

524  
1970



საქართველოს სსრ  
მეცნიერებათა აკადემიის

**მოაზგა**

**СООБЩЕНИЯ**

АКАДЕМИИ НАУК  
ГРУЗИНСКОЙ ССР

**BULLETIN**

OF THE ACADEMY OF SCIENCES  
OF THE GEORGIAN SSR

ტომი 58 ტომ

№ 2

მაისი 1970 მაი

თბილისი \* ТБИЛИСИ \* TBILISI

საქართველოს სსრ  
მეცნიერებათა აკადემიის

**მოაზა**

**СООБЩЕНИЯ**

АКАДЕМИИ НАУК  
ГРУЗИНСКОЙ ССР

**BULLETIN**

OF THE ACADEMY OF SCIENCES  
OF THE GEORGIAN SSR

11311

ტომი 58 TOM

№ 2

მაისი 1970 МАЙ



ს ა რ ე დ ა კ ტ ო რ ი კ ო ლ ე გ ი ა

- ა. ბოჭორიშვილი, ბ. გამყრელიძე, დ. გედევანიშვილი, ი. გიგინეიშვილი (მთ. რედაქტორის მოადგილე), თ. დავითაია, რ. დვალი, ს. დურმიშიძე, ი. ვეკუა, ნ. კეცხოველი, ვ. კუპრაძე, ნ. ლანდია (მთ. რედაქტორის მოადგილე), ვ. მამასახლისოვი, ვ. მახალდიანი, გ. მელიტიშვილი, ნ. მუსხელიშვილი, მ. საბაშვილი, გ. ციციშვილი, გ. წერეთელი, ე. ზარაძე (მთავარი რედაქტორი), ა. ჯანელიძე

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

- А. Т. Бочоришвили, И. Н. Векуа, П. Д. Гамкрелидзе, Д. М. Гедеванишвили, И. М. Гигинейшвили (зам. главного редактора), Ф. Ф. Давитая, Р. Р. Двали, А. И. Джanelidze, С. В. Дурмишидзе, Н. Н. Кеушовели, В. Д. Купрадзе, Н. А. Ландиа (зам. главного редактора), В. И. Мамасახлисов, В. В. Махалдиани, Г. А. Меликишвили, Н. И. Мухелишвили, М. Н. Сабашвили, Е. К. Харадзе (главный редактор), Г. В. Церетели, Г. В. Цицишвили

პასუხისმგებელი მდივანი ქ. აბჯანდაძე  
Ответственный секретарь К. З. Абжандадзе

ხელმოწერილია დასაბეჭდად 8.6.1970; შეკვ. № 1013; ანაწეობის ზომა 7×12; ქალაქის ზომა 70×108; ფიზიკური ფურცელი 16; სააღრიტხოვ-საგამომცემლო ფურცელი 18,5; ნაბეჭდი ფურცელი 2,24; უე 01355; ტირაჟი 1650

\* \* \*

Подписано к печати 8.6.1970; зак. № 1013; размер набора 7×12; размер бумаги 70×108; физический лист 16; уч.-издательский лист 18,5; печатный лист 2,24; УЭ 01355; тираж 1650

\* \* \*

გამომცემლობა „მეცნიერება“, თბილისის, 60, კუტუხოვის ქ., 15  
Издательство «Мецниереба», Тбилиси, 60, ул. Кутузова, 15

\* \* \*

საქ. სსრ მეცნიერებათა აკადემიის სტამბა, თბილისი 60, კუტუხოვის 15  
Типография Академии наук СССР, Тбилиси, 60, ул. Кутузова, 15

შ ო ბ ა ა რ ს ი — С О Д Е Р Ж А Н И Е — C O N T E N T S

მათემატიკა—МАТЕМАТИКА—MATHEMATICS

К. О. Джапаридзе. Об оценках параметров спектральной плотности гауссовского стационарного процесса, обладающих „оптимальной“ ковариационной матрицей	269
*კ. ჯ ა პ ა რ ი დ ზ ე. გაუსის სტაციონარული პროცესის სპექტრალური სიმკვრივის პარამეტრთა „ოპტიმალური“ კოვარიაციული მატრიცის მქონე შეფასებათა შესახებ	272
*К. О. Japaridze. On the „optimal” covariance matrix estimates of spectral density parameters for Gaussian stationary process	272
А. И. Буадзе. О граничных свойствах и приближении регулярных решений дифференциального уравнения эллиптического типа	273
*ა. ბ უ ა ძ ე. ელიფსური ტიპის დიფერენციალური განტოლების ამონახსნის სასაზღვრო თვისებებისა და მიახლოების შესახებ	276
*А. I. Buadze. On the boundary properties and approximation of regular solutions of the elliptic differential equations	276
Н. Р. Тевзадзе. О сходимости двойного ряда Фурье функции суммируемой с квадратом	277
*ნ. თ ე ვ ზ ა ძ ე. კვადრატით ჯამებადი ფუნქციის ორმაგი ფურიეს მწკრივის კრებადობის შესახებ	279
*N. R. Tevzadze. On the convergence of the double Fourier series of quadratic summable functions	279
Р. С. Шелегия. Об одной задаче теории массового обслуживания	281
*რ. შე ლ ე გ ი ა. მასობრივი მომსახურების ერთი ამოცანის შესახებ	284
*R. S. Shelegia. On one problem of mass-servicing theory	284
Д. К. Угулава. К теории приближения гиперсферическими полиномами	285
*დ. უ გ უ ლ ა ვ ა. ჰიპერსფერული პოლინომებით მიახლოების თეორიისათვის	288
*D. K. Ugulava. On the theory of approximation by hyperspherical polynomials	288

მეხანიკა—МЕХАНИКА—MECHANICS

А. Р. Цицкишвили. Об эффективном решении некоторых плоских задач теории фильтрации	289
*ა. ც ი ც კ ი შ ვ ი ლ ი. ფილტრაციის თეორიის ზოგიერთი ბრტყელი ამოცანის ეფექტურად ამოხსნის შესახებ	291
*А. R. Tsitskishvili. On the effective solution of some plane problems of filtration theory	292

\* ვარსკვლავით აღნიშნული სათაური ეკუთვნის წერილის რეზიუმეს.

\* Заглавие, отмеченное звездочкой, относится к резюме статьи.

\* A title marked with an asterisk refers to the summary of the article.

- Д. В. Шарикадзе. Нестационарное течение слабопроводящей жидкости в полупространстве с пористой границей 293
- \*გ. შარიკაძე. სუსტადგამტარი სითხის არასტაციონარული მოძრაობა ფოროვან საზღვრიან ნახევარსივრცეში 296
- \*D. V. Sharikadze. Unsteady flow of weakly conducting fluid in semiinfinite space with porous boundary 296

### კიბერნეტიკა—КИБЕРНЕТИКА—CYBERNETICS

- В. В. Чавчანიдзе (член-корреспондент АН ГССР). Квантово-информационные переключательные функции 297
- \*ვ. ჭავჭანიძე (საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის წევრ-კორესპონდენტი). კვანტურ-ინფორმაციული გადამრთველი ფუნქციები 300
- \*V. V. Chavchanidze. Quantum-information switching functions 300
- А. Ф. Хведелидзе. К вопросу о выполнении модульных операций над матричными представлениями СОК 301
- \*ა. ხვედელიძე. ნაშთთა კლასების სისტემის მატრიცულ წარმოდგენებში მოდულური ოპერაციების წარმოების საკითხის შესახებ 303
- \*A. F. Khvedelidze. On the performance of modular operations on residue number system matrix representations 303
- გ. ჭავჭანიძე. ერთი კლასის შემთხვევით პროცესთა პროგნოზირების რიცხვითი მეთოდი 305
- \*Г. А. Чавчанидзе. Численный метод прогнозирования одного класса случайных процессов 308
- \*G. A. Chavchanidze. Numerical method of prognosing a class of random processes 308
- М. И. Гомарели. Применение методов математического программирования при изучении динамики некоторых важнейших экономических показателей 309
- \*მ. გომარელი. მათემატიკური პროგრამირების მეთოდების გამოყენება ზოგიერთი მნიშვნელოვანი ეკონომიკური მაჩვენებლის დინამიკის შესწავლისას 312
- \*M. I. Gomareli. The use of methods of mathematical programming in the investigation of the dynamics of some important economic characteristics 312

### ფიზიკა—ФИЗИКА—PHYSICS

- А. Д. Гурчумелия. Об упрощении уравнений Хартри—Фока при наличии незаполненных оболочек 313
- \*ა. ღურჭუმელია. ჰარტრი—ფოკის განტოლებათა გამარტივების შესახებ შეუვსებელი გარსების არსებობის შემთხვევაში 316
- \*A. D. Gurchumelia. On simplifying the Hartree-Fock equations in the presence of unfilled shells 316
- В. А. Барнов, Л. В. Лаврелашвили, М. А. Менабде, Ц. Т. Таркашвили. Автоматизация обработки данных радиохроматографического анализа 317
- \*ვ. ბარნოვი, ლ. ლავრელაშვილი, მ. მენაბდე, ც. ტარყაშვილი. რადიოქრომატოგრაფიული ანალიზის მონაცემების დამუშავების ავტომატიზაცია 320
- \*V. A. Barnov, L. V. Lavrelashvili, M. A. Menabde, Ts. T. Tar-kashvili. Automation of treatment of radiochromatographic analysis data 320

**ბიოფიზიკა—ГЕОФИЗИКА—GEOPHYSICS**

- A. Г. Хантадзе, Д. В. Шарикадзе. Об одном преобразовании решений дифференциальных уравнений ветрового течения в верхней атмосфере 321
- \*ა. ხანთაძე, ჯ. შარიკაძე. ზედა ატმოსფეროში ქარის მოძრაობის დიფერენციალური განტოლების ამოხსნის ერთი გარდაქმნის შესახებ 324
- \*A. G. Khantadze, D. V. Sharikadze. On one conversion of differential equations of wind current in the upper atmosphere 324

**ანალიზური ქიმია—АНАЛИТИЧЕСКАЯ ХИМИЯ—  
ANALYTICAL CHEMISTRY**

- Д. И. Эристави (член-корреспондент АН ГССР), В. Д. Эристави, Г. Ш. Кутателадзе. Исследование возможностей применения карбонатных форм анионитов ЭДЭ-10 и АВ-17 для отделения индия от кадмия, цинка и свинца 325
- \*დ. ერისთავი (საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის წევრ-კორესპონდენტი), ვ. დ. ერისთავი, გ. ქუთათელაძე. ЭДЭ-10 და АВ-17 ანიონიტების კარბონატული ფორმების გამოყენება ინდიუმის დასაცლელად კადმიუმის, თუთიისა და ტყვიისაგან 328
- \*D. I. Eristavi, V. D. Eristavi, G. Sh. Kutateladze. Use of the carbonate forms of the ЭДЭ-10 and АВ-17 anionites for the separation of indium from cadmium, zinc and lead 328

**ზოგადი და არაორგანული ქიმია—ОБЩАЯ И НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ—  
GENERAL AND INORGANIC CHEMISTRY**

- А. Т. Пилипенко (член-корреспондент АН Укр. ССР), Н. В. Лория. Изучение тройного комплекса: церий (IV)—ЭДТА—перекись водорода 329
- \*ა. პილიპენკო (უკრაინის სსრ მეცნიერებათა აკადემიის წევრ-კორესპონდენტი), ნ. ლორია. შესწავლა სამმაგი კომპლექსისა: ცერიუმი (IV)—ეთილენდიამინო-ტეტრაამარმეაჟა—წყალბადის ზეჟანგი 332
- \*A. T. Piliipenko, N. V. Loria. Study of the triple complex: cerium (IV)—EDTA—hydrogen peroxide 332

**ორგანული ქიმია—ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ—  
ORGANIC CHEMISTRY**

- Д. Д. Гвердцители, В. П. Литвинов. Исследование в ряду конденсированных гетероароматических систем, включающих тиофеновое кольцо. Получение изомерных антрабензотиофенов 333
- \*დ. გვერდწითელი, ვ. ლიტვინოვი. თიოფენის ბირთვის შემცველი პეტეროციკლური კონდენსირებული სისტემების გამოკვლევა. იზომერული ანტრაბენზოთიოფენების სინთეზი 336
- \*D. D. Gverdtsiteli, V. P. Litvinov. Investigation of thiophene-ring containing heterocyclic condensed systems. Synthesis of isomeric anthrabenzo-thiophenes 336
- Н. Н. Схиртладзе, А. И. Ногайдели. Исследование в ряду антрацена и пентацена 337
- \*ნ. სხირტლაძე, ა. ნოღაიდელი. ანტრაცენისა და პენტაცენის ნაერთების კვლევა 340
- \*N. N. Skhirtladze, A. I. Nogaideli. Investigation of anthracene and pentacene derivatives 340

- Г. Ш. Папава, И. С. Хитаршвили, П. Д. Цискаришвили, К. А. Андрианов (академик АН СССР), В. В. Коршак (член-корреспондент АН СССР), С. В. Виноградова. О некоторых закономерностях низкотемпературной поликонденсации полициклического бисфенола и кремнийсодержащего олигомера с хлорангидридом терефталевой кислоты 341
- \*გ. პაპავა, ი. ხითარშვილი, პ. დ. ცისკარიშვილი, აკად. კ. ანდრიანოვი, ვ. კორშაკი (სსრკ მეუნ. აკადემიის წევრ-კორესპონდენტი), ს. ვინოგრადოვა. დაბალტემპერატურული პოლიკონდენსაციის ზოგიერთი კანონზომიერების შესწავლა პოლიციკლური ბისფენოლის, სილიციუმმცველი ოლიგომერისა და ტერეფტალის მკვას კლორანჰიდრიდის თანობისას 344
- \*G. Sh. Papava, I. S. Khitarishvili, P. D. Tsiskarishvili, K. A. Andrianov, V. V. Korshak, S. V. Vinogradova. On some regularities of low-temperature polycondensation of polycyclic bisphenol and of silicocontaining oligomer with acid chloride of terephthalic acid 344

ფიზიკური ქიმია—ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ—  
PHYSICAL CHEMISTRY

- Л. Н. Джапаридзе, В. П. Пруидзе, Р. В. Чагунава. Влияние магнитного поля на потенциал протекания стеклянной диафрагмы 345
- \*ლ. ჯაფარიძე, ვ. ფრუიძე, რ. ჩაგუნავა. მაგნიტური ველის გავლენა მინის დიაფრაგმის გაღინების პოტენციალზე 347
- \*L. N. Japaridze, V. P. Pruidze, R. V. Chagunava. Effect of magnetic field on the flow potential of a glass diaphragm 348
- Н. А. Ландия (член-корреспондент АН ГССР), Н. Г. Лежава, Г. Д. Чачанидзе, Т. Е. Мачаладзе. Энтальпия и теплоемкость закаленного и отожженного ферритов цинка 349
- \*ნ. ლანდია (საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის წევრ-კორესპონდენტი), ნ. ლეჯავა, გ. ჩაჩანიძე, თ. მახალაძე. გამომწვარი და ნაწრთობი თუთიის ფერიტების ენთალპია და თბოტევადობა 351
- \*N. A. Landia, N. G. Lezhava, G. D. Chachanidze, T. E. Machaladze. Enthalpy and heat capacity of chilled and annealed zinc ferrites 351

ელექტროქიმია—ЭЛЕКТРОХИМИЯ—ELECTROCHEMISTRY

- Г. Ш. Мампория, Р. И. Агладзе (академик АН ГССР). Электрохимическое поведение сплавов системы марганец-хром-азот в щелочном растворе 353
- \*გ. მამპორია, რ. აგლაძე (საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკად. აკადემიკოსი). მანგანუმ-ქრომ-აზოტის სისტემის შენადნობების ელექტროქიმიური ბუნება ტუტე ხსნარში 356
- \*G. Sh. Mamporia, R. I. Agladze. The electrochemical behaviour of manganese-chromium-nitrogen alloys in the alkali solution 356

ქიმიური ტექნოლოგია—ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ—  
CHEMICAL TECHNOLOGY

- В. Н. Гаприндашвили, Н. В. Канашвили. Растворимость окислов марганца в расплаве хлоридов металлов 357
- \*ვ. გაფრინდაშვილი, ნ. კანაშვილი. მანგანუმის ეანგულუმის ხსნადობა მეტალთა ქლორიდების ლლობალებში 360
- \*V. N. Gaprindashvili, N. V. Kanashvili. Solubility of manganese oxides in molten metal chlorides 360



- P. П. Гогоришвили, И. Н. Масленицкий, В. Н. Гаприндашвили.  
 Влияние высокотемпературного отжига сульфидных сплавов меди и никеля  
 на коалесценцию выделений сульфида меди 361
- \*რ. გოგორიშვილი, ი. მასლენიციკი, ვ. გაფრინდაშვილი. სპილენძისა  
 და ნიკელის შენადნობის მაღალტემპერატურული მოწვის გავლენა სულფიდური სპი-  
 ლენძის გამოყოფის კოალესცენციაზე 364
- \*R. P. Gogorishvili, I. N. Maslenitski, V. N. Gaprindashvili.  
 The effect of high-temperature annealing of copper and nickel sulphide  
 alloys on the coalescence of copper sulphide educts 364
- Л. Д. Меликадзе (член-корр. АН ГССР), Л. Ч. Ломидзе, Д. С. Иосе-  
 бидзе. Получение высокодисперсного углерода в электрокарбонизаторе с  
 семикорзиночной электродной системой 365
- \*ლ. მელიკაძე (საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის წევრ-კორესპონდენტი).  
 ლ. ლომიძე, ჯ. იოსებიძე. მაღალდისპერსული ნახშირბადის მიღება შეიდე-  
 კალათიანი ელექტროდული სისტემის მქონე ელექტროკარბონიზატორში 368
- \*L. D. Melikadze, L. Ch. Lomidze, D. S. Iosebidze. High-dispersive  
 carbon yield in an electrocarbonizator with a seven-basket electrode  
 system 368
- Б. Н. Бокерия, Д. Ш. Цагарейшвили, Г. Г. Гвелесiani. Энталь-  
 пия и теплоемкость алюмината бария при высоких температурах 369
- \*ბ. ბოკერია, დ. ცაგარეიშვილი, გ. გველესიანი. ბარიუმის ალუმინატის  
 ენთალპია და სითბოტევადობა მაღალ ტემპერატურებზე 371
- \*B. N. Bokeria, D. Sh. Tsagareishvili, G. G. Gvelesiani. Enthalpy  
 and heat capacity of barium aluminate at high temperatures 371

გეოლოგია—ГЕОЛОГИЯ—GEOLOGY

- Ф. Д. Майсадзе. О фациях эоценовых образований междуречья Риони и  
 Лиакви 373
- \*ფ. მაისაძე. ეოცენური წარმონაქმნების ფაციესების შესახებ მდ. რიონსა და ლი-  
 ახეს შუა 376
- \*F. D. Maisadze. On the facies of Eocene formations in the interfluve of  
 the Rioni and the Liakvi 376

გეოქიმია—ГЕОХИМИЯ—GEOCHEMISTRY

- Д. А. Касрадзе. О методике поисков скрытого оруденения по первичным  
 ореолам 377
- \*დ. კასრაძე. პირველადი შარავანდელით ფარული გამადნების ძეხვის მეთოდის შე-  
 სახებ 380
- \*D. A. Kasradze. On a technique for prospecting the hidden mineralization by  
 primary aureoles 380

სამშენებლო მექანიკა—СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА—  
 STRUCTURAL MECHANICS

- А. Д. Долидзе, Г. И. Чхетиани. Современные методы программирования  
 для расчета некоторых статически неопределимых железобетонных кон-  
 струкций 381
- \*ა. დოლიძე, გ. ჩხეტიანი. პროგრამირების თანამედროვე მეთოდები ზოგიერთი  
 სტატკურად ურკვევადი რკინაბეტონის კონსტრუქციის გაანგარიშებისათვის 383

- \*A. D. Dolidze, G. I. Chkhetiani. Modern methods of programming for the design of some statically indefinable reinforced constructions 384
- Г. Н. Размадзе, О. И. Кацитадзе. Определение критических скоростей при продольном ударе о стержень 385
- \*გ. რაზმაძე, ო. კაციტაძე. კრიტიკული სიჩქარეების განსაზღვრა ღეროზე გრძივი დარტყმის დროს 388
- \*G. N. Razmadze, O. I. Katsitadze. Determination of critical velocities at longitudinal impact on a bar 388
- О. Г. Диасамидзе, И. А. Сачалели. Упругие и пластические деформации ползучести суглинистого грунта при сдвиге 389
- \*ო. დიასამიძე, ი. საჩალელი. თიხნარის ცოცკვალობის დრეკადი და პლასტიკური დეფორმაციები ძეგრის დროს 392
- \*O. G. Diasamidze, I. A. Sachaleli. Elastic and plastic deformations of creep of loamy rocks under shearing 392

### მეტალურგია—МЕТАЛЛУРГИЯ—METALLURGY

- М. Г. Кекуа, Ф. Н. Тавадзе (академик АН ГССР), Л. Л. Кобахидзе. Исследование микроструктуры и некоторых физических свойств сплава кремний-германий, легированного галлием 393
- \*ე. კეკუა, ფ. თავაძე (საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის აკადემიკოსი), ლ. კობახიძე. გალიუმით ლეგირებული სილიციუმ-გერმანიუმის შენადლობის მიკროსტრუქტურა და ზოგირითი ფიზიკური თვისება 396
- \*M. G. Kekua, F. N. Tavadze, L. L. Kobakhidze. The microstructure and some physical properties of Si—Ge alloy doped with gallium 396

### მანქანათმშენობა—МАШИНОВЕДЕНИЕ— MACHINE BUILDING SCIENCE

- Р. С. Гогодзе. Об основных уравнениях механизмов и параметры двойных звеньев 397
- \*რ. გოგოძე. მექანიზმების ძირითადი განტოლებებისა და ორმაგი რგოლების პარამეტრების შესახებ 400
- \*R. S. Gogodze. On the main equations of mechanisms and the parameters of double links 400

### ენერგეტიკა—ЭНЕРГЕТИКА—POWER ENGINEERING

- Д. А. Догонадзе. Устойчивость стационарных гидравлических режимов ГЭС с несколькими уравнительными резервуарами на подводящей деривации (каптажная схема) 401
- \*დ. დოღონაძე. მიმყვან დერევაკაზე რამდენიმე გამათანაბრებელი რეზერვუარიანი ჰიდროელსადგურის სტაციონარული ჰიდრავლიკური რეჟიმების მდგრადობა 403
- \*D. A. Dogonadze. The stability of stationary hydraulic regimes of a hydroelectric power plant with several equalizing reservoirs on headwater derivation 404

### ელექტროტექნიკა—ЭЛЕКТРОТЕХНИКА—ELECTROTECHNICS

- Л. Г. Абелишвили (член-корреспондент АН Грузинской ССР). Определение расчетных параметров аperiodических переходных процессов по данным экспериментов 405

- \*ლ. აბელიშვილი (საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის წევრ-კორესპონდენტი). აპერიოდული გარდამავალი პროცესების სანაგარიშო პარამეტრების განსაზღვრა ექსპერიმენტული მონაცემების მიხედვით 408
- \*L. G. Abelishvili. Determination of design parameters of aperiodical transient processes by experimental data 408

ავტომატური მართვა და გამოთვლითი ტექნიკა—АВТОМАТИЧЕСКОЕ  
 УПРАВЛЕНИЕ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА—AUTOMATIC  
 CONTROL AND COMPUTER ENGINEERING

- И. Г. Зедгинидзе, Ш. С. Лобжанидзе. Об одном алгоритме регулирования шага в оптимизационных процедурах 409
- \*ი. ზედგინიძე, შ. ლობჯანიძე. ბიჯის რეგულირების ერთი ალგორითმის შესახებ ოპტიმიზაციის პროცედურებში 412
- \*I. G. Zedginidze, Sh. S. Lobzhanidze. On an algorithm of step control in optimum procedures 412
- Г. Г. Ладария. Преобразование позиционного представления цифровой информации в систему остаточных классов 413
- \*გ. ლადარია. ციფრული ინფორმაციის პოზიცურა წარმოდგენის გარდაქმნა ნაშთთა კლასის სისტემაში 416
- \*G. G. Ladaria. Conversion of positional numerical representation into numerical system of residue classes 416
- Д. Л. Энделадзе, А. Ш. Гугушвили, В. Г. Шаншиашвили. Экспериментальный метод опознавания структуры двумерного взаимосвязанного нелинейного объекта управления с экстремальной характеристикой 417
- \*დ. ენდელაძე, ა. გუგუშვილი, ვ. შანშიაშვილი. ექსტრემალურ მახასიათებლიანი ორგანოზომილიანი ურთიერთშეკავშირებული არაწრფივი ობიექტის სტრუქტურის ამოცნობის ექსპერიმენტული მეთოდი 419
- \*D. L. Endeladze, A. Sh. Gugushvili, V. G. Shanshiashvili. Experimental recognition method of the structure of two-dimensional interdependent nonlinear control object with extremal characteristics 419

ნიადაგმცოდნეობა—ПОЧВОВЕДЕНИЕ—SOIL SCIENCE

- Н. А. Дараселия, Г. В. Калатозова. Физико-химические условия развития марганцевых бактерий, выделенных из отвалов и почв Чиатурского марганцевого месторождения 421
- \*ნ. დარასელია, გ. კალატოზოვა. ჭიათურის მანგანუმის საბადოების ნიადაგებისა და ნაყარისაგან გამოყოფილი მანგანუმის ბაქტერიების განვითარების ფიზიკურ-ქიმიური პირობები 424
- \*N. A. Daraselia, G. V. Kalatsova. Physico-chemical conditions of the cultivation of manganese bacteria isolated from soils and tailing of the Chiatura manganese deposits 424

გენეტიკა და სელექცია—ГЕНЕТИКА И СЕЛЕКЦИЯ—  
 GENETICS AND SELECTION

- Г. В. Канделаки, М. М. Цулукидзе. Особенности формирования у отдаленных гибридов пшеницы 425
- \*გ. კანდელია, მ. წულუკიძე. ხორბლის შორეული ჰიბრიდების ფორმირების მოქმდის თავისებურებანი 428

- \*G. V. Kandelaki, M. M. Tsulukidze. The formation peculiarities of remote wheat hybrids 428

აღმამიანისა და ცხოველთა ფიზიოლოგია—ФИЗИОЛОГИЯ ЧЕЛОВЕКА И ЖИВОТНЫХ—HUMAN AND ANIMAL PHYSIOLOGY

- მ. შაისურაძე. ამფიბიების ქვევის შესწავლისათვის 429
- \*M. A. Maisuradze. К изучению поведения амфибий 431
- \*M. A. Maisuradze. Toward the study of the behaviour of the amphibians 432
- Г. П. Жвания. Действие пахикарпина на электрическую активность матки небеременной крольчихи 433
- \*ბ. ქვანია. შინაური კურდღლის არამკე საშვილოსნოს ბიოელექტრული პოტენციალები პახიკარპინის ზემოქმედების შემდეგ 435
- \*G. P. Zhvania. Pachycarpine action on the electrical activity of the womb (EAW) of the non-gravid rabbit 436
- В. И. Малолетнев. Кортиковая проекция подушки зрительного бугра кошки 437
- \*ვ. მალოლეტნევი. კატის შუამდებარე ტვინის ბალიშის ქერქული პროექცია 440
- \*V. I. Maloletnev. The cortical projection of the pulvinar in the cat 440

ბიოქიმია—БИОХИМИЯ—BIOCHEMISTRY

- Н. Г. Алексидзе, Р. П. Белецкая. Изменение активности MAO и распределение SH-групп в разных участках головного мозга при утомлении животного 441
- \*ნ. ალექსიძე, რ. ბელეცკაია. თავის ტვინის სხვადასხვა უბნებში MAO-აქტივობის და SH-ჯგუფების განაწილების ცვლილება ცხოველის დაღლის დროს 444
- \*N. G. Aleksidze, R. P. Beletskaya. The change of MAO activity and SH-group distribution in various areas of the brain during the fatigue of animal 444
- С. В. Дурмишидзе (академик АН ГССР), А. В. Месхи, А. А. Гоциридзе. Влияние состояния 3-го углерода гетероцикла некоторых флавоноидов на рост растительных тканей и проростков 445
- \*ს. დურმიშიძე (საქართველოს სსრ მეცნ. აკადემიის აკადემიკოსი), ა. მესხი, ა. გოცირიძე. ზოგიერთი ფლავონოიდის ჰეტეროციკლის მესამე ნახშირბადის მდგომარეობის გავლენა მცენარეული ქსოვილებისა და აღმონაცენების ზრდაზე 448
- \*S. V. Durmishidze, A. V. Meskhi, A. A. Gotsiridze. Effect of the state of the carbon-3 flavonoid heterocycle on the growth of plant tissues and seedlings 448
- А. О. Чилингаров. Микроопределение аминокислот в виде данзилпроизводных методом тонкослойной хроматографии на силикагеле 449
- \*ა. ჩილინგაროვი. ამინომჟავათა გადაყვანა დანზოლ ნაწარმში და მათი მიკროგანსაზღვრა სილიკატის თხელი შრის ქრომატოგრაფიის მეთოდით 452
- \*A. O. Chilingarov. Microdetermination of amino acids as their dansylderivatives by thin layer chromatography 452

მიკრობიოლოგია და ვირუსოლოგია—МИКРОБИОЛОГИЯ И ВИРУСОЛОГИЯ—MICROBIOLOGY AND VIROLOGY

- Р. В. Фениксова, И. В. Улезло, Н. Г. Шаламберидзе. Влияние источников азота на образование целлюлолитических ферментов грибом *Trichoderma* sp. 18<sub>5</sub> 453
- \*რ. ფენიკსოვა, ი. ულესლო, ნ. შალამბერიძე. აზოტის სხვადასხვა წყაროს გავლენა ფერმენტ ცელულაზას წარმოქმნაზე სოკო *Trichoderma* sp. 18<sub>5</sub> მიერ 455

\*R. V. Feniksova, I. V. Ulezlo, N. G. Shalamberidze. The influence of nitrogen sources on the formation of cellulolytic enzymes by the fungus *Trichoderma* sp. 185 455

ჰისტოლოგია—ГИСТОЛОГИЯ—HISTOLOGY

A. ლ. მიკელაძე, ი. ლ. ლაზრევ. О двух видах синаптических пузырьков в синапсах дорзального кохлеарного ядра 457

\*ა. მიკელაძე, ი. ლაზრევ. დორზალური კოხლარული ბირთვის სინაქსებში ორი სახის სინაქსურა ბუშტუკების არსებობის შესახებ 459

\*A. L. Mikeladze, I. L. Lazriev. On two types of synaptic vesicles in the synapses of the dorsal cochlear nucleus of the cat 460

ციტოლოგია—ЦИТОЛОГИЯ—CYTOLOGY

Ц. Я. Жгенти. К вопросу о количественном определении ДНК в ядрах мышечных клеток разных отделов сердца организмов, находящихся на различной ступени эволюционного развития 461

\*ც. ჯღენტი. დეზოქსირიბონუკლეინის მკაცრ რადიონობრივ განსაზღვრის საკითხისათვის ევოლუციური განვითარების განსხვავებულ საფეხებზე მყოფ ორგანიზმა გულის სხვადასხვა უბნის კენთოვან უჯრედებში 463

\*Ts. Y. Zhgenti. On the quantitative determination of DNA content in myocardial cell nuclei of organisms at different stages of evolutionary development 463

მაკრომიწებული მორფოლოგია—ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МОРФОЛОГИЯ—EXPERIMENTAL MORPHOLOGY

გ. მაისაია. ადრენალინისა და ნორადრენალინის ჰისტოქიმიური თავისებურებანი ადამიანის საშუალოსისა და პლაცენტაში ორსულობის სხვადასხვა ეტაპში 465

\*Г. И. Маисая. Гистохимические особенности адреналина и норадrenalina в матке и плаценте человека в разные сроки беременности 467

\*G. I. Maisaya. Histochemical peculiarities of adrenaline and noradrenaline in the female womb and placenta in different periods of pregnancy 468

ბ. ხ. რაჩველიშვილი, პ. ი. სოლოვიოვი. Аутоаллергия в патогенезе морфологических и функциональных изменений в слизистой оболочке желудка 469

\*ბ. რაჩველიშვილი, პ. სოლოვიოვი. აუტოალერგია კუჭის ლორწოვანი მორფოლოგიური და ფუნქციური ცვლილებების პათოგენეზში 472

\*B. Kh. Rachvelishvili, P. I. Soloviov. Autoallergy in the pathogenesis of morphological and functional changes of gastromucosa 472

ბ. კ. ჯგენტი (აკადემიკ ან ГССР), მ. ლ. დალაკიშვილი. Некоторые гистохимические особенности мышечных элементов в процессе регенерации в аутотрансплантате из измельченной поперечнополосатой мышечной ткани при воздействии витамина B<sub>12</sub> и пирогенала 473

\*ბ. ჯღენტი (საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის აკადემიკოსი), მ. დალაკიშვილი. მორფოგენური კენთოვანი ელემენტების ზოგიერთი ჰისტოქიმიური თავისება დაკვირვებული განვიზოლიანი კუნთის აუტოტრანსპლანტატში ვიტამინ B<sub>12</sub> და პიროგენალის მოქმედებისას 476

\*V. K. Zhgenti, M. L. Dalakishvili. Some histochemical peculiarities of the regenerative muscle elements in the autotransplant from the cut skeletal muscle tissue under the action of pyrogenal and vitamin B<sub>12</sub> 476

ი. ბ. გაჩეჩილაძე. Морфологический и гистохимический анализ механизма супервулации 477

\*ი. გაჩეჩილაძე. სუპეროვულაციის მექანიზმის მორფოლოგიური და ჰისტოქიმიური ანალიზი 480



- \*Ts. V. Gachechiladze. Morphological and histochemical analysis of supero-  
 vulation 480
- მასპერიმენტული მედიცინა—ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МЕДИЦИНА—  
 EXPERIMENTAL MEDICINE
- B. Ф. Портной, Л. С. Смирнов, Н. А. Тогоидзе, И. В. Люби-  
 мов, В. И. Сердюков, С. Ш. Харнас. Электронный блок для не-  
 прерывного контроля работы аппарата искусственного кровообращения 481
- \*ვ. პორტნოი, ლ. სმირნოვი, ნ. ტოგონიძე, ი. ლიუბიმოვი, ვ. სერ-  
 დუკოვი, ს. ხარნასი. ელექტრონული ბლოკი, ხელოვნური სისხლის მიმოქცე-  
 ვის აპარატის მუშაობის განუწყვეტელი კონტროლისათვის 484
- \*V. F. Portnoi, L. S. Smirnov, N. A. Togonidze, I. V. Lyubimov,  
 V. I. Serdyukov, S. Sh. Kharnas. Electronic block for continuous  
 control of the operation of an artificial blood circulation apparatus 484
- პალეობიოლოგია—ПАЛЕОБИОЛОГИЯ—PALAEOBIOLOGY
- O. Г. Бендукидзе. Бобр в голоцене Грузии 485
- \*ო. ბენდუქიძე. თაზვი საქართველოს პოლოცენში 487
- \*O. G. Bendukidze. The beaver in the Holocene of Georgia 487
- ფსიქოლოგია—ПСИХОЛОГИЯ—PSYCHOLOGY
- З. И. Ходжава. „Воображаемые“ оси феноменального пространства в конт-  
 растных иллюзиях расстояния 489
- \*ზ. ხოჯავა. ფენომენალური სივრცის „წარმოსახული ღერძების“ მოქმედება მანძილის  
 აღქმის კონტრასტულ ილუზიებში 492
- \*Z. I. Khojava. The effect of imaginary axes of phenomenal space in contrast  
 illusions of distance 492
- ენათმეცნიერება—ЯЗЫКОВЕДЕНИЕ—LINGUISTICS
- T. П. Котетишвили. Понятие архаичности и степень архаичности фразеоло-  
 гических единиц в немецком языке 493
- \*თ. კოტეტიშვილი. არქაულობის ცნება და ხარისხი გერმანული ენის ფრაზეოლო-  
 გიურ ერთეულებში 496
- \*T. P. Kotetishvili. The phenomenon and the degree of archaism of phraseo-  
 logical units in German 496
- ლიტერატურის ისტორია—ИСТОРИЯ ЛИТЕРАТУРЫ—  
 HISTORY OF LITERATURE
- T. К. Сенкевич. К проблеме отчуждения в романе Ральфа Эллисона „Неви-  
 димый человек“ 497
- \*თ. სენკევიჩი. განსხვავების პრობლემის შესწავლისათვის რალფ ელისონის „უჩინარ  
 ადამიანი“ 500
- \*T. K. Senkevich. On the problem of alienation in Ralph Ellison's "Invisible  
 Man" 500
- ისტორია—ИСТОРИЯ—HISTORY
- რ. რცხილაძე. ბაბილონის შესახებ ჰეროდოტეს ერთი ცნობის ინტერპრეტაციისათვის 501
- \*რ. ს. რცხილაძე. К интерпретации одного сведения Геродота о Вавилоне 503
- \*R. S. Rtskhiladze. Towards an interpretation of one evidence of Herodotus  
 concerning Babylon 503
- მეცნიერების ისტორია—ИСТОРИЯ НАУКИ—HISTORY OF SCIENCE
- პ. ფირფილაშვილი. თავის ქალას ტრეპანაციის შემთხვევები კავკასიიდან 505
- \*პ. მ. პირპილაშვილი. Трепанированные черепа, обнаруженные на терри-  
 тории Кавказа 507
- \*P. M. Pirpilashvili. Trepanned skulls found in the territory of the Caucasus 508



МАТЕМАТИКА

К. О. ДЖАПАРИДЗЕ

ОБ ОЦЕНКАХ ПАРАМЕТРОВ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ  
 ГАУССОВСКОГО СТАЦИОНАРНОГО ПРОЦЕССА, ОБЛАДАЮЩИХ  
 «ОПТИМАЛЬНОЙ» КОВАРИАЦИОННОЙ МАТРИЦЕЙ

(Представлено членом-корреспондентом Академии Л. П. Гоквели 6.2.1970)

1. Предположим, что спектральная плотность  $f(\lambda)$  гауссовского стационарного процесса  $x(t)$  зависит от конечного числа  $p$  неизвестных параметров  $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_p)$ . Для построения оценок параметров с помощью наблюдений над процессом  $x(t)$ , заданных в конечном интервале времени  $[0, T]$ , воспользуемся статистиками

$$f_k^* = \int_{-\infty}^{\infty} H_k(\lambda) I_T(\lambda) d\lambda, \quad k = 1, \dots, p,$$

получающимися с помощью „сглаживания“ периодограммы

$$I_T(\lambda) = \frac{1}{2\pi T} \left| \int_0^T x(t) e^{i\lambda t} dt \right|^2$$

с некоторыми весовыми функциями  $H_k(\lambda) = H_k(-\lambda)$ . Предположим далее, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} |H_k(\lambda)| f(\lambda) d\lambda < \infty$$

при всех  $k = 1, \dots, p$  и будем определять оценки  $\theta^* = (\theta_1^*, \dots, \theta_p^*)$  параметров  $\theta$  как решения системы уравнений

$$f_k^* = \int_{-\infty}^{\infty} H_k(\lambda) I_T(\lambda) d\lambda = \int_{-\infty}^{\infty} H_k(\lambda) f(\lambda) d\lambda = \psi_k(\theta), \quad k = 1, \dots, p. \quad (1)$$

Допустим, кроме того, что функции  $\psi_k(\theta)$  непрерывны при  $\theta \in \Theta$ , где  $\Theta$  — невырожденный замкнутый интервал изменения параметра  $\theta$   $p$ -мерного евклидова пространства,  $\frac{\partial^2 \psi_k}{\partial \theta_j \partial \theta_i}$  непрерывны вблизи  $\theta_0$  и матрица

$$\Psi = \left\| \left( \frac{\partial}{\partial \theta_j} \psi_k(\theta) \right)_{\theta = \theta_0} \right\|$$

невырожденна ( $\theta_0$  — истинное значение параметра  $\theta$ , являющееся внутренней точкой  $\Theta$ ). Тогда, легко доказать, что справедлива следующая

**Теорема 1.** При вышеуказанных условиях существует состоятельное решение  $\theta^*$  системы уравнений (1), причем асимптотическое выражение ковариационной матрицы оценок  $\theta^*$  имеет следующий вид:

$$\| \text{Cov}(\theta_j^*, \theta_k^*) \| = \Psi^{-1} F' \Psi^{-1} + o\left(\frac{1}{T}\right),$$

где

$$F = \left\| \frac{4\pi}{T} \int_{-\infty}^{\infty} H_k(\lambda) H_j(\lambda) f^2(\lambda) d\lambda \right\|.$$

2. Пусть теперь  $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_p)$  — произвольный вектор и предположим, что спектральная плотность  $f(\lambda)$  такова, что в качестве весовой функции  $H_k(\lambda)$  можно брать функцию

$$H_k^{(0)}(\lambda, \theta_0) = \left( \frac{\partial}{\partial \theta_k} f^{-1}(\lambda, \theta) \right)_{\theta=\theta_0}.$$

Составим квадратичную форму  $A = \alpha' \Psi^{-1} F' \Psi^{-1} \alpha$ . Тогда имеет место

**Теорема 2.** Квадратичная форма  $A$  минимальна при  $H_k(\lambda) = H_k^{(0)}(\lambda, \theta_0)$ ,  $k = 1, \dots, p$ , причем в этом случае ковариационная матрица соответствующих оценок  $\theta_0^* = (\theta_{01}^*, \dots, \theta_{0p}^*)$  имеет вид

$$\| \text{Cov}(\theta_{0j}^*, \theta_{0k}^*) \| = U^{-1} + o\left(\frac{1}{T}\right),$$

где

$$U = \left\| \frac{T}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{\partial}{\partial \theta_k} \log f(\lambda) \frac{\partial}{\partial \theta_j} \log f(\lambda) \right)_{\theta=\theta_0} d\lambda \right\|.$$

Из утверждения теоремы 2 вытекает, что оценки  $\theta_0^*$  являются наилучшими в широком классе оценок  $\theta^*$ , в том смысле, что их ковариационная матрица является асимптотически „оптимальной“. Но так как в весовые функции  $H_k^{(0)}(\lambda, \theta_0)$  входят неизвестные нам истинные значения  $\theta_0$  параметров  $\theta$ , то невозможно использовать эти оценки для нахождения неизвестных параметров  $\theta$ .

3. Используя вместо весовой функции  $H_k^{(0)}(\lambda, \theta_0)$  функцию  $H_k^{(0)}(\lambda, \theta^*)$ , где  $\theta^*$  — произвольная состоятельная оценка параметра  $\theta$ , оказывается возможным получить оценки, асимптотически эквивалентные  $\theta_0^*$ .

**Теорема 3.** Пусть спектральная плотность  $f(\lambda) > 0$  такова, что

$$\frac{\partial f}{\partial \theta_k}, \frac{\partial^2 f}{\partial \theta_k \partial \theta_j} \text{ — непрерывные функции } \lambda \text{ и } \theta,$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{\partial^2 f(\lambda)}{\partial \theta_k \partial \theta_j} \right| f^{-1}(\lambda) d\lambda < \infty$$

при  $\theta \in \Theta$ ,  $-\infty < \lambda < \infty$  и  $k, j = 1, \dots, p$ ; матрица  $U$  невырожденна. Тогда существует состоятельное решение  $\hat{\theta} = (\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_p)$  системы уравнений (1) при  $H_k(\lambda) = H_k^{(0)}(\lambda, \theta^*)$ , ковариационная матрица которой асимптотически эквивалентна ковариационной матрице оценок  $\theta_0^*$ .

Что касается оценки  $\theta^*$ , то утверждение теоремы 1 позволяет нам строить сколь угодно много различных состоятельных оценок.

В работе [1] были введены так называемые асимптотические оценки максимального правдоподобия  $\hat{\theta}^{(0)}$ , также имеющие ковариационную матрицу, асимптотически эквивалентную ковариационной матрице оценок  $\theta_0^*$  и

была доказана асимптотическая эффективность оценок  $\widehat{\theta}^{(0)}$  в случае, когда спектральная плотность  $f(\lambda)$  рациональна. Следовательно, в этом случае оценки  $\widehat{\theta}$  также асимптотически эффективны.

4. Предположим, что спектральная плотность рациональна:

$$f(\lambda) = K(2\pi)^{-1} |Q_m(i\lambda)|^2 |P_n(i\lambda)|^{-2},$$

где

$$Q_m(z) = \sum_{k=0}^{m-1} b_k z^k + z^m \quad \text{и} \quad P_n(z) = \sum_{j=0}^{n-1} a_j z^j + z^n$$

— многочлены, корни которых имеют отрицательные действительные части. Рассмотрим конкретные примеры оценок неизвестных параметров  $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_p)$ , от которых зависят коэффициенты  $a_0, \dots, a_{n-1}$ ,  $b_0, \dots, b_{m-1}$ . В случае  $Q_m(z) \equiv 1$  оценки  $\widehat{\theta}^{(0)}$  достаточно просты, особенно когда оцениваются сами коэффициенты  $a_0, \dots, a_{n-1}$  [2]. Но при  $Q_m(z) \neq 1$  применение оценок  $\widehat{\theta}$  гораздо более удобно.

Пример 1. В случае, когда спектральная плотность имеет вид  $K(2\pi)^{-1}(\lambda^2 + 2\theta^2)(\lambda^4 + 4\theta^4)^{-1}$ , уравнение для определения оценки  $\widehat{\theta}^{(0)}$  параметра  $\theta$  имеет сложный вид

$$(2 - \sqrt{2})K = \left( \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ 2\theta^2 \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt + \right. \right. \\ \left. \left. + 2\sqrt{2}\theta^3 \frac{1}{T} \iint_0^T \exp\{-\sqrt{2}\theta|t-s|\} x(t)x(s) dt ds \right] \right)_{\theta = \widehat{\theta}^{(0)}} = \xi(\widehat{\theta}^{(0)}),$$

тогда как  $\widehat{\theta}$  находится решением следующего уравнения пятого порядка относительно  $\widehat{\theta}$ :

$$K \left( \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{\theta^2}{\widehat{\theta}} - \frac{\theta^2 - \widehat{\theta}^2}{\widehat{\theta}^2 + \sqrt{2}\theta\widehat{\theta} + \theta^2} \right)_{\theta = \theta^*} = \zeta(\theta^*).$$

Дисперсия этих оценок также просто вычисляется и равна  $\frac{\theta}{T} \frac{2 + \sqrt{2}}{3}$ .

Пример 2. Теперь рассмотрим случай, когда неизвестными являются два параметра  $\theta_1$  и  $\theta_2$ , а спектральная плотность имеет вид

$$f(\lambda) = K(2\pi)^{-1}(\lambda^2 + \gamma^2)(\lambda^4 + 2(\theta_1^2 - \theta_2^2)\lambda^2 + \gamma^4)^{-1}, \quad \gamma = \sqrt{\theta_1^2 + \theta_2^2}.$$

Система уравнений для определения оценок  $\widehat{\theta}_1^{(0)}$  и  $\widehat{\theta}_2^{(0)}$  особенно сложна

$$K \left( \frac{\partial}{\partial \theta_i} [2\theta_1 - \gamma] \right)_{\theta = \theta^{(0)}} = \left( \frac{\partial}{\partial \theta_i} [\theta_1 - 3\theta_2] \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt - \right. \\ \left. - 2\theta_2^2 \gamma \frac{1}{T} \iint_0^T e^{-\gamma|t-s|} x(t)x(s) dt ds \right)_{\theta = \theta^{(0)}} = \xi_i(\theta^{(0)}), \quad i = 1, 2,$$

так что преимущество оценок  $\widehat{\theta}_1, \widehat{\theta}_2$  в этом примере особенно очевидно, так как они находятся решением гораздо более простой системы уравнений

$$K \left( \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left[ \frac{\theta_1^2 - 3\theta_2^2}{2\theta_1} + \frac{2\theta_2^2\gamma}{\theta_1} \cdot \frac{\gamma + \theta_1}{(\gamma + \theta_1)^2 + \theta_2^2} \right] \right)_{\theta=\theta^*} = \xi_i(\theta), \quad i = 1, 2.$$

Ковариационная матрица этих оценок имеет следующий вид:

$$\frac{\theta_1}{T[\theta_1(\theta_1^2 + \gamma^2) + 2\gamma\theta_2^2]} \begin{vmatrix} \theta_1(\theta_1^2 + \gamma^2) + 2\gamma^3 & \theta_1^2\theta_2 \\ \theta_1^2\theta_2 & \theta_2^{-2}(\theta_1^2 + 2\theta_2^2\gamma)(\theta_1 + \gamma)^2 \end{vmatrix}.$$

Тбилисский государственный университет  
 Институт прикладной математики

(Поступило 6.2.1970)

მათემატიკა

დ. ჯაპარიძე

გაუსის სტაციონარული პროცესის სპექტრალური სიმკვრივის  
 პარამეტრთა „ოპტიმალური“ კოვარიაციული მატრიცის მკვლე  
 შეფასებათა შესახებ

რეზიუმე

განხილულია უწყვეტდროიანი გაუსის სტაციონარული პროცესის სპექტრალური სიმკვრივის პარამეტრთა შეფასებების კლასი, მიღებული პერიოდოვგრამის „გაგლეუების“ გზით და მოძებნილია ის შეფასება, რომელსაც აქვს „საუკეთესო“ კოვარიაციული მატრიცა.

MATHEMATICS

K. O. JAPARIDZE

ON THE "OPTIMAL" COVARIANCE MATRIX  
 ESTIMATES OF SPECTRAL DENSITY PARAMETERS FOR  
 GAUSSIAN STATIONARY PROCESS

Summary

A class of estimates of spectral density parameters of Gaussian stationary process with continuous time is considered. An estimate with the "best" covariance matrix is found.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. К. О. Джапаридзе. Сообщения АН ГССР, 58, № 1, 1970.
2. В. Ф. Писаренко. Лит. мат., сб., 2, № 2, 1963.





МАТЕМАТИКА

А. И. БУАДЗЕ

О ГРАНИЧНЫХ СВОЙСТВАХ И ПРИБЛИЖЕНИИ РЕГУЛЯРНЫХ РЕШЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ТИПА

(Представлено членом-корреспондентом Академии В. Г. Челидзе 24.2.1970)

Пусть  $G$  — конечная область со спрямляемой границей  $\Gamma: t = t(s)$ ,  $0 \leq s \leq 2\pi$ , где  $s$  — дуговая абсцисса, а  $2\pi$  — длина  $\Gamma$ . Далее, пусть  $\Phi(u)$  — некоторая  $N$ -функция, порождающая рефлексивное пространство Орлича. Функция  $\Phi(u)$  называется  $N$ -функцией, если она допускает представление

$$\Phi(u) = \int_0^u p(x) dx, \quad u \geq 0,$$

где  $p(x)$  — положительная при  $x > 0$ , непрерывная справа при  $x \geq 0$ , неубывающая функция, удовлетворяющая условиям

$$p(0) = 0, \quad p(\infty) = \lim_{x \rightarrow \infty} p(x) = \infty.$$

В дальнейшем будем предполагать, что выполняются неравенства

$$1 < \alpha \leq u p(u) / \Phi(u) \leq \beta < \infty \quad \text{при } u > 0.$$

Если комплекснозначная измеримая функция  $f(t) \in L_{\Phi}(\Gamma)$ , тогда, как известно, (см. работу [1], стр. 198), обобщенный интеграл типа Коши

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega_1(z, t) f(t) dt - \Omega_2(z, t) \bar{f}(t) d\bar{t}, \quad z \in \Gamma, \quad (1)$$

дает регулярные решения уравнения

$$\partial_{\bar{z}} u(z) + A(z) u(z) + B(z) \bar{u}(z) = 0, \quad (2)$$

где  $A, B \in L_{r, 2}(E)$ ,  $r > 2$ ,  $E$  — вся конечная плоскость, а  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  — нормированные относительно  $G$  ядра (определение ядра см. в работе [1] стр. 193).

Пусть  $t_0 = t(s_0) \in \Gamma$ . Обозначим через  $\Gamma_{\varepsilon}$  часть линии  $\Gamma$ , оставшуюся после удаления из  $\Gamma$  той дуги, концами которой служат точки  $t(s_0 - \varepsilon)$ ,  $t(s_0 + \varepsilon)$  и которая содержит  $t_0$ .

Обобщенным особым интегралом называется конечный предел (если он существует) выражения

$$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma_z} \Omega_1(t_0, t) f(t) dt - \Omega_2(t_0, t) \bar{f}(t) d\bar{t} = T(f, t_0).$$

В работе А. Г. Джваршейшвили [2] для довольно широкого класса кривых доказаны существование обычного особого интеграла и неравенство Рисса в пространстве  $L_p(\Gamma)$ ,  $p > 1$ . Метод, примененный А. Г. Джваршейшвили, при доказательстве упомянутых теорем позволяет доказать следующую теорему.

**Теорема 1.** Пусть  $\Gamma \in A \cap K^{\alpha}$  и  $f(t) \in L_{\Phi}(\Gamma)$ . Тогда

$$\int_{\Gamma} \Phi(|T(f; t)|) \cdot |dt| \leq M(\Phi, \Gamma) \cdot \int_{\Gamma} \Phi(|f(t)|) \cdot |dt|. \quad (4)$$

Отметим, что в соотношении (4) вместо  $T(f; t)$  можно брать  $\tilde{T}(f; t)$ , где

$$\tilde{T}(f; t) = \text{Sup}_{z > 0} \left| \int_{\Gamma_z} \Omega_1(t, t_0) f(t_0) dt_0 - \Omega_2(t, t_0) \bar{f}(t_0) d\bar{t}_0 \right|.$$

**Следствие.** Если  $\Gamma \in A \cap K$ ,  $f(t) \in L_{\Phi}(\Gamma)$ , то интеграл (1) при  $z \rightarrow t$  имеет конечные угловые граничные значения почти везде на  $\Gamma$ , равные

$$T(f; t) \pm \frac{1}{2} f(t)$$

соответственно изнутри и извне  $\Gamma$ .

Доказательство этого следствия получаем из теоремы 1 и из результата работы [4].

Используя результаты А. Г. Джваршейшвили (см. работу [3], теорема 2) получаем существование  $T(f; t)$  почти везде на  $\Gamma$  и, следовательно, интеграл (1) имеет конечные угловые граничные значения почти везде на  $\Gamma$ , если только  $\Gamma \in A \cap K$  и  $f(t) \in L(\Gamma)$ .

**Теорема 2.** Пусть  $\{u_n(z)\}$  — последовательность регулярных решений уравнения (2), принадлежащих классу  $\mathcal{E}_{\Phi}$  и пусть последовательность их угловых граничных значений  $\{u_n^+(t)\}$  сходится в смысле метрики  $L_{\Phi}(\Gamma)$  к функции  $u(t)$ . Тогда  $\{u_n(z)\}$  сходится равномерно внутри  $G$  к регулярному решению  $u(z) \in \mathcal{E}_{\Phi}^{(2)}$ , причем его угловые граничные значения почти всюду совпадают с  $u(t)$ .

**Теорема 3.** Пусть  $\Gamma \in A \cap K$  и  $f(t) \in L_{\Phi}(\Gamma)$ . Тогда обобщенный интеграл типа Коши (1) является регулярным решением уравнения (2) класса  $\mathcal{E}_{\Phi}$ .

Теорема 3 остается справедливой также при  $\Gamma \in (L_{\Phi})$  (определение кривой класса  $(L_{\Phi})$  см. в работе [5], стр. 56).

Пусть угол  $\varphi(s)$  между касательной и  $\Gamma$  фиксированным направлением, выраженный в виде функции от длины дуги, имеет модуль непрерывности, удовлетворяющий условию

<sup>(1)</sup> Определение кривых класса  $A \cap K$  см. в работе [2].

<sup>(2)</sup> Определение класса  $\mathcal{E}_{\Phi}$  см. в работе [6].

$$\int_0^{\varepsilon} t^{-1} \omega(\varphi: t) dt < \infty, \quad \varepsilon > 0. \quad (6)$$

Рассмотрим ряд

$$\sum_{m=0}^{\infty} c_m u_m(z), \quad (7)$$

где

$$c_{2m} + i c_{2m+1} = \frac{1}{2\pi i} \int_{|\tau|=1} \frac{u + |\psi(\tau)|}{\tau^{m+1}} d\tau,$$

$$u_{2m}(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega_1(z, t) P_m(t) dt - \Omega_2(z, t) \bar{P}_m(t) d\bar{t},$$

$$u_{2m+1}(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega(z, t) i P_m(t) dt + \Omega_2(z, t) i \bar{P}_m(t) d\bar{t},$$

$\psi(z)$  — функция, однолистно отображающая  $|\omega| > 1$  на дополнение к  $\bar{G}$  с условием  $\psi(\infty) = \infty$ ,  $\psi'(\infty) > 0$ , а  $P_m(t)$  — полином Фабера.

**Теорема 4.** Пусть область  $G$  удовлетворяет условию (6) и  $u(z) \in \mathcal{E}_{\Phi}$ . Тогда ряд (7) сходится равномерно внутри  $G$  к  $u(z)$ , а на границе  $\Gamma$  — к узловым граничным значениям  $u^+(t)$  в смысле метрики  $L_{\Phi}(\Gamma)$  и

$$\left\| u^+(t) - \sum_{m=0}^n c_m u_m(t) \right\|_{\Phi} \ll \rho_n(u^+, \Gamma)_{\Phi} \ll \omega_n \left( u^+; \frac{1}{n} \right)_{\Phi},$$

где  $\omega_n(u^+; \delta)_{\Phi}$  — модуль гладкости а  $\rho_n(u^+; \Gamma)_{\Phi}$  — наилучшее приближение функции  $u^+(t)$  на  $\Gamma$  в смысле метрики  $L_{\Phi}(\Gamma)$ .

Отметим, что если  $\Gamma \in (L_{\Phi})$ , а модуль гладкости и полином Фабера соответствующим образом обобщены, то теорема 4 остается справедливой.

Отметим также, что вышеприведенные теоремы остаются справедливыми, если  $\Gamma$  удовлетворяет следующему условию:

$$\left| \frac{1}{t(s+\sigma) - i(s)} \cdot \frac{1}{\sigma} \cdot \int_0^{\sigma} (t'(s+\sigma) - t'(s+u)) du \right| \leq h(\sigma) \in L(0; 2\pi).$$

Заметим, что в случае  $\Phi(u) = u^p$  некоторые из вышеприведенных результатов анонсированы в работе [7].

Грузинский политехнический институт  
им. В. И. Ленина

(Поступило 26. 2. 1970)

ა. ზუამი

ელიფსური ტიპის დიფერენციალური განტოლების ამონახსნის  
 სასაზღვრო თვისებებისა და მიახლოების შესახებ

რეზიუმე

განხილულია განზოგადებული სინგულარული ინტეგრალის არსებობის, ამ ოპერატორის ორლიჩის რეფლექსურ სივრცეში შემოსაზღვრულობისა და ელიფსური ტიპის დიფერენციალური განტოლების რეგულარული ამონახსნის მიახლოების საკითხი.

MATHEMATICS

A. I. BUADZE

ON THE BOUNDARY PROPERTIES AND APPROXIMATION OF  
 REGULAR SOLUTIONS OF THE ELLIPTIC DIFFERENTIAL  
 EQUATIONS

Summary

The problem of the existence of a generalized singular integral, its limits in the Orlich reflexive space and approximation of regular solutions of differential equations of elliptic type are studied.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. И. Н. Векуа. Обобщенные аналитические функции. М., 1959.
2. А. Г. Джваршейшвили. Труды Тбил. матем. ин-та им. А. М. Размадзе АН ГССР, т. 31, 1966.
3. А. Г. Джваршейшвили. Труды Тбил. гос. ун-та, т. 84, 1961.
4. К. М. Мусаев. ДАН СССР, т. 181, № 6, 1968.
5. А. И. Буадзе. Труды ГПИ им. В. И. Ленина, № 5 (133), 1969.
6. А. И. Буадзе. Сообщения АН ГССР, 57, № 2, 1970.
7. В. М. Қокилашвили. Сообщения АН ГССР, 56, № 3, 1969.

Н. Р. ТЕВЗАДЗЕ

О СХОДИМОСТИ ДВОЙНОГО РЯДА ФУРЬЕ ФУНКЦИИ  
 СУММИРУЕМОЙ С КВАДРАТОМ

(Представлено членом-корреспондентом Академии В. Г. Челидзе 26.2.1970)

Пусть

$$S_{mn}(x, y) = \sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^n \lambda_{ik} A_{ik}(x, y), \quad (1)$$

где

$$A_{ik}(x, y) = \alpha_{ik} \cos ix \cos ky + \beta_{ik} \sin ix \cos ky + \gamma_{ik} \cos ix \sin ky + \delta_{ik} \sin ix \sin ky,$$

$$\lambda_{00} = \frac{1}{4}, \quad \lambda_{0k} = \lambda_{i0} = \frac{1}{2}, \quad \lambda_{ik} = 1, \quad i, k \geq 1,$$

а  $\alpha_{ik}$ ,  $\beta_{ik}$ ,  $\gamma_{ik}$  и  $\delta_{ik}$  — коэффициенты Фурье функции  $f(x, y) \in L_2(R)$ ,  $R = [0, 2\pi; 0, 2\pi]$ .

Рассмотрим подпоследовательность  $\{S_{m_i n_i}(x, y)\}$ , где  $(m_i, n_i)$  — любая подпоследовательность пар натуральных чисел, причем  $m_i \leq m_{i+1}$ ,  $n_i \leq n_{i+1}$ . Определим две целочисленные функции  $\omega(\mu)$  и  $\Omega(\nu)$  следующим образом:

$$\omega(\mu) = n_k \quad \text{при} \quad m_{k-1} \leq \mu < m_k, \quad m_0 = 1,$$

$$\Omega(\nu) = m_k \quad \text{при} \quad n_k \leq \nu < n_{k+1}, \quad k = 1, 2, \dots$$

С помощью этих функций частичную сумму  $S_{m_i n_i}(x, y)$  можно представить в виде

$$S_{m_i n_i}(x, y) = A_i + B_i,$$

где

$$A_i = \sum_{\mu=1}^{m_i} \sum_{\nu=1}^{\omega(\mu)} A_{\mu\nu}(x, y), \quad B_i = \sum_{\nu=n_1}^{n_i} \sum_{\mu=1}^{\Omega(\nu)} A_{\mu\nu}(x, y).$$

Положим

$$T_\mu(y) = \sum_{\nu=1}^{\omega(\mu)} (\alpha_{\mu\nu} \cos \nu y + \gamma_{\mu\nu} \sin \nu y),$$

$$L_\mu(y) = \sum_{\nu=1}^{\omega(\mu)} (\beta_{\mu\nu} \cos \nu y + \delta_{\mu\nu} \sin \nu y).$$

Тогда

$$A_i = \sum_{\mu=1}^{m_i} (T_\mu(y) \cos \mu x + L_\mu(y) \sin \mu x).$$



Далее

$$\begin{aligned}
 & \int_0^{2\pi} \left\{ \sum_{\mu=1}^m T_{\mu}^2(y) \right\} dy = \sum_{\mu=1}^m \int_0^{2\pi} T_{\mu}^2(y) dy = \\
 & = \sum_{\mu=1}^m \int_0^{2\pi} \left( \sum_{\nu=1}^{\omega(\mu)} \alpha_{\mu\nu} \cos \nu y + \gamma_{\mu\nu} \sin \nu y \right) \left( \sum_{k=1}^{\omega(\mu)} \alpha_{\mu k} \cos ky + \gamma_{\mu k} \cos ky \right) dy = \\
 & = \pi \sum_{\mu=1}^m \sum_{\nu=1}^{\omega(\mu)} (\alpha_{\mu\nu}^2 + \gamma_{\mu\nu}^2) \leq \pi \sum_{\mu=1}^{\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} (\alpha_{\mu\nu}^2 + \gamma_{\mu\nu}^2) \leq M.
 \end{aligned}$$

Отсюда на основании теоремы Лебега будем иметь

$$\int_0^{2\pi} \left( \sum_{\mu=1}^{\infty} T_{\mu}^2(y) \right) dy \leq M.$$

Отсюда вытекает, что функция  $\sum_{\mu=1}^{\infty} T_{\mu}^2(y)$  суммируема. Следовательно, она почти везде конечна. Обозначим через  $E_1$  множество тех точек сегмента  $[0, 2\pi]$ , в которых функция  $\sum_{\mu=1}^{\infty} T_{\mu}^2(y)$  конечна. Ясно, что  $\text{mes } E_1 = 2\pi$ .

Аналогично покажем, что функция  $\sum_{\mu=1}^{\infty} L_{\mu}^2(y)$  почти везде на сегменте  $[0, 2\pi]$  конечна. Пусть  $E_2$ —множество тех точек сегмента  $[0, 2\pi]$ , в которых функция  $\sum_{\mu=1}^{\infty} L_{\mu}^2(y)$  конечна. Тогда на множестве  $E = E_1 \cap E_2$  будем иметь

$$\sum_{\mu=1}^{\infty} (T_{\mu}^2(y) + L_{\mu}^2(y)) < +\infty.$$

Отсюда заключаем, что для любого фиксированного  $y \in E$   $T_{\mu}(y)$  и  $L_{\mu}(y)$  можно рассмотреть в качестве коэффициентов некоторой функции  $\Phi_y(x) \in L_2[0, 2\pi]$ . Следовательно, почти везде на  $[0, 2\pi]$ , и для фиксированного  $y \in E$ , согласно теореме Карлесона [1]

$$\sum_{\mu=1}^{\infty} [T_{\mu}(y) \cos \mu x + L_{\mu}(y) \sin \mu x] = \Phi_y(x). \quad (2)$$

Но тогда равенство (2) будет справедливым почти везде на  $R = [0, 2\pi; 0, 2\pi]$ .

Следовательно, почти везде на  $R$

$$\lim_{i \rightarrow \infty} A_i = \Phi_y(x).$$

Аналогично покажем, что почти везде на  $R$

$$\lim_{i \rightarrow \infty} B_i = \psi_x(y).$$

Итак, почти везде на  $R$

$$\lim_{i \rightarrow \infty} S_{m_i n_i}(x, y) = \Phi_y(x) + \psi_x(y) \equiv F(x, y).$$

Нетрудно показать, что  $F(x, y) \sim f(x, y)$ .

Отсюда следует

**Теорема.** Если  $S_{m_i n_i}(x, y)$ , ( $m_i \leq m_{i+1}$ ,  $n_i \leq n_{i+1}$ ) любая подпоследовательность частичных сумм двойного ряда Фурье функции  $f(x, y) \in L_2[R]$ , то почти везде на  $R$

$$\lim_{i \rightarrow \infty} S_{m_i n_i}(x, y) = f(x, y).$$

Тбилисский государственный  
университет

(Поступило 27.2.1970)

მათემატიკა

ბ. თევზაძე

კვადრატით ჯამებადი ფუნქციის ორმაგი ფურიეს მჭკრივის  
კრებადობის შესახებ

რეზიუმე

დამტკიცებულია, რომ კვადრატით ჯამებადი ფუნქციის ორმაგი ფურიეს მჭკრივის კერძო ჯამებს ნებისმიერი ქვემიმდევრობა

$$S_{m_i n_i}(x, y) \quad (m_i \leq m_{i+1}, n_i \leq n_{i+1}), \quad i = 1, 2, \dots$$

კრებადა.

MATHEMATICS

N. R. TEVZADZE

ON THE CONVERGENCE OF THE DOUBLE FOURIER SERIES OF  
QUADRATIC SUMMABLE FUNCTIONS

Summary

It is proved that any arbitrary subsequence  $S_{m_i n_i}$  of the double Fourier series of quadratic summable functions is convergent.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Л. Карлесон. Математика (период. сборник ин. статей). М., 1967.

Р. С. ШЕЛЕГИЯ

## ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ТЕОРИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

(Представлено членом-корреспондентом Академии Л. П. Гокиели 5.3.1970)

В системе массового обслуживания  $S_n$  имеются  $n$  обслуживающих приборов одного и того же типа и назначения. В  $S_n$  поступает простейший поток требований с параметром  $\lambda$ . Каждое требование обслуживается одним прибором; длительность обслуживания — случайная величина  $\xi$  с функцией распределения  $F(x)$ . В период работы обслуживающие приборы могут выходить из рабочего состояния. Время  $\eta$  от начала обслуживания до момента отказа случайно и имеет распределение  $H(x)$ . Вышедшее из строя устройство немедленно поступает на восстановление, длительность которого случайна с функцией распределения  $G(x)$ . Ремонт полностью восстанавливает свойства обслуживаемого прибора. После завершения каждого обслуживания прибор поступает на профилактический осмотр, в результате чего с вероятностью  $p$  прибор направляется на ремонт, если требуется восстановление, и с вероятностью  $q = 1 - p$  возвращается в число действующих. Длительность профилактического осмотра имеет распределение  $\Psi(x)$ . Обслуживающий прибор, возвращенный после осмотра в эксплуатацию, считается вновь обладающим первоначальными техническими свойствами.

Требование, поступившее в систему, начинает обслуживаться немедленно, если имеется хотя бы один свободный и пригодный к обслуживанию прибор. Требование теряется, если прибор вышел из строя во время обслуживания или в момент поступления не было ни одного прибора, способного к обслуживанию.

Основной интерес представляют вероятности  $p_{ijk}$  того, что в любой момент времени в системе обслуживания заняты обслуживанием требований  $i$  приборов,  $j$  приборов осматриваются и  $k$  приборов находятся в ремонте при стационарном режиме.

Пусть длительность обслуживания требований, осмотра и восстановления приборов не зависят между собой, а также от потока требований и от выхода прибора из строя.

Рассмотренную систему можно изучить с помощью однородного марковского процесса  $\varepsilon(t)$ , рассматриваемого в фазовом пространстве, состоящем из следующих элементов:

$\omega_{000}$  — изолированная точка;  $\omega_{ijk} \{0 \leq x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k\}$  — часть  $(i + j + k)$ -мерного пространства.

Между точками фазового пространства и состоянием системы установившимся соответствием: изолированная точка  $\omega_{000}$  соответствует такому состоянию системы, когда все обслуживающие, осматривающие и ремонтирующие приборы свободны; точка

$$(x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k) \in \omega_{ijk}$$

соответствует такому состоянию системы, когда в системе обслуживания  $i$  приборов заняты обслуживанием,  $j$  приборы осматриваются и  $k$  приборов находятся на ремонте; при этом на обслуживание, осмотр и ремонт соответственно затрачено времени  $x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k$ .

Обозначим распределение вероятности в фазовом пространстве через  $P_t$ , начальное распределение через  $P_0$ , стационарное распределение через  $P$ .

Пусть  $p_{ijk}(x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k) = P(\omega_{ijk})$ ,

$p_{ijk}(x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k, t) = P_t(\omega_{ijk})$ .

Аналогично работе [1] показывается, что каково бы не было  $P_0$ , распределение  $P_t$  имеет в точке

$(x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k) \in \omega_{ijk}$   $(i + j + k)$ -мерную плотность

$$p_{ijk}(x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k, t),$$

при

$$t > \max \{x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k\}.$$

Введем следующие обозначения:

$$\alpha = \int_0^{\infty} [1 - H(x)] dF(x), \quad a = \int_0^{\infty} [1 - H(x)] [1 - F(x)] dx,$$

$$\beta = \int_0^{\infty} [1 - F(x)] dH(x) + p \int_0^{\infty} [1 - H(x)] dF(x),$$

$$b = \int_0^{\infty} [1 - \Psi(x)] dx, \quad c = \int_0^{\infty} [1 - G(x)] dx.$$

Пусть  $\gamma = \min(\xi, \eta)$ ,  $M\gamma = m$ .

**Теорема.** Если  $m < \infty$  и  $\Psi(x)$  и  $G(x)$  имеют конечные математические ожидания, то марковский процесс  $\varepsilon(t)$  имеет следующее стационарное распределение вероятностей

$$\begin{aligned} p_{ijk}(x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k) &= \\ &= \frac{\lambda^{i+j+k}}{i! j! k!} \alpha^i \beta^h \prod_{s=1}^i [1 - H(x_s)] [1 - F(x_s)] \cdot \\ &\quad \prod_{v=1}^j [1 - \Psi(y_v)] \prod_{m=1}^k [1 - G(z_m)] p_{000}. \\ p_{000} &= \left[ \sum_{i, j, k=0}^n \frac{\lambda^{i+j+k}}{i! j! k!} \alpha^i \beta^h a^i b^j c^k \right]^{-1}. \\ &0 \leq i + j + k \leq n. \end{aligned}$$

Введем функции:

$$\begin{aligned} & p_{ijk}^*(x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k, t) = \\ & = \frac{p_{ijk}(x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k, t)}{p_{ijk}(x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k)} \cdot \quad (1) \\ & \prod_{s=1}^i [1 - H(x_s)] [1 - F(x_s)] \prod_{v=1}^j [1 - \Psi(y_v)] \prod_{m=1}^k [1 - G(z_m)] \end{aligned}$$

В дальнейшем  $p_{ijk}^*(x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k, t)$  будем обозначать через  $\rho_{ijk}^*(\dots)$ .



Нетрудно показать, что  $p_{ijk}^*(\dots)$  удовлетворяет следующую систему интегро-дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial p_{ijk}^*(\dots)}{\partial t} + \sum_{s=1}^i \frac{\partial p_{ijk}^*(\dots)}{\partial x_s} + \sum_{v=1}^j \frac{\partial p_{ijk}^*(\dots)}{\partial y_v} +$$

$$+ \sum_{m=1}^k \frac{\partial p_{ijk}^*(\dots)}{\partial z_m} + \lambda p_{ijk}^*(\dots) = (j+1) q \int_0^{\infty} p_{ij+1k}^*(\dots) d\Psi(y_{j+1}) + \quad (2)$$

$$+ (k+1) \int_0^{\infty} p_{ijk+1}^*(\dots) dG(z_{k+1})$$

$$0 \leq i, j, k \leq n-1 \quad i+j+k \leq n-1.$$

$$\frac{\partial p_{ijk}^*(\dots)}{\partial t} + \sum_{s=1}^i \frac{\partial p_{ijk}^*(\dots)}{\partial x_s} + \sum_{v=1}^j \frac{\partial p_{ijk}^*(\dots)}{\partial y_v} +$$

$$+ \sum_{m=1}^k \frac{\partial p_{ijk}^*(\dots)}{\partial z_m} = 0, \quad (3)$$

$$0 \leq i, j, k \leq n \quad i+j+k = n,$$

с граничными условиями

$$p_{i+1jk}^*(x_1, \dots, x_i, 0, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k, t) = \frac{\lambda}{i+1} p_{ijk}^*(\dots),$$

$$p_{ij+1k}^*(x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, 0, z_1, \dots, z_k, t) =$$

$$= \frac{i+1}{j+1} \int_0^{\infty} p_{i+1jk}^*(\dots) [1-H(x_{i+1})] dF(x_{i+1}),$$

$$p_{ijk+1}^*(x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k, 0, t) =$$

$$= \frac{j+1}{k+1} \int_0^{\infty} p_{ij+1k}^*(\dots) d\Psi(y_{j+1}) +$$

$$+ \frac{i+1}{k+1} \int_0^{\infty} p_{i+1jk}^*(\dots) [1-F(x_{i+1})] dH(x_{i+1}).$$

Непосредственной подстановкой убеждаемся, что при  $t \rightarrow \infty$  системе, полученной из системы уравнений (2)–(3) при соответствующих граничных условиях, удовлетворяет решение

$$p_{ijk}^*(x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k) = \frac{\lambda^{i+j+k}}{i! j! k!} \alpha^i \beta^j \rho_{000}.$$

$$0 \leq i, j, k \leq n \quad i+j+k \leq n. \quad (4)$$

Учитывая выражения (1) и (4), получаем

$$p_{ijk}^*(x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k) =$$

$$= \frac{\lambda^{i+j+k}}{i! j! k!} \prod_{s=1}^i [1-H(x_s)] [1-F(x_s)] \prod_{v=1}^j [1-\Psi(y_v)] \prod_{m=1}^k [1-G(z_m)] \rho_{000}. \quad (5)$$

Из условия нормировки определяется  $\rho_{000}$

$$\begin{aligned}
 p_{000} &= \sum_{i, j, k=0}^n p_{ijk} = p_{000} + \sum_{i, j, k=0}^n \int_0^\infty \cdots \int_0^\infty p_{ijk}(x_1, \dots, x_i, y_1, \\
 &0 \leq i + j + k \leq n \quad 0 < i + j + k \leq n \\
 &\dots, y_j, z_1, \dots, z_h) dx_1, \dots, dx_i dy_1, \dots, dy_j dz_1, \dots, dz_h = \\
 &= p_{000} \left\{ 1 + \sum_{\substack{i, j, k=0 \\ 0 < i+j+k \leq n}}^n \frac{\lambda^{i+j+k}}{i! j! k!} \alpha^i \beta^h a^i b^j c^k \right\} = 1.
 \end{aligned}$$

Доказательство единственности и эргодичности распределения проводится аналогично работе [1]. Интегрирование выражения (5) дает

$$p_{ijk} = \frac{\lambda^{i+j+k}}{i! j! k!} \alpha^i \beta^h a^i b^j c^k p_{000}; \quad p_{000} = \left[ \sum_{\substack{i, j, k=0 \\ 0 \leq i+j+k \leq n}}^n \frac{\lambda^{i+j+k}}{i! j! k!} \alpha^i \beta^h a^i b^j c^k \right]^{-1}.$$

Полученный результат обобщает результаты Т. И. Насировой [2], Т. П. Марьяновича [3] и Д. Х. Султановой [4].

Тбилисский институт  
 приборостроения и средств автоматизации

(Поступило 6.3.1970)

მათემატიკა

რ. შელგია

მასობრივი მომსახურების ერთი ამოცანის შესახებ

რეზიუმე

განხილულია  $n$  ხელსაწყოთაგან შემდგარი მასობრივი მომსახურების სისტემა, რომელშიც შემოდის პუასონის ნაკადი.

ცხადი სახით ნაპოვია  $P_{ijk}(x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_h)$ - ალბათობა იმისა, რომ სტაციონარულ რეჟიმში  $i$  ხელსაწყო დაკავებულია მოთხოვნით,  $j$  ხელსაწყო გადის პროფილაქტიკურ შემოწმებას, ხოლო  $k$  ხელსაწყო იმყოფება შესაკეთებლად.

MATHEMATICS

R. S. SHELEGIA

ON ONE PROBLEM OF MASS-SERVICING THEORY

Summary

A mass-servicing system involving the Poisson flow and consisting of  $n$  servicing devices is considered. The probability  $P_{ijk}(x_1 \cdots x_i, y_1 \cdots y_j, z_1 \cdots z_h)$  is explicitly found to the effect that in the stationary mode the  $i$  device is held in requirement, the  $j$  device is under preventive inspection, and the  $k$  device is undergoing repair.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Б. А. Севастьянов. Теория вероятностей и ее применение, II, № 1, 1957.
2. Т. И. Насирова. Изв. АН СССР, № 6, 1963.
3. Т. П. Марьянович. УМЖ, XII, № 3, 1960.
4. Д. Х. Султанова. ДАН УзССР, № 12, 1968.



Д. К. УГУЛАВА

К ТЕОРИИ ПРИБЛИЖЕНИЯ ГИПЕРСФЕРИЧЕСКИМИ  
 ПОЛИНОМАМИ

(Представлено академиком Н. П. Векуа 5.3.1970)

Пусть  $\Omega_m$  ( $m \geq 3$ ) — единичная сфера  $m$ -мерного евклидова пространства.  $C(\Omega_m)$ ,  $L_p(\Omega_m)$ ,  $1 \leq p < \infty$ ,  $L_\infty(\Omega_m)$  и  $M(\Omega_m)$ , соответственно, будут обозначать банаховы пространства определенных на  $\Omega_m$ , непрерывных, суммируемых со степенью  $p$ , существенно ограниченных измеримых и конечных, регулярных борелевых мер с обычными нормами. Под  $X$  будем подразумевать одно из пространств  $L_p(\Omega_m)$ ,  $1 \leq p < \infty$  или  $C(\Omega_m)$ .

Рассмотрим формальный ряд Фурье—Лапласа функции  $f(\vartheta)$ ,  $\vartheta \in \Omega_m$

$$f(\vartheta) \sim \sum_{k=0}^{\infty} Y_k^{(m)}(f, \vartheta),$$

где  $Y_k^{(m)}(f, \vartheta)$  — гиперсферическая гармоника. Функции  $f(\vartheta)$  порядка  $k$  (см. работу [1], стр. 206). Пусть  $\varphi(n)$  — функция, определенная для неотрицательных целых чисел, исчезающая, возможно, лишь при  $n = 0$ . В работе [1] (стр. 219) приведено определение следующего класса  $H(X, \varphi(n))$  в  $X$ :

$$H(X, \varphi(n)) = \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} f \in C(\Omega_m); \text{ существует } g \in L_\infty(\Omega_m), \text{ такая, что} \\ \varphi(n) Y_n^{(m)}(f, \vartheta) = Y_n^{(m)}(g, \vartheta) \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} f \in L_p(\Omega_m), \quad 1 < p < \infty; \text{ существует } g \in L_p(\Omega_m), \\ \text{такая, что} \\ \varphi(n) Y_n^{(m)}(f, \vartheta) = Y_n^{(m)}(g, \vartheta) \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} f \in L_1(\Omega_m); \text{ существует } \mu \in M(\Omega_m), \text{ такая, что} \\ \varphi(n) Y_n^{(m)}(f, \vartheta) = Y_n^{(m)}(d\mu, \vartheta) \\ \text{для всех } n \geq 0. \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (1)$$

Зависимость между  $f(\vartheta) \in H(X, \varphi(n))$  и  $g(\vartheta)$  мы отметим следующим образом:

$$g = H^\varphi f, \quad f = H_\varphi g.$$

Ниже  $\tilde{X}$  будет обозначать пространство  $L_\infty(\Omega_m)$ ,  $L_p(\Omega_m)$ ,  $1 < p < \infty$  или  $M(\Omega_m)$ , если соответственно,  $X$  есть  $C(\Omega_m)$ ,  $L_p(\Omega_m)$  или  $L_1(\Omega_m)$ .

Если к функции  $f(\vartheta)$  можно  $r$ -раз применить сферический оператор Лапласа—Бельтрами  $D$  (см. работу [1], стр. 204), производные порядка  $2r - 1$  по гиперсферическим координатам точки  $\vartheta$  абсолютно непрерывны по Тонелли и, например,  $D^r f(\vartheta) \in L_p(\Omega_m)$ ,  $1 < p < \infty$ , то  $f \in H(L_p,$





$[n(n+m-2)]'$ , притом функция  $g(\vartheta)$  из (1) почти всюду совпадает с  $D^r f(\vartheta)$ .

Исходя из того, что числа  $[-n(n+m-2)]$  являются собственными числами оператора  $D$ , этот оператор, в определенном смысле, можно считать аналогом операции дифференцирования в  $m$ -мерном пространстве (см. работу [2], где рассмотрен случай  $m=3$ ). Поэтому, если  $\alpha$ —любое положительное число, то класс  $H(C, [n(n+m-2)]^{\alpha/2})$  следует считать  $m$ -мерным аналогом класса  $2\pi$ -периодических функций одной переменной, имеющих производную дробной степени  $\alpha$  в смысле Вейля [3]. Операцию  $H_\varphi(g)$ , при  $\varphi(n) = [n(n+m-2)]^{\alpha/2}$ , можно назвать операцией сферического интегрирования дробной степени (см. работу [4], стр. 218).

Пусть  $\mathcal{E}_n^{(m)}(f, X)$ —наилучшее приближение функции  $f(\vartheta) \in X$  по норме пространства  $X$  гиперсферическими полиномами порядка не выше  $n$ , т. е. суммами

$$P_n^{(m)}(\vartheta) = \sum_{k=0}^n Y_k^{(m)}(\vartheta),$$

где  $Y_k^{(m)}(\vartheta)$ —произвольная гиперсферическая гармоника порядка  $k$ . Через  $c$  будем обозначать положительную постоянную, разную в разных местах, зависящую только от выписанных аргументов.

**Теорема 1.** Пусть  $f(\vartheta) \in H(X, \varphi(n))$  и выполняются условия

$$a) \max_{0 \leq j \leq \mu} \sum_{\nu=n}^{\infty} \left| \Delta^j \frac{1}{\varphi(\nu)} \right| \nu^{j-1} = O[\chi(n)],$$

б) существует некоторое число  $\alpha_0 \geq 0$ , такое, что при всех  $\alpha \geq \alpha_0$

$$\max_{0 \leq j \leq \mu} \sum_{\nu=1}^n \left| \Delta^j \frac{1}{\varphi(\nu)} \right| \nu^{j+\alpha} = O[\chi(n)] n^{1+\alpha}.$$

Тогда для любого  $n \geq 1$  справедлива оценка

$$\mathcal{E}_n^{(m)}(f, X) \leq c(m, \varphi) \chi(n) \mathcal{E}_n^{(m)}(H^\alpha f, \tilde{X}). \quad (2)$$

В соотношении (2) постоянная  $c(m, \varphi)$  зависит от операции  $\varphi$ , но не от  $n$ . Заметим, что при  $\varphi(n) = n^\alpha [!n(n+1)]^\gamma$ ,  $\alpha > 0$ ,  $\gamma \geq 0$ , в теореме 1 можно взять  $\chi(n) = n^{-\alpha} [!n(n+1)]^\gamma$ . В случае  $m=2$ , в классе функций, имеющих производную порядка  $\alpha > 0$  по Вейлю, такую теорему с  $\varphi(n) = n^\alpha$  впервые получила Надь [5].

**Теорема 2.** Если  $P_n^{(m)}(\vartheta)$ —произвольный гиперсферический полином  $n$ -го порядка и выполняются условия

$$\max_{0 \leq j \leq \mu-1} |\Delta^j \varphi(n)| n^j = O[\psi(n)], \quad \sum_{\nu=0}^n \Delta^\mu \varphi(\nu) |(\nu+1)^{\mu-1}| = O[\psi(n)], \quad (3)$$

то справедливо неравенство

(<sup>1</sup> Здесь и ниже  $\Delta^j \varphi(\nu)$  обозначает конечную разность порядка  $j$  от функции  $\varphi(\nu)$  с шагом 1, а  $\mu = \left[ \frac{m-2}{2} \right] + 2$ .



$$\|H^\varphi P_n^{(m)}\|_C \leq c(m, \varphi) \psi(n) \|P_n^{(m)}\|_C.$$

В случае  $\varphi(n) = n^\alpha |\ln(n+1)|^\gamma$ ,  $\alpha > 0$ ,  $\gamma \geq 0$ , в теореме 2 можно взять  $\psi(n) = n^\alpha |\ln(n+1)|^\gamma$ . При  $m=2$  и  $\varphi(n) = n^\alpha$ , теорема 2 хорошо известна [6]. Когда  $m=3$ ,  $\varphi(n) = [n(n+1)]^r$  и  $r$  — натуральное число, она была получена Г. Г. Кушниренко [2].

**Теорема 3.** Пусть

$$\mathcal{E}_n^{(m)}(f, C) \leq c(m) \chi(n),$$

где  $\chi(x)$  — некоторая невозрастающая, непрерывная в  $(0, \infty)$  функция, такая, что  $\chi(x) \rightarrow 0$  при  $x \rightarrow \infty$  и для некоторой неотрицательной функции  $\psi(x)$

$$\Phi(n) \equiv \int_n^\infty \frac{\chi(x) \psi(x)}{x} dx < A < \infty,$$

где  $A$  не зависит от  $n$ . Тогда к функции  $f(\vartheta)$  можно применить оператор  $H^\varphi$ , где  $\varphi(n)$  — некоторая функция, определенная из условий (3), функция  $H^\varphi f$  принадлежит  $C(\Omega_m)$  и

$$\mathcal{E}_n^{(m)}(H^\varphi f, C) \leq c(m, \chi, \psi) \Phi(n).$$

Если в теореме 3  $\chi(n) = n^{-\alpha} |\ln(n+1)|^\gamma$ ,  $\gamma \geq 0$ ,  $\alpha > 0$ , то можно взять  $\varphi(n) = n^\beta |\ln(n+1)|^\delta$ , где  $\beta$  — любое число  $\beta < \alpha$ ;  $\delta$  — произвольное положительное число, а

$$\Phi(n) \leq c_1 n^{\beta-\alpha} |\ln(n+1)|^{\delta+\gamma}.$$

Рассмотрим теперь сферический модуль непрерывности функции  $f(\vartheta)$

$$\tilde{\omega}(f, \delta) = \sup_{\gamma \leq \delta} \|f - S_\gamma f\|_C,$$

где  $S_\gamma f(\vartheta)$  представляет среднее значение функции  $f(\vartheta)$  вдоль гиперсферы размерности  $m-1$  с центром в точке  $\vartheta$  со сферическим радиусом, равным  $\gamma$  ([1], стр. 236). Через  $\omega(f, \delta)$  обозначим обычный модуль непрерывности функции  $f(\vartheta)$  на  $\Omega_m$ .

**Теорема 4.** Пусть  $f(\vartheta) \in C(\Omega_m)$ , а функции  $\varphi(n)$  и  $\chi(n)$  удовлетворяют условиям теоремы 1. Тогда, при  $n \geq 1$ , справедливы соотношения

$$\omega\left(H_\varphi f, \frac{1}{n}\right) = O\left(\frac{1}{n}\right) \sum_{\nu=1}^n \chi(\nu) \omega\left(f, \frac{1}{\nu}\right),$$

$$\tilde{\omega}\left(H_\varphi f, \frac{1}{n}\right) = O\left(\frac{1}{n^2}\right) \sum_{\nu=1}^n \nu \chi(\nu) \tilde{\omega}\left(f, \frac{1}{\nu}\right).$$

В случае, когда

$$\varphi(n) = [n(n+m-2)]^{\alpha/2}, \quad \omega(f, \delta) = O(\delta^\beta),$$

$\alpha + \beta < 1$ , из теоремы 4 следует одно утверждение Аскея и Вейнгера ([4], стр. 219).

**Теорема 5.** Пусть  $f(\vartheta) \in L_p(\Omega_m)$  и  $\varphi(n) = [n(n+m-2)]^{\alpha/2} |\ln(n+1)|^{-\gamma}$ ,  $\gamma \geq 0$ . Тогда справедливы утверждения:

ა) Если  $1 \leq p < \infty$  и  $\frac{m-1}{p} < \alpha < 1 + \frac{m-1}{p} \left[ \frac{m-1}{p} < \alpha < \right.$   
 $\left. < 2 + \frac{m-1}{p} \right]$ , то при  $n \geq 1$

$$\omega \left( H_{\varphi} f, \frac{1}{n} \right) = o \left( n^{(m-1)/p-\alpha} \ln^{\nu} (n+1) \right),$$

$$\left[ \tilde{\omega} \left( H_{\varphi} f, \frac{1}{n} \right) = o \left( n^{(m-1)/p-\alpha} \ln^{\nu} (n+1) \right) \right].$$

ბ) Если  $0 < \alpha < (m-1)/p$ ,  $1 \leq p \leq r < \infty$ , то  $H_{\varphi} f \in L_r(\Omega_m)$  и де  
 $\alpha > (m-1)(p^{-1} - r^{-1})$  и

$$\|H_{\varphi} f\|_{L_r} \leq c(m, p, r, \alpha) \|f\|_{L_p}.$$

Теорема 5 усиливает соответствующую теорему из работы [4] (стр. 219). При  $\gamma=0$  ее можно рассматривать, как пространственное обобщение хорошо известных при  $m=2$  результатов (см. работу [7], стр. 207, 213).

Академия наук Грузинской ССР

Вычислительный центр

(Поступило 6. 3.1970)

მათემატიკა

დ. უგულავა

ჰიპერსფერული პოლინომებით მიახლოების თეორიისათვის

რეზიუმე

შესწავლილია ბუტცერის, ბერენსისა და პაველკეს მიერ განხილული  $H(X, \varphi(n))$  [1] კლასის ფუნქციების მიახლოების საკითხი ჰიპერსფერული პოლინომებით. პირდაპირი და შებრუნებული ტიპის თეორემებთან ერთად მიღებულია თეორემები, რომლებიც ხსენებულ კლასს ახსიათებენ კონსტრუქციული თვალსაზრისით.

MATHEMATICS

D. K. UGULAVA

## ON THE THEORY OF APPROXIMATION BY HYPERSPHERICAL POLYNOMIALS

S u m m a r y

The problem of approximation of functions of the class  $H(X, \varphi/n)$  considered by P. Butzer, H. Berens and S. Pawelke (cf. [1]) by hyperspherical polynomials is studied. Besides the direct and converse theorems, some propositions are proved which characterize this class from the constructive point of view.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. H. Berens, P. Butzer, S. Pawelke. Publ. Research Inst. Math. Sciences, ser. A, 4, 1968.
2. Г. Г. Кушниренко. Научн. докл. высш. шк., № 4, 1958.
3. H. Weyl. Vierteljahreschr. Natur. Gesellsch. Zürich, 62, 1917.
4. R. Askey, St. Wainger. Journ. d'Analyse Math., 15, 1965.
5. B. Nagy. Berichte math. phys. Kl. Akad. Wiss. Leipzig, 90, 1938.
6. P. Givin. Duke Math. Journ., 8, 1941.
7. А. Зигмунд. Тригонометрические ряды, т. 2, М., 1965.

А. Р. ЦИЦКИШВИЛИ

## ОБ ЭФФЕКТИВНОМ РЕШЕНИИ НЕКОТОРЫХ ПЛОСКИХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИИ

(Представлено академиком Н. П. Векуа 26.2.1970)

Рассмотрим плоские стационарные задачи теории фильтрации для областей, ограниченных отрезками прямых и депрессионными кривыми.

Отобразим конформно область движения  $z = x + iy$  и область комплексного потенциала  $\omega(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y)$ , где  $\varphi(x, y)$ ,  $\psi(x, y)$  — потенциал скорости и функция тока на верхнюю полуплоскость комплексного переменного  $\zeta = t + i\tau$ . При этом границы области перейдут в отрезки действительной оси плоскости  $\zeta$ . Пусть точки вещественной оси, соответствующие концам участков границ областей фильтрации и комплексного потенциала, будут  $c_1, c_2, \dots, c_n$ , при этом предположим, без ограничения общности, что ни одна из этих точек не совпадает с точкой  $\zeta = \infty$ . Тогда граничные условия для вышеназванных задач имеют вид [1, 2]

$$\operatorname{Im} [k_j(t) z(t) + l_j(t) \omega(t)] = p_j(t), \quad -\infty \leq t \leq +\infty, \quad (j = 1, 2), \quad (1)$$

где  $k_j(t)$ ,  $l_j(t)$ ,  $p_j(t)$ ,  $j = 1, 2$  — заданные кусочно-постоянные функции.

Для решения граничной задачи (1) П. Я. Кочина в 1938 г. предложила новый общий метод. По этому методу условия (1) дифференцируются и изучаются однородные граничные условия относительно функций  $z'(\zeta)$  и  $\omega'(\zeta)$ . Эти функций будут линейно-независимыми решениями дифференциального уравнения второго порядка класса Фукса, которое содержит параметры  $c_1, c_2, \dots, c_{n-2}$ , а также характеристические показатели функции и некоторое число неизвестных аксессуарных параметров.

П. Я. Кочина поставила вопрос о построении решения задачи (1) с помощью метода, данного в работах [3, 4] ибо в решениях, полученных этим методом, не должны входить аксессуарные параметры и параметры, связанные с точкой перегиба, и решения можно получить непосредственно для функций  $z(\zeta)$  и  $\omega(\zeta)$ , не прибегая к интегрированию. Ниже приводится решение задачи (1) именно таким методом.

Воспользуемся результатами работы Н. П. Векуа [3], в которой дано полное исследование задачи (1) с разрывными коэффициентами.

Если ввести аналитический вектор  $\Phi(\zeta) = (z, \omega)$  и вектор  $g(t) = (p_1, p_2)$ , продолжить  $\Phi(\zeta)$  на нижнюю полуплоскость согласно работам [3, 4] и продолженный вектор опять обозначить через  $\Phi(\zeta)$ , то задачу Римана — Гильберта (1) можно привести к задаче сопряжения

$$\Phi^+(t) = G(t) \Phi^-(t) + f(t), \quad -\infty \leq t \leq +\infty, \quad (2)$$

где  $\Phi^+(t)$ ,  $\Phi^-(t)$  — предельные значения вектора  $\Phi(\zeta)$  соответственно, с верхней  $S^+$  и нижней  $S^-$  полуплоскостей, а матрица  $G(t)$  и вектор  $f(t)$  даются равенствами

$$G(t) = G_0^{-1}(t) \overline{G_0(t)}, \quad G_0(t) = \begin{vmatrix} k_1(t) & l_1(t) \\ k_2(t) & l_2(t) \end{vmatrix}, \quad f(t) = 2i G_0^{-1}(t) g(t). \quad (3)$$

Задача сопряжения (2) в данном случае решается эффективно [5, 6]. Но для обратных задач теории фильтрации параметры  $c_1, c_2, \dots, c_v$  неизвестны (три из них можно произвольно зафиксировать).

Пусть среди точек  $c_1, c_2, \dots, c_v$  точки  $c_{i_1}, c_{i_2}, \dots, c_{i_k}$  неособенные [3, 4], а остальные особенные. По смыслу задачи (1) мы должны искать решение в классе  $h(c_{i_1}, c_{i_2}, \dots, c_{i_k}) = h_k$ . На основании результата работы [5] частные и суммарные индексы задачи (2)  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha$  не положительны. Рассмотрим, для определенности, случай, когда индексы отрицательны. В этом случае неоднородная задача (2) имеет решение класса  $h_k$

$$\Phi(\zeta) = \frac{\chi(\zeta)}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\zeta + i}{t + i} \frac{[\chi^+(t)]^{-1} f(t) dt}{t - \zeta} \quad (4)$$

при выполнении условий:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{t-i}{t+i} \right)^n \frac{h_a^+(t)}{(t+i)^2} dt = 0; \quad n = 0, 1, 2, \dots, -\alpha_0 - 2; \quad \alpha = 1, 2; \quad (5)$$

где  $\chi(\zeta)$  — каноническая матрица класса  $h_k$

$$\chi(\zeta) = \begin{vmatrix} \chi_1^1(\zeta) & \chi_1^2(\zeta) \\ \chi_2^1(\zeta) & \chi_2^2(\zeta) \end{vmatrix}, \quad (6)$$

а

$$h^+(t) = [h_1^+(t), h_2^+(t)] = [\chi^+(t)]^{-1} f(t). \quad (7)$$

Чтобы получить решение задачи (1), решение (4) должен удовлетворять дополнительному условию [3, 4]

$$\overline{\Phi(\zeta)} = \Phi(\zeta). \quad (8)$$

Можно проверить [5, 6], что решение (4) удовлетворяет условию (8), так как

$$\begin{aligned} \overline{G} &= G^{-1}, \quad (\zeta - i) \overline{\chi(\zeta)} = (\zeta + i) \chi(\zeta), \quad (t - i)^{-1} \overline{[\chi^+(t)]^{-1} f(t)} = \\ &= -(t + i)^{-1} [\chi^+(t)]^{-1} f(t). \end{aligned} \quad (9)$$

Окончательно, при выполнении условий (5), решение задачи (1) дается формулой (4), а уравнение неизвестной части границы также определяется из уравнения (4).

Число условий (5) иногда будет меньше числа параметров, подлежащих определению. Тогда к этим условиям следует добавить условия о том, что в некоторых точках границы комплексная скорость обращается в нуль или в бесконечность, т. е. имеет место равенство  $z'(c_k) = 0$ ,  $\omega'(c_j) = 0$ . Следовательно, если  $\chi(\zeta)$  построено эффективно, условия (5) запишется явно (условия  $z'(c_k) = 0$ ,  $\omega'(c_j) = 0$  тоже запишется явно).





Окончательно эффективность сводится к решению системы уравнений (5) относительно  $c_1, c_2, \dots, c_{v-3}, Q$  и других параметров, где  $Q$ —расход на фильтрацию. Число уравнений всегда равно числу неизвестных, за исключением некоторых особых случаев.

Ниже мы построим каноническую матрицу задачи (2) с помощью тех решений, которые удается получить по методу П. Я. Кочинной.

Как было сказано в начале, с помощью двух линейно независимых решений уравнения второго порядка класса Фукса  $u(\zeta)$  и  $v(\zeta)$  находясь функции  $z'(\zeta), \omega'(\zeta)$ , [2, 3]. Составляются комбинации  $Au(\zeta) + Bv(\zeta), Cu(\zeta) + Dv(\zeta)$ , где  $A, B, C, D$ —постоянные, такие, что  $AD - BC \neq 0$  и они определяются согласно работе [1]. Составляется матрица

$$\chi_0(\zeta) = \begin{vmatrix} AB \\ CD \end{vmatrix} \begin{vmatrix} u & u'R(\zeta) \\ v & v'R(\zeta) \end{vmatrix}, \quad (10)$$

которая будет нормальной матрицей. Действительно

$$\det \chi_0(\zeta) = R(\zeta) (AD - BC) (\omega' - u'v) \neq 0, \quad (11)$$

$$u'v - v'u' = C_1 \exp \int p(\zeta) d\zeta \neq 0,$$

$$R(\zeta) = (\zeta - c_1)(\zeta - c_2) \dots (\zeta - c_v), \quad (12)$$

где  $C_1$ —постоянная;  $p(\zeta)$ —второй коэффициент дифференциального уравнения Фукса, который вычисляется явно. Из нормальной матрицы  $\chi_0(\zeta)$  можно всегда построить каноническую матрицу класса  $h_k$ , а затем по формуле (4) представить решение при условиях (5).

Академия наук Грузинской ССР  
Тбилисский математический институт  
им. А. М. Размадзе

(Поступило 5.2.1970)

მაჰინამ

ა. ციციშვილი

ფილტრაციის თეორიის ზომიერითი ბრტყელი ამოცანის ეფექტურად ამოხსნის შესახებ

რეზიუმე

ფილტრაციის ბრტყელი ამოცანები, რომელთა შესაბამისი არეები შემოსაზღვრულია წრფის მონაკვეთებით და დებრესის მრუდებით, მიიყვანება რი-მან-ჰილბერტის ამოცანაზე ორი ანალიზური ფუნქციისათვის [2, 3]. ნაშრომში ასეთი ამოცანები მიყვანილია წრფივი შეუღლების არაერთგვაროვან ამოცანაზე [1, 4], სადაც გარდაქმნის მატრიცი უბან-უბან მუდმივია. ამ შემთხვევაში ხეჭრდება ამ ამოცანის ეფექტური ამოხსნა [5, 6]. შედგენილია უცნობი პარამეტრების მიმართ სასრულ განტოლებათა სისტემა.

A. R. TSITSKISHVILI

ON THE EFFECTIVE SOLUTION OF SOME PLANE PROBLEMS  
OF FILTRATION THEORY

## Summary

The filtration plane problems, when their corresponding domains are bounded with segments of lines and depression curves, are brought to the Riemann—Hilbert problem for two analytic functions [2,3]. Such problems are brought to the linear conjugate unhomogeneous problems [1,4] where the transformation matrix is piecewise constant. In this case the problem is solved effectively [5,6]. Finite equations for unknown parameters are formed.

## ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. П. Я. Полубаринова-Кочина. Некоторые задачи плоского движения грунтовых вод. М.—Л., 1942.
2. П. Я. Полубаринова-Кочина. Теория движения грунтовых вод. М., 1952.
3. Н. П. Векуа. Системы сингулярных интегральных уравнений. М., 1950.
4. Н. И. Мухелишвили. Сингулярные интегральные уравнения. М., 1968.
5. А. Р. Цицкишвили. Труды Тбилисского матем. ин-та АН СССР, т. XXXV, 1969.
6. А. Р. Цицкишвили. Сообщения АН СССР, т. 58, № 1, 1970.



Д. В. ШАРИКАДЗЕ

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ СЛАБОПРОВОДЯЩЕЙ  
 ЖИДКОСТИ В ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ С ПОРИСТОЙ ГРАНИЦЕЙ

(Представлено академиком Н. П. Векуа 27.2.1970)

Рассмотрим задачу нестационарного течения вязкой несжимаемой слабопроводящей жидкости в бесконечной области, ограниченной плоской пористой поверхностью, перемещающиеся поступательно в своей плоскости со скоростью  $u(t)$  при учете внешнего магнитного поля.

Основные уравнения магнитной гидродинамики при  $\vec{E} = 0$  и  $R_m \ll 1$  имеют следующий вид:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \Delta) \vec{v} = - \frac{1}{\rho} \text{grad} p + \nu \Delta \vec{v} - \frac{\sigma}{\rho c^2} [\vec{H} [\vec{v} \vec{H}]],$$

$$\text{div } \vec{v} = 0, \quad \text{div } \vec{H} = 0, \quad \text{rot } \vec{H} = 0. \quad (1)$$

Взяв операцию rot от обеих частей первого уравнения (1), после введения функции тока  $v_x = \partial \psi / \partial y$ ,  $v_y = -\partial \psi / \partial x$  будем иметь уравнение

$$\Delta \left( \nu \Delta \psi - \frac{\partial \psi}{\partial t} - m^2 \psi \right) = \psi_y \Delta \psi_x - \psi_x \Delta \psi_y -$$

$$- \frac{\sigma}{\rho c^2} \left( H_x^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - 2 H_x H_y \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} + H_y^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right), \quad (2)$$

где  $H^2 = H_x^2 + H_y^2$ ;  $m^2 = \frac{\sigma H^2}{\rho c^2}$  — параметр взаимодействия.

В этом случае подразумевается, что внешнее магнитное поле лежит в плоскости движения. Если внешнее магнитное поле перпендикулярно плоскости движения, то функция тока удовлетворяет следующему уравнению:

$$\Delta \left( \nu \Delta \psi - \frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{\sigma H_z^2}{\rho c^2} \psi \right) = \psi_y \Delta \psi_x - \psi_x \Delta \psi_y. \quad (3)$$

Мы будем исходить из уравнения (2), так как оно содержит все остальные случаи задания внешнего магнитного поля.

Пусть ось  $Ox$  направлена по скорости  $u(t)$  перемещения плоскости, а  $Oy$  — перпендикулярна к граничной плоскости. При  $y = 0$   $\frac{\partial \psi}{\partial x} \Big|_{y=0} = v_0(t)$ , поэтому для функции тока должно выполняться условие [1]

$$\psi(x, 0, t) = xv_0(t) + A_0(t),$$

где  $A_0(t)$  — произвольная функция времени. Исходя из такого представления, функцию тока будем искать в виде  $\psi(x, y, t) = xv_0(t) + \varphi(y, t)$ , где  $v_0(t)$  — скорость пористости.

Тогда из уравнения (2) для  $\varphi(y, t)$  получим

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( \nu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + v_0(t) \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{\partial \varphi}{\partial t} - m^2 \varphi \right) = 0, \quad m^2 = \frac{\sigma H_y^2}{\rho c^2}. \quad (4)$$

Если ввести новую функцию  $f = \frac{\partial \varphi}{\partial y}$ , то из равенства (4), после интегрирования по  $y$ , будем иметь

$$\nu \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + v_0(t) \frac{\partial f}{\partial y} - \frac{\partial f}{\partial t} - m^2 f + A(t) = 0,$$

где  $A(t)$  — произвольная функция. Но при  $y \rightarrow \infty$  функция  $f$  со своими производными должна обращаться в нуль, поэтому  $A(t) = 0$  и для  $f(y, t)$  будем иметь следующее уравнение:

$$\nu \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + v_0(t) \frac{\partial f}{\partial y} - \frac{\partial f}{\partial t} - m^2 f = 0. \quad (5)$$

Если движение пористой плоскости начинается из покоя, то для  $f(y, t)$  начальные и граничные условия можно записать в виде

$$f(y, 0) = 0, \quad f(0, t) = u(t), \quad f(\infty, t) = 0. \quad (6)$$

Легко показать единственность решения поставленной задачи. В самом деле, для этого достаточно доказать, что уравнение (5) имеет только нулевое решение при однородных предельных условиях.

Умножим уравнение (5) на  $f$  и преобразуем его:

$$2\nu \frac{\partial}{\partial y} f \frac{\partial f}{\partial y} - 2\nu \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 - 2m^2 f^2 + v_0 \frac{\partial f^2}{\partial y} - \frac{\partial f^2}{\partial t} = 0.$$

Применим к обеим частям последнего равенства оператор  $\int_0^t dt \int_0^\infty dy$ . Тогда после несложных преобразований получим

$$\int_0^\infty f^2 dy = -2 \int_0^t dt \int_0^\infty \left[ \nu \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 + m^2 f^2 \right] dy,$$

откуда и вытекает единственность  $f \equiv 0$ .

Легко показать, что решение (5), удовлетворяющее (6), для компонент скорости даст

$$v_x(y, t) = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \int_0^t u(\tau) \exp \left\{ - \frac{\left[ y + \int_0^{t-\tau} v_0(\xi) d\xi \right]^2}{4\nu(t-\tau)} - m^2(t-\tau) \right\} \frac{y d\tau}{2\sqrt{\pi\nu(t-\tau)}}. \quad (8)$$

$$v_y = -v_0(t).$$

Из выражения (7) следует, что при некоторых значениях скорости пластинки и скорости проницаемости его всегда можно привести к табличным интегралам.

Пусть  $u = u_0 = \text{const}$  и  $v_0 = \text{const}$ . Тогда из равенства (8) получим

$$v_x = \frac{u_0}{2} \left\{ \exp \left[ \left( -\frac{v_0}{2\nu} - \sqrt{\frac{v_0^2}{4\nu^2} + \frac{m^2}{\nu}} \right) y \right] \times \right. \\ \times \operatorname{erfc} \left[ \frac{y}{2\sqrt{\nu t}} - \sqrt{\left( \frac{v_0^2}{4\nu} + m^2 \right) t} \right] + \exp \left[ \left( -\frac{v_0}{2\nu} + \sqrt{\frac{v_0^2}{4\nu^2} + \frac{m^2}{\nu}} \right) y \right] \times \\ \left. \times \operatorname{erfc} \left[ \frac{y}{2\sqrt{\nu t}} + \sqrt{\left( \frac{v_0^2}{4\nu} + m^2 \right) t} \right] \right\}, \quad (9)$$

где

$$\operatorname{erfc} x = 1 - \operatorname{erf} x = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp \{-z^2\} dz.$$

При отсутствии проницаемости  $v_0 = 0$  выражение (9) сводится к решению, полученному в работе [2]

$$v_x = \frac{u_0}{2} \left\{ \exp \left[ -\frac{m}{\sqrt{\nu}} y \right] \operatorname{erfc} \left[ \frac{y}{2\sqrt{\nu t}} - m\sqrt{t} \right] + \right. \\ \left. + \exp \left[ \frac{m}{\sqrt{\nu}} y \right] \operatorname{erfc} \left[ \frac{y}{2\sqrt{\nu t}} + m\sqrt{t} \right] \right\},$$

а при  $v_0 = 0$  и  $m = 0$  получаем выражение скорости и жидкости разгонного течения непроницаемой плоской пластинки [3]  $v_x = u_0 \operatorname{erfc} \frac{y}{2\sqrt{\nu t}}$ .

Из уравнения движения (1) можно написать для давления следующее выражение:

$$p = \left( -\rho \frac{dv_0}{dt} + \frac{\sigma H_x^2}{\rho c^2} v_0 \right) - y \frac{\sigma H_x H_y}{\rho c^2} \int \varphi(y, t) dy + B(t).$$

Для силы трения и нормального напряжения будем иметь

$$\tau_{xy} = \mu \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right) = \mu \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \mu \frac{\partial f}{\partial y}, \\ \tau_{yy} = -p - 2\mu \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} = -p.$$

Таким образом, нормальное напряжение равно гидродинамическому давлению и она на стенке зависит только от времени. Сила же трения, действующая на единицу площади стенки при  $v_0 = \text{const}$  и  $u = u_0 = \text{const}$ , будет выражена в следующем виде:

$$\tau_{xy} = \mu \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right)_{y=0} = \\ = -\mu v_0 \left\{ \frac{v_0}{2\nu} + \sqrt{\frac{v_0^2}{4\nu^2} + \frac{m^2}{\nu}} \operatorname{erf} \sqrt{\left( \frac{v_0^2}{4\nu} + m^2 \right) t} + \right. \\ \left. + \exp \left[ -\frac{\left( \frac{v_0^2}{4\nu} + m^2 \right) t}{\frac{1}{\pi \nu t}} \right] \right\}. \quad (10)$$

Если  $v_0 = 0$ , то для силы трения получим выражение [2]

$$\tau_{xy} = -\mu u_0 \left\{ \frac{m}{\sqrt{\nu}} \operatorname{erf} m\sqrt{t} + \frac{\exp \{-m^2 t\}}{\sqrt{\pi \nu t}} \right\}, \quad (11)$$

а при  $v_0 = 0$  и  $m = 0$  будем иметь [3]  $\tau_{xy}^{00} = -\mu \frac{u_0}{\sqrt{\pi \nu t}}$ .

Сравнивая выражения (10) и (11), замечаем, что

$$\tau_{xy} = \sqrt{\pi \nu t} \tau_{xy}^{00} \left\{ \frac{v_0}{2\nu} + \sqrt{\frac{v_0^2}{4\nu^2} + \frac{m^2}{\nu}} \operatorname{erf} \sqrt{\left(\frac{v_0^2}{4\nu} + m^2\right)t} + \exp \left[ -\frac{\left(\frac{v_0^2}{4\nu} + m^2\right)t}{\sqrt{\pi \nu t}} \right] \right\}. \quad (12)$$

Если ввести обозначения  $\frac{v_0^2}{4\nu} + m^2 = M^2$ , то выражение (10) можно записать в виде

$$\tau_{xy} = -\mu u_0 \left\{ \frac{v_0}{2\nu} + \frac{M}{\sqrt{\nu}} \operatorname{erf} M \sqrt{t} + \frac{1}{\sqrt{\pi \nu t}} \exp \{-M^2 t\} \right\}. \quad (13)$$

Последние две слагаемые дают выражения (11) с обобщенным параметром взаимодействия  $M$  и поэтому результат (13) можно сформулировать следующим образом.

При рассмотрении течения пористой пластинки со скоростью проницаемости  $v_0$  истинная сила трения складывается из силы трения (11) с параметром взаимодействия  $M$  и члена  $\rho u_0 v_0 / 2$ , обусловленного пористостью.

Тбилисский государственный университет

(Поступило 6.3.1970)

მეცნიერება

წ. შარიკაძე

სუსტადგამტარი სითხის არასტაციონარული მოძრაობა ფოროვან საზღვრთან ნახევარსივრცეში

რეზიუმე

შესწავლილია სუსტადგამტარი ბლანტი უკუმში სითხის არასტაციონარული მოძრაობა ფოროვანი კედლით შემოსაზღვრულ ნახევარსივრცეში მაგნიტური ველის მოქმედებისას. დამტკიცებულია დასმული ამოცანის ამოხსნის ერთადერთობა და მიღებულია ამოხსნები სიჩქარისა და ხაზუნის ძალებისათვის ცხადი სახით, როცა  $u = \text{const}$  და  $v_0 = \text{const}$ .

MECHANICS

D. V. SHARIKADZE

UNSTEADY FLOW OF WEAKLY CONDUCTING FLUID IN SEMI-INFINITE SPACE WITH POROUS BOUNDARY

Summary

The problem of unsteady flow of viscous incompressible weakly conducting fluid in semi-infinite space bounded by a porous plate is considered. The uniqueness of the solution of the problem set is proved.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Д. Е. Долидзе. Труды Тбил. гос. университета, т. 64, 1957.
2. V. Y. Rossow. NASA TN, № 3971, 1957.
3. Г. Шлихтинг. Теория пограничного слоя. М., 1956.



В. В. ЧАВЧАНИДЗЕ  
 (член-корреспондент АН ГССР)

### КВАНТОВО-ИНФОРМАЦИОННЫЕ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ

В работах [1, 2] были введены так называемые „информационные функции“, как алгебрологические функции, позволившие, в частности, учесть пороги формальных нейронов [3—5]. Путем обобщения понятия информационных функций для квантово-логических детерминистских и вероятностных переменных введем квантово-информационные функции, пользуясь описанием квантовой механики для дискретных состояний [6]. Слово „квантовый“ понимается как двухкомпонентности переменных, задаваемых комплексными дискретными величинами с особой нормировкой. Каждому состоянию входного набора сопоставляется одно из состояний дихотомической квантовой переменной, далее именуемой функцией.

