



სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
მათემატიკისა და კომპიუტერული მეცნიერებათა ფაკულტეტი

ლეილა სულავა

სოციალური პროცესების მათემატიკური და
კომპიუტერული მოდელირება

სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
მათემატიკისა და კომპიუტერული მეცნიერებათა ფაკულტეტი

ლეილა სულავა

სოციალური პროცესების მათემატიკური და
კომპიუტერული მოდელირება

თბილისი
2017

სულაგა ლეილა

სოციალური პროცესების მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელირება - მონოგრაფია, თბილისი, 2017 წ., 122 გვ.

მონოგრაფიაში განხილულია ახალი მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები ისეთი სოციალური პროცესების აღწერისთვის, როგორცაა ადმინისტრაციული მართვა და პოლიტიკური არჩევნები. ადმინისტრაციული მართვა შეიძლება ხორციელდებოდეს მაკროდონეზე (მაკრომოდელი) ან მიკროდონეზე (მიკრომოდელი) მრავალფეროვანი იდეოლოგიური, ეკონომიკური და ტექნოლოგიური საშუალებებით. მოდელის პარამეტრებისა (აქტიურობის ხარისხის მაჩვენებელი, წრფივი ადმინისტრაციული მართვის მაჩვენებელი) და საწყის პირობებს შორის სხვადასხვა დამოკიდებულებების მიხედვით მიღებულია განსხვავებული შემთხვევები (მოდელები). განხილულია ორპარტიული არჩევნების ზოგადი არაწრფივი მათემატიკური მოდელი ამომრჩეველთა აქტივობის, დემოგრაფიული ფაქტორის და შესაძლო ფალსიფიცირების გათვალისწინებით. მოდელი აღწერს სახელისუფლებო და ოპოზიციური პარტიების ამომრჩეველთა ხმების რაოდენობის დინამიკას არჩევნებიდან მორიგ არჩევნებამდე. კერძო შემთხვევისათვის მიღებულია ზუსტი ანალიზური ამოხსნები. განხილულია სამპარტიული არჩევნების ზოგადი არაწრფივი მათემატიკური მოდელი, რომელიც აღწერს მმართველი და ორი ოპოზიციური პარტიების ამომრჩეველთა რაოდენობის დინამიკას არჩევნებიდან მორიგ არჩევნებამდე. ნაპოვნია პირობები, რომლის შესრულების შემთხვევაში მოდელი იქნება არატრივიალური ანუ წინასწარ არაპროგნოზირებადი შედეგებით. პროგრამული გარემო MATLAB-ის საშუალებით ჩატარებულია კომპიუტერული მოდელირება, მიღებულია რიცხვითი ამოხსნები, გაკეთებულია შესაბამისი გრაფიკული ვიზუალიზაცია.

რედაქტორი - ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი, პროფესორი
თემურ ჩილაჩავა

რეცენზენტები - ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი, პროფესორი
ჰამლეტ მელაძე

ტექნიკურ მეცნიერებათა დოქტორი, პროფესორი
თამაზ ოზგაძე

ანოტაცია

წარმოდგენილი მონოგრაფიის მთავარი მიზანია ვაჩვენოთ მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელირების გამოყენების მნიშვნელობა სოციოლოგიაში. კერძოდ, შეიქმნას მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები ისეთი სოციალური პროცესების აღწერისთვის, როგორცაა ადმინისტრაციული მართვა და პოლიტიკური არჩევნები, რომლებსაც ექნებათ გამოყენება პრაქტიკაში.

სინერგეტიკა (ერთობლივი ქმედება) ანუ თვითორგანიზების თეორია, დღეისათვის საგანთაშორისო კავშირების კვლევის ერთ-ერთი ყველაზე პოპულარული და პერსპექტიული მიდგომაა. სინერგეტიკამ გაიარა დიდი და რთული გზა. თითქმის ორმოცი წლის წინ მას უყურებდნენ როგორც ფიზიკოს-თეორეტიკოსების გასართობს, რომლებმაც ბევრ არაწრფივ მოვლენაში ნახეს მსგავსება. ოცი წლის წინათ კი სინერგეტიკის კონცეფციების, მეთოდების, წარმოდგენების წყალობით აღმოჩენილი იყო ბევრი შესანიშნავი მოვლენა ფიზიკაში, ქიმიაში, ბიოლოგიაში, ჰიდროდინამიკაში. ახლა ეს დისციპლინათაშორისი მიდგომა სულ უფრო გამოიყენება სტრატეგიულ დაგეგმარებაში, ისტორიული ალტერნატივების ანალიზის დროს, კაცობრიობის წინაშე მდგარი გლობალური პრობლემების გადაჭრის გზების პოვნაში და ა.შ.

მსოფლიოში მაღალი ტემპით მიმდინარე გლობალურმა ტექნოლოგიურმა ცვლილებებმა და კაცობრიობის ინფორმატიზაციამ განაპირობა ისეთი მძლავრი მიმართულების შექმნა, როგორცაა მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელირება.

სინერგეტიკამ მძლავრი ბიძგი მისცა მათემატიკური მოდელების გამოყენებას სოციალურ მეცნიერებებში: სოციოლოგიაში, ისტორიაში, დემოგრაფიაში, პოლიტოლოგიაში, კონფლიქტოლოგიაში და სხვა.

მსოფლიოში მიმდინარე პროცესებიდან გამომდინარე, აქტუალური გახდა ისეთი სოციალური პროცესის შესწავლა, როგორცაა სახელმწიფოებრივი და ადმინისტრაციული მართვა. ადმინისტრაციული მართვის მათემატიკური მოდელი პირველად შემოთავაზებული იქნა პროფ. თ. ჩილაჩავას მიერ.

სახელმწიფო მართვის თვალსაზრისით, განსაკუთრებულ ინტერესს წარმოადგენს ისეთი სოციალური პროცესის აღწერა მათემატიკურ ენაზე (მათემატიკური მოდელის შექმნა), როგორც არის პოლიტიკური არჩევნები. ბევრი მეცნიერი შეეხო ამ თემატიკას, მაგრამ, ძირითადად, მათ ინტერესს წარმოადგენდა უკვე ჩატარებული არჩევნების შედეგების სტატისტიკური მონაცემების ანალიზი.

უაღრესად აქტუალურია ისეთი მათემატიკური მოდელის შექმნა, რომელიც საშუალებას მოგვცემს განვსაზღვროთ პოლიტიკური სუბიექტების მომხრეთა რაოდენობის დინამიკა საარჩევნო პერიოდში არჩევნების შედეგების შესაძლო პროგნოზირებით.

ამ მიმართულებით ორ და სამპარტიული არჩევნების არაწრფივი მათემატიკური მოდელები პირველად 2012 წელს შემოთავაზებულ იქნა პროფ. თ. ჩილაჩავას ნაშრომებში.

მონოგრაფიის კვლევის ობიექტს წარმოადგენს აღნიშნული მოდელების შესწავლა სხვადასხვა საწყისი პირობებისა და მოდელების პარამეტრების შემთხვევაში.

დასახული მიზნის მისაღწევად ნაშრომში დიფერენციალური განტოლებათა სისტემების მათემატიკური თეორიის, რიცხვითი და კომპიუტერული მეთოდების გამოყენებით ხდება იმ დასმული ამოცანების შესწავლა, რაც დაკავშირებულია გამოსაკვლევი მოდელების ანალიზთან.

მონოგრაფიაში წარმოდგენილი მართვის და არჩევნების მოდელები მეტად აქტუალურია როგორც თეორიული, ასევე პრაქტიკული თვალსაზრისით. დაინტერესებულ სუბიექტებს საშუალება ეძლევათ ფართოდ გამოიყენონ მიღებული შედეგები, გათვალონ პარამეტრები და მომავალში აირჩიონ სტრატეგია მათთვის სასურველი მიზნის მისაღწევად.

Summary

The main goal of the monograph is to demonstrate the importance of using mathematical and computer modeling in sociology, more specifically, to develop mathematical and computer models to describe the social processes, such as administrative management and political elections, which will be applied in practice.

Synergetics (joint action), i.e. self-organization theory, is one of the most popular and promising approach towards researching links between different disciplines. Synergetics has been through long and difficult journey. Almost forty years ago it was considered as a method of entertainment for physicists-theoreticians, who found similarities between nonlinear phenomena. And twenty years ago the concepts and methods of synergetics enabled discovery of many interesting phenomena in physics, chemistry, biology, hydrodynamics, etc. Today this interdisciplinary approach is more widely used in strategic planning, the analysis of historical alternatives, finding solutions to the outstanding global problems of humanity, etc. The fast moving global technological advancement and increased informatization of the humanity enabled creation of new directions, such as mathematical and computer modeling.

Synergetics initiated the application of mathematical models in social sciences: sociology, history, demographic studies, political science, conflict studies, etc.

The current developments in the modern world made it relevant to study social processes, such as public administration and administrative management. For the first time the administration model was proposed by prof. T.I. Chilachava.

In terms of governance of particular interest is the description by mathematics (the creation of a mathematical model) of a social process, how is the process of political elections. Many scientists worked on this subject, but in most cases, they were interested in analyzing statistical data of results of carried out elections.

Extremely important is the creation of a mathematical model, which would give an opportunity to define the dynamics of change in the number of supporters of different political subjects during the election period and a possible forecast of the election results.

The nonlinear mathematical models of two and three party elections were first proposed in the works by prof. T.I. Chilachava 2012 y.

The object of research of the monograph is the study of the above mentioned models in the case of different initial conditions and model parameters.

Achieving this goal is achieved through the study of scientific problems associated with the analysis of the models in question, using the mathematical theory of systems of differential equations, numerical methods, computer modeling.

The submitted models of management and elections are quite relevant from the theoretical as well as practical point of view. The interested parties are encouraged to use widely the given results, calculate parameters and choose the future strategy for achieving the desired goal.

სარჩევი

შესავალი	7 გვ.
თავი 1 ადმინისტრაციული მართვის არაწრფივი პროცესების მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელირება	
§1.1 არაწრფივი მოდელი მუდმივი მართვის შემთხვევაში	17 გვ.
§1.2 არაწრფივი მოდელი ცვლადი მართვის შემთხვევაში	30 გვ.
§1.3 არაწრფივი მოდელი ცვლადი კოეფიციენტების შემთხვევაში	39 გვ.
§1.4 ადმინისტრაციული მართვის ზოგადი მათემატიკური მოდელის კომპიუტერული მოდელირება	41 გვ.
თავი 2 ორსუბიექტიანი არჩევნების არაწრფივი პროცესების მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელირება	
§2.1 ორსუბიექტიანი არჩევნების მოდელი ცვლადი კოეფიციენტებით	50 გვ.
§2.2 ორსუბიექტიანი არჩევნების მოდელი ფალსიფიცირების გათვალისწინებით	56 გვ.
§2.3 ორსუბიექტიანი არჩევნების ზოგადი მათემატიკური მოდელების კომპიუტერული მოდელირება	59 გვ.
თავი 3 სამსუბიექტიანი არჩევნების არაწრფივი პროცესების მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელირება	
§3.1 სამსუბიექტიანი არჩევნების არაწრფივი მოდელი მუდმივი კოეფიციენტებით	81 გვ.
§3.2 სამსუბიექტიანი არჩევნების არაწრფივი მოდელი ცვლადი კოეფიციენტებით	92 გვ.
§3.3 სამსუბიექტიანი არჩევნების ზოგადი მათემატიკური მოდელების კომპიუტერული მოდელირება	94 გვ.
ლიტერატურა	111 გვ.

შესავალი

კაცობრიობა ინტელექტუალურ განვითარებასთან და დაგროვილ ცოდნასთან ერთად იცვლის თავის შეხედულებას მის გარშემო არსებულ სამყაროს აგებულებაზე - ანუ განვითარებასთან ერთად მუდმივად იცვლება სამყაროს მოდელი.

მოცემული პროცესის სქემატური აღწერა, რომელიც საშუალებას იძლევა ვიწინასწარმეტყველოთ მოვლენის ძირითადი კანონზომიერებები და რიცხვითი მახასიათებლები, მოდელირება ეწოდება.

თანამედროვე მეცნიერება განასხვავებს მოდელირების სამ ძირითად მიმართულებას: ფიზიკურ მოდელირებას, იმიტაციურ მოდელირებას, მათემატიკურ მოდელირებას. მათემატიკური მოდელირება გულისხმობს მათემატიკური მეთოდების ერთობლიობით პროცესის განმსაზღვრელ პარამეტრებს შორის კავშირების დამყარებას, რაც საშუალებას იძლევა სხვადასხვა მნიშვნელობებისათვის ვიწინასწარმეტყველოთ (გარკვეული სიზუსტით) საკვლევი მოვლენის სურათი [9, 95].

მნიშვნელოვანი გადაწყვეტილება, რომელიც ხშირად მიიღება მათემატიკური მოდელირების პროცესის დასაწყისში, ეხება განხილული მათემატიკური ცვლადების ბუნებას. ისინი არსებითად იყოფა ორ კლასად:

პირველ კლასში შედიან ცნობილი მახასიათებლები - სიდიდეები, რომლებიც თეორიულად მაინც ექვემდებარება ზუსტ გაზომვას და მართვას. მათ დეტერმინირებული ცვლადები ეწოდება (დეტერმინირებული მოდელი).

მეორე კლასში შედიან უცნობი მახასიათებლები - სიდიდეები, რომელთა გაზომვა შეუძლებელია და აქვთ შემთხვევითი ხასიათი. მათ სტოქასტური ცვლადები ეწოდება (სტოქასტური მოდელი).

მსოფლიოში მაღალი ტემპით მიმდინარე გლობალურმა ტექნოლოგიურმა ცვლილებებმა და კაცობრიობის ინფორმატიზაციამ განაპირობა ისეთი მძლავრი მიმართულების შექმნა, როგორცაა კომპიუტერული მოდელირება.

დღეს გამოყენებითი მათემატიკის მრავალ ამოცანისათვის დამახასიათებელია კომპლექსურობა, რაც მოითხოვს, როგორც წესი, გათვალისწინებას ბუნებაში მიმდინარე ფიზიკური პროცესის ზეგავლენას მიმდინარე მოვლენაზე [4]. ეს კი,

თავის მხრივ, დასმული ამოცანის გადასაჭრელად გამოთვლითი ტექნოლოგიების ფართო სპექტრის გამოყენების აუცილებლობას იწვევს. ამ მიზნით დასმული პრობლემის გადაჭრა რამდენიმე ეტაპად მიმდინარეობს: საძიებელი ამოცანის ფიზიკური მოდელის შემუშავება, ამოცანის მათემატიკური დასმა, ანალიზური მეთოდებისა და გამოთვლითი ალგორითმების შემუშავება, პროგრამირების ეტაპი, ფიზიკური მოდელის შემდგომი სრულყოფა გამოთვლითი შედეგებისა და ფიზიკური ექსპერიმენტების შედარების საფუძველზე [5, 20].

აკადემიკოსი ა.კოლმოგოროვი აღნიშნავდა: „ არსებითად, გამოყენებითი მათემატიკის სპეციალისტი, როცა ხსნის ჰიდროდინამიკის ამოცანას, იკვლევს ოკეანის ჰიდროდინამიკის პრობლემებს მათემატიკური საშუალებებით... მათემატიკოსებს ყოველთვის უნდათ, რომ მათემატიკა იყოს „სუფთა“, ანუ მკაცრი, დამტკიცებადი. მაგრამ, როგორც წესი, ყველაზე საინტერესო რეალური ამოცანები, რომლებსაც გვიყენებს ბუნება, ამ მიმართულებით არიან მიუღწევადი. ამ შემთხვევაში ძალიან მნიშვნელოვანია, რომ მათემატიკოსს თვითონ შეეძლოს მოძებნოს მიახლოებული, არამკაცრი, მაგრამ ეფექტური გზები პრობლემური ამოცანის გადაწყვეტისა. ყოველ შემთხვევაში, ჩემთვის ყოველთვის ეს ასე იყო: თუ მე ვიკვლევ ტურბულენტობას, მაშინ დაკავებული ვარ ტურბულენტობით... მე, ყოველ შემთხვევაში, ყველაზე მეტად ვაფასებ ასეთი ტიპის გამოყენებით მათემატიკოსებს, რომლებიც რაღაც დროის განმავლობაში უკვე მათემატიკოსები კი არ არიან, არამედ დაკავებულები არიან, მაგალითად, ფიზიკური ამოცანების ამოხსნით „სუფთა“ მეთოდებით, ან, თუ ეს შეუძლებელია, ქმნიან ჰიპოტეზებს.“

ფიზიკური პროცესების მათემატიკურ მოდელირებას დიდი ისტორია აქვს. მაგალითად, გრავიტაციული ველის პოტენციალი ვაკუუმში აკმაყოფილებს ლაპლასის განტოლებას, ხოლო გარემოში არანულოვანი სიმკვრივით - პუასონის განტოლებას [2, 3, 66, 68, 101]. ბევრი ცნობილი განტოლება: ეილერის, ნავიე-სტოქსის, ოზენის, ბუსინეჟის, ლამეს, რომლებიც მერე გახდნენ წმინდა მათემატიკოსების კვლევის ობიექტი, საფუძვლად უდევს გარკვეული ფიზიკური პროცესების აღმწერ მათემატიკურ მოდელებს (განტოლება ან განტოლებათა სისტემა, საწყისი და სასაზღვრო პირობებით) [6, 9, 19, 85, 97].

ფიზიკური პროცესების მათემატიკური მოდელირება ითვალისწინებს მოდელის ადეკვატურობას, რომელიც მოწმდება ნიუტონის არარელატივისტური, კლასიკური მექანიკის ხუთი კანონის შესრულებით: მასის შენახვის კანონი; იმპულსის შენახვის კანონი; იმპულსის მომენტის შენახვის კანონი; თერმოდინამიკის პირველი კანონი ანუ ენერჯის შენახვის კანონი; თერმოდინამიკის მეორე კანონი, ანუ ენტროპიის შენახვის კანონი [9, 96]. მაგალითად, ასტროფიზიკური პროცესების მათემატიკური მოდელირება, მზის აფეთქების შედეგად წარმოშობილი დარტყმითი და დეტონაციური ტალღების (პირველი გვარის წყვეტის ზედაპირები) მოძრაობა მზის ზედაპირამდე (სფეროს ან მაკლორენის სფეროიდის მოდელები) და გაზის გაფრქვევა ვარსკლავთშორისო გარემოში, ბევრი მეცნიერის ინტერესს წარმოადგენს [12, 24 – 29, 56, 57, 71, 75 – 77, 96, 105, 106, 109].

განსაკუთრებით, პრაქტიკული თვალსაზრისით, ასევე მნიშვნელოვანია თუნდაც წყალქვეშა ობიექტების (წყალქვეშა ნავების) აღმოჩენისათვის, აკუსტიკის ამოცანების მათემატიკური მოდელირება [10, 11, 23, 72, 73, 82, 104, 107,108].

ასევე საკმაოდ დიდი ისტორია აქვს მათემატიკურ მოდელირებას ბიოლოგიაში, ეკოლოგიაში, ქიმიაში [9, 18, 69, 70, 74, 83, 94, 98, 110]. მაგალითად, მალთუსის მოდელი კარგი სიზუსტით აღწერს ბაქტერიების გამრავლებას კოლონიებში; პერლი-ფერხიულსტის მოდელი აღწერს პოპულაციის ევოლუციას საკვები რესურსების შეზღუდულობის პირობებში; ვოლტერას მოდელი აღწერს შიგასახეობრივ კონკურენციას; ლოტკი-ვოლტერას მოდელი აღწერს "მტაცებელი-მსხვერპლის" ფენომენს; კურასაოს მოდელი აღწერს არასასურველ სახეობასთან ბრძოლას და სხვა. ამ მოდელებმა საკმაოდ კარგი სიზუსტით აღწერეს ბუნებაში მიმდინარე რთული პროცესები.

მათემატიკური მოდელების შექმნა ასევე წარმატებული აღმოჩნდა მედიცინაში, კერძოდ, ეპიდემიოლოგიაში [9,15, 18, 70, 88].

ეკონომიკური და ფინანსური პროცესების აღწერა დღეს წარმოუდგენელია მათემატიკური მოდელირების გარეშე. პირველი მოდელები ეკონომიკაში შექმნეს ისეთმა მეცნიერებმა, როგორებიცაა პარეტო, სმიტი, რიკარდო, სტოუნი და სხვა [7, 9, 80]. განსაკუთრებული აღნიშვნის ღირსია ის მოდელები, რომელთა შექმნის და რეალიზაციის გამო ავტორებმა მიიღეს ნობელის პრემიები: ვ. ლეონტიევი,

ლ. კანტაროვიჩი, რ. აუმანი და სხვა. დღეს ურთულესი ეკონომიკური და ფინანსური მოდელების აღწერისათვის (დეტერმინირებული და სტოქასტური მოდელები) გამოიყენება დიფერენციალური განტოლებების, ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის მძლავრი მათემატიკური აპარატი [67, 86, 93].

1973 წელს გერმან ხაკენმა მიაქცია ყურადღება იმას, რომ კოოპერაციული, ურთიერთშეთანხმებული მოვლენები შეიმჩნევა ძლიერ განსხვავებულ სისტემებში, როგორებიცაა ჰიდროდინამიკური არამდგრადობა, ავტოკატალიზური ქიმიური რეაქციები, პოპულაციის დინამიკა, ატმოსფეროში მაკრომოლეკულებისა და ციკლონების წარმოქმნა. ყველაფერი ეს სინერგეტიკული (ერთობლივი ქმედების) ეფექტის მაგალითებია [102, 103].

სინერგეტიკა ანუ თვითორგანიზების თეორია, დღეისათვის საგანთაშორის კავშირების კვლევის ერთ-ერთი ყველაზე პოპულარული და პერსპექტიული მიდგომაა [81, 84]. სინერგეტიკამ გაიარა დიდი და რთული გზა. თითქმის ორმოცი წლის წინ მას უყურებდნენ როგორც ფიზიკოს-თეორეტიკოსების გასართობს, რომლებმაც ბევრ არაწრფივ მოვლენაში ნახეს მსგავსება. ოცი წლის წინათ კი სინერგეტიკის კონცეფციების, მეთოდების, წარმოდგენების წყალობით აღმოჩენილი იყო ბევრი შესანიშნავი მოვლენა ფიზიკაში, ქიმიაში, ბიოლოგიაში, ჰიდროდინამიკაში. ახლა ეს დისციპლინათაშორისი მიდგომა სულ უფრო გამოიყენება სტრატეგიულ დაგეგმარებაში, ისტორიული ალტერნატივების ანალიზის დროს, კაცობრიობის წინაშე მდგარი გლობალური პრობლემების გადაჭრის გზების პოვნაში.

სინერგეტიკამ მძლავრი ბიძგი მისცა მათემატიკური მოდელების გამოყენებას სოციალურ მეცნიერებებში: სოციოლოგიაში, ისტორიაში, დემოგრაფიაში, პოლიტოლოგიაში, კონფლიქტოლოგიაში და სხვა [1, 58 - 61, 78, 79, 87, 89].

ინფორმაციული ტექნოლოგიების ეპოქაში, სადაც თანამედროვე ადამიანი მუდმივად განიცდის მზარდ ინფორმაციულ ზეწოლას, აქტუალურია ინფორმაციული ზემოქმედების პროცესების მეცნიერულად შესწავლა. ამ პროცესების შესწავლა შესაძლებელია, მათ შორის, მათემატიკური მოდელების მეშვეობით, რათა მოხერხდეს თავდაცვა პერმანენტულად მიმდინარე ინფორმაციულ ომში [13].

ტერმინი „ინფორმაციული ომი“ პირველად გამოიყენა ტომას რონმა 1976 წელს კომპანია Boeing-თვის გაკეთებულ მოხსენებაში. აშშ-ში, თავდაცვის ეროვნულ უნივერსიტეტში, მოქმედებს ინფორმაციული ომის და სტრატეგიის სკოლა, კალიფორნიის საზღვაო სკოლაში ინფორმაციული ომის ჯგუფს უკითხავენ ლექციების კურსს. ინფორმაციული ომის თეორიის სხვადასხვა მიმართულებები განიხილება სპეციალურად შექმნილ ათეულობით სამეცნიერო ჟურნალებში, რეგულარულად ტარდება სამეცნიერო კონფერენციები. ინფორმაციული ომის ქვეშ იგულისხმება ორი სახელმწიფოს (ორი მძლავრი ეკონომიკური სტრუქტურის, კონსორციუმის) მიერ მასმედიის გამოყენებით ერთმანეთის წინააღმდეგ მიზანმიმართული დეზინფორმაციის და პროპაგანდის წარმოება.

საქართველოში 2009 წელს თ. ჩილაჩავამ პირველად შექმნა მათემატიკური მოდელირების ახალი მიმართულება სახელწოდებით „ინფორმაციული ნაკადების მათემატიკური მოდელები“. კერძოდ, თ. ჩილაჩავას და ნ.კერესელიძის ნაშრომებში აგებულია ორ ანტაგონისტურ მხარეთა შორის ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელები, როცა პროცესში აქტიურად ჩართულია მესამე მხარე მშვიდობისმყოფელების სახით. მოდელები იძლევიან საშუალებას, ინფორმაციული შეტევების საწყისი ეტაპის ანალიზით, მოვახდინოთ ინფორმაციული ომის განვითარების პროგნოზირება და, აქედან გამომდინარე, სამშვიდობო მხარეს გაუადვილოთ ინფორმაციული ომის დასრულების რეკომენდაციების შემუშავება [16, 30, 31, 111, 114 – 116].

ავტორების, თ. ჩილაჩავას და ნ. კერესელიძის, ამ თემისადმი მიძღვნილი ნაშრომი [30] ციტირებულ იქნა აშშ-ში გამოცემულ Elsevier „Procedia Technology“ საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალში [64].

თ. ჩილაჩავას მიერ შემდგომში შემოთავაზებული იყო ინფორმაციული ომის არაწრფივი უწყვეტი და დისკრეტული მათემატიკური მოდელები, სადაც ანტაგონისტური ქვეყნების შიგნით მოქმედებენ ავტორიტეტული რელიგიური თუ სხვა ინსტიტუტები. მოდელში ურთიერთდაპირისპირებული მხარეებისთვის მასტაბილიზირებელ როლს თამაშობენ ავტორიტეტული რელიგიური ინსტიტუტები, რომლებიც გავლენას ახდენენ მხოლოდ თავის ქვეყნების გადაწყვეტილებების მიმღებ პირებზე (ლიდერშიპებზე) და მოუწოდებენ მათ

ინფორმაციული ომის შეწყვეტისკენ. კერძო შემთხვევაში ნაჩვენებია, რომ ავტორიტეტულ რელიგიურ ინსტიტუტებს შეუძლიათ ჩააქრონ ინფორმაციული ომი მაშინაც, როცა მხარეების აგრესიულობა მაღალია და საერთაშორისო ორგანიზაციები მოქმედებენ არაპრევენციულად [37 – 39, 43, 123, 124].

მსოფლიოში მიმდინარე ტენდენციების გათვალისწინებით ერთ-ერთი საინტერესო მიმართულებად შეიძლება ჩაითვალოს ასიმილაციის სოციალური პროცესის მათემატიკური მოდელირება. თ. ჩილაჩავას მიერ შემოთავაზებულია ორმხრივი ასიმილაციის (ორი მძლავრი ქვეყანა ახდენს მესამე მხარის სახელმწიფოებრივი წარმონაქმნის, ავტონომიის, მოსახლეობის ასიმილაციას) მათემატიკური მოდელები, როგორც დემოგრაფიული ფაქტორის გათვალისწინებით, ასევე მის გარეშე [40-42, 44, 47, 48, 51, 52]. ნაშრომებში შემოთავაზებულია ორდონიანი ასიმილაციის (ერთი მძლავრი ქვეყანა ახდენს მეორე საშუალო სიძლიერის ქვეყნის მოსახლეობისა და მესამე მხარის სახელმწიფოებრივი წარმონაქმნის, ავტონომიის, მოსახლეობის ასიმილაციას; ამავე დროს მეორე ქვეყანაც ახდენს იმავე მესამე ავტონომიის მოსახლეობის ასიმილაციას) მათემატიკური მოდელები დემოგრაფიული ფაქტორის გათვალისწინებით.

ერთერთი პერსპექტიული და სწრაფად განვითარებადი დარგი მათემატიკური მოდელირების გამოყენებისა არის ინოვაციური პროცესების დინამიკა. გამოკვლევები ამ დარგში გვიჩვენებენ, რომ კრიზისულ მოვლენებს აქვთ არა შემთხვევითი, არამედ სისტემატური ხასიათი და ისინი განისაზღვრება დეტერმინირებული მექანიზმებით. ამიტომ ინოვაციური პროცესების ქცევის ბევრი თავისებურება შეიძლება აღიწეროს დიფერენციალური განტოლებების დეტერმინირებული სისტემების ჩარჩოში. ამ სისტემების რთული ქცევა, თვითორგანიზებულობის ჩათვლით, ექვემდებარება აღწერას არაწრფივი წევრების გათვალისწინების მეშვეობით, რომლებიც ხვდება დინამიური სისტემების მათემატიკურ მოდელებში. მნიშვნელოვან ინტერესს წარმოადგენს სამეცნიერო-საგანმანათლებლო სფეროში ინოვაციური პროცესების მათემატიკური მოდელების გამოკვლევა [50].

მსოფლიოში მიმდინარე პროცესებიდან გამომდინარე, უაღრესად აქტუალური გახდა ისეთი სოციალური პროცესის შესწავლა, როგორცაა სახელმწიფოებრივი და ადმინისტრაციული მართვა. ადმინისტრაციული მართვის მათემატი-

კური მოდელი შემოთავაზებული იქნა პროფ. თ. ჩილაჩავას, ხოლო დამუშავებულია მისი დოქტორანტების მიერ. მმართველობა შესაძლებელია განხორციელდეს როგორც მაკროდონეზე (მაგალითად, სახელმწიფოს მმართველობა), ასევე მიკროდონეზე (მაგალითად, სასწავლო, სამეცნიერო დაწესებულების, საფინანსო ან საწარმო ობიექტის მმართველობა). ნებისმიერი ადმინისტრაციული ობიექტის შემაღენლობა პირობითად შეიძლება წარმოვიდგინოთ რამოდენიმე განსხვავებული ტიპის სუბიექტებისაგან: თავისუფლად მოაზროვნე ადამიანები, კონფორმისტები, რომლებიც ეგუებიან მმართველ ადმინისტრაციას, და ადმინისტრაციული სტრუქტურები. საინტერესოა განხილვა მართვის სხვადასხვა რეჟიმებისა, როგორებიცაა ლიბერალური, დემოკრატიული, ნახევრად-დიქტატორული, დიქტატორული და სხვა და, თუ როგორ ფარდობაშია კონფორმისტების და თავისუფლად მოაზროვნე ადამიანების რაოდენობა ამა თუ იმ რეჟიმის დროს.

მათემატიკურმა და კომპიუტერულმა მოდელირებამ დიდი აღიარება მოიპოვა ასევე პოლიტოლოგიაშიც. კერძოდ, [90 - 92]-ში განხილულია პოლიტიკური დაპირისპირების მათემატიკური მოდელი, შესაძლო, არაანტაგონისტურ ძალებს შორის. მაგალითად, ძალაუფლებისათვის ბრძოლის მოდელი ხელისუფლების სხვადასხვა (საკანონმდებლო და აღმასრულებელი) შტოებს შორის. ამ მოდელში თითოეულ მხარეს გააჩნია ძალაუფლების ე.წ. "რიცხვი", რომელიც მას სურს თავისთვის, და ძალაუფლების "რიცხვი", რომელიც მას სურს მოწინააღმდეგისთვის.

სახელმწიფო მართვის თვალსაზრისით, განსაკუთრებულ ინტერესს წარმოადგენს ისეთი მათემატიკური მოდელის შექმნა, რომელიც საშუალებას მოგვცემს განვსაზღვროთ პოლიტიკური სუბიექტების მომხრეთა რაოდენობის დინამიკა პერიოდში არჩევნებიდან მორიგ არჩევნებამდე. ზოგადად არჩევნები შეიძლება პირობითად გავყოთ ორ ნაწილად: მრავალპარტიულ და ორპარტიულ არჩევნებად. ბევრ ქვეყანაში (მათ შორის განვითარებულ ქვეყნებში) არსებობს ორპარტიული სისტემა. ასეთ ორპარტიულ სისტემებს ახასიათებს ძალაუფლების პერიოდულად შეცვლა და, როდესაც ერთი პარტია ხელისუფლებაშია, მეორე პარტია წარმოადგენს ოპოზიციას. თუმცა, ეს იმას არ ნიშნავს, რომ გარდა ამ ორი პარტიისა ქვეყანაში აღარ არსებობს სხვა, უბრალოდ მათი გავლენა უმნიშვნელოა პოლიტიკურ პროცესებზე. ნებისმიერ ქვეყანაში პოლიტიკურ არენაზე შეიძლება

გამოჩნდეს მესამე პარტია, რომელიც ადრე ჩრდილში იმყოფებოდა. მაგალითად, დიდ ბრიტანეთში XIX საუკუნეში და XX საუკუნის დასაწყისში არსებობდა ორი უდიდესი პარტია: კონსერვატიული და ლიბერალური. XX საუკუნეში ლიბერალური პარტია შეცვალა შრომის (ლეიბორისტული) პარტიამ, თუმცა ორპარტიული სისტემა დარჩა. ყველაზე ცნობილი კლასიკური ვარიანტი ორპარტიული სისტემის არსებობს ამერიკის შეერთებულ შტატებში. აქ არჩევნებში მონაწილეობენ მხოლოდ რესპუბლიკური და დემოკრატიული პარტიები, სხვა პარტიებს მნიშვნელოვანი როლი არ უთამაშიათ. აშშ-ს კონგრესში ორას წელზე მეტია სხვა პარტიები თითქმის არ იყვნენ წარმოდგენილი.

ძირითადად, მეცნიერების ინტერესს წარმოადგენდა უკვე ჩატარებული არჩევნების შედეგების სტატისტიკური მონაცემების ანალიზი [21,22,55,62,63, 65,100].

2012 წელს თ. ჩილაჩავას მიერ შემოთავაზებული იყო ორპარტიული არჩევნების არაწრფივი მათემატიკური მოდელი მუდმივი კოეფიციენტების შემთხვევაში, რომელშიც აღწერილია სახელისუფლებო და ოპოზიციური პარტიების ამომრჩეველთა ხმების რაოდენობის დინამიკა [17, 34, 35, 117, 118, 122], ხოლო [49]- ში აღნიშნული მოდელი განხილულია, როცა კოეფიციენტები წრფივი ფუნქციებია. 2013 წელს თ. ჩილაჩავამ ასევე შეიმუშავა სამპარტიული არჩევნების მოდელი მუდმივი კოეფიციენტების შემთხვევაში [36, 120].

არჩევნების პროცესების უფრო ზუსტი და რეალური აღწერისათვის, მათემატიკური მოდელის შექმნისას, გასათვალისწინებელია არჩევნებზე ამომრჩევლების გამოცხადების სხვადასხვა მაჩვენებლები და ხმების გარკვეული გაყალბება არჩევნების დღეს (რაც დამახასიათებელია ძირითადად არადემოკრატიული ქვეყნებისთვის). აგრეთვე გათვალისწინებული უნდა იყოს ე.წ. საარჩევნო დემოგრაფიული ცვლილება (ამომრჩევლების სრული რაოდენობის ცვლილება არჩევნებიდან არჩევნებამდე).

წარმოდგენილი ნაშრომის ერთერთი მთავარი მიზანია ვაჩვენოთ მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელირების გამოყენების მნიშვნელობა სოციოლოგიაში.

მონოგრაფიის პირველ თავში, რომელიც შედგება ოთხი პარაგრაფისაგან, განხილულია ახალი მათემატიკური მოდელები ისეთი სოციალური პროცესის, როგორც

რიცა ადმინისტრაციული მართვა, რომელიც შეიძლება ხორციელდებოდეს მაკროდონეზე (მაკრომოდელი) ან მიკროდონეზე (მიკრომოდელი) მრავალფეროვანი იდეოლოგიური, ეკონომიკური და ტექნოლოგიური საშუალებებით.

ცვლადი ადმინისტრაციული მართვის შემთხვევაში კომის ამოცანა არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემისათვის ამოხსნილია ანალიზურად ზუსტად. მოდელის პარამეტრებისა (აქტიურობის ხარისხის მაჩვენებელი, წრფივი ადმინისტრაციული მართვის მაჩვენებელი) და საწყის პირობებს შორის სხვადასხვა დამოკიდებულებების მიხედვით მიღებულია განსხვავებული შემთხვევები.

ადმინისტრაციული მართვის ზოგადი არაწრფივი მათემატიკური მოდელის კერძო შემთხვევისთვის ნაპოვნია ზუსტი ანალიზური ამონახსნი, ხოლო მოდელის ცვლადი პარამეტრების შემთხვევაში რიცხვითი ამოხსნისათვის გამოყენებულია პროგრამული გარემო MATLAB. ჩატარებულია რიცხვითი ექსპერიმენტი (კომპიუტერული მოდელირება). მიღებულია შესაბამისი გრაფიკული შედეგები [14, 32, 112, 113, 119, 121].

მეორე თავში, რომელიც შედგება სამი პარაგრაფისაგან, განხილულია ორპარტიული არჩევნების ზოგადი არაწრფივი მათემატიკური მოდელი ამომრჩეველთა აქტიურობის, დემოგრაფიული ფაქტორის და შესაძლო ფალსიფიცირების გათვალისწინებით. მოდელი აღწერს სახელისუფლებო და ოპოზიციური პარტიების ამომრჩეველთა ხმების რაოდენობის დინამიკას არჩევნებიდან მორიგ არჩევნებამდე. განხილულია შემთხვევა, როცა არჩევნებიდან არჩევნებამდე მმართველი და ოპოზიციური პარტიების ხმების მოზიდვის კოეფიციენტები არიან დროის ექსპონენციალურად ზრდადი ფუნქციები, ხოლო ადმინისტრაციული რესურსების გამოყენების ფუნქციისათვის განხილულია სამი შემთხვევა: როცა ეს ფუნქცია მუდმივია (მუდმივი ზეწოლა ოპოზიციურად განწყობილ ამომრჩეველზე); როცა ეს ფუნქცია წრფივია და პროპორციულია ოპოზიციური პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობის; და როცა ეს ფუნქცია ექსპონენციალურად ზრდადია. ჩატარებულია კომპიუტერული მოდელირება, მიღებულია რიცხვითი ამოხსნები. გამოთვლებისათვის გამოყენებულ იქნა პროგრამული გარემო MATLAB. სხვადასხვა სასტარტო პირობების მიხედვით მიღებულია რამდენიმე განსხვავებული შედეგი (განსხვავებული მოდელი). შედეგები დემოგრაფიული ფაქტორის გათვალისწინებით

გარკვეულწილად განსხვავდება შედეგებისგან, რომლებიც მიღებულია დემოგრაფიული ფაქტორის გათვალისწინების გარეშე [8, 45, 46, 99, 125].

ნაშრომის მესამე თავში, რომელიც შედგება სამი პარაგრაფისაგან, განხილულია სამპარტიული არჩევნების ახალი ზოგადი არაწრფივი მათემატიკური მოდელი, რომელიც აღწერს მმართველი და ორი ოპოზიციური პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობის დინამიკას არჩევნებიდან მორიგ არჩევნებამდე. მოდელში ყველა კოეფიციენტი ცვლადია, აგრეთვე გათვალისწინებულია დემოგრაფიული ფაქტორიც. კერძო შემთვევისათვის, დემოგრაფიის ფაქტორის გათვალისწინების გარეშე, სამსუბიექტიანი არჩევნების არაწრფივი მოდელის მუდმივი კოეფიციენტების შემთხვევაში, მიღებულია ზუსტი ანალიზური ამონახსნი. ნაპოვნია პირობები, რომლის შესრულების შემთხვევაში მოდელი იქნება არატრივიალური (როდესაც არჩევნების შედეგები წინასწარ არ არის ცხადი).

განხილულია სამსუბიექტიანი არჩევნების ზოგადი არაწრფივი მათემატიკური მოდელი ცვლადი კოეფიციენტებით და გათვალისწინებულია ამომრჩეველთა გამოცხადების მოსალოდნელი მაჩვენებელი, ასევე გარკვეული ფალსიფიცირება არჩევნების დღეს. მოდელში ნავარაუდევია, რომ არჩევნებიდან არჩევნებამდე ამომრჩეველთა მოზიდვის კოეფიციენტები, ადმინისტრაციული რესურსების გამოყენების ფაქტორი და დემოგრაფიული კოეფიციენტები არიან დროის ექსპონენციალურად ზრდადი ფუნქციები. პროგრამული გარემო MATLAB-ის მეშვეობით ჩატარებულია კომპიუტერული მოდელირება, მიღებულია რიცხვითი ამონახსნები. გაკეთებულია შედეგების ვიზუალიზაცია [53, 54].

თავი 1. ადმინისტრაციული მართვის არაწრფივი პროცესების მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელირება

§1.1 არაწრფივი მოდელი მუდმივი მართვის შემთხვევაში

ამ თავში ჩვენს ამოცანას წარმოადგენს მათემატიკურ ენაზე ისეთი სოციალური პროცესის აღწერა (მათემატიკური მოდელის აგება), როგორც არის ადმინისტრაციული მართვა. ადმინისტრაციული მართვა (ადმინისტრაციული ზეწოლა) შეიძლება ხორციელდებოდეს მრავალფეროვანი იდეოლოგიური და თანამედროვე ტექნოლოგიური საშუალებების გამოყენებით როგორც მაკრო (სახელმწიფო ან მისი დიდი რეგიონი, **მაკრომოდელი**), ასევე მიკრო დონეზე (სასწავლო დაწესებულება, საწარმოო ობიექტი და სხვა, **მიკრომოდელი**) [14, 32, 112, 113].

მათემატიკურ მოდელში განიხილება სამი ობიექტი:

1. ადმინისტრაცია (ხელისუფლების მმართველი სტრუქტურები ცენტრალურ და ადგილობრივ დონეზე), რომლის მიზანს მიკრო ან მაკრო დონეზე წარმოადგენს მის დაქვემდებარებაში მყოფი ადამიანების მართვა თავისი ინტერესებიდან გამომდინარე. ეს ინტერესები შეიძლება იყოს როგორც სამართლიანი (დემოკრატიული მართვა), ისე უსამართლო (არადემოკრატიული მართვა);
2. კონფორმისტები, რომლებიც ეგუებიან მმართველ ადმინისტრაციას;
3. მოქალაქეები (თანამშრომლები) აქტიური ცხოვრებისეული პოზიციით, ანუ არამართვადი ადამიანები, რომლებიც, მიუხედავად ადმინისტრაციული ზეწოლისა, რჩებიან თავისუფალნი თავის არჩევანში ან მოქმედებაში.

ლანჩესტერის საომარი მოქმედებების, პოპულაციის ევოლუციის და სოციალური პროცესების (მათ შორის, დემოგრაფიულის, ისტორიულის, ინფორმაციული ომის და სხვა) აღმწერი სხვადასხვა მოდელების ანალოგიას მივყავართ ადმინისტრაციული ზეწოლის (მართვის) შემდეგ არაწრფივ მათემატიკურ მოდელამდე:

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = \alpha x(t)y(t) - b \\ \frac{dy(t)}{dt} = -\alpha x(t)y(t) + b \end{cases} \quad (1.1.1)$$

სადაც

$x(t)$ - დროის t მომენტში თავისუფლად მოაზროვნე (არამართვადი) ადამიანების რაოდენობაა, $t \in [0, T]$, $T < \infty$.

$y(t)$ - დროის t მომენტში კონფორმისტების (მართვადი ადამიანების) რაოდენობაა,

b - ადმინისტრაციული ზეწოლის ძალაა,

α - თავისუფლების კოეფიციენტი.

