

საქართველოს განათლებისა და მეცნიერების სამინისტრო  
აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

ხელნაწერის უფლებით

ელგუჯა მინაძე

ლითონკონსტრუქციების ღეროვანი ელემენტების  
განგარიშება თერმომექანიკური დატვირთვისას

07.19 – სამრეწველო ინჟინერია და ტექნოლოგია

დისერტაცია

ინჟინერიის დოქტორის აკადემიური

ხარისხის მოსაპოვებლად

სამეცნიერო ხელმძღვანელი –  
ტექნიკის მეცნიერებათა დოქტორი,  
პროფესორი ო. კიკვიძე

ქუთაისი - 2021

## შინაარსი

83

შესავალი.....	4
<b>1. თემასთან დაკავშირებული ლიტერატურის მიმოხილვა და კვლევის ამოცანები.....</b>	<b>11</b>
1.1 ძაბვები და გადაადგილებები ძელში თერმომექანიკური დატვირთვისას.....	11
1.2 თერმოსიმტკიცის შეფასების ზოგადი პრინციპები.....	16
1.3 საანგარიშო ზღვრული მდგომარეობების მეთოდი.....	21
1.4 ღეროების დინამიკის ამოცანა თერმომექანიკური დატვირთვისას.....	24
1.5 კვლევის ამოცანების დასმა.....	30
<b>2. ღეროს (ძელის ) გაანგარიშება სიმტკიცეზე თერმო-მექანიკური დატვირთვისას .....</b>	<b>34</b>
2.1 კონსტრუქციების გაანგარიშების ზღვრული მდგომარეობების მეთოდი.....	34
2.2 პირველი საანგარიშო ზღვრული მდგომარეობა ძელის თერმო-მექანიკური დატვირთვისას.....	38
2.3 ძაბვების განაწილება ძელის განივ კვეთში ტემპერატურის არათანაბარი განაწილებისას .....	42
2.4 გადატვირთვის კოეფიციენტი პირველ საანგარიშო ზღვრულ მდგომარეობაში თერმომექანიკური დატვირთვისას.....	47
<b>3. ღეროს დინამიკა დიდი გადაადგილებებისას თერმომექანიკური დატვირთვისას.....</b>	<b>53</b>
3.1 ღეროს მოძრაობის განტოლებები სიბტყეში დიდი გადაადგილებებისას.....	54
3.2 სწორი ღეროს თავისუფალი მცირე რხევები.....	58
3.3 რიცხვითი გაანგარიშების მეთოდისა.....	59

3.4 რიცხვითი გაანგარიშება Mathcad-ის სისტემაში და შედეგების ანალიზი.....	62
3.5 ნაგებობების დინამიკის გაანგარიშების ერთი მოდელის შესახებ.....	68
<b>4. ღეროს თავისუფალი რხევების ექსპერიმენტალური კვლევა .....</b>	<b>78</b>
4.1 ექსპერიმენტალური სტენდის აღწერა.....	79
4.2 ცდების ჩატარების თანმიმდევრობა და მიღებული შედეგები.....	81
ძირითადი დასკვნები და შედეგები.....	85
ლიტერატურა.....	87
დანართი 1.....	92
დანართი 2.....	96.

## შესავალი

ღეროები, როგორც კონსტრუქციის ელემენტები ფართოდ გამოიყენება სამშენებლო კონსტრუქციებში, მანქანებში, საზომ ხელსაწყოებში, რობოტებში და მანიპულიატორებში, როგორც ძალოვანი ელემენტები, მექანიკური ენერჯის აკუმულიატორები, დრეკადი გადამცემი მექანიზმები, მოქნილი კავშირები და სხვ.

სამშენებლო კონსტრუქციების, მანქანების და ხელსაწყოების საიმედოობა დამოკიდებულია კონსტრუქციის ელემენტების საიმედოობაზე და შესაბამისად მათი გაანგარიშებების სიზუსტეზე. ამიტომ თანამედროვე ეტაპზე მნიშვნელოვნად გაიზარდა მოთხოვნები გაანგარიშებების სიზუსტეზე მასალის რეალური თვისებების და დატვირთვის რეჟიმის გათვალისწინებით.

ტემპერატურის ზრდა და არათანაბარი განაწილება იწვევს დამატებით გადაადგილებებს ლითონ-კონსტრუქციებში, რაც საფრთხეს უქმნის კონსტრუქციის გამართულ მუშაობას. ასეთ შემთხვევაში, განსაკუთრებით საშიშია კონსტრუქციების ექსპლუატაცია მაღალი დატვირთვების პირობებში.

პირველი ზღვრული მდგომარეობის მიხედვით ანგარიშისას საჭიროა მარაგის კოეფიციენტის დაზუსტება ტემპერატურული ფაქტორის გათვალისწინებით. ამასთან ერთად გასათვალისწინებელია ტემპერატურის არათანაბარი განაწილება კვეთში, რაც დამატებით იწვევს ღეროს სიმრუდის რადიუსის ცვლილებას. იცვლება, ასევე, ძაბვების კანონზომიერება და მაქსიმალური ძაბვის სიდიდე საშიშ წერტილში. მნიშვნელოვანია, ასევე, კონსტრუქციის ელემენტების გაანგარიშება ექსტრემალურ სიტუაციებში, რომელიც გამოწვეულია ტემპერატურის მკვეთრი ცვლილებით ლოკალურ მიდამოში დროის მცირე შუალედში.

რეალურ პირობებში ღეროებზე შეიძლება მოქმედებდნენ დინამიკური ძალები, რომლებიც იწვევენ რხევებს. აღძრულ რხევებს შეუძლიათ არსებითი გავლენა

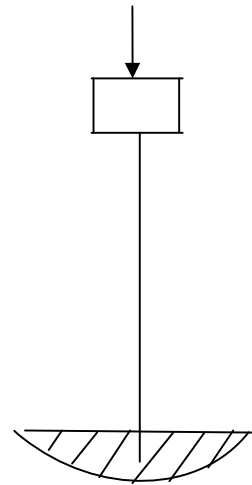
იქონიონ ღეროვანი ელემენტების საიმედოობაზე და მაშასადამე მთლიანად კონსტრუქციის საიმედოობაზე. როგორც წესი, გამოყენებითი ამოცანები დაკავშირებული ღეროების რხევებთან, მოითხოვენ სტატიკური დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის ცოდნას. ეს არსებითად ართულებს მოძრაობის განტოლებების ამოხსნას, იმდენად რამდენადაც მოითხოვს წონასწორობის განტოლებების ამოხსნას - სტატიკაში მდგომარეობის ვექტორის განსაზღვრას, რომლის კოეფიციენტები კოეფიციენტების სახით შედის მცირე რხევების განტოლებებში.

სამშენებლო კონსტრუქციებში, ტურბინებში, ენერგეტიკულ დანადგარებში, მანქანებში, რკინიგზის ლიანდაგებზე ღეროვანი ელემენტები განიცდიან მექანიკური და არაერთგვაროვანი ტემპერატურული ველის ზემოქმედებას. ტემპერატურული ველის ზემოქმედება არსებით გავლენას ახდენს დეფორმირების კანონზომიერებაზე დრეკადობის ფარგლებშიც კი იცვლება: იცვლება ღეროს სიმრუდე და თავისუფალი რხევის სიხშირე. მოქნილი ღეროვანი ელემენტები მნიშვნელოვნად იცვლის ფორმას, ადგილი აქვს დიდ გადაადგილებებს და ამოცანები არაწრფივია.

დინამიკის გამოყენებითი ამოცანების მაგალითები, როცა კონსტრუქციები ან კონსტრუქციის ელემენტები შეიძლება განვიხილოთ როგორც სწორი ან მრუდწირული ღეროები. ღეროს (ხიმინჯის) ჩაშვება (დასობა) გრუნტში ხდება ინერგება გრუნტში პერიოდული ღერძული ძალის ზემოქმედებით. თუ ძალის ცვლილების სიხშირე და მისი ამპლიტუდა აღებულია ნებისმიერად, შეიძლება აღიძვრას განივი რხევები, რომლებიც დაუშვებელია ნორმალური მუშაობისათვის ხიმინჯის გრუნტში ჩაშვება(დასობა) (ნახ.1). სამუშაო რეჟიმების გაანგარიშებისას მოითხოვება ძალის ისეთი სიხშირის და ამპლიტუდის განსაზღვრა, რომელთა დროსაც განივი რხევები არ აღიძვრება.



ა)



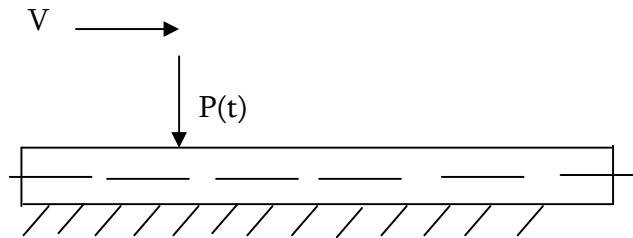
ბ)

ნახ.1 ა) ხიმინჯის ჩაშვება (დასობა) გრუნტში;

ბ) ღეროს საანგარიშო სქემა ღერძული დატვირთვით  $P(t)$

ხიდი მოძრავი ავტომობილით პირველი მიახლოებით შეიძლება განვიხილოთ როგორც ღერო, რომელზეც მოძრაობს შეყურსული მასა. ღერო განთავსებული დრეკად საფენზე, რომელზეც გადაადგილდება ძალა (ან მასა, რომელზეც მოქმედებს ძალა) (ნახ.2). ამ დროს ინტერესს იწვევს ღეროს ჩალუნვების და მასში აღძრული ძაბვების განსაზღვრა. მსგავსი ამოცანები წამოიჭრება სარკინიგზო ტრანსპორტის ჩქაროსნული მოძრაობისას. თანამედროვე ეტაპზე მუშავდება პროექტები დაკავშირებული მატარებლების მოძრაობის სიჩქარეების გაზრდასთან, ამიტომ

მატარებლების მოძრაობისას აღძრული დინამიკური ეფექტის საკითხები უაღრესად აქტუალურია.



ნახ.2 საფენზე განლაგებული ძელი მოძრავი დატვირთვით

ტემპერატურული ფაქტორის გათვალისწინება ამ ამოცანებში არსებითია, რადგანაც კლიმატური ცვლილებებიდან გამომდინარე ტემპერატურა ხდება სარკინიგზო ტრანსპორტის ავარიების მიზეზი. კლიმატური ცვლილებებით გამოწვეულ სითბურ დატვირთვებს შეუძლიათ მნიშვნელოვანი გავლენა მოახდინონ სამშენებლო კოჭებისა და კაბელების საკუთარ სიხშირეზე [ ეს არის დაუმყარებელი იძულებითი რხევების მაგალითები. ასეთი მაგალითები გვხვდება ტექნიკის სხვადასხვა სფეროში, როცა ტემპერატურის გავლენა არსებითია.

თერმოდრეკადი ღეროების გეომეტრიულად წრფივი ამოცანები განხილულია ი. ბირგერის [49], ნ.მალინინის, ბ.ბოლის, ჯ.უეინერის [29] და სხვ. მიღებულია ფორმულები ძაბვების გამოსათვლელად, რომლებიც საჭიროა სიმტკიცეზე გაანგარიშებისათვის. სიმტკიცეზე გაანგარიშებისას დასაშვები (ზღვრული) ძაბვების მეთოდით, მანქანათმშენებლობაში მიღებულია ერთი მარაგის კოეფიციენტი. სამშენებლო კონსტრუქციებისათვის ნ.სტრელეცკის, ა.გვოზდევის და სხვ. მიერ შემუშავებული იქნა საანგარიშო ზღვრული მდგომარეობების მეთოდი, რომელიც ითვალისწინებს დიფერენცირებული მარაგის კოეფიციენტების ე.წ. გადატვირთვის კოეფიციენტების შემოღებას. სამშენებლო ნორმებით, სიმტკიცეზე გაანგარიშებისას იყენებენ გადატვირთვის კოეფიციენტებს მექანიკური დატვირთვებისათვის.

თანამედროვე ეტაპზე ტემპერატურის ფაქტორი არსებითია სიმტკიცეზე და სიხისტეზე გაანგარიშებისათვის, რადგანაც ტემპერატურის ცვლილება ბუნებრივ პირობებშიც კი არც თუ იშვიათად ხდება კატასტროფების მიზეზი. სამეცნიერო ლიტერატურაში ფაქტობრივად არ გვხვდება ნაშრომები, სადაც შეისწავლება ტემპერატურის გავლენა გადატვირთვის კოეფიციენტებზე. ტემპერატურის ფაქტორის, ტემპერატურის არათანაბარი განაწილების გავლენა გადატვირთვის კოეფიციენტებზე წარმოადგენს აქტუალურ ამოცანას სიმტკიცეზე გაანგარიშებისათვის თერმომექანიკური დატვირთვისას.

ღეროების მექანიკის, სტატიკის და დინამიკის წრფივი ამოცანები თერმოდრეკადობის თეორიის საფუძველზე შესწავლილია ვ. კუპრადის, გ.ჯაიანის, ლ.ბიწამის ტ.ბურჭულაძის და სხვ. ნაშრომებში. ზუსტი ამონახსნების პოვნა, განსაკუთრებით არაწრფივი ამოცანების, ძალზე რთულია. ამიტომ პრაქტიკული ამოცანების ამონახსნები მიახლოებითია. მეტიც, მიახლოებითი მეთოდების სრულყოფა და განვითარება თერმოდრეკადი ღეროების თეორიის განვითარების ერთ-ერთი მიმართულებაა. მიახლოებითი მეთოდების უმეტესობა ეფუძნება ძირითადი განტოლებების გაწრფივებას (ლინეარიზაციას).

ღეროების დინამიკა შესწავლილია ს.ტიმოშენკოს [50], ვ.სვეტლიცკის [47], ა. ბოკოიანის [4,5], ხ.ლის [10], ა. ტანგის და სხვ. ნაშრომებში.

ვ. სვეტლიცკის [45, 46], ე. პოპოვის [44], ნ. ვალიშვილის [30] ა. ილიუშინის, კ.ჩერნიხის [51] და სხვ. ნაშრომებში შესწავლილია მოქნილი ღეროების დიდი გადაადგილებები მექანიკური დატვირთვებისას. ამ ნაშრომებში დაშვებულია, რომ დრეკადი წირის სიგრძე არ იცვლება ანუ არსებობს ნეიტრალური შრე, სადაც დეფორმაციები ნულის ტოლია. თუმცა, ტემპერატურის ცვლილებისას ღეროს ყველა შრე დეფორმირდება ტემპერატურული გაფართოვების (შეკუმშვის) გამო.



დისერტაციაში კომპლექსურადაა შესწავლილი ძელის სიმტკიცეზე გაანგარიშების საკითხები სტატიკური და დინამიკური თერმომექანიკური დატვირთვისას.

თანამედროვე ეტაპზე აქტუალურია რიცხვითი მეთოდების განვითარება ღეროების დინამიკის ამოცანების ამოხსნისათვის თანამედროვე პროგრამული პაკეტების გამოყენებით. Mathcad-ის პროგრამული პაკეტები ხელმისაწვდომია მკვლევარებისათვის და პრაქტიკოსი სპეციალისტებისათვის. ეს სისტემა ფართოდ ინერგება სასწავლო პროცესში ინჟინრების მომზადებისათვის, რაც, მიგვაჩნია, არის მყარი საფუძველი ჩვენს მიერ შერჩეული სისტემისათვის.

ამ პრობლემების შესწავლას ემსახურება წარმოდგენილი სადისერტაციო ნაშრომი. იგი შედგება შესავლისაგან, ოთხი ნაწილისაგან და დანართებისაგან.

პირველ ნაწილში მოცემულია ძელში ძაბვების და გადაადგილებების გაანგარიშების ფორმულები თერმომექანიკური დატვირთვისას, თერმოსიმტკიცის შეფასების ზოგადი პრინციპები და თემასთან დაკავშირებული სამეცნიერო ლიტერატურის მიმოხილვა. არსებული სამეცნიერო ნაშრომების კრიტიკული ანალიზის საფუძველზე ჩამოყალიბებულია კვლევის ამოცანები.

მეორე ნაწილში განიხილება ძელის სიმტკიცეზე გაანგარიშების საკითხები სტატიკური თერმომექანიკური დატვირთვისას საანგარიშო ზღვრული მდგომარეობების მეთოდით. ჩაწერილია სიმტკიცის პირობა დიფერენცირებული მარაგის კოეფიციენტებით. სითბოგამტარობის განტოლების ცნობილი ამონახსნების გამოყენებით, მიღებულია მარაგის კოეფიციენტის გაანგარიშების მეთოდიკა ტემპერატურის არათანაბარი განაწილებისას.

დისერტაციის მესამე ნაწილში შესწავლილია ძელის დინამიკა თერმომექანიკური დატვირთვისას. მიღებულია მოძრაობის არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებები სიბრტყეში ღერძული ხაზის დეფორმაციის და

კვეთის ბრუნვის ინერციის გათვალისწინებით. დამუშავებულია მცირე რხევების სიხშირეების რიცხვითი გაანგარიშების მეთოდი. შესრულებულია პირველი საკუთარი სიხშირის, ძალოვანი პარამეტრებისა და გადაადგილებების კომპონენტების გაანგარიშება Mathcad-ის სისტემაში.

მეოთხე ნაწილში მოცემულია მართკუთხა განივი კვეთის კონსოლური ძელის თავისუფალი რხევების ექსპერიმენტალური კვლევის შედეგები. ცდები ჩატარებულია ოთახის ტემპერატურაზე და არათანაბარი გახურებისას. ექსპერიმენტისას გაზომილია ძელის ქვედა ზედაპირის ტემპერატურა გახურების არეში და ვერტიკალური გადაადგილებები. მოცემულია ექსპერიმენტალური მონაცემების და რიცხვითი გაანგარიშების შედეგების შედარებითი ანალიზი.

დისერტაციის ბოლოს მოყვანილია ძირითადი შედეგები და დასკვნები. დანართებში მოცემულია კონსოლური ძელის თავისუფალი რხევების პირველი სიხშირის გაანგარიშების გამოყენებითი პროგრამები Mathcad-ის სისტემაში ერთგვაროვანი და არაერთგვაროვანი ტემპერატურული ველის მოქმედებით.

# 1. თემასთან დაკავშირებული ლიტერატურის მიმოხილვა და კვლევის ამოცანები.

## 1.1. ძაბვები და გადაადგილებები ძელში სტატიკური თერმომექანიკური დატვირთვისას

ძელებისა გაანგარიშებისათვის სიმტკიცეზე და სიხისტეზე აუცილებელია ძაბვებისა და გადაადგილებების განსაზღვრა საშიშ კვებებში. შესაბამისი საინჟინრო მეთოდების დამუშავება ინტენსიურად ვითარდება მე-20 საუკუნის 30-იანი წლებიდან. მნიშვნელოვანი კვლევებია შესრულებული თერმოდრეკადობის თეორიის საფუძველზე საქართველოში და საზღვარგარეთ.

აქ ყურადღებას გავამახვილებთ სამეცნიერო ნაშრომებზე, რომლებშიც დამუშავებულია ძაბვებისა და გადაადგილებების გაანგარიშების საინჟინრო მეთოდები თერმომექანიკური დატვირთვისას.

[29] ნაშრომში გნხილული ძაბვების გაანგარიშება მართკუთხა განივი კვეთის ღეროში ერთგანზომილებიანი ტემპერატურული ველის მოქმედებით, რომელიც იცვლება განივიკვეთის მხოლოდ სიმაღლის მიმართ. ჩაწერილია ნორმალური ძაბვების გაანგარიშების ფორმულა ნორმალური ძაბვების გაანგარიშების თავისუფალი ბოლოებიდან დაცილებულ კვეთში.

$$\sigma_x = -\beta ET(y) + \frac{1}{2c} \int_{-c}^c \beta ET(y) dy + \frac{3y}{2c^3} \int_{-c}^c \beta ET(y) y dy \quad (1.1)$$

სადაც: C - განივი კვეთის სიმაღლის ნახევარია;

$\beta$  - ტემპერატურული გაფართოების კოეფიციენტი;

T- ტემპერატურა, განსხვავებული ოთახის ტემპერატურისაგან.

თუ განივიკვეთის სიგანე ცვლადია სიმაღლის მიხედვით, ან  $b=b(y)$ , (1.1) ფორმულა ჩაიწერება შემდეგი სახით

$$\sigma_x = -\beta ET(y) + \frac{1}{A} \int_{-c}^c \beta ET(y)b(y)dy + \frac{y}{I_z} \int_{-c}^c \beta ET(y)b(y)ydy \quad (1.2)$$

სადაც: A- განიკვეთის ფართობი;

b(y) – კვეთის სიგანეა;

$I_z$  - კვეთის ინერციის მომენტი z ღერძის მიმართ;

E- მასალის დრაკადობის მოდულია.

თუ ტემპერატურა იცვლება პარაბოლური კანონით  $T = T_0(1 - y^2/b^2)$ , მაშინ (1.1)

ფორმულის თანახმად ძაბვები კვეთში ტოლია:

$$\sigma_x = \frac{2}{3} \beta ET_0 - \beta ET_0(1 - \frac{y^2}{b^2}) \quad (1.3)$$

ი. ბირგერის [28,49] ნაშრომებში განხილულია სწორი სიმეტრიის yz სიბრტყის მქონე ძელების ღუნვა სიბრტყეში. განივი ძალები მოქმედებს სიმეტრიის სიბრტყეში. განიხილება წრფივი ამოცანა. ტემპერატური განაწილება სიმეტრიულია ამ სიბრტყის მიმართ. ბერნული-ეილერის ბრტყელი კვეთების ჰიპოთეზის საფუძველზე კვეთის ნებისმიერი წერტილის გადაადგილება z ღერძის გასწვრივ განისაზღვრება როგორც

$$w = w_0 + \varphi_x y \quad (1.4)$$

სადაც:  $w_0$  – კოორდინატთა სათავის გადაადგილებაა ღერძის გასწვრივ;

$\varphi_x$  – კვეთის მობრუნების კუთხეა;

ჩაწერილია ფორმულა ნორმალური ძაბვისათვის [49]:

$$\sigma = E \frac{M_x y}{\int_A E y^2 dA} + E \left( \frac{\int_A E \varepsilon^T dA}{\int_A E dA} + \frac{y \int_A E \varepsilon^T y dA}{\int_A E y^2 dA} - \varepsilon^T \right) \quad (1.5)$$

პირველი წევრი ფორმულაში გამოხატავს ძაბვას დატვიტვისაგან, მეორე წევრი – ტემპერატურული ძაბვები. ტემპერატურის თანაბარი განაწილებისას

$$\sigma = M_x y / I_x \quad (1.6)$$

სადაც  $I_x = \int_A y^2 dA$  – კვეთის ინერციის მომენტი  $x$  ღერძის მიმართ. კვეთის სიმძიმის დაყვანილი ცენტრის კოორდინატი განისაზღვრება პირობიდან:

$$\int_a E y dA = 0. \quad (1.7)$$

წონასწორობის განტოლებიდან (1.7) ფორმულის გათვალისწინებით, მიღებულია ფორმულები ძელის ღერძის დეფორმაციისა და სიმრუდის ცვლილების  $\varepsilon_0, \kappa_x$  ( $\varepsilon_0 = dw_0/dz, \kappa_x = d\varphi_x/dz$ ) გამოსათვლელად. სტატიკურად ურკვევი ამოცანების გაანგარიშება ღუნვაზე წარმოებს საწყისი პარამეტრების მეთოდით.

ბ. ბოლის, ჯ. უეინერის [29], ი. ბირგერის [49] ნაშრომებში სწორი ძელების ღუნვის გაანგარიშება თერმომექანიკური დატვიტვისას წარმოებს ბერნული–ეილერის ბრტყელი კვეთების ჰიპოთეზის საფუძველზე. დაშვებულია, რომ ტემპერატურული ველი სტაციონალურია, ერთგანზომილებიანია და იცვლება განივი კვეთის სიმაღლეში ხარისხობრივი კანონით. განივ კვეთს აქვს სიმეტრიის ღერძი და გადაადგილებები მცირეა. გადაადგილება ღერძის გასწვრივ განისაზღვრება (1.4) ფორმულით. ერთღერძა დამაბული მდგომარეობისათვის ნორმალური ძაბვა განისაზღვრება ფორმულით:

$$\sigma = E(T)(\varepsilon_0 + \kappa_x y - \varepsilon^T) \quad (1.8)$$

ძელის ღერძის უცნობი დეფორმაციის  $\varepsilon_0$  და ღერძის სიმრუდის განსაზღვრა  $\kappa_x$  ხორციელდება წონასწორობის განტოლებიდან. ძელისათვის, რომელიც თავისუფალია გარე დატვირთვებისაგან, წონასწორობის განტოლებებს აქვთ სახე.

$$\int_A \sigma dA = 0; \quad \int_A \sigma y dA = 0 \quad (1.9)$$

(1.9)–ის პირველი განტოლება წარმოადგენს ნორმალური ძალის ნულთან ტოლობას, ხოლო მეორე განტოლება – მღუნავი მომენტის ნულთან ტოლობას.

გადაადგილება ღერძის გასწვრივ განისაზღვრება ფორმულით:

$$w = w_0 + \int_0^z (\varepsilon_0 + \kappa_x y) dz \quad (1.10)$$

სადაც:  $w_0$  – საწყისი კვეთის გადაადგილებაა.

ჩაღუნვის განსაზღვრისათვის გამოიყენება დიფერენციალური განტოლება  $v'' = -\kappa_x$ , რის საფუძველზეც მიღებულია ფორმულა:

$$v = D + D_0 z - \int_0^z \left( \int_0^z \kappa_x dz \right) dz \quad (1.11)$$

სადაც:  $D, D_0$  – ინტეგრირების მუდმივებია.

არასიმეტრიული განივი კვეთის მქონე არათანაბრად გახურებული ძელის გაანგარიშებისათვის დრეკადობის ცვლადი პარამეტრებით, მოცემული სტაციონალური ტემპერატურული ველით, ბრტყელი კვეთების ჰიპოთეზის საფუძველზე მიღებულია ფორმულა ღერძული გადაადგილებისათვის:

$$w = w_0 + \varphi \cdot y - \psi \cdot x \quad (1.12)$$

სადაც:  $\varphi, \psi$  – კვეთის მობრუნების კუთხეა  $x$  და  $y$  ღერძების მიმართ შესაბამისად,  $w_0$  – საწყისი კვეთის გადაადგილებაა. ითვლება, რომ გადაადგილებები მცირეა.

