წერა-კითხვის გამავრცელებელი საზოგადოების გამოცემა № 208

იოს. ავალიშვილი.

არითმეტიკის სახელმძღვანელო

ნაწილი I.

სახალხო განათლების სამინისტროსთან არსებული სასწავლო კომიტეტის მიერ **ნებადართულია** სკოლებში სახმარებლად როგორც სახელმძღვანელო.

ტფილისი.
სამხედრო სამინისტროს სტამბა.
1920 წ.

თავი პირველი

განყენებული და მარტივი წოდებული მთელი რიცხვები.

I. მრიცხველობა.

§ 1. **რიცხვი.** მიმოვიხედოთ ირგვლივ და დავინახვთ სხვადასხვა საგნებს. ყურადღება მივაქციოთ რომელსამე საგანს. ჩვენ ირგვლივ თუ იმისთანა საგანი, რომელსაც მივაქციეთ ყურადღება, სხვა აღარ-არის, მაშინ ვამბობთ ჩვენ, რომ იმისთანა საგანი არის ერთი. თუ იმგვარი საგანი ერთი კიდევ დავინახეთ ვიტყვით, რომ იმისთანა საგანი არის ორი. მაშასადამე შეგვიძლიან ვსთქვათ, რომ იმისთანა საგანი დავინახეთ ჩვენ სულ ორი. სხვა გვარი საგანი შეიძლება დავვენახა რვა, ცხრა, ან შეიძლება მეტიც.

....ორი, რვა, ცხრა,... არის რიცხვი.

მაშასადამე, თუ გვინდა გავიგოთ რამდენი არის ერთგვარი საგანი, უნდა **დავთვალოთ.**

ერთს ხანდახან ვეძახით ერთეულს, როგორც მაგალითად: სამი შესდგება სამი ერთეულისაგან; რვა შესდგება რვა ერთეულისაგან.

რიცხვი არის (ერთის ან რამდენიმე) **ერთგვარი ერთეულების კრება.**

რიცხვს, რომელსაც თან ახლავს სახელი საგნისა, ჰქვიან **წოდებული რიცხვი.** თუ მას თან არ ახლავს სახელი საგნისა, მაშინ ჰქვიან **განყენებული რიცხვი.**

ერთეული შეიძლება იყოს მთელი და შეიძლება იყოს დაყოფილი ნაწილებად, როგორც, მაგ., არის მთელი ვაშლი და აგრეთვე ნაწილებად დაჭრილი ვაშლი. **მთელი რიცხვი არის კრება მთელი ერთეულებისა.**

§ 2. **რიცხვთა ბუნებითი რიგი.** შევადგინოთ რიცხვები შემდეგნაირად: ერთეულს შევუერთოთ ერთეული, მივიღებთ ორს; ამ რიცხვს, ორს, შევუერთოთ ერთი, მივიღებთ სამს; ამ მიღებულს რიცხვს, სამს, შევუერთოთ კიდევ ერთეული, მივიღებთ ოთხს...ასე რომ გავაგრძელოთ დაუსრულებლად, მივიღებთ რიცხვების რიგს:

ერთი, ორი, სამი, ოთხი, ხუთი, ექვსი,....

რომელსაცა ჰქვიან **რიცხვთა ბუნებითი რიგი**.

რიცხვთა ბუნებით რიგს არა აქვს დასასრული, რადგანაც რაც უნდა დიდი რიცხვი წარმოვიდგინოთ, მას შეგვიძლიან მივუმატოთ ერთეული და მივიღებთ უფრო დიდ რიცხვს. ერთი არის სუყველაზე პატარა რიცხვი რიცხვთა ბუნებით რიგში.

§ 3. **მრიცხველობა.** თუ გვინდა გავიგოთ რამდენია წიგნი, რამდენია კალამი, უნდა დავთვალოთ. საგნებს ვერ დავთვლით, თუ არ გვეცოდინება სიტყვიერი გამოხატვა რიცხვებისა. **სიტყვიერი და წერითი გამოხატვა რიცხვებისა არის მრიცხველობა.**

§ 4. **სიტყვიერი მრიცხველობა.** ჯერ კიდევ ძველად ადამიანს, პირველყოფილს ადამიანს, ჰქონდა წარმოდგენა რიცხვზე. ადამიანი მინამ ლაპარაკს ისწავლიდა, მას უკვე ჰქონდა შეგნებული რიცხვი. რიცხვის შეგნების შემდეგ გაჩნდა სახელები რიცხვისა. პირველყოფილი ადამიანი თავის ხელის თითებს უფრო ხშირად ხედავდა, ვიდრე სხვა საგნებს. ამიტომ მან თავის თითების თვლა უფრო ადრე ისწავლა და მერე, გადავიდა სხვა საგნების თვლაზე. ჯერ დაითვალა ხელის თითები:

ერთი, ორი, სამი, ოთხი, ხუთი, ექვსი, შვიდი, რვა, ცხრა, ათი (ათეული).

შემდეგ გაუადვილდა ფეხის თითების მითვლაც.

პირველი ათი რიცხვის სახელებიდან წარმოსდგება შემდეგი რიცხვების სახელები: ათ-ერთ-მეტი ანუ მოკლედ — თერთმეტი, ათ-ორ-მეტი ანუ მოკლედ — თორმეტი, ათ-სამ-მეტი ანუ მოკლედ — (თსამეტი) ცამეტი, ათ-ოთ-ხმეტი — თოთხმეტი, ათ-ხუთ-მეტი — თხუთმეტი, ათ-ექვს-მეტი — თექვსმეტი, ათ-შვიდ-მეტი — (თშვიდმეტი) ჩვიდმეტი, ათ-რვა-მეტი — თვრამეტი, ათ-ცხრა-მეტი — ცხრამეტი. განსაკუთრებული სახელი დაერქვა რიცხვს, რომელიც შესდგება ორი ათეულისაგან: ოცი (ოცეული).

აი, სწორედ ამ პირველი ოცი რიცხვის სახელზეა აშენებული თითქმის მთელი ქართული სიტყვიერი მრიცხველობა. წარმოვიდგინოთ, რამე გვაქვს დასათვლელი: თუ ოცზე ნაკლებია, ადვილად დავთვლით: ჯერ გადავთვლით ერთს ათეულს და მერე დანარჩენსაც ადვილად მივათვლით: თერთმეტი, თორმეტი, ცამეტი...

თუ ოცზე მეტი აღმოჩნდა, გადათვლით ოცეულს და მერე დანარჩენსაც მივათვლით: ოცდა ერთი, ოც და ორი, ოც და სამი...ოც და ათი, ოც და თერთმეტი, ოც და თორმეტი,...

თუ მეორე ოციც შესრულდა, მაშინ იქნება — ორმოცი (ორი-ოცი). ასევე შესდგება სამოცი (სამი-ოცი), ოთხმოცი (ოთხი-ოცი). ყოველი ხუთი ოცეულისაგან, ანუ ათი ათეულისაგან შესდგება ასი, ანუ ასეული.

თუ თვლაში აღმოჩნდა, მაგალითად, ექვსი ასეული, სამი ოცეული და რვა ერთეული, ვიტყვით მოკლედ: ექვსას სამოცდა-რვა ერთეული.

ყოველს ათ ასეულს ჰქვიან ათასი (ათი-ასი) ან ათასეული.

ათასი	ათასი	არის	მილიონი.
ათასი	მილიონი	„	ბილიონი (მილიარდი).
ათასი	ბილიონი	„	ტრილიონი.
ათასი	ტრილიონი	„	კვადრალიონი.
ათასი	კვადრალიონი	„	კვინტილიონი.
—	—	„	—
—	—	„	—

§ 5. **წერითი მრიცხველობა.** ჩვენა ვსთქვით, რომ რიცხვები ძალიან ბევრია. რაც უნდა დიდი რიცხვი წარმოვიდგინოთ, მას შეგვიძლიან კიდევ მივუმატოთ ერთი ერთეული და მივიღებთ უფრო დიდს რიცხვს. როგორც რიცხვთა ბუნებითი რიგიდან სჩანს, რიცხვთა რიგი დაუსრულებელია. ყველა ამ რიცხვის წერით გამოსახატავად საჭიროა ძალიან ცოტა, სულ ათი ნიშანი, ანუ ციფირი (**თითნა**).

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.

პირველი ცხრა ციფირი გამოხატავს პირველს ცხრა რიცხს:

1—ერთი ერთეული, 2—ორი ერთეული, 3—სამი ერთეული, 4—ოთხი ერთეული, 5—ხუთი ერთეული, 6—ექვსი ერთეული, 7—შვიდი ერთეული, 8—რვა ერთეული, 9—ცხრა ერთეული; მეათე ციფირს ჰქვიან ნული (ანუ არარა), რომელსაც თავისთავად არავითარი მნიშვნელობა არა აქვს. დანარჩენი რიცხვების გამოხატვა შეიძლება ისევ მაგ ათი ციფირის შემწეობით.

ციფირი, რომელსაც პირველი ალაგი უჭირავს რიცხვში მარჯვნიდან, ნიშნავს უბრალო ერთეულებს, თუ მეორე—ათეულებს ნიშნავს, თუ მესამე ასეულებს, მაგალითად:

ხუთას ოცდა რვა ერთეული გამოიხატება ასე 528 ერთეული.
ხუთას ოცი ერთეული „ „ 520 ერთეული.
ხუთასი ერთეული „ „ 500 ერთეული.

მაშასადმე რიცხვში პირველი **სამი ალაგი** მარჯვნიდან მარცხნივ უჭირავს ერთეულებს. შემდეგი **სამი ალაგი** მარჯვნიდან მარცხნივ უჭირავს ათასებს: მეოთხე ალაგი—ერთეულ ათასებს, მეხუთე—ათეულ ათასებს, მეექვსე—ასეულ ათასებს; შემდეგი **სამი ალაგი** უჭირავს მილიონებს: ერთეულ მილიონებს, ათეულ მილიონებს და ასეულ მილიონებს. შემდეგი **სამი ალაგი** უჭირავს ბილიონებს, ბილიონებს მისდევს ტრილიონები, ტრილიონებს—კვადრალიონები და ასევე შემდეგ. ის სამი ციფირი, რომელებსაც უჭირავთ **სამი ალაგი**, რო-

გორც ზემოთ არის ნათქვამი, შეადგენს რიცხვს, რომელსაც ჰქვიან **კლასი** (სამთითნა).

რიცხვი იწერება მარცხნიდან მარჯვნივ; მუდამ კი უნდა გვახსოვდეს რომელს ალაგზე რა იწერება. თუ ალაგის შესაბამი ციფირი არ არსებობს, იმის ალაგას უნდა დაიწეროს ნული.

თუ რიცხვი დაწერილია, იმისი კლასებად დაყოფა შეიძლება მძიმეებით, რომელიც ციფირებს ზემოდან უნდა დაესვას მარჯვნიდან სამსამი ციფირის გათვლით.

45’305’655’023

4	5	3	0	5	6	5	5	0	2	3
ათეული	ერთეული	ასეული	ათეული	ერთეული	ასეული	ათეული	ერთეული	ასეული	ათეული	ერთეული
ბილიონები		მილიონები			ათასები			ერთეულები		

აქედან ცხადათა სჩანს, რომ ყოველს ციფირს აქვს ორნაირი მნიშვნელობა: პირველი მნიშვნელობა არის ის, თუ რა სახისაა თვითონ; მეორე მნიშვნელობა კი—თუ რომელი ალაგი უჭირავს რიცხვში.

მაგალითად ავიღოთ რიცხვები: 247, 274, 724, რომლებიც დაწერილია ერთი და იმავე ციფირებით, მაგრამ სხვადასხვა რიგზე; პირველს რიცხვში ციფირი 7 ნიშნავს შვიდ ერთეულს, მეორე რიცხვში ისევ ის ციფირი, მაგრამ მეორე ალაგზე დაწერილი, ნიშნავს შვიდ ათეულს, მესამე რიცხვში კი—შვიდ ასეულს.

საერთოდ, ყოველს ციფირს აქვს ათჯერ მეტი მნიშვნელობა, ვიდრე მაშინ, როდესაც მას უახლოესი მარჯვენა ალაგი უჭირავს რიცხვში.

რიცხვს მარცხნიდან ნულს არ მიუწერენ ხოლმე და არც **არავითარი მნიშვნელობა აქვს მარცხნიდან მოწერილს ნულს.** მაგალითად, დავსწეროთ ხუთასი:

500

და მერე მივუწეროთ მარცხნიდან ნული.

0500

ხუთასი ისევ ხუთასად დარჩა,

ერთნიშნიანი რიცხვი ჰქვიან ერთი ციფრით გამოხატულს რიცხვს, **ორნიშნიანი** ორი ციფრით გამოხატულს, მრავალ-ნიშნიანი — მრავალი ციფრით გამოხატულს.

§ 6. **რიგოვანი ერთეულები**. როგორც უკვე ვიცით:

ერთეულები	უბრალო ერთეულები იწერება	1-ლს	ალაგზე	მარჯვნიდან.
	ათეულები	მე-2-ე	,,	,,
	ასეულები	მე-3-ე	,,	,,
ათასები	ერთეული ათასები	მე-4-ე	,,	,,
	ათეული ათასები	მე-5-ე	,,	,,
	ასეული ათასები	მე-6-ე	,,	,,
მილიონები	ერთეული მილიონ.	მე-7-ე	,,	,,
	და ასევე შემდეგ			

. . . .

ათეულები, ასეულები, ერთეული ათასები, ათეული ათასები, ასეული ათასები, ერთეული მილიონები... იწოდება **შედგენილ** ერთეულებად. ამას გარდა ერთეულები, ათასები, მილიონები, ბილიონები... იწოდება უმთავრეს ერთეულებად.

იმის მიხედვით თუ რომელი ალაგი უჭირავს ერთეულებს რიცხვში, სხვანაირადაც უწოდებენ ერთეულებს.

უბრალო ერთეულები სხვანაირად იწოდება პირველი რიგოვანის ერთეულებად.

ათეულები	მე-2	„	„
ასეულები	მე-3	„	„
ერთეული ათასები.	მე-4	„	„
ათეული ათასები.	მე-5	„	„
ასეული ათასები.	მე-6	„	„
ერთეული მილიონ.	მე-7	„	„

და ასევე შემდეგ.

ყოველი შედგენილი ერთეული სხვა პატარა ერთეულთან შედარებით იწოდება **მაღალ რიგოვან** ერთეულად. დიდ ერთეულთან შედარებით კი იწოდება **დაბალ რიგოვან** ერთეულად.

ყოველი შედგენილი ერთეული შეიცავს შემდეგი დაბალი რიგოვანის 10 ერთეულს;

§ 7. **რიცხვის წაკითხვა**. რიცხვის ყოველი კლასი შესდგება სამ-რიგოვანი ერთეულისაგან. პირველი ალაგი მარჯვნიდან უჭირავს ერთეულებს, მეორე—ათეულებს და მესამე—ასეულებს, საშნიშნიან რიცხვის წასაკითხავად საჭიროა, რომ მისი ათეულები გარდიქცეს ოცეულებად. შემდეგ **ვკითხულობთ მაღალ რიგოვან ერთეულებიდან დაწყებით, ე. ი. მარცხნიდან მარჯვნივ, თვითეულ ციფირს ცალცალკე და თვითეული ციფირის წაკითხვის შემდეგ ვუმატებთ შესაბამი რიგოვანის ერთეულების სახელწოდებას, გარდა ათეულებისა, რომლებსაც ვკითხულობთ ოცეულებად:**

შენიშვნა: უნდა მივეჩვიოთ, რომ რიცხვის წასაკითხავად ათეულები ოცეულებად გარდავაქციოთ ხოლმე ასეულების წაკითხვის შემდეგ.

ათეულების ოცეულებად გარდაქცევის შემდეგ თუ დარჩა ერთი ათეული, ემატება ერთეულებს და ისე წაიკითხება.

მრავალ-ნიშნიანი რიცხვის წასაკითხავად საჭიროა რიცხვი დაიყოს კლასებად მარჯვნიდან მარცხნივ. **ვკითხულობთ მაღალრიგოვანი ერთეულებიდან დაწყებით, ე. ი. მარცხნიდან მარჯვნივ, თვითეულ კლასს ცალცალკე და კლასის წაკითხვის შემდეგ ვუმატებთ კლასის სახელწოდებას.** მაგალ., რიცხვს 25602000029 დავყოფთ კლასებად მარჯვნიდან მარცხნივ ამნაირად 25'602'000'029.

რადგანაც მარჯვნიდან პირველი კლასი ნიშნავს ერთეულებს, მეორე კლასი—ათასებს, მესამე—მილიონებს, მეოთხე—ბილიონებს, რიცხვი წაიკითხება ასე:

25 ბილიონი 602 მილიონი 29 ერთეული.

§ 8. **როგორ გავიგოთ, რამდენია რიცხვში რომელიმე რიგოვანის ერთეული სულ?**

ავიღოთ რიცხვი 8475 და გავიგოთ, მაგ, სულ რამდენი ათეულისაგან შესდგება. რიცხვის მეორე ადგილზე ზის ციფირი 7; მაშასადამე რიცხვში 7 უბრალო ერთეულია; ამას გარდა რიცხვის ასეულებიც და ათასებიც შეიცავენ ათეულებს; მესამე ალაგზე ზის ციფირი 4 (4 ასეულ.) 1 ასეული შეიცავს 10 ათეულს, 4 ასეული კი—40 ათეულს; მეოთხე ალაგზე ზის 8 (8 ათასი). 1 ათასი შეიცავს 100 ათეულს, 8 ათასი კი—800 ათეულს, მაშასადამე აღნიშნულს რიცხვში არის ათეული:

800 + 40 + 7. სულ 847 ათეული.

მიღებული რიცხვი 847 რომ შევადაროთ პირველად აღებულს რიცხვს 8475, ნათელი იქნება შემდეგი წესი.

თუ გვინდა გავიგოთ რანდენია სულ რომელიმე რიგოვანის ერთეული რიცხვში, დაბალი რიგოვანის ციფირები*) უნდა ჩამოვაშოროთ და მიღებული ახალი რიცხვი წავიკითხოთ.

§ 9 მრიცხველობის წყობა (სისტემა). რიცხვები, როგორც ჩვენ უკვე ვიცით, ძალიან ბევრია. ამიტომ მათთვის ცალცალკე სახელების და ცალცალკე წერითი ნიშნების გამოგონება ძალიან ძნელი იყო. ამის თავიდან ასაცილებლად საგნებს დაუწყეს თვლა არამც თუ ერთეულებით, არამედ თანაბარ ჯგუფებითაც. სხვადასხვა ხალხი სხვადასხვანაირად სთვლიდა. ძველი კელტები სხვანაირი ჯგუფებით მრიცხველობდენ და ამერიკელები სხვანაირით. საგნების დათვლის ხერხს ჰქვიან მრიცხველობის წყობა (სისტემა). **ერთეულთა იმ რიცხვს, რომელიც შეადგენს ერთს ჯგუფს—ახალს ერთეულს—** ჰქვიან **მრიცხველობის წყობის საფუძველი.**

§ 10. **მრიცხველობის სხვადასხვა წყობა.** ჯერ კიდევ პირველყოფილს ადამიანს, პირუტყვს ადამიანს, ჰქონდა შეგ-

---

*) შემოკლებითაა ნათქვამი: „დაბალი რიგოვანის ციფირები". შეიძლება ეს ამნაირად გამოგვეთქვა: „ციფირები, რომელნიც აღნიშნავენ დაბალ რიგოვანის ერთეულებს".

ნებული რიცხვი და ამიტომ ადამიანს არ შეუძლიან ახსოვდეს რიცხვის წარმოშობა. ველური ხალხის რიცხვთა წარმოდგენაზე დაკვირვება, კულტუროსანი ხალხების ენათა შედარება გვაჩვენებს, რომ სიმრავლე აღწერილობით გამოიხატებოდა. ხშირად შესახვედრი საგნების სახელები ძველად იხმარებოდა როგორც რიცხვითი სახელები; მაგალითად, ხშირად ამბობენ ხოლმე „ორი თვალი ოთახი“, „ერთი ხელი ტანისამოსი“. „ერთი ხელი“ ცხადია ნიშნავს ხუთს. თუ რომელი ტანისამოსი შეადგენს „ერთ-ხელს ტანისამოსს“, ეს ისეც მისახვედრია. ადამიანის სხეულის ნაწილები, მაგ. თვალი, ხელი და სხვა, შეადგენდენ სიმრავლის გამოხატულებას. რაც უფრო ცხოვრება წინ მიდიოდა, რაც უფრო კულტურა ვითარდებოდა, მით უფრო აშკარა იყო ამგვარი მრიცხველობის უვარგისობა. ამის შემდეგ ხელ-ფეხის თითები შეიქმნა თვლის იარაღად. თითებზე თვლა დაედო საფუძვლად თითქმის ყველანაირ მრიცხველობას. ხელების თითების რიცხვი 10 დაედო საფუძვლად მრიცხველობის იმ წყობას, რომელიც გავრცელებულია თითქმის მთელს ქვეყანაზე და რომელსაც ჰქვიან **„ათეულიანი წყობა“** მრიცხველობისა. ცალი ხელის თითების რიცხვი „ხუთი“ საფუძვლად დაედო ,,ხუთეულიან წყობას მრიცხველობისას‘‘, როგორადაც მრიცხველობენ ამერიკელი ინდოელები. ხელ-ფეხის თითების რიცხვი დაედო საფუძვლად ,,ოცეულიან წყობის მრიცხველობას‘‘, როგორც მრიცხველობდენ ძველი კელტები. ჩვენ, ქართველები, ოცეულიანი წყობით ვმრიცხველობთ მხოლოდ ზეპირად და ისიც ნაწილობრივ, წერით კი ვმრიცხველობთ ათეულიანი წყობით.

§ 11. **მრიცხველობის ათეულიანი წყობა.** ამ მრიცხველობას საფუძვლად უდევს რიცხვი 10 და აქვს სულ ათი ნიშანი—ციფირი (თითნა): 1, 2,...9, 0. ამ მრიცხველობით დაწერილი რიცხვი შესდგება ერთეულებისაგან, ათეულებისაგან, ასეულებისგან... **თვითეული შედგენილი ერთეული შეიცავს შემდეგი დაბალი რიგოვანის 10 ერთეულს.**

§ 12. **არაბული ციფირები.** სუყველასთვის ცნობილია, რომ ის ციფირები, რომლებითაც ეხლა ვმრიცხველობთ, ინდოელების გამოგონილია. ინდოელებისაგან გადმოიღეს არაბებმა, არაბებისაგან ევროპელებმა გადმოიღეს მე-12—13 საუკუნეში და დაარქვეს ,,არაბული''. არაბებისაგან ჩვენ ქართველებმა ევროპელებზე ადრე გადმოვიღეთ—სახელდობრ მე-10—11 საუკუნეში.

§ 13. **რომაული ციფირები.** რომაელები მრიცხველობენ შვიდი ციფირით.

I,	V,	X,	L,	C,	D,	M
1	5	10	50	100	500	1000

როდესაც რომაულად რიცხვსა ვსწერთ, მნიშვნელობა იმას არა აქვს, თუ რომელ ციფირს რომელი ალაგი უჭერია რიცხვში: პირველი ალაგი, მეორე, მესამე თუ რომელიმე სხვა ალაგი. დაწერილი **ციფირების ჯამი** წარმოადგენს რიცხვს. იმ შემთხვევაში, როდესაც რომელიმე შემდეგი ციფირი I, X, C, დიდ მნიშვნელოვანს ციფირს წინ უზის, მაშინ ის მიმატების მაგიერ, უნდა გამოვაკლოთ. მაგ., IV არის 4, რადგანაც V — 1 = 4. V-ს გამოვაკელით 1, რადგანაც I წინ უზის დიდ მნიშვნელოვანს ციფირს; I რომ მჯდარიყო V-ის შემდეგ მარჯვნივ, მაშინ არ გამოვაკლებდით, მაგ., VI არის 6, რადგანაც V + 1 = 6; ჩამოვსწეროთ რომაულად რამდენიმე რიცხვი:

I = 1, II = 2, III = 3, IV = 4, V = 5, VI = 6,
VII = 7, VIII = 8, IX = 9, X = 10.

თუ რიცხვი რამდენსამე ათასს შეიცავს, მაშინ მას მარჯვნივ უნდა უჯდეს პატარა ნიშანი m (mille—ათასი).

§ 14. **ქართული ციფირები.** მინამ ჩვენში არაბული ციფირები შემოვიდოდა ხმარებაში, ვმრიცხველობდით ქართული ასოების შემწეობით. ზოგ შემთხვევაში ეხლაც იხმარება ქართული ასოები რიცხვების გამოსახატავად.

ჩვენ ვიცით, რომ არაბულს მრიცხველობაში დიდი მნი-

მნიშვნელობა აქვს იმას, თუ რომელს ციფრს რომელი ადგილი უჭირავს რიცხვში; ქართული ასოების შემწეობით რიცხვის გამოხატვაში კი ამას არავითარი მნიშვნელობა არა აქვს. თვითეულს ქართულს ასოს თავისი განსაკუთრებული დანიშნულება აქვს. ოცდა ჩვიდმეტი ქართული ანბანის ასო იყოფა ოთხ უმთავრეს ჯგუფად: ცხრა-ცხრა ასო თითო ჯგუფში. ერთეულები აღინიშნება პირველი ცხრა ასოთი, ათეულები—მეორე ცხრა ასოთი, ასეულები—მესამე ცხრა ასოთი. ათასები—მეოთხე ცხრა ასოთი, და უკანასკნელი ასოთი აღინიშნება 10,000 (ანუ ბევრი).

ა = 1, ბ = 2, გ = 3, დ = 4, ე = 5, ვ = 6, ზ = 7, ჱ = 8, თ = 9, ი = 10, კ = 20, ლ = 30, მ = 40, ნ = 50, ჲ = 60, ო = 70, პ = 80, ჟ = 90, რ = 100, ს = 200, ტ = 200, უ = 400, ფ = 500, ქ = 600, ღ = 700, ყ = 800, შ = 900, ჩ = 1000, ც = 2000, ძ = 3000, წ = 4000, ჭ = 5000, ხ = 6000, ჴ = 7000, ჯ = 8000, ჰ = 9000, ჵ = 10,000 (ანუ ბევრი).

უფრო დიდი რიცხვების გამოსახატავად ძველად *) მიღებული იყო შემდეგი რიცხვითი სახელები:

10,000 . . . . ბევრი.
100,000 . . . . ბევრის ბევრი.
1,000,000 . . . . უშქარი.
10,000,000 . . . . უშტი.
100,000,000 . . . . უშტის უშტი.

აი, ამ სახელებისა და ქართული ასოების საშუალებით გამოიხატებოდა ყოველგვარი რიცხვი.

---

*) „ქალსა ცრემლი გადმოსცვივდეს **ას-ნაკეცი ბევრის-ბევრად**“ (შოთა) ნიშნავს: ასი, შეკეცილი 100000-ჯერ. ავტ.

II. შეკრება

§ 15. **არითმეტიკული მოქმედება.** არითმეტიკა არის რიცხვთა მეცნიერება. ჩვენ შეგვიძლიან ორი ან რამდენიმე რიცხვისგან შევადგინოთ ახალი რიცხვი რომელიმე ხერხით. ორი ან რამდენიმე რიცხვისგან ახალი რიცხვის შედგენას ჰქვიან არითმეტიკული მოქმედება.

გამოცანა: სამს შეგირდსა ჰქონდა კალმები; ერთსა ჰქონდა 4, მეორეს — 3, მესამეს — 5; რამდენი კალამი ჰქონდა ყველას ერთად?

თუ გვინდა გავიგოთ რამდენი კალამი ჰქონდა ყველას ერთად, უნდა ოთხს მივათვალოთ სამი ერთეული, მიღებულს შვიდს ერთეულს მივაოვალოთ ხუთი ერთეული, მივიღებთ 12 ერთეულს. მაშასადამე სამსავე შეგირდსა ჰქონდა თორმეტი კალამი. გამოცანაში მოცემული იყო სამი რიცხვი: 4, 3, 5, ჩვენ შევადგინეთ ახალი რიცხვი 12, რომელიც შეიცავს იმდენს ერთეულს, რამდენს ერთეულსაც შეიცავს ერთად ყველა მოცემული რიცხვები. აი ამ არითმეტიკულ მოქმედებას ჰქვიან **შეკრება.**

შეკრება არის არითმეტიკული მოქმედება, რომლის საშუალებითაც მოცემული რიცხვებისგან ვპოულობთ ახალ რიცხვს, შემდგარს იმდენი ერთეულისაგან, რამდენსაც შეიცავს ყველა მოცემული რიცხვები ერთად. შესაკრებად მოცემულს რიცხვს ჰქვიან **შესაკრები.** შეკრების საშუალებით მიღემულს რიცხვს ჰქვიან **ჯამი.** შეკრების ნიშანი არი $+$, რომელიც იწერება შესაკრებთა შორის. მასა ჰქვიან სახელად პლიუსი. შესაკრებთა და ჯამს შორის იწერება თანასწორობის ნიშანი $=$; მაგალითად, $4+3=7$, რომელიც გამოითქმის ასე: ოთხი პლიუს სამი ეთანასწორება შვიდს.

თანასწორობის ნიშანი მარტო შეკრების დროს არ იწე-

რება. თანასწორობის ნიშნით გადაებმიან თანასწორი რიცხვები, ან თანასწორი არითმეტიკული გამოხატულებანი. ორი რიცხვის ან ორი გამოხატულების გადაბმას თანასწორობის ნიშნის საშუალებით ჰქვიან **თანასწორობა**. ნიშანით $=$ თანასწორობა იყოფა ორ ნაწილად: მარცხენა და მარჯვენა ნაწილი თანასწორობისა. მაგალითად, $4+3=7$ არის თანასწორობა. $4+3$ არის მარცხენა ნაწილი და 7 — მარჯვენა ნაწილი თანასწორობისა.

§ 16. **ჯამის თვისება**. ჯამი არ არის იმაზე დამოკიდებული, თუ რა წესრიგზე მიეთვლება ერთეულები შესაკრებებს. თუ საჭიროა, მაგალითად, ხუთის, ორის და სამის შეკრება, ჩვენ შეგვიძლიან ჯერ ხუთი და ორი შევკრიბოთ და მიღებულს რიცხვს დავუმატოთ სამი; ან ჯერ შევკრიბოთ 2 და 3 და მიღებულს რიცხვს დავუმატოთ ხუთი. ორსავე შემთხვევაში ერთსა და იმავე ჯამს მივიღებთ. მაშასადამე:

ჯამი არ არის დამოკიდებული შესაკრებთა წესრიგზე.

