

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ნანა ბიჩენოვი

კომპანიის ბიზნესის ღირებულების დინამიკური ანალიზი

წარმოდგენილია დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

თბილისი, 0175, საქართველო

ივნისი, 2016 წელი

საავტორო უფლება ©2016, ბიჩენოვი ნანა

თბილისი  
2016 წელი

სამუშაო შესრულებულია საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტში  
ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტი  
მართვის სისტემების დეპარტამენტი

ხელმძღვანელი: პროფ. თამაზ ოზგაძე

რეცენზენტები: -----  
-----

დაცვა შედგება ----- წლის "-----" -----, ----- საათზე

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის -----

----- ფაკულტეტის სადისერტაციო საბჭოს  
კოლეგიის სხდომაზე, კორპუსი -----, აუდიტორია -----

მისამართი: 0175, თბილისი, კოსტავას 77.

დისერტაციის გაცნობა შეიძლება სტუ-ს ბიბლიოთეკაში,

ხოლო ავტორეფერატისა - ფაკულტეტის ვებგვერდზე

სადისერტაციო საბჭოს მდივანი პროფ. თინათინ კაიშაური

# საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

## ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტი

ჩვენ, ქვემოთ ხელისმომწერნი ვადასტურებთ, რომ გავეცანით ნანა ბიჩენოვის მიერ შესრულებულ სადოქტორო ნაშრომს დასახელებით: „კომპანიის ბიზნესის ღირებულების დინამიკური ანალიზი“ და ვაძლევთ რეკომენდაციას საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის სადისერტაციო საბჭოში მის განხილვას დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად.

თარიღი

ხელმძღვანელი: პროფ. თ. ოზგაძე

რეცენზენტი:

რეცენზენტი:

ავტორი: ბიჩენოვი ნანა

დასახელება: „კომპანიის ბიზნესის ღირებულების დინამიკური ანალიზი“

ფაკულტეტი : ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების

ხარისხი: დოქტორი

სხდომა ჩატარდა:

ინდივიდუალური პიროვნებების ან ინსტიტუტების მიერ შემომოყვანილი დასახელების დისერტაციის გაცნობის მიზნით მოთხოვნის შემთხვევაში მისი არაკომერციული მიზნებით კოპირებისა და გავრცელების უფლება მინიჭებული აქვს საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტს.

---

ავტორის ხელმოწერა

ავტორი ინარჩუნებს დანარჩენ საგამომცემლო უფლებებს და არც მთლიანი ნაშრომის და არც მისი ცალკეული კომპონენტების გადაბეჭდვა ან სხვა რაიმე მეთოდით რეპროდუქცია დაუშვებელია ავტორის წერილობითი ნებართვის გარეშე.

ავტორი ირწმუნება, რომ ნაშრომში გამოყენებული საავტორო უფლებებით დაცული მასალებზე მიღებულია შესაბამისი ნებართვა (გარდა ის მცირე ზომის ციტატებისა, რომლებიც მოითხოვენ მხოლოდ სპეციფიურ მიმართებას ლიტერატურის ციტირებაში, როგორც ეს მიღებულია სამეცნიერო ნაშრომების შესრულებისას) და ყველა მათგანზე იღებს პასუხისმგებლობას.

სადისერტაციო ნაშრომს ვუძღვნი

ჩემ შვილს,

დანიელ ხურცილავას

## რეზიუმე

საბაზრო ეკონომიკის განვითარების პირობებში კომპანიის ბიზნესის ღირებულების შეფასება ხდება სულ უფრო მნიშვნელოვანი.

კომპანიის ბიზნესის ღირებულების შეფასება არის კომპანიის ყველა აქტივის: უძრავი ქონების, ინვესტიციების, ფასიანი ქაღალდების, მანქანა-დანადგარების, სასაქონლო-მატერიალური მარაგების, და არამატერიალური აქტივების და ვალდებულებების კომპლექსური შეფასება.

ბიზნესის ღირებულების შეფასება ეხმარება მეწარმეებს და კერძო პირებს სწორად შეაფასონ კომპანიის რეალური ღირებულება.

ბიზნესი (ინგლ. Business - საქმე) არის სამეურნეო საქმიანობა და საქმიანი ურთიერთობა მის მონაწილეებს შორის, რომელთა მიზანია ეკონომიკური სარგებლის მიღება მოგების ან სხვა ფორმით.

ყველა ბიზნესი ინდივიდუალურია, მისი ღირებულება განიცდის ცვლილებას, იმისდამოკიდებულად თუ რა მდგომარეობაშია ის.

კომპანიის ბიზნესის შეფასება ხდება შემდეგ შემთხვევებში:

- ბიზნესის (საწარმოს) მთლიანად ან ნაწილობრივ ყიდვა-გაყიდვისას;
- კომპანიის რეორგანიზაციისას;
- კომპანიის ლიკვიდაციისას;
- ფასიანი ქაღალდების ბაზარზე საწარმოს აქციების ყიდვა-გაყიდვისას;
- საწარმოს იჯარით გაცემის დროს;
- ბანკიდან სესხის აღების დროს;
- ბიზნესის განვითარებისათვის საინვესტიციო პროექტის განხორციელებისას;
- დაზღვევისას და ა.შ

საწარმოთა საქმიანობის საბოლოო მიზანია მოგების მიღება, რომლის ზუსტი გაანგარიშებისა და აღრიცხვისათვის ძალიან მნიშვნელოვანია ფინანსური ანგარიშგების ელემენტების - შემოსავლებისა და ხარჯების სწორი ასახვა ფინანსურ ანგარიშგებაში.

შემოსავალი არის კომპანიის მიერ ეკონომიკური სარგებლის ზრდა საანგარიშგებო პერიოდში, აქტივების ზრდის გზით ან ვალდებულებების შემცირებით, რაც გამოიხატება კომპანიის საკუთარი კაპიტალის გადიდებით.

ხარჯები არის კომპანიის მიერ ეკონომიკური სარგებლის შემცირება საანგარიშგებო პერიოდში, აქტივების გასვლის ან ვალდებულებების ზრდის საფუძველზე, რაც გამოიხატება კომპანიის საკუთარი კაპიტალის შემცირებით.

ლიტერატურის და მიღებული ღირებულების შეფასების სტანდარტების თანახმად არსებობს კომპანიის ბიზნესის შეფასების 3 ძირითადი მიდგომა: ხარჯვითი, საშემოსავლო და შედარებითი.

**ხარჯვითი მიდგომა** გამოიყენება კომპანიის ლიკვიდაციის დროს.

თუ არსებობს ანალოგიური ბიზნესის გაყიდვის ბაზარი, ამ შემთხვევაში მიზანშეწონილია **შედარებითი მიდგომის** გამოყენება.

ისეთი კომპანიების შეფასება, როგორცაა მაგალითად, ბენზინგასამართი სადგური, სავაჭრო ცენტრი ან სასტუმრო, ხდება მათი კომერციული პოტენციალის საფუძველზე. ბენზინის გაყიდვების მოცულობა, სტუმართა რიცხვი სასტუმროში - არის შემოსავლის წყარო, რომელთა შედარებაც საოპერაციო ხარჯების ღირებულებასთან გვაძლევს საშუალებას დავადგინოთ საწარმოს მომგებიანობა. შეფასებისადმი ასეთ მიდგომას ეწოდება **საშემოსავლო**.

სამივე მიდგომას გააჩნია დადებითი და უარყოფითი მხარეები, რომლებიც უნდა იყოს გათვალისწინებული ბიზნესის შეფასების დროს.

ბიზნესის ღირებულების შეფასება კარგი საშუალებაა, ვინაიდან ის ითვალისწინებს, არა მხოლოდ აქციონერების, არამედ ყველა დაინტერესებული მხარის ინტერესებს.

ვინაიდან საბაზრო ურთიერთობათა პირობებში პროცესები უფრო დინამიკურ ხასიათს ატარებენ, მმართველობითი გადაწყვეტილებები მეტ

ოპტიმალურობას მოითხოვენ, შესაბამისად მნიშვნელოვნად იზრდება ეკონომიკურ-მათემატიკური მეთოდების როლი.

ნაშრომში აგებულია კომპანიის ღირებულების ეკონომიკური დინამიკის მათემატიკური მოდელი. ნაჩვენებია, რომ კერძო შემთხვევებში აგებული კომპანიის ღირებულების დინამიკის მათემატიკური მოდელი, შეიძლება გარდაიქმნას მათეს და დიუფინგის მოდელებში.

ნაშრომში ჩატარებულია დროითი მწკრივების ღირებულების დინამიკის რეგრესიული ანალიზი, ფუნქციონალური დამოკიდებულების საპოვნელად სუფთა აქტივებსა და კომპანიის ღირებულებას შორის.

შემუშავებული ახალი მათემატიკური მოდელის საფუძველზე, შესწავლილ იქნა კონკრეტული მონაცემებისათვის მიღებული ღირებულებითი დინამიკა.

ცნობილია, რომ დროითი ცვლილებების ტარირებისათვის ჰერსტმა შემოიყვანა ფარდობა: გაქანება/სტანდარტული გადახრა (R/S). მოცემული მეთოდის ანალიზს ეწოდება ნორმირებული გაქანების მეთოდი.

$0.5 < H < 1.0$  ნიშნავს პერსისტენტულ დროით მწკრივს, რომელიც ხასიათდება გრძელვადიანი მეხსიერების ეფექტით. თეორიულად, ის რაც ხდება დღეს, იმოქმედებს მომავალზე.

$H = 0.5$  - დროითი მწკრივი სტოქასტიკურია.

$0 < H < 0,5$  ნიშნავს ანტიპერსისტენტულ დროით მწკრივს. თუ სისტემა დემონსტრირებს წარსულში ზრდას, შესაბამისად შემდგომ პერიოდში დაიწყება ვარდნა. და პირიქით, თუ წარსულში ხდება ვარდნა, მომავალში მოსალოდნელია ზრდა.

ჰერსტის მაჩვენებლის გამოყენებით შეიძლება განვასხვაოთ შემთხვევითი მწკრივი არაშემთხვევითისაგან. აქედან გამომდინარე, პერსისტენტულობის დასადგენად, ნაშრომში ნაპოვნია ჰერსტის მაჩვენებელი ერთ-ერთი ყველაზე მსხვილი, ინტეგრირებული ნავთობისა და გაზის ტრანსნაციონალური კომპანია „Lukoil“-ის ბიზნესის ღირებულების მონაცემებისათვის.



ცნობილია, რომ ვეივლეტ ანალიზს წარმატებით იყენებენ დროით მწკრივებში, ცუნამის, მიწისძვრების, ტერორისტული აქტების, ფინანსური კრიზისის და ა.შ წინასწარმეტყველებისას. ნაშრომში გამოყენებულია ვეივლეტ-ანალიზი კომპანიის ღირებულების დინამიკის დროითი მწკრივებისთვის.

## Summary

A market economy under the conditions of the company's business value is becoming increasingly important. Business Valuation is a good way, as it is required, not only shareholders, but also the interests of all stakeholders.

Business value of all assets of the company are: real estate, investments, securities, equipment, inventory, and intangible assets and liabilities of the comprehensive assessment. Business helps manufacturers and individuals to properly evaluate the real value of the company .

Business (Eng. Business - for that matter) is the economic activity and the business relationship between the parties, whose aim is to derive profit or otherwise.

Every business is unique, its value undergoes a change, no matter what is happening to it.

Business rate in the following cases:

- buying or selling business (enterprise) completely or partly
- reorganization of the company
- the company is liquidated;
- Buying or selling shares of the securities market for the enterprise;
- issuing enterprise leased;
- bank loans;
- Business investment for the development of the project;
- insurance, etc.

The Enterprise's ultimate goal is profit, which is very important for calculating and accounting for financial reporting elements - correct reflection of income and expenses in the financial statements.

Income growth is the company's economic benefits during the reporting period, the growth in assets or liabilities of the decline, which is reflected in the company's capital increase.

The company's costs is to reduce the economic benefits of the reporting period, leaving assets or liabilities on the basis of growth, which is reflected in the decline of the company's own capital.

Literature and the value assessment standards are 3 basic approaches: cost, income and comparative.

The expenditure approach is used for the company's liquidation. If there is a similar business sales market, then used a comparative approach. The rate of companies, such as for example, a gas station, shopping center or hotel, it becomes the basis of their commercial potential. Gasoline sales volume, the number of visitors to the hotel is a source of income, which enables us to compare the value of the operating costs to determine the profitability of the enterprise. Evaluation of this approach is called income.

All three approaches have advantages and disadvantages that should be accepted to evaluate business

Because of the conditions of market relations are more dynamic processes of nature, the more optimal demand management solutions, therefore significantly increasing the role of the economic and mathematical methods.

The paper is based on a mathematical model of the dynamics of the economic value of the company. It is shown that a private company based in the cases of the dynamics of a mathematical model, and can be converted Mathias Diupingis models.

Developed a new mathematical model, based on the data obtained by the value dynamics were studied.

The work accomplished by the time series of dynamic regression analysis, to find the functional dependence of the assets and the value of the company. It is known that the time for changes Hirst brought over: practical application is / standard deviation ( $R / S$ ). The method of analysis is called normalized acceleration method.

$0.5 < H < 1.0$  means a persistent time series, which is characterized by long-term memory effect. In theory, what is happening today, will affect the future.

$H = 0.5$  - stochastic time series.

$0 < H < 0.5$  means antipersistent time series. If the system demonstrates the growth of the past, according to the period after the start to drop. Conversely, if the past is going to drop, the future growth is expected.

Hirst parameter can be used to distinguish the occasional drop and nonoccasional. Therefore, in order to determine persistentulobis, Hirst's work is found in one of the largest integrated oil and gas multinational company "Lukoil" - the value of business data.

Wavelet analysis of the row to successfully is used by the time to forseen, the tsunami, earthquakes, acts of terrorism, the financial crisis, an

The paper used wavelet-analysis of the dynamics of the company's value in the time series.

## შინაარსი

მიმღვნის გვერდი	5
რეზიუმე	6
Summary	10
ცხრილების ნუსხა	15
ნახაზების ნუსხა	16
შესავალი	18
თავი 1. არსებული ლიტერატურის მიმოხილვა	
1.1 ბიზნესის შეფასების საგანი, მიზანი	20
1.2 ღირებულების შეფასების სტანდარტები	22
1.3 ფინანსური ანგარიშგების საფუძვლები	24
1.4 ბიზნესის შეფასების მეთოდები	30
თავი 2. კომპანიის ღირებულების ეკონომიკური დინამიკის მათემატიკური მოდელის აგება	40
2.2 ეკონომიკური დინამიკის მათემატიკური მოდელის ადეკვატურობა	42
2.3 დროითი მწკრივების ღირებულების დინამიკის რეგრესიული ანალიზი სუფთა აქტივებსა და კომპანიის ღირებულებას შორის ფუნქციონალური დამოკიდებულების საპოვნელად	43
2.4 წრფივი რეგრესიის ამოცანა	47
2.5 განზოგადებული წრფივი რეგრესიის ამოცანა	48
2.6 პოლინომიალური რეგრესია	50
2.7 კომპანიის ღირებულების დინამიკური ანალიზისათვის დებეტის ფუნქციის მეთოდის შერჩევა	52
2.8 დებეტის ფუნქციის განსაზღვრა პადე-აპროქსიმაციის მეთოდით	55
2.9 ღირებულების მონაცემთა დინამიკის ანალიზი	57
თავი 3. დროითი მწკრივების R/S ანალიზი კომპანიის ფასის ცვლილების მონაცემებისათვის	60
3.1 ჰერსტის მაჩვენებლის გამოთვლა კომპანია Lukoil-ის ღირებულების დინამიკისთვის	63
3.2 მონაცემთა დროითი მწკრივების დამუშავება	76
3.2.1 მონაცემთა დაგლუვების ამოცანა	77
3.2.2 მონაცემთა ექსტრაპოლაციის ამოცანა	79
3.3 ფურიეს ანალიზი და პერიოდული დროითი მონაცემების სინთეზი	80
3.3.1 დისკრეტული ფურიე ანალიზი და პერიოდული ფუნქციების სპექტრი	82
3.3.2 დისკრეტული სპექტრალური ანალიზი	84
3.4 დროითი მწკრივების ვეივლეტ - ანალიზი	86
3.4.1 ვეივლეტ-ფუნქციის კერძო შემთხვევები	86
3.4.2 ვეივლეტ გარდაქმნა	89
3.4.3 მოკლემასშტაბური ანალიზი	91

3.4.4 დისკრეტული დროითი მწკრივების ვეივლეტ-ანალიზი _____	92
შედეგები და მათი განსჯა _____	99
დასკვნები _____	100
ლიტერატურა _____	102

## ცხრილების ნუსხა

ცხრილი1. ფულადი ნაკადები _____	27
ცხრილი1.1. საოპერაციო საქმიანობის ფულადი ნაკადები _____	28
ცხრილი1.2. საინვესტიციო საქმიანობის ფულადი ნაკადები _____	28
ცხრილი1.3. საფინანსო საქმიანობის ფულადი ნაკადები _____	29
ცხრილი1.4. ხშირად გამოყენებადი შეფასებითი მულტიპლიკატორები _____	38
ცხრილი 1.5. მიდგომების დადებითი და უარყოფითი მხარეები _____	39
ცხრილი2.1. $\beta(t_i)$ მნიშვნელობები _____	46
ცხრილი 2.2. $\beta(t)$ ფუნქციის მნიშვნელობები _____	46
ცხრილი 2.3. $F[X(t)]$ დამოკიდებულების მნიშვნელობები _____	53
ცხრილი 3.1. A და D ფრაქტალური განზომილება _____	61
ცხრილი 3.2. ჰერსტის მაჩვენებლის პოვნა _____	76

## ნახაზების ნუსხა

ნახ.2.1. მატეის მოდელის დინამიკა _____	42
ნახ.2.2. მატეის დინამიკა ფაზურ სიბრტყეზე _____	43
ნახ.2.3. დიუფინგის ეროვნული ეკონომიკის დინამიკა _____	44
ნახ.2.4. დიუფინგის დინამიკა ფაზურ სიბრტყეზე _____	44
ნახ. 2.5 $y_i = \beta(t_i)$ ფუნქციის გრაფიკი _____	47
ნახ.2.6 წრფივი რეგრესიული ამოცანის ამოხსნა _____	48
ნახ.2.7 განზოგადებული წრფივი რეგრესია _____	49
ნახ.2.8 პოლინომიალური რეგრესია _____	51
ნახ.2.9 ფუნქცია $\beta(t)$ მიახლოება პოლინომებით _____	51
ნახ.2.10 დებეტის ფუნქციის გრაფიკი. მონაცემთა მიახლოება პოლინომით _____	55
ნახ.2.11. პადე აპროქსიმაციის და დინამიკური მონაცემების გრაფიკების შედარება _____	57
ნახ.2.12. ღირებულებითი დინამიკა _____	59
ნახ.2.13. ფაზური პორტრეტი სისტემის _____	59
ნახ.3.1 კომპანია Lukoil-ის ღირებულების დინამიკა 2012 წელს _____	64
ნახ.3.2 კომპანია Lukoil-ის ღირებულების დინამიკა 2013 წელს _____	65
ნახ.3.3 კომპანია Lukoil-ის ღირებულების დინამიკა 2014 წელს _____	66
ნახ.3.4. სტატისტიკური მონაცემების დაგლუვება _____	77
ნახ.3.5. დისკრეტული მონაცემების დაგლუვება _____	78
ნახ.3.6. მონაცემთა ექსტრაპოლაცია (წყვეტილი ხაზი) _____	79
ნახ. 3.7. ჰიპოთეტიკური დროითი მონაცემთა მწკრივის ექსტრაპოლაცია _____	80
ნახ.3.8. ამპლიტუდის დისკრეტული სპექტრი _____	84
ნახ.3.9. ფაზათა დისკრეტული სპექტრი _____	84
ნახ. 3.10 დისკრეტული სპექტრალური სინთეზი _____	85
ნახ. 3.11. მექსიკური ქუდი _____	87



ნახ. 3.12. ამოტრიალებული მექსიკური ქუდი _____	87
ნახ.3.13. ხაარას ვეივლეტი _____	88
ნახ.3.14. ფრანგული ქუდი _____	89
ნახ.3.15. მეანდრას ფუნქციის გრაფიკი _____	90
ნახ.3.16. ვეივლეტ სპექტროგრამა მეანდრას ფუნქციისთვის _____	91
ნახ. 3.17. ვეივლეტ -ანალიზი_____	94
ნახ. 3.18. ვეივლეტ-მიახლოება _____	97

## შესავალი

დღემდე კომპანიის ღირებულების მართვის თეორია და მეთოდოლოგია სრულად არ აკმაყოფილებს თანამედროვე მოთხოვნებს. შესაბამისად კომპანიის ღირებულების შეფასების ახალი თეორიის ფორმირება წარმოადგენს აქტუალურ სამეცნიერო პრობლემას.

ნაშრომში შემუშავებულია კომპანიის ღირებულების დინამიკური ანალიზის ანალიტიკური მოდელი, როდესაც მოცემული გვაქვს სუფთა აქტივების და ვალდებულებების ან კომპანიის ღირებულების და სუფთა აქტივების დროითი მწკრივი დროის განსაზღვრულ მონაკვეთში. წარმოდგენილი მათემატიკური მოდელი გვადლევს საშუალებას სუფთა აქტივების ღირებულების შესაბამისი ფუნქციის და დებეტ ფუნქციის პოვნის შემდეგ შევისწავლოთ კომპანიის ღირებულების ეკონომიკური დინამიკა.

რეგრესიული ანალიზის საფუძველზე აგებულია კონკრეტული ფუნქციები, რამაც მოგვცა საშუალება მომდევნო პერიოდისთვის ჩაგვეტარებინა კომპანიის ღირებულების დინამიკური პროგნოზი.

სუფთა აქტივების ინტერპოლაციისათვის გამოყენებულია წრფივი რეგრესიული ანალიზი, ხოლო ვალდებულებებისათვის პოლინომიალური რეგრესიული ანალიზი.

Mathcad-ის ბაზაზე აგებულია ღირებულებითი დინამიკის შესაბამისი გრაფიკი. დინამიკა შესწავლილია ფაზურ სიბრტყეზე.

კომპანიის ღირებულების დინამიკს დროითი მწკრივის შესასწავლად გამოყენებულია R/S ანალიზი, რაც საშუალებას იძლევა გავარკვიოთ მოცემული დროითი მწკრივის პერსისტენტულობა.

პერსისტენტულობის შემთხვევაში აგებულია შესაბამისი ვეივლეტ-მიახლოება დინამიკის პროგნოზის ამოცანის ამოსახსნელად.

გამხილულია კონკრეტული მაგალითები, რაც საშუალებას იძლევა რომ ჩამოვაყალიბოთ დროითი მწკრივების შესწავლის მეთოდიკა.

ჩატარებულია ფურიეს ანალიზი და სინთეზი, რამაც მოგვცა საშუალება აგვეგო სიხშირეთა სპექტრის შესაბამისი განაწილება.

## თავი I. არსებული ლიტერატურის მიმოხილვა

### 1.1. ბიზნესის შეფასების საგანი, მიზანი.

სამეწარმეო საქმიანობა ხორციელდებოდა ფიზიკური პირების მიერ მოგების მიღების მიზნით. ფიზიკურ პირებს გააჩნდათ შესაბამისი ქონება და გამოცდილება. ისინი დებდნენ ხელშეკრულებებს საკუთარი სახელით და თავად იღებდნენ პასუხისმგებლობას აღებულ ვალდებულებებზე პირად კუთვნილებაში არსებული ქონებით. ბიზნესის გაყიდვა მაშინაც საჭიროებდა ბიზნესის შეფასების აუცილებლობას. [1-3]

ბიზნესი (ინგლ. Business - საქმე) არის სამეურნეო საქმიანობა და საქმიანი ურთიერთობა მის მონაწილეებს შორის, რომელთა მიზანია ეკონომიკური სარგებლის მიღება მოგების ან სხვა ფორმით. [1-3]

ბიზნესის შეფასება გულისხმობს მისი პასივებისა და აქტივების ღირებულების შეფასებას: უძრავი ქონების, მანქანა-დანადგარების, არამატერიალური აქტივების ღირებულების შეფასებას, სატრანსპორტო საშუალებების, მარაგების.

კომპანიის ღირებულებათა შორის მნიშვნელოვანია:

- ✓ საბაზრო ღირებულება;
- ✓ საწყისი ღირებულება;
- ✓ საბალანსო ღირებულება;
- ✓ ნარჩენი ღირებულება;
- ✓ ინვესტიციური ღირებულება;
- ✓ სადაზღვეო ღირებულება;
- ✓ საუტილიზაციო (სალიკვიდაციო) ღირებულება.

განვიხილოთ თითოეული მათგანი.

**საბაზრო ღირებულება** - კომპანიის (ფირმის) საბაზრო ფასი, რომელზეც გამყიდველი თანახმაა გაყიდოს, ხოლო მყიდველი -იყიდოს;

**საწყისი ღირებულება** - ექსპლუატაციაში გადაცემის მომენტისათვის კომპანიის ძირითად საშუალებათა ღირებულება;

**საბალანსო ღირებულება** - კომპანიის ბალანსში ასახული საკუთარ ძირითად საშუალებათა დანახარჯები;

**ნარჩენი ღირებულება** - კომპანიის საბალანსო ღირებულებას გამოკლებული ძირითადი ფონდების გაცვეთილი და ჩამოსაწერი ნაწილი;

**ინვესტიციური ღირებულება** - ინვესტორებისათვის კომპანიის ღირებულება, რომელიც სხვადასხვა ინვესტორებისათვის სხვადასხვაა, განსხვავებული რისკისა და დაბანდებულ კაპიტალზე განსხვავებული მოთხოვნებიდან გამომდინარე.

**სადაზღვეო ღირებულება** - კომპანიის თავიდან აღდგენის ღირებულება გაუთვალისწინებელი შემთხვევის დადგომისას;

**საუტულიზაციო ღირებულება** - კომპანიის ძირითადი საშუალებების სრული გაცვეთის შემდეგ დარჩენილი მატერიალური აქტივების ღირებულება.

როგორც მოგეხსენებათ თანამედროვე მსოფლიოში ფირმები, კორპორაციები და სხვა ორგანიზაციები სარგებლობენ ბიზნესის შეფასების მეთოდით, რათა გაიგონ იმ საქმის ნამდვილი ღირებულება და რენტაბელობა რომელშიც არიან ჩართული.

თუ, ბიზნესი ფასდება დადებითად, ორგანიზაციის მფლობელი შეიძლება იყოს დარწმუნებული, რომ მისი ბიზნესი შეიძლება გაიყიდოს, ყველა მისი იდეებით, გეგმებით და პროექტებით. თუმცა, ბიზნესის შეფასება, ყოველთვის არ გვაძლევს ოპტიმისტურ შედეგებს, რაც შეიძლება ხელსაყრელი იყოს მყიდველისათვის. რადგან მას მიეცემა საშუალება შეიძინოს მზა ბიზნესი დაბალ ფასად და შემდგომ ეფექტურად აამუშაოს.

ბუტლეგერობის ეტაპზე ამერიკის შეერთებულ შტატებში აიკრძალა ყველა ალკოჰოლური პროდუქცია. ალბათ გაჩნდება კითხვა, თუ, რა საჭიროა ისეთი საწარმოს ბიზნესის შეფასება რომლის პროდუქციაც აკრძალულია კანონით. თუმცა, ეკონომიკას ვერ დაარქმევდი საბაზროს, თუ მასში მოქმედი პირები ესე ადვილად ყრიდნენ ფარხმალს და არ ემებდნენ ალტერნატიულ გამოსავალს.

ალკოჰოლური პროდუქციის შეფასება მალევე გახდა საჭირო რადგან 1920 წელს ალკოჰოლური ფაბრიკების უდიდესმა ნაწილმა მიიღო სახელმწიფო წახალისება მიყენებული ზიანისათვის. სხვადასხვა კომპანიისათვის სხვადასხვა სარგებელი იყო გამოსაყოფი, ისე რომ არავინ ყოფილიყო ნაწყენი.

