



524 / 3
1941

Handwritten purple mark

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის

მთაბზე

ტომი II № 6

СООБЩЕНИЯ

Handwritten purple mark

АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР

ТОМ II № 6

MITTEILUNGEN

DER AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN DER GEORGISCHEN SSR

BAND II Nr 6

თბილისი 1941 თბილისი
TBILISSI



შინაარსი—СОДЕРЖАНИЕ—INHALT

მათემატიკა—МАТЕМАТИКА—MATHEMATIK

Илья Веква Об одном новом интегральном представлении аналитических функций и его приложения 477

*ილია ვეკვა ანალიზურ ფუნქციათა ერთი ახალი ინტეგრალური წარმოდგენა და მისი გამოყენება 484

Я. Г. Мецхваришвили. О методе Фурье 485

*ა. მეცხვარიშვილი. ფურიეს მეთოდის შესახებ 490

ღრუბლობის თეორია—ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ—ELASTIZITÄTSTHEORIE

А. Я. Горгидзе и А. К. Рухадзе. О вторичных эффектах при изгибе кругового цилиндра. Сообщение второе 491

*ა. გორგიძე და ა. რუხაძე. მეორადი ეფექტების შესახებ წრიული ცილინდრის დუნვის შემთხვევაში. II 497

ჰიდროდინამიკა—ГИДРОДИНАМИКА—HYDRODYNAMIK

Д. Е. Долидзе. О нелинейной задаче гидродинамики в пространстве трех измерений 499

*დ. დოლიძე. ჰიდროდინამიკის არაწრფივი სასაზღვრო ამოცანის შესახებ სამი განზომილების სივრცეში 504

*D. Dolidze. Über das nichtlineare Problem der Hydrodynamik im Raume von drei Dimensionen 505

ქიმია—ХИМИЯ—CHEMIE

მ. შიშნიაშვილი და გ. კარგინი. ელექტროდიალიზით პეპტიზირებული ალუმოსილიციუმის ზოლები 507

*М. Е. Шиш尼亚швили и В. А. Каргин. Пептизированные электролизом алюмокремневые золи 514

С. Г. Курашвили. Ускоренный метод определения кальция и магния в марганцевой руде 515

*ს. ყურაშვილი. მანგანუმის მადანში მაგნიუმისა და კალციუმის განსაზღვრის ჩქარი მეთოდი 520

*ვარსკვლავით აღნიშნული სათაური ეკუთვნის წინა წერილის რეზუმეს ან თარგმანს.

*Заглавие, отмеченное звездочкой, относится к резюме или к переводу представляющей статьи.

*Die mit einem Stern versehenen Titel betreffen die Zusammenfassung oder Übersetzung des vorangehenden Artikels.

2) $J\{\varphi(0)\} = 0$, то существует единственная действительная непрерывная функция $\mu(t)$ точки t границы L , удовлетворяющая условию Hölder'a, такая, что

$$\varphi(\zeta) = \int_L \mu(t) \left(1 - \frac{\zeta}{t}\right)^n \lg \left(1 - \frac{\zeta}{t}\right) ds + \int_L \mu(t) ds, \quad (1)$$

где ds —элемент дуги L , под логарифмом понимается главная ветвь, т. е. с мнимой частью $\equiv 0$ и $< 2\pi$, ζ —точка, лежащая внутри T .

Докажем сперва единственность такого представления. Для этого достаточно показать, что если левая часть (1) $\equiv 0$, то тогда $\mu(t)$ также $\equiv 0$.

Пусть $\mu(t)$ —действительная непрерывная функция точки t , $t \in L$, удовлетворяющая условию Hölder'a и такая, что

$$\int_L \mu(t) \left(1 - \frac{\zeta}{t}\right)^n \lg \left(1 - \frac{\zeta}{t}\right) ds + \int_L \mu(t) ds \equiv 0 \quad (2)$$

для всех $\zeta, \zeta \in T$. Отсюда, разлагая левую часть (2) в ряд по степеням ζ вблизи начала координат и приравнявая коэффициенты нулю, а также приняв во внимание, что $ds = t'(s) dt$, получим:

$$\int_L \mu(t) t'(s) t^{-k} dt = 0, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \infty. \quad (3)$$

Следовательно, $\mu(t) t'(s)$ представляет граничное значение функции, голоморфной в каждой из областей T_j , т. е.

$$\mu(t) t'(s) = \psi_j(t), \quad t \in L_j, \quad j = 0, 1, \dots, m, \quad (4)$$

где $\psi_j(t)$ —граничное значение функции $\psi_j(\zeta)$, голоморфной внутри T_j , причем функция $\psi_0(\zeta)$, как это видно из (3) при $k=0$, обращается в нуль на бесконечности как $\frac{1}{\zeta^2}$. Но из (4) получаем: $J\{\psi_j(t) dt\} = 0$, $t \in L_j$ или $J\{d f \psi_j(t) dt\} = dJ\{f \psi_j(t) dt\} = 0$, т. е. $J\{f \psi_j(t) dt\} = \text{const}$, $j = 0, 1, \dots, m$.

Отсюда

$$\int \psi_j(\zeta) d\zeta = \text{const}, \quad \zeta \in T_j, \quad j = 0, 1, \dots, m.$$

Следовательно, $\psi_j(\zeta) \equiv 0$ и, в силу (4), $\mu(t) \equiv 0$, что и требовалось доказать.

Переходим теперь к доказательству того, что любую голоморфную функцию $\varphi(\zeta)$ в области T , удовлетворяющую условиям теоремы, можно представить в виде (1).

Пусть $\mu(t)$ —действительная непрерывная функция, удовлетворяющая условию Hölder'a. Тогда левая часть (1) действительно представляет ана-

литическую функцию в области T , удовлетворяющую всем условиям теоремы. Дифференцируя обе части (1) $n+1$ раз, получим:

$$\varphi^{(n+1)}(\zeta) = \varepsilon_n \int_L \mu(t) \frac{ds}{t^n(t-\zeta)}, \quad (5)$$

где $\varepsilon_n = (-1)^{n+1} n!$. Переходя к пределу, когда точка ζ стремится изнутри области T к граничной точке τ , получим:

$$\varphi^{(n+1)}(\tau) = \varepsilon_n \pi i \frac{1}{\tau^n \tau'(\sigma)} \mu(\tau) + \varepsilon_n \int_L \mu(t) \frac{ds}{t^n(t-\tau)}, \quad (6)$$

где σ — дуга, соответствующая точке τ . Умножая обе части (6) на $\frac{\tau^n \tau'(\sigma)}{\pi i \varepsilon_n}$ и обозначая

$$\frac{\tau^n \tau'(\sigma) \varphi^{(n+1)}(\tau)}{\pi i \varepsilon_n} = p(\tau) + iq(\tau), \quad (7)$$

получим:

$$\mu(\tau) + \frac{1}{\pi i} \int_L \mu(t) \frac{\tau^n \tau'(\sigma)}{t^n(t-\tau)} ds = p(\tau) + iq(\tau),$$

где $p(\tau)$ и $q(\tau)$ — действительные функции, удовлетворяющие, согласно предположению, условию Hölder'a.

Отсюда видно, что искомая функция $\mu(t)$ должна быть решением интегрального уравнения

$$\mu(\tau) + \int_L \mu(t) R \left[\frac{1}{\pi i} \frac{\tau^n \tau'(\sigma)}{t^n(t-\tau)} \right] ds = p(\tau), \quad (8)$$

ядро которого, при сделанных выше предположениях относительно L , как это легко проверить, будет регулярным.

Рассмотрим союзное однородное уравнение

$$\nu(\tau) + \int_L \nu(t) R \left[\frac{1}{\pi i} \frac{t^n t'(s)}{\tau^n(\tau-t)} \right] ds = 0, \quad (9)$$

которое еще можно записать так:

$$R \left[\nu(\tau) - \frac{1}{\pi i} \int_L \nu(t) \frac{t^n dt}{\tau^n(t-\tau)} \right] = 0. \quad (10)$$

Пусть $\nu(t)$ — решение уравнения (9). Оно, очевидно, будет удовлетворять условию Hölder'a. Введем функцию

$$\Phi(\zeta) = \frac{1}{\zeta^n} - \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\nu(t) t^n}{t-\zeta} dt,$$

которая, как нетрудно видеть, будет голоморфной в каждой области T , причем на бесконечности обращается в нуль.

Тогда, в силу (10), будем иметь:

$$R[\Phi_a(\tau)] = 0,$$

где $\Phi_a(\tau)$ обозначает предельное значение $\Phi(\zeta)$, когда точка ζ из T' подходит к граничной точке τ . В силу последнего условия имеем

$$\Phi(\zeta) = ic_j, \quad \zeta \in T_j, \quad j=0, 1, \dots, m, \quad (11)$$

где c_1, c_2, \dots, c_m —произвольные действительные постоянные, а $c_0=0$. Пусть $c(\zeta)$ —голоморфная функция в каждой области T_j , определенная следующим образом: $c(\zeta) = c_j$, если $\zeta \in T_j + L_j$, причем $c_0=0$. Тогда, в силу (11), напишем

$$\frac{1}{2\pi i} \int_L \nu(t) \frac{t^m}{t-\zeta} dt = ic(\zeta) \zeta^m, \quad \zeta \in T'$$

или это равенство можем записать еще так:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{[\nu(t) - ic(t)] t^m}{t-\zeta} dt = 0, \quad \zeta \in T'.$$

Отсюда вытекает, что $[\nu(t) - ic(t)] t^m$ представляет граничное значение функции, голоморфной в области T , т. е.

$$[\nu(t) - ic(t)] t^m = f(t),$$

где $f(t)$ —граничное значение функции, голоморфной в области T . Отсюда имеем:

$$\nu(t) = ic(t) + \frac{f(t)}{t^m}, \quad t \in L. \quad (12)$$

Но ввиду того, что $\nu(t)$ —действительная функция, получим:

$$J \left\{ \frac{f(t)}{t^m} \right\} = -c(t). \quad (13)$$

Функцию $f(\zeta)$ всегда можем представить так:

$$f(\zeta) = a_0 + a_1 \zeta + \dots + a_{n-1} \zeta^{n-1} - \zeta^n f_0(\zeta), \quad (14)$$

где a_0, a_1, \dots, a_{n-1} —комплексные постоянные, а $f_0(\zeta)$ —голоморфная функция в области T . Тогда (13) примет вид:

$$J\{f_0(t)\} = c(t) + J \left\{ \frac{a_0}{t^n} + \frac{a_1}{t^{n-1}} + \dots + \frac{a_{n-1}}{t} \right\}. \quad (15)$$

Таким образом, мы пришли к следующей задаче: *Найти функцию $f_0(\zeta)$, голоморфную в области T , по контурным условиям (15).*

Как доказано акад. Н. И. Мусхелишвили [1], эта задача всегда имеет решение (при любых a_0, a_1, \dots, a_{n-1}), определенное с точностью до аддитивной действительной постоянной; при этом постоянные c_1, c_2, \dots, c_m подбравтся совершенно определенным образом.

Таким образом, найдя $f_0(\zeta)$, выражение которой содержит $2n+1$ произвольных вещественных постоянных, в силу (14) и (12) получим выражение для $v(t)$, которое также будет содержать $2n+1$ произвольных действительных постоянных. Следовательно, однородное интегральное уравнение (9) имеет $2n+1$ линейно-независимых решений $v_1(t), v_2(t), \dots, v_{2n+1}(t)$. Тогда, по известной теореме Фредгольма, однородное уравнение, соответствующее (8), будет иметь также $2n+1$ линейно-независимых решений $\mu_1(t), \mu_2(t), \dots, \mu_{2n+1}(t)$, которые очевидно, будут удовлетворять условию Hölder'a.

Докажем теперь, что неоднородное уравнение (8) всегда имеет решение. В самом деле, в силу (7) и (12), имеем

$$\begin{aligned} \int_L v(t) p(t) ds &= \int_L v(t) R \left[\frac{t^{2n} t'(s) \varphi^{(n+1)}(t)}{\pi i \varepsilon_n} \right] ds = R \left[\frac{1}{\pi i \varepsilon_n} \int_L v(t) t^{2n} \varphi^{(n+1)}(t) dt \right] \\ &= R \left[\frac{1}{\pi i \varepsilon_n} \int_L f(t) \varphi^{(n+1)}(t) dt \right] + R \left[\frac{1}{\pi i \varepsilon_n} \int_L ic(t) t^{2n} \varphi^{(n+1)}(t) dt \right] \\ &= \frac{1}{\pi \varepsilon_n} R \left[\sum_{j=1}^m c_j \int_{L_j} t^{2n} \varphi^{(n+1)}(t) dt \right] = \frac{1}{\pi \varepsilon_n} R \left[\sum_{j=1}^m c_j n! \int_{L_j} \varphi'(t) dt \right] = 0. \end{aligned}$$

Это значит, что уравнение (8) всегда разрешимо. Решение этого уравнения имеет вид:

$$\mu(t) = \mu_0(t) + \sum_{k=1}^{2n+1} c_k \mu_k(t), \quad (16)$$

где $\mu_0(t)$ — какое-нибудь частное решение уравнения (8), а c_k — произвольные постоянные. Нетрудно доказать, что $\mu(t)$ будет удовлетворять условию Hölder'a.

Подставляя выражение (16) вместо $\mu(t)$ в (1), будем иметь

$$\varphi(\zeta) = \varphi_0(\zeta) + \sum_{k=1}^{2n+1} c_k \varphi_k(\zeta), \quad (17)$$

где $\varphi_0(\zeta)$ и $\varphi_k(\zeta)$ — функции, соответствующие соответственно $\mu_0(t)$ и $\mu_k(t)$, $k=1, 2, \dots, 2n+1$.

В силу доказанной нами выше единственности представления (1), нетрудно заключить, что $\varphi_k(\zeta)$, $k=1, 2, \dots, 2n+1$, — линейно-независимые полиномы n -ой степени от ζ . В самом деле, в силу (8), имеем

$$\int [t^{2n} \varphi_k^{(n+1)}(t) t'(s)] = 0, \quad k=1, 2, \dots, 2n+1,$$



Таким образом, найдя $f_0(\zeta)$, выражение которой содержит $2n+1$ произвольных вещественных постоянных, в силу (14) и (12) получим выражение для $\nu(t)$, которое также будет содержать $2n+1$ произвольных действительных постоянных. Следовательно, однородное интегральное уравнение (9) имеет $2n+1$ линейно-независимых решений $\nu_1(t), \nu_2(t), \dots, \nu_{2n+1}(t)$. Тогда, по известной теореме Фредгольма, однородное уравнение, соответствующее (8), будет иметь также $2n+1$ линейно-независимых решений $\mu_1(t), \mu_2(t), \dots, \mu_{2n+1}(t)$, которые очевидно, будут удовлетворять условию Hölder'a.

Докажем теперь, что неоднородное уравнение (8) всегда имеет решение. В самом деле, в силу (7) и (12), имеем

$$\begin{aligned} \int_L \nu(t) p(t) ds &= \int_L \nu(t) R \left[\frac{t^n \varphi^{(n+1)}(t)}{\pi i \varepsilon_n} \right] ds = R \left[\frac{1}{\pi i \varepsilon_n} \int_L \nu(t) t^n \varphi^{(n+1)}(t) dt \right] \\ &= R \left[\frac{1}{\pi i \varepsilon_n} \int_L f(t) \varphi^{(n+1)}(t) dt \right] + R \left[\frac{1}{\pi i \varepsilon_n} \int_L ic(t) t^n \varphi^{(n+1)}(t) dt \right] \\ &= \frac{1}{\pi \varepsilon_n} R \left[\sum_{j=1}^m c_j \int_{L_j} t^n \varphi^{(n+1)}(t) dt \right] = \frac{1}{\pi \varepsilon_n} R \left[\sum_{j=1}^m c_j n! \int_{L_j} \varphi'(t) dt \right] = 0. \end{aligned}$$

Это значит, что уравнение (8) всегда разрешимо. Решение этого уравнения имеет вид:

$$\mu(t) = \mu_0(t) + \sum_{k=1}^{2n+1} c_k \mu_k(t), \quad (16)$$

где $\mu_0(t)$ — какое-нибудь частное решение уравнения (8), а c_k — произвольные постоянные. Нетрудно доказать, что $\mu(t)$ будет удовлетворять условию Hölder'a.

Подставляя выражение (16) вместо $\mu(t)$ в (1), будем иметь

$$\varphi(\zeta) = \varphi_0(\zeta) + \sum_{k=1}^{2n+1} c_k \varphi_k(\zeta), \quad (17)$$

где $\varphi_0(\zeta)$ и $\varphi_k(\zeta)$ — функции, соответствующие соответственно $\mu_0(t)$ и $\mu_k(t)$, $k=1, 2, \dots, 2n+1$.

В силу доказанной нами выше единственности представления (1), нетрудно заключить, что $\varphi_k(\zeta)$, $k=1, 2, \dots, 2n+1$, — линейно-независимые полиномы n -ой степени от ζ . В самом деле, в силу (8), имеем

$$J[t^n \varphi_k^{(n+1)}(t) t'(s)] = 0, \quad k=1, 2, \dots, 2n+1,$$

что равносильно условию

$$J \int t^n \varphi_k^{(n+1)}(t) dt = \text{const.}$$

Но $\int t^n \varphi_k^{(n+1)}(t) dt$ представляет в области T голоморфную функцию, поэтому имеем:

$$\int \zeta^n \varphi_k^{(n+1)}(\zeta) d\zeta = \text{const.}, \quad \zeta \in T.$$

Следовательно, $\zeta^n \varphi_k^{(n+1)}(\zeta) \equiv 0$, т. е. $\varphi_k^{(n+1)}(\zeta) \equiv 0$, что и требовалось доказать.

В силу линейной независимости функций $\varphi_k(\zeta)$, из (17) однозначно определяются постоянные c_k . Подставляя значения этих постоянных в (16), получим искомое выражение для $\mu(t)$, которое и соответствует заданной голоморфной функции $\varphi(\zeta)$. Таким образом, наша теорема доказана полностью.

2. Рассмотрим теперь следующую краевую задачу: *Требуется найти в области T голоморфную функцию $\varphi(\zeta)$, непрерывную вместе со своими производными до $n+1$ -го порядка в $T+L$ и удовлетворяющую на L условию*

$$R[A_{n+1}(t) \varphi^{(n+1)}(t) + A_n(t) \varphi^{(n)}(t) + \dots + A_0(t) \varphi(t)] = f(t), \quad (18)$$

где $A_1(t), \dots, A_{n+1}(t)$, $A_{n+1}(t) \neq 0$ — заданные непрерывные, вообще говоря, комплексные функции точки t на L , $A_0(t)$ и $f(t)$ — заданные действительные непрерывные функции. Кроме того, будем предполагать, что функции $A_k(t)$ и $f(t)$ удовлетворяют условию Hölder'a. Таким же образом будем требовать, чтобы искомая функция $\varphi(\zeta)$, вместе со своими производными до $n+1$ -го порядка, удовлетворяла условию Hölder'a на L .

Эта задача рассматривалась различными авторами, в частности Насепан'ом [2, 3] и Гаховым [4]. Эти авторы, следуя идее Hilbert'a, при помощи функции Green'a сводят задачу к интегральному уравнению с сингулярным ядром. Эти интегральные уравнения помимо сингулярности обладают еще тем недостатком, что их ядро содержит функцию Green'a, которая, вообще говоря, неизвестна. Это обстоятельство сильно затрудняет исследование названных интегральных уравнений.

Используя же формулу (1), задачу (16) чрезвычайно просто приведем сперва к сингулярному, а затем, путем регуляризации, к регулярному линейному интегральному уравнению второго рода, вполне эквивалентному исходной краевой задаче, причем ядро интегрального уравнения составляется при помощи функций $A_k(t)$ и будет представлять известную функцию.

Заметим сперва, что решение нашей задачи, если оно существует, будет определено лишь с точностью до аддитивной мнимой постоянной. Поэтому мы можем положить $J\{\varphi(0)\} = 0$.

Подставляя теперь вместо $\varphi(\zeta)$ в (18) выражение (1), приходим к сингулярному интегральному уравнению, полностью эквивалентному нашей краевой задаче:

$$\alpha(t)\mu(t) + \int_L \frac{K(t, \zeta)}{t - \zeta} \mu(\zeta) d\zeta = f(t), \quad (19)$$

где

$$\alpha(t) = \varepsilon_n R \left[\pi i \frac{A_{n+1}(t)}{t^{n+1}(\sigma)} \right],$$

$$K(t, \zeta) = (\zeta - t) \overline{\zeta}(\sigma) R \left\{ \frac{\varepsilon_n A_{n+1}(t)}{\zeta^n (\zeta - t)} + A_0(t) + \sum_{k=1}^n A_k(t) \frac{d^k}{dt^k} \left[\left(1 - \frac{t}{\zeta} \right)^n \lg \left(1 - \frac{t}{\zeta} \right) \right] \right\}.$$

Введем обозначения

$$K(t, t) = \beta(t) = \varepsilon_n R \left[\frac{A_{n+1}(t)}{t^{n+1}(\sigma)} \right], \quad A(t, \zeta) = \frac{K(t, \zeta) - K(t, t)}{\zeta - t}.$$

Нетрудно видеть, что сингулярность $A(t, \zeta)$ будет вида $|t - \zeta|^{-\lambda}$, $0 \leq \lambda < 1$.

Не уменьшая общности, можем считать, что $\alpha^2(t) + \pi^2 \beta^2(t) = 1$. Во всем дальнейшем, простоты ради, мы ограничимся рассмотрением односвязной области.

Пусть

$$\text{ind} \left[\frac{\alpha(t) + i\pi\beta(t)}{\alpha(t) - i\pi\beta(t)} \right] = \frac{1}{2\pi i} \left\{ \arg \left[\frac{\alpha(t) + i\pi\beta(t)}{\alpha(t) - i\pi\beta(t)} \right] \right\}_L = -m.$$

Тогда, как известно [5], если $m \geq 0$, уравнение (19) эквивалентно уравнению Фредгольма:

$$\mu(t) + \int_L K^*(t, \zeta) \mu(\zeta) d\zeta = f^*(t) + f_0(t) P_{m-1}(t), \quad (20)$$

где

$$K^*(t, \zeta) = \alpha(t) A(t, \zeta) - \beta(t) t^{\frac{m}{2}} e^{\lambda(t)} \int \frac{\tau^{-\frac{m}{2}} e^{-\lambda(\tau)}}{\tau - t} A(\tau, \zeta) d\tau,$$

$$f^*(t) = \alpha(t) f(t) - \beta(t) t^{\frac{m}{2}} e^{\lambda(t)} \int_L \frac{\tau^{-\frac{m}{2}} e^{-\lambda(\tau)}}{\tau - t} f(\tau) d\tau,$$

$$f_0(t) = \beta(t) t^{-\frac{m}{2}} e^{\lambda(t)}, \quad \chi(t) = -\frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\lg \left[\frac{\alpha(\tau) + i\pi\beta(\tau)}{\alpha(\tau) - i\pi\beta(\tau)} \tau^m \right]}{\tau - t} d\tau,$$

$$P_{-1}(t) \equiv 0, \quad P_{m-1}(t) = \sum_{k=0}^{m-1} a_k t^k, \quad m \geq 1,$$

a_0, a_1, \dots, a_{m-1} —произвольные комплексные постоянные. Таким образом, в рассматриваемом случае ($m \geq 0$) интегральное уравнение (20) является полностью эквивалентным нашей краевой задаче. В частности, если заметим, что $f^*(t) \equiv 0$ тогда и только тогда, когда $f(t) \equiv 0$, получим, что однородной краевой задаче при $m > 0$ соответствует неоднородное интегральное уравнение (20) со свободным членом $f_0(t) P_{m-1}(t)$. При $m=0$ однородной краевой задаче будет отвечать однородное интегральное уравнение.

Если $m < 0$, то уравнение (19) будет эквивалентным уравнению (20) со свободным членом $f^*(t)$ только при том условии, что решение этого последнего уравнения будет удовлетворять условиям

$$\int_L \frac{t^{-\frac{m}{2}} e^{-\lambda(t)}}{t^k} f(t) dt = \int_L \mu(\zeta) d\zeta \int_L \frac{t^{-\frac{m}{2}} e^{-\lambda(t)}}{t^k} A(t, \zeta) dt, \quad k=1, 2, \dots, (-m).$$

Если эти условия не выполняются, то тогда уравнение (19) не имеет решения и, следовательно, не будет решения также и у краевой задачи (18).

Академия Наук Грузинской ССР
Тбилисский Математический Институт

(Поступило в редакцию 5.6.1940)

მათემატიკა

ილია ვეკუა

ანალიზურ ფუნქციათა ერთი ახალი ინტეგრალური წარმოდგენა
და მისი გამოყენება

რეზიუმე

შრომში მიღებულია მრავალბმულ სასრულ არეში ანალიზურ ფუნქციათა გარკვეული კლასის ერთი ახალი ინტეგრალური წარმოდგენა, რომლის საშუალებითაც მრავალი წრფივი სასაზღვრო ამოცანა, დაკავშირებული ანალიზურ ფუნქციებთან, ადვილად მიიყვანება ფრედჰოლმის ინტეგრალურ განტოლებამდე.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
თბილისის მათემატიკური ინსტიტუტი

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—ციტირებული ლიტერატურა

1. Н. И. Мусхелишвили. О решении задачи Дирихле на плоскости. Сообщ. Грузинского Фил. АН СССР, т. I, № 2, 1940, стр. 99—106.
2. Haseman. Integralgleichungen und Funktionentheorie. Math. Ann., Bd. 66, 1907.
3. Haseman. Anwendung der Theorie der Integralgleichungen auf einige Randwertaufgaben. Inaugural—Dissertation. Göttingen, 1907.
4. Ф. Д. Гахов. Линейные краевые задачи теории функций комплексного переменного. Изв. Физ.-Мат. Общ. и Инст. Мат. и Мех. при Казанском Университете, т. X, сер. 3, 1938, стр. 39—79.
5. И. Н. Векуа. О сингулярных линейных интегральных уравнениях, содержащих интегралы в смысле главного значения по Коши. Доклады АН СССР, т. XXVI, № 1, 1940.

Я. Г. МЕЦХВАРИШВИЛИ

О МЕТОДЕ ФУРЬЕ

Рассмотрим колебательное уравнение

$$\Delta u + \lambda^2 u = 0, \quad (1)$$

которое в полярных координатах переписывается так:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \lambda^2 u = 0.$$

Если решение этого уравнения искать в виде произведения двух функций $\chi(r)$ и $T(\varphi)$, то для этих функций будем иметь следующие дифференциальные уравнения:

$$\chi''(r) + \frac{1}{r} \chi'(r) + \left[\lambda^2 - \frac{n^2}{r^2} \right] \chi(r) = 0,$$

$$T''(\varphi) + n^2 T(\varphi) = 0,$$

где n — произвольный параметр, принимающий целые значения, если искомое решение является однозначным в окрестности начала.

Очевидно, что общими решениями этих двух обыкновенных дифференциальных уравнений будут:

$$\chi(r) = A_n J_n(\lambda r) + B_n Y_n(\lambda r),$$

$$T(\varphi) = C_n \cos n\varphi + D_n \sin n\varphi,$$

где $J_n(\lambda r)$ и $Y_n(\lambda r)$ соответственно функции Bessel'я и Neumann'a n -го порядка, A_n , B_n , C_n и D_n — постоянные.

Выражение

$$[A_n J_n(\lambda r) + B_n Y_n(\lambda r)] \cos n\varphi + [C_n J_n(\lambda r) + D_n Y_n(\lambda r)] \sin n\varphi$$

будет решением уравнения (1). Тому же уравнению, конечно, формально будет удовлетворять и следующая бесконечная сумма:

$$u(x,y) = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n J_n(\lambda r) + B_n Y_n(\lambda r)] \cos n\varphi + \sum_{n=0}^{\infty} [C_n J_n(\lambda r) + D_n Y_n(\lambda r)] \sin n\varphi. \quad (2)$$

В недавно появившейся совместной работе И. Н. Векуа и Д. Р. Харазова [1] доказывается для более общего уравнения, чем колебательное уравнение, что метод Фурье, в случае круговой области, дает все решения рассматриваемого уравнения.

Мы в этой работе, исходя также из результатов И. Н. Векуа, устанавливаем, что метод Фурье дает все однозначные вещественные решения колебательного уравнения в случае кольца, ограниченного двумя concentрическими окружностями, т. е. что любое однозначное решение уравнения (1) можно представить в круговом кольце в виде (2).

Рассмотрим круговое кольцо (D), граница которого состоит из двух окружностей с общим центром в точке (x_0, y_0) . Радиусы этих окружностей обозначим через σ_1 и σ_2 .

Как известно, любую внутри этого кольца голоморфную функцию $\varphi(\zeta)$ можно представить рядом Лорана, т. е.

$$\varphi(\zeta) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k (\zeta - \zeta_0)^k + \sum_{k=1}^{\infty} a_{-k} (\zeta - \zeta_0)^{-k}.$$

Для наших целей удобнее этот ряд писать в следующем виде:

$$\varphi(\zeta) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{2} \right)^k a_k (\zeta - \zeta_0)^k + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} \left(\frac{2}{\lambda} \right)^k (k-1)! a_{-k} (\zeta - \zeta_0)^{-k}, \quad (3)$$

где

$$a_k = \alpha_k + i\beta_k, \quad a_{-k} = \alpha_{-k} + i\beta_{-k};$$

при этом $\alpha_k, \beta_k, \alpha_{-k}, \beta_{-k}$ — вещественные числа.

Возьмем следующую операцию от голоморфной функции $\varphi(\zeta)$:

$$L[\varphi(\zeta)] = \varphi(\zeta) + \overline{\varphi(\bar{\zeta})} + \int_{\zeta'_0}^{\zeta} H\left(\zeta, \bar{\zeta}; \bar{\xi}, \frac{\lambda}{2}\right) \varphi(\xi) d\xi + \int_{\zeta'_0}^{\bar{\zeta}} H\left(\bar{\zeta}, \zeta; \bar{\xi}, \frac{\lambda}{2}\right) \overline{\varphi(\bar{\xi})} d\bar{\xi}, \quad (4)$$

где $\zeta'_0 \in D$,

$$H\left(\zeta, \bar{\zeta}; \bar{\xi}, \frac{\lambda}{2}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\left(\frac{\lambda}{2}\right)^{2n} (\bar{\zeta} - \zeta'_0)^n (\zeta - \bar{\xi})^{n-1}}{n!(n-1)!}.$$

Эта операция, как известно [2], любую голоморфную функцию $\varphi(\zeta)$ приводит в соответствие с некоторой функцией $u(x, y)$, которая, вообще говоря, будет многозначным решением колебательного уравнения в (D).