ჰუკის კანონის საფუძველზე ერთღერძა დამაბული მდგომარეობისათვის, ნორმალური ძაბვა განისაზღვრება ფორმულით:

$$\sigma = E\left(\varepsilon_0 + \frac{d\varphi}{dz} y - \frac{d\psi}{dz} x\right) - E\beta T \quad (1.13)$$

(1.13) ფორმულაში სამი უცნობია:  $\varepsilon_0, d\varphi/dz, d\psi/dz$ , რომლებიც განისაზღვრებიან წონასწორობის განტოლებებიდან

$$\int_A \sigma dA = N, \quad \int_A \sigma \cdot y dA = M_x, \quad \int_A \sigma \cdot x dA = -M_y \quad (1.14)$$

მომენტები ითვლება დადებითად თუ იწვევენ ბრუნვას საათის ისრის მიმართულებით (1.13) ფორმულის გათვალისწინებით (1.14) ფორმულაში, განისაზღვრება უცნობი სიდიდეები:  $\varepsilon_0, d\varphi/dz, d\psi/dz$ .

$$\varepsilon_0 = \frac{N + \int_A E\beta T dA}{\int_A E dA}, \quad \frac{d\varphi}{dz} = \frac{M_x + \int_A E\beta T y dA}{\int_A E y^2 dA}, \quad \frac{d\psi}{dz} = \frac{M_y - \int_A E\beta T x dA}{\int_A E x^2 dA} \quad (1.15)$$

კოორდინატთა სათავე შერჩეულია ისე, რომ დაკმაყოფილდეს პირობები:

$$\int_A E \cdot x dA = 0; \quad \int_A E \cdot y dA = 0$$

განსაზღვრულია ტემპერატურული ძაბვები ძელში სამკუთხა განივ კვეთით.

მანქანათმშენებლობაში სიმტკიცეზე გაანგარიშებისათვის ზღვრული (დასაშვები) ძაბვებით, სიმტკიცის პირობა ჩაიწერება სახით [21,28]

$$[\sigma] = \sigma_{\max} \leq [\sigma]; \quad [\sigma] = \sigma_{\text{ზღ}} / n \quad (1.16)$$

სადაც:  $\sigma_{\max}$  – ძელში აღძრული მაქსიმალური ძაბვის მნიშვნელობა;  $[\sigma]$  – დასაშვები ძაბვა,  $\sigma_{\text{ზღ}}$  – მასალის მექანიკური მახასიათებლის ზღვრული მნიშვნელობა, რომელიც პლასტიკური მასალებისათვის დენადობის ზღვარის ტოლია, ხოლო მყიფე მასალებისათვის – სიმტკიცის ზღვრის.  $n$  – სიმტკიცის მარაგის კოეფიციენტი.

აქ  $n$  სიმტკიცის მარაგის კოეფიციენტის ინტეგრალური მაჩვენებელია ( $n > 1$ ) და აიღება კონსტრუქციის დანიშნულებიდან გამომდინარე. მაქსიმალური ძაბვის მნიშვნელობა გამოითვლება ზემოთმოყვანილი ფორმულებით, მათში საშიში წერტილის (წერტილების) კოორდინატების ჩასმით.

## 1.2. თერმოსიმტკიცის შეფასების ზოგადი პრინციპები

სიმტკიცეზე გაანგარიშების ძირითადი მიზანია უზრუნველყოთ კონსტრუქციის, მანქანის, ნაგებობის საიმედო მუშაობა ექსპლუატაციისას, საჭირო რესურსის პერიოდში. მოქმედი დატვირთვების, მასალის მახასიათებლების, დამზადებისას დაშვებების და სხვა ფაქტორების შემთხვევითი ხასიათის გათვალისწინებით საიმედოობის შეფასება უნდა ატარებდეს ალბათურ ხასიათს. კონსტრუქციების, მანქანათა ნაწილების სიმტკიცის და საიმედოობის შეფასების



სტატისტიკურ მეთოდებს ეძღვნება რიგი სამეცნიერო ნაშრომებისა, მაგრამ იმის გამო, რომ არსებობს დიდი სირთულეები სტატისტიკური ინფორმაციის მიღებისათვის, სიმტკიცის შეფასების პრაქტიკული მეთოდები უმეტესად ეფუძნება სიმტკიცის მარაგის დეტერმინირებულ წარმოდგენას.

კონსტრუქციის ელემენტების, დეტალების მუშაობა რეჟიმზე  $\sigma$  ძაბვით,  $T$  ტემპერატურით,  $t$  დროით და მასალის შესაბამისი სიმტკიცის მახასიათებლებით, საჭიროა განვიხილოთ ამ პარამეტრების საანგარიშო მნიშვნელობებიდან გადახრის შესაძლო გზები. ასეთი გადახრები შეიძლება იყოს მუდმივი ან ცვლადი ძაბვების გადაჭარბება გაანგარიშებულზე მაქსიმალური ძალების არაზუსტი განსაზღვრის გამო, ტემპერატურის გადახრა გაცივების პირობების გაუარესების გამო, სამუშაო დროის გაზრდა, მასალის მექანიკური მახასიათებლების შემცირება ტექნოლოგიური გადახრების ან ექსპლუატაციის განსაკუთრებული პირობების (მაგ. კოროზიული გარემო) გამო და სხვა. თუ ჩავთვლით, რომ ყოველი შესაძლო გადახრა დამოუკიდებელია, შეიძლება დადგინდეს პარამეტრის ის მნიშვნელობა, რომლის დროსაც ხდება დეტალის რღვევა, სხვა პარამეტრების უცვლელობის პირობებში. სიმტკიცის მარაგი მოცემული პარამეტრებისათვის ეწოდება სიდიდეს, რომელიც ტოლია მისი რღვევის მნიშვნელობის ფარდობისა მოქმედზე, სხვა პარამეტრების უცვლელობისას.

ნახ. 1.1-ზე ნაჩვენებია რეჟიმის პარამეტრების გადახრის სამი შესაძლო გზა საანგარიშო მნიშვნელობებიდან, რომელთა დროსაც ადგილი აქვს რღვევას, სიმტკიცის მარაგი ძაბვებით ( გზა A) განისაზღვრება როგორც:

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma}{\sigma_{რღ}} \quad (1.17)$$

სადაც  $\sigma_{რღ}$  - რღვევის ძაბვაა.

სიმტკიცის მარაგი სამუშაო დროის მიხედვით, ან ხანგამძლეობის მარაგი, როგორც იგი ცნობილია ლიტერატურაში (გზა B) ტოლია

$$n_t = \frac{t}{t_{\text{რლ}}} \quad (1.18)$$

სადაც  $t_{\text{რლ}}$  რღვევის დროა.

სიმტკიცის მარაგი ტემპერატურის მიხედვით (გზა C) მოსახერხებელია განისაზღვროს, როგორც ტემპერატურების სხვაობა:

$$n_T = T_{\text{რლ}} - T \quad (1.19)$$

იმდენად, რამდენადაც მაღალტემპერატურული მანქანების დეტალებისათვის ტემპერატურების ფარდობა  $n_T = \frac{T}{T_{\text{რლ}}}$  ჩვეულებრივ მცირედ განსხვავდება ერთისაგან.

ზოგადად, რღვევის საშიშროება, სიმტკიცის მარაგის ამოწურვისას ყოველი ზემოთნაჩვენები პარამეტრების მიხედვით შეიძლება იყოს სხვადასხვა განსხვავებული რეჟიმებისათვის და მუშაობის პირობებისათვის. პრაქტიკაში, როგორც წესი გამოითვლება სიმტკიცის მარაგი ძაბვებით და ხანგამძლეობით.

ძაბვების მიხედვით სიმტკიცის მარაგთან ერთად შეიძლება განხილული იქნას სიმტკიცის მარაგი მზიდუნარიანობის მიხედვით:

$$n_p = \frac{P}{P_{\text{რლ}}} \quad (1.20)$$

სადაც:  $P_{\text{რლ}}$  – რღვევის დატვირთვაა,  $P$  – მოქმედი დატვირთვაა მოცემულ რეჟიმზე. დატვირთვაში იგულისხმება ძალა, მომენტი და სხვა.

ზოგიერთ პირობებში უფრო სავარაუდო შეიძლება იყოს ორი ან რამდენიმე პარამეტრის ერთდროული გადახრა (გზა  $D$ ). ასეთ შემთხვევაში სიმტკიცის მარაგი

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_D}{\sigma} \text{ რლ} \quad (1.21)$$

ან მარაგი ტემპერატურის მიხედვით

$$n_T = T_D \text{ რლ} - T \quad (1.22)$$

$\sigma$  რლ და  $T$  რლ დამოკიდებულების გათვალისწინებით.

ზოგად შემთხვევაში ძაბვის ტემპერატურის და დროის (ზღვრული) რღვევის მნიშვნელობები  $\sigma$  რლ,  $T$  რლ,  $t$  რლ დამოკიდებულია დატვირთვის ისტორიაზე. მიახლოებით თვლიან, რომ არსებობს რღვევის ერთიანი ზედაპირი  $f(\sigma \text{ რლ}, T \text{ რლ}, t \text{ რლ})=0$  (ნახ. 1.1).

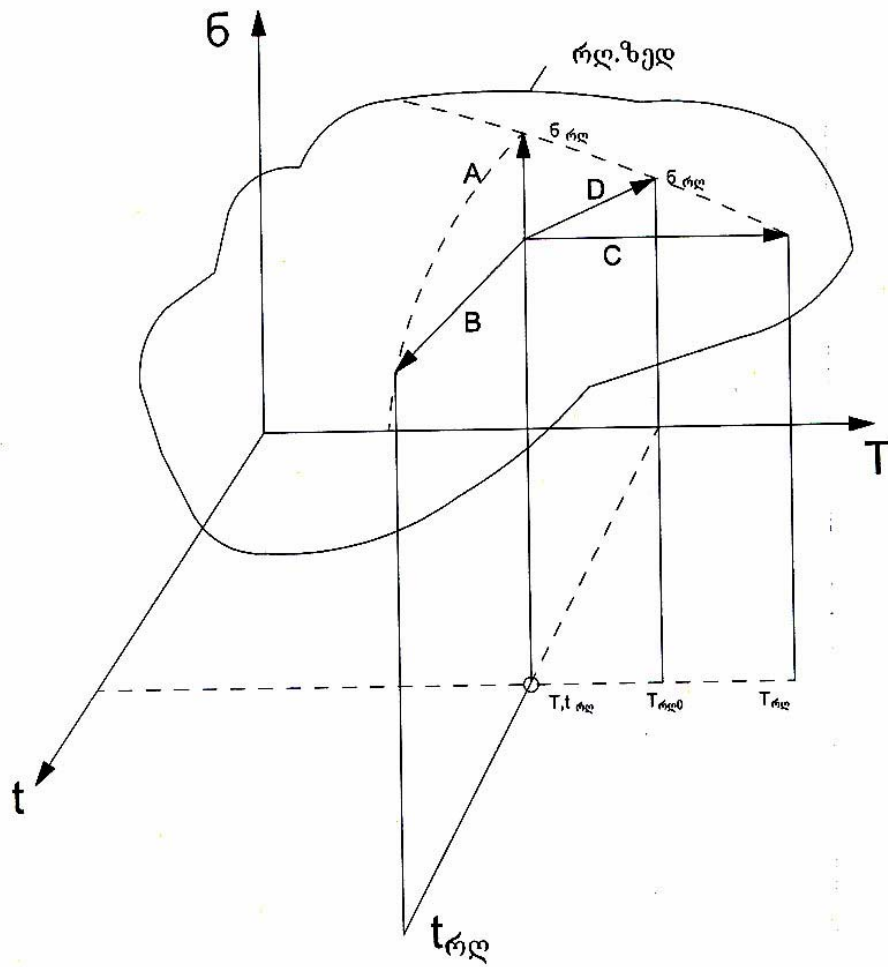
თუ ძაბვები და ტემპერატურა იცვლება დროის მიხედვით (მაგ. ციკლურად), მაშინ იმის და მიხედვით, განიხილება მათი მუდმივი ან ცვლადი მდგენელები, აფასებენ სტატიკური სიმტკიცის (ხანმოკლე ან ხანგრძლივი) მარაგს და თერმოდალლილობის სიმტკიცის მარაგს.

ითვლება, დეტალი მტკიცეა თუ მისი ყველა საანგარიშო მარაგები აკმაყოფილებენ პირობას.

$$n \geq [n] \quad (1.23)$$

სადაც:  $[n]$  – დასაშვები მარაგებია და დგინდება ექსპლუატაციის გამოცდილებიდან გამომდინარე.

ზოგიერთ შემთხვევაში კვანძის, კონსტრუქციის მუშა უნარიანობა განისაზღვრება მისი ნაწილების ურთიერთგადაადგილებით, მაშინ გაიანგარიშება მარაგები დეფორმაციის (გადაადგილებების) მიხედვით, რომლებიც ასევე უნდა შედარდეს დასაშვებთან.



ნახ. 1.1. რღვევის წერტილების მიღწევის გზებისათვის.

### 1.3 საანგარიშო ზღვრული მდგომარეობების მეთოდი

საანგარიშო ზღვრული მდგომარეობების მეთოდი დამუშავებული იქნა ნ. სტრელეცკის, ა. გვოზდევის და სხვების მიერ სამშენებლო კონსტრუქციების გაანგარიშებისათვის. ამ მეთოდის არსი მდგომარეობს საანგარიშო დატვირთვების და კონსტრუქციის ელემენტების საანგარიშო წინააღმდეგობის გაანგარიშების განსაკუთრებულ მიდგომაში. გაანგარიშებების გამარტივების მიზნით, კონსტრუქციაში აღძრული შიგა ძალები და გადაადგილებები განისაზღვრება დრეკადობის ფარგლებში, ანუ მაქსიმალური ძაბვები კონსტრუქციაში არ აღემატება პროპორციულობის ზღვარს [ 31,37].

საანგარიშო ზღვრული მდგომარეობების მიხედვით გაანგარიშებამ უნდა უზრუნველყოს, რომ კონსტრუქციის ექსპლუატაციის პერიოდში არც-ერთი დაუშვებელი ზღვრული მდგომარეობა არ უნდა დადგეს.

წინა პარაგრაფში განხილული ერთი (საერთო) ნორმატიული მარაგის კოეფიციენტის ნაცვლად, საანგარიშო ზღვრული მდგომარეობების მეთოდში გამოიყენება რამოდენიმე კოეფიციენტი, ე.წ. გადატვირთვის კოეფიციენტები:

გადატვირთვის კოეფიციენტები ითვალისწინებენ ფაქტიური დატვირთვების ნორმატიულ მნიშვნელობებზე გადამეტების (ან შემცირების) შესაძლებლობას, რაც აუარესებს კონსტრუქციის სამუშაო პირობებს. გადატვირთვის კოეფიციენტები განსხვავდება სხვადასხვა სახის დატვირთვისათვის. კონსტრუქციის საკუთარი წონისათვის გადატვირთვის კოეფიციენტი დიდი არ არის (ტოლია 1,1 ან 0,9) იმდენად, რამდენადაც წონა შეიძლება განისაზღვროს კონსტრუქციის საპროექტო ზომებით და მასალის კუთრი წონით საკმაოდ ზუსტად. დროებითი დატვირთვებისათვის გადატვირთვის კოეფიციენტებს აქვთ მეტი მნიშვნელობები, მაგალითად დროებითი დატვირთვებისათვის, რომლებიც მოქმედებენ

საცხოვრებელი სახლების გადახურვებზე, ტოლია 1,4. საანგარიშო დატვირთვა ტოლია ნორმატიული ძალის ნამრავლის გადატვირთვის კოეფიციენტზე  $P = P_{\sigma} n$ .

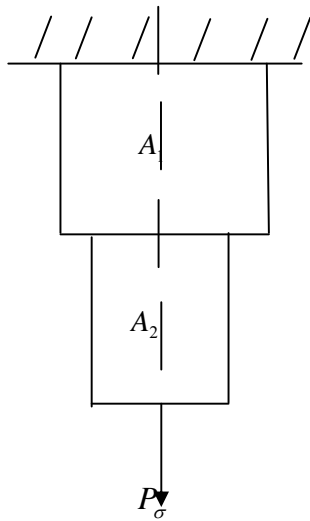
ერთგვაროვნების კოეფიციენტი  $k_0$ , რომელიც ითვალისწინებს მასალის სიმტკიცის ფიზიკის მახასიათებელი ფაქტიური პარამეტრების შესაძლო გადახრას (გაბნევას) მათი ნორმატიული მნიშვნელობებისაგან. ეს კოეფიციენტი მასალებისათვის, რომლებისთვისც გაბნევა არ არის დიდი, ახლოსაა ერთთან (მაგ. ფოლადისათვის ერთგვაროვნების კოეფიციენტი ტოლი 0.9), ხოლო სხვა მასალებისათვის აქვთ მნიშვნელოვნად ნაკლები მნიშვნელობა (მაგ. 0,6 ბეტონისათვის). მასალის საანგარიშო სიმტკიცე (საანგარიშო წინააღმდეგობა) ტოლია ნორმატიული წინააღმდეგობის (განსაზღვრული სიმტკიცის ნორმატიული მაჩვენებლებით) ნამრავლის ერთგვაროვნების კორფიციენტზე  $R = R^H k_0$ .

სამუშაო პირობების კოეფიციენტი  $m$ , ითვალისწინებს კონსტრუქციის მუშაობის განსაკუთრებულ პირობებს (მაგ. აგრესიული გარემო, ძაბვების კონცენტრაცია) და მიღებული საანგარიშო სქემების პირობითობას. ეს კოეფიციენტები შეიძლება იყოს ერთზე მეტი ან ნაკლები. რაც უფრო ნაკლებია ეს კოეფიციენტი, მით მეტია სიმტკიცის საერთო მარაგი.

სიმტკიცის პირობა (პირველი ზღვრული მდგომარეობით გაანგარიშებისას მზიდუნარიანობის მიხედვით) ადგენს, რომ მაქსიმალური შესაძლო ძალა კონსტრუქციის ელემენტში (გაანგარიშებული საანგარიშო დატვირთვებით, ანუ შესაძლო გადატვირთვის გათვალისწინებით) უნდა იყოს ნაკლები (ან ტოლი) ამ ელემენტის მინიმალური მზიდუნარიანობის, გაანგარიშებული მასალის სიმტკიცის და ნაგებობის მუშაობის პირობების შესაძლო ცვლილებით. მაგ. ფოლადის ძეგლის გაანგარიშებისათვის (ნახ. 1.2) სიმტკიცის პირობას აქვს სახე:

$$P_{\sigma} n \leq R^H k_0 A_1 m \quad (1.24)$$

აქ  $P_\sigma$  – ძალაა ნორმატიული დატვირთვისაგან,  $R_\sigma$  – ფოლადის ნორმატიული წინააღმდეგობაა (დენადობის ნორმატიული ზღვარია), კოეფიციენტი  $k_0$  – ითვალისწინებს  $R_\sigma$  სიდიდის შესაძლო შემცირებას,  $A_1$  – ძელის შედარებით მცირე განივი კვეთის ფართობი;  $m$  – მუშაობის პირობების კოეფიციენტია, ითვალისწინებს ძაბვების კონცენტრაციას განივი კვეთის მკვეთრი ცვლილების ადგილზე.



ნახ. 1.2 ძელის გაანგარიშებისათვის

(1.24) სიმტკიცის პირობიდან ჩანს, რომ მარაგის ზოგადი კოეფიციენტი განხილული ძელისათვის ტოლია  $n/(k_0 m)$ .

მეორე და მესამე ზღვრული მდგომარეობების მიხედვით გაანგარიშებისას, ზღვრული დეფორმაციები და ბზარების გახსნის სიდიდეების განსაზღვრა წარმოებს ნორმატიული ძალებისაგან (გადატვირთვის კოეფიციენტების გამოყენების გარეშე).

## 1.4 დეროების დინამიკის ამოცანა

### თერმომექანიკური დატვირთვისას

სამრეწველო მანქანებში, დანადგარებში, სამშენებლო კონსტრუქციებში ახალი ლითონური მასალების ფართო გამოყენება აქტუალურს ხდის ტემპერატურული ფაქტორის გავლენის შესწავლას სიმტკიცეზე და სიხისტეზე დრეკადობის ფარგლებში როგორც სტატიკური, ასევე დინამიკური დატვირთვებისას. ტემპერატურის არათანაბარი განაწილებისას ტემპერატურის მცირე ცვლილებამ შეიძლება არსებითი ზეგავლენა მოახდინოს დეროს რხევების საკუთარ სიხშირეზე. გაანგარიშების რიცხვითი მეთოდების გამოყენება საშუალებას იძლევა ეფექტურად ამოვხსნათ არაწრფივი ამოცანა და ავტომატიზირებულად გავითვალისწინოთ ჩამაგრების და დატვირთვის სხვადასხვა სახეები, ასევე დეროს რთული გეომეტრია.

[16] ნაშრომში მოცემულია ახალი განტოლება ჩაკეტილი ფორმით, რომელიც ზუსტად ითვალისწინებს ნებისმიერი დიდი მუდმივ დერძული ძალის ნარჩენი ძაბვების ან ტემპერატურის ცვლილების ზეგავლენას ერთგვაროვანი, ერთმალისანი რხევის საკუთარ სიხშირეზე სხვადასხვა სასაზღვრო პირობებით. მისი სიზუსტე და გამოყენების დიაპაზონი შეისწავლერბა რიცხვითი მოდელებთან და ბოკაიანის [4,5] მიახლოებით ფორმულებთან შედარების გზით. ახალი განტოლება შეიძლება გავიგოთ, როგორც ამ ორი მიახლოებითი ფორმულის დაზუსტება ან გაფართოება. სიზუსტის და გამოყენების დიაპაზონის მნიშვნელოვანი გაუმჯობესება მიიღწევა განსაკუთრებით გრძივ-განივი ღუნვის წერტილთან და მოზომილი დერძული დატვირთვისას. ახალი ჩაკეტილი განტოლება გამოიყენება დერძული დატვირთვის მთელი დიაპაზონისათვის, ანუ ღუნვის დატვირთვიდან გაჭიმული სიმის ზღვრამდე. გარდა ამისა, იგი იძლევა ერთგანზომილებიანი ზამბარა – მასის საკუთარ სიხშირეს,



რომელიც შეიძლება გამოყენებული იქნეს გაჭიმული ღეროების მოდელირებისათვის და პოტენციურად უფრო რთული სისტემებისათვის [16].

სტატიაში [10] შეისწავლება ვიბრაციები კონსოლური ძელის თავისუფალი ღუნვისას ნებისმიერი ღერძული დატვირთვისას და შეყურსული მასით თავისუფალ ბოლოზე. გაანალიზებულია ღერძული დატვირთვის და მასის გავლენა საკუთარ სიხშირეებზე განივი კვეთების ბრუნვის ინერციის გათვალისწინებით. ამ ამოცანების ამოხსნისათვის წარმოდგენილი იქნა ინტეგრალური განტოლების მეთოდი. კერძოდ, სხვადასხვა შემთხვევისათვის მიღებული იქნა მარტივი მიახლოებითი გამოსახულებები საკუთარი სიხშირეებისათვის. განივი კვეთის ბრუნვის ინერციის გათვალისწინება ამცირებს საკუთარ სიხშირეებს [10]. საკუთარი სიხშირეები ეილერ-ბერნულის ღეროსათვის მომატებულია. გამჭიმავი ღერძული დატვირთვა ზრდის საკუთარ სიხშირეებს, მაშინ, როცა მკუმშავი ღერძული დატვირთვა ამცირებს საკუთარ სიხშირეებს. ღერძული ძალის გავლენა ტიმოშენკოს ღეროს თავისუფალ რხევებზე, მრავალი ზამზარა-მაჩის სისტემით შესწავლილია ნაშრომში [18].

[15] ნაშრომში შემოთავაზებულია ერთიანი ანალიზური მეთოდი ტემპერატურის გავლენის შესწავლისათვის ჰორიზონტალური კოჭების ქცევაზე საკუთარი წონის გათვალისწინებით და კაბელების ქცევაზე ღუნვის სიხისტის გათვალისწინებით. სხვადასხვა სასაზღვრო პირობების განხილვა შესაძლებელია ღერძული და გრეხითი ზამზარების შემოღების გზით. ამონახსნები სამართლიანია მცირე ბრუნვებისათვის. გამოყოფილი იქნა ზომითი პარამეტრები, რომლებიც მართავენ წონასწორობის განტოლებებს. ნაჩვენებია, რომ კოჭისათვის დამოუკიდებელი პარამეტრების რაოდენობა მცირდება ოთხამდე. ეს პარამეტრები შესაბამისად დაკავშირებულია საკუთარ წონასთან, სითბოთი გამოწვეულ ძალასთან, სითბოთი გამოწვეულ მომენტებთან და გრეხით ზამზარასთან. მეხუთე პარამეტრი დაკავშირებული მოცემულ ძალასთან, წარმოადგენს ე.წ. სიხისტის პარამეტრს ღუნვაზე. ირვინის ზოგიერთი მოდიფიცირებული პარამეტრი, შემოთავაზებული ამ

სტატიაში, საშუალებას იძლევა ზუსტად დავახასიათოთ კაბელი სიხისტით ღუნვაზე. შესრულებული იქნა კვლევა პარამეტრული, რომელიც აერთიანებს გაჭიმვის ეფექტს ღუნვისას, ტემპერატურის და სიხისტის ცვლილებას ღუნვისას. დადგენილი იქნა, რომ სიხისტე ღუნვაზე მნიშვნელოვან გავლენას ახდენს ფარდობით ტემპერატურულ სიხშირეზე. შედეგები აჩვენებენ, რომ კლიმატური ცვლილებებით გამოწვეულ სითბურ დატვირთვებს შეუძლიათ მნიშვნელოვანი გავლენა მოახდინონ სამშენებლო კოჭებისა და კაბელების საკუთარ სიხშირეზე. საკუთარი წონის მოქმედებით სიხშირეებს აქვთ რთული სითბური ქცევა, რომელიც შეიძლება იყოს არაწრფივი და არამონოტონურად ცვალებადი ტემპერატურის მიმართ. მაშასადამე, სამოქალაქო კონსტრუქციების თერმოდრეკადი ქცევა, სავარაუდოდ, გავლენას ახდენს რხევებზე დაფუძნებული მეთოდების მდგრადობაზე.