$x(t)$ და $y(t)$ - ფუნქციების რაოდენობრივი ცვლილებები დროის t მომენტში აღიწერება (1.1.1) არაწრფივი განტოლებათა სისტემით. რადგანაც განტოლებათა სისტემა (1.1.1) არის პირველი რიგის, უნდა დაისვას დამატებითი ერთი პირობა (კოშის პირობა)

$$x(0) = x_0 \quad y(0) = y_0 \quad (1.1.2)$$

მოცემულ არაწრფივ მათემატიკურ მოდელში ადმინისტრაციულ ზეწოლას აქვს მუდმივი ხასიათი და ის არ არის დამოკიდებული დროზე. მოდელის განხილვის პერიოდში ადამიანთა ორივე ჯგუფის რაოდენობის ბუნებრივი ცვლილებები არ არის გათვალისწინებული (ამ მიახლოებაში ჩათვლილია, რომ მაკრომოდელის შემთხვევაში შობადობისა და სიკვდილიანობის კოეფიციენტები ტოლია, ხოლო მიკრომოდელის შემთხვევაში დაწესებულებაში თანამშრომლების შემოდინების და გადინების კოეფიციენტები ერთმანეთის ტოლია). მათემატიკური მოდელი არის უწყვეტი და საძიებელ ფუნქციებს გააჩნიათ სისტემაში შემავალი პირველი რიგის უწყვეტი წარმოებულები.

მივიღეთ კოშის ამოცანა (1.1.1)-(1.1.2). ამასთან ბუნებრივია, რომ $\alpha > 0, b > 0$.

ვიპოვოთ ცხადი სახით $x(t)$ და $y(t)$ ფუნქციები. (1.1.1)-დან მარტივად მიიღება პირველი ინტეგრალი:

$$x(t) + y(t) = x_0 + y_0 = a, \quad (1.1.3)$$

საიდანაც $y(t)$

$$y(t) = a - x(t) \quad (1.1.4)$$

ჩავსვათ (1.1.4) სისტემა (1.1.1)-ის პირველ განტოლებაში. მაშინ მივიღებთ პირველი რიგის განცალკევებულ დიფერენციალურ განტოლებასათვის კოშის ამოცანას

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = \alpha x(t)(a - y(t)) - b \\ x(0) = x_0 \end{cases} \quad (1.1.5)$$

$x(t)$ ფუნქციის რაოდენობრივი ცვლილება გამოისახა კვადრატული სამწევრით

$$\frac{dx}{dt} = \alpha ax - \alpha x^2 - b = -\alpha x^2 + \alpha ax - b.$$

შემოვიღოთ აღნიშვნა:

$$D = \frac{b}{a} - \frac{a^2}{4} \quad (1.1.6)$$

განვიხილოთ სამი განსხვავებული შემთხვევა:

1) განვიხილოთ შემთხვევა, როცა $D = 0$.

მაშინ (1.1.5) მიიღებს სახეს

$$\frac{dx}{dt} = -\alpha x^2 - \alpha ax - b = -\alpha \left(x^2 - ax + \frac{b}{\alpha} \right) = -\alpha \left(x^2 - ax + \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{4} + \frac{b}{\alpha} \right)$$

$$\frac{dx}{dt} = -\alpha \left[\left(x - \frac{a}{2} \right)^2 + \left(\frac{b}{\alpha} - \frac{a^2}{4} \right) \right]$$

რადგან

$$\frac{b}{a} - \frac{a^2}{4} = 0,$$

ვღებულობთ მარტივ დიფერენციალურ განტოლებას

$$\frac{dx}{dt} = -\alpha \left(x - \frac{a}{2}\right)^2,$$

რომლის ერთადერთი ამონახსნი, საწყისი პირობის გათვალისწინებით, ჩაიწერება

$$x(t) = \frac{a}{2} + \frac{x_0 - \frac{a}{2}}{\alpha t \left(x_0 - \frac{a}{2}\right) + 1} \quad (1.1.7)$$

ხოლო (1.1.3) და (1.1.4) გათვალისწინებით, მივიღებთ

$$y(t) = \frac{a}{2} - \frac{x_0 - \frac{a}{2}}{\alpha t \left(x_0 - \frac{a}{2}\right) + 1} \quad (1.1.8)$$

საბოლოოდ a -ს მნიშვნელობის გათვალისწინებით, მივიღებთ კომის ამოცანის

(1.1.1) - (1.1.2) ერთადერთ ზუსტ ანალიზურ ამონახსნს:

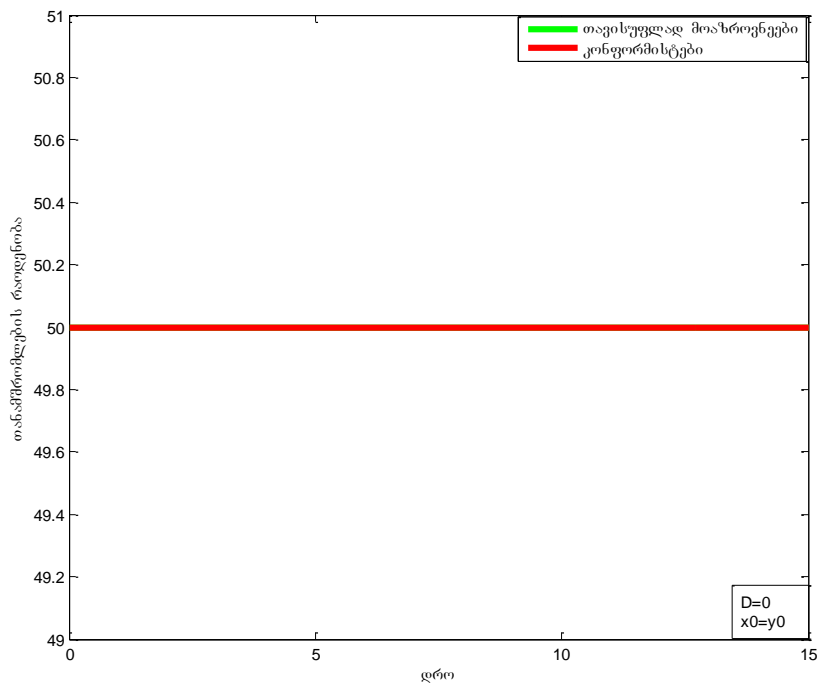
$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{x_0 + y_0}{2} + \frac{x_0 - y_0}{2 + \alpha t(x_0 - y_0)} \\ y(t) &= \frac{x_0 + y_0}{2} + \frac{y_0 - x_0}{2 + \alpha t(x_0 - y_0)} \end{aligned} \quad (1.1.9)$$

(1.1.9) მართებულია მაშინ, როცა $x_0 \geq y_0$, ხოლო, როცა $x_0 < y_0$

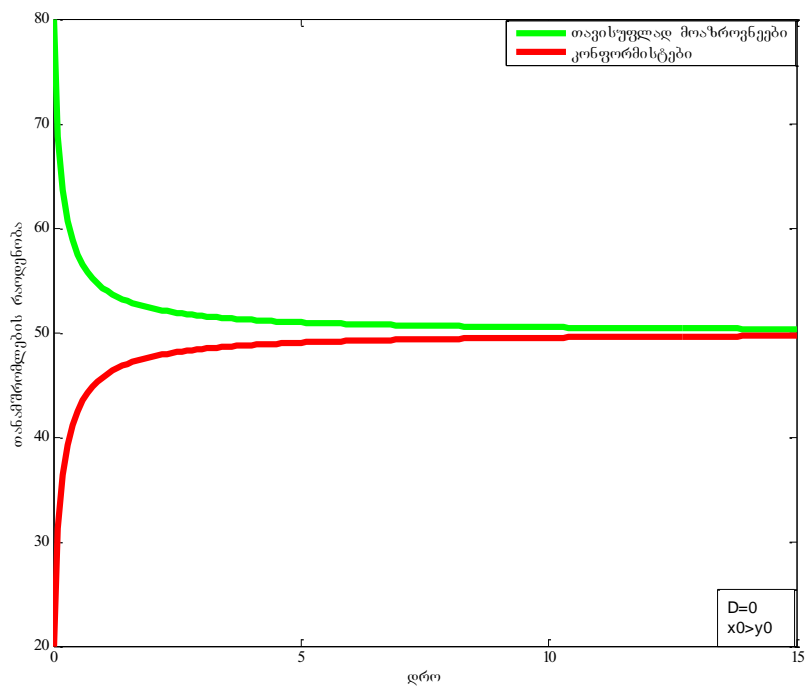
$x(t)$ -ს წარმოებული უარყოფითია და $x(t) \rightarrow 0$ დავა ნულზე, შესაბამისად $y(t) \rightarrow a$.

ამ შემთხვევაში (1.1.9)-ის ანალიზი გვიჩვენებს, რომ სოციუმში მუდმივი ადმინისტრაციული ზეწოლისა და თუნდაც განსხვავებული სასტარტო

პირობების მიუხედავად ($x_0 \neq y_0$) გარკვეული დიდი დროის შემდეგ, დამყარდება მართვადი და არამართვადი ადამიანების თანაბარი რაოდენობა - ე.წ. არასაკმარისი ზეწოლის შემთვევა (იხილეთ ნახ.1.1.1, 1.1.2).



ნახ. 1.1.1



ნახ. 1.1.2

2) განვიხილოთ შემთხვევა, როცა $D > 0$.

შემოვიღოთ აღნიშვნა:

$$\frac{b}{\alpha} - \frac{a^2}{4} = p^2 > 0$$

მაშინ (1.1.5)-დან მივიღებთ

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -\alpha(x^2 - ax + \frac{b}{\alpha}) = -\alpha(x^2 - ax + \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{4} + \frac{b}{\alpha}) = -\alpha \left[(x - \frac{a}{2})^2 + (\frac{b}{\alpha} - \frac{a^2}{4}) \right] \\ \frac{dx}{dt} &= -\alpha \left[(x - \frac{a}{2})^2 + p^2 \right] \end{aligned} \quad (1.1.10)$$

მიღებული (1.1.10) განტოლების ზოგადი ამონახსნია:

$$\arctan \frac{x - \frac{a}{2}}{p} = -\alpha p t + C \quad (1.1.11)$$

მოცემული საწყისი პირობის გათვალისწინებით, ვღებულობთ:

$$C = \arctan \frac{x - \frac{a}{2}}{p} = \arctan \frac{x_0 - y_0}{2p}.$$

ჩავსვათ C -ს მნიშვნელობა ზოგად ამონახსნში (1.1.11), მივიღებთ

$$\arctan \frac{x - \frac{x_0 + y_0}{2}}{p} = \arctan \frac{2x - x_0 - y_0}{2p} = -\alpha p t + \arctan \frac{x_0 - y_0}{2p}$$

ამრიგად, ამ შემთხვევაში (1.1.1) სისტემის ამონახსნს ექნება სახე:

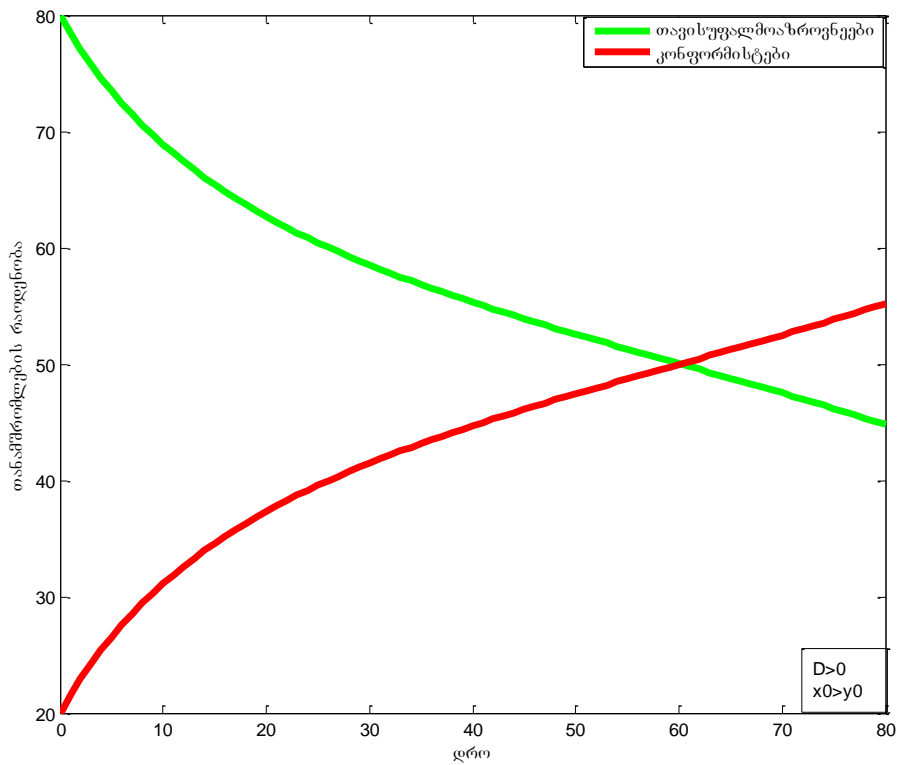
$$x(t) = \frac{x_0 + y_0}{2} + p \frac{\frac{x_0 - y_0}{2p} - \tan(\alpha p t)}{1 + \frac{x_0 - y_0}{2p} \tan(\alpha p t)}$$

$$y(t) = \frac{x_0 + y_0}{2} - p \frac{\frac{x_0 - y_0}{2p} - \tan(\alpha p t)}{1 + \frac{x_0 - y_0}{2p} \tan(\alpha p t)}$$

(1.1.12)

(1.1.12)-ს ანალიზი იძლევა სამ განსხვავებულ შემთხვევას:

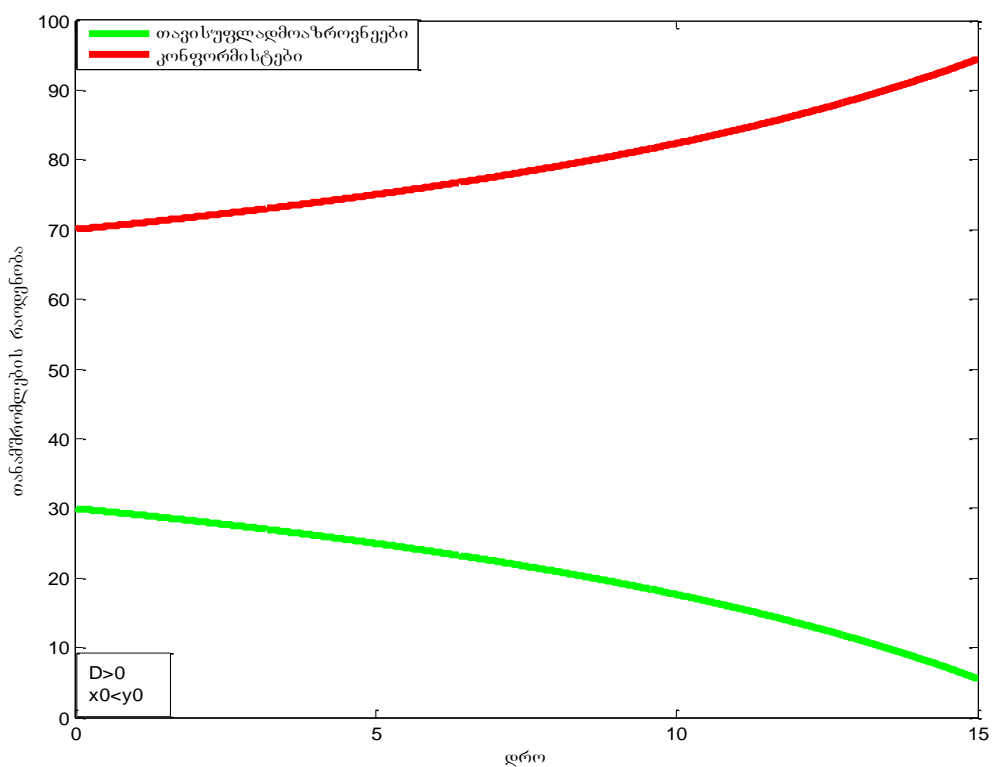
- თავისუფლად მოაზროვნე ადამიანების რაოდენობა, რომელიც თავდაპირველად მართვადი რაოდენობის ადამიანებზე (კონფორმისტებზე) მეტი იყო ($x_0 > y_0$), მიისწრაფვის წონასწორობის მდგომარეობისკენ, რომელიც ადამიანების საერთო რაოდენობის ნახევარზე ნაკლებია (ძლიერი, მაგრამ შეზღუდული ზეწოლა თავისუფლად მოაზროვნე ადამიანებზე) (იხილეთ ნახ.1.1.3).



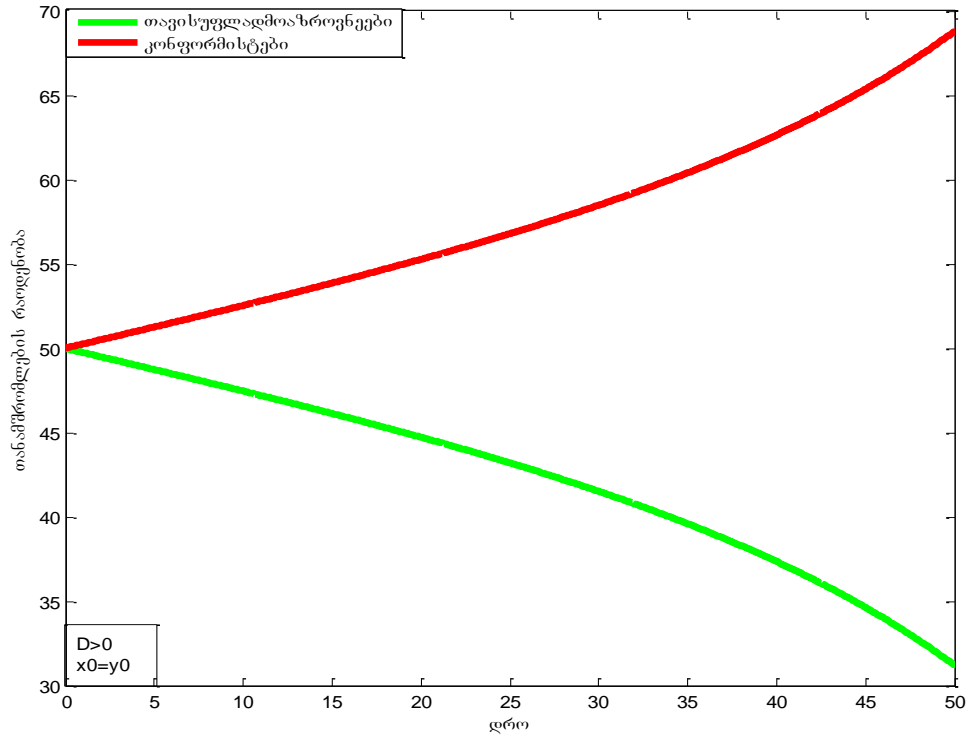
ნახ.1.1.3

- თავისუფლად მოაზროვნე ადამიანების რაოდენობა, რომელიც თავდაპირველად მართვადი ადამიანების რაოდენობის ტოლი ან ნაკლები იყო ($x_0 \leq y_0$), მისწრაფვის ნულისკენ (ძლიერი ზეწოლა, სრული კონტროლის შემთხვევა) (იხილეთ ნახ.1.1.4, ნახ.1.1.5);

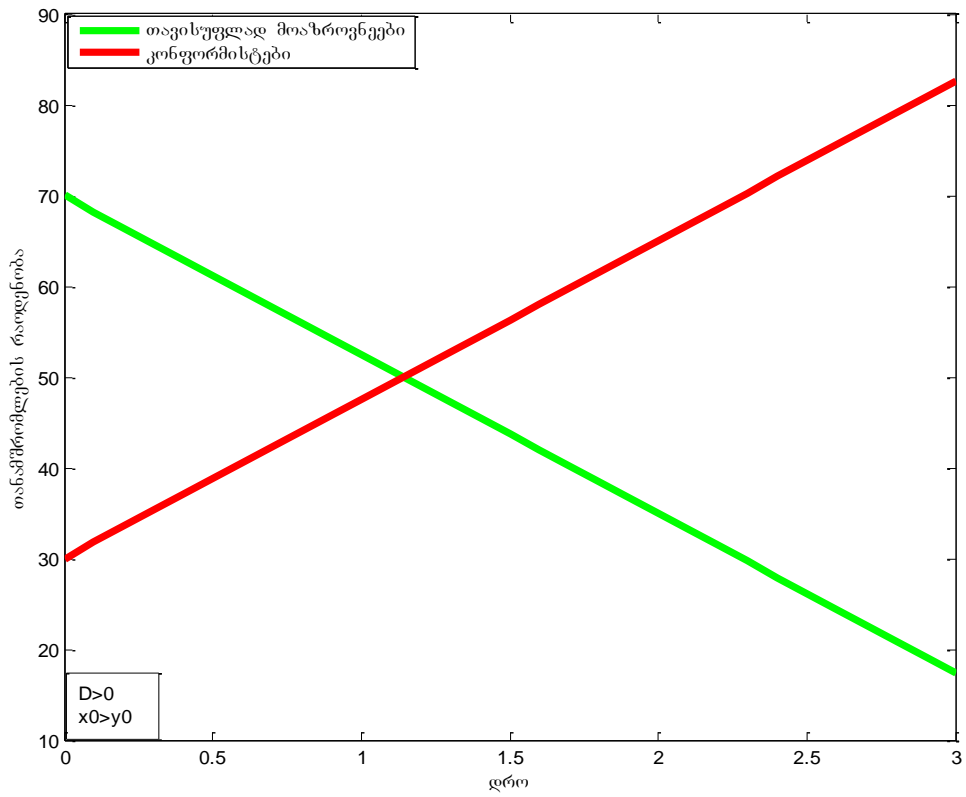
- თავისუფლად მოაზროვნე ადამიანების რაოდენობა, რომელიც თავდაპირველად მართვადი ადამიანების რაოდენობის მეტი იყო ($x_0 > y_0$), მისწრაფვის ნულისკენ (უძლიერესი ზეწოლა თავისუფლად მოაზროვნე ადამიანებზე, სრული დამორჩილების მოდელი) (იხილეთ ნახ.1.1.6).



ნახ.1.1.4



ნახ.1.1.5



ნახ.1.1.6

3) განვიხილოთ შემთხვევა, როცა $D < 0$.

ე.ი. გვაქვს

$$\frac{b}{a} - \frac{a^2}{4} = -p^2 < 0.$$

მაშინ (1.1.5) მიიღებს სახეს:

$$\frac{dx}{dt} = -\alpha \left[\left(x - \frac{a}{2} \right)^2 + \left(\frac{b}{a} - \frac{a^2}{4} \right) \right] = -\alpha \left[\left(x - \frac{a}{2} \right)^2 - p^2 \right]$$

მიღებული დიფერენციალური განტოლების ზოგადი ამონახსნია:

$$\ln \left| \frac{x - \frac{a}{2} - p}{x - \frac{a}{2} + p} \right| = -2\alpha p t + C$$

საწყისი პირობის გათვალისწინებით

$$C = \ln \left| \frac{x - \frac{a}{2} - p}{x - \frac{a}{2} + p} \right| = \ln \left| \frac{x_0 - y_0 - 2p}{x_0 - y_0 + 2p} \right|$$

ჩავსვათ C -ს მნიშვნელობა ზოგად ამონახსნში და მივიღებთ

$$\ln \left| \frac{x - \frac{x_0 + y_0}{2} - p}{x - \frac{x_0 + y_0}{2} + p} \right| = -2\alpha p t + \ln \left| \frac{x_0 - y_0 - 2p}{x_0 - y_0 + 2p} \right|,$$

საიდანაც

$$\frac{x - \frac{x_0 + y_0}{2} - p}{x - \frac{x_0 + y_0}{2} + p} = \frac{x_0 - y_0 - 2p}{x_0 - y_0 + 2p} e^{-2\alpha p t}.$$

აღვნიშნოთ

$$k = x - \frac{x_0 + y_0}{2}.$$

მაშინ ვიღებთ

$$\frac{k - p}{k + p} = \frac{x_0 - y_0 - 2p}{x_0 - y_0 + 2p} e^{-2cpt}$$

$$(k - p)(x_0 - y_0 + 2p) = (k + p)(x_0 - y_0 - 2p) e^{-2cpt}$$

$$k(x_0 - y_0 + 2p) - k(x_0 - y_0 - 2p) e^{-2cpt} = p(x_0 - y_0 + 2p) + p(x_0 - y_0 - 2p) e^{-2cpt}$$

$$k(x_0 - y_0 + 2p - (x_0 - y_0 - 2p) e^{-2cpt}) = p(x_0 - y_0 + 2p + (x_0 - y_0 - 2p) e^{-2cpt}).$$

ტოლობის ორივე ნაწილი რომ გავყოთ $(x_0 - y_0 + 2p)$ -ზე, მივიღებთ

$$k \left(1 - \frac{x_0 - y_0 - 2p}{x_0 - y_0 + 2p} e^{-2cpt} \right) = p \left(1 + \frac{x_0 - y_0 - 2p}{x_0 - y_0 + 2p} e^{-2cpt} \right),$$

საიდანაც

$$k = \frac{p \left(1 + \frac{x_0 - y_0 - 2p}{x_0 - y_0 + 2p} e^{-2cpt} \right)}{1 - \frac{x_0 - y_0 - 2p}{x_0 - y_0 + 2p} e^{-2cpt}}.$$

და ვიღებთ ტოლობას

$$x - \frac{x_0 + y_0}{2} = \frac{p \left(1 + \frac{x_0 - y_0 - 2p}{x_0 - y_0 + 2p} e^{-2cpt} \right)}{1 - \frac{x_0 - y_0 - 2p}{x_0 - y_0 + 2p} e^{-2cpt}}.$$

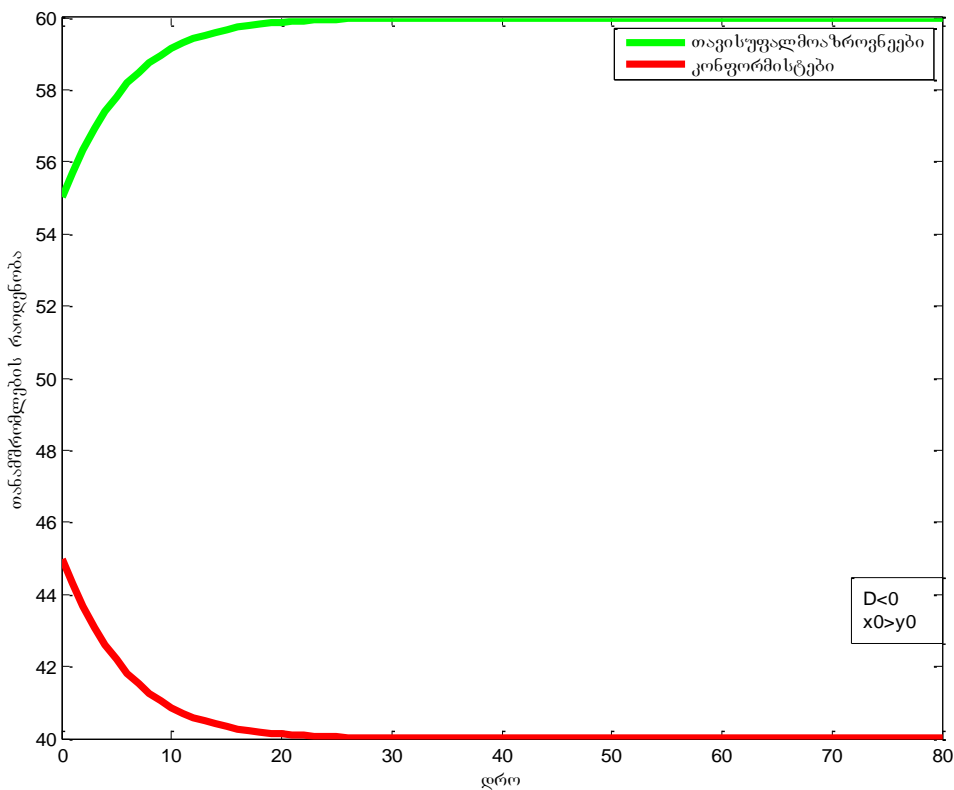
ამრიგად, საბოლოოდ ვღებულობთ კომის ამოცანის (1.1.1)- (1.1.2)-ის ზუსტ ანალიზურ ამონახსნს

$$x(t) = \frac{x_0 + y_0}{2} + \frac{p(1 + \frac{x_0 - y_0 - 2p}{x_0 - y_0 + 2p} e^{-2cpt})}{1 - \frac{x_0 - y_0 - 2p}{x_0 - y_0 + 2p} e^{-2cpt}}$$

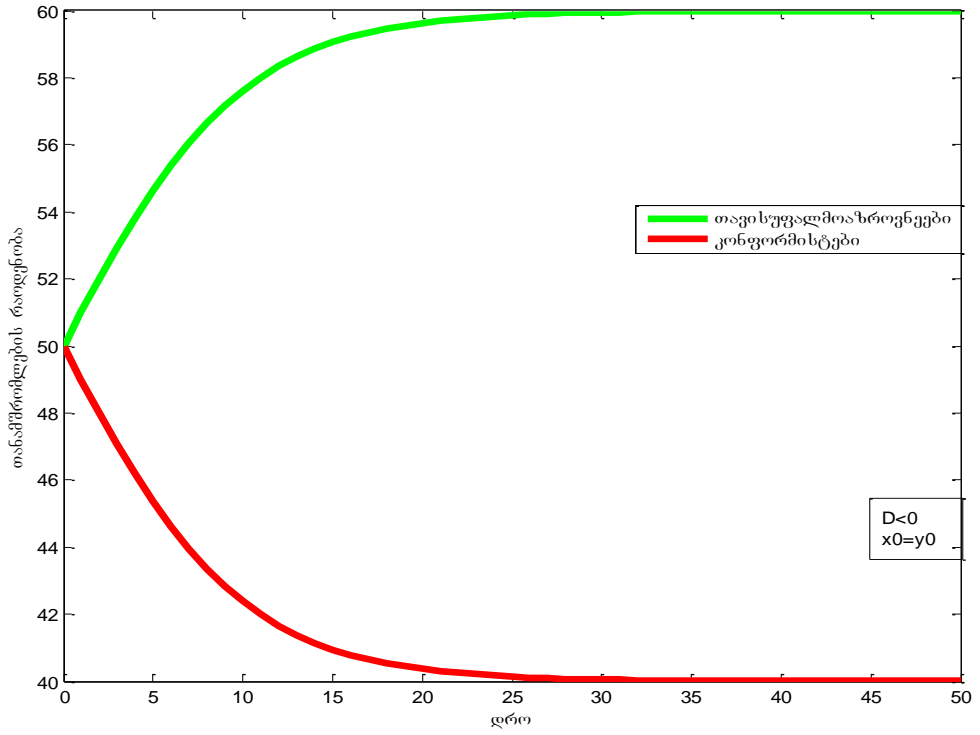
$$y(t) = \frac{x_0 + y_0}{2} - \frac{p(1 + \frac{x_0 - y_0 - 2p}{x_0 - y_0 + 2p} e^{-2cpt})}{1 - \frac{x_0 - y_0 - 2p}{x_0 - y_0 + 2p} e^{-2cpt}}$$

(1.1.13)

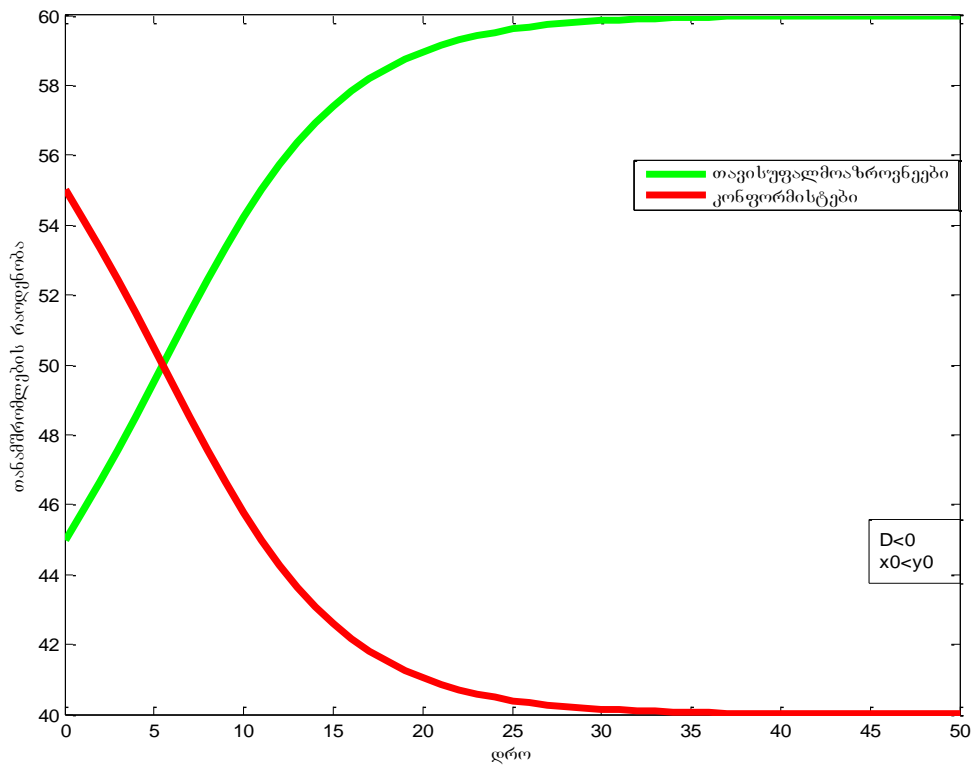
(1.1.13)-ს ანალიზი გვიჩვენებს, რომ მიუხედავად სასტარტო პირობების თავისუფლად მოაზროვნე ადამიანების რაოდენობა მიისწრაფვის გარკვეულ წონასწორობის რაოდენობისკენ, რომელიც ადამიანების საერთო რაოდენობის ნახევარზე მეტია (სუსტი ზეწოლა) (იხილეთ ნახ.1.1.7, ნახ.1.1.8, ნახ.1.1.9).



ნახ. 1.1.7



ნახ. 1.1.8



ნახ. 1.1.9

§1.2 არაწრფივი მოდელი ცვლადი მართვის შემთხვევაში

წინა პარაგრაფისგან განსხვავებით, განვიხილოთ ადმინისტრაციული მართვის არაწრფივი მათემატიკური მოდელი, რომელსაც შეუძლია აღწეროს მოცემულ სოციუმში მმართველი სტრუქტურების მხრიდან ახლა უკვე ცვლადი, კერძოდ მზარდი, ადმინისტრაციული ზეწოლა [119, 121]:

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = \alpha x(t)y(t) - \beta x(t) \\ \frac{dy(t)}{dt} = -\alpha x(t)y(t) + \beta x(t) \end{cases} \quad (1.2.1)$$

სადაც

$x(t)$ - დროის t მომენტში თავისუფლად მოაზროვნე (არამართვადი) ადამიანების რაოდენობაა, $t \in [0, T], T < \infty$,

$y(t)$ - დროის t მომენტში კონფორმისტების (მართვადი ადამიანების) რაოდენობაა,

$\alpha > 0$ - თავისუფლების კოეფიციენტი.

$\beta > 0$ - წრფივი ადმინისტრაციული ზეწოლის მაჩვენებელია.

$$x(0) = x_0 \quad y(0) = y_0 . \quad (1.2.2)$$

(1.2.1)-დან მარტივად მიიღება პირველი ინტეგრალი:

$$x(t) + y(t) = x_0 + y_0 = a \quad (1.2.3)$$

მივიღეთ კომის ამოცანა (1.2.1), (1.2.2). ვიპოვოთ ცხადი სახით $x(t)$ და $y(t)$ ფუნქციები. ჩავსვათ (1.2.3) -(1.2.1)-ში, მივიღებთ $x(t)$ ფუნქციისათვის კომის ამოცანას:

$$\frac{dx(t)}{dt} = \alpha x(t)(a - x(t)) - \beta x(t) \quad (1.2.4)$$

$$x(0) = x_0$$

(1.2.4)-დან მივიღებთ ზოგად ამონახსნს

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= \alpha ax - \beta x - \alpha x^2 \\ \frac{dx(t)}{dt} &= x(\alpha a - \beta) - \alpha x^2 \\ x(t) &= \frac{(\alpha a - \beta)e^{t(\alpha a - \beta)}}{1 + \alpha e^{t(\alpha a - \beta)}} C \end{aligned} \quad (1.2.5)$$

ინტეგრების მუდმივა გამოითვლება (1.2.4)-დან

$$C = \frac{x_0(1 + \alpha)}{\alpha a - \beta} \quad (1.2.6)$$

და საბოლოოდ (1.2.5), (1.2.6)-დან მივიღებთ

$$x(t) = \frac{x_0(1 + \alpha)e^{t(\alpha a - \beta)}}{1 + \alpha e^{t(\alpha a - \beta)}} \quad (1.2.7)$$

ხოლო (1.2.3), (1.2.7) - დან გვექნება

$$y(t) = \frac{a + (y_0\alpha - x_0)e^{t(\alpha a - \beta)}}{1 + \alpha e^{t(\alpha a - \beta)}} \quad (1.2.8)$$

განვიხილოთ ორი შემთხვევა.

- $\alpha a - \beta = 0$

მაშინ (1.2.4)-დან მივიღებთ

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \alpha x^2 \\ -\int \frac{dx}{x^2} &= t + C, \quad -\frac{1}{x} = -\alpha t + C \end{aligned} \quad (1.2.9)$$

$$t = 0, x = x_0, C = -\frac{1}{x_0}$$

და (1.2.9) მიიღებს სახეს

$$\frac{1}{x} = \alpha t + \frac{1}{x_0} = \frac{\alpha x_0 t + 1}{x_0}$$

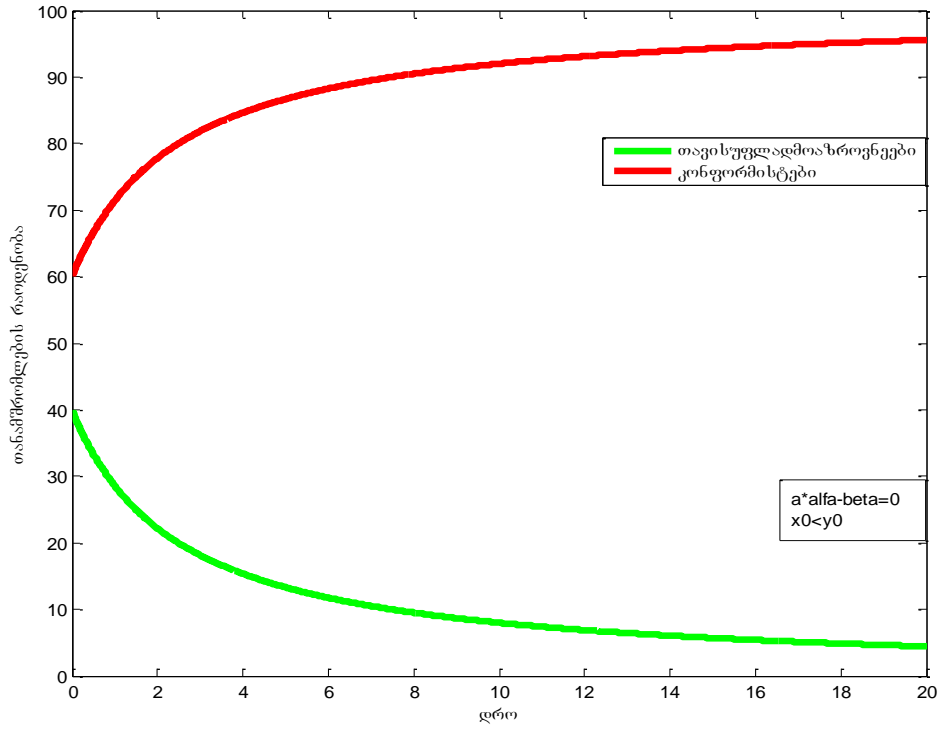
საბოლოოდ

$$x(t) = \frac{x_0}{1 + \alpha x_0 t} \quad (1.2.10)$$

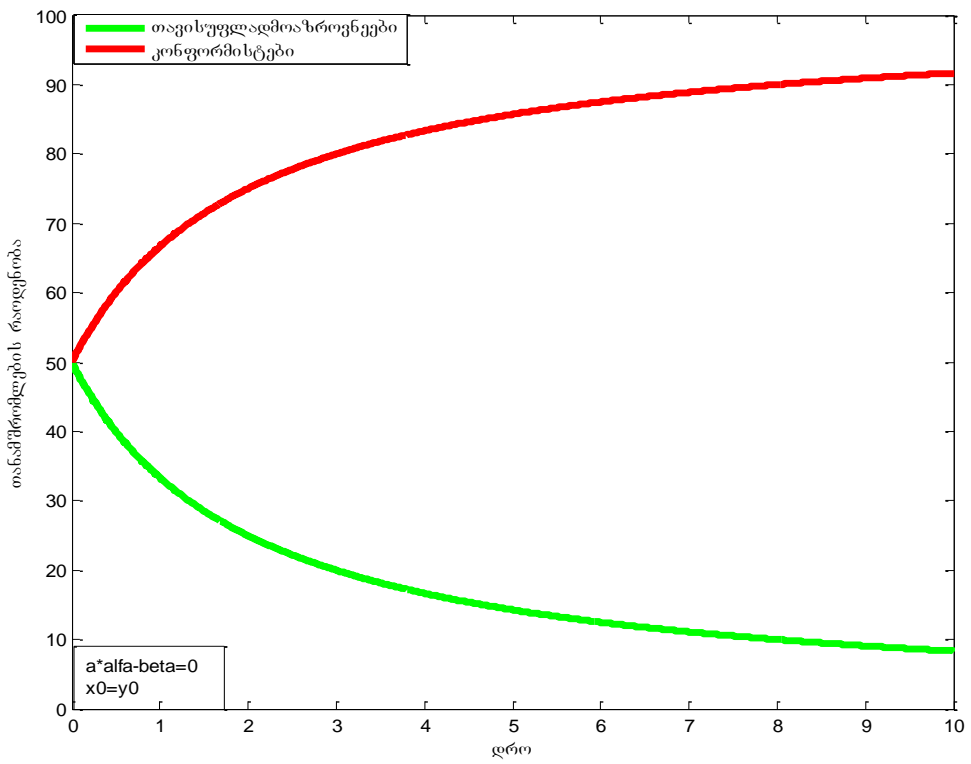
მაშინ

$$y(t) = \frac{y_0 + a \alpha x_0 t}{1 + \alpha x_0 t} \quad (1.2.11)$$

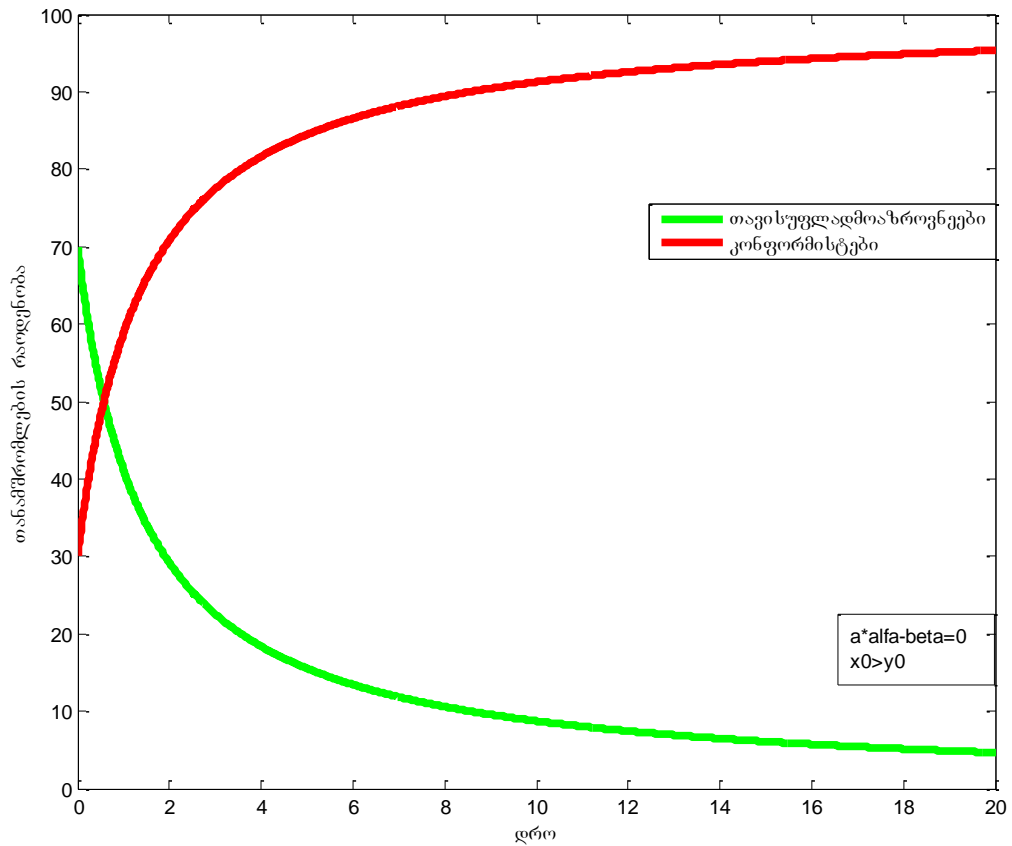
რაც გვიჩვენებს იმას, რომ ამ შემთხვევაში აქტიური ადამიანების რაოდენობა დროის განმავლობაში ჰიპერბოლური ფუნქციით (1.2.10) მისწრაფვის ნულისაკენ, ხოლო კონფორმისტების რაოდენობა კი დროის განმავლობაში მისწრაფვის ადამიანების საწყის საერთო რაოდენობისაკენ (დამორჩილების მოდელი) (იხილეთ ნახ.1.2.1, ნახ.1.2.2, ნახ.1.2.3).