Исходя из результатов И. Н. Векуа [3], для получения всех однозначных решений уравнения (1) в области (D) надо к произвольной голо-

морфной функции $\varphi(\zeta)$, пристроить другую функцию вида $g(\zeta) \lg(\zeta - \zeta_0)$, в которой $g(\zeta)$ — некоторая целая функция, которую напомним в следующем виде:

$$g(\zeta) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{\lambda}{2}\right)^k}{k!} b_k (\zeta - \zeta_0)^k, \quad (5)$$

где

$$b_k = \alpha'_k + i\beta'_k,$$

α'_k, β'_k — вещественные числа.

Подставляя теперь в (4) вместо $\varphi(\zeta)$ функцию $\varphi(\zeta) + g(\zeta) \lg(\zeta - \zeta_0)$, в которой $\varphi(\zeta)$ и $g(\zeta)$ представлены соответственно рядами (2) и (5), получим

$$\begin{aligned} u(x, y) = & L \left[\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{2}\right)^k a_k (\zeta - \zeta_0)^k \right] + L \left[\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} \left(\frac{2}{\lambda}\right)^k (k-1)! a_{-k} (\zeta - \zeta_0)^{-k} \right] \\ & + L \left[\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{2}\right)^k \frac{b_k}{k!} (\zeta - \zeta_0)^k \lg(\zeta - \zeta_0) \right]. \quad (6) \end{aligned}$$

С помощью элементарных выкладок легко получить

$$L \left[\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{2}\right)^k a_k (\zeta - \zeta_0)^k \right] = \beta_0 J_0(\lambda r) + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n^{(1)} \sin n\varphi + A_n^{(2)} \cos n\varphi) J_n(\lambda r), \quad (7)$$

$$L \left[\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} \left(\frac{2}{\lambda}\right)^k (k-1)! a_{-k} (\zeta - \zeta_0)^{-k} \right] = \sum_{n=1}^{\infty} (B_n^{(1)} \sin n\varphi + B_n^{(2)} \cos n\varphi) J_n(\lambda r)$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} (\alpha_{-n} \cos n\varphi + \beta_{-n} \sin n\varphi) H_n(\lambda r)$$

$$+ \arg(\zeta - \zeta_0) \sum_{n=1}^{\infty} (\beta_{-n} \cos n\varphi - \alpha_{-n} \sin n\varphi) J_n(\lambda r), \quad (8)$$

$$L \left[\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{2}\right)^k \frac{b_k}{k!} (\zeta - \zeta_0)^k \lg(\zeta - \zeta_0) \right] = \alpha'_0 H_0^*(\lambda r)$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} (\alpha'_n \cos n\varphi - \beta'_n \sin n\varphi) H_n^*(\lambda r) - \arg(\zeta - \zeta_0) \left[\beta'_0 J_0(\lambda r) \right]$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} (\alpha'_n \sin n\varphi + \beta'_n \cos n\varphi) J_n(\lambda r) + \sum_{n=1}^{\infty} (D_n^{(1)} \cos n\varphi + D_n^{(2)} \sin n\varphi) J_n(\lambda r), \quad (9)$$

где $A_n^{(1)}, A_n^{(2)}, B_n^{(1)}, B_n^{(2)}, D_n^{(1)}, D_n^{(2)}$ — вполне определенные коэффициенты, выражающиеся при помощи коэффициентов рядов (3) и (5), а функции $H_n(\lambda r)$ и $H_n^*(\lambda r)$ даются следующими формулами:

$$H_n(\lambda r) = I_n(\lambda) \lg \frac{\lambda r}{2} - \sum_{\nu=0}^{n-1} \frac{(n-\nu-1)!}{\nu!} \left(\frac{\lambda r}{2}\right)^{2\nu-n} - \sum_{\nu=0}^{\infty} (-1)^\nu \frac{\left(\frac{\lambda r}{2}\right)^{2\nu+n}}{\nu! (\nu+n)!} \left[\sum_{m=1}^{\nu} \frac{1}{m} - \sum_{m=1}^{n-1} \frac{1}{m} \right], \quad (10)$$

$$H_n^*(\lambda r) = J_n(\lambda r) \lg \frac{\lambda r}{2} - \sum_{\nu=0}^{\infty} (-1)^\nu \frac{\left(\frac{\lambda r}{2}\right)^{2\nu+n}}{\nu! (\nu+n)!} \left[\sum_{m=1}^{n+\nu} \frac{1}{m} - \sum_{m=1}^n \frac{1}{m} \right]. \quad (11)$$

На основании (7), (8) и (9), равенство (6) принимает следующий вид:

$$u(x, y) = \beta_0 J_0(\lambda r) + \alpha'_0 H_0^*(\lambda r) + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n J_n(\lambda r) - \beta_{-n} H_n(\lambda r) - \beta'_n H_n^*(\lambda r)] \sin n\varphi + \sum_{n=1}^{\infty} [B_n J_n(\lambda r) - \alpha_{-n} H_n(\lambda r) + \alpha'_n H_n^*(\lambda r)] \cos n\varphi + \arg(z - z_0) \left\{ -\beta'_0 J_0(\lambda r) + \sum_{n=1}^{\infty} [(\beta_{-n} - \beta'_n) \cos n\varphi - (\alpha_{-n} + \alpha'_n) \sin n\varphi] J_n(\lambda r) \right\}. \quad (12)$$

При этом коэффициенты A_n и B_n выражаются вполне определенным образом через коэффициенты $A_n^{(1)}, A_n^{(2)}, B_n^{(1)}, B_n^{(2)}, D_n^{(1)}$ и $D_n^{(2)}$.

Из (12) следует, что для однозначности решения $u(x, y)$ в рассматриваемом кольце необходимо и достаточно выполнение следующих равенств:

$$\beta'_0 = 0, \quad \beta'_n = +\beta_{-n}, \quad \alpha'_n = -\alpha_{-n}, \quad n = 1, 2, \dots$$

Исходя из этого, равенству (12) придаем вид:

$$u(x, y) = \beta_0 J_0(\lambda r) + \alpha'_0 H_0^*(\lambda r) + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n J_n(\lambda r) - \beta_{-n} (H_n(\lambda r) + H_n^*(\lambda r))] \sin n\varphi + \sum_{n=1}^{\infty} [\beta_n J_n(\lambda r) - \alpha_{-n} (H_n(\lambda r) + H_n^*(\lambda r))] \cos n\varphi. \quad (13)$$

На основании равенств (10) и (11), легко показать, что

$$H_n(\lambda r) + H_n^*(\lambda r) = \pi Y_n(\lambda r) + \left[2 \left(\sum_{m=1}^{n-1} \frac{1}{m} - c \right) + \frac{1}{n} \right] J_n(\lambda r), \quad (14)$$

где C — постоянная Euler'a, а $Y_n(\lambda r)$ — функция Neumann'a, т. е. функция, определяемая равенством

$$Y_n(\lambda r) = \frac{2}{\pi} J_n(\lambda r) \left(\lg \frac{\lambda r}{2} + C \right) - \frac{1}{\pi} \sum_{\nu=0}^{n-1} \frac{(n-\nu-1)!}{\nu!} \left(\frac{\lambda r}{2} \right)^{-n+2\nu} - \frac{1}{\pi} \sum_{\nu=1}^{\infty} (-1)^\nu \frac{\left(\frac{\lambda r}{2} \right)^{n+2\nu}}{\nu! (\nu+n)!} \left[\sum_{m=1}^{n+\nu} \frac{1}{m} + \sum_{m=1}^{\nu} \frac{1}{m} \right].$$

Имеем также

$$H_n^*(\lambda r) = -\frac{\pi}{2} Y_0(\lambda r) - C J_0(\lambda r). \quad (15)$$

С помощью (14) и (15) равенство (13) переищется так:

$$\begin{aligned} u(r, \varphi) = & [\beta_0 - \alpha'_0 c] J_0(\lambda r) + \frac{\pi}{2} \alpha'_0 Y_0(\lambda r) \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n^* J_n(\lambda r) - \pi \beta_{-n} Y_n(\lambda r)] \sin n\varphi \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} [B_n^* J_n(\lambda r) - \pi \alpha_{-n} Y_n(\lambda r)] \cos n\varphi, \end{aligned} \quad (16)$$

где A_n^* и B_n^* — постоянные.

Из равенства (24) следует справедливость нашего утверждения, о том, что метод Фурье в случае колебательного уравнения дает все вещественные однозначные решения внутри кругового кольца.

В следующих заметках мы дадим решение этого вопроса в случае более общего уравнения чем колебательное и выполним предельный переход когда $\sigma_2 \rightarrow \infty$.

Кутаисский Государственный Педагогический
Институт им. А. Цулукидзе

(Поступило в редакцию 2.6.1941)

ი. მცხვაროშვილი
ფურის მეთოდის უმსახე
რეზუმე

განვიხილოთ რხევის დიფერენციალური განტოლება

$$\Delta u + \lambda^2 u = 0, \tag{1}$$

რომელსაც პოლარ კოორდინატებში აქვს შემდეგი სახე:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \lambda^2 u = 0$$

თუ ამ განტოლების ამოხსნას მოვქებნით ფურიეს მეთოდის გამოყენებით, მაშინ აღვიღად დავრწმუნდებით, რომ შემდეგი სახის გამოთქმა:

$$u(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n J_n(\lambda r) + B_n Y_n(\lambda r)] \cos n\varphi + \sum_{n=1}^{\infty} [A'_n J_n(\lambda r) + B'_n Y_n(\lambda r)] \sin n\varphi, \tag{3}$$

სადაც $I_n(ar)$ და $Y_n(ar)$ შესაბამისად Bessel-ის და Neymann-ის n -ური რივის ფუნქციებია, ფორმალურად დააკმაყოფილებს (1) განტოლებას. რა თქმა უნდა, მე-(3) ამოხსნის შედგენის დროს იგულისხმება, რომ $u(x, y)$ არის ცალსახა ფუნქცია სათავის მახლობლობაში.

ი. ვეკუას და დ. ხარაზოვის მიერ გამოქვეყნებულ შრომაში [1], უფრო ზოგად განტოლებისათვის, ვიდრე რხევის დიფერენციალური განტოლებაა, მტკიცდება, რომ ფურიეს მეთოდი წრის შემთხვევაში გვაძლევს განსახილავი განტოლების ყველა ამოხსნას.

ჩვენ ამ შრომაში ი. ვეკუას შედეგების გამოყენებით ვამტკიცებთ, რომ ფურიეს მეთოდი რხევის დიფერენციალურ განტოლებისათვის, წრიული რგოლის შიგნით, გვაძლევს ყველა ნამდვილ და ცალსახა ამოხსნას.

ა. წულუკიძის სახ. ქუთაისის სახელმწიფო პედაგოგიური ინსტიტუტი

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—ციტირებული ლიტერატურა

1. И. Н. Векуа и Д. Ф. Харазов. Замечания по поводу метода Фурье. Сообщения Груз. Фил. АН СССР, т. I, № 9, 1940, стр. 647—650.
2. И. Н. Векуа. Комплексное представление общего решения... Доклады АН СССР, т. XVI, № 3, 1937.
3. Elias Vesoua. Allgemeine darstellung der Lösungen elliptischer Differentialgleichungen einem mehrfach zusammenhängenden Gebiet. Сообщ. Груз. Фил. АН СССР, т. I, № 5, 1940, стр. 329—335.

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

А. Я. ГОРГИДЗЕ и А. К. РУХАДЗЕ

О ВТОРИЧНЫХ ЭФФЕКТАХ ПРИ ИЗГИБЕ КРУГОВОГО ЦИЛИНДРА

Сообщение второе¹

В первом сообщении мы свели задачу о вторичных эффектах при изгибе поперечной силой кругового цилиндра к решению трех частных краевых задач.

В настоящем сообщении мы дадим решение первых двух задач.

4. Решение первой задачи. Заданная следующими напряжениями:

$$\begin{aligned} X'_x &= (\lambda + \mu) \chi^2 - \frac{1}{4} \lambda x^2 - \frac{1}{4} (\lambda + 5\mu) y^2 + qy^2 + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}, \\ Y'_y &= (\lambda + \mu) \chi^2 - \frac{1}{4} \lambda y^2 - \frac{1}{4} (\lambda + 5\mu) x^2 + p x^2 + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}, \\ Z'_z &= \lambda \chi^2 - \frac{1}{4} (\lambda + \mu) (x^2 + y^2) + r(x^2 + y^2) + \sigma \Delta \Phi, \\ X'_y &= \frac{5}{4} \mu xy - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y}, \\ X'_z &= \mu x \chi, \quad Y'_z = \mu y \chi, \end{aligned} \quad (16)$$

где p, q, r — искомые постоянные, Φ — искомая бигармоническая функция в области S ; S обозначает поперечное сечение цилиндра.

Легко проверить, что напряжения (16) будут удовлетворять уравнениям равновесия (7) и условиям совместности (9) (см. первое сообщение), если постоянные p, q, r определены из системы

$$\begin{aligned} 2q + \frac{2(p+r)}{1+\sigma} + 2\lambda - 5\mu - \frac{3}{2} \frac{\lambda + 2\mu}{1+\sigma} - \frac{\sigma}{1-\sigma} \frac{2\lambda + 13\mu}{2} &= 0, \\ 2p + \frac{2(q+r)}{1+\sigma} + 2\lambda - 5\mu - \frac{3}{2} \frac{\lambda + 2\mu}{1+\sigma} - \frac{\sigma}{1-\sigma} \frac{2\lambda + 13\mu}{2} &= 0, \\ 4r + \lambda - \mu - \frac{\sigma}{1-\sigma} \frac{2\lambda + 13\mu}{2} &= 0. \end{aligned}$$

¹ Сообщение первое см. в «Сообщениях АН Грузинской ССР», т. II, № 5.

Определитель этой системы отличен от нуля, а, следовательно, для p, q, r получим вполне определенные значения.

Граничные условия (8) примут вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) &= px^2 \cos \beta, \\ \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) &= -qy^2 \cos \alpha. \end{aligned} \quad (17)$$

Пусть C —граница области S , а $M_0(R, 0)$ —точка контура C , которой соответствует дуга $s=0$; не нарушая общности, можно принять, что в этой точке функция Φ и ее производные $\frac{\partial \Phi}{\partial x}$ и $\frac{\partial \Phi}{\partial y}$ обращаются в нуль. Тогда в произвольной точке контура будем иметь

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial x} &= \int_0^s px^2 \cos \beta ds, \\ \frac{\partial \Phi}{\partial y} &= - \int_0^s qy^2 \cos \alpha ds. \end{aligned} \quad (18)$$

В рассматриваемом случае

$$\Phi = -\frac{1}{3} [p(x^3 - R^3) + qy^3].$$

5. Решение второй задачи. Предположим, что

$$\begin{aligned} X''_x &= \lambda(l-\tau) y\tau + \lambda y \left[\frac{1}{2} \sigma(x^2 - y^2) - \left(k\tau - \frac{1}{2} \tau^2 \right) \right] - \frac{1}{8} (3+2\sigma)(\lambda+5\mu)x^2 y \\ &\quad - \frac{1}{8} (1-2\sigma)(3\lambda+5\mu)y^3 + \frac{1}{8} (3+2\sigma)(3\lambda+5\mu)R^2 y + \mu y(l-\tau)^2 + px^3 y + qy^3 + \tau_{11}, \\ Y''_y &= \lambda(l-\tau) y\tau + \lambda y \left[\frac{1}{2} \sigma(x^2 - y^2) - \left(k\tau - \frac{1}{2} \tau^2 \right) \right] \\ &\quad - \frac{1}{8} [(3+2\sigma)\lambda - 10\mu(1+2\sigma)]x^2 y - \frac{3}{8} (1-2\sigma)\lambda y^3 + \frac{3}{8} (3+2\sigma)\lambda R^2 y + \tau_{22}, \\ Z''_z &= (\lambda+2\mu) y \left[\frac{1}{2} \sigma(x^2 - y^2) - \left(k\tau - \frac{1}{2} \tau^2 \right) \right] + 2\lambda\sigma(l-\tau) y\tau \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \left[(\lambda + 2\mu) \sigma + \frac{1}{8} (1 - 2\sigma)(3\lambda + 5\mu) \right] x^2 y - \frac{1}{8} (1 - 2\sigma)(3\lambda + 5\mu) y^3 \\
 & + \frac{1}{8} (3 + 2\sigma)(3\lambda + 5\mu) R^2 y + (\sigma\mu + g) y(l - \tau)^2 + \tau_{23},
 \end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}
 X''_y = & - \frac{5}{16} \mu(6\sigma + 1) xy^2 + \frac{5}{16} \mu(3 + 2\sigma) x(x^2 - R^2) - \frac{1}{2} \mu x(l - \tau)^2 \\
 & + mx^2 + ny^2 + \tau_{12},
 \end{aligned}$$

$$X''_z = -\mu\sigma xy\tau - \frac{1}{2} [\lambda + 3\mu - (2\lambda + \mu)\sigma](l - \tau)xy + 2(p + n)(l - \tau)xy + \tau_{13},$$

$$\begin{aligned}
 Y''_x = & \mu\tau \left[\frac{1}{2} \sigma(x^2 - y^2) - \left(l\tau - \frac{1}{2} \tau^2 \right) \right] + \mu\sigma(l - \tau)y^2 - \frac{1}{2} [(2\lambda - \mu)\sigma \\
 & - (\lambda + 3\mu)](l - \tau)x^2 + \frac{1}{6} \mu(\tau - l)^2 + n(l - \tau)y^2 + 3m(l - \tau)x^2 + \tau_{23},
 \end{aligned}$$

где p, q, g, m и n суть искомые постоянные, а $\tau_{11}, \tau_{22}, \dots, \tau_{33}$ — искомые функции.

Легко установить, что напряжения (19) удовлетворяют уравнениям равновесия (10), граничным условиям (11) и условиям совместности (12), если постоянные p, q, g, m и n определены из системы

$$\begin{aligned}
 \frac{2 + \sigma}{1 + \sigma} g - \frac{3\lambda + 12\mu - 4\mu\sigma}{4} + \frac{3}{4} \frac{\sigma}{1 - \sigma} (\lambda + 8\mu\sigma) &= 0, \\
 \frac{3}{1 + \sigma} q - \frac{6\lambda + 3\mu - 66\mu\sigma}{8} - \frac{3}{2} \frac{1 - 2\sigma}{1 + \sigma} \mu + \frac{3}{4} \frac{\sigma}{1 - \sigma} (\lambda + 8\mu\sigma) &= 0, \\
 \frac{2 + \sigma}{1 + \sigma} p + 3q - \frac{6\lambda - 3\mu - 58\mu\sigma}{8} - \frac{3}{2} \frac{1}{1 + \sigma} \mu + \frac{3}{4} \frac{\sigma}{1 - \sigma} (\lambda + 8\mu\sigma) &= 0, \\
 g - p - 2n + \mu\sigma &= 0, \\
 3m + n + \frac{1}{1 + \sigma} p + \frac{9\mu + 4\mu\sigma}{8} - \frac{3}{2} \frac{1}{1 + \sigma} \mu &= 0,
 \end{aligned} \tag{20}$$

а функции $\tau_{11}, \tau_{22}, \dots, \tau_{33}$ удовлетворяют однородным уравнениям равновесия:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \tau_{11}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{12}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{13}}{\partial z} &= 0, \\
 \frac{\partial \tau_{21}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{22}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{23}}{\partial z} &= 0, \\
 \frac{\partial \tau_{31}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{32}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{33}}{\partial z} &= 0,
 \end{aligned} \tag{21}$$



однородным уравнениям совместимости:

$$\begin{aligned} \Delta\tau_{11} + \frac{1}{1+\sigma} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} &= 0, & \Delta\tau_{12} + \frac{1}{1+\sigma} \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} &= 0, \\ \Delta\tau_{22} + \frac{1}{1+\sigma} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} &= 0, & \Delta\tau_{13} + \frac{1}{1+\sigma} \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial \chi} &= 0, \\ \Delta\tau_{33} + \frac{1}{1+\sigma} \frac{\partial^2 T}{\partial \chi^2} &= 0, & \Delta\tau_{23} + \frac{1}{1+\sigma} \frac{\partial^2 T}{\partial y \partial \chi} &= 0, \end{aligned} \quad (22)$$

где $T = \tau_{11} + \tau_{22} + \tau_{33}$, и следующим граничным условиям на поверхности:

$$\begin{aligned} \tau_{11} \cos \alpha + \tau_{12} \cos \beta + X_n^{(0)} &= 0, \\ \tau_{21} \cos \alpha + \tau_{22} \cos \beta + Y_n^{(0)} &= 0, \\ \tau_{31} \cos \alpha + \tau_{32} \cos \beta + \chi Z_n^{(1)} + Z_n^{(0)} &= 0, \end{aligned} \quad (23)$$

где

$$\begin{aligned} X_n^{(0)} &= y \left[\rho x^2 + q y^2 + \frac{1}{2} \sigma \mu (x^2 + y^2) + \frac{1}{2} \mu l^2 \right] \cos \alpha + x(m x^2 + n y^2) \cos \beta, \\ Y_n^{(0)} &= x \left[m x^2 + n y^2 + \frac{1}{2} \sigma \mu (x^2 + y^2) - \frac{1}{2} \mu l^2 \right] \cos \alpha, \end{aligned} \quad (24)$$

$$Z_n^{(1)} = -2(p+n)xy \cos \alpha - \left(n y^2 + 3m x^2 + \frac{1}{2} \mu \sigma R^2 - \frac{1}{2} \mu l^2 \right) \cos \beta,$$

$$Z_n^{(0)} = 2(p+n)lxy \cos \alpha + \left(n y^2 + 3m x^2 + \frac{1}{2} \mu \sigma R^2 - \frac{1}{6} \mu l^2 \right) l \cos \beta.$$

Определитель системы (20) отличен от нуля и поэтому постоянные β , q , g , m и n имеют вполне определенные значения.

Определение функции τ_{11} , τ_{22} , ..., τ_{33} можно провести по методу, указанному Е. Almansi [1], но так как в нашем случае метод Almansi приводит к довольно длинным вычислениям, то вычисление этих функций мы проведем по методу, указанному А. К. Рухадзе [2].

Для этого положим:

$$\tau_{11} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - (bf + \omega),$$

$$\tau_{22} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - (bf + \omega) - b \left(\frac{\sigma}{1+\sigma} y x^2 - \frac{1}{3} y^3 \right),$$

$$\tau_{33} = \sigma \Delta \Phi + 2(bf + \omega) + b \left(\frac{\sigma}{1+\sigma} y x^2 - \frac{1}{3} y^3 \right) + b \left(y \chi^2 - \frac{1}{3} y^3 \right),$$

$$\tau_{12} = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} - a(x^2 - y^2), \quad (25)$$

$$\tau_{13} = \zeta(bf'_x + \omega'_x - 2ay) + \frac{\partial \psi}{\partial x},$$

$$\tau_{23} = \zeta \left[bf'_y + \omega'_y + b \left(\frac{\sigma}{1+\sigma} x^2 - y^2 \right) + 2ax \right] + \frac{\partial \psi}{\partial y},$$

где a и b — постоянные, f , ω и ψ — гармонические функции, Φ — бигармоническая функция в области S .

Можно убедиться, что τ_{11} , τ_{22} , ..., τ_{23} удовлетворяют однородным уравнениям равновесия (21), однородным уравнениям совместимости (22) и граничным условиям (23), если функции f , ω , ψ и Φ , а также постоянные a и b определены следующим образом:

$$\Delta f = 0 \quad (\text{в } S), \quad (26)$$

$$\frac{df}{dn} = - \left(\frac{\sigma}{1+\sigma} x^2 - y^2 \right) \cos \beta \quad (\text{на } C),$$

$$\Delta \omega = 0 \quad (\text{в } S), \quad (27)$$

$$\frac{d\omega}{dn} = -Z_n^{(1)} \quad (\text{на } C),$$

$$\Delta \psi = 0 \quad (\text{в } S), \quad (28)$$

$$\frac{d\psi}{dn} = -Z_n^{(0)} \quad (\text{на } C),$$

$$\Delta \Delta \Phi = 0 \quad (\text{в } S),$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = - \int_0^s \left\{ (bf + \omega + b \left(\frac{\sigma}{1+\sigma} yx^2 - \frac{1}{3} y^3 \right)) \cos \beta + a(x^2 - y^2) \cos \alpha - Y_n^{(0)} \right\} ds, \quad (29)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = \int_0^s \left\{ (bf + \omega) \cos \alpha + a(x^2 - y^2) \cos \beta - X_n^{(0)} \right\} ds \quad (\text{на } C).$$

Здесь для определенности положено, что точке $M(R, 0)$ соответствует дуга $s=0$, и в этой точке $\frac{\partial \Phi}{\partial x}$ и $\frac{\partial \Phi}{\partial y}$ обращаются в нуль.

Условия однозначности функции Φ и ее производных $\frac{\partial \Phi}{\partial x}$ и $\frac{\partial \Phi}{\partial y}$ при обходе контура C дают

$$\frac{1}{2} \pi R^4 b = - \int_C (\omega \cos \beta - Y_n^{(0)}) ds, \quad (30)$$

$$a \int_C (x^2 - y^2)(y \cos \beta - x \cos \alpha) ds - b \int_C \left(\frac{\sigma}{1+\sigma} yx^3 - \frac{1}{3} xy^3 \right) \cos \beta ds$$

$$= \int_C (xY_n^{(0)} - yX_n^{(0)}) ds.$$

Легко заметить, что $a=0$.

Решения задач (26), (27) и (28) имеют вид:

$$f = \frac{R^2}{4} \frac{3+2\sigma}{1+\sigma} y - \frac{1}{12} \frac{1+2\sigma}{1+\sigma} (3x^2y - y^3) + \text{const.},$$

$$\omega = \frac{R^2}{4} \left[5n + 2p + 3m + 2\mu\sigma - 2\mu \left(\frac{l}{R} \right)^2 \right] y + \frac{1}{12} (2p+n$$

$$+ 3m)(3x^2y - y^3) + \text{const.}, \quad (31)$$

$$\psi = - \frac{R^2}{4} \left[5n + 2p + 3m + 2\mu\sigma - \frac{2}{3} \left(\frac{l}{R} \right)^2 \right] ly$$

$$- \frac{1}{12} (2p+n+3m) \lambda (3x^2y - y^3) + \text{const.}$$

Принимая во внимание значение ω по (31), для b по формуле (30) получим:

$$b = -(2n+p).$$

Для определения бигармонической функции Φ , пользуясь формулами (31), можно записать условия (29) следующим образом:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} - i \frac{\partial \Phi}{\partial y} = i \frac{R^4}{192} \left\{ -4 \left[\frac{2n+p}{1+\sigma} + 2n+p+3q+6m+6\mu\sigma - 3\mu \left(\frac{l}{R} \right)^2 \right] e^{2\alpha i} \right.$$

$$+ 4 \left[-\frac{3(2n+p)}{1+\sigma} + 4n-p+12m-3q+6\mu\sigma - 15\mu \left(\frac{l}{R} \right)^2 \right] e^{-2\alpha i}$$

$$\left. + \left[\frac{3(2n+p)\sigma}{1+\sigma} + 8n-2p-6m+3q \right] e^{4\alpha i} + \left[-\frac{2(2n+p)\sigma}{1+\sigma} + 4n+2p+6m+3q \right] e^{-4\alpha i} \right\}.$$

Вводя комплексную переменную $Z=x+iy$ и применяя общеизвестный метод академика Н. И. Мусхелишвили [3], получим

$$\begin{aligned}
 \Phi = & \frac{1}{96} \left[-\frac{(2n+p)\sigma}{1+\sigma} + 2n+p+3m + \frac{3}{2} q \right] (3x^4 + 2x^2y^2 - y^4) y \\
 & - \frac{1}{480} \left[\frac{3}{2} \frac{(2n+p)\sigma}{1+\sigma} + 4n-p-3m + \frac{3}{2} q \right] (5x^4 - 10x^2y^2 + y^4) y \\
 & - \frac{R^2}{48} \left[\frac{3(2n+p)}{1+\sigma} - 4n+p-12m+3q-6\mu\sigma+15\mu \left(\frac{l}{R}\right)^2 \right] (x^2+y^2) y \\
 & - \frac{R^2}{144} \left[-\frac{2n+p}{1+\sigma} + 2n+p-3q+6\mu\sigma-3\mu \left(\frac{l}{R}\right)^2 \right] (3x^2-y^2) y \\
 & + \frac{R^4}{24} \left[\frac{3(2n+p)}{1+\sigma} - 4n+p-12m+3q-6\mu\sigma+15\mu \left(\frac{l}{R}\right)^2 \right] y.
 \end{aligned} \tag{32}$$

В заключение заметим, что если предположить постоянные τ и ν таковыми, что в разложениях u, v, w по степеням τ и ν нельзя было бы отбросить члены порядка τ^2 и $\tau\nu$, но можно было бы пренебречь членами порядка ν^2 и добавить к вышеполученным решениям первой и второй задач решение некоторой линейной задачи Сен-Венана, нейтрализующее лишние напряжения на торцевой поверхности $\zeta=l$, то получим решение задачи изгиба стержня поперечной силой, сопровождаемой сильным закручиванием.

Таким образом, мы получим решение задачи, выражающее то взаимное влияние, которое оказывает наличие сильного закручивающего момента на изгиб стержня поперечной силой.

Академия Наук Грузинской ССР
Тбилисский Математический Институт

(Поступило в редакцию 19.5.1941)

დრეკადობის თეორია

ბ. ზორბიძე და ბ. რუხაძე

მეორადი ეფექტების შესახებ წრიული ცილინდრის ღუნვის
შემთხვევაში. II

რეზიუმე

წინა წერილში (იხ. „მოამბის“ ტ. II, № 5) ნაჩვენებია იყო, რომ წრიული ცილინდრის განივი ძალით ღუნვის ამოცანის მეორადი ეფექტების ანგარიში დაიყვანება დრეკადობის თეორიის სამ კერძო სახის ამოცანაზე. ამ წერილში მოცემულია პირველი ორი ამოცანის ამოხსნა.

(1) То-есть величину ν считаем, как и в линейной теории упругости, малой, а τ такой, что членами, содержащими τ^2 и $\tau\nu$, нельзя пренебречь.

