

ია გიაშვილი

პროდუქციის პარტიებად წარმოებისას  
დანახარჯების მინიმიზაციის მოდელებისა და  
გამოთვლითი სქემების დამუშავება

წარმოდგენილია დოქტორის აკადემიური ხარისხის  
მოსაპოვებლად

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი  
თბილისი, 0175, საქართველო  
ივნისი, 2012

საავტორო უფლება © 2012, „ია გიაშვილი“

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

„ინფორმატიკის და მართვის სისტემების ფაკულტეტი“

ჩვენ, ქვემოთ ხელისმომწერნი ვადასტურებთ, რომ გავეცანით ია გიაშვილის მიერ შესრულებულ სადისერტაციო ნაშრომს დასახელებით: „პროდუქციის პარტიებად წარმოებისას დანახარჯების მინიმიზაციის მოდელებისა და გამოთვლითი სქემების დამუშავება“ და ვაძლევთ რეკომენდაციას საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის „ინფორმატიკის და მართვის სისტემების ფაკულტეტის“ სადისერტაციო საბჭოში მის განხილვას დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად.

2012

ხელმძღვანელი:

სრული პროფესორი ნოდარ ლომინაძე

რეცენზენტი: 

---

ასოცირებული პროფესორი მზია კიკნაძე

რეცენზენტი: 

---

სრული პროფესორი რუსუდან ქუთათელაძე

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

2012

ავტორი: ია გიაშვილი

დასახელება: „პროდუქციის პარტიებად წარმოებისას დანახარჯების  
მინიმიზაციის მოდელებისა და გამოთვლითი  
სქემების დამუშავება“

ფაკულტეტი : ინფორმატიკისა და მართვის სისტემები

ხარისხი: დოქტორი

სხდომა ჩატარდა: 14 ივნისი 2012 წ.

ინდივიდუალური პიროვნებების ან ინსტიტუტების მიერ  
ზემომოყვანილი დასახელების დისერტაციის გაცნობის მიზნით მოთხოვნის  
შემთხვევაში მისი არაკომერციული მიზნებით კოპირებისა და გავრცელების  
უფლება მინიჭებული აქვს საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტს.

---

ავტორის ხელმოწერა

ავტორი ინარჩუნებს დანარჩენ საგამომცემლო უფლებებს და არც  
მთლიანი ნაშრომის და არც მისი ცალკეული კომპონენტების გადაბეჭდვა ან  
სხვა რაიმე მეთოდით რეპროდუქცია დაუშვებელია ავტორის წერილობითი  
ნებართვის გარეშე.

ავტორი ირწმუნება, რომ ნაშრომში გამოყენებული საავტორო  
უფლებებით დაცულ მასალებზე მიღებულია შესაბამისი ნებართვა (გარდა  
იმ მცირე ზომის ციტატებისა, რომლებიც მოითხოვენ მხოლოდ სპეციფიურ  
მიმართებას ლიტერატურის ციტირებაში, როგორც ეს მიღებულია  
სამეცნიერო ნაშრომების შესრულებისას) და ყველა მათგანზე იღებს  
პასუხისმგებლობას.

## რეზიუმე

თანამედროვე პირობებში საწარმოს ეფექტური მართვის პროცესი დამოკიდებულია იმაზე, რამდენად რაციონალურად არის აგებული საწარმოში შიდასაწარმოო მმართველობითი აღრიცხვის სისტემა და რამდენად ობიექტურად ასახავს ის მის საწარმოო პროცესებს.

მიუხედავად იმისა, რომ პროდუქციის წარმოების განსხვავებული ხასიათიდან გამომდინარე პრაქტიკაში წარმოიშვება მრავალფეროვანი ამოცანები, შესაძლებელია საწარმოო პროცესები დაჯგუფდეს ისე, რომ დიდი ჯგუფისთვის შემუშავებულ იქნას საერთო პრინციპებზე აგებული მოდელები, რომელთა გამოყენება საჭირო სისრულით უზრუნველყოფს ინფორმაციულად მომავალი საქმიანობის დაგეგმვასთან დაკავშირებულ ვარიანტების ანალიზსა და გადაწყვეტილების მიღების პროცესს.

დისერტაციაში დამუშავებულია პროდუქციის პარტიებად წარმოებისას, პროდუქციაზე სტატისკური და დინამიური მოთხოვნის ოპტიმალურად, მინიმალური დანახარჯებით დაკმაყოფილების საკითხებთან დაკავშირებული მოდელები და გამოთვლითი სქემები. მათი გამოყენება საშუალებას იძლევა გადაწყვეტილების მიმღებმა პირმა, მენეჯერმა, მოახდინოს ვარიანტული ანალიზი პროდუქციის წარმოების დანახარჯების, შენახვის დანახარჯების, ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების და სხვა დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმის გათვალისწინებით.

პროდუქციის პარტიებად წარმოებასთან დაკავშირებული გადაწყვეტილებები დამოკიდებულია საწარმოს ტიპზე, მათი განსხვავებული საწარმოო პროცესის სპეციფიკიდან გამომდინარე. ნაშრომში განხილულია სერიული ტიპის საწარმო, რომლისთვისაც დამახასიათებელია პროდუქციის წარმოება პერიოდულად განმეორებადი პარტიებით. ვინაიდან ერთი საწარმოს მიერ წარმოებული პროდუქციის რაოდენობა მცირეა იმისთვის, რომ გავლენა მოახდინოს საბაზრო ფასზე, ის იღებს ფასს, როგორც საბაზრო პირობებით განსაზღვრულს. ეს ნიშნავს, რომ

პროდუქციის ფასი არ არის დამოკიდებული წარმოებული და რეალიზებული პროდუქციის რაოდენობაზე. აქედან გამომდინარე რადგან ფასს კარნახობს ბაზრი, მოგების გაზრდა შესაძლებელია დანახარჯების მართვის გზით.

დამუშავებული მოდელების ეფექტურობა ასევე დამოკიდებულია იმაზე, რამდენად ზუსტად იქნება გაკეთებული პროდუქციაზე მოთხოვნის პროგნოზი, რაც საკმაოდ რთული ამოცანაა. დისერტაციაში განხილულია პროდუქციაზე სტატიკური და დინამიური მოთხოვნის შემთხვევები.

პროდუქციის პარტიებად წარმოებასთან დაკავშირებული ოპტიმიზაციის ამოცანა მდგომარეობის შემდეგში: საჭიროა შევადგინოთ გარკვეული სახეობის პროდუქციის წარმოების გეგმა პერიოდისთვის, რომელიც შედგება  $n$  ინტერვალისგან. ნავარაუდევია, რომ თითოეული ამ ინტერვალისთვის არსებობს პროდუქციაზე მოთხოვნის ზუსტი პროგნოზი. სხვადასხვა ინტერვალის მოთხოვნა ერთნაირია ან განსხვავებულია. ასევე პროდუქცია, რომელიც წარმოებულია დროის  $t$  ინტერვალის განმავლობაში, შეიძლება იქნას გამოყენებული ამ და შემდგომი ინტერვალების მოთხოვნის სრულად დასაკმაყოფილებლად. რადგან წარმოებული პროდუქციის პარტიის მოცულობა ახდენს გავლენას წარმოების ეკონომიკურ მაჩვენებლებზე, მიზანშეწონილი არის გარკვეული ინტერვალის მანძილზე ისეთი მოცულობის პროდუქციის წარმოება, რაც აღემატება მის მოთხოვნას ამ ინტერვალის განმავლობაში და ამ ნამეტის შენახვა მომდევნო ინტერვალების მოთხოვნის დასაკმაყოფილებლად. თუმცა ამ შემთხვევაში იქმნება მარაგები, რაც იწვევს შენახვასთან დაკავშირებულ დანახარჯებს (საწყობის იჯარა, დაზღვევა, შესანახი პირობების უზრუნველყოფა და სხვა).

აქედან გამომდინარეობს მათემატიკური მოდელების შემუშავების და გამოყენების მნიშვნელობა, რომლებიც პროდუქციის პარტიებად წარმოების დროს ოპტიმალური პარტიის დონის განსაზღვრის საშუალებას იძლევა, მინიმალური დანახარჯებით, რომელიც მოიცავს: წარმოების დანახარჯებს, ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების დანახარჯებს, მარაგების შენახვის

დანახარჯებს და სხვა სარგებელსა თუ დანაკარგებს, რომლებიც თან ახლავს ამ პროცესს.

ამ მიზნების მიღწევა მოითხოვს კვლევითი სამუშაოების ჩატარებას როგორც რეალური საწარმოო ობიექტის ფორმალიზებულად აღწერის და ოპტიმიზაციის მათემატიკური მოდელის შედგენის, ისე შედგენილი მოდელებისთვის ეფექტური გამოთვლითი მეთოდების დამუშავების მიმართულებით.

აღნიშნული მიზნების მიღწევისთვის და ამოცანების კომპლექსურად გადაწყვეტისთვის შემუშავებულ იქნა პროცესის დისკრეტულად წარმოდგენის სქემა, რომელიც ითვალისწინებს არა მარტო საწარმოო პროცესის ბუნებრივ დისკრეტულობას, არამედ სწრაფი გამოთვლების შესაძლებლობას. ჩვენს მიერ განხილულია დისკრეტული ოპტიმიზაციის საკითხები, მათთვის დამახასიათებელი ისეთი ფაქტორებით, როგორცაა მრავალი ოპტიმალური ამონახსნის არსებობა, ოპტიმალური და მასთან ახლოს მყოფი, ხარისხით მომდევნო რამდენიმე ამონახსნის მიღება მრავალკრიტერიუმის ანალიზის მიზნით.

ანალიზის საფუძველზე დამუშავებულ იქნა გამოთვლითი პროცედურები, რომლებიც უზრუნველყოფენ გამოთვლების ერთგვაროვნებას გრაფული მოდელის საფუძველზე.

განხილულ სკალარული ოპტიმიზაციის მოდელში ამოცანა მდგომარეობს გრაფში უმოკლესი გზის პოვნაში. თუ ამოცანა მრავალკრიტერიუმისაა, რაც უფრო შეესაბამება რეალურ სიტუაციებს, მაგრამ მოდელში გათვალისწინებულია ოპტიმიზაცია ერთ-ერთი კრიტერიუმის, ვარიანტული ანალიზის პრობლემა დგება: ერთი მაჩვენებლის ოპტიმიზაცია, როგორც წესი, იწვევს სხვა (მასთან კონფლიქტური) მაჩვენებლის შეცვლას.

ასეთი შემთხვევებისთვის შესაძლებელია ოპტიმიზაციის ამოცანების ჩამოყალიბება ერთ-ერთი კრიტერიუმის გათვალისწინებით და მოძებნა როგორც მისი ოპტიმალური ამონახსნის, ასევე გარკვეული რაოდენობის

ხარისხით მომდევნო ამონახსნების. ცხადია, ასეთი მიდგომა განსაკუთრებით ეფექტურია დისკრეტული ოპტიმიზაციის შემთხვევაში და მას  $k$ -უმოკლესი გზების ძიების მეთოდი შეიძლება ეწოდოს. მიღებული  $k$ -რაოდენობის ამონახსნებისათვის განისაზღვრება ყველა კრიტერიუმის მნიშვნელობა და, ამგვარად ვღებულობთ შეფასებათა ვექტორის სიმრავლეს. ამ სიმრავლიდან გამოირიცხება ყველა დაქვემდებარებული ვექტორი, რაც იძლევა პარეტო-ოპტიმალურ ამონახსნთა სიმრავლეს და იგი წარედგინდება გადაწყვეტილების მიმღებ პირს.

დამუშავებულია პროდუქციაზე სტატიკური და დინამიური მოთხოვნის ოპტიმალურად დაკმაყოფილების მოდელები და გამოთვლითი სქემები, დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით, შეზღუდული და შეუზღუდავი სიმძლავრეების პირობებში.

პროდუქციაზე სტატიკური მოთხოვნის შემთხვევისთვის განხილულია პროდუქციის ოპტიმალური პარტიის მოცულობის განსაზღვრის მოდელი მთლიანი დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით. დამუშავებულია პროდუქციის ოპტიმალური პარტიის მოცულობის განსაზღვრის მოდელი მთლიანი დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით, წარმოების დროის გათვალისწინებით; ასევე ჩამოყალიბებულია პროდუქციის ოპტიმალური პარტიის მოცულობის განსაზღვრის ალგორითმი მთლიანი დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით, რესურსებზე ფასდაკლების გათვალისწინებით.

შემუშავებულია პროდუქციაზე დინამიური მოთხოვნის დაკმაყოფილების მოდელი წარმოების დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით და ჩატარებულია  $k$ -უმოკლესი გზის ძიების ალგორითმით მიღებული ამონახსნების ვარიანტული ანალიზი დამატებითი მაჩვენებლების - მუშახელის დაქირავება-განთავისუფლებასთან დაკავშირებული დანახარჯების, ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების დანახარჯების და მარაგების შენახვის დანახარჯების გათვალისწინებით. ასევე განხილულია პროდუქციაზე დინამიური მოთხოვნის

დაკმაყოფილების შემთხვევა შენახვის დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით.

შეუზღუდავი სიმძლევრების გარდა ნაშრომში ასევე განხილულია შეზღუდული სიმძლევრების შემთხვევაც.

კონკრეტული მაგალითის საფუძველზე ნაჩვენებია, პროდუქციის პარტიებიად წარმოების შემთხვევისთვის დამუშავებული მოდელების გამოყენების ეფექტურობა საბოლოო გადაწყვეტილების მიღების პროცესში.

დამუშავებული მოდელები ჩვეულებრივ შეიძლება იქნას გამოყენებული მცირე და საშუალო ზომის ბიზნეს-ამოცანების გადასაჭრელად, რომლებიც მიკროეკონომიკის სფეროს განეკუთვნება. ასეთი ფორმები უნდა გამოირჩეოდნენ გარე ფაქტორების ცვლილებებზე, მათ შორის მოთხოვნის ცვლილებაზე სწრაფი რეაგირების უნარით. ამასთან დაკავშირებით შემუშავებული მოდელები ღირებულია იმით, რომ ისინი გვაძლევს საშუალებას მიღებულ იქნას მრავალი გადაწყვეტილება სტანდარტული მიდგომის საფუძველზე. მიღებული შედეგები წარმოადგენს ორიგინალურს.



# Development of Cost Minimizing Models and Computational Schemes of in Batch Production

## Abstract

The effective management process of a manufacturing enterprise under current conditions depends on how rationally the in-plant management accounting system is built and how objectively reflects it the production processes.

Notwithstanding the fact that diverse tasks may originate in practice proceeding from a different character of production, the production processes can be so grouped as models built on the general principle be developed for a large group, whose application with the desirable completeness will informationally support an analysis of variations related to future activities' planning and the corresponding decision-making process.

Models related to the issues of optimal, cost-effective satisfaction of the static and dynamic product demands in batch production are developed in the thesis. The application of these models enables the decision-maker, manager to make a variation analysis, taking into account the production cost minimization criteria, storage costs, preparatory engineering work, and other expenditures.

The batch production-related decisions are dependent on a type of manufacturing enterprise, based on the specificity of their different production processes. The work deals with a full-scale type of manufacturing enterprise, for which production in recurrent batches/lots is characteristic. Since the quantity of products manufactured by one manufacturing enterprise is small to influence the market price, the price determined by market conditions is taken up. It implies that the product price does not depend on the quantity of the manufactured and sold products. Hence, since the price is dictated by the market, an increase in income is possible through cost management.

The effectiveness of the developed models also depends on how accurately the product demand forecast is made, which is quite a complicated task. The thesis considers the cases of static and dynamic product demands.

The optimization problem related to batch production consists in the following: a production plan for a specific type of products needs to be drawn up for a period that consists of  $n$  interval. Supposedly, each such interval is to have its accurate product demand forecast. Demands of different intervals are different. Likewise, the products manufactured during the  $t$  interval of time, can be used for complete satisfaction of the demands of this and subsequent intervals, since the batch size of the manufactured products influences the economic indicators of the production. It would be expedient to manufacture such quantity of goods during the given interval that exceeds the demand within this interval and to store the surplus for satisfying the demand of subsequent intervals. However, in such case the stock tends to accumulate which leads to additional storage-related costs (warehouse rent, insurance, control of storage conditions, etc.).

Based on the above, there is the importance of developing and applying mathematical models which make possible to define in the course of batch production the optimal batch size with minimal costs, including: production costs, cost of preparatory engineering work, stock warehousing costs, and the other process-related benefits or losses.

The attainment of these objectives needs the conduct of a research work, in the direction of both the formalized description of the actual industrial project and compilation of the optimization mathematical model, as well as the development of effective calculation methods for composite models.

For achieving the said goals and end-to-end solution of tasks, a scheme of discrete representation of the process has been designed, which provides for not only the natural discreteness of the production process but also the possibility of quick calculations. We have considered the problems of discrete optimization with the characteristic of them factors, such as the existence of multiple optimal decision outcomes/solutions, the obtaining of optimal and close to them, some subsequent-by-degree decision outcomes/solutions for multi-criteria analysis, and decision outcome/solution sustainability study purposes.

Based on the analysis, computational procedures have been developed to ensure the uniformity of computations on the basis of a graph model.

Within the considered scalar optimization models, the task consists in finding the shortest forward path of the graph. In case the task is a multi-criteria one, which is more practical, and the model provides for one of the optimization criteria, the

problem of variation analysis will arise: the optimization of one indicator leads, as a rule, to a change in another (conflicting with it) indicator.

For such cases, it is possible that optimization problems are established by one of the criteria and both their optimal decision outcome/solution, as well as the subsequent decision outcomes/solutions with a certain degree are found. Obviously, such an approach is particularly efficient in the case of discrete optimization and can be called a method of finding the  $k$ -shortest paths. The significance of all the criteria is determined for the  $k$ -number of decision outcomes/solutions and thus a set of evaluation vectors is produced. All the subordinate vectors are excluded from the set; as a result, a set of Pareto-optimal decision outcomes/solutions is produced and submitted to the decision-maker.

According to the cost minimization criterion and under conditions of limited and unlimited capacities, models of the optimal satisfaction of the static and dynamic product demands and computational schemes have been developed.

An optimal batch size determination model has been developed by the total cost minimization criterion, taking into account the time of production; in addition, an optimal batch size determination algorithm has been established by the total cost minimization criterion and taking into account a reduction of prices on resources.

A dynamic product demand satisfaction model by the production cost minimization criterion has been developed and a variation analysis of decision outcomes/solutions produced by the  $k$ -shortest path finding algorithm has been conducted, taking into account additional indicators – labour hire/discharge-related costs, costs of preparatory engineering work, and stock warehousing costs. Also considered is a case of the dynamic product demand satisfaction by the storage cost minimization criterion.

In addition to unlimited capacities, the cases of limited capacities are also considered in the work.

On the basis of a specific example, the effectiveness of application of the developed models is demonstrated for the case of batch production in the final decision-making process.

The developed models can be generally used for handling the small- and medium-scale businesses' tasks, which belong to the sphere of microeconomics. Such firms/businesses shall be distinguished by the ability of fast response to changes in external factors. Thereupon, the developed models are worthy for their ability to

enable us to take many decisions on the basis of a standard approach. The obtained results are original.

## შინაარსი

|  |    |
|--|----|
| შესავალი .....   | 20 |
| თავი 1. მართვის თეორიის მეთოდები, რომლებიც გამოიყენება საწარმოს მართვის ავტომატიზებულ სისტემებში .....   | 27 |
| თავი 2. ფაქტორები, რომლებიც გასათვალისწინებელია პროდუქციის პარტიებად წარმოების ოპტიმიზაციის ამოცანებში.....  | 33 |
| 2.1. საწარმოს ტიპები.....  | 33 |
| 2.2. ფირმები კონკურენტულ ბაზარზე.....  | 34 |
| 2.3. დანახარჯების მართვის მეთოდები. დანახარჯების კლასიფიკაცია .....  | 35 |
| 2.4. პროდუქციაზე მოთხოვნის ტიპები.....   | 39 |
| თავი 3. პროდუქციის პარტიებად წარმოების ოპტიმიზაციის ამოცანა დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით.....   | 41 |
| თავი 4. დისკრეტული ოპტიმიზაციის ამოცანების შესაბამისი გამოთვლითი სქემები.....  | 52 |
| 4.1. მონაცემთა სტრუქტურა გრაფის წარმოდგენისთვის.....   | 52 |
| 4.2. გრაფში უმოკლესი გზის პოვნის ალგორითმი.....  | 54 |
| 4.3. გრაფში k-უმოკლესი გზების პოვნის ალგორითმი.....  | 57 |
| თავი 5. პროდუქციის პარტიებად წარმოებისას დანახარჯების მინიმიზაციის მოდელები, პროდუქციაზე სტატისტიკური მოთხოვნის და შეუზღუდავი სიმძლავრეების პირობებში..... | 63 |
| 5.1. პროდუქციის ოპტიმალური პარტიის მოცულობის განსაზღვრის მოდელი მთლიანი დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით.....   | 64 |
| 5.2. პროდუქციის ოპტიმალური პარტიის მოცულობის განსაზღვრის მოდელი დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით, წარმოების დროის გათვალისწინებით.....                | 69 |
| 5.3. პროდუქციის ოპტიმალური პარტიის მოცულობის განსაზღვრის ალგორითმი დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით, რესურსებზე ფასდაკლების გათვალისწინებით.....      | 72 |

|  |    |
|--|----|
| თავი 6. პროდუქციის პარტიებად წარმოებისას დანახარჯების მინიმიზაციის მოდელები, პროდუქციაზე დინამიური მოთხოვნისა და შეუზღუდავი სიმძლავრეების პირობებში.....   | 76 |
| 6.1. პროდუქციაზე დინამიური მოთხოვნის დაკმაყოფილების მოდელი წარმოების დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით...  | 76 |
| 6.1.1. k-უმოკლესი გზის ძიების ალგორითმით მიღებული ამონახსნების ვარიანტული ანალიზი დამატებითი მაჩვენებლის - მუშახელის დაქირავება-განთავისუფლებასთან დაკავშირებული დანახარჯების გათვალისწინებით..... | 81 |
| 6.1.2.k-უმოკლესი გზის ძიების ალგორითმით მიღებული ამონახსნების ვარიანტული ანალიზი დამატებითი კრიტერიუმის - ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების გათვალისწინებით.....                                 | 83 |
| 6.1.3.k-უმოკლესი გზის ძიების ალგორითმით მიღებული ამონახსნების ვარიანტული ანალიზი დამატებითი კრიტერიუმის - მარაგის შენახვის დანახარჯების გათვალისწინებით.....                                       | 85 |
| 6.2. პროდუქციაზე დინამიური მოთხოვნის დაკმაყოფილების მოდელი შენახვის დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით.....   | 86 |
| თავი 7. პროდუქციის პარტიებად წარმოებისას დანახარჯების მინიმიზაციის მოდელები შეზღუდული სიმძლავრეების პირობებში....  | 91 |
| 7.1. პროდუქციაზე მოთხოვნის მინიმალური დანახარჯებით დაკმაყოფილების მოდელი საწარმოო სიმძლავრის შეზღუდვის პირობებში.....  | 91 |
| 7.2. პროდუქციაზე მოთხოვნის მინიმალური დანახარჯებით დაკმაყოფილების მოდელი შენახვის სიმძლავრეების შეზღუდვის პირობებში.....   | 92 |
| თავი 8. თემატური მაგალითი.....   | 95 |
| 8.1. პროდუქციის ოპტიმალური პარტიის განსაზღვრის მოდელის გამოყენების მაგალითი, პროდუქციაზე დინამიური მოთხოვნის და შეუზღუდავი სიმძლავრეების პირობებში, წარმოების დანახარჯების                         |    |

|   |     |
|---|-----|
| მინიმიზაციის კრიტერიუმით.....   | 95  |
| 8.2. პროდუქციის ოპტიმალური პარტიის განსაზღვრის მოდელის<br>გამოყენების მაგალითი, პროდუქციაზე დინამიური მოთხოვნის და<br>შეზღუდული საწარმოო სიმძლავრეების პირობებში, წარმოების<br>დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით..... | 107 |
| დასკვნა.....  | 113 |
| გამოყენებული ლიტერატურა.....  | 116 |

## ცხრილების ნუსხა

|  |     |
|--|-----|
| 1.ცხრილი 4.1. $D [1:n,1:n+1]$ სახის მატრიცა.....   | 53  |
| 2.ცხრილი 4.2. შექმნილ გრაფში $(i,j)$ რკალების სიგრძეები.....   | 59  |
| 3.ცხრილი 4.3. გრაფში $k$ რაოდენობის გზები საწყის და საბოლოო კვანძებს შორის.....  | 60  |
| 4.ცხრილი 8.1. შექმნილ გრაფში $(i,j)$ რკალების სიგრძეები, შეუზღუდავი სიმძლავრეების პირობებში.....                                       | 97  |
| 5.ცხრილი 8.2. გრაფში $k$ რაოდენობის გზები საწყის და საბოლოო კვანძებს შორის, შეუზღუდავი სიმძლავრეების პირობებში.....                    | 98  |
| 6.ცხრილი 8.3. თემატური მაგალითის შესაბამისი ოტპიმალური და ხარისხით მომდევნო წარმოების გეგმები, შეუზღუდავი სიმძლავრეების პირობებში..... | 105 |
| 7.ცხრილი 8.4. შექმნილ გრაფში $(i,j)$ რკალების სიგრძეები, შეზღუდული საწარმოო სიმძლავრეების პირობებში.....                               | 109 |
| 8.ცხრილი 8.5. გრაფში $k$ რაოდენობის გზები საწყის და საბოლოო კვანძებს შორის, შეზღუდული საწარმოო სიმძლავრეების პირობებში..               | 109 |



## ნახაზების ნუსხა

|  |    |
|--|----|
| 1. ნახ.2.1. მთლიანი მდუმივი დანახარჯის და ერთეულის მუდმივი დანახარჯის გრაფიკები.....                           | 37 |
| 2. ნახ. 2.2. მთლიანი ცვლადი დანახარჯის და ერთეულის ცვლადი დანახარჯის გრაფიკები.....                            | 38 |
| 3. ნახ. 2.3. პროდუქციაზე მოთხოვნის ტიპები .....  | 40 |
| 4. ნახ. 3.1. ჩაზნექილი და ამოზნექილი დანახარჯები ფუნქციები.....  | 47 |
| 5. ნახ. 3.2. სწავლების მრუდი.....  | 48 |
| 6. ნახ. 4.1. ზოგადი შემთხვევის გრაფი ( $n=4$ ).....  | 53 |
| 7. ნახ. 4.2. მაგალითის შესაბამისი მატრიცა და გრაფი.....  | 56 |
| 8. ნახ.4.3. ოპტიმალური გზის შესაბამისი კვანძებისა და რკალების მიმდევრობა.....                                  | 57 |
| 9. ნახ.5.1. მარაგების დონის ცვლილების და შევსების გრაფიკი.....   | 64 |
| 10. ნახ.5.2. პროდუქციის ოპტიმალური პარტიის განსაზღვრის გრაფიკი..   | 67 |
| 11. ნახ. 5.3. მარაგების დონის ცვლილების და შევსების გრაფიკი წარმოების დროის გათვალისწინებით .....              | 69 |
| 12. ნახ.5.4. მთლიან დანახარჯებზე რესურსებზე ფასდაკლების გავლენის გრაფიკი.....                                  | 73 |
| 13. ნახ.5.5. პროდუქციის ოპტიმალური პარტიის მოცულობის $Q$ განსაზღვრის გრაფიკი, თუ $Q_{p1} < Q_w$ .....          | 73 |
| 14. ნახ.5.6. პროდუქციის ოპტიმალური პარტიის მოცულობის $Q$ განსაზღვრის გრაფიკი, თუ $Q_w \leq Q_{p1} < Q_1$ ..... | 74 |
| 15. ნახ.5.7. პროდუქციის ოპტიმალური პარტიის მოცულობის $Q$ განსაზღვრის გრაფიკი, თუ $Q_{p1} \geq Q_1$ . .....     | 75 |
| 16. ნახ.6.1. დანახარჯების დამოკიდებულება პარტიის მოცულობაზე.....   | 77 |
| 17. ნახ.6.2. ზოგადი შემთხვევის გრაფი ( $n=4$ ).....  | 79 |
| 18. ნახ.6.3. ოპტიმალური ამონახსნების გრაფი ( $n=4$ ).....  | 80 |
| 19. ნახ.6.4 . გრაფი ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების გათვალისწინებით.....                                   | 84 |

|   |     |
|---|-----|
| 20. ნახ.6.5. წარმოების გეგმის შესაბამისი გრაფი.....   | 88  |
| 21. ნახ.6.6. მარაგის დონის ცვლილების და შევსების გრაფიკი დინამიური<br>მოთხოვნის დროს .....  | 89  |
| 22. ნახ.8.1. პროდუქციის წარმოების გრაფი ინტერვალების<br>მიხედვით( $n=4$ ).....  | 96  |
| 23. ნახ.8.2. პროდუქციის წარმოების დანახარჯების გრაფი ინტერვალების<br>მიხედვით( $n=4$ ).....   | 97  |
| 24. ნახ. 8.3. მაგალითის ოპტიმალური და ხარისხით მომდევნო სამი<br>ამონახსნი, წარმოების დანახარჯების მინიმიზაციის<br>კრიტერიუმით.....                                  | 101 |
| 25. ნახ.8.4. ოპტიმალური გეგმის შესაბამისი გრაფი ( $n=4$ ).....  | 101 |
| 26. ნახ.8.5. ხარისხით მომდევნო მეორე გეგმის შესაბამისი გრაფები.....   | 103 |
| 27. ნახ.8.6. ხარისხით ბოლო გეგმის შესაბამისი გრაფი.....   | 104 |
| 28. ნახ. 8.7. მაგალითის შესაბამისი ოპტიმალური საწარმოო გეგმა.....   | 107 |
| 29. ნახ.8.8. პროდუქციის წარმოების დანახარჯების გრაფი ინტერვალების<br>მიხედვით( $n=4$ ), საწარმოო სიმძლავრეების შეზღუდვების<br>პირობებში.....                        | 108 |
| 30. ნახ. 8.9. ოპტიმალური და ხარისხით მომდევნო ორი ამონახსნი,<br>წარმოების დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით,<br>შეზღუდული საწარმოო სიმძლავრეების პირობებში..... | 112 |

## მადლიერება

განსაკუთრებული პატივისცემა და მადლიერება მიიღია გამოვხატო სამეცნიერო ხელმძღვანელის სრული პროფესორის ნოდარ ლომინაძის მიმართ, რომლის თანამოაზრობისა და თანადგომის გარეშე დოქტორანტურაში განსწავლა ჩემთვის ვერ იქნებოდა წარმატებული.

## შესავალი

### დისერტაციის თემის აქტუალობა:

თანამედროვე პირობებში საწარმოს ეფექტური მართვის პროცესი დამოკიდებულია იმაზე, რამდენად რაციონალურად არის აგებული საწარმოში შიდასაწარმოო მმართველობითი აღრიცხვის სისტემა და რამდენად ობიექტურად ასახავს ის მის საწარმოო პროცესებს. ბევრი ეკონომიკური მაჩვენებლების ფორმირება დამოკიდებულია შიდასაწარმოო მართვის ორგანიზების სისწორეზე.

საწარმოში მმართველობითი აღრიცხვის ორგანიზების საკითხი მჭიდროდაა დაკავშირებული დანახარჯების მართვის საკითხებთან, საწარმო-კომერციული საქმიანობის ყველა დონეზე.

მმართველობითი აღრიცხვის ძირითადი ობიექტი არის პროდუქციის წარმოების, სამუშაოების შესრულების, მომსახურების გაწევის და სხვა დანახარჯები. დანახარჯების დონე არის კრიტერიუმი საქმიანობის ეფექტური ან არაეფექტური ფორმების და მეთოდების გამოყენების და განპირობებულია არსებული საწარმოო ურთიერთობებით.

ეს მაჩვენებელი გამოხატავს მეწარმეების ფართო წრის ინტერესს საწარმოო პოტენციალის უფრო რაციონალურად და ეფექტურად გამოყენებასთან მიმართებაში, კერძოდ მინიმალური დანახარჯებით მაღალი შედეგების მიღება.

მმართველობითი გადაწყვეტილებების მისაღებად საჭიროა საკუთარი დანახარჯების ცოდნა და უპირველესყოვლისა, გარკვევა საწარმოო დანახარჯების შესახებ ინფორმაციაში. დანახარჯების ანალიზი დაგეგმარება გავრცვეთ მათ ეფექტურობაში, იმის დადგენაში რომ არ იყოს ისინი გადაჭარბებული, ვარეგულიროთ და ვაკონტროლოთ დანახარჯები, დავეგმოთ მოგების დონე და წარმოების რენტაბელობა.

დანახარჯების ეფექტური მართვა არის კომპანიის და მისი სტრუქტურული ქვედანაყოფების საქმიანობის ეფექტურობის ზრდის ქმედითი ინსტრუმენტი.

დანახარჯების მართვის ძირითადი მიზანი არის რესურსების ეკონომია და მათი გამოყენების ეფექტურობის ზრდა პროდუქციის თვითღირებულების შესამცირებლად და, როგორც შედეგი, მოგების და რენტაბელობის ზრდა.

დანახარჯების შემცირება არის მოგების ზრდის უფრო ეფექტური ინსტრუმენტი, ვიდრე რეალიზაციის მოცულობის ზრდა. ფინანსისტების შეფასებით, დანახარჯების 5-7%-ით შემცირება ზრდის მოგებას იგივე ოდენობით, რაც რეალიზაციის მოცულობის ზრდა 30%-ით, უცვლელი რენტაბელობის დროს [19]. თვითღირებულების ცვლილება არსებითად ახდენს გავლენას რეალიზაციის მოცულობაზე, რაც მინიმუმ საჭიროა საწარმოს წაუგებლობის დონის მისაღწევად, ფასების შერჩევაზე, რენტაბელობაზე, და როგორც შედეგი, კრედიტების მოზიდვაზე.

