

## **ოთარ ნიშნიანიძე**

**„ელექტრული სისტემების ნორმალური და განსაკუთრებული  
რეჟიმები”**

წარდგენილია დოქტორის აკადემიური ხარისხის  
მოსაპოვებლად

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი  
თბილისი, 0175, საქართველო  
2012 წელი

## საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

„ენერგეტიკისა და ტელეკომუნიკაციის ფაკულტეტი“

ჩვენ, ქვემოთ ხელისმომწერნი ვადასტურებთ, რომ გავეცანით ოთარ ნიშნიანიძის მიერ შესრულებულ სადისერტაციო ნაშრომს დასახელებით: „ელექტრული სისტემების ნორმალური და განსაკუთრებული რეჟიმები“ და ვაძლევთ რეკომენდაციას საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის „ენერგეტიკისა და ტელეკომუნიკაციის ფაკულტეტი“ სადისერტაციო საბჭოში მის განხილვას დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად.

ხელმძღვანელი: /ნინა თურქია/

რეცენზენტი: /კონსტანტინე წერეთელი/

რეცენზენტი: /ომარ ზივზივაძე/

რეცენზენტი:

## საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

2012 წელი

- ავტორი: ოთარ ნიშნიანიძე
- დასახელება: “ელექტრული სისტემების ნორმატური და განსაკუთრებული რეეიმები”
- ფაკულტეტი: ”ენერგეტიკისა და ტელეკომუნიკაციის ფაკულტეტი”
- აკადემიური ხარისხი: დოქტორი
- სხდომა ჩატარდა:

ინდივიდუალური პიროვნებების ან ინსტიტუტების მიერ ზემომოყვანილი დასახელების დისერტაციის გაცნობის მიზნით მოთხოვნის შემთხვევაში მისი არაკომერციული მიზნებით კოპირებისა და გავრცელების უფლება მინიჭებული აქვს საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტს.

---

ავტორის ხელმოწერა

ავტორი ინარჩუნებს დანარჩენ საგამომცემლო უფლებებს და არც მთლიანი ნაშრომის და არც მისი ცალკეული კომპონენტების გადაბეჭდვა ან სხვა რაიმე მეთოდით რეპროდუქცია დაუშვებელია ავტორის წერილობითი ნებართვის გარეშე.

ავტორი ირწმუნება, რომ ნაშრომში გამოყენებული საავტორო უფლებებით დაცული მასალებზე მიღებულია შესაბამისი ნებართვა (გარდა იმ მცირე ზომის ციტატებისა, რომლებიც მოითხოვენ მხოლოდ სპეციფიურ მიმართებას ლიტერატურის ციტირებაში, როგორც ეს მიღებულია სამეცნიერო ნაშრომების შესრულებისას) და ყველა მათგანზე იღებს პასუხისმგებლობას.



## რეზიუმე

ოთარ ნიშნიანიძის დისერტაცია „ელექტრული სისტემების ნორმალური და განსაკუთრებული რეჟიმები” ეხება აქტუალურ პრობლემას. ნაშრომი შედგება 122 გვერდისაგან და დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად წარდგენილი დისერტაციის გაფორმების ინსტრუქციის მიხედვით მოიცავს: ტიტულის გვერდს, ხელმოწერების გვერდს, საავტორო უფლებების გვერდს, რეზიუმეს ორ ენაზე (ქართულ-ინგლისური), შინაარსს (სარჩევს). ძირითადი ტექსტი შედგება შესავლის, ლიტერატურის მიმოხილვის, ექვსი თავის, დასკვნის და გამოყენებული ლიტერატურის სიისაგან.

შესავალში განხილულია კვლევის აქტუალობა, პრობლემის შესწავლის მდგომარეობა, კვლევის მიზანი და ამოცანები, კვლევის საგანი, თეორიული და მეთოდოლოგიური საფუძვლები, კვლევის მეცნიერული სიახლე, ნაშრომის პრაქტიკული მნიშვნელობა, ნაშრომის აპრობაცია, მისი მოცულობა და სტრუქტურა.

პირველ თავში განხილულია აღნიშნულ პრობლემასთან დაკავშირებული თეორიული საფუძვლები. ელექტრული სისტემების ჩანაცვლების სქემები და მათი ელემენტები; განხილულია აღნიშნულ საკითხთან დაკავშირებული ლიტერატურა.

მეორე თავში განხილულია სისტემის მდგომარეობის ამსახველი განტოლებები, კვანძური და კონტურული განტოლებების მიღების მეთოდები. განხილულია ელექტრული ქსელების ანალიზის ტოპოლოგიური მეთოდები. წარმოდგენილია ელექტრული რეჟიმის აღმწერი უნივერსალური განტოლებები. განხილულია კვანძური განტოლებების შედგენა ტრანსფორმატორული კავშირების გათვალისწინებით.

მესამე თავში მოცემულია ელექტრული ქსელების განზოგადებული პარამეტრების, კვანძების საკუთარი და ურთიერთწინაღობებისა და შტოების საკუთარი და ურთიერთგამტარობის მატრიცების გაანგარიშების მეთოდები. დამუშავებულია გაანგარიშების მეთოდიკა, რომელიც იძლევა გარკვეულ უპირატესობას არსებულთან შედარებით და აგრეთვე

იძლევა კომპიუტერული რესურსების დაზოგვის საშუალებას. განხილულია გრძივი დაზიანებების დენისა და ძაბვის წყაროებით მოდელირების საკითხები.

მეოთხე თავში მოცემულია ნორმალური რეჟიმის პარამეტრების გაანგარიშების ალგორითმები (განივი და გრძივი განზოგადებული პარამეტრების საშუალებით). შეიცავს ძაბვის რეგულირების იმიტაციას. ითვალისწინებს დატვირთვის დამოკიდებულებას ძაბვაზე, ასახულს სტატიკური მახასიათებლით. პროგრამაში გათვალისწინებულია ინფორმაციის დაგროვება მონაცემთა ბაზაში ცხრილების სახით, რომელიც წარმოადგენს შემდგომში საწყის ინფორმაციას სხვადასხვა ტიპის გაანგარიშებებში.

მეხუთე თავში მოცემულია სიმეტრიულ მდგენელთა მეთოდის გამოყენება არასიმეტრიული რეჟიმების ანგარიშის დროს. რომლის არსი მდგომარეობს არასიმეტრიული რეჟიმის დაშლაში სამ სიმეტრიულ რეჟიმად. განხილულია არასიმეტრიული რეჟიმების ანალიზი განსაკუთრებული ფაზის სიმეტრიული მდგენელების საშუალებით და დამუშავებულია მისი რეალიზაციისათვის აუცილებელი საანგარიშო მეთოდები.

მექვე თავში მოცემულია გრძივი ასიმეტრიის დროს მიღებული რეჟიმების ანალიზი დაზიანებული ფაზის სიმეტრიული მდგენელების საშუალებით. ამ შემთხვევაში ხაზის გაწყვეტის მოდელირებას ვახდენთ დაზიანების ადგილზე იდეალური ძაბვის წყაროს ჩართვით. ყველა სახის გრძივი დაზიანება წარმოდგენილია როგორც ერთფაზა დაზიანებების შესაბამისი რეჟიმების ზედდება (ხაზის ორი და სამი ფაზის გაწყვეტა წარმოდგენილია როგორც ფიქტიურ ხაზებში ერთფაზა გაწყვეტების დროს მიღებული ელექტრული რეჟიმების ზედდება დამატებითი პირობის გათვალისწინებით) ასეთი მიღომა წარმოადგენს მეცნიერულ სიახლეს და რეჟიმების ანალიზის შესაძლებლობებს შეუზღუდავს ხდის.

ბოლოს მოცემულია დასკვნა და გამოყენებული ლიტერატურის ჩამონათვალი.

## **Abstract**

Otar Nishnianidze's dissertation "Electrical Systems for normal and special modes" concerns actual problems. The work consists of 122 pages and according the guidance for thesis drawing up, presented for receiving academic degree of Doctor, contains: pages of a title, a signature, author's rights, abstract in two languages (Georgian-English), content. Main text consists of introduction, discussion of the literature, six chapters, conclusion and the list of used literature.

Actuality of the research, conditions of problem learning, objects and goals, subject of the research, theoretical and methodological basis, scientific news of the research, approbation of the work, its size and structure are reviewed in the introduction.

Theoretical principles associated with mentioned problem are discussed in the first chapter. Equations expressing the condition of the system replacement schemes are discussed. Literature associated to this issue is reviewed.

In the second chapter there is discussed system state reflecting equations, methods of obtaining of nodal and cycle equations. Topological methods of electrical network analysis are discussed. The electrical mode is describing of the universal equations. In the chapter is described making of nodal equation considering transformer coupling.

In the third chapter is presented calculating methods of electric network generalized parameters, own and interconductivity matrixes of nodes and branches. There is elaborated and explained methods of calculation of generalized parameters, which gives specific advantages than the last one and it also gives possibility to save computer resources. linear asymmetry issues are discussed of the current and voltage sources modeling.

In the fourth chapter is presented algorithm of parameters calculation for normal mode. It consists of tension regulating imitation. In the program is considered accumulation of information in database through schedules which becomes initial information in different type of calculations. In the chapter is described line break modeling through ideal current and tension sources.

In the fifth chapter is discussed application of center limiter method. Formation of joint method for calculating asymmetric malfunction parameters gives possibility of conducting relevant accounts in case of any kind of and combination damage. Analysis of asymmetric damages is based upon center limiter methods which main point is to divide asymmetric mode into three symmetric modes in order in each conformity diagram to apply all those methods equal to symmetric systems. The analysis of asymmetric mode object moves through a Symmetric particular phase. There are developed methods for the realization of the required reporting.

In the sixth chapter is discussed mode analysis in linear asymmetry through Damaged phase center limiters. We make line breaking modeling at the place of damage through tension source which tension corresponds to tension at the place of break with size and direction. We can make imitation of the line break of any number by switching relevant ideal tension sources on. We presented breaking of two and three phases of all lines as in actual lines while single breaks which means confluence of actual lines. In case of confluence own and interconductivity of the lines are equal and this condition is maintained in all three conformity diagrams. Such an approach is scientific innovation and that makes modes of analysis any opportunities.

At the end conclusions and the list of used literature is given.

## **შინაარსი**

შესავალი;

### **თავი I**

1. ნაშრომში წარმოდგენილ პრობლემასთან დაკავშირებით არსებული ლიტერატურის მიმოხილვა;
2. ელექტრული სისტემების ჩანაცვლების სქემები და მათი ელემენტები ;

### **თავი II**

**სისტემის მდგომარეობის ამსახველი განტოლებები;**

3. კირხპოფის კანონებზე დაფუძნებული განტოლებები ;
4. სისტემის მდგომარეობის ამსახველი განტოლებების მიღება ტოპოლოგიური ანალიზის მეთოდების გამოყენებით ;
5. სისტემის მდგომარეობის ალმწერი უნიფიცირებული განტოლებები ;
6. კვანძური ძაბვების განტოლების შედგენა ტრანსფორმატორული კავშირების გათვალისწინებით ;

### **თავი III**

**ელექტრული ქსელების განზოგადოებული პარამეტრები. ხაზის გაწყვეტის მოდელირება იდეალური დენისა და ძაბვის წყაროებით;**

7. კვანძების საკუთარი და ურთიერთწინაღობა ;
8. მატრიცის შებრუნების ოპერაციის ფიზიკური არსი ;
9. გაუსის მეთოდის შესაბამისობა სქემის გარდასახვებთან ;
10. კვანძების საკუთარი და ურთიერთწინაღობებისა და შტოების საკუთარი და ურთიერთგამტარობების მატრიცების გაანგარიშების მეთოდები;
11. ხაზის გაწყვეტის მოდელირება იდეალური დენისა და ძაბვის წყაროებით;

#### **თავი IV**

ენერგოსისტემის ნორმალური რეჟიმის პარამეტრების გაანგარიშების ალგორითმები;

12. ნორმალური რეჟიმის პარამეტრების გაანგარიშება განივი განზოგადებული პარამეტრების საშუალებით;

13. რეჟიმის პარამეტრების განსაზღვრა გრძივი განზოგადებული პარამეტრების საშუალებით;

#### **თავი V**

გრძივი ასიმეტრიის დროს მიღებული რეჟიმების ანალიზი განსაკუთრებული ფაზის სიმეტრიული მდგენელების საშუალებით;

14. სიმეტრიულ მდგენელთა მეთოდის გამოყენება არასიმეტრიული რეჟიმების ანგარიშის დროს ;

15. ავარიული რეჟიმის პარამეტრების ანგარიში განსაკუთრებული ფაზის სიმეტრიული მდგენელების საშუალებით;

#### **თავი VI**

16. გრძივი ასიმეტრიული რეჟიმების გაანგარიშება დაზიანებული ფაზის პარამეტრების მიხედვით ;

17. დასკვნა;

გამოყენებული ლიტერატურა.

## შესავალი

ელექტრული სისტემების და ქსელების გაანგარიშების პრაქტიკაში დამყარებული რეჟიმების ანგარიშებს კვლევის საერთო მოცულობაში მნიშვნელოვანი ნაწილი უკავია. ეს ეხება ელექტრული სისტემების და ქსელების როგორც პროექტირების, ასევე ექსპლუატაციის სტადიებს. რა ტიპის ქსელებისთვისაც არ უნდა ტარდებოდეს ეს ანგარიშები, ყველა შემთხვევაში გვიხდება ოპერირება როცული ჩანაცვლების სქემებით, რომლებიც შეიცავს ათობით და ასობით კვანძს და შტოს. ამ პირობებში ელექტრული ქსელის დამყარებული რეჟიმის საწყისი განტოლებების ხელით ამოხსნა შეუძლებელია. სწორედ, დამყარებული რეჟიმების ანგარიში გახდა ელექტროენერგეტიკის ერთ-ერთი პირველი ამოცანა, სადაც ფართო გამოყენება პპოვა კომპიუტერებმა. რიცხვითი ალგორითმების და კომპიუტერული პროგრამების შექმნა მოითხოვდა დამყარებული რეჟიმის განტოლებების ფორმირებას და ამოხსნის ზოგადი მეთოდების დამუშავებას, რომლებიც ერთდროულად არ იყო დამოკიდებული ელექტრული სისტემის ჩანაცვლების სქემის სირთულეზე და კონფიგურაციაზე და ამავე დროს, მაქსიმალურად ითვალისწინებდა სისტემების ზოგად თვისებებს.

ელექტრული ქსელების რეჟიმის მათემატიკური მოდელირება გულისხმობს ელექტრული ქსელის მათემატიკური მოდელის შექმნას და მოდელის რეალიზაციას კომპიუტერზე რიცხვითი ალგორითმის და კომპიუტერული პროგრამის დამუშავების გზით. როგორც წესი, ელექტრული სისტემის ელემენტების (გენერატორების, გრანსფორმატორების, ელექტროგადამცემი ხაზების, დატვირთვების) მათემატიკური მოდელების შექმნისას იყენებენ მათი ჩანაცვლების სქემების – გამარტივებულ ფიზიკურ მოდელებს, რომლებიც შედგება იდეალიზირებული ელემენტებისაგან.

ელექტრული ენერგიის გადაცემა და განაწილება უნდა ხდებოდეს ქსელის მუშაობის ნორმალურ რეჟიმში, ანუ უზრუნველყოფილი უნდა იყოს მუშაობის საიმედოობა და ენერგიის ხარისხი. ხშირად ნორმალური რეჟიმის დარღვევა ხდება სხვადასხვა ავარიული

სიტუაციებისას. მაგალითად მოკლე შერთვებით, ხაზის ან ფაზის გაწყვეტებით, ან მათი კომბინაციით (სხვადასხვა სახის გრძივი და განივი დაზიანებებით). ქსელის ელემენტები დაცული უნდა იყოს ავარიული დენების მიერ დაზიანებისაგან.

ენერგეტიკული სისტემის მდგრადი, უავარიო და ეკონომიური მუშაობა შეუძლებელია სარელეო დაცვისა და ავტომატიკის მოწყობილობების გარეშე. დაზიანებული უბნის სწრაფი და სელექტიური გამორთვა ხდება თანამედროვე სარელეო დაცვის მოწყობილობებით. მათი საიმედო მუშაობისათვის გათვლილი უნდა იყოს შესაძლო ავარიული პარამეტრები. ამ პარამეტრების გათვლა-გაანგარიშებას ეძღვენება მრავალი ნაშრომი და ჯერ კიდევ მიმდინარეობს ამ მიმართულებით კვლევა ძიება. ჩვენ დავამუშავეთ მეთოდიკა რთული ავარიული რეჟიმების გასაანგარიშებლად.

რეალური მოვლენები და ობიექტები საკმაოდ რთულია. მათი შესწავლისას მკვლევარები იძულებული არიან შექმნან მოდელები – შესასწავლი მოვლენებისა და ობიექტების გამარტივებული ასლები. მოდელის შექმნისას შენარჩუნებული უნდა იყოს რეალური მოვლენის ან ობიექტის არსებითი თვისებები, ე.ი. მოდელი უნდა იძლეოდეს სწორ ინფორმაციას პრაქტიკისთვის მოთხოვნილი სიზუსტით. მეორეს მხრივ, მოდელი უნდა იყოს მარტივი, ადვილად მისაწვდომი შესასწავლად და საჭირო ინფორმაციის მისაღებად (რისთვისაც იქმნება იგი). რაც უფრო გამართლებულია შერჩეული მოდელი, რაც უფრო კარგად ასახავს ის რეალური მოვლენის ან ობიექტის არსებით თვისებებს, მით უფრო წარმატებული იქნება მისი გამოკვლევა და სასარგებლოა ამ გამოკვლევით მიღებული შედეგები და რეკომენდაციები.

ადამიანის ცოდნის თითქმის ყველა სფეროში მათემატიკა იძლევა ანალიზის და პროგნოზის უნივერსალურ და ძალიან ეფექტურ მეთოდს – მათემატიკური მოდელირების მეთოდს, რომლის ძირითად ეტაპს წარმოადგენს მათემატიკური მოდელის შექმნას.

მათემატიკური მოდელი არის რეალური სამყაროს გარკვეული კლასის მოვლენების ან ობიექტების მიახლოებითი აღწერა მათემატიკური სიმბოლიკის საშუალებით.

მათემატიკური მოდელი, რომელიც დაფუძნებულია რაღაც გამარტივებაზე, იდეალიზაციაზე, არ არის რეალური მოვლენის ან ობიექტის გაიგივება და არის მათი მიახლოებითი აღწერა. სწორედ იმის გამო, რომ რეალური მოვლენა ან ობიექტი შეცვლილია შესაბამისი მოდელით, არის საშუალება, დავსვათ მათი შესწავლის ამოცანა, როგორც მათემატიკური და ანალიზისთვის გამოვიყენოთ უნივერსალური მათემატიკური აპარატი, რომელიც არ არის დამოკიდებული მოვლენის ან ობიექტის კონკრეტულ ბუნებაზე, მათემატიკა საშუალებას იძლევა, ერთი მიღგომით აღვწეროთ ფაქტორების და დაკვირვებების ფართო წრე, ჩავატაროთ მათი დეტალური რაოდენობრივი ანალიზი, ვიწინასწარმეტყველოთ, როგორ განვითარდება მოვლენა ან როგორ მოიქცევა ობიექტი სხვადასხვა პირობებში.

მოდელის ანალიზით მიღებულ შედეგებს რეალურ მოვლენასთან ან ობიექტთან აქვს მიახლოებითი ხასიათის კავშირები. მათი სიზუსტე განსაზღვრულია მოდელის და მოვლენის, ან ობიექტის შესაბამისობის, ადგვატურობის ხარისხით. შედეგების სიზუსტის, შესაბამისობის საკითხი არის მათემატიკური მოდელირების ერთ-ერთი ყველაზე მნიშვნელოვანი და რთული. ეს საკითხი არ არის წმინდა მათემატიკური და როგორც წესი, მათემატიკური მეთოდებით არ წყდება. მოდელის საფუძველზე მიღებული შედეგების ჭეშმარიტების ძირითადი კრიტერიუმი არის ექსპერიმენტი, პრაქტიკა.

კომპიუტერული ტექნოლოგიების განვითარების შემდეგ თეორიული კვლევის ძირითადი მეთოდი პრაქტიკულად გახდა მათემატიკური მოდელირება. ეს იმით აიხსნება, რომ მათემატიკური მოდელის აგებისა და გამოკვლევის სირთულე ძირითადად დამოკიდებულია შესასწავლი მოვლენის ან ობიექტის სირთულეზე.

ინჟინერს, როგორც წესი, საქმე აქვს რთულ, ხშირად ძალიან რთულ მოვლენებთან და ობიექტებთან. მათემატიკური ამოცანების რიცხვითი მეთოდები ცნობილი იყო უფრო ადრე, სანამ გამოჩნდებოდნენ კომპიუტერები, მაგრამ მათი გამოყენება ხდებოდა ძალიან იშვიათად დიდი გამოთვლების განსაკუთრებული შრომატევადობის გამო. ამის გამო რთული მათემატიკური მოდელების

გამარტივება ხდებოდა დამატებითი დაშვებების მიღებით. მოდელის გამარტივება ამცირებდა შესასწავლ მოვლენასთან ან ობიექტთან მისი ადგენერატურობის ხარისხს, კვლევის შედეგები ხდებოდა ნაკლებად ზუსტი და საინტერესო. ზოგჯერ კი ასეთი გზით მიღებული შედეგები მცდარი იყო. კომპიუტერების გამოჩენამ პრაქტიკულად გადაწყვიტა გამოთვლების პრობლება.

კომპიუტერების ბაზაზე რიცხვითი მეთოდების გამოყენებამ საგრძნობლად გააფართოვა მათემატიკური ამოცანების კლასი, რომელთა მიმართ შესაძლებელი გახდა ამომწურავი ანალიზის ჩატარება. ახლა მათემატიკური მოდელის აღებისას არ არის საჭირო ძლიერი გამარტივება. ძირითადი ყურადღება მიმართული არის იმაზე, რომ მოდელში გათვალისწინებული იყოს შესასწავლი მოვლენის ან ობიექტის ყველა არსებითი თვისება. მოდელის აღების შემდეგ საკითხი დგება შესაბამისი მათემატიკური ამოცანის რიცხვითი ალგორითმის შემუშავებაზე და კომპიუტერზე მის რეალიზაციაზე. თანამედროვე კომპიუტერებზე რეალიზებული მათემატიკური მოდელები ავიდნენ შესასწავლი რეალური მოვლენების ან ობიექტების შესაბამისობის ისეთ დონეზე, რომ თუ ადრე საუბრობდნენ ლაბორატორიულ ექსპერიმენტებზე ფიზიკურ მოდელებზე, ახლა საუბრობენ გამოთვლით ექსპერიმენტებზე მათემატიკურ მოდელებზე.

ბოლო დროს საინჟინრო საქმის თითქმის ყველა დარგში გამოჩნდნენ კომპიუტერული პროგრამები, რომლებსაც გააჩნია დიდი შესაძლებლობები შესაბამისი საინჟინრო ამოცანების ამოხსნაში და, რაც განსაკუთრებით მიმზიდველია, კომპიუტერთან ძალიან გამარტივებული დიალოგის საშუალება, მაგრამ არ არსებობს უნივერსალური კომპიუტერული პროგრამები, რომლის საშუალებით ამოიხსნება ნებისმიერი კონკრეტული საინჟინრო დარგის ამოცანა. არ შეიძლება ბრმად ვენდოთ ყველა შედეგს, ამ შედეგებს სჭირდება შემოწმება და ანალიზი.

არსებული მეთოდები საშუალებას იძლევიან გავიანგარიშოთ ერთჯერადი ავარიის რეჟიმის პარამეტრები. დაზიანებები შეიძლება იყოს სიმეტრიული და არასიმეტრიული მოკლე შერთვები, ხაზისა და ფაზის გაწყვეტები. ეს მეთოდები ასევე იძლევიან საშუალებას

გაანგარიშებული იქნას დენები და ძაბვები ერთდროულად ორი დაზიანების შემთხვევაში, როგორიცაა მაგალითად ერთ უბანში ფაზის გაწყვეტა და მეორე უბანში სიმეტრიული ან არასიმეტრიული მოკლე შერთვა და ა.შ.

წარმოდგენილი მეთოდიკის საფუძველზე შევქმნით მათემატიკური მოდელი. ამ მეთოდის გამოყენებით კონკრეტული ქსელისათვის ჩავატარეთ ანგარიშები ერთდროული არასიმეტრიული დაზიანებების შემთხვევაში. ანგარიშებს ვაწარმოებდით პროგრამა MATLAB-ის საშუალებით. ამ მოდელის საფუძველზე შეიძლება დამუშავდეს პროგრამა მონაცემთა ბაზის მართვის სისტემაში, თანამედროვე დიზაინითა და გრაფიკით.

ნაშრომში წარმოდგენილია არასიმეტრიული ავარიული რეჟიმების პარამეტრების გაანგარიშების ალგორითმები, დაფუძნებული სისტემის მდგომარეობის ამსახველ კვანძურ განტოლებებზე.

ხაზების გაწყვეტის შემთხვევაში, სიმეტრიული სისტემებისათვის ჩამოყალიბებული თეორია გადაიტანება ავარიული რეჟიმების სიმეტრიულ მდგენელებში.

რაკი ავარიული დენების მდგენელები ცირკულირებენ მხოლოდ შესაბამისი მიმდევრობის სქემაში, ყველა ის კანონი და დებულება, რაც სამართლიანია სიმეტრიული სისტემებისათვის, სამართლიანია თითოეული მიმდევრობის სქემაში არსებული ელექტრული რეჟიმებისათვის. ე.ი. თითოეული მიმდევრობის სქემაში დამოკიდებულება დენებსა და ძაბვებს შორის აღიწერება კვანძური განტოლებებით, წინასწარ, თითოეული მიმდევრობის სქემისათვის გათვლილი კვანძური გამტარებლობების მატრიცის საშუალებით. ამ განტოლებათა გაანგარიშება ხდება ხაზების გაწყვეტის დროს და დგენილი სასაზღვრო პირობების გათვალისწინებით, რასაც უცნობების რიცხვი დაკყავს დაზიანებათა რიცხვამდე. ამგვარად ერთი ფაზის გაწყვეტის სასაზღვრო პირობები მოსახერხებელია უნიფიცირებული განტოლებების მისაღებად. ამ დამატებით პირობას შეესაბამება ერთ-ერთი დაზიანებული ფაზის ძაბვების (პირდაპირი და უკუ მიმდევრობის სქემებში) შემობრუნება  $120^{\circ}$ -ით. რაკი ყველა დაზიანება წარმოადგენს ერთფაზა დაზიანებების კომბინაციას, წარმოდგენილი მეთოდიკით

საშუალება გვეძლევა გავიანგარიშოთ ნებისმიერი სიმეტრიული და  
არასიმეტრიული ავარიული რეჟიმები.

# თავი I

## 1.1 ნაშრომში წარმოდგენილ პრობლემასთან დაკავშირებით არსებული ლიტერატურის მიმოხილვა

ენერგოსისტემის პროექტირება და ექსპლუატაცია მოითხოვს დიდი რაოდენობით კვლევებს და გაანგარიშების ჩატარებას ნორმალური და ავარიული რეჟიმების პარამეტრების განსაზღვრასთან დაკავშირებით. ამ კვლევებს მიეკუთვნებიან დამყარებული ნორმალური რეჟიმების გაანგარიშებები, სტატიკური და დინამიკური მდგრადობის ანალიზი, აქტიური და რეაქტიული სიმძლავრეების განაწილების ოპტიმიზაცია, მოკლე შერთვის დენების განსაზღვრა, მარეგულირებელი მოწყობილობებისა და ავარიის საწინააღმდეგო ავტომატიკის დანაყენთა პარამეტრთა განსაზღვრა და სხვა. ენერგოსისტემის განვითარება იწვევს ამ ტიპის სამუშაოების გართულებას, რაც თავის მხრივ მოითხოვს თანამედროვე კომპიუტერული ტექნოლოგიების მაღალ დონეს.

ელექტროენერგეტიკული სისტემის რეჟიმების გაანგარიშებასთან დაკავშირებით გამოქვეყნებულია დიდი რაოდენობით ლიტერატურა. [1] ამ შრომებში განხილულია ამ პრობლემის, კერძოდ რეჟიმის პარამეტრების გაანგარიშების სხვადასხვა მეთოდები. მოცემულია ტოპოლოგიური ანალიზის საფუძვლები და კომპიუტერული ტექნოლოგიების გამოყენებით ამ პრობლემის გადაწყვეტილის თანამედროვე მიდგომა [2] დეტალურად არის განხილული სისტემის მდგომარეობის ძირითადი განტოლებები და ამ განტოლებების კლასიფიკაცია. [3] ნაშრომი ეძღვნება ელექტრული სისტემის დამყარებული რეჟიმების გაანგარიშების სხვადასხვა მეთოდებს (კვანძურს, კონტურულს). გარდა ამისა განხილულია ამ ამოცანის ამოხსნის სხვადასხვა მეთოდები როგორც პირდაპირი ასევე იტერაციული. გამოკვეთილია ამ მეთოდების განსხვავება და უპირატესობა კონკრეტული ამოცანების გადაწყვეტის დროს. განსაკუთრებული ადგილი უკავია თანამედროვე ალგორითმებს, რომლებიც დიდი განზომილების ამოცანების გადაწყვეტის საშუალებას

იძლევა და უზრუნველყოფს კომპიუტერული რესურსების ეფექტურად გამოყენებას.

ნებისმიერი ელექტრული რეჟიმი როგორც ნორმალური ასევე ავარიული აღიწერება ერთი და იგივე განტოლებებით. ამიტომ განსაკუთრებული ყურადღება ექცევა სისტემის მდგომარეობის აღმწერ განტოლებებს. ტოპოლოგიური ანალიზის საფუძველზე ხდება სისტემის მდგომარეობის ამსახველი განტოლებების წარმოდგენა ინციდენციის მატრიცების საშუალებით. განხილულია განტოლებათა ამოხსნის როგორც პირდაპირი (მატრიცის შებრუნება, გაუსის მეთოდი და სხვა), ასევე იტერაციული მეთოდები (მარტივი იტერაცია, ზეიდელისა და ნიუტონის მეთოდი). განსაკუთრებული ყურადღება აქვს დათმობილი განზოგადებულპარამეტრებიანი მატრიცული განტოლებებით სისტემის მდგომარეობის აღწერას. ამ განტოლებების გამოყენებას როგორც ნორმალური ასევე ავარიული რეჟიმების პარამეტრების გაანგარიშების დროს.

ელ. ქსელის ელექტრული რეჟიმების პარამეტრების გაანგარიშება და ანალიზი წარმოებს ჩანაცვლების სქემების მიხედვით. ჩანაცვლების სქემა ძირითადად შეიძლება წარმოდგენილი იყოს ყველა არსებული შტოს პასიური პარამეტრებით - წინადობებითა და გამტარობებით, ან განზოგადებული პარამეტრებით. ყველა შემთხვევაში სქემის ტოპოლოგია აისახება ინციდენციის I და II მატრიცებით, რომლებიც თავის მხრივ აისახებიან სქემის პასიური პარამეტრების ამსახველ მატრიცებში.

ავარიული რეჟიმების გაანგარიშების შედეგად მიღებული აქტიური პარამეტრები წარმოადგენენ ერთ-ერთ საფუძველს სარელეო დაცვის სამსახურის გამართული მუშაობისათვის. ამჟამად არსებული მეთოდებით [2,9] წარმოებს ერთჯერადი გრძივი და განივი დაზიანებების გაანგარიშება. არასიმეტრიული რეჟიმის ანგარიში განხილულია სიმეტრიულ მდგენელთა მეთოდის ბაზაზე [2]. ამ მეთოდის თანახმად არასიმეტრიული რეჟიმი წარმოადგენს სამი სიმეტრიული რეჟიმის ზედდებას, რომლებიც შეესაბამებიან პირდაპირი, უკუ და ნულოვანი მიმდევრობის სქემებს. თითოეული ამ მიმდევრობის რეჟიმის ანგარიშისას სამართლიანია ყველა ის მეთოდიკა, რაც სამართლიანია

სიმეტრიული სისტემებისათვის. ბოლო დროს წარმოდგენილი კომპიუტერული პროგრამებით გაანგარიშებას ახდენენ ერთდროულად ორი დაზიანების, სიმეტრიული და არასიმეტრიული, შემთხვევებისთვის. ჩვენ ჩავატარეთ სამუშაოები და კვლევა-ძიება რათა მოგვეხრხებინა ყველა ტიპის გრძივი დაზიანების გაანგარიშება.

ენერგოსისტემის სხვადასხვა პირობებში ფუნქციონირებისას ჩნდება არასრულფაზოვანი რეჟიმების ელექტრული პარამეტრების გაანგარიშების საჭიროება, რის გამოც აუცილებელი ხდება არასრულფაზოვანი რეჟიმების პარამეტრების გაანგარიშების მეთოდიკის დამუშავება. გარდა ავარიული რეჟიმების ანალიზისა აუცილებელია ასევე დამყარებული არასრულფაზა რეჟიმების განხილვაც, ვინაიდან ენერგომომარაგების საიმედოობის უზრუნველსაყოფად დასაშვებია სანგრძლივი დროით ასეთი რეჟიმების არსებობაც.

ნორმალური რეჟიმის გაანგარიშებას განსაკუთრებული მნიშვნელობა ენიჭება იმ გარემოებების გამო, რომ ამ ანგარიშის შედეგები (ნაკადგანაწილება, კვანძური ძაბვები, ძაბვისა და სიმძლავრის დანაკარგები) აუცილებელია არა მარტო ექსპლუატაციის პროცესისათვის, არამედ აუცილებელია სხვადასხვა ამოცანის ამოხსნის დროსაც. როგორებიცაა ელექტრული რეჟიმების ოპტიმიზაცია, გარდამავალი პროცესების, სიმეტრიული და არასიმეტრიული რეჟიმების ანგარიში და სხვა.

ნორმალური რეჟიმის პარამეტრები გამოიყენებიან ავარიული რეჟიმების გასაანგარიშებლადაც. თვითონ ავარიული რეჟიმის პარამეტრების განსაზღვრა ასევე აუცილებელ ამოცანას წარმოადგენს, ვინაიდან ავარიული პარამეტრების წინასწარი განსაზღვრის გარეშე წარმოუდგენელია სისტემის უსაფრთხო მუშაობის უზრუნველყოფა.

ელექტრული რეჟიმების ანგარიშის ჩასატარებლად აუცილებელია ელექტრული სისტემის პრინციპული სქემის წარმოდგენა მისი ჩანაცვლების სქემით.

ელ. სისტემის ჩანაცვლების სქემაში გენერაცია და მომხმარებლის ტვირთები შეიძლება წარმოდგენილი იყოს როგორც კვანძური დენების (დენის წყაროების) ან სიმძლავრეების საშუალებით, ასევე ძაბვის წყაროებითა და შტოების წინადობებით ან გამტარობებით.

## 1.2 ელექტრული სისტემების ჩანაცვლების სქემები და მათი ელემენტები

ელექტრული წრედი ეწოდება ერთმანეთთან შეერთებულ გამტარს, ნახევარგამტარს და დიელექტრიკული სხეულების ერთობლიობას, რომელშიც ელექტრომაგნიტური პროცესების აღწერა შესაძლებელია ელექტრული დენების და ძაბვების ცნების საშუალებით.

წრედების თეორიის აბსტრაქცია შედგება წრედის ყოველი ელემენტის დენების და ძაბვების სიმრავლეების გარკვეული შეფარდების წარმოდგენით.

წრედებში ელექტრომაგნიტური ენერგიის გარდაქმნის პროცესების აღწერისათვის იყენებენ იდეალიზებულ ელემენტებს, ყოველ ელემენტში პროცესები დაკავშირებულია ველის ენერგიის ერთ სახეობასთან. წრედის ელემენტები განიხილება, როგორც მათემატიკური მოდელები, სადაც ერთმანეთს უკავშირდება დენები და ძაბვები. ამის გარდა, ყოველ ელემენტს შეესაბამება სპეციალური გრაფიკული სიმბოლო. წრედის გამოსახულებას ასეთი გრაფიკული ელემენტების საშუალებით ეწოდება წრედის სქემა, რომელიც ძალიან მოხერხებულია წრედის შესწავლის დროს.

ელექტრული წრედის ანალიზი, ჩვეულებრივ წარმოებს გრაფიკული გამოსახულების მიმართ, რომელსაც ელექტრული წრედის სქემა ეწოდება.

ელექტრული სქემა შედგება წრედის ყველა ელემენტის სტანდარტული, გრაფიკული სიმბოლოებისაგან და გვიჩვენებს მათი შეერთების თანმიმდევრობას და ამასთანავე ასახავს განსახილველი ელექტრული წრედის თვისებებს. ელექტრული სქემის ელემენტები იყოფიან აქტიურ და პასიურ ელემენტებად.

აქტიური ელემენტებია – ელექტრული ენერგიის წყაროები, სადაც არაელექტრული ენერგიის ფორმები გარდაიქმნება ელექტრულ ფორმაში. ასხვავებენ ორ ძირითად აქტიურ ელემენტს: ძაბვის წყარო (ე.ძ.ძ.) და დენის წყარო.

იდეალიზირებულ დენის წყაროს უწოდებენ წრედის ელემენტს, რომელიც ქმნის მოცემულ დენს  $i(t)$  იმის დამოუკიდებლად, რა ძაბვაა მის პოლუსებზე. დენის წყაროებს შეესაბამებიან ელექტროსალგურების გენერატორები და მომხმარებელთა დატვირთვები. დენის წყაროები არიან ელექტროენერგიის წყაროები რომელთაც დატვირთვის წინაღობის ცვლილებისას დენის მნიშვნელობა არ ეცვლებათ. ასეთი რეჟიმი შესაძლებელია მაშინ როცა შიდა წინაღობა გაცილებით აღემატება დატვირთვის წინაღობას. მართლაც გენერატორის წინაღობა დამყარებულ რეჟიმში, 3-4-ჯერ მეტია გარე დატვირთვის წინაღობაზე. ამიტომ ნომინალური პარამეტრებით მუშაობის დროს, გარე წინაღობის მცირე ცვლილებისას, გენერატორის დენის მნიშვნელობა შეგვიძლია უცვლელად ჩავთვალოთ.

იდეალიზირებულ ძაბვის წყაროს უწოდებენ წრედის ელემენტს, რომელიც ქმნის თავის მომჭერებზე მოცემულ ძაბვას  $u(t) = -e(t)$  იმის დამოუკიდებლად, რა დენი გადის წყაროში. ძაბვის წყაროები წარმოადგენენ ელექტროენერგიის წყაროებს, რომელთა გამომყვანებზე ძაბვა არ იცვლის მნიშვნელობას დატვირთვის ცვლილებისას საკმაოდ დიდ ზღვრებში. ეს ნიშნავს იმას, რომ ძაბვის წყაროს შიდა წინაღობა იმდენად მცირეა, რომ ძაბვის ვარდნა მასზე ძალზედ პატარაა. ამის გამო ძაბვის წყაროს შეუძლია შეინარჩუნოს უცვლელი სიდიდის ძაბვა მომჭერებზე გარე დენის ცვლილებისას საკმაოდ დიდ ფარგლებში.

პასიური ელემენტები – ელექტრომაგნიტური ენერგიის მიმღებებია. მათში ელექტრომაგნიტური ენერგია გარდაიქმნება არაელექტრული ენერგიის ფორმებში – აქტიური წინაღობა (გამტარობა), ან გროვდება (აკუმულირდება) ელექტრული გალის ენერგიის ფორმით (ტევადობა) ან მაგნიტური ველის ენერგიის ფორმით (ინდუქციურობა). ტევადობა და ინდუქციურობა არის ენერგიის რეაქტიული მიმღებები ან რეაქტიული ელემენტები.

აქტიურ წინაღობაში დენი ძაბვის პროპორციულია. ეს იდეალიზაცია შეესაბამება ომის კანონს:  $u_r = i_r R$  ან  $i_r = \frac{u_r}{R}$ . წინაღობის შებრუნებულ სიდიდეს უწოდებენ გამტარობას. გაზომვის ერთეული არის სიმენსი.

ზემოთ ჩამოთვლილი პასიური ელემენტების ძირითადი პარამეტრები არიან აქტიური წინაღობა R, იდუქტივობა L, და ტევადობა C. წრედის პარამეტრები ამა თუ იმ ხარისხით დამოკიდებული არიან დენზე და ძაბვაზე. მაგალითად წინაღობა R დამოკიდებულია დენზე, რადგანაც დენის გაზრდისას იზრდება გამტარის ტემპერატურა. კონდენსატორის ტევადობა დამოკიდებულია ძაბვაზე, ხოლო კოჭას ინდუქტივობა კი დენზე. ეს დამოკიდებულება უმრავლეს შემთხვევაში ძალზედ სუსტია და ამიტომ შეგვიძლია მისი უგულებელყოფა. ე. ი. ჩვენ შეგვიძლია წრედის პასიური ელემენტების მახასიათებლები წარმოვიდგინოთ სწორი ხაზებით. წრედის ასეთ ელემენტებს ეწოდებათ წრფივი. წრფივ ელემენტებში წინაღობა – R, ტევადობა – C, ინდუქტივობა – L მუდმივი სიდიდეებია, ანუ არ არიან ელემენტში გამავალ დენზე და მოდებულ ძაბვაზე დამოკიდებული.

რეალურ ელექტრულ წრედებში: მოცემული წინაღობა უზრუნველყოფილია, როგორც წესი, სპეციალური ნაკეთის – რეზისტორის ჩართვით; მოცემული ტევადობა – სპეციალური ნაკეთის – კონდენსატორის ჩართვით; მოცემული ინდუქციურობა – კოჭების და გამტარების ჩართვით. იდეალიზირებული ელემენტებისგან განსხვავებით, ელექტრული წრედების რეალური ელემენტები ხასიათდება პარამეტრების სიმრავლით. მათი ნაწილის მოდელირება შესაძლებელია ასევე იდეალიზირებული ელემენტებისაგან შედგენილი ეპივალენტური ელექტრული სქემების (ჩანაცვლების სქემების) დახმარებით.