ფიზიკური თვალსაზრისით ამ ორი ამოცანის ამოხსნა შეესაბამება განივი ძალით ძელის ღუნვის იმ ამოცანის ამოხსნას, რომელსაც თან ახლავს საკმაოდ ძლიერი გრეხა.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
თბილისის მათემატიკური ინსტიტუტი

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—ციტირებული ლიტერატურა

1. E. Almansi. Sopra la deformazione dei cilindri sollecitati lateralmente. Rend. Ac. Lincei, s. 5, t. X, 1901.
2. А. К. Рухадзе. К задаче деформации стержня со слабо изогнутой осью. Сообщения Акад. Наук Грузинской ССР, т. II, № 1—2, 1941.
3. Н. И. Мусхелишвили. Некоторые задачи математической теории упругости. Второе издание. 1935.



ГИДРОДИНАМИКА

Д. Е. ДОЛИДZE

О НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧЕ ГИДРОДИНАМИКИ В ПРОСТРАНСТВЕ ТРЕХ ИЗМЕРЕНИЙ

(Предварительное сообщение)

Рассмотрим неустановившееся движение вязкой несжимаемой жидкости внутри замкнутой односвязной области D , ограниченной твердой регулярной поверхностью F . Область движения будем считать неизменной с течением времени; это значит, что она ограничена произвольной неподвижной поверхностью или же симметричной поверхностью, вращающейся вокруг точки или оси симметрии по заданному закону.

Пусть t —время, x_1, x_2, x_3 —прямоугольные координаты точки области, v_1, v_2, v_3 —проекции скорости, p —давление, ρ —плотность жидкости, μ —динамический коэффициент вязкости. Уравнения движения, при отсутствии внешних сил, имеют вид:

$$\mu \Delta v_i - \rho \frac{\partial v_i}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho \sum_{k=1}^3 v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k},$$

$$\sum_{k=1}^3 \frac{\partial v_k}{\partial x_k} = 0,$$

(1)

где $i=1, 2, 3$; $\Delta = \sum_{k=1}^3 \frac{\partial^2}{\partial x_k^2}$; v_i, p —искомые функции, причем v_i удовлетворяют следующим предельным условиям: при $t > 0$, v_i заданы на поверхности, а при $t=0$, v_i известны внутри области.

Будем предполагать, что решение соответствующей линейной задачи известно [1] и покажем, что, при некоторых предположениях относительно заданных элементов движения, существует единственное решение рассматриваемой задачи, которое можно найти последовательными приближениями.

1. Рассмотрим неоднородное уравнение теплопроводности:

$$\mu \Delta \psi - \rho \frac{\partial \psi}{\partial t} = f(P, t),$$

(2)

где $f(P, t)$ —заданная непрерывная функция точки $P(x_1, x_2, x_3)$ и времени.

Введем функцию

$$H(P, Q, t) = \frac{1}{8\rho(\pi vt)^{3/2}} e^{-\frac{r^2}{4vt}} + H_0(P, Q, t), \quad (3)$$

где $Q(y_1, y_2, y_3)$ —точка области, r —расстояние между P и Q , $v = \frac{\mu}{\rho}$, H_0 —регулярная функция, удовлетворяющая уравнению

$$\Delta H_0 - \frac{1}{v} \frac{\partial H_0}{\partial t} = 0 \quad (4)$$

и предельным условиям: в начальный момент она обращается в нуль внутри области, а на границе ($t > 0$) принимает значение:

$$(H_0)_F = -\frac{1}{8\rho(\pi vt)^{3/2}} e^{-\frac{r^2}{4vt}},$$

когда одна из точек P и Q находится внутри области.

Очевидно, что при $t > 0$, H регулярна во всей области, удовлетворяет уравнению (4), обращается в нуль на границе и равна нулю в начальный момент при $r \neq 0$; если же $r = 0$, то H имеет сингулярность при $t = 0$. Назовем H функцией Грина уравнения (2).

Пользуясь обычными способами математической физики, не трудно установить, что решение уравнения (2), обращающееся в нуль в начальный момент и на границе, можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \psi(P, t) &= \frac{1}{v} \int_0^t d\tau \int_D f(Q, \tau) H(P, Q, t-\tau) dD_Q = \\ &= \frac{1}{v} \int_0^t d\tau \int_D f(Q, \tau) e^{-\frac{r^2}{4v(t-\tau)}} \frac{dD_Q}{8\rho[\pi v(t-\tau)]^{3/2}} \\ &+ \frac{1}{v} \int_0^t d\tau \int_D f(Q, \tau) H_0(P, Q, t-\tau) dD_Q. \end{aligned} \quad (5)$$

Второй член в правой части формулы (5) удовлетворяет уравнению (4), поэтому первый член представляет частное решение уравнения (2).

2. Рассмотрим теперь выражения:

$$H_{ik}(P, Q, t) = \lambda h(P, Q, t) + \frac{\partial}{\partial x_k} \varphi_i(P, Q, t) + w_{ik}(P, Q, t), \quad (6)$$

где $\lambda = 1$ при $i = k$, $\lambda = 0$ при $i \neq k$;

$$h(P, Q, t) = \frac{1}{8\rho(\pi\nu t)^{3/2}} e^{-\frac{r^2}{4\nu t}},$$

φ_i удовлетворяет уравнению Пуассона

$$\Delta\varphi_i = -\frac{\partial h}{\partial x_i} \quad (7)$$

и в начальный момент обращается в нуль при $r \neq 0$; функции w_{ik} —решения линейной системы уравнений, соответствующей системе (1), в начальный момент обращаются в нуль, а на границе удовлетворяют условиям:

$$(w_{ik})_F = -\left(\lambda h + \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_k}\right)_F. \quad (8)$$

Совокупность девяти функций (6) будем вкратце называть тензором H_{ik} .

Функции φ_i , w_{ik} регулярны во всей области вплоть до поверхности для всех значений $t > 0$, при $t = 0$ обращаются в нуль внутри области, пока P не совпадает с Q . Для исследования поведения этих функций при $r = 0$, $t = 0$ заметим, что на основании уравнения (7) можем написать:

$$\varphi_i(P, Q, t) = -\frac{1}{4\pi} \int_D \frac{\partial h(B, Q, t)}{\partial \zeta_i} \frac{dD_B}{r_{PB}}, \quad (9)$$

где $B(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3)$ —точка области, $r_{PB} = \overline{PB}$.

Пользуясь выражением h , в результате оценки интеграла (9) при $P \rightarrow Q$, $t = 0$ получаем следующий порядок для φ_i и ее производных:

$$\varphi_i = O\left(\frac{r^3}{t^{3/2}} e^{-\frac{r^2}{4\nu t}}\right), \quad \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_k} = O\left(\frac{r^2}{t^{3/2}} e^{-\frac{r^2}{4\nu t}}\right). \quad (10)$$

Рассмотрим теперь интегралы

$$\int_D \varphi_i(P, Q, t) dD_Q, \quad \int_D \frac{\partial \varphi_i(P, Q, t)}{\partial x_k} dD_Q.$$

После соответствующей оценки этих интегралов, получаем

$$\lim_{t \rightarrow 0} \int_D \varphi_i(P, Q, t) dD_Q = 0, \quad \left| \int_D \frac{\partial \varphi_i(P, Q, t)}{\partial x_k} dD_Q \right| < c, \quad (11)$$

где c —ограниченная постоянная.

Далее, легко заметить, что

$$\int_D h(P, Q, t) dD_Q$$

остаётся ограниченным при $t=0$, в чем легко убедиться подстановкой

$$t = \frac{r^2}{4\nu\omega^2}.$$

Пользуясь решениями линейной задачи, не трудно установить, что w_{ik} —регулярная функция точки P , обращающаяся в нуль при $t=0$, пока Q остаётся внутри области. При приближении точки Q к поверхности, она не может иметь сингулярность более высокого порядка, чем функция

$$h + \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_k}.$$

Резюмируя сказанное, можем заключить, что H_{ik} —компоненты такого тензора, который является регулярным во всей области вплоть до поверхности для всех значений $t > 0$, на поверхности равен нулю, а внутри области удовлетворяет уравнению

$$\sum_{k=1}^3 \frac{\partial H_{ik}}{\partial x_k} = 0;$$

при $t=0$ этот тензор обращается в нуль для всех значений $r \neq 0$, а при $t=0$, $r=0$ имеет особенность вида:

$$\left(\frac{1}{r^{3/2}} + \frac{r^2}{r^{5/2}} \right) e^{-\frac{r^2}{4\nu t}}.$$

Назовем такой тензор тензором Грина системы (1).

3. С помощью тензора H_{ik} можно построить решение рассматриваемой нелинейной задачи, пользуясь способом Ф. К. Г. Odqvist'a, примененным им для установившейся задачи [2].

Пусть v_0^i , p_0 —решения линейной системы, соответствующей системе (1), удовлетворяющие заданным предельным условиям. Искомые функции v_i , p представим в следующем виде:

$$v_i(P, t) = \rho \int_0^t d\tau \int_D \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 v_k \frac{\partial v_j}{\partial y_k} H_{ij}(P, Q, t-\tau) dD_Q + v_0^i(P, t), \quad (12)$$

$$p(P, t) = \rho^2 \int_0^t d\tau \int_D \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 v_k \frac{\partial v_j}{\partial y_k} \left[q_j(P, Q, t-\tau) + \nu \Delta \varphi_j - \frac{\partial \varphi_j}{\partial t} \right] dD_Q + p_0(P, t), \quad (13)$$

где q_j —гидродинамическое давление, соответствующее скорости $\bar{w}_j(w_{j1}, w_{j2}, w_{j3})$.

Легко проверить непосредственно, что выражения (12) и (13) удовлетворяют системе (1). Далее, в силу нулевых граничных значений тензора H_{ij} , первый член в правой части формулы (12) обращается в нуль на границе, а v_i^0 удовлетворяет заданному граничному условию. Что же касается начального условия, то w_{ik} обращаются в нуль в начальный момент и, согласно формул (11), первый член в правой части формулы (12) равен нулю при $t=0$, а v_i^0 удовлетворяет заданному начальному условию. Таким образом, выражения (12) и (13) удовлетворяют всем требуемым условиям.

Правая часть формулы (12) содержит неизвестные функции $v_k, \frac{\partial v_j}{\partial x_k}$, которые определяются следующим путем. На основании вышеприведенных оценок, дифференцирование первого члена в правой части формулы (12) мы можем выполнять под знаком интеграла и будем иметь

$$\frac{\partial v_j}{\partial x_k} = \rho \int_0^t d\tau \int_D \sum_j \sum_k v_k \frac{\partial v_j}{\partial y_k} \frac{\partial H_{ij}}{\partial x_k} dDQ + \frac{\partial v_i^0}{\partial x_k}. \quad (14)$$

Формулы (12) и (14) образуют систему двенадцати нелинейных интегральных уравнений, которые могут послужить для определения двенадцати неизвестных $v_k, \frac{\partial v_j}{\partial x_k}$.

Обозначим:

$$\frac{\partial v_i^0}{\partial x_k} = v_{ik}^0, \quad \frac{\partial v_i}{\partial x_k} = v_{ik},$$

и представим искомые функции в виде рядов

$$v_i = \sum_{n=0}^{\infty} \rho^n v_{i,n}, \quad v_{ik} = \sum_{n=0}^{\infty} \rho^n v_{ik,n}. \quad (15)$$

Подставляя в систему (12), (14), для определения членов ряда, получим рекуррентные формулы

$$v_{i,0} = v_i^0, \quad v_{ik,0} = v_{ik}^0,$$

$$v_{i,n+1} = \int_0^t d\tau \int_D \sum_j \sum_k \sum_{m=0}^n v_{k,m} v_{j,k,m} H_{ij} dDQ,$$

$$v_{ik,n+1} = \int_0^t d\tau \int_D \sum_j \sum_k \sum_{m=0}^n v_{k,m} v_{j,k,m} \frac{\partial H_{ij}}{\partial x_k} dDQ.$$

Исследование сходимости рядов (15) можно провести почти дословным повторением рассуждений, примененных нами при решении плоской нелинейной задачи [3], с той лишь разницей, что вместо интегралов по площади здесь придется оценить интегралы по объему. В результате получим следующее достаточное условие сходимости рядов (15)

$$\rho < \frac{1}{(V\alpha B_0 + V\beta B_0)^2}, \tag{16}$$

где A_0, B_0 — постоянные, зависящие от заданных граничных значений скорости; α и β зависят только от заданной области, при любом конечном значении t . Вводя безразмерные величины, последнее условие можно выразить с помощью числа Рейнольдса.

Оценки, с помощью которых доказывается сходимость рядов (15), дают также возможность установить единственность решения системы (12), (14).

Академия Наук Грузинской ССР
Тбилисский Математический Институт

(Поступило в редакцию 6.6.1941)

ჰიდროდინამიკა

დ. დოლიძე

ჰიდროდინამიკის არაწრფივი სასაზღვრო ამოცანის შესახებ სამი განუმარტებელი სიმკვლევი

(წინასწარი ცნობა)

შრომში განიხილება ბლანტი უკუში სითხის არასტაციონარული მოძრაობის სასაზღვრო ამოცანა ისეთ მარტივადმულ ჩაკეტილ D არეში, რომელიც შემოსაზღვრულია მყარი რეგულარული F ზედაპირით. ჰიდროდინამიკის განტოლებებიდან უნდა მოიძებნოს სიჩქარის \vec{v} ვექტორი და ჰიდროდინამიკური p წნევა არის ნებისმიერ წერტილში, თუ ვიგულისხმებთ, რომ სიჩქარე მოცემულია ზედაპირზე დროის ნებისმიერ მომენტში და არის შიგნით საწყის მომენტში.

ეთქვამთ, ცნობილია ჰიდროდინამიკის წრფივი განტოლებების ამოხსნები, რომლებიც აკმაყოფილებს მოცემულ სასაზღვრო და საწყის პირობებს. არაწრფივი განტოლებების საძიებელ ამოხსნებს წარმოვადგენთ შემდეგნაირად:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_1, \quad p = p_0 + p_1,$$

სადაც \vec{v}_1, p_1 აკმაყოფილებს ნულოვან სასაზღვრო და საწყის პირობებს.

\bar{v}_1 და \bar{p}_1 ფუნქციების მოსაძებნად აიგება ე. წ. გრინის ტენზორი, რომელიც წარმოადგენს სითბოვამტარებლობის განტოლების გრინის ფუნქციის ანალოგს. ხსენებული ტენზორის საშუალებით ამოცანა მიიყვანება არაწრფივ განტოლებათა სისტემაზე, რომელიც ამოიხსნება თანმიმდევრობითი მიახლოებით, თუ დაცულია პროცესის კრებადობის (16) საკმარისი პირობა; ეს უკანასკნელი შეიძლება გამოისახოს რეინოლდსის რიცხვის საშუალებით.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
თბილისის მათემატიკური ინსტიტუტი

HYDRODYNAMIK

ÜBER DAS NICHTLINEARE PROBLEM DER HYDRODYNAMIK
IM RAUME VON DREI DIMENSIONEN

(Vorläufige Mitteilung)

Von D. DOLIDZE

Zusammenfassung

Verf. betrachtet das Randwertproblem für die nichtstationäre Bewegung einer zähen inkompressiblen Flüssigkeit innerhalb eines geschlossenen, einfach zusammenhängenden Gebietes D , das durch eine starre reguläre Fläche F begrenzt wird. Es wird ein Verfahren angegeben, mittels dessen man die Geschwindigkeit \bar{v} und den hydrodynamischen Druck p aus einem nichtlinearen System hydrodynamischer Gleichungen bestimmen kann, sobald die Geschwindigkeit auf dem Rande für einen willkürlichen Zeitpunkt $t > 0$ und im Inneren des Gebietes für den Anfangszeitpunkt gegeben ist.

Die Lösungen des linearen Randwertproblems \bar{v}_0, p_0 , welche den Grenzbedingungen genügen, seien bekannt. Dann haben die gesuchten Lösungen die Gestalt:

$$\bar{v} = \bar{v}_0 + \bar{v}_1, \quad p = p_0 + p_1,$$

wo \bar{v}_1, p_1 den Null-Grenzbedingungen genügen.

Um die Funktionen \bar{v}_1, \bar{p}_1 zu finden, wird ein s. g. Greenscher Tensor konstruiert, der sich ähnlich darstellt, wie die Greensche Funktion der Wärmeleitungsgleichung. Mit Hilfe dieses Tensors wird das Problem auf ein System nichtlinearer Integralgleichungen zurückgeführt. Dies System wird durch schrittweise Näherungen gelöst, sobald die hinreichende Bedingung (16) für die Konvergenz des Verfahrens erfüllt ist, die mit Hilfe der Reynoldsschen Zahl ausgedrückt werden kann.

3963

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—ციტირებული ლიტერატურა—
ZITIERTE LITERATUR

1. Д. Е. Долидзе. Общая линейная краевая задача гидродинамики. Сообщения Академии Наук Грузинской ССР, т. II, № 1—2, 1941.
 2. F. K. G. Odqvist. Über die Randwertaufgaben der Hydrodynamik zäher Flüssigkeiten. Mathematische Zeitschrift, B. 32, S. 329, 1930.
 3. Д. Е. Долидзе. Об одной нелинейной задаче гидродинамики. Сообщения Грузинского Филиала Академии Наук СССР, т. II, № 9, 1940.
-



მ. შინიავილი და ვ. კახიანი

ელექტროდიალიზით კაპტირებული ალუმო-სილიციუმის ზოლები

მიუხედავად მრავალი გამოკვლევისა, რომელიც ნიადაგის არაორგანული ნაწილის მაღალი გაცვლითი ტევადობის (обменные емкости) მიზეზის საკითხს ეხება, იგი დღესაც არაა გადაწყვეტილი. ამ ბოლო დროს ავტორთა უმრავლესობა ნიადაგის გაცვლითი ადსორბციის პროცესებს უმთავრესად მასში მაღალ მოლეკულურ-ორგანულ მყავათა არსებობას მიაწერს, ნიადაგში შემავალ ორგანულ ნაწილს, კათიონების გაცვლა-გამოცვლის პროცესში, მეტად მნიშვნელოვანი როლი ენიჭება; თუმცა არსებობს მთელი რიგი ისეთი ნიადაგებისა (მაგ., წითელი მიწა), რომლებიც ორგანულ ნივთიერებას თითქმის არ შეიცავენ, მაგრამ ჰაინც მაღალი გაცვლითი ტევადობით ხასიათდებიან.

ნიადაგის არაორგანულ მყავურ თვისებებს უმთავრესად სილიციუმის მყავასა და მის მთელ რიგ ნაერთებს აწერენ. ასეთსავე აზრს გამოსთქვამს ცნობილი შვედელი მკვლევარი მატსონი [1]. უფრო გვიან ირკვევა, რომ კოლოიდურ თვისებათა მატარებელი სილიციუმის მყავა, როგორც სუსტი მყავური თვისების მატარებელი, მყავე და ნეიტრალურ არეში კათიონების ადსორბციას არ განიცდის [2—5].

შერეულ გელებზე ჩატარებულ კვლევითი მუშაობიდან გამოიკვია, რომ ეს გელები გუოდამით და ხანგრძლივი გაწმენდის შემდეგ პრაქტიკულად ნეიტრალური რჩებიან და ნეიტრალურ მარილებთან მოქმედებისას გაცვლითი ადსორბციის მოვლენებს აღარ იძლევიან [6].

ირკვევა აგრეთვე, რომ გაწმენდილი ალუმინის ქანგისა და სილიციუმის მყავას ზოლები ელექტროველში კატაფორულ მოძრაობას არ განიცდიან [7—9]. ეს იმას ნიშნავს, რომ ნაწილაკთა ზედაპირზე ელმუხტი არ წარმოიშვება, ე. ი. არ არსებობენ იონები, რომლებიც თითქოს სილიციუმისა და ალუმინიუმის ქანგთა დისოციაციის შედეგად უნდა წარმოშობილიყო.

შეიძლება დამტკიცებულად ჩაითვალოს, რომ ζ - (ელექტროკინეტური) პოტენციალის ჩვეულებრივი მნიშვნელობანი გამოწვეულია არა ალუმინიუმის კათიონებისა ან SiO_2 -ის ანიონების არსებობით, არამედ იმ ელექტროლიტთა იონების ადსორბციით, რომლებიც თითქმის ყოველთვის იმყოფებიან ხსნარში ობიექტის არა საკმარისი გაწმენდის შემთხვევაში.

ამრიგად, სილიციუმის მყავა pH-ის ინტერვალში, რომელიც ჩვენ გვიანტერესებს [4—6], პრაქტიკულად ნეიტრალურია და საეკვაო, რომ ნიადაგის მყავური თვისებები მასზე იყოს დამოკიდებული. აღნიშნული მონაცემები მიღებულია მხოლოდ სუფთა Al_2O_3 და SiO_2 -ის ზოლებსა და გელებზე.

შესაძლოა, რომ Al_2O_3 -სა და SiO_2 -ის ნაერთებს (ალუმო-სილიკატებს) მეფეური თვისებები ახასიათებდეს, თუმცა ზოგიერთ მონაცემთა მიხედვით გულდასმით გაწმენდის შედეგად ალუმო-სილიკატები გაცვლითი ტევადობის თვისებებს კარგავენ [10].

ჩვენს მიზანს წარმოადგენდა გამოგვერკვია ელექტრო-დიალიზით გაწმენდილი ალუმო-სილიციუმის გელების ელექტრო-ქიმიური თვისებები, მათი წ-პოტენციალი და ამ უკანასკნელის ცვალებადობა, გამოწვეული ელექტროლიტთა სხვადასხვა რაოდენობის მიმატებით.

$Al_2O_3 \cdot 4SiO_2$ -ის გელის მიღება და გაწმენდა

შერეული გელები Al_2O_3 და SiO_2 მიღებულია ისე, როგორც ეს მატსონს აქვს აღწერილი.

ჩვეულებრივი დიალიზის შემდეგ (ცელოფანის ტომრებში) გელი იწმინდებოდა ელექტროდიალიზით 40—50 ვ/სმ პოტენციალის გრადიენტის პირობებში. გაწმენდ სითხედ იხმარებოდა დესტილირებული წყალი. ამ პოტენციალის გრადიენტის პირობებში გაწმენდა დამთავრებულად ითვლებოდა მაშინ, როდესაც დენის ძალა ელექტროდიალიზისას პრაქტიკულად მუდმივად რჩებოდა. პოტენციალის გრადიენტი გაწმენდის პროცესში თანდათან იზრდებოდა 800 ვ/სმ. გაწმენდ სითხედ იხმარებოდა ორჯერ დესტილირებული წყალი (ბიდესტილაცი) ხვედრითი ელგამტარობით $1,2—1,4 \cdot 10^{-6} \Omega^{-1}$. ძაბვა ელექტროდებზე ~7000 ვოლტს აღწევდა.

ელ-დიალიზის პროცესის დაწყებიდან ~400 საათის შემდეგ (ან 40—50 საათის შემდეგ 800 ვ/სმ პოტენციალის გრადიენტით მუშაობისას) გელის გაწმენდა დამთავრებულად ითვლებოდა.

შერეულ გელებიდან დარჩენილ ელექტროლიტთა მინარევების გამოძევება ასეთ მაღალი პოტენციალის შემთხვევაში ძლიერ ნელა მიმდინარეობს და, რათქმა უნდა, უფრო დაბალ გრადიენტთა პირობებში მათი გამოძევება შეუძლებელი იქნებოდა. თუ მხედველობაში მივიღებთ, რომ პროცესის დასაწყისში აღსარბციის ოზოთერმა მეტად მკვეთრად მიიმართება ზევით და წონასწორობის კონცენტრაციები კი ელექტროლიტთა მცირე რაოდენობის შემთხვევაში მეტად უმნიშვნელოა, მაშინ აღნიშნული მოვლენა გასაგები ხდება.

800 ვ/სმ გრადიენტით მუშაობისას, რამდენიმე ათეული საათის შემდეგ გელი, რომელიც მანამდე ნალექის სახით იყო, იწყებს პეპტიზაციას და მღვრიე კოლოიდურ ხსნრს იძლევა, რომელიც ელექტროდიალიზის პროცესის შეწყვეტისას სწრაფად იწმინდება (ილექება).

გაწმენდის პროცესის გაგრძელებისას, პეპტიზირებულ გელიდან მიღებული ზოლი უფრო მეტ მდგრადობას იჩენს. ამგვარად მიღებული ზოლი რჩება უცვლელი 15—20 დღის განმავლობაში.

გელის პეპტიზაცია და უმუხტო ზოლის (беззарядный золь) წარმოშობა თითქმის ისევე ხდება, როგორც სუფთა Al_2O_3 -ის გელის წარმოშობა წყალბადის ატმოსფეროში [11].

ელექტროდიალიზის პროცესი მთავრდება მაშინ, როდესაც ელექტროდიალიზის რეჟიმი მიმდინარეობს ისე, როგორც ელექტროდიალიზი ორჯერ გამოხდილი წყლისა. ასეთ პირობებში წარმოშობილი პეპტიზირებული, უმუხტო ზოლი საკმარისად მდგრადია და მხოლოდ 15-20 დღის შემდეგ იწყებს კოაგულაციას. ჩვენ მიერ მიღებული ზოლი პოლიდისპერსულია და შეიცავს $1,9 \cdot 10^{14}$ ნაწილაკს ლიტრში. ნაწილაკის საშუალო რადიუსი ~ 30 μm -ია. რადიუსს ვსაზღვრავდით სათანადო განზავების შემდეგ ზიგმონდის წყალ იმერსიულ ულტრამიკროსკოპის საშუალებით.

მიღებული ზოლის კონცენტრაცია შეადგენს 50-55 მგ/ლიტ. ქიმიური შემადგენლობა მისი ასეთია: $1\text{Al}_2\text{O}_3$ -ზე მოდის 2SiO_2 ნაცვლად 4SiO_2 -სა, რომელიც იყო გელის დამზადებისას. განსაკუთრებული სისუფთავის და სიზუსტის დაცვის პირობებში ვიღებდით ზოლებს, რომელთა ხვედრითი ელგამტარობა შეადგენდა $1,3 \cdot 10^{-6} \Omega^{-1}$ და $\text{pH} = 5,60 - 5,70$ ჰაერის ნახშიროქსანგთან წონასწორობაში ყოფნის გათვალისწინებით.

ამრიგად, მიღებული ზოლების ხვედრითი ელგამტარობა და pH ისეთივე სიდიდეებით ხასიათდებიან, როგორც ელექტროდიალიზისათვის გამოყენებული ორჯერ გამოხდილი წყალი.

კ ა ტ ა ფ ო რ ე ზ ი

მიღებულ ზოლთა pH-ზე მიმატებულ ნეიტრალური მარილების გავლენის შესასწავლად ჩატარებულია პოტენციომეტრიული ტიტრაცია (მინის ელექტროდის გამოყენებით).

მარილების განზავებული ხსნარების მიმატება ზოლების pH-ს უცვლელად სტოვებს. გასატიტრავად აღებულია 20 სმ³ ზოლი; ცდა წყდება ზოლის კოაგულაციის დაწყებისას. ცდები გვიჩვენებენ, რომ გაცვლითი ადსორბციის მოვლენებს ადგილი არა აქვს. კატაფორეზული მოძრაობის შესწავლა სწარმოებდა როგორც სუფთა ზოლებზე, ისე ელექტროლიტთა ხსნარების მიმატების შემთხვევაშიც. კატაფორეზი იზომებოდა ამ მიზნისათვის სპეციალურ უონკანო S-ს მაგვარ ხელსაწყოში, რომელიც აღქმულია ორი მოხრილი მილით.

ზოლის მოსაზღვრე სითხეებად („ნიკოვანა“ жидкость) იხმარებოდა ორჯერ გამოხდილი წყალი ან ელექტროლიტის განზავებული ხსნარი, რომლის ელგამტარობა 5-6 $\%$ -მდე აღემატებოდა ზოლის ელგამტარობას. მოსაზღვრე სითხის წერჩვევის პრინციპები აღწერილია ა. რაბინოვიჩის და ე. ფოლმანის შრომაში [12]; ზოლის და მოსაზღვრე სითხის pH მნიშვნელობანი ექსპერიმენტის მსვლელობისას პრაქტიკულად მუდმივი რჩებოდა. ცდები სწარმოებდა თერმოსტატში $25 \pm 0,05^\circ\text{C}$.

სუფთა ზოლის შემთხვევაში (ელექტროლიტის მიუმატებლად) ჩატარებულმა ცდებმა დაგვანახვეს ზოლის ელექტრულ არეში 40-50 წუთის განმავლობაში სრული უძრაობა. ეს იმის მაჩვენებელია, რომ ზოლის ნაწილაკებზე დიფუზური ორმაგი ფენი არ არსებობს, რომელზედაც ჩვეულებრივ დამოკიდებულია ნა-



წილაკთა კატაფორეზული მოძრაობა. 40—50 წუთის შემდეგ ზოლის ნაწილაკები იწყებენ ელექტროველში მოძრაობას. ეს შეიძლება ახსნილ იქნას ზოლის ნაწილაკთა დადებითად დამუხტვით ჰაერიდან ან წყლიდან ნახშირორჟანგის შთანთქმის შედეგად.

სუფთა ზოლში ძალიან მცირე რაოდენობით (0,1 μ -მოლი/ლიტრში) ელექტროლიტის ხსნარის მიმატება სრულიად უზრუნველყოფდა ზოლის კატაფორეზულ მუდმივი მოძრაობის სიდიდის დამყარებას.

ჯ-პოტენციალის სიდიდე, რომელიც ზოლის კატაფორეზული მოძრაობიდან იანგარიშება, შეადგენს 36,4 mV. ექსპერიმენტებით უფუძლებელი შეიქმნა ზუსტად დაგვეყარება ელექტროლიტის ის მინიმალური რაოდენობა, რომელიც ზოლის ნაწილაკებზე ელმუხტის წარმოშობას უზრუნველყოფდა. ცდების შედეგად მიღებულია, რომ ეს რაოდენობა 0,1 μ -მოლი/ლიტრზე ნაკლებს შეადგენს. ზოგიერთ შემთხვევაში ამ კონცენტრაციაზე უფრო ნაკლები კონცენტრაციის ელექტროლიტის ხსნარის მიმატება იძლევა კატაფორეზული მოძრაობის 35—40 mV-ის შესაბამის მნიშვნელობას, ზოგიერთ შემთხვევაში კი სრულ უძრაობას ჰქონდა ადგილი. ელექტროლიტების ხსნარებად იხმარებოდა KNO_3 , K_2SO_4 და K_3PO_4 მილინორმალური ხსნარები.

