

# საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ხელნაწერის უფლებით

ელგუჯა კურცხალია

„მაკროსისტემების მდგრადობა, სტრუქტურული ცვლილებები და ქაოსი  
ურბანული სისტემების მაგალითზე“

დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად

წარდგენილი დისერტაციის

ა გ ტ ო რ ე ფ ე რ ა ტ ი

სადოქტორო პროგრამა „ინფორმატიკა“ შიფრი 0401

თბილისი  
2016 წელი

სამუშაო შესრულებულია საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტში  
ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტი  
ინტერდისციპლინური ინფორმატიკის დეპარტამენტი

ხელმძღვანელი: პროფ. მერაბ ახოზაძე

რეცენზენტები: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

დაცვა შედგება ----- წლის "-----" -----, ----- საათზე  
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის -----  
----- ფაკულტეტის სადისერტაციო საბჭოს კოლეგიის  
სხდომაზე, კორპუსი -----, აუდიტორია -----  
მისამართი: 0175, თბილისი, კოსტავას 77.

დისერტაციის გაცნობა შეიძლება სტუ-ს ბიბლიოთეკაში,  
ხოლო ავტორეფერატისა - ფაკულტეტის ვებგვერდზე

სადისერტაციო საბჭოს მდივანი პროფ. თინათინ კაიშაური

## ნაშრომის ზოგადი დახასიათება

თემის აქტუალურობა და გამოყენების სფერო: ახლა მეცნიერებაში შეიმჩნევა მრავალი განსხვავებული სამეცნიერო დისციპლინების ინტეგრირება, რათა მთელი რიგი მოვლენები, თუ ობიექტები შესწავლილნი იქნან როგორც ერთიანი სისტემები, რადგანაც, ყველაფერი ურთიერთკავშირში და ურთიერთ დამოკიდებულებაშია, ამასთანავე, ყველაფერი კონფლიქტურია. მდგრადი სტრუქტურების შექმნა კი შესაძლებელია მხოლოდ ურთიერთდაპირისპირებული ელემენტების ერთიანობით, მათი ერთობლივი ქმედებით.

აქედან გამომდინარე ფუნდამენტური, თუ პრაქტიკული პრობლემის გადაჭრისას, გადაწყვეტილების მიღებისას, აუცილებელია ვიცოდეთ განსახილველი მოვლენის თუ ობიექტის მათემატიკური მოდელი, მითუმეტეს, როდესაც საქმე გვაქვს ისეთ სიტუაციასთან, როდესაც სისტემა, როგორც ერთიანი ავლენს სხვა ბუნებასა და თვისებებს, ვიდრე მისი შემადგენელი ნაწილები. ხშირად საკვლევი სისტემა, როგორც ერთიანი, მიეკუთვნება დეტერმინირებულ სისტემათა კლასს, მაშინ როცა მისი შემადგენელი ნაწილების ქცევა შემთხვევით ხასიათს ატარებს. ასეთ სისტემებს მაკროსისტემას ვუწოდებთ. მაგალითად, დახურულ ჭურჭელში მოთავსებული გაზის მოლეკულები ქაოსურად მოძრაობენ, მაგრამ შედეგად გაზს აქვს განსაზღვრული წნევა, მოცულობა და ტემპერატურა. ანალოგიურად, ურბანულ სისტემაში ცალკეული ინდივიდის გადაადგილება შეიძლება განხილული იქნას როგორც შემთხვევითი პროცესი, ხოლო შედეგი – მომსახურების ცენტრების განლაგება, სატრანსპორტო კომუნიკაციები, ტრანსპორტის ნაკადი და სხვა წარმოვადგინოთ დეტერმინირებული პარამეტრების სახით.

ურბანული სისტემის მოდელირებისას, მისი სტრუქტურული და სისტემური ანალიზის დროს, საქმე გვაქვს ერთდროულად მიმდინარე პროცესებთან, როგორც სტოქასტიკურ (ურბანული სისტემის შემადგენელ თითოეული ელემენტისათვის დამახასიათებელი) ასევე, აგრეგირებულ, დეტერმინირებულ (რომელიც შედეგია სტოქასტიკური ქმედებების ერთობლიობისა) პროცესებთან.

აქედან გამომდინარე ურბანული სისტემაში მიმდინარე პროცესების ამსახველი მათემატიკური მოდელი მიეკუთვნება სტოქასტიკურ-დეტერმინირებულ სისტემათა კლასს და მისი შესწავლა უნდა მოხდეს შესაბამისი მათემატიკური აპარატის გამოყენებით.

**სამუშაოს მიზანი, კვლევის ობიექტი და მეთოდები, ძირითადი შედეგები და მეცნიერული სიახლე:** ნაშრომის მიზანია ურბანული სისტემის, როგორც მაკროსისტემის ფუნქციონირების სისტემური მათემატიკური მოდელის შექმნა და მისი გამოყენება ურბანული სისტემის ფუნქციონალურ-სივრცული განვითარების პროცესის მართვისა და ანალიზისათვის, რეგიონში საინვესტიციო პოლიტიკის შემუშავება.

ურბანული სისტემის, როგორც **კვლევის ობიექტის** ფუნქციონირება და განვითარების სირთულე, მისი მრავალფაქტორიანობა, თხოულობს მთელი რიგი კონკრეტული პრობლემების ერთდროულ გადაწყვეტას ისეთი განსხვავებული სფეროებიდან, როგორცაა ეკონომიკა, დემოგრაფია, სოციალური განვითარება, გარემოს დაცვა და სხვა. ამ დროს გათვალისწინებული უნდა იქნას სხვადასხვა კატეგორიებით მოაზროვნე და სხვადასხვა „ენაზე“ მოლაპარაკე მრავალი მიმართულების სპეციალისტების (სოციოლოგების, ეკოლოგების, იურისტების, დემოგრაფების, ეკონომისტების და სხვა) რეკომენდაციები, რჩევები, აზრები და შენიშვნები. სხვადასხვა „ენაზე“ მოაზროვნე სპეციალისტების ერთ ენაზე დაყვანა კი შესაძლებელია მხოლოდ მათემატიკის საფუძველზე.

ურბანულ სისტემაში მიმდინარე პროცესების მოდელირების, ფუნქციონალურ-სივრცული განვითარების შეფასებისა და მართვის **კვლევის მეთოდები** ძირითადად ეყრდნობა მაკროსისტემურ მიდგომას, კერძოდ ენტროპიის მაქსიმუმის პრინციპს და ალგებრული ტოპოლოგიის  $Q$ -ანალიზის მეთოდს.

მაკროსისტემებში მიკრო დონეზე ელემენტების შემთხვევითი ქცევა ტრანსფორმირდება მდორედ მიმდინარე პროცესებად, რომელსაც მაკრომდგომარეობა ჰქვია. პრინციპიალური თვისება მაკროსისტემებისა მდგომარეობს იმაში, რომ რელაქსაციის დრო მიკრო და მაკრო დონეებზე მნიშვნელოვნად განსხვავდებიან ერთმანეთისაგან.

მაკროსისტემების ამ თვისებამ საშუალება მოგვცა გამოგვეყენებინა ლოკალური წონასწორობის პრინციპი, რომელსაც ადგილი აქვს თერმოდინამიკაში. ეს საშუალებას გვაძლევს განვიხილოთ ურბანული სისტემების სივრცულ-დროითი ევოლუცია, როგორც ლოკალურ-სტაციონალურ მდგომარეობათა თანმიმდევრობა, სადაც, ყოველი მდგომარეობა ხასიათდება პირობითი ენტროპიის მაქსიმუმით.

ამავდროულად, ურბანული სისტემის, როგორც რთული სისტემის მდგომარეობა არ უნდა შევაფასოთ მხოლოდ ერთი კრიტერიუმით, რადგანაც სისტემის მდგომარეობის მახასიათებელი პარამეტრის (ან პარამეტრების) გაუმჯობესებას ერთი რომელიღაც კრიტერიუმით, ხშირად მივეყვართ მის გაუარესებამდე სხვა კრიტერიუმის მიხედვით. აუცილებელია განზოგადოებული კრიტერიუმის ფორმირება, რომელიც მნიშვნელოვნად დამოკიდებულია მაკროსისტემის დაგეგმარების კონკრეტულ ამოცანაზე. მრავალფაქტორიანი კრიტერიუმის მიხედვით გადაწყვეტილების მიღება კი შეუძლებელია თანამედროვე მართვის თეორიისა და ინფორმაციული ტექნოლოგიების გამოყენების გარეშე.

მეტად მნიშვნელოვანი ფაქტორია, ის, რომ მაკროსისტემები ზოგადად წარმოადგენენ არაწრფივ სისტემებს, სადაც პარამეტრების გარკვეული მნიშვნელობების დროს სისტემაში ჩნდება ბიფურკაციის წერტილები და იწყება ქაოსი.

ქაოსის თეორიის თანახმად, ჩვენს მიერ დაშვებულ პატარა შეცდომას, შეიძლება შემდეგში მოყვეს გამოუსწორებელი შედეგები. აქედან გამომდინარე, მდგრადი განვითარების პრინციპი გვაავალდებულებს შევქმნათ ისეთი ექსპერტული სისტემები, რომლებიც საშუალებას მოგვცემენ შევაფასოთ დაპროექტების დროს მიღებული ყოველი ჩვენი გადაწყვეტილება, რათა დაშვებული არ იქნას ისეთი შეცდომები, რომელიც შემდგომ კატასტროფამდე მიგვიყვანს.