ნახ.1.2.1



ნახ.1.2.2



ნახ.1.2.3

2. $\alpha a - \beta \neq 0$

მაშინ განიხილება ორი ქვეშემთხვევა:

ა) $\alpha a - \beta < 0$

და (1.2.7), (1.2.8) გათვალისწინებით მივიღებთ

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = a$$

რაც გვიჩვენებს იმას, რომ ამ შემთხვევაში აქტიური ადამიანების რაოდენობა დროის განმავლობაში მიისწრაფვის ნულისაკენ, ხოლო კონფორმისტების რაოდენობა კი დროის განმავლობაში მიისწრაფვის ადამიანების საწყის საერთო რაოდენობისაკენ (სრული დამორჩილების მოდელი) (იხილეთ ნახ.1.2.4, ნახ.1.2.5, ნახ.1.2.6).

$$\text{ბ) } \alpha a - \beta > 0$$

და (1.2.7), (1.2.8) გათვალისწინებით მივიღებთ

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \frac{x_0(1 + \alpha)}{\alpha} > x_0 \quad (1.2.12)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \frac{y_0\alpha - x_0}{\alpha} < y_0$$

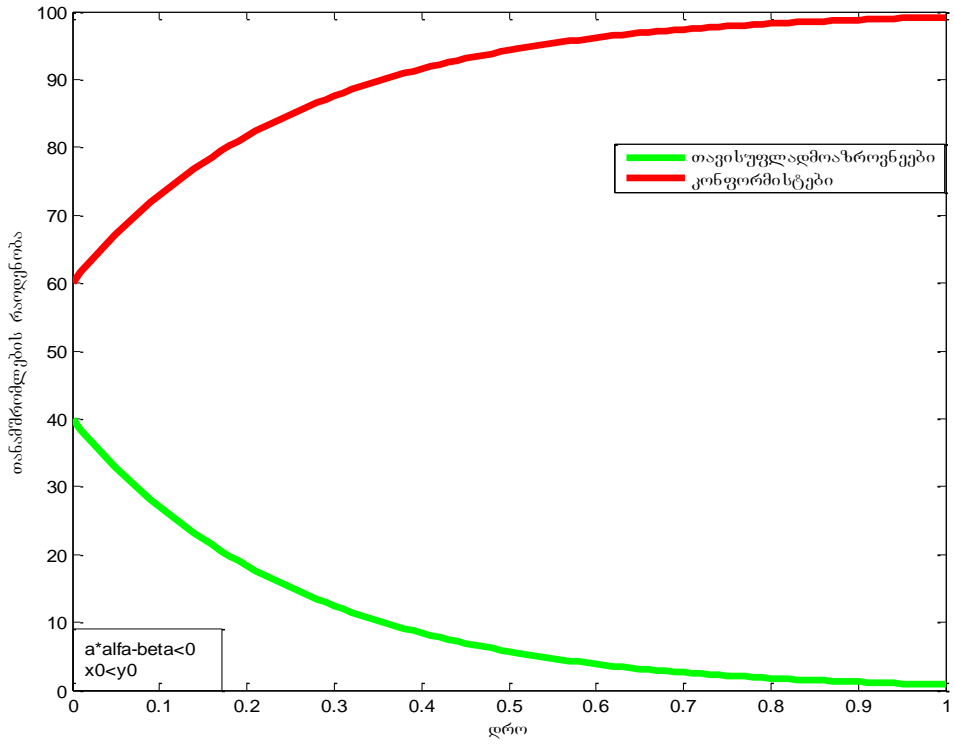
მაგრამ მოდელის არსიდან გამომდინარე, ლოგიკურია დავუშვათ, რომ x_0

და y_0 ერთი რიგისაა, ხოლო α გაცილებით ნაკლები რიგისაა. ამის გათვალისწინებით ამოცანა იხილება $t \in [0, t_*]$ სეგმენტზე, სადაც

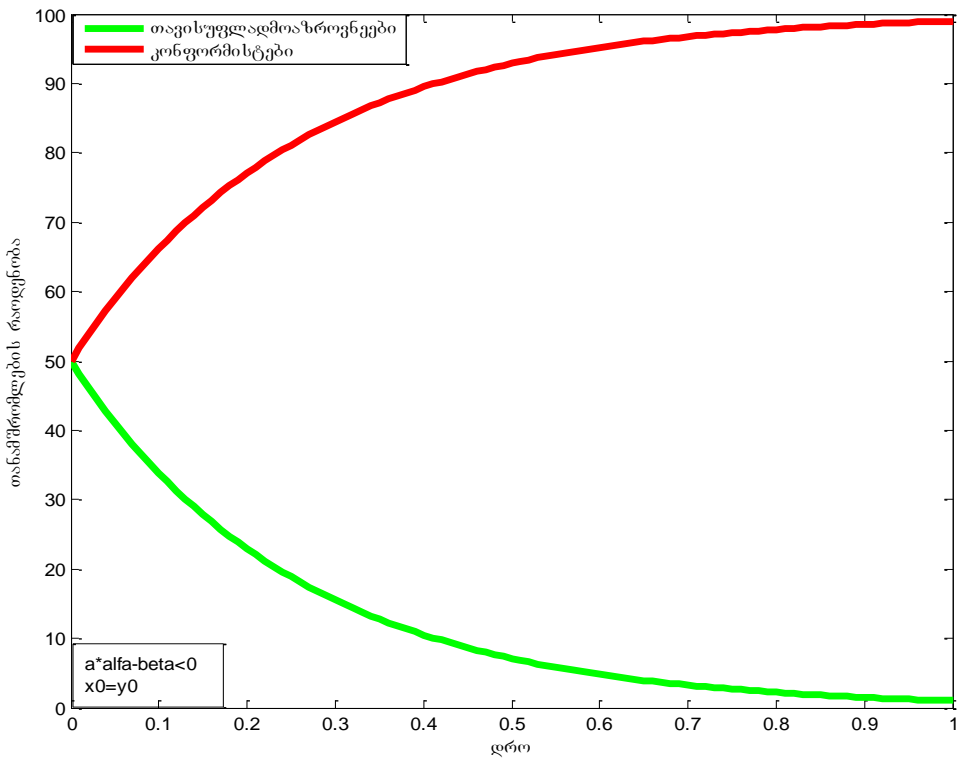
$$t_* = \frac{1}{a\alpha - \beta} \ln \frac{a}{x_0 - \alpha y_0} \quad (1.2.13)$$

$$x(t_*) = a, \quad y(t_*) = 0.$$

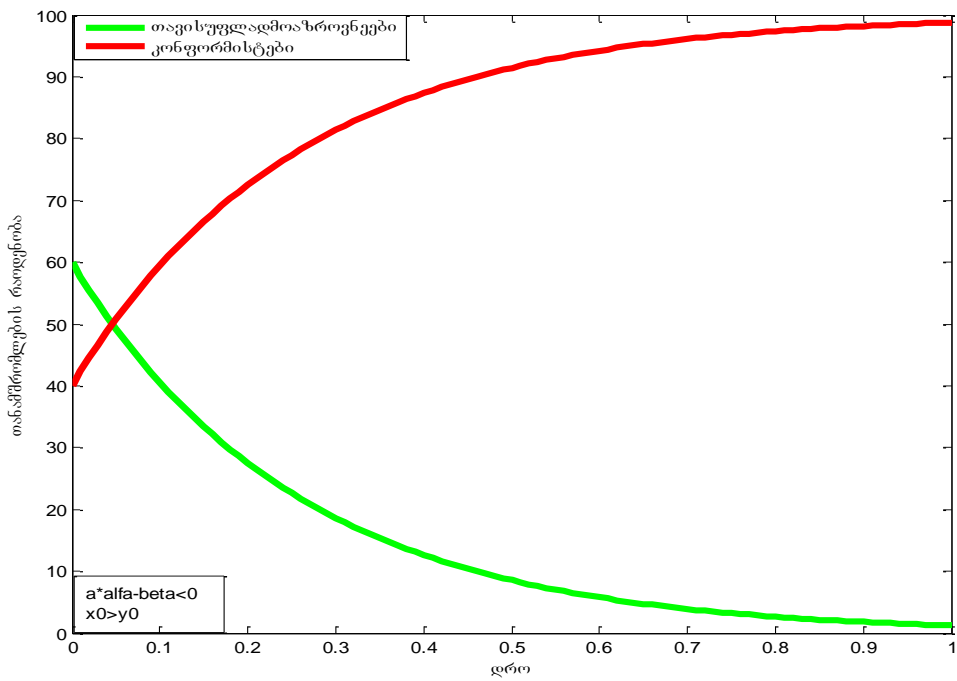
(1.2.13) გვიჩვენებს იმას, რომ აქტიური ადამიანების რაოდენობა დროის განმავლობაში მიისწრაფის ადამიანების საწყის საერთო რაოდენობისკენ, ხოლო კონფორმისტების რაოდენობა კი დროის განმავლობაში მიისწრაფვის ნულისკენ (თავისუფლების მოდელი) (იხილეთ ნახ.1.2.7, ნახ.1.2.8, ნახ.1.2.9).



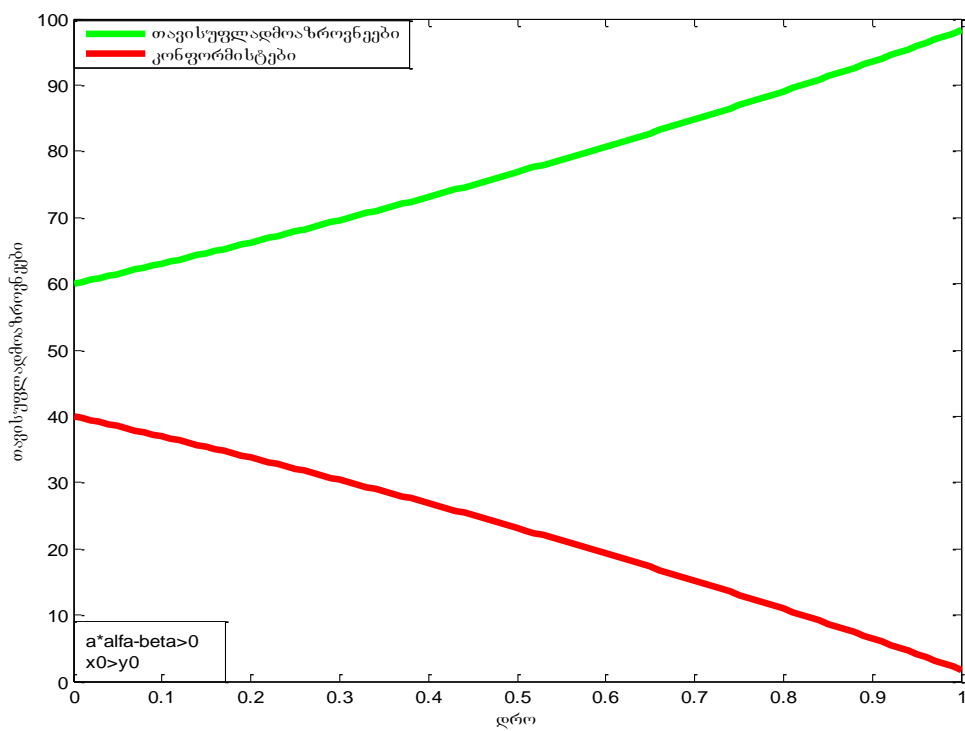
ნახ.1.2.4



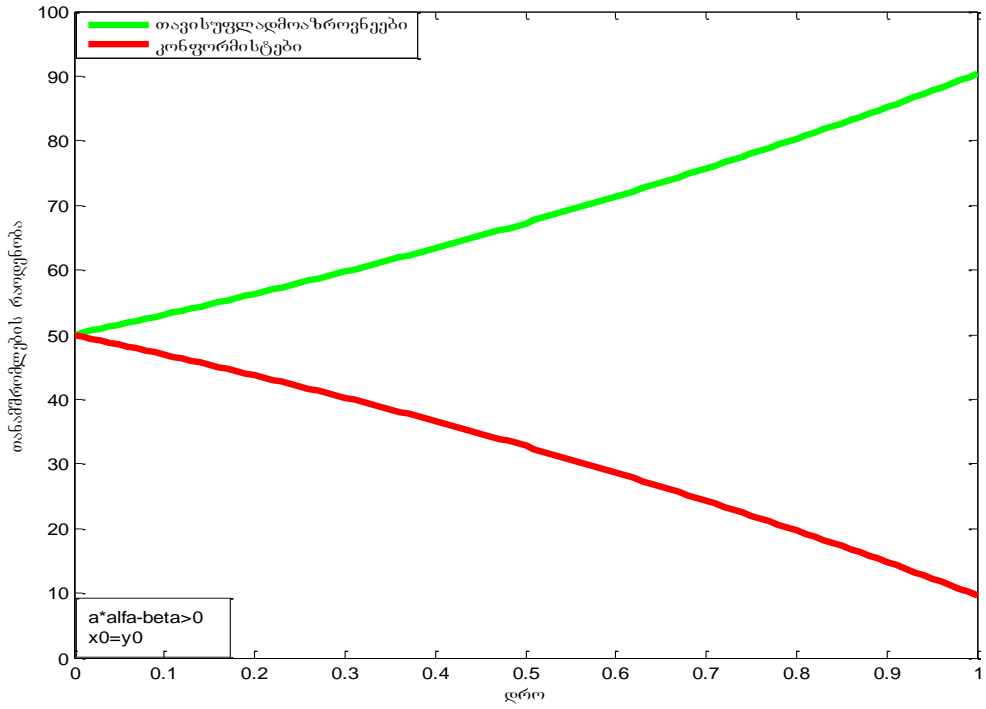
ნახ.1.2.5



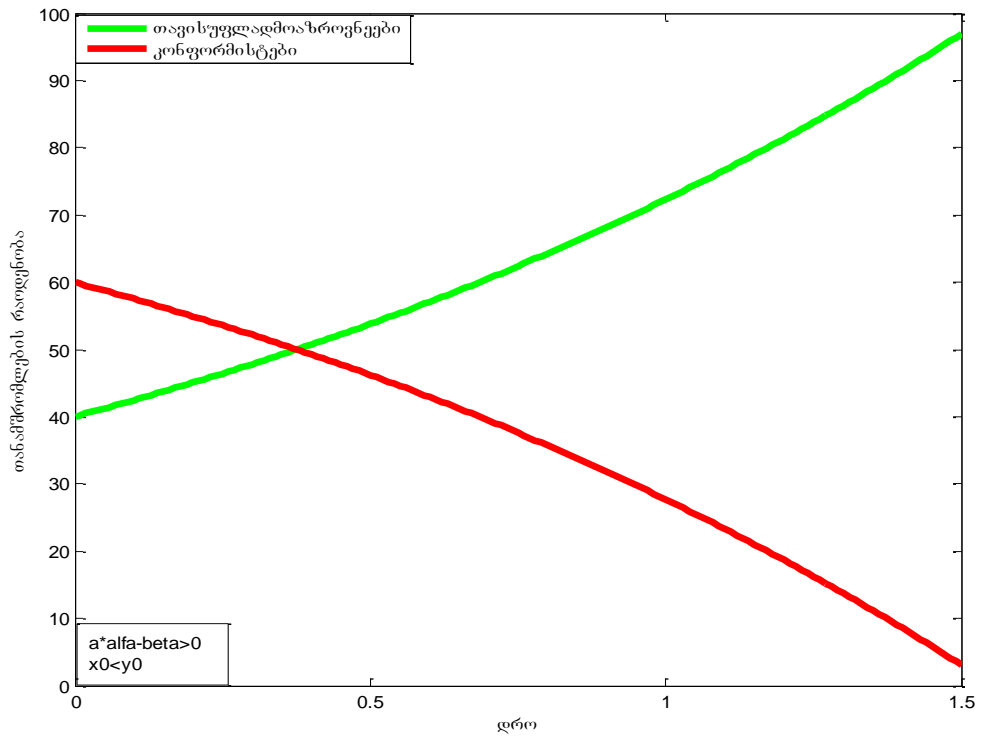
ნახ.1.2.6



ნახ.1.2.7



ნახ.1.2.8



ნახ.1.2.9

§1.3 არაწრფივი მოდელი ცვლადი კოეფიციენტების შემთხვევაში

განვიხილოთ ადმინისტრაციული მართვის ზოგადი არაწრფივი მათემატიკური მოდელი, რომელიც აღწერს მმართველი სტრუქტურების მხრიდან მზარდ ადმინისტრაციულ ზეწოლას, ახლა უკვე - ყველა კოეფიციენტის ცვლადობის შემთხვევას.

დიფერენციალური განტოლებათა სისტემა, რომელიც აღწერს ამ პროცესს, გამოიყურება შემდეგნაირად:

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = \alpha(t)x(t)y(t) - \beta(t)x(t) \\ \frac{dy(t)}{dt} = -\alpha(t)x(t)y(t) + \beta(t)x(t) \end{cases} \quad (1.3.1)$$

სადაც

$x(t)$ - დროის t მომენტში თავისუფლად მოაზროვნე (არამართვადი) ადამიანების რაოდენობაა,

$y(t)$ - დროის t მომენტში კონფორმისტების (მართვადი ადამიანების) რაოდენობაა,

$\alpha(t) > 0$ - თავისუფლების ცვლადი ფუნქციაა დროის t მომენტში,

$\beta(t) > 0$ - წრფივი ადმინისტრაციული ზეწოლის უწყვეტი დადებითი ფუნქცია, რომლითაც ხასიათდება ადმინისტრაციული რესურსების გამოყენების მასშტაბი.

განტოლებათა სისტემა (1.3.1) განიხილება შუალედში $t \in (0, T]$, $T < \infty$ შესაბამისი საწყისი (კოშის) პირობებით დროის საწყის მომენტში $t = 0$

$$x(0) = x_0 \quad y(0) = y_0 . \quad (1.3.2)$$

(1.3.1)-დან მარტივად მიიღება პირველი ინტეგრალი:

$$x(t) + y(t) = x_0 + y_0 = a \quad (1.3.3)$$

მივიღეთ კოშის ამოცანა (1.3.1), (1.3.2).

(1.3.1) და (1.3.3)-დან ვღებულობთ რიკატის განტოლებას

$$\dot{x}(t) + \beta(t)x(t) + \alpha(t)x^2(t) = a\alpha(t) \quad (1.3.4)$$

$$x(0) = x_0$$

განვიხილოთ კერძო შემთხვევა ანუ დავუშვათ, რომ

$$\beta(t) = b\alpha(t), b > 0, b = const .$$

მაშინ (1.3.4) გადაიწერება

$$\dot{x}(t) + \alpha(t)[x^2(t) + bx(t) - a] = 0$$

და კერძო ამონახსნი იქნება

$$x^2(t) + bx(t) - a = 0$$

$$x(t) = const = \frac{-b + \sqrt{b^2 + 4a}}{2} > 0$$

ე.ი. (1.3.4)-თვის მივიღეთ კერძო ამონახსნი, რომელიც აქვს სახე

$$x(t) = const = \frac{-b + \sqrt{b^2 + 4a}}{2} = x_1 . \quad (1.3.5)$$

მაშინ გარდაქმნით

$$x(t) = x_1 + z(t)$$

(1.3.4)-დან მივიღებთ ამოცანას:

$$\begin{cases} z'(t) + (b + 2x_1)\alpha(t)z(t) = -\alpha(t)z^2(t) \\ z(0) = x_0 - x_1 \end{cases} \quad (1.3.6)$$

(1.3.6)-ს პირველი განტოლება არის ბერნულის განტოლება.

გავაკეთოდ შესაბამისი გარდაქმნები

$$\frac{z'(t)}{z^2(t)} + \frac{(b + 2x_1)\alpha(t)}{z(t)} = -\alpha(t)$$

$$\frac{1}{z(t)} \equiv w(t)$$

$$\begin{cases} w'(t) - (b + 2x_1)\alpha(t)w(t) = \alpha(t) \\ w(0) = \frac{1}{z(0)} = \frac{1}{x_0 - x_1} = w_0 \end{cases} \quad (1.3.7)$$

(1.3.7) იხსნება კვადრატულეზში, რის შედეგად ვღებულობთ

$$w(t) = e^{-(b+2x_1)\int_0^t \alpha(\tau) d\tau} \left(w_0 + \int_0^t e^{(b+2x_1)\int_0^\tau \alpha(\mu) d\mu} \alpha(\tau) d\tau \right) \quad (1.3.8)$$

საბოლოოდ მივიღეთ (1.3.1)-ს ზუსტი ამონახსნი

$$x(t) = x_1 + \frac{1}{w(t)}$$

$$y(t) = a - \left(x_1 + \frac{1}{w(t)} \right) \quad (1.3.9)$$

სადაც გათვალისწინებულია (1.3.5) და (1.3.8).

§1.4 ადმინისტრაციული მართვის ზოგადი მათემატიკური მოდელის

კომპიუტერული მოდელირება

ადმინისტრაციული მართვის ზოგადი მათემატიკური მოდელი გამოიყურება

შემდეგნაირად:

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = \alpha(t)x(t)y(t) - \beta(t)x(t) \\ \frac{dy(t)}{dt} = -\alpha(t)x(t)y(t) + \beta(t)x(t) \end{cases} \quad (1.4.1)$$

$$x(0) = x_0 \quad y(0) = y_0 .$$

სადაც

$x(t)$ - დროის t მომენტში თავისუფლად მოაზროვნე (არა მართვადი) ადამიანების რაოდენობაა, $t \in [0, T], T < \infty$,

$y(t)$ - დროის t მომენტში კონფორმისტების (მართვადი ადამიანების) რაოდენობაა,

$\alpha(t) > 0$ - თავისუფლების კოეფიციენტი t მომენტში,

$\beta(t) > 0$ - წრფივი ადმინისტრაციული ზეწოლის უწყვეტი დადებითი ფუნქცია, რომლითაც ხასიათდება ადმინისტრაციული რესურსების გამოყენების მასშტაბი.

განვიხილოთ ორი შემთხვევა:

ა) თავისუფლების კოეფიციენტი და ადმინისტრაციული ზეწოლის ფუნქცია არიან დროის ექსპონენციალურად ზრდადი ფუნქციები:

$$\alpha(t) = \alpha_0 e^{\frac{\delta t}{T}},$$

$$\beta(t) = \beta_0 e^{\frac{\gamma t}{T}},$$

სადაც

$$\alpha_0 > 0, \beta_0 > 0, \delta > 0, \gamma > 0.$$

მაშინ სისტემა (1.4.1) მიიღებს სახეს:

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = \alpha_0 e^{\frac{\delta t}{T}} x(t)y(t) - \beta_0 e^{\frac{\gamma t}{T}} x(t) \\ \frac{dy(t)}{dt} = -\alpha_0 e^{\frac{\delta t}{T}} x(t)y(t) + \beta_0 e^{\frac{\gamma t}{T}} x(t) \end{cases} \quad (1.4.2)$$

$$x(0) = x_0 \quad y(0) = y_0 .$$

ბ) თავისუფლების კოეფიციენტი და ადმინისტრაციული ზეწოლის ფუნქციები ხარისხოვანია:

$$\alpha(t) = \alpha_0 \left(\frac{t+t_0}{T} \right)^n, \alpha_0 > 0, n \in N,$$

$$\beta(t) = \beta_0 \left(\frac{t+t_0}{T} \right)^k, \beta_0 > 0, k \in N.$$

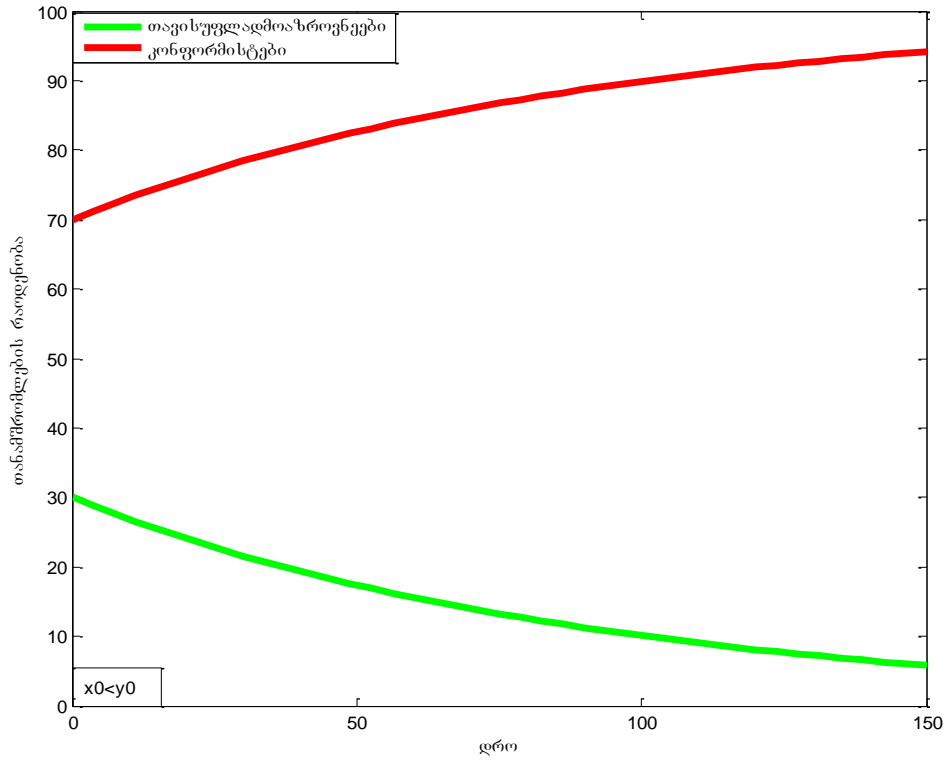
შესაბამისად სისტემა (1.4.1) მიიღებს სახეს:

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = \alpha_0 \left(\frac{t+t_0}{T} \right)^n x(t)y(t) - \beta_0 \left(\frac{t+t_0}{T} \right)^k x(t) \\ \frac{dy(t)}{dt} = -\alpha_0 \left(\frac{t+t_0}{T} \right)^n x(t)y(t) + \beta_0 \left(\frac{t+t_0}{T} \right)^k x(t) \end{cases} \quad (1.4.3)$$

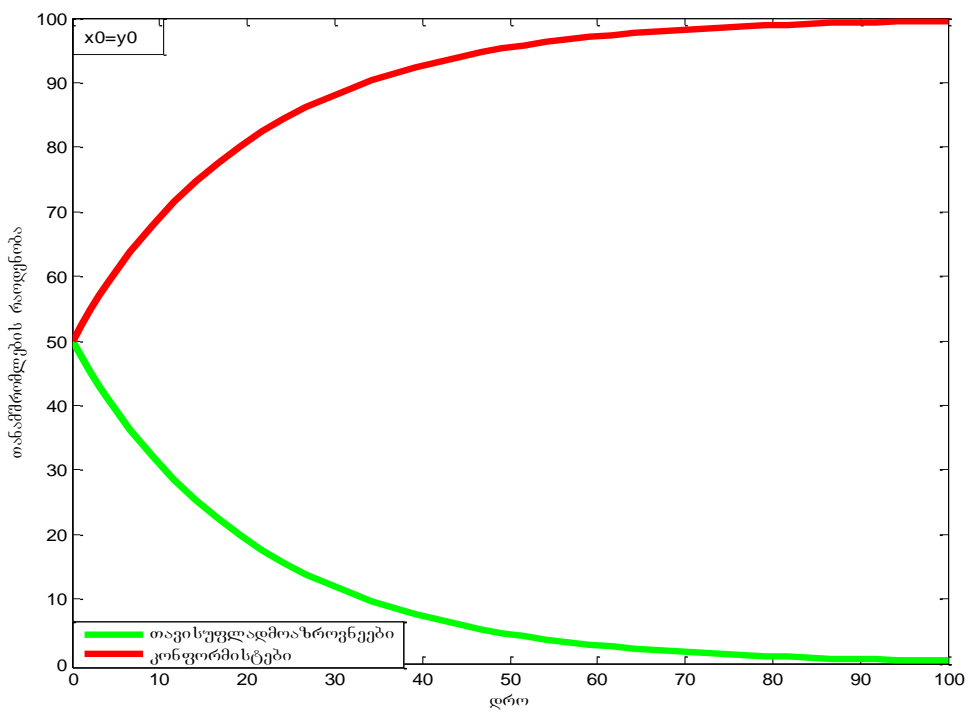
$$x(0) = x_0, y(0) = y_0, n, k \in N .$$

ამოცანები (1.4.2)–(1.4.3) ანალიზურად არ ამოიხსნება. რიცხვითი ამოხსნისათვის გამოყენებულია პროგრამული გარემო MATLAB (იხილეთ ნახ. 1.4.1-1.4.12).

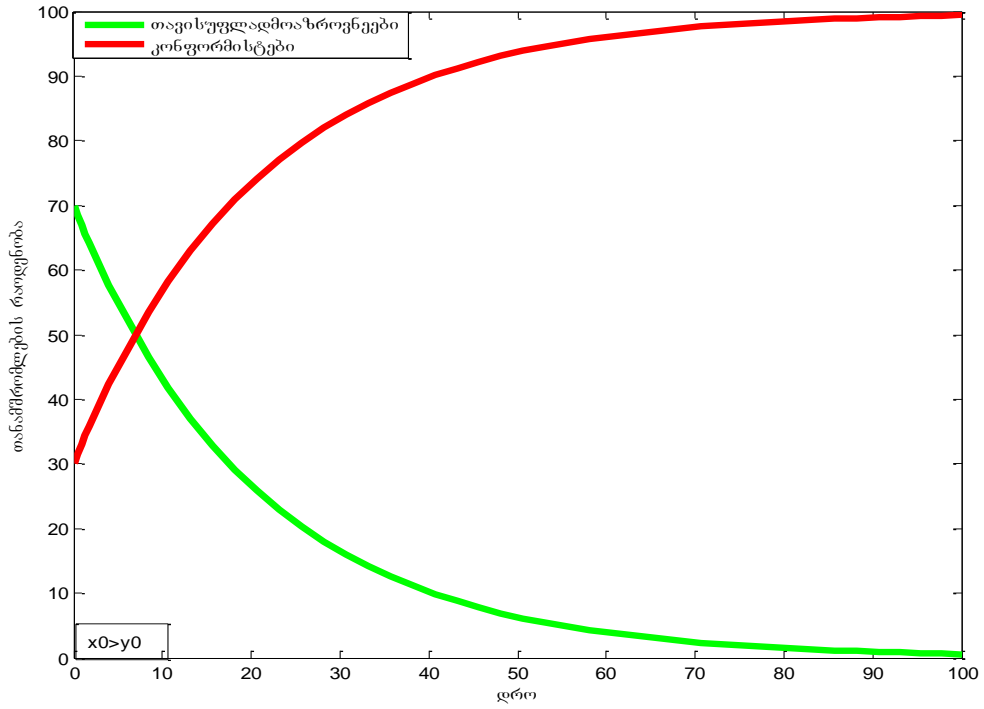
ამ თავში მიღებული შედეგები ორივე მხარეს (მმართველი სტრუქტურებს, თავისუფლად მოაზროვნე ადამიანებს) აძლევს საშუალებას არჩეული სტრატეგიის შესაბამისად შეარჩიონ მართვის პარამეტრები (ადმინისტრაციული ზეწოლის ძალა, თავისუფლების კოეფიციენტი) და ეცადონ მიაღწიონ მათთვის სასურველ შედეგს. ბუნებრივია, რომ მოქმედ მმართველ სტრუქტურაზე არ არის დამოკიდებული მხარეების სასტარტო პირობები. სამაგიეროდ, მმართველი სტრუქტურა ფლობს მართვის იდეოლოგიურ, ფინანსურ და ტექნოლოგიურ (ბეჭვდით და ელექტრონულ პრესას, ინტერნეტს) შესაძლებლობებს, ამასთანავე მას შეუძლია შეძლებისამებრ სათანადო ეკონომიკური ბერკეტის გამოყენებაც.



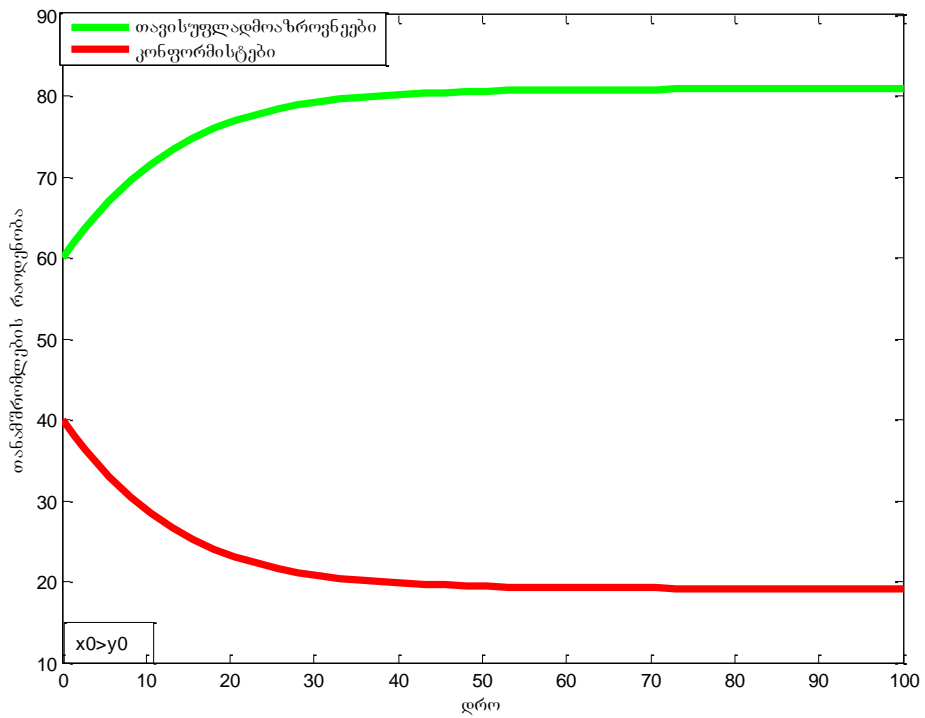
ნახ.1.4.1 $\alpha(t) = \alpha_0 e^{-\frac{t}{T}}$, $\beta(t) = \beta_0 e^{\frac{t}{T}}$



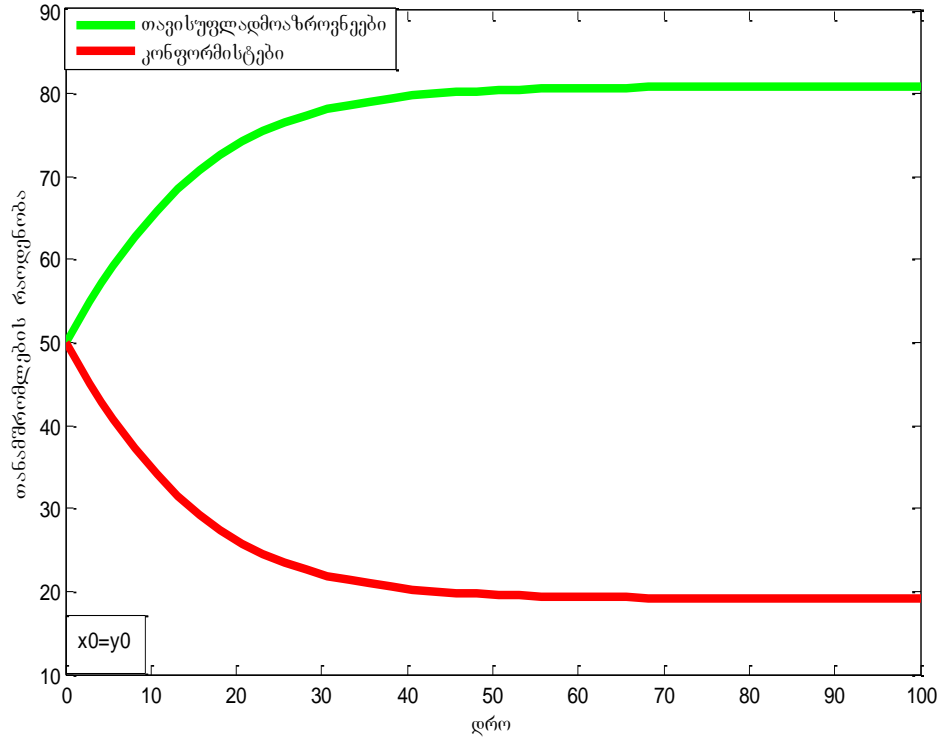
ნახ.1.4.2 $\alpha(t) = \alpha_0 e^{-\frac{t}{T}}$, $\beta(t) = \beta_0 e^{\frac{t}{T}}$



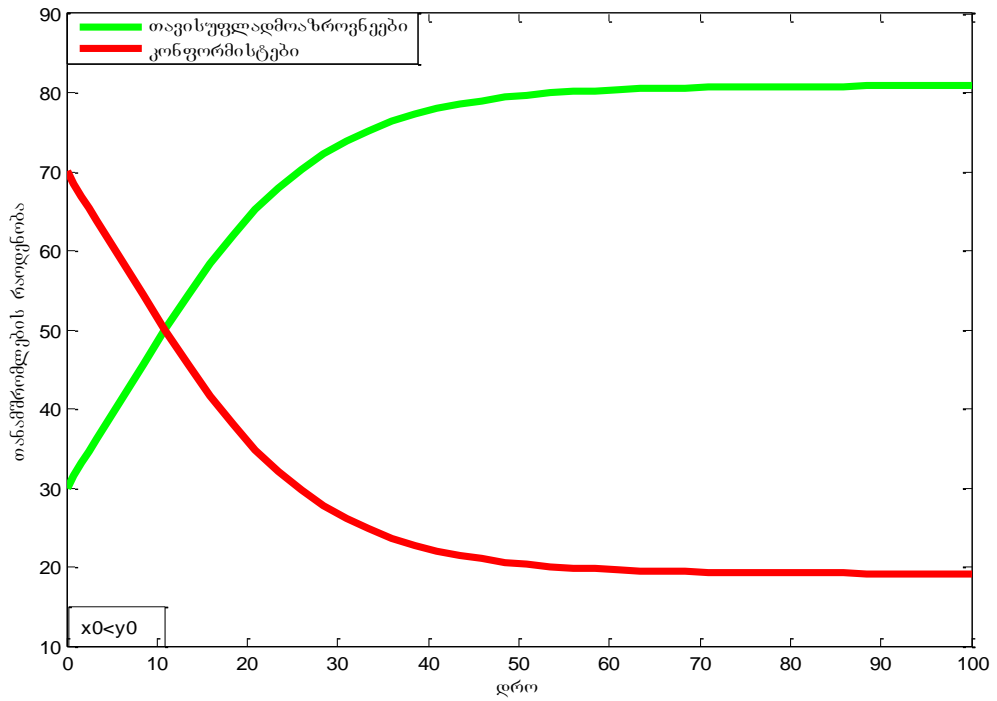
ნახ.1.4.3 $\alpha(t) = \alpha_0 e^{\frac{\delta t}{T}}$, $\beta(t) = \beta_0 e^{\frac{\gamma t}{T}}$



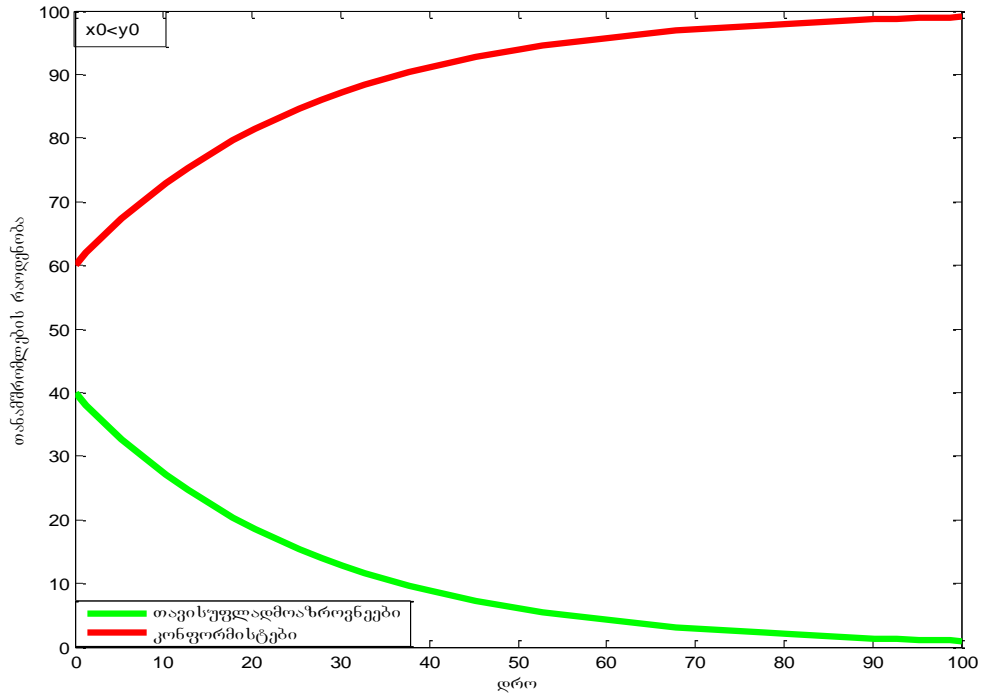
ნახ.1.4.4 $\alpha(t) = \alpha_0 e^{\frac{\delta t}{T}}$, $\beta(t) = \beta_0 e^{\frac{\gamma t}{T}}$



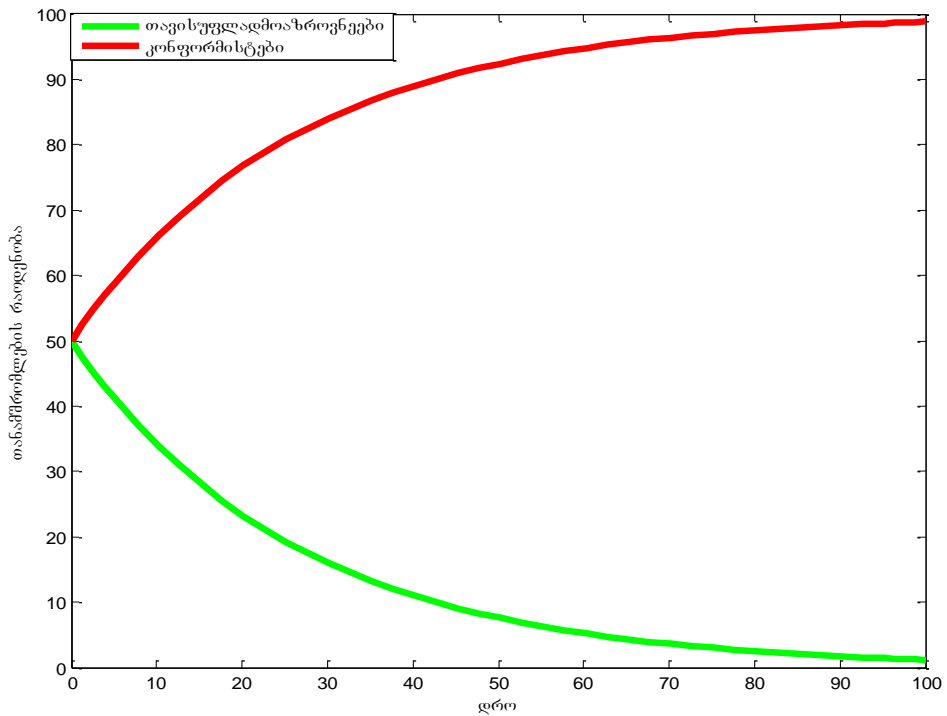
ნახ.1.4.5 $\alpha(t) = \alpha_0 e^{\frac{\delta t}{T}}, \beta(t) = \beta_0 e^{\frac{\gamma t}{T}}$