§ 17. **ერთნიშნიანი რიცხვების შეკრება.** ორი რიცხვის შესაკრებად საკმარისია ერთს რიცხვს მიეთვალოს იმდენი ერთეული, რამდენს ერთეულსაც შეიცავს მეორე რიცხვი. თუ გვინდა შევკრიბოთ 4 და 8, ოთხს უნდა მივათვალოთ რვა ერთეული, მივიღებთ 12-ს. ყოველთვის ამნაირად შეკრება, მითვლის შემწეობით, ძალიან მოსაწყენია; ამიტომ საჭიროა ორ ერთნიშნიან რიცხვთა ჯამების ერთხელვე დახსომება, რაც ძალიან გაადვილდება მითვლის ვარჯიშობით. მოქმედებას გააადვილებს დახსომება იმნაირი რიცხვებისა, რომელთა ჯამიც უდრის 10. თუ ამისთანა ჯამები გვახსოვს, მაშინ ზემოდ მოყვანილი მაგალითი ასე შესრულდება. შესაკრებია 4 და 8. ჯერ შევკრებთ 4 და 6, რომელთა ჯამიც გვახსოვს, რომ ათია, და შემდეგ შევკრებთ 10 და 2, მივიღებთ 12-ს.

§ 18. **მრავალ-ნიშნიანი რიცხვების შეკრება.** ვსთქვათ, შესაკრებია რიცხვები: 5226, 7095 და 82. 5226-ს თუ მივათვლით სათითაოდ 7095-ს და მერე კიდევ ასევე მივათვლით

82-ს, ძალიან გაგრძელდება საქმე და არც სახალისო იქნება. მათი შეკრების შესამსუბუქებლად და გასაადვილებლად მოვიქცევით ასე: ჯერ შევკრებთ უბრალო ერთეულებს, მერე ათეულებს, შემდეგ ასეულებს, და ასე შემდეგ. სხვადასხვა რიგოვანის ერთეულები რომ არ აგვერიოს, მოცემულს რიცხვებს მოვუწერთ ერთი-ერთმანეთის ქვეშ ისე, რომ უბრალო ერთეულები მოექცეს უბრალო ერთეულების ქვეშ, ათეულები—ათეულების ქვეშ, ასეულები—ასეულების ქვეშ და ასევე შემდეგ. უკანასკნელ შესაკრებს ქვეშ გავუსვამთ ხაზს, რომელიც თანასწორობის ნიშნის მაგიერი იქნება, და მას ქვეშ მოვუწერთ ჯამს, რომელსაც მივიღებთ თვითეული რიგოვანის ერთეულების ცალცალკე შეკრებით; შეკრება იწყება მარჯვნიდან. თუ რომელსამე რიგოვანში შესდგა ცხრაზე მეტი, ხაზის ქვეშ იწერება მარტო ერთეულები ამ რიგოვანისა, ათეულები კი ემატება შემდეგი მაღალი რიგოვანის ერთეულებს.

მაგალითად შესაკრებია 3226 და 17085. ვსწერთ ასე:

$$\begin{array}{r} 3226 \\ +\ 17085 \\ \hline 20311 \end{array}$$

დავიწყოთ შეკრება დაბალი რიგოვანის ერთეულებიდან, ე.ი. მარჯვნიდან: 6 ერთეული და 5 ერთეული შევკრიბოთ,— ერთნიშნიანი რიცხვების შეკრებიდან ვიცით, რომ იქნება 11 ერთეული,—რომელიც შეადგენს 1 ერთეულსა და 1 ათეულს; ერთ ერთეულს ვსწერთ ხაზის ქვეშ ერთეულების დასწვრივ, ერთი ათეული კი დავიხსომოთ ათეულებთან ერთად შესაკრებად.

2 ათეული და 8 ათეული შევკრიბოთ, მივიღებთ 10 ათეულს, და 1 ათეულიც მივიღეთ ერთეულების შეკრებით, მაშასადამე სულ იქნება 11 ათეული, რომელიც შეადგენს 1 ათეულს და 1 ასეულს; 1 ათეულს ვსწერთ ხაზის ქვეშ ათეულების დასწვრივ, 1 ასეული კი დავიხსომოთ ასეულებთან ერთად შესაკრებად.

2 ასეული (მეორე რიცხვში ასეულები არ არის) და 1 ასეულიც მივიღეთ ათეულების შეკრებით, მაშასადამე სულ იქნება 3 ასეული. უკანასკნელი არ შეადგენს არც ერთს ათასს; მას ვსწერთ ასეულების ადგილას.

3 ერთეული ათასი და 7 ერთეული ათასი შევკრიბოთ, მივიღებთ 10 ერთეულს ათასს, რომელიც შეადგენს სწორედ 1 ათეულს ათასს; ვსწერთ ერთეული ათასების ადგილზე 0, რადგანაც ერთეული ათასები აღარ იქნება, 1 ათეულს ათასს კი დავიხსომებთ ათეულ ათასებთან ერთად შესაკრებად.

პირველს შესაკრებში არ არის ათეული ათასები, მეორეში კი არის 1 ათ. ათასი, და ერთიც დავიხსომეთ—სულ იქნება 2 ათ. ათასი, რომელსაც ვსწერთ თავის ადგილას.

შეკრება დამთავრდა, რადგანაც შემდეგი რიგოვანის ერთეულები აღარ არის.

მოქმედების შესრულების დროს უნდა ვერიდოთ ხშირად ხმარებას „და“ ან „შევკრიბოთ“; აგრეთვე მისამატებელი რიცხვიც არა ვთქვათ, არამედ დავასახელოთ ჯამი. მაგალითად შესაკრებია 5226,7095 და 82. ეს რიცხვები შევკრიბოთ შემოკლებითი მსჯელობით, როგორც არის შემოღებული და საჭიროა მივეჩვიოთ.

$$\begin{array}{r} 5226 \\ +\ 7095 \\ 82 \\ \hline 12403 \end{array}$$

შეკრებას დავიწყებთ დაბალი რიგოვანის ერთეულებიდან და ვამბობთ 6, 11, 13; უკანასკნელი რიცხვი 13 არის ჯამი უბრალო ერთეულებისა; ვსწერთ 3-ს თავის ადგილას და ვიტყვით ხმა მაღლა „ერთი“ (რომელიც უნდა დავიხსომოთ).

შემდეგ ასევე განვაგრძობთ მეორე რიგოვანის ერთეულობის შეკრებას:

1 (რომელიც დავიხსომეთ), 3, 12, 20; დავსწერთ 0-ს თავის ადგილას და ხმა მაღლა ვიტყვით „ორი“ (რომელიც უნდა დავიხსომოთ).

2 (რომელიც დავიხსომეთ), 4; ვსწერთ 4-ს თავის ადგილას. ასევე შეიკრიბება დანარჩენი რიგოვანის ერთეულები, რის შემდეგაც მივიღებთ სამი რიცხვის ჯამს 12403.

§ 19. **ბევრი რიცხვის შეკრება.** ბევრი რიცხვის შეკრების დროს უმჯობესია რიცხვების ჯგუფებად დაყოფა. თვითეული ჯგუფი რიცხვებისა ცალკე უნდა შეიკრიბოს და მიღებული ჯამები ხელ-ახლად შეიკრიბოს. ამგვარად მიღებული საერთო ჯამი იქნება ყველა შესაკრებთა ჯამი.

მაგალითად შესაკრებია ცხრა რიცხვი: 258, 45, 9250, 675, 288, 355, 75, 1025 და 7.

ამ რიცხვებს ჯგუფებად დავყოფთ ამნაირად:

9250	258	45	10630
+ 1025	+ 675	+ 75	+ 1221
355	288	7	127
10630	1221	127	**11978**

ყველა რიცხვების ჯამი უდრის 11978.

§ 20. **შეკრების შემოწმება.** თუ გვინდა დავრწმუნდეთ, რომ შეკრების დროს არ შეგვშლია და სწორედაა მოქმედება შესრულებული, უნდა შევამოწმოთ მოქმედება. სხვადასხვა რიგოვანის ერთეულებს თუ ვკრებდით ზემოდან ქვევით დაყოლებით, შემოწმების დროს ხელ-ახლა შევკრებთ ქვემოდან ზევით აყოლებით; თუ შემოწმების შემდეგ ისევ ის ჯამი მივიღეთ, რომელიც წინად გვქონდა მიღებული, მაშინ ვრწმუნდებით, რომ არსად არ შეგვშლია.

§ 21. **ზეპირი შეკრება.** ზეპირი შეკრება ძალიან განსხვავდება წერითი შეკრებისაგან.

ზეპირი შეკრება იწყება მაღალი რიგოვანის ერთეულებიდან და არა დაბალი რიგოვანის ერთეულებიდან, როგორც შემოღებულია წერითი შეკრების დროს. მაგალითად, შესაკრებია 42 და 27. შეკრება უნდა დავიწყოთ მარცხნიდან და არა მარჯვნიდან, როგორც ეს ხდება წერითი შეკრების დროს. ორმოცი და ოცი—სამოცი, ორი და შვიდი—ცხრა; სამოცი და ცხრა იქნება სამოცდაცხრა, ე. ი. მოცემულ რიცხვთა ჯამი არის 69.

§ 22. **მარტივ წილებულ რიცხვთა შეკრება.** მარტივი წილებული ჰქვიან იმისთანა რიცხვს, რომელსაც თან ახლავს

საგნის სახელი, მაგ. 5 მანეთი, 6 ფუთი; რიცხვს თუ არ ახლავს საგნის სახელი, ჰქვიან **განყენებული.** მაგ. 5, 6. რიცხვს, რომელიც შესდგება ერთგვარი ერთეულებისაგან, მაგრამ სხვადასხვანაირად წოდებულებისაგან, ჰქვიან **შედგენილი** წოდებული რიცხვი; მაგალითად 1) 5 მან. 3 კაპ., 2) 6 ფუთი 25 გირ.

მარტივ წოდებულ რიცხვთა შეკრება ისევე ადვილია, როგორც განყენებულ რიცხვთა შეკრება, თუ ეს რიცხვები ერთნაირად არიან წოდებულნი; მაგალითად:

+	2535	მან.
	808	მან.
	3343	მან.

§ 23. **შეკრების მოხმარება.** შეკრების მოხმარება საჭიროა მაშინ: როდესაც რიცხვს უნდა მიემატოს ან შეუერთდეს სხვა რიცხვი; როდესაც რიცხვი უნდა გადიდდეს მეორე რიცხვით; როდესაც ნაწილებისაგან შესადგენია მთელი რიცხვი.

III. გამოკლება.

§ 24. გამოკლების განმარტება.

გამოცანა. მოწაფეს ჰქონდა 15 კალამი, 7 კალამი ამხანაგს მისცა; რამდენი დარჩა თვითონ?

ეს გამოცანა გარდაწყვეტილი იქნება, თუ ვიპოვეთ ისეთი რიცხვი, რომელიც შვიდთან ერთად შეადგენს 15. მაშასადამე მოცემულია ჯამი 15 და ერთი შესაკრები 7; ამათ შემწეობით უნდა ვიპოვოთ მეორე შესაკრები.

გამოკლება არის არითმეტიკული მოქმედება, რომლის საშუალებითაც მოცემული ჯამის და ერთი შესაკრების შემწეობით ვპოულობთ მეორე შესაკრებს. მოცემულს ჯამს ამ შემთხვევაში ჰქვიან **დასაკლები**, მოცემულს შესაკრებს—**მკლებელი**, გამოკლების შემდეგ მიღებულს რიცხვს —**გამონაკლი**, გამოკლების ნიშანი არის —, რომელიც იწერება დასაკლების შემდეგ და გამოითქმის „მინუს". ამის შემდეგ იწერება გამოსაკლები, მერე თანასწორობის ნიშანი და ბოლოს გამონაკლი, ე. ი.

$$15 - 7 = 8.$$

რომელიც წაიკითხება ასე: თხუთმეტი მინუს შვიდი ეთანასწორება რვას.

ამგვარად თხუთმეტს რომ გამოვაკლოთ შვიდი, იქნება რვა, რადგანაც რვა და შვიდი ერთად შეადგენენ თხუთმეტს, ე. ი. ისევ იმდენს, რამდენიდანაც გამოვაკელით შვიდი.

15, როგორც ჯამი, საპოვნელია შეკრებაში და მოცემულია გამოკლებაში (როგორც დასაკლები); რვა-კი, როგორც შესაკრები, მოცემულია შეკრებაში და საპოვნელია გამოკლებაში (როგორც გამონაკლი), ე. ი. ის, რაც გამოკლებაში საპოვნელია, მოცემულია შეკრებაში; ის, რაც შეკრებაში სა-

პოვნელია, მოცემულია გამოკლებაში; ამიტომ შეკრება და გამოკლება **შებრუნებული მოქმედებანი** არიან.

შებრუნებული მოქმედებანი არიან ისეთი მოქმედებანი, რომელსაც პირველი მოქმედების ერთი მოცემულთაგანი ხდება საპოვნელად მეორე მოქმედებაში; საპოვნელი კი პირველი მოქმედებისა არის ერთი მოცემულთაგანი მეორე მოქმედებაში.

§ 25. **ერთნიშნიანი რიცხვის გამოკლება ერთნიშნიანი და ორნიშნიანი რიცხვებიდან.** თუ გვინდა, მაგ., ცხრას ხუთი გამოვაკლოთ, უნდა ვიცოდეთ: ხუთს რა მიემატოს, რომ ცხრა ხდეს; ამიტომ უნდა გვახსოვდეს, რომ ხუთის და ოთხის შეკრებით მივიღებთ ჯამს ცხრას. მაშასადამე, ცხრას რომ ხუთი გამოვაკლოთ, მივიღებთ გამონაკლს ოთხს.

საერთოდ, ერთნიშნიანი რიცხვების გამოკლებისათვის კარგად უნდა გვახსოვდეს ჯამები ყოველი ორი ერთნიშნიანი რიცხვისა. მაგალითად თუ გვახსოვს, რომ

$$8+9=17$$

უფიქრელად დავსწერთ

$$17-8=9$$
$$17-9=8.$$

რიცხვს რომ იმდენი ერთეული გამოვაკლოთ, რამდენსაც თვითონ შეიცავს, მაშინ გამონაკლი იქნება ნული (არარა), მაგ.

$$5-5=0$$

§ 26. **მრავალნიშნიანი რიცხვების გამოკლება.** ვსთქვათ, გვინდა რიცხვს 325685 გამოვაკლოთ 23753. საპოვნელია გამონაკლი. გამონაკლი ნაპოვნი იქნება, თუ გავიგეთ რამდენია მასში: უბრალო ერთეული, ათეული, ასეული და სხვა. იმის გასაგებად თუ რამდენი ერთეულისაგან, ათეულისაგან, ასეულისაგან და სხვებისაგან შესდგება გამონაკლი, დასაკლების ერთეულებს უნდა გამოვაკლოთ მკლებელის ერთეულები, ათეულებს—ათეულები, ასეულებს—ასეულები და ასე შემდეგ. გამოკლების დროს სხვადასხვა რიგოვანის ერთეულები რომ

არ აგვერიოს, დასაკლების ქვეშ დავსწერთ მკლებე[illegible]-რად, რომ უბრალო ერთეულები მოექცეს უბრალო[illegible]—ერთეუ-ლების ქვეშ, ათეულები—ათეულების ქვეშ, ასეულები—ასეულების ქვეშ და ასე შემდეგ. მკლებელის ქვეშ ხაზს გავუსვამთ, რომელიც თანასწორობის ნიშნის მაგიერი იქნება, და მას ქვეშ მოვუწერთ გამონაკლს:

$$
\begin{array}{r l}
 & 325685 \text{ დასაკლები} \\
- & 23753 \text{ მკლებელი} \\
\hline
 & 301932 \text{ გამონაკლი.}
\end{array}
$$

გამოკლებას ვიწყებთ მარჯვნიდან და ასე ვმსჯელობთ: 5 ერთეულს გამოვაკლოთ 3 ერთეული, დარჩება 2 ერთეული. 2 ერთეულს ვსწერთ ხაზის ქვეშ ერთეულების ადგას. 8 ათეულს გამოვაკლოთ 5 ათეული, დარჩება 3 ათეული, რომელსაც ვსწერთ ათეულების ადგას. 6 ასეულს ვერ გამოაკლდება 7 ასეული, ამიტომ დასაკლების ათასებიდან ვსესხულობთ ერთს ათასს, რომელსაც გარდავაქცევთ ასეულებად, მივიღებთ 10 ასეულს, რაც დასაკლების 6 ასეულთან ერთად შეადგენს 16 ასეულს. ეხლა დასაკლების 5 ათასის ადგას უნდა ვიგულისხმოთ 4 ათასი, და 6 ასეულის ადგას—16 ასეული. იმის დასახსომებლად, რომ 5 ათასიდან ვისესხეთ 1 ათასი, ციფრს 5-ს ზევიდან ვუნიშნავთ წერტილს. 16 ასეულს რომ გამოვაკლოთ 7 ასეული, დარჩება 9 ასეული, რომელსაც დავსწერთ ასეულების ქვეშ.

4 ათასს გამოვაკლოთ 3 ათასი, დარჩება 1 ათასი. 1 ათასს ვსწერთ ათასების ქვეშ. 2 ათეულს ათასს გამოვაკლოთ 2 ათეული ათასი, იქნება 0, რომელსაც ვსწერთ ათეულ ათასების ქვეშ. ბოლოს 3 ასეულს ათასს უცვლელად გადმოვიტანთ გამონაკლში, რადგან იქიდან არაფერია გამოსაკლები. მივიღეთ გამონაკლი 301932.

კიდევ მაგალითი: რიცხვს 7005-ს გამოვაკლოთ 6230.

$$
\begin{array}{r}
7005 \\
-\;6230 \\
\hline
775
\end{array}
$$

გამოკლებას ვიწყებთ უბრალო ერთეულებიდან, ე. ი. მარჯვენა მხრიდან: 5 ერთეულს გამოვაკლოთ 0, ეს იმას ნიშნავს, რომ 5-ს არაფერი გამოვაკლოთ და დავსტოვოთ უცვლელად, ამიტომ ხუთს უცვლელად ვსწერთ ერთეულების ქვეშ. 0 ათეულს 3 ათეული არ გამოაკლდება, ასეულების ალაგას სწერია ნული, ამიტომ ასეულებისაგან ვერ ვესხუ-ლობთ. ვისესხოთ ერთეული ათასებიდან ერთი ათასი და გარდავაქციოთ ასეულებად, მივიღებთ 10 ასეულს. ამ ათი ასეულისაგან ვისესხოთ 1 ასეული და გარდავაქციოთ ათეულებად: მივიღებთ 10 ათეულს. მაშასადამე შეგვიძლიან ვიგულისხმოთ დასაკლებში ათეულების ალაგას 10 ათეული, ასეულების ალაგას 9 ასეული, ერთეული ათასების ალაგას 6 ერთეული ათასი. იმის დასახსომებლად, რომ ასეულებისაგან და ერთეული ათასებისაგან ვისესხეთ, ციფრის 0 და 7 ზევიდან დავუწეროთ წერტილებს. 10 ათეულს გამოვაკლოთ 3 ათეული, დარჩება 7 ათეული. 7 ათეულს ვსწერთ ათეულების ქვეშ. 9 ასეულს გამოვაკლოთ 2 ასეული, დარჩება 7 ასეული. 7 ასეულს ვსწერთ ასეულების ქვეშ. 6 ათასს გამოვაკლოთ 6 ათასი, იქნება 0, რომელსაც აღარა ვსწერთ გამონაკლში, რადგან რიცხვის მარცხნიდან მოწერილს ნულს არავითარი მნიშვნელობა აქვს. ამგვარად მივიღეთ გამონაკლი 775.

მოქმედების შესრულების დროს მსჯელობა შეიძლება შემოკლდეს და მივუჩვიოთ მარტივად გამოკლებას: 625-ს გამოვაკლოთ 234.

$$\begin{array}{r} -\,625 \\ 234 \\ \hline 391 \end{array}$$

5-ს 4, 1; 12-ს 3, 9; 5-ს 2, 3.

§ 27. **გამოკლების წესი.** დასაკლების ქვეშ დავსწეროთ მკლებელს იმნაირად, რომ უბრალო ერთეულები მოექცეს უბრალო ერთეულების ქვეშ, ათეულები ათეულების ქვეშ, ასეულები ასეულების ქვეშ და ასე შემდეგ. მკლებელს ქვეშ ხაზს გავუსვამთ; მკლებელის თვითეული რიგოვანის ერთეულებს

გამოვაკლებთ დასაკლების იმავე რიგოვანის ერთეულებიდან, თუ მკლებელის რომელიმე რიგოვანის ერთეულები მეტია დასაკლების იმავე რიგოვანის ერთეულებზე, მაშინ ერთ ერთეულს ვესესხებით დასაკლების შემდეგი მაღალი რიგოვანისგან და გარდავაქცევთ მას საჭირო დაბალი რიგოვანის ერთეულებად და ამის შემდეგ ვაგრძელებთ ისევ იმ გვარადვე გამოკლებას.

§ 28. **გამოკლების შემოწმება.** რადგანაც გამოკლება და შეკრება შებრუნებული მოქმედებანი არიან, ამიტომ გამოკლება კარგად შეიმოწმება შეკრების საშუალებით. გამონაკლს და მკლებელს შევკრებთ, მივიღებთ დასაკლებს, თუ არსად შეგვშლია.

§ 29. **ზეპირი გამოკლება.** წერით გამოკლებაში მოქმედებას ვიწყებთ მკლებელის დაბალი რიგოვანის ერთეულებიდან, ე.ი. მარჯვნიდან. ფიქრით გამოკლებაში კი სჯობიან და უფროც გაადვილდება მოქმედება, თუ გამოკლებას დავიწყებთ მაღალი რიგოვანის ერთეულებიდან; მაგალითად, გვინდა რიცხვს 673 გამოვაკლოთ რიცხვი 425. ჯერ გამოვაკლებთ 400, მერე—20 და ბოლოს 5: 673-ს გამოვაკლოთ 400, დარჩება 273; ამას გამოვაკლოთ 20, დარჩება 253; უკანასკნელს გამოვაკლოთ ჯერ 3, რომ რიცხვის დაშლა არ მოგვიხდეს, დარჩება 250; ამასაც გამოვაკლოთ 2, მივიღებთ საბოლოვო გამონაკლს 248.

§ 30. **მარტივ წოდებულ რიცხვთა გამოკლება.** დასაკლები და მკლებელი თუ ერთნაირად არიან წოდებულნი, მაშინ გამოკლება ისევ ისე ხდება, როგორც განყენებული რიცხვების გამოკლება. გამოკლების შემდეგ მიღებული რიცხვი, ე. ი. გამონაკლი იმავე სახელს ღებულობს. მაგალითად, 625 ფუთს გამოვაკლოთ 330 ფუთი.

— 625 ფ.	
330 „	
295 ფ.	

§ 31. **დასაკლებ სა, მკლებელისა და გამონაკლის შორის დამოკიდებულება.** თხუთმეტს რომ შვიდი გამოვაკლოთ, იქნება რვა, ე.ი.

— 15 დასაკლები
   7 მკლებელი
―――――――
   8 გამონაკლი.

რადგანაც თხუთმეტიდან შვიდის გამოკლების შემდეგ დარჩა რვა, ამიტომ ცხადია, რომ 15 შეიცავს 7-ს და 8-ს ერთად, ე. ი.

$$15=7+8$$

დასაკლ.=მკლებ.+გამონაკლ.

ე.ი. **დასაკლები ეთანასწორება მკლებელისა და გამონაკლის ჯამს.** დასაკლები 15 წარმოადგენს ჯამს ორი შესაკრებისას: მკლებელისას და გამონაკლისას. ამ ჯამს რომ ერთი შესაკრები (გამონაკლი) გამოვაკლოთ, დარჩება მეორე შესაკრები (მკლებელი); **მაშასადამე მკლებელი ეთანასწორება დასაკლებს უგამონაკლოდ.**

§ 32. **გამოკლების მოხმარება.** უნდა გამოვაკლოთ მაშინ:

როდესაც რიცხვი გვინდა დავაპატარავოთ რომელიმე რიცხვით; მაგ. 17 დავაპატარავოთ სამით: 17—3=14.

როდესაც გვინდა გავიგოთ, ერთი რიცხვი რამდენით მეტნაკლებია მეორეზე; ორასი მეტია ას ოცზე ოთხმოცით, რადგანაც 200 – 120=80; შვიდასი ნაკლებია 825-ზე ას ოცდა ხუთით, რადგან 825—700=125;

როდესაც გვინდა გავიგოთ ერთს რიცხვს რამდენი აკლია რომელსამე რიცხვამდის: ორმოცს აკლია ათი 50-მდის, რადგანაც 50 – 40=10;

როდესაც გვინდა მთელი დავშალოთ ორ ნაწილად, რომელთაგანიც ერთი მოცემულია.

IV. ჯამისა და გამონაკლის ცვალებადობა.

§ 33. ჯამის ცვალებადობა.

მაგიდის ოთხ უჯრაში აწყვია რვეულები შეგირდებისათვის დასარიგებლად.

მაგიდაში ჩაწყობილი რვეულების რიცხვს შეიძლება დაერქვას ჯამი; თვითეული უჯრის რვეულების რიცხვს ამ შემთხვევაში დაერქმის შესაკრები.

თუ ერთი უჯრის რვეულებს დავუმატებთ კიდევ 10 რვეულს, ამით მაგიდაში ჩაწყობილი რვეულების ჯამი გაიზრდება 10 რვეულით. მაშასადამე:

თუ რომელსამე შესაკრებს მიემატა რამდენიმე ერთეული, მაშინ ჯამი გადიდდება იმდენივე ერთეულით.

წარმოვიდგინოთ, რომ უჯრებში ისევ ძველებურად აწყვია რვეულები. თუ ერთი უჯრიდან ამოვიღეთ 10 რვეული და შეგირდებს დავურიგეთ, რვეულების ჯამს დააკლდება 10 რვეული. მაშასადამე:

თუ რომელსამე შესაკრებს დააკლდა რამდენიმე ერთეული, მაშინ ჯამს დააკლდება იმდენივე ერთეული.

თუ რომელიმე უჯრიდან ამოვიღეთ რვეულები და ეს რვეულები მაგიდის მეორე უჯრაში ჩავდეთ, ამით ჯამი რვეულებისა არ შეიცვლება. მაშასადამე:

ჯამი არ შეიცვლება, თუ ერთს რომელსამე შესაკრებს მივუმატეთ რამდენიმე ერთეული და ამდენივე ერთეული დავაკელით რომელსამე სხვა შესაკრებს.

ადვილი გასაგებია, რანაირად შეიცვლება ჯამი იმ შემთხვევაში, თუ შევცვალეთ რამდენიმე შესაკრები. მაგალითად, ერთი უჯრიდან დავარიგეთ 15 რვეული, მეორიდან—25, მე-

სამეში 30 სხვა ახალი რვეული ჩავდეთ და აგრეთვე მეოთხე-შიც ჩავდეთ 20 რვეული. პირველი და მეორე შესაკრების შეცვლით ჯამს დააკლდა 15+25, ე.ი. 40 რვეული; მესამე და მეოთხე შესაკრების შეცვლით ჯამს მიემატა 30+20, ე.ი. 50 რვეული; რადგანაც ჯამს უფრო ბევრი ემატება, ვიდრე აკლდება, ამიტომ ის გადიდდა და არა დააკლდა-რა მას; სულ გადიდდა 10 რვეულით, რადგანაც 50—40=10. ჯამის სხვა-ნაირად შეცვლაც ასე ადვილად გამოიანგარიშება ზემოაღნი-შნულის წესით.

ჯამის ცვალებადობის წესები კარგი მოსახმარებელია ზე-პირი შეკრების დროს. მაგალითად, შესაკრებია 47 და 18. 18 ძალიან უახლოვდება 20-ს, ამიტომ 47-ს მივუმატოთ 18-ის მაგიერ 20, იქნება 67. რადგანაც შესაკრები ორით მეტი ავი-ღეთ, ჯამი ორით გადიდდა; ამიტომ 67 −2=65., მაშასადამე 47-ის და 18-ის ჯამი არის 65.

§ 34. **გამონაკლის ცვალებადობა.** მასწავლებელმა კლას-ში მოიტანა კალმები მოწაფეებისთვის დასარიგებლად. რომ გაეგო მას, რამდენი კალამი დარჩებოდა დარიგების შემდეგ, მასწავლებელმა კალმები დასთვალა.

კალმების რიცხვი—ეს არის დასაკლები; შეგირდებისთვის დასარიგებლად საჭირო კალმების რიცხვი არის მკლებელი, დანარჩენი კალმების რიცხვი—გამონაკლი.

ერთმა გულკეთილმა მოწაფემ თავისი 6 კალამიც შეს-თავაზა მასწავლებელს ამხანაგებისთვის დასარიგებლად, მაგრამ მასწავლებელმა მადლობა უთხრა და არ აიღო, რადგანაც ისე-დაც საკმარი კალმები ჰქონდა. რომ აეღო მას 6 კალამი, მა-შინ დარიგების შემდეგ 6 კალამი მეტი დარჩებოდა, ვიდრე წინად. მაშასადამე:

დასაკლებს რომ მივუმატოთ რამდენიმე ერთეული, გამონაკლი გადიდდება იმდენივე ერთეულით.

დარიგების წინ მასწავლებელს სამი კალამი მაგიდებში ჩაუცვივდა და ამიტომ დარიგება ჯერ-ჯერობით გადასდო. რომ

დაერიგებინა; დარჩებოდა სამი კალამით ნაკლები, მაშასადამე:

დასაკლებს რომ დავაკლოთ რამდენიმე ერთეული, გამონაკლი დაპატარავდება იმდენივე ერთეულით.

კალმების ჩაცვივნის დროს სამმა მოწაფემ გარეთ გასვლა ითხოვა და მასწავლებელმა სამივე ბავშვი გარეთ გაუშვა იმ პირობით, რომ მალე შემოსულიყვნენ. კლასში მოწაფეების რიცხვს მოაკლდა სამი, ამდენივე კალამი დაიკარგა; ამიტომ მასწავლებელს მათ შემოსვლამდის რომ დაერიგებინა კალმები, ისევ იმდენი დარჩებოდა, რამდენიც ჰქონდა მას გამოანგარიშებული.

მასწავლებელს ისევ იმდენი დარჩებოდა, რომ კლასში შეგირდებს დაკლების მაგიერ სამი სხვა მიმატებოდა და აგრეთვე სამი კალამის დაკარგვის მაგიერ სხვა სამი კალამი მომატებოდა თუნდაც იმ გულკეთილი მოწაფისაგან.

როგორც პირველ შემთხვევაში, ისე მეორე შემთხვევაში მასწავლებელს ისევ იმდენი კალამი რჩება, რამდენიც ჰქონდა მას ნავარაუდევი.

დასაკლები და მკლებელი ერთსა და იმავე დროს რომ გავადიდოთ, ან დავაპატარავოთ ერთი და იმავე რიცხვით, გამონაკლი არ შეიცვლება.