[6] სტატიაში აღწერილია თერმოდრეკადი სისტემის განივი რხევები. თერმოდრეკადი სისტემა შედგება დრეკადი კავშირით შეერთებული ღერძული ძალით თანაბრად შეკუმშული ორი ღეროსაგან. მიღებულია, რომ ღეროები დრეკადია, გაჭიმვადია სახსრულად ჩამაგრებული ბოლოებით. გადაადგილებებისათვის გამოყენებულია სახსრული ჩამაგრების პირობები, ხოლო ტემპერატურისათვის – დირიხლეს პირობები. მექანიკის ამოცანა ჩაიწერება, როგორც არაწრფივი სისტემა, რომელიც შედგენა კერძო წარმოებულისანი ჰიპერბოლური და პარაბოლური დიფერენციალური განტოლებებისაგან. გამოკვლეულია ამონახსნის არსებობა და ერთადერთობა, ასევე ენერჯის გაშლის პირობა. შემოღებულია დისკრეტული აპროქსიმაცია სასრული ელემენტების მეთოდისა და ეილერის არაცხადი სქემის საფუძველზე. ნაჩვენებია დისკრეტული სტაბილურობა და ცდომილებების აპრიორული შეფასება, ჩატარებულია რიცხვითი ექსპერიმენტები აპროქსიმაციის სიზუსტის საჩვენებლად.

ფუნქციონალური ანალიზის ხერხების გამოყენებით [1] ნაშრომში შესწავლილია ერთგანზომილებიანი საწყის-სასაზღვრო ამოცანა თერმოდრეკადი

დეროსათვის, რომელიც ერთი ბოლოთი ჩამაგრებულია და მეორე ბოლოთი თავისუფლად გადაადგილდება ორ შემზღუდავს შორის. ძირითადი შედეგია ის, რომ სისტემასთან დაკავშირებული ენერგია, იშლება ექსპონენსალურად როცა დრო მიისწრაფის უსასრულობისაკენ.

[17] სტატიაში წარმოდგენილია თერმოდრეკადი ღეროების სტატიკური და დინამიკური ანალიზები ფუნქციონალურად სორტირებული მასალებისაგან (FGM). ღეროების ძვრის დეფორმაციების მესამე რიგის დაზუსტებული თეორიის და ვარიაციული პრინციპის საფუძველზე მიღებულია (FG) ღეროების ძირითადი განტოლებები. ტემპერატურის გავლენა იუნგის მოდულზე და თბური გაფართოების კოეფიციენტებზე გაითვალისწინება FG ღეროების თერმული დატვირთვისას, ძირითადი განტოლებები წარმოადგენენ მერვე რიგის დიფერენციალური განტოლებების სისტემას გადაადგილებების კომპონენტების მიმართ და ითვალისწინებენ თერმოდრეკად კავშირს. FG ღეროების ღუნვის და თავისუფალი რხევების ანალიზისათვის შემუშავებულია ზუსტი და საიმედო ორკვანძიანი კოჭის ელემენტი, ღეროების გაუმჯობესებული თეორიის გამოყენებით, მესამე რიგის ძვრის დეფორმაციის და კვაზი-კომფორმირებული ელემენტების ხერხის გამოყენებით. FG ღეროების რამდენიმე ტიპური მაგალითი ამოხსნილია შემუშავებულია FG კოჭის ელემენტით, იმისათვის რომ ნაჩვენები იყოს მასალის და სითბური დატვირთვის განაწილების გავლენა FG ღეროების გადაადგილებებზე, ძაბვებზე და საკუთარ სიხშირეებზე. შემოწმებულია ანალიზური ამონახსნების და რიცხვითი შედეგების სიზუსტე, მიღებული შემოთავაზებული მოდელებით, ლიტერატურაში წარმოდგენილი შედეგების ან ავტორების მიერ ორგანოზომილებიანი სასრული ელემენტებით მიღებული შედეგებისაგან განსხვავებით. შედეგები აჩვენებენ, რომ წარმოდგენილი მოდელები იძლევა არა მარტო ზუსტ გადაადგილებებს, ასევე ზუსტ ძაბვებს და თავისუფალი რხევების მაღალი რიგის სიხშირეები FG ღეროებისათვის თერმოდრეკადი კავშირით.

სტატიაში [14] განიხილება მილერ–ბერნულის დრეკადი და თერმოდრეკადი ღეროების ბადე. ნაჩვენებია, რომ გარკვეული პირობებისას, თერმოდრეკადი გაბნევა ზოგიერთ ბოლოებზე საკმარისია მთელი სისტემის მდგრადობისათვის. ზუსტად დადგენილია ბადის ექსპონენციალური მდგრადობა.

ტიმოშენკოს თავდაპირველად სწორი ღეროს არაწრფივი თავისუფალი რხევები გამოკვლეულია ასიმპტოტური მეთოდით [9]. ნაშრომში ყურადღება გამახვილებულია ღეროს ღერძის მექანიკურ და გეომეტრიულ სიმრუდეზე, რომლებიც განსხვავებულია გაჭიმვადი ღეროებისათვის ღერძული დეფორმაციების გათვალისწინებით: ღეროს დეფორმირებული ღერძის სიგრძესთან მიმართებით („გეომეტრიული“) და არადეფორმირებულ სიგრძესთან მიმართებით („მექანიკური“). მექანიკური და გეომეტრიული სიმრუდეები განსხვავდება ამოცანის არაწრფივი დასმისას და ემთხვევა წრფივ ამოცანაში (ღერძული დეფორმაცია  $\epsilon_0 \ll 1$ ). „მექანიკური“ სიმრუდის ცნება ლიტერატურაში გამოიყენება იმის გამო, რომ მარტივია, სუფთა ღუნვის ეფექტის იზოლირება სიმრუდის ცვლილებებისგან, გამოწვეული გაჭიმვით. შემოთავაზებულია ორი მოდელით მიღებული შედეგების შედარება. ნაჩვენებია, რომ მოდელები უზრუნველყოფენ ერთნაირ არაწრფივ ქცევას თხელი ღეროებისათვის, მაშინ როცა სქელი ღეროებისათვის შესაძლებელია განსხვავება 13%-მდეც კი. გარდა ამისა, ტორსული ზამბარის სიხისტე არ მოქმედებს ორ მოდელს შორის განსხვავებაზე. ზოგადი დასკვნა მდგომარეობს იმაში, რომ ზომიერი დიდი არაწრფივი თავისუფალი რხევებისას „გეომეტრიული“ ან „მექანიკური“ სიმრუდეების გამოყენება ძლიერ გავლენას არ ახდენს შედეგებზე, განსაკუთრებით თხელი ღეროებისათვის.

საინტერესოა [19] ნაშრომში შესრულებული კვლევა მიკრო–ნანო–ღეროების თერმოდინამიკური ანალიზი, რომელიც მნიშვნელოვანია მიკრო–ნანო–ელექტრომექანიკური სისტემებისათვის (MEMSs/NEMSs). ნაჩვენებია, რომ თერმოდრეკადობის დაკავშირებული ამოცანის კლასიკური თეორია არ გამოდგება მიკრო–ნანო–ღეროების რხევების კვლევისათვის არალოკალური, დაკავშირებული

თერმოდრეკადი დატვირთვისას. გრინი-ნახდის თეორიის საფუძველზე ჩაწერილია თბოგამტარობის განტოლება. გრინის ფუნქციის მეთოდის გამოყენებით, დაკავშირებული თერმოდრეკადი დინამიკის განტოლება განცალდება და მიიღება გამოსახულებები გადაადგილებებისათვის, ტემპერატურული ველისათვის და ტემპერატურული მომენტებისათვის დაკავშირებული სისტემის დინამიკური მოვლენების ახსნისათვის წარმატებულად გამოიყენება ტემპერატურული ველის ე.წ. „გაცივებული ბირთვის“ მოძრაობის თავისებურებები. ლოკალური ნორმალური ძაბვების გაანგარიშებისათვის ღეროს ღერძის გასწვრივ, განტოლებებში შემოღებულია წვრილმასშტაბური პარამეტრი. განხილულია წვრილმასშტაბური პრამეტრის გავლენა გადაადგილებებისა და ტემპერატურის დაკავშირებულ ველზე.

ინტერესს იწვევს [22] ნაშრომში მოცემული თერმოდრეკადობის თეორიის სტაციონარული რხევის (ფსევდორხევის, როცა რხევის სიხშირე კომპლექსური რიცხვია) ძირითადი, დირიხლესა და ნეიმანის სასაზღვრო ამოცანები, როდესაც საზღვარზე მოცემულია გადაადგილებების ვექტორი (დირიხლეს ამოცანა) და მიკროტემპერატურების ვექტორი, მიკრობრუნვის ფუნქცია, ტემპერატურათა სხვაობა ფიქსირებული ტემპერატურიდან, მიკროდაჭიმულობა. ნეიმანის ამოცანის შემთხვევაში საზღვარზე მოცემულია განზოგადებული თერმოდამბვის ზღვრული მნიშვნელობა. ძირითადი დიფერენციალური განტოლებების ერთგვაროვანი სისტემის შესაბამისი გრინის ფორმულების გამოყენებით მტკიცდება დირიხლესა და ნეიმანის სასაზღვრო ამოცანების ამონახსნის ერთადერთობის თეორემები, კერძოდ ის, რომ თუ დირიხლესა და ნეიმანის როგორც შიგა, ისე გარე ამოცანებს აქვთ ამონახსნი, მაშინ იგი ერთადერთია.

[20] ნაშრომში მიღებულია ზოგადი ამონახსნის წარმოდგენის ფორმულა. კვადრატურებში აგებულია ფუნდამენტურ და სინგულარულ ამონახსნთა მატრიცები.

ვ.კუპრადის ნაშრომებში [41] გამოკვლეულია თერმოდრეკადობის, სტაციონარული რხევების, სტატიკისა და დინამიკური ძირითადი და საკონტაქტო

სასაზღვრო ამოცანები. ვ.კუპრაძემ გადაწყვიტა ამ ამოცანათა კლასიკური ამონახსნების არსებობისა და ერთადერთობის საკითხები. შექმნა ამოხსნების მიახლოებითი აგების მეთოდები და ელექტრონულ-გამომთვლელ მანქანებზე მათი რიცხვითი რეალიზაციის ალგორითმები. სადისერტაციო ნაშრომის მიზანია შევიმუშავოთ კონსტრუქციის ღეროს ტიპის ელემენტების დინამიკის რიცხვითი გაანგარიშების მეთოდიკა თერმომექანიკური დატვირთვისას, რომელიც ხელმისაწვდომი იქნება ინჟინრებისათვის, გამოყენებითი სფეროს მეცნიერებისათვის. ასეთი გაანგარიშებები საჭიროა მსუბუქი ლითონური კონსტრუქციების პროექტირებისათვის მშენებლობაში, მანქანათმშენებლობაში, ენერგეტიკაში და სხვა დარგებში. დამუშავებული მეთოდიკა შეიძლება გამოყენებული იქნეს სტუდენტების სამეცნიერო-კვლევითი სამუშაოებისათვის.

### 1.5 კვლევის ამოცანების დასმა

ზემოთ განხილული იქნა კონსტრუქციის გაანგარიშების ზღვრული მდგომარეობების მეთოდი სტატიკური დატვირთვისას და ღეროების რხევის საკუთარი სიხშირის გაანგარიშება, რომელიც აუცილებელია გაანგარიშებისათვის სიმტკიცეზე დინამიკური დატვირთვების დროს.

საანგარიშო ზღვრული მდგომარეობების მეთოდში მარაგის კოეფიციენტების დადგენა ხდება დიფერენცირებულად გამომდინარე: დატვირთვის სახიდან, გამოყენებული მასალისაგან და კონსტრუქციის მუშაობის პირობებიდან. ეს იძლევა საშუალებას ერთის მხრივ შევამციროთ მარაგის საერთო კოეფიციენტი (შესაბამისად, შევამციროთ კონსტრუქციის ღირებულება) იმ შემთხვევაში, როცა ნორმატიული დატვირთვები და მასალის ნორმატიული წინააღმდეგობა შეიძლება განისაზღვროს საკმაოდ ზუსტად და როცა კონსტრუქციის მუშაობის პირობები კარგადაა შესწავლილი.

მეორეს მხრივ, მარაგის დიფერენცირებული კოეფიციენტები საშუალებას იძლევა უზრუნველყოთ ნაგებობების სიმტკიცე, როცა შესაძლებელია ფაქტობრივი დატვირთვების მნიშვნელოვანი გადაჭარბება მათ ნორმატიულ მნიშვნელობებზე. როცა შესაძლებელია მასალის ფაქტობრივი წინააღმდეგობის დიდი გადახრა ნორმატიულისაგან და როცა კონსტრუქციის მუშაობის პირობები არასაკმარისადაა შესწავლილი.

საანგარიშო ზღვრული მდგომარეობების მეთოდი აფართოებს წარმოდგენას მარაგის კოეფიციენტებზე, იგი მოითხოვს კონსტრუქციის მუშაობის პირობების, მათზე მოქმედი ძალების (სხვა ფაქტორების) და მასალის თვისებების უფრო ღრმა შესწავლას.

სადისერტაციო ნაშრომში ყურადღება გამახვილდება ტემპერატურის ფაქტორის გავლენისწინებაზე გადატვირთვის კოეფიციენტების შერჩევასა. სამეცნიერო ლიტერატურაში ფაქტობრივად არ გვხვდება ნაშრომები, სადაც გამოკვლეულია ეს საკითხი. თანამედროვე ეტაპზე ტემპერატურის გავლენა კონსტრუქციის საიმედო ექსპლუატაციაზე მნიშვნელოვანია, თუნდაც კლიმატური პირობების ცვლილების გამო. ტემპერატურული ფაქტორი ხშირად ხდება კატასტროფების მიზეზი კონსტრუქციების დამატებითი დეფორმაციების გამო. ეს ეხება ძირითადად სამშენებლო ლითონკონსტრუქციებს (ხიდები, ლიანდაგები,

მსუბუქი ლითონკონსტრუქციები და სხვა), რომლებიც უმეტეს შემთხვევებში განიცდიან დინამიკური დატვირთვების ზემოქმედებას. დინამიკური დატვირთვები ნაგებობებში იწვევენ დროში ცვალებად ძაბვებს, დეფორმაციებს და გადაადგილებებს. გარდა ამისა, დინამიკური დატვირთვებზე გაანგარიშებისას მნიშვნელოვანია რხევის საკუთარი სიხშირეები.

კონსტრუქციების გაანგარიშებისას თერმომექანიკურ დატვირთვებზე არსებითია ორი მომენტი დაკავშირებული სახელდობრ ტემპერატურის ცვლილებასთან და ტემპერატურული ველის არაერთგვაროვნებასთან კონსტრუქციაში. სადისერტაციო ნაშრომის კვლევის ერთ-ერთი ამოცანაა ტემპერატურული ფაქტორის გათვალისწინება საანგარიშო ზღვრული მდგომარეობის მეთოდში გადატვირთვის კოეფიციენტების დაზუსტების გზით.

ზემოთაღწერილ სამეცნიერო ნაშრომებში ღეროების დინამიკის შესწავლისას ჩათვლილია, რომ ღეროს ღერძი არ დეფორმირდება. ხშირად, მხედველობაში არ მიიღება განივი კვეთის ბრუნვის ინერცია. რიგ შემთხვევებში მიღებულია ანალიზური ამონახსნები ჩამაგრებების კონკრეტული სახისათვის. თერმომექანიკური დატვირთვისას ღეროს ღერძი დეფორმირდება. გარდა ამისა, საინჟინრო გაანგარიშებებისათვის არ არის მოსახერხებელი ანალიზური ამონახსნები და უფრო ეფექტურია გამოყენებითი პროგრამების დამუშავება პერსონალური კომპიუტერისათვის, რაც ავტომატიზირებულს გახდის რთული ამოცანების ამოხსნას.

სადისერტაციო ნაშრომის კვლევის ამოცანას წარმოადგენს ასევე ღეროს დინამიკის არაწრფივი ამოცანის შესწავლა. ამისათვის მიღებული იქნება მოძრაობის დიფერენციალური განტოლებები ღეროს ღერძის დეფორმაციის გათვალისწინებით თერმომექანიკური დატვირთვისას. დიფერენციალური განტოლებების ინტეგრირებისათვის და რხევის საკუთარი სიხშირეების განსაზღვრისათვის რიცხვითი მეთოდის გამოყენება და შესაბამისი ალგორითმის რეალიზაცია Mathcad-



ის რედაქტორში. დინამიკის ამოცანის შესწავლისას ყურადღება გამახვილდება ტემპერატურულ ფაქტორზე, ტემპერატურის გრადიენტის გავლენაზე რხევის საკუთარ სიხშირეზე. დამუშავებული მეთოდიკა გამოყენებული იქნება პრაქტიკული მნიშვნელობის ამოცანების ამოხსნისათვის.

სადისერტაციო ნაშრომის ამოცანაა ასევე დეროს თავისუფალი რხევების შესწავლა ექსპერიმენტალურად. ექსპერიმენტალური და თეორიული კვლევების საფუძველზე ძირითადი დასკვნების ჩამოყალიბება და რეკომენდაციების შემუშავება.

## 2. ღეროს გაანგარიშება სიმტკიცეზე თერმომექანიკური

### დატვირთვისას

#### 2.1 კონსტრუქციების გაანგარიშების ზღვრული

##### მდგომარეობების მეთოდები

კონსტრუქციების გაანგარიშების ზღვრული მდგომარეობების მეთოდი დამუშავებული იქნა ნ.სტრელეცკის, ა.გვოზდევის და სხვ. მიერ. ამ მეთოდის სპეციფიკა მდგომარეობს საანგარიშო დატვირთვების და კონსტრუქციის ელემენტების საანგარიშო წინააღმდეგობის განსაზღვრის განსაკუთრებულ მიდგომაში. გაანგარიშების გამარტივების მიზნით კონსტრუქციაში აღძრული ძალები და გადაადგილებები ჩვეულებრივ განისაზღვრება დრეკადობის ფარგლებში. ასხვაგვარ საანგარიშო ზღვრული მდგომარეობის სამ სახეს:

ა) პირველი ზღვრული მდგომარეობა - მზიდუნარიანობის მიხედვით (სიმტკიცე, მდგრადობა და ცვლადი ძაბვები, ამტანუნარიანობა);

ბ) მეორე ზღვრული მდგომარეობა - მნიშვნელოვანი დეფორმაციების განვითარების მიხედვით (ჩაღუნვები, ქანობები დ.ა.შ.);

გ) მესამე ზღვრული მდგომარეობა - ადგილობრივი დაზიანებების განვითარების მიხედვით (ბზარების წარმოქმნა ან გახსნა).

ყოველი ზღვრული მდგომარეობისათვის ამ სამიდან სამშენებლო ნორმებში და წესებში დადგენილია შესაბამისი საანგარიშო ფორმულები, რომელთა პირობების შესრულება იძლევა სამშენებლო კონსტრუქციის ნორმალური ექსპლუატაციის გარანტიას.

პირველ ზღვრულ მდგომარეობაში იგულისხმება კონსტრუქციის ისეთი მდგომარეობა, რომელიც დაუშვებელია საექსპლოატაციო პირობებიდან გამომდინარე. მაგ. ლითონის კოჭებისათვის დენადობის ზღვრის ტოლი ძაბვების წარმოქმნა ნეიტრალური ხაზიდან მაქსიმალურად დაცილებულ ბოჭკოებში. მეორე და მესამე ზღვრულ მდგომარეობად ითვლება ისეთი მდგომარეობა, როცა კონსტრუქციის დეფორმაცია (მაგ. კოჭის ჩალუნვა) ან ბზარის გახსნის სიდიდე (მაგ. რკინა-ბეტონის კონსტრუქციაში) აჭარბებს დასაშვებს. პირველი ზღვრული მდგომარეობა დაუშვებელია ყველა კონსტრუქციისათვის.

საანგარიშო ზღვრული მდგომარეობის მეთოდით გაანგარიშება უნდა იძლეოდეს გარანტიას, რომ ნაგებობის ექსპლუატაციის პირობებში არც ერთი დაუშვებელი ზღვრული მდგომარეობა არ დადგება. ერთი ნორმატიული მარაგის კოეფიციენტის ნაცვლად გამოიყენება რამდენიმე;

ა) გადატვირთვის კოეფიციენტი  $n$  ითვალისწინებს ფაქტიური დატვირთვების გადაჭარბებას (ან შემცირებას) ნორმატიულზე, განსაზღვრული ნორმებით. საკუთარი წონისათვის კოეფიციენტი არ არის დიდი და ტოლია 1,1 ან 0,9, იმდენად, რამდენადაც წონა შეიძლება განვსაზღვროთ საკმაოდ ზუსტად კონსტრუქციის საპროექტო ზომებით და მასალის კუთრი წონით. დროებითი დატვირთვებისათვის (მაგ. საცხოვრებელი სახლების გადახურვებზე) იგი დიდია და შეადგენს 1,4. საანგარიშო დატვირტვა ტოლია ნორმატიული ძალის და გადატვირტვის კოეფიციენტის ნამრავლის  $P_b = n \cdot P_n$  ;

ბ) ერთგვაროვნების კოეფიციენტი  $k$  - ითვალისწინებს ფაქტობრივი სიმტკიცის გაბნევას ნორმატიულთან შედარებით მაგ. ლითონებისათვის გაბნევა მცირეა და ტოლია 0,9 ბეტონისათვის 0,6. საანგარიშო სიმტკიცე ტოლია ნორმატიული სიმტკიცის ნამრავლისა ერთგვაროვნების კოეფიციენტზე  $R_b = k \cdot R_n$ ;

გ) სამუშაო პირობების კოეფიციენტი  $m$  ითვალისწინებს კონსტრუქციის მუშაობის პირობებს (მაგ. აგრესიული გარემო, ძაბვების კონცენტრაცია) და საანგარიშო სქემების პირობითობას. ეს კოეფიციენტი შეიძლება იყოს როგორც 1-ზე მეტი, ისე 1-ზე ნაკლები. რაც ნაკლებია ეს კოეფიციენტი, მით მეტია სიმტკიცის საერთო მარაგის კოეფიციენტი.

სიმტკიცის პირობის თანახმად მაქსიმალურად შესაძლო დატვირთვა კონსტრუქციის ელემენტში გაანგარიშებული საანგარიშო დატვირტვებით (ანუ შესაძლო გადატვირთვის გათვალისწინებით) უნდა იყოს ნაკლები ან ტოლი ამ ელემენტის მინიმალური მზიდუნარიანობის, გაანგარიშებული მასალის სიმტკიცის შესაძლო ცვლილებით ან ნაგებობის მუშაობის პირობებით. ცენტრალური გაჭიმვისას პირველი ზღვრული მდგომარეობის შეფასებისთვის მსჯელობენ  $N_{H.c}$  ძალის სიდიდით:

$$N_{H.c} = R^H \cdot k \cdot A \cdot m \quad (2.1)$$

სადაც:  $R^H$  - მასალის ნორმატიული წინააღმდეგობა (დენადობის ზღვარია),  $A$  - ღეროს განივკვეთის ფართობი,  $k \leq 1$  მასალის არაერთგვაროვნების კოეფიციენტი, კოეფიციენტი  $m \leq 1$  - ითვალისწინებს ძელის კვეთის ადგილობრივ შესუსტებას, ფორმის განსაკუთრებულ გეომეტრიას, ძაბვების კონცენტრაციას მკვეთრი გადასვლისას.

(2.1) ფორმულით გაანგარიშებისათვის განსაზღვრული ძალის სიდიდე უნდა იქნას შედარებული ეგრეთ წოდებულ საანგარიშო ძალასთან  $N_s$ , რომელიც მიიღება კონსტრუქციაში მოქმედი ძალების გამრავლებით გადატვირთვის კოეფიციენტებზე  $n_1$  და  $n_2$  -ზე:

$$N_s = N_{con} \cdot n_1 + N_u \cdot n_2$$

აქ  $N_{con}$  - ძალვაა მუდმივი დატვირთვისგან,  $N_u$  - ძალვაა დროებითი დატვირთვისგან.  $n_1$  და  $n_2$  კოეფიციენტები ნორმირდება გაანგარიშების წესებით, ამასთან ვუშვებთ, რომ დროებითი დატვირთვის შესაძლო გადატვირთვა ( $n_2$ ) ჩვეულებრივ მეტია ვიდრე გადატვირთვა მუდმივი დატვირთვისგან ( $n_1$ ) და მოთავსებულია საზღვრებში [1,2 ; 1,5].

პირველი ზღვრული მდგომარეობით საანგარიშო ფორმულას გაჭიმვისას წარმოადგენს  $N_s \leq N_{Hc}$  ან ბოლო ფორმულის და (1.1) ფორმულის გათვალისწინებით გვაქვს:

$$N_{con} \cdot n_1 + N_u \cdot n_2 \leq R^H \cdot k \cdot A \cdot m \quad (2.2)$$

(1.2) უტოლობა წარმოადგენს სიმტკიცეზე გაანგარიშების პირობას პირველი ზღვრული მდგომარეობით.

განვიხილოთ საანგარიშო პირველი ზღვრული მდგომარეობა ძელების ღუნვისას. ჩავწეროთ გამოსახულებები მლუნავი მომენტებისათვის [37]:  $M_{Hc}$  - ასახავს კოჭის მზიდუნარიანობას ღუნვისას და  $M_s$  საანგარიშო მომენტი:

$$M_{Hc} = WR_b^H k \cdot m, \quad M_s = M_{con} n_1 + M_u n_2$$

სადაც  $R_b^H$  და  $W$  - მასალის ნორმატიული წინააღმდეგობაა ღუნვაზე და კოჭის განივი კვეთის წინაღობის მომენტი შესაბამისად.

მუდმივი დატვირთვის გავლენა განისაზღვრება მლუნავი მომენტის სიდიდით  $M_{con}$ , რომლის დადგენაც ხდება მლუნავი მომენტის ეპიურით. აქაც უნდა გავითვალისწინოთ გადატვირთვის კოეფიციენტი მუდმივი დატვირთვის მოქმედებისას  $n_1 > 1$ . დროებითი დატვირთვის გავლენა შეიძლება გავითვალისწინოთ  $M_u$  მლუნავი მომენტით და გადატვირთვის კოეფიციენტით  $n_2 > 1$ .

ბოლო გამოსახულებების გათვალისწინებით მივიღებთ საანგარიშო ფორმულას:

$$M_{con}n_1 + M_u n_2 \leq WR_b^H k \cdot m, \quad (2.3)$$

(2.3) ფორმულა შეიძლება დავიყვანოთ სახეზე, რომელიც გამოიყენება ძაბვების გაანგარიშებისათვის კოჭების ლუნვისას დრეკადობის ფარგლებში. ამ შემთხვევაში ნორმატიული დასაშვები ძაბვის სიდიდე ტოლია:  $[\sigma] = R_b^H km / n_2$ .

ამ მეთოდის არსებითი თავისებურებებია: მარაგის მკაფიო წარმოდგენა მუდმივი და დროებითი დატვირთვებისათვის ცალ-ცალკე, მასალების ერთგვაროვნების და მუშაობის პირობების მონაცემების ვარირება.

