

**ენა, ლოგიკა, კომპიუტერიზაცია**

**VI**

**თეორიული და გამოყენებითი ენათმეცნიერების  
ინსტიტუტი, თსუ**

**საერთაშორისო სიმპოზიუმი TbiLLC**

**LANGUAGE, LOGIC, COMPUTATION**

**VI**

**Institute of Theoretical and Applied Linguistics, TSU**

**TbiLLC**

**2019**

**სარედაქციო კოლეგია:** მათიას ბააზი, ვენის უნივერსიტეტი  
გურამ ბეჟანიშვილი, ნიუ-მექსიკოს სახელმწიფო უნივერსიტეტი  
თამაზ გამყრელიძე, თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი  
პოლ დეკერი, ამსტერდამის უნივერსიტეტი  
დიკ დე იონგი, ამსტერდამის უნივერსიტეტი  
სებასტიან ლობნერი, დიუსელდორფის უნივერსიტეტი  
ბარბარა პარტი, მასაჩუსეტის უნივერსიტეტი

**გამოცემის რედაქტორები:** რუსუდან ასათიანი  
დავით გაბელაია  
მარინე ივანიშვილი  
თემურ კუცია  
ეთერ სოსელია

**დაკაბადონება:** გიორგი ბაგრატიონი

**Editorial Board:** Matthias Baaz, University of Vienna  
Guram Bezhanishvili, New Mexico State University  
Paul Dekker, University of Amsterdam  
Thomas Gamkrelidze, Tbilisi State University  
Dick de Jongh, University of Amsterdam  
Sebastian Löbner, University of Dusseldorf  
Barbara Partee, University of Massachusetts

**Managing Editors:** Rusudan Asatiani  
David Gabelaia  
Marine Ivanishvili  
Temur Kutsia  
Ether Soselia

**Layout:** George Bagrationi

**შინაარსი**  
**CONTENTS**

წინასიტყვაობა Preface .....5

**ენა LANGUAGE** .....7

ენდრიუ კარნიე, გენერატიული გრამატიკა  
თარგმნეს ნათია დუნდუამ და თინათინ ტენტერაშვილმა .....7

Marika Butskhrikidze, Pronunciation of Grammatical Words in Connected Speech:  
A Case Study of Albanian EFL Learners .....37

**ლოგიკა LOGIC** .....58

ალფრედ ტარსკი,  
რა არის ელემენტარული გეომეტრია  
თარგმნა ევგენი კუზნეცოვმა .....58

Levan Uridia, FROM BELIEF to KNOWLEDGE ..... 81

**კომპიუტერიზაცია COMPUTATION** ..... 94

ფონ ლი და ვილემ ზაუდემა,  
კომპოზიციური დისტრიბუციული სემანტიკა  
ხანგრძლივმოქმედი ხანმოკლე მეხსიერებით  
თარგმნეს ნინო ამირიძემ და თემო კუციაშვილმა ..... 94

Nino Amiridze and Temur Kutsia, ANTI-UNIFICATION AND  
NATURAL LANGUAGE PROCESSING ..... 114

© ენა, ლოგიკა, კომპიუტერიზაცია  
© Language, Logic, Computation

ISSN 1512-3170

გამომცემლობა „ნეკერი“, 2019

## **წინასიტყვაობა**

ორენოვანი ჟურნალი „ენა, ლოგიკა, კომპიუტერიზაცია“ აგრძელებს, ერთი მხრივ, ენის, ლოგიკისა და კომპიუტერიზაციის კვლევასთან დაკავშირებული კლასიკური და უახლესი უცხოენოვანი ლიტერატურის ქართულ ენაზე თარგმანების გამოქვეყნებას, მეორე მხრივ კი, საერთაშორისო სამეცნიერო წრეებს აცნობს ქართველ მეცნიერთა შრომებს ინგლისურ და/ან გერმანულ ენებზე.

ჟურნალი მომზადდა თსუ „ენის, ლოგიკისა და მეტყველების“ ცენტრის ინიციატივითა და საერთაშორისო სიმპოზიუმის LLC დაფინანსებით, რისთვისაც საორგანიზაციო კომიტეტს უღრმეს მადლობას მოვასხენებთ.

გამოცემის რედაქტორები

## **PREFACE**

This journal introduces a new volume of “The Georgian Journal for Language, Logic, Computation” edited by the CLLS of TSU with support of the International Symposium LLC. The aims of the journal are twofold: It should increase the availability of the most fundamental publications of logic and linguistics to the general Georgian audience by translating them into Georgian language. In addition it should promote the international access to important papers of Georgian scientists hitherto untranslated by editing them in English. The volume will therefore establish a forum for the Georgian public and international and Georgian scientists to promote the awareness of the international research in logic and linguistics in Georgia. It should be considered as part of the efforts to reestablish Georgia within the European research space.

Editors



# გენერატიული გრამატიკა<sup>1</sup>

## ენდრიუ კარნიე

### შესავალი

მიუხედავად იმისა, რომ ჩვენ ყოველდღიურად ვიყენებთ ენას და შესაბამისი წარმოდგენაც გვაქვს მასზე, იშვიათად ვფიქრობთ მის გასაოცარ ბუნებაზე. მეცნიერები მრავალი საკითხის შესახებ მსჯელობენ; მაგალითად, ენის ე.წ. „ექსპერტი“ უილიამ სეფაიერი (William Safire) გვესაუბრება სიტყვის *hopefully* არასწორ გამოყენებაზე, ან ლექციას გვიკითხავს სიტყვის *boondoggle* წარმოშობის შესახებ, მაგრამ, ჩვენდა გასაკვირად, ისინი ვერასოდეს უახლოვდებიან ენის ჭეშმარიტად გასაოცარ ბუნებას: სინამდვილეში როგორ მუშაობს ენა როგორც რთული მექანიზმი. მოდით, წამით დავფიქრდეთ. თქვენ კითხულობთ და გესმით ნებისმიერი ტექსტის შინაარსი, მაგრამ არა გაქვთ გაცნობიერებული ცოდნა იმის შესახებ, თუ როგორ ახერხებთ ამას. ამ ჯადოქრობის შესწავლა არის ენათმეცნიერების საგანი. ეს წიგნი ეხება ენის შესწავლის ერთ-ერთ ასპექტს: როგორ სტრუქტურირდება წინადადებები, ანუ, მარტივად რომ ვთქვათ, **სინტაქსს**.

ენა წარმოადგენს ადამიანის ფსიქოლოგიურ ან კოგნიტიურ საკუთრებას. ეს, მაგალითად, ნიშნავს, რომ ჩემს ტვინში ნეირონთა გარკვეული ჯგუფის გალიზიანების შედეგად მე აქ ვზივარ და წარმოვქმნი ასოთა ამ მიმდევრობას; ასევე, თქვენს ტვინში ნეირონთა სხვა ჯგუფის გალიზიანება საშუალებას გაძლევთ ეს ჩახლართული მიმდევრობები თარგმნოთ შესაბამის გასაგებ აზრებად და იდებოდ. ყველაფერი ეს რამდენიმე ქვესისტემის მუშაობის შედეგია. განვიხილოთ ისინი მოკლედ. თუ უსმენთ ჩემს ლაპარაკს, მე წარმოვქმნი ბგერათა ტალღებს ჩემი სახმო სიმებით და წარმოვთქვამ გარკვეულ სამეტყველო ბგერებს ჩემი ენით, ბაგეებით და სახმო სიმებით. პროცესის ბოლოს თქვენ უნდა გაიგონოთ ხმოვანი ტალღები და უნდა თარგმნოთ ისინი სამეტყველო ბგერებად თქვენი სასმენი აპარატის გამოყენებით. მეტყველების არტიკულაციისა და აკუსტიკის შესწავლა **ფონეტიკის**

<sup>1</sup> გთავაზობთ ე. კარნიეს წიგნის პირველი ნაწილის (გენერატიული გრამატიკა. შესავალი) თარგმანს: Andrew Carnie. Syntax: A Generative Introduction. Third Edition. 2013. Wiley-Blackwell, A John Wiley & Sons, Ltd., Publication – Part I. Preliminaries. Generative Grammar. pp 1-29.

## LANGUAGE

საგანია. როგორც კი ადამიანი გარდაქმნის ხმოვან ტალღებს სამეტყველო ბგერების მენტალურ წარმოდგენებად, იგი უკვე აანალიზებს მათ მარცვლებად და ალაგებს შესაბამისად. მაგალითად, ინგლისურ ენაზე მოლაპარაკებმა იციან, რომ წარმოქმნილი სიტყვა *bluve* შესაძლოა იყოს ინგლისური სიტყვა, ხოლო *bnuck* – არა. მეცნიერების ამ ნაწილს ეწოდება **ფონოლოგია**. მომდევნო საფეხურზე ადამიანები იღებენ ბგერათა ამ ჯგუფებს და მათი სისტემური დალაგებით ქმნიან მნიშვნელობის მქონე ერთეულებს (მორფემებს) და სიტყვებს. მაგალითად, სიტყვა *dancer* შედგება მნიშვნელობის მქონე ორი ერთეულისაგან: *dance* და სუფიქსი *-er*. ენის ამ დონეზე კვლევას ეწოდება **მორფოლოგია**. შემდეგ თქვენ ალაგებთ სიტყვებს ფრაზებად და წინადადებებად. ენობრივი სისტემის ამ დონის შესწავლისათვის ზოგადი ტერმინია **სინტაქსი**. საბოლოოდ, ფრაზებსა და წინადადებებს, რომლებიც გესმით, გარდაქმნით აზრებად და იდეებად. ეს არის ბოლო ნაბიჯი, რომელიც მიემართება ენობრივი სისტემის შესწავლის **სემანტიკურ** დონეს.

სინტაქსი შეისწავლის ენის იმ დონეს, რომელიც მოქცეულია სიტყვებსა და გამონათქვამების – წინადადებების – მნიშვნელობებს შორის. ეს არის მედიატორული დონე წარმოთქმულ ბგერებსა (რომლებიც სიტყვებად არის ორგანიზებული) და იმას შორის, რისი თქმაც სურთ.

ენის შესწავლის ერთ-ერთი მართლაც გასაოცარი ასპექტი, ალბათ, არ გულისხმობს მხოლოდ სიტყვა *demerit*-ის წარმომავლობის შესწავლას, პუნქტუაციის წესებს ან იმას, თუ როგორ დაანგრიეს ბავშვებმა ინგლისური ენა. სინამდვილეში, ეს არის კვლევა იმის შესახებ, თუ როგორია გზა ბგერებიდან და სიტყვებიდან მნიშვნელობებამდე. ეს არის სინტაქსის შესწავლის საგანი.

### 1. სინტაქსი როგორც კოგნიტიური მეცნიერება

კოგნიტიური მეცნიერება მოიცავს იმ დისციპლინათა ჯგუფს, რომელთაც აქვთ ერთი და იგივე მიზანი: აღწერონ და ახსნან ადამიანის შესაძლებლობა იაზროვნოს (ან, უფრო კონკრეტულად, იფიქროს აბსტრაქტულ ცნებებზე, როგორებიცაა სუბატომური ნაწილაკები, სხვა პლანეტებზე სიცოცხლის არსებობის შესაძლებლობა, ან თუნდაც რამდენი ანგელოზი დაეტევა ნემსის წვერზე, და სხვ.). ერთი რამ, რაც ადამიანებს განასხვავებს სხვა ცხოველებისაგან, თუნდაც შედარებით უფრო ქვევანი შიმპანზეებისა და სპილოებისაგან, არის ის, რომ ჩვენ შეგვიძლია პროდუქტიულად გამოვიყენოთ ენა. ენა თამაშობს მნიშვნელოვან



როლს აბსტრაქტულ ცნებათა გააზრებაში; ან, სულ მცირე, ჩანს, რომ ენა სტრუქტურირებულია იმგვარად, რომ ის გვაძლევს აბსტრაქტული ცნებების გამოხატვის საშუალებას.<sup>2</sup> ამგვარად, ლინგვისტიკა არის კოგნიტიური მეცნიერების ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი ქვედისციპლინა.<sup>3</sup> წინადადებებით გამოვხატავთ აბსტრაქტული აზროვნების პროცესებს, ასე რომ, სინტაქსის შესწავლა არის მნიშვნელოვანი საყრდენი იმის გასაგებად, თუ როგორ ვამყარებთ კომუნიკაციას და ვურთიერთობთ ერთმანეთთან.

## 2. სინტაქსის მოდელირება

ნოამ ჩომსკისა და მის თანამოაზრეთა მიერ შექმნილი უმთავრესი სინტაქსური თეორიის მოდელირება 1950-იანი წლებიდან იწყება და გრძელდება დღემდე. ამ თეორიას, რომელსაც განვითარების პროცესში სხვადასხვა სახელი ჰქონდა (ტრანსფორმაციული გრამატიკა (TG), ტრანსფორმაციულ-გენერატიული გრამატიკა, სტანდარტული თეორია, გავრცობილი სტანდარტული თეორია, მართვისა და ბმულობის თეორია (GB) (Government and Binding theory), პრინციპები და პარამეტრული მიდგომა (P&P) (Principles and Parameters approach) და მინიმალიზმი (MP)), ხშირად მოიხსენიებენ, როგორც **გენერატიულ გრამატიკას**. ამ კვლევითი პროგრამიდან წარმოიშვა მთელი რიგი სინტაქსური თეორიების განშტოებები. ეს მოიცავს ლექსიკურ-ფუნქციონალურ გრამატიკას (LFG) და თავით-მართული ფრაზის სტრუქტურულ გრამატიკას (HPSG) (ესენიც გენერატიულ გრამატიკად არის მიჩნეული). გენერატიული გრამატიკის ერთ-ერთი ვერსია, რომელსაც აქ უმეტესად შევხებით, არის, უხეშად რომ ვთქვათ, პრინციპებსა და პარამეტრებზე დამყარებული თეორიული მიდგომა (Principles and Parameters approach), თუმცა აქედან შიგადაშიგ გადავიხრებით უფრო ახალი ვერსიისკენ, რომელსაც ეწოდება **მინიმალიზმი**.

გენერატიული გრამატიკის ძირითადი თეზისია ის, რომ წინადადებები წარმოიქმნება ქვეცნობიერი პროცესების შედეგად (კომპიუტერული პროგრამების მსგავსად). ეს პროცესები წარმოადგენს ჩვენი აზროვნების, ან სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, კოგნიტიური შესაძლებლობების, ნაწილს. სინტაქსური თეორიის მიზანია,

2 ზღუდავს თუ არა ენა იმ აბსტრაქტულ ოდენობებს, რომლებზეც ჩვენ ვფიქრობთ (ამ თვალსაზრისს ეწოდება სეპირ-უორფის ჰიპოთეზა), უაღრესად საკამათო საკითხია და სინტაქსის ფარგლებს ცდება.

3 ფსიქოლოგიასთან, ნეირომეცნიერებებთან, კომუნიკაციასთან, ფილოსოფიასთან და კომპიუტერულ მეცნიერებებთან ერთად.

## LANGUAGE

ვანარმოთ ამ პროცესების მოდელირება, ანუ, ჩვენ ვცდილობთ წარმოვიდგინოთ, რა ვიციტ ქვეცნობიერად ჩვენი ენის სინტაქსის შესახებ.

გენერატიულ გრამატიკაში ამ პროცესების მოდელირება ხდება ფორმალური გრამატიკული წესების სიმრავლის მეშვეობით. აღსანიშნავია, რომ ამ წესებს არაფერი აქვთ საერთო იმ გრამატიკულ წესებთან, რომლებსაც სკოლაში სწავლობდით. ისინი არ გასწავლიან, როგორ უნდა იხმარო სწორად პუნქტუაციის ნიშნები წინადადებაში, ან რომ არ უნდა გახლიჩო ინფინიტივი. ამის ნაცვლად, ისინი გვეუბნებიან, როგორ რიგს, დავალაგოთ სიტყვები წინადადებაში. მაგალითად, ინგლისურში სუბიექტი ყოველთვის წინ უძღვის ზმნას – ეს არის ისეთი ინფორმაცია, რომელიც კოდირებულია გენერატიულ წესებში. ამ წესებმა უნდა წარმოქმნან, მოახდინონ წინადადებების გენერაცია ენაში. აქედან მოდის სახელწოდება *გენერატიული გრამატიკა*. თქვენ შეგიძლიათ იფიქროთ ამ წესებზე, როგორც ბრძანებაზე კომპიუტერულ პროგრამაში. ის, კომპიუტერული პროგრამის მსგავსად, ნაბიჯ-ნაბიჯ დაგალაგებინებთ სიტყვებს წინადადებაში.

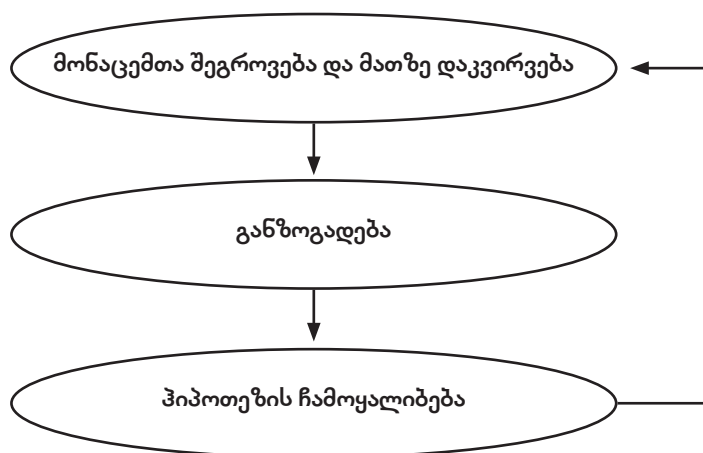
### **3. სინტაქსი როგორც მეცნიერება – მეცნიერული მეთოდი**

აღამიანთა უმრავლესობისათვის ენის შესწავლა მიეკუთვნება ჰუმანიტარულ მეცნიერებებს, რაც ნიშნავს, რომ ენის შესწავლა ემსახურება მხოლოდ ენის გამოყენების „მშვენიერებას“ კარგ (და არცთუ ისე კარგ) ლიტერატურაში. თუმცა, არ არსებობს სხვა კონკრეტული მიზეზი, გარდა ჩვენი მისწრაფებისა, საიმისოდ, რომ ენის შესწავლა შევზღუდოთ ჰუმანიტარული მიდგომით. ასევე შესაძლებელია, ენის შესწავლას მივუდგეთ მეცნიერული პერსპექტივიდან; ეს ენათმეცნიერების სფეროა. აღამიანები, რომლებიც შეისწავლიან ლიტერატურას, ხშირად ადანაშაულებენ ენათმეცნიერებს, რომ ისინი გაურბიან კარგი პროზის სიმდიდრეს და ჩრდილში აქცევენ ენის მშვენიერებას. ეს სიმართლისგან შორსაა. ენათმეცნიერთა უმრავლესობა, ამ ნაშრომის ავტორის ჩათვლით, სიამოვნებით კითხულობს ღირებულ მხატვრულ ლიტერატურას და მეტიც, მომიჯნავედ, ისინი ხშირად შეისწავლიან ენის ჰუმანიტარულ ასპექტებს. ეს, რა თქმა უნდა, არ ნიშნავს, რომ ისინი არ აფასებენ და არ სწავლობენ ენის ფორმალურ თვისებებს (ან წესებს) და ამას მხოლოდ მეცნიერული პერსპექტივიდან განიხილავენ. ენის შესწავლის ეს ორივე მიდგომა ღირებულია, ისინი ავსებენ ერთმანეთს და არ გამორიცხავენ ერთს მეორისაგან.

*მეცნიერება*, შესაძლოა, ერთ-ერთი ყველაზე ღარიბულად განმარტებული

სიტყვა ინგლისურ ენაში. ჩვენ მეცნიერებად ისეთ ადამიანებს მივიჩნევთ, რომლებიც სწავლობენ ბაქტერიებს, ფიზიკურ ნაწილაკებს, ქიმიური ნაერთების წარმოქმნას, თუმცა, ქუჩაში რომ ჰკითხოთ ნებისმიერ ჯოს ან ჯილს, რა არის მეცნიერება, გაგიჭირდებათ რიგიანი განმარტების მიღება. მაგრამ თავად მეცნიერებისთვის, *მეცნიერება* მიემართება შესწავლის გარკვეულ მეთოდოლოგიას: სამეცნიერო მეთოდს. სამეცნიერო მეთოდების ცნება საფუძველს იღებს უძველეს საბერძნეთში (არისტოტელე, ევკლიდე, არქიმედე). მეთოდი მოიცავს მონაცემებზე დაკვირვებას, მონაცემთა მოდელის განზოგადებას, ჰიპოთეზების განვითარებას და მიღებული ჰიპოთეზების გადამოწმებას უფრო მეტ მასალაზე. საბოლოოდ, ეს ჰიპოთეზები გადაიხედება, რათა შესაბამისობაში მოვიდეს ახალ მასალასთან და შემდეგ კვლავ გადამოწმდეს. მეთოდის თანმიმდევრობა ასე შეგვიძლია წარმოვადგინოთ:

1)



სინტაქსში ამ მეთოდოლოგიას წინადადების სტრუქტურის კვლევისას ვიყენებთ. სინტაქსის სპეციალისტები იწყებენ<sup>4</sup> ენობრივ მასალაზე დაკვირვებით, შემდეგ მასალაში მოპოვებულ მოდელებს განაზოგადებენ (მაგ., ინგლისურის მარტივ თხრობით წინადადებებში სუბიექტი წინ უსწრებს ზმნას), შემდეგ აგებენ ჰიპოთეზებს და ამოწმებენ მათ უფრო მეტ სინტაქსურ მასალაზე. ბოლოს, თუ საჭირო გახდა, უბრუნდებიან და გადააფასებენ ჰიპოთეზებს.

4 ეს ოდნავ ზედმეტად გამარტივებული სურათია. აქ საქმე გვაქვს „ქათმისა და კვერცხის“ პრობლემასთან. თქვენ არ შეიძლება იცოდეთ, რა მასალა უნდა შეისწავლოთ, თუ არ გაქვთ ჰიპოთეზა იმის შესახებ, თუ რა არის მნიშვნელოვანი; და თქვენ არ გექნებათ ჰიპოთეზა, თუ არ გაქვთ რაღაც ძირითადი წარმოდგენა მასალაზე. საბედნიეროდ, ისევე, როგორც სინტაქსში მომუშავეთა ეს ფილოსოფიური დილემა ხშირად არარელევანტურია, ასევე შეგვიძლია გადავეშვათ ორივეში ერთსა და იმავე დროს – ჰიპოთეზის ფორმირებასა და მასალის ანალიზში.

## LANGUAGE

ჰიპოთეზები სასარგებლოა მხოლოდ **პროგნოზის** გასაკეთებლად. ჰიპოთეზა, რომელიც არ იძლევა პროგნოზს (ან, უარეს შემთხვევაში, ყველაფერს უშვებს) უვარგისია სამეცნიერო თვალსაზრისით. კერძოდ, ჰიპოთეზა უნდა იყოს **შესწორებადი**. ეს იმას ნიშნავს, რომ უნდა შეგვეძლოს მოვიძიოთ რაიმე მასალა, რომელიც, თუ ჭეშმარიტია, გვიჩვენებს, რომ ჰიპოთეზა მცდარია. ჩვენ ხშირად ვეძებთ შემთხვევებს, როცა, ჩვენი ჰიპოთეზების მიხედვით, წინადადება უნდა იყოს გრამატიკული (და ის არ არის), ან შემთხვევებს, როცა, ჰიპოთეზების თანახმად, წინადადება არაგრამატიკული უნდა იყოს (ფაქტის საწინააღმდეგოდ).

სინტაქსში ჰიპოთეზებს ეწოდება **წესები**, ხოლო ჰიპოთეზათა ჯგუფს, რომელიც აღწერს ენის სინტაქსს – **გრამატიკა**.

ტერმინმა **გრამატიკა** შესაძლოა ზოგიერთი ჩვენგანი შეაშფოთოს, თუმცა იმთავითვე უნდა აღინიშნოს, რომ არსებობს გრამატიკული წესების ჩამოყალიბების ორი გზა: ერთი – რომელიც ასწავლის ადამიანებს, როგორ უნდა ილაპარაკონ (ეს არის, რა თქმა უნდა, ინგლისურის მასწავლებლებისა და რედაქტორთა საქმეა); ესენია **პრესკრიფციული/ნორმატიული წესები** (ვინაიდან ისინი აკანონებენ, როგორ უნდა ვილაპარაკოთ სტანდარტის შესაბამისად). ასეთი წესების ზოგიერთი მაგალითია: „არასოდეს დაასრულო წინადადება წინდებულთ“, „გამოიყენე *whom* და არა *who*“ და „არ გახლიჩო ინფინიტივები“. ეს წესები გვეუბნება, როგორ უნდა გამოვიყენოთ ჩვენი ენა. მეორე მიდგომაა, დაწეროთ ისეთი წესები, რომლებიც აღწერენ, თუ როგორ საუბრობენ ადამიანები რეალურად, მეტყველებენ თუ არა ისინი „სწორად“. ამათ ეწოდებათ **დესკრიფციული წესები**. განვიხილოთ მიდგომა, რომელსაც ამ წიგნში ვიყენებთ. საინტერესოა, რომელია ამ ორი ტიპიდან (აღწერითი/დესკრიფციული თუ პრესკრიფციული) უფრო მეცნიერული? რომელი წესი შეძლებს უკეთესად გაგვაგებინოს, თუ როგორ იყენებს გონება ენას? ჩვენ უფრო მეტად ფოკუსირებულნი ვართ დესკრიფციულ წესებზე. ეს, რა თქმა უნდა, არ ნიშნავს, რომ პრესკრიფციული წესები არაა მნიშვნელოვანი, მაგრამ, ჩვენი მიზნებიდან გამომდინარე, უპირატესობას დესკრიფციულ წესებს ვანიჭებთ.<sup>5</sup>

<sup>5</sup> პრესკრიფციული/დესკრიფციული საკითხების საინტერესო განხილვისათვის იხ. Pinker (1995): *The Language Instinct*.

### 3.1. სამეცნიერო მეთოდის ნიმუში, გამოყენებული სინტაქსში

მივუბრუნდეთ სამეცნიერო მეთოდის ფაქტობრივ გამოყენებას გარკვეული ენობრივი მასალის მიმართ. ქვემოთ წარმოდგენილი მასალა ეხება არსებითი სახელის სპეციალურ ფორმას, რომელსაც ეწოდება **ანაფორა**. ეს მოიცავს არსებით სახელებს, რომლებიც ბოლოვდება *-self* ბოლოსართით (მაგ., *himself, herself, itself*). მე-5 თავში მიმოხილული იქნება ეს ფენომენი უფრო დეტალურად, აქ კი მხოლოდ მის ერთ ზედაპირულ ასპექტს შევხებით. ქვემოთ მოცემულ წინადადებებში, სინტაქსური ლიტერატურის სტანდარტის მიხედვით, გრამატიკულად გაუმართავი წინადადება აღნიშნულია **ვარსკვლავით** (\*). მოცემულ წინადადებებში ვიგულისხმობთ, რომ ბილი მამრობითი სქესისაა, ხოლო სალი – მდედრობითი.

- 2)           a) Bill kissed himself.  
               b) \*Bill kissed herself.  
               c) Sally kissed herself.  
               d) \*Sally kissed himself.  
               e) \*Kiss himself.

გამოუცდელი თვალისთვის გრამატიკულად გაუმართავი წინადადებები (2b და d) სულელური ჩანს. ცხადია, ბილს არ შეუძლია აკოცოს *herself*-ს, რადგან იგი მამრობითი სქესისაა. თუმცა, რაც არ უნდა ცხადი იყოს, ეს წარმოადგენს უფრო დიდი განზოგადების ნაწილს ანაფორების განაწილების შესახებ. კერძოდ, (2) წინადადებების განზოგადებით, ანაფორა უნდა ეთანხმებოდეს **სქესში** იმ არსებით სახელს, რომელსაც იგი მიემართება (თავის **ანტეცედენტს**). ამგვარად, 2a-სა და b-ში ვხედავთ, რომ ანაფორა უნდა ეთანხმებოდეს სქესში **ბილს**, თავის ანტეცედენტს. ანაფორას უნდა ჰქონდეს მამრობითი ფორმა – *himself*. სიტუაცია ანალოგიურია 2c-სა და d-შიც; ანაფორამ უნდა მიიღოს ფორმა *herself*, რათა ის შეუთანხმდეს სქესში მდედრობით **სალის**. ასევე, წინადადება, როგორცაა 2e, გვიჩვენებს, რომ ანაფორას უნდა ჰქონდეს ანტეცედენტი: ანაფორა ანტეცედენტის გარეშე მიუღებელია. ამდენად, დამაჯერებელი ჰიპოთეზა (ან წესი) მოცემული (2)-ში, ფორმულირებულია (3)-ში:

- 3) ანაფორას უნდა (i) ჰქონდეს ანტეცედენტი და (ii) ეთანხმებოდეს სქესში (მამრობითი, მდედრობითი ან საშუალო) ანტეცედენტს.

მეცნიერული მეთოდოლოგიის შემდგომი ნაბიჯია ამ ჰიპოთეზის შემოწმება უფრო მეტ მასალაზე. განვიხილოთ (4)-ში წარმოდგენილი დამატებითი მონაცემები:

## LANGUAGE

- 4)
- a) The robot kissed itself.
  - b) She knocked herself on the head with a zucchini.
  - c) \*She knocked himself on the head with a zucchini.
  - d) The snake flattened itself against the rock.
  - e) ?The snake flattened himself/herself against the rock.
  - f) The Joneses think themselves the best family on the block.
  - g) \*The Joneses think himself the most wealthy guy on the block.
  - h) Gary and Kevin ran themselves into exhaustion.
  - i) \*Gary and Kevin ran himself into exhaustion.

წინადადებები (4a, b და c) აკმაყოფილებენ ზემოთ მოცემული ჰიპოთეზის მოთხოვნას, რომ ანაფორა უნდა შეუთანხმდეს სქესში თავის ანტიცედენტს, რაც, სულ მცირე, ადასტურებს, რომ ჰიპოთეზა სწორ გზაზეა. რაც შეეხება 4d და e წინადადებებს, ჩანს, რომ თითქოს ნებისმიერი სქესი უთავსდება ანტიცედენტს *the snake* „გველი“. ეს კი, როგორც ზედაპირულად ჩანს, ეწინააღმდეგება ჩვენს ჰიპოთეზას. მოდით, ჩავუღრმავდეთ ამ მაგალითებს: არის თუ არა 4e წინადადება გრამატიკულად სწორი, დამოკიდებულია თქვენს ვარაუდზე გველის სქესთან დაკავშირებით: თუ მიგაჩნიათ (ან იცით), რომ გველი მამრობითია, მაშინ *The snake flattened himself against the rock* სწორად არის ფორმირებული, მაგრამ იმავე შემთხვევისთვის *The snake flattend herself against the rock*-ზე უკვე უცნაურია, თუმცა, იგი სწორი იქნება, თუ ვივარაუდებთ, რომ გველი მდედრობითი სქესისაა. ამგვარად, ჩანს, რომ ეს მაგალითიც აკმაყოფილებს (3)-ში მოცემულ განზოგადებას; როგორც წესი, აქ გაუგებრობას იწვევს ის, რომ ჩვენ იშვიათად ვართ დარწმუნებული გველის სქესში, და არა ის, თუ გრამატიკულად რამდენად სწორია წინადადების რეალური სტრუქტურა.

ახლა შევხედოთ წინადადებებს 4f - i; აღვნიშნოთ, რომ g და i წინადადებების არასწორი ფორმირება ჩვენი განზოგადებით ვერ განისაზღვრება. სინამდვილეში, ჩვენი განზოგადება გვეუბნება, რომ 4i წინადადება შესაძლოა იყოს გრამატიკულად სწორი, თუ *himself* ეთანხმება სქესში (მამრობით) მის ანტიცედენტებს Gary-სა და Kevin-ს. თუმცა, ცხადია, რაღაც არასწორია ამ წინადადებაში. ჰიპოთეზა საჭიროებს გადახედვას. როგორც ჩანს, ანაფორა უნდა უთანხმდებოდეს სქესსა და **რიცხვში** ანტიცედენტს. რიცხვი მიემართება ინდივიდთა რაოდენობას, რომელიც მოცემულია წინადადებაში. ინგლისურში განასხვავებენ მხოლოდობით და მრავლობით რიცხვს. ეს აისახება ჩვენ მიერ შესწორებულ (5) ჰიპოთეზაში:

5) ანაფორა უნდა შეუთანხმდეს სქესსა და რიცხვში თავის ანტეცედენტს.

თუ ანტეცედენტში მოცემულია ერთზე მეტი საგანი ან პიროვნება, მაშინ ანაფორა უნდა იყოს მრავლობით რიცხვში (ე.ი., themselves).

თუ შევამოწმებთ ამას უფრო დიდ მასალაზე, შეგვიძლია დავინახოთ, რომ ნაწილობრივ სწორი ვარაუდია 6a წინადადებაში, მაგრამ ვერ განისაზღვრება, რამდენად მისაღებია 6b-e წინადადებები:

- 6) a) People from Tucson think very highly of themselves.  
 b) \*I gave yourself the bucket of ice cream.  
 c) I gave myself the bucket of ice cream.  
 d) \*She hit myself with a hammer.  
 e) She hit herself with a hammer.

ე.ი. კიდევ უფრო მეტი გადამოწმებაა საჭირო. ის, რაც 6b-e-ში არის გამოხატული, უკავშირდება გრამატიკულ განსხვავებას **პირის** სხვადასხვა კატეგორიებს შორის. პირი ასახავს მოლაპარაკის პერსპექტივას სამეტყველო აქტის დანარჩენ მონაწილეებთან მიმართებაში. **პირველი პირი** მიემართება მოლაპარაკეს; **მეორე პირი** – ადრესატს; **მესამე პირი** კი მიემართება პირებს, რომელთა შესახებ ლაპარაკობენ და რომლებიც არ არიან მეტყველების აქტის უშუალო მონაწილენი. ქვემოთ მოცემულია თითოეულ პირთან დაკავშირებული ინგლისური პირის ნაცვალსახელები (**ნომინატივი** არის **ბრუნვის** ფორმას, რომელსაც პირის ნაცვალსახელი იღებს, როდესაც ის სუბიექტია, როგორცაა / წინადადებაში / love peanut butter; **აკუზატივი** არის ფორმა, რომელსაც იღებს, როდესაც ის ობიექტის პოზიციაშია, როგორცაა *me* წინადადებაში *John loves me*):

7)

	Nominative		Accusative		Anaphoric	
	Singular	Plural	Singular	Plural	Singular	Plural
1	I	we	me	us	myself	ourselves
2	you	you	you	you	yourself	yourselves
3 masc	he	they	him	them	himself	themselves
3 fem	she		her		herself	
3 neut	it		it		itself	

ამ ცხრილიდან ვხედავთ, რომ ანაფორის ფორმა, როგორც ჩანს, ასევე უთანხმდება პირში თავის ანტეცედენტს. აქედან გამომდინარე, შეგვიძლია კიდევ ერთხელ შევასწოროთ ჩვენი ჰიპოთეზა (წესი):

## LANGUAGE

8) ანაფორა უნდა შეუთანხმდეს პირში, სქესსა და რიცხვში თავის ანტეცედენტს.

ამ ჰიპოთეზის თანახმად, უკვე გვაქვს ამ ტიპის არსებით სახელთა განაწილების ცალსახა წესი, რომელიც მივიღეთ სამეცნიერო მეთოდის გამოყენებით. ქვემოთ წარმოდგენილ პრობლემათა კონტექსტში, და ასევე მე-6 თავში, შესაძლებლობა მოგეცემათ გადაამოწმოთ ეს (8) წესი უფრო ვრცელ მასალაზე.

### 3.2 მონაცემთა წყაროები

როცა სინტაქსის მეცნიერულ მეთოდებზე ვსაუბრობთ, მნიშვნელოვანია განვსაზღვროთ ჩვენი მონაცემების წყაროები. ერთ-ერთი წყარო ამჟამად არის წერილობითი და ზეპირი ტექსტების კოლექციები. ასეთ მონაცემებს **კორპუსები** ეწოდება. არსებობს ბევრი კორპუსი, ზოგიერთი მათგანი ინტერნეტითაც იძებნება. ისეთი ენის შემთხვევაში, რომელსაც არა აქვს ლიტერატურული ტრადიცია, ანდა რომელზეც ადამიანთა ძალიან მცირე ჯგუფი საუბრობს, ენათმეცნიერი იძულებულია, წავიდეს, ადგილზე შეაგროვოს საჭირო მასალა და შეადგინოს კორპუსი. გასული საუკუნის ადრეულ წლებში ენათმეცნიერები უპირველესად ამით იყვნენ დაკავებულნი და დღესაც კი ბევრი მკვლევარი სიამაყით ასრულებს ამ სამუშაოს.

ენათმეცნიერი ჰაიდი ჰარლი (Heidi Harley) თავის ბლოგში<sup>6</sup> აღწერს, თუ როგორ გამოიყენა საძიებო საშუალებები ლინგვისტური ანალიზისთვის. იგი აღნიშნავს, რომ მისი ყურისთვის გამოთქმა *half full of something* უღერს ბუნებრივად, მაგრამ *half empty of something* – არა. იგი ადარებს *half empty* vs. *half full*-ს და *half empty of* vs. *half full of*-ს და აღმოაჩენს, რომ *half full*-ის შეფარდება *half empty*-სთან, *of*-ის გარეშე, არის დაახლოებით 1:1; ხოლო *half full of*-ის შეფარდება *half empty of*-თან – დაახლოებით 149:1. ეს გასაოცარი სხვაობაა. ჰარლიმ შეძლო გამოეყენებინა ვებ-გვერდი, რათა ეჩვენებინა, რომ ასეთი ოდნავ შესამჩნევი განსხვავებები გამოსახულებებს შორის აისახება მოცემულ გამოსახულებათა გამოყენების სიხშირეებში.

მაგრამ კორპუსული ძიებები ყოველთვის არ არის ადეკვატური იმისათვის, რომ მოვიძიოთ ინფორმაცია, რომელიც სინტაქსის სპეციალისტებს სჭირდებათ. უმეტესწილად, კორპუსები შეიცავს მხოლოდ გრამატიკულად სწორ წინადადებებს. მაგრამ, ზოგჯერ ყველაზე მკაფიო ინფორმაციას იძლევა ჩვენი ცოდნა იმის შესახებ, რომ ცალკეული წინადადება არაგრამატიკულია (ე.ი. არაა ჩვეულებრივი

6 <http://heideas.blogspot.com/2005/10/scalar-adjectives-with-arguments.html>.



ინგლისურის წინადადება), ან რომ ორი მსგავსი წინადადება შინაარსობრივად ძალიან განსხვავებულია. დასაწყისისთვის განვიხილოთ წინადადებათა შემდეგი წყვილი (9):

- 9)           a) Doug blew the building up.  
              b) Doug blew up the building.

ინგლისური ენის ყველა მატარებელი დაგვეთანხმება, რომ ორივე მათგანი სწორია, თუმცა უპირატესობას მიანიჭებს 9b-ს. მათ, ასევე, იცინან, რომ პირველი წინადადების მნიშვნელობა ცალსახაა, ხოლო მეორეს აქვს ორი მნიშვნელობა (*He destroyed the building using explosives vs. he blew really hard with his lungs up the stairwell*). მართალია, მეორე ნაწილი ცოტა სულელურია, მაგრამ წინადადების ამგვარი ინტერპრეტაცია სავსებით ლეგიტიმურია.

(9)-ის წინადადებები შევუდაროთ (10)-ის მსგავს წყვილს. ამ ფორმებში სიტყვა *the building* ჩანაცვლებულია ნაცვალსახელით *it*:

- 10)           a) Doug blew it up.  
              b) Doug blew up it.

აქ აღმოვაჩინთ ინტერპრეტაციის განსხვავებულ მოდელს. 10a არის ისეთივე ცალსახა, როგორც 9a, ის მიემართება აფეთქების მოქმედებას და შეუძლებელია ჰქონდეს მნიშვნელობა, რომ დოუგი თავად, თავისი ფილტვებით უბერავდა ძლიერ რაღაცას (*Doug was blowing hard with his lungs up something*). წინადადება 10b კი სიურპრიზია. 9b-სგან განსხვავებით, 10b-ს არ შეიძლება რაიმე საერთო ჰქონდეს აფეთქებასთან. მისი ინტერპრეტაცია შეიძლება იყოს მხოლოდ ის, რომ დოუგი უბერავდა ჰაერს მას (რაღაცას), რაც არ უნდა იყოს ეს „მას“ (“it”). გავიხსენოთ, რომ (9)-ში წაკითხვა, რომელიც ჰაერის შებერვას გულისხმობდა, სულელური ან უცნაური იყო, თუმცა პირის ნაცვალსახელთან ეს ერთადერთი შესაძლო ინტერპრეტაციაა.

მიუხედავად იმისა, რომ კორპუსები უდავოდ მონაცემთა ღირებულ წყაროს წარმოადგენენ, ისინი მაინც მხოლოდ ნაწილობრივ გვიქმნიან წარმოდგენას იმის შესახებ, თუ რა ხდება ჩვენს გონებაში. უფრო კონკრეტულად, კორპუსები ხშირად შეიცავენ მხოლოდ მისაღებ (ან, უფრო ზუსტად, გრამატიკულად სწორ) წინადადებებს (წინადადებები, რომლებიც კარგად („ok“) ჟღერენ ენის მატარებლისთვის). მაგალითად, *ნიუ-იორკ ტაიმსის* ონლაინ გამოცემა შეიცავს ძალიან ცოტა არაგრამატიკულ წინადადებას. ბუნებრივი მეტყველების კორპუსიც

## LANGUAGE

კი, სავსე იმ შეცდომებით, რომელთაც ყველა მოლაპარაკე უშვებს, ნამდვილად არ შეიცავს იმ მასალას, რომელიც გვჭირდება ჩვენი ჰიპოთეზების დასაზუსტებლად. ასე რომ, კორპუსები უბრალოდ არასაკმარისია: არავინ იცის, კორპუსი შეიცავს თუ არა გრამატიკული წინადადებების ყველა შესაძლო ფორმას. სინამდვილეში, ენის პროდუქტიული ბუნებიდან გამომდინარე, კორპუსი ვერასოდეს მოიცავს ენის ყველა გრამატიკულ ფორმას, თუნდაც ტიპობრივ, სანიმუშო მაგალითებსაც კი. იმისათვის, რომ გავერკვეთ, რა ვიცით ჩვენი ენის შესახებ (გახსოვდეთ, სინტაქსი კოგნიტიური მეცნიერებაა), საჭიროა ვიცოდეთ, როგორი წინადადებები არ მიიჩნევა გრამატიკულად სწორად. ეს ნიშნავს, რომ იმისათვის, რომ ვიცოდეთ ინგლისურის, იტალიურის ან იგბოს დასაშვები წინადადებების დიაპაზონი, თავდაპირველად უნდა ვიცოდეთ, თუ როგორი წინადადებები არ არის დასაშვები ინგლისურში, იტალიურში ან იგბოში. ასეთი სახის უარყოფითი ინფორმაცია ძალზე იშვიათად გვხვდება კორპუსებში, რომლებიც, ძირითადად, გვანვდიან გრამატიკულად სწორ და კარგად აგებულ წინადადებებს.

განვიხილოთ შემდეგი წინადადება:

11) \*Who do you wonder what bought?

ინგლისურ ენაზე მოლაპარაკეთა უმრავლესობისათვის მოცემული წინადადება არაა გამართული. საიდან ვიცით ეს? ოდესმე სკოლაში უსწავლებიათ, რომ არ შეიძლება თქვა (11)-ის მსგავსი წინადადება? ოდესმე წარმოუთქვამთ ეს წინადადება აქამდე თქვენი თანდასწრებით? ეჭვი მეპარება. ის, რომ (11)-ის მსგავსი წინადადება ყლერს უცნაურად, ხოლო (12a და b)-ის მსგავსი წინადადებები მისაღებია, არსადაა ასახული კორპუსში:

12) a) Who do you think bought the bread machine?

b) I wonder what Fiona bought.

ასეთ შემთხვევაში ჩვენ უნდა დავეყრდნოთ ჩვენი მშობლიური ენის ცოდნას (ან იმ ენაზე მოლაპარაკე კონსულტანტის ცოდნას, რომელზეც ჩვენ ვერ ვლაპარაკობთ). აღსანიშნავია, რომ ეს არაა გაცნობიერებული ცოდნა. ეჭვი მეპარება, ინგლისური ენის ბევრი მატარებელი აღმოჩნდეს, რომელიც შეძლებს გითხრათ, თუ რატომ არის (11) წინადადება საშინელი, მაგრამ უმეტესობა გეტყვით, რომ ის საშინელია. ესაა ქვეცნობიერი ცოდნა. ამ ქვეცნობიერი ცოდნის აღწერაა საინტერესო.

ფსიქოლოგიურ ექსპერიმენტს, რომელიც გამოიყენება ამ ქვეცნობიერი ცოდნის ამოსატანად, ეწოდება **გრამატიკული განსჯის ამოცანა (grammaticality judgment**

**task**). იგი გულისხმობს შემდეგს: მშობლიურ ენაზე მოლაპარაკეს აკითხებენ წინადადებას. მან უნდა განსაჯოს, ეს წინადადება კარგად ფორმირებულია (გრამატიკულია), კარგად ფორმირების ზღვარზეა თუ ცუდად ფორმირებულია (მიუღებელი ან არაგრამატიკულია).

არსებობს განსხვავებული სახეები გრამატიკული განსჯისა. მაგალითად, ქვემოთ მოცემული ორი წინადადიდან ორივე ცუდადაა აგებული, მაგრამ სხვადასხვა მიზეზით:

- 13) a) #The toothbrush is pregnant.  
b) \*Toothbrush the is blue.

