



საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტი

ბიძინა აბესაძე

საფრენი აპარატების კომპოზიტური შემონაკერების  
სიმტკიცეზე ანგარიშის მეთოდების შედარებითი ანალიზი  
წარდგენილია დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად

სადოქტორო პროგრამა: „საფრენი აპარატების დაპროექტება“  
შიფრი - 0715

საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტი  
თბილისი 0103, საქართველო  
2019 წელი

საავტორო უფლება © 2019 წელი, ბიძინა აბესაძე

საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტი

საინჟინრო ფაკულტეტი

ჩვენ, ქვემოთ ხელმომწერი ვადასტურებთ, რომ გავეცანით ბიძინა აბესაძის მიერ შესრულებულ სადისერტაციო ნაშრომს, დასახელებით „საფრენი აპარატების კომპოზიტური შემონაკერების სიმტკიცეზე ანგარიშის მეთოდების შედარებითი ანალიზი“ და ვაძლევთ რეკომენდაციას საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტის სადისერტაციო საბჭოში მის განხილვას, დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად.

19.12.2019 წელი

სამეცნიერო ხელმძღვანელი: \_\_\_\_\_ პროფესორი გელა ყიფიანი \_\_\_\_\_  
რეცენზენტი: \_\_\_\_\_ პროფესორი აკაკი დუმბაძე \_\_\_\_\_  
რეცენზენტი: \_\_\_\_\_ ასოც. პროფესორი ნოდარ მარდალავიშვილი \_\_\_\_\_

საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტი

2019 წელი

ავტორი: ბიძინა აბესაძე

დასახელება: „საფრენი აპარატების კომპოზიტური შემონაკერების სიმტკიცეზე  
ანგარიშის მეთოდების შედარებითი ანალიზი“

სადოქტორო პროგრამა: „საფრენი აპარატების დაპროექტება“

ხარისხი: აკადემიური დოქტორი

სხდომა ჩატარდა: 19.12.2019 წ

ინდივიდუალური პიროვნების ან ინსტიტუტის მიერ ზემომოყვანილი დასახელების დისერტაციის გაცნობის მიზნით მოთხოვნის შემთხვევაში მისი არაკომერციული მიზნებით კოპირებისა და გავრცელების უფლება მინიჭებული აქვს საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტს.

---

ავტორის ხელმოწერა

ავტორი ინარჩუნებს დანარჩენ საგამომცემლო უფლებებს და არც მთლიანი ნაშრომის და არც მისი ცალკეული კომპონენტების გადაბეჭდვა ან სხვა რაიმე მეთოდით რეპროდუქცია დაუშვებელია ავტორის წერილობითი ნებართვის გარეშე.

ავტორი ირწმუნება, რომ ნაშრომში გამოყენებული საავტორო უფლებებით დაცულ მასალებზე მიღებულია შესაბამისი ნებართვა (გარდა იმ მცირე ზომის ციტატებისა, რომლებიც მოითხოვენ მხოლოდ სპეციფიურ მიმართებას ლიტერატურის ციტირებაში, როგორც ეს მიღებულია სამეცნიერო ნაშრომების შესრულებისას) და ყველა მათგანზე იღებს პასუხისმგებლობას.

კვლევა განხორციელდა შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის ფინანსური მხარდაჭერით [PHDF-18-3521].

## რეზიუმე

მრავალფენიანი თხელკედლიანი კონსტრუქციები ფართოდ გამოიყენება ავიამშენებლობაში, რაკეტების მშენებლობაში, სატრანსპორტო, ქიმიურ, ენერგეტიკულ, მანქანათმშენებლობასა და ტექნიკის სხვა დარგებში. საფრენ აპარატებში ყოველივე ეს კონსტრუქციების მაღალი სიმტკიცისა და მათი წონის საგრძნობი შემცირების აუცილებლობითაა გამოწვეული. რიგ შემთხვევებში ეს ბგერით, თბო და ვიბროსაიზოლაციო მოთხოვნების უზრუნველყოფითაა განპირობებული. ამ აუცილებელი თავისებურებების ერთობლიობა უზრუნველყოფილია მრავალფენიანი კონსტრუქციების ცალკეული ფენებისთვის სხვადასხვა სახის შემთხვევების გამოყენებით. მზიდი ფენებისთვის გამოიყენება კომპოზიციური მასალები.

მასალის შერჩევა და კონსტრუქციის პროექტირება უნდა წარიმართოს არამარტო მექანიკური თვისებების ანალიზის ან კონსტრუქციული ფუნქციის მიხედვით ასევე საექსპლუატაციო მახასიათებლების და ღირებულების აუცილებელი გათვალისწინებით.

მასალის სიმტკიცე და დრეკადობის მოდული განსაზღვრავს გარსული კონსტრუქციის ქცევას. ეს სწორედ ის მახასიათებლებია რომლის სიდიდეც მნიშვნელოვნად შეიძლება გაიზარდოს კომპოზიციური მასალების გამოყენების შემთხვევაში.

კომპოზიტი დროის მიხედვით იცვლის თვისებებს, ჩვეულებრივ ტემპერატურაზე ემორჩილება ცოცვადობისა და რელაქსაციის მოვლენებს, რაც მათი ერთ-ერთი ძირითადი უარყოფითი თვისებაა, რომლის გაუთვალისწინებლობა დაუშვებელია, რათა აცილებული იქნას საფრენი აპარატის ექსპლუატაციისას, შესაძლო კატასტროფული შედეგები.

კვლევის მთავარ მიზანს წარმოადგენს შემუშავდეს ეფექტური მეთოდიკა კომპოზიციური მასალებისგან დამზადებული კონსტრუქციის (აქცენტი გამახვილებულია საავიაციო ტექნიკაში გამოიყენებად თხელკედლიან კომპოზიტურ სივრულ კონსტრუქციებზე) მექანიკური თვისებების და პარამეტრების

განსაზღვრისთვის. ეს გულისხმობს მათი დეფორმაციის დამახასიათებელი მათემატიკური მოდელის შერჩევას, რომელიც საშუალებას მოგვცემს გაკეთდეს პროგნოზი, მოცემული დატვირთვების პირობებში, ხანგრძლივი დროის მანძილზე დეფორმაციების განვითარების შესახებ. მიღებული შედეგების და სიმტკიცის, მდგრადობის თუ სხვა მოთხოვნების საფუძველზე მოხდება კონსტრუქციის გეომეტრიული პარამეტრების დაზუსტება (დეტალის სისქის განსაზღვრა).

დეტალურად, მოცემულ კვლევის ფარგლებში გადმოცემულია და დამუშავდა: მოდელების თეორიის შემდგომი განვითარების მეთოდოლოგია, მიღებული შედეგების ანალიზი და გამოყენების პერსპექტივები. მთავარ ამოცანას წარმოადგენს მიღებული თეორიული შედეგების, ექსპერიმენტების გზით (ეს იქნება უშუალოდ ფიზიკური თუ რიცხვითი ექსპერიმენტი) შემოწმება, რეალური მასალის გამოცდის შედეგებთან შედარება და შეთავსება, მასალის პარამეტრების განსაზღვრა და შესაბამისად მიღებული შედეგების ანალიზის ჩატარება.

შეიქმნა ამ ტიპის მასალისგან დამზადებული საფრენი აპარატის თხელკედლიანი კონსტრუქციების (შემონაკერების) სიმტკიცეზე საანგარიშო გაუმჯობესებული მეთოდოლოგია.

აღნიშნულის საფუძველზე „საფრენი აპარატების კომპოზიტური შემონაკერების სიმტკიცეზე ანგარიშის მეთოდების შედარებითი ანალიზი“-ს პრობლემა საკმაოდ რთულია და მოითხოვს გაანგარიშების განსაკუთრებული მეთოდების შემუშავებას.

## Abstract

Multilayer thin walled structures are widely used in aviation structure, in rocket structure, transport, chemical, energetic, machinery structure and other technical fields. In aircrafts it is caused by the necessity of the high strength of structures and significant reduce of their weight. In cases it is conditioned by the provision of sound, thermal and vibration isolation requirements. Unity of these mandatory features is provided by multilayer structures particular layers by using different cases. For bearing layers are used composite materials.

Material selection and designing of the structure must be performed not only by analyzing mechanical features or constructive function, but also by mandatory consideration of exploitation features and values.

The material strength and elastic module determine behavior of the shell structure. These are the features, which volume may be significantly increased if the composite materials are used.

Composite changes its features in accordance to the time on average temperature it obeys creeping and relaxation occurrences that is one of their negative features. It is inadmissible not to consider them, in order to avoid possible catastrophe results while exploitation of aircrafts.

The general aim of the research is to develop efficient methods for determination of mechanical features and parameters of the structures made by composite materials (focused are the thin-walled composite spatial structures used in the aviation technique). This means selection of the mathematical model common to their deformation, which will allow us to make prognosis, in the given load conditions, how the deformations are developed in long duration. Based on the received results and the strength, sustainability and other requirements geometric parameters of the structure will be specified (determination of the detail thickness).

In details, within the examination of this study is partially processed and researched: methodology of further development of theory, analysis of the obtained results and the perspectives of use. The main task is to check accepted theoretical results by the way of experiments (this will be directly a physical or numeral experiment), to assimilate and compare real materials to test results, to define material settings and accordingly to do analysis of received results.

Will be created strength calculated improved methodology for aircraft's thin-walled constructions (skins), made by this type of materials.

Based on the above, the problem of "Comparative analysis of methods for stress calculation for composite skins of aircrafts" is quite complex and requires the development of special methods of calculation.

## სარჩევი:

ცხრილების ნუსხა	9
ნახაზების ნუსხა	10
მადლიერება	12
<b>შესავალი</b>	<b>13</b>
<b>თავი 1. არსებული ბიბლიოგრაფიული მასალის მიმოხილვა და ანალიზი</b>	<b>21</b>
1.1. კომპოზიტური მასალების გამოყენება საფრენ აპარატებში	21
1.2. საფრენ აპარატებში გამოყენებული მნიშვნელოვანი კომპოზიტური მასალები	23
1.3. საფრენ აპარატებში კომპოზიტური მასალების გამოყენების მაგალითები	26
1.4. კომპოზიტური მასალების სიმტკიცე და სიხისტე	29
1.5. კომპოზიტების საინჟინრო მექანიკის მიმოხილვა	31
1.6. თანამედროვე კომპოზიტების სპეციფიკურობა და მათი არაერთგვაროვნება	37
1.7. კომპოზიტური მასალების გამოყენებით საფრენი აპარატების დაპროექტება	40
1.8. პირველი თავის დასკვნები	45
<b>თავი 2. საფრენ აპარატებში, კომპოზიტური თხელკედლიანი სივრცითი კონსტრუქციების სიმტკიცეზე გაანგარიშება</b>	<b>46</b>
2.1. შესავალი	46
2.2. მოდელების თეორია	48
2.3. ცოცვადობის წრფივი თეორია	52
2.4. ორი ბლანტი ელემენტის შემცველი განზოგადებული მოდელები	59
2.5. ოთხ ელემენტის განზოგადებული მოდელები ორი დრეკადი და ორი ბლანტი ელემენტით	69
2.6. დრეკად ბლანტი სხეულების თვისებების აღმწერი ოთხ ელემენტის განზოგადებული მოდელების შედარებითი ანალიზი	74
2.7. რიცხვითი მეთოდები თხელკედლიან სივრცით კონსტრუქციებში	79
2.8. მეორე თავის დასკვნები	98
<b>თავი 3. საფრენი აპარატების თხელკედლიანი სივრცითი კონსტრუქციების გაანგარიშების თეორიული და ექსპერიმენტული მეთოდები</b>	<b>100</b>
3.1. სუფთა ლუნვის ამოცანა კომპოზიტური ღეროს შემთხვევაში, ოთხ ელემენტის	



მოდელის საფუძველზე -----	100
3.2. დროის მიხედვით წრფივი დატვირთვის და დეფორმაციის შესაბამისი დინამიური ამოცანა სამ ელემენტური განზოგადებული მოდელისთვის -----	105
3.3. ოთხ ელემენტური განზოგადებული მოდელით აღწერილი კომპოზიტური სხეულის დინამიური დატვირთვის ამოცანა -----	110
3.4. ექსპერიმენტული მონაცემების საფუძველზე სამ ელემენტური მოდელების პარამეტრების განსაზღვრის მეთოდიკა და ანალიზი -----	115
3.5. ნახშირბადის ბოჭკოს შემცველი კომპოზიტური მასალის ექსპერიმენტული გამოცდა -----	119
3.6. თხელი ფირფიტის გაანგარიშება სიმტკიცეზე -----	124
3.7. თვითმფრინავის ფრთის ელერონის კომპოზიტური შემონაკერის გამოცდა სიმტკიცეზე -----	131
3.8. სასწავლო სადემონსტრაციო სტენდი -----	136
3.9. მესამე თავის დასკვნები -----	138
<b>ძირითადი დასკვნები -----</b>	<b>139</b>
გამოყენებული ლიტერატურა -----	140
დანართი 1. ნახშირბადის ბოჭკოს შემცველი კომპოზიტური მასალის ექსპერიმენტული გამოცდის დეტალური შედეგები -----	149

## ცხრილების ნუსხა

ცხრილი 1.2.1. კონსტრუქციული მასალების მექანიკური თვისებები;

ცხრილი 3.4.1. გაჭიმვაზე გამოცდის ექსპერიმენტული მონაცემები;

ცხრილი 3.4.2. მოდელების პარამეტრები და მასალის მახასიათებლები.

## ნახაზების ნუსხა

- ნახ. 1.3.1 მინაპლასტისგან დამზადებული თვითმფრინავის დეტალები;
- ნახ. 1.3.2 „ბოინგ 737“ თვითმფრინავის ექსპერიმენტული ინტერცეპტორი.  
1-მინაპლასტის ნერვიურა; 2-ალუმინის ფიტინგი და ლონჟერონი; 3-  
ალუმინის ფიჭური შემავსებელი; 4-ზედა და ქვედა შემონაკერი -  
ჯვარედინარმირებული ეპოქსიდური ნახშირპლასტი;
- ნახ. 2.2.1 მაქსველისა და კელვინ-ფოიხტის მოდელები;
- ნახ. 2.2.2 მაქსველისა და კელვინ-ფოიხტის მოდელების შესაბამისი ცოცვადობის და  
რელაქსაციის მრუდები;
- ნახ. 2.2.3 ორ და სამ ელემენტურიანი მოდელები ორი დრეკადი და ერთი ბლანტი  
ელემენტით;
- ნახ. 2.2.4 სამ ელემენტურიანი განზოგადებული მოდელების შესაბამისი ცოცვადობის  
და რელაქსაციის მრუდები;
- ნახ. 2.3.1 კოლტუნოვის გავლენის ფუნქციის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკები  
პარამეტრების სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის;
- ნახ. 2.3.2 ა) ცოცვადობის და მოქნილობის მრუდები, ბ) გრაფიკების შეთავსების  
მეთოდის ტიპური სქემა;
- ნახ. 2.4.1 სამ ელემენტურიანი მოდელების I ვარიანტი;
- ნახ. 2.4.2 I მოდელების შესაბამისი ცოცვადობის და განტვირთვის მრუდები;
- ნახ. 2.4.3 I მოდელების შესაბამისი რელაქსაციის მრუდი;
- ნახ. 2.4.4 სამ ელემენტურიანი მოდელების II ვარიანტი;
- ნახ. 2.4.5 II მოდელების შესაბამისი ცოცვადობის და განტვირთვის მრუდები;
- ნახ. 2.5.1 ოთხ ელემენტურიანი მოდელების ვარიანტები;
- ნახ. 2.5.2 რელაქსაციის მრუდი ოთხ ელემენტურიანი განზოგადებული  
მოდელებისთვის;
- ნახ. 2.6.1 ოთხ ელემენტურიანი მოდელები შემკვრელი დრეკადი ელემენტით;
- ნახ. 2.6.2 ცოცვადობის და განტვირთვის მრუდები;
- ნახ. 2.6.3 რელაქსაციის მრუდი;

- ნახ. 2.7.1 სამკუთხა სასრული ელემენტი;
- ნახ. 2.7.2 მართკუთხა სასრული ელემენტი;
- ნახ. 3.1.1 მართკუთხა ღეროს ღუნვის სქემა;
- ნახ. 3.1.2  $\kappa(t)$  სიმრუდის დროზე დამოკიდებულების ტიპური მრუდი;
- ნახ. 3.2.1 დატვირთვისა და განტვირთვის მრუდები;
- ნახ. 3.2.2 ძაბვის ცვლილების პირველი შემთხვევა;
- ნახ. 3.2.3 ძაბვის ცვლილების მეორე შემთხვევა;
- ნახ. 3.3.1 ლოკალური რეზონანსის ამსახველი თვისობრივი მრუდი;
- ნახ. 3.4.1 ა) სამ ელემენტურიანი მოდელი ორი დრეკადი და ერთი ბლანტი ელემენტით,  
ბ) სამ ელემენტურიანი მოდელი ერთი დრეკადი და ორი ბლანტი ელემენტით;
- ნახ. 3.5.1 ნახშირბადის ბოჭკოს შემცველი კომპოზიტური მასალის ნიმუშის გამოცდა;
- ნახ. 3.5.2 გამოსაცდელი კომპოზიტური ნიმუშის რღვევა;
- ნახ. 3.5.3 გამოსაცდელი კომპოზიტური მასალის ნიმუშების გაჭიმვაზე გამოცდის შესაბამისი გრაფიკული გამოსახულება;
- ნახ. 3.6.1 სამკუთხა ელემენტში დამატებითი კვანძის შემოტანა;
- ნახ. 3.6.2 დახრილი ფირფიტის დაყოფა სასრულ ელემენტებად;
- ნახ. 3.7.1 ელერონის შემონაკერის ა) რეალური და ბ) გამარტივებული სქემები;
- ნახ. 3.7.2 ფირფიტის გაბარიტული ზომები და დატვირთვის სქემა;
- ნახ. 3.7.3 ა) ფირფიტაზე მოდებული დატვირთვა და ბ) ფირფიტის ჩალუნვა;
- ნახ. 3.7.4 მღუნავი მომენტები ა)  $x$  ღერძის და ბ)  $y$  ღერძის მიმართ;
- ნახ. 3.7.5 გადამჭრელი ძალები ა)  $x$  ღერძის და ბ)  $y$  ღერძის მიმართ;
- ნახ. 3.8.1 სასწავლო სადემონსტრაციო სტენდი.

## მადლიერება

ავტორი დიდად მადლობელია სამეცნიერო ხელმძღვანელის საქართველოს მეცნიერებისა და ტექნიკის დარგის სახელმწიფო პრემიის ლაურეატის, ტექნიკის მეცნიერებათა დოქტორის, პროფესორი გელა ყიფიანის მიმართ იმ კონსულტაციების, ყურადღებისა და პრაქტიკული დახმარებისთვის, რასაც მუდმივად გრძნობდა სადოქტორო ნაშრომზე მუშაობის დროს.

ასევე მადლიერებას გამოხატავს შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მიმართ გაწეული ფინანსური მხარდაჭერისთვის.

ბიძინა აბესაძე

2019 წლის 19 დეკემბერი

## შესავალი

*თემის აქტუალურობა:* მრავალფენიანი თხელკედლიანი კონსტრუქციები ფართოდ გამოიყენება ავიაშენებლობაში, რაკეტების მშენებლობაში, სატრანსპორტო, ქიმიურ, ენერგეტიკულ, მანქანათმშენებლობასა და ტექნიკის სხვა დარგებში. საფრენ აპარატებში ყოველივე ეს კონსტრუქციების მაღალი სიმტკიცისა და მათი წონის საგრძნობი შემცირების აუცილებლობითაა გამოწვეული. რიგ შემთხვევებში ეს ბგერით, თბო და ვიბროსაიზოლაციო მოთხოვნების უზრუნველყოფითაა განპირობებული. ამ აუცილებელი თავისებურებების ერთობლიობა უზრუნველყოფილია მრავალფენიანი კონსტრუქციების ცალკეული ფენებისთვის სხვადასხვა სახის შემთხვევების გამოყენებით. მზიდი ფენებისთვის გამოიყენება კომპოზიციური მასალები.

მასის პრობლემა მუდმივად ასტიმულირებს საავიაციო ტექნოლოგიების განვითარებას გაუმჯობესებული მასალების მიღების, ახალი კონსტრუქციული კონცეფციის, კონსტრუქციების მუშაობის უფრო მეტად სრულყოფილად გაგების და ანალიზის მიმართულებით.

მასალის შერჩევა და კონსტრუქციის პროექტირება უნდა წარიმართოს არამარტო მექანიკური თვისებების ანალიზის ან კონსტრუქციული ფუნქციის მიხედვით ასევე საექსპლუატაციო მახასიათებლების და ღირებულების აუცილებელი გათვალისწინებით.

საფრენი აპარატების პროექტირება წარმოებს ისე, რომ მოცემული მოთხოვნების დაკმაყოფილების გარდა გარანტირებული იყოს აუცილებელი საფრენოსნო ხარისხი, მოცემული სასარგებლო დატვირთვის, ფრენის სიშორის, კრეისერული სიჩქარის, ფრენის სიმაღლის გათვალისწინებით. თანაბარ პირობებში საუკეთესოა ყველაზე მცირე მასის მქონე კონსტრუქცია. აქედან გამოდის მარტივი დასკვნა, რომ თვითმფრინავი რომელიც დამზადებულია მსუბუქი მასალით, უნდა იყოს ყველაზე ეფექტური. ეს დასკვნა უპირველეს ყოვლისა ეხება კომპოზიციურ მასალებს [20].

მასალის სიმტკიცე და დრეკადობის მოდული განსაზღვრავს გარსული კონსტრუქციის ქცევას. ეს სწორედ ის მახასიათებლებია რომლის სიდიდეც მნიშვნელოვნად შეიძლება გაიზარდოს კომპოზიციური მასალების გამოყენების შემთხვევაში.

ტექნიკის სხვა დარგებში პოლიმერული მასალების გამოყენების პრაქტიკა, ცხადყოფს რომ მეტალებისაგან განსხვავებით, მათთან მუშაობა ქმნის ნაკლებ სირთულეს გარემო პირობების გავლენებთან მიმართებაში. ასევე, კომპოზიციური მასალების და კონსტრუქციების ლაბორატორიულმა კვლევამ დაადასტურა შესაძლებლობა მნიშვნელოვნად გაიზარდოს დალილობის სიმტკიცე და რღვევისადმი წინააღმდეგობა ასეთი კომბინირებული მასალების სისტემების გამოყენებით.

საავიაციო ტექნიკის მიმართულებით, ფართო გამოყენება აქვს ბოჭკოვანი მატრიცა + ებონიტური შემავსებელი ტიპის კომპოზიციურ მასალებს, რაც უპირატესად გამოწვეულია იმით, რომ უშუალოდ ხდება კონკრეტული გეომეტრიული პარამეტრების მქონე (რთული ფორმის ზედაპირები) კონსტრუქციის დამზადება. ლითონებისგან განსხვავებით, აღარ არის საჭირო რაიმე შუალედური, ნახევარ ფაბრიკატის ფორმის ნამზადების არსებობა, რომელთა შემდგომი რთული ტექნოლოგიური დამუშავების გზით მიიღწეოდა სასურველი ფორმის კონსტრუქციის მიღება. გარდა ამისა, საკმაოდ დაბალია მათი ხვედრითი წონა. ასევე შესაძლებელია დამზადდეს კონკრეტული სიმტკიცის მახასიათებლების მქონე კონსტრუქცია უშუალოდ შემადგენელი ბოჭკოების მასალის, მათი ორიენტაციის, დამზადების ტექნოლოგიის და სხვა შერჩევის გზით.

კომპოზიციური მასალების გამოყენება კონსტრუქტორისგან მოითხოვს ორი გარემოების გათვალისწინებას: პირველი არის ის რომ თვითონ კონსტრუქცია ხდება გაცილებით რთული, რადგან აუცილებელია მთლიანობაში გათვალისწინებული იქნას მასალის ფენებში ბოჭკოების მიმართულება და მასთან დაკავშირებული თვისებების ცვლილება. მეორეს მხრივ, შესაძლოა გამოყენებული იქნას აეროდინამიკული მახასიათებლების (აეროდინამიკული პროფილი, ზედაპირის სისუფთავე, გაბარიტული პარამეტრების თანაფარდობა)

გაუმჯობესების მრავალი კონსტრუქციული გადაწყვეტა. ეს მოითხოვს კონსტრუქტორისგან მრავალმხრივ ტექნიკურ ცოდნას და ნოვატორულ აზროვნებას, რაც მნიშვნელოვანია პერსპექტიული საფრენი აპარატების დაპროექტებისთვის. გარდა ამისა, კომპოზიციური მასალები საშუალებას იძლევა შემცირდეს თვითმფრინავის, როგორც წარმოების, ასევე ექსპლუატაციის ღირებულება და გაიზარდოს მისი საიმედოობა. ახალი კონსტრუქციული იდეები, კომპოზიციური მასალების გამოყენებით, საშუალებას იძლევა მნიშვნელოვნად გაუმჯობესდეს თვითმფრინავის საფრენოსნო მახასიათებლები [20].

კომპოზიციური სხეული თავისთავად გულისხმობს იმას, რომ ის სხვადასხვა თვისებების მქონე სხეულთა ნაერთს - კომპოზიციას წარმოადგენს, რომელსაც მთლიანობაში გააჩნია ისეთი ახალი თვისება, რაც მასში შემავალი ცალ-ცალკე აღებული სხეულების თვისებებისგან განსხვავდება [8]. იმისათვის, რომ შეიქმნას ისეთი კომპოზიციური სხეული, რომელსაც მუშაობის პირობების მიხედვით წინასწარ მოცემული თვისებების მქონე მექანიკური მახასიათებლები ექნება, ტექნიკურად რთული ამოცანაა და მისი გადაწყვეტა მრავალ ფაქტორთან არის დაკავშირებული. კერძოდ, ნაკლებად არის შესწავლილი დეფორმაციული და სიმტკიცის თვისებები დროის ფაქტორის გათვალისწინებით, პროექტირებისა და გაანგარიშების სრულყოფილი მეთოდების არ არსებობა და სხვა ფაქტორები, რომელიც ამუხრუჭებს პრაქტიკაში კომპოზიციური სხეულების ფართო დანერგვას. ამის მიუხედავად, დღეის მდგომარეობით, მაინც მიღწეულია უაღრესად მნიშვნელოვანი შედეგები.

ბოჭკოვანი მატრიცა + ებონიტური შემავსებელი ტიპის კომპოზიციური მასალების ძაბვებსა და ფერორმაციებს შორის კავშირი შეიცავს დროის ფაქტორსაც, ანუ მათი დეფორმაცია გარდა ძაბვებისა, დამოკიდებულია დროზეც. ასეთ სხეულებს ზოგადად დრეკად-ბლანტ სხეულებს უწოდებენ. მცირე ძაბვების შემთხვევაში, ბლანტი დრეკადობის თეორიის პრინციპების გამოყენებით, დამაკმაყოფილებელ შედეგებს იძლევა წრფივი მიახლოება, მაგრამ ზოგიერთი კომპოზიციური სხეულისთვის წრფივი დეფორმირების არე ძალიან ვიწროა და ასეთი მასალის გამოყენება კონსტრუქციაში არაეკონომიურია. ეს კი ბიძგის მიმცემია იმისა რომ



აუცილებელია შემუშავდეს კომპოზიციური მასალებისთვის დეფორმირების არაწრფივი თეორია. დაზუსტებისთვის განვმარტოთ რომ ზემოთ აღნიშნული ტიპის (უფრო კონკრეტულად პოლიმერულ) კომპოზიციურ მასალებს არ გააჩნია „მასალათა გამძლეობა“ [8], ამიტომ ყოველი კონკრეტული ნიმუში ინდივიდუალურად უნდა იქნას შესწავლილი.

კომპოზიტი დროის მიხედვით იცვლის თვისებებს, ჩვეულებრივ ტემპერატურაზე ემორჩილება ცოცვადობისა და რელაქსაციის მოვლენებს, რაც მათი ერთ-ერთი ძირითადი უარყოფითი თვისებაა, რომლის გაუთვალისწინებლობა დაუშვებელია, რათა აცილებული იქნას საფრენი აპარატის ექსპლუატაციისას, შესაძლო კატასტროფული შედეგები.

ასეთი ტიპის კომპოზიტების მექანიკური თვისებების აღსაწერად ძირითადად იყენებენ ორ მიდგომას

1) მოდელების თეორია, რომელიც დაფუძნებულია წმინდად დრეკადი და ბლანტი ელემენტებისგან გარკვეული კომბინაციით შემდგარი სისტემების დეფორმაციის ხასიათის გამოკვლევით და კონკრეტულ მასალასთან მისი დაკავშირება ხდება შესაბამისი პარამეტრების შერჩევით.

2) მემკვიდრეობის ანუ ბოლცმანის თეორია, რომლის მიხედვით: დრეკადი ძალები დამოკიდებულია არა მარტო მყისიერად მიღებულ გადაადგილებაზე, არამედ მის შემდგომ განვითარებულ დეფორმაციებზეც, რომლებიც დატვირთვის დროის ზრდასთან ერთად, თანდათანობით მცირდება. ასევე, დროის სხვადასხვა მომენტისთვის მიღებული დეფორმაციების გავლენა შეჯამდება, ანუ გაერთიანდება უშუალო შეკრების გზით. აქაც კონკრეტულ მასალასთან დაკავშირება ხდება შესაბამისი პარამეტრების შერჩევით.

უკანასკნელი შემთხვევა იძლევა ექსპერიმენტთან შეთავსების ფართო შესაძლებლობას და დიდი სიზუსტის შედეგების მიღებას, თუმცა პრაქტიკული გამოყენების თვალსაზრისით დიდ სირთულეებთანაა დაკავშირებული, შესაძლებელია მხოლოდ რიცხვითი ან გაფიკული გამოსახულებების გამოყენება.

რაც შეეხება მოდელების თეორიას, მიღებული შედეგების სიზუსტე, ექსპერიმენტთან შეთავსების თვალსაზრისით, მცირედით ნაკლებია, თუმცა

გამოყენების მხრივ საკმარისი. მოდელის დეფორმირების აღმწერი განტოლებები უმეტეს შემთხვევაში ამოხსნადია და აქვს ანალიზური ფორმა. ეს კი მნიშვნელოვნად ამარტივებს მისი გამოყენების შესაძლებლობას. დღემდე არსებული მონაცემებით გამოკვლეულია მხოლოდ მოდელების რამდენიმე მარტივი ვარიანტი (მაქსველის, კელვინ-ფოიხტის და მათი განზოგადებული შემთხვევის რამდენიმე ვარიანტი). აღნიშნულის საფუძველზე თემა უდაოდ აქტუალურია.

**ნაშრომის მიზანი:** შემუშავდა ეფექტური მეთოდიკა კომპოზიციური მასალებისგან დამზადებული კონსტრუქციის (აქცენტი გამახვილებულია საავიაციო ტექნიკაში გამოყენებად თხელკედლიან კომპოზიტურ სივრულ კონსტრუქციებზე) მექანიკური თვისებების და პარამეტრების განსაზღვრისთვის. ეს გულისხმობს მათი დეფორმაციის დამახასიათებელი მათემატიკური მოდელის შერჩევას, რომელიც საშუალებას მოგვცემს გაკეთდეს პროგნოზი, მოცემული დატვირთვების პირობებში, ხანგრძლივი დროის მანძილზე დეფორმაციების განვითარების შესახებ. მიღებული შედეგების და სიმტკიცის მოთხოვნების საფუძველზე მოხდება კონსტრუქციის გეომეტრიული პარამეტრების დაზუსტება (ნამზადის სისქის განსაზღვრა).

ასევე, კვლევის მიზანს წარმოადგენს ბოჭკოვანი მატრიცა + ებონიტური შემავსებელი ტიპის კომპოზიციური მასალების და მათგან დამზადებული საფრენი აპარატის თხელკედლიანი კონსტრუქციების (შემონაკერების) დეფორმაციის ხასიათის შესწავლა და სიმტკიცეზე ანგარიში, განზოგადებულ მოდელების საფუძველზე. შემუშავდა ეფექტური მეთოდიკა კონსტრუქციის მექანიკური თვისებების და პარამეტრების განსაზღვრისთვის. ეს გულისხმობს მათი დეფორმაციის დამახასიათებელი მათემატიკური მოდელის შერჩევას, რომელიც საშუალებას მოგვცემს გაკეთდეს პროგნოზი, მოცემული დატვირთვების პირობებში, ხანგრძლივი დროის მანძილზე დეფორმაციების განვითარების შესახებ. მიღებული შედეგების და სიმტკიცის, მოთხოვნების საფუძველზე მოხდა კონსტრუქციის გეომეტრიული პარამეტრების დაზუსტება (ნამზადის სისქის განსაზღვრა).

*მეცნიერული საბაზო:* გადმოცემულია მოდელების თეორიის შემდგომი განვითარების მეთოდოლოგია, მიღებული შედეგების ანალიზი და გამოყენების პერსპექტივები. მთავარ ამოცანას წარმოადგენს მიღებული თეორიული შედეგების, ექსპერიმენტების გზით (ეს იქნება უშუალოდ ფიზიკური თუ რიცხვითი ექსპერიმენტი), რეალური მასალის გამოცდის შედეგებთან შედარება და შეთავსება, მასალის პარამეტრების განსაზღვრა და შესაბამისად მიღებული შედეგების ანალიზის ჩატარება. ასეთი მასალისგან დამზადებული საფრენი აპარატის თხელკედლიანი კონსტრუქციების (შემონაკერების) სიმტკიცეზე საანგარიშო მეთოდოლოგიის შემუშავება მოდელების თეორიაზე დაყრდნობით, მიღებული შედეგების ანალიზი.

კვლევა მოიცავს თეორიულ და ექსპერიმენტულ ნაწილს. თეორიული ნაწილი გულისხმობს მოდელების საფუძველზე ბოჭკოვანი მატრიცა + ებონიტური შემავსებელი ტიპის კომპოზიციური მასალების დეფორმაციის ხასიათის შესწავლას, რაც გულისხმობს: მოდელების არსებული თეორიის (ბოლცმანის, კელვინ-ფოიხტის და ხოგიერთი სამ ელემენტური განზოგადებული მოდელი) განვითარებას. ეს გამოიხატება დრეკადი და ბლანტი ელემენტების შეერთების მიხედვით მათ კლასიფიკაციასა და დახარისხებაში და თავისუფლად შეერთებული ბლანტი ელემენტის მქონე 3 და 4 ელემენტური მოდელების დეფორმაციის ხასიათის შესწავლას ძირითადად ცოცვადობის (მუდმივი დატვირთვის შემთხვევა) და რელაქსაციის (მუდმივი დეფორმაციის შემთხვევა) პროცესებისთვის. შედგენილია დროზე დამოკიდებული დეფორმაციისა და ძაბვების მაკავშირებელი დიფერენციალური დამოკიდებულება და კონკრეტული პროცესისთვის დადგენილია მისი ამონახსნები, როგორც ანალიზური, ასევე თვისობრივი გარაფიკული ფორმით. შესწავლილია ზოგიერთი სხვა ტიპის სტატიკური თუ დინამიური პროცესი.

*პრაქტიკული გამოყენების თვალსაზრისით* საფრენ აპარატებში აღნიშნული კომპოზიციური მასალისგან დამზადებული თხელკედლიანი შემონაკერების სიმტკიცეზე ანგარიში, მოდელების თეორიის საფუძველზე. დათვლის პროცედურა მოიცავს, როგორც ანალიზურ, ასევე რიცხვითი მეთოდების გამოყენებას, საუბარია

მრავალფენოვანი გარსებისა და ფირფიტების სიმტკიცეზე გაანგარიშების მეთოდის აღწერასა და თხელკედლიან სივრცით კონსტრუქციებში რიცხვითი მეთოდების გამოყენებაზე. ასევე ხდება საფრენ აპარატებში გამოყენებული შემონაკერების სასრულ ელემენტთა მეთოდით ანგარიშის თავისებურებების შესწავლა. დამუშავებული მეთოდი შესაძლოა გამოყენებული იქნას საავიაციო ქარხნების საპროექტო დეპარტამენტებში, სადაც წარმოებს დაბალი და ცვლადი დრეკადობის მოდულის მქონე მასალებისგან შედგენილი თხელკედლიანი კონსტრუქციების დაპროექტება.

*შედეგების უტყუარობა* განპირობებულია ექსპერიმენტული კვლევებით, რომელიც მოიცავს:

1. ბოჭკოვანი კომპოზიციური მასალის სტატიკური გამოცდას ცოცვადობასა და რელაქსაციაზე, მიღებული შედეგების გაანალიზებას, კონკრეტული მოდელის შერჩევას და მისი პარამეტრების განსაზღვრას;
2. საფრენი აპარატის კომპოზიტური შემონაკერის მქონე ფრთისმაგვარი კონსტრუქციის საჭე, ელერონი, ფრთაუკანა ან სხვა კონკრეტული ნიმუშის (შესაძლებლობის მიხედვით) გამოცდის ექსპერიმენტული მონაცემების თეორიულთან შედარებას და ანალიზს. გამოცდა ჩატარდა რიცხვითი მოდელირების საშუალებით.

შედეგების უტყუარობა მტკიცდება აგრეთვე სხვადასხვა ავტორების მიერ მიღებული თეორიული და ექსპერიმენტული მეთოდების დამაკმაყოფილებელი თანდამთხვევით.

**ნაშრომის აპრობაცია და გამოქვეყნებული პუბლიკაციები:**

სადისერტაციო ნაშრომის ძირითადი შედეგები მოხსენებული იქნა:

- საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტის სტუდენტთა მე-11 საერთაშორისო სამეცნიერო ტექნიკურ კონფერენციაზე (თბილისი, 2017 წ.);
- საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტის სტუდენტთა მე-12 საერთაშორისო სამეცნიერო ტექნიკურ კონფერენციაზე (თბილისი, 2018 წ.);
- მე-9 საერთაშორისო კონფერენციაზე „სტრუქტურული მექანიკა და ტექნოლოგიები“ (ბათუმი, 2018 წ.);
- საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენციაზე „უწყვეტ გარემოთა მექანიკის მონათესავე პრობლემები“ (ქუთაისი, 2018 წ.);
- მე-10 საერთაშორისო კონფერენცია „არქიტექტურისა და მშენებლობის თანამედროვე პრობლემები“ (პეკინი, ჩინეთი, 2018 წ.);
- საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტის სტუდენტთა მე-13 საერთაშორისო სამეცნიერო ტექნიკურ კონფერენციაზე (თბილისი, 2019 წ.);
- საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის X საერთაშორისო კონფერენციაზე (ბათუმი, 2019 წ.);
- მე-17 საერთაშორისო კონფერენციაზე „მოდელირება მექანიკაში“ (ოსტრავა, ჩეხეთის რესპუბლიკა, 2019 წ.);
- მე-13 საერთაშორისო სამეცნიერო-პრაქტიკული კონფერენცია “თანამედროვე ინფორმაციული და საკომუნიკაციო ტექნოლოგიები ტრანსპორტში, ინდუსტრიაში და განათლებაში” (დნეპროპეტროვსკი, უკრაინა, 2019 წ.).

**პუბლიკაციები:** დისერტაციის თემაზე გამოქვეყნებულია 6 სამეცნიერო ნაშრომი და 7 მოხსენებათა თეზისი.

**ნაშრომის მოცულობა:** დისერტაცია შედგება შესავლის, მიმოხილვითი თავის, ძირითადი ნაწილის - მეორე და მესამე თავი, დასკვნების, გამოყენებული ლიტერატურისა და დანართისგან. იგი მოიცავს 154 გვერდს და ლიტერატურა არის 98 დასახელების.

## თავი 1. არსებული ბიბლიოგრაფიული მასალის მიმოხილვა და ანალიზი

### 1.1. კომპოზიტური მასალების გამოყენება საფრენ აპარატებში

მრავალფენიანი თხელკედლიანი კონსტრუქციები სულ უფრო ფართოდ გამოიყენება ავიამშენებლობაში, რაკეტების მშენებლობაში, სატრანსპორტო, ქიმიურ, ენერგეტიკულ, მანქანათმშენებლობასა და ტექნიკის სხვა დარგებში. საფრენ აპარატებში ყოველივე ეს კონსტრუქციების მაღალი სიმტკიცისა და მათი წონის საგრძნობი შემცირების აუცილებლობითაა გამოწვეული. რიგ შემთხვევებში ეს ბგერით, თბო და ვიბროსაიზოლაციო მოთხოვნების უზრუნველყოფითაა განპირობებული [20].

ამ აუცილებელი თავისებურებების ერთობლიობა უზრუნველყოფილია მრავალფენიანი კონსტრუქციების ცალკეული ფენებისთვის სხვადასხვა სახის შემთხვევების გამოყენებით. მზიდი ფენებისთვის გამოიყენება კომპოზიციური მასალები.

თვითმფრინავები განსხვავდება სხვა სატრანსპორტო საშუალებებისგან, დაბალი უსაფრთხოების კოეფიციენტით და მასის სიმძლავრესთან შეფარდების მაღალი მნიშვნელობით. უკანასკნელი გამოწვეულია მაღალი ხვედრითი მახასიათებლების მასალების გამოყენებით და პროექტირების თანამედროვე მეთოდებით. მიღებულია ჩაითვალოს, რომ თანამედროვე მოთხოვნებს აკმაყოფილებს ისეთი კონსტრუქცია, რომელიც შეესაბამება მრავალრიცხოვან ნორმატივებს სიჩქარეზე, უსაფრთხოებაზე და ეკონომიკაზე, რაც განაპირობებს ასაფრენი მასის 40-50%-ის ტოლ სრულ ტვირთამწეობას.

მასის პრობლემა მუდმივად ასტიმულირებს საავიაციო ტექნოლოგიების განვითარებას გაუმჯობესებული მასალების მიღების, ახალი კონსტრუქციული კონცეფციის, კონსტრუქციების მუშაობის უფრო მეტად სრულყოფილად გაგების და ანალიზის მიმართულებით.

მასალის შერჩევა და კონსტრუქციის პროექტირება უნდა წარიმართოს არამარტო მექანიკური თვისებების ანალიზის ან კონსტრუქციული ფუნქციის

მიხედვით ასევე საექსპლუატაციო მახასიათებლების და ღირებულების აუცილებელი გათვალისწინებით.

სამოქალაქო ავიაციაში პლანერის ერთეულოვანი მასის ღირებულება იცვლება ცარიელი თვითმფრინავის მასის პროპორციულად [28], კომერციული სატრანსპორტო თვითმფრინავებისთვის კი მასის და მუშაუნარიანობის შეფასება გამოდის მარტივი ერთეული მასის ღირებულების ფარგლებიდან. ეს ფაქტორები შემდგომში ზუსტდება კონსტრუქციებში კომპოზიციური მასალების გამოყენების განხილვისას. უნდა აღინიშნოს რომ კონსტრუქციის ზომების და სირთულის გაზრდა იწვევს ერთეული მასის ღირებულების გაზრდასაც, რის გამოც ამ მონაცემების შემცირება არის ძალიან მნიშვნელოვანი.

თვითმფრინავების პროექტირება წარმოებს ისე, რომ მოცემული მოთხოვნების დაკმაყოფილების გარდა გარანტირებული იყოს აუცილებელი საფრენოსნო ხარისხი, მოცემული სასარგებლო დატვირთვის, ფრენის სიშორის, კრეისერული სიჩქარის, ფრენის სიმაღლის გათვალისწინებით. თანაბარ პირობებში საუკეთესოა ყველაზე მცირე მასის მქონე კონსტრუქცია. აქედან გამოდის მარტივი დასკვნა, რომ თვითმფრინავი რომელიც დამზადებულია მსუბუქი მასალით, უნდა იყოს ყველაზე ეფექტური. ეს დასკვნა უპირველეს ყოვლისა ეხება კომპოზიციურ მასალებს.

კომპოზიციური მასალების ტექნიკის განვითარებასთან ერთად, მასის ეკონომიის განსაზღვრისთვის ჩატარებული იქნა გამოკვლევების ფართო წრე, საავიაციო კონსტრუქციებში მათი გამოყენების შედეგებიდან. მრავალმა ორგანიზაციამ აღიარა, რომ კომპოზიციური მასალები განაპირობებს კონსტრუქციის მასის მნიშვნელოვან შემცირებას და საავიაციო ტექნიკის საფრენოსნო ხარისხის სრულყოფას [29]. ეს დასკვნები ეხება როგორც სამხედრო ასევე სამოქალაქო ავიაციას.

## 1.2. საფრენ აპარატებში გამოყენებული მნიშვნელოვანი კომპოზიციური მასალები

თავისი წარმოშობით და განვითარებით, მსუბუქი კომპოზიციური მასალები მოთხოვნადი და მხარდაჭერილია საავიაციო კოსმოსური წარმოების მხრიდან. თანამედროვეობაში მათგან თავისი მნიშვნელობით გამოყოფენ მასალებს, რომელიც მიღებულია სხვადასხვა მატრიცებში მარმირებელ ბოჭკოსთან კომბინაციის გზით, რომელიც ათვისებულია სამრეწველო წარმოებაში და გამოშვებულია განსაზღვრული ზღვრული თვისებების მაჩვენებლებით [20].

ბოჭკოვანი კომპოზიტის დრეკადობა და არადრეკადობა განისაზღვრება არმატურის სახეობითა (მინა, ბორი, ნახშირბადი და ორგანული ბოჭკო) და მატრიცის (პოლიმერული, ნახშირბადოვანი, ლითონის, კერამიკული) ურთიერთქმედებით, აგრეთვე შედარებით დატვირთული კუთხის არმირების მიმართულებით. კომპოზიტები ფლობს ორი დონის არფაერთგვაროვნებას: მიკრო - (მონოშრე, შედგენილი ბოჭკოებისგან და შემკვრელისგან) და მაკრო არაერთგვაროვნება (ფენოვანი სტრუქტურა შედგენილი მონოფენებისგან, რომლებიც პაკეტში თავისუფლად არის ჩალაგებული სისქის მიხედვით). ამის გამო, კომპოზიტების მექანიკაში იკვეთება ორი მიმართულება - მიკრო და მაკრო მექანიკა [15].

ცხრ. 1-ში მოცემულია ინფორმაცია რამდენიმე ასეთ მასალაზე, იქვე შესადარებლად მოყვანილია ანალოგიური მონაცემები ალუმინზე და ტიტანზე [20].



ცხრილი 1.2.1. კონსტრუქციული მასალების მექანიკური თვისებები

მასალა	$\gamma, გ$ /სმ <sup>3</sup>	$\sigma, კგძ$ /მმ <sup>2</sup>	$\sigma/\gamma, კმ$	$E, კგძ/მმ^2$	$E/\gamma, კმ$
მინაპლასტი	2,08	168	80,7	3500	1682
ბოროპლასტი	2,02	140	69,3	21000	10400
ნახშირპლასტი	1,58	140	88,6	14000	8860
ბორალუმინი	2,76	122	44,1	- 28000	- 17700
ორგანობოქსოვანა	1,38	112	81,1	19600	7100
ალუმინი 7075				7700	5580
შენადნობი	2,76	55	19,8		
ტიტანი Ti-6% Al-4%				7000	2540
V შენადნობი	4,43	119	26,8		
				11200	25280

**1.2.1. მინაბოქსო**

მინაპლასტები წარმოადგენს უფრო მეტად საიმედო ტექნიკურ მასალას სხვა კომპოზიტებთან შედარებით განვითარებული ტექნოლოგიური ბაზის და ხანგრძლივი საექსპლუატაციო გამოცდილების გამო. იმ შემთხვევაში თუ არ არის საჭირო მასალისთვის იუნგის მოდულის მაღალი მნიშვნელობის ქონა, მაშინ ის რჩება ერთ-ერთ საუკეთესო და იაფ მასალად. გამოყენების ტემპერატურული ბარიერი მეტნაკლებად გავრცელებული მატრიცების მქონე მინაპლასტებისთვის არ აღემატება 150°C -ს. მიუხედავად იმისა, რომ თვითონ მინაბოქსო მუშაობს 540°C ტემპერატურაზე და უფრო ზევით. სპეციალური მატრიცის გამოყენების შემთხვევაში შესაძლოა ტემპერატურული დიაპაზონი რამდენადმე გაფართოვდეს.

### 1.2.2. ბორის ბოჭკო

ბორის ბოჭკოსგან დამზადებული კომპოზიციური მასალები ისტორიულად პირველად გამოიყენეს საავიაციო და კოსმოსური ტექნიკისთვის. მათი უპირატესობა გამოიხატება არა მარტო მაღალი ხვედრითი მექანიკური მახასიათებლების გამო, არამედ მათი მაკავშირებლად გამოყენების შესაძლებლობით, როგორც მინაპლასტთან, ასევე ალუმინთან. რამდენადაც საავიაციო კონსტრუქცია ჩვეულებრივ პროექტირდება სიხისტისა და სიმტკიცის მოთხოვნების გათვალისწინებით, ბორის ბოჭკოზე დაფუძნებული კომპოზიციური მასალა ეფექტურია გამოყენებული იქნას იმ აგრეგატებში, სადაც მცირე დეფორმაციები უნდა შეეთავსოს მაღალ სიმტკიცეს. ბორის ბოჭკო ჯერ კიდევ ითვლება ძვირფას მასალად, თუმცა მისი ღირებულება არც ისე დიდია, როგორც ნაჩვენებია ზოგიერთ წყაროში. მაგალითად პაუერსი [31] თვლის რომ ბორის ბოჭკოს ფასი რამდენადმე დამოკიდებულია სხვა ბოჭკოების ფასზე და მიღების ტექნოლოგიაზე. შედარებით მაღალი მოთხოვნა და დამზადების პროცესის სრულყოფა იმედს იძლევა რომ მისი ფასი შემცირდება.

### 1.2.3. ნახშირბადის ბოჭკოები

ნახშირბადის ბოჭკოები, ისევე როგორც ბორის, გამოიყენება კონსტრუქციული მიზნებისთვის. ამ ბოჭკოს შესაძლებლობები დიდია საწყისი ნედლეულის მრავალფეროვანი სახეებით უზრუნველყოფის თვალსაზრისით. ჯერჯერობით სხვა არცერთი ნედლეულისგან დამზადებული ბოჭკო ვერ ავლენს ისეთ დრეკადობას და სიმტკიცეს, როგორც აქვს ბლანტი ნართის პიროლიზით მიღებულ ბოჭკოს. დღესდღეობით, ნახშირბადის ბოჭკოებით არმირებული კომპოზიციური მასალების დამზადების მდგომარეობა ისეთივეა როგორც მინის და ბორის ბოჭკოების შემცველების ანალოგის, მაგრამ ბევრი სპეციალისტი წინასწარმეტყველებს მათ მსხვილმაშტაბიან გამოყენებას საავიაციო კონსტრუქციებში.