ელექტრული წრედის დამყარებული რეჟიმი, მუდმივი დენისა და ძაბვის წყაროების არსებობისას, არის წრედის ისეთი მდგომარეობა, რომლის დროსაც დენი ნებისმიერ შტოში და ძაბვა ნებისმიერ კვანძში არის უცვლელი ხანგრძლივი დროის განმავლობაში. დამყარებულ რეჟიმში გვაქვს წრფივი პასიური ელემენტები და მოდულითა და ფაზით უცვლელი დენის წყაროები. ასეთ შემთხვევაში დამყარებული რეჟიმი აღიწერება წრფივი ალგებრული განტოლებებით. ასეთ წრედებს ეწოდებათ წრფივი ელექტრული წრედები. ეს შემთხვევა შესაბამება ელექტრული სისტემის დამყარებული რეჟიმის ანგარიშს, როდესაც

დატვირთვებისა და გენერატორების დენებს, ელექტროსისტემის ნებისმიერ კვანძში გააჩნიათ უცვლელი სიდიდის მოდული და ფაზა.

ეგელა რეალური წრედი არის არაწრფივი, მაგრამ ხშირად მოდელირების საჭირო სიზუსტე არაწრფივობის უგულვებელყოფის საშუალებას იძლევა.

თუ ელექტრული წრედის პასიური ელემენტების პარამეტრები დამოკიდებული არიან გამავალ დენზე და მოდებულ ძაბვაზე, მაშინ ასეთი ელემენტების მახასიათებლებიც არაწრფივია, და ასეთ ელემენტებს ეწოდებათ არაწრფივი. ვიცით, რომ ისეთ ელექტრულ წრედს რომელიც შეიცავს თუნდაც ერთ არაწრფივ ელემენტს ეწოდება არაწრფივი.

ელექტრული სისტემების დამყარებული რეჟიმების ანგარიშისას, პასიური ელემენტების არაწრფივობა, როგორც წესი არ არის გათვალისწინებული. ამ მხრივ ჩანაცვლების სქემის გრძივი ნაწილი, ყოველთვის წრფივია. ამავე დროს, როგორც წესი, დამყარებული რეჟიმების ანგარიშისას ითვალისწინებუნ დენის წყაროების არაწრფივ მახასიათებლებს.

დენის წყაროების არაწრფივობა შეესაბამება კვანძებში გენერატორებისა და მომხმარებლების ტვირთების მოცემას მუდმივი სიმძლავრით, ასევე დატვირთვების მოცემას მათი სტატიკური მახასიათებლებით, რომლებიც წარმოადგენენ მომხმარებლის ტვირთის დამოკიდებულებას ძაბვაზე. ასეთი არაწრფივი დენის წყაროების არსებობისას ელექტრული სისტემის დამყარებული რეჟიმები აღიწერება არაწრფივი ალგებრული განტოლებებით ანუ დამყარებული რეჟიმის არაწრფივი განტოლებებით.

ელექტრული სისტემის რეჟიმი განისაზღვრება მასში შემავალი ელექტროსადგურების და მომხმარებლების დატვირთვებით, აგრეთვე გადამცემი ქსელების მდგომარეობით. ელექტროსადგურების, გენერატორების და მომხმარებლების დატვირთვები იცვლება დღუდამის, კვირის, წლის მანძილზე. დამყარებული ნორმალური რეჟიმები ელექტრულ სისტემას შეიძლება ჰქონდეს ბევრი, მაგრამ მათი პარამეტრები მოთავსებული იყოს შესაძლო მინიმალური დატვირთვების რეჟიმიდან შესაძლო მაქსიმალური დატვირთვების რეჟიმამდე. ქსელის

ელექტრული დატვირთვების ცვლილებები ხდება დროის ყოველ მომენტში. ელექტრული სისტემების და ქსელების დამყარებული რეჟიმები (ზუსტი გაგებით) პრაქტიკულად არ არსებობს. დამყარებულად ითვლება რეჟიმი, როცა დროის განსახილველ პერიოდში მისი პარამეტრების საშუალო მნიშვნელობა ან არ იცვლება, ან იცვლება უმნიშვნელოდ.

ელექტრული სისტემის დამყარებულ რეჟიმში იგულისხმება სამფაზა ცვლადი დენის სიმეტრიული სისტემის სიმეტრიული დამყარებული რეჟიმი. ამ პირობებში ელექტრული სისტემის ჩანაცვლების (საანგარიშო) სქემა იქმნება ერთი ფაზისთვის ნეიტრალით (კვანძით, რომლის ძაბვა არის ნულის ტოლი) და შედგება ელექტრული წრედის ელემენტებისაგან: ე.მ.ძ. და დენის წყაროები, აქტიური წინაღობები, ინდუქციურობები და ტევადობები.

ელექტრული სისტემის ჩანაცვლების სქემის ყველა ელემენტი შესაძლებელია დაცუროთ აქტიურ და პასიურ ელემენტებად.

როგორც აღვნიშნეთ, აქტიური ელემენტი ეწოდება ისეთ ელემენტს, რომელიც ახდენს ელექტროენერგიის გენერირებას და მოხმარებას (ელექტროსადგურების გენერატორები და ქვესადგურების დატვირთვები). როგორც წესი, დამყარებული რეჟიმების ანგარიშის დროს აქტიური ელემენტები წარმოგვიდგებიან დენების წყაროების ან მოცემული დენების სახით.

პასიურ ელემენტებს მიეკუთვნება ელექტრული სისტემის ელემენტები, რომლებიც ახორციელებს ელექტრული ენერგიის გადაცემას და გარდაქმნას (ელექტროგადამცემი ხაზები, ტრანსფორმატორები და ავტოტრანსფორმატორები, აგრეთვე გრძივი და განივი კომპენსაციის არარეგულირებადი სტატიკური მოწყობილობები). ამ ელემენტების ჩანაცვლების სქემები შედგება აქტიური, ინდუქციური და ტევადური წინაღობებისაგან, რომლებიც ქმნის გრძივ (ნეიტრალთან არადაკავშირებული) ან განივ (ნეიტრალთან დაკავშირებული) შტოებს. ზოგ შემთხვევაში ტრანსფორმატორის ან ავტოტრანსფორმატორის ჩანაცვლების სქემის დამაგნიტებული შტო შედის ანგარიშებში სიმძლავრის მუდმივი წარომევით, რომელიც, როგორც დატვირთვა, მოცემულია დენის წყაროს სახით. თუ ელექტრული სისტემების

ჩანაცვლების სქემა არ დაიყვანება ძაბვის ერთ საფეხურამდე, მაშინ ტრანსფორმატორული ელემენტების ჩანაცვლების სქემებში წინაღობების გარდა შეჰყავთ იდეალური (დანაკარგების გარეშე) ტრანსფორმატორები.

ცვლადი დენის ელექტრული ქსელები სამფაზიანია. დამყარებული რეჟიმების ანგარიშის დროს განიხილება სიმეტრიული და სინუსოიდალური დენების და ძაბვების სიმეტრიული ქსელი. ამ შემთხვევაში შესაძლებელია მხოლოდ ერთი ფაზის ჩანაცვლების სქემის და რეჟიმის პარამეტრების განხილვა.

ელექტრული ქსელების ნომინალური ძაბვები არის ფაზათაშორის ძაბვები. კვანძის ფაზათაშორისი ძაბვაა:  $U = U' + jU''$  სადაც,  $U'$  ძაბვის აქტიური და  $U''$  რეაქტიული მდგრენელებია.

$$\text{ანალოგიურად, ხაზის (ან კვანძის) დენი: } I = I' + jI''$$

$$\text{ერთი ფაზის სრული სიმძლავრე: } \dot{S}_g = \dot{U}_g I^*$$

$$\text{სადაც } I^* - \text{არის დენის შეუდლებული კომპლექსი.}$$

$$\text{სამი ფაზის სრული სიმძლავრე } \dot{S} = 3\dot{S}_g = 3\dot{U}_g I^* = \sqrt{3}\dot{U}I^* = P + jQ$$

სადაც  $P = \sqrt{3}UI \cos \varphi$  და  $Q = \sqrt{3}UI \sin \varphi$  - შესაბამისად, სამივე ფაზის აქტიური და რეაქტიული სიმძლავრე ( $\varphi$  კუთხე დენის და ძაბვის კომპლექსებს შორის).

$$\text{აქედან კვანძური დენი: } \dot{I} = \frac{\dot{S}^*}{\sqrt{3}U^*} = \frac{P-jQ}{\sqrt{3}(U'-jU'')}$$

საბოლოოდ ჩვენ შეგვიძლია დავასკვნათ: თუ ენერგოსისტემის ჩანაცვლების სქემა, რომელიც წარმოდგენილია წრფივი პასიური ელემენტებით R, L, C და დენის წყაროები მოცემულია მუდმივი სიდიდის დენითა და ფაზით, მაშინ ასეთი რეჟიმი აღიწერება წრფივი ალგებრული განტოლებებით. ხოლო თუ ენერგოსისტემის ჩანაცვლების სქემაში დენის წყაროები მოცემულია სიმძლავრით:  $I_{g3} = \frac{\dot{S}_{g3}^*}{\sqrt{3}U_{g3}^*}$  (1.3.1),

მაშინ ეს რეჟიმი აღიწერება არაწრფივი ალგებრული განტოლებებით. ასეთი სახით წარმოდგენილ დენის წყაროზე ამბობენ, რომ იგი არაწრფივია, რადგანაც ის დამყარებული რეჟიმის ამსახველ განტოლებაში ჯდება არა როგორც მუდმივი სიდიდე (როგორც R, C,

L), არამედ როგორც ძაბვის ფუნქცია. ეს ჩანს (1.3.1) განტოლებიდანაც, სადაც  $S_{\alpha\beta}^* = \text{const}$

ელექტრული წრედის ტოპოლოგიური თვისებები არ არის დამოკიდებული წრედში შემავალი ელემენტების ტიპზე და თვისებაზე. აზრი აქვს ელექტრული წრედის სქემის ყოველი შტო გამოვსახოთ წირის მონაკვეთით შემავალი.

ელექტრული წრედი და შესაბამისად მისი სქემა შეიცავს შტოებს, კვანძებს და კონტურებს.

ელექტრული წრედის უბანი ერთი ან რამდენიმე ელემენტით, რომლებშიც გადის ერთი და იგივე დენი, წარმოადგენს შტოს. თუ შტოში ჩართულია ენერგიის წყარო, ის არის აქტიური შტო, ხოლო წყაროს არარსებობის შემთხვევაში – პასიური შტო.

წრედის შეერთების წერტილს, სადაც თავს იყრის სამი და მეტი შტო, ეწოდება კვანძი.

წრედის ჩაკეტილ ნაწილს, რომელიც შეიცავს რამდენიმე შტოს კონტური ეწოდება. თუ ელექტრული წრედის სქემას არ გააჩნია კონტურები, მაშინ მას ეწოდება გახსნილი. გახსნილ სქემებში თითოეული კვანძის კვება ხორციელდება მხოლოდ ერთი მხრიდან. თითოეული კვანძი იღებს კვებას არაუმეტეს ერთი შტოდან. რომელიმე შტოს გამორთვა გამოიწვევს ყველა იმ კვანძის კვების შეწყვეტას რომლებიც კვებას იღებდნენ ამ შტოს გავლით. სქემა, რომელიც შეიცავს თუნდაც ერთ კონტურს ეწოდება ჩაკეტილი სქემა. ჩაკეტილ სქემაში არსებობს ერთი კვანძი მაინც, რომელიც კვებას იღებს ორი ან მეტი შტოდან. რომელიმე შტოს გამორთვა არ გამოიწვევს კვების შეწყვეტას.

შტო, რომელიც შედის მხოლოდ ერთ კონტურში წარმოადგენს არამოსაზღვრე შტოს. სხვა შემთხვევაში არის მოსაზღვრე შტო. კონტური – რომელიც შეიცავს მხოლოდ ერთ არამოსაზღვრე შტოს არის დამოუკიდებელი კონტური.

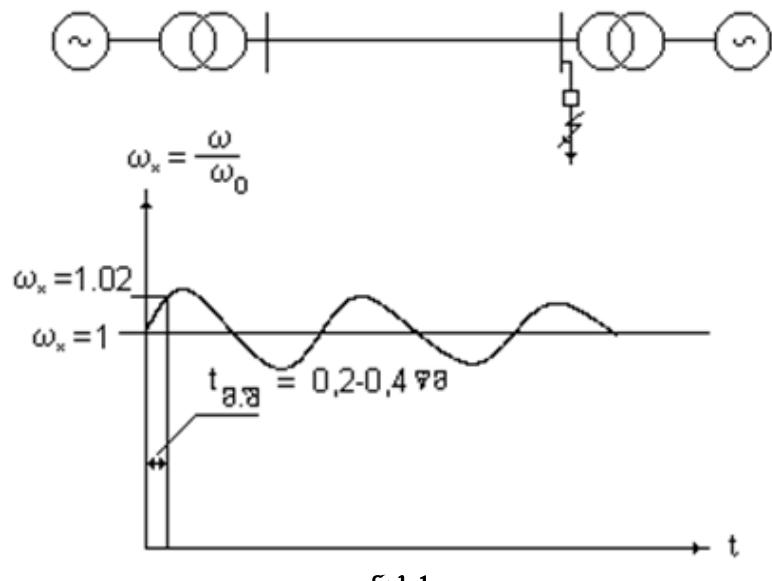
იმისათვის რომ ვიანგარიშოთ ელექტრული სისტემის მუშაობის რეჟიმი საჭიროა, რომ თავდაპირველად შევადგინოთ მისი ჩანაცვლების სქემა.

გაანგარიშება ტარდება მთელი რიგი დაშვებების გათვალისწინებით. ეს დაშვებები ამარტივებს გაანგარიშებას. ამავე დროს, დაშვებები არ უნდა ამახინჯებდეს ფიზიკურ სურათს და არ უნდა იწვევდეს რეზულტატების მნიშვნელოვან ცდომილებას. ჩამოვთვალოთ ეს დაშვებები.

1. დავუშვათ რომ, სისტემის ყველა ელემენტი სიმეტრიულია. ე.ო. ჩავთვალოთ რომ, მათი ფაზების წინაღობები ტოლია. გენერატორებსა და ტრანსფორმატორებში სიმეტრია არსებობს ბუნებრივად, მათი კონსტრუქციიდან გამომდინარე. ასიმეტრიით ხასიათდება გადამცემი ხაზები.

**A** და **C** ფაზების სადენებს შორის მანძილი ორჯერ მეტია **A** და **B** ან **B** და **C** ფაზების სადენებს შორის მანძილთან შედარებით. ამის გამო **A** და **C** ფაზების 1 კმ სიგრძის ინდუქციური წინაღობა მეტია, ვიდრე **B** ფაზის. ეს განსხვავება დიდი არ არის. თუ ავიღებთ სამივე ფაზის წინაღობების საშუალო არითმეტიკულ სიღიღეს, დავინახავთ რომ, განსხვავება მასსა და ფაზების წინაღობებს შორის 1,7—3,6%-ია. პრაქტიკული გაანგარიშებისათვის ეს ცდომილება მნიშვნელოვან როლს არ ასრულებს. ამიტომ გადამცემი ხაზის სიმეტრიულობის დაშვება საჭიროი მისაღებია.

2. გენერატორების ბრუნთა რიცხვი მიღებულია მუდმივად და სინქრონულის ტოლად, (ნახ. 1). მოკლე შერთვის დროს გენერატორების დატვირთვები იცვლება. ეს იწვევს მათი ბრუნთა რიცხვის ცვალებადობას. მაგრამ გენერატორების დიდი მექანიკური ინერციულობის გამო, ეს ცვლილება მ.შ-ის არსებობის განმავლობაში უმნიშვნელოა და შეიძლება ჩაითვალოს რომ, სისტემის ყველა გენერატორი სინქრონული კუთხური სიჩქარით ბრუნავს.

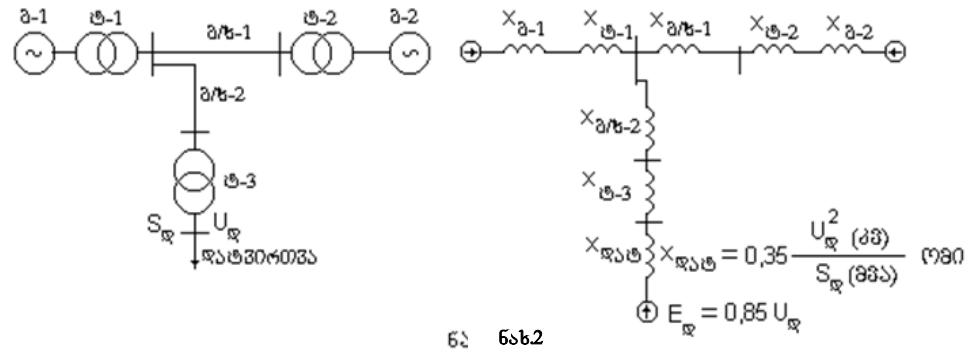


ნახ.1

ეს დაშვება საშუალებას გვაძლევს განვიხილოთ სისტემა, რომელშიც ყველა ე.მ.ძალას აქვს 50 ჰერცი სიხშირე. გენერატორების რეალური ბრუნთა რიცხვის მხედველობაში მიღება მიგვიყვანდა სიტუაციამდე, სადაც ყველა ე.მ.ძალას ექნებოდა თავისი, 50 ჰერცისაგან განსხვავებული სიხშირე.

### 3. დატვირთვის ჩანაცვლება წინადობით.

ელექტრული სისტემის კვანძებში მიერთებული დატვირთვა მრავალგვარია. ის შედგება განათების ნათურებისაგან, ელექტრული გამაცხელებლებისაგან, სხვადასხვა ელექტრული ხელსაწყოებისა და, რაც მთავარია, სინქრონული და ასინქრონული ძრავებისაგან. ასეთი კომპლექსური დატვირთვის ჩანაცვლების სქემის შედგენა შეუძლებელია. ყველა კონკრეტულ შემთხვევაში მისი შემადგენლობა იქნება სხვადასხვა. გარდა ამისა, მ.შ-ის შემთხვევაში, ასინქრონული და სინქრონული ძრავები გზავნიან მ.შ-ის დენს. ეს დენი მიღევადია, მაგრამ მ.შ-ის პირველ მომენტში საჭიროა მისი მხედველობაში მიღება. ჩატარებული კვლევებით დადგინდა, რომ კომპლექსური დატვირთვა შეიძლება შეიცვალოს ეკვივალენტური რეაქტიული წინადობით და სათანადო ე.მ.ძალით. დატვირთვის ეკვივალენტური ინდუქციური წინადობის სიდიდე აიღება მისი ძაბვის და სრული სიმძლავრის მიხედვით (ნახ. 2).



ე.მ.ძალა აიღება ნორმალური ძაბვის 0,85-ის ტოლად. ასეთი დაშვება არ არის მკაცრი, მაგრამ პრაქტიკისათვის საკმარისი სიზუსტის რეზულტატს იძლევა.

## თავი II

### სისტემის მდგომარეობის ამსახველი განტოლებები

#### 2.1 კირხპოფის კანონებზე დაფუძნებული განტოლებები

ჩანაცვლების სქემის პასიური პარამეტრებით წარმოდგენის შემთხვევაში ქსელის პასიური პარამეტრები აისახებიან კონტურული წინაღობებით - კონტურების საკუთარი და ურთიერთწინაღობების მატრიცით  $Z_{j_0k_0}$ , ან კვანძური გამტარობებით - კვანძების საკუთარი და ურთიერთგამტარობების მატრიცით  $Y_{jj'}$ . ხოლო, თუ ჩანაცვლების სქემა წარმოდგენილია ყველა არსებული შტოს განზოგადებული პარამეტრებით - კვანძების საკუთარი და ურთიერთწინაღობების მატრიცით  $Z_{jj'}$  და შტოების საკუთარი და ურთიერთგამტარობების მატრიცით  $Y_{jj'}$ .

კვანძური დენების (დენის წყაროების) ან სიმბლავრეების, ასევე ძაბვის წყაროებითა და შესაბამისი წინაღობებით ან გამტარობებით წარმოდგენილი ჩანაცვლების სქემების გამოყენებას საფუძვლად უდევს გარკვეული მოსაზრება და მიზანი, რომელიც შეიძლება გამომდინარეობდეს ამოცანის სპეციფიკურობიდან და არსებული რესურსების შესაძლებლობიდან. მაგალითად, ყველაზე მარტივ შემთხვევაში, როდესაც შესაძლებელია ელექტრული რეჟიმის გაანგარიშება მხოლოდ მოცემული კვანძური დენებისა (სიმბლავრეების) და ბაზისური (ამავდროულად მაბალანსირებელი) კვანძის მოცემული ძაბვის საფუძველზე.

ამ დროს სისტემის მდგომარეობა შეიძლება აღწერილი იყოს როგორც კვანძური, ისე კონტურული განტოლებებით. მეორე სახის ჩანაცვლების სქემის გამოყენების შემთხვევაში სისტემის მდგომარეობა შეიძლება აღიწეროს როგორც კონტურული, ისე განზოგადებული კონტურული, ისე განზოგადებულპარამეტრებიანი განტოლებებით, რაც წარმოადგენს ელექტრული სისტემის მდგრადობის ანალიზისა და ავარიული რეჟიმების პარამეტრების გაანგარიშების საფუძველს.

ელექტრული სისტემის დამყარებული რეჟიმები მათემატიკურად აღიწერება განტოლებების ორი ჯგუფით: 1) წრფივი ალგებრული

განტოლებებით, რომლებიც აკაგშირებს წრფივი ელექტრული წრედის ჩანაცვლების სქემის პასიური ელემენტების დენებს და ძაბვებს; 2) არაწრფივი განტოლებებით, რომლებიც აკაგშირებს ენერგიის წყაროების და დატვირთვების სიმძლავრეებს, დენებს და ძაბვებს.

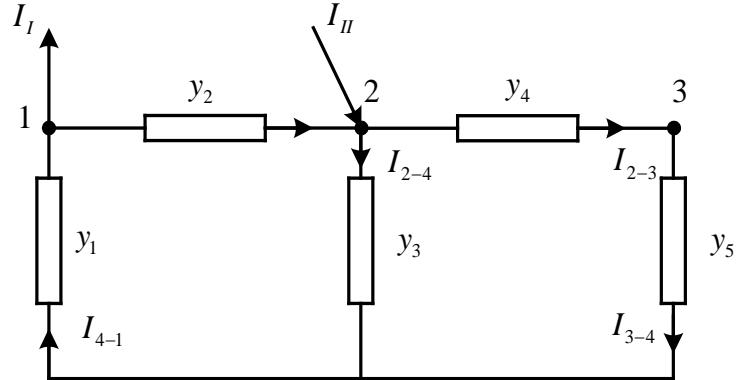
ყოველ ელექტრულ წრედში, კირხჰოფის კანონების გამოყენებით, შეიძლება განისაზღვროს დენები ყველა დანარჩენ უბნებში. ამისათვის უნდა შედგეს იმდენი ტოლობა, რამდენიც უცნობი დენია წრედში. უნდა შევნიშნოთ, რომ ტოლობების რიცხვი, რომელიც შეიძლება კირხჰოფის კანონის მიხედვით შედგეს, ყოველთვის მეტია უცნობი დენების რიცხვზე, მაგრამ ამ ტოლობების ნაწილი წარმოადგენს დანარჩენების შედეგს.

თუ წრედს აქვს  $n$  კვანძი, მაშინ კირხჰოფის პირველი კანონის გამოყენებით საჭიროა შედგენილ იქნას მხოლოდ  $(n-1)$  განტოლება. დანარჩენი ტოლობები შედგენილი იქნება კირხჰოფის მეორე კანონის მიხედვით; ყურადღება უნდა მიექცეს იმას, რომ კონტური, რომლისთვისაც ტოლობა შედგება, შეიცავდეს ისეთ შტოს მაინც, რომელიც არ შედის წინათ შედგენილ ტოლობებში.

წრფივი ელექტრული სისტემის მდგომარეობა აღიწერება კირხჰოფის პირველი და მეორე კანონის და ომის კანონის საფუძველზე შედგენილი განტოლებებით. საანგარიშო პრაქტიკაში ფართოდ გამოიყენება გარდაქმნილი კონტურული და კვანძური განტოლებები. ამასთან, კვანძური განტოლებები ღებულობს ყველაზე მარტივ სახეს, ელექტრული წრედის აქტიური ელემენტები მოიცემა მხოლოდ დენის წყაროებით, კონტურული განტოლებები – ე.მ.ძ-ის წყაროებით.

დიდი რაოდენობის ელემენტების მქონე განშტოებული ელექტრული წრედებისთვის კონტურული განტოლებების ფორმირების სირთულემ, ამ განტოლებების თვისებების დამოკიდებულებამ დამოუკიდებელი კონტურების სისტემის შერჩევაზე და შენაცვლების სქემის შტოების რაოდენობის გაზრდამ აქტიური ელემენტების ე.მ.ძ-ის წყაროებით წარდგენის დროს განაპირობა კომპიუტერზე ელექტრული სისტემების დამყარებული რეჟიმების ანგარიშის დროს კონტურული განტოლებების ბევრად იშვიათი გამოყენება, ვიდრე კვანძური განტოლებებისა.

განვიხილოთ კვანძური ძაბვების განტოლების მიღების კონკრეტული მაგალითი (ნახ.3).



ნახ.3

მეოთხე კვანძი ავიღოთ მაბალანსირებელ კვანძად. ამავე კვანძის ძაბვა იყოს ბაზისური ძაბვა  $U_4$ . დენების მიმართულება შტოებში ავირჩიოთ ნებისმიერად თუ ამოხსნის შემდეგ დენის სიდიდეს მივიღებთ უარყოფითი ნიშნით, მაშინ ამ დენის რეალური მიმართულება არ ემთხვევა ჩვენს მიერ აღებულ ნაკადგანაწილებას, მაშინ დენს ნახაზზე შეეცვლება მიმართულება. ნახ.3-ზე მოცემული წრედის 1, 2, 3 კვანძებისათვის დავწეროთ კირხჰოფის I კანონის მიხედვით განტოლებები:

$$\begin{cases} I_{41} - I_{12} = -I_1 \\ -I_{24} - I_{23} + I_{12} = -I_2 \\ I_{23} - I_{34} = 0 \end{cases} \quad (2.1.1)$$

მეოთხე კვანძისთვის განტოლების დაწერას, აზრი არ აქვს, რადგანაც კირხჰოფის 1 კანონის თანახმად წრფივად დამოუკიდებელი კვანძური განტოლებების რიცხვი კვანძების რიცხვზე ერთით ნაკლებია. ამიტომ ბაზისური კვანძის ძაბვა აიღება ანგარიშის გარეშე.

შტოებში გამავალი დენები გამოვსახოთ ამ შტოებში ძაბვის გარდნებით, გვექნება:

$$\begin{cases} Y_1 \Delta U_1 - Y_2 \Delta U_2 = -I_1 \\ -Y_2 \Delta U_2 + Y_4 \Delta U_4 + Y_3 \Delta U_3 = I_2 \\ Y_4 \Delta U_4 - Y_5 \Delta U_5 = 0 \end{cases} \quad (2.1.2)$$

შტოებში ძაბვის გარდნები გამოვსახოთ კვანძური ძაბვების საშუალებით:

$$\begin{cases} \Delta U_1 = U_4 - U_1 \\ \Delta U_2 = U_1 - U_2 \\ \Delta U_3 = U_2 - U_4 \\ \Delta U_4 = U_2 - U_3 \\ \Delta U_5 = U_3 - U_4 \end{cases} \quad (2.1.3)$$

თუ (2.1.3)-ს შევიტანო (2.1.2)-ში გვექნება:

$$\begin{cases} Y_1(U_4 - U_1) - Y_2(U_1 - U_2) = -I_1 \\ -Y_2(U_1 - U_2) - Y_4(U_2 - U_3) + Y_3(U_2 - U_4) = I_2 \\ Y_4(U_2 - U_3) - Y_5(U_3 - U_4) = 0 \end{cases}$$

გავხსნათ ფრჩხილები და ცნობილი სიდიდეები გადავიტაოთ მარჯვნივ

$$\begin{cases} (Y_1+Y_2) \cdot U_1 - Y_2 \cdot U_1 = I_1 + Y_1 \cdot U_4 \\ -Y_2 \cdot U_1 + (Y_2 + Y_3 + Y_4) \cdot U_2 - Y_4 \cdot U_3 = I_2 + Y_3 \cdot U_4 \\ -Y_4 \cdot U_2 + (Y_4 + Y_5) \cdot U_3 = 0 + Y_5 \cdot U_4 \end{cases} \quad (2.1.4)$$

$Y_{11}=Y_1+Y_2; \quad Y_{22}=Y_2+Y_3+Y_4; \quad Y_4+Y_5=Y_{33}$  – წარმოადგენენ კვანძების საკუთარ გამტარებლობებს. ისინი სიდიდით ტოლია კვანძთან მიერთებული შტოების გამტარებლობების ჯამის. იგულისხმება ის შტოც რომელიც აერთებს მაბალანსირებელ კვანძსა და მოცემულ კვანძს. დანარჩენი სიდიდეები  $Y_2; \quad Y_4$  წარმოადგენენ კვანძების ურთიერთგამტარებლობებს კონკრეტული სქემისათვის (ნახ.3).

$Y_1 + Y_2 = Y_{11}, \quad Y_2 + Y_3 + Y_4 = Y_{22}, \quad Y_4 + Y_5 = Y_{33}; \quad$  და  $Y_{12} = Y_{21} = Y_2;$   
 $Y_{32} = Y_{23} = Y_{44}$  განტოლებათა სისტემა მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\begin{cases} Y_{11} \cdot U_1 - Y_{12} \cdot U_2 = -I_1 + Y_1 \cdot U_4 \\ -Y_{21} \cdot U_1 + Y_{22} \cdot U_3 = I_2 + Y_3 \cdot U_4 \\ -Y_{32} \cdot U_2 + Y_{33} \cdot U_3 = 0 + Y_5 \cdot U_4 \end{cases} \quad (2.1.5)$$

თუ ელექტრული წრედი შედგება  $n+1$  რაოდენობის კვანძისაგან და ბაზისური ძაბვა უდრის ნულს, მაშინ  $n$  რაოდენობის დამოუკიდებელი

კვანძისათვის დაწერილ კვანძური ძაბვების განტოლებებს ზოგადად ექნებათ შემდეგი სახე:

(2.1.6) განტოლებათა სისტემაში კვანძებში დენის წყაროების ნიშანი დამოკიდებულია იმაზე თუ რა სახის კვანძს წარმოადგენს მოცემული კვანძი – დატვირთვის თუ გენერაციის. თუ ორ კვანძს შორის, ელექტრულ წრედში არ არის შემაერთებელი შტო, მაშინ (2.1.5) განტოლებათა სისტემაში შესაბამისი გამტარობა აიღება 0-ის ტოლი.

(2.1.6) განვითარებათა სისტემის კოეფიციენტთა მატრიცას, ანუ კვანძების საკუთარ და ურთიერთგამტარობის მატრიცას ექნება სახე:

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & -Y_{12} & 0 \\ -Y_{21} & Y_{22} & -Y_{23} \\ 0 & -Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix}$$

ასევე პვანძური დენები და პვანძური ძაბვები წარმოდგენილი ვექტორ-სვეტების სახით იქნება:

$$I = \begin{bmatrix} -I_1 \\ I_2 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad U = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}$$

ზემოთოქმულის საფუძველზე აღნიშნული მაგალითისთვის  
კვანძური ძაბვების განტოლება მიიღებს სახეს:

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & -Y_{12} & 0 \\ -Y_{21} & Y_{22} & -Y_{23} \\ 0 & -Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_1 \\ I_2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_4 \cdot Y_1 \\ U_4 \cdot Y_3 \\ U_4 \cdot Y_5 \end{bmatrix}$$

ანუ კვანძური ძაბვების განტოლება ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$\dot{Y}_{\beta^3} \cdot \dot{U}_{\beta^3} = \dot{I}_{\beta^3} + \dot{Y}_\delta \cdot U_\delta \quad (2.1.7)$$

(2.1.5) განტოლება შეგვიძლია გადავწეროთ შემდეგი სახითაც:

$$\begin{cases} Y_{11} \cdot (U_1 - U_4) - Y_{12} \cdot (U_2 - U_4) = -I_1 \\ -Y_{21} \cdot (U_1 - U_4) - Y_{22} \cdot (U_2 - U_4) + Y_{23} \cdot (U_3 - U_4) = I_2 \\ -Y_{32} \cdot (U_2 - U_4) - Y_{33} \cdot (U_3 - U_4) = 0 \end{cases}$$

როგორც უკვე აღვნიშნეთ ბოლო განტოლებათა სისტემა ანალოგიურია (2.1.5) განტოლებათა სისტემის. განტოლებათა სისტემა წარმოვადგინოთ მატრიცული სახით:

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & -Y_{12} & 0 \\ -Y_{21} & Y_{22} & -Y_{23} \\ 0 & -Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 - U_4 \\ U_2 - U_4 \\ U_3 - U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_1 \\ I_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

მაბალანსირებელი კვანძის არჩევა, ასევე მისი ძაბვის არჩევა ( $U_b=0$ ,  $U_b \neq 0$ ) არ ახდენს ზეგავლენას ანგარიშის რეზულტატზე.

$Y_{kv}(U-U_b)=I_{kv}$  განტოლების ამონსნა გვაძლევს  $(U-U_b)=\Delta U$  გექტორ-სვეტს. იგი წარმოადგენს ძაბვათა გარდნის სიდიდებს მაბალანსირებელ კვანძსა და მოცემულ კვანძს შორის –  $\Delta U_1$ ;  $\Delta U_2$ ;  $\Delta U_3$ ; .....  $\Delta U_n$ . ამის შემდეგ ჩვენ შეგვიძლია განვსაზღვროთ ძაბვათა რეალური სიდიდეები კვანძებში  $U-U_b=\Delta U$ ;  $U=\Delta U+U_b$ . და შესაბამისად  $U_1=\Delta U_1+U_b$ ;  $U_2=\Delta U_2+U_b$ ;  $U_3=\Delta U_3+U_b$  .....  $U_n=\Delta U_n+U_b$ ;

განვიხილოთ დამყარებული რეჟიმების მოდელირების დროს ელექტრული სისტემის ჩანაცვლების წრფივი ელექტრული წრედი. ჩავთვალოთ, რომ ამ წრედის აქტიური ელემენტები არის მხოლოდ დენის წყაროები. ამას გარდა, სიმარტივის და თვალსაჩინოების მიზნით, ჩავთვალოთ, რომ ელექტრული სისტემის ჩანაცვლების სქემა მიუვანილია ძაბვის ერთ საფეხურზე. ეს ნიშნავს, რომ პასიური ელემენტები არის მხოლოდ აქტიური წინაღობები (ჩანაცვლების სქემაში იდეალური ტრანსფორმატორები არ არის).

ამ პირობებისთვის  $n$  კვანძის მქონე ნებისმიერი კონფიგურაციის ელექტრული წრედის კვანძური განტოლებები მატრიცული ფორმით ჩაიწერება:  $Y_\Sigma \dot{U}_\Sigma = \sqrt{3} \dot{I}_\Sigma$

სადაც  $Y_\Sigma$  - კვანძური წინაღობების  $n$  რიგის კვადრატული მატრიცაა;  $U_\Sigma$  - ყველა კვანძის ხაზური (ფაზებს შორის) ძაბვების გექტორული მატრიცა;  $\dot{I}_\Sigma$  - ყველა კვანძის დენის წყაროს (მოცემული დენების) ფაზური მნიშვნელობა, აღებული “პლუს” ნიშნით

გენერატორებისთვის და “მინუს” ნიშნით დატვირთვისთვის (როგორც ადრე მივიღეთ მოცემული დენისთვის დადებითი მიმართულება კვანძისკენ). კვანძური განტოლებების ფორმირება დაიყვანება  $Y_\Sigma$  მატრიცის შედგენამდე:

1)  $Y_\Sigma$  მატრიცის ყოველი დიაგონალური ელემენტი  $Y_{ii} (i = 1, 2 \dots n)$  ტოლია  $i$  კვანძთან დაკავშირებული ყველა შტოების გამტარობების ჯამის;

2) მატრიცის ყოველი არადიაგონალური ელემენტი  $Y_{ij} (i, j = 1, 2 \dots n; i \neq 1)$  ტოლია  $i$  და  $j$  კვანძების დამაკავშირებელი შტოს გამტარობის, აღებულს შებრუნებული ნიშნით.

აქედან გამომდინარეობს  $Y_\Sigma$  მატრიცის შემდეგი თვისებები:

1)  $Y_\Sigma$  მატრიცა სიმეტრიულია: ტრანსპონირება არ ცვლის მატრიცას  $Y_\Sigma^T = Y_\Sigma$ ;

2) რეალური ელექტრული სისტემების ჩანაცვლების სქემებისთვის  $Y_\Sigma$  მატრიცის დიაგონალური ელემენტები ნულისაგან განსხვავებულია და როგორც წესი, მოდულით აღემატება შესაბამისი სტრიქონის ან სვეტის არადიაგონალურ ელემენტებს, რაც ძალიან მნიშვნელოვანია ეფექტური რიცხვითი ალგორითმების შექმნის დროს.

$Y_\Sigma$  მატრიცების განხილული თვისებების გათვალისწინება იძლევა რთული ელექტრული სისტემების დამყარებული რეჟიმების ალგორითმების და კომპიუტერული პროგრამების გამოთვლითი ეფექტურობის მნიშვნელოვანი გაზრდის საშუალებას და განსაზღვრავს ანგარიშის თანამედროვე მეთოდების შერჩევას.

მათემატიკური თვალსაზრისით, დამბალანსებელი კვანძის შერჩევა არის თავისუფალი ნებისმიერ შემთხვევაში, მაგრამ გამოთვლითი (ამოხსნის მიღების) თვალსაზრისით, მიზანშეწონილია ბაზისური და დამბალანსებელი კვანძების დამთხვევა, რადგან ამ შემთხვევაში ხდება კვანძური გამტარობების მატრიცის ზემოთ აღნიშნული თვისებების შენარჩუნება.

## 2.2 სისტემის მდგომარეობის ამსახველი განტოლებების მიღება

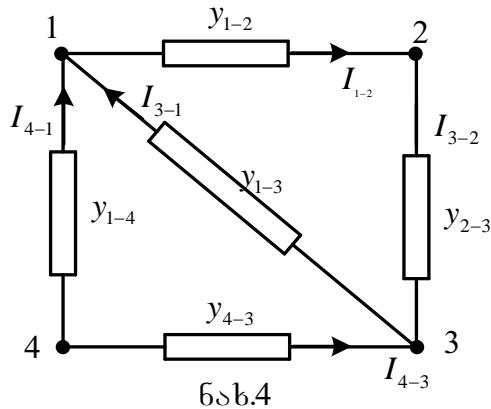
### ტოპოლოგიური ანალიზის მეთოდების გამოყენებით

სისტემის მდგომარეობის ამსახველი ყველა განტოლება ემყარება კირხპოფის კანონებს. ამ განტოლებების პირდაპირი ამოხსნა იძლევა კვანძურ ძაბვებსა და დენებს შტოებში და მათი რიცხვი უდრის დამოუკიდებელი კონტურებისა და კვანძების ჯამს. ამიტომ უფრო ხშირი გამოყენება აქვს კირხპოფის განტოლებების გარდასახვით მიღებულ კვანძურ და კონტურულ განტოლებებს, რომელთა განზომილებაც მნიშვნელოვნად ნაკლებია უშუალოდ კირხპოფის კანონების მიხედვით შედგენილ განტოლებებთან შედარებით.

ყველა შემთხვევაში სქემის ტოპოლოგია აისახება ინციდენციის I და II მატრიცებით, რომლებიც თავის მხრივ აისახებიან სქემის პასიური პარამეტრების ამსახველ მატრიცებში.

თავდაპირველად განვმარტოთ თუ რას ნიშნავს ინციდენციის I (M) მატრიცა. ინციდენციის I მატრიცა ასახავს კავშირებს დამოუკიდებელ კვანძებსა და შტოებს შორის, ანუ ელ. ქსელის გრაფიკულ სახეს. იგი შეიცავს იმდენ სტრიქონს რამდენი დამოუკიდებელი კვანძი არის ელ. წრედში და იმდენ სვეტს, რამდენი შტოც არის ამავე წრედში. სვეტისა და სტრიქონების გადაკვეთაზე იწერება +1, -1 ან 0 იმისდა მიხედვით სვეტის ნომრის შესაბამისი შტო უერთდება თუ არა სტრიქონის ნომრის შესაბამის კვანძს. “+” ან “-“ ითვალისწინებს დენის მიმართულებას განხილულ წრედში.

იმისათვის, რომ დავინახოთ თუ რა პრინციპზე დგება ინციდენციის I მატრიცა, ამისათვის განვიხილოთ კონკრეტული მაგალითი.



მოცემული წრედისათვის შევადგინოთ ინციდენცია I მატრიცა

$$M = 2 \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

ე.ო თუ შტო სქემაზე შეერთებულია კვანძები, მაშინ ამ შტოს სვეტისა და სტრიქონის გადაკვეთებული იწერება 1, -1 იმისდა მიხედვით, დენი შედის კვანძები, თუ გამოდის კვანძიდან. მაგალითად: 1-2, 1-3, 1-4 შტოები „1” კვანძები არიან შერთულნი. 1-3 და 1-4 შტოებიდან დენი შედის „1” კვანძები და ამიტომ ინციდენციის მატრიცაში „1” კვანძის შესაბამისი სტრიქონისა, და 1-3 და 1-4 შესაბამისი შტოების სვეტების გადაკვეთაზე იწერება 1, ხოლო 1-2 შტოში კი დენი გამოდის „1” კვანძიდან, ამიტომ ინციდენციის მატრიცაში „1” კვანძის სტრიქონისა და 1-2 შტოს შესაბამისი სვეტის გადაკვეთაზე იწერება -1. ასევე გაკეთებოთ დანარჩენი კვანძებისა და შტოებისათვის.