Следуя методу работ [3, 7], пространство всех возможных состояний на  $\{m\}$  наборе переменных опишем с помощью  $2m$  базисных ортонормированных вектор-столбцов состояний  $\Psi_{x_i}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) ранга  $2^m = k$  и соответствующего инверсного набора. Так как задание в форме столбца не обязательно, представим  $\Psi_{x_i}$  в виде строки, порядок элементов в которой будет отражать порядок строк в вектор-столбце

$$\Psi_{x_1} = [c_1 e^{j\varphi_1/2}, c_1 e^{j\varphi_1/2}, \dots, c_1 e^{j\varphi_1/2}, \bar{c}_1 e^{j\varphi_1/2}, \bar{c}_1 e^{j\varphi_1/2}, \dots, \bar{c}_1 e^{j\varphi_1/2}],$$

$$\Psi_{x_2} = [c_2 e^{j\varphi_2/2}, \dots, c_2 e^{j\varphi_2/2}, \bar{c}_2 e^{j\varphi_2/2}, \dots, \bar{c}_2 e^{j\varphi_2/2}, c_2 e^{j\varphi_2/2}, \dots, \\ c_2 e^{j\varphi_2/2}, \bar{c}_2 e^{j\varphi_2/2}, \dots, \bar{c}_2 e^{j\varphi_2/2}],$$

$$\Psi_{x_m} = [c_m e^{j\varphi_m/2}, \bar{c}_m e^{j\varphi_m/2}, c_m e^{j\varphi_m/2}, \bar{c}_m e^{j\varphi_m/2}, \dots, c_m e^{j\varphi_m/2}, \bar{c}_m e^{j\varphi_m/2}].$$

Инверсный набор базисных вектор-столбцов  $\bar{\Psi}_{x_1}, \bar{\Psi}_{x_2}, \dots, \bar{\Psi}_{x_m}$  получается с помощью операции „—“ над всеми символами  $c_i, \bar{c}_i$  и  $\varphi_i, \bar{\varphi}_i$ . При этом  $\bar{\bar{c}}_i = c_i$  и  $\bar{\bar{\varphi}}_i = \varphi_i$ . „Период— $P_i$ “ повторения элементов в вектор-столбцах  $\Psi_{x_i}$  или  $\bar{\Psi}_{x_i}$  связан с номером переменной  $i$  соотношением  $P_i = 2^{m-i}$ . Вместо векторного может оказаться удобным обозначение

$$\Psi_{x_i}(l) = \text{Sib} \left\{ \frac{l, \bar{c}_i e^{j\varphi_i/2}}{P_i} \right\}, \quad \bar{\Psi}_{x_i}(l) = \text{Cob} \left\{ \frac{l, \bar{c}_i e^{j\varphi_i/2}}{P_i} \right\},$$

где „Sib“ читается как „синус булев“, а „Cob“—как „косинус булев“;



$\Psi_{x_l}(l)$  —  $l$ -я строка вектор-матрицы ранга  $k$  с периодом  $P_l$ . Чтобы определить значение функции „в точке  $l$ “, достаточно произвести двоичное разложение числа  $l$  ( $l = 1, 2, \dots, 2^m$ ): попадание  $l$  в четный период Sib.

функции даст значение  $\bar{a} = \bar{c}_i e^{j\bar{\varphi}_i/2}$ , а в нечетный период —  $a = c_i e^{j\varphi_i/2}$ . Для Соб функции — инверсно. Это простое правило делает излишним табличное хранение значений функций типа Sib и Соб. В наших обозначениях [3]  $\bar{c}_i$  принимает два значения  $\sigma$  или  $\Lambda$ , с соответствующим [3, 5, 7, 8] операционным представлением.

Вместо двухкомпонентной мультипликативной алгебро-логической величины  $a$  введем понятие обобщенного  $r$  компонентного комплекса  $a = \{A_1, A_2, \dots, A_r\}$ , где  $A_j \in K$  принадлежат некоторому классу  $K$ , определенному для произвольных абстрактных теоретико-множественных объектов произвольной алгебраической структуры. Любое  $A_j \in K$  имеет сопряженную пару в указанном классе  $K$  („булев класс“), обозначаемую через  $\bar{A}_j$  („—“ читается как „инверсия“ — свойство, обобщающее понятие дополнения). Таким образом, кокомплекс к  $a$  есть  $\bar{a} = \{\bar{A}_1, \bar{A}_2, \dots, \bar{A}_r\}$ , где значки „—“ читаются как „инверсия к  $j$ -й компоненте“ комплекса  $a$ , которая по отношению к первой компоненте  $\bar{c}_i$  понимается как логическое дополнение  $\bar{c}_i = \sigma - c_i$ ,  $\bar{\bar{c}}_i = c_i$ , а по отношению ко второй  $e^{j\bar{\varphi}_i/2}$  — как  $\bar{\varphi}_i = \pi - \varphi_i$ ,  $\bar{\bar{\varphi}}_i = \varphi_i$ . Вернемся к двухкомпонентным комплексам. Произвольную квантово-информационную переключательную функцию от  $m$  квантовых переменных

$$\tilde{\Psi}_f = f(\tilde{\Psi}_{x_1}, \tilde{\Psi}_{x_2}, \dots, \tilde{\Psi}_{x_m})$$

определим как результат трех допустимых операций над вектор-матрицами ранга  $k$  [8]: бинарных — матричное сложение и конъюнктивное умножение, и монарной — переход к инверсной матрице, понимаемый как переход ко всем инверсным элементам матрицы. Такой подход позволяет сразу построить все 16 переключательных функций не только для однокомпонентных комплексов (пропозиционные [3], предикатные или венновские [5, 7] переменные), но и для двухкомпонентных алгебро-логических величин. В таблице приведены 16 квантово-информационных стохастических переключательных функций для случая  $m=2$ . Переход к случаю большего числа переменных не связан с трудностями. Здесь  $\alpha_i$  и  $\bar{\alpha}_i$  понимаются не как вероятности, а как амплитуды вероятностей [6], связанные соотношением  $|\alpha_i|^2 + |\bar{\alpha}_i|^2 = 1$ .

Положив  $c_i = \sigma$ ,  $\bar{c}_i = \Lambda$ ,  $\varphi_i = 0$  и  $\bar{\varphi}_i = \pi$ , получим обычные переключательные функции в первой кодировке [8], а допустив  $c_i = \sigma$ ,  $\bar{c}_i = \Lambda$ ,  $\varphi_i = \pi$  и  $\bar{\varphi}_i = 0$ , получим переключательные функции во второй кодировке. Легко заметить, что оставив свободными фазы  $(\varphi_i, \bar{\varphi}_i)$  при одной из возможных кодировок, мы не получим таблицы переключательных функций в обще-





$f_7$	$\Psi_{x_1} + \bar{\Psi}_{x_2}$	$f_8$	$\Psi_{x_1} \cdot \Psi_{x_2}$	$f_9$	$\frac{(\Psi_{x_1} + \bar{\Psi}_{x_2}) \cdot (\bar{\Psi}_{x_1} + \Psi_{x_2})}{(\bar{\Psi}_{x_1} + \Psi_{x_2})}$	$f_{10}$	$\Psi_{x_2}$	$f_{11}$	$\bar{\Psi}_{x_1} + \Psi_{x_2}$	$f_{12}$	$\Psi_{x_1}$	$f_{13}$	$\Psi_{x_1} + \bar{\Psi}_{x_2}$	$f_{14}$	$\Psi_{x_1} + \Psi_{x_2}$	$f_{15}$	$\frac{(\Psi_{x_1} + \bar{\Psi}_{x_2}) \cdot (\bar{\Psi}_{x_1} + \Psi_{x_2})}{(\Psi_{x_1} + \bar{\Psi}_{x_2})}$
0	$\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}$	1	$\alpha_1 \alpha_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	1	$\frac{(\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}) \cdot (\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2})}{(\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2})}$	1	$\alpha_2 e^{i\varphi_2}$	1	$\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2}$	1	$\alpha_1 e^{i\varphi_1}$	1	$\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}$	1	$\alpha_1 e^{i\varphi_1} \cdot \alpha_2 e^{i\varphi_2}$	1	$\frac{(\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}) \cdot (\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2})}{(\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2})}$
1	$\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2}$	0	$\alpha_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	0	$\frac{(\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}) \cdot (\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2})}{(\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2})}$	0	$\bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}$	0	$\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}$	1	$\alpha_1 e^{i\varphi_1}$	1	$\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2}$	1	$\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}$	1	$\frac{(\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}) \cdot (\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2})}{(\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2})}$
1	$\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}$	0	$\alpha_1 \alpha_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	0	$\frac{(\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}) \cdot (\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2})}{(\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2})}$	1	$\alpha_2 e^{i\varphi_2}$	1	$\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2}$	0	$\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1}$	0	$\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}$	1	$\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2}$	1	$\frac{(\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}) \cdot (\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2})}{(\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2})}$
1	$\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2}$	0	$\alpha_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	1	$\frac{(\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2}) \cdot (\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2})}{(\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2})}$	0	$\bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}$	1	$\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}$	0	$\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1}$	1	$\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2}$	0	$\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}$	1	$\frac{(\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2}) \cdot (\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2})}{(\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2})}$

$x_1$	$\Psi_{x_1}$	$x_2$	$\Psi_{x_2}$	$f_0$	$\frac{\Psi_{x_1} \bar{\Psi}_{x_1} + \bar{\Psi}_{x_2} \Psi_{x_2}}{\Psi_{x_1} \bar{\Psi}_{x_1} + \bar{\Psi}_{x_2} \Psi_{x_2}}$	$f_1$	$\bar{\Psi}_{x_1} + \bar{\Psi}_{x_2}$	$f_2$	$\bar{\Psi}_{x_1} \cdot \Psi_{x_2}$	$f_3$	$\bar{\Psi}_{x_1}$	$f_4$	$\Psi_{x_1} \cdot \bar{\Psi}_{x_2}$	$f_5$	$\bar{\Psi}_{x_2}$	$f_6$	$\frac{\Psi_{x_1} \bar{\Psi}_{x_1} + \bar{\Psi}_{x_2} \Psi_{x_2}}{\bar{\Psi}_{x_1} + \bar{\Psi}_{x_2}}$
1	$\alpha_1 e^{i\varphi_1}$	1	$\alpha_2 e^{i\varphi_2}$	0	$\frac{\alpha_1 \bar{\alpha}_1 e^{i(\varphi_1 + \varphi_1)} + \alpha_2 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_2 + \varphi_2)}}{\alpha_1 \bar{\alpha}_1 e^{i(\varphi_1 + \varphi_1)} + \alpha_2 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_2 + \varphi_2)}}$	0	$\bar{\alpha}_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	0	$\bar{\alpha}_1 \alpha_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	0	$\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1}$	0	$\alpha_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	0	$\bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}$	0	$\frac{\alpha_1 \bar{\alpha}_1 e^{i(\varphi_1 + \varphi_1)} + \alpha_2 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_2 + \varphi_2)}}{\bar{\alpha}_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}}$
1	$\alpha_1 e^{i\varphi_1}$	0	$\bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}$	0	$\frac{\alpha_1 \bar{\alpha}_1 e^{i(\varphi_1 + \varphi_1)} + \alpha_2 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_2 + \varphi_2)}}{\alpha_2 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_2 + \varphi_2)}}$	0	$\bar{\alpha}_1 \alpha_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	0	$\bar{\alpha}_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	0	$\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1}$	1	$\alpha_1 \alpha_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	1	$\alpha_2 e^{i\varphi_2}$	1	$\frac{\alpha_1 \bar{\alpha}_1 e^{i(\varphi_1 + \varphi_1)} + \alpha_2 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_2 + \varphi_2)}}{\bar{\alpha}_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}}$
0	$\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1}$	1	$\alpha_2 e^{i\varphi_2}$	0	$\frac{\alpha_1 \bar{\alpha}_1 e^{i(\varphi_1 + \varphi_1)} + \alpha_2 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_2 + \varphi_2)}}{\alpha_2 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_2 + \varphi_2)}}$	0	$\alpha_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	1	$\alpha_1 \alpha_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	1	$\alpha_1 e^{i\varphi_1}$	0	$\bar{\alpha}_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	0	$\bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}$	1	$\frac{\alpha_1 \bar{\alpha}_1 e^{i(\varphi_1 + \varphi_1)} + \alpha_2 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_2 + \varphi_2)}}{\alpha_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}}$
0	$\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1}$	0	$\bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}$	0	$\frac{\alpha_1 \bar{\alpha}_1 e^{i(\varphi_1 + \varphi_1)} + \alpha_2 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_2 + \varphi_2)}}{\alpha_2 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_2 + \varphi_2)}}$	1	$\alpha_1 \alpha_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	0	$\alpha_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	1	$\alpha_1 e^{i\varphi_1}$	0	$\bar{\alpha}_1 \alpha_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	1	$\alpha_2 e^{i\varphi_2}$	0	$\frac{\alpha_1 \bar{\alpha}_1 e^{i(\varphi_1 + \varphi_1)} + \alpha_2 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_2 + \varphi_2)}}{\alpha_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}}$

\* В статье [7] для функции  $f_0$  нами допущена ошибка при задании формы, распределяющей 10-ю функцию. Для детерминистски заданных переключательных функций эта ошибка не играет роли.



принятом толковании. Именно поэтому, следуя работам [2, 5, 8], имеет смысл эти функции именовать информационно-переключательными. Фазы  $\varphi_i$ , толкование которых дано в работах [2, 5, 6, 9], несут избыточную информацию и их истолкование в рамках, принятых в классической символической логике, невозможно [10].

Указанные таблицы, в сущности, дают базу для построения дискретной и вероятностной квантовой логики. Они же позволяют построить последовательную теорию квантовых автоматов. Наиболее трудным при таком логическом обобщении известных физических теорий [6, 11] становится вопрос толкования фаз. В последующих сообщениях будут уточнены вопросы вычисления матричных элементов от билинейных форм, проблемы „измерения“ и „наблюдения“ над квантовыми волновыми автоматами.

Академия наук Грузинской ССР  
 Институт кибернетики

(Поступило 26.12.1969)

კიბერნეტიკა

8. ზანზანიძე

(საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის წევრ-კორესპონდენტი)

კვანტურ-ინფორმაციული გადაგრძელები ფუნქციები

რეზიუმე

ინფორმაციული ფუნქციების ცნების განზოგადების საფუძველზე შემოტანილია კვანტურ-ინფორმაციული ფუნქციები, რაც ეყრდნობა კვანტურ-ლოგიკური დეტერმინისტული და სტოქასტური ცვლადების მდგომარეობათა მატრიცულ-ანალიზურ წარმოდგენას.

CYBERNETICS

V. V. CHAVCHANIDZE

## QUANTUM-INFORMATION SWITCHING FUNCTIONS

Summary

On the basis of generalization of information functions quantum-information functions are introduced using the matrix-analytical representation of states of quantum-logical deterministic and stochastic variables.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. В. В. Чавчанидзе. Тезисы докладов Всесоюзного совещания по теории вероятностей и математической статистике. Тбилиси, 1963.
2. В. В. Чавчанидзе. Сообщения АН СССР, т. XXXII, № 2, 1963.
3. В. В. Чавчанидзе. Сообщения АН ГССР, т. XXXIII, № 1, 1964.
4. В. В. Чавчанидзе и др. Тезисы II симпозиума по кибернетике. Тбилиси, 1965.
5. В. В. Чавчанидзе, И. Ш. Чумбуридзе. Сообщения АН ГССР, 46, № 3, 1967.
6. В. В. Чавчанидзе, Сб. «Материалы IV Всес. симп. по кибернетике», 1968.
7. В. В. Чавчанидзе, И. Ш. Чумбуридзе. Сб. «Теоретич. вопросы бионики». Тбилиси, 1966.
8. В. В. Чавчанидзе. Сообщения АН ГССР, 51, № 2, 1968.
9. В. В. Чавчанидзе. Информационные материалы, 7, М., 1968, 91.
10. Н. Е. Кобринский и др. Введение в теорию конечных автоматов. М., 1962.
11. В. В. Чавчанидзе. Сб. «Бионические принципы самоорганизации». Тб., 1969.



А. Ф. ХВЕДЕЛИДZE

К ВОПРОСУ О ВЫПОЛНЕНИИ МОДУЛЬНЫХ ОПЕРАЦИЙ НАД  
 МАТРИЧНЫМИ ПРЕДСТАВЛЕНИЯМИ СОК

(Представлено членом-корреспондентом Академии В. В. Чавчанидзе 30.1.1970)

Возможность задания выходных модульных функций суммирования, вычитания и умножения квадратными матрицами, отличающимися свойствами диагональной симметрии и повторяемости равнозначных элементов, допускает минимизацию описаний и целесообразность использования табличных методов выполнения арифметических операций в СОК [1, 2].

Пусть  $\delta_k$  ( $\delta_{1,k}, \delta_{2,k}, \dots, \delta_{j,k}$ ) — входное состояние операнда для модульной величины  $k$  и каждая компонента  $\delta_{ik}$  — двоичная переменная

$$\delta_{ik} = \begin{cases} 0, & i \neq k, \\ 1, & i = k, \end{cases} \\ i, k = 1, 2, \dots, p.$$

Матричные представления  $S$ ,  $D$  и  $M$  выходных состояний модульного суммирования, вычитания и умножения операндов  $\delta_i$  и  $\delta_k$

$$S = [\Delta_1(s), \Delta_2(s), \dots, \Delta_p(s)], \\ \Delta_i(s) = \begin{bmatrix} \delta_{i1} & \delta_{i2} & \dots & \delta_{ip} \\ \delta_{i+1,1} & \delta_{i+1,2} & \dots & \delta_{i+1,p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{i+p-1,1} & \delta_{i+p-1,2} & \dots & \delta_{i+p-1,p} \end{bmatrix}, \\ j \equiv i + n - 1, \quad (\text{МОД. } p), \\ i, j = 1, 2, \dots, p, \quad n = 2, 3, \dots, p;$$

$$D = [\Delta_1(d), \Delta_2(d), \dots, \Delta_p(d)], \\ \Delta_i(d) = \begin{bmatrix} \delta_{i1} & \delta_{i2} & \dots & \delta_{ip} \\ \delta_{i+p-1,1} & \delta_{i+p-1,2} & \dots & \delta_{i+p-1,p} \\ \delta_{i+p-2,1} & \delta_{i+p-2,2} & \dots & \delta_{i+p-2,p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{i+1,1} & \delta_{i+1,2} & \dots & \delta_{i+1,p} \end{bmatrix}, \\ j \equiv i + n - 1, \quad (\text{МОД. } p), \\ i, j = 1, 2, \dots, p, \quad n = 2, 3, \dots, p;$$

$$M = [\Delta_1(m), \Delta_2(m), \dots, \Delta_p(m)], \\ \Delta_i(m) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ \delta_{i1} & \delta_{i2} & \dots & \delta_{ip} \\ \delta_{2i-1,1} & \delta_{2i-1,2} & \dots & \delta_{2i-1,p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{(p-1)i-(p-2),1} & \delta_{(p-1)i-(p-2),2} & \dots & \delta_{(p-1)i-(p-2),p} \end{bmatrix}, \\ j \equiv (n-1)i - (n-2), \quad (\text{МОД. } p), \\ i, j = 1, 2, \dots, p, \quad n = 2, 3, \dots, p,$$



позволяют поставить в соответствие каждой модульной операции равенство

$$\delta_l = \Delta_h(s; d; m) \cdot \delta_i, \quad (1)$$

где  $\Delta_h(s; d; m)$  — матрица возможных выходных состояний по операнду  $\delta_h$ .

Компоненты операнда  $\delta_i$  ( $\delta_{1l}, \delta_{2l}, \dots, \delta_{pl}$ ) подчиняются матрице выходных состояний и для модульного суммирования операндов имеют вид

$$\begin{aligned} \delta_{1l} &= \delta_{i1} \delta_{1h} + \delta_{i+1,1} \delta_{2h} + \dots + \delta_{i+p-1,1} \delta_{ph}, \\ \delta_{2l} &= \delta_{i2} \delta_{1h} + \delta_{i+1,2} \delta_{2h} + \dots + \delta_{i+p-1,2} \delta_{ph}, \\ &\dots \\ \delta_{pl} &= \delta_{ip} \delta_{1h} + \delta_{i+1,p} \delta_{2h} + \dots + \delta_{i+p-1,p} \delta_{ph}. \end{aligned} \quad (2)$$

Матричные представления выходных состояний модульного вычитания и умножения операндов устанавливают уравнения, идентичные уравнениям (2). Таким образом, каждой модульной операции соответствует матричная запись линейного преобразования и уравнения компонент выходных операндов инварианты относительно модульных операций.

Рассматривая каждую компоненту операнда  $\delta_l$  ( $\delta_{1l}, \delta_{2l}, \dots, \delta_{pl}$ ) как функцию двойчных переменных  $\delta_{1h}, \delta_{2h}, \dots, \delta_{ph}$ , получаем

$$\begin{aligned} \delta_{1l} &= \delta_{i1} \delta_{1h} \vee \delta_{i+1,1} \delta_{2h} \vee \dots \vee \delta_{i+p-1,1} \delta_{ph}, \\ \delta_{2l} &= \delta_{i2} \delta_{1h} \vee \delta_{i+1,2} \delta_{2h} \vee \dots \vee \delta_{i+p-1,2} \delta_{ph}, \\ &\dots \\ \delta_{pl} &= \delta_{ip} \delta_{1h} \vee \delta_{i+1,p} \delta_{2h} \vee \dots \vee \delta_{i+p-1,p} \delta_{ph}. \end{aligned}$$

Матричное представление выходных состояний модульного суммирования, включающее полный набор выходных состояний по каждому операнду, можно оставить исходным в равенстве (1) и для модульных операций вычитания и умножения. Тогда компоненты операнда  $\delta_i$  при вычитании определяются по уравнениям

$$\delta_{jl} = \delta_{ij} \delta_{1h} \vee \delta_{i+p-1,j} \delta_{2h} \vee \delta_{i+p-2,j} \delta_{3h} \vee \dots \vee \delta_{i+1,j} \delta_{ph},$$

$$i, j, k, l = 1, 2, \dots, p;$$

при умножении операндов

$$\delta_{jl} = \delta_{ij} \delta_{n(0,j),h} \vee \delta_{i+1,j} \delta_{n(1,j),h} \vee \dots \vee \delta_{i+p-1,j} \delta_{n(p-1,j),h},$$

$$i, j, k, l, n = 1, 2, \dots, p,$$

где каждое уравнение включает все наборы  $n$ , удовлетворяющие сравнению  $n(i-1) \equiv i+j-2 \pmod{p}$ .

Совершенная дизъюнктивная нормальная форма компонент операндов позволяет интерпретировать действия над матричными представлениями СОК в терминах операций „картинной“ арифметики [3].

В качестве примера СОК для выполнения операций над матричными представлениями операндов может быть предложена сильно избыточная система с основаниями

$$p_1, p_2 = p_1 + 1, p_3 = p_1 \cdot p_2 + 1, \dots, p_n = \prod_{i=1}^{n-1} p_i + 1.$$



დია ვრდელანი ვიხოდნი ფუნქცია ვერეპოლნიანი ვი ეთი სისტემა ისპოლზეთა დოპოლნილნიი „ინფორმაციონნიი“ ვრადი

$$r_i \equiv x'_i + x_i, \quad (\text{მოდ. } p_i)$$

$$i = 1, 2, \dots, n,$$

აე  $x'_i$ —კოდევი სივოლი  $i$ -გო ვრადი ვრდელანი ვი სოკ;  $x_i$ —კოდევი სივოლი  $i$ -გო ვრადი ვი სოვრდესნიი პოზიციონნიი სისტემა სო სივანიანი ვრდელანიანი.

სისტემა „ინფორმაციონნიი“ ვრადიანი  $r_1, r_2, \dots, r_n$  ვრდელანიანი მოდულიანი ვერაციანი იდენტიჩნი სისტემა ვრდელანი

$$r_i(x_i) + r_i(y_i) \equiv r_i(z_i), \quad (\text{მოდ. } \prod_{s=1}^{i-1} p_s),$$

$$r_i(x_i) \cdot r_i(y_i) \equiv r_i(z_i), \quad (\text{მოდ. } \prod_{s=1}^{i-1} p_s),$$

$$i = 1, 2, \dots, n,$$

ა ვიხოდნი ფუნქცია ვერეპოლნიანი  $P_n$  ვრი სუმივრანი კოდევი მოზეთა ვედა კვადრათნი მატრიჩი ვრდელანი  $r_n \times r_n$ , უ კოდევი ვი ვლენტი კაჟი პოდიავიანი ვრდელანი ედნიე.

აკადემია ნაკ ვრდელანიი სსრ  
ინსტიტუტი კიბერნიეტიკი

(პოსუტილი 30.1.1970)

კიბერნიეტიკა

ა. ხვედელიძე

ნაშოთა კლასიკის სისტემის მატრიცულ წარმოდგენებში მოდულური  
ოპერაციების წარმოდგენის საკითხის შესახებ

რეზიუმე

შეკრების, გამოკლებისა და გამრავლების გამოსავალ მოდულურ ფუნქციონთა მატრიცული წარმოდგენების ანალიზისას აღმოჩნდა, რომ ყოველ მოდულურ ოპერაციას შეესაბამება წრფივი გარდაქმნის მატრიცული გამოსახვა. შესავალ ოპერანდა მიღებული წარმოდგენები საშუალებას იძლევა მოქმედებები ნაშთთა კლასების სისტემის მატრიცულ წარმოდგენებზე ინტერპრეტირებულ იქნეს „ხატოვანი“ არითმეტიკის ოპერაციების ტერმინებში. ძლიერ ჭარბი სისტემის შემთხვევაში შევსების გამოსავალი ფუნქცია შეიძლება მოცემულ იქნეს მატრიცით, რომლის ყოველი ქვედიავიზორის ელემენტები ერთის ტოლია.

CYBERNETICS

A. F. KHVEDELIDZE

ON THE PERFORMANCE OF MODULAR OPERATIONS ON RESIDUE  
NUMBER SYSTEM MATRIX REPRESENTATIONS

Summary

While considering matrix representations of summation, subtraction and multiplication it was found that matrix representation of a linear trans-

formation corresponds to each modular operation. The input operand representations enable to treat the operations on Residue Number System matrix representations in terms of "picture" arithmetic operations. In the case of a highly redundant system the output function of overfilling represents a square matrix in which all the elements of each subdiagonal equal a unity.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. И. Я. Акушский, Д. И. Юдицкий. Машинная арифметика в остаточных классах. М., 1968.
2. Ю. П. Соборников. Изв. АН СССР, Техн. кибернетика, 2, 1966.
3. Л. Эдельштейн. Зарубежная радиоэлектроника, 5, 1964.

ბ. ზაზანიძე

ერთი კლასის შემთხვევით პროცესთა პროგნოზირების  
 რიცხვითი მეთოდი

(წარმოადგინა აკადემიის წევრ-კორესპონდენტმა ვ. ჯავახიძემ 11.2.1970)

ერთი კლასის არასტაციონარული პროცესების პროგნოზირების რიცხვი-  
 თი მეთოდის დამუშავებისა და რეალიზაციის ამოცანა წარმოიშვა საქართვე-  
 ლოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის კიბერნეტიკის ინსტიტუტისა და საქართ-  
 ველოს სსრ ფიზკულტურის ინსტიტუტის ერთობლივი მუშაობის პროცესში,  
 რომელიც დაკავშირებული იყო რესპუბლიკის მორბენლების მომავალი შედე-  
 გების პროგნოზთან წინა წლების სპორტული მიღწევების საფუძველზე.

მოცემულია პროცესის რეალიზაციები მორბენლების მაჩვენებლების სა-  
 ხით 21 წლის განმავლობაში (1945—1965 წწ). ჩვენი ამოცანაა, მოცემული  
 მაჩვენებლებით გავეკეთოთ პროგნოზი. აღვნიშნოთ მონაცემები  $\xi_i^t$ ,  $t=0, 1, \dots, 20$ ;  
 $i = 1, 2, \dots, 10$  და დავუშვათ რომ

$$\xi_i^t = m_i + m(t) + U(t) = X(t) + m_i, \quad (1)$$

სადაც  $U(t)$  სტაციონარული ფართო აზრით შემთხვევითი პროცესია კორელაციის  
 ფუნქციით  $K(t)$  და ნულოვანი საშუალოთი,  $m_i$  მუდმივი შესაქარებელია და ფას-  
 დება ფორმულით

$$m_i = \frac{1}{T+1} \sum_{t=0}^T \xi_i^t, \quad i = 1, \dots, 10, \quad (2)$$

ხოლო  $m(t)$  შეფასდება ფორმულით

$$m(t) = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} \xi_i^t, \quad t = 0, 1, \dots, 20. \quad (3)$$

პროცესის პროგნოზს ვაკეთებთ ზადე—რაგაზინის მეთოდით, რომლის არსი  
 შემდგომში მდგომარეობს: ვუშვებთ, რომ  $X(t)$  წარმოიდგინება შემდეგი სახით:

$$X(t) = R_k(t) + U(t), \quad (4)$$

სადაც  $R_k(t)$   $k$ —ხარისხის პოლინომია  $t$ -დან.

პრობლემა მდგომარეობს დინამიური სისტემის იმ იმპულსური მახასიათებლის  
 განსაზღვრაში, რომელიც დინამიური სისტემის ცდომილების  $\varepsilon = Y(t) - X^*(t)$   
 მინიმიზებას მოახდენს, სადაც  $Y(t)$ -თი აღნიშნულია გამოსასვლელი პროცესი,  
 ხოლო  $X^*(t)$  დაკავშირებულია  $X(t)$ -თან ნოცე ული წრფივი  $N$  ოპერატორით:

$$X^*(t) = N(t, \omega)X(t). \quad (5)$$

ოპტიმალური დინამიური სისტემის განაზღვრის ბაზისად მივიჩნევთ შემდეგ  
 პირობებს:  $M[Y(t) - X^*(t)] = 0$ ;  $\sigma^2 = M\{[Y(t) - X^*(t)]^2\} = \min$ .

თუ დინამიური სისტემის იმპულსურ მახასიათებელს აღვნიშნავთ  $l(t)$ -თი, მაშინ  
 ჩვენი პროგნოზი გამოითვლება ფორმულით

$$Y(t) = \int_0^T l(\tau) X(t - \tau) d\tau. \quad (6)$$



(4) ჰიპოთეზის, (6)-სა და იგივეური ტოლობის

$$R_k(t - \tau) \equiv R_k(t) - \tau R'_k(t) + \frac{\tau^2}{2!} R''_k(t) + \dots + (-1)^k \frac{\tau^k}{k!} R_k^{(k)}(t)$$

გამოყენებით, ვღებულობთ

$$Y(t) = \mu_0 R_k(t) - \mu_1 R'_k(t) + \frac{\mu_2}{2!} R''_k(t) + \dots + (-1)^k \frac{\mu_k}{k!} R_k^{(k)}(t) + \int_0^T l(\tau) u(t - \tau) d\tau$$

სადაც  $\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_k$  აღნიშნავს  $l(t)$ -ს მომენტებს

$$\mu_\nu = \int_0^T \tau^\nu l(\tau) d\tau \quad \nu = 0, 1, \dots, k. \quad (7)$$

ეს მომენტები  $N(i\omega)$  ოპერატორის საშუალებით განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$N(i\omega) R_k(t) \equiv \mu_0 R_k(t) - \mu_1 R'_k(t) + \frac{\mu_2}{2!} R''_k(t) + \dots + (-1)^k \frac{\mu_k}{k!} R_k^{(k)}(t).$$

რაც შეეხება  $\sigma^2$ -ის მინიმუზაციას, მას ადგილი ექნება მაშინ, თუ  $l(t)$  დააკმაყოფილებს შემდეგ ინტეგრალურ განტოლებას:

$$\int_0^T l(\tau) K(t - \tau) d\tau = \lambda_0 + \lambda_1 t + \dots + \lambda_k t^k + \int_{-\infty}^{\infty} n(\tau) K(t - \tau) d\tau, \quad (8)$$

სადაც  $n(\tau)$   $N$ -ის შესაბამისი იმპულსური გადასვლის ფუნქციაა, ხოლო  $\lambda_0, \dots, \lambda_k$  — ლაგრანჟის მულტიპლიკატორები.

ამ განტოლების ამოხსნა შედარებით მარტივად ხერხდება მაშინ, როცა  $K(t)$  კორელაციის შესაბამისი სპექტრალური სიმკვრივე  $S(\omega)$  წარმოადგენს წილად-რაციონალურ ფუნქციას

$$S(\omega) = \frac{A_{2m}(\omega)}{B_{2n}(\omega)};$$

$A_{2m}(\omega)$  და  $B_{2n}(\omega)$  შესაბამისად  $2m$  და  $2n$  ხარისხის პოლინომებია:

$$A_{2m}(\omega) = \gamma_0 + \gamma_1 \omega^2 + \dots + \gamma_m \omega^{2m}.$$

ამ შემთხვევაში (8) განტოლების ამოხსნა შეიძლება ამგვარად:

$$l(t) = \sum_{\nu=0}^k A_\nu t^\nu + \sum_{r=1}^{2m} Bre^{\alpha_r t} + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|Q_n(i\omega)|^2 N(i\omega)}{A_{2m}(\omega)} S(\omega) e^{i\omega t} d\omega + \sum_{i=1}^{n-m} C_i \delta^{(i-1)}(t) + \sum_{i=1}^{n-m} D_i \delta^{(i-1)}(t - T), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (9)$$

სადაც  $\alpha_r$  შემდეგი მახასიათებელი განტოლების ფესვებია:

$$(-1)^m \gamma_m \alpha^{2m} + (-1)^{m-1} \gamma_{m-1} \alpha^{2m-2} + \dots - \gamma_1 \alpha^2 + \gamma_0 = 0,$$

ხოლო  $Q_n(i\omega)$  შედის სპექტრალური სიმკვრივის წარმოდგენაში

$$S(\omega) = \frac{|P_m(i\omega)|^2}{|Q_n(i\omega)|^2}.$$

(8) განტოლების ამოხსნაში შემაჯავლი განსასაზღვრავი მულტიპლიკატორების რაოდენობა  $(2n + k + 1)$ , რომელთაგან  $(k + 1)$  მოიცემა (7)-ის საშუალებით, ხოლო  $l(t)$ -ს



(8)-ში ჩასმით და იმის ვათვალისწინებით, რომ ვანტოლება უნდა დაქმაცოფოდ-  
დეს იგივეურად, მიიღება წრფივი ვანტოლებები, როგორც დანარჩენი  $2n$ , ისე აგ-  
რეთვე თვით (8)-ში შემავალი  $\lambda_n$  კოეფიციენტებისათვის.

ყოველი  $i$ -თვის გამოვივალავთ რეალიზაციების დროითი საშუალოები

$$m_i = \frac{1}{21} \sum_{t=0}^{20} \xi_t^i, \quad i = 1, 2, \dots, 10,$$

მიღებული  $X(t)$  პროცესისათვის, გამოვივალავთ ემპირიული კორელაციის ფუნქ-  
ციები. ემპირიული კორელაციის ფუნქციის აპროქსიმაცია მოვახდინეთ შემდეგი  
ანალიზური გამოსახულებით:

$$K(\tau) = \sigma^2 e^{-\alpha|\tau|} \cos \beta(\tau). \quad (10)$$

$\sigma^2$ -ის მნიშვნელობად ჩავთვალეთ დისპერსიის შესაბამისი მნიშვნელობა  $K(0)$ .  
წერტილთა არჩევის წესის თანახმად,  $\alpha$  და  $\beta$  კოეფიციენტთა განსასაზღვრავად  
აპროქსიმირებულ ფუნქციას მოვთხოვეთ, რომ ის დამთხვევად  $\tilde{K}(\tau)$ -ს კოორდი-  
ნატთა სათავეში, ხულის ტოლი ყოფილიყო იმავე  $\tau_1$  წერტილში, რომელშიც  
 $\tilde{K}(\tau)$  და ჰქონდა იგივე ორდინატა, როგორც  $\tilde{K}(\tau)$ -ს  $\tau_2$  წერტილში, რომელშიც  
მას აქვს მინიმუმი. ამ მოთხოვნებიდან პირდაპირ გამომდინარეობს, რომ

$$\beta = \frac{\pi}{2\tau_1}, \quad \alpha = \frac{1}{\tau_2} \ln \frac{\tilde{K}(0) \cos \beta \tau_2}{\tilde{K}(\tau_2)}. \quad (11)$$

კორელაციის ფუნქციის შესაბამისი სპექტრალური სიმკვრივე გამოისახება  
შემდეგნაირად:

$$S(\omega^2) = \frac{\alpha \sigma^2}{\pi} \frac{\omega^2 + \alpha^2 + \beta^2}{(\omega^2 - \beta^2 - \alpha^2) + 4\alpha^2 \omega^2}. \quad (12)$$

ჩვენი აღნიშვნების თანახმად,  $A_{2m}(\omega) = \omega^2 + \alpha^2$ , სადაც  $\alpha^2 = \alpha^2 + \beta^2$ . ჩვენს შემ-  
თხვევაში  $m = 1, n = 2$ , ხოლო  $R_k(t)$  პოლინომი მეორე რიგისა ( $k=2$ ),  
ამიტომ (9) ტოლობის მესამე წევრი შეიძლება შემდეგნაირად გადავწეროთ:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|Q_n(i\omega)|^2 N(i\omega)}{A_{2m}(\omega)} S(\omega) e^{i\omega t} d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega(t+p)} d\omega = 2\pi\delta(t+p),$$

სადაც  $p$  პროგნოზის ბიჯია.

$I(t)$  საბოლოოდ დებულობს სახეს

$$I(t) = \sum_{v=0}^2 A_v t^v + \sum_{r=1}^2 B_r e^{a_r t} + 2\pi\delta(p+t) + C\delta(t) + D\delta(t-T). \quad (13)$$

ჩავსვათ  $I(t)$  და  $K(t)$ -ს მნიშვნელობები (13) და (10)-დან (8)-ში, მივიღებთ

$$\sigma^2 \int_0^T e^{-\alpha|t-\tau|} [A_0 + A_1\tau + A_2\tau^2 + B_1 e^{a_1\tau} + B_2 e^{a_2\tau} + 2\pi\delta(p+\tau) + C\delta(\tau) + D\delta(\tau-T)] \cos \beta(t-\tau) d\tau = \lambda_0 + \lambda_1 t + \lambda_2 t^2 + \sigma_2 e^{-\alpha(t+p)} \cos \beta(t+p). \quad (14)$$

$A_0, A_1, A_2, B_1, B_2, C$  და  $D$  კოეფიციენტების განსაზღვრისათვის ცალ-ცალ-  
კე გამოვთვალავთ (14)-ში შემავალი ინტეგრალები. მარცხენა და მარჯვენა მხარეში  
სათანადო კოეფიციენტების გატოლებით მივიღებთ ძირითად ვანტოლებათა სისტე-  
მას  $A_0, A_1, A_2, B_1, B_2, C, D$  კოეფიციენტების მიმართ და დამატებით სამ ვან-  
ტოლებას  $\lambda_0, \lambda_1$  და  $\lambda_2$ -ის განსაზღვრისათვის.

(6)-ის თანახმად,

$$\begin{aligned}
 Y(t) = & \int_0^T l(\tau) X(t-\tau) d\tau = A_0 \int_0^T X(t-\tau) d\tau + A_1 \int_0^T \tau X(t-\tau) d\tau + \\
 & + A_2 \int_0^T \tau^2 X(t-\tau) d\tau + B_1 \int_0^T e^{a_1 \tau} X(t-\tau) d\tau + B_2 \int_0^T e^{-a_1 \tau} X(t-\tau) d\tau + \\
 & + C \int_0^T \delta(\tau) X(t-\tau) d\tau + D \int_0^T X(t-\tau) \delta(\tau-T) d\tau.
 \end{aligned}$$

თუ ჩავატარებთ საჭირო გამოთვლებს და მიღებულ შედეგებს დავუმატებთ სათანადო დროით საშუალოებს  $m_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 10$ ), მივიღებთ საძიებელი პროცესის მნიშვნელობებს. ზემოაღწერილი მეოდიკის საფუძველზე შედგენალია სამუშაო ალგორითმი, რომელიც რეალიზებულია ელექტრონულ-გამომთვლელ მანქანაზე.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია  
 კიბერნეტიკის ინსტიტუტი

(შემოვიდა 12.2.1970)

КИБЕРНЕТИКА

Г. А. ЧАВЧАНИДЗЕ

## ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ОДНОГО КЛАССА СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Резюме

Рассматривается задача прогнозирования нестационарного случайного процесса  $x(t)$ , представимого в следующем виде:

$$x(t) = u(t) + m(t),$$

где  $u(t)$  — стационарный в широком смысле случайный процесс с функцией корреляции  $k(t)$  и нулевым средним, а  $m(t)$  — детерминистическая функция. Прогноз процесса  $x(t)$  осуществляется методом Заде и Рагазини.

CYBERNETICS

G. A. CHAVCHANIDZE

## NUMERICAL METHOD OF PROGNOZING A CLASS OF RANDOM PROCESSES

Summary

A problem is considered of prognosing the nonstationary random process  $x(t)$ :  $x(t) = u(t) + m(t)$ , where  $u(t)$  is a stationary (in the broad sense) random process with the function of correlation  $k(t)$  and zero average, and  $m(t)$  is a deterministic function. The prognosing of the process  $x(t)$  is carried out by the Zadeh and Ragazzini method.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. L. A. Zadeh, J. R. Ragazzini. J. Appl. Physics, 21, № 7, 1950.

М. И. ГОМАРЕЛИ

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДИНАМИКИ НЕКОТОРЫХ ВАЖНЕЙШИХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

(Представлено академиком И. Н. Векуа 16.2.1970)

С целью определения соотношений темпов и пропорций развития народного хозяйства при изучении глобальных закономерностей важнейших экономических показателей в теоретических исследованиях обычно используют различные типы макромоделей процесса воспроизводства, содержащие обычно неизвестные регулирующие параметры. В экономической литературе такие модели чаще всего встречаются в виде линейных дифференциальных уравнений первого порядка, хотя некоторые исследователи пользуются дифференциальным уравнением логистической кривой.

Практическое использование дифференциальных уравнений, вообще говоря, связано с большими затруднениями, так как математические методы для определения параметров на основании статистических данных к таким моделям плохо приспособлены. В связи с этим возникает необходимость создания таких моделей, которые могли бы полнее отвечать практическим требованиям. На наш взгляд, такие модели целесообразно представить в виде конечно-разностных уравнений, так как в этих уравнениях параметры очень хорошо поддаются математико-статистической оценке.

Рассмотрим нелинейное разностное уравнение

$$x(t) - [1 + a_1 + a_2 x(t)] x(t-1) = 0; \quad t = 1, 2, \dots \quad (1)$$

с неизвестными коэффициентами  $a_1, a_2$ .

Решение уравнения (1), содержащее хорошо известные в экономике кривые (логистические, экспоненциальные), наталкивает на мысль, что уравнение (1) является даже неплохим аналитическим выражением как с экономической, так и с математической точки зрения для изучения динамики важнейших экономических показателей на основании эмпирических временных рядов.

Пусть

$$y_0 y_1 \cdots y_{t-1} y_t \cdots y_n; \quad (y_t \geq 0) \quad (2)$$

— эмпирический ряд, на основании которого изучается динамика интересующего нас экономического показателя.

Вводя вместо неизвестной функции  $x(t)$  в уравнении (1) ее реализацию (2), потребуем, чтобы параметры  $a_1$  и  $a_2$  удовлетворяли условию

$$\sum_{i=1}^n r_i |y_i - (1 + a_1 + a_2 y_i) y_{i-1}|^\alpha = \min. \quad (3)$$

Поставим более общую задачу.

Задача А. Определить параметры  $a_k \geq 0$ ,  $k = \overline{1, m}$  из условия

$$\sum_{j=1}^n r_j |x_j - y_j|^\alpha = \min \quad (4)$$

$$r_j = \begin{cases} r'_j, & x_j - y_j > 0 \\ r''_j, & x_j - y_j < 0 \\ 0, & x_j - y_j = 0 \end{cases}$$

где  $x_j = x(t_j, a_1, a_2, \dots, a_m)$  — заданная функция;

$$r'_j \geq 0, r''_j \geq 0, \alpha > 0, t_j, y_j = y(t_j)$$

— заданные действительные числа.

В обозначениях задачи А рассмотрим задачу математического программирования.

Задача Б. Найти  $\min z$

$$z = \sum_{j=1}^n (r'_j u_j^\alpha + r''_j v_j^\alpha) \quad (5)$$

при ограничениях

$$u_j - v_j + x_j = y_j, \quad j = \overline{1, n} \quad (6)$$

$$u_j \geq 0; v_j \geq 0; a_k \geq 0; j = \overline{1, n}, k = \overline{1, m}. \quad (7)$$

Теорема 1. Если  $u_j = \bar{u}_j$ ,  $v_j = \bar{v}_j$ ,  $a_k = \bar{a}_k$ ,  $j = \overline{1, n}$ ,  $k = \overline{1, m}$  является решением задачи Б, тогда необходимо, чтобы выполнялись условия

$$\begin{aligned} \bar{u}_j &= \max(0, y_j - \bar{x}_j), \\ \bar{v}_j &= \max(0, \bar{x}_j - y_j) \end{aligned} \quad (8)$$

для всех значений  $j$ , при которых  $r'_j + r''_j > 0$ .

Доказательство. Пусть  $u_j = \bar{u}_j$ ,  $v_j = \bar{v}_j$ ,  $a_k = \bar{a}_k$ ,  $j = \overline{1, n}$ ,  $k = \overline{1, m}$  есть решение задачи Б. Предположим, что для некоторых значений  $j = j_1, j_2, \dots, j_q$  условие (8) нарушено. Рассмотрим  $a_k = \bar{a}_k$  и такие  $u_j = \bar{u}_j$ ,  $v_j = \bar{v}_j$ ,  $j = \overline{1, n}$ ,  $k = \overline{1, m}$  для которых равенства (8) выполняются. Тогда  $\bar{u}_j$ ,  $\bar{v}_j$ ,  $\bar{a}_k$  удовлетворяют ограничениям (6) — (7), но так как  $\bar{u}_j < \bar{u}_j$ ,  $\bar{v}_j < \bar{v}_j$  для  $j = j_1, j_2, \dots, j_q$ , то

$$\sum_{j=1}^n (r'_j \bar{u}_j^\alpha + r''_j \bar{v}_j^\alpha) < \sum_{j=1}^n (r'_j \bar{u}_j^\alpha + r''_j \bar{v}_j^\alpha)$$



что противоречит условию теоремы. Следовательно, наше предположение, что  $\bar{u}_j, \bar{v}_j, \bar{a}_k$  не удовлетворяют равенствам (8), несправедливо и, таким образом, теорема доказана.

**Теорема 2. Задачи А и Б эквивалентны.**

**Доказательство:** Пусть  $\tilde{a}_k, k = 1, m$  — решение задачи А. Для любых  $u_j, v_j, a_k$ , удовлетворяющих ограничениям (6) — (7), справедливо неравенство

$$\begin{aligned} u_j &\geq \max(0, y_j - x_j), \\ v_j &\geq \max(0, x_j - y_j). \end{aligned}$$

Положим, что

$$\tilde{u}_j = \max(0, y_j - \tilde{x}_j), \quad \tilde{v}_j = \max(0, \tilde{x}_j - y_j).$$

Тогда  $\tilde{u}_j, \tilde{u}_j, \tilde{a}_k$  удовлетворяют ограничениям (6) — (7), и имеет место неравенство

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n (r'_j \tilde{u}_j^\alpha + r''_j \tilde{v}_j^\alpha) &= \sum_{j=1}^n r_j |y_j - \tilde{x}_j|^\alpha \leq \sum_{j=1}^n r_j |y_j - x_j|^\alpha \leq \\ &\leq \sum_{j=1}^n (r'_j u_j^\alpha + r''_j v_j^\alpha). \end{aligned}$$

Откуда видно, что  $\tilde{u}_j, \tilde{v}_j, \tilde{a}_k$  — решение задачи Б. Пусть теперь  $\bar{u}_j, \bar{v}_j, \bar{a}_k$  — решение задачи Б. Тогда по теореме (1) справедливы равенства (8). Но так как

$$\sum_{j=1}^n (r'_j \bar{u}_j^\alpha + r''_j \bar{v}_j^\alpha) = \sum_{j=1}^n (r'_j \tilde{u}_j^\alpha + r''_j \tilde{v}_j^\alpha),$$

то

$$\sum_{j=1}^n r_j |\bar{x}_j - y_j|^\alpha = \sum_{j=1}^n r_j |\tilde{x}_j - y_j|^\alpha.$$

Следовательно,  $\bar{a}_k$  — решение задачи А.

Таким образом, теорема доказана.

Используя теорему (2), условие (3) можно записать в следующем виде: найти  $\min z$

$$z = \sum_{i=1}^n (r'_i u_i^\alpha + r''_i v_i^\alpha) \tag{9}$$

при ограничениях

$$u_i - v_i + (1 + a_1 + a_2 y_i) y_{i-1} = y_i, \tag{10}$$

$$u_i \geq 0, \quad v_i \geq 0, \tag{11}$$

где параметры  $a_1, a_2$  могут быть подчинены дополнительным ограничениям. В случае когда  $\alpha = 1$ , задачу (9) — (11) легко решить симплекс-алгоритмом линейного программирования.

## მ. გომარელი

მათემატიკური პროგრამირების მეთოდების გამოყენება ზოგიერთი მნიშვნელოვანი ეკონომიკური მაჩვენებლის დინამიკის შესწავლისას

## რეზიუმე

ზოგიერთი მნიშვნელოვანი ეკონომიკური მაჩვენებლის დინამიკის შესწავლისას გამოყენებულია არაწრფივი სხვაობიანი განტოლება (1), რომლის პარამეტრები განისაზღვრება (9) — (11) ამოცანის ამოხსნის შედეგად.

CYBERNETICS

M. I. GOMARELI

THE USE OF METHODS OF MATHEMATICAL PROGRAMMING  
IN THE INVESTIGATION OF THE DYNAMICS OF SOME IMPORTANT  
ECONOMIC CHARACTERISTICS

## Summary

With the aim of studying the dynamics of some important economic characteristics the non-linear differential equation (1) is used whose parameters are defined as a result of the solution of problem (9)—(11).



А. Д. ГУРЧУМЕЛИЯ

ОБ УПРОЩЕНИИ УРАВНЕНИЙ ХАРТРИ—ФОКА ПРИ НАЛИЧИИ  
 НЕЗАПОЛНЕННЫХ ОБОЛОЧЕК

(Представлено членом-корреспондентом Академии М. М. Мирианшвили 24.2.1970)

Упрощение уравнений Хартри—Фока (ХФ) основывается на замене не-локального обменного оператора локальным обменным потенциалом [1]. За последнее время по этому вопросу был опубликован ряд работ (например, [2], где приведены ссылки на другие работы).

В данной работе получены упрощенные уравнения ХФ для конфигураций, содержащих незаполненные слои. В этом случае число электронов ( $N_+$ ), спины которых ориентированы „вверх“ ( $\alpha$ -спин), не равно числу электронов ( $N_-$ ) с противоположной ориентацией спинов ( $\beta$ -спин). Примером служат атомы переходных элементов. Такая же ситуация может возникнуть когда система находится под влиянием внешнего поля [3].

Уравнения ХФ, когда  $N_+ \neq N_-$  имеют следующий вид [4]:

$$\left[ -\frac{1}{2} \nabla^2 + V_e(r) - A_i(r) \right] \Psi_{i1}(r) = \varepsilon_{i1} \Psi_{i1}(r), \quad (i = 1, 2, \dots, N_+) \quad (1)$$

$$\left[ -\frac{1}{2} \nabla^2 + V_e(r) - A_k(r) \right] \Psi_{k1}(r) = \varepsilon_{k1} \Psi_{k1}(r), \quad (k = 1, 2, \dots, N_-) \quad (2)$$

где

$$V_e(r) = -\frac{z}{r} + \sum_{j=1}^{N_+} \int \frac{\Psi_j^*(r') \Psi_j(r')}{|r-r'|} d\tau' + \sum_{l=1}^{N_-} \int \frac{\Psi_l^*(r') \Psi_l(r')}{|r-r'|} d\tau' \quad (3)$$

$$A_i \Psi_i(r) = \sum_{j=1}^{N_+} \int \frac{\Psi_j^*(r') \Psi_j(r')}{|r-r'|} d\tau' \cdot \Psi_j(r), \quad (4)$$

$$A_k \Psi_k(r) = \sum_{l=1}^{N_-} \int \frac{\Psi_l^*(r') \Psi_l(r')}{|r-r'|} d\tau' \cdot \Psi_l(r). \quad (5)$$

$\varepsilon_{i1}$  и  $\varepsilon_{k1}$  являются одноэлектронными энергетическими параметрами. При  $i = k$ ,  $\varepsilon_i \neq \varepsilon_k$  как собственные значения разных одночастичных операторов энергии (в силу  $A_i \neq A_k$ ). Полная энергия системы связана с этими энергетическими параметрами соотношением

$$E = \sum_{i=1}^{N_+} \varepsilon_{i1} + \sum_{k=1}^{N_-} \varepsilon_{k1} - \frac{1}{2} \sum_{i,j}^{N_+} \langle ij | \frac{1}{r_{12}} | ij \rangle -$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2} \sum_{k,l=1}^{N_-} \langle kl \left| \frac{1}{r_{12}} \right| kl \rangle - \sum_{k=1}^{N_-} \sum_{j=1}^{N_+} \langle kj \left| \frac{1}{r_{12}} \right| kj \rangle + \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{N_+} \langle ij \left| \frac{1}{r_{12}} \right| ij \rangle + \frac{1}{2} \sum_{k,l=1}^{N_-} \langle kl \left| \frac{1}{r_{12}} \right| lk \rangle. \quad (6)
 \end{aligned}$$

Решение системы (1) и (2) связано с большим объемом вычислений, в основном за счет нелокального характера обменных операторов (4) и (5).

Заменяем их локальным потенциалом согласно правилу

$$V_{it} = \left[ \frac{A_i \Psi_i(r)}{\Psi_i(r)} \right]. \quad (7)$$

Метод Слэтера [1] приводит к следующему выражению для локального потенциала (7):

$$V_{it} = 2^{1/3} \cdot 8 f_i(\eta) \left[ \frac{3}{8\pi} \rho_i(r) \right]^{1/3}, \quad (8)$$

где

$$f_i(\eta) = \frac{1}{2} + \frac{1 - \eta^2}{4\eta} \ln \frac{1 + \eta}{1 - \eta}; \quad \eta = \frac{K_i}{K_F}; \quad (9)$$

$K_i$  — импульс  $i$ -го электрона,  $K_F = 2^{1/3} \cdot 2\pi \left[ \frac{3}{8\pi} \rho_i(r) \right]^{1/3}$  — фермиевский импульс электронов, имеющих  $\alpha$ -спин. Обменный потенциал (8) зависит от состояния рассматриваемого электрона. Усредняя по этим состояниям, получаем следующий локальный обменный потенциал:

$$V_t = 2^{1/3} \cdot 6 \left[ \frac{3}{8\pi} \rho_t(r) \right]^{1/3}. \quad (10)$$

Локальный обменный потенциал для электронов, имеющих  $\beta$ -спин, получается из выражения (10) путем замены  $\rho_t(r)$  на  $\rho_i(r)$ , где  $\rho_i^{(\alpha)}$  — плотность электронов, имеющих  $\alpha$  ( $\beta$ )-спин. Полная плотность электронов равна

$$\rho(r) = \rho_t(r) + \rho_i(r). \quad (11)$$

Другой способ построения локального обменного потенциала состоит в следующем. Вычисляется обменная часть полной энергии при помощи статистической модели и полученное выражение независимо варьируется по  $\rho_t$  и  $\rho_i$  [5]. В результате получим локальные обменные потенциалы, отличающиеся от выражения (1) множителем, равным  $\frac{2}{3}$ .

Выражение (10) отличается от соответствующей формулы Слэтера [1] тем, что в (10) вместо полной плотности электронов стоит плотность электронов с данным спином, кроме того, в (10) имеется множитель  $2^{1/3}$ .

При  $\rho_t = \rho_i = \frac{1}{2} \rho$ , (10) переходит в формулу работы [1].



В работе [6] рассчитан атом  $Fe$  с использованием локальных обменных потенциалов

$$V_{(i)} = 6 \left[ \frac{3}{4\pi} \frac{N_{+(-)}}{N} \rho(\tau) \right]^{1/3}, \quad (12)$$

которые получаются из (10), если принять

$$\rho_+ = \frac{N_+}{N} \rho, \quad \rho_- = \frac{N_-}{N} \rho. \quad (13)$$

Однако когда отличие между  $N_+$  и  $N_-$  невелико, допущение (13) может привести к ошибкам. Поэтому лучше, если в (10)  $\rho_i(r)$  будет определено независимо от полной плотности электронов. Для этого предположим, что данную систему электронов можно рассмотреть как смесь двух компонентов, каждый из которых представляет собой свободный электронный газ с данной ориентацией спинов [7]. В нулевом приближении между ними отсутствует взаимодействие и можно принять, что распределение зарядов в одном компоненте смеси не зависит от присутствия другого. Тогда из уравнения Пуассона можно найти  $\rho_{pi}^{(r)}$ . Если использовать приближение центрального поля, то потенциал упомянутого распределения зарядов будет равен

$$U_{(i)}(r) = \frac{1}{r} z_{pi}^{(r)}, \quad (14)$$

где

$$z_{pi}^{(r)} = z - \sum_{n,l} q_{nl(i)} \left[ \int_0^r P_{nl(i)}^2(x) dx + r \int_r^\infty \frac{P_{nl(i)}^2(x)}{x} dx \right]; \quad (15)$$

$q_{nl(i)}$  — число электронов в состоянии  $(nl)$  с данной ориентацией спинов;  $P_{nl}(r)$  — радиальная составляющая одноэлектронной волновой функции.

Тогда выражение (10) примет вид

$$V_1 = \frac{1}{r} 2^{1/3} \cdot 6 \left( \frac{3}{32\pi^2} \right)^{1/3} \cdot \left[ r \sum_{n,l} q_{nl} P_{nl}^2(r) \right]^{1/3}. \quad (16)$$

Аналогично можно написать и выражение для  $V_2$ . Из выражений (1) и (2) получаем следующие уравнения для функции  $P_{nl(i)}(r)$ :

$$\left[ \frac{d^2}{dr^2} + 2 \frac{z_{pi}(r) + z_{pi}(z) - z}{r} + V_1 - \frac{l(l+1)}{r^2} - \epsilon_{nl} \right] P_{nl}(r) = 0, \quad (17)$$

$$(nl_1 = 1s\alpha, 2s\alpha, 2p\alpha \dots)$$

$$\left[ \frac{d^2}{dr^2} + 2 \frac{z_{pi}(r) + z_{pi}(r) - z}{r} + V_1 - \frac{l(l+1)}{r^2} - \epsilon_{nl} \right] P_{nl}(r) = 0.$$

$$(nl_1 = 1s\beta, 2s\beta, 2p\beta \dots) \quad (18)$$

Решение уравнений (17) и (18) можно сравнить с результатами работы [6]. С этой целью мы вычислили значения  $3d$ -уровней атома  $Fe$  в первом приближении теории возмущений при помощи функций из работы

[6], приняв за возмущение разность между выражениями (16) и (12). В результате получим (в ридбергах)

$$\epsilon_{3d1} = 1,189; \quad \epsilon_{4d1} = 0,575,$$

в то время, как по работе [6]

$$\epsilon_{3d1} = 1,1223; \quad \epsilon_{3d1} = 0,6636.$$

Сравнение показывает, что разность между двумя  $3d$ -уровнями в атоме  $Fe$ , соответствующими разным ориентациям спина, увеличивается (0,614 вместо 0,459).

Грузинский политехнический институт  
им. В. И. Ленина

(Поступило 27.2.1970)

ფიზიკა

ბ. ლეონიძის

პარტრი—ფოკის განტოლებათა გამარტივების შესახებ შეზღუდული  
ბარსების არსებობის შემთხვევაში

რეზიუმე

განხილულია ელექტრონების სისტემა, როცა სპინების ერთი ორიენტაციის მქონე ელექტრონების რიცხვი არ ემთხვევა იმ ელექტრონების რაოდენობას, რომელთა სპინი საწინააღმდეგო ორიენტაციისაა. ასეთი სისტემისათვის პარტი—ფოკის განტოლებებში არალოკალური გაცვლითი ოპერატორი შეცვლილია ლოკალური გაცვლითი პოტენციალით. ამ გზით მიღებული გამარტივებული პარტი—ფოკის განტოლებები დაწერილია ცენტრალური ველის მიახლოებაში. როგორც მაგალითი, გამოთვლილია რკინის ატომში  $3d$ -დონე სპინის ორი ორიენტაციისათვის, რომელთა შორის სხვაობამ შეადგინა 0,614 რიდბერგი.

PHYSICS

A. D. GURCHUMELIA

## ON SIMPLIFYING THE HARTREE-FOCK EQUATIONS IN THE PRESENCE OF UNFILLED SHELLS

Summary

Simplified Hartree-Fock equations are derived for a many-electron system when the number of electrons having "positive" spin differs from that with "negative" spin, substituting the nonlocal exchange operator by local exchange potential. The forms of these equations are written in the central field approximation.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. J. C. Slater. Phys. Rev., 81, 1951, 385.
2. F. Herman et al. Phys. Rev. Letters, 22, 1969, 807.
3. Г. Бете и А. Зоммерфельд. Электронная теория металлов. М.—Л., 1938.
4. В. А. Фок. УФН, 93, 1967, 342.
5. R. Gaspar, Acta Phys. Hung., 3, 1954, 263.
6. J. H. Wood, G. W. Pratt. Phys. Rev., 107, 1957, 995.
7. А. Н. Мень. Изв. вузов, физ. № 5, 1960, 112.

ФИЗИКА

В. А. БАРНОВ, Л. В. ЛАВРЕЛАШВИЛИ, М. А. МЕНАБДЕ,  
Ц. Т. ТАРКАШВИЛИ

АВТОМАТИЗАЦИЯ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ  
РАДИОХРОМАТОГРАФИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

(Представлено академиком Э. Л. Андроникашвили 1.4.1970)

В работе описывается автоматизация обработки данных хроматографического анализа радиоактивных веществ.

Автоматическая установка, первый вариант которой описан в работе [1], позволяет получать данные эксперимента в дискретном виде непосредственно в форме, необходимой для ввода в ЭВМ.

Автоматизация процесса регистрации радиоактивных разделенных хроматографом компонентов достигается тем, что регистрирующее радиоактивность устройство выполнено на базе электронно-счетного частотомера, подключенного к выходу детектора активности. Каждая ячейка счетных декад частотомера связана с перфорирующим блоком через общую систему опроса и управления. В систему опроса и управления входят: а) электронный коммутатор, кинематически связанный с перфорирующим блоком для обеспечения синхронности цикла и осуществляющий подекадный опрос ячеек частотомера, б) система управления работой электронного коммутатора и запуском следующего цикла. После перфорирования на счетный блок подается сигнал сброса, а затем сигнал начала следующего цикла.

Полученная перфолента вводится в ЭВМ для обработки данных эксперимента. После проведения анализа получается дискретная последовательность величин  $A_k$ , характеризующих активность проходящего через детектор вещества в момент времени  $t$ , соответствующий номеру  $k$ , где

$$k = t / (\tau_1 + \tau_2);$$

$\tau_1$ —время счета;

$\tau_2$ —время опроса информации с ячеек счетного блока;

$\tau_1 + \tau_2$ —длительность каждого цикла.

Требуется определить относительную и абсолютную активность каждого из разделенных хроматографом компонентов.

Примененный метод обработки заключается в следующем: проводится калибровочный эксперимент, определяются времена выходов и количество компонентов, по временам  $t_j$  выхода компонентов составляется таблица калибровочных (стандартных) границ изучаемых пиков; так как анализ опытов показывает, что границы выходящих пиков могут флуктуировать, то в процессе обработки основного эксперимента корректируются границы пиков по сравнению с калибровочными по различным алгоритмам и проводится вычисление пиков.



В случае, когда пик достаточно удален от предыдущего пика, границы берутся без корректирования. Уширение границ за счет фона не влияет на площадь пика, так как при дальнейшей обработке предусмотрено исправление на фон.

Корректирование границ проводится по различным алгоритмам, в зависимости от номера компонента  $j$ .

В первом случае ищется номер, после которого начинается возрастание отсчетов за счет выхода компонента вплоть до максимальной высоты пика. При этом требуется выполнение ряда условий, связанных с "пилообразностью" регистрируемой кривой, которая возникает за счет пуассоновского распределения числа отсчетов.

Во втором случае, когда в результате неполного разделения имеется суперпозиция двух пиков, ищется наиболее низкая впадина между горбами кривой. Эта впадина при соблюдении ряда условий, учитывающих флуктуации статистического характера, считается совмещенной границей.

В третьем случае два пика, выходящие друг за другом, достаточно удалены от других пиков. Эта удаленность дает возможность принять левую границу первого пика за постоянную. Аналогично задается и правая граница между вторым из рассматриваемых пиков и последующим. В процессе обработки уточняется граница между рассматриваемыми пиками поиском минимума в области между двумя максимумами.

В четвертом случае граница уточняется при помощи сравнения границ калибровочного опыта с полученными в данном опыте. При этом допускается, что некоторая флуктуация условий возможна от опыта к опыту, но не во время протекания опыта. На основании этого допущения считается, что границы пиков изменяются от опыта к опыту пропорционально, так что соотношение между границами в течение каждого опыта остается неизменным. Зная соотношение границ калибровочного опыта и

одну из границ изучаемого опыта, можно установить все остальные границы. Этот алгоритм применяется лишь в случае, когда остальные перечисленные выше алгоритмы не могут быть использованы.

Математическая формулировка первого варианта алгоритма описана в работе [2].

Таблица 1

$j$	Компонент	Граница	
		левая	правая
1	$H_2$	145*	166*
2	$CH_4$	166*	218*
3	$C_2H_6$	218*	265*
4	$C_3H_8$	265*	319
5	$C_4H_{10}$	319	426
6	$C_5H_{12}$	570	680
7	$i C_6H_{14}$	750	838*
8	$n C_6H_{14}$	838*	902
9	$C_7H_{16}$	1302	1500
10	$i C_8H_{18}$	1630	1920*
11	$n C_8H_{18}$	1920*	2180
12	$C_9H_{20}$	2500	2880

Выше дается таблица границ калибровочного опыта, проведенного по методике, описанной в работах [1, 2]: хроматографическая колонка длиной 8 м заполнена носителем ТЗК, обработанным вазелиновым маслом (8 вес. %), температура колонки — 100°C, газ-носитель — гелий, ско-



рость газового потока—60 см<sup>3</sup>/мин,  $\tau_1$ —время счета—1,00 сек,  $\tau_2$ —время регистрации—1,07 сек.

В табл. 1 значком „ \* “ указаны границы, корректируемые при проведении основных опытов. Остальные границы считаются постоянными. Вычисление абсолютной и относительной активности разделенных компонентов проводится по следующим формулам:

1. Определение абсолютной активности  $\sigma_j$

$$\sigma_j = \frac{1}{\eta} \left\{ \frac{B_j}{1 - B_j \tau} - \Phi \left[ n + \frac{\tau_1}{\tau_2} (n - 1) \right] \right\},$$

где

$$B_j = \sum_{C_{jл}}^{C_{jп}} A_k + \frac{\tau_2}{2\tau_1} \sum_{C_{jп}}^{C_{jп}-1} (A_k + A_{k+1});$$

$\Phi$ —фон счетчика;  $\eta$ —эффективность регистрации;  $\tau$ —„мертвое время“ счетчика;  $\tau_1$ —продолжительность каждого цикла счета;  $\tau_2$ —длительность регистрации;  $C_{jл}$ —левая граница;  $C_{jп}$ —правая граница;  $n$ —количество отсчетов  $A_k$  в пике, равное  $C_{jп} - C_{jл}$ .

При использовании в качестве детектора радиоактивности проточного счетчика в нуле реннего наполнения объемом  $V$  и при суммарной скорости газового потока через счетчик  $v$  вычисленная абсолютная активность исправляется множителем  $v/V$ .

2. Определение относительной активности  $\Theta_j$

$$\Theta_j = \frac{\sigma_j}{\sum \sigma_i} \cdot 100 \%$$

Рассмотрим конкретный пример применения разработанной методики в эксперименте по исследованию влияния ядерного излучения на изотопный обмен в системе  $C_2H_6 + T_2$  в газовой фазе.

Кварцевая ампула была заполнена газовой смесью  $C_2H_6 + T_2$  ( $C_2H_6$ —98%,  $T_2$ —2%) и облучена потоком смешанного  $n, \gamma$ -излучения ядерного реактора (доза нейтронного облучения— $2,7 \cdot 10^{17}$  н.см<sup>2</sup>).

Смесь продуктов, образовавшихся в ампуле в результате изотопного обмена и радиоллиза под действием излучения, вводилась в радиохроматографическую установку и анализировалась. Данные опыта автоматически регистрировались и затем обрабатывались на ЭВМ „Раздан-2“ по описанной методике.

В результате корректирования границ по соответствующим алгоритмам была получена таблица границ пиков (табл. 2).

Таблица 2

j	Компонент	Граница	
		левая	правая
1	$H_2$	138	178
2	$CH_4$	178	208
3	$C_2H_6$	208	260
4	$C_2H_4$	260	319
5	$C_2H_2$	319	426
6	$C_2H_2$	570	680
7	$i C_4H_{10}$	750	816
8	$n C_4H_{10}$	816	902
9	$C_2H_2$	1302	1500
10	$i C_4H_8$	1630	1880
11	$n C_4H_8$	1880	2180
12	$C_5H_{12}$	2500	2880



## Результаты вычисления абсолютных и относительных активностей

Таблица 3

j	Компонент	Активность	
		абсолютн. расп.	относит. %
1	H <sub>2</sub>	447,884	96,016
2	CH <sub>4</sub>	4,299	0,921
3	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	9,838	2,109
4	C <sub>2</sub> H <sub>4</sub>	186	0,039
5	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	1,945	0,416
6	C <sub>3</sub> H <sub>6</sub>	~ 0	0,000
7	i C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	190	0,041
8	n C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	1,601	0,343
9	C <sub>2</sub> H <sub>2</sub>	~ 0	0,000
10	i C <sub>4</sub> H <sub>8</sub>	~ 0	0,000
11	n C <sub>4</sub> H <sub>8</sub>	401	0,085
12	C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	121	0,025

разделенных компонентов приведены в таблице 3.

Таким образом, автоматизация радиохроматографических измерений в данном случае позволяет осуществить автоматический съем информации с датчиков в форме, удобной для ввода в ЭВМ, а машинная обработка результатов и коррекция эксперимента на основе полученных данных приводят к значительному повыше-

нию скорости обработки с учетом поправок.

Академия наук Грузинской ССР  
 Институт физики

(Поступило 3.4.1970)

ფიზიკა

3. ბარნოვი, ლ. ლავრელაშვილი, მ. მენაბდე, ტ. ტარკაშვილი

რადიოქრომატოგრაფიული ანალიზის მონაცემების დამუშავების ავტომატიზაცია

რეზიუმე

განხილულია რადიოქტიური ნივთიერებების ქრომატოგრაფიული ანალიზის მონაცემების დამუშავების ავტომატიზაცია, რაც ორ ეტაპს შეიცავს: მონაცემების ავტომატური რეგისტრაცია და მათი მანქანური დამუშავება. ეტალონური ექსპერიმენტის საშუალებით დგება კალიბრული საზღვრების ცხრილი. დამუშავების მეთოდიკა ითვალისწინებს ზოგიერთი საზღვრის კორექტირებას. მოცემულია ფორმულები კომპონენტების აბსოლუტური და ფარდობითი აქტივობის დასათვლელად.

PHYSICS

V. A. BARNOV, L. V. LAVRELASHVILI, M. A. MENABDE, Ts. T. TARKASHVILI  
 AUTOMATION OF TREATMENT OF RADIOCHROMATOGRAPHIC  
 ANALYSIS DATA

Summary

Automation of treatment of chromatographic analysis data for radioactive substances is considered. It involves two stages: 1) automatic recording of the data in a discrete form required for the computer input and 2) computer treatment of the results. The standard experiment is used to get the table of calibrated boundaries. Data treatment provides correction of some boundaries on the basis of calibrated ones. The main algorithms are given for correction of boundaries of single peaks. Formulae are given for calculations of absolute and relative radioactivities.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Л. Ш. Надиршвили, В. А. Барнов, Ш. И. Амиридзе, Т. А. Каландадзе. Сб. «Ядерно-химические явления в твердых телах». Тбилиси, 1968, 99—105.
2. В. А. Барнов, М. А. Менабде, Ц. Т. Таркашвили, Т. В. Цецхладзе. Сб. «Ядерно-химические явления в твердых телах». Тбилиси, 1968, 44—55.

А. Г. ХАНТАДЗЕ, Д. В. ШАРИКАДЗЕ

ОБ ОДНОМ ПРЕОБРАЗОВАНИИ РЕШЕНИЙ  
 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВЕТРОВОГО ТЕЧЕНИЯ  
 В ВЕРХНЕЙ АТМОСФЕРЕ

(Представлено членом-корреспондентом Академии Б. К. Балавадзе 19.2.1970)

В теории ветровых течений в верхней атмосфере обычно исходят из одного комплексного уравнения типа теплопроводности [1, 2]

$$\nu \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} - \frac{\partial \Phi}{\partial t} - v_0 \frac{\partial \Phi}{\partial z} - m^2 \Phi = G(z, t), \quad (1)$$

где  $\Phi = u + i v$ ;  $u, v$  — компоненты горизонтального ветра;

$$m^2 = \lambda + i \Omega; \quad \lambda = \frac{\sigma_1 H_z^2}{\rho_0 c^2}; \quad \Omega = 2 \omega \sin \varphi + \frac{\sigma_2 H_0 H_z}{\rho_0 c^2};$$

$$G(z, t) = \frac{1}{\rho_0} \left( \frac{\partial P}{\partial x} + i \frac{\partial P}{\partial y} \right).$$

Здесь  $P$  — давление атмосферы;  $\rho_0 = \text{const}$  — плотность атмосферы;  $\omega$  — угловая скорость вращения Земли;  $\varphi$  — широта;  $\sigma_1$  — поперечная проводимость;  $\sigma_2$  — проводимость Холла;  $\vec{H}_0$  — магнитное поле Земли;  $H_z$  — составляющая  $\vec{H}_0$  вдоль оси  $z$ ;  $v_0 = V_z = \text{const}$  — значение вертикальной скорости на границе плоскости;  $\nu$  — коэффициент вязкости.

Решение уравнения (1) в случае прилипания скорости на границе  $z = 0$  и ограниченности решения на бесконечности при  $G(z, t) = G_0 = \text{const}$  и нулевых начальных условиях имеет следующий вид [2]:

$$\Phi = \frac{G_0}{m^2} \left\{ 1 - \int_0^t \exp \left[ -\frac{z^2}{4\nu(t-\tau)} + \frac{v_0}{2\nu} z - \frac{v_0^2}{4\nu}(t-\tau) - m^2(t-\tau) \right] \times \right. \\ \left. \times \frac{zd\tau}{2\sqrt{\pi\nu}(t-\tau)^{3/2}} \right\}. \quad (2)$$

Представление решения уравнения (1) в такой форме неудобно для вычисления.

Можно показать что интеграл в правой части выражения (2) приводится к функциям ошибок Гаусса. Для этого обозначим этот интеграл через  $I$  и перепишем его следующим образом:

$$I = \exp \left[ \frac{v_0}{2\nu} z \right] \left\{ \frac{2}{V\pi} \int_0^t \exp \left[ -\frac{z^2}{4\nu(t-\tau)} - m_1^2(t-\tau) \right] \frac{z d\tau}{4V\nu(t-\tau)^{3/2}} \right\} =$$

$$= \exp \left[ \frac{v_0}{2\nu} z \right] I_1, \quad (3)$$

где

$$m_1^2 = \frac{v_0^2}{4\nu} + m^2; \quad I_1 = \exp \left[ -\frac{v_0}{2\nu} z \right] I.$$

Рассмотрим интеграл

$$I_1 = \frac{2}{V\pi} \int_0^t \exp \left[ -\frac{z^2}{4\nu(t-\tau)} - m_1^2(t-\tau) \right] \frac{z d\tau}{4V\nu(t-\tau)^{3/2}}. \quad (4)$$

Запишем  $I_1$  в виде

$$I_1 = \exp \left[ -\frac{m_1 z}{V\nu} \right] \frac{2}{V\pi} \int_0^t \exp \left[ -\left( \frac{z}{2V\nu(t-\tau)} - m_1 V\sqrt{t-\tau} \right)^2 \right] \times$$

$$\times \frac{z d\tau}{4V\nu(t-\tau)^{3/2}}$$

и введем новую переменную интегрирования

$$\alpha = \frac{z}{2V\nu(t-\tau)} - m_1 V\sqrt{t-\tau}; \quad \frac{z d\tau}{4V\nu(t-\tau)^{3/2}} = d\alpha - \frac{m_1 d\tau}{2V\sqrt{t-\tau}};$$

получим

$$I_1 = \exp \left[ -\frac{m_1 z}{V\nu} \right] \left\{ \frac{2}{V\pi} \int_0^\infty e^{-\alpha^2} d\alpha - \frac{2}{V\pi} \int_0^t e^{-\alpha^2} \frac{m_1 d\tau}{2V\sqrt{t-\tau}} \right\} =$$

$$= \exp \left[ -\frac{m_1 z}{V\nu} \right] \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{z}{2V\nu\sqrt{t}} - m_1 V\sqrt{t} \right) \right] -$$

$$- \frac{2}{V\pi} \int_0^t \exp \left[ -\frac{z^2}{4\nu(t-\tau)} - m_1^2(t-\tau) \right] \frac{m_1 d\tau}{2V\sqrt{t-\tau}}, \quad (5)$$

где  $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{V\pi} \int_0^x e^{-x^2} dx$  — функция ошибок Гаусса.

Обозначим интеграл в правой части выражения (5) через  $I_2$  и перепишем его в виде

$$I_2 = \frac{2}{V\pi} \int_0^t \exp \left[ -\frac{z^2}{4\nu(t-\tau)} - m_1^2(t-\tau) \right] \frac{m_1 d\tau}{2V\sqrt{t-\tau}} =$$

$$= \exp \left[ \frac{m_1 z}{V \sqrt{v}} \right] \frac{2}{V \sqrt{\pi}} \int_0^t \exp \left[ - \left( \frac{z}{2V \sqrt{v}(t-\tau)} + m_1 \sqrt{t-\tau} \right)^2 \right] \frac{m_1 d\tau}{2V \sqrt{t-\tau}}. \quad (6)$$

Введем новую переменную интегрирования

$$\beta = \frac{z}{2V \sqrt{v}(t-\tau)} + m_1 \sqrt{t-\tau}; \quad \frac{m_1 d\tau}{2V \sqrt{t-\tau}} = \frac{z d\tau}{4V \sqrt{v}(t-\tau)^{3/2}} - d\beta;$$

будем иметь

$$I_2 = - \exp \left[ \frac{m_1 z}{V \sqrt{v}} \right] \frac{2}{V \sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-\beta^2} d\beta +$$

$$\frac{z}{2V \sqrt{v}t} + m_1 \sqrt{t}$$

$$+ \frac{2}{V \sqrt{\pi}} \int_0^t \exp \left[ - \frac{z^2}{4v(t-\tau)} - m_1^2(t-\tau) \right] \frac{z d\tau}{4V \sqrt{v}(t-\tau)^{3/2}};$$

или

$$I_2 = - \exp \left[ \frac{m_1 z}{V \sqrt{v}} \right] \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{z}{2V \sqrt{v}t} + m_1 \sqrt{t} \right) \right] + I_1. \quad (7)$$

Подставим это значение  $I_2$  в формулу (5), найдем  $I_1$

$$I_1 = \frac{1}{2} \exp \left[ - \frac{m_1 z}{V \sqrt{v}} \right] \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( m_1 \sqrt{t} - \frac{z}{2V \sqrt{v}t} \right) \right] +$$

$$+ \frac{1}{2} \exp \left[ \frac{m_1 z}{V \sqrt{v}} \right] \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( m_1 \sqrt{t} + \frac{z}{2V \sqrt{v}t} \right) \right]. \quad (8)$$

Положим

$$m_1 \sqrt{t} - \frac{z}{2V \sqrt{v}t} = \xi; \quad m_1 \sqrt{t} + \frac{z}{2V \sqrt{v}t} = \eta; \quad (9)$$

$$a = \frac{v_0}{2v} + \frac{m_1}{V \sqrt{v}}; \quad b = - \frac{v_0}{2v} + \frac{m_1}{V \sqrt{v}}.$$

Подставив выражение (8) в (3), окончательно получим для комплексной скорости ветра  $\Phi(z, t)$  следующее выражение:

$$\Phi(z, t) = \frac{G_0}{m^2} \left\{ 1 - \frac{1}{2} e^{-bz} [1 + \operatorname{erf}(\xi)] - \frac{1}{2} e^{az} [1 - \operatorname{erf}(\eta)] \right\}. \quad (10)$$

Таким образом, комплексная скорость нестационарного ветра  $\Phi(z, t)$  совершенно просто выражается через функции ошибок Гаусса, которые хорошо изучены и табулированы.

Для того чтобы из выражения (10) определить составляющие компоненты скорости, необходимо использовать асимптотическое разложение  $\operatorname{erf}(x)$  для больших и малых значений аргумента  $x$ . В первом случае (например при больших  $t$ ) используя асимптотическое разложение [3]

$$\operatorname{erf}(x) = 1 - \frac{e^{-x^2}}{x \sqrt{\pi}} \left( 1 - \frac{1}{2x^2} + \frac{1 \cdot 3}{(2x^2)^2} + \dots \right). \quad (11)$$

Из выражения (10), ограничиваясь лишь первыми членами разложения, будем иметь

$$\Phi(z, t) = \frac{G_0}{m^2} \{1 - e^{-bz}\} + \frac{G_0}{2m^2 \sqrt{\pi \nu t}} \times \\ \times \frac{z}{m_1^2 t - \frac{z^2}{4\nu t}} \exp \left[ + \frac{v_0}{2\nu} z - \frac{z^2}{4\nu t} - m_1^2 t \right] + \dots \quad (12)$$

Первый член этого выражения представляет собой значение скорости ветра при установившемся движении, полученное нами ранее [1], второй член описывает нестационарность ветрового процесса. Формула (12) в отличие от (2) вполне элементарна и дает наглядную картину развития процесса во времени. Увеличивая число использованных членов разложений в (11), можно получить ответ требуемой точности.

Для малых значений аргумента  $x$ , используя разложение  $\operatorname{erf}_i(x)$  в степенной ряд [3]

$$\operatorname{erf}_i(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} \left( \frac{x}{1} + \frac{2x^3}{1 \cdot 3} + \frac{2^2 \cdot x^5}{1 \cdot 3 \cdot 5} + \dots \right).$$

Аналогично вышеизложенному можно легко получить асимптотическое разложение для комплексной скорости ветра.

Академия наук Грузинской ССР  
Институт геофизики

Тбилисский государственный  
университет

(Поступило 20.2.1976)

გეოფიზიკა

ბ. ხანთაძე, დ. ვ. შარიკაძე

ზედა ატმოსფეროში ქარის მოძრაობის დიფერენციალური  
ბანტოლების ამოხსნის ერთი ბარდაქმნის შესახებ

რეზიუმე

ნაჩვენებია, რომ არასტაციონარული ქარის მოძრაობის დიფერენციალური ვანტოლებების ამოხსნა შეიძლება გამოისახოს კარგად ცნობილი გაუსის ფუნქციებით, რაც მიღებული ამოხსნების ფიზიკური ინტერპრეტაციის საშუალებას იძლევა.

GEOPHYSICS

A. G. KHANTADZE, D. V. SHARIKADZE

ON ONE CONVERSION OF DIFFERENTIAL EQUATIONS OF WIND  
CURRENT IN THE UPPER ATMOSPHERE

Summary

It is shown that solution of differential equations of non-stationary wind current may be expressed by the well-known Gaussian functions, enabling physical interpretation of the solutions obtained.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. А. Г. Хантадзе, Р. А. Гогуа. Сообщения АН ГССР, 50, № 1, 1968, 65.
2. А. Г. Хантадзе, Д. В. Шарикадзе. Сообщения АН ГССР, 54, № 1, 1969, 61.
3. А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. Уравнения математической физики. М., 1966.



АНАЛИТИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Д. И. ЭРИСТАВИ (член-корреспондент АН ГССР), В. Д. ЭРИСТАВИ,  
Г. Ш. КУТАТЕЛАДЗЕ

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПРИМЕНЕНИЯ  
КАРБОНАТНЫХ ФОРМ АНИОНИТОВ ЭДЭ-10 И АВ-17 ДЛЯ  
ОТДЕЛЕНИЯ ИНДИЯ ОТ КАДМИЯ, ЦИНКА И СВИНЦА

Из известных в аналитической практике методов определения микроколичеств индия следует отдать предпочтение полярографическому методу ввиду быстроты, высокой чувствительности и точности определения. Однако ряд элементов, такие как кадмий, цинк и свинец, дают сходный потенциал полуволны при фонах, используемых для определения индия ([1], стр. 259).

Для установления возможности отделения индия от кадмия, цинка и свинца нами было проведено сравнительное исследование процессов десорбции этих элементов с карбонатных форм анионитов ЭДЭ-10 и АВ-17.

В данной работе описываются результаты этого исследования. Изучение процессов десорбции индия, кадмия, цинка и свинца проводили следующим образом. Через карбонатные формы анионитов ЭДЭ-10 и АВ-17 (высота слоя сорбента 9 см, диаметр колонки 1,6 см) с предварительно сорбированными на них 5 мг одного из вышеперечисленных элементов, со скоростью фильтрации 5 мл/мин, пропускались растворы, исследуемые в качестве элюентов. Элюирование контролировалось отбором проб элюата по 10 мл в каждой, из которых производилось определение вымываемого элемента соответствующим полярографическим методом ([1], стр. 259, 242, 228, 294).

На рис. 1 приведены результаты исследования десорбции индия с карбонатных форм анионитов ЭДЭ-10 и АВ-17 растворами  $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$  различной концентрации.

Нами указывалась возможность отделения индия от элементов, образующих комплексные аммиакаты, ввиду того, что сам индий не вымывается растворами гидроксида аммония. Поэтому в качестве элюента при десорбции кадмия и цинка исследовались растворы  $\text{NH}_4\text{OH}$  различной концентрации. Результаты этой серии экспериментов приведены на рис. 2 и 3.

Так как свинец на карбонатных формах анионитов, по нашему мнению, должен был сорбироваться за счет образования смешанной соли состава  $\text{Pb}(\text{OH})_2 \cdot 2\text{PbCO}_3$ , которая не растворяется в избытке реагента, не взаимодействует с растворами гидроксида аммония, но раз-



рушается под действием едких щелочей, образуя плумбиты, мы решим ли в качестве элюента исследовать растворы едкого натра.

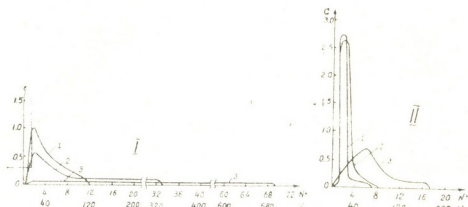


Рис. 1. Выходные кривые элюирования индия с карбонатных форм анионитов ЭДЭ-10 и АВ-17 растворами  $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$  различной концентрации: I—анионит ЭДЭ-10; II—анионит АВ-17; 1) 5 N раствор  $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$ ; 2) 3 N раствор  $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$ ; 3) 1 N раствор  $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$

Как показало исследование, растворы NaOH вполне возможно использовать для элюирования свинца с карбонатной формы анионита АВ-17. В то время, как с карбонатной формы анионита ЭДЭ-10 свинец этим элюентом не вымывается. Очевидно, здесь протекает, аналогично описанному в работе [2], сорбция за счет комплексообразования с аминогруппами, входящими в анионит ЭДЭ-10. В этих случаях растворы NaOH не извлекают сорбированные катионы, поэтому элюирование свинца с анионита ЭДЭ-10 производилось растворами азотной кислоты.

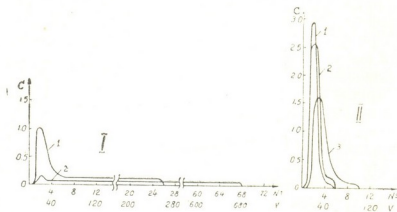


Рис. 2. Выходные кривые элюирования кадмия с карбонатных форм анионитов ЭДЭ-10 и АВ-17 растворами  $\text{NH}_4\text{OH}$  различной концентрации: I—анионит ЭДЭ-10; II—анионит АВ-17. 1) 3 N раствор  $\text{NH}_4\text{OH}$ ; 2) 1 N раствор  $\text{NH}_4\text{OH}$ ; 3) 0,5 N раствор  $\text{NH}_4\text{OH}$

Результаты исследования процессов десорбции индия, кадмия, цинка и свинца с карбонатных форм анионитов ЭДЭ-10 и АВ-17 дали возможность подобрать оптимальные условия для отделения индия от элементов, мешающих его полярографическому определению.

Несмотря на то, что оба анионита могут быть с успехом использованы в аналитической химии индия, все же предпочтение следует от-

дать карбонатной форме анионита АВ-17 (см. рис. 4), так как разделение на этом анионите протекает в два раза быстрее.

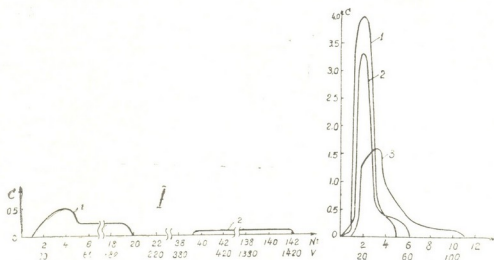


Рис. 3. Выходные кривые элюирования цинка с карбонатных форм анионитов ЭДЭ-10 и АВ-17 растворами  $\text{NH}_4\text{OH}$  различной концентрации: 1—анионит ЭДЭ-10; 2—анионит АВ-17; 1) 3 N раствор  $\text{NH}_4\text{OH}$ ; 2) 1 N раствор  $\text{NH}_4\text{OH}$ ; 3) 0,5 N раствор  $\text{NH}_4\text{OH}$

На основании приведенных материалов нами разработана, описанный ниже метод отделения индия с использованием карбонатной формы анионита АВ-17 в качестве рабочего сорбента.

Анализируемый раствор (рН 2,5) со скоростью фильтрации 1 мл/мин пропускается через колонку с карбонатной формой анионита АВ-17 (диаметр колонки 1,6 см, высота слоя набухшего сорбента 9 см).

После промывания этой колонки порцией дистиллированной воды (15 мл) со скоростью 5 мл/мин пропускаются растворы элюентов. Элюирование производится в следующей последовательности: 70 мл 1N раствора  $\text{NH}_4\text{OH}$  (десорбция  $\text{Cd}$ ,  $\text{Zn}$ ), 70 мл 3N  $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$  (десорбция индия), после чего можно вымыть свинец 50 мл 1N раствора  $\text{NaOH}$ .

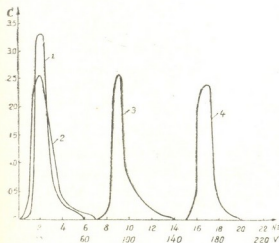


Рис. 4. Отделение индия от кадмия, цинка и свинца с помощью карбонатной формы анионита АВ-17: 1—выходная кривая элюирования кадмия (1 N раствор  $\text{NH}_4\text{OH}$ ), 2—выходная кривая элюирования цинка (1 N раствор  $\text{NH}_4\text{OH}$ ), 3—выходная кривая элюирования индия (3 N раствор  $\text{NH}_4\text{OH}$ )

Получаемый при десорбции карбонатом аммония элюат отбирается для полярографического определения индия, которое можно проводить любым из известных полярографических методов. Проверка

Определение индия после его отделения от кадмия, цинка и свинца с помощью карбонатной формы анионита АВ-17

№ опытов	В з я т о , м г				О п р е д е л е н о в э л о а т е , м г	О т н о с и т е л ь - н а я о ш и б к а , %
	In <sup>+++</sup>	Cd <sup>++</sup>	Zn <sup>++</sup>	Pb <sup>++</sup>		
1	0,0	2,0	2,0	2,0	0,00	0,00
2	1,0	2,0	2,0	2,0	0,99	- 1,0
3	0,5	2,0	2,0	2,0	0,5	0,0
4	0,1	4,0	2,0	2,0	0,095	- 5,0
5	0,05	2,0	2,0	2,0	0,051	+ 2,0
6	0,01	2,0	2,0	2,0	0,009	-10,0

описанной методики отделения индия производилась на искусственных смесях (см. таблицу).

Грузинский политехнический институт  
им. В. И. Ленина

(Поступило 6.3.1970)

საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის წევრ-კორესპონდენტი,

დ. ერისთავი (საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის წევრ-კორესპონდენტი),  
ვ. ერისთავი, გ. კუთათელაძე

ЭДЭ-10 და АВ-17 ანიონიტების კარბონატული ფორმების გამოყენება ინდიუმის დასაცილებლად კადმიუმის, თუთიისა და ტყვიისაგან

ЭДЭ-10 და АВ-17 ანიონიტების კარბონატულ ფორმებზე ინდიუმის, კადმიუმის, თუთიისა და ტყვიის სორბციული ქცევის შესწავლის შედეგად დადგენილია ინდიუმის დაცილების შესაძლებლობა ზემოთ ჩამოთვლილი ელემენტებისაგან, რომლებიც ხელს უშლიან მის პოლაროგრაფიულ განსაზღვრას. ექსპერიმენტების საფუძველზე უფრო მიზანშეწონილია ამ ელემენტების დასაცილებლად АВ-17 ანიონიტის კარბონატული ფორმის გამოყენება.

ANALYTICAL CHEMISTRY

D. I. ERISTAVI, V. D. ERISTAVI, G. Sh. KUTATELADZE

## USE OF THE CARBONATE FORMS OF THE ЭДЭ-10 AND АВ-17 ANIONITES FOR THE SEPARATION OF INDIUM FROM CADMIUM, ZINC AND LEAD

### Summary

The possibility of using the carbonate forms of the ЭДЭ-10 and АВ-17 anionites for the separation of indium from cadmium, zinc and lead has been studied. Use of the CO<sub>3</sub> form of the АВ-17 anionite has been found to be more advisable in separating these elements.

### ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Т. А. Крюкова, С. Н. Синякова, Г. В. Арефьева. Полярографический анализ. М., 1959.
2. К. М. Салдадзе, А. Б. Пашков, В. С. Титов. Ионообменные высокомолекулярные соединения. М., 1960.

ОБЩАЯ И НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

А. Т. ПИЛИПЕНКО (член-корреспондент АН Укр. ССР), Н. В. ЛОРИЯ

ИЗУЧЕНИЕ ТРОЙНОГО КОМПЛЕКСА: ЦЕРИЙ (IV)—ЭДТА—  
ПЕРЕКИСЬ ВОДОРОДА

(Представлено членом-корреспондентом Академии Д. И. Эристави 5.2.1970)

Церий с перекисью водорода и с этилендиаминтетрауксусной кислотой (ЭДТА) образует соединение желтого цвета, которое применяется для фотометрического определения церия [1—4]. Между тем, механизм образования этого соединения и спектрофотометрические характеристики его изучены недостаточно. В указанных работах, например, приведены разные спектры поглощения растворов одного и того же соединения и не установлено, является ли перекись водорода только окислителем или же входит в состав комплекса в качестве лиганда.

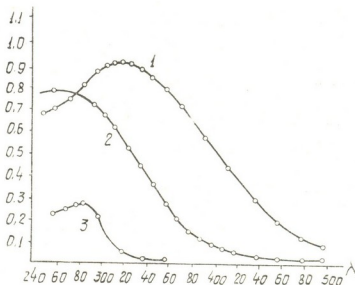
В данной работе более подробно изучены условия образования окрашенного комплекса. Для получения окрашенного соединения в работах [1—4] применяли в качестве исходного вещества соль трехвалентного церия. В этом случае перекись водорода могла выполнять роль окислителя церия (III) в церий (IV) и, кроме того, принимать участие в комплексообразовании в качестве дополнительного лиганда. Для выяснения валентности церия в окрашенном соединении, которое образует церий с ЭДТА в присутствии перекиси водорода и состава комплекса, мы применяли соль четырехвалентного церия.

В кислых растворах церий (IV) является сильным окислителем и при взаимодействии с ЭДТА восстанавливается до церия (III) [5]. Однако в определенных условиях кислотности, а именно при pH 2 и выше, восстановление церия (IV) замедляется и образуется комплексонат четырехвалентного церия [6]. Поэтому во время исследования применяли меры предосторожности для предотвращения восстановления церия (IV). Для этого при смешивании растворов церия (IV) и ЭДТА создавали pH больше 2-х.

Образование исследуемого соединения зависит от кислотности среды и времени. Поэтому была изучена зависимость светопоглощения растворов комплекса от pH. С этой целью готовили серию растворов с постоянным соотношением компонентов  $[\text{Ce(IV)}]:[\text{ЭДТА}]:[\text{H}_2\text{O}_2]=1:20:40$  и с разными значениями pH. Были сняты спектры поглощения этих растворов сразу после их приготовления. Результаты опытов показали, что в интервале pH 8—10 образуется одно и то же соединение с максимумом поглощения при 320 нм. Окраска растворов развивается во времени и тем быстрее, чем выше значение pH растворов. Оптимальное значение pH для образования комплекса 9,9—10,7. При pH выше 10,7 выпадает осадок желтого цвета, при pH ~ 6 спектр растворов не имеет максимума, характерного для окрашенного соединения церия.

При оптимальном рН 9,9 были изучены спектры поглощения растворов (рис. 1), содержащих церий (IV) — ЭДТА — перекись водорода (кривая 1), церий (IV) — ЭДТА (кривая 2) и церий (III) — ЭДТА (кривая 3). Из рис. 1 видно, что при взаимодействии це-

Рис. 1. Спектры поглощения: 1) Ce(IV)—ЭДТА— $H_2O_2$ ; 2) Ce(IV)—ЭДТА [ $Ce(IV) = 2 \cdot 10^{-4}$  мол/л, [ЭДТА] =  $2 \cdot 10^{-3}$  мол/л, [ $H_2O_2$ ] =  $8 \cdot 10^{-3}$  мол/л, рН 9,9; 3) Ce(III) — ЭДТА [ЭДТА] =  $8 \cdot 10^{-3}$  мол/л, [Ce(III)] =  $8 \cdot 10^{-4}$  мол/л; рН 9,7;  $d=1$  см



рия (IV), ЭДТА и перекиси водорода образуется соединение, спектр поглощения которого отличается как от спектра поглощения раствора комплекса церий (IV)—ЭДТА, так и от спектра поглощения раствора комплекса церий (III)—ЭДТА. Следовательно, кривая 1 указывает на образование сложного соединения, в состав которого кроме ЭДТА входит перекись водорода. Спектры поглощения церий (IV)—ЭДТА и церий (III) — ЭДТА отличаются между собой как по расположению максимума поглощения, так и по интенсивности поглощения. Однако

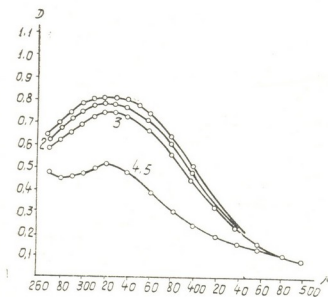


Рис. 2. Спектры поглощения комплекса Ce(IV) — ЭДТА —  $H_2O_2$  в зависимости от концентрации ЭДТА. [Ce(IV)] =  $2 \cdot 10^{-4}$  мол/л; [ $H_2O_2$ ] =  $8 \cdot 10^{-3}$  мол/л; [ЭДТА]: 1)  $2 \cdot 10^{-4}$  мол/л, 2)  $1 \cdot 10^{-3}$  мол/л, 3)  $2 \cdot 10^{-3}$  мол/л, 4)  $20 \cdot 10^{-3}$  мол/л, 5)  $40 \cdot 10^{-3}$  мол/л; рН 10,2;  $d=1$  см

после прибавления перекиси водорода к таким растворам образуется одно и то же соединение с  $\lambda_{\text{макс}} = 320$  нм. Причем образование этого



соединения происходит быстрее в случае раствора церия (IV). Это указывает на то, что в состав комплекса входит церий (IV).

Таким образом, результаты вышеприведенных опытов свидетельствуют о том, что в случае применения в качестве рабочего раствора соли трехвалентного церия перекись водорода окисляет церий (III) в церий (IV) и кроме того, наряду с ЭДТА входит в состав комплекса.

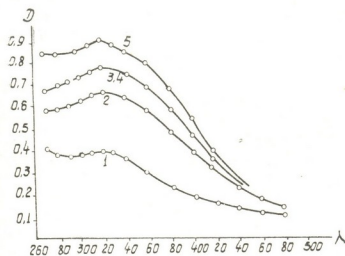
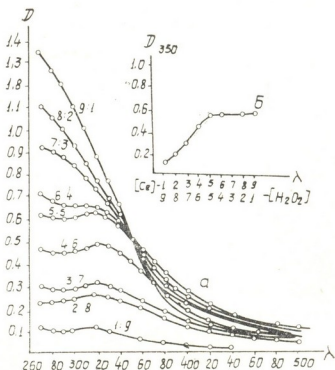


Рис. 3. Спектры поглощения комплекса Ce (IV) — ЭДТА —  $H_2O_2$  в зависимости от концентрации перекиси водорода.  $[Ce(IV)] = 2 \cdot 10^{-4}$  мкл/л;  $[ЭДТА] = 2 \cdot 10^{-3}$  мкл/л;  $[H_2O_2]$ : 1)  $2 \cdot 10^{-4}$  мкл/л; 2)  $2 \cdot 10^{-3}$  мкл/л; 3)  $4 \cdot 10^{-3}$  мкл/л; 4)  $8 \cdot 10^{-3}$  мкл/л; 5)  $40 \cdot 10^{-3}$  мкл/л; pH 10,4; d=1 см

Далее была изучена зависимость образования комплекса от концентрации компонентов реакции ЭДТА и перекиси водорода в раство-

Рис. 4. Спектры поглощения изомолярной серии церий (IV)— $H_2O_2$  (а) и зависимость оптической плотности при длине волны изобестической точки от избытка перекиси водорода (б)  $[Ce(IV)] + [H_2O_2] = 4 \cdot 10^{-4}$  мол/л;  $[ЭДТА] = 4 \cdot 10^{-3}$  мол/л; pH 10,4, d=1 см



ре. Для этой цели были сняты спектры поглощения растворов сразу после приготовления их (рис. 2, 3). Независимо от концентрации ЭДТА и перекиси водорода, спектры поглощения имели одну и ту же форму с  $\lambda_{\text{макс}} = 320$  нм и отличались только по интенсивности поглощения.



Было замечено, что в растворах, при соотношении  $[Ce(IV)]:[ЭДТА]=1:100$  после прибавления перекиси водорода окраска растворов развивается медленно и не достигает максимального значения даже спустя 3 часа, что, по-видимому, связано с постепенным присоединением перекиси водорода к двойному соединению церий (IV)—ЭДТА. С другой стороны, при соотношении  $[Ce(IV)]:[H_2O_2]=1:200$  при  $[Ce(IV)]=2 \cdot 10^{-4}$  мол/л наблюдается выпадение осадка желтого цвета. Оптимальные концентрационные условия образования тройного комплекса церий (IV)—ЭДТА—перекись водорода являются следующими:  $[ЭДТА]=2 \cdot 10^{-3}$  мол/л и  $[H_2O_2]=8 \cdot 10^{-3}$  мол/л при  $[Ce(IV)]=2 \cdot 10^{-4}$  мол/л. Соотношение церия (IV) и перекиси водорода в тройном комплексе было установлено по методу Асмуса. Из рис. 4 видно, что соотношение  $[Ce(IV)]:[H_2O_2]$  в комплексе равно 1:1. Соотношение церия и ЭДТА в тройном комплексе установить не представилось возможным, вследствие того, что церий с перекисью водорода образует осадок в растворах, содержащих малые количества ЭДТА ( $[Ce(IV)]:[ЭДТА]<1$ ).

Академия наук Укр. ССР  
Институт общей и неорганич. химии

Тбилисский государственный  
университет

(Поступило 6.2.1970)

ზოგადი და არაორგანული ქიმია

ბ. პილიპენკო (უკრაინის სსრ მეცნიერებათა აკადემიის წევრ-კორესპონდენტი), ნ. ლორია

შისწავლეს სამმაგი კომპლექსისა: ცერიუმი (IV) — ეთილენდი-  
ამინოტეტრაამარმჟავა — წყალბადის ზეჟანგი

რეზიუმე

შესწავლილია წარმოქმნის რეაქციის მექანიზმი სამმაგი კომპლექსისა: ცერიუმი (IV) — ეთილენდიამინოტეტრაამარმჟავა — წყალბადის ზეჟანგი. ასმუსის მეთოდით დადგენილია, რომ კომპლექსში კომპონენტების შეფარდება  $[Ce(IV)]:[H_2O_2]=1:1$ .

GENERAL AND INORGANIC CHEMISTRY

A. T. PILIPENKO, N. V. LORIA

### STUDY OF THE TRIPLE COMPLEX: CERIUM (IV)—EDTA— HYDROGEN PEROXIDE

Summary

The reaction mechanism of the triple cerium (IV)—EDTA—hydrogen peroxide complex formation has been studied. By the Assmus method the ratio in the complex has been determined  $[Ce(IV)]:[H_2O_2]=1:1$ .

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. M. Malinek, L. Klir. Chem. listy, 50, 1956, 1317.
2. А. К. Бабко, О. М. Еременко. ЖАХ, 13, 1958, 206.
3. В. Н. Тихонов, В. Н. Подчайнова. ЖАХ, 18, 1963, 463.
4. В. Н. Тихонов. ЖАХ, 22, 1967, 886.
5. П. Н. Палей, Н. И. Удадьцова. ЖАХ, 15, 1960, 668.
6. Е. А. Малинина, Л. И. Мартыненко и др. Вестн. МГУ, № 6, 1968, 75.

Д. Д. ГВЕРДЧИТЕЛИ, В. П. ЛИТВИНОВ  
ИССЛЕДОВАНИЕ В РЯДУ КОНДЕНСИРОВАННЫХ  
ГЕТЕРОАРОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ, ВКЛЮЧАЮЩИХ  
ТИОФЕНОВОЕ КОЛЬЦО. ПОЛУЧЕНИЕ ИЗОМЕРНЫХ  
АНТРАБЕНЗОТИОФЕНОВ

(Представлено членом-корреспондентом Академии Л. Д. Меликадзе 23.2.1970)

Несмотря на все возрастающий интерес многих исследователей к полициклическим гетероароматическим соединениям, в литературе имеются весьма ограниченные сведения, относящиеся к антрабензотиофенам. Синтез антра-[2,3-*b*]-бензо-[*d*]-тиофена (<sup>1</sup> V) (пиролизом *o*-толуил-2-добензотиофена) приведен в патенте [1], в антра-[1,2-*b*]-бензо-[*d*]-тиофена — в двух работах [2, 3]. Данные о третьем изомере антра-[2,1-*b*]-бензо-[*d*]-тиофене (VI) в литературе отсутствуют. С другой стороны известен способ получения бензотиенилантрахинона (III), который может служить промежуточным продуктом в синтезе V-циклизацией *o*-2-добензотеноилбензойной кислоты (I) в присутствии AlCl<sub>3</sub> [4] и полифосфорной кислоты [5, 6].

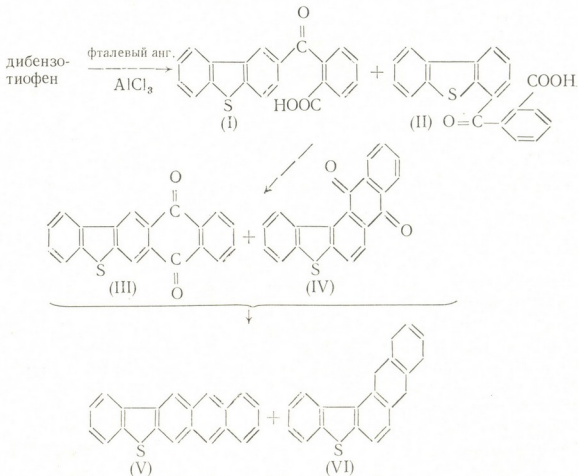
Мы решили получить (V) восстановлением (III), который был синтезирован аналогично [5]. При действии на добензотиофен фталевым ангидридом в присутствии AlCl<sub>3</sub> по методу [4] получена кислота (I) в виде моно-гидрата. Неперекристаллизованная кислота (I) затем была подвергнута циклизации в присутствии полифосфорной кислоты и получен бензотиенилантрахинон (III) с т. пл. 265—285°, который затем был восстановлен в антрабензотиофен. Продукт восстановления превращен в аддукт с малеиновым ангидридом (для очистки от возможных примесей) и, после разложения аддукта, раскристаллизован на три фракции с т. пл. 180°, 248—250° и 278—280°, имеющих один и тот же элементарный состав — C<sub>20</sub>H<sub>12</sub>S.

Исходя из того, что *o*-2-добензотеноилбензойная кислота (I) может циклизоваться как в положение 3, так и 1 добензотиофенового ядра, можно было предположить, что два из выделенных продуктов являются антра-[2,1-*b*]-бензо-[*d*]-тиофеном (VI) и антра [2, 3-*b*]-бензо-[*d*]-тиофеном (V). Действительно, фракция с т. пл. 180° представляет собой VI, а фракция с т. пл. 248—250° — V. Это вытекает как из данных реакции десульфуризации, при помощи которой мы получили из вышеуказанных продуктов α- и β-фенилантрацен соответственно, так и из данных спектрального исследования, которые будут приведены в одном из последующих сообщений.

Более сложным оказался вопрос о природе третьей фракции с т. пл. 278—280°. Поскольку известно, что при ацилировании добензотиофена в присутствии AlCl<sub>3</sub> ацильная группа может вступать как в положение

(<sup>1</sup> Номенклатура соединений дана по „The Ring Index“.

2, так и 4 дибензотиофеновой системы [7, 8], можно было предположить, что на стадии ацилирования дибензотиофена фталевым ангидридом образуется не исключительно кислота (I), а смесь 1 с о-4-дибензотеноилбензойной кислотой [11]. Последняя при внутримолекулярном ацилировании в положении 3 дибензотиофена и последующем восстановлении продукта циклизации может привести к третьему изомерному антра-



бензотиофену-антра-[1,2-*b*]-бензо-[*d*]-тиофену. С целью проверки этого предположения, неочищенный продукт реакции дибензотиофена и фталевого ангидрида был проэтирифицирован и подвергнут газо-жидкостному хроматографированию. Анализ показал наличие в продукте реакции эфира кислоты (I) и примеси (около 5%) другого соединения, являющегося, по-видимому, эфиром о-4-дибензотеноилбензойной кислоты. После перекристаллизации из спирта полученный этиловый эфир не содержал по данным ГЖХ-анализа никаких примесей. Подтверждением тому, что фракция с т. пл. 278—280° может представлять собой антра-[1,2-*b*]-бензо-[*d*]-тиофен, мог бы служить факт получения при десульфуризации  $\beta$ -фенилантрацена, хотя последний, как указано выше, образуется и из V. Однако, расхождение в т. пл. с приведенными в литературе 220° [2], 226—226,5° [3] для антра-[1,2-*b*]-бензо-[*d*]-тиофена и идентичность УФ-спектров и ИК-спектров (о которых будет сообщено позднее (фракции с т. пл. 278—280° и антра-[2,3-*b*]-бензо-[*d*]-тиофена (фракция с т. пл. 248—250°) требуют дополнительного исследования природы фракции с т. пл. 278—280°.

1. Ацилирование дибензотиофена фталевым ангидридом. К смеси 9,2 г дибензотиофена, 8,2 г фталевого ангидрида, 20 мл нитробензола и 40 мл дихлорэтана за 30 минут прибавлено 10 г  $AlCl_3$  при 0—5°. После 6-часового перемешивания при 20° смесь была вылита в воду и обработана обычным способом. Получено 10,7 г (выход 64,8%) о-2-дибензотеноилбензойной кислоты [1] в виде моногидрата, т. пл. 198—200° (из этилацетата или спирта); лит. данные [4]: т. пл. 120—125°, данные элементарного анализа не приведены. Найдено, %: С 68,35; Н 3,84; S 9,09;  $H_2O$  5,15.  $C_{20}H_{12}O_3S$ .  $H_2O$ . Вычислено, %: С 68,75; Н 3,75; S 9,19;  $H_2O$  5,16. МВ найден 339,3, вычислен 349,4.

Этиловый эфир, т. пл. 105—106° (из этилацетата); лит. данные [4]: т. пл. 105—106°. Найдено, %: С 73,21; Н 4,58; S 9,03.  $C_{22}H_{16}O_3S$ . Вычислено, %: С 73,52; Н 4,21; S 8,92:

При омылении эфира получена кислота I с т. пл. 198—200°.

Этиловый эфир получен также из неперекристаллизованного продукта ацилирования и без очистки подвергнут газожидкостному хроматографированию (хромосорб «w» 80/100, пропитанный силиконовым эластомером SE-30 10 вес. %). Хроматограмма имела два пика, один из которых отнесен к этиловому эфиру кислоты (I), а второй, по-видимому, относится к этиловому эфиру о-4-дибензотеноилбензойной кислоты.

2. Бензотиенилантрахинон. К смеси 42 г  $P_2O_5$  и 12 мл  $H_3PO_4$  при 170° и перемешивании прибавлено 15 г неперекристаллизованного продукта ацилирования дибензотиофена, смесь нагревалась 15—20 минут при 170° и 15 минут при 195°, затем была обработана водой, осадок отфильтрован, обработан раствором соды, отфильтрован, промыт водой до нейтральной реакции и перекристаллизован из ледяной уксусной кислоты. Получено 10 г бензотиенилантрахинона с т. пл. 265—285°. Найдено, %: С 76,85; Н 3,39; S 10,45.  $C_{20}H_{10}O_2S$ . Вычислено, %: С 76,43; Н 3,18; S 10,45.

3. Антрабензотиофен. Смесь 5 г бензотиенилантрахинона, 19 г  $SnCl_2$  37 мл  $HCl$  и 114 мл ледяной уксусной кислоты кипятилась 3 часа, затем была вылита в холодную воду, а осадок желтого цвета отфильтрован и промыт водой. Влажный осадок был смешан с 8 г цинковой пыли и 150 мл 2 N раствора  $NaOH$ . Смесь кипятилась 6 часов и была проэкстрагирована горячим хлороформом. После отгонки хлороформа получено 2 г вещества, которое было растворено в 150 мл ксилола и к раствору было прибавлено 4 г малеинового ангидрида. Смесь кипятилась 4 часа, затем была охлаждена и к ней прибавлено 200 мл 20%-ного раствора  $KOH$ ; вновь кипятилась 2 часа и, после охлаждения, водный слой был подкислен разбавленной  $H_2SO_4$ . Осадок отфильтрован, высушен и возогнан в вакууме. Продукт возгонки обработан горячей водой, отфильтрован и высушен. Получено 1,2 г вещества, которое было обработано горячим бензолом и отфильтровано. Из бензольного раствора выделено 0,2 г антра-[2,1-в]-бензо-[d]-тиофена (VI) желтого цвета, т. пл. 180°. Найдено, %: С 84,48; Н 4,30; S 11,17.  $C_{20}H_{12}S$ . Вычислено, %: С 84,51; Н 4,23; S 11,26. Симметричное гринитробензольное про-





изводное, т. пл. 190—192° (из бензола, в зап. капилляре). Найдено, %: С 62,75; Н 3,18; N 8,45.  $C_{26}H_{15}O_6N_3S$ . Вычислено, %: С 62,77; Н 3,09; N 8,45.

Остаток кипятился в ледяной уксусной кислоте, нерастворившаяся часть отфильтрована, из фильтрата выделено 0,4 г антра-[2,3-в]-бензо-[d]-тиофена, т. пл. 248—250°, зеленовато-желтого цвета, лит. данные [2]: т. пл. 249—250°. Найдено, %: С 84,33; Н 4,42; S 11,10.  $C_{20}H_{12}S$ . Вычислено, %: С 84,51; Н 4,23; S 11,26.

Из остатка, после перекристаллизации смеси бензола и ледяной уксусной кислоты, выделено 0,4 г вещества с т. пл. 278—280°, зеленовато-желтого цвета. Найдено, %: С 84,29; Н 4,26; S 11,28. Вычислено, %: С 84,51; Н 4,23; S 11,26.

Академия наук Грузинской ССР  
Институт физической и органической химии  
им. М. Г. Меликишвили

Академия наук СССР  
Институт органической химии  
им. Н. Д. Зелинского

(Поступило 26.2.1970)

ორგანული ქიმია

დ. ზვარციტელი, ვ. ლიტვინოვი

თიოფენის ბირთვის შემცველი ჰეტეროციკალური კონდენსირებადი სისტემების გამრავლება. იზომერული ანტრაბენზოთიოფენების სინთეზი

რეზიუმე

დიბენზოთიოფენის აცილირებით ფტალის ანჰიდრიდით უწყლო  $AlCl_3$ -ის თანაობისას მიიღება 0-2 დიბენზოთენოილბენზოლის მქაა. მიღებული მქაა პოლიფოსფორის მქაავით ციკლოზაციით იძლევა ბენზოთიენილ ანტრაზინონს, რომლის აღდგენით მიიღება ლიტერატურაში უცნობი ნაერთი ანტრა [2,1-ბ]ბენზო-[d]-თიოფენი, ანტრა [2,3-ბ]ბენზო-[d]-თიოფენი და ნივთიერება ლ. ტემპერატურით 278—280°. შესწავლილია მიღებული ნივთიერებების ელექტრონული სპექტრები.