ურბანული სისტემის ფორმირება, ფუნქციონალურ-სივრცული სტრუქტურის ჩამოყალიბება და განვითარება მნიშვნელოვანწილად განისაზღვრება მოსახლეობის ინტერესებით და ქმედებით. ჩვენს მიერ შექმნილი მათემატიკური მოდელიც ეფუძნება და გამომდინარეობს მოსახლეობის ინტერესებისა და ქცევისაგან. მოდელს საფუძვლად უდევს ის ჰიპოტეზა, რომ თითოეული მოქალაქის ესა თუ ის არჩევანი

არის დამოუკიდებელი, შემთხვევითი. მიუხედავად იმისა, რომ თითოეული მოქალაქის ქცევა არის შემთხვევითი, ზოგადად, მაინც, განსაზღვრულია მათი ინტერესები და მიდრეკილებები. მაგალითად, სოციოლოგიური გამოკითხვის შედეგად ყოველთვის გვაქვს ინფორმაცია მოსახლეობის თითოეული ფენის ინტერესების თაობაზე.

ურბანული სისტემის გეგმარებითი პროცესის ორგანიზაციის აშკარა ჩამორჩენის ფონზე, სატრანსპორტო პრობლემების გადაჭრა დღითიდღე მეტ აქტუალობას იძენს. ისეთი საკითხების შესწავლა როგორებიცაა, სატრანსპორტო ქსელის ოპტიმალური ტოპოლოგია, კომპლექსური, ინტელექტუალური სატრანსპორტო სისტემის შექმნა და სხვა შეუძლებელია მათემატიკური აპარატის, მეთოდების და „ფიზიკური კონცეფციების“ გამოყენების გარეშე, კერძოდ ალგებრული ტოპოლოგიის მეთოდების გამოყენების გარეშე.

**ნაშრომის მეცნიერული სიახლე:** დადგენილი იქნა, რომ ურბანული სისტემა მიეკუთვნება მაკროსისტემათა კლასს. შემოტანილი იქნა მოსახლეობის ინტერესების დაკმაყოფილების პარამეტრი, რომელმაც საშუალება მოგვცა ენტროპიის მაქსიმიზაციის პრინციპის საფუძველზე განგვესაზღვრა მოსახლეობის დინამიკა, ურბანული სისტემის განაშენიანების სტრატეგია და მისი განხორციელების თანმიმდევრობა. დადგენილი იქნა ურბანული სისტემის განვითარების მდგრადი არეები საინვესტიციო პოლიტიკის შემუშავებისათვის.

ჩვენს მიერ შემოთავაზებული რთული სისტემების სტრუქტურული ანალიზისა და მართვის ალგებრული ტოპოლოგიის  $Q$  ანალიზის მეთოდი და მიღებული ალგორითმები საშუალებას გვაძლევს განვსაზღვროთ ურბანული სისტემის სტრუქტურული მდგრადობა გარკვეულ შემოფოტებებზე. შემოთავაზებულია ალგორითმი, რომელიც საშუალებას გვაძლევს დავადგინოთ რა ქმედებებია ჩასატარებელი იმისათვის, რომ სისტემის სტრუქტურა გახდეს მდგრადი შემოფოტებების მიმართ. აღნიშნული მეთოდი საშუალებას გვაძლევს განვახორციელოთ სატრანსპორტო ნაკადის მართვა არსებული სატრანსპორტო ქსელის პირობებში და მივაწოდოთ რეკომენდაციები ახალი სატრანსპორტო ქსელის დაგეგმარებისა და ძველის რეკონსტრუქციისათვის.

ჩვენს მიერ შექმნილმა ურბანული სისტემის იმიტაციურმა მოდელმა, მართვის მეთოდებმა და ალგორითმებმა საშუალება მოგვცა შეგვექმნა ურბანული სისტემის ფუნქციურ-სივრცული განვითარების შეფასების ექსპერტული სისტემის მაკეტი, რომელიც საშუალებას გვაძლევს, არა მარტო ოპერატიულად შევაფასოთ ურბანულ სისტემაში მიმდინარე პროცესები, არამედ განვსაზღვროთ ურბანული სისტემის სტრატეგიული მართვის პოლიტიკა და დროულად მოვახდინოთ რეაგირება წარმოქმნილ სიტუაციაზე. მიზანდასახულად, სისტემური მიდგომის საფუძველზე, ჩვენს მიერ არჩეული კრიტერიუმის მიხედვით, პროგნოზირება გავეუკეთოთ ურბანული სისტემის მახასიათებელ მაკროპარამეტრებს და ვმართოთ სოციალური, ეკონომიკური, დემოგრაფიული და სხვა პროცესები.

**ნაშრომის აპრობაცია:** ნაშრომში წარმოდგენილი მიღებული შედეგები და ალგორითმები განხილული იქნა საერთაშორისო და ადგილობრივ კონფერენციებზე, გამოქვეყნებული იქნა საზღვარგარეთისა და ადგილობრივ სამეცნიერო ჟურნალებში, გამოიცა წიგნების სახით, რომელთა ნუსხაც თან ერთვის ავტორეფერატს. დისერტაციაში განხილული საკითხები მოხსენებული იყო საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების, არქიტექტურის, ურბანისტიკისა და დიზაინის და სატრანსპორტო და მანქანათმშენებლობის ფაკულტეტების ერთობლივ სამეცნიერო სემინარებზე.

გარდა ამისა, სადოქტორო პროგრამის გეგმის შესაბამისად, მომზადდა და ჩატარდა თემატური სემინარები დისერტაციის ძირითადი შედეგების შესახებ.

**მოცულობისა და სტრუქტურის შესახებ:** დისერტაცია მოიცავს რეზიუმეს ქართულ და ინგლისურ ენაზე, შესავალს, სამ თავს შესაბამისი დასკვნებით და გამოყენებული ლიტერატურის ნუსხას (34 დასახელება). დისერტაციის მოცულობა შეადგენს 161 გვერდს.

## დისერტაციის შინაარსი

**პირველ თავში** განხილულია მაკროსისტემების მათემატიკური მოდელირების ზოგადი პრინციპები.

მაკროსისტემების მათემატიკური მოდელირების (იდენტიფიკაციის) ამოცანა მდგომარეობს შემდეგში: ვიპოვოთ ოპერატორი, რომელიც ამყარებს კავშირს საკვლევ ობიექტზე შესასვლელ  $x(t)$  სიგნალსა და ამ ობიექტის გამოსასვლელ  $y(t)$  სიგნალს შორის. ჩვენს მიერ წარმოდგენილია მათემატიკური მოდელირების ორი მეთოდი:

### 1. ფუნქციონალის წარმოდგენა ვოლტერას მწკრივის საშუალებით.

როდესაც საკვლევი სისტემა წარმოადგენს ფუნქციონალს  $F[E(\tau), 0 < \tau \leq t]$  განვიხილავთ შემთხვევას, როცა  $F$  ფუნქციონალი მიეკუთვნება

არაწრფივ, უწყვეტ ოპერატორთა კლასს და  $\int_0^t y^2(t)dt < \infty$ . ამ შემთხვევაში

$F$  ფუნქციონალის წარმოდგენა შეიძლება ვოლტერას მწკრივის საშუალებით:

$$Fx(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \int_0^t \dots \int_0^t g^{(i)}(t-t_1, \dots, t-t_i) \prod_{k=1}^i (x(t_k) dt_1 \dots dt_i)$$

ნაშრომში წარმოდგენილია იდენტიფიკაციის ალგორითმები, რომლებიც საშუალებას გვაძლევს მოვახდინოთ  $g^{(i)}(t_1; \dots; t_i)$  ფუნქციების აპროქსიმაცია მრავალი ცვლადის მახასიათებელი ფუნქციების საშუალებით როგორც ღია, ასევე ჩაკეტილი სისტემის შემთხვევაში.

იმ შემთხვევაში, როცა  $x(t)$  არის შემთხვევითი პროცესი, იმპულსური გარდამავალი ფუნქციები მოიძებნება შემთხვევითი  $X(t)$  და  $Y(t)$  პროცესების სტატისტიკური მახასიათებლების – მათემატიკურ ლოდინისა და კორელაციური ფუნქციების საშუალებით.

მიღებული ალგორითმები საშუალებას გვაძლევენ ავაგოთ ადაპტური მართვის სისტემები.

### 2. მაკროსისტემების იდენტიფიკაცია ენტროპიის მაქსიმიზაციის პრინციპის საფუძველზე.

მაკროსისტემებში მიკრო დონეზე ელემენტების შემთხვევითი ქცევა ტრანსფორმირდება მდორედ მიმდინარე პროცესად, რომელსაც მაკრომდგომარეობას ვუწოდებთ. მაკროსისტემების ეს



თვისება საშუალებას გვაძლევს მაკროსისტემების მოდელირებისას გამოვიყენოთ ენტროპიის მაქსიმუმის პრინციპი.

