

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ხელნაწერის უფლებით

ვასილ სოხაძე

ფირფიტების გაანგარიშება პლასტიკური დეფორმაციების გათვალისწინებით

დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად  
წარდგენილი დისერტაციის

ავტორეფერატი

სადოქტორო პროგრამა მშენებლობა შიფრი 0406

თბილისი

2015 წელი

სამუშაო შესრულებულია საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტში  
სამშენებლო ფაკულტეტის  
№101 დეპარტამენტში

ხელმძღვანელი: პროფესორი თ. ბაციკაძე

რეცენზენტები: ასოც. პროფ. დ. ჯანყარაშვილი  
პროფ. მ. ყალაბეგაშვილი

დაცვა შედგება 2015 წლის "13" 07, 15<sup>00</sup> საათზე  
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის სამშენებლო  
ფაკულტეტის სადისერტაციო საბჭოს კოლეგიის  
სხდომაზე, კორპუსი I, აუდიტორია 507ა  
მისამართი: 0175, თბილისი, კოსტავას 77.

დისერტაციის გაცნობა შეიძლება სტუ-ს ბიბლიოთეკაში,  
ხოლო ავტორეფერატისა - ფაკულტეტის ვებგვერდზე

სადისერტაციო საბჭოს მდივანი

პროფესორი დ. ტაბატაძე

## ნაშრომის ზოგადი დახასიათება

სამუშაოს აქტუალობა. ნაშრომი ეხება თხელკედლიანი სივრცული კონსტრუქციების გაანგარიშებას, რომელთა შემადგენელ ელემენტებს წარმოადგენს თხელი ფილები (ფირფიტები). მათი შესწავლის აქტუალობა განპირობებულია იმ მზარდი მოთხოვნებით, რომლებსაც მათ უყენებს თანამედროვე ტექნიკა და მშენებლობა. აღნიშნული ფილების (ფირფიტების) გაანგარიშება ხასიათდება სასაზღვრო პირობების მრავალფეროვნებით, რაც გამოწვეულია ფილის კონტურის ჩამაგრების ნაირსახეობით. ისინი ფართოდ გამოიყენება სამრეწველო და სამოქალაქო მშენებლობაში, გემთმშენებლობაში, მანქანათმშენებლობაში, ავიამშენებლობაში, აეროდრომების მშენებლობაში და სხვა. აღნიშნული სისტემების ასეთი პოპულარობა განპირობებულია, ერთი მხრივ, მათი სიმტკიცის მაღალი მაჩვენებლებით, მეორე მხრივ კი - კონსტრუქციის წონის მკვეთრად შემცირების შესაძლებლობით, რასაც გადამწყვეტი მნიშვნელობა ენიჭება საფრენი აპარატების (თვითმფრინავების, რაკეტების და სხვა) პროექტების განხორციელებისას.

თანამედროვე მანქანა-დანადგარების და ნაგებობების სიმტკიცეზე გაანგარიშება ხშირად ისეთი ფაქტორების და მოვლენების გათვალისწინებას მოითხოვს, რაც მხოლოდ პლასტიკურობის თეორიის დახმარებით არის შესაძლებელი. ამასთანავე, დრეკადი მოდელირების საფუძველზე შესრულებულმა გაანგარიშებამ შეიძლება გამოიწვიოს როგორც მასალის გადახარჯვა, ასევე კონსტრუქციის წონის გაუმართლებელი ზრდა, რაც განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია საფრენი აპარატებისადმი წაყენებული მოთხოვნების თვალსაზრისით.

როგორც ცნობილია, სრული დეფორმაცია შედგება ორი ნაწილისაგან - დრეკადი და ნარჩენი. პლასტიკური სხეულები ეწოდება ისეთ მყარ სხეულებს, რომლებიც რღვევის მომენტამდე დებულობენ საგრძნობ ნარჩენ დეფორმაციებს. მყარი სხეულის თვისებას, გარე ძალების ზემოქმედების გამო განიცადოს დეფორმაცია და ნარჩენი დეფორმაციები მიიღოს ამ ძალების მოშორების შემდეგ, პლასტიკურობა ეწოდება. ამიტომ მხედველობაში უნდა მივიღოთ სხეულების როგორც დრეკადი, ისე პლასტიკური თვისებები. აღსანიშნავია ის გარემოება, რომ

თუ ადგილი ექნება მცირე ნარჩენ დეფორმაციებსაც კი, შეიძლება მანქანებმა და დანადგარებმა იმუშაოს არასაიმედოდ. ამავე დროს, პლასტიკური თვისებების სრულიად უგულებელყოფა შეუძლებელია მაშინ, როდესაც ხდება ლითონის დამუშავება წნევით, ლითონის დამზადება ჭედვითა და დაწნეხვით, ჩამოსხმით, ადიდვით, ტვიფრით და ასე შემდეგ.

ყურადღების მისაქცევია ის გარემოებაც, რომ როდესაც სხეულებში არის ხვრეტები, ადგილი აქვს ძაბვების კონცენტრაციას. აქ ძაბვები თითქმის სამჯერ იზრდება, მაგრამ პლასტიკური თვისებების გამო ხდება ძაბვების გადანაწილება. შეუძლებელია მოქლონური შეერთების სწორი ასახვა, თუ მხედველობაში არ მივიღებთ ლითონის პლასტიკურობას. ბეტონი წარმოადგენს დრეკად-პლასტიკურ ბლანტ სხეულს, მაშასადამე ბეტონის ნაგებობის შესწავლის დროს მხედველობაში უნდა მივიღოთ პლასტიკურობა. ასევე ითქმის რკინაბეტონზე, რომლის სიმტკიცის დადგენა ხდება ზღვრული მდგომარეობის მიხედვით, ზღვრულ მდგომარეობას კი ვერ განვსაზღვრავთ, თუ არ გვეცოდინება მასალის პლასტიკური თვისებები.

სტატიკურად ურკვევ სისტემებში, პლასტიკურობის გამო ხდება ძაბვების ერთგვარი გადანაწილება, რაც არსებითად განსაზღვრავს ასეთი სისტემების მუშაობას, ასევე შეიძლება დავასახელოთ უამრავი მაგალითი, რომლის დროსაც პლასტიკური თვისებების უგულებელყოფა გამორიცხულია.

დეფორმაციული თეორიის შესაძლებლობათა კრიტიკული ანალიზი გვარწმუნებს, რომ მისი გამოყენება დრეკად-პლასტიკური წონასწორობის შესასწავლად მიზანშეწონილია მხოლოდ გარკვეული შეზღუდვების პირობებში დეფორმაციისა და დატვირთვის მიმართ. კერძოდ, ზიდვის უნარის განსაზღვრის მიზნით გამართლებულია სენ-ვენან ლევი-მიზესის თეორიით სარგებლობა, რადგან იგი განკუთვნილია იდეალურად ხისტ-პლასტიკური ტანისთვის.

მაშასადამე, გაანგარიშების სიზუსტის გაზრდას და პროექტირებისას მნიშვნელოვანი ეკონომიის ეფექტის მიღწევას, ცხადია, დიდი პრაქტიკული მნიშვნელობა უნდა მივანიჭოთ, რაც ამ თემის აქტუალობაზე მეტყველებს.

### ნაშრომის კვლევის ობიექტი

კვლევის ობიექტს წარმოადგენს როგორც წრიული და რგოლური, ასევე საწყისი სიმრუდის მქონე ფირფიტების პლასტიკური ღუნვის დეფორმაციების განხილვა, ღერძსიმეტრიული დატვირთვის პირობებში ზღვრული მდგომარეობის მიხედვით, ფირფიტების ჩამაგრების სხვადასხვა შემთხვევისათვის; კოჭების, რგოლების და ფილების დრეკადპლასტიკური ღუნვა, მარტივი კონსტრუქციების ზღვრული მდგომარეობის შესწავლა (პლასტიკური სახსრის წარმოქმნა), განმტკიცებადი ფირფიტების ღუნვის შესწავლა, წრიული ფირფიტების ხისტ-პლასტიკური ღუნვა, ფირფიტების პლასტიკური ღუნვის ძირითადი განტოლებების ინტეგრება და რიცხვითი რეალიზაცია.

### ნაშრომის კვლევის მიზანია

მოცემულ იქნას აღნიშნული საკვლევი ობიექტების გაანგარიშებაზე ნებისმიერი პრაქტიკული ამოცანის გადაწყვეტის მეთოდების ძებნა, რომელთა რიცხვითი რეალიზაციისას მთლიანად იქნება გამორიცხული მათემატიკური ხასიათის სიმძნელები.

### ნაშრომის მეცნიერული სიახლე

- შესწავლილია დეფორმაციებსა და ძაბვებს შორის დამოკიდებულებები, რომლებიც აღწერს მყარი სხეულის დრეკად და პლასტიკურ დეფორმაციებს, როდესაც დროსა და ტემპერატურას მხედველობაში არ ვიღებთ, მყარი სხეული იზოტროპულია და ბაუშინგერის ეფექტი უგულებელყოფილია;
- მიღებულია ძაბვებსა და დეფორმაციებს შორის დამოკიდებულება განმტკიცებადი ანიზოტროპული მასალებისათვის;
- მოცემულია პლასტიკურობის თეორიის პრობლემების ანალიზი, კოჭების, რგოლებისა და ფილების დრეკად-პლასტიკური ღუნვის ანალიზი, ჩაღუნვების განსაზღვრა და კვეთის ფორმის გავლენის განხილვა;

- შესწავლილია მარტივი კონსტრუქციების ზღვრული მდგომარეობა, დრეკად-პლასტიკური ღუნვა, განმტკიცებადი ფირფიტების ღუნვა;
- განხილულია წრიული და რგოლური ფირფიტების დრეკად-პლასტიკური და ხისტ-პლასტიკური ღუნვა ჩამაგრების სხვადასხვა შემთხვევისათვის;
- განსაზღვრულია წრიული და რგოლური ფირფიტების ზღვრული დატვირთვები ჩამაგრების სხვადასხვა შემთხვევისათვის.

### ნაშრომის პრაქტიკული ღირებულება

- ❖ მასში მოცემულია იზოტროპული მყარი სხეულის დრეკად და დრეკად-პლასტიკურ დეფორმაციებს შორის დამოკიდებულებანი ბაუშინგერის ეფექტის გათვალისწინების გარეშე, როდესაც მხედველობაში არ ვიღებთ დროსა და ტემპერატურას;
- ❖ ნაშრომში განხილულია კოჭების, რგოლებისა და ფილების დრეკად-პლასტიკური ღუნვა, განმტკიცებადი ფირფიტების ღუნვა, წრიული და რგოლური ფირფიტების ხისტ-პლასტიკური ღუნვა;
- ❖ განსაზღვრულია წრიული და რგოლური ფირფიტების ზღვრული დატვირთვები; ჩამაგრების სხვადასხვა შემთხვევისათვის;
- ❖ კონკრეტული ამოცანებისათვის მოცემულია მათემატიკური ალგორითმი, რომელიც გამოირჩევა სიმარტივით და კომპაქტურობით და ადვილად შეიძლება გამოყენებულ იქნას საპროექტო და სამეცნიერო - კვლევითი დაწესებულებების მიერ ფილების და ფირფიტების გაანგარიშებისა და პროექტირებისას.

მიღებული შედეგების საიმედოობა პირველ რიგში მიღწეულია გამოყენებული მათემატიკური აპარატით და მათი მიღებისას ამოხსნის სიზუსტით; ამავე დროს განხილული ამოცანებისათვის შესრულებული გამოთვლების შედეგების შედარებით ლიტერატურიდან ცნობილ შედეგებთან.

ნაშრომის აპრობაცია. სადისერტაციო ნაშრომის ძირითადი ღირებულებები მოხსენებულ და განხილულ იქნა თემატურ სემინარებზე და კოლოკვიუმზე, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის სტუდენტთა 82-ე ღია საერთაშორისო ტექნიკურ

კონფერენციაზე (2014წ), წყალთა მეურნეობის ინსტიტუტის სამეცნიერო კონფერენციაზე (2014წ). საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის საინჟინრო მექანიკისა და ნაგებობათა ექსპერტიზის №101 დეპარტამენტის გაერთიანებულ სხდომაზე (2015წ)

პუბლიკაცია. დისერტაციის მასალების მიხედვით გამოქვეყნებულია ოთხი სამეცნიერო სტატია.

ნაშრომის მოცულობა და სტრუქტურა. დისერტაცია შეიცავს რეზიუმეს (ქართულ და ინგლისურ ენებზე), შესავალს, ლიტერატურის მიმოხილვას, შედეგებს და მათ განსჯას, დასკვნას, გამოყენებული ლიტერატურის სიას. ნაშრომი წარმოდგენილია ნაბეჭდ გვერდზე, მათ შორის ცხრილი და ნახაზი.

## ნაშრომის შინაარსი

რეზიუმეში მოცემულია ნაშრომის შესრულების საფუძველზე მიღებული ძირითადი შედეგები და მათი პრაქტიკული ღირებულება.

შესავალში დასაბუთებულია თემის აქტუალობა და მოკლედ არის გადმოცემული დისერტაციის არსი.

ლიტერატურის მიმოხილვაში მოცემულია იმ ღონისძიებათა ანალიზი, რომლებიც მიმართული იყო ფირფიტებისა და ფილების როგორც დრეკადი, ისე პლასტიკური თეორიის განვითარებისათვის.

ფირფიტებისა და ფილების თეორია წარმოადგენს მყარი დეფორმირებადი ტანის მექანიკის ვრცელ განშტოებას, რომელსაც გააჩნია რთული სტრუქტურა და მისი გაანგარიშების საკითხი, როგორც მკაცრი საინჟინრო დისციპლინა, დაიწყო მე-19 საუკუნის პირველი ნახევრიდან ლ. ნავიეს, ო. კომის და ს. პუასონის შრომების გამოქვეყნებით.

ცნობილია, რომ ფილების და ფირფიტების პრაქტიკაში გამოყენებამ ბევრად გაუსწრო წინ გაანგარიშების თეორიას. ერთის მხრივ, ინჟინრები კონკრეტული პროექტების შესრულებისას ქმნიდნენ გამარტივებულ მოდელებს და ამის საფუძველზე გაანგარიშებები დაჰყავდათ რიცხვით ფორმაზე; მეორეს მხრივ, იქმნებოდა თხელი ფილებისა და ფირფიტების ზოგადი წრფივი თეორია.

XX საუკუნის 20-50-იან წლებში დაიწყო ფილებისა და ფირფიტების თეორიის შექმნის შემდეგი ეტაპი. იგი ვითარდება სხვადასხვა, ხშირად გადამკვეთი მიმართულებებით. განიხილება ისეთი კონსტრუქციული თავისებურებებიც, როგორცაა შრეების, წიბოების, დიაფრაგმების, კონტურის ელემენტების, ნახვრეტების არსებობა. განვითარდა ფილების თეორიის საკონტაქტო ამოცანა და ლოკალური ზემოქმედების გავლენის შეფასება. განიხილება მასალის უფრო რთული თავისებულებები – არაწრფივი დრეკადობა, ანიზოტროპულობა, პლასტიკურობა, სიბლანტე. მცირე დეფორმაციების განხილვიდან გადავიდნენ დიდ გადაადგილებებზე. ვითარდება გეომეტრიულად არაწრფივი თეორია და მის ბაზაზე კონსტრუქციის ყოფაქცევა – როგორც სტატიკური, ისე დინამიკური ზემოქმედებისას.



ფილებზე ძალოვან ზემოქმედებასთან ერთად შეისწავლება თბურიც – კონსტრუქციის თერმოდრეკადობა და ელექტრომაგნიტური დრეკადობა.