მიმატებული ელექტროლიტის ხსნარის რაოდენობის გაზრდა იძლეოდა ჯ-პოტენციალის სათანადო შემცირებას, დამოკიდებულს ელექტროლიტის ანიონის ვალენტობაზე. ქვემოთ ცხრილში მოყვანილია ზოლებზე ჩატარებული კატაფორეზული ცდის შედეგები.

1-ლ ცხრილში მაგალითისათვის მოყვანილია ნებისმიერად აღებული ზოლის ჯ-C მრუდზე ერთი წერტილის კატაფორეზული ცდის მონაცემები. ამ ცდაში მიმატებულია 0,28 μ -მოლი/ლიტრზე ფოსტორმჟევა კალიუმის მარილის ხსნარი.

ჯ-პოტენციალი იანგარიშება დებაი-ჰიუკელის ფორმულით [13].

$$\zeta = \frac{6\pi\eta}{DH} V,$$

სადაც V პოტენციალის გრადიენტი ხელსაწყოს მილის გასაზომ ნაწილში; D დიელექტრულ მუდმივია; η —სიბლანტეა. ვინაიდან ზოლისა და მიმატებული ელექტროლიტის კონცენტრაცია ყოველთვის ძლიერ მცირე იყო, ამიტომ D და η -სთვის ვიღებდით წყლის შესაბამის მნიშვნელობას.

მე-2 ცხრილში მოყვანილია უმუხტო ზოლებზე ჩატარებული კატაფორეზული ცდების შედეგები.

ზემოთმოყვანილი ცხრილები გვიჩვენებენ ჯ-პოტენციალის ცვლილებას, ზოლში შეყვანილი ელექტროლიტის ხსნარის რაოდენობასთან დაკავშირებით. აღსანიშნავია, რომ სუფთა ზოლებს ჯ-პოტენციალი არ გააჩნიათ (სტრიქონი 1, ცხრილი 2).

ელექტროლიტთა მიმატება კი შემდგომში იწვევს კატაფორეზული მოძრაობის კანონზომიერ შემცირებას.

ელექტროდიალიზით პეპტიზირებული ალუმო-სილიციუმის ზოლები

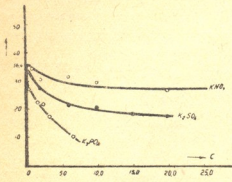
ცხრილი 1

დრო ცდის დაწყებიდან (წუთები)	ზღვარის გამყოფი ზონა		კათაფორეზული მოძრაობა $\frac{\mu}{\text{სმ}^2}$ ვ/სმ	ელექტრო-სტატიკური ვოლტმეტრის ჩვენება V	შ ე ნ ი შ ე ნ ა
	მარცხენა მილში	მარჯვენა მილში			
0	—	+		157	მილის სიგრძე—28 სმ ხვედრითი ელგამტარობა ზოლის + ელექტროლიტის ხსნარის: $\chi_{25^{\circ}} = 1,78 \cdot 10^{-6} \Omega^{-1}$.
5	4,9 5,1	5,4 5,15	1,33	159	
10	5,3	4,9	1,31	161	ხვედრითი ელგამტარობა „მოსაზღვრე“ სითხის: $\chi_{25^{\circ}} = 1,88 \cdot 10^{-6} \Omega^{-1}$.
15	5,5	4,6	1,30	162,5	
20	5,7	4,4	1,30	162,5	
25	6,0	4,2	1,44	162,5	
30	6,25	3,9	1,57	163	
35	6,5	3,6	1,56	166	საშუალო მნიშვნელობა კათაფორეზული მოძრაობისა $V = 1,46 \cdot 10^{-3}$ სმ/სეკ ვ/სმ
40	+	—	1,68	166	
45	5,9	4,2	1,67	165	

ცხრილი 2

KNO ₃ ხსნარის კონცენტრაცია ზოლში μ -მოლი/ლ.	ζ-პოტენციალი mv	K ₂ SO ₄ ხსნარის კონცენტრაცია ზოლში μ -მოლი/ლ.	ζ-პოტენციალი mv	K ₂ PO ₄ ხსნარის კონცენტრაცია ზოლში μ -მოლი/ლ.	ζ-პოტენციალი mv
0	0	0	0	0	0
<0,1	36,4	2	28	0,3	28
0,8	35	6	22	1,6	23
2,0	31	10	21	2,3	22
6,0	32	15	19	3,3	18
10,0	30	20	18	6,7	11
20,0	27	30	18		
30,0	28				
200,0	23				

ელექტროლიტის მიმატება ზოლში ხდებოდა კოაგულაციის ზღვარამდე. KNO_3 -ის შემთხვევაში, 200 μ -მოლი/ლიტრში კონცენტრაციის ხსნარის მიმატებისას უკვე შესამჩნევ კოაგულაციას ჰქონდა ადგილი.



ნახ. 1.

K_2SO_4 -ის შემთხვევაში ასეთივე ეფექტს ჰქონდა 30 μ -მოლი/ლიტრში კონცენტრაციისას. K_3PO_4 -ის დროს 6,7 μ -მოლი/ლიტრში, ე. ი. ზოლის კოაგულაციის დამწყები კონცენტრაციები ისე შეეფარდებიან ერთმანეთს, როგორც 1:5:33.

ჯ-პოტენციალის ცვლილება, მიმატებული ელექტროლიტის ხსნარის კონცენტრაციასთან (C) დაკავშირებით, მოცემულია ნახაზზე.

შედევების განხილვა

ექსპერიმენტი გვიჩვენებს, რომ ხანგრძლივი და გულდასმითი გაწმენდის შედეგად ალუმო-სილიციუმის გელები პეპტიზაციას განიცდიან და წარმოშობენ კოლოიდურ ხსნარებს, რომელთა ნაწილაკები ელექტრულ ველში არ განიცდიან მოძრაობას. ეს მონაცემი მიგვიჩვენებს იმაზე, რომ ვარაუდოვით იონების გამოძევების შედეგად ნაწილაკები კარგავენ ელექტრულ მუხტს, რაც იმას ნიშნავს, რომ ნეიტრალურ არეში არ არსებობენ იონები, რომელთა წარმოშობა მოსალოდნელია იმ შემთხვევაში, თუ სილიციუმის ან ალუმო-სილიციუმის ნაერთები დისოციაციას განიცდიან.

ამ მონაცემების საფუძველზე, რომლებიც საესებით ეთანხმებიან წარსულ კვლევებსაც [2, 5], შეიძლება დავასკვნათ, რომ ნიადაგის შერეული გელების (R_2O_3 და SiO_2) ნაწილაკებზე ელექტრული მუხტის წარმოშობა გამოწვეულია იმ ელექტროლიტების ადსორბირებული იონებით, ან ორგანული მყავებით, რომლებიც ყოველთვის იმყოფებიან ნიადაგში და გაუწმენდავ გელებში (ნიადაგის მოდელი). რაც შეეხება იმ აზრს, რომ ელექტროლიტური ორმაგი ფენის შიდა გარსი შეიცავს სილიციუმის ან ალუმო-სილიციუმის მყავის ანიონებს, ის საეჭვოდ უნდა ჩაითვალოს.

როგორც უკვე გვიჩვენებს, ელექტროლიტის ხსნარის ძალიან მცირე რაოდენობით მიმატება იძლევა ჯ-პოტენციალის ჩვეულებრივ მნიშვნელობას, რომელიც ელექტროლიტის უფრო მეტი რაოდენობით მიმატებისას მცირდება ელექტროლიტური ორმაგი ფენის დიფუზიური ნაწილის შეკუმშვის გამო. აღსანიშნავია, რომ ზოლის ნაწილაკები დადებითად იმუხტებიან იმ შემთხვევაშიც კი, როდესაც ვუმატებთ ფოსფორმყავა კალიუმის მარილის ხსნარს.

აქედან ცხადია, რომ პოტენციალის განმსაზღვრავი იონები კათიონები ყოფილა.

აგრეთვე ცნობილია, რომ კათიონების ადსორბცია R_2O_3 ნაერთებზე ძლიერ მცირეა და ამიტომ ძნელი წარმოსადგენია, რომ ამ შემთხვევაში პოტენციალის განმსაზღვრავ იონებად კალიუმის იონები იყოს. თვით ალუმინის ჟანგი სიმჟავების საგრძნობ ადსორბციას განიცდის, ხოლო ნეიტრალური მარილების მოქმედებისას კი ადსორბცია ძლიერ მცირეა. ალუმინის ჟანგზე ნეიტრალური მარილებით მოქმედებისას ადგილი აქვს სიმჟავის ჰიდროლიტურ ადსორბციას. ასეთსავე მოვლენას ვხვდებით შერეულ გელებზეც. გელების პოტენციომეტრული ტიტრაციის დროს K_2SO_4 ან KH_2PO_4 -ის ხსნარებით (მინის ელექტროდის გამოყენებით) სუსპენზიის pH იზრდებოდა, რაც სიმჟავის ჰიდროლიტურ ადსორბციას მოწმობდა. სუსპენზიის pH ზრდა ამ შემთხვევაში გამოწვეული იყო სინამდვილეში ჰიდროლიტური ადსორბციით და არა მარილების ანიონების ჩანაცვლებით OH იონების მაგიერ, რადგანაც გელები თავიანთ ზედაპირზე მოკლებულნი არიან იონების საგრძნობ რაოდენობას. პოტენციალის განმსაზღვრავ იონებად ამ შემთხვევაში დასაშვებია მხოლოდ წყალბადის იონების არსებობა, რომელნიც ნაწილაკებს დადებითად მუხტავდნენ.

ამრიგად, შერეულ გელებზე ნეიტრალური მარილებით მოქმედებისას, ადგილი აქვს (მოლეკულარულ ადსორბციასთან ერთად) სიმჟავის ჰიდროლიტურ ადსორბციას; pH სისტემისა თანდათან იზრდება და პროცესის წონასწორული მდგომარეობის დამყარებისას ადსორბირებული სიმჟავის რაოდენობა მცირე რჩება.

იმ შემთხვევაში, თუ სუსპენზიის pH უცვლელად დაეტოვებო (მაგ., გელის რამოდენიმეჯერ გარეცხვით მუდმივი pH მქონე ელექტროლიტის ხსნარით), მაშინ სიმჟავის ადსორბცია მნიშვნელოვანი ხდება; ამიტომ არის რომ, მიუხედავად ალუმო-სილიციუმის ნაერთების ნეიტრალური ბუნებისა, მათ შეუძლიათ ნეიტრალური მარილებიდან (მაგ., Na_2HPO_4 ხსნარიდან $pH=7,2$) სიმჟავის (H_3PO_4) მნიშვნელოვანი რაოდენობა შთანთქონ და ამის გამო მჟავური თვისებები მიიღონ.

ადსორბირებული ფოსფორის მჟავა და ალუმინის ჟანგის ურთიერთმოქმედება იძლევა ალუმინიუმის ფუძე მარილს $Al_2O_3 \cdot 1/2 H_3PO_4$; $BaCl_2$ -ის ხსნარის მოქმედება იწვევს Ba იონების ჩანაცვლებას და ალუმინიუმის ფუძე მარილის კათიონების $Al_2O_3 \cdot H^+$ გამოძევებას.

ამრიგად, ცხადია, რომ შერეული გელების დამუშავება მარილხსნართა საკმაო რაოდენობით წარმოშობს (სიმჟავის ჰიდროლიტურ ადსორბციისა და ზედაპირულ ქიმიურ რეაქციათა შედეგად) ალუმინიუმის ჟანგთან ალუმინიუმის ფუძე მარილებს PH მაღალ მნიშვნელობების დროს. ჩვენი აზრით, აღნიშნული მოვლენა უნდა იყოს მიზეზი გაცვლითი ტევადობის წარმოშობისა, მიუხედავად იმისა, რომ შერეული გელები თავისთავად სრულიად არ ხასიათდებიან მჟავურ თვისებებით.

შეიძლება ამ მოვლენებით აიხსნას იმ ნიადაგთა მაღალი გაცვლითი ტევადობის მიზეზები, რომლებიც არ შეიცავენ ორგანულ მჟავებს.

ეს მონაცემები საკმაო განმარტებას იძლევა იმ წინააღმდეგობის შესახებ, რომელიც ამ უკანასკნელ წლებში მთელ რიგ მკვლევართა შორის არსებობს.



სრულიად დამოუკიდებელ ინტერესს წარმოადგენს შერეულ გელთა ამ-
გვარი წესით პეპტიზაცია და ელექტრული მუხტის გარეშე სტაბილური ზოლფ-
ბის არსებობა. ცხადია, ამ ზოლთა მდგრადობის მიზეზი ჰიდრატულ გარსთა
არსებობა უნდა იყოს, რაც ზოლის ნაწილაკებს აგრეგაციისაგან იცავს.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის
თბილისის ქიმიური ინსტიტუტი
და მოსკოვის კარპოვის სახელობის
ფიზიკო-ქიმიური ინსტიტუტი
(შემოვიდა რედაქციაში 3.6.1941)

ХИМИЯ

М. Е. ШИШНИАШВИЛИ и В. А. КАРГИН

ПЕПТИЗИРОВАННЫЕ ЭЛЕКТРОДИАЛИЗОМ
АЛЮМОКРЕМНЕВЫЕ ЗОЛИ

Резюме

Пептизированные алюмокремневые золи из смешанных гелей путем
электродиализа при градиентах 800 v/cm лишены электрических зарядов.
Частицы золя заряжаются введением в золь растворов электролитов
$0,1 \mu\text{--mol/l}$, приобретают положительный заряд и измеримую катафоретическую
подвижность. Дальнейшее прибавление нарастающих количеств
растворов электролита в зависимости от валентности аниона вызывает
закономерное понижение ζ -потенциала.

Таким образом, чистые алюмокремневые золи и гели являются нейтральными и не
обладают кислыми свойствами. Кислые свойства алюмокремневых гелей, которые
наблюдали предыдущие исследователи, обусловлены адсорбированными кислотами,
неудаляющимися при обычных методах очистки. Обычно наблюдаемые адсорбционные
емкости так же связаны с наличием адсорбированных кислот, или же являются
результатом гидролитической адсорбции при взаимодействии их (в определенных
условиях) с растворами электролитов.

Тбилисский Химический Институт
Академии Наук Грузинской ССР
Московский физико-химический институт
имени Карпова

ციტირებული ლიტერატურა—ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Mattson and Hester. U. S. Soil sci, 34, 459, 1932.
2. З. Я. Берестнева и В. А. Каргин. Журнал физической химии, 8, 35, 1936.
3. V. A. Kargin and A. U. Rabinowitsch. Trans. Farad. 31, 284, 1935.
4. Б. Брунс, П. Бурштейн, К. Фелотов и М. Лившиц. Журнал физической химии, 2, 7, 1938.
5. მ. ე. შიშნიაშვილი. ელექტროლიტების აღსორბცია შერეულ გელებზე (მზადდება დასაბეჭდად).
6. В. А. Каргин, П. С. Васильев и О. Димитриенко. Журнал физической химии, 13, 1837, 1939.
7. А. И. Байбаев и В. А. Каргин. Журнал физической химии 7, 13, 1936.
8. Acta Physicochim. 3, 97, 1935.
9. Z. Verestneva and V. Kargin. Acta Physicochimica, 8, 675, 1938.
10. Trepel, Z. P. D. u. V. T. A. 19, № 3/4. 1931.
11. З. Я. Берестнева и В. А. Каргин. Журнал физической химии, 10, 593, 1932.
12. А. И. Рабинович и Е. В. Фодиман. Журнал физической химии, 3, 8, 1932.
13. P. Debye и E. Hückel. Phys. Z. 24, 49, 1924.

С. Г. КУРАШВИЛИ

УСКОРЕННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КАЛЬЦИЯ И МАГНИЯ В МАРГАНЦЕВОЙ РУДЕ

Определение кальция и магния в марганцевых рудах требует предварительного отделения марганца, что обычно достигается с помощью брома в аммиачной среде. Этот способ обладает тем недостатком, что получающаяся перекись марганца, с одной стороны, выделяется полностью лишь с трудом [1], с другой—может адсорбировать ионы кальция и магния из раствора. Если последнее обстоятельство можно устранить повторным осаждением марганца, то с попаданием в фильтрат ионов двухвалентного марганца бороться труднее. Ввиду этого нам казалось заманчивым использовать другие методы выделения марганца, которые были бы лишены недостатков, отмеченных у вышеупомянутого метода. С другой стороны, нас интересовал такой ход работы, который позволил бы, игнорируя остальные компоненты марганцевой руды, определять кальций и магний из отдельной навески, что ускорило бы выполнение анализа руды на содержание кальция и магния. Из всех применяющихся методов для выделения марганца наше внимание обратили броматный и персульфатный методы, которые и были нами проверены.

Отделение марганца броматным методом

Сущность метода заключается в том, что двухвалентный марганец в кислотом сернистым или азотным раствором при кипячении выделяется в виде MnO_2 . Последняя, по Кольтгофу и Сендэлу [2], имеет почти стехиометрический состав.

В предыдущем сообщении [3] мы описали результаты работы по определению марганца в марганцевых рудах на основе цитированного метода Кольтгофа и Сендэла. Нам удалось показать, что состав осадка перекиси марганца действительно приближается к стехиометрическому и, что особенно важно для настоящего исследования, выделение марганца из раствора происходит полностью; в растворе не удалось обнаружить даже следов марганца. В свободном от марганца фильтрате предполагалось определять кальций и магний.

Прежде чем проверить возможность применения броматного метода к рудам, были поставлены опыты со смесями из чистых солей: кальция, магния и марганца. Было поставлено три серии опытов со смесями: кальций + марганец; магний + марганец и магний + кальций + марганец.

Выделение марганца производилось во всех случаях кипячением в течение 10 минут раствора приблизительно 1N по отношению к H_2SO_4 или HNO_3 с 1—2 г $KBrO_3$, прибавленного в твердом виде. Полученный осадок фильтровался через двухступенчатый фильтр⁽¹⁾ и промывался горячей водой. К фильтрату прибавляли 1 г щавелевой кислоты (или щавелевокислого аммония) и нейтрализовали горячий раствор аммиаком до слабо-щелочной реакции. Выделившийся осадок CaC_2O_4 фильтровали, промывали несколько раз холодной водой, растворами разбавленной H_2SO_4 и в дальнейшем титровали как обычно.

В опытах со смесями магния и марганца после выделения марганца, фильтрат, содержащий магний, нейтрализовался аммиаком до слабо-кислой реакции, прибавлялся в избытке двузамещенный фосфат аммония и концентрированный аммиак в количестве $\frac{1}{4}$ от общего объема. Выделившийся осадок магний-аммоний фосфата фильтровался, промывался 2,5% раствором NH_4OH , прокаливался и взвешивался в виде $Mg_2P_2O_7$.

В опытах с тройными смесями, в фильтрате от перекиси марганца сначала определялся кальций (по вышеописанному), затем в фильтрате от кальция — магний.

Полученные результаты приведены в таблицах 1, 2 и 3.

Таблица 1

Взято $MnSO_4$ в мл ($T=0,003292$)	Взято $Ca(NO_3)_2$ в мл ($T=0,0030$)	Израсходовано $KMnO_4$ в мл ($K=1,0104$)	Получено Ca в граммах по броматному методу	Должно быть Ca в граммах.
15	9,7	14,40	0,0291	0,0291
15	9,7	13,90	0,0281	0,0291
15	9,7	14,35	0,0290	0,0291
25	15	22,25	0,0450	0,0450
25	15	22,25	0,0449	0,0450
25	15	37,10	0,0750	0,0750
25	15	37,10	0,0750	0,0750

⁽¹⁾ Под этим подразумевается фильтрование через две воронки, расположенные таким образом, что фильтрат из одной воронки поступал на фильтр второй. Этот прием, несколько не замедляющий фильтрование, был рекомендован нами в предыдущем сообщении [3].

Таблица 2

Взято $MnSO_4$ в мл ($\Gamma=0,003292$)	Взято $MgSO_4$ в мл ($\Gamma=0,0013$)	Получено Mg в граммах по броматному методу	Должно быть Mg в граммах
15	9,7	0,0125	0,0126
15	9,7	0,0124	0,0126
25	15	0,0189	0,0195
25	15	0,0193	0,0195
25	25	0,0319	0,0325
25	25	0,0319	0,0325

Таблица 3

Взято $MnSO_4$ в мл ($\Gamma=0,003292$)	Взято $Ca(NO_3)_2$ в мл ($\Gamma=0,0030$)	Взято $MgSO_4$ в мл ($\Gamma=0,0013$)	Исрасход. $KMnO_4$ в мл ($K=1,0104$)	Получено Ca в г по броматному методу	Должно быть Ca в граммах	Получено Mg в граммах по бро- матному методу	Должно быть Mg в граммах
15	9,7	9,7	14,40	0,0291	0,0291	0,0125	0,0126
15	9,7	9,7	13,90	0,0281	0,0291	0,0124	0,0126
25	15	15	22,25	0,0450	0,0450	0,0189	0,0195
25	15	15	22,20	0,0449	0,0450	0,0193	0,0195
25	25	25	37,10	0,0750	0,0750	0,0319	0,0325
25	25	25	37,10	0,0750	0,0750	0,03190	0,0325

Как видно из таблиц, результаты по определению кальция и магния после осаждения марганца вполне удовлетворительные. Это свидетельствует и о полноте выделения марганца (так как в противном случае получились бы повышенные результаты) и об отсутствии адсорбции ионов кальция и магния перекисью марганца в условиях осаждения броматом.

Персульфатный метод

Персульфатный метод окисления марганца применялся значительно раньше броматного [4], однако, по литературным данным было трудно судить, насколько полно выделяется при этом перекись марганца из раствора.

Опыты ставились следующим образом. К определенному объему испытуемой смеси, подкисленной 5—10 каплями H_2SO_4 (1:4), прибавлялось 30—45 мл 20% персульфата аммония. После 10 минут кипячения, выпавшая перекись марганца отфильтровывалась и осадок промывался горячей водой, подкисленной серной кислотой. В фильтрате кальций и магний определялись точно таким же образом, как и в случае осаждений марганца броматом калия. Полученные результаты несколько не отличаются от приведенных в таблицах 1, 2 и 3, вследствие чего они не приводятся. Из этого следует, что персульфат может применяться для отделения кальция и магния от марганца с таким же успехом, как и бромат калия.

В дополнение к опытам с броматом и с персульфатом были поставлены опыты по непосредственному осаждению кальция в виде CaC_2O_4 в присутствии марганца. При этом предполагалось, что марганец, сам по себе не дающий осадка с избытком щавелево-кислого аммония, будет оставаться в растворе. Полученные данные показали, однако, что при осаждении кальция осаждаются также и марганец (получаются повышенные результаты для кальция), вследствие чего осаждение кальция без отделения марганца следует признать не приводящим к цели.

Определение кальция и магния в марганцевых рудах

Навеска марганцевой руды 0,2—0,5 г растворялась при нагревании в 25 мл серной кислоты (1:4) с добавлением нескольких капель перекиси водорода в качестве восстановителя. После полного разложения руды (что узнается по белому цвету нерастворимого остатка) к раствору добавлялось 2 г $KBrO_3$, 70 мл воды, полученная смесь кипятилась 10 минут и прибавлялся аммиак до слабого запаха. После нескольких минут отстаивания, осадок перекиси марганца, $Fe(OH)_3$ и $Al(OH)_3$ отфильтровывался через двухступенчатый фильтр (см. выше) и промывался горячей водой, слегка подкисленной серной кислотой. К фильтрату, подкисленному соляной кислотой и содержащему кальций и магний, прибавлялся 1 г щавелевой кислоты, раствор нагревался до кипения и кальций осаждался прибавлением аммиака до запаха. В дальнейшем кальций, а в фильтрате от кальция—магний, определялись как описано выше. При желании магний может быть определен в виде оксихинолята.

Полученные данные приведены в таблице 4.

Таблица 4

№№ марганцевых руд	Получено СаО в проц. по броматному методу	Получено СаО в проц. по классическому методу	Получено MgO в проц. по броматному методу	Получено MgO в проц. по классическому методу
27	20,98	21,32	0,38	0,48
28	9,35	9,50	0,36	0,38
29	3,77	3,89	0,19	0,21
30	3,20	3,10	0,34	0,35
31	1,99	2,09	0,19	0,25
32	17,59	17,79	0,82	0,85

Из таблицы видно, что полученные результаты вполне удовлетворительны, хотя они, как правило, несколько ниже результатов, полученных по классическому методу как для кальция, так и для магния. Эта разница настолько, однако, незначительна, что при обычных анализах может не приниматься во внимание. Во всяком случае, если к марганцевой руде применено значительное количество породы, содержащей кальций, то для получения вполне точных результатов необходимо сплавление. Однако, общий ход работы при этом не меняется с момента разложения сплава кислотой, в качестве таковой удобнее брать азотную кислоту.

В ы в о д ы

Предложен броматный и персульфатный методы отделения марганца при определении кальция и магния в марганцевых рудах. Метод проверен на смесях из чистых солей. Рекомендованная пропись может быть использована для проведения ускоренных массовых анализов марганцевых руд на кальций и магний.

Выражаю глубокую благодарность профессору И. В. Тананаеву за предоставление темы и оказанное руководство.

Академия Наук Грузинский ССР
Тбилисский Химический Институт

(Поступило в редакцию 31.5.1941)

მინერალოგია

ბ. ძოწანიძე

ქოლოვანიტი მთავრის წებვაში

1940 წლის ზამთარში ქუთაისის მახლობლად, სოფ. გოდოგნის მიდამოში, აღმოჩენილ იქნა თეთრი ფერის მკვრივი მინერალი, რომელიც გამოფიტულ მთავრის წებვაში ძალიან წვრილი ქარღვეებისა და უწყესო ფორმის კონკრეციული დანაგროვების სახით გვხვდება. ქარღვეების სიმძლავრე ცვალებადობს 1—5 სმ ფარგლებში და ყველა მათგანი სწრაფად ისოლება; მათ შორის ყველაზე დიდი მხოლოდ ერთ მეტრზე გრძელდება. ასე რომ, ეს ქარღვეები უფრო წვრილ წაგრძელებულ ლინზებს წარმოადგენენ, ვიდრე ნამდვილ ქარღვეებს. კონკრეციების დიამეტრიც 3—5 სმ არ სცილდება. მინერალი ქარღვეებში წმინდა თეთრი ფერისაა, ხოლო კონკრეციებში მას ვარდისფერი გადაჰკრავს ოდნავ და ზოგჯერ აზის შავი წინწყლებიც, რომლებიც მარგანეცს უნდა წარმოადგენდნენ. მინერალი მკვრივია. სიმავრე მოოსით 2,5—3 აქვს. მიკროსკოპში საესებით იზოტროპულია. ზოგ უბნებში სუსტად გამოხატული კონცენტრიული ზოლებრივი აგებულება ემჩნევა. გარდატეხის მაჩვენებელი იმერსიულ სითხეებში გაზომილი აღმოჩნდა:

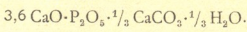
$$1,5887 < n < 1,608.$$

სუფთა თეთრი სახეობა მარილის და აზოტის მტავეებში იხსნება უნაშთოდ. გახსნისას შესამჩნევად შიშინებს.

მინერალის ქიმიური ანალიზის შედეგი ასეთია (ანალიტიკოსი ო. რაზმაძე).

	წონითი პროცენტი	მოლკ. რაოდ.
CaO	56,33 %	1,000
P ₂ O ₅	36,16 „	0,254
CO ₂	3,20 „	0,080
ხურ. ნაკარგი	1,06 „	0,075
Al ₂ O ₃	1,21 „	
Fe ₂ O ₃	1,28	
F	არ არის	

ამ მონაცემების მიხედვით ანალიზებული მინერალის ქიმიური შედგენილობა შემდეგი სახით წარმოგვიდგება:



აღნიშნული შედგენილობა მინერალ კოლოფანიტს შეესაბამება.

კოლოფანიტი, როგორც კოლოიდური მინერალი, არ არის მუდმივი შედგენილობის მქონე და მის ქიმიურ ფორმულას სხვადასხვა აეტორი სხვადასხვაგვარად იძლევა. როგორც ჩანს, მასში Ca-ის ფოსფატს ხშირად მექანიკურად ურევია CaCO₃ და სხვა მინარეები. მაგ., ლარსენი [1] ქიმიური ფორმულის

ნაცვლად სწერს CaO , P_2O_5 , CO_2 , H_2O და სხვ., ამიტომ, მოყვანილი ფორმულაც უმკველად იმ მინერალის ქიმიურ შედგენილობას გვაძლევს, რომელიც ლიტერატურაში კოლოფანიტის სახელწოდებით არის ცნობილი.

კოლოფანიტი იშვიათად ფოსფორიტების შედგენილობაში შედის. ჩვეულებრივ კი იგი გვხვდება წვრილი ძარღვებისა და კონკრეციების სახით და წარმოშობილია უფრო მაღლა მდებარე ფოსფორიტის შრიდან როგორც კალციუმის ფოსფატის გახსნისა და დაღმავალი წყლების მიერ ქვევით მდებარე შრეებში გამოყოფის შედეგი.

ჩვენს შემთხვევაში მთავრის წყებას ფოსფორიტის შრეები და არც სხვა რამ უფრო ახალგაზრდა ნალექები არ აძევს. მაშასადამე, კოლოფანიტის წყარო უნდა იყოს ან თვით მთავრის წყების ქანები, ან ქვეშ მდებარე სენომაის გლაუკონიტის კირქვები და ქვიშაქვები. მთავრის წყების ქანების შესწავლა ამ თვალსაზრისით არ ჩატარებულა და ვფიქრობ, რომ მისი P_2O_5 -შემცველობა არ აღემატება ეფუზიური ქანებისათვის ჩვეულებრივს. სამაგიეროდ, სენომაის გლაუკონიტის კირქვებიდან ჩვენ მიერ აღებული ნიმუშებმა მოგვცა P_2O_5 -ის 1,5—2%-ის რაოდენობა.

ცხადია, ეს P_2O_5 აქ ფოსფორიტის სახით გვხვდება და, შესაძლოა, მისი გახსნა და გადატანა აღმავალი წყლების მიერ წარმოადგენდეს მთავრის წყებაში კოლოფანიტის გაჩენის წყაროს.

