ.2- α კოეფიციენტები.....	38
ცხრ.3- ფუძის ზღვრული დეფორმაცია	39
ცხრ.4-ფენები.....	40
ცხრ.5-გრუნტის სახეობები	41
ცხრ.6-.....	44
ცხრ.7- კოეფიციენტი K_c	47
ცხრ.8- კოეფიციენტი K_m	47
ცხრ.9- კოეფიციენტი K	49
ცხრ.10-.....	51
ცხრ.11- $A\omega$ -ს მნიშვნელობანი	55
ცხრ.12-.....	57
ცხრ.13-.....	61
ცხრ.14-.....	63
ცხრ.15- მაგალითის გაანგარიშების ვარიანტები.....	68
ცხრ.16-.....	87
ცხრ.17-.....	87
ცხრ.18-.....	87
ცხრ.19-.....	95
ცხრ.20-	96
ცხრ.21-.....	108
ცხრ.22-	108
ცხრ.23-.....	108

ნახაზების ნუსხა

ნახ.1-ფუძის არათანაბარი დაჯდომის გამომწვევი მიზეზები.....	31
ნახ.2- შენობის აგურის კედლის დეფორმაცია გაყინული გრუნტის გაღლობის დროს	32
ნახ.3-ფუძის დაჯდომის განსაზღვრა შრეობრივი შეჯამების მეთოდით.....	34
ნახ.4- ფუძის დაჯდომის განსაზღვრა შეზღუდული სისქის მეთოდით.....	48
ნახ.5- ფუძის დაჯდომის განსაზღვრა გრუნტის ეკვივალენტური შრის მეთოდით.....	56
ნახ.6- ფუძის დაჯდომა მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდით.....	61
ნახ.7- უბან-უბან გლუვი წირი.....	84
ნახ.8- გრაფიკულად ფორმულირებული მრუდი.....	85
ნახ.9-.....	88
ნახ.10-.....	88
ნახ.11-.....	89
ნახ.12-ფირფიტაზე მოცემული ორი თანაბარი სიგრძის ბზარი.....	90
ნახ.13-სიბრტყის მართობული ბზარი.....	91
ნახ.14-.....	99

შესავალი

სამშენებლო მექანიკის მრავალი პრაქტიკული ტიპის ამოცანის ზუსტი ამოხსნის პოვნა მიიყვანება ისეთი ინტეგრირების დათვლაზე, ან ინტეგრალური განტოლებების ამოხსნაზე, რომლებიც ძალიან რთულია, ზოგიერთ შემთხვევებში შეუძლებელიც. ასეთ შემთხვევებში პრობლემის გადასაწყვეტად აუცილებელი ხდება რიცხვითი მეთოდების გამოყენება. თავის მხრივ, რიცხვითი ამონახსნების ალგორითმების დამუშავება და მათი კომპიუტერული რეალიზაცია გარკვეულ სირთულეებთან არის დაკავშირებული და მოიცავს რამდენიმე მნიშვნელოვან ეტაპს. პირველ რიგში, ამა თუ იმ ამოცანის რიცხვითი ამოხსნისათვის უნდა დამუშავდეს შესაბამისი მათემატიკური ალგორითმი. ბუნებრივია, ასეთი ალგორითმების დამუშავების დროს გათვალისწინებული უნდა იქნეს ამოსახსნელი ამოცანის თავისებურებანი: კერძოდ, ალგორითმი სრულად უნდა აღწერდეს ამოცანის ბუნებას და რაც შეიძლება ზუსტად გადმოსცემდეს მის შინაარსს. მეორე მხრივ, ალგორითმი უნდა იყოს რაც შეიძლება მაღალი სიზუსტის და გამოთვლითი პროცესების მიმართ მდგრადი.

სადისერტაციო ნაშრომი ეხება სწორედ ასეთი პრობლემების შესწავლას სამშენებლო მექანიკის ზოგიერთი ამოცანისათვის. კერძოდ, იგი მოიცავს ფუძის და საძირკვლის ერთობლივი დეფორმაციის განსაზღვრის მეთოდებს, ძირითადი ვარიანტების შერჩევას და კომპიუტერულ რეალიზაციას, ბზარების ამოცანებისათვის მაღალი რიგის სიზუსტის რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმების დამუშავებას და მათ კომპიუტერულ რეალიზაციას.

ნაშრომი პირობითად შეიძლება ორ ძირითად ნაწილად გავეყოთ. პირველ ნაწილში განხილულია ნაგებობათა ფუძეების დეფორმაციაზე (დაჯდომაზე, რომელიც თავის მხრივ იწვევს ბზარების წარმოშობას), რიცხვითი ამოხსნის თანამედროვე ალგორითმების შექმნა და მათი საშუალებით კომპიუტერული რეალიზაცია, ხოლო მეორე ნაწილში სამშენებლო მექანიკის პრაქტიკული ტიპის ამოცანებისთვის სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებათა მეთოდის გამოყენებით მაღალი რიგის სიზუსტის რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმების აგება და მათი კომპიუტერული რეალიზაცია.

ნაგებობათა ფუძეების დეფორმაციაზე (დაჯდომაზე) გაანგარიშება სამშენებლო მექანიკის ერთ-ერთი მთავარი ამოცანაა. ჩვენ მიერ წარმოდგენილ ნაშრომში მოყვანილია ფუძეების დაჯდომის გაანგარიშებები სხვადასხვა მეთოდით. ნაჩვენებია ამ მეთოდების დადებითი და უარყოფითი მხარეები, ასევე მათი გამოყენების სფეროები.

ფუძის დაჯდომა ნაგებობებში, ხშირად, იწვევს ბზარების წარმოქმნას, რომელთა შემდგომი გავრცელება იწვევს შენობა-ნაგებობების ნგრევას. წარმოდგენილ ნაშრომში დამუშავებულია თეორია, რომელიც საშუალებას გვაძლევს დავთვალოთ ძაბვების მნიშვნელობები ბზარის ბოლოების რაგინდ მცირე მიდამოში, რითაც საშუალება გვქმნება მოვახდინოთ ძაბვების ისეთი გადანაწილება, რომ თავიდან ავიცილოთ შენობის შემდგომი რღვევა. თუ ბზარის შემდგომი გავრცელება გარდაუვალია, მაშინ დისერტაციაში დამუშავებული თეორიით შესაძლებელია პროგნოზირება გავუკეთოთ ბზარის მოსალოდნელი გავრცელების მიმართულებას.

გამოკვლევებმა აჩვენა, რომ სინგულარული ინტეგრალური განტოლებებით, სხვა ცნობილი მეთოდებისაგან განსხვავებით, ზუსტად აღიწერება წარმოშობილი ამოცანების რთული ბუნება (განსაკუთრებით ბზარების ამოცანებში). ამიტომ, დისერტაციაში დამუშავებული ასეთი განტოლებებისათვის მაღალი რიგის სიზუსტის რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმების აგება წარმოადგენს აქტუალურ თემას. ასეთი განტოლებებისათვის სამართლიანი არ არის კანტოროვიჩის ზოგადი მიახლოებითი თეორია [11]. აღნიშნული თეორიის მიხედვით თუ გვაქვს განტოლება $K\varphi = f$, სადაც K ფრედგოლმის ოპერატორია, f ცნობილი, ხოლო φ საძებნი ფუნქციებია. ვთქვათ k ოპერატორისათვის ავაგეთ K_n მიახლოებითი ოპერატორი ისეთი, რომ $\|K - K_n\| \rightarrow 0$, $n \rightarrow \infty$, მაშინ როცა $K\varphi = f$ განტოლებას აქვს ერთადერთი ამონახსნი φ , $K_n\varphi_n = f_n$ მიახლოებით განტოლებასაც გარკვეული n_0 -დან დაწყებული ექნება ერთადერთი ამონახსნი φ_n და $\|\varphi - \varphi_n\| \rightarrow 0$, $n \rightarrow \infty$. სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებებში ასე არ ხდება:

ვთქვათ ზუსტი სინგულარული ინტეგრალური განტოლებაა $S\phi = f$, ხოლო აპროქსიმაციის შედეგად მიღებული მიახლოებითი განტოლება იყოს $S_n\phi_n = f_n$. დავუშვათ, რომ ზუსტ განტოლებას აქვს ერთადერთი ამონახსნი და $\|S - S_n\| \rightarrow 0$, აქედან არ გამომდინარეობს, რომ $\|\phi - \phi_n\| \rightarrow 0$; სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებებში, ყოველ განტოლებას სჭირდება ინდივიდუალური შესწავლა. ამიტომ ასეთ შემთხვევებში რთულდება მიახლოებითი პროცესების დაფუძნება, ამის გამო მიუხედავად იმისა, რომ სინგულარულ ინტეგრალური განტოლებები კარგად აღწერენ მექანიკის ამოცანების რთულ ბუნებას, თავის მხრივ, მიახლოებითი პროცესების შესწავლა ბევრ სირთულეებთან არის დაკავშირებული.

წარმოდგენილ ნაშრომში სწორედ ასეთი სირთულეებია გადალახული.

ფუძის (საძირკვლის საფუძვლის) დეფორმაციაზე (დაჯდომაზე) ანგარიში, როდესაც იგი აგებულია არაკლდოვანი გრუნტებისაგან, წარმოადგენს ერთ-ერთ ძირითად საკითხს გრუნტების მექანიკაში, რადგან მისი გაუთვალისწინებლობა იწვევს ბზარების წარმოშობას კონსტრუქციაში, რაც ხშირად ნაგებობის (შენობის) ნგრევის მიზეზი ხდება. ზემოაღნიშნულიდან გამომდინარე, დეფორმაციაზე ანგარიში არის ძირითადი ყველა შენობა-ნაგებობებისათვის. ის წარმოადგენს სამშენებლო მექანიკის ერთ-ერთ მთავარ ამოცანას.

ყველაზე საშიშია არათანაბარი დაჯდომები, რომელიც გამოწვეულია:

- ფუძეში გრუნტის სხვადასხვა სიმკვრივით;
- როცა ადგილი აქვს შუა შრეების არსებობას ფუძეში;
- როცა შრეების სისქე სხვადასხვაა;
- როდესაც დატვირთვები სხვადასხვა სიდიდისაა;
- როცა არსებობს მეზობელი ნაგებობების გავლენა და იგი გათვალისწინებული არ არის;
- როდესაც ადგილი აქვს ფუძეში გაყინვა-გაღებობას;
- და სხვა.

ფუძის დაჯდომის მიზეზი მრავალია. მათ შორის მთავარია სამი:

1. საძირკვლის კონსტრუქციის დარღვევა, რომელიც შეიძლება გამოწვეული იყოს მიწისქვეშა წყლის აწევით, ასევე საძირკვლის წყობის არასწორი შესრულებით და სხვა. მათი გამორიცხვა შეიძლება კონსტრუქციის გაანგარიშებით.
2. ფუძის მდგრადობის დარღვევით, რაც შეიძლება გამოწვეული იყოს გადაჭარბებული დატვირთვებით (მაგ: იყო შენობა სამსართულიანი, დანაშენიანებით გახდა 5 სართულიანი) და სხვა. მისი გამორიცხვა შეიძლება, თუ საძირკვლის ზომები შეირჩევა ფუძის საანგარიშო წინაღობის მიხედვით (**R**).
3. კუმშვადი ხასიათის დეფორმაციის განვითარებით. მაგალითად: პიხეს კოშკი იტალიაში, რომელმაც მიიღო დაჯდომა 1,6მ, რაც გამოწვეულია კუმშვადი დეფორმაციით.

გარდა ზემოაღნიშნული ძირითადი მიზეზებისა, ნაგებობათა დაჯდომის მიზეზი შეიძლება იყოს გრუნტის წყლის დონის აწევა ან დაწევა, მიწისქვეშა კარსტები, მეწყრული მოვლენები, გრუნტის გაყინვა-გაღებობა და სხვა მრავალი.

აქედან გამომდინარე, დაჯდომით გაანგარიშების მიზანია ჯდომა შეიზღუდოს (მოექცეს) დასაშვების ფარგლებში, პირობით (ნორმები):

$$S \leq S_u,$$

სადაც S არის საძირკვლის დაჯდომა;

S_u არის ზღვრული დაჯდომა.

ზემოთ თქმულიდან გამომდინარეობს, რომ აუცილებელია საძირკვლის დაჯდომის ანგარიში.

დაჯდომის განსაზღვრის მეთოდებია, ფუძის დაჯდომა:

- შრეობრივი შეჯამების მეთოდით;
- შეზღუდული სისქის დრეკადი შრის მეთოდით;
- ეკვივალენტური შრის მეთოდით;
- მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდით;
- საერთო დეფორმაციის მეთოდი;
- ადგილობრივი დეფორმაციების მეთოდით;
- და სხვა.

დაჯდომა, როგორც ვთქვით, შეიძლება გამოწვეული იყოს სხვადასხვა მიზეზით. ამ მიზეზების შედეგად შეიძლება კონსტრუქციაში გაჩნდეს ბზარი. თუ როგორ ნაწილდება ძაბვა ბზარის წვეროს მიდამოებში და რა მიმართულებით შეიძლება ის გავრცელდეს, აღწერილია მეორე თავში. ამიტომ, ჩვენ დიდი ყურადღება დავუთმეთ სამშენებლო მექანიკის ზოგიერთი ამოცანის რიცხვითი ამოხსნის აუცილებლობას და აქტუალობას. დაჯდომის შედეგად, როდესაც წარმოიშება ბზარი ფუძე-საძირკვლებში რთულდება ასეთი ამოცანა, იმის გამო, რომ ფუძე-საძირკვლები შეიცავს რკინა-ბეტონის მასალას, რომელიც ანიზოტროპულია, ამის გამო ბზარი ხშირად იცვლის მიმართულებას და მას ექნება უბან-უბან გლუვი წირის ფორმა. ასეთ შემთხვევებში სპეციალური აპროქსიმაციების გამოყენებაა საჭირო. ეს პრობლემა დისერტაციაში წარმატებით არის დაძლეული.

ნაშრომის ძირითადი ნაწილი დაყოფილია სამ თავად. პირველ თავში მოცემულია ფუძის და საძირკვლის ერთობლივი დეფორმაციის განსაზღვრის მეთოდები, ძირითადი ვარიანტების შერჩევა და კომპიუტერული რეალიზაცია. მეორე თავში განხილულია ბზარების ამოცანების რიცხვითი ამოხსნები სინგულარული ინტეგრალური განტოლებების საშუალებით, ხოლო მესამე თავში განხილულია აეროდინამიკის ამოცანების რიცხვითი ამოხსნები სინგულარული ინტეგრალური განტოლებების საშუალებით.

პირველი თავის §1.1-ში განხილულია ფუძის დაჯდომის განსაზღვრა შრეობრივი შეჯამების მეთოდით. ამოხსნილია ორი მაგალითი (3 და 4 ფენისათვის). ამ მეთოდით ანგარიშისათვის აგებენ σ_{zg} (გრუნტის საკუთარი წონისაგან გამოწვეული ძაბვა) და σ_{zp} (დამატებითი ვერტიკალური ძაბვა ფუძეზე) წნევის ეპიურებს.

მარცხნივ, ღერძის მიმართ, გრუნტის საკუთარი წონისაგან (σ_{zg}), რომელიც გადის საძირკვლის სიმძიმის ცენტრში, გამოწვეული წნევის ეპიურები აიგება ფორმულით:

$$\sigma_{zg} = \gamma d_n + \sum_1^n \gamma_i h_i,$$

სადაც:

γ' - საძირკვლის ძირის მაღლა მდებარე გრუნტის საშუალო კუთრი წონა;

d_n - მიწის ბუნებრივი ზედაპირიდან საძირკვლის ჩაღრმავება;

n - გრუნტის შრეების რიცხვი z სიღრმის ფარგლებში;

γ_i - საძირკვლის ქვემოთ მდებარე გრუნტის i -ური შრის კუთრი წონა;

h_i - გრუნტის i -ური შრის სისქე.

მარჯვნივ, ღერძის მიმართ z სიღრმეზე საძირკვლის ძირიდან დამატებითი (შემამკვრივებელი) წნევის ეპიურა აიგება ფორმულით:

$$p_0 = \alpha(p - \sigma_{zgo}),$$

სადაც:

p_0 არის დამატებითი (ვერტიკალური) წნევა ფუძეზე;

p - საშუალო წნევა საძირკვლის ძირზე ნორმატიული დატვირთვისაგან.

σ_{zgo} - გრუნტის საკუთარი წონისაგან გამოწვეული ვერტიკალური დაბვა საძირკვლის ძირზე;

α - დაბვების გაბნევის კოეფიციენტი, რომელიც დამოკიდებულია საძირკვლის ძირის ფორმაზე, გვერდების ფარდობაზე ($\eta = l/b$)

და ფარდობით სიღრმეზე $\xi = \frac{2z}{b}$.

ამის შემდეგ განისაზღვრება ფუძის აქტიური ზონის ქვედა ზღვარი სიღრმეზე, როცა $z=H$:

$$\sigma_{zp} = 0,2\sigma_{zg}$$

განისაზღვრება ფუძის სრული დაჯდომის სიღრმე:

$$S = 0,8 \sum_1^n \frac{\sigma_{zpi} \cdot h_i}{E_i},$$

სადაც:

0,8 - უგანზომილებო კოეფიციენტი, რომელიც დამოკიდებულია პუასონის კოეფიციენტზე, ანუ გრუნტის განივ დეფორმაციაზე;

n - შრეების რიცხვი, აქტიური ზონის ფარგლებში;

σ_{zpi} - საშუალო დამატებითი წნევა, გრუნტის i -ურ შრეში;

h_i - გრუნტის i -ური შრის სისქე $(0,2-0,4)b$;

E_i - იმავე i -ური შრის დეფორმაციის მოდული.

საერთო დაჯდომა ტოლია:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots$$

წარმოდგენილია ამ მეთოდის გამოყენების სფერო, დადებითი და უარყოფითი მხარეები.

§1.2-ში განხილულია ფუძის დაჯდომა შეზღუდული სისქის დრეკადი ფენის მეთოდით. წინა პარაგრაფის მსგავსად, აღნიშნული მეთოდით გაანგარიშებულია ორი მაგალითი. იგი გამოიყენება ისეთ შემთხვევაში, როდესაც დრეკადი ფუძე შეზღუდულია კლდოვანი გრუნტებით.

ისეთ პირობებში, როდესაც საძირკველი მდებარეობს შეზღუდული სისქის ერთგვაროვან დრეკად ფენაზე, რომელიც შეზღუდულია სიღრმეში კლდოვანი ქანებით ($E > 100$ მპა), საძირკველის დაჯდომა იანგარიშება შემდეგი ფორმულით:

$$S = \frac{pbk_c}{k_m} \sum_{i=1}^n \frac{k_i - k_{i-1}}{E_i}$$

სადაც:

p - არის საშუალო წნევა საძირკველის ძირზე;

b - საძირკველის სიგანე ან წრიული საძირკველის დიამეტრი;

k_c - კოეფიციენტი, რომელიც დამოკიდებულია $\zeta = \frac{2H}{b}$ ფარდობაზე;

k_m - კოეფიციენტი, რომელიც დამოკიდებულია დეფორმაციის მოდულის სიდიდეზე;

n - შრეების რიცხვი აქტიური ზონის ფარგლებში;

k_i და k_{i-1} - კოეფიციენტები, დამოკიდებულია საძირკველის ფორმაზე, საძირკველის გვერდების ფარდობაზე $\eta = l/b$ და ფარდობით სიღრმეზე

$$\xi_i = \frac{2z_i}{b} \text{ და } \xi_{i-1} = \frac{2z_{i-1}}{b}.$$

ნაშრომში აღნიშნულია ამ მეთოდის გამოყენების სფეროები. შედეგები შედარებულია შრეობრივი შეჯამების მეთოდით მიღებულთან. შედეგიდან ჩანს, რომ ამ მეთოდით გაანგარიშებული საძირკველის

დაჯდომის სიდიდე რამდენადმე მეტია შრეობრივი შეჯამების მეთოდით მიღებულზე და ნაკლებია ზღვრულ დეფორმაციაზე.

§1.3-ში განხილულია ფუძის დაჯდომის ანგარიში გრუნტის ეკვივალენტური შრის მეთოდით. ამოხსნილია ორი მაგალითი.

ეს მეთოდი გულისხმობს, რომ საძირკველი მდებარეობს დრეკად ფუძეზე, როდესაც აქტიური ზონის გავრცელების სიღრმე შეზღუდულია ეკვივალენტური შრის სისქით. მისი გამოყენება შეიძლება ძირითადად როგორც ერთგვაროვან, ისე არაერთგვაროვან ფუძეში.

ფუძის დაჯდომის სიდიდე ერთგვაროვან გრუნტებში გამოითვლება პროფ. ნ. ციტოვიჩის მეთოდით, შემდეგი ფორმულით:

$$S = h_s a_0 p_0,$$

სადაც: h_s არის ეკვივალენტური შრის სისქე;

a_0 - გრუნტის ფარდობითი კუმშვადობის კოეფიციენტი;

p_0 - დამატებითი ვერტიკალური წნევა საძირკველის ძირზე.

ეკვივალენტური შრის სისქე განისაზღვრება ფორმულით:

$$h_s = H = A \omega b,$$

სადაც A არის ეკვივალენტური შრის კოეფიციენტი, რომელიც დამოკიდებულია პუასონის კოეფიციენტზე ν , საძირკველის ძირის ფორმაზე და საძირკველის სიხისტეზე;

ω - კოეფიციენტი, დამოკიდებულია საძირკველის ფორმაზე და საძირკველის სიხისტეზე.

წარმოდგენილია ამ მეთოდის დადებითი და უარყოფითი მხარეები. მისი შედეგი შედარებულია შრეობრივი შეჯამების მეთოდით მიღებულთან. მიღებული დაჯდომის სიდიდე (s) ახლოსაა დაჯდომის სიდიდესთან, რომელიც გამოთვლილია შრეობრივი შეჯამების მეთოდით, და ასევე მნიშვნელოვნად ნაკლებია ზღვრულ დასაშვებ სიდიდეზე. იმ შემთხვევაში, როდესაც ნაგებობის ფუძე წარმოდგენილი იქნება არაერთგვაროვანი გრუნტებისაგან, მაშინ შედეგი მიიღება მიახლოებითი. ამ შემთხვევაში ფარდობითი კუმშვადობის კოეფიციენტი მიიღება გასაშუალებული მნიშვნელობით ($a_{0\text{საშ}}$), ამიტომ მეთოდი იქნება მიახლოებითი ანუ ინჟინრული.

დაჯდომის გაანგარიშების ეკვივალენტური შრის მეთოდი გამოიყენება განსაკუთრებით მაშინ, როდესაც ნაგებობის ფუძე წარმოდგენილი იქნება ერთგვაროვანი გრუნტებით.

§1.4 წარმოდგენილია ფუძის დაჯდომა მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდით. ეს მეთოდი წარმოადგენს სიახლეს გრუნტების მექანიკაში. ამ მეთოდით ამოსხნილია ორი მაგალითი.

დაკვირვებები საძირკვლების დაჯდომის მიმდინარეობაზე გვიჩვენებს, რომ გავლენის რადიუსის (გეგმაში) საზღვრებში, იგი უტოლდება მიახლოებით აქტიური ზონის სისქეს, დადგენილს ფუძეზე გადაცემული ყველა დატვირთვის გათვალისწინებით. სწორედ ეს მიგვითითებს იმის აუცილებლობაზე, რომ ანგარიში შეიძლება ვაწარმოთ მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდით.

დასაწყისში ვპოულობთ აქტიური ზონის სისქეს. ამისათვის ვადიდებთ სიღრმეს საძირკვლის ძირიდან 20-30%-ით ($z=0,4$ მ) და ვიხილავთ გავლენის რადიუსის და აქტიური ზონის პირველ მიახლოებას, სადაც განისაზღვრება დამატებითი წნევა (σ_p) და შემოწმდება დაჯდომის პირობა. თუ პირობა არ შესრულდა, კიდევ ვზრდით სიღრმეს 20-30%-ით და ვაკეთებთ გავლენის რადიუსის და აქტიური ზონის მეორე მიახლოებას. საჭირო შემთხვევაში კიდევ გავზრდით სიღრმეს და ვაგრძელებთ ანგარიშს მანამდე, სანამ მიახლოებით მაინც არ მიიღება გავლენის რადიუსის და აქტიური ზონის სიღრმის ტოლობა. შევნიშნავთ, რომ გავლენის რადიუსის მიახლოება აქტიური ზონის სიღრმესთან შეიძლება n სიდიდის ცვლილებითაც ($1n, 2n...$), ან კიდევ განვიხილავთ მიახლოებას ჯერ პირველი ფენის სიღრმეზე, შემდეგ მეორე ფენის სიღრმეზე და ა.შ.

საძირკვლის დაჯდომის სიდიდის განსაზღვრას ვაკეთებთ იმ მონაცემების მიხედვით, რომელიც მოცემულია წინა მაგალითში.

ბუნებრივი და დამატებითი ძაბვები საძირკვლის ძირზე ტოლია:

$$\sigma_{zg} = \gamma' d;$$

$$p_0 = \alpha(p - \sigma_{zgo}).$$

შემდეგ ყოველ მიახლოებაზე (ყოველი ფენის ძირზე) ვსაზღვრავთ ბუნებრივ და დამატებით ძაბვებს სიღრმეში. ჩვეულებრივი

გრუნტის შემთხვევაში ვნახულობთ სიღრმეს, სადაც გამოწმობთ პირობას:

$$\sigma_{zp} = 0,2\sigma_{zg}$$

მიახლოებას ვახდენთ ჯერ პირველი ფენის სიღრმეზე, შემდეგ მეორე ფენის სიღრმეზე და ა.შ.

განისაზღვრება ფუძის სრული დაჯდომის სიდიდე იმ ფორმულით, რომელიც გამოყენებულია შრეობრივი შეჯამების მეთოდში:

$$S = 0,8 \sum_1^n \frac{\sigma_{zpi} \cdot h_i}{E_i}$$

სადაც: 0,8 – უგანზომილებო კოეფიციენტი;

n - შრეების რიცხვი, აქტიური ზონის ფარგლებში;

σ_{zpi} - საშუალო დამატებითი წნევა, გრუნტის i -ურ შრეში;

h_i - გრუნტის i -ური შრის სისქე (0,2-0,4)მ;

E_i - იმავე i -ური შრის დეფორმაციის მოდული.

ამ მეთოდის შედეგები შედარებულია შრეობრივი შეჯამების მეთოდით მიღებულთან და იგი რამდენადმე აღემატება შრეობრივი შეჯამების მეთოდით მიღებულ სიდიდეს. ვთვლით, რომ ეს მეთოდი, ისევე როგორც შეზღუდული სისქის დრეკადი ფენის მეთოდი და გრუნტის ეკვივალენტური შრის მეთოდი, ითვლება მიახლოებით (ინჟინრულ) მეთოდად. ნაშრომში წარმოდგენილია ამ მეთოდის გამოყენების სფეროები, დადებითი და უარყოფითი მხარეები.

ერთი და იგივე მაგალითის საფუძველზე შედარებულია ყველა ზემოთ აღნიშნული მეთოდი. ჩვენ მიერ მიღებული გაანგარიშებებით და ტექნიკურ ლიტერატურაში მოყვანილი შედეგების შედარების მიხედვით ჩანს, რომ შეზღუდული სისქის დრეკადი შრის მეთოდით, ეკვივალენტური შრის მეთოდით და მიმდევრობითი მიახლოებითი მეთოდით გაანგარიშებული საძირკვლის დაჯდომის სიდიდეები მნიშვნელოვნად აღემატება შრეობრივი შეჯამების მეთოდით მიღებულს. ამიტომ ზემოთ მოყვანილი ფუძის დეფორმაციის გასაანგარიშებელი მეთოდები შეიძლება მივიღოთ, როგორც მიახლოებითი მეთოდები, ანუ როგორც “ინჟინრული მეთოდები”. გაკეთებულია საერთო დასკვნა. ითვლება, რომ შრეობრივი შეჯამების მეთოდი გრუნტების მექანიკაში

არის ძირითადი (ტრადიციული) მეთოდი, რომელიც ითვალისწინებს გრუნტების სახეობას და მათ მდგომარეობას, ძაბვების (p) შემცირებას ფუძის სიღრმეში და გრუნტების ფენების დეფორმაციის მოდულის (E) ცვლილებას, ასევე მიწისქვეშა წყლების გავლენას.

შრეობრივი შეჯამების მეთოდს ფართოდ იყენებენ საპროექტო ორგანიზაციებში. ამიტომ, §1.5-ში წარმოვადგინეთ შრეობრივი შეჯამების მეთოდის კომპიუტერული რეალიზაცია და ოპტიმალური პარამეტრების განსაზღვრა. ამ პარაგრაფში წარმოდგენილია ალგორითმი. ოპტიმალური პარამეტრი განსაზღვრულია შემთხვევითი ძებნის მეთოდით. პროგრამა დაწერილია **Basic**-ში. ეს პროგრამა მომხმარებელს მისცემს საშუალებას საწყისი მონაცემების (სიგრძე, სიგანე, ჩაღრმავება) საშუალებით მიიღოს ფუძის დაჯდომის ოპტიმალური მნიშვნელობა.

აქედან გამომდინარე, ნაგებობათა ფუძეების დაჯდომის გაანგარიშების შრეობრივი შეჯამების მეთოდი ითვლება ძირითად ტრადიციულ (უნივერსალურ) მეთოდად, ანუ ოპტიმალურ მეთოდად და მას ფართოდ იყენებენ საპროექტო ორგანიზაციები. მისი უპირატესობა მდგომარეობს იმაში, რომ იგი ითვალისწინებს არა მარტო ფუძე-გრუნტის სახეობის და მათი მდგომარეობის ცვლილებას, არამედ ძაბვების ცვლილებას ფუძის სიღრმეში, ასევე დეფორმაციის მოდულის ცვლილებას სიღრმეში ფენების მიხედვით, ასევე მიწისქვეშა წყლის გავლენას, ამიტომ მისი სიზუსტე მეტია.

ფუძის დაჯდომამ შეიძლება გამოიწვიოს ბზარების წარმოქმნა ნაგებობებში, რაც თავის მხრივ იწვევს მათ ნგრევას. ნაშრომში დამუშავებულია თეორია, რომელიც საშუალებას გვაძლევს მაღალი რიგის სიზუსტით დავთვალოთ ბზარის ბოლოების რაგინდ მცირე მიდამოში ძაბვების მნიშვნელობები, ეს უკანასკნელი თავის მხრივ საშუალებას გვაძლევს მოვახდინოთ ძაბვების ისეთი გადანაწილება, რომ თავიდან ავიცილოთ შენობის შემდგომი რღვევა. თუ ძაბვები ისეთია, რომ გარდაუვალია ბზარის შემდგომი გავრცელება, მაშინ შექმნილი ალგორითმით შესაძლებელია პროგნოზირება გაუკეთოთ ბზარის შემდგომი გავრცელების მიმართულებას.

აღნიშნული ნაშრომის II თავში წარმოდგენილია სამშენებლო მექანიკის მეტად აქტუალური საკითხი ბზარების ზოგიერთი ამოცანის რიცხვითი ამოხსნა სინგულარული ინტეგრალური განტოლებების საშუალებით. ცნობილია, რომ ბზარების ამოცანები, როცა ბზარს აქვს გლუვი ან უბან-უბან გლუვი წირის ფორმა მიიყვანება დირიხლეს ამოცანაზე.

§2.1-ში წარმოდგენილია დირიხლეს ამოცანის რიცხვითი ამოხსნა უცნობი გახსნილი სასაზღვრო წირის შემთხვევაში. ვეძებთ ϕ გოლომორფულ ფუნქციას D -ს არეში, რომელიც უწყვეტად გრძელდება მარცხნივ და მარჯვნივ მრუდის გასწვრივ, გარდა მრუდის a და b ბოლოებისა, სადაც იგი აკმაყოფილებს შემდეგ პირობას:

$$|\phi(z)| \leq \frac{\text{const}}{|z-c|^\alpha}; \quad 0 \leq \alpha < 1$$

ამონახსნს ვეძებთ კოშის ტიპის ინტეგრალის ნამდვილი ნაწილით.

$$U(x, y) = \operatorname{Re} \frac{1}{\pi} \int_L \frac{\phi(t) dt}{t-z}, \quad (z \in D)$$

სადაც $\phi(t)$ – საძიებელი ნამდვილი ფუნქცია. $\phi(t)$ -ს მოძებნის ამოცანა დაიყვანება შემდეგი სახის სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებაზე:

$$\operatorname{Re} \frac{1}{\pi} \int_L \frac{\phi(t) dt}{t-t_0} = f(t_0), \quad t_0 \in L$$

ვეძებთ $\phi(t)$ ამონახსნს, რომელიც შემოსაზღვრულია L მრუდის a ბოლოზე და არ არის შემოსაზღვრული b ბოლოზე.

$$\phi(t) = \sqrt{\frac{t-a}{t-b}} \phi_0(t)$$

რადგანაც ჩვენ არ ვიცოდით L მრუდის განტოლება, გამოვიყენეთ პაკეტ-პროგრამა „**Spline toolbars**“ და ამ პროგრამის საშუალებით ავაგეთ მრუდი და ჩავწერეთ L მრუდის განტოლება. ამის შემდგომ კონტური დავეყავით თანაბარი რაოდენობის კვანძებად და ვიპოვეთ $\{\phi_j\}_{j=1}^n$ ამონახსნის მნიშვნელობები დისკრეტულ წერტილებში. შემდეგ ამ

მნიშვნელობებით ავაგეთ საინტეგრაციო $\psi_n(t)$ ფუნქცია და დირიხლეს ამოცანის მიახლოებით ამონახსნად მივიღეთ:

$$U_n(x, y) = \operatorname{Re} \frac{1}{\pi} \int_L \sqrt{\frac{t-a}{t-b}} \cdot \frac{\psi_n(t)}{t-z} dt, \quad (z \in D)$$

კონტურის როლში მივიღეთ გრაფიკულად ფორმირებული მრუდი და გამოვთვაღეთ დირიხლეს ამოცანის მიახლოებითი ამონახსნა კონტურის დაყოფის სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის. პროგრამა დავწერეთ „**Mathematica**“-ში. ნაშრომში მოყვანილია შესაბამისი ცხრილები.

აგებული ალგორითმის ეფექტურობა კარგად ჩანს მიღებული ცხრილებიდან, როცა ბზარს აქვს ნებისმიერი გლუვი გახსნილი წირის ფორმა, რომლის პარამეტრული განტოლებაც უცნობია. გავაკეთეთ შეფასებები ზუსტ და მიახლოებით ამონახსნებს შორის. შეფასებები მიღებულია H_β მუსხელიშვილის ნორმებში, რაც თანაბარ შეფასებაზე უფრო ძლიერია.

§2.2-ში განხილულია ბზარების ზოგიერთი ბრტყელი ამოცანის რიცხვითი ამონახსნა მაღალი რიგის სიზუსტით. კერძოდ, განხილულია უსასრულო ფირფიტა, რომელზეც მოცემულია ორი თანაბარი სიგრძის სიმეტრიულად განლაგებული ბზარი. მასზე მოცემული დატვირთვა აკმაყოფილებს სიმეტრიის პირობას.