საკმაოდ გაფართოვდა მათემატიკური აპარატის გამოყენება როგორც უკვე არსებული პრობლემების რეალიზაციისათვის, ასევე ახალი პრობლემების უზრუნველსაყოფად. თეორიულს პარალელურად გამოიყენება კვლევის ექსპერიმენტული გზა. რთული პრობლემების რიცხვით შედეგებამდე მიყვანა შესაძლებელი გახდა კომპიუტერის ფართო გამოყენებამ რიცხვითი მეთოდების და დისკრეტული საანგარიშო მოდელების განვითარების პირობებში.

როგორც აღვნიშნეთ, დრეკადობის თეორიის, როგორც ცალკე სამეცნიერო დისციპლინის ჩამოყალიბება იწყება მე-19 საუკუნის პირველი ნახევრიდან. დრეკადობის თეორიაში პირველ შრომად ითვლება ნავიეს მემუარი (1812წ.) რომელშიც მოცემული იყო დრეკადობის თეორიის წონასწორობის ზოგადი დიფერენციალური განტოლებები. იმავე პერიოდს ეკუთვნის პუასონის, კოშის და ოსტროგრადსკის შრომები. 1822 წელს კოშიმ მიიღო დრეკადობის თეორიის ძირითადი დამოკიდებულებების და ცნებების უმრავლესობა.

უნდა შევნიშნოთ, რომ XX საუკუნის 20-იანი წლების შემდეგ დამუშავდა დრეკადობის თეორიის ბრტყელი ამოცანების ამოხსნის ზოგადი მეთოდები კომპლექსური ცვლადის ფუნქციების გამოყენებით (მუსხელიშვილი და მისი სკოლა), ვარიაციული მეთოდები (გალიორკინი, ლეიბენზონი, ტიმოშენკო, ჯანელიძე, ონიაშვილი, კაკუშაძე და სხვები), თხელკედლიანი ღეროების გაანგარიშების თეორია (ვლასოვი, უმანსკი, ჯანელიძე, შ. მიქელაძე). სქელი და თხელი ფილების გაანგარიშების მეთოდები (გალიორკინი, პაპკოვიჩი, ლურიე, მალნარაძე, შიმანსკი, კალმანოვი და სხვანი), დრეკად ფუძეზე მდებარე ფილების გაანგარიშება (გორბუნოვ–პოსადოვი, ჟემოჩკინი, ლუდუშაური). ასევე დიდი წვლილი მიუძღვით რიტცს, ჰენკის, ლიავს და ბევრ სხვას.

ქართველ მეცნიერებს შორის ფილების თეორიაში დიდი ღვაწლი მიუძღვით ა. კაკუშაძეს, თ. ონიაშვილს, ვ. კუპრაძეს, ნ. მუსხელიშვილს, შ. მიქელაძეს, მ. მიქელაძეს, ი. ლუდუშაურს, თ. ვაშაყმაძეს, დ. გორდუზიანს, გ. ჯანელიძეს და სხვებს.

მე–XX საუკუნის 40–იანი წლებიდან დრეკადობის თეორიის გვერდით ვითარდებოდა პლასტიკურობის თეორიაც. გაანგარიშების ზოგადი მეთოდები

მოგვცეს მხოლოდ საბჭოთა კავშირის მეცნიერებმა. ს. ხრისტიანოვიჩის, ა. ილიუშინის, ვ. სოკოლოვსკის, ლ. კაჩანოვის, ა. გვოზდევის და სხვების შრომების საფუძველზე შეიქმნა პლასტიკურობის თეორია ისეთივე სახით, როგორც დრეკადობის თეორია და ამოიხსნა მრავალი ამოცანა, რომელთა ამოხსნა მხოლოდ დრეკადობის თეორიაში იყო ცნობილი. ა. ილიუშინის მიერ დამუშავებულ იქნა პლასტიკურობის თეორიის ამოცანების ამოხსნის სქემები დრეკადობის თეორიის მეთოდების გამოყენებით. ამით მოხდა დრეკადობისა და პლასტიკურობის თეორიების დაახლოება.

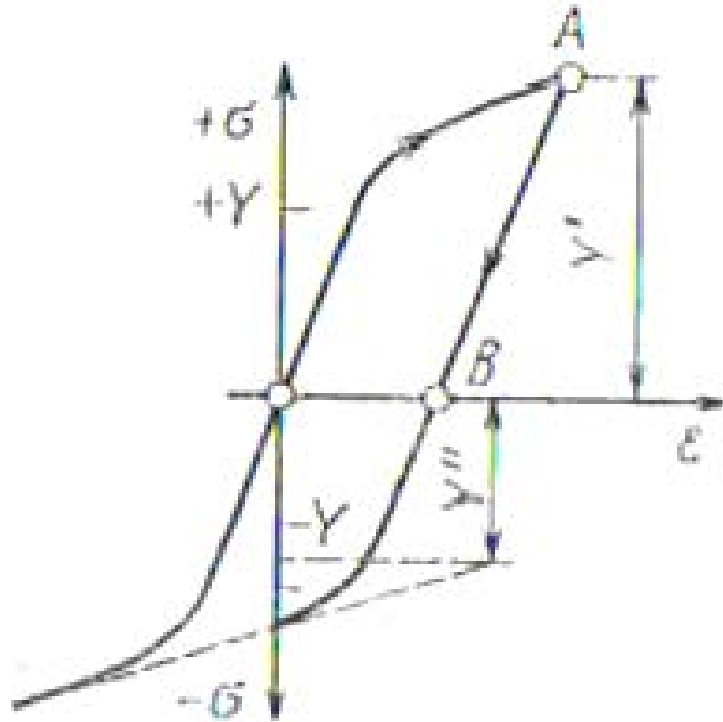
პლასტიკურობის თეორიის მეორე დიდი სარბიელი ლითონთა წნევით დამუშავების საკითხებს მოიცავს. სწორედ პლასტიკურობის გათვალისწინებით ხერხდება ფორმის ცვლილების მრავალრიცხოვანი ამოცანების შესწავლა. დღითიდღე მატულობს პლასტიკურობის თეორიის წვლილი პოლიმერული მასალების მექანიკაში. პლასტიკურობასთან მჭიდრო კავშირში და მისი კანონების მოდიფიკაციის გზით წარმატებით ვითარდება გრუნტების, მთის ქანების და ფხვიერი ტანების მექანიკა.

პლასტიკურობის თეორიის განვითარებაში აღსანიშნავია ქართველი მეცნიერების წვლილიც. ამ მხრივ აღსანიშნავია ა. კაკუშაძის და მისი მოწაფეების, მ. მიქელაძის მისი მოწაფეების, ა. ლოსაბერიძის და მისი მოწაფეების, ა. ახვლედიანის, თ. ბაციკაძის და სხვათა შრომები.

**შედეგების და მათი განსჯის პირველ თავში** მოცემულია დეფორმაციებსა და ძაბვებს შორის დამოკიდებულებანი დრეკადობის თეორიის მიხედვით, მასალის განმტკიცება, ზოგადი დეფორმაციული თეორია (ჰენკის განტოლება), პლასტიკური პოტენციალის და დენადობის თეორიის განტოლებები, დისიპაციის ენერჯის მაქსიმუმის პრინციპი, ანიზოტროპული მასალის პლასტიკური დენადობის განტოლება, ძაბვებსა და დეფორმაციებს შორის დამოკიდებულებები განმტკიცებადი, ანიზოტროპული მასალებისათვის, ასევე გაანალიზებულია პლასტიკურობის თეორიის ზოგიერთი პრობლემა.

დეფორმაციებსა და ძაბვებს შორის დამოკიდებულებები აღწერს მყარი სხეულის დრეკად და პლასტიკურ დეფორმაციებს. შემდეგში დროისა და ტემპერატურის ზემოქმედებას მხედველობაში არ მივიღებთ, მაგრამ მხედველობაში

მივიღებთ განმტკიცებას. გარდა ამისა დავუშვებთ, რომ მყარი მასალა იზოტროპულია და ბაუშინგერის ეფექტი (ნახ. 1) შეიძლება უგულებელვყოთ.



ნახაზი 1 ბაუშინგერის ეფექტი

უნდა აღინიშნოს, რომ კუთხური დეფორმაციის ტენზორის მდგენელების მნიშვნელობები წყვილ-წყვილად ტოლია  $\gamma_{xy}=\gamma_{yx}$ ;  $\gamma_{xz}=\gamma_{zx}$ ;  $\gamma_{yz}=\gamma_{zy}$  და არის შესაბამისი ფარდობითი კუთხური დეფორმაციების მნიშვნელობათა ნახევრები

$$(\gamma_{xy} = \frac{1}{2} \cdot \varphi_{xy}; \gamma_{yz} = \frac{1}{2} \cdot \varphi_{zy}; \gamma_{xz} = \frac{1}{2} \cdot \varphi_{xz}).$$

იზოტროპული მყარი მასალისათვის თანაფარდობანი ძაბვებსა და დეფორმაციებს შორის დრეკადობის თეორიაში დრეკადობის მუდმივების გამოყენებით წარმოდგება შემდეგი სახით:

$$\left\{ \begin{array}{l} e_x = \frac{1}{2G}(\sigma_x - \sigma_m) + \frac{(1-2\nu)}{E}\sigma_m \\ e_y = \frac{1}{2G}(\sigma_y - \sigma_m) + \frac{(1-2\nu)}{E}\sigma_m \\ e_z = \frac{1}{2G}(\sigma_z - \sigma_m) + \frac{(1-2\nu)}{E}\sigma_m \\ \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{2G} \\ \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{2G} \\ \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{2G} \end{array} \right. \quad (1)$$

სადაც: E – იუნგის მოდულია;

$\nu$  - პუასონის კოეფიციენტი;

G – ძვრის მოდული;

$\sigma_m$  – ჰიდროსტატიკური წნევა;

$e_m$  – შესაბამისი მოცულობითი დეფორმაცია

K - მოცულობითი დრეკადობის მოდულია

$$3\sigma_m = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z; \quad e_m = e_x + e_y + e_z = \frac{\sigma_m}{K} \quad K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

თუ შემცირებულ ძაბვებს,  $(\sigma_x - \sigma_m)$  აღვნიშნავთ  $(\sigma'_x)$ -ით, მაშინ მივიღებთ ორმაგ ინდექსაციას და (1) განტოლებათა სისტემა ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$\left. \begin{array}{l} e_{ij} = \frac{\sigma'_{ij}}{2G} + \frac{(1-2\nu)}{E}\delta_{ij}\sigma_m \\ \sigma_m = \frac{1}{3}\sigma_{ii} \end{array} \right\} \quad (2)$$

კრონეკერის სიმბოლო (დელტა-სიმბოლო)  $\delta_{ij}=1$ , როცა  $i=j$  და  $\delta_{ij}=0$  როცა  $i \neq j$ .

პირველად ძაბვა-დეფორმაციების თანაფარდობები იდეალური დრეკად-პლასტიკური მყარი სხეულებისათვის წარმოდგენილი იყო 1924წ. პრანდტლის მიერ, ხოლო 1930წ. რეისმა წარმოადგინა იგივე განტოლებები ზოგადი სახით. პრანდტლის განტოლებები (3) არის ლევი-მიზესის განტოლებების განზოგადება, რომლებიც მოცემულია ქვემოთ (8):

$$\left. \frac{d\varepsilon_x^p}{\sigma_x'} = \frac{d\varepsilon_y^p}{\sigma_y'} = \frac{d\varepsilon_z^p}{\sigma_z'} = \frac{d\gamma_{yz}^p}{\tau_{yz}} = \frac{d\gamma_{zx}^p}{\tau_{zx}} = \frac{d\gamma_{xy}^p}{\tau_{xy}} = d\lambda \right\} \quad (3)$$

ან

$$d\varepsilon_{ij}^p = \sigma_{ij}' d\lambda$$

სადაც  $d\lambda$  - პროპორციულობის დადებითი კონსტანტაა, რომელიც შესაძლოა იცვლება დეფორმაციის ცვლილებასთან ერთად.

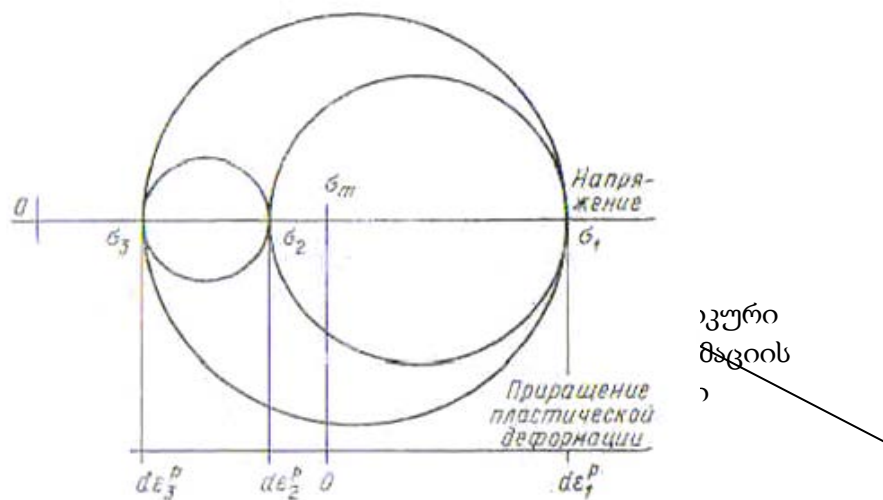
სრული დეფორმაციის ნაზრდი არის ჯამი დრეკადი და პლასტიკური დეფორმაციის ნაზრდებისა.

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^p + d\varepsilon_{ij}^e = \sigma_{ij}' d\lambda + \frac{d\sigma_{ij}'}{2G} + \frac{(1-2\nu)}{E} \delta_{ij} \cdot d\sigma_m \quad (4)$$

რამდენადაც პლასტიკური დეფორმაცია არ იწვევს სხეულის მოცულობის ცვლილებას და გამოვიყენებთ მთავარ ნორმალურ დეფორმაციებს, შეიძლება (3) განტოლება ჩავწეროთ მთავარი დაბევისათვის:

$$\frac{d\varepsilon_1^p - d\varepsilon_2^p}{\sigma_1 - \sigma_2} = \frac{d\varepsilon_2^p - d\varepsilon_3^p}{\sigma_2 - \sigma_3} = \frac{d\varepsilon_3^p - d\varepsilon_1^p}{\sigma_3 - \sigma_1} = d\lambda \quad (5)$$

(5) განტოლება ამტკიცებს, რომ მორის წრეები დაბევისათვის და პლასტიკური დეფორმაციის ნაზრდებისათვის მსგავსია და (3) ფორმულიდან ნორმალური დაბევის აღნიშვნების გამოყენებით მივიღებთ:



ნახაზი 2

$$d\varepsilon_x^p = \frac{2}{3}d\lambda \left[ \sigma_x - \frac{1}{2}(\sigma_y + \sigma_z) \right]$$

ტიპის განტოლებებს, რაც შეეხება (4) განტოლებას, ის დაიშლება შემდეგი სახის სამ განტოლებად:

$$d\varepsilon_x = \frac{2}{3}d\lambda \left[ \sigma_x - \frac{1}{2}(\sigma_y + \sigma_z) \right] + [d\sigma_x - \nu(d\sigma_y + d\sigma_z)]/E$$

და სამი შემდეგი სახის განტოლებად:

$$d\gamma_{yz} = \tau_{yz}d\lambda + d\tau_{yz}/2G \quad (6)$$

(4) განტოლების გამოკვლევიდან შეიძლება დავასკვნათ, რომ დეფორმაციის სრული ნაზრდების გამოსახულებიდან შეიძლება გამოვყოთ მოცულობითი დეფორმაციისა და დეფორმაციის დევიატორის ნაზრდები. მიზესის პლასტიკურობის პირობის გათვალისწინებით პრანდტლ-რეისის განტოლებები შეიძლება ჩავწეროთ შემდეგი სახით:

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon'_{ij} &= \sigma'_{ij}d\lambda + d\sigma'_{ij}/2G \\ d\varepsilon_{ii} &= \frac{(1-2\nu)}{E}d\sigma_{ii} \\ \sigma'_{ij}\sigma'_{ij} &= 2k^2 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

სადაც  $k$  არის დენადობის ძაბვა სუფთა ძვრისას (7) განტოლებები. დრეკად-პლასტიკური მყარი სხეულებისათვის პრაქტიკულად ძნელად გამოსაყენებელია და ამიტომ მცირეა მათი გამოყენების შემთხვევები. ამიტომ, გამარტივების მიზნით, მნიშვნელოვან ი სასრული პლასტიკური დეფორმაციების დროს დრეკადობა შეიძლება უგულებელვყოთ. მასალა ამ შემთხვევაში განიხილება, როგორც იდეალურად ხისტ-პლასტიკური. ამ შემთხვევაში დენადობის ზღვარზე ნაკლები ძაბვებისათვის დეფორმირება არ ხდება, ხოლო სრული და პლასტიკური

დეფორმაციების ნაზრდები ემთხვევა ერთმანეთს. ასეთი შემთხვევისათვის ვარაუდი, რომ დეფორმაციათა ნაზრდების მთავარი ღერძები ემთხვევა ძაბვათა მთავარ ღერძებს, წარმოადგინა სენ-ვენანმა (1870წ).