(13a) წინადადება ანომალიურად უღერს (შდრ. *the toothbrush is blue*), რადგან ვიცით, რომ კბილის ჯაგრისი (გარდა ფანტასტიკური ლიტერატურისა ან პოეზიისა) ვერ იქნება ორსულად. წინადადების მნიშვნელობა უცნაურია, თუმცა ფორმა სწორია. ჩვენ ამას ვუნოდებთ **ცუდ სემანტიკურ ფორმირებას (semantic ill-formedness)** და აღვნიშნავთ #-ით. ამის საწინააღმდეგოდ, ჩვენ შეგვიძლია (13b) წინადადების მნიშვნელობის გაგება; ის სემანტიკურად მისაღები ჩანს (კბილის ჯაგრისი შეიძლება იყოს ლურჯი), მაგრამ სტრუქტურული თვალსაზრისით ცუდადაა აგებული. ანუ, განსაზღვრული არტიკლი *the* არასწორ ადგილასაა წინადადებაში. სწორედ ამას ჰქვია **სინტაქსურად ცუდად აგებული** წინადადება. ინგლისური ენის მოლაპარაკე ორივე ამ წინადადებას შეაფასებს როგორც ცუდად აგებულს, ოღონდ სრულიად განსხვავებული მიზეზების გამო.

### 3.3 კომპეტენცია vs. პერფორმანსი

მსგავსი საკითხი ეხება გრამატიკულად მიუღებელ ფორმებს, მაგალითად, როგორიცაა (14). ინგლისურ ენაზე მოლაპარაკემ, რომლისთვისაც ინგლისური მშობლიურია, რამდენჯერმე უნდა წაიკითხოს ეს წინადადება, აზრი რომ გამოიტანოს.

- 14) # Cotton shirts are made from comes from India.

ასეთი ტიპის წინადადება (რომელსაც ეწოდება **garden path sentence**) ძალიან რთულია გასაგებად და საანალიზოდ. ამ მაგალითში პრობლემა ისაა, რომ მოსალოდნელ-სასურველ წაკითხვაში *cotton* არის არსებითი სახელი, რომელიც მოდიფიცირებულია რედუცირებული განსაზღვრებითი დამოკიდებული წინადადებით: *(that) shirts are made from*. წრფივი მიმდევრობა – *cotton*-ს რომ

## LANGUAGE

მოსდევს *shirt* – ქმნის ბუნდოვან ფრაზას: *cotton shirt*. უნდა აღვნიშნოთ, რომ ასეთი ტიპის დამოკიდებული წინადადების სტრუქტურა სხვა კონტექსტში მისაღებია; შევადაროთ: *That material is the cotton shirts are made from*. მე-14-ის მსგავსი წინადადების გაგება ბევრად მარტივია, თუ მას წავიკითხავთ მკვეთრად გამოხატული პაუზებით (... ნიშნავს პაუზას): *Cotton ... shirts are made from ... comes from India*, ან *that*-ის ჩამატებით, რაც დაყოფს პოტენციურად ორბზროვან *cotton shirts* მიმდევრობას: *The cotton that shirts are made from comes from India*. ასეთი ტიპის (*garden path*) წინადადების ნაკლი ის არის, რომ, როდესაც ნაგულისხმევ შინაარსს გაიგებს, მშობლიურ ენაზე მოლაპარაკემ შეიძლება გააიგივოს იგი გრამატიკულ წინადადებებთან, ან თუნდაც ისეთ წინადადებებთან, რომლებსაც თითქოს მსგავსი სტრუქტურები აქვთ, თუმცა არიან განსხვავებულნი და გრამატიკულად სწორი. მაგრამ ჩვენთვის, როგორც ლინგვისტებისთვის, პრობლემა ისაა, რომ მშობლიურ ენაზე მოსაუბრემ შეიძლება ძალიან ძნელად აღიქვას მოცემული წინადადებების მნიშვნელობა წაკითხვის პირველ რამდენიმე ჯერზე.

მსგავსი სიტუაცია წარმოიქმნება, როდესაც გვაქვს მართლაც გრძელი წინადადებები რთული სინტაქსური კავშირებით. შევხედოთ (15)-ს. მისი პირველი წაკითხვა შეაშფოთებს ინგლისურად საშუალო დონის მოლაპარაკეს. მაგრამ თუ მას რამდენჯერმე წავიკითხავთ, ნათელი გახდება მისი შინაარსი. სინამდვილეში, წინადადება გრამატიკულად გამართული ჩანს.

15) Who did Bill say Frank claimed that Mary seems to have been likely to have kissed?

მიზეზი, რატომაც ეს წინადადება ძნელად გასაგებია, არის ის, რომ კითხვითი სიტყვა *who* ძალიან შორსაა იმ ადგილიდან, სადაც ის მისი ინტერპრეტირება უნდა მოხდეს (როგორც ობიექტი *kiss* ზმნისა), და, ამასთანავე, ამ ორ წერტილს შორის განთავსებული მონაკვეთიც საკმაოდ რთული სტრუქტურისაა. მაგრამ როგორც კი ჩავუღრმავდებით, დავინახავთ, რომ ის, როგორც წინადადება, უკვე მისაღები ხდება. ამგვარი ეფექტის ყველაზე ცნობილ მაგალითს ჰქვია **ცენტრის ჩასმა (center embedding)**. ინგლისურ წინადადებაში, მართალია, ხშირად არ ვხვდებით ჩართულ დამოკიდებულ წინადადებებს სუბიექტსა და ზმნას შორის და, ამდენად, (16) მაგალითი, რომელიც ცოტათი გაუშალაშინებელია, მაინც კარგ წინადადებად ითვლება ინგლისურად მოლაპარაკეთა უმეტესობისთვის. მაგალითად, ჩვენ გვაქვს ცოტა ისეთი ყველი, როგორც თავგებს უყვართ, და ის ყარს (We have some

cheese, the kind that mice love, and it stinks.). თუ გიჭირთ ქვემოთ მოცემული წინადადების გაგება, გააკეთეთ გრძელი პაუზები *cheese*-ის შემდეგ და *stinks*-ის წინ.

16) Cheese mice love stinks.

თუმცა, ვერანაირი პაუზა ვერ გამოასწორებს წინადადებას, სადაც მეორე შეკვეცილი დამოკიდებული წინადადება მოთავსებულია *mice*-ის შემდეგ, იმ მნიშვნელობით, რომ ყველი, რომელიც უყვართ თავგებს, რომელთაც იჭერენ კატები, ყარს.

17) #Cheese mice cats catch love stinks.

ამ წინადადების ინტერპრეტაცია ფაქტობრივად შეუძლებელია ინგლისურ ენაზე მოლაპარაკეთათვის. ჩომსკი (1965) ამტკიცებდა, რომ ამ წინადადებაში გრამატიკა არ ქმნის პრობლემას (რამდენადაც ინგლისურის გრამატიკა უშვებს შეკვეცილ დამოკიდებულ წინადადებებს სუბიექტის შემდეგ და ზმნის წინ), პრობლემა არის ის, რომ შეზღუდულია ჩვენი ხანმოკლე მეხსიერება<sup>7</sup> ან ასევე შეზღუდულია ჩვენი გონებრივი შესაძლებლობა დაყოს ნაწილებად წინადადებები მაშინ, როცა მათ ვისმენთ. ინგლისური სინტაქსური ანალიზის **დაშლა-დანაწევრების (parsing)** სისტემა წარმოადგენს სისტემას, რომელიც წინადადებას შლის ნაწილებად და იგი გარკვეულწილად შემოსაზღვრულია, მისი საზღვრები არ ემთხვევა გრამატიკულობის განმსაზღვრელ საზღვრებს. ინგლისური ენის მატარებელთათვის (14), (15) და (16) წინადადებები მიუღებელია თვისებრივად განსხვავებულად, ვიდრე წინადადება (13).

განსხვავება, რომელიც ჩვენ დავინახეთ ზემოთ წარმოდგენილ მაგალითებში, ცნობილია როგორც **კომპეტენცია/პერფორმანსის (competence/performance)** განსხვავება. როდესაც ვლაპარაკობთ ან ვუსმენთ, ამ აქტით ენის გარკვეულ ფრაგმენტის წარმოვქმნით. ეს პერფორმანსი შეიძლება შეწყდეს სხვადასხვა სახის გარეგანი ფაქტორით, მაგალითად, ჩვენ გუნება შეგვეცვალოს ან მოვიწყინოთ, დავახველოთ ან გაურკვევლად წარმოვთქვათ სიტყვები, დაგვაინწყდეს, რა გავიგეთ მანამდე, ან, შესაძლოა, ჩავლილი ავტობუსის ხმაურის გამო ვერ გავიგონოთ მნიშვნელოვანი სიტყვა. **პერფორმანსი** ფაქტობრივად არის ის ენა, რომელიც არის წარმოთქმული ან გაგონილი. **კომპეტენცია**, პირიქით,

7 ხანმოკლე (მუშა) მეხსიერების ჰიპოთეზა საეჭვოა, რამდენადაც მოლაპარაკებებს ისეთ ენებზე, როგორებიცაა, მაგალითად, იაპონური და გერმანული, შეუძლიათ უპრობლემოდ გაიგონ მსგავსი წინადადებები თავიანთ ენებზე.

## LANGUAGE

მიემართება იმას, რაც ვიცით ჩვენი ენის შესახებ; მასზე არ ზემოქმედებს სხვადასხვა ფაქტორი, რამაც შეიძლება აამღვრიოს პერფორმანსის წყალი. გაიხსენეთ მართლაცდა გრძელი და კომპლექსური მე-(15) წინადადება გაგება. ამ წინადადების თავდაპირველი მიუღებლობა გამონვეული იყო პერფორმანსის პრობლემით. მაგრამ, როდესაც დაფიქრდით და დააკვირდით, დაინახეთ, რომ ის იყო ჩვეულებრივი გრამატიკულად გამართული ინგლისური წინადადება – უბრალოდ მართლაცდა რთული. როდესაც ეს გააკეთეთ, თქვენ ჩანვდით ინგლისური ენის გრამატიკაში თქვენს კომპეტენციას (ანუ ცოდნას).

ყოველივე ამას მივყავართ ახალ საკითხთან. ყურადღებით მოუსმინეთ, როდესაც ვილაც ლაპარაკობს (ეს არ გულისხმობს ლექციას ან ხმამაღლა კითხვას, არამედ მართლა ლაპარაკს, როდესაც ვილაც მართლა ესაუბრება ვილაცას). აუცილებლად შენიშნავთ, რომ არც ერთი მათგანი არ საუბრობს გრამატიკული წინადადებებით. ისინი ტოვებენ რალაცებს და ფრაგმენტულად ლაპარაკობენ. ისინი იწყებენ და წყვეტენ ერთსა და იმავე წინადადებას რამდენჯერმე. ყველა ასე იქცევა, ყველაზე მჭევრმეტყველიც კი. ამრიგად, უმეტესი ნაწილი იმისა, რაც გვესმის (ან ვხედავთ სალაპარაკო ენის კორპუსებში) „არაგრამატიკული“ ფორმებისგან შედგება. თუმცა, თუ თქვენ ინგლისური ენის მატარებელი ხართ, შეგიძლიათ განსაჯოთ, ეს წინადადება მისაღებია თუ არა. ეს ორი რამ, სასაუბრო ენის გაგება და წინადადების სისწორეზე მსჯელობა, სხვადასხვა უნარია და მიემართება, უხეშად, პერფორმანსსა და კომპეტენციას.

ანალოგია, რომელმაც შეიძლება ასეთ განსხვავებას ნათელი მოჰფინოს, შემდეგში მდგომარეობს: წარმოიდგინეთ, რომ ხართ პროგრამული უზრუნველყოფის ინჟინერი და წერთ კომპიუტერულ კოდს. თავდაპირველად ამუშავებთ ამ კოდს საკუთარ კომპიუტერზე და ის კარგად მუშაობს. კომპიუტერული კოდის შექმნა ძირითადი კომპეტენციის ერთგვარი პერფორმანსია. შემდეგ თქვენ მას ცდით თქვენი პატარა დის ძველ პერსონალურ კომპიუტერზე. აღმოჩნდება, რომ პროგრამა არ მუშაობს ისე, როგორც მოელოდით - ის ძალზე ნელია, იჭედება, გამუდმებით ამუშავებს ქულერს და ახურებს პროცესორს. თქვენ ბრუნდებით უკან და ამოწმებთ კოდს. კოდში შეცდომა არაა და კომპიუტერული ენის ყველა მოთხოვნას აკმაყოფილებს. ამრიგად, კომპეტენციის თვალსაზრისით, ყველაფერი რიგზეა. რეალურად პრობლემა არის არა კოდში, არამედ იმ მანქანაში, რომელზეც მას იყენებთ. პროცესორი ძალიან ძველია, არა აქვს საკმარისი მეხსიერება და თქვენ გაქვთ კომპიუტერი, რომელიც მიდრეკილია გადახურებისკენ. ეს ყველაფერი პერფორმანსის პრობლემაა.

და რას ნიშნავს ყოველივე ეს ლინგვისტიკისთვის, რომელიც იყენებს გრამატიკულობის განსჯას როგორც სინტაქსის კვლევის საშუალებას? ეს ნიშნავს, როდესაც განსჯას ემყარებით, ნათლად უნდა ჩამოაყალიბოთ, რა განსაზღვრავს იმას, კონკრეტული წინადადება მისაღებია თუ მიუღებელი. წინადადება მისაღებია მხოლოდ იმიტომ, რომ თქვენ ინფორმაციის დიდი ნაწილი კონტექსტის მიხედვით გაიგეთ (ამ შემთხვევაში ჩვენ შეგვიძლია ეს მივიჩნიოთ პერფორმანსის ეფექტად)? თუ მოსმენილ წინადადებას თვლით მიუღებლად იმიტომ, რომ მოსაუბრე ძალიან სწრაფად ლაპარაკობდა და ტოვებდა ზოგიერთ სიტყვას, ან იმის გამო, რომ წინადადება არ იყო ინგლისური გრამატიკის მიხედვით გამართული? ეს განსხვავებები ძალიან ფაქიზია – ეს არის ის საკითხი, რაზედაც სინტაქსის სპეციალისტებმა დიდად უნდა გაამახვილონ ყურადღება მუშაობის პროცესში.

#### 4. საიდან მოდის წესები?

ზემოთ ჩვენ ვსაუბრობდით სინტაქსური წესების ქვეცნობიერ ცოდნაზე, მაგრამ არ შევხებივართ იმას, თუ საიდან ვიღებთ ამ ცოდნას. ეს ერთგვარად მომიჯნავე საკითხია, მაგრამ მან შესაძლოა იმოქმედოს ჩვენი თეორიის ფორმაზე. თუ ჩვენ ვიცით, როგორ ითვისებენ ბავშვები თავიანთ წესებს, მაშინ უკეთეს პოზიციაში ვართ საიმისოდ, რომ შევძლოთ მათი სწორი ფორმულირება. ის, თუ როგორ ივითარებენ ბავშვები ენის ცოდნას, არის კოგნიტიური მეცნიერების მნიშვნელოვანი საკითხი. გენერატიული გრამატიკის თეორია აკეთებს რამდენიმე სპეციფიკურ/კონკრეტულ (და ძალზე გასაოცარ) განაცხადს ამის შესახებ.

##### 4.1 სწავლა vs. ათვისება (*learning vs. acquisition*)

ერთ-ერთი ყველაზე გავრცელებული არასწორი შეხედულება ენის შესახებ არის ის აზრი, რომ ბავშვები და მოზარდები „სწავლობენ“ ენას. გავიხსენოთ, რომ ძირითადი ცოდნა, რომელზეც ჩვენ აქ ვსაუბრობთ, არის ქვეცნობიერი ცოდნა. როდესაც წინადადებას ადგენთ, არ აცნობიერებთ, არ ფიქრობთ, თუ სად დასვათ ქვემდებარე, სად – ზმნა და სხვ. თქვენი ქვეცნობიერი ენა ასრულებს ამ პროცესს თქვენთვის. კოგნიტიური მეცნიერებისთვის განსხვავებული პროცესებია გაცნობიერებული ცოდნის შექმნა და გაუცნობიერებელი ცოდნის წვდომა. გაცნობიერებული ცოდნა (როგორცაა ალგებრის წესები, სინტაქსური თეორია, ორგანული ქიმიის საფუძვლები ან როგორ დავშალოთ კარბურატორი) არის **ნასწავლი**. ხოლო გაუცნობიერებელი ცოდნა, როგორცაა, მაგალითად, ლაპარაკი ან

## LANGUAGE

ცალკეული საგნის ვიზუალური იდენტიფიკაციის შესაძლებლობა, არის **შექნილი-ათვისებული**. ნაწილობრივ, ეს ხსნის, თუ რატომ არის ხშირად ჩავარდნა უცხო ენის ფორმალური გრამატიკის კლასებში, როდესაც გვინდა ადამიანებს ამ ენაზე ლაპარაკი ვასწავლოთ. საპირისპიროდ, იმ გარემოში მოხვედრა, სადაც შეგიძლია ქვეცნობიერად დაეუფლო ენას, ბევრად უფრო ეფექტურია. აქ ჩვენ უპირატესად გვინტერესებს, თუ როგორ ითვისებენ ადამიანები თავიანთი ენის წესებს. თუმცა, გრამატიკის ყველა წესი შექნილი არაა. ზოგიერთი ფაქტი ენის შესახებ თითქოს თავისთავად მოცემულია ჩვენს გონებაში, ანუ **თანდაყოლილია**.

### 4.2 თანდაყოლილობა: ენა როგორც ინსტინქტი

თუ დაფიქრდებით ცოდნის სხვა ტიპებზე, რომლებიც გაუცნობიერებელია, დაინახავთ, რომ ბევრი მათგანი (მაგალითად, სიარულის შესაძლებლობა) პირდაპირ ჩვენს გონებაშია ჩადებული – ეს არის ინსტინქტები. არ იყო საჭირო ვინმეს ესწავლებინა თქვენთვის, თუ როგორ უნდა იაროთ (მიუხედავად იმისა, რას ფიქრობენ ამაზე თქვენი მშობლები!). ბავშვები სიარულს თვითონ იწყებენ. სიარული არის ინსტინქტი. ნოამ ჩომსკის, ალბათ, ყველაზე მეტად წინააღმდეგობრივი აზრი სწორედ ისაა, რომ ენაც ინსტინქტია. ენის დიდი ნაწილი წინასწარ მოცემულია, ანუ **თანდაყოლილია**. ენის დიდი ნაწილი არის უნარი, ჩვენს გონებაში ღრმად ჩაქსოვილი ჩვენს გენებით. აგებული მჭიდროდ დაკავშირებული ქსელებით (hard-wired).

ცხადია, ცალკეული კონკრეტული ენა არაა თანდაყოლილი. არ არსებობს შემთხვევა, რომ, მაგალითად, ჩრდილოეთ ამერიკაში გაზრდილი ბავშვი – სლოვაკი მშობლების შვილი, რომელსაც სლოვაკურად არასდროს დალაპარაკებია, ალაპარაკდეს სლოვაკურად. ის ილაპარაკებს ინგლისურად (ან რა ენაზეც ლაპარაკობენ მის ირგვლივ). ამრიგად, ზედაპირულად, უცნაური ჩანს განვაცხადოთ, რომ ენა არის ინსტინქტი, თუმცა ბევრი კარგი მიზეზი არსებობს იმაში დასარწმუნებლად, რომ ადამიანის ენობრივი შესაძლებლობები (ალბათ, ტვინში „ენის ორგანოს“ ფორმით) თანდაყოლილია. ჩვენ ამ შესაძლებლობებს ვუწოდებთ **უნივერსალურ გრამატიკას (Universal Grammar ანუ UG)**.

### 4.3 ენის დაუფლების ლოგიკური პრობლემა

ქვემოთ მოხმობილი მასალა არის თითქმის ტექნიკური მტკიცებულება, ყოველ შემთხვევაში, დამაჯერებლად ორგანიზებული, რომ ენა არის თანდაყოლილი, თავიდანვე მოცემული სისტემა.



ამ თავში წარმოდგენილი არგუმენტი მდგომარეობს იმაში, რომ ისეთი პროდუქტიული სისტემის, როგორცაა ენის წესები, შესწავლა ან ათვისება, სავარაუდოდ, შეუძლებელია. უსასრულო სისტემები, პრინციპში, გარკვეული ვარაუდების გათვალისწინებით, არის ისეთი სისტემები, რომელთაც ვერ ისწავლი და ვერც ათვისებ. რამდენადაც ჩვენ ყველას გვაქვს ასეთი უსასრულო სისტემები ჩვენს გონებაში, მათი ათვისება არც არის საჭირო. აქედან გამომდინარეობს, რომ იგი თავიდანვე არის მოცემული. აქ წარმოდგენილი არგუმენტი დაფუძნებულია ალექს მარანცის (Alec Marantz) გამოუქვეყნებელ სტატიაზე, მაგრამ ემყარება არგუმენტს, რომელიც, საბოლოო ჯამში, ჩომსკიდან (1965) გამომდინარეობს.

თავდაპირველად წარმოგიდგენთ მტკიცებულების მონახაზს, რომელიც, გამომდინარეობის წესის საფუძველზე (*modus ponens*), არგუმენტირების კლასიკურ ფორმას იღებს:

*წანამძღვარი (i):* სინტაქსი არის პროდუქტიული, რეკურსიული და უსასრულო სისტემა.

*წანამძღვარი (ii):* წესებით მართული უსასრულო სისტემები არაა შესწავლადი.

-----  
*დანასკვი:* მაშასადამე, სინტაქსი არის შეუსწავლადი სისტემა, მაგრამ რამდენადაც ჩვენ სინტაქსი გვაქვს, ე.ი. სინტაქსის რაღაც ნაწილები მაინც არის თანდაყოლილი.

წარმოდგენილი არგუმენტის გარკვეული ფრაგმენტები მეტად წინააღმდეგობრივია. ამ თავის ბოლოს წარმოდგენილია პრობლემათა რამდენიმე სიმრავლე და მოგიწოდებთ კრიტიკული თვალის შეხედვით მტკიცებულების ამ ფორმას. აქ, ტექსტის ძირითად ნაწილში, წარმოგიდგენთ მოცემული წანამძღვრების მხარდასაჭერ კლასიკურ ვერსიებს, კრიტიკის გარეშე.

მოდით, დავიწყოთ (i) წანამძღვრით. ენა პროდუქტიული სისტემაა, რაც ნიშნავს, რომ შეგიძლიათ აწარმოოთ და გაიგოთ წინადადებები, რომლებიც აქამდე არ გაგიგონიათ. მაგალითად, პრაქტიკულად შემოიძლია მოგცეთ გარანტია, რომ აქამდე არ გაგიგონიათ შემდეგი წინადადება:

18) The dancing chorus-line of elephants broke my television set.

სინტაქსის მაგიურობა სწორედ ისაა, რომ მას შეუძლია იმ ფორმათა გენერირება, რომლებიც ადრე არ ყოფილა წარმოებულნი. ამ პროდუქტიული თვისებრიობის

## LANGUAGE

კიდევ ერთ მაგალითს ეწოდება რეკურსია (*recursion*). შესაძლოა წარმოითქვას ასეთი წინადადებაც (19):

19) Rosie loves magazine ads.

ასევე, შესაძლებელია ეს წინადადება ჩავსვათ მეორე წინადადების შიგნით, როგორცაა (20):

20) I think [Rosie loves magazine ads].

მსგავსადვე, შეგვიძლია ეს უფრო გრძელი წინადადება ჩავსვათ კიდევ სხვაში:

21) Drew believes [I think [Rosie loves magazine ads]].

და, რა თქმა უნდა, შეგვიძლია ეს უფრო დიდი წინადადებაც ჩავსვათ სხვა წინადადებაში:

22) Dana doubts that [Drew believes [I think [Rosie loves magazine ads]]].

და ასე შემდეგ და ასე შემდეგ უსასრულოდ. ვრცელი წინადადების შიგნით ყოველთვის შეგვიძლია ჩავსვათ სხვა წინადადება; ეს ნიშნავს, რომ ენა პროდუქტიული (შესაძლოა, უსასრულო) სისტემაა. არ არსებობს შეზღუდვები, რომლებზეც შეგვიძლია ვილაპარაკოთ. სინტაქსის პროდუქტიულობის სხვა მაგალითებად შეიძლება მივიჩნიოთ ის, რომ შესაძლებელია უსასრულოდ გავიმეოროთ ზმნიზედები (23), და, ასევე, უსასრულოდ შეგვიძლია დავუმატოთ კოორდინირებული არსებითი სახელები სახელურ ფრაზებს (24):

- 23) a) a very big peanut  
b) a very very big peanut  
c) a very very very big peanut  
d) a very very very very big peanut

და სხვ.

- 24) a) Dave left  
b) Dave and Alina left  
c) Dave, Dan, and Alina left  
d) Dave, Dan, Erin, and Alina left  
e) Dave, Dan, Erin, Jaime, and Alina left

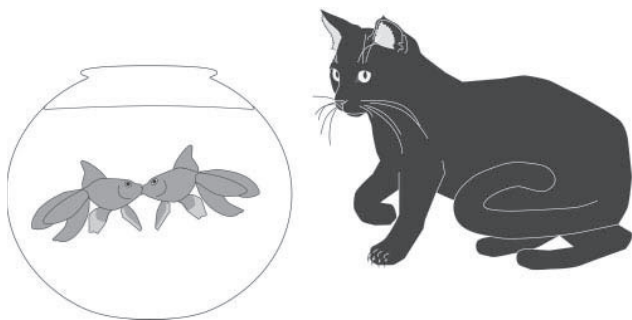
და სხვ.

ეს მოწმობს იმას, რომ ერთი ინგლისური წინადადება შეიძლება გადავაქციოთ უფრო ვრცელ წინადადებად (რეკურსიის რომელიმე წესზე დაყრდნობით,

ზედსართავის გამეორებით ან კოორდინაციით). ეს კი ნიშნავს, რომ ენა არის, სულ მცირე, თვლადად უსასრულო. ეს წანამძღვარი შედარებით არანინაალმდეგობრივია.

მივუბრუნდეთ (ii) წანამძღვარს, რომ უსასრულო სისტემები არ არის შესწავლადი. უფრო მეტი დაკონკრეტებისთვის, მოდიტ გამოვიყენოთ ლინგვისტური მაგალითის ალგებრული დამუშავება. წარმოიდგინეთ, რომ ბავშვის ამოცანაა განსაზღვროს წესები, რომელთა მიხედვითაც მისი ენაა აგებული. შემდგომ, მოდიტ, გავამარტივოთ ეს ამოცანა და ვუთხრათ ბავშვს, რომ უბრალოდ შეუსაბამოს რეალური სამყაროს სიტუაციები იმ გამონათქვამებს, რომლებიც ესმის.<sup>8</sup> ამგვარად, გამონათქვამის – *the cat spots the kissing fishes* – გაგონებისთანავე, იგი აიგივებს მას შესაბამის სიტუაციასთან მის ირგვლივ არსებული კონტექსტის ფარგლებში (როგორც ეს წარმოდგენილია სურათზე).

25) “the cat spots the kissing fishes” =



ამდენად, მას ევალება, სწორად შეუსაბამოს წინადადება სიტუაციას.<sup>9</sup> განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია ვიყოთ დარწმუნებული იმაში, რომ ის არ შეუსაბამებს წინადადებას სიტუაციის ყველა სხვა შესაძლო ალტერნატივას, როგორებიცაა მის ირგვლივ მიმდინარე სხვა აქტივობები (მაგალითად, მისი უფროსი ძმა ურტყამს ავეჯს ფეხს, ან დედამისი ამზადებს საუზმეს, და სხვ.). სიტუაციების ამგვარი დაკავშირება გამონათქვამებთან ერთგვარი მათემატიკური მიმართებაა (ანუ ფუნქცია), რომელიც გარდასახავს წინადადებას კონკრეტულ სიტუაციებზე. მეორე გზა წინადადებაების სიტუაციებთან სწორი შესაბამისობის მისაღწევად არის ის, რომ ბავშვმა სწორად ჩამოაყალიბოს წეს(ებ)ი, რომლებიც ახდენენ წინადადებას

8 ამოცანა სინამდვილეში რამდენადმე უფრო რთულია, ვიდრე აქ არის ეს წარმოდგენილი, რადგანაც ბავშვმა უნდა განსაზღვროს, ასევე, ფონოლოგია და სხვ., მაგრამ არგუმენტირებისთვის დავეყრდნოთ გამარტივებულ მაგალითს.

9 მიაქციეთ ყურადღება, რომ ეს ევალება ბავშვს, რომელიც იყენებს უნივერსალურ გრამატიკას, და არა თავად უნივერსალურ გრამატიკას.

## LANGUAGE

მნიშვნელობის დეკოდირებას. აღმოჩნდება, რომ ეს დავალება, ყოველ შემთხვევაში, არის საკმაოდ რთული, შეუძლებელიც კი.

მოდით, ყოველივე ეს გავხადოთ კიდევ უფრო აბსტრაქტული, რომ კიდევ მეტად მივუახლოვდეთ სიიტუაციის მათემატიზაციას. მივანიჭოთ ყოველ წინადადებას რაღაც ნომერი. აღნიშნული რიცხვები წარმოადგენენ გარკვეული წესის საწყის, შემავალ (input) ინფორმაციას. მსგავსადვე, ყოველ სიტუაციას აღნიშნავთ რაღაც რიცხვით. ენის ათვისების მოდელირების ფუნქცია (ანუ წესი) გარდასახვის წინადადებათა სიმრავლეს სიტუაციების ნომერთა სიმრავლეზე. ახლა, წარმოვიდგინოთ, რომ ბავშვს მისცეს წინადადებების სიმრავლე, როგორც შემავალი ინფორმაცია, და სწორად შეთანადებული სიტუაციები (სავარაუდოდ, სპეციალურად მისთვის მითითებული მშობლების მიერ):  $x$  აღნიშნავს წინადადებას, რომელიც ესმის, ხოლო  $y$  – მასთან სწორად დაკავშირებული სიტუაციის ნომერს.

26)

წინადადება (შემავალი ინფორმაცია – input)	სიტუაცია (პროდუქცია – output)
x	y
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5

მოცემული შემავალი ინფორმაციისას (input), როგორ ფიქრობთ, რა იქნება პროდუქტი, გამომავალი ინფორმაცია (output), როდესაც  $x = 6$ ?

6

?

ადამიანთა უმეტესობა პირდაპირ დაასკვნის, რომ output იქნება ასევე 6. ანუ, ისინი ვარაუდობენ, რომ ფუნქცია (წესი) ასახვისა შემავალ (input-სა) და გამომავალ (output-ს) ინფორმაციებს შორის არის  $x=y$ . მაგრამ რა იქნება, თუკი გეტყვით, რომ ჩემს ჰიპოთეტურ სიტუაციაში სწორი პასუხია სიტუაცია ნომრით 126? წესი, რომელმაც მოახდინა გენერირება (20) ცხრილის ფარგლებში ფაქტობრივად შემდეგნაირია:

$$27) \quad [(x-5)*(x-4)*(x-3)*(x-2)*(x-1)] + x = y$$

ამ წესის მიხედვით, ყველა input, რომელიც უდრის ან ნაკლებია 5-ზე, გვაძლევს input-ის ეკვივალენტურ output-ს, მაგრამ ყველა იმ input-ისთვის, რომელიც მეტია 5-ზე, მოგვცემს უფრო დიდ ნომერს.

როდესაც თქვენ ივარაუდეთ, რომ წესი იყო  $x = y$ , თქვენ არ გქონდათ ყველა მნიშვნელოვანი ინფორმაცია; თქვენ მხოლოდ მონაცემთა ნაწილი გქონდათ. ეს ნიშნავს, რომ თუ თქვენ გაიგონებთ ჩვენი ცხრილიდან მონაცემთა მხოლოდ პირველ ხუთ ნაწილს, ვერ მიიღებთ წესს, ხოლო თუ დაუმატებთ მეექვსეს, მაშინ მიაგნებთ წესს. ეს მართლაც ასეა? სამწუხაროდ, არა: მაშინაც კი, თუ დაამატებთ მეექვსე რიგს, ვერ იქნებით დარწმუნებული, რომ გაქვთ სწორი ფუნქცია, სანამ ყველა შესაძლო საწყის, შემავალ ინფორმაციას არ მოისმენთ. მნიშვნელოვანი ინფორმაცია შესაძლოა იყოს მეექვსე, მაგრამ, ასევე, შესაძლოა იყოს 7,902,821,123,765-ე წინადადებაში, რომელსაც თქვენ მოისმენთ. თქვენ ვერანაირად ვერ დარწმუნდებით, მოისმინეთ თუ არა ყველა რელევანტური მოცემულობა, სანამ ყველა მათგანს არ მოისმენთ. უსასრულო სისტემაში თქვენ ვერ მოისმენთ ყველას, მაშინაც კი, თუკი მთელი თქვენი სიცოცხლის მანძილზე ყოველ 10 წამში მოისმენდით 1 წინადადებას. თუ დავუშვებთ, რომ საშუალოდ ადამიანი 75 წელს ცხოვრობს, და ის ახალ წინადადებას ყოველ 10 წამში ერთხელ ისმენს, და თუ არ ჩავთვლით ნაკიან წლებსა და ძილის პერიოდს, თავისი სიცოცხლის მანძილზე ის მხოლოდ 39,420,000 წინადადებას გაიგონებდა. ეს გაცილებით ნაკლები რიცხვია, ვიდრე უსასრულოა. შემავალი ინფორმაციის ამ სიღარიბის მიუხედავად, 5 წლის ასაკისთვის ბავშვებს უკვე მყარად შეუძლიათ გამოიყენონ რთული სინტაქსური კონსტრუქციები. პროდუქტიული სისტემები (შესაძლოა) არ არის შესწავლადი, რადგან არასდროს გაქვთ საკმარისი შემავალი ინფორმაცია (input) იმაში დასარწმუნებლად, რომ გაქვთ ყველა რელევანტური ფაქტი. ამას ეწოდება **ენის ათვისების ლოგიკური პრობლემა (the logical problem of language acquisition)**.

გენერატიული გრამატიკა ამ ლოგიკურ პრობლემას თავს ართმევს შემდეგნაირად: იგი მიიჩნევს, რომ ბავშვი, ითვისებს რა ინგლისურს, ირლანდიურსა თუ იორუბას, უკვე ფლობს რაღაც სახის დახმარებას; იგი იყენებს მოქნილ პროექტს ენის შესახებ იმ ცოდნის ასაგებად, რომელსაც ეწოდება **უნივერსალური გრამატიკა**. უნივერსალურ გრამატიკაში შეზღუდულია იმ შესაძლო ფუნქციების რაოდენობა, რომლებიც ურთიერთგარდასახავენ სიტუაციებსა და გამონათქვამებს. ამგვარად, ენა შესწავლადი ხდება.

**4.4 სხვა არგუმენტები უნივერსალური გრამატიკის სასარგებლოდ**

უნივერსალური გრამატიკის არსებობის დასაბუთება მხოლოდ ამგავრ ლოგიკურ პრობლემას არ ეფუძნება. კიდევ ბევრი სხვა არგუმენტი მხარს უჭერს ჰიპოთეზას, რომ ენის გარკვეული ნაწილი მაინც თანდაყოლილია.

არგუმენტი, რომელიც უშალო კავშირშია ენის ათვისების ზემოთ განხილულ ლოგიკურ პრობლემასთან, არის ფაქტი, რომ ჩვენ ვიცით ჩვენი ენის გრამატიკის ისეთი საკითხები, რომლებიც, შესაძლოა, არც გვისწავლია. დავიწყობთ მონაცემებით, რომელიც წარმოდგენილია (28)-ში. ბავშვს შესაძლოა გაეგონა ამ ტიპის წინადადებები (ხაზი წარმოადგენს ადგილს, საიდანაც კითხვითი სიტყვა *who* შესაძლოა იწყებოდეს – ანუ, ესაა ობიექტი ან სუბიექტი ზმნისა *will question*):

- 28) a) Who do you think        that            Ciaran will question ----- first?
- b) Who do you think                            Ciaran will question ----- first?
- c) Who do you think        -----                            will question Seamus first?

ბავშვმა უნდა მოხაზოს ჰიპოთეზა სიტყვა *that*-ის განაწილების შესახებ ინგლისურ წინადადებებში. ერთი დასკვნა, მოცემული მონაცემების მიხედვით, არის ის, რომ სიტყვა *that* ინგლისურში ფაკულტატიურია: ის შეიძლება გვექონდეს ან არა. სამწუხაროდ, ეს დასკვნა არ არის ზუსტი. განვიხილოთ მე-4 წინადადება პარადიგმა (28)-ში. ეს იგივე წინადადებაა, რაც 28c, მხოლოდ *that*-ით.

- d) \*Who do you think that ----- will question Seamus first?

გამოდის, თითქოს *that* ფაკულტატიურია, როდესაც კითხვითი სიტყვა (ამ შემთხვევაში *who*) იწყება ობიექტის პოზიციიდან (როგორც 28 a და b- ში); ის არ უნდა იყოს წარმოდგენილი, როდესაც კითხვითი სიტყვა დგას სუბიექტის პოზიციაში (როგორც 28c და d-ში) (ამ განზოგადების დეტალებს ყურადღებას ნუ მიაქცევთ). აღსანიშნავია, რომ არავის უსწავლელია თქვენთვის, რომ წინადადება 28d არის არაგრამატიკული. ვერც თქვენ მიერ მოსმენილი მონაცემების საფუძველზე ვერ მიხვიდოდით ამ დასკვნამდე. ლოგიკური ჰიპოთეზა, დაფუძნებული 28 a-c-ზე ვარაუდობს, რომ წინადადება 28d არის გრამატიკული. შემავალი ინფორმაციიდან, რომელიც ბავშვს ესმის, ვერაფერი მიიყვანდა მას იმ დასკვნამდე, რომ 28d არის არაგრამატიკული, თუმცა ყველა ინგლისურად მოლაპარაკე ბავშვმა ეს იცის. ამ თავსატეხის ერთადერთი ახსნა არის ვარაუდი, რომ ჩვენ გვაქვს თანდაყოლილი

ცოდნა იმისა, რომ 28d-ს მსგავსი წინადადებები არაგრამატიკულია.<sup>10</sup> უნივერსალური გრამატიკის ამ სახის არგუმენტს ხშირად ეწოდება **მოცემულობათა ბოლომდე-შეუფასებლობის (underdetermination of the data)** არგუმენტი.

მშობელთა უმრავლესობა დაიფიცებს, რომ ისინი შვილებს ზრდიან, ასწავლიან ლაპარაკს და სწორი ენობრივი ფორმების გამოყენების წესებს. თუმცა, განცხადება, რომ მშობლების მიერ მიწოდებული წესები რაიმე როლს თამაშობს ბავშვის ენობრივ განვითარებაში, ადვილად გასაბათილებელია. ენის ათვისების ექსპერიმენტული ლიტერატურის მონაცემებიდან ცხადია, რომ არცერთი მშობელი, დიდი მცდელობის მიუხედავად, არასოდეს უსწორებს ბავშვს გრამატიკულად არასწორ წინადადებებს. ისინი უფრო მეტად უსწორებენ შინაარსს, ვიდრე ფორმას (იხ., მაგალითად, ვრცელი მსჯელობა Holzman 1997-ში):

29) (Marcus et al. 1992-იდან)

*Adult:* Where is that big piece of paper I gave you yesterday?

*Child:* Remember? I wrote on it.

*Adult:* Oh that's right, don't you have any paper down here, buddy?

როდესაც მშობელი ცდილობს შეასწოროს ბავშვის მიერ წარმოთქმული წინადადების სტრუქტურა, ნაკლებად ხდება, რომ ეს შენიშვნა არ იყოს იგნორირებული ბავშვის მიერ.

30) (Pinker-ის მიხედვით 1995: 281)

*Child:* Want other one spoon, Daddy.

*Adult:* You mean, you want the other spoon.

*Child:* Yes, I want other one spoon, please, Daddy.

*Adult:* Can you say "the other spoon"?

*Child:* Other.... one... spoon.

*Adult:* Say "other".

*Child:* Other.

*Adult:* "Spoon".

*Child:* Spoon.

10 (28)-ის ფენომენს ზოგჯერ ეწოდება **that-trace effect**. არ ვდავობთ იმ ფაქტზე, რომ ეს ფენომენი არ არის შესწავლადი. თუმცა, ასევე ფაქტია, რომ იგი არ არის ყველა ენის უნივერსალური საკუთრება. მაგალითად, ფრანგულსა და ირლანდიურში, როგორც ჩანს, აღნიშნული ეფექტი (ანუ **that-trace effect**) არ მუშაობს.

## LANGUAGE

*Adult:* “Other... spoon”.

*Child:* Other... spoon. Now give me other one spoon?

ეს იუმორისტული მაგალითი ტიპურია და ასახავს მშობლების მცდელობას, ბავშვს მისცენ ინსტრუქციები სწორი მეტყველებისთვის. ასეთი მცდელობები ვერ ამართლებს. მიუხედავად ამისა, ბავშვები მაინც სწავლობენ ენას ყოველგვარი მითითებების გარეშე. შესაძლებელია, ამის ერთ-ერთი ყველაზე დამაჯერებელი ახსნა არის უნივერსალური გრამატიკის არსებობა.

არსებობს ასევე ტიპოლოგიური არგუმენტებიც იმის სასარგებლოდ, რომ ენა თანდაყოლილი ფენომენია. გარკვეული მახასიათებლები საერთოა მსოფლიოს ყველა ენისთვის (მაგალითად, ყველა მათგანს აქვს სუბიექტები და პრედიკატები). ასეთ მახასიათებლებს ეწოდება ენის **უნივერსალიები**. თუკი წარმოვიდგინოთ უნივერსალურ გრამატიკის არსებობას, მაშინ ენის უნივერსალიებიც აიხსნება – ისინი არსებობენ იმიტომ, რომ ყველასთვის, ვინც ადამიანის ბუნებრივ ენაზე საუბრობს, საერთოა ის თანდაყოლილი მასალა, რომლითაც მისი ენის გრამატიკა აიგება. მრავალი მსგავსი საერთო მახასიათებლის გარდა, ენის ათვისებასთან დაკავშირებულ ბოლოდროინდელ კვლევებში გამოჩნდა, რომ სხვადასხვა ტიპის ენებში საკმაოდ დიდია შესაბამისობა ენის ათვისებას პროცესებს შორის. მაგალითად, ენის შესწავლისას ბავშვები გადიან ერთსა და იმავე დონეებს და უშვებენ მსგავს შეცდომებს, მიუხედავად მათი კულტურული გარემოცვისა.

დერექ ბიკერტონმა (Derek Bickerton 1984) დოკუმენტურად დაადასტურა, რომ კრეოლ ენებს<sup>11</sup> აქვთ ბევრი საერთო მახასიათებელი, თუნდაც ეს ენები მსოფლიოს განსხვავებული ადგილებიდან იყოს და ერთმანეთის არამონათესავე ენებიდან მომდინარეობდნენ. მაგალითად, ყველა მათგანს ახასიათებს SVO წყობა; ყველა მათგანისთვის უცხოა არასპეციფიკური განუსაზღვრელი არტიკლები; დროის, კილოსა და ასპექტის გამოსახატავად ყველა მათგანი იყენებს მოდალურ ზმნებს; მათ აქვთ შეზღუდული ზმნური ფლექსია და კიდევ მრავალი სხვა ამგვარი ხასიათის მსგავსება. უფრო მეტიც, ეს მახასიათებლები შეინიშნება კრეოლ ენაზე მოლაპარაკე ბავშვების მეტყველებიშიც. ბიკერტონი ვარაუდობს, რომ ამგვარი მახასიათებლები არის **ენის თანდაყოლილი ბიოპროგრამის** ფუნქცია. ეს მოსაზრება ჩომსკის უნივერსალურ გრამატიკას გვაგონებს.

<sup>11</sup> კრეოლი ენა არის ახალი ენა, რომელიც ყალიბდება, როდესაც მოლაპარაკეთა თაობა სავაჭრო ან პიჯინ ენის გამოყენებას იწყებს პირველად ენად და სახლში ამ ენაზე ლაპარაკობს.



დაბოლოს, არსებობს მრავალი ბიოლოგიური არგუმენტი უნივერსალური გრამატიკის სასარგებლოდ. როგორც ზემოთაც აღვნიშნეთ, ენა, როგორც ჩანს, ადამიანის სპეციფიკური მახასიათებელია და მთლიანად მოიცავს ადამიანთა მოდგნას. ფელა ადამიანს, თუ მას არ აქვს რაიმე სახის ფიზიკური ნაკლი, როგორც ჩანს, აქვს ენა. ეს მიუთითებს, რომ ის არის გენეტიკურად მინიჭებული ინსტინქტი. ამასთანავე, როგორც ნევროლინგვისტური კვლევებიდან ჩანს, ჩვენი ტვინის გარკვეული ნაწილები უშუალოდ უკავშირდება გარკვეულ ლინგვისტურ ფუნქციებს.

მცირე გამონაკლისის გარდა, გენერატივისტ ენათმეცნიერთა უმრავლესობას სჯერა, რომ ენა გარკვეულწილად არის თანდაყოლილი. საკამათო მხოლოდ ისაა, რამდენად თანდაყოლილია და თანდაყოლილობა ენის სპეციფიკაა თუ უფრო ზოგადი კოგნიტიური ფუნქციებიდან გამომდინარეობს. ამ კითხვებს აქ უპასუხოდ ვტოვებთ.

#### 4.5 ენათა ვარიაციის ახსნა

მტკიცებულება უნივერსალური გრამატიკის სასარგებლოდ, ჩანს, რომ ძალიან მყარია. თუმცა, კვლავაც გვავიწყდება ის პრობლემა, რომ ენები ერთმანეთისგან განსხვავდება. სწორედ ეს პრობლემა აქცევს სინტაქსის შესწავლას ასერიგად საინტერესოდ. არც ეს პრობლემაა გადაუჭრელი.

ბიოლოგებისათვის გასაკვირი არაა ფაქტი, რომ თანდაყოლილი სისტემა უშვებს ვარიაციებს. დაფიქრდით თქვენი თვალების ფერზე. ყველა მხედველ ადამიანს აქვს თვალები. თვალების ქონა ცალსახად თანდაყოლილი მახასიათებელია ადამიანისა (ან ძუძუმწოვრისა). ეჭვი მეპარება, ვინმე შემეკამათოს ამ მახასიათებელში. მიუხედავად ამისა, ვხედავთ ვარიაციებს თვალების ფერში, ზომასა და ფორმაში; ასევე, ფართოდ გავრცელებულია ვარიაციები თვალების ფორმასა და პოზიციაში სხვადასხვა ძუძუმწოვართა შორის. ენის ყველაზე ახლო ანალოგი შეიძლება იყოს ჩიტების ჭიკჭიკი. 1962 წელს მარლერმა და ტამურამ (Marler and Tamura) გამოავლინეს დიალექტური ვარიაციები თეთრგვირგვინოსან ბელურათა გალობაში. ამ ბელურების შესაძლებლობა და მოტივაცია ვოკალიზაციისა მიჩნეულია, რომ თანდაყოლილია, თუმცა კონკრეტული გალობა, მათ მიერ შესრულებული, დამოკიდებულია იმ საწყის, შემავალ ინფორმაციაზე (input), რომელიც მათ ესმით.