## 2.2 პირველი საანგარიშო ზღვრული მდგომარეობა

### თერმომექანიკური დატვირთვისას

#### 2.2.1 მეთოდოლოგია და ძირითადი თანაფარდობები

განვიხილოთ გაანგარიშების მეთოდიკა საანგარიშო პირველი ზღვრული მდგომარეობით თერმომექანიკური დატვირთვისას. ჩავთვალოთ, რომ ძელის განივი კვეთები რჩება ბრტყელი დეფორმირების პროცესში და ტემპერატურული ველი სტაციონალურია [11]. მეთოდის სპეციფიკა მდგომარეობს ფაქტიური დატვირთვების და ფაქტიური სიმტკიცის განსაზღვრის სპეციალურ მიდგომაში.

ანალიზის გამარტივების მიზნით ძალები და გადაადგილებები, რომლებიც აღიძვრებიან კონსტრუქციის ელემენტებში, განისაზღვრება დრეკადობის ფარგლებში [23].

პრაქტიკაში, ტემპერატურა კონსტრუქციის ელემენტებში რეალურად განაწილებულია არათანაბრად, რაც იწვევს დამატებით ძაბვებს. სიმტკიცის პირობა პირველი ზღვრული მდგომარეობის მიხედვით ტემპერატურის ცვლილების გათვალისწინებით არასაკმარისადაა შესწავლილი. ამიტომ, მნიშვნელოვანია ტემპერატურის არათანაბარი განაწილების გავლენის შესწავლა ფაქტობრივი დატვირთვის მნიშვნელობაზე და შესაბამისი გადატვირთვის კოეფიციენტის შერჩევა.

განვიხილოთ სწორი ძელის თერმომექანიკური დატვირთვა ცენტრალური ძალით და ტემპერატურული ველით, რომელიც სიმეტრიულია  $xz$  სიბრტყის მიმართ (ნახ.2.1). ვიყენებთ შემდეგ დაშვებებს [11]: ტემპერატურა მუდმივია  $x, z$  ღერძების მიმართ და იცვლება  $y$  კოორდინატის მიხედვით, დამატებული მდგომარეობა ერთღერძაა  $\sigma_x = \sigma \neq 0; \sigma_z \approx 0, \sigma_y \approx 0$ .

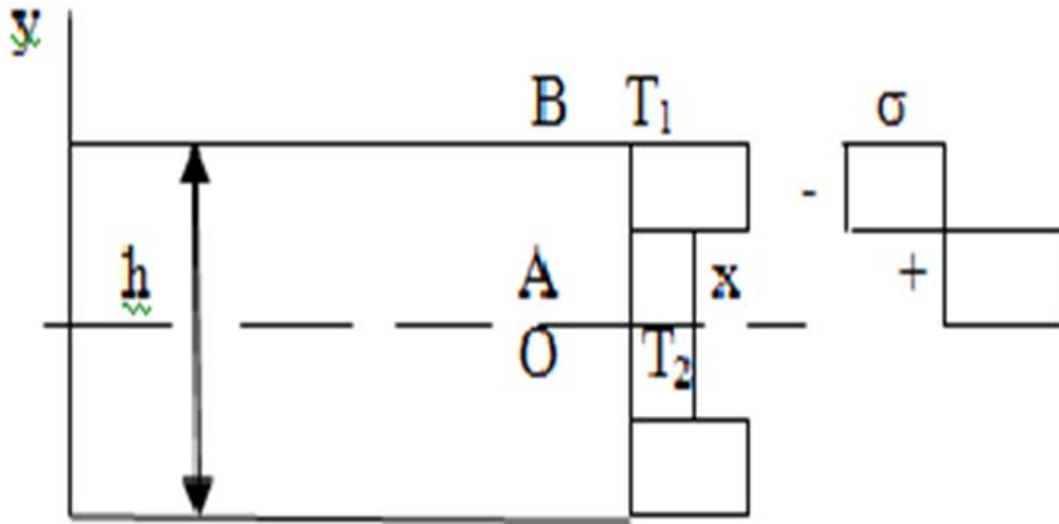
სრული დეფორმაცია ტოლია დრეკადი და ტემპერატურული დეფორმაციების ჯამის:

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^T = \sigma / E + \alpha \Delta T$$

სადაც:  $\alpha$  – წრფივი ტემპერატურული გაფართოების კოეფიციენტი,  
 $\Delta T$  – ტემპერატურის ცვლილება,  $E$  – დრეკადობის პირველი გვარის მოდულია (იუნგის მოდულია).

ბოლო განტოლებიდან გვაქვს:

$$\sigma = E\varepsilon - E\alpha\Delta T \quad (2.4)$$



ნახ.2.1 ტემპერატურის და ტემპერატურული

ძაბვების განაწილება განივ კვეთში ( $T_1$   $T_2$  და  $\sigma$ -ს ეპიურების ორდინატები)

ტემპერატურული დატვირთვის შემთხვევაში წონასწორობის პირობა მოითხოვს განივ კვეთში განაწილებული ძაბვების ტოლქმედი ძალა ტოლი იყოს ნულის.

$$\int_A \sigma dA = 0 .$$

(2.4) ფორმულის გამოყენებით ბოლო ტოლობიდან მივიღებთ:

$$\int_A (E\varepsilon - E\alpha\Delta T)dA = 0 \quad (2.5)$$



იმ შემთხვევაში, როცა ერთდროულად მოქმედებს ძალა და ტემპერატურა, წონასწორობის პირობიდან გამომდინარე განვიკვეთში განაწილებული ძაბვების ტოლქმედი ტოლი იყოს გარე ძალის  $P$

$$\int_A (E\varepsilon - E\alpha\Delta T)dA = P \quad (2.6)$$

დავუშვათ, რომ დეფორმირებისას ძელის განივი კვეთები რჩება ბრტყელი და ძელის ღერძის მართობი. ამ დაშვების საფუძველზე (2.5) განტოლებიდან მივიღებთ:

$$\varepsilon = \left( \int_A E\alpha\Delta T dA \right) / \int_A E dA \quad (2.7)$$

ჩავსვათ დეფორმაციის მნიშვნელობა (2.7) ფორმულით (2.4) განტოლებაში, მივიღებთ:

$$\sigma = E \left[ \left( \int_A E\alpha\Delta T dA \right) / \int_A E dA - \alpha\Delta T \right] \quad (2.8)$$

იმ შემთხვევაში, როცა  $\alpha = const$  და  $\Delta T = const$  (2.8) ფორმულა გვაძლევს ძაბვის მნიშვნელობას განვიკვეთში  $\sigma = 0$ .

როცა დრეკადობის მოდული  $E = const$ , განტოლება (2.8) გვაძლევს:

$$\sigma = E \left[ \left( \int_A \alpha\Delta T dA \right) / \int_A dA - \alpha\Delta T \right] \quad (2.9)$$

სადაც  $A$  - განივი კვეთის ფართობი.

მაგალითად, მართკუთხა განივი კვეთის არადეფორმირებული ძელისათვის (2.9) ფორმულა მიიღებს სახეს:

$$\sigma = E \left( \frac{2}{h} \int_0^{h/2} \alpha\Delta T dy - \alpha\Delta T \right) \quad (2.10)$$

$OA$  და  $AB$  უბნებზე (ნახ.2.1)  $\Delta T_1 = T_1 - T_0, \Delta T_2 = T_2 - T_0$ , სადაც  $T_0$  საწყისი ტემპერატურაა. ფორმულის გამოყენებით განვსაზღვრავთ ძაბვას უბნებზე.

ძაბვა  $OA$  უბანზე:

$$\sigma = E\alpha(T_1 - T_2)(1 - 2h_1 / h) \quad (2.11)$$

ძაბვა  $AB$  უბანზე

$$\sigma = -E\alpha 2h_1(T_1 - T_2) / h$$

სადაც:  $T_1 > T_2$ ,  $0 < h_1 < h/2$ ,  $h_1 = |OA|$  -  $OA$  უბნის სიგრძეა.

მაშასადამე, თუ შიგა ნორმალური ძალა განივ კვეთში გამჭიმავია  $OA$  უბანი დამატებით იტვირთება ტემპერატურული ძაბვებით, და თუ შიგა ნორმალური ძალა მკუმშავია, მაშინ  $AB$  უბანი დამატებით იტვირთება ტემპერატურული ძაბვებით, რაც გათვალისწინებული უნდა იყოს პროექტირებისას. ტემპერატურის არათანაბარი განაწილება კვეთში განხილულია [23] სტატიაში.

### 2.3 ძაბვების განაწილება კვეთში ტემპერატურის

#### არათანაბარი განაწილებისას

მნიშვნელოვანია ავლნიშნოთ, რომ ტემპერატურის არათანაბარი განაწილება განივ კვეთში იწვევს ნორმალური და მხები ძაბვების წარმოქმნას. მხები ძაბვა შეიძლება განვსაზღვროთ წონასწორობის განტოლებიდან დრეკადობის თეორიის გამოყენებით.

ტემპერატურული ველის მოქმედებით ძელის განივ კვეთში გვაქვს ძაბვათა თვითგაწონასწორებული სისტემა. სრულდება წონასწორობის ინტეგრალური პირობა. ბოლო თავისუფალი კვეთისათვის ბრტყელი კვეთების ჰიპოთეზა არ სრულდება. ეს ჰიპოთეზა შესრულდება თუ თავისუფალ კვეთზე განთავსებული იქნება ხისტი ფილა.

განსახილავ შემთხვევაში ძაბვის ტენზორის კომპონენტებისათვის გვაქვს:  $\sigma_x = \sigma_y = 0$ ,  $\tau_{xy} = \tau_{yx} = 0$ ,  $\sigma_z \neq 0$ ,  $\tau_{zy} \neq 0$ . ასეთ შემთხვევაში დრეკადობის თეორიის წონასწორობის განტოლებებიდან გვაქვს;

$$\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0$$

პირველი განტოლების მიხედვით მხები ძაბვა  $\tau_{yz}$  არ არის  $z$  ცვლადის ფუნქცია.

შესაბამისად, მეორე განტოლებიდან ლოგიკურია ჩავწეროთ  $\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = const = C$ . ამიტომ

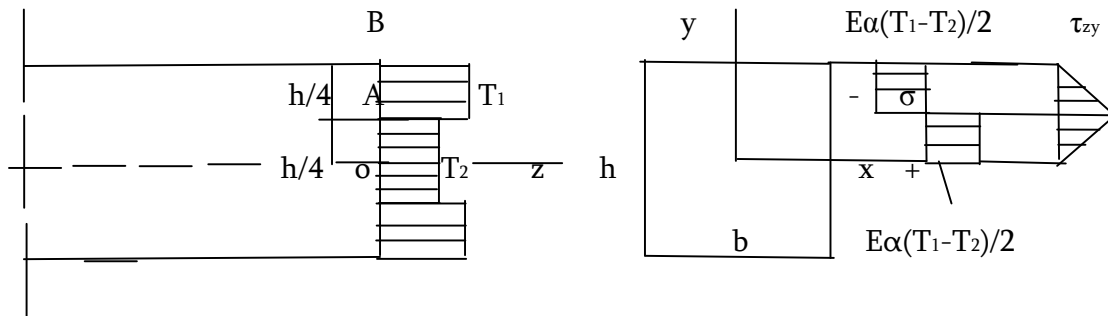
$$\frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} = -C. \quad OA \text{ უბანზე (ნახ.2.2)} \quad \tau_{zy} = -Cy + B. \quad \text{სასაზღვრო პირობა } y=0, \quad \tau_{zy} = 0.$$

ამიტომ მუდმივა  $B=0$ . როცა  $y=h/4$ ,  $\tau_{zy} = -Ch/4$ .  $AB$  უბანზე  $\frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} = C$ ,

შესაბამისად  $\tau_{zy} = Cy + D$ , სასაზღვრო პირობიდან  $y=h/4$ ,  $\tau_{zy} = -Ch/4$ . ვპოულობთ

მუდმივას  $D = -Ch/2$ . მაშასადამე მხები ძაბვა  $AB$  უბანზე იცვლება კანონით:

$$\tau_{zy} = Cy - Ch/2; \quad h/4 < y < h/2. \quad \text{ძაბვების ეპიურები ნაჩვენებია ნახ.2.2-ზე.}$$



ნახ.2.2 ძაბვების განაწილება კვეთში ტემპერატურის  
საფეხურებრივი სიმეტრიული ცვლილებისას

გამოვიყენოთ სითბოგამტარობის განტოლებების ამონახსნები [42,52] და (2.9) ფორმულით გავიანგარიშოთ ნორმალური ძაბვები პრიზმული და ცილინდრული ღეროების განივ კვეთებში.

ტემპერატურის განაწილება უსასრულო სიგრძის  $h$  სისქის ბრტყელ კედელში წრფივია:

$$T(y) = T_2 + (T_1 - T_2)2y/h \quad (2.12)$$

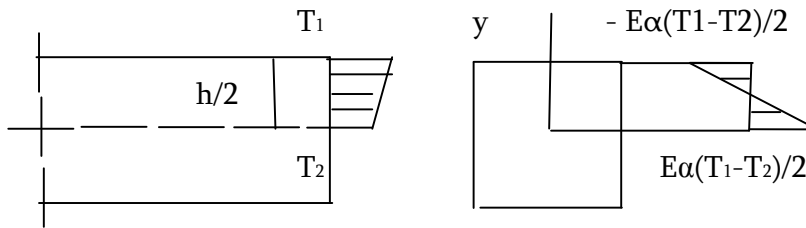
სადაც:  $T_2, T_1$  ტემპერატურებია კედლის გვერდებზე:  $y = 0, y = h/2$  შესაბამისად.

(2.9) ფორმულის მარტივი გარდაქმნებით მივიღებთ:

$$\sigma = E \left\{ \frac{2ab \int_0^{h/2} [T_2 + (T_1 - T_2) \frac{2y}{h}] dy}{bh} - \alpha [T_2 + (T_1 - T_2) \frac{2y}{h}] \right\};$$

$$\sigma = \frac{E\alpha(T_1 - T_2)}{2} \left(1 - \frac{4y}{h}\right) \quad (2.13)$$

(2.13) ფორმულის თანახმად ნორმალური ძაბვა კვეთში ინტერვალში  $[0, h/2]$  იცვლება წრფივად (ნახ.2.3). როცა;  $y = 0$ ,  $\sigma = E\alpha(T_1 - T_2)/2$ ;  $y = h/2$ ,  $\sigma = -E\alpha(T_1 - T_2)/2$



ნახ.2.3 ნორმალური ძაბვის განაწილება კვეთში

ცილინდრულ ღრუ ღეროში ძაბვების განაწილების დადგენისათვის ვისარგებლოთ ტემპერატურის განაწილების კანონით უსასრულო სიგრძის ცილინდრულ კედელში:

$$T(r) = T_1 + \frac{(T_2 - T_1)}{\ln(r_2 / r_1)} \ln \frac{r}{r_1} \quad (2.14)$$

სადაც:  $r_1, r_2$  - შიდა და გარე ზედაპირების რადიუსებია შესაბამისად,  $T_1, T_2$  - შიდა და გარე ზედაპირების ტემპერატურებია შესაბამისად.

(2.9) ფორმულაში (2.14) ფორმულის გათვალისწინებით მივიღებთ:

$$\sigma = E\alpha \left\{ \frac{\int_{r_1}^{r_2} 2\pi \left[ (T_1 - T_0) + \frac{T_2 - T_1}{\ln r_2 / r_1} \ln \frac{r}{r_1} \right] r dr}{2\pi \int_{r_1}^{r_2} r dr} - (T_1 - T_0) - \frac{T_2 - T_1}{\ln r_2 / r_1} \ln \frac{r}{r_1} \right\}$$

ბოლო ფორმულაში გარდაქმნების შესრულების შემდეგ მივიღებთ:

$$\sigma = \frac{E\alpha(T_2 - T_1)}{2 \ln(r_2 / r_1)} \left[ \frac{2}{(r_2 / r_1)^2 - 1} \left( \frac{r_2}{r_1} \right)^2 \ln \frac{r_2}{r_1} - 1 - \ln \frac{r_2}{r_1} \right];$$

მიღებული ფორმულის გამოყენებით ძაბვის სიდიდე შიდა და გარე ზედაპირებზე ტოლია:

$$\text{როცა: } r = r_1, \quad \sigma = \frac{E\alpha(T_2 - T_1)}{2} \left[ \frac{2}{1 - (r_1 / r_2)^2} - \frac{1}{\ln(r_2 / r_1)} \right]$$

$$r = r_2, \quad \sigma = \frac{E\alpha(T_2 - T_1)}{2} \left[ \frac{1}{(r_2 / r_1)^2 - 1} - \frac{1}{\ln(r_2 / r_1)} \right]$$

ცილინდრული ღეროსათვის სითბოს წყაროთი ტემპერატურის განაწილება კვეთში განისაზღვრება ფორმულით [42,52]:

$$T = \frac{2}{Bi} + 1 - \left( \frac{r}{r_2} \right)^2, \text{ როცა } r = 0 \quad T = \frac{2}{Bi} + 1; \quad r = r_2 \quad T = \frac{2}{Bi}$$

სადაც:  $T = \frac{\vartheta}{q_v r_2^2 / (4\lambda)}$  უგანზომილებო ტემპერატურაა.  $r_2$  - წრიული კვეთის

რადიუსია,  $q_v$  - გამოყოფილი (შთანთქმული) სითბოა.  $\vartheta = T - T_0$ ,  $T_0$  - გარემოს ტემპერატურაა,  $Bi$  - ბიოს რიცხვია  $Bi = \alpha \cdot h / \lambda$ ,  $\lambda$  სითბოგამტარობის კოეფიციენტია.

(2.9) ფორმულის გამოყენებით მივიღებთ ნორმალური ძაბვის გამოსათვლელ ფორმულას:

$$\sigma = E\alpha \left\{ \frac{\int_0^{r_2} 2\pi r \left[ \frac{2}{Bi} + 1 - \left(\frac{r}{r_2}\right)^2 \right] dr}{2\pi \int_0^{r_2} r dr} - \frac{2}{Bi} - 1 + \left(\frac{r}{r_2}\right)^2 \right\};$$

მაბვის სიდიდეები კვეთის ცენტრში და ზედაპირზე ტოლია:

$$r = 0, \sigma = -\frac{E\alpha q_V r_2^2}{2 \cdot 4\lambda}; \quad r = r_2, \sigma = \frac{E\alpha q_V r_2^2}{2 \cdot 4\lambda}.$$

ტემპერატურის არათანაბარი არასიმეტრიული განაწილებისას კვეთში ადგილი აქვს ღეროს ღერძის სიმრუდის ცვლილებას და მნიშვნელოვნად იცვლება ღეროს გეომეტრია.

## 2.4 გადატვირთვის კოეფიციენტი პირველ საანგარიშო

### ზღვრულ მდგომარეობაში თერმომექანიკური დატვირთვისას

ზემოთაღნიშნულის საფუძველზე და (2.8) ფორმულის გამოყენებით ტემპერატურის სიმეტრიული განაწილებისას განივ კვეთში და ცენტრალური გაჭიმვა-კუმშვისას, სიმტკიცის პირობა პირველი ზღვრული მდგომარეობის მიხედვით აქვს სახე:

$$N_{con} \cdot n_1 + N_u n_2 + n_3 AE \left( \int_A E \alpha \Delta T dA / \int_A E dA - \alpha \Delta T \right) \leq AR^H \cdot k \cdot m \quad (2.15)$$

სადაც:  $N_{con}, N_u$  - ნორმალური ძალებია, რომლებიც შეესაბამება მუდმივ და დროებით დატვირთვებს შესაბამისად,  $n_1$  და  $n_2$  - გადატვირთვის კოეფიციენტებია მექანიკური დატვირთვებისას,  $n_3$  - გადატვირთვის კოეფიციენტია დაკავშირებული ტემპერატურასთან,  $A$  - ძელის განივი კვეთის ფართობი,  $R^H$  - მასალის ნორმატიული წინააღმდეგობაა,  $k$  - მასალის არაერთგვაროვნების კოეფიციენტი,  $m$  - მუშაობის პირობების კოეფიციენტი.

კოეფიციენტი  $n_3$  დამოკიდებულია  $h_1/h$ ,  $T_1/T_2$  თანაფარდობებზე და ტემპერატურის განსხვავებაზე ნორმატიულ მნიშვნელობებიდან. აქ იგულისხმება ტემპერატურების არა მარტო რიცხობრივი მნიშვნელობების განსხვავება, არამედ, სახელდობრ, ტემპერატურის განაწილების კანონზომიერების განსხვავება საანგარიშოსაგან განივ კვეთში.

წარმოვადგინოთ (2.15) თანაფარდობა (2.2)-ის მსგავსად შემდეგი სახით:

$$N_{con} \cdot n_1 + N_u n_2' \leq R^H \cdot k \cdot A \cdot m \quad (2.16)$$

სადაც შემოღებულია აღნიშვნა:

$$n_2' = n_2 + n_3 AE \left( \int_A E \alpha \Delta T dA / \int_A E dA - \alpha \Delta T \right) / N_u \quad (2.17)$$

(2.17) თანაფარდობით შეიძლება განისაზღვროს დროებითი დატვირთვების გადატვირთვის კოეფიციენტი ტემპერატურული ფაქტორის გათვალისწინებით სწორი ძელების ღერძულსიმეტრიული თერმომექანიკური დატვირთვისას.

სამშენებლო ნაგებობების, საგზაო ინფრასტრუქტურის, ღია სივრცეში ლითონკონსტრუქციების პროექტირებისას ტემპერატურული ფაქტორის გათვალისწინება



დროებითი დატვირთვის შესაბამის გადატვირთვის კოეფიციენტში მნიშვნელოვანია იმდენად, რამდენადაც კლიმატური პირობების ცვლილების გამო რთულია ტემპერატურების ზემოქმედების ზუსტი განსაზღვრა და მკაცრად რომ ვთქვათ, ეს ცვლილებები შემთხვევით ხასიათს ატარებს. მაგალითად, დღე-ღამის და სეზონური ტემპერატურების ცვლილება ციკლურ დატვირთვებს წარმოადგენენ სხვადასხვა სიხშირით და ამპლიტუდით და საანგარიშო მოდელში მისი ზუსტი გაათვალისწინება საკმაოდ რთულია. ჩვენი მიზანია დეტერმინირებული სახით შეფასება მივცეთ გადატვირთვის კოეფიციენტს ტემპერატურის არათანაბარი სიმეტრიული განაწილებისას განივ კვეთში.

(2.17) ფორმულიდან ჩანს, რომ ტემპერატურის თანაბარი განაწილებისას კვეთში და თუ ტემპერატურული გაფართოების კოეფიციენტი მუდმივია, მეორე შესაკრები მარჯვენა მხარეში ნულის ტოლია და შესაბამისად  $n'_2 = n_2$ . წარმოვადგინოთ (2.17) ფორმულა შემდეგი სახით:

$$n'_2 = n_2 + n_3 \frac{1}{\varepsilon_u} \left( \int_A E \alpha \Delta T dA / \int_A E dA - \alpha \Delta T \right) \quad (2.18)$$

სადაც  $\varepsilon_u = N_u / (EA)$  დროებითი ძალით გამოწვეული დეფორმაციაა.

დრეკადობის ფარგლებში ბუნებრივია ჩავთვალოთ, რომ დრეკადობის მოდული და ხაზოვანი ტემპერატურული გაფართოების კოეფიციენტი მუდმივი სიდიდეებია. ამიტომ (2.18) ფორმულა შეიძლება წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით:

$$n'_2 = n_2 + n_3 \frac{\alpha}{\varepsilon_u} \left( \int_A \Delta T dA / A - \Delta T \right) \quad (2.19)$$

(2.19) ფორმულის საფუძველზე პრიზმულ ღეროში ტემპერატურის წრფივი განაწილებისას (ფორმულა (2.12)) გვაქვს:

$$\begin{aligned}
 n_2' &= n_2 + n_3 \frac{\alpha}{\varepsilon_u} \left\{ \int_0^{h/2} [T_2 + (T_1 - T_2)2y/h] dy - (T_2 + \frac{T_1 - T_2}{h} 2y) \right\} = \\
 &= n_2 + n_3 \frac{\alpha}{\varepsilon_u} \left[ \frac{T_1 + T_2}{2} - (T_2 + \frac{T_1 - T_2}{h} 2y) \right]
 \end{aligned}$$

ბოლო გამოსახულების მარჯვენა მხარეში ( $y = 0, y = h/2$ )-წერტილებზე, ტემპერატურების მაქსიმალური და მინიმალური სხვაობის აბსოლუტური მნიშვნელობა ტოლია  $(T_1 - T_2)/2$ . შესაბამისად გადატვირთვის კოეფიციენტის შეფასებისათვის შეიძლება ჩავწეროთ:

$$n_2' = n_2 + n_3 \frac{\alpha(T_1 - T_2)}{2\varepsilon_u} \quad (2.20)$$

(2.20) ფორმულიდან ჩანს, რომ გადატვირთვის კოეფიციენტი დაკავშირებული ტემპერატურულ ფაქტორთან დამოკიდებულია ტემპერატურათა სხვაობაზე. ლითონური მასალებისათვის (მცირე ნახშირბადიანი, საშუალო ნახშირბადიანი ფოლადები) დრეკადობის ფარგლებში მაქსიმალური დეფორმაცია (1-2)  $10^{-3}$  რიგისაა. კონსტრუქციის დანიშნულებიდან გამომდინარე ეს დეფორმაცია შეიძლება უფრო მცირე იყოს. მცირენახშირბადიანი ფოლადის ხაზოვანი ტემპერატურული გაფართოების კოეფიციენტი საშუალოდ  $11 \cdot 10^{-6} 1/^\circ\text{C}$  რიგისაა.