ეს საკითხი შემდგომ დაკვირვებას მოითხოვს; შესაძლოა მთავრის წყებაში კოლოფანიტის ძარღვები და კონკრეციები სხვაგანაც იქნას აღმოჩენილი. დამატებითი ფაქტების დაგროვება ამ მინერალის გენეზისის საკითხის საბოლოო გადაჭრას შესაძლებელს გახდის.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის გეოლოგიისა და მინერალოგიის ინსტიტუტის თბილისი

(შემოვიდა რედაქციაში 2.6.1941)

МИНЕРАЛОГИЯ

Г. С. ДЗОШЕНИДЗЕ

КОЛЛОФАНИТ ИЗ СВИТЫ МТАВАРИ

Резюме

Недалеко от г. Кутаиси, в окрестностях сел. Гологани, в свите Мтавари был найден белый плотный минерал, залегающий в виде коротких жил мощн. в 1—5 см, а также неправильных желваков. Оптически минерал изотропен. По химическому составу и физическим свойствам вполне соответствует коллофаниту. Источником для образования коллофанита в свите Мтавари, вероятно, служили нижележащие глауконитовые известняки сеномана, в которых содержание P_2O_5 доходит до 1,5—2%.

Академия Наук Грузинской ССР
Институт геологии и минералогии
Тбилиси

ციტირებული ლიტერატურა—ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Ларсен и Г. Берман. Определение прозрачных минералов под микроскопом. ОНТИ, Москва, 1937.



ПЕТРОГРАФИЯ

Г. М. ЗАРИДЗЕ

**БАБИЛЬСКАЯ ДИАБАЗОВАЯ ИНТРУЗИЯ
 В НИЖНЕЙ СВАНЕТИИ**

В 3-х км от сел. Лентехи в русле р. Цхенис-цхали у сел. Бабилы имеется мощная жила интрузивного тела, обнаруженная нами в 1937 г. [2].

Указанная жила залегает в глинистых сланцах лейаса, имеющих в этом месте почти широтное простирание с азимутом падения NO 30° и углом падения 80°—90°.

Интрузия залегает согласно со сланцами, ввиду чего принимает форму пластовой жилы. Длина жилы по простиранию приблизительно 3,5 км. Мощность 80—100 метров. В западной части интрузия эта, примерно у русла р. Цхенис-цхали, разветвляется на две части и на правом склоне реки быстро выклинивается; на левом же склоне она тянется на значительное расстояние. Интрузия в разных местах сетется жилками кварца, мощность которых не более 2—3 см, азимут простирания NW 310°, угол 75° (северная ветвь жилы). Сравнительно мощные (до 10 см) жилочки кварца имеют в основном южное простирание с углом падения 90°.

Описываемая диабазовая жила интересна, главным образом, тем, что в ее контакте имеется мощная (в южной части у шоссе около 50 м) зона светлых и плотных сильно окварцованных роговиков (спилозитов), образовавшихся за счет глинистых сланцев. Породы эти обнаруживают закономерные трещины с азимутом простирания NW 290° и с углом падения 90°; эти трещины дают более или менее правильные плоскости, другие же, с азимутом простирания NO 10°, образуют плоскости с волнистой поверхностью, с последними совпадают прожилки кварца мощностью до 4 см. В таких кварцевых жилках, секущих серицитизированные глинистые сланцы (в контакте северного разветвления диабазовой жилы), были обнаружены кристаллики рудных минералов—галенита, халькопирита и пирита. Таким образом, в северном контакте мы имеем серицитизированные глинистые сланцы. В породах южной приконтактовой зоны можно наблюдать ксенолиты глинистых сланцев величиной от немногих сантиметров (иногда количество мелких ксенолитов настолько значительно, что порода принимает брекчие-

видный характер) до нескольких метров. Один такой крупный ксенолит, имеющий клинообразную форму и находящийся на левом склоне ущелья р. Цхенис-цхали, виден с правого берега названной реки. Другой ксенолит находится на правом берегу, он имеет вид равнобедренного треугольника со сторонами около 7—8 м (см. рис. 1).

Из этого места были взяты два образца: один—вмещающей породы вместе с ксенолитом (образец № 36), другой—только ксенолит (образец № 37). Последний образец был взят из центральной части ксенолита.

Указанные ксенолиты свидетельствуют о том, что мы имеем дело с такой роговиковой зоной, которая образована не под непосредственным воздействием соприкасающейся с ней жилы диабаз, а в результате действия более поздней инъекции и гидротермальных растворов, генетически связанных с конечным глубинным дифференциатом диабазовой интрузии. Многочисленные кварцевые жилы, секущие диабаз, а также иногда сильное изменение составных компонентов диабаз (см. ниже), несомненно, вызваны действием упомянутых гидротермальных растворов.

Под микроскопом структура образца № 36 порфировая, с полнокристаллической основной массой. Она состоит из мелких зерен кварца и альбита; последний перелко имеет радиально-лучистое строение, $nm' = 1,530 \pm 0,001$, что соответствует почти чистому альбиту. Кроме того, в основной массе содержится хлорит с примесью серицита, расположенный между зернами кварца и в виде жижок дендрилоподобной формы, причем количество хлорита с приближением к контакту с глинистым сланцем увеличивается. Наряду с хлоритом в основной массе можно встретить полные псевдоморфозы лимонита, вероятно по пириту скопления чешуек мусковита, расположенных, как и хлорит, между зернами кварца, и незначительное количество эпидота.

Вкрашленники, количество которых сильно уступает количеству основной массы, представлены полисинтетически сдвойникованными кристаллами альбита, которые иногда имеют шахматное строение; вследствие чего обнаруживают пятнистое погасание. Показатель преломления шахматного альбита, измеренный иммерсионным методом, оказался $ng' = 1,535 \pm 0,001$; $nm' = 1,530 \pm 0,001$, что соответствует нулевому номеру. Как видно из приведенных данных, средние показатели преломления вкрашленника и радиально лучистого альбита основной массы являются равными. Результаты измерения сдвойникового вкрашленника плаггиоклаза на универсальном столике Федорова следующие: $G (\theta = 76^\circ)$, $P (\theta = 85^\circ)$, $2V_{(4)} (\theta = +86^\circ \text{ и } \pm 90^\circ)$, закон $[001] P \parallel \# 3$.

Таким образом, плаггиоклаз как основной массы, так и вкрашленников, представлен альбитом, виду чего породу мы называем альбитовым кварцевым порфиритом (альбитофиром). На рис. 2 дана микрофотография шлифа 36. Ник.+. В центре поля зрения вкрашленник плаггиоклаза.

Глинистый сланец из зоны контакта с альбитофиром (образец № 36) показывает следы сильной серицитизации, первичное его обломочное строение почти полностью исчезло и порода получила, в основном, лепидобластическую структуру, вследствие чего мы называем ее серицитовым сланцем. Другой образец (№ 37), который был взят из средней части ксенолита, представляет уплотненный темносерый глинистый сланец со светлыми, мелкими ингицированными участками (гнездами). Под микроскопом структура обломочная, порода состоит в основном из глинистого вещества, среди

которого в подчиненном количестве рассеяны мелкие зерна кварца и плагиоклаза. Она сильно серицитизирована, причем чешуйки серицита расположены в виде неправильной извилистой сетки, которая то раздувается, то утоняется. Кроме того, в породе имеются мелкие гнезда (скопления) агрегата кварцевых зерен вместе с альбитом, а иногда с хлоритом. Так как в данном шлифе преобладающую роль играет серицитизация, но все же сохраняется первичная обломочная структура глинистого сланца, породу называем серицитизированным глинистым сланцем. Несколько отличаются образцы №№ 101 и 103, взятые в той же зоне. Состоят они из тонких извилистых прослоек и пятен хлорита и серицита и мельчайших диагностических зерен (кварца и полевого шпата¹), в извилищах которых рассеяны скопления более крупных зерен кварца и плагиоклаза, образуя как бы порфиоровые вкрапленники.

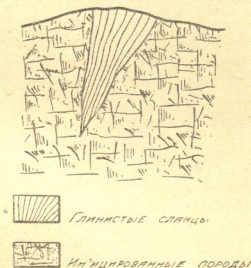


Рис. 1.

Крупнозернистая разность кварца и плагиоклаза встречается также в виде полос с раздувами, состоящими или из агрегата всех перечисленных минералов или из одного вкрапленника. В породе содержатся в небольшом количестве остатки глинистого вещества в виде мелких темчобурых, почти черных частичек. В шлифе 103 кроме перечисленных минералов имеются апатит, циркон, чешуйки мусковита и рудный минерал.

Последние образцы (101 и 103) являются как бы переходными звеньями с одной стороны в альбитофир, а с другой через серицитовые сланцы, где вся первичная глинистая масса раскристаллизована, в серицитизированные глинистые сланцы, где еще сохранилась первичная обломочная структура глинистых сланцев лейаса.

¹ G и P, согласно В. Н. Лодочникову, обозначают координаты полюса двойниковой плоскости (см. Записки Всеросс. Мин. Общ., ч. 69, № 2—3, 1940 г.).

² Измерение производилось по одному выходу двойниковой оси.

В результате действия кислой инъекции и гидротермальных растворов, глинистые сланцы лейаса подверглись сильному изменению—серицитизации, хлоритизации, окварцеванию и другим процессам. Кварц и плагиоклаз в сильно измененных сланцах часто образуют мелкие гнезда (образцы №№ 37, 101 и 103), иногда эти гнезда являются более крупными и тогда получаются породы, подобные образцу № 36. Перейдем к описанию диабазовой жилы.

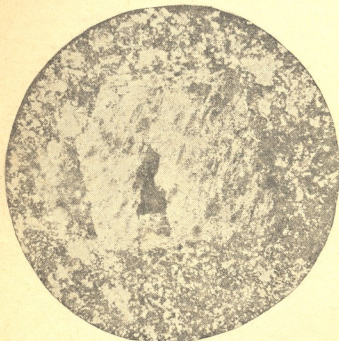


Рис. 2.

Макроскопически породы, слагающие диабазовую жилу (образцы №№ 28, 30, 31, 32, 106, 107), имеют серый и темно-зеленоватосерый цвет. Они настолько мелкозернисты, что невооруженным глазом составные минералы трудно распознаются. В общем можно различить светлые (серые) участки плагиоклаза и темные—моноклинового пироксена.

Под микроскопом структура породы всегда офитовая. Состоит, главным образом, из плагиоклаза и моноклинового пироксена. Из побочных минералов всегда содержится ильменит, апатит и циркон.

Вторичные минералы представлены хлоритом, пренитом, серицитом, эпидотом и цоизитом.

Плагиоклаз—образует в основном изометричные, призматические, всегда идиоморфные, полисинтетически сдвойникованные кристаллы. Среди них попадаются сравнительно более крупные таблитчатые разности, придающие породе порфириовидный облик. Он почти всегда в той или иной степени изменен. Наблюдаются превращения в соссурит (шл. 31), эпидот (шл. 32), пренит (шл. 106) и кальцит. Процессами изменения гораздо сильнее охвачены более крупные кристаллы. В плагиоклазе местами наблюдаются мелкие включения моноклинового пироксена, который частично или полностью подвергнут хлоритизации. Иногда в кристаллах плагиоклаза наблюдается множество поперечных и продольных трещин (шл. 28), почти всегда выполненных кальцитом, редко хлоритом. Нужно думать, что кальцит является продуктом изменения плагиоклаза. Повидимому, процесс кальцитизации интенсивнее протекал по трещинам вследствие более свободной циркуляции гидротермальных растворов. В отдельных случаях (шл. 32) плагиоклаз, за исключением незначительных участков, полностью превращен в кальцит и серицит.

Ниже приводятся результаты измерения двойников плагиоклаза на столике Федорова: $G=75^\circ$, $P=54^\circ$, $2V_{(1)}=80^\circ$, Дв. зак. $[001]$ Pl № 40; $G=72^\circ$, $P=63^\circ$, Дв. зак. $[001]$ Pl № 35 (шл. 28); $G=75^\circ$, $P=88^\circ$, $2V_{(1)}=80^\circ$, Дв. зак. $\perp (001)$; шл. (107). Максимальные размеры зерен плагиоклаза: 0,97 кв. мм (шл. 28), 0,48 кв. мм (шл. 30) и 2,71 кв. мм (шл. 30). В последнем случае плагиоклаз порфиroidный.

Моноклинный пироксен — образует бесцветные, иногда фиолетовые кристаллы, заполняющие пространство между идиоморфными выделениями плагиоклаза, вследствие чего в шлифе он приобретает зигзагообразные и причудливые очертания. Спайность по третьей призме отчетливая; она иногда пересекается неровными трещинами отдельности. Совершенно свежим он бывает редко (шл. 30), обычно в той или иной степени хлоритизирован. При частичной хлоритизации не измененные участки образуют островки в хлоритовой массе (см. микрофотографию шл. 31, рис. 3 Ник. II). В центре поля зрения моноклинный пироксен, разрезанный хлоритом).

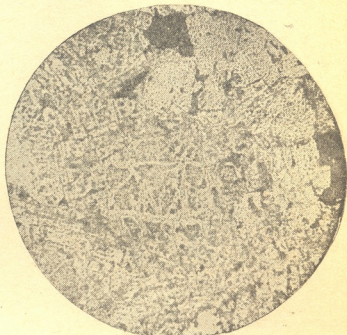


Рис. 3.

В некоторых шлифах моноклинный пироксен полностью превращен в бурый (вследствие примеси лимонита) кальцито-хлоритовый продукт (шл. 28), то в свободный от примесей хлорит (шл. 28 и 32). Полные псевдоморфозы хлорита по моноклинному пироксену имеют лавендовосиние аномальные цвета интерференции с $np'=1,603$. Судя по нижеприведенным данным, описываемый моноклинный пироксен представляет авгит. $2V_{(1)}=40^\circ$ (шл. 31), 42° (шл. 107) и 40° (шл. 107); $2V_{(1)}=58^\circ$ и 60° (шл. 107); $ng'=1,710 \pm 0,002$; $np'=1,685 \pm 0,002$; $ng'-np'=0,025$ (шл. 30).

Ильменит — имеет то длинно-вытянутые, то характерные для него причудливые очертания. Он почти всегда частично или полностью переходит в лейкоксен; превращение, в основном, начинается с периферии кристалла.

Апатит — образует иногда тонкие и сильно вытянутые игольчатые кристаллы, в некоторых местах секущие одновременно плагиоклаз и хлорит.

Циркон—содержится в виде одиночных мелких зерен. (Микрофотографию диабазы шл. 107 см. на рис. 4. Ник. +).

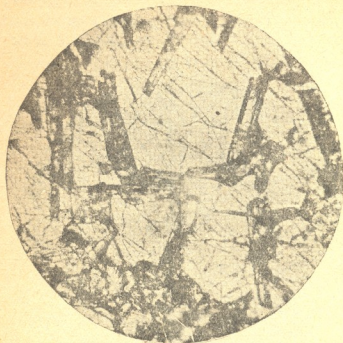


Рис. 4.

В южном контакте описываемой диабазовой жилы (у шоссе) была встречена серая мелкозернистая диабазовая порода с многочисленными миндалевидными участками, выполненными кальцитом и хлоритом.

Под микроскопом порода (образцы №№ 35 и 104) имеет опять офитовую структуру. Состоит она из плагиоклаза, хлорита, кальцита, серицита и рудного минерала.

Плагиоклаз—представлен удлинено-призматическими, полисинтетически сдвойникованными

иногда частично серицитизированными и кальцитизированными кристаллами. Кое-где группа вытянутых кристаллов плагиоклаза (около десяти) располагаются радиально. Спорадически среди мелких призматических кристаллов плагиоклаза встречаются более крупные его пластинки, придающие породе порфиривидный облик.

Результат измерения двух двойников плагиоклаза на универсальном столике Федорова следующий: $G = 78^\circ$, $P = 76^\circ$, $2V_{(2)} = 90^\circ$ Дв. закон $\perp (001)$ Pl № 9; $G = 73^\circ$, $P = 80^\circ$, $2V_{(1)} = 90^\circ$ Дв. закон $[001]$ Pl № 5.

Хлорит—представлен агрегатом мелких чешуек с лавандово-синей интерференционной окраской; он как бы является цементирующим плагиоклаз. Судя по вышеописанным шлифам, можно не сомневаться в вторичном его происхождении, *in situ* за счет моноклинного пироксена.

Кроме того, хлорит вместе с кальцитом, или каждый отдельно, метасоматически замещают отдельные участки породы, имеющие сфероидальные формы и макроскопически похожие на миндалины.

Иногда кальцит и хлорит в этих сфероидах располагаются зонально. В таком случае по периферии почти всегда имеется кальцит, затем хлорит, а в ядре опять кальцит. Упомянутые участки своим образованием обязаны действию гидротермальных растворов, под влиянием которых за счет моноклинного пироксена образовывался хлорит, а за счет плагиоклаза—кальцит.

Эти вторичные продукты разъедали некоторые части породы, одновременно переходя в раствор; затем, при соответствующих условиях, начинали выделяться и заполнять ими же разъединенные пространства.

Как видно из описания, плагиоклаз данной породы припаллежит к ряду альбита, что является следствием удаления кальция, вызванного, как уже было отмечено, действием гидротермальных растворов, ввиду чего порода называется альбитовым диабазом.

Для химической характеристики Бабильских диабазов ниже приводятся два анализа образцов №№ 106 и 107, произведенных в геохимической лаборатории Московского геологоразведочного института им. Орджоникидзе химиками Васильевой и Хованским, и магматические формулы по Левинсон-Лессингу.

	106				107				
SiO ₂	45,90	0,765	0,765	48,88	46,60	0,776	0,776	51,17	
TiO ₂	1,80	0,023	0,023	1,47	2,06	0,026	0,026	1,71	
Al ₂ O ₃	14,85	0,145	0,145	9,27	15,30	0,150	0,150	9,89	
Fe ₂ O ₃	1,56	0,010			2,01	0,013			
FeO	7,11	0,099	0,118	7,54	7,22	0,100	0,125	8,24	
MnO	0,14	0,002	0,002	0,13	0,12	0,001	0,001	0,07	
MgO	10,42	0,260	0,260	16,60	8,41	0,210	0,210	13,84	
CaO	9,73	0,174	0,174	11,12	9,40	0,168	0,168	11,07	
Na ₂ O	4,08	0,066	0,066	4,22	3,12	0,050	0,050	3,29	
K ₂ O	1,14	0,012	0,012	0,77	0,96	0,011	0,011	0,72	
P ₂ O ₅	0,07	0,001			0,16	0,001			
SO ₃	следы				не. обн.				
п. п. п.	3,20				4,20				
Влага	не. обн.				1,00				
Сумма	100 ⁰ / ₀		1,565	100,00	100,56 ⁰ / ₀		1,517	100 ⁰ / ₀	

- 1) $3,95\overline{RO} \cdot R_2O_3 \cdot 4,93SiO_2$, $R_2O : RO = 1:6,83$, $\alpha = 1,43$;
- 2) $3,31\overline{RO} \cdot R_2O_3 \cdot 4,76SiO_2$, $R_2O : RO = 1:7,85$, $\alpha = 1,51$.

Средняя магматическая формула пятидесяти анализов диабазов СССР по Левинсон-Лессингу [3] имеет следующий вид: $2,87\overline{RO} \cdot R_2O_3 \cdot 4,61SiO_2$; $R_2O : RO = 1 : 13$; $\alpha = 1,58$. Существенное различие между этой формулой и формулами Бабильских диабазов заключается в \overline{RO} . В нашем случае эта величина заметно больше, что нельзя считать обычным.

Согласно Левинсон-Лессингу, «Диабазы с $\overline{RO} > 3,5$ по большей части принадлежат к числу более или менее измененных» [3].

У сел. Бабилы мы имеем дело именно с измененными диабазами. Это изменение, как было уже отмечено, выражается в хлоритизации авгита и в превращении плагиоклаза в соссит, эпидот, пренит и кальцит. В результате этих процессов происходит постепенное удаление аортитовой молекулы, вследствие чего плагиоклаз, оставшийся на месте, становится более кислым.

В образцах №№ 28, 30, 31, 32, 106 и 107 плагиоклаз, несомненно, был подвергнут альбитизации, но это превращение не дошло до конца. Вместо более основного плагиоклаза мы здесь имеем плагиоклазы № 35 и № 40.

Альбитизация далеко зашла в образцах №№ 35 и 104 из краевой части диабазовой жилы, где имеем плагиоклазы №№ 5 и 9.

Таким образом, альбит в Бабильском альбитовом диабазе (образцы №№ 35 и 104) является вторичным, а не первичным минералом, как это отмечает Д. С. Белянкин ([1], стр. 367) для альбитового диабазы из Красной Поляны.

Описание Д. С. Белянкина наводит на мысль: не является ли альбит в породе из Красной Поляны вторичным минералом, образованным в конечной стадии вулканической активности диабазовой магмы, т. е. под действием тех же вулканических процессов, которые вызвали метаморфизацию (пренитизацию) полевого шпата и образование альбита в сланцах.

Академия Наук Грузинской ССР
 Институт геологии и минералогии
 Тбилиси

(Поступило в редакцию 21.5.1941)

შეტრობრაზება

ბ. ზარდძე

ბაბილის დიაბაზის ინტრუზიის ქვემო-სვანეთში

რეზუმე

სოფ. ლენტეხიდან (ქვემო-სვანეთის რაიონული ცენტრია) 3 კმ დაშორებით მდ. ცხენის-წყლის ხეობაში სოფ. ბაბილთან შიშვლდება მძლავრი ინტრუზიული სხეული (ძარღვი), რომელიც აღმოჩენილ იქნა ჩვენ მიერ 1937 წელს [2].

აღნიშნული დიაბაზის ძარღვი საინტერესოა იმით, რომ მის კონტაქტში ჩვენ ვხვდებით რაგავიკებისა და სპილოზიტების სქელ ზონას. იგი წარმოსობილია დიაბაზის ძარღვის ლიასური ასაკის თიხა-ფიქლებზე არა უშულო შემოქმედებით, არამედ შემდგომი ინექციისა და ჰიდროთერმალური ხსნარების გავლენით, რომლებიც გენეტიკურად დაკავშირებულნი არიან დიაბაზის ინტრუზიის ბოლო დიფერენციატთან.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
 გეოლოგიისა და მინერალოგიის ინსტიტუტი
 თბილისი

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—ციტირებული ლიტერატურა

1. Д. С. Белянкин. Об альбитовом диабазе из Красной Поляны и о контакте его со сланцами. Изв. СПб. Политех. инст., т. XV, 1911.
2. П. Д. Гамкрелидзе, Г. М. Заридзе и К. И. Чичинадзе. Отчет Абхазской геолого-поисковой партии Закавказского Отделения Союзгеодезразведки. Фонды Закредметразведки. Тбилиси, 1937.
3. Ф. Ю. Левинсон-Лессинг. Петрография. Госгеоиздат. Ленинград—Москва, 1940.



ТЕХНИКА

А. Г. НАЗАРОВ

СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ТЕОРИИ СЕЙСМОСТОЙКОСТИ

Длина сейсмических волн, продольных или поперечных, исчисляется километрами, в крайнем случае, при рыхлых грунтах, покрывающих коренные породы, сотнями метров; амплитуда же частиц, вовлекаемых волнами в движение, измеряется сантиметрами. При землетрясении имеют еще место поверхностные волны, подобно гравитационным волнам на поверхности жидкости. Высота гребня этих волн, также измеряемых сантиметрами, незначительна в сравнении с их протяженностью, вследствие чего переменными наклонами земной поверхности к горизонту можно пренебречь.

Выделим мысленно на поверхности земли площадку со сторонами в несколько десятков метров, что отвечает нормальным размерам сооружения в плане. Тогда, ввиду малости размеров площадки в сравнении с длиной сейсмической волны, с достаточной точностью можно считать, что все ее точки получают одно и тоже смещение. При колебаниях почвы, площадка претерпевает возвратно-поступательное перемещение, оставаясь параллельной самой себе. Ускорения всех точек площадки также равны между собой и могут быть разложены на вертикальную и горизонтальную составляющие. При достаточном удалении площадки от эпицентра, преобладающее значение получает горизонтальная составляющая ускорения. Кроме того, сооружение хорошо сопротивляется действию вертикальных сил, работая преимущественно на сжатие, и плохо — воздействию горизонтальных сил, поскольку оказывает худшее сопротивление изгибающим и сдвигающим усилиям. Поэтому, вертикальной составляющей ускорения почвы, в первом приближении, обычно не занимают.

Ставится следующая задача. Основанию сооружения, при землетрясении, сообщается горизонтальное ускорение почвы, одинаковое на всем протяжении основания⁽¹⁾. Требуется вычислить ускорения, действующие в элементах сооружения. Определив тогда соответствующие силы инерции, можно рассчитать сопротивление сооружения по правилам строительной механики. Японский профессор Омори, являющийся основателем теории

⁽¹⁾ Влияние диффракции сейсмических волн у основания сооружения, вызванной конечной скоростью их распространения и конечными размерами сооружения в плане, не рассматривается.

сейсмостойкости, исходил из простейшего представления о сооружении, как о твердом теле, лишенном свойства деформироваться и жестко заделанном в грунт. Тогда ускорение, сообщенное любым точкам сооружения, равно ускорению почвы. Пусть максимальное ускорение почвы равно τ_0 . Тогда результирующая максимальная сила инерции P , вызванная в какой-либо части сооружения весом Q , оказывается приложенной к центру тяжести рассматриваемой части и равной по абсолютной величине

$$P = \frac{\tau_0}{g} Q = mQ, \quad (1)$$

где g —ускорение силы тяжести, а m —так называемый коэффициент сотрясения.

Зная максимальное ускорение τ_0 почвы при землетрясении, преобладающее в данной местности, и веса элементов сооружения, можно определять возникающие в них силы инерции и проверить прочность сооружения. Из изложенного видно, что при этих условиях закон колебания почвы нас может совершенно не интересовать,—достаточно лишь знать максимальное ускорение. В частности, можно было бы даже предположить, что ускорение τ_0 , так же как и ускорение силы тяжести, постоянно действует на сооружение. Формула (1) и в этом случае остается неизменной. Силы же инерции действуют на сооружение статическим образом. Отсюда, справедливость названия теории Омори статической теорией сейсмостойкости. Для проверки своей теории, Омори осуществил опыты над кирпичными колоннами, заделанными на сейсмической платформе, которой сообщались в горизонтальном направлении гармонические колебания. Колонны доводились до разрушения. Зная временное сопротивление кладки изгибу, вес колонны, можно вычислить максимальное ускорение τ_k , при котором колонна разрушается. Сопоставляя значение τ_k с τ_0 —максимальным ускорением движения плат-

формы, Омори нашел, что отношение $\frac{\tau_k}{\tau_0}$ в среднем, по результатам 40 опытов, равно 0,8, что близко к единице. Это дало ему основание считать, что силы инерции действуют на жесткое сооружение статическим образом. К обстановке опытов Омори мы еще вернемся. Отметим лишь, что опыты эти производились 40 лет тому назад и с точки зрения современной науки не являются убедительными. Вывод из исследований Омори, не потерявший значения и по настоящее время, заключается в доказательстве, что сейсмические силы, действующие на сооружение, по своей величине не очень велики. Этим открылась перспектива эффективной борьбы с разрушительными последствиями землетрясений инженерными мерами. Поскольку Омори исходил из гипотезы, что сооружение ведет себя при землетрясении как твердое тело, то-есть не принималась во внимание его способность деформи-

ваться, свою теорию он считал приложимой для достаточно жестких сооружений, которые составляют большинство.

Для существенно гибких сооружений, например, фабричных труб, Омори предложил следующий прием расчета [1]. Было замечено, что фабричные трубы при землетрясении ломаются не в основании, а на некоторой высоте, примерно, на расстоянии $\frac{1}{3}$ длины трубы от основания. Стало быть, максимальный изгибающий момент действует не в основании, а выше. Кроме того, в силу чрезвычайной гибкости сооружения, должно иметь место сильное отставание в колебании верха сооружения, в сравнении с его основанием. Существует такая точка на оси трубы, которая остается в покое при землетрясении. Если предположить, что ось трубы не деформируется, то неподвижная точка является мгновенным центром ее вращения. Соблюдая равновесие сил и моментов, действующих на трубу, и пренебрегая величиной заделочного момента в основании, можно вычислить как местоположение мгновенного центра вращения, так и распределение сил инерции по высоте. Здесь характерно, что даже в применении к гибким сооружениям была принята гипотеза о недеформируемости. Ось сооружения сохраняется попрежнему прямолинейной, но вместо поступательного перемещения, как это было принято для жестких сооружений, рассматривается ее вращение вокруг мгновенного центра.

Следующим шагом вперед в построении теории сейсмостойкости являются работы Мононобе [3]. Он отказывается от гипотезы недеформируемости сооружения, и учитывает его упругие свойства. Колебания грунта принимаются следующими гармоническому закону. Составляются и решаются уравнения движения сооружений. Как известно, решения этих уравнений слагаются из двух частей: из свободных колебаний сооружения, отвечающих однородной части уравнения, и из вынужденных колебаний, отвечающих возмущающему влиянию почвы. Свободные колебания, обусловленные начальными условиями движения сооружения, Мононобе откидывает; им изучаются лишь вынужденные колебания. В результате, если рассмотреть для простоты упругую систему, несущую лишь один сосредоточенный груз Q , то наибольшее значение горизонтальной силы инерции P , приложенной к грузу, окажется равной

$$P = \mu \frac{\tau_0}{g} Q, \tag{2}$$

где μ представляет собой коэффициент нарастания, определяемый формулой

$$\mu = \frac{1}{1 - \frac{T'^2}{T^2}}$$

Здесь T' —период свободных колебаний бруса, T —период колебания почвы. Для сооружений достаточно жестких, период свободных колебаний весьма мал по сравнению с периодом землетрясений, μ приближается к 1, и результат Мононобе совпадает с результатом Омори, поскольку (2) переходит в (1).

Можно указать на много работ по теории сейсмостойкости, следующих по этому пути. Пожалуй, наиболее характерными в этом отношении являются работы Я. Крескова, давшего анализ работы ряда сооружений с учетом лишь их вынужденных колебаний [4]. Теория Мононобе является шагом вперед по отношению к теории Омори, поскольку приводит к более правдоподобной интерпретации действия сейсмических сил на гибкие сооружения. Анализ работы последних являлся слабым местом для теории Омори, как это можно было усмотреть из вышеизложенного. Существенный недостаток теории Мононобе заключается в неучете действия свободных колебаний, возникающих в сооружении при землетрясении. Свободные колебания, обусловленные начальными условиями колебания сооружения, должны накладываться на вынужденные и усилить эффект действия последних. Это должно иметь место, поскольку наблюдения показывают, что разрушительное действие землетрясения проявляется в первые же моменты его возникновения, когда свободные колебания в сооружении, в результате первого толчка, еще не успели затухнуть.