აღნიშნულ მიმართულებას საფუძველი ჩაუყარა ლ. ბოლცმანმა და მდგომარეობს შემდეგში. ვთქვათ სისტემა მოიცავს  $N$  ერთგვაროვან ნაწილაკს. დროის ფიქსირებული  $t$  მომენტისათვის ნაწილაკების განაწილება შეიძლება დავახასიათოთ  $f(q,p,t)$  განაწილების სიმკვრივის ფუნქციით, სადაც  $\bar{q} = (q_1, q_2, q_3)$  და  $\bar{p} = (p_1, p_2, p_3)$  შესაბამისად ნაწილაკის სივრცული კოორდინატებისა და იმპულსების ვექტორებია. ჯ. მაქსველმა დაამტკიცა, რომ გარკვეული დროის შემდეგ ფაზური წერტილების განაწილება  $f(q,p,t)$  მიისწრაფის სტაციონარული  $f^0(q,p)$  განაწილებისაკენ. ლ. ბოლცმანს ეკუთვნის განაწილების  $f(q,p,t)$  ფუნქციის ევოლუციის აღმწერი კინეტიკური განტოლება. ამ განტოლების ამოხსნათა თვისებების კვლევისათვის კი, გამოყენებულ იქნა ენტროპია  $H(t)$ , რომელიც აღნიშნულ ტერმინებში გამოისახება შემდეგი სახით:

$$H(t) = - \int f(q,p,t) \cdot \ln f(q,p,t) dpdq.$$

ბოლცმანის კინეტიკური განტოლების ამოხსნათა სიმრავლეზე  $dH/dt > 0$  და  $dH/dt = 0$ , როდესაც  $f(q,p,t) = f^0(q,p)$  - ფაზური წერტილების განაწილება მიისწრაფის სტაციონარული  $f^0(q,p)$  განაწილებისაკენ და ამ დროს ენტროპია არის უდიდესი.

ვთქვათ  $\{S_1, S_2, \dots, S_M\}$  მაკროსისტემის ელემენტთა შესაძლო მდგომარეობების სიმრავლეა.  $a_n$ -ით აღვნიშნოთ ალბათობა იმისა, რომ ელემენტი იმყოფება  $S_n$  მდგომარეობაში  $\left(\sum_{n=1}^M a_n = 1\right)$ .  $N_n$ -ით აღვნიშნოთ  $S_n$  მდგომარეობაში მყოფი ელემენტების რაოდენობა. ვთვლით, რომ  $S_n$  ქვესიმრავლის ტევადობა  $G_n$  აპრიორი მოცემულია. ქვემოთ მოყვანილია სხვადასხვა სტატისტიკები, რომლებიც გვხვდება მაკროსისტემების ფუნქციონირების დროს:

**მაკროსისტემები ფერმის სტატისტიკით.** ფერმის სტატისტიკის შემთხვევაში ყოველი  $S_n$  მდგომარეობის თითოეულ უჯრედში შეიძლება იმყოფებოდეს არაუმეტეს ერთი ელემენტისა. ამასთანავე თითოეული

ელემენტის არჩევანი დამოუკიდებელია მეორე ელემენტის არჩევანისაგან.

იხილეთ მარკოვის სისტემებისათვის ფერმის სტატისტიკის შემთხვევაში ფიზიკური ენტროპია გამოითვლება ფორმულით:

$$E_F(N) = C - K \sum_{n=1}^M (N_n \ln \frac{N_n}{a_n} + (G_n - N_n) \ln(G_n - N_n)),$$

სადაც  $C = K \sum_{n=1}^M G_n (\ln G_n + \ln(1 - a_n)) + E_0$ ,  $K$  ბოლცმანის მუდმივაა,

$$\tilde{a}_n = \frac{a_n}{1 - a_n}.$$

**მარკოვის სისტემები აინშტაინი-ბოზეს სტატისტიკით.** ასეთი კლასის მარკოვის სისტემებში ყოველ უჯრედში შეიძლება იმყოფებოდეს ელემენტების ნებისმიერი რაოდენობა.

იხილეთ მარკოვის სისტემებისათვის აინშტაინი-ბოზეს სტატისტიკის შემთხვევაში ფიზიკური ენტროპიის გამოსახულებას აქვს შემდეგი სახე:

$$E_E(N) = C - K \sum_{n=1}^M N_n \ln \frac{N_n}{a_n} - (G_n + N_n) \ln(G_n + N_n),$$

სადაც  $C = K \sum_{n=1}^M (G_n - 1) (\ln(1 - a_n) - \ln(G_n - 1)) + E_0$ .

**მარკოვის სისტემები ბოლცმანის სტატისტიკით.** მარკოვის სისტემები ბოლცმანის სტატისტიკით წარმოადგენენ ფერმის და აინშტაინის მარკოვის სისტემების ზღვრულ სისტემებს, ანუ როდესაც  $S_n$  ქვესიმრავლის ტევადობა  $G_n$  გაცილებით დიდია მათში ელემენტების შესაძლო რაოდენობის  $N_n$  სიდიდეზე.

ბოლცმანის სტატისტიკის შემთხვევაში სისტემის ენტროპია გამოითვლება ფორმულით:

$$E_B(N_n) = C - K \sum_{n=1}^M N_n \ln \frac{N_n}{a_n G_n e},$$

სადაც  $C = -K \sum_{n=1}^M a_n G_n + E_0$ .

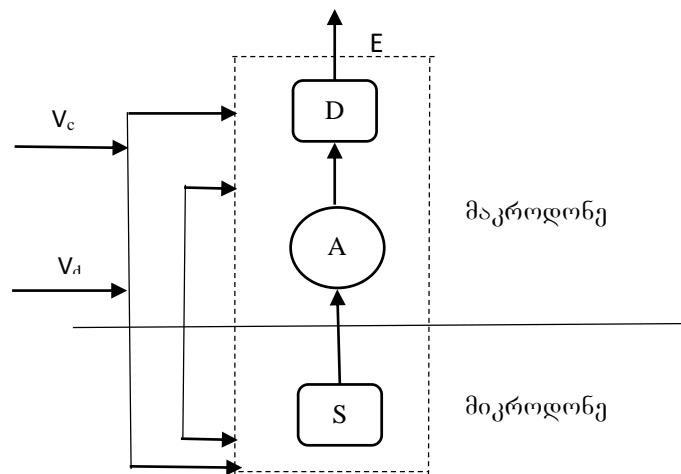
ჩვენს მიერ განხილული სისტემები მიეკუთვნებიან მარკოვის სისტემებს ფერმას სტატისტიკით.

**ურბანული სისტემა, როგორც მაკროსისტემა.** თანამედროვე არქიტექტურა სოციალური პრობლემების გადაჭრაზეა ორიენტირებული, ამიტომ ურბანული სისტემის განვითარების, რეკონსტრუქციის პროექტების შექმნისას არქიტექტორებს, ურბანისტებს ევალებათ გაითვალისწინონ და განახორციელონ სხვადასხვა კატეგორიებით მოაზროვნე და სხვადასხვა ენაზე მოლაპარაკე მრავალი მიმართულების სპეციალისტების რეკომენდაციები, რჩევები, აზრები და შენიშვნები. სხვადასხვა „ენაზე“ მოაზროვნე სპეციალისტების ერთ ენაზე დაყვანა კი შესაძლებელია მხოლოდ მათემატიკის საფუძველზე. მიუხედავად იმისა, რომ გეგმარებით გადაწყვეტილებებს ხშირად გარკვეული დონის სუბიექტივიზმი ახასიათებს, ურბანული სისტემის დამპროექტებლების მიერ აუცილებლად არის გასათვალისწინებელი ზოგადსისტემური კანონზომიერებანი, კერძოდ ის, რომ ურბანული სისტემა, როგორც სამყაროს განუყოფელი ნაწილი, ერთი მთლიანი, დაუყოფელი დინამიური ერთობაა. მასში ყველაფერი ურთიერთკავშირში და ურთიერთდამოკიდებულებაშია, ამასთანავე ყველაფერი კონფლიქტურია. ადამიანის არსებობისათვის კომფორტული, დაბალანსებული, მდგრადი სტრუქტურების შექმნა კი შესაძლებელია მხოლოდ ურთიერთდაპირისპირებულთა ერთიანობით, მათი ერთობლივი ქმედებით.

თანამედროვე მეცნიერული მიმართულების ქაოსის თეორიის თანახმად, ჩვენს მიერ დაშვებულ პატარა შეცდომას, შეიძლება შემდეგში მოყვეს გამოუსწორებელი შედეგები. აქედან გამომდინარე, მდგრადი განვითარების პრინციპი გვავალებულებს შევქმნათ ისეთი ექსპერტული სისტემები, რომლებიც საშუალებას მოგვცემენ შევაფასოთ დაპროექტების დროს ჩვენს მიერ მიღებული გადაწყვეტილებები, რათა დაშვებული არ იქნას ისეთი შეცდომები, რომელიც შემდგომ კატასტროფამდე მიგვიყვანს.

ურბანული სისტემა სტოქასტიკურ-დეტერმინირებული სისტემაა. რადგანაც, სისტემის მიკრო დონეზე ოპერირებს მრავალრიცხოვანი ელემენტები, ხოლო მაკრო დონეზე გვაქვს შედარებით მცირე რაოდენობის პარამეტრები, რომლებიც ასახავენ მიკროდონის ელემენტების აგრეგირებულ (ინტეგრირებულ) მახასიათებლებს. მიკრო

დონის ელემენტების ქცევა არადეტერმინირებულია, სტოქასტიკურია და აღიწერება **S** ბლოკით (ნახ.1). მიკრო დონის ელემენტების მრავალრიცხოვანი ურთიერთქმედებებით მიღებული აგრეირებული მახასიათებლები აღიწერება **A** ბლოკით. კოლექტიურ ქცევას აქვს დეტერმინისტული ხასიათი. **D** ბლოკში ხორციელდება აგრეირებული მახასიათებლების წარმოდგენა ურბანული სისტემის ქცევის ამსახველ პარამეტრებად.  $V_c$  და  $V_d$  ურბანულ სისტემაზე მოქმედი შესავლელი ზემოქმედებებია. მაგალითად: ურბანული სისტემის განვითარების პროგრამა, გარემოს ზემოქმედებები და სხვა.