ერთ-ერთი ნიშანი, რითაც ენები ერთმანეთისგან განსხვავდებიან, არის

## LANGUAGE

ენაში გამოყენებულ სიტყვათა სიმრავლე. სხვადასხვა ენის სიტყვები უნდა დავისწავლოთ ან დავიმახსოვროთ, ისინი არ არიან თანდაყოლილნი. ასევე უნდა ავითვისოთ სხვა განსხვავებებიც ენებს შორის. მაგალითად, ბავშვმა, რომელიც სწავლობს ინგლისურს, უნდა განსაზღვროს, რომ წინადადების სწორი წყობა არის სუბიექტი-ზმნა-ობიექტი (SVO), ხოლო ირლანდიურის შემსწავლელისთვის წყობა არის ზმნა-სუბიექტი-ობიექტი (VSO), მაშინ როდესაც თურქულისთვის წინადადების წყობაა სუბიექტი-ობიექტი-ზმნა (SOV). ამჯერად მხოლოდ შევნიშნავთ, რომ გრამატიკული განსხვავებები ენებს შორის დაიყვანება გარკვეულ თანდაყოლილ **პარამეტრთა** ერთობლიობაზე, რომელიც ამოირჩევა შესაძლო ვარიანტებს შორის. ამგვარად, ენობრივი ვარიაციები ამცირებს დასასწავლი სიტყვების სიმრავლეს და ზღუდავს არჩევანს წინასწარ განსაზღვრულ შესაძლებლობათა სიმრავლიდან.

ზედმეტად გამარტივებულად რომ ვთქვათ, ენათა უმრავლესობა წინადადებაში ელემენტებს ალაგებს შემდეგი თანმიმდევრობით:

- 31) a) სუბიექტი-ზმნა-ობიექტი (SVO) (მაგალითად, ინგლისური)  
b) სუბიექტი-ობიექტი-ზმნა (SOV) (მაგალითად, თურქული)  
c) ზმნა-სუბიექტი-ობიექტი (VSO) (მაგალითად, ირლანდიური)

რამდენიმე ენა იყენებს მიმდევრობას:

- d) ზმნა-ობიექტი-სუბიექტი (VOS) (მაგალითად, მალაიზიური)

არცერთი (ან თითქმის არცერთი)<sup>12</sup> ენა არ იყენებს მიმდევრობებს:

- e) ობიექტი-სუბიექტი-ზმნა (OSV)  
f) ობიექტი-ზმნა-სუბიექტი (OVS)

მოდით წარმოვიდგინოთ, რომ უნივერსალური გრამატიკის შემადგენელი ნაწილია რაღაც პარამეტრი, რომელიც განსაზღვრავს წინადადებაში სიტყვათა ძირითად რიგს. იგი გვეკარნახობს, რომ ამოსარჩევ წყობათაგან ოთხი (SVO, SOV, VSO, VOS) არის მისაღები როგორც შესაძლო წყობა. სიტყვათა ყველა შესაძლო რიგიდან ორი არ არის უნივერსალური გრამატიკის ნაწილი. ბავშვმა, რომელიც ეუფლება ინგლისურს, იმთავითვე იცის სიტყვათა გავრცელებული წყობის შესახებ; როდესაც მას ესმის ასეთი წინადადება „Mommy loves Kirsten“ და იცის თითოეული ამ სიტყვის მნიშვნელობა, მაშინ მას შეუძლია ივარაუდოს

<sup>12</sup> ეს გარკვეულწილად საკამათო საკითხია. დერბიშაირი (Derbyshire 1985) ამტკიცებდა, რომ ჰიქსკარინა ენას აქვს ობიექტით დაწყებული რიგი.

სიტყვათა ორი შესაძლო წყობა ინგლისურისთვის: SVO და OVS. არც ერთი დანარჩენი არ შეესაბამება ამ კონკრეტულ მოცემულობას. ამგვარად, ბავშვი გამორიცხავს ყველა სხვა ჰიპოთეზას. OVS დაუშვებელია, რადგანაც ის არ არის თანდაყოლილი შესაძლო ფორმა. ასე რომ, რჩება SVO, რომელიც არის სწორი წყობა ინგლისურისთვის. ამრიგად, ბავშვები, რომლებიც ეუფლებიან ინგლისურს, აირჩევენ სიტყვათა რიგის იმ პარამეტრს, რომელიც განსაზღვრავს შესაძლო თანდაყოლილ SVO მიმდევრობას.

მარკ ბეიკერი თავის შესანიშნავ წიგნში „ენის ატომები“ (Mark Baker, „The Atoms of Language“) იკვლევს ენობრივი ვარიაციის შესაძლო პარამეტრთა სიმრავლეს უნივერსალური გრამატიკის ჰიპოთეზის ფარგლებში. ეს არის საუკეთესო და მეტად ხელმისაწვდომი დამუშავება პარამეტრებისა. გულწრფელად გირჩევთ ამ წიგნის წაკითხვას იმისათვის, რომ დაინახოთ, თუ რამდენად თავსებადია ენობრივი ვარიაციები უნივერსალურ გრამატიკასთან.

## 5. სინტაქსის თეორიების შერჩევა

როგორ გავარჩიოთ კარგი ჰიპოთეზა ცუდისგან? ჩომსკი (1965) გვთავაზობს, რომ შესაფასებლად შეგვიძლია ვნახოთ, თუ როგორ იყენებენ სინტაქსის კარგი თეორიები იმას, რასაც **ადეკვატურობის დონეები (levels of adequacy)** ეწოდება. ჩომსკის მიხედვით, არსებობს სამი დონე, რომელსაც გრამატიკამ (დესკრიფციული წესების ერთობამ, რომელიც აყალიბებს შენს თეორიას) შეიძლება მიაღწიოს ადეკვატურობის თვალსაზრისით.

თუ თქვენი თეორია ითვალისწინებს მხოლოდ კორპუსის მონაცემებს (ვთქვათ, ნაბეჭდ ტექსტთა სერიებს) და მეტს არაფერს, ამბობენ, რომ ეს არის **დაკვირვებითად ადეკვატური გრამატიკა (observationally adequate grammar)**. ზედმეტია იმის თქმა, რომ ეს დიდად გამოსადეგი არაა, თუკი ვცდილობთ ენის შემეცნებითი მხარის ახსნას. როგორც ზემოთ ვნახეთ, ამ შემთხვევაში არ გვეძლევა მთლიანი სურათი. ჩვენ ასევე გვჭირდება იმის ცოდნა, თუ რა სახის წინადადებები მიიჩნევა მიუღებლად ან გრამატიკულად არასწორად. თეორიას, რომელიც ითვალისწინებს ორივეს, კორპუსებსა და ენის მატარებლის განსჯას გრამატიკულად სწორი წინადადებების შესახებ, ეწოდება **დესკრიფციულად ადეკვატური გრამატიკა (descriptively adequate grammar)**. ერთი შეხედვით, შესაძლოა, მოგვეჩვენოს, რომ ესაა სწორედ ის, რაც გვჭირდება. თუმცა, ჩომსკი აცხადებს, რომ ჩვენ შეგვიძლია კიდევ ერთი საფეხურით წავინიოთ წინ. იგი მიუთითებს, რომ თეორია,

## LANGUAGE

რომელიც ითვალისწინებს ბავშვების მიერ მშობლიური ენის ათვისების პროცესს, არის საუკეთესო. იგი ამას უწოდებს **ამხსნელობითად ადეკვატურ გრამატიკას** (*explanatorily adequate grammar*). შესაძლებელია, ეს იარლიყი პარამეტრების მარტივ თეორიას მივაკუთვნოთ. გენერატიული გრამატიკა მიისწრაფვის ამხსნელობითად ადეკვატური გრამატიკებისკენ.

*თარგმნეს ნათია დუნდუამ და თინათინ ტენტერაშვილმა*

# PRONUNCIATION OF GRAMMATICAL WORDS IN CONNECTED SPEECH: A CASE STUDY OF ALBANIAN EFL LEARNERS

Marika Butskhrikidze

AAB College

## ABSTRACT

Pronunciation is considered to be the most difficult aspect of a language for adult learners to master. This paper analyzes the pronunciation of function words in connected speech by Kosovo Albanian EFL learners. Following the existing discrepancy: native speakers favor speed over clarity in everyday speech, while non-native speakers favor clarity over speed, we propose the following two hypotheses:

H1: Non-native speakers produce much longer utterances than native speakers.

H2: Native speakers use the weak forms of grammatical words much more than non-native speakers.

The first hypothesis is verified by comparing the duration of the same utterance produced by non-native Kosovo Albanian EFL speakers with the ones produced by native British and American English speakers.

The second hypothesis is tested by comparing the usage of weak forms of grammatical words by native vs. non-native speakers of English. All the data come from Steven Weinberger's "*Speech Accent Archive*" (Weinberger, 2015). The durations of the selected sequence is manually measured using PRAAT (a free computer software package for the scientific analysis of speech) (Boersma and Weenink, 2018)).

The data suggest that Kosovo Albanian EFL speakers, give an overwhelming focus to

## LANGUAGE

clarity and hence assign an equal stress to each word (including function words) in a phrase. Consequently, they sound unnatural and end up producing much longer utterances than native British English or American English speakers. Some recommendations for classroom activities are suggested in order to improve pronunciation of EFL learners.

*Keywords: pronunciation, connected speech, function words, Albanian EFL learners*

### 1. Introduction

Broadly speaking, there are two main approaches to teaching pronunciation: bottom-up and top-down. In the former, pronunciation is taught in a building-block fashion:

(1)

sounds → syllables → words → phrases → extended discourses

The textbooks used in teaching pronunciation at large reflect the above depicted hierarchy, introducing initially the notions of a vowel or a consonant, and later the larger units such as phrases and utterances.

In the latter approach, by recognizing that segmental and prosodic features are closely interrelated, the naturally occurring stream of speech is studied first. Initially a big picture is taken into account and later on its smaller components (i.e. by examining micro features such as syllable or consonant/vowel) are studied.

The results of the study advocate for the top-down approach by analyzing the behavior of function words in connected speech. We are comparing non-native (Kosovo Albanian) and native (British and American English) pronunciation of English continuous strings. All the data (recordings and phonetic transcriptions) come from Steven Weinberger's "*Speech Accent Archive*" (Weinberger, 2015). The data suggest that the pronunciation difficulties could be linked to the following discrepancy: native speakers favor speed over clarity in everyday speech, while non-native speakers favor clarity over speed. By an overwhelming focus on clarity, non-native speakers (in this case Kosovo Albanian EFL speakers) give equal stress to each word (including function words) in a phrase. Consequently, they sound unnatural and end up producing much longer utterances than native British English or American English speakers. Some recommendations are made to improve teaching pronunciation to Albanian learners of English with a special focus on function words in

connected speech. When reviewing the literature on L2 pronunciation teaching, Derwing and Munro (2005) point out that there is a lack of empirical research in this field as well as inadequate application of research findings to classroom practice. We hope the present study contributes to our understanding of teaching pronunciation to L2 learners and gives concrete recommendations for classroom activities.

The rest of the paper is organized as follows: firstly, we consider the characteristics of connected speech. Two hypotheses are proposed related to the discrepancy between speed and clarity vis-à-vis the native vs. non-native speakers. Section two describes the methodology of the study. In section three, the data is presented; recordings and transcriptions of Albanian speakers of English as a foreign language and of native British and American speakers are compared in order to verify the proposed two hypotheses. In section four the findings are discussed and analyzed. At the end, the conclusions are drawn and some recommendations are made in order to improve teaching pronunciation to Albanian learners of English with a special focus on function words in connected speech.

### ***1.1. Connected speech***

When we put words together, they are no longer pronounced the same way as they are pronounced in isolation. To make speech flow smoothly, the way we pronounce the end and beginning of some words can change depending on the neighboring sounds (i.e. changes predominantly happen at the word junctures). The most frequently attested changes are the following: sound link, sound disappearance, sounds joining together, etc. More importantly, in connected speech, speakers use pause and intonation to divide speech into listener-friendly chunks. Important words get extra stress and a rise or fall in pitch. The resulting pattern of stressed and unstressed syllables creates a rhythm that listeners use to comprehend what they hear (Goodwin, 2014).

Many agree that there are two main types of languages in terms of their rhythmic pattern: a syllable-timed language and a stress-timed language (Pike, 1945; Abercrombie, 1967; for other opinions see Nespor, Shukla and Mehler, 2011).

In a syllable-timed language, every syllable is perceived as taking up roughly the same amount of time and is given approximately equal stress. Examples include French, Hindi, Cantonese, Italian, and Brazilian Portuguese.

In a stress-timed language, some syllables are stressed, but there is perceived to be a

## LANGUAGE

fairly constant amount of time (on average) between consecutive stressed syllables. Some stress-timed languages are Swedish, Russian, Arabic and European Portuguese.

The difference can be depicted as follows:

(2)

- a. stress-timing  
óσ óσσ óσ óσ óσσ óσ  
□ □ □ □ □ □ □
- b. syllable-timing  
CV CCVC CV CV CVC  
□ □ □ □ □ □ □

(Nespor et al., 2011)

English is a stress-timed language. As Catford notes: “Within short stretches of speech, feet in English tend to be *isochronous* (i.e. of equal duration) and *isodynamic* (each involving about the same output of initiator power)” Catford, 2001:172). This has an effect on the unstressed syllables, which have to be fitted in quickly between the stressed syllables. Stressed syllables (strong forms) often occur in content and meaning words, while grammar and function words are often weak forms.

Function words are the words that help us construct a sentence, e.g. articles, prepositions, conjunctions, auxiliary verbs, etc. These words usually have no stress, and so they are weakened. The reduced form is called a “weak form” as opposed to a “strong form”, which is the full form of the word pronounced with stress. The strong forms only occur when we pronounce them alone (in isolation), or when we emphasize them. Consider the following example in (3):

(3)

We can **wait** for the **bus**

[wɪ kən weɪt fɔː ðə bʌs]

In the sentence given in (3), the grammatical words ‘can’, ‘for’ and ‘the’ are unstressed and have the weak forms: *kən*, *fɔː* and *ðə* respectively. Roach (1998) lists about forty English words (most of them function words) that have both the strong and weak (reduced) forms. Below there are just a few function words listed with the both strong and weak forms in order to illustrate the difference in pronunciation.



(4)

A grammatical word	The weak form	The strong form
<i>that</i>	/ðət/	/ðæt/
<i>was</i>	/wəz/	/wɔz/
<i>there</i>	/ðə/	/ðeə/
<i>shall</i>	/ʃəl/	/ʃæl/
<i>some</i>	/səm/	/sʌm/
<i>am</i>	/əm/	/æm/
<i>do</i>	/də/	/du :/

Foreign students, when they learn English as a foreign/second language, predominantly use the strong forms of grammatical words. Consequently their speech sounds very unnatural. On the other hand, native English speakers use the weak forms all the time, as it is also demonstrated in the example above (see (3)). Foreign students find it difficult to understand a natural speech because they don't even know about the existence of weak forms and the contexts they occur in.

The paper by Alimemaj (2014) addresses the difficulties Albanian learners usually face in learning the English pronunciation. The author points out few important differences between these two languages: one is that the Albanian language does not have weak and strong forms, while English does, and another difference is that English has primary and secondary stresses, while Albanian has only the primary stress, which is predominately fixed. Concerning the stress placement the author writes: "In general the main stress in an Albanian stem falls on its last syllable, the main stress of an Albanian word (for compound words with more than one stem) falls on its last stem, and the main stress of an Albanian phrase falls on its last word" (Alimemaj 2014: 162). From this generalization one could conclude that the Albanian language has a stem-based stress, but Trommer (2013) argues that in determining the stress placement in Albanian, the phonological factors like: a syllable weigh and a vowel characteristics (e.g. high and low vowels attracting stress) are crucial as well as the distinction between the noun and verb.

## 1.2. Hypotheses

Following the existing discrepancy: native speakers favor speed over clarity in everyday speech, while non-native speakers favor clarity over speed, we propose the following two hypotheses:

# LANGUAGE

H1: Non-native speakers produce much longer utterances than native speakers.

H2: Native speakers use the weak forms of grammatical words much more than non-native speakers.

The first hypothesis is verified by comparing the duration of the same utterance produced by non-native Kosovo Albanian EFL speakers with native British and American English speakers.

The second hypothesis is tested by comparing the usage of weak forms (forms with the reduced vowel, the schwa) of grammatical words by native vs. non-native speakers of English.

## 2. Methodology

### 2.1. *The materials and procedure*

We base our study on the recordings and transcriptions that comes from the Steven Weinberger's "*Speech Accent Archive*" (Weinberger, 2015). The speech accent archive uniformly presents a large set of speech samples from a variety of language backgrounds. Native and non-native speakers of English read the same paragraph. Recordings are carefully transcribed following the 2005 version of the IPA. The font used is called Doulos SIL font. Details concerning the procedure of recordings and some other technical details can be found on the following website: <http://accent.gmu.edu>.

Each subjects reads the following elicitation paragraph: *Please call Stella. Ask her to bring these things with her from the store: Six spoons of fresh snow peas, five thick slabs of blue cheese, and maybe a snack for her brother Bob. We also need a small plastic snake and a big toy frog for the kids. She can scoop these things into three red bags, and we will go meet her Wednesday at the train station.*

From the elicitation paragraph we have chosen to analyze only one sequence: "...and maybe a snack for her brother Bob". Since the focus of the paper is on the pronunciation of grammatical/function words, the above-mentioned sequence contains four such words: *and*, *a*, *for* and *her*, and thus provides a good testing ground to verify our hypotheses.

The duration of the entire sequence: "...and maybe a snack for her brother Bob" for all eight subjects is manually measured using PRAAT (a free computer software package for the scientific analysis of speech). The comparison between the duration of the sequence

produced by the native and non-native speakers is made. Additionally, the pronunciation of grammatical words is studied in detail and again the comparison of the pronunciation differences between the native and non-native speakers is made.

## **2.2. *The expectations***

Firstly we expect the duration of the sequence: “...*and maybe a snack for her brother Bob*” produced by native English speakers to be much shorter than the same sequence produced by non-native, Kosovo Albanian EFL speakers.

The sequence: “...*and maybe a snack for her brother Bob*” contains four grammatical words: *and*, *a*, *for* and *her*. We expect the weak forms of these grammatical words: /ən/, /ə/, /fə/ and /ə//hə/ to occur more in the native rather than in the non-native speech.

## **2.3. *The subjects***

All the detailed information concerning the biographical background of the eight subjects (four native and four non-native) and the phonetic transcriptions of the recordings considered in this study are provided in the Appendix.

We have randomly chosen four Kosovo Albanian EFL subjects, two male and two female; all of them residing in the United States of America for a period of 3-13 years. From native English subjects, there are three female and one male: one British English speaker and two females and one male American English speaker.

In the rest of the paper the Kosovo Albanian subjects are referred as ALB1, ALB2, ALB3 and ALB 4, while the native English speakers as ENG1, ENG2, ENG3 and ENG4.

## **3. The results**

### **3.1. *The duration measurements***

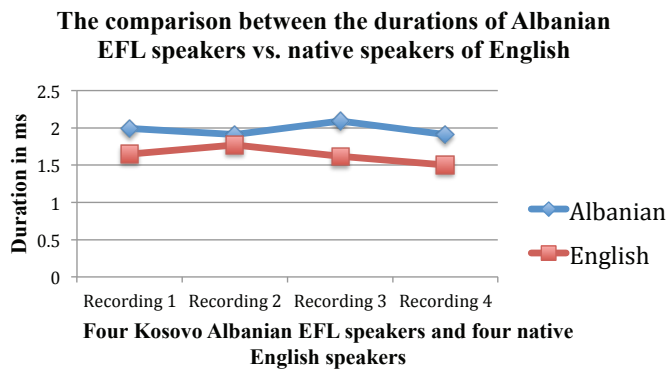
We measured durations of the sequence: “...*and maybe a snack for her brother Bob*” for eight subjects manually in PRAAT. For the details of duration measurements, pitch track analysis and respective spectrograms please see the Appendix.

The results of the measurements are summarized in Table 1 and the comparison between the native and non-native subjects is shown in Figure 1 below.

## LANGUAGE

Table 1. *Duration measurements (in ms) of Kosovo Albanian EFL and native English speakers*

	Albanian		English	
Recording 1	1.99	ALB1	1.65	ENG1
Recording 2	1.91	ALB2	1.77	ENG2
Recording 3	2.09	ALB3	1.62	ENG3
Recording 4	1.91	ALB4	1.5	ENG4



**Figure 1. The comparison between the durations of Albanian EFL speakers vs. native speakers of English**

The Figure 1 clearly shows that the native British and American English speakers produce much shorter utterances than the Albanian EFL speakers. The difference is significant regardless of the fact that ALB3 and ALB 4 have the duration of English residence for 12 and 13 years.

### ***3.2. The weak/strong forms of grammatical words in connected speech***

We extracted the four grammatical words: *and*, *a*, *for* and *her*, as attested in the sequence: “...*and maybe a snack for her brother Bob*”.

The transcriptions of grammatical words for eight subjects (four native Albanian and four English speakers) are presented in Table 2.

Table 2. *The grammatical words attested in the speech of the four native and the four non-native subjects.*

	<i>and</i>	<i>a</i>	<i>for</i>	<i>her</i>
ALB1	[æ̃n]	[ʌ]	[fɔɪ]	[hɜɪ]
ALB2	[æ̃n]	[ə]	[fɔɪ]	[həɪ]
ALB3	[æ̃n]	[ə]	[fɔɪ]	[həɪ]
ALB4	[æ̃n]	[ɛ]	[fɔɪ]	[həɪ]
ENG1	[æ̃n]	[ə]	[fə]	[hə]
ENG2	[ən]	[ə]	[fəɪ]	[həɪ]
ENG3	[ǎn]	[ə]	[fə]	[hɜ]
ENG4	[ən]	[ə]	[fə]	[hə]

The same data translated into the weak/strong forms is presented in Table 3. The weak form corresponds to the form with the schwa (a reduced vowel), while the strong - with one with the full (not reduced) vowel.

Table 3. *The weak/strong forms attested in the speech of the four native and the four non-native subjects.*

<i>The Subjects</i>	<i>and</i>	<i>a</i>	<i>for</i>	<i>her</i>
ALB1	strong	strong	strong	strong
ALB2	strong	weak	strong	weak
ALB3	strong	weak	strong	weak
ALB4	strong	strong	strong	weak
ENG1	strong	weak	weak	weak
ENG2	weak	weak	weak	weak
ENG3	strong	weak	weak	strong
ENG4	weak	weak	weak	weak

As shown in Table 3, concerning the native English speakers, out of the expected 16 weak forms 13 are attested, while regarding the non-native speakers, out of the expected 16 weak forms only 5 are attested. We think that this data illustrates the significant difference between the usages of weak forms of grammatical words by native vs. non-native speakers. It shows that the native speakers use weak forms of grammatical words more than the non-native speakers.

## 4. Discussion

The duration measurements presented above confirm our hypothesis saying that: “non-native speakers produce much longer utterances than native speakers”.

Concerning the grammatical words, we found more reduced/weak forms with the native rather than with the non-native subjects, which also confirms our second hypothesis: “native speakers use weak forms of grammatical words much more than non-native speakers”.

We did not measure the durations of the grammatical words in the utterance, but just by comparing the pitch tracks of the native vs. non-native speakers, one could suggest that the weak forms attested in native speakers’ speech is the result of a correct assignment of phrasal stress on the content/lexical words as follows: ...*and maybe a snack for her brother Bob*. By stressing the content words: *maybe, snack, brother* and *Bob* appropriately, the vowels in function words naturally get reduced so that the smooth rise-fall pattern is created. In the case of the Kosovo Albanian EFL speakers, equal stress is given to each syllable (including function words) in the phrase that makes the utterance sound longer and unnatural. The difference is clearly seen in the pitch-track analysis of the respective phrase for native and non-native subjects (for the details see the Appendix).

### 4.1. *Limitations of the study*

A larger scale study is desirable to test if factors like the age of English onset or the length of residence in English speaking country makes any difference with respect to the hypotheses proposed and tested in this study. Another important factor could be naturalistic vs. academic learning method affecting the second language acquisition process and learning outcomes.

Swan and Smith (2001) and Major (2008) point out how L1 pronunciation influences/interferes with L2 speech. In this respect, a contrastive analysis of English and Albanian would be necessary. Due to the lack of experimental phonetic studies on the Albanian language, we could not explore this issue (i.e., if the Kosovo Albanian L2 in English is affected by native Kosovo Albanian (Gegh) rhythmic/intonation structure). A detailed contrastive study between the two languages, Albanian and English, would contribute to improvement of the pronunciation of the Albanian EFL learners.

## 5. Conclusions and Recommendations

We started the paper by observing the discrepancy: native speakers favor speed over clarity in everyday speech, while non-native speakers favor clarity over speed. Related to this, two hypotheses have been proposed:

H1: Non-native speakers produce much longer utterances than native speakers

H2: Native speakers use weak forms of grammatical words much more than non-native speakers

The duration measurements and the comparison between the pronunciation of grammatical words by native and non-native speakers confirm both hypotheses.

We advocate for the top-down approach to teaching pronunciation to foreign learners.

Following this study some recommendations are suggested for classroom activities in order to improve teaching pronunciation to Albanian learners of English with a special focus on function words in connected speech:

- Making students aware of the discrepancy between the speed and clarity vis-à-vis the native and non-native contexts.
- The most common sound in the English language is the schwa; thus should be taught in great detail. All the contexts in which it occurs should be considered.
- Speech-monitoring activities are suggested, e.g., to encourage a learner to record himself and compare it with a native speech. Additionally, we can ask the learner to transcribe his own and native speech and analyze the differences between the two.
- Activities with a special focus on strong/weak forms of grammatical words are advisable for learners in order to know all the contexts (strong/weak forms) they can occur in.
- By making an extra physical effort on stressed syllables (i.e., by making them louder and longer), a learner will automatically reduce the constituents that are less important and as a result the speech will sound more natural.

## References

- Abercrombie, D. (1967). *Elements of general phonetics*. Edinburgh, UK: Edinburgh University Press.
- Alimemaj, Z. M. (2014). English phonological problems encountered by Albanian learners. *European Scientific Journal*, 10 , pp.1857-7431.
- Boersma, P. & Weenink, D. (2018). Praat: doing phonetics by computer [Computer program]. Version 6.0.40, retrieved 11 May 2018 from <http://www.praat.org/>
- Catford, J.C., (2001). *A Practical Introduction to Phonetics*, (Oxford Linguistics). (Second Edition). Oxford, New York: Oxford University Press.
- Derwing, T.M., & Munro, M.J. (2005). Second language accent and pronunciation teaching: A research –based approach. *TESOL Quarterly* 39 (3), 379-397.
- Goodwin, J. (2014). Teaching pronunciation. In M. Celce-Murcia, D. M. & M. A. Snow (Eds.), *Teaching English as a second or foreign language* (4th ed., pp. 136-152). Boston, MA. National Geographic Learning/Cengage Learning.
- Major, R. (2008). Transfer in second language phonology: A review. In J. Edwards & M. Zampini (Eds.). *Phonology and second language acquisition* (pp. 63-94). Philadelphia, PA: John Benjamins.
- Nespor, M., M. Shukla & J. Mehler (2011). Stress-timed vs. syllable-timed languages. *Companion to Phonology*. Blackwell.
- Pike, K. (1945). *The intonation of American English*. Ann Arbor, MI: The University of Michigan Press.
- Roach, P. (1998). *English Phonetics and Phonology: a Practical Course* (second edition). Cambridge: Cambridge University press.
- Swan, M. & Smith, B. (Eds.). (2001). *Learner English: A teacher's guide to interference and other problems* (2<sup>nd</sup> ed.). Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Trommer, J. (2013). Stress Uniformity in Albanian: Morphological Arguments for Cyclicity. *Linguistic Inquiry*. Volume 44, Issue 1, p.109-143. Massachusetts Institute of Technology.
- Weinberger, S. (2015). *Speech Accent Archive*. George Mason University. Retrieved from <http://accent.gmu.edu>.



## Appendix

All biographical data and phonetic transcriptions come from Steven Weinberger’s “*Speech Accent Archive*” (Weinberger, 2015).

The elicitation paragraph is as follows:

*Please call Stella. Ask her to bring these things with her from the store: Six spoons of fresh snow peas, five thick slabs of blue cheese, and maybe a snack for her brother Bob. We also need a small plastic snake and a big toy frog for the kids. She can scoop these things into three red bags, and we will go meet her Wednesday at the train station.*

The analyses of the phrase: “...and maybe a snack for her brother Bob” for each recording are done in PRAAT by the author of this paper.

ALB1: Biographical Data

*birth place:* Prishtina, Kosovo

*native language:* Albanian

*other language(s):* Serbian Macedonian Bosnian

*age, sex:* 19, male

*age of English onset:* 6

*English learning method:* naturalistic

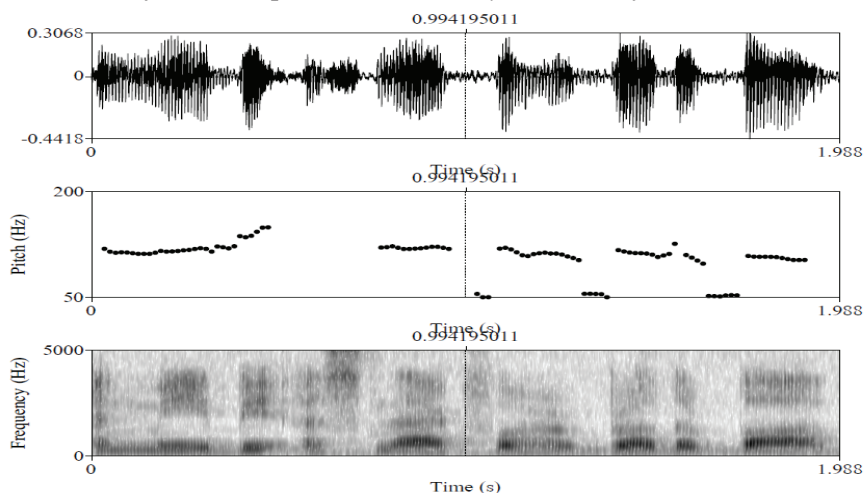
*English residence:* USA

*length of English residence:* 3 years

[plɪz k<sup>h</sup>ɔl stɛlə æs xɜɪ tu bɪŋ ðɪs  
θɪŋks wɪθ hɜɪ frɪðm ðə stɔɪ sɪks  
spūnz ʌf frɛʃ sno pɪz faɪf θɪk slæbz  
ə blu tʃ<sup>h</sup>ɪz æn meɪbi ʌ snæk fɔɪ hɜɪ  
bɪʌðəɪ bʌb wɪ ɔl<sup>ʌ</sup>so nɪdə smɔl  
plæstɪk sneɪk ændə bɪk t<sup>h</sup>ɔɪ frɔg fɔɪ  
ðə k<sup>h</sup>jɪts ʃɪ kæn sk<sup>h</sup>ʌp<sup>ɪ</sup> ðɪz θɪŋks  
ɪntu ðri ɹɛd bægz æn wɪ wɪl<sup>ʌ</sup> mit  
wɪ wɪl<sup>ʌ</sup> go mit hɜɪ wēnzdeɪ æ də  
t<sup>h</sup>ɹeɪn steɪʃɔn]

## LANGUAGE

ALB1: Analysis of the phrase: "...and maybe a snack for her brother Bob"



ALB2: Biographical Data

*birth place:* Mitrovice, Kosovo

*native language:* Albanian

*other language(s):* German Serbian

*age, sex:* 33, male

*age of English onset:* 28

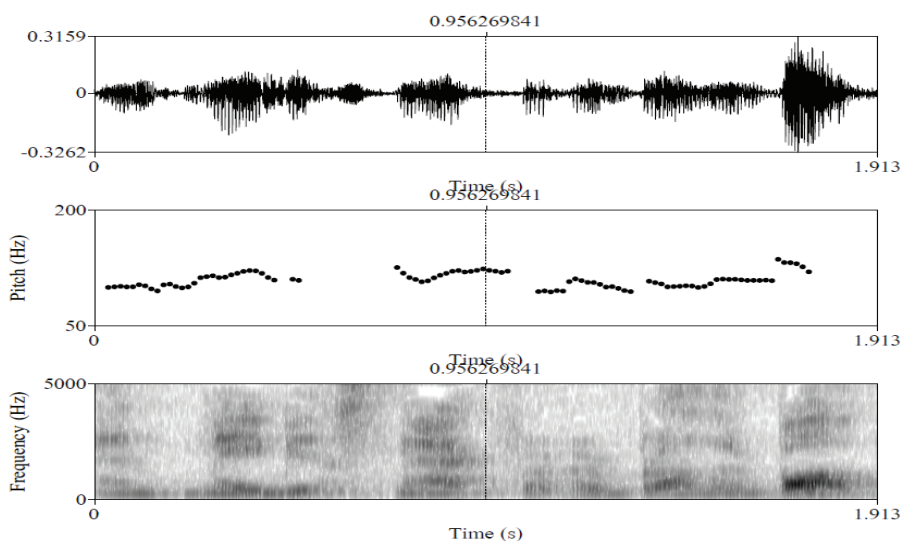
*English learning method:* academic

*English residence:* USA

*length of English residence:* 5 years

[pli:z kɔl stɛlə æsk həɪ tu brɪŋ  
ðɪs θɪŋz wɪθ həɪ ɪf wɪθ həɪ flɪm  
ðə stɔɪ sɪks spɪnz ɔf flɛʃ snou  
pɪs faɪf θɪk slæ:bz ɔv blu tʃɪz æn  
meɪbi ə snæk fɔɪ həɪ brʌðəɪ bɔb  
wɪ ɔlso nɪd ə smɔl plæstɪk sneɪk  
æn ə bɪg tɔɪ flɔ:g fəɪ ðə kʰɪdʒ fɪ  
kæn sku:b ðɪs θɪŋz ɪntu θɪɪ jæd  
bæks æn wɪ wɪl get wɪl ɡou æn  
wɪ wɪl ɡou mɪt hɜ:ɪ vɛnzdeɪ æt  
ðə tɪm steɪʃən]

ALB2: Analysis of the phrase: “...and maybe a snack for her brother Bob”



ALB3: Biographical Data

*birth place:* Prishtina, Kosovo

*native language:* Albanian

*other language(s):* Serbian

*age, sex:* 45, female

*age of English onset:* 11

*English learning method:* academic

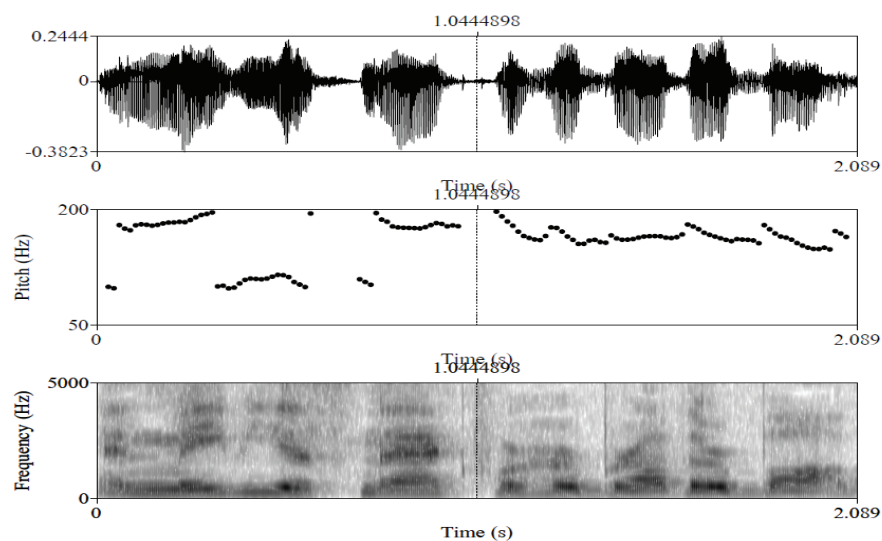
*English residence:* USA

*length of English residence:* 12 years

[plɪs kɔl stɛlʲə æsk hə tu bɪŋ ðɪs  
 θɪŋz wɪθ hə fɪlɪm ðə stɔɪ sɪks  
 spū:nz ðf fɪɛʃ snou pi:s faɪf θɪk  
 slæbs əf blu: tʃi:s æn meɪbi ə  
 ʃnækʰ fəɪ həɪ bɪlɔðəɪ bəʃ wɪ əlso  
 nɪʃ ə smɔl pʰlæstɪk sneɪk ænd ə  
 bɪg tɔɪ fɪəʒ fəɪ ðə kɪʃs ʃɪ kæn  
 sku:p ðɪs θɪŋz ɪntu θi: ɹed bægz  
 ænd wɪ wɪl ɡou mɪt həɪ wēzdeɪ  
 æt ˈ ðə æt ˈ ðə tɹeɪn steɪʃən]

## LANGUAGE

ALB3: Analysis of the phrase: “...and maybe a snack for her brother Bob”



ALB4: Biographical Data

*birth place:* Prishtina, Kosovo

*native language:* Albanian

*other language(s):* Serbian

*age, sex:* 43, female

*age of English onset:* 9

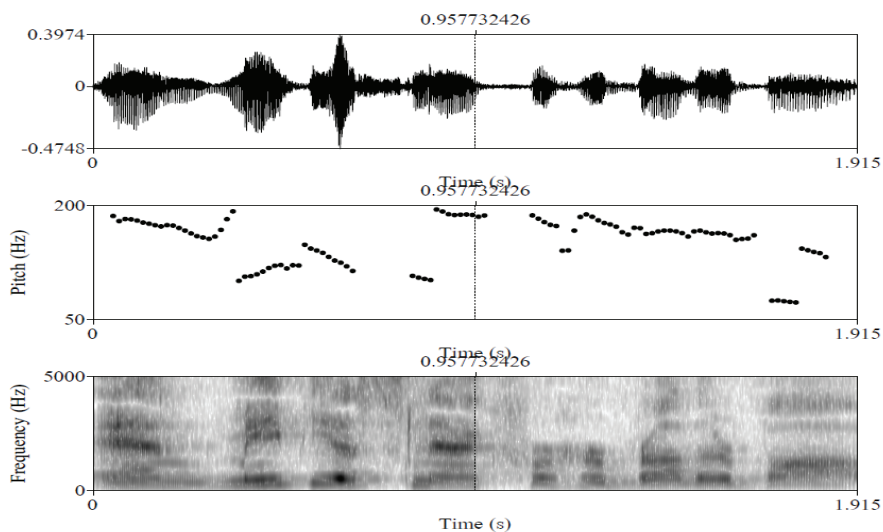
*English learning method:* academic

*English residence:* USA

*length of English residence:* 13 years

[p<sup>h</sup>lɪs k<sup>h</sup>əl stɛlə æsk hɛɪ tu bʌŋ ðɪz  
θɪŋz fɪlɪm hɛɪ? f wɪθ hɛɪ fɪlɪm ðə  
stɑɪ sɪks spʊns əf fɪɛf snou pɪs  
færɪ θɪk slæʃs əv blʌ tʃɪz æn mɛɪbɪ  
ɛ snæk<sup>ʔ</sup> fəɪ hɛɪ bɪlðɛɪ bɑ:ʃ vɪ  
ɑl<sup>v</sup>sɔ̃ nid ə sməl plæstɪk sneɪk ən ə  
brɪg t<sup>h</sup>ɔɪ fɪəg<sup>ʔ</sup> fəɪ ðə kɪɟs ʃɪ kæn  
skʌp<sup>ʔ</sup> ðɪz θɪŋz ɪntu θɪɪ jɛd bægs ɛn  
wɪ wɪl<sup>v</sup> ɡou mɪt hɛɪ wə? wɛnzdeɪ  
æt ðə treɪn steɪʃən]

ALB4: Analysis of the phrase: “...and maybe a snack for her brother Bob”



ENG1: Biographical Data

*birth place:* Davenport, Iowa, USA

*native language:* English

*other language(s):* none

*age, sex:* 35, female

*age of English onset:* 0

*English learning method:* naturalistic

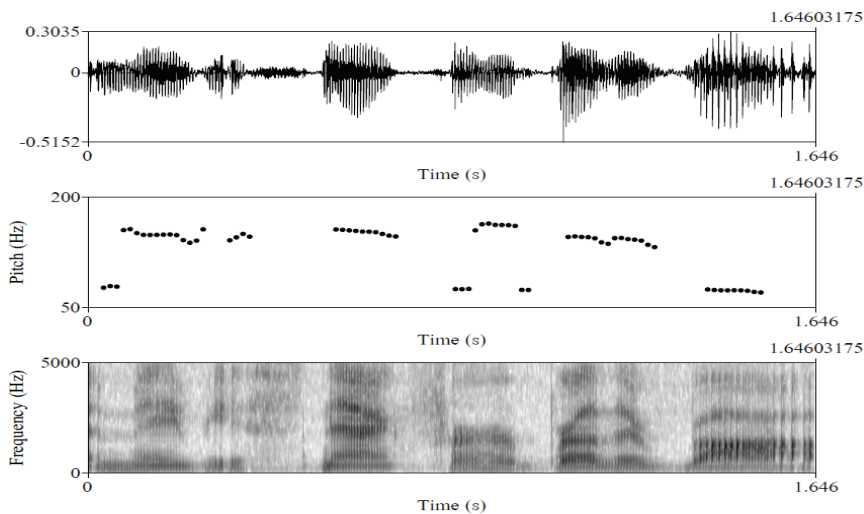
*English residence:* USA

*length of English residence:* 35 years

[p<sup>h</sup>li:s k<sup>h</sup>ɒl stɛlə æsk ə rə bɹɪŋ  
 ði:z θɪŋz wɪθ hə flɑ:m ðə stɔ:ɹ  
 sɪks spū:nz ʌʋ frɛʃ snɒʋ p<sup>h</sup>i:z  
 fəɹy θɪk slæ:bz ʌʋ blu tʃi:z æn  
 meɪbi: ə snæk fə hə brʌðə  
 bɑ:b wɪ ɔlso ni:r ə smɒl  
 p<sup>h</sup>ɹæstɪk snɛɪk ən ə bɪg<sup>ɹ</sup> t<sup>h</sup>ɔɪ  
 frɑ:g fə ðə k<sup>h</sup>ɪdʒ ʃi kæn skʉp  
 ðɪz θɪŋz ɪ n<sup>h</sup>ə θɹɪ ɹɛd bæ:gz  
 æn wə wɪl<sup>v</sup> ɡʉʋ mi:t hə  
 wɛnzde æt ðə tɹɛɪn steɪʃɪn]

## LANGUAGE

ENG1: Analysis of the phrase: "...and maybe a snack for her brother Bob"



ENG2

Biographical Data

*birth place:* Pittsburgh, Pennsylvania, USA

*native language:* English

*other language(s):* French Spanish

*age, sex:* 52, female

*age of English onset:* 0

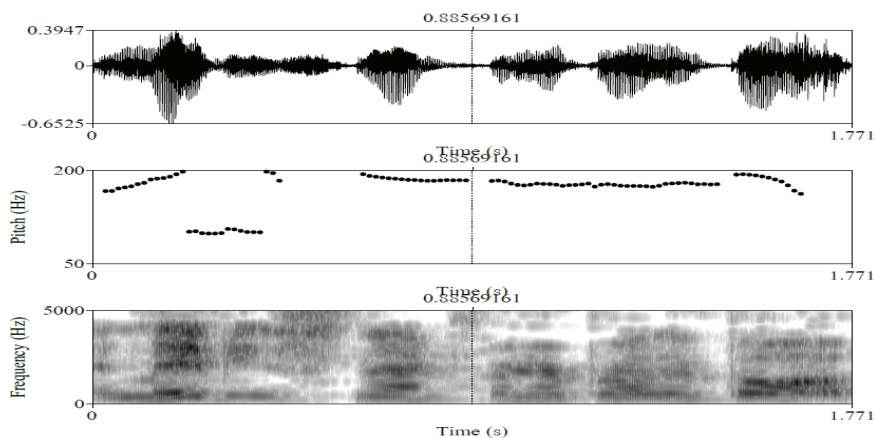
*English learning method:* naturalistic

*English residence:* USA

*length of English residence:* 52 years

[p<sup>h</sup>li:z k<sup>h</sup>ɔl stələ æsk həɪ rə  
bʌŋ ði:z ʃɪŋz wɪθ həɪ fɪlɪm n̩ə  
stɔɪ sɪks spəʊnz əv fɪəf ʃnoʊ  
p<sup>h</sup>i:z faɪv θɪk slæ:bz əv blu  
tʃi:z ən meɪbi ə snæk fəɪ həɪ  
brʌðəɪ bɔ:b wɪ ɔlsou nɪr ə  
smɔl plæstɪk sneɪk ən ə bɪg  
t<sup>h</sup>ɔɪ fɪɔ:g fəɪ ðə kɪdz ʃɪ kən  
skʊp ði:z ʃɪŋz ɪntu θɪi: ɹed  
bæ:gz æn wɪ wɪl geʊ mɪt həɪ  
neks wɛnzdeɪ æt ðə tɹɛm  
steɪʃən]

ENG2: Analysis of the phrase: "...and maybe a snack for her brother Bob"



ENG3: Biographical Data

*birth place:* Staffordshire, UK

*native language:* English

*other language(s):* French

*age, sex:* 35, female

*age of English onset:* 0

*English learning method:* naturalistic

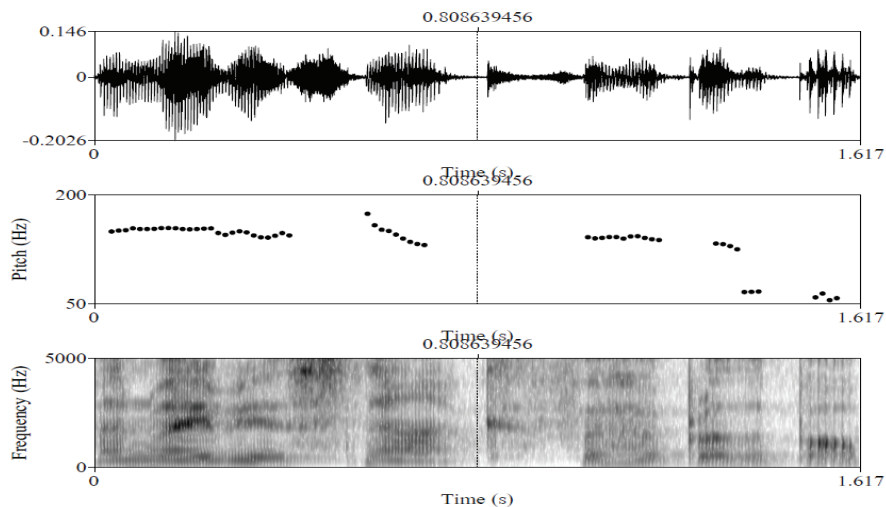
*English residence:* UK

*length of English residence:* 35 years

[p<sup>h</sup>i:z k<sup>h</sup>a:l stɛl̩ ask ə tə bɪŋ  
 ðiz θɪŋz wɪð ə flɑ:m ðə stə  
 sɪks spʊ:nz ʌv frɛʃ snʊʊ p<sup>h</sup>i:z  
 fɑɪv θɪk slɑbz əv blɪ tʃi:z ən  
 meɪ ə snæk fə hɜ bɪʌðs bʌb  
 wɪ ɔlsə nɪd ə smɑ:l plɑstɪk  
 sneɪk ən ə bɪg t<sup>h</sup>ɔ: flɑg<sup>7</sup> fə ðə  
 kɪdʒ ʃɪ k<sup>h</sup>ən skʊp<sup>7</sup> ðiz θɪŋz  
 ɪntə θaɪ ɹed bæŋz wɪ wɪl gʊv  
 mɪt ə wɛnzde æt? ðə tɪn  
 stɛɪʃən]

## LANGUAGE

ENG3: Analysis of the phrase: "...and maybe a snack for her brother Bob"



ENG4: Biographical Data

*birth place:* New Britain, Connecticut, USA

*native language:* English

*other language(s):* none

*age, sex:* 39, male

*age of English onset:* 0

*English learning method:* naturalistic

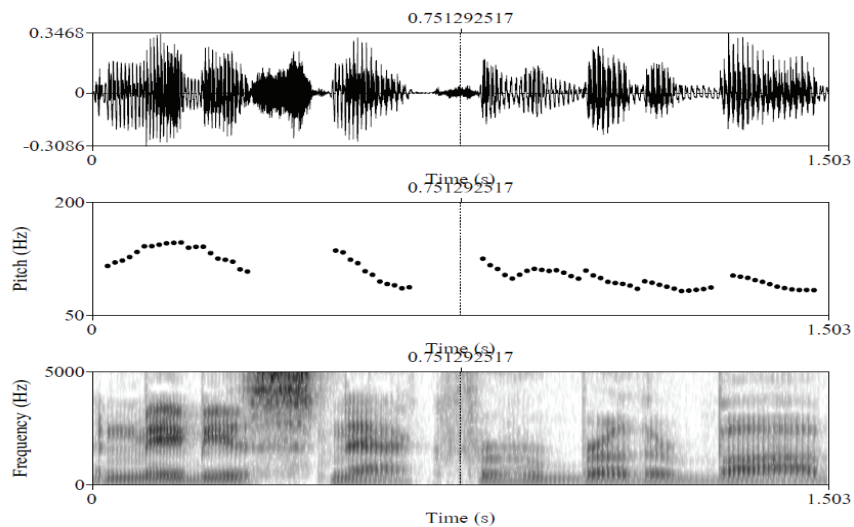
*English residence:* USA

*length of English residence:* 39 years

[p<sup>h</sup>i:lɪz k<sup>h</sup>ɑl<sup>ɪ</sup> stələ æsk ə rə bʌŋ  
ðɪz θɪŋz wɪð ə fɪlm ðə stɔ: sɪks  
spʊ:nz əv fɪɛf snou p<sup>h</sup>i:lɪz faɪv θɪk  
slæ:bz əv blu t<sup>h</sup>ʃi:z ðn meɪbi ə  
snæk fə hə bɪlɒðə bɑ:bð wi ɑl<sup>ɪ</sup>so  
nɪrə smɑl<sup>ɪ</sup> p<sup>h</sup>læstɪk<sup>ɪ</sup> sneɪk ɛn ə  
bɪg t<sup>h</sup>ɔɪ fɪɑ:g fə ðə k<sup>h</sup>i:dz ʃɪ kæn  
skʌp ðɪz θɪŋz ɪntə θɪɪ ɪed bæ:gz  
ɛn wi wɪl<sup>ɪ</sup> gou mɪr ə wɛnzdeɪ ət<sup>ɪ</sup>  
ðə t<sup>h</sup>ɪɛm steɪʃən]



ENG4: Analysis of the phrase: “...and maybe a snack for her brother Bob”



# რა არის ელემენტარული გეომეტრია<sup>1</sup>

ალფრედ ტარსკი

Institute for Basic Research in Science,  
University of California, Berkeley, California, U.S.A.

