გელა ყიფიანი, ლალი ქაჯაია,
გივი მურჯიკნელი, დავით ყიფიანი,
მარინა ლოსაბერიძე

თეორიული მექანიკა

სტატიკა

ვექტორული

თომი 1

გელა ყიფიანი, ლალი ქაჯაია, გივი მურჯიკნელი, დავით ყიფიანი, მარინა ლოსაბერიძე

თეორიული მექანიკა

სტატიკა

ტომი 1

გამომცემლობა „უნივერსალი"
თბილისი 2023

უაკ 531 (076.5)(075.8)

სახელმძღვანელო შეიცავს სტატიკის ტიპიურ ამოცანებს ამოხსნებით, რომლებიც აღებულია ი. ვ. მეშჩერსკის საკმაოდ გავრცელებული ამოცანათა კრებულიდან ყოველი პარაგრაფის დასაწყისში მოყვანილია ძირითადი დებულებები და მეთოდური მითითებები, რომლებიც გამოიყენება ამოცანების ამოხსნისას. ამოხსნები მოცემულია დაწვრილებითი ახსნა-განმარტებებით.

აქვე უნდა აღინიშნოს, რომ წინამდებარე კრებულში სტატიკის ამოცანების ამოხსნების პროცესში ინტენსიურადაა გამოყენებული უმაღლესი მათემატიკის ისეთი ფუნდამენტური საკითხები, როგორიცაა დიფერენციალური და ინტეგრალური აღრიცხვა, წრფივი დიფერენციალური განტოლებები და სხვ. უმაღლესი მათემატიკიდან ამ საკითხების ცოდნის გარეშე შეუძლებელია ამოცანების ამოხსნების პროცესის სრულყოფილად გაცნობიერება.

სახელმძღვანელო გათვალისწინებულია უმაღლესი ტექნიკური სასწავლებლებისა და უნივერსიტეტების საბუნებისმეტყველო ფაკულტეტების სტუდენტებისა და მასწავლებლებისათვის, აგრეთვე, თეორიული მექანიკის დამოუკიდებლად შემსწავლელთათვის.

წიგნი იბეჭდება (ააიპ) “განათლებისა და მეცნიერების პროგრესი”-ს ხელშეწყობით.

*პროფესორ **გელა ყიფიანის** საერთო რედაქციით.*

რეცენზენტები: პროფესორი **გიორგი ჯაიანი**
პროფესორი **ტარიელ კვიციანი**
პროფესორი **ომარ კიკვიძე**
პროფესორი **თამაზ ობგაძე**

გამომცემლობა **„უნივერსალი“, 2023**

თბილისი, 0186, ა. პოლიტკოვსკაიას №4, ☎: 5(99) 17 22 30; 5(99) 33 52 02
E-mail: universal505@ymail.com; gamomcemlobauniversali@gmail.com

ISBN 978-9941-33-543-3,
ISBN 978-9941-33-544-0

წინასიტყვაობა

ბოლო ათწლეულების განმავლობაში შესამჩნევად გაიზარდა ტექნიკური უმაღლესი სასწავლებლების სტუდენტებისათვის გამოცემული ისეთი სახელმძღვანელოების რაოდენობა ფიზიკაში, მათემატიკის და მექანიკის, სადაც უხვადაა განხილული ტექნიკისათვის საინტერესო ამოცანების ამოხსნები და შესაბამისი მეთოდური მითითებები. ამჟამინდელმა სამეცნიერო-ტექნიკურმა პროგრსმა და უმაღლსეი ტექნოლოგიების სწრაფმა ზრდამ მოითხოვა საგანმანათლებლო დაწესებულებაში ჩართოთ ბევრი ახალი დისციპლინა, რომელთა ცოდნა აუცილებელია თანამედროვე სპეციალისტებისათვის. შასწავლო გეგმების მოდერნიზების ვადების შეზღუდუვის გამო ძალაუნებურად გამოიწვია ზემოთ ჩამოთვლილი ფუნდამენტური ზოგადსაგანმანათლებლო დისციპლინებისათვის გამოყოფილი საათების რაოდენობის შემცირება, რომელთა რიცხვს მიეკუთვნება თეორული მექანიკაც. ეს განაპირობა იმ ფაქტმა, რომ შემცირდა მოცემული დისციპლინების შესწავლისთვის, სწავლების საათების რაოდენობა, ამის გამო აუცილებელი გახდა დამოუკიდებელი მუშაობისთვის შესაბამისი ბაზის შექმნა. ამასთან, კურსის თეორიული ნაწილი შეიძლება კიდეც დაკორექტირდეს, მაგრამ პრაქტიკული ნაწილი მცირდება შეუქცევადად. თეორიული მექანიკის კურსისი სათანადოდ მოითხოვს დიდ დროს. პრაქტიკულ მეცადინეობებზე ვერ ხერხდება ამოცანების დეტალიზაციის სათანადო ხარისხით, რის შედეგადაც, როგორც თეორიული მექანიკის მთლიანად, ასევე მისი ცალკეული განყოფილებების შეწავლის დროს დროის უკმარისობის გამო ვერ ხრხდება მასალის სატანადოდ გაშუქება.