Мысль о роли свободных колебаний при действии землетрясения впервые была высказана академиком К. С. Завриевым в 1927 г. в пояснительной записке к конкурсному проекту на антисейсмические конструкции в гор. Ленинакане [5]. Независимо от работ Мононобе, им также была положена в основание изучения вопросов сейсмостойкости теория вынужденных колебаний с той разницей, что было учтено и влияние свободных колебаний.

Пока рассматривались лишь вынужденные колебания сооружения, выбор фазы гармонического колебания, интерпретирующего колебание почвы, не имел значения. Положим ли в основание теории закон синуса или косинуса, или же что-либо промежуточное, лишь бы сохранились амплитуда и период колебания почвы, мы получим один и тот же результат. Но коль скоро мы должны учитывать и свободные колебания, сооружения, зависящие от начальных условий движения почвы, фаза гармонического колебания должна быть известным образом зафиксированной. Академик К. С. Завриев исходил из той гипотезы, что в начальный момент движения почвы ускорение должно достигать максимального значения, а скорость должна быть равна нулю.

Гипотеза эта была принята по тем соображениям, что внезапная разрядка при тектоническом землетрясении постепенно накопившейся потенциальной энергии, обусловленная изломом какого-либо пласта земной коры,

должна привести к начальному движению, характеризующемуся отсутствием скорости и максимальным ускорением. Тогда гармоническое колебание, интерпретирующее колебание почвы при землетрясении, становится фиксированным и принимает вид:

$$y = b \cos pt,$$

где b —амплитуда колебания почвы, p —круговая частота.

Если положить в основание теории этот закон колебания почвы, то в применении к простейшему сооружению, несущему лишь один груз Q , и пренебрегая силами сопротивления, мы получим для него максимальную силу инерции в горизонтальном направлении, равную

$$P = 2\mu \frac{\tau_0}{g} Q, \quad (3)$$

где μ имеет то же значение, что и в формуле (2).

В частности, для жестких сооружений, то-есть $\mu \rightarrow 1$,

$$P \approx 2 \frac{\tau_0}{g} Q.$$

Таким образом, даже для жестких сооружений учет свободных колебаний в том виде, как это было указано выше, приводит к удвоенному значению сил инерции в сравнении с данными статической теории Омори. В совместной работе К. С. Завриева и автора настоящей статьи было впоследствии доказано, что это же положение распространяется и на все сооружения, несущие как угодно распределенные грузы по высоте, при том же условии отсутствия фактора затухания, вызванного сопротивлениями [6]. Получившийся динамический коэффициент 2 совершенно аналогичен коэффициенту, учитывающему действие на упругую систему внезапно приложенной нагрузки. В данном случае, при колебании почвы по закону косинуса, роль внезапно приложенной нагрузки играют силы инерции, вызванные внезапным действием сейсмического ускорения. Теория эта показывает, что для сопротивляемости сооружения имеет значение не только максимальное значение ускорения, как это следует из статической теории Омори, не только ускорение и период гармонического колебания, как это следует из теории Монобе, но и способ приложения этого ускорения в начальный момент движения почвы.

Экспериментальные работы над бетонными стойками, осуществленные на сейсмической платформе Тбилисского Института Сооружений и Гидроэнергетики, полностью подтвердили это заключение [7]. При условиях опыта, исключающих возможность появления свободных колебаний, когда испытываемые стойки оказывались лишь под воздействием внутренних колебаний, результаты совпадали с данными, получаемыми из теорий Омори и

Мононобе. В данном случае обе эти теории равносильны, поскольку периоды свободных колебаний образцов 0,07—0,09 сек., значительно меньше, нежели период колебаний платформы 0,8 сек. При пуске же платформы с рывка, когда в начальный момент имело место максимальное ускорение (закон косинуса), при прочих равных условиях динамический коэффициент оказался близок к теоретически определенному и равнялся в среднем 2,09. Статическое действие инерционных сил, установленных Омори в вышеупомянутых его опытах, объясняется тем, что им изучались лишь чисто вынужденные колебания кирпичных колонн.

Динамическая теория сейсмостойкости, требующая при анализе работы сооружения в сейсмических условиях учета не только вынужденных колебаний, но и свободных, за последние годы заняла господствующее положение и в мировой литературе. Крайняя сложность и многосторонность картин повреждений сооружений в результате разрушительных землетрясений не может быть охвачена сколько-нибудь удовлетворительно статической теорией. Это осознают ведущие работники в области теории сейсмостойкости. Мы здесь приведем лишь краткий перечень некоторых работ, затрагивающих эту тему. Один из наиболее авторитетных антисейсмиков, японский проф. Сюэхиро, в своих лекциях, прочтенных в конце 1931 г., подробно анализируя действие сейсмических сил на сооружения, неоднократно подчеркивает ту роль, которую играют свободные колебания при разрушении сооружений во время землетрясений [8]. Германский инженер Найман, обследовавший последствия землетрясения от 11 июля 1927 г. в Палестине и Трансиордании, при анализе повреждений построек, приходит к убеждению о необходимости учета свободных колебаний [9]. Проф. Броун (Массачусетский Технологический Институт) моделирует колебание почвы при землетрясении как при теоретических, так и экспериментальных исследованиях, косинусоидальной кривой [10]. В результате он также приходит к учету динамического коэффициента, по меньшей мере равного 2.

В дискуссии по поводу статьи Hoskins и Galloway, имевшей место в 1939 г., Beanfield, касаясь игры сил в сооружении при землетрясении и останавливаясь на влиянии свободных колебаний, указывает на возможность их действия в равной мере с вынужденными колебаниями, в особенности в первые моменты землетрясения [11].

Уже из этого перечня работ следует, какое значение исследователями придается вопросу влияния свободных колебаний на сопротивляемость сооружений действию сейсмических сил. Даже аналитическая интерпретация в ряде случаев такова же, как и в динамической теории академика Заврисва.

Попытка дальнейшей разработки динамической теории, осуществленная автором настоящей статьи, привела к развитию следующих взглядов [12]. На гладком фоне колебательного движения почвы могут иметь место разрывы

в скорости и ускорении смещения. Скачок в скорости, являющийся импульсом мгновенного ускорения, то-есть ускорения весьма кратковременного, но значительной величины, вызывает в сооружении «сейсмический удар». Скачек в ускорении, по предложенной автором терминологии, создает явление «сейсмического толчка». В частности, если в основание положить закон колебания почвы по косинусу, что было рассмотрено выше, то в начальный момент движения имеет место сейсмический толчок. Непрерывная часть функции смещения почвы вызывает в сооружении вынужденные колебания, а разрывы, характеризуемые скачками в скорости и ускорении, вызывают, вообще говоря, в сооружении свободные колебания. Подробный анализ, который здесь для краткости опускаем, показывает, что «сейсмические удары», повидимому, для обычных сооружений не опасны и имеют значение лишь для исключительно жестких сооружений, а также жестких предметов, период свободных колебаний которых практически равен нулю. В частности, этим объясняются явления смещения и подпрыгивания отдельных жестких предметов при сейсмических ударах.

В целях дальнейшего плодотворного развития основ динамической теории сейсмостойкости, необходимо планомерное инструментальное наблюдение за фактическими смещениями почвы при землетрясении и в особенности, как это ни трудно осуществить практически, фиксация величины и характера мгновенного ускорения, а также разрыва ускорения.

Академия Наук Грузинской ССР
 Бюро антисейсмического строительства
 Тбилиси

(Поступило в редакцию 3.4.1941)

ბმეტიკა

ა. ნაზაროვი

თანამედროვე სეისმოგამაძლეობის თეორიის მდგომარეობა

რეზუმე

შრომაში მოცემულია მოკლე მიმოხილვა ომორის, მონონობეს სეისმოგამაძლეობის სტატიკური თეორიების და ზავრიევი—ნაზაროვის დინამიური თეორიისა.

უკანასკნელი თეორია, რომელიც იძულებით რჩევებთან ერთად იხილავს თავისუფალ რჩევებსაც, ამ ბოლო ხანებში, მსოფლიო ლიტერატურაშიც იკავებს გაბატონებულ მდგომარეობას.

ავტორის მიერ მოცემულმა ამ თეორიის შემდგომმა განვითარებამ მიეყვანა შემდეგ დასკვნამდე: ნიადაგის რჩევათა გლუვ ფონზე შეიძლება ადგილი ჰქონდეს სიჩქარეებისა და აჩქარებათა სიდიდეების წყვეტილობას. ეს უკანასკნელები ნაგებობებში იწვევენ თავისუფალ რჩევებს.

ანალიზმა გვიჩვენა, რომ სიჩქარეთა სიდიდეების წყვეტილობა ჩვეულებრივ ნაგებობათათვის არ წარმოადგენს საშიშროებას და მას მნიშვნელობა აქვს კონსტრუქციის მხოლოდ ხისტი ელემენტებისათვის.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
 ანტისეისმიურ მშენებლობის ბიურო
 თბილისი.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—ციტირებული ლიტერატურა

1. Publications of the Earthquake Investigation Comitee in foreign languages № 4 Tokyo 1900. Omori «Seismic Experiments on the Fracturing and Overturning of Columns».
2. Проф. В. О. Шоохер. Типы антисейсмических сооружений и методы их расчета. Алма-Ата, 1930.
3. Проф. Мононобе. Колебание нагруженной постройки и ее сейсмическая устойчивость. 1925.
4. Инж. Я. Кресков. Динамика сейсмостойких сооружений. Перевод с английского и дополнение инж. В. Выховского, под редакцией проф. К. С. Завриева. Москва—Ленинград, 1935.
5. К. С. Завриев. Расчет инженерных сооружений на сейсмостойкость. Изв. Тифл. Гос. Политехн. Инст. 1928.
6. К. С. Завриев и А. Г. Назаров. Теория сейсмостойкости. Сб. Тр. ТНИС, вып. VIII. Тбилиси, 1938.
7. А. Г. Назаров и А. К. Шаншиев. Исследование динамического сопротивления стоек на сейсмической платформе (печатается).
8. Kyōji Suyehiro. Engineering Seismology. Proceedings of American Society of Civil Engineers. (May 1932, V. 58, part. 2.). Пер. на русский язык: «Инженерная сейсмология». Москва, 1935.
9. Über die Einwirkung der Erdbeben anf Bauwerke von D-z Ing. Heinrich Neumann, Heifa, Palastina Technical Institut, Bauingenieur. Nr. 39, 1931.
10. Engineering News Record, 113. No 10, 1934.
11. Proc. Amer. Soc. Civ. Eng., 65, No 3, 1939.
12. А. Г. Назаров. Сейсмические толчки и удары и их действие на сооружения (печатается).



БОТАНИКА

Н. А. ТРОИЦКИЙ

К ФЛОРЕ ДОЛИНЫ Р. ТЕБЕРДЫ

Еще в 1927 году в долине реки Гуначхир (правый приток р. Теберды в ее верхнем течении) была сделана мною интересная находка, донныне еще не опубликованная; в одном пункте, близ впадения в Гуначхир ручья Бу-Ульген, на высоте около 1650 м, на сухом солнечном склоне среди соснового редколесья было собрано мною 20.VIII.1927 года своеобразное крестоцветное—*Vesicaria graeca* Reut. Растение в это время было в зрелых плодах. Своеобразные сильно вздутые шарообразные плоды этого растения напоминают несколько плоды *Coluteocarpus reticulatus* Boiss., но общий habitus растения сильно отличен от последнего.

Находка *Vesicaria graeca* на северном склоне Главного Кавказского хребта, близ верхней лесной границы, является неожиданной. В «Flora caucasica critica» [1] это растение приводится только для одного пункта бывш. Артвинского округа Батумской области, где оно было найдено Ю. Н. Вороновым в 1908 г. Так как эта местность ныне находится на территории Турции, то Гуначхирское местонахождение является единственным ныне известным местом произрастания этого растения в пределах СССР.

Vesicaria graeca является восточно-средиземноморским элементом в флоре Кавказа. Этот вид распространен в Италии, на Балканском полуострове и в Анатолии. Другой вид того же рода—*V. utriculata* D. С. распространен в Средней Европе от восточной Франции (Бургундия) до южной Венгрии. Произрастание *V. graeca* на северном склоне Главного Кавказского хребта представляет значительный интерес и обогащает флору Северного Кавказа еще одним из средиземноморских элементов. Вероятно, это растение будет найдено и на южных склонах Главного Кавказского хребта, в западной его части, для которой известно довольно много средиземноморских растений; однако, насколько мне известно, оно там пока еще не обнаружено.

Принадлежность собранных мною растений к виду *Vesicaria graeca* Reut. была подтверждена покойным Ю. Н. Вороновым, видевшим мои растения в 1928 году.

Описанный Д. К. Волгуновым из долины Теберды в 1940 г. [2] под именем *Primula renifolia* Volgun. первоцвет был в том же 1927 году найден

იმავე 1927 წელს კურორტ ტებერდას მახლობლად ავტორის მიერ ნაპოვნი იყო ფურისულას ერთი სახეობა ნაყოფებში, რომელიც ავტორს ახალ სახეობად მოეჩვენა, მაგრამ მის მიერ არ იქნა აღწერილი, რადგან შვედროვილ ეგზემპლარებს ყვავილები არ ჰქონდა. 1940 წელს ეს მცენარე აღწერილი იყო დ. ვოლგუნოვის მიერ *Primula renifolia* Volgun-ს სახელწოდებით.

ამგვარად, ეს ხაინტერესო სახეობა პირველად ნაპოვნი იყო ავტორის მიერ.

იმავე რაიონში ნაკადულ აზ-გეკის სათავეში მის ხავსიან და ძალიან დანესტიანებულ ნაპირებზე შვედროვილი იყო კავკასიისათვის უცხო მწერიჭამია მცენარე—*Pinguicula vulgaris* L.

ქ. თრიოლი
პედაგოგიური ინსტიტუტი

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—ციტირებული ლიტერატურა

1. Н. А. Буш. Gruciferae in Fl. cauc. crit., III, 4. Юрьев, 1909, стр. 629—630.
2. Д. К. Волгунов. Новый вид рода *Primula* с Северного Кавказа. Бот. мат. герб.-БИН АН СССР, т. VIII, в 7. Ленинград, 1940.

А. А. ЯЦЕНКО-ХМЕЛЕВСКИЙ и Г. В. КАНДЕЛАКИ

ЭЛЬДАРСКАЯ СОСНА В ОКРЕСТНОСТЯХ ГОРОДА ГАНДЖИ В XII ВЕКЕ Н. Э.

(Материалы к познанию истории древесной флоры Закавказья в антропогене)

Сообщение пятое¹

Эльдарская сосна—*Pinus eldarica* Medw.—одна из интереснейших древесных пород Кавказа—давно привлекает к себе внимание исследователей². Обнаруженная в 90-х годах прошлого столетия Л. Ф. Млокосевичем, она была описана как самостоятельный вид Я. С. Медведевым. Современное распространение эльдарской сосны ограничивается склонами хребта Эльдароглы (Эльяр-оуги) в Эльдарской степи на правом берегу р. Иоры. Растет сосна небольшими куртинами. Площадь, занятая ею, очень незначительна и составляет, примерно, 16 га, с числом деревьев около 2000 (Д. И. Сосновский, 1927 [2], Н. Н. Кепповели, 1937 [3]).

Pinus eldarica Medw. относится к группе видов, объединяемых обычно вокруг алеппской сосны—*P. halepensis* Mill, которая представлена у нас в Союзе, кроме того т. н. пицундской *P. pithyusa* Stev. и крымской *P. Stan-kiewiczzi* Sukacz.

Среди ботаников до сих пор не существует единогласия по вопросу о происхождении эльдарской сосны.

Согласно В. П. Малееву [4], предком всех сосен цикла *Pinus halepensis sensu ampl.* является сосна, возникшая из сарматского вида *Pinus sarmatica* Pal., описанного с Керченского полуострова И. В. Палибиным. В третичную эпоху этот предок занимал обширный неразрывный ареал, охватывающий современную Италию, Балканский полуостров и Малую Азию, соединенных третичным понтийским плато с Крымом. После разобщения этих территорий, единый вид распался на отдельные географические расы, образовавшие впоследствии самостоятельные виды. *Pinus eldarica* и является одним из этих реликтовых видов, осужденных на вымирание не вследствие каких-либо внутренних причин («ослабленной жизненности»), но ввиду того, что современные климатические условия являются для них неблагоприятными. А. А. Гроссгейм сравнительно недавно [5] подверг критике концепцию В. П. Малеева. Он считает, что непосредственная связь между отдельными видами этой группы является сомнительной и каждый из ныне существующих видов имеет, повидимому, своего собственного предка.

¹ Сообщение четвертое см. в «Сообщениях АН ГССР», т. II, № 5.

² Литература, ей посвященная, довольно значительна. В последнем по времени исследовании о эльдарской сосне [1] приведен список литературы в 29 номеров, далеко не являющийся исчерпывающим.

Не останавливаясь на разборе других взглядов, укажем, что для большинства ботаников, занимавшихся этим вопросом, совершенно бесспорным является признание *Pinus eldarica* видом реликтовым с чрезвычайно ограниченным ареалом, причем этот ареал—только остаток некогда значительно более обширного ареала. Д. И. Сосновский, еще в 1911 г. [6], указал на вероятность нахождения эльдарской сосны в каком-нибудь другом пункте Восточного Закавказья. Несмотря на интенсивность ботанического изучения Закавказья за последние годы, три истекших десятилетия не оправдали этого предположения.

В настоящей заметке описывается несколько необычный для ботанико-географических исследований материал, указывающий, как нам представляется, на значительно большее распространение *Pinus eldarica* в сравнительно недавнем прошлом и тем самым подтверждающий мнение Д. И. Сосновского.

Музеум Истории Азербайджана Азербайджанского Филиала АН СССР нам были переданы для анализа остатки древесины и древесных углей, обнаруженные при раскопках в Старой Гандже, проводимых в связи с юбилеем великого азербайджанского поэта Низами⁽¹⁾. Весь материал заключался в 4 пакетах, содержавших 12 отдельных кусков. Уже предварительный просмотр показал, что в двух пакетах, заключавших 5 образцов, находилась древесина хвойной породы.

В первом пакете содержался 1 кусок трухлявого дерева коричневого цвета, размером 10×4,5 см, обнаруженный около городской стены, окружавшей Старую Ганджу (точное местонахождение: «Внешний вал, восточный ров, юго-западная сторона, глубина 2 м»; инвентарный № 928).

Во втором пакете находились 4 куска дерева, найденные на участке Б. Хранилище (инвентарный № 344). 3 куска—это остатки древесных углей, один кусок представляет собой полуобуглившееся дерево размером 6×2,1×0,2 см.

Весь материал датируется XI—XII веком н. э., т. е. эпохой, когда жил и творил Низами Ганджеви.

Развалины Старой Ганджи находятся в нижней части течения р. Ганджа-чай, между железнодорожными станциями Кировабад и Зазалы.

Изучение довольно большого количества шлифов⁽²⁾ позволило установить следующую структуру древесины, одинаковую у всех исследованных 5 образцов.

Древесина без сосудов, с многочисленными вертикальными и горизонтальными смоляными ходами. Вертикальные смоляные ходы встречаются не только в поздней древесине, но и на всем протяжении годичного слоя, хотя в поздней древесине их больше.

⁽¹⁾ Пользуемся случаем выразить свою благодарность директору музея З. М. Алиеву за предоставление нам этого интересного материала.

⁽²⁾ изготовленных по методу проф. В. О. Клера.

Эпителиальные клетки смоляных ходов различны очень плохо, но, как будто, тонкостенны. Трахеиды (как в ранней, так и в поздней древесине) без спиралей. Лучи с клетками двух родов—внутренние клетки с простыми, мелкими, округлыми или косыми порами, по 2—4 поры на перекрест трахеиды и клетки луча, внешние клетки расположенные в 1—2 ряда, с мелкими окаймленными порами (лучевые трахеиды). Продольные стенки лучевых трахеид более или менее волнистые (рис 1), иногда несколько зубчатые (рис. 2).

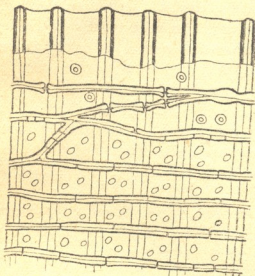


Рис 1. Полусхематическое изображение радиального сечения угля из Старой Ганджи. Два верхних ряда клеток луча с окаймленными порами и волнистой внешней стенкой

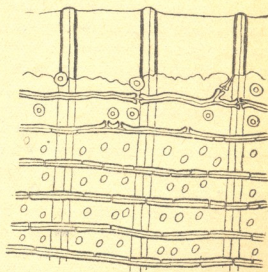


Рис. 2. То же что и рис. 1. Два верхних ряда клеток луча с окаймленными порами и слегка зубчатыми стенками.

Описанная структура представляется вполне характерной. Наличие лучевых трахеид является особенностью некоторых родов семейства еловых (Abietaceae), из которых только 2—сосна и ель—встречаются у нас на Кавказе⁽¹⁾ (древесина пихты лишена лучевых трахеид).

Pinus silvestris L. [и *P. hamata* D. Sosn.], также как и другие сосны группы *Lariciones*⁽²⁾, отличаются от других твердых сосен (секция *Diploxylon*) наличием крупных пор между внутренними клетками луча и трахеидами, расположенными по одной или две на каждый перекрест клетки луча и трахеиды (ср. Шоу [8]). Наличие у наших образцов мелких пор между внутренними клетками луча и трахеидами, в количестве на каждый перекрест от 2 до 4 (см. рис. 1 и 2), совершенно исключает возможность отнесения их к сосне обыкновенной (или крючковатой). Древесина других

⁽¹⁾ Лучевые трахеиды спорадически встречаются и в древесине других хвойных (напр. *Sequoia*, *Chamaecyparis*), но как постоянный признак характерны именно для еловых (ср. Джеффри [7], стр. 73).

⁽²⁾ Здесь и дальше деление рода *Pinus* на секции и группы по Шоу [6].

твердых сосен⁽¹⁾, так же как и древесина елей, характеризуется мелкими порами между внутренними клетками лучей и трахеидами, расположенными по 2—4 на каждом перекресте (подобно тому, как изображено на наших рисунках 1 и 2). Отличим древесины елей от древесины этих сосен будут следующие признаки:

1. Смоляные ходы ели с толстостенными эпителиальными клетками сравнительно малочисленны и расположены в поздней древесине, тогда как смоляные ходы сосен многочисленны, встречаются на всем протяжении годичного слоя (хотя также более обычны в поздней древесине) и имеют тонкостенный эпителий. Этот последний признак положен в основу разграничения елей от сосен в определителе Броуна и Пэншина [9].

2. Внешние стенки лучевых трахеид елей—без зазубрин, прямые или слегка волнистые, сосен—с зазубринами или с сильно волнистыми очертаниями (этот признак положен в основу разграничения между елью и мягкими соснами с одной стороны и твердыми соснами с другой в определителе Л. И. Джапаридзе [10]).

3. В поздней древесине ели встречаются трахеиды со спиральными утолщениями, в то время как в древесине сосен спирали у трахеид не наблюдаются (этот признак положен в основу разграничения елей от сосен в определителе Тасси [11]).

Рассмотрение наших препаратов убеждает нас, что вся совокупность признаков строения изучаемой древесины говорит о необходимости отождествить ее с древесиной одной из твердых сосен, не входящих в группу *Lariciones*. Единственным основанием для сомнений является недостаточно ясно выраженная зубчатость внешних стенок лучевых трахеид (рис. 1 и 2), гораздо менее отчетливая, чем в исследованном нами образце современной *Pinus eldarica* из Эльдарской степи. Однако, лучевые трахеиды на рисунке радиального среза эльдарской сосны, помещенном в статье Л. И. Джапаридзе и Л. М. Василевской ([12], рис. 18, стр. 279) и, особенно, на рисунке А. С. Тимофеева в статье И. И. Рощина ([13], рис. 1 а, стр. 207) очень напоминает лучевые трахеиды, отмеченные нами на шлифах нашей ископаемой древесины. Повидимому, у эльдарской сосны этот признак подвержен известным колебаниям (что отмечалось и у других сосен, ср. Шоу [8]).

Нет никаких оснований предполагать, что 800 лет тому назад в окрестностях Кировабада произрастали сосны, относящиеся к видам, не встречающимся ныне в Закавказьи. Таким образом, исследованные нами образцы могут быть отнесены только к видам *Pinus pithyusa*, *P. pinea*, и *P. eldarica*, не различающихся (или почти не различающихся) по строению своей

(¹ Напомним, что представители секции *Harpoluxylon* (мягкие сосны) отсутствуют в нашей флоре.



древесины. Нахождение в Восточном Закавказьи двух первых видов представляется чрезвычайно мало вероятным, потому мы считаем возможным определить исследованную нами древесину как—сосну эльдарскую—*Pinus eldarica* Medw.

Находка остатков древесины эльдарской сосны в раскопках, естественно, сама по себе не является доказательством того, что эта порода росла в непосредственной близости от старой Ганджи. Необходимо еще установить, что древесина *Pinus eldarica* не могла быть привезена с места своего нынешнего произрастания и выяснить ее возможный ареал 800 лет тому назад.

Назначение древесины, находимой при археологических раскопках, имеет большое значение для наших выводов. Нам уже приходилось высказывать убеждение [14], что древесные угли из раскопок, как правило, принадлежат породам, росшим поблизости от поселений, так как в большинстве случаев очень мало вероятно, чтобы топливо привозилось издалека, особенно когда вблизи имеются леса.

Изученные нами остатки древесины эльдарской сосны, повидимому, в большей своей части являются именно остатками топлива. Это бесспорно по отношению к пакету № 2, взятому на участке Б. Хранилище. Пакет № 1 (участок Внешний вал) содержал кусок дерева, который, возможно, имел другое назначение—может быть как стройматериал.

Предположение, что древесина эльдарской сосны попала в Ганджу из современного насаждения этой породы, должно быть решительно отвергнуто. Безусловно прав академик Н. Н. Кеңовели, когда он пишет: «сосны эти растут в таких местах... где рубить их на дрова и на стройматериал никому не придет в голову, так как свести их оттуда чрезвычайно трудно, да и на берегу р. Иоры растет прекрасный пойменный лес, где встречается дуб, ильм, фисташник и др. деревья, которые не уступают эльдарской сосне ни как топливо, ни как стройматериал» ([3], стр. 67).

Можно предполагать, однако, как это делает проф. Д. И. Сосновский [2], что раньше сосна спускалась ниже до поймы р. Иоры, или же, во всяком случае, до нижних горизонтов массива Эльдар-оглы. В таком случае, возможно, что с этих насаждений была взята древесина, найденная теперь в старой Гандже.

Нам кажется вполне вероятным, что сосна на Эльдарском массиве занимала 8 столетий тому назад значительно большую площадь. Тем не менее, трудно допустить, чтобы жители Ганджи XII века совершали поездки за топливом на расстоянии 100 км, когда в нескольких километрах от города, по течению р. Куры, имелся (и имеется сейчас) пойменный лес, а, примерно, в 20 км к югу начинается полоса горных лесов. Также невероятно то, чтобы эльдарская сосна доставлялась бы с Иоры в Ганджу сплавом,



хотя бы потому, что Иора впадает в Куру восточнее Ганджи и от места слияния этих двух рек до города гораздо дальше, чем до других лесных насаждений.

Единственно возможным местом произрастания *Pinus eldarica* являются, по нашему мнению, ближайшие окрестности Ганджи—на правом берегу реки Куры. Трудно установить, где именно могла расти эта порода. Вероятнее всего, что ее насаждения покрывали склоны хребта (кряжа) Боз-даг, тянущегося по правому берегу р. Куры, параллельно ее течению, примерно в 10—15 км от развалин старой Ганджи. Кряж этот, протяжением около 70 км, начинается у сел. Кадилы, несколько западнее Кировабада и прерывается Курой около сел. Мингечаур. Характер массива напоминает хребет Эльдар-оглы, так же как и последний, Боз-даг сложен отложениями ачкагельского яруса. Нам представляется вполне вероятным, что именно на этом кряже и были распространены те насаждения эльдарской сосны, которые служили населению Ганджи одним из источников топлива и строительных материалов.

В обиходе жителей города древесина играла незначительную роль. Дома и другие сооружения возводились из сырпового кирпича, и находки древесины при раскопках сравнительно редки. Анализ этих находок показал, что, повидимому, вся древесина была местного происхождения, взятая из растущих поблизости насаждений или от деревьев, разводимых населением. Очень небольшое число остатков древесины, полученных нами, затрудняет проведение каких-либо статистических подсчетов, но все же не случайным представляется тот факт, что почти половина полученного нами от Музея Истории материала (при этом найденного в разных местах) относится к эльдарской сосне. Это свидетельствует об относительно большой роли этой породы как топлива и указывает на значительные размеры ее насаждений.

Нахождение эльдарской сосны в окрестностях Ганджи в XII веке говорит о том, что эта порода сравнительно недавно занимала значительно большую площадь. Не ослабленная жизненность и не ухудшение климата (за последние 800 лет едва ли мы вправе предполагать значительные изменения в климате Азербайджана [15]), но деятельность человека уничтожила насаждения эльдарской сосны в окрестностях Кировабада и привела эту породу к ее последнему форпосту—массиву Эльдар-оглы, столь хорошо защищенному от топора дровосека. Вытесненная на крутые склоны Эльдарского хребта, подвергающиеся выветриванию и эрозии, эльдарская сосна, бесспорно, была бы обречена на исчезновение в течение ближайших столетий, если бы не деятельность человека, на этот раз играющего созидательную роль. В обширных озеленительных работах, в настоящее время широко развернувшихся на всей территории нашей страны, эльдарская со-

სა და ახლა უკვე აღარაა. ელდარის მდინარის სანაპიროსა და მისი მთიანეთის მხარეებში, რომლებიც ადრე ელდარის მდინარის სანაპიროს ეკუთვნოდა, ახლა უკვე აღარაა. ელდარის მდინარის სანაპიროსა და მისი მთიანეთის მხარეებში, რომლებიც ადრე ელდარის მდინარის სანაპიროს ეკუთვნოდა, ახლა უკვე აღარაა.

Академия Наук Грузинской ССР
Тбилисский Ботанический Институт

(Поступило в редакцию 4.6.1940)

ბოტანიკა

ა. იანაშვილი-ხაბიძის და ბ. კანდელიძის

რეზიუმე

ელდარის მდინარის მ-12 საუკუნეში ქალ. განჯის მიდამოებში

(მასალები ამიერ-კავკასიის მერქნისა და ხეების ისტორიის შეცნობისათვის ანთროპოგენში. V)

ავტორების მიერ გამოკვლეული იყო აზერბაიჯანის დიდი პოეტის ნიზამი განჯევის 800 წლის იუბილესთან დაკავშირებით ძველ განჯაში წარმოებულ გათხრებში აღმოჩენილი მერქნისა და ხის ნახშირის ნარჩენები.