#### 1.2.4. პოლიმერული ბოჭკო

სინთეტიკური ბოჭკოების წარმოების ტექნოლოგიის სფეროში პროგრესმა მიაღწია ისეთ დონეს, რომ შესაძლებელი აღმოჩნდა მიღებული ყოფილიყო არაორგანული ბოჭკოებისგან კონსტრუირებული მაარმირებელი მასალები. ამის ნათელი მაგალითია Du Pont-ის ფირმის ბოჭკო PRD-49, რომლის მახასიათებლები მოყვანილია ცხრ.1.2.1-ში. ეს ბოჭკო თავსებადია უმეტეს გავრცელებულ მატრიცებთან და წარმატებით შეიძლება გამოყენებული იქნას ავიაციაში ალუმინის ან მინაპლასტის ნაცვლად. ის წარმოადგენს დაპატენტებულ ნაწარმს ერთერთი ჰეტეროციკლური არომატული პოლიმერის ბაზაზე და იწარმოება რამდენიმე ძირითადი მოდიფიკაციის სახით. გამოიყენება საბურავების და კაბელების წარმოებაში, ასევე კომპოზიტურ მასალებში.

#### 1.3. საფრენ აპარატებში კომპოზიტური მასალების გამოყენების მაგალითები

მინაპლასტები წარმოადგენს ყველაზე ადრეულ და ავიაციაში ხშირად გამოყენებად კომპოზიტურ მასალას. პირველად მათი გამოყენება მოხდა 40-იან წლებში, საავიაციო სარადარო მოწყობილობების დამზადებისას სამხედრო თვითმფრინავებზე, როცა საჭირო გახდა ისეთი მასალების არსებობა, რომელიც უზრუნველყოფდა აეროდინამიკური წინააღობის შემცირებას და ამავე დროს ექნებოდა დაბალი რადიოსიხშირული გაბნევა. ამ ტიპის ადრეულ კონსტრუქციებში იყენებდნენ მინის ქსოვილებს პოლიეთერული მაკავშირებლებით. თანამედროვე ამრეკლებში იყენებენ არაქსოვილურ შემავსებელზე და ეპოქსიდურ ფისებზე დაფუძნებულ მინაპლასტებს.

თავის მხრივ ამრეკლი წარმოადგენს მეორეხარისხოვან კონსტრუქციას, რადგანაც ის არ იღებს თვითმფრინავზე მოქმედ დატვირთვებს. მინაპლასტების გამოყენების სხვა მაგალითად გამოდგება თვითმფრინავის უკანა ნაწილები, ფრთის დაბოლოებები და სხვა ობიექტები. თანამედროვეობაში მნიშვნელოვნად დაიხვეწა, უშუალოდ ადგილზე, კომპოზიტური მასალებისგან მსხვილმამტანიანი

დეტალების წარმოების ტექნოლოგია, რაც საშუალებას იძლევა დამზადდეს არა მარტო მცირე ზომის მეორეხარისხოვანი, არამედ დიდი ზომის მნიშვნელოვანი დეტალები, მათ შორის ძალური კონსტრუქციები.

ნახ. 1.3.1-ზე მოცემულია მინაპლასტისგან დამზადებული თვითმფრინავის დეტალების რამდენიმე მაგალითი.

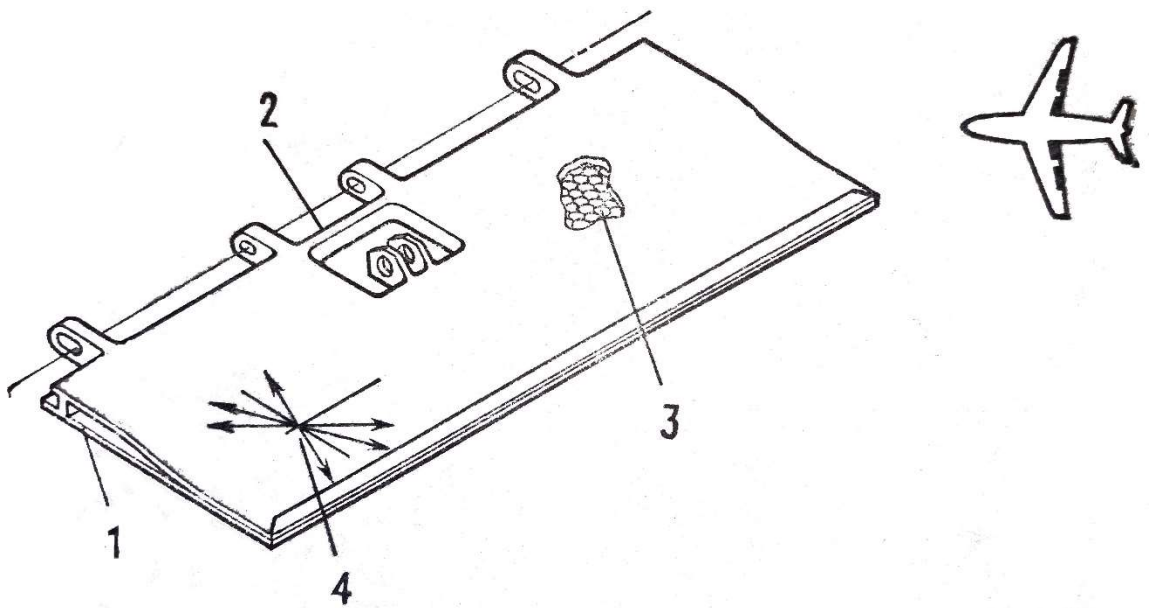


ნახ. 1.3.1 მინაპლასტისგან დამზადებული თვითმფრინავის დეტალები

რაც შეეხება ბორო და ნახშირპლასტებს ისინი თავდაპირველად გამოყენებული იყო სამხედრო აპარატების აგრეგატების დასამზადებლად. ტექნოლოგიების განვითარებასთან ერთად, დღესდღეობით სულ უფრო დიდი რაოდენობით ხდება მათი გამოყენება საავიაციო მრეწველობაში (როგორც სამხედრო, ასევე სამოქალაქო). ჯუნას და კელის [32] მიხედვით ასეთი მასალების

გამოყენება იძლევა 25%-იან ეკონომიას მასაში, ანალოგიური, სრულად მეტალური, ალუმინის კონსტრუქციის გამოყენებასთან შედარებით.

ნახ. 1.3.2-ზე გამოსახულია „ბოინგ 737“ თვითმფრინავის ექსპერიმენტული ინტერცეპტორი, რომელიც დამზადებულია ეპოქსიდური ნახშირპლასტისგან. ეს არის კონსტრუქციაში მასალის სტრუქტურის ოპტიმიზაციის მეთოდის გამოყენების კარგი მაგალითი.



ნახ. 1.3.2 „ბოინგ 737“ თვითმფრინავის ექსპერიმენტული ინტერცეპტორი. 1-მინაპლასტის ნერვიურა; 2-ალუმინის ფიტინგი და ლონჟერონი; 3-ალუმინის ფიჭური შემავსებელი; 4-ზედა და ქვედა შემონაკერი - ჯვარედინარმირებული ეპოქსიდური ნახშირპლასტი

მოცემულ შემთხვევაში, ეპოქსიდური ნახშირპლასტი გამოყენებულია ინტერცეპტორის ზედა და ქვედა შემონაკერისთვის, ლონჟერონი და სამაგრი ფიტინგები დამზადებულია ალუმინისგან, დამაბოლოებელი ნერვიურა კი ეპოქსიდური მინაპლასტისგან. შემავსებლად გამოყენებულია ალუმინის ფიჭა, აქვე უნდა აღინიშნოს რომ დღესდღეობით ფართო გამოყენება აქვს წებო-მუყაოს ფიჭის და ქაფის ტიპის შემავსებლებს.

სტატისტიკურ გამოცდაზე ინტერცეპტორმა გაუძლო მაქსიმალური საანგარიშო დატვირთვის 169%-ს, რის გამოც გალუნვა შემცირდა 20%-ით. მიღწეული მასის ეკონომია გამოვიდა 24% [33]. მასური და სიმტკიცის მახასიათებლების მნიშვნელოვანი გაუმჯობესების მიუხედავად, საჭიროა უფრო ზუსტი დათვლის მეთოდის გამოყენება (როგორცაა სასრულ ელემენტთა მეთოდი) რათა მიღწეული იქნას ოპტიმიზაციის მეტი ხარისხი. გამოცდის შემდეგ ორი ასეთი ინტერცეპტორი დაყენებული იქნა „ბონგ 737“-ზე შემდგომი ხანგრძლივი ექსპლუატაციის მიზნით.

#### 1.4. კომპოზიტური მასალების სიმტკიცე და სიხისტე

თანამედროვე თვითმფრინავებს აქვთ პოლუმონოკოკური კონსტრუქცია, რომელიც შედგება ერთმანეთთან კოჭებით (ფერმებით) და სტრინგერებით დაკავშირებული თხელკედლიანი ფურცლებისგან, რათა აღმოფხვრილი იქნას მდგრადობის დაკარგვა. გარე შემონაკერი ან კედელი წარმოქმნის აგრეგატის (ფიუზელაჟი, ფრთა, სტაბილიზატორი) აეროდინამიკურ კონტურს. სიხისტის ელემენტები მაგრდება შემონაკერის შიდა ზედაპირზე და თავზე იღებს კონცენტრირებულ დატვირთვებს. ეს კონსტრუქცია დიდი ხნის მანძილზე ითვლებოდა აერონავტიკის გამოკვლევის ობიექტად და მნიშვნელოვნად განსხვავდება ჩვეულებრივი კონსტრუქციის აპარატებისაგან.

სიხისტის ელემენტების გამოყენება კონტურის საწყისი გადახრის თავიდან აცილების საშუალებას იძლევა, რომელიც გამოიწვევდა გარსის რღვევას, ხოლო შიდა წნევის გამოყენება უზრუნველყოფს თეორიული მნიშვნელობის მიღებას. ზემოთ მოცემული გამოსახულებიდან ცხადია, რომ მასალის სიმტკიცე და დრეკადობის მოდული განსაზღვრავს გარსული კონსტრუქციის ქცევას. ეს სწორედ ის მახასიათებლებია რომლის სიდიდეც მნიშვნელოვნად შეიძლება გაიზარდოს კომპოზიტური მასალების გამოყენების შემთხვევაში.

ტექნიკის სხვა დარგებში პოლიმერული მასალების გამოყენების პრაქტიკა, ცხადყოფს რომ მეტალებისაგან განსხვავებით, მათთან მუშაობა ქმნის ნაკლებ სირთულეს გარემო პირობების გავლენებთან მიმართებაში.

კომპოზიციური მასალების და კონსტრუქციების ლაბორატორიულმა კვლევამ დაადასტურა შესაძლებლობა მნიშვნელოვნად გაიზარდოს დადლილობის სიმტკიცე და რღვევისადმი წინააღმდეგობა ასეთი კომბინირებული მასალების სისტემების გამოყენებით.

არაერთგვაროვანი სტრუქტურის ბუნების მქონე მასალა თავისი ფიზიკურ მექანიკური ქცევით საკმაოდ მდიდარია, ვიდრე ერთგვაროვანი. კომპოზიტების დეფორმაცია და რღვევა სხვადასხვა სიტუაციაში იპყრობს მრავალი დარგის სპეციალისტების ყურადღებას [15]. ბოჭკოებით არმირებული კომპოზიტის ელემენტს ყოველთვის აქვს ბზარები, რაც გამოწვეულია ტექნოლოგიის არასრულყოფილებით, ასევე მასალის იდეალური მოდელის არ ქონის გამო. გ. ბარენბლანტის [48] მიერ შემოთავაზებული „კანონური“ ნახაზის ფარგლებში მოცემული მოდელი, გვეუბნება, რომ კომპოზიტებში ბზარები შეადგენს ტანის საერთო საზღვრის ნაწილს. დატვირთვების გაზრდით, რათქმაუნდა, ბზარებიც განვითარდება. კომპოზიტები, დეფექტებისა და დამატებითი საზღვრების გამო, რომლებიც ეწინააღმდეგება მათში ბზარების განვითარებას, წარმოადგენს რღვევის მექანიკის კვლევის ობიექტს. ამ მიმართულებით სამუშაოთა რიცხვი განუწყვეტლივ იზრდება [15].

პერსპექტივები, რაც დაკავშირებულია კომპოზიტური მასალების დამუშავებასა და დანერგვაზე გვაძალეხს ანგარიშის მეთოდების და ამ მასალებისაგან დამზადებული კონსტრუქციების აუცილებელ შემდგომ განვითარებას. ამ კომპლექსურ საკითხზე მუშაობს კომპოზიტების საინჟინრო მექანიკა. კომპოზიტების მექანიკის ძირითადი საკითხები განხილულია ი. ობრაზცოვის [45] ნაშრომში.

### 1.5. კომპოზიტების საინჟინრო მექანიკის მიმოხილვა

კომპოზიტური მასალების მეცნიერებაში დაისახა ახალი ტენდენციები დაკავშირებული მრავალფუნქციური დანიშნულების კონსტრუქციების შექმნის სურვილთან. აქედან გამომდინარე, ჩატარებულია კვლევები კომპოზიტების მიკრომექანიკის დარგში, რომლებიც შეისწავლის შიდა ველებს გარემოში დისკრეტული სტრუქტურით (ნაკლოვანებების გათვალისწინებით), ექსპლუატაციის პროცესში მასალების ეფექტური თვისებების ცვლილებას, კავშირს მაარმირებელი ელემენტების დონეზე სტრუქტურისა და ურთიერთობის თბოფიზიკური, ელექტროტექნიკური, მაგნიტური და სხვა თვისებებს შორის. **გ.ა. ვანინის** მიერ განზოგადებულია ამ მიმართულებით სამუშაოთა დიდი ციკლი [76].

მონოფენისა და სისქით ერთგვაროვანი ფენებისაგან  $[0^\circ]$ ,  $[0,90^\circ]$ ,  $[\pm 0]$  შედგენილი მასალების აღწერისას, არაერთგვაროვნების განხილვიდან გამორიცხვა ხორციელდებოდა ბოჭკოვანი კომპოზიტების დაყვანით ანიზოტროპულ გარემომდე; ეფექტური დეფორმირებადი მახასიათებლების განსაზღვრამ შეადგინა არმირებული გარემოთა თეორია (დეტალებისთვის იხ. **ვ.ვ. ბოლოტინის** და **ი.ნ. ნოვიჩკოვის** [57] **გ.ა. ვანინის** [76], **რ.მ. კრისტენსენის** [34] ცნობილი მონოგრაფიები, **ვ.ლ. ბიდერმანის** ნაშრომებში, მაგალითად [65]). ამ მეთოდს აქვს ანალოგი: წებოვანი ფირფიტების და გარსების განხილვისას მიღებულია სტრინგერების და შპანგოუტების საანგარიშო სქემების დაყვანა კონსტრუქციულად ანიზოტროპულ გარემოში [85]. **კომპოზიტების პრინციპულ მახასიათებელს წარმოადგენს** სტრუქტურულ დონეზე დაბრუნების შესაძლებლობა, მაგალითად, სიმტკიცის ამოცანებში [28].

ენერგეტიკული პრინციპის შემოღება - გადამწყვეტი წვლილი შეიტანეს **ვ.ვ. ბოლოტინის** და მისი სკოლის ნაშრომებმა [57] (იქვე დაწვრილებითი ბიბლიოგრაფია) გააღრმავა ინტერესი კარგად დამუშავებულ ანიზოტროპული სხეულის დრეკადობის თეორიის მიმართ. ამ მიმართულებით ნაშრომების უმრავლესობა შეიცავს მითითებებს **ს.გ. ლეხნიცკის** წიგნებზე [77], რომელმაც **ვ.ვ. ბოლოტინის** შენიშვნის მიხედვით გაასწრო თავის დროს. საინტერესოა



აღინიშნოს, რომ 1975 წელს გამომცემლობის “აკადემიკ პრესს” გამოშვებულ და რუსულად თარგმნილ 1978 წელს სერიის "კომპოზიციური მასალები" ტომების 7 და 8 ბევრ თავებში კომპოზიტები გაიგივებულია ერთგვაროვან ანიზოტროპულ სხეულთან.

გაანგარიშების მეთოდების დამუშავებას წინ უძღოდა თანამედროვე ტიპის კომპოზიტების კონსტრუქციული თვისებების შესწავლა. მიღებული იქნა საიმედო რიცხვითი მონაცემები; ყველაზე სრულყოფილი მოცემულია **გ.მ. გუნიაევის** წიგნში [72]. ამ მონაცემებმა მოგვცა საშუალება შევაფასოთ არა მხოლოდ თვისებები არმირების მიმართულებით, არამედ აგრეთვე ძვრისა და განივი წინაღობა. აღმოჩნდა, რომ ბოჭკოვანი კომპოზიტების უმრავლესობას ახასიათებს დრეკადი და სიმტკიცითი თვისებების მნიშვნელოვანი ანიზოტროპია და არმატურის გასწვრივ გაჭიმვისას რეკორდულად კარგ თვისებებთან ერთად, ცუდად ეწინააღმდეგება ფენათაშორის ძვრას და განივ ძალას.

არაერთგვაროვანი კომპოზიტის ჩანაცვლება ეფექტური ერთგვაროვანი ანიზოტროპული სხეულით წარმატებულად გამოიყენება სიხისტის, მდგრადობის, კოჭების, ფირფიტების და გარსების რხევების ამოცანების გადასაწყვეტად. დამახასიათებელი მომენტია კირხჰოფ - ლიავის ტიპის ტრადიციული კინემატიკური ჰიპოთეზებზე უარის თქმა და დაზუსტებული ამონახსნების ძიება, რომლებიც შეიძლება "გრძნობდნენ" კომპოზიტების ცუდ წინაღობას ძვრაზე. ამ სფეროში განმსაზღვრელია **ს.ა. ამბარცუმიანის** ნამუშევრები; განსაკუთრებით გამოვყოთ წიგნი [81] და მიმოხილვა [73]. ძირითადი ყურადღება გამახვილდა ბოჭკოვანი კომპოზიტების ძვრაზე წინაღობის შესწავლას, განსაკუთრებით კი სიბრტყეებში, სადაც იგი ძირითადად განისაზღვრება მატრიცის მიერ (ე.წ. ფენათაშორისი ძვრა). ლაპარაკია კომპოზიტების ძვრაზე წინაღობის შესწავლაზე, აღრიცხვაზე და მართვაზე. ძვრების აღრიცხვამ გამოიწვია ღეროების [91], ფირფიტების [29, 81], და გარსების [48, 73] გაანგარიშების დაზუსტებული მეთოდების შემუშავება, რომლებიც ითვალისწინებენ ბოჭკოვანი კომპოზიტების ამ თავისებურებას, და ძვრაზე და

განივი წინააღმდეგობის აღმოფხვრის გზების ძიებას. პერსპექტიულია – და ეს არის ერთ-ერთი მთავარი გზა სივრცული არმირების სქემებზე გადასვლისთვის (დაწვრილებით იხ. [97]). შემუშავებულია და დაყვანილია პრაქტიკულ რეალიზაციამდე ფენოვანი კონსტრუქციების რიცხვითი ანალიზის მეთოდები კომპოზიტების სპეციფიკური თვისებების გათვალისწინებით; გამოვეყნოთ ნ.ა. ალფუტოვის და მისი თანამშრომლების მიერ დაწერილი წიგნი [49]. პროგრესი მიღწეულია კომპოზიტური კონსტრუქციების თხელკედლიანი ელემენტების გაანგარიშებაში. უკნასკნელ წლებში, ა.ე. ბოგდანოვიჩის მიერ [56] დაიხვეწა ორთოტროპული თხელკედლიანი გარსების დაზუსტებული თეორია, რომელიც ითვალისწინებს გეომეტრიულ არაწრფივობას, განივი ძვრების დეფორმაციებს, ფორმის საწყის არასრულყოფილებას. შემუშავებულია არასტაციონარული დეფორმირების და ბოჭკოვანი კომპოზიტებისაგან ცილინდრული გარსების ფენობრივი რღვევის გაანგარიშების მეთოდი ვიბრაციულ და იმპულსური მკუმშავი ძაბვების დროს.

კომპოზიტების მექანიკის განვითარებაში წარმატებები იძლევა საშუალებას შეიქმნას განზოგადებული ნაშრომები კომპოზიტებისაგან კონსტრუქციების გაანგარიშების მეთოდებზე. განსაკუთრებით გამოვეყნოთ ვ.ვ. ვასილევის წიგნი [50], რომელშიც ორგანულად არის შერწყმული თანამედროვე ბოჭკოვანი კომპოზიტების კონსტრუქციული თვისებების თავისებურებების გათვალისწინება და საწყისი განტოლებების საინჟინრო სიზუსტე, რაც გვამლევს საშუალებას პრაქტიკაში მოვახდინოთ კომპოზიტების მაღალი პოტენციური შესაძლებლობების რეალიზება.

ცალკეული მიმართულებად ჩამოყალიბდა ნამუშევრები სქელკედლიანი კონსტრუქციების გასაანგარიშებლად მონოლითურობაზე და ენერგოტევალობაზე. განივი წინააღმდეგობა დიდწილად განსაზღვრავს კომპოზიტებისაგან სქელკედლიანი დახვეული ნაკეთობების მონოლითურობას. ნათქვამმა მოითხოვა რადიალური ძაბვების განსაზღვრის დაზუსტებული მეთოდები და ტექნოლოგიური და კონსტრუქციული მეთოდების შემუშავება, რომლებიც აღმოფხვრის განშრევების საშიშროებას; ამ მიმართულებით

ნამუშევრების მიმოხილვა მოცემულია ვ.ვ. ბოლოტინის [58] მოხსენებაში, [52] განზოგადებულ ლატვიის სსრ მეცნიერებათა აკადემიის პოლიმერების მექანიკის ინსტიტუტიტს ნამუშევრებში, ვ.ტ. ტომაშევსკის ნაშრომებში, კერძოდ მოხსენებაში მექანიკოსების V ყრილობაზე ალმა-ატაში [97], ვ.ლ. ბლაგონადეჟინის და თანამშრომლების ნამუშევარში [66].

კომპოზიტები აღმოჩნდა პერსპექტიული მასალები ენერჯის ინერციული დამგროვებლების – მქნევარებისთვის, რომელიც იძლევა საშუალებას დავაგროვოთ დიდი რაოდენობით ენერჯია მასის ერთეულზე. ენერგოტევადობით დაგეგმარება დიზაინი არ ჯდება მანქანათა ნაწილების გაანგარიშების ტრადიციულ მეთოდების ჩარჩოებში. აღნიშნულმა მოითხოვა კომპოზიტებისგან სხვადასხვა სახის ენერგოტევადი ელემენტების ანალიზის [43] გარდა მიდგომების ძიება, რომლებიც იძლევა საშუალებას გამოვაკლინოთ მბრუნავი დეფორმირებადი სხეულებით კინეტიკური ენერჯის დაგროვების საერთო კანონზომიერებები (გ.გ. პორტნოვი [62]).

თანამედროვე კომპოზიტების სპეციფიკური თვისებები არაერთგვაროვნება, ანიზოტროპია, არადრეკადობა მოითხოვს უფრო სპეციალიზებული ხასიათის თეორიების აგების გზების ძიებას, ვიდრე დრეკადობის თეორია და ანიზოტროპული სხეულის რეოლოგიაა, რომლებიც ითვალისწინებენ რეალურ სტრუქტურას. ამ ამოცანის წინაშე მდგარი სირთულეები აშკარაა. ამიტომ აღნიშნული ამოცანისათვის აუცილებელია საინჟინრო მიდგომა. მოდელების სიღრმე უნდა შეესაბამებოდეს კომპონენტების თვისებებზე ინფორმაციის სიზუსტეს, მათ შეფუთვის და მასალასთან ურთიერთქმედებას. ამასთან დაკავშირებით უნდა აღინიშნოს ა.მ. სკუდრეს და ფ.ი ბულავსის მიერ შესრულებული ნამუშევრები [44] არმირებული პლასტიკების სტრუქტურულ თეორიაში.

რიგი ამოცანებისთვის, როდესაც მაარმირებელი ბოჭკოების და ძირითადი ძაბვების ტრაექტორია არ ემთხვევა ერთმანეთს, არსებითია მასალის ბლანტდრეკადობის გათვალისწინება. დიდი როლი შეასრულა ი.ნ. რაბოტნოვის ნამუშევრებმა მემკვიდრეობითი სხეულების მექანიკის სფეროში, რაც

შეჯამებულია მონოგრაფიაში [45]. საქმე იმაშია, რომ პოლიმერული მატრიცა კომპოზიტებს ხდის ძალიან მგრძობიარეს ნიმუშის ძალურ და ტემპერატურულ ისტორიასთან - დამზადების ტექნოლოგიასთან და შემდგომი ექსპლუატაციის რეჟიმთან. კომპოზიტების ტექნოლოგიური უპირატესობა რიგ შემთხვევებში, განსაკუთრებით, გაუმართლებლად იყო გაფართოებული. ტექნოლოგიების შესაძლებლობები დიდია [25], მაგრამ არა შეუზღუდავი. ტექნოლოგიური შეზღუდვები ბევრად უფრო დიდ როლს თამაშობს კონსტრუქციის კომპოზიტებისგან დაგეგმარებისას, ვიდრე ლითონებისგან. განსაკუთრებით მგრძობიარეა ფორმირების პარამეტრებთან მატრიცით განსაზღვრული მახასიათებლები, როგორცაა ფენათაშორისი ძვრა და განივი წინაღობა. აქედან გამომდინარე, იზრდება ინტერესი პრობლემებისთვის "ტექნოლოგია – სიმტკიცე" [30, 92], "ზხარდი" სხეულის თეორიის შექმნა, დახვევის მექანიკა და შემდგომი გამყარება და აგრეთვე არმატურის ოპტიმალური დალაგების კანონები, ფორმირება და გამყარების რეჟიმების ძიება; ამ მიმართულების ნამუშევრები დაწვრილებით განიხილება [58, 52]. არასაკმარისად არის შესწავლილი ნახევრადფაბრიკატების მზა ნაკეთობად გარდაქმნის პროცესი და სქელკედლიანი ნაკეთობების გამყარებისას განშრევების საშიშროების აღმოფხვრა [63].

**ი.ნ. რაბოტნოვმა** მნიშვნელოვანი წვლილი შეიტანა მყიფე მასალების ხანგრძლივი სიმტკიცის თეორიის განვითარებაში [59]. შემოთავაზებულია რღვევის მოდელი, რომლის შესაბამისად მყიფე მასალაში ხანგრძლივად მოქმედი დატვირთვისას წარმოიქმნება ბზარები, რომლებიც იზრდება დროთა განმავლობაში და გარკვეულ მომენტში წარმოიქმნება მაგისტრალური ბზარი და ხდება რღვევა. ბზარების ზრდის პროცესის შესაფასებლად მოღებულია დაზიანებადობის პარამეტრი. აღნიშნული იდეები აღმოჩნდა ნაყოფიერი არმირებული პლასტიკების ცოცვადობის სტრუქტურული თეორიის განვითარებისათვის. განსახილველი პროცესების აღწერისათვის **ა.მ. სკუდრამ** და მისმა თანამშრომლებმა [54, 42] გამოიყენეს **ი.ნ. რაბოტნოვის** მიერ შემოღებული ინტეგრალური ბირთვები და დაზიანებადობის ფუნქცია.

კომპოზიტების დეფორმირების და რღვევის მოდელები ძირითადად ეყრდნობა საწყის ინფორმაციას, რომელიც მიღებულია მონოფენის ან მთლიანად პაკეტის მექანიკური გამოცდებიდან. აქედან გამომდინარეობს გაზრდილი მოთხოვნები ამ ინფორმაციის სიზუსტისა და უტყუარობის მიმართ. კომპოზიტების მექანიკური თვისებები, განსხვავებით ლითონებისგან, ხასიათდება ექსპერიმენტული მუდმივების მეტი რაოდენობით. მათი განსაზღვრა დაკავშირებულია არსებით მეთოდურ სირთულეებთან. პრაქტიკაში გამოიყენება ნიმუშების დამზადების, ექსპერიმენტების მეთოდიკის მრავალი ფორმა, ზომები და ტექნოლოგიები. ეს იწვევს შედეგების შეუდარებლობას და ქმნის კომპოზიტების კონსტრუქციული შესაძლებლობების შესახებ წინააღმდეგობრივ გარემოს. მექანიკური გამოცდების პრობლემისადმი რეალისტური მიდგომა მოითხოვს კომპოზიტების სიმტკიცისა და სიხისტის განმსაზღვრელი მახასიათებლებისა და განსაზღვრის მეთოდების ზუსტ რეგლამენტაციას, აძლიერებს არსებული მეთოდების კრიტიკული ანალიზის, მათი შეფასებისა და განზოგადების აუცილებლობას. წიგნში [95] გაკეთებულია მცდელობა შეირჩეს და შეფასდეს მსოფლიო გამოცდილების გათვალისწინებით (პირველ რიგში ამერიკის შეერთებული შტატების), თანამედროვე ბოჭკოვანი კომპოზიტების ბრტყელ და რგოლისებურ ნიმუშების გაჭიმვაზე, კუმშვაზე, ძვრაზე და ღუნვაზე გამოცდების ყველაზე პერსპექტიული მეთოდები, რომელიც გამოვიდა სამი გამოცემით სსრკ-ში და ითარგმნა ამერიკის შეერთებულ შტატებში. გამოცდების მეთოდების შერჩევა და მათი გამოყენება სფეროების დასაბუთება სხვადასხვა კლასის კომპოზიტებისათვის ეყრდნობა მდიდარ ფაქტობრივ მასალას.

ა. დუმბაძეს მონოგრაფიებში [8, 9] გადმოცემული აქვს თეორიული და ექსპერიმენტული კვლევისას მიღებული ორიგინალური შედეგები და მონაცემები, რომლებიც შესრულდა კ. ზავრიევის სახელობის სამშენებლო მექანიკისა და სეისმომედეგობის ინსტიტუტის პოლიმერების მექანიკის განყოფილებაში. ა. დუმბაძის მიერ გამოქვეყნებული შრომების საფუძველზე.

**ბ.კ. მიხაილოვისა, გ.ო. ყიფიანისა** და მათი მოწაფეების ნაშრომებში [17, 71] გადმოცემულია რეგულარობის დარღვევების მქონე ფენოვანი კომპოზიტებისაგან შემდგარი თხელკედლიანი სივრცითი კონსტრუქციების გაანგარიშების ამოცანების ამოხსნების აგება. ასევე მართკუთხა ფორმის სამფენოვანი კომპოზიციური ფირფიტის მდგრადობაზე გაანგარიშების მეთოდები.

### **1.6. თანამედროვე კომპოზიტების სპეციფიკურობა და მათი არაერთგვაროვნება**

კომპოზიტების კვლევის პროცესში მათი ანიზოტროპია და არადრეკადობა მოითხოვს ისეთი თეორიების ჩამოყალიბებას, რომელიც უფრო დამახასიათებელია მასალისთვის, ვიდრე დრეკადობის თეორია და ანიზოტროპული ტანის რეოლოგია, რომელიც ითვალისწინებს მასალის სტრუქტურას. სიძნელეები, რომელიც ამ გზაზე დგას აშკარაა. ამიტომ აუცილებელია ამ საკითხისადმი ინჟინრული მიდგომა. მოდელის სიღრმე უნდა შეესაბამებოდეს კომპოზიტის ზუსტ თვისებებს მასალებთან ურთიერთქმედებისას და მთლიანობაში [15]. ამასთან დაკავშირებით უნდა აღინიშნოს შრომები არმირებული ფირფიტის სტრუქტურის თეორიაზე, რომელიც შეასრულა ა.გ. სკუდრომ და ფ ბულავსმა [87].

როცა არმირებული ბოჭკოს ტრაექტორია დამთავარი ძაბვები არ ემთხვევა ერთმანეთს, არსებითია მასალის სიბლანტის მახასიათებელი. აქ დიდი როლი შეასრულა ი. რაბოტნოვის შრომებმა. მემკვიდრეობითი ცნების სხეულების მექანიკის სფეროში ვრცელი მონოგრაფია მოცემული [82]-ში. საქმე ისაა, რომ პოლიმერული მატრიცები კომპოზიტებს ძლიერ მგრძნობიარეს ხდის ძალების, ტემპერატურის, დამზადების ტექნოლოგიის და ექსპლუატაციის რეჟიმის მიმართ. რიგ შემთხვევებში, კომპოზიტების ტექნოლოგიური უპირატესობა, განსაკუთრებით ოპტიმიზაციის ანალიზური მეთოდით გადაწყვეტისას იყო უზომოდ გაზრდილი.

კომპოზიტური კონსტრუქციების პროექტირებისას საგრძნობლად დიდ როლს თამაშობს ტექნოლოგიური შეზღუდვები, ვიდრე მეტალისაგან დამზადებული

კონსტრუქციებისთვის. განსაკუთრებით მგრძობიარეა ისეთი პარამეტრები, როგორცაა ფენებშორისი ძვრის წინაღობა და განივი მოწყვეტა. სამუშაოები ამ მიმართულებით დაწვრილებითაა გადმოცემული [51] შრომაში.

ბოლო დროს დიდი ყურადღება ექცევა რღვევის პრობლემას, მათშორის, კომპოზიტების ნგრევის სპეციფიკურ სახეებს, ისეთი როგორცაა განშრევა და აშრევა, ბოჭკოებირ რღვევა მატრიცაში და ა.შ. [15]. ნგრევის პროცესის სხვადასხვა მექანიზმის ფორმულირების გასაგებად საკმარისია აღინიშნოს ციკლი ი. რაბოტნოვისა და ა. პოლილოვას შრომებისა, რომელიც მოცემულია [82]-ში და ი. სუვოროვის შრომებში [90]. ი რაბოტნოვმა შეიტანა არსებითი წვლილი მყიფე მასალების ხანგრძლივი სიმტკიცის თეორიის განვითარების საქმეში [60]. შემოთავაზებულია მყიფე მასალის რღვევის მოდელი, როცა მასზე ხანგრძლივად მოქმედი დატვირთვების გამო ჩნდება ბზარები, რომელიც იზრდება დროში და ხდება გახლეჩა. ბზარების განვითარების პროცესის აღწერისთვის შემოიტანება დაზიანების პარამეტრები. გამოყენებული იდეა გახდა ნაყოფიერი ცოცვადობის სტრუქტურული თეორიისა და არმირებული ფირფიტის ხანგრძლივი სიმტკიცის განვითარების საქმეში. ამ პროცესებზე მუშაობდნენ ა. სკუდრა და მისი თანამშრომლები [89, 87], რომლებმაც გამოიყენეს ინტეგრალური ბირთვი და და მუდმოვობის ფუნქცია, რომელიც ასევე ი. რაბოტნოვის ნაშრომებშიცაა.

კომპოზიტების მექანიკური თვისებები მეტალებისგან განსხვავებით, მრავალი ექსპერიმენტული მუდმივით ხასიათდება. მათი გამოთვლა დაკავშირებულია არსებულ მეთოდურ სიძნელებებთან. პრაქტიკაში ცნობილია მრავალი სხვადასხვა ფორმა, ზომა და ნიმუშის დამზადების ტექნოლოგიები, ექსპერიმენტის მეთოდიკა. ყოველივე ამას მივყავართ შედეგების შეუჯერებლობასთან და კომპოზიტებზე, როგორც კონსტრუქციულ მასალებზე, ურთიერთსაწინააღმდეგო აზრი იქმნება. მექანიკური გამოცდებისადმი რეალური მიდგომა მოითხოვს გარკვეული მახასიათებლების რიცხვის მკაფიო რეგლამირებას, კომპოზიტების სიმტკიცისა და სიხისტის მეთოდების დადგენას. ყოველივე ეს აძლიერებს არსებული მეთოდების შეფასებისა და განზოგადების კრიტიკულ მიდგომას. მსოფლიო მიღწევების გათვალისწინებით, ყველაზე პერსპექტიული გამოცდის მეთოდები თანამედროვე

ბოჭკოვანი კომპოზიტებისა გაჭიმვაზე, კუმშვაზე, ძვრასა და ღუნვაზე ბრტყელ და წრიულ ნიმუშებზე ამოკრებილი და განხილულია [94] წიგნში. კვლევის მეთოდები და სხვადასხვა კლასის კომპოზიტების საფუძვლიანი გამოყენების სფერო ემყარება მდიდრულ რეალურ მასალას.

კონსტრუქციული მასალების პრობლემა გლობალურია, მათ მიმართ ინტერესს მრავალი ქვეყანა ავლენს. ი.რაბოტნოვის უკანასკნელი პროექტი კომპოზიტების საინჟინრო მექანიკის შესახებ, იყო საერთაშორისო შრომების ოთხტომეული ს. მილეიკოსთან ერთად. მან მოახდინა რეალიზება იმ არც თუ ისე უბრალო იდეისა, რაშიც ჩართო ლონდონის სამეფო საზოგადოება - ა. კელი და სხვა გამოჩენილი სპეციალისტები კომპოზიტების ტექნოლოგიასა და მექანიკაში.

კომპოზიტების მაღალი კუთრი სიმტკიცე სიხისტე არმირებული ბოჭკოებიდან ენიჭება, რომელიც მასალის მზიდ კარკასს ქმნიან.

საყურადღებოა მიმოხილვათა სტატია სილიციუმის კარბიდის ბოჭკოს შექმნასა წარმოებაში მისი მოპოვების ტექნოლოგიაზე. შესაძლებელია დავუშვათ, რომ ამ ბოჭკოების უნიკალური თვისებები უახლოეს წლებში ბოჭკოების ტექნოლოგიებს შორის წამყვანი გახდეს, რაც თანამედროვე ტექნიკის მრავალი დარგის ხარისხიან ცვლილებებს გამოიწვევს.



## 1.7. კომპოზიტური მასალების გამოყენებით საფრენი აპარატების დაპროექტება

კონსტრუქტორების ყურადღების ცენტრში დგას საფრენი აპარატების საფრენოსნო ხარისხის - სიჩქარე, მასა, სიმძლავრე და ა.შ. სრულყოფა. მაგრამ ამის გამო არ შეიძლება სხვა პარამეტრების უგულებელყოფა, რომელიც განსაზღვრავს თვითმფრინავის სამომხმარებლო ხარისხს, როგორცაა ხარჯების შემცირება დამზადებასა და ექსპლუატაციაზე, უსაფრთხოების გაზრდაზე, საფრენი მახასიათებლების გაუმჯობესებაზე. რამდენიმე მათგანი შეიძლება განსაზღვროს ქვესისტემების, მასალების და ა.შ. ოპტიმალურმა შერჩევამ. ამასთან დაკავშირებით კონსტრუქტორმა სიღრმისეულად უნდა იცოდეს საექსპლუატაციო მოთხოვნები და ასევე მასალების სამომსახურებლო თვისებები, რომელსაც ის აირჩევს და კონსტრუქციის გეომეტრია, რომელშიც ისინი ერთვება [20].

თვითმფრინავის დაპროექტებისას კომპოზიტური მასალების გამოყენების დროს აუცილებელია ახლებური მიდგომა. ამის გამო იშლება კონსტრუქტორსა და მასალადმცოდნეს შორის გავლებული საზღვარი. კონსტრუქტორს შეუძლია გამოიყენოს კომპოზიტური მასალების ანიზოტროპია. კონკრეტული კვანძის ან აგრეგატის დამზადებისას ის მიაღწევს ოპტიმალურ რეზულტატებს ბოჭკოების მიმართულების ვარირებით და ამ გზით, დააპროექტებს მასალას ისევე როგორც კონსტრუქციას. ადრე წარმოებულმა კვლევებმა [29] უკვე აჩვენა ასეთი შესაძლებლობა. როგორც აღინიშნა ამ საქმეში კონსტრუქტორმა უნდა განსაზღვროს კვანძის ან აგრეგატის არამართო გარე, არამედ შიდა კონსტრუქციაც. ეს პროცესი კი განსხვავდება ტრადიციული მეთოდებისგან, რომელიც გამოიყენება მეტალებთან მიმართებაში.

კომპოზიტური მასალების გამოყენება კონსტრუქტორისგან მოითხოვს ორი გარემოების გათვალისწინებას: პირველი არის ის რომ თვითონ კონსტრუქცია ხდება გაცილებით რთული, რადგან აუცილებელია მთლიანობაში გათვალისწინებული იქნას მასალის ფენებში ბოჭკოების მიმართულება და მასთან დაკავშირებული თვისებების ცვლილება. მეორეს მხრივ, შესაძლოა გამოიყენებული იქნას აეროდინამიკული მახასიათებლების (აეროდინამიკული პროფილი,

ზედაპირის სისუფთავე, გაბარიტული პარამეტრების თანაფარდობა) გაუმჯობესების მრავალი კონსტრუქციული გადაწყვეტა. ეს მოითხოვს კონსტრუქტორისგან მრავალმხრივ ტექნიკურ ცოდნას და ნოვატორულ აზროვნებას, რაც მნიშვნელოვანია პერსპექტიული საფრენი აპარატების დაპროექტებისთვის. გარდა ამისა, კომპოზიტური მასალები საშუალებას იძლევა შემცირდეს თვითმფრინავის როგორც წარმოების ასევე ექსპლუატაციის ღირებულება და გაიზარდოს მისი საიმედოობა. ახალი კონსტრუქციული იდეები კომპოზიტური მასალების გამოყენებით საშუალებას იძლევა მნიშვნელოვნად გაუმჯობესდეს თვითმფრინავის საფრენოსნო მახასიათებლები.

### 1.7.1. დატვირთვები

თვითმფრინავის პლანერის პროექტირება იწყება მოცემული საფრენი მახასიათებლების ანალიზით. ისინი ჩვეულებრივ აღიწერება თვითმფრინავის ჰაერში მდებარეობის მიხედვით და მოიცავს ისეთ პარამეტრებს, როგორცაა შეტევის კუთხის დადებითი და უარყოფითი მნიშვნელობა, გადატვირთვა პიკირებიდან გამოსვლისას და სხვა. ისინი მოცემულია სამხედრო და სამოქალაქო საავიაციო ტექნიკის მოთხოვნებით და ინსტრუქციებით.

ახალი თვითმფრინავების დაპროექტებისას აეროდინამიკულ მილში მოდელების გამოცდის შედეგების ანალიზით განისაზღვრება ამწევი ძალა და შუბლური წინააღმდეგობა, რომლებიც წარმოიქმნება ფრენის სხვადასხვა სტადიაზე. ისინი თავის მხრივ გამოიყენება ფრთებზე, ფიუზელაჟზე და ფრთასხმულობაზე მღუნავი მომენტების, მგრები დატვირთვების და ძვრის ძალების განსაზღვისთვის და განაწილებისთვის, ამის გამო, ბუნებრივია, გათვალისწინებული უნდა იქნას სხვა მრავალი ფაქტორი მათ შორის მკაცრად სპეციფიკური. მაგალითად დაკიდებული მოტოგონდოლები შეიძლება გამოიცადოს უფრო მაღალ აჩქარებაზე, ვიდრე მთლიანი თვითმფრინავი. რის გამოც მისი განთავსება უნდა წარიმართოს ფრთაზე მოქმედი მღუნავი და მგრები მომენტების საფუძვლიანი ბალანსირებით. მარტივად რომ ვთქვათ,

თვითმფრინავის პროექტი მთლიანობაში წარმოადგენს აეროდინამიკული მოთხოვნების და კონსტრუქტორის შესაძლებლობების კომპრომისულ ვარიანტს. პროექტირების საწყის ეტაპზე წყდება ასევე მასალების არჩევის საკითხი. კომპოზიტური მასალების მომატებული სიმტკიცე და სიხისტე კონსტრუქტორებს შესაძლებლობას აძლევს უზრუნველყონ მზიდი ზედაპირების სექციის გათხელება და ფრთის ფარდობითი გაქანის გაზრდა ალუმინის კონსტრუქციასთან შედარებით.

სტენფორდის უნივერსიტეტის ანგარიშში [34] მოცემულია სატვირთო თვითმფრინავის აღწერა ძალიან მაღალი ფარდობითი ფრთის გაქანით, რომელიც 12-ის ტოლია, ის შესაძლოა დამზადებულიყო კომპოზიციური მასალებით.

### 1.7.2. დაშვებები პროექტირებისას

მასალების არჩევისას კონსტრუქტორს ხელთ უნდა ჰქონდეს ე.წ. საანგარიშო დაშვებები. ის წარმოადგენს მონოფენის ან ფენოვანი მასალის თვისებების მაჩვენებელს გაჭიმვაზე, კუმშვაზე და ძვრაზე, რომლითაც დამზადებულია კონსტრუქციის ელემენტი. მონოფენები ანიზოტროპულია და ამის გამო კონსტრუქტორი ცნობარში ვერ აღმოაჩენს სიმტკიცის ერთადერთ მნიშვნელობას, დრეკადობის მოდულს, პუასონის კოეფიციენტს და ა.შ. როგორც მეტალის შემთხვევაში იქნებოდა. ამის ნაცვლად გამოიყენება გრაფიკების სერიები, რომელზეც ილუსტრირებულია სიმტკიცის მოდულის ცვლილება ბოჭკოების მიმართულების დამოკიდებულებაზე. ამ მაჩვენებლების თეორიული მნიშვნელობები შესაძლოა მიღებული იქნას მიკრომექანიკის კანონების საფუძველზე, თუმცა პრაქტიკულად რეალიზებისთვის საჭიროა განისაზღვროს ექსპერმენტულად. გასათვალისწინებელია ასევე, რომ აღნიშნული პარამეტრები მნიშვნელოვნად არის დამოკიდებული მასალის ექსპუატაციის ტემპერატურაზე.

### 1.7.3. პროექტირება

შემდეგ სტადიას წარმოადგენს კონსტრუქციის შიდა კვანძის გეომეტრიის შესახებ გადაწყვეტილების მიღება. ამისათვის შეიძლება გამოყენებული იქნას ნოვატორული მიდგომა, რომელიც უზრუნველყოფს ეფექტური კონსტრუქციული გადაწყვეტის პროდუქტიული საწარმოო ტექნოლოგიის გამოყენებას. მცირე თვითმფრინავების შემთხვევაში ეს შეიძლება უზრუნველყოფილი იქნას ინტეგრალური კონსტრუქციის დამზადებით, როგორცაა შემონაკერი - ნერვიურა - ლონჟერონი, რომელიც საშუალებას იძლევა შემცირდეს დეტალების და აწყობის ოპერაციების რაოდენობა. დიდი ზომის თვითმფრინავებისთვის მდგომარეობა აუცილებლად გართულდება.

ზოგჯერ კვანძის გეომეტრიის განსაზღვრისთვის წარმოებს მთელი კონსტრუქციის დატვირთვების ანალიზი. რთული კონსტრუქცია შეიძლება წარმოადგენილი იქნას როგორც სასრული ელემენტების ერთობლიობა. ისინი წარმოადგენს სამ და ოთხ კუთხა (ზოგჯერ უფრო რთულ) მემბრანებს, ძვრაზე მომუშავე პანელებს, ერთღერძიან ღეროებს. შემონაკერის იმიტაციისთვის გამოიყენება ბრტყელი ელემენტები. აღნიშნული ელემენტების ზომები აირჩევა დატვირთვის სურათის სირთულიდან და კონსტრუქციის გეომეტრიიდან. კომპიუტერის გამოყენებით შესაძლებელია მოცემულ პირობებში და დატვირთვებში კონსტრუქციის დეფორმაციის გამოთვლა, რის შედეგაც, წინასწარ დათვლებში შედის აუცილებელი კორექტირებები. გამარტივებულ ელემენტებზე (მოდელებზე) მოქმედი დატვირთვები და ძალები გამოთვლება იგივე მეთოდით და შეესაბამება რეალურ კონსტრუქციას.

ასეთი მიდგომა შესაძლებელია გამოყენებული იქნას კონსტრუქციის ცალკეული ნაწილის ანალიზისთვის, ხშირად ამოკვეთენ შეერთების ადგილებს და კვანძებს. დღესდღეობით არსებობს საკმაო რაოდენობის კვალიფიციური კომპიუტერული პროგრამა რომლის საშუალებით მარტივად გადაწყდება აღნიშნული საკითხი.

პროექტირების პროცესი დაკავშირებულია ასევე მრავალი კონსტრუქციული ელემენტის (ნიმუშის) დამზადებასთან, ისეთი როგორცაა მცირე ზომის სამაგრი

პანელები, შეერთების ადგილები, ნიმუშები ამონაჭრებით, მილისმაგვარი ნიმუშები და ა.შ. ისინი შემდგომ გამოიცდება დატვირთვის სიჩქარის, ტემპერატურების და საკმარისად სრულად წარმოებული დატვირთვის ინტენსიობის იმიტირებით. დატვირთვებით რომელსაც უნდა გაუძლოს მითითებულმა ელემენტებმა, როგორც უფრო რთული კონსტრუქციის კვანძის შემადგენელმა ნაწილებმა. სხვადასხვა ელემენტების ხანგამძლეობის მახასიათებლები უნდა განისაზღვროს ადრეულ სტადიაზე, რათა შეტანილი იქნას აუცილებელი კორექტივები მისი კონსტრუქციის სრულყოფისთვის.

განსახილველი პროცესის უკანასკნელ სტადია ანალოგიურია მეტალების შემთხვევისა და მდგომარეობს სრულმამტაბიანი აგრეგატის გამოცდაში საანგარიშო დატვირთვების პირობებში.

## 1.8. პირველი თავის დასკვნები

ლიტერატურის მიმოხილვიდან შეიძლება შემდეგი დასკვნების გაკეთება:

- საფრენი აპარატების კომპოზიტური შემონაკერების სიმტკიცეზე ანგარიშის დახვეწის პრობლემა აქტუალურია და იმყოფება აქტიური დამუშავების სტადიაში;
- კონტინუალური სისტემების გაანგარიშების ტრადიციული ანალიზური და რიცხვითი მეთოდების გადატანა ამოცანათა განხილულ კლასზე ხვდება სიძნელეებს, რომლებიც დაკავშირებულია კონსტრუქციის დეფორმაციის არაწრფივ ბუნებასთან;
- ზოგიერთი შრომების გამოკვლევებით, განზოგადებული იმპულსური ფუნქციები გამოიყენება მხოლოდ დიფერენციალური განტოლებების ჩაწერისთვის, მაგრამ არა მათი ამოხსნების მისაღებად;
- ფართოდ განხილულია კომპოზიტური მასალების მექანიკის საინტერესო მოვლენა, თუმცა მიღებული შედეგები განმარტავს კომპოზიტური ფენოვანი ფირფიტების ხშირად შენიშნულ ქცევას. მიუხედავად იმისა, რომ განიხილებოდა მარტივი სტრუქტურის ფენოვანი ფირფიტები, მოსალოდნელია, რომ ფენების დაწყობის უფრო რთული სქემებიანი ფირფიტების ანალიზი გამოიწვევს ძირითადად მსგავსი შედეგის მიღებას;
- სამეცნიერო ლიტერატურაში პრაქტიკულად არ გვხვდება საფრენი აპარატების კომპოზიტური შემონაკერების სიმტკიცეზე ანგარიშის მეთოდების შედარებითი ანალიზი.