ამისათვის სახელმწიფოს დასჭირდა კომპანიის ბიზნესის შეფასება. ბიზნესის შეფასებისას ყურადღება ექცევა ისეთ ფაქტორებს, როგორცაა კომპანიის რეპუტაცია, ხელსაყრელი ადგილმდებარეობა, ბრენდის ცნობადობა და ა.შ.

ბიზნესის რეალური ღირებულების შეფასებისას უნდა გაეცეს პასუხი შემდეგ კითხვებს:

1. როგორია მოგება დღევანდელი დღის მდგომარეობით?
2. როგორი იქნება მოგების ზრდა ახლო მომავალში?
3. როგორია რენტაბელობა, რომლის მიღებასაც ელიან პოტენციური მყიდველები თქვენი ბიზნესის ყიდვის შემდგომ?

## 1.2. ღირებულების შეფასების სტანდარტები

ბიზნესი კერძო სექტორის კომერციული საქმიანობაა. გამოცდილება გვიჩვენებს, რომ ბიზნესის შეფასების პროცესში მთავარ განსხვავებებს და ურთიერთგაუგებრობას ოპონენტებს შორის, იწვევს ტერმინების განსხვავებული ინტერპრეტაცია. არსებობს საერთო ენის გამონახვის შემდეგი შესაძლო გზები:

- სპეციალური სტანდარტების გამოყენება;
- ბიზნესის შეფასებისას უცხოური გამოცდილების გამოყენება.

ბიზნესის შეფასებისას ყველაზე დიდ მეთოდოლოგიურ ინტერესს იწვევს ამერიკული საზოგადოების შემფასებელთა (ASA) სტანდარტები (BSV). ბიზნესის შეფასების ტერმინოლოგიას გასაზღვრავს სტანდარტი BSV-I, მიღებული 1988 წელს და BSV-I-ის დამატებები, მიღებული 1991 წელს[4].

ძირითადი ცნებებია:

**შეფასება (appraisal, valuation)** - წარმოადგენს ღირებულების განსაზღვრის პროცესს;

**ბიზნესის შემფასებელი (business appraiser)** - პირი, რომელიც განათლების და წვრთნის, ასევე მიღებული გამოცდილების შედეგად, ჩამოყალიბდა სპეციალისტად, რომელიც უფლებამოსილია შეაფასოს კომპანია ან/და არამატერიალური აქტივები;

**მოქმედი საწარმოს ღირებულება (going concern value)** - წარმოადგენს ფუნქციონირებად საწარმოს ღირებულებას ან აქციონერთა წილის ღირებულებას მის კაპიტალში;

**საბალანსო ღირებულება (book value)** - ეს არის სხვაობა აქტივების საერთო ღირებულებასა (ცვეთის, გამოყენებული რესურსების და ამორტიზაციის გამოკლებით) და მთლიან ვალდებულებების ჯამს შორის. მას იყენებენ წმინდა ღირებულების (net worth) და აქციონერული კაპიტალის (shareholder's equity) სინონიმად;

**გუდვილი (goodwill)** როგორც არამატერიალური აქტივი, განისაზღვრება როგორც პრესტიჟი, რეპუტაცია, კეთილგანწყობა, რომელიც არახელშესახები ღირებულების აქტივს წარმოადგენს და რომელსაც დამოუკიდებელი საბაზრო ღირებულება არ გააჩნია. გუდვილი არის ხანგრძლივი საქმიანობის შედეგად მოპოვებული კარგი რეპუტაცია, რომლის მეშვეობითაც გუდვილის მფლობელი იზიდავს მომხმარებლებს და რომელიც წარმოადგენს მომავალი საქმიანობის განხორციელების წინაპირობას[5];

**ღირებულების შეფასებისადმი მიდგომა (appraisal approach)** – ღირებულების განსაზღვრის საერთო მეთოდები, რომლის ფარგლებშიც გამოიყენება ერთი ან მეტი შეფასების მეთოდი.

### 1.3 ფინანსური ანგარიშგების საფუძვლები.

საწარმოთა საქმიანობის საბოლოო მიზანია მოგების მიღება, რომლის ზუსტი გაანგარიშებისა და აღრიცხვისათვის ძალიან მნიშვნელოვანია ფინანსური ანგარიშგების ელემენტების - შემოსავლებისა და ხარჯების სწორი ასახვა ფინანსურ ანგარიშგებაში.

ფინანსური ანალიზის მიზანია დაადგინოს საწარმოს რეალური ფინანსური მდგომარეობა და მოძებნოს გზები კომპანიის ბიზნესის მდგომარეობის გასაუმჯობესებლად [6-7].

ფინანსური მდგომარეობა - ეს არის კომპანიის უნარი დააფინანსოს თავისი საქმიანობა. ფინანსური მდგომარეობა შეიძლება იყოს მდგრადი, არამდგრადი და კრიზისული.

კარგი ფინანსური მდგომარეობის მახასიათებლებია - კომპანიის მიერ დროულად გადასახადების დაფარვა.

კომპანიის მიერ ხდება სამი ძირითადი ფინანსური ანგარიშგების მომზადება:

- ბუღალტრული ბალანსი (balance sheet);
- ანგარიშგება შემოსავლების შესახებ (income statement);
- ანგარიშგება ფულადი ნაკადების შესახებ (statement of cash flow)

**ბუღალტრული ბალანსი** წარმოადგენს ანგარიშგებას ფინანსური მდგომარეობის შესახებ. ბალანსში არსებითი მნიშვნელობა აქვს თანაფარდობას მიმდინარე აქტივებსა (ფული, დებიტორული დავალიანება და მარაგები) და საკრედიტო დავალიანებას შორის[6-7].

ბუღალტრული ბალანსის მომზადება - ხდება **ფულადი შეფასების** პრინციპის საფუძველზე, რომელიც წარმოადგენს ბუღალტრული აღრიცხვის ერთ-ერთ ძირითად პრინციპს.

ბუღალტრულ ბალანსში ასახული აქტივები, ვალდებულებები და კაპიტალი ახასიათებს საწარმოს ფინანსურ მდგომარეობას.

ბუღალტრულ ბალანსს ორი მხარე აქვს. ერთ მხარეს აქტივები აისახება, ხოლო მეორე მხარეს ვალდებულებები და კაპიტალი.



აქტივები ბუღალტრულ ბალანსში გრძელვადიან და მოკლევადიან (მიმდინარე) აქტივებად ჯგუფდება. გრძელვადიანი აქტივები ბალანსში მატერიალური, არამატერიალური და ფინანსური აქტივების სახითაა წარმოდგენილი.

გრძელვადიანი მატერიალური აქტივებია ძირითადი საშუალებები, რომლებიც ბალანსში ან ზოგადი სახელწოდებით, ან გამსხვილებული ჯგუფების, მიწა, შენობა \_ ნაგებობები, მანქანა - დანადგარები და ა.შ. მიხედვით აისახება.

არამატერიალური აქტივები ბალანსში აისახება ზოგადი სახელწოდებით, ან გამსხვილებული ჯგუფების (ლიცენზიები, პატენტები, გუდვილი და ა.შ.) მიხედვით.

მოკლევადიანი (მიმდინარე) აქტივები ბალანსში აისახება სასაქონლო - მატერიალური ფასეულობების, მოთხოვნების, ფულადი საშუალებებისა და მათი ექვივალენტების სახით.

ვალდებულებები ბუღალტრულ ბალანსში გრძელვადიან და მოკლევადიან ვალდებულებებად ჯგუფდება.

გრძელვადიანი სესხები და სხვა კრედიტები მიეკუთვნება გრძელვადიან ვალდებულებებს, ხოლო მოკლევადიან ვალდებულებებს მიეკუთვნება: მოკლევადიანი სესხები, სავაჭრო და სხვა კრედიტორული დავალიანებები და ა.შ..

ანგარიშგება შემოსავლების შესახებ საქმიანობის შედეგებს ასახავს.

შემოსავალი არის საანგარიშგებო პერიოდში კომპანიის მიერ ეკონომიკური სარგებლის ზრდა აქტივების ზრდის ან ვალდებულებების შემცირების გზით.

შემოსავლის მნიშვნელოვან ნაწილს ამონაგები წარმოადგენს.

**ამონაგები** არის საწარმოში შემოსული ეკონომიკური სარგებლის საერთო თანხა, რომელიც მიიღება საწარმოში სამეურნეო ოპერაციების შედეგად და გამოიხატება საკუთარი კაპიტალის ზრდით[6-7].

არსებობს ორი სახის შემოსავალი: საოპერაციო და არასაოპერაციო.

საოპერაციო შემოსავალი დაკავშირებულია საქონლისა და მზა

პროდუქციის რეალიზაციასთან, ხოლო არასაოპერაციო შემოსავლები მიიღება სხვა თანამდევი სამეურნეო ოპერაციების შედეგად, როგორცაა: საპროცენტო შემოსავალი, სესხები, დივიდენდები და სხვა.

ფინანსური ანგარიშგების ერთ-ერთ ძირითად ელემენტს წარმოადგენს ხარჯები.

**ხარჯი** არის საწარმოს ეკონომიკური სარგებლის შემცირება. კომერციული (მიწოდების) ხარჯები უშუალოდ უკავშირდება რეალიზაციის პროცესს. კომერციული ხარჯების შემადგენლობაში შედის: პროდუქციის ტრანსპორტირების ხარჯები, რეკლამის ხარჯები, შენახვის ხარჯები და ა. შ.

ხარჯების ზრდა ხდება აქტივების ვომპანიიდან გასვლის ან ვალდებულების ზრდის საფუძველზე პერიოდის განმავლობაში. შედეგად მცირდება საწარმოს საკუთარი კაპიტალი.[6-7]

განასხვავებენ საოპერაციო და არასაოპერაციო ხარჯებს.

საოპერაციო ხარჯები მოიცავს:

- რეალიზებული საქონლის ან მზა პროდუქციის თვითღირებულებას;
- მიწოდების ხარჯებს;
- ადმინისტრაციულ და საერთო ხარჯებს.

არასაოპერაციო ხარჯები წარმოიქმნება თანამდევი საქმიანობის პროცესში და მოიცავს:

- სასაქონლო - მატერიალური ფასეულობების დანაკლისს;
- საპროცენტო ხარჯებს;
- ზარალს საკურსო სხვაობიდან.

საწარმოს მართვის თვალსაზრისით, მნიშვნელოვანი ყურადღება უნდა დაეთმოს ფულადი სახსრების მოძრაობას.

საწარმოს ფულად ნაკადები შეიძლება შემდეგი სახით წარმოვადგინოთ:

საწარმოში შემოდინება	საწარმოდან გადინება
<ul style="list-style-type: none"> <li>• დამფუძნებელთა შემონატანი;</li> <li>• სავაჭრო ამონაგები;</li> <li>• დებიტორებიდან შემოსული თანხები;</li> <li>• გრძელვადიანი აქტივების გაყიდვიდან მიღებული ფული;</li> <li>• მიღებული საიჯარო გადასახადები;</li> <li>• მიღებული პროცენტები და დივიდენდები.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ხელფასის გადახდა;</li> <li>• მარაგის შესყიდვა;</li> <li>• კრედიტორული დავალიანების დაფარვა;</li> <li>• გრძელვადიანი აქტივების შეძენა;</li> <li>• იჯარის, გათბობის, დაზღვევის და სხვა ხარჯების გადახდა;</li> <li>• გადასახადების გადახდა.</li> </ul>

ცხრილი 1. ფულადი ნაკადები

ფულადი ნაკადების ანგარიშგებაში უნდა აისახოს ფულადი ნაკადები საანგარიშგებო პერიოდში, რომელიც დაჯგუფებული იქნება:

- ✓ საოპერაციო საქმიანობად;
- ✓ საინვესტიციო საქმიანობად;
- ✓ საფინანსო საქმიანობად.

ფულადი სახსრები ნიშნავს ნაღდ ფულს და დეპოზიტებს.

ფულადი ნაკადები ნიშნავს ფულადი სახსრებისა და მათი ეკვივალენტების შემოსვლასა და გასვლას.

საოპერაციო საქმიანობა არის საქმიანობა, რომელსაც მოაქვს ძირითადი შემოსავლები საწარმოსთვის.

საფინანსო საქმიანობის შედეგად რაოდენობრივად და სტრუქტურულად იცვლება საწარმოს საკუთარი კაპიტალი და ნასესხები საშუალებები.

შემოდინება	გადინება
<ul style="list-style-type: none"> <li>• საქონლის გაყიდვიდან და მომსახურებიდან მიღებული ფულადი სახსრები;</li> <li>• როიალტებიდან, საკომისიო გადასახადებიდან და სხვა შემოსავლებიდან მიღებული ფულადი სახსრები;</li> <li>• სადაზღვევო თანხების სახით მიღებული ფულადი სახსრები;</li> <li>• კომერციული გარიგებისა და კონტრაქტებთან დაკავშირებით მიღებული ფულადი სახსრები.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• საქონლისა და მომსახურების შეძენაზე გადახდილი ფულადი სახსრები;</li> <li>• თანამშრომლებისთვის გადახდილი ფულადი სახსრები;</li> <li>• გადასახადების დასაფარად გასული ფულადი სახსრები;</li> <li>• კომერციული გარიგებისა და კონტრაქტებთან დაკავშირებით გადახდილი ფულადი სახსრები.</li> </ul>

ცხრილი 1.1 საოპერაციო საქმიანობის ფულადი ნაკადები

შემოდინება	გადინება
<ul style="list-style-type: none"> <li>• გრძელვადიანი აქტივების გაყიდვით მიღებული ფულადი სახსრები;</li> <li>• საკუთარი კაპიტალის ან წილის გაყიდვიდან მიღებული ფულადი სახსრები;</li> <li>• გაცემული ავანსების ან სესხების დასაფარად მიღებული ფულადი სახსრები.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• გრძელვადიანი აქტივების შესაძენად გადახდილი ფულადი სახსრები;</li> <li>• საკუთარი კაპიტალის ან წილის შესაძენად გადახდილი ფულადი სახსრები;</li> <li>• ავანსად ან სესხად გაცემული ფულადი სახსრები.</li> </ul>

ცხრილი 1.2. საინვესტიციო საქმიანობის ფულადი ნაკადები

შემოდინება	გადინება
<ul style="list-style-type: none"> <li>• აქციებისა და სხვა ფასიანი ქაღალდების (თამასუქების, ობლიგაციების, გირაოების და სხვა სესხების ) გამოშვებით მიღებული ფულადი სახსრები;</li> <li>• აღებული მოკლე და გრძელვადიანი სესხები (პროცენტის გარეშე).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• აქციების შეძენისას მესაკუთრეთათვის გადახდილი ფულადი სახსრები;</li> <li>• ფინანსური იჯარის დასაფარად გადახდილი ფულადი სახსრები;</li> <li>• დაფარული მოკლე და გრძელვადიანი სესხები (პროცენტის გარეშე).</li> </ul>

ცხრილი 1.3 საფინანსო საქმიანობის ფულადი ნაკადები

აქტივების შემოსავლიანობა (return on assets – ROA) გამოითვლება შემდეგი ფორმულით:

აქტივების შემოსავლიანობა =

$$\text{მოგება პროცენტების და გადასახადების გადახდამდე} * \frac{(1 - \text{საგადასახადო განაკვეთი})}{\text{აქტივების საერთო რაოდენობა}} \quad (1.1)$$

სადაც მოგება პროცენტების და გადასახადების გადახდამდე (earnings before interest and taxes – EBIT) არის ოპერაციული შემოსავლის ბუღალტრული ერთეული, აღებული შემოსავლების და გასავლების ანგარიშიდან

$$\text{საკუთარი კაპიტალის შემოსავლიანობა} = \frac{\text{სუფთა მოგება}}{\text{საკუთარი კაპიტალის საბალანსო ღირებულება}} \quad (1.2)$$

ბიზნეს ანალიტიკოსებს შორის გავრცელებულია აზრი, რომ საქმიანი ორგანიზაციის გადახდისუნარიანობა მიმდინარე ვალდებულებების მიმართ დამაკმაყოფილებელია, თუ მისი მიმდინარე აქტივების ჯამი არანაკლებ 2-ჯერ აღემატება მიმდინარე ვალდებულებების ჯამს. შესაბამისად ბანკები, კრედიტორები და სხვა დაინტერესებული პირები საქმიანი ორგანიზაციის გადახდისუნარიანობის შეფასების მიზნით,

პირველ რიგში, სწორედ ამ თანაფარდობას ანუ მიმდინარე ლიკვიდურობის კოეფიციენტს ითვლიან.

**მიმდინარე ლიკვიდურობის კოეფიციენტი** წარმოადგენს მიმდინარე აქტივებისა და მიმდინარე ვალდებულებების ჯამურ მნიშვნელობათა თანაფარდობას. იგი ახასიათებს ფირმის მიერ მოკლევადიანი ვალდებულებების გადახდისუნარიანობას.

$$\text{ლიკვიდურობის კოეფიციენტი} = \frac{\text{მიმდინარე აქტივები}}{\text{მიმდინარე ვალდებულებები}} \quad (1.3)$$

იმისათვის რომ გავარკვიოთ არის თუ არა მზად ფირმა გამოყოს მოგებიდან სახსრები საპროცენტო გადასახადების დასაფარად, საჭიროა ვიცოდეთ პროცენტის დაფარვის კოეფიციენტის მნიშვნელობა:

$$\text{პროცენტების დაფარვის კოეფიციენტი} = \frac{\text{EBIT}}{\text{დანახარჯები პროცენტის გადახდაზე}} \quad (1.4)$$

რაც უფრო დიდია პროცენტის დაფარვის კოეფიციენტი მით უფრო მეტია გარანტია იმისა, რომ ფირმა გამოყოფს მოგებიდან სახსრებს საპროცენტო გადასახადების დასაფარად.

## 1.4 ბიზნესის შეფასების მეთოდები

კომპანიის ბიზნესის შეფასების დროს იყენებენ სამ ძირითად მიდგომას[8-24]:

- ✓ საშემოსავლო;
- ✓ ხარჯვითი;
- ✓ შედარებითი.

**ხარჯვითი მიდგომა** გამოიყენება კომპანიის ლიკვიდაციის დროს.

თუ არსებობს ანალოგიური ბიზნესის გაყიდვის ბაზარი, მაშინ გამოიყენება **შედარებითი მიდგომა**.

მოქმედი კომპანიის ღირებულების მოდელის ასაგებად ხშირად გამოიყენება **საშემოსავლო მეთოდი**, რომელიც გვაძლევს საშუალებას დავასაბუთოდ კომპანიის ღირებულება გეგმიური ფინანსური მაჩვენებლების გათვალისწინებით.

**საშემოსავლო მიდგომა დაფუძნებულია კაპიტალიზაციაზე ან მოგების დისკონტირებაზე.**

კაპიტალიზაციის მეთოდი გამოყენებადია იმ საწარმოების მიმართ, რომლებმაც დააგროვეს აქტივები წინა პერიოდებში კაპიტალიზაციის მეშვეობით. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ ეს მიდგომა გამოყენებადია მოქმედი, წარმატებული, ცნობილი კომპანიების მიმართ.

საწარმოს ღირებულების გამოითვლა ამ მეთოდის გათვალისწინებით შესაძლებელია შემდეგი ფორმულით:

$$V = \frac{I}{R} \quad (1.5)$$

სადაც  $V$  – საწარმოს ღირებულებაა;  $I$  - სუფთა მოგება;  $R$  – კაპიტალიზაციის კოეფიციენტი.

კაპიტალიზაციის კოეფიციენტს იყენებენ, რათა დადგინდეს, თუ რამდენად არის დამოკიდებული კომპანია ნასესხებ სახსრებზე.

კაპიტალიზაციის კოეფიციენტი გამოითვლება შემდეგი ფორმულით:

$$R = \frac{\text{გრძელვადიან ვალდებულებებს}}{\text{(გრძელვადიან ვალდებულებები + საკუთარი კაპიტალი)}} \quad (1.6)$$

რაც უფრო მეტია ნასესხები სახსრები, მით უფრო ნაკლებ მოგებას მიიღებს კომპანია, რადგანაც მოგების ნაწილი წავა კრედიტის და პროცენტის დაფარვაზე. კომპანიები, რომლებიც საკუთარი სახსრებით აფინანსებენ თავიანთ საქმიანობას ფინანსურად დამოუკიდებლები არიან და ესეთი კომპანიების კაპიტალიზაციის კოეფიციენტი დაბალია.

კომპანიას, რომლის პასივების უდიდეს ნაწილს შეადგენს ნასესხი სახსრები, ეწოდება ფინანსურად დამოკიდებული. ესეთი კომპანიის კაპიტალიზაციის კოეფიციენტი იქნება მაღალი.

მოგების კაპიტალიზაციის მეთოდის გამოყენება ბიზნესის შეფასების დროს შედგება შემდეგ ნაბიჯებისგან:

- საწარმოს ფინანსური აღრიცხვის ანალიზი;
- მოგების ერთეულის ამორჩევა, რომელის კაპიტალიზაციაც მოხდება.

ეს ნაბიჯი, ფაქტობრივად, მოიცავს სამეწარმეო საქმიანობის პერიოდის შერჩევას, რომლის შედეგების კაპიტალიზაციაც მოხდება. როგორც წესი, ირჩევენ შემდეგ ვარიანტებიდან ერთ-ერთს:

- ✓ ბოლო (თუ გასულ) საანგარიშო წლის მოგება;
- ✓ პირველი საპროგნოზო წლის მოგება;
- ✓ ბოლო რომოდენიმე საანგარიშო წლის საშუალო მოგება (3-5 წელი)
- კაპიტალიზაციის მაჩვენებლის დაანგარიშება.

ფულადი ნაკადების დისკონტირების მეთოდი გამოიყენება მოქმედი, მაგრამ ახალგაზრდა საწარმოების მიმართ.

**დისკონტირება** ეს არის მომავალი ფულის გაიაფება მისი დღევანდელ ფულზე დაყვანისას. დისკონტირების განაკვეთს განიხილავენ როგორც მოგების ქვედა ზღვრულ დონეს, რომლის დროსაც ინვესტორი დასაშვებად მიიჩნევს თავისი სახსრების ჩადებას მოცემული ობიექტის შესაძენად[25-40].

თუ, სუფთა მოგება ობიექტის ექსპლოატაციის წლების მიხედვით განისაზღვრება "არამყარ ვალუტაში", რომელიც უფასურდება ინფლაციის შედეგად, მაშინ გამოიყენებენ **დისკონტის ნომინალურ განაკვეთს**. ეს განაკვეთი მოიცავს ინფლაციურ მონაცემებს. თუ, გამოთვლები სრულდება "მყარ" ვალუტაში, რომელიც პრაქტიკულად არ განიცდის ინფლაციას, მაშინ იყენებენ **დისკონტის რეალურ განაკვეთს**.

დისკონტირების **ნომინალური განაკვეთი** გამოითვლება შემდეგი ფორმულით:

$$R_n = R + I \tag{1.7}$$

სადაც  $R_n$ ,  $R$  – შესაბამისად დისკონტის ნომინალური და რეალური განაკვეთებია;  $I$  – ინფლაციის წლიური ტემპი.

დისკონტირებული ფულადი ნაკადის მეთოდი ეფუძნება მიმდინარე ღირებულების კონცეფციას, რომლის თანახმადაც ნებისმიერი აქტივის ღირებულება უდრის მოცემული აქტივის მიერ მომავალში გამომუშავებული ფულადი ნაკადების მიმდინარე ღირებულებას:



$$\text{ღირებულება } \sum_{t=1}^{t=n} \frac{CF_t}{(1+r)^t} \quad (1.8)$$

სადაც  $n$  – აქტივის სიცოცხლის ხანგრძლივობაა;

$CF_t$  – ფულადი ნაკადი  $t$  პერიოდში;

$r$  – დისკონტირების განაკვეთი, რომელიც ასახავს საპროგნოზო ფულადი ნაკადის რისკის დონეს.

არსებობს დისკონტირებული ფულადი ნაკადების შეფასების სამი გზა:

პირველი გვამღევს საშუალებას შევაფასოთ კომპანიის საკუთარი კაპიტალი:

$$\text{საკუთარი კაპიტალის ღირებულება} = \sum_{t=1}^{t=n} \frac{CF_{\text{საკუთარკაპიტალზე}_t}}{(1+k_e)^t} \quad (1.9)$$

სადაც  $n$  – აქტივის სიცოცხლის ხანგრძლივობაა;

$CF_{\text{საკუთარკაპიტალზე}_t}$  – მოსალოდნელი ფულადი ნაკადები  $t$  პერიოდში,

$k_e$  – საკუთარი კაპიტალის ღირებულება (cost of equity).

მეორე გზით შეგვიძლია მთლიანი კომპანიის შეფასება შემდეგი ფორმულით:

$$\text{კომპანიის ღირებულება} = \sum_{t=1}^{t=n} \frac{CF_{\text{კომპანიის}_t}}{(1+WACC)^t} \quad (1.10)$$

სადაც  $n$  – აქტივის სიცოცხლის ხანგრძლივობაა;

$CF_{\text{კომპანიის}_t}$  – მოსალოდნელი ფულადი ნაკადები  $t$  პერიოდში,

$WACC$  - კაპიტალის საშუალო შეწონილი ღირებულება (weighted average cost of capital).

საშუალო შეწონილი ღირებულება გვიჩვენებს კომპანიის სახსრების მინიმალურ დაბრუნებას.

$$WACC = K_s * W_s + K_d * W_d * (1 - t) \quad (1.11)$$

სადაც  $K_s$  - პროექტში ჩადებული საკუთარი კაპიტალის ღირებულება (%);

$W_s$  - საკუთარი სახსრების წილი;

$K_d$  - პროექტში ჩადებული ნასესხები კაპიტალის ღირებულება (%);

$W_d$  - ნასესხები სახსრების წილი;

t - გადასახადის განაკვეთი შემოსავალზე

მესამე გზით კომპანიის ღირებულების შეფასება ხდება ნაწილ-ნაწილ. ამ მეთოდში, რომელსაც უწოდებენ „კორექტირებულ დაყვანის ღირებულებას“ (adjusted present value – APV), ჩვენ ვიწყებთ კომპანიის საკუთარი ღირებულების შეფასებას იმ დაშვებით, რომ კომპანიის ფინანსირება ხორციელდება მარტო საკუთარი კაპიტალის ხარჯზე.

კომპანიის ღირებულება

= კომპანიის ღირებულება მარტო საკუთარი კაპიტალის გათვალისწინებით  
+ სესხით დაფინანსებით მიღებული საგადასახადო შეღავათის მიმდინარე ღირებულება + მოსალოდნელი გაკოტრების ხარჯები (1.12)

დისკონტირებული ფულადი ნაკადების შეფასების მეთოდი ეფუძნება მომავალში მოსალოდნელ ფულად ნაკადებს და დისკონტირების განაკვეთს. აქედან გამომდინარე, ამ მეთოდის გამოყენება ადვილია ისეთი კომპანიების შესაფასებლად, რომელთა ფულადი ნაკადები ამჟამად დადებითია და მომავალშიც მათი პროგნოზირება ადვილად შესაძლებელია.

მაგალითად, ეკონომიკური სირთულეების მქონე კომპანიებს ხშირად აქვთ მოგებისა და ფულადი ნაკადების უარყოფითი მაჩვენებლები. ასეთი კომპანიების მომავალი ფულადი ნაკადების პროგნოზირება ძალიან რთულია, მათი გაკოტრების მაღალი ალბათობის გამო.

ციკლური ბუნების მქონე კომპანიების მოგება და ფულადი ნაკადები მჭიდროდაა დაკავშირებული ეკონომიკურ მდგომარეობასთან - როგორც წესი, იზრდება ეკონომიკური ზრდის პერიოდში და მცირდება ეკონომიკური ვარდნის დროს. ამ შემთხვევაში, დისკონტირებული ფულადი ნაკადის მეთოდის გამოყენებისას აუცილებელია მომავალი პროგნოზების დაგლუვება, რათა თავიდან ავიცილოთ ეკონომიკური ციკლების პროგნოზირების ურთულესია მოცანა.