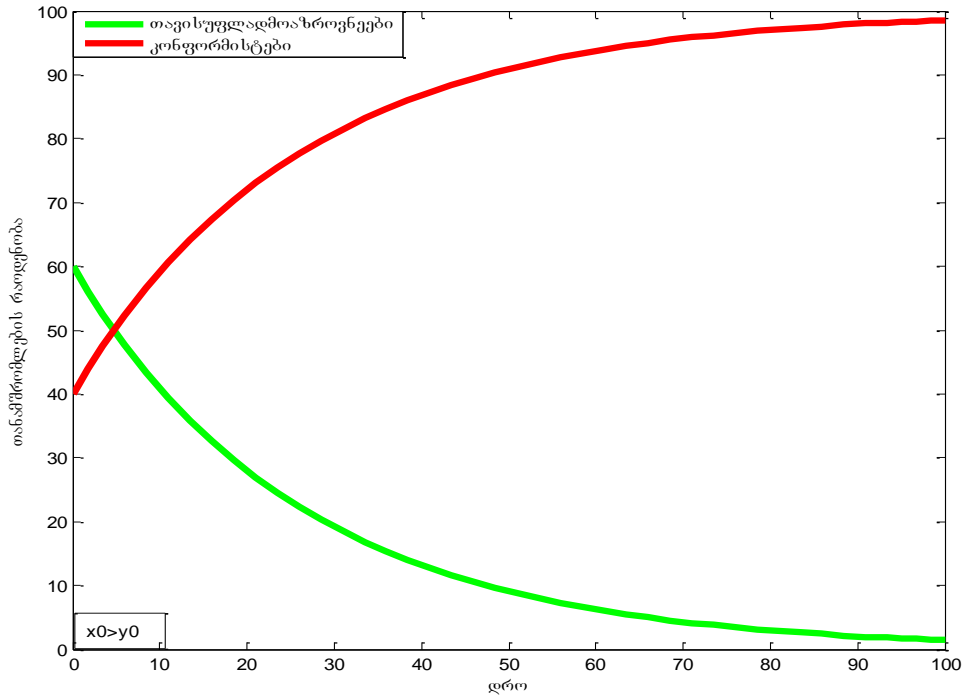
ნახ.1.4.6 $\alpha(t) = \alpha_0 e^{\frac{\delta t}{T}}, \beta(t) = \beta_0 e^{\frac{\gamma t}{T}}$



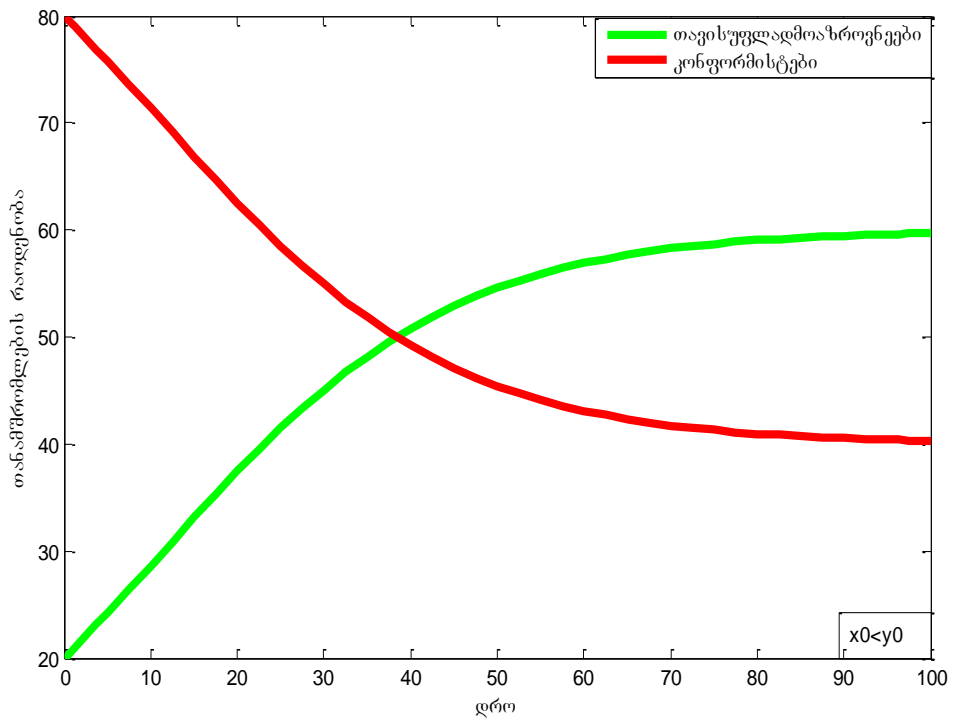
$$\text{ნახ.1.4.7 } \alpha(t) = \alpha_0 \left(\frac{t+t_0}{T} \right)^n, \beta(t) = \beta_0 \left(\frac{t+t_0}{T} \right)^k$$



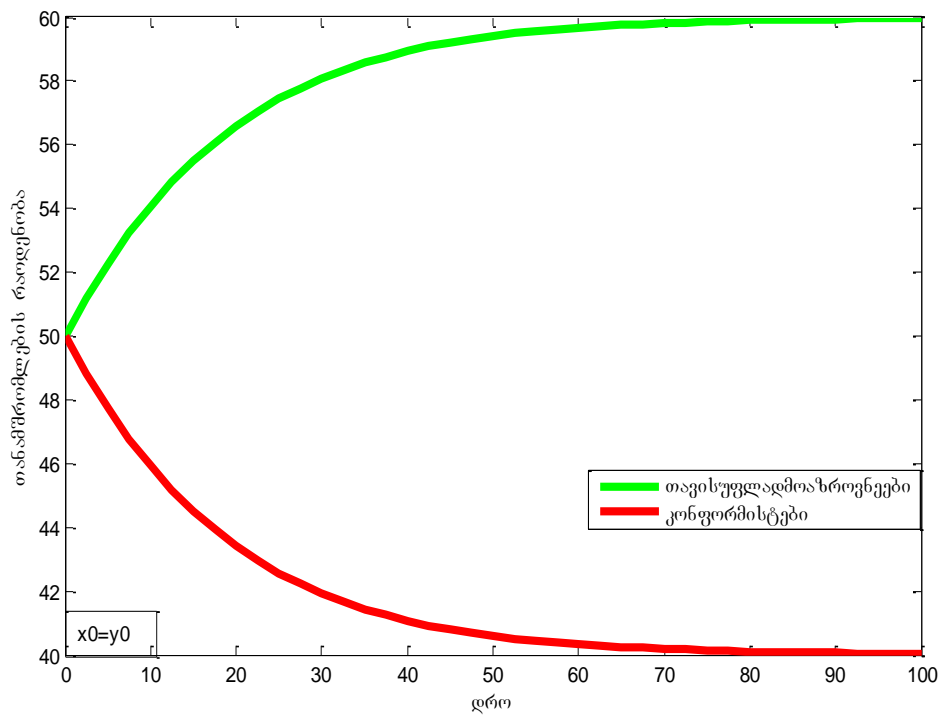
$$\text{ნახ.1.4.8 } \alpha(t) = \alpha_0 \left(\frac{t+t_0}{T} \right)^n, \beta(t) = \beta_0 \left(\frac{t+t_0}{T} \right)^k$$



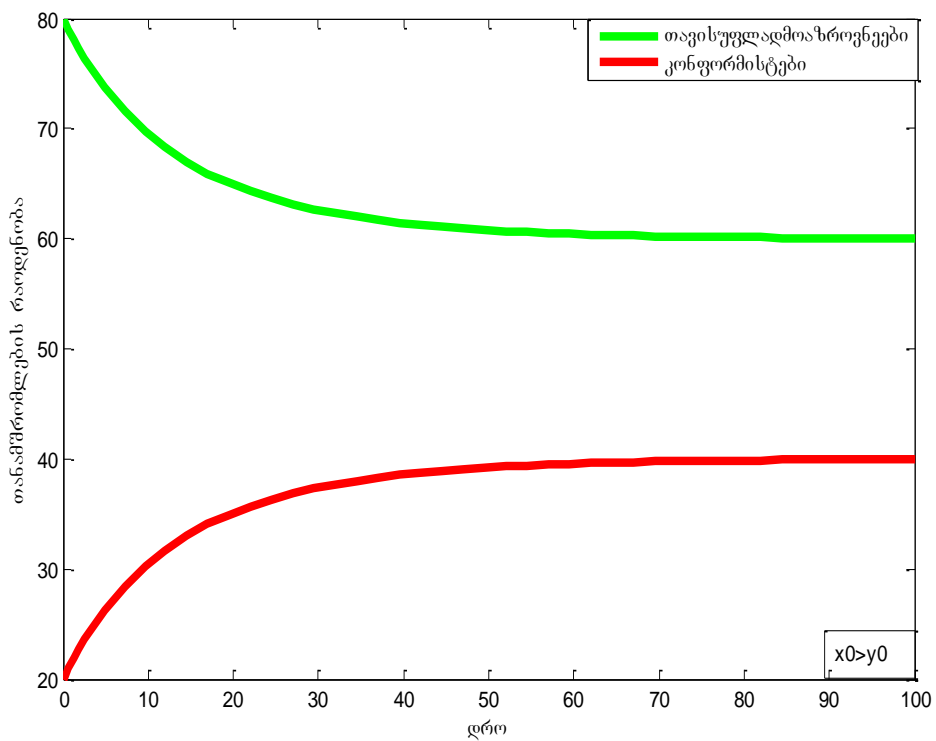
ნახ.1.4.9 $\alpha(t) = \alpha_0 \left(\frac{t+t_0}{T} \right)^n, \beta(t) = \beta_0 \left(\frac{t+t_0}{T} \right)^k$



ნახ.1.4.10 $\alpha(t) = \alpha_0 \left(\frac{t+t_0}{T} \right)^n, \beta(t) = \beta_0 \left(\frac{t+t_0}{T} \right)^k$



ნახ.1.4.11 $\alpha(t) = \alpha_0 \left(\frac{t+t_0}{T}\right)^n, \beta(t) = \beta_0 \left(\frac{t+t_0}{T}\right)^k$



ნახ.1.4.12 $\alpha(t) = \alpha_0 \left(\frac{t+t_0}{T}\right)^n, \beta(t) = \beta_0 \left(\frac{t+t_0}{T}\right)^k$

თავი 2. ორსუბიექტიანი არჩევნების არაწრფივი პროცესების მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელირება

§2.1 ორსუბიექტიანი არჩევნების მოდელი ცვლადი კოეფიციენტებით

ამ თავში წარმოდგენილია არაწრფივი მათემატიკური მოდელი ისეთი სოციალური პროცესისა, როგორც არის ორპარტიული არჩევნები. მოდელი აღწერს სახელისუფლებო და ოპოზიციური პარტიების (ან მათი გაერთიანებების - ბლოკების, კოალიციების) ამომრჩეველთა ხმების რაოდენობის დინამიკას არჩევნებიდან მორიგ არჩევნებამდე [8, 45, 46, 99, 125].

მოდელში განიხილება სამი ობიექტი:

1. სახელმწიფო და ადმინისტრაციული სტრუქტურები, რომლებიც სახელისუფლებო რესურსების გამოყენებით ზეგავლენას ახდენენ ოპოზიციური პარტიის მხარდამჭერ ამომრჩეველებზე, მმართველი პარტიის მხარეზე გადმოყვანის მიზნით.
2. ოპოზიციური პარტიის მხარდამჭერი ამომრჩეველები.
3. მმართველი პარტიის მხარდამჭერი ამომრჩეველები.

შემოთავაზებულ არაწრფივ მათემატიკურ მოდელს აქვს შემდეგი სახე:

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = (\alpha_1(t) - \alpha_2(t))N_1(t)N_2(t) - f(t, N_1(t)) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = (\alpha_2(t) - \alpha_1(t))N_1(t)N_2(t) + f(t, N_1(t)) \end{cases} \quad (2.1.1)$$

$$N_1(0) = N_{10}, \quad N_2(0) = N_{20}, \quad N_{10} < N_{20}, \quad N_1(t), N_2(t) \in C^1[0, T], \quad (2.1.2)$$

სადაც $N_1(t), N_2(t)$ - შესაბამისად ოპოზიციური და სახელისუფლებო პარტიების მხარდამჭერ ამომრჩეველთა რაოდენობაა დროის t მომენტში, $t \in [0, T]$;

განტოლებათა სისტემა (2.1.1) მოცემულია $t \in (0, T]$ შუალედში, ხოლო საწყისი პირობები (2.1.2) $t = 0$ მომენტში.

$t = 0$ -- წინა არჩევნების მომენტია, როდესაც ერთ-ერთმა პარტიამ არჩევნები მოიგო და გახდა მმართველი პარტია ($N_{10} < N_{20}$);

$t = T$ -- მომდევნო არჩევნების მომენტია (ხშირ შემთხვევაში $T = 4$ წელს ან 1460 დღეს);

$\alpha_1(t), \alpha_2(t)$ -- შესაბამისად ოპოზიციური და სახელისუფლებო პარტიების ხმების მოზიდვის ცვლადი კოეფიციენტებია t მომენტში, რომლებიც დამოკიდებულია ამ პარტიების სამოქმედო პროგრამებზე, ასევე ფინანსურ და ინფორმაციულ შესაძლებლობებზე.

ცხადია, არატრივიალური მოდელი (როდესაც არჩევნების შედეგები არ არის ცხადი) მიიღება მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როცა

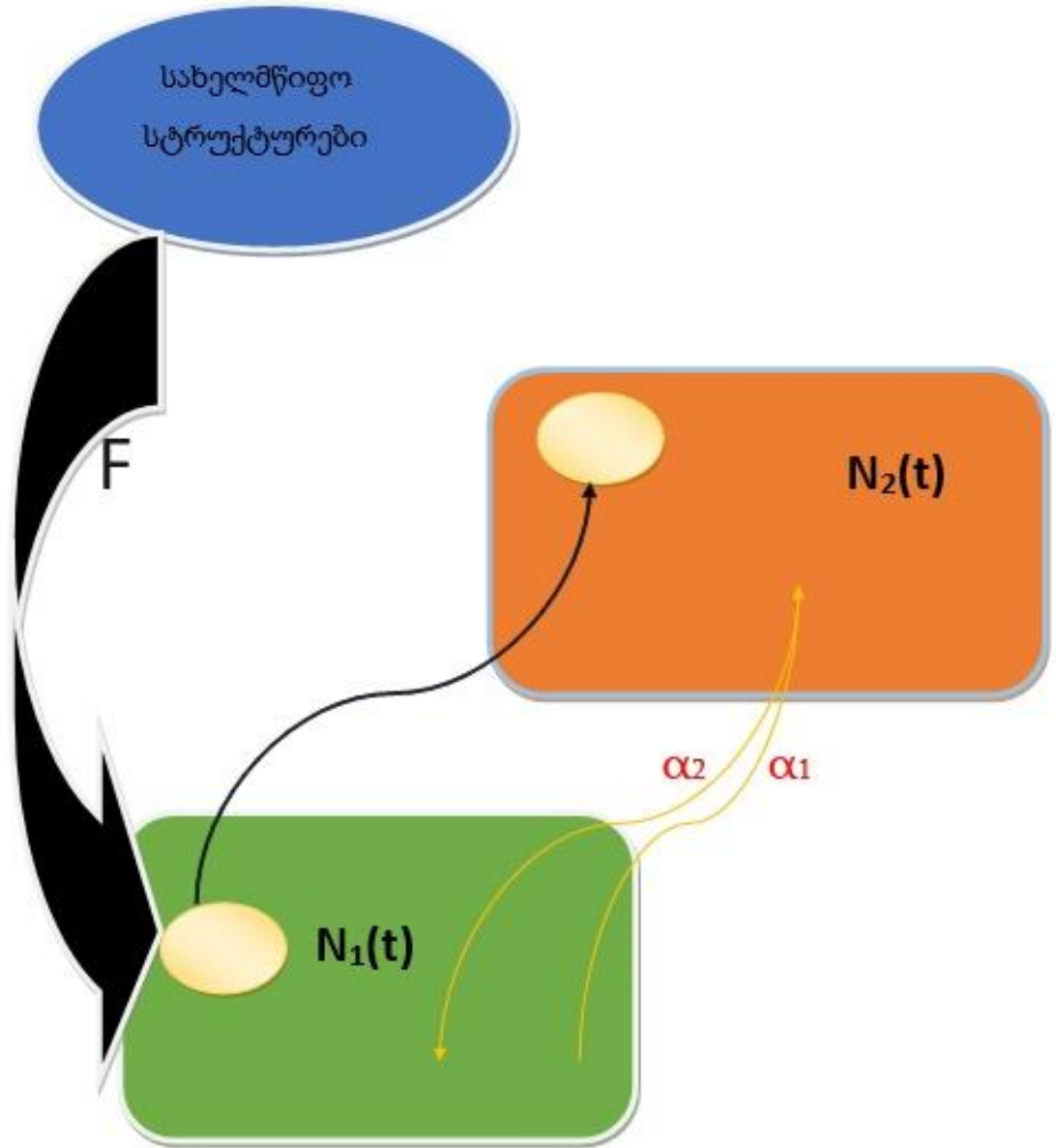
$$\alpha_1(t) > \alpha_2(t) > 0, t \in [0, T].$$

ანუ, ვსაუბრობთ არატრივიალურ მოდელზე იმ შემთხვევაში, თუ ოპოზიციის განვითარების დინამიკა დადებითია, ხოლო მმართველი პარტიისა პირიქით უარყოფითია. შემთხვევა, როდესაც მმართველ პარტიას აშკარად აქვს უპირატესობა, უინტერესოა, რადგანაც პოლიტიკური ბრძოლის შედეგი ადვილად პროგნოზირებადია. მოდელს, რომელიც აღწერს ამ შემთხვევას, ვუწოდებთ ტრივიალურს;

$f(t, N_1(t))$ - თავისი არგუმენტების უწყვეტი დადებითი ფუნქციაა, რომლითაც ხასიათდება ადმინისტრაციული რესურსების გამოყენების მასშტაბით და მიმართულია ოპოზიციური პარტიის ამომრჩევლებზე მათ ხმების მოსაზიდად ხელისუფლების შენარჩუნების მიზნით.

ქვემოთ შემოთავაზებულია აღწერილი პროცესის სქემატური აღწერა, ანუ პროცესის სცენარი (სურათი 1).

პროცესის განვითარების სცენარი არჩევნიდან არჩევნებამდე.



სურათი 1.

მოდელში ნაგულისხმევია, რომ არჩევნიდან არჩევნებამდე ამომრჩეველთა რაოდენობა უცვლელია (გარდაცვლილი ამომრჩეველთა რაოდენობა უდრის პირველად საარჩევნო უფლების მქონე ამომრჩეველთა რაოდენობას, ე.წ. ამომრჩეველთა ნულოვანი დემოგრაფიული ფაქტორი). მათემატიკურად ეს ნიშნავს განტოლებათა სისტემის (2.1.1) და საწყისი პირობების (2.1.2) შემდეგი სახის პირველი ინტეგრალის არსებობას

$$N_1(t) + N_2(t) = N_{10} + N_{20} = a = const.$$

სოციალური პროცესისთვის ასევე დამახასიათებელია დემოგრაფიული ცვლილებები არჩევნიდან არჩევნებამდე.

ქვემოთ შემოთავაზებულია ორპარტიული არჩევნების არაწრფივი მათემატიკური მოდელი სწორედ დემოგრაფიული ფაქტორის, ასევე მოდელის ყველა კოეფიციენტების ცვალებადობის გათვალისწინებით.

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = (\alpha_1(t) - \alpha_2(t))N_1(t)N_2(t) - f(t, N_1(t)) + \beta_1 N_1(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = (\alpha_2(t) - \alpha_1(t))N_1(t)N_2(t) + f(t, N_1(t)) + \beta_2 N_2(t) \end{cases} \quad (2.1.3)$$

$$N_1(0) = N_{10}, \quad N_2(0) = N_{20}, \quad N_{10} < N_{20}, \quad N_1(t), N_2(t) \in C^1[0, T], \quad (2.1.4)$$

სადაც β_1, β_2 – შესაბამისად მხარეების საარჩევნო დემოგრაფიული ცვლილებების გათვალისწინების კოეფიციენტებია.

უფრო ლოგიკურია ჩავთვალოთ, რომ $\beta_1 \leq \beta_2$, რადგანაც მოქმედი ხელისუფლების მომხრეებს, სავარაუდოდ, აქვთ უკეთესი სოციალური პირობები.

მოდელში განვიხილოთ ცვლადი კოეფიციენტების შემთხვევა, კერძოდ, ვივარაუდოთ, რომ არჩევნიდან არჩევნებამდე ამომრჩეველების მოზიდვის კოეფიციენტები არიან დროის ექსპონენციალურად ზრდადი ფუნქციები.

$$\alpha_1(t) = \alpha_{10} e^{\delta_1 \frac{t}{T}} \quad (2.1.5)$$

$$\alpha_2(t) = \alpha_{20} e^{\delta_2 \frac{t}{T}} \quad (2.1.6)$$

სადაც

$$\alpha_{10} > 0, \alpha_{20} > 0, \delta_1 > 0, \delta_2 > 0 .$$

ხოლო ადმინისტრაციული რესურსების გამოყენების ფუნქციისათვის $f(t, N_1(t))$ განვიხილავთ სამ განსხვავებულ შემთხვევას:

1. $f(t, N_1(t)) = b = const > 0$
2. $f(t, N_1(t)) = b_1 N_1(t), b_1 > 0$
3. $f(t, N_1(t)) = F_0 e^{\delta T}$

ამრიგად, მივიღებთ კოშის შემდეგ ამოცანებს:

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = (\alpha_{10} e^{\delta_1 \frac{t}{T}} - \alpha_{20} e^{\delta_2 \frac{t}{T}}) N_1(t) N_2(t) - b + \beta_1 N_1(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = (\alpha_{20} e^{\delta_2 \frac{t}{T}} - \alpha_{10} e^{\delta_1 \frac{t}{T}}) N_1(t) N_2(t) + b + \beta_2 N_2(t) \end{cases} \quad (2.1.7)$$

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = (\alpha_{10} e^{\delta_1 \frac{t}{T}} - \alpha_{20} e^{\delta_2 \frac{t}{T}}) N_1(t) N_2(t) - b_1 N_1(t) + \beta_1 N_1(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = (\alpha_{20} e^{\delta_2 \frac{t}{T}} - \alpha_{10} e^{\delta_1 \frac{t}{T}}) N_1(t) N_2(t) + b_1 N_1(t) + \beta_2 N_2(t) \end{cases} \quad (2.1.8)$$

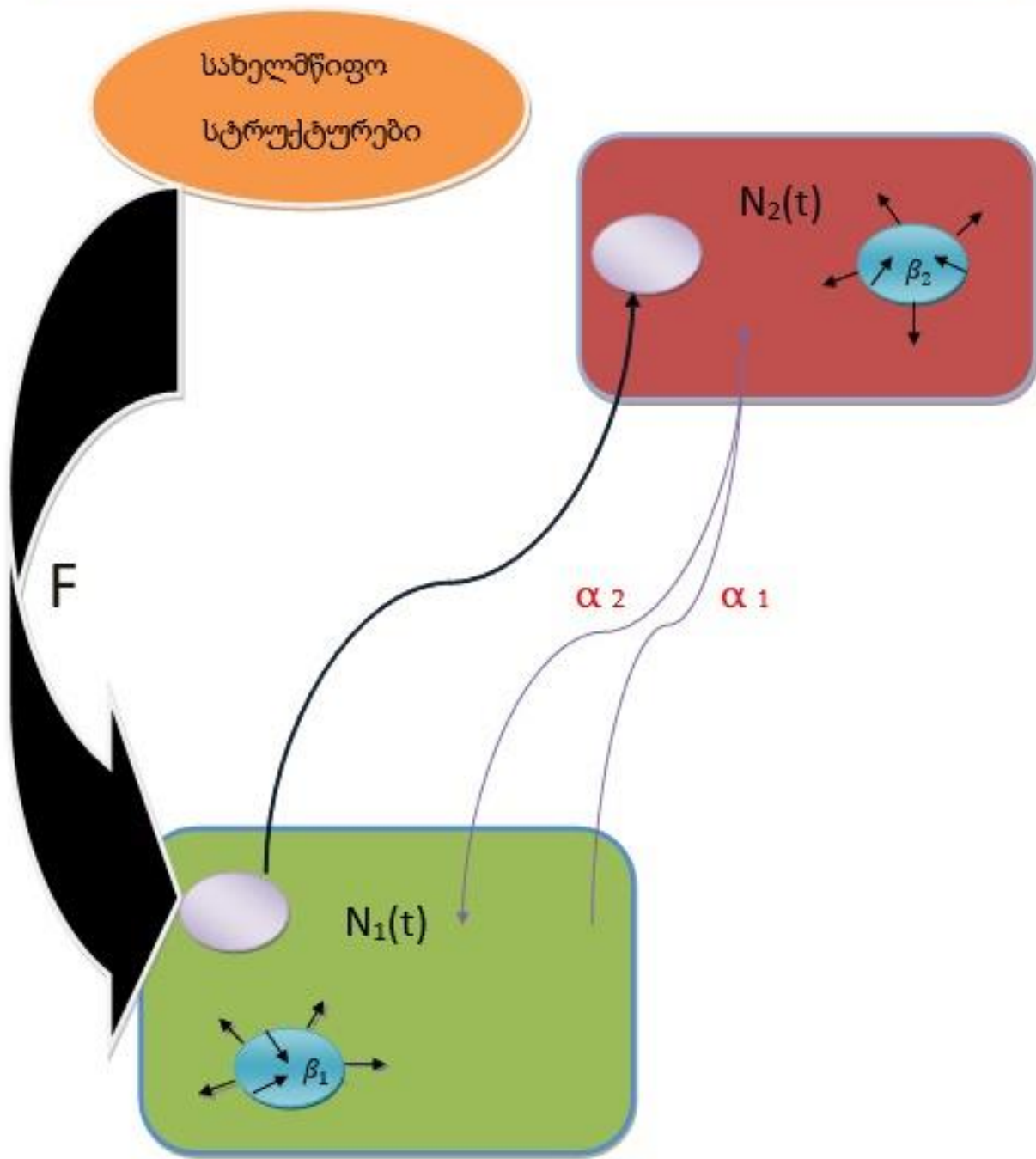
$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = (\alpha_{10} e^{\delta_1 \frac{t}{T}} - \alpha_{20} e^{\delta_2 \frac{t}{T}}) N_1(t) N_2(t) - F_0 e^{\delta \frac{t}{T}} + \beta_1 N_1(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = (\alpha_{20} e^{\delta_2 \frac{t}{T}} - \alpha_{10} e^{\delta_1 \frac{t}{T}}) N_1(t) N_2(t) + F_0 e^{\delta \frac{t}{T}} + \beta_2 N_2(t) \end{cases} \quad (2.1.9)$$

$$N_1(0) = N_{10}, \quad N_2(0) = N_{20}, \quad N_{10} < N_{20}, \quad N_1(t), N_2(t) \in C^1[0, T].$$

ამოცანები (2.1.7) - (2.1.9) ანალიზურად არ ამოიხსნება. რიცხვითი ამოხსნისათვის გამოყენებულია პროგრამული გარემო MATLAB.

აღწერილი პროცესის სქემატური აღწერა, ანუ პროცესის სცენარი, შემოთავაზებულია სურათი 2-ზე.

პროცესის განვითარების სცენარი არჩევნიდან არჩევნებამდე



სურათი 2.

§2.2 ორსუბიექტიანი არჩევნების მოდელი ფალსიფიცირების გათვალისწინებით

ორპარტიული არჩევნების არაწრფივი მათემატიკური მოდელის ზოგადი სახე გამოიყურება შემდეგნაირად:

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = (\alpha_1(t) - \alpha_2(t))N_1(t)N_2(t) - f(t, N_1(t)) + \beta_1 N_1(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = (\alpha_2(t) - \alpha_1(t))N_1(t)N_2(t) + f(t, N_1(t)) + \beta_2 N_2(t) \end{cases} \quad (2.2.1)$$

$$N_1(0) = N_{10}, \quad N_2(0) = N_{20}, \quad N_{10} < N_{20}, \quad N_1(t), N_2(t) \in C^1[0, T] \quad (2.2.2)$$

ამ არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემის ამოხსნა საშუალებას გვაძლევს წარმოვაჩინოთ ამომრჩევლების ხმების ცვლილების დინამიკა არჩევნებიდან არჩევნებამდე და განვსაზღვროთ საარჩევნო დღეს ამა თუ იმ საარჩევნო სუბიექტების მოსალოდნელი ხმების რაოდენობა ამომრჩევლების 100%-ნი გამოცხადების შემთხვევაში $(N_1(T), N_2(T))$.

მაგრამ ამომრჩევლების 100%-ნი გამოცხადება არჩევნებზე არა რეალურია. ამიტომ თუ გავითვალისწინებთ ამომრჩეველთა გამოცხადების მოსალოდნელ მაჩვენებელს, ცხადია, მივიღებთ უფრო ზუსტ შედეგებს.

სამწუხაროდ ზოგიერთი, ნაკლებად დემოკრატიული, ქვეყნებისთვის დამახასიათებელია არჩევნების გარკვეული ფალსიფიცირების და გაყალბების პროცესები. შემოთავაზებული მოდელი საშუალებას იძლევა გავითვალისწინოთ ეს პროცესები და მოვახდინოთ შესაბამისი კორექტირება მიღებულ შედეგებზე.

განვიხილავთ ორ შემთხვევას: როცა ფალსიფიცირებას არჩევნების დღეს არა აქვს ადგილი და ასევე, როცა არჩევნები ტარდება გარკვეული ფალსიფიცირებით.

შემოვიღოთ აღნიშვნები:

k_1 -- ფარდობითი მნიშვნელობაა ოპოზიციურ პარტიის ამომრჩევლების საერთო რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს ოპოზიციურ პარტიას;

k_2 -- ფარდობითი მნიშვნელობაა სახელისუფლებო პარტიის ამომრჩევლების საერთო რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს თავის პარტიას;

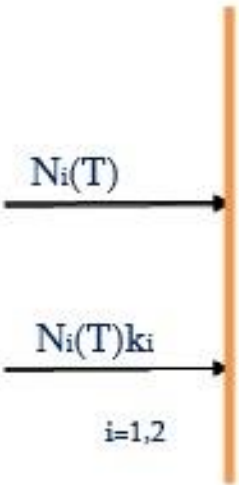
k_3 -- ფალსიფიცირების ფარდობითი მნიშვნელობაა არჩევნების დღეს, ანუ ფარდობითი მნიშვნელობა ოპოზიციური პარტიის გაფუჭებული (ფალსიფიცირებული) ბიულეტენების ამ პარტიის მხარდამჭერთა ბიულეტენების საერთო რაოდენობიდან.

სურათი 3-ზე შემოთავაზებულია აღწერილი პროცესის სქემატური აღწერა.

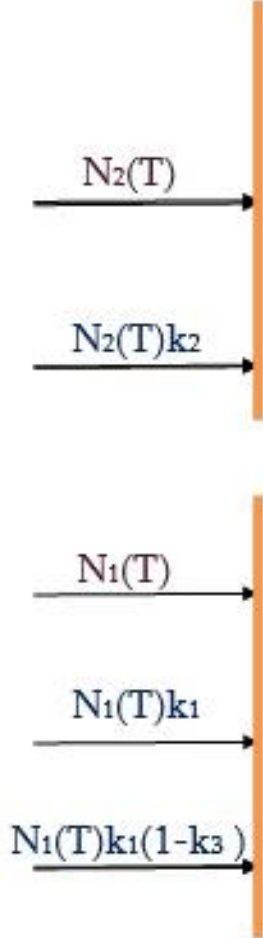
ზემოთ აღნიშნული ფაქტორების გათვალისწინებით მიღებულია რიცხვითი ამოხსნები. გამოთვლებისათვის გამოყენებულ იქნა პროგრამული გარემო MATLAB.

არჩევნების დღე

ფალსიფიცირების გარეშე



ფალსიფიცირებით



სურათი 3.

§2.3 ორსუბიექტიანი არჩევნების ზოგადი მათემატიკური მოდელების კომპიუტერული მოდელირება

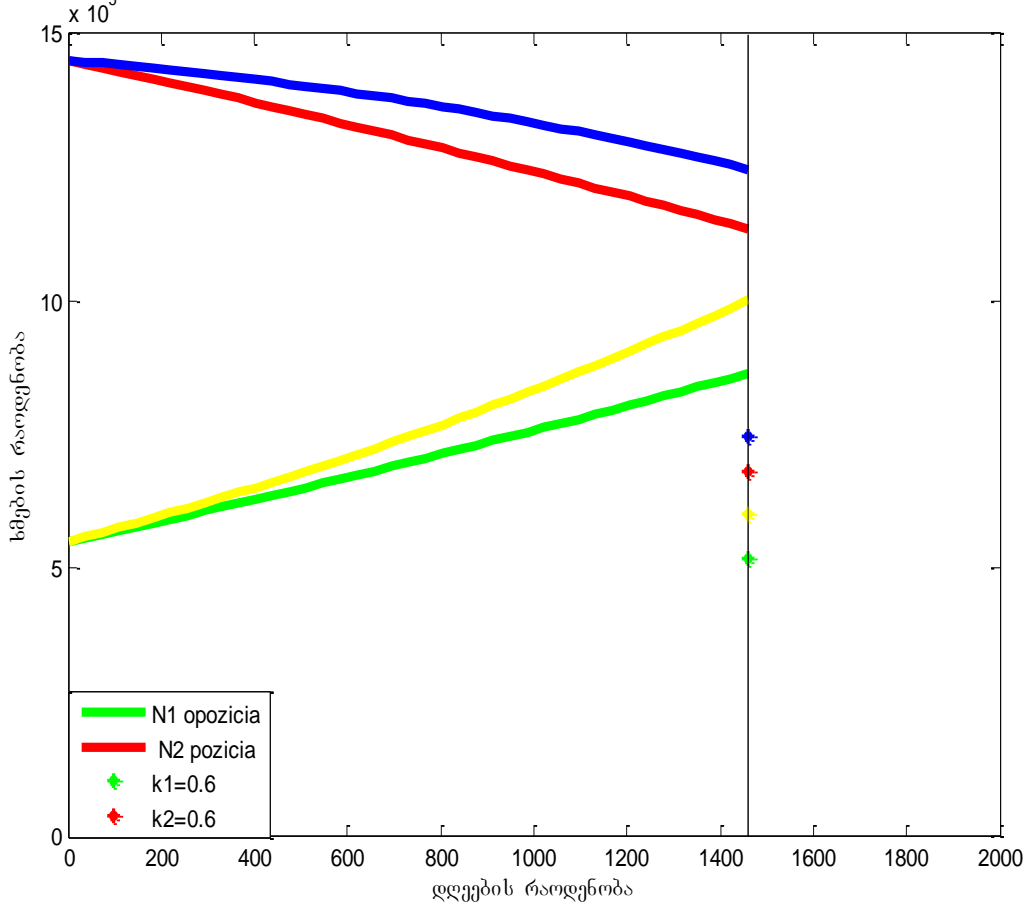
მიღებული რიცხვითი შედეგები ფალსიფიცირებით და ფალსიფიცირების გარეშე შეიძლება დავახარისხოთ რამდენიმე განსხვავებულ შედეგად (მოდელებად) [8, 45, 46, 99].

შედეგები დემოგრაფიული ფაქტორის გათვალისწინებით გარკვეულწილად განსხვავდება შედეგებისგან, რომლებიც მიღებულია დემოგრაფიული ფაქტორის გათვალისწინების გარეშე.

განვიხილოთ პირველი შემთხვევა, როცა ფალსიფიცირებას არჩევნების დღეს არ ჰქონდა ადგილი, ანუ

$$k_3 = 0.$$

- 1) $k_1 = k_2$, ანუ მიცემული ხმების რაოდენობის ფარდობითი მნიშვნელობა ორივე პარტიისთვის ერთნაირია; $N_2(T) > N_1(T)$ - მმართველი პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობა არჩევნების დღეს მეტია ოპოზიციური პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობაზე. ცხადია, $k_2 N_2(T) > k_1 N_1(T)$, ანუ არჩევნებს იგებს სახელისუფლებო პარტია (იხილეთ ნახ.2.3.1). ამ გრაფიკზე, როგორც ყველა მომდევნო გრაფიკებზე, წითელი და ლურჯი წირები შეესაბამება მმართველი პარტიის ამომრჩეველთა ხმების ცვლილების დინამიკას, ხოლო მწვანე და ყვითელი ფერის წირები - ოპოზიციური პარტიის ამომრჩეველთა ხმების ცვლილების დინამიკას; შესაბამისი ფერის წერტილები შეესაბამება არჩევნების დღეს მიღებული ხმების რეალურ რაოდენობას; წითელ-მწვანე წირებით ნაჩვენებია ხმების ცვლილების დინამიკა დემოგრაფიული ფაქტორის გარეშე, ხოლო ყვითელ-ლურჯი წირებით კი ნაჩვენებია ხმების ცვლილების დინამიკა დემოგრაფიული ფაქტორის გათვალისწინებით (იხილეთ ნახ. 2.3.1);

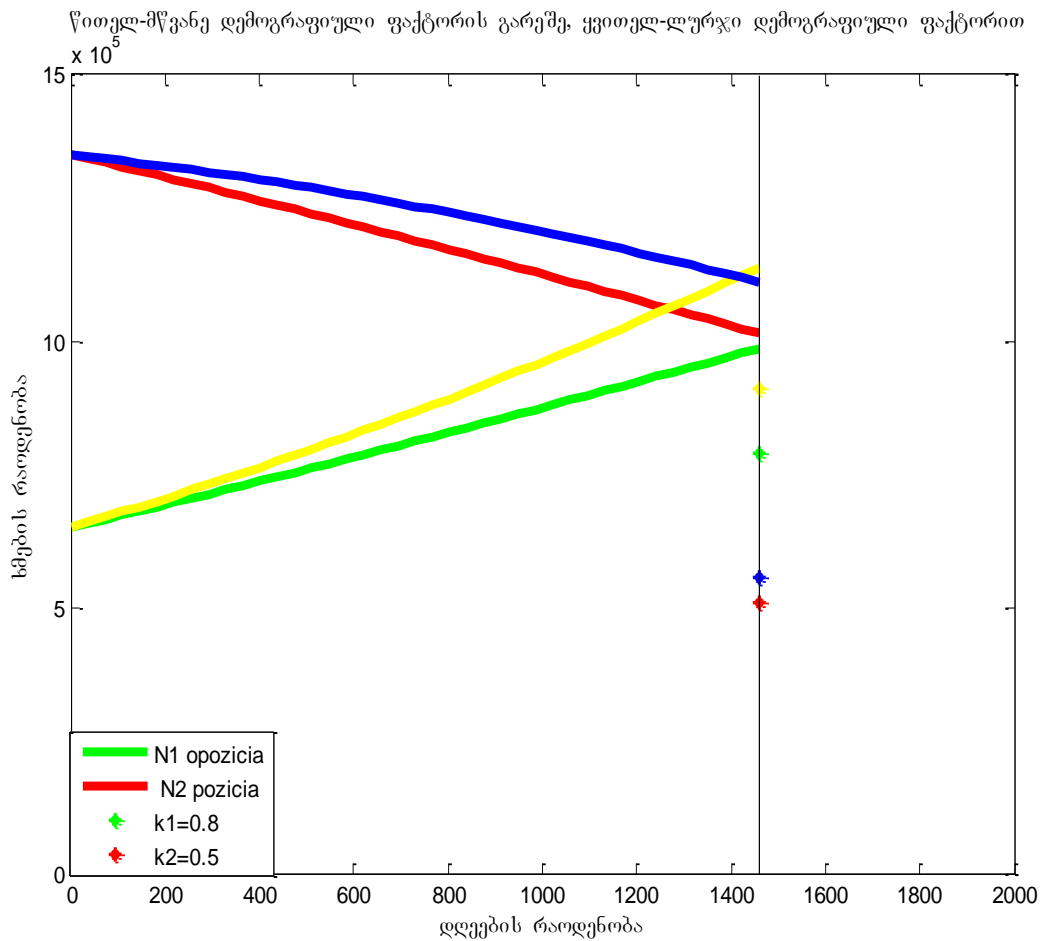


ნახ.2.3.1 $f(t, N_1(t)) = b = const > 0$

შესაბამისი ფერის წერტილები შეესაბამება არჩევნების დღეს მიღებული ხმების რეალურ რაოდენობას.

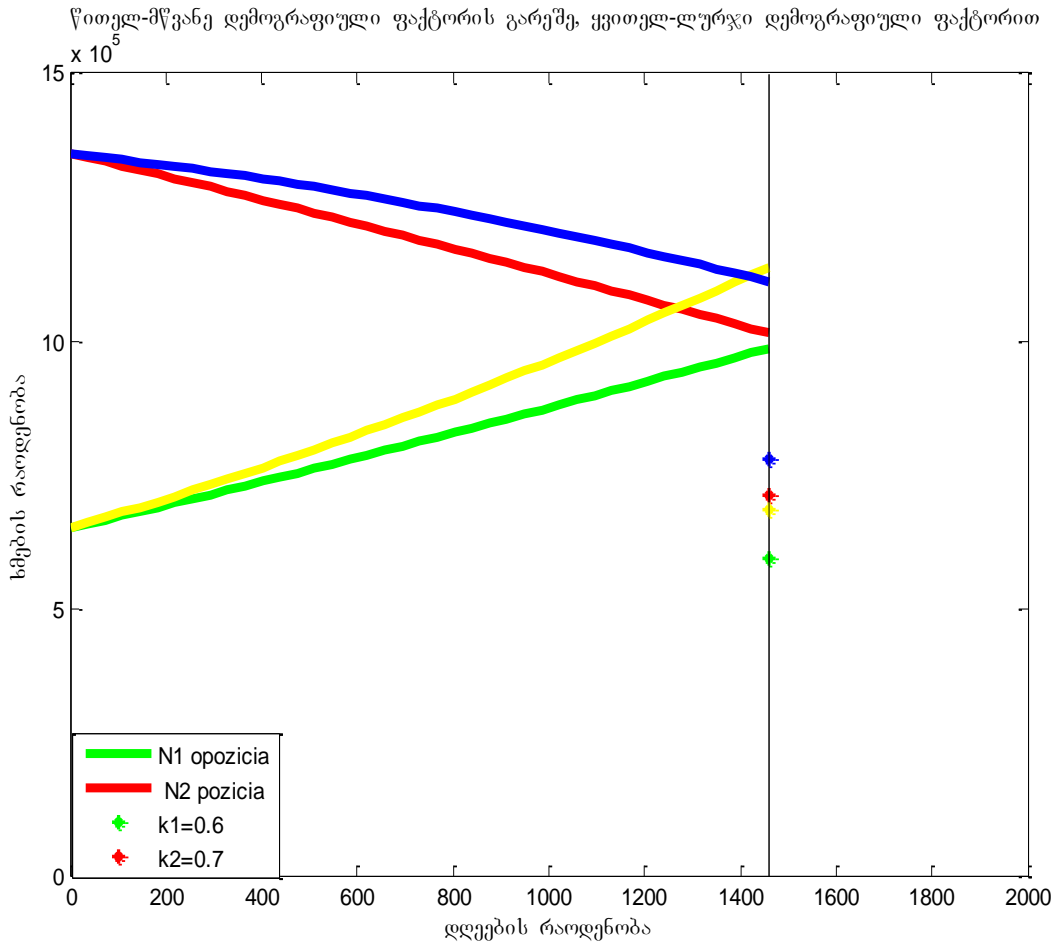
2) $k_1 > k_2$, ანუ ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს ოპოზიციურ პარტიას მეტია ვიდრე ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს მმართველ პარტიას. $N_2(T) > N_1(T)$ - მმართველი პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობა არჩევნების დღეს მეტია ოპოზიციური პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობაზე. უმარტივესი უტოლობის ამოხსნის შედეგად ვპოულობთ ისეთ $k_1^* = \min k_1$, რომლის დროსაც $k_1^* N_1(T) > k_2 N_2(T)$, ე.ი. ვეძებთ, ფიქსირებულ ფარდობითი მნიშვნელობას მმართველი პარტიის მომხრეთა რაოდენობის შემთხვევაში, რამდენი უმცირესი

ოპოზიციური ხმების ფარდობითი რაოდენობაა საჭირო არჩევნების მოსაგებად (იხილეთ ნახ. 2.3.2).