რეალიზაციის მოცულობის ზრდისთვის უმეტესად საჭიროა წარმოების დამატებითი დაფინანსება, რაც რიგ შემთხვევებში პრობლემურია და დაკავშირებულია დამატებით დანახარჯებთან. წარმოებული პროდუქციის დამატებითი მოცულობის რეალიზაციამ შეიძლება შექმნას სიძნელები მოთხოვნის შეზღუდვის გამო, ასევე გამოიწვიოს დამატებით პროდუქციის რეალიზაციის დანახარჯები.

პროდუქციის წარმოებასთან დაკავშირებული დანახარჯების შემცირება იძლევა მნიშვნელოვან უპირატესობას კონკურენტებთან მიმართებაში - უფრო დაბალი და მოქნილი ფასების გამოყენების შესაძლებლობას.

მთლიანობაში, დანახარჯების ეფექტური მართვის ძირითადი უპირატესობები არის:

- კონკურენტული პროდუქციის წარმოება უფრო დაბალი დანახარჯებით და, შესაბამისად, ფასებით.
- ცალკეული სახეობის პროდუქციის თვითღირებულების და ბაზარზე მათი პოზიციის შესახებ შესაბამისი და რეალური ინფორმაციის არსებობა სხვა მწარმოებლების პროდუქციასთან შედარებით.

- მოქნილი ფასდადგენის მექანიზმის გამოყენების შესაძლებლობა.
- ობიექტური მონაცემების წარმოდგენა საწარმოს ბიუჯეტის შესადგენად.
- საწარმოს თითოეული ქვედანაყოფის შეფასების შესაძლებლობა ფინანსური თვალსაზრისით.
- დასაბუთებული და ეფექტური მმართველობითი გადაწყვეტილების მიღება.

მიუხედავად იმისა, რომ პროდუქციის წარმოების განსხვავებული ხასიათიდან გამომდინარე პრაქტიკაში წარმოიშვება მრავალფეროვანი ამოცანები, შესაძლებელია საწარმოო პროცესები დაჯგუფდეს ისე, რომ დიდი ჯგუფისთვის შემუშავებულ იქნას საერთო პრინციპებზე აგებული მოდელები, რომელთა გამოყენება საჭირო სისრულით უზრუნველყოფს ინფორმაციულად მომავალი საქმიანობის დაგეგმვასთან დაკავშირებულ ვარიანტების ანალიზსა და გადაწყვეტილების მიღების პროცესებს.

დისერტაციაში დამუშავებულია პროდუქციაზე სტატიკური და დინამური მოთხოვნის ოპტიმალურად, მინიმალური დანახარჯებით დაკმაყოფილების საკითხებთან დაკავშირებული მოდელები და გამოთვლითი სქემები. ამ მოდელების გამოყენება საშუალებას იძლევა გადაწყვეტილების მიმღებმა პირმა, მენეჯერმა, მოახდინოს ვარიანტული ანალიზი პროდუქციის წარმოების დანახარჯების, შენახვის დანახარჯების, ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების და სხვა დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმების გათვალისწინებით. დამუშავებული მოდელების გამოყენება განსაკუთრებით ეფექტურია მცირე და საშუალო ბიზნესის პირობებში, რომლებიც უნდა გამოირჩეოდნენ გარე ფაქტორების ცვლილებებზე, მათ შორის მოთხოვნის ცვლილებაზე სწრაფი რეაგირების უნარით.

### **კვლევის მიზანი:**

ზემოაღნიშნულიდან გამომდინარე, სამუშაოს მიზანს წარმოადგენს ისეთი მოდელების და გამოთვლითი სქემების დამუშავება, რომლებიც უზრუნველყოფენ პროდუქციის პარტიებად წარმოებისას სტატისტიკური და დინამიური მოთხოვნის ოპტიმალურად დაკმაყოფილებას, შეუზღუდავი და შეზღუდული სიმძლავრეების შემთხვევებში, შემდეგი პირობების დაცვით:

1. მოდელი რეალობასთან ადექვატურია და იძლევა ეფექტური გამოთვლების განხორციელების საშუალებას, წარმოების ფაქტორების სხვადასხვა კომბინაციისთვის.
2. მოდელი უზრუნველყოფს გამოთვლების ჩატარებას სხვადასხვა კრიტერიუმების გათვალისწინებით. რამდენადაც კრიტერიუმები, როგორც წესი, კონფლიქტურნი არიან, უნდა იყოს შესაძლებლობა ამონახსნთა ალტერნატიული ვარიანტების მიღებისა და მათი შედარებითი შეფასებისთვის.
3. მოდელით მიღებული ამონახსნების სიმრავლე უნდა იძლეოდეს პრაგმატულ ინფორმაციას გადაწყვეტილების მიმღები პირისთვის.

### **ძირითადი ამოცანები:**

დასახული მიზნების მიღწევა საჭიროებს კვლევითი სამუშაოების ჩატარებას რეალური საწარმოო ობიექტის ფორმალიზებულად აღწერისთვის და ოპტიმიზაციის მათემატიკური მოდელის შედგენისთვის, ასევე შედგენილი მოდელებისთვის ეფექტური გამოთვლითი მეთოდების დამუშავების მიმართულებით.

ვინაიდან პროდუქციის წარმოების პროცესი დაკავშირებულია სხვადასხვა ტიპის დისკრეტულობასთან, საჭიროა დისკრეტული ოპტიმიზაციის საკითხების განხილვა მათთვის დამახასიათებელ ისეთ ფაქტორებთან ერთად, როგორცაა მრავალი ოპტიმალური ამონახსნის არსებობა, ოპტიმალური და მასთან ახლოს მყოფი, ხარისხით მომდევნო

რამდენიმე ამონახსნის მიღება მრავალკრიტერიუმიანი ანალიზისა და ამონახსნთა მდგრადობის გამოკვლევის მიზნით.

### **შედეგები:**

აღნიშნული მიზნების მიღწევით და ამოცანების კომპლექსურად გადაწყვეტისთვის:

1. გაანალიზებულია ფაქტორები, რომლებიც გასათვალისწინებელია პროდუქციის პარტიებად წარმოების ოპტიმიზაციის ამოცანებში.
2. ფორმალიზებულია პროდუქციის წარმოებისა და შენახვის დანახარჯების ამსახველი ფუნქციების დამოკიდებულება წარმოებული პარტიის მოცულობაზე; ასევე ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების დანახარჯების დამოკიდებულება საგემო პერიოდის ინტერვალების რაოდენობაზე.
3. შემუშავებულია პროცესის დისკრეტულად წარმოდგენის სქემა, რომელიც ითვალისწინებს არა მარტო საწარმოო პროცესის ბუნებრივ დისკრეტულობას, არამედ სწარფი გამოთვლების შესაძლებლობას.
4. დამუშავებულია დისკრეტული ოპტიმიზაციის ამოცანების შესაბამისი გამოთვლითი სქემები.
5. ჩამოყალიბებულია მოდელები, რომლებიც განსხვავდება ერთმანეთისგან მიზნობრივი ფუნქციის მნიშვნელობათა გამოთვლისა და შეზღუდვების გათვალისწინების წესებით.
6. ჩამოყალიბებულ მოდელებში გამოყენებულია გამოთვლითი სქემა, რომელიც დაფუძნებულია სპეციალურად აგებულ ორიენტებულ გრაფში უმოკლესი გზის ან  $k$ -უმოკლესი გზების პოვნის ალგორითმზე. ამ ალგორითმის გამოყენება ხდება ერთჯერადად ან რეკურენტულად ამოცანის ტიპის მიხედვით.
7. ჩატარებულია დამუშავებული მოდელების გამოყენებით  $k$ -უმოკლესი გზების ძიების ალგორითმით მიღებული ამონახსნების



ვარიანტული ანალიზი დამატებითი მაჩვენებლების გათვალისწინებით.

8. ნაჩვენებია მაგალითის საფუძველზე, პროდუქციის პარტიებად წარმოების შემთხვევისთვის დამუშავებული მოდელების და გამოთვლითი სქემების გამოყენების ეფექტურობა საბოლოო გადაწყვეტილების მიღების პროცესში.

ჩატარებული კვლევის ძირითადი შედეგები გამოქვეყნებულია სამეცნიერო ჟურნალებში და მოხსენებულ იქნა სამეცნიერო კონფერენციებზე.

კონფერენციები:

1. გაიშვილი ი. რამდენიმე სახეობის პროდუქციის მინიმალური დანახარჯებით წარმოების ამოცანა შეზღუდული რესურსების პირობებში. საერთაშორისო სამეცნიერო-ტექნიკური კონფერენცია „მართვის ავტომატიზებული სისტემები და თანამედროვე საინფორმაციო ტექნოლოგიები“. საქართველო, თბილისი, სტუ 20-22 მაისი, 2011.
2. გაიშვილი ი. კომერციული ორგანიზაციის საწარმოო გეგმის ფორმირების მოდელი. საერთაშორისო სამეცნიერო-ტექნიკური კონფერენცია. საქართველო, თბილისი, სტუ. 2010.
3. Okujava S., Asatiani T., Giashvili I., Magradze M. Problem of Determining Optimal Lot Size with Respect to the Production, Storage and Quality Criteria. Proceedings of the EUROPEAN COMPUTING CONFERENCE (ECC'09). Proceedings of the 3rd International Conference on COMPUTATIONAL INTELLIGENCE (CI'09). Hosted and Sponsored by: Iv.Javakhishvili Tbilisi State University. Georgia, Tbilisi, 2009.

შრომები:

1. გაიშვილი ი. პროდუქციაზე მოთხოვნის მინიმალური საწარმოო დანახარჯებით დაკმაყოფილების მოდელი შეუზღუდავი საწარმოო სიმძლავრეების დროს. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი. შრომები მართვის ავტომატიზებული სისტემები, № 1(10). 2011.

2. გაიშვილი ი. რამდენიმე სახეობის პროდუქციის მინიმალური დანახარჯებით წარმოების ამოცანა შეზღუდული რესურსების პირობებში. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი. შრომები მართვის ავტომატიზებული სისტემები, № 2(11). 2011.
3. გაიშვილი ი. პროდუქციის შეზღუდული რესურსების პირობებში მინიმალური დანახარჯებით წარმოების ამოცანის შესაბამისი გამოთვლითი სქემის აგების გზები. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი. შრომები მართვის ავტომატიზებული სისტემები, № 2(11). 2011.
4. გაიშვილი ი. პროდუქციის ოპტიმალური პარტიის განსაზღვრის ალგორითმი სტატისტიკური მოთხოვნის და რესურსებზე ფასდაკლების გათვალისწინებით. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი. შრომები მართვის ავტომატიზებული სისტემები, № 1(12). 2012.

## თავი 1. მართვის თეორიის მეთოდები, რომლებიც გამოიყენება საწარმოს მართვის ავტომატიზებულ სისტემებში

კონკრეტული ამოცანების გადაჭრისას, რომელიც დაკავშირებულია საწარმოს მართვასთან, ფართოდ გამოიყენება გარკვეული ფორმალიზებული მეთოდები, რომელთაც ლიტერატურაში უწოდებენ ეკონომიკურ-მათემატიკურ მოდელებს [ 27]. მათ ნაწილმა გამოიყენება ჰპოვა თანამედროვე მართვის ავტომატიზებულ სისტემებში. ეკონომიკურ-მათემატიკურ მეთოდებად მიჩნეულია ფორმალიზებული მათემატიკური მოდელების კომპლექსი, რომელიც ეკონომიკური ამოცანების ოპტიმალურად ან მასთან მიახლოებულად გადაჭრის საშუალებას იძლევა. ამოცანის დასმა უნდა ასახავდეს ეკონომიკური ხასიათის არსებულ შეზუდვებს. საწარმოებისთვის ეს შეზუდვები განპირობებულია რესურსების შეზუდულობით ან გარემო პირობებით, რომლის ფარგლებშიც ხორციელდება მათი სამეურნეო საქმიანობა. ოპტიმიზაციის კრიტერიუმის ფორმალიზება ხდება მიზნობრივი ფუნქციის სახით. ეს არის ის გამოსახულება, რომლის მაქსიმიზაცია ან მინიმიზაცია უნდა მოხდეს, დასმული ამოცანის პირობებიდან გამომდინარე.

ოპტიმიზაციის კრიტერიუმი, საწარმოს მართვის სისტემის სხვადასხვა დონეზე, შეიძლება იყოს, მაგალითად, რეალიზაციის მოცულობა, მოგება, წარმოების დროის მთლიანი გადახრა ნორმატიულისაგან, დანადგარების დატვირთვის დონე, სამუშაოების დაგეგმვის პერიოდი (თვე, წელი), წარმოების მთლიანი დანახარჯები და სხვა. ეკონომიკურ-მათემატიკურ მოდელებში ცვლადი სიდიდეები არის სამართავი პარამეტრები. ოპტიმიზაციის ამოცანების გადაჭრისას ცვლადი სიდიდეები შეიძლება იყოს წარმოებული პროდუქციის მოცულობა, წარმოების დაწყების დრო, პარტიის მოცულობა, მარაგების დონე, ოპერაციის დაწყების და დასრულების დრო. ეკონომიკურ-მათემატიკური მოდელების კიდევ ერთი მნიშვნელოვანი თავისებურება არის ის, რომ ის შეიძლება იყოს

ეკონომიკური სიტუაციის ანალიზის მძლავრი ინსტრუმენტი. მათი დახმარებით, მაგალითად, შეიძლება დადგინდეს, რომ მოცემული შეზღუდვების პირობებში შესაძლო ამონახსნი არ არსებობს. ზოგიერთი მეთოდები არ იზღუდება ოპტიმალური ამონახსნის მიღებით. ფორმირებული გეგმის დროს, ეკონომიკურ-მათემატიკური მოდელების გამოყენება ოპტიმალური გეგმის მგრძნობელობის შეფასების საშუალებას იძლევა გარე ფაქტორების ცვლილებების ან საწარმოს საქმიანობის შიდა მახასიათებლების მიმართ.

ეკონომიკურ-მათემატიკური მოდელები ძალიან მრავალფეროვანია.

წრფივი პროგრამირება მდგომარეობს ოპტიმალური გადაწყვეტილებების მოძებნაში წრფივი მიზნობრივი ფუნქციისთვის, წრფივი შეზღუდვების და ცვლადი სიდიდეების არაუარყოფითობაზე შეზღუდვის პირობებში. წრფივი პროგრამირების ტერმინებით შეიძლება წარმოების დაგეგმვის, ფინანსური საქმიანობის, ტექნიკურ-ეკონომიკური დაგეგმვის ამოცანების ფართო სპექტრის ფორმულირება.

წრფივი პროგრამირების თავისებურება იმაში მდგომარეობს, რომ მისი დახმარებით შეიძლება არა მარტო ოპტიმალური გადაწყვეტილებების მიღება, არამედ, მიღებული გადაწყვეტილების მგრძნობელობის წარმატებით გამოკვლევა საწყისი მონაცემების ცვლილებებთან მიმართებაში. მგრძნობელობის ანალიზის შედეგებს აქვს მკაფიო ეკონომიკური ინტერპრეტაცია.

წრფივი პროგრამირების კერძო შემთხვევა არის სატრანსპორტო მოდელი. იგი მიიღება გადაზიდვების დაგეგმვის ფორმალიზაციისას, თუმცა მისი დახმარებით შეიძლება საწარმოს ავტომატიზებული მართვის სისტემების სხვა ამოცანების გადაჭრაც (სამუშაო ადგილებზე კადრების დანიშვნა, ცვლის გრაფიკების შედგენა და სხვა). ამოცანების შეზღუდვების სპეციფიკურმა სტრუქტურამ შექმნა გადაწყვეტილების მიღების ეფექტური მეთოდების შემუშავების შესაძლებლობა.

მნიშვნელოვანი ადგილი საწარმოს ავტომატიზებული მართვის სისტემებზე უკავია დისკრეტული პროგრამირების მეთოდებს, რომლებიც ორიენტირებულია ოპტიმიზაციის ამოცანის გადაჭრაზე მთელრიცხვიანი (სრულად ან ნაწილობრივ) ცვლადებით. საწარმოს მართვის ბევრ ამოცანაში მთერიცხვიანი ცვლადების მოთხოვნა წამოწეულია წინა პლანზე, მაგალითად თუ ლაპარაკია პროდუქციის წარმოების ოპტიმალური გეგმის გამსაზღვრაზე, რომელთა სიდიდის მნიშვნელობა უნდა იყოს მთელი რიცხვი. დისკრეტული პროგრამირების კერძო შემთხვევებია ამოცანები ორადი ცვლადებით (0 ან 1), ანუ ამონახსნის ორი ვარიანტიდან ერთ-ერთის შერჩევის ამოცანა თითოეული ობიექტისთვის (ობიექტების რაოდენობა შეიძლება იყოს დიდი). მაგალითად შეიძლება მოვიყვანოთ დანადგარების განთავსების, შეკვეთების პორტფელის ფორმირების ამოცანები და სხვა.

დისკრეტული პროგრამირების ამოცანის გადასჭრელად არის შემუშავებული სხვადასხვა ალგორითმები, მათ შორი კომბინატორული და შემთხვევითი ძიების.

სტოქასტიური პროგრამირების მოდელები აღწერენ სიტუაციებს, რომლებშიც მოდელების ელემენტები არის შემთხვევითი სიდიდეები, რომელთა განაწილების ფუნქციები ცნობილია. სტოქასტიური პროგრამირების ამოცანების გადაჭრის მიდგომა მდგომარეობს საწყისი ამოცანის დეტერმინირებულ სახემდე დაყვანაში.

ქსელური მოდელები და მეთოდები გამოიყენება იქ, სადაც არსებობს სამართავი პროცესის მკაფიოდ სტრუქტურირების შესაძლებლობა გრაფის ფორმით, რომელიც აღწერს სამუშაოების, რესურსების, დანახარჯების და სხვათა ურთიერთკავშირს. შემუშავებულია ქსელურ მოდელებზე ამოცანების - კრიტიკული მანძილის, რესურსების განაწილების - გადაჭრის რიგი მეთოდები.

დინამიური პროგრამირება წარმოადგენს ოპტიმიზაციის ამოცანის გადაჭრის მრავალბიჯიან პროცესს. უფრო ბუნებრივად გამოიყურება დინამიური ამოცანების ფორმალიზაცია, თუმცა ამ მეთოდის ასევე

წარმატებით გამოყენება შეიძლება სტატისტიკური ამოცანებისთვის, თუ შესაძლებელი იქნება საწყისი ამოცანის გადაჭრის ეტაპებად დაშლა. დინამიური პროგრამირების მეთოდის გამოყენების სერიოზული შეზღუდულობა არის ამოცანის განზომილება. თუ განზომილება დიდია, მაშინ საჭიროა დიდი მოცულობის შუალედური ინფორმაციის დამახსოვრება. პრაქტიკულად, ოპტიმიზაციის ამოცანების გადაჭრა შესაძლებელია სისტემებისთვის, რომელთა განზომილება არის არაუმეტეს სამისა.

მრავალკრიტერიუმანი მოდელები ასახავენ განუსაზღვრელობის ერთ-ერთ სახეობას ოპტიმალური გადაწყვეტილებების ძებნის ამოცანებში - მიზნების განუსაზღვრელობა. ეს მოდელები და მეთოდები საკმაოდ პერსპექტიულია, ვინაიდან საწარმოს ავტომატიზებული მართვის სისტემებში დაგეგმვის ბევრი ამოცანა უნდა იქნას განხილული როგორც მრავალკრიტერიუმანი. ეს მიდგომა მიღებული გადაწყვეტილებების ოპტიმიზაციის საშუალებას იძლევა კრიტერიუმების კომპლექსის მიხედვით, რომლებიც ასახავენ საწარმოს საქმიანობის ეკონომიკურ, ტექნოლოგიურ, სოციალურ, ეკოლოგიურ და სხვა ასპექტებს.

მათემატიკური სტატისტიკა საწარმოს მართვის ავტომატიზებულ სისტემებში გამოიყენება საწარმოში ეკონომიკური და სოციალური პროცესების ანალიზისთვის და პროგნოზირებისთვის, ნორმატიული ბაზის შესაქმნელად და კორექტირებისთვის. ყველაზე ხშირად გამოიყენება შემდეგი მეთოდები: სტატისტიკური მახასიათებლების გამოთვლა, კორელაციური, რეგრესიული და დისპერსიული ანალიზისთვის.

მარაგების მართვის თეორია იძლევა მასალების, ნახევარფაბრიკატების, საწარმოო სიმძლავრეების და სხვა რესურსების დონეების განსაზღვრის საშუალებას, მათ მოთხოვნაზე დამოკიდებულებით.

განრიგის თეორია წარმოადგენს სამუშაოების თანმიმდევრულობის დალაგების ამოცანების გადაჭრის მეთოდოლოგიურ საფუძველს. ამასთანავე ხდება ტექნოლოგიური პროცესების სტრუქტურისა და

პარამეტრების გათვალისწინება. განრიგის თეორიის ტერმინებით ფორმულირებული ამოცანების გადასაჭრელად გამოიყენება მოდელირების მეთოდები პრიორიტეტების საფუძველზე.

ევრისტიკულმა მეთოდებმა საწარმოს მართვის ავტომატიზებულ სისტემებში ფართო გავრცელება ჰპოვა, და შემდგომი პროგრესი ამ მიმართულებით დაკავშირებულია ექსპერტული სისტემების შემუშავებასთან და დანერგვასთან. ექსპერტული სისტემები იძლევა საშუალებას საწარმოო პროცესის შესახებ, ეფექტური მმართველობითი გადაწყვეტილებების შესახებ ცოდნის ბაზის შექმნის და ამის საფუძველზე ისეთი ამოცანის რაციონალურად გადაჭრის გზების შეთავაზება, რომლებიც ნაკლებად ექვემდებარება ფორმალიზაციას.

ეკონომიკურ-მათემატიკური მოდელების არე საკმაოდ ფართოა. მათი გამოყენება ფერხდება საწარმოო პროცესის ადექვატური აღწერის, დიდი განზომილების მქონე ამოცანების პირობებში გადაწყვეტილების მიღების სიძნელის გამო, ასევე ამისათვის საჭირო კვალიფიკაციის მმართველობითი პერსონალის არ არსებობის გამო.

საწარმოს მართვის კონკრეტული ამოცანების გადაჭრის მოდელები და მეთოდები, რომლებიც ჩართულია ERP (Enterprise Resource Planning - საწარმოს რესურსების დაგეგმვა) ტიპის საბაზო სისტემებში, ჩამოთვლილია ქვემოთ:

- სტრატეგიული დაგეგმვის ამოცანების გადასაჭრელად გამოიყენება წრფივი პროგრამირების მოდელები;
- ოპერატიული დაგეგმვა აგებულია, როგორც წესი, ქსელური მოდელების ბაზაზე. ამ შემთხვევაში გამოიყენება კრიტიკული მანძილის გამოთვლის მეთოდები და პროგრამების შეფასების და გადასინჯვის მეთოდი;
- მოთხოვნის და სხვა ეკონომიკური პროცესების პროგნოზირების ამოცანების გადაჭრისას გამოიყენება რეგრესიული ანალიზის,

დროითი მწკრივების ანალიზის მეთოდები, ექსპერტული შეფასებების დამუშავების მეთოდები;

- რეალიზაციის და წარმოების მოცულობის დაგეგმვის ამოცანების გადაჭრის დროს გამოიყენება წრფივი პროგრამირების ამოცანები;
- პროდუქციის წარმოების გრაფიკის ფორმირების ამოცანის ფორმულირება შესაძლებელია როგორც მთლიანი საწარმოო ციკლის მინიმიზაციის ამოცანა სიმძლავრეების შეზღუდვების პირობებში, სადაც ცვლად სიდიდეებს წარმოადგენს წარმოების ვადები. ERP ტიპის საბაზო სისტემებში არის პროცედურები, რომლებიც ამ ამოცანის გადაჭრის საშუალებას იძლევა ვარიანტების გენერირების, ანალიზის და გადარჩევის გზით, ერთდროულად ცვლადების რაოდენობის შემცირებით ყოველ იტერაციაზე;
- პროდუქციის წარმოების გრაფიკის უზრუნველსაყოფად საჭირო მატერიალურ რესურსებზე მოთხოვნის განსაზღვრის ამოცანის გადაჭრა ხდება კვანძებად დაშლის მოდელის საფუძველზე.

ზოგადად, პროდუქციის წარმოების პროცესი დაკავშირებულია სხვადასხვა ტიპის დისკრეტულობასთან. ამიტომ ჩვენს მიერ დისერტაციაში განხილულია დისკრეტული ოპტიმიზაციის საკითხები, მათთვის დამახასიათებელი ისეთი ფაქტორებით, როგორცაა მრავალი ოპტიმალური ამონახსნის არსებობა, ოპტიმალური და მასთან ახლოს მყოფი, ხარისხით მომდევნო რამდენიმე ამონახსნის მიღება მრავალკრიტერიუმული ანალიზისა და ამონახსნთა მდგრადობის გამოკვლევის მიზნით.



## თავი 2. ფაქტორები, რომლებიც გასათვალისწინებელია პროდუქციის პარტიებად წარმოების ოპტიმიზაციის ამოცანებში.

### 2.1. საწარმოს ტიპები.

პროდუქციის პარტიებად წარმოებასთან დაკავშირებული გადაწყვეტილებები დამოკიდებულია საწარმოს ტიპზე, მათი განსხვავებული საწარმოო პროცესის სპეციფიკიდან გამომდინარე.

ნებისმიერი საწარმოს ძირითადი საქმიანობა არის წარმოების პროცესი. საწარმოო პროცესში იგულისხმება ურთიერთდაკავშირებული შრომითი და ბუნებრივი პროცესების ერთობლიობა, რომლის დროსაც საწარმოს რესურსები (მასალები, ენერჯია, მოწყობილობები, თანამშრომლების სამუშაო დრო, ფინანსები და სხვა) გარდაიქმნება პროდუქციაში.

საწარმოო პროცესის სტრუქტურა, მისი ორგანიზაციის თავისებურებები განაპირობებენ საწარმოს მართვის სისტემას.

სამრეწველო საწარმოები იყოფა საწარმოო დისკრეტული და უწყვეტი ხასიათის წარმოებით. დისკრეტულ წარმოებას განეკუთვნება, მადალითად, მანქანათმშენებლობის საწარმოები, ხოლო უწყვეტს - მეტალურგიული, ქიმიური და სხვა.

საწარმოების ტრადიციული კლასიფიკაცია ტიპების მიხედვით დაფუძნებულია ისეთ მახასიათებლებზე, როგორცაა პროდუქციის ნომენკლატურა, წარმოების რეგულარულობა, სტაბილურობა და მოცულობა. არსებობს წარმოების სამი ტიპი: ცალობით, სერიული და მასობრივი.

პროდუქციის ცალობით წარმოებისთვის დამახასიათებელია: ფართო ნომენკლატურა, წარმოების არასტაბილურობა და არარეგულარობა, ერთეული ეგზემპლარები.

სერიული წარმოებისთვის დამახასიათებელია განსაზღვრული ნომენკლატურა, შედარებით დიდი მოცულობის წარმოება პერიოდულად განმეორებადი პარტიებით. ერთ სამუშაო ადგილზე სრულდება რამდენიმე ოპერაცია. მოწყობილობები არის სპეციალიზირებული, უნივერსალური

სპაციალიზირებული აღჭურვიტ. საწარმოო უბნები ორგანიზებულია საგნობრივი ან ტექნოლოგიური პრინციპით.

მასობრივი წარმოებისთვის დამახასიათებელია ვიწრო ნომენკლატურა, დიდი მოცულობის წარმოება უწყვეტად ხანგრძლივი დროის განმავლობაში. ერთ სამუშაო ადგილზე ხშირად სრულდება ერთი ოპერაცია. მოწყობილობა სპეციალიზირებულია, მონტაჟდება ტექნოლოგიური პროცესის მიხედვით.

ჩამოთვლილი მახასიათებლები არ გამორიცხავს საწარმოო პროცესის სტრუქტურის უფრო ღრმა კლასიფიკაციას, რადგან პროცესების მოდელირებისთვის საჭიროა ორგანიზაციის თავისებურებების აღწერა საწარმოო უბნის დონემდე.

დისერტაციაში განხილულია წვრილ-სერიული ტიპის საწარმო, რომლისთვისაც დამახასიათებელია პროდუქციის წარმოება პერიოდულად განმეორებადი პარტიებით, და რომელიც მოქმედებს კონკურენტულ ბაზარზე.

## **2.2. ფირმები კონკურენტულ ბაზარზე.**

როგორ იღებენ ფირმები საწარმოო გადაწყვეტილებებს კონკურენტულ ბაზარებზე. კონკურენტულ ბაზარს შემდეგი ორი თვისება ახასიათებს [9]:

- ბაზარზე არსებობს მრავალი მყიდველი (მომხმარებელი) და მრავალი გამყიდველი (მწარმოებელი).
- სხვადასხვა გამყიდველების მიერ შეთავაზებული საქონელი, ძირითადად, ერთნაირია.

ამ პირობებიდან გამომდინარე, ნებისმიერი ცალკეული მყიდველისა თუ გამყიდველის ქმედებები უმნიშვნელოდ ზემოქმედებენ საბაზრო ფასზე. თითოეული მყიდველი თუ გამყიდველი საბაზრო ფასს ისე იღებს, როგორც მოცემულს.

კონკურენტულ ბაზარზე მოქმედი ფირმა, ეკონომიკაში არსებული სხვა ფირმების უდიდესი ნაწილის მსგავსად, ცდილობს თავისი მოგების

მაქსიმიზაციას, რაც მისი მთლიანი შემოსავლისა და მთლიანი დანახარჯის სხვაობის ტოლია.

ვინაიდან ფირმის მიერ წარმოებული პროდუქციის რაოდენობა მცირეა იმისთვის, რომ გავლენა მოახდინოს საბაზრო ფასზე, ის იღებს ფასს, როგორც საბაზრო პირობებით განსაზღვრულს. ეს ნიშნავს, რომ პროდუქციის ფასი არ არის დამოკიდებული პროდუქციის რაოდენობაზე, რომელსაც ფირმა აწარმოებს და ყიდის. თუ ფირმა გააორმაგებს წარმოებული პროდუქციის რაოდენობას, პროდუქციის ფასი უცვლელი დარჩება, ხოლო ფირმის მთლიანი შემოსავალი გაორმაგდება.

აქედან გამომდინარე რადგან ფირმას ფასს კარნახობს ბაზრი, მოგების გაზრდა შესაძლებელია დანახარჯების მართვის გზით.

### **2.3. დანახარჯების მართვის მეთოდები. დანახარჯების კლასიფიკაცია.**

დანახარჯების მართვა - ესაა:

- იმის ცოდნა, სად, როდის და რა რაოდენობით იხარჯება საწარმოს რესურსები.
- იმის პროგნოზი სად, რისთვის და რა რაოდენობითაა საჭირო დამატებითი ფინანსური რესურსები.
- რესურსების გამოყენების მაქსიმალურად მაღალი დონის უკუგების უზრუნველყოფის უნარი.

დანახარჯების მართვა - ესაა რესურსების ეკონომიის და მათგან მიღებული უკუგების მაქსიმიზირება.

დანახარჯების ეფექტურად მართვისთვის საჭიროა დანახარჯების სტრუქტურის ანალიზის ჩატარება. ამისთვის საჭიროა არა მარტო დანახარჯების თითოეული მუხლის ხვედრითი წილის განსაზღვრა, არამედ მათი სიდიდის ცვლილების ტემპის შეფასება, რათა წინასწარ გამოვლენილ იქნას დანახარჯები, რომლებიც შეიძლება გახდეს არსებითი გადაწყვეტილების მიღების დროს.

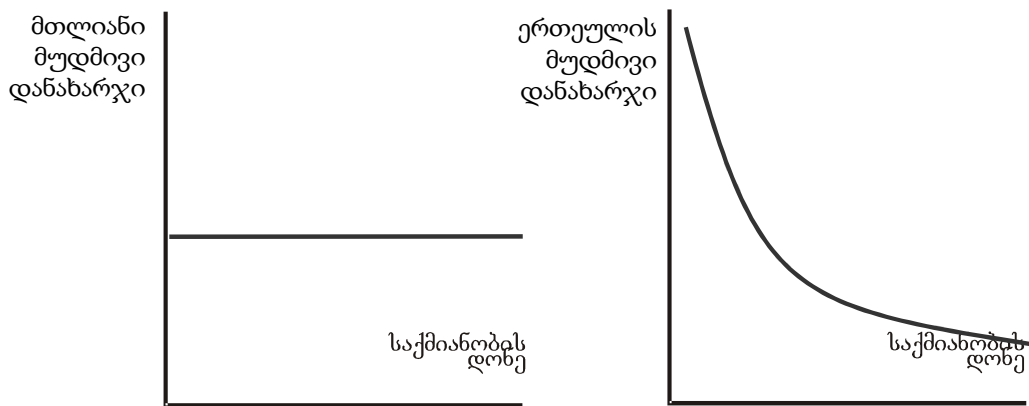
დანახარჯების კლასიფიკაცია შეიძლება სხვადასხვანაირად, დასახული მიზნებიდან გამომდინარე. დანახარჯები განსხვავდება არა მარტო თავისი შემადგენლობით, არამედ მათი მნიშვნელობით პროდუქციის წარმოებაში, სამუშაოების და მომსახურების შესრულების პროცესში. ამიტომ გადაწყვეტილებების მოღების პროცესის ეფექტურად ორგანიზებისათვის საჭიროა დანახარჯების ეკონომიკურად დასაბუთებული კლასიფიკაციის გაკეთება გარკვეული ნიშნით. ეს დაგეგმარება არა მარტო დანახარჯების უკეთ დაგეგმვაში და აღრიცხვაში, არამედ მათ უკეთ გაანალიზებაში, ასევე დანახარჯების ცალკეულ სახეობებს შორის გარკვეული დამოკიდებულების გამოვლენაში და მათი გავლენის დონის განსაზღვრაში პროდუქციის თვითღირებულებასა და საწარმოს რენტაბელობაზე.