ეკონომიკური ვარდნის პერიოდში, ციკლური ბუნების მქონე კომპანიებს ექმნებათ მნიშვნელოვანი ეკონომიკური სირთულეები. მათი მოგება და ფულადი ნაკადები ხდება უარყოფითი. ამ დროს შემფასებელმა უნდა მოახდინოს რეცესიიდან გამოსვლის პერიოდის და ზრდის ტემპის პროგნოზირება.

ფულადი ნაკადების დისკონტირების მეთოდი ითვალისწინებს ისეთი აქტივების ღირებულებას, რომელთაც აქვთ ფულადი ნაკადების გამომუშავების უნარი.

თუ, კომპანიას აქვს გამოუყენებელი აქტივები, მათ ღირებულებას არ ითვალისწინებენ კომპანიის ღირებულების შეფასების დროს დისკონტირებული ფულადი ნაკადის მეთოდით.

კომპანიები ხანდახან ფლობენ გამოუყენებელ პატენტებსა და ლიცენზიებს, რომლებიც მოცემულ ეტაპზე ვერ გამოიმუშავენ ფულად ნაკადებს. თუმცა მათი ფლობა, ზოგიერთ შემთხვევაში, ღირებული და მნიშვნელოვანია. ამ შემთხვევაში, დისკონტირებული ფულადი ნაკადის მეთოდის გამოყენება მიგვიყვანს კომპანიის დაბალ ღირებულებამდე. გამოსავალი ერთია, მოხდეს გამოუყენებელი პატენტებისა და ლიცენზიების ღირებულების განსაზღვრა ღია ბაზარზე და დაემატოს დისკონტირებული ფულადი ნაკადის მეთოდის გამოყენებით მიღებულ სიდიდეს.

რესტრუქტურისაციის მდგომარეობაში მყოფი ფირმები ყიდნიან ერთი ტიპის და სანაცვლოდ იძენენ მეორე ტიპის აქტივებს, ცვლიან კაპიტალის სტრუქტურას და დივიდენდების განაწილების პოლიტიკას. ყოველი ესეთი ცვლილება ართულებს მომავალი ფულადი ნაკადების პროგნოზირებას.

**განვიხილოთ ხარჯვით მდგომარეობაში გამოიყენებადი მეთოდები[25-40]:**

- ✓ წმინდა აქტივების მეთოდი;
- ✓ ლიკვიდური ღირებულების მეთოდი.

წმინდა აქტივების მეთოდი გამოიყენება იმ შემთხვევაში, თუ შემფასებელი დარწმუნებულია, რომ საწარმო მომავალში იფუნქციონირებს.

ლიკვიდური ღირებულების მეთოდი გამოიყენება იმ შემთხვევაში, თუ შემფასებელს ეჭვი ეპარება საწარმოს მომავალ ფუნქციონირებაში. ბიზნესის ლიკვიდური ღირებულების განსაზღვრის პროცესში რეკუტაციის და არამატერიალური აქტივების ღირებულება, უფასურდება და ხდება ნულის ტოლი.

**შედარებითი მიდგომის დროს გამოიყენება[25-40]:**

- ✓ ბაზრის კაპიტალის მეთოდი.
- ✓ გარიგების მეთოდი, რომელიც გამოიყენება იმ შემთხვევაში, თუ ინვესტორი აპირებს საწარმოს დახურვას.
- ✓ დარგობრივი კოეფიციენტების მეთოდი. ეს მეთოდი გამოყენებადია მოქმედი საწარმოს მიმართ.

კაპიტალის ბაზრის მეთოდის გამოყენებით კომპანიის აქციების (ბიზნესის) შეფასების პროცესი მოიცავს შემდეგ ეტაპებს:

1. საჭირო ინფორმაციის შეგროვება;
2. ანალოგიური ორგანიზაციების შერჩევა;
3. ფინანსური ანალიზი;
4. შეფასებითი მულტიპლიკატორების გამოთვლა;
5. მულტიპლიკატორის სიდიდის შერჩევა;
6. საერთო ღირებულების განსაზღვრა.

საჭირო ინფორმაციის შეგროვება მოიცავს როგორც შესაფასებელი ორგანიზაციის, აგრეთვე, ანალოგ-ორგანიზაციების საბუღალტრო და საფინანსო ანგარიშგების მონაცემების შეგროვებას, აქციათა ყიდვა-გაყიდვის რეალური ფასების მოპოვებას. ასეთი ინფორმაციის ხარისხს და ხელმისაწვდომობას გადამწყვეტი მნიშვნელობა აქვს ბიზნესის შეფასებისას საბაზრო კაპიტალის მეთოდით.

ამ მიდგომაში ერთ–ერთ მნიშვნელოვან ფაქტორს წარმოადგენს შესადარებელი ორგანიზაციების ძიება და შერჩევა. ანალოგ ორგანიზაციების პირველადი შერჩევა და შედარება ტარდება რამოდენიმე ეტაპად:

1. ინდუსტრიის კუთვნილების შედარება;
2. პროდუქციის შედარება;
3. პროდუქციის ასორტიმენტის შედარება;
4. პროდუქციის მოცულობის შედარება.

ფინანსური ანალიზი ასრულებს მნიშვნელოვან როლს მსგავსი ორგანიზაციების შედარებისას, ვინაიდან მისი მეშვეობით ხდება შესაფასებელი კომპანიის რეიტინგის განსაზღვრა.

ფინანსური ანალიზი მოიცავს ნასესხები სახსრების, საბრუნავ კაპიტალის კოეფიციენტთა ანალიზს, ოპერაციულ კოეფიციენტთა ანალიზს (შემოსავალს აქტივებზე, შემოსავალს საკუთარ კაპიტალზე და ა.შ).

შემდეგი ნაბიჯი განსაზღვრავს, თუ, რომელი მულტიპლიკატორია ორგანიზაციისათვის გამოსადეგი შესაფასებლად.

**მულტიპლიკატორი** - კოეფიციენტია, რომელიც ასახავს თანაფარდობას ბიზნესის ფასისა მის ფინანსურ მაჩვენებელზე.

პრაქტიკაში, კომპანიის აქციების შესაფასებლად იყენებენ ორი სახის მულტიპლიკატორს: **ინტერვალურს და მომენტალურს** (ცხრილი 1.4).

მულტიპლიკატორები	გამოყენების პირობა
<b>ინტერვალური</b>	
<i>ფასი/ერთობლივ შემოსავალზე</i>	შესადარებელ ორგანიზაციებს აქვთ მსგავსი საოპერაციო ხარჯები (მომსახურების სფერო)
<i>ფასი/სუფთა მოგებაზე</i>	მოგება შედარებით მაღალია და ასახავს ორგანიზაციის რეალურ ეკონომიკურ მდგომარეობას
<i>ფასი/მოგება</i>	ხდება კომპანიების შედარება, რომელთაც გააჩნიათ

<i>დაბეგვრამდე</i>	სხვადასხვა საგადასახადო პირობები.
<i>ფასი/ფულად ნაკადზე</i>	ორგანიზაციას აქვს შედარებით დაბალი შემოსავალი
<i>ფასი/სადივიდენდო გადახდებზე</i>	დივიდენდების გადახდა ხდება სტაბილურად, როგორც მსგავს კომპანიებში, ასევე შესაფასებელ კომპანიებში.
<b>მომენტალური</b>	
<i>ფასი/ საკუთარი კაპიტალის საბალანსო ღირებულებაზე</i>	ორგანიზაციას აქვს ბალანსზე მნიშვნელოვანი აქტივები, ასევე არსებობს მყარი კავშირი საბალანსო ღირებულების მაჩვენებელს და გენერირებულ შემოსავალს შორის
<i>ფასი/აქტივების წმინდა ღირებულებაზე</i>	ორგანიზაციას გააჩნია მნიშვნელოვანი ინვესტიციები

ცხრილი 1.4 ხშირად გამოყენებადი შეფასებითი მულტიპლიკატორები.

რაც შეეხება დარგობრივ კოეფიციენტებს, ისინი გამოითვლება გრძელვადიანი სტატისტიკური კვლევების საფუძველზე. კვლევითი ინსტიტუტები აკვირდებიან სხვადასხვა ორგანიზაციების გასაყიდ ფასს და მათ ფინანსურ მაჩვენებლებს. განვითარებული საბაზრო ეკონომიკის ქვეყნებში, შეიმუშავეს კომპანიის ბიზნესის ღირებულების შეფასების საკმაოდ მარტივი ფორმულა. მაგალითად, ავტოგასამართი სადგურის ფასი მერყეობს ყოველთვიური ამონაგების 1.2 - 2 საზღვრებში, სარეკლამო სააგენტოები იყიდება წლიური შემოსავლის 0.7 ფასად, საბუღალტრო ფირმები წლიური შემოსავლის - 0.5 ფასად.

სამივე მიდგომას გააჩნია დადებითი და უარყოფითი მხარეები (ცხრილი 1.5), რომლებიც უნდა იყოს გავითვალისწინებული ბიზნესის შეფასების დროს.

	საშემოსავლო მიდგომა	ხარჯვითი მიდგომა	შედარებითი მიდგომა
<b>დადებითი მხარეები</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ერთადერთი მეთოდი, რომელიც ითვალისწინებს მომავალ შედეგებს;</li> <li>✓ ითვალისწინებს საბაზრო დისკონტს;</li> <li>✓ ითვალისწინებს ეკონომიკურ დამკვლევას</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ეფუძნება რეალურად არსებულ აქტივებს</li> <li>✓ განსაკუთრებულად გამოსადეგია ზოგიერთი სახის კომპანიის მიმართ</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ მთლიანად საბაზრო მეთოდი;</li> <li>✓ ასახავს დღევანდელ რეალურ ყიდვების პრაქტიკას</li> </ul>
<b>უარყოფითი მხარეები</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ შრომატევადი პროგნოზი;</li> <li>✓ ხშირად ატარებს ალბათურ ხასიათს</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ხშირად არ ითვალისწინებს არამატერიალური აქტივების ღირებულებას და goodwill;</li> <li>✓ სტატიკურია, არ ითვალისწინებს მომავალ შედეგებს;</li> <li>✓ არ განიხილავს მოგების დონეებს</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ დაფუძნებულია წარსულ შედეგებზე და არ ითვალისწინებს მომავალ შედეგებს;</li> <li>✓ რთულად მოსაპოვებელი მონაცემები.</li> </ul>

ცხრილი 1.5 დადებითი და უარყოფითი მხარეები

## თავი 2. კომპანიის ღირებულების ეკონომიკური დინამიკის მათემატიკური მოდელის აგება

კომპანიის ღირებულება შედგება ორ კომპონენტისგან: სუფთა კაპიტალის ღირებულებისგან და ვალდებულებების ღირებულებისაგან[41]:

$$X(t) = A(t) - D(t) \quad (2.1)$$

სადაც  $A(t)$ -კომპანიის სუფთა კაპიტალის ღირებულება,

$D(t)$ - დავალიანების ღირებულება (დებეტი)

კომპანიის სუფთა აქტივების ღირებულებას ჩავწერთ შემდეგ ნაირად:

$$A(t) = \beta(t) \cdot \dot{X}(t) \quad (2.2)$$

სადაც  $\beta(t)$  - პროპორციულობის ფუნქციაა და გამოითვლება მონაცემთა რეგრესიული ანალიზის საფუძველზე.

ვალდებულებების ღირებულებას წარმოვადგენთ შემდეგი ფორმით:

$$D(t) = \int_0^t e^{-\delta\tau} F[X(t-\tau)] d\tau \quad (2.3)$$

სადაც დამოკიდებულება  $F[X(t-\tau)]$  გამოითვლება მონაცემთა რეგრესიული ანალიზის საფუძველზე.

თუ (2.1) განტოლებაში ჩავსვავთ (2.2) და (2.3) განტოლებებს, მივიღებთ კომპანიის ღირებულების ეკონომიკური დინამიკის ინტეგრო-დიფერენციალურ განტოლებას:

$$X(t) = \beta(t) \cdot \dot{X}(t) - \int_0^t e^{-\delta\tau} F[X(t-\tau)] d\tau \quad (2.4)$$

იმისათვის რომ (2.4) განტოლებაში გავამარტივოდ მარჯვენა მხარის ინტეგრალი, მოვახდინოთ ცვლადების შეცვლა ფორმულით:

$$t-\tau=s, \text{ მაშინ } ds = -d\tau, \int_0^t e^{-\delta\tau} F[X(t-\tau)] d\tau = e^{-\delta t} \int_0^t e^{\delta s} F[X(s)] ds.$$

თუ მიღებულ გამოსახულებას ჩავსვავთ (2.4) განტოლებაში მივიღებთ ეკონომიკური დინამიკის განტოლებას:

$$X(t) = \beta(t) \cdot \dot{X}(t) - e^{-\delta t} \int_0^t e^{\delta s} F[X(s)] ds \quad (2.5)$$



გავამრავლოთ (2.5) განტოლება  $e^{\delta t}$ , მაშინ მივიღებთ:

$$X(t) \cdot e^{\delta t} = e^{\delta t} \cdot \beta(t) \cdot X(t) - \int_0^t e^{\delta s} F[X(s)] ds \quad (2.6)$$

იმისათვის, რომ გავთავისუფლოთ ინტეგრალიდან (2.6) განტოლებაში, ვადიფერენცირებთ მას  $t$  დროის პარამეტრით, მაშინ მივიღებთ ეკონომიკური დინამიკის მათემატიკურ მოდელს შემდეგი სახით:

$$e^{\delta t} \cdot \beta(t) \cdot \dot{X} + e^{\delta t} \cdot (\dot{\beta} + \delta \cdot \beta - 1) - e^{\delta t} \cdot F[X(t)] - \delta \cdot e^{\delta t} \cdot X = 0. \quad (2.7)$$

თუ  $\beta(t) = 0$ , მაშინ (2.2) განტოლებიდან მივიღებთ  $A(t) = 0$ , ანუ არ გვაქვს სუფთა კაპიტალი, რაც (2.1) განტოლებიდან მოგვცემს  $X(t) = -D(t)$ , სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ გვაქვს მხოლოდ ვალდებულებები, რაც გამორიცხულია, ვინაიდან მანამდე მოხდება გაკოტრება. თუ ჩვენ გვინტერესებს სხვა შემთხვევა, მაშინ დაუშვათ რომ  $\beta(t) \neq 0$  და (2.7) განტოლებიდან მივიღებთ კომპანიის ღირებულების დინამიკის მათემატიკურ მოდელს:

$$\dot{X}(t) + \frac{\dot{\beta}(t) + \delta\beta - 1}{\beta(t)} \cdot X(t) - \frac{F[X(t)] + \delta \cdot X}{\beta(t)} = 0 \quad (2.8)$$

მიუერთოთ (2.8) განტოლებას საწყისი მონაცემები

$$X(0) = X_0, \quad \dot{X}(0) = P_0$$

(2.9)

და მივიღებთ კომპანიის ამოცანას კომპანიის ღირებულების დინამიკის მათემატიკური მოდელისთვის (2.8).

$\beta(t)$  კოეფიციენტი და  $F[X(t)]$  ფუნქცია წარმოადგენენ მართვის პარამეტრებს. მართვის მიზანია სტაბილური განვითარება აქტივების ღირებულების მაქსიმიზაციით და ვალდებულებების მინიმიზაციით.

## 2.2 ეკონომიკური დინამიკის მათემატიკური მოდელის ადეკვატურობა.

განვიხილოთ ზოგიერთი მისი კერძო შემთხვევები, კომპანიის აქტივების და ვალდებულებების ღირებულების სხვადასხვა ფუნქციების დროს[42-47]:

ა) განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც

$$\beta(t) = \beta(0)e^{-\delta \cdot t} + \frac{1}{\delta} \quad (2.10)$$

$$F[X(t)] = \left[ 0.9 \cdot \beta(0)e^{-\delta \cdot t} + \frac{0.9}{\delta} \right] - \left[ \beta(0)e^{-\delta \cdot t} (\omega^2 + \varepsilon \cos 2t) + \frac{\omega^2 + \varepsilon \cos 2t}{\delta} + \delta \right] \cdot X(t) \quad (2.11)$$

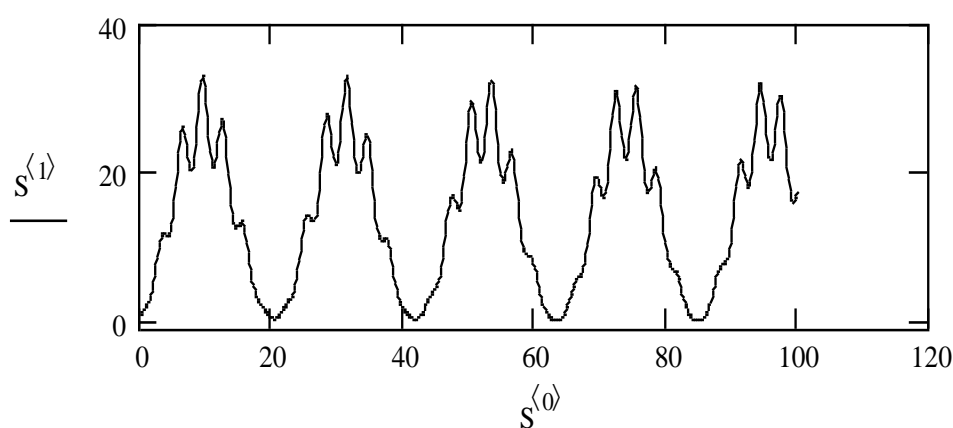
მაშინ (2.8) განტოლებიდან მივიღებთ მათიეს განტოლებას

$$\ddot{X}(t) + (\omega^2 + \varepsilon \cdot \cos 2t) \cdot X(t) = 0.9 \quad (2.12)$$

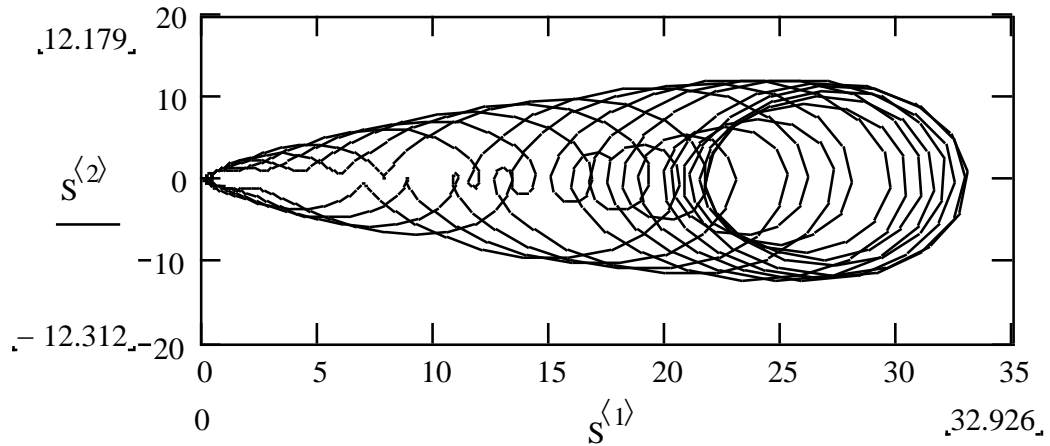
მიუერთოთ საწყისი მონაცემები:

$$X(0) = 1, \dot{X}(0) = 1 \quad (2.13)$$

თუ  $\omega = 0.5$  და  $\varepsilon = 0.2$ , MATHCAD Professional საფუძველზე მივიღებთ ამონახსნს  $S^{(0)} = t, S^{(1)} = X(t)$  და შესაბამის ნახაზს ფაზურ სიბრტყეზე  $(X(t), \dot{X}(t))$ , სადაც  $S^{(2)} = \dot{X}(t)$  (ნახ.2.1), (ნახ.2.2);



ნახ.2.1. მათიეს მოდელის დინამიკა



ნახ.2.2. მატის დინამიკა ფაზურ სიბრტყეზე

ბ) განვიხილოთ შემთხვევა, როცა

$$\beta(t) = t, \quad (2.14)$$

$$F[X(t)] = -\beta(t) \cdot (X^3 + A \cos \omega t + 0.3) + (\beta - \delta) \cdot X, \quad (2.15)$$

სადაც

$$\omega = \text{const}, \quad A = \text{const}. \quad (2.16)$$

მაშინ (2.8) განტოლებიდან მივიღებთ დიუფინგის განტოლებას

$$\ddot{X}(t) + \delta \cdot \dot{X}(t) + X(t)^3 - X(t) - A \cdot \cos \omega t - 0.3 = 0 \quad (2.17)$$

მიუერთოთ საწყისი მონაცემები

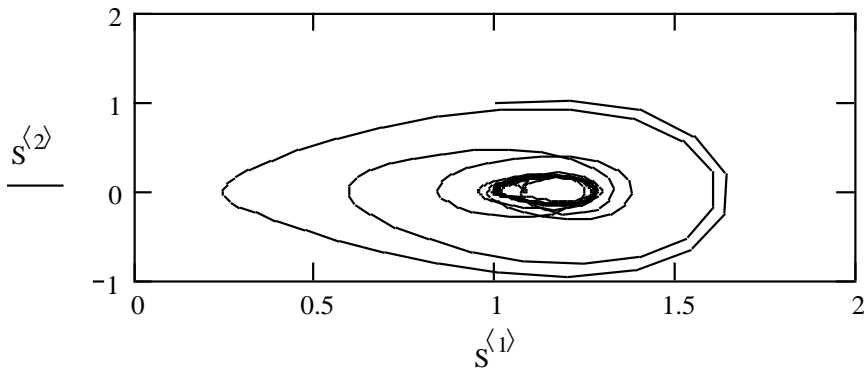
$$X(0) = 1, \quad \dot{X}(0) = 1 \quad (2.18)$$

როდესაც  $\delta = 0.2$ ,  $A = 0.25$  და  $\omega = 1$  MATHCAD Professional საფუძველზე

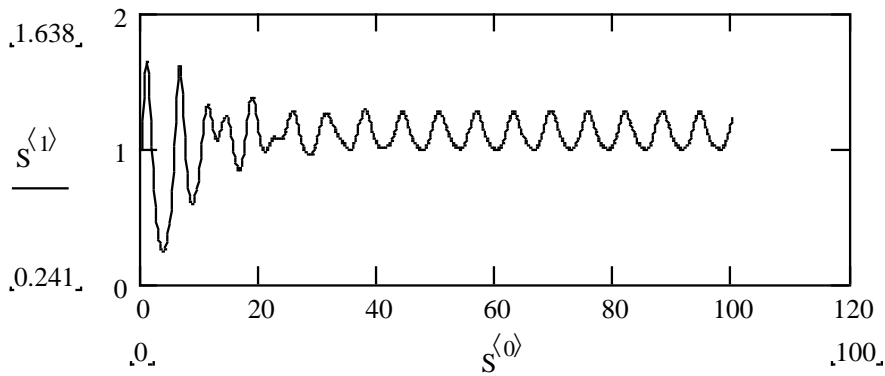
მივიღებთ ამონახსნს ეროვნული შემოსავლისთვის  $S^{(0)} = t, S^{(1)} = X(t)$  და

შესაბამის ნახაზს ფაზურ სიბრტყეზე  $\left( X(t), \dot{X}(t) \right)$ , სადაც  $S^{(2)} = \dot{X}(t)$  (ნახ.2.3),

(ნახ.2.4);



ნახ.2.3. დიუფინგის ეროვნული ეკონომიკის დინამიკა



ნახ.2.4. დიუფინგის დინამიკა ფაზურ სიბრტყეზე

ასე, რომ ჩვენ შევამოწმეთ, რომ აგებული კომპანიის ღირებულების დინამიკის მათემატიკური მოდელი, კერძო შემთხვევებში შეიძლება გარდაიქმნას მათიეს, დიუფინგის მოდელში და ა. შ.

და რაც მთავარია, წარმოდგენილი მათემატიკური მოდელი გვაძლევს საშუალებას სუფთა აქტივების ღირებულების შესაბამისი ფუნქციის და დებეტ ფუნქციის პოვნის შემდეგ შევისწავლოთ კომპანიის ღირებულების ეკონომიკური დინამიკა.

### 2.3 დროითი მწკრივების ღირებულების დინამიკის რეგრესიული ანალიზი სუფთა აქტივებსა და კომპანიის ღირებულებას შორის ფუნქციონალური დამოკიდებულების საპოვნელად

იმისათვის, რომ ვიპოვოთ ფუნქციონალური დამოკიდებულება  $A(t)$  სუფთა აქტივებსა და  $X(t)$  კომპანიის ღირებულებას შორის, უნდა გამოვიყენოთ კომპანიის ღირებულების დროში ცვლილების მონაცემები[12]:

$$\{A(t_i)\}_{i=0}^n; \{X_i\}_{i=0}^n; \quad (2.19)$$

ვიპოვოთ  $\beta(t)$  ფუნქციის სახე რეგრესიული ანალიზის საფუძველზე, რაც საშუალებას მოგვცემს ჩავწეროთ დამოკიდებულება სუფთა მოგებასა და ღირებულებას შორის:

$$A(t) = \beta(t) * X(t). \quad (2.20)$$

ამ ამოცანის ამოსახსნელად (2.20) დამოკიდებულებას ჩავწერთ შემდეგი სახით:

$$A(t_i) = \beta(t_i) \cdot \frac{X_{i+1} - X_{i-1}}{2 \cdot h}, \quad (2.21)$$

სადაც  $h$  - ბიჯია,  $X_{i+1} = X(t_{i+1})$  და  $\beta(t_i)$  - პროპორციულობის ფუნქციაა, რომელიც უნდა განვსაზღვროთ.

ვთქვათ ცნობილია კომპანიის ღირებულების და აქტივების მნიშვნელობები დროის მოცემულ მომენტებში:  $\{A(t_i)\}_{i=0}^n; \{X_i\}_{i=0}^n$  მაშინ შევძლებთ  $\beta(t_i)$  მნიშვნელობების პოვნას. მართლაც

$$\beta(t_i) = \frac{2 \cdot h \cdot A(t_i)}{X_{i+1} - X_{i-1}}, i = \overline{2, n-1}, \beta(t_1) = \beta(t_2), \beta(t_n) = \beta(t_{n-1}) \quad (2.22)$$

სადაც  $X_{i+1} - X_{i-1} \neq 0$ ,  $h=1$ . წინააღმდეგ შემთხვევაში, მივიღებთ რომ  $A(t_i) = 0$ , ხოლო  $\beta(t_i)$  შეიძლება იყოს ნებისმიერი რიცხვი. იმის გათვალისწინებით რომ, ეს ფუნქცია უწყვეტია, ჩავთვლით რომ ამ პარამეტრის მნიშვნელობა ტოლია მისი მეზობელ წერტილებში

მნიშვნელობების საშუალო არითმეტიკულისა ანუ, სხვანაირად რომ ვთქვათ  $\beta(t_i) = \frac{\beta_{i+1} + \beta_{i-1}}{2}$ . შესაბამისად მივედით რეგრესიული ანალიზის ამოცანასთან: გამოვითვალოთ  $\beta(t)$  ფუნქციის სახე თუ ცნობილია  $\beta(t_i)$  მნიშვნელობები.

განვიხილოთ რიცხვითი მაგალითი: დროის ბიჯად ვირჩევთ  $h = 1$  თვეს

$A(t_i)$	2000	2100	2500	2000	0	2200	2300	2500	2700	0	2000	1800
$X_i$	1500	1600	2000	1400	1200	1400	1700	1900	2000	2500	2000	1800
$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

ცხრილი 2.1  $\beta(t_i)$  მნიშვნელობები.