ე.ო. როგორც დავინახეთ ინციდენციის I მატრიცა მათემატიკურად ასახავს სქემის გრაფს.

განვიხილოთ კვანძური გამტარებლობის მატრიცის მიღება ინციდენციის I მატრიცის  $M$ -ის გამოყენებით:

$$Y_{\beta\beta} U_{\beta\beta} = I_{\beta\beta} \quad (2.2.1)$$

სადაც  $U_{\beta\beta}$  და  $I_{\beta\beta}$  - კვანძური ძაბვებისა და დენების გექტორ მატრიცებია.

$Y_{\beta\beta}$ -ის შედგენისას გათვალისწინებულია სქემის ტოპოლოგია ინციდენციის პირველი მატრიცის  $M$ -ის საშუალებით, მატრიცას

რომელიც ასახავს კვანძებისა და შტოებს შორის კავშირს მოცემულ სქემაში.

$$M \cdot I_{\mathcal{B}} = I_{\mathcal{B}} \quad (2.2.2) \quad - \quad \text{კირხპოფის პირველი კანონი.}$$

$$Y_{\mathcal{Q}} \cdot U_{\mathcal{B}} = I_{\mathcal{B}} \quad (2.2.3) \quad - \quad \text{ომის კანონის მატრიცული წესი.}$$

$M^T \cdot U_{\mathcal{B}} = U_{\mathcal{B}}$   $(2.2.4)$  - ძაბგის გარდნა გამოსახული კვანძური ძაბვებით.

$(2.2.2), (2.2.3), (2.2.4)$  მატრიცული ტოლობების საფუძველზე ვდებულობთ:

$$MY_{\mathcal{Q}}M^T U_{\mathcal{B}} = I_{\mathcal{B}} \quad (2.2.5)$$

$$\text{სადაც } M \cdot Y_{\mathcal{Q}} \cdot M^T = Y_{\mathcal{B}}$$

გამოსახულება არის კვანძური გამტარებლობების მატრიცა წარმოდგენილი ინციდენციის I მატრიცის საშუალებით. თუ ბაზისური ძაბვა არ უდრის ნულს და მოცემულია მისი მნიშვნელობა  $U_{\delta}$  მაშინ კვანძური ძაბვების განტოლება მატრიცული ფორმით იღებს სახეს:

$$MY_{\mathcal{Q}}M^T(U_{\mathcal{B}} - U_{\delta}) = I_{\mathcal{B}} \quad (2.2.6)$$

$$\text{ანუ } Y_{\mathcal{B}}(U_{\mathcal{B}} - U_{\delta}) = I_{\mathcal{B}} \quad (2.2.7)$$

მოცემული მატრიცული განტოლების შებრუნებული ფორმა იქნება:

$$U_{\mathcal{B}} - U_{\delta} = Z_{\mathcal{B}}I_{\mathcal{B}}$$

$$\text{სადაც } Z_{\mathcal{B}} \text{ კვანძური წინადობების მატრიცაა}$$

$$Z_{\mathcal{B}} = Y_{\mathcal{B}}^{-1} \quad (2.2.8)$$

დასახული ამოცანებიდან გამომდინარე, შესაძლებელია გამოყენებული იქნეს ჩანაცვლების სქემა სადაც მოცემული იქნება როგორც კვანძური დენები (სიმძლავრეები), ასევე შტოებში ჩართული ე.მ.ძ-ები. მაგალითად, როდესაც ხდება სხვადასხვა ტრანსფორმაციის კოეფიციენტის გათვალისწინება ელექტრული რეჟიმის პარამეტრების გაანგარიშების დროს. სხვა შემთხვევაში როდესაც ჩანაცვლების სქემაში გენერაცია და დატვირთვა მოცემულია პასიური შტოს სახით, შეიძლება მოცემული იყოს კვანძური დენებიც. როდესაც ჩანაცვლების სქემის შტოებში ჩართულია ე.მ.ძ-ები ომის კანონი წარმოდგენილი შტოების საკუთარი წინადობებით იღებს სახეს:

$$U_{\mathcal{B}} = Z_{\mathcal{B}}I_{\mathcal{B}} - E \quad (2.2.9)$$

აქ E არის შტოებში ჩართული ძაბვის წყაროების გექტორ-მატრიცა,

$$Z_{\varphi} = Z_{\varphi}^{-1} \text{ შტოების წინადობების გექტორ-მატრიცა.}$$

(2.2.9)-დან განსაზღვრული შტოების დენების მატრიცა იქნება:

$$I_{\varphi} = Z_{\varphi}^{-1} U_{\varphi} + Z_{\varphi}^{-1} E = Y_{\varphi} U_{\varphi} + Y_{\varphi} E \quad (2.2.10)$$

(2.2.5), (2.2.9) და (2.2.10)-ის გათვალისწინებით ვდებულობთ კვანძური ძაბვების განტოლებას შტოებში ე.მ.პ-ის არსებობის დროს.

$$M Y_{\varphi} M^T U_{\varphi} = I_{\varphi} - M Y_{\varphi} E$$

ანუ

$$Y_{\varphi} U_{\varphi} = I_{\varphi} - M Y_{\varphi} E \quad (2.2.11)$$

ამ განტოლების შებრუნებული ფორმა იქნება:

$$U_{\varphi} = Y_{\varphi}^{-1} I_{\varphi} - Y_{\varphi}^{-1} M Y_{\varphi} E = Z_{\varphi} I_{\varphi} - Z_{\varphi} M Y_{\varphi} E \quad (2.2.12)$$

ამგვარად ჩანაცვლების სქემას ზოგადად შეიძლება შეიცავდეს როგორც კვანძურ დენებს ისე შტოებში ჩართულ ე.მ.პ-ებს.

ნახ.4-ზე წარმოდგენილი სქემისათვის გვაქვს:

$$M = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} - \text{ინციდენციის I მატრიცაა;}$$

$$\dot{Y}_{\varphi} = \begin{bmatrix} Y_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Y_{55} \end{bmatrix} - \text{დიაგონალური მატრიცაა;}$$

$$M^T = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \text{ტრანსპონირებული მატრიცაა}$$

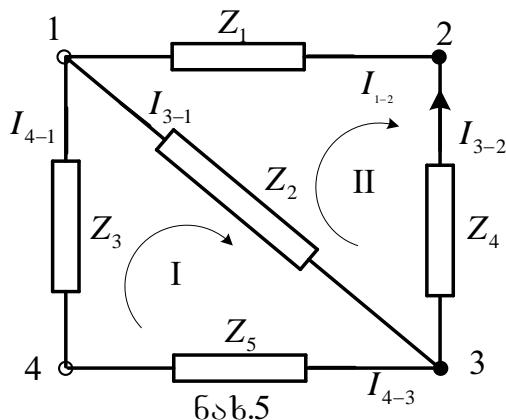
მივიღეთ კვანძური გამტარებლობის მატრიცა:

$$\dot{Y}_{\varphi} = M \dot{Y}_{\varphi} M^T = \begin{bmatrix} (Y_{1-2} + Y_{1-3} + Y_{1-4}) & -Y_{1-2} & -Y_{1-4} \\ -Y_{1-2} & (Y_{1-2} + Y_{2-3}) & -Y_{2-3} \\ -Y_{1-3} & -Y_{2-3} & (Y_{1-3} + Y_{2-3} + Y_{3-4}) \end{bmatrix}$$

ე.ო. როგორც ვხედავთ კვანძური გამტარებლობების მატრიცაში საქუთარი გამტარებლობების ადგილას იწერება იმ გამტარებლობების ჯამი, რომლებიც უშუალოდ უერთდებიან ამ კვანძს, ხოლო ურთიერთგამტარებლობის ადგილას იწერება ამ კვანძსა და მეზობელ კვანძს შორის არსებული გამტარობა აღებული „-“ ნიშნით.

კირსკოფის II კანონის საფუძველზე განტოლებების მიღების დროს ვიყენებთ ინციდენციის II მატრიცას (N). ინციდენციის II მატრიცა ასახავს კავშირს ელ. ქსელის დამოუკიდებელ კონტურებსა და შტოებს შორის. შეიცავს იმდენ სტრიქონს რამდენი დამოუკიდებელი კონტური გვაქვს ელ. წრედში და იმდენ სვეტს რამდენი შტოც გვაქვს ამავე წრედში. სტრიქონისა და სვეტის გადაკვეთაზე იწერება +1, -1 იმისდა მიხედვით თუ სტრიქონის ნომრის შესაბამისი კონტურის შემოვლის მიმართულება ემთხვევა თუ არა მოცემული სვეტის ნომრის შესაბამის შტოში გამავალი დენის მიმართულებას.

იმისათვის, რომ დამოუკიდებელი კონტურები გამოვყოთ სქემიდან, ამისათვის ეს სქემა შეიძლება დაიშალოს ხედ და კავშირებად. ხე არის ის შტო, რომლებიც არ ქნიან კონტურს, მაგრამ შეიცავენ ყველა კვანძს, ხოლო კავშირის ყოველივე ელემენტს შეესაბამება ყველა დამოუკიდებული კონტური. ამ მოსაზრებიდან გამომდინარე აუცილებელია თითოეული სქემა დაიშალოს ხედ და კავშირებად.



მოცემული წრედისათვის შევადგინოთ ინციდენციი II მატრიცა:

$$N = \begin{matrix} I & \left| \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -1 \end{array} \right| \\ II & \left| \begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{array} \right| \end{matrix}$$

განვიხილოთ კონტურულ წინაღობათა მატრიცის მიღება  
ინციდენციის II მატრიცის გამოყენებით:

$$N \cdot \dot{Z}_\varphi \cdot N^T = \dot{Z}_{\partial\delta} \quad (2.2.13)$$

სადაც  $N = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$  – ინციდენციის II მატრიცაა;

$$\dot{Z}_\varphi = \begin{bmatrix} Z_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_5 \end{bmatrix} \text{ – დიაგონალური მატრიცაა;}$$

$$N^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \text{ – ტრანსპონირებული მატრიცაა}$$

სისტემის მდგომარეობის ამსახველი ერთ-ერთი განტოლებაა კონტურული განტოლება, რომელიც დაფუძვნებულია ძირითადად კირხპოვის II კანონზე. კირხპოვის II კანონით იწერება იმდენი განტოლება რამდენი დამოუკიდებელი კონტური გვაქვს აღნიშნულ ქსელში.

$$\dot{Z}_{\partial\delta} \cdot \dot{I}_{\partial\delta} = \dot{E}_{\partial\delta} \quad (2.2.14)$$

$\dot{Z}_{\partial\delta}$  – დამოუკიდებელი კონტურების საკუთარი და ურთიერთწინააღმდეგობების მატრიცაა.

$$\text{ომის კანონი} - \dot{Z}_\varphi \cdot \dot{I}_\varphi = \Delta \dot{U}_{\partial\delta}$$

$$N \cdot \Delta \dot{U}_{\partial\delta} = \dot{U}_{\partial\delta} \quad (2.2.15)$$

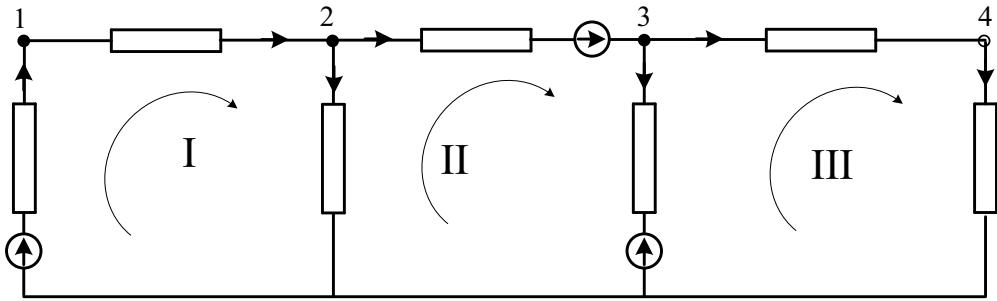
$$N \cdot \dot{Z}_\varphi \cdot \dot{I}_{\partial\delta} = \dot{U}_{\partial\delta} \quad (2.2.16)$$

$$N^T \cdot \dot{I}_{\partial\delta} = \dot{I}_{\partial\delta} \quad (2.2.17)$$

(2.2.16)-ის გათვალისწინებით (2.2.17)-დან ვდებულობთ:

$$N \cdot \dot{Z}_\varphi \cdot N^T \cdot \dot{I}_{\partial\delta} = \dot{U}_{\partial\delta} \quad (2.2.18)$$

განვიხილოთ კონტურული განტოლების მიღება პრაქტიკულ მაგალითზე (ნახ.6)



ნახ.6 როტული ქსელის ჩანაცვლების სქემა კონტურული განტოლებების  
მისაღებად

შევადგინოთ კონტურულ წინაღობათა მატრიცა მოცემული  
სქემისათვის:

$$N \cdot Z_{\varphi} \cdot N^T = \begin{bmatrix} (Z_1 + Z_2 + Z_3) & -Z_3 & 0 \\ -Z_3 & (Z_3 + Z_4 + Z_5) & -Z_5 \\ 0 & -Z_5 & (Z_5 + Z_6 + Z_7) \end{bmatrix}$$

საბოლოო მივიღებთ კონტურულ განტოლებას მატრიცული  
სახით:

$$\begin{aligned} N \cdot Z_{\varphi} \cdot N^T \cdot I_{\text{კონ}} &= \begin{bmatrix} (Z_1 + Z_2 + Z_3) & -Z_3 & 0 \\ -Z_3 & (Z_3 + Z_4 + Z_5) & -Z_5 \\ 0 & -Z_5 & (Z_5 + Z_6 + Z_7) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_I \\ I_{II} \\ I_{III} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

ე.ო როგორც გხედავთ კონტურულ წინაღობათა მატრიცაში  
კონტურის საკუთარი წინაღობის ადგილას იწერება ამ კონტურში  
შემაგალი ყველა წინაღობების ჯამი, ხოლო ურთიერთწინაღობის  
ადგილას იწერება აღებული კონტურების დამაკავშირებელი წინაღობა  
„“ ნიშნით.

## 2.3 სისტემის მდგომარეობის აღმწერი უნიფიცირებული განტოლებები

ნორმალური რეჟიმის აქტიური პარამეტრებისა და დენების ავარიული მდგენელების ჯამი იძლევა ავარიული დენებისა და ძაბვების მნიშვნელობებს ქსელში. გარდა აღნიშნულისა, ნორმალური რეჟიმის პარამეტრები წარმოადგენენ საწყის ინფორმაციას ავარიული მდგენელების გასაანგარიშებლად.

ამგვარად, ავარიული მდგენელების განსაზღვრამდე საჭიროა ნორმალური რეჟიმის პარამეტრების გაანგარიშება სისტემის მდგომარეობის აღმწერი რომელიმე განტოლებით. ოთხი ძირითადი აქტიური პარამეტრის  $U_{\mathcal{B}}, I_{\mathcal{B}}, E_{\mathcal{B}}$  ურთიერთდამაკავშირებელ განტოლებებს აქვს სახე:

$$\begin{aligned} MY_{\mathcal{B}}M^T U_{\mathcal{B}} + MY_{\mathcal{B}}E_{\mathcal{B}} &= I_{\mathcal{B}} \\ Y_{\mathcal{B}}M^T U_{\mathcal{B}} + Y_{\mathcal{B}}E_{\mathcal{B}} &= I_{\mathcal{B}} \end{aligned} \quad (2.3.1)$$

სადაც:  $U_{\mathcal{B}}, I_{\mathcal{B}}$  არის კვანძური ძაბვებისა და კვანძური დენების გექტორ-მარტიცები;

$I_{\mathcal{B}}, E_{\mathcal{B}}$  - შტოებში გამავალი დენებისა და ძაბვების გექტორ-მატრიცები;

$$MY_{\mathcal{B}}M^T = Y_{\mathcal{B}} \text{ კვანძური გამტარობის მატრიცა;}$$

(2.3.1) განტოლებათა სისტემა წარმოადგენს უნივერსალურ მათემატიკურ მოდელს, რომლითაც აღიწერება ნებისმიერი დამყარებული რეჟიმი ელექტრულ სისტემაში. კვანძური განტოლებები წარმოადგენენ მის კერძო შემთხვევას.

(2.3.1) განტოლებებიდან ვღებულობთ ყველა კერძო შემთხვევას, საწყის ინფორმაციასთან დაკავშირებულს. შემთხვევა, როდესაც მოცემულია მხოლოდ კვანძური დენები, მიიღება (2.3.1)-დან.

$$Y_{\mathcal{B}}U_{\mathcal{B}} = I_{\mathcal{B}} \quad (2.3.2)$$

თუ ბაზისური ძაბვა არ უდრის ნულს და მოცემულია მისი მნიშვნელობა  $U_{\mathcal{B}}$ , მაშინ კვანძური ძაბვების განტოლება მატრიცული ფორმით იდებს სახეს:

$$MY_{\varphi}M^T(U_{\beta\beta} - U_{\delta}) = I_{\beta\beta} \quad (2.3.3)$$

$$\text{ანუ} \quad Y_{\beta\beta}(U_{\beta\beta} - U_{\delta}) = I_{\beta\beta} \quad (2.3.4)$$

მატრიცული განტოლების შებრუნებული ფორმა იქნება:

$$U_{\beta\beta} - U_{\delta} = Z_{\beta\beta}I_{\beta\beta}$$

სადაც  $Z_{\beta\beta}$  კვანძური წინაღობების მატრიცაა

$$Z_{\beta\beta} = Y_{\beta\beta}^{-1} \quad (2.3.5)$$

დასახული ამოცანებიდან გამომდინარე, შესაძლებელია გამოყენებული იქნეს ჩანაცვლების სქემა სადაც მოცემული იქნება როგორც კვანძური დენები (სიმძლავრეები), ასევე შტოებში ჩართული ე.მ.პ.-ები. ეს ამოცანაც არის კერძო შემთხვევა, რომელიც მიიღება (2.3.1) ზოგადი განტოლებებიდან.

ამგვარად (2.3.1)-ის გათვალისწინებით ვდებულობთ კვანძური ძაბვების განტოლებას შტოებში ე.მ.პ.-ის არსებობის დროს.

$$MY_{\varphi}M^TU_{\beta\beta} = I_{\beta\beta} - MY_{\varphi}E$$

ანუ

$$Y_{\beta\beta}U_{\beta\beta} = I_{\beta\beta} - MY_{\varphi}E \quad (2.3.6)$$

ამ განტოლების შებრუნებული ფორმა იქნება:

$$U_{\beta\beta} = Y_{\beta\beta}^{-1}I_{\beta\beta} - Y_{\beta\beta}^{-1}MY_{\varphi}E = Z_{\beta\beta}I_{\beta\beta} - Z_{\beta\beta}MY_{\varphi}E \quad (2.3.7)$$

ამგვარად, (2.3.1) განტოლებათა სისტემა წარმოადგენს უნივერსალურ მათემატიკურ მოდელს, რომლითაც აღიწერება ნებისმიერი დამყარებული რეჟიმი ელექტრულ სისტემაში.

## 2.4 კვანძური ძაბვების განტოლების შედგენა ტრანსფორმატორული კავშირების გათვალისწინებით

ელექტროსადგურების და მომხმარებლების დატვირთვების ერთობლიობა წარმოადგენს ელექტრული სისტემის რეჟიმის დამოუკიდებელ მახასიათებლებს. დენი, ქსელების ხაზებში და

ტრანსფორმატორებში სიმძლავრის ნაკადები, ქვესადგურების სალტეებზე ძაბვის დონეები დამოკიდებულია მომხმარებლების და ელექტროსადგურების დატვირთვების სიდიდეებზე, ელექტრული ქსელის პარამეტრებზე და წარმოადგენს რეჟიმის დამოკიდებული მახასიათებლების სიმრავლეს.

დამყარებული რეჟიმების ანგარიშის დროს ელექტრული სადგურების გენერატორების შესაბამისი წყაროები შესაძლებელია იყოს წარმოდგენილი შემდეგი სახით:

მუდმივი აქტიური და რეაქტიული სიმძლავრე ( $PQ$ -გენერატორი)  $P_\delta = \text{const}$ ,  $Q_\delta = \text{const}$ . მუდმივი აქტიური სიმძლავრის მიცემა შეესაბამება ელექტრულ სისტემაში გენერატორების მუშაობის რეალურ პირობებს; მისი შენარჩუნება ხდება გენერატორებზე სისტირის რეგულირებით. რადგან გენერატორებზე არ არის რეაქტიული სიმძლავრის რეგულატორები, მუდმივი რეაქტიული სიმძლავრის მიცემა არ შეესაბამება რეჟიმის რეალურ მართვას.  $Q_\delta = \text{const}$  მიცემა ხშირად არის აუცილებელი დამყარებული და ოპტიმალური რეჟიმების ანგარიშის დროს. მაგალითად, იმ შემთხვევაში, როცა  $Q_\delta$  აუცილებლად უნდა იყოს ტოლი ზღვრული დასაშვები მნიშვნელობის. როგორც წესი, გენერირების კვანძებისთვის ფიქსირებული  $P_\delta$  და  $Q_\delta$  დროს არ არის ცნობილი კვანძის ძაბვის მოდული  $U_\delta$  და ფაზა  $\delta_\delta$  (ან, რაც იგივეა, ძაბვის აქტიური  $U'_\delta$  და რეაქტიულის  $U''_\delta$  შემადგენლები).

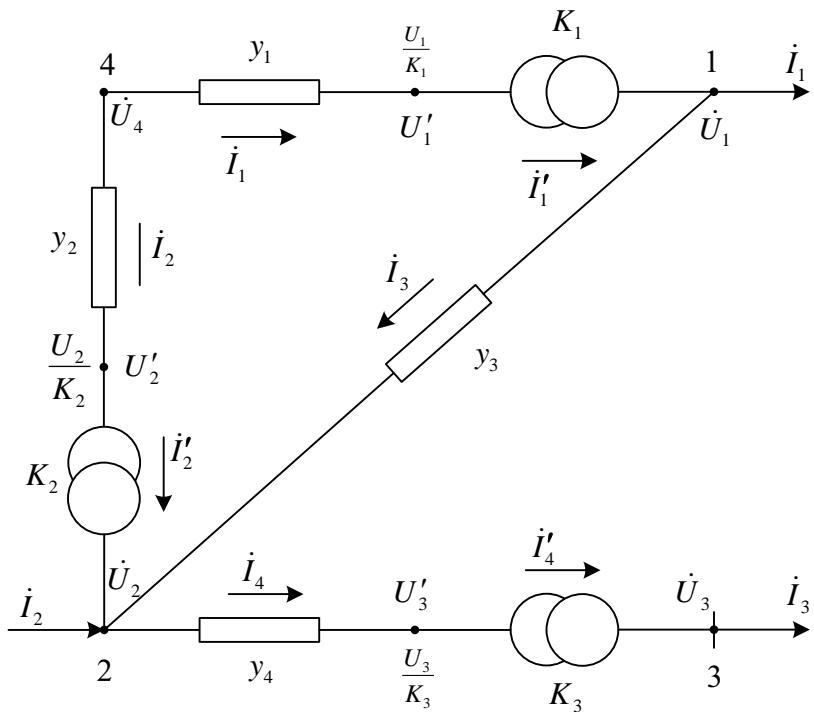
მუდმივი აქტიური სიმძლავრე და ძაბვის მოდული ( $PU$ -გენერატორი)  $P_\delta = \text{const}$ ,  $U_\delta = \text{const}$ . ამ შემთხვევაში ცვლადები, როგორც წესი, არის რეაქტიული სიმძლავრე და ძაბვის ფაზა. როცა  $P_\delta = 0$ , კვანძები თავისუფალი რეაქტიული სიმძლავრით შეესაბამება სინქრონულ კომპენსატორებს, როცა  $P_\delta \neq 0$  - გენერატორებს. ასეთ კვანძებს ეწოდება რეაქტიული სიმძლავრის დამბალანსებელი. ძაბვის მუდმივი მოდულის მიცემა  $Q_\delta = \text{var}$  დროს შეესაბამება გენერატორების და სინქრონული კომპენსატორების მუშაობის რეალურ პირობებს, როცა ძაბვის რეგულატორები ინარჩუნებენ  $U_\delta = \text{const}$ .

ძაბვის მუდმივი მოდული და ფაზა  $U_\delta = \text{const}$ ,  $\delta_\delta = \text{const}$ . ასეთ კვანძებში ცვლადებს წარმოადგენს აქტიური და რეაქტიული

სიმძლავრე, ეს ნიშნავს, რომ  $P_\beta = var$ ,  $Q_\beta = var$ . საწყისი მონაცემების მიცემის ეს ხერხი შეესაბამება კვანძებს, რომლებიც არის აქტიური და რეაქტიული სიმძლავრის დამბალანსებელი და ძაბვის ბაზისური. ასეთ კვანძებს ეწოდება დამბალანსებელი. დამყარებული რეჟიმების ანგარიშის და მათი ოპტიმიზაციის დროს შესაძლებელია რამოდენიმე დამბალანსებელი კვანძის შერჩევა. ყოველი მათგანი შეესაბამება სიხშირის რეგულირებაში მონაწილე სადგურს, რომელიც იღებს საკუთარ თავზე აქტიური სიმძლავრის დისბალანსებს და ამავე დროს, სისტემაში ინარჩუნებს მუდმივ სიხშირეს. ერთი ან რამოდენიმე დამბალანსებელი კვანძის შემოტანა შეესაბამება დაშვებას, რომ ელექტრულ სისტემაში სიხშირე მუდმივია.

ჩვენ აქამდე ვიხილავდით კვანძური ძაბვების განტოლებებს იმ შემთხვევისათვის როცა მთლიანი ელექტრული წრედი დაყვანილი იყო ერთი ძაბვის საფეხურზე. რეალურად ელექტრული ქსელი შეიძლება შეიცავდეს რამოდენიმე ძაბვის საფეხურს. თუ ჩვენ ასეთი ქსელის ანგარიშს ვაწარმოებთ ადრე განხილული მეთოდის საშუალებით, კვანძებში ძაბვების რეალური მნიშვნელობების გასაგებად საჭირო იქნება მიღებული ძაბვების გადაანგარიშება სხვადასხვა საფეხურებისათვის. ეს მოხდება შესაბამის ტრანსფორმაციის კოეფიციენტებზე გაყოფით ან გამრავლებით, რაც საკმაოდ შრომატევად პროცესს წარმოადგენს რთული კონფიგურაციის მქონე ქსელისათვის.

ქვემოთ წარმოდგენილია მეთოდი, რომლის მიხედვითაც ანგარიში წარმოებს ტრანსფორმაციის კოეფიციენტის გათვალისწინებით.



ნახ.7 ჩანაცვლების სქემა ტრანსფორმატორული კავშირების გათვალისწინებით

ნახ.7-ზე მოცემულია მარტივი ელექტრული სისტემა რომელიც, შედგება რამდენიმე ძაბვის საფეხურისაგან  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  ჩვენი მიზანია შევადგინოთ კვანძური ძაბვების განტოლებები ისეთნაირად, რომ მათი ამოხსნით მივიღოთ, პირდაპირ, საჭირო ძაბვის სიდიდეები გადაანგარიშების გარეშე. მე-4 კვანძი მივიჩნიოთ მაბალანსირებელ კვანძად და ავიღოთ ძაბვის გარვეული  $U_4 = U_b$  მნიშვნელობა (რომელიც რეალურ სიდიდესთან ახლოს არის). კვანძური ძაბვების განტოლებები შევადგინოთ 1, 2, 3, კვანძებისათვის. ამ კვანძებში ჩვენთვის ცნობილია ძაბვის საფეხურის შესაბამისი ფაზური დენების სიდიდეები ( $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3$ ), ასევე ცნობილია ელექტროგადაცემის ხაზების, ტრანსფორმატორების ძაბვის საფეხურების შესაბამისი გამტარებლობების სიდიდეები  $\dot{Y}_1, \dot{Y}_2, \dot{Y}_3, \dot{Y}_4$ .

თითოეული ტრანსფორმატორის ტრანსფორმაციის  
კოეფიციენტები და შტოში გამავალი დენები გამოვსახოთ  
შემდეგნაირად:

$$K_1 = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}'_1}; \quad K_2 = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}'_2}; \quad K_3 = \frac{\dot{U}_3}{\dot{U}'_3}; \quad \dot{I}'_1 = \frac{\dot{I}_1}{K_1}; \quad \dot{I}'_2 = \frac{\dot{I}_2}{K_2}; \quad \dot{I}'_4 = \frac{\dot{I}_4}{K_3}$$

შევადგინოთ კვანტური ძაბვების განტოლებები კირხპოფის I კანონზე დაყრდნობით. 1 კვანტისათვის კირხპოფის I კანონს ექნება სახე:

$$-\dot{I}'_1 + \dot{I}_3 = -\dot{I}_1 \quad (2.4.1)$$

$$\text{სადაც } -\dot{I}'_1 = \frac{\dot{I}_1}{K_1} = \frac{1}{K_1} (U_4 - \dot{U}'_1) \cdot \dot{Y}_1$$

$$\text{რადგან } \dot{U}'_1 = \frac{\dot{U}_1}{K_1}, \text{ ამიტომ } \dot{I}'_1 = \frac{1}{K_1} (U_4 - \dot{U}'_1) \cdot \dot{Y}_1,$$

$$\dot{I}_3 = (\dot{U}_1 - \dot{U}_2) \cdot Y_3 \quad \text{რადგან} \quad 1-4 \quad \text{უბანზე} \quad \text{არ} \quad \text{გვაქვს}$$

ტრანსფორმატორული კავშირები

საბოლოოდ გვექნება:

$$-\frac{1}{K_1} (U_4 - \dot{U}'_1) \cdot \dot{Y}_1 - (\dot{U}_1 - \dot{U}_2) \cdot \dot{Y}_3 = -\dot{I}_1$$

$$\text{განვიხილოთ 2 კვანტი და დავწეროთ ამ კვანტისათვის კირხპოფის}$$

I კანონის მიხედვით განტოლება:

$$-\dot{I}'_2 - \dot{I}_3 + \dot{I}_4 - \dot{I}_2 = 0 \quad (2.4.2)$$

$$\text{სადაც } -\dot{I}'_2 = \frac{\dot{I}_2}{K_2} = \frac{1}{K_2} (U_4 - \dot{U}'_2) \cdot \dot{Y}_2$$

$$\text{რადგან } \dot{U}'_2 = \frac{\dot{U}_2}{K_2}, \text{ ამიტომ}$$

$$\dot{I}'_2 = \frac{1}{K_2} (U_4 - \dot{U}'_2) \cdot \dot{Y}_2,$$

$$\dot{I}_4 = (U_2 - \dot{U}'_3) \cdot \dot{Y}_4$$

$$\text{რადგან } \dot{U}'_3 = \frac{\dot{U}_3}{K_3}, \text{ ამიტომ}$$

$$\dot{I}_4 = \left( U_2 - \frac{\dot{U}_3}{K_3} \right) \cdot \dot{Y}_4$$

საბოლოოდ გვექნება:

$$-\frac{1}{K_2} (U_4 - \dot{U}'_2) \cdot \dot{Y}_2 - (\dot{U}_1 - \dot{U}_2) \cdot Y_3 + \left( U_2 - \frac{\dot{U}_3}{K_3} \right) \cdot \dot{Y}_4 = \dot{I}_2 \quad (2.4.3)$$

$$\text{განვიხილოთ 3 კვანტი და დავწეროთ ამ კვანტისათვის კირხპოფის}$$

I კანონის მიხედვით განტოლება:

$$-\dot{I}'_4 = -\dot{I}_3 \quad (2.4.4)$$

$$\text{სადაც } -\dot{I}'_4 = \frac{\dot{I}_4}{K_3} = \frac{1}{K_3} (U_2 - \dot{U}'_3) \cdot \dot{Y}_4$$

ამიტომ

$$\dot{I}'_4 = \frac{1}{K_3} (U_2 - \dot{U}'_3) \cdot \dot{Y}_4,$$

საბოლოოდ გვექნება:

$$-\frac{1}{K_3} \left( U_2 - \frac{\dot{U}_3}{K_3} \right) \cdot \dot{Y}_4 = -\dot{I}_3 \quad (2.4.5)$$

რადგანაც თითოეული პარამეტრის შედგენილი გვაქვს კვანძური ძაბვების განვითარება, შეგვიძლია დავწეროთ კვანძური ძაბვების განვითარებათა სისტემა მთლიანი ელექტრული წრედისათვის:

$$\begin{cases} -\frac{1}{K_1} \left( U_4 - \frac{\dot{U}_1}{K_1} \right) \cdot \dot{Y}_1 - (\dot{U}_1 - \dot{U}_2) \cdot \dot{Y}_3 = -\dot{I}_1 \\ -\frac{1}{K_2} \left( U_4 - \frac{\dot{U}_2}{K_2} \right) \cdot \dot{Y}_2 - (\dot{U}_1 - \dot{U}_2) \cdot \dot{Y}_3 + \left( U_2 - \frac{\dot{U}_3}{K_3} \right) \cdot \dot{Y}_4 = -\dot{I}_2 \\ -\frac{1}{K_3} \left( U_2 - \frac{\dot{U}_3}{K_3} \right) \cdot \dot{Y}_4 = -\dot{I}_3 \end{cases} \quad (2.4.6)$$

(2.4.6) განვითარებებში შესაბამისი მოქმედებების ჩატარების შემდეგ მივიღებთ:

$$\begin{cases} \left( \frac{1}{K_1^2} \cdot \dot{Y}_1 + \dot{Y}_3 \right) \cdot \dot{U}_1 - \dot{Y}_3 \cdot \dot{U}_2 = -\dot{I}_1 + \frac{1}{K_1} \cdot \dot{Y}_1 \cdot U_4 \\ -\dot{Y}_3 \cdot \dot{U}_1 + \left( \frac{1}{K_1^2} \cdot \dot{Y}_2 + \dot{Y}_3 + \dot{Y}_4 \right) \cdot \dot{U}_2 - \frac{1}{K_3} \cdot \dot{Y}_4 \cdot U_3 = \dot{I}_2 + \frac{1}{K_2} \cdot \dot{Y}_2 \cdot U_4 \\ -\frac{1}{K_3} \cdot \dot{Y}_4 \cdot U_2 + \frac{1}{K_3^2} \cdot \dot{Y}_4 \cdot U_3 = -\dot{I}_3 \end{cases} \quad (2.4.7)$$

ზემოთ მოცემული კვანძური ძაბვების განვითარებათა სისტემის ამოხსნით შეგვიძლია განვითარებოთ კვანძებში ძაბვების საძიებელი სიდიდეების კომპლექსური მნიშვნელობები შესაბამისი საფეხურისათვის.

კვანძური ძაბვების განვითარებათა სისტემა, ტრანსფორმაციის კოეფიციენტის გათვალისწინებით, შეგვიძლია გამოვსახოთ მატრიცათა ნამრავლის საშუალებით, როგორც ადრე განხილულ შემთხვევებში. განვიხილოთ ქვემოთ მოცემული მატრიცული გამოსახულება:

$$\begin{bmatrix} \left( \frac{1}{K_1^2} \cdot \dot{y}_1 + \dot{y}_3 \right) & -\dot{y}_3 & 0 \\ -\dot{y}_3 & \left( \frac{1}{K_2^2} \cdot \dot{y}_2 + \dot{y}_3 + \dot{y}_4 \right) & -\frac{1}{K_3} \cdot \dot{y}_4 \\ 0 & -\frac{1}{K_3} \cdot \dot{y}_4 & \frac{1}{K_3^2} \cdot \dot{y}_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_{12} \\ \dot{U}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ -\dot{I}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{K_1} \cdot \dot{y}_1 \cdot U_4 \\ \frac{1}{K_2} \cdot \dot{y}_2 \cdot U_4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.4.8)$$

განვიხილოთ ზემოთ მოცემული მატრიცის თითოეული ნაწილი და ვნახოთ თუ რა პრინციპზე დაყრდნობით დგება კვანძური ძაბვების განტოლებათა სისტემის შესაბამისი მატრიცა, როდესაც საქმე გვაქვს სხვადასხვა საფეხურის ძაბვებთან.

თავდაპირველად უნდა აღვნიშნოთ, რომ ყველა შტოს გამტარებლობა ნაანგარიშებია შესაბამისი მაღალი ძაბვის საფეხურისათვის.

თუ ტრანსფორმატორული შტო კვანძში შერთულია დაბალი ძაბვის მხრიდან, მაშინ ამ შტოს გამტარებლობა კვანძის საკუთარი გამტარებლობის  $[Y_{nn}]$  ანგარიშისას აიღება საანგარიშო სიდიდეზე  $K^2 - \dot{Y}_1$  ნაკლები სიდიდით, სადაც  $K$  არის შესაბამისი შტოს ტრანსფორმაციის კოეფიციენტი, ხოლო თუ შტო კვანძში შერთულია მაღალი ძაბვის მხრიდან, მაშინ კვანძის საკუთარი გამტარებლობის ანგარიშისას აიღება საანგარიშო სიდიდით.

მაგალითად განვიხილოთ „1“ კვანძის საკუთარი გამტარებლობა:

$$\dot{Y}_{11} = \left( \frac{1}{K_1^2} \cdot \dot{y}_1 + \dot{y}_3 \right)$$

აღნიშნული გამტარებლობის შტო 1 კვანძთან მიერთებულია დაბალი ძაბვის მხრიდან, ამიტომ  $\dot{Y}_{11}$ -ის ანგარიშისას  $\dot{Y}_1$  ავიდეთ  $K_1^2 - \dot{Y}_1$  ნაკლები სიდიდის  $\frac{\dot{Y}_1}{K_1^2}$ , ხოლო რადგან 1-2 შტოში არ არის ჩართული ტრანსფორმატორი,  $\dot{Y}_3$  აიღება ჩვეულებრივ, საანგარიშო სიდიდით.

ასევე გვექნება 2 კვანძისთვისაც:

$$\dot{Y}_{22} = \left( \frac{1}{K_1^2} \cdot \dot{y}_2 + \dot{y}_3 + \dot{y}_4 \right)$$

2-4 შტო 2 კვანძთან მიერთებულია დაბალი ძაბვის მხრიდან, ამიტომ  $\dot{Y}_{22}$ -ის ანგარიშისას  $\dot{Y}_2$  – აიღება  $K_2^2 - \dot{Y}_2$  ნაკლები სიდიდით  $\frac{\dot{Y}_2}{K_2^2}$ .  
 2-3 შტო 2 კვანძთან მიერთებულია მაღალი ძაბვის მხრიდან, ამიტომ  $\dot{Y}_{22}$ -ის ანგარიშისას  $\dot{Y}_4$  აიღება ჩვეულებრივ, საანგარიშო სიდიდით –  $\dot{Y}_4$ .

აქაც 1–2 შტოში არ არის ტრანსფორმატორული შტო და  $\dot{Y}_3$  აიღება ჩვეულებრივ, საანგარიშო სიდიდით.

$$\text{მე-3 კვანძის საკუთარი გამტარობა } \dot{Y}_{33} \text{ უდრის: } \dot{y}_{33} = \frac{1}{K_3^2} \cdot \dot{y}_4$$

კვანძების ურთიერთგამტარობების ანგარიშისას კი თუ ერთმანეთთან დაკავშირებულია ორი სხვადასხვა საფეხურის კვანძი, მაშინ მათი ურთიერთგამტარებლობები აიღება, საანგარიშო სიდიდეზე K-ჯერ ნაკლები სიდიდით, ხოლოთუ ერთმანეთთან დაკავშირებულია ორი ერთნაირი საფეხურის კვანძი, მაშინ მათი ურთიერთგამტარებლობები აიღება, ჩვეულებრივ საანგარიშო სიდიდით. მაგალითად 2 და 3 კვანძები წარმოადგენენ, ძაბვის სხვადასხვა საფეხურს და შესაბამისად კვანძური გამტარობების მატრიცის შედგენისას მათი ურთიერთგამტარებლობა უდრის:

$$\dot{Y}_{23} = -\frac{Y_4}{K_3}$$

(2.4.8) განტოლება გადავწეროთ მატრიცული ფორმით:

$$\dot{Y}_{\beta} \dot{U}_{\beta} = \dot{I}_{\beta} + \dot{Y}_{\beta} [U_{\delta}]$$

ანუ თუ გავითვალისწინებთ ამ გამოსახულებაში ინციდენციის I მატრიცას, გვექნება:

$$(M \dot{Y}_{\varphi} M^T) \dot{U}_{\beta} = \begin{bmatrix} S_i^* \\ U_i^* \end{bmatrix} + (M \dot{Y}_{\varphi} M^T) [U_{\delta}]$$

მოკლედ განვიხილოთ კვანძური გამტარებლობების მიღება ნახ.7–ზე მოცემული სქემისათვის.

ინციდენციის I მატრიცას ექნება სახე:

$$M = \begin{bmatrix} -\frac{1}{K_1} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{K_2} & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{K_3} \end{bmatrix}$$

ტრანსფორმაციის კოეფიციენტის გათვალისწინება ხდება ისევე, როგორც ზემოთ განხილული კვანძური გამტარებლობების მატრიცის შედგენისას.