ORGANIC CHEMISTRY

D. D. GVERDTSITELI, V. P. LITVINOV  
INVESTIGATION OF THIOPHENE-RING CONTAINING  
HETEROCYCLIC CONDENSED SYSTEMS. SYNTHESIS OF  
ISOMERIC ANTHRABENZOTHIOPHENES

Summary

Acylation of dibenzothiophene with phthalic anhydride, in the presence of aluminium chloride, followed by cyclization of the resulting products with polyphosphoric acid and reduction of the substances obtained has been found to lead respectively to (a) anthra-[2,3-ბ]-benzo-[d]-thiophene, (b) anthra-[2,1-ბ]-benzo-[d]-thiophene hitherto unknown in the literature, and (c) a non-identified product with m. p. 278—280°. The ultraviolet absorption spectra of the substances have been studied.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Фр. пат., № 614959 (1926); Zentr., 1929, II, 797.
2. G. R. N. Sastry, B. D. Tilak. J. Sci. Industr. Res., 20 B, 1961, 286.
3. W. Davies, Q. N. Porter. J. Chem. Soc., 1957, 4962.
4. H. Gilman, A. L. Jacoby. J. Org. Chem., 3, 1938, 103.
5. Пат. США № 2533171 (1950); C. A., 45, 1951, 1775.
6. Пат. США № 2615898 (1952); C. A., 47, 1953, 6147.
7. A. Burger, W. B. Wartman, R. E. Lutz. J. Am. Chem. Soc., 60, 1938, 2628.
8. A. Burger, H. W. Bryant. J. Org. Chem., 4, 1939, 119.



ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Н. Н. СХИРТЛАДЗЕ, А. И. НОГАЙДЕЛИ

ИССЛЕДОВАНИЕ В РЯДУ АНТРАЦЕНА И ПЕНТАЦЕНА

(Представлено членом-корреспондентом Академии Л. Д. Меликадзе 20.2.1970)

В литературе описан ряд методов синтеза 9,10-диалкилпроизводных антрацена [1—6]. Применяя указанный метод, мы синтезировали из мезоалкилпроизводных антрацена [7] 9-алкил-10-бромпроизводные [8] антрацена с помощью пятибромистого фосфора.

Действием на алкилбромпроизводные антрацена *n*-бутиллитием получались 9-алкил-10-литийантрацены, которые в дальнейшем использовались для получения мезодиалкилпроизводных антрацена и соответствующих 9-алкил-10-карбоновых кислот антрацена.

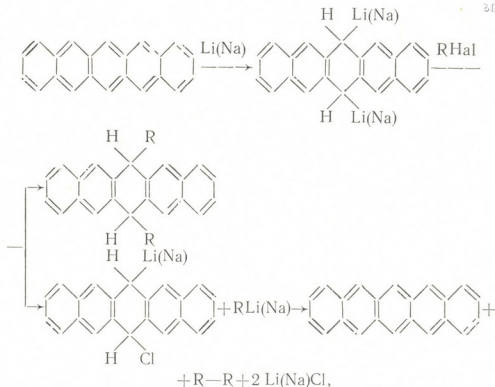
9-алкил-10-бромпроизводные антрацена — желтые кристаллы, получающиеся с выходом 60—70%. 9-алкил-10-карбоновые кислоты антрацена также являются бледно-желтыми кристаллическими веществами с выходом 70—80% (см. таблицу).

Были исследованы УФ-спектры поглощения 9-алкил-10-бромпроизводных и 9-алкил-10-карбоновых кислот антрацена. Их спектры аналогичны спектру антрацена, но смещены в сторону длинноволновой области спектра.

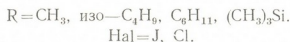
Продолжая исследования в области пентацена, мы показали [9], что при действии хлоралкилов на 6,13-дигидро-6,13-дигидропентацен образуются соответствующие диалкилдигидропроизводные пентацена. В дальнейшем желательно было выяснить вопрос о влиянии иодалкилов на ход реакции алкилирования. Оказалось, что и иодметил энергично реагирует с литийпроизводными пентацена с образованием смеси соответствующего цис-транс-дигидродиметилпроизводного пентацена с выходом 60%.

Оказалось, что натрий так же гладко, как и литий, присоединяется к пентацену в 6,13-положении, действием иодистого метила и в данном случае получаются аналогичные результаты. Натрийорганическое соединение пентацена имеет такой же цвет, как и литийорганическое. Для завершения реакции металлирования и в данном случае требуется около 100 часов.

Проведено алкилирование литийпроизводного дигидропентацена с хлористым циклогексилем. Реакция протекает так же гладко, как и при действии хлористых алкилов при слабом нагревании с образованием 6,13-дихлорциклогексил-6,13-дигидропентацена, белые кристаллы (из бензола) с т. пл. 310—320°, с выходом 50%, по схеме:



где



Был снят УФ-спектр поглощения. Он поглощает в области 220—420 $^\circ$  м $\mu$ , так и все алкилпроизводные дигидропентацена [9].

В случае хлористого изобутила было получено 6,13-диизобутил-6,13-дигидропентацена, желтовато-коричневое масло, выход которого составляет 60%.

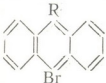

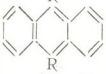
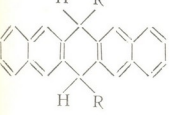
А. Д. Петров и Т. И. Чернышева изучили действие триалкилхлорсиланов на 9,10-дилитий-9,10-дигидроантрацен [10, 11]. Эта реакция была изучена также американскими химиками [12].

Нами было изучено действие триметилхлорсилана на 6,13-дилитий-6,13-ди-дигидропентацен, при котором мы получили смесь цис-транс изомером 6,13-ди (триметилсисил) -6,13-дигидропентацена.

После обработки эфиром реакционной массы были выделены кристаллы, которые в эфиро-бензольном растворе не растворялись и после перекристаллизации из бензола были получены бледно-желтовато-белые кристаллы с т. пл. 290—300 $^\circ$  с выходом 40%. В эфирном растворе растворившиеся кристаллы, после перекристаллизации из бензола, превращаются в красновато-серые кристаллы с т. пл. 260—290 $^\circ$  с выходом 20%. Элементарный состав и УФ-спектры поглощения этих двух веществ совпадают. Пентацен не был обнаружен.

9-алкил-10-бромпроизводные антрацена. Смесь 3 г 9-алкилантрацена [7] (алкил-C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>, н.-C<sub>3</sub>H<sub>7</sub>), 60 мл безводного бензола и 6,8 г мелко-растертого пятибромистого фосфора оставили на 24 часа при комнатной температуре. Бензольный раствор промывали водой; бензол отгоняли и остаток хроматографировали на окиси алюминия в петролейном

эфире. 9-этил- и 9-пропил-10-бромантрацены кристаллизовали из этилового спирта [4, 13, 14].

Производные антрацена и пентацена	R	Выход, %	Т. пл.	Найдено, %		Формула	Вычислено, %	
				С	Н		С	Н
	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> н.-C <sub>3</sub> H <sub>7</sub>	70	103—104	67,43	4,59	C <sub>16</sub> H <sub>13</sub> Br <sup>a</sup>	67,37	4,56
		70	103—104	68,25	5,15	C <sub>17</sub> H <sub>16</sub> Br <sup>b</sup>	68,23	5,02
	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> н.-C <sub>3</sub> H <sub>7</sub>	60	189—190	81,66	5,74	C <sub>17</sub> H <sub>14</sub> O <sub>2</sub>	81,60	5,60
		60	189—190	80,25	6,25	C <sub>18</sub> H <sub>16</sub> O <sub>2</sub>	80,21	6,06
	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> н.-C <sub>3</sub> H <sub>7</sub>	50	145—146					
		45	139—140					
	CH <sub>3</sub> изо-C <sub>4</sub> H <sub>9</sub> C <sub>6</sub> H <sub>11</sub> (CH <sub>3</sub> ) <sub>3</sub> Si	60	185—190	93,42	6,52	C <sub>24</sub> H <sub>20</sub>	93,50	6,49
		60		91,83	8,20	C <sub>30</sub> H <sub>32</sub> <sup>b</sup>	91,83	8,17
		50	310—320	91,66	8,33	C <sub>34</sub> H <sub>36</sub>	91,89	8,10
		60	цис-изом, 260—290 транс- изомер 290—300	81,15	7,81			
				81,80	7,80	C <sub>28</sub> H <sub>32</sub> Si <sub>2</sub> <sup>г</sup>	81,11	7,77

Примечание: а) найдено, %: Br 28,05; вычислено, %: 28,07; б) найдено, %: Br 26,65; вычислено, %: 26,75; в) n<sub>D</sub><sup>20</sup> 1,6050; г) найдено, %: 11,51; 11,18; вычислено, %: 11,11.

9-алкил-10-карбоновые кислоты антрацена. К эфирному раствору н.-бутиллития (1,62 г н.-бутилхлорида, 0,3 г лития и 30 мг абсолютного эфира) прибавили 0,42 г 9-алкил-10-бромантрацена (алкил-C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>, н.-C<sub>3</sub>H<sub>7</sub>). После 10-минутного встряхивания полученное литийорганическое соединение выливали на размельченную твердую углекислоту, ватем к нему прибавляли воду и эфир. При подкислении водного раствора соляной кислотой выпадали бледно-желтые кристаллы, которые кристаллизовали из ледяной уксусной кислоты.

9,10-диалкилантрацены. К 9-алкилантрацил-10-лтию прибавили 3 г эфирного раствора иодалкилов (алкил-C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>, н.-C<sub>3</sub>H<sub>7</sub>). После чего смесь выдерживали 3 часа при 50°. Реакционную смесь промывали водой и растворитель отгоняли. Остаток хроматографировали на Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> в растворе петролейного эфира. Полученные вещества кристаллизовали из ацетона.

6,13-диалкил-6,13-дигидропентацены. К 2,5 г пентацена, смеси 50 мл бензола (без тиофена) с абсолютным эфиром (1:1) в атмосфере сухого азота прибавляли литий. Реакционную смесь встряхивали на качалке 100 часов. Затем по каплям прибавляли галогеналкилы (ал-



кил- $\text{CH}_3$ , изо- $\text{C}_4\text{H}_9$ ,  $\text{C}_6\text{H}_{11}$ ,  $(\text{CH}_3)_3\text{Si}$ ;  $\text{Hal}=\text{J, Cl}$ ). Не вошедший в реакцию литий фильтровали через металлическую сетку. Реакционную смесь разлагали водой. Бензольноэфирный слой промывали водой и сушили сульфатом натрия. После отгонки растворителя полученные остатки хроматографировали на окиси алюминия. 6,13-диметил-6,13-дигидропентацен кристаллизовали из бензола. 6,13-диизобутил-6,13-дигидропентацен — маслянистое вещество. 6,13-дициклогексил-6,13-дигидропентацен — белые кристаллы из ледяной уксусной кислоты. 6,13-ди(триметилсилил)-6,13-дигидропентацен получен в виде смеси цис-транс изомеров и кристаллизовали из бензола (см. таблицу).

Академия наук Грузинской ССР  
Институт физической и органической химии  
им. П. Г. Меликишвили

(Поступило 26.2.1970)

ორბანული კვირა

ბ. სხირტლადე, ა. ნოგაიდელი

ანტრაცენისა და პენტაცენის ნაერთების კვლევა  
რეზიუმე

შესწავლილია ალკილჰალოგენების მოქმედება 9-ალკილ-10-ლითიუმ ანტრაცენზე და 6,13-დილითიუმ-6,13-დიჰიდროპენტაცენზე და მიღებულბა შესაბამისი წარმოებულები. შესწავლილია სინთეზირებული ნაერთების შთანთქმის სპექტრები.

## ORGANIC CHEMISTRY

N. N. SKHIRTLADZE, A. I. NOGAIDELI

## INVESTIGATION OF ANTHRACENE AND PENTACENE DERIVATIVES

### Summary

The reaction of alkylhalogenides with 9-alkyl-10-lithium anthracene and 6,13-dilithium-6,13-dihydropentacene has been studied and corresponding derivatives obtained. The structure of these derivatives has been ascertained by analysis. The electronic spectra of the synthesized substances have been studied.

### ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Б. М. Михайлов. Изв. АН СССР, ОХН, 6, 1946, 619.
2. Б. М. Михайлов, Т. К. Козминская. Изв. АН СССР, ОХН, 2, 1949, 164.
3. Б. М. Михайлов. Изв. АН СССР, 4, 1948, 420.
4. Б. М. Михайлов, В. П. Броницкая. ЖОХ, 22, 1952, 157.
5. Б. М. Михайлов, Т. К. Козминская. ЖОХ, 21, 1951, 1276.
6. Б. М. Михайлов, Н. Г. Чернова. ЖОХ, 21, 1951, 1517.
7. A. Sieglitz. R. Mag. Ber., 56, 1923, 1619.
8. Б. М. Михайлов, М. Ш. Промыслов. ЖОХ, 20, 1950, 338.
9. А. И. Ногайдели, Н. Н. Схиртладзе и др. ЖОРХ, 4, 4, 1967, 736.
10. А. Д. Петров, Т. И. Чернышева. ДАН СССР, 84, 1952, 515.
11. А. Д. Петров, Т. И. Чернышева, ДАН СССР, 89, 1953, 73.
12. M. Maienthal, M. Hellman. J. Am. Chem. Soc., 76, 1954, 6392.
13. E. Barry Barnett, M. A. Mathews. Ber., 59, 1926, 1429.
14. А. С. Черкасов. Оптика и спектроскопия, 6, 4, 1959, 497.

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Г. Ш. ПАПАВА, И. С. ХИТАРИШВИЛИ, П. Д. ЦИСКАРИШВИЛИ,  
 К. А. АНДРИАНОВ (академик АН СССР), В. В. КОРИШАК (член-корреспондент  
 АН СССР), С. В. ВИНОГРАДОВА

О НЕКОТОРЫХ ЗАКОНОМЕРНОСТЯХ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ  
 ПОЛИКОНДЕНСАЦИИ ПОЛИЦИКЛИЧЕСКОГО БИСФЕНОЛА И  
 КРЕМНИЙСОДЕРЖАЩЕГО ОЛИГОМЕРА С ХЛОРАНГИДРИДОМ  
 ТЕРЕФТАЛЕВОЙ КИСЛОТЫ

(Представлено академиком Х. И. Арешидзе 8.1.1970)

В последние годы появился ряд работ по синтезу полиарилатов методом низкотемпературной поликонденсации [1—6]. Этим методом могут быть синтезированы также различные сополимеры и блок-сополимеры.

Целью данной работы являлось выяснение некоторых закономерностей низкотемпературной поликонденсации полициклического бисфенола 4,4'- (гексагидро-4,7-метилениндан-5-илиден)-дифенола и кремнийсодержащего блочного компонента с концевыми гидроксильными группами [7] с хлорангидридом терефталевой кислоты.

Нами исследовалось влияние на процесс поликонденсации следующих факторов: порядка введения в реакцию исходных реагентов, температуры и продолжительности реакции, природы растворителя и строения третичных аминов и т. д., на примере блок-сополимера, содержащего исходные компоненты (бисфенол, кремнийсодержащий олигомер и хлорангидрид терефталевой кислоты) в молярном соотношении 0,7:0,3:1, соответственно.

Блок-сополимеру такого состава свойственно довольно высокое содержание (~46 вес.%) блочного компонента и достаточно высокая температура размягчения (230—240°C).

Полученные результаты представлены на рис. 1—4.

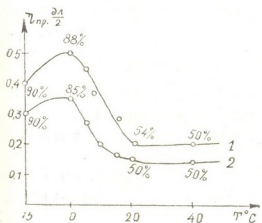


Рис. 1. Зависимость приведенной вязкости и выхода полимера от температуры реакции: 1—полимер получен по методу I, 2—полимер получен по методу II. Продолжительность реакции 60 мин. Соотношение хлорангидрид кислоты: триэтилмин = 1:2 мол. (Здесь и в последующих случаях процесс проводили в ацетоне. Вязкость определяли для 0,5%-ного раствора полимера в хлороформе. На кривых в процентах указан выход полимера)



Как видно из рис. 1, лучшие результаты получаются при проведении реакции таким образом, чтобы к ацетоновому раствору добавлялся твердый хлорангидрид терефталевой кислоты (метод I).

В этом случае образуется кремнийсодержащий блок-полиарилат с более высокой приведенной вязкостью и выходом, чем при введении катализатора в раствор смеси исходных реагентов (метод II) <sup>(1)</sup> в тех же самых условиях.

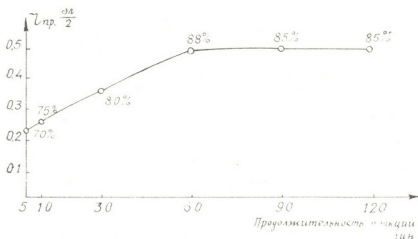


Рис. 2. Зависимость приведенной вязкости полимера от продолжительности процесса (температура поликонденсации 0°C)

Из рис. 1 можно также заключить, что полимеры наибольшего молекулярного веса получаются при 0°C. При повышенной температуре заметно снижается выход и вязкость полимера, что очевидно связано с возрастанием скорости побочных реакций.

На величину молекулярного веса оказывает влияние и продолжительность процесса (см. рис. 2). Оптимальным временем проведения низкотемпературной поликонденсации при 0°C является 60 мин, при котором уже получают полимеры с высоким выходом (~90%) и приведенной вязкостью (~0,50 дл/2).

Дальнейшее увеличение продолжительности поликонденсации уже практически не влияет на выход и приведенную вязкость раствора полимера.

Небезразлична исследуемая низкотемпературная поликонденсация и к природе органической среды (см. табл. 1). Самая высокая приведенная вязкость и больший выход полимера (~90%) из исследованных нами растворителей получается в том случае, когда в качестве органической среды применяется ацетон.

При сравнении влияния на результат поликонденсации природы третичного амина выяснилось, что полимер с наибольшим выходом и приведенной вязкостью получается при проведении поликонденсации в присутствии триэтиламина.

Низкотемпературная поликонденсация весьма чувствительна к количеству применяемого триэтиламина. Из рисунка 3 видно, что поли-

<sup>(1)</sup> Все последующие реакции проводились по методу I.





мер с наибольшим выходом и приведенной вязкостью получается при следующем соотношении исходных компонентов и триэтиламина: хлорангидрид терефталевой кислоты : диоловые компоненты : триэтиламин = 1:1:2, моли.

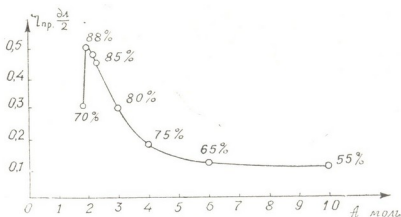


Рис. 3. Влияние количества триэтиламина на приведенную вязкость и выход полимера (процесс проведен при 0°C). Соотношение хлорангидрид : диоловые компоненты = 1 : 1, моли, А—количество триэтиламина в молях на моль хлорангидрида

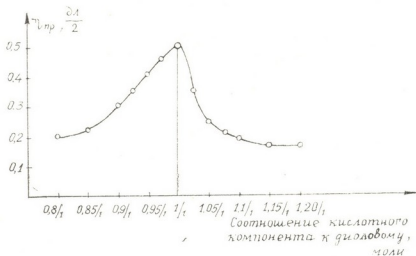


Рис. 4. Зависимость приведенной вязкости полимера от соотношения кислотного компонента к диоловым. Соотношение хлорангидрид : триэтиламин = 1 : 2 моли, температура реакции 0°C. Продолжительность 60 мин

Небольшой избыток триэтиламина мало влияет на приведенную вязкость и выход полимера. Однако, значительный избыток триэтиламина заметно снижает эти показатели. Из рис. 3 также видно, что выход и приведенная вязкость раствора полимера значительно снижаются, если количество триэтиламина меньше эквимолекулярного. Исследуемая низкотемпературная поликонденсация в растворе чувствительна и к соотношению исходных компонентов. Как видно из рис. 4, полимер с наибольшей вязкостью получается, когда исходные диоловые компонен-

ты и хлорангидрид терефталевой кислоты берутся в реакцию в эквимолекулярном соотношении.

Академия наук Грузинской ССР  
 Институт физической и органической химии  
 имени П. Г. Меликишвили

(Поступило 26.2.1970)

ორგანული ქიმია

ბ. პაპავა, ი. ხითარიშვილი, პ. ცისკარიშვილი, აკად. კ. ანდრიანოვი,  
 ვ. კორშაკი (სსრკ მეცნ. აკადემიის წევრ-კორესპონდენტი), ს. ვინოგრადოვა

დაბალტემპერატურული პოლიკონდენსაციის ზოგიერთი  
 კანონზომიერების შესწავლა პოლიციკლური ბისფენოლის,  
 სილიციუმში შემცველი ოლიგომერისა და ტერეფტალის მჟავას  
 ქლორანჰიდრიდის თანაობისას

რეზიუმე

შესწავლილია დაბალტემპერატურული პოლიკონდენსაციის ზოგიერთი  
 კანონზომიერება პოლიციკლური ბისფენოლის, სილიციუმში შემცველი ოლიგო-  
 მერისა და ტერეფტალის მჟავას ქლორანჰიდრიდის თანაობისას 0,7:0,3:1 მო-  
 ლური თანაფარდობის დროს. ნაპოვნია აღნიშნული პროცესის ოპტიმალური  
 პირობები.

ORGANIC CHEMISTRY

G. Sh. PAPAVA, I. S. KHITARISHVILI, P. D. TSISKARISHVILI,  
 K. A. ANDRIANOV, V. V. KORSHAK, S. V. VINOGRADOVA

ON SOME REGULARITIES OF LOW-TEMPERATURE  
 POLYCONDENSATION OF POLYCYCLIC BISPENOL AND OF  
 SILICOCONTAINING OLIGOMER WITH ACID CHLORIDE OF  
 TEREPHTHALIC ACID

Summary

Some regularities of low-temperature polycondensation of polycyclic  
 bisphenol and of silicocontaining oligomer with chloride of terephthalic  
 acid have been studied in time of correlation of resulting components of  
 0.7:0.3:1 mole. The optimal conditions of reaction have been found.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. P. W. Morgan. J. Polymer Sci., 2A, 1964, 437.
2. С. В. Виноградова, В. В. Коршак, В. А. Васнев. Высокомолекулярные соединения, 9Б, 1967, 522.
3. С. В. Виноградова, В. А. Васнев, Э. И. Федин, В. В. Коршак. Изв. АН СССР, сер. хим., 1967, 1620.
4. В. В. Коршак, С. В. Виноградова, В. А. Васнев, Т. И. Митайшвили. Высокомолекул. соед., 10А 1968, 2158.
5. В. В. Коршак, С. В. Виноградова, В. А. Васнев, Т. И. Митайшвили. Высокомол. соед., 11А, 1969, 73.
6. В. В. Коршак, С. В. Виноградова, В. А. Васнев, Т. И. Митайшвили. Высокомол. соед., 11А, 1969, 81.
7. К. А. Андрианов, А. А. Жданов, Т. С. Бакшеева. Пласт. массы, № 5, 18, 1960.

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Л. Н. ДЖАПАРИДЗЕ, В. П. ПРУИДЗЕ, Р. В. ЧАГУНАВА

ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ПОТЕНЦИАЛ ПРОТЕКАНИЯ  
СТЕКЛЯННОЙ ДИАФРАГМЫ

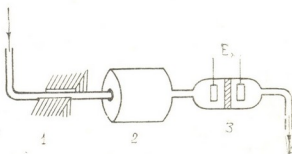
(Представлено членом-корреспондентом Академии Н. А. Ландия 16.2.1970)

В литературе имеются противоречивые данные о физических свойствах воды, прошедшей через магнитное поле. По одним данным поверхностное натяжение, вязкость, рН и электропроводность воды меняются после ее обработки магнитным полем [1]. Отмечается также изменение смачиваемости твердых тел. Краевой угол смачивания при этом существенно возрастает, а скорость флотации некоторых минералов растет на 20—40% [2].

Наряду с исследованиями, подтверждающими изменение параметров воды, проходящей через магнитное поле, были опубликованы сообщения, полностью отрицающие изменения электропроводности и вязкости [3].

В данной работе исследована омагниченная вода в электроосмотическом процессе.

Рис. 1. Схема установки для проведения опытов электроосмоса с омагниченной водой: 1—электромагнит переменного тока, 2—соленодная катушка, 3—электроосмотическая ячейка



На рис. 1 показана схема собранной нами установки для намагничивания воды переменным магнитным полем. Вода обрабатывалась поперечным или продольным магнитными полями.

Напряженность поперечного магнитного поля менялась в пределах 20—2800 эрстед, а продольного магнитного поля—в пределах 1—80 эрст. Частота магнитного поля  $f=50$  герц. Потенциал протекания измерялся прибором, включенным как милливольтметр. Диафрагмы были изготовлены из молибденового и химического стекла.

Оказалось, что после пропускания омагниченной дистиллированной воды через электроосмотическую ячейку происходит изменение знака электрокинетического потенциала капилляров диафрагмы. В литературе есть указание об изменении величины и знака электрокинетического потенциала халькопирита под влиянием омагниченной воды [4].



Обнаруженное нами изменение знака электрокинетического потенциала на пористом стекле в дальнейшем будем называть перезарядкой диафрагмы.

Нами установлено, что новые порции дистиллированной воды (не омагниченные) в ячейке уже с перезаряженной диафрагмой электроосмотически протекают не к отрицательному электроду, как это наблюдается для стеклянных диафрагм, а к положительному электроду.

Перезарядка диафрагмы из молибденового стекла наблюдается при значениях напряженности магнитного поля 8 эрстед и выше.

Были испытаны электроосмотические ячейки с разными средними радиусами капилляров диафрагмы (табл. 1). Как видно из представленных данных, перезарядка диафрагмы при пропускании через нее магнитно-обработанной дистиллированной воды зависит от среднего радиуса капилляров.

Таблица 1  
Изменение знака электрокинетического потенциала  
в зависимости от среднего радиуса капилляров диафрагмы

Средний радиус капилляров, мк	Изменение знака электрического потенциала
18	не наблюдается
11	"
7,1	"
0,41	наблюдается
0,34	"
0,26	"

Таблица составлена для случая продольного воздействия магнитного поля напряженностью 75 эрстед. Скорость прохождения воды через магнитное поле равнялась 1,6 см/сек. Длина пути воды в зоне воздействия магнитного поля — 100 мм.

Установлено, что после отключения магнитного поля перезарядка стеклянных диафрагм сохраняется в течение длительного времени (для диафрагмы  $r_{cp} = 0,26$  мк в течение года и более). Только после обработки диафрагмы минеральными кислотами перезарядка снимается и знак электрокинетического потенциала становится таким же, как до пропускания магнитно-обработанной воды.

Весьма важно, что обычная дистиллированная вода, прошедшая через перезаряженную диафрагму, приобретает свойство «омгниченной воды» и вызывает перезарядку новых стеклянных диафрагм.

Для достижения перезарядки диафрагмы в среднем достаточно до 2 л омагниченной воды, а способность диафрагмы придавать дистиллированной воде свойства «омгниченной воды» сохраняется месяцами. На одном образце стеклянной диафрагмы в течение 6 месяцев было пропущено до 50 литров дистиллированной воды, которые приобрели свойства «омгниченной воды», в частности—снижать накипеобразование при добавлении к питьевой воде.

Были также исследованы диафрагмы из химического стекла Ху-1-29.

Таблица 2  
Изменение потенциала протекания до и после перезарядки диафрагмы

№№ п.п.	До перезарядки		После перезарядки		Средний радиус, мк
	Потенциал протекания Е, мв	Давление воды Р, см	Потенциал протекания Е, мв	Давление воды Р, см	
1	280	82	1340	81	7,9
	260	73	1260	61	
	200	57	1000	42,6	
2	600	70	2140	76,6	6
	510	49,4	1760	57,5	
	410	31,8	1520	40	
3	520	76,5	1400	82,3	2,5
	410	57	1300	63	
	370	40	1160	45,8	
4	290	76,6	270	83	2,3
	230	56,8	200	63,8	
	170	39,6	160	46,6	

Установлено, что в диафрагмах из химического стекла изменение знака электрокинетического потенциала капилляров наблюдается при большем среднем радиусе, чем в диафрагмах из молибденового стекла.

В таблице 2 дается зависимость потенциала протекания от давления воды до и после перезарядки диафрагмы из химического стекла.

Как и следовало ожидать, с увеличением давления потенциал протекания возрастает. Однако при прохождении омагниченной воды потенциал протекания меняет свой знак на противоположный и резко возрастает ее абсолютная величина.

Максимальное значение потенциала протекания было обнаружено на стеклянном фильтре № 2 (ср. радиус 6 мк). При такой же пористости перезарядка молибденового стекла не наблюдалась.

Академия наук Грузинской ССР

Институт неорганической химии

и электрохимии

(Поступило 19.2.1970)

ფიზიკური ჰიზია

ლ. ჯაფარიძე, ვ. ფრუიძე, რ. ჩაბუნავა

მაგნიტური ველის გავლენა მინის დიაფრაგმის გადინების  
კოტენციალზე

რეზიუმე

ცვლადი მაგნიტური ველით დამუშავებული გამოხდილი წყალი იწვევს მინის დიაფრაგმის გადინების პოტენციალის ნიშნისა და აბსოლუტური სიდიდის ცვლილებას. დადგენილია, რომ პოტენციალის ნიშნის ცვლილება და მისი სიდიდე დამოკიდებულია დიაფრაგმის კაპილარების საშუალო რადიუსზე. გა-

დამუხტულ დიაფრაგმაში გატარებული ჩვეულებრივი გამობდილი წყალი ამჟღავნებს „დამაგნიტებული წყლის“ თვისებებს და იწვევს ახალი მინის დიაფრაგმების გადამუხტვას.

PHYSICAL CHEMISTRY

L. N. JAPARIDZE, V. P. PRUIDZE, R. V. CHAGUNAVA

EFFECT OF MAGNETIC FIELD ON THE FLOW POTENTIAL  
OF A GLASS DIAPHRAGM

Summary

Distilled water subjected to treatment by alternating magnetic field causes a change of the sign of glass diaphragm flow potential and of its absolute value. It has been found that such conversion of sign and change of the absolute value of the potential depend upon the mean radius of capillaries. Plain distilled water flow through a charge-exchanged diaphragm acquires properties peculiar to magnetically treated water and causes the recharging of new glass diaphragms.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. В. И. Миненко, С. М. Петров, М. И. Минц. Магнитная обработка воды. Харьков, 1962.
2. В. И. Классен. АН СССР, т. 166, № 6, 1966, 1383.
3. А. Д. Кушенко, Л. И. Богуславский. Электрохимия, т. III, вып. I, 1967, 123.
4. В. И. Классен. Горный журнал, 5, 1965, 58.





ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Н. А. ЛАНДИЯ (член-корреспондент АН ГССР), Н. Г. ЛЕЖАВА,  
 Г. Д. ЧАЧАНИДЗЕ, Т. Е. МАЧАЛАДЗЕ

ЭНТАЛЬПИЯ И ТЕПЛОЕМКОСТЬ ЗАКАЛЕННОГО И  
 ОТОЖЖЕННОГО ФЕРРИТОВ ЦИНКА

Высокотемпературное исследование теплоемкости для  $ZnFe_2O_4$  провел Бошироль [1] электрическим методом, предложенным Вейлем [2]. Как было показано в работе [3], результаты Бошироля вообще не характеризуются высокой точностью. В настоящей работе в интервале температур 25—1000°C исследована энтальпия закаленного и отожженного образцов феррита цинка на высокотемпературном адиабатическом калориметре смешения, описанном в работе [3].

Феррит цинка получен спеканием в твердой фазе двух окислов  $Fe_2O_3$  и  $ZnO$  марки «ч.д.а» (керамический метод). Методика получения закаленного и отожженного  $ZnFe_2O_4$  описана в работах [4, 5]. Согласно проведенному рентгеноструктурному анализу, продукт имеет шпинельную структуру без добавочных линий и линий исходных окислов.

Параметр решетки равен 8,43 Å.

Нами проводилось исследование закаленного феррита цинка (слабого ферромагнетика с точкой Кюри 60°C) и отожженного образца (парамагнетика при комнатной температуре). Верхним пределом измерений для последнего бралась температура  $\approx 750^\circ K$ , ниже которой диффузию можно считать незначительной (температура Таммана выше 700°C) [4].

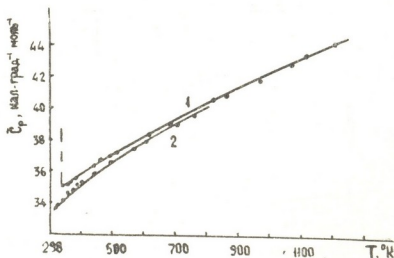


Рис. 1. Кривые температурной зависимости экспериментальных значений средней теплоемкости: 1—для закаленного образца  $ZnFe_2O_4$ ; 2—для отожженного образца  $ZnFe_2O_4$

Как видно из графика (см. рис. 1) температурной зависимости экспериментальных значений средней теплоемкости закаленного образца феррита цинка, плавный ход кривой нарушается в интервале 310 — 340°K.

Обработке по методу наименьших квадратов подвергались величины средней теплоемкости

$$\bar{C}_p = \frac{\Delta H_{298,15}^T}{T - 298,15},$$

где  $H_{298,15}^T$  — измеряемые в калориметре значения энтальпии. В качестве эмпирического аппроксимирующего уравнения было использовано выражение вида

$$\bar{C}_p = a_1 + bT - \frac{c_1}{T + e},$$

что эквивалентно

$$C_p = a + 2bT - \frac{c}{(T + e)^2}, \quad \Delta H_{298,15}^T = aT + bT^2 + \frac{c}{T + e} + d,$$

где

$$c = \frac{c_1}{298,15 + e}.$$

Кривые проходят через величины  $C_{p, 298,15}$ , полученные Веструмом и Кингом [4, 6, 7].

Отклонения экспериментальных данных от расчетных для закаленного и отожженного ферритов цинка

Zn Fe <sub>2</sub> O <sub>4</sub> закаленный образец				Zn Fe <sub>2</sub> O <sub>4</sub> отожженный образец			
№	T °K	$\Delta H_{\text{эксп}}$	$\Delta = \Delta H_{\text{эксп}} - \Delta H_{\text{расч}}$	№	T °K	$\Delta H_{\text{эксп}}$	$\Delta = \Delta H_{\text{эксп}} - \Delta H_{\text{расч}}$
1	347,04	1715,70	+0,22	1	321,89	798,47	-0,19
2	364,28	2327,3	-0,24	2	322,38	816,87	-0,02
3	365,11	2363,6	+0,02	3	399,89	1422,7	-0,20
4	381,56	2967,8	+0,16	4	358,11	2081,3	+0,5
5	445,47	5353,9	0,0	5	374,33	2657,4	+0,1
6	466,23	6156,1	+0,03	6	388,14	3169,7	+0,4
7	450,42	7109,1	+0,28	7	400,11	3608,7	+0,4
8	515,31	8066,6	-0,03	8	447,09	5347,1	-0,09
9	620,06	12304	-0,16	9	491,89	7078,5	+0,05
10	687,05	15158	0,0	10	574,47	10317	-0,4
11	823,96	21252	+0,17	11	610,76	11878	+0,2
12	871,14	23359	-0,11	12	705,85	15892	+0,06
13	973,17	28193	-0,09	13	769,71	18687	-0,02
14	1075,70	33208	-0,20				
15	1120,10	35638	+0,32				
16	1236,60	39971	-0,10				

Для закаленного образца феррита цинка получили следующие данные:

$$C_p = 30,37 + 2 \times 0,09268 T - \frac{49776}{(T - 128,3)^2}, \quad (1)$$

$$\Delta H_{298,15}^T = 30,37 T + 0,009268 T^2 + \frac{49776}{(T - 128,3)^2} - 10171, \quad (2)$$



соответственно для отожженного образца феррита цинка:

$$C_p = 29,27 + 2 \times 0,010023 T - \frac{15110}{(T - 216,32)^2} \quad (3)$$

$$\Delta H_{298,15}^T = 29,27 T + 0,010023 T^2 + \frac{15110}{T - 216,32} - 9802,5. \quad (4)$$

Как видно из плавного хода кривых средней теплоемкости (см. рис. 1), уравнения (1) и (2) пригодны во всем исследуемом интервале кроме узкой области 310—340°K для закаленного образца, из-за наличия в нем слабого ферромагнитного превращения, замеченного ранее Брокманом [8] и воспроизведенного в настоящем исследовании.

Академия наук Грузинской ССР  
Институт неорганической химии  
и электрохимии

(Поступило 26.3.1970)

ფიზიკური ქიმია

ბ. ლანდია (საქართველოს სსრ მეცნ. აკადემიის წევრ-კორესპონდენტი),  
ბ. ლეჟავა, ბ. ჩაჩანიძე, თ. მაჩალაძე

გამომწვარი და ნაწრთობი თუთიის ფერიტების ენთალპია და  
თბოტევადობა

რ ე ზ ი უ მ ე

მაღალტემპერატურულ ადიაბატურ კალორიმეტრზე 25—1000°C ტემპერატურულ ინტერვალში შესწავლილია გამომწვარი და ნაწრთობი თუთიის ფერიტების ენთალპია და თბოტევადობა. მიღებულია ამ ნივთიერებათა თბოტევადობისა და ენთალპიის ტემპერატურისაგან დამოკიდებულების ამსახველი განტოლებები.

PHYSICAL CHEMISTRY

N. A. LANDIA, N. G. LEZHAVA, G. D. CHACHANIDZE, T. E. MACHALADZE

ENTHALPY AND HEAT CAPACITY OF CHILLED AND ANNEALED ZINC FERRITES

S u m m a r y

Enthalpy and heat capacity of chilled and annealed zinc ferrites were investigated on the high-temperature adiabatic calorimeter over the temperature range of 25—1000°C. The equations of temperature dependence of enthalpy and heat capacity have been obtained.

## ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. L. Bochirol. *Compt. rend.*, 232, 1951, 1474.
2. M. Luis. *Weil. Compt. rend.*, 232, 1951, 1473.
3. Н. А. Ландия, Г. Д. Чачанидзе, А. А. Чурри, Т. А. Павленишвили, Н. Г. Лежава, В. С. Варазашвили. *Неорг. мат.*, II, 11, 1966.
4. E. F. Westrum jr, D. M. Grimes. *J. Phys. Chem. Solids*, 6, 1958, 280.
5. В. С. Варазашвили, Г. Д. Чачанидзе, Т. А. Павленишвили. *Сообщения АН ГССР*, 46, 2, 1967.
6. E. F. Westrum jr, D. M. Grimes. *J. Phys. Chem. Solids*, 3, 1957, 44.
7. E. G. King. *J. Phys. Chem.*, 60, 1956, 410.
8. F. G. Brockman. *Phys. Rev.*, 1950, 163.

ЭЛЕКТРОХИМИЯ

Г. Ш. МАМПОРИЯ, Р. И. АГЛАДЗЕ (академик АН ГССР)

ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ СПЛАВОВ СИСТЕМЫ  
МАРГАНЕЦ-ХРОМ-АЗОТ В ЩЕЛОЧНОМ РАСТВОРЕ

Выплавка двойных сплавов системы марганец-хром, приготовление азотсодержащих образцов и изучение коррозионного поведения этих сплавов проводились по ранее описанной методике [1, 2]. Характеристики сплавов приведены в таблице.

Характеристика азотированных хромомарганцевых сплавов (температура азотирования 1000°C)

№ сплава	Содержание хрома, %	Содержание азота, %
1	0,00	5,9
2	10,20	5,4
3	27,74	5,1
4	35,79	4,7
5	43,70	4,5
6	61,81	4,3
7	67,29	3,7
8	74,29	3,1
9	81,20	3,2
10	92,50	7,0

Из рис. 1 видно, что в 0,5 н. растворе КОН марганец имеет невысокий стационарный электродный потенциал.

Поляризационные исследования показали, что в указанном растворе электролитический марганец сильно поляризуется при плотности тока 0,5 ма/см<sup>2</sup>. При дальнейшем увеличении поляризации происходит анодное растворение марганца с переходом в раствор ионов высшей валентности.

Иначе ведут себя хромомарганцевые сплавы. Двойной сплав № 1 при погружении в указанный раствор характеризуется довольно высоким отрицательным значением потенциала (-0,8 в). Однако со временем его потенциал разблагораживается. Этот сплав сильно поляризуется при незначительных плотностях (100—200 мка/см<sup>2</sup>) анодного тока. При достижении области потенциалов (+0,8—0,9 в) происходит переход в раствор семивалентных ионов марганца.

С увеличением содержания хрома в сплаве характер коррозионного поведения сплавов существенно меняется. Сплав № 3 характеризуется невысоким начальным потенциалом. По мере нахождения в растворе его потенциал разблагораживается и достигает стационарного значения (+0,2 в). При анодной поляризации двойной сплав № 3 также сильно поляризуется при незначительных плотностях (100—150 мка/см<sup>2</sup>)

тока. Выделение ионов марганца высшей валентности наблюдается в области потенциалов  $+0,8-0,9$  в.

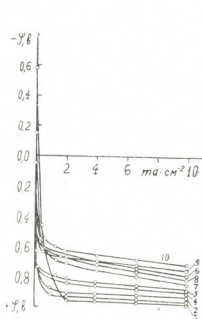


Рис. 1. Анодные поляризационные кривые для двойных сплавов системы марганец-хром: 1) электролитический марганец, 2) образец № 1, 3) образец № 3, 4) образец № 4, 5) образец № 5, 6) образец № 6, 7) образец № 7, 8) образец № 8, 9) образец № 9, 10) электролитический хром

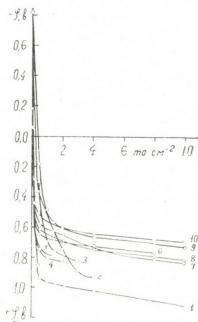


Рис. 2. Анодные поляризационные кривые для азотированных сплавов системы марганец-хром: 1) азотированный марганец, 2) образец № 1, 3) образец № 3, 4) образец № 4, 5) образец № 5, 6) образец № 6, 7) образец № 7, 8) образец № 8, 9) образец № 9, 10) азотированный хром

Сплавы, содержащие хром свыше 45 вес.%, в коррозионном отношении ведут себя аналогично металлическому хрому. Иначе говоря, в сплавах указанного состава потенциалоопределяющим является хром.

Азотированный марганец при погружении в раствор характеризуется также невысоким начальным электродным потенциалом (см. рис. 2). Однако в процессе нахождения в растворе его потенциал разлагораживается и достигает довольно высокого отрицательного значения. Несмотря на это, азотированный марганец сильнее поляризуется и при меньших значениях плотности анодного тока. Переход в раствор семивалентных ионов марганца наблюдается при более положительных потенциалах ( $+1,0-1,1$  в).

Для азотированного образца сплава № 1 до потенциала  $+0,5$  в наблюдается прямолинейный ход поляризационной кривой. В области более положительных значений потенциалов прямолинейная зависимость нарушается и при достижении потенциала  $+0,9$  в наблюдается выделение ионов марганца высшей валентности. Для азотированного образца сплава № 3 до области потенциалов от  $+0,7$  до  $0,8$  в наблюдается прямолинейный ход поляризационной кривой. При достижении указанной области потенциалов происходит переход в раствор семивалентных ионов марганца.





Результаты поляризационных исследований в 0,5 н. растворе КОН показывают, что добавление хрома в азотсодержащие марганцевые сплавы резко повышает коррозионную стойкость исследуемых сплавов системы марганец-хром-азот.

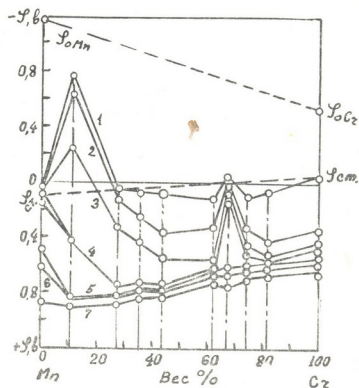


Рис. 3. Диаграмма потенциал-состав сплавов марганец-хром: 1)  $D_a=0$ , 2)  $D_a=0,02$  ма·см<sup>-2</sup>, 3)  $D_a=0,08$  ма·см<sup>-2</sup>, 4)  $D_a=0,16$  ма·см<sup>-2</sup>, 5)  $D_a=0,5$  ма·см<sup>-2</sup>, 6)  $D_a=0,7$  ма·см<sup>-2</sup>, 7)  $D_a=2$  ма·см<sup>-2</sup>

Таким образом, электрохимическое исследование в 0,5 н. растворе КОН позволяет хромомарганцевые сплавы разбить на две группы.

К первой группе можно отнести сплавы № 1—5, содержащие до 45% хрома. Согласно диаграмме состояния системы марганец-хром [3], эти сплавы содержат  $\delta$ -фазу ( $\text{CrMn}_3$ ). Неазотированные образцы указанных сплавов при погружении в раствор характеризуются невысокими малоизменяющимися во времени значениями электродных потенциалов. Эти сплавы сильно поляризуются при незначительных (100—200 мка/см<sup>2</sup>) плотностях анодного тока. В области положительных значений потенциалов от +0,8 до +0,9 в на поляризационной кривой наблюдается горизонтальный участок, отвечающий переходу в раствор ионов семивалентного марганца.

Ко второй группе относятся сплавы, содержащие свыше 45% хрома. Согласно диаграмме состояния системы марганец-хром, сплавы, содержащие 30—60% хрома, содержат фазу  $\text{CrMn}_3$ , а сплавы, содержащие хром свыше 60%, являются твердым раствором на основе хрома. В коррозионном отношении эти сплавы ведут себя аналогично металлическому хрому. Независимо от фазового состава характер анодных поляризационных кривых для сплавов указанного состава примерно одинаков. Эти сплавы при погружении в раствор характеризуются невысокими начальными значениями электродных потенциалов; сильно поляризуются при незначительных (100—150 мка/см<sup>2</sup>) плотностях



анодного тока. На поляризационных кривых этих сплавов в области значений потенциалов  $+0,6-0,7$  в, наблюдаемый горизонтальный участок соответствует переходу в раствор ионов хрома высшей валентности.

На основании результатов поляризационных исследований сплавов системы марганец-хром была построена диаграмма потенциал-состав (см. рис. 3). Из этих данных видно, что резкое смещение потенциала в сторону отрицательных значений наблюдается при содержании в сплавах 10 и 68% хрома. Из анализа диаграммы можно заключить, что (так же, как и в случае нейтральных растворов [2]) появление интерметаллической  $\delta$ -фазы ( $\text{CrMn}_3$ ) или фазы  $\alpha$ -Mn ( $\text{CrMn}_2$ ) в сплаве не сопровождается резким скачком на кривой потенциал-состав. Наоборот, как показали наши исследования в щелочных (и в нейтральных) растворах, изменение свойств поверхности в результате растворения анодной фазы или изменения устойчивости защитных пленок, может вызвать резкое смещение потенциала и без появления новой фазы.

Академия наук Грузинской ССР  
Институт неорганической химии  
и электрохимии

(Поступило 12.3.1970)

ელექტროქიმია

ბ. მამპორია, რ. აგლადე (საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის აკადემიკოსი)  
მანგანუმ-ქრომ-აზოტის სისტემის შენადნობების ელექტროქიმიური  
ბუნება ტუბე ხსნარში  
რეზიუმე

პოლარიზაციული გამოკვლევებით დადგენილია, რომ 0,5 ნორმალბის ხსნარში მანგანუმ-ქრომ-აზოტის სისტემის შენადნობების კოროზიული მედეგობა დამოკიდებულია ფაზურ შედგენილობაზე.

პოლარიზაციული გამოკვლევების შედეგების საფუძველზე აგებულია დიაგრამა: პოტენციალი-შენადნობის შედგენილობა.

ELECTROCHEMISTRY

G. Sh. MAMPORIA, R. I. AGLADZE

## THE ELECTROCHEMICAL BEHAVIOUR OF MANGANESE-CHROMIUM-NITROGEN ALLOYS IN THE ALKALI SOLUTION

Summary

It has been ascertained by polarization study that the corrosion resistance of manganese-chromium-nitrogen alloys in 0.5N KOH solution depends on the phase composition. A potential-alloy composition diagram has been plotted on the basis of results of the polarization study.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Г. Ш. Мампория. Сообщения АН ГССР, 27, № 1, 1961.
2. Сб. «Электрохимия марганца», т. 4. Тбилиси, 1970.
3. М. Хансен, К. Андерко. Структуры двойных сплавов, т. I, М., 1960.

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

В. Н. ГАПРИНДАШВИЛИ, Н. В. КАНАШВИЛИ

РАСТВОРИМОСТЬ ОКИСЛОВ МАРГАНЦА В РАСПЛАВЕ  
ХЛОРИДОВ МЕТАЛЛОВ

(Представлено членом-корреспондентом Академии Н. А. Ландия 18.2.1970)

За последнее время выполнены многочисленные исследования по хлорированию материалов в расплаве хлоридов металлов, многие из них нашли практическое применение.

Несмотря на это, химизм и механизм процесса взаимодействия взвешенного в расплаве материала с хлором мало изучены.

Предполагается, что взаимодействие хлора с компонентами шихты в расплаве происходит через жидкую фазу, т. е. с участием реагирующих веществ, растворенных в расплаве [1].

В связи с этим, большое внимание уделяется изучению вопроса растворимости исходного материала в расплавах солей.

В литературе отсутствуют данные о хлорировании марганца в расплаве солей, а растворимость изучена только качественно [2].

В настоящей работе приведены результаты исследования растворимости  $MnO$ ,  $Mn_2O_3$  и  $MnO_2$ . В качестве расплава применены хлориды лития, калия, натрия и кальция, марки «хч» и «чда», которые дополнительно очищались.

Смесь хлорида с окислом (хлорида — 96,8%, окисла — 3,2%) погружалась в кварцевый реактор и выдерживалась при заданной температуре в течение одного часа, при механическом перемешивании. Затем расплав отстаивался при той же температуре для полного оседания взвеси. В пробах жидкой фазы определялось содержание двухвалентного катиона марганца персульфатным методом.

Следует отметить, что при работе с расплавами  $NaCl$  и  $KCl$  легко осуществляется отстаивание нерастворенных окислов. В случае  $LiCl$  и  $CaCl_2$  оседание взвешенных частиц не происходит, в результате чего приходится фильтровать растворенные в воде пробы, взятые для анализов. Кроме того, указанные хлориды сильно разрушают кварцевые реакторы. Поэтому в опытах в основном были употреблены хлориды натрия и калия.

Растворяющая способность указанных хлоридов проверялась на  $Mn_2O_3$ , в атмосфере воздуха, при температуре  $800^\circ$  (табл. 1).

В качестве исходного материала взят  $MnCO_3$ , который в процессе разогрева шихты на воздухе ниже  $950^\circ$ , переходит в окись марганца [3].

Оказалось, что лучшим растворителем марганца является хлорид лития. Растворяющая способность растет в ряду солей  $KCl$ ,  $NaCl$ ,  $LiCl$ .



Соблюдается соотношение: растворимость тем больше, чем ближе значение обобщенного момента катиона соли к таковому катиона окисла.

Ионы—	Li <sup>+</sup>	Na <sup>+</sup>	K <sup>+</sup>	Ca <sup>2+</sup>	Mn <sup>2+</sup>
Обобщенный момент—	1,28	1,02	0,75	2,89	2,19

Отклонение от общей закономерности наблюдается при растворении марганца в расплаве CaCl<sub>2</sub>. В этом случае марганец растворяется в меньшем количестве, чем следовало ожидать.

Таблица 1

Влияние солевого состава на растворимость марганца

Состав расплава	LiCl	NaCl	KCl	LiCl—KCl	NaCl—KCl	CaCl <sub>2</sub>
Содержание Mn в расплаве, вес. %	0,290	0,023	0,013	0,310	0,023	0,061

Если судить по энергии растворения Mn<sup>2+</sup> в расплавах LiCl, NaCl и KCl, которая равняется 0,85; 0,45 и —2,08 эв. соответственно [4], то Mn<sup>2+</sup> не должен растворяться в расплаве KCl. Однако при выращивании кристаллов KCl из расплавов, содержащих 1 мол % MnO<sub>2</sub>, на кристаллах хлорида калия были обнаружены [4] спектры магнитного резонанса Mn<sup>2+</sup>, правда, значительно меньшей интенсивности, чем на кристаллах LiCl и NaCl. Данные настоящего исследования (табл. 2 и 3) полностью соответствуют вышеприведенным наблюдениям. Из данных табл. 2 видно, что с повышением температуры процесса количество растворившегося марганца значительно возрастает. Сравнительно малое влияние на растворимость марганца оказывает природа исходного вещества. С повышением температуры в результате термического разложения этих веществ образуется непрерывный ряд твердых растворов между Mn<sub>2</sub>O<sub>3</sub> и Mn<sub>3</sub>O<sub>4</sub>, но поскольку существенное влияние на процесс диссоциации оказывают различия физической структуры, различия в активности препаратов [5], то значения растворимости марганца (табл. 2) в большинстве случаев заметно отличаются друг от друга. При изучении влияния продолжительности перемешивания расплава на растворимость марганца оказалось, что в атмосфере воздуха количество растворившегося марганца возрастает с увеличением продолжительности перемешивания (табл. 4). В инертной атмосфере предельная растворимость достигается после тридцатиминутного перемешивания. При этом величина растворимости марганца в инертной атмосфере намного выше, чем в атмосфере воздуха. Это объяснимо, если учесть, что при разложении карбоната марганца на воздухе получается в основном окись, а в инертной атмосфере закись марганца [3], т. е. растворимость карбоната марганца сводится к растворимости Mn<sub>2</sub>O<sub>3</sub> и MnO соответственно.



Таблица 2

Растворимость марганца при различных температурах в атмосфере воздуха

Состав расплава	Температура, °С	Содержание $Mn^{2+}$ в расплаве, вес. %		
		Исходное вещество		
		$MnCO_3$	$Mn_2O_3$	$MnO_2$
NaCl	800	0,023	0,031	0,014
	850	0,046	—	0,039
	900	0,078	0,112	0,065
	950	0,202	0,173	0,198
	1000	0,272	0,239	0,335
KCl	800	0,013	0,009	0,008
	850	0,022	—	0,015
	900	0,029	0,043	0,023
	950	0,055	0,088	0,053
	1000	0,082	0,139	0,084
NaCl—KCl	800	0,023	0,020	0,018
	850	0,049	—	0,033
	900	0,077	0,100	0,048
	950	0,184	0,172	0,173
	1000	0,258	0,251	0,304

Таблица 3

Влияние продолжительности перемешивания на растворимость марганца в атмосфере воздуха

Исходное вещество  $MnO_2$ , температура 1000°С

Состав расплава	Продолжительность перемешивания, мин	Содержание Mn в расплаве, вес. %
KCl	60	0,084
	120	0,102
	180	0,107
	240	0,172
NaCl—KCl	60	0,305
	120	0,394
	180	0,470
	240	0,466

Таблица 4

Влияние продолжительности перемешивания на растворимость марганца в расплаве NaCl—KCl

Исходное вещество  $MnCO_3$ , температура 800°С

Продолжительность, перемешивания, мин	Содержание Mn в расплаве, вес. %	
	Инертная атмосфера	Атмосфера воздуха
5	0,013	0,006
15	0,088	0,008
30	0,110	0,013
60	0,110	0,023
120	0,110	0,041
180	0,110	0,059

В заключение можно отметить, что из исследуемых окислов ( $MnO$ ,  $Mn_2O_3$  и  $MnO_2$ ) лучшей растворимостью обладает закись марганца, а

растворяющая способность хлоридов щелочных металлов растет в ряду  $KCl$ ,  $NaCl$ ,  $LiCl$ . Большое влияние на растворимость марганца оказывает температура.

Академия наук Грузинской ССР  
Институт неорганической химии  
и электрохимии

(Поступило 19.2.1970)

მიმღები ტექნოლოგია

3. ბაჟრინდაშვილი, ნ. კანაშვილი

მანგანუმის ჟანგბადების ხსნადობა მეტალთა კლორიდების  
ლლოგილებში

რეზიუმე

მანგანუმის ჟანგბადებიდან უკეთესი ხსნადობით მეტალთა კლორიდების ლლოგილებში ხასიათდება  $MnO$ . ტემპერატურის ზრდასთან ერთად იზრდება გახსნილი მანგანუმის რაოდენობა. მანგანუმის მომართ ტუტე მეტალთა კლორიდების გამხსნელობითი უნარი მატულობს რიგში:  $KCl$ ,  $NaCl$ ,  $LiCl$ .

CHEMICAL TECHNOLOGY

V. N. GAPRINDASHVILI, N. V. KANASHVILI

## SOLUBILITY OF MANGANESE OXIDES IN MOLTEN METAL CHLORIDES

Summary

Among manganese oxides  $MnO$  is characterized by the highest solubility in molten metal chlorides. This solubility was found to be proportional to temperature. The solubility of manganese oxide in molten basic metal chlorides increases in the  $KCl$ ,  $NaCl$ ,  $LiCl$  series.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Л. В. Зверев, З. С. Барсукова. Сб. трудов ВИМС, 13, 1966, 42.
2. G. Delaue. Silicates industriels, 27, 2, 1962, 69.
3. D. Dollimore, K. Tonge. Reactiv. Solids, Amsterdam—London—New York, 1965, 497.
4. Ioshimura H. Usamitsu. J. Phys. Cos. Japan, 15, № 3, 1960, 435.
5. Е. Я. Роде. Кислородные соединения марганца. М., 1952, 290.



ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

Р. П. ГОГОРИШВИЛИ, И. Н. МАСЛЕНИЦКИЙ, В. Н. ГАПРИНДАШВИЛИ

ВЛИЯНИЕ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО ОТЖИГА СУЛЬФИДНЫХ СПЛАВОВ МЕДИ И НИКЕЛЯ НА КОАЛЕСЦЕНЦИЮ ВЫДЕЛЕНИЙ СУЛЬФИДА МЕДИ

(Представлено членом-корреспондентом Академии Н. А. Ландия 24.2.1970)

Как известно, медно-никелевые файнштейны перед разделением флотацией подвергаются предварительной термической обработке путем медленного охлаждения слитка. Цель такой подготовки — укрупнение выделений сульфида меди в сульфиде никеля. Такой способ медленного охлаждения файнштейна принят на производстве как в Канаде [1], так и в СССР. Канадский способ охлаждения осуществляется в интервале температур 940—370°C со скоростью 6° в час. На наших заводах, как правило, файнштейн медленно охлаждается на всем протяжении от заливки в форму до передачи его в дробление и измельчение.

Считается, что по мере охлаждения файнштейна в нем происходит ряд фазовых превращений, а также распад твердых растворов, что облегчает последующее разделение фазовых составляющих. По литературным данным, при охлаждении файнштейна от температуры затвердевания до 520°C не происходит существенных изменений в его структуре. До температуры 550°C сульфид никеля представлен фазой  $\alpha\text{Ni}_3\text{S}_2$ , растворяющей до 6%  $\text{Cu}_2\text{S}$ . Ниже этой температуры сульфид никеля превращается в низкотемпературную форму —  $\beta\text{Ni}_3\text{S}_2$ , растворимость сульфида меди в которой снижается до 0,5%.

Однако наши исследования показали, что выделение этих последних порций сульфида меди происходит в форме дисперсных частиц беспорядочно располагающихся в массе сульфида никеля. Чтобы подтвердить этот факт, образцы сплавов сульфидов после медленного охлаждения по канадскому режиму были подвергнуты минераграфическому и микрорентгеноструктурному исследованию.

Минераграфический анализ показал, что в медленно охлажденном сплаве в массе сульфида никеля наряду с основной массой крупных кристаллов сульфида меди выделялись как грубодисперсные (рис. 1), так и мягкие эвтектоидные выделения сульфида меди (рис. 2).

Микрорентгеноструктурный анализ<sup>(1)</sup> участка внешне однородного поля сульфида никеля (рис. 3) подтвердил результаты минераграфиче-

(<sup>1</sup> Исследования проводили на рентгеновском микроанализаторе «Джеоскан» фирмы «Кембридж».

ского анализа. Получившаяся пика с содержанием меди на линии сканирования поля сульфида никеля подтверждает наличие в нем дисперсных выделений сульфида меди.

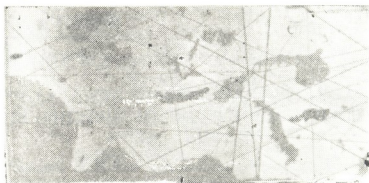


Рис. 1. Сплав сульфидов  $\text{Cu}_2\text{S} : \text{Ni}_3\text{S}_2 = 1,5 : 1$  после медленного охлаждения в интервале температур  $940-370^\circ\text{C}$  со скоростью  $6^\circ$  в час при увеличении  $\times 270$



Рис. 2. Тот же сплав внешне однородного поля  $\text{Ni}_3\text{S}_2$  при увеличении  $\times 1340$

Таким образом, замедленное охлаждение сульфидов по канадскому режиму хотя и обеспечивает укрупнение основной массы выделения меди, но не позволяет устранить мелкие эвтектидные выделения, которые даже при скорости охлаждения  $6^\circ$  в час не успевают коалесцировать в более крупные зерна. Причиной этого видимо, является затрудненность диффузии сульфида меди в твердой фазе сульфида никеля.

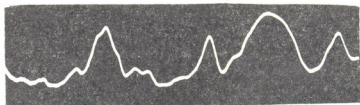


Рис. 3. Линия сканирования содержания сульфида меди в поле сульфида никеля по линии а—а

Работы [2, 3] убедили нас, что значительные изменения в структуре сплавов сульфидов меди и никеля происходят вблизи температуры солидуса  $750^\circ\text{C}$  [3]. Следует отметить, что сплавы в области температур эвтектического превращения, как правило, обладают особыми свой-

ствами (в частности, высокой подвижностью атомов в решетке) [4]. Возможно, что данное явление способствует ускорению диффузионных процессов, в особенности, когда температура процесса колеблется около равновесной.

Обжиг сплава, расплавленного при  $1200^{\circ}\text{C}$  и быстро охлажденного на воздухе до  $750^{\circ}\text{C}$ , с последующей выдержкой при этой температуре 10 часов, дали гораздо лучшие результаты, чем медленное охлаждение — наряду с улучшением структуры, в сплаве почти не наблюдались мелкие и нитевидные выделения сульфида меди. В образцах, полученных после 10-часового обжига при  $750^{\circ}$  предварительно закаленных сплавов весь сульфид меди был представлен крупными шарообразными выделениями. В матрице сульфида никеля даже при увеличениях 1340 не было констатировано никаких мелких выделений сульфида меди (рис. 4).



Рис. 4. Поле содержания меди в сплаве  $\text{Cu}_2\text{S}:\text{Ni}_3\text{S}_2=1,5:1$ , отожженный при  $750^{\circ}\text{C}$  и временем отжига 10 часов с предварительной закалкой



Рис. 5. Линия сканирования содержания сульфида меди в поле сульфида никеля образца сплава  $(\text{Cu}_2\text{S}:\text{Ni}_3\text{S}_2=1,5:1)$ , отожженного при  $750^{\circ}\text{C}$  и временем отжига 10 часов с предварительной закалкой

Сканирование полей сульфида никеля на микроанализаторе однозначно подтвердило полное отсутствие дисперсных включений сульфида меди в сульфиде никеля (рис. 5).

რ. გოგორიშვილი, ი. მასლენიცი, ვ. გაპრინდაშვილი

სპილენძისა და ნიკელის შენადნობის მაღალტემპერატურული მოწვის გავლენა სულფიდური სპილენძის გამოყოფის კოალესცენციაზე

რეზიუმე

კანადური მეთოდით სპილენძის სულფიდისა და ნიკელის შენადნობის ნელი გაციება ხელს უწყობს მყარი ხსნარის დაშლას, მაგრამ ვერ უზრუნველყოფს სპილენძის სულფიდის წვრილი გამონაყოფების კოალესცენციას. წინასწარი წრთობის გარეშე მოწვა 750°C 10 საათის განმავლობაში ხელს უწყობს წვრილი ნაწილაკების შერწყმას, მაგრამ ვერ უზრუნველყოფს სულფიდური სპილენძის მარცვლების ძირითადი მასის საკმარის ზრდას. მოწვა 10 საათის განმავლობაში 750°C-ზე წინასწარი წრთობით, სავსებით გამოორიციავს სულფიდური სპილენძის წვრილ ნაწილაკებს და უზრუნველყოფს სპილენძის სულფიდის მსხვილი ოვალური მარცვლების წარმოქმნას.

CHEMICAL TECHNOLOGY

R. P. GOGORISHVILI, I. N. MASLENITSKI, V. N. GAPRINDASHVILI

THE EFFECT OF HIGH-TEMPERATURE ANNEALING OF COPPER AND NICKEL SULPHIDE ALLOYS ON THE COALESCENCE OF COPPER SULPHIDE EDUCTS

Summary

Slow cooling of copper sulphide and nickel alloys by the Canadian regime promotes disintegration of the solid solution but does not provide for the coalescence of educts of the copper sulphide particles. Annealing without preliminary hardening at 750°C during 10 hours promotes the coalescence of the small copper sulphide particles but does not ensure the proper growth of the main part of copper sulphide grains. Annealing during 10 hours at 750°C with preliminary hardening completely eliminates the small copper sulphide particles and ensures formation of large spherical copper sulphide grains.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Сб. «Никель», М., 1968.
2. И. Н. Масленицкий, Л. А. Кричевский. Записки Ленинградского горного института, т. XXVIII, 1953.
3. Р. П. Гогоришвили, И. Н. Масленицкий. Обогащение руд, № 5, 1968.
4. Сб. «Испытания металлов», М., 1967.

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

Л. Д. МЕЛИКАДЗЕ (член-корр. АН ГССР), Л. Ч. ЛОМИДZE,  
Д. С. ИОСЕБИДZE

ПОЛУЧЕНИЕ ВЫСОКОДИСПЕРСНОГО УГЛЕРОДА В  
ЭЛЕКТРОКАРБОНИЗАТОРЕ С СЕМИКОРЗИНОЧНОЙ  
ЭЛЕКТРОДНОЙ СИСТЕМОЙ

Суспензии высокодисперсного углерода, получаемые электрокарбонизацией бензола, в минеральных маслах удовлетворяют требованиям, которые предъявляются к смазочным материалам, применяемым в трансмиссиях автомобилей, тракторов и других машин [1—3].

С целью получения высокодисперсного углерода в количествах, необходимых для широких эксплуатационных испытаний, нами сконструирована, изготовлена и проверена в работе укрупненная установка электрокарбонизатора (рис. 1).

Электрокарбонизатор углеводородов лабораторного типа описан ранее [4, 5]. Принцип работы нового укрупненного электрокарбонизатора такой же, что и лабораторного, однако конструктивно он отличается от последнего [5] тем, что электродная система нового укрупненного электрокарбонизатора состоит из семи (см. рис. 1) одинаковых параллельно действующих электродных корзин, по размеру соответствующих старому. Такая электродная система позволяет значительно увеличить производительность установки (при сохранении того же оптимального электрического режима, который имелся в старом карбонизаторе), а также обеспечить надежность и непрерывность работы, при выходе из строя отдельных электродных корзин. В настоящей работе показано влияние указанного конструктивного изменения на технологические показатели процесса.

При этом, испытание нового электрокарбонизатора проводилось при том оптимальном электрическом режиме, который установлен на старом электрокарбонизаторе. Вместе с тем, исследован выход высокодисперсного углерода в зависимости от продолжительности процесса карбонизации бензола, с целью выяснения влияния накапливаемых в карбонизируемой жидкости побочных продуктов процесса, на выход высокодисперсного углерода.

Карбонизация бензола проводилась каждый раз в течение 2,5 часов. В течение этого времени в карбонизаторе накапливалось такое количество высокодисперсного углерода, удаление которого из аппарата становилось необходимым. После отделения углерода от карбонизируемой жидкости, последняя опять заливалась в карбонизатор и снова подвергалась карбонизации и т. д.

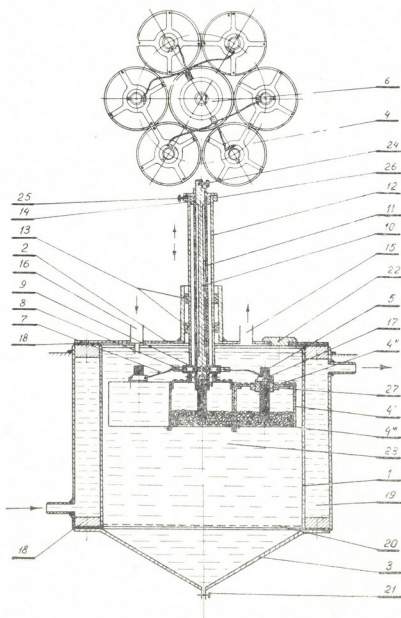


Рис. 1

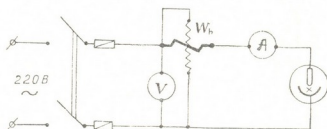


Рис. 2

Установка электрокарбонизатора, схема которой представлена на рис. 2, работала при следующем оптимальном режиме.

1. Частота возвратно-поступательного движения электродной системы — 19 ходов в минуту (вверх и вниз).
2. Для установления расхода и режима тока использовались электрический счетчик активной энергии, индукционный однофазный, на



220 в и 20 а, частотой 50 гц, класса точности 2,5; вольтметр типа АСТВ, электромагнитной системы, класса точности 0,5; амперметр типа АСТ, электромагнитной системы, класса точности 0,5.

Газы, выделяемые при электрокарбонизации бензола, выпускались в воздух, а увлеченные при этом пары бензола конденсировались и возвращались обратно в электрокарбонизатор.

В каждом опыте поддерживали одинаковый режим: напряжение тока 220 в, температура бензола 25—30°C, вес контактной массы в каждой корзине 140 г, диаметр центральных электродов и глубина погружения их в контактную массу 16 мм, вес заливаемой в карбонизатор порций бензола 27 кг. Все операции экспериментов выполнялись по методике, принятой в работе [6].

Результаты экспериментов приведены в таблице.

Данные, полученные на электрокарбонизаторе с семикорзинной электродной системой

Продолжительность процесса карбонизации, час	Содержание углерода в бензо-ло-углеродной пасте, г	Выход углерода в единицу времени, г/мин	Выход углерода на 1 квтч электро-энергии, г	Выход углерода на 1 кг израсходованного бензола, г
2,5	5,0	1,7	36,2	97,1
5,0	5,35	2,16	43,6	111,6
7,5	5,8	2,86	55,7	117,0
10,0	6,3	3,88	74,5	127,0
12,5	7,0	5,36	108,5	149,0

Сравнение результатов, полученных на старом [6] и новом электрокарбонизаторах, показывает, что последний, имеющий семикорзинную электродную систему, является более эффективным. Так, выход высокодисперсного углерода на 1 квтч электроэнергии, а также на 1 кг израсходованного бензола составляет соответственно 36,2 г и 9,71%, а для старого 19,4 г и 3,5%.

Анализируя данные, приведенные в таблице, можно заключить, что в новом электрокарбонизаторе по сравнению со старым увеличивается выход высокодисперсного углерода как на единицу израсходованной электроэнергии, так и относительно израсходованного бензола. Растет выход высокодисперсного углерода с увеличением продолжительности обработки бензола и существенно увеличивается производительность установки.

Увеличение выхода углерода можно приписать побочным продуктам электрокарбонизации, накапливаемым в карбонизируемой жидкости, которые в силу присущих им большего содержания углеродных ато-

მომ (C/H $\cong$ 17,9 у побочных продуктов карбонизаций, а C/H=12 (та) дают более высокие выходы углерода  $\sim$ 94,7%, против 92,3% в случае бензола.

Академия наук Грузинской ССР  
 Институт физической и  
 органической химии

Грузинский политехнический институт  
 им. В. И. Ленина

(Поступило 6.3.1970)

ქიმიური ტექნოლოგია

ლ. მელიკაძე (საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის წევრ-კორესპონდენტი),  
 ლ. ლომიძე, ჯ. იოსებიძე

მაღალდისპერსული ნახშირბადის მიღება შვიდკალათიანი  
 ელექტროდული სისტემის მქონე ელექტროკარბონიზატორში  
 რეზიუმე

დადგენილია, რომ შვიდკალათიანი ელექტროდული სისტემის ელექტროკარბონიზატორი, ნახშირბადის გამოსავლის თვალსაზრისით, უფრო ეფექტურია, ვიდრე ჩვენ მიერ ადრე შექმნილი ლაბორატორიული ტიპის ელექტროკარბონიზატორი.

ახალ ელექტროკარბონიზატორში, ძველთან შედარებით, მაღალდისპერსული ნახშირბადის გამოსავალი იზრდება როგორც დახარჯული ელექტროენერჯის ერთეულზე, ისე დახარჯული ბენზოლის მიმართ. ბენზოლის დამუშავების ხანგრძლივობის გაზრდით იზრდება მაღალდისპერსული ნახშირბადის გამოსავალი და საგრძნობლად მალდება დანადგარის წარმადობა.

CHEMICAL TECHNOLOGY

L. D. MELIKADZE, L. Ch. LOMIDZE, D. S. IOSEBIDZE

## HIGH-DISPERSIVE CARBON YIELD IN AN ELECTROCARBONIZATOR WITH A SEVEN-BASKET ELECTRODE SYSTEM

Summary

It has been established that an electrocarbonizator with a seven-basket electrode system is more effective in its carbon yield than the laboratory electrocarbonizator designed previously by the present authors.

Compared with the old one, the yield of high-dispersive carbon in the new electrocarbonizator increases both per unit of consumed electric power and consumed benzole. Increase of the duration of benzole carbonization causes an increase of high-dispersive carbon yield, this considerably heightening the efficiency of the device.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Д. С. Иосебидзе, Л. Д. Меликадзе. Сообщения АН ГССР, 48, № 3, 1967, 661.
2. Д. С. Иосебидзе, Л. Д. Меликадзе. Сообщения АН ГССР, 49, № 3, 1968, 659.
3. Д. С. Иосебидзе, Л. Д. Меликадзе. Сообщения АН ГССР, 52, № 1, 1968, 93.
4. Л. Д. Меликадзе, Н. Г. Бекаури, Д. С. Иосебидзе. Авторское свидетельство № 199117. Бюллетень изобретений № 15, 1967.
5. Д. С. Иосебидзе, Л. Д. Меликадзе. Сообщения АН ГССР, 47, № 1, 1967, 61.
6. Д. С. Иосебидзе, Л. Д. Меликадзе. Сообщения АН ГССР, 47, № 3, 1967, 575.

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

Б. Н. БОКЕРИЯ, Д. Ш. ЦАГАРЕИШВИЛИ, Г. Г. ГВЕЛЕСИАНИ

ЭНТАЛЬПИЯ И ТЕПЛОЕМКОСТЬ АЛЮМИНАТА БАРИЯ ПРИ  
 ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

(Представлено членом-корреспондентом Академии Н. А. Ландия 24.2.1970)

Высокотемпературная энтальпия и теплоемкость алюмината бария экспериментально не исследована. В настоящей работе изложены результаты измерения энтальпии  $BaAl_2O_4$  методом смешения в интервале температур 298—1600°K.

Алюминат получался по реакции [1]



В качестве исходных материалов использовались карбонат бария марки „ч. д. а.“ и окись алюминия  $\gamma$ -формы также марки „ч. д. а.“ Шихта стехиометрического состава тщательно измельчалась, перемешивалась и брикетировалась при давлении 10 т/см<sup>2</sup>. Брикет обжигался при 1250°С в течение 10 ч в условиях невысокого вакуума (10<sup>-1</sup> мм рт. ст.). Полученный продукт переизмельчался, вновь брикетировался и дополнительно прокаливался на воздухе при температуре 1350°С в течение 8 ч. Свободный ВаО в продукте обжига определялся по этилово-глицератному методу [1]. Химический анализ полученного алюмината приведен в табл. 1.

Рентгенографические исследования синтезированного  $BaAl_2O_4$  проводились на ионизационной установке УРС-50И. Рассчитанные значения межплоскостных расстояний в решетке алюмината бария (табл. 2) хорошо согласуются с аналогичными данными других авторов [1].

Выполнено термографическое исследование полученного алюмината. Кривые охлаждения снимались на пирометре Курнакова ФПК-55. На кривой дифференциальной записи в области температур 260—330°С наблюдается слабый тепловой эффект. Сопоставление межплоскостных расстояний алюмината бария до и после превращения (табл. 2) показывает, что фазовый переход  $\alpha$ - $BaAl_2O_4 \rightarrow \beta$ - $BaAl_2O_4$  не характеризуется изменением структуры алюмината.

Таблица 1

Химический анализ продукта обжига

ВаО, %		Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> , %		ВаО свобод- ный, %	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> свободный, %	BaAl <sub>2</sub> O <sub>4</sub> , %
по хим. анализу	по стехио- метрии	по хим. анализу	по стехио- метрии			
59,59	60,06	39,72	39,94	0	0,10	99,21



**Теорема 1.** При вышеуказанных условиях существует состоятельное решение  $\theta^*$  системы уравнений (1), причем асимптотическое выражение ковариационной матрицы оценок  $\theta^*$  имеет следующий вид:

$$\|\text{Cov}(\theta_j^*, \theta_k^*)\| = \Psi^{-1} F' \Psi^{-1} + 0\left(\frac{1}{T}\right),$$

где

$$F = \left\| \frac{4\pi}{T} \int_{-\infty}^{\infty} H_k(\lambda) H_j(\lambda) f^2(\lambda) d\lambda \right\|.$$

2. Пусть теперь  $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_p)$  — произвольный вектор и предположим, что спектральная плотность  $f(\lambda)$  такова, что в качестве весовой функции  $H_k(\lambda)$  можно брать функцию

$$H_k^{(0)}(\lambda, \theta_0) = \left( \frac{\partial}{\partial \theta_k} f^{-1}(\lambda, \theta) \right)_{\theta=\theta_0}.$$

Составим квадратичную форму  $A = \alpha' \Psi^{-1} F' \Psi^{-1} \alpha$ . Тогда имеет место

**Теорема 2.** Квадратичная форма  $A$  минимальна при  $H_k(\lambda) = H_k^{(0)}(\lambda, \theta_0)$ ,  $k = 1, \dots, p$ , причем в этом случае ковариационная матрица соответствующих оценок  $\theta_0^* = (\theta_{01}^*, \dots, \theta_{0p}^*)$  имеет вид

$$\|\text{Cov}(\theta_{0j}^*, \theta_{0k}^*)\| = U^{-1} + 0\left(\frac{1}{T}\right),$$

где

$$U = \left\| \frac{T}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{\partial}{\partial \theta_k} \log f(\lambda) \frac{\partial}{\partial \theta_j} \log f(\lambda) \right)_{\theta=\theta_0} d\lambda \right\|.$$

Из утверждения теоремы 2 вытекает, что оценки  $\theta_0^*$  являются наилучшими в широком классе оценок  $\theta^*$ , в том смысле, что их ковариационная матрица является асимптотически „оптимальной“. Но так как в весовые функции  $H_k^{(0)}(\lambda, \theta_0)$  входят неизвестные нам истинные значения  $\theta_0$  параметров  $\theta$ , то невозможно использовать эти оценки для нахождения неизвестных параметров  $\theta$ .

3. Используя вместо весовой функции  $H_k^{(0)}(\lambda, \theta_0)$  функцию  $H_k^{(0)}(\lambda, \theta^*)$ , где  $\theta^*$  — произвольная состоятельная оценка параметра  $\theta$ , оказывается возможным получить оценки, асимптотически эквивалентные  $\theta_0^*$ .

**Теорема 3.** Пусть спектральная плотность  $f(\lambda) > 0$  такова, что  $\frac{\partial f}{\partial \theta_k}$ ,  $\frac{\partial^2 f}{\partial \theta_k \partial \theta_j}$  — непрерывные функции  $\lambda$  и  $\theta$ ,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{\partial^2 f(\lambda)}{\partial \theta_k \partial \theta_j} \right| f^{-1}(\lambda) d\lambda < \infty$$

при  $\theta \in \Theta$ ,  $-\infty < \lambda < \infty$  и  $k, j = 1, \dots, p$ ; матрица  $U$  невырождена. Тогда существует состоятельное решение  $\widehat{\theta} = (\widehat{\theta}_1, \dots, \widehat{\theta}_p)$  системы уравнений (1) при  $H_k(\lambda) = H_k^{(0)}(\lambda, \theta^*)$ , ковариационная матрица которой асимптотически эквивалентна ковариационной матрице оценок  $\theta_0^*$ .

Что касается оценки  $\theta^*$ , то утверждение теоремы 1 позволяет нам строить сколь угодно много различных состоятельных оценок.

В работе [1] были введены так называемые асимптотические оценки максимального правдоподобия  $\widehat{\theta}^{(0)}$ , также имеющие ковариационную матрицу, асимптотически эквивалентную ковариационной матрице оценок  $\theta_0^*$  и

была доказана асимптотическая эффективность оценок  $\widehat{\theta}^{(0)}$  в случае, когда спектральная плотность  $f(\lambda)$  рациональна. Следовательно, в этом случае оценки  $\widehat{\theta}$  также асимптотически эффективны.

4. Предположим, что спектральная плотность рациональна:

$$f(\lambda) = K(2\pi)^{-1} |Q_m(i\lambda)|^2 |P_n(i\lambda)|^{-2},$$

где

$$Q_m(z) = \sum_{k=0}^{m-1} b_k z^k + z^m \quad \text{и} \quad P_n(z) = \sum_{j=0}^{n-1} a_j z^j + z^n$$

— многочлены, корни которых имеют отрицательные действительные части. Рассмотрим конкретные примеры оценок неизвестных параметров  $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_p)$ , от которых зависят коэффициенты  $a_0, \dots, a_{n-1}$ ,  $b_0, \dots, b_{m-1}$ . В случае  $Q_m(z) \equiv 1$  оценки  $\widehat{\theta}^{(0)}$  достаточно просты, особенно когда оцениваются сами коэффициенты  $a_0, \dots, a_{n-1}$  [2]. Но при  $Q_m(z) \neq 1$  применение оценок  $\widehat{\theta}$  гораздо более удобно.

Пример 1. В случае, когда спектральная плотность имеет вид  $K(2\pi)^{-1}(\lambda^2 + 2\theta^2)(\lambda^4 + 4\theta^4)^{-1}$ , уравнение для определения оценки  $\widehat{\theta}^{(0)}$  параметра  $\theta$  имеет сложный вид

$$(2 - \sqrt{2})K = \left( \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ 2\theta^2 \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt + \right. \right. \\ \left. \left. + 2\sqrt{2}\theta^3 \frac{1}{T} \int_0^T \int_0^T \exp\{-\sqrt{2}\theta|t-s|\} x(t)x(s) dt ds \right] \right)_{\theta = \widehat{\theta}^{(0)}} = \xi(\widehat{\theta}^{(0)}),$$

тогда как  $\widehat{\theta}$  находится решением следующего уравнения пятого порядка относительно  $\widehat{\theta}$ :

$$K \left( \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{\theta^2}{\widehat{\theta}} - \frac{\theta^2 - \widehat{\theta}^2}{\theta^2 + \sqrt{2}\theta\widehat{\theta} + \theta^2} \right)_{\theta = \theta^*} = \zeta(\theta^*).$$

Дисперсия этих оценок также просто вычисляется и равна  $\frac{\theta}{T} \frac{2 + \sqrt{2}}{3}$ .

Пример 2. Теперь рассмотрим случай, когда неизвестными являются два параметра  $\theta_1$  и  $\theta_2$ , а спектральная плотность имеет вид

$$f(\lambda) = K(2\pi)^{-1}(\lambda^2 + \gamma^2)(\lambda^4 + 2(\theta_1^2 - \theta_2^2)\lambda^2 + \gamma^4)^{-1}, \quad \gamma = \sqrt{\theta_1^2 + \theta_2^2}.$$

Система уравнений для определения оценок  $\widehat{\theta}_1^{(0)}$  и  $\widehat{\theta}_2^{(0)}$  особенно сложна

$$K \left( \frac{\partial}{\partial \theta_i} [2\theta_1 - \gamma] \right)_{\theta = \theta^{(0)}} = \left( \frac{\partial}{\partial \theta_i} [\theta_1 - 3\theta_2] \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt - \right. \\ \left. - 2\theta_2^2 \gamma \frac{1}{T} \int_0^T \int_0^T e^{-\gamma(t-s)} x(t)x(s) dt ds \right)_{\theta = \theta^{(0)}} = \xi_i(\theta^{(0)}), \quad i = 1, 2,$$

так что преимущество оценок  $\widehat{\theta}_1, \widehat{\theta}_2$  в этом примере особенно очевидно, так как они находятся решением гораздо более простой системы уравнений

$$K \left( \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left[ \frac{\theta_i^2 - 3\theta_2^2}{2\widehat{\theta}_1} + \frac{2\theta_2^2\gamma}{\theta_1} \cdot \frac{\gamma + \widehat{\theta}_1}{(\gamma + \widehat{\theta}_1)^2 + \theta_2^2} \right] \right)_{\theta=\theta^*} = \xi_i(\theta), \quad i = 1, 2.$$

Ковариационная матрица этих оценок имеет следующий вид:

$$\frac{\theta_1}{T[\theta_1(\theta_1^2 + \gamma^2) + 2\gamma\theta_2^2]} \left\| \begin{array}{cc} \theta_1(\theta_1^2 + \gamma^2) + 2\gamma^3 & \theta_1^2\theta_2 \\ \theta_1^2\theta_2 & \theta_2^2(\theta_1^2 + 2\theta_2^2\gamma)(\theta_1 + \gamma)^2 \end{array} \right\|.$$

Тбилисский государственный университет  
 Институт прикладной математики

(Поступило 6.2.1970)

მათემატიკა

ბ. ჯაპარიძე

გაუსის სტაციონარული პროცესის სპექტრალური სიმკვრივის  
 პარამეტრთა „ოპტიმალური“ კოვარიაციული მატრიცის მკვლე  
 შეფასებათა შესახებ

რეზიუმე

განხილულია უწყვეტროიანი გაუსის სტაციონარული პროცესის სპექტრალური სიმკვრივის პარამეტრთა შეფასებების კლასი, მიღებული პერიოდო-გრაფის „გაგლუვების“ გზით და მოქმენილია ის შეფასება, რომელსაც აქვს „საუკეთესო“ კოვარიაციული მატრიცა.

MATHEMATICS

K. O. JAPARIDZE

ON THE "OPTIMAL" COVARIANCE MATRIX  
 ESTIMATES OF SPECTRAL DENSITY PARAMETERS FOR  
 GAUSSIAN STATIONARY PROCESS

Summary

A class of estimates of spectral density parameters of Gaussian stationary process with continuous time is considered. An estimate with the "best" covariance matrix is found.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. К. О. Джапаридзе. Сообщения АН ГССР, 58, № 1, 1970.
2. В. Ф. Писаренко. Лит. мат., сб., 2, № 2, 1963.



А. И. БУАДЗЕ

О ГРАНИЧНЫХ СВОЙСТВАХ И ПРИБЛИЖЕНИИ РЕГУЛЯРНЫХ  
РЕШЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ  
ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ТИПА

(Представлено членом-корреспондентом Академии В. Г. Челидзе 24.2.1970)

Пусть  $G$  — конечная область со спрямляемой границей  $\Gamma: t = t(s)$ ,  $0 \leq s \leq 2\pi$ , где  $s$  — дуговая абсцисса, а  $2\pi$  — длина  $\Gamma$ . Далее, пусть  $\Phi(u)$  — некоторая  $N$ -функция, порождающая рефлексивное пространство Орлича. Функция  $\Phi(u)$  называется  $N$ -функцией, если она допускает представление

$$\Phi(u) = \int_0^u p(x) dx, \quad u \geq 0,$$

где  $p(x)$  — положительная при  $x > 0$ , непрерывная справа при  $x \geq 0$ , неубывающая функция, удовлетворяющая условиям

$$p(0) = 0, \quad p(\infty) = \lim_{x \rightarrow \infty} p(x) = \infty.$$

В дальнейшем будем предполагать, что выполняются неравенства

$$1 < \alpha \leq u p(u) / \Phi(u) \leq \beta < \infty \quad \text{при } u > 0.$$

Если комплекснозначная измеримая функция  $f(t) \in L_\Phi(\Gamma)$ , тогда, как известно, (см. работу [1], стр. 198), обобщенный интеграл типа Коши

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega_1(z, t) f(t) dt - \Omega_2(z, t) \bar{f}(t) d\bar{t}, \quad z \in \bar{\Gamma}, \quad (1)$$

дает регулярные решения уравнения

$$\partial_{\bar{z}} u(z) + A(z) u(z) + B(z) \bar{u}(z) = 0, \quad (2)$$

где  $A, B \in L_{r,2}(E)$ ,  $r > 2$ ,  $E$  — вся конечная плоскость, а  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  — нормированные относительно  $G$  ядра (определение ядра см. в работе [1] стр. 193).

Пусть  $t_0 = t(s_0) \in \Gamma$ . Обозначим через  $\Gamma_\varepsilon$  часть линии  $\Gamma$ , оставшуюся после удаления из  $\Gamma$  той дуги, концами которой служат точки  $t(s_0 - \varepsilon)$  и  $t(s_0 + \varepsilon)$  и которая содержит  $t_0$ .

Обобщенным особым интегралом называется конечный предел (если он существует) выражения

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma_\varepsilon} \Omega_1(t_0, t) f(t) dt - \Omega_2(t_0, t) \bar{f}(t) d\bar{t} = T(f, t_0). \quad (3)$$

В работе А. Г. Джваршейшвили [2] для довольно широкого класса кривых доказаны существование обычного особого интеграла и неравенство Рисса в пространстве  $L_p(\Gamma)$ ,  $p > 1$ . Метод, примененный А. Г. Джваршейшвили, при доказательстве упомянутых теорем позволяет доказать следующую теорему.

**Теорема 1.** Пусть  $\Gamma \in A \cap K^1$  и  $f(t) \in L_\Phi(\Gamma)$ . Тогда

$$\int_{\Gamma} \Phi(|T(f; t)|) \cdot |dt| \leq M(\Phi, \Gamma) \cdot \int_{\Gamma} \Phi(|f(t)|) \cdot |dt|. \quad (4)$$

Отметим, что в соотношении (4) вместо  $T(f; t)$  можно брать  $\tilde{T}(f; t)$ , где

$$\tilde{T}(f; t) = \operatorname{Sup}_{\varepsilon > 0} \left| \int_{\Gamma_\varepsilon} \Omega_1(t, t_0) f(t_0) dt_0 - \Omega_2(t, t_0) \bar{f}(t_0) d\bar{t}_0 \right|.$$

**Следствие.** Если  $\Gamma \in A \cap K$ ,  $f(t) \in L_\Phi(\Gamma)$ , то интеграл (1) при  $z \rightarrow t$  имеет конечные угловые граничные значения почти везде на  $\Gamma$ , равные

$$T(f; t) \pm \frac{1}{2} f(t)$$

соответственно изнутри и извне  $\Gamma$ .

Доказательство этого следствия получаем из теоремы 1 и из результата работы [4].

Используя результаты А. Г. Джваршейшвили (см. работу [3], теорема 2) получаем существование  $T(f; t)$  почти везде на  $\Gamma$  и, следовательно, интеграл (1) имеет конечные угловые граничные значения почти везде на  $\Gamma$ , если только  $\Gamma \in A \cap K$  и  $f(t) \in L(\Gamma)$ .

**Теорема 2.** Пусть  $\{u_n(z)\}$  — последовательность регулярных решений уравнения (2), принадлежащих классу  $\mathcal{E}_\Phi$  и пусть последовательность их угловых граничных значений  $\{u_n^*(t)\}$  сходится в смысле метрики  $L_\Phi(\Gamma)$  к функции  $u(t)$ . Тогда  $\{u_n(z)\}$  сходится равномерно внутри  $G$  к регулярному решению  $u(z) \in \mathcal{E}_\Phi^{(2)}$ , причем его угловые граничные значения почти всюду совпадают с  $u(t)$ .

**Теорема 3.** Пусть  $\Gamma \in A \cap K$  и  $f(t) \in L_\Phi(\Gamma)$ . Тогда обобщенный интеграл типа Коши (1) является регулярным решением уравнения (2) класса  $\mathcal{E}_\Phi$ .

Теорема 3 остается справедливой также при  $\Gamma \in (L_\Phi)$  (определение кривой класса  $(L_\Phi)$  см. в работе [5], стр. 56).

Пусть угол  $\varphi(s)$  между касательной и  $\Gamma$  фиксированным направлением, выраженный в виде функции от длины дуги, имеет модуль непрерывности, удовлетворяющий условию

<sup>(1)</sup> Определение кривых класса  $A \cap K$  см. в работе [2].

<sup>(2)</sup> Определение класса  $\mathcal{E}_\Phi$  см. в работе [6].

$$\int_0^{\varepsilon} t^{-1} \omega(\varphi; t) dt < \infty, \quad \varepsilon > 0. \quad (6)$$

Рассмотрим ряд

$$\sum_{m=0}^{\infty} c_m u_m(z), \quad (7)$$

где

$$c_{2m} + i c_{2m+1} = \frac{1}{2\pi i} \int_{|\tau|=1} \frac{u + |\psi(\tau)|}{\tau^{m+1}} d\tau,$$

$$u_{2m}(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega_1(z, t) P_m(t) dt - \Omega_2(z, t) \bar{P}_m(t) d\bar{t},$$

$$u_{2m+1}(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega(z, t) i P_m(t) dt + \Omega_2(z, t) i \bar{P}_m(t) d\bar{t},$$

$\psi(z)$  — функция, однолистно отображающая  $[\omega] > 1$  на дополнение к  $\bar{G}$  с условием  $\psi(\infty) = \infty$ ,  $\psi'(\infty) > 0$ , а  $P_m(t)$  — полином Фабера.

**Теорема 4.** Пусть область  $G$  удовлетворяет условию (6) и  $u(z) \in \mathcal{E}_{\Phi}$ . Тогда ряд (7) сходится равномерно внутри  $G$  к  $u(z)$ , а на границе  $\Gamma$  — к уловым граничным значениям  $u^+(t)$  в смысле метрики  $L_{\Phi}(\Gamma)$  и

$$\left\| u^+(t) - \sum_{m=0}^n c_m u_m(t) \right\|_{\Phi} \ll \rho_n(u^+, \Gamma)_{\Phi} \ll \omega_h \left( u^+; \frac{1}{n} \right)_{\Phi},$$

где  $\omega_h(u^+; \delta)_{\Phi}$  — модуль гладкости а  $\rho_n(u^+; \Gamma)_{\Phi}$  — наилучшее приближение функции  $u^+(t)$  на  $\Gamma$  в смысле метрики  $L_{\Phi}(\Gamma)$ .

Отметим, что если  $\Gamma \in (L_{\Phi})$ , а модуль гладкости и полином Фабера соответствующим образом обобщены, то теорема 4 остается справедливой.

Отметим также, что вышеприведенные теоремы остаются справедливыми, если  $\Gamma$  удовлетворяет следующему условию:

$$\left| \frac{1}{t(s+\sigma) - i(s)} \cdot \frac{1}{\sigma} \cdot \int_0^{\sigma} \{t'(s+\sigma) - t'(s+u)\} du \right| \leq h(\sigma) \in L(0; 2\pi).$$

Заметим, что в случае  $\Phi(u) = u^p$  некоторые из вышеприведенных результатов анонсированы в работе [7].

Грузинский политехнический институт  
им. В. И. Ленина

(Поступило 26. 2. 1970)

ა. ბუადე

ელიფსური ტიპის დიფერენციალური განტოლების ამონახსნის  
 სასაზღვრო თვისებებისა და მიახლოების შესახებ

რეზიუმე

განხილულია განზოგადებული სინგულარული ინტეგრალის არსებობის, ამ ოპერატორის ორლიჩის რეფლექსურ სივრცეში შემოსაზღვრულობისა და ელიფსური ტიპის დიფერენციალური განტოლების რეგულარული ამონახსნის მიახლოების საკითხი.

MATHEMATICS

A. I. BUADZE

ON THE BOUNDARY PROPERTIES AND APPROXIMATION OF  
 REGULAR SOLUTIONS OF THE ELLIPTIC DIFFERENTIAL  
 EQUATIONS

Summary

The problem of the existence of a generalized singular integral, its limits in the Orlich reflexive space and approximation of regular solutions of differential equations of elliptic type are studied.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. И. Н. Векуа. Обобщенные аналитические функции. М., 1959.
2. А. Г. Джваршейшвили. Труды Тбил. матем. ин-та им. А. М. Размадзе АН ГССР, т. 31, 1966.
3. А. Г. Джваршейшвили. Труды Тбил. гос. ун-та, т. 84, 1961.
4. К. М. Мусаев. ДАН СССР, т. 181, № 6, 1968.
5. А. И. Буадзе. Труды ГПИ им. В. И. Ленина, № 5 (133), 1969.
6. А. И. Буадзе. Сообщения АН ГССР, 57, № 2, 1970.
7. В. М. Кокилашвили. Сообщения АН ГССР, 56, № 3, 1969.

Н. Р. ТЕВЗАДЗЕ

О СХОДИМОСТИ ДВОЙНОГО РЯДА ФУРЬЕ ФУНКЦИИ  
 СУММИРУЕМОЙ С КВАДРАТОМ

(Представлено членом-корреспондентом Академии В. Г. Челидзе 26.2.1970)

Пусть

$$S_{m,n}(x, y) = \sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^n \lambda_{ik} A_{ik}(x, y), \quad (1)$$

где

$$A_{ik}(x, y) = \alpha_{ik} \cos ix \cos ky + \beta_{ik} \sin ix \cos ky + \gamma_{ik} \cos ix \sin ky + \delta_{ik} \sin ix \sin ky,$$

$$\lambda_{00} = \frac{1}{4}, \quad \lambda_{0k} = \lambda_{i0} = \frac{1}{2}, \quad \lambda_{ik} = 1, \quad i, k \geq 1,$$

а  $\alpha_{ik}$ ,  $\beta_{ik}$ ,  $\gamma_{ik}$  и  $\delta_{ik}$  — коэффициенты Фурье функции  $f(x, y) \in L_2(R)$ ,  $R = [0, 2\pi; 0, 2\pi]$ .

Рассмотрим подпоследовательность  $\{S_{m_i n_i}(x, y)\}$ , где  $(m_i, n_i)$  — любая подпоследовательность пар натуральных чисел, причем  $m_i \leq m_{i+1}$ ,  $n_i \leq n_{i+1}$ . Определим две целочисленные функции  $\omega(\mu)$  и  $\Omega(\nu)$  следующим образом:

$$\omega(\mu) = n_k \text{ при } m_{k-1} \leq \mu < m_k, \quad m_0 = 1,$$

$$\Omega(\nu) = m_k \text{ при } n_k \leq \nu < n_{k+1}, \quad k = 1, 2, \dots$$

С помощью этих функций частичную сумму  $S_{m_i n_i}(x, y)$  можно представить в виде

$$S_{m_i n_i}(x, y) = A_i + B_i,$$

где

$$A_i = \sum_{\mu=1}^{m_i} \sum_{\nu=1}^{\omega(\mu)} A_{\mu\nu}(x, y), \quad B_i = \sum_{\nu=n_i}^{n_i} \sum_{\mu=1}^{\Omega(\nu)} A_{\mu\nu}(x, y).$$

Положим

$$T_\mu(y) = \sum_{\nu=1}^{\omega(\mu)} (\alpha_{\mu\nu} \cos \nu y + \gamma_{\mu\nu} \sin \nu y),$$

$$L_\mu(y) = \sum_{\nu=1}^{\omega(\mu)} (\beta_{\mu\nu} \cos \nu y + \delta_{\mu\nu} \sin \nu y).$$

Тогда

$$A_i = \sum_{\mu=1}^{m_i} (T_\mu(y) \cos \mu x + L_\mu(y) \sin \mu x).$$

Далее

$$\begin{aligned}
 & \int_0^{2\pi} \left\{ \sum_{\mu=1}^m T_{\mu}^2(y) \right\} dy = \sum_{\mu=1}^m \int_0^{2\pi} T_{\mu}^2(y) dy = \\
 & = \sum_{\mu=1}^m \int_0^{2\pi} \left( \sum_{\nu=1}^{\omega(\mu)} \alpha_{\mu\nu} \cos \nu y + \gamma_{\mu\nu} \sin \nu y \right) \left( \sum_{k=1}^{\omega(\mu)} \alpha_{\mu k} \cos ky + \gamma_{\mu k} \cos ky \right) dy = \\
 & = \pi \sum_{\mu=1}^m \sum_{\nu=1}^{\omega(\mu)} (\alpha_{\mu\nu}^2 + \gamma_{\mu\nu}^2) \leq \pi \sum_{\mu=1}^{\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} (\alpha_{\mu\nu}^2 + \gamma_{\mu\nu}^2) \leq M.
 \end{aligned}$$

Отсюда на основании теоремы Лебега будем иметь

$$\int_0^{2\pi} \left( \sum_{\mu=1}^{\infty} T_{\mu}^2(y) \right) dy \leq M.$$

Отсюда вытекает, что функция  $\sum_{\mu=1}^{\infty} T_{\mu}^2(y)$  суммируема. Следовательно, она почти везде конечна. Обозначим через  $E_1$  множество тех точек сегмента  $[0, 2\pi]$ , в которых функция  $\sum_{\mu=1}^{\infty} T_{\mu}^2(y)$  конечна. Ясно, что  $\text{mes } E_1 = 2\pi$ .

Аналогично покажем, что функция  $\sum_{\mu=1}^{\infty} L_{\mu}^2(y)$  почти везде на сегменте  $[0, 2\pi]$  конечна. Пусть  $E_2$ —множество тех точек сегмента  $[0, 2\pi]$ , в которых функция  $\sum_{\mu=1}^{\infty} L_{\mu}^2(y)$  конечна. Тогда на множестве  $E = E_1 \cap E_2$  будем иметь

$$\sum_{\mu=1}^{\infty} (T_{\mu}^2(y) + L_{\mu}^2(y)) < +\infty.$$

Отсюда заключаем, что для любого фиксированного  $y \in E$   $T_{\mu}(y)$  и  $L_{\mu}(y)$  можно рассмотреть в качестве коэффициентов некоторой функции  $\Phi_y(x) \in L_2[0, 2\pi]$ . Следовательно, почти везде на  $[0, 2\pi]$ , и для фиксированного  $y \in E$ , согласно теореме Карлесона [1]

$$\sum_{\mu=1}^{\infty} [T_{\mu}(y) \cos \mu x + L_{\mu}(y) \sin \mu x] = \Phi_y(x). \quad (2)$$

Но тогда равенство (2) будет справедливым почти везде на  $R = [0, 2\pi; 0, 2\pi]$ .

Следовательно, почти везде на  $R$

$$\lim_{i \rightarrow \infty} A_i = \Phi_y(x).$$



Аналогично покажем, что почти везде на  $R$

$$\lim_{i \rightarrow \infty} B_i = \psi_x(y).$$

Итак, почти везде на  $R$

$$\lim_{i \rightarrow \infty} S_{m_i n_i}(x, y) = \Phi_y(x) + \psi_x(y) \equiv F(x, y).$$

Нетрудно показать, что  $F(x, y) \sim f(x, y)$ .

Отсюда следует

**Теорема.** Если  $S_{m_i n_i}(x, y)$ , ( $m_i \leq m_{i+1}$ ,  $n_i \leq n_{i+1}$ ) любая подпоследовательность частичных сумм двойного ряда Фурье функции  $f(x, y) \in L_2[R]$ , то почти везде на  $R$

$$\lim_{i \rightarrow \infty} S_{m_i n_i}(x, y) = f(x, y).$$

Тбилисский государственный университет

(Поступило 27.2.1970)

მათემატიკა

ბ. თევზაძე

კვადრატით ჯამებადი ფუნქციის ორმაგი ფურიეს მწკრივის კრებადობის შესახებ

რეზიუმე

დამტკიცებულია, რომ კვადრატით ჯამებადი ფუნქციის ორმაგი ფურიეს მწკრივის კერძო ჯამებს ნებისმიერი ქვემიმდევრობა

$$S_{m_i n_i}(x, y) \quad (m_i \leq m_{i+1}, n_i \leq n_{i+1}), \quad i = 1, 2, \dots$$

კრებალია.

MATHEMATICS

N. R. TEVZADZE

ON THE CONVERGENCE OF THE DOUBLE FOURIER SERIES OF QUADRATIC SUMMABLE FUNCTIONS

Summary

It is proved that any arbitrary subsequence  $S_{m_i n_i}$  of the double Fourier series of quadratic summable functions is convergent.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Л. Карлесон. Математика (период. сборник ин. статей). М., 1967.

Р. С. ШЕЛЕГИЯ

## ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ТЕОРИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

(Представлено членом-корреспондентом Академии Л. П. Гокиели 5.3.1970)

В системе массового обслуживания  $S_n$  имеются  $n$  обслуживающих приборов одного и того же типа и назначения. В  $S_n$  поступает простейший поток требований с параметром  $\lambda$ . Каждое требование обслуживается одним прибором; длительность обслуживания—случайная величина  $\xi$  с функцией распределения  $F(x)$ . В период работы обслуживающие приборы могут выходить из рабочего состояния. Время  $\eta$  от начала обслуживания до момента отказа случайно и имеет распределение  $H(x)$ . Вышедшее из строя устройство немедленно поступает на восстановление, длительность которого случайна с функцией распределения  $G(x)$ . Ремонт полностью восстанавливает свойства обслуживающего прибора. После завершения каждого обслуживания прибор поступает на профилактический осмотр, в результате чего с вероятностью  $p$  прибор направляется на ремонт, если требуется восстановление, и с вероятностью  $q = 1 - p$  возвращается в число действующих. Длительность профилактического осмотра имеет распределение  $\Psi(x)$ . Обслуживающий прибор, возвращенный после осмотра в эксплуатацию, считается вновь обладающим первоначальными техническими свойствами.

Требование, поступившее в систему, начинает обслуживаться немедленно, если имеется хотя бы один свободный и пригодный к обслуживанию прибор. Требование теряется, если прибор вышел из строя во время обслуживания или в момент поступления не было ни одного прибора, способного к обслуживанию.

Основной интерес представляют вероятности  $p_{ijk}$  того, что в любой момент времени в системе обслуживания заняты обслуживанием требований  $i$  приборов,  $j$  приборов осматриваются и  $k$  приборов находятся в ремонте при стационарном режиме.

Пусть длительность обслуживания требований, осмотра и восстановления приборов не зависит между собой, а также от потока требований и от выхода прибора из строя.

Рассмотренную систему можно изучить с помощью однородного марковского процесса  $\varepsilon(t)$ , рассматриваемого в фазовом пространстве, состоящем из следующих элементов:

$\omega_{000}$ —изолированная точка;  $\omega_{ijk}$   $\{0 \leq x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k\}$ —часть  $(i + j + k)$ -мерного пространства.

Между точками фазового пространства и состоянием системы установим следующее соответствие: изолированная точка  $\omega_{000}$  соответствует такому состоянию системы, когда все обслуживающие, осматривающие и ремонтирующие приборы свободны; точка

$$(x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k) \in \omega_{ijk}$$

соответствует такому состоянию системы, когда в системе обслуживания  $i$  приборов заняты обслуживанием,  $j$  приборы осматриваются и  $k$  приборов находятся на ремонте; при этом на обслуживание, осмотр и ремонт соответственно затрачено времени  $x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k$ .

Обозначим распределение вероятности в фазовом пространстве через  $P_t$ , начальное распределение через  $P_0$ , стационарное распределение через  $P$ .

Пусть  $p_{ijk}(x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k) = P(\omega_{ijk})$ ,

$p_{ijk}(x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k, t) = P_t(\omega_{ijk})$ .

Аналогично работе [1] показывается, что каково бы не было  $P_0$ , распределение  $P_t$  имеет в точке

$(x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k) \in \omega_{ijk}$   $(i + j + k)$ -мерную плотность

$$p_{ijk}(x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k, t),$$

при

$$t > \max \{x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k\}.$$

Введем следующие обозначения:

$$\alpha = \int_0^{\infty} [1 - H(x)] dF(x), \quad a = \int_0^{\infty} [1 - H(x)] [1 - F(x)] dx,$$

$$\beta = \int_0^{\infty} [1 - F(x)] dH(x) + p \int_0^{\infty} [1 - H(x)] dF(x),$$

$$b = \int_0^{\infty} [1 - \Psi(x)] dx, \quad c = \int_0^{\infty} [1 - G(x)] dx.$$

Пусть  $\gamma = \min(\xi, \eta)$ ,  $M\gamma = m$ .

**Теорема.** Если  $m < \infty$  и  $\Psi(x)$  и  $G(x)$  имеют конечные математические ожидания, то марковский процесс  $\varepsilon(t)$  имеет следующее стационарное распределение вероятностей

$$\begin{aligned} & p_{ijk}(x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k) = \\ & = \frac{\lambda^{i+j+k}}{i! j! k!} \alpha^i \beta^h \prod_{s=1}^i [1 - H(x_s)] [1 - F(x_s)] \cdot \\ & \prod_{v=1}^j [1 - \Psi(y_v)] \prod_{m=1}^k [1 - G(z_m)] p_{000}. \\ & p_{000} = \left[ \sum_{i, j, k=0}^n \frac{\lambda^{i+j+k}}{i! j! k!} \alpha^i \beta^h a^i b^j c^k \right]^{-1}. \\ & 0 \leq i + j + k \leq n. \end{aligned}$$

Введем функции:

$$\begin{aligned} & p_{ijk}^*(x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k, t) = \\ & = \frac{p_{ijk}(x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k, t)}{\prod_{s=1}^i [1 - H(x_s)] [1 - F(x_s)] \prod_{v=1}^j [1 - \Psi(y_v)] \prod_{m=1}^k [1 - G(z_m)]}. \quad (1) \end{aligned}$$

В дальнейшем  $p_{ijk}^*(x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k, t)$  будем обозначать через  $p_{ijk}^*(\dots)$ .

Нетрудно показать, что  $p_{ijk}^*(\dots)$  удовлетворяет следующую систему интегро-дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial p_{ijk}^*(\dots)}{\partial t} + \sum_{s=1}^i \frac{\partial p_{ijk}^*(\dots)}{\partial x_s} + \sum_{v=1}^j \frac{\partial p_{ijk}^*(\dots)}{\partial y_v} +$$

$$+ \sum_{m=1}^k \frac{\partial p_{ijk}^*(\dots)}{\partial z_m} + \lambda p_{ijk}^*(\dots) = (j+1)q \int_0^{\infty} p_{ij+1k}^*(\dots) d\Psi(y_{j+1}) + \quad (2)$$

$$+ (k+1) \int_0^{\infty} p_{ijk+1}^*(\dots) dG(z_{k+1})$$

$$0 \leq i, j, k \leq n-1 \quad i+j+k \leq n-1.$$

$$\frac{\partial p_{ijk}^*(\dots)}{\partial t} + \sum_{s=1}^i \frac{\partial p_{ijk}^*(\dots)}{\partial x_s} + \sum_{v=1}^j \frac{\partial p_{ijk}^*(\dots)}{\partial y_v} +$$

$$+ \sum_{m=1}^k \frac{\partial p_{ijk}^*(\dots)}{\partial z_m} = 0, \quad (3)$$

$$0 \leq i, j, k \leq n \quad i+j+k = n,$$

с граничными условиями

$$p_{i+1jk}^*(x_1, \dots, x_i, 0, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k, t) = \frac{\lambda}{i+1} p_{ijk}^*(\dots),$$

$$p_{ij+1k}^*(x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, 0, z_1, \dots, z_k, t) =$$

$$= \frac{i+1}{j+1} \int_0^{\infty} p_{i+1jk}^*(\dots) [1-H(x_{i+1})] dF(x_{i+1}),$$

$$p_{ijk+1}^*(x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k, 0, t) =$$

$$= \frac{j+1}{k+1} \int_0^{\infty} p_{ij+1k}^*(\dots) d\Psi(y_{j+1}) +$$

$$+ \frac{i+1}{k+1} \int_0^{\infty} p_{i+1jk}^*(\dots) [1-F(x_{i+1})] dH(x_{i+1}).$$

Непосредственной подстановкой убеждаемся, что при  $t \rightarrow \infty$  системе, полученной из системы уравнений (2)–(3) при соответствующих граничных условиях, удовлетворяет решение

$$p_{ijk}(x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k) = \frac{\lambda^{i+j+k}}{i! j! k!} \alpha^i \beta^j \rho_{000}.$$

$$0 \leq i, j, k \leq n \quad i+j+k \leq n. \quad (4)$$

Учитывая выражения (1) и (4), получаем

$$p_{ijk}(x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k) =$$

$$= \frac{\lambda^{i+j+k}}{i! j! k!} \prod_{s=1}^i [1-H(x_s)] [1-F(x_s)] \prod_{v=1}^j [1-\Psi(y_v)] \prod_{m=1}^k [1-G(z_m)] \rho_{000}. \quad (5)$$

Из условия нормировки определяется  $\rho_{000}$

$$\begin{aligned}
 p_{000} &= \sum_{i, j, k=0}^n p_{ijk} = p_{000} + \sum_{i, j, k=0}^n \int_0^{\infty} \cdots \int_0^{\infty} p_{ijk}(x_1, \dots, x_i, y_1, \\
 &0 \leq i + j + k \leq n \quad 0 < i + j + k \leq n \\
 &\dots, y_j, z_1, \dots, z_k) dx_1, \dots, dx_i dy_1, \dots, dy_j dz_1, \dots, dz_k = \\
 &= p_{000} \left\{ 1 + \sum_{\substack{i, j, k=0 \\ 0 < i+j+k \leq n}}^n \frac{\lambda^{i+j+k}}{i! j! k!} \alpha^i \beta^j \alpha^i b^j c^k \right\} = 1.
 \end{aligned}$$

Доказательство единственности и эргодичности распределения проводится аналогично работе [1]. Интегрирование выражения (5) дает

$$p_{ijk} = \frac{\lambda^{i+j+k}}{i! j! k!} \alpha^i \beta^j \alpha^i b^j c^k p_{000}; \quad p_{000} = \left[ \sum_{\substack{i, j, k=0 \\ 0 \leq i+j+k \leq n}}^n \frac{\lambda^{i+j+k}}{i! j! k!} \alpha^i \beta^j \alpha^i b^j c^k \right]^{-1}.$$

Полученный результат обобщает результаты Т. И. Насировой [2], Т. П. Марьяновича [3] и Д. Х. Султановой [4].

Тбилисский институт  
 приборостроения и средств автоматизации

(Поступило 6.3.1970)

მათემატიკა

რ. შელეგია

მასობრივი მომსახურების ერთი ამოცანის შესახებ

რეზიუმე

განხილულია  $n$  ხელსაწყოსაგან შემდგარი მასობრივი მომსახურების სისტემა, რომელშიც შემოდის პუასონის ნაკადი.

ცხადი სახით ნაბოვნია  $P_{ijk}(x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_j, z_1, \dots, z_k)$ - ალბათობა იმისა, რომ სტაციონარულ რეჟიმში  $i$  ხელსაწყო დაკავებულია მოთხოვნით,  $j$  ხელსაწყო გადის პროფილაქტიკურ შემოწმებას, ხოლო  $k$  ხელსაწყო იმყოფება შესაკეთებლად.

MATHEMATICS

R. S. SHELEGIA

## ON ONE PROBLEM OF MASS-SERVICING THEORY

Summary

A mass-servicing system involving the Poisson flow and consisting of  $n$  servicing devices is considered. The probability  $P_{ijk}(x_1 \cdots x_i, y_1 \cdots y_j, z_1 \cdots z_k)$  is explicitly found to the effect that in the stationary mode the  $i$  device is held in requirement, the  $j$  device is under preventive inspection, and the  $k$  device is undergoing repair.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Б. А. Севастьянов. Теория вероятностей и ее применение, II, № 1, 1957.
2. Т. И. Насирова. Изв. АН СССР, № 6, 1963.
3. Т. П. Марьянович. УМЖ, XII, № 3, 1960.
4. Д. Х. Султанова. ДАН УэССР, № 12, 1968.



Д. К. УГУЛАВА

К ТЕОРИИ ПРИБЛИЖЕНИЯ ГИПЕРСФЕРИЧЕСКИМИ  
 ПОЛИНОМАМИ

(Представлено академиком Н. П. Векуа 5.3.1970)

Пусть  $\Omega_m$  ( $m \geq 3$ ) — единичная сфера  $m$ -мерного евклидова пространства.  $C(\Omega_m)$ ,  $L_p(\Omega_m)$ ,  $1 \leq p < \infty$ ,  $L_\infty(\Omega_m)$  и  $M(\Omega_m)$ , соответственно, будут обозначать банаховы пространства определенных на  $\Omega_m$ , непрерывных, суммируемых со степенью  $p$ , существенно ограниченных измеримых и конечных, регулярных борелевых мер с обычными нормами. Под  $X$  будем подразумевать одно из пространств  $L_p(\Omega_m)$ ,  $1 \leq p < \infty$  или  $C(\Omega_m)$ .

Рассмотрим формальный ряд Фурье—Лапласа функции  $f(\vartheta)$ ,  $\vartheta \in \Omega_m$

$$f(\vartheta) \sim \sum_{k=0}^{\infty} Y_k^{(m)}(f, \vartheta),$$

где  $Y_k^{(m)}(f, \vartheta)$  — гиперсферическая гармоника. Функции  $f(\vartheta)$  порядка  $k$  (см. работу [1], стр. 206). Пусть  $\varphi(n)$  — функция, определенная для неотрицательных целых чисел, исчезающая, возможно, лишь при  $n = 0$ . В работе [1] (стр. 219) приведено определение следующего класса  $H(X, \varphi(n))$  в  $X$ :

$$H(X, \varphi(n)) = \left\{ \begin{array}{l} f \in C(\Omega_m); \text{ существует } g \in L_\infty(\Omega_m), \text{ такая, что} \\ \quad \varphi(n) Y_n^{(m)}(f, \vartheta) = Y_n^{(m)}(g, \vartheta) \\ f \in L_p(\Omega_m), \quad 1 < p < \infty; \text{ существует } g \in L_p(\Omega_m), \\ \quad \text{такая, что} \\ \quad \varphi(n) Y_n^{(m)}(f, \vartheta) = Y_n^{(m)}(g, \vartheta) \\ f \in L_1(\Omega_m); \text{ существует } \mu \in M(\Omega_m), \text{ такая, что} \\ \quad \varphi(n) Y_n^{(m)}(f, \vartheta) = Y_n^{(m)}(d\mu, \vartheta) \\ \quad \text{для всех } n \geq 0. \end{array} \right. \quad (1)$$

Зависимость между  $f(\vartheta) \in H(X, \varphi(n))$  и  $g(\vartheta)$  мы отметим следующим образом:

$$g = H^\varphi f, \quad f = H_\varphi g.$$

Ниже  $\tilde{X}$  будет обозначать пространство  $L_\infty(\Omega_m)$ ,  $L_p(\Omega_m)$ ,  $1 < p < \infty$  или  $M(\Omega_m)$ , если соответственно,  $X$  есть  $C(\Omega_m)$ ,  $L_p(\Omega_m)$  или  $L_1(\Omega_m)$ .