ნახ. 1

ჩვენს მიერ წარმოდგენილი ურბანული სისტემების ფუნქციონალურ-სივრცული განვითარების მათემატიკური მოდელი, რომელიც წარმოადგენს ექსპერტული სისტემის ბაზისს, დინამიკური სისტემური მოდელია. მასში ასახულია ურბანულ სისტემაში მიმდინარე სოციალური, ეკონომიკური, ეკოლოგიური, დემოგრაფიული და სხვა ფაქტორები. მათემატიკური მოდელი საშუალებას გვაძლევს არა მარტო ოპერატიულად შევაფასოთ ურბანულ სისტემაში მიმდინარე პროცესები, არამედ განვსაზღვროთ ურბანული სისტემის სტრატეგიული მართვის პოლიტიკა და დროულად მოვახდინოთ რეაგირება წარმოქმნილ სიტუაციაზე. მიზანდასახულად, სისტემური მიდგომის საფუძველზე, ჩვენს მიერ არჩეული კრიტერიუმის მიხედვით, პროგნოზირება გაუშკეთოთ ურბანული სისტემის მახასიათებელ მაკროპარამეტრებს და

ვმართოთ სოციალური, ეკონომიკური, დემოგრაფიული და სხვა პროცესები.

ურბანულ სისტემაში მასობრივი მომსახურების ობიექტების მოდელირებისას ჩვენ ვეყრდნობით მაკროსისტემურ მოდელირების კონცეფციას. თითოეული მომსახურების ობიექტებს განვიხილავთ ერთმანეთისგან დამოუკიდებლად, რადგანაც ვთვლით, რომ თითოეული ჯგუფის თითოეული ადამიანის არჩევანი დამოუკიდებელია.

ჩვენს მიერ განხილული მასობრივი მომსახურების ობიექტების მათემატიკური მოდელები წარმოადგენენ დიფერენციალურ და ინტეგრალურ განტოლებათა სისტემებს, რომელთა ზუსტი ამონახსნების პოვნა ხშირ შემთხვევაში დიდ სირთულეებთანაა დაკავშირებული. ნაშრომში წარმოდგენილია ჩვენს მიერ შექმნილი ალგორითმი, რომელიც საშუალებას გვაძლევს ორცვლადიანი ერთგვაროვანი ინტეგრალური განტოლების ამონახსნი ჩაიწეროს მწკრივის სახით, რაც საშუალება იძლევა ინფორმატიკის თანამედროვე ტექნიკური მიღწევებისა და პროგრამული სისტემები საშუალებით მოვახდინოთ საკვლევი სისტემის იდენტიფიკაცია.

### პირველი თავის შედეგები

1. მიღებულია ალგორითმი, რომელიც საშუალებას იძლევა მოვახდინოთ იმპულსური  $g^{(i)}(t_1; \dots; t_i)$  ფუნქციების აპროქსიმაცია მრავალი ცვლადის მახასიათებელი ფუნქციების საშუალებით როგორც ღია, ასევე ჩაკეტილი სისტემის შემთხვევაში.
2. სხვადასხვა სტატისტიკების შემთხვევებში (ფერმის სტატისტიკა, აინშტაინი-ბოზეს სტატისტიკა, ბოლცმანის სტატისტიკა) წარმოდგენილია ენტროპიისა და შესაძლებელ მდგომარეობათა განაწილების ალბათობების გამოსათვლელი ფორმულები.
3. ჩამოყალიბებულია მაკროსისტემების იდენტიფიკაციის ფენომენოლოგიური სქემა ენტროპიის მაქსიმუმის პრინციპის საფუძველზე.
4. შექმნილია ალგორითმი, რომელიც საშუალებას გვაძლევს ორცვლადიანი ერთგვაროვანი ინტეგრალური განტოლების ამონახსნი ჩაიწეროს მწკრივის სახით.

მეორე თავში ენტროპიის მაქსიმუმის პრინციპის საფუძველზე შექმნილია ურბანულ სისტემაში მიმდინარე სივრცული ეკონომიკური პროცესებისა და დემოგრაფიული პროცესის მათემატიკური მოდელი, დამტკიცებულია თეორემები მიგრაციული ნაკადის წონასწორული განაწილების შესახებ და რეგიონში მიმდინარე პროცესების ლოკალური წონასწორობის შესახებ, დადგენილია მდგრადობის არეები და ბიფურკაციის წირები მდგრადი საინვესტიციო პოლიტიკის შემუშავებისათვის.

რადგანაც ურბანული სისტემის დინამიკას განსაზღვრავს მოსახლეობის ინტერესები, ჩვენს მიერ შემოტანილი იქნა მოსახლეობის ინტერესების დაკმაყოფილების პარამეტრები, რაც მდგომარეობს შემდეგში. ურბანული სისტემა დაყოფილია  $N$  რეგიონად (რაიონად), ხოლო მოსახლეობა დაყოფილია ჯგუფებად, მათი ინტერესების მიხედვით.

ვთქვათ  $A^p$  აღნიშნავს  $p$  ჯგუფის ადამიანთა ყველა ინტერესების სიმრავლეს, ხოლო  $A_m$  კი იმ ინტერესების სიმრავლეს, რომელთა დაკმაყოფილება შესაძლებელია  $m$  რეგიონში (რაიონში).  $A_m^p = A_m \cap A^p$ ,

$m_i^p$ -თი ავლნიშნოთ  $a_i^p \in A^p$  ინტერესის წონა  $\left( \sum_{a_i^p \in A^p} m_i^p = 1 \right)$ .  $\eta_{im}^p$ -თი

ავლნიშნოთ  $m$  რეგიონში (რაიონში)  $p$  ჯგუფის ადამიანების  $a_i^p$  ინტერესის დაკმაყოფილების პარამეტრი. სიდიდეები  $\lambda_m^p = \sum_{a_i^p \in A_m^p} \eta_{im}^p \cdot m_i^p$

წარმოადგენს  $p$  ჯგუფის მოსახლეობის ინტერესების დაკმაყოფილების პარამეტრის სიდიდეს  $m$  რეგიონში (რაიონში).

ჩვენს მიერ დამტკიცებულია შემდეგი თეორემა:

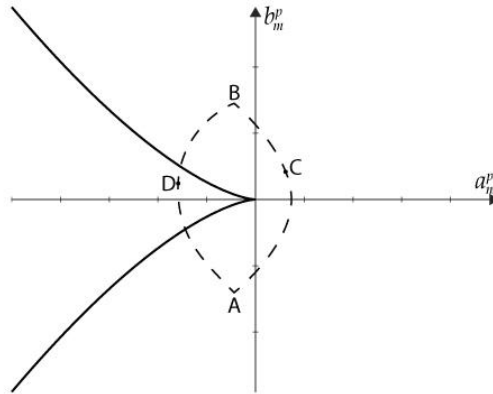
**თეორემა (მიგრაციული ნაკადის წონასწორული განაწილების შესახებ):** არსებობს მიგრაციული ნაკადის ერთადერთი მნიშვნელობა, რომლის დროსაც სისტემის ენტროპია აღწევს მაქსიმუმს.

შესწავლილია რეგიონში წონასწორობის მდგომარეობის არსებობის პირობები ყოველი  $p \in \overline{1, P}$ -თვის. თუ ურბანულ სისტემაში არსებობს ისეთი წონასწორობის მდგომარეობა, რომლის ერთი კოორდინატი მაინც არის დადებითი, ასეთ წონასწორობას ვუწოდებთ დადებით წონასწორობას. დამტკიცებულია შემდეგი თეორემა:

თეორემა (რეგიონში მიმდინარე პროცესების ლოკალური წონასწორობის შესახებ): თუ რომელიმე  $m_0 \in \overline{1, N}$ -თვის სრულდება დადებითი წონასწორობის არსებობის აუცილებელი პირობა, მაშინ იგივე პირობა შესრულდება ნებისმიერი  $m \in \overline{1, N}$ -თვის.

ნაშრომში გამოკვლეულია განსახილველ რეგიონში წონასწორობის პირობები, მახასიათებელი პარამეტრების სხვადასხვა მნიშვნელობების დროს. ჩვენ გვაინტერესებს პასუხი შემდეგ კითხვებზე: 1) თუ  $\lambda_m^p$  და  $V_m$  პარამეტრების რომელიმე მნიშვნელობებისათვის რეგიონში (რაიონში) არსებობს წოწასწორობის რამდენიმე მდგომარეობა, ამ მდგომარეობებიდან რომელში აღმოჩნდება სისტემა? 2) რა შემთხვევაში იწვევს პარამეტრების ( $\lambda_m^p$  და  $V_m$  პარამეტრების) „უმნიშვნელო“ ცვლილება სისტემის წონასწორობის მდგომარეობის „მკვეთრ“ ცვლილებას? 3) რა თანმიმდევრობით უნდა განხორციელდეს ცვლილებები ურბანულ სისტემაში იმისათვის, რომ მოცემული წონასწორობის მდგომარეობიდან ურბანული სისტემა გადავიდეს კატასტროფის (მდგომარეობის მკვეთრი ცვლილების) გარეშე ახალ წონასწორობის მდგომარეობაში?