უკანასკნელი მატრიცის ტრანსპონირების შემთხვევაში გვექნება:

$$M^T = \begin{bmatrix} -\frac{1}{K_1} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{K_2} & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{K_3} \end{bmatrix}$$

ხოლო დიაგონალური მატრიცა:

$$\dot{Y}_{\varphi} = \begin{bmatrix} \dot{y}_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{y}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{y}_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dot{y}_4 \end{bmatrix}$$

ეველაფერ ამის გათვალისწინებით კვანძური გამტარებლობების მატრიცას ექნება შემდეგი სახე:

$$\begin{aligned} \dot{Y}_{\varphi} = M \dot{Y}_{\varphi} M^T &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{K_1} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{K_2} & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{K_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{y}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{y}_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dot{y}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{1}{K_1} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{K_2} & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{K_3} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{K_1^2} \dot{y}_1 + \dot{y}_3\right) & -\dot{y}_3 & 0 \\ -\dot{y}_3 & \left(\frac{1}{K_2^2} \dot{y}_2 + \dot{y}_3 + \dot{y}_4\right) & -\frac{1}{K_3} \dot{y}_4 \\ 0 & -\frac{1}{K_3} \dot{y}_4 & -\frac{1}{K_3^2} \dot{y}_4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

მოცემული გამოსახულება წარმოადგენს კვანძური გამტარებლობების მატრიცას ( $\dot{Y}_{\varphi}$ ) ტრანსფორმაციის კოეფიციენტის გათვალისწინებით.

$$\text{ვუჩვენოთ, } \text{რომ (2.4.8)} \text{ განტოლების } \text{წევრი} \begin{bmatrix} \frac{1}{K_1} \dot{y}_1 \dot{U}_4 \\ \frac{1}{K_2} \dot{y}_2 \dot{U}_4 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ უდრის}$$

$\dot{Y}_{\varphi} \cdot [U_4]$  გექტორს.

მოცემული სქემისათვის, 1 და 2 კვანძები ერთი და იგივე ნომინალური ძაბვების კვანძებია ( $K_1 = K_2 = K$ ), ამიტომ  $[U_4]$  ვექტორს

$$\text{ექნება სახე } \begin{bmatrix} K\dot{U}_4 \\ K\dot{U}_4 \\ K \cdot K_3 \dot{U}_4 \end{bmatrix}, \text{ ხოლო}$$

$$\begin{aligned} \dot{Y}_{\beta\beta} \cdot U_5 &= \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{K_1^2}\dot{y}_1 + \dot{y}_3\right) & -\dot{y}_3 & 0 \\ -\dot{y}_3 & \left(\frac{1}{K_2^2}\dot{y}_2 + \dot{y}_3 + \dot{y}_4\right) & -\frac{1}{K_3}\dot{y}_4 \\ 0 & -\frac{1}{K_3}\dot{y}_4 & -\frac{1}{K_3^2}\dot{y}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K\dot{U}_4 \\ K\dot{U}_4 \\ K \cdot K_3 \dot{U}_4 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{1}{K_1}\dot{y}_1 \dot{U}_4 \\ \frac{1}{K_2}\dot{y}_2 \dot{U}_4 \\ 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

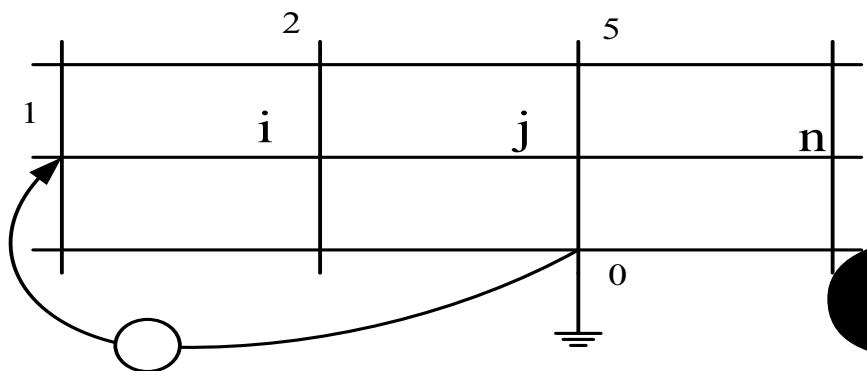
### თავი III

ელექტრული ქსელების განზოგადოებული პარამეტრები.  
ხაზის გაწყვეტის მოდელირება იდეალური დენისა და ძაბვის  
წყაროებით

#### 3.1. კვანძების საკუთარი და ურთიერთწინაღობა

კვანძების საკუთარი და ურთიერთწინაღობის მატრიცის ელემენტების განსაზღვრა შესაძლებელია როგორც გაზომვებით ასევე გარდასახვებითაც (ამ ელემენტების შინაარსის დასაღვენად).

გთქვათ მცემულია სქემა კვანძების  $n$  რაოდენობით ნახ.8



ნახ.8 ზოგადი სქემა კვანძების  $n$  რაოდენობით

$\dot{Z}_{\text{ჯ}}$  მატრიცის პირველი სტრიქონის ელემენტების დასაღვენად მოცემულ სქემაში 1 და 0 კვანძს შორის ჩავრთოთ ძაბვის წყარო  $U_1$ . გავზომოთ კვანძური დენი  $I_1$  და ძაბვები დანარჩენ კვანძებში  $U_2 \dots U_i \dots U_j$ . შესაბამისი კვანძური ძაბვის ფარდობა პირველი კვანძის დენთან  $-I_1$  გვაძლევს  $\dot{Z}_{\text{ჯ}}$  მატრიცის პირველი სტრიქონის ელემენტებს:

$$\dot{Z}_{11} = \frac{U_1}{I_1}; \quad \dot{Z}_{12} = \frac{U_2}{I_1}; \quad \dot{Z}_{13} = \frac{U_3}{I_1} \dots \dot{Z}_{1i} = \frac{U_{1i}}{I_1} \dots \dot{Z}_{1j} = \frac{U_j}{I_1}$$

ანალოგიურად  $i$ -ური კვანძისათვის  $i$ -ური სტრიქონის ელემენტების დასაღვენად  $i$ -ურ კვანძში ჩავრთოთ ძაბვის წყარო  $U_i$ . გავზომოთ კვანძური დენი  $I_i$  და ძაბვები დანარჩენ კვანძებში  $U_1, U_2 \dots U_j$  და  $\dot{Z}_{\text{ჯ}}$  მატრიცის  $i$ -ური სტრიქონი იქნება:

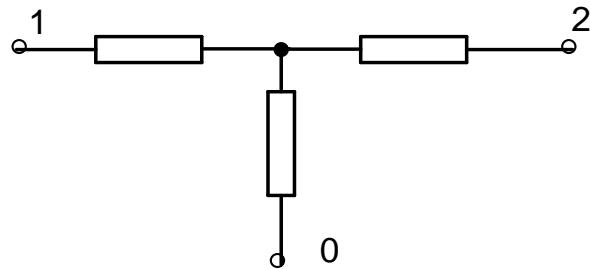
$$\dot{Z}_{i1} = \frac{U_1}{I_i}; \quad \dot{Z}_{i2} = \frac{U_2}{I_i}; \quad \dot{Z}_{i3} = \frac{U_3}{I_i} \dots \dot{Z}_{ii} = \frac{U_i}{I_i} \dots \dot{Z}_{ij} = \frac{U_j}{I_i}$$

ზემოთ განხილული მეთოდით შეგვიძლია მივიღოთ  $\dot{Z}_{\mathcal{B}}$  მატრიცის ნებისმიერი სტრიქონის ელემენტები:

$$Z_{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & \cdots & Z_{2n} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & \cdots & Z_{3n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & Z_{n3} & \cdots & Z_{nn} \end{bmatrix}$$

როგორც ვთქვით ამ ელემენტების განსაზღვრა შესაძლებელია აგრეთვე სქემის გარდასახვითაც (მარტივი სქემის შემთხვევაში). კვანძის საკუთარი წინადობის განსაზღვრის შემთხვევაში სქემა უნდა გარდავსახოთ ისე, რომ დარჩეს აღნიშნული ტური და ბაზისური კვანძი.

ურთიერთწინადობების განსაზღვრისათვის, გარდასახვებით სქემა უნდა დავიყვანოთ T-ს მაგვარ ოთხპლუსაზე, სადაც შენარჩუნებული იქნება ბაზისური კვანძი და ის წყვილი კვანძებისა, რომელთა შორისაც ვეძებთ ურთიერთწინადობას. ვთქვათ გვინდა პირველსა და მეორე კვანძს შორის ურთიერთწინადობის განსაზღვრა (ნახ.9).



ნახ.9 „T”-სებრი სქემა

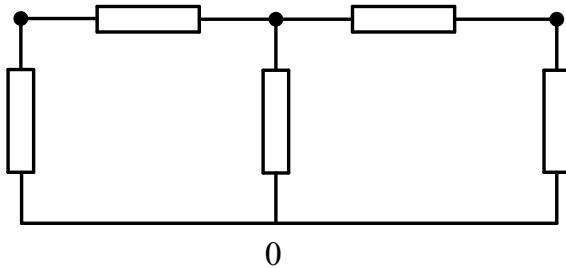
I კვანძის საკუთარი წინააღმდეგობა:  $Z_1 + Z_3 = Z_{11}$

II კვანძის საკუთარი წინააღმდეგობა:  $Z_2 + Z_3 = Z_{22}$

ხოლო 1-სა და 2 კვანძს შორის ურთიერთწინააღმდეგობა

$$Z_{14} = Z_3$$

განვიხილოთ მაგალითი:



6a.10

საკუთარი წინაღობა მიიღება სქემის შეფურსვით განსახილველ  
კვანძება და ნულოვან კვანძს შორის.

I კვანძის საკუთარი წინაღობა  $\dot{Z}_{11}$  იქნება:

$$\dot{Z}_4 + \dot{Z}_5 = \dot{Z}_6; \quad \dot{Z}_2 + \dot{Z}_7 = \dot{Z}_8$$

$$\dot{Z}_3 // \dot{Z}_6 = \dot{Z}_7; \quad \dot{Z}_{11} = \dot{Z}_1 // \dot{Z}_8$$

II კვანძის საკუთარი წინაღობა  $\dot{Z}_{22}$  იქნება:

$$\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 = \dot{Z}_6$$

$$\dot{Z}_4 + \dot{Z}_5 = \dot{Z}_7; \quad \dot{Z}_{22} = \dot{Z}_3 // \dot{Z}_6 // \dot{Z}_7$$

III კვანძის საკუთარი წინაღობა  $\dot{Z}_{33}$  იქნება:

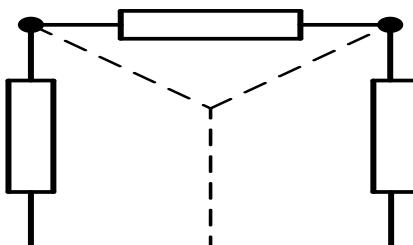
$$\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 = \dot{Z}_6; \quad \dot{Z}_7 + \dot{Z}_4 = \dot{Z}_8$$

$$\dot{Z}_6 // \dot{Z}_3 = \dot{Z}_7; \quad \dot{Z}_{33} = \dot{Z}_8 // \dot{Z}_5$$

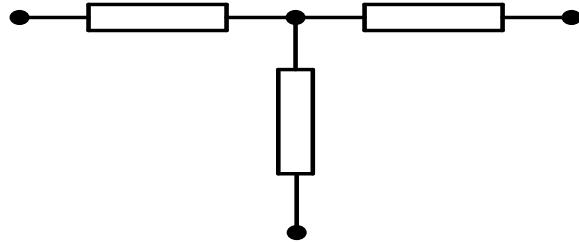
რაც შეეხება ურთიერთწინაღობას 1-სა და 2 კვანძს შორის  $\dot{Z}_{12}$   
განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\dot{Z}_4 + \dot{Z}_5 = \dot{Z}_6; \quad \dot{Z}_6 // \dot{Z}_3 = \dot{Z}_7.$$

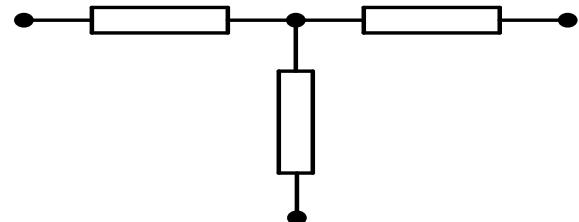
ნახ.10-ზე წარმოდგენილი სქემას გარდასახვების შედეგად ექნება  
სახე:



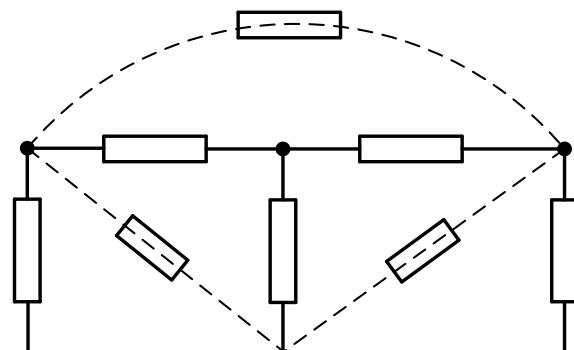
მიღებული სამკუთხედი გარდავსახოთ გარსკვლავად, და შედეგად ვდებულობთ 1-სა და 2 კვანძს შორის ურთიერთწინაღობას –  $\dot{Z}_{12}$ .



ანალოგიურად შეგვიძლია მოვიქცეთ 2-სა და 3 კვანძს შორის ურთიერთწინაღობის განსაზღვრისათვის.  $\dot{Z}_{23}$ -ის განსასაზღვრად სქემის გარდასახვების დროს შენარჩუნდება 2 და 3 კვანძი და მიღებული ოთხპოლუსას შესაბამისი წინაღობა იქნება ურთიერთწინაღობა 2-სა და 3 კვანძებს შორის.



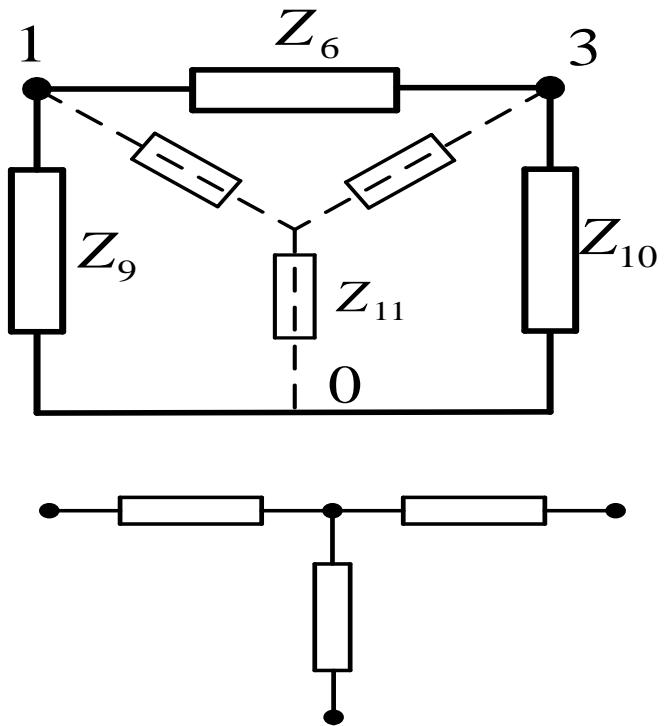
რაც შეეხება 1-სა და 3 კვანძს შორის ურთიერთწინაღობის განსაზღვრას – საჭიროა ნახ.10-ზე წარმოდგენილი გარსკვლავი უნდა გადავიყვანოთ სამკუთხედში:



გარადაქმნების შედეგად გვექნება:

$$\dot{Z}_1 // \dot{Z}_7 = \dot{Z}_9 ; \quad \dot{Z}_8 // \dot{Z}_5 = \dot{Z}_{10}$$

შედეგად მივიღებთ სქემას, რომელიც გადადის გარსკვლავში:



გარსკვლავის ელემენტი:  $\dot{Z}_{13} = \dot{Z}_{13}$  – არის საკუთარი წინაღობა 1 და 3 კვანძებს შორის.

ანალოგიურად შეგვიძლია განსაზღვროთ ნებისმიერი მარტივი ქსელის ელემენტების საკუთარი და ურთიერთწინაღობები.

### 3.2 მატრიცის შებრუნების ოპერაციის ფიზიკური არსი

დამყარებული რეჟიმების შემთხვევაში ელ. სისტემის მდგომარეობა ძირითადად აღიწერება კვანძური პარამეტრებისა და კონტურული პარამეტრების დამაკავშირებელი განტოლებებით, ანუ კვანძური ძაბვებისა და კონტურული დენების განტოლებებით. ეს განტოლებები წარმოადგენენ საფუძველს, როგორც ნორმალური ასევე ავარიული რეჟიმების მოდელირების შემთხვევაში. მათი მოდიფიცირებითა და შემდგომი მათემატიკური გარდასახვებით შესაძლებელია მივიღოთ განზოგადოებულპარამეტრებიანი განტოლებები, რომელთა მეშვეობითაც უფრო ეფექტურად (მათემატიკური გაანგარიშების რაოდენობის

შემცირების თვალსაზრისით) აღიწერება სხვადასხვა დამყარებული ელექტრული რეჟიმები.

პირველ რიგში დავადგინოთ მატრიცის შებრუნების ოპერაციის შესაბამისობა გარკვეული სქემის გარდასახვებთან და რეჟიმულ მოდელირებასთან.

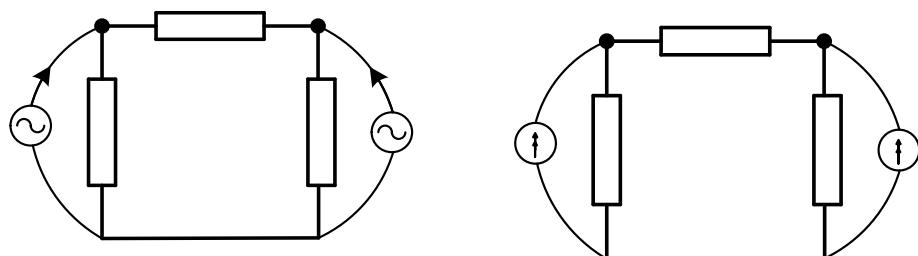
$Y_{\alpha\beta} \cdot U_{\alpha\beta} = I_{\alpha\beta}$  განტოლების შესაბამისი რეჟიმის მოდელირება შეიძლება ყველა კვანძსა და ბაზისურ კვანძს შორის ძაბვის წყაროების ჩართვით. ამ შემთხვევაში პასიური სქემა წარმოადგენს ბაზისურ კვანძსა და ყველა კვანძის დამოკლების შედეგად მიღებულ ქსელის სქემას (ძაბვის წყაროების წინაღობები ნულის ტოლია), ხოლო  $Z_{\alpha\beta} \cdot I_{\alpha\beta} = U_{\alpha\beta}$  განტოლებით სისტემის მდგომარეობის ასახვის შემთხვევაში, რეჟიმის მოდელირება შეიძლება დენის წყაროების ჩართვით ყველა კვანძსა და ბაზისურ კვანძს შორის. ამ შემთხვევაში კვანძების დამოკლებას ბაზისურ კვანძზე ადგილი არ ექნება, ვინაიდან დენის წყაროს წინაღობა უსასრულოდ დიდია.

ცხადია, რომ ამ ორ განტოლებას შორის კავშირი აისახება ტოლობით:

$$Y_{\alpha\beta}^{-1} = Z_{\alpha\beta}$$

ამგვარად შეგვიძლია გავაკეთოთ დასკვნა: დამოკლებულ კვანძებიანი სქემის გამტარებლობის მატრიცის შებრუნება იძლევა გახსნილ შუნტებიანი (თუ შუნტს ვუწოდებთ ნულოვანი წინაღობის შტოს ნებისმიერ კვანძსა და ბაზისურ კვანძს შორის) სქემის კვანძური წინაღობების მატრიცას და პირიქით.

ზემოთთქმულის საილუსტრაციოდ განვიხილოთ მაგალითი (ნახ.11 ა, ბ):



ა)

ბ)

ნახ. 11 (ა, ბ) შტოებში ჩართული ძაბვის წყაროების შეცვლა დენის წყაროებით

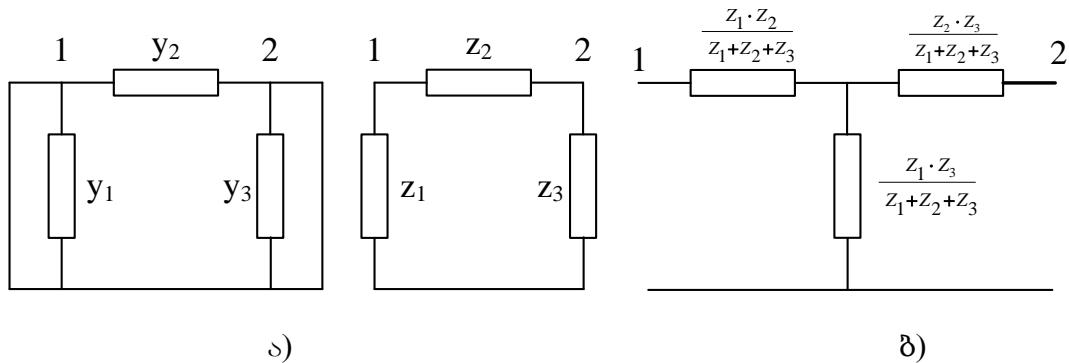
I სქემისათვის კვანძური გამტარებლობის მატრიცას ექნება სახე:

$$\begin{bmatrix} (Y_1 + Y_2) & -Y_2 \\ -Y_2 & (Y_2 + Y_3) \end{bmatrix}$$

II სქემისათვის კვანძური წინაღობის მატრიცას ექნება სახე:

$$\begin{bmatrix} Z_1 \cdot (Z_2 + Z_3) & Z_1 \cdot Z_3 \\ Z_1 + Z_2 + Z_3 & Z_1 + Z_2 + Z_3 \\ \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} & \frac{Z_3 \cdot (Z_1 + Z_2)}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \end{bmatrix}$$

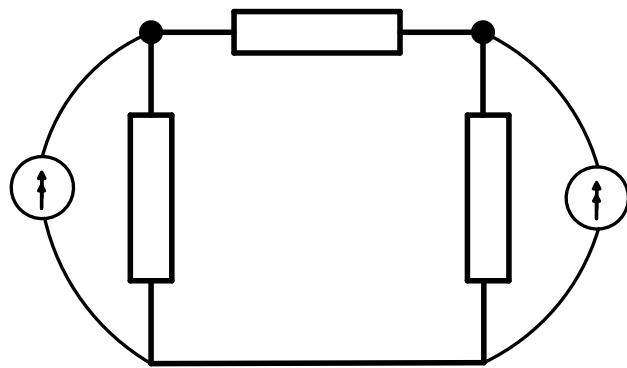
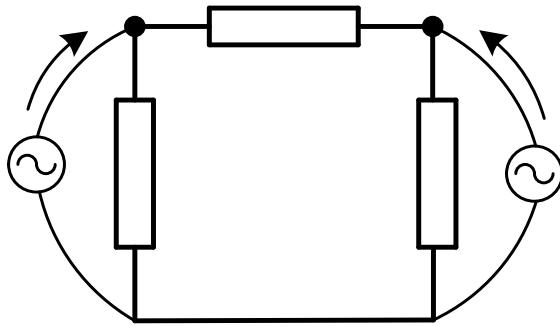
ნახ.11 ა -ზე წარმოდეგნილი სქემა განეკუთვნება შეკრულ ოთხპოლუსას (ნახ.12 ა), ვინაიდან ძაბვის წყაროების წინაღობები ნულის ტოლია, ხოლო ნახ.11 ბ - გახსნილ ოთხპოლუსას – ნახ.12 ბ (დენის წყაროების წინაღობები უსასრულოდ დიდია).



ნახ.12 ძაბვისა და დენის წყაროს მოქმედებით მიღებული შეკრული და გახსნილი ოთხპოლუსები

ამ ოთხპოლუსების შემავალი (საკუთარი) და საერთო (ურთიერთ) პარამეტრები ქმნიან ერთმანეთის შებრუნებულ მატრიცებს.

თუ პარამეტრებს მივანიჭებთ კონკრეტულ მნიშვნელობებს გვექნება:



$$\begin{bmatrix} 0,5 & -0,25 \\ -0,25 & 0,75 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 0,5 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2,4 & 0,8 \\ 0,8 & 1,6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1,5 \\ 0,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0,5 & -0,25 \\ -0,25 & 0,75 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 2,4 & 0,8 \\ 0,8 & 1,6 \end{bmatrix}$$

ე.ო. როგორც ვხედავთ მატრიცის შებრუნება ექვივალენტურია პროცესისა, როდესაც ქსელში გარკვეულ ადგილზე ჩართული ერთი სახის ენერგიის წყაროები (ძაბვის ან დენის) იცვლება მეორე სახის (ძაბვის ან დენის) ენერგიის წყაროთი. ვინაიდან ამ დროს ხდება სქემის შესაბამისად შეცვლა— ნულოვანი წინაღობა იცვლება უსასრულოდ დიდი წინაღობით ან პირიქით.

პრაქტიკულ მაგალითზე დავამტკიცოთ, რომ დამოკლებულ კვანძებიანი სქემის გამტარებლობების მატრიცის შებრუნება იძლევა გახსნილ შუნგებიანი სქემის კვანძური წინაღობების მატრიცას.

$$\begin{bmatrix} (Y_1 + Y_2) & -Y_2 \\ -Y_2 & (Y_2 + Y_3) \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{Z_1 \cdot (Z_2 + Z_3)}{Z_1 + Z_2 + Z_3} & \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \\ \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} & \frac{Z_3 \cdot (Z_1 + Z_2)}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \end{bmatrix}, \text{ ან } Y_{\delta\delta}^{-1} = Z_{\delta\delta}$$

$$\text{ვიცით, რომ } Y_1 = \frac{1}{z_1}; \quad Y_2 = \frac{1}{z_2} \dots \quad Y_n = \frac{1}{z_n}, \quad Y_{\beta\beta} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix};$$

$$Z_{33} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$$

შემოვიდოთ აღნიშვნა:

$$\begin{bmatrix} Z_1 \cdot (Z_2 + Z_3) & Z_1 \cdot Z_3 \\ \frac{Z_1 \cdot (Z_2 + Z_3)}{Z_1 + Z_2 + Z_3} & \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \\ \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} & \frac{Z_3 \cdot (Z_1 + Z_2)}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$$

ავტომატურა:

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}\right) & -\frac{1}{Z_2} \\ -\frac{1}{Z_2} & \left(\frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}\right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4.1)$$

პირველი და მეორე სტრიქონი გავამრავლოთ პირველ სკეტზე:

$$\begin{cases} \frac{Z_2 + Z_1}{Z_2 \cdot Z_1} \cdot Z_{11} - \frac{1}{Z_2} \cdot Z_{21} = 1 \\ -\frac{1}{Z_2} \cdot Z_{11} + \frac{Z_3 + Z_2}{Z_2 \cdot Z_3} \cdot Z_{21} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Z_{21} = \left( \frac{Z_2 + Z_1}{Z_2 \cdot Z_1} \cdot Z_{11} - 1 \right) \cdot Z_2 = 0 \\ -\frac{1}{Z_2} \cdot Z_{11} + \frac{Z_3 + Z_2}{Z_2 \cdot Z_3} \cdot Z_{11} \cdot \frac{Z_2 + Z_1}{Z_1} - \frac{Z_2 + Z_3}{Z_3} = 0 \end{cases}$$

საბოლოო ავტომატურა:

$$Z_{11} = \frac{Z_1 \cdot Z_2 (Z_2 + Z_3)}{(Z_2 + Z_3)(Z_2 + Z_1) - Z_1 \cdot Z_3} = \frac{Z_1 \cdot Z_2 [Z_2 + Z_3]}{Z_2^2 + Z_1 \cdot Z_2 + Z_2 \cdot Z_3 + Z_1 \cdot Z_3 - Z_1 \cdot Z_3} = \frac{[Z_1 \cdot (Z_2 + Z_3)]}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

$$Z_{21} = \frac{(Z_2 + Z_1)}{Z_1} \cdot \frac{Z_1 \cdot (Z_2 + Z_3)}{Z_1 + Z_2 + Z_3} - Z_2 = \frac{Z_2^2 + Z_1 \cdot Z_3 + Z_3 \cdot Z_2 + Z_1 \cdot Z_3 - Z_1 \cdot Z_2 - Z_2^2 - Z_2 \cdot Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} = \frac{\left[ \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \right]}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

ამჯერად I განტოლების I და II სტრიქონი გავამრავლოთ II სკეტზი, გვექნება:

$$\begin{cases} \frac{Z_2 + Z_1}{Z_2 \cdot Z_1} \cdot Z_{12} - \frac{1}{Z_2} \cdot Z_{22} = 0 \\ -\frac{1}{Z_2} \cdot Z_{12} + \frac{Z_3 + Z_2}{Z_2 \cdot Z_3} \cdot Z_{22} = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} Z_{22} = \frac{(Z_2 + Z_1) \cdot Z_2}{Z_2 \cdot Z_1} \cdot Z_{12} \\ -\frac{1}{Z_2} \cdot Z_{12} + \frac{Z_3 + Z_2}{Z_2 \cdot Z_3} \cdot Z_{12} \cdot \frac{Z_2 + Z_1}{Z_1 \cdot Z_2} = 1 \end{cases}$$

და საბოლოოდ გვექნება:

$$Z_{12} = \frac{Z_1 \cdot Z_2 \cdot Z_3}{Z_1 \cdot Z_2 + Z_2^2 + Z_2 \cdot Z_3} = \left[ \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \right]$$

$$Z_{22} = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_1} \cdot \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} = \left[ \frac{Z_3 \cdot (Z_1 + Z_2)}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \right]$$

ა.ი მოვახდინეთ კვანძური გამტარებლობების მატრიცის შებრუნება, რის შედეგადაც მივიღეთ კვანძური წინადობების მატრიცა:

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$$

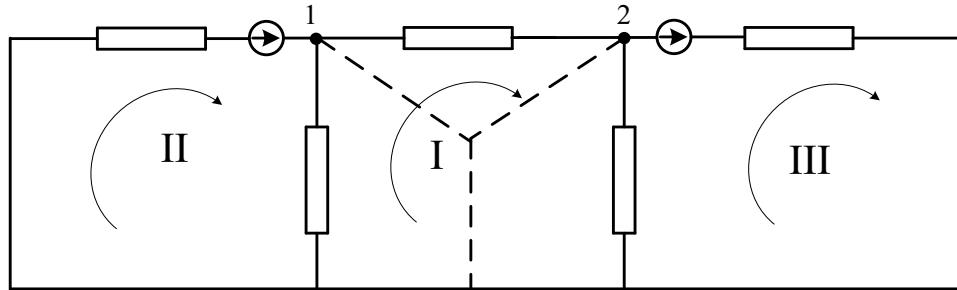
ანუ

$$\begin{bmatrix} (Y_1 + Y_2) & -Y_2 \\ -Y_2 & (Y_2 + Y_3) \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{Z_1 \cdot (Z_2 + Z_3)}{Z_1 + Z_2 + Z_3} & \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \\ \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} & \frac{Z_3 \cdot (Z_1 + Z_2)}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \end{bmatrix}$$

### 3.3 გაუსის მეთოდის შესაბამისობა სქემის გარდასახვებთან

მატრიცულ განტოლებაში ნებისმიერი სტრიქონის შესაბამისი უცნობების გამორიცხვა შეესაბამება თავისუფალი წევრების გაუსის ფორმულით გადაანგარიშებას. შესაბამისად მივიღებთ ერთით ნაკლებ განტოლებათა რიცხვს. აღნიშნული ოპერაცია შეესაბამება განსახილველი სქემის გარდასახვას, ანუ შესაბამისი კონტურების რიცხვის ერთით შემცირებას.

განვიხილოთ კონკრეტული მაგალითი როგორ შეკრული ქსელისთვის.



ნახ.13 რთული შეგრული ქსელი

მოცემული სქემისათვის დაგწეროთ კონტურული განტოლება:

$$\begin{bmatrix} (Z_2 + Z_3 + Z_4) & -Z_2 & Z_4 \\ -Z_2 & (Z_1 + Z_2) & 0 \\ Z_4 & 0 & (Z_4 + Z_5) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (3.3.1)$$

მოცემული განტოლებიდან  $I_1$  – კონტურული დენის გამორიცხვა, რასაც შეესაბამება კოეფიციენტებისა და თავისუფალი წევრების გაუსის ფორმულით გადაანგარიშება, გამოიწვევს კონტურების რიცხვის ერთით შემცირებას, ანუ შეესაბამისი განტოლებებისა და უცნობების რიცხვის ერთით შემცირებას.

I განტოლებიდან გამოვრიცხოთ კონტურული  $I_1$  დენი, გვექნება:

$$\begin{bmatrix} (Z_1 + Z_2) - \frac{Z_2^2}{Z_2 + Z_3 + Z_4} & \frac{Z_2 Z_4}{Z_2 + Z_3 + Z_4} \\ \frac{Z_2 Z_4}{Z_2 + Z_3 + Z_4} & (Z_4 + Z_5) - \frac{Z_4^2}{Z_2 + Z_3 + Z_4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E'_2 \\ E'_3 \end{bmatrix}$$

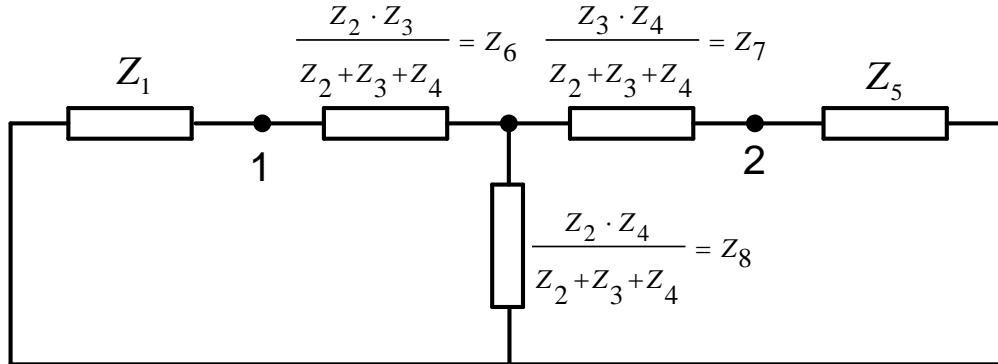
გვექნება:

$$\begin{bmatrix} \left( Z_1 + \frac{Z_2 Z_3 + Z_2 Z_4}{Z_2 + Z_3 + Z_4} \right) & \frac{Z_2 Z_4}{Z_2 + Z_3 + Z_4} \\ \frac{Z_2 Z_4}{Z_2 + Z_3 + Z_4} & \left( Z_5 + \frac{Z_2 Z_4 + Z_3 Z_4}{Z_2 + Z_3 + Z_4} \right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E'_2 \\ E'_3 \end{bmatrix}$$

ბოლო მატრიცული განტოლება გადავწეროთ შემდეგნაირად:

$$\begin{bmatrix} \left( Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3 + Z_4} + \frac{Z_2 Z_4}{Z_2 + Z_3 + Z_4} \right) & \frac{Z_2 Z_4}{Z_2 + Z_3 + Z_4} \\ \frac{Z_2 Z_4}{Z_2 + Z_3 + Z_4} & \left( Z_5 + \frac{Z_2 Z_4}{Z_2 + Z_3 + Z_4} + \frac{Z_3 Z_4}{Z_2 + Z_3 + Z_4} \right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E'_2 \\ E'_3 \end{bmatrix} \quad (3.5.2)$$

ახლა თუ მოვახდენთ ნახ.13-ზე წარმოდგენილი სამკუთხედის გარდასახვას ვარსკვლავში, გვექნება:



როგორც ვხედავთ I განტოლებაში  $I_1$  – კონტურული დენი გამოვრიცხეთ გაუსის მეთოდის საშუალებით. ეს შეესაბამება I განტოლების უცნობების რიცხვის ერთით შემცირებას. გარდასახვის შემდეგ მიღებული კონტურების საკუთარი წინადობებია:

$$Z_{11} = Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3 + Z_4} + \frac{Z_2 Z_4}{Z_2 + Z_3 + Z_4} = Z_1 + Z_6 + Z_8$$

$$Z_{22} = Z_5 + \frac{Z_2 Z_4}{Z_2 + Z_3 + Z_4} + \frac{Z_3 Z_4}{Z_2 + Z_3 + Z_4} = Z_5 + Z_7 + Z_8$$

$$\text{ხოლო } \frac{Z_2 Z_4}{Z_2 + Z_3 + Z_4} = Z_8$$

აღნიშნულ გამოსახულებას თუ გავითვალისწინებთ (3.3.2) გამოსახულებაში, გვექნება:

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E'_2 \\ E'_3 \end{bmatrix}$$

ე. ი როგორც დავინახეთ მატრიცულ განტოლებაში ნებისმიერი უცნობის გაუსის ფორმულით გამორიცხვა შეესაბამება მოცემულ სქემაში კონტურების რიცხვის ერთით შემცირებას.

### 3.4 კვანძების საკუთარი და ურთიერთწინაღობებისა და შტოების საკუთარი და ურთიერთგამტარობების მატრიცების გაანგარიშების მეთოდები

თუ წრფივ განტოლებათა სისტემა ასახავს დენებისა და ძაბვების ურთიერთდამოკიდებულებას, მაშინ იგი ფაქტიურად არის ამ განტოლებების საძიებელი ცვლადების ანუ შესაბამისი იდეალური წყაროების მიერ შექმნილი ელექტრული რეჟიმების სუპერპოზიცია და მას შეესაბამება საწყისი ფიზიკური მოდელის ეკვივალენტური ფიზიკური მოდელი, სადაც ეს ენერგიის წყაროები არიან ჩართული.

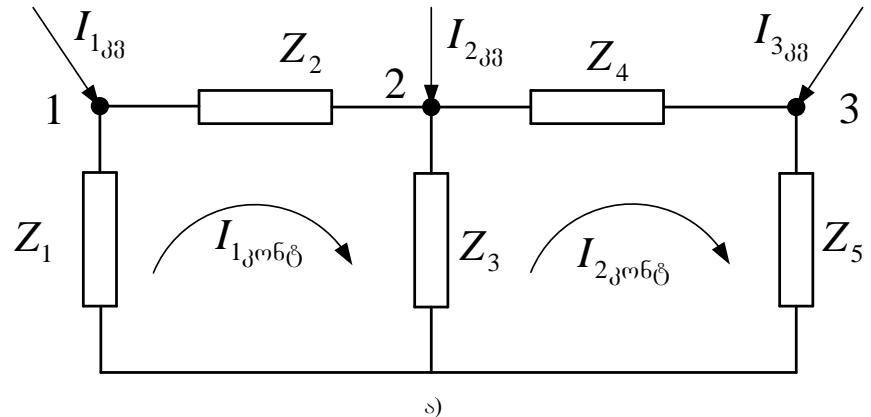
მაგალითად, კვანძური ძაბვების მატრიცული განტოლება  $Y_{jj} \cdot U_{jj} = I_{jj}$  არის საძიებელი ძაბვების ტოლი იდეალური ძაბვის წყაროების მიერ შექმნილი რეჟიმების სუპერპოზიცია და მას შეესაბამება ფიზიკური მოდელი, სადაც კვანძებსა და ბაზისურ კვანძს შორის ჩართულია იდეალური ძაბვის წყაროები (განტოლებათა უცნობების შესაბამისი). ხოლო კონტურული მატრიცული განტოლება  $Z_j \cdot I_j = U_j$  არის საძიებელი დენების ტოლი იდეალური დენის წყაროების მიერ შექმნილი ელექტრული რეჟიმების სუპერპოზიცია და მას შეესაბამება ფიზიკური მოდელი, სადაც ეს იდეალური დენის წყაროები ჩართულია კავშირის შტოებში.

ფიზიკურ მოდელებში დენის წყაროს შეცვლა ძაბვის წყაროთი და პირიქით, იწვევს შესაბამისი განტოლებების კოეფიციენტთა მატრიცის შებრუნებას.

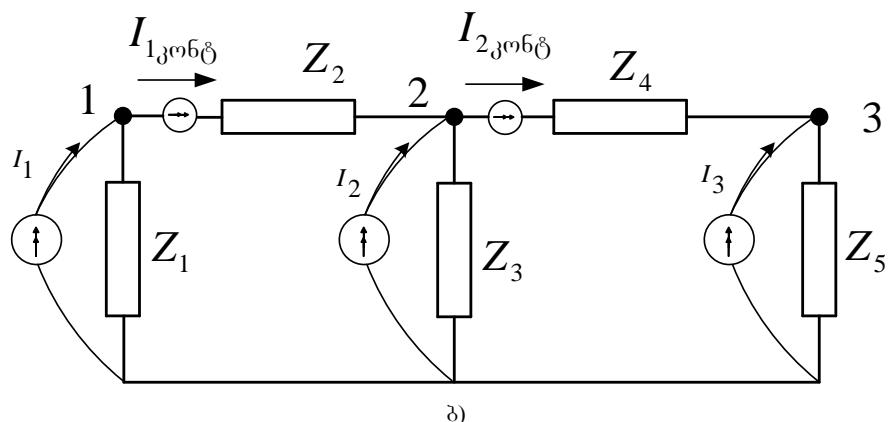
განვიხილოთ განზოგადებულპარამეტრებიანი განტოლებების მიღება ეკვივალენტური ფიზიკური მოდელის საფუძველზე, ვინაიდან ამ განტოლებებს განსაკუთრებული მნიშვნელობა ენიჭება ელექტრული ქსელების ანალიზის დროს.

განვსაზღვროთ კვანძური წინაღობების მატრიცის ელემენტები კონტურული განტოლებების საშუალებით. ელექტრულ ქსელში (ნახ.14-ა) ყველა კვანძსა და ბაზისურ კვანძს შორის ჩავრთოთ კვანძური დენის ტოლი და მიმართულებითაც თანხვდენილი იდეალური

დენის წყარო (ნახ.14-ბ), ამით ჩვენ ქსელისა და საწყის ელექტრულ რეჟიმს უცვლელს ვტოვებთ.