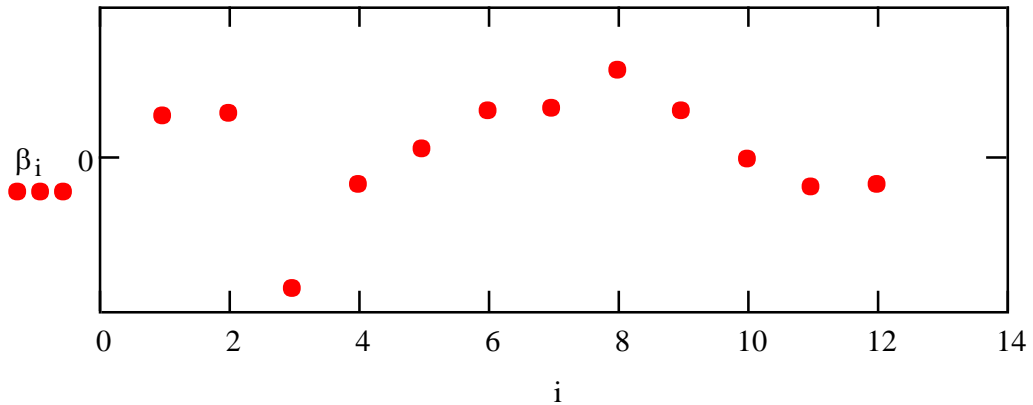
ცხრილი 2.1 საფუძველზე (2.22) ფორმულის გამოყენებით შეგვიძლია შევადგინოთ ცხრილი 2.2

$t_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\beta(t_i)$	8	8.4	-25	-5	1.9	8.8	9.2	16.67	9	1.6	-5.714	-5.14

ცხრილი 2.2  $\beta(t)$  ფუნქციის მნიშვნელობები

გამოვიყენოთ ცხრილი 2.2 რეგრესიული ამოცანის ამოსახსნელად.

$y_i = \beta(t_i)$  ფუნქციის გრაფიკს აქვს შემდეგი სახე:



ნახ. 2.5  $y_i = \beta(t_i)$  ფუნქციის გრაფიკი

## 2.4 წრფივი რეგრესიის ამოცანა

$y_i = \beta(t_i)$  დამოკიდებულებისთვის ვიპოვოთ წრფივი მიახლოება ანუ თავდაპირველად, ვიპოვოთ ისეთი წრფივი ფუნქცია  $y = \beta(t) = a \cdot t + b$  რომელიც გაუსის კრიტერიუმის თანახმად წარმოადგენს საუკეთესო მიახლოებას  $y_i = \beta(t_i)$  ფუნქციისათვის, რომელიც მოცემულია ცხრილური სახით (ცხრილი 2).

სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, უნდა ვიპოვოთ  $a$  და  $b$  ისეთი მნიშვნელობები, რომელთათვისაც გადახრების კვადრატების ჯამი მინიმალურია:

$$G(a, b) = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta(t_i))^2 \quad (2.23)$$

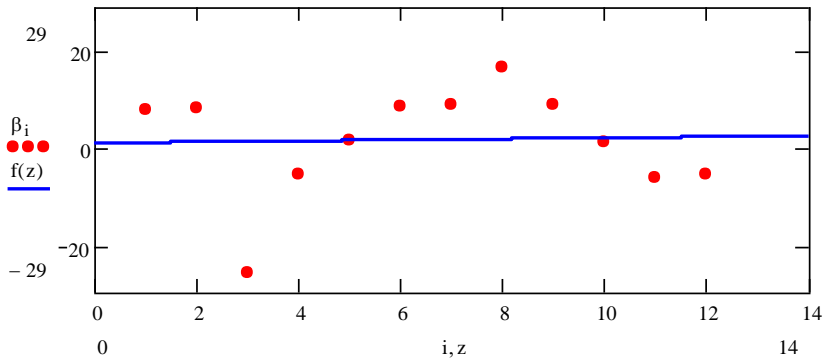
ჩვენი მაგალითის შემთხვევაში ცნობილია რომ  $n = 12$ . პროგრამული პაკეტის *Mathcad* -ის დახმარებით შევადგინოთ პროგრამა:

$$t_i := i$$

$$a := \text{slope}(t, \beta) \quad b := \text{intercept}(t, \beta)$$

$$a = 0.103 \quad b = 1.223$$

$$f(z) := a \cdot z + b$$



ნახ.2.6 წრფივი რეგრესიული ამოცანის ამოხსნა

მივიღებთ, რომ წრფივი მიახლოების შემთხვევაში  $\beta(t) = 0.103 \cdot t + 1.223$ . სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, აქტივების ღირებულებისათვის წრფივი მიახლოების დროს გვექნება ურთიერთდამოკიდებულება:

$$A(t) = (0.103t + 1.223) \cdot X(t)$$

ნახ.2.6 გვიჩვენებს, რომ წრფივი რეგრესია მოცემულ შემთხვევაში არაეფექტურია, პირსონის კორელაციის კოეფიციენტი უდრის :

$$\text{corr}(t, \beta) = 0.034.$$

თუმცა მიღებულ ფუნქციას აქვს მარტივი სახე და მოსახერხებელია შემდგომი კვლევისათვის.

## 2.5 განზოგადებული წრფივი რეგრესიის ამოცანა

ამ შემთხვევაში, მიახლოებას  $y_i = \beta(t_i)$  დამოკიდებულებისათვის ვეძებთ შემდეგი სახით:  $y = \beta(t) = k_1 \cdot \frac{1}{t^2+1} + k_2 \cdot t^2 + k_3 \cdot e^t$ .  $k_i$  გაშლის კოეფიციენტებს ვპოულობთ გაუსის საუკეთესო მიახლოების პირობიდან. პროგრამული პაკეტის **Mathcad** -ის დახმარებით შევადგინოთ პროგრამა:



$$F(t) := \begin{bmatrix} t^2 \\ (-t)^3 \\ \frac{-t}{1+t} \end{bmatrix}$$

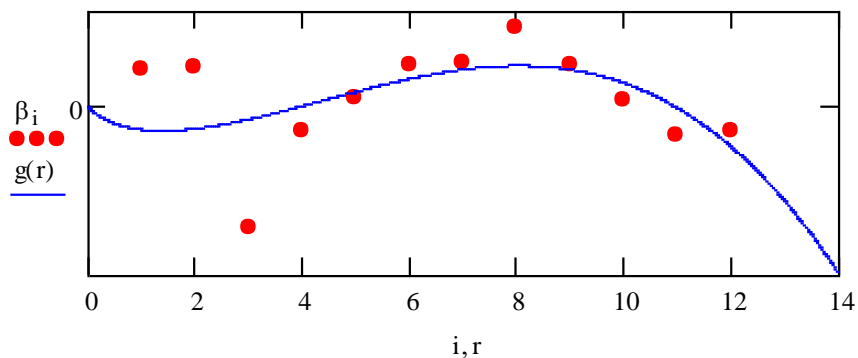
$$j := 1 \dots 12$$

$$K := \text{linfit}(t, \beta, F)$$

$$g(t) := F(t) \cdot K$$

$$K = \begin{pmatrix} 0.835 \\ 0.068 \\ 11.018 \end{pmatrix}$$

$$\text{corr}(t, \beta) = 0.034.$$



ნახ.2.7 განზოგადებული წრფივი რეგრესია

მივიღებთ, რომ მიახლოებას შემდეგი სახით:

$$\beta(t) = 0.835 \cdot t^2 - 0.068 \cdot t^3 - \frac{11.018 \cdot t}{1+t}.$$

აქტივების ღირებულებისათვის ამ შემთხვევაში გვექნება უერთიერთდამო-კიდებულება:

$$A(t) = \left( 0.835 \cdot t^2 - 0.068 \cdot t^3 - \frac{11.018 \cdot t}{1+t} \right) \cdot X(t).$$

ნახ. 2.7-დან ჩანს, რომ განზოგადებული წრფივი რეგრესია გვაძლევს უფრო ზუსტ მიახლოებას, ვიდრე წრფივი რეგრესია. ამ მეთოდით გამოთვლის სიზუსტე შეგვიძლია გავზარდოთ ბაზისური ფუნქციების სწორად შერჩევის ხარჯზე.

## 2.6 პოლინომიალური რეგრესია

განვიხილოთ პოლინომიალური რეგრესიის ამოცანა ჩვენი მონაცემებისათვის, შესაბამისად მიახლოებას  $y_i = \beta(t_i)$  დამოკიდებულებისათვის ვეძებთ შემდეგი სახით:

$$y = \beta(t) = \sum_{i=0}^n a_i \cdot t^i.$$

პოლინომის კოეფიციენტებს ვიპოვით გაუსის საუკეთესო მიახლოების პირობიდან. პროგრამული პაკეტის *Mathcad* -ის დახმარებით შევადგინოთ პროგრამა:

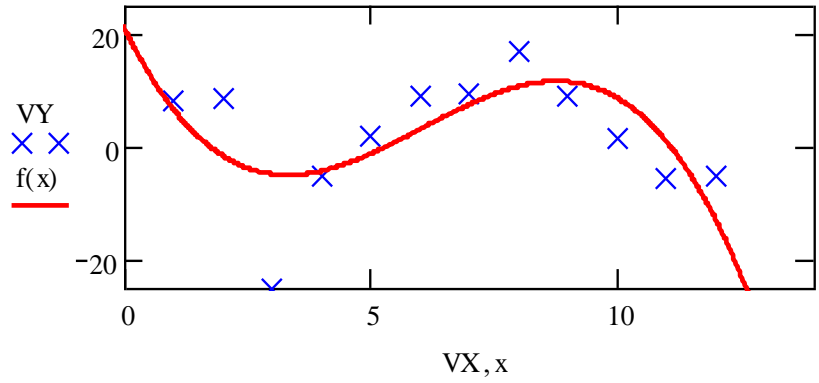
**k := 3**

data :=  $\begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 2 & 8.4 \\ 3 & -25 \\ 4 & -5 \\ 5 & 1.9 \\ 6 & 8.8 \\ 7 & 9.2 \\ 8 & 16.67 \\ 9 & 9 \\ 10 & 1.6 \\ 11 & -5.714 \\ 12 & -5.14 \end{pmatrix}$

VX := data<sup><0></sup> VY := data<sup><1></sup>

VS := regress (VX, VY, k)

f(x) := interp(VS, VX, VY, x)



ნახ.2.8 პოლინომიალური რეგრესია

`coeffs := submatrix(VS, k, length(VS) - 1, 0, 0)`

`coeffsT = (21.369 -18.167 3.74 -0.205)`

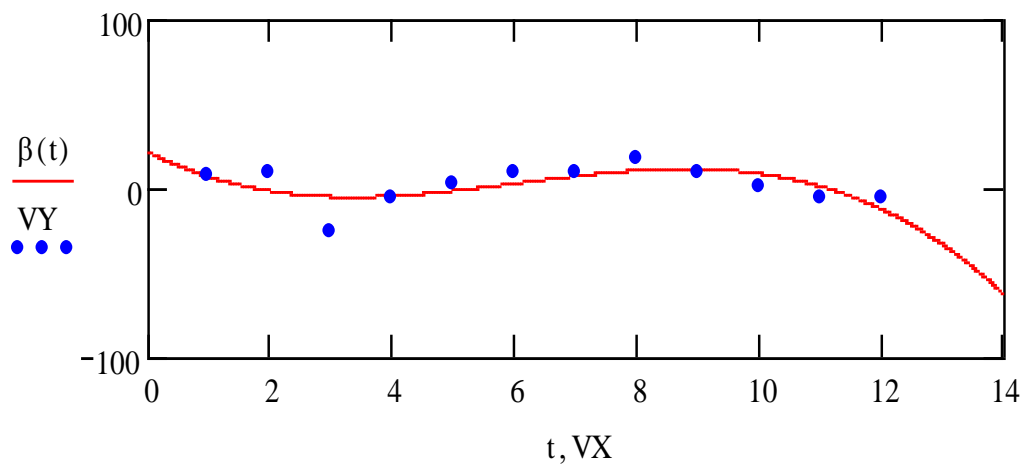
`a := coeffs`

$$a = \begin{pmatrix} 21.369 \\ -18.167 \\ 3.74 \\ -0.205 \end{pmatrix}$$

პოლინომის კოეფიციენტთა მიახლოების მატრიცა.

$$\beta(t) := \sum_{i=0}^k \left( a_{k-i} \cdot t^{k-i} \right)$$

მიახლოების შემოწმება ნახ.2.9



ნახ.2.9 ფუნქცია  $\beta(t)$  მიახლოება პოლინომებით

მონაცემთა პოლინომიალური რეგრესიის დროს მივიღებთ მიახლოებას:

$$\beta(t) = 21.369 - 18.167 \cdot t^1 + 3.74 \cdot t^2 - 0.205 \cdot t^3,$$

ანუ მივიღებთ ურთიერთდამოკიდებულებას:

$$A(t) = (21.369 - 18.167 \cdot t^1 + 3.74 \cdot t^2 - 0.205 \cdot t^3) \cdot \dot{X}(t).$$

2.9 ნახ. გვიჩვენებს, რომ პოლინომიალური რეგრესია უფრო უკეთეს მიახლოებას იძლევა, ვიდრე სხვა რეგრესიის მეთოდები, მაგრამ მიღებულ ფუნქციას აქვს ნულები რაც გვაძლევს სინგულარობას ზოგად დამოკიდებულებაში, შესაბამისად, დინამიკური ანალიზის დროს უფრო მიზანშეწონილია გამოვიყენოთ ფუნქცია, რომელიც მიღებულია წრფივი რეგრესიით.

## 2.7 კომპანის ღირებულების დინამიკური ანალიზისათვის დებეტის ფუნქციის მეთოდის შერჩევა.

ვალის ღირებულება გამოითვლება ფორმულით[41]:

$$D(t) = \int_0^t e^{-\delta\tau} F[X(t-\tau)] d\tau$$

მოვახდინოთ ცვლადების შეცვლა

$$t - \tau = s$$

მივიღებთ  $d\tau = -ds$ ,  $\tau = t - s$ :

$$D(t) = - \int_t^0 e^{-\delta(t-s)} F(s) ds = e^{-\delta \cdot t} \cdot \int_0^t e^{\delta \cdot s} F(s) ds \quad (2.24)$$

მოვახდინოთ ამ შეფარდების დიფერენცირება:

$$\dot{D}(t) = e^{-\delta \cdot t} \cdot F[X(t)]. \quad (2.25)$$

ჩვენი მიზანია ვიპოვოთ ფუნქციონალური დამოკიდებულება  $F[X(t)]$ .

(2.25) დამოკიდებულებიდან მივიღებთ რომ,

$$F[X(t)] = e^{\delta \cdot t} \cdot \dot{D}(t) \quad (2.26)$$

(2.1) დამოკიდებულებიდან გამომდინარე  $X(t) = A(t) - D(t)$  და (2) ცხრილის გამოყენებით შეგვიძლია მივიღოთ ცხრილი (2.3)

ცხრილი (2.3)  $F[X(t)]$  დამოკიდებულების მნიშვნელობები

$X(t_i)$	1500	1600	2000	1400	1200	1400	1700	1900	2000	2500	2000	1800
$A(t_i)$	2000	2100	2500	2000	0	2200	2300	2500	2700	0	2000	1800
$D(t_i)$	500	500	500	600	-1200	800	600	600	700	-2500	0	0
$\dot{D}(t_i)$	0	0	50	-850	100	900	-100	50	-1550	-350	1250	1250
$F[X(t_i)]$	0	0	369	-17073	5460	133572	-40343	54832	-4620485	-2836079	27533082	7482677

ჩავთვალოთ რომ  $\delta = 1$ , მაშინ (2.26) ფორმულიდან შეგვიძლია შევავსოთ ცხრილი (2.3) ბოლო სტრიქონი. პირსონის კორელაციის კოეფიციენტი მასივებისთვის  $X(t_i)$  და  $F[X(t_i)]$  უდრის  $\text{corr}(X, F) = 0.082$ , ამიტომ წრფივი რეგრესია მოცემულ შემთხვევაში არ მოგვცემს მოსალოდნელ სიზუსტეს. ამიტომ გამოვიყენოთ პოლინომიალური რეგრესია.

პოლინომის კოეფიციენტებს ვიპოვით გაუსის საუკეთესო მიახლოების პრობიდან. პროგრამული პაკეტის *Mathcad* -ის დახმარებით შევადგენთ პროგრამას:

$$\mathbf{X} := \begin{pmatrix} 1500 \\ 1600 \\ 2000 \\ 1400 \\ 1200 \\ 1400 \\ 1700 \\ 1900 \\ 2000 \\ 2500 \\ 2000 \\ 1800 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{Dd} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 50 \\ -850 \\ 100 \\ 900 \\ -100 \\ 50 \\ -1550 \\ -350 \\ 1250 \\ 1250 \end{pmatrix}$$

$$\text{corr}(\mathbf{X}, \mathbf{F}) = 0.082$$

$$i := 0..11$$

$$\mathbf{F}_i := \mathbf{Dd}_i \cdot e^i$$

$$G(\mathbf{a}) := \sum_{i=0}^{11} \left[ \mathbf{F}_i - \left[ a_0 + a_1 \cdot X_i + a_2 \cdot (X_i)^2 + a_3 \cdot (X_i)^3 \right] \right]^2$$

$$\mathbf{a} := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

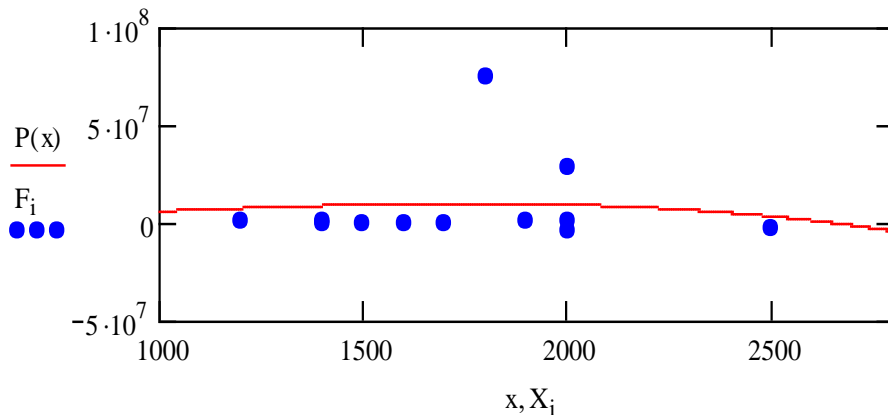
Given

$$\mathbf{S} := \text{Minimize}(G, \mathbf{a})$$

$$S = \begin{pmatrix} 0.25 \\ 0.534 \\ 9.475 \\ -0.004 \end{pmatrix}$$

$$\underline{a} := S$$

$$P(x) := a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3$$



ნახ.2.10 დებეტის ფუნქციის გრაფიკი. მონაცემთა მიახლოება პოლინომით

შესაბამისად ჩვენი მაგალითისთვის მივიღებთ დებეტის დამოკიდებულებას ღირებულებისადმი:

$$F[X(t)] = 0.25 + 0.534 \cdot X(t) + 9.475 \cdot (X(t))^2 - 0.004 \cdot (X(t))^3.$$

ამიტომ შესაძლებელი (2.8) ღირებულების დინამიკის საერთო მოდელზე დაყრდნობით გამოვიკვლიოთ პროცესი.

## 2.8 დებეტის ფუნქციის განსაზღვრა პადე-აპროქსიმაციის მეთოდით

დებეტის ფუნქციის განსაზღვრისთვის გამოვიყენოთ პადე-აპროქსიმაცია, ანუ ფუნქციას  $F[X(t)]$  მიახლოებას მოვახდენთ რაციონალური ფუნქციით:

$$P(t) := \frac{a_0 + a_1 \cdot t}{a_2 + a_3 \cdot t} \tag{2.27}$$

$a_i, i = \overline{1, n}$  კოეფიციენტები ვიპოვოთ გაუსის მიახლოებიდან.

პროგრამული პაკეტის *Mathcad* -ის დახმარებით შევადგენთ პროგრამას:

$$X := \begin{pmatrix} 1500 \\ 1600 \\ 2000 \\ 1400 \\ 1400 \\ 1700 \\ 1900 \\ 2000 \\ 2500 \\ 2000 \\ 1800 \end{pmatrix}$$

$$Dd := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 50 \\ -850 \\ 100 \\ 900 \\ -100 \\ 50 \\ -1550 \\ -350 \\ 1250 \\ 1250 \end{pmatrix}$$

$$\text{corr}(X, F) = 0.082$$

$$i := 0..11$$

$$F_i := Dd_i \cdot e^i$$

$$G(a) := \sum_{i=0}^{11} \left[ F_i - \frac{a_0 + a_1 \cdot X_i}{a_2 + a_3 \cdot X_i} \right]^2$$

**Given**

$$S := \text{Minimize}(G, a)$$

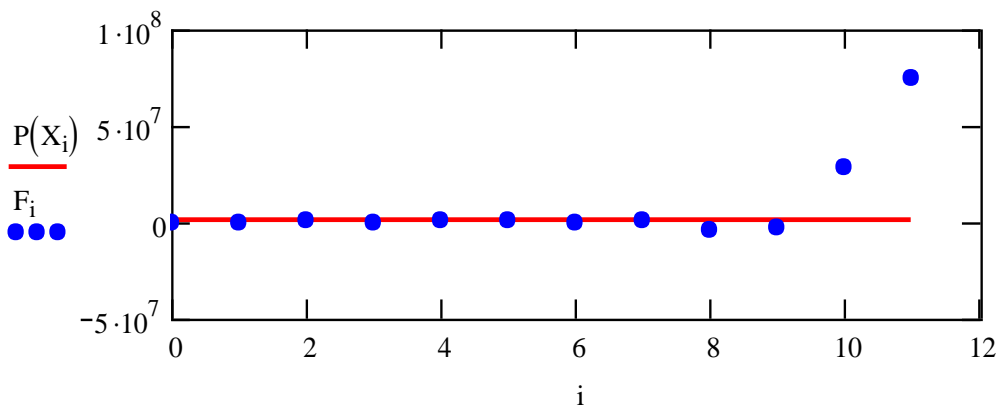
$$a := S$$



$$a = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1.5 \\ 0.25 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

$$P(t) := \frac{a_0 + a_1 \cdot t}{a_2 + a_3 \cdot t}$$

ნახ2.11. პადე აპროქსიმაციის და დინამიკური მონაცემების გრაფიკების შედარება



როგორც ჩანს ნახაზიდან პადე აპროქსიმაცია გვაძლევს ზუსტ შედეგებს პირველ 10 ჰიპოთეტიკური მონაცემისთვის, მაგრამ ბოლო ორი თვის მონაცემები ცილდება.

## 2.9 ღირებულების მონაცემთა დინამიკის ანალიზი

განვიხილოთ კომპანიის ღირებულების დინამიკის მათემატიკური მოდელი (2.8) გავითვალისწინოთ მიღებული  $\beta(t), F[X(t)]$  შეფარდებები და  $\delta = 1$ :

$$\ddot{X}(t) + \frac{\dot{\beta}(t) + \beta - 1}{\beta(t)} \cdot \dot{X}(t) - \frac{F[X(t)] + X}{\beta(t)} = 0 \quad (2.28)$$

$$F[X(t)] = 0.25 + 0.534 \cdot X(t) + 9.475 \cdot (X(t))^2 - 0.004 \cdot (X(t))^3 \quad (2.29)$$

$$\beta(t) = 0.103 \cdot t + 1.223 \quad (2.30)$$

მივიღებთ გარკვეულ დინამიკურ სისტემას კომპანიის ღირებულების დროითი მწკრივისთვის.

შემოვიღოთ აღნიშვნები და განტოლება (2.28) ჩავწეროთ შემდეგნაირად:

$$\begin{cases} \dot{X}_0 = X_1 \\ \dot{X}_1 = \frac{1-\beta-\dot{\beta}}{\beta} \cdot X_1 + \frac{F[X_0]+X_0}{\beta} \end{cases}, \quad (2.31)$$

ამ განტოლებას მიუერთოთ (2.29) და (2.30) დამოკიდებულებები და საწყისი მონაცემები (2.18)

პროგრამული პაკეტის *Mathcad* -ის დახმარებით შევადგენთ პროგრამას (2.28), (2.29), (2.30),(2.18) ამოცანების ამოსახსნელად:

$$F(X) := 0.25 + 0.534X + 9.475(X)^2 - 0.004(X)^3$$

$$\beta(t) := 0.103t + 1.22$$

$$ic := \begin{pmatrix} 2500 \\ 500 \end{pmatrix}$$

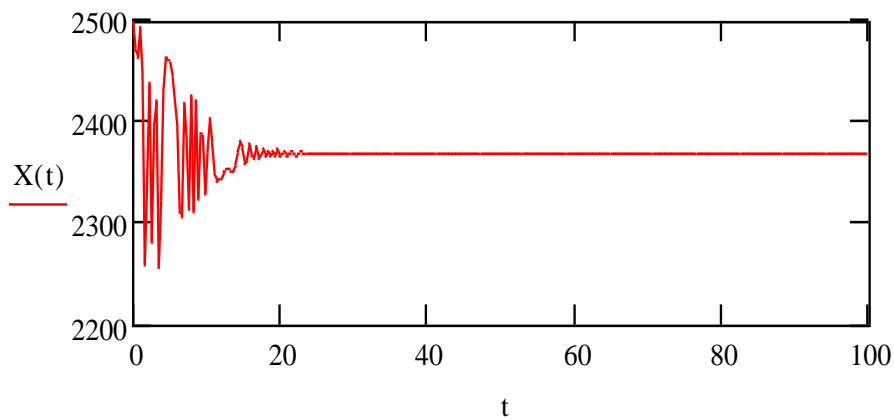
$$D(t, X) := \begin{pmatrix} X_1 \\ \frac{1 - \beta(t) - \frac{d}{dt}\beta(t)}{\beta(t)} \cdot X_1 + \frac{F(X_0) + X_0}{\beta(t)} \end{pmatrix}$$

$$S := \text{Rkadapt}(ic, 0, 100, 300, D)$$

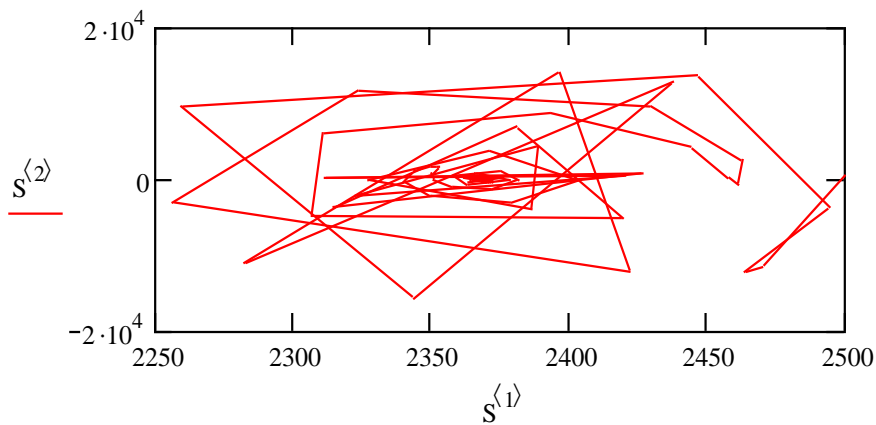
$$i := 0..last(S^{<0>})$$

$$t := S^{<0>}$$

$$X(t) := S^{<1>}$$



ნახ.2.12. ღირებულებითი დინამიკა



ნახ.2.13. ფაზური პორტრეტი სისტემის

ნახაზებიდან ჩანს, რომ მიღებულია მდგრადი დინამიკური პროცესი.

კომპანიის ღირებულება დაწყებული 2500 ერთეულიდან მერყეობს და სტაბილირდება 20 თვის მერე 2380 ერთეულის დონეზე.

ჩვენ შევიმუშავეთ კომპანიის ღირებულების დინამიკური ანალიზის ანალიტიკური მოდელი, როდესაც მოცემული გვაქვს სუფთა აქტივების დროითი მწკრივის და ვალდებულებების მონაცემები ან კომპანიის ღირებულების და სუფთა აქტივების მონაცემები განსაზღვრული დროითი მონაკვეთისათვის.