ნახ.2.3.2 $f(t, N_1(t)) = b = const > 0$
 შესაბამისი ფერის წერტილები შეესაბამება
 არჩევნების დღეს მიღებული ხმების რეალურ
 რაოდენობას.

3) გათვალისწინებულია შემთხვევა ანალოგიური სასტარტო პარამეტრებით, ამომრჩეველთა მოსვლის ფარდობითი მნიშვნელობის გამონაკლისით. დემოგრაფიული ფაქტორის გათვალისწინებით $N_1(T) > N_2(T)$ (ოპოზიციური პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობა არჩევნების დღეს მეტია მმართველი პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობაზე). მაგრამ, $k_2 > k_1$, ე.ი. მმართველი პარტიის მომხრეები არჩევნების დღეს იყვნენ უფრო აქტიურები, რამაც განაპირობა სახელისუფლებო პარტიის გამარჯვება (იხილეთ ნახ. 2.3.3).

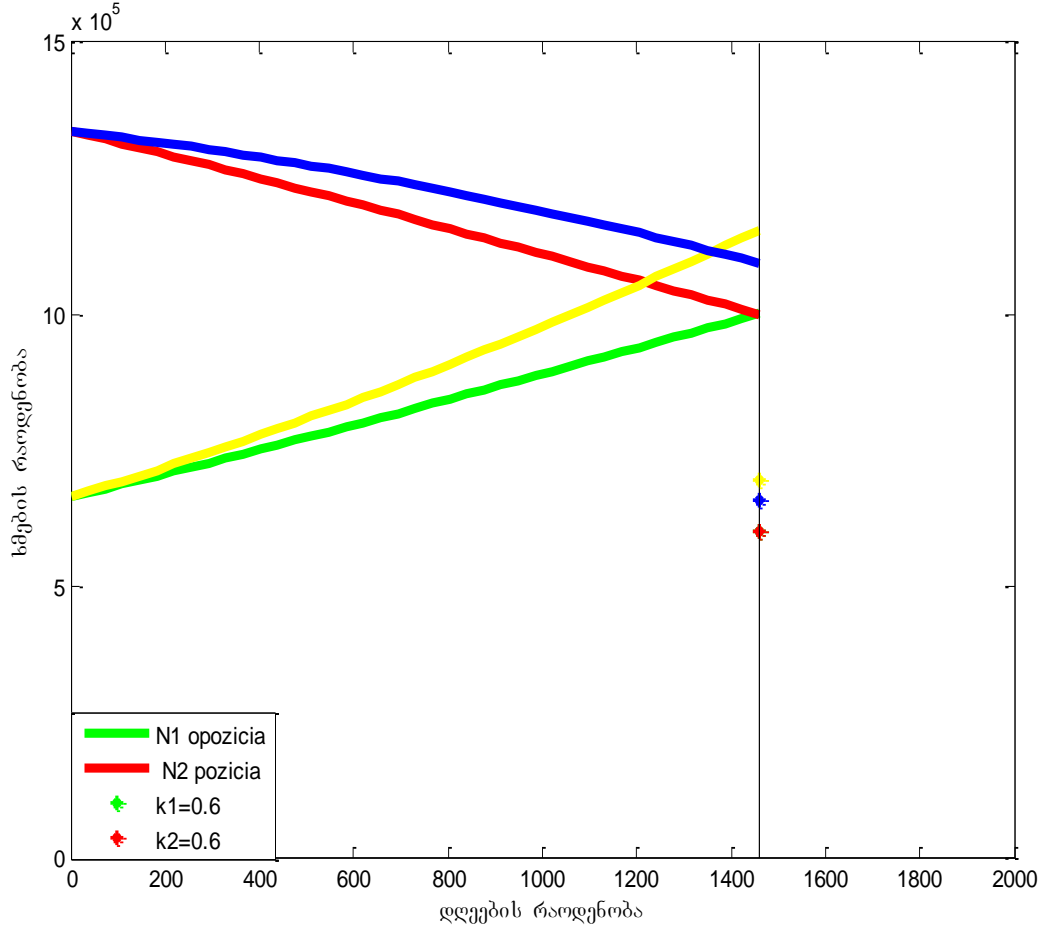


ნახ.2.3.3 $f(t, N_1(t)) = b = const > 0$

შესაბამისი ფერის წერტილები შეესაბამება არჩევნების დღეს მიღებული ხმების რეალურ რაოდენობას.

- 4) $k_1 = k_2$, ე.ი. მიცემული ხმების რაოდენობის ფარდობითი მნიშვნელობა ორივე პარტიისთვის ერთნაირია; $N_1(T) = N_2(T)$ -- მმართველი და ოპოზიციური პარტიების ამომრჩეველთა რაოდენობა არჩევნების დღეს ასევე ტოლია. ცხადია, $k_1 N_1(T) = k_2 N_2(T)$ და არჩევნები დამთავრდება ფრედ. მაგრამ, დემოგრაფიული ფაქტორის გათვალისწინებით, სურათი იცვლება და არჩევნები შეიძლება დამთავრდეს ოპოზიციური პარტიის გამარჯვებით (იხილეთ ნახ.2.3.4).

წითელ-მწვანე დემოგრაფიული ფაქტორის გარეშე, ყვითელ-ლურჯი დემოგრაფიული ფაქტორით

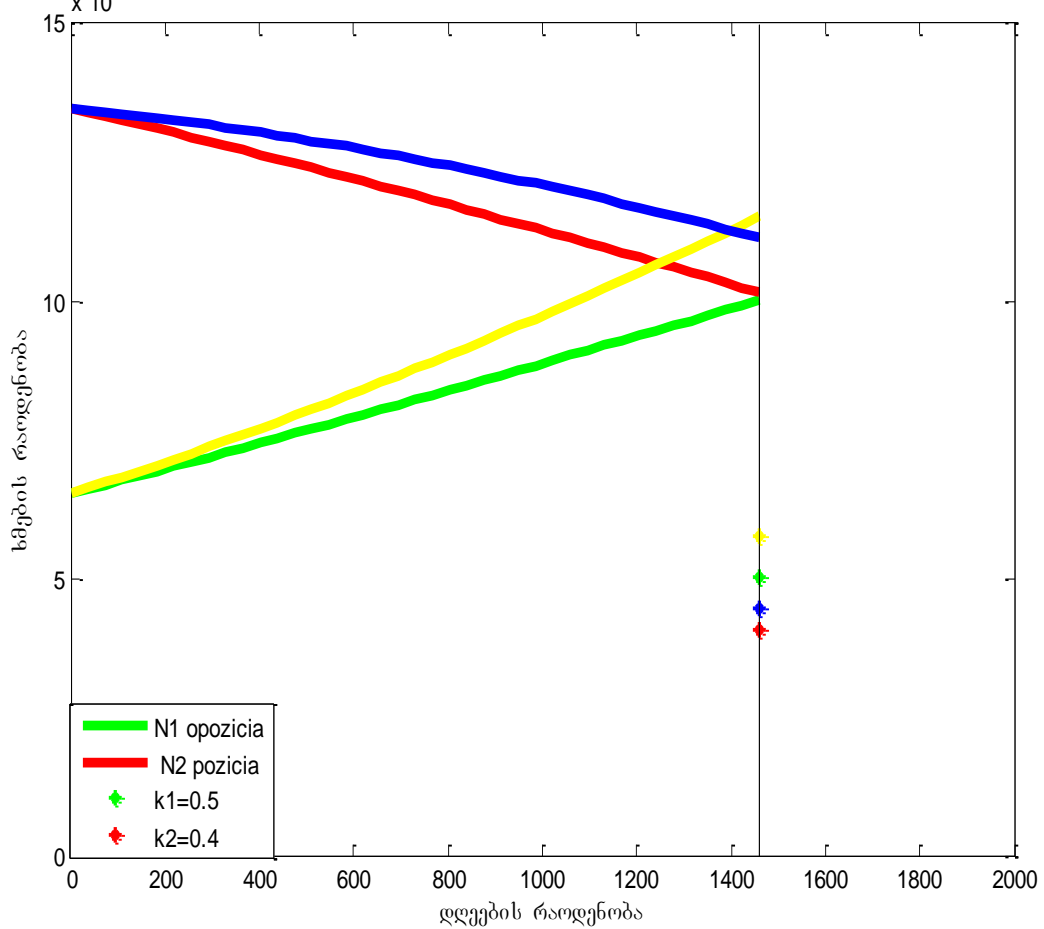


ნახ.2.3.4 $f(t, N_1(t)) = b = const > 0$

შესაბამისი ფერის წერტილები შეესაბამება არჩევნების დღეს მიღებული ხმების რეალურ რაოდენობას.

5) $k_1 > k_2$, ანუ ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს ოპოზიციურ პარტიას, მეტია, ვიდრე ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს მმართველ პარტიას. $N_1(T) = N_2(T)$ -- არჩევნების მომენტისთვის ამომრჩეველთა რაოდენობა ორივე პარტიისთვის ერთნაირია. ამ შემთხვევაში $k_1 N_1(T) > k_2 N_2(T)$, ე.ი. არჩევნებს იგებს ოპოზიციური პარტია (იხილეთ ნახ.2.3.5).

წითელ-მწვანე დემოგრაფიული ფაქტორის გარეშე, ყვითელ-ლურჯი დემოგრაფიული ფაქტორით

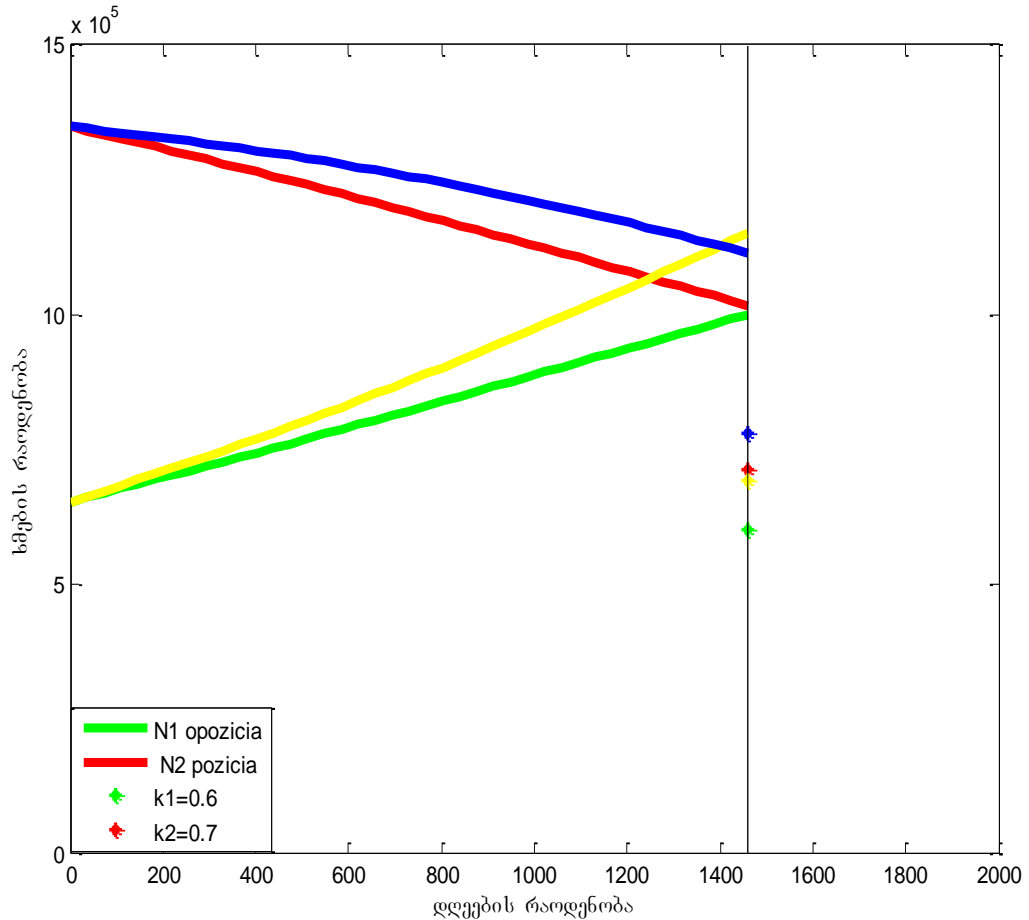


ნახ.2.3.5 $f(t, N_1(t)) = b_1 N_1(t), b_1 > 0$

შესაბამისი ფერის წერტილები შეესაბამება არჩევნების დღეს მიღებული ხმების რეალურ რაოდენობას.

- 6) $k_2 > k_1$, ე.ი. ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს მმართველ პარტიას, მეტია, ვიდრე ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც ხმა მისცეს ოპოზიციურ პარტიას. $N_1(T) = N_2(T)$ -- არჩევნების მომენტისთვის ამომრჩეველთა რაოდენობა ორივე პარტიისთვის ერთნაირია. მაშინ, $k_2 N_2(T) > k_1 N_1(T)$ და სახელისუფლებო პარტია იგებს არჩევნებს თავისი ამომრჩევლების აქტიურობის გამო (იხილეთ ნახ.2.3.6).

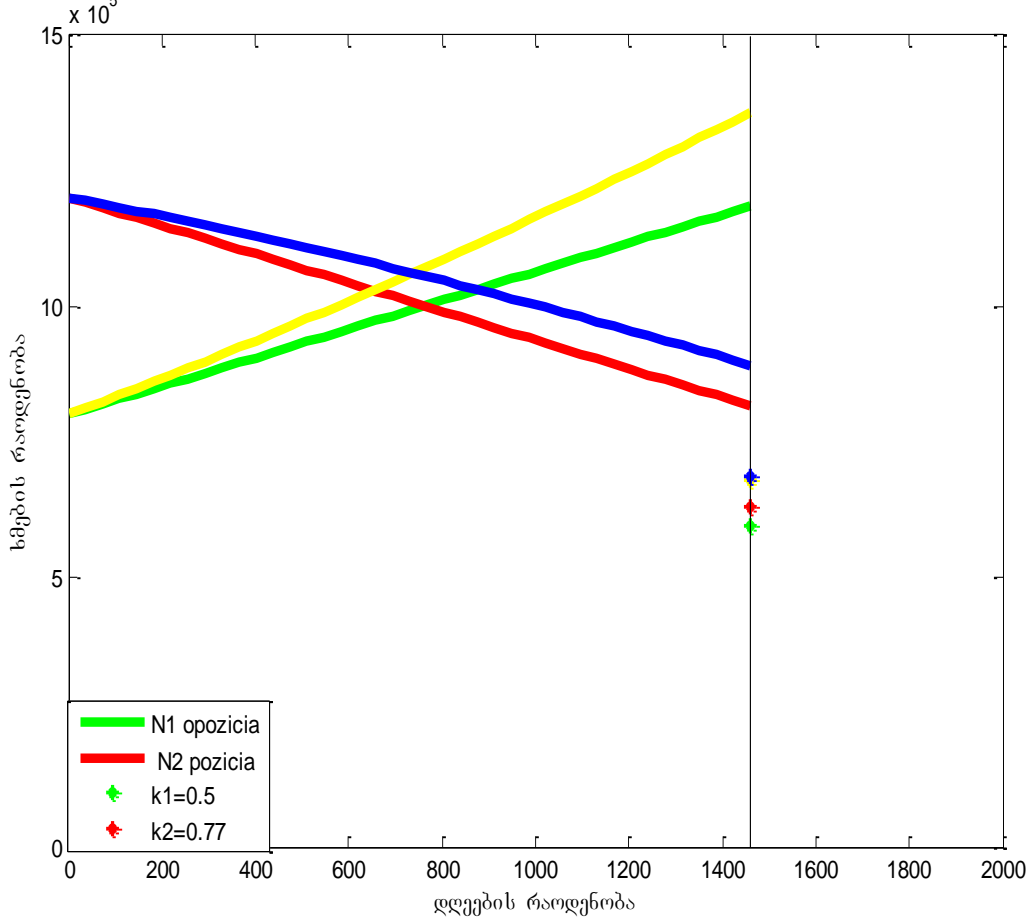
წითელ-მწვანე დემოგრაფიული ფაქტორის გარეშე, ყვითელ-ლურჯი დემოგრაფიული ფაქტორით



ნახ.2.3.6 $f(t, N_1(t)) = b_1 N_1(t), b_1 > 0$
 შესაბამისი ფერის წერტილები შეესაბამება
 არჩევნების დღეს მიღებული ხმების რეალურ
 რაოდენობას.

7) $k_2 > k_1$, ანუ ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს მმართველ პარტიას, მეტია, ვიდრე ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც ხმა მისცეს ოპოზიციურ პარტიას. $N_1(T) > N_2(T)$, ე.ი. ოპოზიციური პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობა არჩევნების დღეს მეტია მმართველი პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობაზე. უტოლობის ამოხსნის შედეგად ვპოულობთ ისეთ $k_2^* = \min k_2$, რომლისთვისაც $k_2^* N_2(T) > k_1 N_1(T)$. ე.ი. ვეძებთ, ფიქსირებულ ფარდობითი მნიშვნელობის ოპოზიციური პარტიის მომხრეთა რაოდენობის შემთხვევაში, თუ რამდენი უმცირესი სამთავრობო ხმების ფარდობითი რაოდენობაა საჭირო არჩევნების მოსაგებად (იხილეთ ნახ.2.3.7).

წითელ-მწვანე დემოგრაფიული ფაქტორის გარეშე, ყვითელ-ლურჯი დემოგრაფიული ფაქტორით

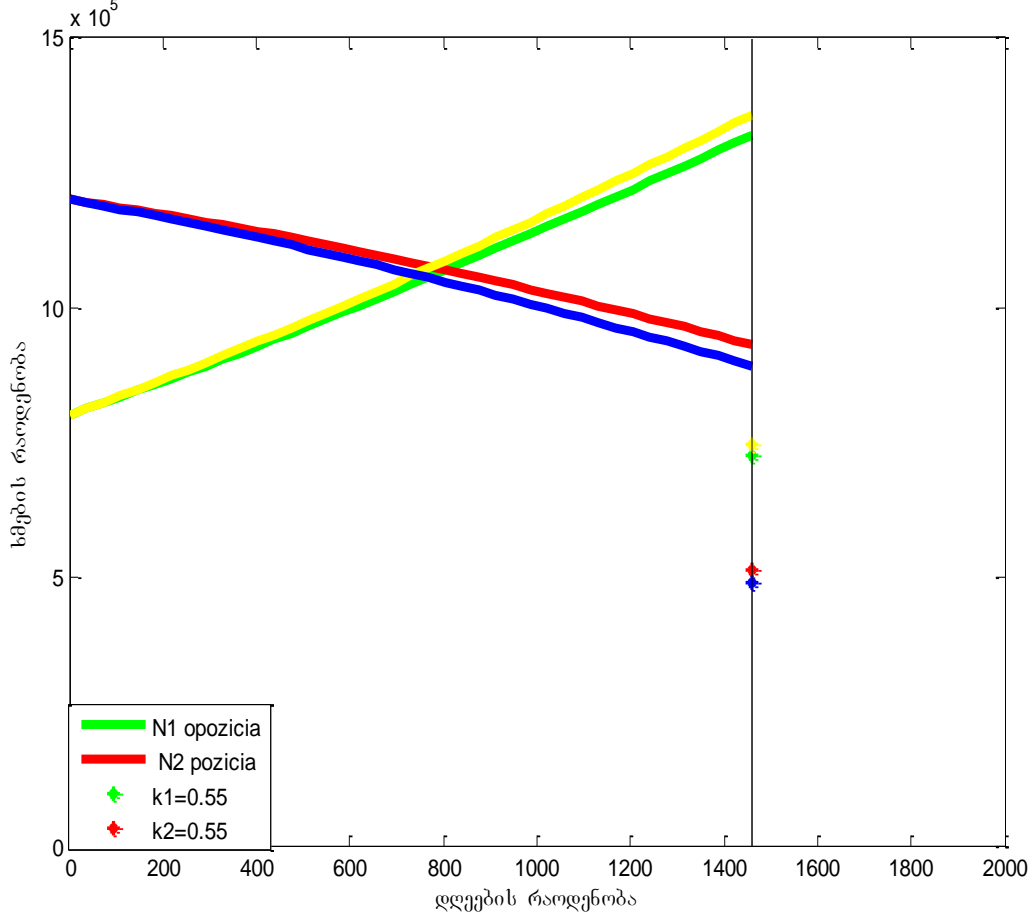


ნახ.2.3.7 $f(t, N_1(t)) = F_0 e^{\frac{\delta t}{T}}$

შესაბამისი ფერის წერტილები შეესაბამება არჩევნების დღეს მიღებული ხმების რეალურ რაოდენობას.

- 8) $k_1 = k_2$, ე.ი. მიცემული ხმების რაოდენობის ფარდობითი მნიშვნელობა ორივე პარტიისთვის ერთნაირია; $N_1(T) > N_2(T)$, ანუ ოპოზიციური პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობა არჩევნების დღეს მეტია მმართველი პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობაზე. ცხადია, $k_1 N_1(T) > k_2 N_2(T)$, და არჩევნებს იგებს ოპოზიციური პარტია (იხილეთ ნახ.2.3.8).

წითელ-მწვანე დემოგრაფიული ფაქტორის გარეშე, ყვითელ-ლურჯი დემოგრაფიული ფაქტორით

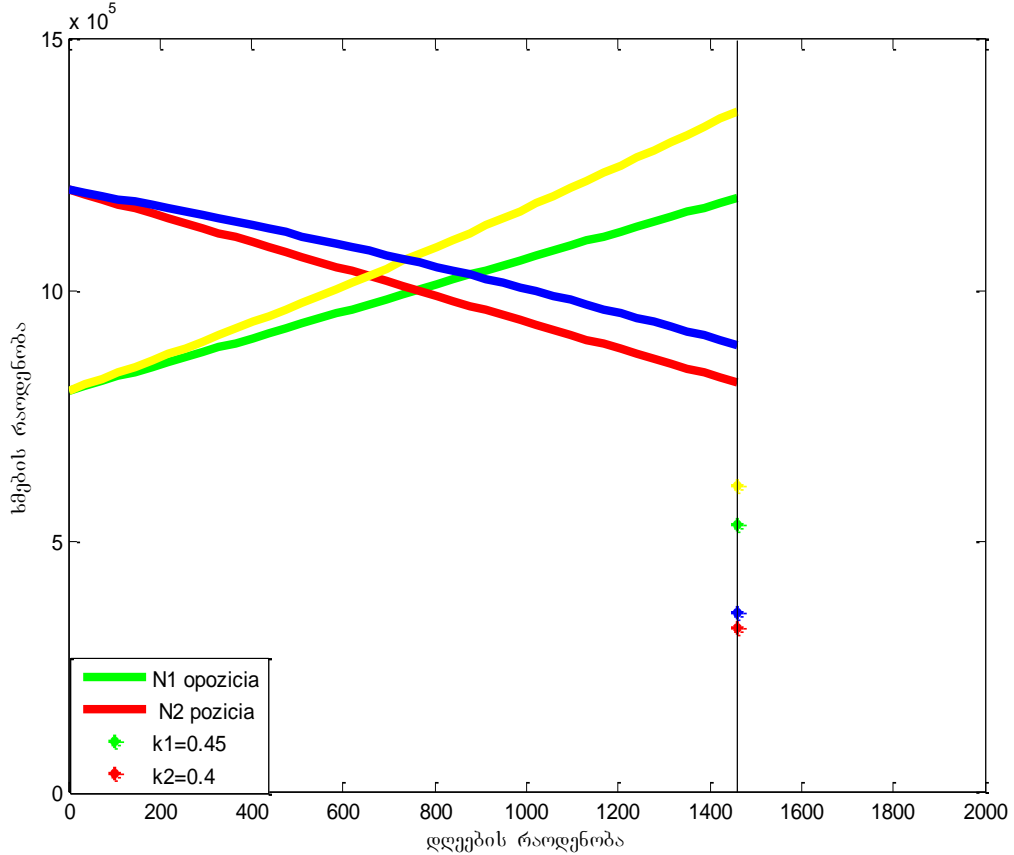


ნახ.2.3.8 $f(t, N_1(t)) = F_0 e^{\delta \frac{t}{T}}$

შესაბამისი ფერის წერტილები შეესაბამება არჩევნების დღეს მიღებული ხმების რეალურ რაოდენობას.

9) $k_1 > k_2$, ანუ ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს ოპოზიციურ პარტიას, მეტია ვიდრე ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს მმართველ პარტიას. $N_1(T) > N_2(T)$, რას ნიშნავს, რომ ოპოზიციური პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობა არჩევნების მომენტში მეტია მმართველი პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობაზე. ასეთ შემთხვევაში ცხადია, რომ $k_1 N_1(T) > k_2 N_2(T)$, ე.ი. არჩევნებს იგებს ოპოზიციური პარტია (იხილეთ ნახ.2.3.9).

წითელ-მწვანე დემოგრაფიული ფაქტორის გარეშე, ყვითელ-ლურჯი დემოგრაფიული ფაქტორით



ნახ.2.3.9 $f(t, N_1(t)) = F_0 e^{\delta \frac{t}{T}}$

შესაბამისი ფერის წერტილები შეესაბამება არჩევნების დღეს მიღებული ხმების რეალურ რაოდენობას.

ეხლა კი განვიხილოთ სხვა შემთხვევა, როცა არჩევნების დროს გამოყენებულ იქნა ფალსიფიცირება, ანუ

$$k_3 > 0.$$

- 1) $k_1 > k_2$, ანუ ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს ოპოზიციურ პარტიას, მეტია, ვიდრე ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს მმართველ პარტიას. $N_2(T) > N_1(T)$ -მმართველი პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობა არჩევნების დღეს მეტია ოპოზიციური პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობაზე. მაგრამ, ოპოზიციური პარტიის ამომრჩევლების მეტი აქტიურობის გამო ($k_1 > k_2$) გვექნება:

$k_1 N_1(T) > k_2 N_2(T)$, რაც ნიშნავს ოპოზიციური პარტიის უპირატესობას არჩევნებზე. უტოლობის ამოხსნით ვპოულობთ ისეთ $k_3^* = \min k_3$, რომლისთვისაც

$$k_1(1 - k_3^*)N_1(T) < k_2 N_2(T).$$

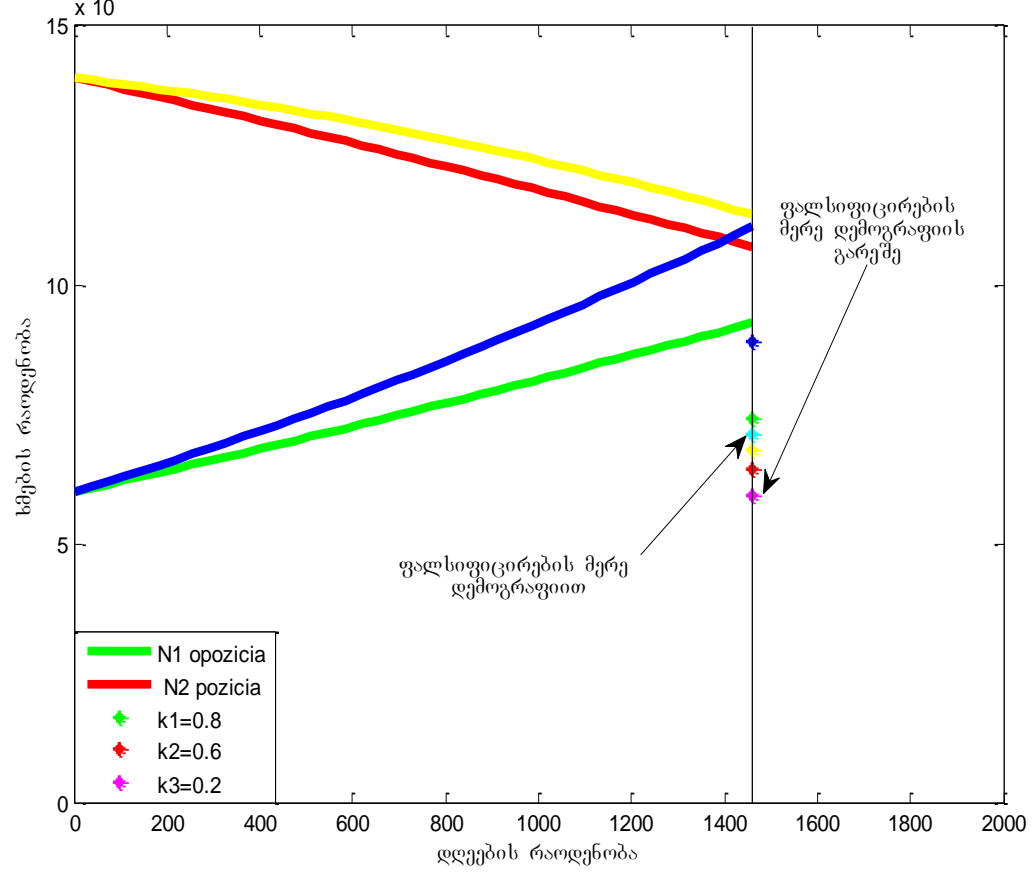
ე.ი. განვსაზღვრავთ, თუ რა მინიმალური ფალსიფიცირების შეფარდებითი მნიშვნელობაა საჭირო, რათა მმართველმა პარტიამ მოიგოს არჩევნები (ცნობილი k_1 და k_2 -ს შემთხვევაში) (იხილეთ ნახ.2.3.10).

- 2) $k_1 > k_2$, ე.ი. ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს ოპოზიციურ პარტიას, მეტია, ვიდრე ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც ხმა მისცეს მმართველ პარტიას.

$N_2(T) > N_1(T)$ -- სახელისუფლებო პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობა არჩევნების დღეს მეტია ოპოზიციური პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობაზე. ოპოზიციური პარტიის ამომრჩევლების მეტი აქტიურობის გამო ($k_1 > k_2$) გვექნება $k_1 N_1(T) > k_2 N_2(T)$, რაც ნიშნავს არჩევნებზე ოპოზიციური პარტიის უპირატესობას. მოცემული (რეალურთან მიახლოებული) k_3 კოეფიციენტის შემთხვევაში, ვპოულობთ ისეთ $k_1^* = \min k_1$, რომლისთვისაც $k_1^*(1 - k_3)N_1(T) > k_2 N_2(T)$.

ანუ, წინასწარ ცნობილი რეალურთან მიახლოებული ფალსიფიცირების შემთხვევაში, შესაძლებელია გამოითვალოს ოპოზიციური პარტიის ამომრჩეველთა მოსვლის ფარდობითი უმცირესი მნიშვნელობა, რაც განაპირობებს ოპოზიციის გამარჯვებას (იხილეთ ნახ. 2.3.11).

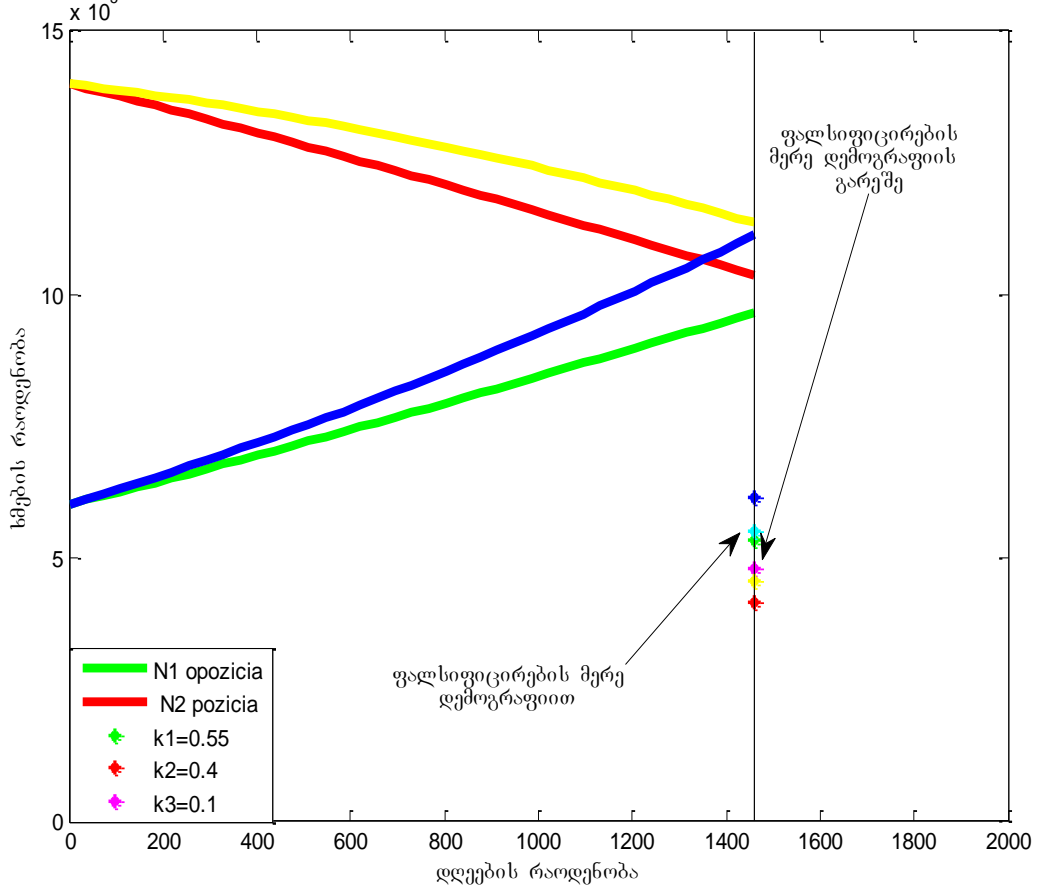
წითელ-მწვანე დემოგრაფიული ფაქტორის გარეშე, ყვითელ-ლურჯი დემოგრაფიული ფაქტორით



ნახ.2.3.10 $f(t, N_1(t)) = F_0 e^{\frac{\delta t}{T}}$

შესაბამისი ფერის წერტილები შეესაბამება არჩევნების დღეს მიღებული ხმების რეალურ რაოდენობას.

წითელ-მწვანე დემოგრაფიული ფაქტორის გარეშე, ყვითელ-ლურჯი დემოგრაფიული ფაქტორით



ნახ.2.3.11 $f(t, N_1(t)) = F_0 e^{\frac{\delta t}{T}}$

შესაბამისი ფერის წერტილები შეესაბამება

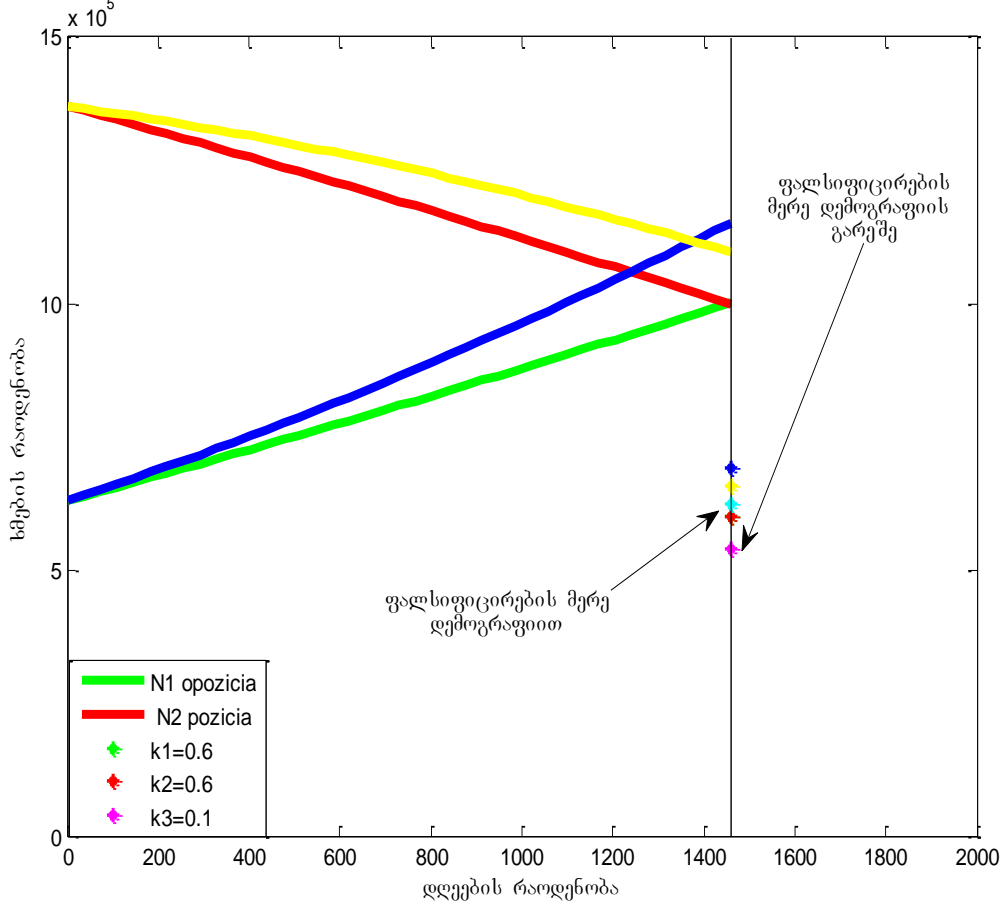
არჩევნების დღეს მიღებული ხმების რეალურ რაოდენობას.

3) $k_1 = k_2$, ე.ი. მიცემული ხმების რაოდენობის ფარდობითი მნიშვნელობა ორივე პარტიისთვის ერთნაირია; $N_1(T) = N_2(T)$ -- არჩევნების მომენტისთვის ამომრჩეველთა რაოდენობა ორივე პარტიისთვის ერთნაირია. ცხადია, $k_1 N_1(T) = k_2 N_2(T)$. მაგრამ, თუ ადგილი აქვს, თუნდაც მინიმალურ, ფალსიფიცირებას ($k_3 > 0$), მიიღება

$$k_1(1 - k_3)N_1(T) < k_2 N_2(T),$$

რაც ნიშნავს იმას, რომ მმართველმა პარტიამ უზრუნველყო თავისი გამარჯვება (იხილეთ ნახ. 2.3.12).

წითელ-მწვანე დემოგრაფიული ფაქტორის გარეშე, ყვითელ-ლურჯი დემოგრაფიული ფაქტორით



$$\text{ნახ.2.3.12 } f(t, N_1(t)) = F_0 e^{\frac{\delta t}{T}}$$

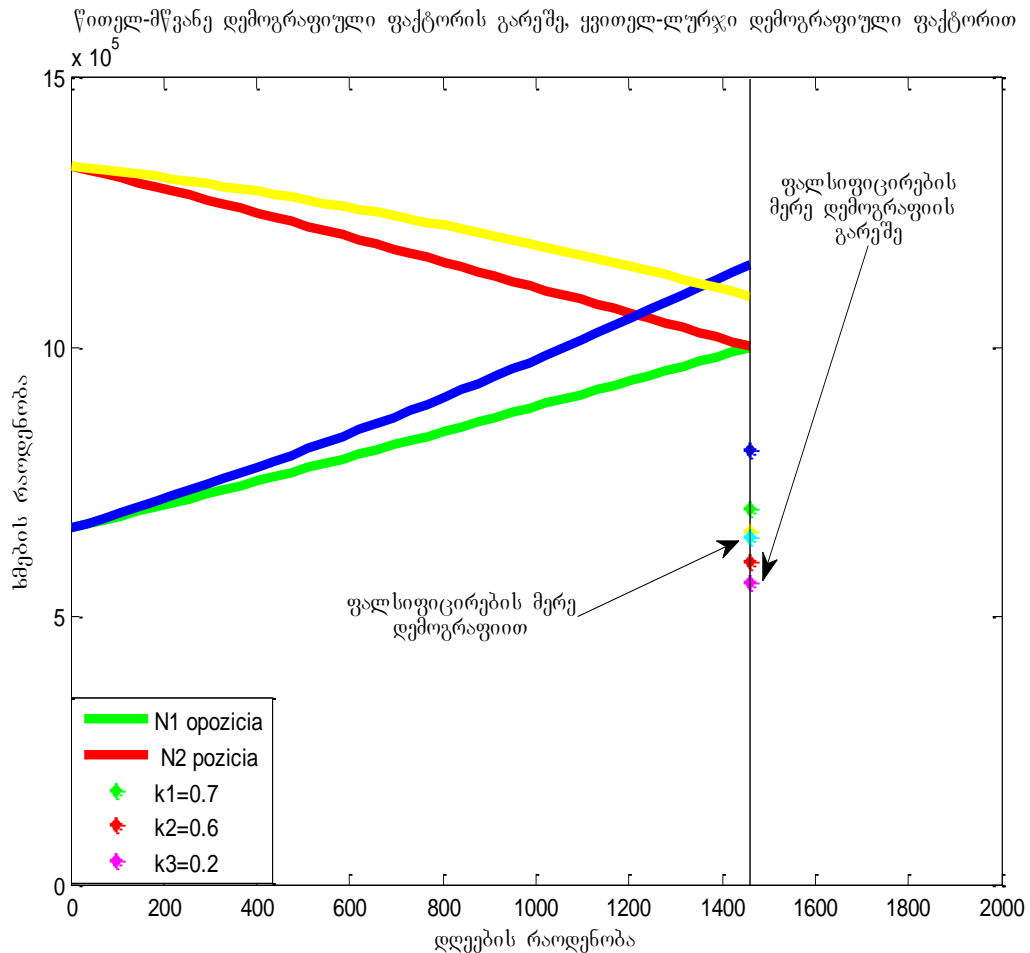
შესაბამისი ფერის წერტილები შეესაბამება

არჩევნების დღეს მიღებული ხმების რეალურ რაოდენობას.

- 4) $k_1 > k_2$, ანუ, ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს ოპოზიციურ პარტიას, მეტია, ვიდრე ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს მმართველ პარტიას. $N_1(T) = N_2(T)$ -- არჩევნების მომენტისთვის ამომრჩეველთა რაოდენობა ორივე პარტიისთვის ერთნაირია. ე.ი. გვექნება $k_1 N_1(T) > k_2 N_2(T)$, რაც ნიშნავს ოპოზიციური პარტიის უპირატესობას. უტოლობის ამოხსნის გზით ვპოულობთ $k_3^* = \min k_3$, რომელიც აკმაყოფილებს პირობას

$$k_1(1 - k_3^*)N_1(T) < k_2 N_2(T).$$

ე.ი., განვსაზღვრავთ, თუ რა მინიმალური ფალსიფიცირების შეფარდებითი მნიშვნელობაა საჭირო, რათა მმართველმა პარტიამ მოიგოს არჩევნები (ცნობილი k_1 და k_2 -ს შემთხვევაში) (იხილეთ ნახ.2.3.13).



ნახ.2.3.13 $f(t, N_1(t)) = b = const > 0$

შესაბამისი ფერის წერტილები შეესაბამება არჩევნების დღეს მიღებული ხმების რეალურ რაოდენობას.