კარგა ძებნის შემდეგ ერთმა მოწაფემ იპოვა სამივე კალამი. კლასში მოწაფები ჯერ არ შემოსულან.

მასწავლებელს კალმები ისევ სრულადა აქვს. რადგან კლასს აკლია სამი შეგირდი, დარიგების შემდეგ მასწავლებელს დარჩება კალმები სამით მეტი, ვიდრე ნავარაუდევი ჰქონდა მას. მაშასადამე:

მკლებელი რომ დაპატარავდეს რამდენიმე ერთეულით, გამონაკლი გადიდდება იმდენივე ერთეულით.

გარეთ გასული შეგირდები კლასში შემოვიდენ და მათ შემოჰყვა კლასში ახლად მოსული კიდევ სამი მოწაფე. მასწავ-

ლებელმა კალმები დაარიგა და დარჩა სამი კალამი ნაკლები, ვიდრე ნავარაუდევი ჰქონდა. მაშასადამე:

მკლებელი რომ გავადიდოთ რამდენიმე ერთეულით, გამონაკლი დაპატარავდება იმდენივე ერთეულით.

ამ ზემოთ მოყვანილი წესების წყალობით ადვილდება ზეპირი გამოკლება. მაგალითად 825-ს გამოვაკლოთ 295.

295 ძალიან უახლოვდება 300-ს, ამიტომ 825-ს გამოვაკლოთ 300, მივიღებთ 525. რადგანაც მკლებელი გავადიდეთ ხუთით, ამიტომ გამონაკლი უნდა დაპატარავებულიყო. მაშასადამე, 825-ს რომ გამოვაკლოთ 295, იქნება 525+5, ე. ი. 530.

ჯამის და გამონაკლის ცვალობადობის წესები აგრეთვე აადვილებს ზოგიერთი გამოცანების გარდაწყვეტას.

V. ფრჩხილები, რთული გამოხატულების აღრიცხვა.

§ 35. **ფრჩხილები**. სანამ რომელსამე არითმეტიკულს მოქმედებას შეუდგება ადამიანი, საჭიროა ხოლმე მოცემულ რიცხვებზე ამ მოქმედების აღნიშვნა, გამოხატვა. 25 და 23 წერით შესაკრებად საჭიროა წერით აღვნიშნოთ, გამოვხატოთ, რომ გვსურს 25 და 23 შევკრიბოთ, ასე $25+23$; უკანასკნელს ჰქვიან გამოხატულება. მაგ. $53-17$ არის გამოხატულება, კიდევ: $26+203-16$, $248-49-25+20$ და სხვა.

შეიძლება გამოხატულებანი შევკრიბოთ ან ერთი გამოხატულება გამოვაკლოთ მეორეს და, საერთოდ, ყველანაირი საანგარიშო მოქმედება შევასრულოთ ისე, ვითომც რიცხვებთან გვქონია საქმე და არა გამოხატულებებთან, მხოლოდ ამ შემთხვევაში გამოხატულება უნდა ფრჩხილებში ჩაისვას იმის აღსანიშნავად, რომ საჭიროა აღრიცხვა ჯერ ფრჩხილებში მოქცეული გამოხატულებისა და მერე სხვისა. ფრჩხილები მაჩვენებელია იმისი, თუ რა წესზე შესრულდეს მოქმედებანი.

ფრჩხილები სამნაირია: მრგვალი ( ), სწორე [ ] და ნაკვთური { }. გამოხატულება შეიძლება ისეთი რთულიც იყოს, რომ იმის გამოსახვისათვის მოგვინდეს რამდენიმე წყვილი ფრჩხილი.

მაგალითი 1. 45 და 67 ჯამი გამოვაკლოთ 150-ს, ე. ი.

$$150-(45+67).$$

გამოხატულება $45+67$ ფრჩხილებში ჩავსვით, რადგანაც 150-ს გვინდოდა გამოგვეკლო 45 კი არა, არამედ ჯამი $45+67$, მაშასადამე ამ რთული გამოხატულების აღსარიცხავად ჯერ ფრჩხილებში მოთავსებული ჯამი უნდა გამოვიანგარიშოთ და მერე ეს ჯამი გამოვაკლოთ 150-ს

მაგალითი 2. $228 - \{130 + [60 - (45+10)]\}$. რთული გამოხატულების აღრიცხვა დავიწყოთ, რომელიც არის მიღებული, შიგნით მოქცეულ ფრჩხილებიდან: ჯერ გამოვიანგარიშოთ მრგვალ ფრჩხილებში მოქცეული გამოხატულება, მერე სწორე ფრჩხილებში მოქცეული გამოხატულება, შემდეგ ნაკვთურ ფრჩხილებში მოქცეული და ბოლოს დანარჩენიც.

მრგვალ ფრჩხილებშია მოქცეული ჯამი $45+10$, რომელიც ეთანასწორება 55; მიღებული ჯამი გამოვაკლოთ რიცხვს 60, დარჩება 5; უკანასკნელი რიცხვი მივუმატოთ რიცხვს 130, მივიღებთ 135; ეს რომ გამოვაკლოთ 228-ს, მივიღებთ პასუხს 93:

$$
\begin{aligned}
&228 - \{130 + [60 - (45+10)]\} = \\
&= 228 - \{130 + [60 - 55]\} = \\
&= 228 - \{130 + 5\} = \\
&= 228 - 135 = 93
\end{aligned}
$$

VI გამრავლება.

§ 36. გამრავლების განმარტება.

გამოცანა. კლასში 10 მაგიდაა და თითო მაგიდაზე ზის ორი მოწაფე. რამდენი მოწაფეა კლასში?

ამ გამოცანის გარდაწყვეტა შეიძლება შეკრების საშუალებით: ორს მივუმატებდით ორს, მერე კიდევ ორს მივუმატებდით და ასე ბოლომდის იმდენს ხანს, სანამ ყველა მაგიდაზე მჯდომს მოწაფეებს მივათვლიდით:

$$2+2+2+2+2+2+2+2+2+2=20$$

და ასე ამგვარად გავიგებდით, რომ კლასშია 20 მოწაფე.

მოცემული გვქონდა ორი რიცხვი: 2 და 10; ვიპოვეთ ახალი რიცხვი 20 ამნაირად: რიცხვი 2 ავიღეთ როგორც შესაკრები და გავიმეორეთ იმდენჯერ, რამდენი მაგიდაც არის კლასში, ე. ი. 10-ჯერ.

გამრავლება არის არითმეტიკული მოქმედება, რომლის საშუალებითაც ერთი მოცემული რიცხვი შესაკრებად მეორდება იმდენჯერ, რამდენს ერთეულსაც შეიცავს მეორე მოცემული რიცხვი. მაშასადამე, გამრავლება არის კერძო შემთხვევა შეკრებისა: როდესაც ვპოულობთ ერთნაირ შესაკრებთა ჯამს.

რიცხვს, რომელიც მეორდება შესაკრებად, ჰქვიან **სამრავლი**; იმის მაჩვენებელს რიცხვს, თუ რამდენჯერ უნდა გამეორდეს შესაკრებად სამრავლი, ჰქვიან **მამრავლი**; რიცხვს, რომელსაც ვღებულობთ გამრავლების შემდეგ, ჰქვიან **განამრავლი.** სამრავლს და მამრავლს ერთი საერთო სახელიც აქვთ: **თანამამრავლი.**

მოქმედების აღსანიშნავად სამრავლის და მამრავლის შორის იწერება გამრავლების ნიშანი $\times$ (ან წერტილი).

ზემო მოყვანილ გამოცანაში 2 არის სამრავლი, 10 მამრავლი და 20 განამრავლი. ის, რაც ზემოდ იყო გძლად დაწერილი შეკრების სახით, გამრავლების საშუალებით ასე დაიწერება:

$$2 \times 10 = 20$$

§ 37. **თანამამრავლთა გადანაცვლება.** შევადგინოთ ორი რიცხვის 6 და 3 განამრავლი. 6 გავამრავლოთ 3-ზე, ე. ი. 6 გავიმეოროთ შესაკრებად სამჯერ:

$$6 \times 3 = 6 + 6 + 6$$

დავშალოთ 6 ერთეულებად და ჩავამწკრიოთ ერთ სტრიქონად, აგრეთვე დავშალოთ მეორე 6 და ჩავამწკრიოთ მეორე სტრიქონად, მესამე 6—მესამე სტრიქონად:

$$6 \times 3 = \left\{ \begin{array}{l} 1+1+1+1+1+1 \\ 1+1+1+1+1+1 \\ 1+1+1+1+1+1 \end{array} \right.$$

ერთეულად დაშლილი რიცხვები ისე დავსწერეთ სამ სტრიქონად, რომ ერთეულები ერთი-ერთმანეთის ქვეშ მოექცენ და წარმოადგენენ სვეტებს. თითო სვეტში სამი ერთეულია და სულ არის 6 სვეტი, მაშასადამე ერთეული იქნება იმდენი, რამდენსაც შეადგენს 3, გამეორებული 6-ჯერ: 6×3; მაშასადამე

$$6 \times 3 = 3 \times 6$$

აქედან სჩანს, რომ **თანამამრავლთა წესრიგზე არ არის დამოკიდებული განამრავლი.**

§ 38. **ერთნიშნიანი რიცხვების გამრავლება.** თუ საჭიროა, მაგ., 5 გამრავლდეს ოთხზე, 5 უნდა გავიმეოროთ შესაკრებად ოთხჯერ: $5 + 5 + 5 + 5 = 20$; შეკრების საშუალებით ვიპოვეთ განამრავლი და გავიგეთ, რომ

$$5 \times 4 = 20$$

გამრავლების გასაადვილებლად აუცილებელ საჭიროებას შეადგენს ყველა ერთნიშნიანი რიცხვების განამრავლთა დახსომება. თუ გამრავლების ნუსხა ვერ შევითვისეთ, წინ ვერ წავალთ.

§ 39. **გამრავლების ნუსხა.**

$1\times1=1$	$2\times2=4$	$3\times3=9$	$4\times4=16$	$5\times5=25$
$2\times1=2$	$3\times2=6$	$4\times3=12$	$5\times4=20$	$6\times5=30$
$3\times1=3$	$4\times2=8$	$5\times3=15$	$6\times4=24$	$7\times5=35$
$4\times1=4$	$5\times2=10$	$6\times3=18$	$7\times4=28$	$8\times5=40$
$5\times1=5$	$6\times2=12$	$7\times3=21$	$8\times4=32$	$9\times5=45$
$6\times1=6$	$7\times2=14$	$8\times3=24$	$9\times4=36$	
$7\times1=7$	$8\times2=16$	$9\times3=27$		
$8\times1=8$	$9\times2=18$			
$9\times1=9$				

$6\times6=36$	$7\times7=49$	$8\times8=64$	$9\times9=81$
$7\times6=42$	$8\times7=56$	$9\times8=72$	
$8\times6=48$	$9\times7=63$		
$9\times6=54$			

§ 40. **გამრავლების კერძო შემთხვევები.**

ა. **თუ ერთი თანამრავლთაგანია 1, განამრავლი ეთანასწორება თანამამრავლს.** მაგ., $1\times3=3$; რადგანაც თანამამრავლთა წესრიგზე არ არის დამოკიდებული განამრავლი, ე. ი. $1\times3=3\times1$. ამიტომ ვამბობთ ხოლმე: „გამრავლებაში 1 თანამამრავლად არ იწერება“.

ბ. **თუ ერთი თანამამრავლთაგანია 0, მაშინ განამრავლი ეთანასწორება ნულს.** მაგალითად.

$$0\times3=0$$

რადგანაც 0 რამდენჯერაც უნდა გავიმეოროთ შესაკრებად, მივიღებთ მაინც 0:

$$0+0+0=0.$$

3×0—ესეც ეთანასწორება ნულს, რადგანაც სამი ავიღოთ შესაკრებად 0-ჯერ ნიშნავს, სრულიად არ ავიღოთ სამი.

§ 41. **რთული გამოხატულების ალრიცხვა.**

ა. ალვრიცხოთ გამოხატულება $4 \times 2 \times 5$; გავამრავლოთ ჯერ პირველი თანამამრავლი მეორეზე და მიღებული განამრავლი მესამე თანამამრავლზე:

$$4 \times 2 \times 5 = 8 \times 5 = 40$$

რამდენიმე რიცხვის ერთმანეთზე გასამრავლებლად, ჯერ უნდა გამრავლდეს ერთი რიცხვი მეორეზე, მიღებული განამრავლი მესამეზე და ასე შემდეგ.

ცხადია, რომ ჩვენ თავისუფლად შეგვეძლო თანამამრავლი გადაგვემრავლებინა, თუ სამჯობინო იქნებოდა, ამნაირად:

$$4 \times 2 \times 5 = 5 \times 2 \times 4 = 10 \times 4 = 40.$$

ბ. თუ საჭიროა ალნიშნული*) ჯამის გამრავლება, ალნიშნული ჯამი უნდა ჩაისვას ფრჩხილებში: მაგ., $(4+3) \times 5$

გამრავლების განმარტების თანახმად ალნიშნულ ჯამს გავიმეორებთ შესაკრებად 5-ჯერ:

$$\underline{4+3} + \underline{4+3} + \underline{4+3} + \underline{4+3} + \underline{4+3}$$

რომელიც, ჯამის თვისების ძალით, სხვანაირად ასე შეიძლება დაიწეროს:

$$4+4+4+4+4+3+3+3+3+3$$

ანუ უფრო მოკლედ $(4 \times 5) + (3 \times 5)$; მაშასადამე

$$(4+3) \times 5 = (4 \times 5) + (3 \times 5),\ \text{ე. ი.}$$

ალნიშნული ჯამის რომელიმე რიცხვზე გასამრავლებლად საჭიროა თვითეული შესაკრები გამრავლდეს ამ რიცხვზე და მიღებული განამრავლი შეიკრიბოს.

ამავე ხერხით გამოიყვანება წესი ალნიშნული გამონაკლის გასამრავლებლად რომელსამე რიცხვზე.

რადგანაც თანამამრავლთა გადანაცვლებით განამრავლი არ შეიცვლება, ამიტომ

$$\underline{5 \times (3+2)} = (3+2) \times 5 = (3 \times 5) + (2 \times 5) = \underline{(5 \times 3) + (5 \times 2)},$$

---

*) ალნიშნული ჯამი არის: $4+3$, $1+8$, ალრიცხული მათი ჯამი იქნება: 7, 9; თუ ალნიშნული გამონაკლია: $6-2$, ალრიცხული გამონაკლი იქნება 4...

მაშასადამე

$$5\times(3+2)=(5\times3)+(5\times2),$$ ე. ი.

რომელიმე რიცხვის აღნიშნულ ჯამზე გასამრავლებლად საჭიროა ეგ რიცხვი გამრავლდეს თვითეულ შესაკრებზე და მიღებული განამრავლი შეიკრიბოს

ამავე ხერხით გამოიყვანება წესი რომელიმე რიცხვის გამრავლებლად აღნიშნულ გამონაკლზე.

გ. **ერთნაირ თანამამრავლთა განამრავლს ჰქვიან ხარისხი;** ასე, მაგალითად, 4.4.4 არის ხარისხი რიცხვისა 4; 5.5.5.5 არის ხარისხი 5-სა. ორი ერთნაირ თანამამრავლთა განამრავლს ჰქვიან მეორე ხარისხი. მაგ. 4.4 არის 4 მეორე ხარისხისა, რომელიც იწერება მოკლედ 4^2. ოთხს ზემოდან მარჯვენა მხრიდან უწერია 2, რომელიც უჩვენებს რამდენჯერაა აღებული 4 თანამამრავლად, და რომელსაც ჰქვიან **ხარისხის მაჩვენებელი;** თვითონ ოთხს ამ შემთხვევაში ჰქვიან ხარისხის **საფუძველი.**

§ 42 **მრავალნიშნიანი რიცხვის ერთნიშნიანზე გამრავლება.** ვთქვათ, 235 გასამრავლებელია ოთხზე. თანახმად გამრავლების განმარტებისა, 235 გავიმეოროთ შესაკრებად ოთხჯერ:

$$235.4=\left|\begin{array}{r}235\\+235\\235\\235\\\hline 940\end{array}\right.$$

როგორც ვხედავთ, რიცხვის ოთხჯერ შესაკრებად გამეორების შემდეგ გვიხდება შეკრება ერთნაირი ციფრებისა: 5 ერთეული მეორდება შესაკრებად ოთხჯერ, 3 ათეული— ოთხჯერ, 2 ასეულიც ოთხჯერ, ე.ი. თვითეული ციფრი სამრავლისა მეორდება შესაკრებად ოთხჯერ. რადგანაც „შესაკრებად გამეორება“ იგივე გამრავლებაა, ამიტომ შეიძლება ვთქვათ, რომ **მრავალნიშნიანი რიცხვის ერთნიშნიან რიც-**

ხვზე გასამრავლებლად საჭიროა თვითეული ციფრი სამრავლისა გამრავლდეს მამრავლზე. ეს დავიხსომოთ და ამის მიხედვით ისევ ის რიცხვი (235) გავამრავლოთ ამნაირად: დავსწეროთ სამრავლი, ქვეშ მივუწეროთ მამრავლი, ამის ქვეშ გავუსვათ ხაზი, მარცხენა მხრიდან გვერდით მივუწეროთ გამრავლების ნიშანი და გავამრავლოთ 235 4-ზე რისთვისაც, როგორც ზევით იყო ნათქვამი, თვითეული ციფრი სამრავლისა უნდა გავამრავლოთ 4-ზე:

$$\begin{array}{r} 235 \\ \times 4 \\ \hline 940 \end{array} \quad \text{ან} \quad \frac{235 \times 4}{940}$$

ოთხჯერ 5 ერთეული—20 ერთეული; 0 დავსწეროთ ხაზის ქვეშ სამრავლის ერთეულების ჩასწვრივ, 2 ათეული დავიხსომოთ.

ოთხჯერ 3 ათეული—12 ათეული, და 2 ათეულიც—14 ათეული, ე.ი. 1 ასეული და 4 ათეული; 4 ათეულს დავსწერთ სამრავლის ათეულების ჩასწვრივ ხაზის ქვეშ და 1 ასეულს დავიხსომებთ.

ოთხჯერ 2 ასეული—8 ასეული, და 1 ასეულიც—9 ასეული; 9 ასეულს დავსწერთ სამრავლის ასეულების ჩასწვრივ ხაზის ქვეშ. მივიღეთ, რომ 235 გამრავლებული 4-ზე იქნება 940. მრავალნიშნიანი რიცხვის ერთნიშნიანზე გამრავლების წესი:

სამრავლის ქვეშ ვსწერთ მამრავლს, მამრავლს ქვეშ ხაზს გავუსვამთ და სამრავლის თვითეულ ციფრს, უბრალო ერთეულებიდან დაწყებით, ვამრავლებთ მამრავლზე, თუ თვითეული ეს პატარა განამრავლი ერთნიშნიანია, ვსწერთ მას ხაზის ქვეშ გამრავლებული ციფრის ჩასწვრივ; თუ ორნიშნიანი—ვსწერთ მის ერთეულებს, ათეულებს კი ვუმატებთ შემდეგს განამრავლს.

§ 43. **გამრავლება 10-ზე, 100-ზე, 1000-ზე....**

ვთქვათ, 145 გასამრავლებელია 10-ზე; ეს იმას ნიშნავს, რომ 145 ერთეული გავიმეოროთ შესაკრებად 10-ჯერ. ერთი

რომ შესაკრებად გავიმეოროთ 10-ჯერ, მივიღებთ 10 ერთეულს, ანუ 1 ათეულს; მეორე ერთეული რომ გავიმეოროთ შესაკრებად 10-ჯერ, მივიღებთ კიდევ 1 ათეულს; მესამე ერთეული — მესამე ათეულს ყველა 145 ერთეული რომ შესაკრებად გავიმეოროთ 10-ჯერ, მივიღებთ 145 ათეულს, ე.ი. 1450 ერთეულს:

$$145 \times 10 = 1450.$$

ვთქვათ გასამრავლებელია

$$285 \times 100 =$$

ერთი ერთეული, გამეორებული 100-ჯერ, შეადგენს 1 ასეულს; 285 ერთეული, გამეორებული 100-ჯერ, შეადგენს 285 ასეულს, ე.ი. 28500 ერთეულს, მაშასადამე:

$$285 \times 100 = 28500$$

ამ ორი მაგალითიდან ცხადათ სჩანს ის, თუ რა წესზე უნდა გამრავლდეს რიცხვი 10-ზე, 100-ზე, 1000-ზე. საკმარისია სამრავლი 145 და ნამრავლი 1450 შევადაროთ (ან 285 და 28500) და ნათელი იქნება შემდეგი წესი:

რიცხვის გასამრავლებლად 10-ზე, 100-ზე, 1000-ზე... სამრავლს უნდა მიუწეროს მარჯვნიდან იმდენი 0, რამდენიც ის აქვს მამრავლს.

§ 44. **გამრავლება იმისთანა რიცხვზე, რომელიც სულ ნულებისაგან შესდგება პირველი ციფრის გარდა.** ვთქვათ, 235 გასამრავლებელია 300-ზე; სამასი, როგორც თვითონ რიცხვის სახელი (სამ-ასი) გვიჩვენებს, შეიძლება წარმოვიდგინოთ ასე 3.100. იმის მაგივრად, რომ 235 გავამრავლოთ 300-ზე, გავამრავლოთ 3.100-ზე:

$$235 \cdot 300 = 235 \cdot 3 \cdot 100.$$

უკანასკნელი გამოხატულების აღსარიცხავად, 235 გავამრავლოთ ჯერ 3-ზე და შემდეგ 100-ზე; 235 სამზე გამრავლებული იქნება 705; უკანასკნელი რიცხვი გავამრავლოთ 100-ზე, რისთვისაც მას მარჯვნიდან უნდა მივუწეროთ 00,

და მივიღებთ 70500. სუყველაფერი ზემოთ ნათქვამი წესი ასე უნდა შესრულდეს:

$$\begin{array}{r} 235 \\ \times 300 \\ \hline 70500 \end{array}$$

რიცხვის გასამრავლებლად იმისთანა რიცხვზე, რომელიც გამოხატულია პირველი ციფრის გარდა სულ ნულებით, საკმარისია სამრავლი გამრავლდეს პირველ ციფრზე და განამრავლს მარჯვნიდან მოეწეროს იმდენი 0, რამდენიც ის აქვს მამრავლს.

§ 45. **მრავალნიშნიანი რიცხვის გამრავლება მრავალნიშნიანზე.** ვთქვათ, 3813 გასამრავლებელია 527-ზე. რიცხვი 527 შეიცავს 5 ასეულს, 2 ათეულს და 7 ერთეულს; მაშასადამე 527 შეიძლება წარმოვიდგინოთ როგორც ჯამი:

$$527 = 500 + 20 + 7$$

რადგანაც 527 ეთანასწორება 500+20+7, ამიტომ შეგვიძლიან 3813 გავამრავლოთ მაგ ჯამზე:

$$3813 \times (500 + 20 + 7)$$

ეს არის რთული გამოხატულება: რიცხვი უნდა გამრავლდეს ჯამზე.

ჩვენ ვიცით, რომელიმე რიცხვის აღნიშნულ ჯამზე გასამრავლებლად საჭიროა რიცხვი გამრავლდეს თვითეულ შესაკრებზე და განამრავლი შეიკრიბოს. ასეც მოვიქცეთ. 3813 გავამრავლოთ ჯერ 7-ზე, მერე—20-ზე რისთვისაც საკმარისია გამრავლდეს 2-ზე და განამრავლს მარჯვნიდან მიეწეროს ერთი 0, და ბოლოს—500-ზე; რისთვისაც საკმარისია გამრავლდეს 5-ზე და განამრავლს მარჯვნიდან მიუწეროს ორი 0. ამგვარად ჩვენ მივიღებთ კერძო განამრავლს, უკანასკნელებს შევკრებთ და მივიღებთ 3813-ისა და 527-ის განამრავლს:

3813	3813	3813
×7	×20	×500
26691	76260	1906500

26691
×76260
1906500
2009451

სუყველა ზემონათქვამის აღსანიშნავად შეიძლება მოკლედ ჩაწერა, რისთვისაც საკმარისია უკანასკნელს ნაწერს ზევიდან დაეწეროს გადასამრავლებელი რიცხვები, რომ გვახსოვდეს, რომელი რიცხვების გამრავლების შემდეგ მივიღეთ 2009451:

3813
×527
26691 . . . . პირველი კერძო განამრავლი
76260 . . . . მეორე „ „
1906500 . . . . სესამე „ „
2009451 . . . . საძიებელი განამრავლი.

როგორც უკანასკნელი ნაწერიდანა სჩანს, ათეულებზე გამრავლების დროს კერძო განამრავლი ბოლოში ღებულობს ერთ 0, ასეულებზე გამრავლების დროს — ორ 0 და ასე შემდეგ. ამ ნულებს არავითარი მნიშვნელობა არა აქვს კერძო განამრავლთა შეკრების დროს და ამიტომ შეგვიძლიან ნაწერი კიდევ შევამოკლოთ და ეს ნულები სრულიად გამოვტოვოთ:

3813
×527
26691
7626
19065
2009451

მხოლოდ უნდა გვახსოვდეს, რომ სამრავლს ვამრავლებთ ჯერ მამრავლის ერთეულებზე, და ამ განამრავლის მარჯვნიდან პირველ ციფირს ვსწერთ ერთეულების ქვეშ, მერე ვამრავლებთ

ათეულებზე და განამრავლის მიღებულს პირველ ციფრს ვსწერთ ათეულების ქვეშ, ე. ი. ვსტოვებთ ერთ ალაგს, შემდეგ ვამრავლებთ ასეულებზე და განამრავლის მიღებულს პირველ ციფრს ვსწერთ ასეულების ქვეშ, ე. ი. ვსტოვებთ ორ ალაგს, და ასე შემდეგ.

ავიღოთ სხვა მაგალითი. 3435 გავამრავლოთ 530031-ზე. მოქმედებას დავაწყებთ ამნაირად.

```
        2435
  ×   530031
  ----------
        2435
       7305
     7305
    12175
  ----------
  1290625485
```

მამრავლის უბრალო ერთეულებია 1, ამიტომ პირველი კერძო განამრავლი წარმოადგენს სამრავლს.

თუ მამრავლის ციფრების შორის არი 0, როგორც ამ მაგალითში, მაშინ ამ ნულზე აღარ მრავლდება სამრავლი, რადგანაც ნულზე გამრავლება არავითარ ნაყოფს არ მოგვიტანს, და ამიტომ გადავდივართ შემდეგ ციფრზე. ამავე დროს თვალი უნდა ვადევნოთ, რომ მარჯვნიდან **პირველი ციფრი თვითეული კერძო განამრავლისა იყოს მამრავლის იმ ციფრის ქვეშ, რომელისგანაც არის მიღებული ეს კერძო განამრავლი.**

წესი მრავალნიშნიანი რიცხვების გამრავლებისა. **სამრავლს ქვეშ ვუწერთ მამრავლს და ხაზს ქვეშ გავუსვამთ. სამრავლს ვამრავლებთ მამრავლის ყველა ციფრზე, ნულის გარდა, ერთეულებიდან დაწყებით. მიღებულს კერძო განამრავლებს ვსწერთ ერთი ერთმანეთის ქვეშ ისე, რომ მარცხნიდან პირველი ციფრი თვითეული კერძო განამრავლისა იყოს მამრავლის იმ ციფრის ქვეშ, რომლისგანაც არის მიღებული ეს კერძო განამრავლი.**

გამრავლების შესრულების დროს მსჯელობა, თუ უკანასკნელი გავიგეთ და და შევიგნეთ, შეიძლება შემოკლდეს. მაგ. 823 გავამრავლოთ 27-ზე

$$\begin{array}{r} 823 \\ \times 27 \\ \hline 5761 \\ 1646 \\ \hline 22221 \end{array}$$

7-ჯერ 3, **21**; 2 (ეს 2, რომელიც უნდა დავიხსომოთ, ხმა-მაღლა უნდა გამოვსთქვათ და ამავე დროს დავსწეროთ თავის ალაგას 1); 7-ჯერ 2, 14, და 2, **16**; 1 (ხმა-მაღალა); 7-ჯერ 8, 56, და 1, **57**; 2-ჯერ 3, **6**; 2-ჯერ 2, **4**; 2-ჯერ 8, **16**.

კერძო განმრავლთა შეკრების დროს მსჯელობა შემოკლდება ისე, როგორც საერთოდ შეკრებაშია შემოღებული.

1; 6, **12**; უკანასკნელი რიცხვი არის ჯამი ათეულებისა: დავსწეროთ 2-ს თავის ალაგას და ვიტყვით ხმა მაღლა „ერთი“ (რომელიც უნდა დავიხსომოთ). 1 (რომელიც დახსომებული გვქონდა, 8, **12**; დავსწეროთ 2-ს თავის ალაგას და ვიტყვით ხმა-მაღლა „ერთი“ (რომელიც უნდა დავიხსომოთ). 1, 6, **12**; 2-სა ვსწეროთ, ხმა-მაღლა —„ერთი“, 1, **2**; 2-სა ვსწეროთ თავის ალაგას.

§ 46. **რიცხვების გამრავლება, როდესაც სამრავლი ან მამრავლი ან ორივე თანამამრავლი თავდება ნულებით.** მაგალითი პირველი, როდესაც მარტო სამრავლი თავდება ნულებით. ვთქვათ, გვინდა 72300 გავამრავლოთ 35-ზე. 72300 ერთეული და 723 ასეული ერთი და იგივე არის, ამიტომ 72300 ერთეულის მაგივრად 723 ასეული გავამრავლოთ 35-ზე.

$$\begin{array}{r} 723 \\ \times 35 \\ \hline 3615 \\ 2169 \\ \hline 25305 \end{array}$$

მივიღეთ 25305 ასეული, ე. ი. 2530500 ერთეული, მაშასადამე $72300 \times 35 = 2530500$.

ისევ ეს გამრავლება შევასრულოთ ამგვარად:

$$\begin{array}{r} 72300 \\ \times 35 \\ \hline 3615 \\ 2169 \\ \hline 2530500 \end{array}$$

მამრავლი ისე მოვუწერეთ სამრავლს, რომ ნულები მარჯვნივ დარჩა. 72300 გავამრავლოთ 35-ზე ისე, ვითომც სამრავლს ბოლოში ნულები არა ჰქონია, ვითომც 72300 ერთეულის მაგივრად აგვიღია 723 ასეული, ამით არაფერი არ შეიცვლება, რადგანაც 723 ასეული და 72300 ერთეული ტოლები არიან, მხოლოდ შემდეგ განამრავლს 25305 ასეულს მოვუწეროთ ორი ნული, რომ მივიღოთ ერთეულები.