სტატიკაში განსახილველი ამოცანების შინაარსის მიხედვით თეორიული მექანიკა პირობითად სამ ნაწილად იყოფა: სტატიკად, კინემატიკად და დინამიკად. სტატიკა თეორიული მექანიკის ის ნაწილია, რომელიც შეისწავლის აბსოლიტურად მყარ სხეულზე მოქმედ ძალათა სისტემის წონასწორობის პირობებს, აგრეთვე ნებისმიერ ძალთა სისტემის უმარტივეს სახეზე დაყვანას. ეს უკანასკნელი კი ფართოდ გამოიყენება დინამიკის შესწავლის პროცესში. აგრეთვე დინამიკის ამოცანების ამოხსნისათვის, რომლებიც უფრო რთულ საკითხებადაა აღიარებული და სამართლიანადაც.

ი.ვ. მიშერსკის ამოცანათა კრებული წარმოადგენს ყველაზე ცნობილ ამოცანათა კრებულს, რომელიც გამოიცა მსოფლიოს

სხვადასხვა ენაზე, რომლებიც გამოიყენება მსოფლიოს წამყვან უნივერსიტეტებში და ათეულობით ხელახალ გამოცემას გაუძლო მთელ მსოფლიოში. ის დღესაც ფართოდ გამოიყენება ბელორუსის ტექნიკური პროფილის უმაღლეს სასწავლებლებში. პირველი სახელმძღვანელო ამ კრებულის ამოცანების ამოხსნებით გამოიცა გერმანიაში 1963 წელს (ნ. Neuber, Zosunger zur Aufgabensam- mbung Mestscherski, 1963, DVW, 465 s.). თუმცა მოგვიანებით კრებული არაერთხელ გამოიცა, ამასთან, გზადაგზა ის სწორდებოდა და ივსებოდა.

სამწუხაროდ დროის დეფიციტის გამო ამ კრებულის ამოცანების დიდი ნაწილი სტუდენტების ძირითადი მასისათვის ამოუხსნელი და მაშასადამე უცნობი რჩებოდა.

შემოთავაზებული სახელმძღვანელო შეიცავს კრებულის ყველა ამოცანის ამოხსნას გამონაკლისის გარეშე, რაც უზრუნველყოფს მრავალფეროვნებას, ხოლო ერთიდაიგივე ამოცანის სხვადასხვა მიდგომით ამოხსნა წარმოადგენს გარკვეულ ინტერესს სტუდენტებისა და პედაგოგებისათვის. სახელმძღვანელოს დასაწყისში მოყვანილია სტატიკის ძირითადი თეორიული დებულებები და სხვადასხვა ტიპის ამოცანების ამოხსნის მეთოდური მითითებები. ამოცანის ამოხსნის პროცესი წარმოდგენილია საკმაოდ დაწვრილებით, რაც მეთოდურად სასარგებლოა, ვინაიდან, როგორც წესი, სტუდენტები ლექციებზე ასწრებენ ამოხსნების ჩაწერას განმარტებების გარეშე, ხოლო შემდგომში ძნელად იხსენებენ ამოხსნის მიღების გზებს.

თეორიული მექანიკა თავისი საფუძვლებიდანვე მჭიდროდ არის დაკავშირებული ტექნიკასთან. იგი იქმნებოდა და ვითარდებოდა ტექნიკის განვითარებასთან ერთად. ტექნიკის განვითარება სულ ახალ-ახალ ამოცანებს აყენებდა მექანიკის წინაშე, რაც ხელს უწყობდა თვით მექანიკის განვითარებას. თავის მხრივ, მექანიკაც დიდ ზეგავლენას ახდენდა და ხელს უწყობდა ტექნიკურ პროგრესს.