- 5) $k_1 > k_2$, ანუ, ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს ოპოზიციურ პარტიას, მეტია, ვიდრე ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს მმართველ პარტიას. $N_1(T) = N_2(T)$ -- არჩევნების მომენტისთვის ამომრჩეველთა რაოდენობა

ორივე პარტიისთვის ერთნაირია. აქაც $k_1 N_1(T) > k_2 N_2(T)$, რაც ნიშნავს ოპოზიციური პარტიის უპირატესობას. მაგრამ, შესაძლო ფალსიფიცირების გამოყენებით ($k_3 > 0$), მოცემული k_3 კოეფიციენტის შემთხვევაში ვპოულობთ ისეთ $k_1^* = \min k_1$, რომელიც აკმაყოფილებს პირობას

$$k_1^* (1 - k_3) N_1(T) > k_2 N_2(T).$$

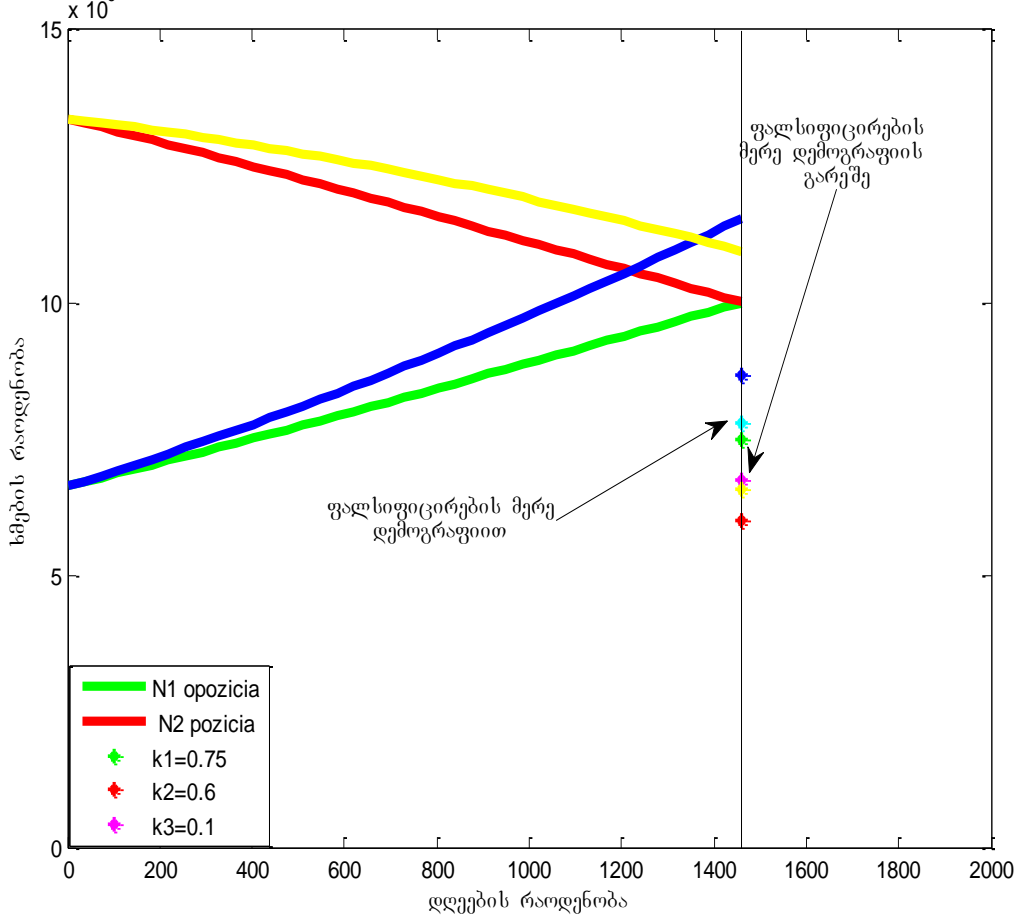
ანუ, წინასწარ ცნობილი (მსოფლიო პრაქტიკიდან გამომდინარე რეალურთან მიახლოებული) ფალსიფიცირების შემთხვევაში, შესაძლებელია გამოითვალოს ოპოზიციური პარტიის ამომრჩეველთა მოსვლის შეფარდებითი უმცირესი მნიშვნელობა, რათა განაპირობოს ოპოზიციის გამარჯვება (იხილეთ ნახ.2.3.14).

- 6) $k_1 = k_2$, ე.ი. მიცემული ხმების რაოდენობის ფარდობითი მნიშვნელობა ორივე პარტიისთვის $N_1(T) > N_2(T)$ -- ოპოზიციური პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობა არჩევნების დღეს მეტია მმართველი პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობაზე. შესაბამისად გვექნება $k_1 N_1(T) > k_2 N_2(T)$, რაც ნიშნავს არჩევნებზე ოპოზიციური პარტიის უპირატესობას. ვპოულობთ ისეთ $k_3^* = \min k_3$, როდესაც კმაყოფილდება პირობა:

$$k_1 (1 - k_3^*) N_1(T) < k_2 N_2(T).$$

ანუ, უნდა მოიძებნოს, თუ რა მინიმალური ფალსიფიცირების შეფარდებითი მნიშვნელობაა საჭირო, რათა მმართველმა პარტიამ მოიგოს არჩევნები (ცნობილი k_1 და k_2 -ს შემთხვევაში) (იხილეთ ნახ.2.3.15).

წითელ-მწვანე დემოგრაფიული ფაქტორის გარეშე, ყვითელ-ლურჯი დემოგრაფიული ფაქტორით



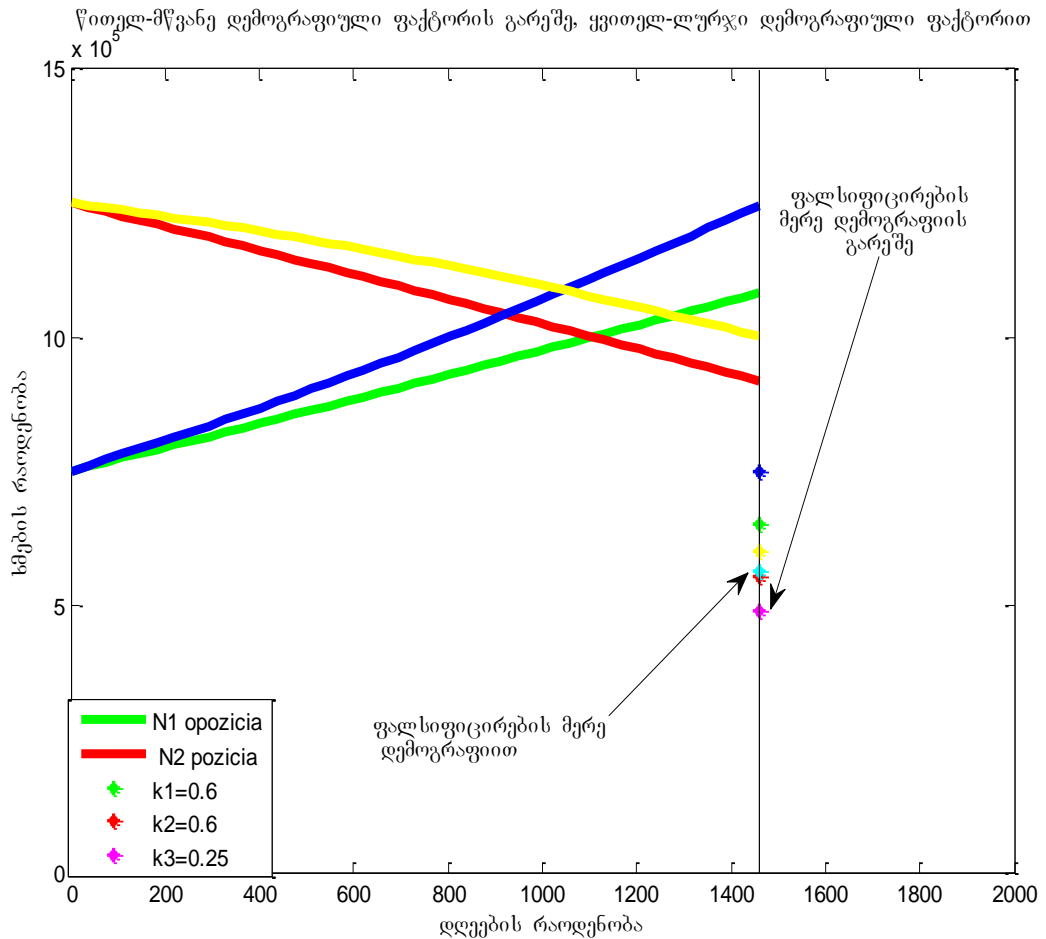
ნახ.2.3.14 $f(t, N_1(t)) = b = const > 0$

შესაბამისი ფერის წერტილები შეესაბამება არჩევნების დღეს მიღებული ხმების რეალურ რაოდენობას.

7) $k_1 > k_2$, ანუ ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს ოპოზიციურ პარტიას მეტია ვიდრე ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს მმართველ პარტიას. $N_1(T) > N_2(T)$ -- ე.ი. ოპოზიციური პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობა არჩევნების დღეს მეტია მმართველი პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობაზე. ე.ი. გვაქვს $k_1 N_1(T) > k_2 N_2(T)$, რაც ნიშნავს არჩევნებზე ოპოზიციური პარტიის შესაძლო გამარჯვებას. უმარტივესი უტოლობის ამოხსნის შედეგად ვპოულობთ ისეთ $k_3^* = \min k_3$, რომელიც აკმაყოფილებს პირობას

$$k_1(1-k_3^*)N_1(T) < k_2N_2(T).$$

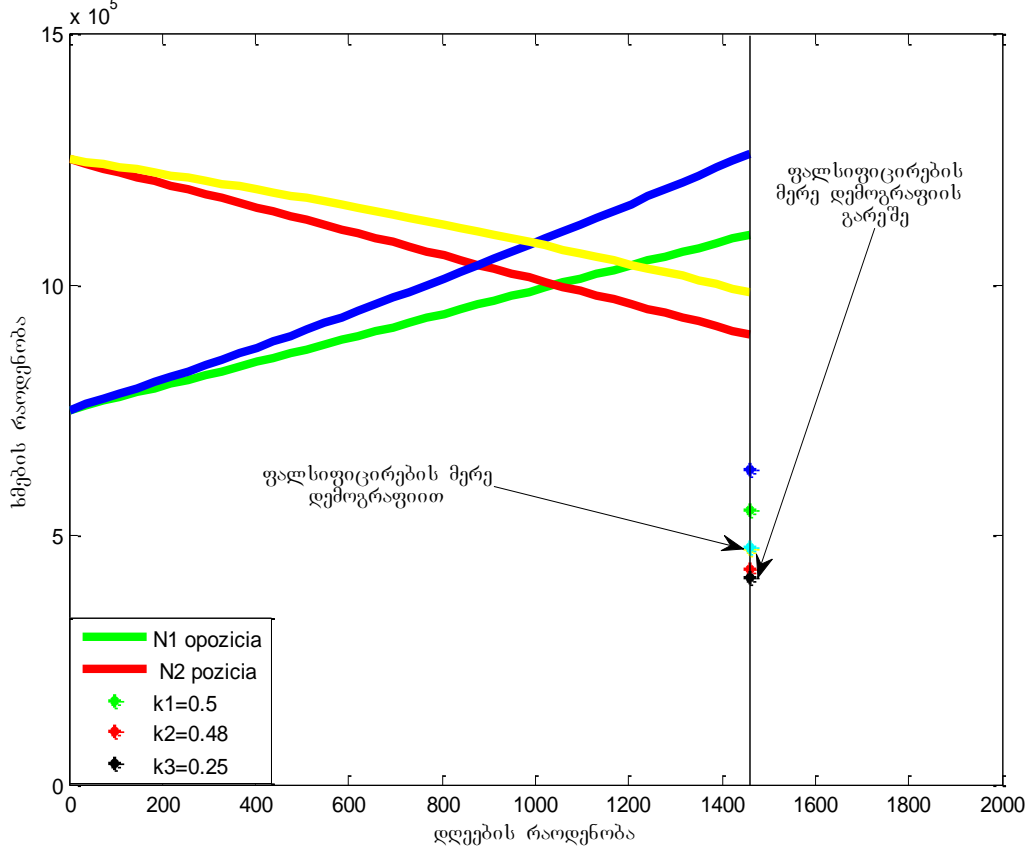
ანუ, ისევ უნდა მოიძებნოს, თუ რა მინიმალური ფალსიფიცირების ფარდობითი მნიშვნელობაა საჭირო, რათა მმართველმა პარტიამ მოიგოს არჩევნები (ცნობილი k_1 და k_2 -ს შემთხვევაში) (იხილეთ ნახ.2.3.16).



ნახ.2.3.15 $f(t, N_1(t)) = b = const > 0$

შესაბამისი ფერის წერტილები შეესაბამება არჩევნების დღეს მიღებული ხმების რეალურ რაოდენობას.

წითელ-მწვანე დემოგრაფიული ფაქტორის გარეშე, ყვითელ-ლურჯი დემოგრაფიული ფაქტორით



ნახ.2.3.16 $f(t, N_1(t)) = b_1 N_1(t), b_1 > 0$

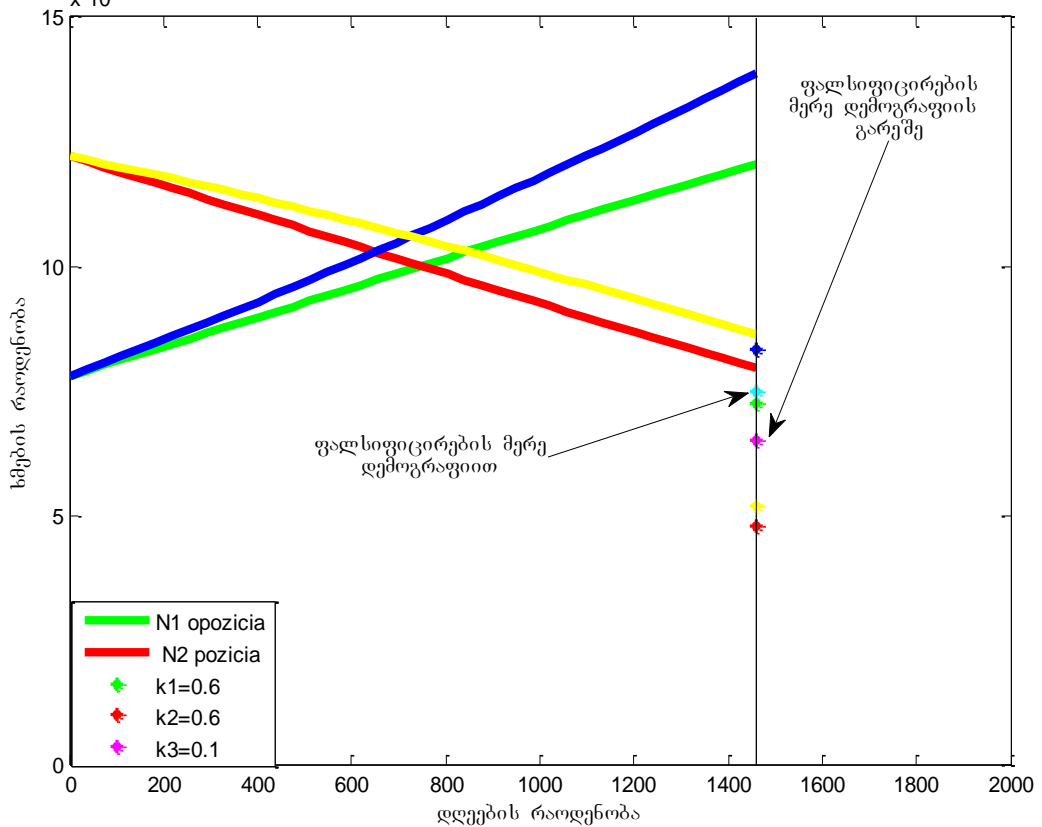
შესაბამისი ფერის წერტილები შეესაბამება არჩევნების დღეს მიღებული ხმების რეალურ რაოდენობას.

8) $k_1 = k_2$, ანუ მიცემული ხმების რაოდენობის ფარდობითი მნიშვნელობა ორივე პარტიისთვის ერთნაირია. $N_1(T) > N_2(T)$ -- ე.ი. ოპოზიციური პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობა არჩევნების დღეს მეტია მმართველი პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობაზე. ცხადია $k_1 N_1(T) > k_2 N_2(T)$, რაც ნიშნავს არჩევნების დროს ოპოზიციური პარტიის უპირატესობას. ამ შემთხვევაში ოპოზიციური პარტია იძულებულია იაროს გააქტიურების გზით (გაზარდოს კოეფიციენტი α_1), რათა, შესაძლო ფალსიფიცირების შემთხვევაში ($k_3 > 0$), მიაღწიოს საბოლოო გამარჯვებას არჩევნებზე

$$k_1(1 - k_3)N_1(T) > k_2 N_2(T)$$

(იხილეთ ნახ.2.3.17).

წითელ-მწვანე დემოგრაფიული ფაქტორის გარეშე, ყვითელ-ლურჯი დემოგრაფიული ფაქტორით
 $\times 10^5$



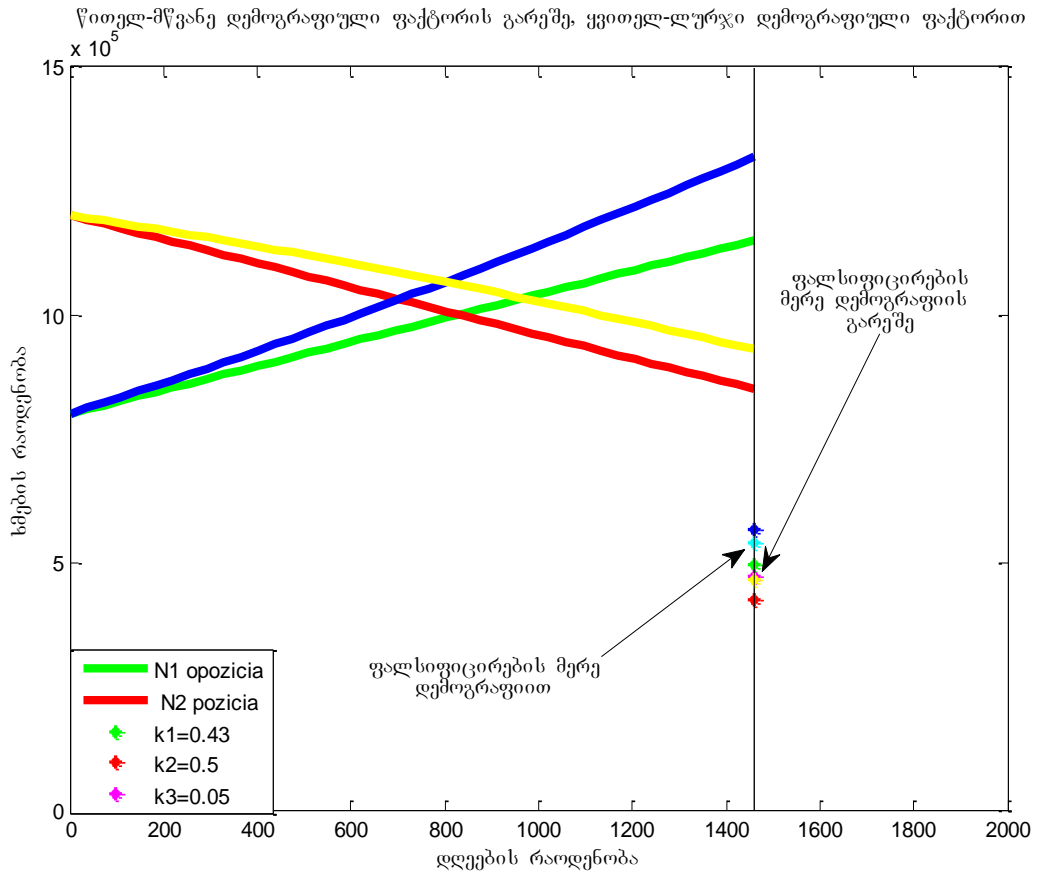
ნახ.2.3.17 $f(t, N_1(t)) = b_1 N_1(t), b_1 > 0$
 შესაბამისი ფერის წერტილები შეესაბამება
 არჩევნების დღეს მიღებული ხმების რეალურ
 რაოდენობას.

9) $k_2 > k_1$, ე.ი. ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს მმართველ პარტიას, მეტია, ვიდრე ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც ხმა მისცეს ოპოზიციურ პარტიას. $N_1(T) > N_2(T)$, ე.ი. ოპოზიციური პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობა არჩევნების დღეს მეტია სახელისუფლებო პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობაზე. მოცემული k_3 კოეფიციენტის შემთხვევაში, ვპოულობთ ისეთ $k_1^* = \min k_1$, რომელიც აკმაყოფილებს პირობას

$$k_1^* (1 - k_3) N_1(T) > k_2 N_2(T).$$

ანუ, წინასწარ ცნობილ შესაძლო რეალურთან მიახლოებულ ფალსიფიცირების შემთხვევაში, განვსაზღვრავთ ოპოზიციური პარტიის ამომრჩეველთა მოსვლის

ფარდობით უმცირეს მნიშვნელობას, რათა უზრუნველყოფილი იყოს ოპოზიციური პარტიის გამარჯვება (იხილეთ ნახ.2.3.18).



ნახ.2.3.18 $f(t, N_1(t)) = b_1 N_1(t), b_1 > 0$

შესაბამისი ფერის წერტილები შეესაბამება არჩევნების დღეს მიღებული ხმების რეალურ რაოდენობას.

ამ თავში განხილული იქნა ორი საარჩევნო სუბიექტის (მმართველი და ოპოზიციური პარტიის) არჩევნების არაწრფივი მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელი, რომელიც საშუალებას გვაძლევს განვსაზღვროთ პოლიტიკური სუბიექტების მომხრეთა რაოდენობის დინამიკა პერიოდში

არჩევნიდან არჩევნებამდე მოდელის ყველა კოეფიციენტების ცვალებადობის გათვალისწინებით. მიღებულ იქნა არჩევნების შედეგების სხვადასხვა ვარიაციები ამომრჩევლების აქტივობის და შესაძლო ფალსიფიცირების გათვალისწინებით, ასევე ე.წ. საარჩევნო დემოგრაფიული ფაქტორის გათვალისწინებით და ამ ფაქტორის გათვალისწინების გარეშე.

აღწერილ მათემატიკურ მოდელს აქვს როგორც თეორიული, ასევე პრაქტიკული მნიშვნელობა. პოლიტიკურ ოპონენტებს (ხელისუფლებას და ოპოზიციას) შეუძლიათ ფართოდ გამოიყენონ მიღებული შედეგები: თავისი ინტელექტუალური (სამოქმედო პროგრამები), ფინანსური (სპონსორები), საინფორმაციო (მათ დაქვემდებარებაში მყოფი ელექტრონული თუ ბეჭვდითი პრესა) საშუალებების გამოყენებით გათვალონ პარამეტრები და აირჩიონ სტრატეგია სასურველი მიზნის მისაღწევად.

თავი 3. სამსუბიექტიანი არჩევნების არაწრფივი პროცესების მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელირება

§3.1 სამსუბიექტიანი არჩევნების არაწრფივი მოდელი მუდმივი კოეფიციენტებით

ამ თავში განვიხილავთ სამი საარჩევნო სუბიექტის (მმართველი და ორი ოპოზიციური პარტიის) არჩევნების პროცესის დინამიკას არჩევნებიდან არჩევნებამდე. არაწრფივ მათემატიკურ მოდელში, რომელიც აღწერს ამ პროცესს, მონაწილეობს ოთხი ობიექტი [53, 54]:

1. სახელმწიფო და ადმინისტრაციული სტრუქტურები, რომლებიც მმართველი რესურსების გამოყენებით ზეგავლენას ახდენენ ოპოზიციური პარტიების მხარდამჭერ ამომრჩევლებზე მმართველი პარტიის მხარეზე გადმოყვანის მიზნით (ამავე დროს ისინი, ცხადია, არიან მმართველი პარტიის მხარდამჭერი ამომრჩევლებიც) .
2. მმართველი პარტიის მხარდამჭერი ამომრჩევლები.
3. პირველი ოპოზიციური პარტიის მხარდამჭერი ამომრჩევლები.
4. მეორე ოპოზიციური პარტიის მხარდამჭერი ამომრჩევლები.

ამ არაწრფივ მათემატიკურ მოდელში ყველა კოეფიციენტი ცვლადია, აგრეთვე გათვალისწინებულია დემოგრაფიული ფაქტორიც.

დიფერენციალური განტოლებათა სისტემა, რომელიც აღწერს ზემოთ აღნიშნულ პროცესს, გამოიყურება შემდეგნაირად:

(3.1.1)

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = (\alpha_1(t) - \alpha_2(t))N_1(t)N_2(t) + (\alpha_1(t) - \alpha_3(t))N_1(t)N_3(t) - \beta_1(t)N_1(t) + \gamma_1(t)N_1(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = (\alpha_2(t) - \alpha_1(t))N_1(t)N_2(t) + (\alpha_2(t) - \alpha_3(t))N_2(t)N_3(t) - \beta_2(t)N_2(t) + \gamma_2(t)N_2(t) \\ \frac{dN_3(t)}{dt} = (\alpha_3(t) - \alpha_1(t))N_1(t)N_3(t) + (\alpha_3(t) - \alpha_2(t))N_2(t)N_3(t) + \beta_1(t)N_1(t) + \beta_2(t)N_2(t) + \gamma_3(t)N_3(t) \end{cases}$$

განტოლებათა სისტემა (3.1.1) განიხილება შუალედში $t \in (0, T]$, შესაბამისი საწყისი (კოშის) პირობებით $t = 0$ მომენტში

$$N_{10} = N_1(0), N_{20} = N_2(0), N_{30} = N_3(0). \quad (3.1.2)$$

კოშის ამოცანის (3.1)-(3.2) ამოხსნას ვეძებთ $t \in [0, T]$ სეგმენტზე უწყვეტად დიფერენცირებად ფუნქციათა კლასში

$$N_1(t), N_2(t), N_3[t] \in C^1[0, T]. \quad (3.1.3)$$

განტოლებათა სისტემა (3.1.1) - ში:

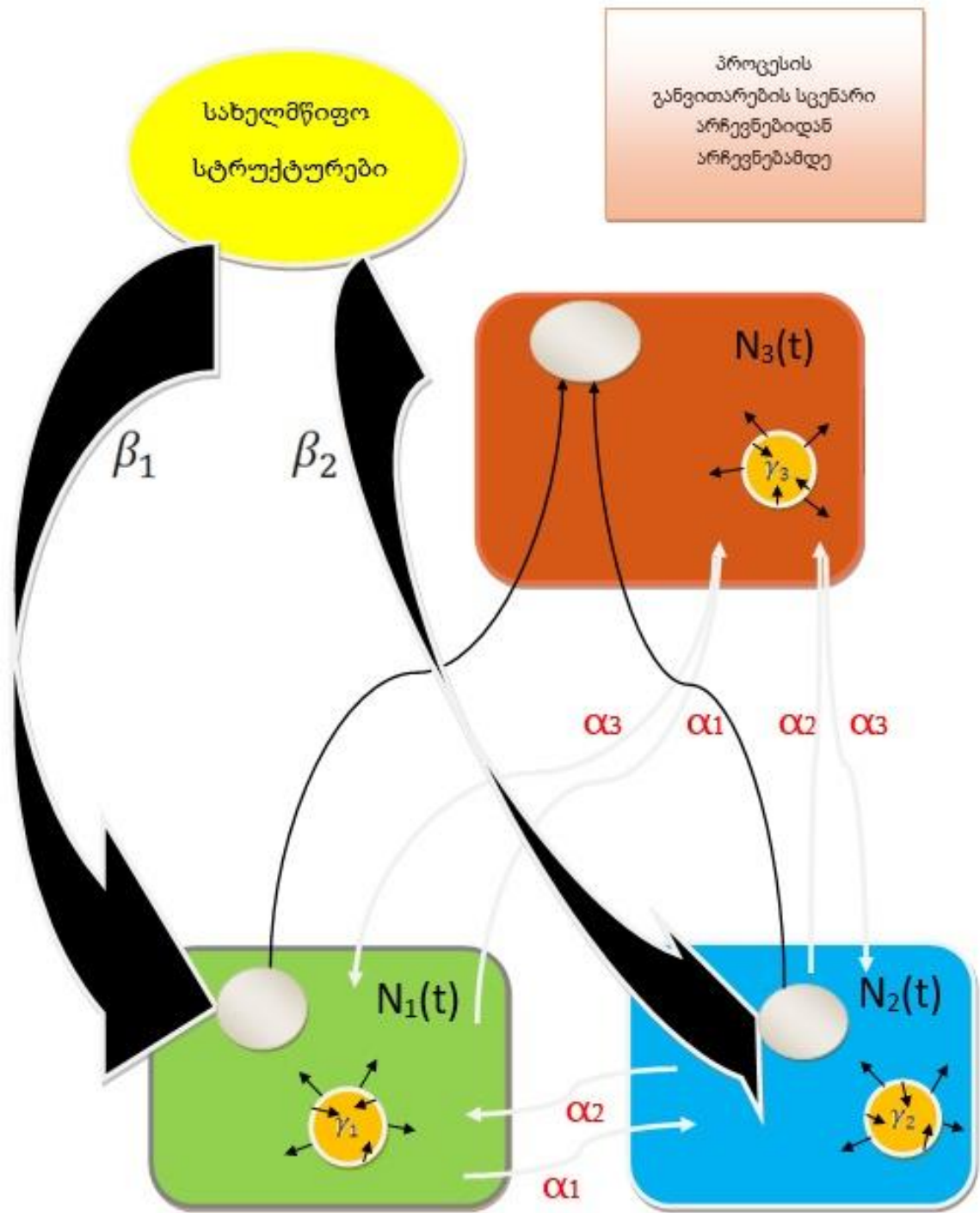
$N_1(t), N_2(t), N_3(t)$ – შესაბამისად პირველი, მეორე ოპოზიციური და მმართველი პარტიების მხარდამჭერ ამომრჩეველთა რაოდენობაა დროის t მომენტში, $t=0$ -- წინა არჩევნების მომენტია, როდესაც ერთ-ერთმა პარტიამ არჩევნები მოიგო და გახდა მმართველი პარტია;

$t=T$ -- მომდევნო არჩევნების მომენტია (ხშირ შემთხვევაში $T= 4$ წელს ან 1460 დღეს);

$\alpha_1(t), \alpha_2(t), \alpha_3(t)$ -- შესაბამისად პირველი, მეორე ოპოზიციური და მმართველი პარტიების ხმების მოზიდვის კოეფიციენტებია t მომენტში, რომლებიც დამოკიდებულია ამ პარტიების სამოქმედო პროგრამებთან, ასევე ფინანსურ და ინფორმაციულ შესაძლებლობებთან;

$\beta_1(t), \beta_2(t)$ -- უწყვეტი დადებითი ფუნქციებია, რომლებიც ხასიათდებიან ადმინისტრაციული რესურსების გამოყენების მასშტაბით და მიმართულები არიან ოპოზიციური პარტიების (პირველი და მეორე შესაბამისად) ამომრჩეველების გადმოსაბირებლად სხვადასხვა, შესაძლო არა დემოკრატიული, მეთოდებით; $\gamma_1(t), \gamma_2(t), \gamma_3(t)$ -- შესაბამისად მხარეების საარჩევნო დემოგრაფიული ცვლილებების გათვალისწინების კოეფიციენტებია.

ქვემოთ შემოთავაზებულია აღწერილი პროცესის სქემატური აღწერა, ანუ პროცესის სცენარი (სურათი 4).



სურათი 4.

განვიხილოთ კერძო შემთხვევა -- დემოგრაფიის ფაქტორის გათვალისწინების გარეშე, ანუ ისეთი შემთხვევა, როდესაც არჩევნებიდან არჩევნებამდე ამომრჩეველთა რაოდენობა უცვლელია - გარდაცვლილი ამომრჩეველთა რაოდენობა უდრის პირველად საარჩევნო უფლების მქონე ამომრჩეველთა რაოდენობას. ასეთ შემთხვევაში გვაქვს მოდელი ამომრჩეველთა ნულოვანი დემოგრაფიული ფაქტორით ანუ

$$\gamma_i(t) \equiv 0, i \in \overline{1,3}, t \in [0, T] . \quad (3.1.4)$$

განვიხილოთ მუდმივი კოეფიციენტების შემთხვევა

$$\alpha_i(t) = \alpha_i = const > 0, i = \overline{1,3},$$

$$\beta_j(t) = \beta_j = const > 0, j = 1,2.$$

მაშინ სისტემა (3.1.1) მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = (\alpha_1 - \alpha_2)N_1(t)N_2(t) + (\alpha_1 - \alpha_3)N_1(t)N_3(t) - \beta_1N_1(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = (\alpha_2 - \alpha_1)N_1(t)N_2(t) + (\alpha_2 - \alpha_3)N_2(t)N_3(t) - \beta_2N_2(t) \\ \frac{dN_3(t)}{dt} = (\alpha_3 - \alpha_1)N_1(t)N_3(t) + (\alpha_3 - \alpha_2)N_2(t)N_3(t) + \beta_1N_1(t) + \beta_2N_2(t) \end{cases} \quad (3.1.5)$$

$$N_{10} = N_1(0), N_{20} = N_2(0), N_{30} = N_3(0), N_1(t), N_2(t), N_3(t) \in C^1[0, T].$$

ცხადია $N_{30} > N_{10} + N_{20}$, რადგანაც საწყის $t = 0$ მომენტში (წინა არჩევნების მომენტია) მესამე სუბიექტმა მოიგო არჩევნები და გახდა მმართველი პარტია.

თუ (3.1.5) სისტემაში ყველა განტოლებას შევკრებთ, მარტივად მივიღებთ პირველ პირველ ინტეგრალს

$$N_1(t) + N_2(t) + N_3(t) = N_{10} + N_{20} + N_{30} = a . \quad (3.1.6)$$

(3.1.5)-დან გვაქვს

$$\frac{dN_1(t)}{dN_2(t)} = \frac{N_1(t)[(\alpha_3 - \alpha_1)N_1(t) + (\alpha_3 - \alpha_2)N_2(t) + (\alpha_1 - \alpha_3)a - \beta_1]}{N_2(t)[(\alpha_3 - \alpha_1)N_1(t) + (\alpha_3 - \alpha_2)N_2(t) + (\alpha_2 - \alpha_3)a - \beta_2]} \quad (3.1.7)$$

მეორე პირველ ინტეგრალს მივიღებთ, თუ გავაკეთებთ დაშვებას:

$$(\alpha_1 - \alpha_2)a = \beta_1 - \beta_2. \quad (3.1.8)$$

მაშინ

$$a(\alpha_1 - \alpha_3) - \beta_1 = a(\alpha_2 - \alpha_3) - \beta_2. \quad (3.1.9)$$

თუ საწყის მომენტში სრულდება

$$(\alpha_3 - \alpha_1)N_{10} + (\alpha_3 - \alpha_2)N_{20} + (\alpha_1 - \alpha_3)a - \beta_1 = 0$$

მაშინ მივიღებთ ტრივიალურ ამოხსნას

$$N_1(t) = N_{10}, \quad N_2(t) = N_{20}, \quad N_3(t) = N_{30}, \quad t \in [0, T].$$

და თუ

$$(\alpha_3 - \alpha_1)N_1(t) + (\alpha_3 - \alpha_2)N_2(t) + (\alpha_1 - \alpha_3)a - \beta_1 \neq 0,$$

მაშინ (3.1.7) და (3.1.9)-დან გვაქვს

$$\frac{dN_1(t)}{dN_2(t)} = \frac{N_1(t)}{N_2(t)},$$

ე.ი.

$$N_1(t) = \frac{1}{p} N_2(t), \quad \text{სადა} \quad p = \frac{N_{20}}{N_{10}}. \quad (3.1.10)$$

და (3.1.5), (3.1.10) გათვალისწინებით გვაქვს

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = p(\alpha_1 - \alpha_2)N_1^2(t) + (\alpha_1 - \alpha_3)N_1(t)[a - N_1(t)(p+1)] - \beta_1 N_1(t)$$

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = [p(\alpha_1 - \alpha_2) - (\alpha_1 - \alpha_3)(p+1)]N_1^2(t) + [(\alpha_1 - \alpha_3)a - \beta_1]N_1(t).$$

საბოლოოდ ვღებულობთ (3.1.5)-ის ზუსტ ამონახსნს

$$\begin{cases} N_1(t) = \frac{\frac{(\alpha_1 - \alpha_3)a - \beta_1}{\alpha_1 - \alpha_3 + p(\alpha_2 - \alpha_3)} N_{10} e^{[(\alpha_1 - \alpha_3)a - \beta_1]t}}{\frac{(\alpha_1 - \alpha_3)a - \beta_1}{\alpha_1 - \alpha_3 + p(\alpha_2 - \alpha_3)} + N_{10} (e^{[(\alpha_1 - \alpha_3)a - \beta_1]t} - 1)} \\ N_2(t) = pN_1(t) \\ N_3(t) = a - (p+1)N_1(t) \end{cases} \quad (3.1.11)$$

არატრივიალური მოდელი იქნება, თუ

$$\dot{N}_1(t) > 0, \dot{N}_2(t) > 0, \dot{N}_3(t) < 0. \quad (3.1.12)$$

აღვნიშნოთ

$$\delta = (\alpha_1 - \alpha_3)a - \beta_1 \quad (3.1.13)$$

$$q = \frac{(\alpha_1 - \alpha_3)a - \beta_1}{\alpha_1 - \alpha_3 + p(\alpha_2 - \alpha_3)} \quad (3.1.14)$$

მაშინ (3.1.11)-დან მივიღებთ

$$\dot{N}_1(t) = \frac{qN_{10}[\delta e^{\delta t}(q - N_{10} + N_{10}e^{\delta t}) - \delta N_{10}e^{2\delta t}]}{(q - N_{10} + N_{10}e^{\delta t})^2} = \frac{q\delta(q - N_{10})N_{10}e^{\delta t}}{(q - N_{10} + N_{10}e^{\delta t})^2}. \quad (3.1.15)$$

(3.1.15) - დან ცხადია

$$\text{sign}\dot{N}_1(t) = \text{sign}(q\delta(q - N_{10})). \quad (3.1.16)$$

(3.1.13) და (3.1.14) გათვალისწინებით

$$q\delta = \frac{[(\alpha_1 - \alpha_3)a - \beta_1]^2}{\alpha_1 - \alpha_3 + (\alpha_2 - \alpha_3)p} = \frac{\delta^2}{\alpha_1 - \alpha_3 + (\alpha_2 - \alpha_3)p} \quad (3.1.17)$$

განვიხილოთ რამდენიმე სხვადასხვა შემთხვევა:

$$1. \quad \alpha_1 \geq \alpha_2 > \alpha_3 > 0 \quad (3.1.18)$$

ანუ გვაქვს ორი ძლიერი ოპოზიცია.

და (3.1.18) გათვალისწინებით $q\delta > 0$. მაშინ (3.1.16)-დან ვღებულობთ

$$\text{sign}\dot{N}_1(t) = \text{sign}(q - N_{10}).$$

ეი, რომ შესრულდეს პირობა (3.1.12), საჭიროა $q > N_{10}$, ანუ

$$\frac{(\alpha_1 - \alpha_3)a - \beta_1}{\alpha_1 - \alpha_3 + p(\alpha_2 - \alpha_3)} > N_{10}$$

$$(\alpha_1 - \alpha_3)a - \beta_1 > (\alpha_1 - \alpha_3)N_{10} + N_{20}(\alpha_2 - \alpha_3)$$

(3.1.6) და (3.1.10) გათვალისწინებით

$$\beta_1 < (\alpha_1 - \alpha_2)N_{20} + (\alpha_1 - \alpha_3)N_{30}.$$

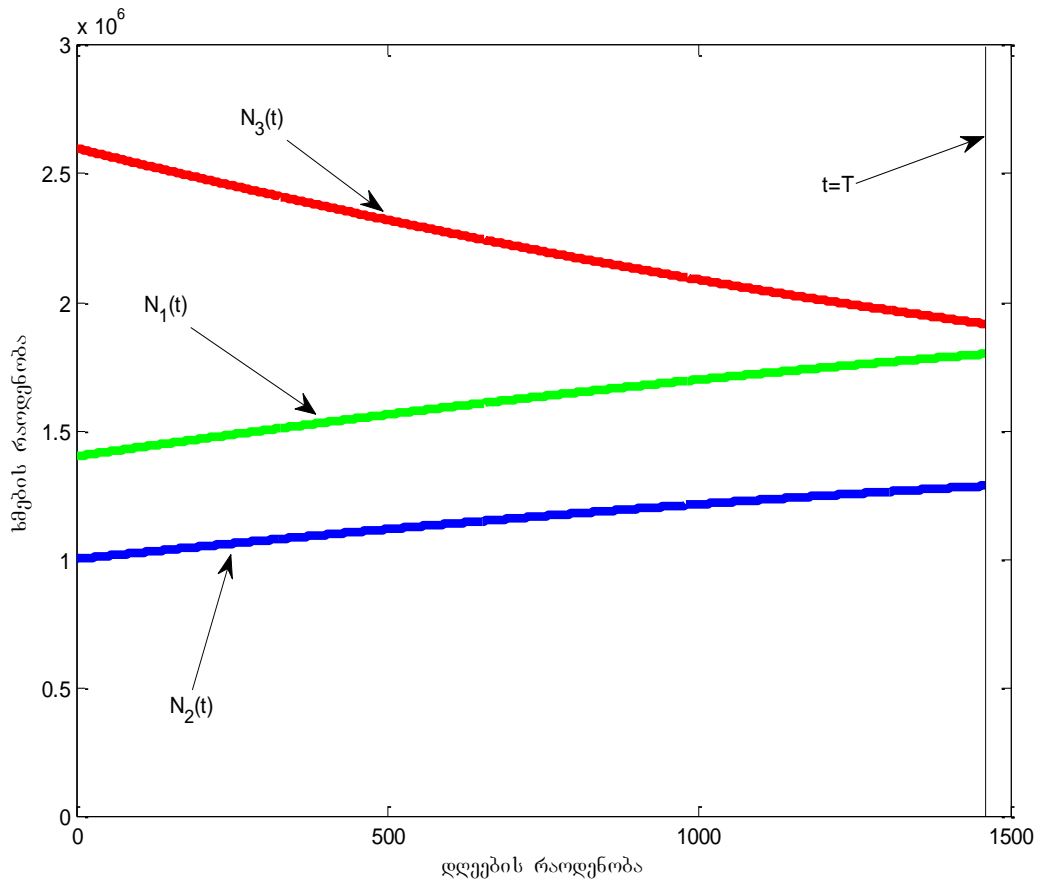
ამავდროულად (3.1.8) დაშვებიდან

$$\beta_1 > (\alpha_1 - \alpha_2)a$$

ესე იგი ამ შემთხვევაში მივიღებთ არატრივიალურ მოდელს, თუ სრულდება შემდეგი პირობა:

$$(\alpha_1 - \alpha_2)a < \beta_1 < (\alpha_1 - \alpha_2)N_{20} + (\alpha_1 - \alpha_3)N_{30}.$$

შესაბამისი გრაფიკული ილუსტრაცია იხილეთ ნახ.3.1.1-ში.



ნახ.3.1.1 $\alpha_1 \geq \alpha_2 > \alpha_3 > 0$

2. $\alpha_1 > \alpha_3, \alpha_2 = \alpha_3$

ამ შემთხვევაში (3.1.17)-დან ვღებულობთ

$$q\delta = \frac{\delta^2}{\alpha_1 - \alpha_3} > 0$$

და ისევ

$$\text{sign}\dot{N}_1(t) = \text{sign}(q - N_{10}) .$$

რომ შესრულდეს პირობა (3.1.12), საჭიროა $q > N_{10}$.