## თავი 2. საფრენ აპარატებში, კომპოზიტური თხელკედლიანი სივრცითი კონსტრუქციების სიმტკიცეზე გაანგარიშება

### 2.1. შესავალი

კომპოზიტური სხეული თავისთავად გულისხმობს იმას, რომ ის სხვადასხვა თვისებების მქონე სხეულთა ნაერთს - კომპოზიციას წარმოადგენს, რომელსაც მთლიანობაში გააჩნია ისეთი ახალი თვისება, რაც მასში შემავალი ცალ-ცალკე აღებული სხეულების თვისებებისგან განსხვავდება [8]. იმისათვის, რომ შეიქმნას ისეთი კომპოზიტური სხეული, რომელსაც მუშაობის პირობების მიხედვით წინასწარ მოცემული თვისებების მქონე მექანიკური მახასიათებლები ექნება, ტექნიკურად რთული ამოცანაა და მისი გადაწყვეტა მრავალ ფაქტორთან არის დაკავშირებული. კერძოდ, ნაკლებად არის შესწავლილი დეფორმაციული და სიმტკიცის თვისებები დროის ფაქტორის გათვალისწინებით პროექტირებისა და გაანგარიშების სრულყოფილი მეთოდების არ არსებობა და სხვა ფაქტორები, რომელიც ამუხრუჭებს პრაქტიკაში კომპოზიციური სხეულების ფართო დანერგვას. ამის მიუხედავად, დღეის მდგომარეობით, მაინც მიღწეულია უაღრესად მნიშვნელოვანი შედეგები.

ბოჭკოვანი მატრიცა + ებონიტური შემავსებელი ტიპის კომპოზიციური მასალების ძაბვებსა და დეფორმაციებს შორის კავშირი შეიცავს დროის ფაქტორსაც, ანუ მათი დეფორმაცია, გარდა ძაბვებისა, დამოკიდებულია დროზეც. ასეთ სხეულებს ზოგადად დრეკად-ბლანტ სხეულებს უწოდებენ. მცირე ძაბვების შემთხვევაში, ბლანტი დრეკადობის თეორიის პრინციპების გამოყენებით, დამაკმაყოფილებელ შედეგებს იძლევა წრფივი მიახლოება, მაგრამ ზოგიერთი კომპოზიტური სხეულისთვის წრფივი დეფორმირების არე ძალიან ვიწროა და ასეთი მასალის გამოყენება კონსტრუქციაში არაეკონომიურია. ეს კი ბიძგის მიმცემია იმისა, რომ აუცილებელია შემუშავდეს კომპოზიტური მასალებისთვის დეფორმირების არაწრფივი თეორია. დაზუსტებისთვის განვმარტოთ რომ ზემოთ აღნიშნული ტიპის (უფრო კონკრეტულად პოლიმერულ) კომპოზიტურ მასალებს არ გააჩნია

„მასალათა გამძლეობა“ [8], ამიტომ ყოველი კონკრეტული ნიმუში ინდივიდუალურად უნდა იქნას შესწავლილი.

კომპოზიტი დროის მიხედვით იცვლის თვისებებს, ჩვეულებრივ ტემპერატურაზე ემორჩილება ცოცვადობისა და რელაქსაციის მოვლენებს, რაც მათი ერთ-ერთი ძირითადი უარყოფითი თვისებაა, რომლის გაუთვალისწინებლობა დაუშვებელია, რათა აცილებული იქნას საფრენი აპარატის ექსპლუატაციისას შესაძლო კატასტროფული შედეგები.

სხეულის დეფორმაციის იდეალურ შემთხვევებად შეიძლება დავასახელოთ ორი მათგანი: 1) მყარი სხეულის დრეკადი დეფორმაცია, რომელიც ჰუკის კანონს ემორჩილება

$$\sigma = E\varepsilon, \quad (2.1.1)$$

სადაც  $\sigma$  ძაბვაა,  $\varepsilon$  ფარდობითი დეფორმაცია,  $E$  მასალის დრეკადობის (იუნგის) მოდული და 2) სითხის დენადობა, რომელიც ემორჩილება ნიუტონის კანონს

$$\sigma = \eta \frac{d\varepsilon}{dt}, \quad (2.1.2)$$

სადაც  $\eta$  არის სიბლანტის კოეფიციენტი, ხოლო  $\frac{d\varepsilon}{dt}$  დეფორმაციის ცვლილების სიჩქარე.

არსებობს რეალურ სხეულებში დეფორმაციის იდეალური განვითარებისაგან გადახრის ორი შემთხვევა:

1. პირდაპირ პროპორციული დამოკიდებულების არ არსებობა, დეფორმაციასა (მყარ სხეულებში), დეფორმაციის სიჩქარესა (სითხეებში) და ძაბვას შორის, ე.ი. ჰუკის და ნიუტონის კანონები არ სრულდება.
2. ძაბვის ერთდროული დამოკიდებულება დეფორმაციაზე, დეფორმაციის სიჩქარეზე, ასევე დეფორმაციის დროით მაღალი რიგის წარმოებულებზე. ასეთი ანომალიები დამახასიათებელია ისეთი სხეულებისთვის, რომელიც ერთდროულად ატარებს როგორც მყარი სხეულის ასევე სითხის თვისებებს. ასეთი ტიპის მასალებს უწოდებენ ბლანტ-დრეკად, ან დრეკად-ბლანტ სხეულებს.

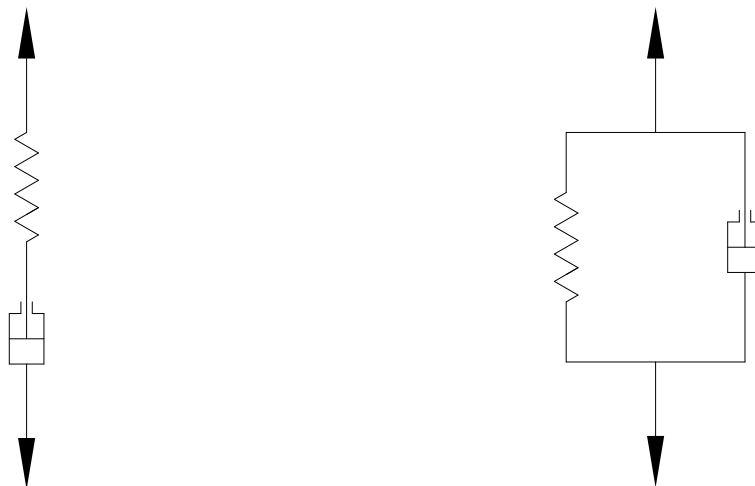


ლიტერატურაში, დრეკად-ბლანტი სხეულების ქვეშ განიხილება დენადი სხეულები, რომლებსაც გააჩნია დრეკადობა (მაგალითად, მაღალელასტიური თხევადი პოლიმერები და მათი ხსნარები).

ბლანტ-დრეკად სხეულებს მიეკუთვნება დრეკადი სხეულები, რომლებსაც დენადობა არ გააჩნიათ, მაგრამ ახასიათებთ შინაგანი ხახუნი (მაგალითად, სივრცული-სტრუქტურირებული პოლიმერები და სხვა).

## 2.2. მოდელების თეორია

პირველად, დრეკად ბლანტი სხეულების მოდელირება მოახდინა მაქსველმა, რომელიც წარმოადგენს მიმდევრობით შეერთებულ დრეკად (ზამბარა) და ბლანტი (ბლანტი სითხით შევსებული ცილინდრი რომელშიც გადაადგილდება დგუში) ელემენტების ერთობლიობას, ხოლო კელვინმა და მოგვიანებით ფოიხტმა დრეკადი და ბლანტი ელემენტების უკვე პარალელური შეერთებით, შექმნეს ბლანტ-დრეკადი სხეულის მოდელი. ნახ 2.2.1-ზე გამოსახულია ეს მოდელები.



მაქსველის მოდელი

კელვინ-ფოიხტის მოდელი

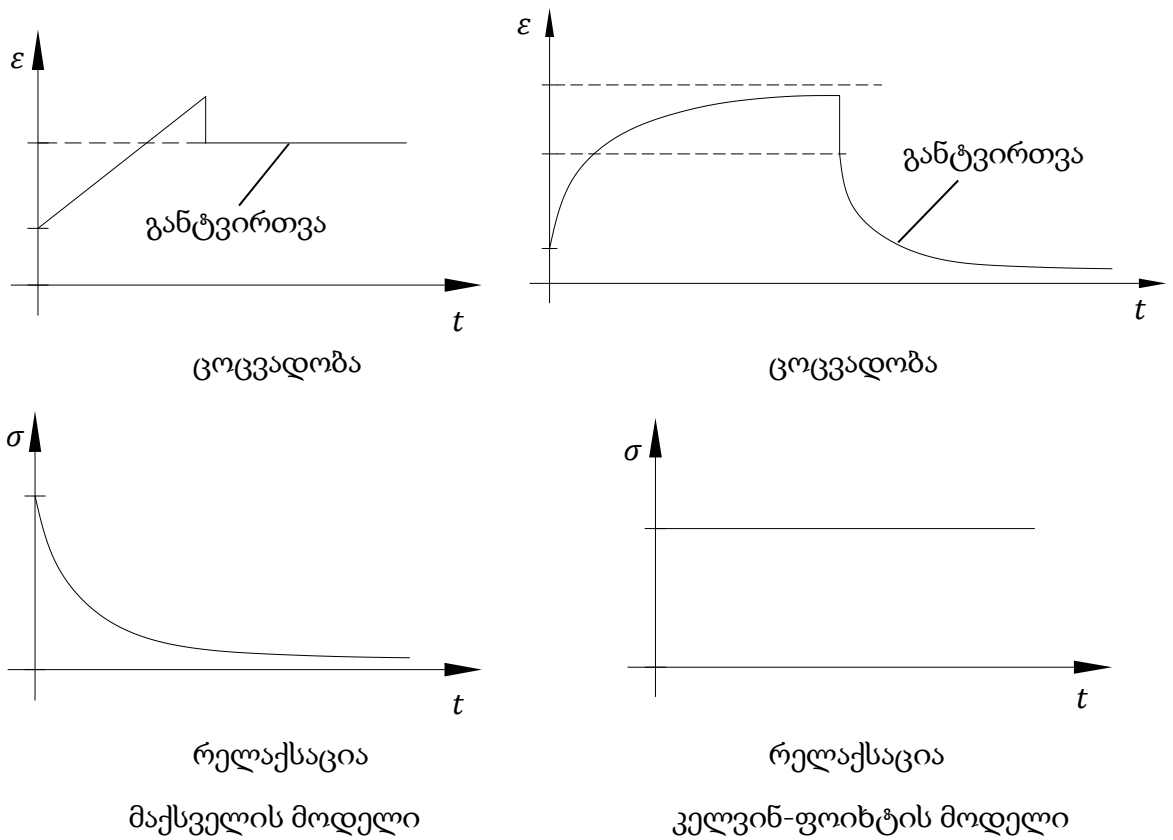
ნახ. 2.2.1 მაქსველისა და კელვინ-ფოიხტის მოდელები

ცდა აჩვენებს, რომ ძაბვებისა და დეფორმაციების მცირე მნიშვნელობებისთვის, სხეულების უმრავლესობის დეფორმირების კანონი შეიძლება აღიწეროს წრფივი განტოლებებით. მათში, ჰუკის კანონისგან განსხვავებით უნდა შედიოდეს  $t$  დრო, ამავე დროს კავშირი ძაბვას, დეფორმაციასა და დროს შორის არ არის ცხადი სახის, ის მოცემულია დიფერენციალური ან ინტეგრალური ფორმით.

ფუნქციონალური  $\varepsilon = \varepsilon(\sigma, t)$  დამოკიდებულების შემთხვევაში დეფორმაციის მნიშვნელობა დროის  $t$  მომენტში არ იქნებოდა დამოკიდებული დატვირთვის პროცესისგან, ე.ი. ძაბვის იმ მნიშვნელობისგან  $\tau$  მომენტში, რომელიც წინ უსწრებდა  $t$  დროს ( $\tau < t$ ). სინამდვილეში კი  $\tau$  მომენტიდან დაძაბული მდგომარეობის განვითარების მთელი შემდგომი პროცესი ძლიერ კავშირში იმყოფება სხეულში დაძაბულობის სურათთან დროის ნებისმიერი ( $t$ ) მომენტისთვის. ამიტომ ნებისმიერი ფუნქციონალური  $\varepsilon(\sigma, t)$  დამოკიდებულება ვერ დაახასიათებს დეფორმირების სურათს დროის მიხედვით.

კომპოზიტური მასალების მექანიკური თვისებების მოდელებით აღწერის იდეა გამოიხატება იმაში, რომ მასში შემავალი ელემენტების მარტივი დეფორმაციის გამომსახველი (2.1.1) და (2.1.2) დამოკიდებულებების საშუალებით აღიწეროს მთლიანი სხეულის დეფორმაციის სურათი. მაქსველისა და კელვინ-ფოიხტის მოდელების დეფორმაციის ხასიათი აღწერილია [8] ლიტერატურაში. უნდა აღინიშნოს რომ მაქსველის მოდელი თვისობრივად კარგად აღწერს მასალის ცოცვადობას (ანუ დეფორმაციის დროში განვითარებას მუდმივი დატვირთვის დროს), ხოლო რელაქსაციას (ძაბვების დროში ცვლილება მუდმივი დეფორმაციის დროს) ის ვერ აღწერს (თვისობრივადაც კი არ შეესაბამება ექსპერიმენტს). ხოლო კელვინ ფოიხტის მოდელში ხდება პირიქით - ცოცვადობა ცუდად აღიწერება, ხოლო რელაქსაცია თვისობრივად შეესაბამება ექსპერიმენტს. ნახ. 2.2.2-ზე წარმოდგენილია აღნიშნული მოდელების შესაბამისი ცოცვადობის და რელაქსაციის თვისობრივი გრაფიკული გამოსახულებები, დატანილია ასევე განტვირთვის პროცესის გამომსახველი მრუდები. ცოცვადობისა და რელაქსაციის

პროცესს დაწვრილებით აღწეროთ ქვემოთ განზოგადებული მოდელების აღწერისას.



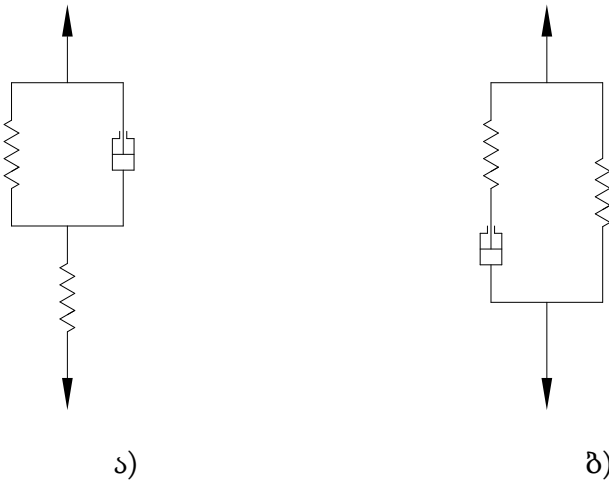
ნახ. 2.2.2 მაქსველისა და კელვინ-ფოიხტის მოდელების შესაბამისი ცოცვალობის და რელაქსაციის მრუდები

დრეკად-ბლანტი სხეულების დეფორმაციის ხასიათის უკეთ აღწერისას შეგვიძლია მოვახდინოთ მოდელებში მარტივი ელემენტების (დრეკადი და ბლანტი ელემენტები) რაოდენობის გაზრდა და შევაერთოთ ისინი მიმდევრობით ან პარალელურად. ასეთი განზოგადებული მოდელების კლასიფიკაციის მიზნით შეიძლება გამოვყოთ ორი ძირითადი ხაზი:

- 1) ელემენტების ჯაჭვში გვაქვს შემკვრელი დრეკადი ელემენტი ან გვაქვს უწყვეტად მიმდევრობით შეერთებული დრეკადი ელემენტების ერთობლიობა.
- 2) ელემენტების საერთო ჯაჭვში არსებობს სხვებისგან დამოუკიდებლად მიმდევრობით ჩართული ერთი მაინც ბლანტი ელემენტი.

ნახ. 2.2.3-ზე გამოსახულია კლასიფიკაციის პირველი ხაზის განზოგადებული სამ ელემენტური (ორი დრეკადი და ერთი ბლანტი ელემენტით) მოდელების ორი ვარიანტი. მათგან ა) შემთხვევა იწოდება ა. იშლინსკის „ტიპურ სხეულად“. მისი დეფორმაციის სურათი ასევე აღწერილია [8] ლიტერატურაში. ბ) ვარიანტი ზუსტად ანალოგიური თვისებების მატარებელია როგორც ა) და აღიწერება ძაბვის, დეფორმაციის და დროის მაკავშირებელი იდენტური პირველი რიგის დიფერენციალური განტოლებით (2.2.1).

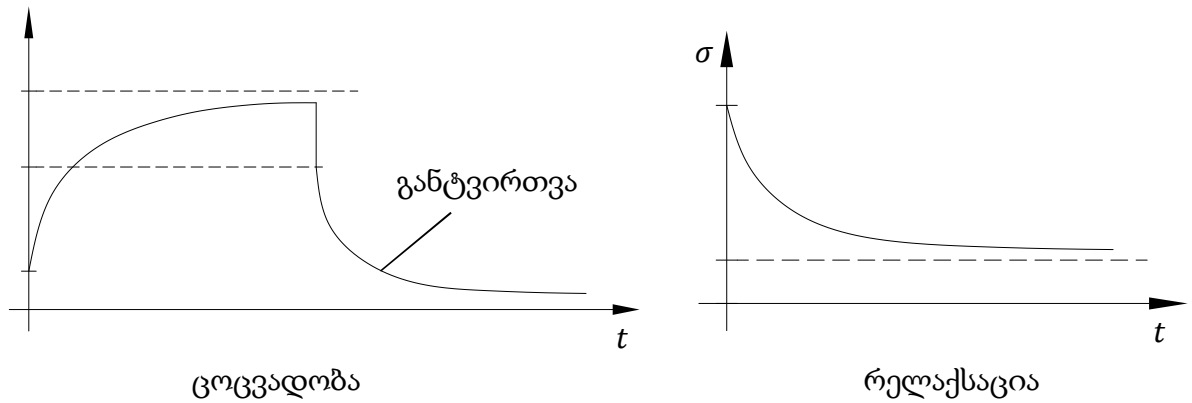
$$nH \dot{\varepsilon} + E\varepsilon = \sigma + n\dot{\sigma} \quad (2.2.1)$$



სამ ელემენტური მოდელები

ნახ.2.2.3 ორ და სამელემენტური მოდელები ორი დრეკადი და ერთი ბლანტი ელემენტით

(2.2.1)-ს ეწოდება რეოლოგიური განტოლება, მისი ზოგადი ამოხსნა ვერ ხერხდება. ამოხსნება მხოლოდ კონკრეტულ შემთხვევაში, თუ ჩავთვლით, რომ ან ძაბვა არის მუდმივი  $\sigma = \sigma_c = const$  (ცოცვადობის შემთხვევა) ან დეფორმაცია არის მუდმივი  $\varepsilon = \varepsilon_c = const$  (რელაქსაციის შემთხვევა). ამ შემთხვევების თვისობრივი გრაფიკული გამოსახულებები მოცემულია ნახ. 2.2.4-ზე, დეტალურად კი აღწერილია [8]-ში.



ნახ. 2.2.4 სამელემენტური განზოგადებული მოდელების შესაბამისი ცოცვადობის და რელაქსაციის მრუდები

უნდა აღინიშნოს რომ ეს მოდელები თვისობრივად კარგად ეთავსება ცოცვადობისა და რელაქსაციის მოვლენის ამსახველ ექსპერიმენტულ მონაცემებს, თუმცა რაოდენობრივი თავალსაზრისით იძლევა დიდ ცდომილებას.

### 2.3. ცოცვადობის წრფივი თეორია

თავდაპირველად ცოცვადობა აღწერილი იყო ბოლცმანის შრომებში და მოიხსენიებოდა მემკვიდრეობის თეორიის სახელწოდებით, რომელსაც საფუძვლად ედო შეჯამების ანუ სუპერპოზიციის პრინციპი [8].

1. დრეკადი ძალები დამოკიდებულია არა მარტო მყისიერად მიღებულ გადაადგილებაზე, არამედ მის შემდგომ განვითარებულ დეფორმაციებზეც, რომლებიც დატვირთვის დროის ზრდასთან ერთად, თანდათანობით მცირდება.
2. დროის სხვადასხვა მომენტისთვის მიღებული დეფორმაციების გავლენა შეჯამდება, ანუ გაერთიანდება უშუალო შეკრების გზით.

ჩავთვალოთ, რომ კომპოზიტურ სხეულზე, დროის რაიმე  $\tau$  მომენტში მოღებულ იყო ძაბვა  $\sigma(\tau)$ , რომლის გავლენით  $\Delta\tau$  დროის განმავლობაში სხეულმა მიიღო დეფორმაცია. თუ სხეულს დატვირთვას მოვხსნით, მაშინ უკვე მიღებული

დეფორმაცია დროის რომელიღაც  $t$  მომენტისთვის ( $t > \tau$ ) პროპორციული იქნება ძაბვის მოქმედების ხანგრძლივობის  $\Delta\tau$ -ს, ძაბვის  $\sigma(\tau)$ -ს და რაიმე  $K(t - \tau)$  ფუნქციის ნამრავლის, უკანასკნელი დამახასიათებელია მოცემული სხეულისთვის და წარმოადგენს მონოტონურად კლებად ფუნქციას. მას მემკვიდრეობის კოეფიციენტი ანუ გავლენის ფუნქცია ეწოდება და ასახავს დროის  $t$  მომენტში დეფორმაციაზე იმ ძაბვის გავლენას, რომელიც მოდებული იყო სხეულზე დროის  $\tau$  მომენტისთვის.

აქედან გამომდინარე შეგვიძლია დავწეროთ რომ დეფორმაცია

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E} + \Delta\varepsilon, \quad (2.3.1)$$

სადაც  $\Delta\varepsilon$  დამოკიდებულია  $\sigma(\tau)$ ,  $\Delta\tau$  და  $K(t - \tau)$ -ზე, ამასთანავე  $\sigma(\tau)$ -ს მოქმედება სხვადასხვა  $\tau < t$  დროისთვის იკრიბება.

$$\Delta\varepsilon = \sum \frac{\sigma(\tau)}{E} \Delta\tau K(t - \tau), \quad (2.3.2)$$

რის შემდეგაც (2.3.1) მიიღებს სახეს:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E} + \sum \frac{\sigma(\tau)}{E} \Delta\tau K(t - \tau). \quad (2.3.3)$$

(2.3.3)-ში გადავიდეთ ზღვარზე, როცა  $\Delta\tau \rightarrow 0$ , მივიღებთ:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E} + \frac{1}{E} \int_0^t K(t - \tau) \sigma(\tau) d\tau. \quad (2.3.4)$$

(2.3.4) წარმოადგენს ვოლტერას ტიპის მეორე გვარის ინტეგრალურ განტოლებას, რომლის ამონახსნს ექნება სახე:

$$\sigma(t) = E\varepsilon(t) - \int_0^t T(t - \tau) \varepsilon(\tau) d\tau, \quad (2.3.5)$$

სადაც  $T(t - \tau)$  რელაქსაციის სიჩქარის ფუნქციაა.

ამბობენ, რომ დეფორმაციებს წრფივი თვისება აქვს თუ ძაბვების წრფივ კომბინაციას, შეესაბამება დეფორმაციების წრფივი კომბინაცია:

$$\sigma_1 + K\sigma_2 = \varepsilon_1 + K\varepsilon_2. \quad (2.3.6)$$

(2.3.4) და (2.3.5) განტოლებები გამოიყენება წრფივ შემთხვევაში. ისინი შეიძლება ჩაიწეროს სხვა ფორმითაც:

$$\varepsilon(t) = \int_0^t \Pi(t - \tau) d\sigma(\tau) \text{ და } \sigma(t) = \int_0^t R(t - \tau) d\varepsilon(\tau). \quad (2.3.7)$$

ისინი წარმოადგენს ვოლტერას ტიპის პირველი გვარის ინტეგრალურ განტოლებებს, სადაც  $\Pi(t - \tau)$  არის მონოტონურად კლებად დროთა სხვაობის ფუნქცია, ან ერთგანზომილებიანი დრეკადი სისტემის მოქნილობის ანუ ცოცვის ფუნქცია. დროის საწყის მომენტში, როცა  $t = 0$ , ეს ფუნქცია  $\Pi(0) = \frac{\varepsilon(0)}{\sigma_c} = \frac{1}{E}$ , ხოლო (2.3.7)-ში ნაწილობითი ინტეგრების გამოყენების შემდეგ (2.3.4) გამოსახულებასთან შედარებით ცოცვის ფუნქციისთვის მივიღებთ

$$\dot{\Pi}(t - \tau) = \frac{1}{E} K(t - \tau). \quad (2.3.8)$$

თუ განვიხილავთ მუდმივი ძაბვით გამოწვეულ დეფორმაციას ( $\sigma = \sigma_c = const$ ), მაშინ (2.3.4)-დან მივირებთ ცოცვადობის განტოლებას:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_c}{E} \left[ 1 + \int_0^t K(\tau) d\tau \right]. \quad (2.3.9)$$

თუ მოვახდენთ მის გაწარმოებას მაშინ მივიღებთ  $K(t) = \frac{E}{\sigma_c} \frac{d\varepsilon(t)}{dt}$ . როგორც ვხედავთ  $K(t)$ , რომელიც წარმოადგენს (2.3.4) ინტეგრალური განტოლების გულს, არის დეფორმაციის სიჩქარის ფუნქცია. ეს პროცესი შეიძლება აღიწეროს (2.3.7) გამოსახულებითაც,  $\Pi(t)$  ცოცვის ფუნქციის გამოყენებით. საფეხურებრივი დატვირთვის შემთხვევაში  $\sigma(t) = \sigma_c h(t)$ , სადაც  $h(t)$  არის ხევისაიდის ფუნქცია, ხოლო მისი დროით წარმოებული  $\frac{dh(t)}{dt} = \delta(t)$  დირაკის ფუნქცია. ცოცვადობის პროცესისთვის მარტივი გარდაქმნებით მივიღებთ:

$$\varepsilon(t) = \sigma_c \Pi(t) \Rightarrow \Pi(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_c}. \quad (2.3.10)$$

უნდა აღინიშნოს, რომ წრფივი დეფორმირებისას ცოცვის ფუნქციები ყველა  $\sigma_c$  და  $t$ -თვის ერთნაირია.  $\sigma_c$ -ს უდიდეს მნიშვნელობას, როცა მოქნილობის მრუდები ერთმანეთს ემთხვევა, ეწოდება წრფივი დეფორმირების არის საზღვარი და

განტოლებები (2.3.1)-(2.3.10) მხოლოდ ამ შემთხვევებისთვის გამოიყენება. სხვა შემთხვევებში მიმართავენ არაწრფივ თეორიებს.

რელაქსაციური პროცესების აღწერის მიზნით ი. რობოტნოვის მიერ შემოტანილია ინტეგრალური განტოლების გულის სახე [8]:

$$R(t - s) = \frac{(t-s)^\alpha}{\Gamma(1+\alpha)}, \quad (2.3.11)$$

რომლის რეზოლვენტაა

$$\exists_\alpha \equiv K(t - s) = (t - s) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta^n (t-s)^{n(1+\alpha)}}{\Gamma[(n+1)(1+\alpha)]}, \quad (2.3.12)$$

სადაც  $\alpha$  და  $\beta$  მასალის პარამეტრებია,  $(1 + \alpha) > 0$ .  $\exists_\alpha$ -ს რობოტნოვის ფუნქციას უწოდებენ, ის დატაბულირებულია და მოცემულია ცხრილების სახით. თანამედროვე კომპიუტერული ტექნოლოგიების გამოყენებით (2.3.12)-ის კონკრეტული მრუდის ან ცხრილის გამოსახვა შესაძლებელია კონკრეტული  $\alpha$  და  $\beta$  პარამეტრების მიხედვით, რითაც მათი გამოყენება გაადვილდება.

ა. რჟანიცინის მიერ შემოთავაზებულ რელაქსაციის გულს აქვს შემდეგი სახე:

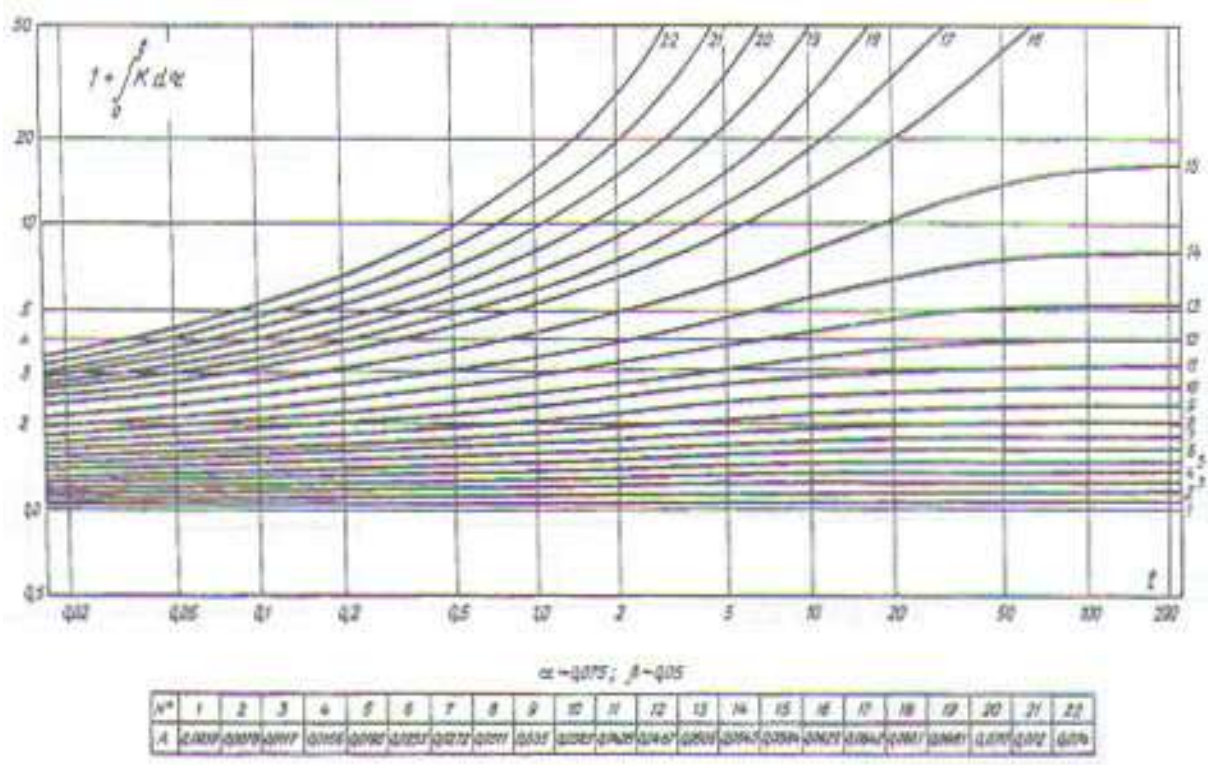
$$R(t - s) = \frac{Ae^{-\beta(t-s)}}{(t-s)^{1-\alpha}}, \quad (2.3.13)$$

მისი რეზოლვენტა დადგენილი იქნა მ. კოლტუნოვის მერ და გამოსახება შემდეგნაირად:

$$K(t - s) = \frac{e^{-\beta(t-s)}}{(t-s)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[A\Gamma(\alpha)]^n (t-s)^{n\alpha}}{\Gamma(\alpha n)}, \quad (2.3.14)$$

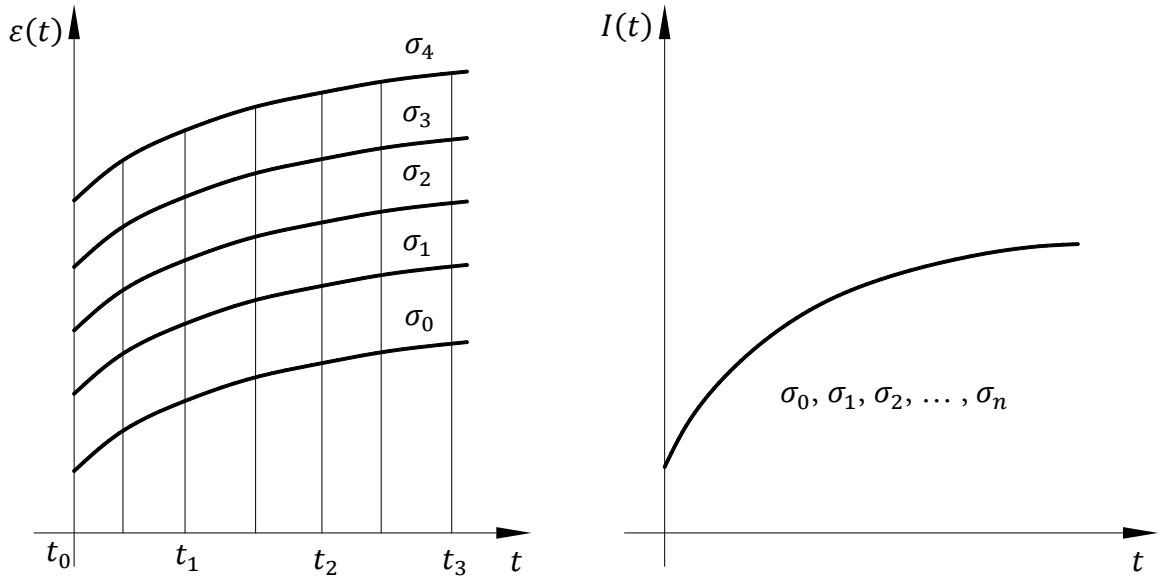
სადაც  $A$ ,  $\alpha$  და  $\beta$  მასალის პარამეტრებია. მათი განსაზღვრისთვის ცოცვადობის ექსპერიმენტული მრუდების ბაზაზე დამუშავებულია ალგორითმი, ხოლო მიახლოებითი საინჟინრო შეფასებებისთვის პრაქტიკული გამოყენება გრაფიკული შეთავსების მეთოდმა მიიღო. ნახ. 2.3.1-ზე გამოსახულია მ. კოლტუნოვის გავლენის ფუნქციის გრაფიკული გამოსახულების ერთ-ერთი მაგალითი, რომელიც აგებულია ლოგარითმულ სკალაზე და მრუდები დატანილია პარამეტრების სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის.



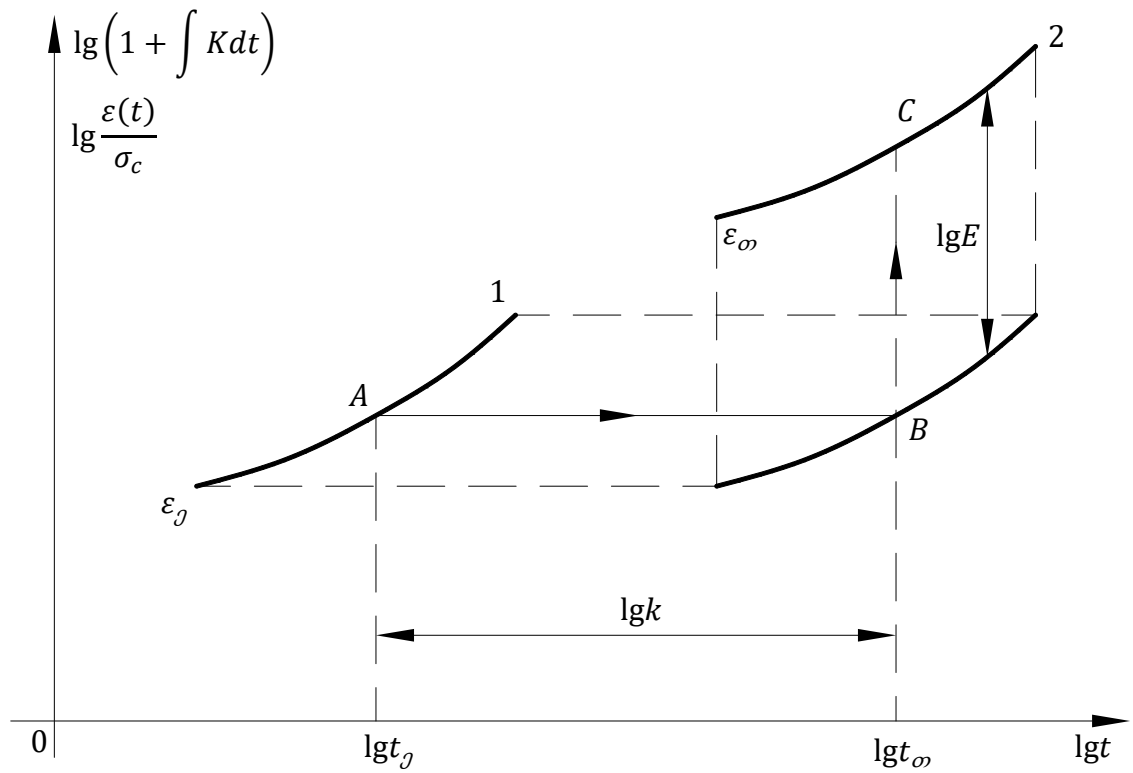


ნახ. 2.3.1 მ. კოლტუნოვის გავლენის ფუნქციის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკები პარამეტრების სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის

გრაფიკული შეთავსების მეთოდის არსი მდგომარეობს შემდეგში: უნდა აიგოს ცოცვადობის ექსპერიმენტული მონაცემების საფუძველზე  $I(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_c}$  -ს დროზე დამოკიდებულების გრაფიკი ლოგარითმულ სკალაზე იგივე მასშტაბში რაშიც ნახ. 2.3.1 იქნება გამოსახული ( $I(t)$  მოქნილობა წრფივი თეორიის ფარგლებში არ იქნება  $\sigma_c$  ძაბვაზე დამოკიდებული) და ღერძების გასწვრივ გადაადგილების გზით ეს ორი გრაფიკი შეეთავსოს ერთმანეთს, შედეგად დავადგენთ მასალის თეორიულ პარამეტრებს. ცხადია, გრაფიკებს შორის განსხვავება იქნება ვერტიკალურ ღერძზე დრეკადობის მოდულის ლოგარითმის სახით, ხოლო ჰორიზონტალურ ღერძზე თეორიულ და ექსპერიმენტულ დროებს შორის სხვადასხვაობის გამო. ნახ. 2.3.2 ბ)-ზე გამოსახულია ასეთი პროცესის ტიპური სქემა, ხოლო ა)-ზე ცოცვადობის და მოქნილობის მრუდები ჩვეულებრივ კოორდინატებში. აღნიშნული პროცესი დეტალურად აღწერილია [8] ლიტერატურაში.



ა)



ბ)

ნახ.2.3.2 ა) ცოცვადობის და მოქნილობის მრუდები, ბ) გრაფიკების შეთავსების მეთოდის ტიპური სქემა

ანალოგიური პროცედურები ტარდება ძაბვის რელაქსაციის პროცესის განხილვისას ( $\varepsilon = \varepsilon_c = const$ ). ამის გათვალისწინებით (2.3.5) გამოსახულება მიიღებს სახეს:

$$\sigma(t) = E\varepsilon_c \left( 1 - \int_0^t T(t-\tau) d\tau \right), \quad (2.3.15)$$

საიდანაც რელაქსაციის სიჩქარის ფუნქცია  $T(t)$  მოიცემა სახით:

$$T(t) = -\frac{1}{E\varepsilon_c} \frac{d\sigma(t)}{dt}. \quad (2.3.16)$$

თუ გამოვიყენებთ ძაბვის გამოსახულების (2.3.7) ფორმას, მოვახდენთ მის ნაწილობით ინტეგრებას და შევადარებთ (2.3.5)-ს, მივიღებთ  $R(0) = E$  და  $\dot{R}(t) = ET(t)$ . აქაც შესაძლებელია რელაქსაციის ექსპერიმენტული და თეორიული მრუდების შეთავსება და მასალის პარამეტრების განსაზღვრა, პროცედურები აღწერილის ანალოგიურია.

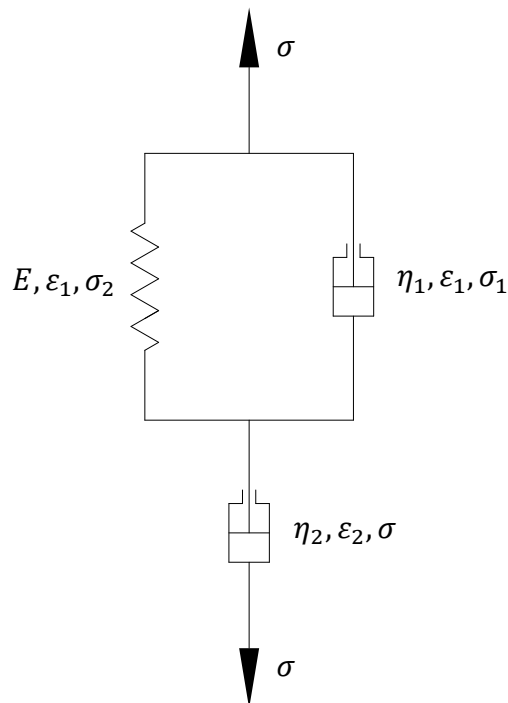
ასევე შესაძლებელია ცოცვადობის წრფივი თეორიის გამოყენება კომპოზიტური მასალის რთული დამაბული მდგომარეობის აღსაწერად, თუმცა ამ თავში მას არ განვიხილავთ.

## 2.4. ორი ბლანტი ელემენტის შემცველი განზოგადებული მოდელები

მრავალ ელემენტთან განზოგადებულ მოდელებში, ბლანტი ელემენტების რაოდენობის გაზრდა იწვევს შესაბამისი რეოლოგიური დიფერენციალური განტოლების რიგის გაზრდას, რაც, რა თქმა უნდა, ართულებს მის ამოხსნადობას, თუმცა მივყავართ უფრო მეტად დახვეწილ შედეგებამდე. ამაში ნათლად დავრწმუნდებით.

მსჯელობის ხაზი ავაწყოთ ისე რომ მხოლოდ განვიხილოთ ზემოთ აღწერილი 2) ტიპის მოდელების ვარიანტები, რომლებიც შეიცავს სხვებისგან დამოუკიდებლად მიმდევრობით ჩართულ ერთ მაინც ბლანტ ელემენტს. ასეთებს შორის ყველაზე მარტივი შემთხვევაა სამ ელემენტთან განზოგადებული მოდელი ერთი დრეკადი და ორი ბლანტი ელემენტით. შესაძლებელია ორი განსხვავებული ვარიანტის შედგენა, განვიხილოთ დეტალურად:

ა) ნახ. 2.4.1-ზე წარმოდგენილია ასეთი განზოგადებული მოდელის I ვარიანტი



ნახ.2.4.1 სამ ელემენტთან მოდელის I ვარიანტი

მასში შემავალ თითოეულ ელემენტს შევუსაბამოთ შესაბამისი მექანიკური მახასიათებლები: დრეკად ელემენტს დრეკადობის  $E$  მოდული, ხოლო ბლანტ ელემენტებს - სიბლანტის კოეფიციენტები  $\eta_1$  და  $\eta_2$ . ძაბვებისა და დეფორმაციებისთვის უნდა გავითვალისწინოთ შედეგი: თუ ელემენტები შეერთებულია მიმდევრობით, მაშინ მათში აღძრული ძაბვები იქნება ერთნაირი, ხოლო დეფორმაციები სხვადასხვა და პირიქით, თუ ელემენტები შეერთებულია პარალელურად, მათი დეფორმაციის სიდიდე იქნება ერთნაირი, ხოლო აღძრული ძაბვები სხვადასხვა. მიმდევრობითი შეერთების დროს ჯამური დეფორმაცია იქნება თითოეული ელემენტის დეფორმაციის ჯამის და პარალელური შეერთების დროს ჯამური ძაბვა იქნება თითოეულ ელემენტში აღძრული ძაბვების ჯამის.

მოცემული ვარიანტისთვის დავწეროთ თითოეული ელემენტის ძაბვასა და დეფორმაციას შორის დამოკიდებულება, ასევე საერთო სისტემის ჯამური ძაბვა და დეფორმაცია:

$$\begin{cases} \sigma_1 = \eta_1 \frac{d\varepsilon_1}{dt} \\ \sigma_2 = E \varepsilon_1 \\ \sigma = \eta_2 \frac{d\varepsilon_2}{dt} \\ \sigma = \sigma_1 + \sigma_2 \\ \varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \end{cases} \quad (2.4.1)$$

(2.4.1) განტოლებებიდან უნდა მოვახდინოთ ინდექსიანი პარამეტრების გამორიცხვა, შედეგად მივიღებთ შემდეგ დიფერენციალურ დამოკიდებულებას (რეოლოგიური განტოლება), რომელიც ერთმანეთთან აკავშირებს ჯამურ ძაბვას, ჯამურ დეფორმაციას, მათ დროით წარმოებულებს და დროს:

$$\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} = \frac{\eta_1 + \eta_2}{\eta_1 \eta_2} \frac{d\sigma}{dt} - \frac{E}{\eta_1} \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{E}{\eta_1 \eta_2} \sigma. \quad (2.4.2)$$

ვიდრე გადავიდოდეთ (2.4.2) განტოლების ამოხსნის შესაძლებლობების განხილვაზე, მანამდე მოვახდინოთ მისი უფრო კომპაქტურად ჩაწერა აღნიშვნების შემოტანის და ზღვრული შემთხვევების განხილვის გზით. ნელი დეფორმაციის შემთხვევაში, შეგვიძლია (2.4.2)-ში მოვახდინოთ წარმოებულების უკუგდება, რადგან ისინი განსაზღვრავს დეფორმაციის და ძაბვის ცვლილების სიჩქარეს,

რომელიც ამ შემთხვევაში მცირე აღმოჩნდება, შედეგად მივირებთ  $\sigma \rightarrow 0$ . ეს ნიშნავს, რომ ამ ხერხით „ხანგრძლივ“ დრეკადობის მოდულს [8] ვერ დავადგენთ და მისი არსებობაც ღირებულს არაფერს მოგვცემს.

შედარებით სწრაფი დეფორმაციისას შემოვიფარგლოთ მხოლოდ პირველი რიგის წარმოებულებით, რადგანაც ამ დროს ძაბვისა და დეფორმაციის ცვლილების სიჩქარის სიდიდეები გაცილებით მაღალია ვიდრე განტოლებაში შემავალი სხვა დანარჩენი წევრების მნიშვნელობები, შედეგად (2.4.2)-დან გვექნება:

$$\dot{\sigma} = \frac{E\eta_2}{\eta_1 + \eta_2} \dot{\varepsilon} \quad (2.4.3)$$

და რადგანაც დრეკადობის „მყისი“ მოდული [8] უნდა ვეძიოთ დამოკიდებულებიდან

$$\dot{\sigma} = H\dot{\varepsilon}, \quad (2.4.4)$$

ამიტომ (2.4.3)-დან მივიღებთ:

$$H = \frac{E\eta_2}{\eta_1 + \eta_2}. \quad (2.4.5)$$

დამატებით შემოვიტანოთ აღნიშვნა:

$$n = \frac{\eta_1}{E}; \quad \eta_2 = \eta, \quad (2.4.6)$$

რის შემდეგაც (2.4.2) მიიღებს სახეს:

$$\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} = \frac{1}{nH} \frac{d\sigma}{dt} - \frac{1}{n} \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{1}{n\eta} \sigma. \quad (2.4.7)$$

საფრენი აპარატის დეტალებსა და კვანძებზე, მისი ექსპლუატაციის პროცესში, მოდის დატვირთვები, რომელიც, საზოგადოდ, დროზე დამოკიდებული რთული ფუნქციებია. უმეტეს შემთხვევაში მათი ცხადი სახე უცნობია. შესაბამისად ამ დეტალებსა და კვანძებში შემავალ კომპოზიტებშიც აღძრული ძაბვები რთული ფორმით იქნება დამოკიდებული კოორდინატებსა და დროზე  $\sigma = \sigma(x, y, z, t)$ . წრფივი დეფორმაციის განხილვის დროსაც კი, როცა დარჩება მხოლოდ დროზე დამოკიდებულება  $\sigma = \sigma(t)$ , მისი ცხადი სახეც რთული ან საერთოდ უცნობი იქნება.

მიღებული ფორმაა, რომ საფრენ აპარატზე მოსული დატვირთვები გამოსახონ ემპირიული ხარისხობრივი მწკრივის სახით, ან უსასრულო ტრიგონომეტრიული ფუნქციების მწკრივის სახით. ზუსტ მათემატიკურ ტერმინებში აღნიშნულის გამოხატულებაა ფუნქციის გაშლა ან ტეილორისა და უფრო კონკრეტულად მაკლორანის ხარისხობრივ მწკრივად ან მისი წარმოდგენა ტრიგონომეტრიული ფუნქციებისგან შემდგარ ფურიეს მწკრივად.

ტეილორისა და მაკლორანის მწკრივები:

$$f(t) = f(p) + \frac{f'(p)}{1!}(t-p) + \frac{f''(p)}{2!}(t-p)^2 + \dots = a_0 + a_1(t-p) + a_2(t-p)^2 + \dots \quad (2.4.8)$$

$$f(t) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}t + \frac{f''(0)}{2!}t^2 + \dots = a_0 + a_1t + a_2t^2 + \dots \quad (2.4.9)$$

ფურიეს მწკრივი:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nt + b_n \sin nt) \quad (2.4.10)$$

$f(t)$ -ს როლში შეიძლება იყოს არა მხოლოდ  $\sigma(t)$  ძაბვა, ასევე  $\varepsilon(t)$  დეფორმაცია, მაგალითად იმ შემთხვევაში, თუ რაღაც აგრეგატი იწვევს მოცემული კვანძის ან დეტალის დროში წინასწარ განსაზღვრულ დეფორმაციას.

რაც შეეხება (2.4.7) განტოლების ამოხსნის შესაძლებლობას, სამწუხაროდ მისი უშუალო ინტეგრება ვერ ხერხდება, მაგრამ თუ რომელიმე მექანიკური მახასიათებელი ძაბვა ან დეფორმაცია წინასწარ არის განსაზღვრული და მას აქვს (2.4.8), (2.4.9) ან (2.4.10) ფორმა, მაშინ (2.4.7)-ის ამოხსნა ცხადი სახით სრულად იქნება შესაძლებელი.