თეორიული მექანიკა არის ერთ-ერთი ის ფუნდამენტური საგანი, რომელზეც დაფუძნებულია თანამედროვე ტექნიკის ყველა დარგი. თეორიულ მექანიკას ერთ-ერთი წამყვანი ადგილი უკავია და წარმოადგენს თეორიულ ბაზას ისეთი ტექნიკური დისციპლინებისათვის, როფორიცაა მასალათა გამძლეობა, მექანიზმებისა და მანქანების თეორია, დრეკადობისა და

პლასტიკურობის თეორია, სამშენებლო მექანიკა, ჰიდროაერომექანიკა და მრავალი სხვ.

როგორც ყოველ მეცნერებას, თეორიულ მექანიკასაც კვლევის საფუძვლად უდევს დაკვირვება, ცდა, პრაქტიკა. თეორიულ მექანიკაში ფართოდ გამოიყენება მათემატიკური მეთოდები, აბსტრაქტული (განყენებული) ცნებები, მოვლენათა მოდელები, ლოგიკის კანონები.

თეორიულ მექანიკაში შემოღებული თითქმის ყველა საწყისი ცნება არსებითად წარმოადგენს გარკვეულ აბსტრაქციას ან მოდელს. მათი შემოღებისას გათვალისწინებულია ის ძირითადი, განმსაზღვრელი, რაც არსებითია განსახილველ მექანიკურ მოძრაობაში. ასე, მაგალითად, რეალური ნივთიერი სხეულის მაგივრად მექანიკაში განიხილავენ მის ისეთ აბსტრაქტულ მოდელს, როგორიცაა ნივთიერი წერტილი, აბსოლუტურად მყარი სხეული და სხვ. მხოლოდ ასეთ მოდელებზე აგებული მექანიკისათვის შეიძლება შემუშავდეს ის მეთოდები, რომლებიც საშუალებას იძლევიან შევისწავლოთ რეალური ობიექტების მოძრაობა. შემდეგ მიღებული თეორიული შედეგები მოწმდება ცდით, პრაქტიკით. თეორიული მექანიკის საკითხები ცნობილია უძველესი დროიდან.

ჯერ კიდევ არისტოტელე (IVს.ჩვ.ერ-დე) იცნობდა თეორიული მექანიკის ზოგიერთ კანონს. მასვე ეკუთვნის საგნის სახელწოდების - „მექანიკის" – შემოღებაც. მექანიკის კანონების დასადგენად მათემატიკური კანონების გამოყენებას ყველაზე ადრე ბერძენმა *არქიმედემ* (287-212 ჩვ. ერ-დე) მიმართა. მექანიკის სწრაფი განვითარება იწყება აღორძინების ხანაში. იგი დაკავშირებულია იტალიელ *ლეონარდო და ვინჩის* (1452-1519), პოლონელი *ნიკოლოზ კოპერნიკის* (1473-1543), გერმანელი *იოჰან კეპლერის* (1571-1630) და სხვათა სახელებთან. ამ მეცნიერების მიერ მიღებულმა შედეგებმა მოამზადეს საფუძველი მექანიკის, როგორც მეცნიერების, შემდგომი წინსვლისათვის. დინამიკის, როგორც მეცნიერების, შექმნაში დიდი წვლილი მიუძღვის იტალიელ მეცნიერს *გალილეო გალილეის* (1564-1642). კლასიკური მექანიკის საფუძვლები ჩამოაყალიბა და

სისტემატურად დაამუშავა ინგლისელმა მეცნიერმა *ისააკ ნიუტონმა* (1643-1727), რომელმაც თავის წიგნში „ნატურალური ფილოსოფიის მათემატიკური საწყისები" მოგვცა კლასიკური მექანიკის ძირითადი კანონები.

XVIII ს-ის თეორიული მექანიკის განვითარება ხასიათდება ორი ძირითადი თვისებით: *პირველია* მისი მათემატიზაცია: მექანიკის ყველა კანონი და ძირითადი დებულება გამოჰყავდათ მათემატიკური ანალიზის მეთოდით. *ჟოზეფ-ლუი ლაგრანჟი* (1736-1813) იმასაც კი ამტკიცებდა, რომ მისი მექანიკა წარმოადგენს მათემატიკური ანალიზის ახალ თავს. *მეორეც*, ძირითადი დებულებები ფიზიკურად არ ზუსტდებოდა: რა არის ძალა – განუსაზღვრელი რჩებოდა, გვერდს უვლიდნენ ამ ცნებას; ბმები ჩათვლილი იყო იდეალურად; საყრდენი ზედაპირები – ხახუნის გარეშე; ღერო და თოკი – უწონო.