მაგალითი მეორე, როდესაც მამრავლი თავდება ნულებით. 415 გავამრავლოთ 6500-ზე. იმის მაგივრად, რომ 415 გავიმეოროთ შესაკრებად 6500-ჯერ, 415 გავიმეოროთ შესაკრებად 65-ჯერ, ე. ი. გავამრავლოთ 65-ზე, და მერე განამრავლი კიდევ გავიმეოროთ შესაკრებად 100-ჯერ, ე. ი. განამრავლი გავამრავლოთ 100-ზე, რისთვისაც საკმარისია განამრავლს მოვუწეროთ მარჯვნიდან ორი 0. მოქმედებას დავაწყობთ ასე:

$$\begin{array}{r} 415 \\ 6500 \\ \hline 2075 \\ 2490 \\ \hline 2697500 \end{array}$$

მამრავლი მოვუწერეთ ისე, რომ ნულები მარჯვნივ დარჩა.

მესამე მაგალითი, როდესაც ორივე თანამამრავლი თავდება ნულებით. 12300 გავამრავლოთ 42000-ზე. 12300-ის გასამრავლებლად რომელსამე რიცხვზე, როგორც უკვე ვიცით, 123 უნდა გავამრავლოთ ამ რიცხვზე და განამრავლს მოვუწეროთ მარჯვნიდან ორი 0. მეორე მხრით, 123-ის გასამრავ-

ლებლად 42000-ზე, 123 უნდა გავამრავლოთ 42-ზე და მი-
ნამრავლს მოვუწეროთ სამი 0 მარჯვნიდან; მაშასადამე 12300-ის გასამრავლებლად 42000-ზე, უნდა 123 გამრავლდეს 42-ზე და განამრავლს მარჯვნიდან მოეწეროს სულ ხუთი 0.

ამგვარად ზემომოყვანილი სამივე შემთხვევის დროს მოქმედების წესი გამოითქმის მოკლედ ასე:

თუ სამრავლი ან მამრავლი ან ორივე თანამამრავლი თავდება ნულებით, ამ ნულებს არ ვაქცევთ ყურადღებას და ისე ვამრავლებთ. ამის შემდეგ განამრავლს მარჯვნიდან მოვუწერთ იმდენს ნულს, რამდენიც ის აქვთ თანამამრავლთ ბოლოში.

§ 47. **გამრავლების შემოწმება.** ჩვენ ვიცით, რომ თანამამრავლთა გადანაცვლებით განამრავლი არ შეიცვლება. გამრავლების შესამოწმებლად ვსარგებლობთ ამ თვისებით, გადავანაცვლებთ თანამამრავლთ და ხელ-ახლად გავამრავლებთ; თუ გამრავლების შემდეგ ისევ წინანდელი განამრავლი მივიღეთ, მაშინ მოქმედებაში არ შეგვშლია; მაგ.:

გამრავლება	შემოწმება.
125	73
×73	×125
375	365
875	146
9125	73
	9125

ორსავე შემთხვევაში ერთი და იგივე განამრავლი მივიღეთ; მაშასადამე, სწორედ გაგვიმრავლებია.

§ 48. **ზეპირი გამრავლება.** როგორც ზეპირი შეკრება და გამოკლება, აგრეთვე ზეპირი გამრავლება იწყება მაღალი რიგოვანის ერთეულებიდან. ცხოვრებაში ძალიან გამოსადეგია, პატარა რიცხვებისა მაინც, ზეპირი გამრავლება.

მაგალითად, $32 \times 3 = ?$; 3-ჯერ 30, 90; 3-ჯერ 2-ც, 6; სულ 96.

$715 \times 4 = ?$ 4-ჯერ 700, 2800; 4-ჯერ 15-ც, 60; სულ 2860. $95 \times 27 = ?$ 100-ჯერ 27, 2700; გამოვიდეთ 5×27, ე. ი. 135, დარჩება 2565. ამისთანა ანგარიშის დროს, თუ საანგარიშო ჩარჩოსაც მოვიხმარებთ, უფრო გაადვილდება გამრავლება.

§ 49. **მარტივ წოდებულ რიცხვთა გამრავლება**. გამრავლების საშუალებით ვპოულობთ ერთნაირ შესაკრებთა ჯამსა. გამრავლება არის კერძო შემთხვევა შეკრებისა. მამრავლი არის ერთნაირ შესაკრებთა რიცხვი. ამიტომ წოდებულ რიცხვთა გამრავლებაში მამრავლი არ შეიძლება იყოს წოდებული რიცხვი, როგორც არ შეიძლება, რომ ერთნაირ შესაკრებთა რიცხვი იყოს წოდებული. მაშასადამე წოდებულ რიცხვთა გამრავლებაში სამრავლი არის წოდებული რიცხვი, მამრავლი—განყენებული რიცხვი, რადგანაც ის აჩვენებს, რამდენჯერ უნდა გამეორდეს მამრავალი შესაკრებად; განამრავლი კი ისეა წოდებული, როგორც სამრავლი.

მაგ. გირვანქა ყურძენი ღირს 3 მან.; რამდენი ეღირება სამი გირვანქა?

თუ ერთი გირვანქა ღირს 3 მან., 3 გირვანქა' ეღირება 3-ჯერ მეტი:

$$3 \text{ მან.} \times 3 = 9 \text{ მან.}$$

ჩვენ ვიცით წესი: „თანამამრავლთა გადანაცვლებით განამრავლი არ შეიცვლება“. ეს წესი სწორეა მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც თანამამრავლნი განყენებულნი არიან, ზემო მოყვანილ შემთხვევაში კი არ გამოდგება. დიდი შეცდომაა და უაზრობაც ამისთანად დაწერვა:

$$3 \times 3 \text{ მან.} = 9 \text{ მან.}$$

ასეთი გადანაცვლება თანამამრავლებისა არ შეიძლება მაშინაც კი, როდესაც მამრავალი დიდი რიცხვია სამრავლთან შედარებით. შეიძლება მოქმედების შესამოკლებლად რიცხვები მხოლოდ ფიქრით გადავსხათ და გავამრავლოთ განყენებული.

მოქმედება უნდა ჩაწერილი იყოს სწორედ, ე.ი. სამრავლი და მამრავლი თავ-თავის ალაგას დარჩეს, მაგ.,

$$\begin{array}{r l} & 75 \text{ მან.} \\ \times & 345 \ \ — \\ \hline & 1725 \\ & 2415\ \ \\ \hline & 25875 \text{ მან.} \end{array}$$

§ 50. **გამრავლების გამარტივება ზოგიერთ შემთხვევაში.**

ა. **გამრავლება 11-ზე.** მაგ., $6732 \times 11 = ?$

რადგანაც მამრავლი შესდგება ციფირი 1-საგან, ამიტომ სამრავლს მამრავლის ციფირებზე აღარ ვამრავლებთ და კერძო განამრავლად ვსწერთ სამრავლს:

$$\begin{array}{r} 6732 \times 11 \\ 6732\ \ \ \ \ \ \ \\ \hline 74052\ \ \ \ \ \end{array}$$

პირველ კერძო განამრავლად, წერის შესამოკლებლად, ვგულისხმობთ სამრავლს.

როგორც ზემონაწერიდან სჩანს, განამრავლის და სამრავლის უბრალო ერთეულების ციფირები ერთი და იგივეა; განამრავლის ათეულების მისაღებად სამრავლის ციფირს 3-ს უნდა მიემატოს ციფირი 2, ე.ი. უნდა მიემატოს **მარჯვნივ** მდგომი ციფირი; განამრავლის ასეულების მისაღებად სამრავლის ასეულებს უნდა მიემატოს ციფირი 3, ე.ი. მის მარჯვნივ მდგომი ციფირი. ასევე მიიღება განამრავლის სხვა ციფირებიც.

რომელიმე რიცხვის 11-ზე გასამრავლებლად საჭიროა თვითეულ ციფირს სამრავლისას მიემატოს მის მარჯვნივ მდგომი ციფირი. განამრავლის პირველი მიღებული ციფირი უნდა დაიწეროს სამრავლის ერთეულების ქვეშ, მეორე—ათეულების ქვეშ, და ასევე შემდეგ:

$$\begin{array}{r} 6732\times11 \\ \hline 74052 \end{array}$$

შეიძლება ჩაწერა ერთ სტრიქონადაც: $6732\times11=74052$.

ბ. **გამრავლება 111-ზე**. თითქმის ისევე, როგორც 11-ზე, რიცხვი გამრავლდება 111-ზე მაგ., $25635\times111=?$

$$\begin{array}{r} 25635\times111 \\ 25635 \\ 25635 \\ \hline 2845485 \end{array}$$

რადგანაც მამრავლი შესდგება ციფირი 1-საგან, ამიტომ სამრავლს მამრავლის ციფირებზე აღარ ვამრავლებთ და კერძო განამრავლებად ვსწერთ სამრავლს. მამრავლი 1-ით იწყება, ამიტომ სამრავლს ვგულისხმობთ პირველ კერძო განამრავლად წერის შესამოკლებლად.

რომელიმე რიცხვის 111 ზე გასამრავლებლად საჭიროა თვითეულ ციფირს სამრავლისას მიემატოს მის მარჯვნივ მდგომი ორი ციფირი. განამრავლის პირველად მიღებულს ციფირს ვსწერთ სამრავლის ერთეულების ქვეშ, მეორეს — ათეულების ქვეშ და ასევე შემდეგ.

მაშასადამე 111-ზე მოკლედ გამრავლდება ამნაირად:

$$\begin{array}{r} 25635\times111 \\ \hline 2845485 \end{array}$$

სამრავლის ერთეულებს მარჯვნიდან ციფირი არ უდგას, ამიტომ ეს ციფირი განამრავლში ისევ ისე რჩება. ათეულებს მარჯვნიდან მარტო ერთი ციფირი უდგას, ამიტომ ათეულებს მარტო ეს ციფირი ემატება და არა ორი ციფირი, როგორც წესშია ნათქვამი.

ზემო მოყვანილი წესით გასამრავლებლად სჯობიან ვიგულისხმოთ, ვითომც სამრავლს მარცხნიდან უწერია 00.

5; 3 და 5, 8; 6,3 და 5,14 (ხმა-მაღლა: „ერთს ვიხსომებთ“); 1,5,6 და 3,15 (ერთს ვიხსომებთ); 1,2,5 და 6,14 (ერთს ვიხსომებთ); 1, 0, 2, 5, 8; 0,0 და 2,2.

გ. **გამრავლება ერთი ერთმანეთზე ორი თანასწორ-ორნიშნიანი რიცხვისა, რომელიც თავდება 5-ით.** მაგალითად: 25×25=?, 75×75=? და სხვა. ამისთანა რიცხვების გადამრავლება ძალიან უცბად შეიძლება.

პირველი რიცხვის ათეულების ციფირი, ერთით გადიდებული, უნდა გამრავლდეს მეორე რიცხვის ათეულების ციფირზე; მიღებულს რიცხვს მარჯვნიდან მიეწეროს 25 (ყოველთვის) და ეს იქნება ორი რიცხვის განამრავლი. მაგ., 25×25=? პირველი რიცხვის ათეულებია 2, ერთიც მივუმატოთ, იქნება 3. ეს უკანასკნელი გავამრავლოთ მეორე რიცხვის (25) ათეულებზე, იქნება 6; მივუწეროთ 25, მივიღებთ განამრავლს 625.

სუყველა ზემო ნათქვამი ფიქრით ანუ ზეპირად უნდა შესრულდეს და არა წერით.

დ. **გამრავლება ორნიშნიანი რიცხვებისა, რომლებიც თავდებიან 5-ით.** მაგალითად, 25×35=?, 45×65=? და სხვა.

მოვიყვანთ მხოლოდ ხერხს გამრავლებისას.

პირველი რიცხვის ციფირი, ერთით გადიდებული, უნდა გამრავლდეს მეორე რიცხვის ათეულების ციფირზე, და ეს მიღებული რიცხვი დავიხსომოთ.

ახლა შებრუნებით: მეორე რიცხვის ათეულების ციფირი, ერთით გადიდებული, უნდა გამრავლდეს პირველი რიცხვის ათეულების ციფირზე. უკანასკნელად მიღებული და დახსომებული რიცხვების **საშუალო მთელი რიცხვი** უნდა გამონახიშდეს, რომელსაც მარჯვნიდან მიეწერება 25 ან 75. ეს იქნება ორი რიცხვის განამრავლი.

25 მიეწერება მაშინ, როდესაც საშუალო რიცხვი ნამდვილი საშუალოა და არა დაახლოებითი.

75 უნდა მიეწეროს მაშინ, როდესაც საშუალო რიცხვი დაახლოებითია.

მაგალითი. ვთქვათ, 25 გასამრავლებელია 45-ზე.

პირველი რიცხვის ათეულების ციფირი (2), ერთით გა-

დიდებული (2+1), გავამრავლოთ მეორე რიცხვის ათეულების ციფირზე (4), ე.ი. 3×4, იქნება 12, რომელიც უნდა დავიხსომოთ.

ახლა შებრუნებით: მეორე რიცხვის ათეულების ციფირი (4), ერთით გადიდებული (4+1), გავამრავლოთ პირველი რიცხვის ათეულების ციფირზე (2), ე,ი. (4+1)×2, იქნება 10.

პირველად მივიღეთ 12, მეორედ 10; ამათი საშუალო იქნება 11, რადგანაც ეს რიცხვი რამდენითაც მეტია ერთ რიცხვზე, იმდენითვე ნაკლებია მეორე რიცხვზე: 11 მეტია 10-ზე ერთით და ერთითვე ნაკლებია 12-ზე, ამიტომ 11 არის ნამდვილი საშუალო რიცხვი და არა დაახლოებითი.

საშუალო რეცხვს 11-ს მარჯვნიდან მოვუწეროთ 25, მივიღებთ 1125-ს, რომელიც არის განამრავლი ორი რიცხვის: 25×45=1125.

რიცხვი 11 რომ ყოფილიყო დაახლოებითი, მაშინ 25-ის მაგივრად მოვუწერდით 75-ს და მივიღებდით განამრავლს.

შენიშვნა: 12-ის და 10-ის საშუალოა 11 (ნამდვილი), 15-ის და 18-ის საშუალოა 16 (დაახლოებითი), რადაგანაც ნამდვილი საშუალო იქნება 16 ნახევარი, რომელსაც უნდა ჩამოშორდეს „ნახევარი“ და მივიღებთ დაახლოებითს საშუალო რიცხვს 16.

§ 51. **გამრავლების მოხმარება.** გამრავლებას მივმართავთ ხოლმე მაშინ, როდესაც გვინდა რიცხვი მივუმატოთ თავის თავს რამდენჯერმე, როდესაც საჭიროა რიცხვი გადიდდეს რამდენჯერმე, როდესაც საჭიროა შესდგეს მთელი თანასწორი ნაწილებისგან.

VII გ ა ყ ო ფ ა.

§ 52. **გაყოფის განმარტება.** ვთქვათ, გვინდა გავიგოთ, რამდენი არშინი ჩითი შეიძლება ვიყიდოთ 30 მანეთად ხუთ მანეთობაზე არშინი. უნდა შევნიშნოთ, რომ ის საპოვნელი რიცხვი (ჩითის რაოდენობა) რომ გვცოდნოდა, მაშინ იმ რიცხვზე უნდა გაგვემრავლებინა 5 მან., რომ მიგვეღო 30 მანეთი. წარმოვიდგინოთ, რომ საპოვნელი რიცხვი, ჩითის რაოდენობა, არის 3 არშინი, მაშინ ჩითი ეღირებოდა 5 მან.$\times$3, ე. ი. 15 მანეთი, რაც ნაკლებია 30 მანეთზე; 4 არშინი რომ გვეყიდნა, მაშინ ჩითი დაჯდებოდა 20 მან., რაც ნაკლებია 30 მანეთზე; 5 არშინი რომ გვეყიდნა, მაშინ ჩითი დაჯდებოდა კიდევ 30 მანეთზე ნაკლებად; 6 არშინი რომ გვეყიდნა, მაშინ ჩითი დაჯდებოდა 30 მან. მაშასადამე, 30 არის განამრავლი ორი რიცხვისა, რომელთაგან ერთი, სახელდობრ 5, მოცემულია გამოცანაში და მეორე საპოვნელი. რადგანაც $5 \times 6 = 30$, ამიტომ საპოვნელი რიცხვი ყოფილა 6.

გაყოფა არის ისეთი არითმეტიკული მოქმედება, რომლითაც მოცემული განამრავლისა და ერთი თანამამრავლის შემწეობით ვპოულობთ მეორე თანამამრავლს.

მაგალითად ზემომოყვანილ გამოცანაში მოცემულია განამრავლი (30) ორი რიცხვისა (6 და 5), რომელთაგან ერთი მოცემულია (5) და მეორე (6) საპოვნელი.

გაყოფის დროს მოცემულს განამრავლს, რომელიც უნდა გაიყოს, ჰქვიან **გასაყოფი**, მოცემულს თანამამრავლს, რომელზედაც უნდა გაიყოს, ჰქვიან **გამყოფი**, საპოვნელ თანამამრავლს—**განაყოფი**. მოყვანილ გამოცანაში 30 არის გასაყოფი, 5—გამყოფი, საპოვნელი 6 კი—განაყოფი.

გაყოფის ნიშანია ორი წერტილი: ; ჯერ იწერება გასაყოფი, მერე გაყოფის ნიშანი, შემდეგ გამყოფი, ამას მოსდევს თანასწორობის ნიშანი და ბოლოს განაყოფი, მაგ.,

$$30 : 5 = 6$$

30 : 5 არის აღნიშნული განაყოფი, 6—აღრიცხულია განაყოფი.

გასაყოფის ნიშნად ხმარობენ ხაზსაც, ხაზის ზემოდ იწერება გასაყოფი, ხაზის ქვემოდ გამყოფი. მაგალითად,

$$\frac{30}{5} = 6.$$

განაყოფი 6 ვიპოვეთ გამრავლების ნუსხის შემწეობით; ასე უნდა იპოვნებოდეს ხოლმე განაყოფი მაშინ, როდესაც გამყოფი ერთნიშნიანი რიცხვია და გასაყოფი ორნიშნიანი, რომლის ათეულების ციფირი ნაკლებია გამყოფზე.

§ 53. **გაყოფა გამრავლების ნუსხის შემწეობით.** თუ გასაყოფად მოცემული რიცხვები მოიპოვებიან გამრავლების ნუსხაში, მაშინ გაყოფა შესრულდება ამ ნუსხის შემწეობით. აი, მაგალითად, 64 გასაყოფია 8-ზე, ე. ი. მოცემულია განამრავლი და ერთი თანამამრავლი, მეორე თანამამრავლი კი საპოვნელია. ამისთვის ვეძებთ (ფიქრით) ისეთ ორ რიცხვს, რომელთა განამრავლი ეთანასწორება 64 და ერთი თანამამრავლი—8.

ვინც იცის კარგად გამრავლების ნუსხა, მას ადვილად მოაგონდება, რომ

$$8 \times 8 = 64$$

აქედან კი დავასკვნით:

$$64 : 8 = 8.$$

თუ გვინდა 48 გავყოთ 6-ზე, უნდა მოვიგონოთ ორი რიცხვი, რომელთა განამრავლიც ეთანასწორება 48 და ერთი თანამამრავლი—6:

$$6 \times 8 = 48;$$

აქედან დავასკვნით, რომ 48 : 6 = 8.

§ 54. **გაყოფა არის შებრუნებული მოქმედება გამრავლებისა,** რადგანაც გაყოფის დროს მოცემულია ის, რაც საძიებელია გამრავლებაში, და საძიებელია ერთი იმ რიცხვთაგანი, რომელიც მოცემულია გამრავლებაში.

§ 55. **გაყოფა ნარჩენით.** შეიძლება მოხდეს, რომ გა-

ნამრავლი ნამდვილი არ იყოს მოცემული; მაშინ გაყოფის შემდეგ მივიღებთ, განაყოფის გარდა, კიდევ ერთს რიცხვს, რომელიც გვიჩვენებს რამდენით მეტია განამრავლი ნამდვილ განამრავლზე. ამ რიცხვს ჰქვიან **ნარჩენი**.

ვთქვათ, მაგალითად, 65 გასაყოფია 7-ზე. რომ მოვსძებნოთ იმისთანა ორი რიცხვი, რომელთა განამრავლი იყოს 65 და ერთი თანამამრავლთაგანი 7, ვერ ვიპოვნით ამისთანა რიცხვებს. ამიტომ სამაგიეროთ ვიპოვოთ ორი იმისთანა რიცხვი, რომელთა განამრავლი, თუმცა ნაკლები 65-ზე, უფრო უახლოვდებოდეს 65-ს.

7-ჯერ 9 არის 63, 7-ჯერ 10 არის 70; პირველი განამრავლი (63) ნაკლებია 65-ზე, მეორე კი (70) მეტია 65-ზე; ამ ორს განამრავლში ავიღოთ პირველი

$$7 \cdot 9 = 63,$$

რომელიც ნაკლებია 65-ზე და ამავე დროს უფრო უახლოვდება მას.

ამგვარად 65 რომ 7-ზე გავყოთ, განაყოფად მივიღებთ 9 და ნარჩენად 2, რადგანაც 65 მეტია განამრავლზე — 63-ზე 2-ით.

§ 56. **გაყოფის ორნაირი მნიშვნელობა.** გამრავლების შესწავლის დროს ხშირად ვხმარობდით ხოლმე „სამრავლის“ და „მამრავლის“ მაგიერ „თანამამრავლს“, რადგანაც მაშინ სულ ერთი იყო, რომელი იყო მოცემული: სამრავლი თუ მამრავლი, ამიტომ ორსავე ერთს სახელს — თანამამრავლს — ვუწოდებდით. გაყოფაში კი დიდი მნიშვნელობა აქვს იმას, თუ რომელია მოცემული: სამრავლი თუ მამრავლი. ამ ორს შემთხვევას ცალცალკე გავარჩევთ.

ა. მოცემულია განამრავლი 70 და მამრავლი 7. საპოვნელია სამრავლი, ე. ი. საჭიროა გავიგოთ, რომელი რიცხვი უნდა გამრავლდეს 7-ზე, რომ მივიღოთ 70. ეს ამნაირად ჩავსწეროთ:

$$? \times 7 = 70.$$

ისევ ეს სიტყვიერად შეიძლება ამნაირად გამოიხატოს: საჭიროა გავიგოთ, რომელი რიცხვი უნდა გავიმეოროთ შესაკრებად 7-ჯერ, რომ მივიღოთ 70;

$$? + ? + ? + ? + ? + ? + ? = 70.$$

აქედან შეიძლება დავასკვნათ, რომ 70 უნდა დაიშალოს 7 ნაწილად, ამასთან სასურველია თითო ნაწილის რაოდენობის ცოდნა. მაშასადამე: ამ შემთხვევაში „70 **გავყოთ 7-ზე ნიშნავს 70-ის დაშლას შვიდ თანასწორ ნაწილად იმ აზრით, თუ რაოდენია თვითეული ნაწილი.**

ამ შემთხვევაში გაყოფას ჰქვიან **თანასწორ ნაწილად გაყოფა.**

ბ. მოცემულია განამრავლი 70 და სამრავლი 7; საპოვნელია მამრავლი, ე. ი. საჭიროა გავიგოთ, რამდენზე უნდა გამრავლდეს 7, რომ მივიღოთ 70. ეს ჩავსწეროთ:

$$7 \times ? = 70.$$

ისევ ეს შეიძლება სიტყვიერად ამნაირად გამოიხატოს: საჭიროა გავიგოთ, რამდენჯერ უნდა გავიმეოროთ 7 შესაკრებად, რომ მივიღოთ 70.

ჩავსწეროთ ეს:

$$7 + 7 + 7 + \ldots\ldots = 70.$$

აქედან კი შეიძლება დავასკვნათ: შვიდი რამდენჯერმე რომ გავიმეოროთ, მივიღებთ 70. ამასთანავე სასურველია ვიცოდეთ, რამდენჯერ უნდა გავიმეოროთ 7, რომ მივიღოთ 70. სხვანაირად რომ ვსთქვათ, უნდა 70 შევადაროთ 7-ს, რომ გავიგოთ 70 რამდენჯერ მეტია 7-ზე, ან 70 რამდენჯერ შეიცავს 7. მაშასადამე ამ შემთხვევაში „70 გავყოთ 7-ზე“ ნიშნავს გაგებას, 70 რამდენჯერ შეიცავს 7-ს. ამ შემთხვევაში გაყოფას ჰქვიან **გაყოფა-შედარება.**

თუ დაწერილია, მაგალითად, 75: 15, მაშინ ჩვენ ვიცით,

რომ 75 განამრავლია, მაგრამ არ ვიცით, 15 რომელი თანამამრავლია: სამრავლია თუ მამრავლი. ამიტომ კითხვაზე, რას ნიშნავს 75 გავყოთ 15-ზე, ჩვენ უნდა ვუპასუხოთ, რომ აქ გაყოფას შეიძლება ჰქონდეს ორი მნიშვნელობა: ა) 75 გავყოთ 15-ზე ნიშნავს 75-ის დაშლას 15 თანასწორ ნაწილად თვითეული ნაწილის რაოდენობის შესატყობად, და ბ) 75 გავყოთ 15-ზე ნიშნავს იმის გაგებას, თუ 75 რამდენს 15-ს შეიცავს.

თუ რიცხვები მოცემულია სახელებით, მაშინ გამოდგება მხოლოდ ერთ-ერთი მნიშვნელობა გაყოფისა. მაგალითად:

1) 75 მან: 15 ნიშნავს 75 მანეთის დაშლას 15 თანასწორ ნაწილად, რომ შევიტყოთ, თითო ნაწილზე რამდენი მანეთი მოდის.

გაყოფის მეორე მნიშვნელობა აქ არ გამოდგება, რადგანაც 75 მანეთს განყენებული რიცხვისგან (15) ვერ შევადგენთ, არც შეიცავს მას რამდენჯერმე და ვერც შევადარებთ მას.

2) 75 მან: 15 მან. ნიშნავს გაგებას 75 მანეთი რამდენს 15 მან. შეიცავს. აქ პირველი მნიშვნელობა გაყოფისა არ გამოდგება, რადგანაც 75 მანეთს ვყოფთ 15 თანასწორ ნაწილად კი არა, არამედ 15 მანეთზე, ე. ი. ერთს მეორეს ვადარებთ და გვინდა გავიგოთ ერთი მეორეს რამდენჯერ შეიცავს.

§ 57. **ნარჩენი ყოველთვის ნაკლებია გამყოფზე**. მაგალითად 58 გავყოთ 8-ზე. იმის გასაგებად, თუ 58 რამდენს 8-ს შეაცავს, შეიძლება მოვიხმაროთ გამოკლება: 58 რამდენს 8-საც შეიცავს, იმდენჯერ გამოვაკლოთ 8. 58-ს გამოვაკლოთ 8, დაგვრჩება 50; 50-ს გამოვაკლოთ 8, დაგვრჩება 42 და ასე შემდეგ. ამგვარად გამოვაკლებთ შვიდჯერ 8-ს და გავიგებთ, რომ გაყოფის შემდეგ დაგვრჩება კიდევ 2 ერთეული:

58: 8=7 (ნარ. 2).

აქედან ცხადია, ნარჩენი ყოველთვის ნაკლები უნდა იყოს გამყოფზე, წინააღმდეგ შემთხვევაში კიდევ გავაგრძელებდით გამოკლებას.

ნარჩენით გაყოფის შემდეგ მიღებულს განაყოფს ჰქვიან **დაახლოვებითი განაყოფი.**

§ 58. **დამოკიდებულობა გასაყოფსა, გამყოფსა და განაყოფს შორის.** როგორც უკვე ვიცით, გაყოფა არის ისეთი არითმეტიკული მოქმედება, რომლითაც მოცემულის განამრავლისა და ერთი თანამამრავლის შემწეობით ვპოულობთ მეორე თანამამრავლს. მაგალ.

$$15 : 5 = 3.$$

როგორც გაყოფის განმარტება გვეუბნება, 15 არის მოცემული განამრავლი, 5 მოცემული თანამამრავლი და მეორე თანამამრავლია 3, რომელიც გაყოფის შემწეობით ვიპოვეთ. მაშასადამე, 15 არის განამრავლი ორი რიცხვისა: 5 და 3, ე. ი.

$$15 = 5 \times 3.$$

ეს კი ასე წაიკითხება: **გასაყოფი ეთანასწორება გამყოფს, განაყოფზე გამრავლებულს.**

რადგანაც $15 : 5 = 3$, ამიტომ $15 : 3 = 5$, ანუ $5 = 15 : 3$.

ე. ი. **გამყოფი ეთანასწორება გასაყოფს, განაყოფზე გაყოფილს.**

გაყოფის შემდეგ თუ დარჩა ნარჩენი, მაშინ ზევით მოყვანილი დამოკიდებულება ცოტა სხვანაირად გამოითქმის. მაგ., 22 გავყოთ 4-ზე: განაყოფი იქნება 5, ნარჩენი 2. მაშასადამე 22 დავშალეთ 4 თანასწორ ნაწილად, რომლის რაოდენობაც უდრის 5, და კიდევ რჩება 2 ერთეული. ამგვარად 22 უდრის ერთს ნაწილს 5-ს, გამეორებულს 4-ჯერ, $+2$ ერთეული, ე.ი. **გასაყოფი ეთანასწორება გამყოფს, განაყოფზე გამრავლებულს, $+$ ნარჩენი.**

გამყოფის პოვნა ნარჩენის მიღების დროს მიგვინდვია მკითხველისათვის.

§ 59. **გაყოფის კერძო შემთხვევანი.**

ა. რიცხვის თავის თავზე გაყოფით განაყოფად მივიღებთ 1. მაგალ. $3 : 3 = 1$, რადგანაც $3 \times 1 = 3$.

ბ) რიცხვის ერთზე გაყოფით მივიღებთ განაყოფად ისევ იმ რიცხვს, მაგ. 5: 1=5, რადგანაც 1×5=5; ამიტომ ერთზე არ ვყოფთ ხოლმე.

გ. ნული რომ გავყოთ რომელიმე რიცხვზე, განაყოფად მივიღებთ ისევ ნულს, მაგ. 0: 4=0, რადგანაც 4×0=0.

დ. გასაყოფი თუ ნაკლებია გამყოფზე, განაყოფი მარტო აღინიშნება. მაგ.

$$5 : 7 \text{ ანუ } \frac{5}{7}$$

§ 60. **რთული გამოხატულების აღრიცხვა.**

ა. ორი რიცხვის ნამრავლი რომ გავყოთ ერთ მათგანზე, განაყოფად მივიღებთ მეორე რიცხვს. მაგალითად:

$$3 \times 7 = 21.$$

21 არის ორი რიცხვის ნამრავლი: სამისა და შვიდისა. ცხადია, რომ

$$21 : 3 = 7 \text{ ან } 21 : 7 = 3.$$

ე. ი. **ორი რიცხვის ნამრავლი რომ გავყოთ ერთ მათგანზე, განაყოფად მივიღებთ მეორე რიცხვს.**

თუ 21: 3 ეთანასწორება 7-ს, აგრეთვე 7 ეთანასწორება 21: 3.