ევკლიდეს ელემენტების ტრადიციისამებრ შერწყმული იმ ცნებების და თეორემების ერთობლიობა, რომელიც შეადგენს საშუალო-სასკოლო გეომეტრიის კურსს სასაუბრო ენაში, თავისუფლად მოიხსენიება ტერმინით **ელემენტარული გეომეტრია**. ამგვარად, ტერმინს არამკაცრად განსაზღვრული მნიშვნელობა აქვს და ის შეიძლება დაექვემდებაროს სხვადასხვა ინტერპრეტაციას. თუ გვსურს ელემენტარული გეომეტრია გავხადოთ მათემატიკური შესწავლის საგანი და მივიღოთ ზუსტი შედეგები (არა მის ფარგლებში, არამედ საზოგადოდ), მაშინ აუცილებელი ხდება გარკვეული ინტერპრეტაციის არჩევა. კერძოდ, უნდა აღვწეროთ, ზუსტად რომელი წინადადებები შეგვიძლია ჩამოვაცალიბოთ ელემენტარულ გეომეტრიაში და რომელი მათგანი შეგვიძლია ვცნოთ ზოგადმართებულად; სხვა სიტყვებით, უნდა დავადგინოთ გამოხატვისა და დამტკიცების საშუალებები, რომლებითაც ეს დისციპლინა არის აღჭურვილი.

ამ სტატიაში, ჩვენ, უპირველეს ყოვლისა, ყურადღებას ვამახვილებთ ელემენტარული გეომეტრიის ცნებაზე, რომელიც უხეშად შეიძლება შემდეგნაირად აღინეროს: ელემენტარულ გეომეტრიად მოვიხსენიოთ გეომეტრიის ის ნაწილი, რომელიც შეიძლება ჩამოყალიბდეს და დამტკიცდეს სიმრავლურ-თეორიული საშუალებების გარეშე.

<sup>1</sup> თარგმანი შესრულებულია შემდეგი პუბლიკაციის მიხედვით: Tarsky, Alfred. 1959. What is elementary geometry? In: The axiomatic method with special reference to geometry. Leon Henkin, Patric Supper, Alfred Tarsky (eds). *Proceedings of an International Symposium held at the University of California, Berkeley, December 26, 1957-January 4, 1958.*

უფრო ზუსტად, ელემენტარული გეომეტრია აქ გაგებული უნდა იყოს [25]<sup>2</sup>-ის აზრით, როგორც სტანდარტული ფორმალიზაციის მქონე თეორია. ის ფორმალიზებულია ელემენტარულ ლოგიკაში, პირველი რიგის პრედიკატთა აღრიცხვაში. ნაგულისხმევია, რომ ყველა ის ცვლადი,  $x, y, z, \dots$ , რომელიც ამ თეორიაში გვხვდება, გაირბენს თავის მნიშვნელობად დაფიქსირებული სიმრავლის წერტილების ერთობლიობას. თეორიის ლოგიკური სიმბოლოებია: (i) წინადადებათა მაკავშირებლები — უარყოფის სიმბოლო  $\neg$ , იმპლიკაციის („გამომდინარეობის“) სიმბოლო  $\rightarrow$ , დიზიუნქციის („ან“) სიმბოლო  $\vee$  და კონიუნქციის („და“) სიმბოლო  $\wedge$ ; (ii) კვანტორები — ნებისმიერობის (უნივერსალური) კვანტორი  $\forall$  და არსებობის (ეგზისტენციალური) კვანტორი  $\exists$ ; (iii) ორი სპეციალური, ორადგილიანი პრედიკატი — იგივეობის სიმბოლო  $=$  და განსხვავებულობის სიმბოლო  $\neq$ . არალოგიკურ სიმბოლოებად (თეორიის პრიმიტიულ სიმბოლოებად, გეომეტრიულ ცნებებად) შეგვეძლო გამოგვეცხადებინა ნებისმიერი პრედიკატი, რომელიც აღნიშნავს მიმართებებს წერტილებს შორის და რომელთა ტერმინებშიც ყველა ცნობილი გეომეტრიული ცნება იქნებოდა განსაზღვრებადი. სინამდვილეში, ამ მიზნისთვის ვიღებთ ორ პრედიკატს: სამადგილიან პრედიკატს  $B$ , რომელიც აღნიშნავს შორისობის (შორის მყოფობის) მიმართებას, და ოთხადგილიან პრედიკატს  $\cong$ , რომელიც აღნიშნავს თანაბარდაშორებულობის მიმართებას; ფორმულა  $B(xyz)$  იკითხება შემდეგნაირად:  $y$  მდებარეობს  $x$ -სა და  $z$ -ს შორის (შემთხვევა, როდესაც  $y$  ემთხვევა  $x$ -ს ან  $z$ -ს არ არის გამორიცხული), ხოლო  $xy \cong zu$  იკითხება შემდეგნაირად:  $x$  ისევეა დაშორებული  $y$ -სგან, როგორც  $z$  არის დაშორებული  $u$ -სგან.

ამგვარად, ელემენტარული გეომეტრიის ჩვენეულ ფორმალიზაციაში ინდივიდუალებად განვიხილავთ მხოლოდ წერტილებს; შესაბამისად, ისინი წარმოდგენილი არიან (პირველი რიგის) ცვლადებით. რადგან ელემენტარულ გეომეტრიას არ აქვს სიმრავლურ-თეორიული ბაზისი, მისი ფორმალიზაცია არ არის აღჭურვილი მაღალი რიგის ცვლადებითა და სიმბოლოებით, რომლებიც წარმოადგენენ ან აღნიშნავენ გეომეტრიულ ფიგურებს (წერტილთა სიმრავლეებს), გეომეტრიულ ფიგურათა კლასებს და ა.შ. უნდა ითქვას, რომ, ამის მიუხედავად, ჩვენ მაინც

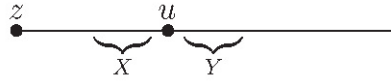
2 ამ სტატიის ერთ-ერთი, ყველაზე მთავარი მიზანია წარმოვაჩინოთ თანამედროვე ლოგიკისა და მეტამათემატიკის ცნებების მნიშვნელობა გეომეტრიის დაფუძნების შესწავლაში. ამ დისკუსიაში ნახსენებ ლოგიკურ და მეტამათემატიკურ ცნებებში გასარკვევად იხ. [24] და [25] (ბიბლიოგრაფია იხილეთ სტატიის ბოლოს). მთავარი მეტამათემატიკური შედეგი, რომელსაც ემყარება ეს დისკუსია, მიღებული იყო [23]-ში. ალგებრული ცნებების და შედეგების გასაცნობად იხ. [27]. არსებობს ამ სტატიასთან თემატურად დაკავშირებული და იმავე პერიოდის რამდენიმე სტატია: ეს პირველ რიგში ეხება Scott-ის სტატიას [21] და Szmieliew-ის სტატიას [22], ასევე, Robinson-ის სტატიას [18].

## LOGIC

შეგვიძლია გამოვსახოთ ჩვენს ფორმალიზმში ყველა ის შედეგი, რომელიც შეეხება სწორხაზოვან ფიგურებს და შეიძლება შეგვხვდეს სასკოლო გეომეტრიის სახელმძღვანელოებში; მათ შორის ისინი, რომლებიც ყალიბდება გეომეტრიული ფიგურების სხვადასხვაგვარ კლასთა მეშვეობით, როგორებიცაა: წრფეები, წრეწირები, მონაკვეთები, სამკუთხედები, ოთხკუთხედები და, უფრო ზოგადად, მრავალკუთხედები წვეროთა რაღაც დაფიქსირებული სასრული რაოდენობით; ასევე, შეგვიძლია გამოვსახოთ გარკვეული მიმართებები ამ კლასების გეომეტრიულ ფიგურებს შორის, როგორებიცაა კონგრუენტობა და მსგავსება. ეს უმეტესწილად იმ ფაქტის შედეგია, რომ ყოველ ნახსენებ კლასში ყოველი გეომეტრიული ფიგურა განისაზღვრება წერტილების დაფიქსირებული სასრული სიმრავლით. მაგალითად, იმის თქმის ნაცვლად, რომ *წერტილი z მდებარეობს წრფეზე, რომელიც გადის წერტილებზე x და y*, შეგვიძლია ვთქვათ, რომ *სრულდება B(xyz) ან B(yzx) ან B(zxy)*; ხოლო ნაცვლად იმისა, რომ ვთქვათ: *მონაკვეთები, რომელთა ბოლოები xy და x'y' კონგრუენტულია*, უბრალოდ ვიტყვი, რომ *სრულდება  $xy \cong x'y'$* .

ჩვენს ფორმალიზმში ჩამოყალიბებული წინადადება მოიხსენიება როგორც ზოგადმართებული, თუ ის (სემანტიკურად) გამომდინარეობს წინადადებებიდან, რომლებიც შერჩეულია აქსიომებად; სხვა სიტყვებით, თუ ის სრულდება ყველა მათემატიკურ სტრუქტურაში, რომლებშიც კი სრულდება ყველა აქსიომა. მოცემულ შემთხვევაში, ელემენტარული (პირველი რიგის) ლოგიკის სისრულის თეორემის ძალით, წინადადება ზოგადმართებულია, თუ ის გამოიყვანება აქსიომებიდან კარგად ცნობილი გამოყვანის წესების მეშვეობით. სათანადო აქსიომების სიმრავლის მისაღებად, დავინყებთ აქსიომათა სისტემით, რომლის შესახებაც ცნობილია, რომ ის იძლევა მთელი ევკლიდური გეომეტრიის ადეკვატურ ლოგიკურ ბაზისს და არალოგიკურ სიმბოლოებად შეიცავს მხოლოდ  $B$ -ს და  $\cong$ -ს. ჩვეულებრივ ასეთ სისტემებში ერთადერთი არაელემენტარული (არა პირველი რიგის) წინადადება არის უწყვეტობის აქსიომა, რომელიც (გარდა პირველი რიგის ცვლადებისა, რომლებიც გაირბენენ წერტილებს) შეიცავს მეორე რიგის ცვლადებს  $X, Y, \dots$ , რომლებიც თავის მნიშვნელობად მიიღებენ (გაირბენენ) წერტილთა ნებისმიერ სიმრავლეებს, და, ასევე, შეიცავს დამატებით ლოგიკურ სიმბოლოს,  $\in$ , რომელიც აღნიშნავს მიკუთვნების მიმართებას წერტილებსა და სიმრავლეებს შორის. უწყვეტობის აქსიომა შეიძლება შემდეგნაირად ჩამოყალიბდეს:

$$\forall XY\{\exists z\forall xy[x \in X \wedge y \in Y \rightarrow B(xyz)] \rightarrow \exists u\forall xy[x \in X \wedge y \in Y \rightarrow B(xuy)]\}$$



ჩვენ ამოვიღეთ სისტემიდან ეს აქსიომა და შევცვალეთ ის უწყვეტობის ყველა ელემენტარული აქსიომის უსასრულო ერთობლიობით; სხვა სიტყვებით, უხეშად რომ ვთქვათ, ყველა იმ წინადადების ერთობლიობით, რომლებიც მიიღება ზემოთმოყვანილი არაელემენტარული (არა პირველი რიგის) აქსიომიდან, თუ  $x \in X$ -ს შევცვლით ნებისმიერი ელემენტარული ფორმულით, რომელშიც  $x$  შედის თავისუფლად, და  $y \in X$ -ს შევცვლით ნებისმიერი ელემენტარული ფორმულით, რომელშიც  $y$  შედის თავისუფლად. იდეების საჩვენებლად დარჩენილ ნაწილში შემოვიფარგლებით ორგანზომილებიანი (სიბრტყის) ელემენტარული გეომეტრიით და მოვიყვანთ მარტივ აქსიომათა სისტემას, რომელიც მიიღება იმ გზით, რომელიც ახლა აღვწერეთ. სისტემა შედგება თორმეტი ელემენტარული აქსიომისგან A1-A12-სა და A13-სგან, რომელიც არის უწყვეტობის ელემენტარულ აქსიომათა უსასრულო ერთობლიობა.

A1 [იგივეობის აქსიომა შორისობისთვის].

$$\forall xy[B(xyx) \rightarrow (x = y)]$$

A2 [შიდა ტრანზიტულობის აქსიომა შორისობისთვის].

$$\forall xyz[B(xyu) \wedge B(yzu) \rightarrow B(xyz)]$$

A3 [გარე ბმულობის აქსიომა შორისობისთვის].

$$\forall xyz[B(xyz) \wedge B(xyu) \wedge (x \neq y) \rightarrow B(xzu) \vee B(xuz)]$$

A4 [რეფლექსურობის აქსიომა თანაბარდამორებულობისთვის].

$$\forall xy[xy \cong yx]$$

A5 [იგივეობის აქსიომა თანაბარდამორებულობისთვის].

$$\forall xyz[(xy \cong zz) \rightarrow (x = y)]$$

A6 [ტრანზიტულობის აქსიომა თანაბარდამორებულობისთვის].

$$\forall xyzuvw[(xy \cong zu) \wedge (xy \cong vw) \rightarrow (zu \cong vw)]$$

A7 [პაშის აქსიომა (გარე ფორმით)].

$$\forall txyz \exists v[B(xtu) \wedge B(yuz) \rightarrow B(xvy) \wedge B(ztv)]$$

A8 [ეკვლიდეს აქსიომა].

$$\forall txyz \exists vw[B(xut) \wedge B(yuz) \wedge (x \neq u) \rightarrow B(xzv) \wedge B(xyw) \wedge B(wtv)]$$

A9 [ხუთი მონაკვეთის აქსიომა].

$$\forall xx'yy'zz'uu'[(xy \cong x'y') \wedge (yz \cong y'z') \wedge (xu \cong x'u') \wedge (yu \cong y'u') \wedge (u \neq v) \wedge B(xyz) \wedge B(x'y'z') \rightarrow (zu \cong z'u')]$$

A10 [მონაკვეთის აგების აქსიომა].

$$\forall xyuv \exists z [B(xyz) \wedge (yz \cong uv)]$$

A11 [ქვედა 2-განზომილებიანი აქსიომა].

$$\exists xyz [\neg B(xyz) \wedge \neg B(yzx) \wedge \neg B(zxy)]$$

A12 [ზედა 2-განზომილებიანი აქსიომა].

$$\forall xyzuv [(xu \cong xv) \wedge (yu \cong yv) \wedge (zu \cong zv) \rightarrow B(xyz) \vee B(yzx) \vee B(zxy)]$$

A13 [უნყვეტობის ელემენტარული აქსიომები].

შემდეგი ფორმის ყველა წინადადება

$$\forall vw \dots \{ \exists z \forall xy [\varphi \wedge \psi \rightarrow B(zxy)] \rightarrow \exists u \forall xy [\varphi \wedge \psi \rightarrow B(xuy)] \},$$

სადაც  $\varphi$  არის ფორმულა, რომელშიც  $x, v, w, \dots$  ცვლადები შედიან თავისუფლად, ხოლო არც  $y, z$  და არც  $u$  — არა (მაშასადამე, თუ შედიან, შედიან დაბმულად); მსგავსადვე,  $\psi$  არის ფორმულა, სადაც  $y, v, w, \dots$  შედიან თავისუფლად, ხოლო  $x, z$  და  $u$  — არა (მაშასადამე, თუ შედიან, შედიან დაბმულად).

ელემენტარულ გეომეტრიას, რომელიც ემყარება ჩამოთვლილ აქსიომებს, აღნიშნავთ სიმბოლოთი  $\mathcal{E}_2$ . ქვემოთ, თეორემებში 1-4, ჩამოვაცალიებთ ამ თეორიის ფუნდამენტურ მათემატიკურ თვისებებს.<sup>3</sup>

პირველ რიგში, განვიხილოთ  $\mathcal{E}_2$ -ის წარმოდგენის საკითხი, სხვა სიტყვებით, ამ თეორიის მოდელების დახასიათების საკითხი.  $\mathcal{E}_2$ -ის მოდელი კი არის ისეთი სისტემა  $\mathfrak{M} = \langle A, B, E \rangle$ , რომ (i)  $A$  არის რამე არაცარიელი სიმრავლე,  $B$  და  $E$  კი, შესაბამისად, სამ- და ოთხაღილიანი მიმართებები  $A$ -ს ელემენტებს შორის; (ii)  $\mathfrak{M}$ -ში სრულდება  $\mathcal{E}_2$ -ის ყველა აქსიომა იმ დაშვებით, რომ ყველა ცვლადი გაირბენს  $A$ -ს ელემენტებს, ხოლო კონსტანტები  $B$  და  $\cong$ , შესაბამისად, აღნიშნავენ  $B$ -სა და  $E$ -ს.

$\mathcal{E}_2$ -ის მოდელის ყველაზე ნაცნობი (და ასევე ისინი, რომლებიც მარტივად მოხელთებადია ალგორითმული მეთოდებით) ნიმუშებია დალაგებულ ველზე დეკარტული სივრცეები, რომელთა ცნებას ქვემოთ განვსაზღვრავთ. აქ არ განვსაზღვრავთ და, შესაბამისად, ვთვლით, რომ მკითხველისთვის ცნობილია, რა პირო-

3 თეორია  $\mathcal{E}_2$ -ის მოკლე განხილვა და მისი მეტამათემატიკური თვისებები მოცემული იყო [23]-ში, გვ. 43-დან. დეტალური განვითარება (რომელიც ეყრდნობა [23]-ს) მოცემულია [19]-ში, თუმცა იქ წამოდგენილი ელემენტარული გეომეტრიის საბაზისო სისტემა განსხვავდება აქ განხილული სისტემისგან თავისი ლოგიკური სტრუქტურით, პრიმიტივების სიმბოლოებითა და აქსიომებით.

თეორია  $\mathcal{E}_2$ -ის აქსიომათა სისტემა, რომელიც მოცემულია ზემოთ, წარმოადგენს იმ სისტემის გამარტივებულ ვარიანტს, რომელიც მოცემული იყო [23]-ში, გვ. 55-დან. უმთავრესად გამარტივება მდგომარეობს ზედმეტი აქსიომების გამოკლებაში. იმის დამტკიცება, რომ ამოღებული აქსიომები გამოყვანადია დარჩენილებიდან, მიღებული იყო Eva Kallin-ის, Scott Taylor-ისა და წინამდებარე ნაშრომის ავტორის მიერ ბერკლის უნივერსიტეტში 1956-1957 წლებში გეომეტრიის დაფუძნების შესახებ ჩატარებული სალექციო კურსის ფარგლებში.

ბებში ეწოდება სისტემას  $\mathbb{F} = \langle F, +, \cdot, \leq \rangle$  დალაგებული ველი და როგორ განისაზღვრება დალაგებული ველისთვის სიმბოლოები  $0, x, -y, x^2$  (სადაც  $F$  არის არა-ცარიელი სიმრავლე,  $+$  და  $\cdot$  არიან ორადგილიანი ოპერაციები, რომელთა მიმართაც  $F$  ჩაკეტილია, ხოლო  $\leq$  არის  $F$ -ის ელემენტებს შორის დალაგების ორადგილიანი მიმართება). დალაგებულ  $\mathbb{F}$  ველს ეწოდება ევკლიდური, თუ ყველა არაუარყოფითი ელემენტი  $\mathbb{F}$ -ში არის რაიმე ელემენტის კვადრატი; დალაგებულ ველს  $\mathbb{F}$  ეწოდება ნამდვილ-ჩაკეტილი (real closed), თუ ის ევკლიდურია და კენტი ხარისხის ყველა მრავალწევრს კოეფიციენტებით  $\mathbb{F}$ -დან გააჩნია ნული  $\mathbb{F}$ -ში. განვიხილოთ  $F$ -ის ელემენტების დალაგებულ წყვილთა სიმრავლე  $A_F = F \times F$ . მის ელემენტებს აქვს შემდეგი სახე:  $x = \langle x_1, x_2 \rangle$ , სადაც  $x_1$  და  $x_2$  არიან  $F$ -ის ელემენტები. განვსაზღვროთ ასეთ წყვილებს შორის  $B_F$  და  $E_F$  მიმართებები შემდეგნაირად:

$B_F(xyz)$  სრულდება მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც

$$(x_1 - y_1) \cdot (y_2 - z_2) = (x_2 - y_2) \cdot (y_1 - z_1),$$

$$0 \leq (x_1 - y_1) \cdot (y_1 - z_1), \text{ და } 0 \leq (x_2 - y_2) \cdot (y_2 - z_2);$$

$E_F(xyzu)E_F(xyzu)$  სრულდება მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც

$$(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 = (z_1 - u_1)^2 + (z_2 - u_2)^2$$

სისტემას  $\mathcal{C}_2(\mathbb{F}) = \langle A_F, B_F, E_F \rangle$  ეწოდება (ორგანზომილებიანი) დეკარტული სივრცე  $\mathbb{F}$ -ზე. კერძოდ, თუ  $\mathbb{F}$ -ის როლში განვიხილავთ ნამდვილ რიცხვთა დალაგებულ ველს  $\mathbb{R}$ , მივიღებთ ჩვეულებრივ (ორგანზომილებიან) დეკარტულ სივრცეს  $\mathcal{C}_2(\mathbb{R})$ .

**თეორემა 1 (ნარმოდგენის თეორემა):** იმისთვის, რომ  $\mathfrak{M}$  იყოს  $\mathcal{E}_2$ -ის მოდელი აუცილებელი და საკმარისია, რომ  $\mathfrak{M}$  იყოს იზომორფული დეკარტული სივრცისა  $\mathcal{C}_2(\mathbb{F})$  რაიმე ნამდვილ-ჩაკეტილი დალაგებული ველისთვის  $\mathbb{F}$ .

**დამტკიცება** (მონახაზი): (საკმარისობა) — კარგად ცნობილია, რომ  $\mathcal{E}_2$ -ის ყველა აქსიომა სრულდება  $\mathcal{C}_2(\mathbb{R})$ -ში და ამიტომ  $\mathcal{C}_2(\mathbb{R})$  არის  $\mathcal{E}_2$ -ის მოდელი. [23]-ში მოცემული ფუნდამენტური შედეგის თანახმად, ყოველი ნამდვილ-ჩაკეტილი ველი  $\mathbb{F}$  ელემენტარულად ეკვივალენტურია ნამდვილ რიცხვთა ველისა  $\mathbb{R}$ ; სხვა სიტყვებით, ყველა ელემენტარული (პირველი რიგის) წინადადება, რომელიც სრულდება ერთ-ერთ ამ ველში, სრულდება მეორეშიც. შედეგად ყოველი დეკარტული სივრცე  $\mathcal{C}_2(\mathbb{F})$  რაიმე ნამდვილ-ჩაკეტილ ველზე  $\mathbb{F}$  ელემენტარულად ეკვივალენტურია  $\mathcal{C}_2(\mathbb{R})$ -ისა და, შესაბამისად, ასევე, არის  $\mathcal{E}_2$ -ის მოდელი.

თეორემის მეორე მხარის (აუცილებლობის) დასამტკიცებლად გამოვიყენებთ

ელემენტარულ-გეომეტრიული პროპორციების თეორიის მეთოდებსა და შედეგებს, რომლებიც ლიტერატურაში შემუშავებულია სხვადასხვაგვარ მიზეზთა თუ მიზნის გამო (იხ. მაგ. [9], გვ. 51-დან). განვიხილოთ  $\mathcal{E}_2$ -ის მოდელი  $\mathfrak{M} = \langle A, B, E \rangle$ ; ვთქვათ  $z$  და  $u$  არის  $A$ -ს ორი სხვადასხვა წერტილი, ხოლო  $F$  იყოს წრფე, რომელიც გადის  $z$  და  $u$  წერტილებზე, სხვა სიტყვებით, ყველა იმ  $x$  წერტილთა სიმრავლე, რომელთათვისაც სრულდება  $B(zux)$  ან  $B(uzx)$  ან  $B(xzu)$ . სტანდარტული კონსტრუქციების მეშვეობით ამ წრფეზე ვსაზღვრავთ  $+$  და  $\cdot$  ოპერაციებს და მიმართებას  $\leq$ ,  $F$ -ის ყოველ ორ წერტილს,  $x$ -ს და  $y$ -ს, შორის. კერძოდ, ვამბობთ, რომ  $x \leq y$ , თუ  $x = y$ , ან  $B(xzu)$  და არა  $B(yxu)$ , ან  $B(zxy)$  და არა  $B(xzu)$  (სხვა სიტყვებით, სრულდება ფორმულა  $[(x = y) \vee (B(xzu) \wedge \neg B(yxu)) \vee (B(zxy) \wedge \neg B(xzu))]$ );  $x + y$  განსაზღვრულია როგორც  $F$ -ის ერთადერთი ისეთი  $v$  წერტილი, რომ  $E(zxyv)$  და  $z \leq x$  და  $y \leq v$ , ან  $x \leq z$  და  $v \leq y$  (სხვა სიტყვებით, სრულდება ფორმულა  $E(zxyv) \wedge [((z \leq x) \wedge (y \leq v)) \vee ((x \leq z) \wedge (v \leq y))]$ ), და, შესაბამისად,  $z$  თამაშობს  $0$ -ის როლს).  $x \cdot y$ -ის განმარტება უფრო ჩახლართულია; მისთვის საჭიროა წერტილები  $F$ -ის გარეთ და ის არსებითად ემყარება პარალელური წრფეების თვისებებს (იხ. [11], თავი 18). მხოლოდ A1-A12 აქსიომების გამოყენებით (A13-ის გამოყენების გარეშე) შეგვიძლია ვაჩვენოთ, რომ  $\mathbb{F} = \langle F, +, \cdot, \leq \rangle$  არის დალაგებული ველი; აქსიომათა ერთობლიობა A13-ის მეშვეობით კი მივიღებთ, რომ  $\mathbb{F}$ , სინამდვილეში, ნამდვილ-ჩაკეტილი ველია. განვიხილოთ  $G$  წრფე, რომელიც  $F$  წრფის მართობულია და გადის  $z$  წერტილში; შედეგად ვლებულობთ მართკუთხა კოორდინატთა სისტემას  $\mathfrak{M}$ -ში და ვამყარებთ ურთიერთცალსახა თანაფარდობას  $A$ -ს წერტილებს,  $x, y, \dots$  და მათი კოორდინატების  $\bar{x} = \langle x_1, x_2 \rangle, \bar{y} = \langle y_1, y_2 \rangle, \dots$  დალაგებულ წყვილებს შორის  $F \times F$ -ში. პითაგორას თეორემის მეშვეობით (მტკიცდება, რომ ის ზოგადმართებულია  $\mathcal{E}_2$ -ში) შეგვიძლია ვაჩვენოთ, რომ ფორმულა

$$E(xyst)$$

სრულდება ნებისმიერი მოცემული  $x, y, \dots$  წერტილებისთვის  $A$ -დან, მაშინ და მხოლოდ მაშინ, თუ ფორმულა

$$E_{\mathbb{F}}(\bar{x}\bar{y}\bar{s}\bar{t})$$

სრულდება  $F \times F$ -ის შესაბამისი ელემენტებისთვის (კოორდინატთა წყვილებისთვის)  $\bar{x} = \langle x_1, x_2 \rangle, \bar{y} = \langle y_1, y_2 \rangle, \dots$ ; სხვა სიტყვებით, თუ

$$(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 = (s_1 - t_1)^2 + (s_2 - t_2)^2;$$

ანალოგიურ შედეგს მივიღებთ  $B(xyz)$ -ისთვის. აქედან გამომდინარე, სისტემები  $\mathfrak{M}$  და  $\mathcal{C}_2(\mathbb{F})$  იზომორფულია, რაც ასრულებს დამტკიცებას.



განვიხილოთ  $E_2$  თეორიის სისრულის საკითხი. რაიმე თეორიას ეწოდება სრული, თუ ყოველი  $\sigma$  წინადადება (ჩამოყალიბებული ამ თეორიის სიმბოლოზში) ან სრულდება ამ თეორიის ყველა მოდელში ან არ სრულდება ამ თეორიის არცერთ მოდელში. თეორიებისთვის, რომლებსაც გააჩნიათ სტანდარტული ფორმალიზაცია, ეს განმარტება შეიძლება ჩამოყალიბდეს რამდენიმე სხვა ეკვივალენტური ფორმით; მაგ., შეგვიძლია ვთქვათ, რომ თეორია არის სრული, თუ ყოველი  $\sigma$  წინადადებისთვის ზოგადმართებულია  $\sigma$  ან ზოგადმართებულია  $\neg\sigma$ , ან თუ ამ თეორიის ყოველი ორი მოდელი ელემენტარულად ეკვივალენტურია. რაიმე თეორიას ეწოდება თავსებადი, თუ მას გააჩნია სულ მცირე ერთი მაინც მოდელი; ამ შემთხვევაშიც ცნობილია რამდენიმე ეკვივალენტური ფორმულირება. თუ არსებობს მოდელი  $\mathcal{M}$ , ისეთი, რომ წინადადება სრულდება  $\mathcal{M}$ -ში მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც ის ზოგადმართებულია მოცემულ თეორიაში, მაშინ ცხადია თეორია იქნება თავსებადიც და სრულიც; ასევე სწორია შებრუნებული დებულება. თეორია  $E_2$ -ის საკითხს ნათელს ჰფენს მომდევნო თეორემა.

**თეორემა 2 (სისრულის თეორემა):**

(i)  $E_2E_2$ -ში ჩამოყალიბებული წინადადება ზოგადმართებულია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, თუ ის სრულდება  $\mathcal{C}_2(\mathbb{R})$ -ში.

(ii) თეორია  $E_2$  სრულია (და თავსებადი).

ამ თეორემის (i)-ნაწილი გამომდინარეობს თეორემა 1-დან და [23]-ში მიღებული ფუნდამენტური შედეგიდან, რომელიც გამოყენებული იყო თეორემა 1-ის დამტკიცებისას; ხოლო (ii), როგორც ვთქვით, წარმოადგენს (i)-ის უშუალო შედეგს.

შემდეგი საკითხი, რომელსაც აქ განვიხილავთ, არის  $E_2$ -ის ამოხსნადობის (გადანწყვეტადობის) საკითხი. ეს არის ისეთი ალგორითმული (მექანიკური) მეთოდის არსებობის საკითხი, რომელიც საშუალებას გვაძლევს  $E_2$ -ში ჩამოყალიბებული წინადადებებისთვის, ყოველ კერძო შემთხვევაში, გავარკვიოთ (გადავწყვიტოთ) მართებულია წინადადება, თუ — არა. შეკითხვას ასეთი მეთოდის არსებობის შესახებ კვლავ დადებითი პასუხი აქვს.

**თეორემა 3 (ამოხსნადობის თეორემა):** თეორია  $E_2$  არის ამოხსნადი (გადანწყვეტადი).

თეორემა 2-ის თანახმად, თეორია სრულია და ამ თეორიის განსაზღვრებიდან ვიცით, რომ ის აქსიომატიზებადია (სხვა სიტყვებით, მას აქვს ისეთ აქსიომათა სისტემა, რომ მოცემული წინადადებისთვის ყოველთვის შეგვიძლია გავარკვიოთ, არის თუ არა ის აქსიომა). თუმცა, ცნობილია, რომ ყოველი სრული აქსიომატი-

ზებადი თეორია, რომელსაც გააჩნია სტანდარტული ფორმალიზაცია, არის ამოხსნადი (იხ., მაგ., [25], გვ. 14); მაშასადამე,  $\mathcal{E}_2$  ამოხსნადია. სინამდვილეში [23]-ში მოცემული დისკუსიის გაანალიზების შედეგად შეგვიძლია ცხადად ჩამოვაყალიბოთ  $\mathcal{E}_2$ -ისთვის გადაწყვეტის მეთოდი (ასევე, იხ. [6]).

$\mathcal{E}_2$ -ის ბოლო მათემატიკური საკითხი, რომელსაც აქ განვიხილავთ, არის  $\mathcal{E}_2$ -ის სასრული აქსიომატიზაციის ასებობის საკითხი.  $\mathcal{E}_2$ -ის განმარტებაში ვხედავთ, რომ ამ თეორიას აქვს აქსიომათა სისტემა, რომელიც შედგება სასრული რაოდენობის ინდივიდუალური აქსიომებისგან და აქსიომათა უსასრულო ერთობლიობისგან, რომლებიც ერთიანდება ერთი აქსიომა-სქემის ქვეშ. ეს აქსიომა-სქემა (რომელიც არის A13-ში არსებული სიბოლური გამოსახულება) შეგვიძლია მსუბუქად შევცვალოთ ისე, რომ მივიღოთ ერთი წინადადება პრედიკატთა აღრიცხვის სისტემაში ცვლადი პირველი რიგის პრედიკატებით და ამ უსასრულო კოლექციის ყველა კერძო აქსიომა მიიღებოდეს ამ წინადადებიდან ჩასმის ოპერაციის მეშვეობით. შექმნილი სიტუაცია მოკლედ შემდეგნაირად შეგვიძლია აღვწეროთ: განსაზღვრების თანახმად, თეორია  $\mathcal{E}_2$  „თითქმის სასრულად აქსიომატიზირებადია“ და გვანტერესებს, არის თუ არა ის მკაცრი აზრით სასრულად აქსიომატიზებადი; სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, ხომ არ შეიძლება თავდაპირველი აქსიომათა სისტემა შევცვალოთ  $\mathcal{E}_2$ -ში ჩამოყალიბებული ეკვივალენტური სასრული აქსიომათა სისტემით? ამაზე პასუხი უარყოფითია.

**თეორემა 4 (სასრული აქსიომატიზაციის არარსებობის თეორემა):** თეორია  $\mathcal{E}_2$  არ არის სასრულად აქსიომატიზებადი.

**დამტკიცება (მონახაზი):** თეორემა 1-ის დამტკიცებიდან ჩანს, რომ აქსიომების უსასრულო ერთობლიობა A13 ეკვივალენტურად შეიძლება შეიცვალოს წინადადებების უსასრულო მიმდევრობით  $S_0, \dots, S_n, \dots$ , სადაც  $S_0$ -ით ნათქვამია, რომ თეორემა 1-ში აგებული დალაგებული ველი  $\mathbb{F}$  არის ევკლიდური, ხოლო  $S_n$ , სადაც  $n > 0$ , გამოხატავს ფაქტს, რომ ამ ველში ყოველ მრავალწევრს, რომლის ხარისხია  $2n + 1$ , აქვს ნული. ყოველი მარტივი რიცხვისთვის  $p$  მარტივად შეგვიძლია ავაგოთ დალაგებული ველი  $\mathbb{F}_p$ , რომელშიც ყოველ კენტი  $2n + 1 < p$  ხარისხის მრავალწევრს აქვს ნული მაშინ, როდესაც  $p$  ხარისხის ერთ მაინც მრავალწევრს არ გააჩნია ნული; აქედან გამომდინარე, თუ  $2m + 1 = p$  არის მარტივი, მაშინ ყველა აქსიომა A1-A12 და  $S_n$ , სადაც  $n < m$ , სრულდება  $\mathcal{E}_2(\mathbb{F}_p)$ -ში, ხოლო  $S_m$  მასში არ სრულდება. ეს კი მაშინვე იწვევს იმ ფაქტს, რომ უსასრულო აქსიომათა სისტემას A1, ..., A12,  $S_0, \dots, S_n, \dots$  არ აქვს სასრული ქვესისტემა, რომლიდანაც გამომდინარეობს

ყველა დანარჩენი აქსიომა. ამგვარად, მარტივი მსჯელობით ვასკვნი, რომ, უფრო ზოგადად, არ არსებობს სასრული აქსიომათა სისტემა, რომელიც ეკვივალენტურია  $\mathcal{E}_2$ -ის საწყის აქსიომათა სისტემისა.

ზემოთ, მონახაზის სახით მოცემული დამტკიცებიდან ვხედავთ, რომ  $\mathcal{E}_2$  შეიძლება დაეფუძნოს აქსიომათა სისტემას  $A_1, \dots, A_{12}, S_0, \dots, S_n, \dots$ , რომელშიც (საწყის აქსიომათა სისტემისგან განსხვავებით) ყოველი აქსიომა შეიძლება ჩაინეროს უნივერსალური წინადადების ან არსებობის (ეგზისტენციალური) წინადადების ან უნივერსალურ-ეგზისტენციალური ფორმით; სხვა სიტყვებით, ყოველ აქსიომას აქვს ერთ-ერთი სახე შემდეგი სამიდან:

ან  
 $\forall xy \dots (\varphi)$

ან  
 $\exists uv \dots (\varphi)$

ან  
 $\forall xy \dots \exists uv \dots (\varphi),$

სადაც  $\varphi$  არის ფორმულა კვანტორების გარეშე. ამ სტრუქტურული თვისების შედარებით ცხადი შედეგია:  $\mathcal{E}_2$ -ის მოდელების ჯაჭვის (ან მიმართული ოჯახის) გაერთიანება ისევ არის  $\mathcal{E}_2$ -ის მოდელი. ეს შედეგი უშუალოდ თეორემა 1-ის დამტკიცებიდანაც შეგვეძლო გამოგვეყვანა.

ელემენტარული გეომეტრიის კონცეფცია, რომელსაც აქამდე განვიხილავდით, რა თქმა უნდა, არ არის ერთადერთი შესაძლო. ქვემოთ, მოკლედ განვიხილავთ ტერმინის — „ელემენტარული გეომეტრია“ — კიდევ ორ შესაძლო ინტერპრეტაციას; ისინი ხორცშესხმულნი იქნებიან ორ სხვადასხვა ფორმალურ თეორიაში:  $\mathcal{E}'_2$ -სა და  $\mathcal{E}''_2$ -ში.

თეორია  $\mathcal{E}'_2$  მიიღება  $\mathcal{E}_2$ -ის ლოგიკურ ბაზისზე სიმრავლეთა თეორიის მცირე ფრაგმენტის მიერთებით. კერძოდ,  $\mathcal{E}'_2$ -ის სიმბოლიზმში ჩავრთავთ ახალ ცვლადებს  $X, Y, \dots$ , რომლებიც გაირბენენ წერტილების ნებისმიერ სასრულ სიმრავლეებს (ან, რაც ამ შემთხვევაში იგივეა, წერტილების ნებისმიერ სასრულ მიმდევრობებს); ასევე, ჩავრთავთ ახალ ლოგიკურ სიმბოლოს — მიკუთვნების სიმბოლოს  $\in$ , წერტილებსა და სასრულ სიმრავლეებს შორის მიკუთვნების მიმართების აღსანიშნად.  $\mathcal{E}'_2$ -ის აქსიომებად ვიღებთ ისევ  $A_1$ - $A_{13}$ -ს; თუმცა, უნდა აღინიშნოს, რომ აქსიომათა კოლექცია  $A_{13}$  ახლა უფრო გამომხატველია, ვიდრე  $\mathcal{E}_2$ -ის შემთხვევაში, რადგან  $\varphi$  და  $\psi$  ნარმოადგენენ ნებისმიერი ფორმულებს, რომლებიც აგებულია  $\mathcal{E}'_2$ -ის სიმბო-

ლიზმში. შესაბამისად, თეორია  $\mathcal{E}'_2$  შესამჩნევად აღემატება თეორია  $\mathcal{E}_2$ -ს გამომსახველობითი საშუალებებითა და სიმძლავრით.  $\mathcal{E}'_2$ -ში შეგვიძლია ჩამოვაცალიბოთ და შევისწავლოთ მრავალი ისეთი ცნება, რომელიც ტრადიციულად ელემენტარული გეომეტრიის სახელმძღვანელოებში განიხილება, მაგრამ ვერ გამოისახება  $\mathcal{E}_2$ -ში; მაგ., მრავალკუთხედის ცნება, რომლის წვეროთა რაოდენობა ნებისმიერად დიდია; ასევე, წრენირის სიგრძისა და ფართობის ცნება.