დანახარჯების ნებისმიერი კლასიფიკაციის მიზანი უნდა იყოს ხელმძღვანელების დახმარება სწორი, რაციონალურად დასაბუთებული გადაწყვეტილებების მიღების პროცესში, რადგან მენეჯერმა, იღებს რა გადაწყვეტილებებს, უნდა იცოდეს თუ როგორი დანახარჯები და სარგებელი მოჰყვება შედეგად ამ გადაწყვეტილებას. ამიტომ დანახარჯების კლასიფიკაციის არსი მდგომარეობს შემდეგში: გამოყოფილ იქნას დანახარჯებს ის ნაწილი, რომელზეც გავლენის მოხდენას შეძლებს მენეჯერი.

მმართველობითი აღრიცხვის ორგანიზების პრაქტიკა ეკონომიკურად განვითარებულ ქვეყნებში ითვალისწინებს დანახარჯების კლასიფიკაციის სხვადასხვა ვარიანტებს დასახული მიზნიდან გამომდინარე. შიდა ინფორმაციის მომხმარებლები განსაზღვრავენ აღრიცხვის ისეთ მიმართულებას, რომელიც მათ სჭირდებათ გამოსაკვლევად პრობლემის ირგვლივ ინფორმაციის უზრუნველსაყოფად.

მმართველობითი აღრიცხვის სისტემის შერჩევაში შეიძლება გამოვყოთ დანახარჯების დაჯგუფება წარმოების მოცულობის ცვლილებასთან მიმართებაში. აღნიშნული ნიშნით დანახარჯები იყოფა მუდმივზე და ცვლადზე. [9]

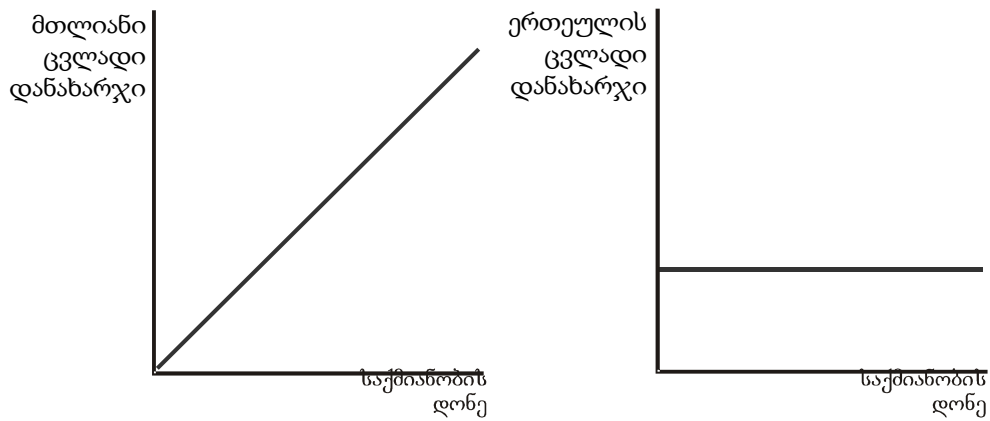
მუდმივ დანახარჯებს განეკუთვნება დანახარჯები, რომელთა სიდიდე არ იცვლება ან უმნიშვნელოდ იცვლება წარმოების მოცულობის ცვლილების დროს. მათ შეიძლება მივაკუთვნოდ საერთოსამეურნეო დანახარჯები და სხვა. მუდმივი დანახარჯების გრაფიკულად გამოსახვა შეიძლება შემდეგნაირად (ნახ.2.1.)



ნახ.2.1. მთლიანი მუდმივი დანახარჯის და ერთეულის მუდმივი დანახარჯის გრაფიკები

მთლიანი მუდმივი დანახარჯი უცვლელი რჩება საქმიანობის მოცემულ დიაპაზონში, მაგრამ პროდუქციის ერთეულზე (პარტიაზე) მუდმივი დანახარჯი მცირდება საქმიანობის დონის ზრდასთან ერთად.

ცვლადი ეწოდება დანახარჯებს, რომლის ოდენობა იცვლება პროდუქციის წარმოების მოცულობის ცვლილებასთან ერთად. მათ მიეკუთვნება ნედლეულის და მასალების, ტექნოლოგიურ მიზნებზე დახარჯული საწვავის და ელექტროენერგიის ხარჯები, საწარმოო მუშახელის შრომის ანაზღაურება და სხვა. ცვლადი დანახარჯის გრაფიკულად გამოსახვა შეიძლება შემდეგნაირად (ნახ.2.2):



ნახ. 2.2. მთლიანი ცვლადი დანახარჯის და ერთეულის ცვლადი დანახარჯის გრაფიკები.

მთლიანი ცვლადი დანახარჯები იზრდება საქმიანობის დონის ზრდასთან ერთად, ხოლო ერთეულის ცვლადი დანახარჯი ზოგადად უცვლელი რჩება.

ზოგიერთი დანახარჯი არის შერეული, რადგანაც მოიცავს ერთდროულად ცვლად და მუდმივ კომპონენტებს. მათ უწოდებენ ნახევრადცვლად ან ნახევრადმუდმივ დანახარჯებს. დანახარჯების აღრიცხვის დროს საჭიროა მათი მკაფიოდ გამიჯვნა მუდმივ და ცვლად დანახარჯებად.

დანახარჯების დაყოფას მუდმივ და ცვლად დანახარჯებზე აქვს დიდი მნიშვნელობა დაგეგმვისთვის, აღრიცხვისთვის და პროდუქციის თვითღირებულების ანალიზისთვის. მუდმივი დანახარჯები, რომელთა აბსოლუტური სიდიდე რჩება შედარებით უცვლელი წარმოების მოცულობის ზრდისას, არის პროდუქციის თვითღირებულების შემცირების მნიშვნელოვანი ფაქტორი, რადგან მათი ოდენობა მცირდება პროდუქციის ერთეულზე (პარტიაზე) გაანგარიშებით. მუდმივი დანახარჯების მართვისას გასათვალისწინებელია ის, რომ მათი მაღალი დონე განპირობებულია უმეტესწილად დარგობრივი თავისებურებებით, რაც განსაზღვრავს პროდუქციის ფონდტევადობის სხვადასხვა დონეს, მექანიზაციის და ავტომატიზაციის დონეების დიფერენციაციას. ამის გარდა, მუდმივი დანახარჯები ნაკლებად ექვემდებარება სწრაფ ცვლილებას.

ცვლადი დანახარჯები იზრდება პროდუქციის წარმოების ზრდის პირდაპირდამოკიდებულებით, მაგრამ ერთ ერთეულზე გაანგარიშებით, არის უმეტესწილად მუდმივი სიდიდე. ცვლადი დანახარჯის მართვის ძირითადი ამოცანაა მათი ეკონომია. ამ დანახარჯების ეკონომის მიღწევა შესაძლებელია ორგანიზაციულ-ტექნიკური ღონისძიებების განხორციელებით, რაც უზრუნველყოფს მათ შემცირებას წარმოებული პროდუქციის ერთეულზე გაანგარიშებით - შრომის მწარმოებლურობის ზრდა და ამის ხარჯზე საწარმოო მუშაკების რაოდენობის შემცირება; ნედლეულის, მასალების და მზა პროდუქციის მარაგების შემცირება არახელსაყრელი კონიუნქტურის პერიოდში. ამის გარდა, დანახარჯების მოცემული დაჯგუფება შეიძლება იქნას გამოყენებული წარმოების ნულოვანი მოგების დონის ანალიზის და პროგნოზირების დროს და საბოლოოდ საწარმოს ეკონომიკური პოლიტიკის შერჩევის დროს.

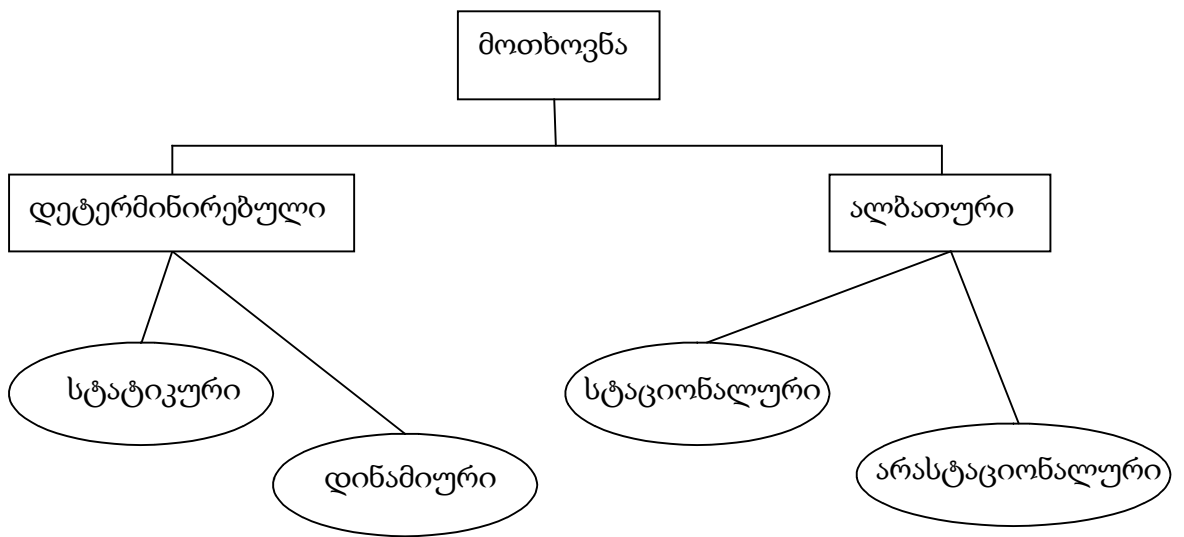
#### **2.4. პროდუქციაზე მოთხოვნის ტიპები.**

დამუშავებული მოდელების ეფექტურობა დამოკიდებულია იმაზე, რამდენად ზუსტად იქნება გაკეთებული პროდუქციაზე (რესურსებზე) მოთხოვნის პროგნოზი, რაც საკმაოდ რთული ამოცანაა. გამოყოფენ მოთხოვნის შემდეგ ტიპებს (ნახ.2.3).

დეტერმინირებული მოთხოვნა ზუსტად არის ცნობილი წინასწარ, ალბათურ მოთხოვნასთან შედარებით.

სტატისტიკური ტიპის მოთხოვნის დროს პროდუქციის (რესურსების) მოხმარება რჩება უცვლელი დროში, ხოლო დინამიური ტიპის მოთხოვნის დროს მოხმარების ინტენსივობა იცვლება დროზე დამოკიდებულებით.

სტაციონალური ტიპის მოთხოვნის დროს მოთხოვნის ალბათობის სიმჭიდროვის ფუნქცია უცვლელია დროში, ხოლო არასტაციონარული მოთხოვნის დროს - მოთხოვნის ალბათობის სიმჭიდროვის ფუნქცია იცვლება დროში.



ნახ.2.3. პროდუქციაზე მოთხოვნის ტიპები

ჩვენს მიერ დამუშავებული მოდელები ეფუძნება პროდუქციაზე სტატიკური და დინამიური მოთხოვნის შემთხვევებს.



### თავი 3. პროდუქციის პარტიებად წარმოების ოპტიმიზაციის ამოცანა დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით.

პროდუქციის პარტიებად წარმოების ამოცანა მდგომარეობის შემდეგში: საჭიროა შევადგინოთ გარკვეული სახეობის პროდუქციის წარმოების გეგმა პერიოდისთვის, რომელიც შედგება  $n$  ინტერვალებისაგან. ნავარადევია, რომ თითოეული ამ ინტერვალისთვის არსებობს პროდუქციაზე მოთხოვნის ზუსტი პროგნოზი. სხვადასხვა ინტერვალისთვის მოთხოვნა შეიძლება იყოს როგორც ერთნაირი, ასევე განსხვავებული. ასევე პროდუქცია, რომელიც წარმოებულია დროის  $t$  ინტერვალის განმავლობაში, შეიძლება იქნას გამოყენებული ამ და შემდგომი ინტერვალების მოთხოვნის სრულად და დროულად დასაკმაყოფილებლად.

გასათვალისწინებელია ის, რომ წარმოებული პროდუქციის პარტიის მოცულობა ახდენს გავლენას წარმოების ეკონომიკურ მაჩვენებლებზე. ამასთან დაკავშირებით მიზანშეწონილი არის გარკვეული პერიოდის მანძილზე პროდუქციის ისეთი მოცულობის პერტიის წარმოება, რაც აღემატება მის მოთხოვნას ამ ინტერვალის განმავლობაში და ამ ნამეტის შენახვა მომდევნო ინტერვალების მოთხოვნის დასაკმაყოფილებლად. თუმცა მარაგების შენახვა დაკავშირებულია დანახარჯებთან (საწყობის იჯარა, დაზღვევა, მარაგების შენახვის დანახარჯები და სხვა).

საწარმოს მიზნია - შეიმუშავოს ისეთი გეგმა, რომლის დროსაც წარმოების, შენახვის და სხვა დანახარჯები მინიმალურია პროდუქციაზე მოთხოვნის სრულად და დროულად დაკმაყოფილების პირობებში.

უწყვეტი და ეფექტური ფუნქციონირების უზრუნველსაყოფად პრაქტიკულად ნებისმიერ ორგანიზაციას ესაჭიროება მარაგების შექმნა, მაგალითად, საწარმოო პროცესში, ვაჭრობაში, სამედიცინო მომსახურებაში და ა.შ. სიტუაციაზე დამოკიდებულებით მარაგებში შეიძლება იგულისხმებოდეს: მზა პროდუქცია, ნედლეული, ნახევარფაბრიკატები, დაზგები, ინსტრუმენტები, სატრანსპორტო საშუალებები, ნაღდი ფული და

სხვა. საჭირო მარაგების არასწორმა გაანგარიშებამ შეიძლება გამოიწვიოს როგორც უმნიშვნელო ზარალი (შემოსავლის ნაწილის დაკარგვა საქონლის დეფიციტის გამო), ასევე კატასტროფული შედეგები (თვითმფრინავში საწვავის მარაგის არასწორი შეფასებისას).

ეკონომიკურ დანაკარგებს იწვევს როგორც დიდი ოდენობით მარაგების არსებობა, ასევე მათი უკმარისობა. თუ კომპანიას აქვს სასაქონლო მარაგები, მაშინ ამ საქონელში ჩადებული კაპიტალი გაყინულია. ეს კაპიტალი, რომელსაც ვერ გამოიყენებ, წარმოადგენს კომპანიისათვის დაკარგულ ღირებულებას, მიუღებელი საპროცენტო სარგებლის ან გამოუყენებელი შესაძლო ივესტიციების სახით. ამის გარდა მარაგები, განსაკუთრებით მალფუჭადი პროდუქტები, მოითხოვს შენახვის სპეციალური პირობების შექმნას. ამისთვის საჭიროა გარკვეული ფართობის გამოყოფა, პერსონალის დაქირავება, მარაგების დაზღვევა. ყველაფერი ეს იწვევს გარკვეულ დანახარჯებს. მეორე მხრივ, რაც უფრო დაბალია მარაგების დონე, მით მეტია დეფიციტის წარმოშობის ალბათობა, რამაც შეიძლება შედეგად გამოიწვიოს დანაკარგი კლიენტების დაკარგვის, საწარმოო პროცესის გაჩერების და სხვათა გამო. ამის გარდა, დაბალი დონის მარაგების დროს უფრო ხშირად გვიწევს საქონლის ახალი პარტიის წარმოება, რაც ზრდის საწარმოო პროცესის ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების დანახარჯებს.

აქედან გამომდინარეობს მათემატიკური მოდელების შემუშავების და გამოყენების მნიშვნელობა, რომლებიც მარაგების ოპტიმალური დონის განსაზღვრის საშუალებას იძლევა, რაც მინიმიზირებს ყველა განხილული სახეობის დანახარჯები.

მიუხედავად ბიზნეს სიტუაციების მოჩვენებითი მრავალფეროვნებისა, მათი უმრავლესობა საკამოდ ტიპიურია. აქედან გამომდინარე, პროდუქციის პარტიებით წარმოების ამოცანა მდგომარეობს რესურსებით საწარმოს უზრუნველყოფაში უწყვეტად, მინიმალური მთლიანი დანახარჯებით, რომელიც მოიცავს: წარმოების დანახარჯებს, ტექნიკური მოსამზადებელი

სამუშაოების და მიწოდების დანახარჯებს, მარაგების შენახვის დანახარჯებს და სხვა სარგებელსა თუ დანაკარგებს, რომლებიც თან ახლავს ამ პროცესს.

მარაგების მართვის ოპტიმიზაციის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი ინსტრუმენტი არის პროდუქციის ოპტიმალური პარტიის განსაზღვრა. მოდელს შორის გამოირჩევა მოდელი, რომელსაც ეწოდება პარტიის ოპტიმალური მოცულობა ან პარტიის ეფექტური მოცულობის მოდელი [42]. ის აგებულია შემდეგ დაშვებებზე:

- რესურსების მოხმარება უწყვეტია და თანაბარი;
- პერიოდი ორი პარტიის წარმოებას (მოწოდებას) შორის თანაბარია;
- მოთხოვნის დაკმაყოფილება ხდება სრულად და მომენტალურად;
- შესანახი ფართობი არ არის შეზღუდული;
- დანახარჯები ტექნიკურ მოსამზადებელ სამუშაოებზე (შეკვეთის შესრულებაზე) არ არის დამოკიდებული წარმოებული პარტიის (შეკვეთის) მოცულობაზე და მუდმივია ერთ პარტიაზე საგეგმო პერიოდის განმავლობაში;
- პროდუქციის ერთი ერთეულის წარმოების დანახარჯები (პროდუქციის შესყიდვის ფასი) მუდმივია საგეგმო პერიოდის მანძილზე;
- პროდუქციის ერთი ერთეულის შენახვის დანახარჯი დროის ერთეულში მუდმივია და არ არის დამოკიდებული მარაგებში ჩადებული სახსრების ოდენობაზე და ვადებზე.

ზემოთ ჩამოთვლილი დაშვებები პრაქტიკული ხასიათის ბევრ შეზღუდვას იწვევს. ზოგიერთი შეზღუდვების დასაძლევად საჭიროა გამოთვლების ალგორითმის შეცვლა. ალგორითმის შეცვლით შესაძლებელი იქნება რესურსებზე ფასდაკლების სისტემის ანალიზი, სწავლების ეფექტის, ასევე იმ ვარიანტის განხილვა, როდესაც მარაგების შევსება ხდება არა მომენტალურად, არამედ გარკვეული დროის მანძილზე წარმოების დროის გათვალისწინებით და სხვა.

პროდუქციის პარტიებად წარმოებასთან დაკავშირებული გადაწყვეტილებების მიღების დროს დიდი მნიშვნელობა აქვს მათთან დაკავშირებული სხვადასხვა სახის დანახარჯებს.

რესურსების შექმნასთან დაკავშირებული დანახარჯები არის მნიშვნელოვანი ფაქტორი იმ შემთხვევაში, როდესაც არსებობს შეკვეთის მოცულობაზე დამოკიდებული საბითუმო ფასდაკლებების სისტემა.

თუ მარაგის შევსება არ ხდება მზა რესურსებით საწყობიდან, არამედ ხდება მათი წარმოება, მაშინ განიხილება რესურსების პარტიის წარმოების დაწყებისთვის საჭირო საწარმოო პროცესის გამართვის (ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების) დანახარჯები.

მარაგის შენახვის დანახარჯები არის საწყობში მარაგების ფიზიკური უზრუნველყოფის დანახარჯები და იზრდება მარაგების დონის ზრდასთან ერთად.

დეფიციტით გამოწვეული დანახარჯები არის საჭირო პროდუქციის მარაგის არარსებობით განპირობებული ხარჯები. ის შეიძლება იყოს გამოწვეული საქონლის სასწრაფოდ მოწოდების უფრო მაღალი საფასურით, რეპუტაციის გაუარესებით მომხმარებლის თვალში, მოგების პოტენციური დაკარგვით.

სადაზღვევო (სარეზერვო) მარაგი - რესურსების მარაგია, რომელიც შექმნილია გაუთვალისწინებელ სიტუაციებში დეფიციტის თავიდან ასაცილებლად.

მარაგების მართვის მოდელი უნდა მოიცავდეს მხოლოდ იმ დანახარჯებს, რომლებიც არსებითია, რადგან ზოგიერთი მათგანი უმნიშვნელოა ან საერთოდ არ არსებობს ამა თუ იმ სიტუაციიდან გამომდინარე.

მარაგების შევსება შეიძლება ხდებოდეს მომენტალურად გარედან მოწოდების შემთხვევაში (საქონლის მიწოდება სავაჭრო წერტილში). იმ შემთხვევაში კი როდესაც რესურსის წარმოება ხდება თვითონ საწარმოს მიერ, ხდება მარაგების შევსება თანაბარზომიერად გარკვეული ვადისთვის

(მაგალითად, მიკროსქემების წარმოება საწარმოში, სადაც შემდგომში ისინი გამოიყენება ელექტრონული აპარატურის ასაწყობად).

მოყვანილი საბაზისო ცნებების საფუძველზე შეიძლება აგებულ იქნას მათემატიკური მოდელები.

ჩვენს მიერ შემუშავებული მოდელები შეიძლება იქნას გამოყენებული შედარებით მცირე მასშტაბის ამოცანების გადასაჭრელად. გადაწყვეტილების მიღებისას მათი გამოყენების ზოგიერთი ტიპური სფეროებია:

- მარაგების მართვის საკითხების შემუშავება, რომლებიც ადგენს მარაგების შევსების მომენტს და პარტიის მოცულობას;
- წარმოების დაგეგმვის პრინციპების შემუშავება პროდუქციაზე ცვლადი მოთხოვნის პირობებში;
- დეფიციტური საინვესტიციო კაპიტალის განაწილება მათი გამოყენების შესაძლო მიმართულებებს შორის.

გადაწყვეტილების მიღების პროცესები, რომლებსაც მიეკუთვნება რიგი ზემოთ ჩამოთვლილი საკითხები, მიკროეკონომიკის სფეროს განეკუთვნება. თუმცა ბევრ რეალურად ფუნქციონირებად სისტემებში ყოველკვირა საჭიროა ათასი მსგავსი გადაწყვეტილების მიღება. ამასთან დაკავშირებით შემუშავებული მოდელები ღირებულია იმით, რომ ისინი გვაძლევს საშუალებას მიღებულ იქნას მრავალი გადაწყვეტილებები სტანდარტული მიდგომის საფუძველზე. თუნდაც ცალკე აღებული თითოეული გადაწყვეტილება არ იყოს არსებითი, ერთობლიობაში მათ შეიძლება იქონიონ დიდი გავლენა ფირმის მოგებაზე.

მთავარი მიზანია - მოდელების ისეთი სახით წარმოდგენა, რომლის დროსაც ვლინდება მათი საერთო თვისებები. ყველა მოდელის საერთო თავისებურება არის გადაწყვეტილების მიღების შესაბამისი ამოცანების ფორმალიზაცია.

ზოგადად, ნებისმიერი  $t$  ინტერვალისთვის დანახარჯების მიზნობრივ ფუნქციას აქვს შემდეგი სახე:

$$C_t(x_t, i_t) = C_t(x_t) + h_t(i_t), \quad (3.1)$$

სადაც

$$C_t(x_t) \geq 0, \quad C_t(0) = 0, \quad h_t(i_t) \geq 0,$$

მაშასადამე, ნებისმიერი ინტერვალისთვის მთლიანი დანახარჯები არის  $x_t$  მოცულობის პროდუქციის წარმოების დანახარჯების  $C_t(x_t)$  და ინტერვალის ბოლოს არსებული  $i_t$  მარაგის შენახვის დანახარჯების  $h_t(i_t)$  ჯამი.

ნებისმიერი ინტერვალისთვის

$$i_t = i_{t-1} + x_t - D_t \quad (3.2)$$

სადაც  $i_0 = 0$ , ხოლო ყველა  $D_t$ -  $t$  ინტერვალის მოთხოვნა არაუარყოფითი მთელი რიცხვია. განტოლება (3.2) შეიძლება ჩავწეროთ სხვაგვარადაც:

$$i_t = i_0 + \sum_{k=1}^t x_k - \sum_{k=1}^t D_k \quad (4)$$

და ბოლოს

$x_t$  და  $i_t$  – არაუარყოფითი და მთელი რიცხვია, და მოთხოვნის დაკმაყოფილება ხდება სრულდ და დროულად.

არსებობს  $C_t(x_t)$  და  $h_t(i_t)$  ფუნქციების ორი მნიშვნელოვანი კლასი [17].

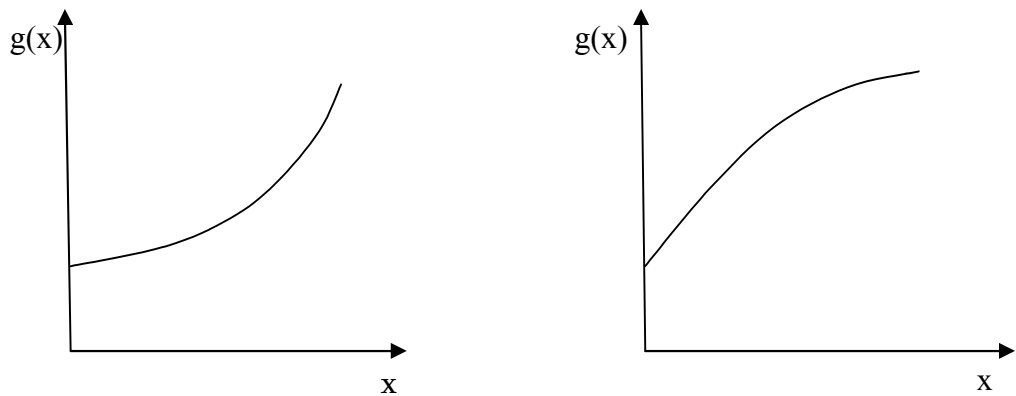
$g(x)$  ფუნქცია, თუ  $x$  მთელი რიცხვია, არის ჩაზნექილი, თუ

$$g(x+1) - g(x) \geq g(x) - g(x-1)$$

და ამოზნექილი, თუ

$$g(x+1) - g(x) \leq g(x) - g(x-1)$$

თუ  $g(x)$  განვიხილავთ როგორც წარმოების დანახარჯებს, მაშინ დანახარჯების ფუნქცია არის ჩაზნექილი, თუ პროდუქციის თითოეული დამატებითი ერთეულის წარმოება ჯდება არანაკლებ წინა ერთეულისა. ანალოგიურად დანახარჯების ფუნქცია არის ამოზნექილი, თუ პროდუქციის თითოეული დამატებითი ერთეულის წარმოება არ ჯდება წინა ერთეულზე მეტი. ნახ.3.1. მოცემულია დანახარჯების ჩაზნექილი და ამოზნექილი ფუნქციების მაგალითები.



ნახ.3.1. დანახარჯების ჩაზნექილი და ამოზნექილი ფუნქციები

დანახარჯების ჩაზნექილი ფუნქციის შემთხვევას შეიძლება უწოდოთ კლებადი ზღვრული ეფექტურობის შემთხვევა წარმოების მასშტაბის ზრდის დროს.

განვიხილოთ მარაგების მართვის მოდელი ამოზნექილი საწარმოო დანახარჯების ფუნქციით, რომელიც არის მარაგების მართვის საერთო ამოცანის კიდევ ერთი კერძო შემთხვევა. ამ მოდელს შეიძლება უწოდოთ ეკონომიკურად მომგებიანი პარტიის მოცულობის მოდელი. იგი მნიშვნელოვანია, რადგან ასახავს სიტუაციას, რომელიც ხშირად გვხვდება და პრაქტიკული მნიშვნელობა აქვს.

დანახარჯების, მარაგების და წარმოების მოცულობის უკვე ფორმულირებული შეზღუდვების გარდა დაუშვათ, რომ

ფუნქცია  $C_t(x_t)$  არის ამოზნექილი,

ფუნქცია  $h_t(i_t)$  არის ამოზნექილი,

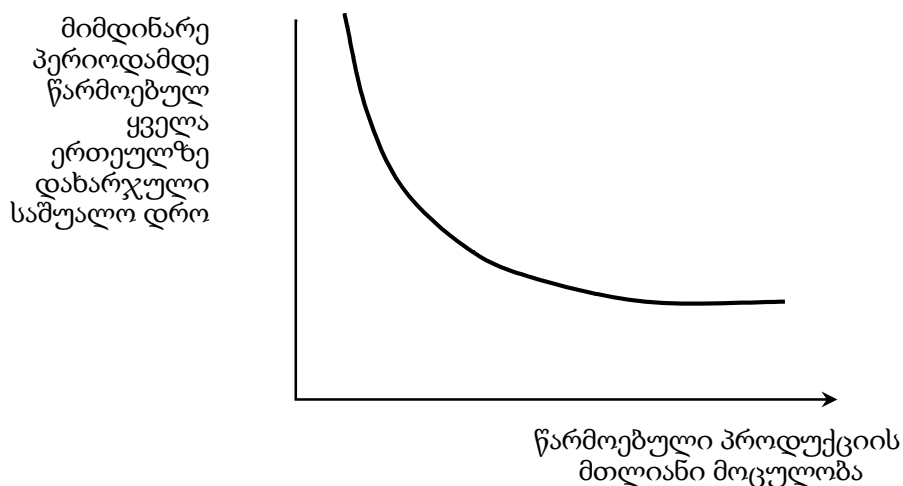
სადაც  $C_t(x_t)$  - საწარმოო დანახარჯებია, ხოლო  $h_t(i_t)$  - მარაგების შენახვის დანახარჯებია. დანახარჯების ამოზნექილი ფუნქციის შემთხვევას შეიძლება უწოდოთ ზრდადი ზღვრული ეფექტურობის შემთხვევა წარმოების მასშტაბის ზრდის დროს.

ამოზნეილი საწარმოო დანახარჯების ფუნქცია ხშირად გვხვდება მაშინ, როდესაც პროდუქციის წარმოება დაკავშირებულია დანახარჯებთან, რომელიც გაიწევა მოსამზადებელ ოპერაციებზე ან საწარმოო ხაზის გადაწყობაზე, რის შემდეგაც პროდუქციის თითოეული დამატებითი ერთეულის წარმოებას შეესაბამება დანახარჯები, რომელიც არ იცვლება პროპორციულად:

$$C_t(x_t) = \begin{cases} 0 & , \text{ თუ } x_t = 0 \\ s_t + c_t x_t & , \text{ თუ } x_t \geq 1 \end{cases} \quad (3)$$

ამოზნეილი დანახარჯების ფუნქცია ხშირად წარმოიქმნება სხვა შემთხვევაშიც - სწავლების ეფექტის გამო, რაც მდგომარეობს შემდეგში. მომუშავეები რაც უფრო მეტად ეცნობიან ახალი პროდუქციის წარმოების პროცესს, მით უფრო მცირდება ამ პროდუქციის ერთეულის წარმოებაზე დახარჯული დრო, და შესაბამისად საშუალო დანახარჯი.

რაიტის კანონის მიხედვით, როდესაც ორმაგდება კუმულაციური (დაგროვილი) შედეგი, ერთეულის წარმოებისთვის დახარჯული კუმულაციური საშუალო დრო ეცემა წინა პერიოდის საშუალო დროის მიმართ გარკვეულ ფიქსირებულ პროცენტულ მაჩვენებლამდე, რომელსაც უწოდებენ სწავლების განაკვეთს. [10]



ნახ. 3.2. სწავლების მრუდი



როგორც გრაფიკიდან ჩანს (ნახ.3.2), პროდუქციის დიდი რაოდენობით წარმოებისას მრუდი საბოლოოდ ხდება თითქმის ჰორიზონტალური. ეს გამომდინარეობს იქიდან, როდ ამ მომენტში იკარგება სწავლების ეფექტი და პროდუქციის ერთეულის წარმოებისთვის საჭირო დრო მუდმივი ხდება.

სწავლების მრუდის გაანგარიშება შეიძლება ცხრილების შედგენით, ასევე  $y = a \cdot x^b$  ფორმულის გამოყენებით, სადაც  $y$  - კუმულაციური საშუალო დრო (ან საშუალო დანახარჯი) ერთეულზე ან თითოეულ პარტიაზე,  $a$  - დრო (ან დანახარჯი) პირველ ერთეულზე ან პარტიაზე;  $b = \log r / \log 2$ ,  $r$  - სწავლების განაკვეთი,  $x$  - კუმულაციური წარმოებული პროდუქცია, გამოსახული ერთეულებში ან პარტიებში.

სწავლების მრუდის გათვალისწინება ხდება მხოლოდ გარკვეული სახის პროდუქციისთვის. მანქანური სიმძლავრის ეფექტურობამ შეიძლება შეზღუდოს სწავლების ეფექტის შემდგომი წინსვლა. როდესაც მიიღწევა სტაბილური მდგომარეობა, პროდუქციის წარმოებაზე დახარჯული პირდაპირი კაცსაათების შემდგომი შემცირება უკვე აღარ ხდება.