Если к функции  $f(\vartheta)$  можно  $r$ -раз применить сферический оператор Лапласа—Бельтрами  $D$  (см. работу [1], стр. 204), производные порядка  $2r - 1$  по гиперсферическим координатам точки  $\vartheta$  абсолютно непрерывны по Тонелли и, например,  $D^r f(\vartheta) \in L_p(\Omega_m)$ ,  $1 < p < \infty$ , то  $f \in H(L_p,$



$[n(n+m-2)]^r$ ), притом функция  $g(\vartheta)$  из (1) почти всюду совпадает с  $D^r f(\vartheta)$ .

Исходя из того, что числа  $[-n(n+m-2)]$  являются собственными числами оператора  $D$ , этот оператор, в определенном смысле, можно считать аналогом операции дифференцирования в  $m$ -мерном пространстве (см. работу [2], где рассмотрен случай  $m=3$ ). Поэтому, если  $\alpha$ —любое положительное число, то класс  $H(C, [n(n+m-2)]^{\alpha/2})$  следует считать  $m$ -мерным аналогом класса  $2\pi$ -периодических функций одной переменной, имеющих производную дробной степени  $\alpha$  в смысле Вейля [3]. Операцию  $H_\varphi(g)$ , при  $\varphi(n) = [n(n+m-2)]^{\alpha/2}$ , можно назвать операцией сферического интегрирования дробной степени (см. работу [4], стр. 218).

Пусть  $\mathcal{E}_n^{(m)}(f, X)$ —наилучшее приближение функции  $f(\vartheta) \in X$  по норме пространства  $X$  гиперсферическими полиномами порядка не выше  $n$ , т. е. суммами

$$P_n^{(m)}(\vartheta) = \sum_{k=0}^n Y_k^{(m)}(\vartheta),$$

где  $Y_k^{(m)}(\vartheta)$ —произвольная гиперсферическая гармоника порядка  $k$ . Через  $c$  будем обозначать положительную постоянную, разную в разных местах, зависящую только от выписанных аргументов.

Теорема 1. Пусть  $f(\vartheta) \in H(X, \varphi(n))$  и выполняются условия

$$a) \max_{0 \leq j \leq \mu} \sum_{\nu=n}^{\infty} \left| \Delta^j \frac{1}{\varphi(\nu)} \right| \nu^{j-1} = O[\chi(n)],$$

б) существует некоторое число  $\alpha_0 \geq 0$ , такое, что при всех  $\alpha \geq \alpha_0$

$$\max_{0 \leq j \leq \mu} \sum_{\nu=1}^n \left| \Delta^j \frac{1}{\varphi(\nu)} \right| \nu^{j+\alpha} = O[\chi(n)] n^{1+\alpha} \quad (1).$$

Тогда для любого  $n \geq 1$  справедлива оценка

$$\mathcal{E}_n^{(m)}(f, X) \leq c(m, \varphi) \chi(n) \mathcal{E}_n^{(m)}(H^\varphi f, \tilde{X}). \quad (2)$$

В соотношении (2) постоянная  $c(m, \varphi)$  зависит от операции  $\varphi$ , но не от  $n$ . Заметим, что при  $\varphi(n) = n^\alpha [|\ln(n+1)|]^\gamma$ ,  $\alpha > 0$ ,  $\gamma \geq 0$ , в теореме 1 можно взять  $\chi(n) = n^{-\alpha} [|\ln(n+1)|]^\gamma$ . В случае  $m=2$ , в классе функций, имеющих производную порядка  $\alpha > 0$  по Вейлю, такую теорему с  $\varphi(n) = n^\alpha$  впервые получила Надь [5].

Теорема 2. Если  $P_n^{(m)}(\vartheta)$ —произвольный гиперсферический полином  $n$ -го порядка и выполняются условия

$$\max_{0 \leq j \leq \mu-1} |\Delta^j \varphi(n)| n^j = O[\phi(n)], \quad \sum_{\nu=0}^n \Delta^\mu \varphi(\nu) |(\nu+1)^{\mu-1}| = O[\phi(n)], \quad (3)$$

то справедливо неравенство

(<sup>1</sup> Здесь и ниже  $\Delta^j \varphi(\nu)$  обозначает конечную разность порядка  $j$  от функции  $\varphi(\nu)$  с шагом 1, а  $\mu = \left[ \frac{m-2}{2} \right] + 2$ .



$$\|H^\varphi P_n^{(m)}\|_C \leq c(m, \varphi) \psi(n) \|P_n^{(m)}\|_C.$$

В случае  $\varphi(n) = n^\alpha [\ln(n+1)]^\gamma$ ,  $\alpha > 0$ ,  $\gamma \geq 0$ , в теореме 2 можно взять  $\psi(n) = n^\alpha [\ln(n+1)]^\gamma$ . При  $m = 2$  и  $\varphi(n) = n^\alpha$ , теорема 2 хорошо известна [6]. Когда  $m = 3$ ,  $\varphi(n) = [n(n+1)]^r$  и  $r$  — натуральное число, она была получена Г. Г. Кушниренко [2].

**Теорема 3.** Пусть

$$\mathcal{E}_n^{(m)}(f, C) \leq c(m) \chi(n),$$

где  $\chi(x)$  — некоторая невозрастающая, непрерывная в  $(0, \infty)$  функция, такая, что  $\chi(x) \rightarrow 0$  при  $x \rightarrow \infty$  и для некоторой неотрицательной функции  $\psi(x)$

$$\Phi(n) \equiv \int_n^\infty \frac{\chi(x) \psi(x)}{x} dx < A < \infty,$$

где  $A$  не зависит от  $n$ . Тогда к функции  $f(\vartheta)$  можно применить оператор  $H^\varphi$ , где  $\varphi(n)$  — некоторая функция, определенная из условий (3), функция  $H^\varphi f$  принадлежит  $C(\Omega_m)$  и

$$\mathcal{E}_n^{(m)}(H^\varphi f, C) \leq c(m, \chi, \psi) \Phi(n).$$

Если в теореме 3  $\chi(n) = n^{-\alpha} [\ln(n+1)]^\gamma$ ,  $\gamma \geq 0$ ,  $\alpha > 0$ , то можно взять  $\varphi(n) = n^\beta [\ln(n+1)]^\delta$ , где  $\beta$  — любое число  $\beta < \alpha$ ;  $\delta$  — произвольное положительное число, а

$$\Phi(n) \leq c_1 n^{\beta-\alpha} [\ln(n+1)]^{\delta+\gamma}.$$

Рассмотрим теперь сферический модуль непрерывности функции  $f(\vartheta)$

$$\tilde{\omega}(f, \delta) = \sup_{\gamma \leq \delta} \|f - S_\gamma f\|_C,$$

где  $S_\gamma f(\vartheta)$  представляет среднее значение функции  $f(\vartheta)$  вдоль гиперсферы размерности  $m-1$  с центром в точке  $\vartheta$  со сферическим радиусом, равным  $\gamma$  ([1], стр. 236). Через  $\omega(f, \delta)$  обозначим обычный модуль непрерывности функции  $f(\vartheta)$  на  $\Omega_m$ .

**Теорема 4.** Пусть  $f(\vartheta) \in C(\Omega_m)$ , а функции  $\varphi(n)$  и  $\chi(n)$  удовлетворяют условиям теоремы 1. Тогда, при  $n \geq 1$ , справедливы соотношения

$$\omega\left(H_\varphi f, \frac{1}{n}\right) = O\left(\frac{1}{n}\right) \sum_{\nu=1}^n \chi(\nu) \omega\left(f, \frac{1}{\nu}\right),$$

$$\tilde{\omega}\left(H_\varphi f, \frac{1}{n}\right) = O\left(\frac{1}{n^2}\right) \sum_{\nu=1}^n \nu \chi(\nu) \tilde{\omega}\left(f, \frac{1}{\nu}\right).$$

В случае, когда

$$\varphi(n) = [n(n+m-2)]^{\alpha/2}, \quad \omega(f, \delta) = O(\delta^\beta),$$

$\alpha + \beta < 1$ , из теоремы 4 следует одно утверждение Аскея и Веннгера ([4], стр. 219).

**Теорема 5.** Пусть  $f(\vartheta) \in L_p(\Omega_m)$  и  $\varphi(n) = [n(n+m-2)]^{\alpha/2} [\ln(n+1)]^{-\gamma}$ ,  $\gamma \geq 0$ . Тогда справедливы утверждения:



а) Если  $1 \leq p < \infty$  и  $\frac{m-1}{p} < \alpha < 1 + \frac{m-1}{p} \left[ \frac{m-1}{p} \right]$ , то при  $n \geq 1$

$$\omega \left( H_{\varphi} f, \frac{1}{n} \right) = o \left( n^{(m-1)/p-\alpha} \ln^{\nu} (n+1) \right),$$

$$\left[ \tilde{\omega} \left( H_{\varphi} f, \frac{1}{n} \right) = o \left( n^{(m-1)/p-\alpha} \ln^{\nu} (n+1) \right) \right].$$

б) Если  $0 < \alpha < (m-1)/p$ ,  $1 \leq p \leq r < \infty$ , то  $H_{\varphi} f \in L_r(\Omega_m)$  и  $\alpha > (m-1)(p^{-1} - r^{-1})$  и

$$\|H_{\varphi} f\|_{L_r} \leq c(m, p, r, \alpha) \|f\|_{L_p}.$$

Теорема 5 усиливает соответствующую теорему из работы [4] (стр. 219). При  $\gamma=0$  ее можно рассматривать, как пространственное обобщение хорошо известных при  $m=2$  результатов (см. работу [7], стр. 207, 213).

Академия наук Грузинской ССР

Вычислительный центр

(Поступило 6. 3.1970)

მათემატიკა

დ. უგულავა

ჰიპერსფერული პოლინომებით მიახლოების თეორიისათვის

რეზიუმე

შესწავლილია ბუტცერის, ბერენსისა და პაველკეს მიერ განხილული  $H(X, \varphi(n))$  [1] კლასის ფუნქციების მიახლოების საკითხი ჰიპერსფერული პოლინომებით. პირდაპირი და შებრუნებული ტიპის თეორემებთან ერთად მიღებულია თეორემები, რომლებიც ხსენებულ კლასს ახსიათებენ კონსტრუქციული თვალსაზრისით.

MATHEMATICS

D. K. UGULAVA

## ON THE THEORY OF APPROXIMATION BY HYPERSPHERICAL POLYNOMIALS

S u m m a r y

The problem of approximation of functions of the class  $H(X, \varphi/n)$  considered by P. Butzer, H. Berens and S. Pawelke (cf. [1]) by hyperspherical polynomials is studied. Besides the direct and converse theorems, some propositions are proved which characterize this class from the constructive point of view.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. H. Berens, P. Butzer, S. Pawelke. Publ. Research Inst. Math. Sciences, ser. A, 4, 1968.
2. Г. Г. Кушниренко. Научн. докл. высш. шк., № 4, 1958.
3. H. Weyl. Vierteljahrschr. Natur. Gesellsch. Zürich, 62, 1917.
4. R. Askey, St. Wainger. Journ. d'Analyse Math., 15, 1965.
5. B. Nagy. Berichte math. phys. Kl. Akad. Wiss. Leipzig, 90, 1938.
6. P. Givin. Duke Math. Journ., 8, 1941.
7. А. Зигмунд. Тригонометрические ряды, т. 2, М., 1965.

А. Р. ЦИЦКИШВИЛИ

## ОБ ЭФФЕКТИВНОМ РЕШЕНИИ НЕКОТОРЫХ ПЛОСКИХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИИ

(Представлено академиком Н. П. Векуа 26.2.1970)

Рассмотрим плоские стационарные задачи теории фильтрации для областей, ограниченных отрезками прямых и депрессионными кривыми.

Отобразим конформно область движения  $z = x + iy$  и область комплексного потенциала  $\omega(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y)$ , где  $\varphi(x, y)$ ,  $\psi(x, y)$  — потенциал скорости и функция тока на верхнюю полуплоскость комплексного переменного  $\zeta = t + i\tau$ . При этом границы области перейдут в отрезки действительной оси плоскости  $\zeta$ . Пусть точки вещественной оси, соответствующие концам участков границ областей фильтрации и комплексного потенциала, будут  $c_1, c_2, \dots, c_n$ , при этом предположим, без ограничения общности, что ни одна из этих точек не совпадает с точкой  $\zeta = \infty$ . Тогда граничные условия для вышеназванных задач имеют вид [1, 2]

$$\operatorname{Im} [k_j(t) z(t) + l_j(t) \omega(t)] = p_j(t), \quad -\infty \leq t \leq +\infty, \quad (j = 1, 2), \quad (1)$$

где  $k_j(t)$ ,  $l_j(t)$ ,  $p_j(t)$ ,  $j = 1, 2$  — заданные кусочно-постоянные функции.

Для решения граничной задачи (1) П. Я. Кочина в 1938 г. предложила новый общий метод. По этому методу условия (1) дифференцируются и изучаются однородные граничные условия относительно функций  $z'(\zeta)$  и  $\omega'(\zeta)$ . Эти функций будут линейно-независимыми решениями дифференциального уравнения второго порядка класса Фукса, которое содержит параметры  $c_1, c_2, \dots, c_{n-2}$ , а также характеристические показатели функции и некоторое число неизвестных аксессуарных параметров.

П. Я. Кочина поставила вопрос о построении решения задачи (1) с помощью метода, данного в работах [3, 4] ибо в решениях, полученных этим методом, не должны входить аксессуарные параметры и параметры, связанные с точкой перегиба, и решения можно получить непосредственно для функций  $z(\zeta)$  и  $\omega(\zeta)$ , не прибегая к интегрированию. Ниже приводится решение задачи (1) именно таким методом.

Воспользуемся результатами работы Н. П. Векуа [3], в которой дано полное исследование задачи (1) с разрывными коэффициентами.

Если ввести аналитический вектор  $\Phi(\zeta) = (z, \omega)$  и вектор  $g(t) = (p_1, p_2)$ , продолжить  $\Phi(\zeta)$  на нижнюю полуплоскость согласно работам [3, 4] и продолженный вектор опять обозначить через  $\Phi(\zeta)$ , то задачу Римана — Гильберта (1) можно привести к задаче сопряжения

$$\Phi^+(t) = G(t) \Phi^-(t) + f(t), \quad -\infty \leq t \leq +\infty, \quad (2)$$



где  $\Phi^+(t)$ ,  $\Phi^-(t)$ —предельные значения вектора  $\Phi(\zeta)$  соответственно в верхней  $S^+$  и нижней  $S^-$  полуплоскостей, а матрица  $G(t)$  и вектор  $f(t)$  даются равенствами

$$G(t) = G_0^{-1}(t)G_0(t), \quad G_0(t) = \begin{vmatrix} k_1(t) & l_1(t) \\ k_2(t) & l_2(t) \end{vmatrix}, \quad f(t) = 2i G_0^{-1}(t)g(t). \quad (3)$$

Задача сопряжения (2) в данном случае решается эффективно [5, 6]. Но для обратных задач теории фильтрации параметры  $c_1, c_2, \dots, c_v$  неизвестны (три из них можно произвольно зафиксировать).

Пусть среди точек  $c_1, c_2, \dots, c_v$  точки  $c_{i_1}, c_{i_2}, \dots, c_{i_h}$  неособенные [3, 4], а остальные особенные. По смыслу задачи (1) мы должны искать решение в классе  $h(c_{i_1}, c_{i_2}, \dots, c_{i_h}) = h_h$ . На основании результата работы [5] частные и суммарные индексы задачи (2)  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha$  не положительны. Рассмотрим, для определенности, случай, когда индексы отрицательны. В этом случае неоднородная задача (2) имеет решение класса  $h_h$

$$\Phi(\zeta) = \frac{\chi(\zeta)}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\zeta + i}{t + i} \frac{[\chi^+(t)]^{-1} f(t) dt}{t - \zeta} \quad (4)$$

при выполнении условий:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{t-i}{t+i} \right)^n \frac{h_\alpha^+(t)}{(t+i)^2} dt = 0; \quad n = 0, 1, 2, \dots, -\alpha - 2; \quad \alpha = 1, 2; \quad (5)$$

где  $\chi(\zeta)$ —каноническая матрица класса  $h_h$

$$\chi(\zeta) = \begin{vmatrix} \chi_1^1(\zeta) & \chi_1^2(\zeta) \\ \chi_2^1(\zeta) & \chi_2^2(\zeta) \end{vmatrix}, \quad (6)$$

а

$$h^+(t) = [h_1^+(t), h_2^+(t)] = [\chi^+(t)]^{-1} f(t). \quad (7)$$

Чтобы получить решение задачи (1), решение (4) должен удовлетворять дополнительному условию [3, 4]

$$\overline{\Phi(\zeta)} = \Phi(\zeta). \quad (8)$$

Можно проверить [5, 6], что решение (4) удовлетворяет условию (8), так как

$$\begin{aligned} \overline{G} &= G^{-1}, \quad (\zeta - i) \overline{\chi(\zeta)} = (\zeta + i) \chi(\zeta), \quad (t-i)^{-1} \overline{[\chi^+(t)]^{-1} f(t)} = \\ &= -(t+i)^{-1} [\chi^+(t)]^{-1} f(t). \end{aligned} \quad (9)$$

Окончательно, при выполнении условий (5), решение задачи (1) дается формулой (4), а уравнение неизвестной части границы также определяется из уравнения (4).

Число условий (5) иногда будет меньше числа параметров, подлежащих определению. Тогда к этим условиям следует добавить условия о том, что в некоторых точках границы комплексная скорость обращается в нуль или в бесконечность, т. е. имеет место равенство  $z'(c_h) = 0$ ,  $w'(c_j) = 0$ . Следовательно, если  $\chi(\zeta)$  построено эффективно, условия (5) запишется явно (условия  $z'(c_h) = 0$ ,  $w'(c_j) = 0$  тоже запишется явно).



Окончательно эффективность сводится к решению системы уравнений (5) относительно  $c_1, c_2, \dots, c_{v-3}, Q$  и других параметров, где  $Q$ —расход на фильтрацию. Число уравнений всегда равно числу неизвестных, за исключением некоторых особых случаев.

Ниже мы построим каноническую матрицу задачи (2) с помощью тех решений, которые удается получить по методу П. Я. Кочинной.

Как было сказано в начале, с помощью двух линейно независимых решений уравнения второго порядка класса Фукса  $u(\zeta)$  и  $v(\zeta)$  находясь функции  $z'(\zeta), \omega'(\zeta)$ , [2, 3]. Составляются комбинаций  $Au(\zeta) + Bv(\zeta), Cu(\zeta) + Dv(\zeta)$ , где  $A, B, C, D$ —постоянные, такие, что  $AD - BC \neq 0$  и они определяются согласно работе [1]. Составляется матрица

$$\chi_0(\zeta) = \begin{vmatrix} AB \\ CD \end{vmatrix} \begin{vmatrix} u & u'R(\zeta) \\ v & v'R(\zeta) \end{vmatrix}, \tag{10}$$

которая будет нормальной матрицей. Действительно

$$\det \chi_0(\zeta) = R(\zeta) (AD - BC) (uv' - vu') \neq 0, \tag{11}$$

$$uv' - vu' = C_1 \exp \int p(\zeta) d\zeta \neq 0,$$

$$R(\zeta) = (\zeta - c_1)(\zeta - c_2) \dots (\zeta - c_v), \tag{12}$$

где  $C_1$ —постоянная;  $p(\zeta)$ —второй коэффициент дифференциального уравнения Фукса, который вычисляется явно. Из нормальной матрицы  $\chi_0(\zeta)$  можно всегда построить каноническую матрицу класса  $h_k$ , а затем по формуле (4) представить решение при условиях (5).

Академия наук Грузинской ССР  
Тбилисский математический институт  
им. А. М. Размадзе

(Поступило 5.2.1970)

შემაჯავთ

ა. ციციშვილი

ფილტრაციის თეორიის ზოგიერთი ბრტყელი ამოცანის ეფექტურად ამოხსნის შესახებ

რეზიუმე

ფილტრაციის ბრტყელი ამოცანები, რომელთა შესაბამისი არეები შემოსაზღვრულია წრფის მონაკვეთებით და დეპრესიის მრუდებით, მიყვანება რიჟან—ჰილბერტის ამოცანაზე ორი ანალიზური ფუნქციისათვის [2, 3]. ნაშრომში ასეთი ამოცანები მიყვანილია წრფივი შეუღლებების არაერთგვაროვან ამოცანაზე [1, 4], სადაც გარდაქმნის მატრიცი უბან-უბან მუდმივია. ამ შემთხვევაში ხერხდება ამ ამოცანის ეფექტური ამოხსნა [5, 6]. შედგენილია უცნობი პარამეტრების მიმართ სასრულ განტოლებათა სისტემა.



A. R. TSITSKISHVILI

 ON THE EFFECTIVE SOLUTION OF SOME PLANE PROBLEMS  
 OF FILTRATION THEORY

## Summary

The filtration plane problems, when their corresponding domains are bounded with segments of lines and depression curves, are brought to the Riemann—Hilbert problem for two analytic functions [2,3]. Such problems are brought to the linear conjugate unhomogeneous problems [1,4] where the transformation matrix is piecewise constant. In this case the problem is solved effectively [5,6]. Finite equations for unknown parameters are formed.

## საზიარებელი — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. П. Я. Полубаринова-Кочина. Некоторые задачи плоского движения грунтовых вод. М.—Л., 1942.
2. П. Я. Полубаринова-Кочина. Теория движения грунтовых вод. М., 1952.
3. Н. П. Векуа. Системы сингулярных интегральных уравнений. М., 1950.
4. Н. И. Мухелишвили. Сингулярные интегральные уравнения. М., 1968.
5. А. Р. Цицкишвили. Труды Тбилисского матем. ин-та АН ГССР, т. XXXV, 1969.
6. А. Р. Цицкишвили. Сообщения АН ГССР, т. 58, № 1, 1970.

Д. В. ШАРИКАДЗЕ

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ СЛАБОПРОВОДЯЩЕЙ  
 ЖИДКОСТИ В ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ С ПОРИСТОЙ ГРАНИЦЕЙ

(Представлено академиком Н. П. Векуа 27.2.1970)

Рассмотрим задачу нестационарного течения вязкой несжимаемой слабопроводящей жидкости в бесконечной области, ограниченной плоской пористой поверхностью, перемещающиеся поступательно в своей плоскости со скоростью  $u(t)$  при учете внешнего магнитного поля.

Основные уравнения магнитной гидродинамики при  $\vec{E} = 0$  и  $R_m \ll 1$  имеют следующий вид:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\Delta)\vec{v} = -\frac{1}{\rho} \text{grad}p + \nu\Delta\vec{v} - \frac{\sigma}{\rho c^2} [\vec{H}[\vec{v}\vec{H}]],$$

$$\text{div}\vec{v} = 0, \quad \text{div}\vec{H} = 0, \quad \text{rot}\vec{H} = 0. \quad (1)$$

Взяв операцию rot от обеих частей первого уравнения (1), после введения функции тока  $v_x = \partial\psi/\partial y$ ,  $v_y = -\partial\psi/\partial x$  будем иметь уравнение

$$\Delta \left( \nu\Delta\psi - \frac{\partial\psi}{\partial t} - m^2\psi \right) = \psi_y \Delta\psi_x - \psi_x \Delta\psi_y -$$

$$- \frac{\sigma}{\rho c^2} \left( H_x^2 \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} - 2H_x H_y \frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y} + H_y^2 \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} \right), \quad (2)$$

где  $H^2 = H_x^2 + H_y^2$ ;  $m^2 = \frac{\sigma H^2}{\rho c^2}$  — параметр взаимодействия.

В этом случае подразумевается, что внешнее магнитное поле лежит в плоскости движения. Если внешнее магнитное поле перпендикулярно плоскости движения, то функция тока удовлетворяет следующему уравнению:

$$\Delta \left( \nu\Delta\psi - \frac{\partial\psi}{\partial t} - \frac{\sigma H_z^2}{\rho c^2} \psi \right) = \psi_y \Delta\psi_x - \psi_x \Delta\psi_y. \quad (3)$$

Мы будем исходить из уравнения (2), так как оно содержит все остальные случаи задания внешнего магнитного поля.

Пусть ось  $Ox$  направлена по скорости  $u(t)$  перемещения плоскости, а  $Oy$  — перпендикулярна к граничной плоскости. При  $y = 0$   $\frac{\partial\psi}{\partial x} \Big|_{y=0} = v_0(t)$ , поэтому для функции тока должно выполняться условие [1]

$$\psi(x, 0, t) = xv_0(t) + A_0(t),$$

где  $A_0(t)$  — произвольная функция времени. Исходя из такого представления, функцию тока будем искать в виде  $\psi(x, y, t) = xv_0(t) + \varphi(y, t)$ , где  $v_0(t)$  — скорость проницаемости.

Тогда из уравнения (2) для  $\varphi(y, t)$  получим

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( \nu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + v_0(t) \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{\partial \varphi}{\partial t} - m^2 \varphi \right) = 0, \quad m^2 = \frac{\sigma H_y^2}{\rho c^2}. \quad (4)$$

Если ввести новую функцию  $f = \frac{\partial \varphi}{\partial y}$ , то из равенства (4), после интегрирования по  $y$ , будем иметь

$$\nu \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + v_0(t) \frac{\partial f}{\partial y} - \frac{\partial f}{\partial t} - m^2 f + A(t) = 0,$$

где  $A(t)$ —произвольная функция. Но при  $y \rightarrow \infty$  функция  $f$  со своими производными должна обращаться в нуль, поэтому  $A(t) = 0$  и для  $f(y, t)$  будем иметь следующее уравнение:

$$\nu \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + v_0(t) \frac{\partial f}{\partial y} - \frac{\partial f}{\partial t} - m^2 f = 0. \quad (5)$$

Если движение пористой плоскости начинается из покоя, то для  $f(y, t)$  начальные и граничные условия можно записать в виде

$$f(y, 0) = 0, \quad f(0, t) = u(t), \quad f(\infty, t) = 0. \quad (6)$$

Легко показать единственность решения поставленной задачи. В самом деле, для этого достаточно доказать, что уравнение (5) имеет только нулевое решение при однородных предельных условиях.

Умножим уравнение (5) на  $f$  и преобразуем его:

$$2\nu \frac{\partial}{\partial y} f \frac{\partial f}{\partial y} - 2\nu \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 - 2m^2 f^2 + v_0 \frac{\partial f^2}{\partial y} - \frac{\partial f^2}{\partial t} = 0.$$

Применим к обеим частям последнего равенства оператор  $\int_0^t dt \int_0^\infty dy$ . Тогда после несложных преобразований получим

$$\int_0^\infty f^2 dy = -2 \int_0^t dt \int_0^\infty \left[ \nu \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 + m^2 f^2 \right] dy,$$

откуда и вытекает единственность  $f \equiv 0$ .

Легко показать, что решение (5), удовлетворяющее (6), для компонент скорости даст

$$v_x(y, t) = \frac{\partial \phi}{\partial y} = \int_0^t u(\tau) \exp \left\{ - \frac{\left[ y + \int_0^{t-\tau} v_0(\xi) d\xi \right]^2}{4\nu(t-\tau)} - m^2(t-\tau) \right\} \frac{y d\tau}{2\sqrt{\pi\nu(t-\tau)^3}}. \quad (8)$$

$$v_y = -v_0(t).$$

Из выражения (7) следует, что при некоторых значениях скорости пластинки и скорости проницаемости его всегда можно привести к табличным интегралам.

Пусть  $u = u_0 = \text{const}$  и  $v_0 = \text{const}$ . Тогда из равенства (8) получим

$$v_x = \frac{u_0}{2} \left\{ \exp \left[ \left( -\frac{v_0}{2\nu} - \sqrt{\frac{v_0^2}{4\nu^2} + \frac{m^2}{\nu}} \right) y \right] \times \right. \\ \times \operatorname{erfc} \left[ \frac{y}{2\sqrt{\nu t}} - \sqrt{\left( \frac{v_0^2}{4\nu} + m^2 \right) t} \right] + \exp \left[ \left( -\frac{v_0}{2\nu} + \sqrt{\frac{v_0^2}{4\nu^2} + \frac{m^2}{\nu}} \right) y \right] \times \\ \left. \times \operatorname{erfc} \left[ \frac{y}{2\sqrt{\nu t}} + \sqrt{\left( \frac{v_0^2}{4\nu} + m^2 \right) t} \right] \right\}, \quad (9)$$

где

$$\operatorname{erfc} x = 1 - \operatorname{erf} x = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp\{-\alpha^2\} d\alpha.$$

При отсутствии проницаемости  $v_0 = 0$  выражение (9) сводится к решению, полученному в работе [2]

$$v_x = \frac{u_0}{2} \left\{ \exp \left[ -\frac{m}{\sqrt{\nu}} y \right] \operatorname{erfc} \left[ \frac{y}{2\sqrt{\nu t}} - m\sqrt{t} \right] + \right. \\ \left. + \exp \left[ \frac{m}{\sqrt{\nu}} y \right] \operatorname{erfc} \left[ \frac{y}{2\sqrt{\nu t}} + m\sqrt{t} \right] \right\},$$

а при  $v_0 = 0$  и  $m = 0$  получаем выражение скорости и жидкости разгонного течения непроницаемой плоской пластинки [3]  $v_x = u_0 \operatorname{erfc} \frac{y}{2\sqrt{\nu t}}$ .

Из уравнения движения (1) можно написать для давления следующее выражение:

$$p = \left( -\rho \frac{dv_0}{dt} + \frac{\sigma H_x^2}{\rho c^2} v_0 \right) - y \frac{\sigma H_x H_y}{\rho c^2} \int \varphi(y, t) dy + B(t).$$

Для силы трения и нормального напряжения будем иметь

$$\tau_{xy} = \mu \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right) = \mu \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \mu \frac{\partial f}{\partial y}, \\ \tau_{yy} = -p - 2\mu \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} = -p.$$

Таким образом, нормальное напряжение равно гидродинамическому давлению и она на стенке зависит только от времени. Сила же трения, действующая на единицу площади стенки при  $v_0 = \text{const}$  и  $u = u_0 = \text{const}$ , будет выражена в следующем виде:

$$\tau_{xy} = \mu \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right)_{y=0} = \\ = -\mu v_0 \left\{ \frac{v_0}{2\nu} + \sqrt{\frac{v_0^2}{4\nu^2} + \frac{m^2}{\nu}} \operatorname{erf} \sqrt{\left( \frac{v_0^2}{4\nu} + m^2 \right) t} + \right. \\ \left. + \exp \left[ \frac{-\left( \frac{v_0^2}{4\nu} + m^2 \right) t}{\sqrt{\pi \nu t}} \right] \right\}. \quad (10)$$

Если  $v_0 = 0$ , то для силы трения получим выражение [2]

$$\tau_{xy} = -\mu u_0 \left\{ \frac{m}{\sqrt{\nu}} \operatorname{erf} m\sqrt{t} + \frac{\exp\{-m^2 t\}}{\sqrt{\pi \nu t}} \right\}, \quad (11)$$

а при  $v_0 = 0$  и  $m = 0$  будем иметь [3]  $\tau_{xy}^{00} = -\mu \frac{u_0}{\sqrt{\pi \nu t}}$ .

Сравнивая выражения (10) и (11), замечаем, что

$$\tau_{xy} = \sqrt{\pi \nu t} \tau_{xy}^{00} \left\{ \frac{v_0}{2\nu} + \sqrt{\frac{v_0^2}{4\nu^2} + \frac{m^2}{\nu}} \operatorname{erf} \sqrt{\left(\frac{v_0^2}{4\nu} + m^2\right)t} + \exp \left[ \frac{-\left(\frac{v_0^2}{4\nu} + m^2\right)t}{\sqrt{\pi \nu t}} \right] \right\}. \quad (12)$$

Если ввести обозначения  $\frac{v_0^2}{4\nu} + m^2 = M^2$ , то выражение (10) можно записать в виде

$$\tau_{xy} = -\mu u_0 \left\{ \frac{v_0}{2\nu} + \frac{M}{\sqrt{\nu}} \operatorname{erf} M \sqrt{t} + \frac{1}{\sqrt{\pi \nu t}} \exp \{-M^2 t\} \right\}. \quad (13)$$

Последние две слагаемые дают выражения (11) с обобщенным параметром взаимодействия  $M$  и поэтому результат (13) можно сформулировать следующим образом.

При рассмотрении течения пористой пластинки со скоростью проникаемости  $v_0$  истинная сила трения складывается из силы трения (11) с параметром взаимодействия  $M$  и члена  $\rho u_0 v_0 / 2$ , обусловленного пористостью.

Тбилисский государственный университет

(Поступило 6.3.1970)

მეცნიერება

ჟ. შარიკაძე

სუსტადგამტარი სითხის არასტაციონარული მოძრაობა ფოროვან ნახევარსივრცეში

რ. შ. ი. შ.

შესწავლილია სუსტადგამტარი ბლანტი უკუმში სითხის არასტაციონარული მოძრაობა ფოროვანი კედლით შემოსაზღვრულ ნახევარსივრცეში მაგნიტური ველის მოქმედებისას. დამტკიცებულია დასმული ამოცანის ამოხსნის ერთადერთობა და მიღებულია ამოხსნები სიჩქარისა და ხახუნის ძალებისათვის ცხადი სახით, როცა  $u = \text{const}$  და  $v_0 = \text{const}$ .

MECHANICS

D. V. SHARIKADZE

### UNSTEADY FLOW OF WEAKLY CONDUCTING FLUID IN SEMI-INFINITE SPACE WITH POROUS BOUNDARY

Summary

The problem of unsteady flow of viscous incompressible weakly conducting fluid in semi-infinite space bounded by a porous plate is considered. The uniqueness of the solution of the problem set is proved.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Д. Е. Долидзе. Труды Тбил. гос. университета, т. 64, 1957.
2. V. Y. Rossow. NACA TN, № 3971, 1957.
3. Г. Шлихтинг. Теория пограничного слоя. М., 1956.



В. В. ЧАВЧАНИДЗЕ

(член-корреспондент АН ГССР)

КВАНТОВО-ИНФОРМАЦИОННЫЕ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬНЫЕ  
 ФУНКЦИИ

В работах [1, 2] были введены так называемые „информационные функции“, как алгебрологические функции, позволившие, в частности, учесть пороги формальных нейронов [3—5]. Путем обобщения понятия информационных функций для квантово-логических детерминистских и вероятностных переменных введем квантово-информационные функции, пользуясь описанием квантовой механики для дискретных состояний [6]. Слово „квантовый“ понимается как двухкомпонентность переменных, задаваемых комплексными дискретными величинами с особой нормировкой. Каждому состоянию входного набора сопоставляется одно из состояний дихотомической квантовой переменной, далее именуемой функцией.

Следуя методу работ [3, 7], пространство всех возможных состояний на  $\{m\}$  наборе переменных опишем с помощью  $2m$  базисных ортонормированных вектор-столбцов состояний  $\Psi_{x_i}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) ранга  $2^m = k$  и соответствующего инверсного набора. Так как задание в форме столбца не обязательно, представим  $\Psi_{x_i}$  в виде строки, порядок элементов в которой будет отражать порядок строк в вектор-столбце

$$\Psi_{x_1} = [c_1 e^{j\varphi_1/2}, c_1 e^{j\varphi_1/2}, \dots, c_1 e^{j\varphi_1/2}, \bar{c}_1 e^{j\bar{\varphi}_1/2}, \bar{c}_1 e^{j\bar{\varphi}_1/2}, \dots, \bar{c}_1 e^{j\bar{\varphi}_1/2}],$$

$$\Psi_{x_2} = [c_2 e^{j\varphi_2/2}, \dots, c_2 e^{j\varphi_2/2}, \bar{c}_2 e^{j\bar{\varphi}_2/2}, \dots, \bar{c}_2 e^{j\bar{\varphi}_2/2}, c_2 e^{j\varphi_2/2}, \dots, c_2 e^{j\varphi_2/2}, \bar{c}_2 e^{j\bar{\varphi}_2/2}, \dots, \bar{c}_2 e^{j\bar{\varphi}_2/2}],$$

$$\dots$$

$$\Psi_{x_m} = [c_m e^{j\varphi_m/2}, \bar{c}_m e^{j\bar{\varphi}_m/2}, c_m e^{j\varphi_m/2}, \bar{c}_m e^{j\bar{\varphi}_m/2}, \dots, c_m e^{j\varphi_m/2}, \bar{c}_m e^{j\bar{\varphi}_m/2}].$$

Инверсный набор базисных вектор-столбцов  $\bar{\Psi}_{x_1}, \bar{\Psi}_{x_2}, \dots, \bar{\Psi}_{x_m}$  получается с помощью операции „—“ над всеми символами  $c_i, \bar{c}_i$  и  $\varphi_i, \bar{\varphi}_i$ . При этом  $\bar{\bar{c}}_i = c_i$  и  $\bar{\bar{\varphi}}_i = \varphi_i$ . „Период— $P_i$ “ повторения элементов в вектор-столбцах  $\Psi_{x_i}$  или  $\bar{\Psi}_{x_i}$  связан с номером переменной  $i$  соотношением  $P_i = 2^m$ . Вместо векторного может оказаться удобным обозначение

$$\Psi_{x_i}(l) = \text{Sib} \left\{ \frac{l, \tilde{c}_i e^{j\tilde{\varphi}_i/2}}{P_i} \right\}, \quad \bar{\Psi}_{x_i}(l) = \text{Cob} \left\{ \frac{l, \tilde{c}_i e^{j\tilde{\varphi}_i/2}}{P_i} \right\},$$

где „Sib“ читается как „синус булев“, а „Cob“—как „косинус булев“;



$\Psi_{x_l}(l)$  —  $l$ -я строка вектор-матрицы ранга  $k$  с периодом  $P_l$ . Чтобы определить значение функции „в точке  $l$ “, достаточно произвести двичное разложение числа  $l$  ( $l = 1, 2, \dots, 2^m$ ): попадание  $l$  в четный период Sib.

функции даст значение  $\bar{a} = \bar{c}_i e^{j\varphi_i/2}$ , а в нечетный период  $-a = c_i e^{j\varphi_i/2}$ . Для Sob функции — инверсно. Это простое правило делает излишним табличное хранение значений функции типа Sib и Sob. В наших обозначениях [3]  $\bar{c}_i$  принимает два значения  $\sigma$  или  $\Lambda$ , с соответствующим [3, 5, 7, 8] операционным представлением.

Вместо двухкомпонентной мультипликативной алгебро-логической величины  $a$  введем понятие обобщенного  $r$  компонентного комплекса  $a = \{A_1, A_2, \dots, A_r\}$ , где  $A_j \in K$  принадлежат некоторому классу  $K$ , определенному для произвольных абстрактных теоретико-множественных объектов произвольной алгебраической структуры. Любое  $A_j \in K$  имеет сопряженную пару в указанном классе  $K$  („булев класс“), обозначаемую через  $\bar{A}_j$  („—“ читается как „инверсия“ — свойство, обобщающее понятие дополнения). Таким образом, кокомплекс к  $a$  есть  $\bar{a} = \{\bar{A}_1, \bar{A}_2, \dots, \bar{A}_r\}$ , где значки „—“ читаются как „инверсия к  $j$ -й компоненте“ комплекса  $a$ , которая по отношению к первой компоненте  $\bar{c}_i$  понимается как логическое дополнение  $\bar{c}_i = \sigma - c_i$ ,  $\bar{\bar{c}}_i = c_i$ , а по отношению ко второй  $e^{j\varphi_i/2}$  — как  $\bar{\varphi}_i = \pi - \varphi_i$ ,  $\bar{\bar{\varphi}}_i = \varphi_i$ . Вернемся к двухкомпонентным комплексам. Произвольную квантово-информационную переключательную функцию от  $m$  квантовых переменных

$$\tilde{\Psi}_f = f(\tilde{\Psi}_{x_1}, \tilde{\Psi}_{x_2}, \dots, \tilde{\Psi}_{x_m})$$

определим как результат трех допустимых операций над вектор-матрицами ранга  $k$  [8]: бинарных — матричное сложение и конъюнктивное умножение, и монарной — переход к инверсной матрице, понимаемый как переход ко всем инверсным элементам матрицы. Такой подход позволяет сразу построить все 16 переключательных функций не только для однокомпонентных комплексов (пропозиционные [3], предикатные или венновские [5, 7] переменные), но и для двухкомпонентных алгебро-логических величин. В таблице приведены 16 квантово-информационных стохастических переключательных функций для случая  $m=2$ . Переход к случаю большего числа переменных не связан с трудностями. Здесь  $\alpha_i$  и  $\bar{\alpha}_i$  понимаются не как вероятности, а как амплитуды вероятностей [6], связанные соотношением  $|\alpha_i|^2 + |\bar{\alpha}_i|^2 = 1$ .

Положив  $c_i = \sigma$ ,  $\bar{c}_i = \Lambda$ ,  $\varphi_i = 0$  и  $\bar{\varphi}_i = \pi$ , получим обычные переключательные функции в первой кодировке [8], а допустив  $c_i = \sigma$ ,  $\bar{c}_i = \Lambda$ ,  $\varphi_i = \pi$  и  $\bar{\varphi}_i = 0$ , получим переключательные функции во второй кодировке. Легко заметить, что оставив свободными фазы  $(\varphi_i, \bar{\varphi}_i)$  при одной из возможных кодировок, мы не получим таблицы переключательных функций в обще-



$f_7$	$\Psi_{x_1} + \bar{\Psi}_{x_2}$	$f_8$	$\Psi_{x_1} \cdot \Psi_{x_2}$	$f_9$	$\frac{(\Psi_{x_1} + \bar{\Psi}_{x_2}) \cdot (\bar{\Psi}_{x_1} + \Psi_{x_2})}{(\bar{\Psi}_{x_1} + \Psi_{x_2})}$	$f_{10}$	$\Psi_{x_2}$	$f_{11}$	$\bar{\Psi}_{x_1} + \Psi_{x_2}$	$f_{12}$	$\Psi_{x_1}$	$f_{13}$	$\Psi_{x_1} + \bar{\Psi}_{x_2}$	$f_{14}$	$\Psi_{x_1} + \Psi_{x_2}$	$f_{15}$	$\frac{(\Psi_{x_1} + \bar{\Psi}_{x_2}) \cdot (\bar{\Psi}_{x_1} + \Psi_{x_2})}{(\Psi_{x_1} + \bar{\Psi}_{x_2})}$
0	$\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}$	1	$\alpha_1 \alpha_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	1	$\frac{(\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}) \cdot (\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2})}{(\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2})}$	1	$\alpha_2 e^{i\varphi_2}$	1	$\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2}$	1	$\alpha_1 e^{i\varphi_1}$	1	$\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}$	1	$\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2}$	1	$\frac{(\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}) \cdot (\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2})}{(\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2})}$
1	$\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2}$	0	$\alpha_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	0	$\frac{(\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2}) \cdot (\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2})}{(\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2})}$	0	$\bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}$	0	$\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}$	1	$\alpha_1 e^{i\varphi_1}$	1	$\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2}$	1	$\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}$	1	$\frac{(\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2}) \cdot (\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2})}{(\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2})}$
1	$\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}$	0	$\bar{\alpha}_1 \alpha_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	0	$\frac{(\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}) \cdot (\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2})}{(\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2})}$	1	$\alpha_2 e^{i\varphi_2}$	1	$\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2}$	0	$\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1}$	0	$\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}$	1	$\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2}$	1	$\frac{(\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2}) \cdot (\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2})}{(\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2})}$
1	$\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2}$	0	$\bar{\alpha}_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	1	$\frac{(\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2}) \cdot (\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2})}{(\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2})}$	0	$\bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}$	1	$\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}$	0	$\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1}$	1	$\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2}$	0	$\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}$	1	$\frac{(\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \alpha_2 e^{i\varphi_2}) \cdot (\alpha_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2})}{(\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1} + \bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2})}$

$x_1$	$\Psi_{x_1}$	$x_2$	$\Psi_{x_2}$	$f_0$	$\frac{\Psi_{x_1} \bar{\Psi}_{x_2} + \bar{\Psi}_{x_1} \Psi_{x_2}}{\Psi_{x_1} \bar{\Psi}_{x_2} + \bar{\Psi}_{x_1} \Psi_{x_2}}$	$f_1$	$\bar{\Psi}_{x_1} \cdot \bar{\Psi}_{x_2}$	$f_2$	$\bar{\Psi}_{x_1} \cdot \Psi_{x_2}$	$f_3$	$\bar{\Psi}_{x_1}$	$f_4$	$\Psi_{x_1} \cdot \bar{\Psi}_{x_2}$	$f_5$	$\bar{\Psi}_{x_2}$	$f_6$	$\frac{\Psi_{x_1} \cdot \bar{\Psi}_{x_2} + \bar{\Psi}_{x_1} \cdot \Psi_{x_2}}{\Psi_{x_1} \cdot \bar{\Psi}_{x_2} + \bar{\Psi}_{x_1} \cdot \Psi_{x_2}}$
1	$\alpha_1 e^{i\varphi_1}$	1	$\alpha_2 e^{i\varphi_2}$	0	$\frac{\alpha_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)} + \bar{\alpha}_1 \alpha_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}}{\alpha_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)} + \bar{\alpha}_1 \alpha_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}}$	0	$\bar{\alpha}_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	0	$\bar{\alpha}_1 \alpha_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	0	$\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1}$	0	$\alpha_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	0	$\bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}$	0	$\frac{\alpha_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)} + \bar{\alpha}_1 \alpha_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}}{\alpha_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)} + \bar{\alpha}_1 \alpha_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}}$
1	$\alpha_1 e^{i\varphi_1}$	0	$\bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}$	0	$\frac{\alpha_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)} + \alpha_2 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}}{\alpha_2 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}}$	0	$\bar{\alpha}_1 \alpha_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	0	$\bar{\alpha}_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	0	$\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1}$	1	$\alpha_1 \alpha_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	1	$\alpha_2 e^{i\varphi_2}$	1	$\frac{\alpha_1 \alpha_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)} + \bar{\alpha}_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}}{\alpha_1 \alpha_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)} + \bar{\alpha}_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}}$
0	$\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1}$	1	$\alpha_2 e^{i\varphi_2}$	0	$\frac{\alpha_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)} + \alpha_2 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}}{\alpha_2 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}}$	0	$\bar{\alpha}_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	1	$\alpha_1 \alpha_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	1	$\alpha_1 e^{i\varphi_1}$	0	$\bar{\alpha}_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	0	$\bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}$	1	$\frac{\alpha_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)} + \alpha_2 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}}{\alpha_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)} + \alpha_2 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}}$
0	$\bar{\alpha}_1 e^{i\varphi_1}$	0	$\bar{\alpha}_2 e^{i\varphi_2}$	0	$\frac{\alpha_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)} + \alpha_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}}{\alpha_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}}$	1	$\alpha_1 \alpha_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	0	$\alpha_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	1	$\alpha_1 e^{i\varphi_1}$	0	$\bar{\alpha}_1 \alpha_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$	1	$\alpha_2 e^{i\varphi_2}$	0	$\frac{\alpha_1 \alpha_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)} + \bar{\alpha}_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}}{\alpha_1 \alpha_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)} + \bar{\alpha}_1 \bar{\alpha}_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}}$

\* В статье [7] для функции  $f_6$  нами допущена ошибка при задании формы, распределяющей 10-ю функцию. Для детерминистски заданных переключательных функций эта ошибка не играет роли.

принятом толковании. Именно поэтому, следуя работам [2, 5, 8], имеет смысл эти функции именовать информационно-переключательными. Фазы  $\varphi_i$ , толкование которых дано в работах [2, 5, 6, 9], несут избыточную информацию и их истолкование в рамках, принятых в классической символической логике, невозможно [10].

Указанные таблицы, в сущности, дают базу для построения дискретной и вероятностной квантовой логики. Они же позволяют построить последовательную теорию квантовых автоматов. Наиболее трудным при таком логическом обобщении известных физических теорий [6, 11] становится вопрос толкования фаз. В последующих сообщениях будут уточнены вопросы вычисления матричных элементов от билинейных форм, проблемы „измерения“ и „наблюдения“ над квантовыми волновыми автоматами.

Академия наук Грузинской ССР  
 Институт кибернетики

(Поступило 26.12.1969)

კიბერნეტიკა

მ. ზანდანიძე

(საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის წევრ-კორესპონდენტი)

კვანტურ-ინფორმაციული გადამართველი ფუნქციები

რეზიუმე

ინფორმაციული ფუნქციების ცნების განზოგადების საფუძველზე შემოტანილია კვანტურ-ინფორმაციული ფუნქციები, რაც ეყრდნობა კვანტურ-ლოგიკური დეტერმინებული და სტოქასტური ცვლადების მდგომარეობათა მატრიცულ-ანალიზურ წარმოდგენას.

CYBERNETICS

V. V. CHAVCHANIDZE

QUANTUM-INFORMATION SWITCHING FUNCTIONS

Summary

On the basis of generalization of information functions quantum-information functions are introduced using the matrix-analytical representation of states of quantum-logical deterministic and stochastic variables.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. В. В. Чавчанидзе. Тезисы докладов Всесоюзного совещания по теории вероятностей и математической статистике. Тбилиси, 1963.
2. В. В. Чавчанидзе. Сообщения АН СССР, т. XXXII, № 2, 1963.
3. В. В. Чавчанидзе. Сообщения АН ГССР, т. XXXIII, № 1, 1964.
4. В. В. Чавчанидзе и др. Тезисы II симпозиума по кибернетике. Тбилиси, 1965.
5. В. В. Чавчанидзе, И. Ш. Чумбуридзе. Сообщения АН ГССР, 46, № 3, 1967.
6. В. В. Чавчанидзе. Сб. «Материалы IV Всес. симп. по кибернетике», 1968.
7. В. В. Чавчанидзе, И. Ш. Чумбуридзе. Сб. «Теоретич. вопросы бионики». Тбилиси, 1966.
8. В. В. Чавчанидзе. Сообщения АН ГССР, 51, № 2, 1968.
9. В. В. Чавчанидзе. Информационные материалы, 7, М., 1968, 91.
10. Н. Е. Кобринский и др. Введение в теорию конечных автоматов. М., 1962.
11. В. В. Чавчанидзе. Сб. «Бионические принципы самоорганизации». Тб., 1969.

А. Ф. ХВЕДЕЛИДЗЕ

К ВОПРОСУ О ВЫПОЛНЕНИИ МОДУЛЬНЫХ ОПЕРАЦИЙ НАД  
 МАТРИЧНЫМИ ПРЕДСТАВЛЕНИЯМИ СОК

(Представлено членом-корреспондентом Академии В. В. Чавчанидзе 30.1.1970)

Возможность задания выходных модульных функций суммирования, вычитания и умножения квадратными матрицами, отличающимися свойствами диагональной симметрии и повторяемости равнозначных элементов, допускает минимизацию описаний и целесообразность использования табличных методов выполнения арифметических операций в СОК [1, 2].

Пусть  $\bar{\delta}_k (\bar{\delta}_{1k}, \bar{\delta}_{2k}, \dots, \bar{\delta}_{jk})$ —входное состояние операнда для модульной величины  $k$  и каждая компонента  $\bar{\delta}_{ik}$ —двоичная переменная

$$\bar{\delta}_{ik} = \begin{cases} 0, & i \neq k, \\ 1, & i = k, \end{cases}$$

$i, k = 1, 2, \dots, p.$

Матричные представления  $S, D$  и  $M$  выходных состояний модульного суммирования, вычитания и умножения операндов  $\bar{\delta}_i$  и  $\bar{\delta}_k$

$$S = [\Delta_1(s), \Delta_2(s), \dots, \Delta_p(s)],$$

$$\Delta_i(s) = \begin{bmatrix} \bar{\delta}_{i1} & \bar{\delta}_{i2} & \dots & \bar{\delta}_{ip} \\ \bar{\delta}_{i+1,1} & \bar{\delta}_{i+1,2} & \dots & \bar{\delta}_{i+1,p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \bar{\delta}_{i+p-1,1} & \bar{\delta}_{i+p-1,2} & \dots & \bar{\delta}_{i+p-1,p} \end{bmatrix},$$

$j \equiv i + n - 1, \quad (\text{МОД. } p),$   
 $i, j = 1, 2, \dots, p, \quad n = 2, 3, \dots, p;$

$$D = [\Delta_1(d), \Delta_2(d), \dots, \Delta_p(d)],$$

$$\Delta_i(d) = \begin{bmatrix} \bar{\delta}_{i1} & \bar{\delta}_{i2} & \dots & \bar{\delta}_{ip} \\ \bar{\delta}_{i+p-1,1} & \bar{\delta}_{i+p-1,2} & \dots & \bar{\delta}_{i+p-1,p} \\ \bar{\delta}_{i+p-2,1} & \bar{\delta}_{i+p-2,2} & \dots & \bar{\delta}_{i+p-2,p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \bar{\delta}_{i+1,1} & \bar{\delta}_{i+1,2} & \dots & \bar{\delta}_{i+1,p} \end{bmatrix},$$

$j \equiv i + n - 1, \quad (\text{МОД. } p),$   
 $i, j = 1, 2, \dots, p, \quad n = 2, 3, \dots, p;$

$$M = [\Delta_1(m), \Delta_2(m), \dots, \Delta_p(m)],$$

$$\Delta_i(m) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ \bar{\delta}_{i1} & \bar{\delta}_{i2} & \dots & \bar{\delta}_{ip} \\ \bar{\delta}_{2i-1,1} & \bar{\delta}_{2i-1,2} & \dots & \bar{\delta}_{2i-1,p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \bar{\delta}_{(p-1)i-(p-2),1} & \bar{\delta}_{(p-1)i-(p-2),2} & \dots & \bar{\delta}_{(p-1)i-(p-2),p} \end{bmatrix},$$

$j \equiv (n-1)i - (n-2), \quad (\text{МОД. } p),$   
 $i, j = 1, 2, \dots, p, \quad n = 2, 3, \dots, p,$

позволяют поставить в соответствие каждой модульной операции представление

$$\delta_l = \Delta_h(s; d; m) \cdot \delta_l, \quad (1)$$

где  $\Delta_h(s; d; m)$ —матрица возможных выходных состояний по операнду  $\delta_h$ .

Компоненты операнда  $\delta_i$  ( $\delta_{1l}, \delta_{2l}, \dots, \delta_{pl}$ ) подчиняются матрице выходных состояний и для модульного суммирования операндов имеют вид

$$\begin{aligned} \delta_{1l} &= \delta_{i1} \delta_{1h} + \delta_{i+1,1} \delta_{2h} + \dots + \delta_{i+p-1,1} \delta_{ph}, \\ \delta_{2l} &= \delta_{i2} \delta_{1h} + \delta_{i+1,2} \delta_{2h} + \dots + \delta_{i+p-1,2} \delta_{ph}, \\ &\dots \\ \delta_{pl} &= \delta_{ip} \delta_{1h} + \delta_{i+1,p} \delta_{2h} + \dots + \delta_{i+p-1,p} \delta_{ph}. \end{aligned} \quad (2)$$

Матричные представления выходных состояний модульного вычитания и умножения операндов устанавливают уравнения, идентичные уравнениям (2). Таким образом, каждой модульной операции соответствует матричная запись линейного преобразования и уравнения компонент выходных операндов инварианты относительно модульных операций.

Рассматривая каждую компоненту операнда  $\delta_l$  ( $\delta_{1l}, \delta_{2l}, \dots, \delta_{pl}$ ) как функцию двойчных переменных  $\delta_{1h}, \delta_{2h}, \dots, \delta_{ph}$ , получаем

$$\begin{aligned} \delta_{1l} &= \delta_{i1} \delta_{1h} \vee \delta_{i+1,1} \delta_{2h} \vee \dots \vee \delta_{i+p-1,1} \delta_{ph}, \\ \delta_{2l} &= \delta_{i2} \delta_{1h} \vee \delta_{i+1,2} \delta_{2h} \vee \dots \vee \delta_{i+p-1,2} \delta_{ph}, \\ &\dots \\ \delta_{pl} &= \delta_{ip} \delta_{1h} \vee \delta_{i+1,p} \delta_{2h} \vee \dots \vee \delta_{i+p-1,p} \delta_{ph}. \end{aligned}$$

Матричное представление выходных состояний модульного суммирования, включающее полный набор выходных состояний по каждому операнду, можно оставить исходным в равенстве (1) и для модульных операций вычитания и умножения. Тогда компоненты операнда  $\delta_l$  при вычитании определяются по уравнениям

$$\delta_{jl} = \delta_{ij} \delta_{1h} \vee \delta_{i+p-1,j} \delta_{2h} \vee \delta_{i+p-2,j} \delta_{3h} \vee \dots \vee \delta_{i+1,j} \delta_{ph},$$

$$i, j, k, l = 1, 2, \dots, p;$$

при умножении операндов

$$\delta_{jl} = \delta_{ij} \delta_{n(0,j),h} \vee \delta_{i+1,j} \delta_{n(1,j),h} \vee \dots \vee \delta_{i+p-1,j} \delta_{n(p-1,j),h},$$

$$i, j, k, l, n = 1, 2, \dots, p,$$

где каждое уравнение включает все наборы  $n$ , удовлетворяющие сравнению  $n(i-1) \equiv i+j-2 \pmod{p}$ .

Совершенная дизъюнктивная нормальная форма компонент операндов позволяет интерпретировать действия над матричными представлениями СОК в терминах операций „картинной“ арифметики [3].

В качестве примера СОК для выполнения операций над матричными представлениями операндов может быть предложена сильно избыточная система с основаниями

$$p_1, p_2 = p_1 + 1, p_3 = p_1 \cdot p_2 + 1, \dots, p_n = \prod_{i=1}^{n-1} p_i + 1.$$



დღია ოპრედელენი ვიკრუჲნი ფუნქცია პერეპოლნიენი ვ ეთი სისტემე ისპოლზუეტა დოპოლნიტელური „ინფორმაციური“ რაზრად

$$r_i \equiv x'_i + x_i, \quad (\text{მოდ. } p_i)$$

$$i = 1, 2, \dots, n,$$

ღე  $x'_i$ —კოდევი სიმბოლ  $i$ -ღო რაზრადი პრედსტავლენი ვ სოკ;  $x_i$ —კოდევი სიმბოლ  $i$ -ღო რაზრადი ვ სოვრეტსენური პოზიციური სისტემე სო სმეხანიური ოსნოვანიური.

სისტემე „ინფორმაციური“ რაზრადო  $r_1, r_2, \dots, r_n$  ონოსიტელური მუდულური ოპერაციი იდენტური სისტემე ოსტატო

$$r_i(x_i) + r_i(y_i) \equiv r_i(z_i), \quad (\text{მოდ. } \prod_{s=1}^{i-1} p_s),$$

$$r_i(x_i) \cdot r_i(y_i) \equiv r_i(z_i), \quad (\text{მოდ. } \prod_{s=1}^{i-1} p_s),$$

$$i = 1, 2, \dots, n,$$

ა ვიკრუჲნი ფუნქცია პერეპოლნიენი  $P_n$  პრი სუმიროვანი კოდეო მოკეტ ზადანი კვადრატური მატრიცე რაზმარი  $r_n \times r_n$ , უ კოტორი ვსე ელემენტი კაჲდი პოდდიagonalი რავნი ედინიციე.

აკადემია ნაკ გრუზინური სსრ  
ინსტიტუტი კიბერნეტიკი

(პოსტუპილი 30.1.1970)

კიბერნეტიკა

ა. ხვედელიძე

ნაშოთა კლასიკური სისტემის მატრიცულ წარმოდგენებში მოდულური  
ოპერაციების წარმოების საკითხის შესახებ

რეზიუმე

შეკრების, გამოკლებისა და გამრავლების გამოსავალ მოდულურ ფუნქციითა მატრიცული წარმოდგენების განხილვისას აღმოჩნდა, რომ ყოველ მოდულურ ოპერაციას შეესაბამება წრფივი გარდაქმნის მატრიცული გამოსახვა. შესავალ ოპერანდა მიღებული წარმოდგენები საშუალებას იძლევა მოქმედებები ნაშოთა კლასების სისტემის მატრიცულ წარმოდგენებზე ინტერპრეტირებულ იქნეს „ხატოვანი“ არითმეტიკის ოპერაციების ტერმინებში. ძლიერ ჭარბი სისტემის შემთხვევაში შეესებების გამოსავალი ფუნქცია შეიძლება მოცემულ იქნეს მატრიცით, რომლის ყოველი ქვედიagonalის ელემენტები ერთის ტოლია.

CYBERNETICS

A. F. KHVEDELIDZE

ON THE PERFORMANCE OF MODULAR OPERATIONS ON RESIDUE  
NUMBER SYSTEM MATRIX REPRESENTATIONS

Summary

While considering matrix representations of summation, subtraction and multiplication it was found that matrix representation of a linear trans-



formation corresponds to each modular operation. The input operand representations enable to treat the operations on Residue Number System matrix representations in terms of "picture" arithmetic operations. In the case of a highly redundant system the output function of overfilling represents a square matrix in which all the elements of each subdiagonal equal a unity.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. И. Я. Акушский, Д. И. Юдицкий. Машинная арифметика в остаточных классах. М., 1968.
2. Ю. П. Соборников. Изв. АН СССР, Техн. кибернетика, 2, 1966.
3. Л. Эдельштейн. Зарубежная радиоэлектроника, 5, 1964.



ბ. ზავზანიძე

ერთი კლასის უმთხვევით პროცესთა პროგნოზირების  
 რიცხვითი მეთოდი

(წარმოადგინა აკადემიის წევრ-კორესპონდენტმა ვ. ჯავზანიძემ 11.2.1970)

ერთი კლასის არასტაციონარული პროცესების პროგნოზირების რიცხვი-  
 თი მეთოდის დამუშავებისა და რეალიზაციის ამოცანა წარმოიშვა საქართვე-  
 ლოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის კიბერნეტიკის ინსტიტუტისა და საქართ-  
 ველოს სსრ ფიზკულტურის ინსტიტუტის ერთობლივი მუშაობის პროცესში,  
 რომელიც დაკავშირებული იყო რესპუბლიკის მორბენლების მომავალი შედე-  
 გების პროგნოზთან წინა წლების სპორტული მიღწევების საფუძველზე.

მოცემულია პროცესის რეალიზაციები მორბენლების მაჩვენებლების სა-  
 ხით 21 წლის განმავლობაში (1945—1965 წწ). ჩვენი ამოცანაა, მოცემული  
 მაჩვენებლებით გაკავთოთ პროგნოზი. აღვნიშნოთ მონაცემები  $\xi_i^t$ ,  $t=0, 1, \dots, 20$ ;  
 $i = 1, 2, \dots, 10$  და დავუშვათ რომ

$$\xi_i^t = m_i + m(t) + U(t) = X(t) + m_i, \quad (1)$$

სადაც  $U(t)$  სტაციონარული ფართო აზრით შეითხვევითი პროცესია კორელაციის  
 ფუნქციით  $K(t)$  და ნულოვანი საშუალოთი,  $m_i$  მუდმივი შესაკრებებია და ფას-  
 დება ფორმულით

$$m_i = \frac{1}{T+1} \sum_{t=0}^T \xi_i^t, \quad i = 1, \dots, 10, \quad (2)$$

ხოლო  $m(t)$  შეფასდება ფორმულით

$$m(t) = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} \xi_i^t, \quad t = 0, 1, \dots, 20. \quad (3)$$

პროცესის პროგნოზს ვაკეთებთ ზადე—რაგაზინის მეთოდით, რომლის არსი  
 შემდგომში მდგომარეობს: ვუშვებთ, რომ  $X(t)$  წარმოიდგინება შემდეგი სახით:

$$X(t) = R_k(t) + U(t), \quad (4)$$

სადაც  $R_k(t)$   $k$ —ხარისხის პოლინომია  $t$ -დან.

პრობლემა მდგომარეობს დინამიური სისტემის იმ იმპულსური მახასიათებლის  
 განსაზღვრაში, რომელიც დინამიური სისტემის ცდომილების  $\varepsilon = Y(t) - X^*(t)$   
 მინიმიზებას მოახდენს, სადაც  $Y(t)$ -თი აღნიშნულია გამოსასვლელი პროცესი,  
 ხოლო  $X^*(t)$  დაკავშირებულია  $X(t)$ -თან ნოცე ული წრფივი  $N$  ოპერატორით:

$$X^*(t) = N(i\omega) X(t). \quad (5)$$

ოპტიმალური დინამიური სისტემის განაზღვრის ბაზისად მივიჩნევთ შემდეგ  
 პირობებს:  $M[Y(t) - X^*(t)] = 0$ ;  $\sigma^2 = M|Y(t) - X^*(t)|^2 = \min$ .

თუ დინამიური სისტემის იმპულსურ მახასიათებელს აღვნიშნავთ  $l(t)$ -თი, მაშინ  
 ჩვენი პროგნოზი გამოითვლება ფორმულით

$$Y(t) = \int_0^T l(\tau) X(t - \tau) d\tau. \quad (6)$$

(4) ჰიპოთეზის, (6)-სა და იგვეური ტოლობის

$$R_k(t - \tau) \equiv R_k(t) - \tau R'_k(t) + \frac{\tau^2}{2!} R''_k(t) + \dots + (-1)^k \frac{\tau^k}{k!} R_k^{(k)}(t)$$

გამოყენებით, ვღებულობთ

$$Y(t) \equiv \mu_0 R_k(t) - \mu_1 R'_k(t) + \frac{\mu_2}{2!} R''_k(t) + \dots + (-1)^k \frac{\mu_k}{k!} R_k^{(k)}(t) + \int_0^T l(\tau) u(t - \tau) d\tau$$

სადაც  $\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_k$  აღნიშნავს  $l(t)$ -ს მომენტებს

$$\mu_\nu = \int_0^T \tau^\nu l(\tau) d\tau \quad \nu = 0, 1, \dots, k. \quad (7)$$

ეს მომენტები  $N(i\omega)$  ოპერატორის საშუალებით განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$N(i\omega) R_k(t) \equiv \mu_0 R_k(t) - \mu_1 R'_k(t) + \frac{\mu_2}{2!} R''_k(t) + \dots + (-1)^k \frac{\mu_k}{k!} R_k^{(k)}(t).$$

რაც შეეხება  $\sigma^2$ -ის მინიმუმაციას, მას ადგილი ექნება მაშინ, თუ  $l(t)$  დააკმაყოფილებს შემდეგ ინტეგრალურ განტოლებას:

$$\int_0^T l(\tau) K(t - \tau) d\tau = \lambda_0 + \lambda_1 t + \dots + \lambda_k t^k + \int_{-\infty}^{\infty} n(\tau) K(t - \tau) d\tau, \quad (8)$$

სადაც  $n(\tau)$   $N$ -ის შესაბამისი იმპულსური გადასვლის ფუნქციაა, ხოლო  $\lambda_0, \dots, \lambda_k$  — ლაგრანჟის მულტიპლიკატორები.

ამ განტოლების ამოხსნა შედარებით მარტივად ხერხდება მაშინ, როცა  $K(t)$  კორელაციის შესაბამისი სპექტრალური სიმკვრივე  $S(\omega)$  წარმოადგენს წილად-რაციონალურ ფუნქციას

$$S(\omega) = \frac{A_{2m}(\omega)}{B_{2n}(\omega)};$$

$A_{2m}(\omega)$  და  $B_{2n}(\omega)$  შესაბამისად  $2m$  და  $2n$  ხარისხის პოლინომებია:

$$A_{2m}(\omega) = \gamma_0 + \gamma_1 \omega^2 + \dots + \gamma_m \omega^{2m}.$$

ამ შემთხვევაში (8) განტოლების ამოხსნა შეიძლება ამგვარად:

$$l(t) = \sum_{\nu=0}^k A_\nu t^\nu + \sum_{r=1}^{2m} Bre^{\alpha_r t} + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|Q_n(i\omega)|^2 N(i\omega)}{A_{2m}(\omega)} S(\omega) e^{i\omega t} d\omega + \sum_{i=1}^{n-m} C_i \delta^{(i-1)}(t) + \sum_{i=1}^{n-m} D_i \delta^{(i-1)}(t - T), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (9)$$

სადაც  $\alpha_r$  შემდეგი მახასიათებელი განტოლების ფესვებია:

$$(-1)^m \gamma_m \alpha^{2m} + (-1)^{m-1} \gamma_{m-1} \alpha^{2m-2} + \dots - \gamma_1 \alpha^2 + \gamma_0 = 0,$$

ხოლო  $Q_n(i\omega)$  შედის სპექტრალური სიმკვრივის წარმოდგენაში

$$S(\omega) = \frac{|P_m(i\omega)|^2}{|Q_n(i\omega)|^2}.$$

(8) განტოლების ამოხსნაში შემავალი განსასაზღვრავი მულტიპლიკატორების რაოდენობა  $(2n + k + 1)$ , რომელთაგან  $(k + 1)$  მოიცემა (7)-ის საშუალებით, ხოლო  $l(t)$ -ს

(8)-ში ჩასმით და იმის გათვალისწინებით, რომ განტოლება უნდა დაქმნაფილდეს იგივეურად, მიიღება წრფივი განტოლებები, როგორც დანარჩენი  $2n$ , ისე აგრეთვე თვით (8)-ში შემავალი  $\lambda_k$  კოეფიციენტებისათვის.

ყოველი  $i$ -თვის გამოვითვალეთ რეალიზაციების დროითი საშუალოები

$$m_i = \frac{1}{21} \sum_{i=0}^{20} \xi_i^i, \quad i = 1, 2, \dots, 10,$$

ზღვრული  $X(t)$  პროცესისათვის, გამოვითვალეთ ემპირიული კორელაციის ფუნქციები. ემპირიული კორელაციის ფუნქციის აპროქსიმაცია მოვახდინეთ შემდეგი ანალიზური გამოსახულებით:

$$K(\tau) = \sigma^2 e^{-\alpha|\tau|} \cos \beta \tau. \quad (10)$$

$\sigma^2$ -ის მნიშვნელობად ჩავთვალეთ დისპერსიის შესაბამისი მნიშვნელობა  $K(0)$ . წერტილთა არჩევის წესის თანახმად,  $\alpha$  და  $\beta$  კოეფიციენტთა განსაზღვრავად აპროქსიმირებულ ფუნქციას მოვთხოვეთ, რომ ის დამთხვევოდა  $\tilde{K}(\tau)$ -ს კოორდინატთა სათავეში, ნულის ტოლი ყოფილიყო იმავე  $\tau_1$  წერტილში, რომელშიც  $\tilde{K}(\tau)$  და ჰქონოდა იგივე ორდინატა, როგორც  $\tilde{K}(\tau)$ -ს  $\tau_2$  წერტილში, რომელშიც მას აქვს მინიმუმი. ამ მოთხოვნებიდან პირდაპირ გამოდინარეობს, რომ

$$\beta = \frac{\pi}{2\tau_1}, \quad \alpha = \frac{1}{\tau_2} \ln \frac{\tilde{K}(0) \cos \beta \tau_2}{\tilde{K}(\tau_2)}. \quad (11)$$

კორელაციის ფუნქციის შესაბამისი სპექტრალური სიმკვრივე გამოისახება შემდეგნაირად:

$$S(\omega^2) = \frac{\alpha \sigma^2}{\pi} \frac{\omega^2 + \alpha^2 + \beta^2}{(\omega^2 - \beta^2 - \alpha^2) + 4\alpha^2 \omega^2}. \quad (12)$$

ჩვენს აღნიშვნების თანახმად,  $A_{2m}(\omega) = \omega^2 + \alpha^2$ , სადაც  $\alpha^2 = \alpha^2 + \beta^2$ . ჩვენს შემთხვევაში  $m = 1$ ,  $n = 2$ , ხოლო  $R_k(t)$  პოლინომი მეორე რიგისაა ( $k = 2$ ), ამიტომ (9) ტოლობის მესამე წევრი შეიძლება შემდეგნაირად გადავწეროთ:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|Q_n(i\omega)|^2 N(i\omega)}{A_{2m}(\omega)} S(\omega) e^{i\omega t} d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega(t+p)} d\omega = 2\pi \delta(t+p),$$

სადაც  $p$  პროგნოზის ბიჯია.

$I(t)$  საბოლოოდ დებულობს სახეს

$$I(t) = \sum_{v=0}^2 A_v t^v + \sum_{r=1}^2 B_r e^{\alpha_r t} + 2\pi \delta(p+t) + C\delta(t) + D\delta(t-T). \quad (13)$$

ჩავსვათ  $I(t)$  და  $K(t)$ -ს მნიშვნელობები (13) და (10)-დან (8)-ში, მივიღებთ

$$\sigma^2 \int_0^T e^{-\alpha|t-\tau|} [A_0 + A_1 \tau + A_2 \tau^2 + B_1 e^{\alpha_1 \tau} + B_2 e^{\alpha_2 \tau} + 2\pi \delta(p+\tau) + C\delta(\tau) + D\delta(\tau-T)] \cos \beta(t-\tau) d\tau = \lambda_0 + \lambda_1 t + \lambda_2 t^2 + \sigma^2 e^{-\alpha(t+p)} \cos \beta(t+p). \quad (14)$$

$A_0, A_1, A_2, B_1, B_2, C$  და  $D$  კოეფიციენტების განსაზღვრისათვის ცალ-ცალკე გამოვითვალეთ (14)-ში შემავალი ინტეგრალები. მარცხენა და მარჯვენა მხარეში სათანადო კოეფიციენტების გატოლებით მივიღებთ ძირითად განტოლებათა სისტემას  $A_0, A_1, A_2, B_1, B_2, C, D$  კოეფიციენტების მიმართ და დამატებით სამ განტოლებას  $\lambda_0, \lambda_1$  და  $\lambda_2$ -ის განსაზღვრისათვის.

(6)-ის თანახმად,

$$\begin{aligned}
 Y(t) = & \int_0^T l(\tau) X(t-\tau) d\tau = A_0 \int_0^T X(t-\tau) d\tau + A_1 \int_0^T \tau X(t-\tau) d\tau + \\
 & + A_2 \int_0^T \tau^2 X(t-\tau) d\tau + B_1 \int_0^T e^{a_1 \tau} X(t-\tau) d\tau + B_2 \int_0^T e^{-a_1 \tau} X(t-\tau) d\tau + \\
 & + C \int_0^T \delta(\tau) X(t-\tau) d\tau + D \int_0^T X(t-\tau) \delta(\tau-T) d\tau.
 \end{aligned}$$

თუ ჩაეტარებთ საჭირო გამოთვლებს და მიღებულ შედეგებს დავუმატებთ სათანადო დროით საშუალებებს  $m_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 10$ ), მივიღებთ საძიებელი პროცესის მნიშვნელობებს. ზემოაღწერილი მეოროდის საფუძველზე შედგენალია სამუშაო ალგორითმი, რომელიც რეალიზებულია ელექტრონულ-გამომთვლელ მანქანაზე.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია  
 კიბერნეტიკის ინსტიტუტი

(შემოვიდა 12.2.1970)

КИБЕРНЕТИКА

Г. А. ЧАВЧАНИДЗЕ

## ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ОДНОГО КЛАССА СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Резюме

Рассматривается задача прогнозирования нестационарного случайного процесса  $x(t)$ , представимого в следующем виде:

$$x(t) = u(t) + m(t),$$

где  $u(t)$  — стационарный в широком смысле случайный процесс с функцией корреляции  $k(t)$  и нулевым средним, а  $m(t)$  — детерминистическая функция. Прогноз процесса  $x(t)$  осуществляется методом Заде и Рагазини.

CYBERNETICS

G. A. CHAVCHANIDZE

## NUMERICAL METHOD OF PROGNOSEDING A CLASS OF RANDOM PROCESSES

Summary

A problem is considered of prognosing the nonstationary random process  $x(t)$ :  $x(t) = u(t) + m(t)$ , where  $u(t)$  is a stationary (in the broad sense) random process with the function of correlation  $k(t)$  and zero average, and  $m(t)$  is a deterministic function. The prognosing of the process  $x(t)$  is carried out by the Zadeh and Ragazzini method.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

I. L. A. Zadeh, J. R. Ragazzini. J. Appl. Physics, 21, № 7, 1950.

М. И. ГОМАРЕЛИ

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДИНАМИКИ НЕКОТОРЫХ ВАЖНЕЙШИХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

(Представлено академиком И. Н. Векуа 16.2.1970)

С целью определения соотношений темпов и пропорций развития народного хозяйства при изучении глобальных закономерностей важнейших экономических показателей в теоретических исследованиях обычно используют различные типы макромоделей процесса воспроизводства, содержащие обычно неизвестные регулирующие параметры. В экономической литературе такие модели чаще всего встречаются в виде линейных дифференциальных уравнений первого порядка, хотя некоторые исследователи пользуются дифференциальным уравнением логистической кривой.

Практическое использование дифференциальных уравнений, вообще говоря, связано с большими затруднениями, так как математические методы для определения параметров на основании статистических данных к таким моделям плохо приспособлены. В связи с этим возникает необходимость создания таких моделей, которые могли бы полнее отвечать практическим требованиям. На наш взгляд, такие модели целесообразно представить в виде конечно-разностных уравнений, так как в этих уравнениях параметры очень хорошо поддаются математико-статистической оценке.

Рассмотрим нелинейное разностное уравнение

$$x(t) - [1 + a_1 + a_2 x(t)] x(t-1) = 0; \quad t = 1, 2, \dots \quad (1)$$

с неизвестными коэффициентами  $a_1, a_2$ .

Решение уравнения (1), содержащее хорошо известные в экономике кривые (логистические, экспоненциальные), наталкивает на мысль, что уравнение (1) является даже неплохим аналитическим выражением как с экономической, так и с математической точки зрения для изучения динамики важнейших экономических показателей на основании эмпирических временных рядов.

Пусть

$$y_0, y_1, \dots, y_{t-1}, y_t, \dots, y_n; \quad (y_t \geq 0) \quad (2)$$

— эмпирический ряд, на основании которого изучается динамика интересующего нас экономического показателя.

Вводя вместо неизвестной функции  $x(t)$  в уравнении (1) ее реализацию (2), потребуем, чтобы параметры  $a_1$  и  $a_2$  удовлетворяли условию



$$\sum_{t=1}^n r_t |y_t - (1 + a_1 + a_2 y_t) y_{t-1}|^\alpha = \min. \quad (3)$$

Поставим более общую задачу.

Задача А. Определить параметры  $a_k \geq 0$ ,  $k = \overline{1, m}$  из условия

$$\sum_{j=1}^n r_j |x_j - y_j|^\alpha = \min \quad (4)$$

$$r_j = \begin{cases} r'_j, & x_j - y_j > 0 \\ r''_j, & x_j - y_j < 0 \\ 0, & x_j - y_j = 0 \end{cases}$$

где  $x_j = x(t_j, a_1, a_2, \dots, a_m)$  — заданная функция;

$$r'_j \geq 0, r''_j \geq 0, \alpha > 0, t_j, y_j = y(t_j)$$

— заданные действительные числа.

В обозначениях задачи А рассмотрим задачу математического программирования.

Задача Б. Найти  $\min z$

$$z = \sum_{j=1}^n (r'_j u_j^\alpha + r''_j v_j^\alpha) \quad (5)$$

при ограничениях

$$u_j - v_j + x_j = y_j, \quad j = \overline{1, n} \quad (6)$$

$$u_j \geq 0; v_j \geq 0; a_k \geq 0; j = \overline{1, n}, k = \overline{1, m}. \quad (7)$$

Теорема 1. Если  $u_j = \bar{u}_j$ ,  $v_j = \bar{v}_j$ ,  $a_k = \bar{a}_k$ ,  $j = \overline{1, n}$ ,  $k = \overline{1, m}$  является решением задачи Б, тогда необходимо, чтобы выполнялись условия

$$\begin{aligned} \bar{u}_j &= \max(0, y_j - \bar{x}_j), \\ \bar{v}_j &= \max(0, \bar{x}_j - y_j) \end{aligned} \quad (8)$$

для всех значений  $j$ , при которых  $r'_j + r''_j > 0$ .

Доказательство. Пусть  $u_j = \bar{u}_j$ ,  $v_j = \bar{v}_j$ ,  $a_k = \bar{a}_k$ ,  $j = \overline{1, n}$ ,  $k = \overline{1, m}$  есть решение задачи Б. Предположим, что для некоторых значений  $j = j_1, j_2, \dots, j_q$  условие (8) нарушено. Рассмотрим  $a_k = \bar{a}_k$  и такие  $u_j = \bar{u}_j$ ,  $v_j = \bar{v}_j$ ,  $j = \overline{1, n}$ ,  $k = \overline{1, m}$  для которых равенства (8) выполняются. Тогда  $\bar{u}_j$ ,  $\bar{v}_j$ ,  $\bar{a}_k$  удовлетворяют ограничениям (6) — (7), но так как  $\bar{u}_j < \bar{u}_j$ ,  $\bar{v}_j < \bar{v}_j$  для  $j = j_1, j_2, \dots, j_q$ , то

$$\sum_{j=1}^n (r'_j \bar{u}_j^\alpha + r''_j \bar{v}_j^\alpha) < \sum_{j=1}^n (r'_j u_j^\alpha + r''_j v_j^\alpha)$$



что противоречит условию теоремы. Следовательно, наше предположение, что  $\bar{u}_j, \bar{v}_j, \bar{a}_k$  не удовлетворяют равенствам (8), несправедливо и, таким образом, теорема доказана.

**Теорема 2. Задачи А и Б эквивалентны.**

**Доказательство:** Пусть  $\tilde{a}_k, k = \overline{1, m}$  — решение задачи А. Для любых  $u_j, v_j, a_k$ , удовлетворяющих ограничениям (6) — (7), справедливо неравенства

$$\begin{aligned} u_j &\geq \max(0, y_j - x_j), \\ v_j &\geq \max(0, x_j - y_j). \end{aligned}$$

Положим, что

$$\tilde{u}_j = \max(0, y_j - \tilde{x}_j), \quad \tilde{v}_j = \max(0, \tilde{x}_j - y_j).$$

Тогда  $\tilde{u}_j, \tilde{v}_j, \tilde{a}_k$  удовлетворяют ограничениям (6) — (7), и имеет место неравенство

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n (r'_j \tilde{u}_j^\alpha + r''_j \tilde{v}_j^\alpha) &= \sum_{j=1}^n r_j |y_j - \tilde{x}_j|^\alpha \leq \sum_{j=1}^n r_j |y_j - x_j|^\alpha \leq \\ &\leq \sum_{j=1}^n (r'_j u_j^\alpha + r''_j v_j^\alpha). \end{aligned}$$

Откуда видно, что  $\tilde{u}_j, \tilde{v}_j, \tilde{a}_k$  — решение задачи Б. Пусть теперь  $\bar{u}_j, \bar{v}_j, \bar{a}_k$  — решение задачи Б. Тогда по теореме (1) справедливы равенства (8). Но так как

$$\sum_{j=1}^n (r'_j \bar{u}_j^\alpha + r''_j \bar{v}_j^\alpha) = \sum_{j=1}^n (r'_j \tilde{u}_j^\alpha + r''_j \tilde{v}_j^\alpha),$$

то

$$\sum_{j=1}^n r_j |\bar{x}_j - y_j|^\alpha = \sum_{j=1}^n r_j |\tilde{x}_j - y_j|^\alpha.$$

Следовательно,  $\bar{a}_k$  — решение задачи А.

Таким образом, теорема доказана.

Используя теорему (2), условие (3) можно записать в следующем виде: найти  $\min z$

$$z = \sum_{i=1}^n (r'_i u_i^\alpha + r''_i v_i^\alpha) \tag{9}$$

при ограничениях

$$u_i - v_i + (1 + a_1 + a_2 y_i) y_{i-1} = y_i, \tag{10}$$

$$u_i \geq 0, \quad v_i \geq 0, \tag{11}$$

где параметры  $a_1, a_2$  могут быть подчинены дополнительным ограничениям. В случае, когда  $\alpha = 1$ , задачу (9) — (11) легко решить симплекс-алгоритмом линейного программирования.

## მ. გომარელი

მათემატიკური პროგრამირების მეთოდების გამოყენება ზოგიერთი მნიშვნელოვანი ეკონომიკური მაჩვენებლის დინამიკის შესწავლისას

## რეზიუმე

ზოგიერთი მნიშვნელოვანი ეკონომიკური მაჩვენებლის დინამიკის შესწავლისას გამოყენებულია არაწრფივი სხვაობიანი განტოლება (1), რომლის პარამეტრები განისაზღვრება (9) — (11) ამოცანის ამოხსნის შედეგად.

CYBERNETICS

M. I. GOMARELI

THE USE OF METHODS OF MATHEMATICAL PROGRAMMING  
IN THE INVESTIGATION OF THE DYNAMICS OF SOME IMPORTANT  
ECONOMIC CHARACTERISTICS

## Summary

With the aim of studying the dynamics of some important economic characteristics the non-linear differential equation (1) is used whose parameters are defined as a result of the solution of problem (9)—(11).

А. Д. ГУРЧУМЕЛИЯ

ОБ УПРОЩЕНИИ УРАВНЕНИЙ ХАРТРИ—ФОКА ПРИ НАЛИЧИИ  
 НЕЗАПОЛНЕННЫХ ОБОЛОЧЕК

(Представлено членом-корреспондентом Академии М. М. Мирианшвили 24.2.1970)

Упрощение уравнений Хартри—Фока (ХФ) основывается на замене не-локального обменного оператора локальным обменным потенциалом [1]. За последнее время по этому вопросу был опубликован ряд работ (например, [2], где приведены ссылки на другие работы).

В данной работе получены упрощенные уравнения ХФ для конфигураций, содержащих незаполненные слои. В этом случае число электронов ( $N_+$ ), спины которых ориентированы „вверх“ ( $\alpha$ -спин), не равно числу электронов ( $N_-$ ) с противоположной ориентацией спинов ( $\beta$ -спин). Примером служат атомы переходных элементов. Такая же ситуация может возникнуть когда система находится под влиянием внешнего поля [3].

Уравнения ХФ, когда  $N_+ \neq N_-$  имеют следующий вид [4]:

$$\left[ -\frac{1}{2} \nabla^2 + V_e(r) - A_i(r) \right] \Psi_{i1}(r) = \varepsilon_{i1} \Psi_{i1}(r), \quad (i = 1, 2, \dots, N_+) \quad (1)$$

$$\left[ -\frac{1}{2} \nabla^2 + V_e(r) - A_k(r) \right] \Psi_{k1}(r) = \varepsilon_{k1} \Psi_{k1}(r), \quad (k = 1, 2, \dots, N_-) \quad (2)$$

где

$$V_e(r) = -\frac{z}{r} + \sum_{j=1}^{N_+} \int \frac{\Psi_j^*(r') \Psi_j(r')}{|r-r'|} d\tau' + \sum_{l=1}^{N_-} \int \frac{\Psi_l^*(r') \Psi_l(r')}{|r-r'|} d\tau' \quad (3)$$

$$A_i \Psi_i(r) = \sum_{j=1}^{N_+} \int \frac{\Psi_j^*(r') \Psi_j(r')}{|r-r'|} d\tau' \cdot \Psi_i(r), \quad (4)$$

$$A_k \Psi_k(r) = \sum_{l=1}^{N_-} \int \frac{\Psi_l^*(r') \Psi_l(r')}{|r-r'|} d\tau' \cdot \Psi_k(r). \quad (5)$$

$\varepsilon_{i1}$  и  $\varepsilon_{k1}$  являются одноэлектронными энергетическими параметрами. При  $i = k$ ,  $\varepsilon_i \neq \varepsilon_k$  как собственные значения разных одночастичных операторов энергии (в силу  $A_i \neq A_k$ ). Полная энергия системы связана с этими энергетическими параметрами соотношением

$$E = \sum_{i=1}^{N_+} \varepsilon_{i1} + \sum_{k=1}^{N_-} \varepsilon_{k1} - \frac{1}{2} \sum_{i,j}^{N_+} \langle ij | \frac{1}{r_{12}} | ij \rangle -$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2} \sum_{k,l=1}^{N_-} \langle kl \left| \frac{1}{r_{12}} \right| kl \rangle - \sum_{k=1}^{N_-} \sum_{j=1}^{N_+} \langle kj \left| \frac{1}{r_{12}} \right| kj \rangle + \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{N_+} \langle ij \left| \frac{1}{r_{12}} \right| ij \rangle + \frac{1}{2} \sum_{k,l=1}^{N_-} \langle kl \left| \frac{1}{r_{12}} \right| lk \rangle. \quad (6)
 \end{aligned}$$

Решение системы (1) и (2) связано с большим объемом вычислений, в основном за счет нелокального характера обменных операторов (4) и (5).

Заменяем их локальным потенциалом согласно правилу

$$V_{it} = \left[ \frac{A_i \Psi_i(r)}{\Psi_i(r)} \right]. \quad (7)$$

Метод Слэтера [1] приводит к следующему выражению для локального потенциала (7):

$$V_{it} = 2^{1/3} \cdot 8 f_i(\eta) \left[ \frac{3}{8\pi} \rho_i(r) \right]^{1/3}, \quad (8)$$

где

$$f_i(\eta) = \frac{1}{2} + \frac{1 - \eta^2}{4\eta} \ln \frac{1 + \eta}{1 - \eta}; \quad \eta = \frac{K_i}{K_F}; \quad (9)$$

$K_i$  — импульс  $i$ -го электрона,  $K_F = 2^{1/3} \cdot 2\pi \left[ \frac{3}{8\pi} \rho_i(r) \right]^{1/3}$  — фермиевский импульс электронов, имеющих  $\alpha$ -спин. Обменный потенциал (8) зависит от состояния рассматриваемого электрона. Усредняя по этим состояниям, получаем следующий локальный обменный потенциал:

$$V_i = 2^{1/3} \cdot 6 \left[ \frac{3}{8\pi} \rho_i(r) \right]^{1/3}. \quad (10)$$

Локальный обменный потенциал для электронов, имеющих  $\beta$ -спин, получается из выражения (10) путем замены  $\rho_i(r)$  на  $\rho_i(r)$ , где  $\rho_i^{(\alpha)}$  — плотность электронов, имеющих  $\alpha$  ( $\beta$ )-спин. Полная плотность электронов равна

$$\rho(r) = \rho_i(r) + \rho_i(r). \quad (11)$$

Другой способ построения локального обменного потенциала состоит в следующем. Вычисляется обменная часть полной энергии при помощи статистической модели и полученное выражение независимо варьируется по  $\rho_i$  и  $\rho_i$  [5]. В результате получим локальные обменные потенциалы, отличающиеся от выражения (1) множителем, равным  $\frac{2}{3}$ .

Выражение (10) отличается от соответствующей формулы Слэтера [1] тем, что в (10) вместо полной плотности электронов стоит плотность электронов с данным спином, кроме того, в (10) имеется множитель  $2^{1/3}$ .

При  $\rho_i = \rho_i = \frac{1}{2} \rho$ , (10) переходит в формулу работы [1].



В работе [6] рассчитан атом  $Fe$  с использованием локальных обменных потенциалов

$$V_{l(i)} = 6 \left[ \frac{3}{4\pi} \frac{N_{+(-)}}{N} \rho(\tau) \right]^{1/3}, \quad (12)$$

которые получаются из (10), если принять

$$\rho_1 = \frac{N_+}{N} \rho, \quad \rho_2 = \frac{N_-}{N} \rho. \quad (13)$$

Однако когда отличие между  $N_+$  и  $N_-$  невелико, допущение (13) может привести к ошибкам. Поэтому лучше, если в (10)  $\rho_l(r)$  будет определено независимо от полной плотности электронов. Для этого предположим, что данную систему электронов можно рассмотреть как смесь двух компонентов, каждый из которых представляет собой свободный электронный газ с данной ориентацией спинов [7]. В нулевом приближении между ними отсутствует взаимодействие и можно принять, что распределение зарядов в одном компоненте смеси не зависит от присутствия другого. Тогда из уравнения Пуассона можно найти  $\rho_{pl}^{(r)}$ . Если использовать приближение центрального поля, то потенциал упомянутого распределения зарядов будет равен

$$U_{l(i)}(r) = \frac{1}{r} z_{pl}^{(r)}, \quad (14)$$

где

$$z_{pl}^{(r)} = z - \sum_{n,l} q_{nl(i)} \left[ \int_0^r P_{nl(i)}^2(x) dx + r \int_r^\infty \frac{P_{nl(i)}^2(x)}{x} dx \right]; \quad (15)$$

$q_{nl(i)}$  — число электронов в состоянии  $(nl)$  с данной ориентацией спинов;  $P_{nl}(r)$  — радиальная составляющая одноэлектронной волновой функции.

Тогда выражение (10) примет вид

$$V_1 = \frac{1}{r} 2^{1/3} \cdot 6 \left( \frac{3}{32\pi^2} \right)^{1/3} \cdot \left[ r \sum_{n,l} q_{nl} P_{nl}^2(r) \right]^{1/3}. \quad (16)$$

Аналогично можно написать и выражение для  $V_2$ . Из выражений (1) и (2) получаем следующие уравнения для функции  $P_{nl(i)}(r)$ :

$$\left[ \frac{d^2}{dr^2} + 2 \frac{z_{p1}(r) + z_{p2}(z) - z}{r} + V_1 - \frac{l(l+1)}{r^2} - \epsilon_{nl} \right] P_{nl}(r) = 0, \quad (17)$$

$$(nl_1 = 1s\alpha, 2s\alpha, 2p\alpha \dots)$$

$$\left[ \frac{d^2}{dr^2} + 2 \frac{z_{p1}(r) + z_{p2}(r) - z}{r} + V_2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - \epsilon_{nl} \right] P_{nl}(r) = 0.$$

$$(nl_1 = 1s\beta, 2s\beta, 2p\beta \dots) \quad (18)$$

Решение уравнений (17) и (18) можно сравнить с результатами работы [6]. С этой целью мы вычислили значения  $3d$ -уровней атома  $Fe$  в первом приближении теории возмущений при помощи функций из работы



[6], приняв за возмущение разность между выражениями (16) и (12). В результате получим (в ридбергах)

$$\epsilon_{3d\uparrow} = 1,189; \quad \epsilon_{4d\uparrow} = 0,575,$$

в то время, как по работе [6]

$$\epsilon_{3d\uparrow} = 1,1223; \quad \epsilon_{3d\downarrow} = 0,6636.$$

Сравнение показывает, что разность между двумя  $3d$ -уровнями в атоме  $Fe$ , соответствующими разным ориентациям спина, увеличивается (0,614 вместо 0,459).

Грузинский политехнический институт  
им. В. И. Ленина

(Поступило 27.2.1970)

ფიზიკა

#### ა. ლურჯუმელია

პარტრი—ფოკის განტოლებათა გამარტივების შესახებ შეუძენებელი  
გარსების არსებობის შემთხვევაში

რ ე ზ ი უ მ ე

განხილულია ელექტრონების სისტემა, როცა სპინების ერთი ორიენტაციის მქონე ელექტრონების რიცხვი არ ემთხვევა იმ ელექტრონების რაოდენობას, რომელთა სპინი საწინააღმდეგო ორიენტაციისაა. ასეთი სისტემისათვის პარტრი—ფოკის განტოლებებში არალოკალური გაცვლითი ოპერატორი შეცვლილია ლოკალური გაცვლითი პოტენციალით. ამ გზით მიღებული გამარტივებული პარტრი—ფოკის განტოლებები დაწერილია ცენტრალური ველის მიახლოებაში. როგორც მაგალითი, გამოთვლილია რკინის ატომში  $3d$ -დონე სპინის ორი ორიენტაციისათვის, რომელთა შორის სხვაობამ შეადგინა 0,614 რიდბერგი.

PHYSICS

A. D. GURCHUMELIA

### ON SIMPLIFYING THE HARTREE-FOCK EQUATIONS IN THE PRESENCE OF UNFILLED SHELLS

Summary

Simplified Hartree-Fock equations are derived for a many-electron system when the number of electrons having "positive" spin differs from that with "negative" spin, substituting the nonlocal exchange operator by local exchange potential. The forms of these equations are written in the central field approximation.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. J. C. Slater. Phys. Rev., 81, 1951, 385.
2. F. Herman et al. Phys. Rev. Letters, 22, 1969, 807.
3. Г. Бете и А. Зоммерфельд. Электронная теория металлов. М.—Л., 1938.
4. В. А. Фок. УФН, 93, 1967, 342.
5. R. Gaspar, Acta Phys. Hung., 3, 1954, 263.
6. J. H. Wood, G. W. Pratt. Phys. Rev., 107, 1957, 995.
7. А. Н. Мень. Изв. вузов, физ. № 5, 1960, 112.

ФИЗИКА

В. А. БАРНОВ, Л. В. ЛАВРЕЛАШВИЛИ, М. А. МЕНАБДЕ,  
Ц. Т. ТАРКАШВИЛИ

АВТОМАТИЗАЦИЯ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ  
РАДИОХРОМАТОГРАФИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

(Представлено академиком Э. Л. Андроникашвили 1.4.1970)

В работе описывается автоматизация обработки данных хроматографического анализа радиоактивных веществ.

Автоматическая установка, первый вариант которой описан в работе [1], позволяет получать данные эксперимента в дискретном виде непосредственно в форме, необходимой для ввода в ЭВМ.

Автоматизация процесса регистрации радиоактивности разделенных хроматографом компонентов достигается тем, что регистрирующее радиоактивность устройство выполнено на базе электронно-счетного частотомера, подключенного к выходу детектора активности. Каждая ячейка счетных декад частотомера связана с перфорирующим блоком через общую систему опроса и управления. В систему опроса и управления входят: а) электронный коммутатор, кинематически связанный с перфорирующим блоком для обеспечения синхронности цикла и осуществляющий подекадный опрос ячеек частотомера, б) система управления работой электронного коммутатора и запуском следующего цикла. После перфорирования на счетный блок подается сигнал сброса, а затем сигнал начала следующего цикла.

Полученная перфолента вводится в ЭВМ для обработки данных эксперимента. После проведения анализа получается дискретная последовательность величин  $A_k$ , характеризующих активность проходящего через детектор вещества в момент времени  $t$ , соответствующий номеру  $k$ , где

$$k = t / (\tau_1 + \tau_2);$$

$\tau_1$ —время счета;

$\tau_2$ —время опроса информации с ячеек счетного блока;

$\tau_1 + \tau_2$ —длительность каждого цикла.

Требуется определить относительную и абсолютную активность каждого из разделенных хроматографом компонентов.

Примененный метод обработки заключается в следующем: проводится калибровочный эксперимент, определяются времена выходов и количество компонентов, по временам  $t_j$  выхода компонентов составляется таблица калибровочных (стандартных) границ изучаемых пиков; так как анализ опытов показывает, что границы выходящих пиков могут флуктуировать, то в процессе обработки основного эксперимента корректируются границы пиков по сравнению с калибровочными по различным алгоритмам и проводится вычисление пиков.



В случае, когда пик достаточно удален от предыдущего пика, границы берутся без корректирования. Уширение границ за счет фона не влияет на площадь пика, так как при дальнейшей обработке предусмотрено исправление на фон.

Корректирование границ проводится по различным алгоритмам, в зависимости от номера компонента  $j$ .

В первом случае ищется номер, после которого начинается возрастание отсчетов за счет выхода компонента вплоть до максимальной высоты пика. При этом требуется выполнение ряда условий, связанных с „пилообразностью“ регистрируемой кривой, которая возникает за счет пуассоновского распределения числа отсчетов.

Во втором случае, когда в результате неполного разделения имеется суперпозиция двух пиков, ищется наиболее низкая впадина между горбами кривой. Эта впадина при соблюдении ряда условий, учитывающих флуктуации статистического характера, считается совмещенной границей.

В третьем случае два пика, выходящие друг за другом, достаточно удалены от других пиков. Эта удаленность дает возможность принять левую границу первого пика за постоянную. Аналогично задается и правая граница между вторым из рассматриваемых пиков и последующим. В процессе обработки уточняется граница между рассматриваемыми пиками поиском минимума в области между двумя максимумами.

В четвертом случае граница уточняется при помощи сравнения границ калибровочного опыта с полученными в данном опыте. При этом допускается, что некоторая флуктуация условий возможна от опыта к опыту, но не во время протекания опыта. На основании этого допущения считается, что границы пиков изменяются от опыта к опыту про-

порционально, так что соотношение между границами в течение каждого опыта остается неизменным. Зная соотношение границ калибровочного опыта и одну из границ изучаемого опыта, можно установить все остальные границы. Этот алгоритм применяется лишь в случае, когда остальные перечисленные выше алгоритмы не могут быть использованы.

Математическая формулировка первого варианта алгоритма описана в работе [2].

Таблица 1

$j$	Компонент	Граница	
		левая	правая
1	$H_2$	145*	166*
2	$CH_4$	166*	218*
3	$C_2H_6$	218*	265*
4	$C_2H_4$	265*	319
5	$C_2H_8$	319	426
6	$C_3H_6$	570	680
7	$i C_4H_{10}$	750	838*
8	$n C_4H_{10}$	838*	902
9	$C_2H_2$	1302	1500
10	$i C_4H_8$	1630	1920*
11	$n C_4H_8$	1920*	2180
12	$C_5H_{12}$	2500	2880

Выше дается таблица границ калибровочного опыта, проведенного по методике, описанной в работах [1, 2]: хроматографическая колонка длиной 8 м заполнена носителем ТЗК, обработанным вазелиновым маслом (8 вес. %), температура колонки — 100°C, газ-носитель — гелий, ско-



рость газового потока—60 см<sup>3</sup>/мин,  $\tau_1$ —время счета—1,00 сек,  $\tau_2$ —время регистрации—1,07 сек.

В табл. 1 значком „ \* “ указаны границы, корректируемые при проведении основных опытов. Остальные границы считаются постоянными. Вычисление абсолютной и относительной активности разделенных компонентов проводится по следующим формулам:

1. Определение абсолютной активности  $\sigma_j$

$$\sigma_j = \frac{1}{\eta} \left\{ \frac{B_j}{1 - B_j \tau} - \Phi \left[ n + \frac{\tau_1}{\tau_2} (n - 1) \right] \right\},$$

где

$$B_j = \sum_{C_{jn}}^{C_{jn}} A_k + \frac{\tau_2}{2\tau_1} \sum_{C_{jn}}^{C_{jn}-1} (A_k + A_{k+1});$$

$\Phi$ —фон счетчика;  $\eta$ —эффективность регистрации;  $\tau$ —„мертвое время“ счетчика;  $\tau_1$ —продолжительность каждого цикла счета;  $\tau_2$ —длительность регистрации;  $C_{jA}$ —левая граница;  $C_{jB}$ —правая граница;  $n$ —количество отсчетов  $A_k$  в пике, равное  $C_{jB} - C_{jA}$ .

При использовании в качестве детектора радиоактивности проточного счетчика в нулевом наполнении объемом  $V$  и при суммарной скорости газового потока через счетчик  $v$  вычисленная абсолютная активность исправляется множителем  $v/V$ .

2. Определение относительной активности  $\Theta_j$

$$\Theta_j = \frac{\sigma_j}{\sum \sigma_j} \cdot 100 \%$$

Рассмотрим конкретный пример применения разработанной методики в эксперименте по исследованию влияния ядерного излучения на изотопный обмен в системе  $C_2H_6 + T_2$  в газовой фазе.

Кварцевая ампула была заполнена газовой смесью  $C_2H_6 + T_2$  ( $C_2H_6$ —98%,  $T_2$ —2%) и облучена потоком смешанного  $n, \gamma$ -излучения ядерного реактора (доза нейтронного облучения— $2,7 \cdot 10^{17}$  н.см<sup>2</sup>).

Смесь продуктов, образовавшихся в ампуле в результате изотопного обмена и радиоллиза под действием излучения,

вводилась в радиохроматографическую установку и анализировалась. Данные опыта автоматически регистрировались и затем обрабатывались на ЭВМ „Раздан-2“ по описанной методике.

В результате корректирования границ по соответствующим алгоритмам была получена таблица границ пиков (табл. 2).

Таблица 2

j	Компонент	Граница	
		левая	правая
1	H <sub>2</sub>	138	178
2	CH <sub>4</sub>	178	208
3	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	208	260
4	C <sub>2</sub> H <sub>4</sub>	260	319
5	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	319	426
6	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	570	680
7	i C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	750	816
8	n C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	816	902
9	C <sub>2</sub> H <sub>2</sub>	1302	1500
10	i C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	1630	1880
11	n C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	1880	2180
12	C <sub>3</sub> H <sub>12</sub>	2500	2880



Результаты вычисления абсолютных и относительных активностей

Таблица 3

j	Компонент	Активность	
		абсолютн. расп.	относит. %
1	H <sub>2</sub>	447,884	96,016
2	C <sub>2</sub> H <sub>4</sub>	4,299	0,921
3	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	9,838	2,109
4	C <sub>2</sub> H <sub>4</sub>	186	0,039
5	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	1,945	0,416
6	C <sub>3</sub> H <sub>6</sub>	~ 0	0,000
7	i C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	190	0,041
8	n C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	1,601	0,343
9	C <sub>5</sub> H <sub>2</sub>	~ 0	0,000
10	i C <sub>5</sub> H <sub>8</sub>	~ 0	0,000
11	n C <sub>5</sub> H <sub>8</sub>	401	0,085
12	C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	121	0,025

разделенных компонентов приведены в таблице 3.

Таким образом, автоматизация радиохроматографических измерений в данном случае позволяет осуществить автоматический съем информации с датчиков в форме, удобной для ввода в ЭВМ, а машинная обработка результатов и коррекция эксперимента на основе полученных данных приводят к значительному повыше-

нию скорости обработки с учетом поправок.

Академия наук Грузинской ССР  
Институт физики

(Поступило 3.4.1970)

ფიზიკა

3. ბარნოვი, ლ. ლავრელაშვილი, მ. მენაბდე, ტ. ტარკაშვილი  
რადიოქრომატოგრაფიული ანალიზის მონაცემების დამუშავების  
ავტომატიზაცია

რეზიუმე

განხილულია რადიქტიური ნივთიერებების ქრომატოგრაფიული ანალიზის მონაცემების დამუშავების ავტომატიზაცია, რაც ორ ეტაპს შეიცავს: მონაცემების ავტომატური რეგისტრაცია და მათი მანქანური დამუშავება. ეტალონური ექსპერიმენტის საშუალებით დგება კალიბრული საზღვრების ცხრილი. დამუშავების მეთოდიკა ითვალისწინებს ზოგიერთი საზღვრის კორექტირებას. მოცემულია ფორმულები კომპონენტების აბსოლუტური და ფარდობითი აქტივობის დასათვლელად.

PHYSICS

V. A. BARNOV, L. V. LAVRELASHVILI, M. A. MENABDE, Ts. T. TARKASHVILI  
AUTOMATION OF TREATMENT OF RADIOCHROMATOGRAPHIC  
ANALYSIS DATA

Summary

Automation of treatment of chromatographic analysis data for radioactive substances is considered. It involves two stages: 1) automatic recording of the data in a discrete form required for the computer input and 2) computer treatment of the results. The standard experiment is used to get the table of calibrated boundaries. Data treatment provides correction of some boundaries on the basis of calibrated ones. The main algorithms are given for correction of boundaries of single peaks. Formulae are given for calculations of absolute and relative radioactivities.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. ლ. შ. ჩადირაშვილი, ვ. ა. ბარნოვ, შ. ი. ამირიძე, ტ. ა. კალანდაძე. Сб. «Ядерно-химические явления в твердых телах». Тбилиси, 1968, 99—105.
2. В. А. Барнов, М. А. Менабде, Ц. Т. Таркашвили, Т. В. Цецхладзе. Сб. «Ядерно-химические явления в твердых телах». Тбилиси, 1968, 44—55.

А. Г. ХАНТАДЗЕ, Д. В. ШАРИКАДЗЕ

ОБ ОДНОМ ПРЕОБРАЗОВАНИИ РЕШЕНИЙ  
 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВЕТРОВОГО ТЕЧЕНИЯ  
 В ВЕРХНЕЙ АТМОСФЕРЕ

(Представлено членом-корреспондентом Академии Б. К. Балавадзе 19.2.1970)

В теории ветровых течений в верхней атмосфере обычно исходят из одного комплексного уравнения типа теплопроводности [1, 2]

$$\nu \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} - \frac{\partial \Phi}{\partial t} - v_0 \frac{\partial \Phi}{\partial z} - m^2 \Phi = G(z, t), \quad (1)$$

где  $\Phi = u + i v$ ;  $u, v$  — компоненты горизонтального ветра;

$$m^2 = \lambda + i \Omega; \quad \lambda = \frac{\sigma_1 H_z^2}{\rho_0 c^2}; \quad \Omega = 2 \omega \sin \varphi + \frac{\sigma_2 H_0 H_z}{\rho_0 c^2};$$

$$G(z, t) = \frac{1}{\rho_0} \left( \frac{\partial P}{\partial x} + i \frac{\partial P}{\partial y} \right).$$

Здесь  $P$  — давление атмосферы;  $\rho_0 = \text{const}$  — плотность атмосферы;  $\omega$  — угловая скорость вращения Земли;  $\varphi$  — широта;  $\sigma_1$  — поперечная проводимость;  $\sigma_2$  — проводимость Холла;  $H_0$  — магнитное поле Земли;  $H_z$  — составляющая  $H_0$  вдоль оси  $z$ ;  $v_0 = V_z = \text{const}$  — значение вертикальной скорости на границе плоскости;  $\nu$  — коэффициент вязкости.

Решение уравнения (1) в случае прилипания скорости на границе  $z = 0$  и ограниченности решения на бесконечности при  $G(z, t) = G_0 = \text{const}$  и нулевых начальных условиях имеет следующий вид [2]:

$$\Phi = \frac{G_0}{m^2} \left\{ 1 - \int_0^t \exp \left[ -\frac{z^2}{4\nu(t-\tau)} + \frac{v_0}{2\nu} z - \frac{v_0^2}{4\nu}(t-\tau) - m^2(t-\tau) \right] \times \right. \\ \left. \times \frac{zd\tau}{2\sqrt{\pi\nu}(t-\tau)^{3/2}} \right\}. \quad (2)$$

Представление решения уравнения (1) в такой форме неудобно для вычисления.

Можно показать что интеграл в правой части выражения (2) приводится к функциям ошибок Гаусса. Для этого обозначим этот интеграл через  $I$  и перепишем его следующим образом:



$$I = \exp \left[ \frac{v_0}{2\nu} z \right] \left\{ \frac{2}{V\pi} \int_0^t \exp \left[ -\frac{z^2}{4\nu(t-\tau)} - m_1^2(t-\tau) \right] \frac{z d\tau}{4V\nu(t-\tau)^{3/2}} \right\} = \\ = \exp \left[ \frac{v_0}{2\nu} z \right] I_1, \quad (3)$$

где

$$m_1^2 = \frac{v_0^2}{4\nu} + m^2; \quad I_1 = \exp \left[ -\frac{v_0}{2\nu} z \right] I.$$

Рассмотрим интеграл

$$I_1 = \frac{2}{V\pi} \int_0^t \exp \left[ -\frac{z^2}{4\nu(t-\tau)} - m_1^2(t-\tau) \right] \frac{z d\tau}{4V\nu(t-\tau)^{3/2}}. \quad (4)$$

Запишем  $I_1$  в виде

$$I_1 = \exp \left[ -\frac{m_1 z}{V\nu} \right] \frac{2}{V\pi} \int_0^t \exp \left[ -\left( \frac{z}{2V\nu(t-\tau)} - m_1 V\sqrt{t-\tau} \right)^2 \right] \times \\ \times \frac{z d\tau}{4V\nu(t-\tau)^{3/2}}$$

и введем новую переменную интегрирования

$$\alpha = \frac{z}{2V\nu(t-\tau)} - m_1 V\sqrt{t-\tau}; \quad \frac{z d\tau}{4V\nu(t-\tau)^{3/2}} = d\alpha - \frac{m_1 d\tau}{2V\sqrt{t-\tau}};$$

получим

$$I_1 = \exp \left[ -\frac{m_1 z}{V\nu} \right] \left\{ \frac{2}{V\pi} \int e^{-\alpha^2} d\alpha - \frac{2}{V\pi} \int_0^t e^{-\alpha^2} \frac{m_1 d\tau}{2V\sqrt{t-\tau}} \right\} = \\ = \exp \left[ -\frac{m_1 z}{V\nu} \right] \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{z}{2V\sqrt{t}} - m_1 V\sqrt{t} \right) \right] - \\ - \frac{2}{V\pi} \int_0^t \exp \left[ -\frac{z^2}{4\nu(t-\tau)} - m_1^2(t-\tau) \right] \frac{m_1 d\tau}{2V\sqrt{t-\tau}}, \quad (5)$$

где  $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{V\pi} \int_0^x e^{-x^2} dx$  — функция ошибок Гаусса.

Обозначим интеграл в правой части выражения (5) через  $I_2$  и перепишем его в виде

$$I_2 = \frac{2}{V\pi} \int_0^t \exp \left[ -\frac{z^2}{4\nu(t-\tau)} - m_1^2(t-\tau) \right] \frac{m_1 d\tau}{2V\sqrt{t-\tau}} =$$

$$= \exp \left[ \frac{m_1 z}{V\sqrt{v}} \right] \frac{2}{V\sqrt{\pi}} \int_0^t \exp \left[ - \left( \frac{z}{2V\sqrt{v}(t-\tau)} + m_1 \sqrt{t-\tau} \right)^2 \right] \frac{m_1 d\tau}{2V\sqrt{t-\tau}}. \quad (6)$$

Введем новую переменную интегрирования

$$\beta = \frac{z}{2V\sqrt{v}(t-\tau)} + m_1 \sqrt{t-\tau}; \quad \frac{m_1 d\tau}{2V\sqrt{t-\tau}} = \frac{z d\tau}{4V\sqrt{v}(t-\tau)^{3/2}} - d\beta;$$

будем иметь

$$I_2 = - \exp \left[ \frac{m_1 z}{V\sqrt{v}} \right] \frac{2}{V\sqrt{\pi}} \int \frac{e^{-\beta^2} d\beta}{\frac{z}{2V\sqrt{vt}} + m_1 \sqrt{t}} + \frac{2}{V\sqrt{\pi}} \int_0^t \exp \left[ - \frac{z^2}{4v(t-\tau)} - m_1^2(t-\tau) \right] \frac{z d\tau}{4V\sqrt{v}(t-\tau)^{3/2}};$$

или

$$I_2 = - \exp \left[ \frac{m_1 z}{V\sqrt{v}} \right] \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{z}{2V\sqrt{vt}} + m_1 \sqrt{t} \right) \right] + I_1. \quad (7)$$

Подставим это значение  $I_2$  в формулу (5), найдем  $I_1$

$$I_1 = \frac{1}{2} \exp \left[ - \frac{m_1 z}{V\sqrt{v}} \right] \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( m_1 \sqrt{t} - \frac{z}{2V\sqrt{vt}} \right) \right] + \frac{1}{2} \exp \left[ \frac{m_1 z}{V\sqrt{v}} \right] \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( m_1 \sqrt{t} + \frac{z}{2V\sqrt{vt}} \right) \right]. \quad (8)$$

Положим

$$m_1 \sqrt{t} - \frac{z}{2V\sqrt{vt}} = \xi; \quad m_1 \sqrt{t} + \frac{z}{2V\sqrt{vt}} = \eta; \quad (9)$$

$$a = \frac{v_0}{2v} + \frac{m_1}{V\sqrt{v}}; \quad b = - \frac{v_0}{2v} + \frac{m_1}{V\sqrt{v}}.$$

Подставив выражение (8) в (3), окончательно получим для комплексной скорости ветра  $\Phi(z, t)$  следующее выражение:

$$\Phi(z, t) = \frac{G_0}{m^2} \left\{ 1 - \frac{1}{2} e^{-bz} [1 + \operatorname{erf}(\xi)] - \frac{1}{2} e^{az} [1 - \operatorname{erf}(\eta)] \right\}. \quad (10)$$

Таким образом, комплексная скорость нестационарного ветра  $\Phi(z, t)$  совершенно просто выражается через функции ошибок Гаусса, которые хорошо изучены и табулированы.

Для того чтобы из выражения (10) определить составляющие компонентов скорости, необходимо использовать асимптотическое разложение  $\operatorname{erf}(x)$  для больших и малых значений аргумента  $x$ . В первом случае (например при больших  $t$ ) используя асимптотическое разложение [3]

$$\operatorname{erf}(x) = 1 - \frac{e^{-x^2}}{x\sqrt{\pi}} \left( 1 - \frac{1}{2x^2} + \frac{1 \cdot 3}{(2x^2)^2} + \dots \right). \quad (11)$$

Из выражения (10), ограничиваясь лишь первыми членами разложения, будем иметь

$$\Phi(z, t) = \frac{G_0}{m^2} \{1 - e^{-bz}\} + \frac{G_0}{2 m^2 \sqrt{\pi \nu t}} \times \\ \times \frac{z}{m_1^2 t - \frac{z^2}{4 \nu t}} \exp \left[ + \frac{v_0}{2 \nu} z - \frac{z^2}{4 \nu t} - m_1^2 t \right] + \dots \quad (12)$$

Первый член этого выражения представляет собой значение скорости ветра при установившемся движении, полученное нами ранее [1], второй член описывает нестационарность ветрового процесса. Формула (12) в отличие от (2) вполне элементарна и дает наглядную картину развития процесса во времени. Увеличивая число использованных членов разложений в (11), можно получить ответ требуемой точности.