ასეთი ამოცანები მიიყვანება შემდეგი სახის პირველი გვარის სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებებზე.

$$\frac{1}{\pi i} \int_{ab} \frac{\varphi(t) dt}{t-t_0} + \frac{1}{\pi i} \int_{ab} k(t, t_0) \varphi(t) dt = f(t_0),$$

სადაც $f(t_0)$ და $k(t, t_0)$ ფუნქციები ცნობილია, ხოლო $\varphi(t)$ საძებნი ფუნქციაა.

ამ ამოცანაში ზუსტი განტოლება შევცვაღეთ მიახლოებითი განტოლებით. ნაჩვენებია, რომ როცა ზუსტ განტოლებას აქვს ერთადერთი ამონახსნი გარკვეულ დაშვებებში, მაშინ მიახლოებითსაც აქვს ერთადერთი ამონახსნი და მიახლოებითი ამონახსნი მისწრაფვის ზუსტისაკენ მაღალი რიგის სიზუსტით. პროგრამა დავწერეთ „**Mathematica**“-ში. მოცემულია შესაბამისი გამოთვლის ცხრილები.

გაკეთებულია შეფასებები. ჩვენ მიერ მიღებული შედეგები აუმჯობესებს აკადემიკოს ბელოცერკოვსკის შედეგს. შეფასებები მიღებულია H_β

მუსხელიშვილის ნორმებში $\|\varphi\|_{H_\beta} = \max_{t \in L} |\varphi(t)| + \sup_{t_1, t_2 \in L} \frac{|\varphi(t_1) - \varphi(t_2)|}{|t_1 - t_2|^\beta}$, რაც

თანაბარ შეფასებაზე უფრო ძლიერია.

ნაშრომში დამუშავებულია თეორია, რომელიც საშუალებას გვაძლევს მაღალი რიგის სიზუსტით დავთვალოთ ბზარის ბოლოების რაგინდ მცირე მიდამოში ძაბვების მნიშვნელობები, ეს უკანასკნელი თავის მხრივ საშუალებას გვაძლევს მოვახდინოთ ძაბვების ისეთი გადანაწილება, რომ თავიდან ავიცილოთ შენობის შემდგომი რღვევა. თუ ძაბვები ისეთია, რომ გარდაუვალია ბზარის შემდგომი გავრცელება, მაშინ შექმნილი ალგორითმით შესაძლებელია პროგნოზირება გაუკეთოთ ბზარის შემდგომი გავრცელების მიმართულებას.

როგორც ცნობილია ძაბვები გახსნილი წირის შემთხვევაში გამოისახება შემდეგი ფუნქციებით:

$$\phi(z) = \frac{1}{2\pi\sqrt{z^2-1^2}} \int_{-1}^{+1} \frac{\sqrt{1^2-t^2} p(t) dt}{t-z} + \frac{1}{2\pi i} \left[\int_{-1}^{+1} \frac{q(t) dt}{t-z} + \frac{R}{\sqrt{z^2-1^2}} \right],$$

$$\Omega(z) = \frac{1}{2\pi\sqrt{z^2-1^2}} \int_{-1}^{+1} \frac{\sqrt{1^2-t^2} p(t) dt}{t-z} + \frac{1}{2\pi i} \left[-\int_{-1}^{+1} \frac{q(t) dt}{t-z} + \frac{R}{\sqrt{z^2-1^2}} \right].$$

$\phi_1(z_1)$ და $\Omega_1(z_1)$ პოტენციალები, რომლებიც შეესაბამება ახალ კოორდინატთა სისტემაში $\phi(z)$ და $\Omega(z)$ ფუნქციებს XOY სისტემაში განისაზღვრება ფორმულებით

$$\phi_1(z_1) = \phi(\pm z_1 \pm 1) \quad \Omega_1(z_1) = \Omega(\pm z_1 \pm 1)$$

ბზარის მცირე მიდამოში, ე.ი. $|z_1| \ll 1$ ადგილი აქვს $\phi_1(z_1)$ და $\Omega_1(z_1)$ ფუნქციების შემდეგ წარმოდგენებს

$$\phi_1(z_1) = \frac{k_1^\pm - ik_2^\pm}{2\sqrt{2z_1}} + 0(I),$$

$$\Omega_1(z_1) = \frac{k_1^\pm - ik_2^\pm}{2\sqrt{2z_1}} + 0(I),$$

სადაც $0(I)$ შემოსაზღვრული სიდიდეა, როცა $|z_1| \rightarrow 0$;

$$k_1^\pm - ik_2^\pm = -\frac{1}{\pi\sqrt{1}} \left[\int_{-1}^{+1} \sqrt{\frac{1\pm t}{1\mp t}} p(t) dt \pm i \frac{\mathfrak{N}-1}{\mathfrak{N}+1} \int_{-1}^{+1} q(t) dt \right]$$

1 ბზარის სიგრძეა, $p(t)$, $q(t)$ ბზარის წირის გასწვრივ დატვირთვაა, ხოლო \mathfrak{N} მასალის მახასიათებელია. k_1^\pm და k_2^\pm კოეფიციენტებს უწოდებენ დაძაბულობის ინტენსივობის კოეფიციენტებს. ისინი განისაზღვრება დრეკადობის თეორიის ამოცანების ამოხსნის ძაბვის ფუნქციებითა და პარამეტრებით, რომელიც ახასიათებს სხეულის კონფიგურაციასა და ბზარის ფორმას.

ძაბვის ინტენსივობის კოეფიციენტები შეგვიძლია განვიხილოთ როგორც პარამეტრები, რომლებიც ასახავს სხეულში ბზარების წარმოქმნის გამო ძაბვების გადანაწილებას. ამიტომ, ბზარის წვეროს მიდამოში ძაბვის განაწილება ცნობილი იქნება, თუ განსაზღვრული იქნება ძაბვის ინტენსივობის კოეფიციენტები. ამიტომ, არსებითი მნიშვნელობა აქვს k_1^\pm და k_2^\pm ინტენსივობის კოეფიციენტების განსაზღვრას.

ბზარების ტიპის დეფექტების მქონე მყიფე სხეულების ზღვრულ-წონასწორული მდგომარეობის გამოკვლევის დროს მოითხოვება განისაზღვროს გარე დატვირთვის კრიტიკული მნიშვნელობა, რომლის მიღწევის დროს ბზარები იწყებს გავრცელებას, ე. ი. იწყება სხეულის ლოკალური ან სრული რღვევა. ამ ამოცანის ამოხსნის დროს პრინციპული მომენტია ზღვრული წონასწორობის ფორმულირება. ამ პირობის უმარტივესი ვარიანტი ჩამოაყალიბა ირვინმა. ნორმალური განვითარების ბზარის შემთხვევაში მის მიერ გამოთქმული იყო მტკიცება იმის შესახებ, რომ მყიფე ან კვაზიმყიფე სხეულებში ბზარის გავრცელება იწყება მაშინ, როცა მოცემული მასალისათვის, მოცემულ პირობებში ძაბვის ინტენსივობის კოეფიციენტი ბზარის წვეროსთან აღწევს რაიმე მუდმივ მნიშვნელობას:

$$k_1 = k_{1c} / \sqrt{\pi}$$

k_{1c} მუდმივი, რომელიც ახასიათებს მასალის რღვევის წინააღმდეგობას უნდა განისაზღვროს ექსპერიმენტულად.

ზოგად შემთხვევაში, სხეულის ზღვრული წონასწორობის საკითხის განხილვისას, როცა ლოკალური სიმეტრიის პირობა არ

სრულდება, აუცილებელია ჩამოვყალიბოთ დამატებითი პირობა. ასეთ პირობად გამოიყენება ჰიპოთეზა იმის შესახებ, რომ ბზარის საწყისი მიმართულება ემთხვევა სიბრტყეს, რომელშიც გამჭიმავი ძაბვის მთავარი ნაწილი აღწევს მაქსიმალურ მნიშვნელობას. ამ ჰიპოთეზის საფუძველზე ბზარის საწყისი გავრცელების კუთხე გამოითვლება ფორმულით:

$$\theta_* = 2 \operatorname{arctg} \frac{k_1 - \sqrt{k_1^2 + 8k_2^2}}{4k_2}$$

ზღვრული წონასწორობის განტოლებას ექნება სახე:

$$\cos^2 \frac{\theta_*}{2} \left(k_1 - 3k_2 \operatorname{tg} \frac{\theta_*}{2} \right) = \frac{k_{lc}}{\sqrt{\pi}}$$

აქედან გამოითვლება გარე დატვირთვის კრიტიკული მნიშვნელობა, რომლის დროსაც იწყება სხეულის ლოკალური რღვევა.

III თავში წარმოდგენილია აეროდინამიკის ამოცანების რიცხვითი ამოხსნები.

§3.1-ში განიხილება ფრთის სტაციონარული და არასტაციონარული გარსშემოდენის ამოცანები. წარმოდგენილია აეროდინამიკის ამოცანის დასმა ზოგადად. ამ ამოცანებში სხეულის ფორმა და მოძრაობის კანონი ითვლება ცნობილად, როცა სხეული დრეკადია, მაშინ ითვლება, რომ სხეულის დეფორმაციის კანონიც ცნობილია. ამასთან, ბუნებრივია ცნობილად ითვლება პირობები, რომელშიც სხეულს უხდება მოძრაობა (გაფრენა). ჩვეულებრივ, ეს არის უსასრულო გარემო, რომელიც შემფოთებულია მხოლოდ სხეულით. ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი საკითხია სხეულის ზედაპირზე სასაზღვრო პირობები. ასეთია, მაგალითად, პირობა, რომელიც განსაზღვრავს სხეულის ზედაპირზე სიჩქარეს.

§3.2-ში განხილულია ნებისმიერი ფორმის ფრთის (სხეულის) გარსდენა, რომელიც მოძრაობს იდეალურ არაბლანტ არაკუმშვად (მუდმივი სიმკვრივის მქონე) გარემოში. ნაგულისხმევია, რომ სხეულის ფორმა და მოძრაობის კანონი ცნობილია. გარდა ამისა, ცნობილად ითვლება პირობები, რომელშიც ხდება სხეულის მოძრაობა (ფრენა). საზოგადოდ, ეს არის შემოუსაზღვრავი გარემო, რომელიც შემფოთებულია მხოლოდ სხეულით, მაგრამ შეიძლება განხილული

იქნეს სხეულის მოძრაობები შეშფოთებულ გარემოში (ქარის, დინების, ტურბოლენცურობის ზემოქმედებები). როგორც ცნობილია, ასეთი ამოცანები მიიყვანება პირველი გვარის სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებებზე.

$$\frac{1}{\pi i} \int_{ab} \frac{\varphi(t) dt}{t - t_0} + \frac{1}{\pi i} \int_{ab} k(t, t_0) \varphi(t) dt = f(t_0),$$

განვიხილოთ გარსდენის ცირკულაციური ამოცანა. წინა ამოცანების მსგავსად ზუსტი განტოლება შევცვალოთ მიახლოებითი განტოლებით. ნაჩვენებია, რომ როცა ზუსტ განტოლებას აქვს ერთადერთი ამონახსნი, მაშინ მიახლოებითსაც აქვს ერთადერთი ამონახსნი და მიახლოებითი ამონახსნი მისწრაფვის ზუსტისაკენ მაღალი რიგის სიზუსტით. გავაკეთოთ შეფასებები ზუსტ და მიახლოებით ამონახსნებს შორის. შეფასებები მიღებულია H_β მუსხელიშვილის ნორმებში, რაც თანაბარ შეფასებაზე უფრო ძლიერია.

შედეგები ადასტურებს ალგორითმების სიზუსტის მაღალ რიგს.

I თავი

ფუძის და საძირკვლის ერთობლივი დეფორმაციების განსაზღვრის მეთოდები და ძირითადი ვარიანტების შერჩევა.

შესავალი

ფუძის (საძირკვლის საფუძვლის) ანგარიში დეფორმაციაზე (დაჯდომაზე), როდესაც იგი აგებულია არაკლდოვანი გრუნტებისაგან, წარმოადგენს ერთ-ერთ ძირითად საკითხს გრუნტების მექანიკაში, რადგან მისი გაუთვალისწინებლობა იწვევს ბზარების წარმოშობას კონსტრუქციაში, რაც ხშირად ნაგებობის (შენობის) ნგრევის მიზეზი ხდება.

გამომდინარე ზემოაღნიშნულიდან, ანგარიში დეფორმაციაზე არის ძირითადი ყველა შენობა-ნაგებობებისათვის. რადგან გრუნტი შედგება მყარი ნაწილაკებისაგან და ფორებისაგან (წყალი ან ჰაერი), მისი დეფორმაცია დამოკიდებულია შემადგენელ ნაწილებზე. ამ შემთხვევაში არჩევენ ორი სახის დეფორმაციას: დრეკადი დეფორმაცია, როცა არ იცვლება გრუნტის სტრუქტურა და დატვირთვის მოხსნის შემდეგ უბრუნდება საწყის მდგომარეობას და ნარჩენი დეფორმაცია, როდესაც შემკვრივებისას გრუნტის სტრუქტურა იცვლება ე.ი. დატვირთვის მოხსნის შემდეგ გრუნტი საწყის მდგომარეობას ვერ უბრუნდება.

გრუნტის დეფორმაცია შეიძლება აგრეთვე იყოს თანაბარი და არათანაბარი. თანაბარია, როდესაც ფუძის დეფორმაცია ნაგებობის ყოველ წერტილში ერთნაირია და კონსტრუქციაში დამატებითი ძაბვები არ წარმოიშვება და არათანაბარი, როდესაც ფუძის ყოველ წერტილში დეფორმაცია არის განსხვავებული. ე.ი. გრუნტის სტრუქტურა ძირეულად იცვლება და კონსტრუქციაში წარმოიშობა შენობისათვის საშიში ძაბვები.

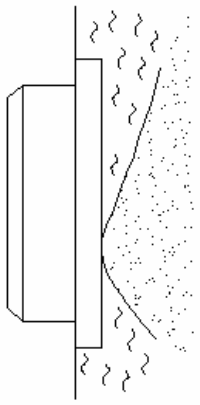
ამგვარად, ფუძის დაჯდომის პროცესი გამოწვეულია გრუნტის შემკვრივებაზე და მისი ფორებიდან წყლის გამოდევნაზე. ასეთ შემთხვევებში დაჯდომა მიმდინარეობს სწრაფად ქვიშოვან გრუნტებში, ხოლო დაჯდომის მიმდინარეობა ნელია თიხოვან გრუნტებში. დაჯდომას ეწოდება სრული ან სტაბილური დაჯდომა. როცა ფილტრაციის კოეფიციენტი დიდია, ხოლო დაჯდომა მიმდინარეობს ნელა თიხოვან გრუნტებში, რომელთა ფილტრაციის კოეფიციენტი ძალზედ მცირეა. ამიტომ დაჯდომას ეწოდება სრული ან სტაბილური დაჯდომა.

ფუძის არათანაბარი დაჯდომის გამომწვევები მიზეზები:

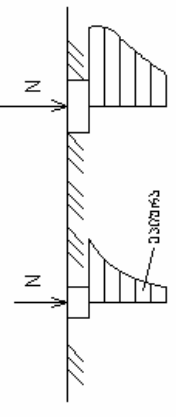
- ა) როდესაც ბრუნვის სიმკვრივე სხვადასხვაა უნა შრეების არსებობას ფუძეში



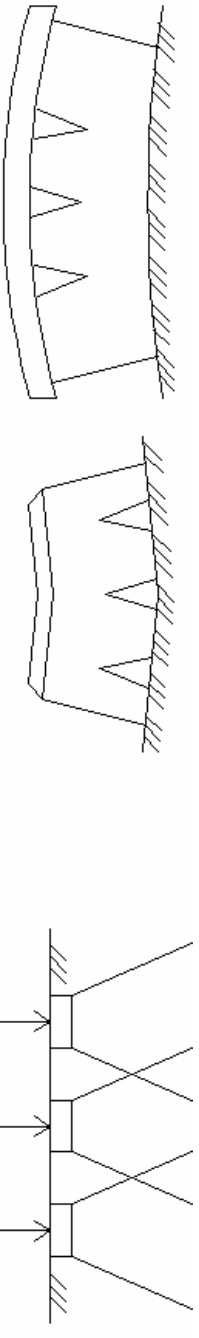
- ბ) როდესაც შრეების სისქე სხვადასხვაა



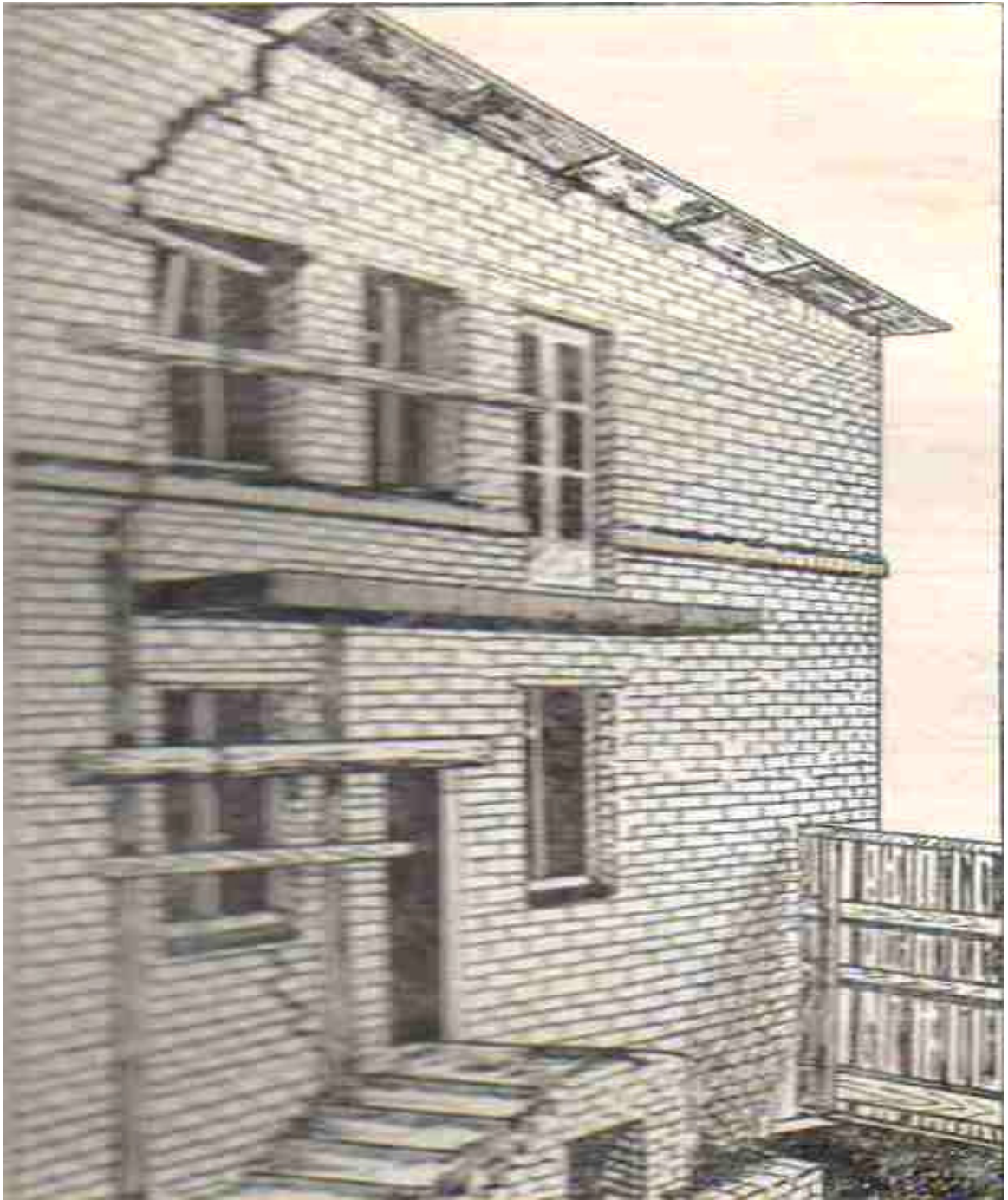
- დ) როდესაც ღატების სიდიდე საძირკე სხვადასხვა სიდიდისაა



- ე) როდესაც გვაქვს მუდმივი საძირკვლების ურთიმართებლენა როდესაც გზარების წარმო- უბის ხასიათი სხვადასხვაა



ნახ. 1.

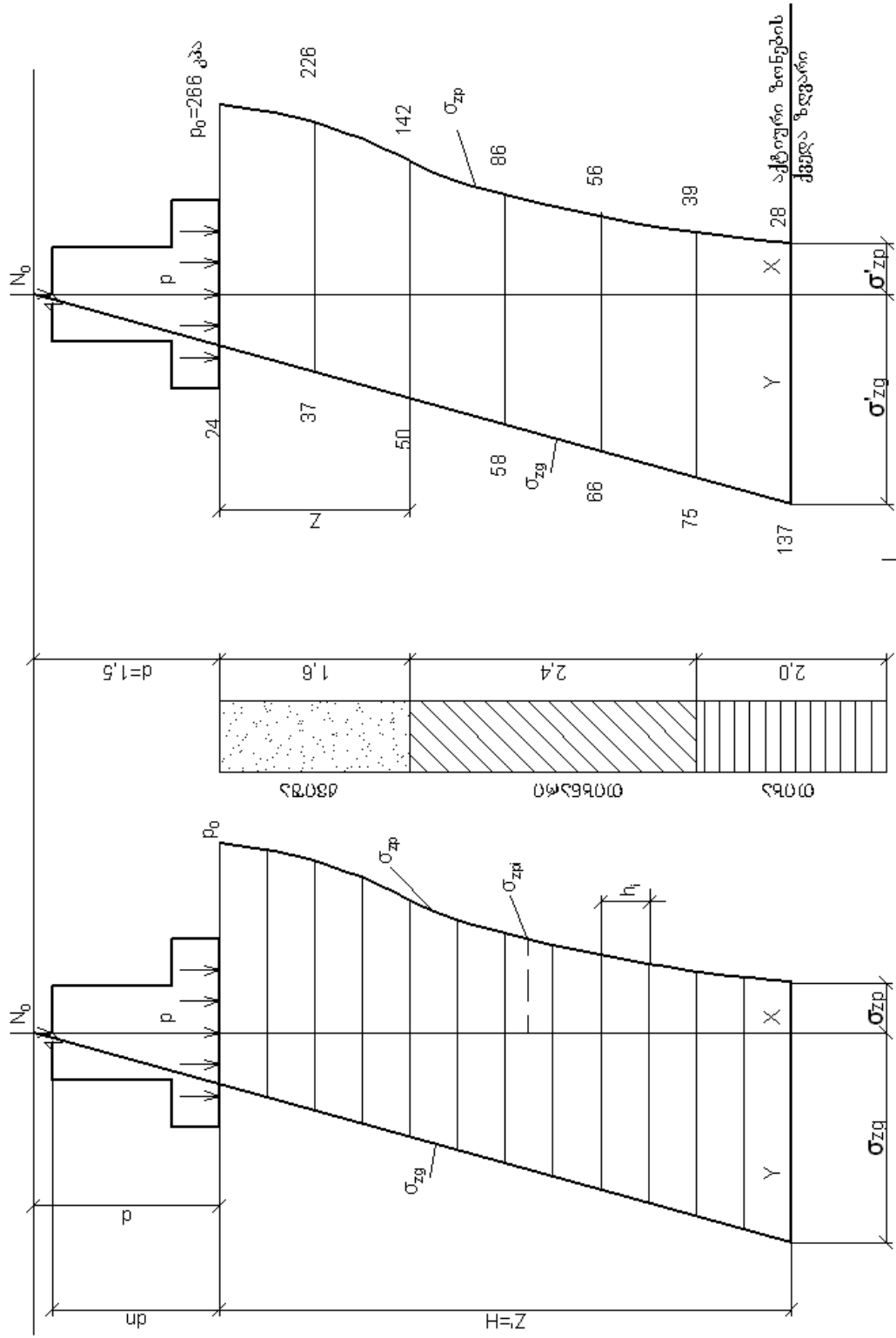


ნახ. 2. შენობის აგურის კედლის დეფორმაცია გაყინული გრუნტის გაღებვის დროს.

§1.1. ფუძის დაჯდომის განსაზღვრა შრეობრივი შეჯამების, ანუ წრფივად დეფორმირებადი ნახევარსივრცის მეთოდით.

როგორც ნახ. 1-დან ჩანს, ძაბვა გრუნტში გარე დატვირთვებისაგან განიბნევა ფუძის საზღვრებში და სიღრმეზე, მისი ინტენსივობის თანდათანობითი შემცირებით. ძაბვის ასეთი თანდათანობითი შემცირება ფუძის სიღრმეზე საშუალებას გვაძლევს მისი სიზრქე დაყოთ ცალკეულ შრეებად და ყველა მათგანში განისაზღვროს ძაბვა. სწორედ ასეთი დაყოფაა მიღებული შრეობრივი შეჯამების მეთოდში. ამ შემთხვევაში უშვებენ, რომ საძირკველი მდებარეობს დრეკად ნახევარსივრცეზე და მისი აქტიური ზონის სისქე შეზღუდული არ არის კლდოვანი გრუნტებით, ან ისეთი გრუნტებით, რომელთა დეფორმაციის მოდული $E > 100 \text{მპა}$ (100000კპა). იხილეთ ნახ.3.

ამ მეთოდის დროს საწყისში საზღვრავენ ბუნებრივ წნევებს (σ_{zg}) და დამატებით წნევებს საძირკველის ძირზე (p_0). აქტიური ზონის სისქის მონახვისათვის საზღვრავენ σ_{zg} და σ_{zp} სხვადასხვა სიღრმეზე. α -ს მნიშვნელობებს იღებენ ცხრილი 2-დან და შედეგები შეაქვთ ცხრილ 4-ში. სამშენებლო ნორმების მიხედვით მიიღება აქტიური ზონის სისქე (კუმშვადი სისქე) სიღრმეზე (H), სადაც ძაბვა (σ_{zp}) არ აღემატება ბუნებრივი ძაბვის 20%-ს, ე.ი. $\sigma'_{zp} = 0,2\sigma'_{zg}$



ნახ. 3. ფუძის დაჯვარების განსაზღვრა შრეობრივი შეჯამების მეთოდით

მაგალითი 1.1.1. საჭიროა განისაზღვროს საძირკვლის დაჯდომის სიდიდე, როცა ფუძე შედგება შემდეგი ფენებისაგან:

პირველი ფენა - წვრილი ქვიშა, როდესაც $h_1 = 3,1$ მ, $\gamma_1 = 16$ კნ/მ³ და $E_1 = 18$ მპა; სადაც h_1 - I შრის სისქე, γ_1 - კუთრი წონა, E_1 - დეფორმაციის მოდულია.

მეორე ფენა - თიხნარი, როდესაც $h_2 = 2,4$ მ, $\gamma_2 = 10,3$ კნ/მ³ და $E_2 = 16$ მპა (წყლის ჰიდროსტატიკური წნევის გათვალისწინებით).

მესამე ფენა - თიხა $h_3 = 2,0$ მ, $\gamma_3 = 16$ კნ/მ³ და $E_3 = 17$ მპა; (ჰიდროსტატიკური წნევის გათვალისწინების გარეშე).

საძირკვლის ზომებია: სიგანე $b = 2$ მ და სიგრძე $l = 2,8$ მ, საძირკვლის ჩაღრმავება უდრის $d = 1,5$ მ.

ფუძე გრუნტების თვისებები და ფენების სისქეები:

ცხრილი 1

ფენები	გრუნტების ტიპი	ფენების სისქე	დეფორმაციის მოდული, მპა	გრუნტის კუთრი წონა γ_i , კნ/მ ³
I	ქვიშა	3.1	18	წყლის ჰიდროსტატიკური წნევის გარეშე, $\gamma_{II,1} = 16$ კნ/მ ³
II	თიხნარი	2.4	16	წყლის ჰიდროსტატიკური წნევის გათვალისწინებით $\gamma_{sb,2} = 10,3$
III	თიხა	2.0	17	წყლის ჰიდროსტატიკური წნევის გარეშე, $\gamma_{III,3} = 18$

შრობრივი შეჯამების მეთოდით გაანგარიშების ტექნიკა შემდეგია:

1. გრუნტის სისქე საძირკვლის ქვემოთ დაახლოებით (4-5)ხ სისქით დაიყოფა (0,2-0,4)ხ სისქით ელემენტალურ შრეებად:

$$h_i = 0,2b = 0,2 \cdot 2 = 0,4\text{მ} \quad (1.1.1)$$

სადაც b - საძირკვლის სიგანეა.

2. მარცხნივ, ღერძის მიმართ, გრუნტის საკუთარი წონისაგან (σ_{zg}), რომელიც გადის საძირკვლის სიმძიმის ცენტრში, გამოწვეული წნევის ეპიურები აიგება ფორმულით:

$$\sigma_{zg} = \gamma' d_n + \sum_1^n \gamma_i h_i \quad (1.1.2)$$

სადაც:

γ' - საძირკვლის ძირის მაღლა მდებარე გრუნტის კუთრი წონა;

d_n - მიწის ზედაპირიდან საძირკვლის ჩაღრმავება;

n - გრუნტის შრეების რიცხვი z -ის ფარგლებში;

γ_i - საძირკვლის ქვემოთ გრუნტის i -ური შრის წონა;

h_i - გრუნტის i -ური შრის სისქე.

$$\sigma_{zg0} = \gamma' d = 16 \cdot 1,5 = 24 \text{კპა}$$

$$\sigma_{zg1} = \sigma_{zg0} + \gamma_1 h_1 = 24 + 16 \cdot 0,4 = 37 \text{კპა}$$

$$\sigma_{zg2} = \sigma_{zg0} + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 = 24 + 16 \cdot 0,4 + 16 \cdot 0,4 = 50 \text{კპა}$$

... ..

... ..

3. მარჯვნივ, ღერძის მიმართ Z სიღრმეზე საძირკვლის ძირიდან დამატებითი (შემამკვრივებელი) წნევის ეპიურა აიგება ფორმულით:

$$p_0 = \alpha(p - \sigma_{zg0}), \quad (1.1.3)$$

სადაც p_0 არის დამატებითი (ვერტიკალური) წნევა ფუძეზე.

p საშუალო წნევა საძირკვლის ძირზე ნორმატიული დატვირთვისაგან ტოლია:

$$p = \frac{N}{l \cdot b} = \frac{1624}{2 \cdot 2,8} = 290 \text{კპა}$$

σ_{zgo} - გრუნტის საკუთარი წონისაგან გამოწვეული ძაბვა საძირკვლის ძირზე.

$$\sigma_{zgo} = \gamma' d_0 = 16 \cdot 1,5 = 24 \text{ კპა.}$$

α - ძაბვების გაბნევის კოეფიციენტი, რომელიც დამოკიდებულია საძირკვლის ძირის ფორმაზე, გვერდების ფარდობაზე ($\eta = l/b$) და ფარდობით სიღრმეზე $\xi = \frac{2z_i}{b}$:

$$\sigma_{zp0} = 1,000(290 - 24) = 266 \text{ კპა}$$

$$\sigma_{zp1} = 0,972(290 - 24) = 259 \text{ კპა}$$

$$\sigma_{zp2} = 0,848(290 - 24) = 226 \text{ კპა}$$

$$\sigma_{zp3} = 0,682(290 - 24) = 181 \text{ კპა}$$

... ..

ე.ი. საძირკვლის ძირზე ბუნებრივი და დამატებითი წნევები იქნება:

$$\sigma_{zgo} = \gamma' d = 16 \cdot 1,5 = 24 \text{ კპა}$$

$$p_0 = \alpha(p - \sigma_{zgo}) = 1,000(290 - 24) = 266 \text{ კპა}$$

4. გამომდინარე (1.1.4) პირობიდან განისაზღვრება ფუძის აქტიური ზონის ქვედა ზღვარი სიღრმეზე, როცა $z=H$:

$$\sigma_{zp} = 0,2\sigma_{zg} \tag{1.1.4}$$

$$28 \text{ კპა} \leq 0,2\sigma_{zg} = 0,2 \cdot 137 = 27,8 \text{ კპა}$$

5. განისაზღვრება ფუძის სრული დაჯდომის სიდიდე:

$$S = 0,8 \sum_1^n \frac{\sigma_{zpi} \cdot h_i}{E_i}, \tag{1.1.5}$$

სადაც: 0,8 – უგანზომილებო კოეფიციენტი, რომელიც დამოკიდებულია პუასონის კოეფიციენტზე, ანუ გრუნტის განივ დეფორმაციაზე;

n - შრეების რიცხვი, აქტიური ზონის ფარგლებში;

σ_{zpi} - საშუალო დამატებითი წნევა, გრუნტის i -ურ შრეში;

h_i - გრუნტის i -ური შრის სისქე (0,2-0,4)მ;

E_i - იმავე i -ური შრის დეფორმაციის მოდული.

α კოეფიციენტები

ცხრილი 2

$\xi = \frac{2z}{b}$	კოეფიციენტი α						
		სწორკუთხა გვერდების ფარდობა $\eta = \frac{l}{b}$					
		1,0	<u>1,4</u>	1,8	2,4	3,2	5
0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.4	0.949	0.960	0.972	0.975	0.976	0.977	0.977
0.8	0.756	0.800	0.848	0.866	0.876	0.879	0.881
1.2	0.541	0.605	0.682	0.717	0.739	0.749	0.754
1.6	0.390	0.449	0.532	0.578	0.612	0.629	0.639
2.0	0.285	0.336	0.414	0.463	0.505	0.530	0.545
2.4	0.214	0.257	0.325	0.374	0.419	0.449	0.470
2.8	0.165	0.201	0.260	0.304	0.349	0.383	0.410
3.2	0.130	0.160	0.210	0.251	0.294	0.329	0.360
3.6	0.106	0.131	0.173	0.209	0.250	0.285	0.319
4.0	0.087	0.108	0.145	0.176	0.214	0.248	0.285
4.4	0.073	0.091	0.123	0.150	0.185	0.218	0.255
4.8	0.062	0.077	0.105	0.130	0.161	0.192	0.230
5.2	0.053	0.067	0.091	0.113	0.141	0.170	0.208
5.6	0.046	0.058	0.079	0.099	0.124	0.152	0.189
6.0	0.040	0.051	0.070	0.087	0.110	0.136	0.173
6.4	0.036	0.045	0.062	0.077	0.099	0.122	0.158
6.8	0.031	0.040	0.055	0.064	0.088	0.110	0.145

ცალკეული ფენების მიხედვით დაჯდომები ტოლია:

$$S_1 = \frac{0,8 \cdot 0,8}{18000} \left[\frac{266}{2} + 226 + \frac{142}{2} \right] = 0,015 \text{ მ}$$

$$S_2 = \frac{0,8 \cdot 0,8}{16000} \left[\frac{266}{2} + 86 + 56 + \frac{39}{2} \right] = 0,0085 \text{ მ}$$

$$S_3 = \frac{0,8 \cdot 0,8}{17000} \left[\frac{39 + 28}{2} \right] = 0,0012 \text{ მ}$$

საერთო დაჯდომა ტოლია:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 = 0,015 + 0,0085 + 0,0012 = 0,0247 \text{ მ} = 2,47 \text{ სმ}$$

6. დაჯდომის სიდიდე შემოწმდება პირობით:

$$S \leq S_u \quad (1.1.6)$$

სადაც: S - საძირკვლის დაჯდომის სიდიდე, სმ;

S_u - ზღვრული დაჯდომის სიდიდე, სმ (აიღება ნორმებიდან)

$$S = 2,47 \text{ სმ} < S_u = 8 \text{ სმ}$$

ფუძის ზღვრული დეფორმაცია

ცხრილი 3

ნაგებობა	საშუალო S_u , სმ
სამრეწველო და სამოქალაქო შენობები:	
რკინაბეტონის	8
ფოლადის	12
და ა.შ	

ე.ი. პირობა დაკმაყოფილებულია.