რაც შეეხება  $n_3$  კოეფიციენტს, რომელიც დაკავშირებულია ტემპერატურის განსაზღვრის სიზუსტესთან. უნდა აღინიშნოს, რომ ზედაპირის ტემპერატურის გაზომვა ზუსტად კონტაქტური თერმომეტრით შეუძლებელია. კონტაქტური თერმომეტრი, იქნება ეს წინააღობის თერმომეტრი, თერმოწყვილი ან სხვა გადამწოდი ფაქტობრივად უჩვენებს თავისი მგრძნობიარე ელემენტის ტემპერატურას. გაზომვის სიზუსტე მით უფრო მეტია, რაც უფრო მეტია მგრძნობიარე ელემენტის და გასაზომი

არის თბური წონასწორობა. გადამწოდის საკმაოდ ჩანერგვისას არეში და ტემპერატურული ველის დამახინჯების (დაკავშირებული სითბოგაცემასთან თერმომეტრის კორპუსთან და გარემოს შორის) არ არსებობის პირობებში ტემპერატურის გაზომვა შეიძლება იყოს მაღალი სიზუსტის. როგორც კი თერმომეტრის ჩანერგვის სიღრმე გასაზომ არეში მცირდება, სითბოს ნაკადი თერმომეტრის კორპუსიდან გარემოში იწყებს გავლენის მოხდენას ხელსაწყოს ჩვენებაზე და გაზომვის ცდომილება იზრდება. ზღვრული მდგომარეობა-მგრძნობიარე ელემენტის გასვლა გასაზომი ობიექტის ზედაპირზე. ცხადია, რომ გადამწოდის განთავსებისას სხეულის (ძელის) ზედაპირზე, ჩვენ გვაქვს სხეულის ტემპერატურული ველის სერიოზული დამახინჯება თვით გადამწოდიდან. გადამწოდი სითბოს ნაწილს აცლის სხეულის ზედაპირიდან, გადაჰყავს რა გარემო არეში.

კიდევ ერთი მნიშვნელოვანი მომენტი, რომელზეც უნდა გამახვილდეს ყურადღება სხეულის ტემპერატურის გაზომვისას- ეს არის ორი ობიექტის მახასიათებელი: თვით სხეულის, რომელზეც ვამაგრებთ გადამწოდს და გარემოს (მაგალითად ჰაერი). სითბური ნაკადი სხეულის ზედაპირიდან დამოკიდებულია ტემპერატურათა სხვაობაზე სხეულსა და გარემოს შორის, ჰაერის მოძრაობაზე ბუნებრივი თუ იძულებითი კონვენციით. ცხადია, რაც ნაკლებია ტემპერატურათა სხვაობა და რაც უფრო სუსტია ჰაერის მოძრაობა, მით უფრო ზუსტად შეიძლება გაიზომოს ზედაპირის ტემპერატურა. ეს მომენტები მნიშვნელოვანია ნებისმიერი საყოფაცხოვრებო თუ სამრეწველო ობიექტების ტემპერატურების გაზომვისათვის. პრაქტიკაში რამდენიმე გრადუსიანი ცდომილება მოსალოდნელია, როცა საჭიროა ელექტროლუმელის, გამათბობლის, რკინიგზის ლიანდაგების, საკისრების და სხვა ზედაპირების ტემპერატურების გაზომვისას.

ზემოთაღნიშნულიდან გამომდინარე, სხეულის ზედაპირის ტემპერატურის გაზომვის სიზუსტე საგანგებო შესწავლას მოითხოვს და მიღებული შედეგების ანალიზის საფუძველზე უნდა მოხდეს  $n_3$  გადატვირთვის კოეფიციენტის დადგენა.

თუ ჩავთვლით, რომ ტემპერატურები ზუსტადაა განსაზღვრული და კოეფიციენტი  $n_3 = 1$ , მაშინ (2.20) ფორმულის თანახმად დროებითი დატვირთვის გადატვირთვის კოეფიციენტი  $n_2$ , უნდა გაიზარდოს სიდიდით დაკავშირებული ტემპერატურის არათანაბარ განაწილებასთან განივ კვეთში. ეს სიდიდეები მოცემულია ცხრ.2.1-ში ტემპერატურათა სხვაობის სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის.

ცხრ.2.1

$T_1 - T_2$ °C	20	30	40	50	60
გადატ. კოეფ. ნაზრდი	0,07	0,1	0,15	0,19	0,22

ანალოგიურად შეიძლება განვსაზღვროთ გადატვირთვის კოეფიციენტის ნაზრდი ღრუ და უწყვეტი განივი კვეთის ცილინდრული ღეროებისათვის.

### 3. ღეროს გაანგარიშება დინამიკური თერმომექანიკური დატვირთვებისას

ახალი მსუბუქი ლითონური მასალების გამოყენება მანქანათმშენებლობაში, სამშენებლო კონსტრუქციებში და სხვ. აქტუალურს ხდის ტემპერატურული ფაქტორის გავლენის გამოკვლევას სიმტკიცეზე და სიხისტეზე დრეკადობის ფარგლებში, როგორც სტატიკური ასევე დინამიკური დატვირთვებისას. ტემპერატურის არათანაბარი განაწილებისას, მისი მცირე ცვლილებაც კი შეიძლება მნიშვნელოვან გავლენას ახდენდეს ღეროს თავისუფალი რხევების სიხშირეზე. გაანგარიშების რიცხვითი მეთოდების გამოყენება საშუალებას იძლევა ამოვხსნათ არაწრფივი ამოცანები და ავტომატიზირებულს ხდის გაანგარიშებებს ჩამაგრების სხვადასხვა პირობებისათვის და ღეროს რთული გეომეტრიისას. დრეკადი სისტემების გაანგარიშებისას დინამიკურ დატვირთვებზე არსებითია პირველი საკუთარი სიხშირის განსაზღვრა, რიცხვითი ალგორითმის დამუშავება და გამოყენებითი პროგრამების რეალიზაცია თანამედროვე სისტემებში.

დისერტაციის ამ ნაწილის მიზანია კონსტრუქციის ღეროვანი ელემენტების დინამიკის რიცხვითი გაანგარიშების მეთოდის დამუშავება თერმომექანიკური დატვირთვისას, რომელიც ხელმისაწვდომი იქნება ინჟინრებისათვის, კონსტრუქტორებისათვის და გამოყენებითი სფეროს მეცნიერებისათვის. ასეთი გაანგარიშებები აუცილებელია მსუბუქი ლითონური კონსტრუქციების

პროექტირებისათვის მშენებლობაში, მანქანათმშენებლობაში, ენერგეტიკაში და სხვა სფეროებში.

### 3.1 ღეროს მოძრაობის განტოლება სიბრტყეში

#### დიდი გადაადგილებებისას

განვიხილოთ ღეროს რხევები სიბრტყეში, რომელშიც მოთავსებულია ღერძული ხაზი. ამოცანა განხილულია [7,24,34] სტატიებში. გამოვიკვლიოთ ღეროს მოძრაობას ბუნებრივი (დაუტვირთავი) მდგომარეობის მიმართ. ტემპერატურული ველი სტაციონალურია და იცვლება ღუნვის სიბრტყეში განივი კვეთის მხოლოდ სიმაღლეში. ასეთი დაშვებებით სტატიკის განტოლებები დიდი გადაადგილებებისას მიღებულია [32,33,35] ნაშრომებში.

განვიხილოთ ღეროს ელემენტი, რომელსაც აქვს გადატანილი სიჩქარეები  $y$ ,  $z$  ღერძების მიმართ და კუთხური სიჩქარე  $\theta$ ,  $x$  ღერძის მიმართ. საწყის მდგომარეობაში ღერძული ხაზის სიმრუდის რადიუსი ავლნიშნოთ  $r_0$ -ით, ხოლო მხების დახრის კუთხე  $z$  ღერძის მიმართ  $\theta$ -ით. ზოგადად შემთხვევაში ღეროს ელემენტზე შეიძლება მოქმედებდნენ დროში ცვალებადი განაწილებული და შეყურსული ძალები და მომენტები. მოძრაობისას ღეროს ელემენტზე მოქმედი ძალები და მომენტები ღუნვის სიბრტყეში დეკარტის კოორდინატთა სისტემაში ნაჩვენებია ნახ.3.1-ზე.

დალამბერის პრინციპის გამოყენებით სტატიკის განტოლებები ინერციის ძალების და მომენტების გათვალისწინებით საკოორდინატო ღერძების მიმართ ჩაიწერება შემდეგი სახით:

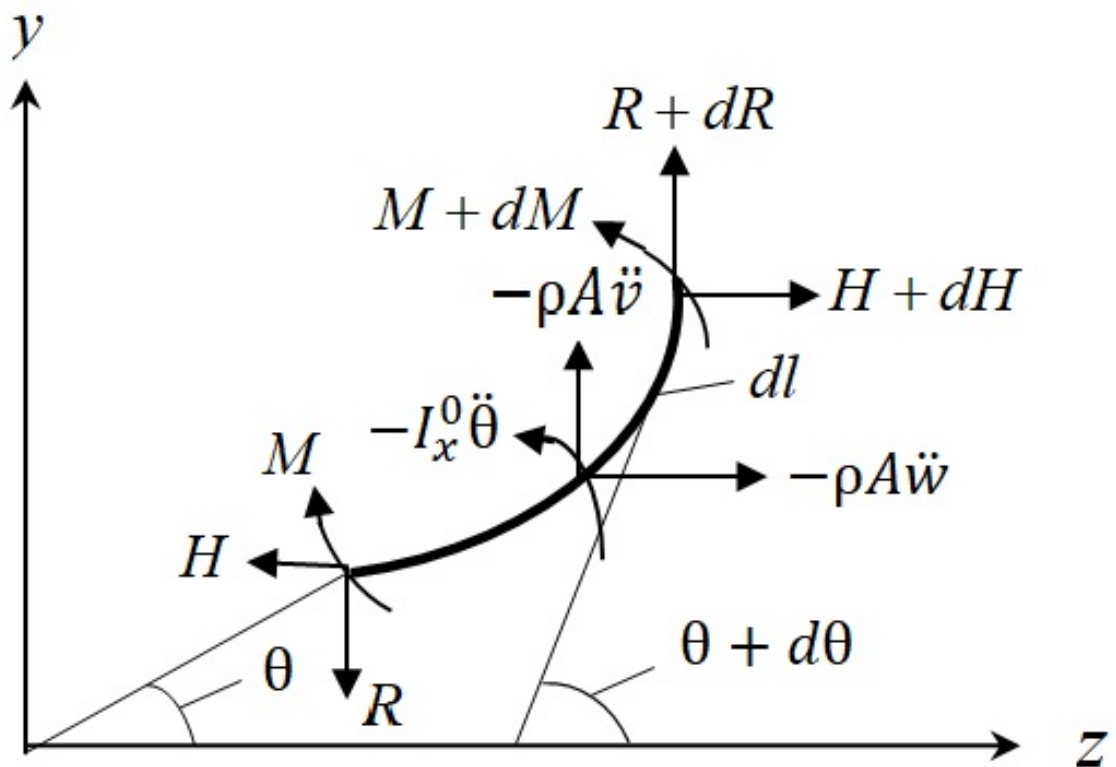
$$\sum F_{iy} = 0, \quad R + dR + (-\rho A \ddot{y}) dl - R + q_y dl = 0;$$

$$\sum F_{iz} = 0, \quad H + dH + (-\rho A \ddot{z}) dl - H + q_z dl = 0;$$

$$\sum M = 0, \quad M + dM + (-I_x^0 \ddot{\theta}) dl - M + R dl \cos \theta - H dl \sin \theta + m dl = 0$$

მესამე განტოლების ჩაწერისას უგულვებელყოფილია მეორე რიგის უსასრულოდ მცირე სიდიდეები:  $dH dl$ ,  $dR dl$ .

ბოლო განტოლებებში მარტივი გარდაქმნების შემდეგ, მოძრაობის დიფერენციალური განტოლებები მიიღებენ სახეს:



ნახ.3.1 ღეროს ელემენტის მოძრაობის განტოლების მიღებისათვის

$$\begin{aligned} \rho A(l) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \frac{\partial R}{\partial l} + q_y \\ \rho A(l) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \frac{\partial H}{\partial l} + q_z \\ \frac{\partial}{\partial t} (I_x \dot{\theta}) &= \frac{\partial M}{\partial l} + m + R \cos \theta - H \sin \theta \end{aligned} \quad (3.1)$$

სადაც:  $\rho$  - მასალის სიმკვრივეა,  $A$  - განივი კვეთის ფართობი,  $v, w$  - გადაადგილებებია  $y, z$  ღერძების მიმართ შესაბამისად,  $I_x^0$  -ღეროს ერთეული სიგრძის ელემენტის ინერციის ფიზიკური მომენტი. კვეთის მთავარი ღერძებისათვის  $I_x^0 = \rho I_x$ ,  $I_x$  -განივი კვეთის ინერციის გეომეტრიული მომენტი,  $M$  - მღუნავი მომენტი,  $R, H$  - შიგა ძალის ვექტორის მდგენელებია,  $q_y, q_z$  - გარე განაწილებული ძალის ვექტორის მდგენელებია,  $m$  -გარე მღუნავი მომენტის მდგენელებია.



დეფორმირების კინემატიკისათვის სამართლიანია [8,32,33] ნაშრომებში მოცემული თანაფარდობები მათში ჩვეულებრივი წარმოებულების შეცვლით კერძო წარმოებულებით:

$$\begin{aligned}\frac{\partial v}{\partial l_0} &= (1 + \varepsilon_0) \sin \theta - \sin \theta_0 \\ \frac{\partial w}{\partial l_0} &= (1 + \varepsilon_0) \cos \theta - \cos \theta_0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial l_0} &= \frac{1 + \varepsilon_0}{r_0} + \kappa_x\end{aligned}\quad (3.2)$$

სადაც:  $\varepsilon_0$  - თერმოდრეკადი ხაზის დეფორმაციაა,  $l_0$  - არადეფორმირებული თერმოდრეკადი ხაზის რკალის სიგრძეა,  $\kappa_x$  - ახასიათებს სიმრუდის ცვლილებას.

$\varepsilon_0$  და  $\kappa_x$  სიდიდეები განისაზღვრებიან ფორმულებით [33,35]:

$$\varepsilon_0 = \frac{N}{A^*} + \left[ \int \varepsilon^T E dA \right] / A^*, \quad \kappa_x = \frac{M}{I_x^*} + \left[ \int \varepsilon^T y E dA \right] / I_x^* \quad (3.3)$$

სადაც:  $A^* = \int E dA$  - განზოგადებული ფართობი,  $I_x^* = \int y^2 E dA$  - განზოგადებული ინერციის მომენტი,  $E = E(T)$  - მასალის დრეკადობის მოდულია,  $T = T(y)$  - ტემპერატურაა,  $\varepsilon^T$  - ტემპერატურული დეფორმაციაა.

განივი კვეთის განზოგადებული მახასიათებლები შესწავლილია [32,36] ნაშრომებში.

ნორმალური ძალა განივ კვეთში  $N$  ტოლია [33,35]:

$$N = H \cos \theta + R \sin \theta.$$

(3.3) ფორმულების თანახმად, დეფორმაცია  $\varepsilon_0$  და სიმრუდე  $\kappa_x$  წარმოვადგინოთ ძალური ფაქტორების და ტემპერატურული კომპონენტების ჯამის სახით

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_0^N + \varepsilon_0^T, \quad \kappa_x = \kappa_x^M + \kappa_x^T, \quad \varepsilon_0^N = \frac{N}{A^*}, \quad \kappa_x^M = \frac{M}{I_x^*},$$

$$\varepsilon_0^T = \frac{1}{A^*} \int \varepsilon^T E dA, \quad \kappa_x^T = \frac{1}{I_x^*} \int \varepsilon^T y E dA$$

სწორი ღეროებისათვის  $r_0 \rightarrow \infty, \theta_0 = 0$  და (3.1) და (3.2) განტოლებები მიიღებს სახეს:

$$\begin{aligned} \rho A(z) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \frac{\partial R}{\partial z} + q_y, \\ \rho A(z) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \frac{\partial H}{\partial z} + q_z, \\ \rho I_x(z) \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} &= \frac{\partial M}{\partial z} + m + R \cos \theta, \\ \frac{\partial v}{\partial z} &= \sin \theta, \\ \frac{\partial w}{\partial z} &= \frac{\varepsilon_0}{1 + \varepsilon_0} \cos \theta, \\ \frac{\partial \theta}{\partial z} &= \frac{\kappa_x}{1 + \varepsilon_0} \end{aligned} \tag{3.4}$$

### 3.2 სწორი ღეროების თავისუფალი მცირე რხევები

დინამიკურ რეჟიმებში მომუშავე დრეკადი ღეროვანი ელემენტების პროექტირებისას, აუცილებელია სიხშირეების სპექტრის განსაზღვრა ( უფრო ზუსტად რამდენიმე პირველი სიხშირე) ჩამაგრების პირობებიდან და სტატიკური დამაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობიდან გამომდინარე. სიხშირეები განისაზღვრება თავისუფალი მცირე რხევების განტოლებებიდან ბუნებრივი მდგომარეობის მიმართ ან წონასწორობის მდგომარეობის მიმართ.

მივიღოთ ღეროს თავისუფალი მცირე რხევების განტოლებები იმ დაშვებით, რომ რხევებისას აღძრული შიგა ძალები და გადაადგილებები მცირეა [7,34]. გადაადგილებების და ძალების ვექტორების კომპონენტები ( $v, w, \theta, R, H, M$ ) არიან პირველი რიგის მცირე სიდიდეები, ამიტომ მოძრაობის განტოლებების მიღებისას

მათი ნამრავლებს უგულებელყოფთ. გარე დატვირთვები ჩათვლილია ნულის ტოლად  $q_y = q_z = 0, m = 0$ .

მცირე გადაადგილებების შემთხვევაში სამართლიანია თანაფარდობები:  $\sin \theta \approx \theta, \cos \theta \approx 1, 1/(1 + \varepsilon_0) \approx 1 - \varepsilon_0$  და თუ უგულებელყოფთ შესაკრებს  $\varepsilon_0 \kappa_x$ , რომელიც მეორე რიგის მცირე სიდიდეა, გავამარტივებთ (3.4) არაწრფივ განტოლებებს და მივირებთ [7,34]:

$$\begin{aligned} \rho A(z) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \frac{\partial R}{\partial z}, & \frac{\partial v}{\partial z} &= \theta, \\ \rho A(z) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \frac{\partial H}{\partial z}, & \frac{\partial w}{\partial z} &= \varepsilon_0, \\ \rho I_x(z) \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} &= \frac{\partial M}{\partial z} + R, & \frac{\partial \theta}{\partial z} &= \kappa_x. \end{aligned} \quad (3.5)$$

განტოლებები დრეკადი ღეროსათვის ღერძის დეფორმაციის უგულებელყოფით და უცვლელი ტემპერატურისას მოცემულია [47] ნაშრომში.

### 3.3 რიცხვითი გაანგარიშების მეთოდოლოგია.

თავისუფალი რხევების სიხშირეების განსაზღვრისათვის ძალოვანი და კინემატიკური ფაქტორები წარმოვადგინოთ სახით [7,34]:

$$\begin{aligned} v(z, t) &= v^*(z) e^{oiti}, & \kappa_x(z, t) &= \kappa_x^*(z) e^{oiti}, \\ w(z, t) &= w^*(z) e^{oiti}, & R(z, t) &= R^*(z) e^{oiti}, \\ \theta(z, t) &= \theta^*(z) e^{oiti}, & H(z, t) &= H^*(z) e^{oiti}, \\ \varepsilon_0(z, t) &= \varepsilon_0^*(z) e^{oiti}, & M(z, t) &= M^*(z) e^{oiti} \end{aligned} \quad (3.6)$$

(3.5) განტოლებების სისტემიდან (3.6) ფორმულების გათვალისწინებით მივიღებთ ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემას:

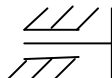
$$\begin{aligned}
 \frac{dR^*}{dz} &= -\rho A(z)\omega^2 v^*, & \frac{dv^*}{dz} &= \theta^*(z), \\
 \frac{dH^*}{dz} &= -\rho A(z)\omega^2 w^*, & \frac{dw^*}{dz} &= \varepsilon_0^*(z), \\
 \frac{dM^*}{dz} &= -\rho I_x \omega^2 \theta - R^*, & \frac{d\theta^*}{dz} &= \kappa_x^*
 \end{aligned}
 \tag{3.7}$$

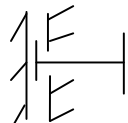
(3.7) დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის ინტეგრირებისათვის აუცილებელია სასაზღვრო პირობები, რომლებიც ასახავენ ღეროს ბოლოების ჩამაგრებებს. ღეროს ბოლოების ჩამაგრების სხვადასხვა სახისათვის სასაზღვრო პირობები ჩაიწერება შემდეგი სახით:

1. უძრავი სახსარი:  $v=0, w=0, M=0$ ,
2. ხისტი ჩამაგრება:  $v=0, w=0, \theta=0$ ,
3. სახსრულად მოძრავი ჰორიზონტალური

მიმართულებით:  $v=0, H=0, M=0$

4. თავისუფალი ბოლო:  $M=0, R=0, H=0$  (3.8)

5.   $v=0, H=0, \theta=0$

6.   $w=0, \theta=0, R=0$

(3.7) დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა (3.8) სასაზღვრო პირობებით ეფექტურად შეიძლება ამოიხსნას რიცხვითი მეთოდით.

ამოცანის რიცხვითი ამოხსნისათვის შემოვიღოთ უგანზომილებო სიდიდეები [7,34]:

$$\bar{v} = \frac{v^*}{L}, \quad \bar{w} = \frac{w^*}{L}, \quad \bar{\theta} = \theta^*, \quad \bar{z} = \frac{z}{L}, \quad \bar{\kappa}_x = \kappa_x^* L, \quad \bar{R} = \frac{R^* L^2}{E_0 I_{x0}}, \quad \bar{H} = \frac{H^* L^2}{E_0 I_{x0}}, \quad \bar{M} = \frac{M^* L}{E_0 I_{x0}}$$

$$\lambda_1 = \frac{A\rho}{A_0\rho_0}, \quad \lambda_2 = \frac{\rho I_x}{\rho_0 A_0 L^2}, \quad \lambda_3 = \frac{E_0 I_{x0}}{L^2 A^*}, \quad \lambda_4 = \frac{E_0 I_{x0}}{I_x^*}, \quad \bar{\varepsilon}_0^T = \frac{\varepsilon_0^T}{\alpha T_0}, \quad \bar{\kappa}_x^T = L \kappa_x^T$$

$$\Omega^2 = \rho_0 A_0 \omega^2 L^4 / (E_0 I_{x0})$$

სადაც:  $T_0, E_0$  – ოთახის ტემპერატურა და მასალის დრეკადობის შესაბამისი მოდულია;  $\alpha$  – ტემპერატურული გაფართოვების კოეფიციენტი;  $L$  – კოჭის სიგრძეა;  $A_0, I_{x0}$  – განივი კვეთის ფართი და ინერციის მომენტი კოორდინატთა სისტემის სათავეში.

(3.7) განტოლებათა სისტემას უგანზომილებო სიდიდეებში აქვთ სახე:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{R}}{d\bar{z}} &= -\lambda_1 \Omega^2 \bar{v}, & \frac{d\bar{v}}{d\bar{z}} &= \theta, \\ \frac{d\bar{H}}{d\bar{z}} &= -\lambda_1 \Omega^2 \bar{w}, & \frac{d\bar{w}}{d\bar{z}} &= \lambda_3 \bar{H} + \bar{\varepsilon}_0^T \\ \frac{d\bar{M}}{d\bar{z}} &= -\lambda_2 \Omega^2 \theta - \bar{R}, & \frac{d\theta}{d\bar{z}} &= \lambda_4 \bar{M} + \bar{\kappa}_x^T \end{aligned} \quad (3.9)$$

ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა (3.9) შეიძლება ჩავწეროთ ვექტორულ-მატრიცული ფორმით. ამისათვის შემოვიღოთ აღნიშვნები:

$$x_1 = \bar{v}, x_2 = \bar{w}, x_3 = \bar{\theta}, x_4 = \bar{R}, x_5 = \bar{H}, x_6 = \bar{M}$$

მაშასადამე, (3.9) განტოლებათა სისტემა მიიღებს სახეს:

$$\frac{d\bar{X}}{d\bar{z}} = B\bar{X} + C \quad (3.10)$$

სადაც:

$$\bar{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{\varepsilon}_0^T \\ \bar{K}_x^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_4 \\ -\lambda_1 \Omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda_1 \Omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda_2 \Omega^2 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

რხევადი ღეროს ორივე ბოლოზე გვაქვს ექვსი სასაზღვრო პირობა, რომელთაგანაც შეიძლება მივიღოთ თანაფარდობები ზოგადი ამონახსნის მუდმივებს შორის და სიხშირული განტოლება (ამოცანა საკუთარ რიცხვებზე). ასე იქნება დადგენილი თავისუფალი რხევების ფორმები და მათი შესაბამისი სიხშირეები.

გამოთვლების თვალსაზრისით, ამოცანა საკუთარ რიცხვებზე ძალიან გავს სასაზღვრო ამოცანებს, რომელთა ამოხსნისათვის ვიყენებთ სროლის მეთოდს. განსხვავება მდგომარეობს სროლაში არა მარტო მარცხენა სასაზღვრო პირობების დაკმაყოფილების კუთხით, ასევე საძიებო საკუთარი მნიშვნელობებით.

მათემატიკურ რედაქტორში Mathcad საკუთარ მნიშვნელობებზე ამოცანის ამოხსნისათვის გამოიყენება ჩაშენებული ფუნქციები sbval და bvalfit. (3.9) განტოლებათა სისტემა ივსება დიფერენციალური განტოლებით სასაზღვრო პირობით

$$\frac{dx_7}{d\bar{z}} = 0, \quad x_7(0) = A$$

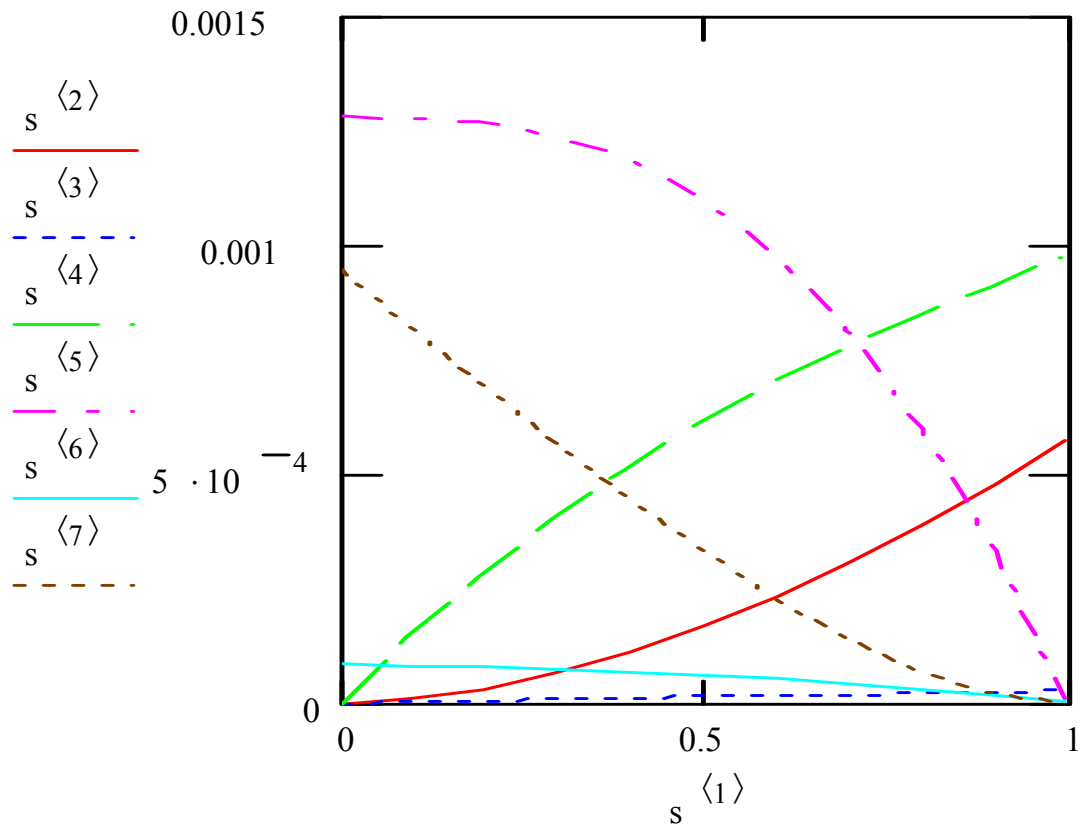
სადაც:  $x_7 = \Omega^2$ ;  $A$  – სროლის პარამეტრია.