Для малых значений аргумента  $x$ , используя разложение  $\operatorname{erf}(x)$  в степенной ряд [3]

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} \left( \frac{x}{1} + \frac{2x^3}{1 \cdot 3} + \frac{2^2 \cdot x^5}{1 \cdot 3 \cdot 5} + \dots \right).$$

Аналогично вышеизложенному можно легко получить асимптотическое разложение для комплексной скорости ветра.

Академия наук Грузинской ССР  
Институт геофизики

Тбилисский государственный  
университет

(Поступило 20.2.1976)

გეოფიზიკა

ბ. ხანთაძე, დ. ვ. შარიკაძე

ზედა ატმოსფეროში ქარის მოძრაობის დიფერენციალური  
განტოლების ამოხსნის ერთი გარდაქმნის შესახებ

რეზიუმე

ჩაჩვენებია, რომ არასტაციონარული ქარის მოძრაობის დიფერენციალური განტოლებების ამოხსნა შეიძლება გამოისახოს კარგად ცნობილი გაუსის ფუნქციებით, რაც მიღებული ამოხსნების ფიზიკური ინტერპრეტაციის საშუალებას იძლევა.

GEOPHYSICS

A. G. KHANTADZE, D. V. SHARIKADZE

## ON ONE CONVERSION OF DIFFERENTIAL EQUATIONS OF WIND CURRENT IN THE UPPER ATMOSPHERE

Summary

It is shown that solution of differential equations of non-stationary wind current may be expressed by the well-known Gaussian functions, enabling physical interpretation of the solutions obtained.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. А. Г. Хантадзе, Р. А. Гогоа. Сообщения АН ГССР, 50, № 1, 1968, 65.
2. А. Г. Хантадзе, Д. В. Шарикадзе. Сообщения АН ГССР, 54, № 1, 1969, 61.
3. А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. Уравнения математической физики. М., 1966.

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Д. И. ЭРИСТАВИ (член-корреспондент АН ГССР), В. Д. ЭРИСТАВИ,  
Г. Ш. КУТАТЕЛАДЗЕ

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПРИМЕНЕНИЯ  
КАРБОНАТНЫХ ФОРМ АНИОНИТОВ ЭДЭ-10 И АВ-17 ДЛЯ  
ОТДЕЛЕНИЯ ИНДИЯ ОТ КАДМИЯ, ЦИНКА И СВИНЦА

Из известных в аналитической практике методов определения микроколичеств индия следует отдать предпочтение полярографическому методу ввиду быстроты, высокой чувствительности и точности определения. Однако ряд элементов, такие как кадмий, цинк и свинец, дают сходный потенциал полуволны при фонах, используемых для определения индия ([1], стр. 259).

Для установления возможности отделения индия от кадмия, цинка и свинца нами было проведено сравнительное исследование процессов десорбции этих элементов с карбонатных форм анионитов ЭДЭ-10 и АВ-17.

В данной работе описываются результаты этого исследования. Изучение процессов десорбции индия, кадмия, цинка и свинца проводили следующим образом. Через карбонатные формы анионитов ЭДЭ-10 и АВ-17 (высота слоя сорбента 9 см, диаметр колонки 1,6 см) с предварительно сорбированными на них 5 мг одного из вышеперечисленных элементов, со скоростью фильтрации 5 мл/мин, пропускались растворы, исследуемые в качестве элюентов. Элюирование контролировалось отбором проб элюата по 10 мл в каждой, из которых производилось определение вымываемого элемента соответствующим полярографическим методом ([1], стр. 259, 242, 228, 294).

На рис. 1 приведены результаты исследования десорбции индия с карбонатных форм анионитов ЭДЭ-10 и АВ-17 растворами  $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$  различной концентрации.

Нами указывалась возможность отделения индия от элементов, образующих комплексные аммиакаты, ввиду того, что сам индий не вымывается растворами гидроксида аммония. Поэтому в качестве элюента при десорбции кадмия и цинка исследовались растворы  $\text{NH}_4\text{OH}$  различной концентрации. Результаты этой серии экспериментов приведены на рис. 2 и 3.

Так как свинец на карбонатных формах анионитов, по нашему мнению, должен был сорбироваться за счет образования смешанной соли состава  $\text{Pb}(\text{OH})_2 \cdot 2\text{PbCO}_3$ , которая не растворяется в избытке реагента, не взаимодействует с растворами гидроксида аммония, но раз-

рушается под действием едких щелочей, образуя плумбиты, мы используем в качестве элюента исследовать растворы едкого натра.

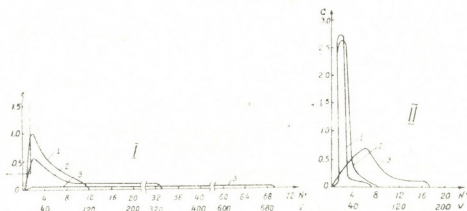


Рис. 1. Выходные кривые элюирования индия с карбонатных форм анионитов ЭДЭ-10 и АВ-17 растворами  $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$  различной концентрации: I—анионит ЭДЭ-10; II—анионит АВ-17; 1) 5 N раствор  $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$ ; 2) 3 N раствор  $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$ ; 3) 1 N раствор  $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$ .

Как показало исследование, растворы NaOH вполне возможно использовать для элюирования свинца с карбонатной формы анионита АВ-17. В то время, как с карбонатной формы анионита ЭДЭ-10 свинец этим элюентом не вымывается. Очевидно, здесь протекает, аналогично описанному в работе [2], сорбция за счет комплексообразования с аминогруппами, входящими в анионит ЭДЭ-10. В этих случаях растворы NaOH не извлекают сорбированные катионы, поэтому элюирование свинца с анионита ЭДЭ-10 производилось растворами азотной кислоты.

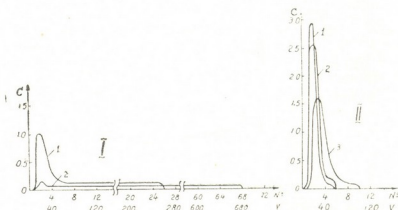


Рис. 2. Выходные кривые элюирования кадмия с карбонатных форм анионитов ЭДЭ-10 и АВ-17 растворами  $\text{NH}_4\text{OH}$  различной концентрации: I—анионит ЭДЭ-10; II—анионит АВ-17; 1) 3 N раствор  $\text{NH}_4\text{OH}$ ; 2) 1 N раствор  $\text{NH}_4\text{OH}$ ; 3) 0,5 N раствор  $\text{NH}_4\text{OH}$ .

Результаты исследования процессов десорбции индия, кадмия, цинка и свинца с карбонатных форм анионитов ЭДЭ-10 и АВ-17 дали возможность подобрать оптимальные условия для отделения индия от элементов, мешающих его полярографическому определению.

Несмотря на то, что оба анионита могут быть с успехом использованы в аналитической химии индия, все же предпочтение следует от-

дать карбонатной форме анионита АВ-17 (см. рис. 4), так как разделение на этом анионите протекает в два раза быстрее.

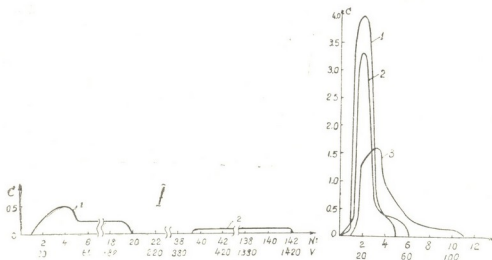


Рис. 3. Выходные кривые элюирования цинка с карбонатных форм анионитов ЭДЭ-10 и АВ-17 растворами  $\text{NH}_4\text{OH}$  различной концентрации: I—анионит ЭДЭ-10; II—анионит АВ-17; 1) 3 N раствор  $\text{NH}_4\text{OH}$ ; 2) 1 N раствор  $\text{NH}_4\text{OH}$ ; 3) 0,5 N раствор  $\text{NH}_4\text{OH}$

На основании приведенных материалов нами разработана, описанный ниже метод отделения индия с использованием карбонатной формы анионита АВ-17 в качестве рабочего сорбента.

Анализируемый раствор (рН 2,5) со скоростью фильтрации 1 мл/мин пропускается через колонку с карбонатной формой анионита АВ-17 (диаметр колонки 1,6 см, высота слоя набухшего сорбента 9 см).

После промывания этой колонки порцией дистиллированной воды (15 мл) со скоростью 5 мл/мин пропускаются растворы элюентов. Элюирование производится в следующей последовательности: 70 мл 1N раствора  $\text{NH}_4\text{OH}$  (десорбция  $\text{Cd}$ ,  $\text{Zn}$ ), 70 мл 3N  $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$  (десорбция индия), после чего можно вымыть свинец 50 мл 1N раствора  $\text{NaOH}$ .

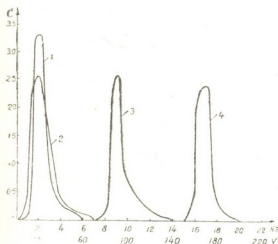


Рис. 4. Отделение индия от кадмия, цинка и свинца с помощью карбонатной формы анионита АВ-17: 1—выходная кривая элюирования кадмия (1 N раствор  $\text{NH}_4\text{OH}$ ), 2—выходная кривая элюирования цинка (1 N раствор  $\text{NH}_4\text{OH}$ ), 3—выходная кривая элюирования индия (3 N раствор  $\text{NH}_4\text{OH}$ )

Получаемый при десорбции карбонатом аммония элюат отбирается для полярографического определения индия, которое можно проводить любым из известных полярографических методов. Проверка



Определение индия после его отделения от кадмия, цинка и свинца  
 с помощью карбонатной формы анионита АВ-17

№ опытов	Взято, мг				Определено в элюате, мг	Относитель- ная ошибка, %
	In <sup>+++</sup>	Cd <sup>++</sup>	Zn <sup>++</sup>	Pb <sup>++</sup>		
1	0,0	2,0	2,0	2,0	0,00	0,00
2	1,0	2,0	2,0	2,0	0,99	- 1,0
3	0,5	2,0	2,0	2,0	0,5	0,0
4	0,1	4,0	2,0	2,0	0,095	- 5,0
5	0,05	2,0	2,0	2,0	0,051	+ 2,0
6	0,01	2,0	2,0	2,0	0,009	-10,0

описанной методики отделения индия производилась на искусственных смесях (см. таблицу).

Грузинский политехнический институт  
им. В. И. Ленина

(Поступило 6.3.1970)

საქართველოს აკადემია

დ. ერისთავი (საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის წევრ-კორესპონდენტი),  
ვ. ერისთავი, გ. კუთათელაძე

ЭДЭ-10 და АВ-17 ანიონიტების კარბონატული ფორმების გამოყენება  
ინდიუმის დასაცლილებლად კადმიუმის, თუთიისა და ტყვიისაგან  
რეზიუმე

ЭДЭ-10 და АВ-17 ანიონიტების კარბონატულ ფორმებზე ინდიუმის, კადმიუმის, თუთიისა და ტყვიის სორბციული ქცევის შესწავლის შედეგად დადგენილია ინდიუმის დაცილების შესაძლებლობა ზემოთ ჩამოთვლილი ელემენტებისაგან, რომლებიც ხელს უშლიან მის პოლაროგრაფიულ განსაზღვრას. ექსპერიმენტების საფუძველზე უფრო მიზანშეწონილია ამ ელემენტების დასაცილებლად АВ-17 ანიონიტის კარბონატული ფორმის გამოყენება.

ANALYTICAL CHEMISTRY

D. I. ERISTAVI, V. D. ERISTAVI, G. Sh. KUTATELADZE

USE OF THE CARBONATE FORMS OF THE ЭДЭ-10 AND АВ-17  
ANIONITES FOR THE SEPARATION OF INDIUM FROM CADMIUM,  
ZINC AND LEAD

Summary

The possibility of using the carbonate forms of the ЭДЭ-10 and АВ-17 anionites for the separation of indium from cadmium, zinc and lead has been studied. Use of the CO<sub>3</sub> form of the АВ-17 anionite has been found to be more advisable in separating these elements.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Т. А. Крюкова, С. Н. Сняжкова, Г. В. Арефьева. Полярографический анализ. М., 1959.
2. К. М. Салдадзе, А. Б. Пашков, В. С. Титов. Ионообменные высокомолекулярные соединения. М., 1960.

ОБЩАЯ И НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

А. Т. ПИЛИПЕНКО (член-корреспондент АН Укр. ССР), Н. В. ЛОРИЯ

ИЗУЧЕНИЕ ТРОЙНОГО КОМПЛЕКСА: ЦЕРИЙ (IV)—ЭДТА—  
ПЕРЕКИСЬ ВОДОРОДА

(Представлено членом-корреспондентом Академии Д. И. Эристави 5.2.1970)

Церий с перекисью водорода и с этилендиаминтетрауксусной кислотой (ЭДТА) образует соединение желтого цвета, которое применяется для фотометрического определения церия [1—4]. Между тем, механизм образования этого соединения и спектрофотометрические характеристики его изучены недостаточно. В указанных работах, например, приведены разные спектры поглощения растворов одного и того же соединения и не установлено, является ли перекись водорода только окислителем или же входит в состав комплекса в качестве лиганда.

В данной работе более подробно изучены условия образования окрашенного комплекса. Для получения окрашенного соединения в работах [1—4] применяли в качестве исходного вещества соль трехвалентного церия. В этом случае перекись водорода могла выполнять роль окислителя церия (III) в церий (IV) и, кроме того, принимать участие в комплексообразовании в качестве дополнительного лиганда. Для выяснения валентности церия в окрашенном соединении, которое образует церий с ЭДТА в присутствии перекиси водорода и состава комплекса, мы применяли соль четырехвалентного церия.

В кислых растворах церий (IV) является сильным окислителем и при взаимодействии с ЭДТА восстанавливается до церия (III) [5]. Однако в определенных условиях кислотности, а именно при pH 2 и выше, восстановление церия (IV) замедляется и образуется комплексоанат четырехвалентного церия [6]. Поэтому во время исследования применяли меры предосторожности для предотвращения восстановления церия (IV). Для этого при смешивании растворов церия (IV) и ЭДТА создавали pH больше 2-х.

Образование исследуемого соединения зависит от кислотности среды и времени. Поэтому была изучена зависимость светопоглощения растворов комплекса от pH. С этой целью готовили серию растворов с постоянным соотношением компонентов  $[Ce(IV)]:[ЭДТА]:[H_2O_2] = 1:20:40$  и с разными значениями pH. Были сняты спектры поглощения этих растворов сразу после их приготовления. Результаты опытов показали, что в интервале pH 8—10 образуется одно и то же соединение с максимумом поглощения при 320 нм. Окраска растворов развивается во времени и тем быстрее, чем выше значение pH растворов. Оптимальное значение pH для образования комплекса 9,9—10,7. При pH выше 10,7 выпадает осадок желтого цвета, при pH ~ 6 спектр растворов не имеет максимума, характерного для окрашенного соединения церия.





соединения происходит быстрее в случае раствора церия (IV). Это указывает на то, что в состав комплекса входит церий (IV).

Таким образом, результаты вышеприведенных опытов свидетельствуют о том, что в случае применения в качестве рабочего раствора соли трехвалентного церия перекись водорода окисляет церий (III) в церий (IV) и кроме того, наряду с ЭДТА входит в состав комплекса.

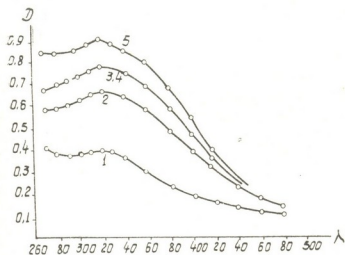
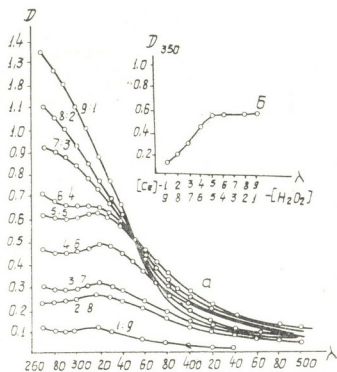


Рис. 3. Спектры поглощения комплекса Ce (IV)—ЭДТА—H<sub>2</sub>O<sub>2</sub> в зависимости от концентрации перекиси водорода. [Ce (IV)]=2·10<sup>-4</sup> м.л./л; [ЭДТА]=2·10<sup>-3</sup> м.л./л; [H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>]: 1) 2·10<sup>-4</sup> м.л./л; 2) 2·10<sup>-5</sup> м.л./л; 3) 4·10<sup>-5</sup> м.л./л; 4) 8·10<sup>-5</sup> м.л./л; 5) 40·10<sup>-5</sup> м.л./л; pH 10,4; d=1 см

Далее была изучена зависимость образования комплекса от концентрации компонентов реакции ЭДТА и перекиси водорода в раство-

Рис. 4. Спектры поглощения изомолярной серии церий (IV)—H<sub>2</sub>O<sub>2</sub> (а) и зависимость оптической плотности при длине волны изобестической точки от избытка перекиси водорода (б) [Ce (IV)] + [H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>]=4·10<sup>-4</sup> мол./л; [ЭДТА]=4·10<sup>-3</sup> мол./л; pH 10,4, d=1 см



ре. Для этой цели были сняты спектры поглощения растворов сразу после приготовления их (рис. 2, 3). Независимо от концентрации ЭДТА и перекиси водорода, спектры поглощения имели одну и ту же форму с  $\lambda_{\text{макс}} = 320$  нм и отличались только по интенсивности поглощения.

Было замечено, что в растворах, при соотношении  $[\text{Ce}(\text{IV})]:[\text{ЭДТА}]=1:100$  после прибавления перекиси водорода окраска растворов развивается медленно и не достигает максимального значения даже спустя 3 часа, что, по-видимому, связано с постепенным присоединением перекиси водорода к двойному соединению церий (IV)—ЭДТА. С другой стороны, при соотношении  $[\text{Ce}(\text{IV})]:[\text{H}_2\text{O}_2]=1:200$  при  $[\text{Ce}(\text{IV})]=2 \cdot 10^{-4}$  мол/л наблюдается выпадение осадка желтого цвета. Оптимальные концентрационные условия образования тройного комплекса церий (IV)—ЭДТА—перекись водорода являются следующими:  $[\text{ЭДТА}]=2 \cdot 10^{-3}$  мол/л и  $[\text{H}_2\text{O}_2]=8 \cdot 10^{-3}$  мол/л при  $[\text{Ce}(\text{IV})]=2 \cdot 10^{-4}$  мол/л. Соотношение церия (IV) и перекиси водорода в тройном комплексе было установлено по методу Асмуса. Из рис. 4 видно, что соотношение  $[\text{Ce}(\text{IV})]:[\text{H}_2\text{O}_2]$  в комплексе равно 1:1. Соотношение церия и ЭДТА в тройном комплексе установить не представилось возможным, вследствие того, что церий с перекисью водорода образует осадок в растворах, содержащих малые количества ЭДТА ( $[\text{Ce}(\text{IV})]:[\text{ЭДТА}] < 1$ ).

Академия наук Укр. ССР  
 Институт общей и неорганич. химии

Тбилисский государственный  
 университет

(Поступило 6.2.1970)

ზოგადი და არაორგანული ქიმია

ბ. პილიპენკო (უკრაინის სსრ მეცნიერებათა აკადემიის წევრ-კორესპონდენტი), ნ. ლორია

შესწავლა სამმაგი კომპლექსისა: ცერიუმი (IV) — ეთილენდი-  
 ამინოტეტრაამარმევა — წყალბადის ზეჟანგი

რეზიუმე

შესწავლილია წარმოქმნის რეაქციის მექანიზმი სამმაგი კომპლექსისა: ცერიუმი (IV) — ეთილენდიამინოტეტრაამარმევა — წყალბადის ზეჟანგი. ასმუსის მეთოდით დადგენილია, რომ კომპლექსში კომპონენტების შეფარდება  $[\text{Ce}(\text{IV})]:[\text{H}_2\text{O}_2] = 1:1$ .

GENERAL AND INORGANIC CHEMISTRY

A. T. PILIPENKO, N. V. LORIA

### STUDY OF THE TRIPLE COMPLEX: CERIUM (IV)—EDTA— HYDROGEN PEROXIDE

Summary

The reaction mechanism of the triple cerium (IV)—EDTA—hydrogen peroxide complex formation has been studied. By the Assmus method the ratio in the complex has been determined  $[\text{Ce}(\text{IV})]:[\text{H}_2\text{O}_2] = 1:1$ .

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. M. Malinek, L. Klir. Chem. listy, 50, 1956, 1317.
2. А. К. Бабко, О. М. Еременко. ЖАХ, 13, 1958, 206.
3. В. Н. Тихонов, В. Н. Подчайнова. ЖАХ, 18, 1963, 463.
4. В. Н. Тихонов. ЖАХ, 22, 1967, 886.
5. П. Н. Палей, Н. И. Удальцова. ЖАХ, 15, 1960, 668.
6. Е. А. Малинина, Л. И. Мартыненко и др. Вести. МГУ, № 6, 1968, 75.

Д. Д. ГВЕРДЦИТЕЛИ, В. П. ЛИТВИНОВ  
ИССЛЕДОВАНИЕ В РЯДУ КОНДЕНСИРОВАННЫХ  
ГЕТЕРОАРОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ, ВКЛЮЧАЮЩИХ  
ТИОФЕНОВОЕ КОЛЬЦО. ПОЛУЧЕНИЕ ИЗОМЕРНЫХ  
АНТРАБЕНЗОТИОФЕНОВ

(Представлено членом-корреспондентом Академии Л. Д. Меликадзе 23.2.1970)

Несмотря на все возрастающий интерес многих исследователей к полициклическим гетероароматическим соединениям, в литературе имеются весьма ограниченные сведения, относящиеся к антрабензотиофенам. Синтез антра-[2,3-*b*]-бензо-[*d*]-тиофена (<sup>1</sup> (V)) (пиролизом *o*-толуил-2-дибензотиофена) приведен в патенте [1], в антра-[1,2-*b*]-бензо-[*d*]-тиофена — в двух работах [2, 3]. Данные о третьем изомере антра-[2,1-*b*]-бензо-[*d*]-тиофене (VI) в литературе отсутствуют. С другой стороны известен способ получения бензотиенилантрахинона (III), который может служить промежуточным продуктом в синтезе V-циклизацией *o*-2-дибензотеноилбензойной кислоты (I) в присутствии AlCl<sub>3</sub> [4] и полифосфорной кислоты [5, 6].

Мы решили получить (V) восстановлением (III), который был синтезирован аналогично [5]. При действии на дибензотиофен фталевым ангидридом в присутствии AlCl<sub>3</sub> по методу [4] получена кислота (I) в виде моно-гидрата. Неперекристаллизованная кислота (I) затем была подвергнута циклизации в присутствии полифосфорной кислоты и получен бензотиенилантрахинон (III) с т. пл. 265—285°, который затем был восстановлен в антрабензотиофен. Продукт восстановления превращен в аддукт с малениновым ангидридом (для очистки от возможных примесей) и, после разложения аддукта, раскристаллизован на три фракции с т. пл. 180°, 248—250° и 278—280°, имеющих один и тот же элементарный состав — C<sub>20</sub>H<sub>12</sub>S.

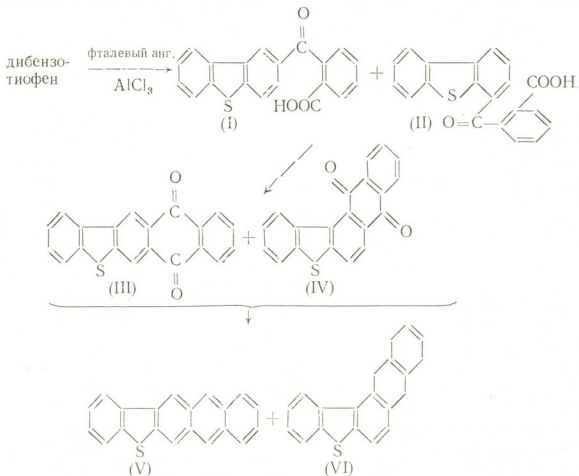
Исходя из того, что *o*-2-дибензотеноилбензойная кислота (I) может циклизироваться как в положение 3, так и 1 дибензотиофенового ядра, можно было предположить, что два из выделенных продуктов являются антра-[2,1-*b*]-бензо-[*d*]-тиофеном (VI) и антра-[2,3-*b*]-бензо-[*d*]-тиофеном (V). Действительно, фракция с т. пл. 180° представляет собой VI, а фракция с т. пл. 248—250° — V. Это вытекает как из данных реакции десульфуризации, при помощи которой мы получили из вышеуказанных продуктов α- и β-фенилантрацен соответственно, так и из данных спектрального исследования, которые будут приведены в одном из последующих сообщений.

Более сложным оказался вопрос о природе третьей фракции с т. пл. 278—280°. Поскольку известно, что при ацилировании дибензотиофена в присутствии AlCl<sub>3</sub> ацильная группа может вступать как в положение

<sup>1</sup> Номенклатура соединений дана по „The Ring Index“.



2, так и 4 дибензотиофеновой системы [7, 8], можно было предположить, что на стадии ацилирования дибензотиофена фталевым ангидридом образуется не исключительно бензойная кислота (I), а смесь I с о-4-дибензотеноилбензойной кислотой [11]. Последняя при внутримолекулярном ацилировании в положении 3 дибензотиофена и последующем восстановлении продукта циклизации может привести к третьему изомерному антра-



бензотиофену-антра-[1,2-*b*]-бензо-[*d*]-тиофену. С целью проверки этого предположения, неочищенный продукт реакции дибензотиофена и фталевого ангидрида был проэтирифицирован и подвергнут газо-жидкостному хроматографированию. Анализ показал наличие в продукте реакции эфира кислоты (I) и примеси (около 5%) другого соединения, являющегося, по-видимому, эфиром о-4-дибензотеноилбензойной кислоты. После перекристаллизации из спирта полученный этиловый эфир не содержал по данным ГЖХ-анализа никаких примесей. Подтверждением тому, что фракция с т. пл. 278—280° может представлять собой антра-[1,2-*b*]-бензо-[*d*]-тиофен, мог бы служить факт получения при десульфуризации β-фенилантрацена, хотя последний, как указано выше, образуется и из V. Однако, расхождение в т. пл. с приведенными в литературе 220° [2], 226—226,5° [3] для антра-[1,2-*b*]-бензо-[*d*]-тиофена и идентичность УФ-спектров и ИК-спектров (о которых будет сообщено позднее (фракции с т. пл. 278—280° и антра-[2,3-*b*]-бензо-[*d*]-тиофена (фракция с т. пл. 248—250°) требуют дополнительного исследования природы фракции с т. пл. 278—280°.

1. Ацилирование дибензотиофена фталевым ангидридом. К смеси 9,2 г дибензотиофена, 8,2 г фталевого ангидрида, 20 мл нитробензола и 40 мл дихлорэтана за 30 минут прибавлено 10 г  $AlCl_3$  при 0—5°. После 6-часового перемешивания при 20° смесь была вылита в воду и обработана обычным способом. Получено 10,7 г (выход 64,8%) о-2-дибензотеноилбензойной кислоты [I] в виде моногидрата, т. пл. 198—200° (из этилацетата или спирта); лит. данные [4]: т. пл. 120—125°, данные элементарного анализа не приведены. Найдено, %: С 68,35; Н 3,84; S 9,09;  $H_2O$  5,15.  $C_{20}H_{12}O_3S$ .  $H_2O$ . Вычислено, %: С 68,75; Н 3,75; S 9,19;  $H_2O$  5,16. МВ найден 339,3, вычислен 349,4.

Этиловый эфир, т. пл. 105—106° (из этилацетата); лит. данные [4]: т. пл. 105—106°. Найдено, %: С 73,21; Н 4,58; S 9,03.  $C_{22}H_{16}O_3S$ . Вычислено, %: С 73,52; Н 4,21; S 8,92:

При омылении эфира получена кислота 1 с. т. пл. 198—200°.

Этиловый эфир получен также из неперекристаллизованного продукта ацилирования и без очистки подвергнут газо-жидкостному хроматографированию (хромосорб «w» 80/100, пропитанный силиконовым эластомером SE-30 10 вес. %). Хроматограмма имела два пика, один из которых отнесен к этиловому эфиру кислоты (I), а второй, по-видимому, относится к этиловому эфиру о-4-дибензотеноилбензойной кислоты.

2. Бензотиенилантрахинон. К смеси 42 г  $P_2O_5$  и 12 мл  $H_3PO_4$  при 170° и перемешивании прибавлено 15 г неперекристаллизованного продукта ацилирования дибензотиофена, смесь нагревалась 15—20 минут при 170° и 15 минут при 195°, затем была обработана водой, осадок отфильтрован, обработан раствором соды, отфильтрован, промыт водой до нейтральной реакции и перекристаллизован из ледяной уксусной кислоты. Получено 10 г бензотиенилантрахинона с т. пл. 265—285°. Найдено, %: С 76,85; Н 3,39; S 10,45.  $C_{20}H_{10}O_2S$ . Вычислено, %: С 76,43; Н 3,18; S 10,45.

3. Антрабензотиофен. Смесь 5 г бензотиенилантрахинона, 19 г  $SnCl_2$  37 мл  $HCl$  и 114 мл ледяной уксусной кислоты кипятилась 3 часа, затем была вылита в холодную воду, а осадок желтого цвета отфильтрован и промыт водой. Влажный осадок был смешан с 8 г цинковой пыли и 150 мл 2 Н раствора  $NaOH$ . Смесь кипятилась 6 часов и была проэкстрагирована горячим хлороформом. После отгонки хлороформа получено 2 г вещества, которое было растворено в 150 мл кислоты и к раствору было прибавлено 4 г малинового ангидрида. Смесь кипятилась 4 часа, затем была охлаждена и к ней прибавлено 200 мл 20%-ного раствора  $KOH$ ; вновь кипятилась 2 часа и, после охлаждения, водный слой был подкислен разбавленной  $H_2SO_4$ . Осадок отфильтрован, высушен и возгонан в вакууме. Продукт возгонки обработан горячей водой, отфильтрован и высушен. Получено 1,2 г вещества, которое было обработано горячим бензолом и отфильтровано. Из бензольного раствора выделено 0,2 г антра-[2,1-в]-бензо-[d]-тиофена (VI) желтого цвета, т. пл. 180°. Найдено, %: С 84,48; Н 4,30; S 11,17.  $C_{20}H_{12}S$ . Вычислено, %: С 84,51; Н 4,23; S 11,26. Симметричное тринитробензольное про-



изводное, т. пл. 190—192° (из бензола, в зап. капилляре). Найдено, %: С 62,75; Н 3,18; N 8,45.  $C_{26}H_{15}O_6N_3S$ . Вычислено, %: С 62,77; Н 3,09; N 8,45.

Остаток кипятился в ледяной уксусной кислоте, нерастворившаяся часть отфильтрована, из фильтрата выделено 0,4 г антра-[2,3-в]-бензо-[d]-тиофена, т. пл. 248—250°, зеленовато-желтого цвета, лит. данные [2]. т. пл. 249—250°. Найдено, %: С 84,33; Н 4,42; S 11,10.  $C_{20}H_{12}S$ . Вычислено, %: С 84,51; Н 4,23; S 11,26.

Из остатка, после перекристаллизации смеси бензола и ледяной уксусной кислоты, выделено 0,4 г вещества с т. пл. 278—280°, зеленовато-желтого цвета. Найдено, %: С 84,29; Н 4,26; S 11,28. Вычислено, %: С 84,51; Н 4,23; S 11,26.

Академия наук Грузинской ССР  
Институт физической и органической химии  
им. М. Г. Меликишвили

Академия наук СССР  
Институт органической химии  
им. Н. Д. Зелинского

(Поступило 26.2.1970)

ორგანული ქიმია

დ. გვერდციტილი, ვ. ლიტვინოვი

თიოფენის ბირთვის შემცველი ჰეტეროციკლური კონდენსირებული სისტემების გამრავლება. იზომერული ანტრაპენზოთიოფენების სინთეზი

რეზიუმე

დიბენზოთიოფენის აცილირებით ფტალის ანჰიდრიდით უწყლო  $AlCl_3$ -ის თანაობისას მიიღება 0-2 დიბენზოთიოფენოლბენზოლის მკევა. მიღებული მკევა პოლიფოსფორის მკევით ციკლიზაციით იძლევა ბენზოთიოფენის ანტრაპენზონის, რომლის აღდგენით მიიღება ლიტერატურაში უცნობი ნაერთი ანტრა [2,1-ბ]-ბენზო-[d]-თიოფენი, ანტრა [2,3-ბ]-ბენზო-[d]-თიოფენი და ნივთიერება ლ. ტემპერატურით 278—280°. შესწავლილია მიღებული ნივთიერებების ელექტრონული სპექტრები.

ORGANIC CHEMISTRY

D. D. GVERDTSITELI, V. P. LITVINOV  
INVESTIGATION OF THIOPHENE-RING CONTAINING  
HETEROCYCLIC CONDENSED SYSTEMS. SYNTHESIS OF  
ISOMERIC ANTHRABENZOTHIOPHENES

Summary

Acylation of dibenzothiophene with phthalic anhydride, in the presence of aluminium chloride, followed by cyclization of the resulting products with polyphosphoric acid and reduction of the substances obtained has been found to lead respectively to (a) anthra-[2,3-b]-benzo-[d]-thiophene, (b) anthra-[2,1-b]-benzo-[d]-thiophene hitherto unknown in the literature, and (c) a non-identified product with m. p. 278—280°. The ultraviolet absorption spectra of the substances have been studied.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Фр. пат., № 614959 (1926); Zentr., 1929, II, 797.
2. G. R. N. Sastry, B. D. Tilak, J. Sci. Industr. Res., 20 B, 1961, 286.
3. W. Davies, Q. N. Porter, J. Chem. Soc., 1957, 4962.
4. H. Gilman, A. L. Jacoby, J. Org. Chem., 3, 1938, 103.
5. Пат. США № 2533171 (1950); C. A., 45, 1951, 1775.
6. Пат. США № 2615898 (1952); C. A., 47, 1953, 6147.
7. A. Burger, W. B. Wartman, R. E. Lutz, J. Am. Chem. Soc., 60, 1938, 2628.
8. A. Burger, H. W. Bryant, J. Org. Chem., 4, 1939, 119.

Н. Н. СХИРТЛАДЗЕ, А. И. НОГАИДЕЛИ.

## ИССЛЕДОВАНИЕ В РЯДУ АНТРАЦЕНА И ПЕНТАЦЕНА

(Представлено членом-корреспондентом Академии Л. Д. Меликадзе 20.2.1970)

В литературе описан ряд методов синтеза 9,10-диалкилпроизводных антрацена [1—6]. Применяя указанный метод, мы синтезировали из мезоалкилпроизводных антрацена [7] 9-алкил-10-бромпроизводные [8] антрацена с помощью пятибромистого фосфора.

Действием на алкилбромпроизводные антрацена *n*-бутиллитием получались 9-алкил-10-литийантрацены, которые в дальнейшем использовались для получения мезодиалкилпроизводных антрацена и соответствующих 9-алкил-10-карбоновых кислот антрацена.

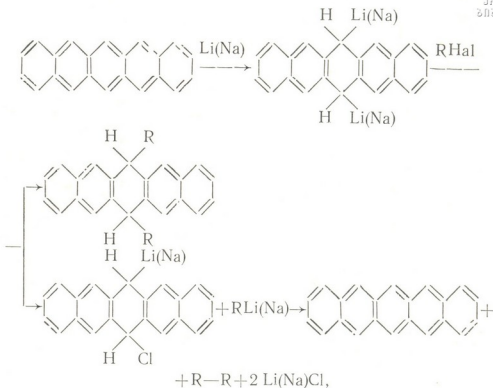
9-алкил-10-бромпроизводные антрацена — желтые кристаллы, получающиеся с выходом 60—70%. 9-алкил-10-карбоновые кислоты антрацена также являются бледно-желтыми кристаллическими веществами с выходом 70—80% (см. таблицу).

Были исследованы УФ-спектры поглощения 9-алкил-10-бромпроизводных и 9-алкил-10-карбоновых кислот антрацена. Их спектры аналогичны спектру антрацена, но смещены в сторону длинноволновой области спектра.

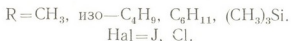
Продолжая исследования в области пентацена, мы показали [9], что при действии хлоралкилов на 6,13-дилитий-6,13-дигидропентацен образуются соответствующие диалкилдигидропроизводные пентацена. В дальнейшем желательно было выяснить вопрос о влиянии иодалкилов на ход реакции алкилирования. Оказалось, что иодметил энергично реагирует с литийпроизводными пентацена с образованием смеси соответствующего *cis*-*trans*-дигидродиметилпроизводного пентацена с выходом 60%.

Оказалось, что натрий так же гладко, как и литий, присоединяется к пентацену в 6,13-положении, действием иодистого метила и в данном случае получают аналогичные результаты. Натрийорганическое соединение пентацена имеет такой же цвет, как и литийорганическое. Для завершения реакции металлизации и в данном случае требуется около 100 часов.

Проведено алкилирование литийпроизводного дигидропентацена с хлористым циклогексилем. Реакция протекает так же гладко, как и при действии хлористых алкилов при слабом нагревании с образованием 6,13-дихлоргексил-6,13-дигидропентацена, белые кристаллы (из бензола) с т. пл. 310—320°, с выходом 50%, по схеме:



где



Был снят УФ-спектр поглощения. Он поглощает в области 220—420 $\mu$ м, так и все алкилпроизводные дигидропентацена [9].

В случае хлористого изобутила было получено 6,13-диизобутил-6,13-дигидропентацена, желтовато-коричневое масло, выход которого составляет 60%.

А. Д. Петров и Т. И. Чернышева изучили действие триалкилхлорсиланов на 9,10-дилитий-9,10-дигидроантрацен [10, 11]. Эта реакция была изучена также американскими химиками [12].

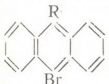
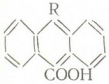
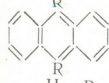
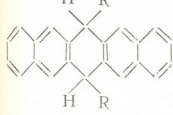
Нами было изучено действие триметилхлорсилана на 6,13-дилитий-6,13-ди-дигидропентацен, при котором мы получили смесь дис-транс изомером 6,13-ди (триметилсиллил)-6,13-дигидропентацена.

После обработки эфиром реакционной массы были выделены кристаллы, которые в эфиро-бензольном растворе не растворялись и после перекристаллизации из бензола были получены бледно-желтоватые кристаллы с т. пл. 290—300 $^\circ$  с выходом 40%. В эфирном растворе растворившиеся кристаллы, после перекристаллизации из бензола, превращаются в красновато-серые кристаллы с т. пл. 260—290 $^\circ$  с выходом 20%. Элементарный состав и УФ-спектры поглощения этих двух веществ совпадают. Пентацен не был обнаружен.

9-алкил-10-бромпроизводные антрацена. Смесь 3 г 9-алкилантрацена [7] (алкил-C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>, н.-C<sub>3</sub>H<sub>7</sub>), 60 мл безводного бензола и 6,8 г мелко-растертого пятибромистого фосфора оставили на 24 часа при комнатной температуре. Бензольный раствор промывали водой; бензол отгоняли и остаток хроматографировали на окиси алюминия в петролейном



эфире. 9-этил- и 9-пропил-10-бромантрацены кристаллизовали из этилового спирта [4, 13, 14].

Производные антрацена и пентацена	R	Выход, %	Т. пл.	Найдено, %		Формула	Вычислено, %	
				С	Н		С	Н
	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> н.-C <sub>3</sub> H <sub>7</sub>	70	103—104	67,43	4,59	C <sub>16</sub> H <sub>13</sub> Br <sup>a</sup>	67,37	4,56
		70	103—104	68,25	5,15	C <sub>17</sub> H <sub>16</sub> Br <sup>b</sup>	68,23	5,02
	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> н.-C <sub>3</sub> H <sub>7</sub>	60	189—190	81,66	5,74	C <sub>17</sub> H <sub>14</sub> O <sub>2</sub>	81,60	5,60
		60	189—190	80,25	6,25	C <sub>18</sub> H <sub>16</sub> O <sub>2</sub>	80,21	6,06
	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> н.-C <sub>3</sub> H <sub>7</sub>	50	145—146					
		45	139—140					
	H	60	185—190	93,42	6,52	C <sub>24</sub> H <sub>20</sub>	93,50	6,49
		60		91,83	8,20	C <sub>30</sub> H <sub>32</sub> <sup>n</sup>	91,83	8,17
		50	310—320	91,66	8,33	C <sub>34</sub> H <sub>36</sub>	91,89	8,10
		60	260—290	81,15	7,81			
			транс-изомер 290—300	81,80	7,80		C <sub>28</sub> H <sub>32</sub> Si <sup>г</sup>	81,11

Примечание: а) найдено, %: Br 28,05; вычислено, %: 28,07; б) найдено, %: Br 26,65; вычислено, %: 26,75; в) n<sub>D</sub><sup>20</sup> 1,6050; г) найдено, %: 11,51; 11,18; вычислено, %: 11,11.

9-алкил-10-карбоновые кислоты антрацена. К эфирному раствору н.-бутиллития (1,62 г н.-бутилхлорида, 0,3 г лития и 30 мг абсолютного эфира) прибавили 0,42 г 9-алкил-10-бромантрацена (алкил-C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>, н.-C<sub>3</sub>H<sub>7</sub>). После 10-минутного встряхивания полученное литийорганическое соединение выливали на размельченную твердую углекислоту, затем к нему прибавляли воду и эфир. При подкислении водного раствора соляной кислотой выпадали бледно-желтые кристаллы, которые кристаллизовали из ледяной уксусной кислоты.

9,10-диалкилантрацены. К 9-алкилантрацил-10-литу прибавили 3 г эфирного раствора иодалкилов (алкил-C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>, н.-C<sub>3</sub>H<sub>7</sub>). После чего смесь выдерживали 3 часа при 50°. Реакционную смесь промывали водой и растворитель отгоняли. Остаток хроматографировали на Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> в растворе петролейного эфира. Полученные вещества кристаллизовали из ацетона.

6,13-диалкил-6,13-дигидропентацены. К 2,5 г пентацена, смеси 50 мл бензола (без тиофена) с абсолютным эфиром (1:1) в атмосфере сухого азота прибавляли литий. Реакционную смесь встряхивали на качалке 100 часов. Затем по каплям прибавляли галогеналкилы (ал-





кил- $\text{CH}_3$ , изо- $\text{C}_4\text{H}_9$ ,  $\text{C}_6\text{H}_{11}$ ,  $(\text{CH}_3)_3\text{Si}$ ;  $\text{Hal}=\text{J, Cl}$ ). Не вошедший в реакцию литий фильтровали через металлическую сетку. Реакционную смесь разлагали водой. Бензольноэфирный слой промывали водой и сушили сульфатом натрия. После отгонки растворителя полученные остатки хроматографировали на окиси алюминия. 6,13-диметил-6,13-дигидропентацен кристаллизовали из бензола. 6,13-диизобутил-6,13-дигидропентацен — маслянистое вещество. 6,13-дициклогексил-6,13-дигидропентацен — белые кристаллы из ледяной уксусной кислоты. 6,13-ди(триметилсилил)-6,13-дигидропентацен получен в виде смеси цис-транс изомеров и кристаллизовали из бензола (см. таблицу).

Академия наук Грузинской ССР  
Институт физической и органической химии  
им. П. Г. Меликишвили

(Поступило 26.2.1970)

ორბანული ჟიური

ბ. სხირტლადე, ა. ნოგაიდელი

ანტრაცენისა და პენტაცენის ნამრთობის კვლევა

ზეზიუმე

შესწავლილია ალკილჰალოგენების მოქმედება 9-ალკილ-10-ლითიუმ ანტრაცენზე და 6,13-დილითიუმ-6,13-დიჰიდროპენტაცენზე და მიღებულბა შესაბამისი წარმოებულები. შესწავლილია სინთეზირებული ნაერთების შთანთქმის სპექტრები.

ORGANIC CHEMISTRY

N. N. SKHIRTLADZE, A. I. NOGAIDELI

## INVESTIGATION OF ANTHRACENE AND PENTACENE DERIVATIVES

### Summary

The reaction of alkylhalogenides with 9-alkyl-10-lithium anthracene and 6,13-dilithium-6,13-dihydropentacene has been studied and corresponding derivatives obtained. The structure of these derivatives has been ascertained by analysis. The electronic spectra of the synthesized substances have been studied.

### ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Б. М. Михайлов. Изв. АН СССР, ОХН, 6, 1946, 619.
2. Б. М. Михайлов, Т. К. Козминская. Изв. АН СССР, ОХН, 2, 1949, 164.
3. Б. М. Михайлов. Изв. АН СССР, 4, 1948, 420.
4. Б. М. Михайлов, В. П. Броновицкая. ЖОХ, 22, 1952, 157.
5. Б. М. Михайлов, Т. К. Козминская. ЖОХ, 21, 1951, 1276.
6. Б. М. Михайлов, Н. Г. Чернова. ЖОХ, 21, 1951, 1517.
7. A. Sieglitz. R. Magx. Ber., 56, 1923, 1619.
8. Б. М. Михайлов, М. Ш. Промыслов. ЖОХ, 20, 1950, 338.
9. А. И. Ногайдели, Н. Н. Схиртладзе и др. ЖОРХ, 4, 4, 1967, 736.
10. А. Д. Петров, Т. И. Чернышева. ДАН СССР, 84, 1952, 515.
11. А. Д. Петров, Т. И. Чернышева, ДАН СССР, 89, 1953, 73.
12. M. Maienthal, M. Hellman. J. Am. Chem. Soc., 76, 1954, 6392.
13. E. Barry Barnett, M. A. Mathews. Ber., 59, 1926, 1429.
14. А. С. Черкасов. Оптика и спектроскопия, 6, 4, 1959, 497.



УДК 661.73

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Г. Ш. ПАПАВА, И. С. ХИТАРИШВИЛИ, П. Д. ЦИСКАРИШВИЛИ,  
 К. А. АНДРИАНОВ (академик АН СССР), В. В. КОРШАК (член-корреспондент  
 АН СССР), С. В. ВИНОГРАДОВА

О НЕКОТОРЫХ ЗАКОНОМЕРНОСТЯХ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ  
 ПОЛИКОНДЕНСАЦИИ ПОЛИЦИКЛИЧЕСКОГО БИСФЕНОЛА И  
 КРЕМНИЙСОДЕРЖАЩЕГО ОЛИГОМЕРА С ХЛОРАНГИДРИДОМ  
 ТЕРЕФТАЛЕВОЙ КИСЛОТЫ

(Представлено академиком Х. И. Арешидзе 8.1.1970)

В последние годы появился ряд работ по синтезу полиарилатов методом низкотемпературной поликонденсации [1—6]. Этим методом могут быть синтезированы также различные сополимеры и блок-сополимеры.

Целью данной работы являлось выяснение некоторых закономерностей низкотемпературной поликонденсации полициклического бисфенола 4,4'- (гексагидро-4,7-метилениндан-5-илиден)-дифенола и кремнийсодержащего блочного компонента с концевыми гидроксильными группами [7] с хлорангидридом терефталевой кислоты.

Нами исследовалось влияние на процесс поликонденсации следующих факторов: порядка введения в реакцию исходных реагентов, температуры и продолжительности реакции, природы растворителя и строения третичных аминов и т. д., на примере блок-сополимера, содержащего исходные компоненты (бисфенол, кремнийсодержащий олигомер и хлорангидрид терефталевой кислоты) в молярном соотношении 0,7:0,3:1, соответственно.

Блок-сополимеру такого состава свойственно довольно высокое содержание (~46 вес.%) блочного компонента и достаточно высокая температура размягчения (230—240°C).

Полученные результаты представлены на рис. 1—4.

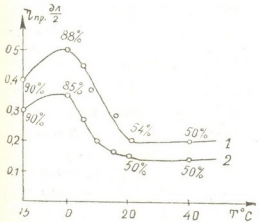


Рис. 1. Зависимость приведенной вязкости и выхода полимера от температуры реакции: 1—гелемер получен по методу I, 2—полимер получен по методу II. Продолжительность реакции 60 мин. Соотношение хлорангидрид кислоты: третиламин = 1 : 2 мол. (Здесь и в последующих случаях процесс проводили в ацетоне. Вязкость определяли для 0,5%-ного раствора полимера в хлороформе. На кривых в процентах указан выход полимера)



Как видно из рис. 1, лучшие результаты получаются при проведении реакции таким образом, чтобы к ацетоновому раствору добавлялся твердый хлорангидрид терефталевой кислоты (метод I).

В этом случае образуется кремнийсодержащий блок-полиарилат с более высокой приведенной вязкостью и выходом, чем при введении катализатора в раствор смеси исходных реагентов (метод II) <sup>(1)</sup> в тех же самых условиях.

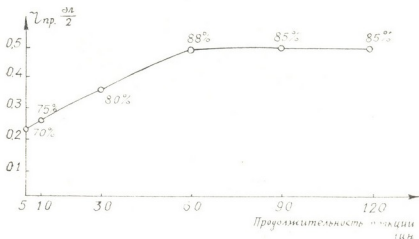


Рис. 2. Зависимость приведенной вязкости полимера от продолжительности процесса (температура поликонденсации 0°С)

Из рис. 1 можно также заключить, что полимеры наибольшего молекулярного веса получают при 0°С. При повышенной температуре заметно снижается выход и вязкость полимера, что очевидно связано с возрастанием скорости побочных реакций.

На величину молекулярного веса оказывает влияние и продолжительность процесса (см. рис. 2). Оптимальным временем проведения низкотемпературной поликонденсации при 0°С является 60 мин, при котором уже получают полимеры с высоким выходом (~90%) и приведенной вязкостью (~0,50 дл/2).

Дальнейшее увеличение продолжительности поликонденсации уже практически не влияет на выход и приведенную вязкость раствора полимера.

Небезразлична исследуемая низкотемпературная поликонденсация и к природе органической среды (см. табл. 1). Самая высокая приведенная вязкость и больший выход полимера (~90%) из исследованных нами растворителей получается в том случае, когда в качестве органической среды применяется ацетон.

При сравнении влияния на результат поликонденсации природы третичного амина выяснилось, что полимер с наибольшим выходом и приведенной вязкостью получается при проведении поликонденсации в присутствии триэтиламина.

Низкотемпературная поликонденсация весьма чувствительна к количеству применяемого триэтиламина. Из рисунка 3 видно, что поли-

<sup>(1)</sup> Все последующие реакции проводились по методу I.

мер с наибольшим выходом и приведенной вязкостью получается при следующем соотношении исходных компонентов и триэтиламина: хлорангидрид терефталевой кислоты : диоловые компоненты : триэтиламин = 1:1:2, моли.

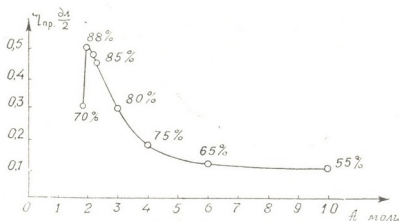


Рис. 3. Влияние количества триэтиламина на приведенную вязкость и выход полимера (процесс проведен при 0°C). Соотношение хлорангидрид : диоловые компоненты = 1 : 1, моли, A—количество триэтиламина в молях на моль хлорангидрида

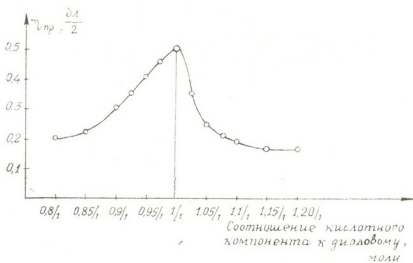


Рис. 4. Зависимость приведенной вязкости полимера от соотношения кислотного компонента к диоловым. Соотношение хлорангидрид : триэтиламин = 1 : 2 моли, температура реакции 0°C. Продолжительность 60 мин

Небольшой избыток триэтиламина мало влияет на приведенную вязкость и выход полимера. Однако, значительный избыток триэтиламина заметно снижает эти показатели. Из рис. 3 также видно, что выход и приведенная вязкость раствора полимера значительно снижаются, если количество триэтиламина меньше эквимолекулярного. Исследуемая низкотемпературная поликонденсация в растворе чувствительна и к соотношению исходных компонентов. Как видно из рис. 4, полимер с наибольшей вязкостью получается, когда исходные диоловые компонен-

ты и хлорангидрид терефталевой кислоты берутся в реакцию в эквимолекулярном соотношении.

Академия наук Грузинской ССР  
 Институт физической и органической химии  
 имени П. Г. Меликишвили

(Поступило 26.2.1970)

ორბანული ქიმიის

ბ. პაპავა, ი. ხითარშვილი, პ. ცისკარიშვილი, აკად. პ. ანდრიანოვი,  
 ვ. კორშაკი (სსრკ მეცნ. აკადემიის წევრ-კორესპონდენტი), ს. ვინოგრადოვა

დაბალტემპერატურული პოლიკონდენსაციის ზოგიერთი  
 კანონზომიერების შესწავლა კლიციკლური ბისფენოლის,  
 სილიციუმცივილი ოლიგომერისა და ტერეფტალის მჟავას  
 ქლორანჰიდრიდის თანაობისას

რეზიუმე

შესწავლილია დაბალტემპერატურული პოლიკონდენსაციის ზოგიერთი  
 კანონზომიერება პოლიციკლური ბისფენოლის, სილიციუმცივილი ოლიგო-  
 მერისა და ტერეფტალის მჟავას ქლორანჰიდრიდის თანაობისას 0,7:0,3:1 მო-  
 ლური თანაფარდობის დროს. ანაოვნია აღნიშნული პროცესის ოპტიმალური  
 პირობები.

ORGANIC CHEMISTRY

G. Sh. PAPAVA, I. S. KHITARISHVILI, P. D. TSISKARISHVILI,  
 K. A. ANDRIANOV, V. V. KORSHAK, S. V. VINOGRADOVA

ON SOME REGULARITIES OF LOW-TEMPERATURE  
 POLYCONDENSATION OF POLYCYCLIC BISPHENOL AND OF  
 SILICOCONTAINING OLIGOMER WITH ACID CHLORIDE OF  
 TEREPHTHALIC ACID

Summary

Some regularities of low-temperature polycondensation of polycyclic  
 bisphenol and of silicocontaining oligomer with chloride of terephthalic  
 acid have been studied in time of correlation of resulting components of  
 0.7:0.3:1 mole. The optimal conditions of reaction have been found.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. P. W. Morgan, J. Polymer Sci., 2A, 1964, 437.
2. С. В. Виноградова, В. В. Коршак, В. А. Васнев. Высокомолекулярные соединения, 9Б, 1967, 522.
3. С. В. Виноградова, В. А. Васнев, Э. И. Федин, В. В. Коршак. Изв. АН СССР, сер. хим., 1967, 1620.
4. В. В. Коршак, С. В. Виноградова, В. А. Васнев, Т. И. Митайшвили. Высокомолекул. соед., 10А 1968, 2158.
5. В. В. Коршак, С. В. Виноградова, В. А. Васнев, Т. И. Митайшвили. Высокомол. соед., 11А, 1969, 73.
6. В. В. Коршак, С. В. Виноградова, В. А. Васнев, Т. И. Митайшвили. Высокомол. соед., 11А, 1969, 81.
7. К. А. Андрианов, А. А. Жданов, Т. С. Бакшеева. Пласт. массы, № 5, 18, 1960.

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Л. Н. ДЖАПАРИДЗЕ, В. П. ПРУИДЗЕ, Р. В. ЧАГУНАВА

ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ПОТЕНЦИАЛ ПРОТЕКАНИЯ  
СТЕКЛЯННОЙ ДИАФРАГМЫ

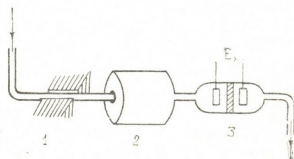
(Представлено членом-корреспондентом Академии Н. А. Ландия 16.2.1970)

В литературе имеются противоречивые данные о физических свойствах воды, прошедшей через магнитное поле. По одним данным поверхностное натяжение, вязкость, рН и электропроводность воды меняются после ее обработки магнитным полем [1]. Отмечается также изменение смачиваемости твердых тел. Краевой угол смачивания при этом существенно возрастает, а скорость флотации некоторых минералов растет на 20—40% [2].

Наряду с исследованиями, подтверждающими изменение параметров воды, проходящей через магнитное поле, были опубликованы сообщения, полностью отрицающие изменения электропроводности и вязкости [3].

В данной работе исследована омагниченная вода в электроосмотическом процессе.

Рис. 1. Схема установки для проведения опытов электроосмоса с омагниченной водой: 1—электромагнит переменного тока, 2—соленоидная катушка, 3—электроосмотическая ячейка



На рис. 1 показана схема собранной нами установки для намагничивания воды переменным магнитным полем. Вода обрабатывалась поперечным или продольным магнитными полями.

Напряженность поперечного магнитного поля менялась в пределах 20—2800 эрстед, а продольного магнитного поля—в пределах 1—80 эрст. Частота магнитного поля  $f=50$  герц. Потенциал протекания измерялся прибором, включенным как милливольтметр. Диафрагмы были изготовлены из молибденового и химического стекла.

Оказалось, что после пропускания омагниченной дистиллированной воды через электроосмотическую ячейку происходит изменение знака электрокинетического потенциала капилляров диафрагмы. В литературе есть указание об изменении величины и знака электрокинетического потенциала халькопирита под влиянием омагниченной воды [4].





Обнаруженное нами изменение знака электрокинетического потенциала на пористом стекле в дальнейшем будем называть перезарядкой диафрагмы.

Нами установлено, что новые порции дистиллированной воды (не омагниченные) в ячейке уже с перезаряженной диафрагмой электроосмотически протекают не к отрицательному электроду, как это наблюдается для стеклянных диафрагм, а к положительному электроду.

Перезарядка диафрагмы из молибденового стекла наблюдается при значениях напряженности магнитного поля 8 эрстед и выше.

Были испытаны электроосмотические ячейки с разными средними радиусами капилляров диафрагмы (табл. 1). Как видно из представленных данных, перезарядка диафрагмы при пропускании через нее магнитно-обработанной дистиллированной воды зависит от среднего радиуса капилляров.

Таблица 1  
Изменение знака электрокинетического потенциала  
в зависимости от среднего радиуса капилляров диафрагмы

Средний радиус капилляров, мк	Изменение знака электрического потенциала
18	не наблюдается
11	"
7,1	"
0,41	наблюдается
0,34	"
0,26	"

Таблица составлена для случая продольного воздействия магнитного поля напряженностью 75 эрстед. Скорость прохождения воды через магнитное поле равнялась 1,6 см/сек. Длина пути воды в зоне воздействия магнитного поля — 100 мм.

Установлено, что после отключения магнитного поля перезарядка стеклянных диафрагм сохраняется в течение длительного времени (для диафрагмы  $r_{\text{ср}} = 0,26$  мк в течение года и более). Только после обработки диафрагмы минеральными кислотами перезарядка снимается и знак электрокинетического потенциала становится таким же, как до пропускания магнитно-обработанной воды.

Весьма важно, что обычная дистиллированная вода, прошедшая через перезаряженную диафрагму, приобретает свойство «омагниченной воды» и вызывает перезарядку новых стеклянных диафрагм.

Для достижения перезарядки диафрагмы в среднем достаточно до 2 л омагниченной воды, а способность диафрагмы придавать дистиллированной воде свойства «омагниченной воды» сохраняется месяцами. На одном образце стеклянной диафрагмы в течение 6 месяцев было пропущено до 50 литров дистиллированной воды, которые приобретали свойства «омагниченной воды», в частности — снижать накипеобразование при добавлении к питьевой воде.



Были также исследованы диафрагмы из химического стекла Ху-1-29.

Таблица 2

Изменение потенциала протекания до и после перезарядки диафрагмы

№№ п.п.	До перезарядки		После перезарядки		Средний радиус, мк
	Потенциал протекания Е, мв	Давление воды Р, см	Потенциал протекания Е, мв	Давление воды Р, см	
1	280	82	1340	81	7,9
	260	73	1260	61	
	200	57	1000	42,6	
2	600	70	2140	76,6	6
	510	49,4	1760	57,5	
	410	31,8	1520	40	
3	520	76,5	1400	82,3	2,5
	410	57	1300	63	
	370	40	1160	45,8	
4	290	76,6	270	83	2,3
	230	56,8	200	63,8	
	170	39,6	160	46,6	

Установлено, что в диафрагмах из химического стекла изменение знака электрокинетического потенциала капилляров наблюдается при большем среднем радиусе, чем в диафрагмах из молибденового стекла.

В таблице 2 дается зависимость потенциала протекания от давления воды до и после перезарядки диафрагмы из химического стекла.

Как и следовало ожидать, с увеличением давления потенциал протекания возрастает. Однако при прохождении омагниченной воды потенциал протекания меняет свой знак на противоположный и резко возрастает ее абсолютная величина.

Максимальное значение потенциала протекания было обнаружено на стеклянном фильтре № 2 (ср. радиус 6 мк). При такой же пористости перезарядка молибденового стекла не наблюдалась.

Академия наук Грузинской ССР

Институт неорганической химии

и электрохимии

(Поступило 19.2.1970)

ფიზიკური მხიმა

ლ. ჯაფარიძე, ვ. ფრუიძე, რ. ჩაბუნაძე

მაგნიტური ველის გავლენა მინის დიაფრაგმის გადინების კოტენციალზე

რეზიუმე

ცვლადი მაგნიტური ველით დამუშავებული გამობდილი წყალი იწვევს მინის დიაფრაგმის გადინების პოტენციალის ნიშნისა და აბსოლუტური სიდიდის ცვლილებას. დადგენილია, რომ პოტენციალის ნიშნის ცვლილება და მისი სიდიდე დამოკიდებულია დიაფრაგმის კაპილარების საშუალო რადიუსზე. გა-

დამუხტულ დიაფრაგმაში გატარებული ჩვეულებრივი გამოხდილი წყალი ამ-  
ულავენებს „დამაგნიტებული წყლის“ თვისებებს და იწვევს ახალი მინის დიაფ-  
რაგმების გადამუხტვას.

PHYSICAL CHEMISTRY

L. N. JAPARIDZE, V. P. PRUIDZE, R. V. CHAGUNAVA

EFFECT OF MAGNETIC FIELD ON THE FLOW POTENTIAL  
OF A GLASS DIAPHRAGM

Summary

Distilled water subjected to treatment by alternating magnetic field causes a change of the sign of glass diaphragm flow potential and of its absolute value. It has been found that such conversion of sign and change of the absolute value of the potential depend upon the mean radius of capillaries. Plain distilled water flow through a charge-exchanged diaphragm acquires properties peculiar to magnetically treated water and causes the recharging of new glass diaphragms.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. В. И. Миненко, С. М. Петров, М. И. Миц. Магнитная обработка воды. Харьков, 1962.
2. В. И. Классен. АН СССР, т. 166, № 6, 1966. 1383.
3. А. Д. Кушенко, Л. И. Богуславский. Электрохимия, т. III, вып. I, 1967, 123.
4. В. И. Классен. Горный журнал, 5, 1965. 58.

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Н. А. ЛАНДИЯ (член-корреспондент АН ГССР), Н. Г. ЛЕЖАВА,  
Г. Д. ЧАЧАНИДЗЕ, Т. Е. МАЧАЛАДЗЕ

ЭНТАЛЬПИЯ И ТЕПЛОЕМКОСТЬ ЗАКАЛЕННОГО И  
ОТОЖЖЕННОГО ФЕРРИТОВ ЦИНКА

Высокотемпературное исследование теплоемкости для  $ZnFe_2O_4$  провел Бошироль [1] электрическим методом, предложенным Вейлем [2]. Как было показано в работе [3], результаты Бошироля вообще не характеризуются высокой точностью. В настоящей работе в интервале температур 25—1000°C исследована энтальпия закаленного и отожженного образцов феррита цинка на высокотемпературном адиабатическом калориметре смешения, описанном в работе [3].

Феррит цинка получен спеканием в твердой фазе двух окислов  $Fe_2O_3$  и  $ZnO$  марки «ч.д.а» (керамический метод). Методика получения закаленного и отожженного  $ZnFe_2O_4$  описана в работах [4, 5]. Согласно проведенному рентгеноструктурному анализу, продукт имеет шпинельную структуру без добавочных линий и линий исходных окислов. Параметр решетки равен 8,43 Å.

Нами проводилось исследование закаленного феррита цинка (слабого ферромагнетика с точкой Кюри 60°C) и отожженного образца (парамагнетика при комнатной температуре). Верхним пределом измерений для последнего бралась температура  $\approx 750^\circ K$ , ниже которой диффузию можно считать незначительной (температура Таммана выше 700°C) [4].

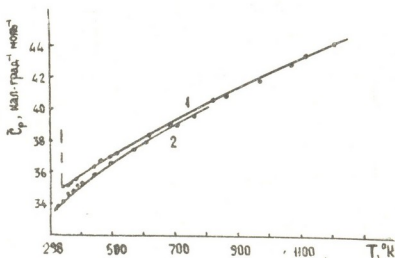


Рис. 1. Кривые температурной зависимости экспериментальных значений средней теплоемкости: 1—для закаленного образца  $ZnFe_2O_4$ ; 2—для отожженного образца  $ZnFe_2O_4$ .

Как видно из графика (см. рис. 1) температурной зависимости экспериментальных значений средней теплоемкости закаленного образца феррита цинка, плавный ход кривой нарушается в интервале 310—340°K.



Обработке по методу наименьших квадратов подвергались величины средней теплоемкости

$$\bar{C}_p = \frac{\Delta H_{298,15}^T}{T - 298,15},$$

где  $H_{298,15}^T$  — измеряемые в калориметре значения энтальпии. В качестве эмпирического аппроксимирующего уравнения было использовано выражение вида

$$\bar{C}_p = a_1 + bT - \frac{c_1}{T + e},$$

что эквивалентно

$$C_p = a + 2bT - \frac{c}{(T + e)^2}, \quad \Delta H_{298,15}^T = aT + bT^2 + \frac{c}{T + e} + d,$$

где

$$c = \frac{c_1}{298,15 + e}.$$

Кривые проходят через величины  $C_p$   $_{298,15}$ , полученные Веструмом и Кингом [4, 6, 7].

Отклонения экспериментальных данных от расчетных для закаленного и отожженного ферритов цинка

Zn Fe <sub>2</sub> O <sub>4</sub> закаленный образец				Zn Fe <sub>2</sub> O <sub>4</sub> отожженный образец			
№	T °К	ΔH <sub>эксп</sub>	Δ=ΔH <sub>эксп</sub> — ΔH <sub>расч</sub>	№	T °К	ΔH <sub>эксп</sub>	Δ=ΔH <sub>эксп</sub> — —ΔH <sub>расч</sub>
1	347,04	1715,70	+0,22	1	321,89	798,47	-0,19
2	364,28	2327,3	-0,24	2	322,38	816,87	-0,02
3	365,11	2363,6	+0,02	3	399,89	1422,7	-0,20
4	381,56	2967,8	+0,16	4	358,11	2081,3	+0,5
5	445,47	5353,9	0,0	5	374,33	2657,4	+0,1
6	466,23	6156,1	+0,03	6	388,14	3169,7	+0,4
7	450,42	7109,1	+0,28	7	400,11	3608,7	+0,4
8	515,31	8066,6	-0,03	8	447,09	5347,1	+0,09
9	620,06	12304	-0,16	9	491,89	7078,5	+0,05
10	687,05	15158	0,0	10	574,47	10317	-0,4
11	823,96	21252	+0,17	11	610,76	11878	+0,2
12	871,14	23359	-0,11	12	705,85	15892	+0,06
13	973,17	28193	-0,09	13	769,71	18687	-0,02
14	1075,70	33208	-0,20				
15	1120,10	35638	+0,32				
16	1236,60	39971	-0,10				

Для закаленного образца феррита цинка получили следующие данные:

$$C_p = 30,37 + 2 \times 0,09268 T - \frac{49776}{(T - 128,3)^2}, \quad (1)$$

$$\Delta H_{298,15}^T = 30,37 T + 0,009268 T^2 + \frac{49776}{(T - 128,3)^2} - 10171, \quad (2)$$



соответственно для отожженного образца феррита цинка:

$$C_p = 29,27 + 2 \times 0,010023 T - \frac{15110}{(T - 216,32)^2} \quad (3)$$

$$\Delta H_{298,15}^T = 29,27 T + 0,010023 T^2 + \frac{15110}{T - 216,32} - 9802,5. \quad (4)$$

Как видно из плавного хода кривых средней теплоемкости (см. рис. 1), уравнения (1) и (2) пригодны во всем исследуемом интервале кроме узкой области 310—340°K для закаленного образца, из-за наличия в нем слабого ферромагнитного превращения, замеченного ранее Брокманом [8] и воспроизведенного в настоящем исследовании.

Академия наук Грузинской ССР  
Институт неорганической химии  
и электрохимии

(Поступило 26.3.1970)

ფიზიკური ქიმია

ბ. ლანდია (საქართველოს სსრ მეცნ. აკადემიის წევრ-კორესპონდენტი),  
ბ. ლეჟავა, ბ. ჩაჩანიძე, თ. მაჩალაძე

გამომწვარი და ნაწრთობი თუთიის ფერიტების ენთალპია და  
თბოტევადობა

რ ე ზ ი უ მ ე

მაღალტემპერატურულ ადიაბატურ კალორიმეტრზე 25—1000°C ტემპერატურულ ინტერვალში შესწავლილია გამომწვარი და ნაწრთობი თუთიის ფერიტების ენთალპია და თბოტევადობა. მიღებულია ამ ნივთიერებათა თბოტევადობისა და ენთალპიის ტემპერატურისაგან დამოკიდებულებების ამსახველი განტოლებები.

PHYSICAL CHEMISTRY

N. A. LANDIA, N. G. LEZHAVA, G. D. CHACHANIDZE, T. E. MACHALADZE

ENTHALPY AND HEAT CAPACITY OF CHILLED AND ANNEALED ZINC FERRITES

S u m m a r y

Enthalpy and heat capacity of chilled and annealed zinc ferrites were investigated on the high-temperature adiabatic calorimeter over the temperature range of 25—1000°C. The equations of temperature dependence of enthalpy and heat capacity have been obtained.



## ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. L. Bochirol. *Compt. rend.*, 232, 1951, 1474.
2. M. Louis. Weil. *Compt. rend.*, 232, 1951, 1473.
3. Н. А. Ландия, Г. Д. Чачанидзе, А. А. Чуприц, Т. А. Павленишвили, Н. Г. Лежава, В. С. Варазашвили. *Неорг. мат.*, II, II, 1966.
4. E. F. Westrum jr, D. M. Grimes. *J. Phys. Chem. Solids*, 6, 1958, 280.
5. В. С. Варазашвили, Г. Д. Чачанидзе, Т. А. Павленишвили. *Сообщения АН ГССР*, 46, 2, 1967.
6. E. F. Westrum jr, D. M. Grimes. *J. Phys. Chem. Solids*, 3, 1957, 44.
7. E. G. King. *J. Phys. Chem.*, 60, 1956, 410.
8. F. G. Brockman. *Phys. Rev.*, 1950, 163.



ЭЛЕКТРОХИМИЯ

Г. Ш. МАМПОРИЯ, Р. И. АГЛАДЗЕ (академик АН ГССР)

ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ СПЛАВОВ СИСТЕМЫ  
МАРГАНЕЦ-ХРОМ-АЗОТ В ЩЕЛОЧНОМ РАСТВОРЕ

Выплавка двойных сплавов системы марганец-хром, приготовление азотсодержащих образцов и изучение коррозионного поведения этих сплавов проводились по ранее описанной методике [1, 2]. Характеристики сплавов приведены в таблице.

Характеристика азотированных хромомарганцевых сплавов (температура азотирования 1000°C)

№ сплава	Содержание хрома, %	Содержание азота, %
1	0,00	5,9
2	10,20	5,4
3	27,74	5,1
4	35,79	4,7
5	43,70	4,5
6	61,81	4,3
7	67,29	3,7
8	74,29	3,1
9	81,20	3,2
10	92,50	7,0

Из рис. 1 видно, что в 0,5 н. растворе КОН марганец имеет невысокий стационарный электродный потенциал.

Поляризационные исследования показали, что в указанном растворе электролитический марганец сильно поляризуется при плотности тока 0,5 ма/см<sup>2</sup>. При дальнейшем увеличении поляризации происходит анодное растворение марганца с переходом в раствор ионов высшей валентности.

Иначе ведут себя хромомарганцевые сплавы. Двойной сплав № 1 при погружении в указанный раствор характеризуется довольно высоким отрицательным значением потенциала (-0,8 в). Однако со временем его потенциал разблагораживается. Этот сплав сильно поляризуется при незначительных плотностях (100—200 мка/см<sup>2</sup>) анодного тока. При достижении области потенциалов (+0,8—0,9 в) происходит переход в раствор семивалентных ионов марганца.

С увеличением содержания хрома в сплаве характер коррозионного поведения сплавов существенно меняется. Сплав № 3 характеризуется невысоким начальным потенциалом. По мере нахождения в растворе его потенциал разблагораживается и достигает стационарного значения (+0,2 в). При анодной поляризации двойной сплав № 3 также сильно поляризуется при незначительных плотностях (100—150 мка/см<sup>2</sup>)

тока. Выделение ионов марганца высшей валентности наблюдается в области потенциалов  $+0,8-0,9$  в.

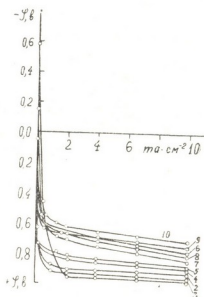


Рис. 1. Анодные поляризационные кривые для двойных сплавов системы марганец-хром: 1) электролитический марганец, 2) образец № 1, 3) образец № 3, 4) образец № 4, 5) образец № 5, 6) образец № 6, 7) образец № 7, 8) образец № 8, 9) образец № 9, 10) электролитический хром

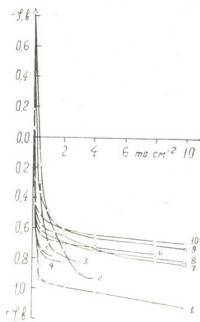


Рис. 2. Анодные поляризационные кривые для азотированных сплавов системы марганец-хром: 1) азотированный марганец, 2) образец № 1, 3) образец № 3, 4) образец № 4, 5) образец № 5, 6) образец № 6, 7) образец № 7, 8) образец № 8, 9) образец № 9, 10) азотированный хром

Сплавы, содержащие хром свыше 45 вес.%, в коррозионном отношении ведут себя аналогично металлическому хрому. Иначе говоря, в сплавах указанного состава потенциалопределяющим является хром.

Азотированный марганец при погружении в раствор характеризуется также невысоким начальным электродным потенциалом (см. рис. 2). Однако в процессе нахождения в растворе его потенциал разлагораживается и достигает довольно высокого отрицательного значения. Несмотря на это, азотированный марганец сильнее поляризуется и при меньших значениях плотности анодного тока. Переход в раствор семивалентных ионов марганца наблюдается при более положительных потенциалах ( $+1,0-1,1$  в).

Для азотированного образца сплава № 1 до потенциала  $+0,5$  в наблюдается прямолинейный ход поляризационной кривой. В области более положительных значений потенциалов прямолинейная зависимость нарушается и при достижении потенциала  $+0,9$  в наблюдается выделение ионов марганца высшей валентности. Для азотированного образца сплава № 3 до области потенциалов от  $+0,7$  до  $0,8$  в наблюдается прямолинейный ход поляризационной кривой. При достижении указанной области потенциалов происходит переход в раствор семивалентных ионов марганца.

Результаты поляризационных исследований в 0,5 н. растворе КОН показывают, что добавление хрома в азотсодержащие марганцевые сплавы резко повышает коррозионную стойкость исследуемых сплавов системы марганец-хром-азот.

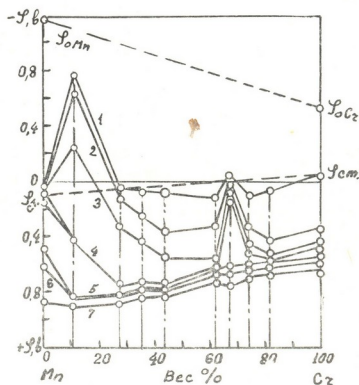


Рис. 3. Диаграмма потенциал-состав сплавов марганец-хром: 1)  $I_a=0$ , 2)  $I_a=0,02$  ма·см<sup>-2</sup>, 3)  $I_a=0,08$  ма·см<sup>-2</sup>, 4)  $I_a=0,16$  ма·см<sup>-2</sup>, 5)  $I_a=0,5$  ма·см<sup>-2</sup>, 6)  $I_a=0,7$  ма·см<sup>-2</sup>, 7)  $I_a=2$  ма·см<sup>-2</sup>

Таким образом, электрохимическое исследование в 0,5 н. растворе КОН позволяет хромомарганцевые сплавы разбить на две группы.

К первой группе можно отнести сплавы № 1—5, содержащие до 45% хрома. Согласно диаграмме состояния системы марганец-хром [3], эти сплавы содержат  $\delta$ -фазу ( $\text{CrMn}_3$ ). Неазотированные образцы указанных сплавов при погружении в раствор характеризуются невысокими малоизменяющимися во времени значениями электродных потенциалов. Эти сплавы сильно поляризуются при незначительных (100—200 мка/см<sup>2</sup>) плотностях анодного тока. В области положительных значений потенциалов от +0,8 до +0,9 в на поляризационной кривой наблюдается горизонтальный участок, отвечающий переходу в раствор ионов семивалентного марганца.

Ко второй группе относятся сплавы, содержащие свыше 45% хрома. Согласно диаграмме состояния системы марганец-хром, сплавы, содержащие 30—60% хрома, содержат фазу  $\text{CrMn}_3$ , а сплавы, содержащие хром свыше 60%, являются твердым раствором на основе хрома. В коррозионном отношении эти сплавы ведут себя аналогично металлическому хрому. Независимо от фазового состава характер анодных поляризационных кривых для сплавов указанного состава примерно одинаков. Эти сплавы при погружении в раствор характеризуются невысокими начальными значениями электродных потенциалов; сильно поляризуются при незначительных (100—150 мка/см<sup>2</sup>) плотностях



анодного тока. На поляризационных кривых этих сплавов в области значений потенциалов  $+0,6-0,7$  в, наблюдаемый горизонтальный участок соответствует переходу в раствор ионов хрома высшей валентности.

На основании результатов поляризационных исследований сплавов системы марганец-хром была построена диаграмма потенциал-состав (см. рис. 3). Из этих данных видно, что резкое смещение потенциала в сторону отрицательных значений наблюдается при содержании в сплавах 10 и 68% хрома. Из анализа диаграммы можно заключить, что (так же, как и в случае нейтральных растворов [2]) появление интерметаллической  $\delta$ -фазы ( $\text{CrMn}_3$ ) или фазы  $\alpha\text{-Mn}$  ( $\text{CrMn}_2$ ) в сплаве не сопровождается резким скачком на кривой потенциал-состав. Наоборот, как показали наши исследования в щелочных (и в нейтральных) растворах, изменение свойств поверхности в результате растворения анодной фазы или изменения устойчивости защитных пленок, может вызвать резкое смещение потенциала и без появления новой фазы.

Академия наук Грузинской ССР  
 Институт неорганической химии  
 и электрохимии

(Поступило 12.3.1970)

ელექტროქიმია

ბ. მამპორია, რ. აგლაძე (საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის აკადემიკოსი)  
 მანგანუმ-ქრომი-აზოტის სისტემის შენადნობების ელექტროქიმიური  
 ბუნება ტუბი ხსნარში  
 რეზიუმე

პოლარიზაციული გამოკვლევებით დადგენილია, რომ 0,5 ნორმალობის ხსნარში მანგანუმ-ქრომი-აზოტის სისტემის შენადნობების კოროზიული მედეგობა დამოკიდებულია ფაზურ შედგენილობაზე.

პოლარიზაციული გამოკვლევების შედეგების საფუძველზე აგებულია დიაგრამა: პოტენციალი-შენადნობის შედგენილობა.

ELECTROCHEMISTRY

G. Sh. MAMPORIA, R. I. AGLADZE

## THE ELECTROCHEMICAL BEHAVIOUR OF MANGANESE-CHROMIUM-NITROGEN ALLOYS IN THE ALKALI SOLUTION

Summary

It has been ascertained by polarization study that the corrosion resistance of manganese-chromium-nitrogen alloys in 0.5 n KOH solution depends on the phase composition. A potential-alloy composition diagram has been plotted on the basis of results of the polarization study.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Г. Ш. Мампориа. Сообщения АН ГССР, 27, № 1, 1961.
2. Сб. «Электрохимия марганца», т. 4. Тбилиси, 1970.
3. М. Хансен, К. Андерко. Структуры двойных сплавов, т. I, М., 1960.

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

В. Н. ГАПРИНДАШВИЛИ, Н. В. КАНАШВИЛИ

РАСТВОРИМОСТЬ ОКИСЛОВ МАРГАНЦА В РАСПЛАВЕ  
ХЛОРИДОВ МЕТАЛЛОВ

(Представлено членом-корреспондентом Академии Н. А. Ландия 18.2.1970)

За последнее время выполнены многочисленные исследования по хлорированию материалов в расплаве хлоридов металлов, многие из них нашли практическое применение.

Несмотря на это, химизм и механизм процесса взаимодействия взвешенного в расплаве материала с хлором мало изучены.

Предполагается, что взаимодействие хлора с компонентами шихты в расплаве происходит через жидкую фазу, т. е. с участием реагирующих веществ, растворенных в расплаве [1].

В связи с этим, большое внимание уделяется изучению вопроса растворимости исходного материала в расплавах солей.

В литературе отсутствуют данные о хлорировании марганца в расплаве солей, а растворимость изучена только качественно [2].

В настоящей работе приведены результаты исследования растворимости  $MnO$ ,  $Mn_2O_3$  и  $MnO_2$ . В качестве расплава применены хлориды лития, калия, натрия и кальция, марки «хч» и «чда», которые дополнительно очищались.

Смесь хлорида с окислом (хлорида — 96,8%, окисла — 3,2%) погружалась в кварцевый реактор и выдерживалась при заданной температуре в течение одного часа, при механическом перемешивании. Затем расплав отстаивался при той же температуре для полного оседания взвеси. В пробах жидкой фазы определялось содержание двухвалентного катиона марганца персульфатным методом.

Следует отметить, что при работе с расплавами  $NaCl$  и  $KCl$  легко осуществляется отстаивание нерастворенных окислов. В случае  $LiCl$  и  $CaCl_2$  оседание взвешенных частиц не происходит, в результате чего приходится фильтровать растворенные в воде пробы, взятые для анализов. Кроме того, указанные хлориды сильно разрушают кварцевые реакторы. Поэтому в опытах в основном были употреблены хлориды натрия и калия.

Растворяющая способность указанных хлоридов проверялась на  $Mn_2O_3$ , в атмосфере воздуха, при температуре  $800^\circ$  (табл. 1).

В качестве исходного материала взят  $MnCO_3$ , который в процессе разогрева шихты на воздухе ниже  $950^\circ$ , переходит в окись марганца [3].

Оказалось, что лучшим растворителем марганца является хлорид лития. Растворяющая способность растет в ряду солей  $KCl$ ,  $NaCl$ ,  $LiCl$ .



Соблюдается соотношение: растворимость тем больше, чем ближе значение обобщенного момента катиона соли к таковому катиона окисла.

Ионы—	$\text{Li}^+$	$\text{Na}^+$	$\text{K}^+$	$\text{Ca}^{2+}$	$\text{Mn}^{2+}$
Обобщенный момент—	1,28	1,02	0,75	2,89	2,19

Отклонение от общей закономерности наблюдается при растворении марганца в расплаве  $\text{CaCl}_2$ . В этом случае марганец растворяется в меньшем количестве, чем следовало ожидать.

Таблица 1

Влияние солевого состава на растворимость марганца

Состав расплава	$\text{LiCl}$	$\text{NaCl}$	$\text{KCl}$	$\text{LiCl—KCl}$	$\text{NaCl—KCl}$	$\text{CaCl}_2$
Содержание $\text{Mn}$ в расплаве, вес. %	0,290	0,023	0,013	0,310	0,023	0,061

Если судить по энергии растворения  $\text{Mn}^{2+}$  в расплавах  $\text{LiCl}$ ,  $\text{NaCl}$  и  $\text{KCl}$ , которая равняется 0,85; 0,45 и  $-2,08$  эв. соответственно [4], то  $\text{Mn}^{2+}$  не должен растворяться в расплаве  $\text{KCl}$ . Однако при выращивании кристаллов  $\text{KCl}$  из расплавов, содержащих 1 мол %  $\text{MnO}_2$ , на кристаллах хлорида калия были обнаружены [4] спектры магнитного резонанса  $\text{Mn}^{2+}$ , правда, значительно меньшей интенсивности, чем на кристаллах  $\text{LiCl}$  и  $\text{NaCl}$ . Данные настоящего исследования (табл. 2 и 3) полностью соответствуют вышеприведенным наблюдениям. Из данных табл. 2 видно, что с повышением температуры процесса количество растворившегося марганца значительно возрастает. Сравнительно малое влияние на растворимость марганца оказывает природа исходного вещества. С повышением температуры в результате термического разложения этих веществ образуется непрерывный ряд твердых растворов между  $\text{Mn}_2\text{O}_3$  и  $\text{Mn}_3\text{O}_4$ , но поскольку существенное влияние на процесс диссоциации оказывают различия физической структуры, различия в активности препаратов [5], то значения растворимости марганца (табл. 2) в большинстве случаев заметно отличаются друг от друга. При изучении влияния продолжительности перемешивания расплава на растворимость марганца оказалось, что в атмосфере воздуха количество растворившегося марганца возрастает с увеличением продолжительности перемешивания (табл. 4). В инертной атмосфере предельная растворимость достигается после тридцатиминутного перемешивания. При этом величина растворимости марганца в инертной атмосфере намного выше, чем в атмосфере воздуха. Это объяснимо, если учесть, что при разложении карбоната марганца на воздухе получается в основном окись, а в инертной атмосфере закись марганца [3], т. е. растворимость карбоната марганца сводится к растворимости  $\text{Mn}_2\text{O}_3$  и  $\text{MnO}$  соответственно.

Таблица 2

Растворимость марганца при различных температурах в атмосфере воздуха

Состав расплава	Температура, °C	Содержание $Mn^{2+}$ в расплаве, вес. %		
		Исходное вещество		
		$MnCO_3$	$Mn_2O_3$	$MnO_2$
NaCl	800	0,023	0,031	0,014
	850	0,046	—	0,039
	900	0,078	0,112	0,065
	950	0,202	0,173	0,198
	1000	0,272	0,239	0,335
KCl	800	0,013	0,009	0,008
	850	0,022	—	0,015
	900	0,029	0,043	0,023
	950	0,055	0,088	0,053
	1000	0,082	0,139	0,084
NaCl—KCl	800	0,023	0,020	0,018
	850	0,049	—	0,033
	900	0,077	0,100	0,048
	950	0,184	0,172	0,173
	1000	0,258	0,251	0,304

Таблица 3

Влияние продолжительности перемешивания на растворимость марганца в атмосфере воздуха

Исходное вещество  $MnO_2$ , температура 1000°C

Состав расплава	Продолжительность перемешивания, мин	Содержание Mn в расплаве, вес. %
KCl	60	0,084
	120	0,102
	180	0,107
	240	0,172
NaCl—KCl	60	0,305
	120	0,394
	180	0,470
	240	0,466

Таблица 4

Влияние продолжительности перемешивания на растворимость марганца в расплаве NaCl—KCl

Исходное вещество  $MnCO_3$ , температура 800°C

Продолжительность перемешивания, мин	Содержание Mn в расплаве, вес. %	
	Инертная атмосфера	Атмосфера воздуха
5	0,013	0,006
15	0,088	0,008
30	0,110	0,013
60	0,110	0,023
120	0,110	0,041
180	0,110	0,059

В заключение можно отметить, что из исследуемых окислов ( $MnO$ ,  $Mn_2O_3$  и  $MnO_2$ ) лучшей растворимостью обладает закись марганца, а

растворяющая способность хлоридов щелочных металлов растет в ряду  $KCl$ ,  $NaCl$ ,  $LiCl$ . Большое влияние на растворимость марганца оказывает температура.

Академия наук Грузинской ССР  
Институт неорганической химии  
и электрохимии

(Поступило 19.2.1970)

ქიმიური ტექნოლოგია

ვ. გაპრინდაშვილი, ნ. კანაშვილი

მანგანუმის უანგაშლების ხსნადობა მეტალთა ქლორიდების  
ლლოგილებში

რეზიუმე

მანგანუმის უანგაშლებიდან უკეთესი ხსნადობით მეტალთა ქლორიდების ლლოგილებში ხასიათდება  $MnO$ . ტემპერატურის ზრდასთან ერთად იზრდება გახსნილი მანგანუმის რაოდენობა. მანგანუმის მიმართ ტუტე მეტალთა ქლორიდების გამხსნელობითი უნარი მატულობს რიგში:  $KCl$ ,  $NaCl$ ,  $LiCl$ .

CHEMICAL TECHNOLOGY

V. N. GAPRINDASHVILI, N. V. KANASHVILI

## SOLUBILITY OF MANGANESE OXIDES IN MOLTEN METAL CHLORIDES

Summary

Among manganese oxides  $MnO$  is characterized by the highest solubility in molten metal chlorides. This solubility was found to be proportional to temperature. The solubility of manganese oxide in molten basic metal chlorides increases in the  $KCl$ ,  $NaCl$ ,  $LiCl$  series.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Л. В. Зверев, З. С. Барсукова. Сб. трудов ВИМС, 13, 1966, 42.
2. G. Delaue. Silicates industriels, 27, 2, 1962, 69.
3. D. Dollimore, K. Tonge. Reactiv. Solids, Amsterdam—London—New York, 1965, 497.
4. Ioshimura H. Usamitsu. J. Phys. Cos. Japan, 15, № 3, 1960, 435.
5. Е. Я. Роде. Кислородные соединения марганца. М., 1952, 290.

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

Р. П. ГОГОРИШВИЛИ, И. Н. МАСЛЕНИЦКИЙ, В. Н. ГАПРИНДАШВИЛИ

**ВЛИЯНИЕ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО ОТЖИГА СУЛЬФИДНЫХ СПЛАВОВ МЕДИ И НИКЕЛЯ НА КОАЛЕСЦЕНЦИЮ ВЫДЕЛЕНИЙ СУЛЬФИДА МЕДИ**

(Представлено членом-корреспондентом Академии Н. А. Ландия 24.2.1970)

Как известно, медно-никелевые фанштейны перед разделением флотацией подвергаются предварительной термической обработке путем медленного охлаждения слитка. Цель такой подготовки — укрупнение выделений сульфида меди в сульфиде никеля. Такой способ медленного охлаждения фанштейна принят на производстве как в Канаде [1], так и в СССР. Канадский способ охлаждения осуществляется в интервале температур 940—370°C со скоростью 6° в час. На наших заводах, как правило, фанштейн медленно охлаждается на всем протяжении остывания от заливки в форму до передачи его в дробление и измельчение.

Считается, что по мере охлаждения фанштейна в нем происходит ряд фазовых превращений, а также распад твердых растворов, что облегчает последующее разделение фазовых составляющих. По литературным данным, при охлаждении фанштейна от температуры затвердевания до 520°C не происходит существенных изменений в его структуре. До температуры 550°C сульфид никеля представлен фазой  $\alpha\text{Ni}_3\text{S}_2$ , растворяющей до 6%  $\text{Cu}_2\text{S}$ . Ниже этой температуры сульфид никеля превращается в низкотемпературную форму —  $\beta\text{Ni}_3\text{S}_2$ , растворимость сульфида меди в которой снижается до 0,5%.

Однако наши исследования показали, что выделение этих последних порций сульфида меди происходит в форме дисперсных частиц беспорядочно располагающихся в массе сульфида никеля. Чтобы подтвердить этот факт, образцы сплавов сульфидов после медленного охлаждения по канадскому режиму были подвергнуты минераграфическому и микрорентгеноструктурному исследованию.

Минераграфический анализ показал, что в медленно охлажденном сплаве в массе сульфида никеля наряду с основной массой крупных кристаллов сульфида меди выделялись как грубодисперсные (рис. 1), так и мягкие эвтектоидные выделения сульфида меди (рис. 2).

Микрорентгеноструктурный анализ (<sup>1</sup> участка внешне однородного поля сульфида никеля (рис. 3) подтвердил результаты минераграфиче-

<sup>(1)</sup> Исследования проводили на рентгеновском микроанализаторе «Джеоскан» фирмы «Кембридж».

ского анализа. Получившаяся пика с содержанием меди на линии сканирования поля сульфида никеля подтверждает наличие в нем дисперсных выделений сульфида меди.



Рис. 1. Сплав сульфидов  $\text{Cu}_2\text{S} : \text{Ni}_3\text{S}_2 = 1,5 : 1$  после медленного охлаждения в интервале температур  $940-370^\circ\text{C}$  со скоростью  $6^\circ$  в час при увеличении  $\times 270$



Рис. 2. Тот же сплав внешне однородного поля  $\text{Ni}_3\text{S}_2$  при увеличении  $\times 1340$

Таким образом, замедленное охлаждение сульфидов по канадскому режиму хотя и обеспечивает укрупнение основной массы выделения меди, но не позволяет устранить мелкие эвтектоидные выделения, которые даже при скорости охлаждения  $6^\circ$  в час не успевают коалесцировать в более крупные зерна. Причиной этого видимо, является затрудненность диффузии сульфида меди в твердой фазе сульфида никеля.

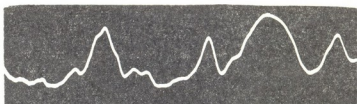


Рис. 3. Линия сканирования содержания сульфида меди в поле сульфида никеля по линии а—а

Работы [2, 3] убедили нас, что значительные изменения в структуре сплавов сульфидов меди и никеля происходят вблизи температуры солидуса  $750^\circ\text{C}$  [3]. Следует отметить, что сплавы в области температур эвтектического превращения, как правило, обладают особыми свой-

ствами (в частности, высокой подвижностью атомов в решетке) [4]. Возможно, что данное явление способствует ускорению диффузионных процессов, в особенности, когда температура процесса колеблется около равновесной.

Обжиг сплава, расплавленного при  $1200^{\circ}\text{C}$  и быстро охлажденного на воздухе до  $750^{\circ}\text{C}$ ; с последующей выдержкой при этой температуре 10 часов, дали гораздо лучшие результаты, чем медленное охлаждение — наряду с улучшением структуры, в сплаве почти не наблюдались мелкие и нитевидные выделения сульфида меди. В образцах, полученных после 10-часового обжига при  $750^{\circ}$  предварительно закаленных сплавов весь сульфид меди был представлен крупными шарообразными выделениями. В матрице сульфида никеля даже при увеличениях 1340 не было констатировано никаких мелких выделений сульфида меди (рис. 4).



Рис. 4. Поле содержания меди в сплаве  $\text{Cu}_2\text{S}:\text{Ni}_3\text{S}_2=1,5:1$ , отожженный при  $750^{\circ}\text{C}$  и временем отжига 10 часов с предварительной закалкой



рис. 5. Линия сканирования содержания сульфида меди в поле сульфида никеля образца сплава ( $\text{Cu}_2\text{S}:\text{Ni}_3\text{S}_2=1,5:1$ ), отожженного при  $750^{\circ}\text{C}$  и временем отжига 10 часов с предварительной закалкой

Сканирование полей сульфида никеля на микроанализаторе однозначно подтвердило полное отсутствие дисперсных включений сульфида меди в сульфиде никеля (рис. 5).



რ. გოგორიშვილი, ი. მასლენიცი, ვ. გაპრინდაშვილი

სპილენძისა და ნიკელის შენადნობის მაღალტემპერატურული  
მოწვის გავლენა სულფიდური სპილენძის გამოყოფის  
კოალესცენციაზე

რეზიუმე

კანადური მეთოდით სპილენძის სულფიდისა და ნიკელის შენადნობის ნე-  
ლი გაციება ხელს უწყობს მყარი ხსნარის დაშლას, მაგრამ ვერ უზრუნველ-  
ყოფს სპილენძის სულფიდის წვრილი გამონაყოფების კოალესცენციას. წი-  
ნასწარი წრთობის გარეშე მოწვა 750°C 10 საათის განმავლობაში ხელს  
უწყობს წვრილი ნაწილაკების შერწყმას, მაგრამ ვერ უზრუნველყოფს სულ-  
ფიდური სპილენძის მარცვლების ძირითადი მასის საკმარის ზრდას. მოწვა  
10 საათის განმავლობაში 750°C-ზე წინასწარი წრთობით, საესებით გამორი-  
ცხავს სულფიდური სპილენძის წვრილ ნაწილაკებს და უზრუნველყოფს სპი-  
ლენძის სულფიდის მსხვილი ოვალური მარცვლების წარმოქმნას.

CHEMICAL TECHNOLOGY

R. P. GOGORISHVILI, I. N. MASLENITSKI, V. N. GAPRINDASHVILI

THE EFFECT OF HIGH-TEMPERATURE ANNEALING OF  
COPPER AND NICKEL SULPHIDE ALLOYS ON THE COALESCENCE  
OF COPPER SULPHIDE EDUCTS

Summary

Slow cooling of copper sulphide and nickel alloys by the Canadian regime promotes disintegration of the solid solution but does not provide for the coalescence of educts of the copper sulphide particles. Annealing without preliminary hardening at 750°C during 10 hours promotes the coalescence of the small copper sulphide particles but does not ensure the proper growth of the main part of copper sulphide grains. Annealing during 10 hours at 750°C with preliminary hardening completely eliminates the small copper sulphide particles and ensures formation of large spherical copper sulphide grains.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Сб. «Никель». М., 1968.
2. И. Н. Масленицкий, Л. А. Кричевский. Записки Ленинградского горного института, т. XXVIII, 1953.
3. Р. П. Гогоршвили, И. Н. Масленицкий. Обогащение руд, № 5, 1968.
4. Сб. «Испытания металлов». М., 1967.

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

Л. Д. МЕЛИКАДЗЕ (член-корр. АН ГССР), Л. Ч. ЛОМИДZE,  
Д. С. ИОСЕБИДZE

ПОЛУЧЕНИЕ ВЫСОКОДИСПЕРСНОГО УГЛЕРОДА В  
ЭЛЕКТРОКАРБОНИЗАТОРЕ С СЕМИКОРЗИННОЙ  
ЭЛЕКТРОДНОЙ СИСТЕМОЙ

Суспензии высокодисперсного углерода, получаемые электрокарбонизацией бензола, в минеральных маслах удовлетворяют требованиям, которые предъявляются к смазочным материалам, применяемым в трансмиссиях автомобилей, тракторов и других машин [1—3].

С целью получения высокодисперсного углерода в количествах, необходимых для широких эксплуатационных испытаний, нами сконструирована, изготовлена и проверена в работе укрупненная установка электрокарбонизатора (рис. 1).

Электрокарбонизатор углеводородов лабораторного типа описан ранее [4, 5]. Принцип работы нового укрупненного электрокарбонизатора такой же, что и лабораторного, однако конструктивно он отличается от последнего [5] тем, что электродная система нового укрупненного электрокарбонизатора состоит из семи (см. рис. 1) одинаковых параллельно действующих электродных корзин, по размеру соответствующих старому. Такая электродная система позволяет значительно увеличить производительность установки (при сохранении того же оптимального электрического режима, который имелся в старом карбонизаторе), а также обеспечить надежность и непрерывность работы, при выходе из строя отдельных электродных корзин. В настоящей работе показано влияние указанного конструктивного изменения на технологические показатели процесса.

При этом, испытание нового электрокарбонизатора проводилось при том оптимальном электрическом режиме, который установлен на старом электрокарбонизаторе. Вместе с тем, исследован выход высокодисперсного углерода в зависимости от продолжительности процесса карбонизации бензола, с целью выяснения влияния накапливаемых в карбонизируемой жидкости побочных продуктов процесса, на выход высокодисперсного углерода.

Карбонизация бензола проводилась каждый раз в течение 2,5 часов. В течение этого времени в карбонизаторе накапливалось такое количество высокодисперсного углерода, удаление которого из аппарата становилось необходимым. После отделения углерода от карбонизируемой жидкости, последняя опять заливалась в карбонизатор и снова подвергалась карбонизации и т. д.

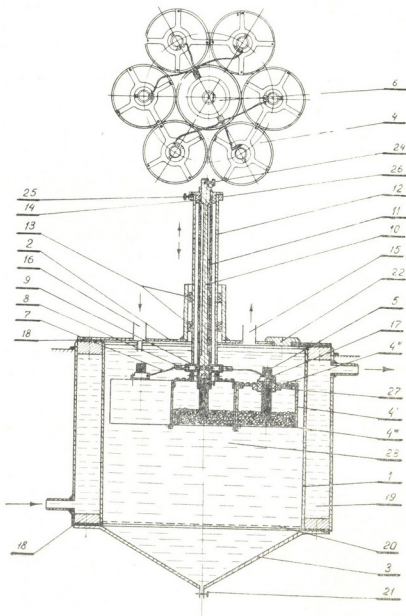


Рис. 1

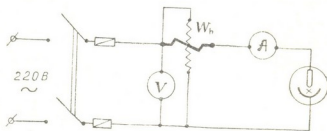


Рис. 2

Установка электрокарбонизатора, схема которой представлена на рис. 2, работала при следующем оптимальном режиме.

1. Частота возвратно-поступательного движения электродной системы — 19 ходов в минуту (вверх и вниз).

2. Для установления расхода и режима тока использовались электрический счетчик активной энергии, индукционный однофазный, на

220 в и 20 а, частотой 50 гц, класса точности 2,5; вольтметр типа АСТВ, электромагнитной системы, класса точности 0,5; амперметр типа АСТ, электромагнитной системы, класса точности 0,5.

Газы, выделяемые при электрокарбонизации бензола, выпускались в воздух, а увлеченные при этом пары бензола конденсировались и возвращались обратно в электрокарбонизатор.

В каждом опыте поддерживали одинаковый режим: напряжение тока 220 в, температура бензола 25—30°C, вес контактной массы в каждой корзине 140 г, диаметр центральных электродов и глубина погружения их в контактную массу 16 мм, вес заливаемой в карбонизатор порции бензола 27 кг. Все операции экспериментов выполнялись по методике, принятой в работе [6].

Результаты экспериментов приведены в таблице.

Данные, полученные на электрокарбонизаторе с семикорзиночной электродной системой

Продолжительность процесса карбонизации, час	Содержание углерода в бензо-ло-углеродной пасте, г	Выход углерода в единицу времени, г/мин	Выход углерода на 1 квтч электро-энергии, г	Выход углерода на 1 кг израсходованного бензола, г
2,5	5,0	1,7	36,2	97,1
5,0	5,35	2,16	43,6	111,6
7,5	5,8	2,86	55,7	117,0
10,0	6,3	3,88	74,5	127,0
12,5	7,0	5,36	108,5	149,0

Сравнение результатов, полученных на старом [6] и новом электрокарбонизаторах, показывает, что последний, имеющий семикорзиночную электродную систему, является более эффективным. Так, выход высокодисперсного углерода на 1 квтч электроэнергии, а также на 1 кг израсходованного бензола составляет соответственно 36,2 г и 9,71%, а для старого 19,4 г и 3,5%.

Анализируя данные, приведенные в таблице, можно заключить, что в новом электрокарбонизаторе по сравнению со старым увеличивается выход высокодисперсного углерода как на единицу израсходованной электроэнергии, так и относительно израсходованного бензола. Растет выход высокодисперсного углерода с увеличением продолжительности обработки бензола и существенно увеличивается производительность установки.

Увеличение выхода углерода можно приписать побочным продуктам электрокарбонизации, накапливаемым в карбонизируемой жидкости, которые в силу присущих им большего содержания углеродных ато-



мов ( $C/H \cong 17,9$  у побочных продуктов карбонизаций, а  $C/H = 12$  у бензола) дают более высокие выходы углерода  $\sim 94,7\%$ , против  $92,3\%$  в случае бензола.

Академия наук Грузинской ССР  
Институт физической и  
органической химии

Грузинский политехнический институт  
им. В. И. Ленина

(Поступило 6.3.1970)

კიმიური ტექნოლოგია

ლ. მელიკაძე (საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის წევრ-კორესპონდენტი),  
ლ. ლომიძე, ჯ. იოსებიძე

მაღალდისპერსული ნახშირბადის მიღება შვიდკალათიანი  
ელექტროდული სისტემის მქონე ელექტროკარბონიზატორში  
რეზიუმე

დადგენილია, რომ შვიდკალათიანი ელექტროდული სისტემის ელექტრო-  
კარბონიზატორი, ნახშირბადის გამოსავლის თვალსაზრისით, უფრო ეფექტუ-  
რია, ვიდრე ჩვენ მიერ ადრე შექმნილი ლაბორატორიული ტიპის ელექტრო-  
კარბონიზატორი.

ახალ ელექტროკარბონიზატორში, ძველთან შედარებით, მაღალდისპერ-  
სული ნახშირბადის გამოსავალი იზრდება როგორც დახარჯული ელექტრო-  
ენერჯიის ერთეულზე, ისე დახარჯული ბენზოლის მიმართ. ბენზოლის დამუ-  
შავების ხანგრძლივობის გაზრდით იზრდება მაღალდისპერსული ნახშირბადის  
გამოსავალი და საგრძნობლად მდლდება დანადგარის წარმადობა.

#### CHEMICAL TECHNOLOGY

L. D. MELIKADZE, L. Ch. LOMIDZE, D. S. IOSEBIDZE

### HIGH-DISPERSIVE CARBON YIELD IN AN ELECTROCARBONIZATOR WITH A SEVEN-BASKET ELECTRODE SYSTEM

#### Summary

It has been established that an electrocarbonizator with a seven-bas-  
ket electrode system is more effective in its carbon yield than the labo-  
ratory electrocarbonizator designed previously by the present authors.

Compared with the old one, the yield of high-dispersive carbon in the  
new electrocarbonizator increases both per unit of consumed electric power  
and consumed benzole. Increase of the duration of benzole carbonization  
causes an increase of high-dispersive carbon yield, this considerably heighten-  
ing the efficiency of the device.

#### ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Д. С. Иосебидзе, Л. Д. Меликадзе. Сообщения АН ГССР, 48, № 3, 1967, 661.
2. Д. С. Иосебидзе, Л. Д. Меликадзе. Сообщения АН ГССР, 49, № 3, 1968, 659.
3. Д. С. Иосебидзе, Л. Д. Меликадзе. Сообщения АН ГССР, 52, № 1, 1968, 93.
4. Л. Д. Меликадзе, Н. Г. Бекаури, Д. С. Иосебидзе. Авторское свидетельство № 199117. Бюллетень изобретений № 15, 1967.
5. Д. С. Иосебидзе, Л. Д. Меликадзе. Сообщения АН ГССР, 47, № 1, 1967, 61.
6. Д. С. Иосебидзе, Л. Д. Меликадзе. Сообщения АН ГССР, 47, № 3, 1967, 575.





ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

Б. Н. БОКЕРИЯ, Д. Ш. ЦАГАРЕИШВИЛИ, Г. Г. ГВЕЛЕСИАНИ

ЭНТАЛЬПИЯ И ТЕПЛОЕМКОСТЬ АЛЮМИНАТА БАРИЯ ПРИ  
 ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

(Представлено членом-корреспондентом Академии Н. А. Ландия 24.2.1970)

Высокотемпературная энтальпия и теплоемкость алюмината бария экспериментально не исследована. В настоящей работе изложены результаты измерения энтальпии  $BaAl_2O_4$  методом смешения в интервале температур 298—1600°K.

Алюминат получался по реакции [1]



В качестве исходных материалов использовались карбонат бария марки „ч. д. а.“ и окись алюминия  $\gamma$ -формы также марки „ч. д. а.“ Шихта стехиометрического состава тщательно измельчалась, перемешивалась и брикетировалась при давлении 10 т/см<sup>2</sup>. Брикет обжигался при 1250°С в течение 10 ч в условиях невысокого вакуума (10<sup>-1</sup> мм рт. ст.). Полученный продукт перемельчался, вновь брикетировался и дополнительно прокаливался на воздухе при температуре 1350°С в течение 8 ч. Свободный ВаО в продукте обжига определялся по этилово-глицератному методу [1]. Химический анализ полученного алюмината приведен в табл. 1.

Рентгенографические исследования синтезированного  $BaAl_2O_4$  проводились на ионизационной установке УРС-50И. Рассчитанные значения межплоскостных расстояний в решетке алюмината бария (табл. 2) хорошо согласуются с аналогичными данными других авторов [1].

Выполнено термографическое исследование полученного алюмината. Кривые охлаждения снимались на пирометре Курнакова ФПК-55. На кривой дифференциальной записи в области температур 260—330°С наблюдается слабый тепловой эффект. Сопоставление межплоскостных расстояний алюмината бария до и после превращения (табл. 2) показывает, что фазовый переход  $\alpha$ - $BaAl_2O_4 \rightarrow \beta$ - $BaAl_2O_4$  не характеризуется изменением структуры алюмината.

Таблица 1

Химический анализ продукта обжига

ВаО, %		Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> , %		ВаО свободный, %	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> свободный, %	BaAl <sub>2</sub> O <sub>4</sub> , %
по хим. анализу	по стехиометрии	по хим. анализу	по стехиометрии			
59,59	60,06	39,72	39,94	0	0,10	99,21



Значения межплоскостных расстояний в решетке алюмината бария  
(Излучение:  $\text{CuK}\alpha$ ; фильтр—Ni)

20°C		500°C		20°C		500°C	
I	d Å	I	d Å	I	d Å	I	d Å
25	4,477	25	4,500	30	1,586	25	1,592
5	3,951	5	3,970	20	1,571	10	1,578
100	3,133	100	3,143	20	1,502	15	1,508
50	2,592	50	2,607	5	1,458	5	1,463
5	2,476	10	2,484	5	1,422	5	1,425
40	2,233	25	2,240	5	1,385	5	1,390
10	2,184	10	2,191	35	1,345	25	1,350
35	2,000	20	2,008	10	1,301	5	1,304
15	1,967	5	1,976	10	1,274	5	1,276
20	1,904	10	1,914	10	1,238	5	1,242
10	1,703	5	1,708	10	1,223	5	1,227
20	1,674	10	1,679	20	1,204	10	1,206

Высокотемпературная энтальпия  $\text{BaAl}_2\text{O}_4$  определялась методом смешения в калориметре, конструкция которого описана в работах [2, 3]. Калориметр был вновь отградуирован по корунду с точностью  $\pm 0,1\%$  (взамен ранее достигнутой  $\pm 0,3\%$ ) путем использования табличного способа, разработанного на основании графического метода последовательных приближений [4]. Нагретая ампула с веществом вводилась в блок калориметра по описанной ранее схеме [5], в которой пережигание платиновой подвески было заменено механическим сбрасыванием.

Таблица 3

Экспериментальные значения энтальпии  $\text{BaAl}_2\text{O}_4$   
(1 кал=4,1840 дж; 25°C=298,15°K)

T, °K	$H_T - H_{298,15}$ кал/моль	$\Delta$ , %	T, °K	$H_T - H_{298,15}$ кал/моль	$\Delta$ , %
377,2	2379	-1,22	659,6	13250	-0,01
425,4	4104	+0,80	661,8	13350	+0,19
470,1	5666	-0,78	693,9	14650	+0,61
493,3	6650	+0,87	763,6	17230	-0,09
524,7	7880	+0,80	871,4	21340	-0,62
567,9	9534	-0,22	966,4	25250	-0,08
576,8	9892	-0,27	1073,4	29630	0,00
594,8	10680	+0,15	1177,5	33800	-0,46
606,6	11200	-0,42	1287,7	38850	+0,59
620,1	11730	-0,21	1373,5	42680	+0,85
634,5	12350	+0,40	1486,7	47280	0,00
653,1	13020	+0,12	1612,4	52580	-0,62

В табл. 3 приведены результаты измерений при различных температурах  $H_T - H_{298,15}$  алюмината бария. Навеска  $\text{BaAl}_2\text{O}_4$  при опытах равнялась 7,7817 г. Найденная по графику  $H_T - H_{298,15} = f(T)$  температура его фазового превращения равна  $600 \pm 3$  К. Методика сработки экспериментальных результатов описана в работе [6]. Сглаженные значения энтальпии алюмината бария с шагом  $100^\circ$  приведены в табл. 4.



Составлены интерполяционные уравнения зависимости  $H_T - H_{298,15}$  и истинной теплоемкости  $C_p$   $\alpha$ -BaAl<sub>2</sub>O<sub>4</sub> и  $\beta$ -BaAl<sub>2</sub>O<sub>4</sub> от температуры:

I.  $\alpha$ -BaAl<sub>2</sub>O<sub>4</sub> (298,15—600°K).

$$H_T - H_{298,15} = 34,25 T + 8,83 \cdot 10^{-3} T^2 + 10,97 \cdot 10^5 \cdot T^{-1} - 14676, \text{ кал/моль};$$

$$C_p = 34,25 + 17,66 \cdot 10^{-3} T - 10,97 \cdot 10^5 \cdot T^{-2}, \text{ кал/моль} \cdot \text{град.}$$

II.  $\beta$ -BaAl<sub>2</sub>O<sub>4</sub> (600 — 1612,4°K).

$$H_T - H_{298,15} = 33,03 T + 3,78 \cdot 10^{-3} \cdot T^2 - 10180, \text{ кал/моль.}$$

$$C_p = 33,03 + 7,56 \cdot 10^{-3} T, \text{ кал/моль} \cdot \text{град.}$$

Таблица 4

Сглаженные значения энтальпии BaAl<sub>2</sub>O<sub>4</sub> (Молекулярный вес 255,30)

T, °K	H <sub>T</sub> -H <sub>298,15</sub> кал/моль	T, °K	H <sub>T</sub> -H <sub>298,15</sub> кал/моль	T, °K	H <sub>T</sub> -H <sub>298,15</sub> кал/моль
400	3180	800	18660	1300	39140
500	6850	900	22610	1400	43470
600 (α)	10880	1000	26630	1500	47870
600 (β)	11000	1100	30720	1600	52340
700	14790	1200	34890		

Среднее расхождение  $\Delta_{cp}$  (табл. 3) между экспериментальными и рассчитанными из уравнений значениями энтальпий для  $\alpha$ -BaAl<sub>2</sub>O<sub>4</sub> не превышает  $\pm 0,6\%$ , а для  $\beta$ -BaAl<sub>2</sub>O<sub>4</sub> —  $\pm 0,3\%$ . Теплота фазового превращения  $\alpha$ -BaAl<sub>2</sub>O<sub>4</sub> →  $\beta$ -BaAl<sub>2</sub>O<sub>4</sub> при 600°K равна 120 кал/моль.

Академия наук Грузинской ССР  
Институт металлургии

(Поступило 12.3.1970)

ქიმიური ტექნოლოგია

ბ. ბოკერია, დ. ცხაბერიშვილი, გ. გველესიანი

ბარიუმის ალუმინატის ენთალპია და სითბოტევადობა მაღალ ტემპერატურებზე

რეზიუმე

მასიურ კალორიმეტრში შერევის მეთოდით გაზომილია BaAl<sub>2</sub>O<sub>4</sub>-ის ენთალპია 298,15 — 1612,4°K ტემპერატურულ ზღვრებში. მოცემულია განტოლებები მისი ენთალპიისა და სითბოტევადობისათვის. შედგენილია ენთალპიის გასაშუალებულ მნიშვნელობათა ცხრილი 400-დან 1600°K-მდე.

CHEMICAL TECHNOLOGY

B. N. BOKERIA, D. Sh. TSAGAREISHVILI, G. G. GVELESIANI

ENTHALPY AND HEAT CAPACITY OF BARIUM ALUMINATE AT HIGH TEMPERATURES

Summary

The enthalpy of BaAl<sub>2</sub>O<sub>4</sub> in the temperature range 298,15°-1612,4°K has been determined in a massive calorimeter by the mixing method. Equations for the enthalpy and the heat capacity have been derived. The enthalpy data have been tabulated from 400° to 1600°K.

## ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. П. П. Будников, Н. В. Куликова. Неорганические материалы, 2, № 11, 1985, 1966.
2. Д. Ш. Цагарейшвили, Г. Г. Гвелесиани. Журнал неорганической химии, 10, 1965, 319.
3. Д. Ш. Цагарейшвили, Г. Г. Гвелесиани. Труды Грузинского института металлургии, 14, 1965, 187.
4. Ю. М. Голутвин. Журнал физической химии, 23, 1959, 1798.
5. Д. Ш. Цагарейшвили, Т. С. Яшвили, Г. Г. Гвелесиани. Сообщения АН СССР, 49, № 1, 1968, 175.
6. Д. Ш. Цагарейшвили, Г. Г. Гвелесиани, Т. С. Яшвили. Журнал физической химии, 43, № 4, 1969, 882.