სიმარტივითვის, თავდაპირველად განვიხილოთ შემთხვევები, როცა წინასწარ განსაზღვრული ძაბვა ან დეფორმაცია არის მუდმივი სიდიდეები, ანუ დროზე არ არის დამოკიდებული. ეს შემთხვევები გადაიქცევა სტანდარტულ ცოცვადობის და რელაქსაციის ამოცანებად. რაც შეეხება დინამიურ შემთხვევებს (როცა ძაბვა ან დეფორმაცია დროის ფუნქციებია) განვიხილოთ მოგვიანებით.

1) განვიხილოთ მუდმივი ძაბვის შემთხვევა  $\sigma = \sigma_c = const$  (ცოცვადობა):  
(2.4.7)-დან მივიღებთ:

$$\frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + \frac{1}{n} \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\sigma_c}{n\eta} \quad (2.4.11)$$

(2.4.11) წარმოადგენს მეორე რიგის მუდმივ კოეფიციენტებთან არაერთგვაროვან დიფერენციალურ განტოლებას, რომლის ამონახსნი მოიცემა ერთგვაროვანი განტოლების ამონახსნისა და არაერთგვაროვანი განტოლების რაიმე კერძო ამონახსნის ჯამის სახით, გასათვალისწინებელია აგრეთვე შესაბამისი მახასიათებელი განტოლების 0-ის ტოლი ფესვების რაოდენობაც. დეტალური გამოყვანის გარეშე, (2.4.11)-ს ამონახსნი მოიცემა სახით:

$$\varepsilon(t) = C_1 + C_2 e^{-\frac{t}{n}} + \frac{\sigma_c}{\eta} t. \quad (2.4.12)$$

ეხლაც და შემდგომშიც, დიფერენციალური განტოლებები ამოვხსნათ საწყისი პირობების გათვალისწინებით, ე.წ. კოშის ამოცანა. მოცემულ შემთხვევაში, საწყის პირობებს ექნება სახე:

$$\text{როცა } t = 0, \text{ მაშინ } \varepsilon(0) = \varepsilon_0 = \frac{\sigma_c}{H} \text{ და } \dot{\varepsilon}(0) = \nu_0, \quad (2.4.13)$$

სადაც  $\nu_0$  არის დეფორმაციის საწყისი სიჩქარე. ამის გათვალისწინებით მივიღებთ:

$$C_1 = \sigma_c \left( \frac{1}{H} - \frac{n}{\eta} \right) + n\nu_0 \text{ და } C_2 = \frac{n\sigma_c}{\eta} - n\nu_0. \quad (2.4.14)$$

საბოლოოდ (2.4.12) მიიღებს სახეს:

$$\varepsilon(t) = \left[ \sigma_c \left( \frac{1}{H} - \frac{n}{\eta} \right) + n\nu_0 \right] + \left[ \frac{n\sigma_c}{\eta} - n\nu_0 \right] e^{-\frac{t}{n}} + \frac{\sigma_c}{\eta} t \quad (2.4.15)$$

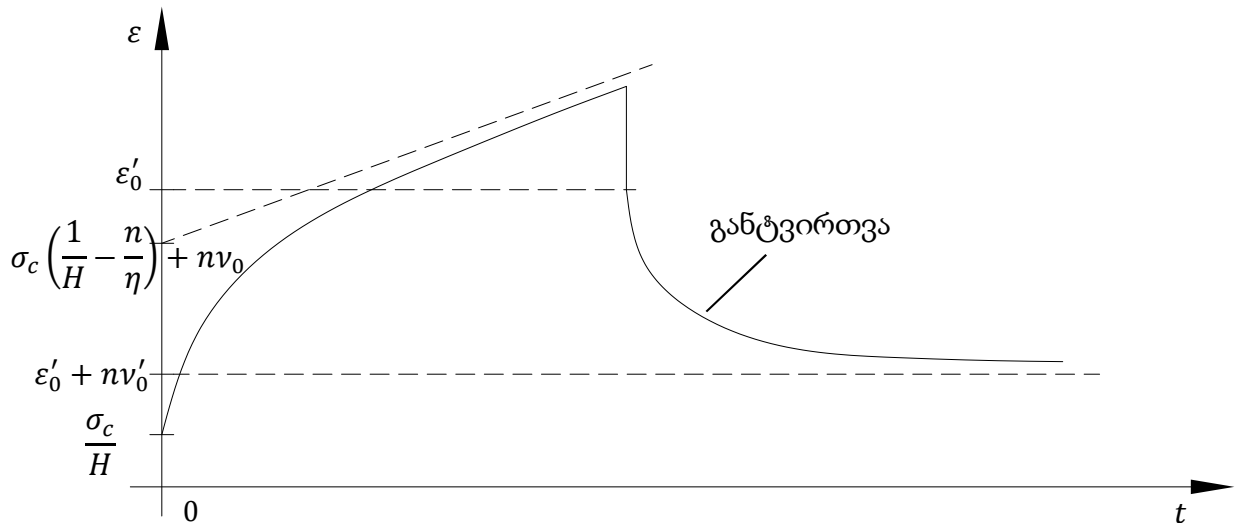
თუ რაღაც დროის შემდეგ მოვახდენთ სისტემის განტვირთვას (მოვხსნით დატვირთვას), ანუ  $\sigma_c = 0$ , მაშინ თითქმის მყისიერად მოხდება სისტემის ახლებურად ფორმირება (მოცემულ მოდელში დრეკადი ელემენტის არსებობის გამო) და შეიცვლება საწყისი პირობებით მოცემული სიდიდეებიც. დეფორმაცია გახდება რამდენადმე მცირე ვიდრე დროის მოცემული მომენტისთვის იყო, ხოლო



დეფორმაციის სიჩქარე შეიცვლის ნიშანს. ისინი გახდება რაღაც  $\varepsilon'_0$  და  $\nu'_0$  ( $sign(\nu'_0) = -sign(\nu_0)$ ), რის შედეგადაც (2.4.15) მიიღებს სახეს:

$$\varepsilon = \varepsilon'_0 + n\nu'_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\eta}}\right) \quad (2.4.16)$$

ერთ გრაფიკზე გამოვსახოთ (2.4.15) და (2.4.16) დამოკიდებულება (ნახ. 2.4.2), გვექნება:



ნახ.2.4.2 I მოდელის შესაბამისი ცოცვადობის და განტვირთვის მრუდები

2) ეხლა განვიხილოთ მუდმივი დეფორმაციის შემთხვევა  $\varepsilon = \varepsilon_c = const$  (რელაქსაცია):

(2.4.7) რეოლოგიური განტოლებიდან მივიღებთ:

$$\frac{d\sigma}{dt} + \frac{H}{\eta}\sigma = 0, \quad (2.4.17)$$

ცვლადების განცალგების შემდეგ დაგვრჩება  $\frac{d\sigma}{\sigma} = -\frac{H}{\eta}dt$ , რომელიც მარტივად ინტეგრირდება და მიიღებს სახეს:

$$\ln|\sigma(t)| = C - \frac{H}{\eta}t \Rightarrow \sigma(t) = \sigma_0 e^{-\frac{H}{\eta}t}. \quad (2.4.18)$$

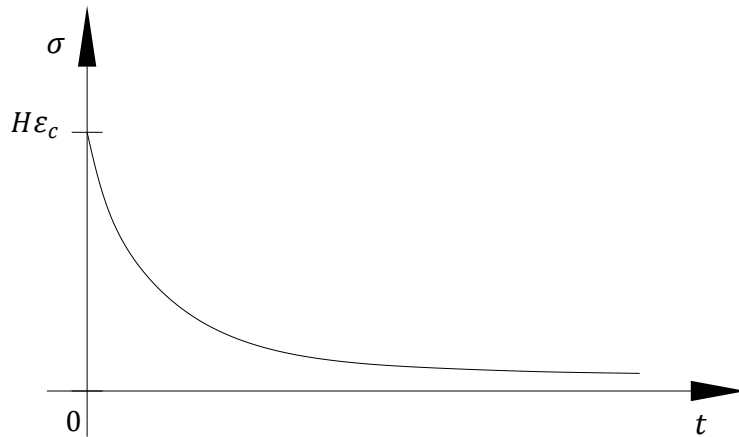
ამ შემთხვევაშიც საწყისი პირობებიდან,

$$\text{როცა } t = 0, \text{ მაშინ } \sigma = \sigma_0 = H\varepsilon_c, \quad (2.4.19)$$

საბოლოოდ

$$\sigma(t) = H\varepsilon_c e^{-\frac{H}{\eta}t}. \quad (2.4.20)$$

(2.4.20) დამოკიდებულების გრაფიკული გამოსახულება მოცემულია ნახ.2.4.3-ზე:



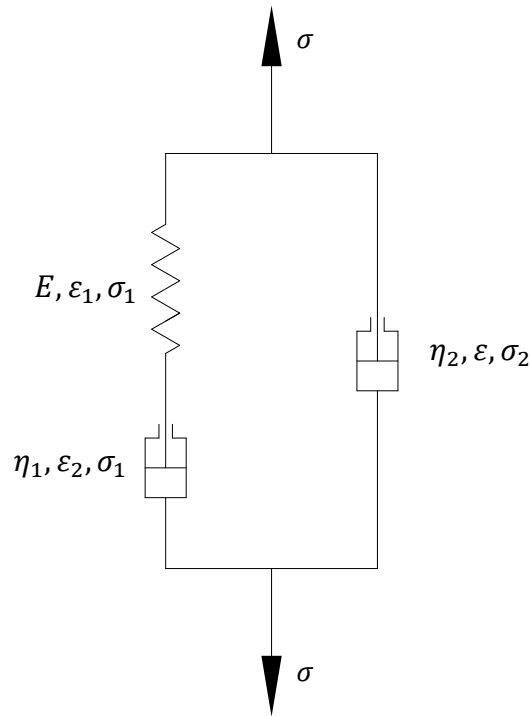
ნახ.2.4.3 I მოდელის შესაბამისი რელაქსაციის მრუდი

განხილული მოდელი თვისობრივად კარგად გამოხატავს ბლანტი სითხეების თვისებებს, თუ გვინდა ავსახოთ ბლანტ-დრეკადი სხეულების დეფორმაციის ხასიათი საჭიროა  $\eta = \eta_2$  სიბლანტის კოეფიციენტი გავხადოთ დიდი სისტემაში შემავალი მეორე ბლანტი ელემენტის ( $\eta_1$ ) სიბლანტის კოეფიციენტთან შედარებით, რაც საშუალებას მოგვცემს უწყვეტი (შემოუსაზღვრავი) დეფორმაციები დროში გავწელოთ, ანუ დატვირთული მასალა დიდი ხნის განმავლობაში დარჩეს ურღვევად. თუ  $\eta$ -ს მივასწრაფებთ უსასრულობისკენ მაშინ მოცემული მოდელი გადაიქცევა კელვინ-ფოიხტის მოდელად, რომელიც თვისობრივადაც ვერ აღწერს კარგად კომპოზიციური მასალების თვისებებს.

გარდა ამისა, ეს მოდელი ცოცვადობის აღწერის თვალსაზრისით გვამღევეს მეორე რიგის დიფერენციალურ განტოლებას, მისი ამონახსნი კარგად ეთავსება ექსპერიმენტის თვისობრივ შედეგებს და ორი განუსაზღვრელი კოეფიციენტის არსებობა იძლევა შესაძლებლობას რაოდენობრივადაც კარგად შეეთავსოს

ექსპერიმენტულ შედეგებს. თუმცა რელაქსაციის პროცესის აღწერისას ვლებულობთ მარტივ გამოსახულებას, განუსაზღვრელი ერთი კოეფიციენტი და შესაბამისად ექსპერიმენტთან შეთავსების შესაძლებლობა უფრო შემცირებულია.

ბ) ნახ. 2.4.4-ზე წარმოდგენილია სამ ელემენტარული განზოგადებული მოდელის II ვარიანტი.



ნახ.2.4.4 სამ ელემენტარული მოდელის II ვარიანტი

აქაც დავწერთ თითოეული ელემენტისთვის ძაბვასა და დეფორმაციას შორის დამოკიდებულებას, ასევე საერთო სისტემის ჯამური ძაბვა და დეფორმაცია:

$$\begin{cases} \sigma_1 = E \varepsilon_1 \\ \sigma_1 = \eta_1 \frac{d\varepsilon_1}{dt} \\ \sigma_2 = \eta_2 \frac{d\varepsilon}{dt} \\ \sigma = \sigma_1 + \sigma_2 \\ \varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \end{cases} \quad (2.4.21)$$

ინდექსიანი პარამეტრების გამორიცხვის შემდეგ მივიღებთ შემდეგ დიფერენციალურ დამოკიდებულებას (რეოლოგიური განტოლება):

$$\frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} = \frac{1}{\eta_2} \frac{d\sigma}{dt} - \frac{(\eta_1 + \eta_2)E}{\eta_1 \eta_2} \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{E}{\eta_1 \eta_2} \sigma. \quad (2.4.22)$$

თუ განვიხილავთ ნელ დეფორმაციას, განხილულის ანალოგიურად მივიღებთ  $\sigma \rightarrow 0$ . ამ ხერხით „ხანგრძლივ“ დრეკადობის მოდულს აქაც ვერ დავადგენთ და მისი არსებობაც ღირებულს არაფერს მოგვცემს.

შედარებით სწრაფი დეფორმაციისას შემოვიფარგლოთ მხოლოდ პირველი რიგის წარმოებულებით, (2.4.22)-დან გვექნება:

$$\dot{\sigma} = \frac{(\eta_1 + \eta_2)E}{\eta_1} \dot{\varepsilon} \quad (2.4.23)$$

და (2.4.4) თანაფარდობის მიხედვით დრეკადობის „მყისი“ მოდული მიიღებს სახეს:

$$H = \frac{(\eta_1 + \eta_2)E}{\eta_1}. \quad (2.4.24)$$

დამატებით შემოვიტანოთ აღნიშვნები:

$$n = \frac{\eta_2}{H}; \quad \eta_1 = \eta, \quad (2.4.25)$$

რის შემდეგაც (2.4.22) მიიღებს სახეს:

$$\frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} = \frac{1}{nH} \frac{d\sigma}{dt} - \frac{1}{n} \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{E}{nH\eta} \sigma. \quad (2.4.26)$$

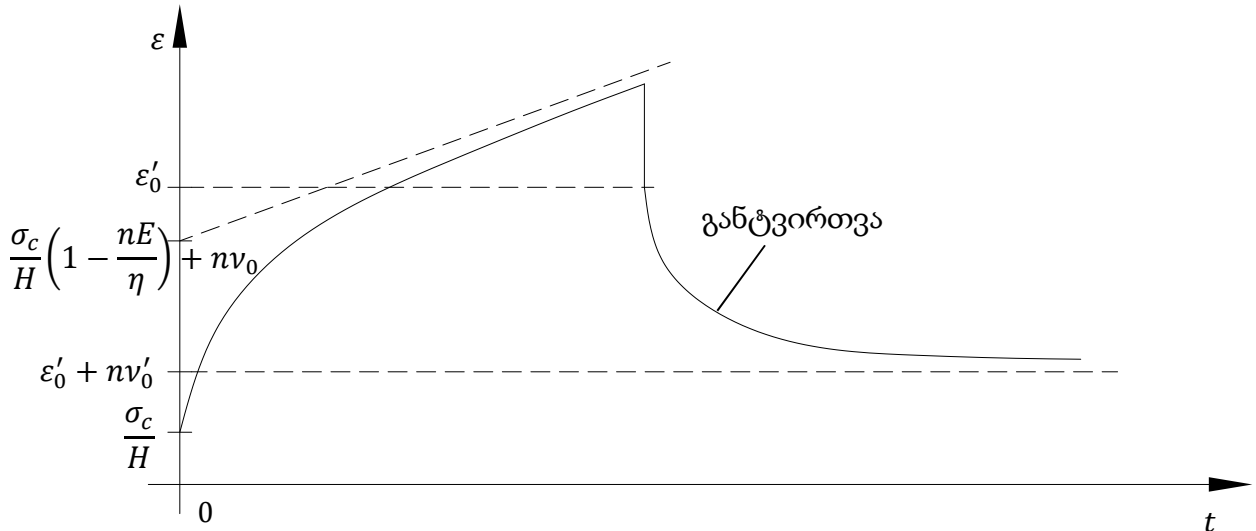
როგორც ვხედავთ (2.4.26) და (2.4.7) არის ერთი და იგივე ტიპის დიფერენციალური განტოლება ბოლო  $\sigma$ -ს წინა კოეფიციენტის განსხვავებით, რომელიც შედეგებზე არანაირ ზეგავლენას მოახდენს, მით უმეტეს თუ გვსურს მასალის თვისებების აღწერა ეს კოეფიციენტი მხოლოდ ექსპერიმენტთან შედარების შემდეგ დადგინდება.

მცირედი ცვლილება იქნება ცოცვადობის პროცესის აღმწერ ამონახსნში, ამ შემთხვევაში გვექნება:

$$\varepsilon(t) = \left[ \frac{\sigma_c}{H} \left( 1 - \frac{nE}{\eta} \right) + n\nu_0 \right] + \left[ \frac{En\sigma_c}{H\eta} - n\nu_0 \right] e^{-\frac{t}{n}} + \frac{E\sigma_c}{H\eta} t. \quad (2.4.27)$$

განტვირთვის პროცესი წინა შემთხვევის ანალოგიურად აღიწერება  $\varepsilon = \varepsilon'_0 + n\nu'_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{n}} \right)$  (2.4.16) განტოლებით. ცხადია ამ შემთხვევაშიც იგივე ითქმის საწყის

დეფორმაციასა და მის სიჩქარეზე, ხოლო გრაფიკულ გამოსახულებას ცოცვადობისა თუ განტვირთვის ექნება სახე (ნახ.2.4.5):



ნახ. 2.4.5 II მოდელის შესაბამისი ცოცვადობის და განტვირთვის მრუდები

განვიხილოთ მუდმივი დეფორმაციის შემთხვევა  $\varepsilon = \varepsilon_c = const$  (რელაქსაცია):

იგივე შეიძლება ითქვას რელაქსაციის პროცესზე (2.4.20)–ის მსგავსად ამ შემთხვევაში პროცესის აღმწერ თანაფარდობას ექნება სახე:

$$\sigma = H\varepsilon_c e^{-\frac{E}{\eta}t} \quad (2.4.28)$$

ხოლო მისი გრაფიკული გამოსახულება ნახ.11–ის იდენტურია.

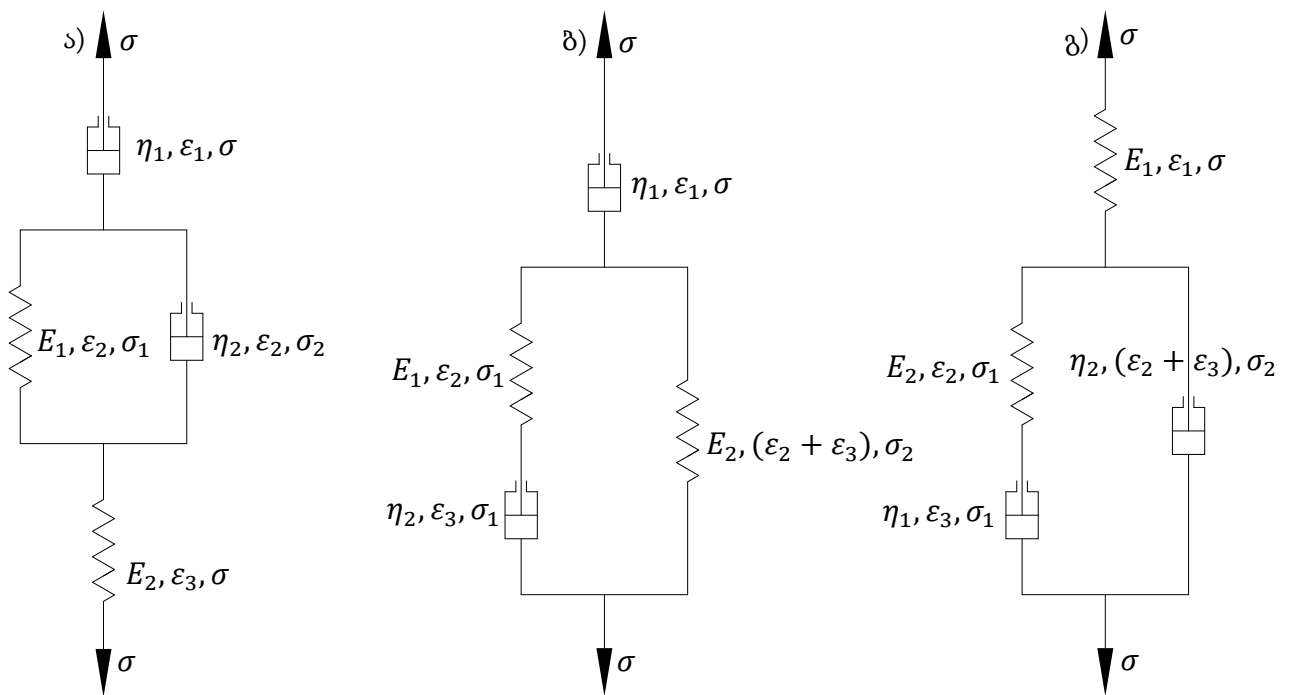
ამ შემთხვევაშიც იგივე დასკვნები უნდა გამოვიტანოთ რაც I მოდელის განხილვისას გვქონდა.

იმისათვის, რომ ამოვწუროთ მოდელების ზემოთ აღწერილი კლასიფიკაციით ორი ბლანტი ელემენტის შემცველი 2) ტიპის ვარიანტები, საჭიროა განვიხილოთ უკვე ოთხ ელემენტიანი მოდელები, რომლებიც შეიცავს ორ დრეკად და ორ ბლანტ ელემენტს.

ასეთი მოდელების შედგენის რამდენიმე კომბინაციიდან გამოვყოთ სამი ერთმანეთსგან დამოუკიდებელი ვარიანტი და განვიხილოთ მათი დეფორმაციის მახასიათებლები მუდმივი დატვირთვის და მუდმივი დეფორმაციის შემთხვევებში.

## 2.5. ოთხ ელემენტისანი განზოგადებული მოდელები ორი დრეკადი და ორი ბლანტი ელემენტით

სიმბოლურად ერთ-ერთ ასეთ ვარიანტს წარმოადგენს მიმდევრობით შეერთებულ მაქსველისა და კელვინ-ფოიხტის მოდელების კომბინაცია (ნახ.2.5.1 ა)), ხოლო იდენტური თვისებების მქონე სხვა ორი მოდელი წარმოდგენილია ნახ.2.5.1 ბ), გ)-ზე.



ნახ. 2.5.1 ოთხ ელემენტისანი მოდელების ვარიანტები



$$n = \frac{\eta_2}{E_1}; \eta_1 = \eta; E_2 = E, \quad (2.5.5)$$

რის შემდეგაც (2.5.2) მიიღებს სახეს:

$$\frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} - \frac{1}{E} \frac{d^2 \sigma}{dt^2} = \frac{1}{nH} \frac{d\sigma}{dt} - \frac{1}{n} \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{1}{n\eta} \sigma. \quad (2.5.6)$$

ანალოგიურად დანარჩენი ორი შემთხვევისთვის:

$$\text{ბ) } \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} - \frac{1}{E_1 + E_2} \frac{d^2 \sigma}{dt^2} = \frac{(E_1 + E_2)\eta_2 + \eta_1 E_1}{\eta_1 \eta_2 (E_1 + E_2)} \frac{d\sigma}{dt} - \frac{E_1 E_2}{\eta_2 (E_1 + E_2)} \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{E_1 E_2}{\eta_1 \eta_2 (E_1 + E_2)} \sigma. \quad (2.5.7)$$

„მყისი“ დრეკადობის მოდულისთვის გვაქვს:

$$H = \frac{\eta_1 E_1 E_2}{(E_1 + E_2)\eta_2 + \eta_1 E_1}, \quad (2.5.8)$$

ხოლო დამატებითი აღნიშვნები:

$$n = \frac{(E_1 + E_2)\eta_2}{E_1 E_2}; \eta_1 = \eta; E_1 + E_2 = E. \quad (2.5.8)$$

ამის შემდეგ (2.5.7) მიიღებს ზუსტად (2.5.6) სახეს.

$$\text{გ) } \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} - \frac{1}{E_1} \frac{d^2 \sigma}{dt^2} = \frac{(\eta_1 + \eta_2)E_2 + \eta_1 E_1}{\eta_1 \eta_2 E_1} \frac{d\sigma}{dt} - \frac{E_2(\eta_1 + \eta_2)}{\eta_1 \eta_2} \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{E_2}{\eta_1 \eta_2} \sigma. \quad (2.5.9)$$

„მყისი“ დრეკადობის მოდულისთვის გვაქვს:

$$H = \frac{(\eta_1 + \eta_2)E_1 E_2}{(\eta_1 + \eta_2)E_2 + \eta_1 E_1}, \quad (2.5.10)$$

ხოლო დამატებითი აღნიშვნები:

$$n = \frac{\eta_1 \eta_2}{(\eta_1 + \eta_2)E_2}; \eta_1 + \eta_2 = \eta; E_1 = E. \quad (2.5.11)$$

ამის შემდეგ (2.5.9)-ც მიიღებს ზუსტად (2.5.6) სახეს.

გამოდის რომ სამივე ეს მოდელი ერთნაირად აღწერს მათთან დაკავშირებულ დეფორმაციის პროცესებს, განვიხილოთ დაწვრილებით:

- 1) ცოცვადობა და განტვირთვის პროცესი ( $\sigma = \sigma_c = const$ )



(2.5.6)-დან მივიღებთ:

$$\frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + \frac{1}{n} \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\sigma_c}{n\eta}, \quad (2.5.12)$$

რაც ზუსტად (2.4.7) განტოლებაა. ამ განტოლების ამონახსნი და მისი გრაფიკული წარმოდგენა როგორც ცოცვადობისთვის ასევე განტვირთვისთვის მოცემულია ზემოთ და აქ აღარ განვმეორდეთ.

2) რელაქსაცია ( $\varepsilon = \varepsilon_c = const$ )

(2.5.6)-დან მივიღებთ:

$$\frac{d^2 \sigma}{dt^2} + \frac{E}{nH} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{E}{n\eta} \sigma = 0. \quad (2.5.13)$$

(2.5.13) წარმოადგენს მეორე რიგის მუდმივკოეფიციენტებიან ერთგვაროვან დიფერენციალურ განტოლებას, რომლის ზოგადი ამონახსნი ჩაიწერება ასე:

$$\sigma = C_1 e^{k_1 t} + C_2 e^{k_2 t}, \quad (2.5.14)$$

სადაც  $k_1$  და  $k_2$  არის

$$k^2 + \frac{E}{nH} k + \frac{E}{n\eta} = 0 \quad (2.5.15)$$

მახასიათებელი განტოლების ამონახსნები:

$$k_1 = \frac{-E + \sqrt{E^2 - 4nEH^2}}{2nH} < 0 \text{ და } k_2 = \frac{-E - \sqrt{E^2 - 4nEH^2}}{2n} < 0. \quad (2.5.16)$$

საწყისი პირობებით

$$\text{როცა } t = 0, \sigma(0) = \sigma_0 = H\varepsilon_c \text{ და } \dot{\sigma}(0) = \mu_0, \quad (2.5.17)$$

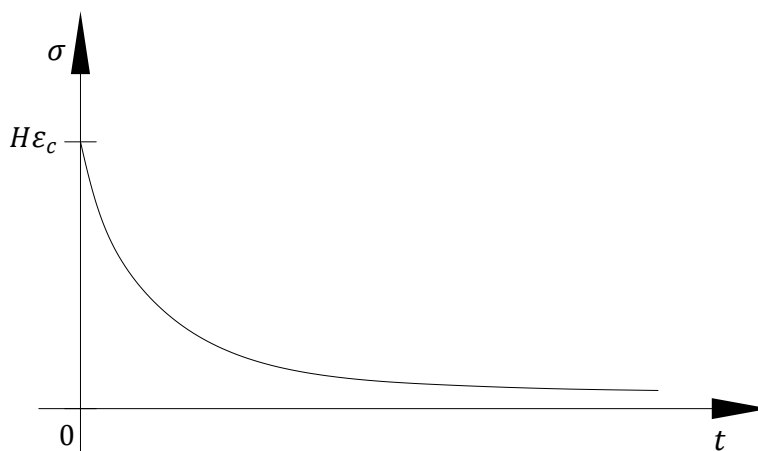
სადაც  $\mu_0$  არის ძაბვის ცვლილების საწყისი სიჩქარე. შედეგად განუსაზღვრელი კოეფიციენტებისთვის მივიღებთ:

$$C_1 = \frac{\mu_0 - H\varepsilon_c k_2}{k_1 - k_2} \text{ და } C_2 = -\frac{\mu_0 - H\varepsilon_c k_1}{k_1 - k_2}. \quad (2.5.18)$$

საბოლოოდ (2.5.14) მიიღებს სახეს:

$$\sigma(t) = \frac{\mu_0 - H\varepsilon_c k_2}{k_1 - k_2} e^{k_1 t} - \frac{\mu_0 - H\varepsilon_c k_1}{k_1 - k_2} e^{k_2 t}. \quad (2.5.19)$$

მისი გრაფიკული გამოსახულება მოცემულია ნახ. 2.5.2-ზე:



ნახ. 2.5.2 რელაქსაციის მრუდი ოთხ ელემენტური განზოგადებული მოდელებისთვის

სამ ელემენტური მოდელებისგან განსხვავებით, ამ შემთხვევაში ვღებულობთ რეოლოგიურ განტოლებას (2.5.6), რომელშიც ძაბვა და დეფორმაცია სიმეტრიულად შედის (შეიცავს ორივე სიდიდის პირველი და მეორე რიგის წარმოებულებს). ცოცვადობის შემთხვევის ამონახსნი ემთხვევა სამ ელემენტური მოდელების შესაბამის ამონახსნს და დასკვნებიც იგივეა, ხოლო რელაქსაციის განხილვისას ოთხ ელემენტური მოდელები იძლევა უფრო ფართო შესაძლებლობებს ექსპერიმენტთან შედარების თვალსაზრისით, კერძოდ რელაქსაციის მრუდი არ წარმოადგენს მარტო ერთ მარტივ ექსპონენტას (ორი ექსპონენტის კომბინაციაა) და ასევე გვაქვს ერთი ნაცვლად ორი დამოუკიდებელი მუდმივა, რაც ექსპერიმენტთან კარგად შეთავსების საშუალებას იძლევა.

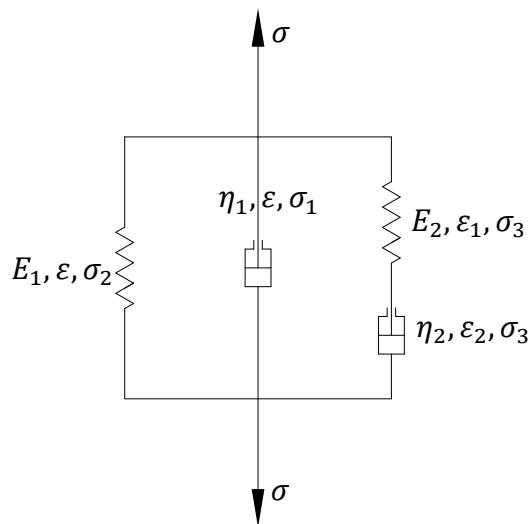
თუ  $\eta$  კოეფიციენტი (  $\gamma$  ) მოდელებისთვის  $\eta_1$ -ს მივასწრაფებთ უსასრულობისკენ მაშინ ეს ოთხ ელემენტური მოდელები გადაიქცევა კელვინ-ფოიხტის განზოგადებულ სამ ელემენტური მოდელებად, რომლებიც თვისობრივად კარგად აღწერენ კომპოზიციური მასალების თვისებებს, თუმცა რაოდენობრივად ექსპერიმენტთან შედარებით დიდ ცდომილებას იძლევიან.

მართალია მოდელში ელემენტების გაზრდა ართულებს მის ამოხსნას, მაგრამ იძლევა კარგ შესაძლებლობას გაცილებით ნაკლები ცდომილებით მოხდეს ექსპერიმენტულ მონაცემებთან შეთავსება. განხილული ოთხ ელემენტური მოდელები კარგი შესაძლებლობაა კომპოზიციური მასალების თვისებების აღსაწერად.

**2.6. დრეკად-ბლანტი სხეულების თვისებების აღმწერი ოთხ ელემენტური განზოგადებული მოდელების შედარებითი ანალიზი**

აღნიშნული სახის ოთხ ელემენტური მოდელების მრავალი კომბინაციიდან შევარჩიოთ ზემოთ აღწერილი კლასიფიკაციის 1) და 2) ხაზის მოდელების თითო კომბინაცია და მოვახდინოთ მათი თვისებების შედარებითი ანალიზი. ასეთ შემთხვევებად სიმბოლურად ავირჩიოთ პარალელურად და მიმდევრობით შეერთებული მაქსველისა და კელვინ-ფოიხტის ორ ელემენტური მოდელები.

**2.6.1. ოთხ ელემენტური მოდელი კლასიფიკაციის 1) ხაზის მიხედვით (ნახ. 2.6.1):**



ნახ. 2.6.1 ოთხ ელემენტური მოდელი შემკვრელი დრეკადი ელემენტით

ამ შემთხვევაშიც თითოეული ელემენტისათვის უნდა დაიწეროს ძაბვისა და დეფორმაციის მაკავშირებელი დამოკიდებულება (ჰუკის კანონი ან ნიუტონის კანონი), ასევე საერთო ძაბვისა და დეფორმაციის გამომსახველი განტოლებები. ინდექსიანი პარამეტრების გამორიცხვის შემდეგ მიიღება ძაბვისა და დეფორმაციის მაკავშირებელი დიფერენციალური დამოკიდებულება (რეოლოგიური განტოლება), რომელსაც მოცემულ შემთხვევაში აქვს სახე:

$$\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} = \frac{1}{\eta_1} \frac{d\sigma}{dt} - \frac{(E_1+E_2)\eta_2+E_2\eta_1}{\eta_1\eta_2} \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{E_2}{\eta_1\eta_2} \sigma - \frac{E_1E_2}{\eta_1\eta_2} \varepsilon. \quad (2.6.1)$$

ნელი და სწრაფი დეფორმაციის განხილვისას შესაძლებელია შესაბამისად წარმოებულების და თავისუფალი წევრების უკუგდება. ასეთ შემთხვევაში მიიღება მარტივი დამოკიდებულებები:  $\sigma = E\varepsilon$  ნელი დეფორმაციისას და  $\dot{\sigma} = H\dot{\varepsilon}$  სწრაფი დეფორმაციისას. დრეკადობის ხანგრძლივი და მყისი მოდულებისთვის მივიღებთ:

$$E = E_1 \text{ და } H = \frac{(E_1+E_2)\eta_2+E_2\eta_1}{\eta_2}. \text{ დამატებითი აღნიშვნები: } n = \frac{\eta_2}{E_1} \text{ და } \eta = \eta_1. \quad (2.6.2)$$

(2.6.2)-ის გათვალისწინებით (2.6.1) მიიღებს სახეს:

$$\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} = \frac{1}{\eta} \frac{d\sigma}{dt} - \frac{H}{\eta} \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{1}{\eta n} \sigma - \frac{E}{\eta n} \varepsilon. \quad (2.6.3)$$

(2.6.3) განტოლების ზოგადი ამოხსნა ვერ ხერხდება. კერძო შემთხვევებში, როგორცაა მუდმივი დატვირთვის (ცოცვადობა) და მუდმივი დეფორმაციის (რელაქსაცია) დროს შესაძლებელია ზუსტი ამონახსნების მიღება. განვიხილოთ ეს შემთხვევები:

ა)  $\sigma = \sigma_c = const$  (ცოცვადობა). (3.3) მიიღებს სახეს:

$$\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + \frac{H}{\eta} \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{E}{\eta n} \varepsilon = \frac{\sigma_c}{\eta n}, \quad (2.6.4)$$

რომლის ამონახსნი, როცა  $t = 0$ , მაშინ  $\varepsilon = \varepsilon_0 = \frac{\sigma_c}{H}$  და  $\dot{\varepsilon}(0) = \nu_0$  (დეფორმაციის საწყისი სიჩქარე), საწყისი პირობების გათვალისწინებით მოიცემა სახით:

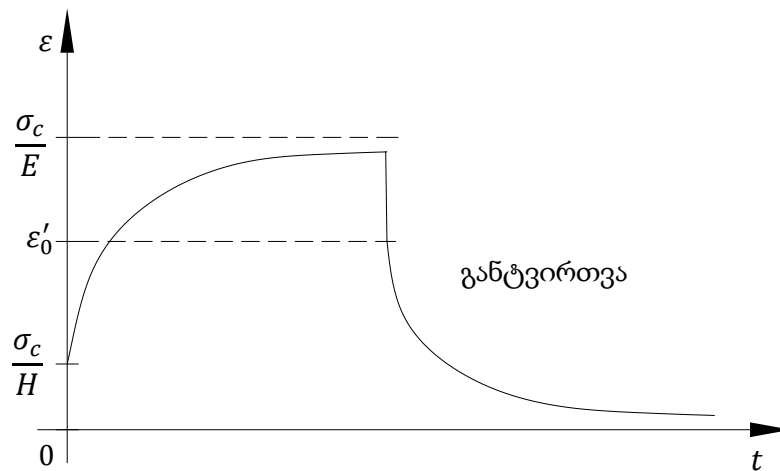
$$\varepsilon(t) = \frac{\nu_0 - k_2 \sigma_c \left(\frac{1}{H} - \frac{1}{E}\right)}{k_1 - k_2} e^{k_1 t} - \frac{\nu_0 - k_1 \sigma_c \left(\frac{1}{H} - \frac{1}{E}\right)}{k_1 - k_2} e^{k_2 t} + \frac{\sigma_c}{E}, \quad (2.6.5)$$

სადაც  $k_1 = \frac{-H + \sqrt{H^2 - 4E\eta/n}}{2\eta} < 0$  და  $k_2 = \frac{-H - \sqrt{H^2 - 4E\eta/n}}{2\eta} < 0$  არის (2.6.4) გამოსახულების შესაბამისი მახასიათებელი განტოლების ამონახსნები.

თუ გარკვეული დროის შემდეგ მოვხსნით დატვირთვას, ამ შემთხვევაშიც, სისტემა მყისიერად ახლებურად ფორმირდება, დეფორმაციის დროში განვითარება გაგრძელდება სხვაგვარად ახალი საწყისი პირობებით: როცა  $t = 0$ ,  $\varepsilon = \varepsilon'_0$  და  $\dot{\varepsilon}(0) = \nu'_0$  (უნდა აღინიშნოს, რომ საწყისი დეფორმაციის სიჩქარე იცვლის თავის მიმართულებას). ასეთ შემთხვევაში (2.6.4) განტოლების ამონახსნი განტვირთვის დროს ( $\sigma_c = 0$ ) მიიღებს სახეს:

$$\varepsilon(t) = \frac{\nu'_0 - k_2 \varepsilon'_0}{k_1 - k_2} e^{k_1 t} - \frac{\nu'_0 - k_1 \varepsilon'_0}{k_1 - k_2} e^{k_2 t}. \quad (2.6.6)$$

(2.6.5) და (2.6.6) გამოსახულებებით მოცემული ცოცვადობის და განტვირთვის შესაბამისი სქემატური გრაფიკული გამოსახულებები მოცემულია ნახ. 2.6.2-ზე.



ნახ. 2.6.2 ცოცვადობის და განტვირთვის მრუდები

ბ)  $\varepsilon = \varepsilon_c = const$  (რელაქსაცია), (2.6.3) მიიღებს სახეს:

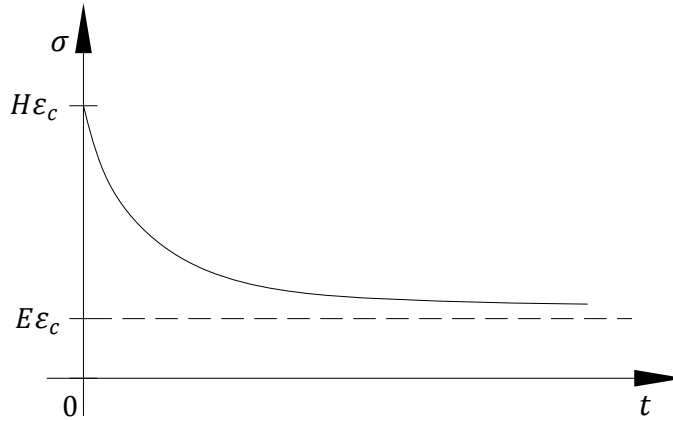
$$\frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{n} \sigma = \frac{E\varepsilon_c}{n}, \quad (2.6.7)$$

რომლის ამონახსნი საწყისი პირობებით, როცა  $t = 0$ , მაშინ  $\sigma = \sigma_0 = H\varepsilon_c$ , მოიცემა სახით:

$$\sigma(t) = \varepsilon_c(H - E)e^{-\frac{t}{n}} + E\varepsilon_c. \quad (2.6.8)$$

(2.6.8) განტოლების სქემატური გრაფიკული გამოსახულება მოცემულია ნახ.

2.6.3-ზე:



ნახ. 2.6.3 რელაქსაციის მრუდი

**2.6.2. ოთხ ელემენტარული მოდელი კლასიფიკაციის 2) ხაზის მიხედვით (იხ. ნახ. 2.5.1ა))**

ეს მოდელი განხილული გვაქვს 2.5. ქვეთავში. ამ სქემის შესაბამისი რეოლოგიური განტოლება აღიწერება (2.5.6) განტოლებით. ცოცვადობის და რელაქსაციის აღმწერი ამონახსნები მოიცემა შესაბამისად (2.4.7) და (2.5.19) გამოსახულებებით, ხოლო მათი სქემატური გრაფიკული გამოსახულებები მოცემულია შესაბამისად ნახ. 2.4.2 და ნახ. 2.5.2-ზე. ამავე ქვეთავში არის აღწერილი ამ მოდელის მახასიათებლები, მისი უპირატესობები და ნაკლოვანებები.

აქ განხილული ორივე ტიპის მოდელისთვის მიიღება დროის მიხედვით მეორე რიგის დიფერენციალური დამოკიდებულება (რეოლოგიური განტოლება), მაგრამ მათში ძაბვები და დეფორმაციები, წარმოებულების რიგის მიხედვით, არასიმეტრიულია. მეორე შემთხვევაში განსხვავება მხოლოდ (2.5.6) რეოლოგიურ განტოლებაში დეფორმაციის შემცველი თავისუფალი წევრის არარსებობითაა გამოწვეული.

ცოცვადობის და რელაქსაციის პროცესების აღწერისას ორივე ტიპის მოდელი იძლევა განსხვავებულ შედეგებს, კერძოდ, პირველი მოდელით ცოცვადობის პროცესი აღიწერება ისე, რომ ხანგრძლივი დროის შემდეგ დეფორმაცია აღწევს

რადაც მაქსიმალურ მნიშვნელობას. პრაქტიკა აჩვენებს, რომ ასეთი შემთხვევა იშვიათია, რეალურად, დროის მიხედვით დეფორმაციის პროცესი არ ჩერდება. თუმცა გარკვეული სიზუსტით შედეგები შეიძლება დამაკმაყოფილებლად ჩაითვალოს. კლასიფიკაციის ამ ხაზის მოდულების სამ ელემენტური ვარიანტისგან განსხვავებით [8] ცოცვადობის მრუდი წარმოადგენს ორი ექსპონენციალური შესაკრების კომბინაციას, დამოუკიდებელი პარამეტრების რიცხვი უფრო მეტია და ექსპერიმენტთან ეფექტურად შეთავსების მეტი შესაძლებლობაა. განტვირთვის დროს სისტემა სრულად აღიდგენს საწყის მდგომარეობას, ნარჩენი დეფორმაცია არ გვექნება. რაც შეეხება რელაქსაციის პროცესს, ამონახსნი წარმოადგენს მარტივ ექსპონენტას რაც ექსპერიმენტთან მიმართებით მეტ უზუსტობას იძლევა. ამ შემთხვევაში, ხანგრძლივი დროის შემდეგ ძაბვა ჩერდება რადაც არანულოვან მნიშვნელობაზე.

კლასიფიკაციის მეორე მოდელის შემთხვევაში ცოცვადობისა და რელაქსაციის მრუდები არ წარმოადგენს მარტივ ექსპონენტებს, დამოუკიდებელი პარამეტრების რიცხვიც მეტია მათ სამ ელემენტური [21, 23] ვარიანტებთან შედარებით და ექსპერიმენტთან შედარების მეტი ეფექტური შესაძლებლობაა. ცოცვადობის პროცესის აღწერისას დეფორმაცია ხანგრძლივი დროის მანძილზე ყოველთვის მიმდინარეობს, რისი გამოვლინებაც პრაქტიკაშიც ხშირად გვხვდება.  $\eta_1$  სიბლანტის კოეფიციენტის ვარირებით ეს პროცესი შესაძლოა ვმართოთ ექსპერიმენტულ მონაცემებთან შეთავსების თვალსაზრისით, ხოლო თუ მას მივასწრაფებთ უსასრულობისკენ მაშინ ნახ. 2.5.1 ა)-ზე გამოსახული მოდელი გადაიქცევა კლასიფიკაციის 1) ხაზის განზოგადებული მოდელის სამ ელემენტური ვარიანტად [8]. განტვირთვის შემდეგ სისტემაში რჩება ნარჩენი დეფორმაციები, რაც პრაქტიკული თვალსაზრისით რეალობასთან უფრო ახლოს დგას. რელაქსაციის პროცესი ამ შემთხვევაში იძლევა შედეგს, რომ ხანგრძლივი დროის შემდეგ ძაბვა 0-მდე ეცემა, რაც პრაქტიკულად ზოგ შემთხვევაში არ ვლინდება. ეს ფაქტი ამ მოდელის უარყოფით მხარედ შეიძლება შეფასდეს, თუმცა პრაქტიკული სიზუსტის თვალსაზრისით დასაშვებია.

## 2.7. რიცხვითი მეთოდები თხელკედლიან სივრცით კონსტრუქციებში

ტექნიკის ისეთი დარგების განვითარება, როგორცაა სამრეწველო და სამოქალაქო მშენებლობა, ავიამშენებლობა, სარაკეტო და კოსმოსური მშენებლობა, მანქანათმშენებლობა და სხვა, შეუძლებელია მათემატიკური მოდელების საშუალებების გარეშე. ისინი გვაძლევს არამართო ახალი ტექნიკური იდეებიდან კონკრეტულ კონსტრუქციულ გადაწყვეტილებებზე გადასვლის პროცესის დაჩქარების საშუალებას, არამედ მიღებული კონსტრუქციის ხარისხის შესამოწმებელ ციკლს. მათემატიკური მოდელების შექმნისას, განსაკუთრებით მრავალშრიანი (ფენოვანი) კონსტრუქციების ანალიზისას, აუცილებელია გამომთვლელი ტექნიკის პროგრამული პაკეტის საფუძვლად სამშენებლო მექანიკის და დეფორმირებული მყარი ტანის მექანიკის ამოცანათა ამოხსნის ერთ-ერთი ყველაზე ეფექტური რიცხვითი მეთოდი - სასრულ ელემენტთა მეთოდი (სემ).

რადგანაც აქცენტი გამახვილებული გვაქვს თხელკედლიან სივრცით კონსტრუქციებზე, ამიტომ მსჯელობის ხაზი განვითარდება ამ მიმართულებით. სასრულ ელემენტთა მოდელი ძირითადად ეფუძვნება ფენოვან ფირფიტათა და გარსთა თეორიას, რომლებიც, თავის მხვივ, გარკვეულწილად დაფუძვნებულია კირხოფ-ლიავის ჰიპოთეზაზე, რომლის მიხედვითაც, გადამჭრელი დეფორმაციები არ წარმოადგენს ფუნქციებს გარსის სისქის კოორდინატების მიმართ. ამასთან, არადეფორმირებული გარსის ნორმალური წრფე დარჩება ისევ წრფედ და ნორმალად დეფორმირებული ზედაპირის მიმართ ცალკეულ ფენების შემთხვევაში. იგი მოზრუნდება დეფორმირებული ზედაპირის (გარსის) მიმართ იმდენჯერ, რამდენჯერაც ფენა გადავა ფენაში [14].

საზოგადოდ, გარსთა და ფირფიტათა თეორიაში ერთ-ერთ ყველაზე აქტუალურ პრობლემას წარმოადგენს სისქის მიმართ ძვრის ფაქტორის განსაზღვრა. აღნიშნული პრობლემის გადაჭრას მიეძღვნა უამრავი ე.წ. დაზუსტებული თეორია, მაგრამ მიუხედავად ამისა, პრობლემა მაინც გადაუჭრელად რჩება. უნდა აღინიშნოს რომ, ასევე აქტუალურ პრობლემას წარმოადგენს რიცხვითი შედეგების მიღწევაც.



კონსტრუქციების პროექტირების თანამედროვე მეთოდები ტრადიციული და ახალი მასალებით მჭიდროდ არის დაკავშირებული დეფორმირებული სხეულების მექანიკურ დამუშავება-დახვეწასთან, ასევე ეფექტური რიცხვითი სქემების და ალგორითმული გადაწყვეტილებების შექმნასთან.

ორი ძირითადი კლასის მოდელირების მეთოდების - ფიზიკურის და მათემატიკურის შედარებისას, ბოლო დროს სულ უფრო მეტი ტიპის ამოცანათა გადაწყვეტაში გამოყენება ჰპოვა მათემატიკურმა მოდელირებამ. გამომთვლელი ტექნიკის დახვეწამ და ციფრული მეთოდების მოდელირებამ შესაძლებელი გახადა უმეტესწილად შეცვლილიყო ან არსებითად დახვეწილიყო ფიზიკური ძიებები გამოთვლითი ექსპერიმენტებით, სიმტკიცეზე ანგარიშით დეფორმირებადი პროცესების მოდელირება. დინამიკური პროცესები და მათზე დაყრდნობა საშუალებას იძლევა მივიღოთ ოპტიმალური კონსტრუქციული გადაწყვეტილებები, რაც განპირობებულია აგრეთვე შესამჩნევად დაბალი მათემატიკური მოდელირების ღირებულებებით და სწრაფი კვლევის ჩატარებით.