სწავლების მრუდის მოდელის გამოყენება ხდება იმ შემთხვევაში, თუ:

- პროცესი არის შრომატევადი - თანამედროვე წარმოება შესაძლოა ძალიან იყოს დამოკიდებული მანქანურ დროზე. სწავლების ეფექტის გამოყენება არ ხდება იქ, სადაც მანქანა-დანადგარები ზღუდავენ ადამიანური შრომის სიჩქარეს;
- არ არსებობს წარმოების წყვეტა (შეჩერება) - წარმოების შეწყვეტამ შეიძლება გამოიწვიოს სწავლების ეფექტის დაკარგვა;
- პროდუქტი ახალია - ახალი პროდუქტის წარმოება სწავლების ეფექტის მომავალში გამოყენების მეტ ალბათობას იძლევა;
- პროდუქტი არის რთული - რაც უფრო რთულია პროდუქტი, მით მეტი შანსია, რომ სწავლების ეფექტი არსებითი იქნება და მით მეტი დრო გავა, სანამ სწავლების ეფექტი მიაღწევს სტაბილურ დონეს;
- წარმოების პროცესი არის პერიოდულად განმეორებადი - თუ პროცესი არ მეორდება, სწავლების ეფექტი ვერ მიიღება.

სწავლების განაკვეთი ასევე ხშირად განისაზღვრება ერთეულის მთლიანი დანახარჯის მიმართ. სწავლების მრუდის ყველაზე უფრო ხელსაყრელად გამოიყენება ხდება იქ, სადაც პირდაპირი შრომის მეტი წილია. „გამოცდილების მრული“ სწავლების მრუდის მიდგომას ავრცელებს იმ არეებზე, სადაც არ გამოიყენება პირდაპირი შრომა. დანახარჯების და დროის დამოკიდებულების მიდგომის ნაცვლად, გამოცდილების მრუდი კავშირშია უშუალოდ დანახარჯებთან და წარმოადგენს ფუნქციას, რომელიც ყოველთვის უჩვენებს, როგორ მცირდება ერთეულის მთლიანი დანახარჯი წარმოებული პროდუქციის ზრდის პროპორციულად. გამოცდილების მრუდში მთლიანი დანახარჯები მოიცავს ყველა ტიპის ზედნადებ ხარჯებს (როგორცაა საწარმოო, მარკეტინგის და კომერციული ზედნადები ხარჯები). აქედან გამომდინარე, დანახარჯების შემცირება, რაც განპირობებულია ისეთი ფაქტორებით, როგორცაა საწარმოს მოცულობა, წარმოების ტექნოლოგია, მასალების შემადგენლობა და კონკურენცია, აისახება გამოცდილების მრუდზე. სწავლების მრუდის მსგავსად, გამოცდილების მრუდიც ასახავს პრაქტიკაში მომხდარ ფაქტებს და მოვლენებს.

ამოზნეილი დანახარჯების ფუნქცია ხშირად წარმოიქმნება სხვა შემთხვევაშიც: როდესაც მოდელი გამოიყენება როგორც მარაგების შევსების მოდელი გარე მომწოდებლიდან პროდუქციის შესყიდვის დროს. ამ შემთხვევაში მომწოდებელი პროდუქციის დიდი პარტიის შეკვეთის დროს ხშირად სთავაზობს ფასდაკლებას დამკვეთს შეკვეთის მოცულობაზე დამოკიდებულებით. ილუსტრაციისთვის მოვიყვანო შესაძლო საფეხურებრივ ფასებს, რომელიც შეიძლება იყოს მსგავსი სიტუაციებში:

10 ლარი ერთ ერთეულში, თუ შეკვეთის მოცულობა 12 ერთეულია;

8 ლარი ერთ ერთეულში 12 ერთეულს ზევით, თუ შეკვეთის მოცულობა 13-დან 144 ერთეულამდე;

5 ლარი ერთ ერთეულში 144 ერთეულს ზევით. (4)

ამ საფეხურებრივი ფასების გამოსახვა მათემატიკურად შეიძლება შემდეგნაირად:

$$C_t(x_t) = \begin{cases} 10x_t, & \text{თუ } 0 \leq x_t \leq 12 \\ 120 + 8(x_t - 12), & \text{თუ } 13 \leq x_t \leq 144 \\ 120 + 1056 + 5(x_t - 144), & \text{თუ } 145 \leq x_t \end{cases} \quad (5)$$

ფუნქცია  $C_t(x_t)$  არის ამოზნექილი, ვინაიდან  $x_t$ -თან არსებული კოეფიციენტები 10, 8 და 5 მცირდება  $x_t$  ზრდასთან ერთად. თუ (5)-ში ჩავრთავთ ასევე მოსამზადებელი სამუშაოების დანახარჯებს, ფუნქცია კვლავ იქნება ამოზნექილი. მაშასადამე მარაგების მოძრაობის ოპტიმალური გეგმის განსაზღვრისას ფირმას შეუძლია მოცემულ მომენტში გაითვალისწინოს პირობითად მუდმივი დანახარჯები - ზედნადები დანახარჯები, რომლებიც დაკავშირებულია შეკვეთის გაფორმებისთან და დამუშავებასთან.

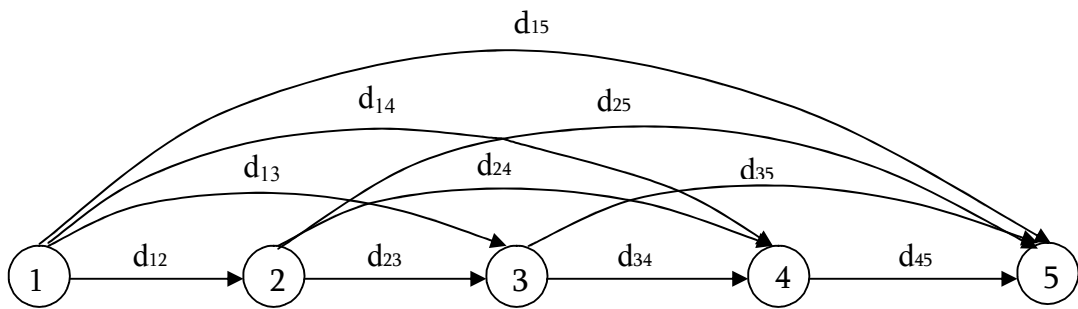
## თავი 4. დისკრეტული ოპტიმიზაციის ამოცანების შესაბამისი გამოთვლითი სქემები

პროდუქციის პარტიებად წარმოების პროცესი დაკავშირებულია სხვადასხვა ტიპის დისკრეტულობასთან. ამიტომ ჩვენს მიერ განხილულია დისკრეტული ოპტიმიზაციის საკითხები, მათთვის დამახასიათებელი ისეთი ფაქტორებით, როგორცაა მრავალი ოპტიმალური ამონახსნის არსებობა, ოპტიმალური და მასთან ახლოს მყოფი, ხარისხით მომდევნო რამდენიმე ამონახსნის მიღება მრავალკრიტერიუმიანი ანალიზისა და ამონახსნთა მდგრადობის გამოკვლევის მიზნით.

ჩატარებული ანალიზის საფუძველზე დამუშავებულ იქნა გამოთვლითი სქემა, რომელიც უზრუნველყოფს გამოთვლების ერთგვაროვნებას გრაფული მოდელის საფუძველზე.

### 4.1. მონაცემთა სტრუქტურა გრაფის წარმოდგენისთვის

განხილული ამოცანების ამოხსნის მეთოდები ძირითადად დაფუძნებულია სპეციფიკური სტრუქტურის გრგაფულ მოდელზე და, შესაბამისად, დამუშავებულია გრაფული მონაცემების დამახსოვრებისათვის აუცილებელი მონაცემთა სტრუქტურა. კერძოდ,  $n$  პერიოდიანი დაგეგმვის ინტერვალისათვის განსაზღვრულია  $n+1$  წვეროიანი გრაფი, რომლის კვანძები შეერთებულია რკალებით შემდეგნაირად: რკალი  $i$ -ურ და  $j$ -ურ კვანძებს შორის ( $i < j$ ) აღნიშნავს, რომ  $i$ -ურ ინტერვალში ხდება ისეთი მოცულობის პარტიის წარმოება, რაც საკმარისია  $i, i+1, \dots, j-1$  ინტერვალების მოთხოვნის სრულად დასაკმაყოფილებლად. ამგვარად, ზოგად შემთხვევაში გრაფს აქვს ნახ. 4.1 ნაჩვენები სახე ( $n=4$  შემთხვევისათვის).



ნახ.4.1. ზოგადი შემთხვევის გრაფი (  $n=4$  ).

მეხუთე კვანძში შემოდის 4 რკალი, მეოთხეში სამი და ა.შ. ზოგადად  $n+1$  კვანძში შემოდის  $n$  რკალი,  $n$ -ურში  $n-1$  და ა.შ.

თუ გრაფს წარმოვიდგენთ მარტივა  $D[1:n,1:n+1]$  სახით, მაშინ გრაფის შესახებ მონაცემები გამოისახება შემდეგნაირად (ცხრ.4.1):

ცხრილი 4.1.  $D [1:n,1:n+1]$  სახის მატრიცა

| $i \backslash j$ | 1 | 2        | 3        | 4        | 5        |
|------------------|---|----------|----------|----------|----------|
| 1                | 0 | $d_{12}$ | $d_{13}$ | $d_{14}$ | $d_{15}$ |
| 2                | 0 | 0        | $d_{23}$ | $d_{24}$ | $d_{25}$ |
| 3                | 0 | 0        | 0        | $d_{34}$ | $d_{35}$ |
| 4                | 0 | 0        | 0        | 0        | $d_{45}$ |

ამ მატრიცაში ელემენტები განმარტებულია ისეთი  $(i,j)$  წყვილისთვის, რომლისთვისაც კმაყოფილდება პირობა  $i < j$ . მატრიცის დანარჩენი ელემენტები წარმოდგენილია პირობითად ნულით. მატრიცის ელემენტები მისამართით  $(i,j)$ , სადაც  $j \leq i$  ინიციალიზირებულია რიცხვით 0 და ამგვარად, მატრიცის ელემენტთა ნახევარზე მეტე არაინფორმაციულია.

გრაფის მონაცემების მატრიცული ჩაწერა ამარტივებს ალგორითმის გადატანას მაღალი დონის პროგრამირების ენაზე, მაგრამ დაკავშირებულია

მეხსიერების უჯრედების არაეფექტურ გამოყენებასთან დიდი რაოდენობის არაინფორმაციული მონაცემების დამახსოვრების გამო.

გრაფის მონაცემები ასევე შეიძლება წარმოდგენილ იქნას როგორც ერთგანზომილებიანი მასივი

$$D[1: 10] = (d_{12}, d_{13}, d_{14}, d_{15}, d_{23}, d_{24}, d_{25}, d_{34}, d_{35}, d_{45})$$

ზოგადად მასივს ექნება განზომილება  $A \left[ 1: \frac{n(n+1)}{2} \right]$ , ხოლო რკალის შესაბამისი ელემენტი  $d_{ij}$  განისაზღვრება მისამართზე:

$$K = n(i - 1) - \frac{(i - 2)(i - 1)}{2} + (j - 1), \text{ ანუ}$$

$$d_{ij} = A[K]$$

მონაცემთა წარმოდგენის ასეთ მოდელში ადგილი არ აქვს მეხსიერების უქმად გამოყენებას, მაგრამ სამაგიეროდ საჭირო ხდება ინდექსების გამოანგარიშება მასივზე ყოველი მიმართვისას. გამოთვლების საბოლოო ეფექტურობა დამოკიდებულია იმაზე, თუ რამდენად რაციონალურად ხდება ციკლების ორგანიზაცია.

საბოლოო გადაწყვეტილება წარმოდგენის შესახებ დამოკიდებულია კომპიუტერის გამოთვლით სიმძლავრეზე, თუმცა ჩვენს მიერ მოყვანილ მსჯელობაში გამოყენებულია მატრიცული წარმოდგენა აღწერის სიმარტივის გათვალისწინებით.

## 4.2. გრაფში უმოკლესი გზის პოვნის ალგორითმი

რადგანაც კვანძების ნუმერაცია აკმაყოფილებს მოთხოვნას  $i < j$  (გრაფში კვანძი ნომრით  $i$  წინ უსწრებს კვანძს ნომრით  $j$  და ორიენტირებული რკალი  $(i, j)$  არსებობს ნებისმიერი  $i$  და  $j$  კვანძებისათვის, თუ  $i < j$ ). გრაფში ბმულების ხარისხი განისაზღვრება კვანძში შემავალი რკალების მაქსიმალური რაოდენობით (ზოგადად,  $n$  ინტერვალის შემთხვევაში ბმულების ხარისხი უდრის  $n - 1$ ). რადგანაც გრაფში გზის სიგრძე

ადტიურია, იგი უდრის გზაში შემავალ რკალთა სიგრძეების ჯამს. გარდა ამისა, მინიმალური (ოპტიმალური) გზა აკმაყოფილებს ე.წ. ბელმანის ოპტიმალობის პირობას: თუ ოპტიმალური გზა საწყისი 1 კვანძიდან საბოლოო  $n$  კვანძამდე Path (1,  $n$ ) გადის  $k$ -ურ კვანძში, მაშინ ამ გზის მონაკვეთები Path (1,  $k$ ) და Path ( $k$ ,  $n$ ) უმოკლესია (1,  $k$ ) და ( $k$ ,  $n$ ) კვანძთა წყვილებს შორის არსებულ გზებს შორის. ამ თვისების გამოყენებით, თითოეულ კვანძს შევუსაბამოთ 1 კვანძიდან ამ კვანძამდე უმოკლესი მანძილის შეფასება  $d_1, d_2, \dots, d_n$ . დასაწყისში  $d_1 = 0$ , ხოლო დანარჩენი მნიშვნელობები გამოითვლება მოცემულობის საფუძველზე გამოთვლითი პროცედურის მსვლელობისას. კერძოდ, რამდენადაც მეორე კვანძში შედის ერთი რკალი (1, 2),  $d_2$ -თვის გვექნება შემდეგი მნიშვნელობა  $d_2 = d_1 + d_{12}$ . ანალოგიურად,  $d_3 = \min(d_1 + d_{13}, d_2 + d_{23})$  და ა.შ. ზოგადად,

$$d_j = \min(d_1 + d_{1j}, d_2 + d_{2j}, \dots, d_{j-1} + d_{j-1,j}), \text{ სადა } j = 2, 3, \dots, n + 1$$

განვიხილოთ მაგალითი, რომლის მონაცემები მოცემულია ნახ. 4.2-ზე.

მოცემული მაგალითის მონაცემების საფუძველზე გამოვთვალოთ თითოეულ კვანძამდე უმოკლესი გზა:

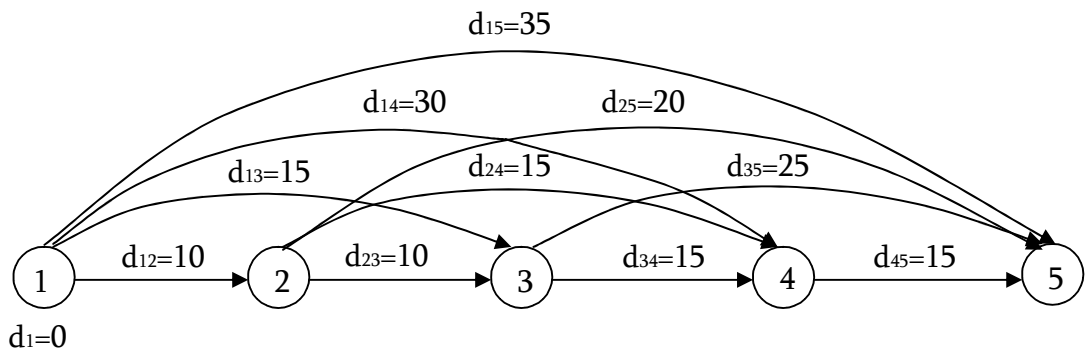
$$d_1 = 0,$$

$$d_2 = \min(0 + 10) = 10,$$

$$d_3 = \min(0 + 15, 10 + 10) = 15,$$

$$d_4 = \min(0 + 30, 10 + 15, 15 + 15) = 25,$$

$$d_5 = \min(0 + 35, 10 + 20, 15 + 25, 25 + 15) = 30.$$



$D[1:4,1:5]=$

| j | 1 | 2  | 3  | 4  | 5  |
|---|---|----|----|----|----|
| 1 | 0 | 10 | 15 | 30 | 35 |
| 2 | 0 | 0  | 10 | 15 | 20 |
| 3 | 0 | 0  | 0  | 15 | 25 |
| 4 | 0 | 0  | 0  | 0  | 15 |

ნახ. 4.2. მაგალითის შესაბამისი მატრიცა და გრაფი.

პირველ რიგში განისაზღვრება ოპტიმალურ გზაში შემავალი ბოლო რკალი. ამისათვის უნდა მოიძებნოს  $e$ -ს ისეთი მნიშვნელობა, რომლისთვისაც ადგილი აქვს ტოლობას:

$$d_e + d_{e,5} = 30; \quad e = 1, 2, \dots, 4$$

ჩვენს შემთხვევაში ტოლობა მიიღწევა  $e = 2$  მნიშვნელობისთვის, რაც ნიშნავს, რომ ოპტიმალური გზის ბოლო რკალია  $(2, 5)$ . ეხლა მსგავსი გამოთვლები უნდა ჩავატაროთ და ვიპოვოთ უმოკლესი გზა 1 კვანძიდან ნომერ 2 კვანძამდე. ეს არის რკალი  $(1, 2)$ . საბოლოოდ ოპტიმალური გზა მოიცავს კვანძებსა და რკალებს შემდეგი მიმდევრობით:

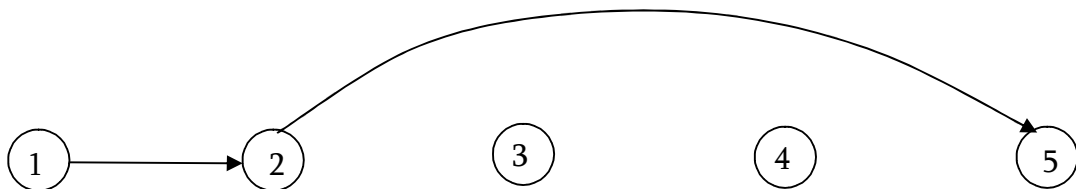
$$1, (1, 2), 2, (2, 5), 5$$

რაც მოცემულია ნახაზზე 4.3.



|           |                  |    |    |    |    |
|-----------|------------------|----|----|----|----|
| $A[i,j]=$ | $i \backslash j$ | 2  | 3  | 4  | 5  |
| 1         | 1                | 10 | 15 | 30 | 35 |
| 2         | 2                |    | 20 | 25 | 30 |
| 3         | 3                |    |    | 30 | 40 |
| 4         | 4                |    |    |    | 40 |

$$d_1 = 0, \quad d_2 = 10, \quad d_3 = 15, \quad d_4 = 25, \quad d_5 = 30$$



ნახ.4.3. ოპტიმალური გზის შესაბამისი კვანძებისა და რკალების მიმდევრობა

### 4.3. გრაფში k-უმოკლესი გზების პოვნის ალგორითმი.

განხილულ სკალარული ოპტიმიზაციის მოდელში ამოცანა მდგომარეობს გრაფში უმოკლესი გზის პოვნაში. თუ ამოცანა მრავალკრიტერიუმიანი, რაც უფრო შეესაბამება რეალურ სიტუაციებს, მაგრამ მოდელში გათვალისწინებულია ოპტიმიზაცია ერთ-ერთი კრიტერიუმი, ვარიანტული ანალიზის პრობლემა დგება: ერთი მაჩვენებლის ოპტიმიზაცია, როგორც წესი, იწვევს სხვა (მასთან კონფლიქტური) მაჩვენებლის შეცვლას.

ასეთ შემთხვევებში სამი ძირითადი შესაძლებლობაა:

1. ამოიხსნას ამოცანა ყველა კრიტერიუმით ცალკე-ცალკე, რაც მოგვცემს იმდენ ამონახსნს, რამდენი კრიტერიუმიც არის. თვითეული

ამონახსნისთვის განისაზღვროს ყველა კრიტერიუმის მნიშვნელობა, რაც მოგვცემს შეფასებათა ვექტორებს. ვექტორების ეს სიმრავლე პარეტო-ოპტიმალურია და იგი წარედგინება გადაწყვეტილების მიმღებ პირს საბოლოო არჩევანისთვის.

2. მოხდეს მაჩვენებელთა სისტემის (ვექტორული მაჩვენებლის) სკალარიზაცია, ანუ დაყვანილ იქნას ერთ ფუნქციაზე მაჩვენებელთა წონითი კოეფიციენტების შემოტანის (ან რომელიმე სხვა მეთოდის) საფუძველზე და ამოიხსნას მიღებული სკალარული ოპტიმიზაციის ამოცანა.
3. ჩამოყალიბდეს ოპტიმიზაციის ამოცანა ერთ-ერთი კრიტერიუმის გამოყენებით და მოიძებნოს როგორც მისი ოპტიმალური ამონახსნი, ისევე გარკვეული რაოდენობის ხარისხით მომდევნო ამონახსნები. ცხადია, ასეთი მიდგომა განსაკუთრებით ეფექტურია დისკრეტული ოპტიმიზაციის შემთხვევაში და მას  $k$ -უმოკლესი გზების ძიების მეთოდი შეიძლება ეწოდოს. მიღებული  $k$ -რაოდენობის ამონახსნებისათვის განისაზღვრება ყველა კრიტერიუმის მნიშვნელობა და, ამგვარად ვლემულობთ შეფასებათა ვექტორის სიმრავლეს. ამ სიმრავლიდან გამოირიცხება ყველა დაქვემდებარებული ვექტორი (ერთი ვექტორი არის მეორისადმი დაქვემდებარებული, თუ ის ყველა კრიტერიუმით არაუკეთესია მეორეზე), რაც იძლევა პარეტო-ოპტიმალურ ამონახსნთა სიმრავლეს და იგი წარედგინება გადაწყვეტილების მიმღებ პირს.

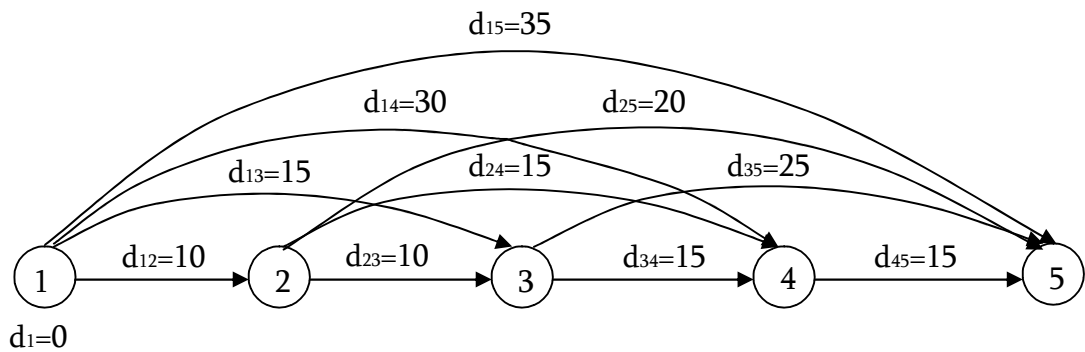
შემდგომში განხილული მოდელები დაფუძნებულია  $k$ -უმოკლესი ამონახსნები ძიების მეთოდის გამოყენებაზე მრავალკრიტერიუმიანი ოპტიმიზაციის ამოცანებისათვის.

$k$ -უმოკლესი ამონახსნების ძიების ალგორითმი, თვდაპირველად, განვიხილოთ კონკრეტულ მაგალითზე. დაუშვათ გვაქვს ოთხი პერიოდი  $n=4$ , და რკალების სიგრძეების მატრიცას აქვს სახე (ცხრ.4.2):

ცხრილი 4.2. შექმნილ გრაფში (i,j) რკალების სიგრძეები.

|               |                  |    |    |    |    |
|---------------|------------------|----|----|----|----|
| $D[1:4,2:5]=$ | $i \backslash j$ | 2  | 3  | 4  | 5  |
| 1             | 1                | 10 | 15 | 30 | 35 |
| 2             | 2                | 0  | 10 | 15 | 20 |
| 3             | 3                | 0  | 0  | 15 | 25 |
| 4             | 4                | 0  | 0  | 0  | 15 |

გადავიტანოთ ეს მონაცემები გრაფზე:



გრაფზე გზების ძიების ალგორითმი გულისხმობს ორი ეტაპის განხორციელებას. პირველ ეტაპზე ხორციელდება ნაბიჯები წინ კვანძების შეფასებათა დასადგენად, ხოლო მეორე ეტაპზე კეთდება ნაბიჯები უკან გზების დასადგენად, ჩვენს მაგალითში იგულისხმება გზები 1 და 5 კვანძებს შორის.

ამ შემთხვევაში მიზანს წარმოადგენს გრაფში  $k$  რაონობის გზების განსაზღვრა საწყის და საბოლოო კვანძებს შორის. რადგანაც კვანძები დანომრილია ზრდადი ნომრებით  $1, 2, \dots, n+1$ ,  $j$ -ურ კვანძში შემავალი რკალების რაოდენობა ( $j=2, 3, \dots, n+1$ ) უდრის  $(j-1)$ -ს. შევადგინოთ მატრიცა  $A[1:n; 2:n+1]$  როგორც ეს არის ქვემოთ ნაჩვენები. მისი ელემენტები  $a_{ij}$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ ,  $j = 2, 3, \dots, n+1$ , პირობით  $j > i$  (წინააღმდეგ შემთხვევაში მატრიცის ელემენტები გამოთვლებში არ მონაწილეობს, იგი განუსაზღვრელია).

ნებისმიერ კვანძში ნომრით  $j$  მასში შემოდის რკალი კვანძებიდან ნომრით  $i = 1, 2, \dots, j-1$ .

ცხრილი 4.3. გრაფში  $k$  რაოდენობის გზები საწყის და საბოლოო კვანძებს შორის.

| $i \backslash j$ | 2  | 3  | 4  | 5  |
|------------------|----|----|----|----|
| 1                | 10 | 15 | 30 | 35 |
| 2                |    | 20 | 25 | 30 |
| 3                |    |    | 30 | 40 |
| 4                |    |    |    | 40 |

შევავსოთ მატრიცის (ცხრ.4.3) ელემენტები შემდეგნაირად:

- $j = 2$ . განვიხილოთ ყველა რკალი, რომელიც შემოდის მეორე კვანძში. ასეთი მხოლოდ ერთი რკალია (1,2) სიგრძით  $d_{12} = 10$ . შევიტანოთ  $A(1;2)$  და განვსაზღვროთ უმოკლესი გზა  $d_2$ -დე

$$d_2 = d_1 + d_{12} = 0 + 10 = 10. (d_1 = 0 \text{ როგორც საწყისი მნიშვნელობა}).$$
- $j = 3$ . გვაქვს ორი შემავალი რკალი:

  - (1,3) რკალისთვის  $A(1; 3) = d_1 + d_{13} = 15$
  - (2,3) რკალისთვის  $A(2; 3) = d_2 + d_{23} = 10 + 10 = 20$

განვსაზღვროთ უმოკლესი გზა  $d_3$ -დე

$$d_3 = \min(A(1; 3), A(2; 3)) = \min(15, 20) = 15.$$
- $j = 4$ . გვაქვს სამი შემავალი რკალი:

  - (1,4) რკალისთვის  $A(1; 4) = d_1 + d_{14} = 0 + 30 = 30$
  - (2,4) რკალისთვის  $A(2; 4) = d_2 + d_{24} = 10 + 15 = 25$
  - (3,4) რკალისთვის  $A(3; 4) = d_3 + d_{34} = 15 + 15 = 30$

განვსაზღვროთ უმოკლესი გზა  $d_4$ -დე

$$d_4 = \min(A(1; 4), A(2; 4), A(3; 4)) = \min(30, 25, 30) = 25$$
- $j = 5$ . გვაქვს ოთხი შემავალი რკალი:

ა. (1,5) რკალისთვის  $A(1; 5) = d_1 + d_{15} = 0 + 35 = 35$

ბ. (2,5) რკალისთვის  $A(2; 5) = d_2 + d_{25} = 10 + 20 = 30$

გ. (3,5) რკალისთვის  $A(3; 5) = d_3 + d_{35} = 15 + 25 = 40$

დ. (4,5) რკალისთვის  $A(4; 5) = d_4 + d_{45} = 25 + 15 = 40$

განვსაზღვროთ უმოკლესი გზა  $d_5$ -დე  $d_5 = \min(A(1; 5), A(2; 5), A(3; 5), A(4; 5)) = \min(35, 30, 40, 40) = 30$ .

ამგვარად უმოკლესი გზის სიგრძე უდრის 30, ხოლო დანარჩენი გზების სიგრძეებია 35, 40 და 40.

რადგან  $A(2; 5)=30$ , ეს ნიშნავს, რომ მინიმალური გზის ბოლო რკალია (2,5). კვანძში ნომრით 2 შემოდის ერთი რკალი (1,2). საბოლოოდ მინიმალური სიგრძის გზა წარმოადგენს 1, (1,2), 2, (2,5), 5.

ხარისხით მეორე გზას შეესაბამება სგრძე 35 და  $A(1; 5) = 35$ . ამ შემთხვევაში გზა შემდეგი მიმდევრობისაა 1, (1,5), 5.

აგრეთვე გვაქვს ხარისხით მომდევნო ორი გზა სიგრძით 40:

- რადგან  $A(3; 5)=40$ , სათანადო გზის ბოლო რკალია (3,5). რომ ვიპოვოთ მესამე კვანძში შემავალი რკალი, ავირჩიოთ უმცირესი  $A(1,3)$  და  $A(2; 3)$  შორის, რაც გვადლევს რკალს (1,3). საბოლოოდ, შესაბამისი გზა არის 1, (1,3), 3, (3,5).

- მეორე შემთხვევაში  $A(4; 5)=40$ . ე.ი. გზის ბოლო რკალია (4,5). მეოთხე კვანძში შემავალი რკალის საპოვნელად ვიპოვოთ უმცირესი ელემენტი  $j=4$ -ის შესაბამის სვეტში. ეს არის  $A(2; 4)=25$ , რაც გვადლევს მეორე რკალს (2,4), ხოლო  $j=2$  სვეტის ანალიზი იძლევა რკალს (1,2). ამგვარად, გზას ექნება შემდეგი სახე 1, (1,2), 2, (2,4), 4, (4,5), 5.

ზემოთმოყვანილი გამოთვლები ზოგად შემთხვევაში მიიღებს სახეს:

1.  $n$  - არის განსახილველი პერიოდის ინტერვალების რაოდენობა, რომლებიც დანომრილი: 1, 2, ...,  $n$ .
2. გვაქვს მატრიცა  $D[1:n; 2:n+1]$ , რომლის  $D[i,j]$  ელემენტი განსაზღვრულია როდესაც  $j>i$ .
3. გამოთვლები იწარმოება იტერაციულად  $j=2, 3, \dots, n+1$ .

ა. ვითვლით კვანძამდე უმოკლესი გზის სიგრძეს:

$$d_1 = 0, \quad d_j = \min_{1 \leq i \leq j-1} (d_i + d_{ij})$$

$$i = 1, 2, \dots, j-1.$$

ბ. განვსაზღვრავთ მატრიცის  $A[i,j]$  ელემენტს შემდეგნაირად

$$A[i,j] = (d_i + d_{ij}).$$

4.  $n+1$  სვეტში ვპოულობთ მინიმალურ ელემენტს:

$$A(i, n+1) = \min_i A(i, n+1),$$

რაც გვაძლევს რკალს  $(i_1, n+1)$ .

5. სვეტში ნომრით  $i_1$  ვსაზღვრავთ მინიმალურ ელემენტს:

$$A(i_2, i_1) = \min_i A(i, i_1)$$

რაც გვაძლევს რკალს  $(i_2, i_1)$ .

6. ვპოულობთ გზის მონაკვეთს  $i_2, (i_2, i_1), i_1, (i_1, n+1)$  და ა.შ., სანამ  $i$  არ გაუტოლდება 1-ს.

**თავი 5. პროდუქციის პარტიებად წარმოებისას დანახარჯების მინიმიზაციის მოდელები, პროდუქციაზე სტატიკური მოთხოვნის და შეუზღუდავი სიმძლავრეების პირობებში.**

დავუშვათ, რომ საგემო პერიოდის ნებისმიერ ინტერვალში შეიძლება ვაწარმოთ პროდუქციის ნებისმიერი მოცულობის პარტია, ასევე არ არის შეზღუდვა ნებისმიერი მოცულობის მარაგის შენახვაზე. ამის მიღწევა შეიძლება საჭიროების შემთხვევაში საწარმოო და შესანახი სიმძლავრეების გაზრდით.