Ф. Д. МАПСАДЗЕ

## О ФАЦИЯХ ЭОЦЕНОВЫХ ОБРАЗОВАНИЙ МЕЖДУРЕЧЬЯ РИОНИ И ЛИАХВИ

(Представлено академиком П. Д. Гамкрелидзе 12.3.1970)

Изученные нами эоценовые образования развиты в междуречье Риони и Лиахви и охватывают смежные районы Верхней Рачи и Южной Осетии. Исследованная территория расположена в полосе сопряжения двух геотектонических единиц — Местийско-Тианетской зоны карбонатного флиша верхней юры и мела (с севера) и Гагрско-Джавской зоны (с юга) — входящих в складчатую систему Южного склона Большого Кавказа. Упомянутые геотектонические единицы разграничены крупным тектоническим нарушением, вдоль которого первая зона надвинута на вторую с севера на юг.

В Гагрско-Джавской зоне наряду с эоценовыми образованиями развиты лейасовые, байосские, верхнеюрские, ниже- и верхнемеловые, а также олигоценные отложения. Описываемая зона предыдущими исследователями вначале относилась к северной части Грузинской глыбы. Однако впоследствии, на основании анализа нового материала П. Д. Гамкрелидзе отнес ее к складчатой системе Южного склона Большого Кавказа [1].

Развитые здесь эоценовые образования представлены двумя различными фациями: средне- и верхнеэоценовой нормально-осадочной свитой и верхнеэоценовой свитой глыбовых брекчий.

Нормально-осадочная свита развита, главным образом, в центральной и, частично, в восточной частях исследованного района. Сравнительно большую площадь они занимают в районах сс. Цедиси, Цханари, Фасраго и на хребте Вал-Хох. Нормально-осадочные отложения с базальными конгломератами в основании несогласно налегают на верхнемеловые и более древние образования. Нормально-осадочные породы на основании нуммулитовой фауны датируются средним и верхним эоценом.

Литологически нормально-осадочные отложения представлены песчаниками, известняками, мергелями и глинистыми сланцами, которые пользуются не одинаковым распространением и играют разную роль в геологическом строении района.

Песчаники составляют примерно 60—70% всей нормально-осадочной свиты. Это хорошо сцементированные, мелко- и среднезернистые, слоистые, иногда рассланцованные карбонатные породы. Они сложены обломками кварца, полевых шпатов и чешуйками слюды. Соотношение этих компонентов в породе часто меняется, что обуславливает наличие олигомиктовых и полимиктовых разновидностей песчаников.

Олигомиктовые песчаники резко преобладают. В их составе принимают участие кварц и плагиоклаз с преобладанием первого над



вторым как количественно, так и по размерам зерен; в ничтожном количестве встречаются слюда (мусковит) и калишпат.

В полимиктовых песчаниках главные породообразующие минералы представлены кварцем, плагиоклазом, калишпатом, слюдой и обломками пород. Ведущим минералом является кварц; другие компоненты участвуют в разном количестве, в зависимости от чего имеем аркозо-кварцевые или граувакково-кварцевые песчаники.

Зерна кварца угловаты или слабо отсортированы, характеризуются волнистым, иногда мозаичным и прямым погасанием. Плагиоклаз представлен низкопризматическими зернами альбит-олигоклаза. Калишпат присутствует в незначительном количестве. В восточной части района (с. Кемульты) он более ощутим и иногда представлен решетчатым микроклином. Слюда встречается в виде удлиненных чешуй мусковита, реже биотита. Обломки пород в большинстве случаев присутствуют в незначительном количестве и представлены главным образом эффузивами, реже кварцитами.

Известняки в эоценовых нормально-осадочных отложениях представлены песчанистыми и органогенными разновидностями, с преобладанием первого.

Песчанистые известняки в разном количестве (до 50%) содержат примесь песчанистого материала в виде зерен кварца, плагиоклаза и калишпата. Чешуйки слюды представлены главным образом мусковитом. Органогенные известняки развиты лишь в окрестностях оз. Эцо, где по фауне нуммулитов датируются как среднеэоценовые.

Мергели и глинистые сланцы по сравнению с песчаниками и известняками незначительно распространены. Часть этих осадков присутствует и в глыбовых брекчиях в виде отдельных прослоев и пачек.

Свита верхнеэоценовых глыбовых брекчий в исследованном районе, как правило, встречается севернее эоценовых нормально-осадочных пород. Она развита в виде субширотной вытянутой полосы и обычно приурочена к линии надвига флишевых отложений. Исключение составляет только полоса Укивлета-Клдебодзали, где глыбовые брекчии обнажаются южнее флишевого надвига.

Нами установлено, что большая часть глыбовых брекчий, как предполагалось ранее, переотложена, а другая часть осадочно-вулканогенного происхождения [2].

Основную часть глыбовых брекчий составляют обломки верхнеюрских рифогенных известняков, вулканогенных пород байосской порфиритовой свиты, меловых известняков, карбонатного флиша, а также глыбы среднеэоценовых нормально-осадочных пород (мергелей, глинистых сланцев), северной полосы эоценового бассейна, перекрытой в настоящее время надвинутыми флишевыми отложениями. Размеры обломков колеблются от нескольких сантиметров, до нескольких метров. Они характеризуются как угловатыми, так и округленными формами, иногда до сферического. В распределении материала и степени



окатанности обломков в глыбовых брекчиях никакой закономерности не обнаруживается.

В глыбовых брекчиях в исследованном районе фауна не обнаружена, однако их верхнеэоценовый возраст не должен вызывать сомнения, так как в полосе Укивлета-Клдебодзали верхнеэоценовые песчаники по падению постепенно переходят в фацию глыбовых брекчий [3], к тому же за пределами исследованного района (на востоке) аналогичный горизонт глыбовых брекчий фаунистически охарактеризован и датирован, как верхнеэоценовый [4].

Основная переотложенная часть глыбовых брекчий сложена обломками и глыбами верхнеюрских рифогенных известняков и байосской порфиритовой свиты. Эти компоненты присутствуют примерно в равном количестве, но известняки обычно характеризуются большими размерами, достигая по объему иногда несколько сот кубических метров. Обломки и глыбы верхнеюрских известняков в восточной части района (восточнее р. Кешелта-дон) встречаются гораздо реже, а иногда полностью отсутствуют.

Переотложенный материал меловых известняков и флишевых отложений в сложении глыбовых брекчий играет подчиненную роль, встречаясь главным образом, в западной части района (по р. Гомрула), где он присутствует в значительном количестве и представлен обломками больших размеров (5×3, 10×8 м).

Глыбы мергелей и глинистых сланцев, участвующие в сложении глыбовых брекчий, видимо переотложены из более северных фаций среднего эоцена. перекрытых ныне флишевыми отложениями.

Следует отметить, что обломки или глыбы эоценовых нормально-осадочных пород, развитых в южной части района, южнее глыбовых брекчий, в последних совершенно отсутствуют.

Непереотложенная часть верхнеэоценовых глыбовых брекчий, имеющая осадочно-вулканогенное происхождение, представлены вулканокластолитами и эффузивами, где первые резко преобладают над вторыми. Вулканокластолиты в свою очередь представлены агломератовыми туфами и туффитами, а эффузивы — породами базальтового состава (авгит-лабрадоровые, авгит-битовинитовые порфириты и оливиновые базальты). Проявление вулканизма в исследованном районе происходило в начале позднеэоценового времени и отложение осадочно-вулканогенных продуктов во времени несколько опережало накопление глыбовых брекчий переотложенного происхождения.

На основании анализа фаций верхнеэоценовых отложений можно заключить, что в пределах исследованного района в верхнем эоцене привнос грубообломочного материала происходил с севера, с кордильер Гагрско-Джавской зоны, перекрытой ныне надвинутыми флишевыми отложениями. Накопление глыбовых брекчий здесь происходило в условиях сильно расчлененного рельефа, при ингрессивном наступлении моря, которое сопровождалось интенсивным разрушением области размыва с активным участием прибрежно-оползневых явле-



ний. Одновременно с этим, в южной части бассейна, в некотором отдалении от размывающихся островов, отлагались нормально-осадочные породы, преимущественно песчаники.

Академия наук Грузинской ССР  
Геологический институт

(Поступило 13.3.1970)

გეოლოგია

ფ. მაისაძე

ეოცენური წარმონაქმნების ფაციესების შესახებ მდ. რიონსა და ლიახვს შუა

რეზიუმე

ზემო რაჭისა და სამხრეთ ოსეთის ტერიტორიაზე განვითარებული ეოცენური წარმონაქმნები ორი განსხვავებული ფაციესის ნაღველებითაა წარმოდგენილი, შუა- და ზედაეოცენური ნორმული დანალექი და ზედაეოცენური ლოდ-ბრექჩიული წყებებით. ეს უკანასკნელი ძირითადად ვადანალექი, ხოლო ნაწილობრივ დანალექ-ვულკანოგენური წარმოშობისაა. ზედაეოცენური ფაციესების ანალიზის შედეგად დგინდება, რომ უხეშნატეხოვანი მასალის წყარო საკვლევი რაიონის ჩრდილოეთით იყო განლაგებული, რაც დღეს შეცოცებული ფლიშური ნაღველებითაა გადაფარული.

GEOLOGY

F. D. MAISADZE

## ON THE FACIES OF EOCENE FORMATIONS IN THE INTERFLUVE OF THE RIONI AND THE LIAKHVI

Summary

In upper Racha and southern Osseti two different facies of Eocene formation occur: Middle and Upper Eocene sedimentary and Upper Eocene clumpy breccia suites. The latter is mainly of redispotion and partly of volcanic-sedimentary origin. Analysis of the Upper Eocene facies shows that the source of the rough material was localized in the northern part of the area under study, now overlapped by flysch sediments.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. П. Д. Гамкрелидзе. Труды Геол. ин-та АН ГССР, т. X(XV), 1957.
2. Ф. Д. Майсадзе. Сообщения АН ГССР, т. 55, № 3, 1969.
3. Н. С. Бендукидзе. Сообщения АН ГССР, т. XII, № 9, 1951.
4. Н. С. Мрелишвили. Труды Геол. ин-та АН ГССР, т. X(XV), 1957.

Д. А. КАСРАДЗЕ

## О МЕТОДИКЕ ПОИСКОВ СКРЫТОГО ОРУДЕНЕНИЯ ПО ПЕРВИЧНЫМ ОРЕОЛАМ

(НА ПРИМЕРЕ АРДЖЕВАН-ГУДЖАРЕТСКОГО РУДНОГО УЗЛА)

(Представлено членом-корреспондентом Академии Г. А. Твалчредидзе 11.3.1970)

В связи с уменьшением числа легко открываемых месторождений, имеющих выход на дневную поверхность, в практику геолого-поисковых работ внедряются геохимические методы поисков рудных месторождений, в частности, метод поисков слепых рудных тел по первичным ореолам.

В настоящей работе, на основании результатов геохимических работ на Арджеван-Гуджаретском медно-полиметаллическом месторождении, приводятся некоторые конкретные рекомендации.

Район сложен порфиристыми туфами и туфобрекчиями среднего эоцена, прорванными штокообразными телами габбро и сиенито-диоритов. Рудные тела представлены кругопадающими золотосными кварцево-полиметаллическими жилами и минерализованными зонами, имеющими длину 100—250 м. Они расположены в южном крыле регионального взбросо-сдвига и приурочены к системе опирающих трещин. Главными рудными минералами являются: халькопирит, сфалерит, галенит, блеклая руда; в меньшем количестве встречаются сложные сульфосили свинца и серебра, гематит, самородное золото и др.

Рудные тела окаймляются гидротермально измененными породами. Среди них устанавливаются следующие метасоматические фации (от рудных тел): кварц-серицитовая, кварц-серицит-хлорит-карбонатная, хлорит-карбонатная и эпидот-хлоритовая.

Нами изучались первичные ореолы рудообразующих элементов меди, цинка, свинца, золота, серебра, олова, кобальта, никеля, и молибдена, а также йода — элемента, склонного к широкому рассеянию [1]. Содержание меди, свинца и цинка в породах определялось количественным, а никеля, кобальта, олова, молибдена и серебра — приближенно-количественным спектральным анализом. Золото определялось химико-спектральным методом, а йод — химическим методом.

Геохимический фон ( $C_f$ ), стандартный множитель ( $\epsilon$ ) и нижний предел аномалий ( $C_a$ ) определялись с применением современных методов математической статистики. Установлено, что распределение элементов в породах аппроксимируется логнормальным законом.



В результате обработки 1500 определений вышеперечисленных элементов в образцах из вмещающих оруденение туфов, а также порфиристов, габбро и сиенито-диоритов выявлена определенная специализация сиенито-диоритов в отношении рудных элементов, в которых их среднее содержание намного превышает кларки. В отношении меди это подтверждается и при исследовании минералов концентратов в различных магматических породах (минералами-концентратами для порфиристов и габбро являются плагиоклаз и пироксен, для сиенито-диоритов — калий-натриевые полевые шпаты, амфиболы и магнетит). Так, если в порфиритах суммарное количество меди в минералах составляет 70 г/т, в габбро — 630 г/т, то в сиенито-диоритах оно достигает 1300 г/т. Это служит основанием для установления связи оруденения с сиенито-диоритами.

Эндегенные геохимические ореолы изучались по многочисленным разрезам. В основном они повторяют форму самих рудных тел: несложные жилы окружены ореолами вытянутой эллипсоидной формы, а сложные рудные тела типа «конского хвоста» окаймлены сложным по форме ореолом. Характерной особенностью эндегенных ореолов всех перечисленных элементов является их вытянутость по восстанию и падению рудных тел, которая обуславливает вертикальную протяженность их, значительно превышающую протяженность самих рудных тел.

Медь и золото образуют широкие и интенсивные ореолы. Отдельные рудные жилы сопровождаются ореолами. Они несколько шире и интенсивнее развиваются со стороны всячего бока рудного тела, обуславливая некоторую асимметричность формы. На месторождении в основном выявляются наложенные ореолы нескольких сближенных рудных тел, в сумме достигающие значительной ширины (до 1 км). Ореолы данных элементов являются сплошными (коэффициент минерализации 100%).

Размер ореолов свинца и цинка несколько меньший. Форма их асимметричная. В всячем боку преобладают ореолы цинка, а в лежачем — свинца. Серебро, кобальт, никель и молибден образуют ореолы более узкие, по размерам в несколько раз превышающие рудные тела, при этом молибден образует только подрудные ореолы.

Йод, как элемент наиболее подвижный, обладающий свойством широко рассеяния, мигрирует далеко за пределы рудных тел как в горизонтальном, так и в вертикальном направлениях, образуя участки с максимальным накоплением на значительном расстоянии от них. В связи с этим ореолы йода наблюдаются не вокруг отдельных рудных тел, а вокруг рудных участков, которые они окаймляют.

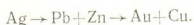
Таким образом, по ширине ореолов намечается следующий ряд: Йод > медь > золото > цинк > свинец > серебро > никель, кобальт, молибден.

Для оценки геохимических аномалий большое значение имеет установление зональности ореолов (имеется ввиду «зональность отложенной» в понимании Ю. А. Билибина).



Показателем горизонтальной зональности эндогенных ореолов по первому определению является их различная горизонтальная протяженность. Устанавливается, что общее убывание концентрации рудообразующих элементов по мере удаления от рудных тел происходит по экспоненциальному закону. Используя карты изоконцентрации элементов, нами построены графики распределения элементов вокруг рудных тел, на основании чего графически определена их миграционная способность (подвижность  $1/\lambda$ ) [2]. Последние оказались весьма стабильными как в разных частях, так и на разных гипсометрических уровнях месторождения. Для надрудного ореола устанавливается следующий ряд подвижности:  $Cu > Au > Zn > Pb \leq Ag$ , для подрудного ореола:  $Cu > Au > Ag > Pb > Zn > Mo$ .

Для установления вертикальной зональности произведен подсчет металла (в м %-ах) по нескольким профилям на трех горизонтах, отстоящих друг от друга на расстоянии 100 м по вертикали. Выявлено, что медь и золото имеют максимумы отложения на уровне верхнего горизонта, цинк и свинец — на уровне среднего горизонта, а серебро — в пределах нижнего горизонта. Таким образом, намечается определенная вертикальная зональность:



Важнейшим геохимическим показателем отличия надрудного ореола от подрудного является коэффициент порядковой корреляции для разных пар элементов.

Значимая положительная корреляция как в надрудном, так и в подрудном ореолах отмечается для пар  $Cu/Zn$ ,  $Cu/Au$  и  $Zn/Au$ , а отрицательная — между  $Cu/Ag$  и  $Zn/Ag$ ; значения различно коррелируемых пар элементов приводятся в таблице.

Пары элементов	Коэффициент корреляции	
	Надрудный ореол	Подрудный ореол
$Cu/Pb$	нет	+ 0,55
$Zn/Pb$	нет	+ 0,45
$Pb/Ag$	+ 0,76	- 0,73
$Pb/Au$	нет	+ 0,55
$Au/Ag$	- 0,85	нет

Итак первичные ореолы меди, золота и йода как в вертикальном, так и горизонтальном направлениях выходят далеко за пределы не только рудных тел, но и гидротермально измененных зон и могут быть успешно использованы при поисках скрытых рудных тел. Ореолы свинца, цинка, серебра, никеля и кобальта более узки и могут служить для уточнения местоположения рудных тел внутри ореолов металлов первой группы.

Установленные характеристики первичных ореолов — подвижность элементов, показатели отношения между количествами пар элементов и значение коэффициента корреляции между элементами — могут служить для оценки геохимических аномалий и прогноза оруднения на глубину и на флангах.

Управление геологии при  
Совете Министров Грузинской ССР

(Поступило 12.3.1970)

გეოქიმია

ჯ. კასრაძე

პირველადი შარავანდედით ფარული გამადნობის ძიების მეთოდის  
შესახებ

(არჯვეან-გუჯარეთის მადნიანი კვანძის წახალთზე)

რეზიუმე

აღწერილია მადანწარმოქმნელი ელემენტების პირველადი შარავანდედი არჯვეან-გუჯარეთის სპილენძ-პოლიმეტალური საბადოს გარშემო. მოცემულია გეოქიმიური მაჩვენებლები ღრვად მდებარე გამადნობის პროგნოზისათვის.

GEOCHEMISTRY

D. A. KASRADZE

ON A TECHNIQUE FOR PROSPECTING THE HIDDEN  
MINERALIZATION BY PRIMARY AUREOLES  
(ON THE EXAMPLE OF THE ARJEVAN-GUJARETI ORE LOCUS)

Summary

Primary aureoles of ore elements around the Arjevan-Gujareti copper-polymetallic deposit are described and geochemical indices for the prediction of the deep-seated mineralization are presented.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. М. А. Лапп, Б. А. Судов. Сб. «Обмен опытом», вып. 63. Л., 1963.
2. А. П. Соловов. Геология рудных месторождений, № 3, 1966.



СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

А. Д. ДОЛИДЗЕ, Г. И. ЧХЕТИАНИ

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ  
РАСЧЕТА НЕКОТОРЫХ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ  
ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

(Представлено академиком К. С. Завриевым 19.2.1970)

В практике строительства все шире применяются сборно-монолитные конструкции, которые позволяют более дорогие и трудоемкие элементы изготовлять на заводах и полигонах индустриальным способом, а остальную, большую по объему, часть конструкций бетонировать на месте с использованием местных материалов. Большое распространение получили в последние годы также конструкции, собранные из нескольких предварительно напряженных и обычных сборных элементов в единый монолит.

Существующие статические расчеты сборно-монолитных конструкций мало отличаются от таких расчетов для обыкновенных железобетонных конструкций. Однако оценка влияния длительных процессов на деформативные и прочностные свойства сборно-монолитных конструкций значительно усложняет общую задачу из-за сложности решения соответствующих уравнений.

Расчет таких конструкций с оценкой влияния нелинейной ползучести и ряда других явлений (усадка и изменение модулей упругости бетонов, релаксация напряжений в арматуре) представляется возможным лишь при использовании численных методов и применении современных электронно-вычислительных машин.

В работах [1, 2] излагается методика расчета предварительно напряженных сборно-монолитных железобетонных конструкций, работающих без трещин в растянутой зоне с учетом нелинейной и линейной ползучести, усадки и изменения модулей упругости обоих бетонов, а также релаксации усилий в предварительно напряженной арматуре.

На основе предпосылок теории старения составлены нелинейные интегро-дифференциальные расчетные уравнения. Для использования численных методов они преобразованы в нелинейные интегральные уравнения типа Вольтерра второго рода. Разработан численный метод решения. Составлена рабочая программа для БЭСМ-2. Решен ряд примеров.

Разработанная расчетная методика может быть использована при решении многих практических задач.





```

BEGIN REAL M, N, N1, E1, E2, A1, A2, H, T1, S, T, L, Y, M, Q, R, D, Z, G, V; INTEGER I, J, K, K1, U, L, X;
BOOLEAN B; ARRAY E, F, W, U, F, F1, F2, F3, N[1:5], B, E, X, P, X1[1:7], A[1:8], C[1:9];
PROCEDURE A1;
  PROCEDURE A2; PROCEDURE A3; PROCEDURE A4;
  INOUT ('R10-2 ', E, F, A, B, E, M, N, N1, E1, E2, A1, A2, H, T1, S, K1, U, L, X);
  FOR K:=1 STEP 1 UNTIL 5 DO
  BEGIN C[K]:=E[K]; F1[K]:=O
  END;
  B:=TRUE; T:=O; K:=O; GO TO M6; MO:T:=T+H; M6:A2; IF T=O THEN GO TO M2; M1:A3;
  GO TO MO; M2: IF T=H THEN
  BEGIN
    FOR I:=1 STEP 1 UNTIL 5 DO W[I]:=(IF I=1 THEN U [I] ELSE IF I=5 THEN L
      ELSE O)+H=F [I]; GO TO M3
  END ELSE IF B THEN
  BEGIN
    FOR I:=1 STEP 1 UNTIL 5 DO
    BEGIN F1 [I]:=-F1 [I]+2×H×F [I]; W [I]:=-F1 [I]+U [I]; F2 [I]:=-F [I]
    END;
    B:=FALSE; GO TO M3
  END ELSE
  FOR I:=1 STEP 1 UNTIL 5 DO
  BEGIN W [I]:=(IF T<4=H THEN O ELSE F3 [I])+3/2×H×(F2 [I]+F [I])+U [I]; F3 [I]:=F1 [I]
  END;
  B:=TRUE; M3: A4; K:=K+1; IF T<T1 THEN
  BEGIN IF K=K1 THEN
    BEGIN INOUT ('P2-10 ', X); K:=O
    END;
    GO TO M1
  END ELSE INOUT ('P2-10 ', X)
  END;

```

Однако препятствием ее широкого применения является то, что составленная рабочая программа может быть использована только на одном из типов электронно-вычислительных машин — БЭСМ-2. Учитывая, что данный тип ЭВМ является в определенной степени устаревшим и большинство их уже заменяются машинами более современной конструкции, становится необходимым наличие соответствующих вычислительных программ.

В настоящем исследовании предлагается алгол-программа, составленная для реализации вышеупомянутого алгоритма.

Она составлена в Вычислительном центре АН ГССР.

Процедуры А1, А2 и А3 были отлажены в Вычислительном центре МГУ на машине БЭСМ-4 с использованием транслятора ТА-1 М.

Процедура А4 и вся программа в целом были отлажены в ВЦ АН ГССР, на машине М-220М с использованием транслятора ТА-2 М.

В упомянутых четырех процедурах вычисляются следующие функции:

в А1— $\eta_1, \eta_5, M_2(0), M_1(0), N_2(0), N_1(0), N_3(0), N_4(0)$  и  $N_5(0)$ ;

в А2— $\varphi_2'(t), E_2(t), E_2'(t), \varepsilon_2(t), \varphi'(t), E_1(t), E_1'(t), \varepsilon_1(t)$  и  $N_p(t)$ ;

в А3— $f_1(t), f_2(t), f_3(t), f_4(t)$  и  $f_5(t)$ ;

в А4— $M_2(t), M_1(t), N_2(t), N_1(t), N_3(t), N_4(t)$  и  $N_5(t)$ .

Буквенные обозначения данных функции поясняются в работах [1, 2]. Выше дана схема Алгол-программы, в которой для краткости записи тела процедур А1, А2, А3 и А4 пропускаются.

При сопоставлении ряда практических примеров, вычисленных по ручной программе для БЭСМ-2 и Алгол-программе, обнаружилось небольшое расхождение в конечных значениях.

Исследование причины данного явления показало, что расхождение получено из-за неодинаковых цифровых округлений машин БЭСМ-2 и М-220-М.

Следовательно, результаты, полученные по Алгол-программе, являются более точными.

Академия наук Грузинской ССР

Институт строительной механики  
и сейсмостойкости

(Поступило 26.2.1970)

საშემდგომო მუშაობა

ა. დოლიძე, ზ. ჩხეტიანი

პროგრამირების თანამედროვე მეთოდები ზოგიერთი სტატიკურად  
უკუკავშირის რკინაბეტონის კონსტრუქციის გაანგარიშებისათვის

რეზიუმე

ანაკრებ-მონოლითური და ზოგიერთი სხვა შინაგანად სტატიკურად ურყეველი რკინაბეტონის კონსტრუქციების გაანგარიშება არაწრფივი ცოცხადობისა და სხვა ხანგრძლივი პროცესების ერთობლივი ფათვლისწინებით შესაძლებელია რიცხვითი მეთოდებისა და თანამედროვე ელექტრონულ გამოთვ-

ლელი მანქანების გამოყენებით. შემუშავებული მეთოდის რეალიზებულია ბესმ-2-ისათვის შედგენილი გამოსათვლელი პროგრამით. ამ პროგრამის ფართო გამოყენებას აფერხებს ის გარემოება, რომ მანქანა ბესმ-2 ამჟამად ნაწილობრივ მოქველებული კონსტრუქციისაა და მეტწილად მას ცვლიან თანამედროვე მანქანებით.

ზემოთ აღნიშნული ალგორითმის თანამედროვე ელექტრონულ სათვლელ მანქანებზე რეალიზებისათვის შემუშავებულია გამოსათვლელი პროგრამა.

## STRUCTURAL MECHANICS

A. D. DOLIDZE, G. I. CHKHETIANI

### MODERN METHODS OF PROGRAMMING FOR THE DESIGN OF SOME STATICALLY INDEFINABLE REINFORCED CONSTRUCTIONS

#### Summary

The design of prefabricated monolithic and some other internally statically indefinable reinforced concrete constructions, with account of non-linear creep and other continuous processes, is possible by using the numeral methods and modern digital computers. The development method was realized by a computing programme for the БЭСМ-2. Wide application of this programme is hampered by the circumstance that the machine БЭСМ-2 is now partially obsolescent and is largely replaced by modern machines. To realize the above algorithm on modern digital computers the present writers have worked out a computing programme.

#### ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. A. D. Dolidze. Сообщения АН ГССР, 47, № 3, 1967.
2. A. D. Dolidze. Сообщения АН ГССР, 51, № 1, 1968.

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Г. Н. РАЗМАДЗЕ, О. И. КАЦИТАДЗЕ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКИХ СКОРОСТЕЙ ПРИ  
 ПРОДОЛЬНОМ УДАРЕ О СТЕРЖЕНЬ

(Представлено академиком К. С. Завриевым 25.2.1970)

Процесс продольного удара характеризуется значительным повышением несущей способности стержня на устойчивость [1].

При изучении задачи Сен-Венана (продольный удар абсолютно жестким телом о стержень) [2] отмечена применимость полиномов Лагерра. В частности, эти полиномы дают возможность выразить значения нормальных напряжений, возникающих у ударяемого конца ( $x = l$ ) стержня через одно общее выражение

$$\sigma_{уд} = \rho c v e^{-\alpha \tau} + 2 \rho c v \sum_{n=1}^s e^{-\alpha(\tau-2n)} P_n [2 \alpha(\tau - 2n)]. \quad (1)$$

Здесь:

$$2s < \tau < 2(s + 1); \quad n = s = 1, 2, \dots; \quad \alpha = \frac{m_2}{m_1}; \quad \tau = \frac{ct}{l},$$

где  $\sigma_{уд}$ —ударное нормальное напряжение;  $\rho$ —плотность массы;  $c$ —скорость волн расширения;  $v$ —скорость удара;  $\alpha$ —соотношение масс (ударяемого стержня и ударяющего тела);  $P_n$ —полином, связанный с полиномами Лагерра;  $\tau$ —безразмерное время;  $t$ —физическое время.

Эксперименты показывают, что выпучины образуются у концов стержня [1]. Это позволяет допустить, что усилие, развиваемое в исследуемой изгибной полуволне, приблизительно равно силе удара, определяемой по выражению (1).

Для изучения критического состояния, которое возникает при продольном ударе, применимо известное выражение

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + EF \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial y}{\partial x} \right) + \rho F \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0.$$

Подставляя сюда значение относительной продольной деформации

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{E} \sigma(x, t),$$

получаем

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + F \frac{\partial}{\partial x} \left[ \sigma(x, t) \frac{\partial y}{\partial x} \right] + \rho F \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0.$$

Допуская, что исследуемая изгибная полуволна сжимается по длине  $\lambda$  приблизительно равномерно, вместо выражения (2) получаем

$$c^2 r^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{1}{\rho} \sigma(t) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0. \quad (3)$$

Апроксимируя форму вынужденных поперечных колебаний исследуемой изгибаемой головной полуволны через частное решение вида

$$y(x, t) = A e^{-i\Omega t} \cdot \sin \frac{\pi x}{\lambda}, \quad (4)$$

и подставляя его в равенство (3), получаем

$$\Omega^2 = \omega^2 \left[ 1 - \frac{\sigma(t)}{\sigma_s} \right]. \quad (5)$$

Здесь

$$\omega^2 = \frac{c^2}{r^2} \left( \frac{\pi r}{\lambda} \right)^4; \quad \sigma_s = E \left( \frac{\pi r}{\lambda} \right)^2, \quad (6)$$

где  $\omega$  — частота собственных поперечных колебаний полуволны;  $\sigma_s$  — статическое, Эйлеровое критическое напряжение высших форм;  $r$  — радиус инерции сечения в плоскости изгиба;  $e$  — неперово число;  $i$  — мнимое число.

Частное решение (4) показывает, что ускорение связано с квадратом частоты  $\Omega^2$ . Ускорение может иметь как положительный, так и отрицательный знак. Вместе с тем, частоту  $\Omega$  можно выразить через частоту свободных колебаний  $\omega$ . Так что можем писать

$$\Omega^2 = \pm k \omega^2, \quad 0 \leq k \leq 1. \quad (7)$$

Сткуда  $\Omega = \pm \omega \sqrt{\pm k}$ . При совместном анализе последнего выражения, а также выражений (4) и (5), приходим к следующим заключениям.

1. В случае  $\Omega = \omega \sqrt{k}$  устойчивость изгибаемой полуволны сохранена.
2. При  $\Omega = -i\omega$  устойчивость нарушена.
3. К моменту  $\Omega = 0$  имеем критическое состояние по Ляпунову.

При подстановках  $\Omega = 0$  и  $\Omega = -i\omega$  выражение (5) дает две формулы. Одна показывает значение динамического критического нормального напряжения

$$\sigma_{\text{дк}} = \sigma_s = E \left( \frac{\pi r}{\lambda} \right)^2; \quad 0 < \lambda \leq l, \quad (8)$$

другая — значение того динамического напряжения, при котором происходит „бурный рост поперечных прогибов“

$$\sigma_{\text{дп}} = 2 \sigma_{\text{дк}} = 2 E \left( \frac{\pi r}{\lambda} \right)^2. \quad (9)$$

Если мысленно построить график изменения поперечных прогибов во времени, то на нем непременно появится точка перегиба (разграничивающая устойчивое состояние от неустойчивого). Известно, что кривизна, т. е. вторая производная по времени (и, стало быть, ускорение или сила инерции) в точке перегиба равна нулю. Вот почему динамические задачи устойчивости могут быть вообще сведены к статическим результатам (8).

Эффект удвоения динамического напряжения в стадии бурного роста прогибов (9) физически объясняется тем, что поперечные силы инер-



ции меняют свое направление таким образом, что они как бы способствуют увеличению работоспособности стержня на устойчивость. Но, как показывают эксперименты, в этой стадии работы исследуемая выпучина изогнута довольно сильно. Это значит, что для сохранения устойчивости конструкций в целом надо исходить не из условия бурного роста прогибов (9), а из критического состояния (8).

Дальнейшая весьма важная задача состоит в том, что необходимо выразить фактор  $\lambda$  через время. После прохождения волн продольного сжатия в стержне возникают волны изгиба. Они за время  $t$  пробегают путь  $\lambda = c_{из} \cdot t$ . Подставляя сюда значение [3] скорости распространения волн изгиба  $c_{из} = \pi r c / \lambda$ , получаем  $\lambda^2 = \pi r c t$ . Это выражение приводит равенства (8) и (9) к окончательным формулам

$$\sigma_{дк} = E \frac{\pi r}{c t}; \quad \sigma_{дп} = 2 \sigma_{дк}; \quad 0 < t < T_0, \quad (10)$$

где  $T_0$  — полупериод поперечных свободных колебаний основного тона стержня длиной  $l$ , закрепленного в плоскости изгиба шарнирно.

При наличии формул (10), (1) и при учете  $\tau = c t / l$ , можно составить условие продольной ударной устойчивости, соответствующее критическому состоянию

$$\rho c v e^{-\alpha \tau} + 2 \rho c v \sum_{n=1}^s e^{-\alpha(\tau-2n)} \cdot P_n [2 \alpha (\tau - 2n)] \leq E \frac{\pi r}{\tau l}. \quad (11)$$

Отсюда выводится окончательное выражение для численного определения критических скоростей

$$v_{кр} = \frac{\pi}{\beta_{\max}} \frac{r}{l} \cdot c. \quad (12)$$

Здесь

$$\beta_{\max} = \left\{ \tau e^{-\alpha \tau} + 2 \tau \sum_{n=1}^s e^{-\alpha(\tau-2n)} \cdot P_n [2 \alpha (\tau - 2n)] \right\}_{\max}; \quad (13)$$

$$2s < \tau < 2(s+1), \quad s = 1, 2, \dots$$

$$P_n [2 \alpha (\tau - 2n)] = P_n(x) = \ln(x) + \frac{1}{2} \int_0^x t_{n-1}(x) dx,$$

где для полинома Лагерра имеем

$$\ln(X) = \frac{l^x}{n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^n \cdot e^{-x}). \quad (14)$$

Установлено, что при определенных соотношениях масс, например, при  $\infty < \alpha < 0,5787$ , удар состоит из двух этапов:  $0 < \tau < 2$  и  $2 < \tau < 4$ ; при  $0,2409 < \alpha < 0,5787$  — из трех:  $0 < \tau < 2$ ;  $2 < \tau < 4$  и  $4 < \tau < 6$ ; в случае  $0,136 < \alpha < 0,2409$  — из четырех:  $0 < \tau < 2$ ;  $2 < \tau < 4$ ;  $4 < \tau < 6$ ;  $6 < \tau < 8$  и т. д.

Для указанных промежутков имеем



$$\begin{aligned}
 \beta_1 &= \tau e^{-\alpha\tau}, \quad 0 < \tau < 2; \\
 \beta_2 &= \beta_1 + 2\tau |1 - \alpha(\tau - 2)| e^{-\alpha(\tau-2)}, \quad 2 < \tau < 4; \\
 \beta_3 &= \beta_2 + 2\tau |1 - 3\alpha(\tau - 4) + \alpha^2(\tau - 4)^2| e^{-\alpha(\tau-4)}, \quad 4 < \tau < 6; \\
 \beta_4 &= \beta_3 + 2\tau |1 - 5\alpha(\tau - 6) + 4\alpha^2(\tau - 6)^2 + 4\alpha^3(\tau - 6)^3| e^{-\alpha(\tau-6)}, \quad 6 < \tau < 8.
 \end{aligned} \quad (15)$$

Для двухэтапного удара выражение (15) получает максимальное значение при  $\tau \rightarrow 2$ , так что  $\beta_{\max} = 4 + e^{-2\alpha}$ . При этом формула (12) приводится к виду

$$v_{\text{кр}} = \frac{\pi}{4 + e^{-2\alpha}} \frac{r}{l} c, \quad \infty > \alpha > 0,5787.$$

Полученные согласно равенству (13) результаты справедливы  $\tau < ct/l = l/\pi r$ . В случае  $\tau \geq l/\pi r$ , задача удара принимает как бы „статическую“ форму. При этом в формулах (8) и (9) следует принять  $\lambda = \lambda_{\max} = l = \text{const}$ , или в формулу (12) вместо (13) следует подставлять

$$\beta_{\max} = \frac{l}{\pi r} \left\{ e^{-\alpha\tau} + 2 \sum_{n=1}^S e^{-\alpha(\tau-2n)} \cdot P_n [2\alpha(\tau - 2n)] \right\}_{\max}.$$

Тогда получим предельно наименьшую допускаемую скорость удара. Грузинский институт субтропического хозяйства

(Поступило 27.2.1970)

საშუამდგომლო მისამართი

ბ. რაზმაძე, ო. კაციტაძე  
 კრიტიკული სიჩქარეების განსაზღვრა ღეროზე გრძივი  
 დარტყმის დროს  
 რეზიუმე

გამოყვანილია ფორმულა იმ ზღვრული კრიტიკული სიჩქარეებისა, რაც დაიშვება ღეროზე გრძივი დარტყმის დროს. იგი უკუპროპორციულია ღეროს მოქნილობისა და პირდაპირპროპორციულია გრძივი ტალღის გავრცელების სიჩქარისა. ფორმულაში შემავალი პროპორციულობის კოეფიციენტი შეიცავს შეჯახებულ მასების შეფარდებას.

STRUCTURAL MECHANICS

G. N. RAZMADZE, O. I. KATSITADZE  
 DETERMINATION OF CRITICAL VELOCITIES AT LONGITUDINAL  
 IMPACT ON A BAR

Summary

A quantitative formula for the determination of the permissible critical velocities during longitudinal impact on a bar has been derived. These velocities are inversely proportional to the flexibility of the bar and directly proportional to the propagation velocity of the longitudinal wave. The factor of proportionality in the formula involves the ratio of the impacted masses.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. О. И. Кацитадзе. К ударному продольному изгибу тонких стержней. Автореферат, Тбилиси, 1958.
2. А. И. Лурье. Операционное исчисление. М., 1950.
3. Г. Н. Размадзе. Сообщения АН ГССР, 40, № 3, 1965.

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

О. Г. ДИАСАМИДZE, И. А. САЧАЛЕЛИ

УПРУГИЕ И ПЛАСТИЧЕСКИЕ ДЕФОРМАЦИИ ПОЛЗУЧЕСТИ  
СУГЛИНИСТОГО ГРУНТА ПРИ СДВИГЕ

(Представлено академиком К. С. Завриевым 9.3.1970)

Для изучения поставленной задачи нами испытывался суглинистый грунт.

Образцы при испытании на ползучесть разгружались через разные промежутки времени до и после установления вязко-пластического течения. Вслед за снятием сдвигающих напряжений определялись упругие и остаточные деформации после их окончательной стабилизации. Было установлено, что деформации суглинистого грунта при ползучести состоят из упругой и остаточной частей.

При разгрузке образца в любой момент времени  $t$  всегда наблюдается как остаточная деформация, так и упругая (обратимая). Упругая (обратимая) деформация состоит из условно-мгновенной и эластической деформации  $\gamma_{эл}$ . Деформации ползучести полностью необратимы. Полная деформация при ползучести может быть представлена в виде

$$\gamma = \gamma_{мгн} + \gamma_{эл} + \gamma_{ост} \quad (1)$$

Развитие деформации во времени при постоянно действующем сдвигающем напряжении для суглинистого грунта может быть представлено графически в виде кривых двух видов. Диапазон изменения напряжений можно разделить на две области: первую, в которой снижение прочности не имеет места, как бы долго ни действовало напряжение, если оно не вызвало пластического течения, и вторую, при которой потенциальное разрушение неизбежно, так как величины напряжений превосходят предел вязко-пластического течения. В первой области деформация развивается во времени медленно, стремясь к некоторому постоянному значению (рис. 1, а). Эта деформация упругого последствия полностью обратима после снятия напряжения (рис. 1, б). Во второй области деформаций непрерывно растут. После начального периода с быстрым уменьшением скорости, изменение деформации приобретает характер установившегося процесса (с постоянной скоростью течения), который в определенный момент времени переходит в последнюю, разрушающую стадию (рис. 2, а). Деформации пластического течения необратимы (рис. 2, б). Сравнение двух указанных областей по характеру деформации показывает, что разрушение теснейшим образом связано с развитием пластического течения. Таким образом, в зависимости от величины приложенных напряжений развиваются различные виды деформации. При достаточно малых напряжениях, меньше предела пластического течения  $\tau < \tau_r$ , происходит развитие только

условно-мгновенной деформации  $\gamma = \gamma_{\text{мгн}}$ , развивающейся во времени  $t_0$  и включающей все быстро развивающиеся эластические деформации. Дальнейшее развитие деформации не происходит. При этом происшедшая деформация полностью обратима после разгрузки (рис. 1, а)

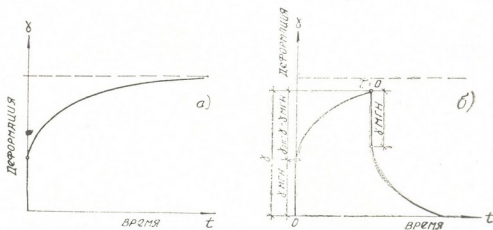


Рис. 1. График ползучести грунта при действии сдвигающего напряжения, не вызывающего пластического течения

Деформация  $\gamma_{\text{мгн}}$  именуется условно-мгновенной потому, что развивается за время, необходимом для первого отсчета после нагружения образца; практически это время измеряется в пределах 1 секунды.

При напряжениях, по своей величине превосходящих предел текучести  $\tau_t$ , но меньше предела прочности, вызывающего разрушение грунта, после условно-мгновенной и эластической деформаций обнаруживается непрерывное нарастание остаточной деформации с постепенным переходом к стационарному течению, после того как произошло упругое последствие. Постоянная скорость такого течения может быть определена как производная остаточной деформации по времени ( $d\gamma/dt$ ) на прямом участке кривой (рис. 2, а).

Разгрузка, произведенная в любой момент времени на прямом участке, после восстановления упругой и эластической деформации показывает наличие остаточной деформации

$$\gamma_{\text{ост}} = t_1 \left( \frac{d\gamma}{dt} \right)_{\text{ост}}, \quad (2)$$

где  $t$ —время пребывания материала под нагрузкой;  $d\gamma/dt$ —скорость развития остаточной деформации.

При этом условно-мгновенная  $\gamma_{\text{мгн}}$  и эластическая деформации  $\gamma_{\text{эл}}$  полностью сохраняют свои значения в течение произвольного времени и после разгрузки могут быть определены независимым путем по „мгновенному“ и постоянному спаду деформации. Это свидетельствует о наложении отдельных видов деформации и их скоростей в системе деформируемого грунта.

Пользуясь указанными зависимостями развития деформации во времени при постоянно действующем напряжении, можно определить следующие характеристики грунта.

1. Предельное напряжение сдвигу  $\tau$ , или предел текучести (порог ползучести)—величина, соответствующая значению напряжения, при котором кривая переходит от первого типа ко второму. Эта величина характеризует пластическую прочность грунта.

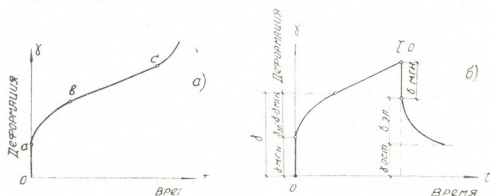


Рис. 2. График ползучести грунта при действии сдвигающего напряжения, вызывающего пластическое течение

2. Начальный (условно-мгновенный) модуль упругости сдвига

$$G_1 = \tau / \gamma_0,$$

где  $\tau$ —действующее напряжение;  $\gamma_0$ —условно-мгновенная деформация в течение 1 секунды.

Условно-мгновенные деформации  $\gamma_0$  растут пропорционально напряжению по закону Гука. Это означает, что за время первого отсчета заметная остаточная деформация не успевает накопиться. Этим условно-мгновенная деформация и отличается от последующей, развивающейся одновременно с течением.

Условно-мгновенный модуль упругости характеризует прочность упругих связей грунта, т. е. его жесткость.

3. Истинная (релаксационная) вязкость  $\eta_1$ , вычисляемая по наклону линейного участка кривых, согласно уравнению

$$\eta_1 = \tau' \left( \frac{d\gamma}{dt} \right)_{\text{ост}}, \quad (3)$$

где  $\tau' = \tau - \tau_{\text{ост}}$ , т. е. в расчет принимается не полное напряжение  $\tau$ , а только его избыток над пределом текучести  $\tau_{\text{т}}$ , чем поддерживается стационарный поток. Вычисление истинной вязкости возможно и по разгрузочной части кривой

$$\eta_1 = \frac{\tau' / \gamma_{\text{ост}}}{t_1}, \quad (4)$$

где  $\gamma_{\text{ост}}$ —остаточная деформация;  $t_1$ —время под нагрузкой.

Релаксационная вязкость характеризует развитие остаточной деформации, указывая на ползучесть грунта, т. е. относится к области неразрушенной структуры. Пользуясь значением релаксационной вязкости и условно-мгновенным модулем упругости, можно вычислить период релаксации  $\Theta_1 = \eta_1 / G_1$ , показывающий время убывания напряжения.

4. Модуль эластичности  $G_2$ , характеризующий способность грунта к эластической деформации. Он определяет наибольшую деформацию с уче-



том полного развития высокоэластической ее части  $\gamma_{эл} = \gamma_T - \frac{\tau}{G_0} \frac{\tau}{\tau_0}$  — дуль эластичности вычисляется как частное от деления действующего напряжения на величину эластической деформации

$$G_2 = \tau / \gamma_{эл}, \quad (5)$$

где  $\tau$  — действующее напряжение;  $\gamma_{эл}$  — эластическая деформация.

Мерой эластичности материала может служить также величина

$$\lambda = G_1 / G_1 + G_2, \quad (6)$$

характеризующая долю высокоэластической деформации в общей обратной части.

5. Вязкость эластичности, или условная вязкость упругого последования  $\eta_2$ , характеризующая развитие эластической деформации своей обратной величиной. Она определяется из наклона касательной к началу развития эластической деформации после законченной упругой ее части

$$\eta_2 = \frac{\tau}{\left(\frac{d\gamma}{dt}\right)_0 - \left(\frac{d\gamma}{dt}\right)_{ост}}, \quad (7)$$

где  $\tau$  — напряжение;  $d\gamma/dt$  — скорость течения.

Период упругого последования можно определить в виде

$$\Theta_2 = \eta_2 / G_2. \quad (8)$$

Эти характеристики отражают структуру грунта, его упруго-эластические внутренние структурные связи, позволяют предвидеть характер деформационного поведения грунта и установить законы релаксации напряжений [1, 2].

Грузинский политехнический институт  
им. В. И. Ленина

(Поступило 12.3.1970)

საზოგადოებრივი მეცნიერებათა აკადემია

მ. დიასამიძე, ი. საჩალელი

თიხნარის ცოცვადობის დრეპადი და პლასტიკური დეფორმაციები ძვრის დროს

რეზიუმე

განხილულია თიხნარის ცოცვადობის დეფორმაციები ძვრის დროს. დადგენილია, რომ ცოცვადობის დეფორმაცია მუდმივი ძალების მოქმედებით შეიძლება გამოისახოს გრაფიკულად ორი სახის მრუდის საშუალებით.

STRUCTURAL MECHANICS

O. G. DIASAMIDZE, I. A. SACHALELI

## ELASTIC AND PLASTIC DEFORMATIONS OF CREEP OF LOAMY ROCKS UNDER SHEARING

Summary

Deformations of loamy rocks under shearing are considered. It has been established that the creep deformation under permanent action of shearing force may be represented as two different curves.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Н. Н. Маслов. Основы механики грунтов и инженерной геологии. М., 1961.
2. О. Г. Диасамидзе. Изв. ТНЦГЭИ, т. 19, 1969.

М. Г. КЕКУА, Ф. Н. ТАВАДЗЕ (академик АН ГССР),  
Л. Л. КОБАХИДЗЕ

## ИССЛЕДОВАНИЕ МИКРОСТРУКТУРЫ И НЕКОТОРЫХ ФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СПЛАВА КРЕМНИЙ-ГЕРМАНИЙ, ЛЕГИРОВАННОГО ГАЛЛИЕМ

Исследованию свойств легированных сплавов германия с кремнием посвящен ряд работ [1—5]. Наиболее хорошо изучены некоторые электрические и тепловые свойства сплавов Si—Ge электронного типа, легированных фосфором и мышьяком [1, 3, 4]. Исследовались также сплавы р-типа, легированные бором [5].

Представляет интерес исследование сплава, легированного галлием, о свойствах которого в литературе не имеется данных. Достаточно высокая растворимость этого элемента в германии и кремнии ( $\sim 5 \cdot 10^{20}$  и  $4 \cdot 10^{19}$  см<sup>-3</sup> соответственно) [6] позволяет предположить значительную степень растворимости его в сплаве германия с кремнием.

В настоящей работе изложены результаты исследования микро-структуры и концентрационной зависимости микротвердости и термо-электродвижущей силы сплава Si<sub>0,85</sub>—Ge<sub>0,15</sub>, легированного галлием от 0,01 до 20 вес %.<sup>(1)</sup>

Образцы сплавов были получены методом применения большой массы расплава [7]. Кристаллы выращивались в среде гелия, под давлением одной атмосферы. Скорость передвижения затравки 0,3 мм/мин, при противоложном вращении затравки и тигля 30 и 10 об/мин соответственно.

Исходными материалами служили монокристаллический германий п-типа с концентрацией носителей  $3,4 \cdot 10^{15}$  см<sup>-3</sup>, монокристаллический кремний р-типа с концентрацией носителей  $4,1 \cdot 10^{15}$  см<sup>-3</sup> и галлий металлический, марки ГЛ-О.

Выращенные образцы сплавов имели поликристаллическую структуру и были исследованы до последующей термической обработки. Для исследования образцы вырезались перпендикулярно направлению оси роста. Для металлографического исследования они полировались на 10-, 3- и 1-микронной алмазной пасте. Травление для обнаружения структуры производилось в кипящей смеси щелочи и пергидроля (4 части 25%-ного раствора КОН+1 часть 30%-ного пергидроля). Время трав-

<sup>(1)</sup> Весовой % указан по содержанию исходного расплава.



ления составляло 5 минут для слабелегированных образцов. Структура сильнолегированных сплавов проявлялась через 30—60 сек в зависимости от степени легирования.

Состав сплавов по содержанию германия и кремния определялся методом химического анализа. Концентрация галлия в образцах сплава определялась измерением эффекта Холла. Однородность исследуемых сплавов изучалась методом измерения микротвердости и термоэ. д. с. как по длине, так и по сечению образцов. Микротвердость измерялась на травленных образцах микротвердомером ПМТ-3 при нагрузке 50 г. На поверхности шлифа размером  $15 \times 8 \text{ мм}^2$  бралось 100 отпечатков, каждое значение микротвердости получалось при трехкратном измерении полученных отпечатков. Средняя квадратичная ошибка измерений не превышала  $\pm 20 \text{ кг/мм}^2$ .

Результаты исследования микроструктуры сплавов Si—Ge, легированных галлием, позволяют разбить образцы сплавов на две группы.

1. С содержанием галлия от 0,01 до 1 вес %, что соответствует  $4,4 \cdot 10^{16}$ — $3,12 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$  носителей в образцах. Сплавы однофазные. Типичная микрофотография сечения кристалла перпендикулярно оси роста (рис. 1) показывает, что этот материал, аналогично нелегированному сплаву, имеет крупнокристаллическую гомогенную структуру.



Рис. 1. Микроструктура сплава Si—Ge с содержанием галлия 0,4 вес % в исходном расплаве.  $\times 120$

2. С содержанием галлия выше 1 вес %. Матрица кристаллов также однородная, но на ее фоне наблюдается образование новой фазы, которая располагается по границам зерен (рис. 2 а, б). Характерно, что размеры включений и количество выделенной фазы обнаруживают концентрационную зависимость. По мере увеличения присадки галлия в состав исходного расплава увеличивается как объем, так и количество новой фазы в сплаве.

Измерения микротвердости показывают соответствующие изменения. Нелегированный сплав имеет микротвердость  $\sim 1000 \text{ кг/мм}^2$  [8]. По

мере увеличения содержания галлия в расплаве микротвердость сплава уменьшается (рис. 3, кривая 1). Минимальное ее значение наблюдается в области концентрации галлия в исходном расплаве  $\sim 1\%$ , соответствующей появлению новой фазы в сплаве. С дальнейшим увеличением содержания галлия значение микротвердости сплава остается почти постоянным.

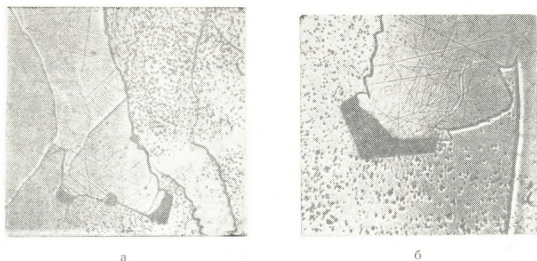


Рис. 2. Микроструктура сплавов Si—Ge, легированных галлием ( $\times 1600$ ): а) содержание галлия 1 вес % в исходном расплаве, б) содержание галлия 2 вес % в исходном расплаве

Легирование галлием приводит к уменьшению абсолютного значения термо-э.д.с. (рис. 3, кр. 2). Максимальная скорость снижения термо-э.д.с. наблюдается в пределах концентрации галлия до 1%. Дальнейшее легирование сплава приводит к незначительному изменению

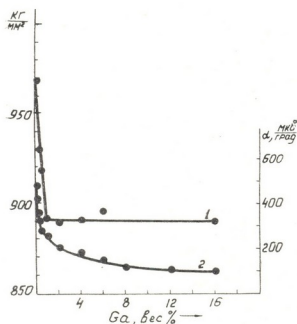


Рис. 3. Концентрационная зависимость микротвердости (кривая 1) и термо-э.д.с. (кривая 2) легированных галлием сплавов Si—Ge

термо-э.д.с. Как и можно было ожидать, наблюдается определенная концентрационная зависимость изменения термо-э.д.с. Переход от рез-

ყოი სპადა კ პლავნომუ ნა კონცენტრაციონნი კრივოი პრიოდიტსა ნა სპლავს, რასპოლოჟენნიე უ გრანიცა სო სტორონი დვუხფაზნიი ობლასტი.

Как видно из рис. 3, при изменении содержания в сплавах галлия изменение микротвердости и термо-Э.д.с. имеет аналогичный характер, минимальные значения величин этих свойств согласно микроструктурного анализа приходится на область двухфазных сплавов.

Академия наук Грузинской ССР  
 Институт металлургии

(Поступило 19.2.1970)

მეტალურგია

მ. კეკუა, ფ. თავაძე (საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის აკადემიკოსი),  
 ლ. კობახიძე

ბალიუმით ლეგირებული სილიციუმ-გერმანიუმის შენადნობის  
 მიკროსტრუქტურა და ზოგიერთი ფიზიკური თვისება

რეზიუმე

გამოკვლეულია გალიუმით ლეგირებული Si—Ge შენადნობის მიკროსტრუქტურა, მიკროსისალე და თერმოელექტრომაგრავებელი ძალა. შესწავლილია მიკროსისალისა და თერმოელექტრომაგრავებელი ძალის დამოკიდებულება კონცენტრაციაზე. დადგენილია, რომ თვისება-შედგენილობის მრუდებს აქვთ კრიტიკული გარდატეხა გამოსავალ მდენარში გალიუმის 1% შემცველობის დროს.

METALLURGY

M. G. KEKUA, F. N. TAVADZE, L. L. KOBAKHIDZE

THE MICROSTRUCTURE AND SOME PHYSICAL PROPERTIES  
 OF Si—Ge ALLOY DOPED WITH GALLIUM

Summary

The microstructure, microhardness and e. m. f. of Si—Ge alloy doped with gallium, has been studied. The concentration dependences of the microhardness and e. m. f. of the alloys have been examined. It has been ascertained that the concentration curves of property-content have a critical bend when the starting melt contains 1% gallium.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. P. С. Ерофеев, Е. К. Иорданишвили, А. В. Петров. ФТТ, 7, 1965, 3054.
2. J. P. Dismukes, L. Ekstrom... J. Appl. Phys., 35, 1964, 2899.
3. О. А. Голикова и др. ФТТ, 8, 1966, 500.
4. Э. В. Хуцишвили, М. Г. Кекуа, Н. П. Кекелидзе. Сообщения АН ГССР, 54, 3, 1969.
5. Н. Х. Абрикосов и др. Физика и техника полупроводников, 2, 12, 1968, 1762.
6. F. A. Trumbore. Bell System Techn. J., 39, 1960, 205.
7. W. F. Leverton. J. Appl. Phys., 8, 1958, 1241.
8. М. Г. Кекуа, Э. В. Хуцишвили. Неорганические материалы, 3, 7, 1967, 1166.

Р. С. ГОГОДЗЕ

## ОБ ОСНОВНЫХ УРАВНЕНИЯХ МЕХАНИЗМОВ И ПАРАМЕТРЫ ДВОЙНЫХ ЗВЕНЬЕВ

(Представлено членом-корреспондентом Академии Д. С. Тавхелидзе 18.3.1970)

Механизм представляет собой дискретную систему твердых тел (звеньев)  $T_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ), которые соединены между собой кинематическими парами  $\Pi_{(i-1)i}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). Систему с голономными связями будем иметь в том случае, если она включает лишь механизмы с низшими парами. Предварительно рассмотрим движение звеньев кинематической цепи с их последовательным соединением, а затем полученные результаты применим к механизмам.

Имея незамкнутую кинематическую цепь лишь с низшими кинематическими парами, движение звена  $T_i$  аналитически можно выразить переменной системы координат. Каждое звено  $T_0; T_1, \dots, T_n$  кинематической цепи свяжем с прямоугольной декартовой системой координат  $O^i X_1^i X_2^i X_3^i$  с базисом  $\vec{e}^i (\vec{e}_1^i; \vec{e}_2^i; \vec{e}_3^i)$ , причем стойку обозначим нулем, а остальные звенья пронумеруем в последовательности, соответствующей направлению перемещения звена.

Движение звена  $T_i$  относительно предыдущего звена  $T_{i-1}$ , допускаемое кинематической парой  $\Pi_{(i-1)i}$  характеризуется вращательными и поступательными движениями и зависит от класса кинематической пары. Аналитически вращение звена можно рассматривать как вращение подвижного базиса, ассоциированного с этим звеном, т. е. вращение вокруг какой-либо координатной оси описывается подвижным базисом  $\vec{e}^i (\vec{e}_1^i \vec{e}_m^i \vec{e}_n^i)$ , ассоциированным со звеном и орты подвижного базиса будут выражены [1] в виде

$$\begin{aligned} \vec{e}_l^i &= \vec{e}_l^{i-1} \cos \varphi_i + \vec{e}_m^{i-1} \sin \varphi_i, \\ \vec{e}_m^i &= [\vec{e}_n^{i-1} \times \vec{e}_l^i] = -\vec{e}_l^{i-1} \sin \varphi_i + \vec{e}_m^{i-1} \cos \varphi_i, \\ \vec{e}_n^i &= \vec{e}_n^{i-1}, \end{aligned} \quad (1)$$

где,  $l, m, n$ —совокупности чисел 1, 2, 3, получаемые круговой перестановкой; в частности, 1, 2, 3; 2, 3, 1; 3, 1, 2 и  $\varphi_i = f(t)$ .

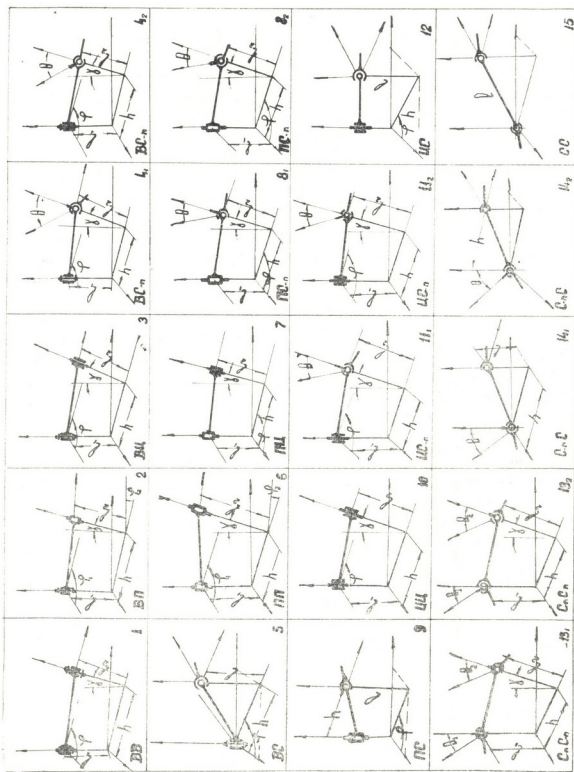
Поступательное движение можно представить как перенос начала системы координат

$$\vec{r}_{O^{i-1} \rightarrow O^i} = \sum_{l=1}^3 X_l^{O^i} \vec{e}_l^{i-1}, \quad (1)$$

где

$$X_l^{O^i} = f(t). \quad (2)$$

В незамкнутой кинематической цепи движение звена  $T_n$  является результатом сложения относительных движений звеньев  $T_1, \dots, T_n$ , допускаемых кинематическими парами  $\Pi_{(i-1)i}$ .



Положение звена  $T_n$  кинематической цепи определяется положением неизменно связанной с ней системы координат  $O^n X_1^n X_2^n X_3^n$  с базисом  $\vec{e}^n (\vec{e}_1^n; \vec{e}_2^n; \vec{e}_3^n)$ , т. е. началом  $O^n$  системы координат и девятью направляющими косинусами базиса  $\vec{e}^n$ .

Последовательно переходя от звена  $T_0$  к последующему (до звена  $T_n$ ) при помощи поворота и переноса осей подвижных координат, связанных с соответствующими звеньями цепи (причем перемена системы координат зависит от класса кинематических пар), получаем уравнение движения звена  $T_n$ , как сумму всех относительных движений, допускаемых кинематическими парами  $\Pi_{(i-1)i}$ , начиная от звена  $T_1$  и кончая звеном  $T_n$ , что можно представить в виде

$$\begin{aligned} \vec{r}_{O^0-O^n} &= \sum_{i=1}^3 \sum_{l=1}^3 X_l^{O^i} \vec{e}_l^{i-1}, \\ \vec{e}_l^{n-n} &= \sum_{k=1}^3 \alpha_{lk}^{(i-1)i} \vec{e}_k^i, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha_{lk}^{(i-1)i} &= \cos(\vec{e}_l^i; \vec{e}_k^{i-1}); \\ l &= 1, 2, 3; \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned}$$

Здесь первое выражение можно трактовать как векторное уравнение переноса начала координатной системы, второе—как формулу перехода от одного базиса к другому, которая рассчитывается последовательно в направлении, соответствующем передаче движения. Число независимых движений звена  $T_n$  будет суммой относительных движений, допускаемых кинематическими парами  $\Pi_{(i-1)i}$ :

$$H = \sum_{i=1}^n H_{(i-1)i}. \quad (4)$$

При этом ранг уравнений (3) или, что тоже самое, степень свободы  $H_{cb}$  звена  $T_n$ , не может быть больше 6.

Если цепь замкнута, то уравнения (3) переходят в уравнения геометрических связей системы

$$\begin{aligned} \vec{r}_{O^0-O^n} &= \sum_{i=1}^3 \sum_{l=1}^3 X_l^{O^i} \vec{e}_l^{i-1} = \text{const}, \\ \vec{e}_l^{n-n} &= \sum_{k=1}^3 \alpha_{lk}^{(i-1)i} \vec{e}_k^i = \text{const} \end{aligned} \quad (5)$$

и соответственно, движения у звена  $T_n$  нет.

В уравнении (5) первое—это уравнение замкнутости механизма. Оно отображает связи между геометрическими осями звеньев и их относительное расположение в пространстве.

Второе уравнение выражает, в зависимости от вида кинематических пар, относительное расположение звеньев механизма, как пространственных фигур.

Для того чтобы механизм обладал подвижностью, необходимо, чтобы степень свободы  $H_{cb}$  звена  $T_n$  была меньше числа независимых движений





$H$  звена  $T_n$  кинематической цепи. Тогда разница между ними будет степенью свободы механизма

$$W = H - H_{cb}. \quad (6)$$

В простом одноконтурном механизме каждое звено входит не более чем в две кинематические пары, а связи между геометрическими осями звеньев и их относительное расположение в пространстве характеризуют параметры звеньев. Так как мы рассматриваем лишь механизмы с низшими кинематическими парами (вращательная—„В“, поступательная—„П“, цилиндрическая—„Ц“, сферическая—„С“ и сферическая с пальцем—„С-п“), то возможных сочетаний пар в звене будет 15. Относительное расположение кинематических пар для звена механизма и параметры, определяющие его кинематические размеры, приведены в таблице.

Приведенные в таблице параметры двойных звеньев дают простой алгоритм перехода от одного звена к последующему, что дает возможность упрощенным путем вывести уравнения преобразования координат, которые трактуются как движение.

Грузинский политехнический  
институт

им. В. И. Ленина

(Поступило 19.3.1970)

მანქანათმშენობლა

რ. გოგოძე

მექანიზმების ძირითადი განტოლებებისა და ორმაგი რგოლების  
პარამეტრების შესახებ

რეზიუმე

მოცემულია ბერკეტული მექანიზმების მოძრაობის ძირითადი განტოლებები, რომლებიც მიღებულია ვექტორული მეთოდის გამოყენებით. კვლევის დროს მექანიზმი წარმოდგენილია როგორც ერთმანეთთან კინემატიკური წყვილებით დაკავშირებული მყარი სხეულების დისკრეტული სისტემა. ორმაგ რგოლებში კინემატიკური წყვილების ღერძების შესაძლო ურთიერთგანლაგება მოცემულია ნახაზზე. რაც ამარტივებს რგოლების მოძრაობის განტოლებათა სისტემის შედგენას.

MACHINE BUILDING SCIENCE

R. S. GOGODZE

## ON THE MAIN EQUATIONS OF MECHANISMS AND THE PARAMETERS OF DOUBLE LINKS

Summary

The main motion equations of lever mechanisms derived by the vector method are presented. The mechanism is conceived of as a discrete system of solid bodies connected by kinematic pairs. In the double links the possible relative location of the axes of kinematic pairs is given in a figure, which simplifies the derivation of the motion equation.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. С. С. Бюшгенс. Прикладная математика и механика, нов. серия, т. II, вып. 4, 1939.
2. Ю. Ф. Мирошкин. Труды ТММ, т. XIV, 54, 1954

Д. А. ДОГОНАДЗЕ

УСТОЙЧИВОСТЬ СТАЦИОНАРНЫХ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ ГЭС С НЕСКОЛЬКИМИ УРАВНИТЕЛЬНЫМИ РЕЗЕРВУАРАМИ НА ПОДВОДЯЩЕЙ ДЕРИВАЦИИ (каптажная схема)

(Представлено академиком П. Г. Шенгелия 26.2.1970)

В последнее время в ряде случаев на подводящей напорной деривации устраивают два или несколько уравнительных резервуара. Тенденция применения таких схем особенно ярко выражается в европейском гидроэнергостроительстве. Появление каптажной схемы, естественно, привлекло внимание как отечественных, так и зарубежных исследователей. Было начато изучение неустойчивости гидравлических режимов ГЭС при этой схеме.

Устойчивость работы двух уравнительных резервуаров впервые была исследована Н. А. Картелишвили [1, 2]. Используя теорему Гурвица об устойчивости движения в случае идеальных регуляторов, Н. А. Картелишвили предложил четыре условия, обеспечивающие затухающие колебания в резервуарах при малых изменениях нагрузки на ГЭС.

Путем введения поправочных коэффициентов Еванджелисти свел задачу устойчивости работы двух резервуаров к задаче Тома для одного резервуара [3]. Не останавливаясь на рассмотрении исходных принципов и допущений, принятых в упомянутых работах, отметим, что в них рассматривается устойчивость изолированно работающих ГЭС.

В работе [4] нами были рассмотрены вопросы устойчивости гидравлических систем с учетом того, что работа ГЭС в энергосистеме значительно облегчает условия устойчивости. В данной работе рассматривается вопрос устойчивости в малом при каптажной схеме (рис. 1).

При отсутствии агрегатов, регулируемых по ускорению, можно пренебречь постоянной инерции системы  $Ta$ . В этом случае уравнение баланса моментов в энергетической системе примет вид

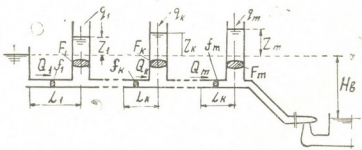


Рис. 1

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i \Delta S_i - \Delta P = 0, \quad (1)$$

где  $n$ —число агрегатов в системе;  $S_i$ —относительное изменение угловой скорости ротора;

$$\lambda = M_{i0} \left( \sum_{i=1}^n M_{i0} \right)^{-1};$$

$M_{i0}$ —момент агрегата.

Уравнение регулирования сводится в этом случае к уравнениям

$$S + \rho_i \Delta \alpha_i = 0, \quad (2)$$

где  $\rho_i$ —остаточная неравномерность регулирования;  $\alpha_i$ —гидравлическое открытие турбины.

После несложных преобразований основных дифференциальных уравнений расчетные зависимости для малых возмущений стационарного режима могут быть приведены к виду

$$\tau_k \frac{d\Delta Y_k}{dt} = \Delta U_k - \Delta U_{k+1}, \quad (3)$$

$$\tau_m \frac{d\Delta Y_m}{dt} = (1 + \varphi) \beta_D \Delta Y_m + \Delta U_m, \quad (4)$$

$$T_k \frac{d\Delta U_k}{dt} = -\Delta Y_k + \Delta Y_{k-1} - 2\delta_k \Delta U_k, \quad (5)$$

$$(\Delta Y_0 = 0)$$

где

$$\tau_k = \frac{F_k h_0}{Q_0}; \quad T_k = \frac{L_k Q_0}{g f_k h_0}; \quad \beta_D = \frac{h_0}{H_0}.$$

Характеристический определитель системы (3)—(5) записывается в следующем виде:

$$D_m = \begin{vmatrix} \tau_1 P_1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & T_1 P + 2\delta_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tau_2 P_1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \tau_2 P + 2\delta_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \tau_{m-1} P_1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \tau_{m-1} P + 2\delta_{m-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tau_m P - \varepsilon_m & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & T_m P + 2\delta_m \end{vmatrix} = 0, \quad (6)$$

где  $\varepsilon_m = (1 + \varphi) / \beta_D$ . Обозначим через  $D_k$  минор  $D_m$ , получающийся при удержании  $2_k$  первых строк и 2 первых столбцов. Имеет место следующая рекуррентная формула:

$$D_k = [(T_k P - 2\delta_k) (\tau_k P + \varepsilon_k) + 1] D_{k-1} + (T_{k-1} P + 2\delta_{k-1}) (\tau_k P - \varepsilon_k) D_{k-2}, \quad (7)$$

в которой  $\varepsilon_k = 0$  при  $k \neq m$ . По этой формуле характеристический определитель может быть развернут в строку и в каждом конкретном случае методом  $D$ -разбиения по тем или иным параметрам можно построить области устойчивости.

Принципиальное и теоретическое значение имеет тот частный случай, когда  $\tau_1 = \tau_{m-1} = 0$ , т. е. когда размеры всех промежуточных резервуаров настолько малы, что емкостью этих резервуаров можно пренебречь. В этом случае уравнения (3) дают  $\Delta U_1 = \dots = \Delta U_m$ , после чего уравнение (5) принимает следующий вид:

$$T \frac{d\Delta U_m}{dt} = \Delta Y_m - 2\delta \Delta U_m. \quad (8)$$

Здесь

$$T = T_1 + T_2 + \dots + T_m; \quad \delta = \delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_m.$$

Из выражений (4) и (8) вытекают следующие условия устойчивости:

$$\tau_m > \frac{(1 + \varphi) \beta_D T}{2\delta}, \quad 1 - 2(1 + \varphi) \beta_D \delta > 0. \quad (9)$$

При  $q_1 = q_2 = \dots = q_m = 0$ ,  $\delta = 1$  и условия (9) совпадают с условиями при наличии одного резервуара в системе

$$\begin{aligned} (2 + k') \tau' - (1 + \varphi') \beta'_D T' &> 0, \\ 1 - (2 + k') (1 + \varphi') \beta'_D &> 0, \end{aligned} \quad (10)$$

если положить в последних  $k' = 0$ . Но если все или хотя бы какие-то из расходов  $q_h$  отличны от нуля, то  $\delta < 1$ , т. е. при  $1 + \varphi = 0$  каптаж утяжеляет условия устойчивости. Но и здесь при  $1 + \varphi = 0$  устойчивость может быть достигнута при любых  $\tau_m$ . Заметим, что даже в случае  $\delta = 0$ , имеющем место при  $m = 1$ ,  $q_1 = Q_0$ , настройка регуляторов, при которой  $1 + \varphi = 0$ , обеспечивает устойчивость, недостижимую в рамках действия гипотезы идеальных регуляторов.

Грузинский политехнический институт  
 имени В. И. Ленина

(Поступило 26.2.1970)

ენიგებები

დ. დოღონაძე

მიმყვან დერივაციასზე რამდენიმე გამათანაბრებელი რეჟიმ-გუარანანი  
 ჰიდროელსადგურის სტაციონარული ჰიდრაულიკური რეჟიმების  
 მდგრადობა  
 რეზიუმე

განხილულია ჰიდრაულიკური მდგრადობის საკითხები, გათვალისწინებულია ჰიდროელსადგურების ენერგოსისტემაში ზუსობა, გამოყვანილია საანგარიშო ფორმულები სტაციონარული რეჟიმების მცირე შემფოთებებისას. დადგენილია მდგრადობის პირობები.  $D$ -დაყოფის მეოთხედი საშუალებას იძლევა აიგოს მდგრადობის ზონა ამა თუ იმ პარამეტრით.

D. A. DOGONADZE

THE STABILITY OF STATIONARY HYDRAULIC REGIMES OF A  
HYDROELECTRIC POWER PLANT WITH SEVERAL EQUALIZING  
RESERVOIRS ON HEADWATER DERIVATION

## Summary

The question of hydraulic stability and ascertainment of stability regimes is discussed.

## ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Н. А. Картвелишвили. Изв. ВНИИГ, т. 26, 1940.
2. Н. А. Картвелишвили. Изв. АН СССР, ОТН, № 11, 1958.
3. G. Evangelisti. L'Energia Elettrica, № 1, 1965.
4. Д. А. Догонадзе. Изв. ВНИИГ, т. 77, 1965.

Л. Г. АБЕЛИШВИЛИ

(член-корреспондент АН Грузинской ССР)

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАСЧЕТНЫХ ПАРАМЕТРОВ АПЕРИОДИЧЕСКИХ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ ПО ДАННЫМ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Апериодические переходные процессы в простых линейных системах, учитываемые в различных отраслях техники, описываются уравнением, имеющим интеграл

$$y = y_{\infty}(1 - e^{-t/T}) + y_0 e^{-t/T}, \quad (1)$$

где  $y$  — рассматриваемая величина,  $y_{\infty}$  и  $y_0$  — ее, соответственно, установившееся и начальное значения,  $t$  — время,  $T$  — постоянная времени.

Во многих случаях параметры  $y_{\infty}$  и  $T$  могут быть установлены лишь в результате предварительно проведенных экспериментов, состоящих в непосредственном замере  $y_{\infty}$  и косвенном определении  $T$  или в косвенном определении обоих параметров — в подборе значений  $y_{\infty}$  и  $T$ , при которых уравнение (1) хорошо аппроксимирует экспериментально снятую кривую переходного процесса. Прямому или косвенному определению может подлежать и  $y_0$ .

В данной работе предлагаются косвенные способы определения параметров  $y_{\infty}$  и  $T$ , а также  $y_0$ , не уступающие по точности существующим способам, основанным на планиметрировании кривых [1,2] или на графических построениях [3], но отличающиеся большей простотой, весьма существенной в условиях эксперимента.

1. Экспериментально снятая кривая  $y = f(t)$  предполагается заданной точками  $k$  с координатами  $t_k, y_k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ).

В изложенных ниже выкладках, если нет оговорок, интервалы между точками полагаются равными:  $\Delta t = t_{k+1} - t_k = \text{пост.}$

2. Для  $n$  точек можно получить

$$y_{\infty} = \frac{\sum_{k=2}^n y_{k+1} y_k - \sum_{k=1}^{n-3} y_k y_{k+3}}{-y_1 + y_3 + y_{n-2} - y_n}, \quad \exp\left\{-\frac{\Delta t}{T}\right\} = \frac{y_n - y_2}{y_{n-1} - y_1}; \quad (2)$$

постоянная времени  $T$  находится логарифмированием  $\exp\left\{-\frac{\Delta t}{T}\right\}$ .

Точность первой из формул (2) ограничена относительной малостью знаменателя  $-y_1 + y_3 + y_{n-2} - y_n$ , представляющим сумму вертикальных стрел у точек 3 и  $n-2$  между кривой и хордой (от 1 к  $n$ ). Без ущерба для точности (2) можно заменить более простыми формулами, построенными на четырех равноудаленных точках:





$$y_{\infty} = \frac{y_2 y_3 - y_1 y_4}{-y_1 + y_3 + y_3 - y_4}, \quad \exp \left\{ -\frac{\Delta t}{T} \right\} = \frac{y_4 - y_2}{y_3 - y_1}, \quad (3)$$

для которых интервал  $t_3 - t_2$  произволен, или

$$y_{\infty} = \frac{y_2^2 - y_1 y_3}{-y_1 + 2y_2 - y_3}, \quad \exp \left\{ -\frac{\Delta t}{T} \right\} = \frac{y_3 - y_2}{y_2 - y_1}, \quad (4)$$

построенными на трех точках.

3. Если установившееся значение  $y_{\infty}$  известно, то постоянная времени может быть найдена из

$$e^{-\Delta t/T} = \frac{(n-1)y_{\infty} - \sum_{k=2}^n y_k}{(n-1)y_{\infty} - \sum_{k=1}^{n-1} y_k}.$$

В частности, для затухающих процессов ( $y_{\infty} = 0$ )

$$e^{-\Delta t/T} = \frac{\sum_{k=1}^n y_k - y_1}{\sum_{k=1}^n y_k - y_n} \quad (5)$$

или, например, по пяти точкам

$$e^{-\Delta t/T} = \frac{y_2 + y_3 + y_4 + y_5}{y_1 + y_2 + y_3 + y_4}.$$

4. Начальное значение  $y_0$  можно найти экстраполяцией  $y = f(t)$  до  $t = 0$ .

5. Экстраполяция кривых затухания ( $y_{\infty} = 0$ ) осуществляется по

$$y_{i+1} = y_i e^{-\Delta t/T} \quad (6,1)$$

для возрастания  $t$  и

$$y_{i-1} = y_i e^{-\Delta t/T} \quad (6,2)$$

при убывании  $t$ , где  $y_i$  то же, что  $y_k$ , а  $e^{-\Delta t/T}$  — по формуле (5).

6. Кривые затухания так же легко интерполируются. По заданным ординатам  $y_1$  и  $y_3$  двух точек ордината средней точки  $y_2$  находится как

$$y_2 = \sqrt{y_1 y_3}. \quad (7)$$

7. Экстра- и интерполяция  $y = f(t)$  в общем случае ( $y_{\infty} \neq 0$ ) производятся по формулам (6) и (7), но в данном случае  $y_i = y_{\infty} - y_k$ .

8. Если кривая  $y = f(t)$  фиксируется не более чем двумя точками или не допускается осуществление больших значений  $y_k$ , определение параметров можно производить по повторнократковременным режи-



мам, состоящим из чередования процессов нарастания и убывания  $y$  (см. рис.). При этом в снятой кривой, бывают известны не дуги многоугольника, а лишь вершины его.

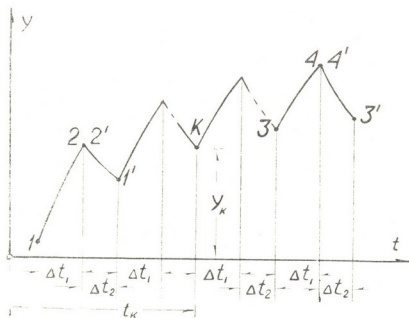


Рис.

Пусть интервалы нарастания  $\Delta t_1$  (см. рис.) одинаковы и вообще не равны интервалам убывания  $\Delta t_2$ , которые между собой так же одинаковы. Тогда параметры  $y_\infty$  и  $T$  могут определяться по формулам, подобным (2), в частности, по формулам (3) или (4). Для того чтобы формулы (3) полностью соответствовали повторнократковременным режимам и по форме записи, точки следует нумеровать в одном направлении, например, снизу вверх, как это показано на рис.: 1, 2, 3 и 4 для процесса нарастания и 1', 2', 3' и 4' при убывании. Лучшие результаты получаются при малых  $t_1$  и  $y_3' > y_2$  (см. рис.). Это неравенство, с некоторым запасом, соблюдается при условии

$$\frac{\Delta t_2}{T_2} < 0,6 - 0,35 \frac{\Delta t_1}{T_1} . \tag{8}$$

По этому условию, при предварительно (приближенно) известных  $T_1$  и  $T_2$  можно подобрать желательные интервалы  $\Delta t_1$  и  $\Delta t_2$ .

Если величины  $y_k$  ограничены, то неравенство  $y_k \cong y_{mx}$  равносильно условию

$$\exp \left\{ - \frac{t_1}{T_1} \right\} \cong \frac{y_\infty - y_{mx}}{y_\infty - y_{mx} \exp \left\{ - \frac{\Delta t_2}{T_2} \right\}} ,$$

которое иногда противоречит неравенству (8). В таких случаях приходится отказываться от (8).

Если режимы убывания полностью затухающие ( $y_{\infty} = 0$ ), то  $T_2$  можно определить из формулы (5).

Грузинский политехнический институт  
им. В. И. Ленина

(Поступило 19.3.1970)

ელექტროტექნიკა

ლ. აბელიშვილი

(საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის წევრ-კორესპონდენტი)

აკვიროდული გარღამავალი პროცესების საანბარიზო პარამეტრების  
განსაზღვრა ექსპერიმენტული მონაცემების მიხედვით

რ ე ზ ი უ მ ე

მოყვანილია (1) განტოლებით გამოხატული გარდამავალი პროცესების  $y_{\infty}$  და  $T$  პარამეტრებისა და  $y_0$  სიდიდის განსაზღვრის მარტივი ფორმულები. გამოსავლად მიღებულია ექსპერიმენტული მრუდის წერტილთა სისტემა.

ELECTROTECHNICS

L. G. ABELISHVILI

DETERMINATION OF DESIGN PARAMETERS OF APERIODICAL  
TRANSIENT PROCESSES BY EXPERIMENTAL DATA

Summary

Simple formulae to determine the parameters  $y_{\infty}$  and  $T$ , and the value  $y_0$  for transient processes expressed by equation (1) are given. The system of points of an experimental curve served as the initial system.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Л. Г. Абелишвили, Л. И. Мгалоблишвили, А. Ш. Азикури. Сообщения АН СССР, 44, № 2, 1966.
2. К. В ор р. Archiv für Elektrotechnik, 51, № 6. 1968.
3. ГОСТ 183—55. Машины электрические. Общие технические требования. М., 1956.



АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ И ВЫЧИСЛИТ. ТЕХНИКА

И. Г. ЗЕДГИНИДZE, Ш. С. ЛОБЖАНИДZE

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ РЕГУЛИРОВАНИЯ ШАГА  
В ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ПРОЦЕДУРАХ

(Представлено членом-корреспондентом Академии Н. В. Габашвили 19.1.1970)

Эффективность методов поиска экстремума в значительной степени зависит от учета специфики профиля восхождения при реализации шагового продвижения вдоль выбранного направления.

В настоящей работе предлагается алгоритм, осуществляющий регулирование длины шага на основании информации, полученной с точек траектории восхождения в процессе движения к экстремуму.

Решение об изменении каждого следующего шага принимается на основании количественного изменения функции отклика на предыдущих этапах. Основным требованием к алгоритму регулирования длины шага является учет поведения функции отклика в локальной области траектории восхождения.

Предлагаемый алгоритм задается следующим соотношением для последующих шагов:

$$h_{i+1} = h_0 + \frac{v_i}{v_{i-1}} h_i \varphi \left( \frac{v_i}{v_0} \right), \quad (1)$$

где  $h_0$  — величина первоначального шага;  $v_i = \frac{y_i - y_{i+1}}{h_i}$  — скорость изменения функции отклика на  $i$ -м шаге;  $v_0$  — наибольшая скорость при восхождении;  $\varphi(v_i/v_0)$  — функция от скорости изменения отклика на  $i$ -м шаге по отношению к наибольшей скорости на предыдущих шагах.

Второе слагаемое в уравнении (1) состоит из двух множителей:  $\frac{v_i}{v_{i-1}} h_i$  обеспечивает увеличение шага, а  $\varphi(v_i/v_0)$  имеет более сложный характер. Вдали от экстремальной точки он почти не влияет на изменение шага, а при приближении к экстремуму обеспечивает его уменьшение. Близость экстремальной точки обнаруживается сравнительно резким уменьшением  $v_i$  по отношению к  $v_0$ .

Таким образом, в удаленных от экстремума точках чувствуется влияние только первого множителя, а в окрестности экстремальной точки превалирует влияние второго. Примером функции  $\varphi$  может служить  $\varphi \left( \frac{v_i}{v_0} \right) = \sqrt{\frac{v_i}{v_0}}$ . В наших исследованиях принималось  $n = 3$ , обеспечивающее существенное уменьшение второго слагаемого в уравне-

нии (1) после достижения  $\frac{v_i}{v_0} \leq 0,1$ , вплоть до нуля (см. кривую 1 на рис. 1). Его можно сделать и отрицательным, если  $\varphi$  выбрать соответствующим образом, например, кр. 2 рис. 1.

Приведенный алгоритм обеспечивает регулирование длины шага почти на всех траекториях, подводя к экстремуму с малым шагом.

Вышеуказанный алгоритм сравнивался с применяемыми в настоящее время восхождением с постоянным шагом и алгоритмом Розенброка, согласно которому  $h_{i+1} = 3 h_i$ . Выбор коэффициента 3 необоснован Розен-

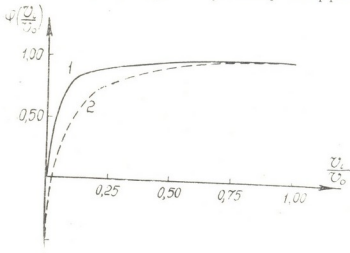


Рис. 1. Функция  $\varphi\left(\frac{v_i}{v_0}\right)$

(по определенному интервалу для исходных точек восхождения) число шагов  $N$ , необходимое для достижения экстремума с заданной точностью. Усреднение по интервалу, т. е. введение интегральной оценки, независимой от случайной ориентации исходной точки восхождения, является более объективной оценкой алгоритма.

Второй критерий характеризует усредненные суммарные затраты на проведение процедуры поиска. Он задается выражением

$$P = \sum_{j=1}^N p_j = \sum_{j=1}^n p_j + \sum_{i=1}^m k p_i, \quad (2)$$

где  $P$ —затраты на поиск;  $p_j$ —затраты на  $j$ -м шаге;  $n$ —число благоприятных шагов;  $m$ —число неблагоприятных шагов. Ясно, что  $n + m = N$ ;  $k$ —коэффициент штрафа при неблагоприятном шаге, определяемый реальным процессом.

Результаты сравнения по двум вышеописанным критериям на четырех наиболее характерных траекториях восхождения  $\left(y_1 = \frac{-125}{25 + x^2}, y_2 = \frac{1}{2} x^2, y_3 = e^x + 2 e^{-2x}, y_4 = -x^2 e^{-(1/4)x}\right)$  приведены на рис. 2.

броком, кроме того, алгоритм не учитывает специфику траектории восхождения и информацию о функции отклика, получаемую на предыдущих этапах. Ввиду последнего он не чувствует приближение к экстремальной точке, что ограничивает его применение для реальных ситуаций.

Сравнение производилось по двум критериям эффективности.

Первым критерием определяется усредненное

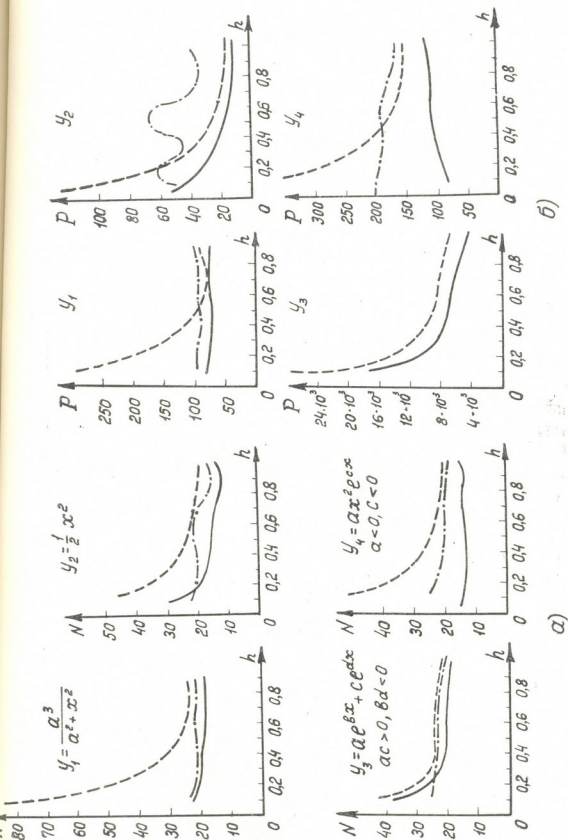


Рис. 2. Результаты сравнения алгоритмов по двум критериям для четырех траекторий возмущения. Пунктирная линия соответствует возмущению с постоянным шагом, осевая—алгоритму Розенброка, сплошная—предлагаемому алгоритму регулирования шага

Из рис. 2 явствует, что предлагаемый алгоритм обеспечивает эффективное регулирование шага и применим для оптимизации как реальных систем, так и функций, заданных аналитическими выражениями.

Грузинский политехнический институт им. В. И. Ленина

(Поступило 12.2.1970)



ი. ზედგინიძე, შ. ლობჯანიძე

ბიჯის რეგულირების ერთი ალგორითმის შესახებ ოპტიმიზაციის  
პროცედურებში

რეზიუმე

მოცემულია ბიჯის რეგულირების ალგორითმი ოპტიმალური წერტილისაკენ მოძრაობის დროს. ბიჯის რეგულირება ხდება წინა ეტაპებზე ამოძახილის ფუნქციის რაოდენობრივი ცვალებადობის შეფასების საფუძველზე. აღნიშნული ალგორითმის როზენბროკისა და მუდმივი ბიჯის ალგორითმებთან მანქანური შედარების შედეგების ანალიზის საფუძველზე მტკიცდება მისი უპირატესობა.

AUTOMATIC CONTROL AND COMPUTER ENGINEERING

I. G. ZEDGINIDZE, Sh. S. LOBZHANIDZE

ON AN ALGORITHM OF STEP CONTROL IN OPTIMUM  
PROCEDURES

Summary

An algorithm of step control during motion toward the optimum point is given. This algorithm has been compared to Rosenbrock's algorithm and to that of permanent step. Analysis shows the superiority of the present algorithm.



АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ И ВЫЧИСЛИТ. ТЕХНИКА

Г. Г. ЛАДАРИЯ

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПОЗИЦИОННОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ  
 ЦИФРОВОЙ ИНФОРМАЦИИ В СИСТЕМУ ОСТАТОЧНЫХ  
 КЛАССОВ

(Представлено членом-корреспондентом Академии Н. В. Габашвили 13.2.1970)

В настоящей работе рассматривается задача преобразования чисел из позиционных систем счисления в системы счисления остаточных классов [1].

Пусть имеется положительное число  $N \in [0, P)$ , где  $P = p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_n$ , а  $p_m$  — взаимно простые числа и основания системы счисления остаточных классов ( $m = 1, 2, \dots, n$ ). Если  $a_0, a_1, \dots, a_k$  ( $a_0$  — единичный разряд) — разряды числа  $N$  в позиционной системе счисления с основанием  $q$ , то имеет место равенство

$$N = \sum_{i=0}^k a_i q^i. \quad (1)$$

Обозначив  $a_i q^i = b_i$ ,  $i = 0, 1, \dots, k$ , можно представить

$$N = \sum_{i=0}^k b_i.$$

Пусть  $b_{ij} = j \cdot q^i$ ,  $i = 0, 1, \dots, k$ ,  $j = 0, 1, \dots, q-1$ , т. е. имеем матрицу констант:

$$\begin{pmatrix} b_{00}, & b_{01}, & \dots, & b_{0q-1} \\ b_{10}, & b_{11}, & \dots, & b_{1q-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{k0}, & b_{k1}, & \dots, & b_{kq-1} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Очевидно, матрица (2) представляет все возможные значения величин  $b_i$ ,  $i = 0, 1, \dots, k$ .

Если известны представления  $b_{ij}$  в системе остаточных классов —  $b_{ij} = (\beta_1^{(i,j)} \beta_2^{(i,j)} \dots \beta_n^{(i,j)})$ ,  $i = 0, 1, \dots, k$ ,  $j = 0, 1, \dots, q-1$ , то соответственно индексу  $i$  и значению  $a_i$  может быть определено представление в системе остаточных классов величины  $b_i$

$$b_i = a_i q^i = (\beta_1^{(i)} \beta_2^{(i)} \dots \beta_n^{(i)}), \quad i = 0, 1, \dots, k, \quad (3)$$

а представление в этой системе исходного числа  $N$  будет получено суммированием в этой же системе величин (3)

$$N = (\alpha_1 \alpha_2, \dots, \alpha_n), \quad (4)$$

где

$$\alpha_m = \left( \sum_{i=0}^k \beta_m^{(i)} \right) \pmod{P_m}, \quad m = 1, 2, \dots, n. \quad (5)$$

Синтезируем цифровой автомат, реализующий описанный метод. Допустим, число  $N$  представлено в двоично-кодированной десятичной системе, так что каждый десятичный разряд  $a_i$ ,  $i = 0, 1, \dots, k$  представляется четырьмя двоичными разрядами

$$a_i = (a_1^{(i)} a_2^{(i)} a_3^{(i)} a_4^{(i)}), \quad i = 0, 1, \dots, k. \quad (6)$$

Пусть в такой записи число  $N$  поступает на регистр, содержащий схему сдвига вправо одновременно на четыре разряда, и содержимое (6) четырех младших разрядов на  $i$ -м шаге поступает по шинам  $X_1, X_2, X_3, X_4$  на дешифратор с выходными шинами  $X'_0, X'_1, \dots, X'_9$ .

Поставим шины  $X'_0, X'_1, \dots, X'_9$  в соответствие столбцам матрицы (2) (имеем  $q=10$ ) и потребуем, чтобы

$$X'_j = 1 \text{ при } a_i = j, \quad j = 0, 1, \dots, 9, \quad i = 0, 1, \dots, k. \quad (7)$$

Введем двоичное представление  $j = (j_1 j_2 j_3 j_4)$  и условимся под выражением  $X^{[\varepsilon]}$ , где  $X$  и  $\varepsilon$  — двоичные величины, понимать следующее:

$$X^{[\varepsilon]} = \begin{cases} X, & \text{если } \varepsilon = 1 \\ \bar{X}, & \text{если } \varepsilon = 0. \end{cases}$$

В таком случае, нетрудно видеть, что мы удовлетворим (7), если положим

$$X'_j = X^{[j_1]} \wedge X^{[j_2]} \wedge X^{[j_3]} \wedge X^{[j_4]}, \quad j = 0, 1, \dots, 9. \quad (8)$$

Формула (8) полностью описывает указанный дешифратор.

Пусть  $i$ -й строке матрицы (2) (при  $q=10$ ) соответствует шина  $C_i$  и потребуем, чтобы

$$C_i = 1 \text{ при } (X_1 X_2 X_3 X_4) = (a_1^{(i)} a_2^{(i)} a_3^{(i)} a_4^{(i)}) = a_i, \quad i = 0, 1, \dots, k. \quad (9)$$

Последнее условие может быть выполнено тривиально, подачей на шины  $C_0, C_1, \dots, C_k$  соответственно одноименных сигналов управления  $C_0, C_1, \dots, C_k$ , удовлетворяющих этому же условию.

Введем шины  $y_{ij}$ , положив для них

$$y_{ij} = C_i \wedge X'_j, \quad i = 0, 1, \dots, k, \quad j = 0, 1, \dots, 9. \quad (10)$$

Согласно выражениям (7), (9) и (10) имеем

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{при } (X_1 X_2 X_3 X_4) = a_i = j \\ 0 & \text{при } (X_1 X_2 X_3 X_4) \neq a_i. \end{cases} \quad (11)$$

Потребуем, чтобы при  $y_{ij} = 1$  (и только при этом) на выходах  $f_r^{(m)}$ ,  $r = 1, 2, \dots, n_m$ ,  $m = 1, 2, \dots, n$  была выдана величина  $j \cdot 10^i = b_{ij} = (\beta_1^{(ij)} \beta_2^{(ij)} \dots \beta_m^{(ij)})$ , представленная в двоично-кодированной системе счисления в остаточных классах.

Пусть  $M_r^{(m)}$  — множество двухмерных элементов  $(ij)$  таких, что

$$\beta_m^{(ij)} = S, \quad S = 0, 1, \dots, p_m - 1, \quad m = 1, 2, \dots, n.$$

Обозначим через  $Z_s^{(m)}$  величины, значения которых удовлетворяют условию

$$Z_s^{(m)} = V y_{ij}, \quad S = 0, 1, \dots, p_m - 1, \quad m = 1, 2, \dots, n. \quad (12)$$

$$(ij) \in M_s^{(m)}$$

В таком случае будем иметь взаимно однозначное соответствие равенств

$$y_{ij} = 1 \Leftrightarrow Z_s^{(m)} = \beta_{ij}^{(m)} = 1, \quad i=0, 1, \dots, k, \quad j=0, 1, \dots, 9, \quad m=1, 2, \dots, n. \quad (13)$$

Введем двоичные представления  $S$  с разрядностью, соответствующей значению  $m$ :

$$S = (S_1 S_2 \dots S_{n_m}), \quad S = 0, 1, \dots, p_m - 1, \quad m = 1, 2, \dots, n.$$

Пусть  $G_r^{(m)}$  — множество значений  $S = (S_1 S_2, \dots, S_{n_m}) < p_m$ , удовлетворяющих условию

$$S_r = 1 \quad (m = 1, 2, \dots, n, \quad r = 1, 2, \dots, n_m).$$

Для состояний выходных шин положим:

$$f_r^{(m)} = V Z_s^{(m)}, \quad m = 1, 2, \dots, n, \quad r = 1, 2, \dots, n_m. \quad (14)$$

$$S \in G_r^{(m)}$$

Формула (13) обеспечивает равносильность равенств

$$Z_S^{(m)} = \beta_{ij}^{(m)} = 1 \Leftrightarrow (f_1^{(m)} f_2^{(m)} \dots f_{n_m}^{(m)}) = \beta_{ij}^{(m)}. \quad (15)$$

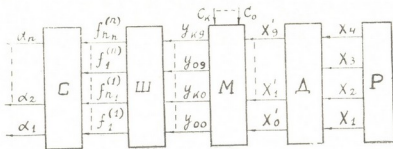


Рис. Блок-схема цифрового преобразователя чисел из позиционной системы в систему счисления остаточных классов

Согласно выражениям (11), (13) и (15) можно сделать вывод, что значению входа  $(X_1 X_2 X_3 X_4) = a_i = j$  взаимно однозначно соответствует значение выхода

$$(f_1^{(m)} f_2^{(m)} \dots f_{n_m}^{(m)}) = \beta_{ij}^{(m)} = j \cdot 10^i \pmod{p_m} = a_i \cdot 10^i \pmod{p_m} = \beta_{ij}^{(m)}, \quad m = 1, 2, \dots, n,$$

что, собственно, и требуется.

Складывая полученные величины в сумматоре, работающем в системе остаточных классов, получаем, согласно равенствам (4) и (5), искомое представление числа  $N$  в системе остаточных классов.

Блок-схема синтезированного автомата, описываемая формулами (8), (10), (12) и (14), представлена в общем виде на рисунке.

Формула (8) реализуется в блоке Д, формула (10)—в блоке М, а формулы (12) и (14)— в блоке Ш. Символами Р и С соответственно обозначены приемный регистр и сумматор в системе остаточных классов.

Синтезированный автомат отличается простотой логической структуры и обеспечивает повышение быстродействия преобразования [2].

Тбилисский филиал института Метрологии  
им. Д. И. Менделеева

(Поступило 13.2.1970)

ავტომატური მართვა და ბამოთვლითი ტექნიკა

ბ. ლადარია

ციფრული ინფორმაციის პოზიციური წარმოდგენის გარდაქმნა  
ნაშთთა კლასის სისტემაში

რეზიუმე

განხილულია რიცხვების გადაყენის ამოცანა პოზიციური ათვლის სისტემაშიდან ნაშთთა კლასის ათვლის სისტემაში. სრულდება ციფრული ავტომატის სინთეზი, რასაც ახასიათებს ლოგიკური სტრუქტურის სიმარტივე და გარდაქმნის დიდი სწრაფმოქმედება.

AUTOMATIC CONTROL AND COMPUTER ENGINEERING

G. G. LADARIA

CONVERSION OF POSITIONAL NUMERICAL REPRESENTATION  
INTO NUMERICAL SYSTEM OF RESIDUE CLASSES

Summary

The problem of number conversion from positional numerical systems into numerical system of residue classes is discussed. Synthesis of digital convertor is carried out, characterized by simplicity of logical structure and high efficiency of conversion.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. И. Я. Акушский, Д. И. Юдицкий. Машинная арифметика в остаточных классах. М., 1968.
2. М. В. Чхеидзе, Г. Г. Ладария. Авторское свидетельство № 1221736, Бюллетень изобретений, № 10. М., 1969.

АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ И ВЫЧИСЛИТ. ТЕХНИКА

Д. Л. ЭНДЕЛАДЗЕ, А. Ш. ГУГУШВИЛИ, В. Г. ШАНШАШВИЛИ

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ МЕТОД ОПОЗНАВАНИЯ СТРУКТУРЫ ДВУМЕРНОГО ВЗАИМОСВЯЗАННОГО НЕЛИНЕЙНОГО ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ С ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ

(Представлено членом-корреспондентом Академии Н. В. Габашвили 12.2.1970)

Наряду с часто встречающимися одномерными нелинейными объектами управления в условиях производства нередко приходится иметь дело и с двумерными взаимосвязанными нелинейными объектами управления.

Решение задач расчета параметров системы управления значительно усложняется из-за незнания структуры объекта, что часто приводит к ошибочным результатам.

Для решения задачи опознавания указанных сложных объектов используется известный метод опознавания структуры одномерных нелинейных объектов с

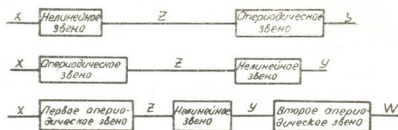


Рис. 1. Основные типы нелинейных объектов управления: а) I тип, б) II тип, в) III тип:  $x$ —входная функция,  $z$ —промежуточная функция,  $y$ —входная функция объектов I и II типов и промежуточная—объекта III типа,  $w$ —выходная функция объекта III типа

экстремальной характеристикой  $y = kx^2$ , где  $k$ —коэффициент параболы. Суть метода заключается в следующем: математическая модель замещения одномерного нелинейного объекта после определенных упрощений [1—3] может быть сведена к трем основным вариантам включения звеньев, которые определяют соответственно три типа объектов (рис. 1).

Опознавание указанных типов объектов ведется при помощи пробных синусоидальных входных воздействий

при помощи пробных синусоидальных входных воздействий

$$x = A \sin \omega t + B, \tag{1}$$

(где  $A$ —амплитуда входного воздействия;  $B$ —постоянная составляющая входного воздействия) и последующего гармонического анализа выходных функций [4].



I тип объектов дает на выходе

$$y_{(1)} = kB^2 + \frac{kA^2}{2} + \frac{2ABk}{\sqrt{1 + \omega^2 T_1^2}} \sin(\omega t - \varphi_1) - \frac{kA^2}{\sqrt{1 + 4\omega^2 T_1^2}} \sin(2\omega t + \varphi_2), \quad (2)$$

где

$$\varphi_1 = \arctg \omega T_1; \quad \varphi_2 = \arctg 2\omega T_1;$$

$T_1$ —постоянная времени объекта.

Выходная функция объектов II типа имеет вид

$$y_{(2)} = kB^2 + \frac{kA^2}{2(1 + \omega^2 T_1^2)} + \frac{2ABk}{\sqrt{1 + \omega^2 T_1^2}} \sin(\omega t - \varphi_1) - \frac{kA^2}{2(1 + \omega^2 T_1^2)} \cos 2(\omega t - \varphi_1). \quad (3)$$

Объекты III типа дают на выходе

$$W = kB^2 + \frac{kA^2}{2(1 + \omega^2 T_1^2)} + \frac{ABk}{\sqrt{(1 + \omega^2 T_1^2)(1 + \omega^2 T_2^2)}} \times \sin(\omega t - \varphi_3) - \frac{kA^2}{2(1 + \omega^2 T_1^2)\sqrt{1 + \omega^2 T_2^2}} \cos(2\omega t - \varphi_4), \quad (4)$$

где  $T_2$ —постоянная времени второго апериодического звена;

$$\varphi_3 = \arctg \omega T_1 - \arctg \omega T_2; \quad \varphi_4 = 2 \arctg \omega T_1 - \arctg 2\omega T_2.$$

Как видно из приведенных выражений, объекты I типа имеют на выходе постоянную составляющую, не зависящую от частоты, в то время как выходные функции объектов II и III типов содержат постоянные составляющие, величины которых зависят от частоты входного воздействия. Указанные постоянные составляющие являются признаком, по которому происходит опознавание объектов I и II типов.

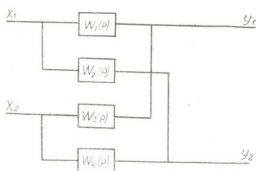


Рис. 2. Структурная схема двумерного взаимосвязанного объекта управления

Опознавание объектов III типа ведется по значению разности величины постоянной составляющей и величины амплитуды второй гармоники. Для объектов II типа эта разность постоянна, а для объектов III типа она зависит от частоты входного воздействия. Если же выходная функция не содержит второй, третьей и т. д. гармоник, то можно заключить, что нелинейное звено отсутствует.

Структуру двумерного взаимосвязанного нелинейного объекта можно представить в общем виде (рис. 2), где  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $y_1$ ,  $y_2$ —входные и выходные функции;  $W_1(p)$ ,  $W_2(p)$ ,  $W_3(p)$ ,  $W_4(p)$ —функциональные связи между входами и выходами объекта.

Структуру каждой связи можно представить в виде последовательно соединенных линейных апериодических и безынерционного нелинейного звеньев.



Указанная выше методика опознавания одномерных нелинейных объектов позволяет выявить структуру внутренних связей двумерного объекта. Подаются пробные синусоидальные воздействия на первый вход ( $x_1$ ).

После гармонического анализа выходных функций  $y_1$  и  $y_2$  выявляются структурные составы связей  $W_1(p)$  и  $W_2(p)$  данного входа с обоими выходами. Аналогично выявляются структуры связей  $W_3(p)$  и  $W_4(p)$  при помощи синусоидального воздействия на второй вход  $x_2$  и последующего гармонического анализа полученных выходных функций.

Указанный метод можно применить при опознавании структуры многомерных взаимосвязанных нелинейных объектов. Кроме того, данный метод дает возможность выявить внутренние связи между входами объекта, при условии, что они существуют.

Тбилисский институт приборостроения  
и средств автоматизации

(Поступило 19.2.1970)

ავტომატური მართვა და გამომწვლითი ტექნიკა

დ. ენდელაძე, ა. გუგუშვილი, ვ. შანშიაშვილი

ექსტრემალური მახასიათებლიანი ორგანოზომილებიანი  
ურთიერთმეკავშირებული არაწრფივი ობიექტის სტრუქტურის  
ამოცნობის ექსპერიმენტული მეთოდი

რეზიუმე

მეთოდი ითვალისწინებს სინუსოიდალური სასინჯი სიგნალების მიწოდებას ორგანოზომილებიანი არაწრფივი მართვის ობიექტის ერთერთ შესასვლელზე. გამოსასვლელი ფუნქციების ჰარმონიული ანალიზი იძლევა მოცემული შესასვლელის ორივე გამოსასვლელთან კავშირის სტრუქტურული შემადგენლობის ამოცნობის საშუალებას.

ანალოგიურად ვლინდება სტრუქტურული კავშირი მეორე შესასვლელის ორივე გამოსასვლელთან. მეთოდი საშუალებას იძლევა შედგეს გამოსასვლელი ორგანოზომილებიანი მართვის არაწრფივი ობიექტის შენაცვლების მათემატიკური მოდელი.

AUTOMATIC CONTROL AND COMPUTER ENGINEERING

D. L. ENDELADZE, A. Sh. GUGUSHVILI, V. G. SHANSHIASHVILI

EXPERIMENTAL RECOGNITION METHOD OF THE STRUCTURE  
OF TWO-DIMENSIONAL INTERDEPENDENT NONLINEAR CONTROL  
OBJECT WITH EXTREMAL CHARACTERISTICS

Summary

The present writer's technique provides for the feeding sample of sinusoidal signals to one of the inputs of a two-dimensional nonlinear control object. The output function frequency analysis enables the identification of the structural composition of the given input linkage with both outputs.

Similarly the linkage structure of the second input with both outputs is identified. The technique enables the construction of a mathematical replacement model of a two-dimensional nonlinear control object under study.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. В. М. Кунцевич. Системы экстремального управления. Киев, 1961.
2. Б. А. Арефьев. Автоматика, № 6. Киев, 1966.
3. В. М. Ордынцев. Автоматизация математического описания объектов управления. М., 1969.
4. Л. Г. Кругликова, В. И. Крылов. Справочная книга по численному гармоническому анализу. Минск, 1968.

Н. А. ДАРАСЕЛИЯ, Г. Б. КАЛАТОЗОВА

## ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ РАЗВИТИЯ МАРГАНЦЕВЫХ БАКТЕРИИ, ВЫДЕЛЕННЫХ ИЗ ОТВАЛОВ И ПОЧВ ЧИАТУРСКОГО МАРГАНЦЕВОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ

(Представлено академиком М. Н. Сабашвили 16.2.1970)

В предыдущей работе [1] были описаны специфические бактерии, выделенные нами из обломков руды, почв и отвалов, образующихся при открытых разработках в Чиатурском марганцевом месторождении.

Изучение морфологии, культуральных и биохимических свойств выделенных бактерий позволило отнести их к виду *Chromobacterium manganicum* (*Syn. Bac. manganicus* Beijerinck) по определителю Н. А. Крайильникова [2], хотя они и отличались от него некоторыми свойствами. Мы работали с шестью штаммами, которые при определении были почти идентичными. Это бесспорные палочки, грам-отрицательные, сильно подвижные, по типу питания — гетеротрофы.

В геохимии марганца важную роль играют процессы окисления—восстановления. При разрушении горных пород под влиянием кислорода воздуха, а также под влиянием жизнедеятельности микроорганизмов двухвалентный марганец  $MnO$  окисляется до трехвалентного  $Mn_2O_3$ , который неустоек и распадается на  $MnO$  и  $MnO_2$ . Восстановление четырехвалентных форм также обуславливается микроорганизмами и зависит от окислительно-восстановительных процессов и реакции среды.

Возникновение анаэробных условий, так же, как и кислая реакция, благоприятствует восстановлению марганца и освобождению его в двухвалентной форме, а аэробные условия и нейтральная или щелочная реакция среды способствуют образованию четырехвалентного марганца. Процессы окисления и восстановления марганца в природе являются сопряженными и взаимосвязанными, а влияние микроорганизмов на эти превращения—фактом установленным.

Окислению марганца микроорганизмами посвящено значительное количество исследований [3—8]. Что же касается биологического восстановления марганца, то вопрос этот изучен слабо.

Мы поставили перед собой цель: изучить те превращения, которые происходят с марганцевыми соединениями при участии выделенных нами марганцевых бактерий. Для этого их рост и развитие изучались на ряде питательных сред как для окисляющих, так и для восстанавливающих марганец бактерий.

Описанные выше бактерии культивировались в стерильных условиях на жидкой среде «А» Бромфильда, в которую добавлялась измельченная окисная марганцевая руда из Даркветского нагорья Чиатурского района.

Среда разливалась высоким слоем в колбы Эрленмейера на 250 мл, которые стерилизовались и засеивались чистыми культурами марганцевых бактерий. Контролем служили колбы, в которые бактерии не вносились. Во все колбы были вмонтированы платиновые электроды, которые оставались в них в течение всего времени ведения опытов (см. рис.), для контролирования окислительно-восстановительных условий; одновременно определялась реакция среды и закисный марганец.



Рис. Колбы с марганцевыми бактериями, слева—контроль с прозрачной средой без бактерий

В этих опытах Eh и pH определялись электрометрически с помощью потенциометра ППМ-ОЗМ1 через определенные промежутки времени; закисный марганец  $Mn^{+2}$  определялся в тех же пробах периодатным методом на колориметре ФЭК-М.

Из приводимой ниже таблицы можно видеть, что через сутки после засева бактерий величина окислительно-восстановительного потенциала  $gH_2$  в контроле и величина в опытных колбах были близки между собой; в дальнейшем величина  $gH_2$  в контроле (без бактерий) продолжала держаться в течении всего опыта почти на одном уровне, в опытных же колбах происходило снижение потенциала и среда восстанавливалась.

В опытах 1967 года снижение  $gH_2$  у штамма № 3/4 было зафиксировано на 3 сутки, а штамма № 1 на 4 сутки, после чего эта величина вновь несколько увеличивалась, при этом падение потенциала у штамма № 3/4 было на 10 единиц, а у штамма № 1 — на 13. Далее в опытах



1968 и 1969 гг. это снижение  $rH_2$  у штамма № 1 было еще значительно и составляло 15—20 единиц.

В тех же колбах, где определялся ОВП, измеряли и pH среды. Как видно из той же таблицы, развитие марганцевых бактерий вызывало подкисление среды; особенно сильное кислотообразование наблюдалось у штамма № 3/4, вызвавшего падение pH с 8,0 до 5,5—5,0. Это снижение величины pH происходило несколько неравномерно, скачками, а затем в течение опытов держалось в пределах pH 5,6—6,5.

## Редуцирующая способность марганцевых бактерий (средние данные)

Опыты 1967 г.

Сроки взятия проб (сутки)	Контроль				Штамм № 3/4				Штамм № 1			
	Eh	pH	$rH_2$	$Mn^{2+}$	Eh	pH	$rH_2$	$Mn^{2+}$	Eh	pH	$rH_2$	$Mn^{2+}$
2	380	7,5	28,0	—	460	6,3	28,4	—	430	7,1	28,8	—
3	400	7,4	28,6	—	230	5,8	18,6	22	390	6,4	26,2	20
4	420	7,2	28,9	—	280	6,1	21,8	194	150	5,4	15,8	138
7	410	7,2	28,5	—	300	6,4	23,1	100	200	6,9	20,7	142
10	420	7,3	29,1	—	320	6,4	23,7	146	210	6,0	19,2	83

Опыты 1968 г.

Сроки взятия проб (сутки)	Контроль				Штамм № 3/4				Штамм № 1			
	Eh	pH	$rH_2$	$Mn^{2+}$	Eh	pH	$rH_2$	$Mn^{2+}$	Eh	pH	$rH_2$	$Mn^{2+}$
2	450	7,5	30,5	—	420	7,0	28,4	16	450	7,9	31,3	8
3	440	7,1	29,3	—	310	6,1	22,8	184	440	7,7	30,5	36
4	460	7,2	30,2	—	320	5,6	22,2	252	400	7,5	28,7	44
7	450	7,0	29,5	—	210	6,3	19,8	64	—50	7,3	13,0	9
10	460	7,0	29,8	—	190	6,2	18,9	56	—90	7,1	11,1	36

Опыты 1969 г.

Сроки взятия проб (сутки)	Контроль				Штамм № 3/4				Штамм № 1			
	Eh	pH	$rH_2$	$Mn^{2+}$	Eh	pH	$rH_2$	$Mn^{2+}$	Eh	pH	$rH_2$	$Mn^{2+}$
2	430	8,2	31,2	—	300	6,5	23,3	40	420	8,1	30,6	не определялся
3	440	8,1	31,2	—	70	5,7	13,8	48	—20	8,2	15,8	
4	450	8,3	32,1	—	90	5,6	14,3	120	70	7,7	17,8	
7	440	8,0	31,1	—	340	5,4	22,5	132	290	7,3	24,6	
10	430	8,1	31,0	—	420	6,5	27,0	148	370	7,3	27,3	

Изменение окислительно-восстановительных и щелочно-кислотных условий среды, как мы уже отмечали выше, имеют решающее значение для динамики соединений марганца. Как видно из той же таблицы, с падением ОВП в опытных колбах увеличивалось содержание закисного марганца. Если в контрольных колбах без бактерий двухвалентный марганец не обнаруживался совсем, то в опытных колбах с бактериями его присутствие было отмечено. В колбах со штаммами № 3/4 и № 1 уже через сутки после инокуляции содержание закисного марганца составляло 22 и 20 мг/л среды, через двое суток соответственно 194 и 138, на 7 суток — 100 и 142 и на 10 суток — 48 и 83 мг/л.