ამ გათხრებში მნიშვნელოვანი ნაწილი (ნახევრამდე) ელდარის ფიჭვის მერქანი აღმოჩნდა.

ამჟამად ელდარის ფიჭვი იზრდება მხოლოდ ელდარის ქედზე, მდ. იორის მარჯვენა ნაპირზე, დაახლოებით 100 კმ დაშორებით ქ. კიროვაბადიდან (განჯა).

ვინაიდან შეუძლებელია, რომ მე-12 საუკუნეში განჯის მცხოვრებლებს სათბობი მასალა 100 კმ სიშორიდან ეზიდათ, როდესაც ქალაქის მიდამოებში იზრდებოდა ქალის ტყე, ამიტომ დასაშვებია, რომ 8 საუკუნის წინ ელდარის ფიჭვი იზრდებოდა მდ. მტკვრის მარჯვენა ნაპირზე ქ. განჯის მიდამოებშიც.

ამ ჯიშის უმეტესად შესაძლებელ აღმოცენების ადგილად ავტორები სთვლიან ბოზ-დაღის ქედს, რომელიც მიმართულია მდ. მტკვრის გასწვრივ ჩრდილოეთით 10—15 კმ დაშორებით განჯიდან.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია

თბილისის ბოტანიკური ინსტიტუტი

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—ციტირებული ლიტერატურა

1. Бурчак-Абрамович. Нові дані про рослинність Ельдарського заповідника в східній Грузії. Ботанічний журнал, т. I, № 2, 1940.
2. Д. И. Сосновский. Современное состояние и ближайшее будущее заказника эльдарской сосны. Изв. Азерб. Гос. Унив., т. 7, 1928.
3. Н. Н. Кеңхоев. Заповедник эльдарской сосны. «Заповедники и памятники природы Грузинской ССР», вып. 1, Тбилиси, 1937.

სა და იხილეთ. სსრ-ის ბოტანიკური ბაღის მისიონერების მიერ აღმოჩენილია, რომ ეს სახეობა უკვე გაცილებით უფრო გავრცელებულია, ვიდრე ადრე. უკვე ახლა თბილისში და მისი მხარეებში მისი რაოდენობა უკვე აღემატება ადრეულ მდგომარეობას. ასევე აღინიშნება, რომ ეს სახეობა უკვე გაცილებით უფრო გავრცელებულია, ვიდრე ადრე. უკვე ახლა თბილისში და მისი მხარეებში მისი რაოდენობა უკვე აღემატება ადრეულ მდგომარეობას.

Академия Наук Грузинской ССР
Тбилисский Ботанический Институт

(Поступило в редакцию 4.6.1940)

ბოტანიკა

ა. იავენიძე-ხმელაძის და ბ. კანდელაკი

რეზიუმე

ელდარის ფიჭვი მე-12 საუკუნეში ქალ. განჯის მიდამოებში

(მასალები ამიერ-კავკასიის მერქნიან ჯიშთა ისტორიის შეცნობისათვის ანთროპოგენში. V)

ავტორების მიერ გამოკვლეული იყო აზერბაიჯანის დიდი პოეტის ნიზამი განჯევის 800 წლის იუბილესთან დაკავშირებით ძველ განჯაში წარმოებულ გათხრებში აღმოჩენილი მერქნისა და ხის ნაშთების ნარჩენები.

ამ გათხრებში მნიშვნელოვანი ნაწილი (ნახევრამდე) ელდარის ფიჭვის მერქანი აღმოჩნდა.

ამჟამად ელდარის ფიჭვი იზრდება მხოლოდ ელდარის ქედზე, მდ. იორის მარჯვენა ნაპირზე, დაახლოებით 100 კმ დაშორებით ქ. კიროვადიდან (განჯა).

ვინაიდან შეუძლებელია, რომ მე-12 საუკუნეში განჯის მცხოვრებლებს სათბობი მასალა 100 კმ სიშორიდან ეზიდათ, როდესაც ქალაქის მიდამოებში იზრდებოდა ქალის ტყე, ამიტომ დასაშვებია, რომ 8 საუკუნის წინ ელდარის ფიჭვი იზრდებოდა მდ. მტკვრის მარჯვენა ნაპირზე ქ. განჯის მიდამოებშიც.

ამ ჯიშის უმეტესად შესაძლებელ აღმოცენების ადგილად ავტორები სთვლიან ბოზ-დაღის ქედს, რომელიც მიმართულია მდ. მტკვრის გასწვრივ ჩრდილოეთით 10—15 კმ დაშორებით განჯიდან.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია

თბილისის ბოტანიკური ინსტიტუტი

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—ციტირებული ლიტერატურა

1. Бурчак-Абрамович. Нови дані про рослинність Ельдарського заповідника в східній Грузії. Ботаничний журнал, т. I, № 2, 1940.
2. Д. И. Сосновский. Современное состояние и ближайшее будущее заказника эльдарской сосны. Изв. Азерб. Гос. Унив., т. 7, 1928.
3. Н. Н. Кеңовели. Заповедник эльдарской сосны. «Заповедники и памятники природы Грузинской ССР», вып. 1, Тбилиси, 1937.



4. W. Malejeff. *Pinus pithyusa* Stev. und *Pinus eldarica* Medw.—zwei Relikt-Kiefern der taurisch-kaukasischen Flora. Mitt. d. Deutsch. Dendrol. Gesel., 41, 1928.
5. А. А. Гроссгейм. К географии хвойных Кавказа. Труды Азерб. Гос. Унив., вып. 1, 1939.
6. Д. И. Сосновский. Эльдарская сосна. Изв. Кав. Отд. Рус. Географического Об-ва, т. XXI, № 1, 1911.
7. E. Ch. Jeffrey. *The anatomy of woody plants*. Chicago, 1930.
8. G. R. Shaw. *The genus Pinus*. Publ. of Arnold Arboretum, No 5, 1914.
9. H. P. Brown and A. J. Ranshin. *Identification of the commercial timbers of the United States*. New York, 1934.
10. Л. И. Джапаридзе. Строение древесины. Глава в курсе Дендрологии, изданном Зак. Лесотехн. Ин-том, Тбилиси, 1933.
11. F. Tassi. *Ricerche comparate sull tessuto midallare delle conifere e sui rapporti di esso con gli elementi conduttori del legno*. Bull. del Labor. ed orto botanico Siena. 1906, Ann. 8, fasc. I—IV.
12. Л. И. Джапаридзе и Л. М. Василевская. К анатомической характеристике кавказских сосен. Труды Тбил. Бот. Ин-та, т. I, 1933.
13. И. И. Рошин. Вымирающие сосны Закавказья. Труды прик. бот., ген. и селекции, т. XXI, вып. 3, 1928—29.
14. А. А. Яценко-Хмелевский и Г. В. Канделаки. Древесные угли из археологических раскопок в Дабла-Гоми. Сообщения Груз. Филиала АН СССР, т. I, № 5, 1940.
15. С. А. Ковалевский. Лик Каспия. Труды геол.-развед. конторы Азнефти, вып. 2, 1933.





ЗООЛОГИЯ

Я. Д. КИРШЕНБЛАТ

НОВЫЙ РОД СОСАЛЬЩИКОВ У ГРЫЗУНОВ

В тонких кишках у лесной сони (*Dryomys nitedula* Pall.) из Бахмаро, Чохатаурского района маммологическим отрядом Зоологического Института Академии Наук Грузинской ССР были найдены очень мелкие сосальщики, принадлежащие к семейству Lecithodendriidae. Расположение желточников позади семенников и многие другие признаки заставили выделить их в особый новый род.

Glirotrema, gen. n.

Диагноз рода. Тело маленькое, грушевидное. Ротовая и брюшная присоски приблизительно одинаковой величины. Глотка мускулистая. Пищевод очень короткий. Ветви кишечника короткие, лишь слегка заходят за уровень переднего края семенников. Половое отверстие расположено медиально между развилком кишечника и брюшной присоской. Семенники шаровидные, расположены друг против друга. *Vesicula seminalis* извитой. Яичник овальный, расположен дорзально от правого семенника и брюшной присоски. Желточники, состоящие из нескольких очень крупных фолликулов, расположены позади семенников. Петли матки занимают всю заднюю половину тела. Мочевой пузырь имеет U-образную форму.

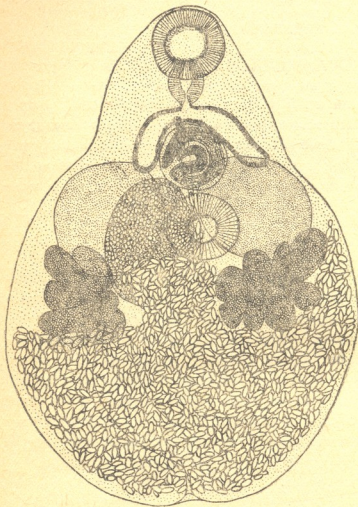
Тип рода: *Glirotrema semen*, sp. n.

Glirotrema semen, sp. n. (рис. 1)

Диагноз. Тело маленькое, грушевидное, сплошь покрыто очень мелкими чешуйками. От своего переднего конца оно постепенно расширяется до уровня переднего края семенников, а затем сразу сильно расширяется кзади, так что боковой край червя образует в этом месте сильную выемку. Достигнув максимальной ширины приблизительно на уровне заднего края желточников, тело правильным полукругом суживается кзади, образуя посредине заднего края небольшое вдавление, на дне которого расположено выделительное отверстие.

Длина тела 0,431—0,498 мм, при максимальной ширине в 0,299—0,381 мм. Отношение длины тела к его ширине 13:10—3:2.

Ротовая присоска расположена субтерминально и имеет в диаметре 0,066—0,074 мм. Брюшная присоска находится перед серединой тела и имеет в диаметре 0,058—0,062 мм. Ротовое отверстие ведет в мускулистую глотку, длина которой приблизительно равна ширине и равняется 0,034—0,038 мм. Пищевод почти отсутствует. Ветви кишки короткие, длиной в



0,062—0,077 мм, лишь слегка заходят за уровень переднего края семенников. Семенники шаровидные, расположены друг против друга перед серединой тела на уровне брюшной присоски и имеют в диаметре 0,098—0,104 мм. Мешок цирруса округлый, расположен между ветвями кишки впереди от брюшной присоски, его диаметр 0,065—0,074 мм. Семенной пузырек сильно извитой. Циррус невооруженный. Яичник овальный, расположен в правой половине тела, дорзально от правого семенника и брюшной присоски. Длина яичника 0,104 мм, его ширина 0,077 мм. Желточники, состоящие из 7—8 очень крупных фолликулов, расположены позади семенников и имеют в длину 0,100—0,104 мм, при ширине в 0,073—0,098 мм. Вся задняя половина тела заполнена петлями сильно развитой матки. Яйца имеют в длину 0,0193 мм, в ширину—0,0078 мм, бурого цвета, снабжены у одного из полюсов крышечкой.

Рис. 1. *Glirrotrema semen*, sp. n. с брюшной стороны.

Хозяин: *Dyromys nitedula* Pall.
Локализация: тонкие кишки.

Географическое распространение: Зап. Грузия: Бахмаро, Чохатаурского района, г. IX 1940; несколько десятков экземпляров.

Ленинградский Государственный Университет
Кафедра зоологии беспозвоночных

(Поступило в редакцию 2.5.1941)

J. KIRSCHENBLATT

EINE NEUE TREMATODEN-GATTUNG BEI DEN NAGETIEREN

Gliotrema, gen. n. (Lecithodendriidarum)

Körper klein, birnförmig. Mund- und Bauchsaugnäpfe beinahe gleichgross. Pharynx muskulös. Ösophagus sehr kurz. Darmäste kurz, den Vorderrand der Hoden nur wenig überragend. Geschlechtsöffnungen medial zwischen der Darmgabelung und dem Bauchsaugnäpf. Hoden kugelförmig, einander gegenüber gelagert. Vesicula seminalis stark gewunden. Keimstock oval, befindet sich dorsal vom rechten Hoden und dem Bauchsaugnäpf. Dotterstöcke, aus wenigen sehr grossen Follikeln bestehend, befinden sich hinter den Hoden. Uterusschlingen nehmen die ganze Hinterhälfte des Körpers ein. Harnblase U-förmig.

Gliotrema semen, sp. n.

Länge des Körpers 0,431—0,498 mm, bei maximaler Breite 0,299—0,381 mm. Durchmesser des Mundsaugnäpfes 0,066—0,074 mm, des Bauchsaugnäpfes 0,058—0,062 mm. Länge des Pharynx 0,034—0,038 mm.

Durchmesser der Hoden 0,098—0,104 mm; Länge des Keimstockes 0,104 mm, seine Breite—0,077 mm. Dotterstöcke bestehen aus 7—8 sehr grossen Follikeln.

Die Eier besitzen eine Länge von 0,0193 mm und eine Breite von 0,0078 mm. Im Dünndarm von *Dyromys nitedula* Pall.

Westgeorgien: Bachmaro.

Staatsuniversität zu Leningrad
Lehrstuhl für Zoologie der wirbellosen Tiere

ზოოლოგია

ი. კირშენბლატი

მლრღნმლიზის მწოკველთა ახალი გვარო

აღწერილია *Dyromys nitedula* Pall.-ის ჩერილ ნაცლავთა მწოკველის ახალი სახეობა *Gliotrema semen* (ბახმაროდან). ის ეკუთვნის *Lecithodendriidae*-ს ოჯახის ახალ გვარს, რომლის დიაგნოზსაც იძლევა ავტორი.

ლენინგრადის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
უზერხემლოთა ბიოლოგიის კათედრა



ისტორია

ბ. ზამყალიძე

საქართველოში ამჟამათ წარმოშობის საკითხისათვის

I

დასავლეთ ევროპის ხელოსანთა ამქრების წარმოშობისა და ორგანიზაციის საკითხები ვრცლად და ამომწურავად არის განხილულ-დადგენილი ისტორიულ-ეკონომიურ ლიტერატურაში.

„აუცილებლობა გაერთიანებული ყაჩაღური თავადაზნაურობის წინააღმდეგ შეკავშირებისა, მოთხოვნილება საერთო საბაზრო სიდგომებისა ეპოქაში, როდესაც მრეწველი იმავდროულად ვაჭარიც იყო, ზრდა კონკურენციისა აყვავებულ ქალაქებში თავმოყრილი გამოქცეული ყმების მხრივ, მთელი ქვეყნის ფეოდალური წყობილება,—ყოველივე ამან წარმოშვა ამქრები“ ([1], გვ. 4).

ამქარი წარმოადგენდა საშუალო საუკუნეების ქალაქის განსაზღვრული დარგის ხელოსანთა კავშირს, რომლის ამოცანას შეადგენდა ხელოსნური მრეწველობის დაცვა, მისი მოწესრიგება და კონტროლი და ამქარში შემავალ ხელოსანთა მატერიალურ-ზნეობრივი კეთილდღეობისათვის ზრუნვა.

აუცილებლობა ასეთი ორგანიზაციის შექმნისა დასავლეთ ევროპის ქვეყნებში ერთდროულად არ დამდგარა ¹.

უძველეს ამქრულ ორგანიზაციებს, არსებული გამოკვლევების მიხედვით, იტალიის, კერძოდ ფლორენციის ამქრები წარმოადგენენ, რომლებიც IX—X საუკუნეებში წარმოიშვნენ; დასავლეთ ევროპის დანარჩენ ქვეყნებში ამქრები უფრო გვიან წარმოიშვნენ—დაახლოებით XI—XII საუკუნეებში, ხოლო საბოლოოდ ჩამოყალიბდნენ ისინი XIII—XIV საუკუნეებში [2, 3, 4].

რაც შეეხება აღმოსავლეთ ქვეყნებს, აქ, მაგ., არაბეთის სახალიფოში, ზოგიერთი გამოკვლევების მიხედვით, ამქრული წყობილება უკვე VIII საუკუნეში არსებობდა ([5], მოტანილია ივ. ჯავახიშვილის [6] მიხედვით).

საქართველოში ამქრების წარმოშობის საკითხი ჩვენს ისტორიულ-ეკონომიურ ლიტერატურაში მთლად გარკვეული არ არის. აკად. ივ. ჯავახი-

¹ ამ ორგანიზაციის წარმოშობის მრავალი, საყოველთაოდ ცნობილი, თეორია არსებობს, რომელთაგან აღსანიშნავია: Nitzsch-ის თეორია, რომელიც ამქრების წარმოშობას ხსნის საშუალო საუკუნეების საბატონო ხელოსანთა კავშირებისაგან. ამ თეორიასთან ახლო დგას მთელ რიგ ისეთ მეცნიერთა შეხედულებანი, როგორც არიან: Arnold, Heusler, Maurer, Schmoller, Stieda და სხვ.; Below-ის თეორიით ამქრები თავისუფალ პირთა კავშირის სახით წარმოიშვა; Keutgen-ი ამქრების წარმოშობას უკავშირებს საქალაქო ხელისუფლების ღონისძიებას—კონტროლი დაეწესებია ხელოსნობასა და ბაზარზე; და სხვ.

შვილის აზრით, IX—XIII ს.ში „ამქრები ტფილისში მიიწვინდა ყოფილიყენენ“ არაბების ზეგავლენით, თუმცა „ამის შესახებ,—მისივე აზრით,—არავითარი ცნობები არ მოიპოვება“ ([6], გვ. 40—41).

II

უახლესი ისტორიული გამოკვლევები მოწმობს, რომ საქართველოში „მეექვსე საუკუნე ფეოდალიზმის საბოლოო გამარჯვების საუკუნე იყო“ ([7], გვ. 116, [8]), როდესაც ქალაქებს,—განსაკუთრებით ქართლში,—პოლიტიკურ-ადმინისტრაციული ცენტრების მნიშვნელობაც მიენიჭა.

ფეოდალიზმის დამკვიდრების ამ აღრინდელ ხანასთან უნდა იყოს დაკავშირებული ამქრების წარმოშობაც საქართველოში. მათი არსებობა ამ დროს თვალსაჩინოდ დასტურდება პაგიოგრაფიული თხზულებით: „მარტილობა და მოთმინება წმიდისა ევსტათი მცხეთელისა“ [1]. ეს ძეგლი, როგორც ცნობილია, VI საუკუნის შუა ხანას ეკუთვნის და „წინააარსიანი, ძვირფასი, სანდო საისტორიო წყაროა აღმოს. საქართველოს პოლიტიკური, საეკლესიო და კულტურული ისტორიისათვის“ ([9], გვ. 32).

თხზულების ავტორი მოგვითხრობს, რომ 451 წელს („წელსა მეათესა ხუასროს მეფისასა“) „მოვიდა კაცი ერთი სპარსეთით... ქალაქად მცხეთად და ისწავლებოდა ხელსა მეხამლობისასა... და ვითარ ისწავლა მეხამლობა... ქრისტიანე იქმნა და ნათელი მიიღო“, რის შემდეგ მას ევსტათი უწოდეს.

მცხეთელ სპარსელთა უქმაყოფილებამ, ევსტათის მიერ სპარსელთა მავდიანური კულტის უარყოფისა და გაქრისტიანების გამო, მალე იჩინა თავი. „მას ჟამსა შეკრბეს სპარსნი, რომელნი მცხეთად იუტნეს მეჯადაგენი და მეხამლენი, ზატიკობდეს და მოავლინეს ნეტარისა ევსტათისა და ჰრქტეს, მოვედ და გუერთვ შუებასა ამას ჩუენსა“. ევსტათი უარყოფითად შეხვდა სპარსელთა წინადადებას—მონაწილეობა მიეღო დღესასწაულში, რომელსაც მეჯადაგენი და მეხამლენი იხდიდნენ, და უპასუხა: „თქუენი ზატიკი ბნელ არს და თქუენ მეზატიკენიცა ბნელ ხარო“. სპარსელი ხელოსნები აღაშფოთა ასეთმა პასუხმა და „ვითარ ზატიკი ივი გარდაიხადეს, შეკრბეს ივინივე მეჯადაგენი და მეხამლენი“ და ევსტათი მცხეთელ ციხისთავთან დაასმინეს: აქ ერთმა კაცმა ჩვენი სჯული დაჰჯმო და ჩვენს დღესასწაულშიც არ მიიღო მონაწილეობაო. ევსტათი ციხისთავთან დაიბარეს. ციხისთავის წინადადება—დაეტოვებია ევსტათის ქრისტიანობა—არ გასქრა, ამიტომ ციხისთავმა ბრძანა ევსტათის „წარყუანება“ ტფილისს, ქართლის მარზპანთან, და მისი იქ „განკითხუა“.

როგორც კი ეს ამბავი მეჯადაგეებმა და მეხამლეებმა გაიგეს, ისევ შეიკრიბნენ და ციხისთავს მიმართეს: აქ ასეთები—გაქრისტიანებული სპარსელნი—სხვებიც არიან, „ბრძანე მოწოდება და ტფილისს მათცა წარყუანებო“. ასეთი იქ კიდევ შვიდი სპარსელი აღმოჩნდა, რომელნიც, ევსტათისთან ერთად, მარზპანს წარუდგინეს. ევსტათიმ არც აქ უღალატა ქრისტიანობას, მიუხედავად დიდი ფიზიკური ტანჯვის მიყენებისა მისთვის და, ბოლოს, მას თავი მოჰკვეთეს.

ამრიგად, ეს ჰაგიოგრაფიული თხზულება ნათელჰყოფს იმას, რომ ქ. მცხეთაში, მეექვსე საუკუნის შუა წლებში, ხელოსნობა იმდენად არის განვითარებული, რომ სპარსეთიდან (ან სხვა უცხო ქვეყნიდან) მოსულ ახალგაზრდას თავისუფლად შეუძლია ხელობა შეისწავლოს და ხელოსნურ მრეწველობას მიჰყოს ხელი, ყოველგვარი შეზღუდვის გარეშე. იგი ნათელჰყოფს აგრეთვე იმასაც, რომ ხელოსნობის განსაზღვრული დარგის წარმომადგენლები გაერთიანებული არიან პროფესიულ კორპორაციაში, რომელიც თავის კონტროლს რელიგიაზე (და, ალბათ, სხვა სფეროზეც) ავრცელებს. ეს გაერთიანება რომ ამქრობისდაგვარი ხასიათისაა, ამას ადასტურებს შემდეგი გარემოება:

ა. მასში გაერთიანებულია მხოლოდ ერთი ან მონათესავე ხელობის წარმომადგენლები („მეჯადაგენი და მეხამლენი“), თუმცა, დასაშვებია, რომ ამ დროს მცხეთაში ხელოსნობის სხვა დარგთა წარმომადგენლებიც იქნებოდნენ.

ბ. ამ კორპორაციის წევრი ცალკე იხდიან დღესასწაულს („სპარსნი, რომელნი მცხეთად იუზნეს მეჯადაგენი და მეხამლენი, ზატიკობდეს“)¹, მიუხედავად იმისა, რომ ამ დროს მცხეთაში სხვა სპარსელნიც ბლომად უნდა ყოფილიყვნენ, თუნდაც ადმინისტრაციისა და მხედრობის წარმომადგენელთა სახით.

გ. კორპორაცია გაერო თიანებული გამოდის რელიგიის დასაცავად და მოითხოვს ხელოსნის დასჯას რელიგიის დალატისათვის (რაც მაშინ, უეჭველია, ეროვნულ-სახელმწიფოებრივი დალატის მომასწავებელიც იქნებოდა).

მოკლედ, აღნიშნული გარემოებანი მოწმობენ ხელოსანთა ამქრის ან ამქრისდარი ორგანიზაციის არსებობას იმდროინდელ მცხეთაში, თუმცა ამას რა თქმა უნდა, შემდგომი დადასტურება და დასაბუთება ესაჭიროება.

მეექვსე საუკუნის საქართველოში ამქრული წყობილების არსებობის დადასტურებასთან დაკავშირებულია მეორე საკითხი: ამქრების წარმოშობის გზების საკითხი, რაც აგრეთვე გაურკვეველია ჩვენს ისტორიულ მეცნიერებაში.

უკეთუ მეექვსე საუკუნის საქართველოში ამქართა არსებობას დადასტურებულ ფაქტად მივიჩნევთ, მაშინ სხვაგვარად ისმის შემდეგი საკითხი: ამქრები არაბთა, სპარსელთა თუ სხვა ხალხთა ზეგავლენით წარმოიშვა საქართველოში და საამისო ნიადაგი აქ ფეოდალური ქალაქების წარმოშობამ და ფეოდალური მეურნეობის დამკვიდრებამ მოამზადა, თუ—მას დამოუკიდებლად მიეცა დასაბამი საქართველოს ფეოდალური მეურნეობის წიაღში.

ამ კითხვას შემდგომი ისტორიული კვლევა-ძიება თუ მოჰყენს ნათელს.

სტალინის სახელობის
 თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

(შემოვიდა რედაქციაში 31.5.1941).

¹ ამ გარემოებისათვის ყურადღება მიმაქცივინებია აკად. ს. ჯანაშიამ, რომელსაც მაღლობას მოვახსენებ. მასვე აქვს ამის საფუძველზე დასმული საკითხი: ხომ არ ჰქონდათ ამ ხელოსნებს უკვე იმ დროს რაიმე კორპორაციული კავშირი? ([7], გვ. 89).

Г. С. ГАМКРЕЛИДZE

К ВОПРОСУ О ВОЗНИКНОВЕНИИ РЕМСЛЕННЫХ ЦЕХОВ В ГРУЗИИ

Резюме

В городах средневековой Грузии, на базе развитой ремесленной промышленности, возникают и цеховые ремесленные объединения — «амкары». Вопрос о том, когда именно возникли эти цеховые корпорации в Грузии, еще не разрешен.

Для уяснения этого вопроса заслуживающие внимания данные содержатся в грузинском агиографическом произведении VI века: «Мученичество Евстафия Мцхетского». По данным этого произведения устанавливается, что:

а) В Грузии (в г. Мцхета) в VI веке имеется развитая ремесленная промышленность. Приезжие из чужих стран лица имеют возможность свободно обучаться ремеслу и заниматься им.

б) Представители определенной отрасли ремесленной промышленности объединены в особой цеховой организации, которая строго оберегает религиозное верование своих членов.

Требует изучения и разрешения вопрос о происхождении цехового строя в Грузии ранней феодальной эпохи.

Тбилисский Государственный Университет
имени Сталина

GESCHICHTE

ZUR FRAGE DER ENTSTEHUNG DER ZÜNPFTE IN GEORGIEN

Von G. GAMKRELIDZE

Zusammenfassung

In den Städten des mittelalterlichen Georgiens finden wir, mit der Entwicklung des Handwerksgerwerbes auch die Zunftorganisationen der Handwerker. Wann die Zünfte im Georgien aufgekommen sind, konnte nicht klargestellt werden.

Wichtige Aufschlüsse darüber enthält die georgische hagiographische Schrift aus dem 6. Jahrhundert: «Das Martyrium des heiligen Eustatius von Mzchetha» [11], aus welcher zu ersehen ist:

a) Dass im Georgien des 6. Jahrhunderts (in der Stadt Mzchetha) das Handwerk entwickelt war. Die aus den fremden Ländern. Eingereisten konnten das Handwerk erlernen und betreiben.

b) Dass die Vertreter eines bestimmten Handwerkszweiges (nach der genannten Schrift, der Schuhmacherei) eine eigene Zunft hatten, in welcher die religiösen Gebräuche der Zunftmitglieder streng gehütet wurden.

Es ist noch klarzulegen, auf welchem Wege (ob durch fremden Einfluss oder aus einheimischen Mitteln) die Zunftverfassung in Georgien, zu dieser frühen Feudalzeit, entstanden ist.

Staatliche J. Stalin-Universität
Tbilissi

ციტირებული ლიტერატურა—ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА
ZITIERTE LITERATUR.

1. K. Marx—F. Engels. Die deutsche Ideologie. Marx—Engels Gesamtausgabe, I Abt., Bd. 5, 1933.
2. W. Stieda. Zunftwesen. Handwörterbuch der Staatswissenschaften, III. Aufl., Bd. VIII.
3. E. Martin-Saint-Léon. Histoire des corporations de métiers. Paris, 1909.
4. И. М. Кулишер. История экономического быта Западной Европы. Т. I, изд. 8-ое 1931.
5. A. Kremer. Kulturgeschichte d. Orients. II.
6. ივ. ჯავახიშვილი. საქართველოს ეკონომიური ისტორია. ტფილისი, 1907.
7. ს. ჯანაშია. ფეოდალური რეფორმები საქართველოში. ნარკვევები ფეოდალიზმის წარმოშობის ისტორიიდან საქართველოში. სახ. უნივ. გამომცემლობა, ტფილისი, 1935.
8. ს. ჯანაშია. საქართველოს ისტორია უძველესი დროიდან მე-13 ს-მდე. ტფ. სახ. უნივ. შრომები. V, 1936.
9. ივ. ჯავახიშვილი. ისტორიის მიზანი, წყაროები და მეთოდები წინათ და ახლ. წ. I. ძველი ქართული საისტორიო მწერლობა. (V—XVIII სს.). ტფილისი, 1921.
10. მ. საბინინი. საქართველოს სამოთხე, პტბ., 1882.
11. Das Martyrium des heiligen Euztadius von Mzcheta. Sitzungsberichte der königlich preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin. XXXVIII. 1901.



მნათმეცნიერება

ბრ. ჩიქობავა

მარტივი წინადადების ეპოლუციის ძირითადი ტენდენციები
ქართულში

II

ძველს ქართულში მიცემითი ბრუნვის მრავლობითობა ზმნაში აღუნიშვნელი რჩებოდა მაშინაც, როცა ეს მიცემითი რეალურ სუბიექტზე მიუთითებდა და იმ შემთხვევაშიც, როცა მას რეალური ობიექტის აღნიშვნა უწევდა.

ეს სინტაქსური ურთიერთობა არსებითად შეიცვალა XII—XVIII საუკუნეთა მანძილზე; ცვლილება მოხდა სამსავე პირში, ოღონდ არა თანაბარი და არა ერთი და იმავე მიზეზისა გამო.

მესამე პირში ცვლილება გამოიწვია სახელის ფუნქციამ: ზმნამ აღნიშნა ისეთი სახელის მრავლობითობა, რომელიც რეალურ სუბიექტზე, მოქმედზე მიუთითებდა.