თანაფარდობა დეფორმაციების ნაზრდებსა და ძაბვათა დევიატორის კომპონენტებს შორის ზოგადი სახით პირველად განიხილეს ლევიმ (1871წ.) და მისგან დამოუკიდებლად მიზესმა (1913წ.) ახლა ეს განტოლებები ლევი-მიზესის სახელს ატარებენ, და ისინი შეიძლება ჩაიწეროს ასე:

$$\frac{d\varepsilon_x}{\sigma_x} = \frac{d\varepsilon_y}{\sigma_y} = \frac{d\varepsilon_z}{\sigma_z} = \frac{d\gamma_{yz}}{\tau_{yz}} = \frac{d\gamma_{zx}}{\tau_{zx}} = \frac{d\gamma_{xy}}{\tau_{xy}} = d\lambda \quad (8)$$

სრული ძაბვების აღნიშვნების გამოყენებით ჩაწერილი ლევი-მიზესის თანაფარდობა შეიცავს

$$d\varepsilon_x = \frac{2}{3}d\lambda \left[ \sigma_x - \frac{1}{2}(\sigma_y + \sigma_z) \right]$$

$$d\gamma_{yz} = \tau_{yz}d\lambda$$

ტიპის სამ-სამ განტოლებას.

დრეკად-პლასტიკური მასალებისათვის დადგენილია, რომ მიზესის პლასტიკურობის პირობა არის გაცილებით მარტივი თანაფარდობა, რომელიც კარგად აკმაყოფილებს ექსპერიმენტულ მონაცემებს წინასწარი დეფორმაციების ხარისხის გაუთვალისწინებლად. ამ პირობით პლასტიკურობის წერტილთა საბოლოო გეომეტრიული ადგილი არ არის დამოკიდებული ჰიდროსტატიკურ წნევაზე. მთავარი ძაბვების ( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ) გამოყენებით ეს შეიძლება ასე ჩავწეროთ:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 6k^2$$

სუფთა ძვრის შემთხვევაში  $\sigma_1 = -\sigma_3 = k$ ;  $\sigma_2 = 0$   
 სადაც:  $k$  არის დენადობის ძაბვა სუფთა ძვრისას და დამოკიდებულია თავდაპირველ დეფორმაციაზე.

ჰილმა (1950 წ.) ისარგებლა იზოტროპული განმტკიცების წესით, რომლის მიხედვით ივარაუდება, რომ პლასტიკური დეფორმირების პროცესში პლასტიკურობის ზედაპირი ფართოვდება, მაგრამ თავდაპირველი ფორმა და

მდებარეობა ჰიდროსტატიკური წნევით განსაზღვრული ხაზის მიმართ არ იცვლება. 1955 წ. პრაგერმა შემოგვთავაზა განმტკიცების წესი: პლასტიკურობის ზედაპირი ინარჩუნებს თავის ზომებს, მაგრამ გადაადგილდება ძაბვათა სივრცეში დეფორმაციის ნაზრდის მიმართულებით. ეს მეორე წესი პირველისაგან განსხვავებით ითვალისწინებს ბაუშინგერის ეფექტს, მაგრამ ის გაცილებით რთულია მათემატიკური თვალსაზრისით. ამიტომ დასაშვებია პლასტიკურობის პირობა ჩავწეროთ შემდეგი სახით:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2}((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2)} = \sqrt{\frac{3}{2}(\sigma_1'^2 + \sigma_2'^2 + \sigma_3'^2)} \quad (9)$$

სადაც:  $\bar{\sigma}$  - არის ძაბვათა ინტენსივობა ან ექვივალენტური ძაბვა.

$\sigma_i'$  - შემცირებული ძაბვა ან ძაბვის დევიატორის კომპონენტი.

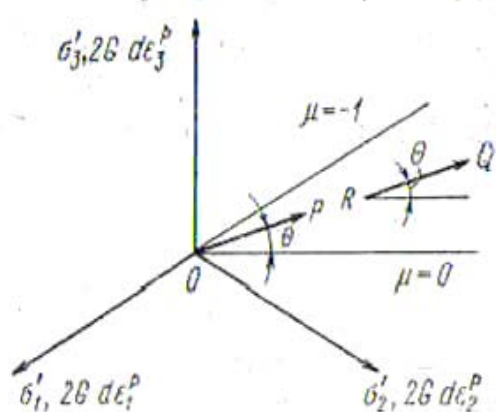
მარტივი გაჭიმვისათვის  $\bar{\sigma} = Y$ . ძაბვის ინტენსივობა  $\bar{\sigma}$  ზემოთ შემოთავაზებული წინადადებით არის პლასტიკური დეფორმაციის სრული მუშაობის ფუნქცია:

$$\bar{\sigma} = F(W_p) \quad (10)$$

ეს ტოლობა სამართლიანია მხოლოდ იდეალური ლითონისათვის, როცა დეფორმაცია იზოტროპულია და ბაუშინგერის ეფექტი გამორიცხებულია. ამის გარდა, პლასტიკურობის პირობით ივარაუდება, რომ ჰიდროსტატიკური წნევა არ იწვევს პლასტიკურ დეფორმაციებს, ამიტომ მოცულობის თანდათანობით ცვლილებას ადგილი არა აქვს. ეს მტკიცდება ექსპერიმენტული მონაცემებით. ფორმის ცვლილებაზე დახარჯული მუშაობის ნაზრდი ერთეულ მოცულობაში ტოლია:

$$dW_p = \sigma_1' d\varepsilon_1^p + \sigma_2' d\varepsilon_2^p + \sigma_3' d\varepsilon_3^p \quad (11)$$





ნახაზი 3 პლასტიკური დეფორმაციის ნაზრდი

მუშაობის ნაზრდი შეიძლება განვსაზღვროთ გეომეტრიულად:

$$dW_p = \frac{\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{RQ}}{2G}$$

ვინაიდან პლასტიკური დეფორმაციის ნაზრდის მთავარი ღერძები ემთხვევა ძაბვების მთავარ ღერძებს, ამიტომ ძაბვის  $\overrightarrow{OP}$  ვექტორი პარალელურია პლასტიკური დეფორმაციის ნაზრდის  $\overrightarrow{RQ}$  ვექტორისა

$$\left. \begin{aligned} |OP| &= \sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)} = \sqrt{\frac{2}{3}} \bar{\sigma} \\ |RQ| &= 2G \sqrt{d\varepsilon_1^{p2} + d\varepsilon_2^{p2} + d\varepsilon_3^{p2}} = 2G \sqrt{\frac{3}{2}} d\varepsilon^p \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

ნარჩენი დეფორმაციის ნაზრდის მდგენელების ინვარიანტული ფუნქცია შეიძლება ასე ჩაიწეროს:

$$d\varepsilon^p = \sqrt{\frac{2}{9} \left[ (d\varepsilon_1^p - d\varepsilon_2^p)^2 + (d\varepsilon_2^p - d\varepsilon_3^p)^2 + (d\varepsilon_3^p - d\varepsilon_1^p)^2 \right]} \quad (13)$$

ასე რომ 
$$dW_p = \bar{\sigma} d\varepsilon^p \quad (14)$$

დამოკიდებულებები ძაბვებსა და დეფორმაციებს შორის (3) (7) (9) და (13) ფორმულების დახმარებით ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon'_{ij} &= \frac{3}{2} \sigma'_{ij} \frac{d\varepsilon^{-p}}{\bar{\sigma}} + \frac{d\sigma'_{ij}}{2G} \\ d\varepsilon_{ii} &= \frac{(1-2\nu)}{E} d\sigma_{ii} \\ \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} &= 2k^2 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

უფრო ზოგადი ფორმით (15) გამოსახულება განიხილა ჰილმა (1950წ).

თუ საერთოდ უგულებელვყოთ განმტკიცებას და დავუშვებთ, რომ დენადობის ძაბვა მასალისათვის არის რაიმე მუდმივი სიდიდე  $Y$ , მაშინ ნარჩენი დეფორმაციის ნაზრდების გამოსახულება (3) ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{3}{2} \sigma'_{ij} \frac{d\varepsilon^{-p}}{Y} \quad (16)$$

(9)-დან გამომდინარე  $\bar{\sigma} = Y$  (16) გამოსახულება პირველად შემოგვთავაზა ჰილმა. ეს უბრალოდ არის პრანდტლ-რეისის განტოლება, ჩაწერილი უფრო მოსახერხებელი ფორმით.

თუ ხერხდება დრეკადი დეფორმაციების უგულებელყოფა, ლევი-მიზესის განტოლებით აღწერილი მასალისათვის ძაბვებსა და დეფორმაციებს შორის დამოკიდებულებებს ექნებათ სახე:

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{3}{2} \sigma'_{ij} \frac{d\varepsilon^{-p}}{\bar{\sigma}}$$

ეს განტოლება შედგება შემდეგი სამი განტოლებისაგან:

$$d\varepsilon_x = \left[ \sigma_x - \frac{1}{2}(\sigma_y + \sigma_z) \right] \frac{d\varepsilon^{-p}}{\bar{\sigma}}$$

$$d\varepsilon_y = \left[ \sigma_y - \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_z) \right] \frac{d\varepsilon^{-p}}{\bar{\sigma}}$$

$$d\varepsilon_z = \left[ \sigma_z - \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) \right] \frac{d\varepsilon^{-p}}{\bar{\sigma}}$$

და შემდეგი ტიპის სამი განტოლებისაგან:

$$d\gamma_{yz} = \frac{3}{2} \tau_{yz} \cdot \frac{d\varepsilon^{-p}}{\bar{\sigma}}$$

შედეგების და მათი განსჯის პირველ თავში მოცემულია აგრეთვე ანიზოტროპული მასალებისათვის პლასტიკური დენადობის განტოლების მიღება და ანალიზი. ისევე როგორც იზოტროპული მასალებისათვის, ითვლება, რომ  $f(\sigma_{ij})$  არის პლასტიკური პოტენციალი. თუ ვიპოვით კერძო წარმოებულს  $f(\sigma_{ij})$  ფუნქციისას  $\sigma_{ij}$ -ით, მივიღებთ დეფორმაციის ნაზრდებს:

$$2f(\sigma_{ij}) = F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2 + 2N\tau_{xy}^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_x} = G(\sigma_x - \sigma_z) + H(\sigma_x - \sigma_y)$$

აქედან გამომდინარე

$$\frac{d\varepsilon_x^p}{G(\sigma_x - \sigma_z) + H(\sigma_x - \sigma_y)} = d\lambda$$

F, G, H, L, M, N გაჭიმვისა და ძვრის დროს ანიზოტროპიის მახასიათებლები განისაზღვრება დენადობის ზღვრების მეშვეობით:

$$F + G = (\sigma_z^p)^{-2}$$

$$G + H = (\sigma_x^p)^{-2} \quad H + F = (\sigma_y^p)^{-2}; \quad 2L = (\tau_{yz}^p)^{-2}; \quad 2M = (\tau_{zx}^p)^{-2}; \quad 2N = (\tau_{xy}^p)^{-2}$$

ანალოგიური გამოსახულებები მიიღება დეფორმაციის სხვა ნაზრდებისათვის:

$$\begin{aligned} d\varepsilon_x^p &= d\lambda [H(\sigma_x - \sigma_y) + G(\sigma_x - \sigma_z)]; & d\gamma_{yz}^p &= d\lambda L\tau_{yz} \\ d\varepsilon_y^p &= d\lambda [F(\sigma_y - \sigma_z) + H(\sigma_y - \sigma_x)]; & d\gamma_{zx}^p &= d\lambda M\tau_{zx} \\ d\varepsilon_z^p &= d\lambda [G(\sigma_z - \sigma_x) + F(\sigma_z - \sigma_y)]; & d\gamma_{xy}^p &= d\lambda N\tau_{xy} \end{aligned} \quad (17)$$

ეს გამოსახულებები აკმაყოფილებს უკუმშველობის პირობას.

$$d\varepsilon_x^p + d\varepsilon_y^p + d\varepsilon_z^p = 0$$

იმ შემთხვევაში, როდესაც დრეკადი დეფორმაციის ნაზრდები მცირეა პლასტიკური დეფორმაციის ნაზრდებთან შედარებით, მაშინ ზედა ინდექსი p (17)

გამოსახულებაში შეიძლება უკუვაგდოთ, ე.ი. საქმე გვაქვს ლევი-მიზესის იდეალურ ხისტ-პლასტიკურ სხეულთან.

1950 წელს ჰილმა მიიღო ფორმულა ძაბვის ინტენსივობის განსაზღვრისათვის:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} \left[ \frac{F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2 + 2N\tau_{xy}^2}{F + G + H} \right]} \quad (18)$$

აქედან ნათელია, რომ განიხილავენ ანიზოტროპულობის პარამეტრების ფარდობებს და არა მათ აბსოლუტურ მნიშვნელობებს. თუ ანიზოტროპულობა შეიძლება უგულებელვყოთ, ხოლო დატვირთვა მიჰყვება მთავარ ღერძებს, ეს გამოსახულება გადაიქცევა (9) გამოსახულებად.

შედეგების და მათი განსჯის ამავე თავში მიმოხილულია პლასტიკურობის თეორიის ზოგიერთი პრობლემა.

პრაქტიკული მიზნებისათვის გამოიყენება პლასტიკურობის სხვადასხვა თეორია; როგორი თეორია გამოიყენება კონკრეტულად, დამოკიდებულია მასალაზე და იმ მიზნებზე, რომელიც დგას მკვლევარის წინაშე.

ინჟინერ-მკვლევართა შორის მეტად დიდი პოპულარობით სარგებლობს მცირე დრეკად-პლასტიკური დეფორმაციების თეორია.