(3.1.14)-დან კი გვაქვს

$$q = \frac{(\alpha_1 - \alpha_3)a - \beta_1}{\alpha_1 - \alpha_3} .$$

განვიხილოთ, როდის სრულდება

$$q = \frac{(\alpha_1 - \alpha_3)a - \beta_1}{\alpha_1 - \alpha_3} > N_{10}$$

$$(\alpha_1 - \alpha_3)a - \beta_1 > (\alpha_1 - \alpha_3)N_{10}.$$

(3.1.6)-ს გათვალისწინებით

$$(\alpha_1 - \alpha_3)(N_{20} + N_{30}) - \beta_1 > 0. \quad (3.1.19)$$

თუ $\alpha_2 = \alpha_3$, (3.1.8)-დან გვაქვს

$$\beta_1 = (\alpha_1 - \alpha_3)a + \beta_2. \quad (3.1.20)$$

იმის გათვალისწინებით, რომ

$$a = N_{10} + N_{20} + N_{30},$$

(3.1.19) - (3.1.20)- დან ვღებულობთ

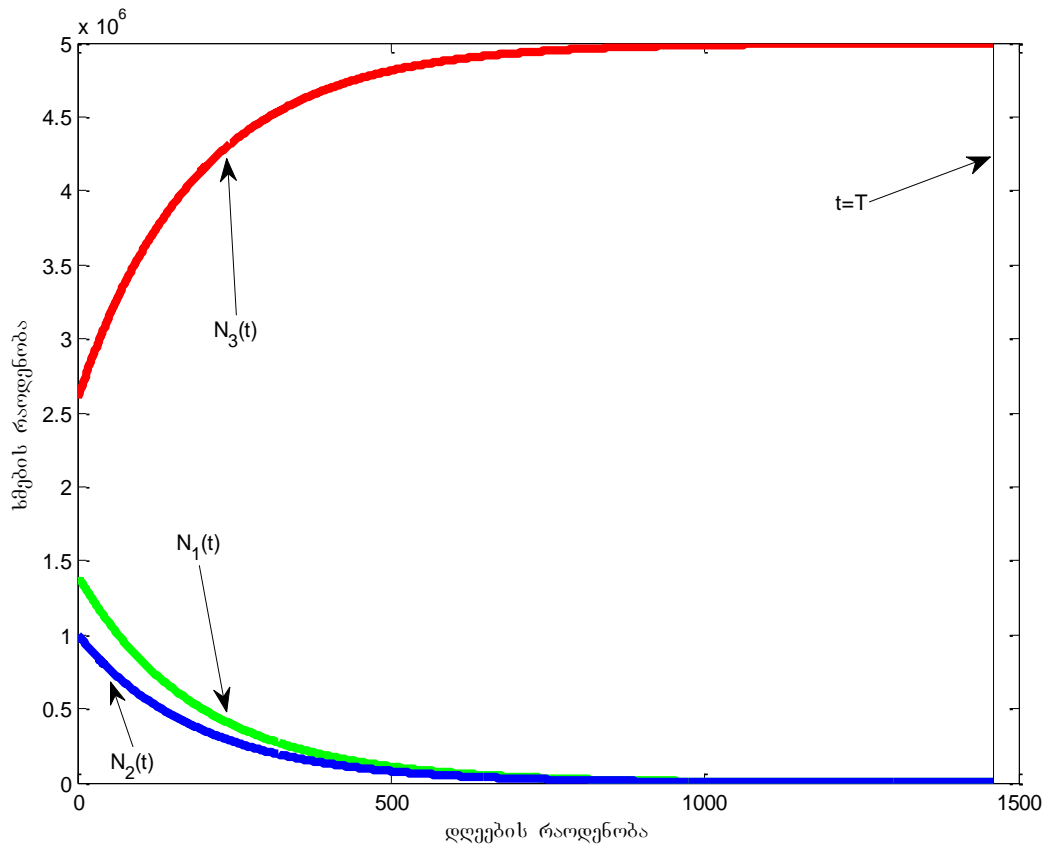
$$(\alpha_1 - \alpha_3)(N_{20} + N_{30}) - [(\alpha_1 - \alpha_3)a + \beta_2] > 0,$$

ანუ

$$-\beta_2 - (\alpha_1 - \alpha_3)N_{10} > 0.$$

წინააღმდეგობამდე მივედით, რაც ნიშნავს, რომ ამ შემთხვევაში არატრივიალურ მოდელს ვერ მივიღებთ.

შესაბამისი გრაფიკული ილუსტრაცია იხილეთ ნახ.3.1.2-ში.



ნახ.3.1.2 $\alpha_1 > \alpha_3, \alpha_2 = \alpha_3$

3. $\alpha_1 > \alpha_3 > \alpha_2$

$$q\delta = \frac{\delta^2}{\alpha_1 - \alpha_3 + (\alpha_2 - \alpha_3)p}$$

$q\delta > 0$ --- ეს პირობა შესრულდება, თუ ვივარაუდებთ, რომ

$$\alpha_1 - \alpha_3 > (\alpha_3 - \alpha_2)p .$$

მაშინ ისევ გვექნება

$$\text{sign}\dot{N}_1(t) = \text{sign}(q - N_{10})$$

და რომ მივიღოთ არატრივიალური მოდელი უნდა შესრულდეს $q > N_{10}$.

ე.ი. ერთდროულად უნდა შესრულდეს შემდეგი პირობები:

$$1) \quad \frac{(\alpha_1 - \alpha_3)a - \beta_1}{\alpha_1 - \alpha_3 + p(\alpha_2 - \alpha_3)} > N_{10}$$

$$2) \quad (\alpha_1 - \alpha_2)a = \beta_1 - \beta_2$$

$$3) \quad \alpha_1 - \alpha_3 > (\alpha_2 - \alpha_3)p$$

განვიხილოთ რამდენადაა ეს შესაძლებელი.

$$(\alpha_1 - \alpha_3)a - \beta_1 > (\alpha_1 - \alpha_3)N_{10} + (\alpha_2 - \alpha_3)pN_{10}$$

$$(\alpha_1 - \alpha_3)a - (\alpha_1 - \alpha_2)a - \beta_2 > (\alpha_1 - \alpha_3)N_{10} + (\alpha_2 - \alpha_3)pN_{10}$$

$$(\alpha_2 - \alpha_3)a - \beta_2 > N_{10}[(\alpha_1 - \alpha_3) + p(\alpha_2 - \alpha_3)].$$

მაგრამ $\alpha_2 > \alpha_3$ და

$$(\alpha_2 - \alpha_3)a - \beta_2 < 0,$$

მაშინ, როდესაც

$$N_{10}[(\alpha_1 - \alpha_3) + p(\alpha_2 - \alpha_3)] > 0.$$

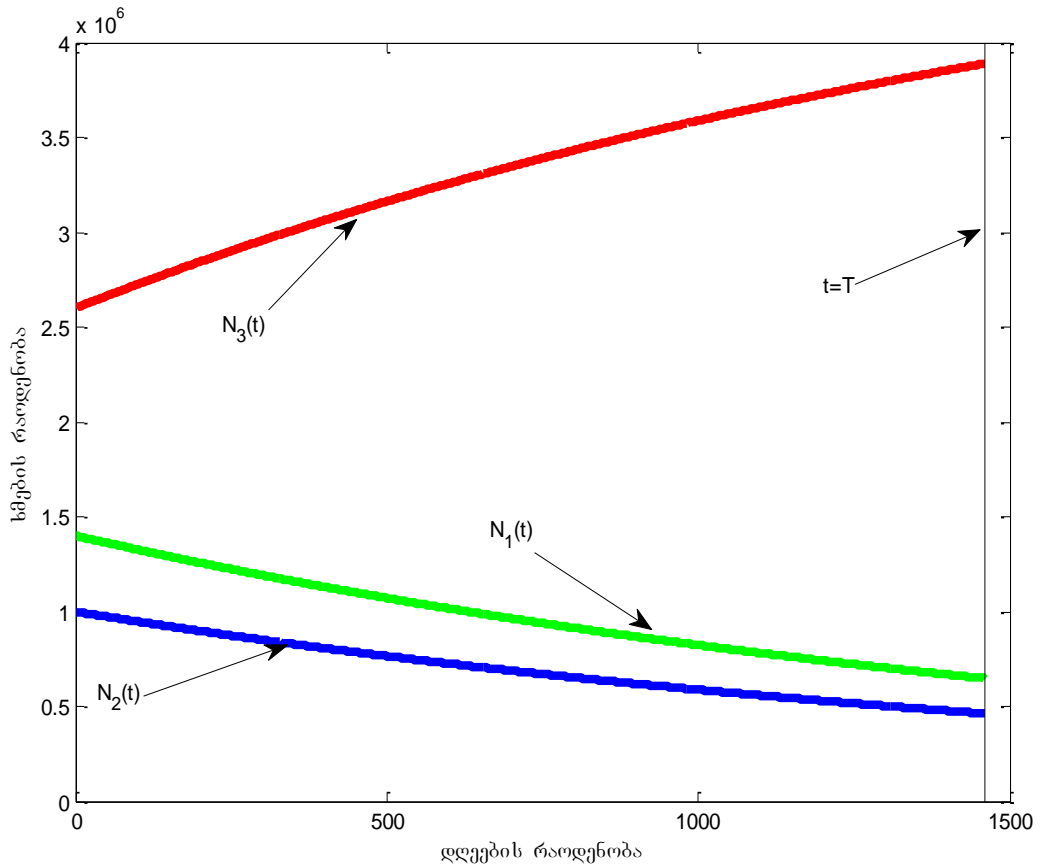
ისევ წინააღმდეგობამდე მივედით, ესე იგი ამ შემთხვევაშიც არ მიიღება არატრივიალური მოდელი.

შესაბამისი გრაფიკული ილუსტრაცია იხილეთ ნახ.3.1.3.

საბოლოოდ, მივედით დასკვნამდე, რომ მოდელი იქნება არატრივიალური მხოლოდ მაშინ, როდესაც სრულდება შემდეგი პირობები ((3.1.8)-ის დაშვების შემთხვევაში) :

$$1. \quad \alpha_1 \geq \alpha_2 > \alpha_3 > 0$$

$$2. \quad (\alpha_1 - \alpha_2)a < \beta_1 < (\alpha_1 - \alpha_2)N_{20} + (\alpha_1 - \alpha_3)N_{30} \quad (3.1.21)$$



ნახ.3.1.3 $\alpha_1 > \alpha_3 > \alpha_2$

§3.2 სამსუბიექტიანი არჩევნების არაწრფივი მოდელი ცვლადი კოეფიციენტებით

განვიხილოთ კოშის ამოცანა (3.1.1), (3.1.2) ზოგად შემთხვევაში, როცა მოდელის პარამეტრები ცვლადებია და ასევე გათვალისწინებულია დემოგრაფიული ცვლილების ფაქტორი [54].

როგორც უკვე იყო ნათქვამი, არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემის (3.1.1), (3.1.2)-ს ამოხსნა საშუალებას გვაძლევს წარმოვაჩინოთ ამომრჩევლების ხმების ცვლილების დინამიკა არჩევნიდან არჩევნებამდე და განვსაზღვროთ საარჩევნო დღეს ამა თუ იმ საარჩევნო სუბიექტების მოსალოდნელი ხმების რაოდენობა ამომრჩევლების 100%-ნი გამოცხადების შემთხვევაში

$(N_1(T), N_2(T), N_3(T))$. ასეთი გამოცხადება არჩევნებზე, ცხადია, არა რეალურია. ამიტომ ამომრჩეველთა გამოცხადების მოსალოდნელ მაჩვენებლის გათვალისწინებით მივიღებთ უფრო ზუსტ შედეგებს.

ასევე გასათვალისწინებელია, რომ ზოგიერთ, ნაკლებად დემოკრატიულ, ქვეყნებში არჩევნების დღეს აქვს ადგილი შედეგების გარკვეულ ფალსიფიცირებას.

შემოთავაზებული მოდელი საშუალებას იძლევა გავითვალისწინოთ ეს პროცესები და მოვახდინოთ შესაბამისი კორექტირება მიღებულ შედეგებზე.

მოდელში განიხილება ცვლადი კოეფიციენტების შემთხვევა, კერძოდ, ვვარაუდობთ, რომ არჩევნებიდან არჩევნებამდე ამომრჩეველების მოზიდვის კოეფიციენტები არიან დროის ექსპონენციალურად ზრდადი ფუნქციები.

$$\alpha_i(t) = \alpha_{i0} e^{\delta_i \frac{t}{T}}, i = \overline{1,3},$$

სადაც

$$\alpha_{i0} > 0, \delta_i > 0, i = \overline{1,3}.$$

ადმინისტრაციული რესურსების გამოყენების ფუნქციებისათვის $\beta_1(t), \beta_2(t)$ და დემოგრაფიული კოეფიციენტებისათვის $\gamma_1(t), \gamma_2(t), \gamma_3(t)$ განვიხილავთ შემთხვევას:

$$\beta_j(t) = \beta_{j0} e^{\delta_j \frac{t}{T}}, \beta_j > 0, \delta_j > 0, j = \overline{1,2}.$$

$$\gamma_i(t) = \gamma_{i0} e^{\delta_i \frac{t}{T}}, \delta_i > 0, i = \overline{1,3}.$$

მაშინ სისტემა (3.1.1) მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = N_1(t) \left((\alpha_{10} e^{\delta_1 \frac{t}{T}} - \alpha_{20} e^{\delta_2 \frac{t}{T}}) N_2(t) + (\alpha_{10} e^{\delta_1 \frac{t}{T}} - \alpha_{30} e^{\delta_3 \frac{t}{T}}) N_3(t) - \beta_{10} e^{\delta_1 \frac{t}{T}} + \gamma_{10} e^{\delta_1 \frac{t}{T}} \right) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = N_2(t) \left((\alpha_{20} e^{\delta_2 \frac{t}{T}} - \alpha_{10} e^{\delta_1 \frac{t}{T}}) N_1(t) + (\alpha_{20} e^{\delta_2 \frac{t}{T}} - \alpha_{30} e^{\delta_3 \frac{t}{T}}) N_3(t) - \beta_{20} e^{\delta_2 \frac{t}{T}} + \gamma_{20} e^{\delta_2 \frac{t}{T}} \right) \\ \frac{dN_3(t)}{dt} = N_3(t) \left((\alpha_{30} e^{\delta_3 \frac{t}{T}} - \alpha_{10} e^{\delta_1 \frac{t}{T}}) N_1(t) + (\alpha_{30} e^{\delta_3 \frac{t}{T}} - \alpha_{20} e^{\delta_2 \frac{t}{T}}) N_2(t) + \gamma_{30} e^{\delta_3 \frac{t}{T}} \right) + \beta_{10} e^{\delta_1 \frac{t}{T}} N_1(t) + \beta_{20} e^{\delta_2 \frac{t}{T}} N_2(t) \end{cases}$$

შემოვილოთ აღნიშვნები:

k_1 -- ფარდობითი მნიშვნელობა პირველი ოპოზიციურ პარტიის ამომრჩევლების საერთო რაოდენობიდან, რომლებიც მოვიდნენ არჩევნებზე და ხმა მისცეს ამ პარტიას;

k_2 -- ფარდობითი მნიშვნელობა მეორე ოპოზიციურ პარტიის ამომრჩევლების საერთო რაოდენობიდან, რომლებიც მოვიდნენ არჩევნებზე და ხმა მისცეს ამ პარტიას;

k_3 -- ფარდობითი მნიშვნელობა მმართველი პარტიის ამომრჩევლების საერთო რაოდენობიდან, რომლებიც მოვიდნენ არჩევნებზე და ხმა მისცეს თავის პარტიას;

f_1 -- ფალსიფიცირების ფარდობითი პირველი მნიშვნელობა არჩევნების დღეს, ანუ ფარდობითი მნიშვნელობა პირველი ოპოზიციური პარტიის გაფუჭებული (ფალსიფიცირებული) ბიულეტენების ამ პარტიის მხარდამჭერთა ბიულეტენების საერთო რაოდენობიდან.

f_2 -- ფალსიფიცირების ფარდობითი მეორე მნიშვნელობა არჩევნების დღეს, ანუ ფარდობითი მნიშვნელობა მეორე ოპოზიციური პარტიის გაფუჭებული (ფალსიფიცირებული) ბიულეტენების ამ პარტიის მხარდამჭერთა ბიულეტენების საერთო რაოდენობიდან.

ზემოთ აღნიშნული ფაქტორების გათვალისწინებით მიღებულია რიცხვითი ამოხსნები. გამოთვლებისათვის გამოყენებულ იქნა პროგრამული გარემო MATLAB.

§3.3 სამსუბიექტიანი არჩევნების ზოგადი მათემატიკური მოდელების კომპიუტერული მოდელირება

განვიხილავთ ორ შემთხვევას: როცა ფალსიფიცირებას არჩევნების დღეს არა აქვს ადგილი და ასევე, როცა არჩევნები ტარდება გარკვეული ფალსიფიცირებით.

მიღებული რიცხვითი შედეგები ფალსიფიცირებით და ფალსიფიცირების გარეშე შეიძლება დავახარისხოთ რამდენიმე განსხვავებულ შედეგებად (მოდელებად) [54].

განვიხილოთ პირველი შემთხვევა, როცა ფალსიფიცირებას არჩევნების დღეს არ ჰქონდა ადგილი, ანუ

$$f_1 = f_2 = 0.$$

1) $k_1 > k_2 > k_3$, ანუ ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს პირველ ოპოზიციურ პარტიას მეტია, ვიდრე ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს მეორე ოპოზიციურ პარტიას და შესაბამისად მეტია, ვიდრე ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს მმართველ პარტიას;

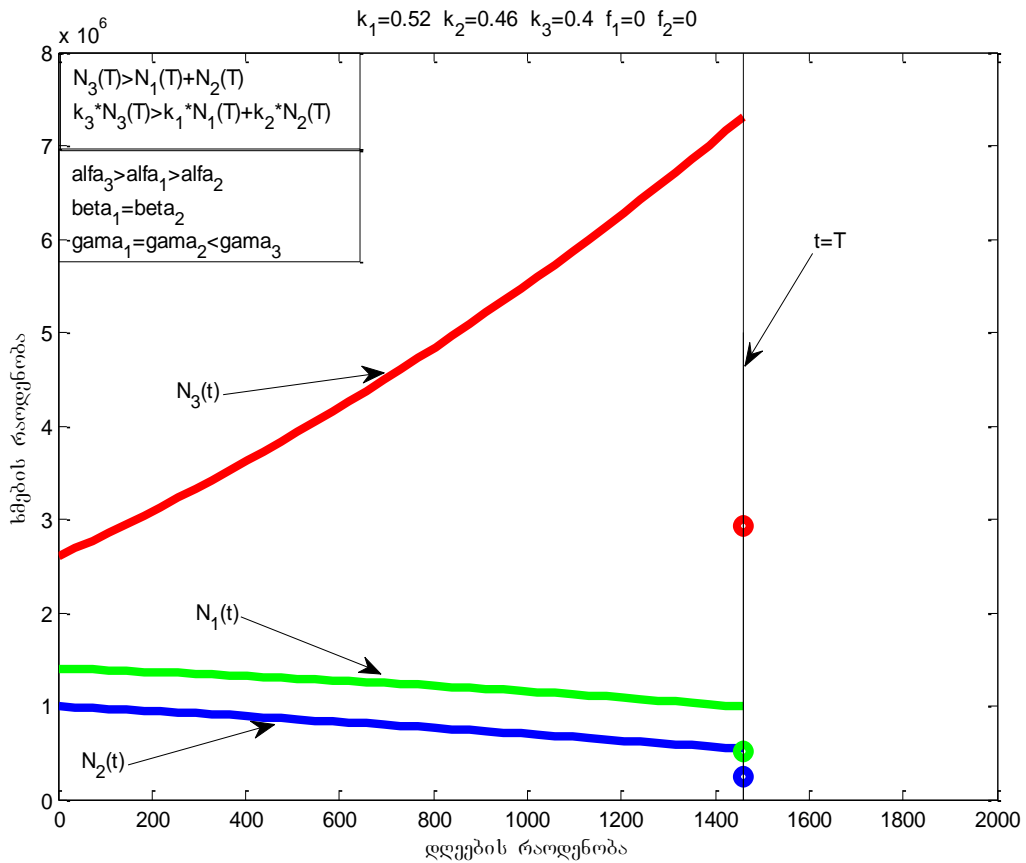
$\alpha_{30} > \alpha_{10} > \alpha_{20}$, ანუ მმართველი პარტიის აქტიურობა მეტია, ვიდრე ოპოზიციური პარტიების.

პარტიის აქტიურობაში იგულისხმება, რომ წინა საარჩევნო პერიოდში პარტიამ მოიზიდა უფრო მეტი ფინანსური შესაძლებლობები, აქვს უფრო ძლიერი სამოქმედო პროგრამა და შესაბამისად უფრო ფართოდ აწარმოებს სააგიტაციო კომპანიას, ვიდრე მისი მოწინააღმდეგეები.

$N_3(T) > N_1(T) + N_2(T)$ -- მმართველი პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობა არჩევნების მომენტისთვის მეტია ოპოზიციური პარტიების ამომრჩეველთა ჯამურ რაოდენობაზე. უტოლობის ამოხსნის შედეგად ვპოულობთ ისეთ $k_3^* = \min k_3$, რომლის დროსაც

$$k_3^* N_3(T) > k_1 N_1(T) + k_2 N_2(T).$$

ე.ი. ვეძებთ, მმართველი პარტიის რამდენი უმცირესი ხმების ფარდობითი რაოდენობაა საკმარისი არჩევნების მოსაგებად, ფიქსირებულ ფარდობით მნიშვნელობებს ოპოზიციურ პარტიების მომხრეთა რაოდენობის შემთხვევაში (იხილეთ ნახ.3.3.1).



ნახ.3.3.1

შესაბამისი ფერის წერტილები შეესაბამება არჩევნების დღეს მიღებული ხმების რეალურ რაოდენობას.

ამ გრაფიკზე, როგორც ყველა მომდევნო გრაფიკებზე, წითელი წირი შეესაბამება მმართველი პარტიის ამომრჩეველთა ხმების ცვლილების დინამიკას, ხოლო მწვანე და ლურჯი ფერის წირები - ოპოზიციური პარტიების ამომრჩეველთა ხმების ცვლილების დინამიკას; შესაბამისი ფერის წერტილები შეესაბამება არჩევნების დღეს მიღებული ხმების რეალურ რაოდენობას;

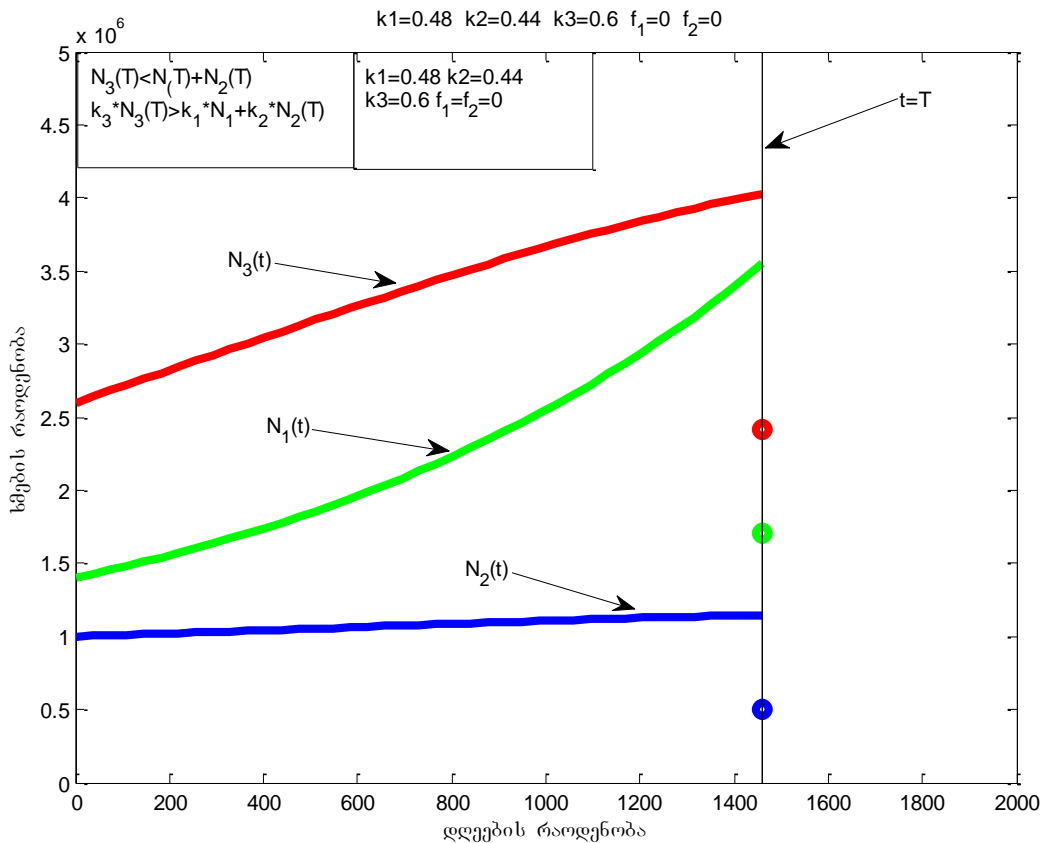
- 2) $k_3 > k_1 > k_2$, ანუ ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს მმართველ პარტიას მეტია, ვიდრე ფარდობითი მნიშვნელობები ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს ოპოზიციურ პარტიებს.

$\alpha_{10} > \alpha_{20} > \alpha_{30}$, ანუ ოპოზიციური პარტიების აქტიურობა მეტია, ვიდრე მმართველი პარტიის;

$N_3(T) < N_1(T) + N_2(T)$ -- მმართველი პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობა არჩევნების მომენტისთვის ნაკლებია ოპოზიციური პარტიების ამომრჩეველთა ჯამურ რაოდენობაზე. უტოლობის ამოხსნის შედეგად ვპოულობთ ისეთ $k_3^* = \min k_3$, რომლის დროსაც

$$k_3^* N_3(T) > k_1 N_1(T) + k_2 N_2(T).$$

ე.ი. ვეძებთ რამდენი უმცირესი მმართველი ხმების ფარდობითი რაოდენობაა საჭირო არჩევნების მოსაგებად, ფიქსირებულ ფარდობით მნიშვნელობებს ოპოზიციურ პარტიების მომხრეთა რაოდენობის შემთხვევაში (იხილეთ ნახ.3.3.2).



ნახ.3.3.2

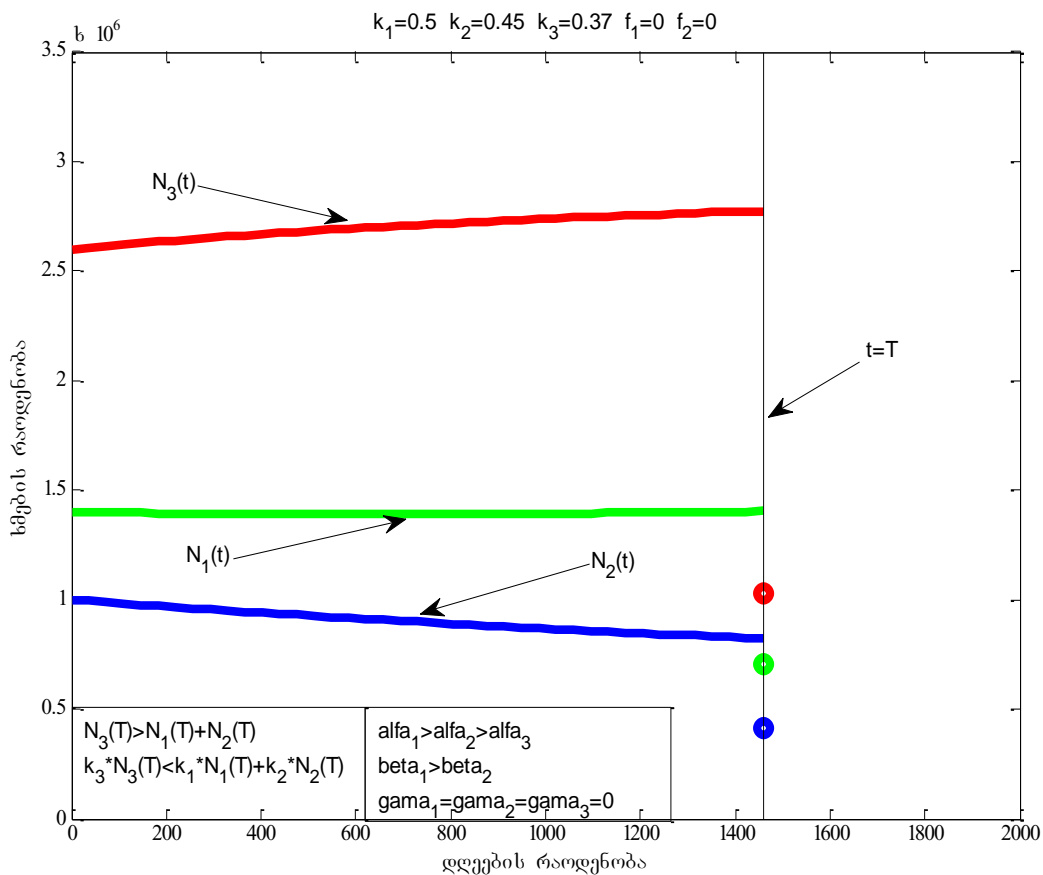
შესაბამისი ფერის წერტილები შეესაბამება არჩევნების დღეს მიღებული ხმების რეალურ რაოდენობას.

3) $k_1 > k_2 > k_3$, ანუ ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს ოპოზიციურ პარტიებს მეტია, ვიდრე ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს მმართველ პარტიას; $\alpha_{10} > \alpha_{20} > \alpha_{30}$, ანუ ოპოზიციური პარტიები უფრო აქტიურები არიან , ვიდრე მმართველი პარტია;

$N_3(T) > N_1(T) + N_2(T)$ -- მმართველი პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობა არჩევნების მომენტისთვის მეტია ოპოზიციური პარტიების ამომრჩეველთა ჯამურ რაოდენობაზე. უტოლობის ამოხსნის შედეგად ვპოულობთ ისეთ $k_1^* = \min k_1, k_2^* = \min k_2$, რომ

$$k_3 N_3(T) < k_1^* N_1(T) + k_2^* N_2(T).$$

ე.ი. ვეძებთ, ფიქსირებულ ფარდობით მნიშვნელობის მმართველ პარტიის მომხრეთა რაოდენობის შემთხვევაში, რამდენი უმცირესი ოპოზიციური ხმების ფარდობითი რაოდენობაა საჭირო, რათა მმართველმა პარტიამ წააგოს არჩევნები (იხილეთ ნახ.3.3.3).



ნახ.3.3.3

შესაბამისი ფერის წერტილები შეესაბამება არჩევნების დღეს მიღებული ხმების რეალურ რაოდენობას.

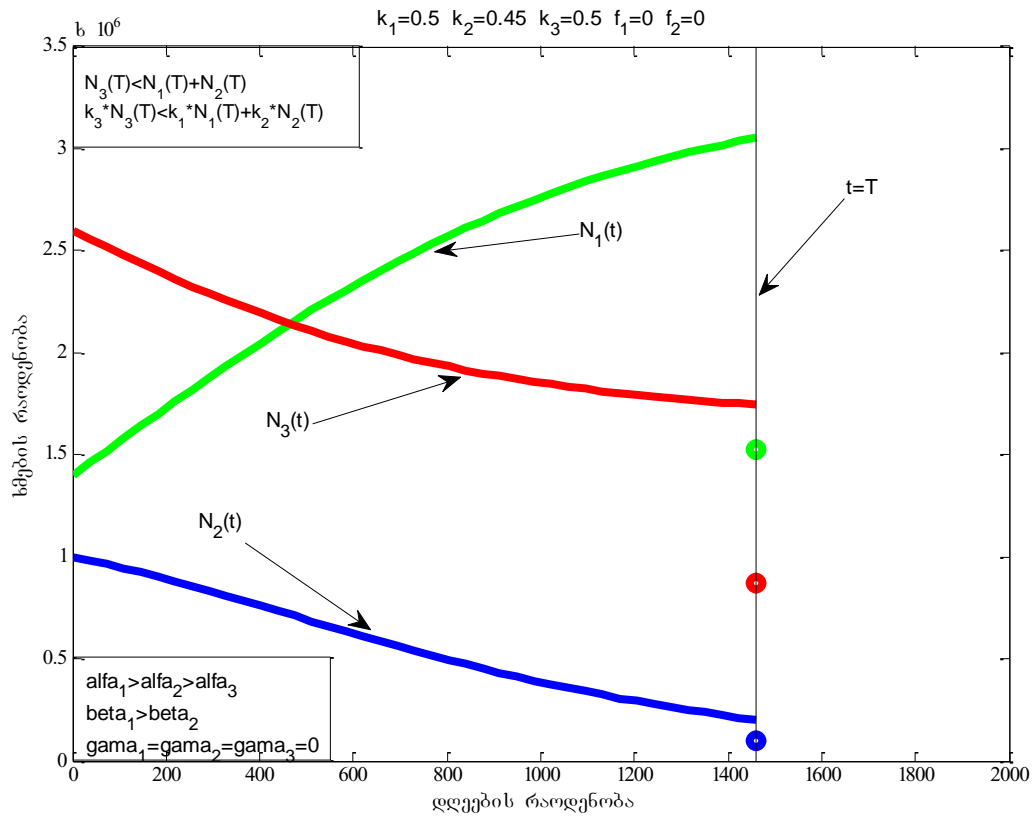
4) $k_1 = k_3 > k_2$, ანუ მიცემული ხმების რაოდენობის ფარდობითი მნიშვნელობა პირველ ოპოზიციურ და მმართველ პარტიისთვის ერთნაირია, მეორე ოპოზიციური პარტიისთვის კი ამომრჩეველთა მოსვლის ფარდობითი მნიშვნელობა ნაკლებია.

$\alpha_{10} > \alpha_{20} > \alpha_{30}$, ანუ ოპოზიციური პარტიები უფრო აქტიურები არიან , ვიდრე მმართველი პარტია;

$N_3(T) < N_1(T) + N_2(T)$ -- მმართველი პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობა არჩევნების მომენტისთვის ნაკლებია ოპოზიციური პარტიების ამომრჩეველთა ჯამურ რაოდენობაზე. ვპოულობთ ისეთ $k_1^* = \min k_1, k_2^* = \min k_2$, რომ

$$k_3 N_3(T) < k_1^* N_1(T) + k_2^* N_2(T).$$

ე.ი. ვეპებთ, რამდენი უმცირესი ოპოზიციური ხმების ფარდობითი რაოდენობაა საჭირო, რათა შეინარჩუნონ თავისი უპირატესობა და მოიგონ არჩევნები (ფიქსირებულ ფარდობით მნიშვნელობის მმართველ პარტიის მომხრეთა რაოდენობის შემთხვევაში) (იხილეთ ნახ.3.3.4).



ნახ.3.3.4

შესაბამისი ფერის წერტილები შეესაბამება არჩევნების დღეს მიღებული ხმების რეალურ რაოდენობას.

- 5) $k_1 > k_2 > k_3$, ანუ ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს პირველ ოპოზიციურ პარტიას მეტია, ვიდრე ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს მეორე ოპოზიციურ პარტიას და შესაბამისად მეტია, ვიდრე ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს მმართველ პარტიას;

$\alpha_{10} > \alpha_{20} > \alpha_{30}$, ანუ ოპოზიციური პარტიების აქტიურობა მეტია, ვიდრე მმართველი პარტიის;

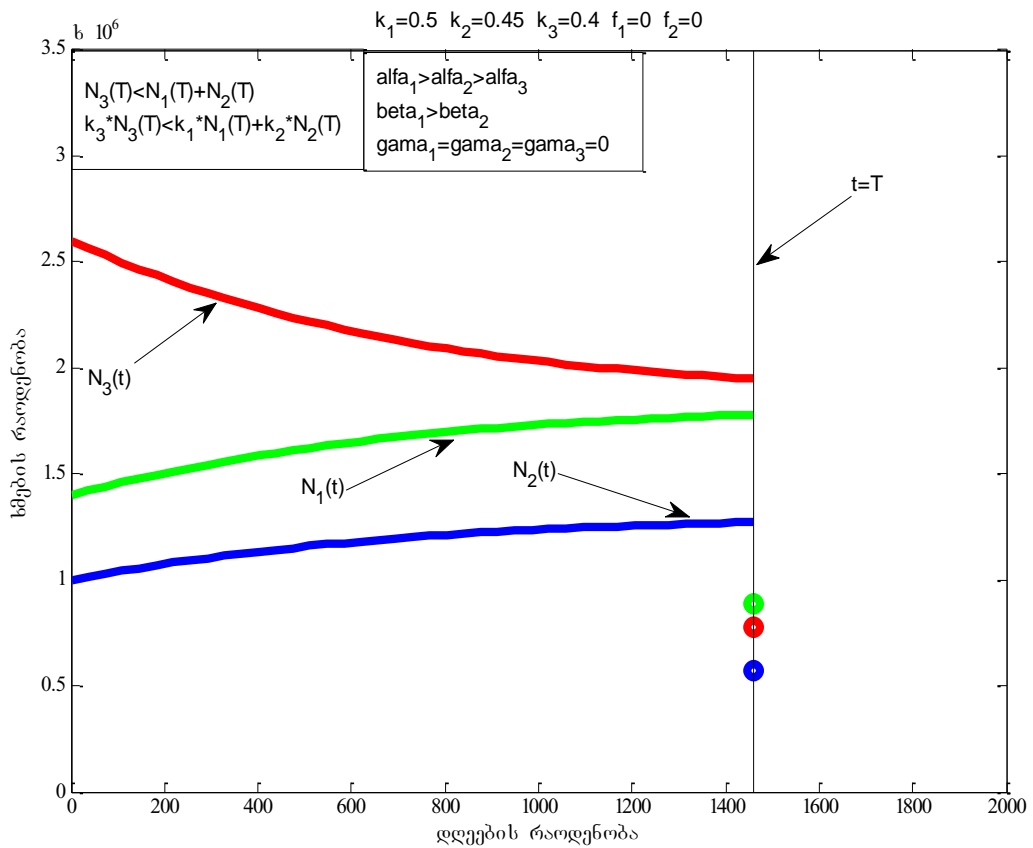
$N_3(T) < N_1(T) + N_2(T)$ -- მმართველი პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობა არჩევნების მომენტისთვის ნაკლებია ოპოზიციური პარტიების ამომრჩეველთა ჯამურ რაოდენობაზე. ვპოულობთ ისეთ $k_1^* = \min k_1, k_2^* = \min k_2$, რომ

$$k_3 N_3(T) < k_1^* N_1(T) + k_2^* N_2(T).$$

ე.ი. ვეძებთ, რამდენი უმცირესი ოპოზიციური ხმების ფარდობითი რაოდენობაა საჭირო, რათა შეინარჩუნონ თავისი უპირატესობა და მოიგონ არჩევნები (ფიქსირებულ ფარდობით მნიშვნელობის მმართველ პარტიის მომხრეთა რაოდენობის შემთხვევაში) (იხილეთ ნახ.3.3.5).

ებლა კი განვიხილოთ სხვა შემთხვევა, როცა არჩევნების დროს გამოყენებულ იქნა ფალსიფიცირება

$$f_1 > 0, f_2 > 0.$$



ნახ.3.3.5

შესაბამისი ფერის წერტილები შეესაბამება არჩევნების დღეს მიღებული ხმების რეალურ რაოდენობას.

- 6) $k_1 > k_2 = k_3$, ანუ ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს პირველ ოპოზიციურ პარტიას მეტია, ვიდრე ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს მეორე ოპოზიციურ პარტიას, და ვიდრე ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს მმართველ პარტიას; $\alpha_{10} > \alpha_{20} = \alpha_{30}$, ანუ პირველი ოპოზიციური პარტიის აქტიურობა მეტია, ვიდრე აქტიურობა მეორე ოპოზიციურ და მმართველ პარტიებისა; $N_3(T) > N_1(T) + N_2(T)$ -- მმართველი პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობა არჩევნების მომენტისთვის მეტია ოპოზიციური პარტიების ამომრჩეველთა

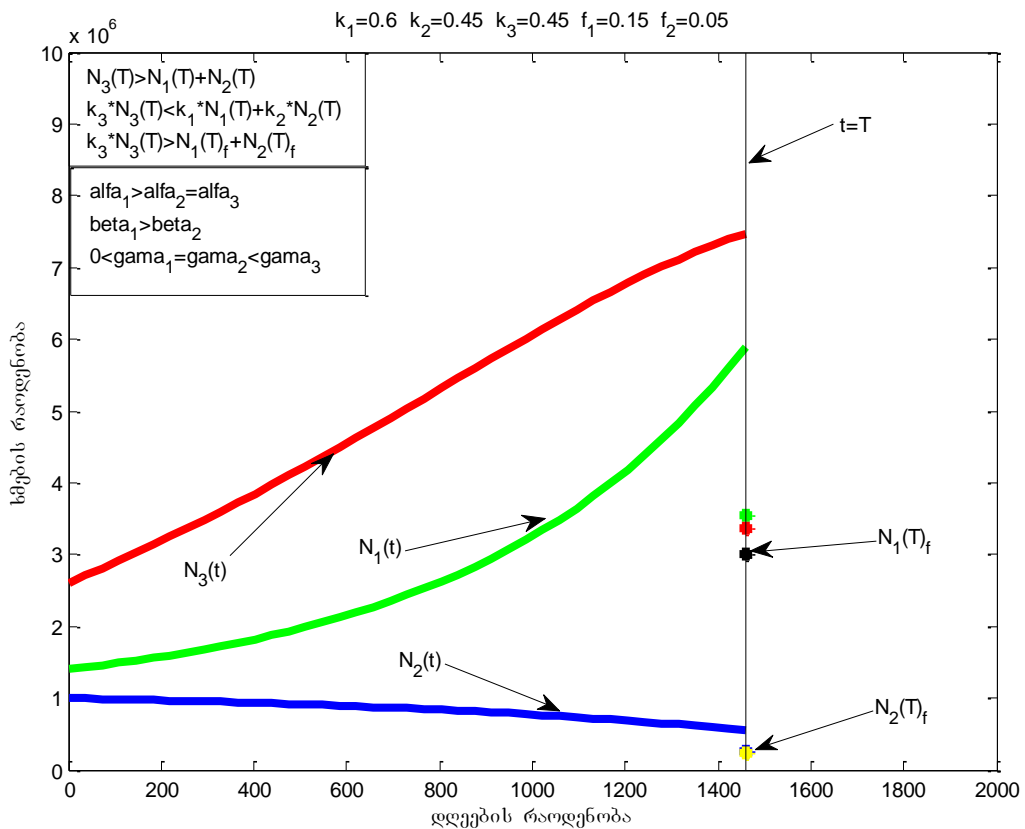
ჯამურ რაოდენობაზე. მაგრამ, ოპოზიციური პარტიის ამომრჩევლების მეტი აქტიურობის გამო ($k_1 > k_2 = k_3$) გვექნება:

$$k_3 N_3(T) < k_1 N_1(T) + k_2 N_2(T),$$

რაც ნიშნავს ოპოზიციური პარტიების უპირატესობას არჩევნებზე. უტოლობის ამოხსნით ვპოულობთ ისეთ $f_1^* = \min f_1, f_2^* = \min f_2$, რომლებისთვის

$$k_3 N_3(T) > k_1(1 - f_1^*) N_1(T) + k_2(1 - f_2^*) N_2(T).$$

ე.ი. განვსაზღვრავთ თუ რა მინიმალური ფალსიფიცირების შეფარდებითი მნიშვნელობაა საჭირო, რათა მმართველმა პარტიამ მაინც მოიგოს არჩევნები (ცნობილი k_1, k_2 და k_3 -ს შემთხვევაში) (იხილეთ ნახ.3.3.6).



ნახ.3.3.6

შესაბამისი ფერის წერტილები შეესაბამება არჩევნების დღეს მიღებული ხმების რეალურ რაოდენობას, ხოლო $N_1(T)_f$ და $N_2(T)_f$ წერტილებით აღნიშნულია შედეგი ფალსიფიცირების შემდეგ.

7) $k_3 > k_1 > k_2$, ანუ ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს მმართველ პარტიას მეტია, ვიდრე ფარდობითი მნიშვნელობები ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს ოპოზიციურ პარტიებს.