ასეთი მიცემითი ინვერსიულ ზმნებთან¹ გვაქვს: ინვერსიისათვის სწორედ ისაა დამახასიათებელი, რომ ობიექტის ნიშნით წარმოდგენილი სახელი სინამდვილეში ობიექტი კი არაა, არამედ—სუბიექტი, რეალური სუბიექტი; და, პირუკუ, სუბიექტის ნიშნით გადმოცემული სახელი რეალურ ობიექტს ეტოლება.

ინვერსიულ ზმნათა ორი ჯგუფია შემდეგი:

1. გარდამავალ ზმნათა თურმეობითი: ყოველი გარდამავალი ზმნა თურმეობით პირველში, თურმეობით მეორესა და კავშირებითს პირველში ინვერსიული ხდება:

შდრ. დავითი აშენებს სახლს—დავითს უშენებია სახლი, დავითს (რომ) აეშენებინა სახლი, დავითს (რომ) აეშენებინოს სახლი...

2. გარდაუვალი ზმნები, რომელთაც აწმყოს ჯგუფშივე ინვერსია ახასიათებს, ე. ი. რომელნიც მხოლოდ ინვერსიული წყობისანი არიან:

დავითს ჰყავს, აქვს, უყვარს, უნდა, ესმის... ის...

შდრ. ინვერსიულ ზმნებთან მიცემითი III პირისა ძველსა და ახალ ქართულში.

¹ ინვერსიული ზმნები ყველა გარდაუვალია: საშუალო ან ვნებითი გვარისაა. კერძოდ, თურმეობითი პირველი აწმყოს სტატიკური ვნებითის სასწვისო ქცევას ეტოლება, თურმეობითი მეორე და კავშირებითი მესამე—აორისტისა და კავშირებითი მეორის სასწვისო ქცევის ვნებითის, დაწვრილებით ამის შესახებ საუბარი გვქონდა მოხსენებაში ინვერსიულ ზმნათა შესახებ, რომელიც წაკითხული იყო სტალინის სახელ. თბილის. სახელმწ. უნივერ. ქართული ენის კათედრის ღია სხდომაზე 1936 წ.

- ძვ. ქართ.: მათ სწყურის და სხუათა ასუმენ (ხვან. 49)—ახ. ქართ.:
 „ „ მათ სწყურიათ და სხვებს ასმევენ...
 „ „ ქვა და კირი ფრიად შორით მოაქუნდა ძნელთა მათ გზათა კაცთა
 ზურგითა (ხანძთ. ლგ)—ქვა და კირი მეტად შორიდან მოჰქონ-
 დათ ძნელად სავალ გზებზე ადამიანთა ზურგზე.
 „ „ თანა. ჰყვანდა მათ ერთი მენავეთა მათგანი (კიმ. 38₁₁)—თან
 ჰყავდათ მათ ერთი იმ მენავეთაგანი...
 „ „ მალლად უპყრიეს მათ (ათონ. 314₂)—მალლა უპყრიათ მათ...
 „ „ შუბლი იგი უშუერადრე გამოუქმნიეს კელოვანთა მათ (კიმ. 150₂₉)
 —შუბლი ულამაზოდ გამოუყვანიათ („გამოუქმნიათ“) ოსტატებს.
 „ „ რლთა შთაუტუამს (კიმ. 155₂₁)—რომელთაც ჩაუტევამთ...

მაგრამ თუ ზმნა ინვერსიული არაა, მესამე პირის მრავლობითს, მიცემითში დასმულს, ზმნა არ შეეთანხმება:

უთხრა მას—უთხრა მათ, მოუწოდა მას—მოუწოდა მათ, უბრძანა მას, მათ—
 და ასე შემდეგ.

სხვაგვარი მდგომარეობაა პირველსა და მეორე პირში: ამათი მრავლობითო-
 ბა ზმნაში ყოველთვის აღინიშნება:

თქვენ—გწყურიათ, გაქეთ, გქონდათ... გიკეთებიათ, ჩავიცვამთ...
 ჩვენ—გწყურია, გვაქეს, გვქონდა, გვაყავს, გვაყავდა... გვიკეთებია,
 ჩავიცვამს—ეს ინვერსიული ფორმებია, მიცემითის მრავლობითობის
 აღნიშვნას ზმნაში აქ იგივე საფუძველი აქვს, რაც—მესამე პირში (იხ. ზემოთ).
 მაგრამ არაინვერსიულ ფორმებშიც ზმნა ეთანხმება „თქვენ“, „ჩვენ“
 სახელებს რიცხვში:

მან მათ უთხრა—მაგრამ: თქვენ გითხრათ, ჩვენ გვითხრა...

„ მათ მოუწოდა— „ თქვენ მოგიწოდათ, ჩვენ მოგვიწოდა...

„ მათ უბრძანა— „ თქვენ გიბრძანათ, ჩვენ გვიბრძანა...

„ მათ დაუწერა „ თქვენ დაგიწერათ, ჩვენ დაგვიწერა...

ინვერსიულს ფორმებში ზმნა მიცემითს ეთანხმებოდა რიცხვში, რადგანაც
 ეს მიცემითი რეალური ვითარების მიხედვით იყო მოქმედი აქტიური—რის
 მიხედვით? ზმნის მნიშვნელობის მიხედვით.

ზმნის ფუძის შინაარსმა ეს მიცემითი მრავლობითში შეთანხმების უფლებით
 აღჭურვა მიუხედავად იმისა, რომ ზმნის პირის ნიშანზე ამვე მიცემითს ობიექტად
 სახავეს—ზმნის ფორმისა და შინაარსის კოლიზია უკანასკნელი მომენტის
 სახარებლად გადაწყდა.

მაგრამ: გითხრათ, გვითხრა... გიბრძანათ, გვიბრძანა... და მსგავს მავა-
 ლიტებში მიცემითის მრავლობითის აღნიშვნას რაციონალური საფუძველი არ
 მოეპოვება: აქ, ცხადია, ანალოგიის მოქმედებასთან გვაქვს საქმე; ანალოგია
 ლამობს იმის დამთავრებას, რამაც ინვერსიულ ზმნებში გარკვეული მიზეზე-
 ბის გამო თავი იჩინა.

ერთი გარემოებაცაა მხედველობაში მისაღები: პირველი პირის ობიექტის
 ნიშანი მ- მრავლობითში უკვე აღარა გვაქვს ახალ ქართულში: გვ- პრეფიქსილია
 ხმარებაში. ძვ. ქართულში შეიძლებოდა მომეტე ჩუენ—მოგუეტე ჩუენ: ობიექ-

ტის მრავლობითობა არც ერთში არ ჩანდა; ახალ ქართულში „მომეც ჩვენ“ შეუძლებელია; ერთი ვარიანტილა—„მოგვეცი ჩვენ“—შეგვარჩა და მას მიენიჭა მრავლობითობის ჩვენების ფუნქცია (პირველ წერილში უკვე ითქვა, რომ გუ-მრავლობითი რიცხვის პრეფიქსი არ იყო ძველ ქართულში).

ასეთ პირობებში, თუ შეიძლება ითქვას, სტიქიურად აისახა ობიექტის მრავლობითობა პირველ პირთან: პირის და რიცხვის ნიშანი შეთავსდა გვ-პრეფიქსში.

ამავე ნიადაგზე ზმნაში აღნიშნული აღმოჩნდა ჩვენ- ნაცვალსახელის მრავლობითი, როცა იგი სახელობითის ფუნქციისა იყო და ობიექტზე მიუთითებდა: ჩაგვწერა ჩვენ, გვაქო ჩვენ, შეგვაწუხა ჩვენ...¹

ამრიგად: ზმნის ფუძის შინაარსმა, გვ-პრეფიქსის მონოპოლიურმა მდგომარეობამ (ობიექტის პირველ. პირ. მრავლობითში) და ანალოგიის პროცესმა განსაზღვრეს მიცემითი ბრუნვის სინტაქსურ უფლებათა ინტენსიური ზრდა ახალ ქართულში ძველ ქართულთან შედარებით.

აღმოსავლეთ საქართველოდან გამოსული ზოგი მწერლის ენაში შეიმჩნევა ზმნის შეთანხმება მიცემით ბრუნვასთან შესაბამისში მაშინაც კი, როცა ეს მიცემითი რეალურ ობიექტს აღნიშნავს, ე. ი. როცა ზმნა არაინფერსიულია:

...ერთი კუზიანი მხერხავი ა ე დ ე ვ ნ ა თ (ა. შანშიაშვილი. „ურ. შეშა“.)

...წაიყვანეს თემის აღმასკომის თავმჯდომარესთან. ამბაკო მიზ დ ე ვ თ თაეჩალუნული... (ა. შანშ. „ამბ.“)

...ზურაბი აღელვებას ვერ ფარავდა; ე კ ი თ ხ ე ბ ო დ ა თ: „რა მოხდა?“ (ა. შანშ. „ამბ.“)...

...ალადიმ იფიქრა: „ამათ რომ ავყვე, ქირვეული ხალხია! კიდეც სადმე შეუხვევენო“ და გ ა ე პ ა რ ა თ (ა. შანშ. „ამბ.“).

...რუსი პეტრო ძნასა შლის. თან უყვირით [გლეხებს]: „კაცო, სკარეი!“ (ა. შანშ. „მეჩონ.“).

...ზურაბმა შეეუყვირა თ: „ხმა ხომ არ ჩაგიწყდათ?“ (ა. შანშ. „ამბ.“) ძნის პატრონი... ე ხ ვ ე წ ე ბ ა თ: ... „გავათავოთ, თქვენი ქირიმეთ!“ (ა. შანშ. „მეჩონ.“).

...დაღლილი მეველე მოვიდა და გაუცხადა თ: „მე ველარ ვუღარაჯებ... თქვენს მოსავალს უპატრონეთო!“ (ა. შანშ.).

...ბათოს მამამ ზღაპარი დაიწყო და ყველა სმენად გადაიქცა. მოუთხრობდა თ ლ ა რ ი ბ გ ლ ე ხ ის თ ა ვ გ ა დ ა ს ა ვ ა ლ ს (ა. შანშ.)...

მათ—აედევნათ... მისდევთ... ეკითხებოდათ... უყვირით... ეხვეწებათ... გაუცხადათ... მოუთხრობდათ...

რა უღევს საფუძვლად ამგვარ შეთანხმებას? ეს მათ რეალურ სუბიექტს არ წარმოადგენს, რეალურადც ობიექტია; მასთან ზმნის შეთანხმება ისევე გაუმართლებელი ჩანს, როგორც ჩვენ, თქვენ-ობიექტებთან:

ჩვენ აგვედევნა, თქვენ აგედევნათ, მათ აედევნათ...

ჩვენ გვეკითხებოდა, თქვენ გვეკითხებოდათ, მათ ეკითხებოდათ

ჩვენ მოგვითხრობდა, თქვენ მოგიითხრობდათ, მათ მოუთხრობდათ...

¹ თქვენ-თან კი, —ჩაგწერათ, გაქოთ, შეგაწუხათ...—ანალოგია მოქმედებს.

მესამე პირის ეს -თ-იანი ფორმები აგრძელებენ პირველი და მეორე პირის ფორმათა ხაზს: მიცემითი ბრუნვის ობიექტი სამსავე პირში ითანხმებს ზმნას რიცხვში.

ასეთია შედეგი. პ რ ო ც ე ს ო ბ რ ი ვ კ ი მესამე პირის ამ ფორმის წარმოქმნაში ახალი ფაქტორი უნდა გვექონდეს: **დიალექტობრივი ნორმა**. ზოგ ქართულ კილოში (რაჭულში, კახურში, ინგილოურში, ფერეიდნულში, იმერულში), მათ შორის, კახურშიც, ხმარებაშია -ყე II -კე ნაწილაკი: იგი მიუთითებს, პირველ ყოვლისა, **ობიექტზე მრავლობითის** მიცემითში: აედევნა მას—აედევნაყე მათ... ეკითხებოდა მას—ეკითხებოდაყე მათ... მოუთხრობდა მას—მოუთხრობდაყე მათ... ეხვეწება მას—ეხვეწებაყე მათ და სხვ.

ამრიგად: აედევნათ, ეკითხებოდათ, მოუთხრობდათ, ეხვეწებათ... და მსგავს ფორმებში -თ სუფიქსი -ყე ნაწილაკის აღვილასა გამოყენებული და მისი როლიცა აქვს დაკისრებული—მასალა (თ-სუფიქსი) სალიტერატურო ქართულისაა, ფუნქცია—დიალექტობრივია.

ქიზიყურშიც, კახურშიც ამგვარი -თ-იანი ფორმები: ეკითხებათ... ეხვეწებათ... მოუთხრობთ საკმაოდ ხშირია; -ყე ნაწილაკის ხმარება კი სულ უფრო და უფრო იშვიათი ხდება. ეს ორი პროცესი ერთმანეთთან შინაგან კავშირში უნდა იყოს: -თ-ს მოხშირებაში -ყე-ს გაიშვიათების კომპენსაცია ჩანს.

ეკითხებათ... ტიპის წარმოება ჯერ ხნობით უცხოა სალიტერატურო ენის კოდექსისათვის, მაგრამ სალიტერატურო ენის საპერსპექტივო განვითარების ხაზზე კი ძვეს, ამდენადვე საგულისხმოა.

ზმნის ინვერსიულობა, ანალოგია, გუ-პრეფიქსის ერთად ურთ პრეფიქსად ქცევა მრავლობითის პირველ პირში (ობიექტისათვის), დიალექტობრივი ნორმა—ყველა ეს ფაქტორი თავისებურად ხელს უწყობდა და უწყობს მიცემითი ბრუნვის სინტაქსური როლის ზრდას.

წინა წერილში ვნახეთ, რომ ებ-იანი სახელობითი ბრუნვის სინტაქსური ფუნქციებიც ძველ ქართულთან შედარებით ახალ ქართულში თვალსაჩინოდ მეტია (თუმცა -ნ-ი-ან სახელობითისას ჩამორჩება).

მასთან ცნობილია, რომ სახელობითიცა და მიცემითიც ზმნის სუბიექტადა და ობიექტად გვევლინებიან ერთდროულად—ორპირიან გარდაუვალ და გარდამავალ ზმნებთან:

ის ეკითხება მას... ის ჰყავს მას... ის სძულს მას... ის უნახავს მას...

რომელ მათგანს შეუთანხმდება ზმნა მრავლობითში—სახელობითს თუ მიცემითს? ზოგადად ერთსაც აქვს ამის შესაძლებლობა და მეორესაც. კონკრეტულად? პირველი და მეორე პირი (**ჩვენ, თქვენ**) სახელობითის ფუნქციით იქნება თუ მიცემითისათი, რეალური სუბიექტის აღმნიშვნელი იქნება თუ ობიექტისა, თანაბრად უფლებამოსილია ზმნა შეითანხმოს რიცხვში. მესამე პირში კი მაინც შეიმჩნევა სხვაობა სახელობითსა და მიცემითს შორის, რეალურ სუბიექტსა და რეალურ ობიექტს შორის. მთლიანად: სახელობითისა და მიცემითის **მრავლობითობის** აღნიშვნაში ზმნის მიერ მეტადენდება ურთულესი სინტაქსური ურთიერთობა პოლიპერსონალური ზმნის შემცველი წინადადებისა. განსაკუთრებით ეს ითქმის ინვერსიულ ზმნათა შესახებ:

თქვენ **გვიყვარხართ** ჩვენ: **თქვენ**—სახელ., **ჩვენ**—მიცემ.; ზმნაში ორივეს მრავლობითობაა აღნიშნული: **გვ** -**ჩვენ**-ზე მიუთითებს, -**თ**—**თქვენ**-ზე...

ჩვენ **გ-იყვარვართ**-თ თქვენ: ჩვენ—სახელ.; თქვენ—მიცემ.; აქ სახელობითის მრავლობითი ჩანს: -**თ** მასზე მიუთითებს; მეორე სახელიც—**თქვენ**—აგრეთვე შეიძლება -**თ** სუფიქსით აღნიშნულიყო, მაგრამ აქ -**თ** მის მრავლობითობის მაჩვენებელი არაა—**გიყვარ-ვართ**—წინამავალი **ვართ** ამას მოწმობს.

უფრო მარტივია ის შემთხვევები, როცა ზმნაში მოცემულია არა პირველი და მეორე პირის—**ჩვენ**, **თქვენ**—სახელთა კოორდინაცია, არამედ პირველისა და მესამის ანდა მეორისა და მესამე პირისა:

ჩვენ—ისინი, თქვენ—ისინი... ჩვენ—მათ, თქვენ—მათ...

ჩვენ უყვარვართ მათ, თქვენ უყვარხართ მათ—**ჩვენ**, **თქვენ** სახელობითში, **მათ**—მიცემითში; და ეს მიცემითი მესამე პირისაა, სახელობითი—პირველი და მეორე პირისა; ზმნა ამ სახელობითის მრავლობითობას აღნიშნავს, მიცემითის მრავლობითობა აღნიშნული არჩება.

მაგრამ სახელობითში რომ მესამე პირის სახელი გვექონოდა, მიცემითი გადასწონიდა:

ჩვენ უყვარვართ მათ—**შდრ.** ისინი უყვა **რომათ**: ზმნის სუფიქსი -**თ** **მათ**-ნაცვალსახელთანაა დაკავშირებული,—საკმარისია **მას** ვინმართ და -**თ** სუფიქსი ზმნას არ აღმოაჩნდება:

ისინი უყვართ მათ—ისინი უყვარს მას.

გენერლები **გეყოლებათ** თქვენ, ქართველებს? (ილია ქავჭავაძე, „მგზავრის წერილები“).

ზმნა შეეთანხმა რიცხვში მიცემილს **თქვენ**; მრავლობითობა სახელობითისა ზმნაში არა ჩანს, და ეს იმიტომ, რომ ზმნა ორპირიანია და სახელობითის კორელატად მიცემითია წარმოდგენილი.

ერთპირიან ზმნას „გენერლები“ შეითანხმებდა რიცხვში: გენერლები სეი-რნობენ, იბრძვიან, მუსაიფობენ, სხედან, დგანან...

არის შემთხვევები, სადაც სახელობითი -**ნ**-სუფიქსიანია და ზმნა მას მაინც არ ეთანხმება:

(თერგი მიჩუმებულია იმიტომ, რომ) „მოზანე **კლდენი** გვერდთ არ **ახლავს**“ (ი. ქ.)...

ჩემი განთიადის **დღენი** ბატონის სახლ-კარში **დამიღამებია** (ი. ქ.).

ძველს ქართულში გვექნებოდა: **კლდენი** ახლავან... **დღენი** დამიღამებია... ახალ ქართულში ასეთი შესაძლებლობა გამოირიცხა.

სახელობითის სინტაქსური უფლებები, ამრიგად, **შეპირობებულია** მეორე, **კორელატი**, **სახელის უფლებით**; მაშასადამე, როცა ვამბობთ: თუ სახელობითი აღამიანს აღნიშნავს, ზმნა მას რიცხვში ეთანხმებაო, ეს გულისხმობს **ერთპირიან** ზმნებს. ორპირიან ზმნებთან ამ წესს სავალდებულო ხასიათი სრულებითაც არა აქვს.

სტუმრები მოდიან—მაგრამ: ...**სტუმრები** **მყავს**... **სტუმრები** **მიყვარს**... **სტუმრები** **მძულს**...

არ ითქმის ახალი ქართულით: **სტუმრები** **მიყვარან**... **მძულან**... მაგრამ აუცილებელია: **სტუმრები** **გვიყვარს** ჩვენ, **გიყვართ** თქვენ, **უყვართ** მათ... **სტუმრები** **გვძულს** ჩვენ, **გძულთ** თქვენ, **სძულთ** მათ...

ანალოგიისა და სხვა მომენტების წყალობით (იხ. ზემოთ) ფართოდ გაეხსნა გზა ისეთ პროცესებს, რომელთაც სტიქიური ხასიათი აქვთ.

მათ მოქმედებასაც იქითვე მივყავართ, რომ რეალური სუბიექტისა და რეალური ობიექტის სინტაქსური დაპირისპირება, პრინციპულად მოხსნილი ორპირიან (და სამპირიან) ქართულ ზმნაში, ფაქტობრივადაც თანდათანობით ნაკლებ ხელშესახები ხდება,—ჩვენ, თქვენ—სახელთა შეპირისპირებისას კი ნოლამდის დადის.

ტექსტში წარმოდგენილი მასალა მხოლოდ საილუსტრაციოა. ის მოწოდებულია ხელშესახები გახადოს, რამდენად რთულია ქართული მარტივი წინადადების მექანიზმი და რა ტენდენციები ახასიათებს მის განვითარებას.

სირთულის წყაროა ზმნის პოლიპერსონალიზმი, ზმნაში სუბიექტის პირისა და რიცხვის გარდა ობიექტის პირისა და რიცხვის აღნიშვნა.

პირთა აღნიშვნა, როგორც მორფოლოგიური ფაქტი, ქართულ ზმნაში მტკიცე და ურყევი: რეალურად (—გარკვეული აფიქსით—) თუ პოტენციურად (—ნოლ-აფიქსით—) სამივე პირი აღინიშნება, სუბიექტისაც და ობიექტისაც.

რიცხვის (—მრავლობითის—) აღნიშვნაში რყევა გვაქვს: ამ მხრივ მნიშვნელობა აქვს, ერთპირიანია ზმნა თუ ორპირიანი, პირდაპირი წყობისა თუ ინვერსიულისა, რა ბრუნვაშია სახელი, მიცემითში თუ სახელობითში, რეალური სუბიექტია იგი თუ ობიექტი.

არ შეიძლება ქართული სინტაქსის შესახებ ვილაპარაკოთ და ეს გამოგვრჩეს ისევე, როგორც არ შეიძლება ქართული მორფოლოგიის შესახებ ემსჯელობდეთ და ზმნის ორპირიანობა შეუმჩნეველი დაგვრჩეს.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
აკად. ნ. მარის სახელობის ენის, ისტორიისა
და მატერიალური კულტურის ინსტიტუტი
თბილისი

(შემოვიდა რედაქციაში 20.6.1941)

АРН. ЧИКОБАВА

ЯЗЫКОВЕДЕНИЕ

ОСНОВНЫЕ ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ СИНТАКСИЧЕСКОГО
МЕХАНИЗМА ПРОСТОГО ПРЕДЛОЖЕНИЯ
В ГРУЗИНСКОМ ЯЗЫКЕ. II

Резюме

Полиперсонализмом грузинского глагола определяются все основные особенности синтаксического строя простого предложения: полиперсональный глагол спрягается не только по лицам и числам субъекта, но и объекта, причём падежи субъекта и объекта зависят от глагола. Таким образом, снимается противоположность между подлежащим и прямым дополнением, известная нам из русского и ряда европейских, — древних и новых, — языков: прямое дополнение выступает в роли главного члена предложения так же, как



и подлежащее. Тем самым синтаксическая связь между глаголом и морфологически с ним связанными именами (S,O) уже не может быть охвачена понятием простого согласования или управления: налицо *взаимное управление* (согласование) имен и глагола, *координация*, причем основной координатой является глагол, подлежащее же и дополнение заменяются большой и малой координатами.

Сказанное касается, в равной мере, как древне-грузинского (памятн. V—XI вв.), так и новогрузинского (XII—XX вв.) литературного языков. Сохранивши основы синтаксической структуры, грузинское простое предложение при всем том проделало значительную эволюцию на протяжении последних 8 веков.

Эволюция выразилась в изменении *согласования глагола во множ. числе* с субъектом и объектом, стоявшими в именительном и в дательном падежах.

Множ. число *дат.* пад. в древнегруз. глаголе никогда не выражалось; множ. число именит. пад. в древнегруз. яз. всегда отмечалось в глаголе, (будь то реальный субъект или объект), если именит. пад. был образован при помощи суффикса—*б-п-*; но с тем же именит. падежом глагол никогда не согласовывался, если множ. число было образовано посредством суффикса *-ჲბ-ებ-*.

Все содержание процесса эволюции синтаксической структуры простого предложения находит свое выражение в том, что глагол в ряде случаев уже согласуется как с дательным, так и с именительным падежом типа *-ჲბ-ებ-*. Процесс начинается с тех случаев, когда этими падежами обозначается *реальный* субъект, в дальнейшем распространяясь на другие случаи (по аналогии или же под влиянием диалектных норм); так обстоит дело с именами III лица.

Что же касается I и II лиц множ. числа, в новогруз. яз. глагол с ними всегда согласуется независимо от того, в функции дательного или именительного падежей, *реального субъекта* или *объекта* они выступают. Тем самым процессы *координации* в новогрузин. яз. находят более резкое выражение, чем в древнегрузинском литературном языке.

Академия Наук Грузинской ССР
Институт языка, истории и материальной культуры
имени акад. Н. Я. Марра

Ответственный редактор акад. Н. И. Мусхелишвили

Подписано к печати 25.7.1941 г. Объем 5,75 печ. л. Авторских листов 7,5.
Колыч. тип. зн. в 1 печ. листе 60.000. УЭ 35079 Заказ № 448.
Тираж 1000 экз.

Типография Академии Наук Грузинской ССР, Тбилиси, улица А. Церетели 7,





მინერალოგია—МИНЕРАЛОГИЯ—MINERALOGIE

გ. ძოწენიძე, კლოფანიტი მთავრის წყებაში 521
 *Г. С. Двоценидзе, Коллофанит из свиты Мтавари 522

პეტროგრაფია—ПЕТРОГРАФИЯ—PETROGRAPHE

Г. М. Заридзе, Бабильская диабазовая интрузия в Нижней Сванетии 523
 *გ. ხარციძე, ბაბილს დიაბაზის ინტრუზია ქვემო-სვანეთში 530

ტიქნიკა—ТЕХНИКА—TECHNIK

А. Г. Назаров, Современное состояние теории сейсмостойкости 531
 *ა. ნაზაროვი, თანამედროვე სეისმოვამძლეობის თეორიის მდგომარეობა 537

ბოტანიკა—БОТАНИКА—BOTANIK

И. А. Троицкий, К флоре долины р. Теберды 539
 *ი. ტროიციკი, მდ. ტებერდას ველის ფლორისათვის 540
 А. А. Яценко-Хмельевский и Г. В. Канделаки, Эльдарская сосна в окрестностях города Ганджи в XII веке н. э. Сообщение пятое 543
 *ა. იაცენკო-ხმელევსკი და გ. კანდელაკი, ელდარის ფიჭვი მე-12 საუკუნეში ქალ. განჯის მიდამოებში V 549

ზოოლოგია—ЗООЛОГИЯ—ZOOLOGIE

Я. Д. Киршенблат, Новый род сосальщиков у грызунов 551
 *I. Kirschenblatt, Eine neue Trematoden-Gattung bei den Nagetieren 553
 *ი. კირშენბლატი, მღრღნელების მწოველთა ახალი გვარი 553

ისტორია—ИСТОРИЯ—GESCHICHTE

გ. გამყრელიძე, საქართველოში ამქართა წარმოშობის საკითხისათვის 555
 *Г. С. Гамкрелидзе, К вопросу о возникновении ремесленных цехов в Грузии . 558
 *G. Gamkrelidze, Zur Frage der Entstehung der Zünfte in Georgien 558

ენათმეცნიერება—ЯЗЫКОВЕДЕНИЕ—SPRACHWISSENSCHAFT

არბ. ჩიქაბავა, მართივი წინადადების ევოლუციის ძირითადი ტენდენციები ქართულში. II 561
 *არბ. ჩიქობავა, Основные тенденции развития синтаксического механизма простого предложения в грузинском языке. II 567

3. 5. 64/35
ЭДВН 3 806.
ЦЕНА 3 РУБ.



УТВЕРЖДЕНО
Президиумом Академии Наук Грузинской ССР
8.4.1941

ПОЛОЖЕНИЕ О «СООБЩЕНИЯХ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР»

1. В «Сообщениях» помещаются краткие статьи научных работников Академии Наук Грузинской ССР и других ученых, содержащие наиболее существенные результаты их исследований.
2. «Сообщениями» руководит Редакционная коллегия, избираемая Общим Собранием Академии Наук Грузинской ССР.
3. «Сообщения» выходят ежемесячно (в конце каждого месяца), за исключением июля и августа, выпусками около 5 печ. листов каждый. Совокупность выпусков за год (всего 10 выпусков) составляет один том.
4. Статьи печатаются на одном из следующих языков: грузинском, русском, немецком, французском, английском. Все статьи, кроме статей на грузинском языке, обязательно снабжаются резюме на грузинском языке. Статьи на грузинском языке обязательно снабжаются резюме на русском языке. Статьи могут быть также снабжены резюме на любом из вышеназванных языков, по желанию автора.
5. Размер статьи, включая резюме и иллюстрации, не должен превышать половины авторского листа (20 тыс. печ. знаков). Соотношение размеров основного текста и резюме определяется самим автором. В частности, резюме может быть заменено полным переводом, при условии, чтобы общий размер статьи и перевода не превышал указанной выше нормы.
6. Статьи, предназначенные к напечатанию в «Сообщениях», направляются в Редакцию, которая для авторов, являющихся действительными членами Академии Наук, лишь устанавливает очередность публикации. Статьи же остальных авторов, как правило, передаются Редколлегией для отзыва одному из действительных членов Академии Наук или же какому-либо другому специалисту по данной области, после чего вопрос о напечатании статьи решается Редколлекцией.
7. Статьи должны представляться автором в совершенно готовом для печати виде, вместе с резюме и иллюстрациями. Формулы должны быть четко вписаны от руки. Никакие исправления и добавления после принятия статьи к печати не допускаются.
8. Данные о цитируемой литературе должны быть возможно полными: необходимо указывать название журнала, номер серии, тома, выпуска, год издания, полное заглавие статьи; если цитируется книга, то необходимо указать полное заглавие, год и место издания.
9. Цитируемая литература должна приводиться в конце статьи в виде списка. При ссылке на литературу в тексте статьи или в подстрочных примечаниях, следует указывать номер по списку, включая его в квадратные скобки.
10. В конце статьи и резюме авторы должны указывать, на соответствующих языках, местонахождение и название учреждения, в котором проведена работа. Статья датируется днем поступления в редакцию.
11. Автору предоставляется одна корректура в сверстанном виде на строго ограниченный срок (обычно не более суток). В случае невозвращения корректуры к сроку, редакция вправе печатать статью без авторской визы.
12. Авторы получают бесплатно 50 оттисков своей статьи и выпуск «Сообщений», содержащий эту статью.

Адрес редакции: Тбилиси, ул. Махарадзе, 14