### თავი 3. დროითი მწკრივების R/S ანალიზი კომპანიის ღირებულების ცვლილების მონაცემებისათვის

მოცემულ თავში განვიხილავთ დროითი მწკრივების R / S - ანალიზის ალგორითმს კომპანიის ღირებულების ცვლილების მონაცემებისათვის.

დროითი მწკრივების ანალიზის ზოგადი მეთოდი შემუშავებულ იქნა ჰაროლდ ჰერსტის მიერ. ჰერსტის მაჩვენებელს (H) აქვს ფართო გამოყენება დროითი მწკრივების ანალიზში.

**დროითი მწკრივი** – ეს არის მიმდევრული შემთხვევითი სიდიდის მნიშვნელობათა დაკვირვება, რომელიც წარმოებულია დროის თანაბარი ინტერვალებით. ჰერსტის მაჩვენებლის დახმარებით შესაძლებელია შემთხვევითი მწკრივის განსხვავება აშემთხვევითისაგან. ჰერსტმა აღმოაჩინა, რომ ბუნებრივი სისტემების უმრავლესობა არ ექვემდებარება შემთხვევით ცვლილებას.

ჰერსტის მაჩვენებლით შეიძლება ფრაქტალური განზომილების გამოთვლა, შესაბამისად ის არის ფრაქტალური გეომეტრიის აუცილებელი ელემენტი.

ბუნებაში არ მოიძებნება სრულყოფილი სფერო ან კუბი ნაკაწრების გარეშე. შესაბამისად, რეალური სფეროს და კუბის სამგანზომილებიანი გაზომვა არა ადეკვატურია. ასეთი ობიექტების აღწერისას უნდა არსებობდეს სხვა განზომილებები.

არასწორი და ფრაქტალური ფიგურების გასაზომად შემოიტანეს ცნება **ფრაქტალური განზომილება**[48-53].

არსებობს ფრაქტალური განზომილების მინიმუმ ორი ვარიანტი - **D** და **A**. ფრაქტალური განზომილება D განისაზღვრება შემდეგი ფორმულით:

$$D = 2 - H \tag{3.1}$$

ხოლო, ფრაქტალური განზომილება A გამოითვლება შემდეგი ფორმულით:

$$A = 1/H \tag{3.2}$$

ბენუა მანდელბროტმა ერთ-ერთმა პირველმა შეისწავლა ფრაქტალები. მან თავის ერთ-ერთ ნაშრომში გვიჩვენა, რომ ფრაქტალური გამზომილება არის  $H$  მაჩვენებლის უკუ სიდიდე.

H ჰერსტის მაჩვენებელი	$H \approx 0$	$H = 0,5$	$H = 1$
ფრაქტალური განზომილება D	$D \approx 0$	$D = 1.5$	$D = 1$
ფრაქტალური განზომილება A	$A \rightarrow \infty$	$A = 2$	$A = 1$
	წრფივი რიგი	შემთხვევითი რიგი	უსასრულო წრფივი ტრენდი

ცხრილი 3.1 A და D ფრაქტალური განზომილება

ჰერსტის მაჩვენებლის გამოყენებით შეიძლება განვასხვაოთ შემთხვევითი მწკრივი არაშემთხვევითისაგან. აქედან გამომდინარე, ჩვენ ჰერსტის მაჩვენებელს გამოვიყენებთ კომპანიის ბიზნესის ღირებულების დასათვლელად, რათა გავარკვიოთ, - შემთხვევითია თუ არაშემთხვევითი ისინი[54-59].

ჰერსტმა აღმოაჩინა, რომ ბუნებრივი სისტემების უმრავლესობა არ ექვემდებარება შემთხვევით ცვლილებებს.

თუ მწკრივი შემთხვევითია, მაშინ გაქანება გაიზრდება დროიდან კვადრატული ფესვის პირდაპირპროპორციულად.

დროითი ცვლილებების ტარიებისათვის ჰერსტმა შემოიყვანა ფარდობა: **გაქანება/სტანდარტული გადახრა (R/S)**. მოცემული მეთოდის ანალიზს ეწოდება **ნორმირებული გაქანების მეთოდი**.

R/S-ანალიზი (ნორმირებული გაქანების მეთოდი) არსებობს 40 წლის განმავლობაში. მიუხედავად ამისა, იგი განიცდის განვითარებას.

R/S ანალიზს შეუძლია არა მხოლოდ გამოავლინოს პერსისტენტულობა და გრძელვადიანი მეხსიერება დროით მწკრივში, ასევე შეუძლია შეაფასოს პერიოდული და არაპერიოდული ციკლების სიგრძე.

ეს ხდის R/S-ანალიზს განსაკუთრებით მიმზიდველს ბუნებრივ დროითი მწკრივების შესწავლის დროს, კერძოდ, საბაზრო დროითი მწკრივების შესწავლის დროს.

ფორმულა R/S, გვაძლევს საშუალებას სხვადასხვა პერიოდისთვის დავადგინოთ, იქნება თუ არა გაქანება იმაზე დიდი ან მცირე, რაც შეიძლება მოსალოდნელი იყოს იმ შემთხვევაში, თუ თითოეული ელემენტის მონაცემთა წყარო არ იქნება დამოკიდებული წინაზე.

ჰერსტის მაჩვენებლის გამოთვლა შესაძლებელია შემდეგი ფორმულით[54-59]:

$$\frac{R}{S} = (a * N)^H, \text{ საიდანაც} \quad (3.3)$$

R/S მნიშვნელობას ეწოდება ნორმირებული გაქანება.

$$H = \frac{\log\left(\frac{R}{S}\right)}{\log(aN)}, \text{ სადაც} \quad (3.4)$$

H - ჰერსტის მაჩვენებელს წარმოადგენს;

S - x დაკვირვებათა რიგის საშუალო კვადრატული გადახრა;

R - Zu დაგროვილი გადახრის გაქანება;

N - პერიოდთა დაკვირვების რიცხვი

a- მოცემული კონსტანტა, დადებითი რიცხვი.

$$S = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (x_t - X_{bs})^2}, \text{ სადაც} \quad (3.5)$$

$X_{bs}$  ( x დაკვირვების რიგის საშუალო არითმეტიკული N პერიოდისთვის)

გამოითვლება შემდეგი ფორმულით:

$$X_{bs} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N x_t \quad (3.6)$$

დაგროვილი გადახრის გაქანება R წარმოადგენს ფორმულის ყველაზე

მთავარ ელემენტს. მას გამოითვლიან შემდეგი ფორმულით:

$$R = \max_{1 \leq u \leq N} (Z_u) - \min_{1 \leq u \leq N} (Z_u), \text{ სადაც} \quad (3.7)$$

$Z_u - x$  რიგის გადახრა  $X_{bs}$ -გან

$$Z_u = \sum_{i=1}^u (x_i - X_{bs}) \quad (3.8)$$

ჰერსტის მაჩვენებლის ზრდაზე ახდენს ზეგავლენას R გაქანების ამპლიტუდის ზრდა, საშუალო კვადრატული გადახრის კლებადობა და N დაკვირვებათა რაოდენობის კლებადობა.

$0.5 < H < 1.0$  ნიშნავს პერსისტენტულ დროით მწკრივს, რომელიც ხასიათდება გრძელვადიანი მეხსიერების ეფექტით. თეორიულად, ის რაც ხდება დღეს, იმოქმედებს მომავალზე. თუ მწკრივი იზრდება (კლებულობს) წარსულ პერიოდში, შესაბამისად ის შეინარჩუნებს ამ ტენდენციას რაღაც დროის განმავლობაში მომავალშიც.

პერსისტენტული დროითი მწკრივი არის ყველაზე გავრცელებული ტიპი, რომელიც გვხვდება ბუნებაში.

$H = 0.5$  - დროითი მწკრივი სტოქასტიკურია. ამ მნიშვნელობის დროს ბაზარი ჰგავს ბროუნის მოძრაობას. თუ ჰერსტის მაჩვენებელი  $0,5$  ტოლია, ბაზარი ეფექტურია. თუმცა ესეთი შემთხვევები ბუნებაში ძალზე მცირეა.

$0 < H < 0,5$  ნიშნავს ანტიპერსისტენტულ დროით მწკრივს. თუ სისტემა დემონსტრირებს წარსულში ზრდას, შესაბამისად შემდგომ პერიოდში დაიწყება ვარდნა. და პირიქით, თუ წარსულში ხდება ვარდნა, მომავალში მოსალოდნელია ზრდა.

წინა ისტორიის გავლენა მომავალზე შეიძლება გამოიხატოს კორელაციის კოეფიციენტით:

$$C = 2^{2H-1} - 1 \quad (3.9)$$

სადაც C – კორელაციის კოეფიციენტი, H - ჰერსტის მაჩვენებელია

### 3.1 ჰერსტის მაჩვენებლის გამოთვლა კომპანია Lukoil-ის ღირებულების დინამიკისთვის

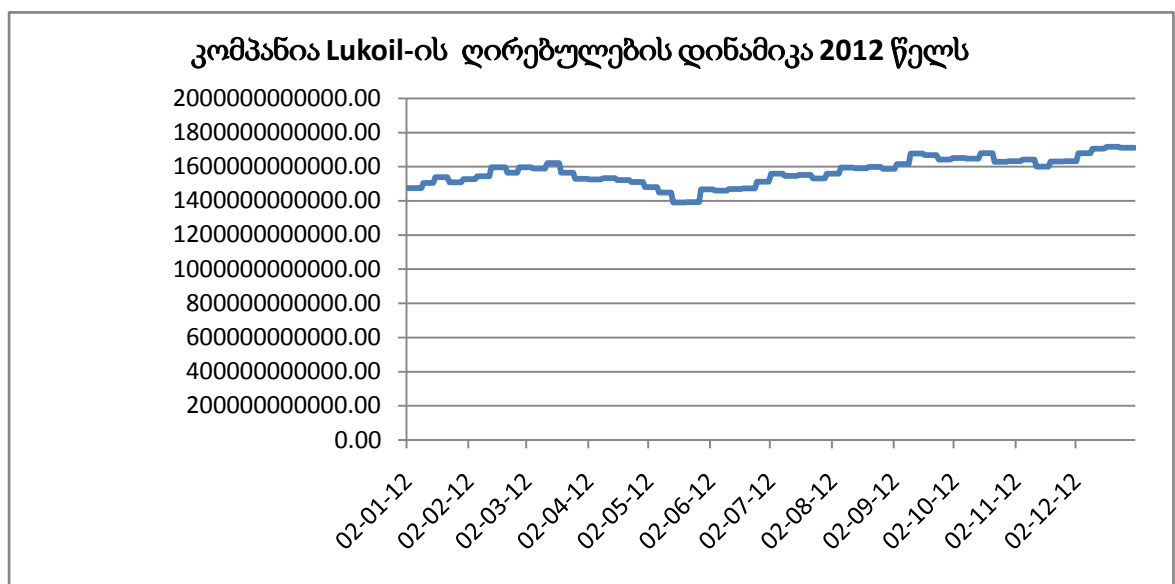
ღია სააქციო საზოგადოება ლუკოილი ერთ-ერთი ყველაზე მსხვილი, ინტეგრირებული ნავთობისა და გაზის ტრანსნაციონალური კომპანიაა,

რომელიც დადასტურებული ნავთობის მარაგების მიხედვით მსოფლიოში მეორე ადგილზეა, ხოლო ნავთობპროდუქტების წარმოების მიხედვით მე-6-ე ადგილს იკავებს.

დაარსების დღიდან, კომპანია მუდმივად იზრდება. იზრდება როგორც ნავთობის მოპოვება და ახალი საბადოების მოძიება, ასევე ავტოგასამართი სადგურების და გადამამუშავებელი ქარხნების ქსელი, რომელიც მოიცავს, როგორც რუსეთის ტერიტორიას, ასევე აღმოსავლეთ ევროპის, ამერიკის, აზიის და დასავლეთ ევროპის ქვეყნებს.

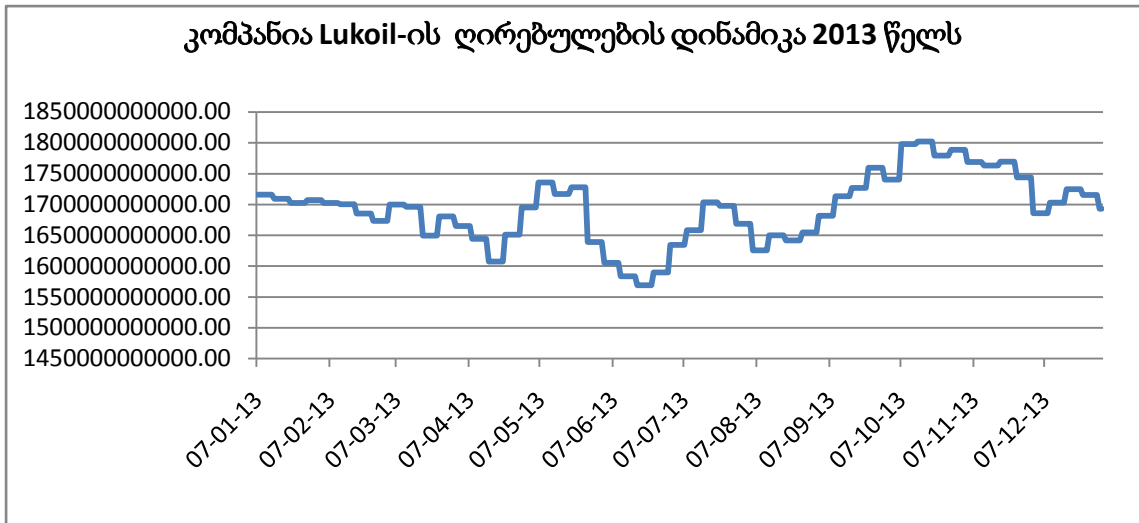
**ლუკოილის აქციათა საერთო რაოდენობა შეადგენს 850563255.**

ნახაზებზე 3.1, 3.2, 3.3 ნაჩვენებია კომპანია Lukoil-ის ღირებულების დინამიკა წლების მიხედვით.

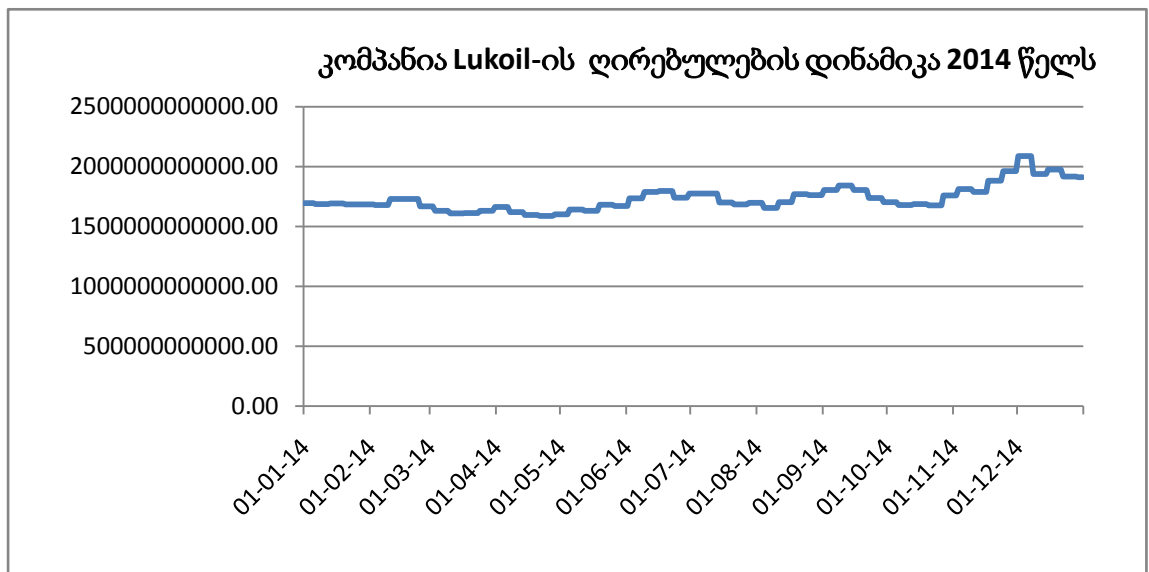


ნახ.3.1 კომპანია Lukoil-ის ღირებულების დინამიკა 2012 წელს





ნახ.3.2 კომპანია Lukoil-ის ღირებულების დინამიკა 2013 წელს



ნახ.3.3 კომპანია Lukoil-ის ღირებულების დინამიკა 2014 წელს

ჩავატაროთ კომპანია Lukoil-ის ღირებულების R/S ანალიზი.

ცხრილში 3.2 მოყვანილია კომპანია Lukoil-ის აქციათა კურსი და კომპანიის ღირებულება, ამ მონაცემებისთვის ნაპოვნია ჰერსტის მაჩვენებელი[60].

№	თარიღი	აქციათა კურსი	კომპანიის ღირებულება $X_i$	$(X_i - X)$	$\sum(X_i - X)$
1	02-01-12	1733.8	1474706571519.00	-63651790929.73	-63651790929.73
2	03-01-12	1733.8	1474706571519.00	-63651790929.73	-127303581859.46
3	04-01-12	1733.8	1474706571519.00	-63651790929.73	-190955372789.19
4	05-01-12	1733.8	1474706571519.00	-63651790929.73	-254607163718.92
5	06-01-12	1733.8	1474706571519.00	-63651790929.73	-318258954648.65
6	07-01-12	1733.8	1474706571519.00	-63651790929.73	-381910745578.38
7	08-01-12	1733.8	1474706571519.00	-63651790929.73	-445562536508.11
8	09-01-12	1733.8	1474706571519.00	-63651790929.73	-509214327437.84
9	10-01-12	1769.24	1504850533276.20	-33507829172.53	-542722156610.37
10	11-01-12	1769.24	1504850533276.20	-33507829172.53	-576229985782.90
11	12-01-12	1769.24	1504850533276.20	-33507829172.53	-609737814955.43
12	13-01-12	1769.24	1504850533276.20	-33507829172.53	-643245644127.96
13	14-01-12	1769.24	1504850533276.20	-33507829172.53	-676753473300.49
14	15-01-12	1769.24	1504850533276.20	-33507829172.53	-710261302473.02
15	16-01-12	1808.88	1538566860704.40	208498255.67	-710052804217.35
16	17-01-12	1808.88	1538566860704.40	208498255.67	-709844305961.68
17	18-01-12	1808.88	1538566860704.40	208498255.67	-709635807706.01
18	19-01-12	1808.88	1538566860704.40	208498255.67	-709427309450.34
19	20-01-12	1808.88	1538566860704.40	208498255.67	-709218811194.67
20	21-01-12	1808.88	1538566860704.40	208498255.67	-709010312939.00
21	22-01-12	1808.88	1538566860704.40	208498255.67	-708801814683.33
22	23-01-12	1773.02	1508065662380.10	-30292700068.63	-739094514751.96
23	24-01-12	1773.02	1508065662380.10	-30292700068.63	-769387214820.59
24	25-01-12	1773.02	1508065662380.10	-30292700068.63	-799679914889.22
25	26-01-12	1773.02	1508065662380.10	-30292700068.63	-829972614957.85
26	27-01-12	1773.02	1508065662380.10	-30292700068.63	-860265315026.48
27	28-01-12	1773.02	1508065662380.10	-30292700068.63	-890558015095.11
28	29-01-12	1773.02	1508065662380.10	-30292700068.63	-920850715163.74
29	30-01-12	1794.94	1526710008929.70	-11648353519.03	-932499068682.77
30	31-01-12	1794.94	1526710008929.70	-11648353519.03	-944147422201.80
31	01-02-12	1794.94	1526710008929.70	-11648353519.03	-955795775720.83
32	02-02-12	1794.94	1526710008929.70	-11648353519.03	-967444129239.86
33	03-02-12	1794.94	1526710008929.70	-11648353519.03	-979092482758.89
34	04-02-12	1794.94	1526710008929.70	-11648353519.03	-990740836277.92
35	05-02-12	1794.94	1526710008929.70	-11648353519.03	-1002389189796.95
36	06-02-12	1813.98	1542904733304.90	4546370856.17	-997842818940.78
37	07-02-12	1813.98	1542904733304.90	4546370856.17	-993296448084.61
38	08-02-12	1813.98	1542904733304.90	4546370856.17	-988750077228.44
39	09-02-12	1813.98	1542904733304.90	4546370856.17	-984203706372.27
40	10-02-12	1813.98	1542904733304.90	4546370856.17	-979657335516.10
41	11-02-12	1813.98	1542904733304.90	4546370856.17	-975110964659.93

42	12-02-12	1813.98	1542904733304.90	4546370856.17	-970564593803.76
43	13-02-12	1875.8	1595486553729.00	57128191280.27	-913436402523.49
44	14-02-12	1875.8	1595486553729.00	57128191280.27	-856308211243.22
45	15-02-12	1875.8	1595486553729.00	57128191280.27	-799180019962.95
46	16-02-12	1875.8	1595486553729.00	57128191280.27	-742051828682.68
47	17-02-12	1875.8	1595486553729.00	57128191280.27	-684923637402.41
48	18-02-12	1875.8	1595486553729.00	57128191280.27	-627795446122.14
49	19-02-12	1875.8	1595486553729.00	57128191280.27	-570667254841.87
50	20-02-12	1875.8	1595486553729.00	57128191280.27	-513539063561.60
51	21-02-12	1838.3	1563590431666.50	25232069217.77	-488306994343.83
52	22-02-12	1838.3	1563590431666.50	25232069217.77	-463074925126.06
53	23-02-12	1838.3	1563590431666.50	25232069217.77	-437842855908.29
54	24-02-12	1838.3	1563590431666.50	25232069217.77	-412610786690.52
55	25-02-12	1838.3	1563590431666.50	25232069217.77	-387378717472.75
56	26-02-12	1838.3	1563590431666.50	25232069217.77	-362146648254.98
57	27-02-12	1875.52	1595248396017.60	56890033568.87	-305256614686.11
58	28-02-12	1875.52	1595248396017.60	56890033568.87	-248366581117.24
59	29-02-12	1875.52	1595248396017.60	56890033568.87	-191476547548.37
60	01-03-12	1875.52	1595248396017.60	56890033568.87	-134586513979.50
61	02-03-12	1875.52	1595248396017.60	56890033568.87	-77696480410.63
62	03-03-12	1875.52	1595248396017.60	56890033568.87	-20806446841.76
63	04-03-12	1875.52	1595248396017.60	56890033568.87	36083586727.11
64	05-03-12	1868.225	1589043537072.37	50685174623.65	86768761350.76
65	06-03-12	1868.225	1589043537072.37	50685174623.65	137453935974.40
66	07-03-12	1868.225	1589043537072.37	50685174623.65	188139110598.05
67	08-03-12	1868.225	1589043537072.37	50685174623.65	238824285221.69
68	09-03-12	1868.225	1589043537072.37	50685174623.65	289509459845.34
69	10-03-12	1868.225	1589043537072.37	50685174623.65	340194634468.98
70	11-03-12	1868.225	1589043537072.37	50685174623.65	390879809092.63
71	12-03-12	1904.48	1619880707882.40	81522345433.67	472402154526.30
72	13-03-12	1904.48	1619880707882.40	81522345433.67	553924499959.97
73	14-03-12	1904.48	1619880707882.40	81522345433.67	635446845393.64
74	15-03-12	1904.48	1619880707882.40	81522345433.67	716969190827.31
75	16-03-12	1904.48	1619880707882.40	81522345433.67	798491536260.98
76	17-03-12	1904.48	1619880707882.40	81522345433.67	880013881694.65
77	18-03-12	1904.48	1619880707882.40	81522345433.67	961536227128.32
78	19-03-12	1839.18	1564338927330.90	25980564882.17	987516792010.49
79	20-03-12	1839.18	1564338927330.90	25980564882.17	1013497356892.66
80	21-03-12	1839.18	1564338927330.90	25980564882.17	1039477921774.83
81	22-03-12	1839.18	1564338927330.90	25980564882.17	1065458486657.00
82	23-03-12	1839.18	1564338927330.90	25980564882.17	1091439051539.17
83	24-03-12	1839.18	1564338927330.90	25980564882.17	1117419616421.34
84	25-03-12	1839.18	1564338927330.90	25980564882.17	1143400181303.51
85	26-03-12	1796.9	1528377112909.50	-9981249539.23	1133418931764.28
86	27-03-12	1796.9	1528377112909.50	-9981249539.23	1123437682225.05

87	28-03-12	1796.9	1528377112909.50	-9981249539.23	1113456432685.82
88	29-03-12	1796.9	1528377112909.50	-9981249539.23	1103475183146.59
89	30-03-12	1796.9	1528377112909.50	-9981249539.23	1093493933607.36
90	31-03-12	1796.9	1528377112909.50	-9981249539.23	1083512684068.13
91	01-04-12	1796.9	1528377112909.50	-9981249539.23	1073531434528.90
92	02-04-12	1793.2	1525230028866.00	-13128333582.73	1060403100946.17
93	03-04-12	1793.2	1525230028866.00	-13128333582.73	1047274767363.44
94	04-04-12	1793.2	1525230028866.00	-13128333582.73	1034146433780.71
95	05-04-12	1793.2	1525230028866.00	-13128333582.73	1021018100197.98
96	06-04-12	1793.2	1525230028866.00	-13128333582.73	1007889766615.25
97	07-04-12	1793.2	1525230028866.00	-13128333582.73	994761433032.52
98	08-04-12	1793.2	1525230028866.00	-13128333582.73	981633099449.79
99	09-04-12	1801.44	1532238670087.20	-6119692361.53	975513407088.26
100	10-04-12	1801.44	1532238670087.20	-6119692361.53	969393714726.73
101	11-04-12	1801.44	1532238670087.20	-6119692361.53	963274022365.20
102	12-04-12	1801.44	1532238670087.20	-6119692361.53	957154330003.67
103	13-04-12	1801.44	1532238670087.20	-6119692361.53	951034637642.14
104	14-04-12	1801.44	1532238670087.20	-6119692361.53	944914945280.61
105	15-04-12	1801.44	1532238670087.20	-6119692361.53	938795252919.08
106	16-04-12	1788.24	1521011235121.20	-17347127327.53	921448125591.55
107	17-04-12	1788.24	1521011235121.20	-17347127327.53	904100998264.02
108	18-04-12	1788.24	1521011235121.20	-17347127327.53	886753870936.49
109	19-04-12	1788.24	1521011235121.20	-17347127327.53	869406743608.96
110	20-04-12	1788.24	1521011235121.20	-17347127327.53	852059616281.43
111	21-04-12	1788.24	1521011235121.20	-17347127327.53	834712488953.90
112	22-04-12	1788.24	1521011235121.20	-17347127327.53	817365361626.37
113	23-04-12	1775.3	1510004946601.50	-28353415847.23	789011945779.14
114	24-04-12	1775.3	1510004946601.50	-28353415847.23	760658529931.91
115	25-04-12	1775.3	1510004946601.50	-28353415847.23	732305114084.68
116	26-04-12	1775.3	1510004946601.50	-28353415847.23	703951698237.45
117	27-04-12	1775.3	1510004946601.50	-28353415847.23	675598282390.22
118	28-04-12	1775.3	1510004946601.50	-28353415847.23	647244866542.99
119	29-04-12	1775.3	1510004946601.50	-28353415847.23	618891450695.76
120	30-04-12	1739.16	1479265590565.80	-59092771882.93	559798678812.83
121	01-05-12	1739.16	1479265590565.80	-59092771882.93	500705906929.90
122	02-05-12	1739.16	1479265590565.80	-59092771882.93	441613135046.97
123	03-05-12	1739.16	1479265590565.80	-59092771882.93	382520363164.04
124	04-05-12	1739.16	1479265590565.80	-59092771882.93	323427591281.11
125	05-05-12	1739.16	1479265590565.80	-59092771882.93	264334819398.18
126	06-05-12	1739.16	1479265590565.80	-59092771882.93	205242047515.25
127	07-05-12	1703	1448509223265.00	-89849139183.73	115392908331.52
128	08-05-12	1703	1448509223265.00	-89849139183.73	25543769147.79
129	09-05-12	1703	1448509223265.00	-89849139183.73	-64305370035.94
130	10-05-12	1703	1448509223265.00	-89849139183.73	-154154509219.67
131	11-05-12	1703	1448509223265.00	-89849139183.73	-244003648403.40