დინამიური დატვირთვების ზეგავლენის ქვეშ მყოფი დეფორმირებადი სხეულების გამოყენება ბრტყელი გარემოს მექანიკის განსაკუთრებული წარმოსახვაა. დინამიური სიმტკიცის ამოცანის დონე და სიზუსტის კლასი, რომელთა გადაწყვეტა ხერხდება მათემატიკური მოდელების საშუალებით, მათ სტრუქტურასა და ხარისხს წაუყენებს ხისტ მოთხოვნებს. საანგარიშო სქემა უნდა პასუხობდეს გადასაწყვეტ ამოცანას: საკმარისია სრულად აღიწეროს არსებითი მხარეები, ხოლო მოხდეს სამოდულო პროცესის მეორეხარისხოვანი ფაქტორების აბსტრაგირება. მოდელებში გათვალისწინებული უნდა იყოს ის პარამეტრები, რომელთა ცვალებადობაც შეიმჩნევა ექსპლუატაციაში.

სისტემის მდგომარეობის დამახასიათებელ ძირითად ცვლად სიდიდეებად წარმოდგინება: გადაადგილებები, დეფორმაციები და ძაბვები. შეიძლება გამოვყოთ მოძრაობის განტოლებების გამოყვანის სამი ძირითადი მეთოდი, რომელთაგან თითოეული პრიორიტეტულია გარკვეული კლასის ამოცანებისთვის.

პირველი დაკავშირებულია დალამბერის პრინციპის გამოყენებასთან, რომელიც საშუალებას იძლევა გამოვიყვანოთ მოძრაობის განტოლება დინამიური წონასწორობის პირობიდან გამომდინარე.

განაწილებული პარამეტრებიანი სისტემებისთვის, სისტემაზე მოქმედი ძალების წონასწორობის პირობების უშუალო გამოყვანა ძნელდება. ამ დროს შეიძლება გამოვიყენოთ შესაძლო გადაადგილების პრინციპი.

უმეტესად, გავრცელებულია ვარიაციული მეთოდი - ჰამელტონის პრინციპი, რომელიც ითვალისწინებს ენერჯის სკალარული სიდიდის ვარიაციულ დასმას. ის შესაძლო გადაადგილების პრინციპისგან იმით განსხვავდება, რომ მის ფორმულირებაში არ შედის ინერციული და დრეკადი ძალები და ის განიხილავს ენერჯის წმინდა სკალარულ სიდიდეებს, მაშინ როდესაც შესაძლო გადაადგილების მეთოდში ყველა ძალები და გადაადგილებები ხასიათით წარმოადგენენ ვექტორებს, იმ შემთხვევაშიც კი როცა მუშაობა ხასიათდება სკალარული სიდიდეებით.

ასეთი სისტემებით ამოცანების გადაწყვეტის რეალიზებისას, მათემატიკური მოდელირების მოდელები იყოფა სამ დიდ ჯგუფად: ანალიზურ, რიცხვით და კომპლექსურად. დიფერენციალური განტოლებების ანალიზური ამოხსნა შესაძლებელია მხოლოდ მარტივი იდეალიზირებული შემთხვევებისთვის. ამის გამო, შედარებით ადრინდელი ინჟინრები, რომელთაც არ ჰქონდათ შესაძლებლობა გამოეყენებინათ თანამედროვე შესაძლებლობების კომპიუტერული ტექნიკა, უპირატესობას ანიჭებდნენ ფიზიკური მოდელირების მეთოდს. გამოთვლითი ტექნიკის განვითარებასთან ერთად პოპულარული ხდება რიცხვითი მოდელირების მეთოდი, როგორც უფრო ეფექტური და ეკონომიური საშუალება ვიდრე ფიზიკური მოდელირების მეთოდი. მათ მიეკუთვნება სხვადასხვა სახის პირდაპირი და არაპირდაპირი სასრულ სხვაობიანი მეთოდები. გამოთვლით ტექნიკაზე ანალიტიკური და რიცხვითი მეთოდების ძლიერი და სუსტი მხარეების შედარებამ მიგვიყვანა მათ სინთეზამდე და კომპლექსურ მათემატიკურ მოდელების შექმნამდე. სამშენებლო მექანიკის ამოცანების გადაწყვეტისას საკმარისად

უნივერსალური და ფართოდ გავრცელებული არის სასახლვრო ელემენტთა მეთოდი და სასრულ ელემენტთა მეთოდი (სემ).

### 2.7.1. საფრენ აპარატებში გამოყენებული შემონაკერების სასრულ ელემენტთა მეთოდით ანგარიშის თავისებურებები

კონსტრუქციების მოდელირებაში სასრული წარმოდგენის გამოყენება იძლევა საშუალებას გამოირიცხოს კერძო წარმოებულები სივრცული ცვლადების მიმართ. ამ დროს დინამიკური ბუნება აღიწერება კომის ამოცანით, ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების სისტემით.

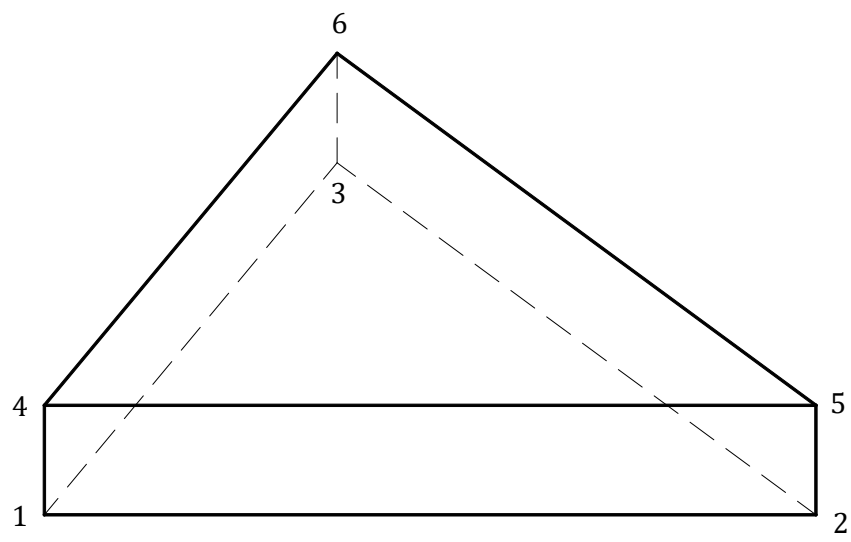
მექანიკის განტოლების სასრულ ელემენტური ექვივალენტის გამოსაყვანად, მეტწილად მოსახერხებელია ამ განტოლების ვარიაციული ფორმულირება, მაშინ როცა ენერჯის ფუნქციონალის მინიმიზაციის შემდეგ უშუალოდ მიიღება ალგებრულ განტოლებათა სისტემა, რომელიც კონსტრუქციის კლასიკური წრფივი თეორიის გამოსახვის საუკეთესო საშუალებას წარმოადგენს. ამგვარად, ადგილი აქვს ვარიაციულ-სხვაობიანი მეთოდის ანალოგიას, სადაც განტოლებების სასრულ სხვაობიანი სისტემის მისაღებად გამოიყენება ერთ-ერთ ვარიაციული პრინციპი. განსხვავება იმაში მდგომარეობს, რომ აქ არსებით როლს ასრულებს ფუნქციის ფორმები, განსაკუთრებით მათი ინტერპოლაციური ბუნება, ხასიათი. ეს უფლებას იძლევა სემ-ში გაერთიანდეს სასრულსხვაობიანი და ვარიაციული მეთოდების უპირატესობები: პირველის უნივერსალურობა და მეორის დიდი სიზუსტე.

სემ-ის მნიშვნელოვან უპირატესობებს, რის გამოც იგი ფართოდ გამოიყენება, წარმოადგენს შემდეგი:

მასალების ხასიათი შეიძლება იყოს არაერთგვაროვანი, რაც საშუალებას იძლევა მეთოდი გამოყენებული იქნას ფენოვან სისტემებში; მრუდწირული არე შეიძლება აპროქსიმირებული იქნას წრფივი სასრული ელემენტებით (სე), ანდა აღიწეროს ზუსტად მრუდწირული სე-ით. ე.ი. მეთოდი გამოყენებადია ნებისმიერი ფორმის საზღვრების მქონე არეებისთვის; სასრული ელემენტების ზომები

შეიძლება იყოს ცვალებადი, რაც საშუალებას იძლევა აუცილებლობის შემთხვევაში გავამსხვილოთ ან დავანაწევროთ არის დაყოფის ბადე; სემ საშუალებას იძლევა გავითვალისწინოთ სასაზღვრო პირობები წყვეტადი ზედაპირული დატვირთვით, ასევე შერეული სასაზღვრო პირობები; მეთოდი ადვილად ალგორითმებადია და იძლევა საკმარისად ზოგადი პროგრამების შექმნის შესაძლებლობას სხვადასხვა კლასის კერძო ამოცანების ამოსახსნელად.

**2.7.2. სამკუთხა სასრული ელემენტის სიხისრის მატრიცის შედგენა განივი ძვრის გათვალისწინებით**



ნახ. 2.7.1 სამკუთხა სასრული ელემენტი

სამკუთხედის შიგნით ფუნქციის მნიშვნელობა შესაძლებელია გამოვსახოთ სამკუთხედის წვეროების მნიშვნელობებით შემდეგი სახით:

$$F = R_1 F_1 + R_2 F_2 + R_3 F_3 \tag{2.7.1}$$

სადაც  $F_1, F_2, F_3$  წარმოადგენს ფუნქციის მნიშვნელობებს წვეროებში,  $R_i = \frac{a_i}{h_i}$  სადაც  $h_i$  სამკუთხედის სიმაღლეა, ხოლო  $a_i$  - წარმოადგენს მანძილს იმ წერტილიდან შესაბამის სამკუთხედის გვერდამდე, სადაც მოცემულია ფუნქციის

მნიშვნელობა.  $R_1$  და  $R_2$  შესაძლებელია განვიხილოთ, როგორც დამოუკიდებელი პარამეტრები, ხოლო  $R_3 = 1 - R_1 - R_2$ , რისი გათვალისწინებითაც  $F = R_1(F_1 - F_3) + R_2(F_2 - F_3) + F_3$ . ასევე:

$$\begin{aligned}x &= R_1X_1 + R_2X_2 + R_3X_3 = R_1(X_1 - X_3) + R_2(X_2 - X_3) + X_3 = X(R_1, R_2) \\y &= R_1Y_1 + R_2Y_2 + R_3Y_3 \\v &= R_1V_1 + R_2V_2 + R_3V_3\end{aligned}$$

გადაადგილებისა და კოორდინატის ნაზრდი გამოვთვალოთ შემდეგი ფორმულით:

$$\varepsilon_x = \frac{\frac{\partial u}{\partial R_1} \frac{\partial v}{\partial R_2} - \frac{\partial u}{\partial R_2} \frac{\partial v}{\partial R_1}}{\frac{\partial R_1}{\partial x} \frac{\partial R_2}{\partial y} - \frac{\partial R_2}{\partial R_1} \frac{\partial R_1}{\partial x}} \quad (2.7.2)$$

$R_1$  და  $R_2$ -ით წარმოებულები გამოვსახოთ კვანძებში გადაადგილების მნიშვნელობებით, მივიღებთ:

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial R_1} &= v_1 - v_3; & \frac{\partial u}{\partial R_2} &= v_2 - v_3; \\ \frac{\partial x}{\partial R_1} &= x_1 - x_3; & \frac{\partial x}{\partial R_2} &= x_2 - x_3;\end{aligned}$$

ყოველივე ამის გათვალისწინებით მივიღებთ:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{(y_2 - y_3)u_1 + (y_3 - y_1)u_2 + (y_1 - y_2)u_3}{(y_2 - y_3)x_1 + (y_3 - y_1)x_2 + (y_1 - y_2)x_3} \quad (2.7.3)$$

ანალოგიურად

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{(x_2 - x_3)v_1 + (x_3 - x_1)v_2 + (x_1 - x_2)v_3}{(x_2 - x_3)y_1 + (x_3 - x_1)y_2 + (x_1 - x_2)y_3} \quad (2.7.4)$$

შემოვიღოთ აღნიშვნები:

$$\begin{aligned}Ax &= (y_2 - y_3)x_1 + (y_3 - y_1)x_2 + (y_1 - y_2)x_3; \\ Dx1 &= \frac{y_2 - y_3}{Ax}; \\ Dx2 &= \frac{y_3 - y_1}{Ax};\end{aligned}$$

$$Dx3 = \frac{y_1 - y_2}{Ax};$$

$$Ay = (x_2 - x_3)y_1 + (x_3 - x_1)y_2 + (x_1 - x_2)y_3;$$

$$Dy1 = \frac{x_2 - x_3}{Ay};$$

$$Dy2 = \frac{x_3 - x_1}{Ay};$$

$$Dy3 = \frac{x_1 - x_2}{Ay};$$

მაშინ

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = Dx1 \cdot u_1 + Dx2 \cdot u_2 + Dx3 \cdot u_3; \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = Dy1 \cdot v_1 + Dy2 \cdot v_2 + Dy3 \cdot v_3; \\ \gamma_x &= \frac{\partial v}{\partial x} = Dx1 \cdot v_1 + Dx2 \cdot v_2 + Dx3 \cdot v_3; \\ \gamma_y &= \frac{\partial u}{\partial y} = Dy1 \cdot u_1 + Dy2 \cdot u_2 + Dy3 \cdot u_3; \end{aligned} \quad (2.7.5)$$

სასრული ელემენტის ქვედა სიბრტყის კვანძებს მივანიჭოთ ნომრები 1, 2, 3 ზედას კი შესაბამისად 4, 5, 6.

ძვრის დეფორმაცია სისქის მიმართ ჩაიწერება შემდეგი სახით:

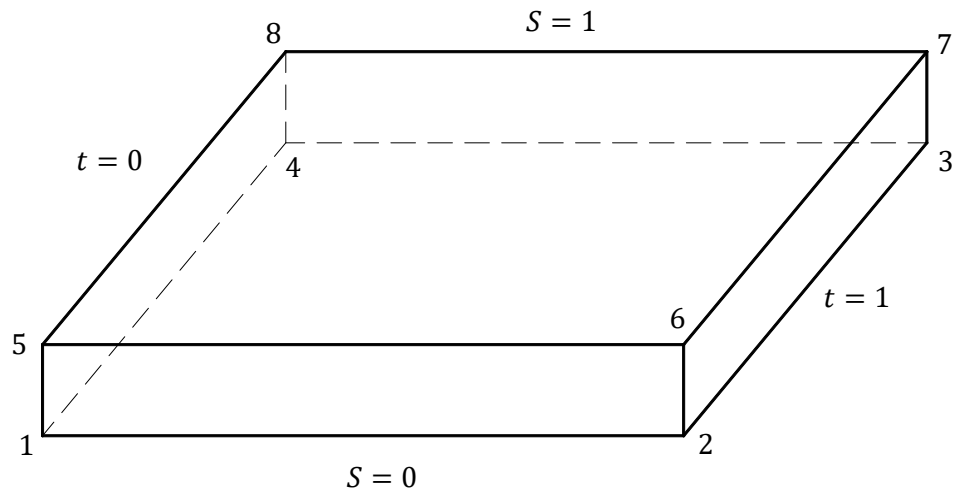
$$\begin{aligned} \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{u_B - u_H}{h} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{w_B + w_H}{2}; \\ \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{v_B - v_H}{h} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{w_B + w_H}{2}. \end{aligned} \quad (2.7.6)$$

რადგანაც ელემენტის შიგნით  $U = R_1 U_1 + R_2 U_2 + R_3 U_3$  და გავითვალისწინებთ დეფორმაციის დამოკიდებულებებს, შედგება სამკუთხა სასრული ელემენტის  $G$  მატრიცა, რომელიც ჩავწეროთ ბლოკების სახით:

$$\begin{aligned} L_{11} &= \begin{bmatrix} Dx1 & 0 & 0 & Dx2 & 0 & 0 & Dx3 & 0 & 0 \\ 0 & Dy1 & 0 & 0 & Dy2 & 0 & 0 & Dy3 & 0 \\ 0 & Dx1 & 0 & 0 & Dx2 & 0 & 0 & Dx3 & 0 \\ Dy1 & 0 & 0 & Dy2 & 0 & 0 & Dy3 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \\ L_{12} &= \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{h} & 0 & \frac{Dx1}{2} & -\frac{R_2}{h} & 0 & \frac{Dx2}{2} & -\frac{R_3}{h} & 0 & \frac{Dx3}{2} \\ 0 & -\frac{R_1}{h} & \frac{Dy1}{2} & 0 & -\frac{R_2}{h} & \frac{Dy2}{2} & 0 & -\frac{R_3}{h} & \frac{Dy3}{2} \end{bmatrix}; \\ G &= \begin{bmatrix} L_{11} & 0 \\ 0 & L_{11} \\ L_{12} & L_{12} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.7.7)$$

$G$  მატრიცა წარმოადგენს  $10 \times 18$  რიგის მატრიცას და რადგანაც სიხისტის მატრიცა ტოლია  $[K] = \int_{\Omega} [G]^T \cdot [B] \cdot [G] dS$ , მისი ანგარიში წარმოებს სასრული ელემენტის ფართზე რიცხვითი ინტეგრირების გზით.

**2.7.3. მართკუთხა სასრული ელემენტის სიხისტის მატრიცის შედგენა განივი ძვრის გათვალისწინებით**



ნახ. 2.7.2 მართკუთხა სასრული ელემენტი

მოცემული სასრული ელემენტის ზონის შიგნით ფუნქცია წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით:

$$F = a_0 + a_1 t + a_2 s + a_3 ts \quad (2.7.8)$$

სადაც  $a_i, i = 0, 1, 2, 3$  განისაზღვრება კვანძების მნიშვნელობებით,  $t, s$ - დამოუკიდებელი პარამეტრებია, რომლებიც იცვლება 0-დან 1-მდე. კვანძების დანომვრა მოვახდინოთ ნახ.2-ის მიხედვით. თუ გავითვალისწინებთ  $t, s$ - ს მნიშვნელობებს მოცემულ ფუნქციაში, მივიღებთ განტოლებათა სისტემას, რომლის ამონახსნები  $a_i, i = 0, 1, 2, 3$  ჩასმული  $F$ -ფუნქციაში მოგვცემს ფორმის ფუნქციებს, რომლებსაც აქვს შემდეგი სახე:

$$\begin{aligned}
 N_1 &= 1 - ts; \\
 N_2 &= t - ts; \\
 N_3 &= ts; \\
 N_4 &= s - st.
 \end{aligned}
 \tag{2.7.9}$$

შემოვიღოთ შემდეგი აღნიშვნები:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial y}{\partial s} - \frac{\partial x}{\partial s} \frac{\partial y}{\partial t}, & Dxt &= \frac{1}{A} \frac{\partial y}{\partial s}, \\
 Dxs &= \frac{1}{A} \frac{\partial y}{\partial t}, & Dyt &= \frac{1}{A} \frac{\partial x}{\partial s}, & Dys &= \frac{1}{A} \frac{\partial x}{\partial t},
 \end{aligned}$$

და გავითვალისწინებთ  $N_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  ფუნქციების წარმოებულს  $t, s$  ცვლადებით, მივიღებთ:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = Ax1 \cdot u_1 + Ax2 \cdot u_2 + Ax3 \cdot u_3 + Ax4 \cdot u_4.$$

ანალოგიურად

$$\frac{\partial v}{\partial y} = Ay1 \cdot v_1 + Ay2 \cdot v_2 + Ay3 \cdot v_3 + Ay4 \cdot v_4.$$

სადაც

$$Ax1 = (s - 1) \cdot Dxt + (t - 1) \cdot Dxs;$$

$$Ax2 = (1 - s) \cdot Dxt - t \cdot Dxs;$$

$$Ax3 = s \cdot Dxt + t \cdot Dxs;$$

$$Ax4 = -s \cdot Dxt + (1 - t) \cdot Dxs;$$

$$Ay1 = (s - 1) \cdot Dyt + (t - 1) \cdot Dys;$$

$$Ay2 = (1 - s) \cdot Dyt - t \cdot Dys;$$

$$Ay3 = s \cdot Dyt + t \cdot Dys;$$

$$Ay4 = -s \cdot Dyt + (1 - t) \cdot Dys;$$

და სასრულ ელემენტში დეფორმაციები ჩაიწერება შემდეგნაირად



$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = Ax1 \cdot u_1 + Ax2 \cdot u_2 + Ax3 \cdot u_3 + Ax4 \cdot u_4; \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = Ay1 \cdot v_1 + Ay2 \cdot v_2 + Ay3 \cdot v_3 + Ay4 \cdot v_4; \\ \gamma_x &= \frac{\partial v}{\partial x} = Ax1 \cdot v_1 + Ax2 \cdot v_2 + Ax3 \cdot v_3 + Ax4 \cdot v_4; \\ \gamma_y &= \frac{\partial u}{\partial y} = Ay1 \cdot u_1 + Ay2 \cdot u_2 + Ay3 \cdot u_3 + Ay4 \cdot u_4;\end{aligned}$$

სასრული ელემენტის ქვედა სიბრტყის კვანძებს მივანიჭოთ ნომრები 1, 2, 3, 4 ზედას კი შესაბამისად 5, 6, 7, 8.

ძვრის დეფორმაცია სისქის მიმართ ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$\begin{aligned}\gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{u_B - u_H}{h} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{w_B + w_H}{2}; \\ \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{v_B - v_H}{h} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{w_B + w_H}{2}.\end{aligned}\quad (2.7.10)$$

ანუ

$$\begin{aligned}\gamma_{xz} &= \frac{N_1}{h}(u_5 - u_1) + \frac{N_2}{h}(u_6 - u_2) + \frac{N_3}{h}(u_7 - u_3) + \frac{N_4}{h}(u_8 - u_4) + \\ &+ \frac{Ax1}{2}(w_5 + w_1) + \frac{Ax2}{2}(w_6 + w_2) + \frac{Ax3}{2}(w_7 + w_3) + \frac{Ax4}{2}(w_8 + w_4); \\ \gamma_{yz} &= \frac{N_1}{h}(v_5 - v_1) + \frac{N_2}{h}(v_6 - v_2) + \frac{N_3}{h}(v_7 - v_3) + \frac{N_4}{h}(v_8 - v_4) + \\ &+ \frac{Ay1}{2}(w_5 + w_1) + \frac{Ay2}{2}(w_6 + w_2) + \frac{Ay3}{2}(w_7 + w_3) + \frac{Ay4}{2}(w_8 + w_4).\end{aligned}\quad (2.7.11)$$

სასრული ელემენტის  $G$  მატრიცა ასევე ჩავწეროთ ბლოკების სახით, გვექნება:

$$\begin{aligned}L_{11} &= \begin{bmatrix} Ax1 & 0 & 0 & Ax2 & 0 & 0 & Ax3 & 0 & 0 & Ax4 & 0 & 0 \\ 0 & Ay1 & 0 & 0 & Ay2 & 0 & 0 & Ay3 & 0 & 0 & Ay4 & 0 \\ 0 & Ax1 & 0 & 0 & Ax2 & 0 & 0 & Ax3 & 0 & 0 & Ax4 & 0 \\ Ay1 & 0 & 0 & Ay2 & 0 & 0 & Ay3 & 0 & 0 & Ay4 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \\ L_{31} &= \begin{bmatrix} -\frac{N_1}{h} & 0 & \frac{Ax1}{2} & -\frac{N_2}{h} & 0 & \frac{Ax2}{2} & -\frac{N_3}{h} & 0 & \frac{Ax3}{2} & -\frac{N_4}{h} & 0 & \frac{Ax4}{2} \\ 0 & -\frac{N_1}{h} & \frac{Ay1}{2} & 0 & -\frac{N_2}{h} & \frac{Ay2}{2} & 0 & -\frac{N_3}{h} & \frac{Ay3}{2} & 0 & -\frac{N_4}{h} & \frac{Ay4}{2} \end{bmatrix}; \\ L_{32} &= \begin{bmatrix} \frac{N_1}{h} & 0 & \frac{Ax1}{2} & \frac{N_2}{h} & 0 & \frac{Ax2}{2} & \frac{N_3}{h} & 0 & \frac{Ax3}{2} & \frac{N_4}{h} & 0 & \frac{Ax4}{2} \\ 0 & \frac{N_1}{h} & \frac{Ay1}{2} & 0 & \frac{N_2}{h} & \frac{Ay2}{2} & 0 & \frac{N_3}{h} & \frac{Ay3}{2} & 0 & \frac{N_4}{h} & \frac{Ay4}{2} \end{bmatrix}.\end{aligned}\quad (2.7.12)$$

საბოლოოდ  $G$  მატრიცა ფორმირდება შემდეგნაირად:

$$G = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 \\ 0 & L_{11} \\ L_{31} & L_{32} \end{bmatrix}.\quad (2.7.13)$$

ელემენტის სიხისტის მატრიცის გამოთვლა წარმოებს რიცხვითი ინტეგრირების გზით. ოთხკუთხედის ფართზე გამოითვლება ორმაგი ჯამი. მიღებული სასრული ელემენტი წარმოადგენს ელემენტს, რომელიც ითვალისწინებს ძვრას, იგი არ უზრუნველყოფს გეომეტრიულ მუდმივობას: თუკი მას დავამაგრებთ ქვედა სიბრტყის კვანძებით, ხოლო ზედა ზედაპირის კვანძით წერტილებში მოვდებთ ძალებს, რომლებიც მიმართული იქნება ელემენტის სიბრტყის მართობულად, მაშინ გადაადგილებები იქნება საკმარისად დიდი სიდიდის. იმისთვის რომ თავიდან ავიცილოთ ეს ფაქტი, სქემაში შესაძლოა შემოვიყვანოთ ღეროები, რომელიც შესაბამისად შეაერთებს ერთმანეთთან ელემენტის ზედა და ქვედა სიბრტყეების კვანძით წერტილებს, ხოლო ელემენტის მატრიცა მოდიფიცირდება იმგვარად, რომ იგი იყოს დამატებული ღეროების ექვივალენტური. ღეროების სიხისტე უნდა შეირჩეს იმგვარად, რომ იგი ექვივალენტური იყოს გაჭიმვაზე ელემენტის სიხისტის.

#### 2.7.4. დეფორმაციები და ძაბვები გარსებსა და ფირფიტებში

სამშენებლო მექანიკის თვალსაზრისით, არსებითი და განმსაზღვრელი მნიშვნელობა აქვს შეისწავლილი იყოს ძაბვები გარსებსა და ფირფიტებში. საზოგადოდ, ამის გაკეთება უნდა მოხდეს იმის შესაბამისად, თუ რომელი ჰიპოთეზაა გამოყენებული. გარსთა თეორიაში ძაბვები, ჩვეულებრივ, პირდაპირი გზით არ განისაზღვრება, ეს ხერხდება რაღაც სხვა საძიებელი ფუნქციების ხარჯზე. მაშასადამე, თუ დასმული ამოცანა იხსნება გადაადგილებებში, მათი განსაზღვრის შემდეგ გამოითვლება დეფორმაციები, ხოლო შემდეგ კი ძაბვები.

განვიხილოთ არაერთგვაროვანი ფენოვანი გარსის ძაბვის განსაზღვრის ალგორითმი იმის გათვალისწინებით, რომ ფენათა რაოდენობა არის  $K$  და თითოეული ფენისათვის სიხისტე და ფენის სისქე განსხვავებულია. იმისათვის რომ განსაზღვრული იყოს ფენოვან გარსებში განივი, მხები და ნორმალური ძაბვები, წონასწორობის განტოლებებიდან ჯერ განისაზღვრება გადაადგილებები. ამის

შემდეგ გადაადგილებებიდან განისაზღვრება დეფორმაციები და შემდეგ ფიზიკური თანაფარდობების გათვალისწინებით განისაზღვრება ფენებში მემბრანული ძაბვები. შემდგომ, დრეკადობის სამ განზომილებიანი თეორიის წონასწორობის განტოლებების თანახმად, რომელიც ჩაწერილია ძაბვების სახით და ასევე სტატიკური სასაზღვრო პირობების გათვალისწინებით, ზედა და ქვედა ფენებისთვის განისაზღვრება მხები, ნორმალური და განივი ძაბვები. ფენოვან ფირფიტებში და გარსებში ძაბვათა განსაზღვრის ეს მიდგომა სტატიკური ამოცანების გადაწყვეტისათვის გადმოცემულია შესაბამის ლიტერატურაში. თუ გარსში გადაადგილებები განისაზღვრება პოტენციური ენერჯის მინიმუმის პრინციპის თანახმად, მაშინ ძაბვათა განსაზღვრის ალგორითმი ზემოთნათქვამის მსგავსია და ფორმულირდება შემდეგნაირად: ჯერ  $U$  გადაადგილებიდან გარსში განისაზღვრება დეფორმაცია

$$\varepsilon = LU \tag{2.7.14}$$

მიღებული დეფორმაციებიდან გამოიყოფა მემბრანული და მღუნავი დეფორმაციები

$$\begin{aligned} \Omega^T &= \{\Omega_{(11)}; \Omega_{(22)}; 2\Omega_{(12)}; \} \\ K^T &= \{\chi_{(11)}; \chi_{(22)}; 2\chi_{(12)}; \} \end{aligned} \tag{2.7.15}$$

ამის შემდეგ, კინემატიკური თანაფარდობების შესაბამისად, შესაძლებელია განისაზღვროს სისქის ნებისმიერი წერტილისათვის მემბრანული დეფორმაციები (იგულისხმება რომ ცალკეული ფენებისათვის სიხისტე მუდმივია  $x_3$  ღერძის გასწვრივ)

$$e = \Omega + x_3 K \tag{2.7.16}$$

აქ  $e^T = \{e_{(11)}; e_{(22)}; e_{(12)}; \}$  გარსის სრული დეფორმაციაა. თუ გამოვიყენებთ ჰუკის კანონს ცალკეული ფენებისთვის, მაშინ შესაძლებელია თითოეული ფენისთვის გამოითვალოს მემბრანული ძაბვები  $k$ -ური ფენის შემთხვევაში, მივიღებთ:

$$\sigma_{*(k)} = A_{(k)} \cdot e \quad (2.7.17)$$

სადაც  $\sigma_{*(k)}^T = \{\sigma_{(11)}^k, \sigma_{(22)}^k, \sigma_{(12)}^k\}$  გარსის  $k$ -ური ფენის ძაბვაა,  $A_{(k)}$  წარმოადგენს  $k$ -ური ფენის სიხისტის მატრიცას

$$A_{(k)} = \begin{bmatrix} A_{(11)}^k & A_{(12)}^k & A_{(16)}^k \\ A_{(21)}^k & A_{(22)}^k & A_{(26)}^k \\ A_{(61)}^k & A_{(62)}^k & A_{(66)}^k \end{bmatrix} \quad (2.7.18)$$

(2.7.16) და (2.7.17) თანახმად მემბრანული ძაბვები წარმოადგენს  $x_3$  კოორდინატის უბან-უბან წრფივ ფუნქციებს, ხოლო მხები ძაბვა გამოთვლება დრეკადობის სამ განზომილებიანი თეორიის წონასწორობის განტოლების ინტეგრებით.

$$\sigma_{ij,j} = 0 \quad (2.7.19)$$

ასევე უნდა გამოვიყენოთ ძაბვის უწყვეტობის პირობა  $k$ -სა და  $k + 1$  ფენების საზღვარზე

$$\sigma_{(\alpha 3)}(x_3^{k+1}) = \sigma_{(\alpha 3)}^{k+1}(x_3^{k+1}) \quad (2.7.20)$$

## 2.7.5. ფირფიტოვანი და გარსული კონსტრუქციების მოდელირების თავისებურებები

ფირფიტოვან და გარსულ კონსტრუქციებს განსაკუთრებული ყურადღება ეთმობა, რადგან ისინი წარმოადგენს ჩვეულებრივ სტრუქტურულად არაერთგვაროვანი სისტემის საფუძველს. ასეთი კონსტრუქციები შედარებით მაღალი დენადობის გამო (მეტნაკლებად დამყოლები არიან ვიბრაციული ზემოქმედების დროს) განსაკუთრებით საჭიროებს სპეციალურ ეფექტურ საშუალებებს, რომლებიც იწვევს სიხისტის გაზრდას, ამასთან შესწევს უნარი შთანთქოს ვიბრო და ბგერითი გამოსხივებები. ფირფიტოვანი და გარსული სტრუქტურის მოდელირებისას დინამიური ანალიზის უტყუარობა დამოკიდებულია იმაზე, თუ რამდენად შეესაბამება მოდელის ინერციული და დისიპაციური სიხისტის პარამეტრები კონსტრუქციის რეალურ ფიზიკურ-მექანიკურ მახასიათებლებს.

ეფექტურობის თვალსაზრისით, გარსების დეფორმირების ამოცანების ამოხსნა. სამგანზომილებიანი ამოცანის დაყვანისას ორგანზომილებიანზე, აუცილებელია ავსაგოთ არაუმეტეს წარმოებულის რიგის გარსთა თეორიის ბაზაზე. მეტწილად გავრცელებულია თეორია, რომელთა ფუნქციონალეზიც გადაადგილების პირველ წარმოებულეს შეიცავს, არის თეორია დამოუკიდებელი ნორმალის მობრუნების შესახებ. კლასიკური თეორიის დაზუსტების რეალიზაცია ხდება განივი გადაადგილების დეფორმაციის ფარდობითობის ჩართვის ხარჯზე.

განვიხილოთ ზუსტი (არაკლასიკური) თეორიის დრეკადი ფირფიტებისა და გარსების ზოგიერთი ვარიანტი.

დრეკადობის წრფივი თეორიისათვის დეფორმაციასა და გადაადგილებას შორის გეომეტრიულ თანაფარდობებს დეკარტეს კოორდინატთა სისტემაში აქვს სახე:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}; \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}; \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}; \\ \gamma_{zx} &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}; \end{aligned} \quad (2.7.21)$$

სადაც  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$  — ნორმალური და ძვრის დეფორმაციების, ხოლო  $u, v, w$  — გადაადგილებები ღერძების გასწვრივ.

კირხოფ-ლიავის ჰიპოთეზის შესრულების შემთხვევაში დეფორმაციის მდგენელები  $z$  ინდექსით  $\varepsilon_z, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$  არის 0-ის ტოლი და გადაადგილების ვექტორი ნებისმიერ წერტილში განისაზღვრება ნეიტრალური ფენის გადაადგილებით:  $u_0(x, y), v_0(x, y)$  და  $w_0(x, y)$ . ე.ი სამი უცნობით.

$$\begin{aligned} u &= u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0(x, y)}{\partial x}; \\ v &= v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0(x, y)}{\partial y}; \\ w &= w_0(x, y). \end{aligned} \quad (2.7.22)$$

განივი გადაადგილების დეფორმაციის გათვალისწინებისას და ზოგად შემთხვევაში, გადაადგილების ვექტორი წარმოადგენს  $(x, y, z)$  ცვლადების ფუნქციას, რომელიც შეიძლება დაშალოს  $z$ -ის ხარისხების მიხედვით:

$$u(x, y, z) = u(x, y, 0) + \left[ \frac{\partial u}{\partial z} \right]_{z=0} \cdot z + \frac{1}{2!} \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right]_{z=0} \cdot z^2 + \dots \quad (2.7.23)$$

და გადაადგილების უმარტივესი გამოსახულება, რომელიც ითვალისწინებს განივი გადაადგილების ეფექტს, მიიღება დავტოვებთ რა დაშლის პირველ ორ წევრს. ე.ი.

$$u = u_0 + z \cdot u_1 \quad (2.7.24)$$

მოცემულ შემთხვევაში გადაადგილების ვექტორი დამოკიდებული იქნება ექვს გადაადგილებაზე  $u_0(x, y), u_1(x, y), v_0(x, y), v_1(x, y), w_0(x, y), w_1(x, y)$ . თუ მივიღებთ დაშვებას, რომ ტრანსვერსალური ძაბვები და დეფორმაციები არ არსებობს, მაშინ მივიღებთ ტიმოშენკოს ჰიპოთეზას

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) + z \cdot u_1(x, y); \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) + z \cdot v_1(x, y); \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y). \end{aligned} \quad (2.7.25)$$

ეს განტოლებები გვიჩვენებს, რომ წრფივი ელემენტები პერპენდიკულარულია არადეფორმირებადი შუა ზედაპირის, რჩებიან წრფივად და არ დეფორმირდებიან, მაგრამ არ ინარჩუნებენ პერპენდიკულარობას. აქ  $u_0$  და  $v_0$  აღწერს გაჭიმვა-კუმშვის დეფორმაციას, ხოლო ფუნქციები  $u_1$ ,  $v_1$  და  $w_0$  - ღუნვას. წმინდა ღუნვის შემთხვევაში გვექნება:

$$u = z \cdot u_1; v = z \cdot v_1; w = w_0 \quad (2.7.26)$$

იმ შემთხვევაშიც კი როცა  $\varepsilon_z = 0$ , ფირფიტებში წარმოიქმნება ტრანსველური ძაბვები, მაგრამ მათი სიდიდე შედარებით მცირეა  $\sigma_x$  და  $\sigma_y$  ძაბვებთან, ამიტომ ჩავთვალოთ რომ თეორია სადაც  $\sigma_z = \varepsilon_z = 0$  არ მიგვიყვანს სწორ შედეგამდე, რადგანაც ირღვევა სამ განზომილებიანი ფიზიკური თანაფარდობები ძაბვებსა და დეფორმაციებს შორის, რაც მოითხოვს  $\varepsilon_x$  და  $\varepsilon_y$ -თვის დამატებით შეზღუდვებს. ეს წინააღმდეგობა იქნება დაძლეული და თეორიის სიზუსტე გაიზრდება, თუ გადაადგილების კომპონენტებს გავშლით მჭკრივად და შევინარჩუნებთ  $z$ -ის მიმართ მაღალი რიგის წევრებს.

ამის საფუძველზე შეიძლება მივიღოთ მოდელი, რომელიც ითვალისწინებს განივ გადაადგილებას და ბრუნვით ინერციას, შვიდი უცნობით:

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) + z \cdot u_1(x, y); \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) + z \cdot v_1(x, y); \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) + z \cdot w_1(x, y) + z^2 \cdot w_2(x, y). \end{aligned} \quad (2.7.27)$$

ასევე, რეისნერის მოდელი ცხრა უცნობით და მოდელი რომელიც სრულიად ითვალისწინებს ძვრას კუმშვით, თერთმეტი უცნობით:

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) + z \cdot u_1(x, y) + z^2 \cdot u_2(x, y) + z^3 \cdot u_3(x, y); \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) + z \cdot v_1(x, y) + z^2 \cdot v_2(x, y) + z^3 \cdot v_3(x, y); \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) + z \cdot w_1(x, y) + z^2 \cdot w_2(x, y). \end{aligned} \quad (2.7.28)$$

გარსული კონსტრუქციების მოდელირებისას მომხიბვლელია სამგანზომილებიანი იზოპარამეტრული სე-ის გამოყენება, რომელიც მოიცავს მთელ რიგ უპირატესობებს და ეს განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია მრუდწირული ზედაპირებისთვის. აღნიშნული მოდელები უზრუნველყოფს საკმარისად კარგ

შედეგებს, როდესაც სასრული ელემენტების ბადის ზომების თანაფარდობა მიახლოებულია ერთთან. ამ თანაფარდობის შეცვლას, მაგალითად თხელკედლიანი სტრუქტურების ანგარიშისას, სამი მიმართულებიდან ერთ-ერთში ბადე არსებითად გასქელებულია, ხოლო ასეთი მოდელების კრებადობის სიზუსტე და სიჩქარე - არადამაკმაყოფილებელი. ამის მიზეზად შეიძლება დავასახელოთ მაპროქსომირებელი ფუნქციის რიგის შეუთავსებლობა სი-თან რომელშიც მოდელირდება ღუნვა და ძვრა.

მიუხედავად ამისა, გარსითი კონსტრუქციების წარმოდგენისთვის სამგანზომილებიანი იზოპარამეტრული სე გამოყენება იქნება ეფექტური თუ გადაჭრილი იქნება შემდეგი ორი პრობლემა:

პირველი, გარსის სისქისთვის შუალედური კვანძების გამოყენება იგნორირებას უკეთებს ცნობილ ფაქტს, რომ პრაქტიკულად სქელი გარსების დროსაც შუა ხედაპირის ნორმალეები დეფორმაციის შემდეგაც რჩება წვივები (სწორხაზოვანი) ე.ი. გაუმართლებლად შემოიტანება თავისუფლების ხარისხების დიდი რაოდენობა.

მეორე, ყველა კვანძში მხოლოს სამი თავისუფლების ხარისხის არსებობა იწვევს გარსის სისქეში გადაადგილებებისთვის სიხისტის კოეფიციენტების დიდ ზრდას, რომელიც წარმოადგენს იმის მიზეზს, რომ სქელი გარსის განტოლებათა სისტემის ამონახსნები არ მიისწავიან სისქის შემცირებასთან ერთად თხელი გარსის განტოლებათა ამონახსნებისკენ.



## 2.7.6. ფენოვანი სისტემის საანგარიშო მოდელები

თანამედროვე კონსტრუქციებში ფართო გამოყენება ჰპოვა ფირფიტებმა და გარსითმა ელემენტებმა, რომლებიც ხასიათდება რთული ფორმით და დატვირთვათა მრავალფეროვნებით. ამასთან, უნდა კმაყოფილდებოდეს სიმტკიცის, სიხისტისა და საიმედოობის პირობები მცირე წონის გათვალისწინებით.

აქედან გამომდინარე მნიშვნელოვნად გაიზარდა ინტერესი ფენოვანი სისტემებისადმი, რომლებიც შედგება მასალებისგან, რომელთაც გააჩნია არსებითად განსხვავებული ფიზიკურ მექანიკური თვისებები. მათში გარე მზიდი ფენები მზადდება დიდი სიმტკიცისა და სიხისტის მახასიათებლების მქონე მასალებისგან, რომლებიც განკუთვნილია მექანიკური დატვირთვებისთვის, ხოლო შემავსებელი ფენა უზრუნველყოფს კონსტრუქციის მთლიანობას (მონოლითურობას). ის ასევე უზრუნველყოფს დატვირთვების გადანაწილებას ზედა და ქვედა ფენებს შორის. ფენოვანი სისტემების ყოფაქცევა გარკვეულწილად განსხვავდება ერთგვაროვანი სისტემების ყოფაქცევისგან, რომლებიც ძირითადად გამოწვეულია ძვრის დეფორმაციით. არაერთგვაროვანი დეფორმაციები სისქის მიმართ და ფენებს შორის ინერციული ეფექტი არსებითად მოქმედებს დამაბულ დეფორმაციულ მდგომარეობაზე.

როგორც აღვნიშნეთ, ფენოვან ფირფიტებსა და გარსებში ერთ-ერთ მთავარ პრობლემას წარმოადგენს საანგარიშო სქემებში გადამჭრელი ძვრის გათვალისწინება. ანალიზური და რიცხვითი შედეგების შედარებითმა ანალიზმა, მათი დადებითი და უარყოფითი მხარეების გათვალისწინებამ და მათმა სინთეზმა მიგვიყვანა იქამდე რომ ჩამოყალიბებულიყო კომპლექსური მათემატიკური მოდელი, რომელიც დაფუძნებულია სასრულ ელემენტთა მეთოდზე. მოყვანილი ფაქტორების გათვალისწინებით ჩავატაროთ ანალიზი სამკუთხა და ოთხკუთხა ელემენტებისთვის.

სასრული ელემენტის სიხისტის მატრიცა განისაზღვრება შემდეგი ტოლობით:

$$[K] = \int_S [G]^T \cdot [B] \cdot [G] dS \quad (2.7.29)$$

სადაც ინტეგრალი აიღება ელემენტის ფართოზე.

[B] მატრიცა აკავშირებს S და ε დეფორმაციებს შემდეგი ტოლობით:

$$S = \frac{1}{2}[\varepsilon]^T \cdot [B] \cdot [\varepsilon] \quad (2.7.30)$$

ხოლო [G] მატრიცა გვაძლევს კავშირს დეფორმაციებსა და გადაადგილებებს შორის.

დეფორმაციებსა და გადაადგილებებს შორის კავშირი სასრული ელემენტის ნებისმიერ წერტილში განისაზღვრება ცნობილი თანაფარდობებით:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}; \\ \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}; \\ \gamma_{zx} &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}; \end{aligned} \quad (2.7.31)$$

ძვრის დეფორმაცია წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით:

$$\gamma_{xy} = \gamma_x + \gamma_y \quad (2.7.32)$$

სადაც  $\gamma_x = \frac{\partial v}{\partial x}$  და  $\gamma_y = \frac{\partial u}{\partial y}$ . დეფორმაციები  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\gamma_x$ ,  $\gamma_y$  განისაზღვრება ელემენტის ზედა ზედაპირისთვის და იცვლება ელემენტის სისქის მიმართ წრფივი კანონით.

ელემენტის დეფორმირებული მდგომარეობის შესაბამის ვექტორს აქვს შემდეგი სახე:

$$[\varepsilon] = [\varepsilon_{XH} \quad \varepsilon_{YH} \quad \gamma_{XH} \quad \gamma_{YH} \quad \varepsilon_{XB} \quad \varepsilon_{YB} \quad \gamma_{XB} \quad \gamma_{YB} \quad \gamma_{XZ} \quad \gamma_{YZ}]^T \quad (2.7.33)$$

სადაც ინდექსი H გვიჩვენებს ელემენტის ქვედა ზედაპირს, ხოლო ინდექსი B ელემენტის ზედა ზედაპირს.

ელემენტის სიხისტის მატრიცის გამოთვლისთვის საჭიროა დამოკიდებულება დეფორმაციებსა და ელემენტის კვანძის გადაადგილებებს შორის. ამისათვის კი ელემენტის შიგნით გადაადგილება უნდა დავუკავშიროთ ელემენტის კვანძების გადაადგილებას, ანუ უნდა იყოს კავშირი ელემენტის ნებისმიერი წერტილების გადაადგილებებისა და კვანძითი წერტილების მიმართ.

## 2.8. მეორე თავის დასკვნები

საფრენ აპარატებში, კომპოზიტური თხელკედლიანი სივრცითი კონსტრუქციების სიმტკიცეზე გაანგარიშების საკითხებზე შეიძლება შემდეგი დასკვნების გაკეთება:

- ბოჭკოვანი კომპოზიტური სხეულების მექანიკური თვისებების აღსაწერად განზოგადებული მოდელების გამოყენება იძლევა დეფორმაციის პროცესის თვალსაჩინო წარმოდგენის შესაძლებლობას. მოდელებში ელემენტების რიცხვის ზრდა ართულებს მათ ამოხსნადობას, თუმცა ძაბვის ან დეფორმაციის ნებისმიერი ხარისხობრი (ტეილორის მწკრივი) თუ ტრიგონომეტრიული (ფურიეს მწკრივი) ფორმით ჩაწერის შემთხვევაში, მიიღება ანალიზური ამოხსნები;
- ბოჭკოვანი კომპოზიტური მასალის დეფორმაციის აღმწერი მემკვიდრეობის თეორია, ანალიზური ჩაწერის მხრივ, დიდ სირთულეებთან არის დაკავშირებული. პრაქტიკული მიზნებისთვის, საკმარისი სიზუსტით მიახლოებად შეიძლება ჩაითვალოს გრაფიკების შეთავსების მეთოდი. სიზუსტის მეტად გაზრდა შესაძლებელია თანამედროვე კომპიუტერული ტექნიკის გამოყენებით, როგორც განტოლებების რიცხვითი მეთოდებით ამოხსნის, ასევე გრაფიკების შეთავსების პროცესში მეტი სიზუსტის გამოვლენის თვალსაზრისით.
- იკვეთება მოდელების ორი ძირითადი ტიპი, რომლებიც გამოდგება ბლანტ-დფრეკადი სხეულების და ბლანტი სითხეების მექანიკური მახასიათებლების აღსაწერად. ორივე ტიპის მოდელი, შესაბამისი პარამეტრების შერჩევის შემდეგ, შეიძლება გამოყენებული იქნას კომპოზიტური სხეულის დეფორმაციის დასახასიათებლად;
- ორი ძირითადი ტიპის განზოგადებული მოდელის მახასიათებლების დეტალური შედარებითი ანალიზის შემდეგ იკვეთება შესაძლებლობა კონკრეტული კომპოზიტური მასალისთვის და ასევე დატვირთვების ხასიათის შესაბამისად მარტივად შეირჩეს ესა თუ ის მოდელი;

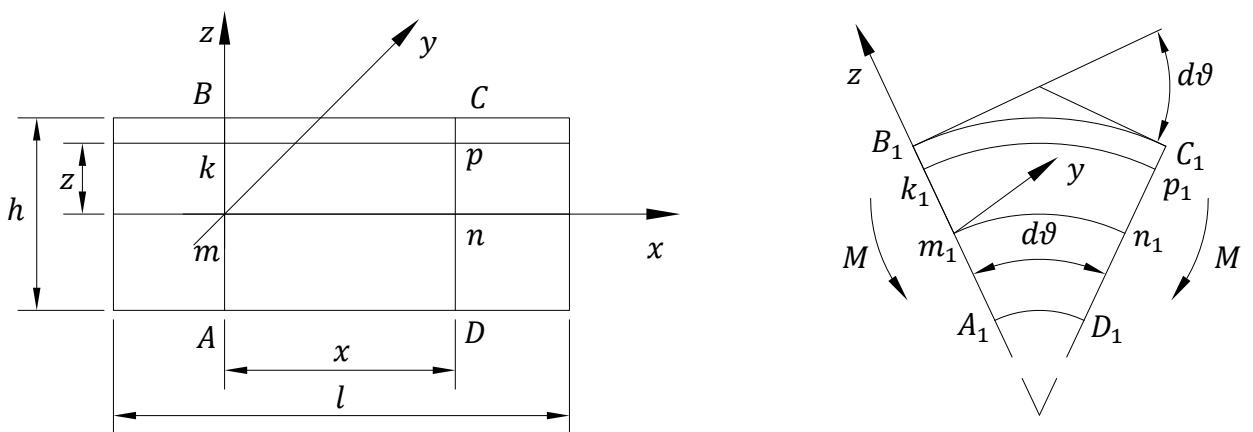
- ფირფიტოვანი და გარსული კონსტრუქციების სიმტკიცეზე საანგარიშოდ არსებულ რიცხვით მეთოდებს შორის, სასრულ ელემენტთა მეთოდის გამოყენება მნიშვნელოვნად ამარტივებს მანქანური დათვლების შესაძლებლობას. მიღებული შედეგების სიზუსტე საკმარისია პრაქტიკული მიზნებისთვის;
- ფენოვანი კომპოზიტური მასალების განხილვისას, საჭირო ხდება გარკვეული თავისებურებების გათვალისწინება და დათვლის პროცესში, სიზუსტის გაზრდის მიზნით, სასრულ ელემენტებში განივი ძვრის შესაბამისი პარამეტრების გათვალისწინება.