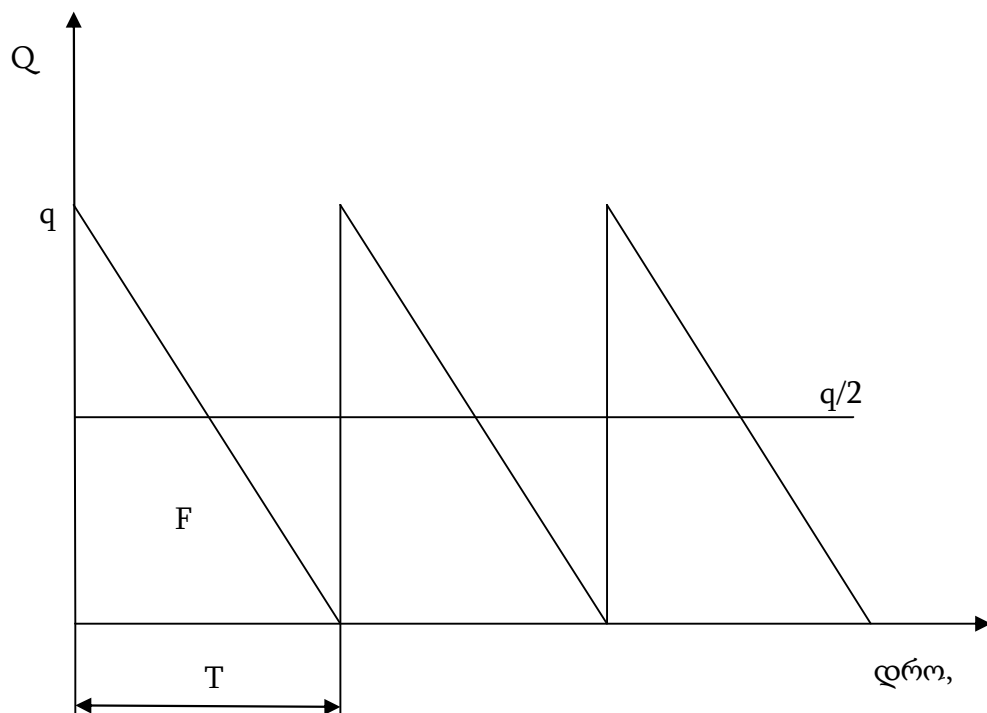
პროდუქციაზე სტატიკური მოთხოვნის დაკმაყოფილების მოდელი შეესაბამება მარაგების მართვის სიტუაციას, რომელსაც ახასიათებს შემდეგი დაშვებები:

1. პროდუქციის წარმოების მოცულობა განისაზღვრება არსებული მოთხოვნით, რადგან არ ხდება მათი ჩანაცვლება შემცვლელი პროდუქტებით;
2. დროის ტოლ ინტერვალებში მოთხოვნის ინტენსივობა არის ცნობილი და მუდმივი სიდიდე;
3. პარტიის წარმოების და მიწოდების დრო არის ცნობილი და მუდმივი სიდიდე;
4. პარტიის ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების დანახარჯები არ არის დამოკიდებული პარტიის მოცულობაზე.

## 5.1. პროდუქციის ოპტიმალური პარტიის მოცულობის განსაზღვრის მოდელი მთლიანი დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით.

მარაგების მართვის მოდელმა უნდა მოახდინოს მარაგებთან დაკავშირებული დანახარჯების მინიმიზაცია მათი შენახვის მთელი პერიოდის განმავლობაში. ამ პერიოდის ხანგრძლივობას მნიშვნელობა არ აქვს, ვთქვათ ეს არის გარკვეული საგეგმო პერიოდი.

თავდაპირველი შესწავლის ძირითადი საგანია - მარაგების  $Q$  რაოდენობასა და დროს შორის დამოკიდებულების განსაზღვრა, რომლისთვისაც განიხილება ეს მარაგი. ე.ი. გამოიკვლევა ფუნქცია  $Q = f(t)$ . პროდუქციაზე სტატიკური მოთხოვნის დაკმაყოფილების ამოცანის დასმა შეიძლება შემდეგნაირად: განსაზღვროთ პარტიის მოცულობა  $q$ , რომლის დროსაც პერიოდის მთლიანი დანახარჯები იქნება მინიმალური. ამისთვის  $Q = f(t)$  დამოკიდებულების ფორმულირებას აქვს სახე, რომელიც მოცემულია მარაგების დონის ცვლილების და შევსების გრაფიკზე ნახ.5.1.



ნახ.5.1. მარაგების დონის ცვლილების და შევსების გრაფიკი.



გრაფიკზე (ნახ.5.1) მოცემულია შემდეგი აღნიშვნები: Q - მარაგების დონე; q -პარტიის ზომა (ციკლის დასაწყისი); F - ფართობი გრაფიკის ქვემოთ; T - ციკლის ხანგრძლივობა;  $q/2$  - მარაგების საშუალო დონე.

იმისთვის რომ დაკმაყოფილდეს საგეგმო პერიოდის, მაგ. წლის შესაბამისი d მოთხოვნა q მოცულობის პარტიის დროს, საჭიროა მოხდეს  $d/q$  პარტიის წარმოება-მიწოდება; მარაგების საშუალო დონე იქნება  $q/2 = F/T$ ; F - გრაფიკის ქვემოთ ფართობი T ციკლისთვის.

პარტიის ეკონომიკური მოცულობის განსაზღვრა დაფუძნებულია მთლიანი დანახარჯების მინიმიზაციაზე, რომელიც შედგება: ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების, პროდუქციის წარმოების და მარაგის შენახვის დანახარჯებისაგან.

$$C = C_1 (\text{ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების დანახარჯები}) + C_2 (\text{პროდუქციის წარმოების დანახარჯები}) + C_3 (\text{მარაგის შენახვის დანახარჯები}).$$

$$C_1 = \frac{s \cdot d}{q}; \quad C_2 = c \cdot d; \quad C_3 = \text{მარაგის საშუალო დონე} \cdot h = \frac{q}{2} \cdot h,$$

სადაც

d - პერიოდის მოთხოვნაა, რომელიც მუდმივია და უწყვეტი პერიოდის მანძილზე, მოთხოვნის დაკმაყოფილება ხდება სრულად;

s - ერთი პარტიის ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების დანახარჯი, რომელიც არ არის დამოკიდებული წარმოებული პროდუქციის მოცულობაზე;

c - პროდუქციის ერთი ერთეულის წარმოების დანახარჯი, რომელიც მუდმივია (განიხილება ერთი სახის პროდუქცია);

h - პროდუქციის ერთი ერთეულის შენახვის დანახარჯი, რომელიც მუდმივია პერიოდის მანძილზე;

q - პარტიის მოცულობა, რომელიც მუდმივი სიდიდეა პერიოდის მანძილზე და პროდუქციის მიწოდება ხდება მომენტალურად, როგორც კი მარაგის დონე იქნება ნულის ტოლი.

პარტიის ოპტიმალური მოცულობა შეიძლება იქნას მიღებული მთლიანი დანახარჯის ფუნქციის ექსტრემუმის მოძებნით. თუ თანმიმდევრულად შევცვლით პარტიის მოცულობას  $q$ -ს, მაშინ პარტიის ოპტიმალური მოცულობა იქნება მთლიანი დანახარჯების მინიმალური ოდენობის შესაბამისი.

მეორეს მხრივ, დანახარჯების ფუნქცია უწყვეტია. ოპტიმალური პარტიის მოცულობის განსაზღვრის ამოცანა, რომელიც შეესაბამება მინიმალურ მთლიან დანახარჯებს, მდგომარეობს ფუნქციის მინიმალური მნიშვნელობის მოძებნაში. მინიმალური მნიშვნელობა არის ექსტრემუმის წერტილი მოცემული ინტერვალისთვის. წარმოებულის ნულთან გატოლება შეესაბამება ფუნქციის ექსტრემუმის წერტილს, მინიმალურ მთლიან დანახარჯებს და პარტიის ოპტიმალურ მოცულობას:

$$C = \frac{s \cdot d}{q} + c \cdot d + \frac{q}{2} \cdot h$$

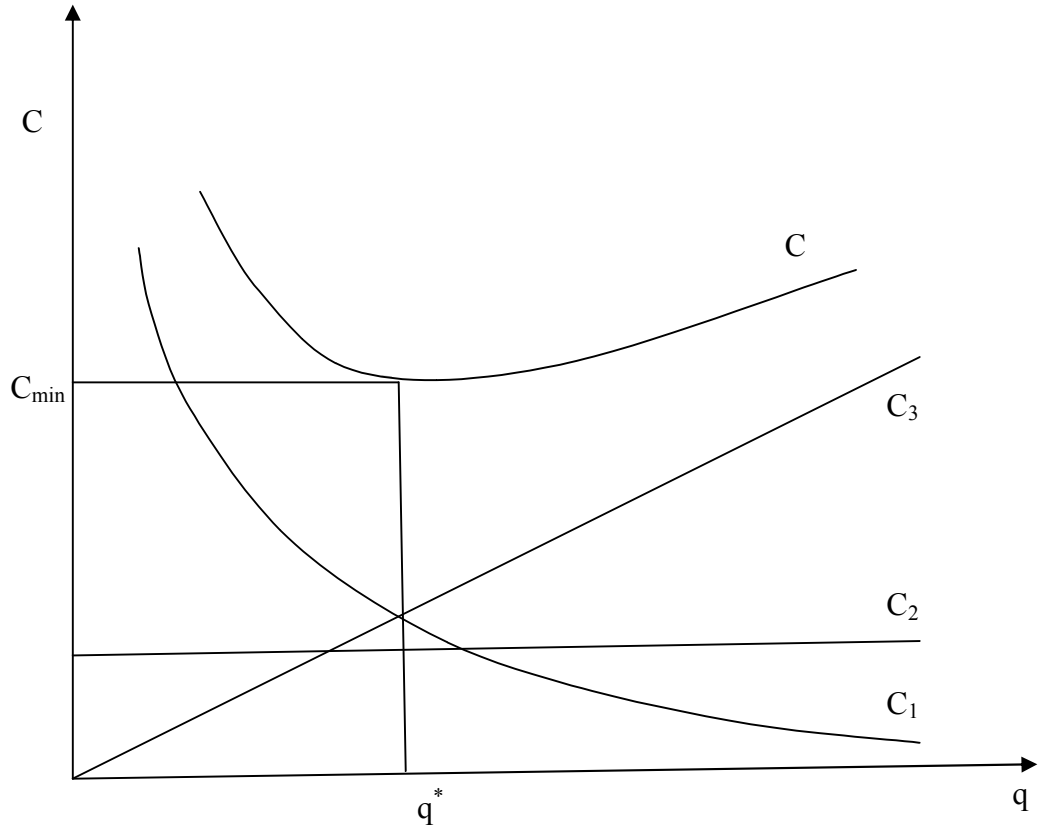
$$\frac{dC}{dq} = 0, \text{ მივიღებთ } -\frac{s \cdot d}{q^2} + 0 + \frac{h}{2},$$

ამ გამტოლების ამოხსნით  $q$  სიდიდის მიმართ მივიღებთ:

$$q^* = \sqrt{\frac{2sd}{h}} \quad (5.1)$$

სადაც  $q^*$  - პარტიის ოპტიმალური მოცულობაა.

იმის გათვალისწინებით, რომ  $C_1 = \frac{s \cdot d}{q}$  - პერიოდის ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების დანახარჯებია,  $C_2 = c \cdot d$  - პროდუქციის წარმოების მთლიანი ღირებულება,  $C_3 = \frac{q}{2} \cdot h$  - მარაგების პერიოდის შენახვის დანახარჯები, მივიღებთ გრაფიკს, რომელიც მოცემულია ნახ.5.2.



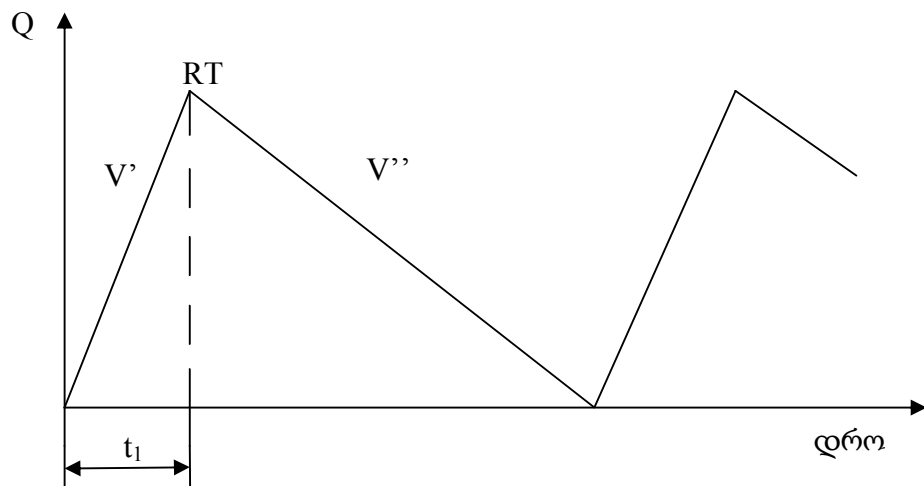
ნახ.5.2. პროდუქციის ოპტიმალური პარტიის განსაზღვრის გრაფიკი

ნახ. 5.2–დან ჩანს, რომ თუ პარტიის მოცულობა არ არის დიდი, მაშინ ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების დანახარჯები დომინირებს, რადგანაც ამ შემთხვევაში პროდუქციის მორიგი პარტიის წარმოების დასაწყებად საწარმოო პროცესის უზრუნველსაყოფად საჭირო ტექნიკურ მოსამზადებელ სამუშაოებზე დანახარჯების გაწევა ხდება ხშირად, მაგრამ პროდუქციის მცირე რაოდენობაზე. თუ კი პარტიის მოცულობა არის საკმაოდ დიდი, მაშინ დანახარჯების ძირითადი კომპონენტი არის მარაგის შენახვის დანახარჯები, რადგანაც საწარმოო პროცესის მოსამზადებლად ტექნიკური სამუშაოების ჩატარება ნაკლებად ხდება, მაგრამ საქონლის დიდ პარტიაზე. ექსტრემუმის წერტილი მთლიანი დანახარჯების გრაფიკზე

შეესაბამება სიტუაციას, როდესაც ორივე სახის დანახარჯი ერთმანეთის ტოლია. ეს ფაქტი შეიძლება გამოვიყენოთ  $Q$  გამოთვლების სისწორის შესამოწმებლად. მნიშვნელოვანი არის ის, რომ მინიმუმის წერტილში მთლიანი დანახარჯების მრუდი შესამჩნევად სწორდება. ეს ნიშნავს, რომ მოცემულ არეში მთლიანი დანახარჯების მნიშვნელობა ნაკლებად მგძნობიარეა პარტიის მოცულობის ცვლილებაზე დამოკიდებულებით. ე.ი. თუ შეუძლებელია  $q$  რაოდენობის საქონლის პარტიის წარმოება (მაგალითად, თუ პროდუქციის მოცულობის საზომია ერთეულები, ხოლო  $q$ -ს მნიშვნელობა – წილადია), მაშინ ოპტიმალურ მოცულობასთან შედარებით ახლოს მყოფი მოცულობის პროდუქციის პარტიის წარმოება არ გამოიწვევს მთლიანი დანახარჯების მნიშვნელოვან ზრდას.

## 5.2. პროდუქციის ოპტიმალური პარტიის მოცულობის განსაზღვრის მოდელი დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით, წარმოების დროის გათვალისწინებით.

როდესაც მზა პროდუქციის მოწოდება საწყობში უშუალოდ წარმოებიდან ხდება, მოწოდება შეიძლება არ უყოს მომენტალური. დამატებითი პარამეტრია - წარმოების ტემპი  $p$  - პროდუქციის რაოდენობა, რომელიც წარმოებულია საწარმოო ხაზის მიერ პერიოდის განმავლობაში; პერიოდის მოთხოვნა მუდმივია და უდრის  $d$ . როგორც კი მარაგების დონე დაეცემა ნულამდე, საწარმოო ხაზიდან იწყება საქონლის მოწოდება საწყობში.  $q$  - პარტიის მოცულობაა. პროდუქციის მარაგების დონის ცვლილების და შევსების გრაფიკი წარმოების დროის გათვალისწინებით მოცემულია ნახ. 5.3.



ნახ. 5.3. მარაგების დონის ცვლილების და შევსების გრაფიკი წარმოების დროის გათვალისწინებით

ნახ.5.3-ზე გამოყენებულია შემდეგი აღნიშვნები:

Q - საქონლის მარაგის დონე;

t - დრო;

RT - მარაგების მაქსიმალური დონე;

t<sub>1</sub> - მიწოდების ხანგრძლივობა;

V' - მარაგების შევსების სიჩქარე, რაც უდრის p - d ;

V'' - მუდმივი მოთხოვნა ინტენსივობით d.

მთლიანი დანახარჯები პერიოდის განმავლობაში, ისევე როგორც წინა მოდელში, არის

$$C = C_1 (\text{ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების დანახარჯები}) + \\ + C_2 (\text{საქონლის წარმოების დანახარჯები}) + \\ + C_3 (\text{მარაგის შენახვის დანახარჯები}).$$

თუ პერიოდის d ერთეულზე მოთხოვნის დროს ერთ პარტიაში იწარმოება პროდუქცია q რაოდენობით, მაშინ პერიოდის მანძილზე საჭიროა  $n = d/q$  პარტიის წარმოება. მაშასადამე,

$$C_1 = \frac{s \cdot d}{q}; \quad C_2 = c \cdot d; \quad C_3 = \text{მარაგის საშუალო დონე} \cdot h.$$

მარაგის საშუალო დონის განსაზღვრისთვის გამოვიყენოთ შემდეგი ორი გარემოება:

1. მაქსიმალური დონე  $RT = (p - d) \cdot t$ ;
2. ერთ პარტიაში პროდუქციის რაოდენობაა  $q = p \cdot t$ .

მაშინ მარაგების საშუალო დონე გამოითვლება შემდეგნაირად:

$$0,5RT = \frac{(p-d)t}{2},$$

რადგან  $t = \frac{q}{p}$ , მაშინ მარაგების საშუალო დონე

$$0,5RT = \frac{(p-d)q}{2p},$$

ხოლო მარაგების შენახვის მთლიანი დანახარჯები პერიოდის მანძილზე

$$C_3 = \frac{(p-d)qh}{2p}.$$

პერიოდის მთლიანი დანახარჯების განტოლება იქნება

$$C = \frac{s \cdot d}{q} + c \cdot d + \frac{(p-d) \cdot q \cdot h}{2 \cdot p}$$

მიღებულ ფუნქციას აქვს მინიმუმის შესაბამისი ოპტიმუმის წარტილი. წარმოებულის ნულთან გატოლება გვაძლევს პარტიის ზომის ოპტიმალურ მნიშვნელობას, დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით:

$$\frac{dC}{dq} = 0, \text{ მივიღებთ } -\frac{sd}{q^2} + \frac{(p-q)h}{2p},$$

საიდანაც პარტიის ოპტიმალური მოცულობა

$$q^* = \sqrt{\frac{2psd}{(p-q)h}} = \sqrt{\frac{2sd}{h(1-\frac{d}{p})}} \quad (5.1)$$

ძირითადი დასკვნა, რომელიც ეხება პარტიის ოპტიმალური ოდენობის ფორმულის გამოყენების შეზღუდვას, მდგომარეობს იმაში, რომ მთლიანი დანახარჯების ფუნქცია უნდა იყოს უწყვეტი და დიფერენცირებადი ინტერვალში. შესაბამისად პარტიის ოპტიმალური მოცულობის ამოცანა, რომელიც მოგვცემს საშუალებას პერიოდის მოთხოვნა დაკმაყოფილდეს სრულად და დროულად, და თან მინიმალური დანახარჯებით, ამოიხსნება ერთ ბიჯზე. გამოთვლების ალგორითმს შეეცვლის, მაგალითად რესურსებზე ფასდაკლების სისტემის ანალიზი, რაც გვიჩვენებს, რომ მთლიანი დანახარჯების ფუნქციას ექნება წყვეტა. ფორმალურად მსგავსი ფუნქცია დიფერენცირებას არ ექვემდებარება. ამოცანის გადაჭრა ხდება თითოეულ ინტერვალში წყვეტის წერტილებს შორის და თვითონ წერტილებში მთლიანი დანახარჯების მინიმალური მნიშვნელობების განსაზღვრის მეშვეობით. ამ მეთოდს ეწოდება მნიშვნელობების გადარჩევის მეთოდი. ვარიანტები რომლებიც უნდა გამოითვალოს და შედარდეს იქნება იმდენი, რამდენიც იქნება თვითონ პარამეტრების კომბინაცია მთლიანი დანახარჯების ფუნქციაში.

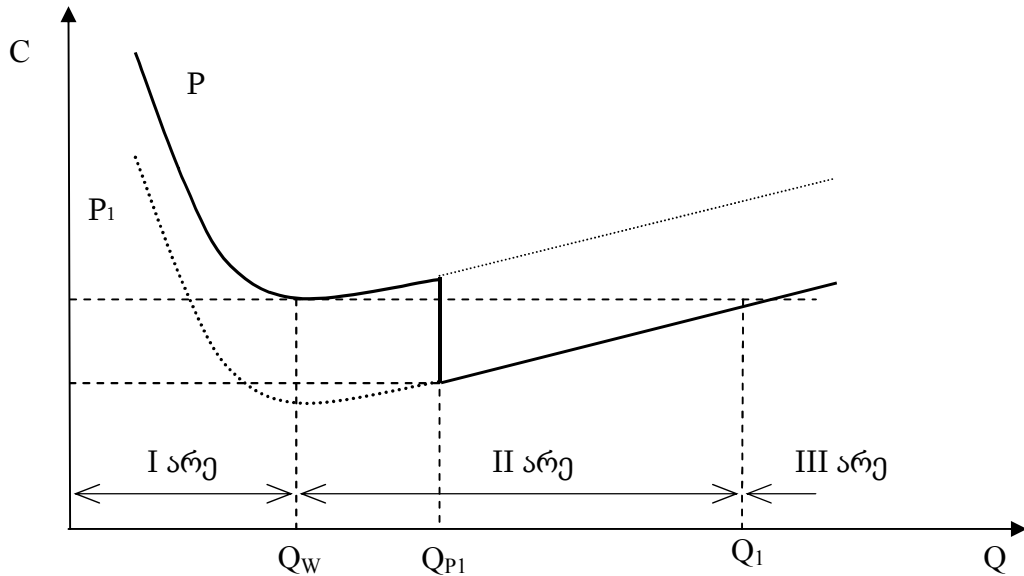
### 5.3. პროდუქციის ოპტიმალური პარტიის მოცულობის განსაზღვრის ალგორითმი დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით, რესურსებზე ფასდაკლების გათვალისწინებით.

თუ პროდუქციის ერთი ერთეულის წარმოების ღირებულება არ არის დამოკიდებული პარტიის მოცულობაზე, მაშინ მისი გათვალისწინება არ ხდება მოდელში, ვინაიდან მთლიანი დანახარჯების განტოლებაში მისი ჩართვა გამოიწვევს ამ განტოლების შესაბამისი გრაფიკის პარალელურად გადაადგილებას  $Q$  ღერძთან მიმართებაში და არ შეცვლის მის ფორმას. მაგრამ თუ რესურსების დიდი მოცულობის შეკვეთაზე ხდება ფასდაკლება, მაშინ პროდუქციის წარმოების დანახარჯები საჭიროა გავითვალისწინოთ მოდელში. მოცემულ სიტუაციაში უფრო დიდი მოცულობის პარტიის წარმოება გამოიწვევს შენახვის დანახარჯების გაზრდას, მაგრამ ეს ზრდა შეიძლება იქნეს კონპენსირებული პროდუქციის წარმოების დანახარჯების შემცირებით.

ფასდაკლებების გავლენა მთლიან დანახარჯებზე და მარაგების მართვაზე მოცემულია ნახ.5.4.

აქ  $Q_{p1}$  - ე.წ. ფასების წყვეტის წერტილი, ვინაიდან პარტიისთვის, რომლის მოცულობა აღემატება  $Q_{p1}$  -ს, ერთი ერთეული პროდუქციის წარმოების დანახარჯები ნაკლებია, ვინაიდან რესურსების უფრო დიდი მოცულობის პარტიის შესყიდვა შეიძლება თავდაპირველ ფასთან შედარებით უფრო დაბალი ფასით  $P_1 < P$ . რომ განვსაზღვროთ წარმოების ოპტიმალური მოცულობა  $Q$  ამ სიტუაციაში, უნდა გავანალიზოთ სამიდან ერთ-ერთ რომელ არეში მოხვდა ფასების წყვეტის წერტილი (ნახ.5.4).

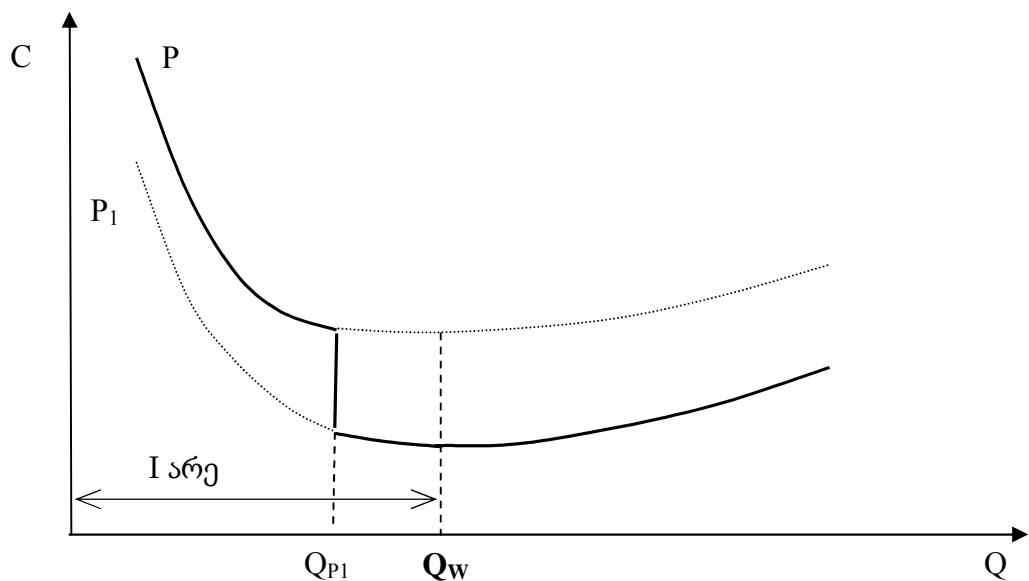




ნახ.5.4. მთლიან დანახარჯებზე რესურსებზე ფასდაკლების გავლენის გრაფიკი

ამისთვის ჩამოვყალიბოთ ალგორითმი:

1. განვსაზღვროთ  $Q_w$  (5.1) ფორმულის მიხედვით.
2. თუ  $Q_{p1} < Q_w$  (არე 1), მაშინ  $Q' = Q_w$  (ნახ.5.5);

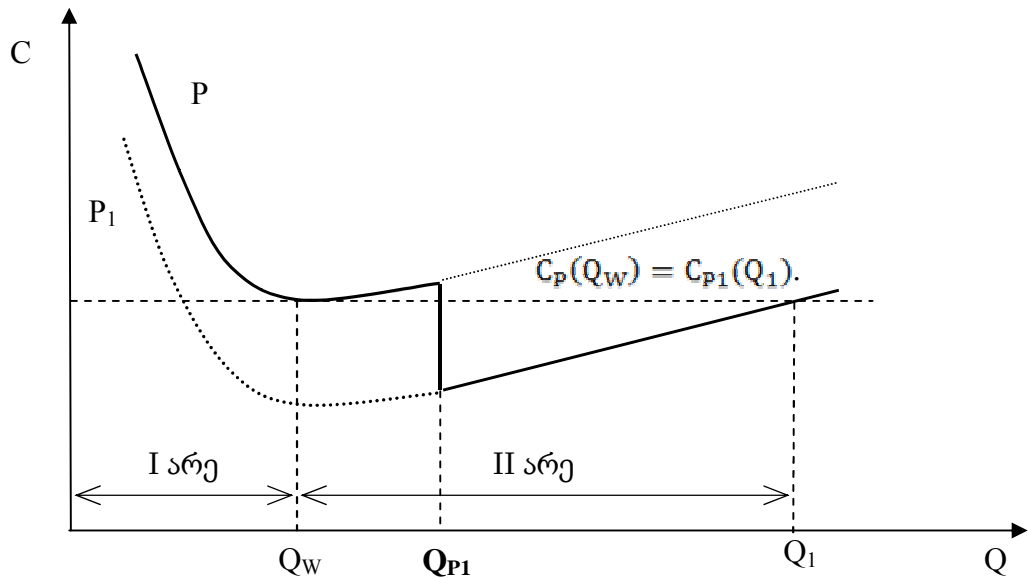


ნახ.5.5. პროდუქციის ოპტიმალური პარტიის მოცულობის  $Q'$  განსაზღვრის გრაფიკი, თუ  $Q_{p1} < Q_w$ .

წინააღმდეგ შემთხვევაში ვიპოვოთ  $Q_1 > Q_w$  მნიშვნელობა, რომლის დროსაც მთლიანი დანახარჯები, რომელიც გამოთვლილია  $P$  და  $P_1$  -თვის შემთხვევა ერთმანეთს, ამისთვის უნდა ამოვხსნათ განტოლება  $C(Q_w) = C_1(Q_1)$ .

3. თუ  $Q_w \leq Q_{p1} < Q_1$  (II არე),

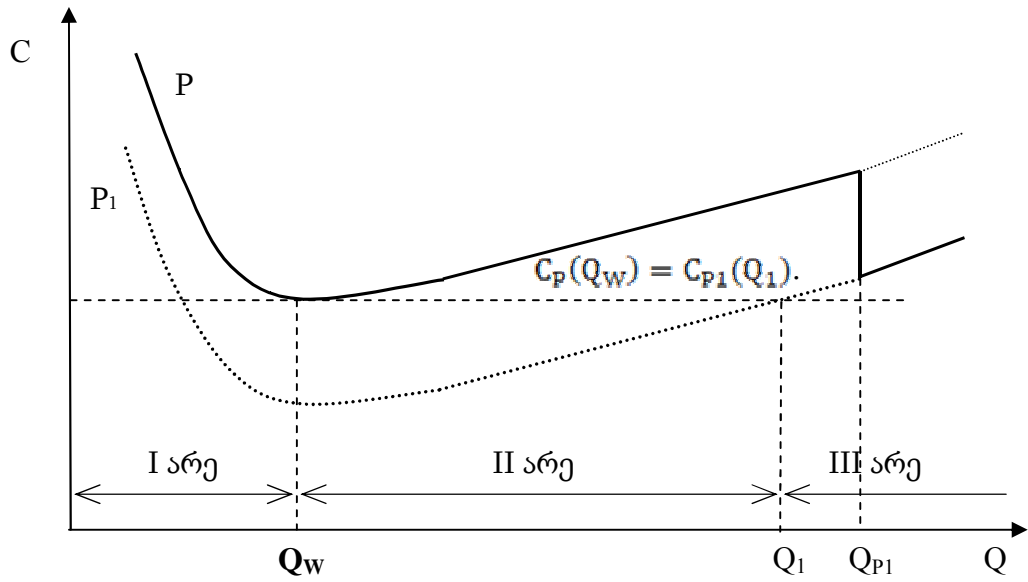
მაშინ  $Q' = Q_{p1}$  (ნახ. 5.6).



ნახ.5.6. პროდუქციის ოპტიმალური პარტიის მოცულობის  $Q'$  განსაზღვრის გრაფიკი, თუ  $Q_w \leq Q_{p1} < Q_1$

4. თუ  $Q_{p1} \geq Q_1$  (III არე),

მაშინ  $Q' = Q_w$  (ნახ.6.6).



ნახ.5.7. პროდუქციის ოპტიმალური პარტიის მოცულობის  $Q^*$  განსაზღვრის გრაფიკი, თუ  $Q_{P1} \geq Q_1$ .

$Q^*$  შერჩევის წესი მოკლედ შეიძლება ჩამოვყალიბოთ შემდეგნაირად

$$Q^* = \begin{cases} Q_w, & \text{თუ } 0 \leq Q_{P1} < Q_w & \text{(I არე)} \\ Q_{P1}, & \text{თუ } Q_w \leq Q_{P1} < Q_1 & \text{(II არე)} \\ Q_w, & \text{თუ } Q_{P1} \geq Q_1 & \text{(III არე)} \end{cases}$$

**თავი 6. პროდუქციის პარტიებად წარმოებისას დანახარჯების მინიმიზაციის მოდელები, პროდუქციაზე დინამიური მოთხოვნისა და შეუზღუდავი სიმძლავრეების პირობებში.**

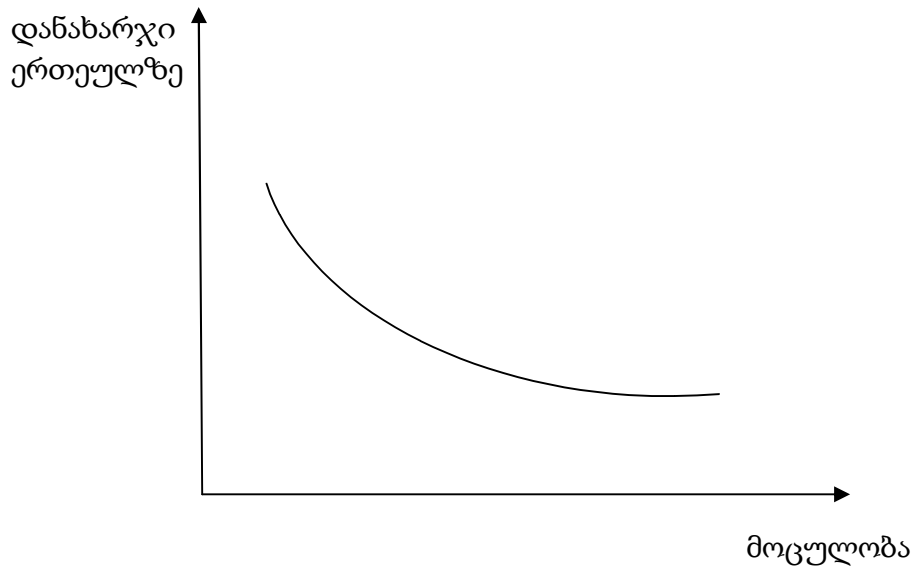
**6.1. პროდუქციაზე დინამიური მოთხოვნის დაკმაყოფილების მოდელი წარმოების დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით.**

პროდუქციაზე დინამიური მოთხოვნის დაკმაყოფილების მოდელში გავითვალისწინოთ ოპტიმიზაციის ერთ-ერთი კრიტერიუმი – წარმოების დანახარჯების მინიმიზაცია. ოპტიმიზაციის ამოცანის ჩამოყალიბება შეიძლება შემდეგნაირად:

1. ცნობილია საგეგმო პერიოდის ინტერვალების მოთხოვნა პროდუქციაზე  $r_1, r_2, \dots, r_n$ , სადაც  $r_i$  არის  $i$ -ურ ინტერვალში პროდუქციაზე მოთხოვნის სიდიდე,  $n$  - საგეგმო პერიოდის ინტერვალების რაოდენობა.
2. საგეგმო ინტერვალში შეიძლება წარმოებულ იქნას პროდუქციის ისეთი მოცულობის პარტია, რაც საკმარისი იქნება მიმდინარე ინტერვალის და რამდენიმე მომდევნო ინტერვალის ჯამური მოთხოვნის დასაკმაყოფილებლად.
3. პროდუქციის პარტიის წარმოება ხდება მხოლოდ იმ ინტერვალში, რომლის საწყისი ნაშთი ნულის ტოლია.