რაც შეეხება იმ მათემატიკურ საკითხებს, რომლებიც განვიხილეთ  $\mathcal{E}_2$ -ის შემთხვევაში და რომელთაც პასუხი გაეცა თეორემებში 1-4, თუ მათ  $\mathcal{E}'_2$ -თან მიმართებაში განვიხილავთ, სამი მათგანი — ნარმოდგენის, სისრულისა და სასრულად აქსიომატიზებადობის — ჯერჯერობით ღიაა (პასუხგაუცემელია). კერძოდ, ჩვენთვის უცნობია  $\mathcal{E}'_2$ -ის ყველა მოდელის რაიმე სახის მარტივი დახასიათება; არც ის ვიცით, არის თუ არა ყველა ეს მოდელი ეკვივალენტური  $\mathcal{E}'_2$ -ში ჩამოყალიბებული ყველა წინადადების აზრით. (როდესაც ვსაუბრობთ  $\mathcal{E}'_2$ -ის მოდელებზე, ვგულისხმობთ ე.წ. სტანდარტულ მოდელებს; სხვა სიტყვებით, როდესაც ვწყვეტთ, მოცემულ მოდელში სრულდება თუ არა  $\mathcal{E}'_2$ -ში ჩამოყალიბებული  $\sigma$  წინადადება, ვგულისხმობთ, რომ  $\sigma$ -ში შემავალი პირველი რიგის ცვლადები  $x, y, \dots$  გაირბენენ სიმრავლის ელემენტებს, მეორე რიგის ცვლადები  $X, Y, \dots$  გაირბენენ სიმრავლის სასრულ ქვესიმრავლეებს, ხოლო სიმბოლო  $\in$  ყოველთვის გაგებულია როგორც მიკუთვნების მიმართება).  $\mathcal{E}'_2$ -ში შეგვიძლია ჩამოვაცალიბოთ არქიმედეს პოსტულატი და დავამტკიცოთ მისი ზოგადმართებულობა  $\mathcal{E}'_2$ -ში. შედეგად, თეორემა 1-ის თანახმად,  $\mathcal{E}'_2$ -ის ყოველი მოდელი იზომორფულია დეკარტული სივრცისა  $\mathcal{C}_2(\mathbb{F})$ , სადაც  $\mathbb{F}$  არის არქიმედული ნამდვილ-ჩაკეტილი ველი (ველს ეწოდება არქიმედული, თუ მასში ყოველი ორი ელემენტის კვადრატების ჯამი თვითონ არის რაიმეს კვადრატი). თუმცა, არსებობენ არქიმედული ნამდვილ-ჩაკეტილი ველები, რომელთათვის  $\mathcal{C}_2(\mathbb{F})$  არ არის  $\mathcal{E}'_2$ -ის მოდელი; ასეთია, მაგალითად, ნამდვილი ალგებრული რიცხვების ველი. არქიმედული პოსტულატის შედეგია, რომ  $\mathcal{E}'_2$ -ის ყველა მოდელი, სულ დიდი, კონტინუუმ სიმძლავრისაა (და ეს მაშინ, როდესაც მხოლოდ თეორემა 1-ის ძალით  $\mathcal{E}_2$ -ს გააჩნია ნებისმერი უსასრულო სიმძლავრის მოდელები). სინამდვილეში,  $\mathcal{E}'_2$ -ს გააჩნია მოდელები, რომელთა სიმძლავრე ზუსტად კონტინუუმია, მაგ.,  $\mathcal{C}_2(\mathbb{R})$ , მაგრამ ასევე შეგვიძლია ვაჩვენოთ, რომ მას აქვს თვლადი მოდელები. ამგვარად, თეორია  $\mathcal{E}'_2$  შეიძლება აღმოჩნდეს სრული, მაგრამ მას უთუოდ აქვს ერთი და იმავე სიმძლავრის, მაგრამ არაიზომორფული მოდელები და, შესაბამი-

სად, ის არაკატეგორიულია.<sup>4</sup>

დღემდე  $\mathcal{E}'_2$ -ისთვის მხოლოდ ამოხსნადობის (გადანყვეტადობის) საკითხს აქვს განსაზღვრული პასუხი:

**თეორემა 5:** თეორია  $\mathcal{E}'_2$  არ არის ამოხსნადი (გადანყვეტადი), და ასეთივეა მისი ყველა თავსებადი გაფართოება.

ეს გამომდინარეობს იმ ფაქტიდან, რომ პეანოს არითმეტიკა (ფარდობითად) ინტერპრეტირებადია  $\mathcal{E}'_2$ -ში; იხ [25], გვ. 31-დან.

იმისთვის, რომ მივიღოთ თეორია  $\mathcal{E}''_2$ ,  $\mathcal{E}_2$ -ის სიმბოლიზმს ვტოვებთ უცვლელად, მაგრამ ვასუსტებთ  $\mathcal{E}_2$ -ის აქსიომათა სისტემას. კერძოდ, ჩვენ ვანაცვლებთ ელემენტარული უწყვეტობის აქსიომების უსასრულო კოლექციას,  $A13$ -ს, ერთი წინადადებით,  $A13'$ -ით, რომელიც ამ აქსიომებიდან ერთ-ერთის შედეგია. წინადადება გამოხატავს შემდეგ ფაქტს: თუ მონაკვეთი აერთებს ორ წერტილს, რომელთაგან ერთი მოცემული წრენირის შიგნითაა, ხოლო მეორე ამავე წრენირის გარეთ, მაშინ ის გადაკვეთს მოცემულ წრენირს; სიმბოლური ფორმით ეს ასე ჩაინერება:

$$A13'$$

$$\forall xyzx'z'u \exists y'[(ux \cong ux') \wedge (uz \cong uz') \wedge B(uxz) \wedge B(xyz) \rightarrow (uy \cong uy') \wedge B(x'y'z')]$$

აქსიომათა სისტემის შესუსტების შედეგად მრავალი წინადადება, რომლებიც ყალიბდება და არის ზოგადმართებული  $\mathcal{E}_2$ -ში, აღარ არის ზოგადმართებული  $\mathcal{E}''_2$ -ში.

4 ეს ბოლო შენიშვნები მიიღება ზოგადი მათემატიკური თეორემის (სკოლემ-ლოვენჰაიმის თეორემის) წყალობით, რომელიც მიესადაგება ყველა იმ თეორიას, რომელსაც აქვს იგივე ლოგიკური სტრუქტურა, რაც  $\mathcal{E}'_2$ -ს, სხვა სიტყვებით, ყველა იმ თეორიას, რომლებიც მიიღება სტანდარტული ფორმალიზების მქონე თეორიისგან ახალი ცვლადებისა (რომლებიც გაირბენენ სასრულ სიმრავლეებს) და ახალი ლოგიკური  $\mathcal{E}$  სიმბოლოს დამატებით და, შესაძლოა, აქსიომათა საწყისი სისტემის გაფართოებით. ამ ზოგადი თეორემის თანახმად, თუ თეორია  $\mathcal{T}$  არის აღწერილი კლასის თეორია, რომლის სიმბოლოთა ერთობლიობის სიმძლავრე არ აღემატება  $\beta$ -ს და მათემატიკური სისტემა  $\mathfrak{M}$  არის  $\mathcal{T}$ -ს სტანდარტული მოდელი, რომელსაც აქვს უსასრულო  $\alpha$  სიმძლავრე, მაშინ  $\mathfrak{M}$ -ს აქვს ნებისმიერი  $\gamma, \beta \leq \gamma \leq \alpha$  სიმძლავრის ქვესისტემა, რომელიც არის  $\mathcal{T}$ -ს სტანდარტული მოდელი. ხსენებული ზოგადი თეორემის დამტკიცება (რომელსაც მიაგნო ავტორმა) ამ სტატიის დაბეჭდვის მომენტისთვის (1959) არ არის გამოქვეყნებული; ის განსხვავდება, თუმცა მცირედით, სტანდარტული ფორმალიზაციის მქონე თეორიების შესახებ ანალოგიური თეორემის დამტკიცებისგან, რომელიც მოცემულია [26]-ში, გვ. 91-დან. სტანდარტული ფორმალიზაციის მქონე თეორიებისგან განსხვავებით, ამ კომენტარში განხილულ  $\mathcal{T}$  თეორიათაგან ზოგიერთს გააჩნია უსასრულო,  $\alpha$ , და ყველა უფრო ნაკლები სიმძლავრის მოდელი, მაგრამ არა უფრო მაღალი სიმძლავრის მოდელები; ამის ნიმუშია თეორია  $\mathcal{E}'_2$ , რომლისთვისაც  $\alpha$  არის კონტინუუმის სიმძლავრე; კერძოდ, ზოგ თეორიას აქვს მხოლოდ თვლადი მოდელები და, სინამდვილეში, ისინი არიან კატეგორიულნი. ასეთია თეორია, რომელიც მიიღება პეანოს არითმეტიკიდან იმავე გზით, რომლითაც  $\mathcal{E}'_2$  თეორია მიიღება  $\mathcal{E}_2$ -სგან; მაგრამ, ასევე, არსებობს თეორიები  $\mathcal{T}$ , რომლებსაც აქვთ ნებისმიერი უსასრულო სიმძლავრის მოდელები, ასეთია, მაგ., თეორია  $\mathcal{E}''_2$ , რომელსაც ვახსენებთ ამ თავის ბოლოს.

კერძოდ, ეს ეხება არსებობის თეორემებს, რომელთა დადგენა ველარ ხერხდება ე.წ. ელემენტარული გეომეტრიული აგებებით (კერძოდ, ფარგლისა და სახაზავის გამოყენებით), მაგ., თეორემა ნებისმიერი კუთხის სამ ტოლ ნაწილად გაყოფის შესახებ.

რაც შეეხება იმ მათემატიკურ საკითხებს, რომლებსაც ამ სტატიაში განვიხილავთ,  $\mathcal{E}_2''$ -ის შემთხვევაში სიტუაცია ზუსტად რომ საპირისპიროდ განსხვავდება  $\mathcal{E}_2'$ -ის შემთხვევისგან. იმ სამ საკითხს, რომლებიც  $\mathcal{E}_2'$ -ისთვის ღიაა, აქვს ძალიან მარტივი პასუხი  $\mathcal{E}_2''$ -ის შემთხვევაში. კერძოდ, პასუხი შეკითხვაზე  $\mathcal{E}_2''$ -ის წარმოდგენის შესახებ მოცემულია მომდევნო თეორემაში.

**თეორემა 6:** იმისთვის, რომ მოდელი  $\mathfrak{M}$  იყოს  $\mathcal{E}_2''$ -ის მოდელი, აუცილებელი და საკმარისია, რომ  $\mathfrak{M}$  იყოს დეკარტული სივრცის  $\mathcal{C}_2(\mathbb{F})$  იზომორფული, სადაც  $\mathbb{F}$  არის ევკლიდური ველი.

ეს თეორემა კარგად არის ცნობილი ლიტერატურაში. პირობის საკმარისობა მონმდება უშუალოდ; აუცილებლობის ნაწილი კი შეიძლება მიღებული იყოს ელემენტარულ-გეომეტრიული პროპორციების დახმარებით (როგორც ეს გავაკეთეთ თეორემა 1-ის დამტკიცებისას).

თეორემა 6-ის გამოყენებით მარტივად შეგვიძლია ვაჩვენოთ, რომ თეორია  $\mathcal{E}_2''$  არასრულია, ხოლო მისი განმარტებიდან ვხედავთ, რომ ის სასრულად აქსიომატიზებადია.

უფრო რთულია  $\mathcal{E}_2''$ -ის ამოხსნადობის (გადაწყვეტადობის) საკითხი. [17]-ში მიღებული შედეგების შუქზე ავტორი გამოთქვამს ჰიპოთეზას, რომ ამ კითხვაზე პასუხი უარყოფითია; და მეტიც, ის ვარაუდობს, რომ სრულდება უფრო ძლიერი ფაქტი, კერძოდ ის, რომ  $\mathcal{E}_2$ -ის არცერთი სასრულად აქსიომატიზებადი ქვეთეორია არ არის ამოხსნადი. ეს ჰიპოთეზა მოგვიანებით იქნა დამტკიცებული მარტინ ციგლერის მიერ [31], [3]. ციგლერი ამტკიცებს თეორემას იმის შესახებ, რომ თუ ველების სასრულად აქსიომატიზებად პირველი რიგის თეორიას  $\mathcal{T}$  გააჩნია ერთი მაინც მოდელი შემდეგი სამიდან: (i) ალგებრულად ჩაკეტილი, (ii) ნამდვოლ-ჩაკეტილი, (iii)  $p$ -ადური რიცხვების ველი რაიმე მარტივი  $p$ -სთვის, მაშინ ის არის მემკვიდრეობითად ამოუხსნადი (გადაუწყვეტადი). ამ თეორემის შედეგად ის ღებულობს, რომ ევკლიდური ველების და პითაგორული ველების თეორია მემკვიდრეობითად ამოუხსნადია (გადაუწყვეტადი). ეს შედეგი გათვალისწინებულია [20]-ში. (შეგახსენებთ, რომ ველს  $\mathbb{K}$  ეწოდება ევკლიდური, თუ მისი ყოველი ელემენტისთვის  $a \in \mathbb{K}$ , ან  $a$  ან  $-a$  არის კვადრატი;  $\mathbb{K}$ -ს ეწოდება პითაგორული, თუ ნებისმიერი ორი კვადრატის ჯამი თვითონ არის კვადრატი.)

თუ შევთანხმდებით, რომ ელემენტარული გეომეტრიის წინადადებას (წინადადებას, რომელიც ჩამოყალიბებულია  $E_2$ -ში) ვუნოდოთ ზოგადმართებული, თუ ის ზოგადმართებულია  $E_2$ -ში და ვუნოდოთ ელემენტარულად დამტკიცებადი, თუ ის ზოგადმართებულია  $E_2''$ -ში, მაშინ სიტუაცია შემდეგნაირად შეიძლება აღინეროს: ჩვენ ვფლობთ ზოგად მათემატიკურ მეთოდებს იმის დასადგენად, არის თუ არა ელემენტარული გეომეტრიის მოცემული წინადადება ზოგადმართებული, მაგრამ არ არსებობს მეთოდი, რომლის საშუალებითაც დავადგენთ, არის თუ არა ეს წინადადება ელემენტარულად დამტკიცებადი.

$E_2$ -სა და  $E_2''$ -სი შორის სხვაობა ქრება, თუ შემოვიფარგლებით უნივერსალური წინადადებებით. კერძოდ, გვაქვს

**თეორემა 7:**  $E_2''$ -ში ჩამოყალიბებული უნივერსალური წინადადება ზოგადმართებულია  $E_2$ -ში მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც ის ზოგადმართებულია  $E_2''$ -ში.

ამის დასამტკიცებლად გავიხსენოთ, რომ ყოველი დალაგებული ველი შეგვიძლია გავაფართოოთ ნამდვილ-ჩაკეტილ ველამდე. მაშინ, თეორემა 1-ისა და თეორემა 6-ის გამო,  $E_2''$ -ის ყოველი მოდელი შეიძლება გაფართოვდეს  $E_2$ -ის მოდელამდე. შესაბამისად, ყველა უნივერსალური წინადადება, რომელიც ზოგადმართებულია  $E_2$ -ში, ზოგადმართებულია, ასევე,  $E_2''$ -ში; შებრუნებული ცხადია. (თეორემა 7-ის უფრო მარტივი დამტკიცება, სინამდვილეში ისეთიც, რომელიც დამოუკიდებელია თეორემა 1-ისგან, შეიძლება დაეყრდნოს ლემას, რომლის თანახმად, დალაგებული ველის ყოველი სასრული ქვესისტემა იზომორფულად შეიძლება ჩაიდგას ნამდვილ რიცხვთა დალაგებულ ველში.)

თეორემა 7 დარჩება სწორი, თუ  $E_2''$ -ის აქსიომათა სისტემიდან ამოვავდებთ A13'-ს (ეს თეორემა ემყარება კიდევ უფრო სუსტ აქსიომებსაც კი). ამგვარად, ვხედავთ, რომ  $E_2$ -ის ზოგადმართებული უნივერსალური წინადადებები მტკიცდება უწყვეტობის აქსიომის გარეშე. ეს შედეგი ვრცელდება იმ წინადადებებზეც, რომლებიც არ არიან უნივერსალურები, როდესაც ყალიბდებიან  $E_2$ -ში, მაგრამ, უხეშად რომ ვთქვათ, ხდებიან უნივერსალურები, როდესაც გამოიხატებიან დეკარტულ სივრცეში  $\mathbb{C}_2(\mathbb{F})$ .

თეორემა 3 და თეორემა 7-ის უშუალო შედეგის სახით ვღებულობთ:

**თეორემა 8:** თეორია  $E_2''$  ამოხსნადია თავისი უნივერსალური წინადადებების სიმრავლის მიმართ.

ეს ნიშნავს, რომ არსებობს ალგორითმული მეთოდი იმის გადასაწყვეტად, სრულდება თუ არა  $E_2''$ -ში ჩამოყალიბებული მოცემული უნივერსალური წინადადება ამ თეორიის ყველა მოდელში.

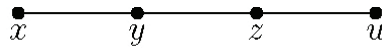
## LOGIC

შეგვეძლო გვემსჯელა  $\mathcal{E}_2$ ,  $\mathcal{E}_2''$ , და  $\mathcal{E}_2'''$ -თან დაკავშირებულ სხვა თეორიებზე; მაგ., თეორია  $\mathcal{E}_2'''$ -ზე, რომელსაც იგივე სიმბოლიზმი აქვს, რაც  $\mathcal{E}_2'$ -ს, და აქსიომათა იგივე სისტემა, რაც  $\mathcal{E}_2''$ -ს. იმის გადანყვეტა, ელემენტარული გეომეტრიის ამ რამდენიმე შესაძლო კონცეფციიდან რომელი უფრო ახლოა ისტორიულ ტრადიციასთან და ამ ცნების ყოველდღიურ გამოყენებასთან, უიმედოდ გამოიყურება და მოკლებულია ფართო ინტერესს. ავტორს მიაჩნია, რომ ამ რამდენიმე კონცეფციას შორის, ის კონცეფცია, რომელიც ხორცშესხმულია  $\mathcal{E}_2$ -ში, გამოირჩევა სიმარტივით, საფუძვლად დადებული ინტუიციის სიცხადით, ჰარმონიითა და თავისი შედეგების სიმძლავრით.



შენიშვნები აქსიომების შესახებ

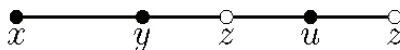
A2. [შინაგანი ტრანზიტულობის აქსიომა შორისობისთვის].



$$\forall xyzu[B(xyu) \wedge B(yzu) \rightarrow B(xyz)]$$

A3. [გარე ბმულობის აქსიომა შორისობისთვის].

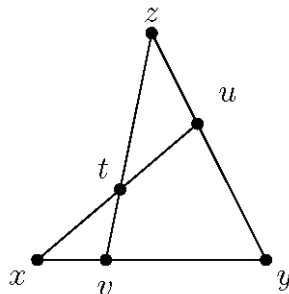
$$\forall xyzu[B(xyz) \wedge B(xyu) \wedge (x \neq y) \rightarrow B(xzu) \vee B(xuz)]$$



A7. [პაშის აქსიომა (გარე ფორმით)].

$$\forall txyzu \exists v[B(xtu) \wedge B(yuz) \rightarrow B(xvy) \wedge B(ztv)]$$

პაშის აქსიომა სიბრტყის შესახებ აცხადებს, რომ თუ წრფე კვეთს სამკუთხედის ერთ გვერდს და არ გადის სამკუთხედის წვეროებზე, მაშინ მან ასევე უნდა გადაკვეთოს სამკუთხედის ორი დარჩენილი გვერდიდან ერთ-ერთი. აქ ჩამოყალიბებული აქსიომა არის პაშის აქსიომის ე.წ. „გარე“ ფორმა, რომელიც შემდეგნაირად წაიკითხება: თუ  $\Delta xyu$  სამკუთხედისთვის  $z$  ნერტილი მდებარეობს  $uy$  მონაკვეთის გაგრძელებაზე  $y$ -დან  $u$ -ს მხარეს (ეს გამოსახულია  $B(yuz)$ -ით) და  $z$ -ზე გამავალი წრფე კვეთს  $xu$  გვერდს  $t$  ნერტილში ( $zt$ -ს მხრიდან „შიდა გვერდს“, რაც გამოსახულია  $B(xtu)$ -ით), მაშინ ის კვეთს  $xy$  გვერდს ( $zt$ -ს მხრიდან, „გარე გვერდს“) რაღაც  $v$  ნერტილში (რაც გამოსახულია  $\exists v[B(xvy) \wedge B(ztv)]$ -ით).



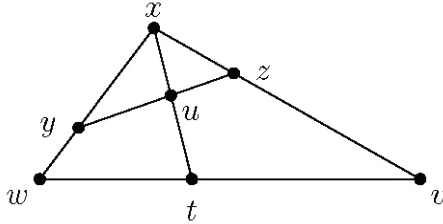
A8. [ევკლიდეს აქსიომა].

$$\forall txyzu \exists vw[B(xut) \wedge B(yuz) \wedge (x \neq u) \rightarrow B(xzv) \wedge B(xyw) \wedge B(wtv)]$$

ევკლიდეს აქსიომა აცხადებს, რომ  $\angle yxz$  კუთხის ყოველ შიდა  $t$  ნერტილზე შეიძლება გაივლოს წრფე — აქ:  $wv$  წრფე, რომელიც კვეთს ამ კუთხის ორივე

LOGIC

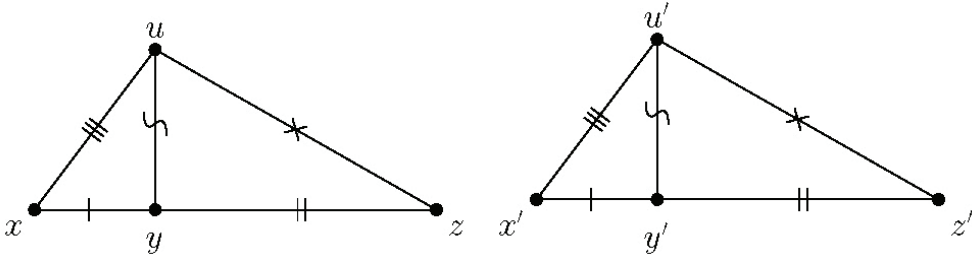
გვერდს, აქ:  $w$  და  $v$  ნერტილებში. ეს ევკლიდეს პარალელობის მეხუთე პოსტულატის ეკვივალენტურია.



A9. [ხუთი მონაკვეთის აქსიომა].

$$\forall xx'yy'zz'u'u' [(xy \cong x'y') \wedge (yz \cong y'z') \wedge (xu \cong x'u') \wedge (yu \cong y'u') \wedge (x \neq y) \wedge \wedge B(xyz) \wedge B(x'y'z') \rightarrow (zu \cong z'u')$$

ხუთი მონაკვეთის აქსიომა (არაგადაგვარებულ შემთხვევაში) აცხადებს, რომ თუ მოცემულია  $\Delta xzu$  და  $\Delta x'z'u'$  სამკუთხედები და  $xz, x'z'$  მონაკვეთების შიდა ნერტილები, შესაბამისად,  $y$  და  $y'$ , მაშინ შესაბამისი მონაკვეთების ტოლობიდან (რომლებიც სურათზე აღნიშნულია პარალელური შტრიხებით) შეგვიძლია დავასკვნათ დარჩენილ შესაბამის მონაკვეთებზე (რომლებიც სურათზე აღნიშნულია ჯვარედინი შტრიხებით). ეს აქსიომა, თავისი ხასიათით, ევკლიდურ გეომეტრიაში სამკუთხედების კონგრუენტულობის კარგად ცნობილი ნიშნების მსგავსია.

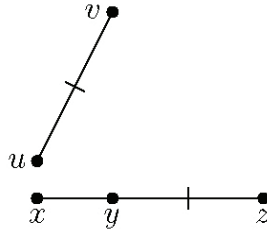


A10. [მონაკვეთის აგების აქსიომა].

$$\forall xyuv \exists z [B(xyz) \wedge (yz \cong uv)]$$

ამ აქსიომის ინტუიციური შინაარსი შემდეგში მდგომარეობს: მოცემული  $uv$  მონაკვეთისთვის შესაძლებელია ავაგოთ მისი კონგრუენტული მონაკვეთი, რომელიც იწყება წინასწარ მოცემულ რაიმე  $y$  ნერტილში და გადადებულია რაიმე წინასწარ დაფიქსირებული და  $y$ -ის მომცველი სხივის მიმართულებით. სხივი განსაზ-

ღვრულია სხივის საწყისი  $x$  წერტილით და წერტილით  $y$ . საძებნი მონაკვეთის მეორე ბოლო არის წერტილი  $z$ , რომლის არსებობაც მოთხოვნილია აქსიომით.



A11. [ქვედა 2-განზომილებიანი აქსიომა].

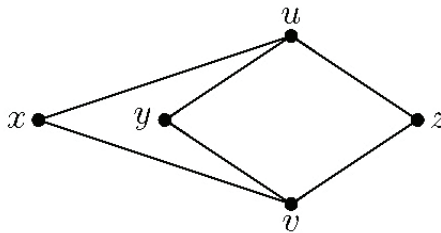
$$\exists xyz[\neg B(xyz) \wedge \neg B(yzx) \wedge \neg B(zxy)]$$

ქვედა 2-განზომილებიანი აქსიომა აცხადებს, რომ არსებობს სამი განსხვავებული, ერთ წრფეზე არამდებარე (არაკოლინეალური) წერტილი.

A12. [ზედა 2-განზომილებიანი აქსიომა].

$$\forall xyzuv[(xu \cong xv) \wedge (yu \cong yv) \wedge (zu \cong zv) \rightarrow B(xyz) \vee B(yzx) \vee B(zxy)]$$

ზედა 2-განზომილებიანი აქსიომა აცხადებს, რომ ნებისმიერი სამი წერტილი (აქ:  $x, y, z$ ), რომლებიც დაფიქსირებული ორი წერტილიდან (აქ:  $u, v$ ) თანაბრად არიან დაშორებული, ერთ წრფეზე მდებარეობს (კოლინეარულია).



## მთარგმნელის შენიშვნები

- 1) საკითხის შესახებ ისტორიულად უფრო ადრინდელი ნაშრომებიდან ყველაზე ახლოს, თავიანი სულისკვეთებით, დგანან Pieri-სა და Veblen-ის ნაშრომები [14],[28].
- 2) ამ ნაშრომში წარმოდგენილი  $\mathcal{E}_2$  თეორიის აქსიომათა სისტემა 1965 წელს გაამარტივა Gupta-მ თავისი სადოქტორო დისერტაციის ფარგლებში [7]. კერძოდ, მან აჩვენა, რომ წარმოდგენილი სისტემის  $A1$  და  $A3$  აქსიომები გამოიყვანება დანარჩენებიდან; მოლოდინის საპირისპიროდ, ეს გამოყვანები არც ისე მარტივი აღმოჩნდა, ხოლო აქსიომა  $A3$ -ის შემთხვევაში — საკმაოდ ჩახლართულიც კი.
- 3) ვთქვათ გვაქვს დალაგებული ველების ენაზე ჩანერილი პირველი რიგის ფორმულა  $\varphi$ . ტარსკის თეორემის თანახმად [23], საკითხი, ზოგადმართებულია თუ არა ის ნამდვილ რიცხვთა დალაგებულ ველზე, ამოხსნადია (გადაწყვეტადი) კვანტორების მოხსნის საშუალებით. თუმცა, ტარსკის მიერ წარმოდგენილი ამოხსნის პროცედურის სირთულე ექსპონენციურად იზრდება ყოველი კვანტორის მოხსნისთვის. ეს სირთულე საგრძნობლად გააუმჯობესა Collins-მა 1975 წელს (იხ. [6]), რომელმაც მოიყვანა ფორმულის ზომის მიმართ ორმაგად ექსპონენციური ალგორითმი. შემდგომი წინსვლა იყო და არის ნელი. პრობლემის თანამედროვე მდგომარეობის გასაცნობად იხ. [2] და [6]. თუმცა, ნამდვილ რიცხვთა დალაგებული ველზე კვანტორების მოხსნის პოლინომიალური ალგორითმის არსებობა ძალიან საეჭვოა, რადგან ეს გამოიწვევდა იმას, რომ  $\mathbb{R}$ -ზე Blum-Shub-Smale-ს გამოთვლით მოდელში [4] გვექნებოდა  $P_{\mathbb{R}} = NP_{\mathbb{R}}$ , [15], [16], რაც არის ათასწლეულის ერთ-ერთი ამოცანა (Millenium Problem) [5].
- 4) ტარსკი თავისი ელემენტარული გეომეტრიის ამოხსნადობის დამტკიცებაში იყენებს თეორემას ნამდვილ-ჩაკეტილი ველების პირველი რიგის თეორიის ამოხსნადობის შესახებ. ეს თეორემა, ტარსკისგან დამოკიდებლად, ასევე, დაამტკიცა A. Seidenberg-მა (იხ. [1]).
- 5) არსებობს გეომეტრიის კოორდინატიზაციის ორი გზა: თუ გვაქვს შორისობის და თანაბარდაშორებულობის ცნებები, შეგვიძლია შემოვიღოთ მონაკვეთების არითმეტიკა. ეს საკითხი დაწრილებით განხილულია [11]-ში, თავი 18. თუ ეს ცნებები არ გვაქვს, მაგრამ გვაქვს პარალელობის აქსიომა, მაშინ არითმეტიკუ-

ლი ოპერაციები შეგვიძლია განვმარტოთ პაპუსის აქსიომის მეშვეობით. ეს ხერხდება პაპუსის სიბრტყისთვისაც კი. პირველად ეს შეამჩნია გაუსის სტუდენტმა K. G. C. von Staudt-მა [29],[30], ხოლო შემდეგ — ჰილბერტმა [8]. აფინური და პროექციული გეომეტრიების კოორდინატიზაციის პირველი თანამედროვე მცდელობა წარმოადგინა M. Hall-მა [10].

- 6) მთარგმნელისთვის თარგმნის პერიოდში უცნობია  $\mathcal{E}'_2$  თეორიის წარმოდგენის სისრულისა და სასრულად აქსიომატიზებადობის საკითხის მდგომარეობა. ასევე, უცნობია  $\mathcal{E}'''_2$  თეორიის დახასიათება (ამ საკითხზე მომუშავე მკვლევართა წრეებში და ლიტერატურაში ძებნის შედეგად ვერ იქნა მოპოვებული რაიმე ცნობა რომელიმე ამ საკითხის გადაჭრის შესახებ).
- 7) ამ სტატიაში განხილულ საკითხებს შედარებით ხელმისაწვდომი ფორმით მკითხველი შეიძლება გაეცნოს იოჰან მაკოვსკის სალექციო კურსის მასალებში [12] და მის მიერ გამოქვეყნებულ სტატიაში [13].

### ბიბლიოგრაფია

- [1] Basu, S., Algorithms in real algebraic geometry: a survey. arXiv preprint arXiv:1409.1534, 2014, ხელმისაწვდომია ბმულზე <https://arxiv.org/pdf/1409.1534.pdf>.
- [2] Basu, S., Pollack, R., Roy, M.-F., Algorithms in Real Algebraic Geometry, volume 10 of Algorithms and Computation in Mathematics. Springer Verlag, 2003.
- [3] Beeson, M. Some undecidable field theories. Translation of [31]. ხელმისაწვდომია ბმულზე <http://www.michaelbeeson.com/research/papers/Ziegler.pdf>.
- [4] Blum, L., Cucker, F., Shub, M., Smale, S., Complexity and Real Computation. Springer Verlag, 1998.
- [5] Carlson, J.A., Jaffe, A., Wiles, A., The millennium prize problems. American Mathematical Soc., 2006.
- [6] Caviness, B.F., Johnson, J.R., Quantifier elimination and cylindrical algebraic decomposition. Springer Science & Business Media, 2012.
- [7] Gupta, H., N., Contributions to the axiomatic foundations of geometry, Doctoral dissertation, University of California, Berkeley, 1965, 407 გვ.
- [8] Hilbert, D., The foundations of geometry. Open court publishing Company, 1902.
- [9] Hilbert, D., Grundlagen der Geometrie. Eighth edition, with revisions and supplements by P. Bernays, Stuttgart 1956, I11 +251 გვ.
- [10] Hall, M., Projective planes. Transactions of the American Mathematical Society, 54(2): 1943, გვ. 229-277.
- [11] Hartshorne, R., Geometry: Euclid and Beyond. Springer, 2000.
- [12] Makowsky, J.A., Topics in automated theorem proving, 1989-2015. Course 236 714, Faculty of Computer Science, Technion–Israel Institute of Technology, Haifa, Israel, ხელმისაწვდომია ბმულზე <http://www.cs.technion.ac.il/~janos/COURSES/THPR-2015/>.
- [13] Makowsky, J., A., Ann Math Artif Intell (2019) 85: 259. <https://doi.org/10.1007/s10472-018-9610-1> ასევე ხელმისაწვდომია ბმულზე <https://arxiv.org/pdf/1712.07474.pdf>.

- [14] Pieri, M., La geometria elementare istituita sulle nozioni ‘punto’ e ‘sfera’, Memorie di Matematica e di Fisica della Societa Italiana delle Scienze, vol. 15 (1908), გვ. 345.
- [15] Poizat, B., Les Petits Cailloux: Une approche modèle-théorique de l’algorithmie. Alèas, Paris, 1995.
- [16] Prunescu, M., Fast quantifier elimination means  $p = np$ . In Logical Approaches to Computational Barriers: Second Conference on Computability in Europe, CiE 2006, Swansea, UK, June 30-July 5, 2006, Proceedings, volume 3988, გვ. 459. Springer Science & Business Media, 2006.
- [17] Robinson, J., Definability and decision problems in arithmetic. Journal of Symbolic Logic, vol. 14 (1949), გვ. 98-114.
- [18] Robinson, R.,M., Binary relations as primitive notions in elementary geometry. The axiomatic method, with special reference to geometry and physics (L. Henkin, P Suppes, and A. Tarski, editors), North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1959, გვ. 68-85.
- [19] Schwabhäuser, W., Ober die Vollständigkeit der elementaren euklidischen Geometrie. Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik, vol. 2, 1956, გვ. 137-165.
- [20] Schwabhäuser, W., Szmielew, W., Tarski, A., Metamathematische methoden in der Geometrie, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg GmbH, 1983.
- [21] Scott, D., Dimension in elementary Euclidean geometry. The axiomatic method, with special reference to geometry and physics (L. Henkin, P Suppes, and A. Tarski, editors), North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1959, გვ. 53-67.
- [22] Szmielew, W., Some metamathematical problems concerning elementary hyperbolic geometry. This volume, გვ. 30-52.
- [23] Tarski, A., A decision method for elementary algebra and geometry. Second edition, Berkeley and Los Angeles 1951, VI+63 გვ.
- [24] Tarski, A., Contributions to the theory of models. Indagationes Mathematicae, vol.16 (1954), pp. 572-588, and vol. 17 (1955), გვ. 56-64.

## LOGIC

- [25] Tarski, A., Mostowski, A., Robinson, M., Undecidable theories. Amsterdam 1953, XI+98 გვ.
- [26] Tarski, A., Vaught, L., Arithmetical extensions of relational systems. Compositio Mathematica, vol. 13 (1957), გვ. 81-102.
- [27] Van der Waerden, B. L., Modern Algebra. Revised English edition, New York, 1953, vol. 1, XII+264 გვ.
- [28] Veblen, O., The foundations of geometry, Monographs on topics of modern mathematics, relevant to the elementary field (J. W. A. Young, editor), Longsman, Green, and New York, 1914, გვ. 1-51.
- [29] von Staudt, K., G., C., Geometrie der Lage. Bauer und Raspe, 1847.
- [30] von Staudt, K., G., C., Beiträge zur Geometrie der Lage, volume 2. F. Korn, 1857.
- [31] Ziegler, M., Einige unentscheidbare Körpertheorien Enseign. Math. (2) 28 (1982). 3-4, გვ. 269-280.

*თარგმნა ევგენი კუზნეცოვიძა*



## FROM BELIEF to KNOWLEDGE

LEVAN URIDIA

ABSTRACT. We investigate the modal system  $KS$ . We characterize rooted frames and their bounded morphisms in terms of properties on pairs of natural numbers. Using algebraic methods we describe the lattice of logics over  $KS$  and prove the main result, which states that the cardinal number of the interval  $[KS, S5]$  (of all logics over  $KS$  and under  $S5$ ) is  $2^\omega$ . As an application we show that  $KS$  does not have Craig interpolation property.

### 1. INTRODUCTION

In a notion derived from Plato's dialogue Theaetetus, philosophy has traditionally defined *knowledge* as *justified true belief*. The relationship between belief and knowledge is that a belief is knowledge if the belief is true, and if the believer has a justification for believing, it is true. Dropping out the part about justification we can express this connection in a standard modal language by well known translation  $Sp$  (splitting translation from  $S4$ -logics to  $K4$ -logics [1]). The main clause of which states:  $Sp(Kp) = \mathcal{B}p \wedge p$ .

Following this line we are interested in two main questions: How strong should a belief be to consider it as knowledge? What is the tool of measuring the closeness of belief to knowledge? We provide possible answers to these questions by using propositional modal formalisms. In particular we make use of the modal system  $KS$  for modeling belief of an agent. To model knowledge we stick to the classical epistemic modal logic  $S5$  [2].

In these settings we provide the answers to the stated questions in the following way: We consider the partially ordered set  $\mathfrak{L}_{KS}$  of all logics in the interval  $[KS, S5]$ , where the ordering is just a set theoretic inclusion. We state  $L_1$ -reasoner's beliefs to be closer to the knowledge than  $L_2$ -reasoner's beliefs if  $L_2 \subseteq L_1$ . As a main result of the paper we show that the cardinal number of  $\mathfrak{L}_{KS}$  is continuum. Nevertheless any road (chain of logics  $KS = L_1 \subseteq L_2 \subseteq \dots \subseteq S5$ ) going from belief to knowledge does not exceed  $\omega$ .

$KS$  was first introduced in 1980s by Segerberg as modal logic of *some other time* [2]. In 1990s it was rediscovered as the modal logic of *inequality* [3], [4] and recently it was adopted as a doxastic counterpart to the classical system  $KD45$  [5]. An algebraic semantics for the system  $KS$  was introduced by Esakia [6]. The semantics is based

# LOGIC

on a notion of weak-monadic algebras. It must be pointed out that the class  $MA$  of monadic algebras (which serve as algebraic models for the system  $S5$ ) is a subvariety of  $WMA$  of weak-monadic algebras. Monadic algebras were introduced by Halmos [7] in his study of algebraic logic. The equational class of weak-monadic algebras (as well as the class of monadic algebras) is semisimple and locally finite.

The paper is organized in the following way. Section 2 provides basic definitions and some known facts. In Section 3 we prove the characterization theorem for bounded morphisms of rooted finite  $KS$ -frames. In the same section we describe the partially ordered set of finite  $KS$ -frames in terms of pairs of natural numbers. Section 4 describes the variety  $WMA$  of weak-monadic algebras which serve as algebraic models of modal system  $KS$ . In the same section we show the duality between finite  $KS$  frames and finite weak-monadic algebras. In section 5 we show that  $KS$  does not have the Craig interpolation property. In the last section we prove the main result, that the cardinal number of a set of all subvarieties of  $WMA$  is continuum.

## 2. THE MODAL LOGIC $KS$

In 1976 Krister Segerberg [2] explicitly formulated a modal logic  $KS$  in which the diamond modality  $\diamond$  is interpreted as "somewhere else". In this section we define the system  $KS$  and it's Kripke semantics.

### 2.1. syntax.

**Definition 1.** The normal modal logic  $KS$  is defined in a standard modal language with infinite set of propositional letters  $p, q, r, ..$  and connectives  $\wedge, \square, \neg$ ,

• The axioms are all classical tautologies plus three axioms containing modal operators. Namely:

$$\square(p \rightarrow q) \rightarrow (\square p \rightarrow \square q),$$

$$\square p \wedge p \rightarrow \square \square p,$$

$$p \rightarrow \square \diamond p, \text{ where } \diamond p \equiv \neg \square \neg p.$$

• The rules of inference are: Modus Ponens, Uniform Substitution and Necessitation.

Observe that doxastic interpretation of the last axiom states that *If  $p$  is true then agent believes that it is not the case that he believes negation of  $p$ .*

It is not difficult to show that if we add axiom  $\square p \rightarrow p$  to  $KS$  we will get  $S5$ . Following Smullyan [8] this means that if the  $KS$ -reasoner is *accurate* (never believes any false proposition) then his believes coincide with his knowledge.

**2.2. Kripke semantics.** Kripke semantics for the modal logic  $KS$  is provided by weak-transitive and symmetric Kripke frames. Below we give the definition of weak-transitive relation.

**Definition 2.** We will say that a relation  $R \subseteq W \times W$  is weak-transitive if  $(\forall x, y, z)(xRy \wedge yRz \wedge x \neq z \Rightarrow xRz)$ .

Of course every transitive relation is weak-transitive. Moreover, as it is not difficult to notice, weak-transitive relations differ from transitive ones just by the occurrence of irreflexive points in clusters. As one can see the frame on the picture is weak-transitive, but not transitive.

The picture represents the diagrammatic view of kripke structure. Irreflexive points are colored by grey and reflexive points are uncolored. Arrows represent the relation between two distinct points. So as we can see  $yRx$  and  $xRy$ , but  $y \not R y$ , which contradicts transitivity, but not weak transitivity as  $y = y$ .



pic. 1

In the study of modal logic the class of rooted frames plays a central role. Recall that a frame  $(W, R)$  is rooted if it contains a point  $w \in W$ , which can see all other points in  $W$ . That is  $R(w) \supseteq W - \{w\}$ , where  $R(w)$  is the set of all successors of  $w$ . The class of all rooted, weak-transitive and symmetric frames can be characterized by the property which we call weak-cluster.

**Definition 3.** We will say that a relation  $R \subseteq W \times W$  is weak-cluster if  $(\forall x, y)(x \neq y \Rightarrow xRy)$ .

It is easy to see that every weak-cluster is just a cluster where we allow irreflexive points. We will see the detailed characterization of finite weak-clusters in the next section. The following proposition makes the link between weak-clusters and rooted, weak-transitive, symmetric frames.

**Proposition 4.** *A frame  $(W, R)$  is rooted, weak-transitive and symmetric iff it is weak-cluster.*

*Proof.* It is immediate that every weak-cluster is rooted, weak-transitive and symmetric frame. For the other direction let  $(W, R)$  be rooted, weak-transitive and symmetric frame. Let  $w \in W$  be the root. Take any two distinct points  $x, y \in W$ . As  $w$  is the root, we have:  $wRx$  and  $wRy$ . Because of symmetry we get  $xRw$ . Now as  $R$  is weak-transitive, from  $xRw \wedge wRy$  and  $x \neq y$  we get  $xRy$ . Hence  $R$  is a weak-cluster.  $\square$

For the sake of completeness we will just briefly state the main definitions, like: Kripke model, satisfaction and validity of modal formulas. These definitions are standard and can be found in any modal logic book.

**Definition 5.** The pair  $(W, R)$ , with  $W$  an arbitrary non-empty set (set of possible worlds) and  $R \subseteq W \times W$  is called a Kripke frame.

# LOGIC

If we additionally have a third component  $V : Prop \times W \rightarrow \{0, 1\}$ , then we say that we have a Kripke model  $M = (W, R, V)$  (Here  $Prop$  denotes the set of all propositional letters).

The satisfaction and validity of a modal formula are defined inductively. We just state the base and modal cases here.

**Definition 6.** For a given Kripke model  $M = (W, R, V)$  the satisfaction of a formula at a point  $w \in W$  is defined inductively as follows:  $w \Vdash p$  iff  $V(p, w) = 1$ , the Boolean cases are standard,  $w \Vdash \Box\phi$  iff  $(\forall v)(wRv \Rightarrow v \Vdash \phi)$ .

We will say that a formula  $\phi$  is valid in a model  $(W, R, V)$  if for every point  $w \in W$  we have  $w \Vdash \phi$ . We will say that a formula  $\phi$  is valid in a frame  $(W, R)$  if it is valid in every model  $(W, R, V)$  based on a frame  $(W, R)$ . We will say that a formula  $\phi$  is valid in a class of frames  $C$  if  $\phi$  is valid in every frame  $(W, R) \in C$ .

So far we defined the modal logic  $KS$  syntactically and we gave the definition of weak-cluster relation. The following theorem links these two notions:

**Theorem 7.** [6] *The modal logic  $KS$  is sound and complete w.r.t. the class of all finite, irreflexive weak-cluster relations.*

Mainly because of the theorem 7 the modal logic  $KS$  is called the modal logic of inequality. As the reader can easily check the interpretation of box in irreflexive weak-clusters boils down to the following:  $w \Vdash \Box\phi$  iff  $(\forall v)(w \neq v \Rightarrow v \Vdash \phi)$ .

### 3. THE CLASS OF FINITE WEAK-CLUSTER RELATIONS AND THEIR BOUNDED MORPHISMS.

In the previous section we have seen that the class of finite weak-cluster relations fully captures information about the modal logic  $KS$ . In this section we characterize finite weak-clusters and their bounded morphisms in terms of pairs of natural numbers. Let  $\mathbb{N}$  be the set of natural numbers. The following theorem states that the set of finite weak-clusters can be viewed as the set  $\mathcal{N}^2 \equiv \mathbb{N} \times \mathbb{N} - \{(0, 0)\}$ . Let  $wCL$  denote the class of all finite weak-cluster relations considered up to isomorphism.

**Theorem 8.** *There is a one-to-one correspondence between the set  $wCL$  and the set  $\mathcal{N}^2$ .*

*Proof.* For every finite weak-cluster we apart two invariants: the number  $i$  of irreflexive points and the number  $r$  of reflexive ones (see *pic.2*). The point is that the pair  $(i, r)$  represents the frame uniquely up to isomorphism.



Let us describe how we construct the function from  $wCL$  to  $\mathcal{N}^2$ . With every frame  $(W, R) \in wCL$  we associate the pair  $(i, r)$ , where  $i$  is a number of irreflexive points in  $W$  and  $r$  is a number of reflexive ones. We will call the pair  $(i, r)$  the **characterizer** of the frame  $(W, R)$ . It is clear that the correspondence described above defines a function from the set  $wCL$  to the set  $\mathcal{N}^2$ . Let us denote this function by  $Ch$ .

*Ch is injective.* Take any two distinct finite weak-clusters  $(W, R)$  and  $(W', R')$ . That they are distinct in  $wCL$  means that they are non-isomorphic i.e. either  $|W| \neq |W'|$  or  $R \not\cong R'$ . In the first case it is immediate that  $Ch(W, R) \neq Ch(W', R')$  as far as  $|W| = i + r$ . In the second case we have that the number of reflexive (irreflexive) points in  $|W|$  differs from the number of reflexive (irreflexive) points in  $|W'|$ . This means that  $i \neq i'$  and again  $Ch(W, R) \neq Ch(W', R')$ .

It is straightforward that if none of these cases above occur i.e.  $|W| = |W'|$  and  $|\{w \in W | wRw\}| = |\{w' \in W' | w'R'w'\}|$  then  $(W, R)$  is isomorphic to  $(W', R')$  and hence  $(W, R) = (W', R')$  in  $wCL$ .

*Ch is surjective.* Take any pair  $(i, r) \in \mathcal{N}^2$ . Let us show that the pre-image  $Ch^{-1}((i, r))$  is not empty. Take the frame  $(W, R)$ , where  $|W| = i + r$  and  $W$  contains  $i$  irreflexive and  $r$  reflexive points. Then by definition of  $Ch$ , we have that  $Ch(W, R) = (i, r)$ . □

**Definition 9.** The function  $f$  between two frames  $(W, R)$  and  $(W', R')$  is called a bounded morphism if the following two conditions are satisfied:

- (1)  $wRv \Rightarrow f(w)R'f(v)$ ,
- (2)  $f(w)R'v' \Rightarrow (\exists v \in W)(wRv \wedge f(v) = v')$ .

The bijection given in theorem 8 can be extended to bounded morphisms. In the following theorem we characterize the bounded morphisms between two finite weak-cluster relations in terms of conditions on the pairs of natural numbers.