ამ უკანასკნელს საფუძვლად უდევს მუშა ჰიპოთეზები:

1. მოცულობითი დეფორმაცია საშუალო ნორმალური ძაბვის პირდაპირპროპორციულია. პროპორციულობის კოეფიციენტი იგივეა, რაც მასალის მუშაობისას დრეკად ფარგლებში.
2. დეფორმაციის ტენზორის დევიატორსა და ძაბვების ტენზორის დევიატორს შორის არსებობს წრფივი დამოკიდებულება.

პრაქტიკაში ხშირია ისეთი ამოცანები, რომელთათვისაც დრეკად-პლასტიკურობის თეორია არ შეიძლება გამოყენებული იქნას. ამის მიზეზი იმაში მდგომარეობს, რომ პლასტიკურობის შედეგად ბევრი მასალა არსებითად ანიზოტროპული ხდება. ვინაიდან დღეს ფართოდ დაინერგა და ინერგება ანიზოტროპული მასალები, ამიტომ დღეს აქტუალურია ანიზოტროპული მასალებისაგან დამზადებული კონსტრუქციების გაანგარიშება დრეკად-პლასტიკური დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობისათვის.

შედგების და მათი განსჯის მეორე თავში მოცემულია კოჭების, რგოლების და ფილების დრეკად-პლასტიკური ღუნვის ანალიზი და კონკრეტული ამოცანების გადაწყვეტა.

განვიხილოთ სწორკუთხა განივკვეთის სწორი ძელი, ( ნახაზი 4 )

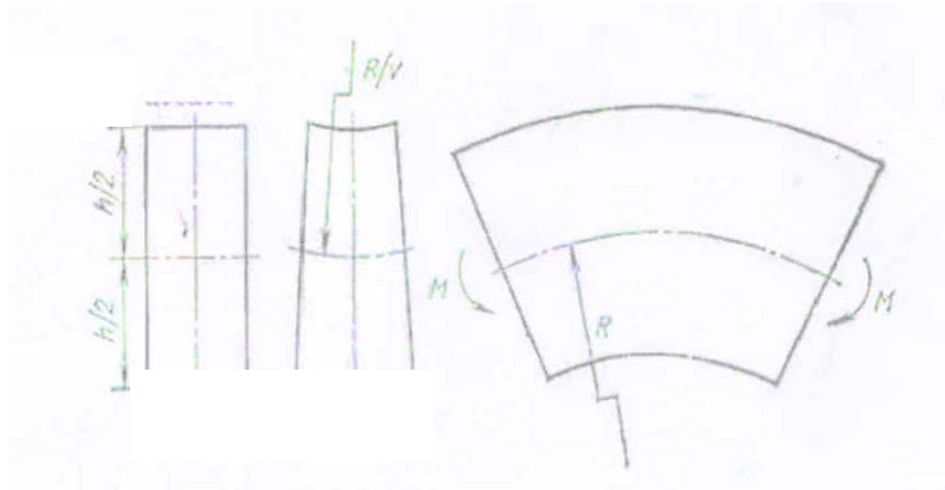
რომელსაც სიგანე და სიმაღლე ერთი რიგის აქვს. ვთქვათ, ძელი განიცდის სუფთა ღუნვას, ე.ი. მღუნავი მომენტი მუდმივია, განივი ძალები არ არის, დენადობის ზღვარი არ არის მიღწეული არც ერთ წერტილში, განივკვეთები, რომლებიც იყო ბრტყელი ღუნვამდე, ასეთივე რჩება ღუნვის შემდეგ. R - ნეიტრალური ღერძის სიმრუდის რადიუსია ღუნვის სიბრტყეში, მართობულ სიბრტყეში იქნება R/v - სადაც v პუასონის კოეფიციენტი. v=0,3 დრეკადი დეფორმაციებისათვის, ხოლო v=0,5 პლასტიკური დეფორმაციებისათვის. იმისათვის რომ დეფორმაციის უწყვეტობის პირობა დრეკადი და პლასტიკური ზონების საზღვარზე არ დაირღვეს, საჭიროა ზოგიერთი განივი ძაბვა შევინარჩუნოთ. ძაბვების განაწილება სწორკუთხა განივი კვეთის ძელისათვის, რომელიც განიცდის სუფთა ღუნვას, წრფივია. მაქსიმალური ძაბვები გამოითვლება ფორმულით:

$$\sigma_{\max} = \frac{M h}{I} \frac{h}{2}$$

სადაც M მღუნავი მომენტი, I – ძელის განივი კვეთის ფართობის ინერციის მომენტი ნეიტრალური N-N ღერძის მიმართ. ძელი ისეთი მასალისაგან არის დამზადებული, რომლისთვისაც ძაბვა-დეფორმაციის მრუდები სუფთა გაჭიმვისას და სუფთა კუმშვისას ერთნაირია (ნახ. 6) მღუნავი მომენტის გაზრდისას ძაბვების განაწილება რჩება წრფივი მანამდე, სანამ მაქსიმალური ძაბვები არ გახდება დენადობის ზღვრის ტოლი  $\sigma_{\max} = Y$  (ნახ. 5.გ). M-ის შემდეგი ზრდისას ძაბვების განაწილება ღერძიდან დაშორებულ ბოჭკოებში არაწრფივი ხდება, იმ შემთხვევაში, როცა დეფორმაცია ყველაზე დაშორებული ბოჭკოებისთვის, რომლებიც მდებარეობენ  $y = \pm \frac{h}{2}$  დაშორებაზე ტოლია  $\epsilon_A$ , მაშინ შესაბამისი ძაბვა  $\sigma_A$  შეიძლება მიღებული იყოს უშუალოდ ძაბვა-დეფორმაციის დიაგრამიდან (ნახ. 5 დ), რომლის ერთი ნაწილი დადებითია, (გაჭიმვის ძაბვა), მეორე უარყოფითი (შეკუმშვის ძაბვა).  $\sigma/\epsilon$  მრუდის საწყისი მდებარეობს ნეიტრალურ ღერძზე. დადებითი და უარყოფითი ფართობების ტოლობა უზრუნველყოფს ნორმალური ძაბვების ტოლქმედის ნულთან ტოლობას

მანამ, სანამ კვეთი N-N-ის მიმართ სიმეტრიულია. შიგა მლუნავი მომენტი

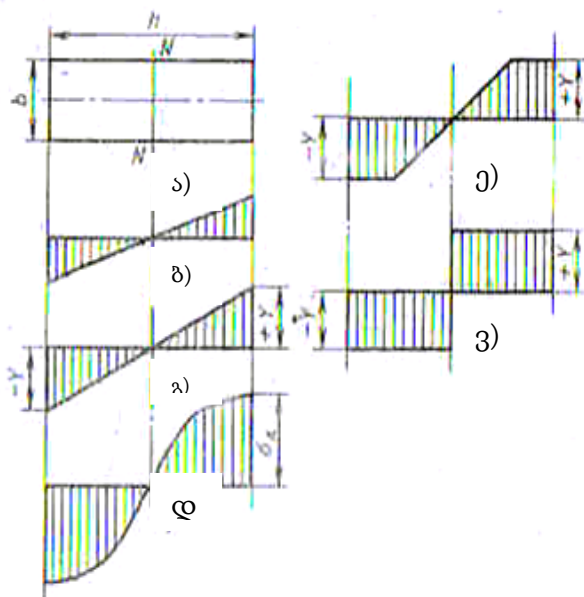
განისაზღვრება ფორმულით: 
$$M = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma b y dy$$



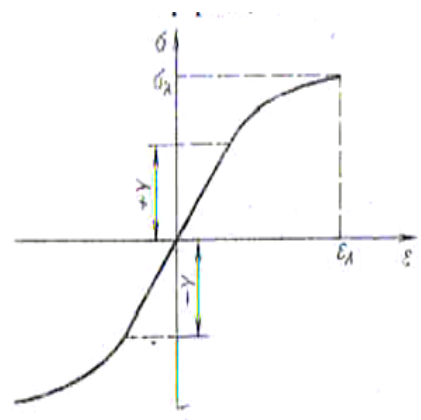
ნახაზი 4

ამავე თავში განხილულია ძაბვებისა და დეფორმაციების არაწრფივი დამოკიდებულებების დროს M მლუნავი მომენტის და ჩაღუნვების გამოთვლა. ძაბვა-დეფორმაციებს შორის დამოკიდებულება წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით:

$$\sigma = Ee + F e^n \quad (19)$$



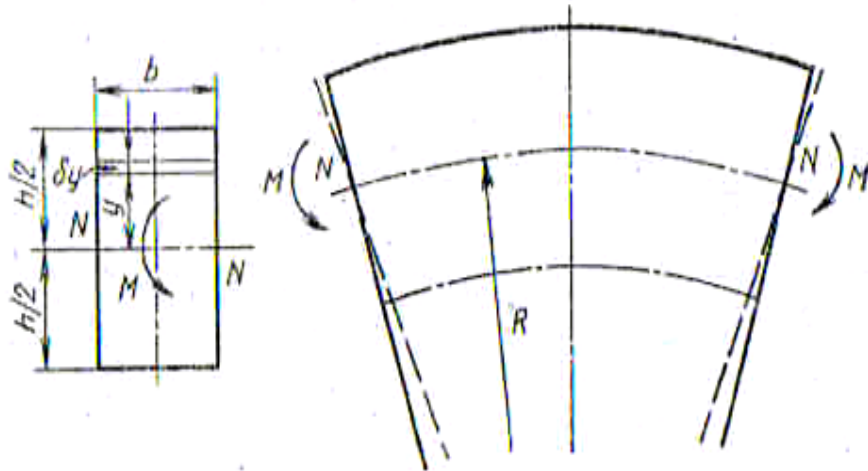
ნახაზი 5



ნახაზი 6

ასევე მივიღოთ რომ  $e = \frac{y}{R}$ , და ვისარგებლოთ აღნიშვნებით (ნახ. 7) მივიღებთ:

$$M = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \left( \frac{Eby^2}{R} + \frac{Fby^{n+1}}{R^n} \right) dy = \frac{E}{R} I_1 + \frac{F}{R^n} I_n$$



ნახაზი 7

სადაც

$$I_1 = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} by^2 dy \quad \text{და} \quad I_n = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} by^{n+1} dy$$

$I_1$  არის კვეთის ინერციის მომენტი,  $I_n$  არის ინტეგრალი, რომელიც წარმოიშვება ძაბვებსა და დეფორმაციებს შორის არაწრფივი დამოკიდებულების დროს.

$I_n$  - ის გამოსახულებას ხშირად იყენებენ მასალათა გამძლეობაში. ძაბვა-დეფორმაციებს შორის (19) დამოკიდებულებაში თუ ვივარაუდებთ, რომ  $E=0$ , მივიღებთ:

$$\frac{M}{I_n} = \frac{F}{R^n} = \frac{\sigma}{y^n} \quad (20)$$

ესაა ინჟინრებისათვის ძირითადად გამოსაყენებელი განტოლების ზოგადი სახე დრეკადი ღუნვის გაანგარიშებისას, ანუ როდესაც  $n=1$ .  $I_n$  - ისათვის, როდესაც  $b$  მუდმივის ტოლია, გვაქვს:

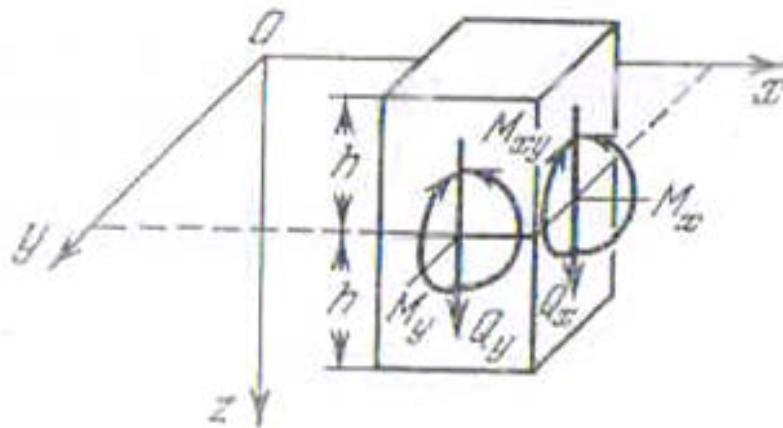
$$I_n = \frac{bh^{n+2}}{2^{n+1}(n+2)}$$

ღუნვის ელემენტარულ არაწრფივ თეორიაში სენ-ვენანის და ტიმოშენკოს მიერ შემოთავაზებული მიდგომით (20)-ის დახმარებით მივიღებთ:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \left( \frac{M}{FI_n} \right)^{1/n}$$

მესამე თავში განხილულია ფირფიტების დრეკად-პლასტიკური ღუნვა, (სუფთა დრეკადი და სუფთა პლასტიკური დამაბული მდგომარეობა), განმტკიცებადი ფირფიტების ღუნვა (განხილული იქნება წრიული ფირფიტები).

თხელი ფირფიტების დრეკად-პლასტიკური ღუნვის თეორია შევისწავლოთ დრეკადი ღუნვის შესაბამისი თეორიების განზოგადების გზით. განვიხილოთ ნებისმიერი მოხაზულობის, კონტურით ნებისმიერად ჩამაგრებული ფირფიტა, რომელზედაც მოქმედებს განაწილებული  $p$  დატვირთვა. მცირე დატვირთვის დროს ფირფიტა დრეკადია, ხოლო დატვირთვის გაზრდის შემდეგ ფირფიტის განაპირა შრეებში ჩნდება პლასტიკურობა; თუ დატვირთვა საკმაოდ გაიზრდება, მაშინ ფირფიტის ზოგიერთი ადგილი მთელ სისქეში ხდება პლასტიკური. გამოვიყენოთ მართკუთხა კოორდინატთა სისტემა  $xyz$  (ნახ. 8). ღუნვამდე  $xy$  სიბრტყე შევუთავსოთ შუა სიბრტყის კვეთს,  $z$  მართობულია შუა სიბრტყის და მიმართულია ქვევით. ფირფიტის სისქე აღვნიშნოთ  $2h$ -ით. ის გაცილებით მცირეა სიგრძესა და სიგანესთან შედარებით.



ნახაზი 8



ფირფიტის წონასწორობა განისაზღვრება სამი დიფერენციალური განტოლებით:

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} = Q_x \quad \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} = Q_y \quad (21)$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + p = 0 \quad (22)$$

როგორც ცნობილია, ფირფიტის დაძაბული მდგომარეობა აღიწერება შემდეგნაირად:

$$M_x = 2 \int_0^h \sigma_x z dz, \quad M_y = 2 \int_0^h \sigma_y z dz, \quad M_{xy} = 2 \int_0^h \tau_{xy} z dz, \quad Q_x = 2 \int_0^h \tau_{xz} dz, \quad Q_y = 2 \int_0^h \tau_{yz} dz \quad (23)$$

ჩვენს შემთხვევაში ფირფიტა თხელია და  $\sigma_z = 0, \tau_{yz} = 0, \tau_{zx} = 0$

თუ ამოვხსნით დიფერენციალურ განტოლებებს ძაბვის კომპონენტებისათვის, მივიღებთ:

$$\sigma_x = \frac{2G}{1-\nu} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y); \quad \sigma_y = \frac{2G}{1-\nu} (\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x); \quad \tau_{xy} = 2G \gamma_{xy} \quad (24)$$

თუ დავუშვებთ, რომ მასალა უკუმშვადია და ამოვხსნით ჰენკის  $\varepsilon_{ij} = \varphi \cdot \sigma'_{ij}; \quad \gamma = \varphi \tau$  თანაფარდობებს ძაბვის კომპონენტებისათვის, მივიღებთ:

$$\sigma_x = \frac{k}{\gamma} (2\varepsilon_x + \varepsilon_y); \quad \sigma_y = \frac{k}{\gamma} (2\varepsilon_y + \varepsilon_x); \quad \tau_{xy} = \frac{k}{\gamma} \gamma_{xy} \quad (25)$$

$$\text{სადაც } \tau^2 = \frac{1}{3} (\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2) + \tau_{xy}^2; \quad \tau = k, \quad \gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0, \quad \varepsilon_z = -\frac{\nu}{1-\nu} (\varepsilon_x + \varepsilon_y)$$

ცნობილი ჰიპოთეზის (ფირფიტის შუა სიბრტის პერპენდიკულარული წრფეები ღუნვის შემდეგაც რჩება შუა ზედაპირის პერპენდიკულარული), გამოყენებით წარმოვადგინოთ  $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ , და  $\gamma_{xy}$  დეფორმაციის კომპონენტები როგორც  $z$  კოორდინატის ნამრავლი ფირფიტის შიდა სიბრტყის ღუნვის პარამეტრებზე  $\xi_x, \xi_y$  და  $\xi_{xy}$ :

$$\varepsilon_x = Z \cdot \xi_x; \quad \varepsilon_y = Z \cdot \xi_y; \quad \gamma_{xy} = Z \cdot \xi_{xy}$$

რომლებიც ისევეა შედგენილი ღუნვის პარამეტრებისაგან, როგორც  $\gamma_0$  და  $\gamma$  დეფორმაციის პარამეტრებისაგან.