### 3.4 რიცხვითი გაანგარიშება Mathcad-ის

#### სისტემაში და შედეგების ანალიზი

გაანგარიშებები ჩატარებული იქნა მართკუთხა განივი კვეთის თავისუფალი ძელისათვის. ტემპერატურა კვეთში იცვლება კვადრატული ფუნქციის სახით  $T = T_0 + (T_1 - T_0)(y/b)^2$ , სადაც  $b$  – განივი კვეთის სიმაღლეა.

სასაზღვრო პირობებს აქვთ სახე:  
 $x_1(0) = 0; x_2(0) = 0; x_3(0) = 0; x_4(1) = 0; x_5(1) = 0; x_6(1) = 0$ . ნახ. 3.2 და ნახ.3.3 -ზე მოცემულია გაანგარიშების შედეგები. სიმტკიცეზე გაანგარიშებისათვის არსებითია პირველი საკუთარი სიხშირე [39].



ნახ.3.2 გაანგარიშების შედეგები. აღნიშვნები:  $s^1 \equiv \bar{z}$ ,  $s^2 \equiv \bar{v}$ ,  $s^3 \equiv \bar{w}$ ,

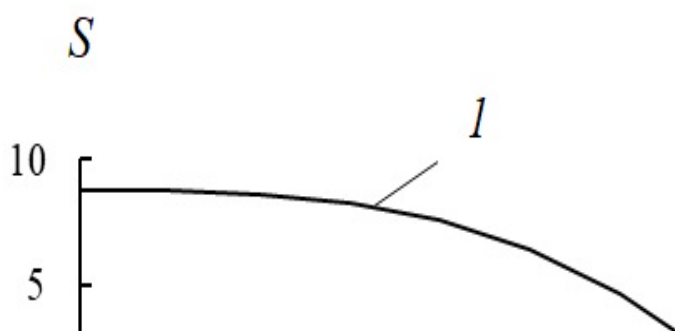
$$s^4 \equiv \theta, s^5 \equiv \bar{R}, s^6 \equiv \bar{H}, s^7 \equiv \bar{M}.$$

გაანგარიშებებით იგი ტოლია 6.2, რაც დაახლოებით 11 %-ით ნაკლებია, ვიდრე დრეკადი ღეროსათვის ღერძის დეფორმაციის გათვალისწინების გარეშე [50].





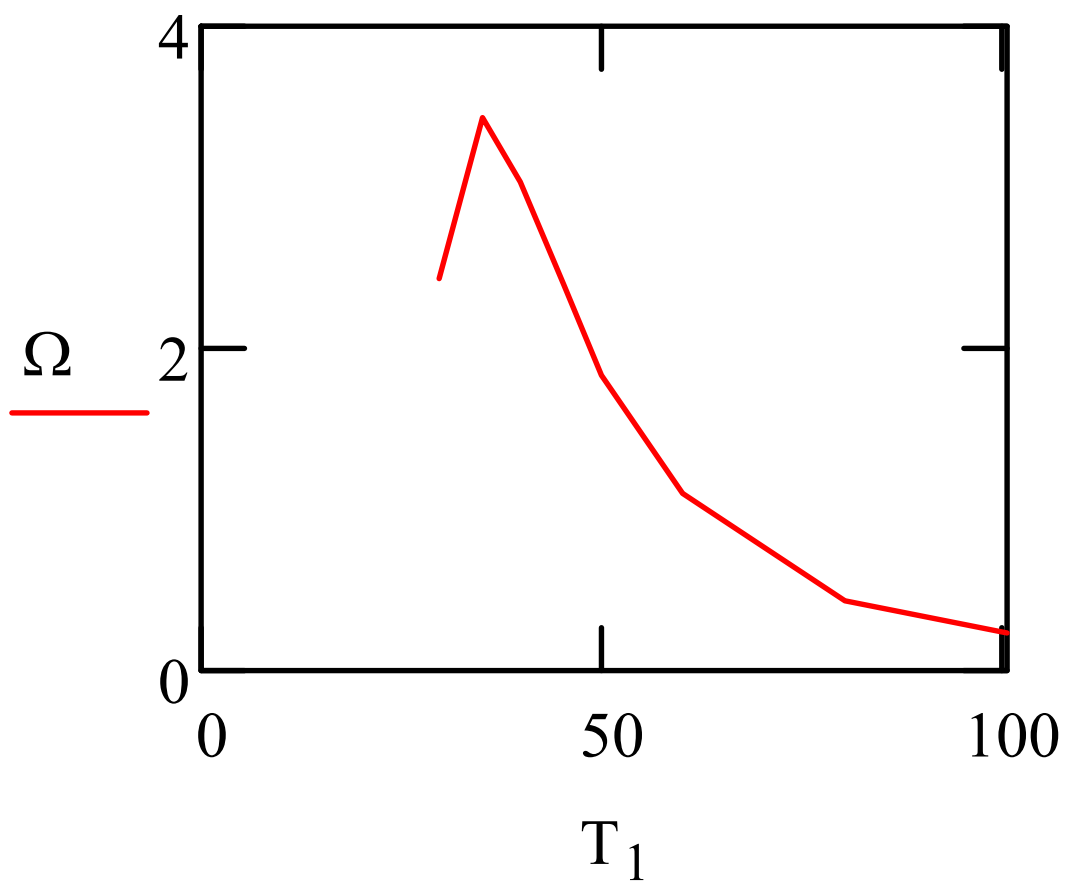
ნახ. 3.3. გადაადგილებების უგანზომილებო კომპონენტების  
დამოკიდებულება უგანზომილებო დერძულ  
კოორდინატზე  $\bar{z}$ :  $1 - s^4 \equiv \theta \cdot 10^5$ ;  $2 - s^2 \equiv \bar{v} \cdot 10^5$ ;  $3 - s^3 \equiv \bar{w} \cdot 10^5$ .



ნახ.3.4 ძალის ვექტორის გეგმილების დამოკიდებულება

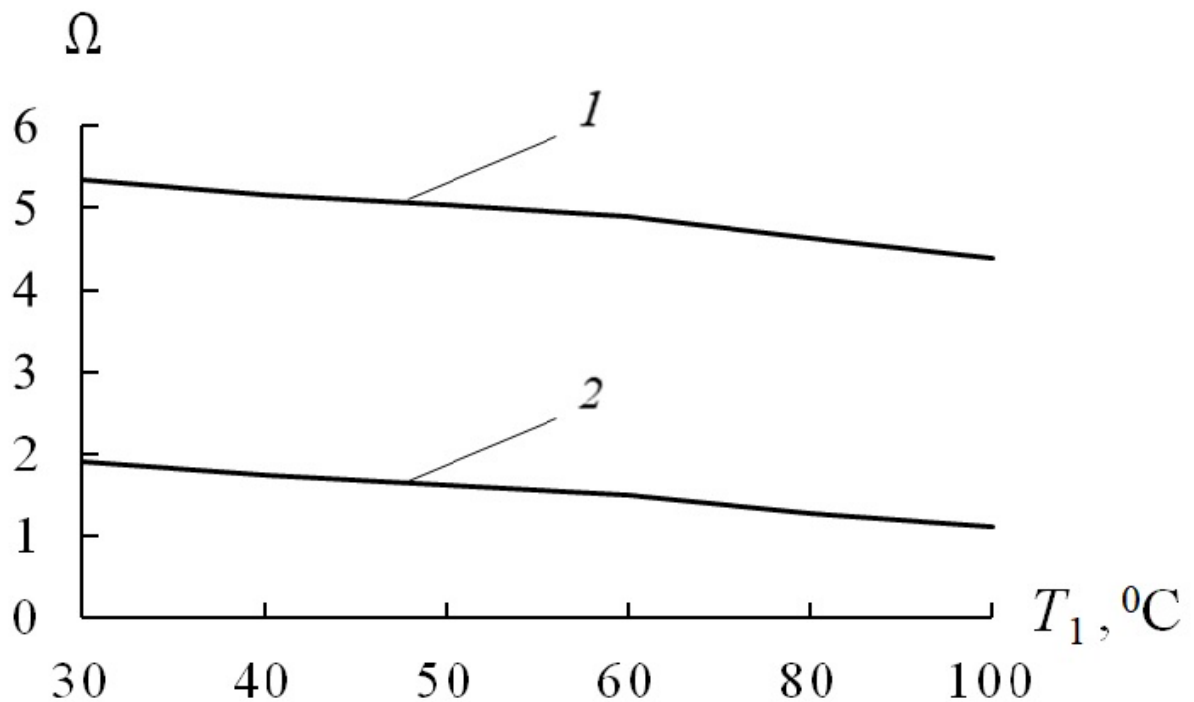
$\vec{z}$  - კოორდინატზე  $1 - s^6 \equiv H \cdot 10^{10}$  ;  $2 - s^5 \equiv R \cdot 10^{10}$ .

ნახ.3.5-ზე მოცემულია რხევების პირველი საკუთარი სიხშირის ცვლილების გრაფიკი ღეროს განივი კვეთის არათანაბარი გახურებისას, როცა მართკუთხედის ერთ გვერდზე ტემპერატურა მუდმივია და ტოლია  $20^{\circ} C$ , ხოლო მეორე გვერდზე - იცვლება. როგორც გრაფიკიდან ჩანს,  $T_1$  ტემპერატურის მცირე ( $\approx 10^{\circ} C$ ) განსხვავებისას მეორე გვერდის ტემპერატურისაგან რხევის სიხშირე იზრდება, ხოლო ტემპერატურული გრადიენტის შემდგომი გაზრდით რხევის სიხშირე მცირდება.



ნახ.3. 5 რხევების სიხშირის დამოკიდებულება

ტემპერატურაზე:  $\Omega = \Omega \cdot 10^3, T_1 (^{\circ}C)$



ნახ.3.6. რხევების უგანზომილებო სიხშირის  $\Omega$  დამოკიდებულება ტემპერატურაზე  $T_1$  ( C): 1 –  $\Omega = (\Omega) \cdot 10^3$ , 2 –  $\Omega_1 = \Omega_1 \cdot 10^3$  – რხევების სიხშირეა ტემპერატურის არათანაბარი და თანაბარი განაწილებისას შესაბამისად

ნახ.3.6 წარმოდგენილია რხევების უგანზომილებო სიხშირეების დამოკიდებულება ტემპერატურაზე ღეროს განივი კვეთის არათანაბარი გახურებისას, როცა კვეთის ერთ ბოლოზე ტემპერატურა  $20^\circ\text{C}$ , ხოლო მეორე გვერდზე იცვლება და ღეროს თანაბარი გახურებისას. სასაზღვრო პირობები:  $x_1(0)=0$ ;  $x_2(0)=0$ ;  $x_3(0)=0$ ;  $x_4(1)=0$ ;  $x_5(1)=0$ ;  $x_6(1)=0$ .

როგორც გრაფიკებიდან ჩანს რხევების პირველი საკუთარი სიხშირე არათანაბარი გახურებისას მეტია ვიდრე თანაბარი გახურების შემთხვევაში.

განსხვავება დაახლოებით სამჯერადია და განსხვავება იზრდება განივ კვეთში ტემპერატურის გრადიენტის ზრდასთან ერთად. ღეროს თანაბარი გახურებისას ტემპერატურის გაზრდით თავისუფალი რხევების პირველი სიხშირე მცირდება. ღეროს კვეთის არათანაბარი გახურებისას ტემპერატურის გრადიენტი არსებით გავლენას ახდენს რხევების სიხშირეზე. დამუშავებული მეთოდით შეიძლება განისაზღვროს რეზონანსული ზონები ღეროს ტიპის კონსტრუქციის ელემენტების თერმომექნიკური დატვირთვისას და ნაგებობებისათვის, რომლებიც მიღებულია გაანგარიშებული იქნან ღეროს მოდელით.

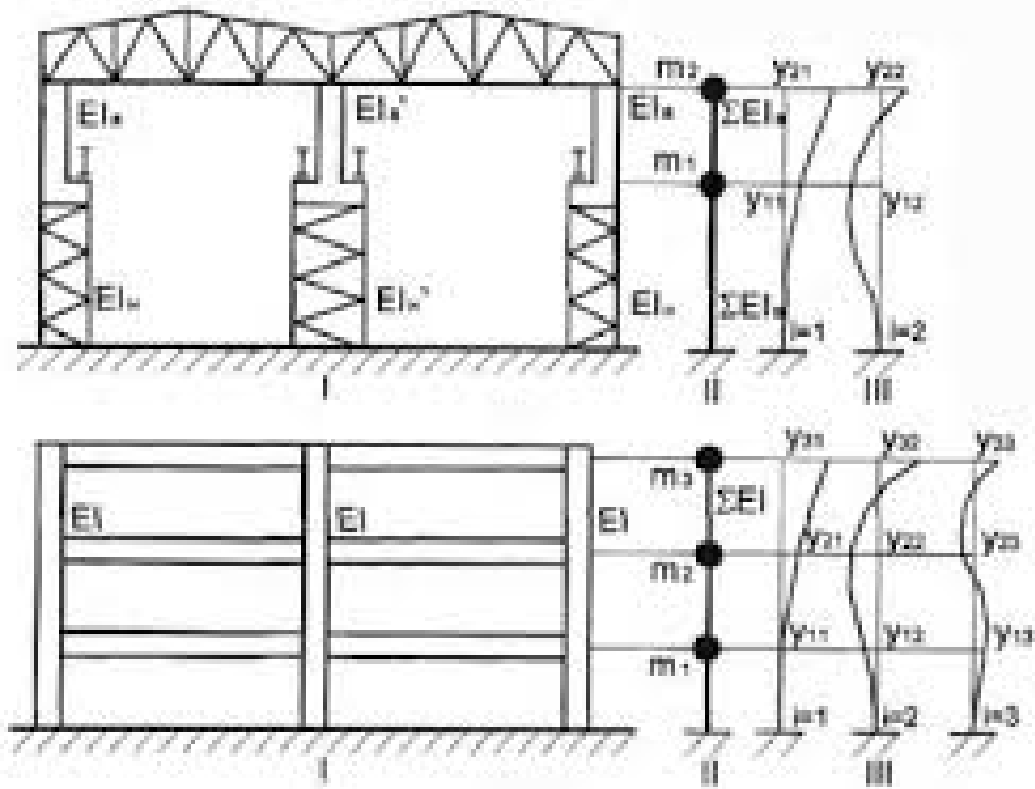
### **3.5 ნაგებობების დინამიკური გაანგარიშების ერთი მოდელის შესახებ**

ნაგებობების დინამიკური გაანგარიშებისათვის განიხილება დრეკადი სისტემა განაწილებული პარამეტრებით. ჩაიწერება მოძრაობის არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებები სიბრტყეში დეფორმირებისას. რიცხობრივად შეისწავლება კონსოლური საანგარიშო სქემა კინემატიკური შეშფოთებებით. განსაზღვრულია რხევის საკუთარი სიხშირეები. მოდელში სეისმური დატვირთვა წარმოდგება როგორც ცვლადი ინტენსივობის განაწილებული დატვირთვა, რაც უფრო ზუსტად ასახავს რეალურ სურათს ვიდრე სეისმური დატვირთვები თავმოყრილი წონებით, რაც მიღებულია სამშენებლო ნორმებით [48].

სეისმურ დატვირთვებზე ნაგებობების გაანგარიშების დინამიკური მეთოდი ეფუძნება დრეკადი სისტემის რხევების შესწავლას გრუნტის რხევების გათვალისწინებით. თეორიული კვლევისას ხშირად განიხილებოდა გრუნტის რხევები ჰარმონიული კანონით. კ.ზავრიევი ჰარმონიულ რხევებს იხილავდა კოსინუსოიდური ფორმით, რაც იძლევა სეისმური ზემოქმედების მყისიერი ასახვის საშუალებას. დინამიკურ მეთოდს ანვითარებდა თავის შრომებში გ.ქარცივაძე [25] დინამიკური მეთოდის პრაქტიკული გამოყენება შემოიფარგლებოდა სტატიკური თეორიის საანგარიშო ფორმულებში დამატებითი დინამიკურობის კოეფიციენტის გამოყენებით მაღალი მოქნილი ნაგებობისათვის. ამავე დროს, სეისმომედეგი შენობების პროექტირების საკითხები დაკავშირებულია ნაგებობების დინამიკურ კვლევაზე.

სეისმური დატვირთვა წარმოადგენს ინერციული ძალების ზემოქმედების შედეგს, წარმოიქმნება ნაგებობების რხევისას და დამოკიდებულია თავისუფალი რხევების პერიოდებზე და ფორმებზე, რომლებიც განისაზღვრება ნაგებობების დინამიკური კვლევის მეთოდებით. შენობის დინამიკური საანგარიშო სქემა დამოკიდებულია კონსტრუქციულ სქემაზე და ხშირად მიიღება ვერტიკალური კონსოლური დრეკადი სისტემის სახით, რომელზეც მითითებულია შენობის წონის (მასის) განაწილება სიმაღლის მიხედვით და მოცემულია სიხისტე. საანგარიშო სქემაში სეისმურ ძალებს წარმოადგენენ შეყურსული ჰორიზონტალური ძალების სახით, მოდებული თავმოყრილ მასებზე ღერძების გასწვრივ სართულშორისი გადახურვების შესაბამისად ნახ.3.7 [48].

ამდენად, საანგარიშო მოდელის თავისუფლების ხარისხის რიცხვი არის სასრული და დამოკიდებულია სართულშორისი გადახურვების რაოდენობაზე. რეალური ობიექტების უფრო ზუსტ საანგარიშო მოდელს წარმოადგენს დრეკადი სისტემა განაწილებული პარამეტრებით, რომელზეც სეისმური დატვირთვა მოქმედებს როგორც ცვლადი ინტენსივობის განაწილებული ძალები [12].



ნახ. 3.7 დინამიკური საანგარიშო სქემა შეყურსული მასებით

პარაგრაფში 3.1 მოცემულია ცვლადი სიმრუდის თერმოდრეკადი ღეროს მოძრაობის გეომეტრიულად არაწრფივი განტოლებები სიბრტყეში. ამ განტოლებებიდან, როგორც კერძო შემთხვევა, მიიღება ცვლადი სიხისტის სწორი

დრეკადი ღეროს მოძრაობის განტოლებები ცვლადი ინტენსივობის დატვირთვების მოქმედებით. განტოლებებს აქვთ სახე:

$$\begin{aligned}
 \rho A(z) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \frac{\partial R}{\partial z} + q_y, \\
 \rho A(z) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \frac{\partial H}{\partial z} + q_z, \\
 \rho I_x(z) \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} &= \frac{\partial M}{\partial z} + m + R \cos \theta, \\
 \frac{\partial v}{\partial z} &= \sin \theta, \\
 \frac{\partial w}{\partial z} &= \frac{\varepsilon_0}{1 + \varepsilon_0} \cos \theta, \\
 \frac{\partial \theta}{\partial z} &= \frac{\kappa_x}{1 + \varepsilon_0}
 \end{aligned}
 \tag{3.11}$$

კონსოლის ღერძის დეფორმაცია და სიმრუდის ცვლილება გაიანგარიშება [კიკვიძე, მინაძე] ნაშრომში მოცემული ფორმულებით, რომლებიც მიიღება (3.3) ფორმულებში ტემპერატურული დეფორმაციების უგულვებელყოფით:

$$\varepsilon_0 = \frac{N}{A^*}, \quad \kappa_x = \frac{M}{I_x^*}
 \tag{3.12}$$

ნორმალური ძალა განივ კვეთში განისაზღვრება ფორმულით [კიკვიძე, მინაძე]:

$$N = H \cos \theta + R \sin \theta
 \tag{3.13}$$

გარე განაწილებული ძალები წარმოადგენენ კოორდინატის და დროის ფუნქციებს:  $q_y = q_y(z, t); q_z = q_z(z, t); m = m(z, t)$ . გაანგარიშებისათვის მნიშვნელოვანია ამ ფუნქციების ანალიზური ან რიცხობრივი სახით წარმოდგენა.



ისინი წარმოადგენენ მიწისძვრით გამოწვეულ ინერციულ ძალებს და დამოკიდებულია მოცულობის ერთეულის მასაზე . ნაგებობის მასა არათანაბარია  $z$  კოორდინატის მიმართ, კერძოდ სართულშორისი გადახურვების მიდამოში.

ამდენად, (3.11) ფორმულებში განაწილებული სეისმური ძალები ძელის ღერძის მართობი მიმართულებით შეიძლება წარმოვადგინოთ დირაკის დელტა ფუნქციის გამოყენებით:

$$q_y = q(t)[1 + \sum_{i=1}^n a\delta(z - l_i)] \quad (3.14)$$

სადაც:  $l_i = n \cdot l_0$  ,  $n$ - სართულის გადახურვის ნომერია,  $l_0$  - მანძილია სართულების გადახურვებს შორის,  $a$  - უგანზომილებო სიდიდეა და ტოლია სართულშორისი გადახურვის წონის ფარდობა დანარჩენი ნაწილის წონასთან.  $q(t)$  ფუნქცია შეიძლება წარმოვადგინოთ ჰარმონიული ფუნქციის სახით  $q(t) = k_c q_* \cos \omega t$  , სადაც  $q_*$  - სიგრძის ერთეულის წონაა,  $k_c = w_0 / g$ ,  $w_0$  - ფუნდამენტის მაქსიმალური სეისმური აჩქარებაა. განსაკუთრებული მნიშვნელობის შენობების და ნაგებობების გაანგარიშება დინამიკური მეთოდით საჭიროა შევასრულოთ საანგარიშო აქსელოგრამების გამოყენებით, რომლებიც აიგება ინსტრუმენტალური ჩანაწერების საფუძველზე.  $q(t)$  ფუნქციაც უნდა შეირჩეს აქსელოგრამების შესაბამისად. უმეტესი შენობებისათვის ვერტიკალურ სეისმურ ძალებს უგულვებელყოფენ.

არაწრფივი დინამიკური მეთოდით კონსტრუქციის გაანგარიშება დინამიკურ ზემოქმედებებზე ეფუძნება მოძრაობის დიფერენციალური განტოლებების (3.11) პირდაპირ ინტეგრირებას. ეს არის გეომეტრიულად არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებების სისტემა და მათი ამოხსნა ეფექტურად შესაძლებელია რიცხვითი მეთოდებით, კერძოდ წრფეების მეთოდით.