ა)



ბ)

ნახ.14 მარტივი ქსელის ჩანაცვლების სქემები კვანძების საკუთარი და ურთიერთწინაღობების მატრიცის მისაღებად

თუ ნახ.14-ა-ზე წარმოდგენილ ქსელში ხის ელემენტებად გვქონდა არჩეული 1, 3, 5 შტოები, მაშინ კავშირის შტოებად იქნებიან 2 და 4 შტოები. მე-2 და მე-4 შტოებში ჩავრთოთ კონტურული დენების ტოლი სიდიდისა და მათი მიმართულების მქონე იდეალური დენის წყაროები. ამ დენის წყაროების ჩართვითაც არ შეიცვლება ელექტრული რეჟიმი (ნახ.14-ბ)

ნახ.14-ბ-ზე წარმოდგენილ ქსელში შტოებში არჩეული დენების მიმართულების მიხედვით შევადგინოთ კონტურული დენების განტოლებები. კონტურების რაოდენობა საწყის ქსელში იყო 2, რომელთაც შეესაბამებოდა კავშირის შტოები 2, 4. დენის წყაროების ჩართვით მივიღეთ დამატებითი კონტურები, რომელთა რიცხვი უდრის

კვანძების რიცხვების მთლიანად, გაფართოებულ ქსელში, დამოუკიდებელი კონტურების რიცხვი იქნება  $(m-n)+n=m$ , სადაც  $n$  არის კვანძების რიცხვი,  $m$ -შტოების რიცხვი.

გაფართოებული ქსელისათვის (ნახ.14-ბ), იდეალური დენის წყაროს უსასრულოდ დიდი შიგა წინაღობის გათვალისწინებით, შევადგინოთ კონტურული განტოლებები:

$$\left\{ \begin{array}{l} (Z_1 + Z_2 + Z_3) \cdot I_{1_{\text{კონტ}}} - Z_3 \cdot I_{2_{\text{კონტ}}} - Z_1 I_1 + Z_3 I_2 + 0 = U_{1_{\text{კონტ}}} \\ -Z_3 \cdot I_{1_{\text{კონტ}}} + (Z_3 + Z_4 + Z_5) \cdot I_{2_{\text{კონტ}}} + 0 - Z_3 I_2 + Z_5 I_3 = U_{2_{\text{კონტ}}} \\ -Z_1 \cdot I_{1_{\text{კონტ}}} + 0 + Z_1 I_1 + 0 + 0 = U_1 \\ Z_3 \cdot I_{1_{\text{კონტ}}} - Z_3 \cdot I_{2_{\text{კონტ}}} + 0 + Z_3 I_2 + 0 = U_2 \\ 0 + Z_5 \cdot I_{2_{\text{კონტ}}} + 0 + 0 + Z_5 I_3 = U_3 \end{array} \right. \quad (3.4.1)$$

უნდა აღინიშნოს, რომ ძირითადი დამოუკიდებელი კონტურები და კვანძებში დენის წყაროების ჩასმით წარმოქმნილი (ერთით ნაკლები კვანძების რიცხვის ტოლი) დამოუკიდებელი კონტურები გადანომრილია ცალ-ცალკე, რათა შემდგომ გარდასახვების ჩატარების შედეგად მიღებული განტოლებების და ცვლადების ნომერაცია შეესაბამებოდეს კვანძების ნომერაციას.

(3.2.1) განტოლებათა სისტემა, გადაწერილი მატრიცული სახით, იქნება:

$$\left[ \begin{array}{ccccc} (Z_1 + Z_2 + Z_3) & -Z_3 & -Z_1 & Z_3 & 0 \\ -Z_3 & (Z_3 + Z_4 + Z_5) & 0 & -Z_3 & Z_5 \\ -Z_1 & 0 & Z_1 & 0 & 0 \\ Z_3 & -Z_3 & 0 & Z_3 & 0 \\ 0 & Z_5 & 0 & 0 & Z_5 \end{array} \right] \cdot \begin{bmatrix} I_{1_{\text{კონტ}}} \\ I_{2_{\text{კონტ}}} \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{1_{\text{კონტ}}} \\ U_{2_{\text{კონტ}}} \\ U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} \quad (3.4.2)$$

(3.4.1) განტოლებათა სისტემის პირველი განტოლებიდან  $I_{1_{\text{კონტ}}}$ -ის გამორიცხვა, რასაც შეესაბამება განტოლებათა სისტემის კოეფიციენტებისა და თავისუფალი წევრების გაუსის ფორმულით გადაანგარიშება, გამოიწვევს პირველი ძირითადი კონტურის გარდასახვას ვარსკვლავში, ანუ კონტურების რიცხვის ერთით შემცირებას, შესაბამისი განტოლებებისა და უცნობების რიცხვის ერთით შემცირებას.

შემდეგ მიღებული ახალი (ერთით ნაკლები რიგის) განტოლებათა სისტემიდან გამოირიცხება  $I_{2_{\text{კონტ}}}$  უცნობი, რაც კიდევ ერთი რიგით შეამცირებს განტოლებათა სისტემას, და ზოგადად (K რაოდენობის ძირითადი კონტურების არსებობის შემთხვევაში) ეს პროცესი

გრძელდება მანამ, სანამ არ გამოირიცხება უკეთესობა ძირითადი დამოუკიდებელი კონტურის შესაბამისი კონტურული დენი. შედეგად ვდებულობთ კვანძური დენებისა და ძაბვების დამაკავშირებელ განტოლებებს.

ზემოთ აღწერილი პროცესი შეიძლება განხორციელდეს მატრიცების ბლოკებად დაყოფით და იდენტური მოქმედებების ჩატარებით. (3.4.2) განტოლება დავყოთ ბლოკებად:

$$\begin{bmatrix} Z_I & Z_{II} \\ Z_{III} & Z_{IV} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_I \\ I_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_I \\ U_{II} \end{bmatrix} \quad (3.4.3)$$

$$\text{სადაც } Z_I = \begin{bmatrix} (Z_1 + Z_2 + Z_3) & -Z_3 \\ -Z_3 & (Z_3 + Z_4 + Z_5) \end{bmatrix};$$

$$Z_{II} = \begin{bmatrix} -Z_1 & Z_3 & 0 \\ 0 & -Z_3 & -Z_5 \end{bmatrix}; \quad Z_{III} = \begin{bmatrix} -Z_1 & 0 \\ Z_3 & -Z_3 \\ 0 & Z_5 \end{bmatrix}; \quad Z_{IV} = \begin{bmatrix} Z_1 & 0 & 0 \\ 0 & Z_3 & 0 \\ 0 & 0 & Z_5 \end{bmatrix}$$

$$I_I = \begin{bmatrix} I_{1_{\beta\alpha\delta\beta}} \\ I_{2_{\beta\alpha\delta\beta}} \end{bmatrix}; \quad U_I = \begin{bmatrix} U_{1_{\beta\alpha\delta\beta}} \\ U_{2_{\beta\alpha\delta\beta}} \end{bmatrix}; \quad I_{II} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}; \quad U_{II} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}$$

ცხადია, რომ პირველი ბლოკი  $Z_I$  წარმოადგენს კონტურულ წინაღობათა მატრიცას  $Z_I = N \cdot Z_\varphi \cdot N^T$  სადაც  $N$  არის ინციდენციის II მატრიცა, ბლოკი  $Z_{II}$  არის მატრიცების ნამრავლი  $N \cdot Z_\varphi \cdot E'^T$ , სადაც  $E'$  არის მატრიცა, რომელიც ასახავს გზას კვანძიდან ბაზისურ კვანძამდე, ქსელის ხის ელემენტების მეშვეობით, ანუ კავშირების მატრიცას კვანძებსა და ბაზისურ კვანძს შორის ჩართული დენის წყაროების მიერ შექმნილი კონტურებისათვის.

(3.4.3) ტოლობის გაუსის მეთოდით გადაანგარიშებისას ვდებულობთ:

$$(Z_{IV} - Z_{III} \cdot Z_I^{-1} \cdot Z_{II}) \cdot I_{II} = U_{II} - Z_{III} \cdot Z_I^{-1} \cdot U_1 \quad (3.4.4)$$

$$\text{ანუ } Z_{\beta\beta} \cdot I_{\beta\beta} = U_{\beta\beta} \quad (3.4.5)$$

$$\text{სადაც } Z_{\beta\beta} = Z_{IV} - Z_{III} \cdot Z_I^{-1} \cdot Z_{II}$$

$$\text{და } U_{\beta\beta} = U_{II} - Z_{III} \cdot Z_I^{-1} \cdot U_1 \quad (3.4.6)$$

ზემოთ განხილულის საფუძველზე ვასკვნით, რომ კვანძური წინაღობების მატრიცის მისაღებად პირველ რიგში საჭიროა გაფართოებული სქემისათვის კონტურულ წინაღობათა მატრიცის შედგენა. ამისათვის ინციდენციის II მატრიცას (შედგენილს არაგაფართოებული ქსელისათვის) უნდა დაემატოს კვანძებში დენის წყაროების ჩართვით მიღებული დამატებითი n დამოუკიდებელი კონტურის შესაბამისი სტრიქონები (ხეში შემავალი შტოების რიცხვი და შემადგენლობა რჩება უცვლელი, კავშირების სიაში შემავალ შტოებს დაემატება დენის წყაროების ჩართვით წარმოქმნილი შტოები). თუ N-ით აღვნიშნავთ ძირითადი სქემისათვის ინციდენციის მე-2 მატრიცას, გაფართოებული ქსელისათვის ინციდენციის მე-2 მატრიცა იქნება:

$$N^I = \begin{bmatrix} N \\ E^I \end{bmatrix} \quad (3.4.7)$$

სადაც  $E^I$ -იქნება ინციდენციის მე-2 მატრიცის ის ნაწილი, რომელიც განსაზღვრავს კავშირს კვანძებში დენის წყაროების ჩართვის შედეგად მიღებულ კონტურებსა და შტოებს შორის. მასში სტრიქონების რიცხვი ტოლი იქნება კვანძების რიცხვის და მისი შემადგენლობა დამოკიდებული იქნება სქემის ხედ და კავშირებად დაშლის შედეგზე.

განხილული მაგალითის შემთხვევაში:

$$N = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}; E^I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; N^I = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4.8)$$

გაფართოებული ქსელისათვის კონტურულ წინაღობათა მატრიცა გამოსახული ინციდენციის მე-2 მატრიცის საშუალებით იქნება:

$$\begin{aligned}
Z_{\beta\alpha\delta\beta} &= N' \cdot Z_{\varphi} \cdot N'^T = \\
&= \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Z_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_5 \end{bmatrix} \cdot \\
&\quad \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} (Z_1 + Z_2 + Z_3) & -Z_3 & -Z_1 & Z_3 & 0 \\ Z_3 & (Z_3 + Z_4 + Z_5) & 0 & -Z_3 & Z_5 \\ -Z_1 & 0 & Z_1 & 0 & 0 \\ Z_3 & -Z_3 & 0 & Z_3 & 0 \\ 0 & Z_5 & 0 & 0 & Z_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_I & Z_{II} \\ Z_{III} & Z_{IV} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Z_{\beta\alpha\delta\beta} &= \begin{bmatrix} N \\ E' \end{bmatrix} \cdot [Z_{\varphi}] \cdot [N^T \cdot E'^T] = \begin{bmatrix} N & Z_{\varphi} \\ E' & Z_{\varphi} \end{bmatrix} \cdot [N^T \cdot E'^T] = \\
&= \begin{bmatrix} N \cdot Z_{\varphi} \cdot N^T & N \cdot Z_{\varphi} \cdot E'^T \\ E' \cdot Z_{\varphi} \cdot N^T & E' \cdot Z_{\varphi} \cdot E'^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_I & Z_{II} \\ Z_{III} & Z_{IV} \end{bmatrix} \quad (3.4.9)
\end{aligned}$$

(3.4.9) გონიგურულ დენთა განტოლება გაფართოებული სქემისათვის, შედგენილი ინციდენციის მატრიცის გათვალისწინებით, იქნება:

$$\begin{bmatrix} Z_I & Z_{II} \\ Z_{III} & Z_{IV} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_I \\ I_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N \cdot Z_{\varphi} \cdot N^T & N \cdot Z_{\varphi} \cdot E'^T \\ E' \cdot Z_{\varphi} \cdot N^T & E' \cdot Z_{\varphi} \cdot E'^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_I \\ I_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_I \\ U_{II} \end{bmatrix} \quad (3.4.10)$$

გაუსის მეთოდით  $I_I$  გამოსახვის შემთხვევაში მივიღებთ:

$$\begin{aligned}
&\left( E' \cdot Z_{\varphi} E'^T - E' \cdot Z_{\varphi} N^T (N \cdot Z_{\varphi} \cdot N^T)^{-1} \cdot N \cdot Z_{\varphi} \cdot E'^T \right) I_{II} = \\
&= U_{II} - E' \cdot Z_{\varphi} \cdot N^T \cdot (N \cdot Z_{\varphi} \cdot N^T)^{-1} U_1 \quad (3.4.11)
\end{aligned}$$

უკანასკნელ გამოსახულებაში:

$$E' \cdot Z_{\varphi} \cdot E'^T - E' \cdot Z_{\varphi} \cdot N^T \cdot (N \cdot Z_{\varphi} \cdot N^T)^{-1} \cdot N \cdot Z_{\varphi} \cdot E'^T = Z_{\beta\beta} \quad (3.4.12)$$

წარმოადგენს კვანძური წინაღობების მატრიცას,  $I_{II}$ - კვანძური დენების მატრიცას.

თუ (3.4.12) განტოლებიდან ძირითადი დამოუკიდებელი გონიგურების შესაბამისი უცნობების გამორიცხვას გაუსის მეთოდით

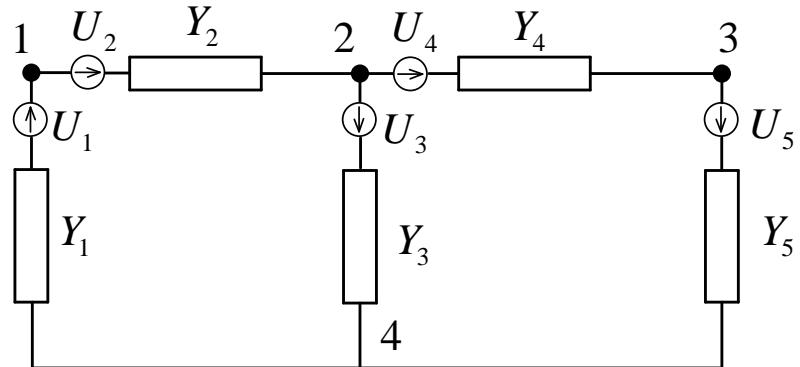
მოვახდენთ მიმდევრობით, ბიჯების რაოდენობა იქნება დამოუკიდებელი კონტურების რიცვის ტოლი, რასაც კვანძური წინადობების მატრიცის ანგარიშის სხვა მეთოდებთან შედარებით (ვთქვათ კვანძური გამტარებლობების მატრიცის შებრუნება) გარკვეული უპირატესობა გააჩნია მანქანური დროის ეკონომიის თვალსაზრისით. რაც კიდევ უფრო მნიშნელოვანი ხდება ამ ანგარიშების მრავალჯერადი ჩატარების შემთხვევაში, რასაც შეიძლება ჰქონდეს ადგილი სხვადასხვა ენერგეტიკული ამოცანების იტერაციული მეთოდებით გადაწყვეტის დროს.

ზემოთთქმულის საფუძველზე შეიძლება დავასკვნათ, რომ კონტურულ დენთა მეთოდი არის სუპერპოზიცია რეჟიმებისა, როდესაც კავშირების შტოებში ჩართულია დენის წყაროები. თუ ყველა კავშირის შტოში ჩართულია შესაბამისი დენის წყარო, ბუნებრივია, მათი წრედის შეკვრის გზა გაივლის მხოლოდ სის იმ შტოებზე, რომლებიც ქმნიან კონტურს კონკრეტული კავშირის შტოსათვის (დენის წყაროს უსასრულოდ დიდი წინადობის გამო).

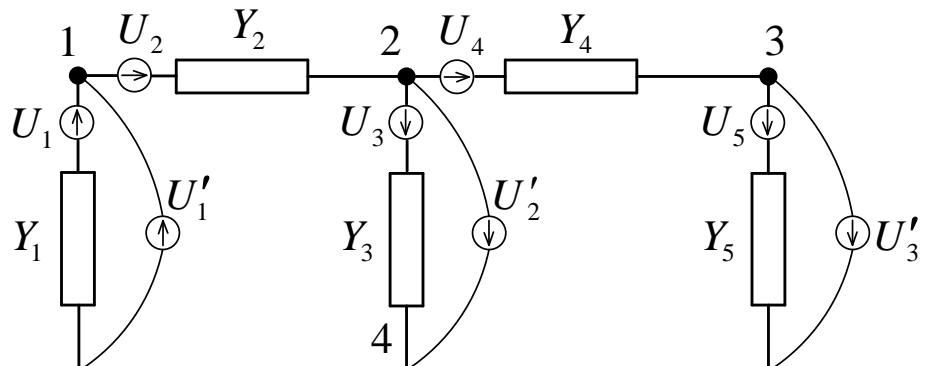
ელექტროენერგეტიკის მათემატიკური ამოცანების ჩამოყალიბების დროს ასევე ფართო გამოყენება აქვს შტოების საკუთარი და ურთიერთგამტარობის მატრიცას. განვიხილოთ მისი მიღება ეკვივალენტური ფიზიკური მოდელის საფუძველზე.

$Y'$ —ით აღვნიშნოთ შტოების საკუთარი და ურთიერთგამტარობის მატრიცა, რომელიც აკავშირებს შტოების დენებს შტოებში ჩართულ ძაბვის წყაროებთან.  $Y'$  მატრიცის შესადგენად უნდა მოგნახოთ ისეთი ფიზიკური მოდელი, რომლის შესაბამისი განტოლებების შედგენა მარტივად მოხდება. ამისათვის შეგადგინოთ ეკვივალენტური ფიზიკური მოდელი (ნახ. 15-ბ), სადაც კვანძებსა და ბაზისურ კვანძს შორის ჩართული იქნება იდეალური ძაბვის წყაროები  $U'_1$ ,  $U'_2$ ,  $U'_3$  ისევ, რომ მათი ძაბვის სიდიდეები და მიმართულება ემთხვეოდეს საწყისი ქსელის კვანძური ძაბვების სიდიდეებსა და მიმართულებას. ცხადია, რომ ნახ.15 ა-ზე და ნახ.15 ბ-ზე წარმოდგენილი ქსელების ელექტრული რეჟიმები ერთნაირი იქნება. ნახ.15 ბ-ზე წარმოდგენილი ქსელისათვის შტოებში ძაბვებისა და დენების დამაკავშირებელი განტოლებების შედგენა სირთულეს არ წარმოადგენს, ვინაიდან იდეალური ძაბვის წყაროები

ნულოვანი შიგა წინადობების გამო ამოკლებენ წრედს, და თუ ჩვენ ყველა შტოში გამავალ დენს წარმოვადგენთ, როგორც ჩართული ძაბვის წყაროების მიერ შექმნილი ელექტრული რეჟიმების სუპერპოზიციის შედეგს, რაც შესაძლებელია პირდაპირი სქემის მიხედვით, მივიღებთ:



ა)



ბ)

ნახ.15 მარტივი ქსელის ჩანაცვლების სქემები შტოების საკუთარი და ურთიერთგამტარობების მატრიცის მისაღებად

$$\begin{bmatrix} (y_1 + y_2) & -y_2 & 0 & y_1 & -y_2 & 0 & 0 & 0 \\ -y_2 & (y_2 + y_3 + y_4) & -y_4 & 0 & y_2 & -y_3 & -y_4 & 0 \\ 0 & -y_4 & (y_4 + y_5) & 0 & 0 & 0 & y_4 & -y_5 \\ y_1 & 0 & 0 & y_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -y_2 & y_2 & 0 & 0 & y_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -y_3 & 0 & 0 & 0 & y_3 & 0 & 0 \\ 0 & -y_4 & y_4 & 0 & 0 & 0 & y_4 & 0 \\ 0 & 0 & -y_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & y_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U'_1 \\ -U'_2 \\ U'_3 \\ U'_1 \\ U'_2 \\ U'_3 \\ U'_4 \\ U'_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I'_1 \\ I'_2 \\ I'_3 \\ I'_1 \\ I'_2 \\ I'_3 \\ I'_4 \\ I'_5 \end{bmatrix}$$

კოეფიციენტების მატრიცა აღვნიშნოთ  $Y$ , და დავყოთ ბლოკებად:

$$Y_I = \begin{bmatrix} (y_1 + y_2) & -y_2 & 0 \\ -y_2 & (y_2 + y_3 + y_4) & -y_4 \\ 0 & -y_4 & (y_4 + y_5) \end{bmatrix};$$

$$Y_{II} = \begin{bmatrix} y_1 & -y_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & y_2 & -y_3 & -y_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & y_4 & -y_5 \end{bmatrix};$$

$$Y_{III} = \begin{bmatrix} y_1 & 0 & 0 \\ -y_2 & y_2 & 0 \\ 0 & -y_3 & 0 \\ 0 & -y_4 & y_4 \\ 0 & 0 & -y_5 \end{bmatrix}; Y_{IV} = \begin{bmatrix} y_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & y_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & y_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & y_5 \end{bmatrix}$$

ადგილად შესამჩნევია, რომ პირველი ბლოკი წარმოადგენს კვანძური გატარებლობის მატრიცას  $Y_I = M \cdot \dot{Y}_\varphi \cdot M^T$ , მეორე ბლოკი არის მატრიცების ნამრავლი  $Y_{II} = M \cdot \dot{Y}_\varphi$ , მესამე ბლოკი  $Y_{III} = \dot{Y}_\varphi \cdot M^T$ , ხოლო მეოთხე ბლოკი  $Y_{IV} = \dot{Y}_\varphi$  - შტოების გამტარებლობების დიაგონალური მატრიცაა.

ამგვარად, ეკვივალენტური ფიზიკური მოდელის შესაბამისი განტოლების კოეფიციენტების მატრიცას აქვს სახე:

$$Y = \begin{bmatrix} M \cdot \dot{Y}_\varphi \cdot M^T & M \cdot \dot{Y}_\varphi \\ \dot{Y}_\varphi \cdot M^T & \dot{Y}_\varphi \end{bmatrix}$$

ანუ არის კვანძური გამტარებლობის მატრიცა ნახ.15-ზე წარმოდგენილი ქსელისთვის. ამავე ქსელისათვის ინციდენციის I მატრიცას აქვს სახე:

$$M' = \begin{bmatrix} M \\ E \end{bmatrix} \quad (3.2.13)$$

სადაც E არის ერთეულოვანი მატრიცა შტოების რიცხვის ტოლი რიგის. შესაბამისად კვანძური გამტარებლობის მატრიცის მიღება შეიძლება ფორმულით:

$$Y = \begin{bmatrix} N \\ E' \end{bmatrix} \cdot [Y_\varphi] [M^T \cdot E^T] = \begin{bmatrix} M \cdot Y_\varphi \cdot M^T & M \cdot Y_\varphi \\ Y_\varphi \cdot M^T & Y_\varphi \end{bmatrix}$$

თუ კვანძური გამტარებლობის მატრიცული განტოლებიდან გამოვრიცხავთ უცნობებს  $U'_1, U'_2, U'_3$  მივიღებთ საძიებელ განტოლებათა სისტემას, რომელიც ასახავს ურთიერთდამოკიდებულებებს შტოებში ჩართულ ძაბვის წყაროებსა და შოებში გამავალ დენებს შორის, რომლის კოეფიციენტთა მატრიცა იქნება საძიებელი შტოების საკუთარი და ურთიერთგამტარებლობის მატრიცა. უცნობების

გამორიცხვა ამ განტოლებიდან შეიძლება ვაწარმოოთ გაუსის მეთოდით. რის შედეგადაც საძიებელი მატრიცა მიიღებს სახეს:

$$Y' = Y_{IV} - Y_{III} \cdot Y_I^{-1} \cdot Y_{II} = Y_\varphi - Y_\varphi \cdot M^T \cdot (M \cdot Z_\varphi \cdot M^T)^{-1} \cdot M \cdot Y_\varphi \quad (3.4.14)$$

ზემოთთქმულიდან გამომდინარე შეიძლება ვთქვათ, რომ განზოგადებულპარამეტრებიანი განტოლებების შესაბამისი კოეფიციენტების მატრიცების შედგენა წარმოებს ეკვივალენტური ფიზიკური მოდელის საფუძველზე შედგენილი ინციდენციის მატრიცების (3.4.7), (3.4.13) და (3.4.12), (3.4.14) გამოსახულებების მიხედვით.

ზემოთთქმულის საფუძველზე შეიძლება დავასკვნათ: კვანძური ძაბვების განტოლება არის სისტემის მდგომარეობის ამსახველი განტოლება, როდესაც ყველა კვანძსა და ბაზისურ კვანძს შორის ჩართულია ძაბვის წყარო და თვითოულები ძაბვის წყაროსათვის კონტური განისაზღვრება ბაზისურ კვანძზე დამოკლებული კვანძების გათვალისწინებით (ძაბვის წყაროს ნულოვანი შიგა წინადობის გამო).

იგივე ეხება განზოგადოებულპარამეტრებიან განტოლებებსაც. თუ განვიხილავთ განტოლებას, რომელიც აკავშირებს უცნობ კვანძურ დენებს კვანძურ ძაბვებთან, უნდა წარმოვიდგინოთ უცნობი დენის წყაროები ჩართული კვანძებსა და ბაზისურ კვანძს შორის. ამ შემთხვევაში კოეფიციენტების მატრიცა იქნება კვანძების საკუთარი და ურთიერთწინადობების მატრიცა.

ხოლო თუ განვიხილავთ განტოლებას, რომელიც აკავშირებს შტოების გაწყვეტის ადგილზე ძაბვებს, გაწყვეტამდე ამ შტოში არსებულ დენებთან, უნდა წარმოვიდგინოთ უცნობი ძაბვის წყაროები ჩართული გაწყვეტის ადგილას. ამ შემთხვევაში განტოლების კოეფიციენტების მატრიცა იქნება შტოების საკუთარი (შემავალი) და ურთიერთგამტარობების მატრიცა.

## 3.5 ხაზის გაწყვეტის მოდელირება იდეალური დენისა და ძაბვის წყაროებით

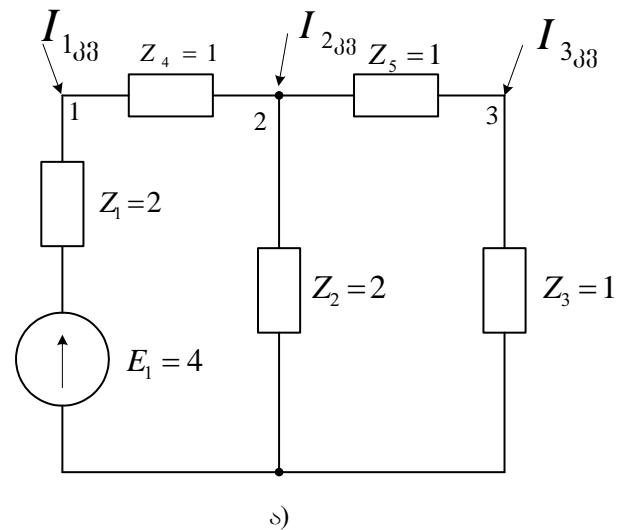
ელექტროგადამცემი ხაზი არის ელექტრული სისტემების ეველაზე გავრცელებული ელემენტი, რომელიც აკავშირებს ერთმანეთთან მისი სქემის ცალკეულ საკვანძო წერტილებს. სხვა ელემენტებისგან (სინქრონული ელექტრული მანქანები, ტრანსფორმატორები, ელექტრომიმღებები და ა.შ.) განსხვავებით, მას ახასიათებს ერთი მნიშვნელოვანი თავისებურება, კერძოდ, ის არის ელემენტი სიგრძეზე განაწილებული პარამეტრებით.

ხაზებით ელექტროენერგიის გადაცემა განპირობებულია ელექტრომაგნიტური ველის გავრცელებით მავთულებში (კაბელის ძარღვებში) და მათ გარემო სივრცეში. ცვლადი ძაბვის ქმედებით საპარო ხაზში მავთულების გარშემო წარმოიშობა ცვლადი მაგნიტური ველი და აგრეთვე ფაზურ მავთულებს შორის, ყოველ მავთულსა და დედამიწას შორის ცვლადი ელექტრული ველი. ცვლადი ელექტრული ველი წარმოქმნის გადანაცვლების დენებს (დამუხტვის დენები). მათი მნიშვნელობები დამოკიდებულია გამტარების გარშემო განთავსებული დიელექტრიკის თვისებებზე და პოტენციალთა სხვაობაზე მავთულსა და დედამიწას შორის, სამფაზიანი ხაზის შემთხვევაში აგრეთვე პოტენციალების სხვაობაზე ფაზურ მავთულებს შორის. დამუხტვის დენები ემატება დატვირთვის დენების და განსაზღვრავენ ხაზის გასწვრივ საერთო დენის ცვლილებას. ამ დენით გამოწვეული მაგნიტური ველის დაძაბულობა აგრეთვე იცვლება ხაზის გასწვრივ. თავის მხრივ, ეს იწვევს იმას, რომ ე.მ.ძ-ების თვითინდუქცია და ურთიერთინდუქცია ხაზის სიგრძის სხვადასხვა ელემენტებისთვის არ არის ტოლი. ამ ე.მ.ძ-ების არატოლობა განსაზღვრავს ხაზის გასწვრივ ძაბვის და გადანაცვლების დენების ცვლილების რთულ კანონს.

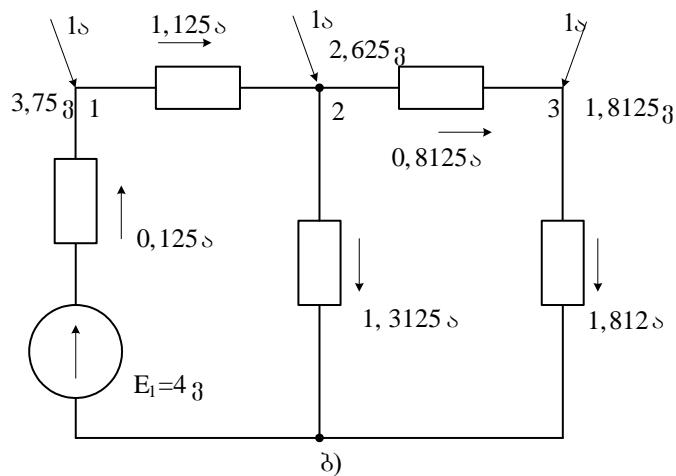
კონკრეტულ მაგალითზე განვიხილოთ ხაზის გაწყვეტის მოდელირება დენისა და ძაბვის წყაროებით. ნახ.16ა-ზე წარმოდგენილი სქემისათვის მოცემულია კვანძური დენები:  $I_{1,0} = I_{2,0} = I_{3,0} = 1 \text{ A}$ , ე.მ.ძ.

$E_1=4\text{V}$ . ჩართული პირველ შტოში და შტოების წინაღობები:  $Z_1=Z_2=2$  ომი,  $Z_3=Z_4=Z_5=1$  ომი.

მიღებული ელექტრული რეზიმი წარმოდგენილი ქსელისათვის ნაჩვენებია ნახ.16 ბ-ზე.



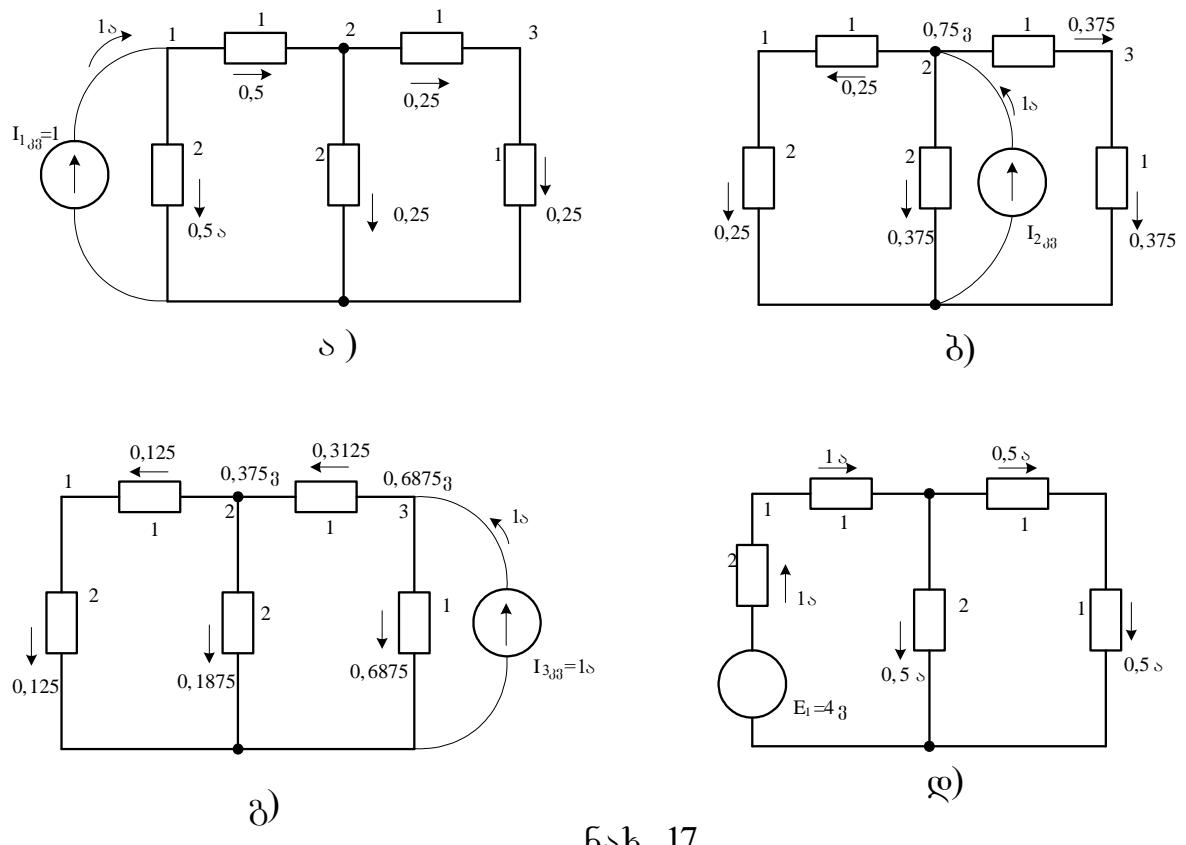
ა)



ბ)

ნახ . 16

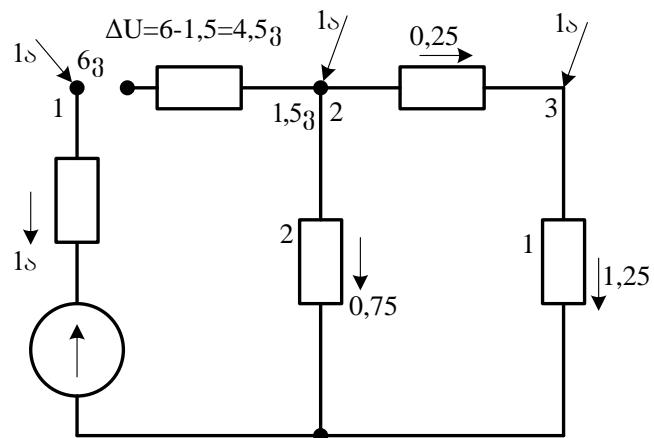
ნახ.16 ბ) წარმოდგენილი ელ. რეზიმი არის  $I_{1_{3\Omega}}$ ,  $I_{2_{3\Omega}}$ ,  $I_{3_{3\Omega}}$  დენებისა და  $E_1$  ე.მ.ძ-ის მიერ შექმნილი ელ. რეზიმების სუპერპოზიცია. (ნახ.17 ა, ბ, გ, დ) თითოეული ამ ენერგიის წყაროს (კვანძური დენები შეიძლება წარმოდგენილი იქნან იდეალური დენების წყაროებით, რომლებიც ჩართული იქნებიან შესაბამის კვანძსა და ბაზისურ კვანძს შორის. მათ მიერ შექმნილი დენები კრცელდებიან ერთსა და იმავე პასიურ წრედში, რადგანაც იდეალური დენების წყაროების შიდა წინაღობები უსასრულოდ დიდია, ხოლო ძაბვის წყაროსი კი უდრის ნულს.)



6a.17

6a.17-Գյ Վարմագցենոլու յլլէկտրուլու շայոմեծուս Կըդճեծա  
օժլացա յլ. Ռյոմիս, Ռոմելու ասաելուա և յեմանյ 6a.16 ձ.

6a.16 Ձ-Գյ Վարմագցենոլ և յեմանյ թաքաեցոնուտ թյ-4 եանուս անյ  
 $Z_{1-2}$ -ուս ըա՞լցանիա. Թոցուցած ռյոմիս 6a.18.

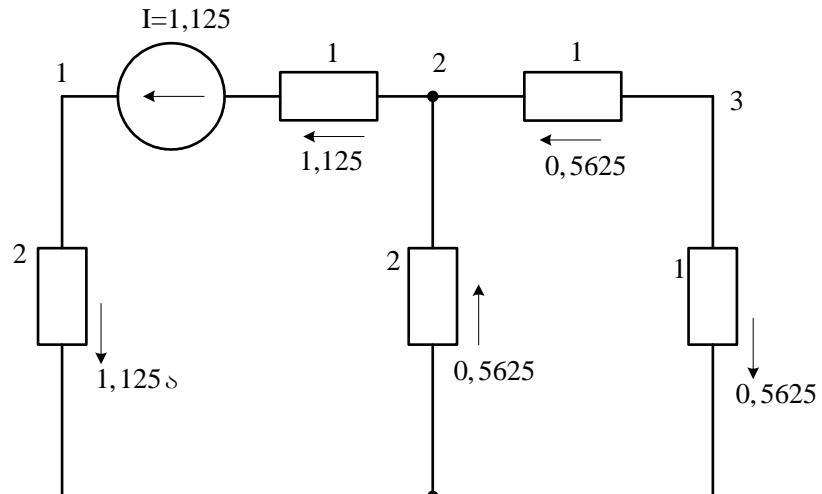


6a.18

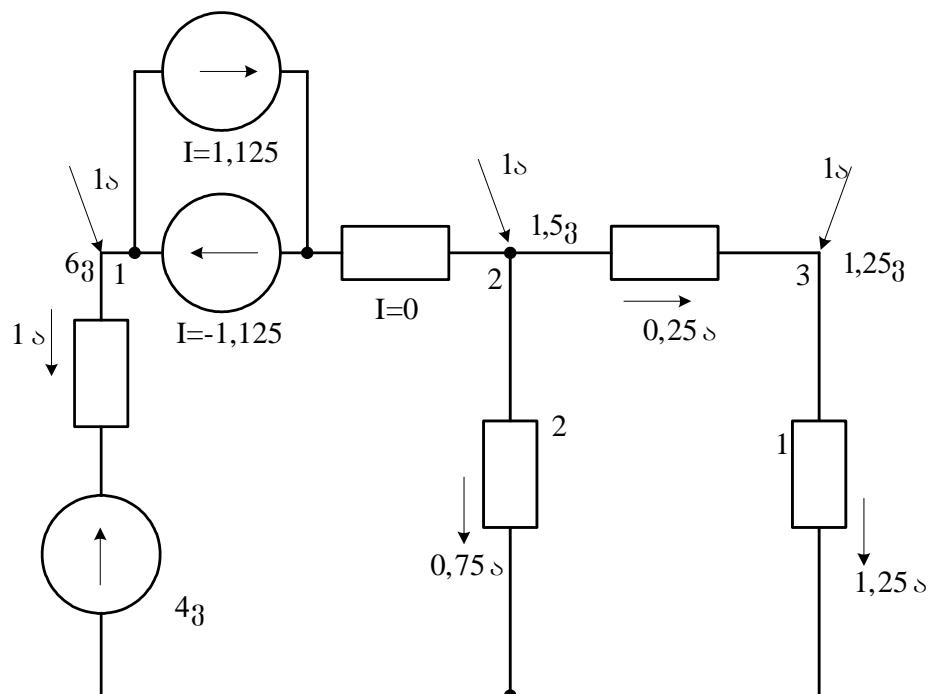
6a.18-Գյ Վարմագցենոլ յլլէլմու մածցա 1 լա 2 յըանմեծուս թորուս  
(անյ եանուս ըա՞լցանիա աֆցուցան) արուս  $\Delta U = U_1 - U_2 = 6 - 1,5 = 4,5$  Յ.

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, საზოს გაწყვეტის მოდელირება შეიძლება დენის წყაროთი. იმ შტოში, სადაც შემდგომში განიხილება გაწყვეტა უნდა ჩავრთოთ იდეალური დენის წყარო, რომელსაც ექნება საწყისი დენის ტოლი  $I=1.125$  და საწინააღმდეგოდ მიმართული დენი.

ავარიული დენები შტოებში მიიღება დენების ავარიული მდგენელებისა (ნახ.19) და საწყისი რეჟიმის (ნახ.16 ა) დენების სუპერპოზიციის შედეგად (ნახ.20).



ნახ.19



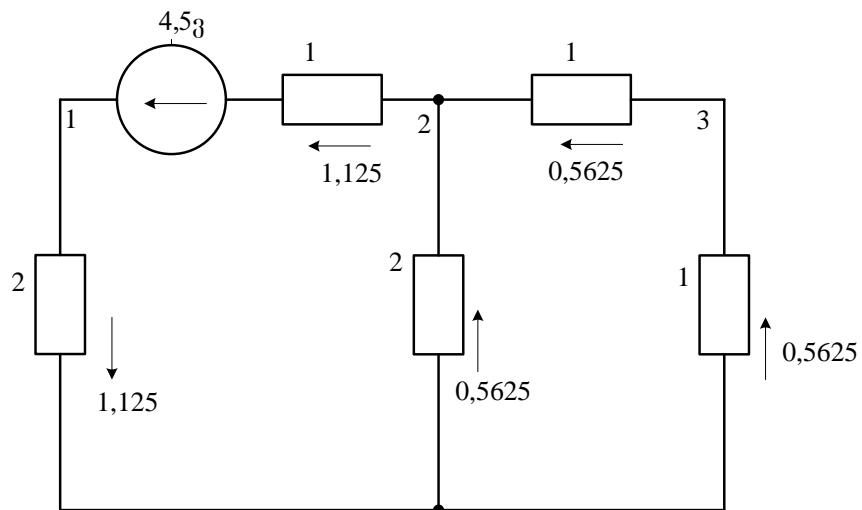
ნახ.20

ნახ.20-დან ჩანს, რომ მე-4-ე შტოში დენი ტოლია ნულის, ხოლო ძაბვა გაწყვეტის ადგილას:  $\Delta U = 6 - 1,5 = 4,5$  ვ, რაც ემთხვევა ნახ.18-ზე მოყვანილ სიდიდეებს.