В серии опытов 1968 г. в колбах инокулированных штаммом редукция марганца была активнее всего и составляла 250 мг марганца на 1 л среды за 4 суток.

Все приведенные данные с полной очевидностью показывают, что появление двухвалентного марганца в опытных колбах является результатом редуцирующей деятельности выделенных нами бактерий.

Таким образом, как показали опыты, группа специфических бактерий, выделенных из отвалов, почвы и обломков окисной руды Чиатурского района, обладают способностью к редукции марганца до двухвалентной формы. Несмотря на многочисленные пересевы в течение шести лет, культуры эти не потеряли своей активности.

Грузинский институт почвоведения,  
агрохимии и мелиорации

(Поступило 19.2.1970)

ნიდაგვცოდნეობა

ნ. დარასელია, გ. კალატოზოვა

ჭიათურის მანგანუმის საბადოების ნიდაგვცოდნისა და ნაჟარისაგან გამოყოფილი მანგანუმის ბაქტერიების ბანკითარების ფიზიკურ-ქიმიური პირობები

რეზიუმე

დადგენილია, რომ ჭიათურის ნიდაგიდან და მანგანუმის საბადოების ღია წესით დამუშავების შედეგად წარმოქმნილი ნაჟარიდან გამოყოფილ სპეციფიკურ ბაქტერიებს *Chromobacterium manganicum* უნარი აქვთ აღადგინონ მარგანეტის დაჟანგული ფორმა. ამ პროცესს თან ახლავს მნიშვნელოვანი გამჟავება და უანგვა-აღდგენითი პოტენციალის შემცირება.

SOIL SCIENCE

N. A. DARASELIA, G. B. KALATOZOVA

PHYSICO-CHEMICAL CONDITIONS OF THE CULTIVATION OF MANGANESE BACTERIA ISOLATED FROM SOILS AND TAILING OF THE CHIATURA MANGANESE DEPOSITS

Summary

It has been ascertained that specific bacteria *Chromobacterium manganicum* isolated by the present writer from soils, tailings and the ore of the Chiatura manganese deposits are capable of reducing acidic manganese compounds. This process is accompanied by significant acidulation of the medium and diminution of the oxidizing-reducing potential.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Н. А. Дараселия, Т. Г. Рцхиладзе. Сообщения АН ГССР, 41, № 3, 1966.
2. Н. А. Красильников. Определитель бактерий и актиномицетов. Л., 1949.
3. M. V. Beijerinck. Verslag. Acad. Watensh., 5, 1922.
4. S. M. Bromfield, V. D. Skerman. Soil Science, 69, 5, 1950.
5. Г. А. Заварзин. Микробиология, т. XXX, в. 3, 1961.
6. Г. А. Заварзин. Микробиология, т. XXX, в. 4, 1962.
7. Г. В. Аристовская. Микробиология подзолистых почв. М.—Л., 1965.
8. Г. А. Дубинина, З. П. Дерюгина. Микробиология, т. XXXV, в. 2, 1966.

ГЕНЕТИКА И СЕЛЕКЦИЯ

Г. В. КАНДЕЛАКИ, М. М. ЦУЛУКИДЗЕ

ОСОБЕННОСТИ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ У ОТДАЛЕННЫХ  
ГИБРИДОВ ПШЕНИЦ

(Представлено членом-корреспондентом Академии Л. Л. Декапрелевичем 13.3.1970)

Два реликта культуры, из эндемичных для флоры Грузии пшениц, а именно тетраплоидные виды полбы *Triticum timopheevi* Zhuk. и *T. palaeo-colchicum* Мен. привлекают внимание многих исследователей. Первая известна своим иммунитетом к грибным заболеваниям и находится в генетическом родстве лишь с дикой зандури *T. araraticum* Jakubz. (= *T. chaldicum* Мен.) [1, 2].

Колхидская же полба проявляет определенную филогенетическую связь с дикими пшеницами *T. aegilopoides* Bal., *T. dicoccoides* Kőgn., *T. chaldicum* Мен. [3], а из культурных—с видами тетраплоидной группы [3, 4]. Входя в весьма полиморфную группу эммеров она [3—5] заметно отличается от всех членов этой группы по плотности колоса и осям. Безусловное родство связывает колхидскую полбу и с гексаплоидными маха, с которыми она составляет одну популяцию [2].

Исходя из приведенных выше данных естественно было бы думать, что раз эти два вида находятся в родстве с *T. araraticum*, то и между собой они должны быть ближе, чем другие виды тетраплоидных пшениц. Однако, несмотря на совпадение ареалов распространения колхидской полбы и пшеницы Тимофеева и сравнительно легкую их скрещиваемость друг с другом (достигающую при опылении на 4 день после кастрации 86,0%, и приводящую к формированию выполненных зерновок  $F_0$ , обладающих, в большинстве случаев, 100% всхожестью) получаемые гибриды очень слабофертильны, так как у гибридов первого поколения, по причине нерастрескивания пыльников, зерновки развиваются лишь в условиях свободного цветения. Нарушения в мейозе, наблюдающиеся у гибридов колхидской полбы с пшеницей Тимофеева [4, 7], подтверждают положение Лилиенфельда и Кихара [7] об отсутствии гомологии между хромосомами этих двух видов. Приведенными фактами ставится под сомнение и родство колхидской полбы с *T. araraticum* Jakubz.

Нами проводилось реципрокное скрещивание колхидской полбы с пшеницей Тимофеева. Во втором поколении скрещивания *T. palaeo-colchicum* × *T. timopheevi* наблюдалось развитие растений десяти типов: *timopheevi-palaeo-colchicum*; *timopheevi*; *durum*; *dicocciforme*; многолетней



пшеницы, и, кроме того, типы *spelta*; *macha*; *aegilopoides*; *monococcum* и *palaeo-colchicum*. Первые пять, из описанных в этом скрещивании типов, были отмечены и А. Д. Горгидзе, изучавшей скрещиваемость и всхожесть гибридных зерен, развитие растений  $F_1$ , их плодовитость в условиях свободного цветения и возвратных скрещиваний с родительскими формами, а также процесс формообразования во втором поколении этого скрещивания [3, 5].

*T. palaeo-colchicum* Men × *T. timopheevi* Zhuk.

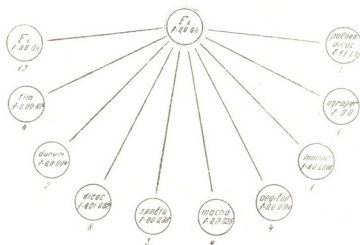


Схема 1

В обратном скрещивании *T. timopheevi* × *T. palaeo-colchicum* нами отмечались помимо вышеперечисленных десяти типов, и типы *durum*—промежуточный, недифференцированный, пшенично-ржаной, *timopheevi-monococcum*.

*T. timopheevi* Zhuk × *T. palaeo-colchicum* Men

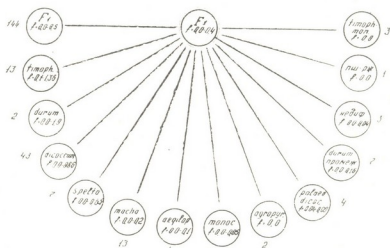


Схема 2

Совершенно ясно, что отмеченное формообразование зависит от наличия в окружающей среде той или иной пыльцы, а также говорит и об отдаленности участвующих в скрещивании видов.



Однако наиболее интересным в данном скрещивании было появление растений типа  $F_1$ . В скрещивании *T. palaeo-colchicum*  $\times$  *T. timopheevi* из 42 растений 13 относились к типу первого поколения (см. схему 1). Ни фенотипически, ни цитологически они не отличались от растений  $F_1$  и обладали такой же низкой фертильностью (0,0—0,4%), присущей им лишь в условиях свободного цветения. Если в вышеприведенном скрещивании процент их составил 30,9%, то в скрещивании *T. timopheevi*  $\times$  *T. palaeo-colchicum* подобных растений—57,6% (см. схему 2).

Возникновение во втором поколении растений типа  $F_1$  можно объяснить только формированием у гибридов первого поколения нередуцированных женских гамет, в условиях псевдогамии дающих апомиктические зародыши.

Это единственный путь развития амфигаллоидов, повторяющих тип гибридов первого поколения. Подобные гаметы, судя по количеству растений типа  $F_1$  во втором поколении, у этих отдаленных гибридов возникают в значительном количестве. Аналогичное явление наблюдалось нами у пшенично-ржаных гибридов [8], а ранее отмечалось М. И. Боровским [9] у межродовых гибридов кукурузы с трипсакум.

Таким образом, на основании идентификации по числам хромосом и фенотипам, устанавливается формирование во втором поколении межродовых и отдаленных межвидовых гибридов, растений типа первого поколения, развившихся апомиктично. Если при скрещивании кукурузы с трипсакум результат определяется склонностью трипсакума к апомиксису, то в скрещивании колхидской полбы с рожью и с пшеницей Тимофеева за это ответственна склонность к апомиксису колхидской полбы [10]. Не надо забывать и о том, что у отдаленных гибридов склонность к апомиксису значительно возрастает, являясь адаптацией на неблагоприятные условия для размножения путем амфимиксиса.

Значительное количество жизнеспособных женских гамет у гибридов  $F_1$  (при фактической мужской стерильности цветков), приводит также к формированию во втором поколении ряда фертильных гибридов, представляющих и практический интерес (гибриды типа *durum* с  $f = 1,9$  и типа *palaeo-colchicum* с  $f = 1,5$ ). Возникновение этих сбалансированных гибридов возможно в тех случаях, когда яйцеклетки не несут полного набора хромосом обоих родителей, и оплодотворяются спермиями тетраплоидных же видов пшеницы, близкими, по своему геномному составу, к геному женской гаметы. Появление же во втором поколении амфигаллоидов несомненно обеспечивает продление возможности формирования жизнеспособных гибридных организмов, в связи с чем, с биологической точки зрения, представляет собою положительное явление.

ბ. კანდელაკი, მ. მ. ცულუკიძე

 ხორბლის შორეული ჰიბრიდების ფორმათვარამოქმენის  
 მახასიათებლები

რეზიუმე

განხილულია საქართველოს ხორბლის ორი ენდემური სახეობის—*T. timophevi* Zhuk. და *T. palaeo-colchicum* Men. რეცეპროკული შეჯვარების მეორე თაობა აღინიშნება, რომ როგორც პირდაპირ, ისე შეპრუნებულ შეჯვარებებში კანონზომიერად ვითარდება ამფიჰაპლოიდები, რომლებიც არც ფეხოტიპურად, არც ციტოლოგიურად არ განსხვავდება პირველი თაობის მცენარეებისაგან. მათ გვერდით, შედარებით მცირე რაოდენობით ვითარდება სხვადასხვა ბიოტიპები. ეს ბიოტიპები მიღებულია ჰიბრიდების მდებარეობითი სიცოცხლისუნარიანი გამეტების გარემოდან მოხვედრილი მტვრის სპერმებით განაყოფიერების შედეგად.

## GENETICS AND SELECTION

G. V. KANDELAKI, M. M. TSULUKIDZE

THE FORMATION PECULIARITIES OF REMOTE WHEAT  
HYBRIDS

## Summary

The second generation hybrids of reciprocal crosses between the two wheat species—*T. timophevi* Zhuk. and *T. palaeo-colchicum* Men., endemic in Georgia, are considered. Regular occurrence of amphihaploids in direct, as well as in reverse crosses, is noted. Phenotypically and cytologically they are not distinguishable from the  $F_1$  plants. Amphihaploids develop apomictically, under pseudogamic conditions. Alongside with them, though in a considerably smaller number, various biotypes are formed as a result of the fertilisation of viable female gametes of  $F_1$  hybrids by the pollen sperms from the environment medium.

## ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. В. В. Светозарова. ДАН СССР, 22, № 5, 1939.
2. В. Л. Менабде. Пшеницы Грузии. Тбилиси, 1948.
3. А. Д. Горгидзе. Вестник бот. о-ва Грузии, вып. 1, 1962.
4. S. Matsumura, M. Nezu, Y. Koshihara. Jap. Journ. Genet., 33, 2, 1958.
5. А. Д. Горгидзе. Труды Ин-та ботаники АН ГССР, т. XXV, сер. Культурн. фл., вып. 2, 1967.
6. E. B. Wagenaar. Evolution, 20, № 2, 1966.
7. F. Lilienfeld, H. Kihara. Cytologia, 6, 1934.
8. Г. В. Канделаки. Тез. докл. на IV съезде ВБО. 71. Тбилиси, 1969.
9. М. И. Боровский. Тез. докл. Совещ. по проблемам апомиксиса (21—24 июня, 1966 г.) Саратов. Унив., 1966.
10. Г. В. Канделаки. Отдаленная гибридизация и ее закономерности. Тбилиси, 1969.



მ. მაისურაძე

### ამფიბიების ქცევის შესწავლისათვის

(წარმოადგინა აკადემიკოსმა ი. ბერიტაშვილმა 12.2.1970)

ამფიბიების ქცევა, ისე როგორც სხვა უდაბლესი ხერხემლიანი ცხოველებისა (თევზები, რეპტილიები), უმაღლეს ხერხემლიან ცხოველებთან შედარებით ნაკლებადაა შესწავლილი და ისიც მხოლოდ პირობითი რეფლექსების შესწავლით შემოიფარგლება.

პირობითრეფლექსური ქცევის გვერდით, აკად. ი. ბერიტაშვილის გამოკვლევით, ცხოველთა ინდივიდურ ქცევაში დიდ როლს ასრულებს აღქმული ობიექტის ხატით განპირობებული ანუ ფსიქონერვული ქცევა, რომელიც განსხვავდება პირობითრეფლექსური ქცევისაგან როგორც თვისობრივად, ისე მაღალორგანიზებული ნერვული მექანიზმების არსებობით [1].

უკანასკნელი სამი წლის მანძილზე ამ მიმართულებით კვლევა ჩატარებულია თევზებსა და რეპტილებზე. გამოირკვა, რომ აღქმული ობიექტის ხატით განპირობებული ქცევა თავს იჩენს ჯერ ციდეე თევზებში, თუცა აქ იგი მნიშვნელოვნად დაბალ დონეზე დგას რეპტილებთან შედარებით. თევზებს მტკივნეული გაღიზიანების ადგილმდებარეობის ხატი ენახებათ 10—12 წამის განმავლობაში, ხოლო საკვების ადგილმდებარეობის ხატი 8—10 წამის განმავლობაში [2]. აღქმული ობიექტის ხატის ხანგრძლივობა მნიშვნელოვნად მეტია რეპტილებში. მტკივნეული გაღიზიანების ადგილმდებარეობის ხატი რეპტილებს ენახებათ 4—5 წუთს, საკვების ადგილმდებარეობის ხატი — 3—3.5 წუთს საკვების კომპლექსური აღქმისას, ხოლო 2,5—3 წუთს — საკვების მხოლოდ მხედველობითი აღქმისას [3].

მორფოლოგიური მონაცემებით, ამფიბიებს წინა ტვინი, თევზებთან შედარებით, უფრო კარგად აქვთ განვითარებული. აქ უკვე თავს იჩენს ქერქულ უჯრედთა დაგროვებანი პრიმორდიალური ჰიპოკამპის (არქიკორტექსი) და საყნოსავი ქერქის (პალიკორტექსი) სახით, ზოგი მკვლევარი კი გამოყოფს სამ ზონას: პრიმორდიალურ ჰიპოკამპს, პრიმორდიალურ მსხლისებურ წილსა და პრიმორდიალურ ახალ ქერქს [5].

ელექტროფიზიოლოგიური მონაცემებიც ამატებებს, რომ ბაყაყის წინა ტვინში, კერძოდ პრიმორდიალურ ჰიპოკამპში, არის სენსორული ელემენტები, რომლებიც იღებენ მხედველობით, სმენით და სენსომოტორულ გაღიზიანებებს, არის აგრეთვე მაინტეგრირებელი ნეირონები, რომლებიც აერთიანებენ სენსორულ ელემენტებს და, მასშალდაჟე, განაპირობებენ კონკრეტული ობიექტის აღქმას [6].

ჩვენ მიზნად დავისახეთ შეგვესწავლა ამფიბიების ფსიქონერვული ქცევა, კერძოდ, გამოგვეკვლია — გამოწვეულია თუ არა ბაყაყის ქცევა საკვების ადგილმდებარეობის ხატის არსებობით, მტკივნეული გაღიზიანების ადგილმდებარეობის ხატის არსებობით და უარყოფითი საკვებით მიღებული არა-





სასამონგო ემოციური განცდის არსებობით, რამდენ ხანს ინახება მათი სიერებაში აღქმული ობიექტის ხატი.

საკვების ადგილმდებარეობის ხატი წარმოებულ ქცევაზე დაკვირვებას ეფუძნება. ზღვრული და შემოდგომის ბაყაყებზე, სპეციალურ ტერარაიუმში, ზომით  $70 \times 50$  სმ. ტერარაიუმის ერთ კედელთან, შუაში, მოთავსებული იყო დასაჯდომი ფირფიტა, ფირფიტაზე დადებული იყო ბამბის თხელი ფენა და გადაკრული იყო დოლბანდის ჩაჭერი. ცდის დროს ფირფიტას ვასველებდით წყლით. დასაჯდომი ფირფიტის წინ მოთავსებული იყო მოძრავი ტიხარი. ცხოველის პირდაპირ, 40 სმ-ის დაცილებით, მარჯვნივ და მარცხნივ განლაგებული იყო ორი თეჯირი № 1 და № 2. თეჯირებთან იყო მოწყობილობა მოძრავი საკვების (პურის ჭიების) მოსათავსებლად. ბაყაყებს ვაჩვენებდით ფირფიტაზე ჯდომას, ცდის გარემოს და შემდეგ ვსაზღვრავდით თეჯირებთან მოთავსებული საკვების ადგილმდებარეობის ხატის შენახვის მაქსიმუმს, როგორც საკვების კომპლექსური აღქმისას, ისე ცალკე მხედველობით აღქმისას.

კომპლექსური აღქმის შემთხვევაში ცხოველი მიგვყავდა ერთ-ერთ თეჯირთან, ვაძლევდით საკვების ნაწილს, ვაბრუნებდით ადგილზე, სხვადასხვა ინტერვალის შემდეგ ვაძლევდით თავისუფალი მოძრაობის საშუალებას და ვსაზღვრავდით დამახსოვრების მაქსიმუმს. საკვების მხოლოდ მხედველობით აღქმის შემთხვევაში ბაყაყს დავანახებდით მოძრავ პურის ჭიას, მერე ჭია მიგვყავდა და ვათავსებდით ერთ-ერთ თეჯირთან (ბაყაყი ამ მანიპულაციას ხედავდა გამჭვირვალე ტიხარიდან) და შემდეგ ვსაზღვრავდით საკვების ადგილმდებარეობის დამახსოვრების მაქსიმუმს.

ცდა ჩავატარეთ ექვს ბაყაყზე. გაირკვა, რომ ბაყაყის კვებითი ქცევა გამოწვეულია საკვების ადგილმდებარეობის ხატი, რომელიც ენახებათ: კომპლექსური აღქმისას 1—2 წუთს, ხოლო ცალკე მხედველობით აღქმის შემთხვევაში 40—90 წამს.

მტკივნეული გაღიზიანების ადგილმდებარეობის ხატის არსებობაზე ბაყაყის ქცევის დასაკვირვებლად, სამ მოზრდილ და ოთხ ახალგაზრდა ბაყაყზე, ცდებს ვაწარმოებდით აკვარიუმში, რომლის ზომა იყო მოზრდილი ბაყაყებისათვის  $60 \times 30$  სმ, ხოლო ახალგაზრდა ბაყაყებისათვის, რომელთაც ახლად ქონდათ დამთავრებული მეტამორფოზი —  $3 \times 23$  სმ. აკვარიუმის ერთ ბოლოში მოთავსებული იყო ორი განყოფილება — A და B. B განყოფილებაში მოთავსებული იყო ელექტროდები გაღიზიანებისათვის, აკვარიუმში ჩასმული იყო წყალი 1—1,5 სმ-ის სიმაღლეზე. B განყოფილების კედლები მუქ ყავისფერად იყო შეფერილი და მყუდრო მხარეს იყო მოქცეული. აღმათ, ამის გამო ბაყაყები ირჩევდნენ B განყოფილებას და დღეების განმავლობაში ისხდნენ იქ. იშვიათ შემთხვევაში გამოდიოდნენ ამ განყოფილებიდან, ჯოხით თუ შეეხებოდით, მაშინვე გარბოდნენ უკან, არ მიდიოდნენ მეორე, A განყოფილებაში.

ბაყაყს წინასწარ ვათავსებდით საცდელ აკვარიუმში. ორი-სამი დღის განმავლობაში ვაჩვენებდით და შემდეგ ვაღიზიანებდით დენით (5—7ვ). გაღიზიანებაზე ბაყაყი სწრაფად ტოვებდა B განყოფილებას. ზრდასრული ბაყაყები 2—2,5 წუთის შემდეგ თავისით შედიოდნენ უკან, B განყოფილებაში, ხოლო ახალგაზრდა ბაყაყები — ერთი წუთის შემდეგ; ვიდრე ეს დრო არ გავივლიდა, ბაყაყების განყოფილებაში გადაყენას ძალითაც ვერ ვახერხებდით.

— წინააღმდეგობას გვიწევდნენ. ისეთი შთაბეჭდილება იყო, თითქოს ემინოდათ ამ განყოფილებაში შესვლა. თუ მაინც ძალით შევაგდებდით, აღიოდნენ განყოფილების კედელზე, ზოგჯერ გამოდიოდნენ უკან და შედიოდნენ მეორე, A განყოფილებაში.

ამ ცდებიდან გამომდინარეობს, რომ ეს ქცევა გამოწვეულია მტკიცეული გლიზიანების ადვილმდებარეობის ხატის არსებობით, რომელიც ზრდასრულ ბაყაყებს 2—2,5 წუთს ენახებათ, ხოლო ახალგაზრდა ბაყაყებს — 1 წუთს.

ამის გასარკვევად, დამოკიდებულია თუ არა ბაყაყის ქცევა არასასიამოვნო საკვებით მიღებულ ემოციურ განცდაზე, ავიყვანეთ სამი ზრდასრული ბაყაყი. ეს ბაყაყები ჭამდნენ როგორც პურის ჭივებს, ისე ზოლებად დაჭრილ უმ ხორცს, რომელსაც რკინის ჩხირზე წამოცმულს ვუმოძრავებდით თვალების წინ. ამის შემდეგ ხორცის ზოლებს ვასველებდით მიხაკის ზეთში. ბაყაყები მიხაკის ზეთში დასველებულ ხორცის ზოლებსაც იტაცებდნენ, მაგრამ არ ჭამდნენ, აგდებდნენ უკან. ამის შემდეგ ეს ცხოველები სუფთა ზოლებსაც აღარ ეტანებოდნენ რამდენიმე საათის განმავლობაში, ხოლო პურის ჭივებს სწრაფად იტაცებდნენ. მეორე დღეს (18—20 საათის შემდეგ) ხორცის ზოლებსაც სწრაფად შეექცეოდნენ.

აღსანიშნავია, რომ ბაყაყები აღარც სუფთა ხორცის ზოლებს ჭამენ იმ გარემოში, სადაც მიიღეს ამ საკვებით გამოწვეული უსიამოვნო განცდა. მაგრამ თუ მათ გადავიყვანთ სხვა გარემოში, მაგ., საცხოვრებელ აკვარიუმში, ხორცს იმავე დღეს ჭამენ.

ამგვარად, ბაყაყებს უარყოფითი საკვებით მიღებული ემოციური განცდა რჩებათ თითქმის ერთი დღე-ღამის (18—20 საათი) განმავლობაში და ამ განცდით გამოწვეული ქცევა რეგულირდება იმ გარემოთი, სადაც მოხდა ამ გლიზიანების აღქმა.

ჩვენ მიერ მიღებულ შედეგებს თუ შევადარებთ ლიტერატურულ მონაცემებს თევზებისა და რეპტილიების ფსიქონერვულ ქცევაზე, დასტურდება, რომ აღქმული ობიექტის ხატით წარმოებული ქცევა ამფიბიებში (ბაყაყი) განვითარების უფრო მაღალ დონეზე დგას, ვიდრე თევზებში, რაც მიუთითებს ამფიბიების თავის ტვინში უფრო მეტად განვითარებული ნერვული სუბსტრატის არსებობაზე. რაც შეეხება რეპტილიებს, აქ ქცევა კიდევ განიცდის განვითარებას ნერვული სუბსტრატის შემდგომ განვითარებასთან დაკავშირებით.

თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

(შემოვიდა 13.2.1790)

## ФИЗИОЛОГИЯ ЧЕЛОВЕКА И ЖИВОТНЫХ

М. А. МАИСУРАДЗЕ

### К ИЗУЧЕНИЮ ПОВЕДЕНИЯ АМФИБИИ

Резюме

Целью настоящей работы является изучение у амфибий (болотная лягушка — *Rana ridibunda*) эмоционального поведения и поведения, направляемого возникшими образами воспринимаемых объектов. По ре-

зультатам наших опытов видно, что поведение лягушки зависит от образа местонахождения пищи, местонахождения болезненного электрического раздражителя и неприятного эмоционального ощущения получаемого приемом отвергаемой пищи.

Образ местонахождения пищи при комплексном восприятии сохраняется в течение 1—2 минут, а при изолированном зрительном восприятии от 40 сек. до 1 минуты 30 сек. Образ местонахождения электрического раздражителя сохраняется в памяти у молодых лягушек в течение одной минуты, а у взрослых — 2,5 минуты. Что касается эмоциональной памяти на неприятную отвергаемую пищу, она сохраняется в течение нескольких часов.

#### HUMAN AND ANIMAL PHYSIOLOGY

M. A. MAISURADZE

### TOWARD THE STUDY OF THE BEHAVIOUR OF THE AMPHIBIANS

#### Summary

The object of the experiment was to study the emotional behaviour of amphibians (marsh frog, *Rana ridibunda*) and the behaviour governed by the image formed by the perceived objects. The results of the present writer's experiments show that the frog's behaviour is governed by the image of food location, location of a painful electric stimulus and an unpleasant emotional feeling caused by intake of repulsive food.

The image of the location of food during complex perception remains for 1-2 minutes, while during an isolated visual perception, from 40 seconds to 1 minute and 30 seconds. The image of the location of an electric stimulus remains in young frogs' memory for 1 minute, and in older frogs' memory for 2.5 minutes. As far as the emotional memory of unpleasant repulsive food is concerned, it remains for several hours.

#### ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. И. С. Беритов. Нервные механизмы поведения высших позвоночных животных. М., 1961.
2. И. Н. Сихарулидзе. Сообщения АН ГССР, 45, № 3, 1967.
3. И. Н. Сихарулидзе. Сообщения АН ГССР, 55, № 1, 1969.
4. ლ. ნათაძე. ხერხემლიან ცხოველთა შეღარბითი ანატომია. თბილისი, 1962.
5. А. Н. Карамян. Журн. эволюц. биохимии и физиологии, т. V, 1969.
6. Л. Г. Воронин и В. Н. Гусельников. Журн. ВНД, XIII, 2, 1963.

## ФИЗИОЛОГИЯ ЧЕЛОВЕКА И ЖИВОТНЫХ

Г. П. ЖВАНИЯ

### ДЕЙСТВИЕ ПАХИКАРПИНА НА ЭЛЕКТРИЧЕСКУЮ АКТИВНОСТЬ МАТКИ НЕБЕРЕМЕННОЙ КРОЛЬЧИХИ

(Представлено членом-корреспондентом Академии А. Н. Бакурадзе 11.3.1970)

Пахикарпин широко применяется в акушерско-гинекологической практике как средство, вызывающее сокращение матки, однако его действие на матку, в особенности на электрическую активность матки (ЭАМ) изучено недостаточно. Имеются лишь единичные работы по данному вопросу. И. Д. Лановой [1] подчеркивает, что под влиянием пахикарпина амплитуда пиковых потенциалов увеличивается на 34,3%, а частота—на 35% против исходного уровня. Внутривенное введение пахикарпина вызывает повышение биотоков матки в течение длительного времени (до 35 минут).

Электрическая активность матки крольчих изучалась в экранированной камере в остром и хроническом опыте. Для отведения биопотенциалов использовались хлорированные серебряные электроды. ЭАМ регистрировалась электроэнцефалографом фирмы «Альвар». После установления фоновой ЭАМ производилось введение пахикарпина (3% 0,2 мл/кг) в мышцы или интравенно.

Пахикарпин, введенный внутримышечно или в вену, оказывал на матку одинаковое влияние. Поэтому, хотя в медицинской практике пахикарпин вводят в мышцу, мы вводили его также интравенно, из-за его быстрого действия на исследуемый орган (малый скрытый период). Это нам дало возможность изучить действие пахикарпина на ЭАМ в разные периоды его деятельности.

По разному влияет пахикарпин на ЭАМ в разные периоды. Так, наиболее сильный стимулирующий эффект пахикарпина проявляется при его интравенном введении, после окончания активного периода, т. е. в период покоя. При этом пахикарпин вызывает типичную пахикарпиновую ритмику, продолжающуюся 30—60 секунд, которая сменяется интервалом такой же продолжительности. В это время проявляется ЭАМ — в виде быстрых потенциалов на фоне медленных отклонений или в виде острых волн разной продолжительности. После такого «затишья» вновь проявляется пахикарпиновая активность.

Общая продолжительность влияния однократного введения 0,2 мл/кг 3%-ного раствора пахикарпина длится около 5 минут.

На рис. 1,а показано влияние внутривенного введения (показано стрелкой) пахикарпина на ЭАМ небеременной матки крольчихи. Стимулирование активности начинается с левого рога, далее включается



шейка и правый рог, в некоторых наиболее хорошо выражена пахикарп-пиновая активность. На осциллограмме 3 показана активность, зарегистрированная между периодами пахикарпиновой ритмики.

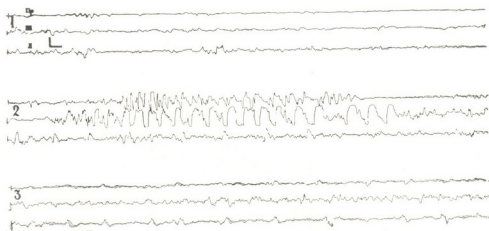


Рис. 1, а. ЭГГ половозрелой крольчихи после внутривенного введения пахикарпина (0,2 мл/кг). Пр—правый рог, Ш—шейка, Л—левый рог, калибровка 50 мкв в 1 секунду, вторая кривая является продолжением первой, третья—второй

Рис. 1, б. Пахикарпин, введенный в период, покоя, вызвал ритмическую активность, схожей по характеру и ритмике на обоих рогах. Здесь же (осциллограммы 4 и 5) показана ЭА в период затишья между пахикарпиновыми электрическими ритмами. У крольчихи один пахикарпиновый ритм активности продолжается около 50 сек. Средняя амплитуда потенциалов достигает 100—120 мкв.

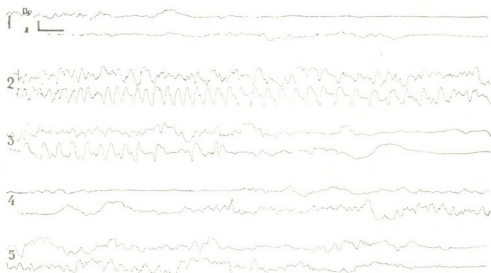


Рис. 1, б. ЭГГ половозрелой крольчихи после внутривенного введения пахикарпина (0,2 мл/кг) Пр—правый рог, Л—левый рог, калибровка 50 мкв в 1 секунду. Вторая кривая является продолжением первой, третья—второй, четвертая—третьей, пятая—четвертой

Хотя было отмечено, что стимулирующее влияние пахикарпина на ЭАМ проявляется, главным образом, при его действии в период покоя,



однако в некоторых случаях отмечается пахикарпийный эффект и во время активного периода. ЭА в это время характеризуется отдельными группировками быстрых и медленных потенциалов.

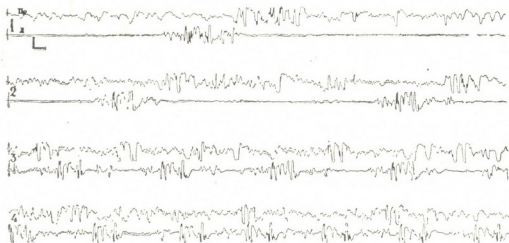


Рис. 1, в. ЭГГ половозрелой крольчихи после внутривенного введения пахикарпина (0,3—0,4 мл/кг). Пр—правый рог, Л—левый рог, калибровка 50 мкв в 1 секунду. Вторая кривая является продолжением первой, третья—второй, четвертая—третьей

При незначительном повышении дозы (0,3—0,4 мл/кг 3%-ного раствора) пахикарпин вызывает значительное усиление характерной взрывоподобной активности, сближая отдельные группы потенциалов за счет уменьшения интервалов (рис. 1, в). Один активный период при этом увеличивается до 2 минут, интервалы между высокоамплитудными пахикарпийными ритмами заполняются быстрыми потенциалами, развивающимися на фоне медленных колебаний.

Итак, пахикарпин стимулирует ЭАМ, продолжающуюся около 5 минут, вызывая пахикарпийный ритм ЭА продолжительностью около 1 минуты, состоящей из быстрых и судорожноподобных потенциалов наряду с медленными. Эффект пахикарпина на разных участках матки проявляется по-разному. Наиболее выраженный эффект пахикарпина отмечается при его введении вслед за окончанием активного периода, хотя иногда (в случаях взрывного и динамического типа активности) его действие проявляется на фоне активного периода.

Тбилисский государственный медицинский институт

(Поступило 12.3.1970)

აღმნიანისა და ცხოველთა ფიზიოლოგია

ბ. შვანიძე

შინაური კურდღლის არაბაპე საშვილოსნოს ბიოელექტრული პოტენციალები პახიკარპინის შემოკმედიების შემდეგ

რეზიუმე

საშვილოსნოს ბიოელექტრული პოტენციალები შეისწავლებოდა მწვავე და ქრონიკულ ცდაში „ალვარის“ ფირმის ელექტრონეცეფალოგრაფის საშუა-



ეებით ეკრანირებულ კამერაში. ბიოდენები გამოიყვანებოდა ვერცხლის ქლორიდებული ელექტრონების საშუალებით. გამოიჩინა, რომ პახიკარპინი (3%-იანი ხსნარი 0,2—0,4 მლ/კგ) აძლიერებს არამაკე საშილოსნოს ბიოდენებს 5 წუთის ხანგრძლივობით და იწვევს პახიკარპინისეულ რიტმს ერთი წუთის ხანგრძლივობით, რომელიც შესდგება სწრაფი და კრუნჩხვის მსგავსი პოტენციალებისაგან. უფრო მეტად გამოხატული ეფექტი პახიკარპინისა შეიმჩნევა, თუ პახიკარპინის შეყვანა ხდება აქტიური პერიოდის ბოლოს.

HUMAN AND ANIMAL PHYSIOLOGY

G. P. ZHVANIA

PACHYCARPINE ACTION ON THE ELECTRICAL ACTIVITY  
OF THE WOMB (EAW) OF THE NON-GRAVID RABBIT

Summary

Biopotentials of the rabbit's womb have been studied in both acute and chronic experiments in the shielded chamber. The abduction of potentials was carried out by chlorinated electrodes. The EAW was recorded by the "Alvar" electroencephalograph. Pachycarpine administered at the dose of 0.2—0.3—0.4 ml/kg of 3% solution stimulates the EAW, lasting about 5 minutes and causing a "pachycarpic" rhythm of electrical activity of about one-minute duration which basically consist, of quick and convulsion-like potentials. The pachycarpine effect on different areas of the womb is manifested variously. A more pronounced effect of pachycarpine is noted during its injection after completing the active period, though sometimes its action is manifested against the background of the activation of potentials.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. И. Д. Лановой. Акушерство и гинекология, т. IV, 1966, 35—37.



Н. Г. АЛЕКСИДЗЕ, Р. П. БЕЛЕЦКАЯ

## ИЗМЕНЕНИЕ АКТИВНОСТИ MAO И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ SH-ГРУПП В РАЗНЫХ УЧАСТКАХ ГОЛОВНОГО МОЗГА ПРИ УТОМЛЕНИИ ЖИВОТНОГО

(Представлено академиком П. А. Кометиани 25.2.1970)

Изучение метаболизма биогенных аминов и активности, моноаминоксидазы (MAO), привлекает к себе внимание потому, что изменения аминов и активности MAO находят свое отражение в психонервном поведении животных [1—4].

Имеется указание о наличии определенной связи между развитием нервной системы, уровнем аминов и активностью MAO [5]. Известно, что не только разные области головного мозга, но и отдельные нервные клетки отличаются как функционально, так и уровнем метаболических процессов в них. Поэтому изучение роли аминов и ферментов, катализирующих их обмен, необходимо проводить в связи с особенностями строения ЦНС на клеточном и субклеточном уровнях.

Мы поставили перед собой задачу выяснить характер изменения MAO активности (MAOA) на микроуровне при утомлении. Кроме того, было изучено изменение распределения SH-групп в тех структурных образованиях, где определялась MAOA.

Определение MAOA проводили модифицированным спектрофотометрическим микрометодом с *p*-нитрофенилэтиламином в качестве субстрата [6].

Животное (белая крыса) декапитировали и быстро извлекали мозг. Для исследования брали двигательный анализатор из поля  $F_r$  лобной области, теменную область, состоящую из частей  $PA^s$  и  $PA^m$  и зону зрительного анализатора (*o*) затылочной области [7] коры и, соответственно, подкоркового белого вещества. Мозговую ткань в количестве 1 мг взвешивали в микропробирке (0,5 мл) на полумикроаналитических весах ВМ-20М. Добавляли 0,4 мл 0,1 М фосфатного буфера pH 7,4, тритон X-100 в конечной концентрации 0,5% и гомогенизировали при охлаждении в микрогомогенизаторе. Гомогенат центрифугировали на холоде 3 000 г/10 мин. Центрифугат в количестве 0,3 мл переносили в микропробирку, добавляли 0,2 мл фосфатного буфера pH 7,4, 0,19 мл воды и 0,01 мл *p*-нитрофенилэтиламина.

Микропробирки ставили в специальный микродержатель и инкубацию проводили в квазиаэробных условиях 37°C, 1 час при постоянном качании.

бевали, в то же время начинали регистрироваться потенциалы в участках СС расположенных более кпереди. Кроме того, для вызова потенциалов в коре из вентральных отделов ядра требовалась большая интенсивность раздражения.

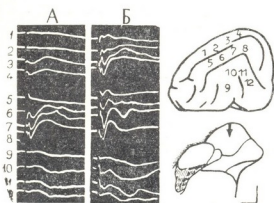


Рис. 1. Потенциалы, возникающие в коре больших полушарий в ответ на одиночное электрическое раздражение ПОД. А—пороговое (7 в), Б—сверхпороговое (10 в) раздражения. Регистрируемые области коры и раздражавшийся отдел ПОД показаны на схемах в правой половине рисунка. Калибровка: времени—10 мсек, амплитуды—100 мв

Проекция ПОД в коре изучалась и при ритмических его раздражениях. Соответственно данным, полученным при одиночном раздражении, ритмическое раздражение ПОД вызывало появление реакции усиления прежде всего (при пороговой силе рис. 2,Б) в средней части СС. При увеличении интенсивности раздражения той же области ПОД (В), реакция усиления регистрировалась так же в более рострально расположенных областях СС и КИ.

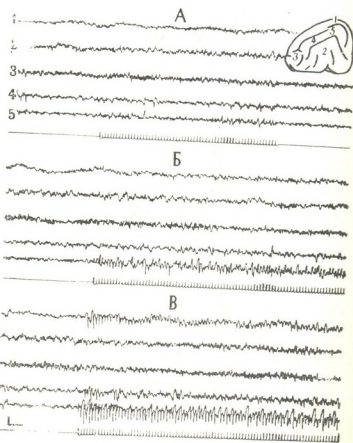
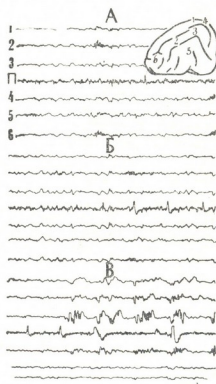


Рис. 2. Распределение в коре реакции усиления при ритмическом раздражении ПОД. А—раздражение подпороговое (4 в), Б—пороговое (5 в), В—сверхпороговое (8 в). Регистрируемые области коры указаны на схеме. Калибровка: 1 сек и 100 мв

Результаты стрихнинизации ПОД подтвердили данные, полученные при одиночном и ритмическом электрическом раздражении. Как вид-

но на рис. 3 после возникновения в ПОД стрихнинных спайков такие же спайки появлялись в первую очередь в СС, а затем в КИ.

Рис. 3. Химическое раздражение ПОД. А—фон д введения стрихнина, Б—4 минуты после введения стрихнина, В—6 минут после введения стрихнина. Регистрируемые области коры указаны на схеме П—ПОД. Калибровка: 1 сек и 100 мв



Полученные данные позволяют заключить, что ПОД проецируется главным образом в СС и, в меньшей степени, в задний отдел КИ, представляющий собой проекционную зрительную область [9], что согласуется с данными последних анатомических исследований [10]. На основании полученных данных составлена схема корковых проекций эфферентов ПОД (рис. 4), на которой видно, что каудальные отделы ПОД посылают свои волокна в обе эти зоны, тогда как ростральные отделы проецируются в области СС, расположенные более впереди. Ответы в коре легче вызываются из дорзальных участков ядра, лучше отвечающих на свет [11].

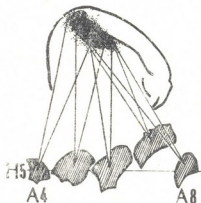


Рис. 4. Проекционные зоны ПОД в коре больших приматов. Фронтальные срезы ядра даны соответственно стереотаксическому атласу Джаспера и Аймон-Марсан [8]

В некоторых работах отмечено существование проекционных волокон от ПОД в передний отдел средней эктосильвиевой извилины [6, 10].



Действительно, при одиночном раздражении ПОД сверхпороговой силой, в этой области можно было зарегистрировать небольшой потенциал (рис. 1,Б). Однако при ритмическом раздражении ПОД, а так же при стрихнинизации этого ядра, какие-нибудь отчетливые потенциалы в этой области не обнаруживались. Таким образом, если проекционные волокна от ПОД к передней эктосильвиевой извилине и существуют, то они, по-видимому, очень малочисленны.

Академия наук Грузинской ССР

Институт физиологии

(Поступило 12.3.1970)

ადამიანისა და ცხოველთა ფიზიოლოგია

### 3. გალოღებნები

#### კატის შუამდებარე ტვინის ბალიზის ძირითადი პროექცია

##### რეზიუმე

დაუნარკოზებელ კუარარებულ და ქლორალოზებულ კატებზე შუამდებარე ტვინის ბალიზის ელექტრული და ქიმიური გალიზიანებით შესწავლებოდა ამ წარმონაქმნის პროექცია ქერქში. დადგენილია, რომ ეს ბირთვი პროექტირდება უმთავრესად დიდი ტვინის ქერქის სუპრასილივიური ხვეულის შუა ნაწილში და მარგინალური ხვეულის კუდალურ ნაწილში.

#### HUMAN AND ANIMAL PHYSIOLOGY

V. I. MALOLETNEV

### THE CORTICAL PROJECTION OF THE PULVINAR IN THE CAT

#### Summary

Using electrical and chemical stimulations of the pulvinar, the cortical projection area has been studied in unanesthetized curarized and chloralosed cats. This nucleus has been found to project to the middle suprasylvian and the caudal parts of the posterior marginal gyri.

#### ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. С. П. Нарикашвили. Сб. «Общая и частная физиология нервной системы». Л., 1969, 313—337.
2. С. Ajmone-Marsan. Arch. Ital. Biol., 103, 1965, 847.
3. A. E. Walker. The Thalamus. Columbia University Press, New York and London, 1966, 5—19.
4. J. T. Diamond, E. G. Jones, T. P. S. Powell. Brain Research, 15, 1969, 305.
5. M. E. Wilson, B. G. Cragg. J. Anat., 101, 1967, 677.
6. F. Bremer, H. StoupeI. Arch. Int. Physiol., 67, 1959, 240.
7. A. Kreindler, E. Crighel, C. Marinescu. Exptl. Neurol., 22, 1968, 423.
8. H. H. Jasper, C. Ajmone-Marsan. A Stereotaxic Atlas of the Diencephalon of the Cat. Ottawa, 1954.
9. R. F. Thompson, R. H. Johnson, J. J. Hoopes. J. Neurophysiol., 26, 1963, 343.
10. R. F. Clüver, J. A. Campos-Ortega. J. Comp. Neurol., 137, 1969, 259.
11. В. И. Малолетнев, А. С. Тимченко. Сообщения АН ГССР, 55, 1969, 681.

Н. Г. АЛЕКСИДЗЕ, Р. П. БЕЛЕЦКАЯ

## ИЗМЕНЕНИЕ АКТИВНОСТИ МАО И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ SH-ГРУПП В РАЗНЫХ УЧАСТКАХ ГОЛОВНОГО МОЗГА ПРИ УТОМЛЕНИИ ЖИВОТНОГО

(Представлено академиком П. А. Кометиани 25.2.1970)

Изучение метаболизма биогенных аминов и активности, моноаминоксидазы (МАО), привлекает к себе внимание потому, что изменения аминов и активности МАО находят свое отражение в психонервном поведении животных [1—4].

Имеется указание о наличии определенной связи между развитием нервной системы, уровнем аминов и активностью МАО [5]. Известно, что не только разные области головного мозга, но и отдельные нервные клетки отличаются как функционально, так и уровнем метаболических процессов в них. Поэтому изучение роли аминов и ферментов, катализирующих их обмен, необходимо проводить в связи с особенностями строения ЦНС на клеточном и субклеточном уровнях.

Мы поставили перед собой задачу выяснить характер изменения МАО активности (МАОА) на микроуровне при утомлении. Кроме того, было изучено изменение распределения SH-групп в тех структурных образованиях, где определялась МАОА.

Определение МАОА проводили модифицированным спектрофотометрическим микрометодом с *p*-нитрофенилэтиламином в качестве субстрата [6].

Животное (белая крыса) декапитировали и быстро извлекали мозг. Для исследования брали двигательный анализатор из поля  $F_r$  лобной области, теменную область, состоящую из частей  $PA^s$  и  $PA^m$  и зону зрительного анализатора (*o*) затылочной области [7] коры и, соответственно, подкоркового белого вещества. Мозговую ткань в количестве 1 мг взвешивали в микропробирке (0,5 мл) на полумикроаналитических весах ВМ-20М. Добавляли 0,4 мл 0,1 М фосфатного буфера pH 7,4, тритон X-100 в конечной концентрации 0,5% и гомогенизировали при охлаждении в микрогомогенизаторе. Гомогенат центрифугировали на холоде 3 000  $g/10$  мин. Центрифугат в количестве 0,3 мл переносили в микропробирку, добавляли 0,2 мл фосфатного буфера pH 7,4, 0,19 мл воды и 0,01 мл *p*-нитрофенилэтиламина.

Микропробирки ставили в специальный микродержатель и инкубацию проводили в квазиаэробных условиях 37°C, 1 час при постоянном качании.





Измерение оптической плотности производили на «Спеколе» при 450 нм, в микрокуветах, с объемом 0,25 мл по отношению к контролю без п-нитрофенилэтиламина. Определение сульфгидрильных групп проводили по методу Еллмана [8].

Утомление крыс производили плаванием в специальных ваннах при 18—20°C. После заметного ослабления движений крысам давали отдых на 5 минут и затем заставляли плавать до полного утомления.

МАОА ингибировали интраперитонеальным введением ипразида 10 мг/100 г за 20 минут до плавания крыс.

В первой серии опытов определялась МАОА в гомогенатах коры и подкорки в норме. Выясняется, что в лобной и теменной областях МАОА больше в коре, чем в подкорке (табл. 1). После утомления крыс МАОА лобной и теменной областей коры уменьшается, а белого вещества повышается. Полученные нами данные говорят об активном включении МАО лобной и теменной областей в процесс утомления.

Таблица 1

Изменение моноаминоксидазной активности в гомогенатах разных областей коры и подкорки головного мозга крыс в норме, при утомлении и после предварительного введения ипразида (10 мг/100 г). Активность фермента выражена в условных единицах оптической плотности ДЕ 450/мг влажной ткани/60 мин.

Среднее из 10 опытов: P—достоверность, н. д.—не достоверность

Вариант	Норма			Утомление			Утомление + ипразид	
	Лобная область	Теменная область	Затылочная область	Лобная область	Теменная область	Затылочная область	Лобная область	Теменная область
Кора	0,350 —	0,400 —	0,310 —	0,160 —	0,250 —	0,400 —	0,120 —	0,100 —
Подкорка	0,160 P<0,001	0,190 P<0,001	0,270 P<0,2	0,210 P<0,1	0,260 н. д.	0,330 P<0,2	0,060 P<0,001	0,070 P<0,02

Уменьшение МАОА головного мозга было обнаружено в условиях экспериментальной бессоницы крыс [9]. При утомлении крыс, предварительно обработанных ипразидом, МАОА во всех областях коры и подкорки подавляется (табл. 1). Вместе с тем стирается противоположно направленное изменение МАОА лобной и теменной областей. Выясняется, что подавление ипразидом МАОА исключает те звенья биохимических превращений, которые обеспечивают противоположно направленное изменение МАОА.

В другой серии опытов обнаружены сильные сдвиги в распределении сульфгидрильных групп в экстрактах гомогената головного мозга крыс (табл. 2).

Как видно из табл. 2, в норме количество суммарных SH-групп гомогената, определяемых ДТНБ, больше в подкорке, чем в коре. После утомления содержание SH-групп больше в коре, чем в подкорке. По-

вышение количества сульфгидрильных групп в разных отделах головного мозга при длительном раздражении происходит как в белковой, так и в низкомолекулярных фракциях П10.

Таблица 2

Изменение распределения сульфгидрильных групп в гомогенатах разных областей коры и подкорки головного мозга крыс в норме, при утомлении и после предварительного введения ипразида (10 мг/100 г). Количество SH-групп выражено в условных единицах оптической плотности ДЕ 412/мг влажной ткани. Среднее из 8 опытов. P—достоверность, н. д.—не достоверность

Вариант	Норма			Утомление		
	Лобная область	Теменная область	Затылочная область	Лобная область	Теменная область	Затылочная область
Кора	0,38 —	0,38 —	0,39 —	0,61 —	0,54 —	0,39 —
Подкорка	0,44 P<0,02	0,41 н. д.	0,44 P<0,01	0,57 P<0,02	0,49 P<0,01	0,44 P<0,01
+ Ипразид						
Кора	0,56 —	0,53 —	0,48 —	0,82 —	0,80 —	0,71 —
Подкорка	0,46 P<0,001	0,47 P<0,05	0,44 P<0,02	0,80 н. д.	0,76 н. д.	0,78 н. д.

Нужно заметить, что в присутствии ипразида, специфическое различие в содержании SH-групп между разными областями коры и подкорки головного мозга после утомления, нивелируется.

Известно, что при различных воздействиях на животных, в нервной системе происходят резкие изменения молекулярно-кинетических свойств белков. Меняется содержание амидных групп в белках, их электрофоретическая подвижность, скорость внедрения аминокислот, количество легко реагирующих сульфгидрильных групп [10, 11].

Исходя из вышесказанного, можно полагать, что обнаруженные нами изменения МАОА и распределения SH-групп в коре и в подкорке головного мозга крыс при утомлении, должны быть обусловлены изменениями физико-химических свойств белков. Механизм противоположно направленного изменения МАОА пока трудно объяснить. Нужно иметь в виду, что аналогичная закономерность была показана и для ряда других ферментов нервных клеток [12].

ნ. ალექსიძე, რ. ბელეცაია

თავის ტვინის სხვადასხვა უბნებში მამო აქტივობის და SH-ჯგუფების განაწილების ცვლილება ცხროველის დაღლის დროს

რეზიუმე

ნაჩვენებია, რომ ცხოველის სრული დაღლის დროს ქერქისა და ქერქ-ქვეშა უბნების შუბლისა და თხემის წილებში მონოამინოოქსიდაზური (მამო) აქტივობა და SH-ჯგუფების განაწილება იცვლება საწინააღმდეგო მიმართულებით. იპრაზიდის გავლენით ფერმენტის აქტივობისა და SH-ჯგუფების ვექტორალური ცვლილებები არ აღინიშნება.

### BIOCHEMISTRY

N. G. ALEKSIDZE, R. P. BELETSKAYA

## THE CHANGE OF MAO ACTIVITY AND SH-GROUP DISTRIBUTION IN VARIOUS AREAS OF THE BRAIN DURING THE FATIGUE OF ANIMAL

### Summary

It is shown that during complete fatigue of the rat the MAO activity decreases in the frontal and parietal areas of the cortex, increasing in the subcortical areas. Iprazid, which is known as a MAO inhibitor, removes the inverse effect of the MAO activity and distribution of SH-groups.

### ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. В. З. Горкин. Вопросы мед. химии, 10, 1964, 115.
2. O. Walaas, Ed. Molecular Basis of Some Aspects of Mental Activity. Acad. Press, London—N. Y., 1, 1966.
3. K. F. Gey, A. Pletscher. J. Neurochem., 6, 1961, 239.
4. D. W. Woolley, Th. V. Der Holoen. Science, 139, 1963, 611.
5. N. Karki, R. Kuntzman, B. V. Brodie. J. Neurochem., 9, 1962, 53.
6. Л. В. Брусова, Л. А. Вьюгова, В. З. Горкин. Укр. биох. ж., 57, 1965, 463.
7. В. М. Светухина. Архив анат. гистол. эмбриол., 42, 1962, 31.
8. G. L. Ellman. Arch. Biochem. Biophysics, 82, 1959, 70.
9. А. А. Покровский, Н. Е. Малахов и др. Укр. биох. ж., 39, 1967, 604.
10. Э. В. Герасимович. Бюл. экп. биол. мед., 68, 1969, 46.
11. Сб., «Проблемы нейрхимии», М., 1966.
12. H. Hyden. Neuron. Göteborg, 1961.

С. В. ДУРМИШИДZE (академик АН ГССР), А. Б. МЕСХИ, А. А. ГОЦИРИДZE

## ВЛИЯНИЕ СОСТОЯНИЯ 3-ГО УГЛЕРОДА ГЕТЕРОЦИКЛА НЕКОТОРЫХ ФЛАВОНОИДОВ НА РОСТ РАСТИТЕЛЬНЫХ ТКАНЕЙ И ПРОРОСТКОВ

Исследования последнего десятилетия выявили активное участие фенольных соединений в обмене веществ растений. Соединения фенольной природы разными путями влияют на метаболизм ряда веществ, а в определенных условиях и сами они подвергаются превращениям. Обе эти проблемы могут исследоваться во многих аспектах и все они успешно развиваются в разных странах мира.

Наша лаборатория изучает метаболизм и функции простых фенолов, их производных и флавоноидов у растений. Установлено, что вещества этого класса, например фенол, бензойная кислота, кверцетин и др., активирующие или ингибирующие рост растительной ткани, могут усваиваться и метаболизироваться растениями [1—3]. Показана также взаимосвязь между структурой и биологической активностью простых фенолов [4].

Влияние флавоноидов на рост растительной ткани связывается в основном с ауксиновым обменом и рассматривается с точки зрения структуры протокатехового кольца [5]. Роль гетероцикла флавоноидов еще недостаточно исследована.

Целью нашей работы было изучить влияние структурных элементов гетероцикла флавоноидов на рост растительной ткани и проростков. Поэтому для опытов были подобраны (+) катехин, кверцетин и рутин.

Как известно, кверцетин и катехин отличаются друг от друга лишь степенью восстановленности 2-го, 3-го и 4-го углеродов гетероцикла; флороглюциновое (А) и пирокатехиновое (Б) кольца одинаковы у обоих этих флавоноидов. В молекуле рутина водород 3-го углерода кверцетина замещен остатками глюкозы и рамнозы.

Объектами наших исследований являлись изолированные ткани партеноциссуса (галловая и опухолевая) и моркови, а также стерильные проростки кукурузы и фасоли.

Тканевые культуры выращивались на среде Хеллера [6], а стерильные проростки кукурузы и фасоли — в специальных стеклянных сосудах нашей модификации на питательном растворе Кюна.

Исследовано действие различных концентраций (+) катехина, кверцетина и рутина на рост изолированных тканей. Полученные результаты представлены в виде кривых на рис. 1.

Кверцетин, как и можно было ожидать, оказывает подавляющее действие на рост тканей партеноциссуса, токсичны даже низкие концентрации этого флавоноида (5, 15, 20 мг/л).

Стимулирующее действие (+) катехина на рост растительных тканей впервые было установлено в нашей же лаборатории [7]. Приведенные данные показывают (рис. 1), что самым высоким стимулирующим действием на рост тканей партеноциссуса характеризуется (+) катехин. Добавление к питательной среде 100 мг/л (+) катехина усиливает рост тканей выше 100%. Испытано сравнительное действие кверцетина и (+) катехина на проростках кукурузы и фасоли.

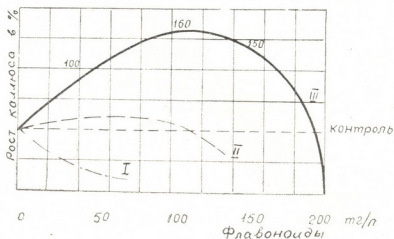


Рис. 1. Влияние кверцетина (I), рутина (II), (+) катехина (III) на рост тканей партеноциссуса

Кверцетин в концентрации 60 мг/л задерживает рост корней кукурузы на 50%; в то же время корни укорачиваются, утолщаются и интенсивно разветвляются.

В испытуемых концентрациях (+) катехин равномерно действует на рост корней стерильных проростков фасоли и кукурузы. Присутствие в питательной среде высоких концентраций (+) катехина (200 мг/л), как бы даже стимулирует корневую систему этих растений, не нарушая их нормальной морфологии.

Сопоставление влияния кверцетина и катехина на рост растительных тканей позволяет заключить, что состояние гетероцикла в флавоноидах обуславливает характер их биологического действия. Согласуется с этим также наличие свойств стимулятора роста растительной ткани и у лутеолина [5]. При одинаковых структурах колец А и В, в (+) катехине, лутеолине и кверцетине, по-видимому, решающее значение имеет степень восстановленности 3-го углерода гетероцикла. Более окисленная форма гетероцикла влияет как ингибитор, а его сравнительно восстановленная структура стимулирует рост растительных тканей. В этом аспекте заслуживает интерес то, что лейкоантоцианидин также проявляет физиологическую активность. С такими представлениями согласуется и биологическая активность глюкозидов кверцетина. Изменение конфигурации 3-го углерода гетероцикла, в частности, связывание кверцетина с остатками глюкозы или рутинозы, снимает ингибирующее действие аглюкона. Рутин, как видно из данных рис. 1, в концентрациях от 10 до 100 мг/л стимулирует рост изолированной ткани партено-



циссуса. Различие в действии кверцетина и его глюкозида — рутина еще нагляднее проявляется в отношении роста ткани моркови. Кверцетин в концентрациях 5, 10, 20 мг/л резко задерживает рост, тогда как рутин при концентрации 200 мг/л не оказывает почти никакого воздействия.

Логическим развитием нашего исследования было бы изучение действия цианидина на рост растительной ткани. По восстановленности 3-го и 4-го углеродов в гетероцикле цианидин занимает промежуточное место между кверцетином и катехином:



Однако отсутствие необходимого количества препарата цианидина вынудило нас исследовать лишь влияние мальвидина. Флороглюциновый цикл и гетероцикл мальвидина не отличаются от соответствующих фрагментов цианидина, а кольцо Б представляет собой диметильный эфир галловой кислоты.

Действие мальвидина изучалось на тканях партеноциссуса и моркови. Под влиянием 5, 10 и 20 мг/л мальвидина изолированные ткани растут в два раза медленнее, чем контрольные, однако лишь первые 45—50 дней; при более длительных опытах ткани, выращенные на питательной среде с мальвидином, постепенно дорастают до контрольных образцов. Создается впечатление, будто процесс ингибирования носил временный характер. Более высокое содержание мальвидина (50 — 100 мг/л) в питательной среде обуславливало стабильность ингибирования роста тканей.

Если принять во внимание, что ацилирование некоторых флавонолов подавляет их стимулирующие свойства, можно предположить, что метоксилирование будет играть подобную же роль, в результате чего влияние гетероцикла мальвидина окажется затуманенным.

Имеющиеся в литературе данные о значении состояния (конфигурации) 3-го и 4-го углеродов халконового происхождения для Р-витаминной активности флавоноидов говорят, в некоторой мере, в пользу выдвигаемого нами положения.

Независимо от значения циклов А и Б для биологической активности флавоноидов вообще, результаты нашего исследования позволяют заключить, что характер влияния (+) катехина, кверцетина и рутина на рост изолированных тканей партеноциссуса и моркови, а также на рост стерильных проростков кукурузы и фасоли обуславливается состоянием (восстановленностью) 3-го углерода гетероцикла флавоноида: (+) катехин действует как стимулятор, кверцетин — как ингибитор, а рутин не оказывает влияния на рост тканей. Ингибирование роста тканей малыми концентрациями мальвидина носит нестабильный характер. Опыты, проведенные на сегментах мезокотилей овса, также показали, что у флавоноидов и антоцианов физиологическая активность зависит, в первую очередь, от заместителей в 3 позиции [8]. Раскрытие механизма участия восстановленного или относительно окисленного 3-го



углерода гетероциклов кверцетина, цианидина и катехина в процессе роста растительных тканей является задачей нашего дальнейшего исследования.

Академия наук Грузинской ССР  
 Лаборатория биохимии растений

(Поступило 12.3.1970)

ბიოქიმია

ს. დურმიშიძე (საქართველოს სსრ მეცნ. აკადემიის აკადემიკოსი), ა. მესხი, ა. გოცირიძე

ზოგირითი ფლავონოიდის ჰეტეროციკლის მესამე ნახშირბადის  
 მდებარეობის გავლენა მცენარეული ქსოვილებისა და  
 აღმონაცემების ზრდაზე

რეზიუმე

შესწავლილია (+) კატეხინის, კვერცეტინის, რუტინისა და მალვიდინის გავლენა უსურვაზისა და სტაფილოს იზოლირებული ქსოვილების ზრდაზე, სიმინდისა და ლობიოს სტერილური აღმონაცემების ზრდა-განვითარებაზე. გამოთქმულია მოსაზრება, რომ ფლავონოიდების ფიზიოლოგიური აქტივობა ამ პირობებში უმთავრესად დაკავშირებულია ჰეტეროციკლის მესამე ნახშირბადთან, მასთან ჩანაცვლებულ რადიკალებთან.

BIOCHEMISTRY

S. V. DURMISHIDZE, A. B. MESKHI, A. A. GOTSIRIDZE  
 EFFECT OF THE STATE OF THE CARBON-3 FLAVONOID  
 HETEROCYCLE ON THE GROWTH OF PLANT TISSUES AND  
 SEEDLINGS

Summary

Effect of (+) catechin, quercetin, rutin and malvidin on the growth of isolated tissues of wild vine (*Parthenocissus tricuspidata*) and carrot (*Daucus carota*) and on that of sterile seedlings of maize and bean (*Phaseolus*) has been studied. It is suggested that the physiological activity of flavonoids under such conditions is mainly connected with the carbon of the heterocycle at position 3.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. С. В. Дурмишидзе, Д. Ш. Угрехелидзе. ДАН СССР, т. 182, № 1, 1968, 214.
2. С. В. Дурмишидзе, Д. Ш. Угрехелидзе, А. Н. Джикия, Д. Ш. Цевелидзе. ДАН СССР, 1969, т. 184, № 2, 466.
3. С. В. Дурмишидзе, А. Г. Шалашвили. ДАН СССР, т. 181, № 6, 1968, 1489.
4. А. Б. Месхи. Сообщения АН ГССР, 50, № 1, 1968.
5. Л. П. Сарапу, В. И. Кефели. Сб. «Фенольные соединения и их биологические функции». М., 1968.
6. Р. Г. Бутенко. Культура изолированных тканей и физиология морфогенеза растений. М., 1964.
7. А. Б. Месхи. Сообщения АН ГССР, 32, № 1, 1963.
8. I. P. Nitsch, C. Nitsch. Ann. Physiol. Veg., 4 (3), 1962, 211.

А. О. ЧИЛИНГАРОВ

## МИКРООПРЕДЕЛЕНИЕ АМИНОКИСЛОТ В ВИДЕ ДАНЗИЛПРОИЗВОДНЫХ МЕТОДОМ ТОНКОСЛОЙНОЙ ХРОМАТОГРАФИИ НА СИЛИКАГЕЛЕ

(Представлено академиком П. А. Кометиани 19.3.1970)

Для фракционирования смеси аминокислот и последующего их количественного определения было предложено много методов. Наиболее рациональными и точными нужно считать те, которые основаны на получении флуоресцирующих производных. Как известно, флуорометрические методы позволяют производить определения малых количеств веществ с большой точностью.

Данзил-хлорид (1-диметиламинафталин-5-сульфонилхлорид), как N-терминальный реагент, впервые был предложен в 1952 г. [1]. В дальнейшем он был применен для определения аминокислот высоковольтным электрофорезом на бумаге [2]. Была разработана удобная модификация разделения их в тонком слое силикагеля [3] и полиамида [4].

Предпринятая нами попытка использования вышеуказанных методов не дала положительных результатов, во-первых, из-за неудовлетворительного разделения смеси в процессе хроматографической разгонки, и, во-вторых, из-за сложности и недостаточной точности методов количественного определения выделенных аминокислот. Перед нами была поставлена задача упростить манипуляции, связанные с хроматографией в тонком слое, и выяснить условия, при которых все аминокислоты могли бы быть разделены и количественно определены.

Разработанная нами методика отличается от обычно принятых методов для анализа данзил-аминокислот как по выбору растворителей, так и по способу количественной оценки выделенных пятен. Чувствительность метода равна 1 мк моля каждой аминокислоты для визуального и 2 мк моля для количественного определения. Точность метода не выходит в среднем за пределы 4%. Работа предложена проф. П. А. Кометиани и выполнена под его руководством.

Данзил-хлорид (фирмы British Drug Houses LTD) употреблялся в ацетоновом растворе (6 мг данзила в 1 мл ацетона). Для хроматографии употреблялся силикагель марки «Woelm TLC» ФРГ.

В первой серии опытов были выяснены условия разделения смеси стандартных данзиламино кислот тонкослойной хроматографией и последующего их количественного определения непосредственно по интенсивности окраски пятен. Данзилирование аминокислот проводили по Бултону и Бушу [5].

Стандартная смесь готовилась таким образом, чтобы в наносимом растворе (1  $\mu$ л) содержалось 2 и выше мк молей каждой аминокис-

лоты. Тонкослойные пластинки были приготовлены за 2 часа до хрома-  
 тографии обычным способом [6] с толщиной слоя в 260 м. Предвари-  
 тельная активация слоя не производилась. В качестве растворителя  
 для первого направления мы использовали бутаноловую систему по  
 Браунитцеру (бутанол, насыщенный 0,1%  $\text{NH}_4\text{OH}$  [7]). При дву-  
 кратном пропускании этого растворителя мы получали разделение во  
 много раз лучшее, чем при использовании толуольной системы по Би-  
 зерте и Остье [8], или той же системы в модификации Вальпа и  
 Фама [9], а также, когда применяли неполярные растворители, ре-  
 комендуемые в работах [3, 10]. После однократного восходящего  
 проявления пластинки высушивались током воздуха 10 мин и проявля-  
 лись в той же системе вторично. Одномерная хроматография в бутано-  
 ловой системе продолжалась 3,5—4 часа. Вторым растворителем брали  
 смесь хлороформ-метанол-лед. укс. кислота (95:5:2). Во избежание кра-  
 евых эффектов на пластинке, вторая камера выстилалась внутри филь-  
 тровальной бумагой, пропитанной растворителем. Хроматографию во  
 втором направлении проводили два раза с промежуточным высушива-  
 нием на воздухе в течение 5 мин. Продолжительность хроматографии во  
 второй системе 1 час.

С целью освобождения аминокислот от балласта была применена  
 техника, предложенная Л. Алексеевко [11]. Обработку данзилом про-  
 водили так же, как это описано для стандартных аминокислот. Для по-  
 лучения четких пятен наносимая на пластинку смесь должна соответ-  
 ствовать 1,5—3 мг ткани. На рисунках 1 и 2 приведены результаты хро-  
 матографического разделения стандартных аминокислот и свободных  
 аминокислот, экстрагированных из мозга.

Как видно из рисунков, стандартная смесь полностью разделяется  
 в указанных растворителях за исключением лейцина и изолейцина, дви-

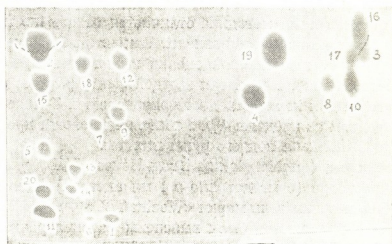


Рис. 1. Двумерная хроматограмма стандартной смеси, содер-  
 жащей по 4 мг моля каждой данзил-аминокислоты: 1—Глу-  
 таминовая кислота, 2—Таурин, 3—ГАМК, 4—Глицин, 5—Ар-  
 гинин, 6—Аспарагиновая кислота, 7—Серин, 8—Аланин,  
 9—Треонин, 10—Валин, 11—Цистеин, 12—Метионин, 13—  
 Глутамин, 14—Аспарагин, 15—Лизин, 16—Фенилаланин,  
 17—Лейцин, 18—Тирозин, 19—Триптофан, 20—Гистидин

гающихся вместе. Но здесь имеются много других, кроме аминокислот, неидентифицированных данзилположительных веществ.

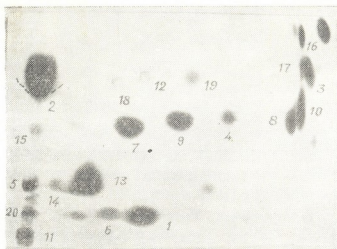


Рис. 2. Двумерная хроматограмма свободных аминокислот мозга. Нанесено 2  $\mu$ л смеси, соответствующее 2,5 мг ткани

После хроматографического разделения пластинка фотографировалась в ультрафиолете (мы употребляли хемоскоп Брумберга) на цветную обратимую пленку «OrwoColor UT-16» (ГДР) (или отечественную ЦО-2). При фотосъемке употребляли светофильтр «ЗС-8» (из набора цветных оптических стекол, ГОСТ 9411—60) с целью устранения влияния рассеянного и отраженного ультрафиолетового излучения. Обработанная пленка закладывалась в фотоувеличитель и при постоянном и определенном увеличении каждое пятно проецировалось на отверстие фотоэлемента, последовательно, соединенного с усилителем и спектрофотокориметром «Specol». Для обхвата пятна над отверстием фотоэлемента устанавливалась плексигласовая подвижная диафрагма.

Первичный фототок усиливался усилительной приставкой спектрокориметра. Фон пленки устанавливался на нуль шкалы гальванометра. Измерения показали, что логарифм количества вещества в пятне находится в прямо пропорциональной зависимости от корня квадратного из обратной величины экстинкции в исследованном интервале от 2 до 12  $\mu$ м молей:

$$\lg q = k \sqrt{\frac{1}{E}},$$

где  $q$ —количество вещества в пятне,  $E$  — экстинкция пятна,  $k$  — коэффициент пропорциональности, изменяющийся при измерении разных аминокислот.

Непосредственный способ количественного определения интенсивности окраски пятна характеризуется большей точностью (при абсолютном измерении количества вещества относительная ошибка равна 3—4%, при относительном измерении — 1—2%) по сравнению с такими методами, как элюция пятна с последующей флуорометрической оцен-



кой, определение концентрации вещества в пятне по величине эллипса, составляющего пятно [13]. Условием воспроизводимости результатов является соблюдение общепринятых правил тонкослойной хроматографии.

Академия наук Грузинской ССР  
Институт физиологии

(Поступило 20.3.1970)

ბიოქიმია

ა. ჩილინგაროვი

ამინომჟავათა გადაყვანა დანჰილ ნაწარმში და მათი მიკროგანსაზღვრა სილიკაგელის თხელი შრის ქრომატოგრაფიის მეთოდით

რეზიუმე

დამუშავებულია თავისუფალ ამინომჟავათა დანჰილ-ნაწარმში გადაყვანა და მათი მიკროგანსაზღვრა სილიკაგელის თხელი შრის ქრომატოგრაფიის მეთოდით. ამასთან გარკვეულია, რომ უპირატესობა ენიჭება განსაზღვრის სიზუსტისათვის მიღებული ლაქების უშუალო ფოტომეტრიებას. შემუშავებულია დანჰილ-ამინომჟავათა ფრაქციონირების ტექნიკა სილიკაგელის თხელ შრეში. ამინომჟავათა ლაქები გადიდება ჯერ ულტრაფიოლეტში ფერად ფოტოფირზე და შემდეგ მათი ფერის ინტენსივობა ისაზღვრება ფოტოკოლორიმეტრ „სპექოლის“ საშუალებით. მოდიფიკაცია შესაძლებლობას იძლევა განისაზღვროს ამინომჟავების  $10^{-9}M$  რაოდენობით და 4% სიზუსტით.

BIOCHEMISTRY

A. O. CHILINGAROV

## MICRODETERMINATION OF AMINO ACIDS AS THEIR DANSYL-DERIVATIVES BY THIN LAYER CHROMATOGRAPHY

Summary

A modification of microdetermination of free amino acids by thin-layer silica gel chromatography is proposed. Direct photometry of stained spots appears to be more advantageous for the accuracy of determination.

The technique for separation in thin layer silica gel chromatography is described. The spots of amino acids are photographed under ultra-violet light on the inverse colour film, then the intensity of their staining is measured by a spectrophotometer. The proposed modification enables to determine  $10^{-9}M$  amino acids with 4% accuracy.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. G. Weber. *Biochem. J.*, 51, 1952, 155.
2. W. R. Gray, B. S. Hartley. *Biochem. J.*, 89, 2, 1963, 379.
3. D. Morse, B. L. Horecker. *Analyt. biochem.*, 14, 3, 1966, 429.
4. W. R. Kenneth, Kung-Tsung Wang. *Bioch. and Biophys. Acta*, 133, 2, 1967, 369.
5. A. A. Boulton, J. E. Bush. *Biochem. J.*, 92, 1, 1964, 11.
6. Сб. «Хроматография в тонких слоях», под ред. Э. Штала. М., 1965.
7. G. Braunitzer. *Chem. Ber.*, 88, 1955, 2025.
8. G. Biserte, R. Osteux. *Bull. soc. chim. biol.*, 33, 1951, 50.
9. D. Walz, A. R. Fahmy. *Experientia*, 19, 1963, 213.
10. K. Crowshaw, S. Jessup... *Biochem. J.*, 103, 1, 1967, 79.
11. Л. Алексеев. Сб. «Современные методы в биохимии». М., 1964.
12. J. Purdy, E. V. Truter. *Chem. and Ind.*, 11, 1962, 506.
13. В. Н. Нестеров, Б. Г. Белевский, Д. П. Эрастов. *Биохимия*, 33, 1968, 537.



МИКРОБИОЛОГИЯ И ВИРУСОЛОГИЯ

Р. В. ФЕНИКОВА, И. В. УЛЕЗЛО, Н. Г. ШАЛАМБЕРИДZE

ВЛИЯНИЕ ИСТОЧНИКОВ АЗОТА НА ОБРАЗОВАНИЕ  
ЦЕЛЛЮЛОЛИТИЧЕСКИХ ФЕРМЕНТОВ ГРИБОМ

*TRICHODERMA* SP. 18<sub>5</sub>

(Представлено академиком Н. Н. Кецохели 20.2.1970)

В предыдущем сообщении [1] было показано влияние источников углерода на образование целлюлолитических ферментов плесневым грибом *Trichoderma* sp. 18<sub>5</sub> при глубинном культивировании. Было установлено, что смесь пшеничных отрубей и свекловичного жома (2% + 2%), обеспечивает более высокую активность целлюлазы, чем исходная среда со свекловичным жомом. Далее нами была продолжена работа в направлении подбора оптимального состава питательной среды для глубинной культуры *Trichoderma* sp. 18<sub>5</sub>. В данной работе сообщаются результаты изучения влияния источников азота на образование С<sub>1</sub>— и С<sub>x</sub> — ферментов грибом *Trichoderma* sp. 15<sub>5</sub>, а также на его способность к дезагрегации хлопка.

В работе использована методика, описанная в предыдущей статье [2]. В этих опытах мы сравнивали различные источники минерального и органического азота, включая их в среду в эквивалентном по азоту количестве. Так как взятая нами основная среда [3] содержит азот в виде неорганической формы ((NH<sub>4</sub>)<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>) и органического азота (мочевины), опыты ставились как на фоне сернокислого аммония, так и мочевины. Источники азота в среде заменялись следующими солями: NH<sub>4</sub>H<sub>2</sub>PO<sub>4</sub>, (NH<sub>4</sub>)<sub>2</sub>HPO<sub>4</sub>, NH<sub>4</sub>NO<sub>3</sub>, NH<sub>4</sub>Cl, NaNO<sub>3</sub> и Ca(NO<sub>3</sub>)<sub>2</sub>, а также органическими источниками азота: пептоном, гидролизатом казеина, вытяжкой из солодовых ростков и кукурузным экстрактом.

В первой группе опытов неорганический азот (NH<sub>4</sub>)<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> заменялся всеми указанными выше азотистыми веществами, на фоне мочевины (таблица 1). Образование целлюлолитических ферментов было наиболее высоким на среде с источником азота в виде NH<sub>4</sub>H<sub>2</sub>PO<sub>4</sub>. На всех же остальных испытанных источниках азота, активность С<sub>1</sub> и С<sub>x</sub>-ферментов оказались ниже. Культура *Trichoderma* sp. 18<sub>5</sub> на среде с NH<sub>4</sub>H<sub>2</sub>PO<sub>4</sub>, имеющая самую высокую активность С<sub>1</sub>- и С<sub>x</sub>-ферментов, обладала также и повышенной способностью к дезагрегации хлопка. Так, например, фильтрат 4-суточной культуральной жидкости на NH<sub>4</sub>H<sub>2</sub>PO<sub>4</sub>, дезагрегировал хлопок на 100%, за 5 суток при 40°C.

Во второй группе опытов (таблица 2) органический азот-мочевина, заменялся в среде вышеуказанными солями на фоне сернокислого аммония. Опыты показали, что самым лучшим источником азота для образования целлюлолитических ферментов, является Ca(NO<sub>3</sub>)<sub>2</sub>. На сре-



де с  $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$  и  $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$  наблюдался повышенный биосинтез компонентов целлюлазы ( $C_1$  и  $C_x$ ).

Таблица 1

Влияние источников азота на образование целлюлолитических ферментов грибом *Trichoderma* sp. 18<sub>5</sub> (замена  $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ ).  $C_1$ —фермент в мг глюкозы на 1 мл культуральной жидкости,  $C_x$ —фермент в единицах относительного падения вязкости

Источники азота	Возраст культуры в сутках					
	2		3		4	
	Активность целлюлазы					
	$C_1$	$C_x$	$C_1$	$C_x$	$C_1$	$C_x$
1. $\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$	0,3	0,6	3,1	1,0	3,2	1,2
2. $(\text{NH}_4)_2\text{HPO}_4$	0,4	0	1,2	0,8	2,0	1,2
3. $\text{NH}_4\text{NO}_3$	0,3	0	0,9	0,1	1,0	0,6
4. $\text{NH}_4\text{Cl}$	0,3	0	0,9	0,1	1,0	0,6
5. $\text{NaNO}_3$	0,5	0,1	1,1	0,9	1,2	1,3
6. $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$	0,3	0	0,6	0,3	1,3	0,9
7. Пептон	0	0	1,1	0,8	1,2	0,4
8. Кукурузный экстракт	0	0	0,6	0	1,2	0,9
9. Казеиновый гидролизат	0,6	0,3	0,7	0,9	1,0	0,9
10. Солодовые ростки	0,3	0	0,9	0,3	0,9	0,3
11. Контроль	1,0	0,2	1,2	0,9	2,0	0,9

Таблица 2

Влияние источников азота на образование целлюлолитических ферментов грибом *Trichoderma* sp. 18<sub>5</sub> (замена мочевины)  $C_1$ —фермент в мг глюкозы на 1 мл культуральной жидкости,  $C_x$ —фермент в единицах относительного падения вязкости

Источники азота	Возраст культуры в сутках					
	2		3		4	
	Активность целлюлазы					
	$C_1$	$C_x$	$C_1$	$C_x$	$C_1$	$C_x$
1. $\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$	1,8	0,6	3,0	1,0	3,5	2,8
2. $(\text{NH}_4)_2\text{HPO}_4$	0,9	0,3	1,8	0,9	2,5	1,2
3. $\text{NH}_4\text{NO}_3$	1,4	0,7	3,4	1,2	3,5	2,9
4. $\text{NH}_4\text{Cl}$	1,2	0,2	1,5	0,4	1,8	1,0
5. $\text{NaNO}_3$	1,0	0,3	1,8	0,8	1,9	0,9
6. $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$	1,5	0,9	2,5	1,3	4,1	3,5
7. Пептон	0	0	0,7	0,6	0,8	1,0
8. Кукурузный экстракт	0,3	0,1	1,1	0,3	1,2	0,8
9. Казеиновый гидролизат	0	0	0,7	0,3	1,8	0,3
10. Солодовые ростки	0,4	0,2	1,4	0,9	2,7	1,3
11. Контроль	1,0	0,2	1,2	0,9	2,0	0,9

Как в предыдущем, так и в этом опыте довольно высокая целлюлазная активность проявилась на среде с  $\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$ , а также на среде с  $\text{NH}_4\text{NO}_3$ . На всех остальных источниках азота образование целлюлолитических ферментов было значительно ниже.

Таким образом, при сравнении результатов, полученных в среде при замене мочевины или  $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$  другими источниками азота, установлено, что замена мочевины в среде на  $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$  или  $\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$  увеличивает активность, как  $C_1$ - так и  $C_x$ -ферментов. Кроме того, высокая целлюлазная активность сочетается с высокой дезагрегирующей

способностью фильтратов культуральной жидкости, полученной при выращивании гриба *Trichoderma* sp. 18<sub>5</sub> на среде с  $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$  или  $\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$ . За 5 суток фильтраты таких культур полностью (на 100%) дезагрегируют весь хлопок в реакционной смеси.

Органические азотистые соединения не повышали биосинтез целлюлазы в обоих сериях опытов. Следовательно, для получения глубинных культур с повышенной целлюлазной активностью можно рекомендовать смесь  $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$  с нитратом кальция, где мочевины исключена. Зависит ли повышение активности  $\text{C}_1$ - и  $\text{C}_x$ -ферментов на среде с  $\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$  от добавления увеличенного количества фосфора будет изучено дополнительно.

Академия наук Грузинской ССР

Институт ботаники

(Поступило 20.2.1970)

მიკრობიოლოგია და ვირუსოლოგია

რ. ფენიკსოვა, ი. ულესლო, ნ. შალამბერიძე

აზოტის სხვადასხვა წყაროს გავლენა ფერმენტ

ცელულაზას წარმოქმნაზე სოკო *TRICHODERMA* SP. 18<sub>5</sub> მიერ

რეზიუმე

აზოტის სხვადასხვა წყაროების გამოცდისას ცელულაზას დამშლელი სოკო *Trichoderma* sp. 18<sub>5</sub> სიღრმიე კულტივირებისას დადგინდა, რომ შედარებით ინტენსიური დაგროვება  $\text{C}_1$  და  $\text{C}_x$  ფერმენტებისა და ბამბის ბოჭკოს მადეზაგრეგირებელი უნარის გამოვლენა შემჩნეულ იქნა ნარევეზე  $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$  და  $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$ .

MICROBIOLOGY AND VIROLOGY

R. V. FENIKSOVA, I. V. ULEZLO, N. G. SHALAMBERIDZE

THE INFLUENCE OF NITROGEN SOURCES ON THE FORMATION OF CELLULOLYTIC ENZYMES BY THE FUNGUS *TRICHODERMA* SP. 18<sub>5</sub>

Summary

In testing various nitrogen sources for submerged cultivation of the cellulolytic fungus *Trichoderma* sp. 18<sub>5</sub>, it was found that the most intensive cellulase production, i. e., of  $\text{C}_1$  and  $\text{C}_x$  enzymes, and cotton-disaggregating capacity was observed during cultivation of the fungus on the mixture of  $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$  and  $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$ .

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Р. В. Фениксова, И. В. Улезло, Н. Г. Шаламбериძე. Сообщения АН ГССР, 55, № 2, 1969.
2. Р. В. Фениксова, И. В. Улезло. Сообщения АН ГССР, 57, № 3, 1970.
3. M. Mandels, E. Reese. Bact., 73, 2, 1957, 269—278.

А. Л. МИКЕЛАДЗЕ, И. Л. ЛАЗРИЕВ

## О ДВУХ ВИДАХ СИНАПТИЧЕСКИХ ПУЗЫРЬКОВ В СИНАПСАХ ДОРЗАЛЬНОГО КОХЛЕАРНОГО ЯДРА

(Представлено членом-корреспондентом Академии А. Н. Бакурадзе 2.3.1970)

С помощью электронного микроскопа изучено дорзальное кохлеарное ядро ствола мозга кошек (4 случая). Применялась перфузионная фиксация 2,5% раствором глутаральдегида на фосфатном буфере с последующей иммерсионной постфиксацией 1% раствором четырехокси-осмия. Материал заключали в эпон-812.

Структура нейропиля дорзального кохлеарного ядра отличается рядом характерных особенностей. Обращает на себя внимание обилие пресинаптических терминалей крупных размеров (до 11 мк). Они образуют синаптические контакты как на соме нейронов, так и на крупных стволах дендритов. В большинстве случаев такие бутоны содержат большое количество митохондрий (15—30 шт.). На мелких атипических отростках дендритов и нейронов встречаются бутоны обычных размеров, характерные и для коры больших полушарий. Часто можно наблюдать картину как аксон теряет миелиновую оболочку и образует пресинаптическую терминаль с диффузным распределением синаптических пузырьков.

Характерной особенностью организации нейропиля дорзального кохлеарного ядра являются синаптические комплексы. В этих случаях один крупный дендритный ствол полностью или частично окружен пресинаптическими терминалями разных размеров. Гломерулярные комплексы такого типа описаны в сосковидных телах головного мозга кошек [1], в вентробазальном комплексе зрительного бугра кошек [2], в корковой пластинке больших полушарий черепахи [3] и др. Не редко отмечаются случаи, когда одна пресинаптическая терминаль образует несколько синапсов на разных постсинаптических участках. Пресинаптические терминали и дендритные стволы, лежащие рядом друг с другом и, вероятно, не входящие в синаптические взаимоотношения между собой, закономерно отграничены тонким слоем астроцитарных отростков шириной 400—1000 Å.

Пресинаптические терминали, образующие синапсы как на дендритах, так и на теле нейронов, по форме синаптических пузырьков можно разделить на два вида.

Терминали первого вида содержат сферические и слегка овальные синаптические пузырьки диаметром 300—500 Å (рис. 1). Синаптические пузырьки в таких терминалях сконцентрированы преимущественно у

осмиофильной пресинаптической мембраны. Иногда сферические синаптические пузырьки распределены диффузно и полностью заполняют терминаль; поэтому последние легко выделяются в нейропиле. Терминали со сферическими пузырьками образуют синапсы I и II типа по Гр е ю [4].

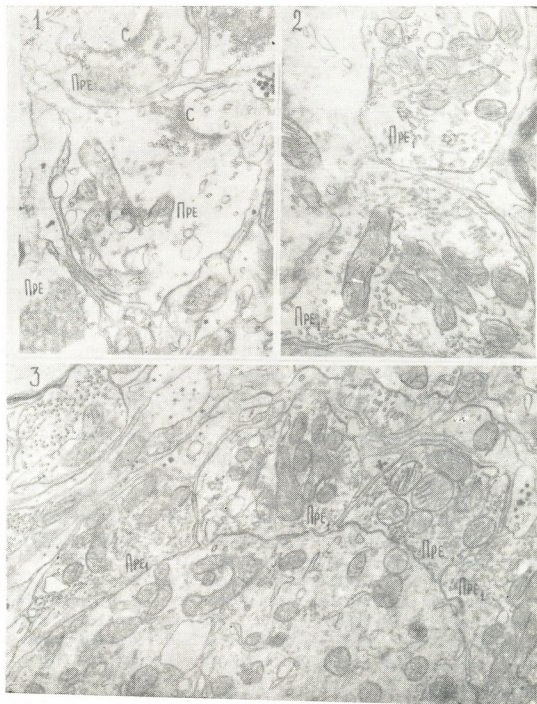


Рис. 1. Пресинаптическая терминаль (Пре) со сферическими пузырьками. С—синапс, ув. 37 000

Рис. 2. Пресинаптическая терминаль (Пре<sub>1</sub>) с эллипсоидными пузырьками, ув. 51 000

Рис. 3. Гломерулярный комплекс. Пресинаптические терминали—Пре содержат сферические пузырьки, а терминали Пре<sub>1</sub>—эллипсоидные, ув. 29 000

Пресинаптические бутоны, образующие синапсы на шипиках дендритов и на маленьких выпячиваниях дендритов и сомы нейронов, всегда содержат только сферические пузырьки. Характерно, что пресинаптические терминали со сферическими пузырьками часто содержат частицы гликогена.

Пресинаптические терминали второго вида содержат сильно уплотненные, эллипсоидные синаптические пузырьки, большой диаметр которых равен  $400-600 \text{ \AA}$ , а малый —  $200-350 \text{ \AA}$  (рис. 2). В таких терминалях пузырьки в основном распределены диффузно, без явной концентрации у осмиофильной пресинаптической мембраны. Как правило, эллипсоидные пузырьки содержатся только в больших терминалях, образующих синапсы I и II типов на соме нейронов и крупных стволах дендритов. Пресинаптические бутоны диаметром до  $1 \text{ мк}$  не содержат эллипсоидных пузырьков. Очевидно крупные терминали и мелкие бутоны являются окончаниями различных афферентных систем.

Иногда встречаются бутоны, содержащие одновременно и сферические и эллипсоидные пузырьки.

Подобные пресинаптические бутоны со сферическими и эллипсоидными пузырьками описаны у различных животных в разных областях головного и спинного мозга [5—11]. Считают, что бутоны со сферическими пузырьками образуют возбуждающие синапсы, а бутоны с эллипсоидными пузырьками — тормозящие [6, 7, 9]. С этой точки зрения те бутоны, которые содержат одновременно и сферические и эллипсоидные пузырьки, трудно причислить к какому-либо из этих двух видов синапсов.

Как наши исследования, так и последние литературные данные [12] подтверждают, что форма синаптических пузырьков не является артефактом альдегидной фиксации, как это считали некоторые исследователи [13, 14]. В пользу сказанного может говорить и тот факт, что из терминалей, лежащих рядом, одни содержат сферические синаптические пузырьки, а другие — эллипсоидные (рис. 3).

Академия наук Грузинской ССР

Институт физиологии

(Поступило 5.3.1970)

ჰისტოლოგია

ა. მიქელაძე, ი. ლაზრიანი

დორზალური კოხლეარული ბირთვი, სინაფსებში ორი სახის  
სინაფსური ბუშტუკების არსებობის შესახებ

რეზიუმე

ელექტრონულ მიკროსკოპში შესწავლილია კატის თავის ტვინის დორსალური კოხლეარული ბირთვის სინაფსები. დადგენილია, რომ ბირთვის ნეიროპილში არსებობს, ერთი მხრივ, დიდი ზომის (11 მიკრონამდე) პრესინაფსური ტერმინალები და, მეორე მხრივ, ჩვეულებრივი ფორმისა



და ზომის დაბოლოებანი. დიდი ზომის ტერმინალებიდან ერთნი შეიცავენ მხოლოდ სფერულ სინაფსურ ბუშტუკებს, მეორენი კი — ელიფსოიდურს; ზოლო 1 მიკრონამდე დიამეტრის დაბოლოებანი შეიცავენ მხოლოდ სფერულ ბუშტუკებს.

## HISTOLOGY

A. L. MIKELADZE, I. L. LAZRIEV

## ON TWO TYPES OF SYNAPTIC VESICLES IN THE SYNAPSES OF THE DORSAL COCHLEAR NUCLEUS OF THE CAT

## Summary

In the neuropil of the dorsal cochlear nucleus of the cat's brain stem the presynaptic terminals may, depending on the shape of synaptic vesicles, be divided into two categories. The first contains spheroid synaptic vesicles and the second elliptic ones. Some of the large presynaptic terminals (up to  $11\mu$ ) of the nucleus contain only spheroid vesicles and others only elliptic. But presynaptic boutons of the size up to  $1\mu$  contain only spheroid vesicles. Occasionally, a presynaptic terminal has both vesicles.

## ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. A. L. Mikeladze, I. L. Lazriev. *Арх. анат.*, 1, 1969, 28—33.
2. H. J. Ralston, M. M. Herman. *Brain Res.*, 14, 1969, 77—97.
3. Т. В. Давыдова, Г. Д. Смирнов. *Арх. анат.*, 7, 1969, 3—11.
4. E. G. Gray. *J. Anat. (Lond.)*, 93, 1959, 420—433.
5. K. Uchizono. *Nature*, 207, 1965, 642—643.
6. K. Uchizono. *Jap. J. Physiol.*, 16, 1966, 570—575.
7. D. Bodian. *Science*, 151, 1966, 1093—1094.
8. Y. Hirata. *Arch. Histol. Jap.*, 26, 1966, 269—279.
9. L. M. H. Larramendi, L. Fickensher, N. Lemkey-Johnson. *Science*, 156, 1967, 967—969.
10. H. J. Ralston. *Anat. Rec.*, 157, 1967, 305—306.
11. H. J. Ralston. *J. Comp. Neurol.*, 132, 1968, 275—301.
12. Y. Fukami. *Brain Res.*, 14, 1969, 137—145.
13. F. Walberg. *J. Ultrastruct. Res.*, 12, 1965, 237—249.
14. F. Walberg. *Acta Anat. (Basel)*, 65, 1966, 224—235.



Ц. Я. ЖГЕНТИ

## К ВОПРОСУ О КОЛИЧЕСТВЕННОМ ОПРЕДЕЛЕНИИ ДНК В ЯДРАХ МЫШЕЧНЫХ КЛЕТОК РАЗНЫХ ОТДЕЛОВ СЕРДЦА ОРГАНИЗМОВ, НАХОДЯЩИХСЯ НА РАЗЛИЧНОЙ СТУПЕНИ ЭВОЛЮЦИОННОГО РАЗВИТИЯ

(Представлено академиком В. К. Жгенти 17.2.1970)

Содержание дезоксирибонуклеиновой кислоты (ДНК) в мышечной ткани сердца изучено рядом авторов с применением, в основном, биохимических методов исследования [1—6]. Данные единичных работ с использованием метода цитофотометрии, позволяющего судить о содержании и распределении ДНК в ядрах отдельных мышечных клеток сердца противоречивы [3]. Нет единства мнений и в вопросе о количественном содержании ДНК в клетках разных отделов сердца. Необходимость же установления нормальных показателей содержания ДНК в миокарде как человека, так и разных экспериментальных животных, используемых для создания моделей различных патологических процессов, очевидна.

Объектами исследований служили сердца практически здоровых людей, умерших скоропостижно от тяжелой механической травмы (3 судебно-медицинских случая), и сердца, взятые у лягушек, кроликов, собак (по 3 наблюдения).

Кусочки миокарда брались из стенок левых и правых предсердий и желудочков, фиксировались в смеси Карнуа, с последующей заливкой в парафин. Серийные срезы толщиной 5 м получались на ротационном микротоме. ДНК выявлялась по методу Фельгена. Цитофотометрировались по 100 ядер, с отчетливо видимыми ядрышками, в каждом препарате, в видимом свете, при рабочем увеличении 1800 раз и диаметре апертуры 0,25 мм<sup>2</sup> на установке, собранной из стандартных узлов [7].

Количество ДНК в ядрах определялось согласно основному закону количественного спектрального анализа Ламберта-Бера о пропорциональности поглощенного света, концентрации и толщины слоя исследуемого вещества, по формуле

$$Q = CV = \frac{E}{\chi \cdot g} \cdot \frac{\pi}{6} Dd^2,$$

где  $Q$  — количество вещества;  $C$  — концентрация;  $V$  — объем ядра;  $E$  — оптическая плотность, вычисляемая как разность десятичных логарифмов показателей интенсивностей освещения фона и ядра;  $\chi$  — коэффициент поглощения (величина постоянная, порядка 17500 см<sup>2</sup>/ммоль при длине волны 546 мкм по Brown G);  $g$  — малый радиус ядра, см;  $D$  — большой диаметр ядра, см;  $d$  — малый диаметр ядра, см.

Наибольшие показатели количественного содержания ДНК обнаружены в ядрах мышечных клеток сердца лягушки; в порядке убывания — в аналогичных структурах людей, кроликов, собак (подробнее в таблице).

Результаты количественного определения ДНК в ядрах мышечных клеток сердца человека и ряда животных (количество ДНК в граммах,  $n=300$ )

Ядра мышечных клеток сердца	Правое предсердие	Левое предсердие	Правый желудочек	Левый желудочек
Человека	$4,5 \times 10^{-12}$	$4,0 \times 10^{-12}$	$4,4 \times 10^{-12}$	$4,6 \times 10^{-12}$
Собаки	$3,6 \times 10^{-12}$	$3,5 \times 10^{-12}$	$3,8 \times 10^{-12}$	$3,7 \times 10^{-12}$
Кролика	$4,0 \times 10^{-12}$	$4,1 \times 10^{-12}$	$4,2 \times 10^{-12}$	$4,1 \times 10^{-12}$
Лягушки	Предсердия		Желудочки	
	$11,2 \times 10^{-12}$		$11,5 \times 10^{-12}$	

Показатели содержания ДНК, полученные при измерении ядер мышечных клеток разных отделов сердец исследуемых объектов характеризуются определенной и индивидуальной величиной. Обнаруживаемые между ними незначительные отличия, возможно, обусловлены специфической функцией, свойствами метаболизма этих отделов, или погрешностями метода. Установить какую-либо принципиальную закономерность в преимущественном преобладании количественного содержания этой кислоты в исследуемых клетках того или иного отдела сердца ни у одного вида животного не удалось.

Содержание ДНК в ядре, как и модальное число хромосом, характерное для данного изучаемого вида организма, не определяет биологической сложности объекта; например, лягушки обладают набором хромосом 26 п, кролики — 44 п, собаки — 78п, человек — 46 п, а в интактном ядре соматической мышечной клетки сердца той же лягушки содержится, в среднем  $11,3 \times 10^{12}$  г ДНК, кролика —  $4,1 \times 10^{12}$  г, собаки —  $3,6 \times 10^{12}$  г, человека —  $4,6 \times 10^{12}$  г.

Установленные средние количественные показатели содержания ДНК определяют состояние генетического аппарата высокодифференцированных, не обладающих митотической активностью, мышечных клеток сердец представителей разных таксономических групп и на молекулярном уровне отражают их видовые отличия.

ც. ჟღიწი

დუწოქსირიგონუქლეიწი მჟავას რაოღონობრივი ბანსაწღვრის საკითხისათვის ემოლუციური ბანვითარების ბანსხვაგვარულ სავიწუწუ მწოწ ორბანვიწმთა ბულის სხვადასხვა უბნის კწწწწწწ უწრეღეღვი

რეწიუმი

დადგენილია დუწოქსირიგონუქლეიწი მჟავას (დწმ) რაოღონობა ძაღლის, კურდღლის, ბაყაყისა და ადამიანის მიოკარდიული უწრეღეღვის ბირთვებში. გამოყენებულია ფელგენის შეღწევის მეთოდი და შემდგომი პირდაპირი ფოტომეტრირება. ბაყაყის გულის მიოკარდიული უწრეღეღვის ბირთვებში აღმოჩნდა დწმ-ის ყველაზე მეტი რაოღონობა; უფრო ნაკლებს შეიცავენ ადამიანის, კურდღლის, ძაღლის იგივე სტრუქტურები, შესაბამისად. ერთისა და იმავე ორგანიზმის მიოკარდიული უწრეღეღვი, განსხვავებული გულის განყოფილებებისაგან, შეიცავენ დწმ-ის თითქმის ერთნაირ რაოღონობას.

CYTOLOGY

Ts. Y. ZHENTI

## ON THE QUANTITATIVE DETERMINATION OF DNA CONTENT IN MYOCARDIAL CELL NUCLEI OF ORGANISMS AT DIFFERENT STAGES OF EVOLUTIONARY DEVELOPMENT

Summary

The amount of DNA has been ascertained in the myocardial cell nuclei of the dog, the rabbit, the frog and the human being by the Felgen and the photometrical methods. Almost no changes were detected in the content of DNA of myocardial cell nuclei from the left and right auricles and ventricles. The maximal amount of DNA was found in the myocardial cell nuclei of the frog, and a lesser amount in similar structures of the human being, the rabbit, the dog, respectively.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Ф. З. Меерсон, Г. П. Раменская. Вопросы мед. химии, 6, 6, 1960, 598—602.
2. В. М. Рубель, Л. А. Коптева, Г. В. Чернышева. Сб. «X съезд Всесоюз. физиол. о-ва им. И. П. Павлова», т. II, в. 2, 1964, 231—323.
3. T. H. Sarver. J. American Heart, 68, 1, 1964, 103.
4. L. Gluck. Nature (London), 23, 202, 1964, 770—771.
5. A. F. Grimm, R. Kubota. Circ. Res., Sep., 19, 1966, 552—559.
6. R. G. Sumner... Amer. J. Physiology, 207, 5, 1964, 1102—1106.
7. П. Н. Александров, И. Б. Грибановский, А. М. Чернух. Патологическая физиология и экспериментальная терапия, № 4, 1965, 90—93.



მაკარინიზებული მოზოლოგია

ბ. მაისია

ადრენალინისა და ნორადრენალინის ჰისტოქიმიური თავისებურებანი  
ადამიანის საშვილოსნოსა და პლაცენტაში ორსულობის  
სხვადასხვა ვადებში

(წარმოადგინა აკადემიკოსმა ი. ტატიშვილმა 19.2.1970)

უქანასკნელ წლებში მკვლევარები განსაკუთრებულ ინტერესს იჩენენ სიმპატიკომიმეტიური ნივთიერებების, კერძოდ, ადრენალინისა და ნორადრენალინის მიმართ. ეს განპირობებულია მათი მრავალმხრივი და მრავალმნიშვნელოვანი მონაწილეობით ორგანიზმში მიმდინარე სასიცოცხლო პროცესებში [1, 2, 3]. ეს ნივთიერებები შედარებით ნაკლებადაა შესწავლილი პლაცენტასა და საშვილოსნოში, თუმცა, როგორც ცნობილია, ამ ორგანოებში მეტაბოლიზმური და პლასტიური პროცესები განსაკუთრებული ინტენსივობით მიმდინარეობს.

ჩვენ შევისწავლეთ ადრენალინისა და ნორადრენალინის ჰისტოქიმიური თავისებურებანი ადამიანის პლაცენტასა და საშვილოსნოში ორსულობის სხვადასხვა ვადებში. აღნიშნულ ორგანოებში ადრენალინისა და ნორადრენალინის ჰისტოქიმიური გამოკვლევა დღემდე არავის ჩატარებია.

ჰისტოქიმიურად შესწავლილია 29 ქალის პლაცენტა და საშვილოსნო ორსულობის მეხუთე კვირიდან 40 კვირამდე. მასალას ევრიდი გასაყინ მიკროტომზე და მიღებულ ანათლებს ვლენბადით ჰილარპისა და ჰევეელტის მეთოდით.

გამოკვლევამ გვაჩვენა, რომ ორსულობის მეხუთე კვირაზე საშვილოსნოს კედლის ყველა შრესა და პლაცენტაში ადრენალინზე ჰისტოქიმიური რეაქცია უარყოფითია, ორსულობის მომდევნო ვადებში მის 36-ე კვირამდე როგორც საშვილოსნოში, ისე პლაცენტაში ადრენალინზე ჰისტოქიმიური რეაქცია ასევე უარყოფითია. ორსულობის 36-ე კვირაზე მიომეტრიუმში გამოვლენებას იწყებს ადრენალინი, რომელზეც ჰისტოქიმიური რეაქცია ძალზე სუსტია (+), ხოლო 38-ე კვირაზე იგი ისეთივე ინტენსივობით ვლინდება მიომეტრიუმში და პლაცენტის ქსოვილში, კერძოდ კი მის ციტოტროფობლასტში, პლანზოდოტროფობლასტში და ქორიონის ბუსუსების შემაერთისოვილოვან ფუძეში. ორსულობის მე-40 კვირას, ადრენალინზე ჰისტოქიმიური რეაქცია ძლიერდება როგორც მიომეტრიუმში (+++), ისე პლაცენტაში (+++). სუსტი ჰისტოქიმიური რეაქცია ადრენალინზე (+) აღინიშნება აგრეთვე ენდომეტრიუმშიც.

საშვილოსნოს კედელსა და პლაცენტაში ნორადრენალინის ჰისტოქიმიურმა გამოკვლევამ გვიჩვენა, რომ ორსულობის მეხუთე კვირაზე აღნიშნულ ნივთიერებაზე ჰისტოქიმიური რეაქცია ძალზე სუსტია (+) როგორც ენდომეტრიუმსა და მიომეტრიუმში, ისე პლაცენტის ციტოტროფობლასტსა და პლანზოდოტროფობლასტში. ორსულობის მეშვიდე კვირიდან 34-ე კვირამდე საშვილოსნოს კედელში ნორადრენალინზე ჰისტოქიმიური რეაქცია თან-  
30. „მოამბე“, ტ. 58, № 2, 1970

დათან ძლიერდება ++; +++), ასევე ძლიერდება ორსულობის ამ პერიოდში ნორადრენალინზე ჰისტოქიმიური რეაქცია პლაცენტის როგორც ციტოტროფობლასტში, ისე პლაზმოდიოტროფობლასტში. ორსულობის 34-ე კვირიდან საშვილოსნოსა და პლაცენტაში ნორადრენალინზე ჰისტოქიმიური რეაქცია თანდათან სუსტდება, ხოლო 38 კვირისათვის მშობიარობის დაწყებამდე საშვილოსნოსა და პლაცენტაში ნორადრენალინი სრულიად არ ვლინდება.

ამრიგად, როგორც ჩვენი გამოკვლევებიდან ირკვევა, საშვილოსნოს კედელსა და პლაცენტაში ადრენალინის ჰისტოქიმიური გამოვლინება იწყება ორსულობის მხოლოდ 36—38 კვირიდან. ამასთან, საშვილოსნოს კედელში აღნიშნული ნივთიერება ძირითადად ვლინდება კუნთოვან გარსში. ორსულობის დასასრულს ადრენალინზე ჰისტოქიმიური რეაქცია აღნიშნულ ორგანოებში საგრძნობლად მატულობს. ნორადრენალინი საშვილოსნოს კედელსა და პლაცენტაში ვლინდება ორსულობის მეხუთე კვირაზე. ორსულობის მომდევნო პერიოდებში 34-ე კვირამდე ჰისტოქიმიური რეაქცია ნორადრენალინზე პლაცენტასა და საშვილოსნოში თანდათან ძლიერდება, ხოლო 34-ე კვირიდან იწყებს შესუსტებას და სავსებით ქრება 36-ე კვირაზე პლაცენტაში, ხოლო 38-ე კვირაზე საშვილოსნოში.

საშვილოსნოს კედელში ორსულობის განვითარების თითქმის მთელს მანძილზე ადრენალინის არარსებობა უნდა ჩაითვალოს ორსულობის ნორმალური განვითარებისათვის აუცილებელ პირობად, თუ შეხვედველობაში მივიღებთ ადრენალინის შემკუმშველ მოქმედებას საშვილოსნოს კუნთოვან ბოჭკოებზე [4]. წინააღმდეგ შემთხვევაში, ადრენალინის არსებობა ორსულობის განვითარების დროს მიომეტრიუმში გამოიწვევდა მისი კუნთოვანი ბოჭკოების შეკუმშვას და, მასასადამე, ხელს შეუწყობდა თვითნებითი აბორტის, ან ნაადრევი მშობიარობის დაწყებას.

კანონზომიერ მოვლენად უნდა იქნეს მიჩნეული ადრენალინის გამოვლინება მიომეტრიუმში ორსულობის დასასრულს და მისი რაოდენობრივი მატება მშობიარობის დაწყებისას, ვინაიდან ადრენალინი ატფ-შემკუმშავი ცილების სისტემაზე ზემოქმედების გამო სწევს კუნთოვანი ბოჭკოების მგრძობელობას და იწვევს მიომეტრიუმის პერიოდულ შეკუმშვას.

ნორადრენალინი საშვილოსნოს კედელში ვლინდება ორსულობის ადრეულ სტადიებზე, მისი რაოდენობა მატულობს პირველ ორ კრიტიკულ პერიოდში (იმპლანტაციისა და პლაცენტაციის პერიოდში), ჩერდება გარკვეულ დონეზე ორსულობის განვითარების დიდ მანძილზე და სავსებით ქრება მშობიარობის დაწყების წინ. აღნიშნული თავისებურება ნორადრენალინის რაოდენობრივი ცვლისა საშვილოსნოში, ერთი შეხედვით ეწინააღმდეგება ნორადრენალინის მოქმედების ხასიათზე დღეისათვის აღიარებულ შეხედულებას, რომლის მიხედვით ნორადრენალინი კუნთოვან ბოჭკოებზე მოქმედებს ადრენალინის მსგავსად, ოღონდ 5—10-ჯერ უფრო სუსტი ინტენსივობით, მაგრამ ლიტერატურაში ბოლო დროს გამოიყენებული შრომების ზიხედვით შეიძლება გარკვეული კორექტივის შეტანა ამ შეხედულებაში. ჰოლციისა და კურტის [5] მონაცემებით, ნორადრენალინი ადუნებს ვირთაჯვების, კატისა და ზღვის გოჭის მიომეტრიუმს. ნ. ბი ე შ უ ე ის [5] გამოკვლევებითაც, ნორადრენალინი მსგავსი მოქმედებით ზასიათდება გლუვკუნთოვან აპარატზე. ჩვენ არ შეგვიძლია დაბეჯითებით მივუთითოთ ადრენალინისა და ნორადრენალინის ანტაგონისტურ მოქმედებაზე სხვა ორგანოების მი-



მართ, მაგრამ რაც შეეხება საშვილოსნოზე ნორადრენალინის მოქმედებას, ჩვენი და ზემოთ დასახელებული მკვლევართა მონაცემების საფუძველზე შეიძლება დავასკვნათ, რომ ნორადრენალინი საშვილოსნოს კუნთზე მომადუნებლად უნდა მოქმედებდეს. წინააღმდეგ შემთხვევაში მიომეტრიუმში ჩვენ მიერ გამოვლინებული ნორადრენალინი გამოიწვევდა კუნთოვანი ბოჭკოების შეკუმშვას, ანუ სამშობიარო მოქმედებას ნაყოფის განვითარების პირველ ორ კრიტიკულ პერიოდებში (იმპლანტაციისა და პლაცენტაციის პერიოდებში) და, მაშასადამე, ხელს შეუშლიდა ორსულობის ნორმულ მსვლელობას. შესაძლოა ნორადრენალინის ასეთი მოქმედება სპეციფიურია უშუალოდ საშვილოსნოს კუნთოვანი ბოჭკოების მიმართ. ჩვენი შეხედულების სასარგებლოდ მეტყველებს შრომა [6].

დღეისათვის დადგენილია, რომ კატექოლამინები ძალზე არამდგრად შენაერთებს წარმოადგენენ ა. უტევესკის აზრით [1], მათს ყოველ გარდაქმნას თან სდევს ახალი თვისებების გამოქვლივება. ზოგიერთი მკვლევარის [7, 8] მონაცემებით, ნორადრენალინი მეთილირების გზით შეიძლება გარდაქმნას ადრენალინად. ჩვენ შემთხვევაშიც, ორსულობის დასასრულს ნორადრენალინის სრული გაქრობა, ამავე დროს ადრენალინის გამოვლინება და რაოდენობრივი მატება, ასეთ გარდაქმნაზე უნდა მიუთითებდეს.

ვ. რაბინს [9] მონაცემებით, ადრენალინისა და ნორადრენალინის კონცენტრაცია ორგანოში პირობადებულია სიმპატიკური დაბოლოებების მიერ მათი გამოყოფის ინტენსივობით, ცირკულირებადი სისხლიდან ქსოვილების მიერ კატექოლამინების აბსორბციითა და აგრეთვე მათი პროდუქციით ორგანოში არსებული ქრომოფინური ელემენტების მიერ. ამრიგად, შეიძლება ვივარაუდოთ, რომ ჩვენ მიერ გამოვლინებული ადრენალინი და ნორადრენალინი საშვილოსნოში მოხვედრილია არა მარტო ცირკულირებადი სისხლიდან, არამედ იგი გამოყოფილია იმ მრავალრიცხოვანი ქრომოფინური უჯრედების მიერ, რომლებიც საშვილოსნოში აღმოაჩინა მკვლევართა ჯგუფმა [10] 1958 წელს, ხოლო რაც შეეხება პლაცენტას, ის ასეთ ელემენტებს არ შეიცავს [6] და, მაშასადამე, აქ კატექოლამინები მოტანილ უნდა იქნეს დედის სისხლის მიერ, ან შესაძლებელია ნაყოფის სისხლის მიერაც, ვინაიდან ცნობილია, რომ ემბრიონში კატექოლამინების გამომუშავება ხდება მისი განვითარების ადრულ სტადიებზე ქრომოფინური უჯრედების წინაფორმის — ქრომაფილობლასტების (ფეოქრომაბლასტების) მიერ.

თბილისის სახელმწიფო სამედიცინო  
ინსტიტუტი

(შემოვიდა 26.2.1970)

#### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МОРФОЛОГИЯ

Г. И. МАНСАЯ

### ГИСТОХИМИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ АДРЕНАЛИНА И НОРАДРЕНАЛИНА В МАТКЕ И ПЛАЦЕНТЕ ЧЕЛОВЕКА В РАЗНЫЕ СРОКИ БЕРЕМЕННОСТИ

Резюме

В работе представлены результаты гистохимических исследований адреналина и норадреналина в матке и плаценте человека в разные сроки беременности. Исследования показали, что в беременной матке



и плаценте гистохимическая реакция на адреналин наблюдается лишь с 36-й недели беременности. Она усиливается к периоду родов. Гистохимическая реакция на норадреналин в беременной матке и плаценте наблюдается с ранних сроков беременности. Она несколько усиливается до 34-й недели беременности, в последующие сроки постепенно слабеет и становится отрицательной с 38-й недели. Результаты исследований дали возможность высказать мысль о различии в характере действия адреналина и норадреналина на миометрию человека, выразавшегося в том, что адреналин повышает тонус миометрии, а норадреналин расслабляет его.

#### EXPERIMENTAL MORPHOLOGY

G. I MAISAYA

### HISTOCHEMICAL PECULIARITIES OF ADRENALINE AND NORADRENALINE IN THE FEMALE WOMB AND PLACENTA IN DIFFERENT PERIODS OF PREGNANCY

#### Summary

The findings of histochemical analysis of adrenaline and noradrenaline in the female womb and placenta in different periods of pregnancy are presented. Studies have shown that histochemical reaction to adrenaline in the womb and placenta is observable only from the 36th week of pregnancy. It grows in intensity up to the period of childbirth. Histochemical reaction to noradrenaline in the pregnant womb and placenta is observable from the early period of pregnancy. It becomes slightly intensive up to the 34th week of pregnancy. During the subsequent period it gradually weakens and from the 38th week becomes negative.

The results of the study make possible to suggest that adrenaline and noradrenaline have a distinctive effect on human myometry, manifested in adrenaline raising the tonus of myometry and noradrenaline weakening it.

#### ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. А. М. Утевский. Сб. «Адреналин и норадреналин». М., 1964, 8—27.
2. М. Е. Райскина. Адреналин и норадреналин. М., 1964, 192.
3. G. B. West. T. Pharm., (Lond.), 7, 2, 1955, 81—84.
4. A. D. Rudzik, J. W. Miller. J. Pharmacol. Exper. Therap., 1962, 138.
5. Н. С. Бившук. Труды Крымского гос. мед. ин-та, 17, 1957, 165—170.
6. G. Cession. C. R. Soc. Biol. (Paris), 157, 1963, 2123—2126.
7. E. Bullbring. Brit. J. Pharmacol., 4, 1949, 234—244.
8. E. Bullbring, J. H. Burn. Brit. J. Pharmacol., 4, 1949, 425—450.
9. В. Рааб. Достижения кардиологии. М., 1959, 67—152.
10. J. Adams Ray, H. Nordenstam, J. Rhodin. Acta Neuroveg., 18, 1958.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МОРФОЛОГИЯ

Б. Х. РАЧВЕЛИШВИЛИ, П. И. СОЛОВЬЕВ

АУТОАЛЛЕРГИЯ В ПАТОГЕНЕЗЕ МОРФОЛОГИЧЕСКИХ И  
ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ИЗМЕНЕНИЙ В СЛИЗИСТОЙ ОБОЛОЧКЕ  
ЖЕЛУДКА

(Представлено академиком И. Я. Татишвили 5.3.1970)

Изучение морфологических и функциональных изменений слизистой оболочки желудка в условиях аутоаллергии представляет большой практический интерес. Это дает возможность своевременно распознать аллергическую природу клинических проявлений заболевания и провести соответствующее лечение.