დავადგინეთ, რომ, ტომის საკლასიფიკაციო თეორემის თანახმად, დემოგრაფიული პროცესის განვითარების დროს შეიძლება ადგილი ჰქონდეს „წყობის“ ტიპის კატასტროფას, რაც საშუალებას გვაძლევს დავადგინოთ ურბანული სისტემის რეკონსტრუქციის გზა, რომლის დროსაც გამორიცხული იქნება მოსახლეობის რაოდენობის მკვეთრი ცვლილება. იმ შემთხვევაში თუ ურბანული სისტემა საწყის მომენტში იმყოფება  $(a_m^p, b_m^p)$  სიბრტყის  $A$  წერტილში, მაშინ კატასტროფის გარეშე  $B$  წერტილში გადასვლისათვის საჭიროა რეკონსტრუქციის შესაბამისი წირი ( $ACB$  წირი ნახ. 2-ზე) არ ჰკვეთდეს  $16(a_m^p)^3 + 27(b_m^p)^2 = 0$  წირით („მერცხლის კუდი“) შემოსაზღვრულ არეს.



ნახ. 2

**მდგრადობის არეები.** ჩვენს მიერ შექმნილია ალგორითმი, რომელიც საშუალებას გვაძლევს ვიპოვოთ რეგიონში ინვესტიციების განხორციელების მდგრადობის არეები, შეგვექმნა მდგრადი საინვესტიციო პოლიტიკის განხორციელების მეთოდი, რომელიც მდგომარეობს შემდეგში. დაუშვათ, განსახილველ რეგიონში იწარმოება გარკვეული ტიპის ერთგვაროვანი პროდუქტი. ვგულისხმობთ, რომ  $m$  რაიონის შესაძლებლობანი აღნიშნული ტიპის პროდუქციის წარმოებისათვის დამოკიდებულია დანარჩენ ყველა რაიონის ეკონომიკურ მაჩვენებლებზე.

ინვესტიციების ქვეშ ვგულისხმობთ ნაკადურ ცვლადს, ანუ, დროის ერთეულში განხორციელებულ ინვესტიციების მოცულობას.  $I_m(t)$  ინვესტიციების ნაკადი  $m$  ქვესისტემაში განისაზღვროთ შემდეგი დიფერენციალური განტოლების საშუალებით:

$$\frac{dI_m(t)}{dt} = \alpha_m \cdot I_m(t) + \sum_{s=1} x_{sm}(t) - \sum_{s=1} x_{ms}(t)$$

სადაც  $x_{sm}(t)$  ინვესტიციის ნაკადია განხორციელებული  $s$  ქვესისტემიდან  $m$  ქვესისტემაში,  $\alpha_m = \alpha_m(x; y)$  - ორი ცვლადის ფუნქციაა, რომელიც ზრდადია პირველი ცვლადის (მგალითად, შემოსავლების) მიმართ და კლებადი მეორე ცვლადის (დანახარჯები, ამორტიზაცია) მიმართ.

განხილულია შემთხვევა, როცა  $m$  ქვესისტემიდან სხვა ქვესისტემებში განხორციელებული ჯამური ინვესტიცია  $I_m(t)$ -ს პროპორციულია:



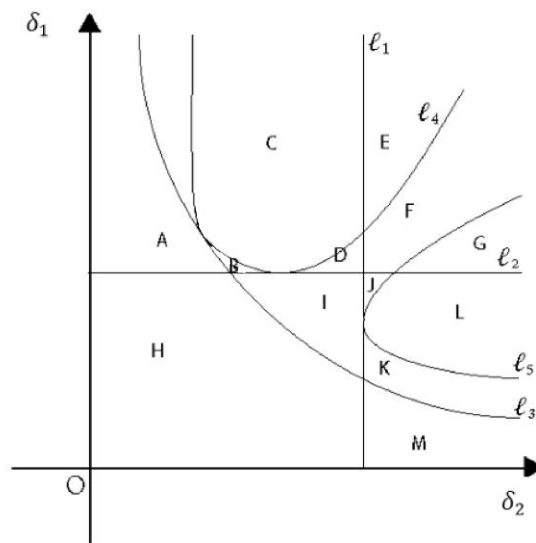
$$\sum_{s \neq m} x_{ms}(t) = \varphi(c_m, \mu) \cdot I_m(t)$$

$\mu$  სისტემური პარამეტრია, საერთო ყველა ქვესისტემისათვის (რაიონისათვის), რომელიც ახასიათებს ქვესისტემებს შორის ეკონომიკურ ურთიერთკავშირს.  $0 \leq \mu \leq 1$  (როდესაც ქვესისტემებს შორის არ არსებობს ურთიერთკავშირი, მაშინ  $\mu = 0$ ; როცა ყველა ქვესისტემა ერთმანეთთანაა დაკავშირებული, მაშინ  $\mu = 1$ ).

ენტროპიის მაქსიმიზაციის პრინციპის თანახმად, ინვესტიციის ნაკადის უაღბათესი მნიშვნელობა განისაზღვრება ფორმულით:

$$x_{ms}(t) = \frac{v_s(t)}{\sum_{k=1} v_k(t)} \cdot \varphi(c_m, \mu) \cdot I_m(t)$$

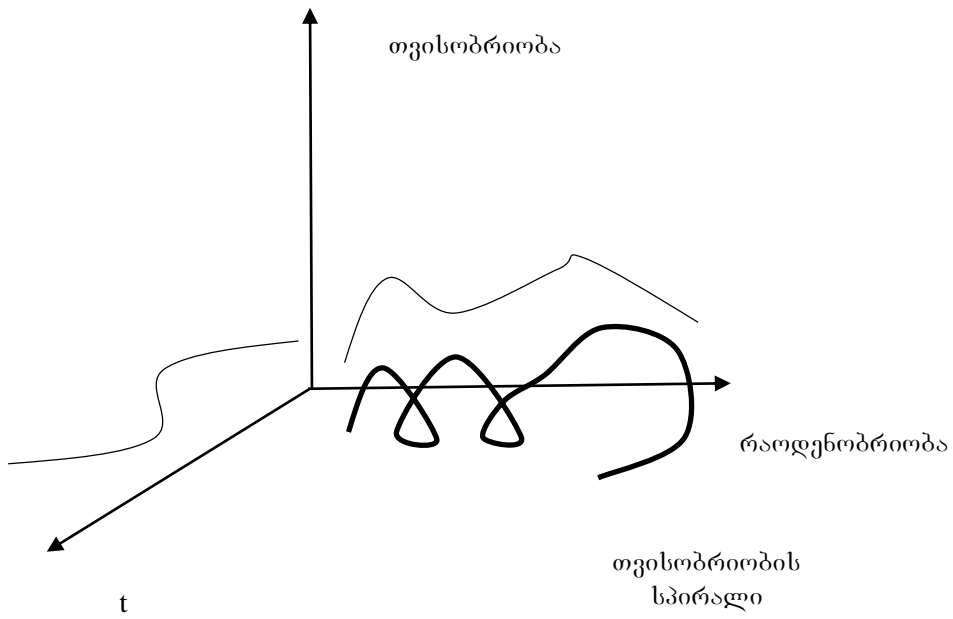
ნახვენებია, რომ ინვესტიციების განაწილების დინამიკის მახასიათებელ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემას ზღვრული ციკლები არ გააჩნია და მისი ამონახსნები მიისწრაფვიან მუდმივი მნიშვნელობისაკენ – წონასწორობის მდგომარეობისაკენ. იმისდამიხედვით, თუ რა მნიშვნელობებს იღებს მოსახლეობის ინტერესების დაკმაყოფილების  $\lambda_1$  და  $\lambda_2$  პარამეტრები, რომლებიც განსაზღვრავენ რეგიონის მახასიათებელი ეკონომიკურ პარამეტრების  $\delta_1$  და  $\delta_2$  მნიშვნელობებს, ბიფურკაციის წირვებით გამოიყოფა მდგრადობის A, B, C . . . არეები ( $\delta_1; \delta_2$ ) საკოორდინატო სიბრტყის პირველ მეოთხედში (ნახ. 3).



ნახ 3

**ბიფურკაციის წირები.** ჩვენ შემთხვევაში მაკროსისტემა ერთი სახის წონასწორობის მდგომარეობიდან გადავა მეორე სახის წონასწორობის მდგომარეობაში მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როცა ა) რეგიონის მახასიათებელი პარამეტრების ახალი (შეცვლილი) მნიშვნელობებისათვის არ არსებობს საწყისი სახის წონასწორობის მდგომარეობა, ან ბ) რეგიონის მახასიათებელი პარამეტრების რომელიღაც მნიშვნელობებისთვის განსხვავებული სახის წონასწორობის მდგომარეობები ღებულობენ ერთსა და იმავე მნიშვნელობებს. ყოველი ამის გამო მნიშვნელოვანია იმის დადგენა, თუ რომელი სახის წონასწორობის წერტილები ემთხვევიან ერთმანეთს ბიფურკაციის წირების ამა თუ იმ მონაკვეთზე. ჩვენს მიერ ნაპოვნია რეგიონის მახასიათებელი პარამეტრების ის მნიშვნელობები (ბიფურკაციის წირების ის წერტილები საკოორდინატო სიბრტყის პირველ მეოთხედში), რომელი მნიშვნელობებისთვისაც ორი მაინც განსხვავებული სახის წონასწორობის მდგომარეობათა მნიშვნელობები ერთმანეთს ემთხვევა.