**Theorem 10.** *The finite weak-cluster  $(W', R')$  with the characterizer  $(i', r')$  is a bounded morphic image of the finite weak-cluster  $(W, R)$  with the characterizer  $(i, r)$  iff the following conditions are satisfied:*

- $r' = 0 \Rightarrow (i, r) = (i', r')$ ,
- $i \geq i'$ ,
- $2 \times (r' - r) \leq i - i'$ .

*Note that the operation minus is defined within the natural numbers i.e.  $n - m = 0$  if  $m > n$ .*

*Proof.* For the left to right direction assume  $f : (W, R) \rightarrow (W', R')$ . This means that  $i + r \geq i' + r'$ , as far as  $f$  is a surjection. First let us state some general observations which will help us in proving the theorem.

- **for every irreflexive point  $w' \in W'$ , we have that  $f^{-1}(w')$  is one irreflexive point.** Assume - not. Then either  $f^{-1}(w')$  contains some reflexive point  $w \in W$ , or it contains at least two irreflexive points  $u, v \in W$ . In the first case we have  $wRw$

## LOGIC

while  $f(w) \not R' f(w)$ , so we get a contradiction. In the second case we have  $uRv \wedge vRu$  while  $f(v) \not R' f(u)$  and again this contradicts to  $f$  being bounded morphism.

Now we are ready to begin the proof of the theorem. Let us check that all conditions are satisfied.

**case 1** Assume  $r' = 0$  but  $(i, r) \neq (i', r')$ . So either  $r \neq 0$  or  $i \neq i'$ . In both cases we get a contradiction by above observation, as reflexive points can not be mapped to irreflexive ones and also two irreflexive points can not be mapped to one irreflexive point.

**case 2** Assume  $i < i'$ . Then there is at least one point  $v' \in W'$  such that  $f^{-1}(v') = \emptyset$ , because there are not enough irreflexive points in  $W$  to cover all irreflexive points in  $W'$  and we know (by above remark) that we can not map reflexive points to irreflexive ones. So we get a contradiction.

**case 3** Assume  $2 \times (r' - r) > i - i'$ . This means that  $r' > r$ . So there are at least  $r' - r$  reflexive points in  $W'$  which have no reflexive points in their pre-image. But then there is at least one reflexive point  $w' \in W'$  such that  $f^{-1}(w')$  contains less than 2 irreflexive points. This is because at least  $i'$  irreflexive points out of  $i$  many are required to be mapped to irreflexive points in  $W'$  and the remaining  $i - i'$  irreflexive points are not enough for  $r' - r$  pairs by our assumption. But this gives a contradiction because either  $f$  is not surjective (in case  $f^{-1}(w') = \emptyset$ ) or  $f$  is not a bounded morphism (in case  $f^{-1}(w') = v$  with  $v$  irreflexive).

**Now let us prove the converse direction.** Let us enumerate points in  $W$  in the following way: Let  $w_1, \dots, w_r$  be the reflexive points and  $v_1, \dots, v_i$  irreflexive points. Let us use the same enumeration for points in  $W'$  with the difference that we add  $'$  to every point. So for example  $w'_1$  is the reflexive and  $v'_2$  is the irreflexive point in  $W'$ .

In case  $r' = 0$  we know that  $(i, r) = (i', r')$  and we can take  $f$  to be bijection mapping  $w_i$  to  $w'_i$ .

In case  $r' \neq 0$  we distinguish two subcases.

**case 1** When  $r > r'$ . Let us define  $f : W \rightarrow W'$  in the following way:

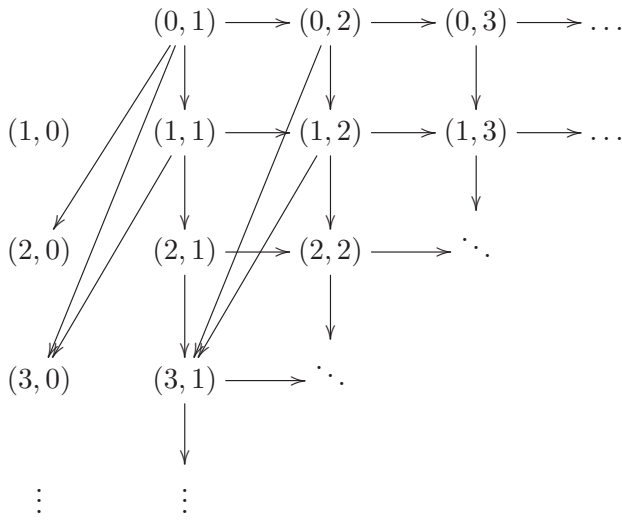
$$\begin{aligned} f(v_j) &= v'_j \text{ for } j \in \{1, \dots, i'_1\}, \\ f(w_j) &= w'_j \text{ for } j \in \{1, \dots, r'_1 - 1\}, \\ f(v_{i'+1}) &= f(v_{i'+2}) = \dots = f(v_i) = f(w_{r'+1}) = \dots = f(w_r) = w'_r. \end{aligned}$$

**case 2** When  $r \leq r'$ . Let us define  $f : W \rightarrow W'$  in the following way:

$$\begin{aligned} f(v_j) &= v'_j \text{ for } j \in \{1, \dots, i'\}, \\ f(w_j) &= w'_j \text{ for } j \in \{1, \dots, r\}, \\ f(v_{i'+2k-1}) &= f(v_{i'+2k}) = w'_{r+k} \text{ for } k \in \{1, \dots, r' - r - 1\}, \\ f(v_{i'+2(r'-r)-1}) &= f(v_{i'+2(r'-r)}) = \dots = f(v_i) = w'_r. \end{aligned}$$

In words we send each reflexive point  $w_j \in W$  to the reflexive point  $w'_j \in W'$  and each irreflexive point  $v_j \in W$  to the irreflexive point  $v'_j \in W'$ . As far as we have that  $i \geq i'$  and  $r \leq r'$  there may be left some irreflexive points in  $W$  on which we have not yet defined  $f$  and also some reflexive points in  $W'$  which have no pre-image, so we associate to every pair of such irreflexive points one reflexive point which has no pre-image. We go on with this process until there is left only one reflexive point without pre-image (we know that such exists by the condition  $r' \neq 0$ ) and associate to it all the rest of irreflexive points on which  $f$  was not defined. The condition  $2 \times (r - r') \leq i' - i$  guarantees that there are at least two such irreflexive point left.

It is easy to check that  $f$  defined in the following way is indeed a bounded morphism. □



pic.3

We can impose the partial order  $\preceq$  on  $wCL$  in the following way: We will say that  $(W, R) \preceq (W', R')$  iff  $(W, R)$  is a bounded morphic image of  $(W', R')$ . Picture 3 represents the poset  $(wCL, \preceq)$  where instead of Kripke frames stand their characterizers and  $(i, r) \rightarrow (i', r')$  stands for  $Ch^{-1}(i, r) \preceq Ch^{-1}(i', r')$ . As we will see in the following sections, partially ordered set  $wCL$  plays a crucial role in the study of logics over  $KS$ .

#### 4. THE VARIETY WMA

An algebraic semantics for the system  $KS$  is based on the notion of weak-monadic algebras. In this section we investigate the variety of weak-monadic algebras denoted by  $WMA$ . The name weak-monadic comes from the fact that  $WMA$  contains  $MA$  - the variety of monadic algebras introduced by Halmos [7].

## LOGIC

**Definition 11.** We will say that a pair  $(B, d)$  is a weak monadic algebra, if  $B$  is a boolean algebra and  $d : B \rightarrow B$  is an unary operator, such that for every  $p, q \in B$  we have:  $d(0) = 0$ ,  $d(p \vee q) = d(p) \vee d(q)$ ,  $dd(p) \leq d(p) \vee p$ ,  $p \leq \tau d(p)$ , where  $\tau(p) = -d(-p)$ .

**4.1. semantics.** Let us consider a translation  $*$  from modal formulas to polynomials of  $WMA$ :  $p^* \equiv p$ ,  $(\alpha \wedge \beta)^* \equiv \alpha^* \wedge \beta^*$ ,  $(\neg\alpha)^* \equiv -\alpha^*$ ,  $(\diamond\alpha)^* \equiv d(\alpha^*)$ . Let  $\vdash$  stand for provability in  $KS$  and let  $\models$  mean that equation holds in every weak-monadic algebra. The following theorem states that algebraic models for modal logic  $KS$  are provided precisely by weak-monadic algebras.

**Theorem 12.**  $[6] \vdash \phi \text{ iff } \models \phi^* = 1$ .

We will use the following fact in the next section.

**Theorem 13.**  $[6]$  *The variety  $WMA$  is congruence distributive and locally finite.*

**4.2. Duality.** As far as the variety  $WMA$  is locally finite only finite algebras are enough to generate it. In this subsection we describe the duality between finite weak-monadic algebras and finite weak-transitive, symmetric relations. We assume that reader is familiar with the Stone duality. We just prove the parts which are specific for this variety and skip most of the standard proofs from Stone duality. Let us denote the class of all finite weak-monadic algebras by  $WMA_f$  ( $f$  stands for finite) and let us denote the class of all finite weak-transitive, symmetric relations by  $WTS_{fin}$ . We will use the same names for the corresponding categories. For example  $WTS_{fin}$  would also denote the category of all finite weak-transitive, symmetric relations and their bounded morphisms.

**Proposition 14.** *There is a one-to-one correspondence between  $WMA_f$  and  $WTS_{fin}$ .*

*Proof.* With every weak-transitive and symmetric  $(W, R)$  we associate the algebra  $(B, d)$ , where  $B = P(W)$  and  $d(A) = R^{-1}(A)$  for every  $A \subseteq W$ . Here  $P(W)$  denotes the power set of  $W$  and  $R^{-1}(A) = \{w | (\exists w')(w' \in A \wedge wRw')\}$ . It is immediate that  $d(\emptyset) = \emptyset$  and  $d(A \cup B) = d(A) \vee d(B)$ .

Let us check that  $dd(A) \subseteq d(A) \vee A$ . Assume  $w \in dd(A)$  by definition of  $d$  ( $d(A) = R^{-1}(A)$ ) this means that there are points  $w'$  and  $w''$  with  $wRw' \wedge w'Rw''$  and  $w'' \in A$ . We distinguish two cases  $w = w''$  and  $w \neq w''$ . In the first case  $w \in A$ . In the second case as far as  $R$  is weak-transitive we have  $wRw''$  and hence  $w \in R^{-1}(A) = d(A)$ .

Now let us check  $A \subseteq -d - d(A)$ , Assume  $w \in A$ . We want to show that  $w \notin d - d(A)$ . This is to show that for every  $w'$  with  $wRw'$  holds  $w' \notin -d(A)$ . Hence we want to show that for every  $w'$  holds  $wRw' \Rightarrow w' \in d(A)$ . The last implication could be rewritten as  $wRw' \Rightarrow (\exists w'')(w'' \in A \wedge w'Rw'')$ . For such  $w''$  could serve  $w$  itself as far as  $w \in A$  by assumption and by symmetry of  $R$  we have that  $wRw' \Rightarrow w'Rw$ .

Let us denote the function defined above by  $\Phi$ . It is immediate that  $\Phi$  is injection. Let us show that for every finite weak-monadic algebra  $(B, d)$  the pre-image



$\Phi^{-1}((B, d)) \neq \emptyset$ . For this consider the set  $At(B)$  of all atoms of  $B$ . Recall that an element  $a \in B$  is an atom if  $a \neq 0$  and for every other element  $b \in B$  holds  $b < a \Rightarrow b = 0$ . We impose the following order on the set of atoms: for every two elements  $a, a' \in At(B)$ ,  $aR_d a'$  iff  $a \leq d(a')$ .

*Claim*  $(At(B), R_d)$  is weak-transitive and symmetric frame. Assume  $aR_d a' \wedge a'R_d a'' \wedge a \neq a''$ . This means that  $a \leq d(a')$  and  $a' \leq d(a'')$  and  $a \neq a''$ . Now as  $d$  preserves the order we have that  $d(a') \leq dd(a'')$ . Combining with  $a \leq d(a')$  we get  $a \leq dd(a'')$ . By the third axiom of weak-monadic algebras  $dd(a'') \leq d(a'') \vee a''$  we get  $a \leq d(a'') \vee a''$ . Here we use the fact that both  $a$  and  $a''$  are atoms and  $a \neq a''$  and imply  $a \leq d(a'')$ . Hence  $aR_d a''$  and  $R_d$  is weak-transitive.

For symmetry assume  $aR_d b$  i.e.  $a \leq d(b)$ . The subclaim is that  $(*) (\forall c)(b \leq c \Rightarrow a \leq d(c))$ . For contradiction assume for some  $c \in At(B)$  we have that  $a \not\leq d(c)$ . Because of our assumption this implies that  $d(b) \not\leq d(c)$ . Which on it's own implies that  $b \not\leq c$  as far as  $d$  preserves the order. Another subclaim is that  $(*)$  implies  $(**) (\forall c)(a \leq \tau(c) \Rightarrow b \leq c)$ . Indeed assume  $a \leq \tau(c)$  this means  $a \leq -d(-c)$ . Now as far as  $a$  is an atom we have  $a \not\leq d(-c)$ . Now because of  $(*)$  we have  $b \not\leq -c$  and as  $b$  is an atom  $b \leq c$ . Now let us take  $c = d(a)$  is  $(**)$ . So we get  $a \leq \tau d(a) \Rightarrow b \leq d(a)$ . And because of the fourth axiom of weak-monadic algebras we imply  $b \leq d(a)$ . Hence  $bR_d a$ .

That  $\Phi(At(B), R_d) \cong (B, d)$  follows from standard duality techniques.  $\square$

The correspondence  $\Phi$  can be lifted to the duality of categories  $WTS_{fin}$  and  $WMA_f$ . We do not give the proofs of the following two propositions as they go exactly in the same way as for the standard Stone duality for finite modal algebras.

**Proposition 15.** *If  $h : (B, d) \rightarrow (B', d')$  is a homomorphism of weak-monadic algebras, then  $\Phi^{-1}(h) : (At(B'), R_{d'}) \rightarrow (At(B), R_d)$  (defined in the following way:  $\Phi(h)(a') = h^{-1}(a')$ ) is a bounded morphism.*

**Proposition 16.** *If  $f : (X, R) \rightarrow (X', R')$  is a bounded morphism of finite weak-transitive and symmetric frames then  $\Phi(f) : (P(X'), R'^{-1}) \rightarrow (P(X), R^{-1})$  (defined in the following way:  $\Phi(f)(A) = f^{-1}(A)$ ) is a homomorphism.*

The following theorem is an easy consequence of 14, 15 and 16.

**Theorem 17.** *The categories  $WMA_f$  and  $WTS_{fin}$  are dually equivalent.*

Birkhoff showed that subdirectly irreducible algebras form the building blocks for the variety [9]. Recall that an algebra is subdirectly irreducible if the lattice of it's congruences contains the minimal element. Let us denote the class of all finite, subdirectly irreducible algebras of a variety  $V$  by  $Si_f(V)$ . It is known that Stone duals of subdirectly irreducible algebras are rooted frames. Hence in our case we have  $Si_f(WMA) \cong wCL$ . Let us consider a partial order  $\leq$  on  $Si_f(V)$ , where  $A \leq B$  iff  $A \in HS(B)$  (here  $H$  and  $S$  are homomorphic image and subalgebra operations). The following theorem states that the poset of finite subdirectly irreducible weak-monadic algebras is the same as the poset  $(wCL, \preceq)$  described in previous section.

## LOGIC

**Theorem 18.**  $(Si_f(WMA), \trianglelefteq)$  is isomorphic to  $(wCL, \preceq)$ .

*Proof.* As we mentioned function  $\Phi$  defined in 14 establishes one-to-one correspondence between  $Si_f(WMA)$  and  $wCL$ . Now assume  $A \trianglelefteq B$ . This means that  $A \in HS(B)$  by definition of  $\trianglelefteq$ . Hence there exists  $B_0 \in WMA$  such that  $A \twoheadrightarrow B_0 \hookrightarrow B$ . Now  $A \twoheadrightarrow B_0$  implies that  $B_0$  is finite hence we can apply duality. So we have  $\Phi^{-1}(B) \twoheadrightarrow \Phi^{-1}(B_0) \hookrightarrow \Phi^{-1}(A)$ . Now as  $\Phi^{-1}(A)$  is a weak-cluster  $\Phi^{-1}(B_0) \hookrightarrow \Phi^{-1}(A)$  implies that  $\Phi^{-1}(B_0) = \Phi^{-1}(A)$ . This is because by 10 weak-clusters do not have strict generated subframes. Hence  $\Phi^{-1}(B) \twoheadrightarrow \Phi^{-1}(A)$ , which implies  $\Phi^{-1}(A) \preceq \Phi^{-1}(B)$  by definition of  $\preceq$ .

Conversely assume  $(W', R') \preceq (W, R)$ . This by definition of  $\preceq$  means that we have surjective bounded morphism  $f : (W, R) \twoheadrightarrow (W', R')$ . Because of duality we have that  $\Phi(f) : \Phi((W', R')) \hookrightarrow \Phi((W, R))$ . Hence  $\Phi((W', R')) \in HS(\Phi((W, R)))$  as far as  $id : \Phi((W, R)) \twoheadrightarrow \Phi((W, R))$  is a surjective homomorphism.  $\square$

### 5. FROM BELIEF TO KNOWLEDGE

We consider the lattice  $\mathfrak{L}_{KS}$  of all normal modal logics over  $KS$ . The lattice structure is given in the following way: For logics  $L_1, L_2 \in \mathfrak{L}_{KS}$  the meet  $L_1 \wedge L_2 = L_1 \cap L_2$  and  $L_1 \vee L_2 = \bigcap \{L : L_1 \subseteq L \wedge L_2 \subseteq L\}$ . The order induced by the lattice structure is set theoretic inclusion, so for the logics  $L_1, L_2 \in \mathfrak{L}_{KS}$  we have  $L_1 \leq L_2$  iff  $L_1 \subseteq L_2$ . It is well known that lattice of logics over some normal modal logic  $L$  is anti-isomorphic to the lattice of subvarieties of the corresponding variety  $V(L)$  of boolean algebras with operator. So instead of investigating the lattice  $\mathfrak{L}_{KS}$  we deal with the lattice  $\Lambda_{WMA}$  of all subvarieties of the variety  $WMA$ . We reduce the complexity of studying lattice  $\Lambda_{WMA}$  by moving from  $\Lambda_{WMA}$  to some special lattice, which we describe below. First let us introduce some definitions.

**Definition 19.** A subset  $C$  of a poset  $(X, R)$  is called a lower cone if  $x \in C$  and  $yRx \Rightarrow y \in C$ .

It is not difficult to verify that the intersection and union of two lower cones is again a lower cone. By  $Con(X, R)$  we denote the lattice of all lower cones of  $(X, R)$ . The following theorem proved in [12] links the lattice of subvarieties of a given variety with the lattice of lower cones of partially ordered set of subdirectly irreducible algebras.

**Theorem 20.** [12] *Let  $V$  be a locally finite congruence-distributive variety. Then  $\Lambda(V)$  is a completely distributive lattice and is isomorphic to  $Con(Si_f(V), \trianglelefteq)$ . This isomorphism is given by the function  $\varphi(V') = V' \cap Si_f(V)$  for every  $V' \in \Lambda(V)$ .*

As a corollary of theorems 13, 20 and 18 we get the following theorem.

**Theorem 21.**  $\Lambda(wMA)$  is isomorphic to  $Con(wCL, \preceq)$ .

**Theorem 22.** *The cardinal number of  $Con(wCL, \preceq)$  is continuum.*

*Proof.* Let us consider the function  $\chi : P(\mathbb{N}) \rightarrow \text{Con}(wCL, \preceq)$  defined in the following way:  $\chi(N) = \preceq^{-1} (\{Ch^{-1}(n, 0) | n \in N\})$ , where  $N \subseteq \mathbb{N}$  and  $\preceq^{-1} (A) = \{(W, R) | \exists (W', R') \in A \text{ s.t. } (W, R) \preceq (W', R')\}$ . Assume  $N \neq M$  for some  $N, M \subseteq \mathbb{N}$ . Without loss of generality we can assume that  $\exists n \in \mathbb{N}$  such that  $n \in N$  and  $n \notin M$ . This by definition of  $\chi$  means that  $Ch^{-1}(n, 0) \in \chi(N)$ . On the other hand  $Ch^{-1}(n, 0) \notin \chi(M)$  as far as by theorem 10 there does not exist weak-cluster from which we would have surjective bounded morphism on  $Ch^{-1}(n, 0)$  (see picture 3). Hence  $\chi$  is injection, so  $2^\omega \leq |\text{Con}(wCL, \preceq)|$ . On the other hand by theorem 8 we have that  $|wCL| = \omega$ . Hence  $|\text{Con}(wCL, \preceq)| \leq |P(wCL)| = 2^\omega$ .  $\square$

**Theorem 23.** [10] *The cardinal number of the class of all logics over S5 is equal to  $\omega$ .*

Now we are ready to state the main result of the paper. It immediately follows as a corollary from 21, 22 and 23.

**Corollary 24.** *The cardinal number of the interval [KS, S5] (of all logics over KS and under S5) is  $2^\omega$ .*

## 6. INTERPOLATION IN KS

Craig interpolation property *CIP* is one of the most important properties in the study of logic. As a small illustration of the importance of partially ordered set  $(wCL, \preceq)$  defined in section 3, we show that *KS* does not have Craig interpolation property.

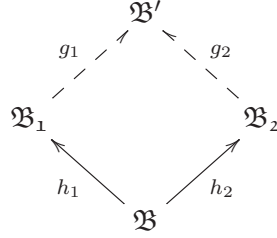
**Definition 25.** We say that a logic has *Craig interpolation property (CIP)* if  $\vdash \phi \rightarrow \psi$  implies that there is a formula  $\chi$  such that  $\vdash \phi \rightarrow \chi$  and  $\vdash \chi \rightarrow \psi$  and  $\text{Var}(\phi) \subseteq \text{Var}(\chi) \cap \text{Var}(\psi)$ , where  $\text{Var}(\alpha)$  denotes the propositional letters contained in  $\alpha$ .

Replacing implication sign by deducibility sign we get interpolation property for deducibility.

**Definition 26.** We say that a logic has *interpolation property for deducibility (IPD)* if  $\phi \vdash \psi$  implies that there is a formula  $\chi$  such that  $\phi \vdash \chi$  and  $\chi \vdash \psi$  and  $\text{Var}(\phi) \subseteq \text{Var}(\chi) \cap \text{Var}(\psi)$ , where  $\text{Var}(\alpha)$  denotes the propositional letters contained in  $\alpha$ .

It is immediate that *CIP* implies *IPD* while the converse is not true in general. The algebraic analog of *IPD* is the amalgamation property.

**Definition 27.** We will say that a class  $\mathbf{B}$  of algebras has amalgamation property if for every tuple  $(\mathfrak{B}_1, \mathfrak{B}_2, \mathfrak{B}, h_1, h_2)$ , where  $\mathfrak{B}_1, \mathfrak{B}_2, \mathfrak{B} \in \mathbf{B}$  and  $h_i : \mathfrak{B} \hookrightarrow \mathfrak{B}_i$  are monomorphisms, exists  $\mathfrak{B}' \in \mathbf{B}$  and monomorphisms  $g_i : \mathfrak{B}_i \hookrightarrow \mathfrak{B}'$  such that the diagram commutes.

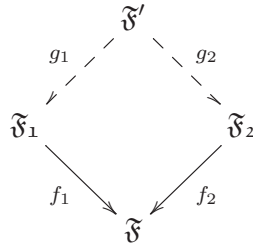


The following theorem proved by Maksimova [11] describes the connection between amalgamation and interpolation.

**Theorem 28.** [11] *Normal modal logic  $L$  has IPD iff the corresponding variety  $V(L)$  has amalgamation property.*

Now we give the definition of dual notion of amalgamation property which is co-amalgamation.

**Definition 29.** We will say that a class  $C$  of relational structures has co-amalgamation property if for every tuple  $(\mathfrak{F}_1, \mathfrak{F}_2, \mathfrak{F}, f_1, f_2)$  where  $\mathfrak{F}_1, \mathfrak{F}_2, \mathfrak{F} \in C$  and  $f_i : \mathfrak{F}_i \rightarrow \mathfrak{F}$  are surjective bounded morphisms, exists  $\mathfrak{F}' \in C$  and surjective bounded morphisms  $g_i : \mathfrak{F}_i \rightarrow \mathfrak{F}'$  such that the diagram commutes.



It is immediate from theorem 17 that  $WMA_{fin}$  has amalgamation property iff  $WTS_{fin}$  has the co-amalgamation property.

**Theorem 30.**  *$WTS_{fin}$  does not have co-amalgamation property.*

*Proof.* Using theorem 10 (see pic.3) we know that we have surjective bounded morphisms from  $Ch^{-1}(2, 0)$  and  $Ch^{-1}(1, 1)$  to  $Ch^{-1}(0, 1)$ . While again by theorem 10 there does not exist a weak-cluster from which we have a bounded morphisms to  $Ch^{-1}(2, 0)$  and  $Ch^{-1}(1, 1)$ . Moreover it is easy to see that the only weak-transitive, symmetric frames from which there exists a bounded morphism on  $Ch^{-1}(2, 0)$  are of the form  $(W, R) = \bigsqcup Ch^{-1}(2, 0)$  (disjoint unions of  $Ch^{-1}(2, 0)$ ). Hence we can not have surjective bounded morphism from  $(W, R)$  to  $Ch^{-1}(1, 1)$ .  $\square$

**Corollary 31.** *The modal logic KS does not have CIP.*

REFERENCES

- [1] Esakia L. *Intuitionistic logic and modality via topology*, Ann. Pure Appl. Logic, 127(1-3), 155-170, 2004.
- [2] Segerberg K. "Somewhere else" and "some other time", In: *Wright and wrong: mini-essay in honor of G.H.Wright*, Publ. the group in logic and methodology of Real Finland, 61-64, 1976.
- [3] Goranko V., *Modal definability in enriched language*, Notre Dame Journal of Formal Logic, 31, 81-105, 1990.
- [4] de Rijke., *The Modal Logic of Inequality*, J. Symbolic Logic, 57, 566-587, 1992.
- [5] Patrick Blackburn, J.F.A.K. van Benthem, Frank Wolter, *Handbook of Modal Logic*, 2002.
- [6] Esakia, L., *Weak transitivity-restitution*. Logical Studies 2001, vol 8, 244-255.
- [7] Halmos, P.R., *Algebraic Logic*. Chelsea Publishing Company, New York, 1962.
- [8] Raymond M. Smullyan, *What Is the Name of This Book?: The Riddle of Dracula and Other Logical Puzzles*
- [9] S. N. Burris and H.P. Sankappanavar, *A Course in Universal Algebra*, 1981.
- [10] Scroggs, SJ (1951). *Extensions of the Lewis system S5*. Journal of Symbolic Logic, 16:112-120
- [11] Dov M. Gabbay and Larisa Maksimova, *Interpolation and Definability Modal and Intuitionistic logics*, Clarendon Press, Oxford 2005.
- [12] Davey, B.A., *On The Lattice of Subvarieties*, Houston journal of mathematics, 5(1979), 183-192.

# კომპოზიციური დისტრიბუციული სემანტიკა ხანგრძლივმოქმედი ხანმოკლე მეხსიერებით<sup>1</sup>

ფონ ლი და ვილემ ზაუდემა

ლოგიკის, ენის და გამოთვლების ინსტიტუტი  
ამსტერდამის უნივერსიტეტი, ნიდერლანდები

## რეზიუმე

რეკურსიულ ნეირონულ ქსელს ვაფართოებთ ხანგრძლივმოქმედი ხანმოკლე მეხსიერების არქიტექტურის ვარიანტის გამოყენებით. ვაფართოება საშუალებას იძლევა გარჩევის ხეში დაბლა მდებარე ინფორმაცია შენახულ იქნას მეხსიერების რეგისტრში („მეხსიერების უჯრედში“) და გამოყენებულ იქნას, მოგვიანებით, გარჩევის ხის უფრო მაღლა მდებარე კვანძებში. ეს წყვეტს გაქრობადი გრადიენტის პრობლემას და საშუალებას აძლევს ქსელს, ასახოს დისტანციური დამოკიდებულებები. ექსპერიმენტული შედეგები გვიჩვენებს, რომ სტენფორდის განწყობის ხეთა ბანკზე ჩვენი კომპოზიციური უკეთეს შედეგს იძლევა, ვიდრე ტრადიციული ნეირონული ქსელების კომპოზიციური.

## 1 შესავალი

ვექტორებზე დაფუძნებულ სემანტიკაში ლექსიკურიდან კომპოზიციურ სემანტიკაზე გადასვლა მოითხოვს პასუხს ორ რთულ კითხვაზე: (i) რა სახისაა

---

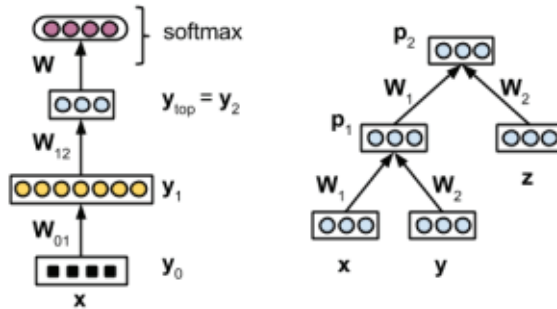
<sup>1</sup> თარგმანი შესრულებულია შემდეგი პუბლიკაციის მიხედვით:  
Phong Le and Willem Zuidema, Compositional Distributional Semantics with Long Short Term Memory, Martha Palmer, Gemma Boleda and Paolo Rosso (editors). *Proceedings of the Fourth Joint Conference on Lexical and Computational Semantics (\*SEM 2015)*, June 4-5, 2015, Denver, Colorado. The \*SEM 2015 Organizing Committee, 2015, 10-19.

კომპოზიციის ფუნქციები (იმის გათვალისწინებით, რომ ცვლადის დაბმისთვის ლამბდა აღრიცხვა აღარ გამოიყენება); და (ii) როგორ ვისწავლოთ მონაცემებისგან ამ ფუნქციების პარამეტრები (თუკი მათ ასეთი პარამეტრები აქვთ)? პირველი შეკითხვის პასუხად ფუნქციათა რამდენიმე კლასი იქნა შემოთავაზებული, მათ შორის მარტივი ნრფივი ფუნქციები, როგორებიცაა ვექტორული შეკრება (Mitchell and Lapata, 2009), არანრფივი ფუნქციები, რომლებსაც მრავალშრიანი ნეირონული ქსელები განსაზღვრავენ (Socher et al., 2010), და ვექტორულ მატრიცათა გამრავლება და ტენზორული ნრფივი ასახვა (Baroni et al.). მატრიცებსა და ტენზორებზე დაფუძნებული ფუნქციების უპირატესობა არის ის, რომ ისინი ფორმალურ სემანტიკასთან გარკვეული თვალსაზრისით პირდაპირი შედარების საფუძველს იძლევიან, თუმცა მრავალშრიანი ნეირონული ქსელები უფრო მიმზიდველი ალტერნატივაა, რადგან გააქტიურების ისეთი არანრფივი ფუნქციებით, როგორიცაა სიგმოიდი, მათ შეუძლიათ ნებისმიერი უწყვეტი ფუნქციის აპროქსიმაცია (Cybenko, 1989).

მეორე შეკითხვაზე პასუხის გაცემის მცდელობისას კიდევ უფრო ცხადი ხდება იმ მიდგომათა უპირატესობა, რომლებიც ნეირონული ქსელების არქიტექტურას ეფუძნება. ასეთებია, მაგალითად, რეკურსიული ნეირონული ქსელის (RNN) მოდელი (Socher et al., 2013b) და კონვოლუციური ნეირონული ქსელის მოდელი (Kalchbrenner et al., 2014). ამ პარადიგმის მოდელებს შეუძლიათ წარმატებით გამოიყენონ უკუგავრცელებაზე დაფუძნებული დასწავლის ზოგადი პროცედურები და, ღრმა დასწავლის განვითარებასთან ერთად, გავარჯიშების შემდგომი გაუმჯობესებისთვის გამოსადეგი სხვადასხვა ეფექტური ალგორითმი თუ მეთოდი.

შემადგენელ ნაწილთა გარჩევაში წარმატებული გამოყენების შემდეგ (Socher et al., 2011b), RNN-ის მოდელის გაფართოებათა ორი კლასი იქნა შემოთავაზებული. ერთ კლასს წარმოადგენს მოდელის კომპოზიციურობის გაძლიერება ტენზორთა ნამრავლის გამოყენებით (Socher et al., 2013b) ან RNN-ების ჰორიზონტალური გადაბმა ქსელის გასაღრმავებლად (Irsoy and Cardie, 2014). მეორე კლასი აფართოებს ქსელის ტოპოლოგიას უფრო ფართო სპექტრის ამოცანების შესასრულებლად, როგორებიცაა დამოკიდებულებათა გარჩევის ამოცანა (Le and Zuidema, 2014a) და განწყობის კონტექსტზე დამოკიდებული ანალიზი (Paulus et al. 2014).

# COMPUTATION



**ნახ. 1.** მრავალშრიანი ნეირონული ქსელი (მარცხნივ) და რეკურსიული ნეირონული ქსელი (მარჯვნივ). ჩანაცვლების ვექტორები გამოტოვებულია სიმარტივისთვის.

ჩვენი იდეაა RNN-ის მოდელის გაფართოება კომპოზიციურობის გასაუმჯობესებლად. მოტივაცია ისაა, რომ რეკურენტული ნეირონული ქსელების გავარჯიშების მსგავსად, RNN-ების ღრმა ხეებზე გავარჯიშება შეიძლება წაანყდეს გაქრობადი გრადიენტის პრობლემას (Hochreiter et al., 2001), რაც ნიშნავს, რომ ფოთლოვან კვანძებში გადაცემული შეცდომები ექსპონენციურად პატარავდება. გარდა ამისა, ფოთლიდან ხის წვეროში გაგზავნილი ინფორმაცია შეიძლება გაბუნდოვანდეს, თუ ფოთოლსა და წვეროს შორის მანძილი დიდია და, ამდენად, წარმოიშვას დისტანციურ დამოკიდებულებათა ასახვის პრობლემა. ამ მიზეზთა გამო, რეკურენტული რეკურსიული ქსელების კვლევებიდან ვსესხულობთ ხანგრძლივმოქმედი ხანმოკლე მეხსიერების (long short-term memory, LSTM) არქიტექტურას (Hochreiter და Schmidhuber, 1997). მთავარი იდეაა, გარჩევის ხეში დაბლა მდებარე ინფორმაცია შევინახოთ მეხსიერების უჯრედში და გამოვიყენოთ გაცილებით გვიან გარჩევის ხის უფრო მაღლა მდებარე კვანძებში, მეხსიერების უჯრედებში მთელი მეხსიერების რეკურსიულად ქვევიდან ზევით (bottom-up) დამატებით. ამ გზით ის შეცდომები, რომლებიც სტრუქტურაში უკუმიმართულებით ვრცელდება, არ ქრება. ამავე დროს, ფოთლოვანი კვანძების ინფორმაცია ჯერ კიდევ დაცულია და შეიძლება პირდაპირ გამოვიყენოთ იერარქიაში უფრო მაღლა მდებარე ნებისმიერ კვანძში. ამ კომპოზიციას განწყობის ანალიზისთვის ვიყენებთ. ექსპერიმენტული შედეგები აჩვენებს, რომ ჩვენი კომპოზიცია უკეთეს შედეგს იძლევა, ვიდრე ტრადიციული, ნეირონულ ქსელებზე დაფუძნებული კომპოზიცია.

წინამდებარე სტატია შემდეგნაირადაა ორგანიზებული: თავდაპირველად, მე-2 ნაწილში მოკლედ ვსაუბრობთ ნეირონულ ქსელებზე, მათ შორის მრავალშრიან



ნეირონულ ქსელებზე, რეკურსიულ ნეირონულ ქსელებზე, რეკურენტულ ნეირონულ ქსელებსა და ხანგრძლივმოქმედ ხანმოკლე მეხსიერებაზე. შემდეგ, მე-3 ნაწილში შემოგვაქვს ხანგრძლივმოქმედი ხანმოკლე მეხსიერება რეკურსიული ნეირონული ქსელებისთვის. მის გამოყენებას განწყობის ანალიზისთვის განვიხილავთ მე-4 ნაწილში. მე-5 ნაწილში ნაჩვენებია ჩვენი ექსპერიმენტები.

## 2 საფუძვლები

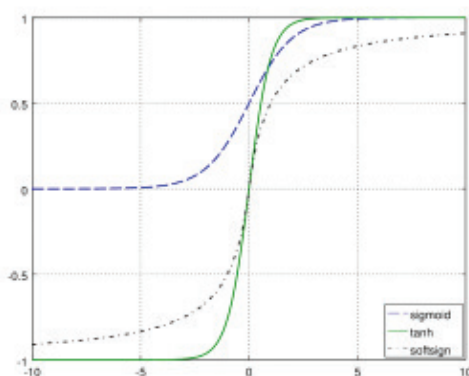
### 2.1 მრავალშრიანი ნეირონული ქსელი

მრავალშრიანი ნეირონულ ქსელებში (multi-layer neural network, MLN) ნეირონები შრეებადაა ორგანიზებული (იხ. ნახ. 1, მარცხნივ).  $i$  შრეზე მდებარე ნეირონი სიგნალს იღებს  $i - 1$  შრეზე მდებარე ნეირონებისგან და მის შედეგს გადასცემს  $i + 1$  შრეზე მდებარე ნეირონს.<sup>2</sup> გამოთვლა მოიცემა ფორმულით

$$y_i = g(W_{i-1,i} y_{i-1} + b_i),$$

სადაც

- ნამდვილი ვექტორი  $y_i$  შეიცავს  $i$  შრეზე მდებარე ნეირონების გააქტიურებებს;
- $W_{i-1,i} \in \mathbb{R}^{|y_i| \times |y_{i-1}|}$  არის  $i - 1$  შრის  $i$  შრესთან კავშირთა წონების მატრიცა;
- $b_i \in \mathbb{R}^{|y_i|}$  არის  $i$  შრის ნეირონების ჩანაცვლებათა ვექტორი (vector of biases);



ნახ. 2. გააქტიურების ფუნქციები:  $\text{sigmoid}(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$ ,  $\text{tanh}(x) = \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$ ,  
 $\text{softsign}(x) = \frac{x}{1+|x|}$ .

<sup>2</sup> ეს გამარტივებული განსაზღვრაა: პრაქტიკაში ნებისმიერ  $j < i$  შრეს შეუძლია დაუკავშირდეს  $i$  შრეს.

## COMPUTATION

•  $g$  არის გააქტიურების ფუნქცია, როგორებიცაა, მაგალითად, სიგმოიდი (sigmoid), ჰიპერბოლური ტანგენსი (tanh) ან softsign (იხ. ნახ. 2).

კლასიფიკაციის ამოცანებისთვის ქსელს ზედა შრედ ემატება სოფტმაქსის (softmax) შრე და ალბათობა იმისა, რომ შემავალ პარამეტრ  $\mathbf{x}$ -ს მიენიჭება კლასი  $c$ , გამოითვლება ფუნქციით

$$Pr(c|\mathbf{x}) = \text{softmax}(c) = \frac{e^{u(c, \mathbf{y}_{\text{top}})}}{\sum_{c' \in C} e^{u(c', \mathbf{y}_{\text{top}})}}, \quad (1)$$

სადაც

- $[u(c_1, \mathbf{y}_{\text{top}}), \dots, u(c_{|C|}, \mathbf{y}_{\text{top}})]^T = \mathbf{W}_{\mathbf{y}_{\text{top}}} + \mathbf{b}$ ;
- $C$  არის ყველა შესაძლო კლასის სიმრავლე;
- $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{|C| \times |\mathbf{y}_{\text{top}}|}$  არის წონის მატრიცა;
- $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^{|C|}$  არის ჩანაცვლებათა ვექტორი.

MLN-ს გავარჯიშება არის ობიექტური ფუნქციის,  $J(\theta)$ -ის, მინიმიზაცია, სადაც  $\theta$  არის პარამეტრთა სიმრავლე (კლასიფიკაციისთვის  $J(\theta)$  ხშირად უარყოფითი ლოგარითმული დასაჯერობაა). უკუგავრცელების ალგორითმის (backpropagation algorithm, Rumelhart et al., 1988) მეშვეობით შესაძლებელია  $\partial J / \partial \theta$  გრადიენტის ეფექტურად გამოთვლა. ამგვარად, გრადიენტული დაშვების მეთოდი გამოიყენება  $J$ -ს მინიმიზაციისთვის.

## 2.2 რეკურსიული ნეირონული ქსელი

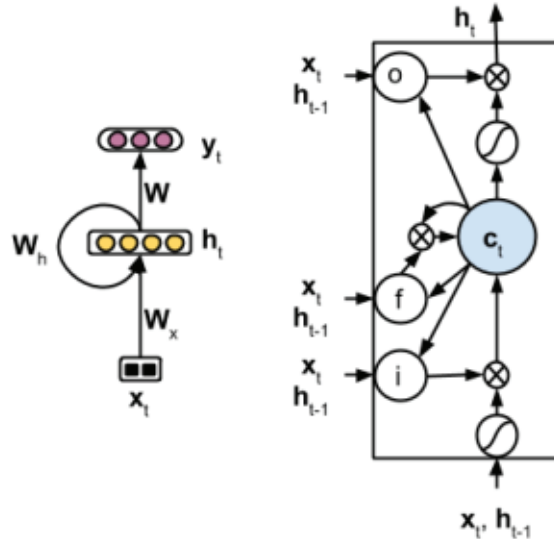
რეკურსიული ნეირონული ქსელი (RNN) (Goller and Küchler, 1996) არის MLN, სადაც მოცემულ ხის სტრუქტურაში თითოეულ შიგა კვანძზე რეკურსიულად, ქვევიდან ზევით ვიყენებთ წონათა ერთსა და იმავე მატრიცას. იმის საილუსტრაციოდ, თუ როგორ მუშაობს RNN, განვიხილოთ შემდეგი მაგალითი: დავუშვათ, რომ გვაქვს შემადგენელი (constituent), რომლის გარჩევის ხეა  $(\mathbf{p}_2 (\mathbf{p}_1 \mathbf{x} \mathbf{y}) \mathbf{z})$  (ნახ. 1, მარჯვნივ), და  $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z} \in \mathbb{R}^d$ , შესაბამისად, არის ვექტორული წარმოდგენები სიტყვებისა  $\mathbf{x}, \mathbf{y}$  და  $\mathbf{z}$ . მშობლის ვექტორის გამოსათვლელად ვიყენებთ ნეირონულ ქსელს, რომელიც შედგება წონების მატრიცისგან  $\mathbf{W}_1 \in \mathbb{R}^{d \times d}$  მარცხენა შვილებისთვის და წონების მატრიცისგან  $\mathbf{W}_2 \in \mathbb{R}^{d \times d}$  მარჯვენა შვილებისთვის. გამოთვლა ხდება ქვევიდან ზევით. მაშასადამე, ჯერ ვითვლით  $\mathbf{p}_1$ -ს

$$\mathbf{p}_1 = g(\mathbf{W}_1 \mathbf{x} + \mathbf{W}_2 \mathbf{y} + \mathbf{b}), \quad (2)$$

სადაც  $\mathbf{b}$  არის ჩანაცვლებათა ვექტორი და  $g$  არის გააქტიურების ფუნქცია.  $\mathbf{p}_1$ -ის გამოთვლის შემდეგ გადავდივართ ერთი დონით მაღლა და ვითვლით  $\mathbf{p}_2$ -ს:

$$\mathbf{p}_2 = g(\mathbf{W}_1 \mathbf{p}_1 + \mathbf{W}_2 \mathbf{z} + \mathbf{b}). \quad (3)$$

ეს პროცესი გრძელდება მანამ, სანამ წვეროს არ მივაღწევთ.



**ნახ. 3.** მარტივი რეკურენტული ნეირონული ქსელი (მარცხნივ) და ხანგრძლივმოქმედი ხანმოკლე მეხსიერება (მარჯვნივ). ჩანაცვლების ვექტორები გამოტოვებულია სიმარტივისთვის.

MLN-ს გავარჯიშების მსგავსად, RNN-ს გავარჯიშებაც გრადიენტული დაშვების მეთოდს იყენებს ობიექტური ფუნქციის  $J(\theta)$ -ის მინიმიზაციისთვის. გრადიენტი  $\partial J / \partial \theta$  ეფექტურად გამოითვლება სტრუქტურის გავლით უკუგავრცელების ალგორითმის მეშვეობით (Goller and Küchler, 1996).

RNN მოდელი და მისი გაფართოებები ნარმატებით იქნა გამოყენებული პრობლემათა ფართო სპექტრზე: გარჩევის პრობლემებით დაწყებული (შემადგენელთა გარჩევა (Socher et al., 2013a), დამოკიდებულების გარჩევა (Le and Zuidema, 2014a)), კლასიფიკაციის (მაგ., განწყობის ანალიზი (Socher et al., 2013b; Irsoy and Cardie, 2014)) და სემანტიკურ როლთა მონიშვნის პრობლემებით (Le and Zuidema, 2014b) დამთავრებული.

### 2.3 რეკურენტული ქსელები და ხანგრძლივმოქმედი ხანმოკლე მეხსიერება

ნეირონული ქსელი რეკურენტულია, თუ მას თავის სტრუქტურაში, სულ მცირე, ერთი რგოლი მაინც აქვს. ელმანის (Elman 1990) მიერ შემოღებული მარტივი რეკურენტული ნეირონული ქსელი (SRN, იხ. ნახ. 3, მარცხნივ) და მისი გაფართოებები გამოიყენება ბუნებრივი ენების დამუშავების სფეროში მიმდევრობასთან დაკავშირებული ისეთი პრობლემებისთვის, როგორებიცაა მანქანური თარგმანი (Sutskever et al., 2014) და ენის მოდელირება (Mikolov et al., 2010).

SRN-ში შემავალი მონაცემი  $x_t$  ქსელს მიეწოდება დროის თითოეულ  $t$  მომენტში. ფარული შრე  $h$ , რომელსაც აქვს აქტივაცია  $h_{t-1}$  ზუსტად იმ მომენტამდე, როცა  $x_t$  შემოდის, თამაშობს მეხსიერების საწყობის როლს, რომელიც მთელ ისტორიას ( $x_0, \dots, x_{t-1}$ ) იტევს. როდესაც  $x_t$  შემოდის, ფარული შრე აახლებს თავის აქტივაციას შემდეგნაირად:

$$h_t = g(W_x x_t + W_h h_{t-1} + b)$$

სადაც  $W_x \in \mathbb{R}^{[h] \times [x_t]}$ ,  $W_h \in \mathbb{R}^{[h] \times [h]}$ , არიან ნონის მატრიცები,  $b \in \mathbb{R}^{[h]}$  არის ჩანაცვლების ვექტორი, და  $g$  არის გააქტიურების ფუნქცია.