შევიტანოთ  $\xi$  და  $\xi_0$  -ის დადებითი მნიშვნელობები. მივიღებთ:

$$\xi_0^2 = \frac{1}{4 \cos^2 \mu} (\xi_x^2 + 2 \cos^2 2\mu \cdot \xi_x \xi_y + \xi_y^2) + \xi_{xy}^2 \quad (26)$$

$$\xi^2 = \xi_x^2 + \xi_x \xi_y + \xi_y^2 + \xi_{xy}^2$$

თუ (25)-ში დეფორმაციის კომპონენტებს შევცვლით  $\xi_x$ ,  $\xi_y$ ,  $\xi_{xy}$  პარამეტრებით, რომლებიც შეესაბამება დრეკად მდგომარეობას, მივიღებთ:

$$\sigma_x = \frac{2G}{1-\nu} z(\xi_x + \nu \xi_y); \quad \sigma_y = \frac{2G}{1-\nu} z(\xi_y + \nu \xi_x); \quad \tau_{xy} = 2G \cdot z \cdot \xi_{xy} \quad (27)$$

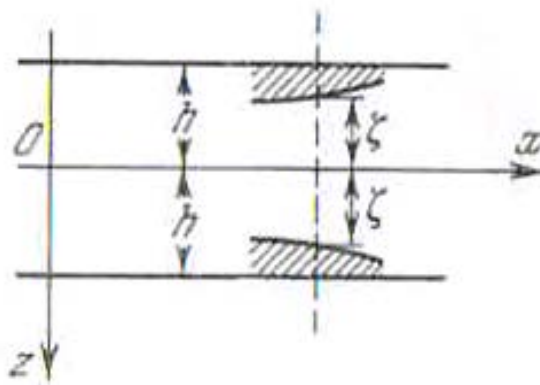
ხოლო პლასტიკური მდგომარეობისათვის გვექნება:

$$\sigma_x = \chi \frac{k}{\xi} (2\xi_x + \xi_y); \quad \sigma_y = \chi \frac{k}{\xi} (2\xi_y + \xi_x); \quad \tau_{xy} = \chi \frac{k}{\xi} \xi_{xy} \quad (28)$$

სადაც  $\chi = \text{sign} z$ , ანუ არ არის დამოკიდებული  $z$ -ს სიდიდეზე

$$\cos \mu = \frac{\sqrt{3}(1-\nu)}{2\sqrt{1-\nu+\nu^2}}; \quad \sin \mu = \frac{1+\nu}{2\sqrt{1-\nu+\nu^2}}; \quad \nu = \frac{\sin\left(\mu - \frac{\pi}{6}\right)}{\sin\left(\mu + \frac{\pi}{6}\right)}$$

ფირფიტის ღუნვაზე ანგარიშისას განასხვავებენ დაძაბული მდგომარეობის სამ სახეს - სუფთა დრეკადი, დრეკად-პლასტიკური და სუფთა პლასტიკური (ნახ. 9).



ნახაზი 9

**1. სუფთა დრეკადი დაძაბული მდგომარეობა.** ამ შემთხვევაში ფირფიტა მთელ სისქეში რჩება დრეკადი და შესაბამისად ძაბვის ინტენსივობა

$$\tau < k \quad (0 \leq |z| \leq h)$$

მღუნავი მომენტების (23) კომპონენტები (27)-ის გათვალისწინებით მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$M_x = D(\xi_x + \nu \xi_y); M_y = D(\xi_y + \nu \xi_x); M_{xy} = D(1 - \nu)\xi_{xy} \quad (29)$$

სადაც 
$$D = \frac{4Gh^3}{3(1-\nu)}$$

არის ფირფიტის სიხისტე ღუნვის მიმართ.

**2. დრეკად-პლასტიკური დაძაბული მდგომარეობა.** ამ შემთხვევაში ფირფიტის განაპირა შრეები უკვე პლასტიკურია, ხოლო შუა სიბრტყე დრეკადი.

$$\tau < k, \quad (0 \leq |z| < \zeta) \quad \tau = k \quad (\zeta \leq z \leq h)$$

სიმარტივისათვის ჩავთვალოთ, რომ მასალა როგორც დრეკად, ისე პლასტიკურ მდგომარეობაში უკუმშვადია. ე.ი.  $\nu=1/2$ , კუთხე  $\mu=\pi/3$ , ხოლო ინტესივობები  $\gamma_0=\gamma$ ;  $\xi_0=\xi$ , ხოლო გამრუდების პარამეტრები ავლნიშნოთ  $\zeta$ -თი და ორი ახალი სიდიდით  $\omega$  და  $\varphi$  შემდეგი სახით

$$\left. \begin{matrix} \xi_x \\ \xi_y \end{matrix} \right\} = \frac{K}{2G\zeta} \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \cos \omega \pm \sin \omega \cos 2\varphi \right), \quad \xi_{xy} = \frac{K}{2G\zeta} \sin \omega \sin 2\varphi \quad (30)$$

$$\left. \begin{matrix} M_x \\ M_y \end{matrix} \right\} = k \left( h^2 - \frac{1}{3} \zeta^2 \right) \left( \sqrt{3} \cos \omega \pm \sin \omega \cos 2\varphi \right) \left. \begin{matrix} \\ \\ M_{xy} = k \left( h^2 - \frac{1}{3} \zeta^2 \right) \sin \omega \cdot \sin 2\varphi \end{matrix} \right\} \quad (31)$$

**3. ფირფიტის სუფთა პლასტიკური მდგომარეობა.** ამ დროს ფირფიტის მთელი სისქე ხდება პლასტიკური და  $\tau = k$  ( $0 < |z| \leq h$ ) ეს არის დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის ზღვრული მდგომარეობა, როდესაც დრეკადი შრე ქრება ე.ი.  $\zeta=0$ ; ჩალუნვები  $W$  უსასრულოდ იზრდება, მაშინ როდესაც მომენტის კომპონენტები სასრული რჩება. (31)-ის საფუძველზე, როცა  $\zeta=0$ , მომენტები გამოისახება შემდეგი სახით:

$$\left. \begin{matrix} M_x \\ M_y \end{matrix} \right\} = K \left( \sqrt{3} \cos \omega \pm \sin \omega \cos 2\varphi \right) \left. \begin{matrix} \\ \\ M_{xy} = K \sin \omega \sin 2\varphi \end{matrix} \right\} \quad (32)$$

$K=k \cdot h^2$  მგრეხავი მომენტის ზღვრული მნიშვნელობაა.

ფირფიტის დრეკად-პლასტიკური ღუნვის ამოცანებში კონტურის პირობა არაფრით არ განსხვავდება ფირფიტის ჩვეულებრივი ღუნვისას კონტურის პირობისაგან და დამოკიდებულია კიდების ჩამაგრებაზე.

სუფთა დრეკადი და დრეკად-პლასტიკური ზონების საზღვარზე, როცა  $\zeta=h$  ფირფიტის გაღუნული შუა სიბრტყე უწყვეტია და აქვს უწყვეტად ცვლადი მხები სიბრტყე, რის გამოც უწყვეტია მომენტის ყველა კომპონენტი:

$$\frac{1}{3} [M_x^2 - M_x M_y + M_y^2] + M_{xy}^2 = \frac{4}{9} K^2 \quad (33)$$

როგორც ცნობილია, ფირფიტების ღუნვის თეორიაში ყველაზე უფრო მარტივად მიჩნეულია ღერძსიმეტრიულად დატვირთული წრიული ფირფიტების ღუნვის ამოცანა. სიმეტრიულად დატვირთული წრიული ან რგოლური ფირფიტის წონასწორობის განტოლება აღიწერება შემდეგი სახით:

$$\frac{dM_r}{dr} + \frac{M_r - M_\theta}{r} = Q \quad (34)$$

Q განისაზღვრება ინტეგრალის საშუალებით:

$$Q = -\frac{1}{r} \int_0^r p r dr \quad (35)$$

რგოლური ფირფიტებისათვის თავისუფალი შიდა მხარით ინტეგრალის ქვედა ზღვარი შეიცვლება  $a$ -თი (შიდა რადიუსით). წრიული ფირფიტისათვის  $a$  არის რადიუსი, ხოლო რგოლისათვის  $a$  და  $b$  შიდა და გარე რადიუსებია.

იმ შემთხვევაში, როდესაც წრიული ფირფიტა დატვირთულია თანაბრად განაწილებული  $p$  დატვირთვით მთელ ფართობზე ან ცენტრში მოდებული  $P$  ძალით, მაშინ:

$$Q = -\frac{P}{2\pi r} \text{ ან } Q = -\frac{1}{2} p r$$

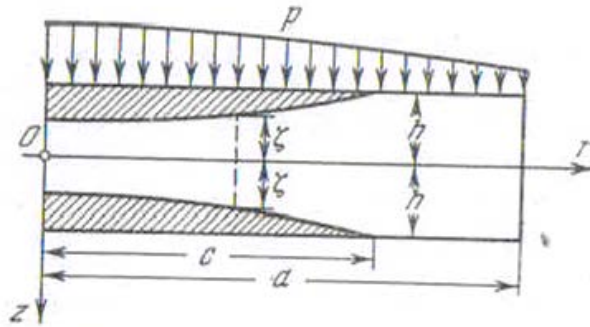
ხოლო თუ დატვირთვა თანაბრად არის განაწილებული  $d$  რადიუსის წრეში, მაშინ

$$Q = -\frac{1}{2} p r \text{ და } Q = -\frac{1}{2} p \frac{d^2}{r}$$

შესაბამისად

$$0 \leq r \leq d; \quad d \leq r \leq a$$

ფირფიტების ღერძსიმეტრიული ღუნვის შესწავლისას, როგორც ადრე აღვნიშნეთ, საჭიროა განვასხვავოთ დაძაბული მდგომარეობის სამი სახე: სუფთა დრეკადი, დრეკად-პლასტიკური და სუფთა პლასტიკური. (ნახ.10)



ნახაზი 10

1. **ფირფიტის სუფთა დრეკადი დაძაბული მდგომარეობა.**

$$M_r = D(\xi_r + \nu \xi_\theta); \quad M_\theta = D(\xi_\theta + \nu \xi_r) \quad (36)$$

$$\sigma_r = \frac{2G}{1-\nu} z(\xi_r + \nu \xi_\theta); \quad \sigma_\theta = \frac{2G}{1-\nu} z(\xi_\theta + \nu \xi_r) \quad (37)$$

სადაც  $D = \frac{4Gh^3}{3(1-\nu)}$  – ფირფიტის სიხისტეა ღუნვაზე.

2. **დრეკად-პლასტიკური დაძაბული მდგომარეობა.** (34) დიფერენციალური

განტოლების პარამეტრები წარმოვადგინოთ, შუა სიბრტყის გამრუდების პარამეტრების საშუალებით. საზღვრები  $0 \leq z \leq h$  დავშალოთ ორ ინტეგრალად საზღვრებით  $0 \leq z \leq \zeta$ ,  $\zeta \leq z \leq h$ , მივიღებთ:

$$\left. \begin{aligned} M_r &= \frac{4G\zeta^3}{3(1-\nu)}(\xi_r + \nu \xi_\theta) + \frac{k}{\xi}(h^2 - \zeta^2)(2\xi_r + \xi_\theta) \\ M_\theta &= \frac{4G\zeta^3}{3(1-\nu)}(\xi_\theta + \nu \xi_r) + \frac{k}{\xi}(h^2 - \zeta^2)(2\xi_\theta + \xi_r) \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

დეფორმაციის კომპონენტები გამოვსახოთ შემდეგი ფორმულებით:

$$\left. \begin{aligned} \xi_r \\ \xi_\theta \end{aligned} \right\} = \frac{2}{\sqrt{3}} \xi \cos\left(\omega \pm \frac{\pi}{3}\right) = \zeta_0 \frac{\cos(\psi \pm \mu)}{\sin \mu}$$

სადაც  $\psi$  და  $\omega$  ერთმანეთთან დაკავშირებულია შემდეგნაირად:

$$\frac{\cos\left(\omega + \frac{\pi}{3}\right)}{\cos\left(\omega - \frac{\pi}{3}\right)} = \frac{\cos(\psi + \mu)}{\cos(\psi - \mu)}$$

იმ შემთხვევაში, როდესაც  $v=1/2$ , კუთხე  $\mu=\pi/3$ , ხოლო  $\psi$  და  $\omega$  ემთხვევა ერთმანეთს. მაშინ მომენტის მნიშვნელობები მარტივდება და გამოსახება შემდეგი ფორმულით:

$$\left. \begin{matrix} M_r \\ M_\theta \end{matrix} \right\} = 2k \left( h^2 - \frac{1}{3} \zeta^2 \right) \cos\left(\omega \pm \frac{\pi}{6}\right)$$

გამრუდების პარამეტრები კი იქნება:

$$\left. \begin{matrix} \xi_r \\ \xi_\theta \end{matrix} \right\} = \frac{k}{\sqrt{3G\zeta}} \cos\left(\omega \pm \frac{\pi}{3}\right)$$

**3.სუფთა პლასტიკური დაძაბული მდგომარეობა.** ამ დროს მომენტის კომპონენტებია, რადგანაც  $\zeta=0$

$$\left. \begin{matrix} M_r \\ M_\theta \end{matrix} \right\} = 2K \cos\left(\omega \pm \frac{\pi}{6}\right) \quad (39)$$

სასაზღვრო პირობები დამოკიდებულია ჩამაგრების სახეზე.

მთლიანი ფირფიტის ცენტრში მომენტი  $M_r=M_\theta \geq 0$ , ხოლო კონტურზე  $r=a$  თავისუფლად დაყრდნობილი ან ჩამაგრებული ფირფიტისათვის

$$w=M_r=0; \text{ ან } w = \frac{dw}{dr} = 0 \quad (40)$$

სუფთა დრეკად და დრეკად-პლასტიკური ზონების საზღვარზე, როცა  $\zeta=h$  გაღუნული შუა სიბრტყე უწყვეტია და აქვს უწყვეტად ცვლადი მხები სიბრტყე. ამასთანავე უწყვეტია მომენტის ყველა კომპონენტი. რიცხვითი მაგალითის განხილვის საფუძველზე ვაჩვენოთ, თუ როგორია პლასტიკური ზონების განაწილება გრძივ კვეთებში.