თითოეულ ინტერვალში ფირმის საწარმოო სიმძლავრე მუდმივია და დავუშვათ პარტიის მაქსიმალური მოცულობა უდრის  $x_1$ . წარმოებული პარტიის მოცულობა შეიძლება იცვლებოდეს  $(0, x_1]$  დიაპაზონში. მაშინ რაც უფრო დიდი მოცულობის პარტია იქნება წარმოებული, მით უფრო ეფექტური იქნება წარმოება, რადგან მუდმივი საწარმოო დანახარჯი

გადანაწილდება პროდუქციის უფრო მეტ ერთეულზე, რაც შეამცირებს პროდუქციის ერთი ერთეულის თვითღირებულებას (ნახ.6.1).



ნახ.6.1. დანახარჯების დამოკიდებულება პარტიის მოცულობაზე.

ზოგადად, საჭიროა არჩევანის გაკეთება ორ ალტერნატივას შორის: დაკმაყოფილდეს პროდუქციაზე მოთხოვნა არსებული საწარმოო სიმძლავრეების პირობებში პროდუქციის შედარებით პატარა პარტიების წარმოებით, თუ პროდუქციაზე მოთხოვნის დაკმაყოფილება მოხდეს პროდუქციის შედარებით დიდი პარტიების წარმოებით.

თუ გვინდა პარტიის მოცულობის გაზრდა, მაშინ ჯერ უნდა იქნას დადგენილი რომელი საწარმოო ფაქტორი არ იძლევა  $x_1$ -ზე მეტი მოცულობის პარტიის წარმოების საშუალებას. საწარმოო ფაქტორებში იგულისხმება ის საშუალებები, რაც გამოიყენება საწარმოო პროცესში, მაგ. არსებული ნედლეულის მოცულობა, მანქანა-დანადგარების დრო (მანქანასაათები), მუშახელის დრო (კაცსაათები) და სხვა.

განვიხილოთ შემდეგი წარმოების ფაქტორები: მანქანა-დანადგარების სიმძლავრე, ანუ მანქანასაათები და ადამიანური შრომა, ანუ კაცსაათები.

ავლინობთ მანქანა-დანადგარების თვითოეული ინტერვალის მაქსიმალური სიმძლავრე  $b_1$ -ით, ხოლო არსებული მუშახელის თითოეულ ინტერვალის მაქსიმალური სიმძლავრე  $b_2$ -ით. თუ სრულდება პირობა  $b_1 > b_2$ , მაშინ არსებული კაცსაათები არ იძლევა  $b_2$ -ზე დიდი მოცულობის პარტიის წარმოების საშუალებას. ამიტომ პარტიის მოცულობის გასაზრდელად საჭიროა კაცსაათების გაზრდა. ხოლო თუ  $b_1 < b_2$ , მაშინ შეზღუდვა ეხება მანქანასაათებს, რაც არ იძლევა  $b_1$ -ზე დიდი პარტიის მოცულობის წარმოების საშუალებას. ამიტომ პარტიის მოცულობის გასაზრდელად საჭიროა მანქანასაათების გაზრდა.

ზოგადად, თუ ვიხილავთ  $b$  სიმძლავრის მქონე საწარმოო უბანს და თუ  $0 \leq x \leq b$ , პარტიის წარმოების დანახარჯის ფუნქცია იქნება  $C(x) = ax^m$ , სადაც  $a$  - პროდუქციის ერთი ერთეულის წარმოების დანახარჯია.

თუ  $i$ -ურ ინტერვალში წარმოებული პროდუქციის მოცულობა შეადგენს

$$\sum_{k=i}^{j-1} r_k$$

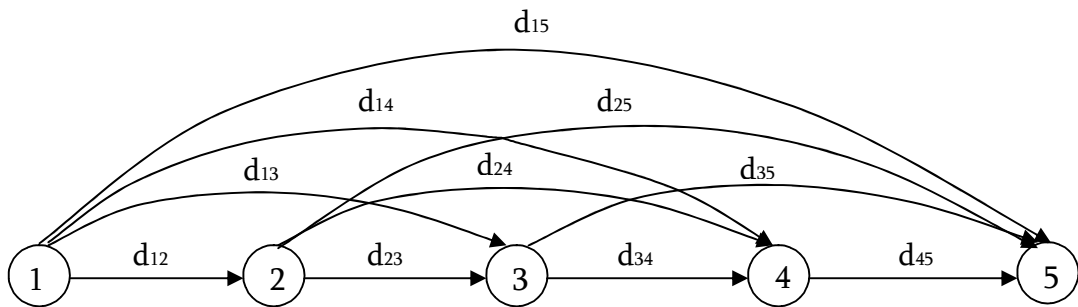
რაც ნიშნავს, რომ მომდევნო ინტერვალებში პროდუქციის წარმოება არ ხდება, ანუ

$$x_{i+1}, x_{i+2}, \dots, x_{j-1} = 0,$$

მაშინ მოცემულ ინტერვალში წარმოებული პროდუქციის დანახარჯი იქნება

$$C \left( \sum_{k=i}^{j-1} r_k \right) = a \cdot \left( \sum_{k=i}^{j-1} r_k \right)^m$$

დავუშვათ, მოცემულია 4 ინტერვალისანი პერიოდი. ყველა შესაძლო  $(i, j)$  კომბინაციის განხილვით მივიღებთ ორიენტირებულ გრაფს, რომელშიც რკალის სიგრძე  $d_{ij}$  ასახავს პროდუქციის წარმოების დანახარჯებს. უნდა მოხდეს წარმოების დანახარჯების გამოთვლა თითოეული რკალისთვის, რომელიც შეესაბამება ინტერვალის ან რამდენიმე მომდევნო ინტერვალის მოთხოვნის სრულად დასაკმაყოფილებელი მოცულობის პროდუქციის წარმოების დანახარჯებს.



ნახ.6.2. ზოგადი შემთხვევის გრაფი (  $n=4$  ).

შექმნილი გრაფისთვის (ნახ.6.2) გამოვიყენებთ  $k$ -უმოკლესი გზების ძიების ალგორითმს, რის შედეგადაც მივიღებთ როგორც ოპტიმალურ ამონახსნს, ასევე გარკვეული რაოდენობის ხარისხით მომდევნო ამონახსნებს, წარმოების დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით. მათ შორის ერთ-ერთი უნდა იქნეს ამორჩეული გადაწყვეტილების მიმღები პირის მიერ სხვა კრიტერიუმის, მაგალითად მუშახელის დაქირავება-განთავისუფლებასთან დაკავშირებული დანახარჯების, ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების დანახარჯების, შენახვის დანახარჯების და სხვათა გათვალისწინებით.

დავუშვათ მიღებულია ამონახსნები, რომლებიც მოცემულია ნახ.6.3. ოპტიმალური ამონახსნი, რომელსაც შეესაბამება მინიმალური წარმოების დანახარჯები მოცემულია ნახ.6.3.(ა)-ზე, ხოლო ხარისხით მომდევნო ამონახსნი - ნახ.6.3.(ბ)-ზე. ანუ, ოპტიმალური გეგმა, წარმოების დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით, შემდეგია: 1 ინტერვალში უნდა იწარმოოს მხოლოდ 1 ინტერვალის მოთხოვნის დასაკმაყოფილებელი მოცულობის პარტია  $x_1=r_1$ , ხოლო 2 ინტერვალში - 2, 3, და 4 ინტერვალების შესაბამისი მოთხოვნის დასაკმაყოფილებელი მოცულობის პარტია

$$x_2 = r_2 + r_3 + r_4$$

პერიოდის წარმოება ინტერვალების მიხედვით იქნება:

$$(r_1; \sum_{i=2}^4 r_i; 0; 0)$$

ოპტიმალური გზა მოიცემა კვანძებისა და რკალების შემდეგი მიმდევრობით:

$$1, (1,2), 2, (2,5), 5$$

ასევე დავუშვათ, რომ ხარისხით მომდევნო გეგმა შემდეგია: თითოეულ ინტერვალში უნდა იწარმოოს შესაბამისი ინტერვალის მოთხოვნის სრულად დასაკმაყოფილებელი მოცულობის პარტია:

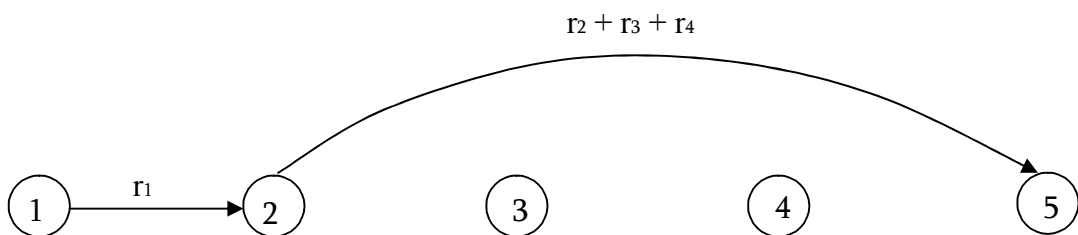
$$x_1 = r_1, x_2 = r_2, x_3 = r_3, x_4 = r_4,$$

კვანძებისა და რკალების შესაბამისი მიმდევრობით:

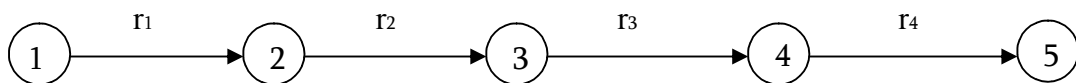
$$1, (1,2), 2, (2,3), 3, (3,4), 4, (4,5), 5$$

პერიოდის წარმოება ინტერვალების მიხედვით იქნება:

$$(r_1; r_2; r_3; r_4)$$



(ა)



(ბ)

ნახ.6.3. ოპტიმალური ამონახსნების გრაფი ( n=4 ).



მაშასადამე, k-უმოკლესი გზის ძიების ალგორითმის გამოყენებით, მიიღება k-რაოდენობის ამონახსნი, წარმოების დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით. შემდეგ მიღებული ამონახსნებისათვის განისაზღვრება ყველა სხვა კრიტერიუმის (მუშახელის დაქირავება-განთავისუფლებასთან დაკავშირებული დანახარჯების, ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების დანახარჯების, შენახვის დანახარჯების და სხვათა) მნიშვნელობები და, ამგვარად ვღებულობთ შეფასებათა ვექტორის სიმრავლეს. ამ სიმრავლიდან გამოირიცხება ყველა დაქვემდებარებული ვექტორი, რაც იძლევა პარეტო-ოპტიმალურ ამონახსნთა სიმრავლეს. ეს უკანასკნელი წარედგინდება გადაწყვეტილების მიმღებ პირს საბოლოო არჩევანის გასაკეთებლად.

**6.1.1. k-უმოკლესი გზის ძიების ალგორითმით მიღებული ამონახსნების ვარიანტული ანალიზი დამატებითი მაჩვენებლის - მუშახელის დაქირავება-განთავისუფლებასთან დაკავშირებული დანახარჯების გათვალისწინებით**

k-უმოკლესი გზის ძიების ალგორითმით მიღებული ოპტიმალური ვარიანტი შეესაბამება ძირითადი კრიტერიუმის - წარმოების დანახარჯების მინიმიზაციის პირობას. თუ განხორციელდა 6.1-ში ქვეთავში მოცემული მონაცემების მიხედვით მიღებული ოპტიმალური გეგმა, მაშინ პირველ ინტერვალში მოხდება პირველი ინტერვალის მოთხოვნის დაკმაყოფილების შესაბამისი მოცულობის პროდუქციის წარმოება, ხოლო მეორე ინტერვალში უნდა იწარმოოს  $x_2 = r_2 + r_3 + r_4$  მოცულობის პროდუქცია, რითაც მოხდება მეორე, მესამე და მეოთხე ინტერვალების შესაბამისი მოთხოვნის დაკმაყოფილება.

მეორე ინტერვალში უფრო დიდი მოცულობის პარტიის წარმოების უზრუნველსაყოფად საჭიროა მეტი კაცსაათები. თუ შეზღუდვა არამკაცრია, მაშინ შეიძლება ამ სიმძლავრის გაზრდა დამატებითი მუშახელის

დაქირავებით. დავუშვათ, რომ დამატებითი მუშახელი დაქირავებულ იქნება დროებით მხოლოდ იმ ინტერვალში, როდესაც პროდუქციის წარმოების მოცულობა აღემატება საწარმოს არსებულ სიმძლავრეს. თუ დამატებით დაქირავებული მუშახელის ანაზღაურების განაკვეთი იქნება იგივე რაც არსებული მუშახელის, მაშინ არ შეიცვლება არც მუდმივი დანახარჯი და არც პროდუქციის ერთი ერთეულის წარმოების დანახარჯები. მეორე ინტერვალში მხოლოდ გაიზრდება პარტიის მთლიანი წარმოების დანახარჯი წარმოებული ერთეულების ზრდის გამო, ხოლო მესამე და მეოთხე ინტერვალში არ იქნება გასაწევი მუშახელთან დაკავშირებული დამატებითი დანახარჯები, რადგან შრომის ანაზღაურება გაიცემა მხოლოდ მაშინ, როდესაც ხდება პროდუქციის წარმოება, ანუ მუშახელი დასაქმებულია.

ხოლო თუ მუშახელის შენარჩუნება გვიწევს მთელი პერიოდის განმავლობაში (მაგ., შესაბამისი კვალიფიკაციის მუშახელის დეფიციტის გამო), მიუხედავად იმისა აწარმოებენ ისინი თუ არა პროდუქციას, მაშინ კომპანიამ უნდა გასწიოს დამატებითი შრომის ანაზღაურების დანახარჯი გარანტირებული მინიმალური ხელფასის სახით იმ ინტერვალშიც, როდესაც მუშახელი არაფერს არ აწარმოებს (მაგ., იმის გამო თუ მოთხოვნა ამ ინტერვალში დაბალია, ან ამ ინტერვალის მოთხოვნის დასაკმაყოფილებელი პროდუქცია წარმოებულია რომელიმე წინა ინტერვალში და მარაგის სახით ინახება საწყობში). ჩვენს მაგალითში ეს ეხება მესამე და მეოთხე ინტერვალს. ეს გამოიწვევს ინტერვალის და შესაბამისად პერიოდის მუდმივი დანახარჯის ზრდას, რადგან ეს დამატებითი შრომის ანაზღაურების დანახარჯი არ იქნება დამოკიდებული საქმიანობის დონეზე, ანუ წარმოებული პროდუქციის მოცულობაზე.

6.1-ქვეთავის მონაცემების მიხედვით,  $k$ -უმოკლესი გზის ძიების ალგორითმით მიღებული ხარისხით მომდევნო ვარიანტის შემთხვევაში, თითოეულ ინტერვალში წარმოებული პარტიის მოცულობა შეესაბამება ამ ინტერვალის მოთხოვნის მოცულობას. შრომის ანაზღაურებაც იქნება

გაწეული ინტერვალებში წარმოებული პროდუქციის მიხედვით. აქედან გამომდინარე, მუშახელის შენარჩუნებასთან დაკავშირებული დამატებითი დანახარჯების გაწევა არ იქნება საჭირო.

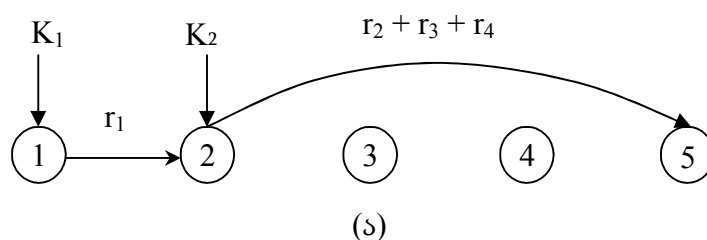
მოცემული ანალიზი იძლევა საშუალებას განისაზღვროს ის, თუ რა ოდენობით გაიზრდება  $k$ -უმოკლესი გზის ძიების ალგორითმით მიღებულ ოპტიმალური ვარიანტის მთლიანი დანახარჯები, მუშახელის შენარჩუნებასთან დაკავშირებული დანახარჯების ჩათვლით, და შედარდეს ხომ არ გადააჭარბებს ის ხარისხით მომდევნო მეორე ვარიანტის მთლიან წარმოების დანახარჯებს. ამ შემთხვევაში წარმოების დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმის მიხედვით განსაზღვრული ოპტიმალური ამონახსნი შეიძლება აღარ იყოს ხელსაყრელი გადაწყვეტილების მიმღები პირისთვის.

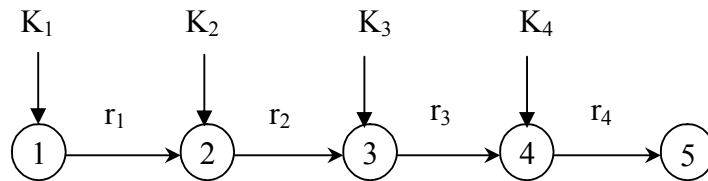
ამგვარად ვღებულობთ შეფასებათა ვექტორის სიმრავლეს, რაც წარედგინდება გადაწყვეტილების მიმღებ პირს საბოლოო აჩევანის გასაკეთებლად.

**6.1.2.k-უმოკლესი გზის ძიების ალგორითმით მიღებული ამონახსნების ვარიანტული ანალიზი დამატებითი კრიტერიუმის - ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების გათვალისწინებით**

რაც შეეხება ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების დანახარჯებს  $K$ , მისი გაწევა შეიძლება აუცილებელი იყოს თითოეული პარტიის წარმოების დაწყების წინ.

6.1-ქვეთავში განხილული მაგალითის შესაბამისი გრაფი ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების გათვალისწინებით მოცემულია ნახ. 6.4.





(ბ)

ნახ.6.4 . გრაფი ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების გათვალისწინებით

ინტერვალების რაოდენობაზე დამოკიდებულებით, ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების დანახარჯები (ტემპერატურული რეჟიმის უზრუნველყოფა) შეიძლება შემცირდეს ინტერვალების მიხედვით

$$K_i = K \left( 1 - \frac{i-1}{i_{max}} \right)$$

6.1-ქვეთავის მონაცემების მიხედვით, k-უმოკლესი გზის ძიების ალგორითმით მიღებულ ოპტიმალური ვარიანტის დროს ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების ჩატარება ხდება პერიოდის მანძილზე მხოლოდ ორჯერ, ხოლო ხარისხით მეორე ვარიანტის დროს - ოთხჯერ. ეს, რასაკვირველია, გაზრდის ორივე შემთხვევაში მთლიან დანახარჯებს, მაგრამ ოპტიმალური ვარიანტის შემთხვევაში გაწეული ჯამური ტექნიკური მოსამზადებელი დანახარჯები პერიოდის მანძილზე უფრო ნაკლები იქნება, ვიდრე ხარისხით მომდევნო ვარიანტის დროს. შესაბამისად, პირველი ვარიანტი უპირატესობამისანიჭებელი იქნება გადაწყვეტილების მიმღები პირის მიერ, დამატებით ტექნიკური მოსამზადებელი დანახარჯების კრიტერიუმის გათვალისწინებითაც.

ამგვარად, ვლემულობთ შეფასებათა ვექტორის სიმრავლეს. ჩვენს შემთხვევაში მიღებული ვექტორების სიმრავლისთვის, ხარისხით მეორე

ვექტორი გამოირიცხება, რადგან იგი დაქვემდებარებული ვექტორია, ვინაიდან ის ყველა კრიტერიუმით არაუკეთესია ოპტიმალურზე.

ასეთი მიდგომით მიიღება პარეტო-ოპტიმალურ ამონახსნთა სიმრავლე და იგი წარედგინდება გადაწყვეტილების მიმღებ პირს საბოლოო არჩევანის გასაკეთებლად.

### **6.1.3. k-უმოკლესი გზის ძიების ალგორითმით მიღებული ამონახსნების ვარიანტული ანალიზი დამატებითი კრიტერიუმის - მარაგის შენახვის დანახარჯების გათვალისწინებით**

პროდუქციაზე მოთხოვნის ოპტიმალურად დაკმაყოფილების ამოცანაში გასათვალისწინებელია ასევე წარმოებული პროდუქციის მარაგის შენახვასთან დაკავშირებული დანახარჯები. შემნახველი უბნის არსებული სიმძლავრის გათვალისწინებით პროდუქციის ერთ ერთეულზე გაანგარიშებით შენახვის დანახარჯი მცირდება შესანახი ფართობის სრულად გამოყენების შემთხვევაში. ეს განპირობებულია იმით, რომ შენახვის მუდმივი დანახარჯები (მაგ. შესანახი ფართობის იჯარა, დაცვის დანახარჯები) გადანაწილდება მეტ ერთეულზე, რაც გამოიწვევს ერთი ერთეულის შენახვის მუდმივი დანახარჯის შემცირებას.

თუ ინტერვალში წარმოებული პროდუქციის პარტიის მოცულობით შექმნილი მარაგი აღემატება შემნახველი უბნის სიმძლავრეს და შესაძლებელია შემნახველი უბნის სიმძლავრის გაზრდა, მაშინ წარმოიქმნება ახალი ფართობის, შესაბამისი მოწყობილობების და ინვენტარის შეძენისთან ან იჯარასთან დაკავშირებული დანახარჯები, ასევე მომსახურე პერსონალის დამატებით შრომის ანაზღაურების დანახარჯები. ეს დანახარჯები იქნება გასათვალისწინებელი იმ ინტერვალშიც, როდესაც იქმნება ისეთი მოცულობის მარაგი, რომლის შესანახად არ გამოიყენება მთლიანად შესანახი ფართობი. ეს ფაქტი ასევე მოითხოვს ცვლილებების შეტანას შესაბამის გამოთვლით სქემებში.

გადაწყვეტილება იმის შესახებ, თუ რომელი დამატებითი მაჩვენებლები იქნას განხილული ძირითად კრიტერიუმთან ერთად საბოლოო გადაწყვეტილების მისაღებად, დამოკიდებულია იმაზე, თუ რა სახის პროდუქციას აწარმოებს საწარმო და როგორ ტექნოლოგიებს იყენებს.

## 6.2. პროდუქციაზე დინამიური მოთხოვნის დაკმაყოფილების მოდელი, შენახვის დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით.

ხშირად საწარმოსთვის უფრო არსებითია შექმნილი მარაგის შენახვის დანახარჯები, რადგან ის წარმოადგენს მთლიანი დანახარჯების ძირითად წყაროს. ეს ხდება იმ შემთხვევაში, როდესაც შექმნილ მარაგს განსაკუთრებული შესანახი პირობები ესაჭიროება. მაშინ პროდუქციაზე დინამიური მოთხოვნის დაკმაყოფილების პირობებში, პროდუქციის პარტიებად წარმოებასთან დაკავშირებული გადაწყვეტილების მიღების ძირითად კრიტერიუმად შეიძლება შეირჩეს შენახვის დანახარჯები, ხოლო პროდუქციის წარმოების დანახარჯები, ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების დანახარჯები და სხვა განხილულ იქნას როგორც სხვა დამატებითი მაჩვენებლები.

პროდუქციაზე დინამიური მოთხოვნის დაკმაყოფილების მოდელის მე-3 დაშვების მიხედვით, პროდუქციის წარმოება ხდება მხოლოდ იმ ინტერვალში, რომლის საწყისი ნაშთი უდრის ნულს. ავლნიშნოთ  $y_i$  პროდუქციის მარაგი  $i$ -ურ ინტერვალში, ხოლო  $x_i$  -  $i$ -ურ ინტერვალში წარმოებული პროდუქციის მოცულობა, მაშინ დაშვება შეიძლება ჩავწეროთ შემდეგნაირად

$$x_i \cdot y_i = 0, \text{ სადა } i=1, 2, \dots, n. \quad (6.1)$$

პროდუქციის თითოეულ მოთხოვნას ( $r_1, r_2, \dots, r_n$ ) შეესაბამება დასაშვები გეგმების გარკვეული სიმრავლე, რაც აკმაყოფილებს ზემოთ ჩამოყალიბებულ შეზღუდვას. მაგალითად, თუ პერიოდში 3 ინტერვალში

$n=3$  და მოთხოვნა მოცემულია ვექტორით  $(r_1, r_2, r_3) = (10, 15, 8)$ , მაშინ (6.1) პირობას შეესაბამება პროდუქციის წარმოების შემდეგი გეგმები:

$$(10, 15, 8) \quad y_1 = 0 \quad y_2 = 0 \quad y_3 = 0$$

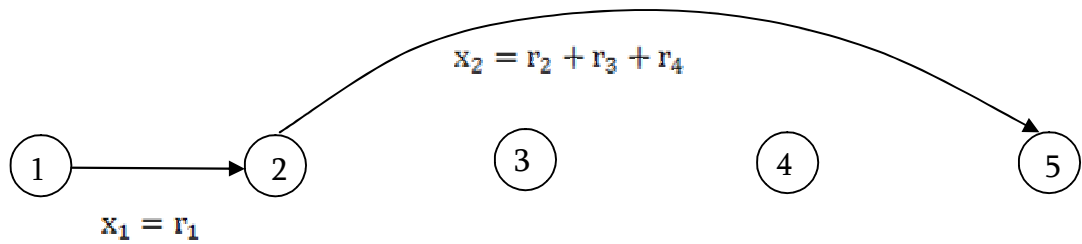
$$(25, 0, 8) \quad y_1 = 15 \quad y_2 = 0 \quad y_3 = 0$$

$$(33, 0, 0) \quad y_1 = 23 \quad y_2 = 8 \quad y_3 = 0$$

$$(10, 23, 0) \quad y_1 = 0 \quad y_2 = 8 \quad y_3 = 0$$

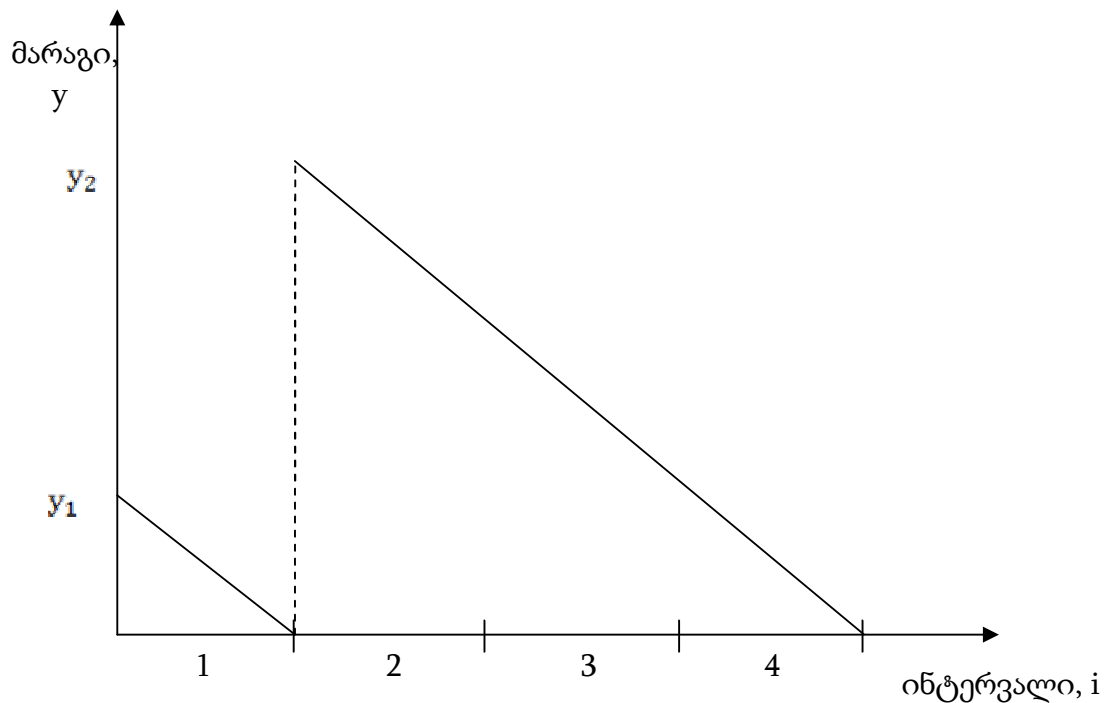
შედგენილი გეგმები არის დასაშვები მოთხოვნისა და (6.1) პირობის გათვალისწინებით, მაგრამ ზოგიერთი კომბინაცია შეიძლება იყოს დაუშვებელი საწარმოო სიმძლავრეების შეზღუდვებიდან გამომდინარე.

დავუბრუნდეთ ჩვენს მიერ მე-6.1 ქვეთავში განხილულ მაგალითს. მოცემულია ოთხ ინტერვალური პერიოდი. პირველ ინტერვალში წარმოებულია პროდუქცია იმ მოცულობით, რომ დაკმაყოფილდეს მხოლოდ პირველი ინტერვალის მოთხოვნა  $x_1 = r_1$ , შესაბამისად პირველ ინტერვალში შეიქმნება მარაგი  $y_1 = r_1$ , რომლის შენახვის დანახარჯია  $h_2(y_2)$ . მეორე ინტერვალში წარმოებულია პროდუქცია, რომელიც განკუთვნილია მეორე, მესამე და მეოთხე ინტერვალების მოთხოვნის დასაკმაყოფილებლად, ანუ  $x_2 = r_2 + r_3 + r_4$ . მაშინ მეორე ინტერვალში შეიქმნება მარაგი  $y_2 = r_2 + r_3 + r_4$ , ხოლო შენახვის დანახარჯები იქნება  $h_2(y_2)$ ; მესამე ინტერვალში მარაგი იქნება  $y_3 = r_3 + r_4$ , ხოლო შენახვის დანახარჯები იქნება  $h_3(y_3)$ , ხოლო მეოთხე ინტერვალში იქნება მარაგი  $y_4 = r_4$ , ხოლო შენახვის დანახარჯები იქნება  $h_4(y_4)$ . შესაბამისად ბოლო სამი ინტერვალის მთლიანი შენახვის დანახარჯები იქნება:  $h_2(y_2) + h_3(y_3) + h_4(y_4)$ . წარმოების გეგმის შესაბამისი გრაფი მოცემულია ნახ. 6.5.



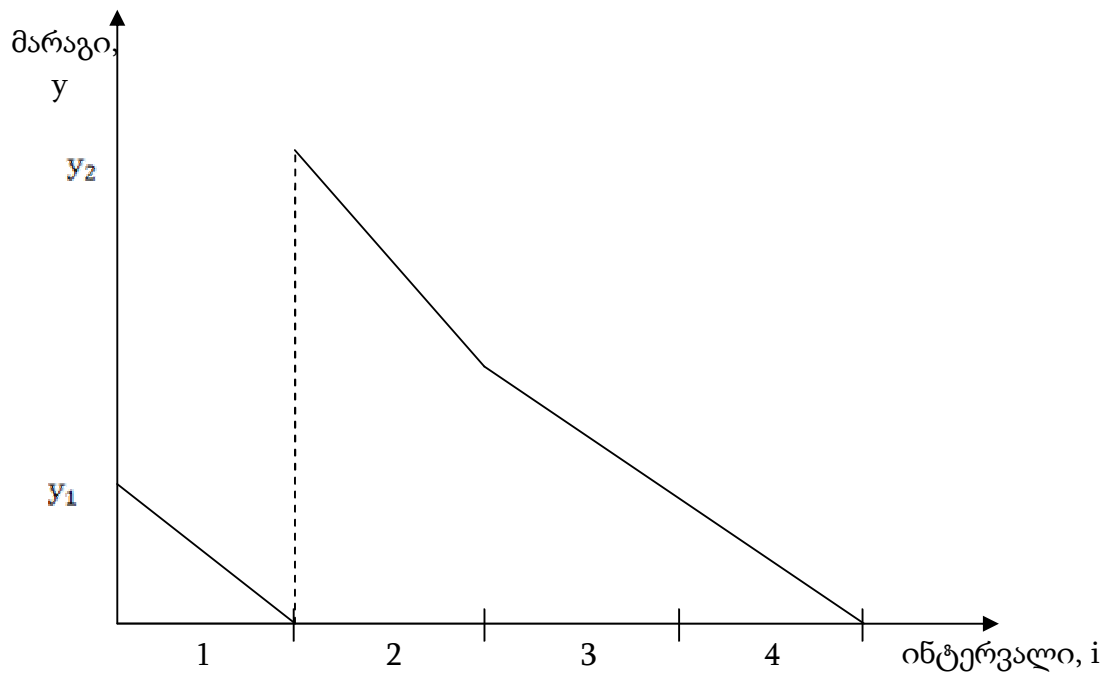
ნახ.6.5. წარმოების გეგმის შესაბამისი გრაფი.