### თავი 3. საფრენი აპარატების თხელკედლიანი სივრცითი კონსტრუქციების გაანგარიშების თეორიული და ექსპერიმენტული მეთოდები

#### 3.1. სუფთა ღუნვის ამოცანა კომპოზიტური ღეროს შემთხვევაში, ოთხ ელემენტური მოდელის საფუძველზე

მოცემული ამოცანა განვიხილოთ 2.6. თავში მოცემული ნახ. 2.6.1-ზე გამოსახული ოთხ ელემენტური 1) კლასიფიკაციის განზოგადებული მოდელის საფუძველზე (შეიცავს შემკვრელ დრეკად ელემენტს).

კომპოზიტური ღეროს სუფთა ღუნვის ამოცანა დაიყვანება თითოეული შრისთვის წრფივი დეფორმაციის ამოცანაზე. ნახ. 3.1.1-ზე წარმოდგენილია მართკუთხა განიკვეთის მქონე ღეროს ღუნვის სქემა. სადაც  $mn$  ნეიტრალური შრეა, ხოლო  $kp$  მისგან რაიმე  $z$  მანძილით დაცილებული შრე.



ნახ. 3.1.1 მართკუთხა ღეროს ღუნვის სქემა

სუფთა ღუნვის შემთხვევაში, ღეროს განიკვეთში განივი ძალები 0-ის ტოლია, არსებობს მხოლოდ მღუნავი მომენტები  $M$ . ასეთ დროს, ღეროს გეომეტრიულ მახასიათებლებსა და განიკვეთის წერტილების დეფორმაციებსა და ძაბვებს შორის გვაქვს შემდეგი დამოკიდებულებები:

$$\varepsilon = \kappa z,$$

$$\kappa = \frac{M}{HI_y} = \frac{M}{HI}, \quad (3.1.1)$$

$$\sigma = H\varepsilon = H\kappa z = H \frac{M}{HI} z = \frac{M}{I} z,$$

სადაც  $\kappa = \frac{1}{\rho}$  არის სიმრუდე, ხოლო  $\rho$  – სიმრუდის რადიუსი.  $I_y = I$  არის კვეთის ინერციის მომენტი  $y$  ნეიტრალური ღერძის მიმართ [8].

თუ ჩავთვლით, რომ მღუნავი მომენტი  $M = M_c = const$  და კონკრეტული ფიქსირებული  $z$  სიდიდისთვის, (3.1.1)-ით განსაზღვრულ დეფორმაციის და ძაბვის მნიშვნელობებს ჩავსვამთ (2.6.3) რეოლოგიურ განტოლებაში,

$$\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} = \frac{1}{\eta} \frac{d\sigma}{dt} - \frac{H}{\eta} \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{1}{\eta n} \sigma - \frac{E}{\eta n} \varepsilon, \quad (2.6.3)$$

მივიღებთ შემდეგ გამოსახულებას:

$$\ddot{\kappa} + \frac{H}{\eta} \dot{\kappa} + \frac{E}{\eta n} \kappa = \frac{M_c}{\eta n I}. \quad (3.1.2)$$

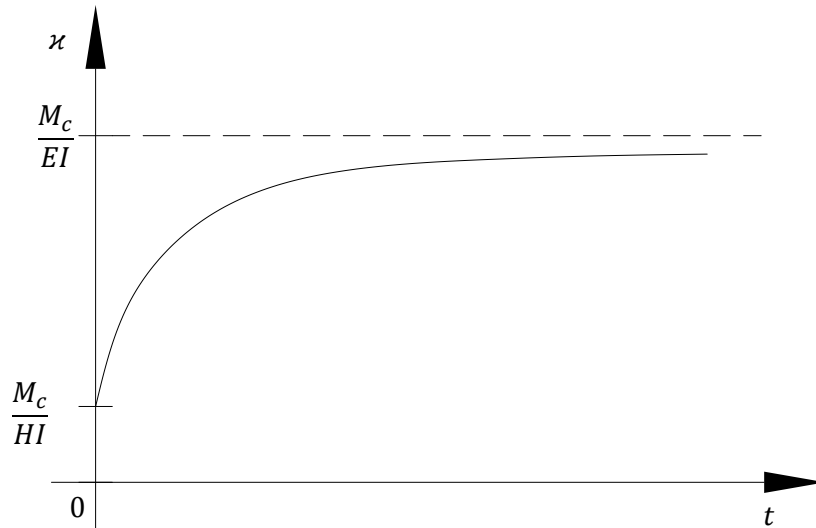
(3.1.2) განტოლების ამონახსნი, შემდეგი საწყისი პირობებით: როცა  $t = 0$ , მაშინ  $\kappa(0) = \frac{M_c}{HI}$  და  $\dot{\kappa}(0) = v_0$ , მოიცემა სახით:

$$\kappa(t) = C_1 e^{k_1 t} + C_2 e^{k_2 t} + \frac{M_c}{EI}, \quad (3.1.3)$$

სადაც  $k_1 = \frac{-H + \sqrt{H^2 - 4E\eta/n}}{2\eta} < 0$  და  $k_2 = \frac{-H - \sqrt{H^2 - 4E\eta/n}}{2\eta} < 0$  არის (3.1.2) გამოსახულების შესაბამისი მახასიათებელი განტოლების ამონახსნები, ხოლო  $C_1$  და  $C_2$  კოეფიციენტები საწყისი პირობების შესაბამისად მიიღებს სახეს:

$$C_1 = \frac{v_0 I + M_c k_2 \left(\frac{1}{E} - \frac{1}{H}\right)}{I(k_1 - k_2)} \quad \text{და} \quad C_2 = -\frac{v_0 I + M_c k_1 \left(\frac{1}{E} - \frac{1}{H}\right)}{I(k_1 - k_2)}. \quad (3.1.4)$$

(3.1.3) დამოკიდებულების შესაბამისი ტიპური გრაფიკული გამოსახულება მოცემულია ნახ. 3.1.2-ზე:



ნახ. 3.1.2  $\kappa(t)$  სიმრუდის დროზე დამოკიდებულების ტიპური მრუდი

ეხლა განვიხილოთ რელაქსაციის პროცესი, რაც გულიდხმობს, ფიქსირებული დეფორმაციის პირობებში ღეროს განიკვეთში ძაბვების სიდიდეების დროზე დამოკიდებულების შეფასებას. ვიგულისხმოდ რომ დეფორმაცია  $\varepsilon = \varepsilon_c = \kappa_0 z = \text{const}$ , ფიქსირებული  $z$ -ის დროს. თუ ამ გამოსახულებას ჩავსვამთ (2.6.3) განტოლებაში, მივიღებთ:

$$\dot{\sigma} + \frac{1}{n} \sigma = \frac{Ez}{n} \kappa_0. \quad (3.1.5)$$

(3.1.5) განტოლების ზოგადი ამონახსნი მოიცემა ფორმით:

$$\sigma(t) = C e^{-\frac{t}{n}} + E \kappa_0 z. \quad (3.1.6)$$

გავითვალისწინოთ, რომ რელაქსაციის პროცესის ათვლა იწყება დეფორმაციის დაწყებიდან ხანგრძლივი დროის შემდეგ, შესაბამისად, ამ დროს, (3.1.3)-ის გათვალისწინებით, სიმრუდე  $\kappa_0 = \kappa(t \rightarrow +\infty) = \frac{M_c}{EI}$ . (3.1.1)-დან გამომდინარე რელაქსაციის პროცესის დაწყების მომენტში, როცა  $t = 0$ ,  $\sigma_0 = \sigma(0) = \frac{M_c z}{I}$ . ამ პირობების გათვალისწინებით მივიღებთ, რომ (3.1.6) გამოსახულებაში  $C = 0$ , საბოლოოდ მივიღებთ:

$$\sigma(t) = E \kappa_0 z = \frac{M_c}{I} z. \quad (3.1.7)$$

როგორც (3.1.7) გამოსახულებიდან ჩანს, რელაქსაციის პროცესის დროს, ღეროს განიკვეთის წერტილებში აღძრული ძაბვა არ არის დამოკიდებული დროზე, დამოკიდებულია მხოლოდ მათ მდებარეობაზე, კერძოდ, ძაბვა არის ნეიტრალური ღერმიდან დაცილების პროპორციული, ხოლო უშუალოდ ნეიტრალურ შრეში ის 0-ის ტოლია.

კომპოზიტიური სხეულის შემთხვევაში მოიაზრება რომ, ისევე როგორც მღუნავი მომენტი  $M$ , ასევე ჩაღუნვა  $y$  წარმოადგენს  $t$  დროისა და კვეთის ღეროს სიგრძეზე მდებარეობის  $x$  ფუნქციას. ე.ი.  $M = M(x, t)$  და  $y = y(x, t)$ . არსებობს ცნობილი დამოკიდებულება, თუ როგორ გამოისახება  $\kappa$  ღეროს სიმრუდე  $y$  ჩაღუნვის პირველი და მეორე რიგის წარმოებულებით [8]:

$$\kappa = \frac{y''}{\sqrt{(1+y'^2)^3}} \quad (3.1.8)$$

თუ მივიჩნევთ, რომ დროის რაიმე კონკრეტული მნიშვნელობისათვის  $\kappa$  არის ფიქსირებული სიდიდე, მაშინ ხერხდება (3.1.8) დიფერენციალური განტოლების ამოხსნა და ჩაღუნვის, როგორც  $\kappa$  პარამეტრზე დამოკიდებული  $x$  კოორდინატის ფუნქცია. მას აქვს სახე:

$$y = -\frac{1}{\kappa} \sqrt{1 - \kappa^2(x + A_1)^2} + A_2 \quad (3.1.9)$$

სუფთა ღუნვის შემთხვევაში, დამაგრებული  $l$  სიგრძის ღეროს ბოლოების ჩაღუნვა 0-ის ტოლია, ხოლო სიმეტრიის გამო, ღეროს შუაში მობრუნების კუთხე ასევე 0-ის ტოლია. (3.1.9) გამოსახულებაში  $A_1$  და  $A_2$  მუდმივების საპოვნელად გამოვიყენოთ დასახელებული პირობებიდან შემდეგი:

$$\text{როცა } x = 0, y(0) = 0 \text{ და როცა } x = \frac{l}{2}, y' \left( \frac{l}{2} \right) = 0. \quad (3.1.10)$$

(3.1.10) პირობების გათვალისწინებით მუდმივებისთვის მივიღებთ:  $A_1 = -\frac{l}{2}$  და  $A_2 = \frac{1}{\kappa} \sqrt{1 - \frac{\kappa^2 l^2}{4}}$ . თუ გავითვალისწინებთ, რომ  $\kappa$  პარამეტრი მხოლოდ დროზეა დამოკიდებული და მას აქვს (3.1.3) ფორმა, მაშინ (3.1.9) საბოლოოდ მიიღებს სახეს:



$$y(x, t) = -\frac{1}{\kappa(t)} \sqrt{1 - \kappa^2(t) \left(x - \frac{l}{2}\right)^2} + \frac{1}{\kappa(t)} \sqrt{1 - \frac{\kappa^2(t)l^2}{4}}. \quad (3.1.11)$$

ღეროს კვეთის მობრუნების კუთხე შეგვიძლია მარტივად ვიპოვოთ (3.1.11) გამოსახულებიდან:

$$\vartheta(x, t) = \frac{\partial y(x, t)}{\partial x} = \frac{\kappa(t) \left(x - \frac{l}{2}\right)}{\sqrt{1 - \kappa^2(t) \left(x - \frac{l}{2}\right)^2}}. \quad (3.1.12)$$

განხილული ამოცანა ასახავს კომპოზიტური მასალისგან დამზადებული მართკუთხა ღეროს სუფთა ღუნვის შესაბამის დამაბულ-დეფორმირებულ მდგომარეობას. მეტალებისგან განსხვავებით, ამოცანის სიმარტივის მიუხედავად, ამ შემთხვევაში მიიღება რთული სურათი, დეფორმაცია და ძაბვები კვეთის წერტილების კოორდინატებთან ერთად დროზეც არის დამოკიდებული. ზოგადად მოდელების და ამ შემთხვევაში ოთხ ელემენტისანი მოდელის გამოყენება, საშუალებას იძლევა უმეტეს შემთხვევაში ამონახსნები ჩაიწეროს ანალიზური ფორმით, რაც შემდგომი კვლევებისთვის ძალიან მნიშვნელოვანია.

მოცემული ამოცანა დაიყვანება წრფივი დეფორმაციის შემთხვევაზე, რაც სხვადასხვა მოდელებისთვის დეტალურად ზემოთ არის აღწერილი. განხილული მოდელი მიეკუთვნება იმ კატეგორიას, რომელსაც აქვს შემკვრელი დრეკადი ელემენტი და შედეგად ცოცვადობის პროცესის აღწერისას დეფორმაცია გადის რაღაც მუდმივ სიდიდეზე.

სიმრუდის გამომსახველი (3.1.3) დამოკიდებულება შეიცავს ორი ექსპონენციალური შესაკრების კომბინაციას და დამოუკიდებელი პარამეტრების რიცხვიც დიდია, რაც საშუალებას იძლევა მოხდეს თეორიული და ექსპერიენტული მონაცემების უკეთ შეთავსება. რელაქსაციის პროცესი კი შედარებით მარტივად აღიწერება. ხერხდება ასევე ღეროს ჩალუნვის და კვეთის მობრუნების კუთხის გამომსახველი სიდიდეების ზუსტი ანალიზური ფორმით ჩაწერა, როგორც კოორდინატზე და დროზე დამოკიდებული ფუნქციების. ეს გარემოება შემდგომი კვლევებისთვის, მონაცემების მოცემის სხვა ფორმებისგან განსხვავებით (ცხრილი ან გრაფიკული ფორმა), არსებითად უპირატესია.

### 3.2. დროის მიხედვით წრფივი დატვირთვის და დეფორმაციის შესაბამისი დინამიური ამოცანა სამ ელემენტარული განზოგადებული მოდელისთვის

განვიხილოთ ნახ. 2.4.1-ზე გამოსახული სამ ელემენტარული მოდელის შემთხვევა, როცა მასზე მოდებულია დროზე დამოკიდებული დატვირთვა. ვნახოთ როგორი იქნება მექანიკური მახასიათებლების ხასიათი ამ შემთხვევაში. როგორც გამოვთვალეთ ამ შემთხვევაში სისტემის მახასიათებელ რეოლოგიურ განტოლებას აქვს ფორმა

$$\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} = \frac{1}{nH} \frac{d\sigma}{dt} - \frac{1}{n} \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{1}{n\eta} \sigma. \quad (2.4.7)$$

ასევე ვთქვით, რომ ამ ტიპის განტოლებას ექნება ცხადი სახის ამონახსნები, თუ მასში შემავალი ძაბვა ან დეფორმაცია წინასწარ იქნება განსაზღვრული მაგალითად ხარისხოვანი მწკრივის სახით (მაკლორანის მწკრივი).

1) განვიხილოთ მარტივი შემთხვევა, როცა ძაბვა არის დროის წრფივი ფუნქცია:

$$\sigma(t) = a + bt \quad (3.2.1)$$

სადაც  $a$  და  $b$  რაიმე მუდმივი კოეფიციენტებია. ძაბვის ამ გამოსახულების (2.4.7)-ში ჩასმის შემდეგ მივიღებთ:

$$\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + \frac{1}{n} \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{n} \left( \frac{a}{\eta} + \frac{b}{H} \right) + \frac{b}{n\eta} t. \quad (3.2.2)$$

მისი ამონახსნი მოიცემა ერთგვაროვანი განტოლების ზოგადი და არაერთგვაროვანი განტოლების კერძო ამონახსნის ჯამის სახით. გასათვალისწინებელია ასევე მახასიათებელი განტოლების 0-ის ტოლი ფესვის არსებობა. მოცემულ შემთხვევაში გვექნება:

$$\varepsilon(t) = C_1 + C_2 e^{-\frac{t}{n}} + \left( \frac{a}{\eta} + \frac{b}{H} - \frac{bn}{\eta} \right) t + \frac{b}{2\eta} t^2. \quad (3.2.3)$$

საწყის პირობებს ექნება სახე:

$$\text{როცა } t = 0, \text{ მაშინ } \varepsilon = \varepsilon_0 \text{ და } \dot{\varepsilon}(0) = v_0, \quad (3.2.4)$$

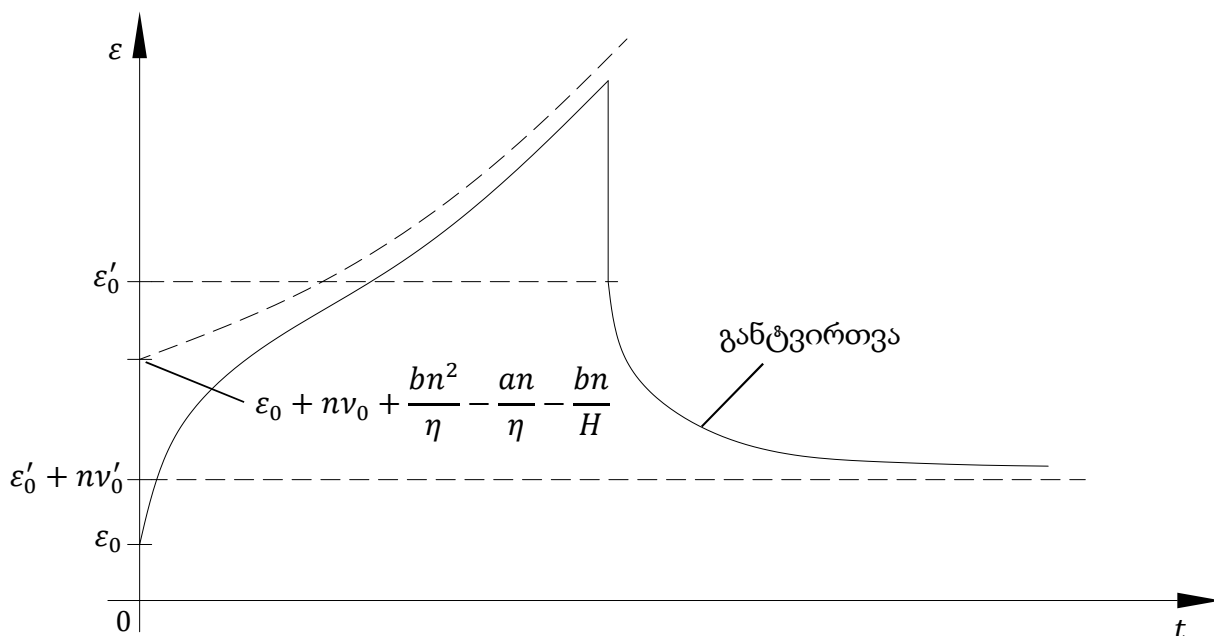
შედეგად გამოვთვლით განუსაზღვრელ  $C_1$  და  $C_2$  კოეფიციენტებს, ხოლო (3.2.3) ჩაიწერება სახით:

$$\varepsilon = \left( \varepsilon_0 + nv_0 + \frac{bn^2}{\eta} - \frac{an}{\eta} - \frac{bn}{H} \right) + \left( \frac{an}{\eta} + \frac{bn}{H} - nv_0 - \frac{bn^2}{\eta} \right) e^{-\frac{t}{n}} + \left( \frac{a}{\eta} + \frac{b}{H} - \frac{bn}{\eta} \right) t + \frac{b}{2\eta} t^2. \quad (3.2.5)$$

რაც შეეხება განტვირთვის პროცესს, ამ შემთხვევაშიც დატვირთვის მოხსნისას მოხდება საწყისი დეფორმაციის და მისი სიჩქარის ახლებური ფორმირება და გახდება რაღაც  $\varepsilon'_0$  და  $v'_0$ , ამავე დროს დეფორმაციის საწყისი სიჩქარე შეიცვლის თავის ნიშანს ( $sign(v'_0) = -sign(v_0)$ ). ამის შემდეგ (3.2.3) გადაიწერება სახით:

$$\varepsilon = \varepsilon'_0 + nv'_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{n}} \right), \quad (3.2.6)$$

ერთ გრაფიკზე გამოვსახოთ (3.2.5) და (3.2.6) დამოკიდებულებები (ნახ. 3.2.1), გვექნება:



ნახ. 3.2.1 დატვირთვისა და განტვირთვის მრუდები

2) თუ განვიხილავთ ისეთ შემთხვევას, როცა ხდება მოდელის წინასწარ განსაზღვრული დეფორმაცია და მას აქვს დროზე დამოკიდებულების წრფივი ფორმა

$$\varepsilon(t) = a + bt, \quad (3.2.7)$$

ვნახოთ როგორი იქნება ამ შემთხვევაში დროის მიხედვით ძაბვების ქცევა.

თუ (3.2.7)-ს ჩავსვამთ (2.4.7)-ში მივიღებთ:

$$\frac{d\sigma}{dt} + \frac{H}{\eta}\sigma = bH. \quad (3.2.8)$$

(3.2.8) წარმოადგენს პირველი რიგის წრფივ დიფერენციალურ განტოლებას, რომლის ზოგადი ამონახსნი მოიცემა სახით:

$$\sigma = Ce^{-\frac{H}{\eta}t} + \eta b. \quad (3.2.9)$$

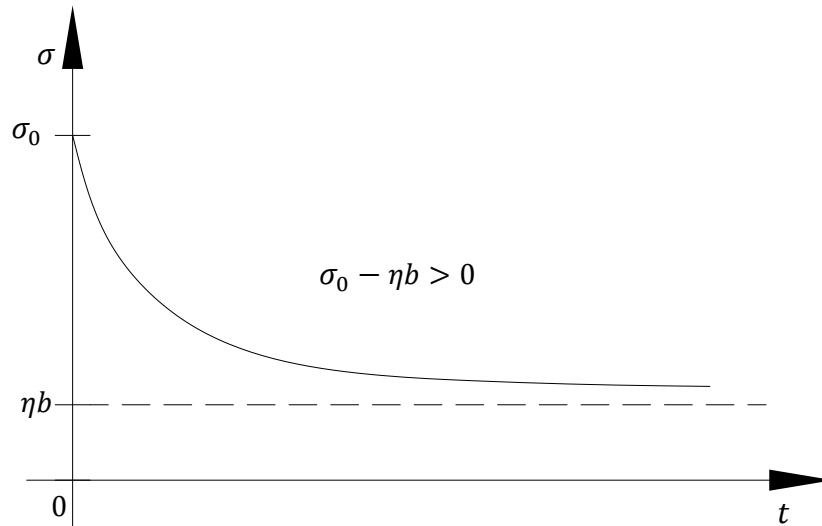
საწყისი პირობებიდან

$$\text{როცა } t = 0, \text{ მაშინ } \sigma = \sigma_0, \quad (3.2.10)$$

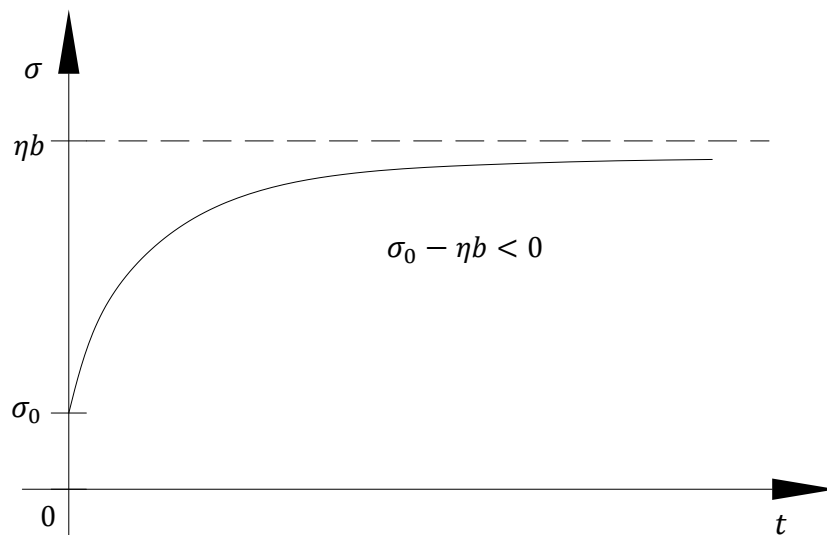
განვსაზღვრავთ უცნობ  $C$  კოეფიციენტს და (3.2.9) მიიღებს სახეს:

$$\sigma = (\sigma_0 - \eta b)e^{-\frac{H}{\eta}t} + \eta b. \quad (3.2.11)$$

იმის მიხედვით, თუ როგორი ნიშანი აქვს  $(\sigma_0 - \eta b)$  გამოსახულებას, (3.2.11)-ის გრაფიკული გამოსახულება იქნება განსხვავებული. ნახ. 3.2.2 და ნახ. 3.2.3-ზე მოცემულია შესაბამისი გრაფიკები:



ნახ. 3.2.2 ძაბვის ცვლილების პირველი შემთხვევა



ნახ. 3.2.3 ძაბვის ცვლილების მეორე შემთხვევა

შესაძლებელია შეირჩეს ისეთი საწყისი პირობები, რომ შესრულდეს პირობა  $\sigma_0 - \eta b = 0$ , ასეთ შემთხვევაში ძაბვა გახდება მუდმივი სიდიდე  $\sigma = \eta b$ , ანუ დეფორმაცია დროის მიხედვით წრფივად გაიზრდება, ხოლო ძაბვა უცვლელი დარჩება.

როგორც ვხედავთ, გამოიკვეთა ტენდენცია იმისა, რომ კლასიფიკაციის 2) ხაზის მოდელებისთვის, დეფორმაციის ხასიათი დატვირთვის მოდელებიდან დიდი დროის შემდეგ ( $t \rightarrow \infty$ ) ხდება ერთი რიგით უფრო მაღალი, ვიდრე თვითონ

დატვირთვის რიგი იყო. მაგალითად თუ ძაბვა მუდმივი სიდიდეა, ასიმპტოტიკაში დეფორმაცია წრფივად მიმდინარეობს, თუ ძაბვა თავიდანვე დროის მიხედვით წრფივია, მაშინ ასიმპტოტიკაში დეფორმაცია გახდება კვადრატული ფორმის და ა.შ. ეს გამოწვეულია იმით, რომ დეფორმაციის განმსაზღვრელ დიფერენციალური განტოლებების მახასიათებელ განტოლებებს გააჩნია ერთი 0-ის ტოლი ფესვი, რაც განაპირობებს არაერთგვაროვანი განტოლების ე.წ. რეზონანსული ამონახსნის არსებობას.

ცხადია, კომპოზიტების შემცველ საფრენი აპარატების კონსტრუქციებზე ხანგრძლივად არ მოედება დროის პროპორციულად ზრდადი დატვირთვები, წინააღმდეგ შემთხვევაში მოხდებოდა აუცილებელი რღვევა, თუმცა მცირე დროით მოქმედებაც იწვევს დიდ დეფორმაციებს. აქვე აღსანიშნავია, რომ თუ მასალა ჩვენს მიერ განსაზღვრული მოდელის მიხედვით დეფორმირდება, მაშინ დატვირთვების მოხსნის შემდეგ მასში აუცილებლად დარჩება ნარჩენი დეფორმაციები, რის შესამცირებლადაც სულ მცირე მასალის უფრო მეტ ხარჯთან გვექნება საქმე. რაც თავისთავად კონსტრუქციის მასის გაზრდასაც გამოიწვევს.

კონკრეტულად რომელი მოდელი აღწერს უფრო კარგად კომპოზიციური მასალის თვისებებს, ამის გასარკვევად რთული კომპლექსური მუშაობის ჩატარებაა საჭირო, რაც მოიცავს სხვადასხვა პირობებში მასალის ხანგრძლივ გამოცდებს, მიღებული შედეგების თეორიულ მონაცემებთან შედარება შეთავსებას, კონკრეტული მოდელის და მისი პარამეტრების განსაზღვრას და ა.შ. უნდა აღინიშნოს, რომ ჩვენს მიერ აღწერილი ბოლო შემთხვევა წარმოადგენს კარგ ინდიკატორს იმისა რომ სწრაფად გაირკვეს ამ ტიპის მოდელები გამოდგება თუ არა მოცემული კომპოზიციური მასალის აღსაწერად, კერძოთ თუ ნიმუშს მოვდებთ დროში წრფივად ზრდად დატვირთვას, მალევე მოხდება მისი რღვევა და ექსპერიმენტის მონაცემების საფუძველზე აგებული დეფორმაციის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკის ფორმა გვიკარნახებს გვაქვს თუ არა კლასიფიკაციის 2) ხაზის მოდელებთან საქმე. მოცემულ შემთხვევაში ასიმპტოტიკაში გრაფიკის ფორმა უნდა იყოს პარაბოლური.

ასევე ინდიკატორად გამოდგება ნიმუშის გამოცდის დროს ისეთი მომენტის დაჭერა, როცა დეფორმაცია დროის მიხედვით წრფივად იზრდება, ხოლო ამ დროს ძაბვა არ იცვლება.

### 3.3. ოთხ ელემენტური განზოგადებული მოდელით აღწერილი კომპოზიტური სხეულის დინამიური დატვირთვის ამოცანა

ამ შემთხვევაშიც განვიხილოთ 2.6. თავში მოცემული ოთხ ელემენტური 1) გვარის მოდელი, რომელიც გამოსახულია ნახ. 2.6.1-ზე. მისი შესაბამისი რეოლოგიური განტოლება მოიცემა (2.6.3) ფორმულით.

$$\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} = \frac{1}{\eta} \frac{d\sigma}{dt} - \frac{H}{\eta} \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{1}{\eta n} \sigma - \frac{E}{\eta n} \varepsilon. \quad (2.6.3)$$

საავიაციო ტექნიკის ექსპლუატაციის დროს, მის ელემენტებზე ხშირად მოედება გარე ვიბრაციული დატვირთვები, რომლებიც დროის მიხედვით ქრობადია. თუ ეს დატვირთვა მოედება კომპოზიტისგან დამზადებულ კონსტრუქციულ ელემენტს, მაშინ მასში აღიმკვრება ძაბვა, რომელიც შეგვიძლია წარმოვადგინოთ შემდეგი გამარტივებული ფორმით:

$$\sigma(t) = \sigma_0 e^{-\alpha t} \sin \omega t. \quad (3.3.1)$$

თუ ამ გამოსახულებას შევიტანთ (2.6.3)-ში, მივიღებთ:

$$\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + \frac{H}{\eta} \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{E}{\eta n} \varepsilon = \frac{\sigma_0}{\eta} e^{-\alpha t} \left( \left( \frac{1}{n} - \alpha \right) \sin \omega t + \omega \cos \omega t \right). \quad (3.3.2)$$

(3.3.2) წარმოდაგენს მეორე რიგის მუდმივ კოეფიციენტებიან არაერთგვაროვან დიფერენციალურ განტოლებას. მისი ამონახსნი წარმოადგენს ერთგვაროვანი განტოლების ზოგადი ამონახსნისა და არაერთგვაროვანი განტოლების კერძო ამონახსნის ჯამს  $\varepsilon(t) = \bar{\varepsilon}(t) + \bar{\bar{\varepsilon}}(t)$ . ზოგადი ამონახსნი მოიცემა სახით:

$$\bar{\varepsilon}(t) = C_1 e^{k_1 t} + C_2 e^{k_2 t}, \quad (3.3.3)$$

სადაც  $k_1 = \frac{-H + \sqrt{H^2 - 4E\eta/n}}{2\eta}$  და  $k_2 = \frac{-H - \sqrt{H^2 - 4E\eta/n}}{2\eta}$  არის (3.3.2) გამოსახულების შესაბამისი მახასიათებელი განტოლების ამონახსნები. თუ  $k_1 = k_2 = -\frac{H}{2\eta}$  ჯერადი ფესვია, მაშინ ზოგადი ამონახსნს ექნება სახე:

$$\bar{\varepsilon}(t) = (C_1 + C_2 t) e^{-\frac{H}{2\eta} t}. \quad (3.3.4)$$

(3.3.4) არის ერთგვარი რეზონანსული ამონახსნი, თუმცა ექსპონენციალური მამრავლის არსებობის გამო მისი მნიშვნელობა სწრაფადვე მცირდება, მსგავს შემთხვევაზე ქვემოთ ვისაუბრებთ. არაერთგვაროვანი განტოლების კერძო ამონახსნი უნდა ვეძიოთ სახით:

$$\bar{\varepsilon}(t) = (A \sin \omega t + B \cos \omega t) e^{-\alpha}. \quad (3.3.5)$$

$A$  და  $B$  მუდმივები ცალსახად განისაზღვრება თუ (3.3.5) გამოსახულებას ჩავსვამთ (3.3.2)-ში და მოვახდენთ კოეფიციენტების შედარებას. ზემოთ განხილულ შემთხვევებში ითვლება რომ  $k_1$  და  $k_2$  ნამდვილი რიცხვებია. მასალის სტატიკური გამოცდის შედეგებზე დაყრდნობით განსაზღვრული მოდელის პარამეტრები შეიძლება აღმოჩნდეს ისეთი, რომ  $k_1 = \frac{-H + i\sqrt{4E\eta/n - H^2}}{2\eta}$  და  $k_2 = \frac{-H - i\sqrt{4E\eta/n - H^2}}{2\eta}$  გახდეს კომპლექსური, ასეთ შემთხვევაში ერთგვაროვანი განტოლების ზოგადი ამონახსნი იქნება შემდეგი სახის:

$$\bar{\varepsilon}(t) = \left( C_1 \sin \frac{\sqrt{4E\eta/n - H^2}}{2\eta} t + C_2 \cos \frac{\sqrt{4E\eta/n - H^2}}{2\eta} t \right) e^{-\frac{H}{2\eta} t}, \quad (3.3.6)$$

ხოლო, თუ აღმოჩნდა რომ  $\alpha = \frac{H}{2\eta}$  და  $\omega = \frac{\sqrt{4E\eta/n - H^2}}{2\eta}$  მოხდა გარე დატვირთვის შესაბამის კოეფიციენტებთან ასეთი თანხვედრა, ასევე ადგილი ექნება რეზონანსულ შემთხვევას, არაერთგვაროვანი განტოლების კერძო ამონახსნის სახით, რომელსაც ექნება ფორმა:

$$\bar{\varepsilon}(t) = (A \sin \omega t + B \cos \omega t) t e^{-\alpha}. \quad (3.3.7)$$



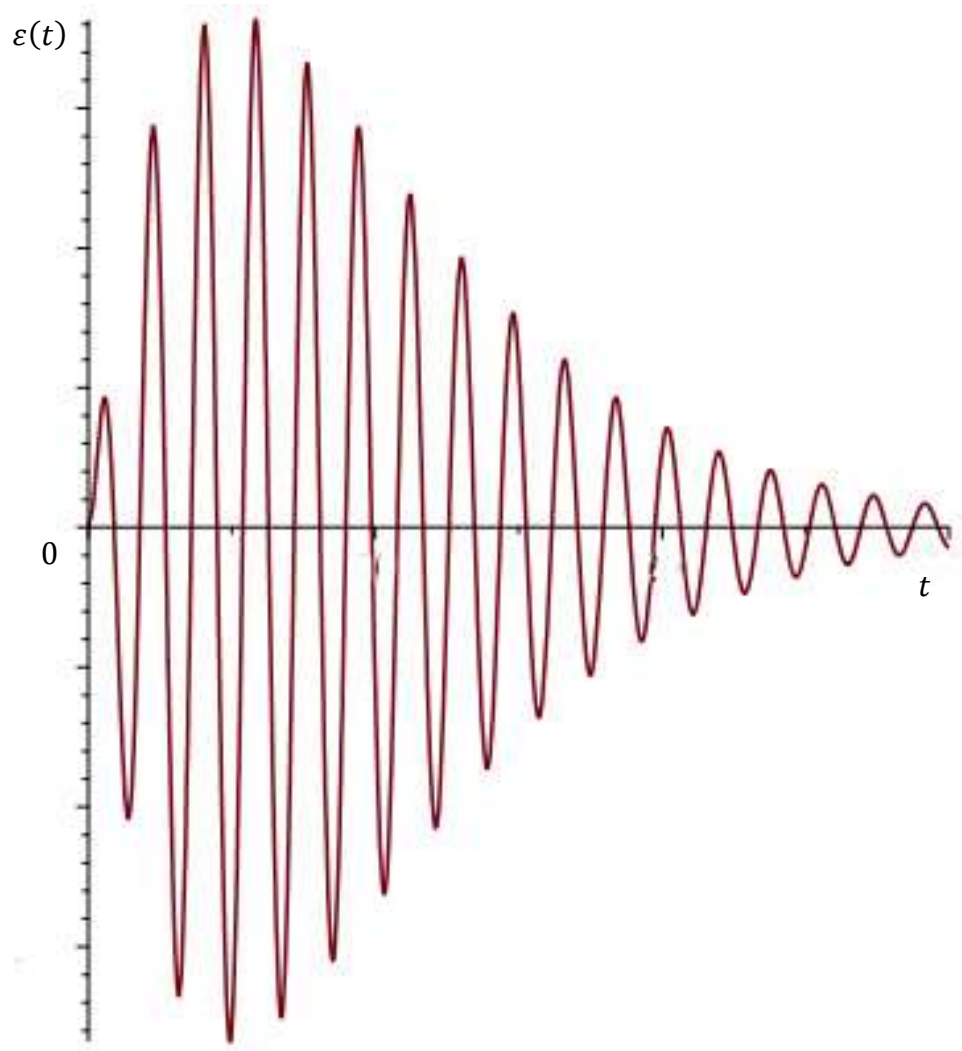
განუსაზღვრელი  $C_1$  და  $C_2$  კოეფიციენტები შეიძლება დადგინდეს საწყისი პირობების მიხედვით: როცა  $t = 0$ , მაშინ  $\varepsilon = \varepsilon_0$  და  $\dot{\varepsilon}(0) = v_0$ .

(3.3.2) გამოსახულების მახასიათებელი განტოლების ფესვების ნამდვილობის ან კომპლექსურობის საკითხი მარტივად მოწმდება ფესვქვეშა გამოსახულების  $H^2 - 4E\eta/n$ -ის 0-თან შედარებით. თუ გავითვალისწინებთ (2.6.2) აღნიშვნებს,  $k_1$  და  $k_2$  ის კომპლექსურობის პირობას ექნება სახე:

$$\frac{E_2}{E_1} < \frac{2\sqrt{\eta_1-1}}{\eta_2} \quad (3.3.8)$$

ამ პირობის შესრულება შესაძლებელია, თუ მოდელის პარამეტრებს ექნება შესაბამისი მნიშვნელობები, რაც მასალის სტატიკური გამოცდის შედეგებზეა დამოკიდებული. (3.3.8)-ში უტოლობის ნაცვლად ტოლობის შემთხვევაში მიიღება მახასიათებელი განტოლების ჯერადი ამონახსნი  $k_1 = k_2 = -\frac{H}{2\eta}$ , ხოლო უტოლობის საპირისპირო ნიშნის დროს იქნება ნამდვილი რიცხვები.

თუ დეფორმაციისთვის (3.3.2) განტოლების ამონახსნი წარმოადგენს (3.3.3) და (3.3.5) ან (3.3.6) და (3.3.5) გამოსახულებების ჯამს, მაშინ მიიღება სწრაფად ჩაქრობადი რხევითი პროცესი, რეზონანსის გარეშე. ხოლო თუ გვაქვს (3.3.4) და (3.3.5) ან (3.3.6) და (3.3.7) გამოსახულებების ჯამი, მაშინ ადგილი ექნება ლოკალურ რეზონანსულ შემთხვევას, როცა რხევის ამპლიტუდა მნიშვნელოვნად გაიზრდება დროის რაღაც მომენტამდე, ხოლო ხანგრძლივი დროის შემდეგ კვლავ 0-მდე დაეცემა. ამ შემთხვევის თვისობრივი გრაფიკული გამოსახულება მოცემულია ნახ. 3.3.1-ზე:



ნახ. 3.3.1 ლოკალური რეზონანსის ამსახველი თვისობრივი მრუდი

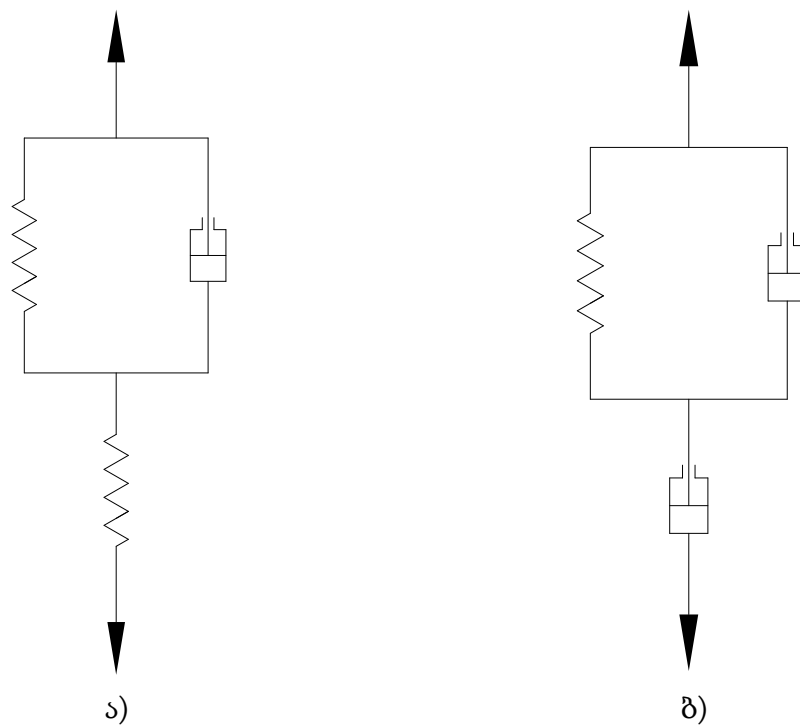
განხილული შემთხვევა სრულად მოიცავს მოცემული ოთხ ელემენტური მოდელისთვის დროში ქრობადი ვიბრაციული დატვირთვით გამოწვეულ შესაძლო შედეგებს. განისაზღვება დეფორმაციის სახე მოდელის პარამეტრების ყველა შესაძლო კომბინაციისთვის. ვლინდება მოვლენათა განვითარების ორი ძირითადი მიმართულება: 1) არარეზონანსული შემთხვევა, როცა აღძრული ვიბრაციული რხევა სწრაფადვე ჩაეხშობა და 2) ლოკალური რეზონანსული შემთხვევა, როცა დროის გარკვეულ მომენტამდე რხევის ამპლიტუდა მნიშვნელოვნად იზრდება, შემდგომ კი ისევ ჩაეხშობა.

როცა კომპოზიტური მასალის მექანიკურ მახასიათებლებს აღვწერთ მოცემული ოთხ ელემენტური მოდელით, მისი პარამეტრები უნდა განისაზღვროს

ნიმუშის სტატისტიკური გამოცდის შედეგად (ცოცვალობასა და რელაქსაციაზე). შედეგად, ცალსახად განისაზღვრება ამ პარამეტრების თანაფარდობაც. თუ (3.3.8)-ით განსაზღვრული პირობა სრულდება (ტოლობის შემთხვევაშიც) და მოხდა გარე დატვირთვების შესაბამისი კოეფიციენტების თანხვედრა, ადგილი ექნება ლოკალურ რეზონანსულ შემთხვევას, რაც კონკრეტული კონსტრუქციისთვის არასასურველი და სახიფათოა. შესაბამისად კონსტრუქტორმა პროექტირებისას ეს მომენტი სათანადოდ უნდა გაითვალისწინოს. ან სხვა სახის მასალა უნდა იქნას შერჩეული, ან კონსტრუქციულ ელემენტს უნდა მიეცეს სხვა ფორმა რათა ძაბვების ამდაგვარ განაწილებას ადგილი არ ჰქონდეს. უკიდურეს შემთხვევაში უნდა მოხდეს კონსტრუქციული ელემენტის შესაბამისი კვეთის სისქის გაზრდა.

### 3.4. ექსპერიმენტული მონაცემების საფუძველზე სამ ელემენტარული მოდელების პარამეტრების განსაზღვრის მეთოდის და ანალიზი

განვიხილოთ სამ ელემენტარული მოდელის ორი განსხვავებული შემთხვევის პარამეტრების განსაზღვრის მეთოდის და მათ შედარებით ანალიზი. ეს მოდელები გამოსახულია ნახ. 3.4.1-ზე, ხოლო მათი დეტალური განხილვა მოცემულია ზემოთ. ვისარგებლოთ მხოლოდ მიღებული შედეგებით.



ნახ. 3.4.1 ა) სამ ელემენტარული მოდელი ორი დრეკადი და ერთი ბლანტი ელემენტით, ბ) სამ ელემენტარული მოდელი ერთი დრეკადი და ორი ბლანტი ელემენტით

ა) სახის მოდელის დეფორმაცია აღიწერება დიფერენციალური დამოკიდებულებით [8]

$$nH\dot{\epsilon} + E\epsilon = \sigma + n\dot{\sigma}, \quad (3.4.1)$$

სადაც  $n = \frac{\eta}{E_1 + E_2}$ ;  $H = E_2$  (დრეკადობის მყისი მოდული) და  $E = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}$  (დრეკადობის ხანგრძლივი მოდული).

მუდმივი დატვირთვის დროს  $\sigma = \sigma_c = const$  (ცოცვადობა), (3.4.1) მიიღებს სახეს:

$$\dot{\varepsilon} + \frac{E}{nH} \varepsilon = \frac{\sigma_c}{nH}. \quad (3.4.2)$$

მისი ამონახსნი, საწყისი პირობების გათვალისწინებით (როცა  $t = 0$  მაშინ  $\varepsilon(0) = \varepsilon_0 = \frac{\sigma_c}{H}$ ), მოიცემა სახით:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_c}{E} + \sigma_c \left( \frac{1}{H} - \frac{1}{E} \right) e^{-\frac{E}{nH}t}. \quad (3.4.3)$$

ბ) მოდელის დეფორმაცია დეტალურად არის აღწერილი 2.4. თავში და ცოცვადობის შესაბამისი ამონახსნი გამოსახება (2.4.15) ფორმულით.

$$\varepsilon(t) = \left[ \sigma_c \left( \frac{1}{H} - \frac{n}{\eta} \right) + n\nu_0 \right] + \left[ \frac{n\sigma_c}{\eta} - n\nu_0 \right] e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{\sigma_c}{\eta} t. \quad (2.4.15)$$

თუ გვსურს ეს მოდელები მივუსადაგოდ დრეკად-ბლანტი თვისების მქონე რომელიმე კონკრეტულ კომპოზიციურ მასალას, საჭიროა მისი ექსპერიმენტული გამოცდის მონაცემების საფუძველზე განისაზღვროს მოდელის შესაბამისი პარამეტრები.

პირველი სახის მოდელი შეიცავს სამ, ხოლო მეორე ოთხ დამოუკიდებელ პარამეტრს, დეფორმაციის საწყისი სიჩქარის სახით ( $\nu_0$ ). დამოუკიდებელი პარამეტრების მეტი რაოდენობა უზრუნველყოფს მოდელის ექსპერიმენტულ მონაცემებთან უკეთ შეთავსებას.

პრაქტიკა ცხადყოფს, რომ ექსპერიმენტულად შეუძლებელია განისაზღვროს დროის საწყის მომენტში დეფორმაცია ( $\varepsilon_0$ ) და მისი საწყისი სიჩქარე ( $\nu_0$ ), მიზეზი გამოსაცდელი დანადგარის ინერციულობა და ადამიანური ფაქტორებია. ამის გამო, დროის მიხედვით დეფორმაციის ექსპერიმენტული და თეორიული ანათვლები ერთმანეთის მიმართ წანაცვლებული იქნება დროის რაღაც მცირე  $t_0$  ინტერვალით, ანუ

$$\varepsilon_{\text{exp}}(t_i) = \varepsilon_{\text{th}}(t_i + t_0), \quad (i = 1, 2, 3, \dots). \quad (3.4.4)$$

დროის  $t_0$  ინტერვალი იქნება კიდევ ერთი დამატებითი დამოუკიდებელი პარამეტრი, რომელიც ექსპერიმენტული მონაცემების საფუძველზე უნდა განისაზღვროს ექსტრაპოლაციის გზით.

მაგალითისთვის ავიღოთ TC-8/3 მინატექსოლიტის ნიმუშის  $20^{\circ}\text{C}$  ტემპერატურაზე [8], გაჭიმვაზე გამოცდის ექსპერიმენტული მონაცემები მუდმივი ძაბვის პირობებში  $\sigma_c = 3,3$  გპა, რომელიც მოცემულია ცხრ. 2-ში. ზოგადად, მოსახერხებელია ვიხელმძღვანელოდ არა კონკრეტული ძაბვის შესაბამისი მონაცემით, არამედ ე.წ. მოქნილობის ექსპერიმენტული მრუდებით ( $I(t) = \varepsilon(t)/\sigma_c$ ).

ცხრილი 3.4.1. ნიმუშის გაჭიმვაზე გამოცდის ექსპერიმენტული მონაცემები

დრო $t_{კვ}$ (სთ)	0	0,25	0,5	1	2	3	4	5	22	30	50
$\varepsilon(t)$ ( $\sigma_c = 3,3$ ) (მპა)	6,48 $\times 10^{-5}$	1,161 $\times 10^{-4}$	1,32 $\times 10^{-4}$	1,50 $\times 10^{-4}$	1,75 $\times 10^{-4}$	1,89 $\times 10^{-4}$	1,90 $\times 10^{-4}$	1,97 $\times 10^{-4}$	2,29 $\times 10^{-4}$	2,48 $\times 10^{-4}$	2,54 $\times 10^{-4}$

იმისათვის რომ დადგინდეს კონკრეტული მოდელის პარამეტრები საჭიროა (3.4.3) და (2.4.15) განტოლებები ჩაიწეროს (3.4.4) ფორმით იმდენი წერტილისთვის, რამდენ დამოუკიდებელ პარამეტრსაც შეიცავენ ისინი. თითოეული მათგანისთვის მივიღებთ ტრანსცენდენტულ განტოლებათა სისტემას, რომელიც უნდა ამოიხსნას რიცხვითი მეთოდებით. ამ შემთხვევაში ამოხსნას ვახდენთ კომპიუტერული პროგრამის „Maple“-ს საშუალებით. ასევე აღსანიშნავია, რომ ექსპერიმენტული დროის დიდი მნიშვნელობებისთვის, საწყისი დროის წანაცვლება  $t_0$  შეიძლება უგულებელვყოთ მისი სიმცირის გამო, რაც გამოთვლებს მნიშვნელოვნად გაამარტივებს. ხოლო,  $t = 0$ -თან სიახლოვეს სასურველია მეტი ექსპერიმენტული ანათვლის არსებობა.