ფენები	$\xi = \frac{2z}{b}$	Z, მ	α	σ_{zp} , კპა	σ_{zg} , კპა	S_i , მ		
პირველი - ქვიშა -3.1	0	0	1.000	266	24	$S_1 = 0,0015$		
	0.4	0.4	0.972	259	30			
	0.8	0.8	0.848	226	37			
	1.2	1.2	0.682	181	43			
	1.6	1.6	0.532	142	50			
მეორე - თიხნარი -5.5	2.0	2.0	0.414	110	54	$S_2 = 0,0085$		
	2.4	2.4	0.325	86	58			
	2.8	2.8	0.260	69	62			
	3.2	3.2	0.210	56	66			
	3.6	3.6	0.173	46	71			
მესამე - თიხა	4.4	4.4	0.123	33	106	$S_3 = 0,0012$		
				28	137			
	4.8	4.8	0.105	24	168			
	5.2	5.2	0.091					
	5.6	5.6	0.079				21	200
	6.0	6.0	0.070				19	231

მაგალითი 1.12. საჭიროა განისაზღვროს საძირკვლის დაჯდომის სიდიდე, როცა $b=2$ მ და სიგრძე $a=3.2$ მ. საძირკვლის ჩაღრმავება ბუნებრივი ზედაპირიდან $d=1,6$ მ (ნახ.2). ფუძის ფართობი $A=2 \times 3.2 = 6.4$ მ², დატვირთვა $N = 2072$ კნ. ფუძე შედგება შემდეგი ფენებისაგან:

პირველი ფენა - თიხა, რომლის $\gamma_1 = 15$ კნ/მ³, ფენის სისქე $h_1 = 1,6$ მ და $E_1 = 15$ მპა;

მეორე ფენა - ქვიშნარი, რომლის $\gamma_2 = 14$ კნ/მ³, ფენის სისქე $h_2 = 1,2$ მ და $E_2 = 17$ მპა;

მესამე ფენა - თიხნარი, რომლის $\gamma_3 = 16$ კნ/მ³, ფენის სისქე $h_3 = 2,0$ მ და $E_3 = 16$ მპა;

მეოთხე ფენა - წვრილი ქვიშა, რომლის $\gamma_4 = 15$ კნ/მ³, ფენის სისქე $h_4 = 2,4$ მ და $E_4 = 18$ მპა. მიწისქვეშა წყლის სიღრმეა $h = 4,4$ მ მიწის ზედაპირიდან (ცხრ. 5).

საწყისში მონახება σ_{z0} და p_0 :

$$\sigma_{z0} = \gamma' d = 15 \cdot 1,6 = 24 \text{ კპა};$$

$$p_0 = p - \sigma_{zg0} = \frac{2072}{2 \times 3,2} - 24 = 300 \text{ კპა.}$$

განგარიშების ტექნიკა დაიყვანება შემდეგზე:

1) ფუძეს ყოფენ ელემენტარულ შრეებად:

$$h_i = 0,2b = 0,2 \cdot 2 = 0,4 \text{ მ}$$

2) მარცხნივ, ღერძის მიმართ, რომელიც გადის საძირკვლის სიმაღლის ცენტრში, ანგარიშობენ გრუნტის საკუთარი წონისაგან გამოწვეულ ვერტიკალურ ძაბვას:

$$\sigma_{zg} = \gamma' d_n + \sum_1^n \gamma_i h_i$$

$$\sigma_{zg0} = \gamma' d = 15 \times 1,6 = 24 \text{ კპა;}$$

$$\sigma_{zg1} = \gamma' d + \gamma_1 h_1 = 24 + 15 \cdot 0,4 = 30 \text{ კპა;}$$

$$\sigma_{zg2} = 30 + 15 \cdot 0,4 = 36 \text{ კპა;}$$

$$\sigma_{zg3} = 36 + 15 \cdot 0,4 = 42 \text{ კპა;}$$

... ..

ცხრილი 5

№	გრუნტის სახეობა	ფენის სისქე, მ	გრ. ნაწილ. სიმკ. ρ_s	გრუნტის სიმკვრივე ρ	გრუნტის კუთარი წონა	შებენ. გრ. წონა γ_i	დეფ. მოდული მპა
I	თიხა	1,6	2,8	1,5	15	–	15
II	ქვიშნარი	1,2	2,5	1,4	14	–	17
III	თიხნარი	2,0	2,7	1,6	16	6	16
IV	წვ. ქვიშა	2,4	2,6	1,5	15	5	18

3) ღერძის მარჯვნივ, გარე დატვირთვებისაგან გამოწვეულ დამატებით დაბევებს, რომელიც გადის საძირკვლის სიმაღლის ცენტრში, ანგარიშობენ ფორმულით:

$$\sigma_{zp} = \alpha(p - \sigma_{zgo}), \quad \text{როცა } \eta = \frac{a}{b} = \frac{3,2}{2} = 1,6 \text{ და } \xi = \frac{2z}{b}$$

$$Z=0, \quad \sigma_{zpo} = 1,000(324 - 24) = 300 \text{ კპა}$$

$$Z_1=0,4\text{მ} \quad \sigma_{zp1} = 0,974(324 - 24) = 292 \text{ კპა}$$

$$Z_2=0,8\text{მ} \quad \sigma_{zp2} = 0,857(324 - 24) = 257 \text{ კპა}$$

$$Z_3=1,2\text{მ} \quad \sigma_{zp3} = 0,700(324 - 24) = 210 \text{ კპა}$$

$$Z_4=1,6\text{მ} \quad \sigma_{zp4} = 0,555(324 - 24) = 167 \text{ კპა}$$

... ..

4) განისაზღვრება კუმშვადი ზონის ქვედა ზღვარი:

$$\sigma_{zp} = 0,2\sigma_{zg},$$

$$\sigma_{zp18} = 17 \text{ კპა} \approx 0,2\sigma_{zg} = 0,2 \cdot 89 = 17,8 \text{ კპა},$$

ე.ი. პირობა დაკმაყოფილებულია.

ყველა მიღებული მონაცემები შეიტანება მე-6 ცხრილში.

α -ს მნიშვნელობები აღებულია ცხრ. 2-დან, როცა $\eta = \frac{a}{b} = \frac{3,2}{2} = 1,6$.

ცხრილი 6-ის თანახმად, კუმშვადი ზონის ქვედა ზღვარი მდებარეობს სიღრმეზე $z' = 7,2\text{მ}$, სადაც,

$$\sigma_{zp} = 17 \text{ კპა} \approx 0,2\sigma_{zg} = 0,2 \cdot 89 = 17,8 \text{ კპა}.$$

5) საძირკვლის დაჯდომა განისაზღვრება:

$$S = 0,8 \sum_1^n \frac{\sigma_{zpi} \cdot h_i}{E_i}$$

თიხის ფენისათვის:

$$S_1 = \frac{0,8 \cdot 0,4}{15000} \left[\frac{300}{2} + 292 + 257 + 210 + \frac{167}{2} \right] = 0,021\text{მ} = 2,1\text{სმ};$$

ქვიშნარის ფენისათვის:

$$S_2 = \frac{0,8 \cdot 0,4}{17000} \left[\frac{167}{2} + 132 + 105 + \frac{85}{2} \right] = 0,007\text{მ} = 0,7\text{სმ};$$

თიხნარის ფენისათვის:

$$S_3 = \frac{0,8 \cdot 0,4}{16000} \left[\frac{85}{2} + 69 + 57 + 48 + 41 + \frac{35}{2} \right] = 0,005 \text{ მ} = 0,5 \text{ სმ};$$

წვრილი ქვიშის ფენისათვის:

$$S_4 = \frac{0,8 \cdot 0,4}{18000} \left[\frac{35}{2} + 31 + 28 + 24 + 21 + 18 + \frac{17}{2} \right] = 0,003 \text{ მ} = 0,3 \text{ სმ}.$$

სრული დაჯდომა უდრის:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 2,1 + 0,7 + 0,5 + 0,3 = 3,6 \text{ სმ}.$$

6) დაჯდომის სიდიდე შემოწმდება პირობით:

$$S \leq S_u$$

$$S_u = 8 \text{ სმ} \quad (\text{ცხრ. 3})$$

$$S = 3,6 \text{ სმ} < S_u = 8 \text{ სმ},$$

ე. ი. დაჯდომის პირობა კმაყოფილდება.

ცხრილი 6

ფენები	Z,მ	$\xi = \frac{2z}{b}$	α	σ_{zp} ,კპა	σ_{zg} ,კპა
I ფენა- თიხა H ₁ =1,6მ	0	0	1,000	300	24
	0,4	0,4	0,974	292	30
	0,8	0,8	0,857	257	36
	1,2	1,2	0,700	210	42
	1,6	1,6	0,555	167	48
II ფენა- ქვიშნარი H ₂ =1,2მ	2,0	2,0	0,439	132	54
	2,4	2,4	0,350	105	59
	2,8	2,8	0,282	85	65
III ფენა- თიხნარი H ₃ =2,0მ	3,2	3,2	0,231	69	67
	3,6	3,6	0,191	57	70
	4,0	4,0	0,161	48	72
	4,4	4,4	0,137	41	75
	4,8	4,8	0,118	35	77
IV ფენა წვრილი ქვიშა	5,2	5,2	0,102	31	79
	5,6	5,6	0,094	28	81
	6,0	6,0	0,079	24	83
	6,4	6,4	0,070	21	85
	6,8	6,8	0,060	18	87
	7,2	7,2	0,056	17	89

მამასადაბე, შრეობრივი შეჯამების მეთოდით მეღებული დაჯდომის სიდიდე მნიშვნელოვნად ნაკლებია სამშენებლო ნორმებით და წესებით დადგენილ ზღვრულ დასაშვებ დეფორმაციაზე.

აღნიშნული მეთოდის გამოყენების სფეროა ის, რომ:

1. შრეობრივი შეჯამების მეთოდი რეკომენდებულია CHuII 2.02.01-ის მიხედვით საძირკვლის დაჯდომის გაანგარიშებისათვის სამრეწველო და სამოქალაქო შენობათა ნაგებობებისათვის, როდესაც მისი სიგანე ნაკლებია 10მ-ზე, ასევე როდესაც აქტიური ზონის სისქეში გამოირიცხულია ისეთი გრუნტები, რომლის დეფორმაციის მოდული $E > 100 \text{ მპა}$.
2. როდესაც გრუნტის გვერდითი გაგანიერება შეუძლებელია;
3. როდესაც გვაქვს სუსტი გრუნტები და მათი ფიზიკური მდგომარეობა სხვადასხვაა (c_i, ϕ_i, E_i);
4. როდესაც აქტიური ზონის სისქე გამოდის საკმაოდ დიდია;
5. განსაკუთრებით, როდესაც გვაქვს მაღლივი შენობები (30 სართული და მეტი). ამ შემთხვევაში ზრდიან საძირკვლის ჩადრმავებას, რითაც აღწევენ ბუნებრივი წნევის გადიდებას (μ) და მის მიახლოებას საშუალო წნევასთან (p). ამით აღწევენ დაჯდომის შემცირებას. თუ μ მნიშვნელობა გაუტოლდება საშუალო წნევას (p), მაშინ დაჯდომა გამოირიცხება;
6. ეს მეთოდი იძლევა ფუძე-გრუნტის თვალნათლივ დათვალიერების და მუშაობის შეფასების შესაძლებლობას;
7. გრუნტი ფუძეში განიხილება, როგორც ხაზოვან-დეფორმადი სხეული;
8. დაჯდომა წარმოებს მხოლოდ დამატებითი ვერტიკალური წნევით (σ_{zp}).

აღნიშნული მეთოდის დადებითი მხარეა ის, რომ:

1. ითვალისწინებს წნევის (p) შემცირებას გრუნტის სიღრმეზე;
2. ითვალისწინებს დეფორმაციის მოდულის ცვლილებას სიღრმეზე;
3. ითვალისწინებს მიწისქვეშა წყლის გაველნას;
4. დეფორმაციის განაწილება ხდება მხოლოდ აქტიური ზონის სიღრმეში;
5. ძაბვა განისაზღვრება მხოლოდ საძირკვლის ძირის ცენტრის ქვეშ;
6. $\beta = 0,8$ - უგანზომილებო კოეფიციენტი.

აღნიშნული მეთოდის უარყოფითი მხარეა:

1. დაჯდომის სიდიდე ზოგჯერ 1,2-1,5-ჯერ აღემატება მის ფაქტობრივ მნიშვნელობას. ეს მიგვანიშნებს იმაზე, რომ გრუნტის საანგარიშო მახასიათებლები c, ϕ, E უნდა განისაზღვროს ბუნებრივ (საველე) პირობებში და არა ლაბორატორიულ პირობებში. ეს დაკავშირებულია დიდ ღირებულებასთან;
2. ჯდომა განპირობებულია მხოლოდ ვერტიკალური ძაბვით (σ_p), ხოლო σ_y და σ_x ძაბვები მხედველობაში არ მიიღება;
3. სამშენებლო ნორმებისა და წესების თანახმად ფუძის დაჯდომა განისაზღვრება მხოლოდ ერთდერძა კუმშვაზე, როდესაც σ_x და σ_y გავლენა გრუნტის კუმშვაზე გამორიცხებულია. ეს არ არის სწორი და კვლევა ამ მიმართულებით უნდა გაგრძელდეს.

მიუხედავად ამისა, ეს მეთოდი ითვლება ძირითად მეთოდად, რადგან იგი იძლევა გრუნტების თვალნათლივ დათვალიერების და მუშაობის შეფასების შესაძლებლობას. იგი ითვალისწინებს სიღრმეზე p -ს შემცირებას, E -ს ცვლილებას, მიწისქვეშა წყლების გავლენას და გრუნტის ფენების სხვადასხვაობას.

§1.2. ფუძის დაჯდომის განსაზღვრა შეზღუდული სისქის დრეკადი შრის მეთოდით ანუ ხაზოვან-დეფორმირებადი ფენის მეთოდით (პროფ. ეგოროვის მეთოდი)

ისეთ პირობებში, როდესაც საძირკველი მდებარეობს შეზღუდული სისქის ერთგვაროვან დრეკად ფენაზე, რომელიც შეზღუდულია სიღრმეში კლდოვანი ქანებით ($E > 100$ მპა), საძირკველის დაჯდომა იანგარიშება შემდეგი ფორმულით:

$$S = \frac{pbK_c}{K_m} \sum_{i=1}^n \frac{K_i - K_{i-1}}{E_i},$$

სადაც:

p - არის საშუალო წნევა საძირკვლის ძირზე;

b - საძირკვლის სიგანე ან წრიული საძირკვლის დიამეტრი;

K_c - კოეფიციენტი, რომელიც დამოკიდებულია $\zeta = \frac{2H}{b}$ ფარდობაზე;

K_m - კოეფიციენტი, რომელიც დამოკიდებულია დეფორმაციის მოდულის სიდიდეზე (E);

n - შრეების რიცხვი აქტიური ზონის ფარგლებში;

k_i და k_{i-1} - კოეფიციენტები, დამოკიდებულია საძირკვლის ფორმაზე, საძირკვლის გვერდების ფარდობაზე $\eta = l/b$ და ფარდობით სიღრმეზე, რომელზედაც მდებარეობს საძირკველი და i-ური შრის სახურავი:

$$\xi_i = \frac{2z_i}{b} \text{ და } \xi_{i-1} = \frac{2z_{i-1}}{b} .$$

E_i - გრუნტის i-ური შრის დეფორმაციის მოდული;

z - მანძილი საძირკვლის ძირიდან განსახილველი შრის ზედაპირამდე.

კოეფიციენტი K_c

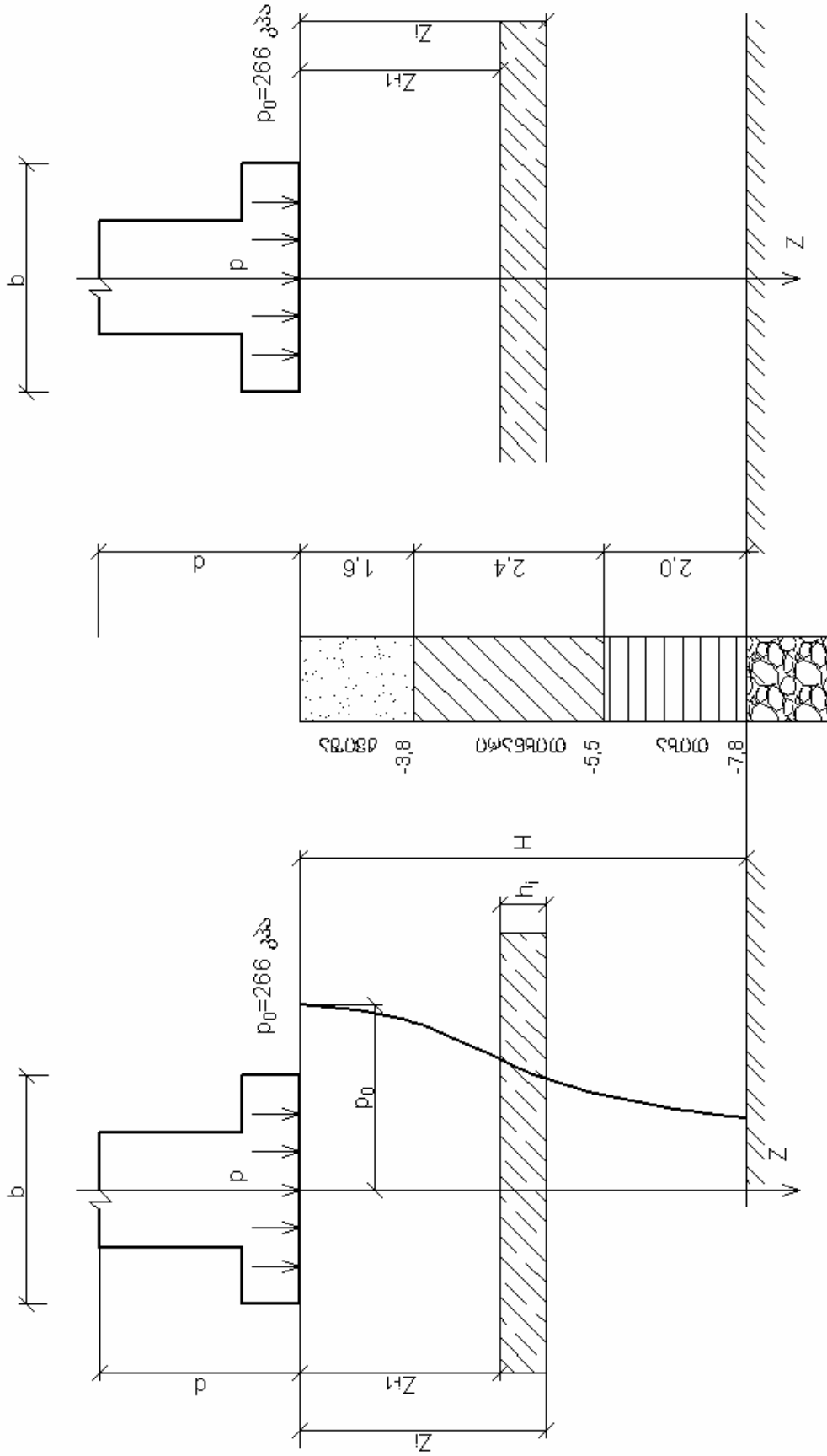
ცხრილი 7

შრის ფარდობითი სისქე $\xi' = \frac{2H}{b}$	კოეფიციენტი K_c
$0 < \xi' \leq 0,5$	1.5
$0,5 < \xi' \leq 1$	1.4
$1 < \xi' \leq 2$	1.3
$2 < \xi' \leq 3$	1.2
$3 < \xi' \leq 5$	1.1
$\xi' > 5$	1.0

კოეფიციენტი K_m

ცხრილი 8

დეფორმაციის მოდულის საშუალო მნიშვნელობა E მპა (კგ/სმ ²)	K_m -ის მნიშვნელობა		
	$b < 10$	$10 \leq b \leq 15$	$b > 15$
$E < 10(100)$	1	1	1
$E \geq 10(100)$	1	1.35	1.5



ნახ. 4. ფუძის დაჯდომის განსაზღვრა შეზღუდული სისქის მქონდით

კოეფიციენტი K

ცხრილი 9

$\xi = \frac{2z}{b}$	კოეფიციენტი K			
	წრიული	სწორკუთხა საძირკველი ვკერდების ფარდობისას $\eta = \frac{l}{b}$		
		1	1.4	2.4
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000
0.4	0.090	0.100	0.100	0.100
0.8	0.179	0.200	0.200	0.200
1.2	0.266	0.299	0.300	0.300
1.6	0.348	0.380	0.394	0.397
2.0	0.411	0.446	0.472	0.486
2.4	0.461	0.499	0.538	0.565
2.8	0.501	0.542	0.592	0.635
3.2	0.532	0.577	0.637	0.696
3.6	0.558	0.606	0.676	0.750
4.0	0.579	0.630	0.708	0.796
4.4	0.596	0.650	0.735	0.837
4.8	0.611	0.668	0.759	0.873
5.2	0.624	0.683	0.780	0.904
5.6	0.635	0.697	0.798	0.933
6.0	0.645	0.708	0.814	0.958

მაგალითი 1.2.1. განისაზღვროს საძირკვლის დაჯდომის სიდიდე წინა მაგალითის მიხედვით სიღრმით $3b = 3 \cdot 2 = 6$ მ. აქტიური ზონის სისქე (სიმძლავრე) გამოიანგარიშება ნახ.3-დან იმ ფენის ზედაპირამდე, რომლისთვისაც $E \geq 100$ მპა. ჩვენს შემთხვევაში დრეკადი შრის სისქე უდრის $H = 1,6 + 2,4 + 2 = 6$ მ.

გაანგარიშების ტექნიკა შემდეგია:

$$k_c = ? \text{ ცხრილიდან [3, დამ.2, ცხრ.2], როცა } \xi' = \frac{2H}{b} = \frac{2 \cdot 6}{2} = 6,0, \quad k_c = 1,0;$$

$$k_m = ? \text{ ცხრილიდან [3, დამ.2, ცხრ.3], როცა } E > 10 \text{ მპა (100) და } b < 10 \text{ მ, } k_m = 1,0$$

$$k_i \text{ და } k_{i-1} = ? \text{ ცხრილიდან [3, დამ.2, ცხრ.4], როცა } \eta = \frac{a}{b} = \frac{2,8}{2} = 1,4:$$

$$\underline{\text{პირველი ფენისათვის}}, \text{ როცა } \xi_1 = \frac{2z_1}{b} = \frac{2 \cdot 1,6}{2} = 1,6 \text{ და } k_1 = 0,394 \text{ და}$$

$$\xi_{i-1} = \frac{2z_{i-1}}{b} = \frac{2 \cdot 0}{2} = 0, \quad k_2 = 0;$$

$$\underline{\text{მეორე ფენისათვის}}, \text{ როცა } \xi_2 = \frac{2z_2}{b} = \frac{2 \cdot 4}{2} = 4,0 \text{ და } k_2 = 0,708 \text{ და}$$

$$\xi_{2-1} = 0,394;$$

მესამე ფენისათვის, როცა

$$\xi_3 = \frac{2z_3}{b} = \frac{2 \cdot 6}{2} = 6 \text{ და } k_3 = 0,814 \text{ და } \xi_{3-2} = 0,708;$$

მაგალითის მიხედვით დამატებითი წნევა უდრის:

$$p_0 = 266 \text{ კპა}$$

საძირკვლის დაჯდომის სიდიდე იქნება:

$$S = \frac{pbk_c}{k_m} \sum_{i=1}^n \frac{k_i - k_{i-1}}{E_i} =$$

$$= \frac{266 \cdot 2 \cdot 1}{1} \left[\frac{0,394 - 0}{18000} + \frac{0,708 - 0,394}{16000} + \frac{0,814 - 0,708}{17000} \right] = 0,026 \text{ მ} = 2,6 \text{ სმ.}$$

დაჯდომის სიდიდე, რომელიც მიიღება მოცემული მეთოდით რამდენადმე მეტია წინა მეთოდით გაანგარიშებულზე.

მაგალითი 1.2.2. განისაზღვროს საძირკვლის დაჯდომის სიდიდე, როცა $b = 2$ მ და $a = 3,2$ მ. საძირკვლის ჩაღრმავება ბუნებრივი ზედაპირიდან $d = 1,6$ მ.

ფუძის ფართობი შეადგენს $A = 2 \times 3,2 \text{ მ} = 6,4 \text{ მ}^2$. წნევა საძირკვლის ძირზე $p = 324 \text{ კპა}$. ფუძე შედგება შემდეგი ფენებისაგან:

პირველი ფენა-თიხა, რომლის $\gamma_1 = 15 \text{ კნ/მ}^3$, ფენის სისქე $h_1 = 1,6 \text{ მ}$ და $E_1 = 15 \text{ მპა}$;

მეორე ფენა-ქვიშნარი, რომლის $\gamma_2 = 14 \text{ კნ/მ}^3$, ფენის სისქე $h_2 = 1,2 \text{ მ}$ და $E_2 = 17 \text{ მპა}$;

მესამე ფენა- თიხნარი, რომლის $\gamma_3 = 16 \text{ კნ/მ}^3$, ფენის სისქე $h_3 = 2,0 \text{ მ}$ და $E_3 = 16 \text{ მპა}$;

მეოთხე ფენა – წვრილი ქვიშა, რომლის $\gamma_4 = 15 \text{ კნ/მ}^3$, ფენის სისქე $h_4 = 2,4 \text{ მ}$ და $E_4 = 18 \text{ მპა}$. მიწისქვეშა წყლის სიღრმეა $h = 4,4 \text{ მ}$ მიწის ზედაპირიდან.

წნევა საძირკვლის ზედაპირზე უდრის 324 კპა . მონაცემები მოცემულია ცხრ.10-ში.

ცხრილი 10

№	გრუნტის სახეობა	ფენის სისქე, მ	გრუნტის სიმკვრივე ρ	შეტივბ. გრ. წონა γ_i	დეფ. მოდული E, მპა
I	თიხა	1,6	15	–	15
II	ქვიშნარი	1,2	14	–	17
III	თიხნარი	2,0	16	6	16
IV	წვრილი ქვიშა	2,4	15	5	18

განგარიშების თანამიმდევრობა ასეთია:

1. მონახება აქტიური ზონის (კუმშვადი ზონის) სისქე ანუ ხაზოვან-დეფორმადი შრის სისქე. ჩვენს მიერ მიღებული მაგალითის შემთხვევაში შეზღუდული სისქის ერთგვაროვანი შრე მდებარეობს კლდოვან ფენაზე, რომლის $E > 500$. ეს ფენა $H = 1,6 + 2,0 + 2,4 = 7,2$ მ (იხ. ცხრ. 10) სიღრმეზე მდებარეობს.

2. მონახება $k_c = ?$, რომელიც აიღება ცხრ.7-დან. ჯერ მონახება

ფენის ფარდობითი სისქე: $\xi' = \frac{2H}{b} = \frac{2 \cdot 7.2}{2} = 7.2$, რადგან

$\xi' = 7,2 > 5$ (ცხრ.7), ამიტომ $k_c = 1,0$.

3. k_m კოეფიციენტი ცხრ. 8-დან მონახება. ამისათვის მონახება ფუძე-გრუნტის საშუალო დეფორმაციის მოდული:

$$E = \frac{E_1 + E_2 + E_3 + E_4}{4} = \frac{15 + 17 + 16 + 18}{4} = 16,5 \text{ მპა};$$

რადგან $E = 16,5 \text{ მპა} > 10 \text{ მპა}$ და $b = 2 < 10$ მ, ამიტომ $k_m = 1,0$.

4. ცხრ.9-დან მონახება k_i და k_{i-1} კოეფიციენტები:

პირველი ფენისათვის, როცა $\xi_1 = \frac{2z_1}{b} = \frac{2 \cdot 1,6}{2} = 1,6$ და

$$\eta_1 = \frac{3,2}{2} = 1,6: \text{ მაშინ } k_1 = \frac{0,394 + 0,397}{2} = 0,396 \text{ და } k_{1-1} = 0.$$

მეორე ფენისათვის, როცა $\xi_2 = \frac{2z_2}{b} = \frac{2 \cdot 2,8}{2} = 2,8$ და

$$\eta_2 = \frac{3,2}{2} = 1,6: \text{ მაშინ } k_2 = \frac{0,592 + 0,618}{2} = 0,605 \text{ და } k_{2-1} = 0,396.$$

მესამე ფენისათვის, როცა $\xi_3 = \frac{2z_3}{b} = \frac{2 \cdot 4,8}{2} = 4,8$ და

$$\eta_2 = \frac{3,2}{2} = 1,6: \text{ მაშინ } k_3 = \frac{0,759 + 0,919}{2} = 0,839 \text{ და } k_{3-2} = 0,396.$$

მეოთხე ფენისათვის, როცა $\xi_4 = \frac{2z_4}{b} = \frac{2 \cdot 7.2}{2} = 7,2$ და

$$\eta_4 = \frac{3,2}{2} = 1,6: \text{ მაშინ } k_4 = \frac{0,852 + 0,935}{2} = 0,894 \text{ და } k_{4-1} = 0,839.$$

5) საძირკვლის სრული დაჯდომა განისაზღვრება ფორმულით:

$$S = \frac{324 \cdot 2 \cdot 1}{1} \left[\frac{0,396 - 0}{15000} + \frac{0,605 - 0,396}{17000} + \frac{0,839 - 0,396}{16000} + \frac{0,894 - 0,839}{18000} \right] = 0,045\text{მ} = 4,5\text{სმ},$$

რაც 0,9 სმ-ით მეტია, ვიდრე შრეობრივი შეჯამების მეთოდით მიღებულზე და ნაკლებია ზღვრულ დეფორმაციაზე.

გამოყენების სფერო:

1. როდესაც ფუძის გაგრძელების სიღრმე შეზღუდულია კლდოვანი გრუნტებით (ან $E > 500$);
2. როდესაც აპროექტებენ სამოქალაქო და სამრეწველო ნაგებობების საძირკვლებს, როდესაც საძირკვლის ზომები 10მ-ს არ აღემატება.

დადებითი მხარეები:

1. მისი გამოყენება შეიძლება სამრეწველო და სამოქალაქო შენობებში, როცა საძირკვლის სიგანე 10მ-ს არ აღემატება;
2. მისი გამოყენება შეიძლება სატრანსპორტო ნაგებობების საძირკვლებშიც, როდესაც $b > 10\text{მ}$ [13].
3. ამ მეთოდით არ ხდება ფუძის დაყოფა ელემენტარულ შრეებად;
4. არ საჭიროებს ბუნებრივი და დამატებითი წნევების ეპიურების აგებას, რის გამოც გამოთვლების მოცულობის დიდი ნაწილი მცირდება;

უარყოფითი მხარე:

1. არ ითვალისწინებს p -ს ცვლილებას სიღრმეზე;
2. არ ითვალისწინებს მიწისქვეშა წყლის გავლენას;
3. გრუნტი წარმოდგენილია როგორც ხაზოვან-დეფორმადი სხეული, რაც მხოლოდ დაშვებას წარმოადგენს;
4. არ ითვალისწინებს დამატებით ძაბვების თანდათანობით შემცირებას ფუძის სიღრმეში, რაც მეტად მნიშვნელოვანია ანგარიშის სიზუსტის თვალსაზრისით;

5. არ გამოიყენება სუსტ გრუნტებში და როცა აქტიური ზონის სიღრმე გამოდის დიდი.

დასკვნა: ზემოაღნიშნულიდან გამომდინარე, ეს მეთოდი არის მიახლოებითი მეთოდი, ანუ ინჟინრული მეთოდი.

§1.3. ფუძის დაჯდომის განსაზღვრა გრუნტის ეკვივალენტური შრის მეთოდით (პროფ. ნ. ციტოვიჩის მეთოდი)

ეს მეთოდი გულისხმობს, რომ საძირკველი მდებარეობს ღრეკად ფუძეზე, როდესაც აქტიური ზონის გავრცელების სიღრმე შეზღუდულია ეკვივალენტური შრის სისქით. მისი გამოყენება შეიძლება ძირითადად როგორც ერთგვაროვან, ისე არაერთგვაროვან ფუძეში.

ფუძის დაჯდომის სიდიდე ერთგვაროვან გრუნტებში გამოითვლება პროფ. ნ. ციტოვიჩის მეთოდით, შემდეგი ფორმულით:

$$S = h_s a_0 p_0,$$

სადაც: h_s - არის ეკვივალენტური შრის სისქე;

a_0 - გრუნტის ფარდობითი კუმშვადობის კოეფიციენტი $a_i = \frac{\beta}{E}$;

p_0 - დამატებითი ვერტიკალური წნევა საძირკველის ძირზე.

ეკვივალენტური შრის სისქე განისაზღვრება ფორმულით:

$$h_s = H = A \omega b,$$

სადაც A - ეკვივალენტური შრის კოეფიციენტი, რომელიც დამოკიდებულია პუასონის კოეფიციენტზე ν , საძირკველის ძირის ფორმაზე და საძირკველის სიხისტეზე;

ω - კოეფიციენტი, დამოკიდებული საძირკველის ფორმაზე და საძირკველის სიხისტეზე.