(3.12),(3.13),(3.14) ფორმულების გათვალისწინებით (3.11) განტოლებათა სისტემის ინტეგრირებისათვის საჭიროა საწყისი და სასაზღვრო პირობები. კონსოლისათვის, რომელზეც ჩამაგრების კვეთში მოქმედებს კოსინუსის კანონით ცვალებადი კინემატიკური შემფოთება ძელის ღერძის მართობი მიმართულებით, თუ კოორდინატთა სისტემის სათავეს ავიღებთ ჩამაგრების კვეთში, საწყის და სასაზღვრო პირობებს აქვთ სახე ( $L$  შენობის სიმაღლეა):

$$\begin{aligned} v(0,t) = C \cos \omega t; w(0,t) = 0; \theta(0,t) = 0; \\ R(L,t) = 0; H(L,t) = 0; M(L,t) = 0; v(0,0) = 0 \end{aligned} \quad (3.15)$$

რხევის საკუთარი სიხშირეები შეიძლება განისაზღვროს (3.11) განტოლებებიდან წრფივ განტოლებებზე გადასვლით და გარე დატვირთვების ნულთან გატოლებით [7]. თუ [7] ნაშრომში მოცემულ განტოლებებში უგულვებელყოფთ ტემპერატურულ დეფორმაციებს, წრფივი განტოლებები უგანზომილებო სიდიდეებში მიიღებს სახეს [მინამე, კიკვიძე, ქარცივაძე]:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{R}}{d\bar{z}} = -\lambda_1 \Omega^2 \bar{v}, \quad \frac{d\bar{v}}{d\bar{z}} = \theta, \\ \frac{d\bar{H}}{d\bar{z}} = -\lambda_1 \Omega^2 \bar{w}, \quad \frac{d\bar{w}}{d\bar{z}} = \lambda_3 \bar{H}, \\ \frac{d\bar{M}}{d\bar{z}} = -\lambda_2 \Omega^2 \theta - \bar{R}, \quad \frac{d\theta}{d\bar{z}} = \lambda_4 \bar{M} \end{aligned} \quad (3.16)$$

(3.16) ფორმულებში გამოყენებულია უგანზომილებო სიდიდეები ( $A_0, I_{x0}$  - განივი კვეთის ფართი და ინერციის მომენტი საწყის კვეთში,  $E_0$  - დრეკადობის მოდულია):

$$\bar{v} = \frac{v^*}{L}, \quad \bar{w} = \frac{w^*}{L}, \quad \bar{\theta} = \theta^*, \quad \bar{z} = \frac{z}{L}, \quad \bar{\kappa}_x = \kappa_x^* L, \quad \bar{R} = \frac{R^* L^2}{E_0 I_{x0}}, \quad \bar{H} = \frac{H^* L^2}{E_0 I_{x0}}, \quad \bar{M} = \frac{M^* L}{E_0 I_{x0}}$$

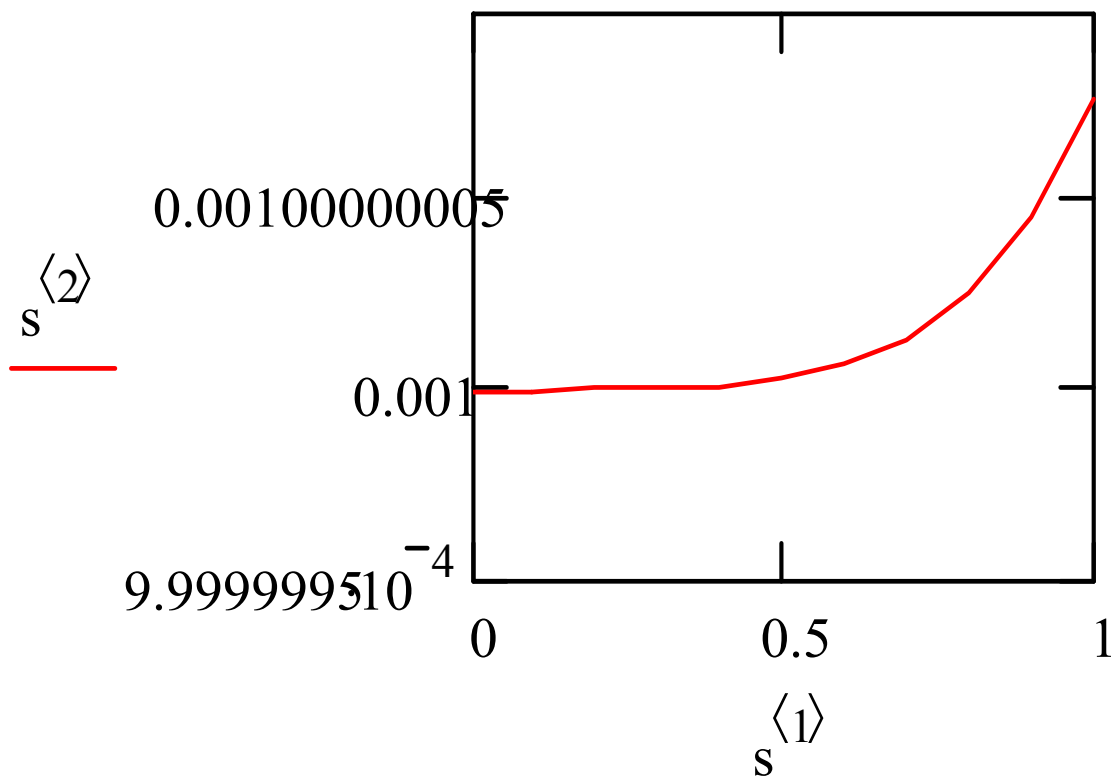
$$\lambda_1 = \frac{A\rho}{A_0\rho_0}, \quad \lambda_2 = \frac{\rho I_x}{\rho_0 A_0 L^2}, \quad \lambda_3 = \frac{E_0 I_{x0}}{L^2 A^*}, \quad \lambda_4 = \frac{E_0 I_{x0}}{I_x^*}$$

$$\Omega^2 = \rho_0 A_0 \omega^2 L^4 / (E_0 I_{x0})$$

(3.11) განტოლებათა სისტემის ძირითადი უცნობები წარმოდგენილია შემდეგი სახით:

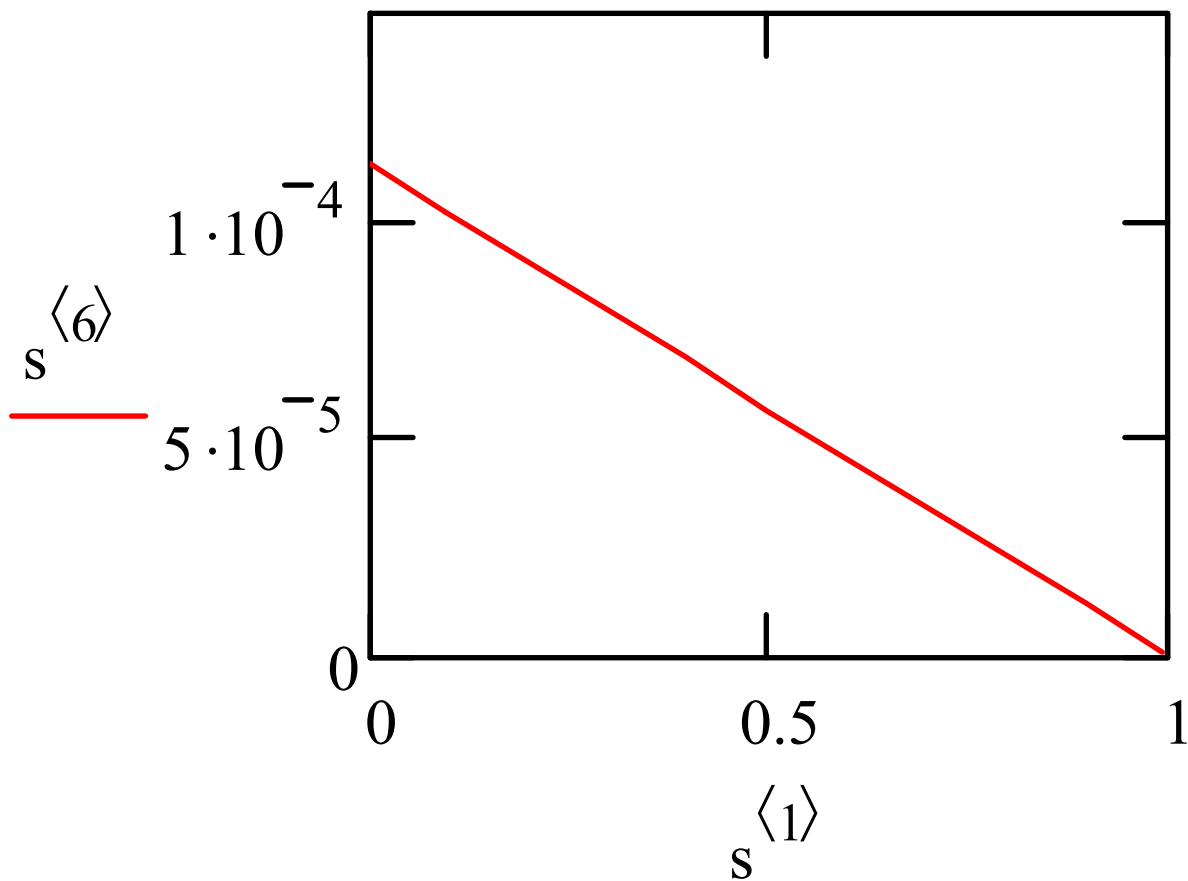
$$\begin{aligned} v(z, t) &= v^*(z)e^{\omega t i}, & \kappa_x(z, t) &= \kappa_x^*(z)e^{\omega t i}, \\ w(z, t) &= w^*(z)e^{\omega t i}, & R(z, t) &= R^*(z)e^{\omega t i}, \\ \theta(z, t) &= \theta^*(z)e^{\omega t i}, & H(z, t) &= H^*(z)e^{\omega t i}, \\ \varepsilon_0(z, t) &= \varepsilon_0^*(z)e^{\omega t i}, & M(z, t) &= M^*(z)e^{\omega t i} \end{aligned} \tag{3.17}$$

რიცხვითი გაანგარიშებები (3.15) სასაზღვრო პირობებით შესრულებულია Mathcad-ის სისტემაში. კინემატიკური შემფოთების უგანზომილებო ამპლიტუდური მნიშვნელობა აღებულია 0.001 -ის ტოლი. ნახ.3.8 და ნახ.3.9 -ზე მოცემულია რიცხვითი გაანგარიშების შედეგები.



ნახ.3.8 გადაადგილების გრაფიკი ღეროს ღერძის მართობი მიმართულებით

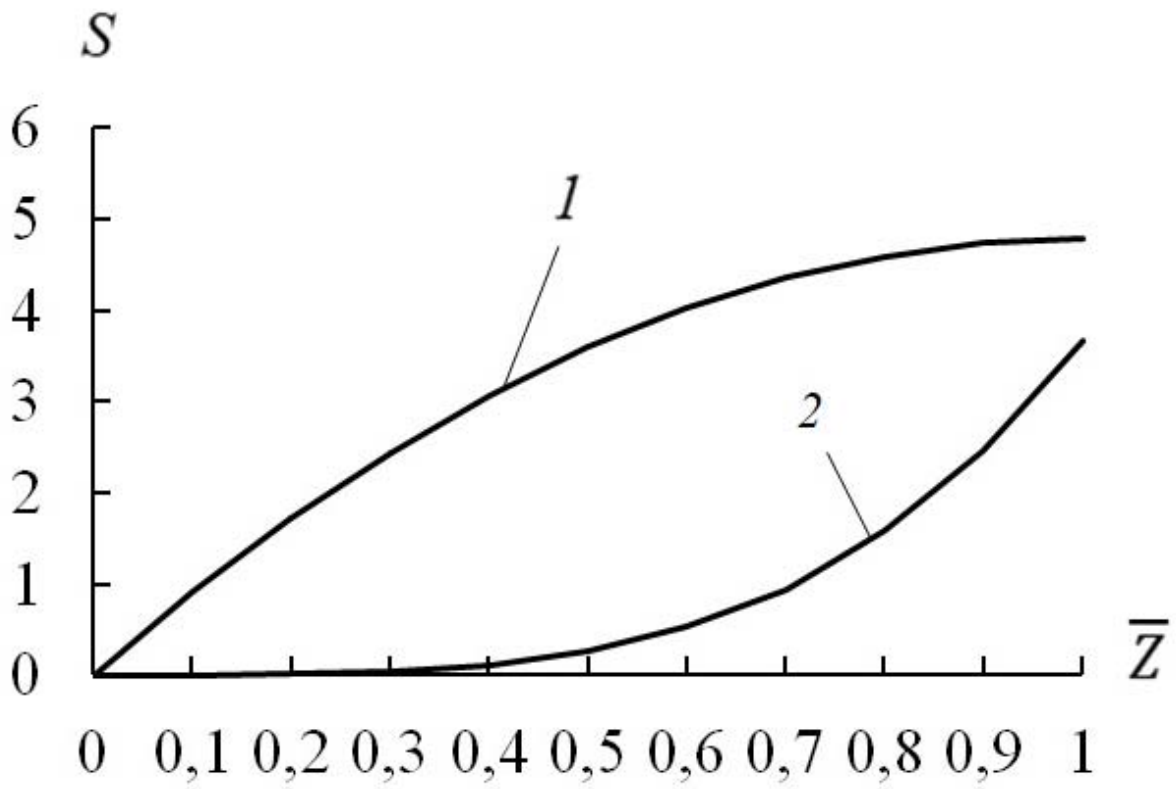
კონსოლის რიცხვითი გაანგარიშებით მიღებულია საკუთარი რიცხვის მნიშვნელობა  $\Omega = 0.339$ , განივი ძალა და მღუნავი მომენტი ფაქტობრივად ნულის ტოლია.



ნახ.3.9 ძალის მნიშვნელობა ღერძის გასწვრივ

ჩატარებულია კონსოლის გაანგარიშება, როცა ჩამაგრების კვეთში მოქმედებს კოსინუსის კანონით ცვალებადი კინემატიკური შემფოთება. უგანზომილებო კინემატიკური შემფოთების ამპლიტუდური მნიშვნელობა აღებულია 0.001 -ის ტოლად. სასაზღვრო პირობებს აქვთ სახე:  $x_1(0)=0.001$ ;  $x_2(0)=0$ ;  $x_3(0)=0$ ;  $x_4(1)=0$ ;  $x_5(1)=0$ ;  $x_6(1)=0$ .

ნახ.3.10-ზე წარმოდგენილია გაანგარიშების შედეგები:



ნახ.3.10 უგანზომილებო გადაადგილებების კომპონენტების  
 დამოკიდებულება  $\bar{z}$  კოორდინატისაგან:  $1 - s^3 \equiv \bar{w} \cdot 10^8$ ;  $2 - s^4 \equiv \theta \cdot 10^{10}$

#### 4. ღეროს თავისუფალი რხევების ექსპერიმენტალური კვლევა

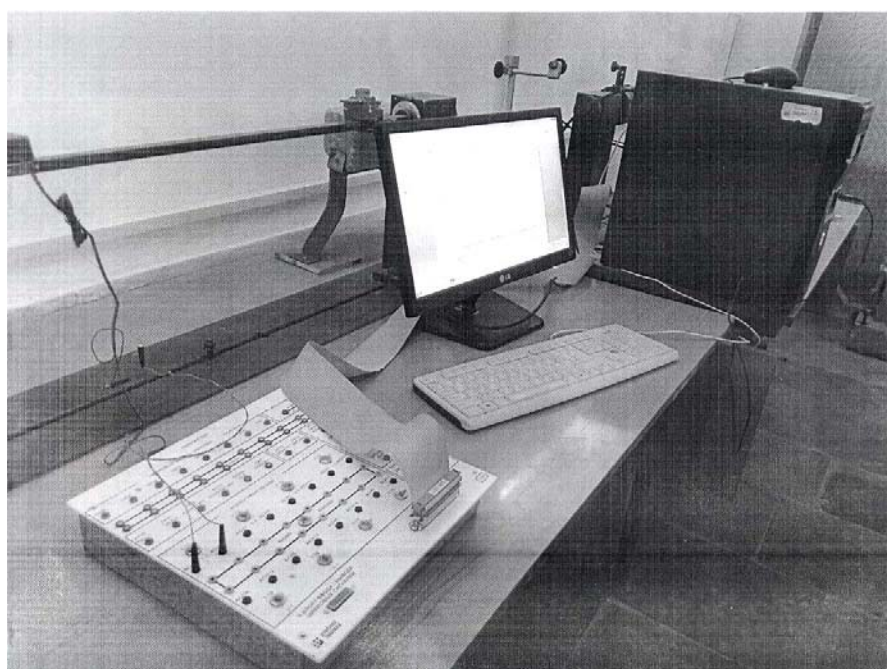
კონსტრუქციების ღეროვანი ელემენტები ექსპლუატაციის პერიოდში ხშირად განიცდიან დინამიკურ თერმომექანიკურ დატვირტვას. ღეროს დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კვლევისათვის და სიმტკიცეზე გაანგარიშებისათვის საჭიროა არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებების ინტეგრირება საწყისი და სასაზღვრო პირობებით.

ღეროს სიმტკიცეზე გაანგარიშებისათვის მნიშვნელოვანია პირველი საკუთარი სიხშირის განსაზღვრა, რაც მოითხოვს საკუთარ რიცხვებზე ამოცანის ამოხსნას. ზოგადად, ეს ამოცანები საკმაოდ რთულია. შედარებით მარტივი გამოყენებითი მოდელის დამუშავება მოითხოვს გარკვეული ჰოპოთეზების შემოღებას. ამ მოდელის საფუძველზე მიღებული შედეგების უტყუარობის დადგენისათვის საჭიროა ექსპერიმენტალური შემოწმება.

სადისერტაციო ნაშრომში ექსპერიმენტალურად შესწავლილია მართკუთხა განივი კვეთის კონსოლური ძელის თავისუფალი რხევები არაერთგვაროვანი ტემპერატურული ველის მოქმედებით.

#### 4.1. ექსპერიმენტალური სტენდის აღწერა

აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის მასალათა გამძლეობის ლაბორატორიაში ჩატარდა მუდმივი მართკუთხა განივი კვეთის კონსოლური ძელის თავისუფალი რხევების შესწავლა არაერთგვაროვანი ტემპერატურული ველის მოქმედებით (ნახ. 4.1.).

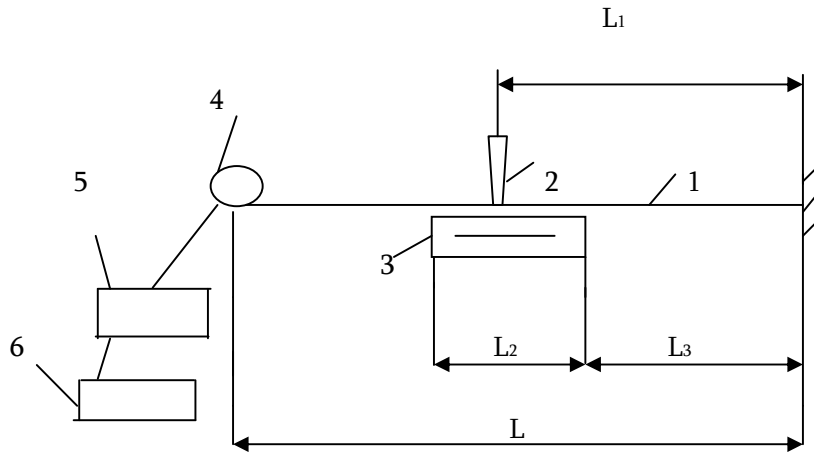


ნახ. 4.1 ექსპერიმენტული სტენდი

ექსპერიმენტალური სტენდის სქემა მოცემულია ნახ.5.2 -ზე. სტენდის მახასიათებელი გეომეტრიული ზომებია:  $l=700\text{მმ}$ ;  $l_1=350\text{მმ}$ ;  $l_2=190\text{მმ}$ ;  $l_3=240\text{მმ}$ . ძელის მასალა ფ.45 გეომეტრიული ზომებით  $12\times 24\times 700$  (მმ). დამზადებულ იქნა გამათბობელი მოწყობილობა  $200\text{ვტ}$  სიმძავრის სპირალის გამოყენებით, რომლის მეშვეობითაც



ხურდებოდა ძელის ქვედა ზედაპირის ნაწილი 19 სმ სიგრძით. ტემპერატურა იზომებოდა TK-5.03 ციფრული კონტაქტური თერმომეტრით.



ნახ.4.2 ექსპერიმენტალური სტენდის სქემა

1-კონსოლური ძელი, 2- თერმომეტრი, 3- გამახურებელი მოწყობილობა,

4 - ვიბრო გადამცემი, 5-კონექტორი, 6 - კომპიუტერი

ექსპერიმენტალური ცდების ჩატარებისას ვიყენებთ ვიბრო გადამცემს, რომელიც განთავსებულია თავისუფალ ბოლოზე. ვიბრო გადამცემი შეერთებულია კონექტორთან, კონექტორი თავის მხრივ შეერთებულია კომპიუტერთან, რომელშიც ხდება მიღებული სიგნალის ჩაწერა, მრავალარხიანი კომპიუტერის ვერსია, რომელსაც აქვს ჩაწერის სიგნალზე მანიპულირების უნარი.

## 4.2 ცდების ჩატარების თანმიმდევრობა

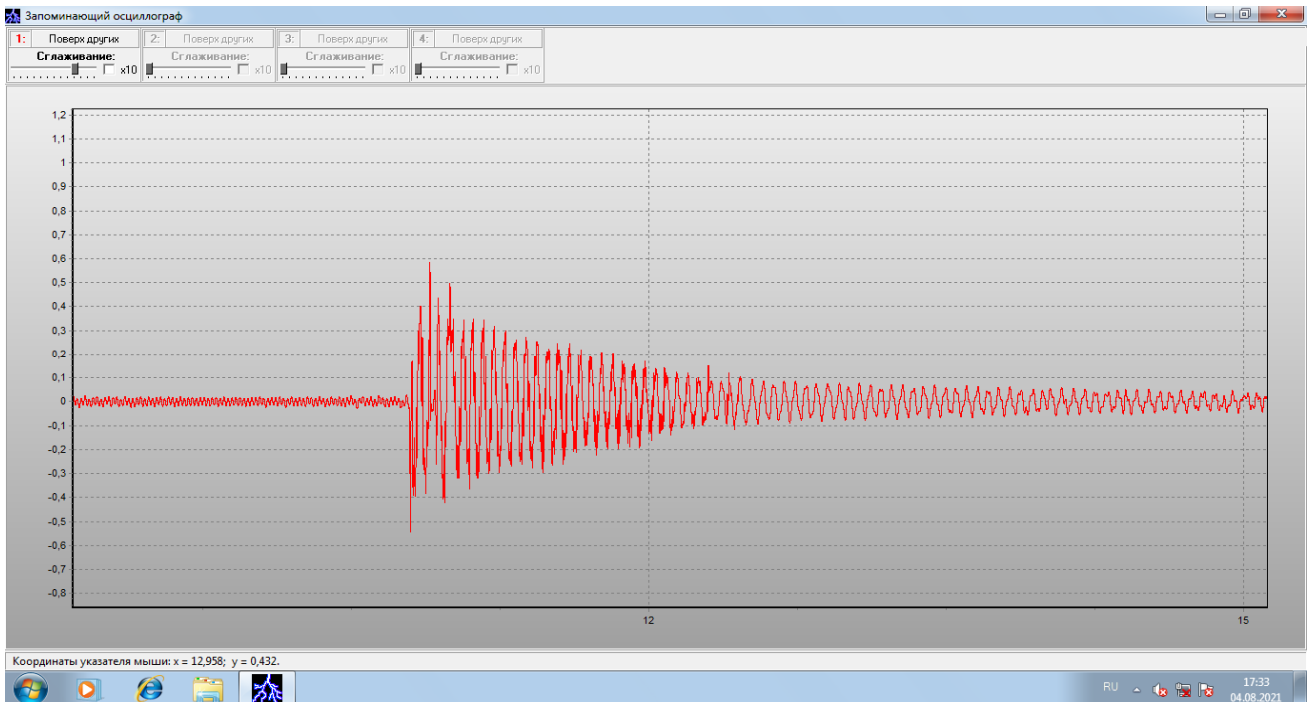
### და მიღებული შედეგები

ცდები ჩატარდა ჩვეულებრივ პირობებში ოთახის ტემპერატურაზე და არაერთგვაროვანი ტემპერატურული ველის მოქმედებისას, როცა ხურდებოდა ძელის ქვედა ზედაპირის ნაწილი. ოთახის ტემპერატურა შეადგენდა 25°C-ს. ტემპერატურა იზომებოდა თერმომეტრით ძელის ზედა ზედაპირზე. ძელის ქვედა ზედაპირის გახურებისას ტემპერატურა გაზომვის წერტილში შეადგენდა 48°C. ძელი თბებოდა 4 წთ–ის განმავლობაში. თავისუფალი რხევების მისაღებად ძელის თავისუფალი ბოლო გადაიხრებოდა გარკვეულ მანძილზე და მყისიერად ვათავისუფლებდით. ჩაღუნვის ისარი ყოველ ჯერზე შეადგენდა 16 მმ.-ს.

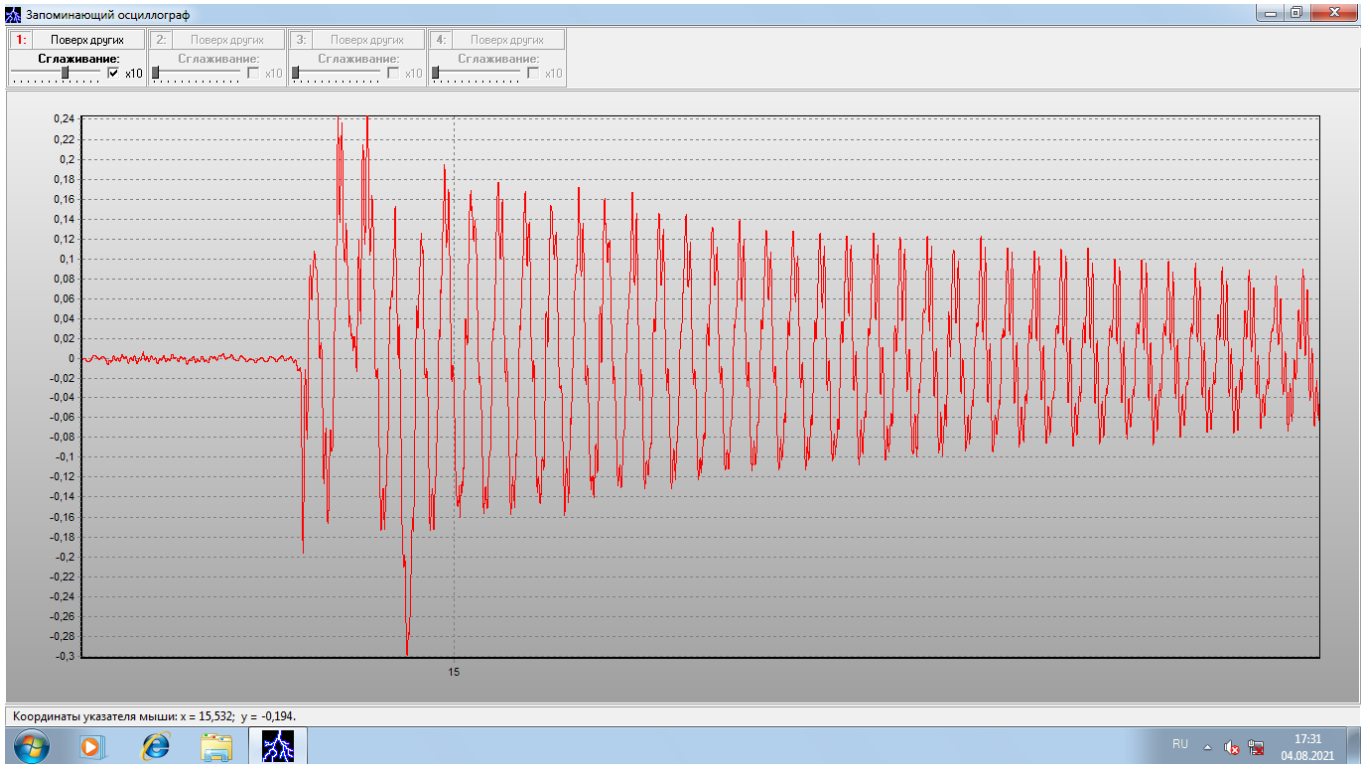
თავისუფალი რხევები ჩაიწერებოდა მგრძნობიარე ელემენტის გამოყენებით. მგრძნობიარე ელემენტად შერჩეული იქნა ვიბრაციის უნივერსალური ინდუქციური სენსორი. სენსორი შეიგრძნობს უმნიშვნელო გადაადგილებებსაც კი და წარმოქმნის მის შესაბამის ანალოგურ ელექტრულ სიგნალს. სენსორის მგრძნობელობა რეგულირდება პოტენციომეტრის საშუალებით, რომელშიც ხდება მიღებული სუსტი ანალოგური სიგნალის გაძლიერება. გაძლიერებული ანალოგური სიგნალი მიეწოდება კონექტორის ბლოკს. კონექტორიდან ციფრული სიგნალი მიეწოდება პერსონალურ კომპიუტერს USB პორტის საშუალებით. კომპიუტერში არსებული ოთხარხიანი ოსცილოგრაფი ახდენს სიგნალის ჩაწერას და იძლევა პროცესის გრაფიკულ გამოსახულებას ეკრანზე. გრაფიკული გამოსახულების დამუსავება შესაძლებელია კომპიუტერში დროის ნებისმიერი მცირე მონაკვეთისათვის. კონექტორზე სიგნალების ჩაწერისას მასშტაბია 1:1-ზე.