132	12-05-12	1703	1448509223265.00	-89849139183.73	-333852787587.13
133	13-05-12	1703	1448509223265.00	-89849139183.73	-423701926770.86
134	14-05-12	1634.08	1389888403730.40	148469958718.33	-572171885489.19
135	15-05-12	1634.08	1389888403730.40	148469958718.33	-720641844207.52
136	16-05-12	1634.08	1389888403730.40	148469958718.33	-869111802925.85
137	17-05-12	1634.08	1389888403730.40	148469958718.33	-1017581761644.18
138	18-05-12	1634.08	1389888403730.40	148469958718.33	-1166051720362.51
139	19-05-12	1634.08	1389888403730.40	148469958718.33	-1314521679080.84
140	20-05-12	1634.08	1389888403730.40	148469958718.33	-1462991637799.17
141	21-05-12	1636.44	1391895733012.20	146462629436.53	-1609454267235.70
142	22-05-12	1636.44	1391895733012.20	146462629436.53	-1755916896672.23
143	23-05-12	1636.44	1391895733012.20	146462629436.53	-1902379526108.76
144	24-05-12	1636.44	1391895733012.20	146462629436.53	-2048842155545.29
145	25-05-12	1636.44	1391895733012.20	146462629436.53	-2195304784981.82
146	26-05-12	1636.44	1391895733012.20	146462629436.53	-2341767414418.35
147	27-05-12	1636.44	1391895733012.20	146462629436.53	-2488230043854.88
148	28-05-12	1724.48	1466779321982.40	-71579040466.33	-2559809084321.21
149	29-05-12	1724.48	1466779321982.40	-71579040466.33	-2631388124787.54
150	30-05-12	1724.48	1466779321982.40	-71579040466.33	-2702967165253.87
151	31-05-12	1724.48	1466779321982.40	-71579040466.33	-2774546205720.20
152	01-06-12	1724.48	1466779321982.40	-71579040466.33	-2846125246186.53
153	02-06-12	1724.48	1466779321982.40	-71579040466.33	-2917704286652.86
154	03-06-12	1724.48	1466779321982.40	-71579040466.33	-2989283327119.19
155	04-06-12	1715.24	1458920117506.20	-79438244942.53	-3068721572061.72
156	05-06-12	1715.24	1458920117506.20	-79438244942.53	-3148159817004.25
157	06-06-12	1715.24	1458920117506.20	-79438244942.53	-3227598061946.78
158	07-06-12	1715.24	1458920117506.20	-79438244942.53	-3307036306889.31
159	08-06-12	1715.24	1458920117506.20	-79438244942.53	-3386474551831.84
160	09-06-12	1715.24	1458920117506.20	-79438244942.53	-3465912796774.37
161	10-06-12	1715.24	1458920117506.20	-79438244942.53	-3545351041716.90
162	11-06-12	1727.1	1469007797710.50	-69350564738.23	-3614701606455.13
163	12-06-12	1727.1	1469007797710.50	-69350564738.23	-3684052171193.36
164	13-06-12	1727.1	1469007797710.50	-69350564738.23	-3753402735931.59
165	14-06-12	1727.1	1469007797710.50	-69350564738.23	-3822753300669.82

166	15-06-12	1727.1	1469007797710.50	-69350564738.23	-3892103865408.05
167	16-06-12	1727.1	1469007797710.50	-69350564738.23	-3961454430146.28
168	17-06-12	1727.1	1469007797710.50	-69350564738.23	-4030804994884.51
169	18-06-12	1730.26	1471695577596.30	-66662784852.43	-4097467779736.94
170	19-06-12	1730.26	1471695577596.30	-66662784852.43	-4164130564589.37
171	20-06-12	1730.26	1471695577596.30	-66662784852.43	-4230793349441.80
172	21-06-12	1730.26	1471695577596.30	-66662784852.43	-4297456134294.23
173	22-06-12	1730.26	1471695577596.30	-66662784852.43	-4364118919146.66
174	23-06-12	1730.26	1471695577596.30	-66662784852.43	-4430781703999.09
175	24-06-12	1730.26	1471695577596.30	-66662784852.43	-4497444488851.52
176	25-06-12	1776.28	1510838498591.40	-27519863857.33	-4524964352708.85
177	26-06-12	1776.28	1510838498591.40	-27519863857.33	-4552484216566.18
178	27-06-12	1776.28	1510838498591.40	-27519863857.33	-4580004080423.51
179	28-06-12	1776.28	1510838498591.40	-27519863857.33	-4607523944280.84
180	29-06-12	1776.28	1510838498591.40	-27519863857.33	-4635043808138.17
181	30-06-12	1776.28	1510838498591.40	-27519863857.33	-4662563671995.50
182	01-07-12	1776.28	1510838498591.40	-27519863857.33	-4690083535852.83
183	02-07-12	1833.08	1559150491475.40	20792129026.67	-4669291406826.16
184	03-07-12	1833.08	1559150491475.40	20792129026.67	-4648499277799.49
185	04-07-12	1833.08	1559150491475.40	20792129026.67	-4627707148772.82
186	05-07-12	1833.08	1559150491475.40	20792129026.67	-4606915019746.15
187	06-07-12	1833.08	1559150491475.40	20792129026.67	-4586122890719.48
188	07-07-12	1833.08	1559150491475.40	20792129026.67	-4565330761692.81
189	08-07-12	1833.08	1559150491475.40	20792129026.67	-4544538632666.14
190	09-07-12	1817.78	1546136873673.90	7778511225.17	-4536760121440.97
191	10-07-12	1817.78	1546136873673.90	7778511225.17	-4528981610215.80
192	11-07-12	1817.78	1546136873673.90	7778511225.17	-4521203098990.63
193	12-07-12	1817.78	1546136873673.90	7778511225.17	-4513424587765.46
194	13-07-12	1817.78	1546136873673.90	7778511225.17	-4505646076540.29
195	14-07-12	1817.78	1546136873673.90	7778511225.17	-4497867565315.12
196	15-07-12	1817.78	1546136873673.90	7778511225.17	-4490089054089.95
197	16-07-12	1823.38	1550900027901.90	12541665453.17	-4477547388636.78
198	17-07-12	1823.38	1550900027901.90	12541665453.17	-4465005723183.61
199	18-07-12	1823.38	1550900027901.90	12541665453.17	-4452464057730.44
200	19-07-12	1823.38	1550900027901.90	12541665453.17	-4439922392277.27
201	20-07-12	1823.38	1550900027901.90	12541665453.17	-4427380726824.10
202	21-07-12	1823.38	1550900027901.90	12541665453.17	-4414839061370.93
203	22-07-12	1823.38	1550900027901.90	12541665453.17	-4402297395917.76
204	23-07-12	1799.42	1530520532312.10	-7837830136.63	-4410135226054.39
205	24-07-12	1799.42	1530520532312.10	-7837830136.63	-4417973056191.02
206	25-07-12	1799.42	1530520532312.10	-7837830136.63	-4425810886327.65
207	26-07-12	1799.42	1530520532312.10	-7837830136.63	-4433648716464.28
208	27-07-12	1799.42	1530520532312.10	-7837830136.63	-4441486546600.91
209	28-07-12	1799.42	1530520532312.10	-7837830136.63	-4449324376737.54
210	29-07-12	1799.42	1530520532312.10	-7837830136.63	-4457162206874.17

211	30-07-12	1832.66	1558793254908.30	20434892459.57	-4436727314414.60
212	31-07-12	1832.66	1558793254908.30	20434892459.57	-4416292421955.03
213	01-08-12	1832.66	1558793254908.30	20434892459.57	-4395857529495.46
214	02-08-12	1832.66	1558793254908.30	20434892459.57	-4375422637035.89
215	03-08-12	1832.66	1558793254908.30	20434892459.57	-4354987744576.32
216	04-08-12	1832.66	1558793254908.30	20434892459.57	-4334552852116.75
217	05-08-12	1832.66	1558793254908.30	20434892459.57	-4314117959657.18
218	06-08-12	1873.34	1593394168121.70	55035805672.97	-4259082153984.21
219	07-08-12	1873.34	1593394168121.70	55035805672.97	-4204046348311.24
220	08-08-12	1873.34	1593394168121.70	55035805672.97	-4149010542638.27
221	09-08-12	1873.34	1593394168121.70	55035805672.97	-4093974736965.30
222	10-08-12	1873.34	1593394168121.70	55035805672.97	-4038938931292.33
223	11-08-12	1873.34	1593394168121.70	55035805672.97	-3983903125619.36
224	12-08-12	1873.34	1593394168121.70	55035805672.97	-3928867319946.39
225	13-08-12	1869.84	1590417196729.20	52058834280.47	-3876808485665.92
226	14-08-12	1869.84	1590417196729.20	52058834280.47	-3824749651385.45
227	15-08-12	1869.84	1590417196729.20	52058834280.47	-3772690817104.98
228	16-08-12	1869.84	1590417196729.20	52058834280.47	-3720631982824.51
229	17-08-12	1869.84	1590417196729.20	52058834280.47	-3668573148544.04
230	18-08-12	1869.84	1590417196729.20	52058834280.47	-3616514314263.58
231	19-08-12	1869.84	1590417196729.20	52058834280.47	-3564455479983.11
232	20-08-12	1879.56	1598684671567.80	60326309119.07	-3504129170864.04
233	21-08-12	1879.56	1598684671567.80	60326309119.07	-3443802861744.96
234	22-08-12	1879.56	1598684671567.80	60326309119.07	-3383476552625.89
235	23-08-12	1879.56	1598684671567.80	60326309119.07	-3323150243506.82
236	24-08-12	1879.56	1598684671567.80	60326309119.07	-3262823934387.75
237	25-08-12	1879.56	1598684671567.80	60326309119.07	-3202497625268.68
238	26-08-12	1879.56	1598684671567.80	60326309119.07	-3142171316149.61
239	27-08-12	1864.36	1585756110091.80	47397747643.07	-3094773568506.54
240	28-08-12	1864.36	1585756110091.80	47397747643.07	-3047375820863.47
241	29-08-12	1864.36	1585756110091.80	47397747643.07	-2999978073220.40
242	30-08-12	1864.36	1585756110091.80	47397747643.07	-2952580325577.33
243	31-08-12	1864.36	1585756110091.80	47397747643.07	-2905182577934.26
244	01-09-12	1864.36	1585756110091.80	47397747643.07	-2857784830291.19
245	02-09-12	1864.36	1585756110091.80	47397747643.07	-2810387082648.12
246	03-09-12	1897.72	1614130900278.60	75772537829.87	-2734614544818.25
247	04-09-12	1897.72	1614130900278.60	75772537829.87	-2658842006988.38
248	05-09-12	1897.72	1614130900278.60	75772537829.87	-2583069469158.51
249	06-09-12	1897.72	1614130900278.60	75772537829.87	-2507296931328.64
250	07-09-12	1897.72	1614130900278.60	75772537829.87	-2431524393498.77
251	08-09-12	1897.72	1614130900278.60	75772537829.87	-2355751855668.90
252	09-09-12	1897.72	1614130900278.60	75772537829.87	-2279979317839.03
253	10-09-12	1971.36	1676766378376.80	138408015928.07	-2141571301910.96
254	11-09-12	1971.36	1676766378376.80	138408015928.07	-2003163285982.89
255	12-09-12	1971.36	1676766378376.80	138408015928.07	-1864755270054.82

256	13-09-12	1971.36	1676766378376.80	138408015928.07	-1726347254126.75
257	14-09-12	1971.36	1676766378376.80	138408015928.07	-1587939238198.68
258	15-09-12	1971.36	1676766378376.80	138408015928.07	-1449531222270.61
259	16-09-12	1971.36	1676766378376.80	138408015928.07	-1311123206342.54
260	17-09-12	1960.26	1667325126246.30	128966763797.57	-1182156442544.97
261	18-09-12	1960.26	1667325126246.30	128966763797.57	-1053189678747.40
262	19-09-12	1960.26	1667325126246.30	128966763797.57	-924222914949.84
263	20-09-12	1960.26	1667325126246.30	128966763797.57	-795256151152.27
264	21-09-12	1960.26	1667325126246.30	128966763797.57	-666289387354.70
265	22-09-12	1960.26	1667325126246.30	128966763797.57	-537322623557.13
266	23-09-12	1960.26	1667325126246.30	128966763797.57	-408355859759.55
267	24-09-12	1928.66	1640447327388.30	102088964939.57	-306266894819.98
268	25-09-12	1928.66	1640447327388.30	102088964939.57	-204177929880.41
269	26-09-12	1928.66	1640447327388.30	102088964939.57	-102088964940.84
270	<b>27-09-12</b>	1928.66	1640447327388.30	102088964939.57	-1.27
271	28-09-12	1928.66	1640447327388.30	71075477458.95	-8302566142309.76
272	29-09-12	1928.66	1640447327388.30	71075477458.95	-8231490664850.81
273	30-09-12	1928.66	1640447327388.30	71075477458.95	-8160415187391.86
274	01-10-12	1940.42	1650449951267.10	81078101337.75	-8079337086054.11
275	02-10-12	1940.42	1650449951267.10	81078101337.75	-7998258984716.36
276	03-10-12	1940.42	1650449951267.10	81078101337.75	-7917180883378.61
277	04-10-12	1940.42	1650449951267.10	81078101337.75	-7836102782040.86
278	05-10-12	1940.42	1650449951267.10	81078101337.75	-7755024680703.11
279	06-10-12	1940.42	1650449951267.10	81078101337.75	-7673946579365.36
280	07-10-12	1940.42	1650449951267.10	81078101337.75	-7592868478027.61
281	08-10-12	1935	1645839898425.00	76468048495.65	-7516400429531.96
282	09-10-12	1935	1645839898425.00	76468048495.65	-7439932381036.31
283	10-10-12	1935	1645839898425.00	76468048495.65	-7363464332540.66
284	11-10-12	1935	1645839898425.00	76468048495.65	-7286996284045.01
285	12-10-12	1935	1645839898425.00	76468048495.65	-7210528235549.36
286	13-10-12	1935	1645839898425.00	76468048495.65	-7134060187053.71
287	14-10-12	1935	1645839898425.00	76468048495.65	-7057592138558.06
288	15-10-12	1973.96	1678977842839.80	109605992910.45	-6947986145647.61



289	16-10-12	1973.96	1678977842839.80	109605992910.45	-6838380152737.16
290	17-10-12	1973.96	1678977842839.80	109605992910.45	-6728774159826.71
291	18-10-12	1973.96	1678977842839.80	109605992910.45	-6619168166916.26
292	19-10-12	1973.96	1678977842839.80	109605992910.45	-6509562174005.81
293	20-10-12	1973.96	1678977842839.80	109605992910.45	-6399956181095.36
294	21-10-12	1973.96	1678977842839.80	109605992910.45	-6290350188184.91
295	22-10-12	1913.06	1627178540610.30	57806690680.95	-6232543497503.96
296	23-10-12	1913.06	1627178540610.30	57806690680.95	-6174736806823.00
297	24-10-12	1913.06	1627178540610.30	57806690680.95	-6116930116142.05
298	25-10-12	1913.06	1627178540610.30	57806690680.95	-6059123425461.10
299	26-10-12	1913.06	1627178540610.30	57806690680.95	-6001316734780.15
300	27-10-12	1913.06	1627178540610.30	57806690680.95	-5943510044099.20
301	28-10-12	1913.06	1627178540610.30	57806690680.95	-5885703353418.25
302	29-10-12	1917.25	1630742400648.75	61370550719.40	-5824332802698.85
303	30-10-12	1917.25	1630742400648.75	61370550719.40	-5762962251979.45
304	31-10-12	1917.25	1630742400648.75	61370550719.40	-5701591701260.05
305	01-11-12	1917.25	1630742400648.75	61370550719.40	-5640221150540.65
306	02-11-12	1917.25	1630742400648.75	61370550719.40	-5578850599821.25
307	03-11-12	1917.25	1630742400648.75	61370550719.40	-5517480049101.85
308	04-11-12	1917.25	1630742400648.75	61370550719.40	-5456109498382.45
309	05-11-12	1930.22	1641774206066.10	72402356136.75	-5383707142245.70
310	06-11-12	1930.22	1641774206066.10	72402356136.75	-5311304786108.95
311	07-11-12	1930.22	1641774206066.10	72402356136.75	-5238902429972.20
312	08-11-12	1930.22	1641774206066.10	72402356136.75	-5166500073835.45
313	09-11-12	1930.22	1641774206066.10	72402356136.75	-5094097717698.70
314	10-11-12	1930.22	1641774206066.10	72402356136.75	-5021695361561.95

315	11-11-12	1930.22	1641774206066.10	72402356136.75	-4949293005425.20
316	12-11-12	1880.36	1599365122171.80	29993272242.45	-4919299733182.75
317	13-11-12	1880.36	1599365122171.80	29993272242.45	-4889306460940.30
318	14-11-12	1880.36	1599365122171.80	29993272242.45	-4859313188697.85
319	15-11-12	1880.36	1599365122171.80	29993272242.45	-4829319916455.40
320	16-11-12	1880.36	1599365122171.80	29993272242.45	-4799326644212.96
321	17-11-12	1880.36	1599365122171.80	29993272242.45	-4769333371970.51
322	18-11-12	1880.36	1599365122171.80	29993272242.45	-4739340099728.06
323	19-11-12	1917.12	1630631827425.60	61259977496.25	-4678080122231.81
324	20-11-12	1917.12	1630631827425.60	61259977496.25	-4616820144735.56
325	21-11-12	1917.12	1630631827425.60	61259977496.25	-4555560167239.31
326	22-11-12	1917.12	1630631827425.60	61259977496.25	-4494300189743.06
327	23-11-12	1917.12	1630631827425.60	61259977496.25	-4433040212246.81
328	24-11-12	1917.12	1630631827425.60	61259977496.25	-4371780234750.56
329	25-11-12	1917.12	1630631827425.60	61259977496.25	-4310520257254.31
330	26-11-12	1918.94	1632179852549.70	62808002620.35	-4247712254633.96
331	27-11-12	1918.94	1632179852549.70	62808002620.35	-4184904252013.61
332	28-11-12	1918.94	1632179852549.70	62808002620.35	-4122096249393.26
333	29-11-12	1918.94	1632179852549.70	62808002620.35	-4059288246772.91
334	30-11-12	1918.94	1632179852549.70	62808002620.35	-3996480244152.56
335	01-12-12	1918.94	1632179852549.70	62808002620.35	-3933672241532.21
336	02-12-12	1918.94	1632179852549.70	62808002620.35	-3870864238911.86
337	03-12-12	1973.48	1678569572477.40	109197722548.05	-3761666516363.81
338	04-12-12	1973.48	1678569572477.40	109197722548.05	-3652468793815.76
339	05-12-12	1973.48	1678569572477.40	109197722548.05	-3543271071267.71
340	06-12-12	1973.48	1678569572477.40	109197722548.05	-3434073348719.66

341	07-12-12	1973.48	1678569572477.40	109197722548.05	-3324875626171.61
342	08-12-12	1973.48	1678569572477.40	109197722548.05	-3215677903623.56
343	09-12-12	1973.48	1678569572477.40	109197722548.05	-3106480181075.51
344	10-12-12	2005.02	1705396337540.10	136024487610.75	-2970455693464.76
345	11-12-12	2005.02	1705396337540.10	136024487610.75	-2834431205854.01
346	12-12-12	2005.02	1705396337540.10	136024487610.75	-2698406718243.26
347	13-12-12	2005.02	1705396337540.10	136024487610.75	-2562382230632.51
348	14-12-12	2005.02	1705396337540.10	136024487610.75	-2426357743021.76
349	15-12-12	2005.02	1705396337540.10	136024487610.75	-2290333255411.01
350	16-12-12	2005.02	1705396337540.10	136024487610.75	-2154308767800.26
351	17-12-12	2017.38	1715909299371.90	146537449442.55	-2007771318357.71
352	18-12-12	2017.38	1715909299371.90	146537449442.55	-1861233868915.16
353	19-12-12	2017.38	1715909299371.90	146537449442.55	-1714696419472.61
354	20-12-12	2017.38	1715909299371.90	146537449442.55	-1568158970030.06
355	21-12-12	2017.38	1715909299371.90	146537449442.55	-1421621520587.51
356	22-12-12	2017.38	1715909299371.90	146537449442.55	-1275084071144.96
357	23-12-12	2017.38	1715909299371.90	146537449442.55	-1128546621702.41
358	24-12-12	2010.95	1710440177642.25	141068327712.90	-987478293989.51
359	25-12-12	2010.95	1710440177642.25	141068327712.90	-846409966276.61
360	26-12-12	2010.95	1710440177642.25	141068327712.90	-705341638563.71
361	27-12-12	2010.95	1710440177642.25	141068327712.90	-564273310850.81
362	28-12-12	2010.95	1710440177642.25	141068327712.90	-423204983137.91
363	29-12-12	2010.95	1710440177642.25	141068327712.90	-282136655425.01
364	30-12-12	2010.95	1710440177642.25	141068327712.90	-141068327712.11
365	31-12-12	2010.95	1710440177642.25	141068327712.90	0.79
კომპანიის დირექტორების საშუალო რითმეტიკული X			1569371849929.35		

სტანდარტული გადახრა $S$	78632149207
$\text{Max } \sum(x_i - X)$	0
$\text{Min } \sum(x_i - X)$	-11044044742951.70
გაქანება $R$	11044044742951.70
ნორმირებული გაქანება $R/S$	140.452027
$\text{Log}(R/S)$	2.147528011
$\text{Log}(N \cdot \frac{1}{2})$	2.758413757
$H$	<b>0.778537305</b>

ცხრილი 3.2 ჰერსტის მაჩვენებლის პოვნა.

იგივე ნაირად გამოვითვლით ჰერსტის მაჩვენებელს 1179 მნიშვნელობებისთვის (ანუ ვიპოვით ჰერსტის მაჩვენებელს 2012-2015წლებისთვის) და მივიღებთ, რომ ჰერსტის მაჩვენებელი  $H=0.8$ . შესაბამისად დროითი მწკრივი პერსისტენტულია. პერსისტენტულობის შემთხვევაში შესაძლებელია შესაბამისი ვეივლეტ-მიახლოების დინამიკის პროგნოზის ამოცანის ამოხსნა.

### 3.2 მონაცემთა დროითი მწკრივების დამუშავება

ხშირად დროითი მწკრივის მნიშვნელობებს აქვთ შემთხვევითი მდგენელიც, ამიტომ დღის წესრიგში დგება მონაცემთა დაგლუვების ამოცანა.

დაგლუვების შედეგად, შეგვიძლია განვიხილოთ მონაცემთა ექსტრაპოლაციის ამოცანა, სხვაგვარად რომ ვთქვათ, შეგვიძლია ღირებულების დინამიკის მონაცემთა დროითი მწკრივის პროგნოზირება.

#### 3.2.1 მონაცემთა დაგლუვების ამოცანა

მცოცავი საშუალო არის გასაშუალების საერთო მეთოდი, რომელშიც მწკრივის ყველა წევრი იცვლება  $n$  მეზობელი წევრის შეწონილი საშუალოთი, სადაც  $n$  - “ფანჯრის” სიგანეა.

მონაცემთა გასაშუალება Mathcad-ში ხდება smooth ოპერატორით.

განვიხილოთ მაგალითი: თავდაპირველად ჩამოვყალიბოთ შემთხვევით მონაცემთა სისტემა  $rnd(1) \in [0; 1]$ , შემდეგ დაგლუვების ოპერატორის  $supsmooth(X, Y)$  დახმარებით გავწმინდოთ მონაცემები.

შევადგინოთ შესაბამისი პროგრამა:

```
i := 1..500
```

```
Yi := rnd(1) - 0.5 + sin(0.05i)
```

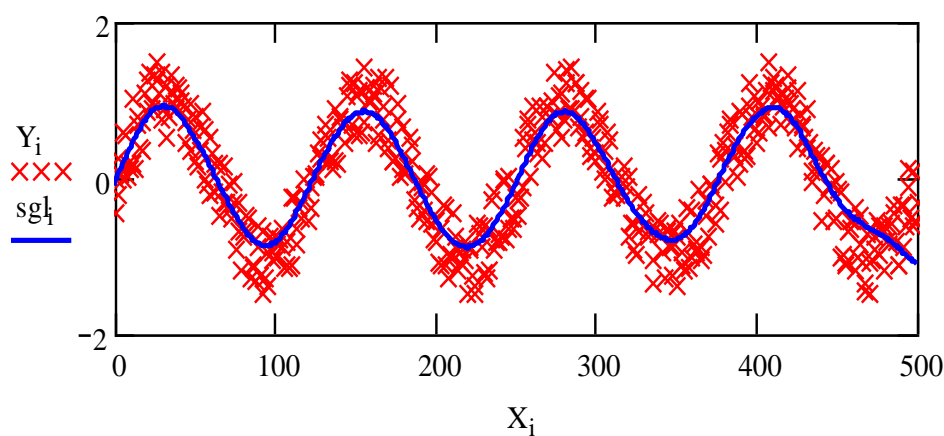
```
Xi := i
```

```
n := rows(Y)
```

```
n = 501
```

```
sgl := supsmooth(X, Y)
```

```
i := 0..n - 1
```



ნახ.3.4.სტატისტიკური მონაცემების დაგლუვება

დაგლუვება შესაძლებელია დისკრეტული მონაცემთა დროითი მწკრივისათვისაც  $medsmooth$  ოპერატორის დახმარებით.

განვიხილოთ ჩვენი ჰიპოთეტიკური დროითი მწკრივი  $X_i$  და შევეცადოთ დაგლუვების ჩატარება ფანჯრის სიგანით  $n = 11$

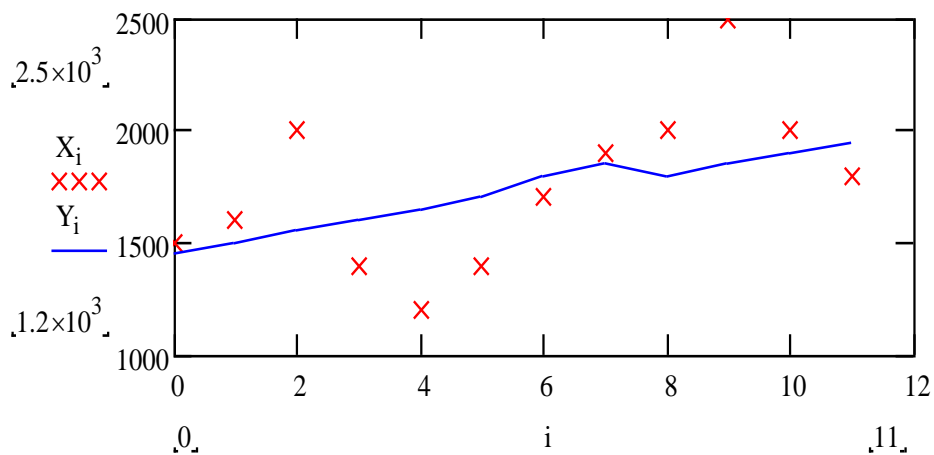
$X :=$ 

1500
1600
2000
1400
1200
1400
1700
1900
2000
2500
2000
1800

 $Y := \text{medsmooth}(X, 11)$

$Y =$ 

	0
0	1450
1	1500
2	1550
3	1600
4	1650
5	1700
6	1800
7	1850
8	1800
9	1850
10	1900
11	1950



ნახ.3.5. დისკრეტული მონაცემების დაგლუვება

ნახაზიდან 3.2 ჩანს, რომ დაგლუვებული მონაცემები  $Y_i$  იცვლება უფრო გლუვად, ვიდრე საწყისი დროითი მწკრივის მონაცემები.