A ω -ს მნიშვნელობანი

ცხრილი 11

$\eta = \frac{l}{b}$	ქვიშები	თიხნარები	თიხები
	მყარი თიხა	ქვიშნარი	
	$\nu=0.20$	$\nu=0.25$	$\nu=0.30$
1	0.94	0.99	1.08
1.5	1.15	1.21	1.32
2	1.30	1.37	1.49
3	1.54	1.62	1.76
4	1.72	1.81	1.97
5	1.84	1.94	2.11

თუ ფუძე არაერთგვაროვანია და შედგება სხვადასხვა ფენებისაგან, მასში დაჯდომის სიდიდე განისაზღვრება ფორმულით:

$$S = h_s a_{0\text{საშ}} p_0,$$

სადაც $a_{0\text{საშ}}$ - არის გრუნტების ფარდობითი კუმშვადობის კოეფიციენტის საშუალო მნიშვნელობა, კპა;

პუასონის კოეფიციენტები (ნორმიდან):

ქვიშები-0,30

ქვიშნარი-0,30

თიხები-0,42

თიხნარები-0,35

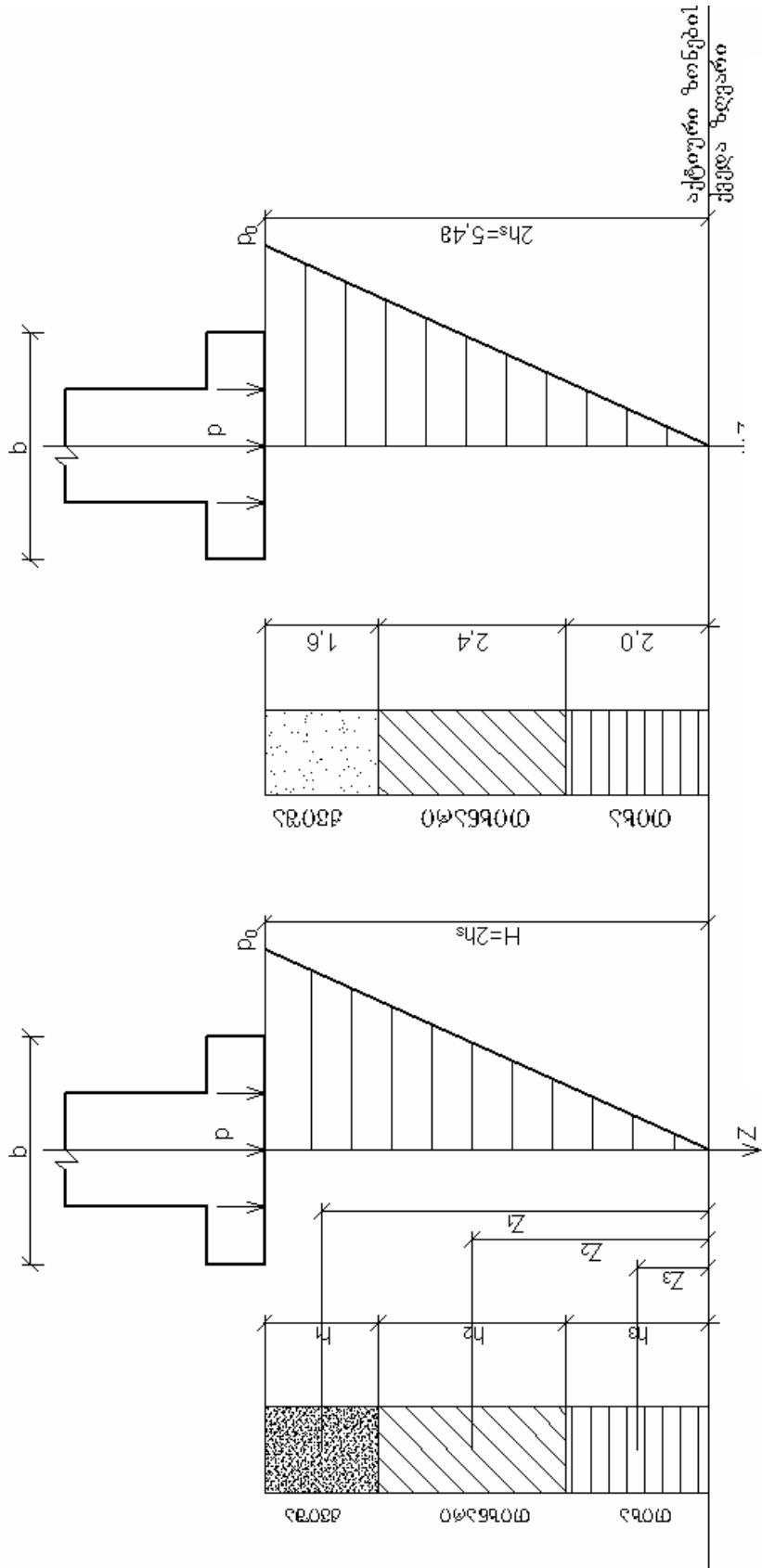
ფარდობითი კუმშვადობის კოეფიციენტები:

$$a_0 = \frac{\beta_i}{E_i}$$

ქვიშა $\beta=0,74$

თიხნარი $\beta=0,57$

თიხა $\beta=0,40$



ნახ. 5. ფუძის დაჯდომის განსაზღვრა ეკვივალენტური შრის მეოთხით

თუ ფუძე არაერთგვაროვანია, მაშინ მხედველობაში უნდა მივიღოთ ფარდობითი კუმშვადობის კოეფიციენტის საშუალო მნიშვნელობა ($a_{0ისაშ}$)

$$a_{0ისაშ} = \frac{\sum h_i \cdot a_{0i} \cdot z_i}{2h_s^2}$$

$$a_{0i} = \frac{\beta_i}{E_i}$$

ცხრილი 12

გრუნტი	ν	β
ქვიშა, ქვიშნარი	0,30	0,74
თიხნარი	0,35	0,62
თიხა	0,41	0,40

მაგალითი 1.3.1. საჭიროა განისაზღვროს საძირკვლის დაჯდომის სიდიდე ზემოთ განხილული მაგალითის მიხედვით, როცა $b=2\text{მ}$ და $l=2,8\text{მ}$, მისი ჩაღრმავება $d=1,5\text{მ}$. დატვირთვა საძირკვლის ზედაპირის სიბრტყეში 1624კნ. ფუძე-გრუნტები მიღებულია პირველ მაგალითში (ნახ.7). მივიღოთ ერთგვაროვანი გრუნტი-თიხნარი.

ანგარიში მიმდინარეობს შემდეგი თანმიმდევრობით:

1. საზღვრავენ ბუნებრივ წნევას და დამატებით წნევას საძირკვლის ძირზე:

$$\sigma_{z0} = \gamma'd = 16 \cdot 1,5 = 24\text{კპპ}$$

$$\sigma_{z0} = \alpha(p - \sigma_{z0}) = 1,000(290 - 24) = 266\text{კპპ}$$

2. საზღვრავენ გრუნტის ეკვივალენტური შრის სიმძლავრეს (h_s),

როდესაც $\nu = 0,30$ და $\frac{a}{b} = \frac{2,8}{2,0} = 1,4$, მაშინ ცხრ.11-იდან $A\omega = 1,32$

ეკვივალენტური შრის სისქე $h_s = A\omega b = 1,32 \cdot 2 = 2,7\text{მ}$

3. საზღვრავენ ფარდობითი კუმშვადობის კოეფიციენტს:

$$a_0 = \frac{\beta}{E} = \frac{0,57}{16000} = 0,0036\text{კპპ}^{-1}$$

4. საზღვრავენ საძირკვლის დაჯდომის სიდიდეს:

$$S = h_s a_0 p_0 = 2,7 \cdot 0,0036 \cdot 266 = 2,9\text{სმ.}$$

გაანგარიშება გვიჩვენებს, რომ ეკვივალენტური შრით მიღებული შედეგი მნიშვნელოვნად აღემატება შრეობრივი შეჯამების მეთოდით მიღებულზე. არაერთგვაროვანი ფუძის შემთხვევაში სხვაობა კიდევ უფრო მეტია, ამიტომ მას არ ვიხილავთ.

მაგალითი 1.3.2. საჭიროა განისაზღვროს საძირკვლის დაჯდომის სიდიდე, როცა $b=2,0\text{მ}$ და $a=3,2\text{მ}$, როდესაც ფუძე წარმოადგენს ერთგვაროვანს – მაგალითად თიხას. საშუალო ძაბვის სიდიდე საძირკვლის ძირზე $p=324\text{კპა}$ და დეფორმაციის მოდული $E_1=15\text{მპა}$ (ცხრ.10), ხოლო გვერდითი გაგანიერების კოეფიციენტი $a_0=0,45$.

ანგარიში მიმდინარეობს შემდეგი თანმიმდევრობით:

1. საზღვრავენ ბუნებრივ წნევას და დამატებით წნევას საძირკვლის ძირზე:

$$\sigma_{z_0} = \gamma' d = 16 \cdot 1,6 = 24 \text{ კპა};$$

$$p_0 = p - \sigma_{z_0} = 324 - 24 = 300 \text{ კპა}.$$

2. საზღვრავენ გრუნტის ეკვივალენტური შრის სისქეს, რომელიც დამოკიდებულია პუასონის კოეფიციენტზე (თიხისათვის $\nu=0,41$). როცა

$$a/b = \frac{3,2}{2} = 1,6 \text{ და } \nu = 0,41:$$

$$h_s = A\omega b = 1,94 \cdot 2 = 3,9 \text{ მ}$$

3. საზღვრავენ გრუნტის ფარდობითი კუმშვადობის კოეფიციენტს:

$$a_0 = \frac{\beta}{E} = \frac{0,43}{15000} = 0,00003 \text{ კპა}^{-1}$$

4. საზღვრავენ საძირკვლის დაჯდომის სიდიდეს ერთგვაროვან გრუნტში ფორმულით:

$$S = h_s a_0 p_0 = 3,9 \cdot 0,00003 \cdot 300 = 3,8 \text{ სმ} < 8 \text{ სმ}.$$

მიღებული დაჯდომის სიდიდე (S) ახლოსაა დაჯდომის სიდიდესთან, რომელიც გამოთვლილია შრეობრივი შეჯამების მეთოდით, და ასევე მნიშვნელოვნად ნაკლებია ზღვრულ დასაშვებ სიდიდეზე.

დაჯდომის გაანგარიშების ეკვივალენტური შრის მეთოდი გამოიყენება განსაკუთრებით მაშინ, როდესაც ნაგებობის ფუძე წარმოადგენილი იქნება ერთგვაროვანი გრუნტებით.

გამოყენების არე:

1. მისი გამოყენება განსაკუთრებით მიზანშეწონილია, როცა ნაგებობის ფუძე წარმოდგენილი იქნება ერთგვაროვანი გრუნტებისაგან.

დადებითი მხარე:

1. ეს მეთოდი დაჯდომის განსაზღვრის საშუალებას იძლევა გვერდითი გაგანიერების პირობებში.
2. ეს მეთოდი მხედველობაში იღებს დაჯდომის გაანგარიშებაში გრუნტის სხვადასხვაობას, თუ გრუნტების მახასიათებლები მკვეთრად არ არის განსხვავებული;
3. არ საჭიროებს საანგარიშო ნაწილის მნიშვნელოვანი გამოთვლების ჩატარებას.

უარყოფითი მხარე:

1. მისი გამოყენება არაერთგვაროვანი გრუნტის შემთხვევაში იძლევა საძირკვლის დაჯდომის გადიდებულ მნიშვნელობას, განსაკუთრებით თუ გრუნტის მახასიათებლები მკვეთრად არიან განსხვავებული;
2. არ ითვალისწინებს ძაბვების ცვლილებას სიღრმეში;
3. არ ითვალისწინებს მიწისქვეშა წყლების გავლენას;
4. არ ითვალისწინებს მეზობელი ნაგებობების დატვირთვების გავლენას.

ამგვარად, ჩვენს მიერ გაანგარიშებით მიღებული და ტექნიკურ ლიტერატურაში მოყვანილი შედეგების შედარების მიხედვით ეკვივალენტური მეთოდი იძლევა დაჯდომის სიდიდის გადიდებულ მნიშვნელობას, შრეობრივი შეჯამების მეთოდთან შედარებით.

აქედან გამომდინარე, ეკვივალენტური შრის მეთოდი შეიძლება გამოყენებული იყოს როგორც მიახლოებითი მეთოდი ანუ როგორც ინჟინრული მეთოდი.

§1.4. ფუძის დაჯდომის განსაზღვრა მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდით

დაკვირვებები საძირკვლის დაჯდომის მიმდინარეობაზე გვიჩვენებს, რომ გავლენის რადიუსის (გეგმაში) საზღვრებში, მისი მნიშვნელობა უტოლდება მიახლოებით აქტიური ზონის სისქეს, დადგენილს ფუძეზე გადაცემული ყველა დატვირთვის გათვალისწინებით. სწორედ ეს მიგვითითებს იმის აუცილებლობაზე, რომ ანგარიში შეიძლება გაწარმოთ მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდით.

დასაწყისში ვპოულობთ აქტიური ზონის სისქეს. ამისათვის ვადიდებთ სიღრმეს საძირკვლის ძირიდან 20-30%-ით ($z = 0,4$ მ) და ვიხილავთ გავლენის რადიუსის და აქტიური ზონის პირველ მიახლოებას, სადაც განისაზღვრება დამატებითი წნევა (σ_p) და შემოწმდება დაჯდომის პირობა. თუ პირობა არ შესრულდა, კიდევ ვზრდით სიღრმეს 20-30%-ით და ვაკეთებთ გავლენის რადიუსის და აქტიური ზონის მეორე მიახლოებას. საჭირო შემთხვევაში კიდევ ვავზრდით სიღრმეს და ვაგრძელებთ ანგარიშს მანამდე, სანამ მიახლოებით მაინც არ მიიღება გავლენის რადიუსის და აქტიური ზონის სიღრმის ტოლობა. შევნიშნავთ, რომ გავლენის რადიუსის მიახლოება აქტიური ზონის სიღრმესთან შეიძლება b სიდიდის ცვლილებითაც ($1b, 2b...$), ან კიდევ განვიხილავთ მიახლოებას ჯერ პირველი ფენის სიღრმეზე, შემდეგ მეორე ფენის სიღრმეზე და ა.შ.

საძირკვლის დაჯდომის სიდიდის განსაზღვრას ვაკეთებთ იმ მონაცემების მიხედვით, რომელიც მოცემულია წინა მაგალითში.

მაგალითი 1.4.1. განისაზღვროს საძირკვლის დაჯდომის სიდიდე იმ მონაცემების მიხედვით, რომელიც მოცემულია 1.1.1 მაგალითში.

ბუნებრივი და დამატებითი დაბრუნებები საძირკვლის ძირზე ტოლია:

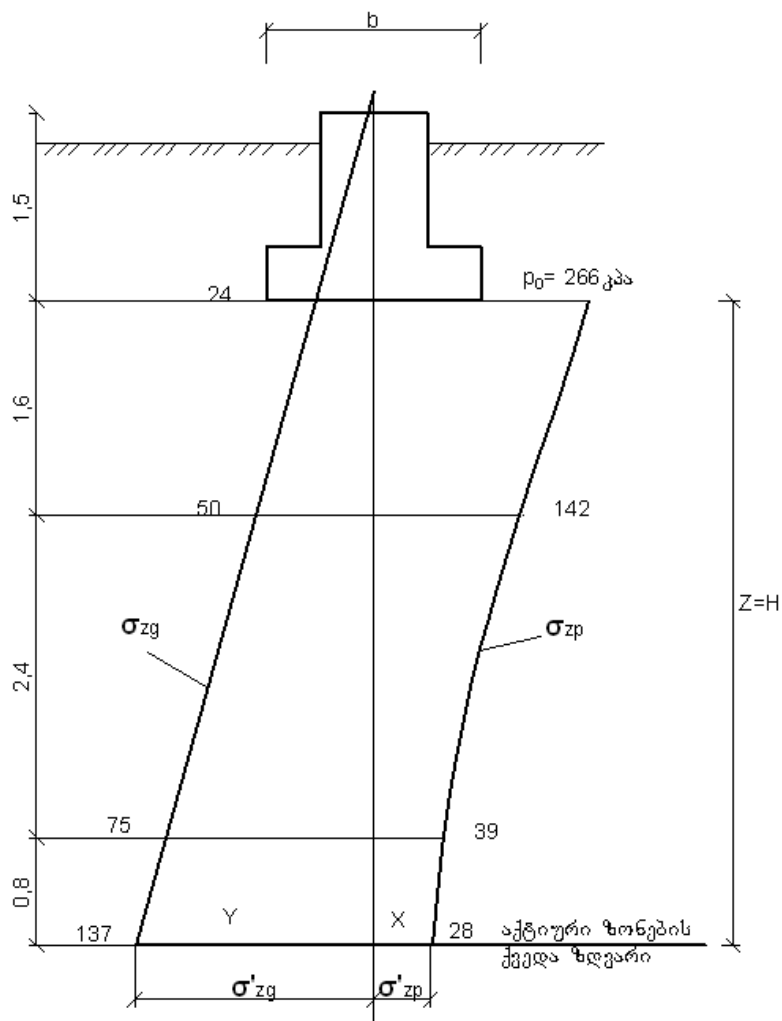
$$\sigma_{z_0} = \gamma' d = 16 \cdot 1,5 = 24 \text{ კპა}$$

$$p_0 = \alpha(p - \sigma_{z_0}) = 1,000(290 - 24) = 266 \text{ კპა}$$

შემდეგ ყოველ მიახლოებაზე ვსაზღვრავთ ბუნებრივ (σ_{zg}) და დამატებით (σ_p) დაბრუნებებს სიღრმეში მე-1.1.2 და მე-1.1.3 ფორმულებით.

ჩვეულებრივი გრუნტის შემთხვევაში ვნახულობთ სიღრმეს, სადაც $\sigma_{zp} \leq 0,2\sigma_{zg}$. მიახლოებას ვახდენთ ჯერ პირველი ფენის სიღრმეზე, შემდეგ მეორე ფენის სიღრმეზე და ა.შ.

ანგარიშის შედეგები შეიტანება ცხრ.13-ში. α -ს მნიშვნელობები მიიღება ცხრ. 2-დან, როცა $\eta = \frac{a}{b} = 1,4$ და $\xi = \frac{2z}{b}$



ნახ. 6. ფუძის დაჯდომა მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდით

ცხრილი 13

ფენები	z,მ	$\xi = \frac{2z}{b}$	α	σ_{zp} , კპა	σ_{zg} , კპა
პირველი- ქვიშა	0	0	1.000	266	24
	1.6	1.6	0.532	142	50
მეორე- თიხნარი	4.0	4.0	0.145	39	75
მესამე- თიხა	4.8	4.8	0.105	28	137

ცხრილი 13-ის მიხედვით მონახება გავლენის რადიუსის და აქტიური ზონის ქვედა ზღვარი სიღრმეზე $z' = 4,8\text{მ}$, სადაც $\sigma'_{zp} = 28 \text{კპა} \approx 0,2\sigma'_{zg} = 27,8\text{კპა}$. საძირკვლის დაჯდომის სიდიდე განისაზღვრება (1.1.5) ფორმულით და ტოლია:

$$S_1 = \frac{0,8 \cdot 1,6}{18000} \left[\frac{266 + 142}{2} \right] = 0,016\text{მ} = 1,6\text{სმ}$$

$$S_2 = \frac{0,8 \cdot 2,4}{16000} \left[\frac{142 + 39}{2} \right] = 0,010\text{მ} = 1\text{სმ}$$

$$S_3 = \frac{0,8 \cdot 0,8}{18000} \left[\frac{39 + 28}{2} \right] = 0,001\text{მ} = 0,1\text{სმ}$$

სრული დაჯდომა იქნება

$$S = S_1 + S_2 + S_3 = 0,016 + 0,010 + 0,001 = 0,027\text{მ} = 2,7\text{სმ},$$

რაც 0,3სმ-ით მეტია შრეობრივი შეჯამებით მიღებულთან.

შემოწმდება დაჯდომის პირობა მე-1.1.6 ფორმულით:

$$S \leq S_u$$

$$S = 2,7\text{სმ} < 8\text{სმ} \quad [13, \text{დამატება 4}]$$

ე.ი დაჯდომის პირობა დაკმაყოფილებულია.

მაგალითი 1.4.2. განისაზღვროს საძირკვლის დაჯდომის სიდიდე იმ მონაცემების მიხედვით, რომელიც მოცემულია 1.1.2 მაგალითში.

ბუნებრივი და დამატებითი ძაბვები საძირკვლის ძირზე ტოლია:

$$\sigma_{zg} = \gamma'd = 16 \cdot 1,5 = 24\text{კპა}$$

$$p_0 = \alpha(p - \sigma_{zg0}) = 1,000(324 - 24) = 300 \text{კპა}$$

შემდეგ ყოველ მიახლოებაზე ვსაზღვრავთ ბუნებრივ და დამატებით ძაბვებს სიღრმეში მე-1.1.2 და მე-1.1.3 ფორმულებით. ჩვეულებრივი გრუნტის შემთხვევაში ვნახულობთ სიღრმეს, სადაც $\sigma_{zp} = 0,2\sigma_{zg}$.

ანგარიშის შედეგები შეიტანება ცხრ. 14-ში. α -ს მნიშვნელობები

მიიღება ცხრ. 2-დან, როცა $\frac{a}{b} = 1,6$

ცხრილი 14

ფენები	Z,მ	$\xi = \frac{2z}{b}$	α	$\sigma_{zp}, \text{კპა}$	$\sigma_{zg}, \text{კპა}$
I ფენა- თისა H ₁ =1,6მ	0	0	1,000	300	24
	1,6	1,6	0,555	167	48
II ფენა- ქვიშნარი H ₂ =1,2მ	2,8	2,8	0,282	85	65
III ფენა- თისნარი H ₃ =2,0მ	4,8	4,8	0,118	35	77
IV ფენა წვრილი ქვიშა	7,2	7,2	0,056	17	89

ცხრ. 14-ის მიხედვით მონახება გაველენის რადიუსის და აქტიური ზონის ქვედა ზღვარი სიღრმეზე $z' = 7.2$ მ, სადაც $\sigma'_{zp} = 17$ კპა $\approx 0,2\sigma'_{zg} = 17.8$ კპა საძირკვლის დაჯდომის სიდიდე განისაზღვრება (1.1.5) ფორმულით და ტოლია:

$$S_1 = \frac{0,8 \cdot 1,6}{15000} \left[\frac{300 + 167}{2} \right] = 0,002 \text{ მ}$$

$$S_2 = \frac{0,8 \cdot 1,2}{17000} \left[\frac{167 + 85}{2} \right] = 0,007 \text{ მ}$$

$$S_3 = \frac{0,8 \cdot 2,0}{16000} \left[\frac{85 + 35}{2} \right] = 0,006 \text{ მ}$$

$$S_4 = \frac{0,8 \cdot 2,4}{18000} \left[\frac{35 + 17}{2} \right] = 0,003 \text{ მ}$$

სრული დაჯდომა იქნება

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 0,02 + 0,007 + 0,006 + 0,003 = 3,8 \text{ სმ}$$

რაც 0,2სმ-ით მეტია შრეობრივი შეჯამებით მიღებულთან.

შემოწმდება დაჯდომის პირობა (1.1.6) ფორმულით

$$S \leq S_u$$

$$S = 3,8 \text{ სმ} < 8 \text{ სმ} [13, \text{ დამატება 4}].$$

ე.ი დაჯდომის პირობა დაკმაყოფილებულია.

აღნიშნული მეთოდის გამოყენების სფერო ფართოა:

1. როდესაც გრუნტის გვერდითი გაგანიერება შეუძლებელია;
2. როდესაც გვაქვს სუსტი გრუნტები და მათი ფიზიკური მდგომარეობა სხვადასხვაა (c_i , ϕ_i , E_i);
3. როდესაც აქტიური ზონის სისქე საკმაოდ დიდი გამოდის;
4. განსაკუთრებით, როდესაც გვაქვს მაღლივი შენობები (30 სართული და მეტი). ამ შემთხვევაში ზრდიან საძირკვლის ჩადრმავებას, რითაც აღწევენ ბუნებრივი წნევის μ -ის გადიდებას და მის მიახლოებას საშუალო წნევასთან (p) და ამით აღწევენ დაჯდომის შემცირებას. თუ μ -ს მნიშვნელობა გაუტოლდება საშუალო წნევას (p)-ს, მაშინ დაჯდომა მთლიანად გამოირიცხება;
5. როდესაც საჭიროა მეზობელი ნაგებობების გავლენის გათვალისწინება;
6. და სხვა.

აღნიშნული მეთოდის გამოყენების დადებითი მხარეებია:

1. ითვალისწინებს p წნევის შემცირებას ფუძის სიღრმეში;
2. ითვალისწინებს დეფორმაციის მოდულის ცვლილებას სიღრმეზე;
3. ითვალისწინებს მიწისქვეშა წყლების გავლენას;
4. ჯდომა განპირობებულია მხოლოდ σ_{zp} -ძაბვით;
5. დეფორმაცია ნაწილდება მხოლოდ აქტიური ზონის ფარგლებში;
6. ძაბვები განისაზღვრება მხოლოდ საძირკვლის ცენტრის ქვეშ;
7. $\beta = 0,8$ -უგანზომილებო კოეფიციენტი, რომელიც მიიღება სამშენებლო ნორმებით.

აღნიშნული მეთოდის გამოყენების უარყოფითი მხარეებია:

1. დაჯდომის სიდიდე აღემატება მის ფაქტობრივ მნიშვნელობას. ეს მიგვითითებს იმაზე, რომ გრუნტის საანგარიშო მახასიათებლები

- (φ და c) უნდა განისაზღვროს საველე პირობებში და არა ლაბორატორიულ პირობებში, რაც დაკავშირებულია დიდ ხარჯებთან;
2. გრუნტი განიხილება, როგორც ერთგვაროვანი ხაზოვან-დეფორმადი სხეული, მხოლოდ ძალიან მცირე დიაპაზონში;
 3. სამშენებლო ნორმების მიხედვით ფუძის დაჯდომა განისაზღვრება მხოლოდ ერთდერძა კუმშვაზე, σ_x , σ_y -ის გავლენა გამორიცხებულია, რაც არ არის სწორი და ამ მიმართულებით უნდა გაგრძელდეს მუშაობა.

ჩვენი აზრით, მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდი გამოყენებული უნდა იქნეს:

- ძალიან სუსტ გრუნტებში, სადაც ფუძის გავრცელების სიღრმე ძალიან დიდი გამოდის;
- როდესაც გვაქვს მეზობელი ნაგებობების გავლენა, რომელთა გავლენის გათვალისწინება აუცილებელია არსებულ ნაგებობაზე;
- როდესაც ვაგებთ მაღლივ შენობებს.

საერთო დასკვნა

ჩვენ მიერ მიღებული გაანგარიშებებით და ტექნიკურ ლიტერატურაში მოყვანილი შედეგების მიხედვით შეზღუდული სისქის ღრეკადი ფუძის, ეკვივალენტური შრის და მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდით გასაანგარიშებელი საძირკვლის დაჯდომის სიდიდე აღემატება შრეობრივი შეჯამების მეთოდით მიღებულს, ამიტომ ზემოთ აღნიშნული ფუძის დაჯდომის გასაანგარიშებელი მეთოდები შეიძლება მივიღოთ როგორც მიახლოებითი მეთოდი ანუ ინჟინრული მეთოდი.

აქედან გამომდინარე, ფუძის დეფორმაციის გასაანგარიშებლად შრეობრივი შეჯამების მეთოდი მიიღება ერთ-ერთ ძირითად (ტრადიციულ) მეთოდად, ანუ ოპტიმალურ მეთოდად და ამჟამად ფართოდ იყენებენ საპროექტო ორგანიზაციებში. მისი უპირატესობა მდგომარეობს იმაში, რომ ეს მეთოდი იძლევა გრუნტების თვალნათლივ დათვალიერების და მისი მუშაობის შესწავლის შესაძლებლობას. ეს მეთოდი ითვალისწინებს გრუნტების სახეობას და მათ მდგომარეობას, ძაბვების (p) შემცირებას ფუძის სიღრმეში და გრუნტების ფენების

დეფორმაციის მოდულის (E) ცვლილებას, ასევე იძლევა მიწისქვეშა წყლების გავლენის მხედველობაში მიღების საშუალებას. განსაკუთრებით უნდა აღინიშნოს მისი გამოყენების შესაძლებლობა მაღლივი შენობების დაპროექტების დროს მისი ჩადრმავეების გადიდების გზით, ასევე როცა აუცილებელია მეზობელი ნაგებობების დატვირთვების გავლენის გათვალისწინება.

§1.5. შენობა-ნაგებობების ფუძის დეფორმაციის შრეობრივი შეჯამების მეთოდის კომპიუტერული რეალიზაცია და ოპტიმალური პარამეტრების განსაზღვრა

შესავალი და ამოცანის დასმა

შენობა-ნაგებობების სიმტკიცე, როგორც ზემოთ იყო აღნიშნული, დამოკიდებულია იმ ფუძეზე, რომელზედაც ის უნდა აშენდეს. ამიტომ ფუძის დეფორმაციის ზუსტ გაანგარიშებას განსაკუთრებული მნიშვნელობა ენიჭება. ფუძის დეფორმაციის გაანგარიშებისათვის საჭირო საწყისი პარამეტრების შერჩევა ხდება შენობის სპეციფიკიდან გამომდინარე დამპროექტებლის მიერ, მისი თეორიული და პრაქტიკული გამოცდილებიდან გამომდინარე. თვით გაანგარიშების სისწორე გამოიხატება მხოლოდ საბოლოო ეტაპზე და თუ შედეგი არ არის დამაკმაყოფილებელი, მაშინ დამპროექტებელს თავიდან უხდება გაანგარიშებების ჩატარება, ოღონდ შეცვლილი საწყისი პარამეტრებით. ეს პროცესი შეიძლება რამოდენიმეჯერ განმეორდეს, სანამ არ იქნება მიღწეული სასურველი შედეგი, რაც საკმაოდ შრომატევად სამუშაოს წარმოადგენს.

სადისერტაციო ნაშრომში დამუშავებულია შენობა-ნაგებობების ფუძის შრეობრივი შეჯამების მეთოდის კომპიუტერული რეალიზაციის ალგორითმი და განისაზღვრება ფუძის პარამეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობები.

I) შენობა-ნაგებობის ფუძის დეფორმაციის შრეობრივი შეჯამების მეთოდის კომპიუტერული რეალიზაციის ალგორითმი

ალგორითმი შეიძლება ჩამოვაყალიბოთ შემდეგნაირად:

1. წინასწარ ფორმირდება მონაცემთა ბაზის რელაციური მოდელი, რაც გულისხმობს η_k -ს შესაბამისი $\alpha(i)_{\eta_k}$ მონაცემების ცხრილის სახით განთავსებას კომპიუტერის მეხსიერებაში. მეხსიერებაში განთავსდება აგრეთვე გარე დატვირთვის მნიშვნელობა, გრუნტის ფენებისა და საძირკვლის პარამეტრები (როგორცაა ფენების კუთრი წონები, საძირკვლის სიგანე, ჩაღრმავება და სხვა საჭირო პარამეტრები).

2. პროგრამის შესრულებაზე გაშვებისას გამოითვლება $\eta_r = \frac{l}{b}$ -ს რეალური მნიშვნელობა. თუ $\eta_r = \eta_k$, მაშინ ანგარიშისათვის აიღება ბაზაში განთავსებული ცხრილის $\alpha(i)_{\eta_r}$ შესაბამისი მნიშვნელობები, წინააღმდეგ შემთხვევაში მოხდება რეალური η_r -ს საზღვრების განსაზღვრა, რომლის დადგენის შემდეგ გამოითვლება შესაბამისი $\alpha(i)_{\eta_r}$ მნიშვნელობები ინტერპოლიაციის ფორმულის გამოყენებით, რომელსაც შემდეგი სახე აქვს:

$$\alpha(i)_{\eta_r} = \alpha(i)_{\eta_k} + \frac{\alpha(i)_{\eta_{k+1}} - \alpha(i)_{\eta_k}}{\eta_{k+1} - \eta_k} (\eta_r - \eta_k).$$

გარდა ამისა პროგრამა დაითვლის $\sigma_{zg0} = \gamma d_n$ და $P = \frac{N}{b \cdot l}$ - წნევას

საძირკვლის ძირზე, შემდეგ გამოითვლის $\sigma_{zp,i}$ და $\sigma_{zg,i}$ მნიშვნელობებს,

ფორმულების $\sigma_{zp,i} = \alpha(i)_{\eta_r} \cdot p_0$ და $\sigma_{zg,i} = \gamma' d_n + \sum_{i=1}^n \gamma_i h_i$ თანახმად.

3. დაიწყება ჯამის ციკლური გამოთვლა

$$Q = \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_{zp,i} + \sigma_{zp,i-1}}{2}$$

4. ციკლიდან გამოსვლის შემდეგ გამოითვლება

$$S_j = \frac{\beta H}{E_i} Q.$$

j იცვლება 1,2, .. m , სადაც m ფენების რიცხვია და H - გამოთვლების ბიჯის სიდიდე. ანალოგიური ციკლები m -ჯერ განმეორდება და მისი რაოდენობა განპირობებულია გრუნტის გეოლოგიური პირობებით.

5. საბოლოო ეტაპზე ფუძის ჯამური დეფორმაციის სიდიდე განისაზღვრება ფორმულით:

$$S = S_1 + S_2 + \dots + S_m$$

სადაც $S_1 + S_2 + \dots + S_m$ არის შესაბამისი ფენების დეფორმაციები.

განვიხილოთ მაგალითი:

მაგალითი 1.5.1. განვსაზღვროთ საძირკველის დაჯდომის სიდიდე, როცა საძირკველის სიგანე $b=2$ მ, სიგრძე $l= 2,8$ მ და ჩაღრმავება ბუნებრივი რელიეფიდან $d_n=1,5$ მ. ფუძე შედგება წვრილი ქვიშისაგან სისქით $H_1=1,6$ მ, $\gamma_1=18$ კნ/მ³, $E_1=18$ მპა, თიხნარისაგან სისქით $H_2=2,4$ მ, $\gamma_2=17$ კნ/მ³, $E_2 =17$ მპა, და საშუალო სიმსხოს ქვიშისაგან სისქით $H_3=2,4$ მ, $\gamma_3 =19$ კნ/მ³, $E_3 =30$ მპა. მიწისქვეშა წყლის დონე მდებარეობს მიწის ზედაპირიდან 3,1მ სიღრმეზე, რომლის ქვემოთ მდებარე თიხნარის კუთრი წონაა 10,3კნ/მ³. წნევა საძირკველის ზედაპირზე $N = 1624 / (2 \times 2.8) = 290$ კპა.

ქვემოთ მოყვანილ ცხრილში მოცემულია ერთი და იგივე მაგალითის გაანგარიშების რამდენიმე ვარიანტი:

მაგალითის გაანგარიშების ვარიანტები.

ცხრილი 15

მაგალითის პარამეტრები					კომპიუტერზე მიღებული შედეგები			
					I-ფენა	II-ფენა	III-ფენა	ჯამი
№	b	I	d _n	N	S ₁	S ₂	S ₃	s
1	2	2.8	1.5	1624	0.01825941	0.007139592	0.001281233	0.02668023
2	2.5	2.8	1.5	1624	0.01370675	0.004743923	0.0008221971	0.01927287
3	2	2.8	2	1624	0.0179169	0.007005668	0.0012572	0.0261796
4	2.5	2.8	2	1624	0.01338077	0.004631103	0.0008026436	0.01881452

ოპტიმალური შედეგი: $I=2,8$, $b=2,4$, $d=1,9$, მაშინ $S=1,88$

II) ოპტიმალური პარამეტრების განსაზღვრა შემთხვევითი ძებნის მეთოდის გამოყენებით

ფუნქციის დეფორმაციის სიდიდის განსაზღვრისას დგება საკითხი მისი ოპტიმალური მნიშვნელობის შერჩევის შესახებ. შემოვიღოთ აღნიშვნები $X_1=b$ და $X_2=d_n$, მაშინ S შეგვიძლია წარმოვადგინოთ როგორც ორი ცვლადის ფუნქცია $S = F(X_1, X_2)$, ბუნებრივი რელიეფიდან ან სხვა ეკონომიკური ან ინჟინრული მოსაზრებებიდან გამომდინარე დავადგინოთ ფუნქციის სივრცის X_1 და ჩაღრმავების X_2 შესაძლო ცვლილებების არეები, ვთქვათ ესენია b_1 და b_2 , და d_{n1} და d_{n2} შესაბამისად, ე.ი. გვაქვს შემდეგი შეზღუდვები:

$$b_1 \leq X_1 \leq b_2 \quad (1.5.1)$$

და

$$d_{n1} \leq X_2 \leq d_{n2} \quad (1.5.2)$$

ამგვარად ფუნქციის დეფორმაციის ოპტიმალური ანუ მინიმალური მნიშვნელობის პოვნის ამოცანა დაიყვანება არაწრფივი დაპროგრამების ამოცანამდე და შეიძლება ჩამოვაყალიბოთ შემდეგნაირად: ვიპოვოთ $S = F(X_1, X_2)$ ფუნქციის მინიმალური მნიშვნელობა, როდესაც სრულდება (1.5.1) და (1.5.2) პირობები.