პროდუქციის მარაგის დონის ცვლილება დამოკიდებულია თითოეული ინტერვალის მოთხოვნაზე. თუ მეორე, მესამე და მეოთხე ინტერვალების მოთხოვნა ერთნაირია, ანუ  $r_2 = r_3 = r_4$ , მაშინ მარაგების ხარჯვას შეესაბამება გრაფიკი ნახ.6.6.(ა)-ზე. ხოლო, თუ მეორე ინტერვალის მოთხოვნა მეტია მესამე ინტერვალის მოთხოვნაზე, ხოლო მესამე და მეოთხე ინტერვალების მოთხოვნა ერთნაირია, ანუ  $r_2 > r_3, r_3 = r_4$ , მაშინ ამ შემთხვევის შესაბამისი მარაგების ხარჯვის გრაფიკი მოცემულია ნახ. 6.6. (ბ)-ზე.



ა)  $r_2 = r_3 = r_4$ .





ბ)  $r_2 > r_3, r_3 = r_4.$

ნახ.6.6. მარაგის დონის ცვლილების და შევსების გრაფიკი დინამიური მოთხოვნის დროს

ზოგადად, თუ  $i$ -ურ ინტერვალში წარმოებული პროდუქციის მოცულობა განკუთვნილია  $i, \dots, j$  ინტერვალებისათვის და  $i \leq j$ , მაშინ შენახვის ჯამური დანახარჯი გამოითვლება შემდეგნაირად:

$$\sum_{k=i}^{j-1} h_k \left( \sum_{k=i}^{j-1} r_k \right)$$

$k$ -უმოკლესი გზის ძიების ალგორითმის გამოყენებით, მიიღება  $k$ -რაოდენობის ამონახსნი, შენახვის დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით. შემდეგ მიღებული ამონახსნებისათვის განისაზღვრება ყველა სხვა კრიტერიუმის (წარმოების დანახარჯების, მუშახელის დაქირავება-განთავისუფლებასთან დაკავშირებული დანახარჯების, ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების დანახარჯების და სხვათა) მნიშვნელობები და, ამგვარად ვღებულობთ შეფასებათა ვექტორის

სიმრავლეს. ამ სიმრავლიდან გამოირიცხება ყველა დაქვემდებარებული ვექტორი, რაც იძლევა პარეტო-ოპტიმალურ ამონახსნთა სიმრავლეს, რაც წარედგინდება გადაწყვეტილების მიმღებ პირს საბოლოო არჩევანის გასაკეთებლად.

**თავი 7. პროდუქციის პარტიებად წარმოებისას დანახარჯების  
მინიმიზაციის მოდელები შეზღუდული სიმძლავრეების  
პირობებში.**

მე-5 და მე-6 თავში განხილულ მოდელებში იყო ნაგულისხმევი, რომ შესაძლებელი იყო ნებისმიერი მოცულობის პროდუქციის პარტიის წარმოება და ასევე შექმნილი ნებისმიერი ოდენობის მარაგის შენახვა, ანუ საწარმოო და შემნახველი სიმძლავრეები არ იყო შემზღუდველი ფაქტორი, რადგან მათი გაზრდა საჭიროების შემთხვევაში შესაძლებელი იყო დამატებითი მუშახელის დაქირავებით ან კაპიტალური დანახარჯების გაწევის გზით.

ახლა განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც სიმძლავრეების ზრდა შეუძლებელია ან მიზანშეწონილი არ არის სხვადასხვა მიზეზების გამო (მაგალითად, შესაბამისი კვალიფიკაციის მუშახელის დეფიციტის გამო). მაშინ დგება არსებული სიმძლავრეების პირობებში მოთხოვნის ოპტიმალურად დაკმაყოფილების პრობლემა. წინა თავებში დამუშავებული მოდელის გამოყენება ასევე შეიძლება შეზღუდული სიმძლავრეების დროსაც.

**7.1. პროდუქციაზე მოთხოვნის მინიმალური დანახარჯებით  
დაკმაყოფილების მოდელი, საწარმოო სიმძლავრეების  
შეზღუდვის პირობებში.**

დავუშვათ, რომ  $a_i$  არის  $i$ -ურ ინტერვალში საწარმოო უბნის მაქსიმალური საწარმოო სიმძლავრე. მაშინ  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$  არის საწარმოო სიმძლავრეების ვექტორი ინტერვალების მიხედვით.

წინა თავებში განხილული მოდელების მსგავსად, ამ შემთხვევაშიც განვიხილოთ ორიენტირებული გრაფი  $n+1$  კვანძით.  $i$ -ურ ინტერვალში

ხდება თითოეული  $(i,j)$  რკალის მოთხოვნის შესაბამისი მოცულობის პროდუქციის წარმოება

$$x_i = \sum_{k=1}^{j-1} r_k$$

მოდელს ექნება დამატებითი შეზღუდვა წარმოების სიმძლავრეებზე:

$$x_i \leq a_i, i=1,2, \dots, n.$$

თუ რომელიმე რკალის შესაბამისი პარტიის მოცულობა აღემატება საწარმოო სიმძლავრეს, ანუ  $x_i \geq a_i$ , მაშინ ამ რკალის შესაბამისი პარტიის მოცულობა დაუშვებელია და რკალის სიგრძე განისაზღვრება როგორც  $d_{ij} = \infty$ . ხოლო თუ ინტერვალის წარმოების მოცულობა შეესაბამება საწარმოო შეზღუდვას, მაშინ რკალის სიგრძე უდრის წარმოების დანახარჯებს

$$d_{i,j} = C \left( \sum_{k=1}^{j-1} r_k \right).$$

## 7.2. პროდუქციაზე მოთხოვნის მინიმალური დანახარჯებით დაკმაყოფილების მოდელი, შენახვის სიმძლავრეების შეზღუდვის პირობებში.

რაც შეეხება შენახვის სიმძლავრეს, დავუშვათ, რომ  $b_i$  არის შემნახველი უბნის მაქსიმალური სიმძლავრე  $i$ -ურ ინტერვალში. მაშინ  $(b_1, b_2, \dots, b_n)$  არის შენახვის სიმძლავრეების ვექტორი ინტარვალების მიხედვით.

განვიხილოთ ორიენტირებული გრაფი, რომელშიც  $i$ -ურ ინტერვალში იწარმოება პროდუქცია რაოდენობით  $x_i$ , რაც ქმნის მარაგს რამდენიმე მომდევნო ინტერვალის დასაკმაყოფილებლად. ამგვარად რკალი  $(i,j)$  შეესაბამება წარმოების მოცულობას

$$x_i = \sum_{k=1}^{j-1} r_k$$

რაც ქმნის მომდევნო ინტერვალების მარაგს  $y_i, y_{i+1}, \dots, y_{j-1}$ .

მარაგები ინტერვალების მიხედვით იქნება:

$$y_i = \sum_{k=i}^{j-1} r_k$$

$$y_{i+1} = \sum_{k=i+1}^{j-1} r_k$$

$$y_{i+2} = \sum_{k=i+2}^{j-1} r_k$$

⋮

$$y_{j-1} = r_{j-1}$$

შემნახველი უბნის შეზღუდული სიმძლავრეებიდან გამომდინარე,  $i$ -ურ ინტერვალში  $x_i$  მოცულობის პარტიის წარმოება დასაშვებია, თუ დაკმაყოფილდება პირობა

$$\begin{cases} y_i \leq b_i \\ y_{i+1} \leq b_{i+1} \\ y_{i+2} \leq b_{i+2} \\ \dots \dots \dots \\ y_{j-1} \leq b_{j-1} \end{cases}$$

მოცემული შეზღუდვებიდან ერთიც რომ იყოს დარღვეული, მაშინ ამ რკალის შესაბამისი პარტიის მოცულობა დაუშვებელია და რკალის სიგრძე განისაზღვრება როგორც  $d_{ij} = \infty$ . ხოლო თუ ყველა შეზღუდვა დაკმაყოფილებულია, მაშინ რკალის სიგრძე არის ინტერვალების მიხედვით შექმნილი მარაგის შენახვის დანახარჯები

$$d_{i,j} = \sum_{k=i}^{j-1} h_k \left( \sum_{k=i}^{j-1} r_k \right)$$

რკალის სიგრძეთა ასეთი განმარტების შემდეგ გამოვიყენებთ გრაფში  $k$ -უმოკლესი გზების ძიების ალგორითმს. გრაფში ნებისმიერი რკალი საწყის და ბოლო კვანძებს შორის, რომლის სიგრძე ნაკლებია  $\infty$ -ზე, გვადლევს

დასაშვებ ამონახსნს, ხოლო  $k$  უმოკლესი ამონახსნები იძლევა ამონახსნთა სიმრავლეს, რომლებიც წარედგინება გადაწყვეტილების მიმღებ პირს საბოლოო გადაწყვეტილების მისაღებად სხვა დამატებითი მაჩვენებლების გათვალისწინებით.

## თავი 8. თემატური მაგალითი

### 8.1. პროდუქციის ოპტიმალური პარტიის განსაზღვრის მოდელის გამოყენების მაგალითი, პროდუქციაზე დინამიური მოთხოვნის და შეუზღუდავი სიმძლავრეების პირობებში, წარმოების დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით.

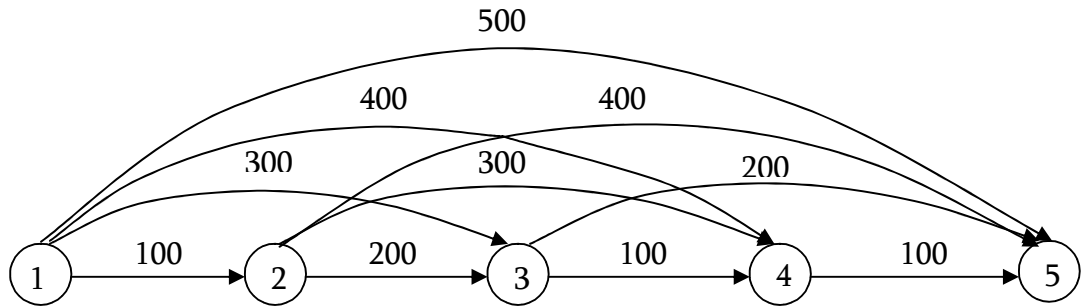
განვიხილოთ შემდეგი მაგალითი.

დავუშვათ პროდუქციის ერთი ერთეულის წარმოების საშუალო დანახარჯი 10 ლარია და წარმოების დანახარჯების დამოკიდებულება პარტიის მოცულობაზე გამოიხატება ფუნქციით  $C(x)=a \cdot x^{0.98}$ . ერთი ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოს ღირებულება 50 ლარია, მარაგის ერთი ერთეულის შენახვის დანახარჯი შეადგენს 2 ლარს, მინიმალური გარანტირებული ხელფასი ინტერვალში შეადგენს 100 ლარს. პერიოდის მოთხოვნა შეადგენს 500 ერთეულს და ინტარვალების მიხედვით იცვლება შემდეგნაირად: 100, 200, 100, 100. დავუშვათ საგეგმო პერიოდის ნებისმიერ ინტერვალში შეიძლება ვაწარმოოთ პროდუქციის ნებისმიერი მოცულობის პარტია, ასევე არ არის შეზღუდვა ნებისმიერი მოცულობის მარაგის შენახვაზე. ამის მიღწევა შეიძლება საჭიროების შემთხვევაში საწარმოო და შესანახი სიმძლავრეების გაზრდით.

ამოცანა მდგომარეობს პროდუქციის წარმოების ოპტიმალური გეგმის განსაზღვრაში. ოპტიმიზაციის ძირითადი კრიტერიუმია წარმოების დანახარჯები, ხოლო საბოლოო გადაწყვეტილების მისაღებად გასათვალისწინებელია საგეგმო პერიოდის განმავლობაში მუშახელთან დაკავშირებული დამატებითი შრომის ანაზღაურების დანახარჯები, ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების დანახარჯები და შენახვის დანახარჯები.

ამოცანის გადაჭრა დაფუძნებულია გრაფში  $k$ -უმოკლესი ამონახსნების ძიების მეთოდის გამოყენებაზე მრავალკრიტერიუმიანი ოპტიმიზაციის ამოცანებისათვის.

ავაგოთ ამოცანის შესაბამისი გრაფი. პერიოდი შედგება 4 ინტერვალისგან, შესაბამისად საგეგმო პერიოდი წარმოდგენილია 5 წვეროიანი გრაფით, რომლის კვანძები შეერთებულია რკალებით. თითოეულ ინტერვალში ხდება ამ ინტერვალის ან მომდევნო რამდენიმე ინტერვალის მოთხოვნის სრულად დასაკმაყოფილებლად საკმარისი მოცულობის პროდუქციის წარმოება. გრაფი მოცემულია ნახ.8.1-ზე.



ნახ.8.1.პროდუქციის წარმოების გრაფი ინტერვალების მიხედვით(  $n=4$  ).

გრაფზე გზების ძიების ალგორითმი გულისხმობს ორი ეტაპის განხორციელებას. პირველ ეტაპზე ხორციელდება ნაბიჯები წინ კვანძების შეფასებათა დასადგენად, ხოლო მეორე ეტაპზე კეთდება ნაბიჯები უკან გზების დასადგენად. ჩვენს მაგალითში იგულისხმება გზები 1 და 5 კვანძებს შორის.

გრაფში რკალის სიგრძე არის შესაბამის ინტერვალში წარმოებული პარტიის დანახარჯები. ამოტომ მათი შეფასებისთვის გამოვთვალოთ თითოეული პარტიის შესაბამისი წარმოების დანახარჯები.

თუ  $x = 100$ ,  $C = 10 \cdot 100^{0.98} = 912$  ლარი;

თუ  $x = 200$ ,  $C = 10 \cdot 200^{0.98} = 1799$  ლარი;

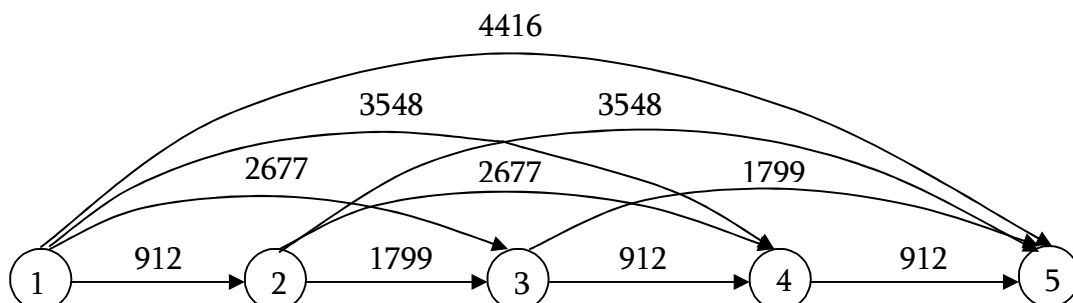
თუ  $x = 300$ ,  $C = 10 \cdot 300^{0.98} = 2677$  ლარი;

თუ  $x = 400$ ,  $C = 10 \cdot 400^{0.98} = 3548$  ლარი;

თუ  $x = 500$ ,  $C = 10 \cdot 500^{0.98} = 4416$  ლარი.



მიღებული შედეგები გადავიტანოთ გრაფზე (ნახ.8.2.).



ნახ.8.2.პროდუქციის წარმოების დანახარჯების გრაფი ინტერვალების მიხედვით (  $n=4$  ).

მონაცემები წარმოვადგინოთ მატრიცის სახით (ცხრ. 8.1).

ცხრილი 8.1. შექმნილ გრაფში  $(i,j)$  რკალების სიგრძეები, შეუზღუდავი სიმძლავრეების პირობებში.

|               |                  |     |      |      |      |
|---------------|------------------|-----|------|------|------|
| $D[1:4,2:5]=$ | $i \backslash j$ | 2   | 3    | 4    | 5    |
| 1             | 1                | 912 | 2677 | 3548 | 4416 |
| 2             | 2                | 0   | 1799 | 2677 | 3548 |
| 3             | 3                | 0   | 0    | 912  | 1799 |
| 4             | 4                | 0   | 0    | 0    | 912  |

მიზანს წარმოადგენს გრაფში  $k$  რაოდენობის გზების განსაზღვრა საწყის და საბოლოო კვანძებს შორის. რადგანაც კვანძები დანომრილია ზრდადი ნომრებით 1, 2, 3, 4, 5,  $j$ -ურ კვანძში შემავალი რკალების რაოდენობა ( $j=2, 3, 4, 5$ ) უდრის  $(j-1)$ -ს. შევადგინოთ მატრიცა  $A[1:4; 2:5]$ . ნებისმიერ კვანძში ნომრით  $j$  შემოდის რკალი კვანძებიდან ნომრით  $i = 1, 2, \dots, j-1$ .

ცხრილი 8.2. გრაფში k რაოდენობის გზები საწყის და საბოლოო კვანძებს შორის, შეუზღუდავი სიმძლავრეების პირობებში.

|           |                  |            |             |             |             |
|-----------|------------------|------------|-------------|-------------|-------------|
| $A[i,j]=$ | $i \backslash j$ | 2          | 3           | 4           | 5           |
| 1         | 1                | <b>912</b> | <b>2677</b> | <b>3548</b> | <b>4416</b> |
| 2         | 2                |            | 2711        | 3589        | 4460        |
| 3         | 3                |            |             | 3589        | 4476        |
| 4         | 4                |            |             |             | 4460        |

შევავსოთ მატრიცის ელემენტები შემდეგნაირად :

1.  $j = 2$ . განვიხილოთ ყველა რკალი, რომელიც შემოდის მეორე კვანძში. ასეთი მხოლოდ ერთი რკალია (1,2) სიგრძით  $d_{12} = 912$ .

განვსაზღვროთ უმოკლესი გზა  $d_2$ -დე

$$d_2 = d_1 + d_{12} = 0 + 912 = 912. (d_1 = 0 \text{ როგორც საწყისი მნიშვნელობა}).$$

2.  $j = 3$ . გვაქვს ორი შემავალი რკალი:

ა. (1,3) რკალისთვის  $A(1; 3) = d_1 + d_{13} = 0 + 2677 = 2677$

ბ. (2,3) რკალისთვის  $A(2; 3) = d_2 + d_{23} = 912 + 1799 = 2711$ .

განვსაზღვროთ უმოკლესი გზა  $d_3$ -დე

$$d_3 = \min(A(1; 3), A(2; 3)) = \min(2677, 2711) = 2677.$$

3.  $j = 4$ . გვაქვს სამი შემავალი რკალი:

ა. (1,4) რკალისთვის  $A(1; 4) = d_1 + d_{14} = 0 + 3548 = 3548$

ბ. (2,4) რკალისთვის  $A(2; 4) = d_2 + d_{24} = 912 + 2677 = 3589$

გ. (3,4) რკალისთვის  $A(3; 4) = d_3 + d_{34} = 2677 + 912 = 3589$

განვსაზღვროთ უმოკლესი გზა  $d_4$ -დე

$$d_4 = \min(A(1; 4), A(2; 4), A(3; 4)) = \min(3548, 3589, 3589) = 3548$$

4.  $j = 5$ . გვაქვს ოთხი შემავალი რკალი:

ა. (1,5) რკალისთვის  $A(1; 5) = d_1 + d_{15} = 0 + 4416 = 4416$

ბ. (2,5) რკალისთვის  $A(2; 5) = d_2 + d_{25} = 912 + 3548 = 4460$

გ. (3,5) რკალისთვის  $A(3; 5) = d_3 + d_{35} = 2677 + 1799 = 4476$

დ. (4,5) რკალისთვის  $A(4; 5) = d_4 + d_{45} = 3548 + 912 = 4460$

განვსაზღვროთ უმოკლესი გზა  $d_5$ -დე  $d_5 = \min(A(1; 5), A(2; 5), A(3; 5), A(4; 5)) = \min(4416, 4460, 4476, 4460) = 4416$ .

ამგვარად უმოკლესი გზის სიგრძე უდრის 4416, ხოლო დანარჩენი გზების სიგრძეებია 4460, 4460 და 4476.

რადგან  $A(1; 5)=4416$ , ეს ნიშნავს, რომ მინიმალური გზის ბოლო რკალია (1,5). საბოლოოდ მინიმალური სიგრძის გზა წარმოადგენს 1, (1,5), 5.

ხარისხით მომდევნო ორი გზაა სგრძით 4460:

- რადგან  $A(2; 5)=4460$ , შესაბამისი გზის ბოლო რკალია (2,5). კვანძში ნომრით 2 შემოდის ერთი რკალი (1,2). საბოლოოდ მინიმალური სიგრძის გზა წარმოადგენს 1, (1,2), 2, (2,5), 5.

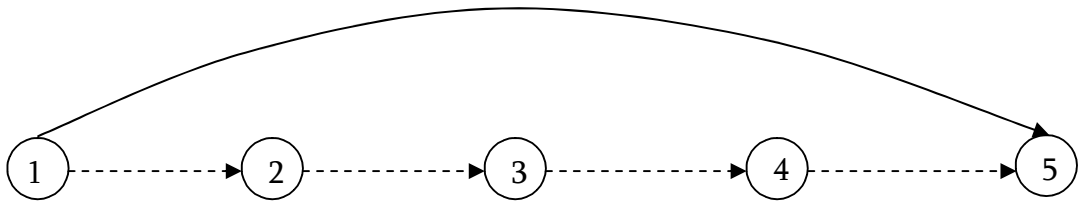
- მეორე შემთხვევაში  $A(4; 5)=4460$ . ე.ი. გზის ბოლო რკალია (4,5). მეოთხე კვანძში შემავალი რკალის საპოვნელად ავიღოთ უმცირესი ელემენტი  $j=4$ -ის შესაბამის სვეტში. ეს არის  $A(1; 4)=3548$ , რაც გვამღვეს მეორე რკალს (1,4), ამგვარად, გზას ექნება სახე 1, (1,4), 4, (4,5), 5.

ასევე გვაქვს ხარისხით ბოლო კიდევ ერთი გზა, რომელსაც შეესაბამება სიგრძე 4476. სათანადო გზის ბოლო რკალია (3,5). რომ ვიპოვოთ მესამე კვანძში შემავალი რკალი, ავირჩიოთ უმცირესი  $A(1,3)$  და  $A(2; 3)$  შორის, რაც გვამღვეს რკალს (1,3). საბოლოოდ, შესაბამისი გზა არის 1, (1,3), 3, (3,5).

ამრიგად, შექმნილ გრაფში  $k$ -უმოკლესი გზის ძიების ალგორითმის გამოყენებით განვსაზღვრეთ რამდენიმე ამონახსნი წარმოების დანახარეჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმის გათვალისწინებით, მათ შორის ოპტიმალური და ასევე ხარისხით მომდევნო სამი ამონახსნი (ნახ. 8.3):

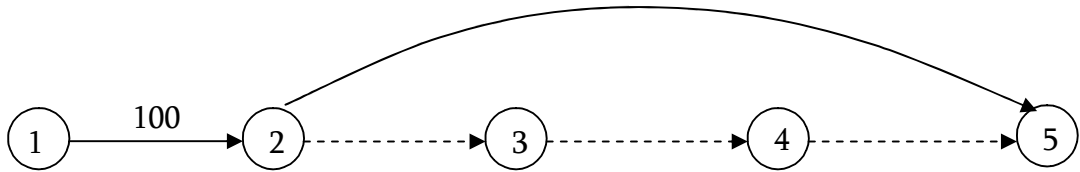
1, (1,5), 5

500



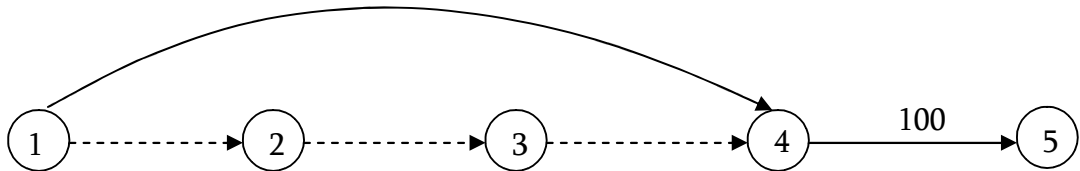
1, (1,2), 2, (2,5), 5

400

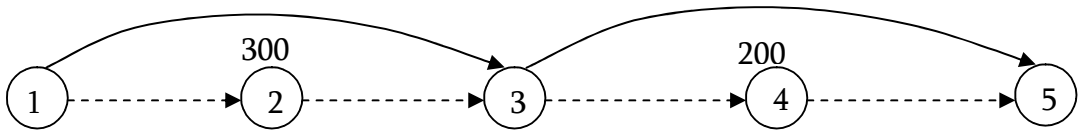


1, (1,4), 4, (4,5), 5

400



1, (1,3), 3, (3,5)



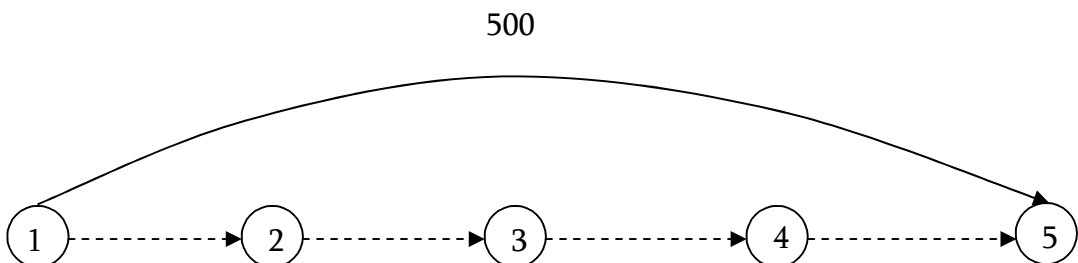
ნახ. 8.3. ოპტიმალური და ხარისხით მომდევნო სამი ამონახსნი, წარმოების დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით, შეუზღუდავი სიმძლავრეების პირობებში

მიღებული შედეგებიდან საბოლოო გეგმის შერჩევა უნდა მოხდეს სხვა კრიტერიუმების გათვალისწინებით გადაწყვეტილების მიმღები პირის მიერ, ვარიანტული ანალიზის საფუძველზე.

ჩვენი მაგალითის მიხედვით დამატებითი კრიტერიუმებია: საგეგმო პერიოდის განმავლობაში მუშახელთან დაკავშირებული დამატებითი შრომის ანაზღაურების დანახარჯები, ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების დანახარჯები და შენახვის დანახარჯები.

გავანალიზოთ  $k$ -უმოკლესი გზის ძიების ალგორითმის გამოყენებით მიღებული თითოეული ამონახსნი.

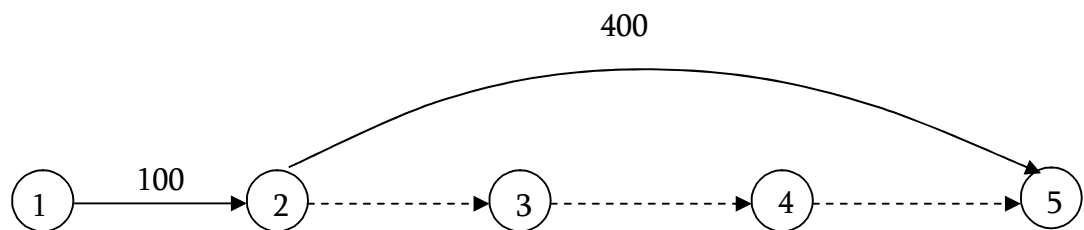
ოპტიმალური ვარიანტი, რომელიც შეესაბამება მინიმალურ წარმოების დანახარჯებს, გულისხმობს საგეგმო პერიოდის დასაწყისში მთლიანი პერიოდის მოთხოვნის სრულად დასაკმაყოფილებელი მოცულობის პარტიის წარმოებას (ნახ.8.4).



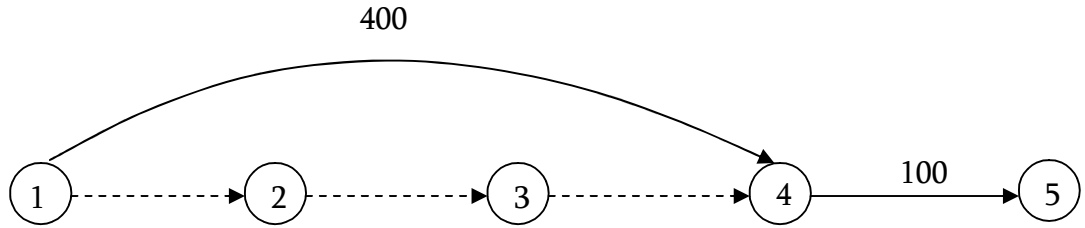
ნახ.8.4. ოპტიმალური გეგმის შესაბამისი გრაფი ( $n=4$ ).

ეს ნიშნავს, რომ მეორე, მესამე და მეოთხე ინტერვალში პროდუქციის წარმოება არ ხდება. ამოცანის პირობიდან გამომდინარე თითოეულ ინტერვალში მუშახელს უნდა გადაუხადოთ გარანტირებული მინიმალური ხელფასი 100 ლარის ოდენობით, რაც ამ სამი ინტერვალის განმავლობაში შეადგენს 300 ლარს. ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების ჩატარება იქნება საჭირო მხოლოდ ერთხელ, რადგან ამ გეგმის მიხედვით ხდება მხოლოდ ერთი პარტიის წარმოება, ხოლო პირობიდან გამომდინარე, ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების დანახარჯი არ არის დამოკიდებული პარტიის მოცულობაზე. რაც შეეხება მარაგის შენახვის დანახარჯებს, პირველ ინტერვალში იქმნება მარაგი 500 ერთეულის ოდენობით, მეორე ინტერვალში 400 ერთეულის ოდენობით, მესამე ინტერვალში 200 ერთეულის ოდენობით, ხოლო მეოთხე ინტერვალში 100 ერთეულის ოდენობით. ამოტომ ოპტიმალური გეგმის განხორციელების შემთხვევაში იქნება გასაწევი შენახვის დანახარჯები  $2 \times 500 + 2 \times 400 + 2 \times 200 + 2 \times 100 = 2400$  ლარი.

განვიხილოთ ხარისხით მომდევნო მეორე გეგმა. ასეთი ორი გეგმაა, რომელთაც ერთნაირი წარმოების დანახარჯები აქვთ. განვიხილოთ თითოეული მათგანი ცალკე-ცალკე.



ა)



ბ)

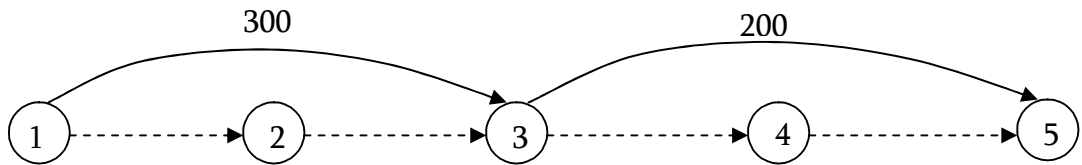
ნახ.8.5.ხარისხით მომდევნო მეორე გეგმის შესაბამისი გრაფები.

ნახ.8.5.(ა) გეგმის მიხედვით, პირველ ინტერვალში იწარმოება პირველი ინტერვალის მოთხოვნის სრულად დასაკმაყოფილებელი მოცულობის პარტია, ხოლო მეორე ინტერვალში მეორე, მესამე და მეოთხე ინტერვალის მოთხოვნის შესაბამისი მოცულობის პარტია. ამიტომ დამატებითი შრომის ანაზღაურების დანახარჯები იქნება გასაწევი მესამე და მეოთხე ინტერვალებში, რადგა ამ ინტერვალებში პროდუქცია არ იწარმოება, მაგრამ მუშახელის შესანარჩუნებლად უნდა გაიცეს გარანტირებული მინიმალური ხელფასი. ამიტომ დამატებითი დანახარჯები შეადგენს  $2 \times 100 = 200$  ლარს. ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების დანახარჯები პერიოდის მანძილზე იქნება გასაწევი ორჯერ, რადგან ხდება ორი პარტიის წარმოება  $2 \times 50 = 100$  ლარი. ხოლო შენახვის დანახარჯი დამოკიდებულია თითოეულ ინტერვალში შექმნილ მარაგზე. პირველ ინტერვალში შექმნილი მარაგი შეადგენს 100 ერთეულს, მეორე ინტერვალში 400 ერთეულს, მესამე ინტერვალში 200 ერთეულს, ხოლო მეოთხე ინტერვალში 100 ერთეულს. პერიოდის შენახვის დანახარჯები იქნება  $2 \times 100 + 2 \times 400 + 2 \times 200 + 2 \times 100 = 1600$  ლარი.

ნახ.10.4.(ბ) გეგმის მიხედვით, პირველ ინტერვალში იწარმოება პირველი, მეორე და მესამე ინტერვალის მოთხოვნის სრულად დასაკმაყოფილებელი მოცულობის პარტია, ხოლო მეოთხე ინტერვალში - მეოთხე ინტერვალის მოთხოვნის შესაბამისი მოცულობის პარტია. ამიტომ დამატებითი შრომის

ანაზღაურების დანახარჯები იქნება გასაწევი მეორე და მესამე ინტერვალებში, რადგან ამ ინტერვალებში პროდუქცია არ იწარმოება, მაგრამ მუშახელის შესანარჩუნებლად უნდა გაიცეს გარანტირებული მინიმალური ხელფასი. ამიტომ დამატებითი დანახარჯები შეადგენს  $2 \times 100 = 200$  ლარს. ტექნიკური მოსამზადებელი დანახარჯები პერიოდის მანძილზე იქნება გასაწევი ორჯერ, რადგან ხდება ორი პარტიის წარმოება  $2 \times 50 = 100$  ლარი. ხოლო შენახვის დანახარჯი დამოკიდებულია თითოეულ ინტერვალში შექმნილ მარაგზე. პირველ ინტერვალში შექმნილი მარაგი შეადგენს 400 ერთეულს, მეორე ინტერვალში 300 ერთეულს, მესამე ინტერვალში 100 ერთეულს, ხოლო მეოთხე ინტერვალში 100 ერთეულს. პერიოდის შენახვის დანახარჯები იქნება  $2 \times 400 + 2 \times 300 + 2 \times 100 + 2 \times 100 = 1800$  ლარი.