### 3.2.2 მონაცემთა ექსტრაპოლაციის ამოცანა

პროგნოზის ამოცანათა ამოხსნა საკმაოდ საინტერესოა, თუმცა ამის გაკეთება იმდენად რთულია და მრავალფაქტორიანი, რომ შედეგი ზოგჯერ არაპროგნოზირებადია, მითუმეტეს თუ, დროით მწკრივს გააჩნია მულტიფრაქტალური სტრუქტურა.

განვიხილოთ ექსტრაპოლაციის ამოცანა: ავიღოთ საწყისი მონაცემების 100 მნიშვნელობა ფუნქციიდან  $f(x) = \sin\frac{x}{5} \cdot e^{\frac{x}{100}}$  და ოპერატორის  $predict(.,.,.)$  დახმარებით მოვახდინოთ დანარჩენი 150 მნიშვნელობის ექსტრაპოლაცია ნახ.3.3.

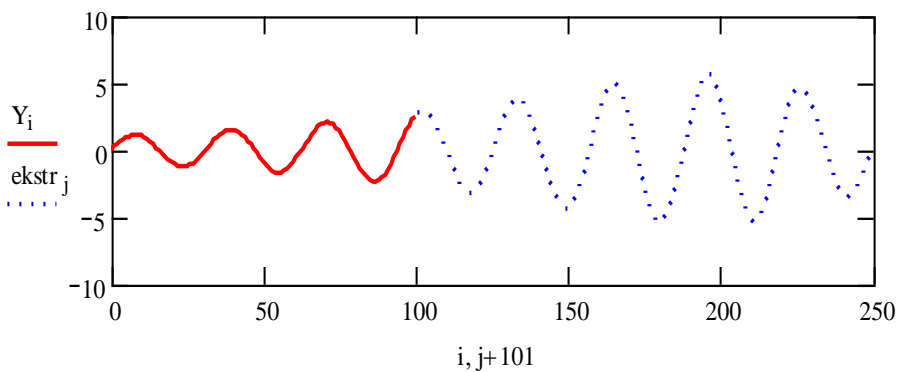
```
i := 0..100
```

```
ekstr := predict(Y,20,150)
```

$$Y_i := \sin\left(\frac{i}{5}\right) \cdot e^{\frac{i}{100}}$$

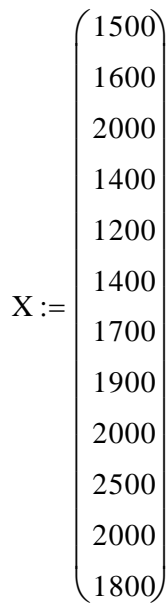
```
j := 0, 2..200
```

ნახ.3.6. მონაცემთა ექსტრაპოლაცია (წყვეტილი ხაზი).



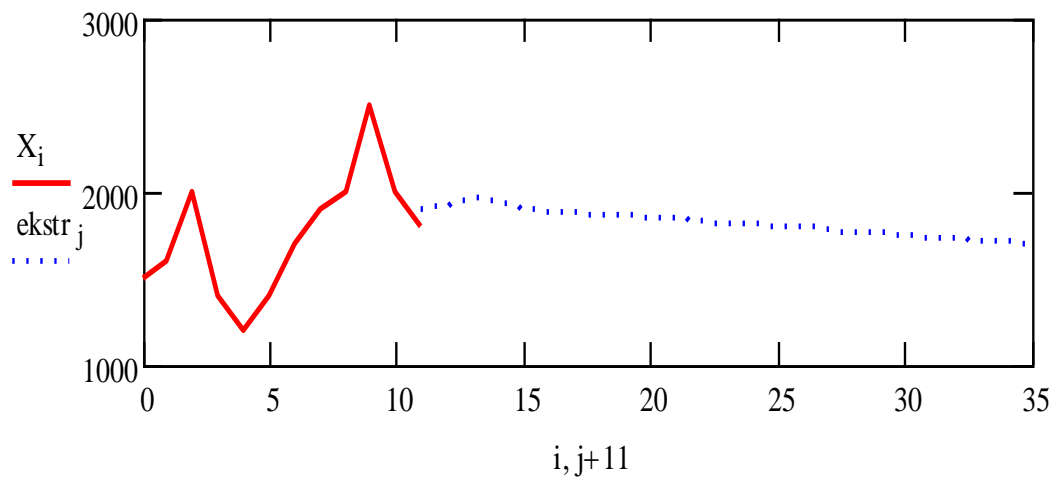
განვიხილოთ ექსტრაპოლაციის ამოცანა ჰიპოთეტიკური დროითი მწკრივისათვის  $X_i$ .

ამ ამოცანის ამოსახსნელად შევადგინოთ პროგრამა:



`ekstr := predict(X, 5, 25)`

`j := 0..30`



ნახ. 3.7. ჰიპოთეტიკური დროითი მონაცემთა მწკრივის ექსტრაპოლაცია

### 3.3 ფურიეს ანალიზი და პერიოდული დროითი მონაცემების სინთეზი

ფურიეს მწკრივად ფუნქციის გამოს შემსწავლელ თეორიას ჰარმონიულ ანალიზს უწოდებენ[60-61].



როგორც ცნობილია  $f(t)$  ფუნქციის ფურიეს კოეფიციენტები  $2\pi$  პერიოდით მონაკვეთში  $(-\pi; \pi)$  დაშლის დროს გამოითვლება ფორმულებით:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) dt, \quad a_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos kt dt, \quad b_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \sin kt dt \quad (3.11)$$

ხოლო გაშლას ფურიეს მწკრივად აქვს შემდეგი სახე:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos kt + b_k \sin kt). \quad (3.12)$$

იოლია ამ ფორმულების გარდაქმნა ფუნქციის გაშლისათვის  $(-l; l)$  მონაკვეთში. ამისათვის აუცილებელია ცვლადების გარდაქმნა  $t \rightarrow \xi$ , რომელიც გამოითვლება შემდეგი ფორმულით:

$$t = \frac{l\xi}{\pi} \Leftrightarrow \xi = \frac{\pi t}{l}. \quad (3.13)$$

მაშინ გაშლა ფურიეს მწკრივად მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left( a_k \cos \frac{k\pi t}{l} + b_k \sin \frac{k\pi t}{l} \right), \quad (3.14)$$

ხოლო გაშლის კოეფიციენტები გამოითვლება ფორმულით:

$$a_0 = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(t) dt, \quad a_k = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(t) \cos \frac{k\pi t}{l} dt, \quad b_k = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(t) \sin \frac{k\pi t}{l} dt. \quad (3.15)$$

თუ ჩვენ ვაპირებთ პერიოდული ფუნქციის ექსტრაპოლირებას

$T = \frac{1}{f_1}$  პერიოდით, სადაც  $f_1$  – პერიოდულად განაწილებულ მონაცემთა პირველი ჰარმონიკის სიხშირეა, მაშინ ექსტრაპოლირების ფუნქცია შუალედში  $[0, T]$  ჩაიწერება შემდეგ ნაირად:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos 2\pi k f_1 t + b_k \sin 2\pi k f_1 t), \quad (3.16)$$

სადაც

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos 2\pi k f_1 t dt, \quad b_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin 2\pi k f_1 t dt. \quad (3.17)$$

ხშირ შემთხვევაში სინთეზის ამოცანის ამოსახსნელად ფურიეს მწკრივს წარმოადგენენ უფრო მოხერხებული ფორმით:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (M_k \cos 2\pi k f_1 t + \varphi_k), \quad (3.18)$$

სადაც ჰარმონიკის ამპლიტუდები  $M_k$  და ფაზა  $\varphi_k$  გამოითვლება შემდეგი ფორმულებით:

$$M_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}, \varphi_k = -\arctg \frac{b_k}{a_k}. \quad (3.19)$$

ჰარმონიკის, ამპლიტუდის და ფაზის განსაზღვრა ან ფურიეს კოეფიციენტების პოვნა, წარმოადგენს **სპექტრალური ანალიზის ამოცანას**. ხოლო შებრუნებულ ამოცანას, რაც ითვალისწინებს  $f(t)$  ფუნქციის სახის დადგენას მისი მნიშვნელობების მიხედვით, **სინთეზის ამოცანას** უწოდებენ.

თუ  $k = 1$ , ჰარმონიკას ეწოდება პირველი ჰარმონიკა, ხოლო მის სიხშირეს  $f_1$  – მთავარი სიხშირე. ყველა სხვა სიხშირე ამ ძირითადი სიხშირის ჯერადია ანუ  $f_k = k \cdot f_1, k \in \{2; 3; 4; \dots\}$ .

### 3.3.1 დისკრეტული ფურიე ანალიზი და პერიოდული ფუნქციების სპექტრი

განვიხილოთ დისკრეტული ფურიე ანალიზი და პერიოდული ფუნქციების სპექტრი. ჩვენ შემთხვევაში, მოცემული გვაქვს კომპანიის ღირებულების მონაცემთა დროითი დისკრეტული მწკრივის ფუნქცია, რომელიც განსაზღვრულია დროის სხვადასხვა მომენტებში  $X_i$ .

თუ ჩავთვლით, რომ საკვანძო წერტილებს შორის ფუნქციის მნიშვნელობები მუდმივია, მაშინ ფურიეს კოეფიციენტების გამოსათვლელი ფორმულების ინტეგრალები შეგვიძლია წარმოვადგინოთ სიმპსონის ფორმულებით:

$$a_k = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N X_i \cdot \cos \frac{2\pi k i}{N}, \quad (3.20)$$

და

$$b_k = \frac{2}{N} \cdot \sum_{i=1}^N X_i \cdot \sin \frac{2\pi k i}{N}. \quad (3.21)$$

დისკრეტული მონაცემების ანალიზის დროს წარმოიქმნება საკითხი აუცილებელი წერტილების რაოდენობის საპოვნელად. ამ კითხვაზე პასუხს იძლევა შენონ-კოტელნიკოვის თეორემა, რომლის თანახმადაც მონაცემთა რაოდენობა, ორჯერ მაინც უნდა აღემატებოდეს ჰარმონიკის რიცხვს (გაშლის წევრთა რაოდენობას), ანუ ( $N \geq 2M$ ).

პროგრამულ პაკეტში Mathcad არსებობს ჩაშენებული ფუნქცია, რომლის დახმარებით ხდება დისკრეტულ მონაცემთა მწკრივის დისკრეტული სპექტრალური ანალიზისა და სინთეზის ჩატარება.

დისკრეტული სპექტრალურია ნალიზი:

$$X := \begin{pmatrix} 1500 \\ 1600 \\ 2000 \\ 1400 \\ 1200 \\ 1400 \\ 1700 \\ 1900 \\ 2000 \\ 2500 \\ 2000 \\ 1800 \end{pmatrix}$$

$$f1 := 29000$$

$$M := 5$$

$$N := \text{length}(X)$$

$$j := \sqrt{-1}$$

$$dt := \frac{1}{f1 \cdot N}$$

$$p := 2 \cdot \pi \cdot f1 \cdot dt$$

$$k := 0..M$$

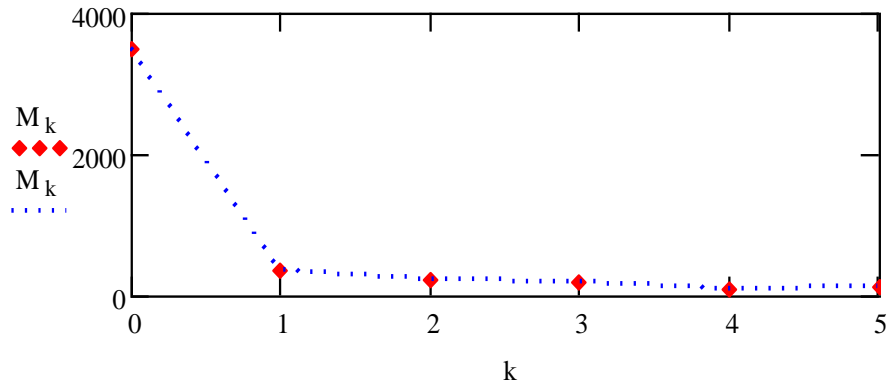
$$i := 0..N - 1$$

$$a_k := \sum_i (X_i \cdot \cos(p \cdot k \cdot i))$$

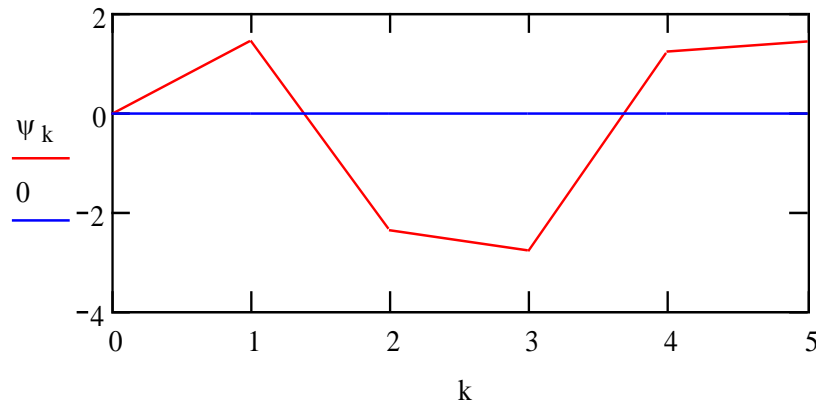
$$b_k := \sum_i (X_i \cdot \sin(p \cdot k \cdot i))$$

$$M_k := |a_k + j \cdot b_k| \cdot \frac{2}{N}$$

$$\psi_k := -\arg(a_k + j \cdot b_k)$$



ნახ.3.8. ამპლიტუდის დისკრეტული სპექტრი



ნახ.3.9. ფაზათა დისკრეტული სპექტრი.

### 3.3.2 დისკრეტული სპექტრალური ანალიზი

განვიხილოთ  $X_i$  მონაცემთა დროითი მწკრივის დისკრეტული სპექტრალური ფურიე-სინთეზი. ამ შემთხვევაში ვაგებთ კომპანის ღირებულების ფუნქციას ფურიეს მწკრივის სახით გამოთვლილი ამპლიტუდებით და ფაზით:

$$f(t) := \frac{-a_0}{N} + \sum_k (M_k \cdot \cos(p_1 \cdot k \cdot t + \psi_k))$$

შევადგინოთ სპექტრალური სინთეზის პროგრამა ღირებულების ფუნქციისათვის:

### დისკრეტული სპექტრალური ანალიზი

$$N = 12$$

$$dt = 2.874 \times 10^{-7}$$

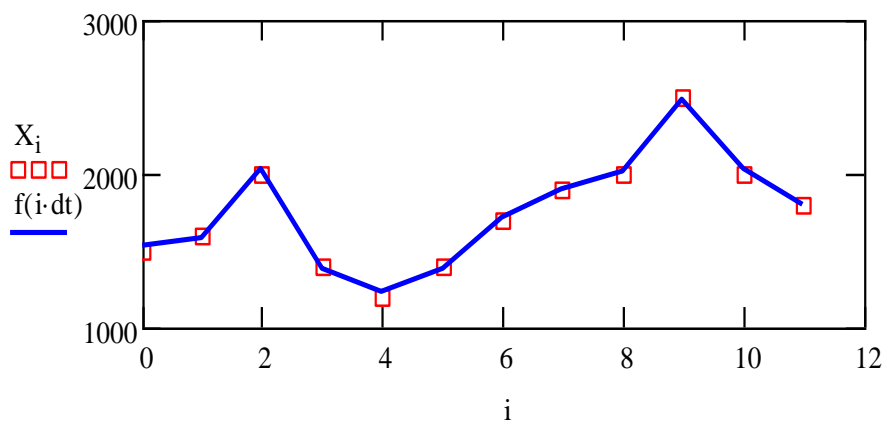
$$p1 := 2 \cdot \pi \cdot f1$$

$$a = \begin{pmatrix} 2.1 \times 10^4 \\ 286.603 \\ -950 \\ -1000 \\ 150 \\ 113.397 \end{pmatrix}$$

$$b = \begin{pmatrix} 0 \\ -2.143 \times 10^3 \\ 952.628 \\ 400 \\ -433.013 \\ -757.18 \end{pmatrix}$$

$$f(t) := \frac{-a_0}{N} + \sum_k (M_k \cdot \cos(p1 \cdot k \cdot t + \psi_k))$$

ნახ. 3.10. დისკრეტული სპექტრალური სინთეზი.



ნახ.3.7. ჩანს, რომ დისკრეტული სპექტრალური ანალიზი იძლევა კარგ მიახლოებას, თუმცა ეს მიდგომა ყოველთვის გამართლებული არაა, ვინაიდან შემუშავებულია პერიოდული ფუნქციებისათვის.

### 3.4 დროითი მწკრივების ვეივლეტ - ანალიზი

ვეივლეტ-გარდაქმნა იძლევა მონაცემთა გაფილტვრის საშუალებას, და შემდგომ პროგნოზირების ამოცანის ამოხსნას[60-61]:

$$f(t) \sim \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_{jk} \cdot 2^{\frac{j}{2}} \cdot \psi(2^j \cdot t - k), \quad (3.22)$$

სადაც  $\psi$  - დედა ვეივლეტია.

დედა ვეივლეტ-ფუნქცია უნდა აკმაყოფილებდეს შემდეგ თვისებებს:

1. ლოკალიზაცია. დედობრივი ვეივლეტ-ფუნქციის მნიშვნელობები ლოკალიზებული უნდა იყვნენ შემოსაზღვრულ დროით ინტერვალში;
2. ნულოვანი საშუალო მნიშვნელობა. ეს ნიშნავს, რომ

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^m \psi(t) dt = 0; \quad (3.23)$$

ესეთი სახის ვეივლეტებს აქვთ  $m$  რიგითობა.

**განსაზღვრულობა.**

წარმოადგენენ შემდეგი უტოლობით:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(t)|^2 dt < \infty; \quad (3.24)$$

#### 3.4.1 ვეივლეტ-ფუნქციის კერძო შემთხვევები

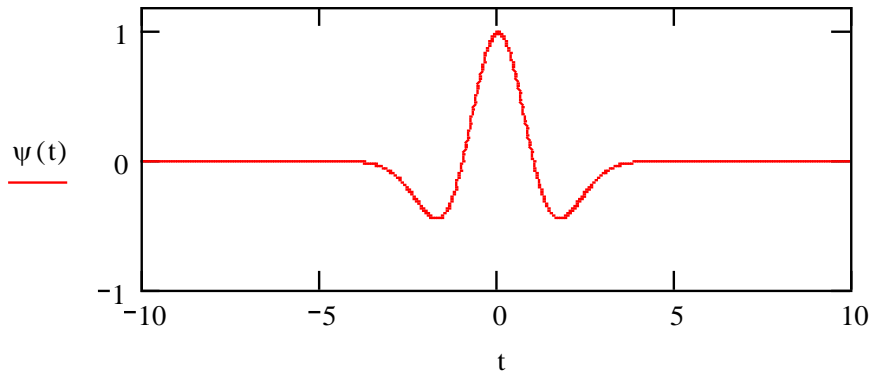
განვიხილოთ წარმომქმნელი(დედა) ვეივლეტ-ფუნქციების კერძო შემთხვევები, რომლებიც აკმაყოფილებენ შემდეგ თვისებებს: ლოკალიზაცია, ნულოვანი საშუალო და შემოსაზღვრულობა.

ა) მექსიკური ქუდი (მარას ვეივლეტი)

ესე ეწოდება ფუნქციას, რომელიც მიიღება გაუსის ფუნქციიდან ორმაგი დიფერენცირების შედეგად:

$$\psi(t) = (t^2 - 1)e^{-\frac{t^2}{2}}$$

მაარის ვეივლეტს აქვს შემდეგი სახე:



ნახ. 3.11 მექსიკური ქუდი

შესაბამის ვეივლეტ-ბაზის აქვს შემდეგი სახე:

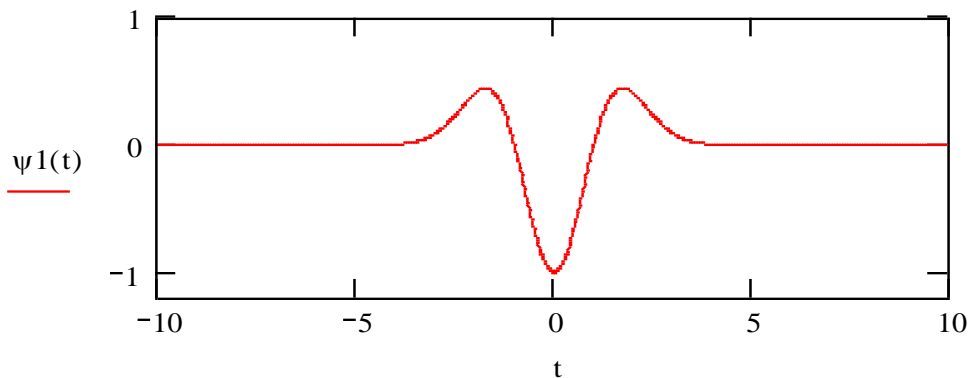
$$\psi_{jk}(t) = 2^{-\frac{j}{2}} \cdot \psi(2^j \cdot t - k). \quad (3.26)$$

ბ) გადაბრუნებული მექსიკური ქუდი

ფორმულას აქვს შემდეგი სახე:

$$\psi(t) = (1 + t^2)e^{-\frac{t^2}{2}}. \quad (3.27)$$

შესაბამის გრაფიკი წარმოდგენილია ნახ.3.2 სახით:

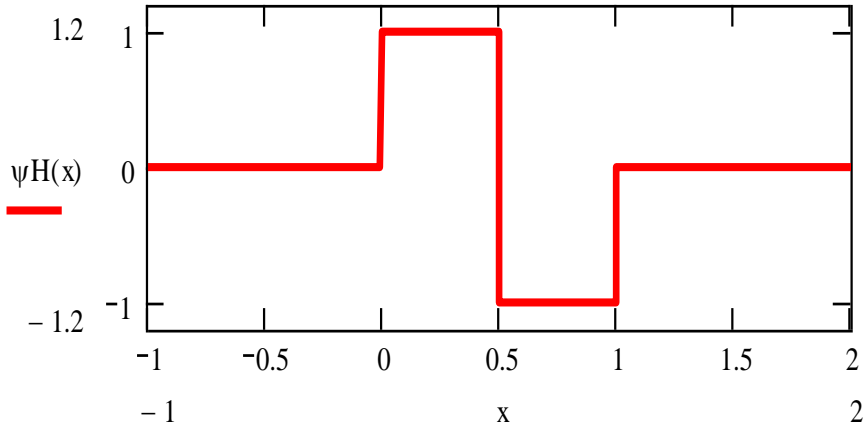


ნახ. 3.12. ამოტრიალებული მექსიკური ქუდი

გ) ხაარას ვეივლეტი. შესაბამისი დედობრივი ვეივლეტი იწერება შემდეგი სახით:

$$\psi^H(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } (0 \leq x < \frac{1}{2}) \\ -1 & \text{if } (\frac{1}{2} \leq x < 1) \\ 0 & \text{if } ((x < 0) \vee (x > 1)) \end{cases} . \quad (3.28)$$

შესაბამის გრაფიკს აქვს შემდეგი სახე:



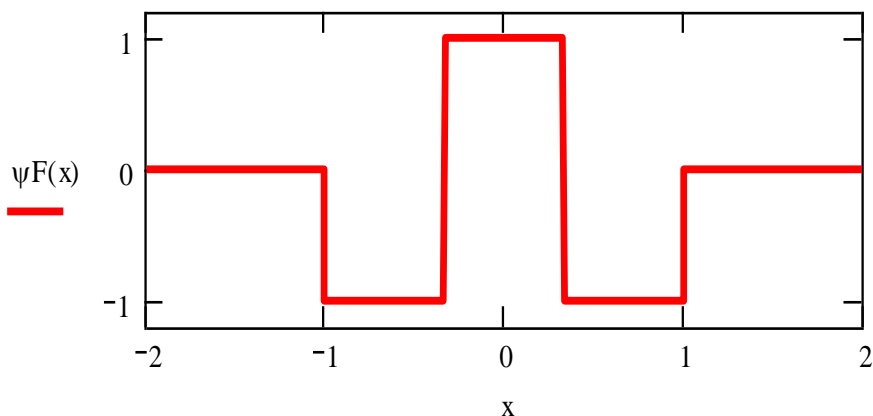
ნახ.3.13. ხაარას ვეივლუტი.

დ) ფრანგული ქუდი. შესაბამისი ვეივლუტი ჩაიწერება შემდეგ ნაირად:

$$\psi^F = \begin{cases} 1 & \text{if } |x| \leq \frac{1}{3} \\ -1 & \text{if } \frac{1}{3} < |x| \leq 1; \\ 0 & \text{if } |x| > 1 \end{cases} \quad (3.29)$$

შესაბამის გრაფიკს აქვს შემდეგი სახე:





ნახ.3.14. ფრანგული ქუდი

### 3.4.2 ვეივლეტ გარდაქმნა

როგორც ცნობილია  $L_2$  -ში ნებისმიერი  $f(t)$  ფუნქციის წარმოდგენა

შეიძლება  $\{\psi_{kj}\}_{k,j=-\infty}^{\infty}$  ბაზისური ფუნქციების წრფივი კომბინაციით:

$$f(t) = \sum_k \sum_j C_{kj} \cdot \psi_{kj}(t). \quad (3.30)$$

ბაზისურ ვეივლეტ-ფუნქციებს აქვთ შემდეგი სახე:

$$\psi_{kj}(t) = a^{-\frac{j}{2}} \cdot \psi(a^{-j} \cdot t - k). \quad (3.31)$$

თუ გაშლადი ბაზისური ფუნქციები ქმნიან ორთონორმალურ სისტემას, მაშინ  $L_2(\mathbb{R})$  – დან ნებისმიერი ფუნქციის წარმოდგენა შეიძლება შემდეგი სახით:

$$f(t) = \sum_k \sum_j \langle f(t), \psi_{kj}(t) \rangle \cdot \psi_{kj}(t). \quad (3.32)$$

$\psi(t)$  ფუნქციებს ეწოდებათ დედობრივი ვეივლეტი, ვინაიდან ისინი ქმნიან ვეივლეტების სიმრავლეს.

პარამეტრები  $a, b$  ქმნიან მასშტაბირებას.

ვეივლეტებისთვის  $C_{kj}$  დაშლის კოეფიციენტები მიიღება პირდაპირი დისკრეტული ვეივლეტ-გარდაქმნის ფორმულით:

$$C_{kj} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot a^{-\frac{j}{2}} \cdot \psi(a^{-j} \cdot t - k) dt, \quad (3.33)$$

სადაც  $a$  ქმნის მასშტაბირებას, ხოლო  $k$ – ვეივლეტის წანაცვლებას სივრცეში.