ვინაიდან უცნობია $S = F(X_1, X_2)$ ფუნქციის ანალიზური სახე და ამავე დროს უცნობია მისი უნიმოდლობის საკითხი მისი ექსტრემუმის მოსანახად ვერ გამოვიყენებთ ექსტრემუმის მოძებნის მათემატიკაში ცნობილ კლასიკურ-გრადიენტის მეთოდს. ამიტომ ასეთ შემთხვევაში ყველაზე მიზანშეწონილია გამოვიყენოთ ექსტრემუმის მონახვის შემთხვევითი ძებნის (გადარჩევის) მეთოდი, რომელიც \mathcal{E} სიზუსტით კრებადობას $V \rightarrow \infty$ რაოდენობის სტატისტიკური ცდების ჩატარების საფუძველზე უზრუნველყოფს. აღნიშნული მეთოდით მრავალი ცვლადის ფუნქციის გლობალური ექსტრემუმის მოძებნა დიდი რაოდენობის ცდების ჩატარებას ითვალისწინებს, რაც შრომატევადობასთან არის დაკავშირებული, მაგრამ ეს ნაკლი თანამედროვე კომპიუტერების გამოყენებით გადალახულია.

ცნობილია, რომ V რაოდენობის სტატისტიკური ცდების ჩატარების შემდეგ \mathcal{E} მიდამოში ერთი წერტილის მოხვედრის ალბათობა შეადგენს $P(V) = 1 - (1 - \mathcal{E}^q)$, სადაც q პარამეტრების რაოდენობაა. მაშასადამე სტატისტიკური ცდების ის რაოდენობა, რომლის საფუძველზე ალბათობით შეიძლება დავამტკიცოთ, რომ \mathcal{E} სიზუსტით მოძებნილი ოპტიმალური მნიშვნელობა ჭეშმარიტ მნიშვნელობას შეესაბამება

$$V = \left(\frac{1}{\mathcal{E}}\right)^q \ln [1/(1-p)].$$

მაგალითად, ორგანზომილებიანი ამოცანის შემთხვევაში ($q=2$), როცა $P=1/2$ და $\mathcal{E}=10^{-3}$, საჭიროა არანაკლებ

$$V = (1/10^{-3})^2 \ln [1/(1-0.5)] = 10^6 \ln 2 = 0.69 \cdot 10^6$$

რაოდენობის სტატისტიკური ცდების ჩატარება.

ქვემოთ მოყვანილია ამოცანის ამოხსნის ფორმალიზებული ალგორითმის აღწერა:

1. წინასწარ განისაზღვრება ალგორითმის საწყისი პარამეტრები:
 - დამოუკიდებელი ცვლადების რაოდენობა – q ;
 - შეზღუდვათა რაოდენობა, რომელიც დადებულია დამოუკიდებელ ცვლადებზე;
 - დამოუკიდებელ ცვლადთა შესაძლო ცვლილების არეები (ზედა და ქვედა ზღვრები);
 - ჩასატარებელი სტატისტიკური ცდების რაოდენობა - V ;
 - მაქსიმალურად შესაძლო დიდი რიცხვი R .
2. სრულდება სტატისტიკური ცდების ჩატარების ციკლი.
3. შემთხვევითი რიცხვების გენერატორი ციკლურად გამოიმუშავებს შემთხვევით რიცხვებს, რომლებიც შემდეგ ფორმირდება, როგორც საძებნი პარამეტრები X_1 და X_2 .
4. გამოითვლება შეზღუდვათა ყველა მნიშვნელობა და ციკლურად შემოწმდება მათი შესრულების პირობა.
5. ყველა პირობის დაკმაყოფილების შემთხვევაში გამოითვლება ფუნქცია და შემოწმდება $F < R$ პირობაზე. თუ ეს პირობა დაცული იქნება, მაშინ R -ს მიენიჭება F -ის ტოლი მნიშვნელობა, ე.ი. $R=F$, რომელიც შეინახება მესხიერებაში (მასთან ერთად მესხიერებაში

შეინახება აგრეთვე X_1 და X_2 პარამეტრების მნიშვნელობები), რათა გამოყენებულ იქნეს შემდეგი ციკლისას. წინააღმდეგ შემთხვევაში, ე.ი, როცა $F \geq R$, პროგრამა უბრუნდება მე-2 პუნქტის შესრულებას.

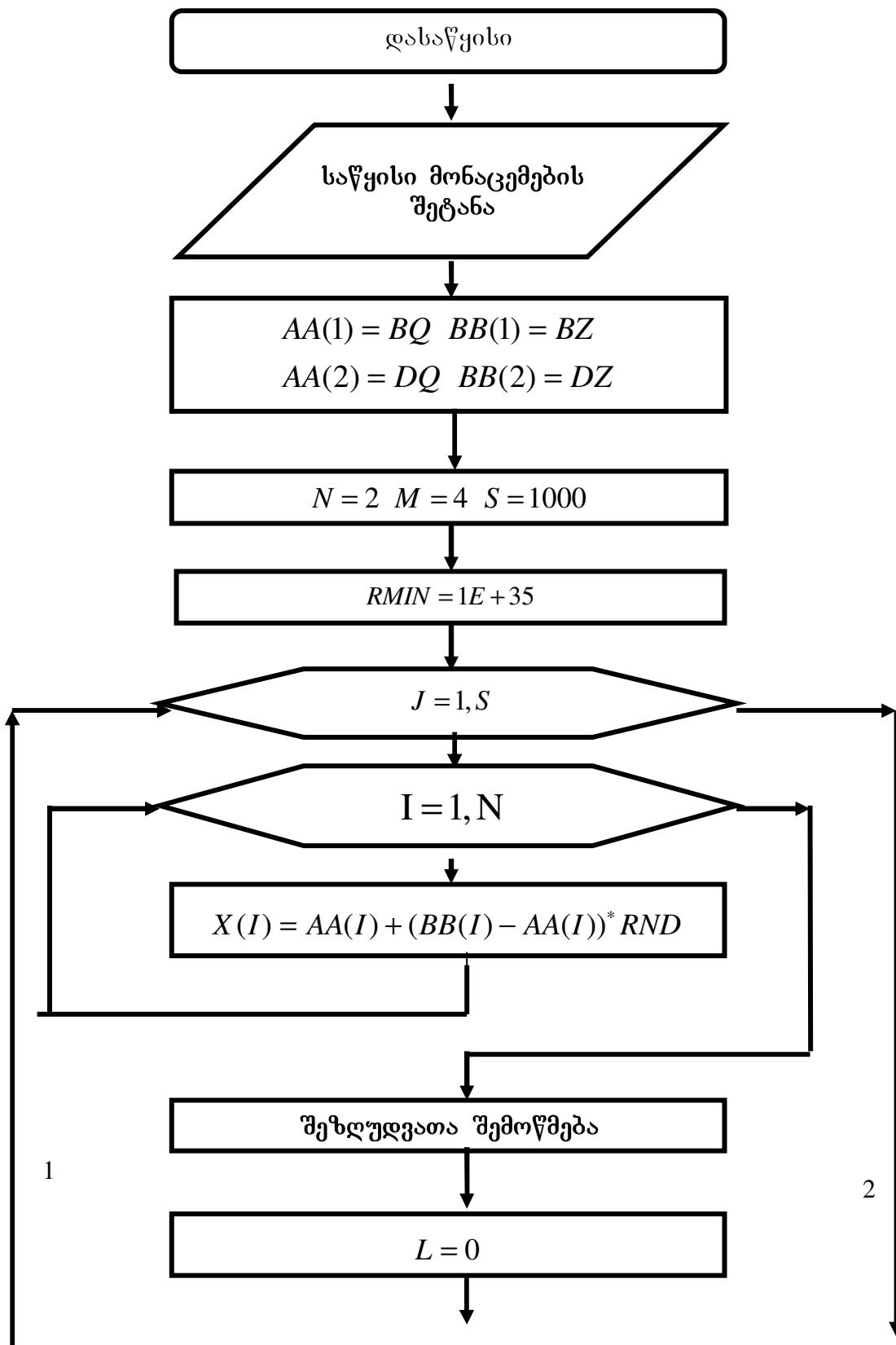
ზემოთაღწერილი პროცესი მეორდება მანამ, სანამ სტატისტიკური ცდების ჩატარების რიცხვი V -ს არ გადააჭარბებს.

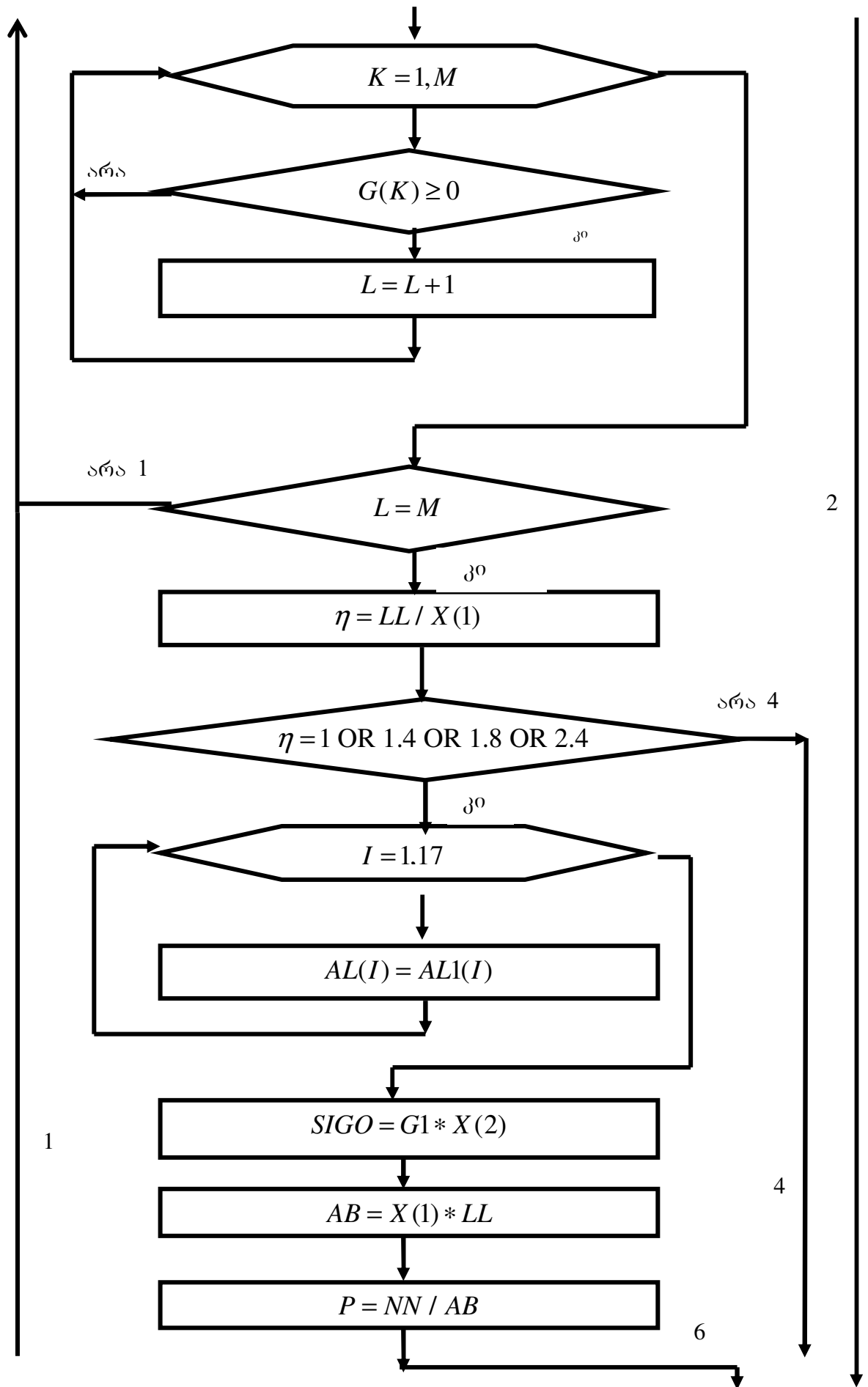
ამგვარად პროგრამის მუშაობის საბოლოო შედეგს წარმოადგენს მიზნის ფუნქციის, ე.ი. შენობის ფუძის დეფორმაციის მინიმალური მნიშვნელობა და საძირკვლის სიგანისა და ჩადრმავების ის მნიშვნელობები, რომლის დროსაც ფუნქციის მინიმალურ მნიშვნელობას აქვს ადგილი. გარდა ამისა პროგრამა განსაზღვრავს სწრაფქმედების პარამეტრსაც-მიზნის ფუნქციის გამოთვლის რაოდენობას.

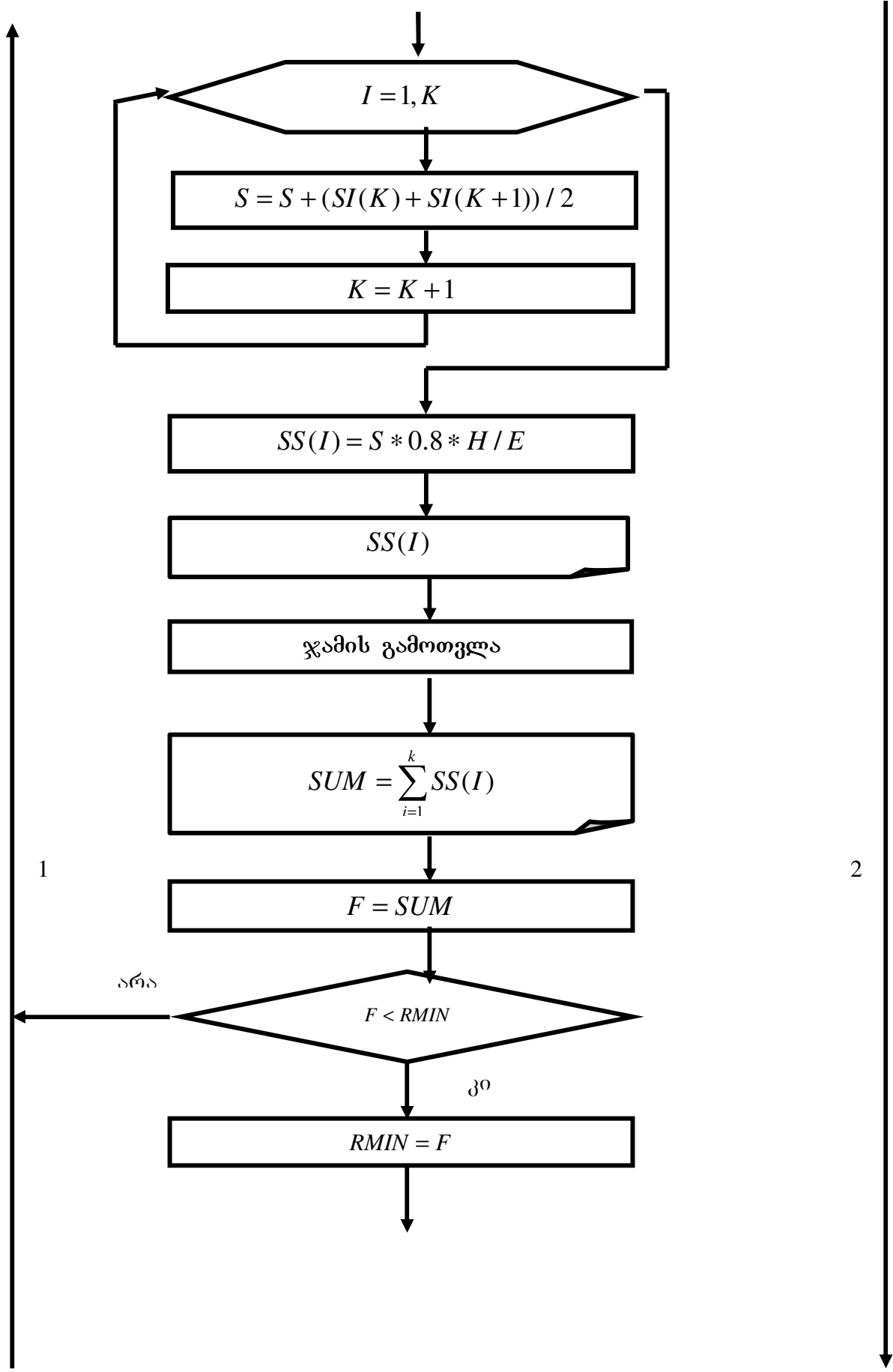
აღნიშნული ნაშრომი შეიძლება გამოიყენონ როგორც სამშენებლო, სატრანსპორტო და პიდროტექნიკური ფაკულტეტების სტუდენტებმა ლაბორატორიული და საკურსო სამუშაოების შესრულებისას, ასევე საპროექტო ორგანიზაციებში მომუშავე ინჟინერ-ტექნიკურმა პერსონალმა.

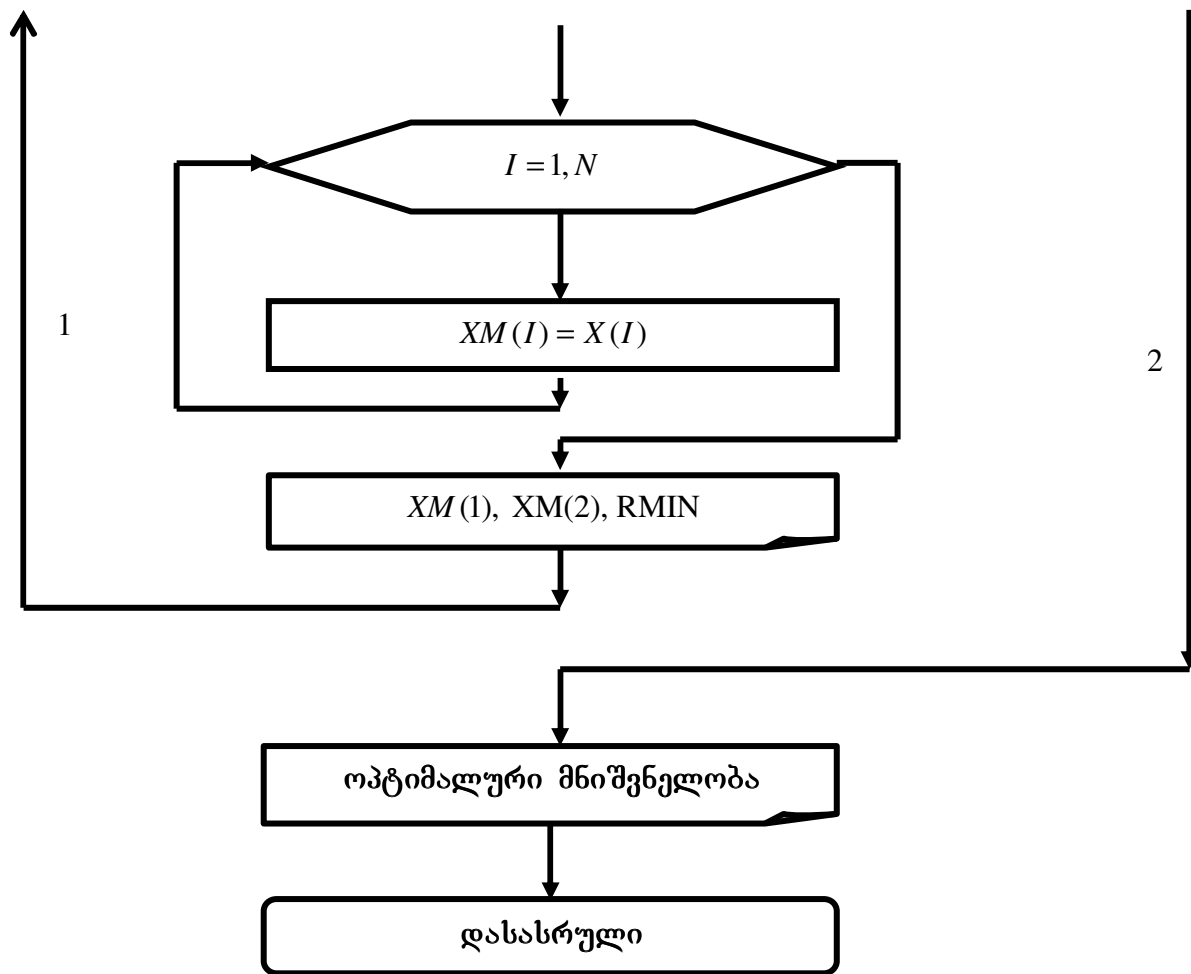
დანართში მოცემულია შენობა-ნაგებობის ფუძის დეფორმაციის შრეობრივი შეჯამების მეთოდის და ოპტიმალური პარამეტრების განსაზღვრის პროგრამა (**FUDZE**). ქვემოთ კი მოცემულია ამ პროგრამის ბლოკ-სქემა.

ბლოკ-სქემა









II თავი

ბზარების ზოგიერთი ამოცანის რიცხვითი ამოხსნა სინგულარული ინტეგრალური განტოლებებით

შესავალი

უკანასკნელ წლებში, სამშენებლო მექანიკის სხვადასხვა სახის გამოყენებითი ტიპის ამოცანების რიცხვითი ამოხსნებისათვის სულ უფრო და უფრო ფართოდ გამოიყენება სინგულარული ინტეგრალური განტოლებები, უმეტეს შემთხვევაში, ასეთი განტოლებები წარმოადგენს მოხერხებულ საშუალებას მრავალი გამოყენებითი პრობლემის გადასაჭრელად, რამაც თავისი ასახვა ჰპოვა მრავალი ცნობილი ავტორის მონოგრაფიაში [19,20], აღნიშნული განტოლებების რიცხვითი მეთოდების განვითარება დაიწყო გაცილებით უფრო გვიან, ვიდრე თეორიული გამოკვლევები. ნაშრომთა მნიშვნელოვანი ნაწილი რუსეთისა და დასავლეთის ქვეყნებშია გამოქვეყნებული. ასეთი შრომების ფართო ჩამონათვალი მოცემულია ს. ბელოცერკოვსკისა და ი. ლიფანოვის ცნობილ მონოგრაფიაში [2].

გამოკვლევებმა აჩვენა, რომ, სინგულარული ინტეგრალური განტოლებებით, სხვა ცნობილი მეთოდებისაგან განსხვავებით, ზუსტად აღიწერება წარმოშობილი ამოცანების რთული ბუნება (განსაკუთრებით ბზარების ამოცანებში). მეორე მხრივ, სინგულარული ინტეგრალური განტოლებებისათვის რიცხვითი ალგორითმების აგების დროს ვაწყდებით პრობლემებს, იმის გამო, რომ სინგულარული ინტეგრალი ჩვეულებრივი აზრით განშლადია და გაიგება გარკვეული სპეციალური აზრით (ე.წ. კოშის მთავარი მნიშვნელობით), ამიტომ ასეთი განტოლებების რიცხვითი ალგორითმების აგების დროს წარმოიშობა დამატებითი პრინციპული ხასიათის სიძნელეები.

მიუხედავად იმისა, რომ ინტეგრალურ განტოლებათა მეთოდი სამშენებლო მექანიკის ამოცანებში მძლავრი აპარატია, ამ ამოცანებისათვის მრავალი კითხვა რჩება გადაუჭრელი როგორც რიცხვითი ამოხსნის თვალსაზრისით, ასევე ამოხსნის მეთოდების სრულყოფასთან დაკავშირებით. ასეთი ამოცანებია, მაგალითად ნებისმიერი ფორმის ბზარების მქონე სხეულის დაძაბული

მდგომარეობის დათვლა, ასევე ამოცანები წყვეტილი საწყისი მონაცემებით და ა.შ. აგრეთვე ბზარების ამოცანები ისეთი არეებისათვის, რომლებიც შემოსაზღვრულია ნებისმიერი გლუვი ან უბან-უბან გლუვი წირებით.

პრაქტიკული გამოყენებითი ტიპის ამოცანებში (მაგ., ბზარებში) ხშირად წირის ზუსტი პარამეტრული განტოლებით მოცემა რთულია (ხშირად შეუძლებელიც) და ცნობილია მხოლოდ ამ წირის გრაფიკული სახე. ასეთ შემთხვევებში, როგორც ექსპერიმენტმა აჩვენა, ეფექტურია სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებებთან მეთოდი, რადგანაც ჩვენს მიერ აგებული გამოთვლითი სქემები მოთხოვს მხოლოდ წირის კვანძითი წერტილების ცოდნას. ამასთან, ზუსტი განტოლების დისკრეტიზაციის დროს აპროქსიმაციას მოითხოვს მხოლოდ საძებნი ამონახსნი.

ჩვენი მიზანია ბზარების ამოცანების რიცხვითი ამოხსნებისათვის აიგოს მაღალი რიგის სიზუსტის სქემები, როცა ბზარს აქვს ნებისმიერი გლუვი ან უბან-უბან გლუვი წირის ფორმა და ახალი ალგორითმების გამოყენებით შეიქმნას შესაბამისი პროგრამები.

§2.1. დირიხლეს ამოცანის რიცხვითი ამოხსნა უცნობი გახსნილი სასაზღვრო წირის შემთხვევაში

გამოყენებითი ხასიათის ამოცანებში (მაგალითად, ბზარების) მრუდ-წირის გამოსახვა ზუსტი პარამეტრული განტოლებით, ხშირად სიძნელეს წარმოადგენს, რიგ შემთხვევაში კი, შეუძლებელსაც. ცნობილია მხოლოდ ამ მრუდის გრაფიკის სახეობა. ასეთ შემთხვევებში, როგორც ექსპერიმენტებმა გვაჩვენა, ამ ამოცანების რიცხვითი ამოხსნისათვის ეფექტიანია სინგულარულ ინტეგრალური განტოლების მეთოდი, რამეთუ ამ დროს გათვალისწინებული სქემები მოითხოვს საძებნი ფუნქციის მნიშვნელობებს მხოლოდ საკვანძო წერტილებში. ამასთან, განტოლების დისკრეტიზაციის პროცესში, აპროქსიმაცია საჭიროა მხოლოდ საძიებელი ამოხსნისათვის.

აღვნიშნოთ D -თი სიბრტყე, რომელიც გაჭრილია გლუვი ლიაპუნოვის $L=ab$ წირის გასწვრივ (ბოლოებით \mathbf{a} და \mathbf{b}), რომლის

პარამეტრულ განტოლებას მივიღებთ უცნობად. განვიხილოთ დირიხლეს ამოცანა (ამ ამოცანამდე დაიყვანება გამოყენებითი ხასიათის პრაქტიკული ამოცანების დიდი რაოდენობა [19-20]). აუცილებელია ჰოლომორფული ϕ ფუნქციის მოძებნა უსასრულო D -ს არეში, რომელიც ქრება უსასრულობაში, რომელიც უწყვეტად გრძელდება მარცხნივ და მარჯვნივ მრუდის გასწვრივ, გარდა მრუდის a და b ბოლოებისა, სადაც იგი აკმაყოფილებს შემდეგ პირობებს:

$$|\phi(z)| \leq \frac{\text{const}}{|z-c|^\alpha}; \quad 0 \leq \alpha < 1 \quad (2.1.1)$$

ე.ი. აქვს სუსტი განსაკუთრებულობა;

c ემთხვევა a ან b , შემდეგი ზღვრული პირობებით

$$\text{Re} \phi^+(t_0) = \text{Re} \phi^-(t_0) = f(t_0), \quad (2.1.2)$$

სადაც $f(t_0)$ L -ზე მოცემული ნამდვილი უწყვეტი ფუნქციაა.

თანახმად [21], დავუშვათ

$$U(x, y) + iV(x, y) = \phi(z) = \frac{1}{\pi} \int_L \frac{\varphi(t) dt}{t-z}, \quad (z) \in D.$$

ამოხსნას ვეძებთ კომის ტიპის ინტეგრალის ნამდვილი ნაწილით:

$$U(x, y) = \text{Re} \frac{1}{\pi} \int_L \frac{\varphi(t) dt}{t-z}, \quad (z \in D), \quad (2.1.3)$$

სადაც $\varphi(t)$ – საძიებელი ნამდვილი ფუნქცია.

(2.1.3) ტოლობა ჩავსვათ (2.1.2) სასაზღვრო ტოლობაში. მაშინ $\varphi(t)$ -ს მოძებნის ამოცანა დაიყვანება შემდეგი სახის სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებაზე [21]:

$$\text{Re} \frac{1}{\pi} \int_L \frac{\varphi(t) dt}{t-t_0} = f(t_0). \quad (2.1.4)$$

როგორც მუსხელიშვილის თეორიიდანაა ცნობილი, (2.1.4) განტოლებას შეიძლება ჰქონდეს სამი ტიპის ამონახსნი:

1. $\varphi(t)$ ამოხსნის მოსაძებნად, რომელიც შემოსაზღვრულია ერთ ბოლოზე და არ არის შემოსაზღვრული მეორეზე, ვიყენებთ პირველი გვარის სინგულარულ ინტეგრალური განტოლების ამოხსნის ცნობილ წარმოდგენებს [21]. მას ექნება შემდეგი სახე:

$$\varphi(t) = \sqrt{\frac{t-a}{t-b}} \varphi_0(t),$$

სადაც $\varphi_0(t) \in H$ (ჰელდერის კლასის ფუნქციაა). ამ შემთხვევაში ვგულისხმობთ, რომ $\varphi(t)$ ამოხსნა შემოსაზღვრულია a -ს ბოლოზე და არ არის შემოსაზღვრული b -ს ბოლოზე. მაშინ (2.14) განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\frac{1}{\pi} \int_L \sqrt{\frac{t-a}{t-b}} \cdot \frac{\varphi_0(t)}{t-t_0} dt + \frac{1}{\pi i} \int_L \sqrt{\frac{t-a}{t-b}} k(t_0, t) \varphi_0(t) dt = f(t_0);$$

$$k(t_0, t) = \frac{\partial \vartheta}{\partial \sigma} = \frac{1}{\pi i} \left\{ \frac{[y'(\sigma) \cos \vartheta - x'(\sigma) \sin \vartheta] e^{i\vartheta}}{|t'(\sigma)|} \right\} \frac{1}{|t'(\sigma)|} \cdot \frac{1}{t-t_0},$$

სადაც $\vartheta = \vartheta(t_0, t) = \arg(t-t_0)$, L მრუდი პარამეტრულად ჩაწერილია $L: t = t(\sigma)$ სახით, სადაც σ არის პარამეტრი მრუდის სიგრძესთან შეფარდებით.

როგორც ცნობილია, [21], ამ განტოლებას აქვს H კლასის ერთადერთი ამოხსნა.

2. როცა ვეძებთ $\varphi(t)$ ამოხსნას, რომელიც შემოსაზღვრულია ორივე ბოლოზე,

$$\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{(t-a)(t-b)}} \varphi_0(t),$$

მაშინ განტოლებას (2.4) ექნება შემდეგი სახე:

$$\frac{1}{\pi} \int_L \frac{\varphi_0(t) dt}{\sqrt{(t-a)(t-b)(t-t_0)}} + \frac{1}{\pi i} \int_L \frac{k(t_0, t) \varphi_0(t) dt}{\sqrt{(t-a)(t-b)}} = f(t_0).$$

ამ შემთხვევაში, (2.14) განტოლებას რომ ჰქონდეს ერთადერთი ამონახსნი, $\varphi(t)$ ამოხსნა უნდა აკმაყოფილებდეს დამატებით პირობას:

$$\int_L \frac{\varphi_0(t) dt}{\sqrt{(t-a)(t-b)}} = c,$$

სადაც C – რაიმე დამატებითი მუდმივია.

3. როცა ვეძებთ $\varphi(t)$ ამოხსნას, რომელიც შემოსაზღვრულია ორივე ბოლოზე, მას ექნება შემდეგი სახე:

$$\varphi(t) = \sqrt{(t-a)(t-b)} \varphi_0(t),$$

მაშინ განტოლება (2.14) ჩაიწერება შემდეგი ფორმით:

$$\frac{1}{\pi} \int_L \frac{\sqrt{(t-a)(t-b)} \varphi_0(t) dt}{t-t_0} + \frac{1}{\pi i} \int_L \sqrt{(t-a)(t-b)} k(t_0, t) \varphi_0(t) dt = f(t_0).$$

იმისათვის, რომ მიღებულ განტოლებას ჰქონდეს ამოხსნა, უნდა შესრულდეს პირობა

$$\int_L \frac{f(t) dt}{\sqrt{(t-a)(t-b)}} = 0$$

ამასთან, ამ შემთხვევაში ამონახსნი იქნება ერთადერთი [21].

სიმარტივისა და გარკვეულობისათვის განტოლების ამონახსნს ვეძებთ შემდეგი სახით:

$$\varphi(t) = \sqrt{\frac{t-a}{t-b}} \varphi_0(t),$$

ე.ი. ვეძებთ ისეთ ამოხსნას, რომელიც შემოსაზღვრულია L მრუდის a ბოლოზე და არ არის შემოსაზღვრული b ბოლოზე (ასეთი შემთხვევები ხშირად გვხვდება გამოყენებითი ხასიათის პრაქტიკულ ამოცანებში [19]). ამ შემთხვევაში (2.14) განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\frac{1}{\pi} \int_L \sqrt{\frac{t-a}{t-b}} \frac{\varphi_0(t)}{t-t_0} dt + \frac{1}{\pi i} \int_L \sqrt{\frac{t-a}{t-b}} k(t_0, t) \varphi_0(t) dt = f(t_0). \quad (2.15)$$

რადგანაც ჩვენ არ ვიცით L მრუდის განტოლება, უშუალოდ მონიტორის ეკრანიდან შეგვეყავს მრუდის წერტილები და შემდეგ გამოვიყენებთ უბან-უბან სპლაინ-პოლინომიალურ მეოთხე რიგის ინტერპოლაციას.

„spline toolbars“ პაკეტის გამოყენებით იგება შესაბამისი კონტური. მონიტორის ეკრანზე სხვა პარამეტრებთან ერთად ჩნდება პარამეტრი, რომელიც ნიშნავს მრუდის სიგრძეს. ამასთან, იგი შეიძლება განვიხილოთ, როგორც რკალის პარამეტრის ანალოგი და ჩავიწეროთ L მრუდის განტოლება: $t=t(\sigma)$, სადაც σ პარამეტრი აღნიშნავს შესაბამისი რკალის სიგრძეს.