$\alpha_{10} > \alpha_{20} > \alpha_{30}$, ანუ ოპოზიციური პარტიების აქტიურობა მეტია, ვიდრე მმართველი პარტიის;

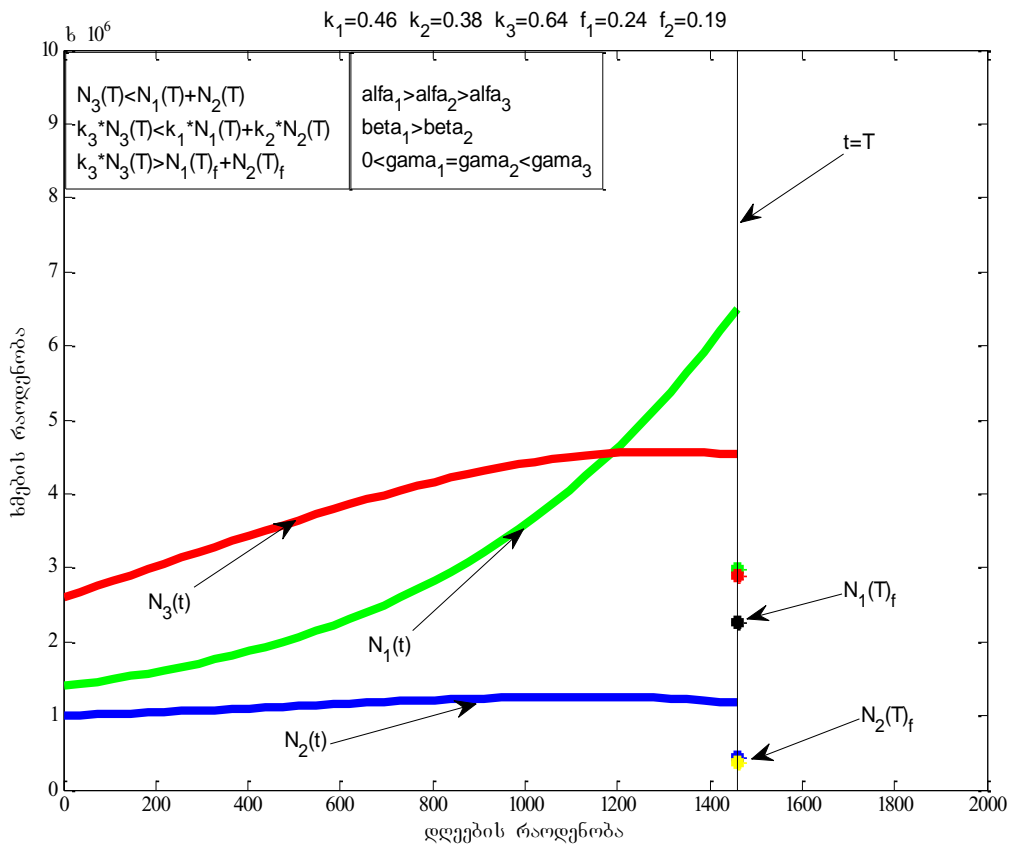
$N_3(T) < N_1(T) + N_2(T)$ -- მმართველი პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობა არჩევნების მომენტისთვის ნაკლებია ოპოზიციური პარტიების ამომრჩეველთა ჯამურ რაოდენობაზე. მიუხედავად მმართველი პარტიის ამომრჩევლების მეტი აქტიურობის გამო ($k_3 > k_1 > k_2$) გვექნება:

$$k_3 N_3(T) < k_1 N_1(T) + k_2 N_2(T),$$

რაც ნიშნავს არჩევნებზე მმართველი პარტიის შესაძლო დამარცხებას. უტოლობის ამოხსნის გზით ვპოულობთ $f_1^* = \min f_1, f_2^* = \min f_2$, რომლებიც აკმაყოფილებენ პირობას

$$k_3 N_3(T) > k_1 (1 - f_1^*) N_1(T) + k_2 (1 - f_2^*) N_2(T).$$

ე.ი. განვსაზღვრავთ თუ რა მინიმალური ფალსიფიცირების შეფარდებითი მნიშვნელობაა საჭირო, რათა მმართველმა პარტიამ უზრუნველყოს არჩევნებზე გამარჯვება (ცნობილი k_1, k_2 და k_3 -ს შემთხვევაში) (იხილეთ ნახ.3.3.7).



შესაბამისი ფერის წერტილები შეესაბამება არჩევნების დღეს მიღებული ხმების რეალურ რაოდენობას, ხოლო $N_1(T)_f$ და $N_2(T)_f$ წერტილებით აღნიშნულია შედეგი ფალსიფიცირების შემდეგ.

8) $k_1 > k_2 > k_3$, ანუ ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს პირველ ოპოზიციურ პარტიას მეტია, ვიდრე ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს მეორე ოპოზიციურ პარტიას და შესაბამისად მეტია, ვიდრე ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს მმართველ პარტიას;

$\alpha_{10} > \alpha_{20} > \alpha_{30}$, ანუ ოპოზიციური პარტიების აქტიურობა მეტია, ვიდრე მმართველი პარტიის;

$N_3(T) > N_1(T) + N_2(T)$ -- მმართველი პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობა არჩევნების მომენტისთვის მეტია ოპოზიციური პარტიების ამომრჩეველთა

ჯამურ რაოდენობაზე. მაგრამ, ოპოზიციური პარტიის ამომრჩევლების მეტი აქტიურობის გამო ($k_1 > k_2 > k_3$) გვექნება:

$$k_3 N_3(T) < k_1 N_1(T) + k_2 N_2(T),$$

რაც ნიშნავს ოპოზიციური პარტიების უპირატესობას არჩევნებზე. უტოლობის ამოხსნით ვპოულობთ ისეთ $f_1^* = \min f_1, f_2^* = \min f_2$, რომლებისთვისაც

$$k_3 N_3(T) > k_1(1 - f_1^*) N_1(T) + k_2(1 - f_2^*) N_2(T).$$

ე.ი. განვსაზღვრავთ თუ რა მინიმალური ფალსიფიცირების შეფარდებითი მნიშვნელობაა საჭირო, რათა მმართველმა პარტიამ მოიგოს არჩევნები (ცნობილი k_1, k_2 და k_3 -ს შემთხვევაში) (იხილეთ ნახ.3.3.8).

- 9) $k_1 > k_3 > k_2$, ანუ ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს პირველ ოპოზიციურ პარტიას მეტია, ვიდრე ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს მმართველ პარტიას და შესაბამისად მეტია, ვიდრე ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს მეორე ოპოზიციურ პარტიას;

$\alpha_{10} > \alpha_{20} > \alpha_{30}$, ანუ ოპოზიციური პარტიების აქტიურობა მეტია, ვიდრე მმართველი პარტიის;

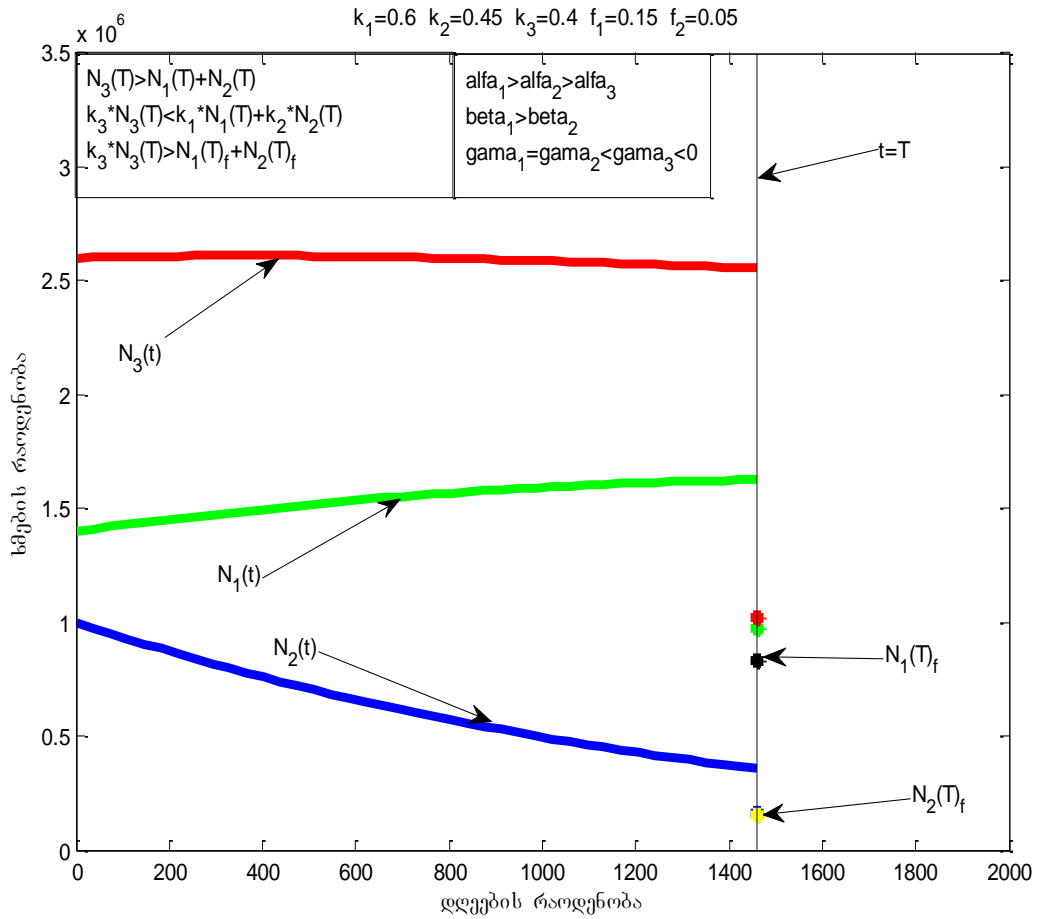
$N_3(T) < N_1(T) + N_2(T)$ -- მმართველი პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობა არჩევნების მომენტისთვის ნაკლებია ოპოზიციური პარტიების ამომრჩეველთა ჯამურ რაოდენობაზე. მმართველი პარტიის ამომრჩევლების არასაკმარისი აქტიურობის გამო ($k_1 > k_3 > k_2$)

$$k_3 N_3(T) < k_1 N_1(T) + k_2 N_2(T),$$

რაც ნიშნავს არჩევნების დროს ოპოზიციური პარტიების უპირატესობას. ამ შემთხვევაში ოპოზიციურ პარტიებმა უნდა იარონ გააქტიურების გზით - გაზარდონ კოეფიციენტები α_1, α_2 რათა, შესაძლო ფალსიფიცირების შემთხვევაში ($f_1 > 0, f_2 > 0$), მიაღწიონ საბოლოო გამარჯვებას არჩევნებზე

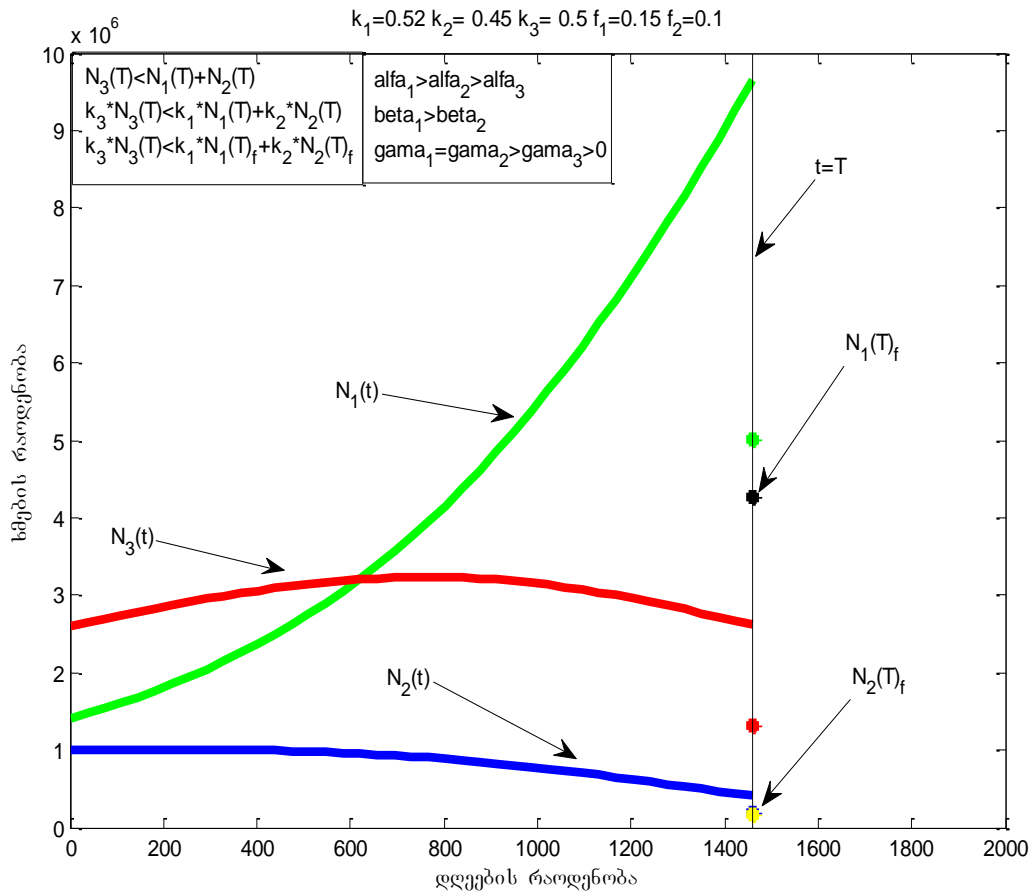
$$k_3 N_3(T) < k_1(1 - f_1)N_1(T) + k_2(1 - f_2)N_2(T)$$

(იხილეთ ნახ.3.3.9).



ნახ.3.3.8

შესაბამისი ფერის წერტილები შეესაბამება არჩევნების დღეს მიღებული ხმების რეალურ რაოდენობას, ხოლო $N_1(T)_f$ და $N_2(T)_f$ წერტილებით აღნიშნულია შედეგი ფალსიფიცირების შემდეგ.



ნახ.3.3.9

შესაბამისი ფერის წერტილები შეესაბამება არჩევნების დღეს მიღებული ხმების რეალურ რაოდენობას, ხოლო $N_1(T)_f$ და $N_2(T)_f$ წერტილებით აღნიშნულია შედეგი ფალსიფიცირების შემდეგ.

10) $k_1 > k_2 > k_3$, ანუ ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს პირველ ოპოზიციურ პარტიას მეტია, ვიდრე ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს მეორე ოპოზიციურ პარტიას და შესაბამისად მეტია, ვიდრე ფარდობითი მნიშვნელობა ამომრჩევლების მთელი რაოდენობიდან, რომლებმაც არჩევნების დღეს ხმა მისცეს მმართველ პარტიას;

$\alpha_{10} = \alpha_{20} > \alpha_{30}$, ანუ ოპოზიციური პარტიების აქტიურობა მეტია, ვიდრე მმართველი პარტიის აქტიურობა;

$N_3(T) > N_1(T) + N_2(T)$ -- მმართველი პარტიის ამომრჩეველთა რაოდენობა არჩევნების მომენტისთვის მეტია ოპოზიციური პარტიების ამომრჩეველთა ჯამურ რაოდენობაზე. მაგრამ, ოპოზიციური პარტიების ამომრჩეველების მეტი აქტიურობის გამო ($k_1 > k_2 > k_3$) გვექნება:

$$k_3 N_3(T) < k_1 N_1(T) + k_2 N_2(T),$$

რაც ნიშნავს ოპოზიციური პარტიების უპირატესობას არჩევნებზე. მოცემული f_1, f_2 კოეფიციენტების შემთხვევაში ვპოულობთ ისეთ $k_1^* = \min k_1$ და $k_2^* = \min k_2$, რომლებიც აკმაყოფილებენ პირობას

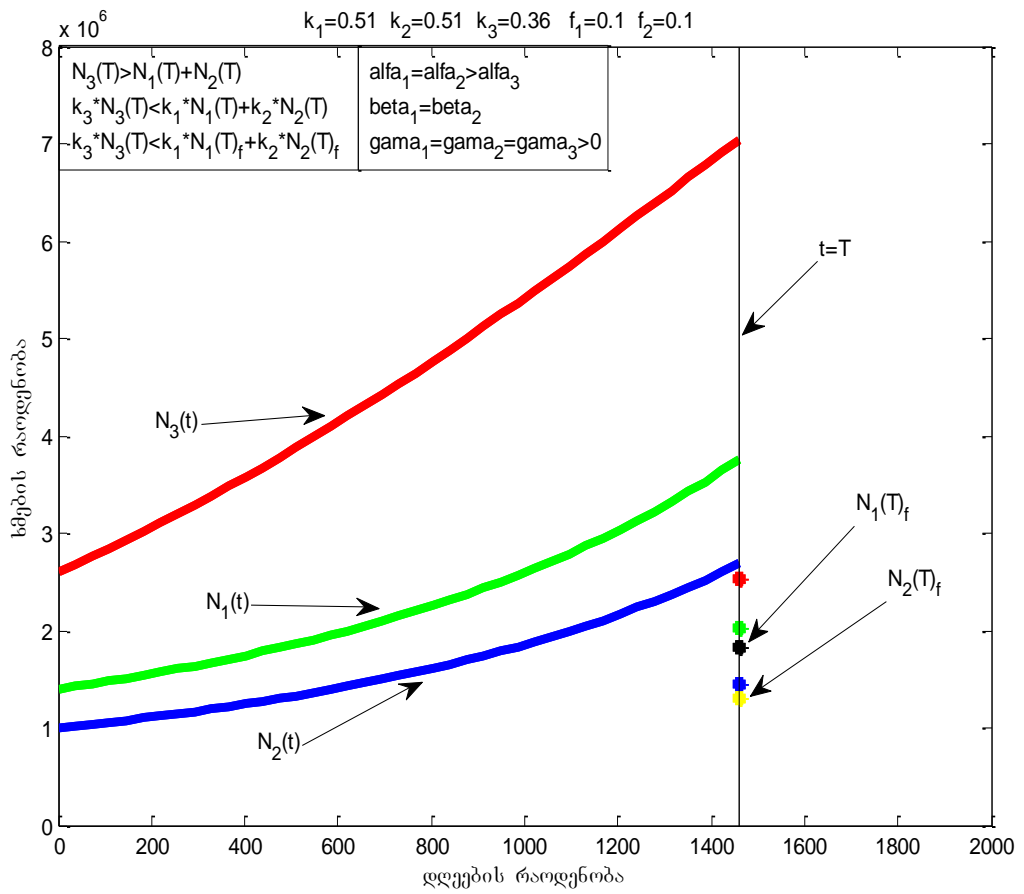
$$k_3 N_3(T) < k_1^* (1 - f_1) N_1(T) + k_2^* (1 - f_2) N_2(T).$$

ანუ წინასწარ ცნობილ შესაძლო რეალურთან მიახლოებულ ფალსიფიცირების შემთხვევაში განვსაზღვრავთ ოპოზიციური პარტიებიდან ამომრჩეველთა მოსვლის ფარდობით უმცირეს მნიშვნელობას, რათა ოპოზიციამ მიაღწიოს საბოლოო გამარჯვებას არჩევნებზე (იხილეთ ნახ.3.3.10).

ამ თავში განხილული იქნა სამი საარჩევნო სუბიექტის (მმართველი და ორი ოპოზიციური პარტიის, ბლოკის, კოალიციის) არჩევნების არაწრფივი მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელი, რომელიც საშუალებას გვაძლევს განვსაზღვროთ პოლიტიკური სუბიექტების მომხრეთა რაოდენობის დინამიკა პერიოდში არჩევნებიდან არჩევნებამდე მოდელის ყველა კოეფიციენტების ცვალებადობის გათვალისწინებით.

მოდელში გათვალისწინებულია დემოგრაფიული ფაქტორი, არჩევნებზე ამომრჩეველების გამოცხადების სხვადასხვა მაჩვენებელი და ოპოზიციური პარტიის ხმების გარკვეული გაყალბება არჩევნების დღეს.

აღწერილ მათემატიკურ და კომპიუტერულ მოდელს აქვს როგორც თეორიული, ასევე პრაქტიკული მნიშვნელობა. პოლიტიკურ ოპონენტებს (ხელისუფლებას და ოპოზიციას) შეუძლიათ ფართოდ გამოიყენონ მიღებული შედეგები: აირჩიონ სტრატეგია, გათვალონ თავისი შესაძლებლობები, ანუ პარამეტრები, სასურველი მიზნის მისაღწევად.



ნახ.3.3.10

შესაბამისი ფერის წერტილები შეესაბამება არჩევნების დღეს მიღებული ხმების რეალურ რაოდენობას, ხოლო $N_1(T)_f$ და $N_2(T)_f$ წერტილებით აღნიშნულია შედეგი ფალსიფიცირების შემდეგ.

ლიტერატურა

1. ბელთაძე გ., მელაძე ჰ., სხირტლაძე ნ. გადაწყვეტილებათა მიღების თეორიის საფუძვლები და მათი გამოყენება საზოგადოებრივ მეცნიერებებში. თბილისი, თსუ, 2003, 480 გვ.
2. გეგელია თ. მათემატიკური ფიზიკის განტოლებები, ნაკვეთი I, თსუ, 1987, 202 გვ.
3. გეგელია თ. მათემატიკური ფიზიკის განტოლებები, ნაკვეთი II, თსუ, 1989, 206 გვ.
4. მელაძე ჰ., სხირტლაძე ნ. გამოყენებითი მათემატიკის საწყისები. თსუ, თბილისი, 2000, 261 გვ.
5. მელაძე ჰ., სხირტლაძე ნ., ბლიაძე ი., ბოჭორიშვილი რ., წერეთელი პ. მოდელი + ალგორითმი + პროგრამა = ინფორმატიკა. თბილისი, თსუ, 2000.
6. ოზაძე თ. მათემატიკური მოდელირების კურსი (უწყვეტი მათემატიკური მოდელები). თბილისი, 2006, სტუ, 101 გვ.
7. ოზაძე თ., ოზაძე ლ., მაჭარაშვილი ნ., დავითაშვილი ი., თუშიშვილი ნ. მათემატიკური მოდელირების კურსი. ეკონომიკის MATHCAD -ის და MATLAB - ის ბაზაზე (II ტომი), თბილისი, 2007, სტუ, 200 გვ.
8. სულავა ლ. ორსუბიექტიანი არჩევნების პროცესების მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელირება. ცხუმ-აფხაზეთის მეცნიერებათა აკადემიის შრომები, 2015, ტ. IX - X, გვ. 177 – 190.
9. ჩილაჩავა თ., ძიძიგური ც. მათემატიკური მოდელირება. თბილისი, 2008, “ინოვაცია”, 440 გვ.
10. ჩილაჩავა თ. სივრცით არაერთგვაროვან გარემოში ჰელმჰოლცის განტოლებისათვის შეუღლების ამოცანის ამოხსნის შესახებ. ილია ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის სემინარის გაფართოებული სხდომების მოხსენებები, ტ. 4, № 1, თბილისი, 1989, გვ. 136 – 139.

11. ჩილაჩავა თ. ჰელმჰოლცის განტოლების ამოხსნადობა სივრცით არაერთგვაროვან ფენაში. აფხაზეთის რეგიონის მეცნიერებათა აკადემიის მაცნე, საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა სერია I, თბილისი, 2000, გვ. 13 – 24.
12. ჩილაჩავა თ. ასტროფიზიკური ამოცანების მათემატიკური მოდელირება. აფხაზეთის რეგიონის მეცნიერებათა აკადემიის მაცნე, საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა სერია I, თბილისი, 2000, გვ. 4 – 12.
13. ჩილაჩავა თ., კერესელიძე ნ. საინფორმაციო ომის მათემატიკური მოდელირება. ქართული ელექტრონული სამეცნიერო ჟურნალი, კომპიუტერული მეცნიერებანი და ტელეკომუნიკაციები, 2010, 1(24), გვ. 78 – 105.
14. ჩილაჩავა თ., ძიძიგური ც., სულავა ლ., ჩაკაბერია მ. ადმინისტრაციული ზეწოლის არაწრფივი მათემატიკური მოდელი, სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები, მათემატიკისა და კომპიუტერულ მეცნიერებათა სერია, ტ. VII, 2009, გვ. 169 – 180.
15. ჩილაჩავა თ., გელაძე ხ., ძიძიგური ც. მალარიის გავრცელების არაწრფივი მათემატიკური მოდელი. ცხუმ-აფხაზეთის მეცნიერებათა აკადემიის შრომები, 2011, ტ. I, გვ. 317 – 324.
16. ჩილაჩავა თ., კერესელიძე ნ. "აგრესორ-მსხვერპლის" ინფორმაციული ომის არაწრფივი მათემატიკური მოდელი. ცხუმ-აფხაზეთის მეცნიერებათა აკადემიის შრომები, 2011, ტ. II, გვ. 5 - 15.
17. ჩილაჩავა თ., ჭოჭუა შ., გელაძე შ. არჩევნების არაწრფივი მათემატიკური მოდელი ფალსიფიკაციის გათვალისწინებით. ცხუმ-აფხაზეთის მეცნიერებათა აკადემიის შრომები, 2014, ტ. VII- VIII, გვ. 18 - 33.
18. ძიძიგური ც., ჩილაჩავა თ. მათემატიკური მოდელები ეკოლოგიასა და მედიცინაში. თბილისი, 2011, "ინოვაცია", 336 გვ.
19. ჯაიანი გ. უწყვეტ გარემოთა მექანიკის მათემატიკური მოდელები. თბილისი, თსუ, 2004, 338 გვ.
20. ჯანგველაძე თ. ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების მიახლოებითი ამოხსნის მეთოდები. თბილისი, თსუ, 2005, 307 გვ.

21. Belenky A., King D. A mathematical model for estimating the potential margin of state undecided voters for a candidate in a US Federal election, *Mathematical Computer Modeling*, 2007, 45, pp. 585 -593.
22. Boccara N., 2010. Voters' Fickleness: A Mathematical Model. *Int. J. Modern Phys. C*, 21(2), pp.149-158.
23. Chilachava T.I. Sound scattering in a 3-dimensionally inhomogeneous wave-guide with a rough fluid bottom. *Soviet Physics Acoustics*, USSR, 1986, 32 (5), pp. 445 – 446.
24. Chilachava T.I. A central explosion in an inhomogeneous sphere in equilibrium in its own gravitational field *Fluid Dynamics*, 1988, 23 (3), pp. 472 – 477.
25. Chilachava T.I. On the asymptotic method of solution of one class of gravitation theory nonlinear problems *Reports of Enlarged Session of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied*, 1996, v. 11, № 3, pp.18 - 26.
26. Chilachava T.I. On the solution of one nonlinear problem of mathematical physics *Reports of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics*, 1997,23, pp.1– 9.
27. Chilachava T.I. On the asymptotic method of solution of one class of nonlinear mixed problems of mathematical physics, *Bulletin of Georgian Academy of Sciences*, 1998, 157 (3), pp. 373 – 377.
28. Chilachava T.I. On the asymptotic method of solution of one class of astrophysics problems, *Applied Mathematics and Informatics*, 1999, 4 (2), pp. 54 – 66.
29. Chilachava T.I. The mathematical modelling of astrophysics problems, *Georgian Electronic Scientific Journal: Computer Science and Telecommunications*, 2007, 2(13), pp. 93 – 101.
30. Chilachava T.I., Kereselidze N.G. Non-preventive continuous linear mathematical model of information warfare. *Sokhumi State University Proceedings, Mathematics and Computer Sciences*, 2009, № VII, pp. 91 – 112.
31. Chilachava T.I., Kereselidze N.G. Continuous linear mathematical model of preventive information warfare. *Sokhumi State University Proceedings, Mathematics and Computer Sciences*, 2009, № VII, pp. 113 – 141.

32. Chilachava T.I, Dzidziguri Ts. D., Sulava L.O., Chakaberia M.R., Nonlinear mathematical model of administrative pressure. Georgian mathematical union. First international Conference, Books of Abstracts. Batumi, September 12 – 19, 2010, pp. 74 – 75.
33. Chilachava T.I., Kereselidze N.G. Optimizing Problem of Mathematical Model of Preventive Information Warfare, Informational and Communication Technologies – Theory and Practice: Proceedings of the International Scientific Conference ICTMC-2010 USA, Imprint: Nova, 2011, pp. 525 – 529.
34. Chilachava T.I. Nonlinear mathematical model of dynamics of voters of two political subjects. Seminar of I.Vekua Institute of Applied Mathematics, Reports, 2013, vol.39, pp. 13 – 22.
35. Chilachava T.I., Chochua Sh. Two-party nonlinear mathematical model of elections taking account falsification. IV International Conference of the Georgian mathematical union, Book of Abstracts, Tbilisi - Batumi, 2013, pg. 162.
36. Chilachava T.I. Nonlinear mathematical model of dynamics of voters three electoral subjects. IV International Conference of the Georgian mathematical union, Book of Abstracts, Tbilisi - Batumi, 2013, pg. 161.
37. Chilachava T.I., Chakhvadze A. Continuous nonlinear mathematical and computer model of information warfare with participation of authoritative interstate institutes. Georgian Electronic Scientific Journal: Computer Science and Telecommunications, 2014, № 4(44), pp. 53 – 74.
38. Chilachava T.I., Kereselidze N.G., Kharashvili Q. Nonlinear discrete mathematical and computer model of information warfare "an aggressor – the victim" with participation of interstate authoritative organizations. V Annual International Conference of the Georgian mathematical union, Book of Abstracts, Tbilisi - Batumi, 2014, pg. 77.
39. Chilachava T.I., Chakhvadze A. Nonlinear mathematical and computer model of information warfare with participation of authoritative interstate institutes, V Annual International Conference of the Georgian mathematical union, Book of Abstracts, Tbilisi - Batumi, 2014, pg. 76.

40. Chilachava T.I. Nonlinear mathematical model of bilateral assimilation taking into account demographic factor, Caucasian Mathematics Conference CMC I Book of Abstracts, Tbilisi, 2014, pg. 66 – 67.
41. Chilachava T.I. Nonlinear mathematical model of bilateral assimilation
Georgian Electronic Scientific Journal: Computer Science and Telecommunications, 2014, No. 1 (41), pp. 61 – 67.
42. Chilachava T.I., Chakaberia M.R. Mathematical modeling of nonlinear process of assimilation taking into account demographic factor. Georgian Electronic Scientific Journal: Computer Science and Telecommunications, 2014, No. 4 (44), pp. 35–43.
43. Chilachava T.I., Akhvlediani G., Miruashvili M. Continuous mathematical models of information warfare with participation of authoritative international and interstate institutes, V Annual International Conference of the Georgian mathematical union, Book of Abstracts, Tbilisi - Batumi, 2014, pg. 75.
44. Chilachava T.I., Nonlinear mathematical model of the two-level assimilation. VI International Conference of the Georgian mathematical union, Book of Abstracts, Tbilisi - Batumi, 2015, pp. 79 – 80.
45. Chilachava T.I., Sulava L.O. Nonlinear mathematical model of elections with variable coefficients. VI International Conference of the Georgian mathematical union, Book of Abstracts, Tbilisi - Batumi, 2015, pg. 97.
46. Chilachava T.I., Sulava L.O. Mathematical and computer modeling of nonlinear processes of elections with two selective subjects. Georgian Electronic Scientific Journal: Computer Science and Telecommunications, 2015, No. 2(46), pp. 61 – 78.
47. Chilachava T.I., Chakaberia M.R. Nonlinear mathematical model of bilateral assimilation with zero demographic factor of the assimilating sides., VI International Conference of the Georgian mathematical union, Book of Abstracts, Tbilisi - Batumi, 2015, pg. 95.
48. Chilachava T.I., Chakaberia M.R. Mathematical modeling of nonlinear processes bilateral assimilation, Georgian Electronic Scientific Journal: Computer Science and Telecommunications, 2015, No. 2(46), pp. 79 - 85.

49. Chilachava T.I., Geladze Sh. Nonlinear mathematical model of two-party elections in case of linear functions coefficients. VI International Conference of the Georgian mathematical union, Book of Abstracts, Tbilisi - Batumi, 2015, pp. 81 – 82.
50. Chilachava T.I., Gvinjilia Ts. Nonlinear mathematical model of dynamics of processes of cooperation interaction in innovative system. VII International Conference of the Georgian mathematical union, Book of Abstracts, Batumi, 2016, pp. 104-105.
51. Chilachava T.I., Chakaberia M.R. About some decisions of nonlinear system of the differential equations describing process of two-level assimilation. VII International Conference of the Georgian mathematical union, Book of Abstracts, Batumi, 2016, pp.103-104.
52. Chilachava T.I., Chakaberia M.R. Mathematical modelling of nonlinear processes of two-level assimilation. Georgian Electronic Scientific Journal: Computer Science and Telecommunications, 2016, № 3(49).
53. Chilachava T.I., Sulava L.O. Three party nonlinear mathematical model of elections. VII International Conference of the Georgian mathematical union, Book of Abstracts, Batumi, 2016, pp. 105-106.
54. Chilachava T.I., Sulava L.O. Mathematical and computer modeling of three-party elections. Georgian Electronic Scientific Journal: Computer Science and Telecommunications, 2016, № 2(48), pp. 59 – 72.
55. Dietz D.C. A mathematical programming approach to key-based election analysis. Oper. Res. Lett., 2006, 34(4), pp. 405-411.
56. Golubyatnikov A.N., Chilachava T.I. Estimates of the motion of detonation waves in a gravitating gas. Fluid Dynamics, 1984, 19 (2), pp. 292 – 296.
57. Golubyatnikov A.N., Chilachava T.I. Propagation of a detonation wave in a gravitating sphere with subsequent dispersion into a vacuum Fluid Dynamics, 1986, 21 (4), pp. 673 - 677.
58. Huckfeldt R. Noncompliance and the Limits of Coercion: The Problematic Enforcement of Unpopular Laws, in P.E. Johnson, ed., Formal Theories of Politics: Mathematical Modelling in Political Science, 1989, Vol. 12, No. 4/5 of Mathematical and Computer Modelling, pp. 533 - 546.

59. Huckfeldt R., Kohfeld C.W., Likens T.W. Dynamic Modeling: An Introduction. Sage University Paper Series on Quantitative Applications in the Social Sciences, Series no. 07-027. Beverly Hills and London: Sage Publications, 1982, 96 p.
60. Huckfeldt R. The Dynamics of Political Mobilization, I: A Model of the Mobilization Process. Newton, Massachusetts: Education Development Center by Burkhouse, Boston, 1981.
61. Huckfeldt R. Variable Responses to Neighborhood Social Contexts: Assimilation, Conflict, and Tipping Points, Political Behavior, 1980, Vol. 2, No. 3, pp. 231-257.
62. Huckfeldt R., Kohfeld C.W. Electoral stability and the decline of class in democratic politics, Math. Comput. Modelling, 1992, 16(8-9), pp. 223 – 239.
63. Misra A.K. A simple mathematical model for the spread of two political parties. Nonlinear Analysis: Modelling and Control, 2012, Vol. 17, No. 3, pp. 343 – 354.
64. Mishra B.K., Prajapati A. Modelling and Simulation: Cyber War, Procedia Technology, Elsevier, 2013, 10, pp. 987 – 997.
65. Nagel M. A Mathematical Model of Democratic Elections. Current Research Journal of Social Sciences, 2010, 2(4), pp. 255-261.
66. Renardy M., Rogers R.C. An introduction to Partial Differential Equation, Texts in Applied Mathematics, Springer – Verlag, 1992, 13, p.434.
67. Samuelson P.A. Foundations of Economic Analysis. Harvard University Press, 1947, p.353.
68. Tsvieto A., Winter R. An introduction to Partial Differential Equations. Texts in Applied Mathematics, Springer – Verlag, 1996, v. 29, p. 412.
69. Базыкин А.Д. Математическая биофизика взаимодействующих популяций. Москва, Наука, 1985, 165 стр.
70. Бейли Н.Т.Дж. Математика в биологии и в медицине. Москва, Мир, 1970, 312 стр.
71. Бете Г.А. Теория Сверхновых. Ядерная астрофизика. Москва, Мир, 1986, стр. 418 – 445.
72. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. Москва, Наука, 1973, 343 стр.
73. Вайнберг Б.В. Асимптотические методы в уравнениях математической физики. Москва, МГУ, 1982, 296 стр.

74. Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование. Москва, Наука, изд. 2, 2004, 288 стр.
75. Голубятников А.Н., Чилачава Т. И. О центральном взрыве вращающегося гравитирующего тела. Доклады АН СССР, 1983, т. 273, № 4, стр. 825 – 829.
76. Голубятников А.Н., Чилачава Т. И. О распространении детонационной взрывной волны в гравитирующем шаре с последующим разлетом в пустоту. Известия АН СССР, МЖГ, 1986, № 4, стр. 187 – 191.
77. Голубятников А.Н., Чилачава Т. И. Об оценках движения детонационных волн в гравитирующем газе. Известия АН СССР, МЖГ, 1984, № 2, стр. 140 – 145.
78. Гринин Л.Е., Коротаев А.В., Малков С.Ю. История и математика. Модели и теории. Москва, 2009, 304 стр.
79. Зайцев В. Ф. Математические модели в точных и гуманитарных науках. Санкт-Петербург, ООО “Книжный Дом”, 2006, 112 стр.
80. Замков О.О., Черемных Ю.А., Толстопятенко А.В. Математические методы в экономике. Москва, Изд. Дело и Сервис, 1999, 368 стр.
81. Капица С.П., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г. Синергетика и прогнозы будущего. Москва, Наука, 1997.
82. Келлер Дж.Б., Пападакис Дж. С. Распространение волн и подводная акустика. Москва, Мир, 1980, 232 стр..
83. Колмогоров А.Н. Качественное изучение математических моделей динамики популяций. Проблемы кибернетики, 1972, вып. 25, стр.100 – 106.
84. Князева Е.Н., Курдюмов С.П. Законы эволюции и самоорганизации сложных систем. Москва, Наука, 1994, 236 стр.
85. Лаврентьев М. А., Шабат Б.В. Проблемы гидродинамики и их математические модели. Москва, Наука, 1973, 416 стр.
86. Леонтьев В.В. Межотраслевая экономика, Москва, Финансы и статистика, 1997, 480 стр.
87. Малков С.Ю., Гринин Л.Е., Коротаев А.В. История и математика. Процессы и модели. Москва, 2009, 240 стр.

88. Марчук Г.И. Математические модели в иммунологии. Вычислительные методы и эксперименты. Москва, Наука, 1991, 276 стр.
89. Минаев В.А., Овчинский А.С., Скрыль С.В., Тростянский С.Н. Как управлять массовым сознанием: современные модели. Москва, 2012. , 213 стр.
90. Михайлов А.П., Маслов А.И., Юхно Л.Ф. Динамическая модель конкуренции между политическими силами. ДАН, 2000, т. 37, №4, стр. 469 - 473.
91. Михайлов А.П., Юхно Л.Ф. Простейшая модель установления равновесия между двумя ветвями власти. Математическое моделирование. 2001, т.13, №1, стр. 65 -75.
92. Михайлов А.П., Петров А.П. Поведенческие гипотезы и математическое моделирование в гуманитарных науках. Математическое моделирование, 2011, т.23, № 6, стр.18 - 32.
93. Пу Т. Нелинейная экономическая динамика, Москва, 2002, 198 стр.
94. Пригожин И.Р., Стенгерс И. Порядок из хаоса: Новый диалог человека с природой. Москва, Прогресс, 1986, 432 стр.
95. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование, Москва, Физматлит, 2001, 320 стр.
96. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. Москва, Наука, 1981, 448 стр.
97. Седов Л. И. Математические методы построения моделей сплошных сред. УМН, 1965, т. 20, вып. 5, стр. 121 – 180.
98. Смит Дж. М. Модели в экологии. Москва, Наука, 1976, 428 стр.
99. Сулава Л. О. Математическое и компьютерное моделирование нелинейных процессов выборов. Труды Международной конференции «Информационные и компьютерные технологии, моделирование, управление», посвященной 85-летию со дня рождения И.В.Прангишвили, Тбилиси, 2015, стр. 387 – 390.
100. Сулакшин С.С. Политико-математический анализ выборов. Труды Центра научной политической мысли и идеологии. Москва, №1, 2013, 15 стр.
101. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. Изд. 4, Москва, Наука, 1972, 735 стр.
102. Хакен Г. Синергетика. Москва, Мир, 1980, 404 стр.

103. Хакен Г. Тайны природы. Синергетика: учение о взаимодействии. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003, 320 стр.
104. Чилачава Т.И. Рассеяние звука в трехмерно-неоднородном волноводе с неровным жидким дном. Академия Наук СССР, Акустический журнал, 1986, т. 32, вып. 5, стр. 708 – 711.
105. Чилачава Т.И. Задача о сильном взрыве в однородно сжимающемся гравитирующем газе. Вестник МГУ, серия I, математика, механика, 1985, № 1, стр. 78 – 83.
106. Чилачава Т.И. О центральном взрыве в неоднородном шаре, находящемся в равновесии в собственном гравитационном поле. Известия Академии Наук СССР, МЖГ, 1988, № 3, стр. 179 – 183.
107. Чилачава Т.И. Об одной математической модели теории распространения звуковых волн. სტუ, შრომების კრებული, მართვის ავტომატიზებული სისტემები, 2007, № 2(3), стр. 85 – 93.
108. Чилачава Т.И. Об одной математической модели акустики. Georgian Electronic Scientific Journal: Computer Science and Telecommunications, 2007, № 2(13), стр. 65 – 68.
109. Чилачава Т.И., Кереселидзе Н.Г. Метод интегриродифференциальных неравенств для решения модельных задач динамики гравитирующего газа. Georgian Electronic Scientific Journal: Computer Science and Telecommunications, 2009, № 4 (21), стр. 104 – 124 .
110. Чилачава Т.И. Об экологической модели «хищник-жертва», учитывающей сезонность встреч популяций. Georgian Electronic Scientific Journal: Computer Science and Telecommunications, 2009, № 2(19), стр. 35 – 46.
111. Чилачава Т.И., Кереселидзе Н.Г. Оптимизационная задача математической модели информационной войны. Тезисы докладов Международной конференции «Информационные и компьютерные технологии, моделирование, управление», посвященной 80-летию со дня рождения И.В.Прангишвили, Тбилиси, 2010, стр. 196 – 197.
112. Чилачава Т.И., Дзидзигури Ц.Д., Сулава Л. О., Чакаберия М.Р. Об одной нелинейной математической модели административного управления. Тезисы

- докладов Международной конференции «Информационные и компьютерные технологии, моделирование, управление», посвященной 80-летию со дня рождения И.В.Прангишвили, Тбилиси, 2010, стр. 203 – 204.
113. Чилачава Т.И., Сулава Л. О., Чакаберия М.Р. Об одной нелинейной математической модели административного управления. Проблемы управления безопасностью сложных систем. Труды XVIII Международной конференции, Москва, 2010, стр. 492 – 496.
114. Чилачава Т.И., Кереселидзе Н.Г. Оптимизационная задача математической модели информационной войны. Проблемы управления безопасностью сложных систем. Труды XVIII Международной конференции, Москва, 2010, стр. 221 - 226.
115. Чилачава Т.И., Кереселидзе Н.Г. Математическое моделирование информационных войн. Информационные войны, 2011, №1(17), стр. 28 – 35.
116. Чилачава Т.И., Кереселидзе Н.Г. Нелинейная математическая модель информационной войны. Проблемы управления безопасностью сложных систем. Труды XIX Международной конференции, Москва, 2011, стр. 185 – 188.
117. Чилачава Т.И. Нелинейная математическая модель динамики избирателей проправительственной и оппозиционной партий (двух избирательных субъектов). Basic paradigms in science and technology. Development for the XXI century. Transactions II, 2012, стр. 184 – 188.
118. Чилачава Т.И. Нелинейная математическая модель динамики избирателей проправительственной и оппозиционной партий. Проблемы управления безопасностью сложных систем. Труды XX Международной конференции, Москва, 2012, стр. 322 – 324.
119. Чилачава Т.И., Сулава Л. О. Нелинейная математическая модель переменного административного управления, ცხუმ-ავხაზეთის მეცნიერებათა აკადემიის შრომები, ტ. III, 2012, გვ. 234 – 244.
120. Чилачава Т.И. Нелинейная трехпартийная математическая модель выборов. Проблемы управления безопасностью сложных систем. Труды XXI Международной конференции, Москва, 2013, стр. 513 - 516.

121. Чилачава Т.И., Сулава Л. О. Об одной нелинейной математической модели управления. *Georgian Electronic Scientific Journal: Computer Science and Telecommunications*, 2013, № 1(37), стр. 60 – 64.
122. Чилачава Т.И., Чочуа Ш. Нелинейная двухпартийная математическая модель выборов с учетом фальсификации. Проблемы управления безопасностью сложных систем. Труды XXI Международной конференции, Москва, 2013, стр. 349 - 352.
123. Чилачава Т.И. Линейная дискретная математическая модель информационной войны с участием авторитетных общественных организаций. Проблемы управления безопасностью сложных систем. Труды XXII Международной конференции, Москва, 2014, стр. 77 - 80.
124. Чилачава Т.И. Линейная непрерывная математическая модель информационной войны с участием авторитетных религиозных институтов. Проблемы управления безопасностью сложных систем. Труды XXII Международной конференции, Москва, 2014, стр. 298 - 302.
125. Чилачава Т.И., Сулава Л. О. Математическое и компьютерное моделирование процессов выборов с двумя избирательными субъектами и переменными коэффициентами модели. Проблемы управления безопасностью сложных систем. Труды XXIII Международной конференции, Москва, 2015, стр. 356 - 359.