თუ 21: 7 ეთანასწორება 3-ს, აგრეთვე 3 ეთანასწორება 21: 7, ანუ.

მამრავლი ეთანასწორება ნამრავლს, სამრავლზე გაყოფილს; სამრავლი კი ეთანასწორება ნამრავლს, გაყოფილს მამრავლზე.

ამ წესების შემწეობით შეამოწმებენ ხოლმე გამრავლებას: თუ ნამრავლის რომელიმე თანამამრავლზე გაყოფით განაყოფად მივიღეთ მეორე თანამამრავლი, მაშინ გამრავლება სწორეა შესრულებული.

ბ. თუ განამრავლი, შემდგარი რამდენსამე თანამამრავლისაგან, გავყეთ ერთ ან რამდენსამე თანამამრავლზე, განაყოფად მივიღებთ დანარჩენ თანამამრავლთა განამრავლს.

$$72=3\times4\times6$$

ამიტომ $72:3=4\times6$.

ანუ $72:(3\times4)=6$.

ანუ $72:(4\times6)=3$.

ანუ $72:(3\times6)=4$.

გ. აღნიშნული ჯამი რომ გაიყოს რომელსამე რიცხვზე, საკმარისია თვითეული შესაკრები გაიყოს ამ რიცხვზე და მიღებული განაყოფნი შეიკრიბოს.

მაგალითად, 60 შეიცავს 3-ს ოცჯერ, 6 კი შეიცავს 3-ს ორჯელ, მაშასადამე 66 შეიცავს 3-ს 20+2-ჯერ, ე. ი.

$$(60+6):3=(60:3)+(6:3)=20+2=22.$$

§ 61. **ერთნიშნიანი და მრავალნიშნიანი განაყოფი.** გაყოფის შესწავლის დროს განვიხილოთ ორი შემთხვევა: 1) როდესაც განაყოფი ერთნიშნიანია, და 2) როდესაც განაყოფი მრავალნიშნიანია.

სანამ გაყოფას შევუდგებოდეთ, ხშირად მოგვიხდება ხოლმე იმის მეტყობა, თუ განაყოფი რამდენ-ნიშნიანი იქნება: ერთნიშნიანი თუ მრავალნიშნიანი.

ცხადია, რომ განაყოფი, თუ ათს აღემატება, ან ათს უდრის, მრავალნიშნიანი იქნება, და თუ ათზე ნაკლებია, მაშინ განაყოფი იქნება ერთნიშნიანი. იმის გაგება, განაყოფი მეტი იქნება თუ ნაკლები ათზე, ძალიან ადვილია, რისთვისაც საჭიროა გამყოფის გამრავლება (ფიქრით) 10-ზე და მიღებული განამრავლისა და გასაყოფის შედარება: თუ გამყოფის ათზე გამრავლებით მივიღეთ რიცხვი, მეტი გასაყოფზე, განაყოფი იქნება ერთნიშნიანი, რადგანაც უკანასკნელი არ შეიძლება იყოს 10 ან მეტი 10-ზე; თუ გამყოფის ათზე გამრავლებით მივიღეთ რიცხვი, ნაკლები გასაყოფზე, განაყოფი იქნება მრა-

ვალნიშნიანი, რადგანაც უკანასკნელი უნდა იყოს 10-ზე მეტი.

მაგალ. 1. $635 : 85 = ?$

გამყოფი 85 რომ გავამრავლოთ 10-ზე, მივიღებთ 850-ს, რომელიც არის მეტი 635-ზე, მაშასადამე განაყოფი 10-ზე ნაკლები უნდა იყოს, ე. ი. ერთნიშნიანი რიცხვი.

მაგალ. 2. $635 : 45 = ?$

გამყოფი რომ გავამრავლოთ 10-ზე, მივიღებთ 450-ს, რომელიც არის ნაკლები 635-ზე. მაშასადამე, განაყოფი 10-ზე მეტი უნდა იყოს, ე. ი. მრავალნიშნიანი რიცხვი.

§ 62. **გაყოფა მრავალნიშნიანი რიცხვისა ერთნიშნიანზე.** გაყოფის იმ შემთხვევაზე, როდესაც ერთნიშნიან განაყოფს ვიღებთ, ზევით გვქონდა ლაპარაკი. ეხლა გადავიდეთ გაყოფის იმ შემთხვევაზე, როდესაც ვიღებთ მრავალნიშნიან განაყოფს.

ვთქვათ, 448 გასაყოფია 4-ზე. რადგანაც გაყოფას შეიძლება ჰქონდეს ორნაირი მნიშვნელობა (გაყოფა თანასწორ ნაწილებად და გაყოფა-შედარება), ამიტომ ვისარგებლებთ გაყოფის პირველი მნიშვნელობით: 448-ის გაყოფა 4-ზე ნიშნავს 448-ის დაშლას 4 თანასწორ ნაწილად თითო ნაწილის რაოდენობის შესატყობად. გამრავლების ნუსხის შემწეობით ვერ გავყოფთ ამას, რადგანაც ნუსხაში არ იქნება ამოდენა განამრავლი. გაყოფის გასაადვილებლად წარმოვიდგინოთ რიცხვი 448 როგორც ჯამი ასეულებისა, ათეულებისა და ერთეულებისა. ამ აღნიშნული ჯამის გასაყოფად რიცხვზე საჭიროა, როგორც უკვე ვიცით, გაიყოს თვითეული შესაკრები ამ რიცხვზე და მიღებული განაყოფნი შეიკრიბოს, ე. ი.

448 : 4 = (4 ას : 4) + (4 ათ : 4) + (8 ერთ : 4) = 1 ას. + 1 ათ. + + 2 ერთ. = 112. ამგვარად: **მრავალნიშნიანი რიცხვი რომ გავყოთ ერთნიშნიანზე, ვყოფთ გასაყოფის თვითეული რიგოვანის ერთეულებს მაღალ რიგოვანიდან დაწყებით.**

შესაკრებებს, რომელებზედაც დავშალეთ გასაყოფი, დავუ-

ძახოთ **ცალკე გასაყოფნი**. განაყოფის შესაკრებებსა (ასეულებს, ათეულებს და ერთეულებს) დავარქვათ **ცალკე განაყოფნი**. ჩვენ მაგალითში 4 ას., 4 ათ., 8 ერთ. არიან ცალკე გასაყოფნი; 1 ას., 1 ათ., 2 ერთ. არიან ცალკე განაყოფნი. ზემოთ მოყვანილი წესი და განსაკუთრებით **კი** მსჯელობა უნდა გვახსოვდეს, რომ კარგად შევიგნოთ მოქმედების მსვლელობა და მისი ჩაწერა იმ სახით, რა სახითაც შემოღებულია. ეხლა შევუდგეთ გაყოფას ზემოთ მოყვანილი წესით.

§ 63. **მრავალნიშნიანი რიცხვის გაყოფა მრავალნიშნიანზე ერთნიშნიანი განაყოფის შემთხვევაში.**

ჩვენ უკვე ვიცით მრავალნიშნიანი რიცხვის გაყოფის დროს მრავალნიშნიანზე რა შემთხვევავში მივიღებთ ერთნიშნიან განაყოფს: თუ გაყოფის 10-ზე გამრავლებით მივიღეთ რიცხვი, მეტი გასაყოფზე, განაყოფი იქნება ერთნიშნიანი; მაგალითად 4925 რომ გავყოთ 645-ზე, მივიღებთ ერთნიშნიან განაყოფს, რადგანაც 645, გამრავლებული 10-ზე, იქნება მეტი 4925-ზე, მაშასადამე განაყოფი 10-ზე ნაკლები უნდა იყოს, ე. ი. ერთნიშნიანი რიცხვი. 4925 გავყოთ 645-ზე, ე. ი. ვიპოვოთ ისეთი ერთნიშნიანი რიცხვი, რომ 645, იმაზე გამრავლებული, არ იყოს მეტი გასაყოფზე.

გამყოფის 6 ასეულის გამრავლებით საძიებელ განამრავლზე უნდა მივიღოთ არა უმეტეს გასაყოფის სუყველა ასეულების რიცხვისა, ე. ი. არა უმეტეს 49 ასეულისა. რადგანაც 6 ასეულის გამრავლებით საპოვნელ ციფირზე უნდა მივიღოთ დაახლოვებით 49 ას., ამიტომ, თუ გვინდა რომ განაყოფის ეს ციფირი ვიპოვოთ, 49 უნდა გავყოთ 6 ნაწილად. 49 გავყოთ 6-ზე, იქნება განაყოფი დაახლოვებით 8.

ჩვენ მივიღეთ 8 განაყოფად 49-ის 6-ზე გაყოფით, მაგრამ რადგანაც გამყოფი მარტო 6 ასეულისგან არ შესდგება და არის ბევრით მეტი, ვიდრე 6 ასეული, ამიტომ შეიძლება 8 განაყოფად არ გამოდგეს და დაგვჭირდეს მისი დაკლება. რის გამო საჭიროა შემოწმება, გამოდგება თუ არა იგი განაყოფად. ამ მიზნით 645 უნდა გამრავლდეს 8-ზე და მიღებული განამ-

რავლი შეედაროს გასაყოფს. 645 გავამრავლოთ 8-ზე, იქნება 5160, რომელიც მეტია 4925-ზე; აქედან სჩანს, რომ 8 ბევრია. უკანასკნელის მაგივრად ავიღოთ 7 და ეს ციფირი ისევ შევამოწმოთ. 645 გავამრავლოთ 7-ზე, იქნება 4515; უკანასკნელი გასაყოფზე ნაკლებია და გასაყოფს თუ გამოვაკელით, დაგვრჩება ნარჩენი 410, რომელიც არის ნაკლები გამყოფზე. ამგვარად 4925 რომ გავყოთ 645-ზე, განაყოფი იქნება 7 და ნარჩენი—410.

$$\begin{array}{r|l} 4925 & 645 \\ \hline -\,4515 & 7 \\ \hline 410 & \text{ნარჩენი.} \end{array}$$

ვთქვათ, 825 გასაყოფია 236-ზე. განაყოფი უნდა იყოს ერთნიშნიანი, რადგანაც გამყოფი, 10-ზე გამრავლებული, იქნება მეტი 825-ზე; მაშასადამე განაყოფი 10-ზე ნაკლები უნდა იყოს, ე.ი. ერთნიშნიანი რიცხვი. გამყოფის 2 ასეული, გამრავლებული განაყოფზე, უნდა შეადგენდეს, დაახლოვებით მაინც, გასაყოფის ასეულებს —8. მაშასადამე განაყოფის საპოვნელად 8 უნდა გავყოთ 2-ზე, მივიღებთ 4-ს. მაგრამ გამყოფი მარტო ასეულებისაგან არ შესდგება, ამიტომ შეიძლება 4 არ გამოდგეს განაყოფად, რისთვისაც საჭიროა შემოწმება. შესამოწმებლად 236 გავამრავლოთ 4-ზე, იქნება 944, რომელიც მეტია გასაყოფზე; მაშასადამე 4 ბევრი აგვიღია. მის მაგივრად ავიღოთ 3 და კიდევ შევამოწმოთ. 236 გავამრავლოთ 3-ზე, იქნება 708, რომელიც ნაკლებია 825-ზე, უკანასკნელს რომ გამოვაკლოთ 708, მივიღებთ 117.

$$\begin{array}{r|l} 825 & 236 \\ \hline -\,708 & 3 \\ \hline 117 & \text{ნარჩენი.} \end{array}$$

§ 64. **მრავალნიშნიანი რიცხვის გაყოფა მრავალნიშნიანზე.** მრავალნიშნიანი რიცხვის გაყოფის დროს მრავალნიშნიანზე მოვიქცევით თითქმის ისევე, როგორც მოვიქეცით მრავალნიშნიანის ერთნიშნიანზე გაყოფის დროს.

ვთქვათ, რომ 25637234 გასაყოფია 345-ზე. გასაყოფი წარმოვიდგინოთ დაშლილად სხვადასხვა რიგოვანის ერთეულებად. გასაყოფის უმაღლესი რიგოვანის ერთეულები იქნება ათეული მილიონები; 2 ათეული მილიონი გავყოთ 345-ზე, თითო წილად ათეულ მილიონს ვერ მივიღებთ, მაშასადამე, განაყოფში ათეული მილიონი არ იქნება.

ათეული მილიონები გარდავაქციოთ ერთეულ მილიონებად და მივუმატოთ გასაყოფის შემდეგს შესაკრებს, ანუ შემდეგ დაბალი რიგოვანის ერთეულებს, მივიღებთ სულ 25 მილიონს; 25 მილიონი რომ გავყოთ 345-ზე, თითო წილად ერთ მილიონს ვერ მივიღებთ, მაშასადამე განაყოფში მილიონები არ იქნება.

მილიონები გარდავაქციოთ ასი ათასეულებად და მივუმატოთ შემდეგ დაბალი რიგოვანის ერთეულებს, ე.ი. 6 ასი ათასს, მივიღებთ სულ 256 ასი ათასს; 256 ასი ათასი რომ გავყოთ 345-ზე, თითო წილად ასი ათასს ვერ მივიღებთ, მაშასადამე განაყოფში არც ასი ათასეულები იქნება.

ამნაირად რომ გავაგრძელოთ მსჯელობა, მივალთ იმისთანა რიგოვანის ერთეულებამდის, რომელთა რიცხვიც გაიყოფა 345-ზე. ასი ათასეულები გარდავაქციოთ ათი ათასეულებად და მივუმატოთ გასაყოფის შემდეგ დაბალი რიგოვანის ერთეულებს, ე.ი. 3 ათეულ ათასებს, მივიღებთ ათეულ ათასების რიცხვს 2563, რომელიც გაიყოფა 345-ზე;

მაშასადამე უმჯობესი იქნება გასაყოფი წარმოვიდგინოთ შემდეგნაირ შესაკრებებად:

25637234=2563 ათი ათასი+7 ათას.+2 ას.+3ათ.+4 ერ.

პირველი შესაკრები მეტია **გამყოფზე. საერთოდ უნდა გვახსოვდეს, რომ გასაყოფი საჭიროა წარმოვიდგინოთ შესაკრებად, რომელთაგან პირველი (განყენებულად აღებული) უნდა იყოს გამყოფზე მეტი ან მისი თანასწორი.**

ჩვენ ვიცით, რომ ჯამის გასაყოფად რომელსამე რიცხვზე, საკმარისია თვითეული შესაკრები გაიყოს ამ რიცხვზე და მიღებული განაყოფნი შეიკრიბოს, ამიტომ რიცხვის 25637234 მაგივრად მისი ტოლი ჯამის

25633 ათ. ათს.+7 ათს.+2 ას.×3 ათ.+4 ერთ. თვითეული შესაკრები გავყოთ მოცემულს რიცხვზე და მიღებული განაყოფნი შევკრიბოთ; ამითი მივიღებთ იმ განაყოფს, რომელსაც დიდი ხანია ვეძებთ.

უპირველესს ყოვლისა 2563 ათეული ათასი გავყოთ 345-ზე. ჩვენ უკვე ვიცით ამისთანა რიცხვის გაყოფა: მრავალნიშნიანი რიცხვის გაყოფა მრავალნიშნიანზე ერთნიშნიანი განაყოფის შემთხვევაში; განაყოფის პირველი ციფრი იქნება 7, რასაც ვიპოვით შემოწმების საშუალებით.

განაყოფის მიღებულ პირველ ციფრზე გავამრავლებთ გამყოფს და ამ განამრავლს გამოვაკლებთ გასაყოფის პირველ შესაკრებს; ნარჩენ ათეულ ათასებს გარდავაქცევთ ათასებად და იმას მივუმატებთ გასაყოფის მეორე შესაკრებს 7 ათასს. მიღებულს გავყოფთ გამყოფზე და ასე მივიღებთ განაყოფის მეორე ციფრს. ამ მეორე ციფრზე გავამრავლებთ გამყოფს და გამოვაკლებთ ათასებიდან; ნარჩენ ათასებს გარდავაქცევთ ასეულებად და ამას მივუმატებთ გასაყოფის შემდეგს შესაკრებს — ასეულებს, და ასევე ბოლომდის.

სუყველაფერი ზემონათქვამი შეიძლება ასე ჩაიწეროს:

25637234 : 345 =

= (2563 ათ. ათს. + 7 ათს. + 2 ას. + 3 ათ. + 4 ერთ.) : 345 = 74310

```
 2415
148 ათ. ათს. = 1480 ათს.
               1487
               1380
                107 ათს. = 1070 ას.
                           1072
                           1035
                             37 ას. = 370 ათ.
                                      373
                                      345
                                       28 ათ. = 280 ერთ.
                                     ნარჩენი 284 ერთ.
```

§ 65. **გაყოფის წესი.** ზემონათქვამზე დამყარებულია შემდეგი წესი გაყოფისა. ერთს სტრიქონზე უნდა დაიწეროს გასაყოფი და გამყოფი, რომელთა შუა უნდა დაეშვას შვეული ხაზი. გამყოფს ქვეშ უნდა გაესვას ჰორიზონტალური ხაზი, რის ქვეშაც უნდა მოეწეროს გამყოფის ციფირები.

გასაყოფს უნდა გამოეყოს მარცხნიდან მარჯვნივ იმდენი ციფირი. რამდენიც არის ის გამყოფში, ან ერთით მეტი, თუ გამოყოფილ ციფირთაგან შემდგარი რიცხვი ნაკლებია გამყოფზე.

გასაყოფისაგან გამოცალკევებული რიცხვი უნდა გაიყოს გამყოფზე და მიღებულ იქნება განაყოფის პირველი ციფირი,

განაყოფის ამ პირველს ციფირზე უნდა გამრავლდეს გამყოფი და მიღებული განამრავლი გამოაკლდეს გასაყოფს.

ნარჩენს უნდა ჩამოეწეროს მარჯვნიდან შემდეგი ციფირი გასაყოფისა და მიღებული რიცხვი გაიყოს გამყოფზე; ამითი მიღებულ იქნება განაყოფის მეორე ციფირი, რომელიც მარჯვნიდან მიეწერება განაყოფის პირველ ციფირს.

ასევე მოვიქცევით განაყოფის შემდეგი ციფირის მისაღებად და გავაგრძელებთ აღნიშნულს მოქმედებას იქამდის, მანამ არ იქნება ჩამოწერილი უკანასკნელი ციფირი გასაყოფისა.

თუ ნარჩენი გასაყოფიდან ჩამოწერილს ციფირთან ერთად შეადგენს რიცხვს გამყოფზე ნაკლებს, მაშინ განაყოფის მიღებულს ციფირებს ნული უნდა მოეწეროს, რის შემდეგაც ნარჩენს კიდევ უნდა ჩამოეწეროს შემდეგი ციფირი გასაყოფისა და მოქმედება გაგრძელდეს.

აი, გაყოფის ამ წესით, ზემოაღნიშნული მაგალითი თუ ავიღეთ, მოქმედება მოკლედ ასე დაეწყობა:

```
25637234 | 345
2415     | 74310
 1487
 1380
  1072
  1035
   373
   345
   284 ნარჩენი.
```

როდესაც სრულს მსჯელობას კარგად შევიგნებთ, შეიძლება მივეჩვიოთ მოქმედების შესრულების დროს შემოკლებულს მსჯელობას; 2563 345-ზე, **7**; 7-ჯერ 345, 2415, დარჩება 148; ნარჩენს ჩამოვუწეროთ 7 (შემდეგი ციფირი გასაყოფისა); 1487 345-ზე, 4; 4-ჯერ 345, 1380, დარჩება 107; ნარჩენს ჩამოვუწეროთ 2; 1072 345-ზე, **3**; 3-ჯერ 345, 1035, დარჩება 37; ნარჩენს ჩამოვუწეროთ 3; 373 345-ზე, 1; 1-ხელ 345, 345, დარჩება 28; ნარჩენს ჩამოვუწეროთ 4; 284 345-ზე არ იყოფა, განაყოფს მივუწეროთ 0;

მივიღეთ განაყოფი 74310, ნარჩენი 284.

§ 66. **განაყოფის ციფირების რიცხვი.** ვთქვათ, 47246 გასაყოფია 225-ზე და 68235 825-ზე. განაყოფის პირველი ციფირის მისაღებად გასაყოფს უნდა გამოეყოს მარცხნიდან მარჯვნივ იმდენი ციფირი, რამდენიც არის გამყოფში ან ერთით მეტი, თუ გამოყოფილ ციფირთაგან შემდგარი რიცხვი ნაკლებია გამყოფზე, და ეს გამოცალკევებული რიცხვი უნდა გაიყოს გამყოფზე. პირველ ჩვენ მაგალითში უნდა გამოეყოს 3 ციფირი, მეორე მაგალითში 4 ციფირი, და ამათგან შემდგარი რიცხვი რომ გავყოთ გამყოფზე, მივიღებთ განაყოფის პირველს ციფირს. რამდენი ციფირიც დარჩება გასაყოფიდან ჩამოსაწერი, იმდენი ახალი ციფირი მიეწერება განაყოფის პირველს ციფირს. პირველ შემთხვევაში 3 ნიშნიან განაყოფს მივიღებთ, მეორე შემთხვევაში—2 ნიშნიან განაყოფს. თუ შევადარეთ ზემოთ მოყვანილ მაგალითებში განაყოფთა ციფირების რიცხვები გასაყოფთა და გამყოფთა ციფირების რიცხვებს, მივიღებთ, რომ: **განაყოფის ციფირთა რიცხვი უდრის გასა-**

ყოფის და გამყოფის ციფირთა რიცხვების გამონაკლის, ანუ იგი ერთით მეტია გამონაკლზე.

§ 67. **ნულებით დაბოლოვებულ რიცხვზე გაყოფა.** ზოგიერთ შემთხვევაში გაყოფის გაადვილება შეიძლება. განვიხილოთ გაყოფის გაადვილების ორი შემთხვევა: ა) გამყოფი შესდგება 1-საგან ნულებით, ბ) გამყოფი არის რიცხვი, ნულებით დაბოლოვებული.

განვიხილოთ პირველი შემთხვევა.

ა) **გამყოფი შესდგება 1-სგან ნულებით.** რომელიმე რიცხვის გაყოფა 1-ზე ნულებით ნიშნავს გაგებას, თუ მოცემული რიცხვი სხვადასხვა რიგოვანის რამდენის ერთეულისაგან შესდგება. მაგალითად, რიცხვი გავყოთ 10-ზე, 100-ზე, 1000-ზე... ნიშნავს გაგებას, მოცემული რიცხვი რამდენს შეიცავს ათეულს, ასეულს, ათასეულს და ასე შემდეგ.

როგორც უკვე ვიცით (§ 8), თუ გვინდა გავიგოთ, რამდენია რომელიმე რიგოვანის ერთეული რიცხვში, უნდა დაბალი რიგოვანის ციფირები *) ჩამოვაშოროთ და მიღებული ახალი რიცხვი წავიკითხოთ. მაშასადამე:

რიცხვის გასაყოფად 1-ზე ნულებით საკმარისია გასაყოფს მარჯვნიდან ჩამოვაცალოთ იმდენი ციფირი, რამდენიც ნული აქვს გამყოფს; გასაყოფის დანარჩენი ციფირებისგან შემდგარი რიცხვი წარმოადგენს განაყოფს, ჩამოცლილი ციფირებისგან შემდგარი რიცხვი ნარჩენს.

მაგალითად:

67283 : 10 = 6728 (ნარჩენი 3)
67283 : 100 = 672 (ნარჩენი 83)
67283 : 1000 = 67 (ნარჩენი 283)

ბ) **გამყოფი არის რიცხვი ნულებით დაბოლოვებული.** გამყოფი თუ ბოლოვდება ნულებით, მაშინ გაყოფა გაადვილდება. მაგალითად: 456773 გასაყოფია 4700-ზე.

---

*) შემოკლებით არის ნათქვამი: „ციფირები“.

გამყოფი მარტო 47 ასეულისაგან შესდგება. სანამ იმას გავიგებდეთ, თუ გასაყოფში რამდენჯერ მოთავსდება 47 ასეული, გასაყოფიდან გამოვაცალკევოთ ასეულები და დანარჩენი ათეულ-ერთეულები მივატოვოთ, რადგანაც უკანასკნელები ასეულებზე არ იყოფა.

გასაყოფი შეიცავს ასეულებს სულ 4567. 4567 ასეულში მოთავსდება 47 ასეული 97-ჯერ და კიდევ დარჩება 8 ასეული. 8 ასეულს მივუწეროთ დანარჩენი 73 ერთეულიც, შესდგება ნარჩენი 873, რომელიც არ გაიყოფა 47 ასეულზე:

```
1)  456773 | 4700 *)          2)  67230000 | 25000 **)
   -423    |-----                -50       |------
   ----    |  97                 ---       | 2689
    337                           172
   -329                          -150
   ----                          ----
    873 (ნარჩენი).                 223
                                 -200
                                 ----
                                   230
                                  -225
                                  ----
                                  5000 (ნარჩენი).
```

§ 68. **გაყოფის შემოწმება.** გაყოფა შეიმოწმება გამრავლების საშუალებით. ჩვენ ვიცით, რომ გასაყოფი ეთანასწორება გამყოფს, განაყოფზე გამრავლებულს, + ნარჩენი (თუ უკანასკნელი არის).

```
   გაყოფა                      შემოწმება
  7643 | 23                      332
 -69   |----                   × 23
  ---  | 332                   ----
   74                            996
  -69                           664
  ---                          ----
    53                          7636
   -46                         +   7
   ---                         ----
     7                          7643 სწორეა.
```

*) გასაყოფის და გამყოფის ბოლო ორ ციფირს ხაზი გადასმული უნდა ჰქონდეს, ქვეშ გასმული ხაზები კი არ უნდა.

**) გასაყოფის და გამყოფის ბოლო სამ ციფირს ხაზი გადასმული უნდა ჰქონდეს, ქვეშ გასმული ხაზები კი არ უნდა.

სწორეა, რადგანაც მივიღეთ რიცხვი, რომელიც თანას-წორება გასაყოფს.

§ 69. **გამრავლებისა და გაყოფის შემოწმება.** გამრავლების შესამოწმებლად არის უფრო კარგი და სახალისო ხერხი. რაზეა დამყარებული ეს ხერხი, ამის ახსნას არ შევუდგებით, თვითონ ხერხს კი მოკლედ ავსწერთ.

გამრავლების შემოწმება 9-ის საშუალებით:

სამრავლის ციფირების ჯამის 9-ზე გაყოფის შემდეგ მიღებული ნარჩენი და მამრავლის ციფირების ჯამის 9-ზე გაყოფის შემდეგ მიღებული ნარჩენი ერთმანეთზე უნდა გადამრავლდეს და ამის შემდეგ მიღებული რიცხვი გაიყოს 9-ზე და ნარჩენი დავიხსომოთ.

განამრავლის ციფირების ჯამის 9-ზე გაყოფის შემდეგ მიღებული ნარჩენი და წელანდელი დახსომებული ნარჩენი თუ თანასწორნი არიან, მაშინ გამრავლება სწორედაა შესრულებული.

მაგ.

$$\begin{array}{r} \times\; 235 \\ 446 \\ \hline 1410 \\ 940 \\ 940 \\ \hline 104810 \end{array}$$

სამრავლის (235) ციფირების ჯამის (2+3+5=10) 9-ზე გაყოფის შემდეგ მიღებული ნარჩენი იქნება 1:

$$\begin{array}{r|l} -\,10 & 9 \\ \cline{2-2} 9 & 1 \\ \cline{1-1} 1 & \end{array}$$

მამრავლის (446) ციფირების ჯამის (4+4+6=14) 9-ზე გაყოფის შემდეგ მიღებული ნარჩენი იქნება 5:

$$\begin{array}{r|l} 14 & 9 \\ \cline{2-2} -\,9 & 1 \\ \cline{1-1} 5 & \end{array}$$

ეს ნარჩენი (5) და პირველად მიღებული ნარჩენი (1) ერთმანეთზე გადავამრავლოთ ($5 \times 1 = 5$); ამის შემდეგ მიღებული რიცხვი (5) გავყოთ 9-ზე და ნარჩენი **5** დავიხსომოთ (ნარჩენი ისევ 5 იქნება).

განამრავლის (104810) ციფრების ჯამის ($1+0+4+8+1+0=14$) 9-ზე გაყოფის შემდეგ მიღებული ნარჩენი იქნება **5**:

$$\begin{array}{r|l} 14 & 9 \\ \cline{2-2} -\ 9 & 1 \\ \hline 5 & \end{array}$$

უკანასკნელი ნარჩენი და წელანდელი დახსომებული ნარჩენი თანასწორნი არიან, მაშასადამე გამრავლება სწორედაა შესრულებული.

გაყოფის შემოწმება 9-ის საშუალებით. როგორც გამრავლება შეიმოწმება 9-ის საშუალებით, ასევე შეიძლება გაყოფის შემოწმებაც.

რადგანაც გასაყოფი ეთანასწორება გამყოფს, გამრავლებულს განაყოფზე, ამიტომ 9-ის საშუალებით შემოწმების დროს გასაყოფი უნდა მივიღოთ განამრავლად, გამყოფი — სამრავლად და განაყოფი — მამრავლად.

§ 70. **მარტივი წოდებული რიცხვების გაყოფა.**

ა. როდესაც გვსურს გაყოფით დავშალოთ რიცხვი თანასწორ ნაწილებად, მაშინ გამყოფი განყენებული რიცხვია, გასაყოფი — წოდებული; განაყოფი კი (ნარჩენიც) ისევ იმნაირადაა წოდებული, როგორადაც არის წოდებული გასაყოფი.

მაგალითი: **6** ერთნაირი ფიცრის სიგრძეა 120 არშ., რა სიგრძისაა თითო ფიცარი?

ამ გამოცანის გარდასაწყვეტად 120 არშ. უნდა გაიყოს **6** თანასწორ ნაწილად; ამით გავიგებთ, რომ თითო ფიცრის სიგრძე ყოფილა 20 არშ. ეს უკანასკნელი რიცხვი უსათუოდ წოდებული რიცხვი უნდა იყოს, რადგანაც არშინების დაყოფის შემდეგ ისევ არშინები უნდა მივიღოთ და არა უსახელო — განყენებული რიცხვი.

ბ. როდესაც გაყოფით გვსურს გავიგოთ რამდენჯერ შეიცავს პირველი რიცხვი მეორეს, მაშინ გასაყოფი [illegible] (ნარჩენიც) წოდებული რიცხვებია და ამასთანავე ერთნაირად წოდებული; განაყოფი კი განყენებული რიცხვია, რადგანაც ის გვიჩვენებს იმას, თუ რამდენჯერ შეიცავს პირველი რიცხვი მეორეს; მაგ.