და ბოლოს, განვიხილოთ ხარისხით ბოლო გეგმა (ნახ.8.6).



ნახ.8.6. ხარისხით ბოლო გეგმის შესაბამისი გრაფი.

ამ გეგმის მიხედვით პირველ ინტერვალში უნდა მოხდეს ისეთი მოცულობის პარტიის წარმოება, რაც საკმარისი იქნება პირველი და მეორე ინტერვალების მოთხოვნის სრულად დასაკმაყოფილებლად, ხოლო მესამე ინტერვალში წარმოებული პარტიის მოცულობით უნდა დაკმაყოფილდეს მესამე და მეოთხე ინტერვალის შესაბამისი მოთხოვნა. მეორე და მეოთხე ინტერვალებში გასაწევი იქნება მუშახელის შენარჩუნებასთან დაკავშირებული დანახარჯები სულ 200 ლარის ოდენობით. პერიოდის მანძილზე ორჯერ იქნება საჭირო ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების ჩატარება, შესაბამისად დანახარჯი იქნება 100 ლარი. ამ გეგმის მიხედვით



იქმნება შემდეგი მოცულობის მარაგები: პირველ ინტერვალში 300 ერთეული, მეორე ინტერვალში 200 ერთეული, მესამე ინტერვალში 200 ერთეული, ხოლო მეოთხე ინტერვალში 100 ერთეული. შესაბამისად შენახვის დანახარჯები იქნება  $2 \times 300 + 2 \times 200 + 2 \times 200 + 2 \times 100 = 1600$  ლარი.

ზემოთმოყვანილი ანალიზის საფუძველზე მიღებული მონაცემები წარმოვადგინოთ ცხრილი 8.3-ის სახით.

ცხრილი 8.3. თემატური მაგალითის შესაბამისი ოპტიმალური და ხარისხით მომდევნო წარმოების გეგმები, შეუზღუდავი სიმძლავრეების პირობებში.

| გეგმა              | წარმოების დანახარჯები, ლარი | მუშახელის შენარუნების დანახარჯი, ლარი | ტექ.მოსამზად. სამუშაოების დანახარჯი, ლარი | შენახვის დანახარჯები, ლარი |
|--------------------|-----------------------------|---------------------------------------|---|----------------------------|
| 1, (1,5), 5        | 4416                        | 300                                   | 50  | 2400                       |
| 1,(1,2),2,(2,5), 5 | 4460                        | 200                                   | 100                                       | 1600                       |
| 1,(1,4),4,(4,5), 5 | 4460                        | 200                                   | 100                                       | 1800                       |
| 1,(1,3) 3,(3,5), 5 | 4476                        | 200                                   | 100                                       | 1600                       |

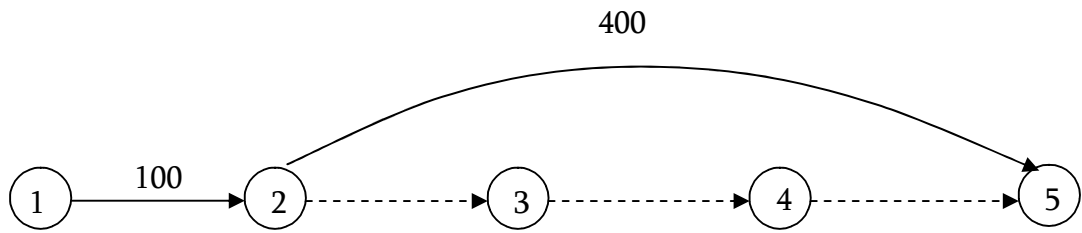
მიღებული k-რაოდენობის ამონახსნებისთვის განვსაზღვრეთ ყველა კრიტერიუმის მნიშვნელობა და, ამგვარად მივიღეთ შეფასებათა ვექტორის სიმრავლე. ამ სიმრავლიდან წარმოების დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით მოღებულ ხარისხით ბოლო ვარიანტი არის მეორეს დაქვემდებარებული, ანუ ყველა კრიტერიუმით არაუკეთესია მეორეზე. იგი გამოირცხება სიმრავლიდან, რაც იძლევა პარეტო-ოპტიმალურ ამონახსნთა სიმრავლეს და იგი წარედგინდება გადაწყვეტილების მიმღებ პირს.

საბოლოო გადაწყვეტილების მისაღებად გავანალიზოთ დამატებითი მაჩვენებლები.

მიღებული შედეგები გვიჩვენებს, რომ თუ განხორციელდა წარმოების დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით მიღებული ოპტიმალური გეგმა, მაშინ მუშახელის შენარჩუნებასთან დაკავშირებული დანახარჯები 100 ლარით უფრო მეტი უნდა გაიწიოს ხარისხით მომდევნო თითოეულ გეგმასთან შედარებით. ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების დანახარჯები 50 ლარით ნაკლები გაიწევა სხვა გეგმებთან შედარებით, რაც ნაწილობრივ აბათილებს მუშახელის შენარჩუნებასთან დაკავშირებულ დანატებით დანახარჯებს. რაც შეეხება მარაგის შენახვის დანახარჯებს, ოპტიმალური გეგმის დროს გაიწევა ყველაზე დიდი შენახვის დანახარჯები, რაც აღემატება რიგით მეორე გეგმას 800 ლარით, ხოლო მესამეს - 600 ლარით. ამიტომ ამ დანატებითი მაჩვენებლების გათვალისწინებით, გეგმა კი არის ოპტიმალური წარმოების დანახარჯების მინიმიზაციის მიხედვით, მაგრამ დანარჩენი მაჩვენებლების გათვალისწინებით არ იქნება ხელსაყრელი განსახორციელებლად.

განვიხილოთ ხარისხით მომდევნო ორი გეგმა. ამ შემთხვევაში მუშახელის შენარჩუნების დანახარჯები და ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების დანახარჯები ერთნაირია, ხოლო მარაგის შენახვის დანახარჯები რიგით მეორე გეგმაში 200 ლარით ნაკლებია რიგით მესამე გეგმასთან შედარებით. ამიტომ რიგით მეორე გეგმა უკეთესია რიგით მესამე გეგმაზე.

შესაბამისად შეიძლება ითქვას, რომ დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით და დანატებითი მაჩვენებლების გათვალისწინებით საუკეთესო გეგმა არის 1,(1,2),2,(2,5), 5. ანუ პირველ ინტერვალში ვაწარმოოთ პირველი ინტერვალის მოთხოვნის სრულად დასაკმაყოფილებელი მოცულობის პარტია, ხოლო მეორე ინტერვალში - მომდევნო სამი ინტერვალის შესაბამისი მოცულობის პარტია (ნახ. 8.7)



ნახ. 8.7. მაგალითის შესაბამისი ოპტიმალური საწარმოო გეგმა.

ამრიგად, შექმნილ გრაფში  $k$ -უმოკლესი გზის ძიების ალგორითმის გამოყენება საშუალებას იძლევა განისაზღვროს რამდენიმე ამონახსნი ერთ-ერთი შერჩეული კრიტერიუმის მიხედვით. მათ შორის ოპტიმალურის ამორჩევა ხდება გადაწყვეტილების მიმღები პირის მიერ შერჩეული სხვა დამატებითი კრიტერიუმების გათვალისწინებით.

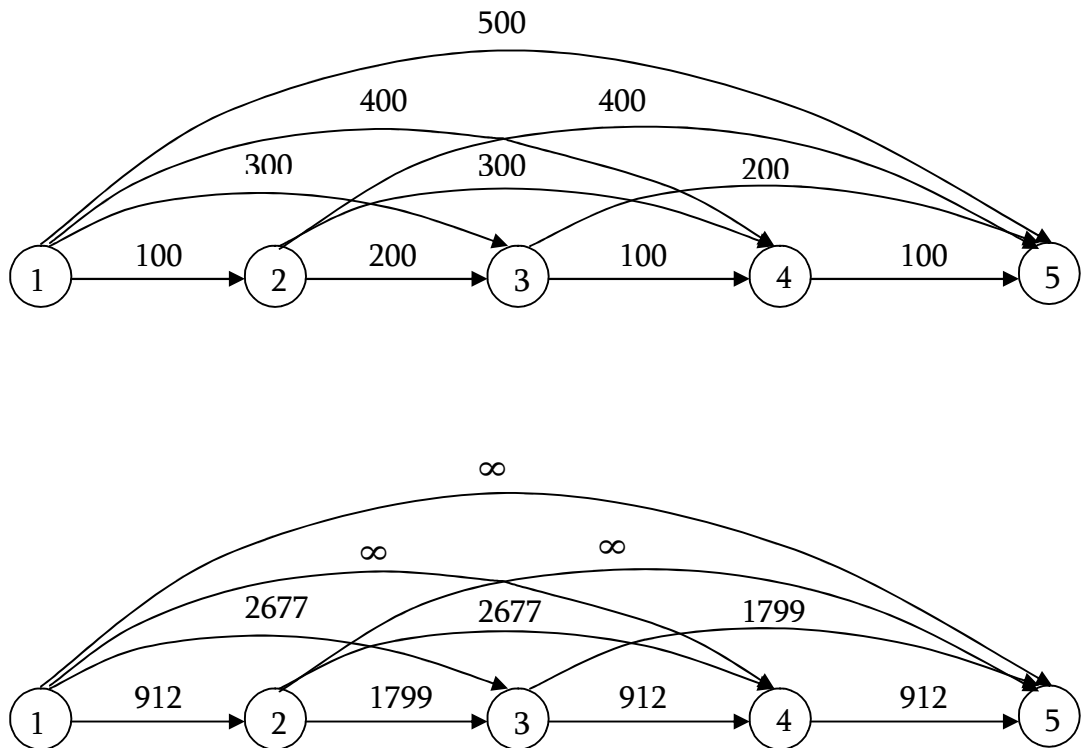
**8.2. პროდუქციის ოპტიმალური პარტიის განსაზღვრის მოდელის გამოყენების მაგალითი, პროდუქციაზე დინამიური მოთხოვნის და შეზღუდული საწარმოო სიმძლავრეების პირობებში, წარმოების დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით.**

8.1.-ში განხილული მაგალითის პირობაში შემოვიტანოთ დამატებითი მონაცემი. დავუშვათ, რომ საწარმოო სიმძლავრე თითოეულ ინტერვალში შეადგენს 300 ერთეულს, ანუ

$$x_i = \sum_{k=i}^{j-1} r_k \leq 300$$

ყველა დანარჩენი მონაცემი შეესაბამება ზემოთ განხილული მაგალითის პირობას.

მიღებული სიტუაცია მოყვანილია ნახ.8.8. ოთხინტერვალისანი საგეგმო პრიოდისთვის. თუ კმაყოფილდება პირობა  $x_i \leq 300$ , რაც ნიშნავს, რომ  $i$ -ურ ინტერვალში არ იწარმოება 300 ერთეულზე მეტი პროდუქცია, მაშინ რკალის სიგრძე განისაზღვრება როგორც წარმოების დანახარჯები. ხოლო, თუ  $x_i > 300$ , მაშინ ამ რკალის შესაბამისი მოცულობის პარტიის წარმოება დაუშვებელია და  $(i,j)$  რკალის სიგრძე განისაზღვრება როგორც  $d_{ij} = \infty$ .



ნახ.8.8.პროდუქციის წარმოების დანახარჯების გრაფი ინტერვალების მიხედვით(  $n=4$  ), საწარმოო სიმძლავრეების შეზღუდვების პირობებში.

მიღებულ გრაფში ნებისმიერი გზა საწყის და ბოლო კვანძებს შორის, რომლის სიგრძე ნაკლებია  $\infty$ -ზე, გვაძლევს დასაშვებ ამონახსნს, ხოლო  $k$  უმოკლესი ამონახსნები გზის სასრული სიგრძეებით იძლევა ამონახსნთა სიმრავლეს.

მონაცემები წარმოვადგინოთ მატრიცის სახით (ცხრ.8.4)

ცხრილი 8.4. შექმნილ გრაფში (i,j) რკალების სიგრძეები, შეზღუდული საწარმოო სიმძლავრეების პირობებში.

|             |       |     |      |          |          |
|-------------|-------|-----|------|----------|----------|
| D[1:4,2:5]= | i \ j | 2   | 3    | 4        | 5        |
| 1           | 1     | 912 | 2677 | $\infty$ | $\infty$ |
| 2           | 2     | 0   | 1799 | 2677     | $\infty$ |
| 3           | 3     | 0   | 0    | 912      | 1799     |
| 4           | 4     | 0   | 0    | 0        | 912      |

რკალის სიგრძეთა ამგვარი განმარტების შემდეგ გამოვიყენოთ გრაფში k უმოკლესი გზების ძიების ალგორითმი და შევავსოთ მატრიცის ელემენტები (ცხრ.8.5).

ცხრილი 8.5. გრაფში k რაოდენობის გზები საწყის და საბოლოო კვანძებს შორის, შეზღუდული საწარმოო სიმძლავრეების პირობებში.

|         |       |            |             |             |             |
|---------|-------|------------|-------------|-------------|-------------|
| A[i,j]= | i \ j | 2          | 3           | 4           | 5           |
| 1       | 1     | <b>912</b> | <b>2677</b> | $\infty$    | $\infty$    |
| 2       | 2     |            | 2711        | <b>3589</b> | $\infty$    |
| 3       | 3     |            |             | <b>3589</b> | <b>4476</b> |
| 4       | 4     |            |             |             | 4501        |

1. j=2. განვიხილოთ ყველა რკალი, რომელიც შემოდის მეორე კვანძში. ასეთი მხოლოდ ერთი რკალია (1,2) სიგრძით  $d_{12} = 912$ .  
განვსაზღვროთ უმოკლესი გზა  $d_2$ -დე  
 $d_2 = d_1 + d_{12} = 0 + 912 = 912$ . ( $d_1 = 0$  როგორც საწყისი მნიშვნელობა).
2. j=3. გვაქვს ორი შემავალი რკალი:
  - ა. (1,3) რკალისთვის  $A(1; 3) = d_1 + d_{13} = 0 + 2677 = 2677$

ბ. (2,3) რკალისთვის  $A(2; 3) = d_2 + d_{23} = 912 + 1799 = 2711$ .

განვსაზღვროთ უმოკლესი გზა  $d_3$ -დე

$$d_3 = \min(A(1; 3), A(2; 3)) = \min(2677, 2711) = 2677.$$

3.  $j=4$ . გვაქვს სამი შემავალი რკალი:

ა. (1,4) რკალისთვის  $A(1; 4) = d_1 + d_{14} = 0 + \infty = \infty$

ბ. (2,4) რკალისთვის  $A(2; 4) = d_2 + d_{24} = 912 + 2677 = 3589$

გ. (3,4) რკალისთვის  $A(3; 4) = d_3 + d_{34} = 2677 + 912 = 3589$

განვსაზღვროთ უმოკლესი გზა  $d_4$ -დე

$$d_4 = \min(A(1; 4), A(2; 4), A(3; 4)) = \min(\infty, 3589, 3589) = 3589$$

4.  $j=5$ . გვაქვს ოთხი შემავალი რკალი:

ა. (1,5) რკალისთვის  $A(1; 5) = d_1 + d_{15} = 0 + \infty = \infty$

ბ. (2,5) რკალისთვის  $A(2; 5) = d_2 + d_{25} = 912 + \infty = \infty$

გ. (3,5) რკალისთვის  $A(3; 5) = d_3 + d_{35} = 2677 + 1799 = 4476$

დ. (4,5) რკალისთვის  $A(4; 5) = d_4 + d_{45} = 3589 + 912 = 4501$

განვსაზღვროთ უმოკლესი გზა  $d_5$ -დე  $d_5 = \min(A(1; 5), A(2; 5), A(3; 5), A(4; 5)) = \min(\infty, \infty, 4476, 4501) = 4476$ .

ამგვარად, უმოკლესი გზის სიგრძე საწყის და საბოლოო კვანძებს შორის უდრის 4476, ხოლო ხარისხით მეორე გზის სიგრძეა 4501.

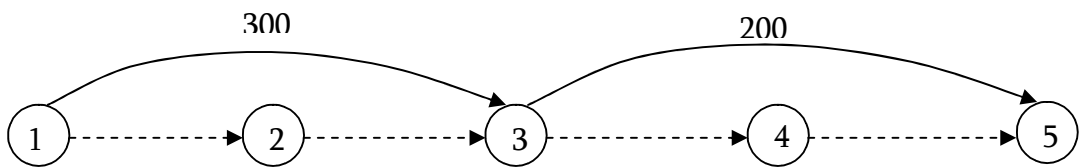
რადგან  $A(3; 5)=4476$ , ეს ნიშნავს, რომ მინიმალური გზის ბოლო რკალია (3,5). მესამე კვანძში შემავალი რკალის საპოვნელად ავიღოთ უმცირესი ელემენტი  $j=3$ -ის შესაბამის სვეტში. ეს არის  $A(1; 3)=2677$ , რაც გვადლევს მეორე რკალს (1,3). ამგვარად, ოპტიმალურ გზას ექნება სახე 1, (1,3), 3, (3,5),5.

ასევე გვაქვს ხარისხით მომდევნო გზა, რომელსაც შეესაბამება სიგრძე 4501. სათანადო გზის ბოლო რკალია (4,5). რომ ვიპოვოთ მეოთხე კვანძში შემავალი რკალი, ავირჩიოთ უმცირესი ელემენტი  $j=4$ -ის შესაბამის სვეტში. ეს არის  $A(2;4)=3589$  და  $A(3;4)=3589$ , რაც გვადლევს ამ გეგმის მეორე რკალის ორ ვარიანტს - (2,4) და (3,4). შესაბამისად, შემდეგ ვირჩევთ უმცირეს ელემენტს  $j=2$  სვეტში  $A(1;2)=912$ , რაც გვადლევს მესამე რკალს (1,2). შესაბამისი გზა იქნება 1, (1,2), 2, (2,4), 4, (4,5).

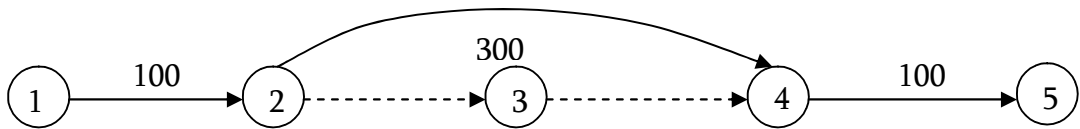
ხოლო  $j=3$ -ის შესაბამის სვეტში უმცირესი ელემენტია  $A(1;3)=2677$ .  
 შესაბამისი გზაა 1, (1,3), 3, (3,4), 4, (4,5).

ამრიგად, შექმნილ გრაფში  $k$ -უმოკლესი გზის ძიების ალგორითმის გამოყენებით განვსაზღვრეთ რამდენიმე ამონახსნი წარმოების დანახარეჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმის გათვალისწინებით, მათ შორის ოპტიმალური და ასევე ხარისხით მომდევნო ამონახსნი (ნახ. 8.3):

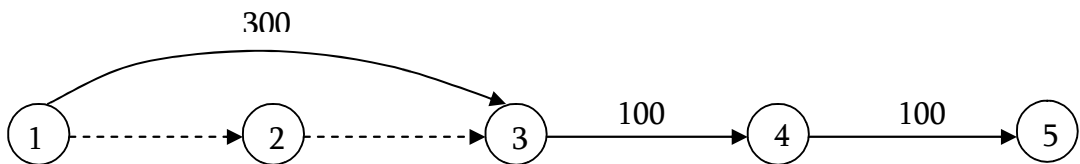
1, (1,3), 3, (3,5), 5



1, (1,2), 2, (2,4), 4, (4,5)



1, (1,3), 3, (3,4), 4, (4,5)



ნახ. 8.9. ოპტიმალური და ხარისხით მომდევნო ორი ამონახსნი, წარმოების დანახარეჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით, შეზღუდული საწარმოო სიმძლავრეების პირობებში.

მიღებული ამონახსნთა სიმრავლიდან ამოირჩევა ერთ-ერთი გადაწყვეტილების მიმღები პირის მიერ დამატებითი მაჩვენებლების გათვალისწინებით.



## დასკვნა

1. განხილულია მართვის თეორიის მეთოდები, რომლებიც გამოიყენება საწარმოს მართვის ავტომატიზებულ სისტემებში.
2. განხილულია საკითხები, რომლებიც ეხება დანახარჯების თემას როგორც მმართველობითი აღრიცხვის ერთ-ერთ ძირითად ობიექტს. შედეგად დადგენილია, რომ საქმიანობის სხვადასხვა სფეროს საწარმოებში დანახარჯების მართვა არის მმართველობითი აღრიცხვის განუყოფელი ნაწილი.
3. გაანალიზებულია ფაქტორები, რომლებიც გასათვალისწინებელია პროდუქციის პარტიებად წარმოების ოპტიმიზაციის ამოცანებში - საწარმოს ტიპები, დანახარჯების ტიპები, პროდუქციაზე მოთხოვნის ტიპები, ასევე საწარმოს ქმედება კონკურენტულ ბაზარზე.
4. ჩამოყალიბებულია პროდუქციის პარტიებად წარმოების ოპტიმიზაციის ამოცანა დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით.
5. ფორმალიზებულია პროდუქციის წარმოებისა და შენახვის დანახარჯების ამსახველი ფუნქციის დამოკიდებულება წარმოებული პარტიის მოცულობაზე; ასევე ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების დანახარჯების დამოკიდებულება საგეგმო პერიოდის ინტერვალების რაოდენობაზე.
6. შემუშავებულია პროცესის დისკრეტულად წარმოდგენის სქემა, რომელიც ითვალისწინებს არა მარტო საწარმოო პროცესის ბუნებრივ დისკრეტულობას, არამედ სწრაფი გამოთვლების შესაძლებლობას.
7. განხილულია დისკრეტული ოპტიმიზაციის საკითხები, მათთვის დამახასიათებელი ისეთი ფაქტორებით, როგორცაა მრავალი ოპტიმალური ამონახსნის არსებობა, ოპტიმალური და მასთან ახლოს მყოფი, ხარისხით მომდევნო რამდენიმე ამონახსნის მიღება მრავალკრიტერიუმიანი ანალიზის მიზნით. ანალიზის საფუძველზე

- დამუშავებულია გამოთვლითი სქემები, რომლებიც უზრუნველყოფენ გამოთვლების ერთგვაროვნებას გრაფული მოდელის საფუძველზე.
8. დამუშავებულია დისკრეტული ოპტიმიზაციის ამოცანების შესაბამისი გამოთვლითი სქემები.
  9. პროდუქციაზე სტატიკური მოთხოვნის შემთხვევისთვის განხილულია პროდუქციის ოპტიმალური პარტიის მოცულობის განსაზღვრის მოდელი მთლიანი დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით.
  10. დამუშავებულია სტატიკური მოთხოვნის შემთხვევისთვის პროდუქციის ოპტიმალური პარტიის მოცულობის განსაზღვრის მოდელი მთლიანი დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით, წარმოების დროის გათვალისწინებით; ასევე ჩამოყალიბებულია პროდუქციის ოპტიმალური პარტიის მოცულობის განსაზღვრის ალგორითმი მთლიანი დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით, რესურსებზე ფასდაკლების გათვალისწინებით.
  11. დამუშავებულია პროდუქციაზე დინამიური მოთხოვნის დაკმაყოფილების მოდელი წარმოების დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით და ჩატარებულია k-უმოკლესი გზის ძიების ალგორითმით მიღებული ამონახსნების ვარიანტული ანალიზი დამატებითი მაჩვენებლების - მუშახელის დაქირავება-განთავისუფლებასთან დაკავშირებული დანახარჯების, ტექნიკური მოსამზადებელი სამუშაოების დანახარჯების და მარაგების შენახვის დანახარჯების გათვალისწინებით.
  12. განხილულია პროდუქციაზე დინამიური მოთხოვნის დაკმაყოფილების შემთხვევა შენახვის დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით.
  13. დამუშავებულია პროდუქციის პარტიებად წარმოებისას დანახარჯების მინიმიზაციის მოდელები საწარმოო და შესანახი სიმძლევრების შეზღუდვების პირობებში.
  14. თემატური მაგალითის საფუძველზე ნაჩვენებია პროდუქციის პარტიებად წარმოებისას, შეზღუდული და შეუზღუდავი

სიმძლავრეების პირობებისთვის დამუშავებული მოდელების და გამოთვლითი სქემების გამოყენების ეფექტურობა საბოლოო გადაწყვეტილების მიღების პროცესში.

ამრიგად, დამუშავებულ მოდელებში არის გათვალისწინებული ბევრი მნიშვნელოვანი ფაქტორი, რომელიც გავლანეს ახდენს პროდუქციის პარტიებად წარმოების პროცესში მისაღებ გადაწყვეტილებებზე.

წარმოდგენილი მოდელების მოდიფიცირებული ვარიანტების დანერგვა საწარმოო კომპანიების მიერ მოუტანთ მათ მნიშვნელოვან ეკონომიკურ ეფექტს. მათი თანამედროვე ბიზნესის „ცხოვრებაში“ დანერგვით, ბევრი სამეურნეო სუბიექტი გაიმყარებს პოზიციას ბაზრის თავთავიანთ სეგმენტში, და თან გააფართოვებს კიდევ პროდუქციის წარმოებას და რეალიზაციას.

## გამოყენებული ლიტერატურა

1. გაიშვილი ი. პროდუქციის ოპტიმალური პარტიის განსაზღვრის ალგორითმი სტატისტიკური მოთხოვნის და რესურსებზე ფასდაკლების გათვალისწინებით. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი. შრომები მართვის ავტომატიზებული სისტემები, № 1(12). 2012.
2. გაიშვილი ი. პროდუქციაზე მოთხოვნის მინიმალური საწარმოო დანახარჯებით დაკმაყოფილების მოდელი შეზღუდული საწარმოო სიმძლავრეების დროს. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი. შრომები მართვის ავტომატიზებული სისტემები, № 1(10). 2011.
3. გაიშვილი ი. რამდენიმე სახეობის პროდუქციის მინიმალური დანახარჯებით წარმოების ამოცანა შეზღუდული რესურსების პირობებში. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი. შრომები მართვის ავტომატიზებული სისტემები, № 2(11). 2011.
4. გაიშვილი ი. პროდუქციის შეზღუდული რესურსების პირობებში მინიმალური დანახარჯებით წარმოების ამოცანის შესაბამისი გამოთვლითი სქემის აგების გზები. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი. შრომები მართვის ავტომატიზებული სისტემები, № 2(11). 2011.
5. Okujava S., Asatiani T., Giashvili I., Magradze M. Problem of Determining Optimal Lot Size with Respect to the Reduction, Storage and Quality Criteria. Proceedings of the EUROPEAN COMPUTING CONFERENCE (ECC'09). Proceedings of the 3rd International Conference on COMPUTATIONAL INTELLIGENCE (CI'09). Hosted and Sponsored by: Iv.Javakhishvili Tbilisi State University. Georgia, Tbilisi, June 26-28, 2009.
6. ლომინაძე თ., გაიშვილი ი. ობიექტების ოპტიმალური ქვესიმრავლებისა და მიმდევრობების განსაზღვრის ალგორითმების ზოგადი სტრუქტურა. პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“, №3(26), 2006.

7. გ.გოგიჩაიშვილი, გ.ჩაჩანიძე, ქ.ნანობაშვილი. ავტომატიზებული მართვის მოდელები. ლოგიკური და გრაფული მოდელები. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი. თბილისი. 2006.
8. გ.გოგიჩაიშვილი, ო.შონია, ი.ქართველიშვილი. ოპერაციათა კვლევა. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი. თბილისი. 1998.
9. გრეგორი მენქიუ. ეკონომიკის პრინციპები. გამომცემლობა «დიოგენე», 2008.
10. საქმიანობის შედეგების მართვა. წიგნი F5. სახელმძღვანელო. ACCA. ბაგ 2010.
11. ჯიბლაძე ნ., თოფჩიშვილი ა. სტატისტიკური ოპტიმიზაციის რიცხვითი მეთოდები. საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის ა.ელიაშვილის სახელობის მართვის სისტემების ინსტიტუტი. თბილისი, 2001.
12. ჩოგოვაძე გ., გოგიჩაიშვილი გ., სურგულაძე გ., შეროზია თ., შონია ო. მართვის ავტომატიზებული სისტემების დაპროექტება და აგება. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, 2001.
13. ასათიანი თ. პროდუქციაზე დინამიური მოთხოვნის ოპტიმალურად დაკმაყოფილების მოდელები (ამოცანები). პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“, №1, 2002.
14. ასათიანი თ. პროდუქციის წარმოებისა და შენახვის ჯამური ღირებულების ვექტორული ოპტიმიზაციის ამოცანა. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი. სამეცნიერო შრომები, 2001.
15. ასათიანი თ., ლომინაძე ნ. პროდუქციის წარმოებისა და შენახვის ჯამური ღირებულების მინიმიზაციის ამოცანა. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი. სამეცნიერო შრომები, 1996.
16. ბასილაშვილი ზ., ლომინაძე ნ., შარტავა ჟ. შეკვეთების ოპტიმალური ქვესიმრავლის ამოცანის ამოხსნის გამოთვლითი სქემა. სპი-ის საპრობლემო ლაბორატორიის შრომები, №4, თბილისი, 1974.
17. Вагнер Г. Основы исследований операций. Перевод с английского Б. Т. Вавилова . М.: Мир. 1972.

18. Майника Э. Алгоритмы оптимизации на сетях и графах. Пер. с англ. – М.: Мир, 1981. – 323 с., ил.
19. Иванова В.А. «Основы финансового менеджмента», М., 1999.
20. Кристофидис Н. Теория графов. Алгоритмический подход. Пер. с англ. - М.: Мир, 1978.
21. Семушин И.В. Практикум по методам оптимизации. Ульяновск, 2005.
22. Березин Е.А. Элементарные решения неэлементарных задач на графах/ Под ред. А.Н.Кудинова. Тверь: ТГТУ, 2005. 136 с.
23. Харчистов Б.Ф. Методы оптимизации: Учебное пособие. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2004.-140с.
24. Волченская Т.В., Князьков В.С. Компьютерная математика: Часть 2. Теория графов/Учебн.пособ. – Пенза: Изд-во Пенз. Ун-та, 2002,-101 с.
25. Алесинская Т.В., Серебин В.Д., Катаев А.В. Учебно-методическое пособие по курсу «Экономико-математические методы и модели. Линейное программирование». Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2001. 79с.
26. Гламаздин Е.С., Новиков Д.А., Цветков А.В. Управление корпоративными программами: информационные системы и математические модели. М.: ИПУ РАН, 2003.-159 с.
27. Власов М.П. Моделирование экономических процессов / М.П.Власов, П.Д. Шимко. – Ростов н/Д: Феникс, 2005. – 409 с.
28. Лихачева Л.Н. Практикум по применению экономико-математических моделей для формирования продуктовой (производственной) программы коммерческой организации. Воронеж 1999.
29. Алифанов А.Л. Алифанов Л.А. Маркетинг: решение исследовательских задач.
30. Акоф Р., Сасиени М. Основы исследований операций. М.: Мир. 1971.
31. Вентцель Е.С. Основы исследований операций. М., «Наука», 1988.
32. Банди Б. Методы оптимизации. Вводный курс / Пер. С англ.; Под ред. В.А.Волынского. – М.: Радио и связь, 1988.
33. Кротов В.Ф. и др. Основы теории оптимального управления. - М.: Высш.шк.; 1990.

34. Дубров, Лагоша, Хрусталеv, Барановская. Моделирование рисковvх ситуаций в экономике и бизнесе. Изд. «Финансы и статистика», Москва, 2003.
35. Ломинадзе Н.Н., Шартава Ж.К. Алгоритмы последовательного улучшения плана выполнения работ по параллельным рабочим местам. Труды проб. Лаб. АВТ им.Ленина №3, Тбилиси, 1972.
36. Ломинадзе Н.Н., Цулукидзе Т.В. Человеко-машинные процедуры решения задач оптимизации при векторных показателях качества. Тезисы докладов XVIII республиканской конференции. Тбилиси, Май, 1972.
37. Пападимитриу Х., Стайглиц Л. Комбинаторная оптимизация, алгоритмы и сложность. Изд. «Мир», Москва, 1985.
38. Трояновский. Математическое моделирование в менеджменте. Изд. «РДЛ», Москва, 2003.
39. Шикин, Чхартишвили. Математические методы и модели в управлении. Изд. «Дело», Москва, 2002.
40. Макаров И.М., Виноградская Т.М., Рубчинский А.А., Соколов В.Б. Теория выбора и принятия решений // Изд. »Наука», Москва, 1982.
41. Салуквадзе М.Е. Задача векторной оптимизации в теории управления // Изд. Мецниереба, Тбилиси, 1975.
42. Baumol N. Economic Theory and Operations Analysis. 3d edition, Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1972.
43. Berndt E. The Practice of Econometrics. Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1991.
44. Howard R., Matheson J. The Principles and Applications of Decision Analyses. Melno Park, California, 1984.
45. Johnston J. Econometric Methods. 3d edition; New York; McGraw-Hill; 1984.
46. Keat P., Yong P., Managerial Economics. 2rd adition; Prentic Hall, Inc; New Jersy; 1996.
47. Kmenta J. Elements of Econometrics. 2rd edition; New York; Macmillan; 1986.
48. Managereial Economic. 3d edition; W.W. Norton & Company, Inc; New York; 1996.

49. Maunder, Myer, Wall. Miller Economics Explained. 3d edition, Hammersmith, London, 1996.

50. Nicholas C. Siropolis Small Business Management. Houghton mittlin company, Boston, 1986.