ამოირჩევა კონტურის დაყოფის რაღაც რიცხვი n და განისაზღვრება დაყოფის ბიჯი $h = \sigma / n$. აუცილებელია აღვნიშნოთ, რომ კონტურის დანაწევრება კვანძებად $\{\sigma_j\}_{j=1}^n$ მრუდის რკალზე

აღმოჩნდება თანაბარი რკალის სიგრძის მიმართ, რომლის ბოლოებიც არის σ_j და σ_{j+1} . ამას არ აქვს ადგილი იმ შემთხვევაში, როცა მრუდის დანაწევრება ხდება ბუნებრივი პარამეტრების მიმართ.

დაყოფის შემდეგ (2.1.5) განტოლებაში $\varphi_0(t)$ ფუნქციას ვცვლით მიახლოებითი ფუნქციით:

$$\psi_{\sigma\nu}(\varphi; t, t_0) = \varphi(t_0) + \sum_{k=1}^m l_{\sigma k}(t) \frac{t-t_0}{t_{\sigma k} - t_0} \cdot \varphi(t_{\sigma k}) + \sum_{k=1}^m l_{\sigma k}(t) \frac{t-t_0}{t_0 - t_{\sigma k}} \cdot L_\nu(\varphi; t_0), \quad (2.1.6)$$

სადაც
$$L_\nu(\varphi; t_0) = \sum_{k_0=1}^m l_{\nu k_0}(t_0) \varphi(t_{\nu k_0}),$$

$$l_{\sigma k}(t) = \frac{\omega_\sigma(t)}{(t - t_{\sigma k}) \omega'_\sigma(t_{\sigma k})}, \quad \omega_\sigma(t) = \prod_{k=1}^m (t - t_{\sigma k}),$$

$\psi_{\sigma\nu}(\varphi; t, t_0)$ უბან-უბან საინტერპოლაციო მრავალწევრია. თუ (2.1.6)-ეს ჩავსვამთ (2.1.5)-ში, მიიღება შემდეგი წრფივ განტოლებათა სისტემა $\varphi_0(t_{\sigma k})$ უცნობების მიმართ.

$$\varphi_{0n}(t_{\nu j}) + \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^m q_{ie} A_n(t_{ie}, t_{\nu j}) \varphi_{0n}(t_{ie}) = f_0(t_{\nu j}),$$

სადაც

$$A_n(t_{ie}, t_{\nu j}) = \left[1 + \sum_{\substack{\sigma=1 \\ \sigma \neq \nu}}^n \sum_{k=1}^m \frac{P_{\sigma k}^{*(1/2; -1/2)}}{t_{\sigma k} - t_{\nu j}} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^m \frac{P_{\nu k}^{*(1/2; -1/2)}}{t_{\nu k} - t_{\nu j}} - P_{\nu j}^{*(1/2; -1/2)} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^m d_{\nu k}(t_{\nu j}) \right] \times \\ \times K(t_{\nu j}; t_{il}) - \sum_{\substack{\sigma=1 \\ \sigma \neq \nu}}^n \sum_{k=1}^m \frac{P_{\sigma k}^{*(1/2; -1/2)}}{t_{\sigma k} - t_{\nu j}} K(t_{\sigma k}, t_{ie}) - \\ - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^m \frac{P_{\nu k}^{*(1/2; -1/2)}}{t_{\nu k} - t_{\nu j}} K(t_{\nu k}, t_{ie}) + P_{\nu j}^{*(1/2; -1/2)} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^m d_{\nu k}(t_{\nu j}) K(t_{\nu k}; t_{ie}),$$

ხოლო $\varphi_{0n}(t_{\nu j})$ - საძებნი სიდიდეებია.

$$f_0(t_{vj}) = \left[1 + \sum_{\substack{\sigma=1 \\ \sigma \neq v}}^n \sum_{k=1}^m \frac{P_{\sigma k}^{*(1/2; -1/2)}}{t_{vj} - t_{\sigma k}} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^m \frac{P_{vk}^{*(1/2; -1/2)}}{t_{vj} - t_{vk}} - P_{vj}^{*(1/2; -1/2)} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^m d_{vk}(t_{vj}) \right] f(t_{vj}) -$$

$$- \sum_{\substack{\sigma=1 \\ \sigma \neq v}}^n \sum_{k=1}^m \frac{P_{\sigma k}^{*(1/2; -1/2)}}{t_{vj} - t_{\sigma k}} f(t_{\sigma k}) - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^m \frac{P_{vk}^{*(1/2; -1/2)}}{t_{vj} - t_{vk}} f(t_{vk}) + P_{vj}^{*(1/2; -1/2)} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^m d_{vk}(t_{vk}) f(t_{vj})$$

$$(v = 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, m)$$

$$P_{\sigma k}^{(1/2; -1/2)} = \frac{1}{\pi i} \int_{\tau_\sigma \tau_{\sigma+1}} \sqrt{\frac{t-b}{t-a}} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^m \frac{t - t_{\sigma j}}{t_{\sigma k} - t_{\sigma j}} dt \quad P_{il}^{(-1/2; 1/2)} = \frac{1}{\pi i} \int_{\tau_i \tau_{i+1}} \sqrt{\frac{t-a}{t-b}} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq e}}^m \frac{t - t_{ij}}{t_{ie} - t_{ij}} dt$$

$$P_{\sigma k}^{*(1/2; -1/2)} = \begin{cases} P_{\sigma k}^{(1/2; -1/2)}, & k = \overline{2, m-1}; \quad \sigma = \overline{1, n}, \\ P_{\sigma l}^{(1/2; -1/2)} + P_{\sigma-1m}^{(1/2; -1/2)}; & k = 1; \quad \sigma = \overline{1, n}; \end{cases}$$

$$d_{vk} = \frac{\prod_{\substack{j_0=1 \\ j_0 \neq k, j}}^m (t_{vj} - t_{vj_0})}{\prod_{\substack{j=1 \\ j_0 \neq k}}^m (t_{vk} - t_{vj_0})}$$

მტკიცდება [17], რომ აღნიშნულ სისტემას აქვს ერთადერთი ამონახსნი, ვპოულობთ ამ ამონახსნებს, ამოგხსნით ამ სისტემას, ვიპოვიოთ $\{\varphi_0(t_{\sigma k})\}_{\sigma=1}^n$ ($k=0, m$) მნიშვნელობებს და ამ მნიშვნელობებზე ავაგებთ ლაგრანჟის საინტერპოლაციო ფორმულას.

$$L_v(\varphi; t_0) = \sum_{k_0=1}^m l_{vk_0}(t_0) \varphi_{0n}(t_{vk_0}),$$

$$l_{\sigma k}(t) = \frac{\omega_\sigma(t)}{(t - t_{\sigma k}) \omega'_\sigma(t_{\sigma k})}, \quad \omega_\sigma(t) = \prod_{k=1}^m (t - t_{\sigma k})$$

$$\sigma = 0, n-1; \quad k = 0, m-1.$$

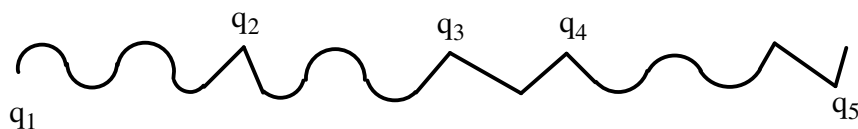
მას შემდეგ, რაც შესაბამისი მიახლოებითი სისტემიდან მოვკებნით მნიშვნელობას $\{\varphi_{0j}\}_{j=1}^n$, ამოცანის მიახლოებითი ამოსხნისათვის ვგებულობთ:

$$U_n(x, y) = \operatorname{Re} \frac{1}{\pi} \int_L \sqrt{\frac{t-a}{t-b}} \cdot \frac{\psi_n(t)}{t-z} dt, \quad (z \in D) \quad (2.1.7)$$

სადაც $\psi_n(t)$ წარმოადგენს $\{\sigma_{0j}\}_{j=1}^n$ მნიშვნელობაზე აგებულ ლანგრანჟის ინტერპოლაციურ მრავალწევრს,

$$\psi_n(t) = \sum_{j=1}^n \frac{\omega(t)}{(t-t_{0j})\omega'(t_{0j})} \cdot \Phi_{0n}(t_{0j}).$$

როცა L წირი უბან-უბან გლუვია q_1, q_2, \dots, q_n კუთხითი წერტილებით ან (იხ. ნახ.7) $f(t)$ -ს გააჩნია პირველი გვარის წვეგები, მაშინ



ნახ. 7

ღირისლეს ამოცანაში $S^{(1/2; -1/2)}(\varphi; t_0)$ სინგულარულ ინტეგრალს ეცვლით მკუბლაშვილის მიერ აგებული $S_{n, q_1, q_2, \dots, q_n}(\varphi; t_0)$ მაღალი სიზუსტის მიახლოებითი მათემატიკური მეთოდი:

$$\begin{aligned} S_{n, q_1, q_2, \dots, q_n}(\varphi; t_0) = & \sum_{\sigma=1}^n \left\{ \varphi(t_0) \lambda_{r\sigma}(t_0) + \sum_{k=1}^m \frac{P_{r\sigma k}}{t_0 - t_{r\sigma k}} [L_{r\nu}(\varphi; t_0) - \varphi(t_{r\sigma k})] \right\} + \\ & + \sum_{i=1}^l \left\{ \varphi(q_i) \lambda_{i\sigma}(t_0) + \sum_{k=1}^m \frac{\Omega_{i\sigma k}(t_0; q_i)}{q_i - t_{i\sigma k}} \right\} + [L_{i,0}(\varphi; q_i) - \varphi(t_{i\sigma k})] + \varphi(q_r) \lambda_{r-1\sigma}(t_0) + \\ & + \sum_{k=1}^m \frac{\Omega_{r-1\sigma k}(t_0; q_r)}{q_r - t_{r-1\sigma k}} \times [L_{r-1, n-1}(\varphi; q_r) - \varphi(t_{r-1\sigma k})] \}, \end{aligned}$$

სადაც

$$\Omega_{i\sigma k}(t_0, q_i) = p_{i\sigma k} + \frac{t_0 - q_i}{(t_0 - t_{i\sigma k})\omega'_{i\sigma}(t_{i\sigma k})} \left[\omega_{i\sigma}(t_0) [\gamma_{i\sigma}(t_0) + \lambda_{i\sigma}(t_0)] - p_{i\sigma k} \omega'_{i\sigma}(t_{i\sigma k}) \right]$$

$$\lambda_{i\sigma}(t_0) \equiv \frac{1}{\pi i} \ln \frac{\tau_{i\sigma+1} - t_0}{\tau_{i\sigma} - t_0}; \quad \gamma_{i\sigma}(t_0) \equiv \sum_{j=1}^m \frac{p_{i\sigma j}}{t_0 - t_{i\sigma j}},$$

$$p_{i\sigma k} = \frac{1}{\pi i} \int_{\tau_{i\sigma} \tau_{i\sigma+1}} \sqrt{\frac{t-a}{t-b}} \frac{\omega_{i\sigma}(t) dt}{(t - t_{i\sigma k})\omega'_{i\sigma}(t_{i\sigma k})}$$

$$(i=1,2,3,\dots,r-1,r+1,\dots,l) \quad (t_0 \in q_r, q_{r+1})$$

$t_{i\sigma k}$ ($i=1,2,\dots,l$; $\sigma=1,2,\dots,n$; $k=1,2,\dots,m$) კვანძითი წერტილებია $q_i q_{i+1} \subset L$ რკალზე.

(2.1.7) ფორმულაში L მრუდთან ახლო წერტილისთვის $z = x + iy$ ვიყენებთ მ. კუბლაშვილის მიერ აგებულ მაღალი რიგის სიზუსტის კვადრატურულ ფორმულას:

$$\frac{1}{\pi} \int_L \sqrt{\frac{t-a}{t-b}} \cdot \frac{\psi_n(t)}{t-z} \approx 2iL_v(\phi_v; t_0) + 2i \sum_{\sigma=1}^n \sum_{k=0}^1 P_{\sigma k}(\sigma; t; z) \cdot \frac{\psi_n(\tau_{\sigma+k}) - L_{\sigma k}}{\tau_{\sigma+k}}, \quad (2.1.8)$$

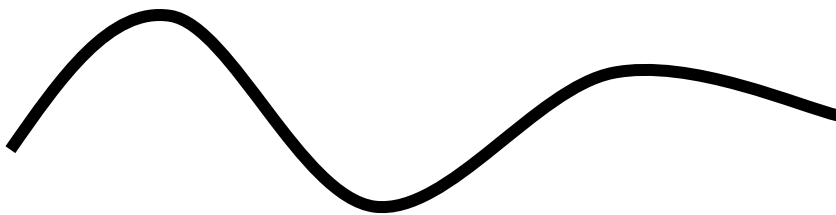
სადაც

$$P_{\sigma k}(p, t, z) = \frac{1}{2} p_{\sigma}(p) + \frac{(z-t_0)}{\pi i} \int_{\tau_{\sigma} \tau_{\sigma+1}} \sqrt{\frac{t-a}{t-b}} \cdot \frac{l_{\sigma k}(t) dt}{t-z} + \frac{(z-t_0)^2}{2\pi i} - \int_{\tau_{\sigma} \tau_{\sigma+2}} \sqrt{\frac{t-a}{t-b}} \frac{l_{\sigma k}(t) dt}{(t-z)^2};$$

დანარჩენი z წერტილებისთვის გამოვიყენოთ ჩვეულებრივი კვადრატურული ფორმულა.

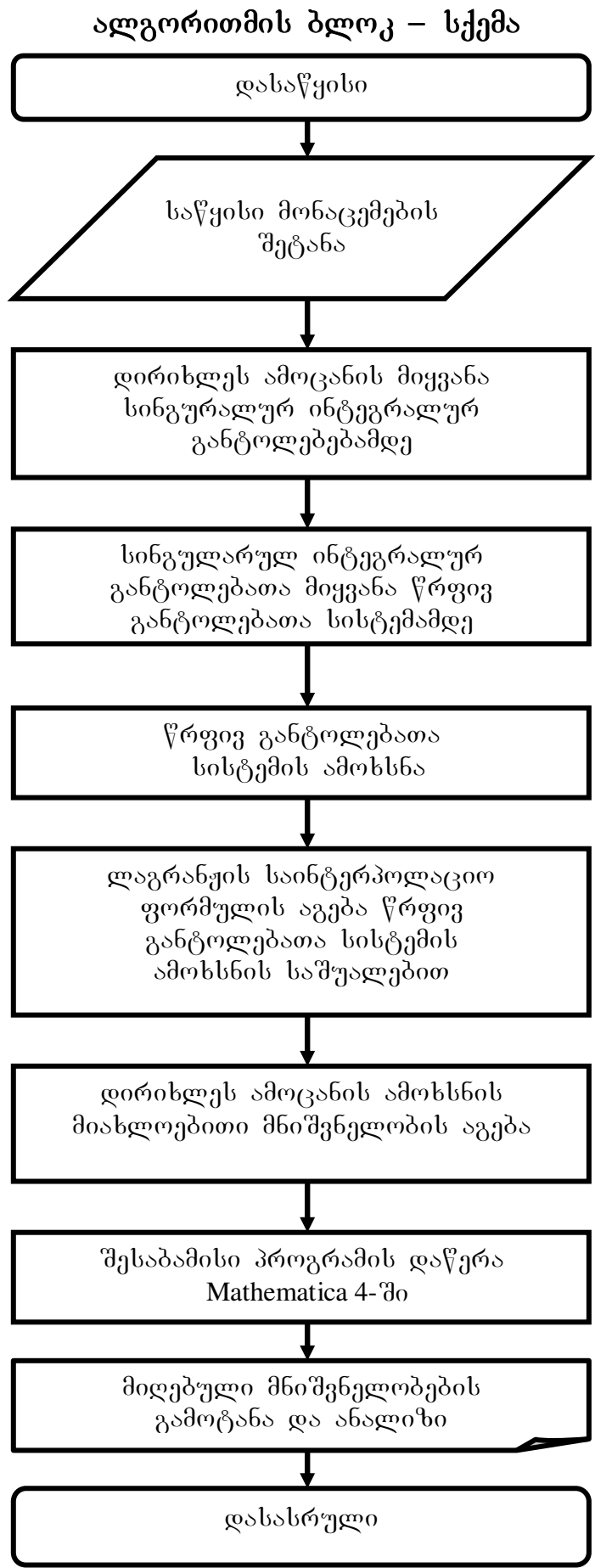
$$\frac{1}{\pi} \int_L \sqrt{\frac{t-a}{t-b}} \cdot \frac{\psi_n(t)}{t-z} \approx 2i \sum_{\sigma=1}^n \sum_{k=0}^1 P_{\sigma k} \cdot \frac{\psi_n(\tau_{\sigma+k}) - L_{\sigma k}}{\tau_{\sigma+k} - z}. \quad (2.1.9)$$

მაგალითისთვის, L კონტურის როლში მივიღოთ გრაფიკულად ფორმულირებული მრუდი (ნახ.8), ხოლო მარჯვენა მხარედ $f(t) = \operatorname{Re}(t) + \operatorname{Im}(t)$ და გამოვთვალოთ დირიხლეს ამოცანის მიახლოებითი ამოხსნა კონტურის დაყოფათა n -ის სხვადასხვა მნიშვნელობისთვის. შედეგები წარმოდგენილია (16,17,18) ცხრილებში:



ნახ.8. გრაფიკულად ფორმულირებული მრუდი

დირიხლეს ამოცანის ამოხსნის ბლოკ-სქემას აქვს შემდეგი სახე:



პროგრამა დაეწერეთ Mathematica-ში. აღსანიშნავია, რომ, როცა საქმე გვაქვს ისეთ არეებთან, რომელშიაც კონტური მოცემულია მხოლოდ გრაფიკულად, არსებითი მნიშვნელობა აქვს შეფასდეს ამონახსნის ნაზრდი, რომელიც მიიღება კონტურის მიახლოებითი შეცვლით. ანალოგიური საკითხები და გარკვეული შედეგები ამ მიმართულებაში პირველად მიიღო ლავრენტევმა, მოგვიანებით სხვა ავტორებმა [14,22].

n=10

ცხრილი 16

Z	$U(x, y)$	$U_n(x, y)$	$R_n = U(x, y) - U_n(x, y) $
0.005i	$5.84648 \cdot 10^{-15}$	-0.00359624	0.00359624
$2\pi + 0.005i$	1.	0.866977	0.133003

n=50

ცხრილი 17

Z	$U(x, y)$	$U_n(x, y)$	$R_n = U(x, y) - U_n(x, y) $
0.005i	$5.84648 \cdot 10^{-15}$	-0.00469624	0.0046966
$2\pi + 0.005i$	1.	0.93816	0.061804

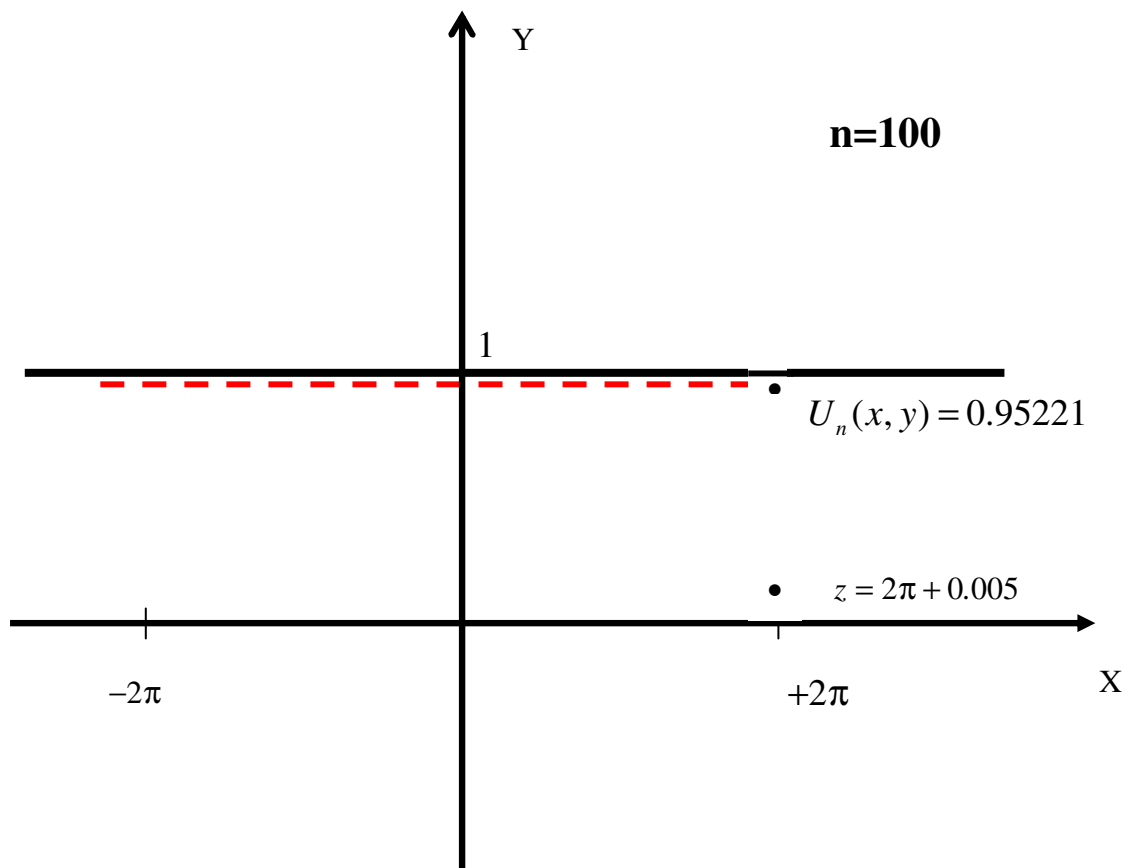
n=100

ცხრილი 18

Z	$U(x, y)$	$U_n(x, y)$	$R_n = U(x, y) - U_n(x, y) $
0.005i	$5.84648 \cdot 10^{-15}$	-0.00959009	0.009004
$2\pi + 0.005i$	1.	0.95221	0.04779493

ღირსეულს ამოცანის ზუსტი ამოხსნა აღნიშნულია $U(x, y)$ -ით, ხოლო შესაბამისი მიახლოებითი ამოხსნა – $U_n(x, y)$.

ჩვენს შემთხვევაში არის საზღვარი მოცემულია არაზუსტად, არამედ გრაფიკულად (კონტურის წერტილების კოორდინატებით). ასეთი ამოცანების მიახლოებითი ამოხსნების დროს კარგად ჩანს სინგულარული ინტეგრალების აპროქსიმაციის ეფექტურობა, რომ ასეთნაირად აგებულ სქემებში საჭიროა მხოლოდ კვანძითი წერტილების ცოდნა.



ნახ. 11

§2.2. ბზარების ზოგიერთი ბრტყელი ამოცანის რიცხვითი ამოხსნა მაღალი რიგის სიზუსტით

მყარი სხეულების რეალური სიმტკიცე არსებითადაა დამოკიდებული მასალის რეალური სტრუქტურის დეფექტებზე. რეალურ მასალებში ყოველთვის არსებობს სხვადასხვა ტიპის დიდი რაოდენობის მიკროდეფექტები, რომელთა განვითარება მოდებული დატვირთვის მოქმედებით, მათი ზრდის მიმართულებით წარმოშობს ბზარებს, რომელთა შედეგად საბოლოოდ ხდება სხეულის ლოკალური ან სრული რღვევა. როგორც გამოცდილება აჩვენებს, ეს მოვლენა განსაკუთრებით დამახასიათებელია მყიფე ან კვაზიმყიფე დეფორმირებადი მყარი სხეულის რღვევისათვის.

კონსტრუქციის ელემენტების და ბზარების მქონე ნაგებობების სიმტკიცის საკითხების შესწავლა მრავალი ცნობილი მკვლევარის ინტერესს წარმოადგენს [26].

მყარი სხეულების მყიფე რღვევის თეორიის საკითხებს მიძღვნილი აქვს მრავალი ცნობილი მეცნიერის მონოგრაფიები და ცალკეული სტატიები. მათი ვრცელი ჩამონათვალი მოცემულია შესაბამისს ლიტერატურაში [26]. ამ შრომებში ერთ-ერთი უმნიშვნელოვანესი გამოკვლევა სხეულებში ძაბვების გადანაწილების გათვალისწინებაა ბზარებისა და ხვრელების წარმოშობის დროს.

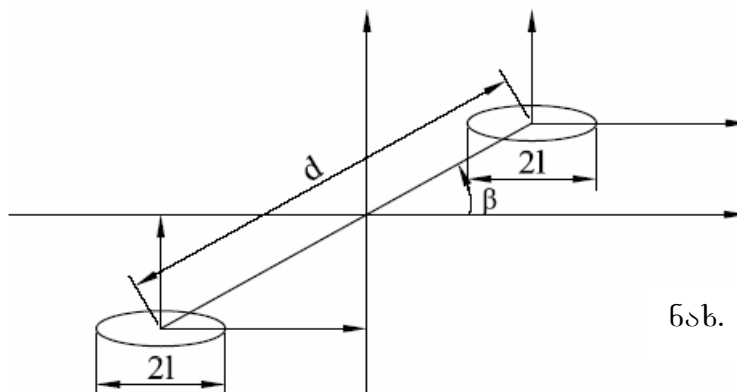
რღვევის მექანიკის განსაკუთრებულ ინტერესს წარმოადგენს ძაბვისა და გადაადგილების განაწილების შესწავლა ბზარის წვეროების მახლობლობაში. როგორც ცნობილია, ასეთი ამოცანები მიიყვანება შემდეგი სახის პირველი გვარის სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებებზე [26].

$$\frac{1}{\pi i} \int_{ab} \frac{\varphi(t) dt}{t - t_0} + \frac{1}{\pi i} \int_{ab} k(t, t_0) \varphi(t) dt = f(t_0), \quad (2.2.1)$$

სადაც $L=ab$ გახსნილი გლუვი კონტურია \mathbf{a} და \mathbf{b} ბოლოებით, რომელიც მოცემულია პარამეტრული სახით $t=t(s), (s_a \leq s \leq s_b)$; $f(t)$ და $k(t, t_0)$ ცნობილი ფუნქციებია, ხოლო $\varphi(t)$ საძებნი ფუნქციაა.

როცა უსასრულო ფირფიტაზე მოცემულია ორი თანაბარი სიგრძის ბზარი, მათი განლაგება და მათზე დატვირთვა აკმაყოფილებს სიმეტრიის პირობას (ნახ.12). როგორც ცნობილია [26], $k(t_0, t)$ გულს აქვს შემდეგი სახე:

$$k(t_0, t) = \frac{t + t_0 + d \cos \beta}{(t + t_0 + d \cos \beta)^2 + d^2 \sin^2 \beta}, \quad (2.2.2)$$

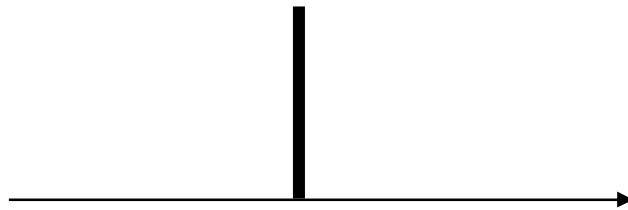


ნახ. 12

სადაც β არის კუთხე ბზარის სიბრტყესა და წრფეს შორის, რომელიც გადის ბზარის ცენტრებს შორის.

იმ შემთხვევაში, როცა დრეკად ნახევარსიბრტყეში მოცემულია L სიგრძის ბზარი, რომელიც სიბრტყის საზღვრის მართობულია (ნახ.13) და ბზარის ნაპირებზე კი მოქმედებს თვითგაწონასწორებადი დატვირთვა, ხოლო უსასრულობაში და ნახევარსიბრტყის საზღვარზე ძაბვა არ მოქმედებს, $k(t_0, t)$, გულს აქვს შემდეგი სახე:

$$k(\tau, y) = \frac{y^2 + 6y + 4\tau y + 2\tau - \tau^2 + 4}{(\tau + y + 2)^3} . \quad (2.2.3)$$



ნახ. 13

როგორც ცნობილია [21], განტოლების ზუსტი ამონახსნის ჩაწერა კვადრატურებში ზოგადად შეუძლებელია. ამიტომ დგება საკითხი მისი მიახლოებითი ამოხსნის შესახებ. ამ განტოლების მიახლოებითი ამოხსნის ალგორითმები მოყვანილია მრავალი ცნობილი მეცნიერის შრომებში [2]. ერთ-ერთ ყველაზე გავრცელებულ მეთოდს წარმოადგენს აკადემიკოს ბელოცერკოვსკის მიერ შექმნილი ე.წ. “დისკრეტულ განსაკუთრებულობათა მეთოდი”. მიუხედავად იმისა, რომ ამ ალგორითმის სტრუქტურა მარტივია, მას არ გააჩნია სიზუსტის მაღალი რიგი. ეს რიგია $O\left(\frac{\ln n}{n}\right)$. გარდა ამისა, შეფასებები ზუსტ და მიახლოებით ამონახსნებს შორის მიღებულია მხოლოდ $L=ab$ ინტეგრების წირის ბოლოების რაგინდ მცირე მიდამოში და არ არის ცნობილი მთელ წირზე თვით a და b ბოლოების ჩათვლით. მეორე მხრივ, ამ უკანასკნელს არსებითი მნიშვნელობა აქვს ზემოთ მოყვანილი პრაქტიკული ბზარის ამოცანების რიცხვით ამოხსნებში.

წარმოდგენილ ნაშრომში (2.2.1) განტოლებას მიახლოებით ამოვხსნით ჩვენს მიერ აგებული ისეთი ალგორითმებით, რომელსაც გააჩნია სიზუსტის მაღალი რიგი და შეფასებები ზუსტ და მიახლოებით ამონახსნებს შორის მიიღება თანაბრად მთელ $L \equiv ab$ წირზე, a და b ბოლოების ჩათვლით.

ვეძებთ (2.2.1) განტოლების ისეთი ამონახსნი, რომელიც შემოსაზღვრულია ინტეგრების წირის ერთ-ერთ ბოლოზე და შემოუსაზღვრელი მეორე ბოლოზე. ვთქვათ, ვეძებთ ამონახსნს, რომელიც შემოსაზღვრულია a ბოლოზე და შემოუსაზღვრელი b ბოლოზე. ასეთ ამონახსნს, როგორც ცნობილია [21] აქვს შემდეგი სახე:

$$\varphi_0(t) = \sqrt{\frac{t-a}{t-b}} \varphi(t),$$

სადაც, k, f -ზე გარკვეულ დაშვებებში φ ფუნქცია აკმაყოფილებს ჰელდერის პირობას $\varphi \in H(L)$.

(2.2.1) განტოლება განვიხილოთ როგორც ოპერატორული განტოლება გარკვეულ ფუნქციურ სივრცეში. ამისათვის ჩავწეროთ შემდეგი სახით:

$$U\varphi = S^{(1/2; -1/2)}\varphi + H\varphi, \quad (2.2.4)$$

სადაც

$$S^{(1/2; -1/2)}(\varphi; t_0) = \frac{1}{\pi i} \int_{ab} \sqrt{\frac{t-a}{t-b}} \cdot \frac{\varphi(t) dt}{t-t_0}, \quad (2.2.5)$$

$$H(\varphi; t_0) = \frac{1}{\pi i} \int_{ab} \sqrt{\frac{t-a}{t-b}} k(t, t_0) \varphi(t) dt. \quad (2.2.6)$$

წონიანი სინგულარული ინტეგრალისათვის ავაგოთ შესაბამისი მათემატიკური გამოსახულება.

ვთქვათ, n ნებისმიერი ნატურალური რიცხვია, $[a, b]$ შუალედი დავეყოთ n ტოლ ნაწილად წერტილებით

$$S_\sigma = a + \frac{b-a}{n}(\sigma-1), \quad \sigma=1, 2, \dots, n+1.$$

შემდეგ მოცემული ფიქსირებული m ნატურალური რიცხვისთვის ყოველი $[S_\sigma, S_{\sigma+1}]$ სეგმენტი დავეყოთ ნაწილებად წერტილებით:

$$S_{\sigma k} = S_{\sigma} + h \cdot x_k \left(h = \frac{b-a}{n} \right), \quad k = 1, 2, \dots, m,$$

სადაც $\{x_k\}_{k=1}^m$ არის $[0,1]$ შუალედიდან აღებული მოცემული წერტილთა სისტემა. შემდეგში გარკვეულობისათვის ვიგულისხმობთ, რომ, $x_1, x_2, x_3, \dots, x_m$ რიცხვები დანომრილია ზრდის მიხედვით.