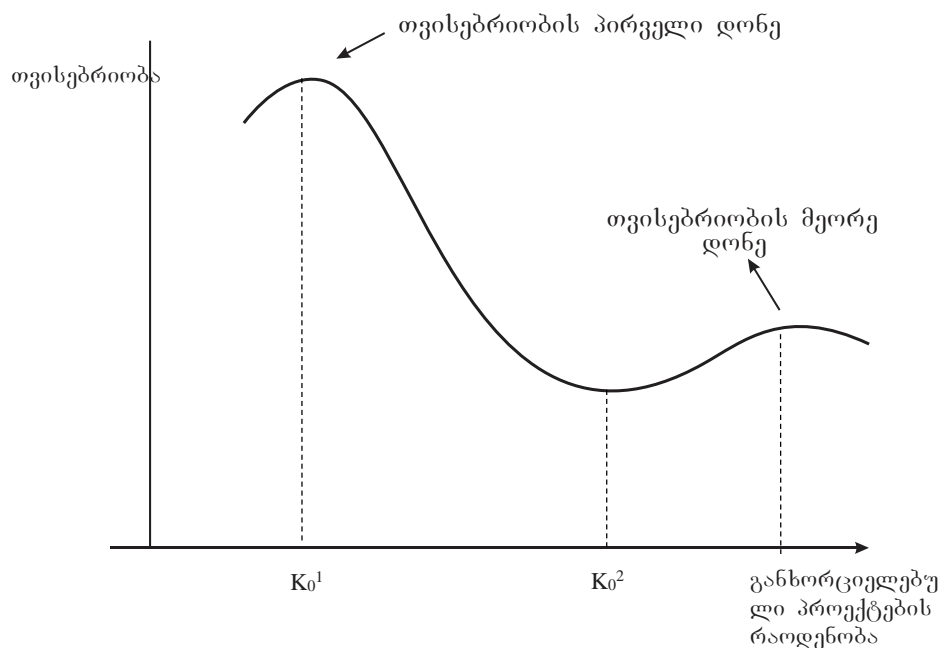
**ქაოსი ურბანულ სისტემებში.** ურბანული სისტემის ერთი თვისობრივი მდგომარეობიდან მეორეში გადასვლა ხორციელდება არაწრფივი კანონის სახით. „თვისობრიობასა“ და „რაოდენობრიობას“ და დროით კავშირს აქვს სპირალის ხასიათი (ნახ. 4):



ნახ. 4

ურბანული სისტემის მართვისას აუცილებელია დადგინდეს იმ თანაფარდობის არეები სადაც ადგილი ექნება ბიფურკაციას ურბანულ სისტემაში. ნაჩვენებია, რომ ამ კავშირს აქვს ლოგისტიკური ფუნქციის სახე და დაგენილია პარამეტრების ის მნიშვნელობები, რომლის დროსაც ადგილი აქვს ქაოსის წარმოქმნას ურბანული სისტემაში (ნახ. 5).

დამოკიდებულება “რაოდენობრიობასა” და “თვისობრიობას” შორის საშუალებას გვაძლევს კომპლექსურად და ობიექტურად შევისწავლოთ ურბანული სისტემის განვითარების დინამიკა.  $K_o^1$  და  $K_o^2$  რაოდენობრივი მნიშვნელობების დროს, შესაძლებელია ურბანულმა სისტემამ შეიძინოს ისეთი ფუნქცია, რომელიც ადრე მას არ გააჩნდა. ან წარმოიშვას ისეთი პროცესი, რომლის მართვა შეუძლებელია არსებული მმართველობითი სისტემის დროს. აქედან გამომდინარე აუცილებელია თვალი მივადევნოთ ურბანულ სისტემაში მიმდინარე პროცესების რაოდენობრივ მახასიათებლებს, რათა  $K_o^1$  და  $K_o^2$  არეში „შეჭრისას“ ან „მიახლოებისას“ მივიღოთ შესაბამისი ზომები, რათა საფუძველი არ დაედოს ისეთ მოვლენებს - ურბანული სისტემის მკვეთრ თვისობრივ ცვლილებებს, რომლებიც შემდგომ კატასტროფულ შედეგებამდე მიგვიყვანს.



ნახ. 5



ანალოგიური სურათი და ალგორითმი მიიღება განსახილველ რეგიონში საინვესტიციო პოლიტიკის განხორციელებისათვის.

**საწყისი მონაცემების (ინფორმაციის) ანალიზი ენტროპიული მეთოდით.** მაკროსისტემების მოდელირებისას ჩვენ ვეყრდნობით გარკვეულ საწყის ინფორმაციას განსახილველი სისტემის შესახებ. ხშირ შემთხვევაში ეს ინფორმაცია არასაკმარისია (ან შეიცავს ხელშეშლებს). ცხადია, დამატებითი, ახალი ინფორმაციის მიღებისას, თავდაპირველად უნდა მოხდეს ამ ინფორმაციის ანალიზი, მისი შედარება უკვე არსებულ ინფორმაციასთან და საჭიროების შემთხვევაში უნდა მოხდეს მისი გამოყენება. ასეთი კვლევის მნიშვნელობა განსაკუთრებით მაშინ დგება, როდესაც მაკროსისტემის მახასიათებელი პარამეტრების მნიშვნელობები უახლოვდებიან ბიფურკაციის წერტილებს.

ინფორმაციის ანალიზის ჩვენს მიერ შემუშავებული მეთოდი ეყრდნობა ე.წ. მესერული სიმრავლეების თეორიას.

#### **მეორე თავის შედეგები**

1. ენტროპიის მაქსიმიზაციის პრინციპის საფუძველზე აგებულია ურბანული სისტემის დემორესურსების დინამიკის მათემატიკური მოდელი, სადაც ჩვენს მიერ შემოტანილია მოსახლეობის ინტერესების დაკმაყოფილების პარამეტრი, რომელიც განსაზღვრავს მოსახლეობის დინამიკას.
2. დამტკიცებულია, რომ არსებული შეზღუდვების პირობებში ამოცანას გააჩნია ამონახსნი და ის ერთადერთია.
3. დამტკიცებულია თეორემა: თუ არსებობს ერთი მაინც რაიონი, რომლისთვისაც სრულდება დადებითი წონასწორობის აუცილებელი პირობა, მაშინ ეს პირობა შესრულდება ნებისმიერი სხვა რაიონისთვისაც.
4. შექმნილია ალგორითმი, რომელიც საშუალებას იძლევა გამოვეყნოთ მაკროსისტემის მდგრადობის არეები და ბიფურკაციის წირები.
5. დადგენილია ბიფურკაციის წირებზე ის მონაკვეთები, რომელ მონაკვეთებზედაც სხვადასხვა სახის წონასწორობათა მნიშვნელობები ერთმანეთს ემთხვევიან.

6. შექმნილია მეთოდი, რომელიც საშუალებას იძლევა შევაფასოთ რეკონსტრუქციის გეგმის განხორციელებისას მოსალოდნელი რისკები.

7. განხილულია მეთოდი, რომელიც, მესერული სიმრავლების თეორიის გამოყენებით, საშუალებას გვაძლევს შევაფასოთ მაკროსისტემის შესახებ ახალი ცნობის ინფორმაციულობა საწყის, საბაზო ინფორმაციებთან მიმართებაში.

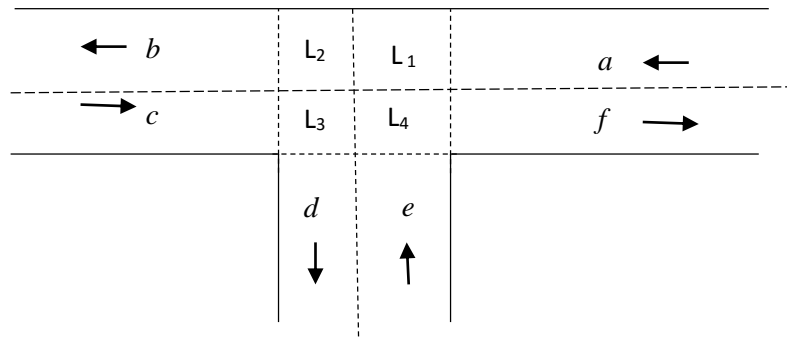
**მესამე თავში** აღგებრული ტოპოლოგიის მეთოდის საფუძველზე შექმნილია ურბანული სისტემების სტრუქტურული მდგრადობის ანალიზის ალგორითმი, დამუშავებულია ექსპერტული სისტემის აგების პრინციპები, მოყვანილია  $Q$  ანალიზის მეთოდის პრაქტიკული გამოყენების მაგალითები. სტრუქტურის ვექტორის პოვნის ალგორითმის საფუძველზე შექმნილია  $Q$  ვექტორის კოორდინატებისა და ექსცენტრისიტეტის გამოთვლის პროგრამა.

**სისტემის სტრუქტურის გაუმჯობესების ოპტიმალური გზის პოვნა  $Q$  ანალიზის მეთოდის საფუძველზე.** მაკროსისტემა წარმოადგენს გარკვეული მიზნით ურთიეთდაკავშირებულ ელემენტთა ერთობლიობას. სისტემის, როგორც ერთიანის, განსაზღვრულის, ძირითადი მახასიათებლები განისაზღვრება მისი სტრუქტურით - მისი შემადგენელი ნაწილების, ელემენტების ურთიერთკავშირით. მაკროსისტემების სტრუქტურის, შესასწავლად ვიყენებთ აღგებრული ტოპოლოგიის  $Q$ -ანალიზის მეთოდს.