(35) განტოლებაში მომენტების (38)-ზე დაფუძნებული გამოსახულებების შეტანით უგანზომილებო  $\chi$  ცვლადის შემოღებით და ტოლობით  $\zeta=h \cdot \chi$  გვაქვს:

$$r \cdot \frac{d}{dr} \left[ (1-\chi^2) \cos\left(\omega + \frac{\pi}{6}\right) + \frac{2}{3} \chi^2 \cos\left(\psi + \frac{\pi}{6}\right) \right] - \left[ (1-\chi^2) \sin \omega + \frac{2}{3} \chi^2 \sin \psi \right] = \frac{Q}{2K} r \quad (41)$$

ჩაღუნვის პარამეტრების გამოყენებით კი მივიღებთ:

$$r \cdot \frac{d}{dr} \left[ \frac{1}{\chi} \cos(\psi - \mu) \right] + \frac{2}{\chi} \sin \mu \sin \psi = 0 \quad (42)$$

როგორც ცნობილია,  $\xi_r = -\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}$ ;  $\xi_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r}$

$$\left. \begin{array}{l} \xi_r \\ \xi_\theta \end{array} \right\} = \frac{k}{2G\zeta} \frac{\cos(\psi \pm \mu)}{\sin \mu}$$

მათი მეშვეობით მიიღება გაღუნული შუა ზედაპირის დიფერენციალური განტოლება:

$$\frac{dw}{dr} = -r \frac{k}{2Gh\chi} \frac{\cos(\psi - \mu)}{\sin \mu} \quad (43)$$

მიღებული განტოლებების გამოყენებით ამოვხსნათ რიცხვითი ამოცანები წრიული და რგოლური ფირფიტებისათვის სხვადასხვა დატვირთვების და სასაზღვრო პირობების დროს დრეკად-პლასტიკური ღუნვის შემთხვევაში.

განვიხილოთ კონტურით თავისუფლად დაყრდნობილი წრიული ფირფიტა, რომელზედაც მოქმედებს მთელ ფართობზე განაწილებული  $p$  დატვირთვა. განვსაზღვროთ ფირფიტის დაძაბული მდგომარეობა და გაღუნული შუა ზედაპირის ფორმა  $p$ -ს სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის. განივი ძალა ამ შემთხვევისათვის  $Q = -\frac{1}{2}pr$ . შემოვიტანოთ ახალი ცვლადი  $\rho^2 = \frac{p}{4K}r^2$ . დიფერენციალური განტოლება

(41) მიიღებს სახეს:

$$\rho \frac{d}{d\rho} \left[ (1-\chi^2) \cos\left(\omega + \frac{\pi}{6}\right) + \frac{2}{3} \chi^2 \cos\left(\psi + \frac{\pi}{6}\right) \right] - \left[ (1-\chi^2) \sin \omega + \frac{2}{3} \chi^2 \sin \psi \right] = -\rho^2 \quad (44)$$

ხოლო (42) დიფერენციალური განტოლება მიიღებს სახეს:

$$\rho \frac{d}{d\rho} \left[ \frac{1}{\chi} \cos(\psi - \mu) \right] + \frac{2}{\chi} \sin \mu \sin \psi = 0 \quad (45)$$

გავშალოთ მარცხენა მხარეები და ამოვხსნათ  $\frac{d\omega}{d\rho}$  და  $\frac{d\chi}{d\rho}$  წარმოებულების

მიმართ.

პირველად პლასტიკური მდგომარეობა წარმოიშვება ფირფიტის განაპირა სასაზღვრო სიბრტყეებში  $z = \pm h$ , ფირფიტის ცენტრში ( $r=0$ ), როცა

$$p_0 = \frac{32k}{\sqrt{3}(\nu + 3)a^2}$$

$p$  დატვირთვის გაზრდის შედეგად დრეკად-პლასტიკური ზონა გარკვეულია. ის ავსებს  $c$  რადიუსის წრეს. წრიული რგოლი, რომელიც ამ წრეში არ შედის, რჩება სუფთა დრეკად მდგომარეობაში:

1. განვიხილოთ ფირფიტის დამაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობა სუფთა დრეკად რგოლურ ზონაში  $c \leq r \leq a$ . მომენტები გამოითვლება ფორმულით:

$$\left. \begin{matrix} M_r \\ M_\theta \end{matrix} \right\} = K \left( C_1 m C_2 \frac{a^2}{r^2} \right) - \frac{pr^2}{16} [2(1+\nu) \pm (1-\nu)]$$

ხოლო გაღუნული შუა სიბრტყის ფორმა განისაზღვრება (ჩალუნვის) ფორმულით

$$w = \frac{pr^4}{64D} - \frac{K}{D} \left( \frac{C_1 r^2}{2(1+\nu)} + \frac{C_2 \cdot a^2}{(1-\nu)} \ln \frac{r}{a} + C_3 \right)$$

$C_1$  და  $C_3$  მუდმივები განისაზღვრება  $M_r = w = 0$  პირობით კონტურზე  $r=a$ . მივიღებთ:

$$C_1 = C + \frac{pa^2}{16K}(\nu + 3); \quad C_2 = C$$

აგრეთვე ვიღებთ ჩალუნვის გამოსახულებას:

$$w = \frac{p}{64D} (r^4 - a^4) - \frac{K}{D} \left[ \frac{C_1}{2(1+\nu)} (r^2 - a^2) + \frac{C_2}{1-\nu} a^2 \ln \frac{r}{a} \right]$$

პირობა

$$M_r^2 - M_r M_\theta + M_\theta^2 = \frac{4}{3} K^2$$

წრეწირზე  $r=c$ , რომელიც ყოფს წრეს სუფთა დრეკად და დრეკად-პლასტიკურ ზონად, თუ შემოვიტანთ აღნიშვნას  $\gamma^2 = \frac{p}{4K} c^2$ , გვაძლევს საშუალებას დავამყაროთ კავშირი  $C$ -ს და რადიუს  $c$ -ს შორის განტოლებით:



$$\left[ C_1 - \frac{1}{2} \gamma^2 (1 + \nu) \right]^2 + 3 \left[ C_2 \frac{a^2}{c^2} + \frac{1}{4} \gamma^2 (1 - \nu) \right]^2 = \frac{4}{3}$$

მაშასადამე  $C$  მუდმივას განსაზღვრისათვის გვაქვს კვადრატული განტოლება.

2. ახლა განვიხილოთ ფირფიტის დაძაბული და დეფორმირებული მდგომარეობა წრიულ დრეკად-პლასტიკურ ზონაში  $0 \leq r \leq c$ . დიფერენციალური განტოლებების (44), (45) ინტეგრებით შეგვიძლია მივიღოთ მომენტის კომპონენტები.

წრეწირზე  $r=c$ , რომელიც ყოფს სუფთა დრეკად და დრეკად-პლასტიკურ ზონებს  $\chi = 1$ ,  $\cos \psi = \frac{\sqrt{3}}{4K} (M_r + M_\theta)$   $\sin \psi = \frac{3}{4K} (M_\theta - M_r)$ . თავის მხრივ  $M_r$  და  $M_\theta$  გამოსახულებაზე დაყრდნობით მიღებული ეს გამოსახულებები გვიჩვენებს, რომ  $p = 4K \frac{\gamma^2}{c^2}$  და ასევე გვამძლევს საშუალებას განვსაზღვროთ  $c$ .

$p$  დატვირთვის შემდგომი ზრდით სუფთა დრეკადი ზონა მცირდება და  $r=a$ , წრეწირად იქცევა შემდეგ კი საერთოდ ქრება. ფირფიტა მთლიანად გადადის დრეკად-პლასტიკურ მდგომარეობაში, პირობა  $M_r = 0$ ,  $r = a$  გვამძლევს გამოსახულებას

$$3(1 - \chi^2) \cos\left(\omega + \frac{\pi}{6}\right) + 2\chi^2 \cos\left(\psi + \frac{\pi}{6}\right) = 0$$

და ასევე,  $p$  პოვნის შესაძლებლობას:

$$p = 4K \frac{\alpha^2}{a_2}$$

(43) დიფერენციალური განტოლების ამოხსნით განვსაზღვრავთ გაღუნული შუა სიბრტყის ფორმას  $r=a$  წრეწირის კონტურზე პირობით  $w=0$ . როგორც კი დადგება სუფთა პლასტიკური მდგომარეობა ცენტრში, მთელი ფირფიტა გადადის სუფთა პლასტიკურ მდგომარეობაში. ამაში მდგომარეობს მნიშვნელოვანი განსხვავება წრიული ფირფიტის ღუნვასა და ძელის ღუნვას შორის. ძელის ერთ რომელიმე წერტილში თუ გაჩნდა სუფთა პლასტიკური მდგომარეობა, ეს არ ნიშნავს, რომ მთელ ძელში ჩნდება სუფთა პლასტიკური მდგომარეობა. დატვირთვას, რომლის დროსაც მყარდება სუფთა პლასტიკური მდგომარეობა, ვუწოდებთ ზღვრულ დატვირთვას.

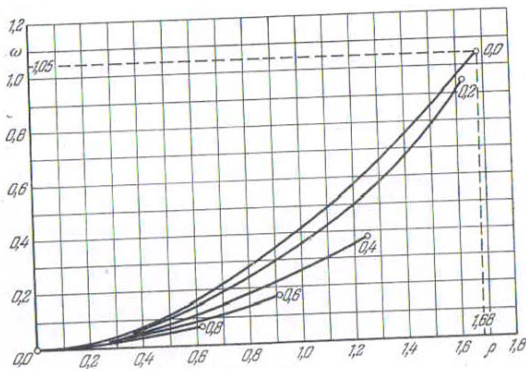
განვიხილოთ თავისუფლად დაყრდნობილი ფილა, როცა  $\nu = \frac{1}{4}$  უგანზომილებო ცვლადებში,  $a$  დამახასიათებელი სიგრძით,  $K/a$  დატვირთვით,  $\frac{Ka^2}{Gh^3}$  - მახასიათებელი ჩაღუნვით. (44), (45) დიფერენციალური განტოლებები ამოვხსნათ სასრულ სხვაობათა მეთოდით  $\chi_0$ -ისთვის  $0 \leq \chi_0 \leq 1$ , ინტერვალით 0,1. ნახაზებზე (18–19). ნაჩვენებია  $\omega$  და  $\chi$  ფუნქციებს ინტეგრალური მრუდები, რომლებიც გადის  $\rho=0$  და  $\omega=0$ , და  $\rho=0$  და  $\chi=\chi_0$ -ზე. მრუდები აგებული  $\chi_0=1,0$  დან  $\chi_0=0,4$ -მდე შეესაბამება შემთხვევას, როცა ფირფიტაში გვაქვს სუფთა დრეკადი რგოლური ზონა. ისინი წყდებიან, როცა  $\chi_0 = 1$  (ნახ. 19). მრუდი, აგებული  $\chi_0=0,2$ -თვის შეესაბამება შემთხვევას, როდესაც მთელი ფირფიტა დრეკად-პლასტიკურ მდგომარეობაშია. ის წყდება, როცა  $\omega = \frac{\pi}{3} \approx 1,05$  (ნახ. 18). საბოლოოდ,  $\chi=0$  წრფე  $\chi_0=0$ -თვის შეესაბამება შემთხვევას, როდესაც ფირფიტა გადადის სუფთა პლასტიკურ მდგომარეობაში.

C მუდმივას, უგანზომილებო  $c$  რადიუსის, უგანზომილებო  $p$  დატვირთვის და  $w_0$  ჩაღუნვის გამოთვლის შედეგები  $\chi_0$  პარამეტრის სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის მოცემულია ცხრილში.

ცხრილი 1

$\chi_0$	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0
C	0,00	0,00	0,00	0,01	0,02	0,03	0,07	-	-	-	-
c	0,00	0,35	0,47	0,51	0,65	0,73	0,83	-	-	-	-
p	2,84	3,13	3,46	3,68	3,96	4,25	4,56	4,90	5,26	5,55	5,64
$w_0$	0,21	0,23	0,26	0,28	0,32	0,36	0,43	0,53	0,74	1,40	-

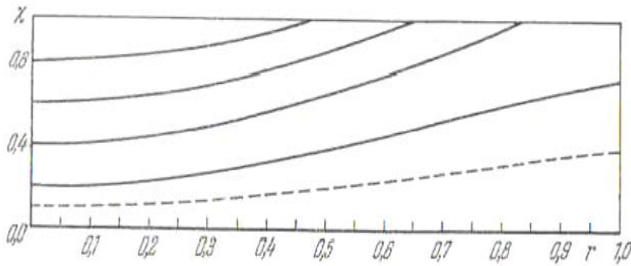
ნახ.20-ზე მოცემულია პლასტიკური მდგომარეობის განაწილება. მრუდები შემოსაზღვრავენ პლასტიკურ შრეს ფირფიტის გრძივ კვეთში  $\chi_0$ -ის სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის.



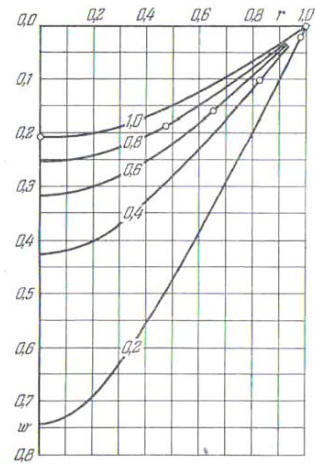
ნახაზი 18



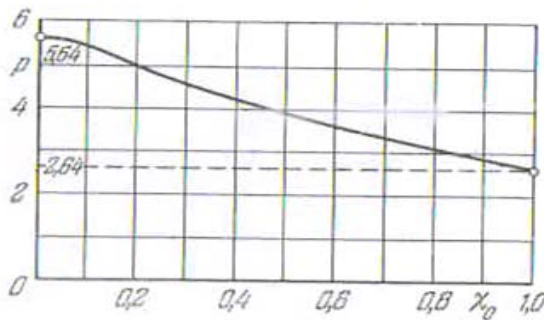
ნახაზი 19



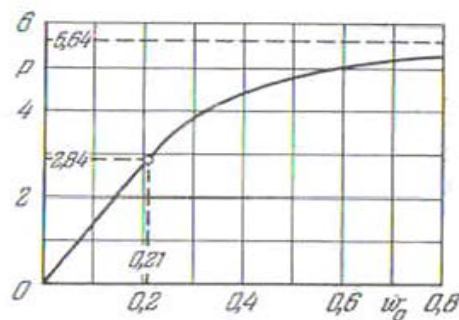
ნახაზი 20



ნახაზი 21



ნახაზი 22



ნახაზი 23

ნახ. 21-ზე ნაჩვენებია  $w$  ჩაღუნვის გრაფიკი  $\chi_0$ -ის პარამეტრის სხვადასხვა შემთხვევისათვის. როდესაც  $r=c$ , ხაზია პატარა წრეები. ნახ.22 და ნახ. 23-ზე

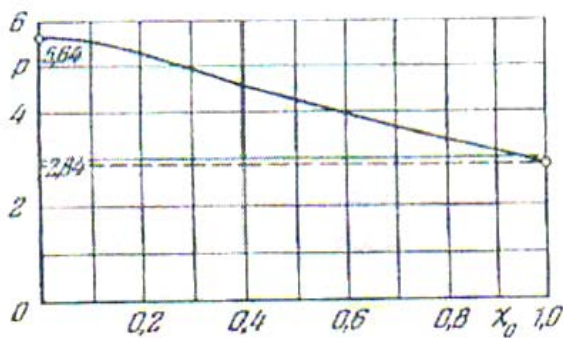
ნაჩვენებია დამოკიდებულებები  $p$  დატვირთვისა და  $\chi_0$  პარამეტრს შორის;  $p$  დატვირთვისა და  $w_0$  ჩალუნვის ისარს შორის.