ჩატარებული რიცხვითი ამოხსნის შემდეგ დგინდება უშუალოდ მოდელების პარამეტრები და შესაბამისად, მასალის მახასიათებლები. შედეგები გადმოცემულია ცხრ. 3.4.2-ში:

ცხრილი 3.4.2. მოდელების პარამეტრები და მასალის მახასიათებლები

მოდელების შემადგენელი ელემენტების მახასიათებლები:	
პირველი მოდელი	მეორე მოდელი
$E_1 = 17266,53$ გპა;	$E = 57928,69$ გპა;
$E_2 = 52481,77$ გპა;	$\eta_1 = 180639,39$ გპა · სთ;
$\eta = 63130,47$ გპა · სთ.	$\eta_2 = 1,1016 \cdot 10^7$ გპა · სთ.
მასალის პარამეტრები მოდელების შესაბამისად:	
$H = 52481,77$ გპა;	$H = 56994,13$ გპა;
$E = 12992,12$ გპა;	$n = 3,118306$ სთ;
$n = 0,90512$ სთ;	$\eta = 1,1016 \cdot 10^7$ გპა · სთ;
$t_0 = 0,036936$ სთ;	$t_0 = 0,121104$ სთ;
$\varepsilon_0 = 0,000062879$ .	$\varepsilon_0 = 0,000057901$ ;
	$\nu_0 = 0,00005838$ სთ <sup>-1</sup> .

შედეგად, მასალის პარამეტრებისთვის, მიიღება ახლოს მდგომი რეზულტატები, კერძოდ დრეკადობის მყის მოდულებს შორის განსხვავება შეადგენს 8,6%-ს, ხოლო მეორე მოდელი, პირველისგან განსხვავებით, არ იძლევა დრეკადობის ხანგრძლივი მოდულის მნიშვნელობას. გამოთვლილ საწყის დეფორმაციებს შორის განსხვავება ასევე მცირეა 7,7%. ხოლო ექსპერიმენტული და თეორიული დროების წანაცვლებები მიიღება საკმაოდ დიდი ორივე მოდელის შემთხვევაში, რომლის მიზეზით შეიძლება იყოს  $t = 0$ -თან სიახლოეს ექსპერიმენტული ანათვლების რაოდენობის სიმცირე. ასევე შესაძლებელია განტოლებების რიცხვითი მეთოდებით ამოხსნის მეთოდის ნაკლები სიზუსტე.

ექსპერიმენტული მონაცემების საფუძველზე მოდელის პარამეტრების განსაზღვრისას (3.4.4) სახის განტოლებების რიცხვითი ამოხსნის შედეგად, ორივე მოდელისთვის მიიღება ძირითადი პარამეტრების მნიშვნელობები, რომლებიც ერთმანეთისგან არაუმეტეს 10%-ით განსხვავდება, რაც დამაკმაყოფილებლად შეიძლება ჩაითვალოს. რაც შეეხება თეორიულ და ექსპერიმენტულ დროის საწყის მნიშვნელობას შორის მნიშვნელოვან განსხვავებას, ის გამოწვეულია  $t = 0$ -თან

სიახლოეში ექსპერიმენტული ანათვლების და მოდულების დამოუკიდებელი პარამეტრების რაოდენობის სიმცირით და რიცხვითი მეთოდების სიზუსტის ნაკლებობით.

### 3.5. ნახშირბადის ბოჭკოს შემცველი კომპოზიტური მასალის ექსპერიმენტული გამოცდა

2019 წლის 15 ნოემბერს ჩატარდა ექსპერიმენტული კვლევა ნახშირბადის ბოჭკოს შემცველ კომპოზიტურ მასალაზე, რომელიც დამზადდა საქართველოში, ახლად აშენებულ თვითმფრინაბევის ნაწილების დამამზადებელ ქარხანაში (ATC). გამოცდა განხორციელდა ლევან სამხარაულის სახლობის ეროვნული ექსპერტიზის ბიუროს ტექნიკურ ბაზაზე, რისთვისაც დიდ მადლობას ვუხდით მათ.

გამოსაცდელი დანადგარის, მასში ჩადებული ნიმუშით, გამოსახულია ნახ. 3.5.1-ზე.



ნახ. 3.5.1 ნახშირბადის ბოჭკოს შემცველი კომპოზიტური მასალის ნიმუშის გამოცდა

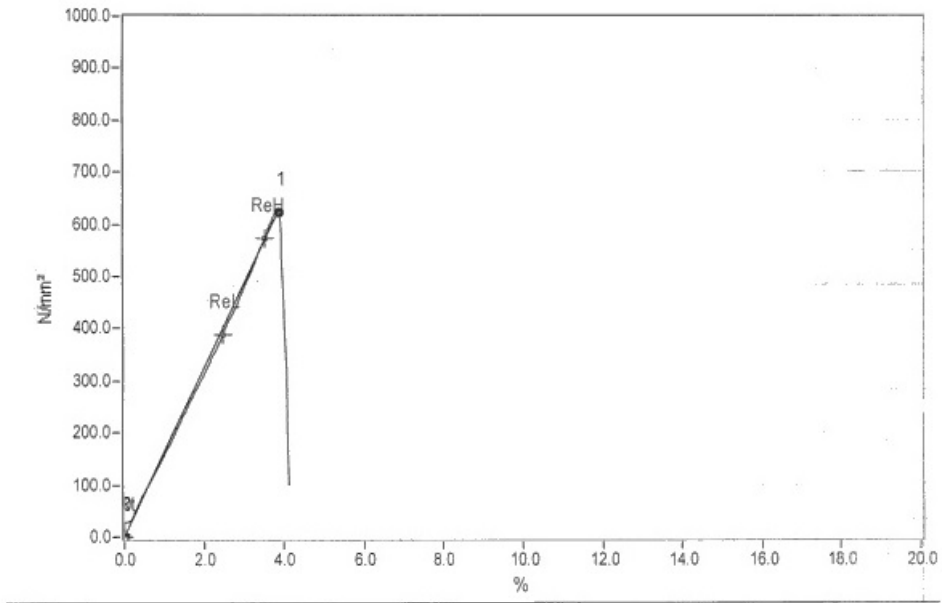


გამოცდა ჩატარდა გაჭიმვაზე 140 მმ x 70 მმ x 2 მმ ზომების სამ ნიმუშზე მათ რღვევამდე. მოხდა ექსპერიმენტის ამსახველი მონაცემების ავტომატური ჩაწერა, აიგო შესაბამისი გრაფიკები. დეტალური ინფორმაციის ამსახველი მასალა მოცემულია დანართი 1-ის სახით (იხ. დანართი 1). ნახ 3.5.2-ზე გამოსახულია ნიმუშის რღვევის მომენტი.

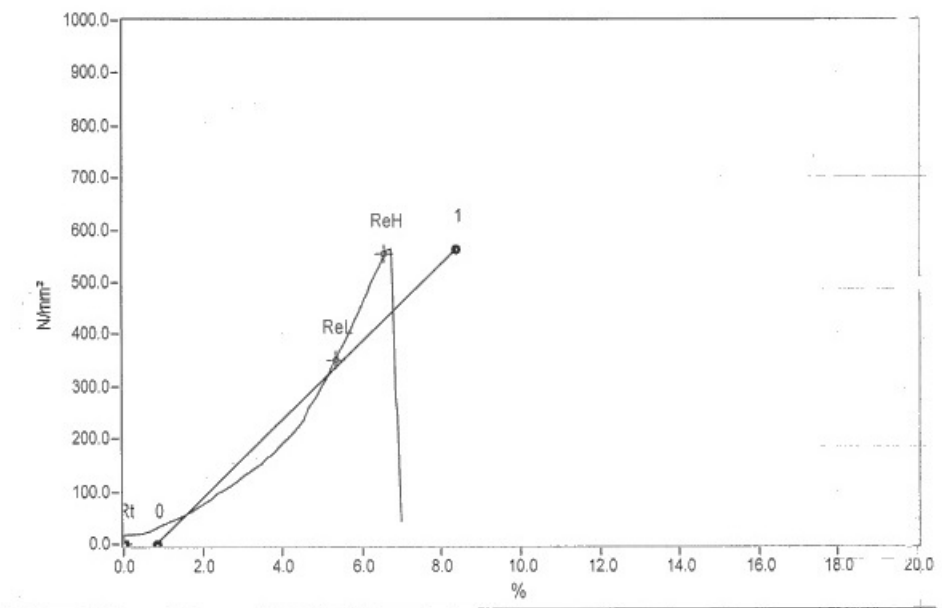


ნახ. 3.5.2 გამოსაცდელი კომპოზიტიური ნიმუშის რღვევა

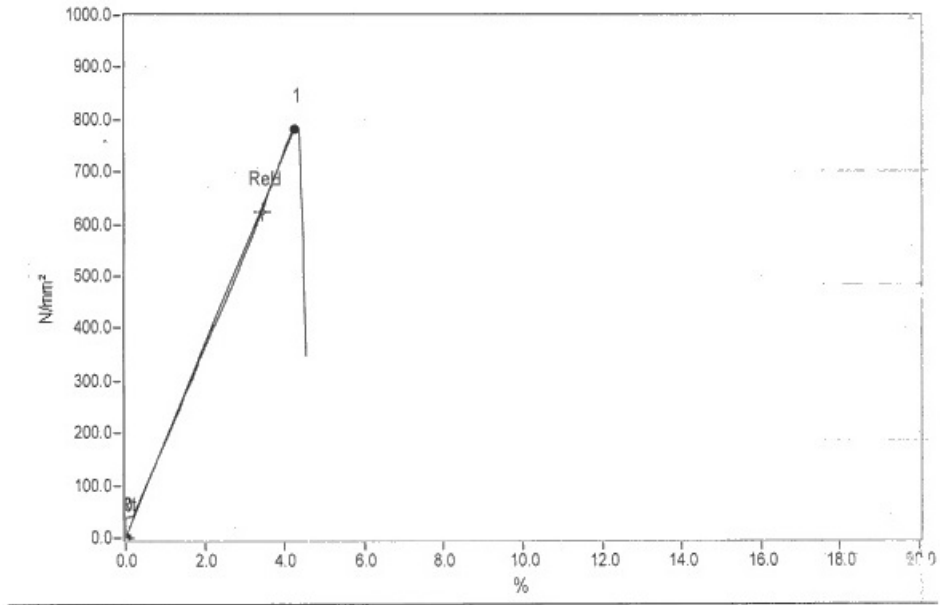
დანართი 1-დან ამონარიდის სახით მოვიყვანოთ ნიმუშების გაჭიმვაზე გამოცდის ამსახველი გრაფიკული გამოსახულებები, სამივე ნიმუშისთვის (ნახ. 30):



პირველი ნიმუში



მეორე ნიმუში



მესამე ნიმუში

ნახ. 3.5.3 გამოსაცდელი კომპოზიტური მასალის ნიმუშების გაჭიმვაზე გამოცდის შესაბამისი გრაფიკული გამოსახულება

როგორც ვხედავთ, პირველი და მესამე ნიმუშის ამსახველი გრაფიკები თითქმის ერთნაირია, ხოლო მეორე - განსხვავებული. ნიმუშების შესაბამისი მრღვევი ძალებია 84,9 კნ, 79,9 კნ და 106,5 კნ, ხოლო ავტომატურად დათვლილი დრეკადობის მოდულები შესაბამისად 16183.8 ნ/მმ<sup>2</sup>, 7468.2 ნ/მმ<sup>2</sup> და 18391.2 ნ/მმ<sup>2</sup>. მეორე ნიმუში აშკარად განსხვავებულ მონაცემს იძლევა, რაც გრაფიკულ გამოსახულებაზეც ჩანს. შეიძლება ვივარაუდოთ რომ მოხდა რაღაც ტექნიკური ხარვეზი რამაც გამოიწვია ასეთი დიდი განსხვავება, ამიტომ მეორე ნიმუშის მონაცემების გათვალისწინება არ მოგვცემს სწორ შედეგებს.

პირველი და მესამე ნიმუშების მონაცემების გასაშუალების მიხედვით შეგვიძლია დავთვალოთ ნახშირბადის ბოჭკოზე დაფუძნებული ამ ტიპის კომპოზიტური მასალის დრეკადობის (იუნგის) მოდული:

$$E = 17287.5 \pm 1103.7 \text{ ნ/მმ}^2 \quad (3.5.1)$$

მოცემული გამოცდა ჩატარდა ტრადიციულად დანერგილი მიდგომის მიხედვით, როგორც არის მეტალების ნიმუშების შემთხვევაში. სამწუხაროდ უნდა ითქვას, რომ ნაშრომში აღწერილი მეთოდიკა, რომელიც ეხება კომპოზიტების დროში დეფორმაციას, დღეს დღეობით საქართველოში არსებულ არცერთ ლაბორატორიაში არ ტარდება. მიღებული შედეგი შეიძლება გამოდგეს მხოლოდ მოცემული კომპოზიტური მასალის ე.წ. ხანგრძლივ დრეკადობის მოდელის მნიშვნელობად. ასევე, გრაფიკებიდან შეგვიძლია დავინახოთ, რომ რღვევამდე დეფორმაციას აქვს, დატვირთვის შესაბამისად, თითქმის წრფივი ხასიათი. ამ მასალისთვის რაიმე ტიპის მოდელის შესაბამისობის დასადგენად, ცხადია მხოლოდ ეს ერთი მონაცემი არ იქნება საკმარისი, საჭირო იქნება უფრო დეტალური ექსპერიმენტული კვლევები და შესაბამისი მონაცემების განსაზღვრა.

### 3.6. თხელი ფირფიტის გაანგარიშება სიმტკიცეზე

#### 3.6.1. თხელი მართკუთხა ფირფიტის გაანგარიშება

განვიხილოთ თხელი მართკუთხა ფირფიტის მაგალითი, რომელიც შეიძლება წარმოვადგინოდ აბსოლუტურად დრეკად სხეულად. ასეთ შემთხვევაში ჩავთვალოთ, რომ მუშაობს კირხოფ-ლიავის ჰიპოთეზა.

ნორმალური ელემენტის შესახებ ჰიპოთეზას მივყავართ ფაქტამდე, რომ კვანძებში გვექნება სამი თავისუფლების ხარისხი, ხოლო შუალედური ფენის გადაადგილებები და მობრუნებები, ორი ურთიერთმართობული მიმართულებით ერთმანეთის შესაბამისია. დადებითად მივიღოთ ქვემოთ მიმართული ღუნვა. დადებით მობრუნების კუთხედ ითვლება  $x$  ღერძის მიმართ საათის ისრის მიმართულებით მობრუნება და  $y$  ღერძის მიმართ საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულება, ღერძებს უნდა შევხედოთ კოორდინატთა სათავიდან. მიღებული დაშვებით, მართკუთხა ელემენტის სიხისტის მატრიცა იქნება მე-12 რიგის არასრული ბიკუბური პოლინომი, რომელიც აკმაყოფილებს ფირფიტის ღუნვის ერთგვაროვან დიფერენციალურ განტოლებას:

$$Z(x, y) = f_1 + f_2x + f_3y + f_4x^2 + f_5y^2 + f_6xy + f_7x^2y + f_8xy^2 + f_9x^3 + f_{10}y^3 + f_{11}x^3y + f_{12}xy^3. \quad (3.6.1)$$

ამ პოლინომის საშუალებით მიიღება შემდეგი სიხისტის მატრიცა:

$$r_k = \int_V (A^{-1})^* B^* C B A^{-1} dV, \quad (3.6.2)$$

სადაც  $A$ ,  $B$  და  $C$  მატრიცები განსაზღვრავს კავშირს ელემენტების კვანძების გადაადგილებებს,  $f_i$  კვანძების თავისუფლების ხარისხის განმსაზღვრელ დამოუკიდებელ პარამეტრებსა და დეფორმაციას შორის, რომელიც დეტალურად აღწერილია [97]. რადგან მატრიცა სიმეტრიულია, ამიტომ ქვემოთ მოვიყვანოთ, 0-ების გარდა, მატრიცის ზედა სამკუთხედში მყოფი ელემენტები:

$$r_{11} = r_{44} = r_{77} = r_{10\ 10} = \frac{4mD_x}{a^2} + \frac{4D_y}{mb^2} + \frac{2D_v}{ma^2} + \frac{14D_k}{5ma^2},$$
$$r_{12} = -r_{45} = -r_{78} = r_{10\ 11} = \frac{2mD_x}{a} + \frac{D_v}{b} + \frac{D_k}{5b},$$

$$\begin{aligned}
r_{13} &= r_{46} = -r_{79} = -r_{10\ 12} = \frac{2D_y}{mb} + \frac{D_v}{a} + \frac{D_k}{5a}; \\
r_{14} &= r_{7\ 10} = -\frac{4mD_x}{a^2} + \frac{2D_y}{mb^2} - \frac{2D_v}{ma^2} - \frac{14D_k}{5ma^2}; \\
r_{15} &= -r_{24} = -r_{7\ 11} = r_{8\ 10} = \frac{2mD_x}{a} + \frac{D_k}{5b}; \\
r_{16} &= r_{34} = -r_{7\ 12} = -r_{9\ 10} = \frac{D_y}{mb} - \frac{D_v}{a} - \frac{D_k}{5a}; \\
r_{17} &= r_{4\ 10} = -\frac{2mD_x}{a^2} - \frac{2D_y}{mb^2} + \frac{2D_v}{ma^2} + \frac{14D_k}{5ma^2}; \\
r_{18} &= -r_{27} = -r_{4\ 11} = r_{5\ 10} = \frac{mD_x}{a} - \frac{D_k}{5b}; \\
r_{19} &= -r_{37} = r_{4\ 12} = r_{6\ 10} = \frac{D_y}{mb} - \frac{D_k}{5a}; \\
r_{1\ 10} &= r_{47} = \frac{2mD_x}{a^2} - \frac{4D_y}{mb^2} - \frac{2D_v}{ma^2} - \frac{14D_k}{5ma^2}; \\
r_{1\ 11} &= r_{2\ 10} = -r_{48} = -r_{57} = \frac{mD_x}{a} - \frac{D_v}{b} - \frac{D_k}{5b}; \\
r_{1\ 12} &= -r_{3\ 10} = r_{49} = -r_{67} = \frac{2D_y}{mb} + \frac{D_k}{5a}; \\
r_{22} &= r_{55} = r_{88} = r_{11\ 11} = \frac{4mD_x}{3} + \frac{4D_k}{15m}; \\
r_{23} &= -r_{56} = r_{89} = -r_{11\ 12} = D_v; \\
r_{25} &= r_{8\ 11} = \frac{2mD_x}{3} - \frac{D_k}{15}; r_{28} = r_{5\ 11} = \frac{mD_x}{3} + \frac{D_k}{15m}; \\
r_{2\ 11} &= r_{58} = \frac{2mD_x}{3} - \frac{4D_k}{15m}; r_{36} = r_{9\ 12} = \frac{2D_y}{3m} - \frac{4m\ k}{15}; \\
r_{39} &= r_{6\ 12} = \frac{D_y}{3m} + \frac{mD_k}{15}; r_{3\ 12} = r_{69} = \frac{2D_y}{3m} - \frac{mD_k}{15}; \\
r_{33} &= r_{66} = r_{99} = r_{12\ 12} = \frac{4D_y}{3m} + \frac{4mD_k}{15};
\end{aligned} \tag{3.6.3}$$

სადაც  $D_x = E_x h^3 / (12\mu)$ ;  $D_y = E_y h^3 / (12\mu)$ ;  $D_k = Gh^3 / 6$ ;  $D_v = \nu_x D_x = \nu_y D_y$  - ფირფიტის სიხისტეებია;  $\nu_x$  და  $\nu_y$  - მასალის განივი დეფორმაციის კოეფიციენტები;  $h$  - ფირფიტის სისქე;  $\mu = 1 - \nu_x \nu_y$ ;  $m = b/a$ .

მართკუთხა ელემენტისთვის ძალური მატრიცა დეტალურად მოცემულია [97] ლიტერატურაში, რომლის საშუალებითაც გამოითვლება მლუნავი მომენტები კუთხეებში და მგრები მომენტები მის შუაში. „+“ ნიშანი მლუნავ მომენტში ნიშნავს რომ იჭიმება ქვედა ბოჭკოები.

$M_x$  და  $M_y$  მომენტები ვრცელდება ცალკეულ ელემენტებზე. მათ როგორც წესი აქვთ სხვადასხვა მნიშვნელობა ერთ კვანძში შეერთებული ელემენტებისთვის.

მომენტის მნიშვნელობა კვანძით წერტილში ტოლია მასში შეერთებული ელემენტების მომენტების საშუალო მნიშვნელობის.

თუ ელემენტებს აქვს განსხვავებული სიგრძე და ზომები, საბოლოო მომენტი კვანძში განისაზღვრება როგორც ჯამი შესაბამისი მომენტებისა გამრავლებული სათანადო განაწილების კოეფიციენტებზე. განაწილების კოეფიციენტები შეიძლება მიახლოებით განისაზღვროს შემდეგი თანაფარდობიდან:

$$\gamma_k = r_k / \sum_{k=1}^n r_k, \quad (3.6.4)$$

სადაც  $n$  - კვანძში შემავალი ელემენტების რიცხვია,  $r_k$  - ელემენტის სიხისტე ( $r_k$  შეესაბამება ელემენტის კუთხის სიხისტეს, მისი ერთეულით მობრუნებისას). მხედველობაში უნდა მივიღოთ, რომ  $\gamma$  კოეფიციენტები  $x$  და  $y$  მიმართულებებით შეიძლება იყოს განსხვავებული.

დრეკად საყრდენიანი ფირფიტის ანგარიშისას, აუცილებელია საყრდენების რეაქციის მატრიცა. მართკუთხა ელემენტისთვის ის გამოითვლება ფორმულით  $p_k = (A^{-1})^* \int_A W^* k W A^{-1} dA$ , რომელიც დეტალურად აღწერილია [97] -ში.

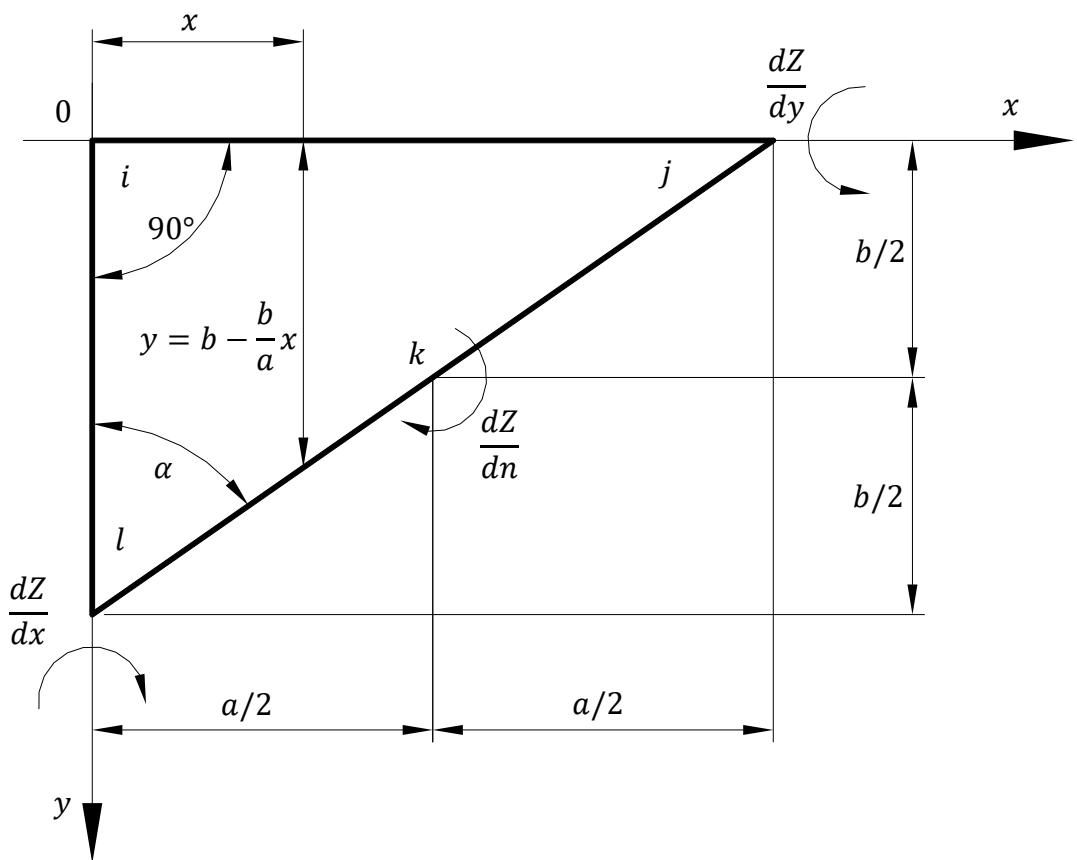
### 3.6.1. დახრილი ფირფიტის ანგარიში

წინა პარაგრაფში განხილული სიხისტის მატრიცა (3.6.2) გამოიყენება მართკუთხა ფირფიტების საანგარიშოდ, მაგრამ პრაქტიკაში ხშირად გვხვდება დეტალები, რომელსაც არ აქვს მართკუთხა ფორმა. განვიხილოთ დახრილი ფირფიტის შემთხვევა. მათ საანგარიშოდ აღარ არის საკმარისი მხოლოდ მართკუთხა ელემენტების გამოყენება, გვჭირდება სამკუთხა ელემენტებიც.

ასეთ დროს რეკომენდებულია გამოყენებული იქნას ორთოგონალური ბადე. ამ დროს ყველა შიგნითა ელემენტი იქნება მართკუთხა, ხოლო სასაზღვრო, კონტურის ხაზზე - სამკუთხა ელემენტი. დაგვჭირდება სამკუთხა ელემენტის შესაბამისი სიხისტის მატრიცა, რომელიც ერთობლიობაში განხილული უნდა იქნას მართკუთხა ელემენტის სიხისტის მატრიცასთან ერთად. მის გამოსაყვანად

უცნობებად უნდა ჩაითვალოს კვანძში სამი გადაადგილება, რაც მიგვიყვანს მე-9 რიგის მატრიცამდე. რამდენადაც გამოთვლებმა აჩვენა, ასეთი მატრიცა იძლევა გარკვეულწილად არასწორ შედეგებს, განსაკუთრებით კონტურზე ჩამაგრებული ფირფიტის შემთხვევაში. ამის გამო, სიზუსტის გასაზრდელად შემოაქვთ დამატებითი კვანძი დახრილი კიდის შუაში, რათა გათვალისწინებული იქნას მისი მობრუნება ამ კიდის მართობულ სიბრტყეში (ნახ. 3.6.1).

$$\frac{\partial Z}{\partial n} = \frac{\partial Z}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial Z}{\partial y} \sin \alpha. \quad (3.6.5)$$



ნახ. 3.6.1 სამკუთხა ელემენტში დამატებითი კვანძის შემოტანა

დამატებითი კვანძის შემოტანა არ აბრკოლებს სამკუთხა და ოთხკუთხა ელემენტების ერთობლივ გამოყენებას, რადგანაც ეს კვანძი მდებარეობს კონტურულ ხაზზე.

დამატებითი უცნობის შემოტანა იწვევს სიხისტის მატრიცის რიგის გაზრდას მე-10 რიგამდე, რის გამოც გამოიყენება პოლინომი 10 პარამეტრით.



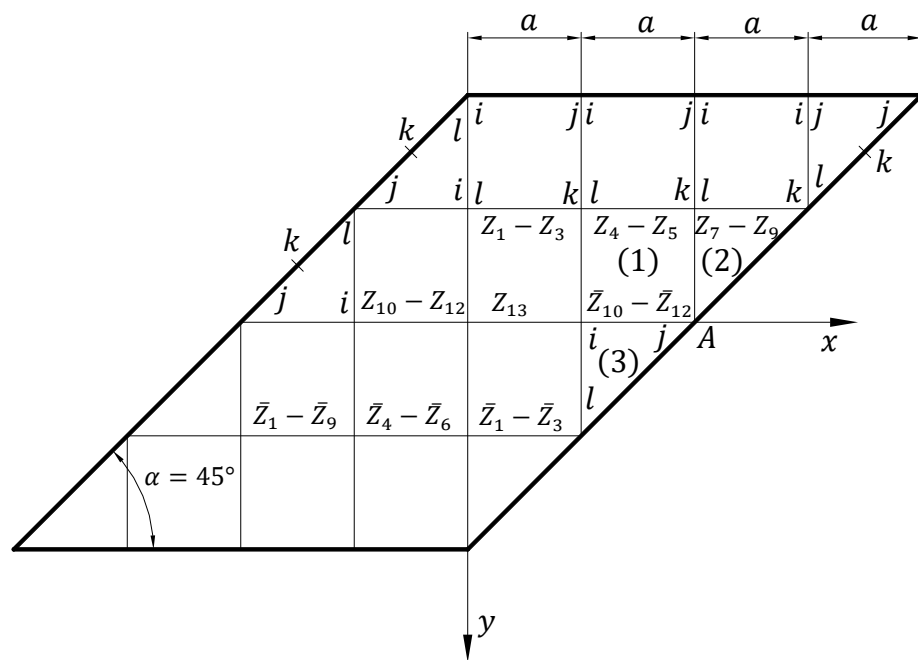
$$Z(x, y) = f_1 + f_2x + f_3y + f_4x^2 + f_5y^2 + f_6xy + f_7x^2y + f_8xy^2 + f_9x^3 + f_{10}y^3 = W[f_n]. \quad (3.6.6)$$

ძალურ მატრიცას სამკუთხა ელემენტისთვის აქვს  $S_k = C_k B_k A_k^{-1} v_k = N_k^x v_k$  [97] ფორმა. მღუნავი მომენტები წარმოადგენს  $x$ -ის და  $y$ -ის წრფივ ფუნქციებს, განისაზღვრება  $i, j$  და  $l$  წერტილებისთვის. მგრები მომენტები ითვლება დახრილი კიდის შუა  $k$  წერტილის მიმართ და ა.შ. ამგვარად, მართკუთხა სამუთხედის ფორმის ელემენტის დატვირთვის  $N_k$  მატრიცას აქვს 7 სტრიქონი და 10 სვეტი. ძალური მატრიცა ასევე დეტალურად მოცემულია [97] ლიტერატურაში.

განაწილებული დატვირთვიდან გადასვლა კვანძებზე დატვირთვაზე, ხორციელდება  $F_k = (A^{-1})^* \int_A W^* q(x, y) dA$  ფორმულით [97], სადაც  $q(x, y)$  ელემენტზე განაწილებული დატვირთვაა, ხოლო  $A$  - მისი ფართობი.

დატვირთვის თანაბრად განაწილების შემთხვევაში და განაწილების (3.6.6) ფორმის დროს, მიიღება შემდეგი ვერტიკალური ძალები:  $F_i = (3/20)qab$ ;  $F_j = (qab/20)(3 + \cos^2 \alpha)$ ;  $F_l = (qab/20)(3 + \sin^2 \alpha)$ .

მაგალითის სახით განვიხილოთ პარალელოგრამის ფორმის ფირფიტა (ნახ. 3.6.2), რომელზეც თანაბრად არის განაწილებული დატვირთვა  $q$  ინტენსიობით. განივი დეფორმაციის კოეფიციენტი  $\nu = 0$ . ფირფიტა დავყოთ ორთოგონალური ზადით 20 ელემენტად (ორივე ტიპის) და შევადგინოთ მისთვის სიხისტის მატრიცა.



ნახ. 3.6.2 დახრილი ფირფიტის დაყოფა სასრულ ელემენტებად

კვადრატული ფორმის სასრული ელემენტის სიხისტის მატრიცას, როცა  $\nu = 0$ , აქვს სახე:

$$K = \begin{bmatrix} 10,8/a^2 & 2,2/a & 2,2/a & -4,8/a^2 & 2,2/a & 0,8/a & -1,2/a^2 & 0,8/a & 0,8/a & -4,8/a^2 & 0,8/a & 2,2/a \\ 1,6 & 0 & -2,2/a & 0,6 & 0 & -0,8/a & 0,4 & 0 & 0,8/a & 0,4 & 0 & 0 \\ 1,6 & 0,8/a & 0 & 0,4 & -0,8/a & 0 & 0,4 & -2,2/a & 0 & 0,6 & 0 & 0 \\ 10,8/a^2 & -2,2/a & 2,2/a & -4,8/a^2 & -0,8/a & 2,2/a & -1,2/a^2 & -0,8/a & 0,8/a & 0,8/a & 0 & 0 \\ 1,6 & 0 & -0,8/a & 0,4 & 0 & 0,8/a & 0,4 & 0 & 0,4 & 0 & 0 & 0 \\ 1,6 & -2,2/a & 0 & 0,6 & -0,8/a & 0 & 0,4 & 0 & 0,4 & 0 & 0,4 & 0 \\ 10,8/a^2 & -2,2/a & -2,2/a & -4,8/a^2 & -2,2/a & -0,8/a & 2,2/a & 0,6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1,6 & 0 & 2,2/a & 0,6 & 0 & 0 & 0 & 1,6 & -0,8/a & 0 & 0,4 & 0 \\ 1,6 & -2,2/a & 0 & 0,4 & 0 & 0,4 & 0 & 1,6 & -0,8/a & 0 & 0,4 & 0 \\ 10,8/a^2 & 2,2/a & -2,2/a & 0 & 0 & 0 & 0 & 10,8/a^2 & 2,2/a & -2,2/a & 0 & 0 \\ 1,6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,6 & 0 & 0 & 0 & 1,6 \end{bmatrix} \quad (3.6.7)$$

(სიმეტრიულად)

სამკუთხა სასრული ელემენტისთვის დაგვჭირდება მხოლოდ  $r_{ij}$  ბლოკი:

$$r_{ij} = D \begin{bmatrix} 24/a^2 & 4/a & 4/a \\ 4/a & 2 & 0 \\ 4/a & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (3.6.8)$$

ყველა შიდა კვანძში, ცენტრალურის გარდა, გვაქვს სამი უცნობი სიდიდე. ცენტრალურ კვანძში, სიმეტრიის გამო, კუთხეების მობრუნება 0-ის ტოლია, დარჩება მხოლოდ ღუნვა. მთელი ფირფიტის შესაბამისი უცნობი სიდიდეების რიცხვი 25-ია. ასევე, სიმეტრიის გამო,  $\bar{Z}_1 = Z_1$ ;  $\bar{Z}_4 = Z_4$ ;  $\bar{Z}_7 = Z_7$ ;  $\bar{Z}_{10} = Z_{10}$ ;  $\bar{Z}_2 = -Z_2$ ;  $\bar{Z}_5 = -Z_5$ ;  $\bar{Z}_8 = -Z_8$ ;  $\bar{Z}_{11} = -Z_{11}$ ;  $\bar{Z}_3 = -Z_3$ ;  $\bar{Z}_6 = -Z_6$ ;  $\bar{Z}_9 = -Z_9$ ;  $\bar{Z}_{12} = -Z_{12}$ . საერთო ჯამში მივიღებთ 13 უცნობს.

ფირფიტის მარცხენა მხარეს სამკუთხა ელემენტებისთვის ადგილობრივი და საერთო ღერძები ერთმანეთს არ ემთხვევა, ამიტომ ამ ელემენტების მატრიცის ბლოკებისთვის ვიყენებთ  $r_{ik}^0 = a_i^* r_{ik} a_k$  გარდაქმნას [97]. ამ შემთხვევაში გარდაქმნის მატრიცას აქვს სახე:

$$a_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}, \quad (3.6.9)$$

სადაც  $\varphi$  არის ადგილობრივი სისტემის ღერძების მობრუნების კუთხე საერთო ღერძების მიმართ. მოცემულ შემთხვევაში  $\varphi = 180^\circ$ , შესაბამისად

$$a_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (3.6.10)$$

რადგანაც, მოცემულ შემთხვევაში გვაქვს მხოლოდ ერთი  $r_{ij}$  ბლოკი, ამიტომ მარცხენა სამკუთხა ელემენტისთვის შეგვიძლია პირდაპირ დავწეროთ:

$$r_{ii}^0 = a_i^* r_{ii} a_i = D \begin{bmatrix} 24/a^2 & -4/a & -4/a \\ -4/a & 2 & 0 \\ -4/a & 0 & 2 \end{bmatrix}. \quad (3.6.11)$$

შევცვალოთ განაწილებული დატვირთვა კვანძებში დატვირთვით. კვადრატული ელემენტების კვანძებში იქნება  $0,25qa^2$ , ხოლო სამკუთხა ელემენტებისთვის  $0,15qa^2$ . საბოლოო სახით სიხისტის მატრიცას ექნება შემდეგი სახე:

$$K = D \begin{bmatrix} 56,4/a^2 & -1,8/a & -1,8/a & -9,6/a^2 & 4,4/a & 0 & 0 & 0 & 0 & -2,4/a^2 & -1,6/a & 0 & -9,6/a^2 \\ -1,8/a & 6,8 & 0 & -4,4/a & 1,2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1,8/a & 0 & 6,8 & 0 & 0 & 0,8 & 0 & 0 & 0 & -1,6/a & 0 & 0 & -4,4/a \\ -9,6/a^2 & -4,4/a & 0 & 43,2/a^2 & 0 & 0 & -9,6/a^2 & 4,4/a & 0 & -9,6/a^2 & 0 & -4,4/a & -1,2/a^2 \\ 4,4/a & 1,2 & 0 & 0 & 6,4 & 0 & -4,4/a & 1,2 & 0 & 0 & -0,8 & 0 & 0,8/a \\ 0 & 0 & 0,8 & 0 & 0 & 6,4 & 0 & 0 & 0,8 & -4,4/a & 0 & -1,2 & -0,8/a \\ 0 & 0 & 0 & -9,6/a^2 & -4,4/a & 0 & 56,4/a^2 & 1,8/a & 1,8/a & -1,2/a^2 & 0,8/a & -0,8/a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4,4/a & 1,2 & 0 & 1,8/a & 6,8 & 0 & 0,8/a & -0,4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,8 & 1,8/a & 0 & 6,8 & -0,8/a & 0 & -0,4 & 0 \\ -2,4/a^2 & 0 & -1,6/a & -9,6/a^2 & 0 & -4,4/a & -1,2/a^2 & 0,8/a & -0,8/a & 56,4/a^2 & -1,8/a & -1,8/a & -9,6/a^2 \\ -1,6/a & 0 & 0 & 0 & -0,8 & 0 & 0,8/a & -0,4 & 0 & -1,8/a & 6,8 & 0 & -4,4/a \\ 0 & 0 & 0 & -4,4/a & 0 & -1,2 & -0,8/a & 0 & -0,4 & -1,8/a & 0 & 6,8 & 0 \\ -19,2/a^2 & 0 & -8,8/a & -2,4/a^2 & 1,6/a & -1,6/a & 0 & 0 & 0 & -19,2/a^2 & -8,8/a & 0 & 43,2/a^2 \end{bmatrix}. \quad (3.6.12)$$

განტოლებათა სისტემის კომპიუტერის დახმარებით ამოხსნის შემდეგ ჩალუნვებისთვის მივიღებთ შემდეგ შედეგებს:  $Z_1 = 0,0749$ ;  $Z_4 = 0,0948$ ;  $Z_7 = 0,0327$ ;  $Z_{10} = 0,0798$ ;  $Z_{13} = 0,1533$  (თითოეული უნდა გამრავლდეს  $qa^4/D$  მამრავლზე). და მობრუნების კუთხეებისთვის  $Z_2 = 0,0876$ ;  $Z_3 = 0,1287$ ;  $Z_5 = -0,0365$ ;  $Z_6 = 0,0770$ ;  $Z_8 = -0,0656$ ;  $Z_9 = -0,0025$ ;  $Z_{11} = 0,1259$ ;  $Z_{12} = 0,0998$  (საერთო მამრავლია  $qa^3/D$ ).

ძალური ფაქტორები განისაზღვრება შესაბამისი ძალური მატრიცების გამოყენებით [97]. დათვლების შემდეგ, ფირფიტის ცენტრში  $M_x = 0,1887qa^2$ . ეს მომენტი ხასიათდება სასრული ელემენტის კუთხეებში მომენტების საშუალო მნიშვნელობით, რომლებიც უერთდება ცენტრალურ ელემენტს.

დახრილ კიდეზე მომენტების საანგარიშოდ, მაგალითად  $A$  წერტილში, თავდაპირველად ძალური მატრიცების გამოყენებით ვსაზღვრავთ  $M_{x_1}^k = -0,2271qa^2$ ,  $M_{x_2}^i = -0,1916qa^2$ ,  $M_{x_3}^j = -0,2271qa^2$ , ხოლო შემდეგ (3.6.4) განტოლებებით გამოვთვლით განაწილების კოეფიციენტებს:

$$\gamma_1 = \frac{r_{22(1)}}{r_{22(1)}+r_{99(2)}+r_{55(3)}} = \frac{1,6}{1,6+1,25+1,083} = 0,40678;$$

$$\gamma_2 = 0,31780; \gamma_3 = 0,27542. \quad (3.6.13)$$

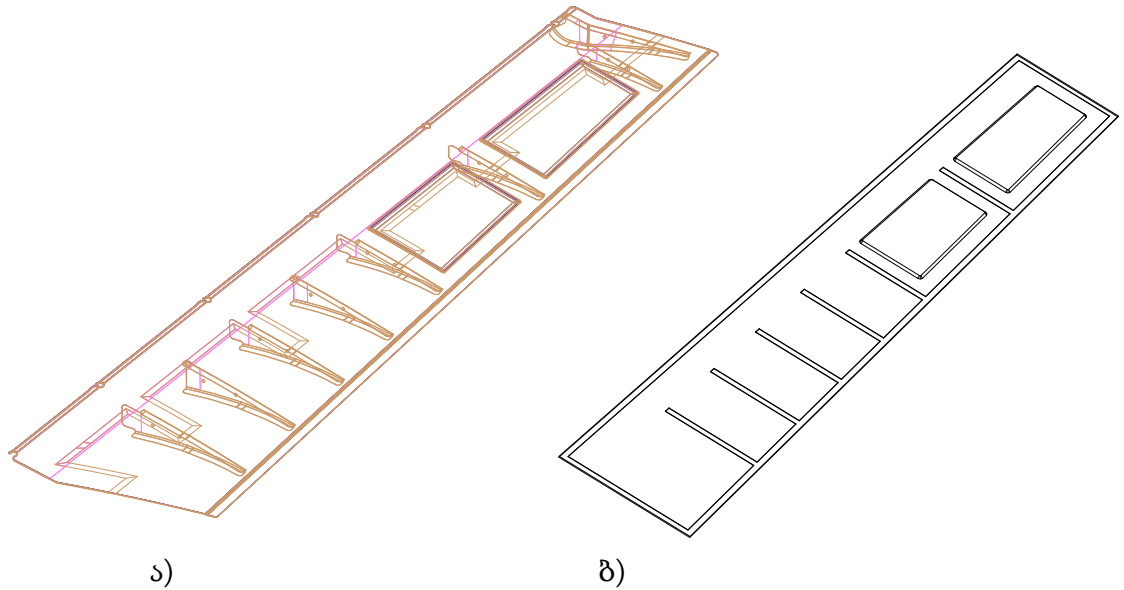
საბოლოო ჯამში ვლებულობთ  $A$  კვანძში მომენტის შემდეგ მნიშვნელობას:

$$M_x^A = M_{x1}^k \gamma_1 + M_{x2}^i \gamma_2 + M_{x3}^j \gamma_3 = -0,2158qa^2. \quad (3.6.14)$$

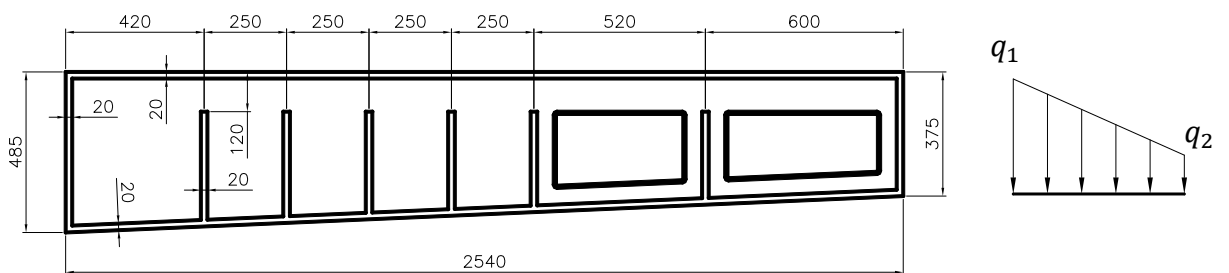
$y$  ღერძის მიმართ განაწილების კოეფიციენტები განისაზღვრება ანალოგიურად, მაგალითად  $\gamma_1 = \frac{r_{33(1)}}{r_{33(1)}+r_{10\ 10(2)}+r_{66(3)}}$ , შემდეგ გამოითვლება მომენტები თითოეული ელემენტისთვის  $M_{y1}^k = -0,1916qa^2$ ,  $M_{y2}^i = -0,1916qa^2$ ,  $M_{y3}^j = -0,2271qa^2$ , საბოლოოდ  $M_y^A = -0,2029qa^2$ . თუ გავითვალისწინებთ, რომ მღუნავი მომენტების ჯამი ორთოგონალურ მიმართულებებზე მუდვივი სიდიდეა, განვსაზღვრავთ:  $M_n^A = M_x^A + M_y^A = -0,4197qa^2$ .

### 3.7. თვითმფრინავის ფრთის ელერონის კომპოზიტური შემონაკერის გამოცდა სიმტკიცეზე

განვიხილოთ, რეალური თვითმფრინავის ფრთის ელერონის კომპოზიტური შემონაკერის სიმტკიცეზე გაანგარიშება, შესაბამისი დატვირთვების შემთხვევაში. გამარტივების მიზნით, ელერონის ზედაპირი ჩავთვალოთ ბრტყელ კონსტრუქციად და მივცეთ მას რეალობასთან მაქსიმალურად მიახლოებული გეომეტრიული ზომები. თხელკედლიანი შემონაკერი ჩამაგრებულია კონტურზე და ელერონის შიგნით მდებარე ნერვიურების თაროებზე. შეგვიძლია მივიჩნიოთ, რომ ჩამაგრების საზღვრები არის ხისტი და მათ გასწვრივ ჩალუნვები 0-ის ტოლი იქნება. ელერონის ზედაპირის რეალური და გამარტივებული სქემები მოცემულია ნახ. 3.7.1-ზე.



ნახ. 3.7.1 ელერონის შემონაკერის ა) რეალური და ბ) გამარტივებული სქემები გამარტივებული სქემა წარმოადგენს მართკუთხა ტრაპეციის ფორმის ფირფიტას, ზომებით 485 მმ და 375 მმ ფუძეებით და 2540 მმ სიმაღლით, ხოლო ფირფიტის სისქე 3 მმ-ია. ჩასამაგრებელი კონტურის და ნერვიურების თაროების დამაგრების ზოლის სიგანე 20 მმ-ია. შემონაკერის ზედაპირზე, სტანდარტის მიხედვით, მოედება განაწილებული დატვირთვა, რომელსაც აქვს ასევე ტრაპეციის ფორმა. ნახ. 3.7.2-ზე წარმოდგენილია განსახილველი ფირფიტის გაზარიტული ზომები და განივ კვეთში მისი დატვირთვის სქემა.



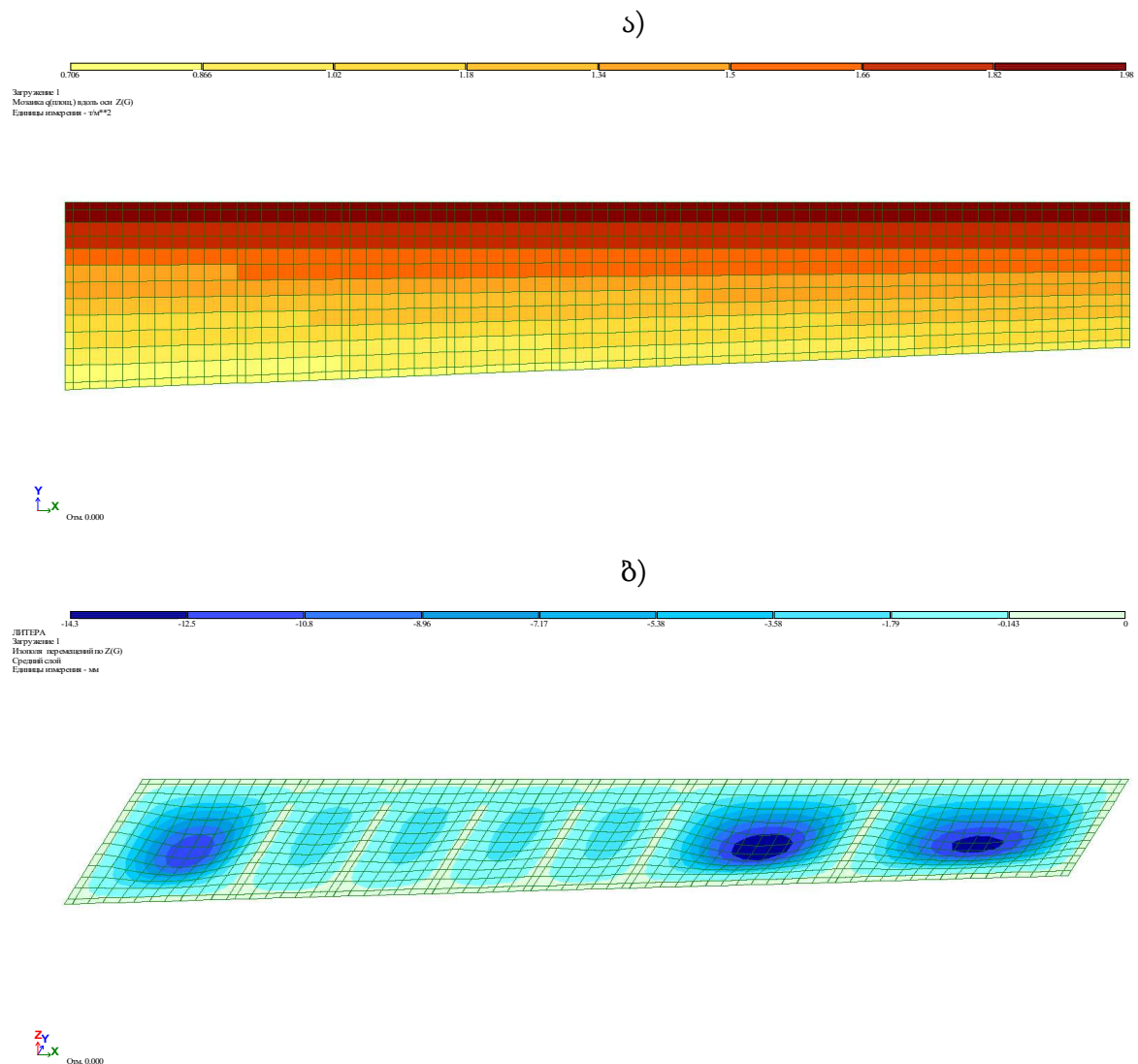
ნახ. 3.7.2 ფირფიტის გაზარიტული ზომები და დატვირთვის სქემა

პრაქტიკაში მიღებულია, რომ ელერონზე დატვირთვის ანგარიშისას გამოიყენონ ტრაპეციული ფორმის განაწილებული დატვირთვა, რომლის ბოლოებზე ინტენსიობები დაკავშირებულია ფორმულით  $q_2 = \frac{1}{3}q_1$ , ხოლო  $q_1 = 0,64q_0$ , სადაც  $q_0 = \rho \frac{V^2}{2}$  არის ჩქაროსნული დაწნევა. თვითმფრინავის კრეისერულ სიჩქარედ საშუალოდ ავიღოთ  $V = 900$  კმ/სთ, რომლის შესაბამისადაც მივიღებთ

$q_1 = 20$  კპა და  $q_2 = 6,67$  კპა. როგორც ნახ. 3.7.2-ზე ჩანს ფორფოტას მარჯვენა ორ სექციაში აქვს სიხისტის გასაზრდელი შესქელებული კონსტრუქცია (კომპოზიტურ ფენებს შორის მოთავსებულია ფიჭური ან სხვა ტიპის შემავსებელი). ასეთ დროს მოცემულ არეში თხელი ფირფიტის საანგარიშო მეთოდები აღარ გამოდგება. ამ მაგალითში ვიგულისხმობთ რომ არ გვაქვს აღნიშნული შესქელება და მოვახდინოთ ერთი მთლიანი თხელკედლიანი ფირფიტის სიმტკიცეზე გაანგარიშება.