В условиях клинического стационара (кафедра госпитальной терапии Тбилгосмединститута, зав. проф. К. С. Вирсаладзе; на базе Респ. центральной клин. больницы им. акад. Н. А. Кипшидзе — гл. врач М. Д. Кладяшвили), было изучено 87 больных хроническим гастритом с секреторной недостаточностью, 11 больных с бронхиальной астмой и 4 здоровых субъекта. Всего 102 случая. Реакция непрямой геммаглютинации с сывороткой крови упомянутых больных, а также электрофоретические исследования проводились в лаборатории иммунологии Тбилисского научно-исследовательского института вакцин и сывороток Минздрава ГССР (Директор проф. И. А. Георгадзе). На основании данных иммунологического изучения вышеупомянутого контингента больных были выделены две группы.

В первую группу (32 человека) вошли больные, у которых реакция непрямой геммаглютинации по Бойдену с сывороткой крови больных оказалась положительной.

Во вторую группу вошли больные (55 человек) с отрицательной реакцией непрямой геммаглютинации по Бойдену.

Возраст, давность заболевания, сопоставление данных морфологического изучения слизистой, а также иммунологических и электрофоретических показателей в выше рассмотренных двух группах больных представлены в таблицах 1 и 2.

С целью изучения секреторной функции желудка всем больным было проведено одномоментное определение секреции желудка по Евальду—Боасу, фракционное изучение кислотности желудка по Лямблингу, а также определение внутрижелудочкового рН с помощью электрода из литиевого стекла, регистрирующего количество Н-ионов, по потенциометру ЛПУ-01. Всем больным производилась также рентгеноскопия желудка и гастробиопсия.

Определение гистаминопектической способности сыворотки крови производилось по методу Парро—Гургенидзе [1].

Данные клинического исследования больных хроническим гастритом  
 объединенных в первой и второй группах

Количество больных в I-II группах	Возраст		Давность заболевания		Показатели секретиции				Рентгеноскопия желудка		Структурные изменения слизистой желудка (по Хенningу)			
	до 50 лет	старше 50 лет	до 10 лет	свыше 10 лет	рН		кислотность в титр. ед.		измененные слизи	нормальная слизистая	резко выраж. атроф. гастрит	не резко выраж. атроф. гастрит	резко выраж. гипер. гастр.	не резко выраж. гипер. гастрит
					высок.	низк.	высок.	низк.						
Первая группа—32 больных	17	15	25	7	30	2	1	31	25	7	19	13	—	—
Вторая группа—55 больных	30	25	32	15	45	10	0	50	35	20	11	18	26	—

Таблица 2

Данные о показателях реакции непрямой геммагглютинации по Бойдену у обследованных больных

Исследовано антигенов, всего	Исследовано сывороток всего		В том числе		Первая группа—с положительной РНГА						Вторая группа—с отрицательной РНГА			Примечание			
	в прямой постановке реакции	в перекрестной постановке реакции	от больных хрон. анацидным и гипоацид. гастритом	от больных бронхитальной астмой	от здоровых людей	аутоанти-тела		гетероанти-тела		Соотношение пробы Пар-ро—Гургенидзе и РНГА		количество сывороток	Соотношение пробы Пар-ро—Гургенидзе и РНГА				
						количество сывороток	в % от числа больных гастрит, с секрет. недост.	средний титр антиген	количество сывороток	в % от числа больных гастрит, с секрет. недост.	средний титр антиген		соответствие показаний		несоответствие показаний	соответствие показаний	несоответствие показаний
102	102	102	87	11	4	32	37	91,100	18	20	3413	86%	14%	55	56%	44%	

Реакция непрямой геммагглютинации (РНГА) по Бойдену [2] ставилась со свежими эритроцитами из дефибринированной крови барана, или этой же крови, консервированной раствором В. М. Мигулиной [3]. Консервированные эритроциты применялись не более чем 10-дневные.

Изготовление аутоантигена для РНГА мы считаем оригинальным, ибо в доступной, использованной нами литературе не описано. Желудочный сок больных подвергался концентрации методом диализа про-



тив фосфатного буферного раствора рН 7,2 в целлофановом мешочке до содержания белка по рефрактометру от 2,0 до 7,0 и применялся в разведениях физиологическим раствором NaCl от 1:10 до 1:60 в зависимости от содержания белка.

Для реакции был в основном использован вариант методики РНГА по Бойдену, описанный в работе И. И. Камалова [4].

Мы прибегали как к прямой постановке реакции, для выявления аутоаллергических антител, так и к перекрестной, для выявления гетероаллергических антител. Производился также электрофорез на бумаге сывороток крови тех больных, у которых реакция РНГА оказалась положительной. Затем, по известной методике, изучалось распределение аутоаллергических антител по фракциям  $\alpha$ ,  $\beta$   $\gamma$  глобулинов.

Данные РНГА по Бойдену представлены в таблице 2.

В таблице 1 представлены результаты клинического обследования двух групп больных (87 человек) и хроническим гастритом с секреторной недостаточностью. В первую группу (32 человека) вошли больные, у которых реакция непрямо́й гемагглютинации (по Бойдену), оказалась положительной, а гистаминопектическая способность сыворотки крови (по методу Парро—Гургенидзе) — нарушенной.

У больных второй группы реакция непрямо́й гемагглютинации (по Бойдену) была отрицательной, а гистаминопектическая способность сыворотки крови в большинстве случаев сохраненной. Как видно из таблицы, по возрасту, давности заболевания и по результатам клинического исследования первая и вторая группа больных особенно не отличаются. Что касается данных морфологического исследования биопсированной слизистой желудка, то тут различие значительное. У больных первой группы во всех случаях был констатирован атрофический гастрит, а у больных второй группы атрофический гастрит был найден лишь в 52% случаев. Нужно думать, что степень поражения слизистой находится в известной связи с аутоаллергическими проявлениями в сыворотках крови больных.

Из таблицы 2 видно, что реакция непрямо́й гемагглютинации по Бойдену у больных хроническим гастритом с секреторной недостаточностью выявила наличие аутоаллергии в 37% случаев. Гетероаллергические антитела в сыворотке крови этих больных были обнаружены в 20% проведенных исследований, однако в титрах в несколько раз меньших, в сравнении с аутоаллергическими антителами.

У больных бронхиальной астмой, а также у здоровых субъектов положительная реакция непрямо́й гемагглютинации не наблюдалась. Средние данные электрофоретических исследований показывают, что аутоантитела в белковых фракциях сыворотки крови распределяются следующим образом: альбумин 0%, альфа глобулин 10%, бета глобулин 20% и гамма глобулин 70%. Что касается функции гистаминопексии, то положительная проба Парро—Гургенидзе наблюдалась у всех больных бронхиальной астмой (100%).

Соответствие показателей гистаминопектической функции с реакцией непрямой гемагглютинации в первой группе больных хроническим гастритом с положительной РНГА имело место в 86% случаев, а во второй группе больных с отрицательной РНГА — в 56% случаев.

Итак, при хроническом гастрите с секреторной недостаточностью довольно часто (37%) наблюдаются аутоаллергические реакции сыворотки крови в РНГА по Бойдену, где в качестве аутоантигена использован желудочный сок больных. Аутоаллергические реакции организма по отношению к желудочному соку, взятому в качестве аутоантигена, находятся в известной зависимости со степенью поражения слизистой оболочки желудка. Эта зависимость тем больше, чем более выражены гистоморфологические изменения.

Аутоаллергические антитела в белковых фракциях сыворотки крови по данным электрофореза распределяются с известной закономерностью. Большой процент совпадения показаний положительной РНГА по Бойдену и показаний метода определения степени гистаминопексии по Парро—Гургенидзе (86%) позволяет использовать оба этих метода для определения аутоаллергических состояний при хроническом гастрите с секреторной недостаточностью. При этом проба Парро—Гургенидзе указывает на наличие аллергии, а РНГА по Бойдену выявляет специфичность аутоаллергии.

Тбилисский государственный медицинский институт

(Поступило 6.3.1970)

მეცნიერებათა აკადემიის მომსახურება

ბ. რაჩველიშვილი, პ. სოლოვიოვი

აუტოალერგია კუჭის ლორწოვანის მომსახურების და ფუნქციური ცვლილებების პათოგენეზში

რეზიუმე

დადგენილია, რომ აუტოალერგიას აქვს მნიშვნელოვანი როლი სეკრეტორული უკმარისობით მიმდინარე ქრონიკული გასტრიტის პათოგენეზში.

EXPERIMENTAL MORPHOLOGY

B. Kh. RACHVELISHVILI, P. I. SOLOVIOV

## AUTOALLERGY IN THE PATHOGENESIS OF MORPHOLOGICAL AND FUNCTIONAL CHANGES OF GASTROMUCOSA

Summary

It has been ascertained that autoallergy is of great significance in the pathogenesis of chronic gastritis accompanied by secretory insufficiency.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. К. С. Вирсаладзе, Г. В. Гургенидзе. Труды научно-исслед. лаборатории питания Минздрава СССР, 1963, 167—173.
2. S. Boyden, J. Exp. Med. 93, 2, 1951, 107.
3. В. М. Мигулина. Применение сухого компонента и консервированной бараньей крови... Автореферат, JL, 1953.
4. И. И. Камалов. Журн. микр. эпид. иммунол., № 1, 1966, 103.



ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МОРФОЛОГИЯ

В. К. ЖГЕНТИ (академик АН ГССР), М. Л. ДАЛАКИШВИЛИ

НЕКОТОРЫЕ ГИСТОХИМИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ МЫШЕЧНЫХ  
ЭЛЕМЕНТОВ В ПРОЦЕССЕ РЕГЕНЕРАЦИИ В  
АУТОТРАНСПЛАНТАТЕ ИЗ ИЗМЕЛЬЧЕННОЙ  
ПОПЕРЕЧНОПОЛОСАТОЙ МЫШЕЧНОЙ ТКАНИ ПРИ  
ВОЗДЕЙСТВИИ ВИТАМИНА В<sub>12</sub> И ПИРОГЕНАЛА

Вопросу регенерации скелетной мускулатуры посвящены многочисленные работы, в которых, с одной стороны, показано, что факторы, обеспечивающие нормальные условия функционирования мышц, благоприятствуют репаративной регенерации мышечной ткани, с другой стороны, многие исследователи стремились стимулировать процесс регенерации мышечной ткани. Несмотря на это, все же отсутствует полная картина, происходящихся в регенерирующих мышечных элементах пластических и энергетических процессов, особенно в возрастном аспекте.

Материалом исследований служили 60 кроликов-самцов разных возрастных групп (14-дневные, одного года и старые, в возрасте 4,5—5 лет). Аутотрансплантировалась полностью удаленная и измельченная икроножная мышца по методу А. Н. Студитского. Оперированных животных в опыте обрабатывали витамином В<sub>12</sub>, как стимулятора процесса регенерации и пирогеналом, который является ингибитором разрастания волокнистой соединительной ткани. Контрольные животные, находящиеся после операции в тех же условиях, обработке витамином В<sub>12</sub> и пирогеналом не подвергались. Кролики забивались по истечении 2, 3, 4, 5, 7, 10, 15, 20, 30 и 120 суток после операции. Препараты окрашивались гематоксилином, эозином, пикрофуксином по Ван-Гизону, по методам Шабадаша для изучения РНП при различных значениях рН среды окрашивания и гликогена. Содержание РНП и гликогена в мышечных элементах определяли визуально, пятибалльной системой.

Результаты гистохимического изучения РНП в трансплантате из измельченной мышцы показали, что в контроле как у крольчат возраста 14 дней, так и у кроликов в возрасте одного года и у старых животных в миообластах и миосимпластах обнаруживается большое количество как митохондриальных, так и цитоплазматических РНП, выявляющихся преимущественно в кислой среде в условиях рН 3,6. При более высоких показателях значения рН среды окрашивания в большом количестве имеются цитоплазматические РНП; диапазон же выявления митохондриальных РНП ограничивается показателями значения рН 3,6. Однако при сравнении количества митохондриальных и цитоплазматических РНП в миообластах, миосимпластах и мышечных трубках кроликов раз-



ных возрастов обнаруживается, что чем моложе животное, тем большее содержание РНП в регенерирующих мышечных элементах и тем ниже ИЭТ их выявления.

В период матурации мышечных элементов количество митохондриальных и цитоплазматических РНП уменьшается, что во времени совпадает с началом синтеза специфических сократительных белков.

Таблица

Содержание цитоплазматических РНП в мышечных элементах аутоотсплантата у кроликов разного возраста (рН среды выявления 4,0)

Мышечные элементы	Возраст кролика					
	Контрольные кролики			Опытные кролики (Витамин В <sub>12</sub> и Пирогенал)		
	14 дней	Одного года	Старые (в возрасте 4,5—5 л)	14 дней	Одного года	Старые (в возрасте 4,5—5 л)
Миобласты	4+	4+	3+	5+	5+	4+
Миосимпласты	4+	3+	2+	5+	4+	3+
Мышечные трубки	3+	3+	2+	4+	4+	2+
Возрожденные мышечные волокна	2+	2+	1+	3+	3+	2+

Закономерности гистохимических особенностей РНП в регенерирующих мышечных элементах в опыте остаются такими же, как и в контроле, т. е. и в опыте у животных всех наблюдаемых возрастов митохондриальные и цитоплазматические РНП в большем количестве выявляются в первой фазе регенерации, т. е. в размножающихся мышечных клетках—миобластах, миосимпластах, чем в период матурации их, т. е. в возрожденных поперечнополосатых мышечных волокнах. В опыте так же, как и в контроле, самое большое количество РНП в миобластах и миосимпластах выявляется у крольчат в возрасте 14 дней, и самое меньшее количество — у старых кроликов. Наряду с этим в опыте, как и в контроле, в возрожденных мышечных волокнах количество митохондриальных и цитоплазматических РНП больше у крольчат возраста 14 дней и одного года, чем у старых кроликов, с выявлением у последних РНП при высоких значениях рН среды окрашивания. Следовательно, закономерность количественного отличия РНП в миобластах, миосимпластах, мышечных трубках, мышечных волокнах в возрастном аспекте не меняется при воздействии витамина В<sub>12</sub> и пирогенала. Тем не менее выявляется, что во всех возрастах, во все сроки эксперимента количество РНП в миобластах, миосимпластах, мышечных трубках и даже в мышечных волокнах больше в опыте, чем в контроле, причем отмеченное у крольчат 14 дней наблюдается при всех значениях рН среды окрашивания, у кроликов возраста одного года при сравнительно высоких значениях рН 3,6; 4,0; 4,6; 5,2, а у старых кроликов в условиях рН 3,2; 3,6; 4,0.



Изложенное выше указывает, что при воздействии витамина  $B_{12}$  и пирогенала в аутотрансплантате из измельченной мышцы усиливается синтез РНП; с появлением РНП, выявляющихся в большом количестве преимущественно при высоких значениях рН среды окрашивания. Исходя из того, что при воздействии витамина  $B_{12}$  и пирогенала увеличивается число размножающихся мышечных клеток, можно полагать, что размножению мышечных элементов и долгому сохранению возрожденных мышечных волокон, в созданных нами условиях, способствует усиление синтеза РНП, выявляющееся именно при сравнительно высоких значениях рН среды окрашивания.

При изучении гистохимически выявляемого гликогена выясняется, что в опыте, как и в контроле, гликоген обнаруживается в миосимпластах и мышечных трубках, а в возрожденных мышечных волокнах имеет такие же гистохимические особенности, как в интактных мышечных волокнах. Сроки появления гликогена в возрождающихся мышечных элементах совпадают со сроками появления миосимпластов и мышечных трубок. Таким образом, гистохимическая характеристика гликогена в трансплантате как в контроле, так и в опыте не отличается друг от друга. Однако, во всех возрастах и во всех мышечных элементах, в которых синтезируется гликоген, он обнаруживается в большем количестве в опыте, чем в контроле. На этом фоне как в контроле, так и в опыте у старых животных количества гликогена меньше в регенерирующих мышечных элементах, чем у растущих животных и кроликов возраста одного года.

Все отмеченное указывает, что гликоген, как неотъемлемый метаболит синтезируется и в процессе регенерации. Однако, по-видимому, как показывает фактический материал, усиление его синтеза при регенерации возможно в условиях воздействия витамина  $B_{12}$  и пирогенала.

Если учесть значение гликогена, как энергетического материала для синтеза сократительных белков мышечных волокон, то можно полагать, что появление включений гликогена в мышечных элементах как в опыте, так и в контроле совпадает во времени с образованием поперечной исчерченности, что косвенно указывает на синтез специфических сократительных белков.

Наличие возрастной разницы в количестве гликогена, а именно, наличие меньшего количества гликогена в мышечных элементах у старых кроликов, чем у молодых, тоже наводит на мысль о малой возможности синтеза сократительных белков в мышечных волокнах и возрожденных мышечных элементах у них.

Имеется основание считать, что для долгого сохранения возрожденных мышечных волокон значение имеет и усиление синтеза гликогена, представляющего собой основное энергетическое вещество мышечной ткани.

მლ. შლენტი (საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის აკადემიკოსი), მ. დალაკიშვილი  
 მორეგენირება კუნთოვანი ელემენტების ზოგიერთი ჰისტოქიმიური  
 თვისება დაკავილ განივჯოლიანი კუნთის ავტოტრანსპლანტატში  
 ვიტამინ B<sub>12</sub> და პიროგენალის მოქმედებისას

## რეზიუმე

შიწილას ჯიშის სხვადასხვა ასაკის მამალ შინაურ კურდღლებზე ა. სტუ-  
 დიის მეთოდით ჩატარებული ოპერაციის შედეგად დადგენილია, რომ ვი-  
 ტამინ B<sub>12</sub> და პიროგენალის მოქმედებისას განივჯოლიანი კუნთის რეგენერა-  
 ციის პროცესში 14 დღის, ერთი წლისა და ბებერ ცხოველებში ციტოპლაზ-  
 მური რიბონუკლეოპროტეიდების რაოდენობა უფრო მეტია გამრავლებად კუნ-  
 თოვან ელემენტებში (მიობლასტებში და მიოსიმპლასტებში), ვიდრე საკონტ-  
 როლო ცხოველების ასეთსავე უჯრედებში. აღნიშნული სხვაობა ფანსაკუთ-  
 რებით გამოხატულია ერთწლიან კურდღლებში. გლიოგენის სინთეზის ინ-  
 ტენსივობის ხარისხი მიოსიმპლასტებში და შემდგომ კუნთოვანი ელემენტე-  
 ბის გენერაციისას, უფრო მეტია ცდაში მყოფ ცხოველებში, ვიდრე საკონ-  
 ტროლოში. მათ შორის სხვაობა კი უფრო მეტადაა გამოხატული ერთწლიან  
 კურდღლებში, ვიდრე მოზარდ და ბებერ ცხოველებში.

## EXPERIMENTAL MORPHOLOGY

V. K. ZHGENTI, M. L. DALAKISHVILI

SOME HISTOCHEMICAL PECULIARITIES OF THE REGENERATIVE  
 MUSCLE ELEMENTS IN THE AUTOTRANSPLANT FROM THE CUT  
 SKELETAL MUSCLE TISSUE UNDER THE ACTION OF PYROGENAL  
 AND VITAMIN B<sub>12</sub>

## Summary

Experiments carried out on rabbits have shown that under the action  
 of pyrogenal and vitamin B<sub>12</sub> there is more cytoplasmatic RNP in the regen-  
 erative muscle elements with the multiplying nuclei (myoblasts, myosim-  
 plasts, muscle tubes) in 14-day-old, one-year old and old animals than  
 in control rabbits. This difference is particularly pronounced in one year-  
 old rabbits.

Under the action of pyrogenal and vitamin B<sub>12</sub> in the process of regen-  
 eration of the muscle fibres there is higher intensity of glycogen synthesis  
 in the experimental rabbits than in the controls.

## ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Г. М. Коваленко. Бюлл. exper. биол. и мед., 49, 5, 1960, 110—112.
2. Г. М. Литвер. Учен. записи I Ленинградского гос. мед. института, 2, 1955, 12—14.
3. В. Н. Петров, Л. М. Таранен. Уч. записи Харьковского гос. университета, 30, 1957, 115—116.
4. А. В. Рисенко, Сб. «Гистохимия в нормальной и патологической морфологии», Новосибирск, 1967, 283—285.



ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МОРФОЛОГИЯ

Ц. В. ГАЧЧИЛАДЗЕ

МОРФОЛОГИЧЕСКИЙ И ГИСТОХИМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ  
МЕХАНИЗМА СУПЕРОВУЛЯЦИИ

(Представлено академиком В. К. Жгенти 19.3.1970)

Изучая с помощью морфологических и гистохимических методов влияние препаратов гонадотропных гормонов (сыворотки жеребных кобыл — СЖК и хорионического гонадотропина — ХГ) на яичники и матку крыс, мы не могли пройти мимо феномена, который возникает при сочетанном воздействии на половую систему самок млекопитающих обоих препаратов — СЖК и ХГ. Сначала обычно вводится СЖК, обладающая выраженным фолликулостимулирующим эффектом, а затем ХГ — препарат лютеинизирующего действия. В итоге происходит овуляция многих фолликулов, в том числе и у неполовозрелых животных. Такой феномен получил наименование суперовуляции [1, 2].

Феномен суперовуляции проверен экспериментально и может быть использован в ветеринарной практике для повышения плодовитости сельскохозяйственных животных [3].

В клинике гонадотропные гормоны применяются для лечения некоторых форм бесплодия, связанных с нарушением овуляторного механизма [4]. В литературе имеются сообщения, что леченные по поводу бесплодия препаратами гонадотропных гормонов женщины рожали близнецов (5 и более), в основе чего также лежит феномен суперовуляции [5].

В последние годы исследователи стараются как можно глубже проникнуть в тайны механизма биологического действия гонадотропных гормонов, пользуясь для этой цели биохимическими, гистохимическими и радиоизотопными методами.

Показано гистохимическое подтверждение стимуляции гонадотропинами ферментных систем яичника — усиление активности 20- $\beta$ -гидроксистероид-дегидрогеназы [6] и глюкозо-6-фосфат-дегидрогеназы в клетках интерстиции и внутренней теки яичников у гипофизэктомированных неполовозрелых крыс.

Обнаружена высокая активность глюкозо-6-фосфат-дегидрогеназы в яичниках неполовозрелых крыс в условиях суперовуляции под влиянием СЖК и ХГ, что соответствовала по своей локализации лютеинизирующимся элементам теки гранулезы [7].

В данной работе проверка эффекта от сочетанного введения СЖК и ХГ осуществлена на 70 крысах, которым вводились препараты преимущественно в дозах 40 м. е. В ряде случаев для проверки выбора наиболее эффективных доз допускались изменения указанной дозировки для

СЖК в пределах от 10 до 80 м. е., для ХГ — от 20 до 40 м.е. Интервал между инъекциями СЖК и ХГ составлял 56 часов.

Животных забивали через 24—48 часов после последней инъекции. Яичники и матку взвешивали на торзионных весах. Материал фиксировали в жидкости Карнуа и в 10%-ном нейтральном формалине, а для выявления ферментов срезы из свежей ткани яичников получали в криостате.

На серийных гистологических препаратах из ткани яичников производился подсчет различных структурных компонентов, определялась их величина, а также размеры некоторых клеточек и их ядер с помощью окулярмикрометра. Полученные данные обрабатывались методом вариационной статистики.

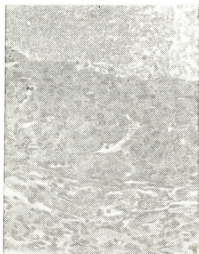


Рис. 1. Лутенизация гранулезы при сочетанном применении СЖК и ХГ (гематоксилин-эозин, ок.  $\times 10$ , об.  $\times 20$ )



Рис. 2. Мукополисахариды в полостном фолликуле яичника крысы, подвергнутой сочетанному воздействию СЖК и ХГ (реакция ШИК, ок.  $\times 10$ , об.  $\times 20$ )

В ткани яичников с помощью гистохимических методов определялись следующие группы веществ: РНП, ДНП, сульфгидрильные группы, белки, включающие в свой состав триптофан, тирозин и гистидин, мукополисахариды и гликоген, кислые мукополисахариды, липиды, щелочную фосфатазу, цитохром-оксидазу, НАД- и НАДФ-диафоразы, сукцинат-, малат-, лактат-, изоцитрат- и глюкозо-6-фосфат-дегидрогеназы.

В препаратах маток крысы определялись все описанные вещества за исключением цитохром-оксидазы, диафораз и дегидрогеназ.

Помимо гистологического и гистохимического исследования производился подсчет вышедших из яичника яйцеклеток, для чего последние вымывались из рогов матки туберкулиновым шприцом через 24 часа после инъекции ХГ и подсчитывались на часовом стекле под лупой МБС-1.

При сочетанном применении СЖК и ХГ наблюдаются изменения в гонадах, характерные для каждого из этих гормонов в отдельности (рис. 1), что сопровождается резким увеличением числа яйцеклеток,





вымываемых из рогов матки как у половозрелых так и у неполовозрелых животных, т. е. эффектом суперовуляции. Подсчет числа вымытых яйцеклеток показал, что увеличение дозы СЖК выше 40 м. е. не сопровождается дальнейшим усилением суперовуляторного эффекта, что вероятно, связано с ограниченностью резерва фолликулов, способных одновременно отвечать на пролиферативный стимул, создаваемый этим гормоном. Наилучший эффект наблюдается при инъекции СЖК половозрелым животным в первый день эстрального цикла, т. е. когда преобладают мелкие фолликулы, достигающие необходимой для овуляции степени зрелости (через 56 часов, т. е. к моменту введения ХГ).

Нам представляется весьма вероятным, что в основе механизма суперовуляции лежит усиление метаболической активности клеток гранулезы с выделением в просвет фолликулов веществ мукополисахаридной природы (рис. 2), что приводит к повышению осмотического давления жидкости в полости фолликулов и их разрыву.

Полученные данные показывают, что гонадотропные гормоны оказывают существенное влияние на метаболические процессы в основных структурных компонентах яичников, меняя в них содержание РНП, сульфгидрильных групп, белков и ряда ферментов, причем именно ферментная активность подвержена наибольшим колебаниям в условиях гонадотропного воздействия. Есть все основания считать, что биологическое действие белковых гормонов осуществляется через активацию определенных ферментов систем. Однако в сложной гамме гистохимических реакций таких разнообразных в своей функциональной активности тканей, как гранулеза, тека, клетки желтого тела, трудно выделить и описать ту определенную роль, которую играет каждый из изученных энзимов в тех или иных видах деятельности клеток: в белковом синтезе, обеспечении трофики и энергетического баланса и, наконец, стероидогенезе. Лишь в отношении некоторых ферментных систем имеющиеся литературные данные позволяют высказаться с большей определенностью.

В настоящее время установлено, что никотинамид-аденин-динуклеотид-фосфат (НАДФ) принимает прямое участие в синтезе стероидов, обеспечивая гидроксирование молекул веществ стероидной природы и, возможно, отщепление боковой цепи молекулы холестерина на ранних фазах стероидогенеза [8]. В то же время синтез НАДФ зависит от фосфоглюконатного пути обмена, в котором ведущая роль принадлежит глюкозо-6-фосфат-дегидрогеназе-ферменту, катализирующему первые этапы пентозо-фосфатной метаболической системы. Специфическое значение активности данного фермента для выработки стероидов находит подтверждение в работах [9, 10].

Наши данные, свидетельствующие о постоянной умеренной или значительной активности глюкозо-6-фосфат-дегидрогеназы в таких стероидпродуцирующих элементах яичника как внутренняя тека интерстициальная железа и желтые тела, и демонстрирующие увеличение этой активности под влиянием гонадотропных гормонов, всецело подтвержд-



дают высказанную точку зрения о том, что из всей группы изученных в яичнике крысы энзимов, именно глюкозо-6-фосфат-дегидрогеназа наиболее демонстративна при определении способности ткани к продукции стероидных гормонов. В этом отношении специфичность данного фермента выше, чем специфичность щелочной фосфатазы, активность которой в упомянутых элементах яичников в нормальных условиях является слабо-умеренной и возрастает лишь при гонадотропной стимуляции.

Институт физиологии и патологии женщины  
 им. И. Ф. Жордания

(Поступило 20.3.1970)

მეცნიერებათა აკადემიის მორფოლოგია

ც. ვაჩეჩილაძე

სუპეროვულაციის მქანის მორფოლოგიური და ჰისტოქიმიური  
 ანალიზი

რეზიუმე

70 ვირთავის საკვრცის ჰისტოლოგიური და ჰისტოქიმიური შესწავლის საფუძველზე, რომლებზეც მოქმედებდნენ გონადოტროპული ჰორმონების კომბინირებული პრეპარატებით, აგრეთვე კვრცხსავლიდან და სავილოსის რქებიდან კვრცხუჯრედების გამორეცხვის საფუძველზე, დადგინდა, რომ მიმდინარეობს ყველა იმ სტრუქტურული და ჰისტოქიმიური მაჩვენებლების მატება, რაც დამახასიათებელია თითოეული პრეპარატის ცალკეული მოქმედებისათვის საკვრცხეების სხვადასხვა სტრუქტურულ კომპონენტებზე.

EXPERIMENTAL MORPHOLOGY

Тс. V. GACHECHILADZE

## MORPHOLOGICAL AND HISTOCHEMICAL ANALYSIS OF SUPEROVULATION

Summary

Histological and histochemical studies of the ovary in 70 rats subjected to the combined effect of gonadotropic hormone preparations (P. M. S.; H. Ch. G.), as well as the washing out of the oviducts from the uterine horns has shown an increase of all these structural and histochemical indices, each preparation having an individual effect on various components of the ovary.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. A. Sato. Jap. J. Genet., 1962, 37.
2. M. Zarrow, D. Quinn. J. Endocrin., 1963, 26.
3. Н. А. Мартиненко и др. Ветеринария, 1966, 6.
4. К. Н. Жмакин и др. Основы эндокринологической гинекологии. М., 1966.
5. R. Neuwirtl *et al.* J. Obst. Gyn., 1965, 1a.
6. K. Baloch, W. Ridwell, W. Wiest. Endocrin., 1966, 78.
7. W. Kidwell, K. Baloch, W. Wiest. Endocrin., 1966, 79.
8. R. Cohen. Endocrin., 1961, 68.
9. G. Telegdy, E. Endrocy. Steroids, 1963, 2.
10. K. McKerns. Biochem. Biophys. Acta, 1965, 97.

УДК 615.71

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МЕДИЦИНА

В. Ф. ПОРТНОЙ, Л. С. СМИРНОВ, Н. А. ТОГОНИДЗЕ,  
И. В. ЛЮБИМОВ, В. И. СЕРДЮКОВ, С. Ш. ХАРНАС

### ЭЛЕКТРОННЫЙ БЛОК ДЛЯ НЕПРЕРЫВНОГО КОНТРОЛЯ РАБОТЫ АППАРАТА ИСКУССТВЕННОГО КРОВООБРАЩЕНИЯ

(Представлено академиком И. Я. Татишвили 12.1.1970)

Признано, что качество и своевременность информации о состоянии организма в период проведения искусственного кровообращения в значительной мере определяет его исход. При этом важное значение имеет и характер получаемой информации, ее непрерывность, количество выбранных тестов.

В последнем вопросе до сих пор существуют разные мнения. В то время как одни перфузиологи стремятся получить как можно больше данных, другие ограничиваются наиболее важными показателями без значительного ущерба для результатов перфузии.

В известной мере это может определяться опытом, оснащенностью, слаженностью работы, анестезиологической и перфузиологических бригад и т. д.

Однако риск искусственного кровообращения, особенно длительного, при минимальном объеме информации выше, так как в случае каких-либо непредвиденных осложнений перфузиолог должен вслепую решать вопрос о характере необходимых корректирующих мер. Поэтому нам представляется, что информация в процессе искусственного кровообращения должна достаточно полно отражать как состояние организма, так и работу самой аппаратуры искусственного кровообращения [1].

Для суждения о процессе искусственного кровообращения в целом необходим учет критериев, характеризующих состояние обмена ( $\text{НО}_2$  или  $\text{рO}_2$  артериальной и венозной крови, кислотно-щелочное равновесие), гемодинамику (артериальное, венозное, перфузионное давление, расход насоса), температурную динамику и, наконец, функции жизненно важных органов (мозга, сердца, почек).

В настоящее время наиболее распространенным способом контроля за состоянием метаболизма является определение параметров кислотно-щелочного равновесия на приборе Микро-Аstrup. Контроль за гемодинамикой чаще всего ограничивается измерением артериального давления кровяным способом при помощи электроманометров, венозного давления — при помощи простейшего водного манометра. Определение расхода представляет наибольшую трудность из-за отсутствия простых и надежных в эксплуатации расходомеров крови. Способы контроля ЭКГ и ЭЭГ общеизвестны.

Главными недостатками получаемой информации является то, что она поступает асинхронно, зачастую значительно запаздывает во времени, поступает от разных лиц. Все это затрудняет анализ и сопоставление данных и в конечном итоге может дать неверное представление о происходящем во время перфузии.

Ясно, что концентрация и синхронизация средств получения информации во многом могут облегчить работу врача, осуществляющего управление аппаратом искусственного кровообращения. Определенной попыткой разрешения этого положения явилось создание Институтом хирургии им. А. В. Вишневского АМН СССР совместно с НИИ Теплоприбор комплекса датчиков (рис. 1) и вторичной аппаратуры (рис. 2) для контроля параметров работы аппарата искусственного кровообращения. Комплекс включает электромагнитный расходомер, который предназначен для измерения мгновенного и среднего значения кровотока.

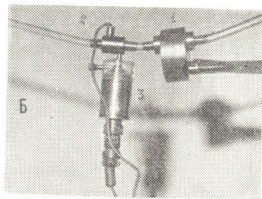
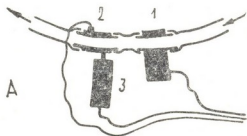


Рис. 1. Комплекс датчиков контрольного блока, включенных в магистраль АИК. А—схема, Б—общий вид. 1—Датчик измерителя объемной скорости кровотока; 2—датчик температуры; 3—датчик давления

Измеряемый электромагнитный сигнал не зависит от вязкости крови, давления и температуры. Прибор состоит из электромагнитного датчика расхода и вторичной аппаратуры. В электромагнитной системе датчика импульсами переменного тока частотой в 200 пц возбуждается переменное магнитное поле, в центре которого размещены электроды. Сигнал с электродов поступает на вход усилителя и далее на регистраторы. Датчик с трубкой диаметром 7 мм предназначен для измерения расхода от 0 до 3 л/мин, датчик с трубкой диаметром 10 мм предназначен для измерения расхода крови от 0 до 6 л/мин. Погрешность измерения данного прибора составляет около 3% от максимального значения.

Датчик температуры представляет собой трубку с намотанным на нее медным сопротивлением. Конструкция датчика позволяет включить его в поток крови. Пределы измерения температуры 0 — 50°C, точность измерения 0,1°C.

Датчики давления рассчитаны на измерение давлений в пределах 0—400 мм рт. ст. и 0—40 мм рт. ст. Датчик давления конструктивно

объединен с датчиком температуры. Предусмотрено измерение как мгновенного, так и среднего значения давления.

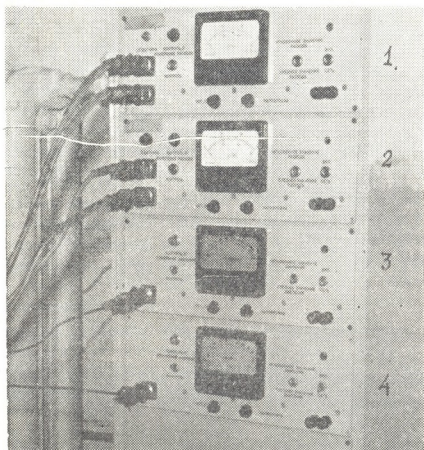


Рис. 2. Стойка преобразователей и 4 индикаторных приборов к комплексу датчиков контроля. 1, 2—Каналы измерителя объемной скорости кровотока, 3—канал давления, 4—канал температуры

Индуктивный датчик питается переменным напряжением с частотой 1000 гц от электронного блока. Частотный диапазон датчика 0—50 гц.

Благодаря системе штуцеров и соединений комплекс непосредственно вводится в систему артериальной и венозной магистралей аппарата, не препятствуя продвижению крови. Наличие соответствующих электрических выходов на вторичной аппаратуре позволяет подать поступающую информацию на самописец или производить визуальное наблюдение по индикаторным приборам. Соединение в одном компактном блоке трех датчиков позволяет получить универсальную систему, которая может быть введена в любое перфузионное устройство или в аппарат искусственного кровообращения.

Макет прибора был испытан в 18 различных экспериментах, где выявились его положительные качества и недостатки.

На рис. 3 представлен участок кривой синхронной записи расхода и давления, осуществленной при помощи описанного прибора.

Недостатком макетного образца является малая частотная характеристика датчика давления, что не позволяет использовать его для фазового анализа кривой давления. Однако этот недостаток вполне

может быть ликвидирован при более тщательном выполнении опытных образцов. Применение разработанного комплекса позволит в значительной мере уточнить и облегчить процесс управления перфузией.

Итак, концентрация и синхронизация информации в процессе искусственного кровообращения облегчает управление аппаратом искусственного кровообращения, позволяет своевременно заметить нарушения и принять нужные корректирующие меры. Разработка комплекса датчиков и вторичной аппаратуры для контроля параметров работы аппарата искусственного кровообращения является первым шагом создания полноценной системы контроля процесса искусственного кровообращения и позволяет значительно уточнить управление аппаратурой и повысить адекватность перфузии.

Институт хирургии  
 им. А. В. Вишневского  
 АМН СССР

(Поступило 16.1.1970)

მეცნიერებათა აკადემიის მიერ

ბ. კობახიძე, ლ. სმიროვი, ნ. ტოგონიძე, ი. ლიუბიმოვი, ვ. სერდუკოვი,  
 ს. ხარნასი

ელექტრონული ბლოკი, ხელოვნური სისხლის მიმოქცევის  
 აპარატის მუშაობის განმარტებითი კონტროლისათვის

რეზიუმე

ა. ვიშნევსკის სახელობის ქირურგიის ინსტიტუტმა, თბილისის ხელსაწყოთა სამეცნიერო-კვლევით ინსტიტუტთან ერთად შექმნა გადამცემა კომპლექსი და ხელოვნური სისხლის მიმოქცევის აპარატის მუშაობის პარამეტრების საკონტროლო მეორადი აპარატურა. აღნიშნული კომპლექსი და აპარატურა გამოცდილია 18 სხვადასხვა ექსპერიმენტში, რის საფუძველზედაც მიზანშეწონილად შეიძლება ჩაითვალოს მათი გამოყენება პერფუზიის მართვის პროცესის გასაადვილებლად.

EXPERIMENTAL MEDICINE

V. F. PORTNOI, L. S. SMIRNOV, N. A. TOGONIDZE, I. V. LYUBIMOV,  
 V. I. SERDYUKOV, S. Sh. KHARNAS

ELECTRONIC BLOCK FOR CONTINUOUS CONTROL OF THE  
 OPERATION OF AN ARTIFICIAL BLOOD CIRCULATION APPARATUS

Summary

The A. V. Vishnevski Institute of Surgery, in collaboration with the *Teplotribor* Scientific Research Institute, has developed a complete set of gages and secondary devices for the control of the operation conditions of an artificial blood circulation apparatus. The set and devices were tested in 18 different experiments. On the basis of the results obtained the authors consider their use advisable for the facilitation of the control of perfusion processes.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. В. Ф. Портной, С. Ш. Харнас, И. В. Любимов. Сб. «Медико-химические вопросы искусственного кровообращения» (Материалы I Всесоюзного симпозиума). М., 1966, 209—213.



ПАЛЕОБИОЛОГИЯ

О. Г. БЕНДУКИДZE

БОБР В ГОЛОЦЕНЕ ГРУЗИИ

(Представлено академиком Л. К. Габуния 18.2.1970)

Раскопки 1968—1969 гг., производившиеся в Марнеульском и Болнисском районах Квемо-Картлийской экспедицией Института истории, археологии и этнографии АН ГССР, дали весьма интересный остеологический материал. Обработка его пока еще не завершена, но уже получены заслуживающие внимания данные по зоогеографии субфосильной фауны Грузии. К числу их относятся сведения о присутствии в энеолите нашей страны бобра.

Четвертичная история бобра рода *Castor* в Закавказье изучена весьма слабо. Впервые достоверная находка бобра была отмечена в верхнеплейстоценовой фауне палеолитической пещеры Сакажия [1]. К 1963 г. появилось несколько сообщений о находках, относящихся к верхнеплейстоценовым и голоценовым отложениям бассейнов рек Западной и Восточной Грузии, а также к смежной территории Азербайджана (Мингечаур) [2—9]. Из распределения находок явствует, что ареал бобров в голоцене обнимал почти всю территорию Грузии, за исключением горных областей, где значительный уклон русел рек и потоков создавал должно быть, неблагоприятные условия для их обитания. Как известно, бобры тяготеют больше к рекам со спокойным течением и отлогими берегами, с пойменными затопляемыми лесами, где они легко находят пищу и материал для сооружения плотин и запруды.

Новый материал по бобрам (см. рис. 1) из трех энеолитических поселений Квемо-Картли — Арухло-I, Арухло-III и Цопи, свидетельствует о том, что в юго-восточной Грузии ареал этого животного в эпоху энеолита охватывал бассейн р. Храми<sup>1</sup>.

Существование бобра в данной области в голоцене указывает на значительную облесенность приречных районов бассейна Храми, в то время как ныне здесь преобладает тип степного окультуренного ландшафта. Это предположение подтверждается также результатами пылецевого анализа пробы грунта, взятой на холме Арухло-I, показавшими, что наряду с различными болотными травами в этой мест-

<sup>1</sup> Цопское поселение находится на берегу р. Бануш-чай, которая впадает справа в р. Дебеду, а Арухло-I и Арухло-III расположены на равнине, образуемой между-речьем р. Храми и ее притока Машаверы.



ности произрастали кустарники и деревья, в том числе ива и тополь, которые особенно охотно погрызаются бобрами.

Следует отметить, что две из пяти костей бобра из Квемо-Картли несут на себе явственные следы погрыза человеком (в обоих случаях это косточки молодых животных). Это дает нам основание предполагать, что человек энеолита употреблял мясо бобра в пищу и, не исключено, что уже в то время он ценил мех животного. Известно, что мясо бобра ели многие народы охотников и собирателей.



Рис. 1. Остатки бобров из энеолитических поселений Квемо-Картли (юго-восточная Грузия)

Остатки бобров из культурных слоев, относящихся к историческому периоду, неизвестны, хотя об обитании этого животного в Грузии свидетельствуют различные исторические источники, начиная с античных авторов, отмечавших бобров в Колхиде, и кончая данными Ламберти (1654 г.), Шардена (1686 г.), Вахушти Багратиони (начало XVIII в.), Нордмана (1840 г.), Гогенакера (1837 г.), Радде (1866 г.).

Кеппен в 1902 г. опубликовал сведения о наиболее позднем времени обитания бобра в Закавказье. Он сообщил о двух животных, якобы убитых в 1847 г. на р. Аракс [10]. Эти же данные привел К. А. Сатунин, отметив, что еще в 1909 г. бобры будто бы жили в р. Супса [11]. Наконец, Огнев в 1947 г. издал обзор о бобрах Кавказа, снабдив картой предположительного ареала бобра в недавнем прошлом [12].

Причиной вымирания бобра в Закавказье явился начавшийся уже с эпохи раннего энеолита (неолита) процесс окультуривания

ландшафта, проявлявшийся в вырубании пойменных лесов, что, наряду с прочими антропогенными факторами, решающим образом сказывалось на условиях обитания бобров [5, 6]. По-видимому, ареал бобра в Закавказье уже в древности в значительной степени был разорван и сокращен в результате интенсивной охоты на этого ценного пушного грызуна, и к началу XIX в. сохранились лишь небольшие изреженные популяции животных, обитавших в наиболее укромных и труднодоступных лесах и болотах Колхидской низменности, в бассейнах рек Риони, Куры и Аракса.

Академия Наук Грузинской ССР  
 Институт палеобиологии

(Поступило 19.2.1970)

პალეობიოლოგია

მ. ბენდუკიძე

თახვი საჰართველოს ჰოლოცენში

რეზიუმე

ქვემო ქართლის ენეოლითურ სადგომებში აღმოჩენილი თახვის (*Castor fiber*) ძვლების ნაშთები, ადრე ცნობილ მონაცემებთან ერთად, აშკარად მოწმობს, რომ ადრე ჰოლოცენში ეს მღრღნელი ფართოდ იყო გავრცელებული საქართველოს მთელ ტერიტორიაზე.

PALAEOBIOLOGY

O. G. BENDUKIDZE

THE BEAVER IN THE HOLOCENE OF GEORGIA

Summary

The discovery of remains of the beaver in Lower Kartli shows that in Holocene this rodent was widespread all over the territory of Georgia.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Е. И. Беляева. Бюлл. ком. по изуч. четверт. периода, 6—7. М., 1940.
2. Н. О. Бурчак-Абрамович. Уч. зап. Аз. гос. ун-та, № 3, 1960.
3. Н. О. Бурчак-Абрамович, А. Л. Цицишвили. Сообщения АН ГССР, 32, № 2, 1963.
4. Н. О. Бурчак-Абрамович, Д. В. Гаджиев. Доклады АН АзССР, т. XVIII, № 12, 1962.
5. Н. К. Верещагин, Н. О. Бурчак-Абрамович. Зоол. журнал, т. XXXVII, вып. 12, 1959.
6. Н. К. Верещагин. Млекопитающие Кавказа. М., 1959.
7. В. Громова. Изв. АН СССР, сер. биол. № 5, 1948.
8. В. И. Громов. Труды Ин-та геол. и аук, вып. 64, геол. серия (№ 17), 1948.
9. N. Buczak-Abrahamowicz. Przegląd Zoologiczny, VIII, 1, 1964.
10. Ф. П. Келпен. Журн. Министерства нар. просвещения, 1902.
11. К. А. Сатунин. Travaux du Museum de Georgie, 2, 1920.
12. С. И. Огнев. Звери СССР и прилежащих стран, Грызуны, т. V. М., 1947.

З. И. ХОДЖАВА

## «ВООБРАЖАЕМЫЕ» ОСИ ФЕНОМЕНАЛЬНОГО ПРОСТРАНСТВА В КОНТРАСТНЫХ ИЛЛЮЗИЯХ РАССТОЯНИЯ

(Представлено членом-корреспондентом Академии А. С. Прангшвили 19.3.1970)

Как известно, положение точек на плоскости определяется перпендикулярами, спущенными из них на оси координат. В восприятии начерченных на бумаге осей и точек замечается и различие в расстояниях между каждой заданной точкой и осями координат (абсциссой и ординатой!); но оказывается глаз различает эти расстояния и тогда, когда оси не даны в виде линий и при наличии точек фиксируется только определенное место поля зрения. И это видно из того, что контрасты расстояний, возникающие в условиях данности линейных осей, с меньшей ясностью и легкостью возникают и без них.

А. На рис. 1 изображены две карточки: «инспекционная» (J) и «тестовая» (T) (1. J-карточка: перпендикулярные друг к другу горизонтальная и вертикальная линии (оси координат!) с крестом в точке их пересечения и два маленьких кружка (толщиной 2 мм), находящихся на одинаковом расстоянии от вертикали (ординаты) и на разных — от горизонтали (от абсциссы). Правый кружок ближе к ней, чем левый. T-карточка: те же координатные линии и кружочки, но последние расположены на одинаковых дистанциях от них.

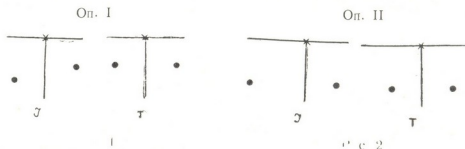
Не подлежит сомнению, что в случае рассматривания только T-карточки с равными промежутками (между кружками и линиями!) человек с нормальным глазомером не оценит их иначе, как одинаковых по длине промежутков. Но не то будет, если ее показать после длительного рассматривания J-карточки с неравными промежутками кругов. Проводим опыт следующим образом.

Под J-карточкой кладем T-карточку так, чтобы знаки и координатные их линии полностью совмещались; при этом совместятся, конечно, и правые T-кружки, а из левых — T-кружок поместится выше J-кружка. Сидя за столом и кладя перед собой обе карточки в строго горизонтальном положении и на нормальном для зрения расстоянии (20—30 см), фиксируем знак J-карточки. Так как кружки и линии видны периферическим зрением, то мы воспринимаем и пространственные промежутки между ними. Продолжив эту фиксацию приблизительно до 20 секунд, снимаем J-карточку и, не двигая глазами, переходим на фик-

(1 Здесь и во всех нижеперечисленных опытах испытуемому сначала показывается инспекционная (J) карточка, а потом — тестовая (T). Каждая карточка представляет собой толстую белую бумагу (размер 19—13 см) с начерченными на ней черной тушью раздражителями: линии, знак фиксации, кружки. На рисунках эти раздражители даны в уменьшенных (на 33%) размерах.

сацию крестика Т-карточки. И что же происходит? Кружки и линии этой карточки воспринимаются тоже периферически, но исчезает равенство промежутков между ними: Т-кружки, находящиеся на одном уровне и на одинаковом расстоянии от линий, на короткое время уже не выглядят таковыми: левый кажется выше правого и, следовательно, ближе к линии абсцисс, чем правый; иначе говоря, возникает иллюзия уменьшения длины левого Т-промежутка.

Б. На рис. 2 даны J-T карточки с теми же координатными линиями и кружками, что в опыте I (см. рис. 1), но со следующей разницей: кружки находятся на одинаковых расстояниях от горизонтальной (абсциссной) линии и, следовательно, на одном уровне, и различие в дистанциях между ними устанавливается только в отношении вертикали (ординаты): левый J-кружок отстоит от вертикали на заметно большем расстоянии, чем правый Т-кружок. Результат: после длительного рассматривания J-карточки (с фиксацией знака!) левый кружок Т-карточки кажется ближе к вертикали, чем правый. Словом, в отличие от опыта I здесь возникает иллюзия уменьшения длины промежутка между вертикалью и кружком Т-карточки. Теперь разберемся в природе этих иллюзий.



Как известно, контраст есть «увеличение» или иллюзионное утрирование различия (в интенсивности или пространственных размерах!) существующего между одновременно или последовательно действующими раздражителями<sup>(1)</sup>; а факт утрирования различия имеется и в описанных опытах: левый J-промежуток между кружком и абсциссой линии в опыте I объективно длиннее совпадающего с ним левого Т-промежутка; и когда вслед за ее длительной инспекцией этот короткий Т-промежуток кажется еще более коротким, чем он есть в действительности, это значит, что иллюзорно уменьшившись, он этим «увеличил» свое отличие от левого J-промежутка и, следовательно, изменился в контрастном его направлении. Но то же самое происходит и в опыте II: так как промежуток между левым кружком и вертикалью (ординатной линией) Т-карточки объективно короче соответствующего промежутка J-карточки, то поэтому под влиянием длинного J-промежутка короткий Т-промежуток еще более укорачивается и, значит, изменяется тоже контрастно. Словом, в обоих случаях факты являются типичными контрастными иллюзиями расстояний-промежутков,

(1) Ассимиляция, наоборот, означает уменьшение различия между раздражителями или полную их идентификацию (уподобление!)

образующихся между каждой координатной линией и другими пунктами воспринимаемой плоскости.

В. Но оказывается, результат получается тот же самый и в том случае, когда опыт проводится без координатных линий только с фиксацией знака и периферическим восприятием кружков. Например: 1. В опыте III (рис. 3) после длительной инспекции J-карточки ле-

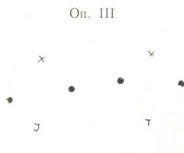


Рис. 3

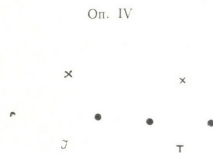


Рис. 4

вый кружок T-карточки кажется выше правого несмотря на то, что координатные линии, являющиеся в опыте I пунктами отсчета, расстояний промежутков, здесь уже не имеются. 2. В опыте IV (рис. 4), где линии тоже отсутствуют, после рассмотрения J-карточки с большим расстоянием между кружками левый T-кружок как бы «приближается» к правому, и расстояние между ними кажется меньшим, чем оно есть в действительности.

Спрашивается: о чем говорят два последних факта — «иллюзия повышения» левого T-кружка сравнительно с правым в опыте III и «иллюзия уменьшения дистанций» между T-карточками в опыте IV? Не о том ли, что эти иллюзии уже не контрасты, не те факты, которые наблюдались в опытах (I—II) с координатными линиями?! Но такое предположение неверно, ибо оба факта — «повышение» левого кружка в опыте III и «сдвиг» его в сторону правого T-кружка в опыте IV — замечаются и в первых двух опытах; и, если там они возникают вследствие контрастно-иллюзорного изменения длины расстояний-промежутков, то нет основания не считать их таковыми и в последних (III — IV) опытах!

Возможно только следующее толкование этих фактов: даны ли будут вместе с кружками и знаком координатные линии, это значения не имеет; ибо когда они реально (в виде начерченных линий) не даны, они все же «подразумеваются» субъектом, проводятся воображаемо через фиксируемый знак, и глаз руководствуется ими как ориентирами или пунктами отсчета расстояний до любых других реально данных и замечаемых в поле зрения пунктов. В опытах III—IV действуют именно эти воображаемо данные линии-координаты; и так как здесь они образуют те же расстояния-промежутки, что и начерченные координаты в первых опытах (I—II), то поэтому и понятно, что опыты без линии дают такие же результаты (контрастные иллюзии расстояния!), какие и опыты с начерченными координатами.

Таким образом, наше положение надо считать доказанным. В пер-



цепции пространственно-дистанционных отношений и в возникновении связанных с нею «контрастных иллюзий расстояния» наличие и определяющее значение воображаемых осей феноменального пространства являются несомненным фактом опыта. Конечно, они не даны в виде каких-то априорных категорий, а создаются в самом акте фиксации определенного места в поле нашего зрения, но действительность их, как эмпирически данных пространственных ориентиров, совершенно очевидна. Фиксация определенного места конструирует и дифференцирует поле зрения субъекта: она делит его на симметричные части: на верхнюю и нижнюю половины и каждую из них — на правую и левую; а это значит, что в воображении субъекта она образует и определенные «линии-ориентиры» (оси координат), проходящие через фиксируемое место (знак) поля зрения и устанавливающие определенные пространственно-дистанционные отношения с другими пунктами этого поля.

Мы думаем, в психологии нельзя найти другого экспериментального метода, более непосредственно и адекватно вскрывающего действительность воображаемых осей пространства, чем наш метод — «метод контраста расстояний».

Академия наук Грузинской ССР

Институт психологии

г.м. Д. Н. Узнадзе

(Поступило 20.3.1970)

ფსიქოლოგია

ზ. ხოჯავა

ფენომენალური სივრცის „წარმოსახული ღერძების“ მოქმედება მანძილის აღქმის კონტრასტულ ილუზიებში

რეზიუმე

გამოკვლევაში ნაჩვენებია, რომ მანძილის კონტრასტული ილუზია საშუალებას იძლევა ექსპერიმენტულად შევისწავლოთ, თუ როგორია ამ „წარმოსახული ღერძების“ მოქმედება ფენომენალური სივრცის აღქმაში.

PSYCHOLOGY

Z. I. KHOJAVA

## THE EFFECT OF IMAGINARY AXES OF PHENOMENAL SPACE IN CONTRAST ILLUSIONS OF DISTANCE

Summary

Fixation of a definite point constructs and differentiates the S's field of vision and divides it into symmetric parts. It divides it into the upper and lower parts and each of them into the right-hand and left-hand parts. This means that in the imagination of the S fixation creates some definite "reference-lines" (axes of co-ordinates), crossing the field of vision that has been fixated and establishing certain space and distance relations with the other points of the field.

There is no other experimental method in psychology which can reveal the effectiveness of imaginary axes more directly and adequately than the above method, i. e., the method of "contrast in distances".



Т. П. КОТЕТИШВИЛИ

## ПОНЯТИЕ АРХАИЧНОСТИ И СТЕПЕНЬ АРХАИЧНОСТИ ФРАЗЕОЛОГИЧЕСКИХ ЕДИНИЦ В НЕМЕЦКОМ ЯЗЫКЕ

(Представлено академиком С. Г. Каухчишвили 1.4.1970)

В предлагаемой статье мы рассматриваем архаические фразеологизмы в немецком языке. Существо проблемы архаизма, будучи рассматриваемо с точки зрения известной дихотомии Ф. де Соссюра [1], представляется в следующем виде: скольжение оси абсцисс (оси одновременности по Соссюру) вниз по оси ординат (оси последовательности его терминологии), т. е. рассмотрение некоторой последовательности синхронных срезов или состояний языка в какой-то данный момент обнаруживает разную скорость движения развития элементов языковой системы: элементы, существовавшие синхронно на уровне синхронного среза А, на уровне среза В уже разошлись. По многим и сложным причинам элемент *m* «отстал» от элемента *n*, т. е. *m* остался компонентом системы В, но занимает уже особое место в системе В, отличное от элемента *n*. Тогда носители языка, интуитивно распознавая эти изменившиеся соотношения, говорят, элемент *m* есть архаизм.

Изложенная точка зрения на проблему архаизма не является, собственно говоря, строгим изложением взглядов Соссюра, поскольку она предполагает попытку совместить диахроническое рассмотрение языка с синхроническим.

Существует одно крупное исследование, в котором отношение между понятийными элементами системы мышления и значимыми элементами семантической системы немецкого языка рассматриваются именно в таком плане, — совмещающем временной и системный моменты: мы имеем в виду работу И. Трира [2], в которой нас, в данном случае, интересует не основная ее идея — семантическое поле, — а именно тот подход к проблеме развития движения системы, который у самого Ф. де Соссюра, собственно говоря, определен лишь негативно.

Эти предварительные замечания мы считаем необходимым, чтобы показать, каков наш общий подход к проблеме: мы рассматриваем архаизм, в частности архаический фразеологизм, как такой элемент семантической системы языка, который характеризуется, прежде всего, некоторым нарушением сдвигом в системе понятий *n*, соответственно, значимым, интуитивно ощущаемым носителями языка, как существенный признак явлений данного класса.

Специфика функционирования архаических фразеологизмов в современном немецком языке состоит в том, что, с одной стороны, это

элементы семантической системы, еще понятные любому носителю данного языка; с другой стороны, это элементы, которые — в ряде случаев — почти или совсем не могут быть понятны носителям данного языка, если пониманию не способствуют какие-либо особые обстоятельства (контекст, лингвистическая или реальная ситуация). Рассмотрим этот тезис несколько подробнее.

Возьмем несколько примеров:

1) nichts als (grausame) Schmahung und Itewize für jm. haben — (обливать кого либо (жестоким) презрением и осыпать укорами).

Первый субстантивный компонент рассматриваемого фразеологизма — Schmahung — легко понятен современному немцу по соотнесенности со Schmach, schmähen Schmähung в то же — Itewize — не может быть понятен без специальных знаний. Ни словарь Гримма, ни какой-либо другой толковый словарь современного немецкого языка не содержит данного фразеологизма в целом, или его второго компонента.

Это и есть пример классического архаизма, тот случай, когда элемент системы уже за ее пределами: он, собственно, к ней уже более не относится, и употребить архаизм такого типа может решиться разве что писатель, которому, так сказать, многое позволено в силу совершенно особого положения, занимаемого им в литературе своей страны.

Таким образом, оба полнозначных субстантивных компонента анализируемого фразеологизма архаичны, хотя и в разной степени: слово Schmahung отличается от существующего в современном немецком языке Schmähung своей «звуковой оболочкой», т. е. материальным, звуковым строением данного языкового знака. Однако значение Schmahung || Schmähung, насколько можно судить по лексикографическим источникам, в общем одно и то же. Кроме того, основа этого слова продолжает оставаться продуктивной в современном немецком языке.

Слово Itewize давно исчезло полностью не оставив никаких следов своего существования. Значение, связанное когда-то с этим языковым знаком, соответствует современному Vorwurf (упрек).

2) Auf die Freite schicken (посылать на поиски невесты: ср. стар. русск. „ехать по невесту“).

В отличие от слова Itewize, в данном случае, словари регистрируют слово Freite (Г. Пауль, [3]), как и фразеологизм в целом.

Соотношение между этими двумя архаическими фразеологизмами, в смысле их регистрации словарями, хорошо показывает постепенность исчезновения языковой единицы, выход ее за пределы системы живого языка.

Можно с уверенностью утверждать, что степень архаичности тут разная: большая в первом случае и меньшая во втором.

3) Fug haben (быть кстати, быть удачным) (guten) Fug haben — архаичный фразеологизм: степень архаичности, совершенно очевидно, меньшая, чем фразеологизма auf die Freite schicken (gehen), т. е., мы дви-

жемся по нисходящей линии при рассмотрении понятия архаичности. В данном случае мы имеем дело уже с такой единицей фразеологического состава немецкого языка, которая, в отличие от предыдущих, не только приблизительно понятна любому носителю данного языка, но ведущий компонент которой вполне употребителен в составе других фразеологизмов (ср. *mit gutem Fuge, Fug zu etwas haben*).

Следовательно, в отличие от *Itewize* и *Freite* которые как семемы прекратили существование, во всяком случае задолго до начала прошлого века, *Fug* семема прекращает свое развитие в пределах того, что называется современным немецким языком.

4) *Über sieben Berge gehen* (зайти невесть куда: идти за темные леса, за высокие горы).

Ни один из тех лексикографических источников, в которых мы находили некоторые сведения об описанных выше фразеологизмах, не регистрирует это выражение.

Фразеологизм *Über sieben Berge gehen* носит архаический характер. От рассмотренных выше фразеологизмов он отличается не только меньшей степенью архаичности — все его компоненты сами по себе не воспринимаются как устаревшие, — но и некоторыми специфическими чертами своей семантики (ср. сакральное значение числа «семь»). В самом деле, компонент *sieben*, очевидно, может рассматриваться с точки зрения носителя современного немецкого языка как слово, мотивация которого уж полностью утрачена.

5) *Grünen (und treuen) Herzens* (добросердечно: от чистого сердца)

Архаичность фразеологизма *grünen Herzens* связана главным образом с первым его компонентом: Компонент *grün* имеет длинную историю: только проследив ее, можно уяснить как значение анализируемого фразеологизма, так и употребление слова *grün* в случаях, аналогичных данному, когда его значение представляется совершенно немотивированным с точки зрения современного немецкого языка.

Процесс развития значения слова *grün* может быть описан следующим образом (свежий—молодой—новый: счастливый — успешный; благосклонный):

Первое, основное значение до сих пор сохранилось в употреблении как в свободных, так и в фразеологических сочетаниях.

Второе, переносное значение развилось из основного в силу вполне естественной ассоциации (свежий, молодой, **новый**, счастливый).

Третье, также переносное значение слова *grün* (благосклонный) существовало, очевидно, сравнительно недолгое время и возникновение, мотивация его не вполне ясны. Наиболее полный материал по истории слова *grün* дает словарь Гр и м а [4].

Но в наши задачи входит не столько описание развития значений слова *grün*, сколько установление того, в каком именно из этих значений оно выступает в качестве компонента фразеологизма „*grünen Herzens*“. Мы имеем здесь как раз то значение, которое и можно видимо, охарактеризовать как архаичное, исчезнувшее из живого употребления уже

давно и сохранившееся лишь в составе фразеологической единицы „jm. (nicht) grün sein“.

Итак, перед нами архаичный фразеологизм, отличающийся от описанных выше спецификой своей семантической характеристики: один из его компонентов полностью выпал из существующей лексико-семантической системы.

Однако именно этот компонент, определяющий в историческом смысле степень архаичности анализируемого фразеологизма, наличествует в другой фразеологической единице, которая в отличие от рассматриваемой нами, продолжает оставаться употребительной и не может быть охарактеризована как архаичная: jm. (nicht) grün sein. Следовательно, дело не только и не столько в компоненте grün как таковом, сколько в сочетании тех или иных компонентов.

Это наблюдение имеет принципиальное значение, поскольку оно подтверждает положения, уже твердо установившиеся в теории фразеологизма (семантическое единство как основной его признак). В самом деле, наличие одного и того же компонента в составе двух разных фразеологических единиц обближает в известной мере их значение, но вовсе не делает его идентичным относительно данного компонента, — в одном случае он воспринимается как совершенно архаичный элемент в составе фразеологизма „grünen Herzens“, в другом — как неотъемлемый элемент значения фразеологизма „jm. (nicht) grün sein“ не носящий, однако, архаичного характера.

Тбилисский педагогический институт  
иностранных языков

(Поступило 2.4.1970)

ენათმეცნიერება

თ. კოტეტიშვილი

არქაულმოგის ცნება და ხარისხი გერმანული ენის  
ფრაზეოლოგიურ ერთეულებში

რეზიუმე

განხილულია პრობლემები, რომლებიც დაკავშირებულია არქაულობის გაგებასთან და ნაჩვენებია არქაულობის ხარისხი გერმანული ენის ფრაზეოლოგიური ერთეულისა. ნაჩვენებია აგრეთვე, რომ ფრაზეოლოგიური ერთეულების არქაულობა განსხვავებული ხარისხისაა.

LINGUISTICS

T. P. KOTETISHVILI

THE PHENOMENON AND THE DEGREE OF ARCHAISM OF  
PHRASEOLOGICAL UNITS IN GERMAN

Summary

Problems connected with the phenomenon of archaism and the degree of archaism of German phraseological units are discussed. It is shown that the degree of archaism of phraseological units varies.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Ф. де Соссюр. Курс общей лингвистики. М., 1933, 88.
2. J. Trier. Der deutsche Wortschatz im Sinnbezirk des Verstandes, Heidelberg, 1931, 298.
3. Deutsches Wörterbuch von H. Paul, Halle, 1908.
4. J. Grimm. Deutsches Wörterbuch, Lpz, 1852.

Т. К. СЕНКЕВИЧ

## К ПРОБЛЕМЕ ОТЧУЖДЕНИЯ В РОМАНЕ РАЛЬФА ЭЛЛИСОНА «НЕВИДИМЫЙ ЧЕЛОВЕК»

(Представлено членом-корреспондентом Академии Т. В. Гамкрелидзе 10.3.1970)

В 1952 году вышел в свет «Невидимый человек» — роман известного негритянского писателя США Ральфа Эллисона. Это произведение большого масштаба, глубокого подтекста, общечеловеческого звучания. Однако в официальной литературной критике Америки предпринимаются попытки «выхолостить», «обезвредить» эту глубоко критическую по своему содержанию книгу, акцентировать лишь ее внешнюю, формальную сторону. «Невидимый человек» объявляется то экзистенциалистским романом, то произведением, относящимся к литературе «подполья» и «отчуждения». Нам кажется необходимым доказать безосновательность подобных попыток.

1. От чего отчужден одинокий страдалец Эллисона? Что отрицает он? Он отрицает черных «просветителей» и белых «благотворителей», в равной мере стремящихся закабалить его; утешительную философию религии и деспотическое руководство Братства, не способных увидеть истинные нужды негритянского народа; отрицает откровенный цинизм Юга и еще более утонченный, скрытый цинизм Севера; механический труд на индустриальных капиталистических предприятиях, обезличивающий людей; трусливых приспособленцев, «дядей Томов» от индустрии и фанатиков, проповедующих идеи национального сепаратизма; отрицает «райнхартизм» — циничную философию приспособления к обстоятельствам. Герой Эллисона отрицает многое, но он отрицает то, что действительно прогнило и негодно в сегодняшней Америке, а не утверждает бессмысленность бытия вообще, как это пытаются доказать иные критики. Он отчужден не от жизни, а от системы, в которой живет и которая оказывает калечащее влияние на судьбу простого человека — «невидимой» единицы.

Но есть же какой-то источник, питающий силы «невидимого человека», укрепляющий его веру в себя и побуждающий его в конце романа выйти из подземелья. Да, герой находит источник духовной силы и моральной чистоты в среде простого народа: это Мэри, приютившая юношу, рабочий люд Гарлема, уличные торговцы, толпы народа, перед которым он произносит свои речи, с которым чувствует глубокое родство и к которому ощущает безграничную любовь. Любовь к своему народу и желание служить ему оказываются для героя средством, с помощью которого он преодолевает свое отчуждение. «Именно любовь приводит «невидимого человека» в подземелье, и она же побуждает



его покинуть это место... Безмянный герой Эллисона обнаруживает, что он должен любить людей больше самого себя и помогать им» — пишет американский критик Дж. Вальдмейер [1]. Читатель непременно заметит, что в эпилоге слово «любовь» становится ключевым. Любовь окажется мудростью, открывшейся прозревающему герою романа. «Меня снова тянет наверх, — говорит «невидимый человек»... — Я обнаружил, что люблю... должен любить».

У героя Эллисона любовь активна, действительна. Она — плод желания найти контакт с людьми и средство его осуществления, результат поисков отчужденного некогда героя, возвращающий его к людям.

2. Глубокий подтекст, вложенный Эллисоном в историю поражения и поисков своего героя, и та исходная позиция, от которой отталкивается герой в своих поисках — остро осознаваемая им необходимость найти свою индивидуальность, постичь свое «я», — дали возможность некоторым критикам причислить «Невидимого человека» к экзистенциалистским романам. Эллисон действительно придает исканиям героя широкий смысл (это может быть и негр, и белый американец, и француз), но герой его прежде всего негр, ищущий справедливости, пытающийся определить свое «я» и свое место в обществе. Героя можно рассматривать и как жертву капиталистической машины в целом, ищущего выхода из нее, стремящегося определить свое к ней отношение; или как современного человека вообще, пытающегося разобраться в хитросплетении человеческих судеб и взаимоотношений, исследующего природу добра и зла, испытывающего в себе конфликт двух этих начал, заложенных в нем природой, как и в любом другом живом существе. Но нельзя считать его экзистенциалистским героем, поскольку поиски истинно экзистенциалистского героя завершаются его разрушением — смертью, безумием или любой другой формой поражения, физической или духовной. В эпилоге же романа (т. е. наиболее важной, программной его части) герой говорит о желании жить и любить. В отличие от героев экзистенциалистских романов он далек от мысли, что мир абсурден. Напротив, герой говорит о разуме, господствующем в мире и призванном покорить хаос. И, наконец, в отличие от экзистенциалистского героя, «невидимый человек» Эллисона обретает какие-то черты, какую-то реальность, тогда как тот продолжает оставаться «невидимым» — некая абстрактная сущность в мире абсурдного, где нарушены все связи, которые не осмыслишь и не наладишь. Эллисон намного более тесно знаком со страданием, с преходящей реальностью, с тайнами жизни, и глубочайшими ее противоречиями, чем большинство современных романистов, которые претендуют на роль философствующих экзистенциалистов, стоящих на грани теологии. Но обладающий глубоким философским смыслом, «Невидимый человек» не уводит людей в заоблачные выси экзистенциалистских рассуждений, а помогает людям упрочить свое положение на земле, найти свое место в жизни и нести свой долг перед обществом.





## 3. И, наконец, «Невидимый человек» и литература «подземелья».

Эпилог возвращает нас в подземелье (именно там встречаемся мы впервые с героем в прологе), где уединяется герой, чтобы осмыслить себя и происходящее вокруг. Таким образом одиночество — не самоцель ухода героя в подземелье. Тем не менее многие критики склонны видеть в концовке романа выражение пессимизма и индивидуализма Эллисона. Они проводят аналогии между «Невидимым человеком», «Записками из подполья» Достоевского и «Человеком из подполья» Р. Райта. В композиции романа Эллисона и в творческом приеме писателя, несомненно, чувствуется влияние Достоевского и Райта. Однако судьбы трех героев различны: для героя Эллисона подземелье — не конечная фраза жизни и размышлений, не конец пути, а лишь одно из звеньев в цепи продолжающихся поисков. Там, в подземной «норе», обретает он плоть и форму, там в результате долгих раздумий приходит он к отрицанию одиночества и решает вернуться к людям. Таким образом становится ясным, что возвращение эпилога к смысловой и стилистической тональности пролога вовсе не означает возвращения героя к исходной точке. Даже если и рассматривать приключения героя как некую спираль, не исключающую и дальнейших «возвращений к началу», то подземелье для героя — и конец и новое начало, возвращение «на круги своя», но возвращение на новом витке, новое возвращение к новому началу. «Период спячки окончен — говорит герой — ...Я выхожу на свет... Кажется, мне уже давно пора выйти. Даже спячка может оказаться чрезмерно затянутой. Возможно, это мое наибольшее социальное преступление. Я долго находился в спячке, даже слишком долго, поскольку и невидимый человек несет ответственность перед обществом, и у него есть своя социальная роль». Слова героя не оставляют сомнений относительно ложности утверждений, доказывающих индивидуализм, пессимизм «невидимого человека», его бессилие перед социальным порядком, загнавшим его в подземелье, его твердое желание остаться навсегда в своей берлоге», в стороне от жизни. «Последний акт «невидимого человека» — не сокрытие во тьме... Его движение вниз (не в канаву, как утверждают фрейдисты, а в угольный подвал, в источник тепла, света, а потому и самоосознания) — это процесс подъема, восхождения к пониманию своей человеческой сущности» ([2], 57) — пишет Эллисон, как бы желая оградить своего героя от слишком мудреных толкователей литературы, упорно твердящих о родстве его романа с декадентской литературой «подземелья». В эссе «Искусство романа» Эллисон подтверждает эту мысль: «В эпилоге... герой выходит из подземелья... он не может дальше оставаться там» ([2], 194). Читатель чувствует, что герою удалось «создать черты своего лица», определить (хотя бы не полностью) свое «я», стать реальным, тогда как те, кто окружали его и были видимыми, становятся невидимыми, ибо оказываются погруженными в себя, пленниками своих навязчивых идей, привычки видеть и мыслить стереотипами. И эта пусть еще не совсем четко определенная индивидуальность намного ближе герою, чем все,

которыми он обладал раньше, ибо он сам выбирает ее, сам решает свою дальнейшую судьбу.

Смысл романа выходит за пределы чисто американской проблемы, приобретает общечеловеческое значение, поскольку поиски индивидуальности, необходимость определить свое «я» и найти свое место в жизни — важнейшая проблема человека любой национальности, любой страны, проблема проблем, проблема всех веков и народов. И роман Эллисона еще раз поднимает ее, еще раз утверждает необходимость ее решения каждым индивидом, желающим стать Человеком.

Тбилисский педагогический  
 институт иностранных языков

(Поступило 12.3.1970)

ლიტერატურის ისტორია

თ. სენკევიჩი

განსხვინების პრობლემის შესწავლისათვის რალფ ელისონის  
 „უჩინარ ადამიანში“

რეზიუმე

1952 წ. გამოქვეყნდა ცნობილი ამერიკელი ზანგი მწერლის რ. ელისონის რომანი „უჩინარი ადამიანი“. ამ ეპიური ხასიათის ნაწარმოებს ფართო ქვეტექსტი. ზოგადსაკაცობრიო პერსპექტივა და ღრმად კრიტიკული ტონი ახასიათებს. მკვრამ ამერიკის ოფიციალური კრიტიკა ხშირად ამახინჯებს რომანის იდეურ შინაარსს, ცდილობს ნაწარმოების ფორმალური მხარის გაფეტვიშებასა და მრავალრიცხოვანი კრიტიკული ელემენტების მიჩქმალვას. მას ხან ეგზისტენციონალურ ნაწარმოებად ნათლავენ, ხან „განსხვინების“ ან „მიწისქვეშა“ ლიტერატურის ნიმუშად აცხადებენ. წერილში დამტკიცებულია ამგვარი ცდების უსაფუძვლობა და ელისონის რომანის ღრმად ჰუმანისტური, ოპტიმისტური ფილოსოფია.

HISTORY OF LITERATURE

T. K. SENKEVICH

ON THE PROBLEM OF ALIENATION IN RALPH ELLISON'S  
 „INVISIBLE MAN“

Summary

„Invisible Man“—a novel by the well-known Negro American writer Ralph W. Ellison—is a large-scale work of wide significance, deep implications, universal overtones and great artistic merits. But in American literary criticism one often finds attempts to belittle the content of this novel by overstressing its artistic achievements and by treating it either as 1) an existential novel, or 2) a novel of „underground“ literature, or 3) as an expression of man's alienation from his self and the world. In this short article an attempt is made to show the incompetence of these interpretations and to prove the humanism and optimism of Ellison's philosophy.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. J. Waldmeir. Coll. „Recent American Fiction“. Boston, 1963, 174.
2. R. Ellison. Shadow and Act. N. Y., 1964.

УДК 9(3)

ისტორია

რ. რცხილაძე

## ბაბილონის შესახებ პეროდოტეს ერთი ცნობის ინტერპრეტაციისათვის

(წარმოადგინა აკადემიკოსმა გ. მელიქიშვილმა 19.2.1970)

ბაბილონის შესახებ პეროდოტეს მრავალრიცხოვანი ცნობებიდან ამჯერად ჩვენ ყურადღებას შევაჩერებთ ერთ-ერთზე, რომელიც ბოლო დრომდე გაუგებრობას იწვევდა მკვლევარ-მთარგმნელთა შორის. აი, რას წერს პეროდოტე თავისი „ისტორიის“ პირველი წიგნის 180-ე თავში: „*τὸ δὲ ἕκτου ἀπὸ πλῆθους οὐκίαιον τριακόντων τε καὶ τετρακόντων*“. „ისტორიის“ როგორც ძველი, ისე ახალი თარგმანები, რომლებზეც ჩვენ ხელი მიგვიწვდებოდა, ზემოთ მოყვანილი წინადადების *τριακόντων*-ისა და *τετρακόντων*-ის შესატყვისად გვაძლევენ „სამსართულიანსა“ და „ოთხსართულიანს“.

თ. მი. შჩენკოს ცნობილ რუსულ თარგმანში ამ ადგილას ვკითხულობთ: „Самый город полон домов трех- и четырехэтажных“ [1]. უფრო ძველ მარტინოვისეულ თარგმანში იგივე ადგილი ასეა გადმოცემული: „Самый же город исполнен домов трех- и четырехэтажных“ [2]. „ისტორიის“ ევროპულ ენებზე მრავალრიცხოვან თარგმანებში, რომელთაგან ჩვენ რამდენიმეს დავასახელებთ, ამ ადგილას ვკითხულობთ შესაბამისად: „*troi et quatre étages*“, „*three and four stories*“, „*drei und vierstöckige*“ [3—6].

ამგვარად, როგორც დავინახეთ, განსხვავება ზემოთ მოყვანილ თარგმანებს შორის არ შეიძინა. პეროდოტეს აღნიშნული ცნობის ასეთი ინტერპრეტაციის გამო ბაბილონის საცხოვრებელი სახლები წარმოუდგებოდათ როგორც მრავალსართულიანი ნაგებობა. ამიტომ არქეოლოგები, მათ შორის რ. კოლდევეი, ო. როიტერი დ სხვები მთელი გულისყურით იკვლევდნენ ბაბილონური სახლების საძირკველთა ნარჩენებს, რათა ზუსტად იცანეს აზღვრათ, თუ რა სიძომის კონსტრუქციას გაუძლებდნენ ისინი. ამ არქეოლოგების აზრით, ბაბილონური სახლები არ შეიძლებოდა ყოფილიყო მრავალსართულიანი, უკიდურეს შემთხვევაში მათ ექნებოდათ ერთი ზედა სართული [7].

ო. რაენი და ფ. ვეტცელი უპირატესობას აძლევენ *τριακόντων*—*τετρακόντων*-ის გაგებას „სამსახურავიანად“ და „ოთხსახურავიანად“, რადგან *ჰეპთა*-ს თარგმნიან სახურავად. ო. რაენი და ფ. ვეტცელი ამგვარ გაგებას არქეოლოგიურ და არქიტექტურულ მონაცემებზე ამყარებდნენ. მათი აზრით, ბაბილონში ერთი საცხოვრებელი სახლი სხვადასხვა დონეზე იყო გადასართული, რადგან მისი ცალკეული ნაწილები განსხვავებული სიმაღლისა შენდებოდა. ასეთი სახლები მრავალსახურავიანად გამოიყურებოდნენ [9, 10].

ქვემოთ ჩვენ შევეცდებით ეს თავისთავად სწორი გაგება პეროდოტეს „ისტორიის“ ზევით დასახელებული საინტერესო ნაწილისა სხვა გზითაც შევამაგროთ. ჩვეულებრივ, სიტყვა *ჰეპთა*—*ბეპთა*-ს, როგორც ეტიმოლოგიური განმარტებით,

ისე ორენოვან ძველებდნულ ლექსიკონებში აქვს სახურავის, ან გადახურვის მნიშვნელობა. ასეა ე. ბუაზაის, ვ. პაპეს, დ. დემეტრაკოსის, ი. ხ. დვორეკის, ა. დ. ვეისმანის ლექსიკონებში [11—14].

ჩვენ თვლით გავადევნეთ პეროდოტესთან აღნიშნული ტერმინის ხმარებას. გამოიკვია, რომ სიტყვა *ბროფი* (*ბროფი*)-ს პეროდოტე ყოველთვის ხმარობს აგრეთვე სახურავისა და გადახურვის მნიშვნელობით; აი რამდენიმე მაგალითი: „*ἦσαν ἐν τῆσι Σάβρισι οἰκίαι αἱ μὲν πλευνεὲς καλᾶμαι, ἔσσι δ' ἄντεσαν καὶ πλίνθιναι: ἦσαν, καλᾶμαι ἔχον τὰς βροφὰς* (V, 101). „სარდში სახლები უმეტესად ლეი-საგან იყო, მათ შორის იმათაც, რომლებიც ავურისაგანაა, ლელი ჰქონდათ სახურავად“. „*βροφὴ δὲ πάντων τοῦτων λιθίνῃ κατὰπερ οἱ τοῖχοι*“ (II, 148). „სახურავი კი მთლიანად ქვისაგანაა, ისევე, როგორც კედლები“. „*τὸ δὲ καταστῆτασ-μα τῆς βροφῆς ἄλλοξ ἐπιπέται: λίθις ἔχον τῆν παρωροφίδα τετραπέγχυα*“ (II, 155). „ხოლო სახურავად გადებულია სხვა ქვა, რომელსაც ოთხი წყრთა ლავგარ-დანი ჰქონდა“. „*κατὰ δ' ἀκριτέτοις βρόφοισι ἄμια μέλαν κέχυται*“ (VII, 140). „სახურავიდან შავი სისხლი მოედინება“ (გამონაკლის შემთხვევას, როცა პეროდოტე სახურავის აღსანიშნავად ხმარობს არა *ბროფი* (*ბროფი*)-ს, არამედ *სტეგი*-ს, ჩვენ მხოლოდ ერთხელ მივაკვლიეთ (VI, 27). ამგვარად, თუ *ბროფი* არის სახურავი, *ტრიპროფი* და *ტეტროფი* უნდა ითარგმნოს—სამსახურავიანი და ოთხსახურავიანი.

ბაბილონის სახლების შესახებ პეროდოტე მხოლოდ სახურავზე ზემოთ მოყვანილი ცნობით ივარგლება. სხვა ბერძენი ავტორებიდან სტრაბონთან ვხვდებით ბაბილონური სახლის უფრო ვრცელ აღწერას, მაგრამ, სამწუხაროდ, სახურავის ან სართულიანობის შესახებ აქ არაფერია ნათქვამი ისეთი, რაც პეროდოტეს ჩვენთვის საინტერესო ადგილის გაგებისათვის გამოდგებოდა [15].

ბაბილონურ წერილობით წყაროებში, რამდენადაც ვიცით, საცხოვრებელი სახლების შესახებ, ან მათ კონსტრუქციულ თავისებურებაზე მცირე რამე მოიპოვება, მაგრამ სართულიანობაზე წარმოდგენის შესაქმნელად, შეიძლება ითქვას, არაფერია; ჩვენ მივაკვლიეთ მხოლოდ ერთ შემთხვევას, სადაც ლაბარაკი უნდა იყოს საცხოვრებელი სახლის კომპლექსის შემკვიდრებაზე და შემდეგ ჩამოთვლილია მისი სხვადასხვა ნაწილები. დასახელებულია სახლის სამხრეთი ნაწილი, აღმოსავლეთი ნაწილი, აგრეთვე ზედა სართული [16]; ზედა სართულის დასახელება აქ გულისხმობს სულ ცოტა ორ სართულს მაინც, მეტი ვარაუდი კი საეჭვოა.

ყველა ზემოთქმულის საფუძველზე პეროდოტეს ცნობა სახლების შესახებ შემდგენიარად უნდა გავიგოთ: „თვით ქალაქი კი სავსე იყო სამ-ოთხსახურავიანი სახლებით“.

ზემოთ მოყვანილ მსჯელობიდან ერთი რამ ცხადია, რომ პეროდოტე, რომელსაც ბოლო დრომდე აბრალებდნენ, ბაბილონელთა საცხოვრებელი სახლების სართულიანობა მოიგონაო, სინამდვილეში წერს მრავალსახურავიან სახლებზე. ამ საკითხში იგი იმსახურებს ჩვენ ინდობას.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია  
 ივ. ჯავახიშვილის სახელობის ისტორიის, არქეოლოგიისა და  
 ეთნოგრაფიის ინსტიტუტი

P. S. RTSKILADZE

 К ИНТЕРПРЕТАЦИИ ОДНОГО СВЕДЕНИЯ ГЕРОДОТА  
О ВАВИЛОНЕ

Резюме

В работе ставится вопрос о новой интерпретации той части 180 главы I книги «Истории» Геродота, где дано сообщение о вавилонских жилых домах. В переводах «Истории» Геродота в интересующем нас отрывке неправильно понимаются слова: *τρῖςροφος* и *τετρῶροφος* как трёх- и четырёхэтажные. Приемлемая интерпретация вышеуказанных слов впервые предложена О. Равном и Ф. Ветцелем. У них *τρῖςροφος* и *τετρῶροφος* значит трёх- и четырёхкровельный, так как *δοφος* это кровля, крыша. Такой перевод они обосновали данными археологии и архитектуры: вавилонский жилой дом не имел единой кровли, так как его части строились не одинаковой высоты; поэтому подобные дома выглядели многокровельными. Следует заметить, что в вавилонских письменных источниках не встречается упоминания какого-либо этажа, кроме одной верхней части дома.

Мы проследили в «Истории» Геродота случаи употребления термина *δοφος* (*δοφή*) (II, 148, 155; V, 101; VII, 140) и убедились, что он имеет значение только кровли крыши. Очевидно, *τρῖςροφος*—*τετρῶροφος* обозначает трёх- и четырёхкровельный. Следовательно, интересующее нас место следует понимать таким образом: „Самый город же полон домов трёх- и четырёхкровельных“.

Новая интерпретация доказывает верность наблюдений Геродота и снимает с него еще одно незаслуженное обвинение в выдумке «многоэтажности» вавилонских жилых домов, тогда как он писал о многокровельных домах.

HISTORY

R. S. RTSKILADZE

 TOWARDS AN INTERPRETATION OF ONE EVIDENCE OF  
HERODOTUS CONCERNING BABYLON

Summary

On the basis of Herodotus' usage of *δοφος*—*δοφή* (roof) in the following passages of his "History": II, 148; II, 155; V, 101; VII, 140, as well as on the data of Babylonian written sources and archaeological research, the evidence found in Chapter 180 of Book I of Herodotus on Babylonian dwelling houses ought to be translated thus: "The town itself abounded in houses with three and four roofs".



## ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. Ф. Мищенкс. Геродот, I. М., 1885.
2. И. Мартынов. История Иродотова. СПб, 1826.
3. Giguët. Histoires d'Herodote. Paris, 1875.
4. Ph. Legrand. Herodote et la decouverte de la terre. Paris, 1968, 68.
5. A. D. Godley. Herodotus, I. London, 1946, 225.
6. E. Richtsteig. Herodote, Historien, I. München, 1961, 134.
7. R. Koldewey. Wiedererstehende Babylon. Leipzig, 1911, 100.
8. O. Reuter. Die Innenstadt von Babylon. Leipzig, 1926, 66.
9. O. E. Ravn. Herodotus, Description of Babylon. Kjobenhavn, 1942, 78—80.
10. F. Wetzel. Babylon zur Zeit Herodots, ZA, 1944, № 14 (48), 61.
11. E. Boisacq. Dictionnaire etymologique de la langue greque. Paris, 1938.
12. W. Папе. Griechische—Deutschen Handwörterbuch. Braunschweig, 1864.
13. И. Х. Дворецкий. Древнегреческо-русский словарь. М., 1958.
14. А. Д. Вейсман. Древнегреческо-русский словарь. СПб, 1894.
15. Strabo, XVI, I, 5; XV, III, 10.
16. M. San Nicolo, H. Petschow. Babylonische Rechtsurkunden aus dem 6. Jahrhundert v. Chr. München, 1960, № 29, 43—44.



3. ფიზიოლოგიული

თავის ძალას ტრეპანაციის შემთხვევები კავკასიიდან

(წარმოადგინა აკადემიოსმა კ. ერისთავმა 4.2.1970)

აკად. ი. ჯავახიშვილის სახელობის ისტორიის, არქეოლოგიისა და ეთნოგრაფიის ინსტიტუტის ანთროპოლოგიური განყოფილების (ხელმძღვანელი მ. აბდუშელიშვილი) ფონდს სხვა მასალებთან ერთად 1962 წელს შეემატა ანთროპოლოგ ლ. შარაშიძის მიერ ჩაჩნეთ-ინგუშეთში მოპოვებული ადამიანის 154 თავის ქალა. აღნიშნული მასალა, გარდა ანთროპოლოგიური მონაცემებისა, პალეოპათოლოგიური თვალსაზრისითაც ყურადღებას იქცევს. მისი ერთი ნაწილის შესწავლის შედეგად გაირკვა, რომ XVI—XVII სს-ში<sup>1</sup> სახალხო დასტაქრებს ოსტეომიელიტის მკურნალობის მიზნით უწარმოებიათ თავის ქალას ტრეპანაცია [1]. იმავე მასალებში ჩვენი ყურადღება მიიპყრო ორმა თავის ქალამ, რომელთა შესახებაც აქვე შევჩერდებით.

თავის ქალა № 526, 40—45 წლის მამაკაცისა. შუბლის ძვლის მარცხენა მხარეს, თხემ-შუბლის ნაკერის ახლო აღინიშნება უსწორმასწორო ფორმის დეფექტი (სურ. 1, a), რომლის ნაპირები, პერიფერიიდან ცენტრის მიმართულებით, დაქანებულია. საზღვარი გარეთა კორტიკალურ, ღრუბლოვან და შიგნითა კორტიკალურ შრეთა შორის არ ჩანს. იგი სადა ძვლოვანი მასითა წარმოდგენილი. დეფექტის სიგრძე 22 მმ, სიგანე 12—16 მმ-ია. რენტგენოგრაფიაზე შუბლის ძვლის მიდამოში მარცხნივ თხემის ძვლის საზღვრის ახლო მოჩანს 22×15 მმ ზომის, მკვეთრი სადა კონტურების მქონე დეფექტი. მის ირგვლივ აღინიშნება ვიწრო ზოლისმაგვარი ჩრდილი, რომლის ინტენსივობა, იმავე ძვლის საღი მიდამოს ჩრდილთან შედარებით, დაქვეითებულია.

თავის ქალა № 640, 40—45 წლის დედაკაცისა. მარცხენა თხემის ძვლის ბორცვის მიდამო 32 მმ სიგრძეზე თითქოს ათლილია და ამის გამო ჩაღრმავებული (სურ. 1, b). ჩაღრმავებული მიდამოს ცენტრში აღინიშნება დეფექტი, რომლის სიგრძე 10 მმ, ხოლო სიგანე 3—4 მმ-ია. დეფექტის ნაპირები, პერიფერიიდან ცენტრის მიმართულებით 35—40 მმ ფართობზე დაქანებულია. გარეთა კორტიკალურ, ღრუბლოვან და შიგნითა კორტიკალურ შრეთა შორის საზღვარი წაშლილია. იგი დაფარულია სადა ძვლოვანი მასით. გვერდით რენტგენოგრაფიაზე მარცხენა თხემის ძვალზე, მოჩანს 12×6 მმ ზომის მკვეთრი, სადა კონტურების მქონე დეფექტი. დეფექტის ირგვლივ აღინიშნება ჩრდილი, რომლის ინტენსივობა, იმავე ძვლის საღი მიდამოს ჩრდილთან შედარებით, მკვეთრად დაქვეითებულია. თავის ქალაზე, ტრეპანირებული მიდამოდან საკმაოდ დაშორებით, გვირგვინოვან და თხემთა შუა, ნაკერების შეყრის ადგილას ძვლის ქსოვილი 55×34 მმ ფართობზე ჩაღრმავებულია (სურ. 1, c). ჩაღრმავებული მიდამო დაფარულია სადა ძვლოვანი მასით. იმავე მონაკვეთში ზემოაღნიშნული ნაკერების კვალი წყდება და სრულებით

<sup>1</sup> მასალა დათარიღდა, თავის ქალათა ასაკი და სქესი განსაზღვრა ანთროპოლოგმა ლ. შარაშიძემ.

აღარ ჩანს, აღწერილი უბნის ცენტრში აღინიშნება ზვრელი, რომლის სიგრძეა 4 მმ, ხოლო სიგანე 2 მმ არ აღემატება. პირდაპირ რენტგენოგრაფიაზე აღნიშნულ უბანს ემთხვევა ქალას ფუძის ძვლის ჩრდილი და იგი ამის გამო არ ისა-



სურ. 1

ხება. გვერდით რენტგენოგრაფიაზე კი თხემის ძვლის მიდამოში მოჩანს  $59 \times 7$  მმ ნავისებური ჩაღრმავება, რომლის ცენტრში მოჩანს  $4 \times 2$  მმ ზომის ოვალური ფორმის, სწორი, მკვეთრი ნაპირების მქონე, ზვრელი. აღნიშნულ მიდამოში გვირგვინოვან და თხემთაშუა ნაკერები სრულიად არ ისახება. № 640 თავის ქალაზე არსებული მეორე დეფექტის მაკროსკოპული და რენტგენოგრაფიული აღწერილობა იმაზე მიუთითებს, რომ ეს უკანასკნელი რომელიდაც არასპეციფიკური ანთებადი დაავადების შედეგადაა გამოწვეული. ამგვარი მოსაზრების სასარგებლოდ მიუთითებს აგრეთვე ის გარემოებაც, რომ აღნიშნულ უბანში მოქცეული გვირგვინოვანი და თხემთაშუა ნაკერები არ ჩანს. ისინი დაფარულია თხელი ძკლოვანი მასით. როგორც დაავადებული, ისე ტრეპანირებული მიდამოს მაკროსკოპული და რენტგენოლოგიური სურათების შედარება საშუალებას იძლევა დავასკვნათ, რომ თავის ქალას ტრეპანაცია, ზემოაღნიშნულ უბანში, უწარმოებიათ დაავადებამდე ბევრად უფრო ადრე. საყურადღებოა ისიც, რომ როგორც ტრეპანაცია, ისე აღწერილი ანთებადი პროცესი ავადმყოფისათვის საბედისწერო არ ყოფილა.

ამგვარად, ზემოთ აღწერილი ორივე თავის ქალას შემთხვევაში, სიცოცხლეშივე გაუკეთებიათ ოპერაცია (თავის ქალას ტრეპანაცია) კარგი შედეგით. მასთან, თავის ქალა № 640-ის მიხედვით თუ ვიმსჯელებთ, აღნიშნული პირი ოპერაციიდან დიდი ხნის შემდეგ დაავადებულა (ტრეპანირებული მიდამოდან დაშორებით) რომელიდაც არასპეციფიკური ანთებადი სენით, რომლიდანაც მალე განკურნებულა.

თავის ქალას ტრეპანაციის ფაქტები ჩაჩნეთ-ინგუშეთის ეთნოგრაფიულ სი-  
 ნამდვილეში, 1897 წ. აღწერა ი. მინკევიჩმა [2]. ასევე, ს. ვირსალა-  
 ძემ, დაღესტანში, ხალხური მედიცინის სხვა საკითხებთან ერთად, 1898 წ.  
 აღწერა ოპერაციის ეს სახეც [3]. ქართული მასალების მიხედვით, ამ ოპერა-  
 ციის ერთ-ერთი სახეობა, დეკომპრესიული ტრეპანაცია, აღწერილია „წიგნი  
 სააქიმოა“-ში (XIII ს.) [4]. ხოლო ეთნოგრაფიულ ყოფაში იგი პირველად  
 აღწერა ექიმმა — გ. თედორაძემ [5]. ამჟამად, პალეოპათოლოგიურ ლი-  
 ტერატურაში, არსებული ცნობების მიხედვით, თავის ქალას ტრეპანაცია მსო-  
 ფლიოში გავრცელებულ ერთ-ერთ უძველეს ოპერაციად ითვლება [6—12].

უკანასკნელ ხანებში კავკასიაში წარმოებულმა არქეოლოგიურმა გათხ-  
 რებმა, ცხადყო, რომ კავკასია ამ მხრივ გამონაკლისს არ წარმოადგენს. სა-  
 ქართველოში, სომხეთში, აზერბაიჯანსა და ჩრდილო ოსეთში მოპოვებულმა  
 კრანიოლოგიურმა მასალამ ნათელყო, რომ ამ ტერიტორიაზე მცხოვრები მო-  
 სახლეობა უკვე ბრინჯაოს ხანაში იცნობდა ტრეპანაციას და მას წარმატებით  
 აკეთებდა [13—16].

ზემოთ აღწერილი ტრეპანირებული თავის ქალები, მართალია, შედარე-  
 ბით მოგვიანო (XVI—XVII სს.) ხანას განეკუთვნება, მაგრამ კავკასიაში  
 თავის ქალას ტრეპანაციის საკითხის სიძველის დადგენაში განსაკუთრებული  
 მნიშვნელობა აქვთ. აღნიშნულის შესწავლამ გვიჩვენა, რომ კავკასიელ ხალ-  
 ხებს ამ ოპერაციის ტექნიკური დამუშავების საქმეში გარკვეული წვლილი  
 შეუტანიათ. ამჟამად საჭიროა მეტი თანმიმდევრული მასალის მოპოვება და  
 გამომზეტურება, რათა საბოლოოდ დადგინდეს კავკასიელ ხალხთა წვლილი  
 მსოფლიო მედიცინის ისტორიის საგანძურში.

თბილისის ტრავმატოლოგიისა და  
 ორთოპედის ინსტიტუტი

(შემოვიდა 5.2.1970)

ИСТОРИЯ НАУКИ

П. М. ПИРПИЛАШВИЛИ  
 ТРЕПАНИРОВАННЫЕ ЧЕРЕПА, ОБНАРУЖЕННЫЕ  
 НА ТЕРРИТОРИИ КAVKAZA

Резюме

На костном палеоантропологическом материале гробниц XVI — XVII вв., находящиеся на территории Чечено-Ингушетии, в 1962 г. обнаружено 2 трепанированных черепа. Макроскопическим и рентгенологическим изучением установлено, что в послеоперационном периоде осложнений не было, оба лица после трепанации жили долгое время.

Примечательным является то, что лицо, которому принадлежит череп № 640, через много лет после операции перенесло неспецифический воспалительный процесс, закончившийся выздоровлением; следы этого заболевания отмечаются на некотором расстоянии от трепанированной области.

Указанные материалы средневековых письменных источников [4], этнографических [2, 3, 5] и археологических (X в. до н. э.) [13—16] данных позволяют заключить, что в разработку техники одной из древнейших операций — трепанации черепа [6, 12] определенный вклад внесли народные врачи Кавказа.

## HISTORY OF SCIENCE

P. M. PIRPILASHVILI

TREPANNED SKULLS FOUND IN THE TERRITORY OF  
THE CAUCASUS

## Summary

Two trepanned skulls were found in 1962 in the osteal palaeoanthropologic material of 16th-17th cc. tombs located in the territory of Cheno-Ingusheti. Macroscopic and roentgenologic study has shown that no complications occurred in the postoperative period and that after the skull trepanation both persons lived for a long time. It is noteworthy that many years after the operation the person to whom the skull No. 640 belonged had a non-specific inflammatory process which ended in recovery; traces of that illness are observable at some distance from the trepanned area. Materials of medieval written sources [4], as well as ethnographic [2,3,5] and archaeologic evidence (10th century B. C.) [13-16] enable to conclude that folk doctors of the Caucasus made a contribution to the development of the technique of skull trepanation—one of the earliest operations [6, 12].

## ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. П. М. Пирпилашвили. Сообщения АН ГССР, т. 57, № 3, 1970.
2. И. И. Минкевич. Медицинский сборник Кавказского Мед. Общества, № 60, Тифлис, 1897, 1—24.
3. С. С. Вирсаладзе. Вестник Общественной Гигиены и Судебной медицины, сент. 1898, 697—702.
4. სოჯა ყოფილი. წიგნი სააქიშო, თბილისი, 1936, 292.
5. გ. თედორაძე. ხუთი წელი ფშავ-ხევსურეთში, თბილისი, 1930, 85—104.
6. P. Broca. Bull. de la société d'anthropologie de Paris, 9, 1874, 542—556.
7. P. Broca. Rev. d'anthropologie, 6, 1877, 193—225.
8. G. Chröder. Fortschr. Röntgenstak. Oktober, Bd. 87, 4, 1957, 538—543.
9. Gy. Regöly—Mérei. Palaeopathologia II. Budapest, 1962, 93—96.
10. P. Bоеv. Sonderdruck aus Anthropologie und Humangenetik Gustav Fischer Verlag, Stuttgart, 1968.
11. Д. Г. Рохлин. Болезни древних людей. М.—Л., 1965, 173—175.
12. В. Я. Демус. Сб. «Материалы IV конференции патологоанатомов Латвии». Рига, 1936, 357—360.
13. П. М. Пирпилашвили. Сообщения АН ГССР, т. 15, № 8, 1954, 551—560.
14. Л. А. Оганесян. История Медицины в Армении, т. I. Ереван, 1946, 35. Карт. 4.
15. Я. И. Гумель. Археологические очерки (сборник статей). Баку, 1940.
16. М. Г. Домба. По материалам древних погребений северной Осетии. Орджоникидзе, 1966, 22—24, 34—66.

## К СВЕДЕНИЮ АВТОРОВ

1. В журнале «Сообщения АН ГССР» публикуются статьи академиков, членов-корреспондентов, научных работников системы Академии и других ученых, содержащие еще не опубликованные новые значительные результаты исследований. Печатаются статьи лишь из тех областей науки, номенклатурный список которых утвержден Президиумом АН ГССР.

2. В «Сообщениях» не могут публиковаться полемические статьи, а также статьи обзорного или описательного характера по систематике животных, растений и т. п., если в них не представлены особенно интересные научные результаты.

3. Статьи академиков и членов-корреспондентов АН ГССР принимаются непосредственно в редакции «Сообщений», статьи же других авторов представляются академиком или членом-корреспондентом АН ГССР. Как правило, академик или член-корреспондент может представить для опубликования в «Сообщениях» не более 12 статей разных авторов (только по своей специальности) в течение года, т. е. по одной статье в каждый номер, собственные статьи—без ограничения, а с соавторами—не более трех. В исключительных случаях, когда академик или член-корреспондент требует представления более 12 статей, вопрос решает главный редактор. Статьи, поступившие без представления, передаются редакцией академику или члену-корреспонденту для представления. Один и тот же автор (за исключением академиков и членов-корреспондентов) может опубликовать в «Сообщениях» не более трех статей (независимо от того, с соавторами она или нет) в течение года.

4. Статья должна быть представлена автором в двух экземплярах, в готовом для печати виде, на грузинском или на русском языке, по желанию автора. К ней должны быть приложены резюме — к грузинскому тексту на русском языке, а к русскому на грузинском, а также краткое резюме на английском языке. Объем статьи, включая иллюстрации, резюме и список цитированной литературы, приводимой в конце статьи, не должен превышать четырех страниц журнала (8000 типографских знаков), или шести стандартных страниц машинописного текста, отпечатанного через два интервала (статьи же с формулами — пяти страниц). Представление статьи по частям (для опубликования в разных номерах) не допускается. Редакция принимает от автора в месяц только одну статью.

5. Представление академика или члена-корреспондента на имя редакции должно быть написано на отдельном листе с указанием даты представления. В нем необходимо указать: новое, что содержится в статье, научную ценность результатов, насколько статья отвечает требованиям пункта 1 настоящего положения.

6. Статья не должна быть перегружена введением, обзором, таблицами, иллюстрациями и цитированной литературой. Основное место в ней должно быть отведено результатам собственных исследований. Если по ходу изложения в статье сформулированы выводы, не следует повторять их в конце статьи.

7. Статья оформляется следующим образом: сверху страницы в середине пишутся инициалы и фамилия автора, затем — название статьи; справа сверху представляющий статью указывает, к какой области науки относится она. В конце основ-



ного текста статьи с левой стороны автор указывает полное название и местонахождение учреждения, где выполнена данная работа.

8. Иллюстрации и чертежи должны быть представлены по одному экземпляру в конверте; чертежи должны быть выполнены черной тушью на кальке. Надписи на чертежах должны быть исполнены каллиграфически и в таких размерах, чтобы даже в случае уменьшения они оставались отчетливыми. Подрисующие подписи, сделанные на языке основного текста, должны быть представлены на отдельном листе. Не следует приклеивать фото и чертежи к листам оригинала. На полях оригинала автор отмечает карандашом, в каком месте должна быть помещена та или иная иллюстрация. Не должны представляться таблицы, которые не могут уместиться на одной странице журнала. Формулы должны быть четко вписаны чернилами в оба экземпляра текста; под греческими буквами проводится одна черта красным карандашом, под прописными — две черты черным карандашом снизу, над строчными — также две черты черным карандашом сверху. Карандашом должны быть обведены полукругом индексы и показатели степени. Резюме представляются на отдельных листах. В статье не должно быть исправлений и дополнений карандашом или чернилами.

9. Список цитированной литературы должен быть отпечатан на отдельном листе в следующем порядке. Вначале пишутся инициалы, а затем — фамилия автора. Если цитирована журнальная работа, указываются сокращенное название журнала, том, номер, год издания, а если цитирована книга, — полное название книги, место и год издания. Если автор считает необходимым, он может в конце указать и соответствующие страницы. Список цитированной литературы приводится не по алфавиту, а в порядке цитирования в статье. При ссылке на литературу в тексте или в сносках номер цитируемой работы помещается в квадратные скобки. Не допускается вносить в список цитированной литературы работы, не упомянутые в тексте. Не допускается также цитирование неопубликованных работ. В конце статьи, после списка цитированной литературы, автор должен подписаться и указать место работы, занимаемую должность, точный домашний адрес и номер телефона.

10. Краткое содержание всех опубликованных в «Сообщениях» статей печатается в реферативных журналах. Поэтому автор обязан представить вместе со статьей ее реферат на русском языке (в двух экземплярах).

11. Автору направляется корректура статьи в сверстанном виде на строго ограниченный срок (не более двух дней). В случае невозвращения корректуры к сроку редакция вправе приостановить печатание статьи или напечатать ее без визы автора.

12. Автору выдается бесплатно 25 оттисков статьи.

(Утверждено Президиумом академии наук Грузинской ССР 10.10.1968; внесены изменения 6.2.1969).

Адрес редакции: Тбилиси 60, ул. Кутузова, 15, телефоны: 37-22-16, 37-93-42

Условия подписки: на год — 12 руб.



## ს ა მ ტ ო რ თ ა ს ა ყ უ რ ა დ ღ ე ბ ო ღ

1. ჟურნალ „საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბეში“ ქვეყნდება აკადემიკოსთა და წევრ-კორესპონდენტთა, აკადემიის სისტემაში მომუშავე და სხვა მეცნიერთა მოკლე წერილები, რომლებიც შეიცავს ახალ მნიშვნელოვან გამოკვლევათა ჯგერ გამოუქვეყნებულ შედეგებს. წერილები ქვეყნდება მხოლოდ იმ სამეცნიერო დარგებიდან, რომელთა ნომენკლატურული სია დამტკიცებულია აკადემიის ბრეზიდენტის მიერ.

2. „მოამბეში“ არ შეიძლება გამოქვეყნდეს ბოლემიკური წერილი, აგრეთვე მიმოხილვითი ან აღწერითი ხასიათის წერილი ცხოველთა, მცენარეთა ან სხვათა სისტემატიკაზე, თუ მასში მოცემული არაა მეცნიერებისათვის განსაკუთრებით საინტერესო შედეგები.

3. საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის აკადემიკოსთა და წევრ-კორესპონდენტთა წერილები უშუალოდ გადაეცემა გამოსაქვეყნებლად „მოამბის“ რედაქციას, ხოლო სხვა ავტორთა წერილები ქვეყნდება აკადემიკოსთა ან წევრ-კორესპონდენტთა წარდგინებით. როგორც წესი, აკადემიკოსს ან წევრ-კორესპონდენტს „მოამბეში“ დასაბეჭდად წელიწადში შეუძლია წარმოადგინოს სხვა ავტორთა არაუმეტეს 12 წერილისა (მხოლოდ თავისი სპეციალობის მიხედვით), ე. ი. თითოეულ ნომერში თითო წერილი, საკუთარი წერილი — რამდენიც სურს, ხოლო თან-ავტორებთან ერთად — არაუმეტეს სამი წერილისა. გამონაკლის შემთხვევაში, როცა აკადემიკოსი ან წევრ-კორესპონდენტი მოითხოვს 12-ზე მეტი წერილის წარდგენას, საკითხს, წყვეტს მთავარი რედაქტორი. წარდგინების ვარგულ შემიძულ წერილს „მოამბის“ რედაქცია წარმოსადგენად გადასცემა აკადემიკოსს ან წევრ-კორესპონდენტს. ერთსა და იმავე ავტორს (გარდა აკადემიკოსისა და წევრ-კორესპონდენტისა) წელიწადში შეუძლია „მოამბეში“ გამოაქვეყნოს არაუმეტეს სამი წერილისა (სულ ერთთა, თანავტორებთან იქნება იგი, თუ ცალკე).

4. წერილი წარმოდგენილი უნდა იყოს ორ ცალად, დასაბეჭდად საესებით მზა სახით, ავტორის სურვილისამებრ, ქართულ ან რუსულ ენაზე. ქართულ ტექსტს თან უნდა ახლდეს რუსული და მოკლე ინგლისური რეზიუმე, ხოლო რუსულ ტექსტს — ქართული და მოკლე ინგლისური რეზიუმე. წერილის მოცულობა ილუსტრაციებითურთ, რეზიუმეებთან და დამოწმებულ ლიტერატურის ნუსხითურთ, რომელიც მას ბოლოში ერთვის, არ უნდა აღემატებოდეს ჟურნალის 4 გვერდს (8000 სასტამბო ნიშანი), ანუ საწერ მანქანაზე ორი ინტერვალით გადაწერილ 6 სტანდარტულ გვერდს (ფორმულებიანი წერილი კი 5 გვერდს). არ შეიძლება წერილების ნაწილებად დაყოფა (სხვადასხვა ნომერში გამოსაქვეყნებლად). ავტორისაგან რედაქცია ღებულობს თავში მხოლოდ ერთ წერილს.

5. აკადემიკოსთა ან აკადემიის წევრ-კორესპონდენტთა წარდგინება რედაქციის სახელზე დაწერილი უნდა იყოს ცალკე ფურცელზე წარდგინების თარიღის აღნიშვნით. მასში აუცილებლად უნდა აღინიშნოს, თუ რა არის ახალი წერილში, რა მეცნიერული ღირებულება აქვს მას და რამდენად უბასულებს ამ წევრების I მუხლის მოთხოვნას.

6. წერილი არ უნდა იყოს გადატვირთული შესავლით, მიმოხილვით, ცხრილებით, ილუსტრაციებითა და დამოწმებული ლიტერატურით. მასში მთავარი ადგილი უნდა აქონდეს დამოუხილი საკუთარი გამოკვლევების შედეგებს. თუ წერილში ვხადავხა, ქვეთავების მიხედვით გამოცემულია დსკვნები, მაშინ საჭირო არაა მათი განწვიორება წერილის ბოლოს.

7. წერილი ასე ღორმდება: თავში ზემოთ უნდა დაიწეროს ავტორის ინიციალები და გვარი, ქვემოთ — წერილის სათაური. ზემოთ მარჯვენა მხარეს, წარმომადგენმა უნდა წააწეროს, თუ მეცნიერების რომელ დარგს განეკუთვნება წერილი. წერილის ძირითადი ტექსტის ბოლოს, მარცხენა მხარეს, ავტორმა უნდა აღნიშნოს იმ დაწესებულების სრული სახელწოდება და ადგილმდებარეობა, სადაც შესრულებულია შრომა.



8. ილუსტრაციები და ნახაზები წარმოდგენილ უნდა იქნეს თითო ცალად კონვერტულ ან ფურცელზე. ამასთან, ნახაზები შესრულებული უნდა იყოს კალკაზე შავი ტუშით. წარწერები ნახაზებს უნდა გაუკეთდეს კალიგრაფიულად და ისეთი ზომისა, რომ შემცირების შემთხვევაშიც კარგად იკითხებოდეს. ილუსტრაციების ქვემო წარწერების ტექსტი წერილის ძირითადი ტექსტის ენაზე წარმოდგენილ უნდა იქნეს ცალკე ფურცელზე. არ შეიძლება ფოტოებისა და ნახაზების დაწებება დედნის გვერდებზე. ავტორმა დედნის კიდვე ფანქრით უნდა აღნიშნოს, რა ადგილას მოთავსდეს ესა თუ ის ილუსტრაცია. არ შეიძლება წარმოდგენილ იქნეს ისეთი ცხრილი, რომელიც ეურნალის ერთ გვერდზე ვერ მოთავსდება. ფორმულები მენიით მკაფიოდ უნდა იყოს ჩაწერილი ტექსტის ორივე ეგზემპლარში; ბერძნულ ასოებს ქვემოთ ყველგან უნდა გაესვას თითო ხაზი წითელი ფანქრით, მთავრულ ასოებს — ქვემოთ ორ-ორი პატარა ხაზი შავი ფანქრით, ხოლო არამთავრულ ასოებს — ზემოთ ორ-ორი პატარა ხაზი შავი ფანქრით. ფანქრითვე უნდა შემოიფარგლოს ნახევარწრით ნიშნაკებიც (რდექსები და ხარისხნა მჩვენებლები). რეზიუმეები წარმოდგენილ უნდა იქნეს ცალ-ცალკე ფურცლებზე. წერილში არ უნდა იყოს ჩასწორებები და ჩამატებები ფანქრით ან მენიით.

9. დამოწმებული ლიტერატურა უნდა დიბეჭდოს ცალკე ფურცელზე. საჭიროა, დაცულ იქნეს ასეთი თანმიმდევრობა: ავტორის ინიციალები, გვარი. თუ დამოწმებულია საკურნალო შრომა, ვუჩვენოთ ეურნალის შემოკლებული სახელწოდება, ტომი, ნომერი, გამოცემის წელი. თუ დამოწმებულია წიგნი, აუცილებელია ვუჩვენოთ მისი სრული სახელწოდება, გამოცემის ადგილი და წელი. თუ ავტორი საჭიროდ მიიჩნევს, ბოლოს შეუძლია გვერდების ნუმერაციაც უჩვენოს. დამოწმებული ლიტერატურა უნდა დალაგდეს არა ანბანური წესით, არამედ დამოწმების თანმიმდევრობით. ლიტერატურის მისათითებლად ტექსტსა თუ შენიშვნებში კვადრატულ ფრჩხილებში ნაჩვენებია უნდა იყოს შესაბამისი ნომერი დამოწმებული შრომისა. არ შეიძლება დამოწმებული ლიტერატურის ნუსხაში შევიტანოთ ისეთი შრომა, რომელიც ტექსტში მითითებული არ არის. ასევე არ შეიძლება გამოუქვეყნებელი შრომის დამოწმება. დამოწმებული ლიტერატურის ბოლოს ავტორმა უნდა მოაწეროს ხელი; აღნიშნოს სად მუშაობს და რა თანამდებობაზე, უჩვენოს თავისი ზუსტი მისამართი და ტელეფონის ნომერი.

10. „მოამბეში“ გამოქვეყნებული ყველა წერილის მოკლე შინაარსი იბეჭდება რეფერატულ ეურნალებში. ამიტომ ავტორმა წერილთან ერთად აუცილებლად უნდა წარმოადგინოს მისი რეფერატი რუსულ ენაზე (ორ ცალად).

11. ავტორს წასაკითხად ეძლევა თავისი წერილის გვერდებზე შეკრული კორექტურა მკაცრად განსაზღვრული ვადით (არაუმეტეს ორი დღისა). თუ დადგენილი ვადისათვის კორექტურა არ იქნა დაბრუნებული, რედაქციას უფლება აქვს შეაჩეროს წერილის დაბეჭდვა ან დაბეჭდოს იგი ავტორის ვიზის გარეშე.

12. ავტორს უფასოდ ეძლევა თავისი წერილის 25 ამონაბეჭდი.

(დამტკიცებულია საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის პრეზიდიუმის მიერ 10.10.1998; შეტანილია ცვლილებები 6.2.1969)

რედაქციის მისამართი: თბილისი 60, კუტუშოვის ქ. № 15; ტელ. 37-22-16, 37-93-42

ს ე ლ მ ო წ ე რ ი ს პ ი რ ო ბ ე ბ ი: ერთი წლით — 12 მან.

6/9/11



ՅՅԵՆ 1 ՅՅԵ.  
ЦЕНА 1 РУБ.

ИНДЕКС 76181