თუ გვინდა ხაზის გაწყვეტის მოდელირება ძაბვის წყაროთი, რომელსაც როგორც უკვე აღვნიშნეთ, აქვს გარკვეული უპირატესობა დენის წყაროებით მოდელირებასთან შედარებით, უნდა განვსაზღვროთ ავარიული შტოს საკუთარი გამტარობა ანუ გამტარობა გაწყვეტის ადგილას მიღებულ კვანძებს შორის.

განხილული სქემისათვის ეს სიდიდე იქნება  $Y_{44} = 0,25$ , ხოლო  $Y_{44} \cdot \Delta U_4 = I_4$  საიდანაც  $\Delta U_4 = \frac{I_4}{Y_{44}} = \frac{1,125}{0,25} = 4,5$

აქ -  $\Delta U_4$  არის ძაბვა გაწყვეტის ადგილას,  $I_4$ - მე-4 შტოში გამავალი დენი გაწყვეტამდე. ანუ ძაბვის წყაროს სიდიდე, რომელიც შექმნის დენების ავარიულ მდგენელებს შტოებში, იქნება 4,5 ვ. საკუთრივ ავარიული დენების მნიშვნელობა შტოებში იქნება დენების ავარიული მდგენელებისა (ნახ.21) და საწყისი რეჟიმის დენების (ნახ.16) ზედდების შედეგი.

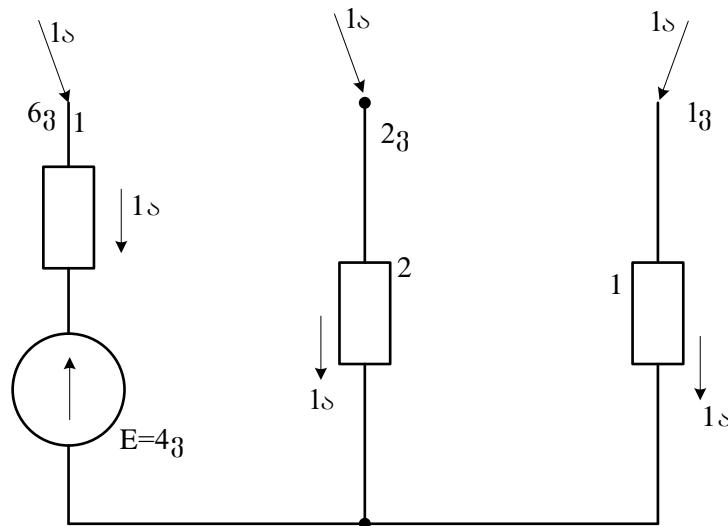


ნახ.21

ფიზიკურ მოდელებში იდეალური დენის წყაროს შეცვლა იდეალური ძაბვის წყაროთი, ან პირიქით, იწვევს შესაბამისი განტოლებების კოეფიციენტა მატრიცის შებრუნებას. ვინაიდან ძაბვის წყაროს დენის წყაროთი შეცვლა გამოიწვევს შესაბამისი შტოების გახსნას და დენის წყაროს ძაბვის წყაროთი შეცვლა კი გახსნილი

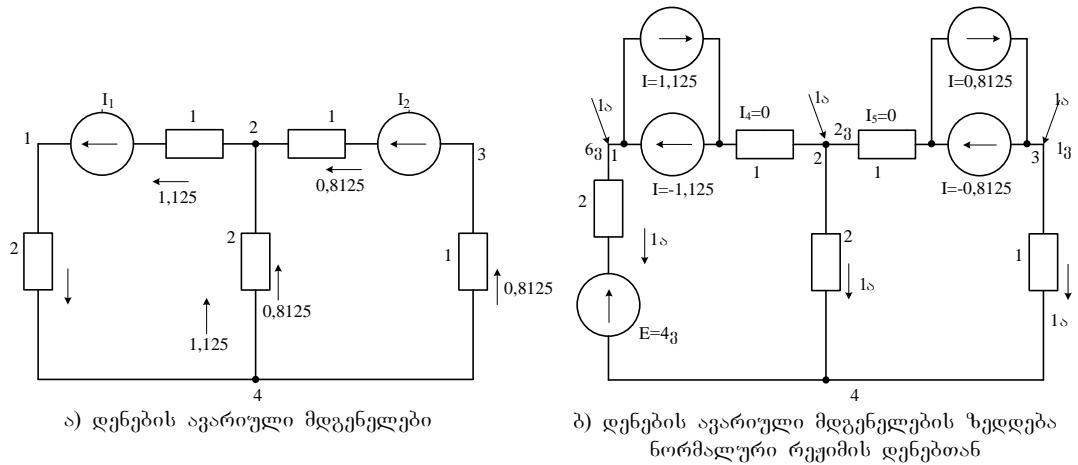
შტოების შეერთებას, რაც დასტურდება მოყვანილი მაგალითით. მეორე მოდელის გამოყენების დროს დაზიანების ადგილისა და რაოდენობის მიხედვით არ იცვლება შესაბამისი განტოლებების კოეფიციენტები, ანუ პასიური სქემის პარამეტრები. რაც წარმოადგენს ამ მოდელის უპირატესობას პირველთან შედარებით.

პირველი მოდელის შემთხვევაში, იმ შტოს, სადაც გვაქვს გაწყვეტა, შესაბამისი პარამეტრის მექანიკურად ამოშლა მატრიციდან, როგორც ამას ადგილი ჰქონდა მეორე მოდელის შემთხვევაში, ვერ მოხერხდება. ამ შემთხვევაში (3.2.1) ტოლობიდან ის ცვლადები, ანუ იმ შტოს დენები, სადაც არა აქვს ადგილი გაწყვეტას, უნდა გამოირიცხოს გაუსის მეთოდით, რაც გულისხმობს ყველა დარჩენილი ელემენტის (კოეფიციენტებისა და თავისუფალი წევრების) გადაანგარიშებას.



ნახ.22 ელ. რეჟიმი მე-4 და მე-5 შტოების  
გაწყვეტის შემთხვევაში

განვიხილოთ ერთდროული დაზიანება ორ შტოში. ნახ.22-ის მე-4 და მე-5 შტოებში ადგილი აქვს გაწყვეტას. ჯერ მოვახდინოთ გაწყვეტის მოდელირება დენის წყაროებით. დენის წყაროს დენის სიდიდე უნდა უდრიდეს ავარიულ დენს განხილულ შტოში და იყოს მიმართული საპირისპიროდ. ვიანგარიშოთ ავარიული მდგენელები (ნახ. 16 ბ) ზედდება. მივიღებთ ავარიული რეჟიმის დროს დენების მნიშვნელობებს შტოებში (ნახ.23 ბ).

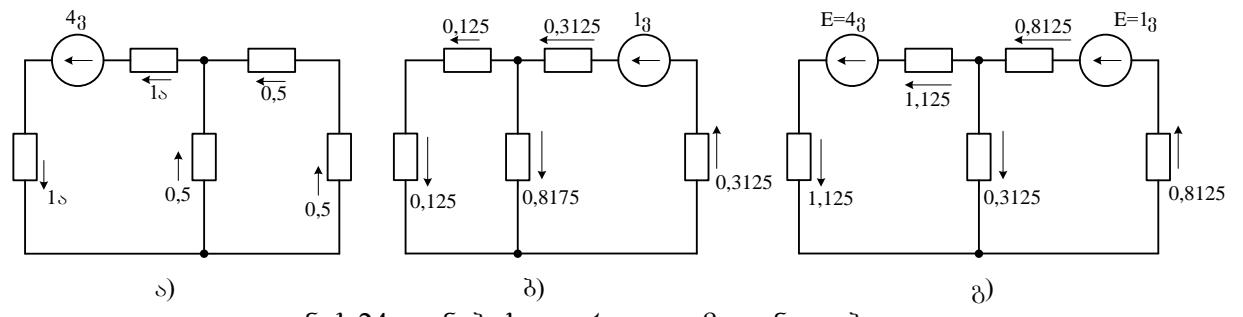


ნახ.23 მე-4 და მე-5 შტოებში ერთდროული დაზიანების შემთხვევა

ნახ.23 ბ-ზე მიღებული ელ. რეჟიმი ანუ დენის წყაროების ჩართვით მიღებული რეჟიმი ემთხვევა ელ. რეჟიმს, რომელიც მიიღება მე-4 და მე-5 შტოების გამორთვით. ამ შემთხვევაში ცნობილია დენის წყაროს სიდიდე, რომლითაც ხდება ავარიის მოდელირება (იგი უდრის ავარიამდელი დენის მნიშვნელობას) და უცნობია ავარიული რეჟიმის შესაბამისი სქემის პასიური პარამეტრების მნიშვნელობა, რომელიც უნდა განისაზღვროს დაზიანებების ადგილმდებარებისა და რაოდენობის შესაბამისად. ძაბვის წყაროებით მოდელირების შემთხვევაში კი პირიქით, უცვლელია სქემის პარამეტრები (ძაბვის წყაროების ნულოვანი წინადობის გამო) და საძიებელია ძაბვის მნიშვნელობები.

განვიხილოთ ორ ადგილას გაწყვეტის მოდელირება ძაბვის წყაროებით.

ჩავრთოთ გაწყვეტის ადგილას ძაბვების ტოლი ნახ.22-ის იდეალური ძაბვის წყაროები მე-4 და მე-5 შტოებში. ამ ძაბვის წყაროებით მიღებული ელ. რეჟიმი წარმოდგენილია ნახ.24 ა, ბ-ზე.



დენის წყაროების ჩართვით მიღებული მოდელის შესაბამისი მათემატიკური მოდელი დავუკავშიროთ ძაბვის წყაროების ჩართვით მიღებული მოდელის შესაბამის განტოლებებს.

პირველ შემთხვევაში, როდესაც ქორდებად არჩეული გვქონდა მე-4 და მე-5 შტოები, სისტემის მდგომარეობის აღმწერ განტოლებად, ანუ მათემატიკურ მოდელად ავირჩიეთ კონტურულ დენთა განტოლება:

$$\begin{cases} Z_{44} \cdot I_4 + Z_{45} \cdot I_5 = U_4 \\ Z_{54} \cdot I_4 + Z_{55} \cdot I_5 = U_5 \end{cases} \text{ ანუ } \begin{bmatrix} Z_{44} & Z_{45} \\ Z_{54} & Z_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_4 \\ U_5 \end{bmatrix}$$

სადაც  $[Z]$  არის კონტურულ წინაღობათა მატრიცა.

აღნიშნული მაგალითისათვის ამ განტოლებას ექნება სახე:

$$\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_4 \\ U_5 \end{bmatrix}$$

თუ შევიტანო  $I_4$  და  $I_5$  დენების მნიშვნელობებს, რაც განისაზღვრება აფარიამდელი დენების მნიშვნელობის მიხედვით ანუ  $I_4 = 1,125$ ,  $I_5 = 0,8125$ , მივიღებთ:  $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1,125 \\ 0,8125 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_4 \\ U_5 \end{bmatrix}$  და  $\begin{cases} 5 \cdot 1,125 - 2 \cdot 0,8125 = 4 \\ -2 \cdot 1,125 + 4 \cdot 0,8125 = 1 \end{cases}$

რაც ემთხვევა (ნახ. 23) წარმოდგენილ რეჟიმს.

ზოგადად სქემა შეიძლება განხილული იქნეს, როგორც ხეში შემაგალი შტოებისა და ქორდების ერთობლიობა. თუ ყველა ქორდის გაწყვეტის მოდელირებას ვახდენთ დენის წყაროებით, შესაბამისი კოეფიციენტების მატრიცა იქნება კონტურების საკუთარი და ურთიერთწინაღობების მატრიცა. თუ რომელიმე ქორდა არ გვაქვს გაწყვეტილი კონტურული განტოლებებიდან უნდა გამოირიცხოს იმ კონტურის კონტურული დენი, სადაც არ გვაქვს გაწყვეტა. გამორიცხვა იგულისხმება გაუსის მეთოდით, როდესაც წრფივ განტოლებათა სისტემა დაიყვანება ერთი რიგით ნაკლებ სისტემაზე. ჩვენი მაგალითის შემთხვევაში როდესაც არ გვაქვს გაწყვეტა მე-5 შტოში, მაშინ განტოლებებიდან გამოირიცხება გაუსის მეთოდით  $I_5$  დენი და მივიღებთ:

$$\left( Z_{44} - \frac{Z_{45} \cdot Z_{54}}{Z_{55}} \right) I_4 = U_4 - \frac{Z_{45} \cdot Z_{54}}{Z_{55}} \quad (3.5.1)$$

აქ  $U_5 = 0$  რადგანაც მე-5 შტოში არ გვაქვს გაწყვეტა.

შევიტანოთ რიცხვითი მნიშვნელობები და გვექნება:

$$\left(5 - \frac{2 \cdot 2}{4}\right) \cdot 1,125 = (5 - 1) \cdot 1,125 = 4 \cdot 1,125 = 4,5 \text{ გ.}$$

რაც ემთხვევა ნახ.20-ზე წარმოდგენილ რეჟიმს სადაც გვაქვს გაწყვეტა მხოლოდ მე-4 შტოში, ანალოგიურად მივიღებთ ძაბვის მნიშვნელობას მხოლიდ მე-5 შტოს გაწყვეტის დროს (ნახ. 25):

$$\left(Z_{55} - \frac{Z_{45} \cdot Z_{54}}{Z_{44}}\right) I_5 = 3,2 \cdot 0,8125 = 2,6 \text{ გ.}$$

ამგვარად, თუ გვაქვს წინასწარ გაანგარიშებული კონტურულ წინადობათა მატრიცა და გვინდა გავიანგარიშოთ რამოდენიმე შტოში (ქორდაში) გაწყვეტის არსებობის დროს ძაბვის მნიშვნელობა, შესაბამისი განტოლებების კოეფიციენტების მატრიცა მიიღება კონტურულ წინადობათა მატრიცის გაუსის მეთოდით გადაანგარიშების შედეგად.

განვიხილოთ საზის გაწყვეტის მოდელირება ძაბვის წყაროების ჩართვით.

სისტემის მდგომარეობის აღმწერ განტოლებას ექნება სახე:

$$\begin{bmatrix} Y_{44} & Y_{45} \\ Y_{54} & Y_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_4 \\ U_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} \quad \begin{cases} Y_{44} \cdot U_4 + Y_{45} \cdot U_5 = I_4 \\ Y_{54} \cdot U_4 + Y_{55} \cdot U_5 = I_5 \end{cases}$$

აქ მატრიცა  $Y$  - ქორდების საკუთარი და ურთიერთგამტარობების მატრიცა წარმოადგენს აღნიშნული ქორდების შესაბამისი კონტურების საკუთარი და ურთიერთწინადობების მატრიცის შებრუნებულ მატრიცას.

$$Y = Z^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 0,25 & 0,125 \\ 0,125 & 0,3125 \end{bmatrix}$$

შევიტანოთ რიცხვითი მნიშვნელობები და ამოვხსნათ მე-2 მოდელის შესაბამისი განტოლებები:

$$\begin{cases} 0,25 \cdot U_4 + 0,125 \cdot U_5 = 1,125 \\ 0,125 \cdot U_4 + 0,3125 \cdot U_5 = 0,8125 \end{cases} \quad (3.5.4)$$

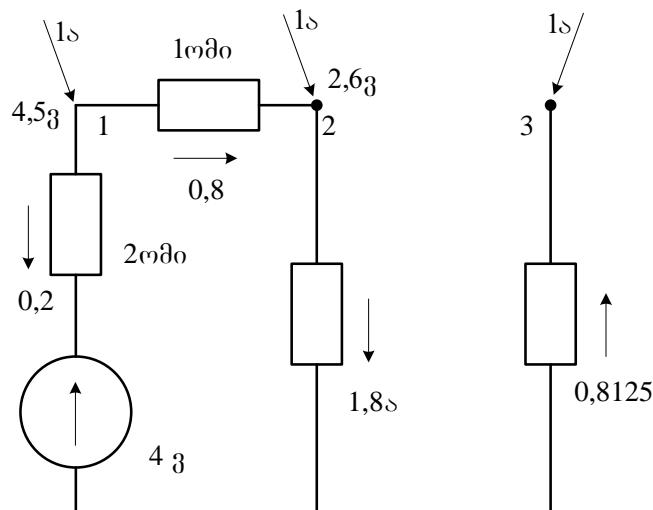
$$\text{საიდანაც } U_4 = 4 \text{ და } U_5 = 1$$

განვიხილოთ საზის გაწყვეტა მხოლოდ მე-4 შტოში, გვექნება:

$$0,25U_4 = 1,125 \text{ და } U_4 = \frac{1,125}{0,25}, \text{ საიდანაც } U_4 = 4,5$$

მიღებული სიდიდის მნიშვნელობა ემთხვევა ძაბვას მე-4 შტოს გაწყვეტის ადგილას.

მხოლოდ მე-5 შტოს გაწყვეტის შემთხვევაში ავარიული ძაბვის  
მნიშვნელობა განისაზღვრება შემდეგნაირად:  $0,3125U_5 = 0,8125$   
საიდანაც  $U_5 = \frac{0,8125}{0,3125} = 2,6$



6a.25

ძაბვის წყაროებით მოდელირებას აქვს უპირატესობა დენის წყაროებით მოდელირებასთან შედარებით, ვინაიდან ნებისმიერი დაზიანების შემთხვევაში უცნობების დამაკავშირებელი კოეფიციენტების მატრიცის (შტოების საკუთარი და ურთიერთგამტარობების) ელემენტები რჩებიან უცვლელი შეესაბამებიან საწყისი სქემის პარამეტრებს. ყოველი კონკრეტული სიტუაციისათვის ელემენტების ამორჩევა ხდება საწყისი სქემის შესაბამისი მატრიციდან.

დენის წყაროებით მოდელირებისას საჭირო ხდება გაუსის მეთოდით კონტურულ წინადობათა მატრიცის გადაანგარიშება გაწყვეტების სხვადასხვა კომბინაციის შესაბამისად.

## თავი IV

### ენერგოსისტემის ნორმალური რეჟიმის პარამეტრების

#### გაანგარიშების ალგორითმები

##### 4.1 ნორმალური რეჟიმის პარამეტრების გაანგარიშება განივი განზოგადებული პარამეტრების საშუალებით

განვიხილოთ ენერგოსისტემის ნორმალური რეჟიმის პარამეტრების გაანგარიშება კვანძური განტოლებების საფუძველზე, როდესაც მოცემულია კვანძური დენები. ამისათვის განვიხილოთ მათემატიკური მოდელი, რომელიც ეფუძნება კვანძური ძაბვების განტოლებას:

$$\dot{Y}_{\beta\beta} (\dot{U}_{\beta\beta} - U_{\delta}) = \dot{I}_{\beta\beta}$$

ამ შემთხვევაში ბაზისური ძაბვა არ უდრის ნულს და კვანძური დენი წარმოდგენილია კვანძური სიმძლავრის საშუალებით, ანუ

$$\dot{Y}_{\beta\beta} \dot{U}_{\beta\beta} = \left[ \frac{S_i^*}{U_i^*} \right] + \dot{U}_{\beta\beta} U_{\delta} \quad (4.1.1)$$

სადაც  $\dot{Y}_{\beta\beta} -$  არის კვანძების საკუთარი და ურთიერთგამტარობის მატრიცა.

$\dot{U}_{\beta\beta}, \quad U_{\delta} -$  კვანძური ძაბვებისა და ბაზისური ძაბვების გექტორმატრიცები.

$$\dot{I}_{\beta\beta} = \left[ \frac{S_i^*}{U_i^*} \right] - კვანძური დენების გექტორ-მატრიცა.$$

(4.1.1) განტოლების ორივე მხარე გავამრავლოთ  $\dot{Y}_{\beta\beta}$  მატრიცის შებრუნებულ მატრიცაზე  $-\dot{Z}_{\beta\beta}$ , გვექნება:

$$\dot{Z}_{\beta\beta} \dot{Y}_{\beta\beta} \dot{U}_{\beta\beta} = \dot{Z}_{\beta\beta} \cdot \left[ \frac{S_i^*}{U_i^*} \right] + \dot{Z}_{\beta\beta} \dot{Y}_{\beta\beta} \dot{U}_{\delta} \quad (4.1.2)$$

როცენი, სხვადასხვა ნომინალური ძაბვის მქონე, სქემის შემთხვევაში  $U_{\delta}$  გექტორის აგება პირდაპირი სქემის მიხედვით ხდება შემდეგნაირად: ჯერ პირდაპირი სქემიდან განისაზღვრება  $\dot{Y}_{\beta\beta} \cdot U_{\delta}$  ნამრავლი, რომელიც წარმოადგენს ბაზისურ კვანძთან შეერთებული

შტოების გამტარებლობაზე  $U_\delta$  ძაბვის ნამრავლისაგან შედგენილ გექტორს, რომელიც შემდგომში გამრავლდება  $\dot{Z}_{\beta\beta}$  მატრიცაზე. ამგვარად მიიღება ყველა კვანძისათვის ძაბვის ის ნაწილი, რომელიც წარმოადგენს ბაზისურ ძაბვას ტრანსფორმაციის კოეფიციენტის გათვალისწინებით.

რადგან:  $\dot{Z}_{\beta\beta} \dot{Y}_{\beta\beta} = \dot{Y}_{\beta\beta}^{-1} \dot{Y}_{\beta\beta} = E$  ამიტომ (4.1.2) განტოლება მიიღებს სახეს:

$$\dot{U}_{\beta\beta} = Z_{\beta\beta} \cdot \left[ \frac{S_i^*}{U_i^*} \right] + \dot{Z}_{\beta\beta} \dot{Y}_{\beta\beta} U_\delta \text{ ან } \dot{U}_{\beta\beta} = Z_{\beta\beta} \cdot \left[ \frac{S_i^*}{U_i^*} \right] + U_\delta$$

ბოლო გამოსახულება შეგვიძლია გადავწეროთ მატრიცულად:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \vdots \\ \dot{U}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{11} & \dots & \dot{Z}_{1n} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \dot{Z}_{n1} & \dots & \dot{Z}_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{S_1^*}{U_1^*} \\ \vdots \\ \frac{S_n^*}{U_n^*} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_\delta \\ \vdots \\ U_\delta \end{bmatrix} \quad (4.1.3)$$

(4.1.3) განტოლება, როგორც არაწრფივი მატრიცული განტოლება, იხსნება რომელიმე იტერაციული მეთოდით. ჩვენს შემთხვევაში - მარტივი იტერაციის მეთოდით. შემოვიდოთ აღნიშვნა  $\dot{I}_i = \frac{S_i^*}{U_i^*}$  და (4.1.3) გადავწეროთ შემდეგნაირად:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{Z}_{11} \dot{I}_1 + \dot{Z}_{12} \dot{I}_2 + \dots + \dot{Z}_{1n} \dot{I}_n + U_\delta \\ \vdots \\ \dot{U}_n = \dot{Z}_{n1} \dot{I}_1 + \dot{Z}_{n2} \dot{I}_2 + \dots + \dot{Z}_{nn} \dot{I}_n + U_\delta \end{cases} \quad (4.1.4)$$

ნულოვან მიახლოებად მივიჩნიოთ კვანძებში ნომინალური ძაბვების მნიშვნელობა და პირველი მიახლოება იქნება:

$$\begin{cases} U_1^{(1)} = f(U_1^{(0)}, U_2^{(0)} \dots U_n^{(0)}) \\ \vdots \\ U_n^{(1)} = f(U_1^{(0)}, U_2^{(0)} \dots U_n^{(0)}) \end{cases} \quad (4.1.5)$$

ანალოგიურად  $i$ -ური მიახლოება იქნება:

$$\begin{cases} U_1^{(i)} = f(U_1^{(i-1)}, U_2^{(i-1)} \dots U_n^{(i-1)}) \\ \vdots \\ U_n^{(i)} = f(U_1^{(i-1)}, U_2^{(i-1)} \dots U_n^{(i-1)}) \end{cases} \quad (4.1.6)$$

იტერაციული პროცესი წყდება მაშინ, როდესაც სხვაობა ორ მომდევნო მიახლოებას შორის იქნება ნაკლები წინასწარ აღებულ

მცირე რიცხვზე  $\varepsilon$ , რომელიც თავის მხრივ განისაზღვრება სასურველი სიზუსტის მიხედვით.

$$\text{ამგვარად, თუ: } \begin{aligned} & \left| \dot{U}_1^{(i)} - \dot{U}_1^{(i-1)} \right| < \varepsilon \\ & \left| \dot{U}_2^{(i)} - \dot{U}_2^{(i-1)} \right| < \varepsilon \quad \dots \quad \text{იტერაციული პროცესი} \\ & \left| \dot{U}_n^{(i)} - \dot{U}_n^{(i-1)} \right| < \varepsilon \end{aligned}$$

წყდება და მიღებული ბოლო მიახლოება იქნება ამონახსნი, ანუ კვანძური ძაბვების მნიშვნელობა.

კომპიუტერზე პრაქტიკული რეალიზაციისათვის საჭიროა აღნიშნულ ალგორითმში გარკვეული ცვლილებებისა და დამატებების შეტანა, რომელიც საშუალებას მოგვცემს გადავწყვიტოთ როგორც რთული ენერგოსისტემისათვის დამახასიათებელი პრობლემების, ასევე გარკვეული ალგორითმული სირთულეები დაკავშირებული რთული დიდი განზომილების მქონე ქსელურ ამოცანებთან.

პირველ რიგში ეს ეხება გენერატორულ სალტენბზე ძაბვის რეგულირების პრობლემას და დატვირთვების სტატიური მახასიათებლების გათვალისწინებას. ეფექტური პროგრამების შესაქმნელად საჭიროა ასევე შესაფერისი მათემატიკური მეთოდის შერჩევა.

იტერაციული პროცესის რეალიზაციისათვის (4.1.4) კომპლექსურ სიდიდეებიანი განტოლება იშლება ორ განტოლებათა სისტემად ნამდვილი და კომპლექსური სიდიდეებისთვის:

$$\begin{bmatrix} G_{11} & \dots & G_{1n} & -B_{11} & \dots & -B_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ G_{n1} & \dots & G_{nn} & -B_{n1} & \dots & -B_{nn} \\ B_{11} & \dots & B_{1n} & G_{11} & \dots & G_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_{n1} & \dots & B_{nn} & G_{n1} & \dots & G_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U'_1 \\ U'_n \\ U''_1 \\ \dots \\ U''_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} IA_1 \\ \dots \\ IA_n \\ IR_1 \\ \dots \\ IR_n \end{bmatrix}$$

(4.1.2) მატრიცული განტოლება წარმოვადგინოთ ორ განტოლებათა სისტემად დენის ნამდვილი და წარმოსახვითი ნაწილისათვის:

$$\begin{cases} G_{11}U'_1 + G_{12}U'_2 + \dots + G_{1n}U'_n - B_{11}U''_1 - B_{12}U''_2 - \dots - B_{1n}U''_n = IA_1 \\ \dots \\ G_{n1}U'_1 + G_{n2}U'_2 + \dots + G_{nn}U'_n - B_{n1}U''_1 - B_{n2}U''_2 - \dots - B_{nn}U''_n = IA_n \\ \dots \\ B_{11}U'_1 + B_{12}U'_2 + \dots + B_{1n}U'_n + G_{11}U''_1 + G_{12}U''_2 + \dots + G_{1n}U''_n = IR_1 \\ \dots \\ B_{n1}U'_1 + B_{n2}U'_2 + \dots + B_{nn}U'_n + G_{n1}U''_1 + G_{n2}U''_2 + \dots + G_{nn}U''_n = IR_n \end{cases}$$

კვანძური დენების ვექტორ მატრიცა დავშალოთ ორ ვექტორად:  
(გვერთ ვექტორს  $i$ -ური კომპონენტისათვის):

$$\frac{S_i^*}{U_i^*} = \frac{(P_i - jQ_i) \cdot (U'_i + jU''_i)}{(U'_i - jU''_i) \cdot (U'_i + jU''_i)} = \frac{(P_i U'_i + Q U''_i) + j(P_i U'_i - Q U''_i)}{(U'_i)^2 + (U''_i)^2} = IA + jIR$$

სადაც:

$$\begin{cases} IA = \frac{(P_i U'_i - Q U''_i)}{U_i^2} \\ IR = \frac{(P_i U''_i - Q U'_i)}{U_i^2} \end{cases} \quad (4.1.7)$$

(4.1.7)-ის გათვალისწინებით (4.1.4) განტოლებათა სისტემის  $i$ -ური განტოლება წარმოვადგინოთ (ნამდვილი და წარმოსახვითი ნაწილები)  
შემდეგნაირად:

$$\begin{aligned} U'_i &= Y'_{il}IA_l - Y''_{il}IR_l + \dots + Y'_{in}IA_n - Y''_{in}IR_n + U_\delta \\ U''_i &= Y''_{il}IA_l - Y'_{il}IR_l + \dots + Y''_{in}IA_n - Y'_{in}IR_n + U_\delta \end{aligned}$$

გენერატორულ სალტეებზე ძაბვის რეგულირების მიზნებისათვის  
იტერაციის ყოველ ბიჯზე მოწმდება პირობა:

$$U_i < 1,03 \cdot U_i^{\text{მუნ}} \text{ ან } U_i > 0,97 \cdot U_i^{\text{მუნ}} \quad (4.1.8)$$

სადაც  $U_i^{\text{მუნ}}$  არის სასურველი ძაბვა  $i$ -ური გენერატორის  
სალტება, რომელიც განისაზღვრება საწყისი მონაცემებით  
ზემოთთქმულის გათვალისწინებით \quad (4.1.1) \quad გადავწეროთ  
შემდეგნაირად:

$$[U_i^*]^{-1} \cdot \dot{Y}_{\beta\beta} (\dot{U}_{\beta\beta} - U_\delta) = \dot{U}_i \cdot U_i^{-1} [S_i^*] \quad (4.1.9)$$

სადაც  $[U_i^*] = n$  რიგის დიაგონალური მატრიცა.

(4.1.8) და (4.1.9) პირობის შესრულების შემთხვევაში განისაზღვრება  
რეაქტიული სიმძლავრე ტოლობიდან:

$$[U_i^*]^{-1} \cdot \dot{Y}_{\mathcal{B}}(\dot{U}_{\mathcal{B}} - U_{\delta}) = [P_i - jQ_i],$$

თუ  $Q_i > Q_{max}$ , მაშინ (4.1.7) გამოსახულებაში  $Q_i = Q_{max}$ ,

თუ  $Q_i < Q_{max}$  მაშინ (4.1.7) გამოსახულებაში  $Q_i = Q_{max}$ ,

იტერაციული პროცესი გრძელდება რეაქტიული სიმძლავრის კორექტირების პირობებში.

კვანძური ძაბვების განსაზღვრის შემდეგ დენებისა და შემდგომ სიმძლავრეების განაწილება ქსელში სირთულეს აღარ წარმოადგენს.

#### 4.2 რეჟიმის პარამეტრების განსაზღვრა გრძივი განზოგადებული

##### პარამეტრების საშუალებით

(2.3.1) განტოლებებიდან მივიღეთ გამოსახულება, რომელიც იძლევა საშუალებას გავიანგარიშოთ რეჟიმის პარამეტრები, როდესაც მოცემულია შტოებში ჩართული ე.მ.ძალები. დენების პოვნა შტოებში მოხდება (4.2.1) განტოლებით:

$$\left[ Y_{\mathcal{Q}} - [Y_{\mathcal{Q}} M^T] [M Y_{\mathcal{Q}} M^T]^{-1} [M Y_{\mathcal{Q}}] \right] E_{\mathcal{B}} = I_{\mathcal{B}} \quad (4.2.1)$$

თუ მოცემულია შტოებში ჩასმული ე.მ.ძ. და კვანძური დენები, გაანგარიშებებს ვაწარმოებოთ შემდეგი გამოსახულების მიხედვით:

$$\left[ Y_{\mathcal{Q}} - [Y_{\mathcal{Q}} M^T] [M Y_{\mathcal{Q}} M^T]^{-1} [M Y_{\mathcal{Q}}] \right] E_{\mathcal{B}} = I_{\mathcal{B}} - [Y_{\mathcal{Q}} M^T] [M Y_{\mathcal{Q}} M^T]^{-1} I_{\mathcal{B}} \quad (4.2.2)$$

ამგვარად, ნორმალური რეჟიმის აქტიურ პარამეტრებს, ანუ ავარიული რეჟიმის გასაანგარიშებლად საწყის სიდიდეებს განვსაზღვრავთ (4.1.2), (4.2.1), ან (4.2.2) განტოლებებიდან. დენების ავარიული მდგენელების განმსაზღვრელი მოდელის მათემატიკური ასახვა იქნება მატრიცული განტოლება (4.2.1), ანუ ხაზების გაწყვეტის შედეგად დამყარებული რეჟიმის ასაღწერად ვირჩევთ (4.2.1) განტოლებას, სადაც საძიებელი ავარიული პარამეტრები აისახება  $U_{\mathcal{B}}$  ვექტორის სახით, ხოლო საწყისი მონაცემები, ანუ ავარიამდელი დენების მნიშვნელობა იმ ხაზებში, სადაც ადგილი აქვს დაზიანებას იქნება ვექტორ-მატრიცა  $I_{\mathcal{B}}$ . აღნიშნული ვექტორის ის ელემენტები, რომელთა ინდექსები შეესაბამება დაზიანებული შტოების ნომრებს

იქნება ავარიამდელი დენების ტოლი, ხოლო დანარჩენი ელემენტები – დენის ავარიული მდგენელები შტოებში. მატრიცის ყველა ელემენტი, გარდა იმ ელემენტებისა, რომლებიც შეესაბამებიან ძაბვებს გაწყვეტის ადგილას, იქნება ნულის ტოლი.

(4.2.1) განტოლების მიხედვით, შტოების საკუთარი და ურთიერთგამტარობის მატრიცა  $Y_{\partial\partial}$  აისახება ფორმულით:

$$Y_{\varphi} - [Y_{\varphi}M^T][M Y_{\varphi}M^T]^{-1}[M Y_{\varphi}] = Y_{\partial\partial} \quad (4.2.3)$$

## თავი V

### გრძივი ასიმეტრიის დროს მიღებული რეჟიმების ანალიზი განსაკუთრებული ფაზის სიმეტრიული მდგენელების საშუალებით

#### 5.1 სიმეტრიულ მდგენელთა მეთოდის გამოყენება არასიმეტრიული რეჟიმების ანგარიშის დროს

ელექტროდანადგარების უმრავლესობა მუშაობს სიმეტრიულ რეჟიმებში. ამ წრედებში მკვეთრი ასიმეტრია ატარებს ავარიულ ხასიათს და წარმოიშვება, როგორც წესი, ერთ რომელიმე კვეთში. ასხვავებენ ასიმეტრიის ორ სახეს: განივი და გრძივი ასიმეტრია.

განივი ასიმეტრია წარმოიშვება იმ შემთხვევებში, როდესაც ფაზებს და ნეიტრალს (მიწას) ან ცალკეულ ფაზებს შორის ჩაირთვებიან ერთმანეთის არატოლი წინადობები. ელექტროდანადგარებში განივი ასიმეტრიის ყველაზე გავრცელებული შემთხვევები არის ერთი ან ორი ფაზის მიწაზე, ან ფაზების ერთმანეთთან მოკლე შერთვით გამოწვეული ასიმეტრია. ფაზათა შორის მოკლე შერთვები (ორფაზა და სამფაზა) წარმოიშვებიან ქსელებში, როგორც დამიწებული, ისე იზოლირებული ნეიტრალით. ერთფაზა მოკლე შერთვები შესაძლებელია იყოს მხოლოდ ქსელებში დამიწებული ნეიტრალით.

გრძივი ასიმეტრია წარმოიშვება იმ შემთხვევაში, როცა ფაზის ხაზის გაკვეთაში ირთვებიან ერთმანეთის არატოლი წინადობები. გრძივ ასიმეტრიას ეკუთვნის ერთი ან ორი სადენის გაწყვეტა.

ასიმეტრიის ადგილზე ძაბვები და დენები დაკავშირებულია ერთმანეთთან განსაზღვრული შეფარდებებით. ამ შეფარდებებს შესაძლებელია ეწოდოს ასიმეტრიის ადგილზე სასაზღვრო პირობები. განვიხილოთ ისინი სხვადასხვა შემთხვევისთვის.

სისტემაში არასიმეტრიული რეჟიმების ანგარიში როგორ ამოცანას წარმოადგენს. იმისათვის, რომ ეს ამოცანა გადაწყვეტილი იყოს უფრო მარტივად, არსებობს ხელოვნური მეთოდი, რომელსაც სიმეტრიულ მდგენელთა მეთოდსაც უწოდებენ.

ნებისმიერი სამი გექტორისაგან შემდგარი არასიმუტრიული სისტემა შეიძლება ცალსახად დაიშალოს სამ სიმეტრიულ სიტემად: პირდაპირი, უკუ და ნულოვანი მიმდევრობის სისტემებად -  $F'_a, F'_b, F'_c, F''_a, F''_b, F''_c$  და  $F_a^0, F_b^0, F_c^0$ .

$$\begin{cases} F_a = F_{a1} + F_{a2} + F_{a0} \\ F_b = F_{b1} + F_{b2} + F_{b0} \\ F_c = F_{c1} + F_{c2} + F_{c0} \end{cases} \quad (5.1.1)$$

გექტორთა სისტემები შეიძლება იყოს ფაზური ძაბვის და დენის გექტორთა სისტემები. აღნიშნულ დებულებას თუ დავუკავშირებთ სამფაზა ელექტრულ ქსელს, შეიძლება ვთქვათ, რომ ნებისმიერი არასიმუტრიული ელექტრული რეჟიმი შეიძლება წარმოვადგინოთ, როგორც სამი სიმეტრიული ელექტრული რეჟიმის ზედღება. (5.1.1) ტოლობები სამართლიანი იქნებიან ფაზური დენებისა და ძაბვებისათვის.

$$\begin{cases} \dot{I}_a = \dot{I}'_a + \dot{I}''_a + \dot{I}_a^0 \\ \dot{I}_b = \dot{I}'_b + \dot{I}''_b + \dot{I}_b^0 \\ \dot{I}_c = \dot{I}'_c + \dot{I}''_c + \dot{I}_c^0 \end{cases} \quad \text{და} \quad \begin{cases} U_a^3 = \dot{U}'_a + \dot{U}''_a + \dot{U}_a^0 \\ \dot{U}_b^3 = \dot{U}'_b + \dot{U}''_b + \dot{U}_b^0 \\ \dot{U}_c^3 = \dot{U}'_c + \dot{U}''_c + \dot{U}_c^0 \end{cases}$$

სიმეტრიულ სისტემაში გექტორების ჯამი უდრის ნულს  $F_A + F_B + F_C = 0$  შემოღებულია ფაზის ოპერატორი  $a$ , რომელიც წარმოადგენს გექტორს, რომლის არგუმენტი უდრის  $120^\circ$ , მოდული კი - ერთს. ნებისმიერი გექტორის  $a$ -ზე გამრავლების შემთხვევაში ხდება ამ გექტორის შემობრუნება  $120^\circ$ -ით საათის საწინააღმდეგო მიმართულებით. მისი მნიშვნელობა განისაზღვრება შემდეგნაირად გექტორი  $a$  დავამთხვიოთ ნამდვილ რიცხვთა დერძს და შემდეგ შემოვაბრუნოთ  $120^\circ$ -ით.

$$X = |a| \cdot \sin 30^\circ; \quad \text{და} \quad \text{რაკი} |a| = 1 \Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{1}{2};$$

$$Y = |a| \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad a = -\frac{1}{2} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a^2 = e^{j240^\circ} = e^{-j120^\circ} = -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a^3 = 1$$

$$a^2 + a + 1 = 0$$

რადგანაც დენისა და ძაბვის მდგენელები (პირდაპირი, უკუ, ნულოვანი) წარმოადგენენ სიმეტრიულ სისტემებს, ფაზურ დენებს (ძაბვებს) შორის ძვრის კუთხე არის  $120^\circ$ , ხოლო მოდული აქვთ ტოლი. საკმარისია ერთ-ერთი ფაზის დენის (ძაბვის) განსაზღვრა და დანარჩენ ფაზებში მათ მნიშვნელობებს განვსაზღვრავთ ოპერატორ  $a$ -ს მეშვეობით.

ე.ო. თუ სიმეტრიულ სისტემაში გვაქვს ერთ-ერთი ფაზური პარამეტრის მნიშვნელობა ჩვენ  $a$  ოპერატორის მეშვეობით შეგვიძლია განვსაზღვროთ დანარჩენი ფაზური პარამეტრები. მაგალითად თუ ცნობილია  $A$  ფაზის დენი (ძაბვა),  $B$  და  $C$  ფაზებისათვის შეგვიძლია დაგწეროთ:

$$\dot{I}_B = a^2 \cdot \dot{I}_A \quad \text{და} \quad \dot{I}_C = a \cdot \dot{I}_A$$

$$\dot{U}_B = a^2 \cdot \dot{U}_A \quad \text{და} \quad \dot{U}_C = a \cdot \dot{U}_A \quad \text{ანუ} \quad \text{ზოგადად} \quad - \quad (5.1.2)$$

$$\dot{F}_B = a^2 \cdot \dot{F}_A; \quad \dot{F}_C = a \cdot \dot{F}_A$$

$$\begin{cases} \dot{F}_A = F_A' + F_A'' + F_A^0 \\ \dot{F}_B = a^2 \cdot F_A' + a \cdot F_A'' + F_A^0 \\ \dot{F}_C = a \cdot F_A' + a^2 \cdot F_A'' + F_A^0 \end{cases} \quad (5.1.3)$$

ვექტორების  $a$  ოპერატორის საშუალებით წარმოდგენა მნიშვნელოვნად ამცირებს საძიებელი პარამეტრების რაოდენობას. (5.1.1) და (5.1.2)-ის გათვალისწინებით დავამყაროთ კავშირი ფაზურ პარამეტრებსა და სიმეტრიულ მდგენელებს შორის.