შემოვიღოთ აღნიშვნა:

$$\tau_{\sigma} = t(s_{\sigma}), \quad t_{\sigma k} = t(s_{\sigma k}) \quad (\sigma = 1, 2, \dots, n; \quad k = 1, 2, \dots, m)$$

ვიგულისხმობთ, რომ σ, ν ნებისმიერია $1, 2, \dots, n$ რიცხვთაგან და t_0 წერტილი განსხვავდება $t_{\sigma k}$ კვანძებისგან და სინგულარული ინტეგრალი $S^{(1/2; -1/2)}(\varphi; t_0)$ შევცვალოთ $S_n^{(1/2; -1/2)}(\varphi; t_0)$ -ით:

$$\begin{aligned} S_n^{(1/2; -1/2)}(\varphi; t_0) &\equiv \frac{1}{\pi i} \int_{ab} \sqrt{\frac{t-a}{t-b}} \cdot \frac{\phi_n(\varphi; t, t_0) dt}{t-t_0} = \\ &= \varphi(t_0) + \frac{1}{\pi i} \int_{ab} H_n(\varphi; t, t_0) dt, \end{aligned} \quad (2.2.7)$$

სადაც

$$\begin{aligned} \phi_n(\varphi; t, t_0) &= \psi_{\sigma\nu}(\varphi; t, t_0), \quad t \in \tau_{\sigma} \tau_{\sigma+1}, \quad t_0 \in \tau_{\nu} \tau_{\nu+1} \\ \sigma &= 1, 2, \dots, n; \quad \nu = 1, 2, \dots, n, \end{aligned}$$

$$\psi_{\sigma\nu}(\varphi; t, t_0) = \varphi(t_0) + \sum_{k=1}^m l_{\sigma k}(t) \frac{t-t_0}{t_{\sigma k} - t_0} \cdot \varphi(t_{\sigma k}) + \sum_{k=1}^m l_{\sigma k}(t) \frac{t-t_0}{t_0 - t_{\sigma k}} \cdot L_{\nu}(\varphi; t_0),$$

$$L_{\nu}(\varphi; t_0) = \sum_{k_0=1}^m l_{\nu k_0}(t_0) \varphi_{0n}(t_{\nu k_0}),$$

$$l_{\sigma k}(t) = \frac{\omega_{\sigma}(t)}{(t-t_{\sigma k}) \omega'_{\sigma}(t_{\sigma k})}, \quad \omega_{\sigma}(t) = \prod_{k=1}^m (t-t_{\sigma k})$$

$$H_n(\varphi; t, t_0) = \sum_{k=1}^m l_{\sigma k}(t) \cdot \frac{L_{\nu}(\varphi; t_0) - \varphi(t_{\sigma k})}{t_0 - t_{\sigma k}}, \quad t \in \tau_{\sigma} \tau_{\sigma+1}$$

$$t_0 \in \tau_{\nu} \tau_{\nu+1}, \quad \sigma, \nu = 1, 2, 3, \dots, n.$$

(2.2.7) გამოსახულების მარჯვენა მხარე ცხადი სახით წარმოიდგინება:

$$P_{\sigma k}^{(1/2; -1/2)} = \frac{1}{\pi i} \int_{ab} \sqrt{\frac{t-a}{t-b}} \cdot l_{\sigma k}(t) dt,$$

$$(\sigma = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, m).$$

(2.2.4) განტოლებაში რეგულარული ინტეგრალი $H(\varphi, t_0)$ შევცვალოთ ჩვეულებრივი გართულებული კვადრატურული ფორმულით:

$$H(\varphi; t_0) \approx H_n(\varphi; t_0) = \sum_{\sigma=1}^n \sum_{k=1}^m P_{\sigma k}^{(1/2; -1/2)} k(t_{\sigma k}, t_0) \varphi(t_{\sigma k}) \quad (2.2.8)$$

და (2.2.4) განტოლებასთან ერთად $L_n[\varphi_n; t_0]$ ფუნქციათა ქვესივრცეში განვიხილოთ განტოლება

$$U_n[L_n[\varphi_n; t_0]] = L_n[S_n^{(1/2; -1/2)}(\varphi_n; t_0)] + L_n[H_n(\varphi_n; t_0)]. \quad (2.2.9)$$

თუ ამ განტოლებაში t_0 პარამეტრს მივცემთ მნიშვნელობებს $T(v; j) = \{t_{v,j}\}$, ($v = 1, 2, \dots, n$; $j = 1, 2, \dots, m$) სიმრავლიდან, მივიღებთ წრფივ განტოლებათა სისტემას $\{t_{v,j}\}$ წერტილებში $\varphi_n(t_{v,j})$ ($v = 1, 2, \dots, n$; $j = 1, 2, \dots, m$) უცნობების მიმართ. (იხ. გვ. 69)

ვიტყვი, რომ $\varphi \in H_\alpha^{(r)}(L)$, თუ φ ფუნქცია უწყვეტია მოცემულ L (გლუვ) კონტურზე თავის წარმოებულებთან ერთად r რიგამდე ჩათვლით, ამასთან r -ური რიგის წარმოებულები $\varphi^{(r)} \in H$, α ($0 < \alpha \leq 1$) მაჩვენებლით. როცა $r = 0$, $H_\alpha^{(0)}(L)$ ($1/2 < \alpha \leq 1$)-ის ნაცვლად ჩავწერთ $H_\alpha(L)$.

შევნიშნოთ, რომ ([21], §18-22) თუ $\varphi \in H_\alpha(L)$ ($1/2 < \alpha \leq 1$), მაშინ

$$S_n^{(1/2; -1/2)}(\varphi, t_0) \in H.$$

ჩავთვალოთ, რომ (2.2.1) განტოლებაში $k(t; t_0)$ და $f(t_0)$ ფუნქციები ეკუთვნის $H_r^{(\alpha)}(L)$ კლასს. მართებულია შემდეგი

თეორემა. თუ (2.2.1) განტოლებას აქვს $\varphi_0(t) = \sqrt{\frac{t-a}{t-b}} \varphi(t)$ ტიპის

ერთადერთი ამონახსნი, მაშინ გარკვეული $n = n_0$ -დან დაწყებული (2.2.9) განტოლება (შესაბამისი სისტემა) ცალსახად ამოხსნადია და თუ

$L_n[\varphi_n; t_0]$ არის (2.2.9) განტოლების ამონახსნი, მაშინ φ -ს მიმართ ზემოთ მიღებულ დაშვებებში ადგილი აქვს შეფასებას:

$$\|\varphi(t) - L_n[\varphi_n; t]\|_{H_\beta} \leq \frac{C_r \ln n}{n^{r+\alpha-\beta-1/2}}, \quad (2.2.10)$$

სადაც φ არის (2.2.1) განტოლების ამონახსნი, C_r - რაიმე მუდმივა, n - დაყოფათა რაოდენობა, r - რიგი, α და β - ჰელდერის მაჩვენებლები.

ამ შეფასებიდან ჩანს, რომ ის მრავალმხრივ აუმჯობესებს აკ. ბელოცერკოვსკის შედეგს. კერძოდ: (2.2.10) ფორმულიდან ჩანს, რომ მიახლოებითი სქემა არის მაღალი რიგის, როცა ფუნქციას აქვს r -რიგის უწყვეტი წარმოებული, მაშინ სქემის კრებადობის რიგიც იგივეა, მაშინ როცა აკ. ბელოცერკოვსკის სქემით არ მიიღება თანაბარი შეფასებები, ამასთან, მისი ალგორითმების მიღებული ცდომილებების რიგია $O\left(\frac{\ln n}{n}\right)$. როგორც ვხედავთ (2.2.10)-ში შეფასებები მიღებულია H_β

მუსხელიშვილის ნორმებში $\|\varphi\|_{H_\beta} = \max_{t \in L} |\varphi(t)| + \sup_{t_1, t_2 \in L} \frac{|\varphi(t_1) - \varphi(t_2)|}{|t_1 - t_2|^\beta}$, რაც

თანაბარ შეფასებაზე უფრო ძლიერია.

პროგრამა დავწერეთ „**Mathematica**“-ში. ქვემოთ მოყვანილია (2.2.2) განტოლების ამონახსნის ცხრილები.

$$k(t_0, t) = 1, f=2; n=10$$

ცხრილი 19 ინტეგრალური განტოლების ზუსტი ამონახსნია $\varphi(t) = 1$

φ_{00}	0.9843	φ_{21}	0.9955	φ_{42}	0.99942	φ_{63}	0.99695
φ_{01}	0.9864	φ_{22}	0.99734	φ_{43}	0.99891	φ_{70}	0.99695
φ_{02}	0.9881	φ_{23}	0.99769	φ_{50}	0.99891	φ_{71}	0.99856
φ_{03}	0.9895	φ_{30}	0.99769	φ_{51}	0.99077	φ_{72}	0.99879
φ_{10}	0.9895	φ_{31}	0.99802	φ_{52}	0.99184	φ_{73}	0.99899
φ_{11}	0.9935	φ_{32}	0.99830	φ_{53}	0.99277	φ_{80}	0.99899
φ_{12}	0.9943	φ_{33}	0.99919	φ_{60}	0.99277	φ_{81}	0.99963
φ_{13}	0.99496	φ_{40}	0.99919	φ_{61}	0.99606	φ_{82}	0.99860
φ_{20}	0.99496	φ_{41}	0.99931	φ_{62}	0.99653	φ_{83}	1.10160

$$k(t_0, t) = (t + t_0 + 4 \cos \pi / 3) / ((t + t_0 + 4 \cos \frac{\pi}{3})^2 + 16 \sin^2 \frac{\pi}{3}), f = 2, n = 10$$

ცხრილი 20 ინტეგრალური განტოლების ზუსტი ამონახსნია $\varphi(t) = 2$

φ_{00}	2,03931	φ_{21}	1,95791	φ_{42}	1,86391	φ_{63}	1,93347
φ_{01}	2,03231	φ_{22}	1,92563	φ_{43}	1,85699	φ_{70}	1,93347
φ_{02}	2,0469	φ_{23}	1,91797	φ_{50}	1,85699	φ_{71}	1,89614
φ_{03}	2,01678	φ_{30}	1,91797	φ_{51}	2,00858	φ_{72}	1,88928
φ_{10}	2,01678	φ_{31}	1,91049	φ_{52}	2,00021	φ_{73}	1,88826
φ_{11}	1,98325	φ_{32}	1,90321	φ_{53}	1,99175	φ_{80}	1,88826
φ_{12}	1,9474	φ_{33}	1,87622	φ_{60}	1,99175	φ_{81}	1,85258
φ_{13}	1,96663	φ_{40}	1,87622	φ_{61}	1,94963	φ_{82}	1,84524
φ_{20}	1,96663	φ_{41}	1,86991	φ_{62}	1,941481	φ_{83}	1,87185

როგორც ცნობილია ძაბვები გახსნილი წირის შემთხვევაში გამოისახება შემდეგი ფუნქციებით:

$$\phi(z) = \frac{1}{2\pi\sqrt{z^2-1^2}} \int_{-1}^{+1} \frac{\sqrt{1^2-t^2} p(t) dt}{t-z} + \frac{1}{2\pi i} \left[\int_{-1}^{+1} \frac{q(t) dt}{t-z} + \frac{R}{\sqrt{z^2-1^2}} \right], \quad (2.2.11)$$

$$\Omega(z) = \frac{1}{2\pi\sqrt{z^2-1^2}} \int_{-1}^{+1} \frac{\sqrt{1^2-t^2} p(t) dt}{t-z} + \frac{1}{2\pi i} \left[-\int_{-1}^{+1} \frac{q(t) dt}{t-z} + \frac{R}{\sqrt{z^2-1^2}} \right]. \quad (2.2.12)$$

$\phi_1(z_1)$ და $\Omega_1(z_1)$ პოტენციალები, რომლებიც შეესაბამება ახალ კოორდინატთა სისტემაში $\phi(z)$ და $\Omega(z)$ ფუნქციებს XOY სისტემაში განისაზღვრება ფორმულებით:

$$\phi_1(z_1) = \phi(\pm z_1 \pm 1) \quad (2.2.13)$$

$$\Omega_1(z_1) = \Omega(\pm z_1 \pm 1) \quad (2.2.14)$$

ბზარის მცირე მიდამოში, ე. ი. $|z_1| \ll 1$ ადგილი აქვს $\phi_1(z_1)$ და $\Omega_1(z_1)$ ფუნქციების შემდეგ წარმოდგენებს

$$\phi_1(z_1) = \frac{k_1^\pm - ik_2^\pm}{2\sqrt{2z_1}} + 0(I) \quad (2.2.15)$$

$$\Omega_1(z_1) = \frac{k_1^\pm - ik_2^\pm}{2\sqrt{2z_1}} + 0(I) \quad (2.2.16)$$

სადაც $0(I)$ შემოსაზღვრული სიდიდეა, როცა $|z_1| \rightarrow 0$;

$$k_1^\pm - ik_2^\pm = -\frac{1}{\pi\sqrt{1}} \left[\int_{-1}^{+1} \sqrt{\frac{1\pm t}{1\mp t}} p(t) dt \pm i \frac{\aleph - 1}{\aleph + 1} \int_{-1}^{+1} q(t) dt \right] \quad (2.2.17)$$

1-ბზარის სიგრძეა, $p(t)$, $q(t)$ -ბზარის წირის გასწვრივ დატვირთვა, ხოლო \aleph -მასალის მახასიათებელია. აქ და შემდეგში k_1^\pm და k_2^\pm ნამდვილი სიდიდეებია. “+“ ნიშანი ეკუთვნის ბზარის მარჯვენა წვეროს ($z=1$), ხოლო ქვედა “-“ მარცხენა წვეროს ($z=-1$). k_1^\pm და k_2^\pm კოეფიციენტებს უწოდებენ დაძაბულობის ინტენსივობის კოეფიციენტებს. ზოგიერთ შრომებში მიღებულია ძაბვის ინტენსივობის კოეფიციენტები უწოდონ $\sqrt{\pi}$ -ჯერ მეტ სიდიდეებს, ე.ი. $k_1^\pm = \sqrt{\pi}k_1^\pm$, $k_2^\pm = \sqrt{\pi}k_2^\pm$. ისინი განისაზღვრება დრეკადობის თეორიის ამოცანების ამოხსნის ძაბვის ფუნქციებითა და პარამეტრებით, რომელიც ახასიათებს სხეულის კონფიგურაციასა და ბზარის ფორმას.

ბზარის გასწვრივ ყველაზე ზოგადი დატვირთვის დროს k_1^\pm და k_2^\pm ინტენსივობის კოეფიციენტები გამოითვლება (2.2.13) ფორმულით. ძაბვის ინტენსივობის კოეფიციენტები შეგვიძლია განვიხილოთ როგორც პარამეტრები, რომლებიც ასახავს სხეულში ბზარების წარმოქმნის გამო ძაბვების გადანაწილებას. ამიტომ, ბზარის წვეროს მიდამოში ძაბვის განაწილება ცნობილი იქნება, თუ განსაზღვრული იქნება ძაბვის ინტენსივობის კოეფიციენტები. ამიტომ, არსებითი მნიშვნელობა აქვს k_1^\pm და k_2^\pm ინტენსივობის კოეფიციენტების განსაზღვრას.

ბზარების ტიპის დეფექტების მქონე მყიფე სხეულების ზღვრულ-წონასწორული მდგომარეობის გამოკვლევის დროს მოითხოვება განისაზღვროს გარე დატვირთვის კრიტიკული მნიშვნელობა, რომლის მიღწევის დროს ბზარები იწყებს გავრცელებას, ე. ი. იწყება სხეულის ლოკალური ან სრული რღვევა. ამ ამოცანის ამოხსნის დროს პრინციპული მომენტია ზღვრული წონასწორობის ფორმულირება. ამ

პირობის უმარტივესი ვარიანტი ჩამოაყალიბა ირვინმა. ნორმალური განვითარების ბზარის შემთხვევაში მის მიერ გამოთქმული იყო მტკიცება იმის შესახებ, რომ მყოფე ან კვაზიმყოფე სხეულებში ბზარის გავრცელება იწყება მაშინ, როცა მოცემული მასალისათვის, მოცემულ პირობებში ძაბვის ინტენსივობის კოეფიციენტი ბზარის წვეროსთან აღწევს რაიმე მუდმივ მნიშვნელობას:

$$k_1 = k_{1c} / \sqrt{\pi} \quad (2.2.18)$$

k_{1c} მუდმივი, რომელიც ახასიათებს მასალის რღვევის წინააღმდეგობას უნდა განისაზღვროს ექსპერიმენტულად.

ზოგად შემთხვევაში, სხეულის ზღვრული წონასწორობის საკითხის განხილვისას, როცა ლოკალური სიმეტრიის პირობა არ სრულდება, აუცილებელია ჩამოაყალიბოთ დამატებითი პირობა. ასეთ პირობად გამოიყენება ჰიპოთეზა იმის შესახებ, რომ ბზარის საწყისი მიმართულება ემთხვევა სიბრტყეს, რომელშიც გამჭიმავი ძაბვის მთავარი ნაწილი აღწევს მაქსიმალურ მნიშვნელობას. ჰიპოთეზა განხილულია [27,30] შრომებში. ამ ჰიპოთეზის საფუძველზე ბზარის საწყისი გავრცელების კუთხე გამოითვლება ფორმულით:

$$\theta_* = 2 \arctg \frac{k_1 - \sqrt{k_1^2 + 8k_2^2}}{4k_2} \quad (2.2.19)$$

ზღვრული წონასწორობის განტოლებას ექნება სახე:

$$\cos^2 \frac{\theta_*}{2} \left(k_1 - 3k_2 \operatorname{tg} \frac{\theta_*}{2} \right) = \frac{k_{1c}}{\sqrt{\pi}}. \quad (2.2.20)$$

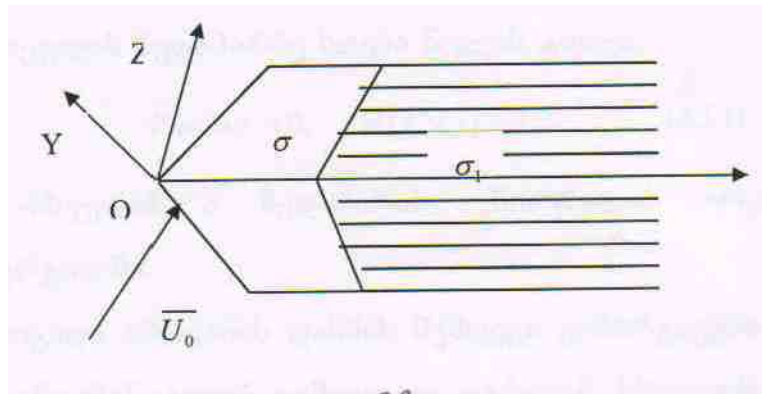
აქედან გამოითვლება გარე დატვირთვის კრიტიკული მნიშვნელობა, რომლის დროსაც იწყება სხეულის ლოკალური რღვევა.

თავი III

აეროდინამიკის ამოცანების რიცხვითი ამოხსნები

§3.1. ამოცანის დასმა ზოგადად

განხილვა ნებისმიერი ფორმის ფრთის (სხეულის) სტაციონარული და არასტაციონარული გარსშემოდენა, რომელიც მოძრაობს იდეალურ არაკუმშვად გარემოში საშუალო წინსვლითი U_0 სიჩქარით (ნახ. 14)



ნახ. 14

მისი $\rho = \rho_\infty$ სიმკვრივე სხეულის გარსშემოდენის დროს არ იცვლება.

აეროდინამიკის ამოცანებში სხეულის ფორმა და მოძრაობის კანონი ითვლება ცნობილად, როცა სხეული დრეკადია, მაშინ ითვლება, რომ სხეულის დეფორმაციის კანონიც ცნობილია. ამასთან, ბუნებრივია ცნობილად ითვლება პირობები, რომელშიც სხეულს უხდება მოძრაობა (გაფრენა). ჩვეულებრივ, ეს არის უსასრულო გარემო, რომელიც შეშფოთებულია მხოლოდ სხეულით.

ერთი მხრივ, შეიძლება განხილული იქნეს სხეულის მოძრაობა შეშფოთებულ გარემოში (ქარის მოქმედებები, დინება). ამ შემთხვევაში სხეულის გარემოს შეშფოთებაში უცნობი იქნება $V(x, y, z, t) = \{V_x, V_y, V_z\}$ სიჩქარე და წნევა $p(x, y, z, t)$. ოთხი უცნობი V_x, V_y, V_z და p ფუნქციის განსაზღვრისათვის გვექნება ეილერის სამი განტოლება და უწყვეტობის განტოლება [5].

ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი საკითხია სხეულის ზედაპირზე სასაზღვრო პირობები. ასეთია, მაგალითად, პირობა, რომელიც

განსაზღვრავს სხეულის ზედაპირზე სიჩქარეს. იდეალური სითხისათვის სასაზღვრო პირობა მიიყვანება მოთხოვნაზე, რომ სხეულის ზედაპირზე არ მოხდეს გამჭოლი ნაკადის განდინება. ის ფორმირდება როგორც პირობა, რომლის დროსაც გარემოს ფარდობითი ნორმალური შემადგენელი სიჩქარე სხეულის ზედაპირზე ხდება ნულის ტოლი.

$$\bar{V}_{fard} \bar{n}_m = 0, \quad M(x, y, z) = 0,$$

სადაც \bar{n}_m -სხეულის σ ზედაპირის ნორმალის ორტია განსახილველ $M(x, y, z)$ წერტილში.

ზოგადი ამოცანების დასმის შემდეგი გამარტივება დაკავშირებულია ცნობილ ფუნდამენტალურ გამოცდილ ფაქტთან. სხეულის გარსდენის დროს მის ირგვლივ წარმოიქმნება აეროდინამიკული კვალი, რომელიც ხასიათდება იმით, რომ მასზე დაიკვირვება გრიგალური მოძრაობა, ე.ი. ისეთი მოძრაობა სითხის ნაწილაკების, რომლის დროსაც ისინი არა მარტო მოძრაობს და დეფორმირდება, არამედ ასევე ბრუნავს. ამ არის გარეთ დენა არაა გრიგალისებური. მაშინ, სხეულის გარეთ და მის კვალდაკვალ დინება, რომელიც შეშფოთებულია სხეულით, შეიძლება დავახასიათოთ არა სამი V_x, V_y და V_z უცნობი ფუნქციების საშუალებით, არამედ ერთი $\phi(x, y, z, t)$ ველის სიჩქარის პოტენციალით, ამასთან

$$\nabla \phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} \bar{i} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \bar{j} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \bar{k} = \bar{V},$$

ანუ

$$V_x = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad V_y = \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad V_z = \frac{\partial \phi}{\partial z}.$$

ამ შემთხვევაში უწყვეტობის განტოლება გადადის ლაპლასის განტოლებაში

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0, \quad M \notin \sigma \cup \sigma_1$$

სადაც σ_1 არის მოძრავი სხეულის კვალი.

ფიზიკურად რადგანაც ცხადია, რომ σ სხეულიდან σ_1 კვალამდე სიჩქარის შეშფოთება უნდა ჩაქრეს, ე.ი საძიებელი $\phi(x, y, z, t)$ ამონახსნისათვის უნდა შესრულდეს პირობა.

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \phi = 0 \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},$$

იმ $M(x, y, z)$ წერტილისათვის, რომელიც უსასრულოდ დაცილებული σ სხეულიდან და σ_1 - მისი კვალიდან.

ზემოთ მოყვანილ პირობებში ეილერის მოძრაობის განტოლებები შეიძლება გავაინტეგროთ და მოვიყვანოთ p წნევის და ϕ პოტენციალის ველის სიჩქარის მიმართ კოორდინატებში და დროში კომის-ლაგრანჟის ინტეგრალით

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\bar{V}_{far}}{2} - \frac{\bar{V}^{*2}}{2} + \frac{p - p_\infty}{\rho} = 0,$$

სადაც \bar{V}_{far} -ფარდობითი, ხოლო \bar{V}^* სითხის ნაწილების გადატანითი სიჩქარეა, ρ სითხის სიმკვრივეა. p_∞ -უსასრულობაში წნევა, რომელიც ითვლება, რომ ცნობილია. ამგვარად, უცნობი $p(x, y, z, t)$ ფუნქცია ასევე შეიძლება გამოირიცხოს ამოცანის ზოგადი დასმიდან.

ამოცანის ზოგადი დასმიდან უნდა აღინიშნოს ერთი მნიშვნელოვანი განსაკუთრებულობა, როდესაც ვიხილავთ სხეულის გრიგალურ კვალს, აუცილებელია გავითვალისწინოთ აეროდინამიკის ის ზოგადი თეორემები, რომლებიც ჯერ-ჯერობით არ ფიგურირებს ამოცანის პირობებში. ისინი გამომდინარეობს სიჩქარის ველიდან და იმ განტოლებებიდან, რომელსაც ეს ველი უნდა აკმაყოფილებდეს. ესენია:

- დადგენილი მოძრაობისათვის გრიგალები მიმართულია დენის წირების გასწვრივ;
- დაუდგენელი მოძრაობებისათვის თავისუფალი გრიგალები მოძრაობს მათთან ერთად, სითხის ნაწილაკების ტრაექტორიებზე;
- სიჩქარის ცირკულაცია ნებისმიერ ჩაკეტილ კონტურზე, რომელიც არ კვეთს სხეულს და მის კვალს ანუ ერთი და იგივე სითხის ნაწილებისაგან შემადგენელი დროში არ იცვლება.

- მიკავშირებული გრიგალის ცირკულაციის ცვლილებას თან ახლავს თავისუფალი გრიგალის გაქრობა, ამასთან, უნდა სრულდებოდეს წინა პუნქტის მოთხოვნა.
- რადგანაც გრიგალური კვალს არ მიაქვს, ამიტომ მათზე გადასვლისას დაცული უნდა იქნეს წნევისა და ნორმალური შემადგენელი სიჩქარის უწყვეტობა.

$$p^+ = p^-, \quad V_{-nm}^+ = V_{-nm}^-, \quad M(x, y, z) \in \sigma_1$$

(+) და (-) ინდექსი შეესაბამება σ_1 ზედაპირის სხვადასხვა მხარეს.

ჟუკოვის თეორიის თანახმად თავისუფალი გრიგალის ფარდობითი სიჩქარე ნულის ტოლია, ე.ი. ისინი მოძრაობს სითხის ნაწილაკებთან ერთად.

ამოცანის ფიზიკური შინაარსიდან გამომდინარე, ამოცანის დასმაში ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი ეტაპია გარსდენის სქემის შერჩევა. მათ შორის მნიშვნელოვანია შემდეგი:

ა) არაცირკულაციური გარსდენა-როცა გრიგალურის კვალს უგულებელჰყოფენ, ჩვეულებრივ გამოიყენება ძლიერად გაჭიმული, მიერთებული მასებისა და სხეულის ადგილზე რხევის ანალიზისათვის.

ბ) გრიგალს მოწყვეტილი ცირკულაციური გარსდენა, რომელიც აკმაყოფილებს ყველა ფიზიკურ ცხად პირობას, მათ შორის, სიჩქარის და წნევის სასრულობის მოთხოვნა მთელ სივრცეზე. აღნიშნული არსებით გავლენას ახდენს გარსდენის სქემის შერჩევაზე. მაგალითად, როდესაც შეისწავლება თხელი ფრთის გარსდენა მახვილი ნაწიბურით, გვიხდება დაშვება ნაკვეთური თავისუფალი გრიგალისა. მთელ ნაწიბურთან და მთელ ნაწიბურზე წამოვაცენოთ ჩაპლიგინ-ჟუკოვსკის პირობა სიჩქარის სასრულობის შესახებ. წინააღმდეგ შემთხვევაში მათზე სიჩქარე მიაღწევს უსასრულოდ დიდ მნიშვნელობებს. შევნიშნოთ, რომ ჩვეულებრივ ფრთის მუდმივი სიჩქარით მოძრაობის დროსაც კი მიიღება პულსირებული (არასტაციონალური) გარსდენის რეჟიმი.

გ) სხეულის ცირკულაციური გარსდენის გამარტივებული სქემა, ისინი, რომლებშიც ზოგიერთი პირობები იხსნება. უფრო გავრცელებული სქემებია ისინი, რომლებშიც არ მოითხოვება სიჩქარეებისა და წნეგების

სასრულობა თხელი ფრთის წინა და გვერდით ნაწიბურზე და ასევე სხეულის თხელ ზედაპირზე. ამის შემდეგ შეიძლება ამოცანა ამოიხსნას როგორც სტაციონარული, ამასთან თავისუფალი გრიგალები წარმოიშობა მხოლოდ ფრთის უკანა ნაწიბურებზე.

§3.2. აეროდინამიკის ზოგიერთი ამოცანის რიცხვითი ამოხსნა

განვიხილოთ ნებისმიერი ფორმის ფრთის (სხეულის) გარსდენა, რომელიც მოძრაობს იდეალურ არაბლანტ არაკუმშვად (მუდმივი სიმკვრივის მქონე) გარემოში. იგულისხმება, რომ სხეულის ფორმა და მოძრაობის კანონი ცნობილია. თუ სხეული არის მკვრივი, მაშინ ასევე, იგულისხმება, რომ მოცემულია სხეულის დეფორმაციის კანონი. გარდა ამისა, ცნობილად ითვლება პირობები, რომელშიც ხდება სხეულის მოძრაობა (ფრენა). საზოგადოდ, ეს არის შემოუსაზღვრავი გარემო, რომელიც შემფოთებულია მხოლოდ სხეულით, მაგრამ შეიძლება განხილული იქნეს სხეულის მოძრაობები შემფოთებულ გარემოში (ქარის, დინების, ტურბოლენცურობის ზემოქმედებები). როგორც ცნობილია, ასეთი ამოცანები მიიყვანება შემდეგი სახის პირველი გვარის სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებებზე [19]:

$$\frac{1}{\pi i} \int_{ab} \frac{\varphi(t) dt}{t - t_0} + \frac{1}{\pi i} \int_{ab} k(t, t_0) \varphi(t) dt = f(t_0), \quad (3.2.1)$$

სადაც $L=ab$ გახსნილი გლუვი კონტურია a და b ბოლოებით, რომელიც მოცემულია პარამეტრული სახით $t=t(s)$, ($s_a \leq s \leq s_b$); $f(t)$ მფრინავი სხეულის სიჩქარეა, $k(t, t_0)$ - გული, ცნობილი ფუნქცია, რომელსაც აქვს სხვადასხვა სახე, იმის მიხედვით, თუ როგორი ტიპის გარსდენას ვიხილავთ (ცირკულაციური, არაცირკულაციური და ა.შ), $\varphi(t)$ - საძებნი ფუნქცია, რომლითაც განისაზღვრება მფრინავი სხეულის ზედაპირზე ინტენსივობის სიდიდე.

როგორც ცნობილია [21], განტოლების ზუსტი ამონახსნის ჩაწერა კვადრატურებში ზოგადად შეუძლებელია. ამიტომ დგება საკითხი მისი მიახლოებითი ამოხსნის შესახებ.

განვიხილოთ გარსდენის ცირკულაციური ამოცანა. როგორც ცნობილია [19], ასეთ შემთხვევაში უნდა ვეძებოთ (3.2.1) განტოლების ისეთი ამონახსნი, რომელიც შემოსაზღვრულია ინტეგრების წირის ერთ-ერთ ბოლოზე და შემოუსაზღვრავია მეორე ბოლოზე. ვთქვათ, ვეძებთ ამონახსნს, რომელიც შემოსაზღვრულია a ბოლოზე და შემოუსაზღვრავია b ბოლოზე. ასეთ ამონახსნს, როგორც ცნობილია [21] აქვს შემდეგი სახე:

$$\varphi_0(t) = \sqrt{\frac{t-a}{t-b}} \varphi(t),$$

სადაც, k, f -ზე გარკვეულ დაშვებებში φ ფუნქცია აკმაყოფილებს ჰელდერის პირობას $\varphi \in H(L)$.

(3.2.1) განტოლება განვიხილოთ როგორც ოპერატორული განტოლება გარკვეულ ფუნქციურ სივრცეში. ამისათვის ჩავწეროთ შემდეგი სახით:

$$U\varphi = S^{(1/2; -1/2)} \varphi + H\varphi, \quad (3.2.2)$$

სადაც

$$S^{(1/2; -1/2)}(\varphi; t_0) = \frac{1}{\pi i} \int_{ab} \sqrt{\frac{t-a}{t-b}} \cdot \frac{\varphi(t) dt}{t-t_0}, \quad (3.2.3)$$

$$H(\varphi; t_0) = \frac{1}{\pi i} \int_{ab} \sqrt{\frac{t-a}{t-b}} k(t, t_0) \varphi(t) dt. \quad (3.2.4)$$

წონიანი სინგულარული ინტეგრალისათვის ავსაგოთ შესაბამისი მაპროექსიმირებელი გამოსახულება.

ვთქვათ, §2.2-ში მოყვანილი მსჯელობის მსგავსად n ნებისმიერი ნატურალური რიცხვია, $[a, b]$ შუალედი დავეყოთ n ტოლ ნაწილად წერტილებით

$$S_\sigma = a + \frac{b-a}{n}(\sigma-1), \quad \sigma=1, 2, \dots, n+1.$$

შემდეგ მოცემული ფიქსირებული m ნატურალური რიცხვისთვის ყოველი $[S_\sigma, S_{\sigma+1}]$ სეგმენტი დავეყოთ ნაწილებად წერტილებით:

$$S_{\sigma k} = S_{\sigma} + h \cdot x_k \left(h = \frac{b-a}{n} \right), k = 1, 2, \dots, m,$$

სადაც $\{x_k\}_{k=1}^m$ არის $[0,1]$ შუალედიდან აღებული მოცემული წერტილთა სისტემა. შემდეგში გარკვეულობისათვის ვიგულისხმობთ, რომ, $x_1, x_2, x_3, \dots, x_m$ რიცხვები დანომრილია ზრდის მიხედვით.

შემოვიღოთ აღნიშვნა:

$$\tau_{\sigma} = t(s_{\sigma}), \quad t_{\sigma k} = t(s_{\sigma k}) \quad (\sigma = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, m)$$

ვიგულისხმობთ, რომ σ, ν ნებისმიერია $1, 2, \dots, n$ რიცხვთაგან და t_0 წერტილი განსხვავდება $t_{\sigma k}$ კვანძებისგან. განვიხილოთ გამოსახულება:

$$\psi_{\sigma\nu}(\varphi; t, t_0) = \varphi(t_0) + \sum_{k=1}^m l_{\sigma k}(t) \frac{t-t_0}{t_{\sigma k}-t_0} \cdot \varphi(t_{\sigma k}) + \sum_{k=1}^m l_{\sigma k}(t) \frac{t-t_0}{t_0-t_{\sigma k}} \cdot L_{\nu}(\varphi; t_0), \quad (3.2.5)$$

სადაც

$$L_{\nu}(\varphi; t_0) = \sum_{k_0=1}^m l_{\nu k_0}(t_0) \varphi_{0n}(t_{\nu k_0}),$$

$$l_{\sigma k}(t) = \frac{\omega_{\sigma}(t)}{(t-t_{\sigma k})\omega'_{\sigma}(t_{\sigma k})}, \quad \omega_{\sigma}(t) = \prod_{k=1}^m (t-t_{\sigma k})$$

$$\sigma = 0, n-1; \quad k = 0, m-1.$$

ხოლო φ, L -ზე მოცემული ჰელდერის კლასის ფუნქციაა ($\varphi \in H$).

ავღნიშნოთ ეხლა

$$\phi_n(\varphi; t, t_0) = \varphi(t_0) + (t-t_0)H_n(\varphi; t, t_0), \quad (3.2.6)$$

სადაც

$$H_n(\varphi; t, t_0) = \sum_{k=1}^m l_{\sigma k}(t) \cdot \frac{L_{\nu}(\varphi; t_0) - \varphi(t_{\sigma k})}{t_0 - t_{\sigma k}}, \quad t \in \tau_{\sigma} \tau_{\sigma+1}$$

$$t_0 \in \tau_{\nu} \tau_{\nu+1}, \quad \sigma, \nu = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$(H_n(\varphi; t, t_{\sigma k_1})) = \lim_{t_0 \rightarrow t_{\sigma k_1}} H_n(\varphi; t, t_0)$$

ნებისმიერი k_1 -სათვის ($1 \leq k_1 \leq m$).

სინგულარული ინტეგრალი $S^{(1/2; -1/2)}(\varphi; t_0)$ შევცვალოთ

$S_n^{(1/2; -1/2)}(\varphi; t_0)$ -ით:

$$\begin{aligned}
S_n^{(1/2;-1/2)}(\varphi; t_0) &\equiv \frac{1}{\pi i} \int_{ab} \sqrt{\frac{t-a}{t-b}} \cdot \frac{\phi_n(\varphi; t, t_0) dt}{t-t_0} = \\
&= \varphi(t_0) + \frac{1}{\pi i} \int_{ab} H_n(\varphi; t, t_0) dt,
\end{aligned} \tag{3.2.7}$$

სადაც

$$\begin{aligned}
\phi_n(\varphi; t, t_0) &= \psi_{\sigma\nu}(\varphi; t, t_0), \quad t \in \tau_\sigma \tau_{\sigma+1}, \quad t_0 \in \tau_\nu \tau_{\nu+1} \\
\sigma &= 1, 2, \dots, n; \quad \nu = 1, 2, \dots, n,
\end{aligned}$$

(მიახლოებითი ფორმულის მისაღებად გამოყენებულ იქნა ტოლობა:

$$\frac{1}{\pi i} \int_{ab} \sqrt{\frac{t-a}{t-b}} \cdot \frac{dt}{t-t_0} = 1$$

რომელიც ადვილად მტკიცდება კოშის თეორემისა და პლეშელი-სოხოცკის ფორმულების გამოყენებით [21]).