ნახ. 4.3, ნახ.4.4 და ნახ. 4.5 მოცემულია ცდების შედეგები. პიკებს შორის მანძილი შეესაბამება თავისუფალი რხევების პერიოდს, რომლის საშუალებითაც

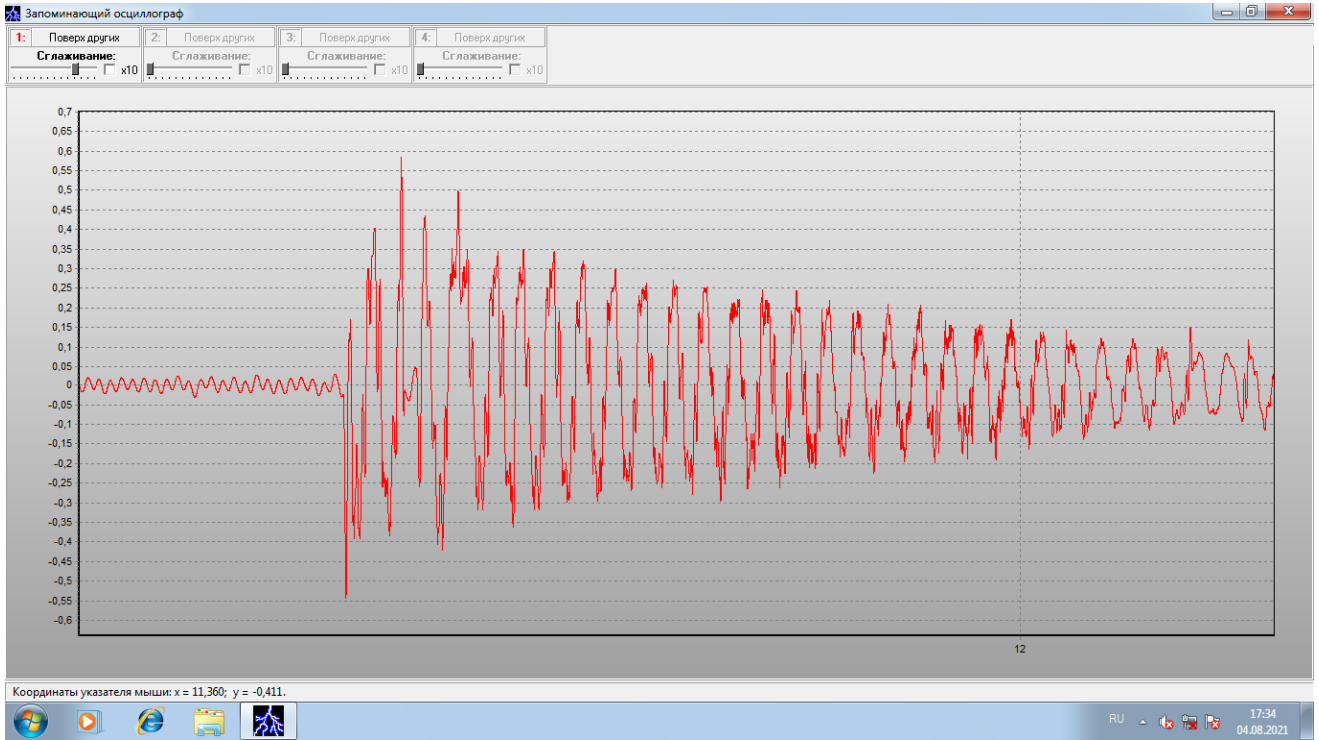
განისაზღვრება სიხშირე და წრიული სიხშირე. თავისუფალი რხევების წრიული სიხშირის გაანგარიშების მეთოდის მოცემულია დისერტაციის მესამე ნაწილში.



ნახ. 4.3 თავისუფალი რხევები ოთახის ტემპერატურაზე



ნახ.4.4 თავისუფალი რხევები ოთახის ტემპერატურაზე



ნახ.4.5 თავისუფალი რხევები ტემპერატურის  
არათანაბარი განაწილებისას

## ძირითადი შედეგები და დასკვნები

1. მიღებულია გადატვირთვის კოეფიციენტის დაზუსტებული მნიშვნელობა პრიზმული ძელისათვის ტემპერატურული ფაქტორის გათვალისწინებით.
2. გაანგარიშებით დადგენილია, რომ ტემპერატურის არათანაბარი განაწილებისას განივ კვეთში, ტემპერატურის ყოველი 10 °C-ით სხვაობისას, გადატვირთვის კოეფიციენტის ნაზრდი საშუალოდ შეადგენს 0,04;
3. მიღებულია ღეროს სიბრტყეში მოძრაობის ყველაზე უფრო ზოგადი არაწრფივი განტოლებები თერმომექანიკური დატვირთვისას კვეთის ბრუნვის ინერციის და თერმოდრეკადი ღერძული ხაზის დეფორმაციის გათვალისწინებით;
4. დამუშავებულია თავისუფალი რხევების სიხშირეების რიცხვითი გაანგარიშების მეთოდика;
5. შედგენილია გამოყენებითი პროგრამა და ამოხსნილია ამოცანები, რიცხვითი გაანგარიშებები შესრულებულია მათემატიკურ რედაქტორში Mathcad-ში;
6. გაანგარიშების შედეგები აჩვენებენ, რომ ღეროს თანაბარი გახურებისას ტემპერატურის გაზრდით თავისუფალი რხევების პირველი სიხშირე მცირდება. დადგენილია, რომ განივი კვეთის არათანაბარი გახურებისას, ტემპერატურის გრადიენტი არსებითად მოქმედებს რხევების სიხშირის მნიშვნელობაზე.
7. დადგენილია, რომ თავისუფალი რხევების სიხშირეგანივი კვეთის არათანაბარი გახურებისას საშუალოდ სამჯერ მეტია, ვიდრე თანაბარი გახურებისას. სიხშირეებს შორის განსხვავება იზრდება ტემპერატურის გრადიენტის გაზრდით განივ კვეთში;
8. განივი კვეთის არათანაბარი გახურებისას ძელის ღერძის დეფორმაციის გათვალისწინებით, თავისუფალი რხევების პირველი სიხშირე საშუალოდ

11%-ით ნაკლებია, ვიდრე ღეროს ღერძის დეფორმაციის გათვალისწინების გარეშე;

9. დამუშავებული მეთოდით შეიძლება განვსაზღვროთ რეზონანსული ზონები კონსტრუქციების ღეროვანი ელემენტების თერმომექანიკური დატვირთვისას ან ნაგებობების, რომლებიც გაიანგარიშება ღეროვანო მოდელით.

## ლიტერატურა

1. Arantes S., Rivera J. Exponential decay for a thermoelastic beam between two stops // Journal of Thermal Stresses. 2008. V. 31. P. 537.
2. Baisarova G., Kikvidze O. Experimental investigation of beam at thermo mechanical loading // VI ANNUAL MEETING OF THE GEORGIAN MECHANICAL UNION 30.09-4.10.2015 Tbilisi, Georgia.-p.7
3. Bitsadze L., Jaiani G. Theorems for the third and fourth BVPs of 2D theory of thermoelasticity with microtemperatures. Nova Science Publishers, Inc. QA431.M.36. 2012, 99-118 pp
4. Bokaian A. Natural frequencies of beams under tensile axial loads // J. Sound Vib. 1990. V. 142 (3). P. 481.
5. Bokaian A. Natural frequencies of beams under compressive axial loads // J. Sound Vib. 1988. V. 126 (1). P. 49.
6. Campo M., Fernández J.R., Naso M.G., Vuk E. Dynamics of Nonlinear Thermoelastic Double-Beam Systems // The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics. 2019. V. 72, Iss. 2. P. 235.
7. O.Kikvidze, E. Minadze, G. Baisarova, R. Brzhanov Dynamics of Thermoelastic Beams/ Proceedings of the 10th INTERNATIONAL CONFERENCE ON CONTEMPORARY PROBLEMS OF ARCHITECTURE AND CONSTRUCTION, Beijing, China, 22-24, September, 2018. pp. 410-413.
8. Kikvidze O., Baisarova G. Non stationary problem of beam's deformation at thermo mechanical loading//Kutaisi. BULLETIN OF AKAKI TSERETELI STATE UNIVERSITY №2(4).- 2014.-p.77-82.
9. Lenci S., Clementi F., Rega G. Comparing Nonlinear Free Vibrations of Timoshenko Beams with Mechanical or Geometric Curvature Definition / Procedia IUTAM. 2017. V .20. P. 34.
10. Li X., Tang A., Xi L. Vibration of a rayleigh cantilever beam with axial force and tip mass // J. Constr. Steel. Res. 2013. V. P. 15.



11. E. Minadze, O.Kikvidze THE FIRST LIMIT STATE AT THERMOMECHANICAL LOADING/ Proceedings of the 9th INTERNATIONAL CONFERENCE ON CONTEMPORARY PROBLEMS OF ARCHITECTURE AND CONSTRUCTION, Batumi, Georgia, 13-18, September, 2017. pp. 165-166.
12. E. Minadze, O.Kikvidze ONE MODEL OF CONSTRUCTION DYNAMICS CALCULATION/ II nd INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON SEISMIC STABILITY AND ENGINEERING SEISMOLOGY Dedicated to the 100th anniversary of professor Giorgi Kartsivadze, 16.01.2019-17.01.2019, pp. 100-104 (Tbilisi, Georgia)
13. Reissner E. One dimensional large displacement finite strain beam theory//Stud.Ahhl. Math.-1973, 52.-№2.-pp.87-95.
14. Shel F. Exponential Stability of a Network of Beams // Journal of Dynamical and Control Systems. 2015. V. 21. Iss. 3.P.443
15. Treysede F. Vibration analysis of horizontal self-weighted beams and cables with bending stiffness subjected to thermal loads // J. Sound Vib. 2010. V. 329 (9). P. 1536.
16. Valle J., Fernandez D., Madrenas J. Closed-form equation for natural frequencies of beams under full range of axial loads modeled with a spring-mass system // International Journal of Mechanical Sciences. 2019. V. 153–154. P. 380.
17. Xie C., Shi G. Analytical and FE Modeling of FG Beams Based on A Refined Shear Deformable Beam Theory for Static and Dynamic Analyses of FG Beams With Thermoelastic Coupling // Computer Modeling in Engineering and Sciences. 2015. V. 108. No. 6. P. 397. <https://doi.org/10.3970/cmescs.2015.108.397>
18. Yesilce Y., Demirdag O. Effect of axial force on free vibration of Timoshenko multi-span beam carrying multiple spring-mass systems // Int. J. Mech. Sci. 2008. V. 50 (6). P. 995.
19. Zhao X., Zhu W.D., Li Y.H. Analytical solutions of nonlocal coupled thermoelastic forced vibrations of micro-/nano-beams by means of Green's functions // Journal of Sound and Vibration. 2020. V. 481. P. 115407.
20. ლ. ბიწაძე თერმოდრეკადობის ბრტყელი თეორიის მდგრადი რხევის განტოლებათა სისტემის ზოგიერთი ამონახსნის შესახებ მიკროტემპერატურის გათვალისწინებით/ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის სემინარის მოხსენებები, ტომი 39, 2013

21. ნ. ვალიშვილი, დ. გიორხელიძე მასალების და კონსტრუქციების გამძლეობა.- თბილისი, გამომცემლობა „ჯისიაი“-2008-548გვ.
22. თ. კაპანაძე თერმოდრეკადობის თეორიის სტაციონარული რხევის სასაზღვრო ამოცანების ამონახსნის ერთადერთობის თეორემა// სტუ-ის შრომები, №3 (513). 2019.- გვ. 111-120
23. კიკვიძე ო., მინაძე ე., სახანბერიძე ნ., სირაძე ზ. გაანგარიშების ზღვრული მდგომარეობის მეთოდი თერმოდრეკადი ღეროების ღუნვისას // ესტუ-ს სამეცნიერო შრომები, №2 ( 15).-2004.-გვ.20-23
24. ე. მინაძე, ო. კიკვიძე თერმოდრეკადი ღეროების სიმტკიცე დინამიკური დატვირთვისას // აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის მოამბე, №2(12).- 2018. - გვ. 191-199
25. ქარცივაძე გ. სეისმომედეგი მშენებლობა.-თბილისი.: გამომცემლობა „განათლება“, 1979
26. Байсарова Г.Г., Киквидзе О.Г. Экспериментальное исследование перемещений и температурного поля в стержне при термомеханическом нагружении// GEORGIAN ENGINEERING NEWS, No.3,2015.-pp.41-44.
27. Байсарова Г.Г., Киквидзе О.Г. Устойчивость стержня при неравномерном термомеханическом нагружении// GEORGIAN ENGINEERING NEWS, No.1,2016.-pp.60-63.
28. Биргер И.А., Мавлютов Р.Р. Сопrotивление материалов.-М.: Наука, гл.ред. физ.-мат. литературы.-1986.-560с.
29. Боли Б., Уэинер Дж. Теория температурных напряжений.-М.: Мир, 1964.-517с.
30. Валишвили Н.В. О формах равновесия движущегося гибкого стержня// Международная конференция «Неклассические задачи механики». Кутаиси. 25-27.10.2007.- С.106 – 126.
31. Дарков А.В., Шпиро Г.С. Сопrotивление материалов.- М.: Высш. шк., 1989.-624 с.
32. Киквидзе О.Г., Киквидзе Л.Г. Геометрически нелинейная задача изгиба термоупругих стержней ./ Тбилиси. Грузинский технический университет, сб. трудов

межд. симпозиума «Проблемы тонкостенных пространственных конструкций», 4-5.07.01 – С.28-31.

33. Киквидзе О.Г., Киквидзе Л.Г. Большие перемещения термоупругих стержней при плоском изгибе // Проблемы прикладной механики. Изд-во «Комитет ИФТОММ-а Грузии». - №4(5). - 2001. - С.73-77.

34. О.Г. Киквидзе, Г.Ж. Сахвадзе, Е.К. Минадзе, Р.Т. Бржанов РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ РАСЧЕТА ТЕРМОУПРУГИХ СТЕРЖНЕЙ ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ // Проблемы машиностроения и автоматизации, №1 — 2021. - С.119-127 DOI 10.52261/02346206\_2021\_1\_119

35. Киквидзе О.Г. Большие перемещения термоупругих стержней при изгибе // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2003. № 1. С. 49.

36. Киквидзе О.Г., Байсарова Г.Г. Обобщенные геометрические характеристики для расчета лопаток турбин // III International Scientific Conference ENERGY: REGIONAL PROBLEMS AND DEVELOPMENT OPPORTUNITIES 24-25.10.2015 Kutaisi, Georgia. - pp.241-244.

37. Р.С. Кинашвили Сопротивление материалов, Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1975. 384 с.

38. Кирьянов Д. Самоучитель Mathcad 13. – СПб.: БХВ – Петербург, 2006. - 528 с

39. Киселев В.А. Строительная механика. Динамика и устойчивость сооружений. М.: Стройиздат. 1980. 616 с.

40. Кудрявцев Е.М. Mathcad 8. Символьное и численное решение разнообразных задач. - М.: ДМК, 2000. - 320 с.

41. В. Купрадзе, Т. Бурчуладзе Динамические задачи теории упругости и термоупругости // В Кн.: Современные проблемы математики. Т. 7 Науч. ред. Р.В. Гамквелидзе. – М., 1975. – С. 163–294

42. Ларииков Н.Н. Теплотехника. Учеб. Для вузов. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Строймиздат, 1985. - 432 с.

43. Макаров Е.Г. Сопротивление материалов на базе Mathcad. - СПб.: БХВ – Петербург, 2004. - 512 с

44. Попов Е.П. Теория и расчет гибких упругих стержней.-М.: Наука, гл.ред. физ.-мат. литературы, 1986.-296с
45. Светлицкий В.А., Нарайкин О.С. Упругие элементы машин.-М.:Машиностроение, 1989.-264с.
46. Светлицкий В.А. Механика абсолютно гибких стержней.- М.: Изд.-во МАИ.-2001.
47. Светлицкий В.А. Механика стержней: ч. II. Динамика. М.: Высш.шк. 1987. 304 с.
48. СНиП-11-7-81 М., Стройиздат,1982-48 е 11-7-81. Строительство в сейсмических регионах
49. Термопрочность деталей машин. /Под ред. И.А.Биргера и Б.Ф.Шорра. - М.: Машиностроение, 1975.- 455 с.
50. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. М.: Машиностроение. 1985. 472 с.
51. Черных К.Ф. Нелинейная теория упругости в машиностроительных расчетах.-Л.: Машиностроение, Ленингр. Отд-ние, 1986.-336с.
52. Юдаев Б.Н. Теплопередача-М.:Высш. школа, 1981.-319с.
53. Григолюк Э.И., Селезнев И.Т. Неклассические теории колебаний стержней, пластин и оболочек.-М., Итоги науки и техники. Механика твердых деформируемых тел. ВИНТИ., т.5.- 1973, 272с.

ORIGIN:= 1

$$\lambda_1 := 1 \quad \underline{H} := 10 \quad \underline{L} := 100 \quad \lambda_2 := \frac{H^2}{12 \cdot L^2} \quad \lambda_3 := \frac{H^2}{12 \cdot L^2}$$

$$z_1 := 1 \quad z_2 := 1 \quad z_3 := 1 \quad \alpha := 2 \cdot 10^{-6} \quad T_0 := 20 \quad T_1 := 50 \quad T_{00} := 20$$

$$\underline{A} := 6 \quad \underline{I1} := \int_0^1 [T_{10} + (T_{11} - T_{10}) \cdot r^2 - 1] dr \quad \underline{\varepsilon} := \alpha \cdot T_0 \cdot I1$$

$$z_3 := A \quad \lambda_2 = 8.333 \times 10^{-4} \quad \lambda_3 = 8.333 \times 10^{-4} \quad I2 := \int_0^1 [T_{10} + (T_{11} - T_{10}) \cdot r^2 - 1] \cdot r dr$$

$$I3 := \int_0^1 r^2 dr \quad \kappa := \frac{L \cdot \alpha \cdot T_0 \cdot I2}{H \cdot I3} \quad \kappa = 4.5 \times 10^{-4} \quad B := 0.001$$

$$I3 = 0.333$$

$$I1 = 0.5$$

$$z := \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix}$$

$$D(x, y) := \begin{pmatrix} y_3 \\ \lambda_3 \cdot y_5 + \varepsilon \\ \lambda_4 \cdot y_6 + \kappa \\ -\lambda_1 \cdot y_2 \cdot y_7 \\ -\lambda_1 \cdot y_1 \cdot y_7 \\ -\lambda_2 \cdot y_3 \cdot y_7 - y_4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{load}(x0,z) := \begin{pmatrix} B \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix}$$

$$\text{score}(x1,y) := \begin{pmatrix} y_4 \\ y_5 \\ y_6 \end{pmatrix}$$

$$\Lambda := \text{sbval}(z, x0, x1, D, \text{load}, \text{score})$$

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 3.541 \times 10^{-9} \\ 1.893 \times 10^{-12} \\ 3.307 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

$$y0 := \begin{pmatrix} B \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \Lambda_1 \\ \Lambda_2 \\ \Lambda_3 \end{pmatrix}$$

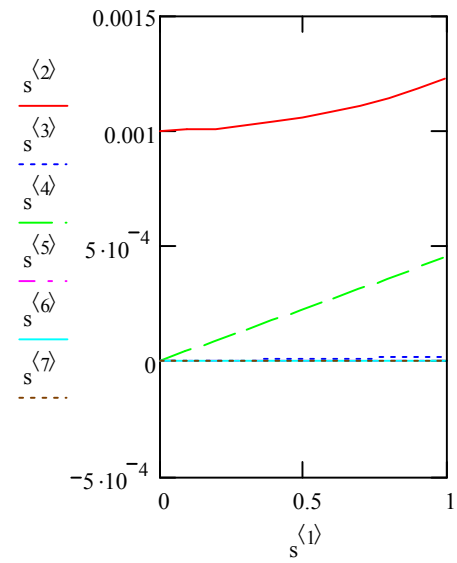
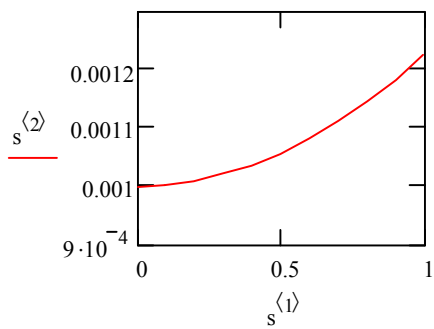
$$y0 = \begin{pmatrix} 1 \times 10^{-3} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3.541 \times 10^{-9} \\ 1.893 \times 10^{-12} \\ 3.307 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

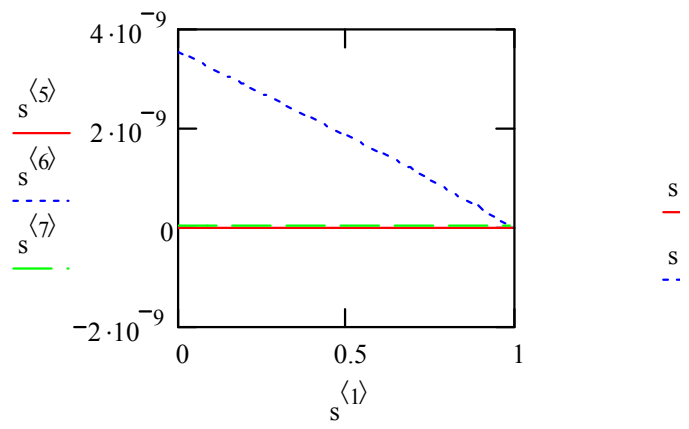
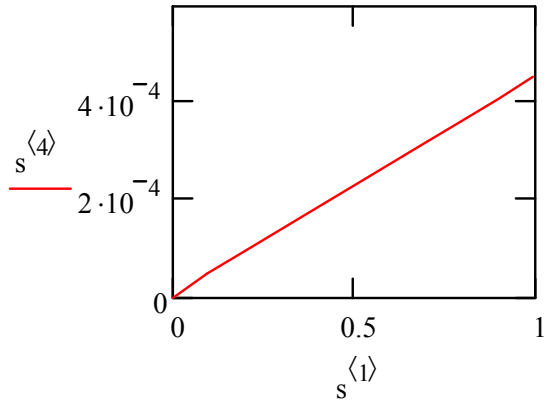
$$\underline{s} := \text{rkfixed}(y0, x0, x1, 10, D)$$

$$\underline{\Omega} := \sqrt{\Lambda_3} \quad \Omega = 1.818 \times 10^{-3}$$

s =

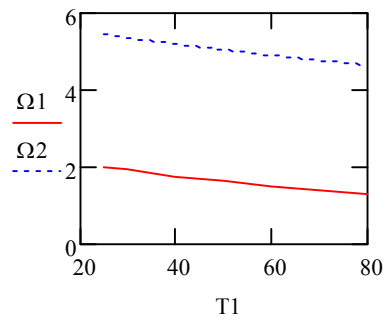
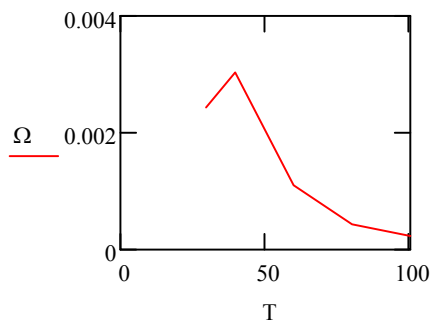
	1	2	3	4	5	6
1	0	$1 \cdot 10^{-3}$	0	0	0	$3.541 \cdot 10^{-9}$
2	0.1	$1.002 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-6}$	$4.5 \cdot 10^{-5}$	$-3.307 \cdot 10^{-13}$	$3.21 \cdot 10^{-9}$
3	0.2	$1.009 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-6}$	$9 \cdot 10^{-5}$	$-1.323 \cdot 10^{-12}$	$2.877 \cdot 10^{-9}$
4	0.3	$1.02 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-6}$	$1.35 \cdot 10^{-4}$	$-2.976 \cdot 10^{-12}$	$2.542 \cdot 10^{-9}$
5	0.4	$1.036 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-6}$	$1.8 \cdot 10^{-4}$	$-5.291 \cdot 10^{-12}$	$2.202 \cdot 10^{-9}$
6	0.5	$1.056 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-5}$	$2.25 \cdot 10^{-4}$	$-8.267 \cdot 10^{-12}$	$1.856 \cdot 10^{-9}$
7	0.6	$1.081 \cdot 10^{-3}$	$1.2 \cdot 10^{-5}$	$2.7 \cdot 10^{-4}$	$-1.19 \cdot 10^{-11}$	$1.503 \cdot 10^{-9}$
8	0.7	$1.11 \cdot 10^{-3}$	$1.4 \cdot 10^{-5}$	$3.15 \cdot 10^{-4}$	$-1.62 \cdot 10^{-11}$	$1.141 \cdot 10^{-9}$
9	0.8	$1.144 \cdot 10^{-3}$	$1.6 \cdot 10^{-5}$	$3.6 \cdot 10^{-4}$	$-2.116 \cdot 10^{-11}$	$7.682 \cdot 10^{-10}$
10	0.9	$1.182 \cdot 10^{-3}$	$1.8 \cdot 10^{-5}$	$4.05 \cdot 10^{-4}$	$-2.679 \cdot 10^{-11}$	$3.837 \cdot 10^{-10}$
11	1	$1.225 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$4.5 \cdot 10^{-4}$	$-3.307 \cdot 10^{-11}$	$-1.422 \cdot 10^{-11}$







$$\underline{T} := \begin{pmatrix} 30 \\ 40 \\ 60 \\ 80 \\ 100 \end{pmatrix} \quad \underline{\Omega} := \begin{pmatrix} 2.414 \cdot 0.001 \\ 3.025 \cdot 0.001 \\ 1.071 \cdot 0.001 \\ 0.433 \cdot 0.001 \\ 0.211 \cdot 0.001 \end{pmatrix}$$



$$\underline{T1} := \begin{pmatrix} 25 \\ 30 \\ 40 \\ 50 \\ 60 \\ 80 \end{pmatrix} \quad \underline{\Omega1} := \begin{pmatrix} 1.98 \\ 1.91 \\ 1.75 \\ 1.62 \\ 1.49 \\ 1.28 \end{pmatrix} \quad \underline{\Omega2} := \begin{pmatrix} 5.42 \\ 5.35 \\ 5.17 \\ 5.04 \\ 4.89 \\ 4.63 \end{pmatrix}$$