ამგვარად, ქსელის ეს მოდელი თეორიულად შეიძლება გამოყენებულ იქნას იმ ალბათობების შესაფასებლად, რომლებიც ხანგრძლივ ისტორიებზეა დამოკიდებული. გრადიენტების გამოთვლა ეფექტურად ხდება დროში უკუგავრცელების ალგორითმის საშუალებით (Werbos, 1990). თუმცა, პრაქტიკაში, რეკურენტული ნეირონული ქსელების გავარჯიშება გრადიენტული დაშვების მეთოდით საკმაოდ ძნელია, რადგან გრადიენტები  $\partial J_t / \partial h_j$  ( $j \leq t$ ,  $J_t$  არის ობიექტური ფუნქცია  $t$  დროის მომენტში) სწრაფად ქრება უკუგავრცელების რამდენიმე ბიჯის შემდეგ (Hochreiter et al., 2001). გარდა ამისა, ძნელია დისტანციური დამოკიდებულებების ასახვა, ანუ შედეგი დროის  $t$  მომენტში დამოკიდებულია ზოგ მოვლენაზე, რომლებიც ძალიან დიდი ხნის წინ მოხდა. ამ პრობლემიდან ერთ-ერთი გამოსავალი, რომელიც ჰობრაიტერმა და შმიდჰუბერმა (Hochreiter და Schmidhuber, 1997) შემოგვთავაზეს და გერსმა (Gers, 2001) გააუმჯობესა, არის ხანგრძლივმოქმედი ხანმოკლე მეხსიერება.

**ხანგრძლივმოქმედი ხანმოკლე მეხსიერება.** ხანგრძლივმოქმედი ხანმოკლე მეხსიერების (LSTM) არქიტექტურის მთავარი იდეაა შეინარჩუნოს ყველა იმ

შემავალი მონაცემის მეხსიერება, რომელიც დროთა განმავლობაში მიიღო ფარულმა შრემ. შენარჩუნება ხდება ფარული შრის ყველა შემავალი მონაცემის მეხსიერების უჯრედში დამატების გზით. შედეგად, დროში უკუგავრცელებული შეცდომები არ ქრება, ძალიან დიდი ხნის წინ მიღებული შემავალი მონაცემები მეტ-ნაკლებად მაინც შეინარჩუნებულია და მათ ქსელის შედეგის გამოთვლაში გარკვეული როლის თამაში შეუძლიათ (იხ. ილუსტრაცია (Graves 2012, თავი 4)-ში). ხანგრძლივმოქმედი ხანმოკლე მეხსიერების უჯრედი (იხ. ნახ. 3, მარჯვნივ) შედგება მეხსიერების  $c$  უჯრედისგან, შეყვანის  $i$  გეითისგან, დავიწყების  $f$  გეითისგან და გამომავალი  $o$  გეითისგან. ამ უჯრედში მიმდინარე გამოთვლები ქვემოთაა მოცემული:

$$i_t = \sigma(W_{xi}x_t + W_{hi}h_{t-1} + W_{ci}c_{t-1} + b_i)$$

$$f_t = \sigma(W_{xf}x_t + W_{hf}h_{t-1} + W_{cf}c_{t-1} + b_f)$$

$$c_t = f_t \odot c_{t-1} + i_t \odot \tanh(W_{xc}x_t + W_{hc}h_{t-1} + b_c)$$

$$o_t = \sigma(W_{xo}x_t + W_{ho}h_{t-1} + W_{co}c_t + b_o)$$

$$h_t = o_t \odot \tanh(c_t)$$

სადაც  $\sigma$  არის სიგმოიდ-ფუნქცია;  $i_t, f_t, o_t$  არის შესაბამისი გეითების შედეგები (ანუ აქტივაციები);  $c_t$  არის მეხსიერების უჯრედის მდგომარეობა;  $\odot$  აღნიშნავს ელემენტებად გამრავლების ოპერატორს;  $W$ -ები და  $b$ -ები, შესაბამისად, წონის მატრიცები და ჩანაცვლების ვექტორებია.

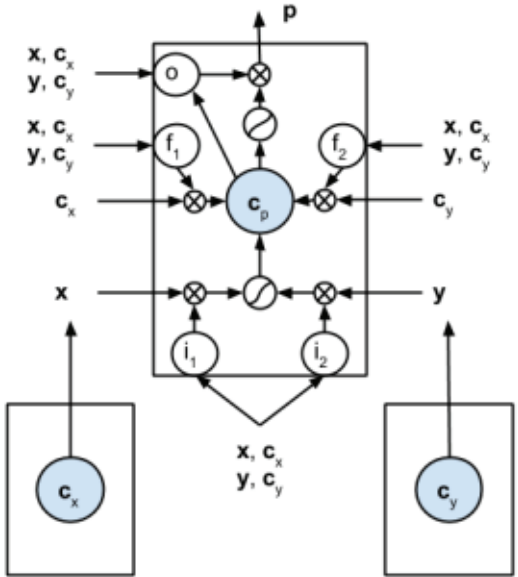
იმის გამო, რომ სიგმოიდ-ფუნქციის შედეგები (0, 1) არეშია (იხ. ნახ. 2), ამ გეითების აქტივაციები შესაძლებელია ნორმალიზებულ წონებად ჩაითვალოს. ამიტომ, ინტუიციურად, ქსელს შეუძლია დაისწავლოს შემავალი გეითის გამოყენება, რათა გადანყვიტოს, თუ როდის უნდა დაიმასხოვროს ინფორმაცია, და, ანალოგიურად, დაისწავლოს გამომავალი გეითის გამოყენება, რათა გადანყვიტოს, თუ როდის უნდა მისწვდეს იმ მეხსიერებას. დავიწყების გეითი, საბოლოოდ, მეხსიერების გადატვირთვას ემსახურება.

### 3 ხანგრძლივმოქმედი ხანმოკლე მეხსიერება RNN-ში

ამ ნაწილში შემოგვაქვს ხანგრძლივმოქმედი ხანმოკლე მეხსიერების (LSTM) გაფართოება RNN-ის მოდელზე (იხ. ნახ. 4). RNN-ის უმთავრესი მახასიათებელია მშობლის ვექტორის გამოთვლისთვის ორი შვილიდან მიღებული ინფორმაციის იერარქიულად კომბინირება; ჩვენი იდეაა იმგვარად გავაფართოოთ LSTM, რომ

# COMPUTATION

გამოიყენებოდეს არა მხოლოდ თითოეული შვილის გამომავალი მნიშვნელობა, არამედ მათი მეხსიერების უჯრედების შიგთავსიც. ამგვარად, ქსელს ექნება შესაძლებლობა შეინახოს ინფორმაცია, როდესაც ამუშავებს გარჩევის ხეში დაბლა მდებარე შემადგენლებს, და ის ხელმისაწვდომი გახადოს მაშინ, როდესაც დაამუშავებს გარჩევის ხეში მაღლა მდებარე შემადგენლებს.



ნახ. 4. ხანგრძლივმოქმედი ხანმოკლე მეხსიერება რეკურსიული ნეირონული ქსელისთვის

სიმარტივის ვიგულისხმობთ რომ მშობელ  $p$  კვანძს ჰყავს ორი შვილი  $a$  და  $b$ .<sup>3</sup> LSTM-ს  $p$ -ზე აქვს შეყვანის ორი გეითი  $i_1, i_2$  და დავიწყების ორი გეითი  $f_1, f_2$  ორი შვილისთვის. ამ LSTM-ში მიმდინარე გამოთვლები შემდეგია:

$$\begin{aligned}
 i_1 &= \sigma(W_{i1}x + W_{i2}y + W_{ci1}c_x + W_{ci2}c_y + b_i) \\
 i_2 &= \sigma(W_{i1}y + W_{i2}x + W_{ci1}c_y + W_{ci2}c_x + b_i) \\
 f_1 &= \sigma(W_{f1}x + W_{f2}y + W_{cf1}c_x + W_{cf2}c_y + b_f) \\
 f_2 &= \sigma(W_{f1}y + W_{f2}x + W_{cf1}c_y + W_{cf2}c_x + b_f) \\
 c_p &= f_1 \odot c_x + f_2 \odot c_y + g(W_{c1}x \odot i_1 + W_{c2}y \odot i_2 + b_c) \\
 o &= \sigma(W_{o1}x + W_{o2}y + W_{co}c + b_o) \\
 p &= o \odot g(c_p)
 \end{aligned}$$

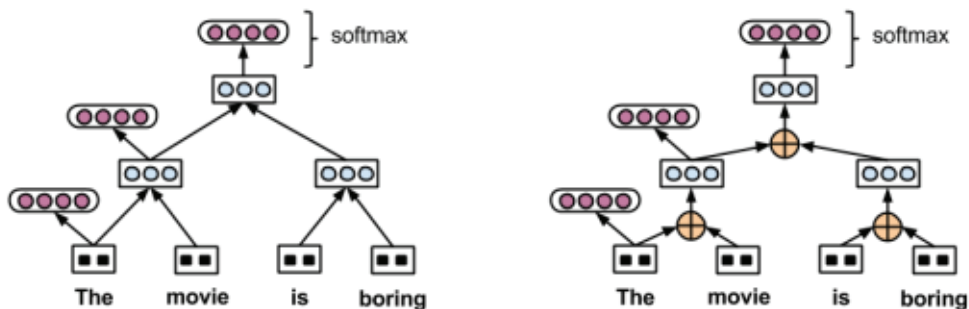
სადაც  $u$  და  $c_u$  არიან შესაბამისად გამომავალი მნიშვნელობა და მეხსიერების

3  $n$ -ადგილიანი ხეებისთვის განზოგადება ტრივიალურია.

უფრედის მდგომარეობა  $\mathbf{u}$  კვანძში;  $\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, \mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \mathbf{o}$  არიან შესაბამისი გეითების აქტივაციები;  $\mathbf{W}$ -ები და  $\mathbf{b}$ -ები არიან ნონების მატრიცები და ჩანაცვლების ვექტორები;  $g$  არის გააქტიურების ფუნქცია.

ინტუიციურად, შემავალი გეითი  $\mathbf{i}_j$  საშუალებას აძლევს LSTM-ს მშობლის კვანძში გადანყვიტოს, თუ რამდენად მნიშვნელოვანია გამომავალი მნიშვნელობა მის  $j$ -ურ შვილზე. თუ იგი მნიშვნელოვანია, შემავალ გეით  $\mathbf{i}_j$ -ს ექნება აქტივაცია 1-თან ახლოს. ამავე დროს, LSTM დავინყების გეითის  $\mathbf{f}_j$ -ს გამოყენებით აკონტროლებს, თუ რა რაოდენობის ინფორმაცია უნდა დაემატოს მის მეხსიერებას  $j$ -ური შვილის მეხსიერებიდან.

თითოეული შვილისთვის ერთი შემავალი გეითის და ერთი დავინყების გეითის გამოყენება ხანგრძლივმოქმედ ხანმოკლე მეხსიერებას მოქნილობას ჰმატებს მეხსიერების შენახვასა და კომპოზიციის გამოთვლაში. მაგალითად, როცა რთული წინადადება შეიცავს მთავარ და დამოკიდებულ ნაწილებს, შეიძლება სასარგებლო იყოს, თუ მაღალ დონეზე გადაეცემა ინფორმაცია მხოლოდ ძირითადი ნაწილის შესახებ. ეს შეიძლება მიღწეულ იქნას იმით, რომ დამოკიდებული ნაწილის შესაბამისი შვილი-კვანძის შემავალ და დავინყების გეითებზე დაბალი მნიშვნელობები გვექონდეს, ხოლო მთავარი ნაწილის შესაბამისი შვილი-კვანძის გეითებზე კი მაღალი. უფრო საინტერესოა ის, რომ ამ LSTM-ს შეუძლია შესაბამისი შემავალი გეითის გააქტიურებით შვილს ნება დართოს, მიიღოს მონაწილეობა კომპოზიციის გამოთვლაში, მაგრამ ამავე დროს იგნორირება გაუკეთოს შვილის მეხსიერებას შესაბამისი დავინყების გეითის დეაქტივაციით. ეს ხდება მაშინ, როდესაც შვილის მიერ მონოდებული ინფორმაცია მხოლოდ დროებითაა მნიშვნელოვანი.



ნახ. 5. RNN მოდელი (მარცხნივ) და LSTM-RNN მოდელი (მარჯვნივ) განწყობის ანალიზისთვის.

## 4 LSTM-RNN მოდელი განწყობის ანალიზისთვის<sup>4</sup>

ამ ნაწილში შემოვიღებთ მოდელს განწყობის ანალიზისთვის (sentiment analysis), რომელშიც გამოვიყენებთ განხილულ ხანგრძლივმოქმედ ხანმოკლე მეხსიერებას. ჩვენი მოდელი, სახელწოდებით LSTM-RNN (long short-term memory recursive neural network), არის ტრადიციული RNN-ის მოდელის გაფართოება (იხ. ნაწილი 2.2), სადაც ტრადიციული კომპოზიციის  $g$  ფუნქციები (2)-(3) განტოლებებში იცვლება ჩვენ მიერ შემოთავაზებული ხანგრძლივმოქმედი ხანმოკლე მეხსიერებით (იხ. ნახ. 5). ფრაზის ან სიტყვის შესაბამისი კვანძის თავზე, თუ მისი განწყობის კლასი (მაგალითად, დადებითი, უარყოფითი ან ნეიტრალური) მოცემულია, ვამატებთ სოფტმაქსის შრეს (იხ. განტოლება 1), რათა გამოთვალოთ მისთვის კლასის მინიჭების ალბათობა.

სიტყვების ვექტორული წარმოდგენები შეიძლება იყოს ან შემთხვევით ინიციალიზებული, ან წინასწარ გავარჯიშებული. ნებისმიერი  $w$  ფოთლის მეხსიერება, ანუ  $c_w$ , არის 0.

ირსოის და კარდის (Irsoy და Cardie 2014) მსგავსად, ჩვენც ვასუსტებთ ბმას ფოთლოვან კვანძებსა და შიდა კვანძებს შორის: წონის მატრიცის ერთი სიმრავლე გამოიყენება ფოთლოვანი კვანძებისთვის, სხვა სიმრავლე კი შიდა კვანძებისთვის. ამდენად, თუ  $d_w$  და  $d$ , შესაბამისად, არიან სიტყვების ჩართვების (ფოთლოვანი კვანძების) და ფრაზების ვექტორული წარმოდგენების (შიდა კვანძების) განზომილებები, ყველა წონის მატრიცას ფოთლოვანი კვანძიდან შიდა კვანძამდე აქვს რიგი  $d \times d_w$  და ყველა წონის მატრიცას შიდა კვანძიდან სხვა შიდა კვანძამდე აქვს რიგი  $d \times d$ .

**გავარჯიშება.** ამ მოდელის გავარჯიშება ნიშნავს შემდეგი ობიექტური ფუნქციის მინიმიზებას, რომელიც წარმოადგენს ჯვარედინ ენტროპიას სავარჯიშო წინე  $J(\theta) = -\frac{1}{|D|} \sum_{s \in D} \sum_{p \in S} \log Pr(c_p | p) + \frac{\lambda}{2} \|\theta\|^2$ , რმის რეგულარიზაციის ტერმს:

სადაც  $\theta$  პარამეტრთა სიმრავლეა,  $c_p$  არის  $p$  ფრაზის განწყობის კლასი,  $p$  არის  $p$ -ს შესაბამისი კვანძის ვექტორული წარმოდგენა,  $Pr(c_p | p)$  გამოითვლება სოფტმაქს ფუნქციით, ხოლო  $\lambda$  რეგულარიზაციის პარამეტრია. RNN-ის

<sup>4</sup> ხანმოკლე ხანგრძლივმოქმედი მეხსიერების არქიტექტურა უკვე იყო გამოყენებული განწყობის ანალიზისთვის, იხ., მაგალითად, <http://deeplearning.net/tutorial/lstm.html>-ში განსაზღვრული მოდელი. ჩვენგან დამოუკიდებლად, (Tai et al. 2015)-ში და (Zhu et al. 2015)-ში შემოღებულ იქნა ჩვენი მოდელის მსგავსი მოდელები ხანგრძლივმოქმედი ხანმოკლე მეხსიერების და რეკურსიული ნეირონული ქსელის გამოყენებით.



გავარჯიშების მსგავსად, ვიყენებთ მინი-პაკეტების გრადიენტული დაშვების მეთოდს, რათა მინიმუმამდე შემცირდეს  $J$ , სადაც გრადიენტი  $\partial J / \partial \theta$  ეფექტურად ითვლება სტრუქტურაში უკუგავრცელების მეშვეობით (Goller and Küchler, 1996). თითოეული პარამეტრის დასწავლის მაჩვენებლის ავტომატურად გასაახლებლად ვიყენებთ AdaGrad მეთოდს (Duchi et al., 2011).

### 4.1 სირთულე

ჩვენ ვაანალიზებთ RNN და LSTM-RNN მოდელების სირთულეებს წინსვლის ფაზაში, ანუ შიდა კვანძებისთვის ვექტორული წარმოდგენების და კლასიფიკაციის ალბათობების გამოთვლისას. სირთულეები უკუსვლის ფაზაში, ანუ  $\partial J / \partial \theta$  გრადიენტების გამოთვლისას, შეიძლება ანალოგიურად გაანალიზდეს.

ორი მოდელის სირთულეებს დომინირებს მატრიცა-ვექტორთა გამრავლების ჩატარებული ოპერაციები. ვინაიდან განწყობის კლასთა რაოდენობა ძალიან მცირეა  $d$  -სთან და  $d_w$  -სთან შედარებით (5 ან 2 ჩვენს ექსპერიმენტებში), ჩვენ მხოლოდ იმ მატრიცა-ვექტორთა გამრავლებას განვიხილავთ, რომლებიც შიდა კვანძებზე ვექტორული წარმოდგენების გამოსათვლელად გამოიყენება.

დავუშვათ, რომ  $N$  სიტყვისაგან შედგენილი წინადადების გარჩევის ხე ბინარიზებულია ყოველგვარი უნარული ტოტის გარეშე (როგორც ეს ხდება მონაცემთა იმ სიმრავლეში, რომელსაც ჩვენს ექსპერიმენტებში ვიყენებთ). მაშინ მასში გვექნება  $N - 1$  შიდა კვანძი,  $N$  ცალი ბმული ფოთლოვანი კვანძებიდან შიდა კვანძებისკენ და  $N - 2$  ცალი ბმული შიდა კვანძებიდან სხვა შიდა კვანძებისკენ. შედეგად, RNN მოდელის სირთულე წინსვლის ფაზაში დაახლოებით იქნება

$$N \times d \times d_w + (N - 2) \times d \times d,$$

ხოლო LSTM-RNN მოდელის სირთულე დაახლოებით იქნება

$$N \times 6 \times d \times d_w + (N - 2) \times 10 \times d \times d + (N - 1) \times d \times d.$$

თუ  $d_w \approx d$ , მაშინ LSTM-RNN მოდელის სირთულე დაახლოებით 8.5-ჯერ მაღალია, ვიდრე RNN მოდელის სირთულე.

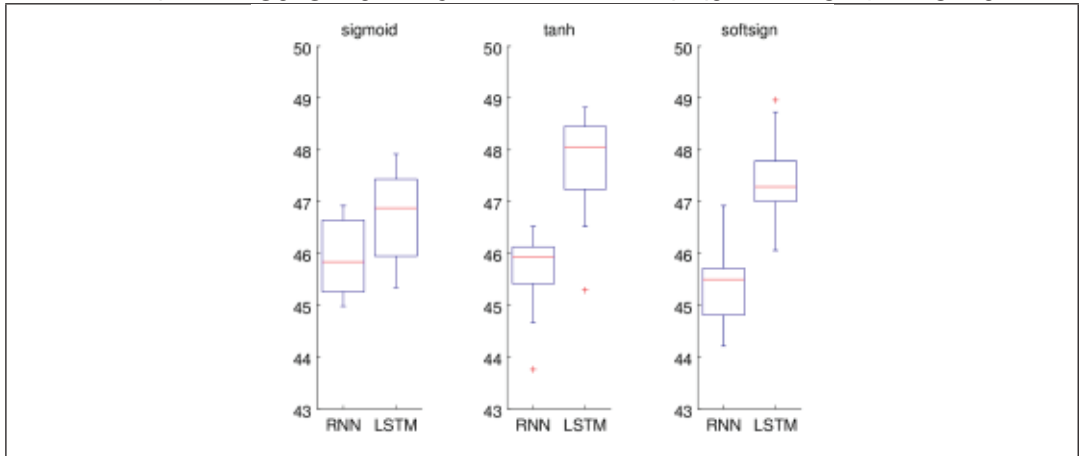
ჩვენს ექსპერიმენტებში ეს განსხვავება არ ქმნის პრობლემას, რადგან LSTM-RNN მოდელის გავარჯიშება და შეფასება ძალიან სწრაფად ხდება: თანამედროვე კომპიუტერის ერთ ბირთვზე დაგვჭირდა დაახლოებით 10 წუთი მოდელის გასავარჯიშებლად ( $d = 50, d_w = 100$ ) 8544 წინადადებაზე და დაახლოებით 2 წამი მის შესაფასებლად 2210 წინადადებაზე.

# COMPUTATION

## 5 ექსპერიმენტები

### 5.1 მონაცემთა სიმრავლე

ჩვენ გამოვიყენეთ სტენფორდის განწყობის ხეთა ბანკი<sup>5</sup> (Socher et al., 2013b), რომელიც შედგება 11,855 წინადადების 215,154 ფრაზაში ხუთნაირად მონიშნული განწყობის მაჩვენებლისგან (ძალიან უარყოფითი, ნეგატიური, ნეიტრალური, დადებითი, ძალიან დადებითი). სტანდარტული დახლეჩვაც მოცემულია: 8544 წინადადება გავარჯიშებისთვის (training), 1101 შემონმებისთვის (development ან validation) და 2210 ტესტირებისთვის (testing). წინადადების საშუალო სიგრძეა 19.1.



**ნახ. 6.** დეტალური კლასიფიკაციის ამოცანაში სატესტო სიმრავლეზე RNN-ის და LSTM-RNN-ის ათ-ათი გამოყენების სიზუსტეთა ბლოკური დიაგრამა (LSTM აღნიშნავს LSTM-RNN-ს).

გარდა ამისა, ხეთა ბანკში შესაძლებელია განწყობის ბინარული (დადებითი, უარყოფითი) კლასიფიკაცია, თუ ნეიტრალურ ქდეებს მოვაშორებთ. ეს გვაძლევს 6920 წინადადებას გავარჯიშებისთვის, 872-ს შემონმებისთვის და 1821-ს ტესტირებისთვის.

შეფასების მეტრიკა არის სიზუსტე, რომელიც მოცემულია, როგორც  $\frac{100 \times \#correct}{\#total}$ .

### 5.2 LSTM-RNN-ს და RNN-ს შედარება

**პარამეტრები.** სიტყვათა ვექტორების ინიციალიზაცია გავაკეთეთ GloVe-ს<sup>6</sup> 100-განზომილებიან (100-D) სიტყვათა ჩართვით (Pennington et al., 2014),

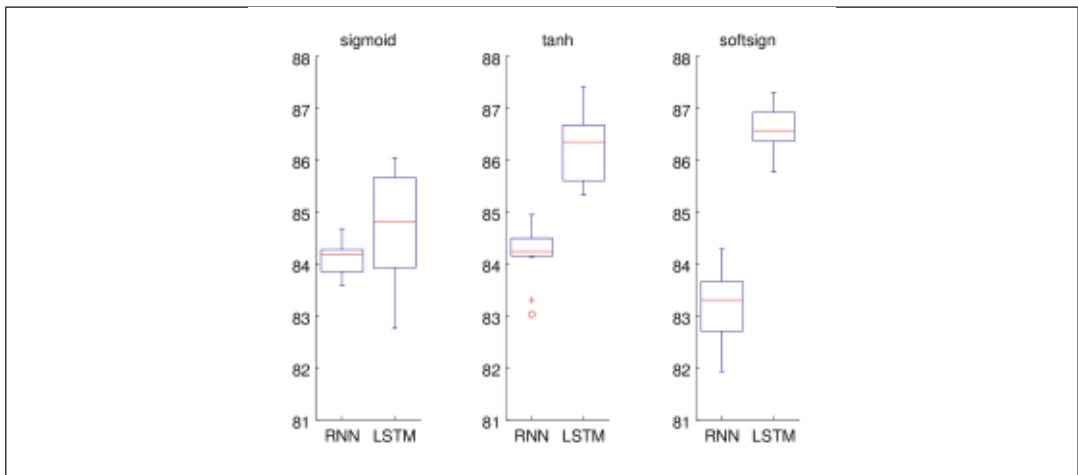
5 <http://nlp.stanford.edu/sentiment/treebank.html>

6 <https://nlp.stanford.edu/projects/glove/>

რომელიც მომზადდა სიტყვათა 6-მილიარდიან (6B) კორპუსზე. ნონის მატრიცის სანყისი მნიშვნელობები ერთგვაროვნად იყო შერჩეული  $[-\frac{1}{\sqrt{n}}, \frac{1}{\sqrt{n}}]$  სიმეტრიული ინტერვალიდან, სადაც  $n$  არის შემავალ ერთეულთა მთლიანი რაოდენობა.

თითოეული მოდელისთვის (RNN და LSTM-RNN) გამოვცადეთ გააქტიურების სამი ფუნქცია: **softmax**, **tanh** და **softsign**, რამაც ექვს ქვემოდელამდე მიგვიყვანა. ქვემოდელების შესამოწმებელ სიმრავლეზე მორგებისას შიგა კვანძების ვექტორული წარმოდგენების განზომილებად ავირჩიეთ  $d = 50$ , დასწავლის სიჩქარედ **0.05**, რეგულარიზაციის პარამეტრად  $\lambda = 10^{-3}$  და მინი-პაკეტის ზომად **5**.

თითოეული ქვემოდელი 10-ჯერ ვამუშავეთ თითოეულ ამოცანაზე. ყოველ ჯერზე ქვემოდელები 20 ეპოქის განმავლობაში ვავარჯიშეთ და შევარჩიეთ ქსელი, რომელმაც უმაღლეს სიზუსტეს მიაღწია სატესტო სიმრავლეზე.



**ნახ. 7.** ბინარული კლასიფიკაციის ამოცანაში სატესტო სიმრავლეზე RNN-ის და LSTM-RNN-ის ათ-ათი გამოყენების სიზუსტეთა ბლოკური დიაგრამა (LSTM აღნიშნავს LSTM-RNN-ს).

**შედეგები.** ნახ. 6 და 7 აჩვენებს საბოლოო ქსელების სიზუსტეს სატესტო სიმრავლეზე დეტალური კლასიფიკაციისა და ბინარული კლასიფიკაციის ამოცანებში. შეიძლება ითქვას, რომ LSTM-RNN-მა RNN-ზე აშკარად უკეთესი შედეგი მოგვცა, როცა გააქტიურების ფუნქციებად **tanh** ან **softsign** იყო გამოყენებული. ამ ფუნქციად **sigmoid**-ის გამოყენების დროს განსხვავება ასე ცხადად არ ჩანს, მაგრამ როგორც ეტყობა, LSTM-RNN აქაც ოდნავ უკეთესია. Tanh-LSTM-RNN-ს და softsign-LSTM-RNN-ს აქვთ უმაღლესი მედიანური სიზუსტეები (**48.1** და **86.4**)

## COMPUTATION

შესაბამისად დეტალური კლასიფიკაციის ამოცანასა და ბინარული კლასიფიკაციის ამოცანაში.

RNN-ის მოდელში გასაკვირია, რომ **sigmoid** ფუნქციამ კარგი შედეგი მოგვცა. დეტალურ ამოცანაში ეს შედეგი ორი სხვა ფუნქციის შედეგის სადარია, ბინარულ ამოცანაში კი **softsign** ფუნქციის შედეგს სჯობს. ასეთი მაჩვენებელი გასაკვირია იმის გათვალისწინებით, რომ სიგმოიდს ამ ბოლო დროს ხშირად არ მიმართავენ. **softsign** ფუნქციას, რომელიც ღრმა ქსელებზე **tanh**-ზე უკეთ მუშაობდა (Glorot and Bengio, 2010), ჩვენს ექსპერიმენტში რაიმე გაუმჯობესება არ გამოუჩვენებია.

LSTM-RNN მოდელში **tanh** ფუნქცია, საზოგადოდ, მუშაობდა ყველაზე უკეთ, ხოლო **sigmoid** ფუნქცია ყველაზე ცუდად. ეს შედეგი ეთანხმება LSTM არქიტექტურისთვის გააქტიურების ფუნქციის არჩევის იმ ზოგად ტენდენციას, რაც რეკურენტულ ქსელთა კვლევაში არსებობს (Gers, 2001; Sutskever et al., 2014).

### 5.3 შედარება სხვა მოდელებთან

LSTM-RNN-ის (**tanh**-ით) გამოყენება წინა ექსპერიმენტში შევადარეთ არსებულ მოდელებს: Naive Bayes-ს ბიგრამული ნიშნების მულტისიმრავლით (BiNB), რეკურსიულ ნეირონულ ტენზორულ ქსელს (RNTN) (Socher et al., 2013b), კონვოლუციურ ნეირონულ ქსელს (CNN) (Kim, 2014), დინამიკურ კონვოლუციურ ნეირონულ ქსელს (DCNN) (Kalchbrenner et al., 2014), აბზაცთა ვექტორებს (PV) (Le and Mikolov, 2014) და ღრმა რეკურსიულ ნეირონულ ქსელს (DRNN) (Irsoy and Cardie, 2014).

მათ შორის BiNB ერთადერთია, რომელიც არ არის ნეირონული ქსელის მოდელი. RNTN და DRNN არის RNN-ის ორი სხვადასხვა გაფართოება. RNTN ინარჩუნებს RNN-ს სტრუქტურას და კომპოზიციისთვის იყენებს როგორც მატრიცა-ვექტორულ გამრავლებას, ისე ტენზორულ ნამრავლს; DRNN კი ქსელს აღმავებს ერთზე მეტი RNN-ის ჰორიზონტალური გადაბმით. CNN, DCNN და PV არ ემყარება სინტაქსურ ხეებს. CNN იყენებს კონვოლუციურ და მაქს-პულინგის შრეებს სხვადასხვა სიგრძის მქონე მიმდევრობებთან სამუშაოდ. DCNN არის იერარქიული იმ თვალსაზრისით, რომ ის ერთმანეთზე ალაგებს კონვოლუციის შრეებს, რომელთა შორის **k**-მაქს-პულინგის შრე შეიძლება მოთავსდეს. PV-ში წინადადება (ან დოკუმენტი) წარმოდგენილია, როგორც შემავალი ვექტორი მასში შემომავალი სიტყვების პროგნოზირებისთვის.

მოდელი	დეტალური	ბინარული
BiNB	41.9	83.1
RNTN	45.7	85.4
CNN	48.0	<u>88.1</u>
DCNN	48.5	86.8
PV	48.7	87.8
DRNN	<u>49.8</u>	86.6
LSTM-RNN GloVe-100D-ით	48.0	86.2
LSTM-RNN GloVe-300D-ით	49.9	88.0

ცხრილი 1. **tanh** LSTM-RNN-ის სიზუსტეების შედარება სხვა მოდელებთან

ცხრილი 1 (წყვეტილი ხაზის ზემოთ) გვიჩვენებს ამ მოდელების სიზუსტეებს. LSTM-RNN-ის სიზუსტეები აღებულია ქსელიდან, რომელმაც საუკეთესო შედეგი მოგვცა შემონმების სიმრავლეზე 10-ჯერ შესრულების შემდეგ. სხვა მოდელების სიზუსტე გადმონერილია შესაბამისი სტატიებიდან. LSTM-RNN აშკარად უარესი იყო ვიდრე DCNN, PV, DRNN ორივე ამოცანაში და უარესი, ვიდრე CNN ბინარულ ამოცანაში.

### 5.4 საუკეთესო შედეგებისკენ სიტყვათა უკეთესი ჩართვებით

ჩვენ შევჩერდებით DRNN-ზე, რომელიც ოთხ მოდელს (CNN, DCNN, PV, DRNN) შორის ყველაზე მეტად ჰგავს LSTM-RNN-ს. მართლაც, ირსოის და კარდის (Irsoy and Cardie, 2014, ცხრილი 1a) მიხედვით, LSTM-RNN-ის მიერ ნაჩვენები შედეგი არაფრით ჩამოუვარდება<sup>7</sup> მათი ერთშრიანი DRNN-ის ( $d = 340$ ) მიერ დროშაუთით (ანუ გავარჯიშებისას შემთხვევით შერჩეული ზოგი ნეირონის ამოგდებით) ნაჩვენებ შედეგს. დროშაუთი ნეირონული ქსელების გავარჯიშების მძლავრი ტექნიკაა არა მხოლოდ იმიტომ, რომ ის ძლიერი რეგულარიზაციის მეთოდის როლს ასრულებს ნეირონების თვითადაპტაციის აკრძალვაში, არამედ იმიტომაც, რომ შეუძლია ეფექტურად ააგოს საზიარო წონების მქონე ნეირონულ ქსელთა დიდი რაოდენობა

7 ირსოიმ და კარდიმ (Irsoy and Cardie, 2014) გამოიყენეს 300-D word2vec სიტყვათა ჩართვები, რომელიც 100B სიტყვათა კორპუსზე იყო გავარჯიშებული. ჩვენ ვიყენებდით GloVe-ს 100-D სიტყვათა ჩართვებს, გავარჯიშებულს 6B სიტყვათა კორპუსზე. იმ ფაქტიდან, რომ მათ მიაღწიეს **46.1** სიზუსტეს RNN-ით ( $d = 50$ ) დეტალურ ამოცანაში და **85.3** სიზუსტეს ბინარულ ამოცანაში, ხოლო RNN-ის ( $d = 50$ ) ჩვენმა იმპლემენტაციამ უფრო ცუდი შედეგი აჩვენა (იხ. ცხრილი 6 და 7), ვასკნით, რომ GloVe-ს 100-D სიტყვათა ჩართვები არაა უფრო შესაფერისი, ვიდრე word2vec-ის 300-D სიტყვათა ჩართვები.

## COMPUTATION

(Srivastava et al., 2014). დროპაუტის მეშვეობით, ირსოიმ და კარდიმ (Irsoy and Cardie, 2014) მოახერხეს სამშრიანი DRNN-ის ( $d = 200$ ) სიზუსტის **46.06**-დან **49.5** -მდე გაზრდა დეტალურ ამოცანაში.

მეორე ექსპერიმენტში შევეცადეთ, გაგვეუმჯობესებინა LSTM-RNN მოდელის სიზუსტე. ირსოის და კარდის (Irsoy and Cardie, 2014) გავლენით, შევეცადეთ გამოგვეყენებინა დროპაუტი და სიტყვათა უკეთესი ჩართვები. თუმცა, დროპაუტი LSTM-თან არ გამოდგა. მიზეზი შეიძლება ის იყოს, რომ დროპაუტმა მისი მესხიერება დააზიანა, რითაც გავარჯიშება გართულდა. სამაგიეროდ, სიტყვათა უკეთესმა ჩართვებმა გაამართლა. ჩვენ გამოვიყენეთ GloVe-ს 300-D სიტყვათა ჩართვები, რომლებიც 840B სიტყვათა კორპუსზე იყო გავარჯიშებული. შემონმების სიმრავლეზე ცდისას, ჰიპერ-პარამეტრებისთვის იგივე მნიშვნელობები ავირჩიეთ, რაც პირველ ექსპერიმენტში გარდა იმისა, რომ დასწავლის სიჩქარე **0.01**-ით განვსაზღვრეთ. მოდელი ათჯერ ვამუშავეთ და შევარჩიეთ ქსელები, რომლებმაც სატესტო სიმრავლეზე უმაღლესი სიზუსტე მოგვცეს. ცხრილი 1 (წყვეტილი ხაზის ქვემოთ) აჩვენებს ამ შედეგებს. GloVe-ს 300-D სიტყვათა ჩანართების გამოყენება ძალიან სასარგებლო იყო: LSTM-RNN-ის შედეგი არაფრით ჩამოუვარდებოდა DRNN-ის შედეგს დეტალურ ამოცანაზე და CNN-ის შედეგს ბინარულ ამოცანაზე. ამიტომ, ორივე ამოცანის გათვალისწინებით, LSTM-RNN-მა GloVe-ს 300-D სიტყვათა ჩართვით ყველა სხვა მოდელს აჯობა.

## 6 დისკუსია და დასკვნა

ჩვენ შემოვიღეთ კომპოზიციის ახალი მეთოდი რეკურსიული ნეირონული ქსელის (RNN) მოდელისთვის ხანგრძლივმოქმედი ხანმოკლე მესხიერების (LSTM) არქიტექტურის გაფართოებით. ეს უკანასკნელი ფართოდ გამოიყენება რეკურენტული ნეირონული ქსელის კვლევაში.

ისმის კითხვა, თუ რატომ იმუშავა LSTM-RNN-მა ტრადიციულ RNN-ზე უკეთ. იმის გათვალისწინებით, რომ LSTM RNN-ებისთვის უნდა მუშაობდეს იმის მსგავსად, როგორც ისმუშაობს LSTM რეკურენტული ნეირონული ქსელებისთვის, ჩვენ ვსესხულობთ (Bengio et al., 2013, ნაწილი 3.2)-ში მოყვანილ არგუმენტს ამ კითხვაზე პასუხის გასაცემად. ბენჯიო განმარტავს, რომ LSTM მოქმედებს, როგორც დაბალი გადაცემის ფილტრი, „აქედან გამომდინარე, იგი შეიძლება გამოყენებულ იქნას ცალკეული ობიექტების ფოკუსირებისთვის მონაცემების სხვადასხვა

სიხშირის რეგიონებზე“. ეს გულისხმობს, რომ LSTM თამაშობს დანაკარგებიანი შემკუმშველის როლს, რომელიც გლობალურ ინფორმაციას ინარჩუნებს დაბალი სიხშირის რეგიონებზე ფოკუსირებით და შლის ხმაურს მაღალი სიხშირის რეგიონების იგნორირებით. მაშასადამე, ამ შემთხვევაში კომპოზიცია შეიძლება განვიხილოთ როგორც შეკუმშვა, რეკურსიული ავტო-კოდირების (RAE) (Socher et al., 2011a) მსგავსად. რადგან RNN-ის როგორც RAE-ს წინასწარი გავარჯიშება საერთო შედეგს აუმჯობესებს (Socher et al, 2011a; Socher et al., 2011c), LSTM-ის შემკუმშველად დანახვამ შეიძლება ახსნას, თუ რატომ იმუშავა LSTM-RNN-მა იმაზე უკეთ, ვიდრე RNN მუშაობს წინასწარი გავარჯიშების გარეშე.

LSTM-RNN-ს და DRNN-ს (Irsoy and Cardie, 2014) შედარება გვაძლევს მინიშნებას, თუ როგორ შეიძლება ჩვენი მოდელის გაუმჯობესება. ექსპერიმენტული შედეგების მიხედვით, LSTM-RNN-მა GloVe-ს 300-D სიტყვათა ჩართვების გარეშე DRNN-ზე უარესად იმუშავა მაშინ, როცა DRNN მნიშვნელოვნად გაუმჯობესდა დროპაუტის წყალობით. დროპაუტის მსგავსი მეთოდის მოძიებამ, რომელიც არ დააზიანებს LSTM-ის მეხსიერებას, შეიძლება მნიშვნელოვნად გაზარდოს საერთო ეფექტურობა. ეს იქნება ჩვენი სამომავლო საქმიანობის თემა.

## ლიტერატურა

- Marco Baroni, Raffaella Bernardi, and Roberto Zamparelli. 2013. Frege in space: A program for compositional distributional semantics. In A. Zaenen, B. Webber, and M. Palmer, editors, *Linguistic Issues in Language Technologies*. CSLI Publications, Stanford, CA.
- Yoshua Bengio, Nicolas Boulanger-Lewandowski, and Razvan Pascanu. 2013. Advances in optimizing recurrent networks. In *Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2013 IEEE International Conference on*, pages 8624–8628. IEEE.
- George Cybenko. 1989. Approximation by superpositions of a sigmoidal function. *Mathematics of control, signals and systems*, 2(4):303–314.
- John Duchi, Elad Hazan, and Yoram Singer. 2011. Adaptive subgradient methods for online learning and stochastic optimization. *The Journal of Machine Learning Research*, pages 2121–2159.
- Jeffrey L. Elman. 1990. Finding structure in time. *Cognitive science*, 14(2):179–211.
- Felix Gers. 2001. Long short-term memory in recurrent neural networks. Unpublished PhD dissertation, *École Polytechnique Fédérale de Lausanne*, Lausanne, Switzerland.
- Xavier Glorot and Yoshua Bengio. 2010. Understanding the difficulty of training deep feedforward neural networks. In *International conference on artificial intelligence and statistics*, pages 249–256.

## COMPUTATION

- Christoph Goller and Andreas Küchler. 1996. Learning task-dependent distributed representations by backpropagation through structure. In *International Conference on Neural Networks*, pages 347–352. IEEE.
- Alex Graves. 2012. Supervised sequence labelling with recurrent neural networks, volume 385. Springer.
- Sepp Hochreiter and Jürgen Schmidhuber. 1997. Long short-term memory. *Neural computation*, 9(8):1735–1780.
- Sepp. Hochreiter, Yoshua Bengio, Paolo. Frasconi, and Jürgen Schmidhuber. 2001. Gradient flow in recurrent nets: the difficulty of learning long-term dependencies. In Kremer and Kolen, editors, *A Field Guide to Dynamical Recurrent Neural Networks*. IEEE Press.
- Ozan Irsoy and Claire Cardie. 2014. Deep recursive neural networks for compositionality in language. In *Advances in Neural Information Processing Systems*, pages 2096–2104.
- Nal Kalchbrenner, Edward Grefenstette, and Phil Blunsom. 2014. A convolutional neural network for modelling sentences. In *Proceedings of the 52nd Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics (Volume 1: Long Papers)*, pages 655–665, Baltimore, Maryland, June. Association for Computational Linguistics.
- Yoon Kim. 2014. Convolutional neural networks for sentence classification. In *Proceedings of the 2014 Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing (EMNLP)*, pages 1746–1751, Doha, Qatar, October. Association for Computational Linguistics.
- Quoc Le and Tomas Mikolov. 2014. Distributed representations of sentences and documents. In *Proceedings of the 31st International Conference on Machine Learning (ICML-14)*, pages 1188–1196.
- Phong Le and Willem Zuidema. 2014a. The insideoutside recursive neural network model for dependency parsing. In *Proceedings of the 2014 Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing*. Association for Computational Linguistics.
- Phong Le and Willem Zuidema. 2014b. Inside-outside semantics: A framework for neural models of semantic composition. In *NIPS 2014 Workshop on Deep Learning and Representation Learning*.
- Tomas Mikolov, Martin Karafiát, Lukas Burget, Jan Cernocky, and Sanjeev Khudanpur. 2010. Recurrent neural network based language model. In *INTERSPEECH*, pages 1045–1048.
- Jeff Mitchell and Mirella Lapata. 2009. Language models based on semantic composition. In *Proceedings of the 2009 Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing*, pages 430–439.
- Romain Paulus, Richard Socher, and Christopher D Manning. 2014. Global belief recursive neural networks. In *Advances in Neural Information Processing Systems*, pages 2888–2896.



- Jeffrey Pennington, Richard Socher, and Christopher D Manning. 2014. Glove: Global vectors for word representation. Proceedings of the Empirical Methods in Natural Language Processing (EMNLP-2014), 12.
- David E Rumelhart, Geoffrey E Hinton, and Ronald J Williams. 1988. Learning representations by backpropagating errors. Cognitive modeling, 5.
- Richard Socher, Christopher D. Manning, and Andrew Y. Ng. 2010. Learning continuous phrase representations and syntactic parsing with recursive neural networks. In Proceedings of the NIPS-2010 Deep Learning and Unsupervised Feature Learning Workshop.
- Richard Socher, Eric H. Huang, Jeffrey Pennington, Andrew Y. Ng, and Christopher D. Manning. 2011a. Dynamic pooling and unfolding recursive autoencoders for paraphrase detection. Advances in Neural Information Processing Systems, 24:801–809.
- Richard Socher, Cliff C. Lin, Andrew Y. Ng, and Christopher D. Manning. 2011b. Parsing natural scenes and natural language with recursive neural networks. In Proceedings of the 26th International Conference on Machine Learning, volume 2.
- Richard Socher, Jeffrey Pennington, Eric H Huang, Andrew Y Ng, and Christopher D Manning. 2011c. Semi-supervised recursive autoencoders for predicting sentiment distributions. In Proceedings of the Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing, pages 151–161.
- Richard Socher, John Bauer, Christopher D Manning, and Andrew Y Ng. 2013a. Parsing with compositional vector grammars. In Proceedings of the 51st Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics, pages 455–465.
- Richard Socher, Alex Perelygin, Jean Y Wu, Jason Chuang, Christopher D Manning, Andrew Y Ng, and Christopher Potts. 2013b. Recursive deep models for semantic compositionality over a sentiment treebank. In Proceedings EMNLP.
- Nitish Srivastava, Geoffrey Hinton, Alex Krizhevsky, Ilya Sutskever, and Ruslan Salakhutdinov. 2014. Dropout: A simple way to prevent neural networks from overfitting. The Journal of Machine Learning Research, 15(1):1929–1958.
- Ilya Sutskever, Oriol Vinyals, and Quoc VV Le. 2014. Sequence to sequence learning with neural networks. In Advances in Neural Information Processing Systems, pages 3104–3112.
- Kai Sheng Tai, Richard Socher, and Christopher D Manning. 2015. Improved semantic representations from tree-structured long short-term memory networks. arXiv preprint arXiv:1503.00075.
- Paul J Werbos. 1990. Backpropagation through time: what it does and how to do it. Proceedings of the IEEE, 78(10):1550–1560.
- Xiaodan Zhu, Parinaz Sobhani, and Hongyu Guo. 2015. Long short-term memory over tree structures. arXiv preprint arXiv:1503.04881.