(3.2.2) გამოსახულების მარჯვენა მხარე ცხადი სახით წარმოიდგინება:

$$P_{\sigma k}^{(1/2;-1/2)} = \frac{1}{\pi i} \int_{ab} \sqrt{\frac{t-a}{t-b}} \cdot l_{\sigma k}(t) dt, \tag{3.2.8}$$

$$(\sigma = 1, 2, \dots, n; \quad k = 1, 2, \dots, m).$$

რიცხვებით და φ ფუნქციის მნიშვნელობებით $t_{\sigma k}$ კვანძებში.

როგორც ზემოთ მოყვანილი მსჯელობებიდან ჩანს, (3.2.3) ინტეგრალს აზრი აქვს, როცა $t_0 \rightarrow c$ (c - არის a და b), თუ φ აკმაყოფილებს ab წირზე (a და b ბოლოების ჩათვლით) ჰელდერის პირობას $1/2$ -ზე მეტი მაჩვენებლით. როგორც ირკვევა, ეს გარემოება არსებითია იმ სინგულარული ინტეგრალური განტოლებების რიცხვითი ამოხსნებისათვის, რომლებიც (3.2.3) ტიპის ინტეგრალებს შეიცავს. აქედან გამომდინარე, განსახილველი ინტეგრალი $t_0 = a, b$ წერტილებში განემარტოთ როგორც შესაბამისი ზღვრული მნიშვნელობები, ჩვენ მივიღებთ შეფასებებს, რომლებიც სამართლიანი იქნება ნებისმიერი $t_0 \in ab$, თვით a და b ბოლოების ჩათვლით. ეს უკანასკნელი გარემოება ეფექტურად გამოიყენება შესაბამისი სინგულარული ინტეგრალური განტოლებების რიცხვითი ამოხსნებისათვის.

ნებისმიერი $\varphi \in H_\alpha^{(r)}(L)$ ($1/2 < \alpha \leq 1$, $r \leq m$)-სთვის შეგვიძლია ვაჩვენოთ, რომ სამართლიანია შეფასება

$$\left| S^{(1/2; -1/2)}(\varphi, t_0) - S_n^{(1/2; -1/2)}(\varphi, t_0) \right| \leq \frac{C_m \ln n}{n^{r+\alpha-1/2}}, \quad (n > 1), \quad (3.2.9)$$

სადაც C_m მუდმივი დამოკიდებულია მხოლოდ $L \equiv ab$ კონტურზე, $\{x_k\}_{k=1}^m$ კვანძებზე და $\varphi^{(r)}$ ფუნქციის ჰელდერის მაჩვენებელზე.

რეგულარული ინტეგრალი $H(\varphi; t_0)$ შევცვალოთ ჩვეულებრივი გართულებული კვადრატურული ფორმულით:

$$H(\varphi; t_0) \approx H_n(\varphi; t_0) = \sum_{\sigma=1}^n \sum_{k=1}^m P_{\sigma k}^{(1/2; -1/2)} k(t_{\sigma k}, t_0) \varphi(t_{\sigma k}) \quad (3.2.10)$$

და (3.2.2) განტოლებასთან ერთად $L_n[\varphi_n; t_0]$ ფუნქციათა ქვესივრცეში განვიხილოთ განტოლება

$$U_n[L_n[\varphi_n; t_0]] = L_n[S_n^{(1/2; -1/2)}(\varphi_n; t_0)] + L_n[H_n(\varphi_n; t_0)] \quad (3.2.11)$$

თუ ამ განტოლებაში t_0 პარამეტრს მივცემთ მნიშვნელობებს $T(v; j) = \{t_{v,j}\}$ ($v=1, 2, \dots, n$; $j=1, 2, \dots, m$) სიმრავლიდან, მივიღებთ წრფივ განტოლებათა სისტემას $\{t_{v,j}\}$ წერტილებში $\varphi_n(t_{v,j})$ -უცნობების მიმართ.

ჩავთვალოთ, რომ (3.2.1) განტოლებაში $k(t; t_0)$ და $f(t_0)$ ფუნქციები ეკუთვნის $H_r^{(\alpha)}(L)$ -კლასს. მტკიცდება, რომ როცა ზუსტ (3.2.2) განტოლებას აქვს ერთადერთი ამონახსნი, მაშინ გარკვეული $n = n_0$ -დან დაწყებული (3.2.11) მიახლოებით განტოლებასაც აქვს ერთადერთი ამონახსნი და ზუსტ და მიახლოებით ამონახსნებს შორის ადგილი აქვს მე-2 თავში მიღებულ (2.2.10) შეფასებას.

ჩვენ ჩავატარეთ რიცხვითი ექსპერიმენტი თხელი პროფილის გარსდენის დროს. ამ დროს პროფილის $\varphi(x)$ ინტენსივობის მიმართ მიიღება განტოლება:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-1}^{+1} \varphi(t) \left[\frac{1}{t-t_0} + \frac{t_0-t}{(t-t_0)^2 + 4H^2} \right] dt = V^*(t_0), \quad (3.2.12)$$

სადაც $V^*(t_0)$ მოძრავი ნაკადის სიჩქარეა. ალგორითმის რეალიზაციისათვის შევადგინეთ პროგრამა **Mathematica** სიმბოლურ ენაზე.

ქვემოთ (ცხრ. 21, 22, 23)-ში მოყვანილია $\varphi(x)$ -ის გამოთვლის მნიშვნელობები შემდეგი მონაცემებით:

ცხრილი 21 $n=3; m=2; V^* = 2$ (ზუსტი ამონახსნია $\varphi = 2$)

t_{vj}	-1	-0,333	0,333	1
$\varphi(t_{vj})$	2,02	2,00	2,00	1,99

ცხრილი 22 $n=3; m=4; H = 1 \quad V^* = 2$

t_{vj}	-1	-0.78	-0.56	-0.33	-0.11	-0.11	0.33	0.56	0.78	1
$\varphi(t_{vj})$	2.02	2.02	2.01	2.01	2.01	2.00	2.00	1.99	1.99	1.99

ცხრილი 23 $n=5; m=2; H = 1 \quad V^* = 2$

t_{vj}	-1	-0.6	-0.2	0.2	0.6	1
$\varphi(t_{vj})$	2.02	2.01	2.01	2.00	2.00	1.99

როგორც ამ ცხრილებიდან ჩანს, ჩვენს მიერ აგებული ალგორითმი აღწევს საკმაოდ მაღალ სიზუსტეს, როცა $n=3, n=5$.

ძირითადი შედეგები და დასკვნები

1. შესწავლილია ფუძის და საძირკვლის ერთობლივი დეფორმაციების განსაზღვრის სხვადასხვა მეთოდი;
2. წარმოდგენილია ფუძის დაჯდომის განსაზღვრა შრეობრივი (კომპიუტერული პროგრამული უზრუნველყოფით) შეჯამების, შეზღუდული სისქის დრეკადი ფენის, ეკვივალენტური შრის და მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდით;
3. შემთხვევითი ძეხვის მეთოდით დამუშავებულია და შესაბამისი კომპიუტერული პროგრამით უზრუნველყოფილია ოპტიმალური პარამეტრის მოძებნის ალგორითმი;
4. სინგულარული ინტეგრალური განტოლებების გამოყენებით აგებულია და კომპიუტერული პროგრამით უზრუნველყოფილია მაღალი რიგის სიზუსტის რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმები:
 - ა) სამშენებლო მექანიკის ზოგიერთი ამოცანისათვის;
 - ბ) აეროდინამიკის ზოგიერთი სტაციონარული და არასტაციონარული ამოცანებისათვის.

გამოყენებული ლიტერატურა

1. ალექსიშვილი, ქონლაძე-ახალაია არქიტექტურულ – სამშენებლო განმარტებითი ლექსიკონი
2. Белоцерковский С.М., Лифанов И.К. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях. М.; Наука, 1985. - 256 с.
3. Белоцерковский С.М. исследования по аэродинамике современных несущих поверхностей. Дис. Д-ра техн. Наук.-Мю 1955
4. М.В.Берлинов, Б.А. Ягупов -Примеры расчета оснований и фундаментов Москва 1986
5. Голубев В.В. лекции итеории крыла.-М.-Л. ГИТТЛ, 1949-480с.
6. Долматов - механика грунтов, основания и фундаменты, Ленинград, 1988г , ст. 115.
7. Б.И.Долматов, Н.Н.Морарескул, В.Г.Науменко- Проектирование фундаментов зданий и промышленных сооружений Москва, 1986
8. В.А.Веселов -Проектирование оснований и фундаментов –1978
9. В.А.Веселов - Проектирование оснований и фундаментов –1990
10. Зурнаджи, Николаев -Механика грунтов, основания и фундаменты- Москва 1967
11. Канторович Л.В. Акилов Г.П. Функциональный анализ. .. Мю Наука. 1977, 744с.
12. Э.В. Костерин -Основания и фундаменты - Москва 1990

13. დ. კერესელიძე – გრუნტების მექანიკა და ფუძე-საძირკვლები, თბილისი, 1997წ, გვ. 232.
14. Квеселава Д.А., Самсония З.В. О конформных модулях близких двусвязных областей. СБ.Труды ВЦ АН Гр.ССР т1,1960.с.5-13
15. Кублашвили М.Д. Разработка методов исследования процессов напряженно-деформированного состояния тел, имеющих трещины и разрушения, с использованием сингулярных интегральных уравнений. Докторская диссертация. Тбилиси. 2004. - 235 с.
16. Кублашвили М.Д. Приближенное вычисление интегралов типа Коши в случае открытых контуров посредством корректирующих параметров и их некоторые применения // Наука и технологии. Тбилиси, №10-12, 2002, с. 54-58. (На груз. яз.)
17. Кублашвили М.Д. О численном решении одного класса сингулярных интегральных уравнений // GEN, №1, с. 38-40.
18. მ. კუბლაშვილი, ზ. კაპანაძე - დირიხლეს ამოცანის რიცხვითი ამოხსნის შესახებ უცნობი გახსნილი სასაზღვრო წირის შემთხვევაში. კონფერენცია „მშენებლობა და XXI ს.“, 24-25 მაისი, თბილისი, 2005წ.
19. Лифанов И.К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент. Москва: ТОО «Янус», 1995. - 519 с.
20. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости.-М. Наука, 1966-707с.
21. Мухелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. М.: Наука, 1968. - 511 с.

22. Мирианшвили М.Г. О принципе близких областей и его применениях. СБ. Труды ИВМ АН Гр. ССР т XXIX: 1,1985.с . 169-178.
23. დ.მშვენიერაძე, დ.კერესელიძე - ყაშირების მექანიკა და ფუძე-საძირკვლები
24. Основания зданий и сооружений, 1985г, ст40;
25. Основания зданий и сооружений, СНиП 2.02.01-83
26. Панасюк В.В., Саврюк М.П., Дацышин А.П. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках. Киев: Наукова думка, 1976. - 443 с.
27. Панасюк В.В Бережницкий Л.Т., Ковчик С.Е. О развитии произвольно ориентированной прямолинейной трещины при растяжении пластины.-ПМ, 1965, 1, « 48-55
28. Справочник проектировщика-Москва 1985
29. ტექნიკური ტერმინოლოგია „მეცნიერება“ 1977წ.
30. Черепанов Г.П. одна задача о вдавливании индентора с образованием трещин.-ПМП, 1963, 27, 1, 150-153
31. გ. ჭოსონელიძე, დ. კვაჭაძე და ლ.ვაჭარაძე – გრუნტების მექანიკა და ფუძე-საძირკვლები, თბილისი, 2005წ, გვ.74;

დისერტაციაში გამოყენებული

პროგრამების დანართი

ფუძის და საძირკვლის პარამეტრების განსაზღვრა
შემთხვევითი ძეზნის მეთოდით (FUDZE)

```
' fudzis angariSi Semtxveviti metodit
CLS
DIM X(2), G(7), XM(2)
DIM AL(17), AL1(17), AL2(17), AL3(17), AL4(17), SI(17), SS(3)
OPEN "SIGMA23.BAS" FOR INPUT AS #1
FOR I = 1 TO 17
INPUT #1, AL1(I), AL2(I), AL3(I), AL4(I)
NEXT I
CLOSE #1
OPEN "SIGMABB.BAS" FOR APPEND AS #2
INPUT " gruntis kutri zona-G1"; G1
INPUT " fudzis siganis qveda zgvari-B1"; BQ
INPUT " fudzis siganis zeda zgvari-B2"; BZ
INPUT " chagmavebis qveda zgvari-D1"; DQ
INPUT " chagmavebis zeda zgvari-D2"; DZ
INPUT " fudzis sigrze-L"; LL
INPUT "Seitanet gare zemoqmedebis sidide"; NN
=====
AA(1) = BQ
BB(1) = BZ
AA(2) = DQ
BB(2) = DZ
N = 2
M = 4
S = 1000
TT = 0
HH = 0
RMIN = 1E+35
```

```

FOR J = 1 TO S
FOR I = 1 TO N
X(I) = AA(I) + (BB(I) - AA(I)) * RND
NEXT I
G(1) = BQ + X(1)
G(2) = BZ - X(1)
G(3) = DQ + X(2)
G(4) = DZ - X(2)
L = 0
FOR K = 1 TO M
IF G(K) >= 0 THEN
L = L + 1
ELSE
END IF
NEXT K
IF L = M THEN
=====
ETA = LL / X(1)
IF ETA = 1 THEN GOTO 1
IF ETA = 1.4 THEN GOTO 2
IF ETA = 1.8 THEN GOTO 3
IF ETA = 2.4 THEN GOTO 4
IF ETA > 1 AND ETA < 1.4 THEN GOTO 5
IF ETA > 1.4 AND ETA < 1.8 THEN GOTO 6
IF ETA > 1.8 AND ETA < 2.4 THEN GOTO 7
1 : FOR I = 1 TO 17
AL(I) = AL1(I)
NEXT I
GOTO 10
2 : FOR I = 1 TO 17
AL(I) = AL2(I)
NEXT I
GOTO 10
3 : FOR I = 1 TO 17

```

```

AL(I) = AL3(I)
NEXT I
4 : FOR I = 1 TO 17
AL(I) = AL4(I)
NEXT I
GOTO 10
5 : FOR I = 1 TO 17
AL(I) = AL1(I) + (AL2(I) - AL1(I)) / (1.4 - 1) * (ABS(ETA - 1))
NEXT I
GOTO 10
6 : FOR I = 1 TO 17
AL(I) = AL2(I) + (AL3(I) - AL2(I)) / (1.8 - 1.4) * (ABS(ETA - 1.4))
NEXT I
GOTO 10
7 : FOR I = 1 TO 17
AL(I) = AL3(I) + (AL4(I) - AL3(I)) / (2.4 - 1.8) * (ABS(ETA - 1.8))
NEXT I
GOTO 10
10 : SIG0 = G1 * X(2)
AB = X(1) * LL
P = NN / AB
P1 = P - SIG0
FOR I = 1 TO 17
SI(I) = AL(I) * P1
NEXT I
PRINT
PRINT "G1="; G1, "LL="; LL, "NN="; NN, "ETA="; ETA
H1 = .4
E1 = 18000
K = 1
S = 0
FOR I = 1 TO 5
S = S + (SI(K) + SI(K + 1)) / 2
K = K + 1

```

```

NEXT I
SS(1) = S * .8 * H1 / E1
PRINT
PRINT "SS(1)="; SS(1)
H2 = .4
E2 = 17000
S = 0
FOR I = 1 TO 6
S = S + (SI(K) + SI(K + 1)) / 2
K = K + 1
NEXT I
SS(2) = S * .8 * H2 / E2
PRINT "SS(2)="; SS(2)
H3 = .4
E3 = 30000
S = 0
FOR I = 1 TO 5
S = S + (SI(K) + SI(K + 1)) / 2
K = K + 1
NEXT I
SS(3) = S * .8 * H3 / E3
PRINT "SS(3)="; SS(3)
SUM = SS(1) + SS(2) + SS(3)
PRINT
PRINT "SUM="; SUM
=====
F = SUM
IF F < RMIN THEN
RMIN = F
FOR I = 1 TO N
XM(I) = X(I)
NEXT I
PRINT #2, "XM(1)="; XM(1), "XM(2)="; XM(2), "RMIN="; RMIN
TT = TT + 1

```

```

ELSE
END IF
ELSE
HH = HH + 1
END IF
NEXT J
PRINT
PRINT #2, "XM(1)="; XM(1), "XM(2)="; XM(2), "RMIN=";
RMIN, "ETA="L/XM(1)
PRINT
PRINT "TT="; TT, "HH="; HH
END

```

შ ე ლ ე ბ ე ბ 0:

XM(1)= 2.352774	XM(2)= 1.766712	RMIN= 2.433971E-02
XM(1)= 2.407245	XM(2)= 1.854519	RMIN= 2.346463E-02
XM(1)= 2.43131	XM(2)= 1.89524	RMIN= 2.309111E-02
XM(1)= 2.474778	XM(2)= 1.682009	RMIN= 2.270204E-02
XM(1)= 2.489915	XM(2)= 1.700687	RMIN= 2.248676E-02
XM(1)= 2.498386	XM(2)= 1.669903	RMIN= 2.240545E-02
XM(1)= 2.492687	XM(2)= 1.901294	RMIN= 2.226671E-02
XM(1)= 2.496286	XM(2)= 1.919793	RMIN= 2.220332E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 2.217303E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 2.217303E-02
XM(1)= 2.352774	XM(2)= 1.766712	RMIN= 2.433971E-02
XM(1)= 2.407245	XM(2)= 1.854519	RMIN= 2.346463E-02
XM(1)= 2.43131	XM(2)= 1.89524	RMIN= 2.309111E-02
XM(1)= 2.474778	XM(2)= 1.682009	RMIN= 2.270204E-02
XM(1)= 2.489915	XM(2)= 1.700687	RMIN= 2.248676E-02
XM(1)= 2.498386	XM(2)= 1.669903	RMIN= 2.240545E-02

XM(1)= 2.492687	XM(2)= 1.901294	RMIN= 2.226671E-02
XM(1)= 2.496286	XM(2)= 1.919793	RMIN= 2.220332E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 2.217303E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 2.217303E-02
XM(1)= 2.352774	XM(2)= 1.766712	RMIN= 2.310114E-02
XM(1)= 2.407245	XM(2)= 1.854519	RMIN= 2.217573E-02
XM(1)= 2.43131	XM(2)= 1.89524	RMIN= 2.177882E-02
XM(1)= 2.474778	XM(2)= 1.682009	RMIN= 2.154505E-02
XM(1)= 2.489915	XM(2)= 1.700687	RMIN= 2.248676E-02
XM(1)= 2.498386	XM(2)= 1.669903	RMIN= 2.240545E-02
XM(1)= 2.492687	XM(2)= 1.901294	RMIN= 2.226671E-02
XM(1)= 2.496286	XM(2)= 1.919793	RMIN= 2.220332E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 2.217303E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 2.217303E-02
XM(1)= 2.352774	XM(2)= 1.766712	RMIN= 2.310114E-02
XM(1)= 2.407245	XM(2)= 1.854519	RMIN= 2.217573E-02
XM(1)= 2.43131	XM(2)= 1.89524	RMIN= 2.177882E-02
XM(1)= 2.474778	XM(2)= 1.682009	RMIN= 2.154505E-02
XM(1)= 2.489915	XM(2)= 1.700687	RMIN= 2.131955E-02
XM(1)= 2.498386	XM(2)= 1.669903	RMIN= .0212608
XM(1)= 2.492687	XM(2)= 1.901294	RMIN= 2.096235E-02
XM(1)= 2.489765	XM(2)= 1.936059	RMIN= 2.094382E-02
XM(1)= 2.496286	XM(2)= 1.919793	RMIN= 2.088697E-02
XM(1)= 2.491071	XM(2)= 1.982863	RMIN= .0208521
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 2.082502E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 2.082502E-02
XM(1)= 2.352774	XM(2)= 1.766712	RMIN= 2.433971E-02
XM(1)= 2.407245	XM(2)= 1.854519	RMIN= 2.346463E-02
XM(1)= 2.43131	XM(2)= 1.89524	RMIN= 2.309111E-02
XM(1)= 2.474778	XM(2)= 1.682009	RMIN= 2.270204E-02
XM(1)= 2.489915	XM(2)= 1.700687	RMIN= 2.248676E-02
XM(1)= 2.498386	XM(2)= 1.669903	RMIN= 2.240545E-02
XM(1)= 2.492687	XM(2)= 1.901294	RMIN= 2.226671E-02
XM(1)= 2.496286	XM(2)= 1.919793	RMIN= 2.220332E-02

XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 2.217303E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 2.217303E-02
XM(1)= 2.352774	XM(2)= 1.766712	RMIN= 2.433971E-02
XM(1)= 2.407245	XM(2)= 1.854519	RMIN= 2.346463E-02
XM(1)= 2.43131	XM(2)= 1.89524	RMIN= 2.309111E-02
XM(1)= 2.474778	XM(2)= 1.682009	RMIN= 2.270204E-02
XM(1)= 2.489915	XM(2)= 1.700687	RMIN= 2.248676E-02
XM(1)= 2.498386	XM(2)= 1.669903	RMIN= 2.240545E-02
XM(1)= 2.492687	XM(2)= 1.901294	RMIN= 2.226671E-02
XM(1)= 2.496286	XM(2)= 1.919793	RMIN= 2.220332E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 2.217303E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 2.217303E-02
XM(1)= 2.352774	XM(2)= 1.766712	RMIN= 2.433971E-02
XM(1)= 2.407245	XM(2)= 1.854519	RMIN= 2.346463E-02
XM(1)= 2.43131	XM(2)= 1.89524	RMIN= 2.309111E-02
XM(1)= 2.474778	XM(2)= 1.682009	RMIN= 2.270204E-02
XM(1)= 2.489915	XM(2)= 1.700687	RMIN= 2.248676E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 2.217303E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 2.217303E-02
XM(1)= 2.352774	XM(2)= 1.766712	RMIN= 2.433971E-02
XM(1)= 2.407245	XM(2)= 1.854519	RMIN= 2.346463E-02
XM(1)= 2.43131	XM(2)= 1.89524	RMIN= 2.309111E-02
XM(1)= 2.474778	XM(2)= 1.682009	RMIN= 2.270204E-02
XM(1)= 2.489915	XM(2)= 1.700687	RMIN= 2.248676E-02
XM(1)= 2.498386	XM(2)= 1.669903	RMIN= 2.240545E-02
XM(1)= 2.492687	XM(2)= 1.901294	RMIN= 2.226671E-02
XM(1)= 2.496286	XM(2)= 1.919793	RMIN= 2.220332E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 2.217303E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 2.217303E-02
XM(1)= 2.352774	XM(2)= 1.766712	RMIN= 2.433971E-02
XM(1)= 2.407245	XM(2)= 1.854519	RMIN= 2.346463E-02
XM(1)= 2.43131	XM(2)= 1.89524	RMIN= 2.309111E-02
XM(1)= 2.474778	XM(2)= 1.682009	RMIN= 2.270204E-02
XM(1)= 2.489915	XM(2)= 1.700687	RMIN= 2.248676E-02
XM(1)= 2.498386	XM(2)= 1.669903	RMIN= 2.240545E-02
XM(1)= 2.492687	XM(2)= 1.901294	RMIN= 2.226671E-02
XM(1)= 2.496286	XM(2)= 1.919793	RMIN= 2.220332E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 2.217303E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 2.217303E-02
XM(1)= 2.352774	XM(2)= 1.766712	RMIN= 2.433971E-02
XM(1)= 2.407245	XM(2)= 1.854519	RMIN= 2.346463E-02
XM(1)= 2.43131	XM(2)= 1.89524	RMIN= 2.309111E-02
XM(1)= 2.474778	XM(2)= 1.682009	RMIN= 2.270204E-02
XM(1)= 2.489915	XM(2)= 1.700687	RMIN= 2.248676E-02

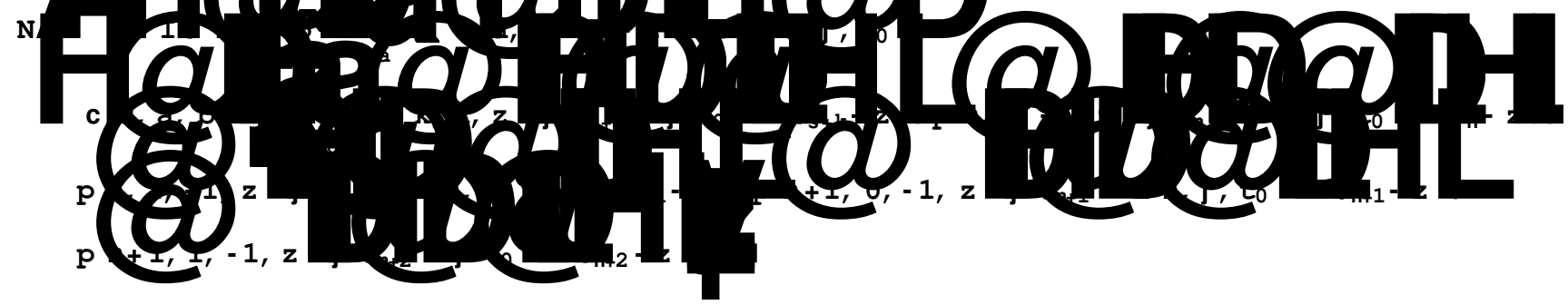
XM(1)= 2.498386	XM(2)= 1.669903	RMIN= 2.240545E-02
XM(1)= 2.492687	XM(2)= 1.901294	RMIN= 2.226671E-02
XM(1)= 2.496286	XM(2)= 1.919793	RMIN= 2.220332E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 2.217303E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 2.217303E-02
XM(1)= 2.352774	XM(2)= 1.766712	RMIN= 2.433971E-02
XM(1)= 2.407245	XM(2)= 1.854519	RMIN= 2.346463E-02
XM(1)= 2.43131	XM(2)= 1.89524	RMIN= 2.309111E-02
XM(1)= 2.474778	XM(2)= 1.682009	RMIN= 2.270204E-02
XM(1)= 2.489915	XM(2)= 1.700687	RMIN= 2.248676E-02
XM(1)= 2.498386	XM(2)= 1.669903	RMIN= 2.240545E-02
XM(1)= 2.492687	XM(2)= 1.901294	RMIN= 2.226671E-02
XM(1)= 2.496286	XM(2)= 1.919793	RMIN= 2.220332E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 2.217303E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 2.217303E-02
XM(1)= 2.352774	XM(2)= 1.766712	RMIN= 2.433971E-02
XM(1)= 2.407245	XM(2)= 1.854519	RMIN= 2.346463E-02
XM(1)= 2.43131	XM(2)= 1.89524	RMIN= 2.309111E-02
XM(1)= 2.474778	XM(2)= 1.682009	RMIN= 2.270204E-02
XM(1)= 2.489915	XM(2)= 1.700687	RMIN= 2.248676E-02
XM(1)= 2.498386	XM(2)= 1.669903	RMIN= 2.240545E-02
XM(1)= 2.492687	XM(2)= 1.901294	RMIN= 2.226671E-02
XM(1)= 2.496286	XM(2)= 1.919793	RMIN= 2.220332E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 2.217303E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 2.217303E-02
XM(1)= 2.43131	XM(2)= 1.89524	RMIN= 2.309111E-02
XM(1)= 2.474778	XM(2)= 1.682009	RMIN= 2.270204E-02
XM(1)= 2.489915	XM(2)= 1.700687	RMIN= 2.248676E-02
XM(1)= 2.498386	XM(2)= 1.669903	RMIN= 2.240545E-02
XM(1)= 2.492687	XM(2)= 1.901294	RMIN= 2.226671E-02
XM(1)= 2.496286	XM(2)= 1.919793	RMIN= 2.220332E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 2.217303E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 2.217303E-02
XM(1)= 2.43131	XM(2)= 1.89524	RMIN= 2.309111E-02
XM(1)= 2.474778	XM(2)= 1.682009	RMIN= 2.270204E-02
XM(1)= 2.489915	XM(2)= 1.700687	RMIN= 2.248676E-02
XM(1)= 2.498386	XM(2)= 1.669903	RMIN= 2.240545E-02
XM(1)= 2.492687	XM(2)= 1.901294	RMIN= 2.226671E-02
XM(1)= 2.496286	XM(2)= 1.919793	RMIN= 2.220332E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 2.217303E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 2.217303E-02
XM(1)= 2.352774	XM(2)= 1.766712	RMIN= 2.433971E-02

XM(1)= 2.407245	XM(2)= 1.854519	RMIN= 2.346463E-02
XM(1)= 2.43131	XM(2)= 1.89524	RMIN= 2.309111E-02
XM(1)= 2.474778	XM(2)= 1.682009	RMIN= 2.270204E-02
XM(1)= 2.489915	XM(2)= 1.700687	RMIN= 2.248676E-02
XM(1)= 2.498386	XM(2)= 1.669903	RMIN= 2.240545E-02
XM(1)= 2.492687	XM(2)= 1.901294	RMIN= 2.226671E-02
XM(1)= 2.496286	XM(2)= 1.919793	RMIN= 2.220332E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 2.217303E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 2.217303E-02
XM(1)= 2.352774	XM(2)= 1.766712	RMIN= 2.078782E-02
XM(1)= 2.407245	XM(2)= 1.854519	RMIN= 2.002311E-02
XM(1)= 2.43131	XM(2)= 1.89524	RMIN= 1.969635E-02
XM(1)= 2.474778	XM(2)= 1.682009	RMIN= 1.938882E-02
XM(1)= 2.489915	XM(2)= 1.700687	RMIN= 1.920108E-02
XM(1)= 2.498386	XM(2)= 1.669903	RMIN= 1.913501E-02
XM(1)= 2.492687	XM(2)= 1.901294	RMIN= 1.898603E-02
XM(1)= 2.496286	XM(2)= 1.919793	RMIN= 1.892911E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 1.889718E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 1.889718E-02
XM(1)= 2.352774	XM(2)= 1.766712	RMIN= 2.078782E-02
XM(1)= 2.407245	XM(2)= 1.854519	RMIN= 2.002311E-02
XM(1)= 2.43131	XM(2)= 1.89524	RMIN= 1.969635E-02
XM(1)= 2.474778	XM(2)= 1.682009	RMIN= 1.938882E-02
XM(1)= 2.489915	XM(2)= 1.700687	RMIN= 1.920108E-02
XM(1)= 2.498386	XM(2)= 1.669903	RMIN= 1.913501E-02
XM(1)= 2.492687	XM(2)= 1.901294	RMIN= 1.898603E-02
XM(1)= 2.496286	XM(2)= 1.919793	RMIN= 1.892911E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 1.889718E-02
XM(1)= 2.495368	XM(2)= 1.9657	RMIN= 1.889718E-02

კომპიუტერული მათემატიკის გამოთვლა

```
n = 5  
L: Do  $t_{n+1} = 1 + 0.005 I$   
 $t_{n+1} = 1$   
5  
L: Null  
1  
x = 1  
a = -1  
b = 1  
z = 1 + 0.005 I  
t0 = 1  
n = n  
1  
-1  
1  
1 + 0.005 I  
1  
5  
j  
L: 1  
1  
L
```


-1
1
-1+0.005 TM
-1
1
-1-0.005` TM
-1-0.005 TM



3.8148 +3.66829 TM


```

Do [pp[s, k] = N[p[s, k]], {s, 1, m}, {k, 1, m}]
m=2
2
Do [pp[s, k] = N[p[s, k]], {s, 1, m}, {k, 1, m}]
Table [pp[s, k], {s, 1, m}, {k, 1, m}]
{0, 1}
h=2/n
2
3
Do [pp[s, k] = N[p[s, k]], {s, 1, m}, {k, 1, m}]
Table [pp[s, k], {s, 1, m}, {k, 1, m}]
{{-1., -0.333333}, {-0.333333, 0.333333}, {0.333333, 1.}}
W = Product [pp[s, k], {s, 1, m}, {k, 1, m}]
t_n = 1
Do [pp[s, k] = N[p[s, k]], {s, 1, m}, {k, 1, m}]
1
pp[1, 1] = N[p[1, 1]]
pp[n, m] = N[p[n, m]]
0.473088
0.0354013
Do [pp[s, m-1] = pp[s, 0], {s, 1, n-1}]
Do [pp[s, k] = p[s, k], {s, 1, n}, {k, 1, m-1}]
Do [pp[s, 1] = p[s-1, m] + p[s, 1], {s, 2, n-1}]
Do [pp[s-1, m] = pp[s, 1], {s, 2, n}]
Do [pp[n, k] = N[p[n, k]], {k, 1, m}]

Table [N[pp[s, k]], {s, 1, n}, {k, 1, m}]
{{0.473088, 0.339224}, {0.339224, 0.0563198}, {0.0563198, 0.0354013}}

```

dd @ $\prod_{i=1}^n \frac{1}{k_i} \prod_{i=1}^n \frac{1}{k_i}$

Do $\frac{1}{k_i} \prod_{i=1}^n \frac{1}{k_i}$

0.212379 $\varphi[-1.] + 1.55769 \varphi[-0.333333] + 0.0985596 \varphi[0.333333] == 2$
 -0.236544 $\varphi[-1.] + 1.45554 \varphi[-0.333333] + 0.649636 \varphi[0.333333] == 2$
 0.118272 $\varphi[-1.] - 0.169612 \varphi[-0.333333] + 1.83549 \varphi[0.333333] + 0.0844797 \varphi[1.] == 2$
 0.236544 $\varphi[-1.] + 0.0848061 \varphi[-0.333333] - 0.0812619 \varphi[0.333333] + 1.66395 \varphi[1.] == 2$

```
NSolve[{0.2123792602423965`  $\varphi[-1.] + 1.5576937918775713` \varphi[-$ 
0.3333333333333333`]+0.09855962478515816`  $\varphi[0.3333333333333333`]$ ==2,
-0.23654421820322308`  $\varphi[-1.] + 1.4555407487688103` \varphi[-$ 
0.3333333333333333`]+0.6496361463395387`  $\varphi[0.3333333333333333`]$ ==2,
0.11827210910161154`  $\varphi[-1.] - 0.16961222745358046` \varphi[-$ 
0.3333333333333333`]+1.8354931168698165`  $\varphi[0.3333333333333333`]$ +0.08447967838727842`
 $\varphi[1.] == 2,$ 
0.23654421820322308`  $\varphi[-1.] + 0.0848061137267902` \varphi[-0.3333333333333333`]$ -
0.08126188437583878`  $\varphi[0.3333333333333333`]$ +1.6639455570710042`  $\varphi[1.] == 2$ }, { $\varphi[-1.]$ , $\varphi[-$ 
0.3333333333333333`], $\varphi[0.3333333333333333`]$ , $\varphi[1.]$ }]
{{ $\varphi[-1.] \rightarrow 1.07152$ , $\varphi[-0.333333] \rightarrow 1.07007$ , $\varphi[0.333333] \rightarrow 1.07125$ , $\varphi[1.] \rightarrow 1.04741$ }}
```