უკუ დისკრეტული ვეივლეტ-გარდაქმნა უწყვეტი ფუნქციებისთვის განისაზღვრება ფორმულით:

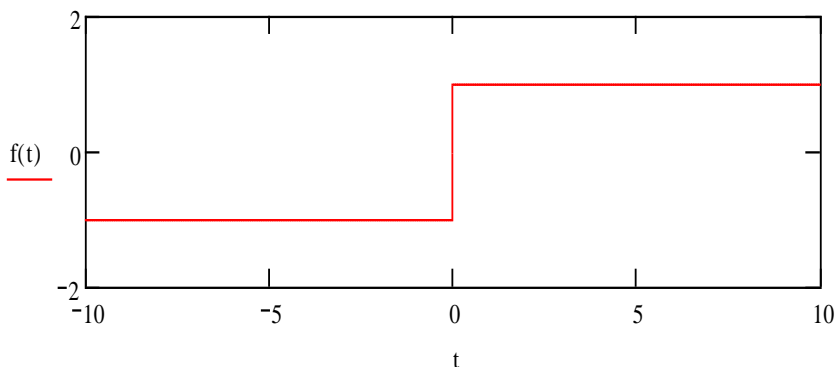
$$f(t) = \sum_k \sum_j C_{kj} \cdot \psi_{kj}. \quad (3.34)$$

განვიხილოთ ვეივლეტ-გარდაქმნა მეანდრას სიმეტრიული მართკუთხა ფუნქციისთვის, რომელიც განისაზღვრება შემდეგი ფორმულით:

$$f(t) = \text{sign}(\sin(0.04 \cdot t)). \quad (3.35)$$

გამოვიყენოთ მაარას ფუნქცია და შევადგინოთ პროგრამა:

$$f(t) := \text{sign}(\sin(0.04t)) \quad \text{maar}(t) := \frac{d^2}{dt^2} e^{-\frac{t^2}{2}} \rightarrow \left( -e^{-\frac{1}{2}t^2} \right) + t^2 \cdot e^{-\frac{1}{2}t^2}$$



ნახ.3.15. მეანდრას ფუნქციის გრაფიკი

$$N := 25 \epsilon$$

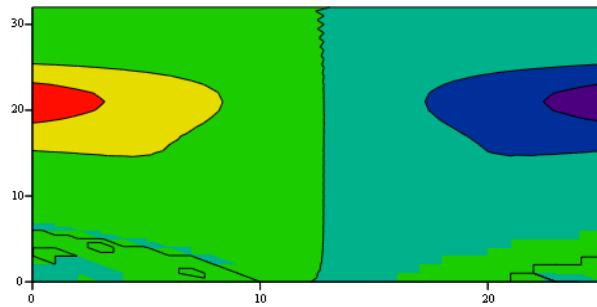
$$\psi(a, b, t) := \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \text{maar}\left(\frac{t - b}{a}\right)$$

$$C(a, b) := \int_{-\infty}^{\infty} \psi(a, b, t) \cdot f(t) dt$$

$$b := 0, 1.. \frac{N}{10} \quad j := 0..32$$

$$a_j := \frac{(j + 12)^4}{30000}$$

$$N_j, b := C \left( a_j, 2 \cdot b - \frac{N}{10} \right)$$



$N^T$

ნახ.3.16. ვეივლეტ სპექტროგრამა მენდრას ფუნქციისთვის

ხშირ შემთხვევებში მოსახერხებელია ვეივლეტ-ფრეიმების გამოყენება, რომლებიც იყენებენ ორის ჯერად მასშტაბირებას და უწყვეტ ძვრას, ანუ  $a = 2^j \wedge b \in \mathbb{R}$ . მათ უკავიათ შუალედი უწყვეტ და დიადური ვეივლეტებს შორის.

დიადურ ვეივლეტებში იგულისხმება, რომ  $a = 2^j \wedge b = 2^j \cdot k$ .

ჩვენ განვიხილეთ უწყვეტი ფუნქციები და მათი დისკრეტული ვეივლეტ-გარდაქმნები. ეხლა განვიხილოთ  $X_i$  კომპანიის ღირებულების დინამიკის დროითი მწკრივების ქცევა დროში. დროითი მწკრივების კომპონენტებს ხშირად წარმოადგენენ შემდეგი სახით:

$$X_i = \text{trend}_i + \text{sezoni}_i + \text{sikli}_i, \quad (3.36)$$

სადაც  $\text{trend}_i$  – ტრენდია,  $\text{sezoni}_i$  - სეზონური შემადგენელი,  $\text{sikli}_i$  - ციკლური კომპონენტი.

### 3.4.3 მოკლემასშტაბური ანალიზი

ფუნქცია შეიძლება წარმოვადგინოთ როგორც მისი უხეში მიახლოებისა და დამაზუსტებელი (უფრო დეტალური) წარმოდგენათა ჯამი. ამ პროცესის რეალიზაციისათვის იყენებენ ორთოგონალურ ვეივლეტებს, რომელთა ასაგებადაც, ხშირად, იყენებენ ფუნქციათა ქვესივრცეების სისტემას  $V_1 \subset V_2 \subset \dots \subset V_n$  რომელთა განსხვავებაც მხოლოდ მასშტაბშია. ეს ანალიზი ემყარება შემდეგ ძირითად ფაქტებს:

ნებისმიერი  $f(x) \in V_i$  ფუნქციისათვის მისი შეკუმშული ვერსია მიეკუთვნება  $V_{i-1}$  სივრცეს. არსებობს ისეთი  $\varphi(t)$  ფუნქცია, რომლის წანაცვლება ქმნის ორთონორმირებულ ბაზისს:

$$\varphi_{j,k}(t) = 2^{-\frac{j}{2}} \cdot \varphi(2^{-j} \cdot t - k). \quad (3.37)$$

ესეთ ანალიზს ეწოდება მოკლემასშტაბური ანალიზი, ხოლო ესეთ ვეივლეტს ეწოდება მამა-ვეივლეტი. ფუნქციებს ეწოდებათ მასშტაბურები, ვინაიდან ისინი ქმნიან თავიანთ მასშტაბირებულ ვერსიებს ფუნქციათა სივრცეში. ამასთან მიახლოებადი  $f(x) \in V_i$  ფუნქცია შეიძლება წარმოდგენილ იქნას როგორც  $f_m(t)$  მიახლოებების ზღვრული მიმდევრობა სივრცეში  $V_m$

$m$  ცვლადს ეწოდება მასშტაბის კოეფიციენტი. ვინაიდან მიღებულია, რომ ვეივლეტ-გარდაქმნებისას ფუნქციათა დეკომპოზიციის ხის ათვლა წარმოებს ზევიდან ქვემოთ, შესაბამისად ჩაიწერება, რომ:

$$f(t) = \lim_{m \rightarrow -\infty} f_m(t). \quad (3.38)$$

შესაბამისად  $m$  დიდი მნიშვნელობებისას მივიღებთ უხეშ მიახლოებას, ხოლო  $m$  პატარა მნიშვნელობებისათვის უფრო ზუსტ მიახლოებას. შესაბამისად ფუნქციის აპროქსიმაცია წარმოებს იტერაციული ფორმულით:

$$f_m(t) = \sum_k C(m, k) \cdot \varphi_{m,k}(t), \quad (3.39)$$

ამასთან

$$\varphi_{0,0} = 2 \sum_k h_k \cdot \varphi(2t - k), \quad (3.40)$$

სადაც  $h_k$ - მიმდევრობაა, რომელიც განისაზღვრება ვეივლეტის თვისებებიდან.

შესაბამისად ფუნქცია წარმოდგენილ იქნება შემდეგი სახით:

$$f_m(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_{m,k} \cdot \varphi_{m,k}(t) + \sum_{j=m}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_{j,k} \cdot \psi_k(t). \quad (3.41)$$

### 3.4.4 დისკრეტული დროითი მწკრივების ვეივლეტ ანალიზი

გამოვიყენოთ ვეივლეტ-ანალიზი კომპანიის ღირებულების დინამიკის დროითი მწკრივებისთვის.

Mathcad-ში არის პროცედურები, როგორც პირდაპირი ისე უკუდისკრეტული ვეივლექტ-გარდაგმნების.

განვიხილოთ კომპანიის ღირებულების დროითი მწკრივი და ჩავატაროთ ვეივლექტ-ანალიზი და სინთეზი.

გავითვალისწინოთ რომ მწკრივის ელემენტთა რაოდენობა უნდა შეადგენდეს ორის ხარისხს.

მივიღებთ:

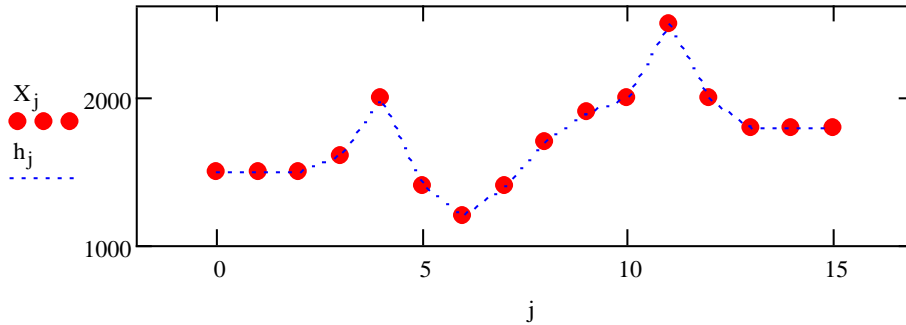
X :=

1506.88678
1564.31253
1579.48704
1520.90122
1430.79885
1475.42444
1546.30259
1587.10384
1645.40067
1648.68873
1626.20889
1698.29056
1708.77545
1693.93195
1680.48498
1645.26775
1707.45483
1590.02593
1672.76379
1645.84538
1718.67816
1782.39042
1764.62573
1707.28733
1687.03336
1701.60100
1624.01609
1612.60158
1647.18612
1761.50099
1726.44421
1718.69914

$W := \text{wave}(X)$

$h := \text{iwave}(X)$

$j := 0..31$



ნახ. 3.17. ვეივლეტ-ანალიზი

მონაცემთა დისკრეტული ვეივლეტ-სპექტრი

	0
0	$6.515 \cdot 10^3$
1	$6.641 \cdot 10^3$
2	-311.931
3	131.51
4	-126.86
5	85.347
6	-91.4
7	-98.997
8	-65.016
9	-117.448
10	27.723
11	39.319
12	-33.261
13	85.89
14	34.187
15	53.762

ნახ 3.7 ჩანს რომ უკუ ვეივლეტ-გარდაქმნას  $h_j$  შეესაბამება კომპანიის ღირებულების ჰიპოთეტურ  $X_j$  მონაცემებს.

ეს გვამღევს საშუალებას ვეივლეტ-ანალიზი და სინთეზი გამოვიყენოთ ღირებულებითი დინამიკის დროითი მწკრივების დასამუშავებლად და მომდევნო მონაცემთა პროგნოზირებადობისათვის.

განვიხილოთ შესაბამისი პროგრამა **Mathcad** - ში და ვეივლეტ-მიახლოების შედეგები.

$$\psi(t) := (1 - t^2) \cdot e^{\frac{-t^2}{2}}$$

$$m := 3 \xi$$

$$N := 2$$

$$m := 11$$

$$f1(\xi, \xi1, t) := \sum_{j=0}^N \sum_{i=0}^N \left[ \left( \xi_{i,j} \cdot 2^{\frac{j}{2}} \cdot \psi\left(2^{\frac{j}{2}} \cdot t - i\right) \right) + \sum_{j=0}^N \sum_{i=0}^N \left[ (\xi1_{i,j}) \cdot 2^{\frac{-j}{2}} \cdot \psi\left(2^{\frac{-j}{2}} \cdot t - i\right) \right] \right]$$

$$\psi(t) := (1 - t^2) \cdot e^{\frac{-t^2}{2}}$$

$$m := 3 \xi$$

$$N := 2$$

$$m := 11$$

$$f1(\xi, \xi1, t) := \sum_{j=0}^N \sum_{i=0}^N \left[ \left( \xi_{i,j} \cdot 2^{\frac{j}{2}} \cdot \psi\left(2^{\frac{j}{2}} \cdot t - i\right) \right) + \sum_{j=0}^N \sum_{i=0}^N \left[ (\xi1_{i,j}) \cdot 2^{\frac{-j}{2}} \cdot \psi\left(2^{\frac{-j}{2}} \cdot t - i\right) \right] \right]$$

$X :=$ 

1506.88678
1564.31253
1579.48704
1520.90122
1430.79885
1475.42444
1546.30259
1587.10384
1645.40066
1648.68873
1626.20889
1698.29056
1708.77545
1693.93195
1680.48498
1645.26775
1707.45483
1590.02593
1672.76379
1645.84538
1718.67816
1782.39042
1764.62573
1707.28733
1687.03336
1701.60100
1624.01609
1612.60158
1647.18612
1761.50099
1726.44421
1718.69914

$$f(\xi, \xi_1) := \sum_{k=0}^m (X_k - f_1(\xi, \xi_1, k))^2$$

$\mathbf{i} := \mathbf{0}.. \mathbf{N}$

$\mathbf{j} := \mathbf{0}.. \mathbf{N}$



$$\xi_{i,j} := 1$$

$$\xi_{l_i,j} := 1$$

**Given**

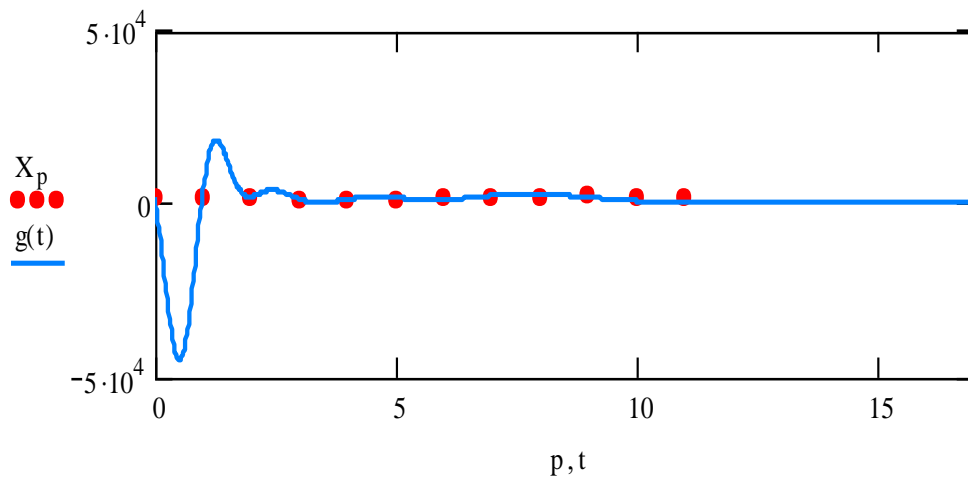
$$R := \text{Minimize}(f, \xi, \xi_l)$$

$$R = \begin{pmatrix} \{3,3\} \\ \{3,3\} \end{pmatrix}$$

$$R_0 = \begin{pmatrix} -9.492 & 3.747 \times 10^3 & 1.892 \times 10^3 \\ -1.989 \times 10^3 & -1.801 \times 10^3 & -1.539 \times 10^3 \\ -174.146 & 2.313 \times 10^3 & -3.439 \times 10^3 \end{pmatrix}$$

$$g(t) := \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N \left[ \left[ (R_0)_{i,j} \cdot 2^{\frac{j}{2}} \cdot \psi \left( 2^{\frac{j}{2}} \cdot t - i \right) \right] + \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N \left[ (R_1)_{i,j} \cdot 2^{\frac{-j}{2}} \cdot \psi \left( 2^{\frac{-j}{2}} \cdot t - i \right) \right] \right]$$

$$p := 0..32$$



ნახ. 3.18 ვეივლეტ-მოახლოება

როგორც ჩანს ნახ.3.8 ვეივლეტ-მიახლოებას აქვს გიბსონის ეფექტი საწყის წერტილებში, მაგრამ შემდგომ წერტილებში ვიღებთ კარგ მიახლოებას.

## შედეგები და მათი განსჯა

ნაშრომში განხილულია ბიზნესის ღირებულების მიდგომები და ამ მიდგომებში გამოყენებადი მეთოდები. განხილული ლიტერატურა ცხადყოფს, რომ დღევანდელ დღეს არ არსებობს მეცნიერულად ჩამოყალიბებული თეორია კომპანიის ღირებულების შესასწავლად.

აგებულია კომპანიის ღირებულების ეკონომიკური დინამიკის მათემატიკური მოდელი. ნაჩვენებია, რომ კერძო შემთხვევებში აგებული კომპანიის ღირებულების დინამიკის მათემატიკური მოდელი, შეიძლება გარდაიქმნას მატის და დიუფინგის მოდელებში.

კომპანიის ღირებულების დინამიკური ანალიზის შესაბამისმა, შემუშავებულმა მოდელმა, მოგვცა საშუალება, სუფთა აქტივების ღირებულების შესაბამისი ფუნქციის და დებეტ ფუნქციის პოვნის შედეგად, შეგვესწავლა კომპანიის ბიზნესის ღირებულების დინამიკა დროის განსაზღვრულ მონაკვეთში.

Mathcad-ის ბაზაზე აგებულია ღირებულებითი დინამიკის შესაბამისი გრაფიკი. დინამიკა შესწავლილია ფაზურ სიბრტყეზე. მიღებულ იქნა, რომ არსებული მაგალითის ფარგლებში კომპანიის ღირებულება იწყებს ცვლილებას 2500 პირობითი ერთეულიდან და სტაბილურდება მეოცე თვის მერე, 2380 პირობით ერთეულზე.

კომპანიის ბიზნესის ღირებულების დინამიკს დროითი მწკრივის შესასწავლად გამოყენებულია R/S ანალიზი, რამაც საშუალება მოგვცა დაგვედგინა მოცემული დროითი მწკრივის პერსისტენტულობა.

ჩატარებულმა ვეივლეტ-ანალიზმა მოგვცა საშუალება ამოგვეხსნა პროგნოზირების ამოცანა.

## დასკვნები

1. ნაშრომში აგებული კომპანიის ღირებულების დინამიკის მათემატიკური მოდელი გვამღევს საშუალებას სუფთა აქტივების ღირებულების შესაბამისი ფუნქციის და დებეტ ფუნქციის პოვნის შედეგად შევისწავლოთ კომპანიის ბიზნესის ღირებულების დინამიკა.
2. რეგრესიული ანალიზის საფუძველზე აგებულია კონკრეტული ფუნქციები, რამაც მოგვცა საშუალება მომდევნო პერიოდისთვის ჩაგვეტარებინა კომპანიის ღირებულების დინამიკური პროგნოზი.
3. პერსისტენტულობის დასადგენად, ნაპოვნია ჰერსტის მაჩვენებელი კომპანია „Lukoil“-ის ბიზნესის ღირებულების მონაცემებისათვის.
4. ჩატარებული ვეივლექტ-ანალიზი გვამღევს პროგნოზირების ამოცანის ამოხსნის საშუალებას.
5. აგებულია კომპანიის ღირებულების დინამიკის მათემატიკური მოდელი;
6. არსებული დისკრეტული მონაცემების ბაზაზე, რეგრესიული ანალიზის საფუძველზე, აგებულია სუფთა აქტივებისა და ვალდებულებებისათვის კონკრეტული ფუნქციები;
7. ნაშრომში, შემუშავებული ახალი მათემატიკური მოდელის საფუძველზე, შესწავლილ იქნა კონკრეტული მონაცემებისათვის მიღებული ღირებულებითი დინამიკა;
8. მიღებულ იქნა, რომ არსებული მაგალითის ფარგლებში კომპანიის ბიზნესის ღირებულება იწყებს ცვლილებას 2500 პირობითი ერთეულიდან და სტაბილირდება მეოცე თვეზე, 2380 პირობით ერთეულზე;
9. მონაცემების პერსისტენტულობის დასადგენად, ნაპოვნია ჰერსტის მაჩვენებელი კომპანია „Lukoil“-ის ბიზნესის ღირებულების ცნობილი მონაცემებისათვის;

10. მიღებულია, რომ ჰერსტის მაჩვენებელი უდრის 0.8, რაც იმას ნიშნავს, რომ მოცემული დროითი მწკრივი პერსისტენტულია;
11. ჩატარებული ვეივლეტ-ანალიზი გვაძლევს პროგნოზირების ამოცანის ამოხსნის საშუალებას.

## ლიტერატურა

1. შუბლაძე გ., ნანიტაშვილი მ. „ბიზნესის საფუძვლები“. (სახელმძღვანელო). გამომცემლობა „უნივერსალი“. თბილისი 2010.
2. Круглова Н. Ю. Основы бизнеса. Учебник для вузов, 3-е издание, переработанное и дополненное. Москва, “Высшее образование”, 2008
3. Базылев Н.И., Базылева М.Н. Основы бизнеса, Москва, 2003
4. <http://center-yf.ru/data/ip/Ocenka-stoimosti-biznesa.php>
5. Шарков Ф.И. Константы Гудвилла: стиль, паблисити, репутация, имидж и бренд фирмы. Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», Альтехсофт «Издательство Шаркова», Москва, 2010
6. ხორავა ა., კვატაშიძე ნ., გოგრიჭიანი ზ., სრესელი ნ. “ბუღალტრული აღრიცხვა”. გამომცემლობა „მერიდიანი“. თბილისი 2011.
7. Донцов Л.В. Анализ финансовой отчетности, 2004
8. Джеймс Р. Хитчнер. Три подхода к оценке стоимости бизнеса, Издательство: «Маросейка», 2008
9. Под ред. Н.А. Абдуллаева, Н.А. Колайко. Оценка стоимости предприятия (бизнеса), учебное пособие, Экмос, Москва, 2000
10. Новикова И.Я. Оценка бизнеса, Новосибирск, 2008
11. Валдайцев С.В. Оценка бизнеса, 2008
12. Баздникина А.С. Цены и ценообразование: Учебное пособие, Юрайт-Издат, Москва, 2004
13. Васюхин О.В.. Основы ценообразования, Учебное пособие, Санкт-Петербург 2010
14. Астраханцева И.А. Методология нелинейного динамического управления стоимостью компании. Иваново 2011
15. Козырь Ю. В. Стоимость компании: оценка и управленческие решения. 2-е издание, переработанное и дополненное. Москва Альфа-Пресс, 2009
16. Ларченко А.П. “Оценка бизнеса. Подходы и методы” Санкт-Петербург 2008
17. Бусов В.И., Землянский О.А., Поляков А.П. Оценка стоимости предприятия, Москва, 2008
18. Дворец Н.Н. Оценка стоимости предприятия, Москва, изд-во «МАРТИТ», 2008

19. Козырь Ю.В. Стоимость компании: оценка и управленческие решения, «Альфа-пресс», Москва, 2004
20. Есипов В.Е., Маховикова Г.А., Терехова В.В. Оценка бизнеса, «Питер», СПб., 2001
21. Лимитовский, М.А. Оценка бизнеса, «Дело», Москва, 2000
22. Оценка стоимости предприятия (бизнеса): учеб. пособие / под ред. Н.А. Абдулаева, Н.А. Колайко, «Экмос», Москва, 2000
23. Гараникова Л.Ф. Оценка стоимости предприятия, учебное пособие, ТГТУ, Тверь, 2007
24. Валдайцев С. В. Оценка бизнеса, учебник, 3-е издание, изд-во: «ТКВелби», «Проспект», 2008
25. [Джеймс Р. Хитчнер](#). Три подхода к оценке стоимости бизнеса, пер. с англ., Мир, Москва, 2008
26. Васляев М.А. Оценка бизнеса и оценочная деятельность, конспект лекций, «Приориздат», Москва, 2008
27. Есипов В.Е., Махрвикова Г.А., Терехова В.В. Оценка бизнеса, Питер, СПб., 2008
28. Харрисон Г. Оценка стоимости бизнеса, пер. с англ., «ЮНИТИ-ДАНА», Москва, 2004
29. Филиппов Л.А. Оценка бизнеса: учебное пособие, Москва, 2009
30. Рутгайзер В.М. Оценка стоимости бизнеса. - 2-е издание, изд-тво: «Маросейка», Москва, 2008
31. Дамодаран А. Инвестиционная оценка. Инструменты и методы оценки любых активов, пер. с англ., Альпина Бизнес Букс, Москва, 2004
32. Сячева Г.И., Колбачев Е.Б., Сычев В.А. Оценка стоимости предприятия, Феникс, Ростов-на-Дону, 2003.
33. Щербаков В.А., Щербакова Н.А. Оценка стоимости предприятия (бизнеса), Москва, 2006
34. Грязнова А.Г., Федотова М.А., Эскиндаров М.А., Тазихина Т.В., Иванова Е.Н., Щербакова О.Н. Оценка стоимости предприятия (Бизнеса), «Интерреклама», Москва, 2003
35. Паламарчук В.П. Оценка бизнеса, учебное пособие, Москва, 2004

36. Егерев, И.А. Стоимость бизнеса и искусство управления: учебное пособие / И.А. Егерев, « Дело», Москва, 2003
37. Сычева Г.И., Колбачев Е.Б., Сычев В.А. Оценка стоимости предприятия (бизнеса). Серия «Высшее образование», «Феникс», Ростов-на-Дону, 2004
38. Черняк В.З. Оценка бизнеса, «Финансы и статистика», Москва, 2004
39. Масленкова О.Ф. Оценка стоимости предприятия (бизнеса), изд-во «КноРус», Москва, 2011
40. Фишмен Джей, Прагт Шэннон, Гриффит Клиффорд, Уилсон Кейт. Руководство по оценке стоимости бизнеса, пер. с англ. Л.И. Лопатникова, ЗАО «КВИНТО-КОНСАЛТИНГ», Москва, 2000
41. Обгадзе Т.А., Гоголадзе В.Р., Биченова Н.М. «Математическое моделирование динамики стоимости компании». Сб. научн. трудов ГТУ, АСУ, №2(20), Тбилиси 2015
42. თ. ოზაძე, ბ. ბიჩენოვა „მათემატიკური მოდელირების კურსი“ (სოციალურ - ეკონომიკური პროცესები) V ტომი. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი. თბილისი 2012
43. Обгадзе Т.А., Биченова Н.М. Обобщенная математическая модель экономической динамики. Сб. научн. трудов ГТУ, АСУ, №2(11), 2011
44. Обгадзе Т.А., Цвераидзе З.Н. Лабораторные работы по курсу математическое моделирование в экономике, учебное пособие, Грузинский технический университет, Тбилиси, 2006
45. Обгадзе Т.А., Тордия Н.П. Обобщённая математическая модель экономической динамики, в рамках равновесной экономики Кейнса, материалы второй международной конференций **MMSED-2007**, Москва, 2007
46. Обгадзе Т.А., Обгадзе Л.Т., Тушишвили Н.З., Мchedlishvili Н., Давиташвили И. Курс математического моделирования (экономика на основе Mathcad и Matlab), учебное пос., том 2, ГТУ, Тбилиси, 2007
47. Обгадзе Т.А. Курс математического моделирования (колебательные процессы), учебное пос., том 4, ГТУ, Тбилиси, 2010
48. Бенуа Мандельброт. Фрактальная геометрия природы. Издательство: Мн.: Книжный Дом. Страниц: 656. 2001.
49. Балханов В.К. Основы фрактальной геометрии и фрактального исчисления. Улан-Удэ 2013.



50. Кроновер Р. Фракталы и хаос в динамических системах. – М.: Постмаркет, 2000. – 352 с.
51. Стрыгина А.Ю. Анализ фрактальных свойств экономических процессов: Вып. квалиф. работа / Государственный университет Высшая Школа Экономики, Санкт-Петербургский филиал – Санкт-Петербург, 2004. – 109 с.
52. Мандельброт Б., Хадсон Р. Непослушные рынки. Фрактальная революция в финансах. – М.: Изд. дом «Вильямс», 2006.
53. Петерс Э. Фрактальный анализ финансовых рынков. Применение хаоса в инвестициях и экономике. – М.: Интернет-трейдинг, 2004
54. Некрасова И.В. Кандидат экономических наук, доцент, Южный федеральный университет. Показатель Херста как мера фрактальной структуры и долгосрочной памяти финансовых рынков. Международный научно-исследовательский журнал. 2015
55. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка. – М.: Мир, 2000.
56. Нейман Ф.Э. Расчет показателя Херста в целях выявления трендовости (персистентности) финансовых рынков. URL: <http://capital-times.com.ua>
57. Астраханцева И.А., С.Е. Дубова. Стохастические финансовые временные ряды в управлении стоимостью компании. Ивановский государственный химико-технологический университет. «Современные наукоемкие технологии. Региональное приложение» №4 (24) 2010.
58. Злотник А.А.. Эмпирическое исследование устойчивости поведения показателя Херста. 2007
59. Н. Биченова «Вычисление показателя Херста для динамики стоимости компании» Сб. научн. трудов ГГУ, АСУ, №1(19), Тбилиси 2015
60. <http://www.finam.ru/>
61. Обгадзе Т.А., Тушишвили Н.З. Вейвлет-анализ макроэкономических показателей социально-экономической системы Грузии, Сборник научных трудов АН Грузии Института проблем управления им. А.И. Элиашвили, № 14, Тбилиси, 2010
62. Обгадзе Т.А., Тушишвили Н.З., Яшвили Л. Анализ макроэкономических показателей Грузии на основе математической модели Прангишвили-Обгадзе, сб. научн. трудов ГГУ, АСУ, №2(9), 2010