თარგმნის ნინო ამირიძემ და თემურ კუციამ

# ANTI-UNIFICATION AND NATURAL LANGUAGE PROCESSING

Nino Amiridze\* and Temur Kutsia\*\*

\*Ivane Javakishvili Tbilisi State University

\*\*RISC, Johannes Kepler University Linz, Austria

## Abstract

Anti-unification is a well-known method to compute generalizations in logic. Given two objects, the goal of anti-unification is to reflect commonalities between these objects in the computed generalizations, and highlight differences between them.

Anti-unification appears to be useful for various tasks in natural language processing. Semantic classification of sentences based on their syntactic parse trees, grounded language learning, semantic text similarity, insight grammar learning, metaphor modeling: This is an incomplete list of topics where generalization computation has been used in one form or another. The major anti-unification technique in these applications is the original method for first-order terms over fixed arity alphabets, introduced by Plotkin and Reynolds in 1970s, and some of its adaptations.

The goal of this paper is to give a brief overview about existing linguistic applications of anti-unification, discuss a couple of powerful and flexible generalization computation algorithms developed recently, and argue about their potential use in natural language processing tasks.

## 1 Introduction

In this paper we discuss a formal tool coming from logic (anti-unification), which has been used in various natural language processing tasks, see, e.g., [13-15,19-21,31,36-40]. Our motivation is to introduce novel anti-unification techniques to natural language researchers, presenting the corresponding algorithms and some illustrative examples. We hope that these techniques can have helpful applications in linguistics-related areas, and experts can find more elaborated use to them than we envisaged.

Anti-unification aims at computing generalizations of the given objects. Generalization computation is a pretty common task in learning, where one would like to extract common features from the given concrete examples. In logic, the problem often is formulated for two

terms: Given  $s$  and  $t$ , the problem is to compute their generalization, a term  $r$  such that  $s$  and  $t$  can be obtained from  $r$  by some variable substitutions. The interesting generalizations are those, which retain maximal similarities between  $s$  and  $t$ , and abstract over their differences by fresh variables in a uniform way. Such generalizations are called the least general generalizations (lggs). For instance, the terms  $f(a, g(a))$  and  $f(b, g(b))$ , where  $a$  and  $b$  are constants, have several generalizations:  $x, f(x, y), f(x, g(y))$ , and  $f(x, g(x))$ , but the lgg is one:  $f(x, g(x))$ . It indicates that the original terms have in common the main binary function symbol  $f$  and the unary function symbol  $g$  in the second argument, and that the first argument of  $f$  and the argument of  $g$  are the same.

Anti-unification has been introduced in 1970s in two papers, published in the same volume of Machine Intelligence, by Plotkin [32] and Reynolds [33]. The algorithms have been formulated for first-order terms over a fixed arity (ranked) alphabet, and they compute the least general generalization for input terms. The original motivation was the application in inductive reasoning, and later the technique (extended to richer theories) has been used in the areas such as inductive logic programming, machine learning, analogical reasoning, software code close detection, program analysis, proof generalization, learning custom gestures, etc. The name anti-unification indicates that the process is dual to unification [34], which computes most general common instance of terms.

Semantic parsing is a natural language processing task where anti-unification has been used in the past. The system Wolfie [39] applies Plotkin's clause anti-unification in the step of computing an initial set of candidate meanings for each possible phrase. In the Cocktail system [38], two inductive logic programming approaches have been combined for the task of learning semantic parsers. Also here, Plotkin's anti-unification is used. More modern methods of semantic parsing are based on statistical approaches.

There are other works related to natural language processing, which use some form of generalization computation. One such instance is the construction of information extraction systems, which are supposed to obtain information about certain items from natural language documents. It is a shallow text processing problem. Building a system that would solve it is a laborious task. Machine learning has been seen as a possible means to address this difficulty. The Rapier system [15] uses machine learning (inductive logic programming) methods to learn rules that can be used for information extraction. In the learning process, it needs to compute generalizations of rules and also of word senses (taken from WordNet). For this, it uses an algorithm of computing least general generalizations, which is a bit more elaborated than the one used in induction logic programming. For instance, for word sense generalization one needs to take into account the semantic hierarchy. In general, inductive logic programming methods, where anti-unification for least general generalization computation is a core mechanism, have been intensively used in natural language processing for tasks which involve learning, for instance, learning grammars, as in, e.g., [31,35,42]. A different kind of grammar learning method, insight grammar learning, also makes use of anti-unification [36,37]. The relation of these works with the focus of this paper is a bit remote and we do not elaborate on their details here. However, we would like to discuss a special form of grounded language learning, which has been introduced recently.

## COMPUTATION

Grounded language learning is an established research topic in computational linguistics. It is related to semantic parsing, mentioned above. According to [12, 13], the problem can be formulated as follows: Input consists of example sentences and a context, and the goal is to learn a mapping between  $n$ -grams (sequences of  $n$  words) and meanings, where meaning stands for whatever is in common among all the contexts in which that  $n$ -gram can be used. Both context and meaning are specified in first-order logic. In the process of learning the meaning of  $n$ -grams, their generalizations are computed with the help of Plotkin's anti-unification algorithm.

The above mentioned applications can be largely classified as grammatical inference problems for natural language.

Feature structures [16] (or their equivalent expressions,  $\psi$ -terms [1]) are a formalism on which unification grammars [18] are based. In [18], the authors say that they are not aware of proposals to use generalization of feature structures for linguistic applications except of two works on coordination phenomena and grammar learning.

In [19-21], a method to automatically infer semantic features from syntax is proposed. Anti-unification over syntactic parse trees is used to compute similarities between them, which then can help to classify sentences as being informative and can serve as recommendations. We will speak more about this work later.

Motivated by using syntactic generalization for finding similarities in texts, anti-unification has been included in a multi-layer system for semantic textual similarity [40], as a tool to extract the syntactic structure information from texts.

In [23, 24], the authors propose an approach to model and analyze natural language metaphoric expressions, which is a quite hard problem. They use the technique called heuristic-driven theory projection [22], which generalizes of classical anti-unification by permitting formulas as inputs with the corresponding equational/equivalence theories. It is guided by heuristics.

In this paper, we first recall the original anti-unification algorithm, then consider some of its adaptations/generalizations and their applications. After that, we discuss more recent algorithms, obtained from their classical first-order counterparts by relaxing the fixed arity restriction and permitting second order variables, and show advantages of their use for natural language processing tasks.

### 2 First-Order Ranked Anti-Unification

First-order ranked alphabet consists of the disjoint sets of variables and function symbols, where each function symbol has a fixed arity (rank). *Terms* are defined in the usual way, by grammar  $t ::= x \mid f(t_1, \dots, t_n)$ , where  $x$  is a variable and  $f$  is an  $n$ -ary function symbol. The letters  $x, y, z$  are used for variables and  $s, t, r$  for terms.

*Substitutions* are mappings from variables to terms, where all but finitely many variables are mapped to themselves. They are denoted by lower case Greek letters and are usually written in the form of finite sets, e.g., the substitution  $\sigma$  can be represented as  $\{x \mapsto \sigma(x) \mid x \neq \sigma(x)\}$ . For a substitution  $\sigma$  and a term  $t$ , application of  $\sigma$  on  $t$ , written  $t\sigma$ , is defined as follows: If  $t$  is a variable  $x$ , then  $t\sigma = \sigma(x)$ ; If  $t$  is a compound term  $f(t_1, \dots, t_n)$ , then  $t\sigma = f(t_1\sigma, \dots, t_n\sigma)$ .

A term  $s$  is *more general* than  $t$  if there exists a substitution  $\sigma$  such that  $s\sigma = t$ . We write  $s \preceq t$  to denote this fact. The term  $t$  is called an *instance* of  $s$ . For instance,  $f(x, g(x, y)) \preceq f(b, g(b, h(a)))$ , because  $f(x, g(x, y))\sigma = f(b, g(b, h(a)))$  for  $\sigma = \{x \mapsto a, y \mapsto h(a)\}$ . On the other hand, it is not the case that  $f(x, x) \preceq f(a, b)$ , because no substitution can map  $x$  at the same time to  $a$  and  $b$ .

The relation  $\preceq$  is quasi-ordering. It generates an equivalence relation, denoted by  $\simeq$ . The strict part of  $\preceq$  is denoted by  $<$ . A term  $s$  is a generalization of  $t_1$  and  $t_2$  if  $s \preceq t_1$  and  $s \preceq t_2$ . It is a *least general generalization (lgg)* if there is no generalization  $r$  of  $t_1$  and  $t_2$  such that  $s < r$ . For first-order ranked terms, lgg's are unique modulo variable renaming. The terms  $f(a, h(a))$  and  $f(b, h(b))$  have generalizations (up to variable renaming)  $x, f(x, y), f(x, h(y))$ , and  $f(x, h(x))$ , but only the last one is the lgg.

To compute least general generalizations, one can use, e.g., Plotkin's algorithm from [32]. Reynolds' algorithm [33] is essentially the same. Later, Huet [25] formulated a simpler algorithm for the same problem in terms of recursive equations: Assuming that  $\phi$  is a given bijection from a pair of terms to variables, he defined a function AU, which maps pairs of terms to terms:

- $AU(f(t_1, \dots, t_n), f(s_1, \dots, s_n)) = f(AU(t_1, s_1), \dots, AU(t_n, s_n))$ , for any  $f$ .
- $AU(t, s) = \phi(t, s)$  otherwise.

Huet's algorithm was analyzed in detail in [30]. A modification of syntactic anti-unification for a finite set of terms was considered in [4], proposing to generalize the given set of terms not necessarily with a single term, but with several of them, to reduce overgeneralization. Each computed term generalizes some subset of the input. The bound on the number of terms in the generalization is a part of the problem.

Plotkin in [32] also proposed an anti-unification algorithm for clauses, which are disjunctions (or sets) of atomic formulas or their negations. The notion of generalization there differs from the same notion for terms: A clause  $C$  is more general than a clause  $D$  (written  $C \preceq D$ ) iff there exists a substitution  $\vartheta$  such that  $C\vartheta \subseteq D$  (in words,  $C\vartheta$ -subsumes  $D$ ). For instance,  $\{\neg q(x, y), \neg q(y, x), p(x)\} \preceq \{\neg q(x, x), p(x)\}$ , which can be seen easily, taking  $\vartheta = \{y \mapsto x\}$ . Lgg for clauses is unique modulo  $\preceq$  and the equivalence generated by the subsumption relation.

In the presence of equational axioms, there is no single lgg, in general. For instance, if  $f$  is associative with unit element, then the terms  $f(f(a, b), f(b, c))$  and  $f(a, f(b, c))$  have two minimal generalizations:  $f(f(a, b), f(x, c))$  and  $f(f(a, x), f(b, c))$ . Even more, for some theories and terms there can be infinitely many incomparable generalizations.

## COMPUTATION

Another kind of knowledge can be a certain type hierarchy or taxonomy among notions function symbols stand for. For instance, such a taxonomy might tell us that a square is a quadrilateral, which is a polygon. A triangle also is a polygon. Then one would generalize  $position(square, p_1)$  and  $position(triangle, p_2)$  into  $position(polygon, x)$ . Without the extra knowledge about polygons, the lgg would be just  $position(y, x)$ .

In applications related to natural language processing, first-order ranked anti-unification and anti-unification for clauses are probably the most frequently used techniques of this kind. A concept taxonomy might be also available, when generalization affects semantic structures.

**Anti-unification in inferring semantic properties from syntactic parse trees.** A recent work on an interesting use of anti-unification in a linguistics-related application is reported in [21]. The authors try to obtain semantic properties, unobservable on the level of keywords, from syntactic parse trees with the help of generalization. The semantic properties they are interested in require a deep natural language understanding. Hence, instead of shallow parsing, they are interested in obtaining a rich linguistic data structure, such as syntactic parse trees.

They also illustrate that for their problems, these structures, as a subject of learning, perform better than keyword-based approaches. The primary motivation of their work is the automation of content management and a delivery platform, to support recommendation forums for a wide variety of products and services. Users as well as automated agents answer questions and provide recommendations based on previous postings by human users. Therefore, finding similarities between various types of texts is required. The use of more rich structures to represent texts' meanings is justified by the fact that it indeed helps to assess similarities and relevance more accurately in practice, as the reported results illustrate. The practical problems addressed in the paper include detecting expressions suitable for automatic ad generation, classifying user postings with respect to how well she understands what product she needs, and classifying search results with respect to their relevance to queries.

The process of generalization computation described in [21] consists of several steps, including pre-processing and post-processing. The actual anti-unification is done only on the processed trees. The authors describe these steps for two sentences as follows:

1. Obtain the parsing tree for each sentence. For each word (tree node), we have a lemma, a part of speech and the form of the word's information. This information is contained in the node label. We also have an arc to the other node.
2. Split sentences into sub-trees that are phrases for each type: verb, noun, prepositional and other types. These sub-trees are overlapping. The sub-trees are coded so that the information about their occurrence in the full tree is retained.
3. All the sub-trees are grouped by phrase types.
4. Extend the list of phrases by adding equivalence transformations.

5. Generalize each pair of sub-trees for both sentences for each phrase type.
6. For each pair of sub-trees, yield an alignment, and generalize each node for this alignment. Calculate the score for the obtained set of trees (generalization results).
7. For each pair of sub-trees of phrases, select the set of generalizations with the highest score (the least general).
8. Form the sets of generalizations for each phrase type whose elements are the sets of generalizations for that type.
9. Filter the list of generalization results: for the list of generalizations for each phrase type, exclude more general elements from the lists of generalization for a given pair of phrases.

Equivalence transformations are performed with the help of predefined rules. For instance, such a rule might convert "camera with digital zoom" into "digital zoom camera". Depending how the word sub-trees are paired, multiple generalizations may be obtained. From those, one may select the interesting ones (or the best one) based on some heuristics, for instance, the parts of speech may be assigned different weights and the generalization with the highest weight is selected. In [21], an example of such a weight assignment is presented, giving to nouns highest weight and to prepositional phrases the lowest, treating common and frequent verbs inferior than less common ones, etc. Generalization scores are computed based on the weights. The same process applies not only to sentences, but to phrases and paragraphs as well.

We take from [21] a simplified example, which can illustrate how the method described in that paper works for sentences. Assume the following three sentences are given:

- S1. I am curious how to use the digital zoom of this camera for filming insects.
- S2. How can I get short focus zoom lens for digital camera?
- S3. Can I get auto focus lens for digital camera?

The parse trees of S2 and S3 are pretty similar and their generalization, written as a list, is {MD-can, PRP-I, VB-get, NN-focus, NN-lens, IN-for JJ-digital NN-camera}. For S1 and S2 they are quite different. Therefore, they are split into chunks of phrases. Examples of chunks for S1 are (SBAR-how to use the digital zoom of this camera for filming insects), (NP-the digital zoom of this camera), (NP-the digital zoom), (DT-the), etc. There are in total 29 such chunks for S1 and 19 for S2. Afterwards, for each sentence, these phrases are grouped so that phrases of one type (NP, PP, VP, etc) are placed in one group. Then one takes a phrase from one group, say, from NP, in S1, another phrase from the same group from S2, and tries to generalize them, provided that certain integrity constraints are satisfied. This process is repeated for all phrase-pairs, aiming to establish correspondences between as many words as possible. The result can be several generalizations, returning meanings which are common to the sentences. For S1 and S2, there are six such generalizations. Two of them are quite interesting: [JJ-digital NN-camera] (the sentences have a common concept "digital camera") and [VBP-\* ADJP-\* NN-zoom NN-camera] (a phrase talking about "some-kind-of zoom camera").

## COMPUTATION

In [21], further interesting themes are discussed, e.g., how to get logical forms from generalizations, generalization-based search, etc., but they go beyond the scope of our discussion.

**Anti-unification in grounded language learning.** In [12], the authors propose a method of learning the meaning of phrases from phrase/context pairs in which the phrase's meaning is not explicitly represented. They aim at modeling the way how children learn language. Often, learning from a physical context means to find a correspondence between the phrase elements and observed things. The phrases are assumed to be linked to the context, but it is not required that all context elements are mentioned in phrases.

Contexts and meanings are represented as first-order logic expressions, and an incremental learning algorithm is presented. A phrase is represented as a sequence of words, and a context as a set of ground facts (ground atomic formulas). For instance, a context in which a big red square is to the left of a small green triangle is represented as

$$\{\text{object}(o1), \text{shape}(o1, sq), \text{color}(o1, rd), \text{size}(o1, bg), \text{object}(o2), \text{shape}(o2, tr), \\ \text{color}(o2, gr), \text{size}(o2, sm), \text{relative-position}(o1, lo, o2)\}.$$

To define the meaning of a sentence, phrase or word, the authors propose a pragmatic solution: the meaning of an n-gram is “whatever is common among all contexts where the n-gram can be used”. This “common” knowledge is formalized with the help of lggs with respect to  $\theta$ -subsumption. For instance, for two contexts

$$\{\text{obj}(o1), \text{clr}(o1, re), \text{shp}(o1, sq), \text{obj}(o2), \text{clr}(o2, gr), \text{shp}(o2, tr), \\ \text{relpos}(o1, lo, o2)\}$$

and

$$\{\text{obj}(o3), \text{clr}(o3, gr), \text{shp}(o3, tr), \text{obj}(o4), \text{clr}(o4, re), \text{shp}(o4, tr), \\ \text{relpos}(o3, lo, o4)\},$$

their lgg, the most specific common pattern of both contexts, is

$$\{\text{obj}(B), \text{clr}(B, re), \text{shp}(B, D), \text{obj}(E), \text{clr}(E, gr), \text{shp}(E, tr), \text{obj}(A), \text{clr}(A, C), \\ \text{shp}(A, D), \\ \text{relpos}(A, lo, F), \text{obj}(F), \text{clr}(F, G), \text{shp}(F, tr)\},$$

where the capital letters are variables. It states that there are red and green objects (the objects B and E, respectively), E is a triangle, and there is an object A to the left of triangle F. It does not imply that these objects are necessarily distinct.

The meaning of an n-gram is the most specific common pattern of all the contexts where it can be used. There is a simple algorithm that incrementally learns the meaning of specific n-grams: whenever a new example (context/phrase pair)  $(C; P)$  appears, update the meaning of each n-gram  $G$  in  $P$  with respect to  $C$ , i.e., use the procedure  $Update(G; C)$ , which can be defined as



*Update(G; C) :*

**if** *Meaning(G)* is undefined **then** *Meaning(G) := C*  
**else** *Meaning(G) := lgg(C; Meaning(G))*

In fact, the learning algorithm from the paper is more involved and takes into account how the meaning of an n-gram depends of the meanings of k-grams for  $k < n$ , but the main idea and the use of generalization is sufficiently demonstrated by the algorithm above, which we borrowed from [14]. It has been shown that the system, which is based on the implementation of the algorithm from [21], learns to understand and generate simple natural language utterances using only the context/utterance pairs, without taking candidate meanings as input. The latter are constructed by the system itself. Learning from more complex contexts (which may include actions) and learning more complex languages are mentioned among topics for further research.

### 3 First- and Second-Order Unranked Anti-Unification

In many applications, arity of function symbols is not fixed. XML documents, hedge automata, and the programming language of Mathematica [41] are prominent examples. Alphabets, where symbols do not have fixed arity, are called unranked, variadic, flexary, or polyadic. We use here the term “unranked”. It is interesting to notice that parse trees can be also seen as expressions over an unranked alphabet. For instance, in Fig. 1, one can see that the nodes labeled with NP have one, two, three, and four children at different places. It indicates that if we consider NP as a function symbol used in the construction of parse trees, it should be unranked.

In unranked first-order languages function symbols do not have fixed arity.<sup>1</sup> there are also hedge variables, which stand for finite, possibly empty sequences of terms. Such sequences are called hedges. In anti-unification for such languages (see, e.g., [29]), they help to deal with position mismatches for similar argument pairs in terms to be generalized.

Sometimes the expressive power of first-order languages is not enough and one would like to bring in higher-order variables. In the context of generalization computation (see [7]), it gives a capability to detect similarities at different levels in terms. We use a special kind of second order variables, called context variables. Contexts that we consider here are not the same as contexts in grounded language learning. Our contexts are hedges with a single occurrence of the distinguished symbol “hole”. They are functions which can apply to another context or to a hedge, which are then “plugged” in the place of the hole. Unless otherwise stated, in the rest of the paper the word “context” is used in this sense. Hence, permitting the use of context variables helps to abstract vertical differences between trees, while hedge variables will be used to abstract horizontal differences.

---

<sup>1</sup> Often there is also a set of ranked function symbols, see, e.g., [27, 28], but for simplicity here we assume only the unranked ones.

# COMPUTATION

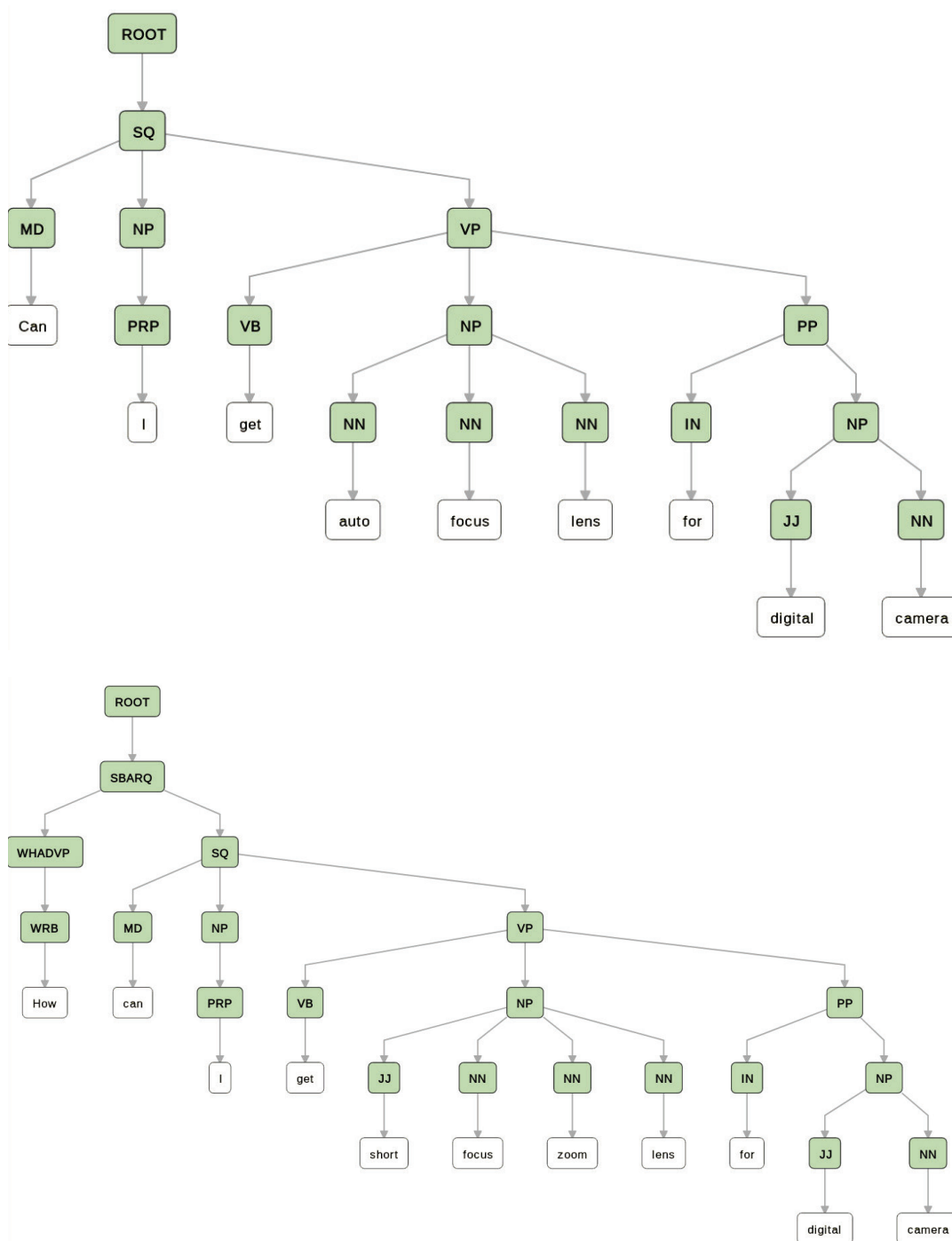


Figure 1. Parse trees of the sentences "How can I get short focus zoom lens for digital camera" and "Can I get auto focus lens for digital camera" (obtained from <http://corenlp.run/>)

More formally, following [7], we consider pairwise disjoint countable sets of unranked function symbols  $\mathbf{F}$ , hedge variables  $\mathbf{V}_H$ , unranked context variables  $\mathbf{V}_C$ , and a special symbol  $\circ$  (the hole), and define terms, hedges, and contexts by the following grammar:

$$\begin{aligned} t &:= X \mid f(\tilde{s}) \mid \bar{X}(\tilde{s}) && \text{(terms)} \\ \tilde{s} &:= t_1, \dots, t_n && \text{(hedges)} \\ \tilde{c} &:= \tilde{s}_1, \circ, \tilde{s}_2 \mid \tilde{s}_1, f(\tilde{c}), \tilde{s}_2 \mid \tilde{s}_1, \bar{X}(\tilde{c}), \tilde{s}_2 && \text{(contexts)} \end{aligned}$$

where  $x \in \mathbf{V}_H$ ,  $f \in \mathbf{F}$ ,  $X \in \mathbf{V}_C$ , and  $n \geq 0$ . (For simplicity, we do not consider here the standard variables, for single terms. If necessary, they can be brought in without any difficulties.)

Hedges are finite sequences of terms, constructed over  $\mathbf{F}$  and  $\mathbf{V}_H \cup \mathbf{V}_C$ . A term can be seen as a singleton hedge. A context can be seen as a hedge over  $\mathbf{F} \cup \{\circ\}$  and  $\mathbf{V}_H \cup \mathbf{V}_C$ , where the hole occurs exactly once. To improve readability, we put non-singleton hedges and contexts between parenthesis. The letters  $X, Y, Z$  denote hedge variables and  $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$  context variables. The empty hedge is denoted by  $\epsilon$ . Terms of the form  $a(\epsilon)$  are written as just  $a$ .

A context  $\tilde{c}$  can apply to a hedge  $\tilde{s}$ , denoted by  $\tilde{c}[\tilde{s}]$ , obtaining a hedge by replacing the hole in  $\tilde{c}$  with  $\tilde{s}$ . Application of a context to a context is defined similarly.

Examples of a term, hedge, and a context are, resp.,  $f(f(a), b)$ ,  $(X, \bar{X}(a, X), f(f(a), b))$ , and  $(X, \bar{X}(a, X), f(f(\circ), b))$ . The latter can be applied to a hedge  $(a, \bar{X}(a))$ , resulting in

$$(X, \bar{X}(a, X), f(f(\circ), b))[a, \bar{X}(a)] = (X, \bar{X}(a, X), f(f(a, \bar{X}(a)), b)).$$

A substitution is a mapping from hedge variables to hedges and from context variables to contexts, which is identity almost everywhere. When substituting a context variable  $\bar{X}$  by a context, the context will apply to the argument hedge of  $\bar{X}$ .

The notions of more general term / substitution, instance, generalization, least general generalization are extended from terms to hedges and contexts straightforwardly.

The second-order unranked anti-unification algorithm described in [7] first constructs a “skeleton” of a generalization of the input hedges, which corresponds to a hedge embedded into each of the input hedges. Next, it inserts context and/or hedge variables into the skeleton, which are supposed to uniformly generalize (vertical and horizontal) differences between input hedges, to obtain an lgg (with respect to the given skeleton). The skeleton computation function is the parameter of the algorithm and the soundness and completeness properties of the anti unification algorithm do not depend on the particular instantiations of this parameter.

The skeleton computation function offers quite some flexibility in unranked anti-unification. With its help, one can effectively control the computed set of generalizations,

# COMPUTATION

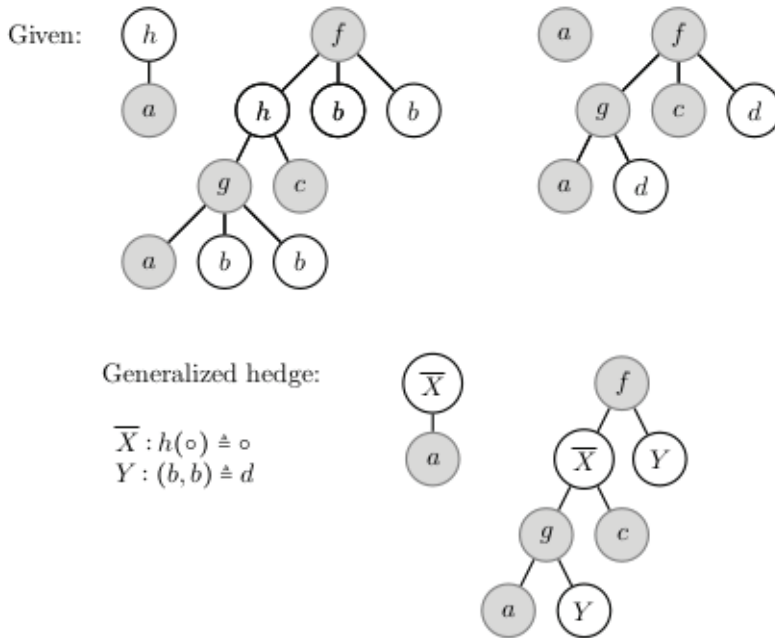


Figure 2: Generalization of hedges  $(h(a), f(h(g(a, b, b), c), b, b))$  and  $(a, f(g(a, d), c, d))$ . The highlighted skeleton is the longest common subforest [3] of the input hedges.

which is very handy in linguistic applications like considered above. For instance, choosing common nodes based on predefined priorities (as required in [21]) can be a part of skeleton computation. To give priority to words over parts of speech (POS) can be implemented by requiring to maximize the number of skeleton nodes corresponding to the leaves of the input hedges. Also, in case of the existence of a taxonomy for the involved words, one can put the least upper bound of two distinct words in the skeleton of the corresponding parse trees, e.g. female for woman and lady, instrument for violin and guitar, etc.

Fig. 2 shows an lgg of two hedges. One can see that the variables  $\bar{X}$  and  $Y$  are used twice, to abstract the same differences in two different places. The context variable  $\bar{X}$  generalizes  $h(\circ)$  in the first input hedge, and  $\circ$  in the second. It is reflected in the triple  $\bar{X} : h(\circ) \triangleq \circ$ . The hedge variable  $Y$  generalizes the two-element hedge  $(b, b)$  in the first input, and the term (singleton hedge)  $d$  in the second. Besides the generalization, the algorithm returns such difference triples for each variable, which can be used to define anti-unification distance between the original hedges. In general, there is no single lgg for unranked terms, unless the skeleton computation function returns a singleton set. However, the minimal complete set generalizations exists.

We can apply the algorithm to the parse trees of S1, S2, and S3 above. The skeleton function should maximize the score of leaf words in the generalization, where verbs, nouns and adjectives weight more than other POSs. This would give 6 lggs, whose leaves are  $l_1 \in \{I, \text{how}\}$ ,  $l_2 \in \{\text{digital}, \text{zoom}\}$  and  $l_3 = \text{camera}$ . In comparison to [21], computation of

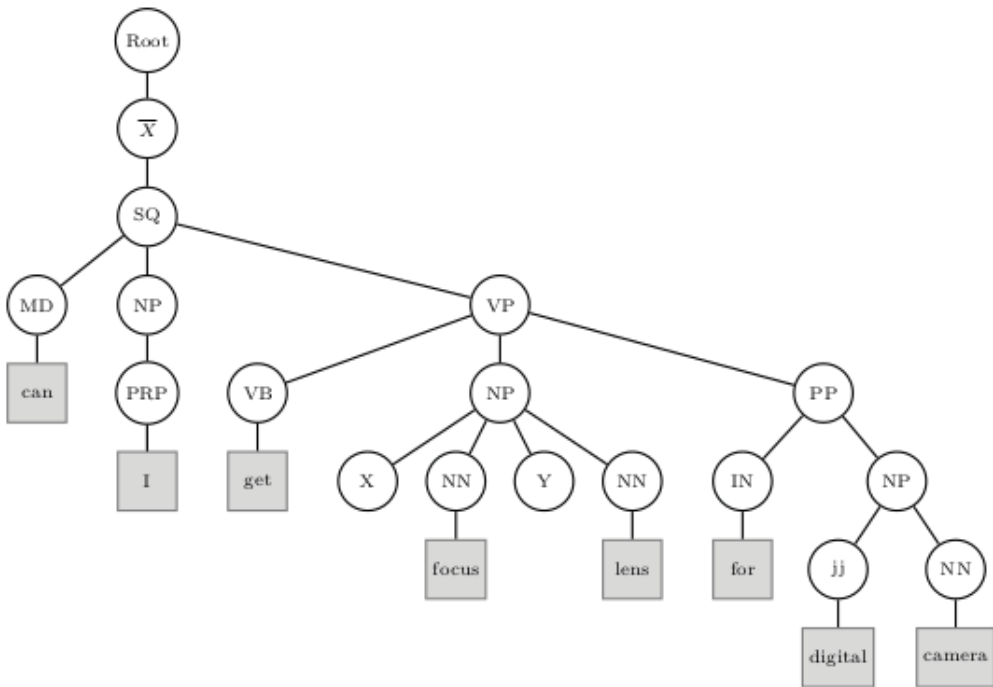


Figure 3: Least general generalization of the parse trees of S2 and S3 from Figure 1. The skeleton is the longest common subsequence of the leaf nodes sequences. It is highlighted.

these generalizations saves the effort of generating and grouping all those chunks and applying the syntactic anti-unification on the pairs. Unranked anti-unification can do the job directly on the parse trees.

Having said this, we should also mention that the current implementation of the unranked second-order anti-unification has only the longest common subforest as the skeleton computation function. More alternatives is planned to be added in future, including the one that gives priorities to leaves and returns the set of their longest common subsequence.

The generalization tree of the parse trees of S2 and S3 (see Fig. 1) is shown in Fig. 3. Not only the skeleton, but also the corresponding parts of speech are displayed, showing similarities in the input trees. The differences are generalized by one context and two sequence variables.

A useful extension of the unranked anti-unification algorithm is its commutative version, where the argument order of some function symbols does not matter. When combining it to the axiom  $f(X, x, Y, x, Z) \approx f(X, x, Y, Z)$  (unranked idempotence), properties of sets can be easily modeled. (A special case of such a combination is used in anti-unification for description logics [26].) It can be used to compute generalizations of grounded language learning contexts in the examples above. We can wrap the whole learning

## COMPUTATION

$\{\text{obj}(o3), \text{clr}(o3, \text{gr}), \text{shp}(o3, \text{tr}), \text{obj}(o4), \text{clr}(o4, \text{re}), \text{shp}(o4, \text{tr}), \text{relpos}(o3, \text{lo}, o4)\}$

as

$\text{context}(\text{ob}(\text{obj}(o1), \text{clr}(o1, \text{re}), \text{shp}(o1, \text{sq})), \text{ob}(\text{obj}(o2), \text{clr}(o2, \text{gr}), \text{shp}(o2, \text{tr})), \text{relpos}(o1, \text{lo}, o2))$   
 $\text{context}(\text{ob}(\text{obj}(o3), \text{clr}(o3, \text{gr}), \text{shp}(o3, \text{tr})), \text{ob}(\text{obj}(o4), \text{clr}(o4, \text{re}), \text{shp}(o4, \text{tr})), \text{relpos}(o3, \text{lo}, o4)),$

where the unranked symbol context is commutative-idempotent and ob is commutative. Then anti-unification gives their generalization, computing four (not necessarily distinct) objects:

$\text{context}(\text{ob}(\text{obj}(B), \text{clr}(B, \text{re}), \text{shp}(B, D)), \text{ob}(\text{obj}(E), \text{clr}(E, \text{gr}), \text{shp}(E, \text{tr})), \text{ob}(\text{obj}(A), \text{clr}(A, C), \text{shp}(A, D)), \text{ob}(\text{obj}(F), \text{clr}(F, G), \text{shp}(F, \text{tr})), \text{relpos}(A, \text{lo}, F)):$

Moreover, anti-unification gives information how the original contexts can be obtained from the generalization, saying, e.g., that the objects A and B have the same shape D, which generalizes sq from the first context and tr from the second, etc. This information is in the result computed by anti-unification.

Our anti-unification algorithms are a part of RISC anti-unification algorithm library [6] and can be accessed from <http://www.risc.jku.at/projects/stout/library.html>. Particular algorithms from the library are described in [5, 7-11, 29]. Yet another open-source anti-unification library, for order-sorted equational theories, has been described in [2] and is available online at <http://safe-tools.dsic.upv.es/acuos/>.

### 4 Summary

We discussed some applications of anti-unification in linguistics, presented recently developed algorithms for this problem, and showed that they can be conveniently used in some natural language processing tasks.

**Acknowledgments.** This work has been supported by the Austrian Science Fund (FWF) under the project P 28789-N32.

**References**

[1] H. Aït-Kaci. A lattice theoretic approach to computation based on a calculus of partially ordered type structures. PhD thesis, University of Pennsylvania, 1984.

[2] M. Alpuente, S. Escobar, J. Espert, and J. Meseguer. ACUOS: A system for modular ACU generalization with subtyping and inheritance. In Fermé and Leite [17], pages 573-581.

[3] A. Amir, T. Hartman, O. Kapah, B. R. Shalom, and D. Tsur. Generalized LCS. *Theor. Comput. Sci.*, 409(3):438-449, 2008.

[4] H. Arimura, T. Shinohara, S. Otsuki, and H. Ishizaka. A generalization of the least general generalization. In *Machine Intelligence 13*, pages 59-85, 1994.

[5] A. Baumgartner. *Anti-Unification Algorithms: Design, Analysis, and Implementation*. PhD thesis, Johannes Kepler University Linz, 2015. Available from [http://www.risc.jku.at/publications/download/risc\\_5180/phd-thesis.pdf](http://www.risc.jku.at/publications/download/risc_5180/phd-thesis.pdf).

[6] A. Baumgartner and T. Kutsia. A library of anti-unification algorithms. In Fermé and Leite [17], pages 543-557.

[7] A. Baumgartner and T. Kutsia. Unranked second-order anti-unification. *Inf. Comput.*, 255:262-286, 2017.

[8] A. Baumgartner, T. Kutsia, J. Levy, and M. Villaret. A variant of higher-order anti-unification. In F. van Raamsdonk, editor, *24th International Conference on Rewriting Techniques and Applications, RTA 2013*, volume 21 of *LIPIcs*, pages 113-127. Schloss Dagstuhl - Leibniz-Zentrum fuer Informatik, 2013.

[9] A. Baumgartner, T. Kutsia, J. Levy, and M. Villaret. Nominal anti-unification. In M. Fernández, editor, *26th International Conference on Rewriting Techniques and Applications, RTA 2015*, volume 36 of *LIPIcs*, pages 57-73. Schloss Dagstuhl - Leibniz-Zentrum fuer Informatik, 2015.

[10] A. Baumgartner, T. Kutsia, J. Levy, and M. Villaret. Higher-order pattern anti-unification in linear time. *J. Autom. Reasoning*, 58(2):293-310, 2017.

[11] A. Baumgartner, T. Kutsia, J. Levy, and M. Villaret. Term-graph anti-unification. In H. Kirchner, editor, *Third Conference on Formal Structures for Computation and Computation, FSCD 2018*, volume 108 of *LIPIcs*, pages 9:1-9:16. Schloss Dagstuhl - Leibniz-Zentrum fuer Informatik, 2018.

[12] L. Becerra-Bonache, H. Blockeel, M. Galván, and F. Jacquenet. A first-order-logic based model for grounded language learning. In É. Fromont, T. D. Bie, and M. van Leeuwen, editors, *Advances in Intelligent Data Analysis XIV, IDA 2015*, volume 9385 of *LNCS*, pages 49-60. Springer, 2015.

[13] L. Becerra-Bonache, H. Blockeel, M. Galván, and F. Jacquenet. Relational grounded language learning. In G. A. Kaminka, M. Fox, P. Bouquet, E. Hüllermeier, V. Dignum, F. Dignum, and F. van Harmelen, editors, *ECAI 2016 - 22nd European Conference on*

## COMPUTATION

- Artificial Intelligence, - Including Prestigious Applications of Artificial Intelligence (PAIS 2016), volume 285 of *Frontiers in Artificial Intelligence and Applications*, pages 1764-1765. IOS Press, 2016.
- [14] H. Blockeel. Relational grounded language learning. Presentation slides for the Thirteenth International Conference on Grammatical Inference, ICGI 2016, Delft, The Netherlands.  
<https://lirias.kuleuven.be/bitstream/123456789/552428/1/ICGI+2016.pdf>, October 2016.
- [15] M. E. Califf and R. J. Mooney. Bottom-up relational learning of pattern matching rules for information extraction. *Journal of Machine Learning Research*, 4:177-210, 2003.
- [16] B. Carpenter. The logic of typed feature structures: with applications to unification grammars, logic programs and constraint resolution, volume 32. Cambridge University Press, 2005.
- [17] E. Fermé and J. Leite, editors. *Logics in Artificial Intelligence - 14th European Conference, JELIA 2014. Proceedings*, volume 8761 of LNCS. Springer, 2014.
- [18] N. Francez and S. Wintner. *Unification grammars*. Cambridge University Press, 2011.
- [19] B. Galitsky. Machine learning of syntactic parse trees for search and classification of text. *Eng. Appl. of AI*, 26(3):1072-1091, 2013.
- [20] B. A. Galitsky. Generalization of parse trees for iterative taxonomy learning. *Inf. Sci.*, 329:125-143, 2016.
- [21] B. A. Galitsky, J. L. de la Rosa, and G. Dobrocsi. Inferring the semantic properties of sentences by mining syntactic parse trees. *Data Knowl. Eng.*, 81-82:21-45, 2012.
- [22] H. Gust, K. Kühnberger, and U. Schmid. Ontological aspects of computing analogies. In *Proceedings of the International Conference on Cognitive Modelling, ICCM 2004*, pages 350-351, 2004.
- [23] H. Gust, K. Kühnberger, and U. Schmid. Metaphors and heuristic-driven theory projection (HDTP). *Theor. Comput. Sci.*, 354(1):98-117, 2006.
- [24] H. Gust, K.-U. Kühnberger, and U. Schmid. Metaphors and anti-unification. In *Proc. Twenty-First Workshop on Language Technology: Algebraic Methods in Language Processing*, Verona, Italy, pages 111-123, 2003.
- [25] G. Huet. *Résolution d'Équations dans des langages d'ordre 1,2, ...,  $\omega$* . These d'État, Université de Paris VII, 1976.
- [26] B. Konev and T. Kutsia. Anti-unification of concepts in description logic EL. In C. Baral, J. P. Delgrande, and F. Wolter, editors, *Principles of Knowledge Representation and Reasoning: Proceedings of the Fifteenth International Conference, KR 2016*, pages 227-236. AAAI Press, 2016.



- [27] T. Kutsia. Solving equations involving sequence variables and sequence functions. In B. Buchberger and J. A. Campbell, editors, AISC, volume 3249 of LNCS, pages 157-170. Springer, 2004.
- [28] T. Kutsia. Solving equations with sequence variables and sequence functions. *J. Symb. Comput.*, 42(3):352-388, 2007.
- [29] T. Kutsia, J. Levy, and M. Villaret. Anti-unification for unranked terms and hedges. *J. Autom. Reasoning*, 52(2):155-190, 2014.
- [30] J. Lassez, M. J. Maher, and K. Marriott. Unification revisited. In J. Minker, editor, *Foundations of Deductive Databases and Logic Programming*, pages 587-625. Morgan Kaufmann, 1988.
- [31] M. Nakamura, Y. Hayashi, and R. Matoba. Simulation of language evolution based on actual diachronic change extracted from legal terminology. In H. J. van den Herik, A. P. Rocha, and J. Filipe, editors, *Proceedings of the 9th International Conference on Agents and Artificial Intelligence, ICAART 2017, Volume 1*, pages 343-350. SciTePress, 2017.
- [32] G. D. Plotkin. A note on inductive generalization. *Machine Intel.*, 5(1):153-163, 1970.
- [33] J. C. Reynolds. Transformational systems and the algebraic structure of atomic formulas. *Machine Intel.*, 5(1):135-151, 1970.
- [34] J. A. Robinson. A machine-oriented logic based on the resolution principle. *J. ACM*, 12(1):23-41, 1965.
- [35] U. Schmid and E. Kitzelmann. Inductive rule learning on the knowledge level. *Cognitive Systems Research*, 12(3-4):237-248, 2011.
- [36] L. Steels. Basics of fluid construction grammar. *Constructions and frames*, 9(2):178-225, 2017.
- [37] L. Steels and P. V. Eecke. Insight grammar learning using pro- and anti-unification. <https://www.fcg-net.org/wp-content/uploads/papers/steels-vaneecke.pdf>.
- [38] L. P. R. Tang. Integrating Top-down and Bottom-up Approaches in Inductive Logic Programming: Applications in Natural Language Processing and Relational Data Mining. PhD thesis, The University of Texas at Austin, 2003.
- [39] C. A. Thompson and R. J. Mooney. Automatic construction of semantic lexicons for learning natural language interfaces. In J. Hendler and D. Subramanian, editors, *Proceedings of the Sixteenth National Conference on Artificial Intelligence and Eleventh Conference on Innovative Applications of Artificial Intelligence*, pages 487-493. AAAI Press / The MIT Press, 1999.
- [40] N. P. A. Vo and O. Popescu. A multi-layer system for semantic textual similarity. In A. L. N. Fred, J. L. G. Dietz, D. Aveiro, K. Liu, J. Bernardino, and J. Filipe, editors, *Proceedings of the 8<sup>th</sup> International Joint Conference on Knowledge Discovery*,

## COMPUTATION

Knowledge Engineering and Knowledge Management (IC3K 2016) - Volume 1: KDIR, pages 56-67. SciTePress, 2016.

- [41] S. Wolfram. *The Mathematica Book*. Wolfram Media, 5th edition, 2003.
- [42] J. M. Zelle and R. J. Mooney. Learning semantic grammars with constructive inductive logic programming. In R. Fikes and W. G. Lehnert, editors, *Proceedings of the 11th National Conference on Artificial Intelligence*, pages 817-822. AAAI Press / The MIT Press, 1993.