120 გირვანქა ვაშლი გავუყავი მოწაფეებს; თითოს მივეცი ოც-ოცი გირვანქა ვაშლი; რამდენი მოწაფე იყო?

ცხადია, მოწაფე იმდენი იყო, რამდენჯერაც 120 გირვ. შეიცავს 20 გირვ.; 120 გ. შეიცავს 20 გ. 6-ჯერ; უკანასკნელი რიცხვი განყენებულია.

§ 71. **გაყოფის მოხმარება**. გაყოფა საჭიროა:

ა. როდესაც გვინდა გავიგოთ, ერთი რიცხვი რამდენჯერ შეიცავს მეორე რიცხვს:

ბ. როდესაც გვინდა გავიგოთ, ერთი რიცხვი რამდენჯერ მეტ-ნაკლებია მეორეზე:

გ. **როდესაც გვინდა მთელი რიცხვი დავშალოთ თანასწორ ნაწილებად, რომელთა რიცხვიც მოცემულია და საპოვნელია თვითეული ნაწილის რაოდენობა.**

დ. **როდესაც გვინდა მთელი რიცხვი დავშალოთ თანასწორ ნაწილებად, თვითეული ნაწილის რაოდენობა თუ მოცემულია და საპოვნელია ნაწილთა რიცხვი.**

VIII. განამრავლისა და განაყოფის ცვალებადობა.

§ 72. **განამრავლის ცვალებადობა.**

ა. თუ მამრავლი რამდენჯერმე გავადიდეთ, განამრავლი გადიდდება იმდენჯერვე.

მაგალითად ავიღოთ:

$$16 \times 3 = 48$$

ეხლა მამრავლი 3 ორჯელ გავადიდოთ:

$$16 \times 6 = 96$$

განამრავლი 96 წინანდელ განამრავლზე ორჯელ მეტია.

ბ. თუ სამრავლი რამდენჯერმე გავადიდეთ, განამრავლი გადიდდება იმდენჯერვე.

ისევ ის მიგალითი ავიღოთ:

$$16 \times 3 = 48$$

სამრავლი 16 ორჯელ გავადიდოთ:

$$32 \times 3 = 96$$

განამრავლი 96 წინანდელ განამრავლზე ორჯელ მეტია.

გ. თუ მამრავლი ან სამრავლი დავაპატარავეთ რამდენჯერმე, განამრავლი დაპატარავდება იმდენჯერვე.

მაგალ.

$$16 \times 4 = 64$$

მამრავლი 4 ორჯელ დავაპატარავოთ:

$$16 \times 2 = 32$$

პირვანდელი განამრავლი 64 ორჯელ დაპატარავდა, ეხლა სამრავლი 16 დავაპატარავოთ ორჯელ:

$$8 \times 4 = 32$$

პირვანდელი განამრავლი ორჯელ დაპატარავდა.

ე. ი. მამრავლს დავაპატარავებთ რამდენჯერმე თუ სამრავლს—სულ ერთია, განამრავლი პატარავდება იმდენჯერვე.

დ. თუ ერთი თანამამრავლი გავადიდეთ რამდენჯერმე და მეორე თანამამრავლი დავაპატარავეთ იმდენჯერვე, განამრავლი არ შეიცვლება.

მაგალითად:

$$16 \times 4 = 64$$

პირველი თანამამრავლი დავაპატარავოთ 2-ჯელ და მეორე გავადიდოთ 2-ჯელვე; მივიღებთ:

$$8 \times 8 = 64.$$

განამრავლი არ შეიცვალა.

ე. თუ ერთი თანამამრავლი გავადიდეთ (ან დავაპატარავეთ) რამდენჯერმე და მეორეც გავადიდეთ (ან დავაპატარავეთ) რამდენჯერმე, განამრავლი გადიდდება (ან დაპატარავდება) იმდენჯერ, რამდენსაც შეადგენს განამრავლი იმ რიცხვთა, რომელებზედაც გავამრავლეთ თანამამრავლნი.

მაგალითად:

$$16 \times 4 = 64$$

ერთი თანამამრავლი გავადიდოთ 2-ჯელ და მეორე 3-ჯერ.

$$32 \times 12 = 384$$

384 მეტია 64-ზე 6-ჯერ, ე. ი. განამრავლი გადიდდა (2×3)-ჯერ.

§ 73. **განაყოფის ცვალებადობა.**

განაყოფის ცვალებადობის შესწავლის დროს ვგულისხმობთ, რომ გაყოფა სრულდება უნარჩენოდ.

ა. თუ გასაყოფი გავადიდეთ ან გამყოფი დავაპატარავეთ რამდენჯერმე, განაყოფი გადიდდება იმდენჯერვე; რადგანაც პირველ შემთხვევაში რიცხვი, რომელიც უნდა გაიყოს, დიდდება, მეორეში—ნაწილთა რიცხვი პატარავდება იმდენჯერვე და ამიტომ თითო ნაწილი დამსხვილდება; მაშასადამე, ორსავე შემთხვევაში თითო ნაწილი გაიზრდება.

ავიღოთ მაგალითი:

$$60 : 4 = 15$$

გასაყოფი გავადიდოთ 2-ჯელ $120 : 4 = 30$ | განაყოფი გა-
გამყოფი დავაპატარავოთ 2-ჯელ $60 : 2 = 30$ | დიდდა ორჯელ

ბ. თუ გასაყოფი დავაპატარავეთ ან გამყოფი გავადიდეთ რამდენჯერმე, განაყოფი დაპატარავდება იმდენჯერვე, რადგანაც პირველ შემთხვევაში რიცხვი, რომელიც უნდა გაიყოს, პატარავდება, მეორეში—ნაწილთა რიცხვი დიდდება; მაშასადამე ორივე შემთხვევაში თვითეული ნაწილი დაპატარავდება იმდენჯერვე.

მაგალითად:

$$60 : 4 = 15$$

გასაყოფი დავაპატარავოთ 3-ჯერ $20 : 4 = 5$ | განაყოფი დაპა-
გამყოფი გავადიდოთ 3-ჯერ $60 : 12 = 5$ | ტარავდა 3-ჯერ.

გ. განაყოფი უცვლელად დარჩება, თუ გასაყოფი და გამყოფი გადიდდა ან დაპატარავდა რამდენჯერმე, რადგანაც პირველ შემთხვევაში ერთი და იგივე დროს დიდდება ნაწილთა რიცხვიც და ის რიცხვიც, რომელიც იყოფა; მეორეში—პატარავდება ნაწილთა რიცხვიც და ის რიცხვიც, რომელიც იყოფა. მაგალ.

$$60 : 4 = 15$$

გასაყოფი და გამყ. გავად. 2-ჯელ $120 : 8 = 15$ | განაყოფი უც-
გასაყოფი და გამყ. დავაპ. 2-ჯელ $30 : 2 = 15$ | ვლელად რჩება.

§ 74. **გამრავლებისა და გაყოფის გამარტივების ზოგიერთი შემთხვევა.**

ა. 25-**ზე გამრავლება**. ვთქვათ, 63575 გასამრავლებელია 25-ზე. რადგანაც 25 ეთანასწორება 100 : 4, ამიტომ 63575 25-ზე გამრავლების მაგიერ გავამრავლოთ 100 : 4-ზე, ანუ, უკეთ ვთქვათ, გავამრავლოთ 100-ზე და შემდეე გავყოთ 4-ზე. მაშასადამე:

25-**ზე გასამრავლებელი რიცხვი უნდა გამრავლდეს** 100-**ზე და მიღებული განამრავლი გაიყოს** 4-**ზე**. ამ წესით გავამრავლოთ 63575 25-ზე.

ჯერ გავამრავლოთ 100-ზე და მერე გავყოთ 4-ზე. 63575-ის ასზე გამრავლების მაგიერ წარმოვიდგინოთ, რომ ვითომც მას მარჯვნიდან მოვუწერეთ 00 ; ეხლა გავყოთ 4-ზე:

$$63575 \times 25 = 1589375$$

6 გავყოთ 4-ზე, **1**-ს ვსწერთ განამრავლად; (2, რომელიც დაგვრჩა ექვსიდან, გარდავაქციოთ შემდეგი დაბალი რიგოვანის ერთეულებად, მას მივუმატოთ 3, მივიღებთ 23-ს) 23 გავყოთ 4-ზე, **5**-ს ვსწერთ; (3, რომელიც დაგვრჩა ოცდასამიდან, გარდავაქციოთ შემდეგი დაბალი რიგოვანის ერთეულებად, მას მივუმატოთ 5, მივიღებთ 35-ს) 35 გავყოთ 4-ზე, **8**; (3, რომელიც დაგვრჩა ოცდათხუთმეტიდან, გარდავაქციოთ შემდეგი დაბალი რიგოვანის ერთეულებად, მას მივუმატოთ 7, მივიღებთ 37-ს); 37 გავყოთ 4-ზე, **9**; (1, რომელიც დაგვრჩა ოცდაჩვიდმეტიდან, გარდავაქციოთ შემდეგი დაბალი რიგოვანის ერთეულებად, მას მივუმატოთ 5, მივიღებთ 15-ს); 15 გავყოთ 4-ზე, **3**; (3, რომელიც დაგვრჩა 15-იდან, გარდავაქციოთ შემდეგი დაბალი რიგოვანის ერთეულებად, მას მივუმატოთ 0, რომელიც, როგორც ვთქვით, ვითომც მოწერილი აქვს, მივიღებთ 30-ს); 30 გავყოთ 4-ზე, **7**; (2, რომელიც, დაგვრჩა 30-იდან, გარდავაქციოთ შემდეგი დაბალი რიგოვანის ერთეულებად, მას მივუმატოთ 0, რომელიც, როგორც ვთქვით. ვითომც მოწერილი აქვს, მივიღებთ 20-ს); 20 გავყოთ 4-ზე, **5**.

ბ. 125-**ზე გამრავლება**. ვთქვათ, 7225 გასამრავლებელია 125-ზე. რადგანაც 125 ეთანასწორება 1000 : 8, ამიტომ 7225 125-ზე გამრავლების მაგიერ გავამრავლოთ 1000 : 8-ზე ანუ, უკეთ ვთქვათ, გავამრავლოთ 1000-ზე და შემდეგ გავყოთ 8-ზე. მაშასადამე:

125-ზე გასამრავლებლად, რიცხვი უნდა გამრავლდეს 1000-ზე და მიღებული განამრავლი გაიყოს 8-ზე.

ამ წესით გამრავლების დროს უნდა ვიმსჯელოთ თითქმის ისევ ისე, როგორც 25-ზე გამრავლების დროს, ამიტომ ამას აღარ გავაქიანურებთ.

გ. **25-ზე გაყოფა.** ვთქვათ, 672528 გასაყოფია 25-ზე.

$$672528 : 25 = (672528 \times 4) : (25 \times 4) = (672528 \times 4) : 100$$

მაშასადამე:

$$672528 : 25 = (\mathbf{672528} \times \mathbf{4}) : \mathbf{100}$$

ე. ი. **25-ზე გასაყოფად რიცხვი უნდა გამრავლდეს 4-ზე და მიღებული განამრავლი გაიყოს 100-ზე.**

დ. **125-ზე გაყოფა. 125-ზე გასაყოფად რიცხვი უნდა გამრავლდეს 8-ზე და მიღებული განამრავლი გაიყოს 1000-ზე.** ამის დამტკიცება შეიძლება ისევ ისე, როგორც ზემო შემთხვევაში.

IX. ფრჩხილების მოხმარება და არითმეტიკული რთული გამოხატულების აღრიცხვა.

§ 75. **ფრჩხილების მოხმარება.** ჩვენ უკვე ვიცით, რომ თუ აღნიშნულ განამრავლში მოჰყვა ჯამი ან გამონაკლი, უკანასკნელები უნდა ჩაისვას ფრჩხილებში. აგრეთვე არის ხოლმე ისეთი აღნიშნული განაყოფი, რომელშიაც მოყოლილია აღნიშნული ჯამი, ჩასმული ფრჩხილებში. საერთოდ მიღებულია, რომ თუ აღნიშნულ განამრავლში ან აღნიშნულ განაყოფში მოჰყვა ჯამი ან გამონაკლი, უკანასკნელები უნდა ჩაისვას ფრჩხილებში იმის აღსანიშნავად, რომ საჭიროა ჯერ ფრჩხილებში ჩასმული აღირიცხოს და შემდეგ სხვა მოქმედებანი შესრულდეს. ადვილი გასაგებია, თუ რანაირად უნდა აღვრიცხოთ შემდეგი არითმეტიკული გამოხატულებანი:

$$(6+24):5,\ (66-6)\times 3 \text{ და სხვა.}$$

როდესაც გვინდა აღნიშნულ განამრავლზე ან განაყოფზე შესრულდეს სხვა ახალი მოქმედება, მაშინ საჭიროა ხოლმე ჩაისვას ისინი ფრჩხილებში, თუმცა ხანდახან უფრჩხილებოდაც შეიძლება იოლად წასვლა. ერთის სიტყვით, ფრჩხილებში უნდა ჩაისვას მაშინ, როდესაც ფრჩხილებში ჩაუსმელობა ბადებს გამოურკვევლობას, გაუგებრობას გამოხატულებისას, ან როდესაც საჭიროა მოქმედებათა წესრიგის ჩვენება.

მაგალითად, ამნაირი გამოხატულება $60:3\times 2$ ექვს გვბადებს; ჯერ გაყოფა უნდა შესრულდეს თუ ჯერ გამრავლება; 60 რომ 3-ზე გავყოთ და მერე გავამრავლოთ 2-ზე, მივიღებთ 40-ს; 3 რომ გავამრავლოთ 2-ზე და მე-

რე მიღებულ განამრავლზე გავყოთ 60, მივიღებთ 10-ს: პირველ შემთხვევაში მივიღეთ 40, მეორეში — 10; მაშასადამე, დიდი მნიშვნელობა აქვს იმას, თუ რა წესრიგზე უნდა აღირიცხოს გამოხატულება.

§ 76. **ერთწევრიანი და მრავალწევრიანი გამოხატულებანი.** თუ გამოხატულებაში ფრჩხილებს გარეთ შეგვხდა მარტო გამრავლებისა და გაყოფის ნიშნები, მაშინ გამოხატულებას ჰქვიან **ერთწევრიანი** ან **ერთწევრი**; თუ გამოხატულებაში ფრჩხილებს გარეთ შეგვხდა შეკრებისა და გამოკლების ნიშნები (სხვა მოქმედებათა ნიშნების გარდა), მაშინ გამოხატულებას ჰქვიან **მრავალწევრიანი** ან **მრავალწევრი**.

შეკრების ან გამოკლების ორ ნიშანთა შორის გამოხატულებას ჰქვიან **წევრი**. ყოველი გამოხატულება, ფრჩხილებში მოქცეული, რაც უნდა რთული იყოს, ითვლება ერთწევრად; მაშასადამე, წევრთა რიცხვის შესახებ კითხვის გარდაწყვეტის დროს არ უნდა მიექცეს ყურადღება ფრჩხილებში მოქცეულ ნიშნებს.

მაგალითად, ერთწევრები არიან:

$$25\times2;\ 60:\ 3;\ (66-3):\ 3;\ (6+2+7):\ (2+3)$$

მრავალწევრნი:

$$6+3;\ 6+3-2;\ 6+2+(4:2);\ 5-(2\times2)+(4:2)+20$$

§ 77. **გარჩევა და აღრიცხვა გამოხატულებისა.**

მაგალითი 1.

$$(12-2):(40:4)+(130-30)\times3$$

ეს გამოხატულება არის ორ წევრიანი, სახელდობრ ჯამი, რადგანაც წევრები შეერთებულია ნიშნით $+$; პირველი შესაკრები $(12-2):(4:4)$ წარმოადგენს განაყოფს: გამონაკლი $12-2$ იყოფა განაყოფზე $40:4$; მეორე შესაკრები $(130-30)\times3$ წარმოადგენს განამრავლს: გამონაკლი მრავლდება 3-ზე. ამ გამოხატულების აღსარიცხავად ჯერ აღვრიცხოთ პირველი

შესაკრები, მერე მეორე და შემდეგ მიღებული რიცხვები შევკრიბოთ:

პირველი შესაკრების აღრიცხვა:

$$12-2=10;\ 40 : 4=10;\ 10 : 10=1$$

მეორე შესაკრების აღრიცხვა:

$$130-30=100;\ 100\times3=300$$

ორთავე შესაკრების ჯამი

$$1+300=\mathbf{301}$$

მაგალითი 2.

$$(4+5)\times[(4-1)+(8+2)]$$

ეს გამოხატულება წარმოადგენს აღნიშნულ განამრავლს; სახელდობრ მრგვალ ფრჩხილებში $(4+5)$ არის სამრავლი, სწორე ფრჩხილებში $[(4-1)+(8+2)]$ არის მამრავლი; უკანასკნელი წარმოადგენს ჯამს გამონაკლისას $4-1$ და ჯამისას $8+2$. $4-1$ ეთანასწორება 3-ს; $8+2$ ეთანასწორება 10-ს; მაშასადამე:

$(4-1)+(8+2)=3+10=13$, სამრავლი კი $4+5=9$. ამგვარად ზემომოყვანილი გამოხატულების მაგიერ მივიღეთ 9.13, რომელიც ეთანასწორება 117-ს.

ზემონათქვამი მოკლედ ასე დაიწერება.

$$(4+5)\times[(4-1)+(8+2)]=9\times[3+10]=9\times13=\mathbf{117}$$

მაგალითი 3.

$$\{60-[10+(36-6)]\}+80$$

ამ გამოხატულებაში არის სამნაირი ფრჩხილები: მრგვალი, სწორე და ნაკვთური. ჯერ გამოვიანგარიშოთ მრგვალ ფრჩხილებში ჩასმული გამოხატულება:

$36-6$ ეთანასწორება 30

და ამის შემდეგ დავსწეროთ მოცემული გამოხატულება უფრო უბრალოდ:

$$\{60-[10+30]\}+80.$$

ახლა გამოვიანგარიშოთ სწორე ფრჩხილებში ჩასმული გა-
მოხატულება:

$$10+30 \text{ ეთანასწორება } 40.$$

მოცემული გამოხატულება ახლად დავსწეროთ უფრო უბ-
რალოდ:

$$\left\{ 60-40 \right\}+80.$$

ბოლოს გამოვიანგარიშოთ ნაკვთურ ფრჩხილებში ჩასმული
გამოხატულება:

$$60-40 \text{ ეთანასწორება } 20.$$

ჩვენი გამოხატულება მიიღებს შემდეგს სახეს:

$$20+80,$$

რომელიც ეთანასწორება 100.

ზემონათქვამი მოკლედ ასე უნდა ჩაიწეროს:

$$\left\{ 60-\left[10+(36-6) \right] \right\}+80=\left\{60-\left[10+30 \right] \right\}+80=$$

$$=\left\{ 60-40 \right\}+8=20+80=100$$

ასევე ალირიცხება ყველა რთული გამოხატულება.

X. მაგალითების ჩამოყალიბება და უცნობი რიცხვის აღრიცხვა მაგალითში ან გამოცანაში. *)

§ 78. **მაგალითი და გამოცანა.** აღრიცხვის მიზანია პოვნა რომელიმე უცნობი რიცხვისა. აღრიცხვის დროს შეიძლება შეგვხვდეს ორი შემთხვევა:

1) როდესაც მოქმედებანი, რომელთა შემწეობითაც უნდა ვიპოვნოთ უცნობი რიცხვი, ნაჩვენებია კიდეც და საკმარისია მხოლოდ მათი შესრულება,

2) როდესაც ეს მოქმედებანი არ არის ნაჩვენები და ამიტომ საჭიროა ყველა მოცემული პირობებისა და სწორე მსჯელობის შემწეობით გაგება, თუ რომელი მოქმედების მოხმარება როგორ მოგვინდება.

პირველ შემთხვევაში ჩვენ გვაქვს საქმე **მაგალითთან**, მეორეში — **გამოცანასთან**. თუ საჭიროა იმის გამოცნობა, თუ რამდენი იქნება 8 და 7, ან 25 მან. 4-ზე გამრავლებული, მაშინ ჩვენ გვაქვს საქმე მაგალითთან; თუ საჭიროა იმის გაგება, რა დამჯდარა 30 გირვანქა შაქარი, გირვანქა 30 მან. ნაყიდი, მაშინ ჩვენ გვაქვს საქმე გამოცანასთან, რადგანაც აქ არ არის ნაჩვენები, თუ რა გზით უნდა აღვრიცხოთ გამოცანა; საშუალება ამ გამოცანის გარდასაწყვეტად ჩვენ თვითონ უნდა ვიპოვნოთ მსჯელობის შემწეობით.

გარდაწყვეტა მაგალითისა ან გამოცანისა არის პოვნა უცნობი რიცხვისა.

---

*) **მაგალითების ჩამოყალიბება და უცნობი რიცხვის აღრიცხვა** უფრო ვრცლად და სრულად იქნება შემდეგ გამოცემაში.

§ 79. **მარტივი და რთული გამოცანები. გამოცანის შემადგენელი ნაწილები.** გამოცანა შეიძლება იყოს რთული ან მარტივი. **მარტივი გამოცანა** ჰქვიან იმისთანა გამოცანას, რომელიც შეიძლება გარდაწყდეს ერთი მოქმედებით; **რთული გამოცანა** ჰქვიან იმისთანა გამოცანას, რომელიც შეიძლება გარდაწყდეს რამდენიმე მოქმედებით.

თვითეული გამოცანა შესდგება ორი ნაწილისაგან: **პირობისაგან** და კითხვისაგან. პირობა ჰქვიან გამოცანის იმ ნაწილს, რომელშიაც ნაჩვენებია რიცხვები, რომელთა შემწეობით საჭიროა პოვნა **უცნობი** რიცხვისა; გამოცანის დანარჩენი ნაწილი შეადგენს კითხვას.

მარტივ გამოცანაში საძიებელია მარტო ერთი უცნობი რიცხვი, რთულ გამოცანაში საძიებელია თანდათანობით რამდენიმე უცნობი რიცხვი: მათ შორის ერთი არის მთავარი უცნობი რიცხვი, რომელიც არის უმთავრესი პასუხი თვით გამოცანისა; დანარჩენი უცნობნი რიცხვნი საჭირონი არიან მთავარი უცნობი რიცხვის საპოვნელად. თუმცა მოხდება ხოლმე, რომ თვით გამოცანის აზრით საპოვნელია ერთი კი არა, არამედ რამდენიმე მთავარი უცნობი რიცხვი.

გამოცანა. ტფილისის ერთი უბნის დასაკმაყოფილებლად საჭიროა დღეში 625 ფუთი პური. რამდენი მანეთის პური მოუნდება ამ უბანს თვეში (30 დღ.), თუ ერთი ფუთი პური ეღირება 200 მანეთად?

ეს არის გამოცანა, რადგანაც არ არის ნაჩვენები მოქმედებანი, რომლის საშუალებითაც ჩვენ შეგვიძლიან უცნობის პოვნა. „რამდენი მანეთის პური მოუნდება ამ უბანს თვეში“, ეს არის „მთავარი კითხვა“, გამოცანის დანარჩენი სხვა კი არის „პირობა“.

ეს გამოცანა რთულია, რადგანაც შეიძლება დაიყოს რამდენიმე მარტივ გამოცანად; სხვანაირად რომ ვთქვათ, მის გარდასაწყვეტად მოგვინდება რამდენიმე მოქმედების მოხმარება. პირველი მარტივი გამოცანათაგანი იქნება: რამდენი მანეთის

პური მოუნდება ამ უბანს ერთ დღეში? ამ ფულის რაოდენობა არის მეორე ხარისხოვანი უცნობი. მეორე ხარისხოვანი უცნობის პოვნის შემდეგ კი შეიძლება გარდაწყდეს მთავარი კითხვა, რომელიც არის დასმული თვით გამოცანაში.

თავი მეორე

XI ოდენობის გაზომვა.

§ 80. **ოდენობა. საგნების (და მოქმედებების) ყველა იმ თვისებას, რითაც შეიძლება ისინი ერთმანეთს შევადაროთ-გავზომოთ, ჰქვიან ოდენობა.** მაგ., სიგრძე, სიგანე, სიმაღლე, წონა, სითბო და სხვა არის ოდენობა.

თვითეულ ოდენობას შეიძლება ჰქონდეს ურიცხვი **მნიშვნელობა,** რომელნიც ერთმანეთისაგან განირჩევიან მარტო იმით, რომ ერთი მეტია ან ნაკლები მეორეზე. მაგალითად ავიღოთ სახაზავები. სახაზავებს აქვს სიგრძე, რომელსაც ჰქვიან ოდენობა. მაგრამ სახაზავების ამ ოდენობას სხვადასხვა მნიშვნელობა აქვს, რადგანაც ზოგი სახაზავი გრძელია და ზოგი მოკლე. აგრეთვე სიგანეს შეიძლება ჰქონდეს ბევრნაირი მნიშვნელობა, ამნაირადვე—სიმაღლეს, წონას, და სხ., ე. ი. თვითეულ ოდენობას შეიძლება ჰქონდეს ურიცხვი მნიშვნელობა.

ოდენობის აუცილებელი თვისებაა, რომ ის შეიძლება **გავზომოთ,** ე. ი. გავიგოთ, რამდენს შეიცავს ის თავის-გვარ ოდენობის ერთეულს. ხშირად ვამბობთ ხოლმე, რომ ის კაცი „გალამაზდა", „გასუქდა", ან „გახდა" ე. ი. იმ კაცს სილამაზე, სისუქნე ან სიგამხდრე მიემატა, მაგრამ კაცის ეს თვისებები არ იქნება ოდენობა, რადგანაც ვერც სილამაზეს და ვერც სიგამხდრეს ვერ გავზომავთ ისე, როგორც შეიძლება გაიზომოს ოდენობა: სიგრძე, სიგანე და სხვა.

§ 81. **ოდენობის გაზომვა.** თუ გვინდა ნათელი წარმოდგენა ვიქონიოთ აღნიშნული ოდენობის რომელსამე მნიშ-

ვნელობაზე, უნდა შევადაროთ ეს ისევ იმ ოდენობის უკვე ცნობილის მნიშვნელობას. თუ საჭიროა, მაგალითად, რომელიმე საგნის წონის ან სიგრძის მნიშვნელობის გაგება, უნდა ამ საგნის ოდენობა (წონა ან სიგრძე) შევადაროთ ისეთ საგნის ოდენობას, რომლის მნიშვნელობაც ცნობილია, მაგალითად, გირვანქიანს ან ფუთიანს, თუ წონის მნიშვნელობა არის გასაგები, და არშინს ან საჟენს, თუ სიგრძის მნიშვნელობა არის გასაგები.

ოდენობის ცნობილს მნიშვნელობას, რომლის შემწეობითაც გაიგება—გაიზომება ამავე ოდენობის სხვა მნიშვნელობა, ჰქვიან **ერთეული** ამ ოდენობისა. არშინი არის ერთეული სიგრძისა, გირვანქა—ერთეული წონისა. წონის ერთეულებად შეიძლება სხვა ზომის ერთეულებიც შემოგვეღო. ოდენობის გაზომვით ჩვენ ვტყობილობთ ოდენობის მნიშვნელობას. მაგალითად ოთახის სიგრძეს თუ გავზომავთ არშინით, შეიძლება ვთქვათ, მისი სიგრძეა 9 არშინი. აგრეთვე შეიძლება გაიზომოს მისი სიგანე, სიმაღლე და ვთქვათ, რომ მას აქვს სიგანე 6 არშინი, სიმაღლე—5 არშინი. გაზომვის შემდეგ ჩვენ მივიღეთ 9, 6, 5, რომელსაც ჰქვიან რიცხვები.

ამგვარად **რიცხვი ჰქვიან გაზომვის შედეგს** *). თუ რიცხვს თან ახლავს სახელი ერთეულისა, მაშინ მას ჰქვიან **წოდებული რიცხვი**, თუ არა და—**განყენებული.**

§ 82. **შედგენილი წოდებული რიცხვი.** ვთქვათ, გასაზომია მანძილი. საზომავ ერთეულად ავიღეთ საჟენი და გადავზომეთ ეს მანძილი. გამოვიდა 15 საჟენი და დარჩა კიდევ გასაზომი პატარა ალაგი, რომელიც საჟენზე ნაკლებია. ამ პატარა ალაგს გავზომავთ უფრო პატარა საზომავი ერთეულით, ვიდრე საჟენია, მაგ., არშინით. ამ დარჩენილ ალაგზე თუ გადავზომეთ ორი არშინი, მივიღებთ, რომ მთელი მანძილი უდრის 15 საჟ. 2 არშინს. ეს წოდებული რიცხვი (15 საჟ. 2 არშ.)

---

*) ეს განმარტება რიცხვისა უფრო საზოგადოა, ვიდრე წინანდელი.

გარეგანი შეხედულებით ორ წოდებულ რიცხვს ჰგავს, მაგრამ რადგანაც ეს არის ერთი მანძილის ერთხელ გაზომვის შედეგი, მას ვთვლით ერთ რიცხვად და სახელად ვუწოდებთ **შედგენილ წოდებულ რიცხვს**. შედგენილი წოდებული რიცხვი ჰქვიან იმისთანა წოდებულ რიცხვს, რომელიც შედგენილია სხვადასხვა სახელიანი საზომავი ერთეულებისგან. თუ წოდებული რიცხვი შედგენილია ერთ-სახელიანი ერთეულისგან, მაშინ მას ჰქვიან **მარტივი წოდებული რიცხვი**.

§ 83. **ზომები.** რადგანაც ოდენობის გასაზომავად შეიძლება ავიღოთ სხვადასხვა მნიშვნელობის ერთეულები იმავე ოდენობისა, ამიტომ ყოველი ოდენობა შეიძლება გამოისახოს სხვადასხვა რიცხვით. ეს ძალიან არევ-დარევას ჰბადებს ოდენობის მნიშვნელობის ნათლად წარმოდგენაზე. მაგალითად, ერთმა ვინმემ რომელიმე საგნის სიგრძე გაზომა კანაფით ან ჯოხით, ერთის სიტყვით, თავის საზომავი ერთეულით და გაიგო, რომ ის სიგრძით უდრის 10 საზ. ერთ.; ეხლა წარმოვიდგინოთ, რომ ისევ იმ საგნის სიგრძე სხვა კაცმა გაზომა თავის საზომავი ერთეულით და დაიგო, რომ ის საგანი სიგრძით უდრის 12 საზომავ ერთეულს. ამისთანა გაზომვით ჩვენ ვერავითარ წარმოდგენას ვერ ვიქონიებთ იმ საგნის სიგრძეზე, რადგანაც ერთის აზრით ის უდრის 10 საზ. ერთეულს, მეორეს აზრით კი — 12 საზომავ ერთეულს, საზომავი ერთეული კი რამოდენაა, არ ვიცით.