(5.1.3) განტოლებათა სისტემის ამოხსნა იძლევა:

$$\begin{cases} F_A^0 = \frac{1}{3}(\dot{F}_A + \dot{F}_B + \dot{F}_C) \\ F_A' = \frac{1}{3}(\dot{F}_A + a \cdot \dot{F}_B + a^2 \cdot \dot{F}_C) \\ F_A'' = \frac{1}{3}(\dot{F}_A + a^2 \cdot \dot{F}_B + a \cdot \dot{F}_C) \end{cases} \quad (5.1.4)$$

ნულოვანი მიმდევრობის სისტემა წარმოადგენს ერთფაზა სისტემას, ამიტომ არასიმეტრიულ სამფაზა სისტემაში ნულოვანი

მიმდევრობის ძაბვა წარმოადგენს ნეიტრალის ძაბვას მიწის მიმართ. გაუწონასწორებელ სისტემებში, ანუ სისტემებში სადაც გვაქვს ნულოვანი მიმდევრობის დენები, ფაზური დენების ვექტორული ჯამი უდრის ნულოვანი მიმდევრობის დენის გასამმაგებულ მნიშვნელობას. პირდაპირი, უკუ და ნულოვანი მიმდევრობის სქემების პასიური პარამეტრები ზოგადად განსხვავდებიან ერთმანეთისაგან.

პირდაპირი მიმდევრობის დენი უკავშირდება პირდაპირი მიმდევრობის ძაბვას, ომის კანონის საფუძველზე, მხოლოდ პირდაპირი მიმდევრობის სქემაში. ასევე უკუ და ნულოვანი მიმდევრობის დენები:

$$\begin{cases} \Delta U' = I' \cdot Z' \\ \Delta U'' = I'' \cdot Z'' \\ \Delta U^0 = I^0 \cdot Z^0 \end{cases} \quad (5.1.5) \text{ ან } \begin{cases} I' = \Delta U' \cdot Y' \\ I'' = \Delta U'' \cdot Y'' \\ I^0 = \Delta U^0 \cdot Y^0 \end{cases} \quad (5.1.6)$$

სადაც  $I', I'', I^0, U', U'', U^0 -$  შტოებში გამავალი დენებისა და შესაბამისი ძაბვის ვარდნების ვექტორ - მატრიცებია სათანადო მიმდევრობის სქემისათვის  $Z', Z'', Z^0, Y', Y'', Y^0$  შტოების წინადობებისა და გამტარობების მატრიცებია პირდაპირი, უკუ და ნულოვანი მიმდევრობის სქემებისათვის. გენერატორებში არსებობს მხოლოდ პირდაპირი მიმდევრობის ე.მ.ძ.

ფაზების გაწყვეტის ადგილას ძაბვისა და დენის სიმეტრიული მდგრენებისათვის შეიძლება დავწეროთ:

$$\begin{cases} U' = E - I' \cdot Z' \\ U'' = -I'' \cdot Z'' \\ U^0 = -I^0 \cdot Z^0 \end{cases} \quad (5.1.7) \text{ ან } \begin{cases} I' = I^N - U' \cdot Y' \\ I'' = -U'' \cdot Y'' \\ I^0 = -U^0 \cdot Y^0 \end{cases} \quad (5.8)$$

გრძივი ასიმეტრიის სხვადასხვა შემთხვევისთვის განტოლებები იწერება  $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$  ძაბვებისთვის და  $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$  დენებისთვის ასიმეტრიის ადგილზე. თუ ფაზის კვეთში ჩართულია წინადობა, მასზე ძაბვა და დენი დაკავშირებულია ომის კანონით. ხაზის გაწყვეტის დროს ამ ფაზის დენი იქნება ნულის ტოლი, გაწყვეტის არარსებობის დროს ასიმეტრიის ადგილზე ნულის ტოლია ძაბვა.

არასიმეტრიული უბნის  $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$  ფაზური დენების და  $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$  ფაზური ძაბვების სიმეტრიული მდგრენების მეთოდის ანგარიშის ალგორითმი იქნება ასიმეტრიის ყველა სახისთვის ერთნაირი:

- 1) ადგენენ საანგარიშო სქემას, რომელშიც კომპენსაციის თანახმად ხაზის ასიმეტრიულ უბანს ცვლიან ეკვივალენტური წყაროთი არასიმეტრიული  $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$  ძაბვების სისტემით. განივი ასიმეტრიის დროს ეს წყარო ირთვება ფაზების და მიწას შორის, გრძივი ასიმეტრიის დროს – ფაზების კვეთაში.
- 2) წრედში მოქმედი დენების, ძაბვების, ე.მ.ძ-ის სამფაზა არასიმეტრიულ სისტემებს წარმოადგენენ პირდაპირი, უკუ და ნულოვანი მიმდევრობის მდგენელების ჯამით.
- 3) საწყის წრედს ცვლიან სამი სქემით, სადაც თითოეულში დგას წინაღობა და მოქმედებენ შესაბამისი მიმდევრობის ე.მ.ძალები, ძაბვები და დენები. რადგან ეს სქემები იქნებიან სიმეტრიული, საკმარისია ანგარიში ვაწარმოოთ ერთი ფაზისთვის. აქედან გამომდინარე, ანგარიშისთვის ადგენენ ჩანაცვლების სამ ერთფაზიან სქემას: პირდაპირი, უკუ და ნულოვანი მიმდევრობის.
- 4) ჩანაცვლების ერთფაზიან სქემებს გარდაქმნიან უმარტივეს სახეზე. მათთვის კირხპოფის მეორე კანონით ადგენენ განტოლებებს.
- 5) ასიმეტრიის ადგილებზე დამატებით ჩაიწერება სასაზღვრო პირობები, მათში ძაბვები და დენები გამოისახება სიმეტრიული მდგენელების საშუალებით.
- 6) ხსნიან განტოლებათა სისტემას, ანგარიშობენ დენების და ძაბვების სიმეტრიულ მდგენელებს.

## 5.2 ავარიული რეჟიმის პარამეტრების ანგარიში განსაკუთრებული ფაზის სიმეტრიული მდგენელების საშუალებით

ამგვარად, გრძივი ასიმეტრიის დროს არსებული ელექტრული რეჟიმების ანალიზი შესაძლებელია სიმეტრიული მდგენელების მეთოდის გამოყენებით, რომლის არსიც მდგომარეობს არასიმეტრიული რეჟიმის დაშლაში სამ სიმეტრიულ რეჟიმად, ანუ რეჟიმებად, რომლებიც მყარდება პირდაპირი, უკუ და ნულოვანი მიმდევრობის სქემებში და სადაც სამართლიანია სიმეტრიული ქსელებისათვის დადგენილი კანონები. როგორც უკვე აღვნიშნეთ, აქტიური პარამეტრების

ურთიერთდამოკიდებულებების ასაღწერად ქსელის პასიური განივი პარამეტრების ნაცვლად, როგორც [2] ლიტერატურაშია მოცემული, ვიყენებთ გრძივ განზოგადებულ პარამეტრებს და მათი საშუალებით აღვწერთ ძირითად განტოლებებს თითოეული მიმდევრობის სქემისათვის.

ამგვარად (4.2.1) განტოლება უნდა შევადგინოთ თითოეული მიმდევრობის სქემისათვის, ამისათვის უნდა გავიანგარიშოთ შტოების საკუთარი და ურთიერთგამტარობების მატრიცები პირდაპირი, უკუ და ნულოვანი მიმდევრობის სქემებისათვის:  $Y'$ ,  $Y''$ ,  $Y^0$ .

ქსელის განივი განზოგადებული პარამეტრების ნაცვლად როგორც [2] ლიტერატურაშია აღწერილი, ვიყენებთ გრძივ განზოგადებულ პარამეტრებს და შესაბამისად ავარიული რეჟიმების აღმწერი ძირითადი განტოლებები იღებენ სახეს:

$$\begin{cases} I' = I^N - Y' U' \\ I'' = -Y'' U'' \\ I^0 = -Y^0 U^0 \end{cases} \quad (5.2.1)$$

აქ  $Y', Y'', Y^0$  – შტოების საკუთარი და ურთიერთგამტარობებია პირდაპირი, უკუ და ნულოვანი მიმდევრობის სქემებში;

$U', U'', U^0, I', I'', I^0$  – ძაბვები და დენებია პირდაპირი, უკუ და ნულოვანი მიმდევრობების სქემებში;

$I^N$  – დენი დაზიანების ადგილას საწყის რეჟიმში.

პირდაპირი და უკუ მიმდევრობის სქემები არ შეიცავენ ნეიტრალური სადენის წინაღობას, რადგან ნულოვან სადენში ამ მიმდევრობის დენები არ გაივლიან (პირდაპირი და უკუ მიმდევრობისათვის  $I_A + I_B + I_C = 0$ );

ნულოვანი მიმდევრობის სქემა შედგება მიწაზე არასიმეტრიული (ერთფაზა ან ორფაზა) მოკლე შერთვის დროს და აგრეთვე, ერთი ან ორი ფაზის გაწყვეტის დროს. ნულოვანი მიმდევრობის ჩანაცვლების სქემის შედგენა უნდა იწყებოდეს იმ წერტილიდან, სადაც წარმოიშვა ასიმეტრია. იმისათვის, რომ ნულოვანი მიმდევრობის დენების გავლისათვის მივიღოთ ჩაკეტილი წრედი, სქემაში უნდა იყოს, ერთი მაინც, დამიწებული ნეიტრალი;

ნულოვანი მიმდევრობის სქემაში ნეიტრალური სადენის წინადობა შეიყვანება სამმაგ სიდიდედ. ეს არის დაკავშირებული იმასთან, რომ ნულოვან სადენში გადის სამივე ფაზის  $I_0$  დენები ( $I^N = 3I_0$ ).

წარმოვადგინოთ არასრულფაზა რეჟიმის პარამეტრების ანგარიშის მეთოდი, რომელიც გულისხმობს ავარიული პარამეტრების განსაზღვრას განსაკუთრებული (ორი ფაზის გაწყვეტის შემთხვევაში იგულისხმება ის ფაზა, რომელიც არ არის გაწყვეტილი) ფაზის დენის სიმეტრიული მდგენელების საშუალებით.

ძირითადი განტოლებები გამოვსახოთ ქსელის გრძივი განზოგადებული პარამეტრებით - შტოების საკუთარი და ურთიერთგამტარობებით.

ერთჯერადი დაზიანების შემთხვევაში, დაზიანების ადგილას განსაკუთრებული ფაზებისათვის განვსაზღვროთ პირდაპირი, უკუ და ნულოვანი მიმდევრობის ძაბვების მნიშვნელობა.

თუ გენერატორის ე.მ.ძ-ების სისტემა სიმეტრიულია, გენერატორის ფაზური ძაბვა იქნება წარმოდგენილი მხოლოდ პირდაპირი მიმდევრობის სქემაში.

როგორც ცნობილია თითოეული მიმდევრობის სქემისათვის გვაქვს:

$$\begin{cases} I_A^0 = 1/3(I_A + I_B + I_C) \\ I_A' = 1/3(I_A + aI_B + a^2I_C) \\ I_A'' = 1/3(I_A + a^2I_B + aI_C) \end{cases} \quad (5.2.2) \quad \text{და} \quad \begin{cases} U_A^0 = 1/3(U_A + U_B + U_C) \\ U_A' = 1/3(U_A + aU_B + a^2U_C) \\ U_A'' = 1/3(U_A + a^2U_B + aU_C) \end{cases} \quad (5.2.3)$$

(5.2.3) გამოსახულებით ე.მ.ძ-ების არასიმეტრიული სისტემა იშლება სიმეტრიულ მდგენელებად და შედის ყოველი მიმდევრობის ჩანაცვლების სქემაში;

ვინაიდან კონკრეტულ დაზიანებას ახასიათებს გარკვეული სასაზღვრო პირობა და კერძოდ, ერთი ფაზის გაწყვეტის შემთხვევაში გვაქვს ტოლობა:

$$\begin{cases} I_A = 0 \\ U_B = 0 \\ U_C = 0 \end{cases} \quad (5.2.4)$$

(5.2.3) და (5.2.4) გამოსახულებების მიხედვით გვექნება:

$$U_A' = U_A'' = U_A^0 = \frac{1}{3}U_A \quad (5.2.5)$$

და რადგანაც  $I_A = 0$ ,

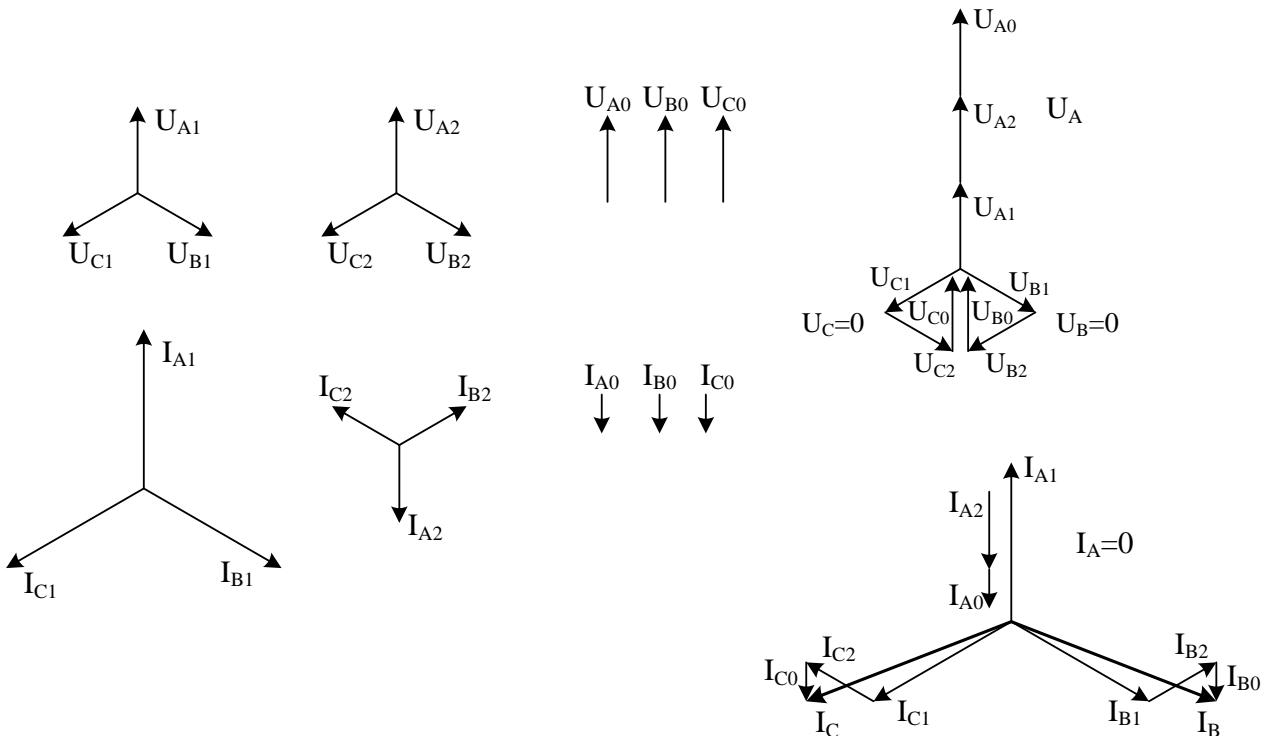
$$I_A' + I_A'' + I_A^0 = 0 \quad (5.2.6)$$

(5.2.1) განტოლებების აჯამვა (5.2.5) და (5.2.6) პირობების გათვალისწინებით გვაძლევს:

$$U_A' = \frac{I_N}{(Y' + Y'' + Y^0)} \quad (5.2.7)$$

ხოლო ფაზური ძაბვა დაზიანების აღგილას იქნება  $U_A = 3U_A'$ .

*A* ხაზური სადენის გაწყვეტის განხილული შემთხვევისთვის პირდაპირი, უკუ და ნულოვანი მიმდევრობის დენების და ძაბვების გექტორული დიაგრამები და გაწყვეტის აღგილზე დენების და ძაბვების გექტორული დიაგრამები ნაჩვენებია ნახ.26-ზე.



ნახ.26

იმ შემთხვევაში, როცა დატგირთვას არა აქვს კაგშირი მიწასთან (დატგირთვა შეერთებულია ვარსკვლავად ნულოვანი სადენის გარეშე ან სამკუთხედად), ნულოვანი მიმდევრობის  $I_0$  დენი იქნება ნულის ტოლი, რადგან მისი ცირკულაციისათვის ჩაკეტილი გზა არ არსებობს და ნულოვანი მიმდევრობის სქემა იქნება განრთული. იმ შემთხვევაში, როცა წრედს არ გააჩნია ნეიტრალური სადენი, ნულოვანი მიმდევრობის  $I_0$  დენებს არა აქვთ ცირკულაციისათვის ჩაკეტილი გზა. აქედან, დატგირტვის შეერთების ვარსკლვლავად ნულოვანი სადენის გარეშე ან სამკუთხედად  $I_0 = 0$  და ხაზური დენების ანგარიშისთვის აღგენენ

მხოლოდ ორ სქემას: პირდაპირი და უკუ მიმდევრობის. ნულოვანი მიმდევრობის სქემა არ დგება.

ორი ფაზის (B და C ფაზების) გაწყვეტის შემთხვევაში გვაქვს დუალური ამოცანა, ანუ შემდეგი სასაზღვრო პირობები:

$$\begin{cases} I_B = 0 \\ I_C = 0 \\ U_A = 0 \end{cases} \quad (5.2.8)$$

ზემოთთქმულის ანალოგიურად მივიღებთ შემდეგ ტოლობებს:

$$I'_A = I''_A = I_A^0 = \frac{1}{3 \cdot I_A} \quad (5.2.9) \quad \text{და} \quad U_A = U'_A + U''_A + U_A^0 \quad (5.2.10)$$

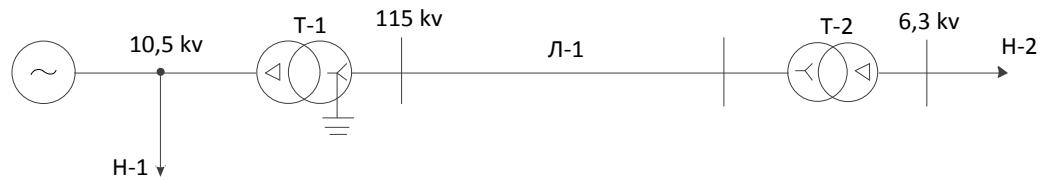
იმისათვის, რომ განვსაზღვროთ ძაბვები დაზიანებულ B და C ფაზებში, საჭიროა ჯერ განვსაზღვროთ A ფაზის პირდაპირი, უკუ და ნულოვანი მიმდევრობის ძაბვები და შემდეგ სასაზღვრო პირობების გამოყენებით განვსაზღვროთ საძიებელი ძაბვები.

მივიღებთ:

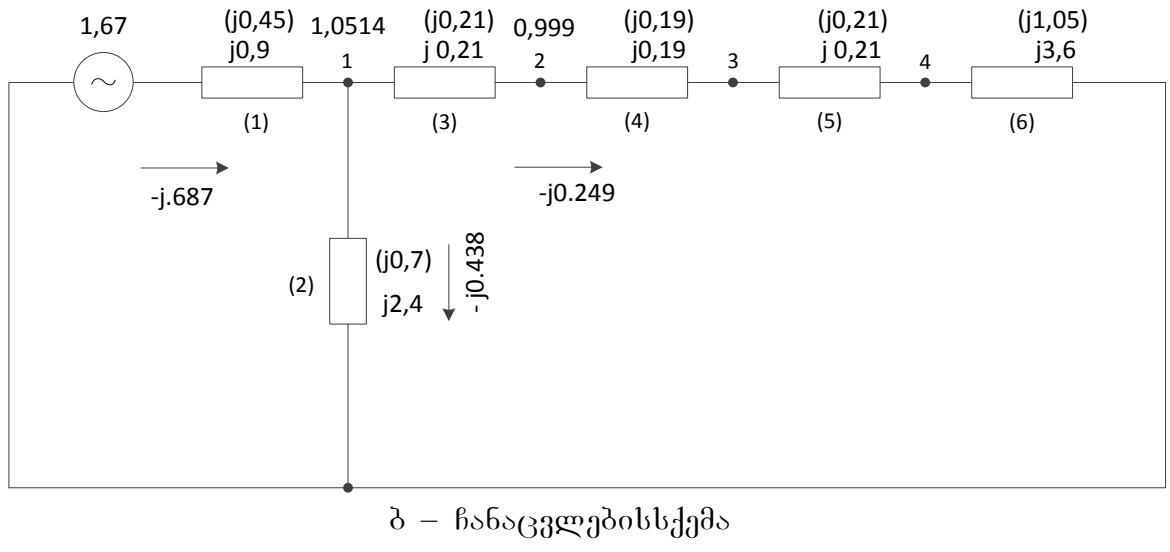
$$U_B^F = a^2 U'_A + a U''_A + U_A^0 = U'_A (a^2 - (a Y^0 + Y'') / (Y'' + Y^0)) \quad (5.2.11)$$

$$U_C^F = a U'_A + a^2 U''_A + U_A^0 = U'_A (a - (a^2 Y^0 + Y'') / (Y'' + Y^0)) \quad (5.2.12)$$

განვიხილოთ რიცხვითი მაგალითი, რომელიც წარმოდგენილია ნახ.27-ზე. გაწყვეტა გვაქვს ხაზის, ანუ მე-4 შტოს, B და C ფაზებში. გემებთ ძაბვებს გაწყვეტის ადგილას. ტრანსფორმატორების გრაგნილების შეერთების თანახმად ნულოვანი მიმდევრობის დენების ცირკულაციას ადგილი არ ექნება, შესაბამისად ნულოვანი მიმდევრობის სქემის განზოგადებული პარამეტრები იქნება ნულის ტოლი.



ა – საწყისი სქემა,



$\delta$  – ჩანაცვლების სქემა

6a.27

პირველი კვანძის ძაბვა  $U_1^N = 1.05144$ , მეორე კვანძის ძაბვა  $U_2^N = 0.999$  (6a.27).

6a.27-ზე წარმოდგენილ ქსელში არსებული ტრანსფორმატორების გრაგნილთა შეერთება გამორიცხავს ნულოვანი დენების არსებობას არასრულფაზოვანი რეჟიმების დროს.

პირდაპირი და უკუ მიმდევრობის სქემების პარამეტრები ფარდობით ერთეულებში წარმოდგენილია 6a.27d-ზე. უკუ მიმდევრობის სქემის პარამეტრები მოცემულია ფრჩხილებში.

განვსაზღვროთ გრძივი განზოგადებული პარამეტრები 6a.27-ზე წარმოდგენილი სქემისათვის ინციდენციის I მატრიცას ექნება სახე:

$$M = \begin{bmatrix} -11 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -11 \end{bmatrix};$$

110 კვ-იან ქსელში ინდუქტიურობა ბევრად მეტია აქტიურზე, ამიტომ განხილულ მაგალითში შტოების აქტიური წინაღობები უგულვებელყოფილია. ე.ი. ურიშტოს წინაღობა იქნება:  $Z_i = 0 + JX_i$  და შესაბამისად შტოების დიაგონალური მატრიცა პირდაპირი მიმდევრობის სქემისათვის იქნება:

$$Z_{\varphi} = \begin{bmatrix} 0 + j0.9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 + j2.4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 + j0.21 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 + j0.19 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 + j0.21 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 + j3.6 \end{bmatrix}$$

რომელიც შეიძლება გადავწეროთ შემდეგნაირად:

$$Z_{\varphi} = j \begin{bmatrix} 0.9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2.4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.21 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.19 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.21 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.6 \end{bmatrix}$$

შტოს გამტარობა,  $Z$ -ის შებრუნებული სიდიდე, იქნება:

$$Y_i = \frac{1}{0+jX_i} = \frac{0-jX_i}{X_i^2} = -\frac{j1}{X_i} = -jY_i \quad \text{და} \quad \text{შესაბამისად,} \quad \text{გამტარობების}$$

დიაგონალური მატრიცა პირდაპირი მიმდევრობის სქემისათვის იქნება:

$$Y_{\varphi} = Z_{\varphi}^{-1} = -j \begin{bmatrix} 1.1111 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4167 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4.7619 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5.2632 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4.7619 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.277 \end{bmatrix}$$

პირდაპირი მიმდევრობის სქემის შტოების საკუთარი და ურთიერთგამტარობის მატრიცა იქნება:

$$Y_{\partial\mathcal{O}} = Y_{\varphi} - Y_1 \cdot {Y_{\beta\beta}}^{-1} \cdot Y_2,$$

$$\text{სადაც: } Y_1 = Y_{\varphi} M^T = -j \begin{bmatrix} -1.1111 & 0 & 0 & 0 \\ 0.4167 & 0 & 0 & 0 \\ 4.7619 & -4.7619 & 0 & 0 \\ 0 & 5.2632 & -5.2632 & 0 \\ 0 & 0 & 4.7619 & -4.7619 \\ 0 & 0 & 0 & 0.277 \end{bmatrix},$$

$$Y_2 = M Y_{\varphi} = -j \begin{bmatrix} -1.1111 & 0.4167 & 4.7619 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4.7619 & 5.2632 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -5.2632 & 4.7619 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -4.7619 & 0.2770 \end{bmatrix}$$

$$Y_{\beta\beta}^{-1} = (M Y_{\varphi} M')^{-1} = -j \begin{bmatrix} 6.2897 & -4.7619 & 0 & 0 \\ -4.7619 & 10.0251 & -5.2632 & 0 \\ 0 & -5.2632 & 10.0251 & -4.7619 \\ 0 & 0 & -4.7619 & 5.0389 \end{bmatrix}^{-1} =$$

$$= j \begin{bmatrix} 0.5667 & 0.5385 & 0.5129 & 0.4847 \\ 0.5385 & 0.7112 & 0.6775 & 0.6403 \\ 0.5129 & 0.6775 & 0.8264 & 0.7810 \\ 0.4847 & 0.6403 & 0.7810 & 0.9365 \end{bmatrix}$$

$$Y'_{\partial\mathcal{O}} = Y_{\varphi} - Y_{\varphi}M'[MY_{\varphi}M']^{-1}MY_{\varphi} = Y'_{\partial\mathcal{O}} =$$

$$= -j \begin{bmatrix} 0.4115 & 0.2623 & 0.1492 & 0.1492 & 0.1492 & 0.1492 \\ 0.2623 & 0.3183 & -0.0559 & -0.0559 & -0.0559 & -0.0559 \\ 0.1492 & -0.0559 & 0.2051 & 0.2051 & 0.2051 & 0.2051 \\ 0.1492 & -0.0559 & 0.2051 & 0.2051 & 0.2051 & 0.2051 \\ 0.1492 & -0.0559 & 0.2051 & 0.2051 & 0.2051 & 0.2051 \\ 0.1492 & -0.0559 & 0.2051 & 0.2051 & 0.2051 & 0.2051 \end{bmatrix}$$

ანალოგიურად, უკუ მიმდევრობის სქემის პარამეტრების მიხედვით, ვღებულობთ შტოების საკუთარი და ურთიერთგამტარობის მატრიცას  $Y''_{\partial\mathcal{O}}$ .

უკუ მიმდევრობის წინადობათა დიაგონალურ მატრიცას ექნება სახე:

$$Z_{\varphi} = j \begin{bmatrix} 0.45 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.21 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.19 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.21 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.05 \end{bmatrix},$$

ხოლო მისი შებრუნებული მატრიცა – გამტარობების დიაგონალური მატრიცა იქნება:

$$Y_{\varphi} = Z_{\varphi}^{-1} = -j \begin{bmatrix} 2.2222 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.4286 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4.7619 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5.2632 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4.7619 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.9524 \end{bmatrix}$$

ისევე, როგორც პირდაპირი მიმდევრობის სქემის განხილვის დროს გვქონდა, უკუ მიმდევრობის სქემის განზოგადებულ პარამეტრებს – შტოების საკუთარ და ურთიერთგამტარობებს გპოულობთ ფორმულით:

$$Y''_{\partial\mathcal{O}} = Y_{\varphi} - Y_{\varphi}M'[MY_{\varphi}M']^{-1}MY_{\varphi} =$$

$$= -j \begin{bmatrix} 1.0612 & 0.7464 & 0.3147 & 0.3147 & 0.3147 & 0.3147 \\ 0.7464 & 0.9487 & -0.2023 & -0.2023 & -0.2023 & -0.2023 \\ 0.3147 & -0.2023 & 0.5171 & 0.5171 & 0.5171 & 0.5171 \\ 0.3147 & -0.2023 & 0.5171 & 0.5171 & 0.5171 & 0.5171 \\ 0.3147 & -0.2023 & 0.5171 & 0.5171 & 0.5171 & 0.5171 \\ 0.3147 & -0.2023 & 0.5171 & 0.5171 & 0.5171 & 0.5171 \end{bmatrix},$$

განვსაზღვროთ აგარიამდელი რეჟიმის პარამეტრების მნიშვნელობები.

$Y'_{\partial\mathcal{O}}$  მატრიცისა და პირველ შტოში ჩართული ე.მ.ძ-ის  $E_1 = 1.67$  საშუალებით გვოულობთ ავარიამდელი დენების მნიშვნელობებს შტოებში:

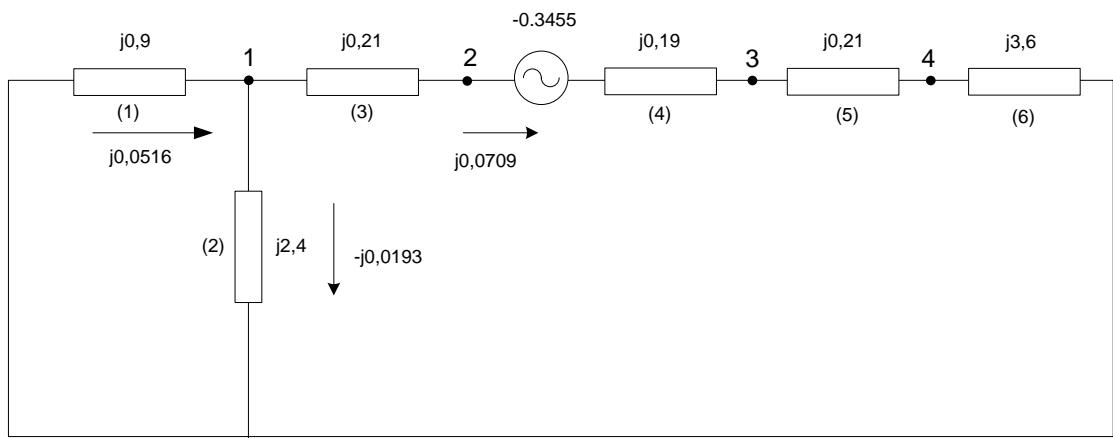
$$I_{\partial\mathcal{O}} = Y'_{\partial\mathcal{O}} E_1 = -j \begin{bmatrix} 0.4115 & 0.2623 & 0.1492 & 0.1492 & 0.1492 & 0.1492 \\ 0.2623 & 0.3183 & -0.0559 & -0.0559 & -0.0559 & -0.0559 \\ 0.1492 & -0.0559 & 0.2051 & 0.2051 & 0.2051 & 0.2051 \\ 0.1492 & -0.0559 & 0.2051 & 0.2051 & 0.2051 & 0.2051 \\ 0.1492 & -0.0559 & 0.2051 & 0.2051 & 0.2051 & 0.2051 \\ 0.1492 & -0.0559 & 0.2051 & 0.2051 & 0.2051 & 0.2051 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.67 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= -j \begin{bmatrix} 0.6873 \\ 0.4381 \\ 0.2492 \\ 0.2492 \\ 0.2492 \\ 0.2492 \end{bmatrix}$$

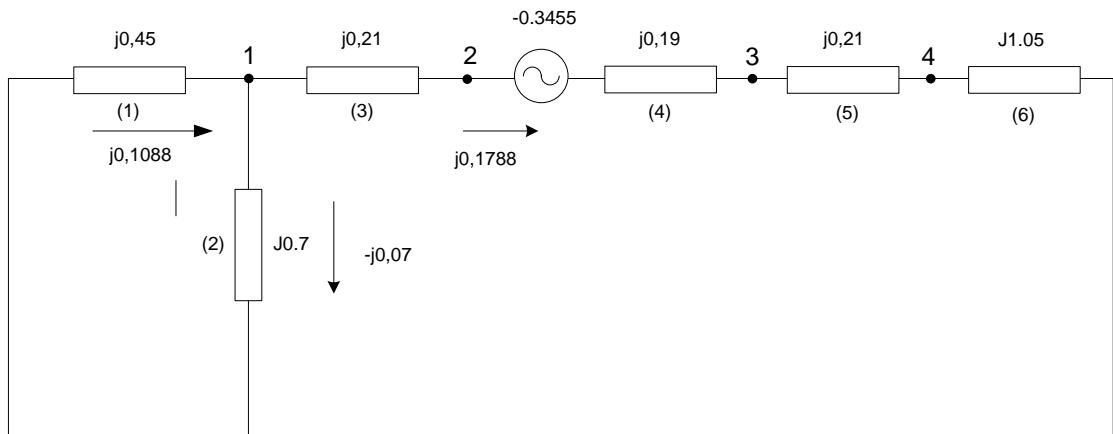
დენების ავარიულ მდგენელებს კსაზღვრავთ პირდაპირი და უკუ მიმდევრობის სქემებიდან. დაზიანების ადგილას, მე-4 შტოში, კსვავთ პირდაპირი და უკუ მიმდევრობის ძაბვებს ( $U'_4, U''_4$ ), რომლებიც ერთმანეთის ტოლია. იმის გათვალისწინებით, რომ მოცემულ ქსელში ნულოვანი მიმდევრობის დენები ნულის ტოლია, რადგანაც ნახ.27-ზე წარმოდგენილ ქსელში არსებული ტრანსფორმატორების გრაგნილთა შეერთება გამორიცხავს ნულოვანი დენების არსებობას არასრულფაზოვანი რეჟიმების მიღების შემთხვევაში. ანუ  $Y_{44}^0 = 0$ .

$$U'_4 = U''_4 = \frac{I_4^N}{Y_{44} + Y''_{44}} = -\frac{j0.2492}{-j0.2051 - j0.5171} = 0.3455$$

ძაბვის ავარიულ მდგენელს ქმნის საწინააღმდეგოდ მიმართული ე.მ.ძ.-ის მქონე ძაბვის წყარო. ე.ი. პირდაპირი და უკუ მიმდევრობის დენების შემქმნელი ძაბვის წყაროს სიღიდე იქნება:  $U'_4 = U''_4 = -0.3455$



ა) დენების ავარიული მდგენელები პირდაპირი მიმდევრობის ქსელში



ბ) დენების ავარიული მდგენელები უკუ მიმდევრობის ქსელში

ნახ.28

ამგვარად, პირდაპირი და უკუ მიმდევრობის სქემების შტოებში

ჩართული ძაბვების ვექტორ-მატრიცებს ექნებათ სახე:

$$U' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.3458 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad U'' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.3458 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

პირდაპირი მიმდევრობის სქემის პარამეტრების მიხედვით,  
გვთულობთ პირდაპირიმიმდევრობის დენებს

$$\dot{I}'_{vet} = Y'_{vet} U' = -j \begin{bmatrix} 0.4115 & 0.2623 & 0.1492 & 0.1492 & 0.1492 & 0.1492 \\ 0.2623 & 0.3183 & -0.0559 & -0.0559 & -0.0559 & -0.0559 \\ 0.1492 & -0.0559 & 0.2051 & 0.2051 & 0.2051 & 0.2051 \\ 0.1492 & -0.0559 & 0.2051 & 0.2051 & 0.2051 & 0.2051 \\ 0.1492 & -0.0559 & 0.2051 & 0.2051 & 0.2051 & 0.2051 \\ 0.1492 & -0.0559 & 0.2051 & 0.2051 & 0.2051 & 0.2051 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.3458 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= j \begin{bmatrix} 0.0516 \\ -0.0193 \\ 0.0709 \\ 0.0709 \\ 0.0709 \\ 0.0709 \end{bmatrix}$$

უკუ მიმდევრობის სქემის პარამეტრების მიხედვით, ვპოვლობთ  
უკუ მიმდევრობის დენებს

$$\dot{I}''_{vet} = Y''_{vet} U'' = -j \begin{bmatrix} 1.0612 & 0.7464 & 0.3147 & 0.3147 & 0.3147 & 0.3147 \\ 0.7464 & 0.9487 & -0.2023 & -0.2023 & -0.2023 & -0.2023 \\ 0.3147 & -0.2023 & 0.5171 & 0.5171 & 0.5171 & 0.5171 \\ 0.3147 & -0.2023 & 0.5171 & 0.5171 & 0.5171 & 0.5171 \\ 0.3147 & -0.2023 & 0.5171 & 0.5171 & 0.5171 & 0.5171 \\ 0.3147 & -0.2023 & 0.5171 & 0.5171 & 0.5171 & 0.5171 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.3458 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= j \begin{bmatrix} 0.1088 \\ -0.0700 \\ 0.1788 \\ 0.1788 \\ 0.1788 \\ 0.1788 \end{bmatrix}$$

რადგანაც აღნიშნულ წრედში ნულოვანი მიმდევრობის დენები უდრის ნულს, დაზიანების ადგილას, მე-4 შტოში პირდაპირი და ნულოვანი მიმდევრობის დენები უნდა იყვნენ ტოლი და საწინააღმდეგოდ მიმართული, რათა დაკმაყოფილდეს ერთფაზა გაწყვეტის დროს არსებული პირობა (5.2.4). მართლაც,

$$I'_4 = I_4^N - U'_4 Y'_{44} = -j0.2491 - (-j0.0709) = -j0.178$$

$$I''_4 = -(-j0.1788) = j0.178$$

განვსაზღვროთ A ფაზის დენები მოცემული სქემის ყველა შტოში:

$$I_A = I^N - I'_{vet} - I''_{vet} = j \begin{bmatrix} 0.6873 \\ 0.4381 \\ 0.2492 \\ 0.2492 \\ 0.2492 \\ 0.2492 \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} 0.0516 \\ -0.0193 \\ 0.0709 \\ 0.0709 \\ 0.0709 \\ 0.0709 \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} 0.1088 \\ -0.0700 \\ 0.1788 \\ 0.1788 \\ 0.1788 \\ 0.1788 \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} -0.527 \\ -0.527 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

დაზიანების ადგილას ძაბვა იქნება:

$$U_4^A = 3U'_4 = 3 * 0.3455 = 1.0365$$

ორი ფაზის გაწყვეტის შემთხვევაში ავარიული ძაბვების გასაანგარიშებელი ფორმულები (5.2.11), (5.2.12) ნულოვანი დენების არარსებობის პირობებში, იღებენ სახეს:

$$\dot{U}' = \frac{I^N}{Y'}, \dot{U}_B^F = \dot{U}_A'(a^2 - 1), \quad \dot{U}_C^F = \dot{U}_A'(a - 1), \quad (5.2.13)$$

ამგვარად, ჩვენი მაგალითის შემთხვევაში ანგარიშს ვაწარმოებთ მხოლოდ პირდაპირი მიმდევრობის სქემის პარამეტრების მიხედვით. რადგანაც დენი ინდუქტიურ წრედებში ჩამორჩება ძაბვას  $90^\circ$ -ით, მისი მნიშვნელობა იქნება:  $\dot{I}_4 = -j0.2497$ . ხოლო მე-4 შტოს საკუთარი გამტარობა-  $Y_{44}' = 0 - j0.2051$ . (5.2.13) ფორმულების გამოყენებით ვღებულობთ ძაბვების მნიშვნელობებს დაზიანების აღგილას:

$$\dot{U}_A' = -\frac{j0.2492}{-j0.2051} = 1.215$$

$$\dot{U}_B^F = 1.215(-1.5 - j0.866) = -1.822 - j1.0522 \quad (5.2.14)$$

$$\dot{U}_C^F = 1.215(-1.5 + j0.866) = -1.822 + j1.0522 \quad (5.2.15)$$

## თავი VI

### 6.1 გრძივი ასიმეტრიული რეჟიმების გაანგარიშება დაზიანებული ფაზის პარამეტრების მიხედვით

განვიხილოთ ფაზების გაწყვეტის დროს ელექტრული რეჟიმის გაანგარიშება არა განსაკუთრებული, არამედ დაზიანებული ფაზების შესაბამისი აქტიური პარამეტრების სიმეტრიული შემდგენების საშუალებით (იგულისხმება, რომ ერთი შტოს ორი ფაზის გაწყვეტა არის ორი ერთდროული ერთფაზა გაწყვეტის რეჟიმების სუპერპოზიცია).