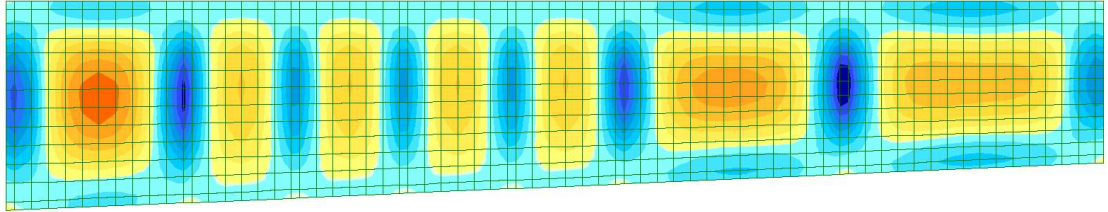
გაანგარიშება ჩატარდა კომპიუტერული პროგრამის Lira-ს მეშვეობით. მიღებული იქნა ჩალუნვების, მომენტების და გადამჭრელი ძალების გამომსახველი შედეგები, რომლებიც მოიცემა შემდეგი სქემების სახით:

ნახ. 3.7.3-ზე გამოსახულია ა) დატვირთვის და ბ) ჩალუნვების გამომსახველი სქემები; მღუნავი მომენტები  $x$  და  $y$  ღერძების მიმართ მოცემულია ნახ. 3.7.4-ზე.

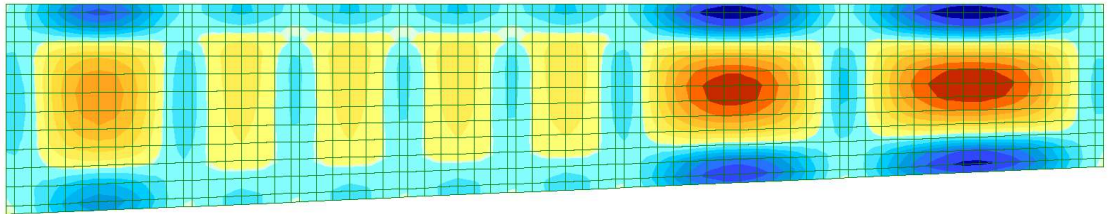
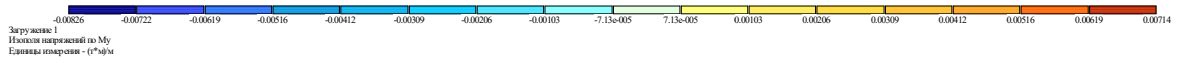


ნახ. 3.7.3 ა) ფირფიტაზე მოდებული დატვირთვა და ბ) ფირფიტის ჩალუნვა

ა)

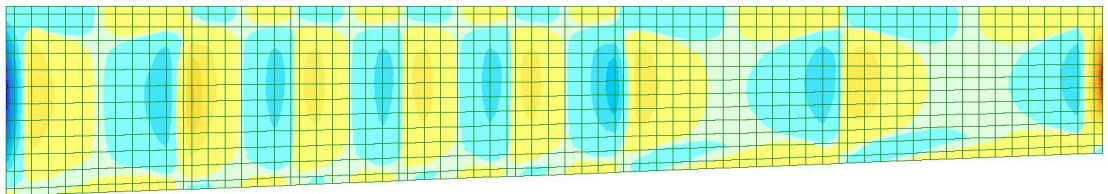


ბ)

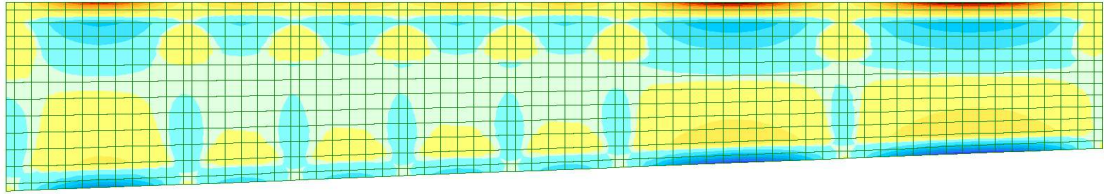


ნახ. 3.7.4 მლუნავი მომენტები ა)  $x$  ღერძის და ბ)  $y$  ღერძის მიმართ

ა)



ბ)



ნახ. 3.7.5 გადამჭრელი ძალები ა)  $x$  ღერძის და ბ)  $y$  ღერძის მიმართ დაითვლება ასევე გადამჭრელი ძალების მნიშვნელობებიც რომლებიც გამოსახულია ნახ. 3.7.5-ზე.

მოცემულ შემთხვევაში, მასალად აღებული გვაქვს 3.5. თავში აღწერილი ნახშირბადის ბოჭკოებზე დაფუძნებული კომპოზიტი და პროგრამაშიც შეყვანილია მისი მექანიკური მახასიათებლები. ეს პროგრამული გამოცდა ჩატარდა, როგორც მასალაზე ერთგვაროვანი და იზოტროპული მახასიათებლებით. ეს კიდევ ერთი გამარტივებული მიდგომაა. სამწუხაროდ ამ ეტაპზე არ არის გათვალისწინებული დეფორმაციის დროში განვითარების ხასითი, სათანადო თეორიის არ არსებობის გამო, რომელიც მიესადაგებოდა რთული სტრუქტურების ანგარიშს. მარტივი მიდგომები, რომელიც ზემოთ არის აღწერილი უშუალოდ არ გამოდგება რთული დამაბულ-დეფორმაციული მდგომარეობის აღსაწერად, სავარაუდოდ ადგილი არ ექნება სუპერპოზიციის პრინციპს. რთულ დამაბულ-დეფორმაციულ მდგომარეობაში პროცესების დროში განვითარების თეორიის შემუშავება საჭიროებს მრავალფეროვან თეორიულ და ექსპერიმენტულ კვლევას. ვიმედოვნებთ, რომ ამ მიმართულებით მუშაობა გაგრძელდება.

როგორც ვხედავთ, ფირფიტის მარჯვენა ორ სექტორში მიიღება სიდიდეების ანომალურად დიდი მნიშვნელობები, ცხადია ეს ასეც უნდა იყოს რადგანაც, სხვა სექტორებთან შედარებით, ამ არეებში არის ყველაზე დიდი ფართობი საყრდენის გარეშე, სწორედ ამიტომაც იყო აქ კონსტრუქციულად შესქელებული უბნები. ამიტომ ამ ადგილებში მიღებული შედეგები რეალობისგად დიდად განსხვავებული



იქნება. რაც შეეხება სხვა არეებს, შედეგები აქ მეტნაკლებად სანდოდ შეგვიძლია მივიჩნიოთ. უკიდურესი მარცხენა უბანი გამორჩეულია სხვა დანარჩენებისგან. მიღებული სიდიდეების მნიშვნელობების მიხედვით აქ ჩალუნვა მაქსიმალურია ~10 მმ, ასევე დიდია მომენტების და გადამჭრელი ძალების სიდიდეები. მიღებული შედეგები უნდა შედარდეს სტანდარტებით მიღებულ დაშვებებს და თუ იქნა შესაბამისობა ცდომილების ფარგლებში, დადგინდება იქნება თუ არა მისაღები მოცემული მასალა აღნიშნული ელერონის კონსტრუქციული ელემენტის დასამზადებლად, ან საკმარისი არის თუ არა ფირფიტის მოცემული სისქე. ცხადია გასათვალისწინებელია სხვა მრავალი ფაქტორი, როგორცაა დეტალის მასა, თბოგამტარობა, კოროზიამედეგობა, მასალის ფასი და ა.შ.

### **3.8. სასწავლო სადემონსტრაციო სტენდი**

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის ფინანსური მხარდაჭერით [PHDF-18-3521]. დამზადდა სასწავლო სადემონსტრაციო სტენდი (გამოსაცდელი მაგიდა). ის წარმოადგენს თვალსაჩინო ხელსაწყოს, რომლის მეშვეობითაც შესაძლებელია წარმოჩნდეს სადისერტაციო თემატიკის ძირითადი ხაზის განმსაზღვრელი განზოგადებული მოდელების მოქმედების პრინციპი.

სტენდი წარმოადგენს მაგიდას, რომელზეც მოთავსებულია მიმდართველების გასწვრივ მოძრავი ურიკები, რომლებზეც კაუჩების მეშვეობით მაგრდება, სხვადასხვა მარტივი ელემენტი, ზამბარა (დრეკადი ელემენტი) და ე.წ. ამორტიზატორი (ბლანტი ელემენტი). შესაძლებელია მათი მიმდევრობითი ან პარალელური შეერთება ან სხვა უფრო რთული კომბინაცია (ნახ. 3.8.1). ელემენტების დეფორმაციისათვის საჭირო ძალა მოედება ტვირთების და გვარლის საშუალებით. შესაძლებელია გარკვეული პერიოდულობით ჯამური დეფორმაციის აღრიცხვა და შესაბამისი დროზე დამოკიდებულების მრუდის აგება. მრუდი თვისობრივად უნდა შეესაბამებოდეს თეორიულ დათვლებს. შესაძლებელია ასევე რელაქსაციის ან მოშვების პროცესზე დაკვირვება.



ნახ. 3.8.1 სასწავლო სადემონსტრაციო სტენდი

ხელსაწყო არის კარგი საშუალება საინჟინრო ფაკულტეტის სტუდენტებისთვის კომპოზიტური მასალების დეფორმაციის თვისებების შესწავლის საქმეში. მათ ნათლად შეეძენებათ წარმოდგენა მოდელების თეორიის შესახებ.

გარდა ამისა შესაძლებელი იქნება სასწავლო კვლევითი ამოცანების დასახვაც, მაგალითად თუ როგორია თითოეული ფიზიკური ელემენტის (დრეკადი ან ბლანტი) მექანიკური მახასიათებლები, რა ფაქტორები შეიძლება განსაზღვრავდეს მათი თვისებების იდეალურისგან განსხვავებას, როგორია ელემენტების და ხელსაწყოს შემადგენელი ნაწილების ინერციის გავლენა რეალური პროცესის მიმდინარეობაზე, რა გავლენა აქვს სისტემის ხახუნს პროცესებზე, როგორია ცდომილების შეფასება და ა.შ.

ეს სასწავლო სადემონსტრაციო სტენდი დარჩება საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტის მფლობელობაში.

### 3.9. მესამე თავის დასკვნები

საფრენი აპარატების თხელკედლიანი სივრცითი კონსტრუქციების გაანგარიშების თეორიული და ექსპერიმენტული მეთოდების საკითხებზე შეიძლება შემდეგი დასკვნების გაკეთება:

- შედარებით მარტივ შემთხვევებში შესაძლებელია კომპოზიტური სხეულების, გარდა წრფივი დეფორმაციებისა, დეფორმაციების აღწერაც (მაგალითად ღუნვა) მოდელების საშუალებით;
- დამატებითი ექსპერიმენტული მონაცემების არსებობის გარეშე რთულია თქმა იქნება თუ არა ადგილი სუპერპოზიციის პრინციპს, რთული დამაბულ დეფორმირებული მდგომარეობის აღწერის დროს, როცა საუბარი გვაქვს დრეკად ბლანტი თვისებების მქონე კომპოზიტურ მასალებზე.
- ბოჭკოვან კომპოზიტურ სხეულზე მარტივი დინამიური დატვირთვის (დროში წრფივად ცვლადი) მოდების დროს, მასალის ქცევის მიხედვით, მოკლე დროში, ექსპერიმენტულად შესაძლებელია პირდაპირ განისაზღვროს თუ რომელი ტიპის მოდელის გამოყენება იქნება რეკომენდირებული;
- ჩახშობადი ვიბრაციული დატვირთვების დროსაც კი შესაძლებელია ფსევდო რეზონანსული პროცესების განვითარება, რაც აუცილებლად გათვალისწინებული უნდა იყოს საფრენი აპარატების პროექტირების შესაბამის ეტაპებზე;
- კომპოზიტური სხეულების დეფორმაციის აღსაწერად სასურველია გამოყენებული იქნას რთული კომფიგურაციის მოდელები, რათა მივიღოთ დამოუკიდებელი პარამეტრების დიდი რიცხვი, რადგან ნაკლები ცდომილებით მოხდეს ექსპერიმენტული და თეორიული მონაცემების თანხვედრა.

## ძირითადი დასკვნები:

ჩატარებული გამოკვლევათა შედეგები საშუალებას იძლევა გაკეთდეს შემდეგი დასკვნები:

- მოცემული კვლევის სამეცნიერო შედეგები პირველ რიგში წარმოადგენს პოლიმერული და ბოჭკოვანი მატრიცა + ებონიტური შემავსებლის მქონე კომპოზიციური მასალების მექანიკის აღმწერ ახლებურ მიდგომას, რომელიც საშუალებას იძლევა ცხადი სახით გამოისახოს დეფორმაციის აღმწერი განტოლებები და მათი ამონახსნები. გამოსახვის ეს ფორმა ყველაზე მეტად აადვილებს მისი სრულფასოვანი ანალიზის ჩატარებას. თუმცა უნდა აღინიშნოს, რომ შედეგების ექსპერიმენტულ მონაცემებთან შედარება ცხადყოფს სიზუსტის შედარებით დაბალ ხარისხს, მაგრამ პრაქტიკული მიზნებისთვის დასაშვებია;
- აღნიშნული ტიპის მასალები, განსაკუთრებით საავიაციო ტექნიკის მიმართულებით უშუალოდ მზადდება ინდივიდუალურად საფრენი აპარატისთვის. დამზადების ტექნოლოგიის ერთნაირობის მიუხედავად მათი მექანიკური თვისებები შესაძლოა განსხვავებული იყოს. სიმტკიცის, მდგარდობის, უსაფრთხოების და სხვა მოთხოვნებიდან გამომდინარე საჭიროა კონსტრუქციების თითოეული ნიმუშისთვის განისაზღვროს მასალის პარამეტრები;
- რთული კონსტრუქციების კვლევისას, ყოველთვის ხდება საანგარიშო მათემატიკური მოდელის შემუშავება, რომლის ამოხსნა ხშირ შემთხვევაში ხორციელდება რიცხვითი მეთოდებით, შედეგები მოიცემა ცხრილების ან გრაფიკების სახით, რაც ართულებს მათი ანალიზის ჩატარებას. მოდელების თეორიის თვალსაზრისით კი თითქმის ყოველთვის შესაძლებელია ამოხსნების ანალიზური ფორმით მოცემა, რაც მნიშვნელოვანი უპირატესობაა, როგორც კონკრეტული ნიმუშის ანალიზისთვის, ასევე რთული კონსტრუქციის სიმტკიცეზე საანგარიშო კომპიუტერული პროგრამის შესადგენათ.

## გამოყენებული ლიტერატურა:

1. ბ. აბესაძე. საფრენ აპარატებში ფირფიტოვანი კონსტრუქციების გაანგარიშება სიმტკიცეზე // საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტი. სტუდენტთა მე-11 საერთაშორისო სამეცნიერო-ტექნიკური კონფერენცია. მოხსენებათა თეზისები გვ. 8. თბილისი 2017;
2. ბ. აბესაძე. განზოგადებული მოდელების პარამეტრების განსაზღვრა ექსპერიმენტული მონაცემების საფუძველზე // საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტი. სტუდენტთა მე-12 საერთაშორისო სამეცნიერო-ტექნიკური კონფერენცია. მოხსენებათა თეზისები გვ. 14. თბილისი 2018;
3. ბ. აბესაძე. კომპოზიტური ღეროს სუფთა ღუნვის ამოცანა ოთხ ელემენტური მოდელის მიხედვით // საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტი. სტუდენტთა მე-13 საერთაშორისო სამეცნიერო-ტექნიკური კონფერენცია. მოხსენებათა თეზისები გვ. 47. თბილისი 2019;
4. ბ. აბესაძე. კომპოზიტური შემონაკერების სინტკიცეზე ანგარიშის მეთოდების შედარებითი ანალიზი // II საერთაშორისო სიმპოზიუმი, სეისმომედეგობა და საინჟინრო სეისმოლოგია, მოხსენებათა თეზისები. თბილისი, სტუ, 2019. გვ. 96 (Eng);
5. ბ. აბესაძე. დრეკად-ბლანტი სხეულების თვისებების აღმწერი ოთხ ელემენტური განზოგადებული მოდელების შედარებითი ანალიზი // საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია „უწყვეტ გარემოთა მექანიკის მონათესავე პრობლემები“, მოხსენებათა კრებული. ქ. ქუთაისი, 2018 წ. გვ. 160;
6. ბიძინა აბესაძე, ზვიად ჭურჭელაური, არაკომპენსირებული ჭრილებიანი გარსების მქონე ღუნვითი დამაბული მდგომარეობის კვლევა // თეზისების კრებული, საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის X საერთაშორისო კონფერენცია. ბათუმი 2019, გვ. 53;
7. გეგელაშვილი თ., ვერულაშვილი ლ., ყიფიანი გ. კომპოზიციური მასალებისაგან დამზადებული თხელკედლიანი სამშრიანი სისტემების

- განგარიშების საფუძვლები//ინტელექტი №1(24) თბილისი. 2006. გვ.41-44 (ISSN 1512-0333) <http://www.intelecti.ge>;
8. დუმბაძე ა. კომპოზიციური ტანის მექანიკა. თბილისი: “საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტი”, 2015;
  9. დუმბაძე ა., ყანჩაველი ი. კომპოზიციური სხეულების ცოცვადობა და რელაქსაცია. პროფესორ გელა ყიფიანის რედაქციით. თბილისი” “საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტი”, 2007. გვ. -143;
  10. ე. მაჩაიძე, გ. ყიფიანი. შედგენილი თხელკედლიანი სივრცითი სისტემების განგარიშების თეორია. გამომც. "ტექნიკური უნივერსიტეტი" თბილისი, 2006. -369 გვ. ISBN 99940-57-39-1;
  11. თ. გარდაფხაძე, მ. გარდაფხაძე, გ. ყიფიანი. ორმაგი სიმრუდის მქონე გეომეტრიულად არაწრფივი მრავალფენიანი გარსების დეფორმაციისა და მდგრადობის საკითხები. პროფ. გ. ყიფიანის რედაქციით, თბილისი, „ტექნიკური უნივერსიტეტი“, 2004. -145 გვ. ISBN 99940-14-99-4;
  12. კაჭკაჭიშვილი ნ., ყიფიანი გ., მაღრაძე თ. კომპოზიციური მასალების დაპროექტება რღვევის მექანიკის საფუძველზე რთული კონსტრუქციების შესაქმნელად//მშენებლობა №2. თბილისი, სტუ, 2006, გვ. 30-35, (ISSN 1512-3936) <http://www.sheneba.ge>;
  13. სეით ბლიაძე, გელა ყიფიანი, აკაკი გოგოლაძე, რუსუდან გომაძე. კონსტრუქციის დაღლილობაზე ანალიზი კომპლექსური პროგრამა ANSYS-ის მეშვეობით. პროფესორ გელა ყიფიანის საერთო რედაქციით. „საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტი“. თბილისი 2017. გვ. -232;
  14. სეით ბლიაძე. ფენოვანი ნახვრეტებიანი გარსებისა და ფირფიტების ანგარიში სასრულ ელემენტთა მეთოდის გამოყენებით. სადისერტაციო ნაშრომი ტექნიკის მეცნიერებათა კანდიდატის ხარისხის მოსაპოვებლად. თბილისი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, 2004 წ. გვ. – 172;
  15. ფატიმა (ლალი) ვერულაშვილი. დამაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის გამოკვლევა სამფენოვან კომპოზიტიურ თხელკედლიან სისტემებში. სადისერტაციო ნაშრომი ტექნიკის მეცნიერებათა კანდიდატის

- სამეცნიერო ხარისხის მოსაპოვებლად. თბილისი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, 2006 წ. გვ. – 130;
16. ყიფიანი გ. დრეკადობის თეორიის მეთოდების გამოყენება სამშენებლო კონსტრუქციებისა და ნაგებობათა ფუძეების გაანგარიშებებში// „ტექნიკური უნივერსიტეტი“ თბილისი 2009 -130 გვ. ISBN 978-9941-14-416-5  
[http://www.gtu.ge/publishinghouse/;](http://www.gtu.ge/publishinghouse/)
  17. ყიფიანი გ. თ ხმელიძე, ფ. ვერულაშვილი. კომპოზიტებისაგენ შემდგარი ფირფიტების მექანიკა // II საერთაშორისო სიმპოზიუმი სეისმომდეგობა და საინჟინრო სეისმოლოგია. მოხსენებათა თეზისები. თბილისი 2019. გვ. 48-49;
  18. ყიფიანი გელა. მრავალფენიანი წყვეტილპარამეტ-რებიანი სივრცით სისტემების დეფორმადობა და მდგრადობა//საქართველოს მექანიკოსთა კავშირის IV ყოველწლიური კონფერენციის მოხსენებათა თეზისები. ქუთაისი, 2013, ((.11-10.1), გვ. 110-111;
  19. Abesadze Bidzina. The pure bending task in case of composite rod based on for element model // Abstracts 17<sup>th</sup> International conference “MODELING IN MECHANICS”, Ostrava, 2019 pp. 1;
  20. Agarwal B. D., Broutman L. J. Analysis and Performance of Fiber Composites.— New York: John Wiley and Sons, 1980, p. 145—156;
  21. B. Abesadze. Elastic-viscous bodies deformation picture accordingly of generalized models // International Scientific Journal of IFToMM, PROBLEMS OF MECHANICS, ISSN 1512-0740 №4(69)/2017, pp 51-59. Tbilisi 2017;
  22. B. Abesadze. TASK OF DYNAMIC LOADING OF COMPOSITE BODY DECKRIBED BY GENERALIZED MODEL // International Scientific Journal, PROBLEMS OF MECHANICS, ISSN 1512-0740 №2(75)/2019, pp 69-74. Tbilisi 2019;
  23. B. Abesadze. Generalized models for describing of elastic-viscous bodies properties // Air Transport. Tbilisi. ISSN 1512-4916 №1(12). 2017. p.p. 101-111;
  24. B. Abesadze. Analysis of shell structures due finite elements method // Collection of abstracts of 9<sup>th</sup> international conference contemporary problems of architecture and construction. p. 72. Batumi 2017;

25. Crossman F. W., Mauri R. E., Warren W. J. Moisture altered viscoelastic response of graphite-epoxy composites. — In: *Advanced Composite Materials-Environmental Effects (STP-658)*, ed. J. R. Vinson, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, PA, 1978;
26. Fracture. Ed. by H. Liebowitz. Vol. 7, *Fracture of Nonmetals and Composites*.— New York: Academic Press, 1972. [Имеется перевод: Разрушение, ред. Г. Либовиц, т. 7, Разрушение неметаллов и композитных материалов. Часть 1. Неорганические материалы. — 634 с. Часть 2. Органические материалы. — 470 с. Пер. с англ./Под ред. Ю. Н. Работ- нова. — Москва: Мир, 1976;
27. G. Kipiani, B. Abesadze, N. Chachklhiani. Deformability of two-dimensional medium with cuts on the basis of application of generalized functions // *International Scientific Journal of IFToMM, PROBLEMS OF MECHANICS, ISSN 1512-0740 №3(64)/2016, pp 55-59. Tbilisi 2016. <http://www.iftomm.org/journals>, <http://www.pam.edu.ge>;*
28. Hamamoto A., Hyer M. W. *Temperature-Curvature Relationship for unsymmetric Graphite-Epoxy Laminates*. — Center for Composite Materials University, Blacksburg, VA, 1985;
29. Herakovich C. T., Davis J. G., Jr., Millis J. S. Thermal microcracking in celion 6000/PMR-15 graphite-polyimide. — In: *Thermal Stresses in Severe Environment*, eds. D. P. H. Flasselman and R. A. Heller. — New York: Plenum Publishing Press, 1980, p. 649—665;
30. Hyer M. W. — *J. Composite Materials*, 1981, 15, p. 173;
31. Hyer M. W. — *J. Composite Materials*, 1981, 15, p. 296;
32. Hyer M. W. An inherent instability in fiber-reinforced composite laminates. — In: *Advances in Aerospace Structures and Materials-AD-01*, eds. S. S. Wang and W. J. Renton — New York: ASME, 1981, p. 239—246;
33. Hyer M. W. — *J. Composite Materials*, 1982, 16, p. 318;
34. Hyer M. W., Hagaman J. A. The effects of thermal cycling on the thermal deformations of graphite-polyimide. — *Proc. Spring Meeting Soc. Experim. Stress Analysis, San Francisco, C. A., Paper No. R79-114, Soc. Exp. Mech., Brookfield Center, CT, 1979;*
35. *Handbook of Composites*. Ed. G. Lubin. — Van Nostrand Reinhold Co., 1982, X. — 786 p;



36. Jones R. M. *Mechanics of Composites Materials*. — New York: McGraw Hill Book, 1975, p. 147—156;
37. Obratsov I. F. Some problems of composite mechanics. — In: *Mechanics- of Composites*. Ed. by I. F. Obratsov and V. V. Vasil'ev. *Advances in: Science and Technology in the USSR*. — Moscow: Mir Publishers, 1982, p. 9—15;
38. Pagano N. J., Hahn H. T. Evaluations of composite curing stresses.— In: *Composite Materials: Testing and Design*, — 4th Conference (STP-617), ed. J. G. Davis, Jr. — Philadelphia: ASTM, 1977, p. 317—329;
39. Simitses G. J. *An Introduction to the Elastic Stability of Structures*.— Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, Inc., 1976, p. 8—14;
40. Skudra A. M., Bulavs F. Ya. Strength and creep micromechanics. — In: *Mechanics of Composites (cm. [6], 1982, p. 77—109)*;
41. Tsai S. W., Hahn H. T. *Introduction to Composite Materials*. — Westport, CT: Technomic Publ. Co., 1980, p. 217—276;
42. Tarnopol'skii Yu. M., Beil' A. 1. Problems of the Mechanics of Composite Winding. — In: *Handbook of Composites. Vol. 4*. — Amsterdam: North- Holland, 1983, p. 45—109;
43. Анализ и проектирование конструкций. Т. 7, часть 1. — 301 с. Т. 8, часть 2. — 264 с./Под ред. К. Чамиса, сер. «Композиционные материалы». Пер. с англ, под ред. Ю. М. Тарнопольского. — Москва: Машиностроение, 1978;
44. Амбарцумян С. А. Теория анизотропных пластин: Прочность, устойчивость и колебания. 2-е изд., перераб. и доп. — Москва: Наука, 1987. — 360 с;
45. Амбарцумян С. А. Специфические особенности теории оболочек из современных материалов. — Изв. АН АрмССР. Сер. Механика, т. XXI, № 4, 1969, с. 3-19;
46. Алфутов Н. А., Зиновьев П. А., Попов Б. Г. Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов. — Москва: Машиностроение, 1984. — 264 с;
47. Болотин В. В., Гольденблат И. И., Смирнов А. Ф. *Строительная механика. Современное состояние и перспективы развития*. 2-е изд. — М.: Стройиздат, 1972.— 191 с;
48. Баренблатт Г. И. Подобие, автомодельность, промежуточная асимптотика. Изд. 2-е. — Л.: Гидрометиздат, 1982. — 256 с;
49. Болотин В. В. *Прогнозирование ресурса машин и конструкций*. — Москва: Машиностроение, 1984. — 312 с;

50. Болотин В. В., Новичков Ю. Н. Механика многослойных конструкций.— Москва: Машиностроение, 1980. — 375 с;
51. Болотин В. В., Влияние технологических факторов на механическую надежность конструкций из композитов. — Механика полимеров, №3 529 — 540 с;
52. Бидерман В. Л. Упругость и прочность анизотропных стеклопластиков.— В кн.: Расчеты на прочность, вып. 11. — Москва: Машиностроение, 1965, с. 3—20;
53. Богданович А. Е. Нелинейные задачи динамики цилиндрических композитных оболочек. — Рига: Зинатне, 1987. — 295 с;
54. Болотин В. В. Влияние технологических факторов на механическую надежность конструкций из композитов. — Механика полимеров, 1972, № 3, с. 529—540;
55. Благонадежин В. Л., Воронцов А. И., Мурзаханов Г. Х. Технологические задачи механики конструкций из композитных материалов. — Механика композитных материалов, 1987, с. 859—878;
56. Ванин Г. А. Микромеханика композиционных материалов. — Киев: Наукова думка, 1985. — 304 с;
57. Васильев В. В., Добряков А. А., Дудченко А. А. и др. Основы проектирования и изготовления конструкций летательных аппаратов из композиционных материалов. Под ред. В. В. Васильева. — Москва: МАИ, 1985. — 218 с;
58. Ванин Г. А. (Ван Фо Фы Г. А.). Конструкции из армированных пластмасс.— Киев: Техника, 1971. — 220 с;
59. Васильев В. В. Механика конструкций из композиционных материалов.— Москва: Машиностроение, 1988. — 272 с;
60. Ванин Г.А., Семенюк Н.П. Устойчивость оболочек из композиционных материалов с несовершенствами. Киев: Наукова Думка, 1987. -200 с;
61. Грушецкий И. В., Дмитриенко И. П., Ермоленко А. Ф. и др. Разрушение конструкций из композитных материалов.— Под ред. В. П. Тамужа и В. Д. Протасова. — Рига: Зинатне, 1986. — 264 с;
62. Гуняев Г, М. Структура и свойства полимерных волокнистых композитов.— Москва: Химия, 1981. — 232 с;
63. Жигун И. Г., Поляков В. А. Свойства пространственно-армированных пластиков. — Рига: Зинатне, 1978.— 215 с.; Тарнопольский Ю. М., Жигун И. Г., Поляков В. А. Пространственно-армированные композиционные материалы. — Москва: Машиностроение, 1987. — 214 с;

64. Кристенсен Р. М. Введение в механику композитов. Пер. с англ. под. ред. Ю. М. Тарнопольского. — МОСКВА: Мир, 1982. — 334 с;
65. Куксенко В. П., Тамуж В. П. Микромеханика разрушения полимерных материалов. — Рига: Зинатне, 1978. — 294 с;
66. Лехницкий С. Г. Анизотропные пластинки. — Москва: Физматгиз, 1957.— 463 с.; Теория упругости анизотропного тела. 2-е изд. — Москва: Наука, 1977. 416 с;
67. Милейко С. Т., Работнов Ю. Н. Механика волокнистых композитов. — Успехи механики, «Advances in Mechanics», 1980, т. 3, вып. 1, с. 3—55;
68. Малмейстер А. К., Тамуж В. П., Тетере Г. А. Сопротивление полимерных и композитных материалов. 3-е изд. — Рига: Зинатне, 1980.— 572 с;
69. Михайлов Б.К., Кипиани Г.О. Деформированность и устойчивость пространственных пластинчатых систем с разрывными параметрами. Стройиздат СПб, С.-Петербург, 1996. -442 с;
70. Михайлов Б.К., Кипиани Г.О., Москалева В.Г. Основы теории и методы расчета на устойчивость трехслойных пластин с разрезами. «Мецниереба», Тбилиси, 1991. -189 с. М 607 (106)-91;
71. **Михайлов Б.К., Кипиани Г.О., Курашвили Т.Ш.** Устойчивость трехслойных ребристых пластин из композиционных материалов // Устойчивость и пластичность в механике деформируемого твердого тела. Тез. докл. III симпозиума. –Тверь, 1992. –С.57;
72. Овчинский А. С. Структурно-имитационное моделирование на ЭВМ процессов разрушения композиционных материалов. — Автореф. дисс. докт. техн. наук. — Институт механики полимеров АН Латв. ССР, Рига. — 32 с;
73. Образцов И. Ф., Васильев В. В., Бунаков В. Н. Оптимальное армирование оболочек вращения из композиционных материалов. — Москва: Машиностроение, 1977.— 144 с;
74. Протасов В. Д. Особенности проектирования и создания изделий из композиционных материалов. — Ж. ВХО им. Д. И. Менделеева, 1978, 23, № 3, с. 289—293;
75. Протасов В. Д. Механика в машиноведении композитных конструкций.— Механика композитных материалов, 1987, с. 490—493;
76. Победря Б. Е. Механика композиционных материалов. — Москва: МГУ, 1984. — 336 с;

77. Прочность и разрушение композитных материалов. Труды второго советско-американского симпозиума. Под ред. Дж. К. Си и В. П. Тамужа. — Рига: Зинатне, 1983. — 320 с;
78. Портнов Г. Г., Тарнопольский Ю. М. Энергоемкость вращающихся конструкций из композитов. — Механика композитных материалов, 1986, № 1, с. 65—78. 55
79. Портнов Г. Г. Оценка энергоемкости вращающихся тел по интегральной характеристике их напряженного состояния. — Проблемы прочности, 1987, № 2, с. 7—12;
80. Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела. — Москва: Наука, 1979.— 744 с;
81. Работнов Ю. Н. Механика твердых тел и композиционных материалов.— Вестник АН СССР, № 3, 1965, с. 33—38; Механика композитов, Вестник АН СССР, 1979, № 5, с. 50—58;
82. Работнов Ю. Н. Элементы наследственной механики твердого тела. — Москва: Наука, 1977. — 384 с;
83. Работнов Ю. Н., Екельчик В. С. Об одном способе предотвращения трещин при термообработке толстостенных оболочек из стеклопластика,—Механика полимеров, 1972, № 2, с. 1095—1098;
84. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. — Москва: Наука, 1966. — 752 с;
85. Разрушение композитных материалов. Труды первого советско-американского симпозиума. Под ред. Дж. К. Си и В. П. Тамужа. — Рига; Зинатне, 1979.— 258 с;
86. Сакварелидзе А.В. Некоторые задачи механики строительных композиционных материаловю Тбилиси: Мецниереба, 1988. -132 с;
87. Скудра А. М., Булаве Ф. Я. Структурная теория армированных пластиков.— Рига: Зинатне, 1978.— 192 с;
88. Скудра А. М., Булаве Ф. Я. Прочность армированных пластиков. — Москва: Химия, 1982. — 216 с;
89. Скудра А. М., Булаве Ф. Я., Роценс К. А. Ползучесть и статическая усталость армированных пластиков. — Рига: Зинатне, 1971, —238 с;
90. Суворова Ю. В. Нелинейно-наследственные модели деформирования и разрушения конструкционных материалов. — Автореф. дисс. докт. техн. наук, Москва, ИМАШ, 1979. — 35 с;

91. Тетере Г. А., Рикарде Р. Б., Нарусберг В. А. Оптимизация оболочек из слоистых композитов. — Рига: Зинатне, 1978. — 240 с;
92. Тарнопольский Ю. М., Розе А. В. Особенности расчета деталей из армированных пластиков —Рига: Зинатне, 1969.—275 с;
93. Тарнопольский Ю. М., Скудра А. М. Конструкционная прочность и деформативность стеклопластиков. — Рига: Зинатне, 1966. — 260 с;
94. Тарнопольский Ю. М., Кинцис Т. Я. Методы статических испытаний армированных пластиков. Изд. 3-е. — Москва: Химия, 1981, —272 с;
95. Томашевский В. Т. О задачах механики в технологии композитных материалов.—Механика композитных материалов, 1982, № 3, с. 486— 503;
96. Феодосьев В. И. Десять лекций-бесед по сопротивлению материалов.— Москва: Наука, 1969. — 176 с;
97. В.П. Ильин, В.В. Карпов, А.М. Масленников. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ. Минск “Вышэйшая Школа”, 1990;
98. Черевацкий С. Б., Ромашов Ю. П. Исследование оболочек вращения, образованных одним семейством нитей. — В кн.: Прочность и динамика авиационных двигателей, вып. 4. — Москва: Машиностроение, 1966, с. 5—19.

დანართი 1. ნახშირბადის ბოჭკოს შემცველი კომპოზიტური მასალის ექსპერიმენტული გამოცდის დეტალური შედეგები

TENSILE TEST - EN 10002 / ASTM A370

Client : Bidzina Abesadze  
 Test Organisat. : Levan Samkharauli National Forensic Bureau  
 Test location : Tbilisi, Georgia

SPECIMEN DESCRIPTION

Test date : 15.11.2019 Date/time received :  
 Label : kompoziti  
 Sample : 2  
 Steel type :  
 Type of : FLAT Deformed  
 Lt : 575.0 mm Weight: 0.120 Kg  
 Mass : 0.21 Kg/m  
 Area : 136.0 mm<sup>2</sup>  
 A : 68.0 mm B: 2.0 mm  
 Lo : 240.0 mm  
 Machined: : No  
 Proportional specimen   
 ELONGATION MEAS. APPARATUS : Encoder

TEST END TEST RESULTS:

F<sub>m</sub> (kN) : 84.9 Agt (%) : 3.9  
 ReH (N/mm<sup>2</sup>) : 615.2 Rt<sub>0.00</sub> (N/mm<sup>2</sup>) : 0.0 At (%) : 4.1  
 ReL (N/mm<sup>2</sup>) : 390.1 Ag (%) : 0.0 A (%) : 3.51 Lu (mm) : 0.0  
 Rm (N/mm<sup>2</sup>) : 624.5 E (N/mm<sup>2</sup>) : 16183.8

Notes :

TECHNICAL RESPONSIBILITY:

Responsible person Name : B. Abesadze Position :  
 Signature :

CERTIFICATE IDENTIFICATION

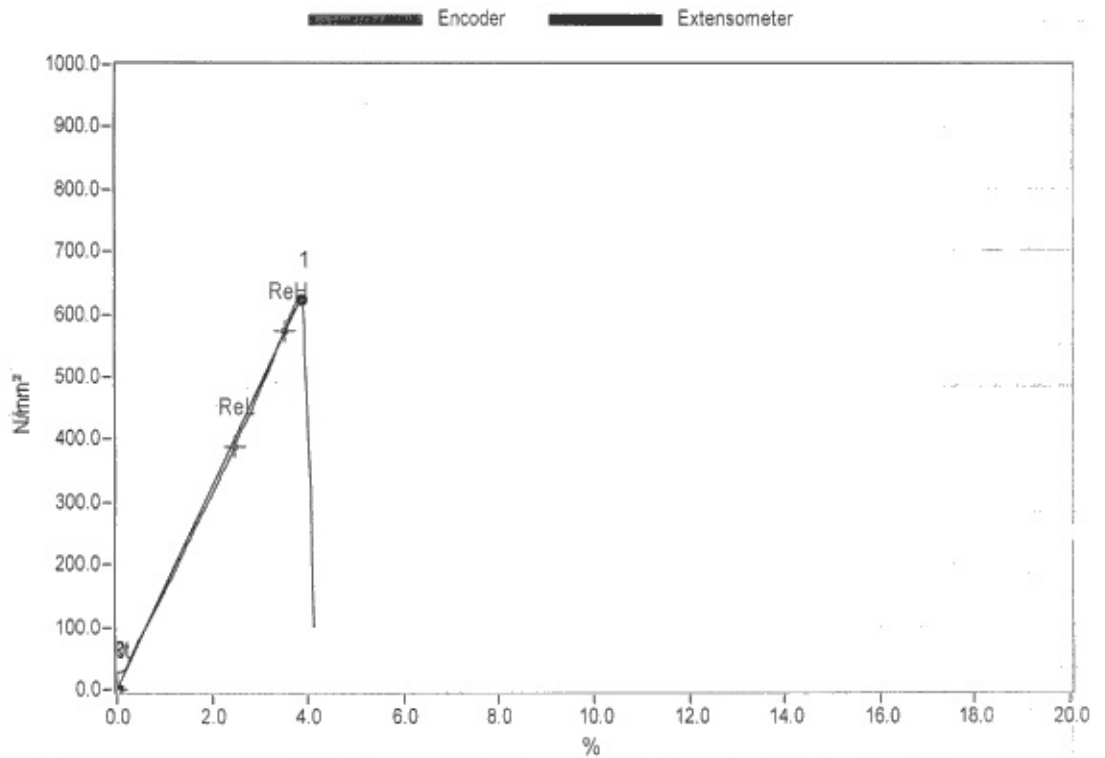
Certificate number: : 100100100 Certificate date : 15.11.2019

TENSILE TEST - EN 10002 / ASTM A370 - STRESS/STRAIN GRAPH

Client : Bidzina Abesadze

Label : kompoziti

Test date : 15.11.2019



Notes :

**TECHNICAL RESPONSIBILITY:**

Responsible person

Name : B. Abesadze

Position :

Signature :

**CERTIFICATE IDENTIFICATION**

Certificate number: : 100100100

Certificate date : 15.11.2019

**TENSILE TEST - EN 10002 / ASTM A370**

Client : Bidzina Abesadze  
Test Organisat. : Levan Samkharauli National Forensic Bureau  
Test location : Tbilisi, Georgia

**SPECIMEN DESCRIPTION**

Test date : 15.11.2019 Date/time received :  
Label : kompoziti  
Sample : 1  
Steel type :  
Type of : FLAT Deformed  
Lt : 575.0 mm Weight: 0.120 Kg  
Mass : 0.21 Kg/m  
Area : 142.0 mm<sup>2</sup>  
A : 71.0 mm B: 2.0 mm  
Lo : 240.0 mm  
Machined: : No  
Proportional specimen   
ELONGATION MEAS. APPARATUS : Encoder

**TEST END TEST RESULTS:**

F<sub>m</sub> (kN) : 79.9 Agt (%) : 6.7  
ReH (N/mm<sup>2</sup>) : 555.5 Rt<sub>0.00</sub> (N/mm<sup>2</sup>) : 0.0 At (%) : 7.0  
ReL (N/mm<sup>2</sup>) : 348.8 Ag (%) : -0.8 A (%) : 6.41 Lu (mm) : 0.0  
Rm (N/mm<sup>2</sup>) : 563.0 E (N/mm<sup>2</sup>) : 7468.2

Notes :

**TECHNICAL RESPONSIBILITY:**

Responsible person Name : B. Abesadze Position :  
Signature :

**CERTIFICATE IDENTIFICATION**

Certificate number: : 100100100 Certificate date : 15.11.2019

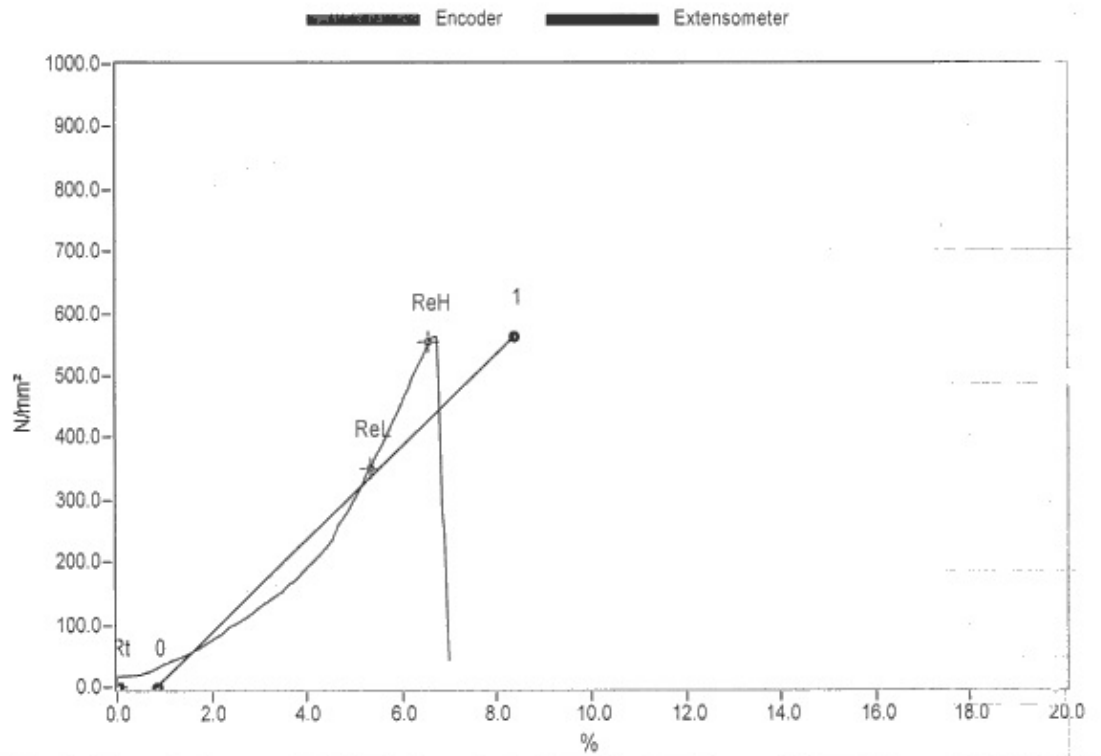


TENSILE TEST - EN 10002 / ASTM A370 - STRESS/STRAIN GRAPH

Client : Bidzina Abesadze

Label : kompoziti

Test date : 15.11.2019



Notes :

TECHNICAL RESPONSIBILITY:

Responsible person Name : B. Abesadze

Position :

Signature :

CERTIFICATE IDENTIFICATION

Certificate number: : 100100100

Certificate date : 15.11.2019

**TENSILE TEST - EN 10002 / ASTM A370**

Client : Bidzina Abesadze  
Test Organisat. : Levan Samkharauli National Forensic Bureau  
Test location : Tbilisi, Georgia

**SPECIMEN DESCRIPTION**

Test date : 15.11.2019 Date/time received :  
Label : kompoziti  
Sample : 3  
Steel type :  
Type of : FLAT Deformed  
Lt : 575.0 mm Weight : 0.120 Kg  
Mass : 0.21 Kg/m  
Area : 136.0 mm<sup>2</sup>  
A : 68.0 mm B : 2.0 mm  
Lo : 240.0 mm  
Machined : No  
Proportional specimen   
ELONGATION MEAS. APPARATUS : Encoder

**TEST END TEST RESULTS:**

Fm (kN) : 106.5 Agt (%) : 4.4  
ReH (N/mm<sup>2</sup>) : 772.4 Rt<sub>0.00</sub> (N/mm<sup>2</sup>) : 0.0 At (%) : 4.5  
ReL (N/mm<sup>2</sup>) : 659.1 Ag (%) : 0.1 A (%) : 2.66 Lu (mm) : 0.0  
Rm (N/mm<sup>2</sup>) : 783.1 E (N/mm<sup>2</sup>) : 18391.2

Notes :

**TECHNICAL RESPONSIBILITY:**

Responsible person Name : B. Abesadze Position :  
Signature :

**CERTIFICATE IDENTIFICATION**

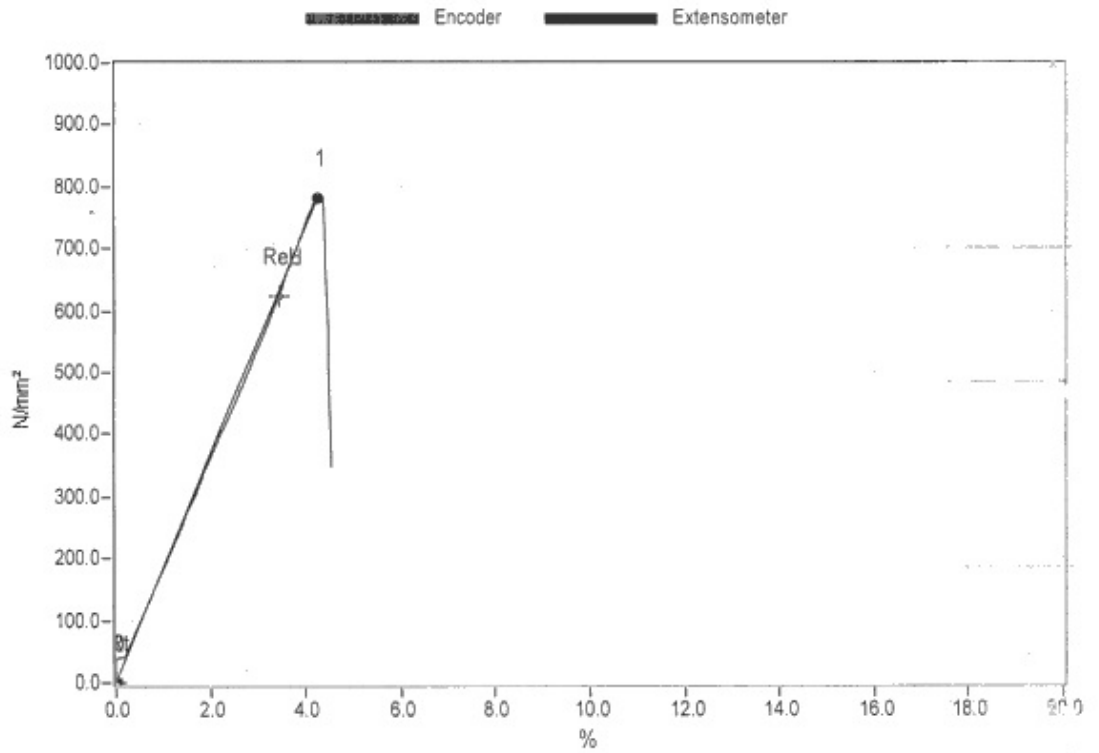
Certificate number : 100100100 Certificate date : 15.11.2019

**TENSILE TEST - EN 10002 / ASTM A370 - STRESS/STRAIN GRAPH**

Client : Bidzina Abesadze

Label : kompoziti

Test date : 15.11.2019



Notes :

**TECHNICAL RESPONSIBILITY:**

Responsible person      Name : B. Abesadze

Position :

Signature :

**CERTIFICATE IDENTIFICATION**

Certificate number:      : 100100100

Certificate date : 15.11.2019