იგივე ამოცანები შესრულებულია, როდესაც  $\nu=1/2$ . მიღებული შედეგები მოცემულია ნახ.24,25,26,27-ზე და ცხრილ №2-ში.

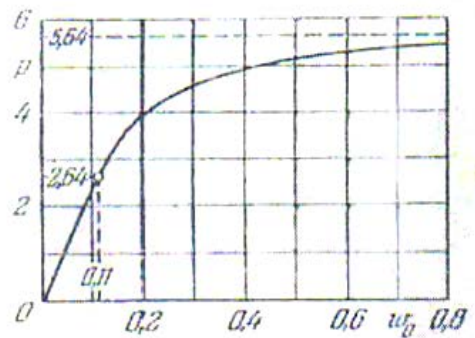
ცხრილი №2

$\chi_0$	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0
C	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,02	0,04	0,08	0,19	-	-
c	0,00	0,33	0,43	0,52	0,59	0,65	0,71	0,79	0,92	-	-
p	2,64	2,90	3,16	3,41	3,67	3,94	4,23	4,58	5,01	5,46	5,64
$w_0$	0,11	0,13	0,14	0,15	0,17	0,20	0,23	0,29	0,41	0,78	-

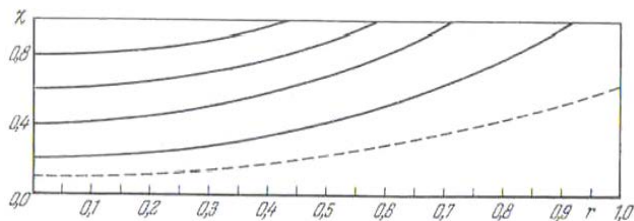
როგორც გამოთვლებიდან და გრაფიკებიდან ჩანს, სუფთა პლასტიკური ზონა  $\nu=1/4$ -თვის იწყება 2,84-ზე  $\nu=1/2$ -სთვის კი 2,64-ზე ( $w_0$ - $p$ -გრაფიკის მიხედვით)  $\nu=1/4$ -თვის იწყება 2,64-ზე  $\nu=1/2$ -სთვის კი 2,84-ზე ( $\chi_0$ - $p$ -გრაფიკის მიხედვით)



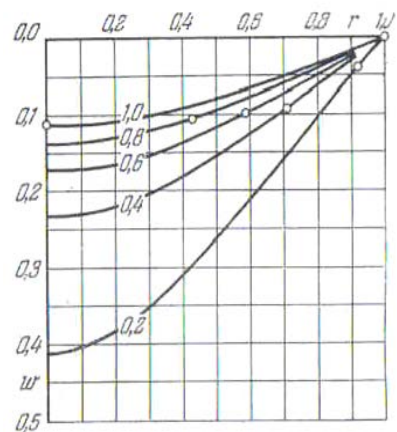
ნახაზი24



ნახაზი25



ნახაზი 26



ნახაზი 27

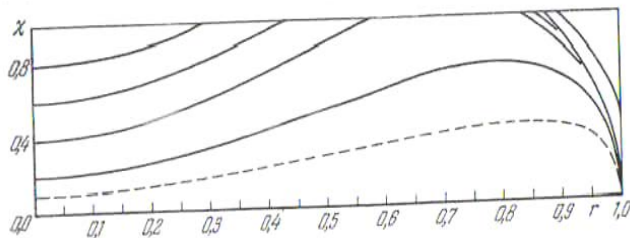
განვიხილოთ წრიული ფირფიტა, როდესაც ის ჩამაგრებულია კონტურით და მთელ ფართობზე მოქმედებს თანაბრად განაწილებული  $p$  დატვირთვა.  $\nu=1/4$ ; ამოვხსნათ ამოცანა უგანზომილებო ცვლადებში, მახასიათებელი დატვირთვით  $K/a^2$  და  $Ka^2/Gh^2$  დამახასიათებელი ჩალუნვით. ამოცანა იხსნება (44) (45) განტოლებების რიცხვითი ინტეგრებით.

$C_1$  და  $C_2$  მუდმივების  $c_1$  და  $c_2$  რადიუსების, უგანზომილებო  $p$  დატვირთვის და უგანზომილებო  $w_0$  ჩალუნვის გამოთვლის შედეგები  $\chi_0$  პარამეტრის სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის მოცემულია ცხრილ 3-ში.

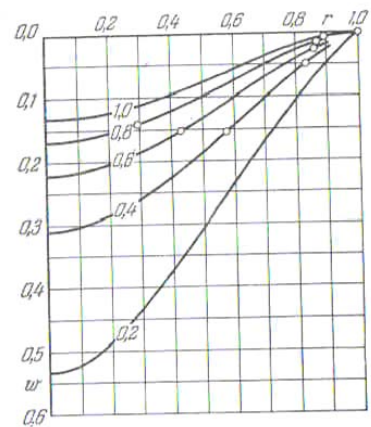
ცხრილი №3

$\chi_0$	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0
$C_1$	1,16	1,27	1,38	1,50	1,63	1,76	1,92	2,11	-	-	-
$C_2$	0,00	0,01	0,11	0,42	1,10	1,47	5,17	10,7	-	-	-
$c_1$	0,00	0,22	0,30	0,37	0,44	0,50	0,58	0,71	-	-	-
$c_2$	0,90	0,88	0,87	0,86	0,86	0,85	0,83	0,75	-	-	-
$p$	7,28	7,82	8,24	8,53	8,82	9,11	9,45	10,1	10,3	10,7	10,9
$w_0$	0,13	0,15	0,17	0,19	0,22	0,26	0,31	0,37	0,55	1,00	-

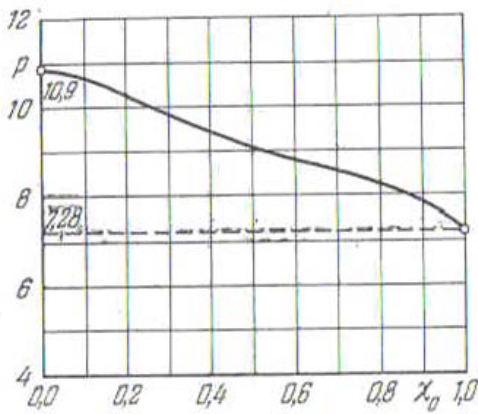
ფირფიტის სისქეში პლასტიკური მდგომარეობის გავრცელების ხასიათი (პლასტიკური შრის გავრცელება) და  $w$  ჩალუნვების გრაფიკი  $\chi_0$  პარამეტრის სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის მოცემულია ნახ.28 და 29-ზე. (წრებით ნაჩვენებია  $r=c_1$ ,  $r=c_2$ -ის შესაბამისი წერტილები). დამოკიდებულება უგანზომილებო  $p$  დატვირთვისა და  $\chi_0$  პარამეტრს შორის,  $p$  დატვირთვისა და  $w_0$  ჩალუნვის ისარს შორის ნაჩვენებია ნახ. 30 და ნახ. 31-ზე.



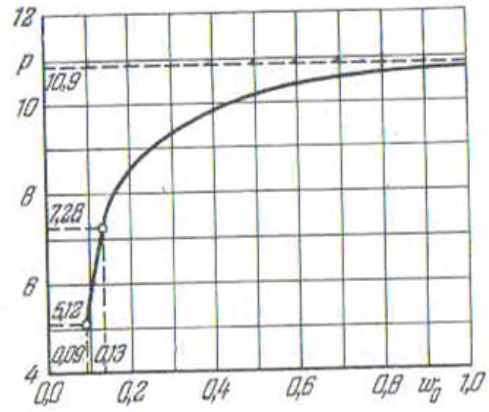
ნახაზი 28



ნახაზი 29



ნახაზი 30



ნახაზი 31

ამავე თავში განხილულია წრიული ფირფიტების ხისტ-პლასტიკური ღუნვა (სუფთა-პლასტიკური). როგორც ცნობილია, ხისტ-პლასტიკური ტანის ჰიპოთეზის თანახმად  $G$  – ძვრის მოდული უსასრულოდ დიდია. ამიტომ დრეკადი ზონები მთლიანად ქრება და გადადის ფირფიტის შუა სიბრტყეში, რომელზედაც  $\sigma_r$  და  $\sigma_\theta$  კომპონენტები განიცდიან სასრულ ნახტომს. ე.ი. სუფთა პლასტიკური ღუნვა მიმდინარეობს თავისუფლად და არ არის დამოკიდებული დატვირთვაზე.

წონასწორობის დიფერენციალურ განტოლებას (34) ექნება სახე:

$$r \frac{dM_r}{dr} + M_r - M_\theta = \int_0^r p r dr \quad (46)$$

ძაბვის კომპონენტების და დეფორმაციის სიჩქარეებს შორის დამოკიდებულებების გათვალისწინებით:

$$\frac{\dot{\epsilon}_r}{\dot{\epsilon}_\theta} = \frac{2\sigma_r - \sigma_\theta}{2\sigma_\theta - \sigma_r}$$

სადაც  $\dot{\epsilon}_r$  და  $\dot{\epsilon}_\theta$  წარმოადგენენ პლასტიკური დეფორმაციის სიჩქარის ტენზორის კომპონენტებს. თუ მხედველობაში მივიღებთ, რომ  $\dot{\epsilon}_r = z \dot{\xi}_r$ ;  $\dot{\epsilon}_\theta = z \dot{\xi}_\theta$ , მაშინ

$$\frac{\dot{\xi}_r}{\dot{\xi}_\theta} = \frac{2\sigma_r - \sigma_\theta}{2\sigma_\theta - \sigma_r}$$

(34)-ის საფუძველზე მივიღებთ:

$$\frac{\dot{\xi}_r}{\dot{\xi}_\theta} = \frac{2M_r - M_\theta}{2M_\theta - M_r}$$

რადგან  $\dot{\xi}_r$  და  $\dot{\xi}_\theta$  არ არის დამოკიდებული  $z$ -ზე. თუ ჩაღუნვის სიჩქარისათვის

შევიწარმოებთ აღნიშვნა  $w$ -ს და გავითვალისწინებთ, რომ  $\dot{\xi}_r = -\frac{d^2 w}{dr^2}$   $\dot{\xi}_\theta = -\frac{1}{r} \frac{dw}{dr}$

მივიღებთ:

$$r \frac{d^2 w}{dr^2} = \left( \frac{2M_r - M_\theta}{2M_\theta - M_r} \right) \frac{dw}{dr} \quad (47)$$

(46) და (47) განტოლებაში თუ შევიტანთ (39) გამოსახულებას, მივიღებთ:

$$r \frac{d\omega}{dr} = \frac{q - \sin \omega}{\sin\left(\omega + \frac{\pi}{6}\right)}, \quad q = -\frac{Q}{2K} r \quad (48)$$

$$r \frac{d^2 w}{dr^2} = -\frac{\sin\left(\omega - \frac{\pi}{6}\right)}{\sin\left(\omega + \frac{\pi}{6}\right)} \frac{dw}{dr} \quad (49)$$

განვიხილოთ  $a$  რადიუსის მქონე წრიული ფირფიტა, რომელიც თავისუფლად არის დაყრდნობილი და მასზე მოქმედებს მთელ ფართობზე განაწილებული  $p$  დატვირთვა. ვიპოვოთ ზღვრული დატვირთვა  $p$ , რომლის დროს ფირფიტა იმყოფება სუფთა პლასტიკურ მდგომარეობაში და  $M_r$  და  $M_\theta$  მომენტების კომპონენტები. შემოვიღოთ ახალი დამოუკიდებელი ცვლადი

$$\rho^2 = \frac{P}{4K} r^2$$

დიფერენციალური განტოლებები (48) და (49) მიიღებს სახეს:

$$\rho \frac{d\omega}{d\rho} = \frac{\rho^2 - \sin \omega}{\sin\left(\omega + \frac{\pi}{6}\right)} \quad (50)$$

$$\rho \frac{d^2 w}{d\rho^2} = - \frac{\sin\left(\omega - \frac{\pi}{6}\right)}{\sin\left(\omega + \frac{\pi}{6}\right)} \frac{dw}{d\rho} \quad (51)$$

$\rho=0$  წერტილის მახლობლობაში (50) და (51) განტოლების ინტეგრებით მივიღებთ:

$$\omega = \frac{1}{2}\rho^2, \quad w - w_0 = \frac{1}{2}D\rho^2 \quad \frac{d\omega}{d\rho} = D\rho$$

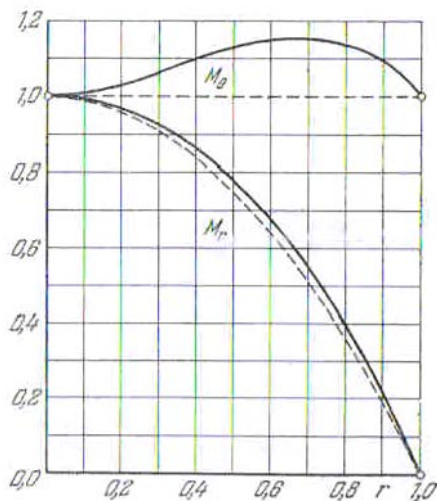
პირობა  $M_r = M_\theta$  ცენტრში ( $r=0$ ), ავტომატურად კმაყოფილდება, რადგანაც განტოლების ამ ამონახსნისათვის  $\omega=0$ . რაც შეეხება პირობას  $M_r=0$  კონტურზე,  $r=a$  ის გვაძლევს:

$$\omega = \frac{\pi}{3} \quad \alpha^2 = \frac{p}{4K} a^2$$

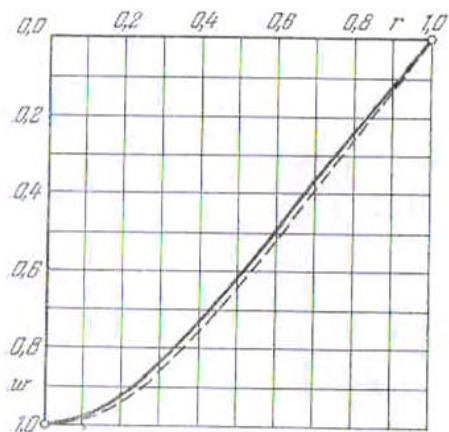
და ზღვრულ დატვირთვას

$$p = 4K \frac{\alpha^2}{a^2}$$

იგივე ამოცანა ამოხსნილია, უგანზომილებო ცვლადებში, მახასიათებელი  $a$  სიგრძით,  $M_s$  მახასიათებელი მომენტი და  $w_0$  ჩალუნვის მახასიათებელი სიჩქარით.



ნახაზი 32



ნახაზი 33

(50) და (51) დიფერენციალური განტოლებების ინტეგრებით სასრულ სხვაობათა მეთოდით მივიღებთ, რომ ზღვრული დატვირთვა ტოლია  $p=11,34K/a^2$ .  $M_r$  და  $M_\theta$  მომენტების და  $w_0$  ჩალუნვის სიჩქარის გრაფიკები (დამოკიდებული უგანზომილებო



r-ზე) მოცემულია ნახ. 32-ზე და ნახ. 33-ზე უწყვეტი ხაზებით. ბოლო ხაზის გადაღუნვის წერტილს შეესაბამება  $r=0,677a$ .