ამისთანა არევ-დარევის ასაცილებლად დაწესებულია მუდმივი საზომავი ერეულები ოდენობათა გასაზომავად. ხმარებაში შემოღებულ საზომავ ერთეულებს ვეძახით **ზომებს.**

მანძილის ზომა.

მილი = 7 ვერსს,	საჟენი = 7 ფუტს,
ვერსი = 500 საჟენს,	ფუტი = 12 დუიმს,
საჟენი = 3 არშინს,	დუიმი = 10 ხაზს.
არშენი = 16 ვერშოკს.	

სიტყვების მაგივრად: საჟენი, ფუტი, დუიმი და ხაზი, ხანდახან იწერება ხოლმე ° ′ ″ ‴ ; მაგალითად, 5 საჟ. 4 ფ. 10 დუიმ. 7 ხ. იწერება 5° 4′ 10″ 7‴.

წონის ზომა.

ფუთი = 40 გირვანქას,
გირვანქა = 32 ლოტს = 96 მისხალს,
ლოტი = 3 მისხალს,
მისხალი = 96 წილს,
გირვანქა = 9216 წილს.

სააფთიაქო წონის ზომა.

გირვანქა = 28 ლოტს = 84 მისხალს,
გირვანქა = 12 უნციას,
უნცია = 8 დრახმს,
დრახმი = 8 სკრუპულს,
სკრუპული = 20 გრანს.

ერთი-მეორესთან შედარებით ზომები შეიძლება იყოს **ერთგვარი**, ე. ი. ზომები ერთი და იმავე ოდენობისა, და სხვადასხვა-გვარი; მაგალითად, მანძილის და წონის ზომები — ვერსი და ფუთი — სხვადასხვა-გვარის ზომები არიან, ვერსი და საჟენი კი ერთგვარი ზომებია.

ერთგვარი ზომები ერთი-მეორესთან შედარებით შეიძლება იყვეს **მაღალი რიგოვანისა** და **დაბალი რიგოვანისა**. მაგალითად ავიღოთ ერთგვარი ზომები ვერსი და საჟენი: ერთი-მეორესთან შედარებით ვერსი არის მაღალი რიგოვანისა და საჟენი — დაბალი რიგოვანისა.

ქაღალდის ზომა.

ოზმა = 20 დასტას,
დასტა = 24 ფურცელს.

სითხის საწყაო.

ბოჭკა = 40 ვედროს,
ვედრო = 10 შტოფს ანუ 20 ბოთლს,
შტოფი = 10 ჩარკას.

სითხის საწყაო (ღვინისა).

ურემი = 3 საპალნეს,
საპალნე = 2 ცალს,
ცალი = 15 ჩაფს,
ჩაფი = 4 თუნგს,
თუნგი = 5 ბოთლს = 4 ჩარექს,
საპალნე = 6 კოკას,
კოკა = 2 ჩაფს.

ფულის ზომა.

იმპერიალი=15 მანეთს,
მანეთი=100 კაპეიკს,
თუმანი=10 მანეთს,
მანეთი=5 აბაზს,
აბაზი=4 შაურს,
შაური=5 კაპეიკს.

დროს ზომა.

საუკუნე=100 წელიწადს,
წელიწადი=12 თვეს,
წელიწადი = $\left|\begin{matrix}365\\366\end{matrix}\right.$ დღე-ღამეს,
დღე-ღამე=24 საათს,
საათი=60 წამს,
წამი=60 წუთს.

დროს გასაზომად შემოღებულია ორი უმთავრესი ერთეული, რომელიც მოგვანიჭა თვით ბუნებამ: **დღე-ღამე** და **წელიწადი**.

დღე-ღამე ჰქვიან დროს, რომელიც გადის ერთი შუა-ღამიდან მეორემდე. წელიწადი ჰქვიან დროს, რომლის განმავლობაში (დაახლოვებით) დედა-მიწა ერთხელ უვლის გარშემო მზეს.

დაწვრილებით ცნობანი ამ ერთეულების შესახებ კოსმოგრაფიიდან შეიძლება შევისწავლოთ, ამიტომ აქ საჭირო არ არის მისი აღწერა.

წელიწადს, რომელსაც აქვს 365 დღე-ღამე, ჰქვიან უბრალო წელიწადი; წელიწადი არის ნაკიანი, თუ მას აქვს 366 დღე-ღამე.

წელთა აღრიცხვა იწყება ქრისტეს დაბადებიდან და ყოველი სამი წლის შემდეგ დგება ნაკიანი წელიწადი; ასე რომ ქრისტეს დაბადებიდან მე-4-წელიწადი იყო ნაკიანი და წინა წლები კი, ქრ. დაბადების წლის გარდა, იყო უბრალო; აგრეთვე ნაკიანი იყო მე-8-ე, მე-12-ე, მე-16-ე და ასევე შემდეგი წელიწადები.

ის წელიწადი, რომელიც იყოფა 4-ზე, არის ნაკიანი. მაგალითად, 1224 წ., 832 წ. ნაკიანი წელიწადები იყო, რადგანაც როგორც 832 ისე 1224 იყოფა 4-ზე; 1225 წ., 1226 წ., 1227 წ. უბრალო წელიწადები იყო.

წელიწადსა აქვს 12 თვე:

იანვარი = 31 დღე-ღამე;
თებერვალი = 28 დ.-ღ., თუ უბრალო წ., და
29 დ.-ღ., თუ ნაკიანია;
მარტი = 31 დ.-ღ.
აპრილი = 30 დ.-ღ.
მაისი = 31 დ.-ღ.
თიბათვე = 30 დ.-ღ.
მკათათვე = 31 დ.-ღ.
მარიამობისთვე = 31 დ.-ღ.
ენკენისთვე = 30 დ.-ღ.

ღვინობისთვე = 31 დ.-ღ.
გიორგობისთვე = 30 დ.-ღ.
ქრისტიშობისთვე = 31 დ.-ღ.

შემდეგში ხშირად ვიტყვით ხოლმე შემოკლებულად ,,დღე''-ს ,,დღე-ღამი''-ს მაგიერ.

XII. წოდებული რიცხვის გარდაქცევა და მოქმედებანი მათზე.

§ 84. **გარდაქცევა დაბალ ერთეულებად.** წოდებული რიცხვის შეცვლას მის თანასწორი სხვა რიცხვით, რომელიც გამოხატულია სხვა ზომის, მაგრამ მის გვარი ერთეულებით, ჰქვიან **გარდაქცევა** წოდებული რიცხვისა.

გარდაქცევა ორნაირია: 1) წოდებული რიცხვის გამოხატვა სხვა უფრო დაბალი ანუ წვრილი ერთეულებით, 2) წოდებული რიცხვის გამოხატვა სხვა უფრო მაღალი ან მსხვილი ერთეულებით.

ჯერ შევისწავლოთ წოდებული რიცხვის გარდაქცევა დაბალ ერთეულებად.

მაგალითი. 25 ფუთი გარდავაქციოთ გირვანქებად. თუ 1 ფუთში 40 გირვანქაა, 25 ფუთში იქნება 25-ჯერ მეტი გირვანქა, ე. ი.

$$\begin{array}{r} \times\; 40 \text{ გირ.} \\ 25 \\ \hline 200 \\ 80 \\ \hline 1000 \text{ გირ.} \end{array}$$

მაგალითი 2. 23 ფუთი 2 გირ. 1 ლოტ. გარდავაქციოთ მისხლებად.

ასეთი შედგენილი წოდებული რიცხვი რომ გამოვსახოთ

მისხლებით, ჯერ გავიგებთ 23 ფუთში რამდენი გირვანქაა; მიღებულს გირვანქებს მივუმატებთ 2 გირვანქასაც; შემდეგ ყველა გირვანქებს გამოვსახავთ ლოტებით და მას კიდევ მივუმატებთ 1 ლოტსაც. მიღებულს ლოტებს გამოვსახავთ მისხლებით.

მოქმედებას ასე დავაწყობთ:

× 23 ფ. 2 გირ. 1 ლ.
40

920 გირ. 23 ფუთში
\+ 2

922 გირ. 23 ფ. 2 გირვანქაში
× 32

1844
2766

29504 ლ. 23 ფ. 2 გ.-ში
\+ 1

29505 ლ. 23 ფ. 2 გ. 1-ლ-ში
× 3

88515 მისხ. 23 ფ. 2 გ. 1-ლ-ში.

მაშასადამე, შედგენილ წოდებულ რიცხვს, გამოხატულს ზოგის მაღალი ერთეულებით, თუ საჭიროა მისი გარდაქცევა დაბალ ერთეულებად, თანდათანობით ვსახავთ უახლოეს დაბალი ერთეულებით; ამასთანავე თვითეულჯერ მიღებულს შედეგს ვუმატებთ ერთსახელოვან ერთეულებს მოცემული რიცხვიდან.

§ 85. **გარდაქცევა მაღალ ერთეულებად.** წოდებული რიცხვი გარდავაქციოთ მაღალ ერთეულებად, ე. ი. გამოვსახოთ სხვა, უფრო მაღალი, ერთეულებით.

მაგალითად, 7832 მისხალი გარდავაქციოთ ფუთებად.

3 მისხალი შეადგენს 1 ლოტს, მაშასადამე 7830 მისხალი შეადგენს იმდენ ლოტს, რამდენჯერაც 7832 მისხალში

მოთავსდება 3 მისხალი; ამის გასაგებად 7832 მისხალი გავყოთ 3 მისხ., მივიღებთ 2610 (დარჩ. 2 მისხ.), ე. ი. 7832 მ. = 2610 ლ. + + 2 მისხ.

32 ლოტი შეადგენს 1 გირვანქას, მაშასადამე 2610 ლ. შეადგენს იმდენს გირვანქას, რამდენჯერაც 2610 ლოტში მოთავსდება 32 ლოტი; ამის გასაგებად 2610 ლ. გავყოთ 32 ლოტზე, მივიღებთ 81 (დარჩა 18 ლ.), ე. ი. 2610 ლ. = 81 გ. + + 18 ლ.

40 გირვანქა შეადგენს 1 ფუთს, მაშასადამე 81 გ. შეადგენს ინდენს ფუთს, რამდენჯერაც 81 გირვანქაში მოთავსდება 40 გირვანქა; ამის გასაგებად 81 გ. გავყოთ 40 გირვანქაზე, იქნება 2 (დარჩა 1 გ.), ე. ი.

81 გ. = 2 ფ. + 1 გ.

საბოლოოდ მივიღეთ: 7832 მისხ. = 2 ფ. 1 გ. 18 ლ. 2 მისხ. სუყველა ზემონათქვამი მოკლედ ასე უნდა ჩაიწეროს:

```
 7832 მ. | 3 მ.
 ────────|──────
    2 მ. | 2610 (ლ.) | 32 ლ.
         |-256       |────────
         |─────      |  81 (გ.) | 40 გ.
         |   50      | -80      |──────
         |  -32      | ───      |  2 (ფ.)
         |  ───      |   1 გ.
         |   18 ლ.
```

ე. ი. 7832 მისხ. = 2 ფ. 1 გ. 18 ლ. 2 მისხ.

§ 86. **შეკრება შედგენილი წოდებული რიცხვებისა.** ყველა მოქმედება შედგენილ წოდებულ რიცხვებზე უნდა შესრულდეს თითქმის ისევ ისე, როგორც განყენებულს რიცხვებზე.

თუ შესაკრებია რამდენიმე შედგენილი წოდებული რიცხვი, ყველა მოცემული რიცხვი ერთი-ერთმანეთის ქვეშ უნდა

მოვუწეროთ ისე, რომ ერთსახელოვანი ერთეულები მოექცენ ერთი-ერთმანეთის ქვეშ. ხაზს გავუსვამთ უკანასკნელს შესაკრებს, რომელსაც ქვეშ მოეწერება ჯამი. შეკრებას ვიწყებთ დაბალი რიგოვანის ერთეულებიდან, ე. ი. მარჯვნიდან და თანდათან გადავდივართ მაღალი რიგოვანის ერთეულებისაკენ.

თუ მიღებული ჯამი — შედგენილი წოდებული რიცხვი გარდასაქცევია, მას ქვეშ ხაზი გაესმება და ხელ-ახლა მიეწერება ჯამი, გარდაქცევის შემდეგ მიღებული.

მაგალითად:

	42	დ.-ლ.	18	ს.	27	წ.
+	65	„	2	„	52	„
	120	დ.-ლ.	16	ს.	3	წ.
	227	დ.-ლ.	36	ს.	82	წ.
	228	დ.-ლ.	13	ს.	22	წ.

§ 87. **გამოკლება შედგენილი წოდებული რიცხვებისა.** მკლებელს ვსწერთ დასაკლების ქვეშ ისე, რომ ერთსახელოვანი რიცხვები მოექცეს ერთი-ერთმანეთის ქვეშ, მკლებელს ქვეშ ხაზს გავუსვამთ და მას ქვეშ მოვუწერთ გამონაკლს.

გამოკლებას ვიწყებთ დაბალი რიგოვანის ერთეულებიდან, ე. ი. მარჯვნიდან, თანდათან გადავდივართ მაღალი რიგოვანის ერთეულებისაკენ და გამონაკლს ვსწერთ.

თუ მკლებელში რომელიმე რიგოვანი ერთეულების რიცხვი მეტია დასაკლების იმნაირადვე წოდებული ერთეულების რიცხვზე, მაშინ უახლოესი მაღალი რიგოვანის ერთ ერთეულს გარდავაქცევთ დაბალი რიგოვანის ერთეულებად და ამას მივუმატებთ დასაკლების იმნაირადვე წოდებულს ერთეულებს.

მაგალითად:

25 სთ.	35 წმ.	8 წთ.
— 15 „	40 „	6 „
9 სთ.	55 წმ.	2 წთ.

§ 88. **შედგენილი წოდებული რიცხვების გამრავლება.** ნუ დაგვავიწყდება, რომ მამრავლი უნდა იყოს ყოველთვის განყენებული რიცხვი. ამიტომ განვიხილავთ მხოლოდ ერთს შესაძლებელს შემთხვევას: წოდებული რიცხვის გამრავლებას განყენებულს რიცხვზე.

ვთქვათ, გასამრავლებელია 2-ზე წოდებული რიცხვი 15 დ.-ღ. 5 სთ. 16 წმ. 11 წთ. სამრავლის ქვეშ დავსწერთ მამრავლს, იმის გვერდზე მარცხნიდან—მოქმედების ნიშანს, სუველა ამას ქვეშ გავუსვამთ ჰორიზონტალურს ხაზს და სამრავლის ყველა ზომის ერთეულებს გავამრავლებთ მამრავლზე მარჯვნიდან დაწყებით.

თუ რომელიმე ზომის ერთეულების მამრავლზე გამრავლების შემდეგ შეიძლება შესდგეს მაღალი ზომის ერთეულები, მაშინ მათ გარდავაქცევთ და მივუმატებთ თავის სახელობის ერთეულებს.

მაგალ. 1.

15 დ.-ღ.	5 სთ.	16 წმ.	11 წთ.
		×	8
120 დ.-ღ.	40 სთ.	128 წმ.	88 წთ.
121 დ.-ღ.	18 სთ.	9 წმ.	28 წთ.

მაგალ. 2.

როდესაც მამრავლი რამდენიმე ნიშნიანი რიცხვია, მაშინ გამრავლება იმით რთულდება, რომ სამრავლის შემადგენელი რიცხვები ცალკე უნდა გამრავლდეს (მარჯვნიდან დაწყებით) და მერე გარდაიქცეს.

მაგ., 32 ფ.	25 გ.	15 მისხ.
		× 65
2120 ფ.	35 გ.	15 მისხ.

32	25	15
× 65	× 65	× 65
160	125	75
192	150	90
2080	1625	975 | 96
+ 40	+ 10	15მ. | 10
2120 ფ.	1635 | 40	
	35გ. | 40	

§ 89. **შედგენილი წოდებული რიცხვების გაყოფა.** გაყოფას აქვს ორი მნიშვნელობა: ა) გაყოფა ნიშნავს წოდებული რიცხვის დაშლას იმდენ თანასწორ ნაწილად, რამდენს ერთეულსაც შეიცავს განყენებული რიცხვი (გამყოფი). ბ) გაყოფა ნიშნავს გაგებას: ერთი წოდებული რიცხვი რამდენჯერ შეიცავს მეორე წოდებულს რიცხვს.

პირველი შემთხვევა: გაყოფა წოდებული რიცხვისა განყენებულზე. ვსწერთ გასაყოფს და გამყოფს, რომელთა შორისაც იწერება გაყოფის ნიშანი; განაყოფი იწერება ჰორიზონტალური ხაზის ქვეშ. ვყოფთ ცალცალკე სხვადასხვა ზომის ერთეულებს მაღალი ზომის ერთეულებიდან დაწყებით ისე როგორც მარტივ წოდებულს რიცხვებს.

თუ ამისთანა ცალცალკე გაყოფის შემდეგ დარჩა ნარჩენი, მაშინ მას გარდავაქცევთ უახლოეს დაბალი ზომის ერთეულებად, რომლებსაც მივუმატებთ გასაყოფის იმავე სახელობის ერთეულებს; ამ დაბალი ზომის ერთეულებს ისევ ვყოფთ გამყოფზე და ასე გავაგრძელებთ იქნობამდის, მანამ გავყოფთ გასაყოფის დაბალი ზომის ერთეულებს. თუ ამის შემდეგ დარჩა ნარჩენი, რომლის ერთეულებიც შეიძლება გარდაიქცეს უფრო დაბალ ერთეულებად, მაშინ გაყოფას განვაგრძობთ. განაყოფი

იქნება წოდებული რიცხვი, რადგანაც ის წარმოადგენს ნაწილს მთელისას (წოდებული რიცხვისას) და, მაშასადამე, ის უნდა იყოს წოდებული რიცხვი.

მაგალითად: 25 ფ. 37 გ. 12. ლ. | 12

−24 | 2 ფ. 6 გ. 14 ლ. 1 მისხ.

1 ფ. ნარჩ.
×40
40
+37
77 გ.
−72
5 გ. ნარჩ.
×32
160
+12
172 ლ.
−12
52
−48
4 ლ. ნარჩ.
×3
12 მისხ.
−12
„„

მეორე შემთხვევა: გაყოფა წოდებული რიცხვისა წოდებულზე (რამდენჯერ შეიცავს ერთი რიცხვი მეორეს).

თუ გვინდა შედგენილი წოდებული რიცხვი გავყოთ შედგენილ ან მარტივ წოდებულ რიცხვზე, ორივე რიცხვი უნდა გარდავაქციოთ დაბალი და უსათუოდ ერთნაირი ზომის ერთეულებად და შემდეგ კი გაყოფას შევუდგეთ. განაყოფად მივიღებთ განყენებულს რიცხვს, რადგანაც ის გვაჩვენებს რამდენჯერ შეიცავს ერთი რიცხვი მეორეს.

გამოცანა. 18 ფ. 10 გ. რამდენჯერ შეიცავს 1 ფ. 33 გირვანქას?

18 ფ. 10 გ. : 1 ფ. 33 გ. = 730 გ. : 73 გ. = 10 (ჯერ).

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times\ 40 \\ \hline 720 \\ +\ 10 \\ \hline 730 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 40 \\ \hline 40 \\ +\ 33 \\ \hline 73 \end{array}$$

§ 90. **გამოცანები დროის აღსარიცხავად.** განსაკუთრებული წესწავლა უნდა იმისთანა გამოცანების გარდაწყვეტას, რომლებიც შეეხება დროს აღრიცხვას, რადგანაც მათ გარდასაწყვეტად საჭიროა განსაკუთრებული ხერხის ცოდნა. განვიხილოთ „დროზე“ გამოცანების გარდაწყვეტა.

თვითეულს გამოცანაში „დროზე“ არის ხოლმე ნათქვამი ერთ მოვლენაზე. ხანდახან გამოცანაში არის ხოლმე ნაჩვენები რომელი მოვლენა როდის მოხდა და გასაგებია რამდენმა ხანმა გაიარა მათ შორის; ხან კი ნაჩვენებია, როდის მოხდა ერთი მოვლენა, და საჭიროა კი იმის გაგება, თუ როდის მოხდა მეორე მოვლენა;

დრო, რომელიც გვიპასუხებს კითხვაზე „როდის“, არის **დრო კალენდრისა**; მაგ. 1918 წ. 10 თებ. არის დრო კალენდრისა.

დრო, რომელიც გვიპასუხებს კითხვაზე „რამდენი დრო“, არის **ხანი დროსი.** მაგ. 10 თვე 3 საათი არის ხანი დროსი.

არითმეტიკული მოქმედებანი შეიძლება მოხდეს მხოლოდ დროს ხანებზე: მაგ. 25 დღე 3 სთ. და 40 დღ. 18 სთ. შეიძლება შეიკრიბოს. კალენდრის დროს შეკრება კი უაზრობაა. მაგ. 1918 წ. და 1905 წლის შეკრება ყოვლად შეუძლებელია; ვერავინ იტყის, რომ მათი ჯამი არის 3823 წელი, რომელიც ჯერ არ დამდგარა. ეს უაზრობაა; უაზრობა იქნებოდა მაშინაც, რომ 3823 წელი დამდგარი იყოს კიდეც.

რადგანაც არითმეტიკული მოქმედება შეიძლება მოხდეს მხოლოდ დროს ხანებზე და არა კალენდრისაზე, გამოცანებში მოყვანილი კალენდრის დრო უნდა განსხვასახიერდეს — შეიცვალოს **დროს ხანად.**

დროს განსასხვასახიერებლად უნდა ამოირჩეს პირობითი მომენტი უფრო ადრეული, ვიდრე მომხდარა ის მოვლენები, რომელზედაც ლაპარაკია გამოცანაში; ამ მომენტიდან იმ დრომდე, როდესაც მომხდარა ესა თუ ის მოვლენა, გამოვთვალოთ რამდენი გავიდა სრული წელიწადი, თვე, დღე-ღამე და საათი. ამისთანა მომენტად ხშირად იღებენ ხოლმე დროს **ქრისტეს დაბადებისას**, ე. ი. წელთ აღრიცხვის დასაწყისს. ამ მომენტის არჩევა დამოკიდებულია იმაზე, თუ რომელი ხნის განმავლობაში მომხდარა მოვლენები; მოვლენები თუ მომხდარა დღე-ღამის განმავლობაში, დროს დასაწყისად, საიდანაც უნდა გამოვთვალოთ დროს ხანი მოვლენებამდის, ვიღებთ დღე-ღამის დასაწყისს, თუ მოვლენები მომხდარა კვირის განმავლობაში, მაშინ გამოვთვლით კვირის დასაწყისიდან (კვირის შუაღამიდან —სანამ ორშაბათი გათენდება); თუ მოვლენები მომხდარა წლის განმავლობაში, დროს გამოვთვლით წლის დასაწყისიდან და ასე შემდეგ. იმ შემთხვევაში, თუ მოვლენები ხდება მეტი დროს განმავლობაში, ვიდრე ერთი წელიწადი, მაშინ ქრისტეს დაბადებიდან ვიწყებთ გამოთვლას.

დროთა აღსარიცხავად გამოცანების გარდაწყვეტის დროს საჭიროა მიექცეს ყურადღება წელს: ნაკიანია თუ უბრალო. აგრეთვე სათანადო ყურადღება უნდა მიექცეს თვეების გარდაქცევას, რადგანაც სხვადასხვა თვეს სხვადასხვა ხანგრძელობა აქვს.

დროს აღსარიცხავი გამოცანები შეიძლება დაიყოს სამს ჯგუფად, იმის მიხედვით თუ რა არის მოცემული და რა საძიებელი.

პირველ ჯგუფს ეკუთვნის ისეთი გამოცანები, რომელშიაც აღნიშნულია მოვლენის დასაწყისი (კალ. დრო), მოვლენის ხანგრძელობა (ხანის დრო) და საძიებელია მოვლენის დასრული (კალ. დრო).

მეორე ჯგუფს ეკუთვნის ისეთი გამოცანები, სადაც აღნიშნულია დასაწყისი და დასასრული მოვლენის (კალ. დრო), საძიებელია ხანგრძელობა მოვლენისა (ხან. დრო).

მესამე ჯგუფს ეკუთვნის ისეთი გამოცანები, რომლებშიაც მოცემულია მოვლენის დასასრული (კალ. დრ.) და მისი ხანგრძლიობა (ხან. დრო); საძიებელია მოვლენის დასაწყისი (კალ. დრ.).

გამოცანების ჯგუფობრივობის დასახსომებლად კარგი იქნება შემდეგი ხერხი. მუდამ თვალწინ უნდა გვქონდეს და გვახსოვდეს ისეთი სტრიქონი, რომელშიაც ვეწერია ჯერ მოვლენის დასასრული, შემდეგ მოვლენის ხანგრძლიობა და ბოლოს მოვლენის დასაწყისი; ამრიგად:

1) მოვლენის დასასრული, 2) მოვლენის ხანგრძლიობა, 3) მოვლენის დასაწყისი.

თუ ეს რიგი კარგად დავიხსომეთ, გამოცანების ჯგუფობრივობის დახსომებაც ადვილია: **თუ გამოცანაში საძიებელია 1) ამ რიგიდან, მაშინ გამოცანა პირველი ჯგუფისა არის. თუ საძიებელია 2), გამოცანა მეორე ჯგუფისა არის, თუ საძიებელია 3), გამოცანაც მესამე ჯგუფისა არის.**

პირველი ჯგუფის გამოცანა.

ვთქვათ, ვინმე დაიბადა 1845 წლის 12 თიბათვეს და მოკვდა როდესაც იყო 35 წლის 8 თვ. 23 დღისა. როდის მოკვდა ის?

რადგანაც გვინდა გავიგოთ, როდის მოკვდა ის, უნდა ვიცოდეთ რამდენმა ხანმა გაიარა ქრისტეს დაბადებიდან იმის სიკვდილამდის.

ქრისტეს დაბადებიდან იმის დაბადებამდის გაიარა სრულმა 1844 წელმა და 1845 წლის ნაწილმა; უკანასკნელი წლის 5 თვემ გაიარა, რადგანაც ის დაიბადა თიბათვეში; უკანასკნელი თვის 11 დღემ გაიარა, რადგანაც დაიბადა 12-ში.

მაშასადამე ქრისტეს დაბადებიდან იმის დაბადებამდის გავიდა: 1844 წლ. 5 თვ. 11 დღ.

იმის დაბადებიდან სიკვდილამდის გავიდა დრო:

35 წ. 8 თვ. 23 დღ.

მაშასადამე ქრისტეს დაბადებიდან იმის სიკვდილამდის გავიდა დრო:

+	1844 წ.	5 თვ.	11 დღ.
	35 „	8 „	23 „
	1879 წ.	13 თვ.	34 დღ.
	1880 წ.	2 თვ.	6 დღ.

ასე გარდავაქციეთ თვეები წელიწადებად და დღეები თვედ. 13 თვ.=1 წლ.+1 თვ., ამიტომ გავიდა 1879 წელიწადი კი არა, არამედ 1880 წელიწადზე მეტი. 1881 წლისა გავიდა 1 თვე იანვარი და 34 დღე. უკეთ რომ ვთქვით, იანვრის შემდეგ გასულა კიდევ მთელი თვე, თებერვალი და დამდგარა მესამე თვე მარტი. რადგანაც 1881 წელიწადი იყო უბრალო, ამიტომ მაგ წლის თებერვალი უნდა ყოფილიყო 28 დღისა.

ქრისტეს დაბადებიდან იმის სიკვდილამდის გასულა:

1880 წ. 2 თვ. 6 დღ.

როდის მოკვდა ის?

ქრისტეს დაბადებიდან იმის სიკვდილამდის გასულა 1880 წლ., მაშასადამე ის მომკვდარა 1881 წელში; რადგანაც უკანასკნელი წლისა გასულა 2 თვე (იანვარი, თებერვალი), ამიტომ ის მომკვდარა მარტში; უკანასკნელი თვისა გასულა 6 დღე, ე. ი. ის მომკვდარა 7 მარტს.

ის მომკვდარა 1881 წლის 7 მარტს.

მეორე ჯგუფის გამოცანა. გამოჩენილი მათემატიკოსი ი. ნიუტონი დაიბადა 1642 წლის დეკემბრის 25-ს და გარდაიცვალა 1727 წ. მარტის 20-ს. რამდენი ხანი იცოცხლა მან?

ქრ. დაბადებიდან ნიუტონის დაბადებამდის გავიდა 1641 წელი 11 თვე 24 დღ. ქრ. დაბადებიდან იმის სიკვდილამდის გავიდა 1726 წელი 2 თვ. 19 დღ. მეორიდან გამოვაკლებთ

პირველს და მივიღებთ ნიუტონის წლოვანობას, ე. [illegible] რამდენი ხანიც იცოცხლა.

1726 წ.	2 თვ.	19 დღ.
− 1641 „	11 „	24 „
84 წ.	2 თვ.	23 დღ.

გამოკლებას ვიწყებთ მარჯვნიდან—დღეებიდან. რადგანაც 19 დღეს არ გამოაკლდება 24 დღ., ამიტომ ვსესხულობთ ერთს უკანასკნელს თვეს დასაკლებიდან და გარდავაქცევთ დღეებად. 1727 წლის მეორე თვე არის თებერვალი 28 დღისა, რადგანაც 1727 წელიწადი უბრალოა. 28 დღ. და 19 დღ. შეადგენს 47 დღ.. რომელსაც გამოვაკლებთ 24 დღ., რის შემდეგაც დაგვრჩება 23 დღ.

დასაკლების ერთს თვეს არ გამოაკლდება 11 თვე, ამიტომ ვსესხულობთ ერთს წელიწადს, ე. ი. 12 თვეს; 12 თვე და 1 თვე შეადგენს 13 თვეს, რომელსაც გამოვაკლებთ 11 თვეს, რის შემდეგაც დაგვრჩება 2 თვე, და ასე შემდეგ.

ი. ნიუტონს უცოცხლნია **84 წელი 2 თვ. 23 დღ.**

მესამე ჯგუფის გამოცანა.

ჰაეროპლანი დაბრუნდა გარაჟში 15 მკათათვეს შუადღის შემდეგ 3 საათ. 13 წძ. 40 წუთზე. როდის გაფრინდა ჰაეროპლანი ბინიდან, თუ მისი ფრენა გაგრძელდა 4 სთ. 10 წმ. 5 წთ?

ჯერ გავიგოთ, რამდენი ხანი გავიდა წლის დასაწყისიდან ჰაეროპლანის გარაჟში დაბრუნებამდის?

გავიდა 6 თვე (იანვარი, თებერვალი, მარტი, აპრილი, მაისი და თიბათვე), 14 დღე მკათათვისა და მე-15-ე დღის ნაწილიც. დღე-ღამის დასაწყისად რომ ავიღოთ შუაღამე, ამ ნაწილის გამოსაანგარიშებლად უნდა მოვიქცეთ ასე: შუაღამიდან შუადღემდე გავიდა 12 საათი; ის დაბრუნდა 3 საათ. 13 წამ. 40 წუთზე, ე. ი. შუადღის შემდეგ კიდევ გავიდა 3 საათ. 13 წმ. 40 წთ. მაშასადამე შუაღამიდან იმის დაბრუნებამდის გავიდა 15 საათ. 13 წმ. 40 წთ.