$Q$  ანალიზის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი ცნებაა სიმპლექსის ექსცენტრისიტეტის ცნება, რომელიც გვიჩვენებს გარკვეული სიმპლექსის განცალკავების ხარისხს დანარჩენი სიმპლექსებისგან. ექსცენტრისიტეტი გვიჩვენებს არა მარტო იმას, თუ რამდენად მნიშვნელოვანია მოცემული სიმპლექსი მთლიანი კომპლექსისათვის, არამედ იმასაც, თუ რამდენად მნიშვნელოვანია ეს სიმპლექსი კომპლექსის ბმულობისათვის.

ნაშრომში მოყვანილია რეალური სისტემების  $Q$  ანალიზი, ალგორითმები და რეკომენდაციები სისტემის სტრუქტურის და მახასიათებლების გაუმჯობესებისათვის.

სატრანსპორტო ქსელის სტრუქტურული ცვლილება  $Q$  ანალიზის მეთოდის გამოყენებით. სატრანსპორტო ქსელის სტრუქტურა და კონფიგურაცია განსაზღვრავს სატრანსპორტო ნაკადის მაჩვენებლებს. იმ შემთხვევაში, როდესაც საგზაო მონაკვეთის გამტარუნარიანობა ნაკლებია ვიდრე ნაკადის სიდიდე, წარმოიქმნება ე.წ. საცობები. საცობების თავის ასარიდებლად ხშირად მიმართავენ ერთ ან რამდენიმე მარშრუტის გადაკეცვის ხერხს. ნაშრომში  $Q$  ანალიზის საფუძველზე შექმნილია სატრანსპორტო ქსელის სტრუქტურის ცვლილების მეთოდი, რომლის დროსაც, არსებული ბიუჯეტის ფარგლებში უმჯობესდება სატრანსპორტო ნაკადის მაჩვენებლები. განვიხილოთ შემდეგი ტიპის გზაჯვარედინი:



გზაჯვარედინი შედგება ოთხი დამაკავშირებელი მონაკვეთისაგან:  $L_1; L_2; L_3; L_4$ . არსებობს გზაჯვარედინის გადაკვეთის ექვსი მარშრუტი  $R_1 - ab, R_2 - ad, R_3 - cd, R_4 - cf, R_5 - ef, R_6 - eb$ .

$L = \{L_1, L_2; L_3; L_4\}$  სიმრავლიდან  $R = \{R_1; R_2; R_3; R_4; R_5; R_6\}$  სიმრავლეში  $\lambda$  მიმართება განესაზღვროთ შემდეგი წესით:  $(L_i; R_j) \in \lambda$  მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა  $R_j$  მარშრუტი გადის  $L_i$  დამაკავშირებელ მონაკვეთზე. ამ მიმართების შესაბამისი ინციდენტურობის მატრიცია:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$K_R(L; \lambda)$  კომპლექსის  $Q$  ანალიზის შედეგად ვღებულობთ, რომ ესაა ორგანზომილებიანი კომპლექსი, რომლის სტრუქტურის ვექტორია

$Q = (1, 2, 2)$ . ნაშრომში მოცემულია სტრუქტურის გაუმჯობესების ალგორითმი მოცემული ბიუჯეტის ფარგლებში.

დასასვენებელი პარკები და  $Q$ -ანალიზი. ვთქვათ  $X$  აღნიშნავს თბილისის დასასვენებელი პარკების სიმრავლეს, ხოლო  $Y$  კი რაიონების სიმრავლეს.  $X$  და  $Y$  სიმრავლეებს შორის მიმართება მოცემულია შემდეგი წესით:  $x_i$  პარკი მიმართებაშია  $y_j$  რაიონთან, თუ  $y_j$  რაიონის მოსახლეობა სარგებლობს  $x_i$  პარკით (რაც ნიშნავს იმას აღნიშნული  $i$  რაიონის მცხოვრები  $j$  პარკში მისასვლელად საჭირო დრო ნაკლებია 30 წუთზე). ვთქვათ ამ მიმართების შესაბამისი ინციდენტურობის მატრიცას აქვს შემდეგი სახე:

	ვაკის პარკი	მზიური	შთაწმინდის პარკი	მუშტაილი	იპოდრომი	რიყე	დედაენის ბაღი	ვარდების ბაღი	ვეტერანთა პარკი	კუს ტბა	ლისის ტბა	თბილისის ზღვა
ვაკე	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0
საბურთალო	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0
დიდუბე	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
ჩუღურეთი	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1
ისანი	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
სამგორი	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
შთაწმინდა	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0
გლდანი	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
ნაკალაძე	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1



---

როგორც ვხედავთ, ვაკე, საბურთალო, ისანი, მთაწმინდა და ნაძალადევის რაიონები სხვა რაიონების მიმართ “კეთილგანწყობილი” რაიონებია – ყველა პარკი, რომელიც ემსახურება ამ რაიონებს, ემსახურება კიდევ ერთ მაინც სხვა რაიონს, Q ანალიზის ენაზე ეს ნიშნავს, იმას, რომ ამ რაიონების ექსცენტრისიტეტები 0-ის ტოლია. რაც შეეხება სამგორის რაიონს, მისი ექსცენტრისიტეტი საერთოდ განუსაზღვრელია. ეს ნიშნავს, რომ პირველ რიგში უნდა აშენდეს პარკი, რომელიც მოემსახურება სამგორის რაიონს. კარგი იქნება, თუ ეს პარკი აშენდება ისე, რომ ის მოემსახურება კიდევ ერთ რაიონს მაინც. ამით სამგორის რაიონი 0 დონეზე მაინც შეუერთდება სხვა რაიონებს.

ვაკისა და საბურთალოს რაიონები განსაკუთრებულ „კეთილგანწყობას“ ავლენენ ერთმანეთის მიმართ, მათ ერთმანეთისგან განსხვავებული ინტერესები არ გააჩნიათ, მაგრამ ისინი ამ დონეზე იზოლირებულნი არიან სხვა რაიონებისგან, რაც გასათვალისწინებელია ქალაქის გენგეგმის შემუშავების დროს.

### მესამე თავის შედეგები

1. Q ანალიზის მეთოდის გამოყენებით შექმნილია სისტემის სტრუქტურის გაუმჯობესების ოპტიმალური გზის მოძებნის ალგორითმი.
2. დადგენილია ორი აუცილებელი პირობა, რომელთა გათვალისწინებითაც შესაძლებელია მნიშვნელოვნად შევამციროთ მაკროსისტემის სტრუქტურის გაუმჯობესებისათვის ოპტიმალური ცვლილების მოსაძებნად საჭირო გამოთვლების რაოდენობა.
3. შექმნილია ტრანსპორტის ნაკადის მართვის ალგორითმი Q ანალიზის მეთოდის საფუძველზე.
4. მოყვანილია Q ანალიზის მეთოდის პრაქტიკული გამოყენების რამდენიმე მაგალითი.
5. სტრუქტურის ვექტორის პოვნის ალგორითმის საფუძველზე შექმნილია Q ვექტორის კოორდინატებისა და ექსცენტრისიტეტის გამოთვლის პროგრამა.

## ძირითადი დასკვნები

1. შექმნილია არაწრფივი ობიექტების და მაკროსისტემების მათემატიკური მოდელირებისა (იდენტიფიკაციის) და მართვის მეთოდები და ალგორითმები. იმ შემთხვევაში, როდესაც უცნობია კვლევის ობიექტის სტრუქტურა მისი იდენტიფიკაციისათვის გამოიყენება ფუნქციონალური მწკრივები. ნაშრომში, მრავალი ცვლადის მახასიათებელი ფუნქციის გამოყენებით შექმნილია იტერაციული ალგორითმი იმპულსური გარდამავალი ფუნქციების მნიშვნელობების პოვნისათვის დროის დისკრეტული მომენტებისათვის.
2. როდესაც მაკროსისტემის სტრუქტურა ცნობილია, შესაბამისი მათემატიკური მოდელი ჩაიწერება დიფერენციალური განტოლების სახით, მისი ერთერთი მდგენელი შემთხვევითი ფუნქციონალია. ნაშრომში მაკროსისტემების იდენტიფიკაციისა და მართვისათვის შექმნილია ალგორითმები ენტროპიის მაქსიმუმის პრინციპის საფუძველზე.
3. კატასტროფების თეორიის საფუძველზე გამოკვლეულია ურბანულ სისტემაში წონასწორობის პირობის ამსახველი განტოლება. დადგენილია, რომ ადგილი აქვს წყობის ტიპის კატასტროფას.
4. ხშირ შემთხვევაში, ურბანულ სისტემაში მასობრივი მომსახურების ობიექტების განთავსებისა და დატვირთულობის მათემატიკური მოდელი წარმოადგენს ინტეგრალურ განტოლებას, რომლის ზუსტი ამონახსნის პოვნა დიდ სირთულეებთანაა დაკავირებული. ნაშრომში ინტეგრალური განტოლების ამონახსნი მოძებნილია ფუნქციონალური მწკრივის სახით.
5. შექმნილია მაკროსისტემების მდგრადობის არეების პოვნის ალგორითმი. ბიფურკაციის წირების განტოლებები განსაზღვრულია ცხადი სახით.
6. ჩვენს მიერ შემოტანილია მოსახლეობის ინტერესების დაკმაყოფილების პარამეტრი, რამაც საშუალება მოგვცა შეგვექმნა ურბანული სისტემის ფუნქციონალურ-სივრცული მდგრადი განვითარების ალგორითმი.
7. დამტკიცებულია თეორემები, რომლებიც განსაზღვრავენ რეგიონში მოსახლეობის რაოდენობის მდგრადობის პირობებს.