განხილული ამოცანის ამოხსნა შესაძლებელია ჩაკეტილი სახით, თუ გამოვიყენებთ დენადობის პირობას, რომელიც გვიჩვენებს, რომ მაქსიმალური მხები ძაბვა მუდმივია.

ნახ. 32 და ნახ. 33-ზე წყვეტილი ხაზით ნაჩვენებია მეორე ხერხით ნაპოვნი  $M_r$  და  $M_\theta$  -ს მნიშვნელობები და  $\omega$  ჩაღუნვის უგანზომილებო სიჩქარის გრაფიკი. უკანასკნელი ხაზის გადაღუნვის წერტილს შეესაბამება  $r=0,707a$ .

განვიხილოთ წრიული ფირფიტა, რომელიც კონტურით თავისუფლად არის დაყრდნობილი და ცენტრში მოქმედებს შეყურსული  $P$  ძალა. სუფთა პლასტიკური მდგომარეობა წარმოიშვება შეყურსული ძალის მოქმედებისას  $P = 2\pi M_s = 2\pi\sqrt{3}K$ , რომლის შესაბამისი მომენტების კომპონენტებია  $M_r=0$ ,  $M_\theta=M_s$ . ჩაღუნვის მნიშვნელობა განისაზღვრება ფორმულით:

$$\omega = D\sqrt{r} + E$$

$D$  და  $E$  განისაზღვრება პირობიდან  $w = w_0$ ,  $r = 0$  და  $w = 0$   $r = a$ , ამიტომ

$$\omega = \omega_0 \left( 1 - \sqrt{\frac{r}{a}} \right)$$

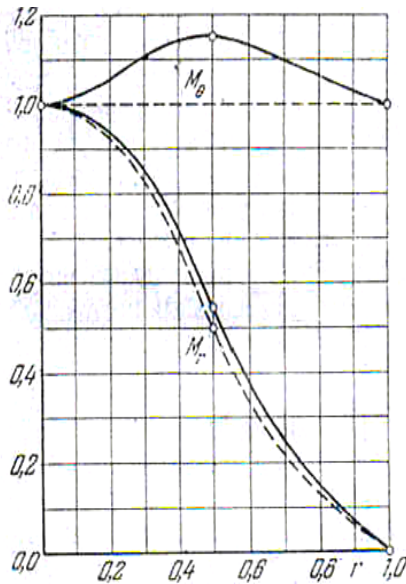
ახლა განვიხილოთ  $a$  რადიუსის მქონე წრიული ფირფიტა, რომელიც თავისუფლადაა დაყრდნობილი კონტურზე და მოქმედებს  $d$  რადიუსის წრის ფართობზე თანაბრად განაწილებული  $p$  დატვირთვა. განვსაზღვროთ  $p$  დატვირთვა, რომლის დროსაც მთელი ფირფიტა იმყოფება სუფთა პლასტიკურ მდგომარეობაში. ასევე განვსაზღვროთ შესაბამისი  $M_r$  და  $M_\theta$  მომენტების კომპონენტები. (50) და (51) დიფერენციალური განტოლებებით აღიწერება აღნიშნული ფირფიტის დაძაბული დეფორმირებული მდგომარეობა საზღვრებში  $0 \leq r \leq d$ ; ხოლო დიფერენციალური

განტოლებით  $\frac{dp}{d\omega} = \frac{\sin\left(\omega + \frac{\pi}{6}\right)}{\delta^2 - \sin \omega}$ , სადაც  $\delta^2 = \frac{P}{4K} d^2$  და დიფერენციალური განტოლებით

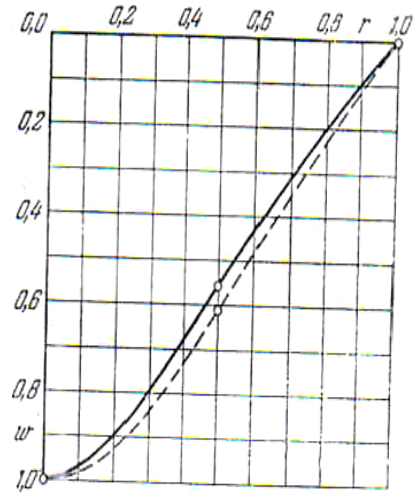
$\frac{d^2 w}{d\omega} = \left( \operatorname{ctg}\left(\omega + \frac{\pi}{6}\right) + \frac{2 \cos \omega}{\delta^2 - \sin \omega} \right) \frac{dw}{d\omega}$  საზღვრებში  $d \leq r \leq a$ . გამოთვლილი შედეგებით  $d = a/2$ -ის

შემთხვევაში ზღვრული დატვირთვის მნიშვნელობა მიახლოებით ტოლია  $p = 5,63 \frac{K}{d^2}$

$$p = 22,5 \frac{K}{a^2} .$$



ნახაზი 34



ნახაზი 35

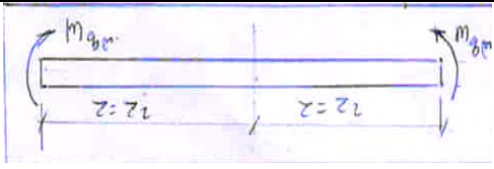
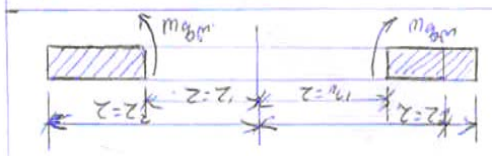
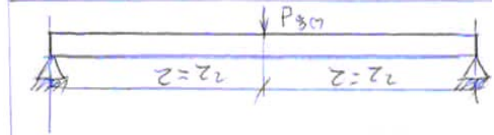
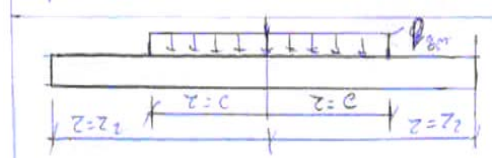
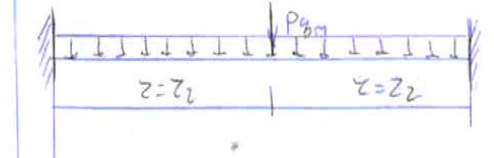
ნახ.34, ნახ.35–ზე უწყვეტი ხაზებით მოცემულია  $M_r$  და  $M_\theta$  მომენტების და  $w$  ჩაღუნვის სიჩქარის უგანზომილებო  $r$ -თან დამოკიდებულების გრაფიკები, როცა  $d=a/2$ . უკანასკნელი წირის გადაღუნვის წერტილისათვის  $r=0,5a$ . იგივე ამოცანა ამოვხსნათ ჩაკეტილი ფორმით, როცა  $M_\theta=M_s$  .

ჩაკეტილი ფორმით ამოხსნისას მიღებული  $M_r$ ,  $M_\theta$  -ს და  $w$  -ს მნიშვნელობები, როცა  $d=a/2$ , მოცემულია ნახ. 34-35–ზე წყვეტილი ხაზებით. უკანასკნელი წირის გადაღუნვის წერტილია  $r=0,5a$ .

როდესაც წრიული ფირფიტა კონტურითაა ჩამაგრებული, მაშინ მიიღება ზღვრული დატვირთვა  $P = 22,9 \frac{K}{a^2}$  თანაბრად განაწილებული დატვირთვის დროს და  $P = 4\pi k$  შეყურსული დატვირთვის დროს. მიღებული ზღვრული დატვირთვის მნიშვნელობები მეტია შესაბამის მნიშვნელობებზე, როდესაც ფირფიტა თავისუფლად არის დაყრდნობილი.

ამავე თავში განხილულია ამოცანები, რომელთათვისაც განსაზღვრულია ზღვრული დატვირთვის მნიშვნელობები ფირფიტის ჩამაგრების და დატვირთვის

სხვადასხვა შემთხვევისათვის, მიღებული რიცხვითი მნიშვნელობები მოცემულია ცხრილის სახით. (ცხრილი 4).

ფირფიტის საანგარიშო გეგმა	დატვირთვის ზღვრული მნიშვნელობა	
	მიზისის დენადობის პირობით	ტრესკა-სენ-ვენანის დენადობის პირობით
	$m_{\text{ზღ.}} = M_S$	$m_{\text{ზღ.}} = 1.08M_S$
	$m_{\text{ზღ.}} = \frac{2}{\sqrt{3}} M_S$	$m_{\text{ზღ.}} = \frac{2,16}{\sqrt{3}} M_S$
	$m_{\text{ზღ.}} = 2\pi M_S$	$m_{\text{ზღ.}} = 2,16\pi M_S$
	$m_{\text{ზღ.}} = \frac{6M_S}{r^2}$	$m_{\text{ზღ.}} = \frac{6,5M_S}{r^2}$
	$m_{\text{ზღ.}} = 11,3 \frac{M_S}{r^2}$	$m_{\text{ზღ.}} = 12,2 \frac{M_S}{r^2}$

## ძირითადი დასკვნები:

- ❖ ნაჩვენებია ბაუშინგერის ეფექტი აგრეთვე დროისა და ტემპერატურის გათვალისწინების გარეშე, იზოტროპული მყარი სხეულის დრეკად და პლასტიკურ დეფორმაციებს შორის დამოკიდებულებების გამოყენებით მიღებული შედეგები;
- ❖ კოჭების (ძელების), რგოლების და ფილების პლასტიკური ღუნვის თეორიის გამოყენებით მიღებული ჩალუნვები ემთხვევა ნორმით გათვალისწინებულ ჩალუნვებს;
- ❖ იდეალურად დრეკად, პლასტიკური მასალის კოჭის კვეთის ფორმის კოეფიციენტი დამოკიდებულია ფარდობაზე  $M_p/M_e$ ,  $M_p$  - პლასტიკური დეფორმაციების გაჩენისას აღებული მღუნავი მომენტი,  $M_e$  - დრეკადი დეფორმაციების დროს აღებული მღუნავი მომენტი, სწორკუთხა კვეთისათვის ფორმის კოეფიციენტი ტოლია 1,5 წრიული კვეთის კოჭისათვის 1,7.
- ❖ შესწავლილია პლასტიკური მდგომარეობის განაწილება ფილის სისქეში, დატვირთვასა და ჩალუნვას შორის დამოკიდებულებების გრაფიკები აგებულია წრიული და რგოლური ფირფიტებისათვის. განსაზღვრულია იგივე ფირფიტებისათვის ზღვრული მდგომარეობები განსხვავებული დატვირთვებისა და ჩამაგრების სხვადასხვა პირობებისთვის.
- ❖ ფირფიტის ცენტრში სუფთა-პლასტიკური მდგომარეობის დადგომის შემთხვევაში, მთელი ფირფიტა გადადის სუფთა პლასტიკურ მდგომარეობაში, რაშიც მდგომარეობს განსხვავება წრიული ფირფიტის ღუნვასა და კოჭის ღუნვას შორის.
- ❖ პლასტიკური ღუნვის დროს ზღვრული დატვირთვის მნიშვნელობა კონტურით ჩამაგრებული ფირფიტისათვის მეტია კონტურით თავისუფლად დაყრდნობილი ფირფიტის ზღვრული დატვირთვის მნიშვნელობაზე.
- ❖ ფირფიტის დიფერენციალური განტოლების ამოხსნით სასრულ სხვაობათა მეთოდით და ჩაკეტილი ფორმით აღნიშნული დიფერენციალური განტოლების

ამოხსნისას მიღებული მნიშვნელობები ჩაღუნვის ბოლო ხაზის გადატანის წერტილური მდებარეობის მიხედვით შეადგენს  $\frac{0,7079-0,6779}{0,7079} \cdot 100\% = 4,2\%$  -ს <5%.

- ❖ დაყრდნობილი წრიული ფირფიტის ჩაღუნვის ისრის ფარდობა ჩამაგრებული წრიული ფირფიტის ჩაღუნვის ისართან დაახლოებით 6,68-ის ტოლია, მაშინ როდესაც უკუმშვადი მასალის წრიული ფირფიტების დრეკადი ღუნვისას აღნიშნული დამოკიდებულება 3,67-ის ტოლია.
- ❖ შესწავლილია წრიული და რგოლური ფირფიტების ზღვრული მდგომარეობები მიზის დენადობის პირობის და ტრესკა - სენ-ვენანის დენადობის პირობის გამოყენებით როდესაც წრიული ფილა თავისუფლად არის დაყრდნობილი  $p^* = \frac{6M_s}{b^2}$  და  $p^* = 6,5 \frac{M_s}{b^2}$  როცა წრიული ფილა ხისტად არის ჩამაგრებული  $p^* = 11 \frac{M_s}{b^2}$  და  $p^* = 11,3 \frac{M_s}{b^2}$
- ❖ ნაჩვენებია, რომ გაანგარიშების თვალსაზრისით მიზანშეწონილია ტრესკა - სენ-ვენანის დენადობის პირობის გამოყენება.
- ❖ შესწავლილია რგოლური ფირფიტა რომელიც დაყრდნობილია თავისუფლად გარე და შიგა რადიუსის გასწვრივ მოქმედებს შეყურსული ზღვრული მომენტი, შესწავლილია სახსრულად დაყრდნობილი ფილა, რომელზედაც ცენტრში მოქმედებს ზღვრული მნიშვნელობის დატვირთვა.

## დისერტაციის ძირითადი შინაარსი გამოქვეყნებულია

### შემდეგ ნაშრომებში:

1. თ. ბაციკაძე, ვ. სოხაძე. „პლასტიკური თეორიის ზოგიერთი პრობლემის შესახებ“. სამეცნიერო-ტექნიკური ჟურნალი „მშენებლობა“, №2(29), 2013წ; გვ. 6-13
2. თ. ბაციკაძე, ვ. სოხაძე. „ფილის ბრტყელი დეფორმაცია. პლასტიკური დენადობის ამოცანა“. სამეცნიერო-ტექნიკური-ჟურნალი „მშენებლობა“, №3(30), 2013წ; გვ. 12-18;
3. Sokhadze Vasily. Definition of maximum load on circular and ring plates. მე-4 საერთაშორისო სამეცნიერო-ტექნიკური კომფერენცია, 27-30 სექტემბერი, 2014წ. წყალთა მეურნეობის, გარემოს დაცვის, არქიტექტურისა და მშენებლობის თანამედროვე პრობლემები. გვ.227-231
4. ვ. სოხაძე. „წრიული ფირფიტის სუფთა - პლასტიკური ღუნვა“. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის, შრომები, №1(495) თბილისი, 2015წ.

## RESUME

The work is related to analysis of thin-walled spatial structures, whose main constituent element is presented by thin plates. The urgency of their study is stipulated due the increasing demands that are arisen by modern technology and construction. They are widely used in industrial and civil construction, shipbuilding, machine building, aircraft engineering, considered of aerodrome and so on. Such popularity of these systems is stipulated due, on one hand, their high strength characteristics, and on the other hand, due the possibility to reduce the weight of structure that is of crucial importance for implementation of aircraft engineering's (airplanes, missiles and so on) design.

The strength analysis of modern machinery and engineering facilities often requires from engineers consideration of such factors and phenomena that are available only by the theory of plasticity. At the same time, carried out analysis on the basis of elastic model would cause the excessive consumption of materials, as well as an unjustified increase in the weight of structure that is especially important for requirements to aircrafts.

The critical analysis of deformation theory assures us that its application for the study of elastic-plastic equilibrium is advisable only for condition of certain restrictions related to deformation and load. In particular, in order of determination of carrying capacity is justified the application of Saint-Venant, Levy, Mises theory, because it is stipulated for ideal plastic-rigid body.