ერთფაზა დაზიანებების (ფაზების გაწყვეტის), სასაზღვრო პირობები მოსახურებელია უნიფიცირებული განტოლებების მისაღებად. ამიტომ წარმოდგენილი მეთოდიკის თანახმად, ყველა სახის დაზიანებას განვიხილავთ როგორც ერთფაზა ავარიული რეჟიმების ზედღებას (დამატებითი შემზღვდავი პირობების გათვალისწინებით), მაგ. ორი ფაზისგაწყვეტას - როგორც ორ ერთფაზა გაწყვეტას, სამი ფაზის - როგორც სამ ერთფაზა გაწყვეტას. ამგვარად, ასეთი მიდგომა წარმოადგენს მეცნიერულ სიახლეს და საშუალებას იძლევა წრფივი განტოლებებით აღიწეროს ავარიული რეჟიმი ერთდროული სიმეტრიული და არასიმეტრიული დაზიანების დროს და განივი ავარიების ანალიზის საშუალებები შეუზღუდავი გახადოს. განტოლებების კოეფიციენტები - შტოების გამტარობები ფაზების გაწყვეტის ადგილას, გათვლილი უნდა იყოს წინასწარ (საწყისი ქსელის შესაბამისად) პირდაპირი, უპა და ნულოვანი მიმდევრობის სქემებისათვის. ჯერ განვიხილოთ სიმეტრიული გაწყვეტებისათვის ჩამოყალიბებული მეთოდი, რომელიც შემდგომ განზოგადებულია არასიმეტრიული დაზიანებებისათვის.

ერთი ფაზის გაწყვეტის შემთხვევაში ვიყენებთ ავარიული რეჟიმების აღმწერ ძირითად განტოლებებს (5.1.1) და აღნიშნული დაზიანების სასაზღვრო პირობებს:

$$\begin{cases} \dot{I}_A = 0 \\ \dot{U}_B = 0 \\ \dot{U}_C = 0 \end{cases}$$

აქ  $Y', Y'', Y^0$  – შტოების საკუთარი და ურთიერთგამტარობებია პირდაპირი, უკუ და ნულოვანი მიმდევრობის სქემებში.

$\dot{U}', U'', \dot{U}^0, I', I'', \dot{I}^0$  – ძაბვები და დენებია პირდაპირი, უკუ და ნულოვანი მიმდევრობების სქემებში;

$I^N$  – დენი დაზიანების ადგილას საწყის რეჟიმში.

როგორც ცნობილია, ერთჯერადი დაზიანების შემთხვევაში, დაზიანების ადგილას განსაკუთრებული ფაზებისათვის პირდაპირი, უკუ და ნულოვანი მიმდევრობის დენებისა და ძაბვების მნიშვნელობა თვითონეული მიმდევრობის სქემის მიხედვით არის:

$$\dot{U}'_A = U''_A = \dot{U}^0_A = \frac{1}{3} \dot{U}_A \quad (6.1.1)$$

და რადგანაც  $\dot{I}_A = 0$ ,

$$\dot{I}'_A + I''_A + \dot{I}^0_A = 0 \quad (6.1.2)$$

(5.1.1) განტოლებების აჯამვა (6.1.1) და (6.1.2) პირობების გათვალისწინებით გვაძლევს:

$$\dot{U}'_A = \frac{I^N}{Y' + Y'' + Y^0} \quad (6.1.3)$$

ხოლო ფაზური ძაბვა დაზიანების ადგილას იქნება  $\dot{U}_A = 3\dot{U}'_A$ .

როგორც უკვე აღვნიშნეთ, ზემოთგანხილული მოდელის საფუძველზე შეიძლება განვიხილოთ ნებისმიერი რაოდენობის და ნებისმიერ ადგილას მომხდარი ერთფაზა დაზიანება. რაკი პირდაპირი მიმდევრობის დენები ცირკულირებენ მხოლოდ პირდაპირი მიმდევრობის სქემაში, უკუ მიმდევრობის დენები – უკუ მიმდევრობის სქემაში და ნულოვანი მიმდევრობის შესაბამისად – ნულოვანი მიმდევრობის ქსელში და ამ ქსელებში დამყარებული ელექტრული რეჟიმები სიმეტრიულია, განტოლებებს ვწერთ მხოლოდ ერთი ფაზისათვის. თუ სხვადასხვა ადგილას მომხდარი დაზიანება ერთსახელა ფაზებშია, ე.ი ძაბვის წყაროები ჩასმულია ერთსახელა ფაზებში, მათი ურთიერთდამოკიდებულების განტოლებები დაიწერება ისევე, როგორც სიმეტრიული რეჟიმების დროს.

თუ დაზიანება სხვადასხვა ფაზებშია მომხდარი, მაშინ ყველა დაზიანების ადგილის აქტიური პარამეტრიც უნდა გამოვსახოთ იმ ფაზის მიხედვით, რომელ ფაზაშიც არის დაზიანება. მაგ. თუ დაზიანებას აქვს ადგილი  $i - \text{ური } \dot{\theta}_B$  ფაზაში და განტოლება იწერება ამ შტოსათვის, ყველა სხვა დაზიანების ამსახველი ძაბვები გამოისახება შესაბამისი შტოს  $B$  ფაზის ძაბვისა და ვექტორთა ძვრის ოპერატორის  $a^{j120} -$ ის საშუალებით.

პირდაპირი და უკუ მიმდევრიბის ქსელები ქმნიან სიმეტრიულ სამფაზა ქსელებს, სადაც ადგილი აქვს სამივე ფაზის გაწყვეტას, ნულოვანი მიმდევრობის ქსელში კი გვაქვს ერთფაზა დენები, რომლებიც გადიან ფაზებში და ბრუნდებიან მიწით.

განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც  $i - \text{ური } \dot{\theta}_B$  განტოლებია ფაზა  $B$ , ხოლო  $j - \text{ში} - \text{ფაზა } C$ . განტოლებათა სისტემა შევადგინოთ ავარიული რეჟიმის აღმწერი ძირითადი განტოლებების (5.1.1) მიხედვით.

$i - \text{ური } \dot{\theta}_B$  განტოლება სამივე მიმდევრობის ქსელში იქნება:

$$\begin{cases} Y'_{ii} \dot{U}'_i + Y'_{ij} a \dot{U}'_j = I'_{iB} - I'_i = a^2 I'_{iA} - I'_i \\ Y''_{ii} \dot{U}''_i + Y''_{ij} a^2 \dot{U}'_j = -I''_i \\ Y^0_{ii} \dot{U}^0_i + Y^0_{ij} \dot{U}^0_j = -I'_i \end{cases} \quad (6.14)$$

ასევე  $j - \text{ური } \dot{\theta}_B$  გვექნება:

$$\begin{cases} Y'_{ji} a^2 \dot{U}'_i + y'_{jj} \dot{U}'_j = I'_{jC} - I'_j = a I'_{jA} - I'_j \\ Y''_{ji} a \dot{U}''_i + Y''_{jj} \dot{U}''_j = -I''_j \\ Y^0_{ji} \dot{U}^0_i + Y^0_{jj} \dot{U}^0_j = -I^0_j \end{cases} \quad (6.15)$$

შევპრიბოთ (6.14) განტოლებები (6.1.1) და (6.1.2) პირობების გათვალისწინებით, მივიღებთ:

$$(Y'_{ii} + Y''_{ii} + Y^0_{ii}) \dot{U}'_i + (a Y'_{ij} + a^2 Y''_{ij} + Y^0_{ij}) \dot{U}'_j = a^2 I'_{iA} \quad (6.15)$$

ანალოგიურად, ერთფაზა გაწყვეტის პირობების (6.1.1) და (6.1.2) გათვალისწინებით შევპრიბოთ (6.15) განტოლებები, მივიღებთ:

$$(a^2 Y'_{ji} + a Y''_{ji} + Y^0_{ji}) \dot{U}'_i + (Y'_{jj} + Y''_{jj} + Y^0_{jj}) \dot{U}'_j = a I'_{jA} \quad (6.16)$$

ამგვარად (6.15) და (6.1.6) განტოლებები ქმნიან სისტემას, რომლის ამონახსნის გასამმაგებული მნიშვნელობები წარმოადგენს ძაბვებს დაზიანებული  $i$  და  $j - \text{ური } \dot{\theta}_B$  გვექნების  $B$  და  $C$  ფაზებში გაწყვეტის ადგილას.

$$\begin{cases} (Y'_{ii} + Y''_{ii} + Y^0_{ii})U'_i + (aY'_{ij} + a^2Y''_{ij} + Y^0_{ij})U'_j = a^2I_{iA} \\ (a^2Y'_{ji} + aY''_{ji} + Y^0_{ji})U'_i + (Y'_{jj} + Y''_{jj} + Y^0_{jj})U'_j = aI_{jA} \end{cases} \quad (6.1.7)$$

ანგარიშების უნიფიცირების მიზნით, ყველა ხაზის ორი და სამი ფაზის გაწყვეტა, წარმოვადგინეთ, როგორც ფიქტიურ ხაზებში ერთფაზა გაწყვეტების დროს მიღებული ელექტრული რეჟიმების ზედდება დამატებითი პირობის გათვალისწინებით, რაც გულისხმობს იმ ფიქტიური ხაზების შერწყმას. შერწყმის შემთხვევაში ფიქტიური ხაზების საკუთარი და ურთიერთგამტარობა ერთმანეთის ტოლია და ეს პირობა დაცულია სამივე მიმდევრობის სქემაში.

$$\begin{cases} (Y'_{ii} + Y''_{ii} + Y^0_{ii})U''_{iB} + (aY'_{ii} + a^2Y''_{ii} + Y^0_{ii})U''_{iC} = a^2I_{iA} \\ (a^2Y'_{ii} + aY''_{ii} + Y^0_{ii})U''_{iB} + (Y'_{ii} + Y''_{ii} + Y^0_{ii})U''_{iC} = aI_{iA} \end{cases} \quad (6.1.8)$$

მიღებული განტოლებების ამონასსნის გასამმაგებული მნიშვნელობა წარმოადგენს  $i$ -ურ შტოში ძაბვებს  $B$  და  $C$  ფაზებში გაწყვეტის ადგილას.

ნახ.29-ზე წარმოდგენილი სქემისათვის განვიხილოთ მე-4 ხაზის  $B$  და  $C$  ფაზების გაწყვეტის შედეგად მიღებული ავარიული რეჟიმის შესაბამისი განტოლებები:

$$\begin{cases} (Y'_{44} + Y''_{44})U'_{4B} + (aY'_{44} + a^2Y''_{44})U'_{4C} = a^2I_{iA} \\ (a^2Y'_{44} + aY''_{44})U'_{4B} + (Y'_{44} + Y''_{44})U'_{4C} = aI_{jA} \end{cases} \quad (6.1.9)$$

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, ნახ.29-ზე წარმოდგენილი ტრანსფორმატორების გრაგნილების შეერთების სქემა გამორიცხავს ნულოვანი მიმდევრობის დენების არსებობას და ავარიული პარამეტრები განპირობებული არიან მხოლოდ პირდაპირი და უკუ მიმდევრობის სქემებით. მიტომ მე-4 შტოს საკუთარი გამტარობებია:

როგორც უპავ აღვნიშნეთ უნიფიცირების მიზნით, ყველა ხაზის ორი და სამი ფაზის გაწყვეტა, წარმოვადგინეთ, როგორც ფიქტიურ ხაზებში ერთფაზა გაწყვეტების დროს მიღებული ელექტრული რეჟიმების ზედდება დამატებითი პირობის გათვალისწინებით, რაც გულისხმობს ამ ფიქტიური ხაზების შერწყმას. შერწყმის შემთხვევაში ფიქტიური ხაზების საკუთარი და ურთიერთგამტარობა ერთმანეთის ტოლია და ეს პირობა დაცულია სამივე მიმდევრობის სქემაში.

მოცემული სქემის პარამეტრების მიხედვით (6.1.9) განტოლება იღებს სახეს:

$$\begin{bmatrix} 0 - j0.7221 & -0.2701 + j0.3610 \\ 0.2701 + j0.3610 & 0 - j0.7221 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}'_{4B} \\ \dot{U}'_{4C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.2158 + j0.1246 \\ 0.2158 + j0.1246 \end{bmatrix}$$

(6.1.10)

მონახესნი იქნება:

$$U' = \begin{bmatrix} -0.6073 - j0.3507 \\ -0.6073 + j0.3507 \end{bmatrix}$$

(6.1.10) განტოლების ამონახესნის გასამმაგებული მნიშვნელობები წარმოადგენს ძაბვებს დაზიანებული მე-4 ხაზის  $B$  და  $C$  ფაზების გაწყვეტის ადგილას.

$$\dot{U}f = \begin{bmatrix} -1.8222 - j1.0521 \\ -1.8222 + j1.0521 \end{bmatrix}$$

ხაზის გაწყვეტის მოდელირება შეიძლება მოგახდინოთ დაზიანების ადგილზე იდეალური ძაბვის წყაროს ჩართვით, რომლის ძაბვა, როგორც სიდიდით ასევე მიმართულებით, შეესაბამება გაწყვეტის ადგილის ძაბვას. ნებისმიერი რაოდენობის ხაზის გაწყვეტის ადგილის იმიტაცია შეიძლება მოგახდინოთ შესაბამისი იდეალური ძაბვის წყაროების ჩართვით. ამასთან ნებისმიერი რაოდენობის გაწყვეტების კომბინაციისას სქემის პასიური პარამეტრები, განსაზღვრული ე.მ.ძალის წყაროების ურთიერთდამოკიდებულებით, ე.მ.ძ-ის წყაროს შიდა წინაღობის ნულთან ტოლობის გამო, საანგარიშო სქემის შესაბამისი პარამეტრები უცვლელი რჩება.

განვიხილოთ შემთხვევა, როცა გაწყვეტები გვაქვს  $i, j, k$  შტოებში.  $i$  შტოში გაწყვეტილი გვაქვს ფაზა  $A$ ,  $j$  შტოში – ფაზა  $B$  და  $k$  შტოში ფაზა –  $C$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} (y'_{ii} + y''_{ii} + y^0_{ii})u'_i + (ay'_{ij} + a^2y''_{ij} + y^0_{ij})u'_j + (a^2y'_{ik} + ay''_{ij} + y^0_{ij})u'_k = i_{iA} \\ (a^2y'_{ji} + ay''_{ji} + y^0_{ji})u'_i + (y'_{jj} + y''_{jj} + y^0_{jj})u'_j + (ay'_{jk} + a^2y''_{jk} + y^0_{jk})u'_k = i_{jB} = a^2i_{jA} \\ (ay'_{ki} + a^2y''_{ki} + y^0_{ki})u'_i + (a^2y'_{kj} + ay''_{kj} + y^0_{kj})u'_j + (y'_{kk} + y''_{kk} + y^0_{kk})u'_k = i_{kC} = ai_{jA} \end{array} \right. \quad (6.1.11)$$

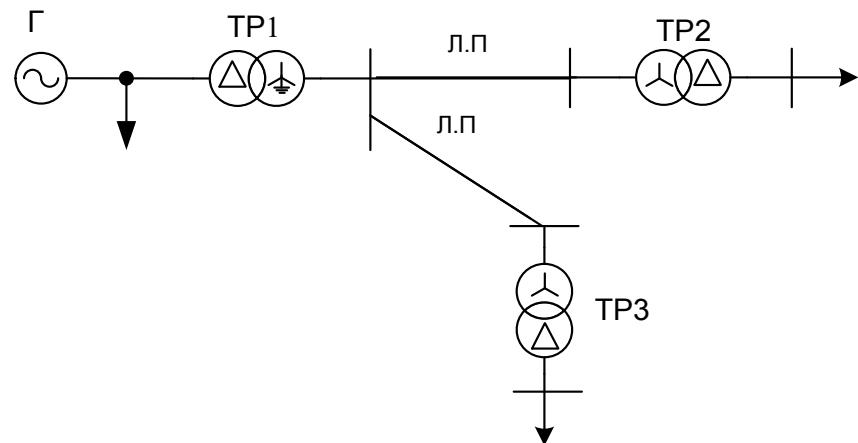
მიღებული გამოსახულების შედეგების გასამმაგებული მნიშვნელობა არის ხაზის გაწყვეტის ადგილას ფაზური ძაბვა, ერთი ფაზის გაწყვეტის სასაზღვრო პირობების გათვალისწინებით:  $u_{iA} = 3u'_i$ ;  $u_{jB} = 3u'_j$ ;  $u_{kC} = 3u'_k$ .

(6.1.11)-ის ანალოგიურად შეიძლება შევადგინოთ განტოლებათა სისტემა, რომელიც გაწყვეტის ადგილას ძაბვას აკავშირებს ნებისმიერი კომბინაციის ერთფაზა გაწყვეტასთან.

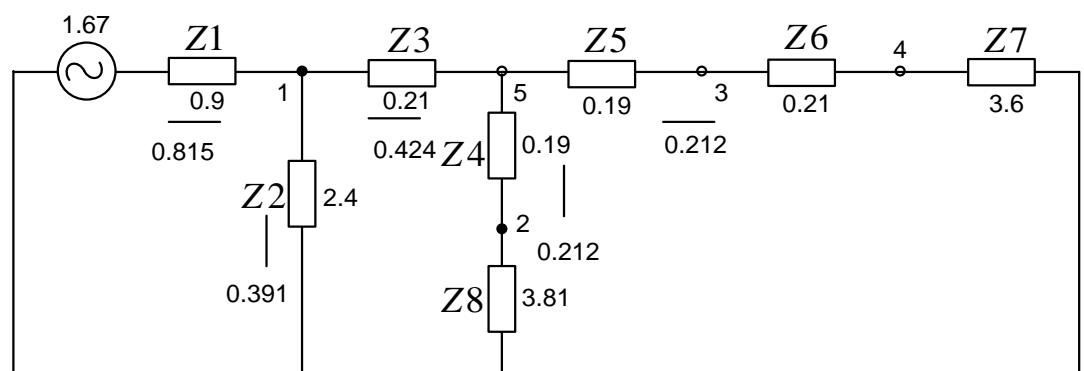
სიმეტრიული ავარიული რეჟიმი, მიღებული  $i$  ხაზის ყველა ფაზის გაწყვეტის შედეგად, შეიძლება განვიხილოთ როგორც სამი არასიმეტრიული რეჟიმის ზედდება, თითოეული მიღებული ერთი ფაზის გაწყვეტის შედეგად, ანუ განხილულია, როგორც  $A, B, C$  ფაზების შესაბამისად  $i, j, k$  შტობის გაწყვეტით მიღებული რეჟიმების ზედდება, აღნიშნული შტოების საკუთარი და ურთიერთგამტარობების ტოლობის გათვალიწინებით. ე.ო. გვაქვს შემდეგი:

$$\begin{cases} y_{ii}' = y_{jj}' = y_{kk}' = y_{ij}' = y_{ik}' = y_{jk}' \\ y_{ii}'' = y_{jj}'' = y_{kk}'' = y_{ij}'' = y_{ik}'' = y_{jk}'' \\ y_{ii}^0 = y_{jj}^0 = y_{kk}^0 = y_{ij}^0 = y_{ik}^0 = y_{jk}^0 \end{cases} \quad (6.1.12)$$

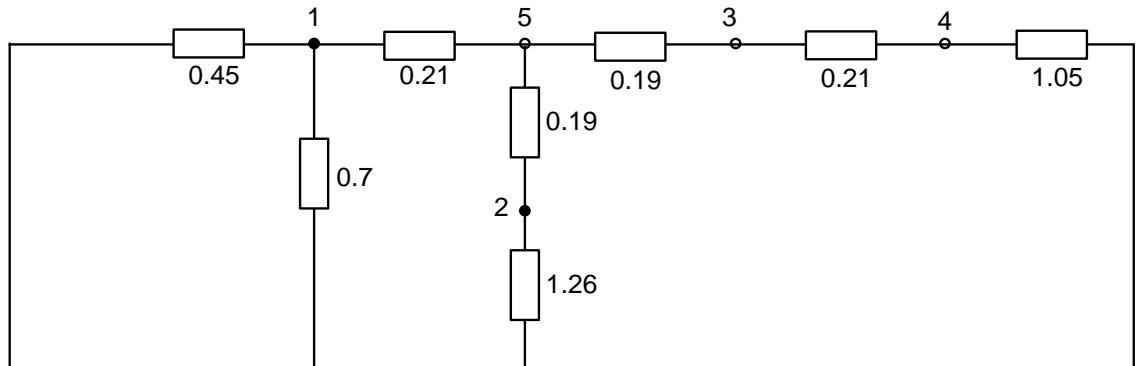
მაგალითისათვის განვიხილოთ სამი ფაზის გაწყვეტა მეოთხე შტოში (ნახ. 29ა). ანგარიშები განხორციელებულია მოცემული მეთოდიკით. პირდაპირი (უკუ) მიმდევრობის ჩანაცვლების სქემები წარმოდგენილია ნახ. 29ბ. სქემის პარამეტრები მოცემულია ფარდობით ერთეულებში.



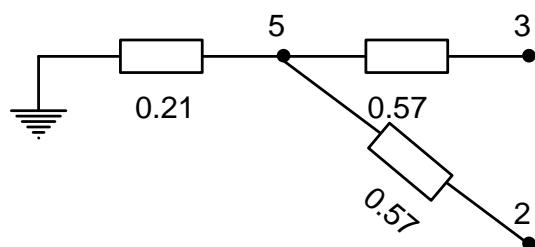
ა)



ბ)



გ)



დ)

ნახ.29 ა, ბ, გ, დ.

განხილული მაგალითისათვის ნულოვანი მიმდევრობის სქემის მიხედვით ნულოვანი მიმდევრობის დენები არ იარსებებს. არასიმეტრიული წყვეტების ნებისმიერი კომპინაციის ანგარიში იწარმოება პირდაპირი და უკუ მიმდევრობის სქემების განზოგადოებული პარამეტრებით,  $Y'$  და  $Y''$  მატრიცის ელემენტებით. ავარიამდელი რეჟიმის აქტიური პარამეტრები დატანილია სქემაზე ნახ.29 ბ, გ. განზოგადოებული პარამეტრები შეირჩევა,  $Y'$  და  $Y''$  მატრიცებიდან. რადგან ვთვლით, რომ ქსელის აქტიური წინაღობები ნულის ტოლია და გვაქვს მხოლოდ ინდუქტიობა, მეოთხე შტოსათვის მივიღებთ:  $Y'_{44} = 0 - j0,2123$ ,  $Y''_{44} = 0 - j0,5516$

გაწყვეტამდე მეოთხე შტოს ფაზებში დენები იყო:

$$i_A = 0 - j0,212$$

$$i_B = a^2 i_A = -0,1836 + j0,106$$

$$i_C = -ai_A = 0,1836 + j0,106$$

$$\text{აქ } a = -0,5 + j0,866; \quad a^2 = -0,5 - j0,866$$

წარმოდგენილი მეთოდიკის თანახმად სამი ფაზის გაწყვეტა წარმოდგენილია როგორც სამი ერთფაზა წყვეტის კერძო შემთხვევები. ეს გვაძლევს საშუალებას შევიმუშაოთ საერთო მიღებობა ქსელის ნებისმიერ შტოში ფაზების ერდორული სიმეტრიული და არასიმეტრიული გაწყვეტების ანგარიშისას. ამ შემთხვევაში ტოლობა მიიღება (6.1.11)-დან. გავითვალისწინოთ, რომ ნულოვანი მიმდევრობის დენები ნულის ტოლია და (6.1.12) ტოლობა

$$\begin{cases} (y'_{44} + y''_{44})u'_{4A} + (ay'_{44} + a^2y''_{44})u'_{4B} + (a^2y'_{44} + ay''_{44})u'_{4C} = i_{4A} \\ (a^2y'_{44} + ay''_{44})u'_{4A} + (y'_{44} + y''_{44})u'_{4B} + (ay'_{44} + a^2y''_{44})u'_{4C} = i_{4B} = a^2i_{4A} \\ (ay'_{44} + a^2y''_{44})u'_{4A} + (a^2y'_{44} + ay''_{44})u'_{4B} + (y'_{44} + y''_{44})u'_{4C} = i_{4C} = ai_{4A} \end{cases}$$

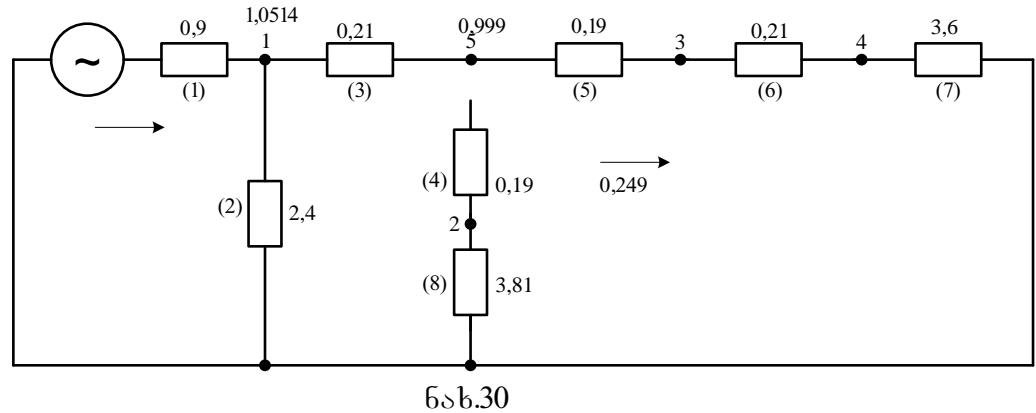
თუ ჩავსვამთ ფაზათა ძვრის ოპერატორის მნიშვნელობას, ასევე გავითვალისწინებთ პირდაპირი და უკუ მიმდევრობის სქემებში მეოთხე შტოს საკუთარი გამტარებლობის მნიშვნელობებს და მეოთხე შტოს ფაზურ დენებს, მივიღებთ:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} (0 - j0,7640)(-0,2944 + j0,3820)(0,2940 + j0,3820) \\ (0,2940 + j0,3820)(0 - j0,7640)(-0,2940 + j0,3820) \\ (-0,2944 + j0,3820)(0,2944 + j0,3820)(0 - j0,7640) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u'_{4A} \\ u'_{4B} \\ u'_{4C} \end{bmatrix} = \\ & = \begin{bmatrix} 0 - j0,2120 \\ -0,1840 + j0,1060 \\ 0,1840 + j0,1060 \end{bmatrix} \quad (6.1.13) \end{aligned}$$

(6.1.13) სისტემის ამოხსნით მივიღებთ:

$$U' = \begin{bmatrix} u'_{4A} \\ u'_{4B} \\ u'_{4C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,3333 - j0 \\ -0,1668 - j0,2889 \\ -0,1668 + j0,2890 \end{bmatrix};$$

$U'$  ვაქტორის გასამაგებული პარამეტრები წარმოადგენს ძაბვას ფაზების წყვეტის ადგილას ფარდობით ერთეულებში, რაც ემთხვევა აქტიურ პარამეტრებს რომლებიც გაანგარიშებულია მეოთხე შტოს წყვეტის შემთხვევაში. ადნიშნული გამოსახულია ნახ. 30-ზე.



განხილული მაგალითი ამტკიცებს შემოთავაზებული მეთოდიკის მართებულობას ფაზების გაწყვეტის ნებისმიერი კომბინაცია განხილული იქნეს, როგორც ერთფაზა გაწყვეტების ზედღების შედეგი.

განვიხილოთ მეხუთე შტოს  $A$  ფაზის წყვეტა მეოთხე შტოში სამფაზა წყვეტის დროს. ამისათვის ვირჩევთ აღნიშნული შტოების საკუთარო და ურთიერთგამტარებლობას და გადავიანგარიშოთ ფორმულებით, რომლებიც განსაზღვრავს (6.1.11) ტოლობის კოეფიციენტს ფაზების თანხვედრისას, ჩამორჩენისას და წინსწრებისას.

$$Y_1 = \begin{bmatrix} Y'_{44} & Y'_{45} \\ Y'_{54} & Y'_{55} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 - j0,2120 & 0 + j0,0377 \\ 0 + j0,1381 & 0 - j0,2120 \end{bmatrix},$$

$$Y_2 = \begin{bmatrix} Y''_{44} & Y''_{45} \\ Y''_{54} & Y''_{55} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 - j0,5520 & 0 + j0,1381 \\ 0 + j0,1758 & 0 - j0,5520 \end{bmatrix}.$$

თანმხვედრი ფაზებისთვის გვექნება:

$$Y_{\text{თანმხ}} = Y_1 + Y_2 = \begin{bmatrix} 0 - j0,7640 & 0 + j0,1758 \\ 0 + j0,1758 & 0 - j0,7640 \end{bmatrix},$$

ჩამორჩენილი ფაზისთვის გვექნება

$$Y_{\text{ჩამორჩ}} = aY_1 + a^2Y_2 = \begin{bmatrix} -0,2944 + j0,3820 & 0,0869 - j0,0879 \\ 0,0869 - j0,0879 & -0,2944 + j0,3820 \end{bmatrix}$$

ხოლო წინსმწრები ფაზისთვის გვექნება:

$$Y_{\text{წინსმწრ}} = a^2Y_1 + aY_2 = \begin{bmatrix} 0,2944 + j0,3820 & -0,0869 - j0,0879 \\ -0,0869 - j0,0879 & 0,2944 + j0,3820 \end{bmatrix}.$$

ტოლობა, რომელიც ასახავს ავარიულ რეჟიმს, მეხუთე შტოში მხოლოდ  $A$  ფაზის გაწყვეტას და მეოთხე შტოში სამივე ფაზის გაწყვეტის დროს მიიღებს სახეს:

$$\begin{bmatrix} (y_{44}' + y_{44}'') & (ay_{44}' + a^2 y_{44}'') & (a^2 y_{44}' + ay_{44}'') & (y_{45}' + y_{45}'') \\ (a^2 y_{44}' + ay_{44}'') & (y_{44}' + y_{44}'') & (ay_{44}' + a^2 y_{44}'') & (ay_{45}' + a^2 y_{45}'') \\ (ay_{44}' + a^2 y_{44}'') & (a^2 y_{44}' + ay_{44}'') & (y_{44}' + y_{44}'') & (a^2 y_{45}' + ay_{45}'') \\ (y_{54}' + y_{54}'') & (ay_{54}' + a^2 y_{54}'') & (a^2 y_{54}' + ay_{54}'') & (y_{55}' + y_{55}'') \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{4A}' \\ u_{4B}' \\ u_{4C}' \\ u_{5A}' \end{bmatrix} = \\ = \begin{bmatrix} i_{4A} \\ a^2 i_{4A} \\ a i_{4A} \\ i_{5A} \end{bmatrix}$$

თანმხვედრ, ჩამორჩენილ და წინმსწრები ფაზების

გამოსახულებაში გამტარებლობის მნიშვნელობების ჩასმისას მივიღებთ:

$$\begin{bmatrix} (0 - j0j7640) & (-0,2944 + j0,3820) & (0,2944 + j0,3820) & (0 + j0,1758) \\ (0j2944 + j0j3820) & (0 - j0,7640) & (-0,2944 + j0,3820) & (0,0869 - j0,0879) \\ (-0,2944 + j0,3820) & (0,2944 + j0,3820) & (0 - j0,7640) & (-0,0869 - j0,0879) \\ (0 + j0,1758) & (0,0869 - j0,0879) & (0,0869 - j0,0879) & (0 - j0,7640) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_{4A}' \\ u_{4B}' \\ u_{4C}' \\ u_{5A}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 - j0j2120 \\ -0,1840 + j0,1060 \\ 0,1840 + j0,1060 \\ 0 - j0,2120 \end{bmatrix}$$

ამ ტოლობებიდან მიღებული მნიშვნელობები წარმოადგენს მეოთხე და მეხუთე შტოში ფაზების გაწყვეტისას ძაბვების პირდაპირი მიმდევრობის მნიშვნელობებს.

$$U_{\partial\mathcal{O}} = \begin{bmatrix} u_{4A}' \\ u_{4B}' \\ u_{4C}' \\ u_{5A}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,3824 - j0 \\ -0,1913 - j0,2812 \\ -0,1912 + j0,2813 \\ 0,3455 - j0 \end{bmatrix}$$

თუ მოვახდენთ მეხუთე შტოს  $A$  ფაზის გაწყვეტისას ავარიული პარამეტრების გამოთვლას (არ იარსებებს მეოთხე შტო სამივე ფაზის გაწყვეტის გამო) სქემის ახალი კონფიგურაციისათვის ფორმულით  $Y'$  და  $Y''$  მატრიცის ელემენტების წინასწარი გადაანგარიშებისას მივიღებთ:  $u_{5A}' = 0,3455 - j0$ , რაც ამტკიცებს წარმოდგენილი მეოთხის მართვებულობას.

## დასკვნა

ნებისმიერი სახის არასიმეტრიული რეჟიმების გასაანგარიშებლად გეყრდნობით სიმეტრიულ მდგენელთა მეთოდს, რომლის თანახმადაც არასიმეტრიული რეჟიმი იშლება სამ სიმეტრიულ რეჟიმად. ანგარიშების უნიფიცირების მიზნით მოვახდინეთ ნებისმიერი სახისა და რაოდენობის ხაზის გაწყვეტების წარმოდგენა, როგორც ერთფაზა გაწყვეტების კომბინაცია.

ნორმალური რეჟიმის გაანგარიშებას განსაკუთრებული მნიშვნელობა ენიჭება იმ გარემოებების გამო, რომ ამ ანგარიშის შედეგები აუცილებელია არამარტო ექსპლუატაციის პროცესისათვის, არამედ აუცილებელია სხვადასხვა ამოცანის ამოხსნის დროსაც. ენერგოსისტემის ნორმალურად ფუნქციონირებისათვის ასევე აუცილებელია ავარიული რეჟიმებისა და დამყარებული არასრულფაზა რეჟიმების პარამეტრების გაანგარიშება და ანალიზი. დამყარებული არასრულფაზა რეჟიმების განხილვას განსაკუთრებული მნიშვნელობა ენიჭება იმ გარემოებების გამო, რომ ენერგომომარაგების საიმედოობის უზრუნველსაყოფად დასაშენებია ხანგრძლივი დროით ასეთი რეჟიმების არსებობა.

ნებისმიერი ელექტრული რეჟიმი როგორც ნორმალური ასევე ავარიული აღიწერება ერთი და იმავე განტოლებებით. ტოპოლოგიური ანალიზის საფუძველზე ხდება სისტემის მდგომარეობის ამსახველი განტოლებების წარმოდგენა ინციდენციის მატრიცების საშუალებით. განსაკუთრებული უურადღება აქვს დათმობილი განზოგადებულპარამეტრებიანი მატრიცული განტოლებებით სისტემის მდგომარეობის აღწერას და ამ განტოლებების გამოყენებას როგორც ნორმალური ასევე ავარიული რეჟიმების პარამეტრების გაანგარიშების დროს.

კვლევის მიზანს წარმოადგენდა მეთოდიების დამუშავება, რომელიც იძლევა ავარიული პარამეტრების გაანგარიშების საშუალებას ნებისმიერი სახისა და რაოდენობის გრძივი დაზიანების დროს.

ელექტრული ქსელის ელექტრული რეჟიმების პარამეტრების გაანგარიშება და ანალიზი წარმოებს ჩანაცვლების სქემების მიხედვით.

სქემის ტოპოლოგია აისახება ინციდენციის I და II მატრიცებით, რომლებიც თავის მხრივ აისახებიან სქემის პასიური პარამეტრების ამსახველ მატრიცებში.

შემოთავაზებული უნიფიცირებული მეთოდიკის საფუძველზე შესაძლებელია შესრულდეს რთული ავარიული რეჟიმების გაანგარიშება. არასიმეტრიული დაზიანებების შემთხვევაში, სიმეტრიული სისტემებისათვის ჩამოყალიბებული თეორია გავრცელებულია ავარიული რეჟიმების სიმეტრიულ მდგრელებზეც. როგორც ცნობილია, არასიმეტრიული დაზიანებების ანალიზი ეყრდნობა სიმეტრიულ მდგრელთა მეთოდს, რომლის არსი მდგრმარეობს არასიმეტრიული რეჟიმის დაშლაში სამ სიმეტრიულ რეჟიმად, რათა შემდგომ თვითოვეული მიმდევრობის სქემაში გამოყენებული იქნეს ყველა ის მეთოდი, რომელიც სამართლიანია სიმეტრიული სისტემებისათვის. კავშირი მიმდევრობებს შორის მყარდება ავარიის ადგილას იმ სასაზღვრო პირობების მიხედვით, რომელიც ახასიათებს ამა თუ იმ დაზიანებას.

ერთფაზა დაზიანებების სასაზღვრო პირობები მოსახერხებელია უნიფიცირებული განტოლებების მისაღებად. ამიტომ წარმოდგენილი მეთოდიკის თანახმად, ყველა სახის დაზიანება განხილულია როგორც ერთფაზა ავარიული რეჟიმების ზედდება (დამატებითი შემზღვდავი პირობების გათვალისწინებით). გადამცემი ხაზის სამივე ფაზის გაწყვეტა წარმოიდგინება როგორც სამი ერთფაზა გაწყვეტის შედეგად მიღებული რეჟიმის ზედდება (ასევე განიხილება ორი ფაზის გაწყვეტაც).

ასეთი მიდგომა წარმოადგენს მუცნიერულ სიახლეს. იგი საშუალებას იძლევა წრფივი უნიფიცირებული განტოლებებით ადიწეროს ავარიული რეჟიმი ერთდროული სიმეტრიული და ნებისმიერი სახის არასიმეტრიული დაზიანების დროს. ავარიების ანალიზის საშუალებები კი შეუზღუდავი გახადოს. განტოლებების კოეფიციენტები, ანუ შტოების საკუთარი და ურთიერთგამტარობები, გათვლილი პირდაპირი, უბუ და ნულოვანი მიმდევრობის სქემებისათვის, წარმოდგენილი მეთოდიკის თანახმად, უცვლელი რჩებიან ავარიების ნებისმიერი რაოდენობისა და კომბინაციების შემთხვევაში, რადგანაც

ავარიული რეჟიმი მოდელირებულია ნულოვანი წინადობის მქონე ძაბვის წყაროებით. არმოდგენილი მეთოდიკისა და პროგრამა MATLAB-ის საშუალებით ჩატარებული ანგარიშების საფუძველზე შექმნილია მათემატიკური მოდელი. ჩამოყალიბებულიაარასიმეტრიული გაწყვეტების აღმწერი უნიფიცირებული განტოლებების შედგენის ალგორითმი, რომელიც ამ ამოცანის კომპიუტერული პროგრამის დამუშავების საშუალებას მოგვცემს.

## გამოყენებული ლიტერატურა

1. Идельчик В.И. Расчеты установившихся режимов электрических систем. Под ред. В.А. Веников. М. Энергия. 1977г.
2. С.А. Ульянов. Короткие замыкания в электрических системах. Москва 1949г.
3. Жуков Л.А. Страган И.П. установившейся режимы сложных электрических сетей и систем. Методы расчета. М Энергия. 1979г.
4. В.А. Веников. Глазунов. А.А. Жуков Л.С. Солдакина Л. А. электрические системы, т.2. электрические сети. Под ред. В.А. Веников. М. Высшая школа. 1960г.
5. Ульянов С.А. Электромагнитные переходные процессы в электрических системах. . Москва. 1970.
6. Веников В.А. Глазунов А.А. Жуков Л.С. Солдаткина Л.А. Электрические системы. Т.2. Электрические сети . Под ред. В.А.Веникова. М. Высшая школа. 1971. 440 с.
7. Мельников Н.А. Электрические сети и системы. М. Энергия. 1975.
8. Костянин Г.Г. Задачи релейной защиты современных энергосистем. Авторефер. Москва, 1964.
9. Электротехнический справочник т.3. кн.1. Производство и распределение Электрической энергии. Под ред. Профессоров МЭИ. М. Энергоатомиздат. 1988.
10. Туркия Н. Унифицированные уравнения состояния электросистем. [www.energyonline.ge](http://www.energyonline.ge). Электронный журнал EOL, Выпуск 2, Апрель 2010
11. Туркия Н.Г., Готуа Т.К., Расчет матрицы обобщенных параметров поперечных ветвейэлектрических сетей энергосистем. Электричество, энергоатомиздат, 1987, 3
12. Туркия Н. Унифицированные уравнения состояния электросистем “энергия” №1(2) 2010
13. ბულიაშვილით, ბანცაძევ.  
ელექტრომაგნიტურიგარდამავალიპროცესებიელექტრულსისტემებზე.  
დამხმარესახელმდგვანელო.ტექნიკურიუნივერსიტეტი. თბილისი. 2009წ.
14. ნემსაძე შ. ნაჭეუბია შ. ელექტრული წრედების თეორია.ტექნიკური  
უნივერსიტეტი. თბილისი.2008წ

15. მახარაძე გ. ბეგიაშვილი პ. დარჩია ბ. ელექტრული ენერგიის გადაცემა და განაწილება. უნივერსალი. თბილისი. 2006წ.
16. კვაჭაძე ბ. ელექტრული სისტემის რელეური დაცვის საფუძვლები. სახელმძღვანელო-ტექნიკური უნივერსიტეტი. თბილისი. 2008წ
17. ოურქია ნ, ძულიაშვილი თ. რთული სიმეტრიული ავარიული რეჟიმების ანალიზი. ჟურნალი ენერგია. თბილისი 2006წ. №2
18. ოურქია ნ, ბანცაძე ვ-ელექტრული ქსელების დამყარებული რეჟიმების ამსახველი განზოგადოებული პარამეტრებიანი განტოლებების მიღება ეპივალენტური მოდელირების საფუძველზე. ჟურნალი ენერგია. თბილისი 2006წ. №1
19. ოურქია ნ, ბანცაძე ვ. დამყარებული რეჟიმის პარამეტრების გაანგარიშება ელექტროსისტემების ქვესისტემებად დაშლის საშუალებით. ჟურნალი ენერგია. თბილისი 2007წ. № 3-4
20. ნიშნიანიძე ო., ახალაძე ვ. არასრულფაზოვანი რეჟიმების ამსახველი განტოლებები “ენერგია” N1(57), 2011.
21. Турия Н. Нишнианидзе О. Расчеты аварийных параметров при одновременных разрывах фаз линий электрических систем. “энергия” №2 (62) 2012
22. ოურქია ნ. ნიშნიანიძე ო. ვახტანგაძე გ. “ავარიული ძაბვების განსაზღვრა ფაზების გაწყვეტის შემთხვევაში”. “ენერგია” N3(59), 2011.