ნაჩვენებია, რომ ფერმის სტატისტიკის შემთხვევაში მიგრაციული ნაკადის წონასწორული მდგომარეობა ერთადერთია.

8. შექმნილია ურბანული სისტემის ფუნქციონალურ-სივრცული განვითარების პროცესის შეფასების ექსპერტული სისტემის აგების პრინციპები, რომლის საფუძველს წარმოადგენს ჩვენს მიერ შემუშავებული ურბანული სისტემის სისტემური მათემატიკური მოდელი.

9. დადგენილია და გამოკვლეულია კავშირი ურბანული სისტემის განვითარების “რაოდენობრივ” და “თვისობრივ” მახასიათებლებს შორის. დადგენილია ურბანულ სისტემის განვითარების ბიფურკაციის წერტილები, როდესაც კავშირი “რაოდენობრივ” და “თვისობრივ” მახასიათებლებს შორის წარმოადგენს ლოგისტიკურ ფუნქციას.

10. ინფორმაციის ანალიზის ენტროპიული მეთოდის საფუძველზე მოცემულია ალგორითმი, რომელიც ახალი ინფორმაციის ანალიზზე დაყრდნობით ზრდის იდენტიფიკაციის სიზუსტეს.

11. ალგებრული ტოპოლოგიის Q ანალიზის მეთოდის საფუძველზე შექმნილია ალგორითმი, რომელიც საშუალებას იძლევა ჩავატაროთ მაკროსისტემის სტრუქტურული ანალიზი და განვსაზღვროთ მისი მდგრადობა სხვადასხვა შემოთავაზებების დროს.

12. Q ანალიზის მეთოდის საფუძველზე შემუშავებულია ურბანული სისტემის სატრანსპორტო ქსელის ანალიზის მეთოდი და სატრანსპორტო ნაკადის პარამეტრების გაუმჯობესების ალგორითმები, რაც საშუალებას გვაძლევს ექსპერტიზა ჩატარდეს ახალი რაიონების განაშენიანების პროექტებს.

13. ჩვენს მიერ შექმნილი მეთოდებისა და ალგორითმების მიხედვით წარმოდგენილია ქ. თბილისის დასასვენებელი პარკების ტერიტორიული განაწილების ანალიზი და რეკომენდაციები აღნიშნული ქსელის ოპტიმიზაციისათვის

## Abstract

Nowadays many different scientific disciplines are observed to be integrated to study a number of events and the objects as a single system since they are all interconnected and interdependent and conflicting as well. Sustainable structures may be developed by the unity of opposing elements and their joint action.

Therefore, for the fundamental or practical problem solving and decision-making process require knowledge of mathematical model related to the considered phenomenon or the object, especially when dealing with such a situation, when research system as a whole system belongs to the determined system class while the behavior of its constructs are of sporadic character. These systems are called as macrosystems.

Within urban system modeling, its structural and systematic analysis we are dealing with the simultaneously existing processes including stochastic (typical for each element of urban system) as well as aggregated, determined processes (resulted from the stochastic actions combination).

The complexity of urban system functioning and its development, its multifunctionality require simultaneous solution of various areas, such as economics, demographics, social development, environmental protection, etc. Within this process should be taken into account the recommendations of experts and specialists of different fields (such as sociologists, ecologists, lawyers, demographers, economists, etc.), their considerations and observations. Finally these various conclusions may be considered on the mathematical basis.

Our approach of the modeling of urban system processes is based on microsystem approach, in particular on the methods of entropy maximization principle and algebraic topology analysis.

Casual behavior of element on micro level in macrosystems is transformed as flowing processes called as macrostate and its specific feature lies in the fact that the relaxation time of the micro and macro levels significantly differs.

This feature of microsystems enables us to use thermodynamics local equilibrium principle thus considering the spatial-time evolution of the system as a sequence of local-stationary states where each state is characterized by conditional maximum entropy.

Generally macrosystems represent nonlinear systems, where bifurcation points are occurred at the certain values of parameters and the chaos begins.

According to the chaos theory, a small error in the former will produce an enormous error in the latter. Therefore due to the sustainable development principle we should develop expert systems enabling evaluation of each our decision made during the design process to avoid further disastrous results.

Solving of transportation problem is quite actual in light of existing urban system planning process delays. Study of optimal topology of transportation network, development of complex, intelligent transportation systems and etc. are impossible without appropriate mathematical apparatus, methods and “physical concepts”.

Proposed structural analysis of complex systems and algebraic topological methods in management together with obtained results enable to maintain optimal control for traffic flow and to provide relevant recommendations to design new transportation network and update old one.

Developed urban system simulation models, control methods and algorithms made possible to create expert system model for assessment of urban system functional and spatial development thus enabling not only to promptly evaluate ongoing processes in the city, but also to define the strategic management policy and to timely respond to emerging situations. Herewith on the basis of systematic approach and due to selected criteria this model will provide prediction of urban system’s characteristic parameters and manage the social, economic, demographic and other processes.

### კონფერენციებში მონაწილეობა

1. სივრცული ეკონომიკური სისტემების ანალიზი კატასტროფების თეორიის საფუძველზე. სტუ-ს დაარსებიდან 90 წლისადმი მიძღვნილი საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია, 21 საუკუნის მეცნიერებისა და ტექნოლოგიების განვითარების ძირითადი პარადიგმები.
2. სივრცული ეკონომიკური პროცესების სტრუქტურული ანალიზი საინვესტიციო რისკების პრევენციისათვის. აკადემიკოს ივერი ფრანგიშვილის დაბადების 85 წლისთავისადმი მიძღვნილი საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია „საინფორმაციო და კომპიუტერული ტექნოლოგიები, მოდელირება, მართვა“. საქართველო, თბილისი, 3-5 ნოემბერი, 2015 წელი
3. Analysis of the Spatial Economic Processes for Defining the Investment Policy. მათემატიკური კონფერენცია „ლის ჯგუფები, დიფერენციალური განტოლებები და გეომეტრია“. ივნისი, ბათუმი, 2013.

### სია გამოქვეყნებული ნაშრომებისა, რომელთა შინაარსი შეესაბამება დისერტაციაში განხილულ თემატიკას.

1. მ. ახოზაძე, ე. კურცხალია. არაწრფივი ობიექტების იდენტიფიკაცია მახასიათებელი ფუნქციის საშუალებით. სტუ. სამეცნიერო შრომები №13 (352). 1990.
2. მ. ახოზაძე, ე. კურცხალია. არაწრფივი ობიექტების იდენტიფიკაციის რეკურსული ალგორითმი. სტუ. სამეცნიერო შრომები №13(369), 1990.
3. М.Ахобадзе. Э.Курцхалия. Модел динамики деморесурсов с учетом интересов различных групп населения. ВНИИСИ Сборник трудов. Вып.13. Москва. 1990.
4. მ. ახოზაძე, ე. კურცხალია. დემოგრაფიული პროცესის პროგნოზირების ერთი მეთოდი რეგიონალური სისტემების. სტუ. სამეცნიერო შრომები №3 (376) 1991.
5. მ. ახოზაძე, ე. კურცხალია. დემოგრაფიული პროცესის მართვის იმიტაციური მოდელი. საქ. მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე. ტ. 145. №2 1992წ.

6. ე. კურცხალია. სხვაობიანი სქემა დემოგრაფიული პროცესის პროგნოზირების მათემატიკური მოდელირებისათვის. სტუ. 405 (9) 1993წ.
7. E. kurtskhalia. On One Property of a Periodic Decimal Fraction, Inverse to a Prime Number. Proceedings of A. Razmadze Mathematical Institute, Number, **152** (2010), 89-100
8. მ. ახოზაძე, ე. კურცხალია, ლ. შავერდაშვილი, დემოგრაფიული პროცესის პროგნოზირების იმიტაციური მოდელი, "ინტელექტი" №1 (42), 2012, გვ. 185-187.
9. M. Akhobadze and E. Kurtsskhalia. For mathematical modeling of mass service processes. „საქართველოს მეცნიერებათა ეროვნული აკადემიის მოამბე“. 2013 წელი, ტ. 7, №2
10. მ. ახოზაძე, ე. კურცხალია, ზოგადსისტემური კანონზომიერებანი და გადაწყვეტილების მიღების ტექნოლოგიები, თბილისი, 2013, სტუ-ს ბიბლიოთეკა CD/1364, 279 გვ.
11. მ. ახოზაძე, ე. კურცხალია, თ. ბახტაძე. ქალაქის ფუნქციონალურ-სივრცული განვითარების იმიტაციური მოდელირება და მართვა. სტუ-ს შრომები №3, 2014.
12. მერაბ ახოზაძე, ელგუჯა კურცხალია, ბაჩუკი მესაბლიშვილი. ზოგადსისტემური კანონზომიერებანი. რთული სისტემების ანალიზი და მართვა. თბილისი. 2015. 209 გვ. (სტუ-ს ბიბლიოთეკა CD 2690).
13. მერაბ ახოზაძე, ბაჩუკი მესაბლიშვილი, ელგუჯა კურცხალია. სივრცული ევოლუციური ეკონომიკური პროცესების ფენომენოლოგია და საინვესტიციო პოლიტიკა. სტუ, საქართველოს საინჟინრო აკადემია. ბიზნეს-ინჟინერინგი. ყოველკვარტალური რეფერირებადი და რეცენზირებადი სამეცნიერო ჟურნალი. №1, 2015