ამგვარად წლის დასაწყისიდან ჰაეროპლანის გაფრენებამდის გავიდა:

6 თვ. 14 დღ. 15 სთ. 13 წმ. 40 წთ.

ეხლა ამას გამოვაკლოთ ის დრო, რომელიც მოუნდა ფრენას.

—	6 თვ.	14 დღ.	15 სთ.	13 წმ.	40 წთ.
			4 „	10 „	5 „
	6 თვ.	14 დღ.	11 სთ.	3 წმ.	35 წთ.

გამოკლების შემდეგ ჩვენ გავიგეთ, რომ წლის დასაწყისიდან ჰაეროპლანის გარაჟიდან გაფრენამდის გასულა 6 თვ. 14 დღ. 11 სთ. 3 წმ. 35 წთ.. მაგრამ ეს არ არის პასუხი იმ კითხვისა, რომელიც დასმულია გამოცანაში.

საჭიროა გავიგოთ, **როდის** გაფრინდა ჰაეროპლანი გარაჟიდან, და არა ის, თუ რამდენი ხანი გავიდა წლის დასაწყისიდან იმის გაფრენამდის.

რადგანაც წლის დასაწყისიდან იმის გაფრენამდის გასულა სრული ექვსი თვე და მეშვიდე თვის (მკათათვის) 14 დღე, ამიტომ ის გარაჟიდან გაფრენილა მკათათვის 15-ს; ამასთანავე 15 მკათათვისა გასულა 11 სთ. 3 წმ. 35 წთ.

მაშასადამე ჰაეროპლანი გარაჟიდან გაფრენილა:

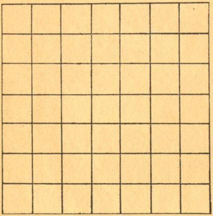
15 მკათათვეს 11 სთ. 3 წმ. 35 წუთზე.

§ 91. **ვაკეობის ზომა.** ვაკეობის ზომას სხვანაირად ჰქვიან **კვადრატული** ზომა, რადგანაც მას აქვს კვადრატის ფორმა. ეს ზომა წარმოსდგება შემდეგნაირად: უნდა ავიღოთ კვადრატი, ე. ი. ისეთი ოთხკუთხედი, რომლის ოთხივე გვერდი თანასწორია და ოთხივე კუთხე ერთნაირი. თუ კვადრატის სიგრძე-სიგანე ეთანასწორება ერთეულს, რომელიც იხმარება მანძილის გასაზომად, მაშინ ამ კვადრატს ვეძახით **კვადრატულს ერთეულს** და ვხმარობთ ვაკეობის გასაზომად. მაგალ., კვადრატული არშინი არის ვაკეობა კვადრატისა, რომლის გვერდი ეთანასწორება 1 არშინს; კვადრატული ვერშოკი არის

ვაკეობა კვადრატისა, რომლის გვერდი ეთანასწორება 1 ვერშოკს.

ამისთანა ერთეულებით გაიზომება ვაკეობა.

ეხლა გავიგოთ, კვადრატული საჟენი რამდენს კვადრატულს არშინს შეიცავს, კვადრატული არშინი რამდენს კვადრატულს ვერშოკს და ასევე სხვა. ამიტომ დავხაზოთ დაპატარავებულად კვადრატული საჟენი და კვადრატული საჟენი დავყოთ ისეთ კვადრატებად, რომ თითო კვადრატი წარმოადგენდეს კვადრატულს ფუტს. ამისთვის კვადრატის სიგრძეს გავყოფთ 7 თანასწორ ნაწილად, რადგანაც საჟენშია 7 ფუტი, და სწორე ხაზების შემწეობით გავყოფთ მას 7 თანასწორ სვეტად. ამის შემდეგ კვადრატის სიგანესაც გავყოფთ 7 თანასწორ ნაწილად და სწორე ხაზებით თვითეულს სვეტს დავყოფთ 7 კვადრატად.



ნახაზი 1.

პატარა კვადრატი წარმოადგენს კვადრატულს ფუტს. თითო სვეტშია 7 კვადრატული ფუტი, სულ 7 სვეტია, ამიტომ,

თუ გვინდა გავიგოთ ერთი კვადრატული საჟენიდან რამდენი კვადრატული ფუტი გამოვიდა, 7 კვადრატული ფუტი უნდა გავიმეოროთ შესაკრებად 7-ჯერ, ე. ი. 7 კვად. ფუტი გავამრავლოთ 7-ზე. მაშასადამე:

1 კვად. საჟ.$=(7\times7)$ კვად. ფუტს$=49$ კვად. ფუტს.

ასევე რომ დავყოთ კვადრატული საჟენი კვადრატულ არშინებად, მივიღებთ სამს სვეტს, რადგანაც საჟენში სამი არშინია, და თვითეულს სვეტში — სამს კვადრატულს არშინს. ამიტომ:

1 კვად. საჟ.$=(3\times3)$ კვად. არშ.$=9$ კვად. არშ.

ამნაირად შესდგება მთელი ნუსხა კვარდატული ზომებისა.

კვ. მილი$=(7\times7)$ კვ. ვერ.$=49$ კვ. ვერსს.

კვ. ვერსი$=(500\times500)$ კვ. საჟ.$=250000$ კვ. საჟენს.

კვ. საჟ.$=(3\times3)$ კვ. არშ.$=9$ კვ. არშინს.

კვ. არშინი$=(16\times16)$ კვ. ვერ.$=256$ კვ. ვერშოკს.

კვ. საჟ.$=(7\times7)$ კვ. ფ. $=49$ კვ. ფუტს.

კვ. ფუტი$=(12\times12)$ კვ. დ.$=144$ კვ. დუიმს.

კვ. დუიმი$=(10\times10)$ კვ. ხ.$=100$ კვ. ხაზს.

ამ ზომების გარდა არსებობს კიდევ ზომები განსაკუთრებულად მამულის გასაზომად.

დესეტინა$=2400$ კვ. საჟენს.

დღიური$=$ნახევარ დესეტინას $=1200$ კვ. საჟენს.

ქცევა $=900$ კვ. საჟენს.

რანაირად შეიძლება გაიზომოს ვაკეობა ზემოთ მოყანილი ზომებით?

პირველი შეხედვით შეიძლება გვეგონოს, რომ უნდა ფიცრისგან გამოიჭრას კვადრატი, რომლის თვითეული გვერდი ეთანასწორება, მაგალითად, ერთს არშინს, და ეს კვადრატი გასაზომავ ვაკე ალაგზე თანდათანობით მოთავსდეს იმდენჯერ, რამდენჯერაც შესაძლებულია მისი მოთავსება.

ამნაირად გაზომვა ძალიან უხერხულია. მაგალითად, კლა-

სის ან ოთახის იატაკის გასაზომად იძულებული ვიქნებით ავეჯეულობა გავზიდოთ გარეთ; ამასთანავე შეიძლება — გაზომვის დროს უნებლიეთ ერთი და იგივე ალაგზე რამდენჯერმე მოვათავსოთ კვადრატიული ფიცარი ან შეიძლება უნებლიეთ გამოვტოვოთ გასაზომი ალაგი. ამიტომ ვაკეობის გასაზომად არსებობს განსაკუთრებული ხერხი. ჩვენ მოკლედ აღვსწეროთ, როგორ უნდა გაიზომოს ისეთი ვაკეობა, რომელსაც აქვს სწორკუთხედის ფორმა. სწორკუთხედი ჰქვიან სწორე კუთხეებიან ოთხკუთხედს.

ვთქვათ, გასაზომია სწორკუთხედი კვადრატული არშინით. ამისთვის მას დავყოფთ არშინის სიგანის სვეტებად, მივიღებთ იმდენს სვეტს, რამდენს არშინსაც შეიცავს სწორკუთხედის სიგრძე. ამიტომ **არშინით უნდა გაიზომოს ჯერ მისი სიგრძე.** შემდეგ გავიგებთ, რამდენი კვადრატული არშინი მოთავსდება თითო სვეტში; თითო სვეტში მოთავსდება იმდენი კვადრატული არშინი, რამდენ არშინსაც შეიცავს სწორკუთხედის სიგანე. მაშასადამე, სიგრძის გაზომვის შემდეგ **უნდა გაიზომოს სწორკუთხედის სიგანე.**

რომ გავიგოთ სწორკუთხედში რამდენი კვადრატული არშინი მოთავსდება, მეორე რიცხვი უნდა გამრავლდეს პირველზე. ამგვარად:

სწორკუთხედის ვაკეობის გასაზომად საჭიროა გაიზომოს მისი სიგრძე-სიგანე ერთი და იგივე ერთეულებით და მიღებული რიცხვები გადამრავლდეს.

ამ წესით თუ გავზომეთ კლასის იატაკი, ავეჯეულობის გარეთ გატანას ავიცდენთ. თუ, მაგალითად, კლასს აქვს სიგრძე 9 არშინი და სიგანე 6 არშინი, მისი იატაკის ვაკეობა იქნება (9$\times$6) კვ. არშ.=54 კვ. არშ.

§ 92. **მოცულობის ზომა.** მოცულობის ზომას სხვანაირად ჰქვიან **კუბიკური** ზომა, რადგანაც მას აქვს კუბის ფორმა.

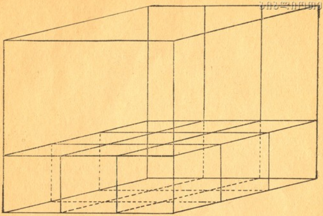
კუბი არის ისეთი სხეული, რომელიც ყოველი მხრით შემოსაზღვრულია 6 ერთნაირი კვადრატით. თვითეულ მის შემოსაზღვრელ კვადრატს ჰქვიან წახნაგი კუბისა; იმ ხაზს, რომლითაც მისი მოსამზღვრე წახნაგები ერთდებიან, ჰქვიან წიბო კუბისა. კუბის აგებულობიდან სჩანს, რომ მისი ყველა წიბოები თანასწორია, აგრეთვე თანასწორია მისი სიგრძე, სიგანე დი სიმაღლე. თუ კუბის თვითეული წიბო (ანუ სიგძე-სიგანე-სიმაღლე) ეთანასწორება ერთეულს, რომელიც იხმარება მანძილის გასაზომად, მაშინ ამ კუბს ვეძახით **კუბიკურ ერთეულს** და ვხმარობთ მოცულობის გასაზომად. მაგალითად, კუბიკური არშინი არის მოცულობა კუბისა, რომლის სიგრძე, სიგანე და სიმაღლე ეთანასწორება 1 არშინს. კუბიკური ვერშოკი არის მოცულობა კუბისა, რომლის თვითეული წიბო ეთანასწორება 1 ვერშოკს.

ამისთანა ერთეულებით გაიზომება მოცულობა.

ეხლა გავიგოთ, კუბიკური საჟენი რამდენს კუბიკურს არშინს შეიცავს, კუბიკური არშინი — რამდენს ვერშოკს და ასევე სხვ.

ამიტომ დავხაზოთ დაპატარავებულად კუბიკური საჟენი და კუბიკური საჟენი დავყოთ ისეთ კუბებად, რომ თითო კუბი წარმოადგენდეს კუბიკურ არშინს. ამისთვის კუბი ჯერ გადავსჭრათ თანაბრად სიმაღლეზე ისე, რომ ნაჭერის სიმაღლე იყოს 1 არშინი. ამგვარი ნაჭერი გამოვა სამი, რადგანაც მთელი სიმაღლე უდრის 1 საჟენს, საჟენში კი სამი არშინია. შემდეგ თვითეული ნაჭერი კუბისა დავყოთ სვეტებად ისე, რომ თვითეული სვეტის სიგანე იყოს ერთი არშინი; ამისთანა სვეტი ერთ ნაჭერში იქნება ისევ სამი.

ბოლოს თვითეული სვეტი დავყოთ კუბებად, რომელსაც ეხლა სიმაღლეც, სიგანეც და სიგრძეც ექნება არშინ-არშინი, ე. ი. დავყოთ კუბიკურ არშინებად; ამისთანა კუბი თვითეულ სვეტში გამოვა სამი.



ნახაზი 2.

ეხლა დავთვალოთ: თვითეულ სვეტში 3 კუბიკური არშინია, და რადგანაც ერთ ნაჭერში სამი სვეტია, ამიტომ ერთ ნაჭერში იქნება

$$(3 \times 3) \text{ კუბ. არშ.}$$

ჩვენ გავიგეთ, რომ ერთ ნაჭერშია (3×3) კუბ. არშ.; კუბიკურ საჟენშია სულ სამი ნაჭერი, მაშასადამე, კუბიკურ საჟენში იქნება სამჯერ მეტი კუბიკური არშინი, ვიდრე ერთ მის ნაჭერში, ამიტომ კუბიკურ საჟენში უნდა იყოს

$$(3 \times 3 \times 3) \text{ კუბ. არშინი.}$$

ამგვარად

$$1 \text{ კუბ. საჟენი} = (3 \times 3 \times 3) \text{ კუბ. არშ.} = 27 \text{ კუბ. არშინს.}$$

ასევე რომ დავყოთ კუბიკური საჟენი კუბიკურ ფუტებად, მივიღებთ 7 ნაჭერს, რომელთაგან თვითეული უნდა შეიცავდეს 7 სვეტს; თვითეული სვეტი კი უნდა შეიცავდეს 7 კუ-

ბიკურ ფუტს. ამგვარად კუბიკური საჟენი უნდა შეიცავდეს

(7×7×7) კუბ. ფუტს.

ამნაირადვე შესდგება მთელი ნუსხა კუბიკურ ზომებისა.

კუბ. მილი = (7×7×7) კუბ. ვერ. = 343 კუბ. ვერსს.

კუბ. ვერსი = (500×500×500) კუბ. საჟ. = 125000000 კ. საჟ.

კუბ. საჟენი = (3×3×3) კუბ. არშ. = 27 კუბ. არშინს.

კუბ. არშინი = (16×16×16) კუბ. ვერშ. = 4096 კუბ. ვერშ.

კუბ. საჟ. = (7×7×7) კუბ. ფ. = 343 კუბ. ფუტს.

კუბ. ფუტი = (12×12×12) კუბ. დუიმ. = 1728 კუბ. დუიმს.

კუბ. დუიმი = (10×10×10) კუბ. ხაზს = 1000 კუბ. ხაზს.

რანაირად შეიძლება გაიზომოს მოცულობა ზემოთ მოყვანილი ზომებით?

ხისგან რომ გამოვსჭრათ კუბიკური ერთეული და ამითი ვზომოთ მოცულობა, ეს ძალიან უხერხული იქნება ისევე, როგორც იყო უხერხული ვაკეობის გაზომვის დროს კვადრატული ფიცრის შემწეობით. გამოვძებნოთ სხვა საშუალება. ვთქვათ, გასაზომია ოთახის მოცულობა. ოთახი წარმოვიდგინოთ დაჭრილად ნაჭრებად (სიგრძე-სიგანე ნაჭრისა ისეთივეა, როგორც ოთახისა, სიმაღლე კი = 1 არშინს). ამისთანა ნაჭერი გამოვა ოთახიდან იმდენი, რამდენს არშინსაც შეიცავს ოთახის სიმაღლე. ამიტომ ჯერ **უნდა გაიზომოს არშინით ოთახის სიმაღლე.**

შემდეგ დავყოფთ თვითეულს ნაჭერს სვეტებად (სვეტის სიგრძე და ოთახისა ერთი და იგივეა, მისი სიგანე კი = 1 არშინს); იმდენს სვეტს მივიღებთ, რამდენს არშინსაც შეიცავს ოთახის სიგანე; ამიტომ **უნდა გაიზომოს არშინით ოთახის სიგანე.**

ბოლოს თვითეულ სვეტს დავყოფთ კუბებად (კუბ. არშინებად), რომელსაც სიგრძე-სიგანე-სიმაღლე ექნება არშინ-არშინი; ამისთანა კუბები თვითეულ სვეტში იქნება იმდენი, რამდენს არშინსაც შეიცავს ოთახის სიგრძე; ამიტომ **უნდა გაიზომოს არშინით ოთახის სიგრძე.**

თუ ოთახს აქვს სიმაღლე 6 არშინი, სიგანე 10 არშინი და სიგრძე 15 არშინი, მაშინ მივიღებთ, რომ ოთახი შესდგება 6 ნაჭრისგან, თვითეულ ნაჭერში 10 სვეტია და თვითეულ სვეტში 15 კუბიკური არშინი. რამდენს კუბიკურ არშინს შეიცავს ოთახი?

თვითეულ სვეტში 15 კუბიკური არშინია, თვითეულ ნაჭერში კი იქნება 10-ჯერ მეტი კუბიკური არშინი, რადგანაც ნაჭერში არის 10 სვეტი, ე. ი. თვითეულ ნაჭერში უნდა იყოს

(15×10) კუბ. არშინი.

ერთ ნაჭერშია (15×10) კ. არშინი, ოთახი კი უნდა შეიცავდეს 6-ჯერ მეტს კუბიკურ არშინს, ვიდრე ერთი ნაჭერი, რადგანაც ოთახი შესდგება 6 ნაჭრისაგან. მაშასადამე, ოთახი შეიცავს

(15×10×6) კუბიკურ არშინს ანუ **900 კუბ. არშ.**

ამგვარად: **სხეულის მოცულობის გასაზომად საჭიროა გაიზომოს მისი სიგრძე, სიგანე და სიმაღლე და მიღებული რიცხვები გადამრავლდეს.**

არავითარი მნიშვნელობა აქვს იმას, თუ რა წესრიგზე გადამრავლდება ეს რიცხვები, რადგანაც თანამამრავლთა წესრიგზე არ არის დამოკიდებული განამრავლი.

სასარგებლო იქნება დახსომება, რომ ვედრო=750 კუბ. დუიმს.

გირვანქა არის წონა 25 კუბ. დუიმ. წმინდა წყლისა.

XIII. წელთა აღრიცხვა.

§ 93. **ძველი კალენდარი.** მეცნიერებმა დაამტკიცეს, რომ დედა-მიწა ბრუნავს 1) თავის ღერძის ირგვლივ და 2) მზის ირგვლივ. დედა-მიწის ამ ორმაგი ბრუნვისგან წარმოსდგება დღე-ღამე და წელიწადი. დროს, რომელიც უნდება დედა-მიწას ერთხელ შემოსატრიალებლად თავის ღერძის გარშემო, ჰქვიან დღე-ღამე. დღე-ღამე აღირიცხება შუაღამიდან შუაღამემდე.

დროს, რომელიც უნდება დედა-მიწას ერთხელ შემოსატრიალებლად მზის გარშემო, ჰქვიან წელიწადი. მზის გარშემო დედა-მიწა უნდება შემოტრიალებას დაახლოებით 365 დ.-ღ. 5 სთ. 48 წმ. 46 წთ. რადგანაც, როგორც უკანასკნელი რიცხვი გვაჩვენებს, წელიწადი არ წარმოადგენს მთლიან რიცხვს დღე-ღამისას და შედის შიგ დღე-ღამის ნაწილები (5 სთ. 48 წმ. 46 წთ.), ამიტომ ძალიან ძნელდება წელთა აღრიცხვა. უხერხული იქნებოდა ახალი წლის დაწყება დღის სხვადასხვა დროს: თუ ერთხელ ახალი წელიწადი დაიწყო ღამის 12 საათზე, მეორე წელს ახალი წელიწადი უნდა დაიწყოს დილის 5 სთ. 48 წმ. 46 წთ., მესამე წელს კიდევ სხვა დროს უნდა დაიწყოს.

ამ უხერხულობის თავიდან ასაცილებლად რომის მმართველმა იულიოს კეისარმა შემოიღო წელიწადი 365 დ.-ღ. 6 საათ. აქედან წარმოსდგება **იულიოსის კალენდარი** ანუ ძველი კალენდარი (ძველი სტილი).

§ 94. **იულიოსის კალენდარი.** წელიწადად რომ მივიღოთ 365 დ.-ღ., ჩვენ, იულიოსის კალენდრის თანახმად, ყო-

ველ წლივ შეცდომას ჩავიდენთ 6 საათს, რაც 4 წელიწადში შეადგენს 24 საათს, ანუ 1 დღე-ღამეს; ეს ერთი დღე-ღამე ემატება მეოთხე წელიწადს, აქედან წარმოსდგება ნაკიანი წელიწადი, რომელსაც აქვს (365 + 1) დ.-ღამე.

ისე მოხდა, რომ წელიწადი, როდესაც იესო ქრისტე დაიბადა, იყო ნაკიანი წელიწადი. ქრისტეს დაბადების შემდეგ კი ნაკიანი წელიწადები იყო მე-4-ე, მე-8-ე, მე-12ე, მე-16-ე და ასე შემდეგ. ამიტომ თუ გვინდა გავიგოთ, რომელი წელიწადი ნაკიანია და რომელი არა, წელიწადის რიცხვი უნდა გაიყოს 4-ზე; თუ 4-ზე გაყოფის შემდეგ არაფერი დარჩა, წელიწადია ნაკიანი, და თუ დარჩა—უბრალო. იულიოსის კალენდარი, რომლითაც სამი წელიწადი ითვლება 365 დ.-ღ. და მეოთხე 366 დ.-ღ., ე. ი. საშუალოდ 365 დ.-ღ. 6 საათ. უფრო გრძელია ნამდვილ წელიწადზე 11 წმ. 14 წუთით, ამიტომ იულიოსის წელთა აღრიცხვით უკანა ვრჩებოდით ყოველ წელს 11 წმ. 14 წუთით, რაც შეადგენს 400 წლის განმავლობაში თითქმის 3 დღე-ღამეს.

§ 95. **ახალი კალენდარი.** მე-16 საუკუნეში რომის პაპი გრიგოლ მე-XIII-ე შეუდგა კალენდრის შესწორებას. მის დროს იულიოსის წელთა აღრიცხვით კალენდარი ჩამორჩენილი იყო ნამდვილ წელიწადს 10 დღე-ღამით. გრიგოლ მე-XIII-ემ ბრძანა, რომ კალენდარი წინ გადაწეულიყო 10 დღე-ღამით. მაგრამ ეს საკმარისი არ იყო იულიოსის კალენდრის შესასწორებლად, რადგანაც შემდეგში ყოველ 400 წლის განმავლობაში 3 დღე-ღამეს კიდევ ჩამორჩებოდა იულიოსის კალენდარი ნამდვილ დროს. ამ სამი დღის წელთა აღრიცხვაში წასამატებლად დაწესებულ იქმნა, რომ 400 წელიწადს შორის სამი ნაკიანი (იულიოსის კალენდრით) წელიწადი ჩაითვალოს უბრალოდ; სახელდობრ **ის წელიწადი, რომელთა რიცხვიც ორი ნულით თავდება და ასეულები კი იყოფა 4-ად, არის ნაკიანი.** მაგალითად, წელიწადები 1600, 1700, 1800, 1900 იულიოსის კალენდრით ყველა ნაკიანია, შესწორებული კალანდრით მარტო 1600 წ.

არის ნაკიანი, რადგანაც 1600 თავდება ორი ნულით და ასეულების რიცხვი 16 იყოფა 4-ად. წელიწადები 1700, 1800, 1900 უბრალოებია, რადგანაც 17, 18, 19 არ იყოფა 4-ად.

ამ კალენდარს ჰქვიან გრიგოლის კალენდარი ანუ ახალი კალენდარი (ახალი სტილი), შემოღებულია თითქმის ყველა ქვეყნებში და ერთნაირად სწარმოებს წელთა აღრიცხვა. ჩვენ-შიც შემოიღეს ეს კალენდარი სულ ბოლო დროს.

შეცდომების გასწორება.

1) 33-ე გვ. ზემოდან მე-19-ე სტრიქონზე არის: „გამეორებული 6-ჯერ: 6×3“. უნდა იყვეს: „გამეორებული შესაკრებად 6-ჯერ: 3×6“.

2) 38-ე გვ. ქვემოდან მე-13-ე სტრიქონზე დაბეჭდილია: „მიუწეროს“. უნდა იყვეს „მიეწეროს“.

3) მე-40-ე გვერდის თავში, სანამ ტექსტი დაიწყობა, როდესაც რიცხვებს 26691, 76260 და 1906500-ს ვკრებთ, შეკრების ნიშნის + მაგიერ შეცდომით დაბეჭდილია ნიშანი ×.

4) იმავე გვერდზე ბოლოდან მე-3-ე სტრიქონის ზემოთ რიცხვი 2009451 ცოტა მარცხნივ უნდა დაბეჭდილიყო.

5) 47-ე გვ. ბოლოდან პირველ სტრიქონზე ორსა და ხუთს შუა უნდა ჩაემატოს „და“.

6) 59-ე გვ. ზემოდან მე-13-ე სტრიქონზე სწერია: „გაყოფის“. უნდა იყვეს: „გამყოფის“.

7) 62-ე გვერდის დასაწყისში 25633-ის მაგიერ უნდა იყვეს 2563.

სარჩევი

თავი პირველი

განყენებული და მარტივი წოდებული მთელი რიცხვები.

I. მრიცხველობა.

II. შეკრება.

VIII. განამრავლისა და განაყოფის ცვალებადობა.

IX. ფრჩხილების მოხმარება და არითმეტიკული რთული გამოხატულების ალრიცხვა.

X. მაგალითების ჩამოყალიბება და უცნობი რიცხვის ალრიცხვა მაგალითში ან გამოცანაში.

ႧႠႥႨ ႫႤႭႰႤ.

წერ.-კითხ. გამავრცელებელი საზოგადოების წიგნის მაღაზიაში იყიდება საზოგადოების შემდეგი გამოცემანი:

აზიის მნათობი. ინდოელების თქმულება. რუსულიდან.
1905 წ. 2 მან.

აკაკი. კრილოვის არაკები. 1918 წ. 10 მან.

არაგვისპირელი შ. წ. I 1919 წ. 16 —
II — 21 —
III — 22 —
IV — 23 —

არდაზიანი ლ. სოლ. ისაკ. მეჯლანუაშვილი 20 —

ახვლედიანი დ. ჩარლზ დარვინი, მისი ცხოვრება
და სამეცნიერო მოღვაწეობა. 1915 წ. 6 მან.

ბარათაშვილი ნ. ლექსები. — 8 —

ბარნოვი ვ. ქართული სიტყვიერების ისტორიის
გაკვეთილები 18 — 50
— თხუზულებანი. I ტ. 90 — „

გოგებაშვილი ი. ბუნების კარი. 1918 წ. 60 მან.

ერისთავ-ხოშტარია ანასტ. მოლიპულ გზაზე. რომანი. 1920 წ. 115 მან.

ვაჟა-ფშაველა. საყმაწვილო მოთხრობები.
1920 წ. 20 მან.

ზოტიკე. ახალი ტალღები — 85 —

იაშვილი ს. ბოტანიკა. II ნაწ. 1919 წ. 10 —

კალანდაძე დ. სახალხო ასტრონომია I ნაწ.
1916 წ. 15 —
— — — II ნაწ.
1916 წ. 20 —
— — — III ნაწ.
1917 წ. 20 —

კლდიაშვილი. მოთხრობები I ტ. 1920 წ. 85 —
— — II ტ. — 105 —

კუდრიავსკი. როგორ ცხოვრობდენ ძველად ადამიანები. თარგმანი ის. კვიცარიძისა. 1920 წ. 28 —

ლალიონი. მოთხრობები 90 —

ლომაური ნ. ქაჯანა. 1919 წ. 5 —

მეგრელი დ საყმაწვილო მოთხრობები 6 —

მელანია ნ. ბნელო. 1920 წ. 28 —

მღვიმელი შ. ლექსები პირველი წიგნი. პაწია ბავშვთათვის 1920 წ. 38 —

— ჩემი ყვავილები 1918 წ. 2 —

ნათაძე გ. ინგლისის მოკლე ისტორია 1919 წ. 31 მან.

ნინოშვილი ე. თხზულებანი II ტ. 1920 წ. 110 —

ოსიპოვსკი. მოგზაურობა სისხლის წვეთისა ანუ საუბარი თუ როგორ ცოცხლობს და საზრდოობს ადამიანი. თარგმანი ივ. თიკანაძისა. 1915 წ. 8 მან.

რუსთაველი შ. ვეფხისტყაოსანი. შინაარსით და ვრცელის ლექსიკონით. დ. კარიჭაშვილის რედაქტორობით. 2 **პორტ. და 21 სურ.** 1920 წ. 150 —

შარაშიძე გ. ჰაერი და სითბო 1918 წ. 5 —

— მეხის ამბავი. — 5 —

შავთელი ი. აბდულმესიანი. ჯანაშვილის რედ. 1920 წ. 20 —

ჭავჭავაძე ი. გლახის ნაამბობი 1919 წ. 15 —

ოთარანთ ქვრივი 1920 წ. 22 —

კაცია, ადამიანი?! 1919 წ. 17 —

მგზავრის წერილები 1919 წ. 5 —

წერეთელი გ. კიკოლიკი, ჩიკოლიკი და კუდაბზიკა 1920 წ. 55 —

მამიდა ასმათი — 20 —

რუხი მგელი 1919 წ. 9 —

პირველი ნაბიჯი 1920 წ. 70 —

ხახანაშვილი ალ. ქართ. სიტყ. ისტორია
I ნაწ. 1919 წ. 80 —
— — — II ნაწ. 1918 წ. 50 —
ხომლელი. ბარათაშვილი და მისი დრო. 1919 წ. 21 —
ხრამელაშვილი ე. არითმეტიკული კრე-
ბული I ნაწ. 1919 წ. 18 —
— — II ნაწ. -- 20 —
არითმეტიკის სახელმძღვა-
ნელო 1919 წ. 30 —
ჯავახიშვილი ი. საქართველოს საზღ-
ვრები რუკით. 1919 წ. 25 —
ავალიშვილი ი. არითმეტიკის სახელმძღვანელო.

იბეჭდება და ამ მოკლე ხანში გაიყიდება მაღაზიაში:

დედაენა I ნაწ.
— II ნაწ.
ნინოშვილი ე. თხზულებანი. I ტომი.
— — III ტომი.
უზნაძე დ. რომის ისტორია.
— ახალი ისტორია.
გომელაური ი. სკოლებში შესასწავლი ქართველი მწერლები.
წიგნი პირველი.
— — წიგნი მეორე.
იაშვილის ს. მოკლე სახელმძღვანელო
ბუნებისმეტყველებისა I ნაწ.
1919 წ. 20 მან.
— მოკლე სახელმძღვანელო
საზოგადო გეოგრაფიისა.
II ნაწ. 1919 წ. 35 მან.

ფასი 80 მან.