მექანიკის საკითხების შესწავლა ანალიზური მეთოდების გამოყენებით დაიწყო შვეიცარიელმა *ლეონარდ ეილერმა* (1707-1783). მექანიკის შემდგომ განვითარებაში დიდი მნიშვნელობა ჰქონდა ფრანგი მეცნიერების *ჟან ლეონ დალამბერის* (1717-1783) ნაშრომს „ტრაქტატი დინამიკაში" და *ლუი ლაგრანჟის* ნაშრომს „ანალიზური მექნიკა".

განსაკუთრებით აღსანიშნავია ლაგრანჟის ნაშრომი გადმოცემის ორიგინალობითა და მეთოდების ერთიანობით. ამ ნაშრომის შესავალში *ლაგრანჟი წერს: „უკვე არსებობს მრავალი ტრაქტატი მექანიკაში, მაგრამ ჩემი ტრაქტატი სრულიად ახალია. მე მიზნად დავისახე მექანიკის თეორია და მასთან დკავშირებული ამოცანების ამოხსნის მეთოდები მივიყვანო საერთო ფორმულებზე, რომლის მარტივი გაფართოება იძლევა ყველა იმ ფორმულას, რომელიც საჭიროა ცალკეული ამოცანის ამოსახსნელად".* ლაგრანჟმა შექმნა ანალიზური მექანიკის მწყობრი სისტემა.

უმაღლეს ტექნიკურ სასწავლებლებში თეორიული მექანიკა ტექნიკური საგნების უშუალო დასაყრდენია. ამავე დროს ცნობილია, რომ თავისი სპეციფიკურობის და სირთულეების გამო ზოგადად თეორიული მექანიკის, განსაკუთრებით კი მისი პრაქტიკული ნაწილის შესწავლა საკმაოდ რთულია;

რამდენადაც ამ საგნის თეორემების დაზეპირება შესაძლებელია, იმდენად ძნელია მათი გამოყენება პრაქტიკული ამოცანების გადასაწყვეტად.

ამას ემატება უმაღლეს სასწავლებლებში სასწავლო კურსისათვის გამოყოფილი საათების რაოდენობის სიმცირე. ამ სიძნელეთა გადალახვა შესალებელია, თუ შეიქმნება მექანიკაში ამოხსნილი ამოცანებით ისეთი ტიპის სახელმძღვანელო, რომელიც შუალედური და დამაკავშირებელი იქნება საგნის თეორიულ კურსსა და ამოცანათა კრებულს შორის და რომელიც დაეხმარება დაინტერესებულ პირებს თეორიული მექანიკის ამოცანების ამოხსნის მეთოდების გამომუშავებაში.

აქვე უნდა აღინიშნოს, რომ წინამდებარე კრებულში დინამიკის ამოცანების ამოხსნის პროცესში ინტენსიურადაა გამოყენებული უმაღლესი მათემატიკის ისეთი ფუნდამენტური საკითხები, როგორიცაა დიფერენციალური და ინტეგრალური აღრიცხვა, მუდმივ კოეფიციენტებიანი და არაერთგვაროვანი წრფივი დიფერენციალური განტოლებები და სხვ. უმაღლესი მათემატიკიდან ამ საკითხების ცოდნის გარეშე შეუძლებელია ამოცანების ამოხსნის პროცესის სრულყოფილად გაცნობიერება.

თეორიული მექანიკის შესასწავლად დიდი მნიშვნელობა აქვს სტუდენტების მიერ თეორიის საკითხებთან ერთად პრაქტიკული ამოცანების დამოუკიდებლად ამოხსნის დაუფლებას. სწორედ ამ ამოცანას ემსახურება ამ კრებულში შეტანილი მეთოდური მითითებები.

წინამდებარე კრებულში წარმოდგენილია ამოცანები, რომლებიც საკმაოდ ასახავენ უმაღლეს ტექნიკურ სასწავლებლებში თანამედროვე სასწავლო პროგრამებით გათვალისწინებუილ თემატიკას. ყოველ თემაზე კრებულში მოყვანილია ამოცანის დაწვრილებითი ამოხსნა საჭირო მეთოდური მითითებებით.

ყოველი თემის დასაწყისში მოკლედ ჩამოყალიბებულია შესაბამისი თეორიის ძირითადი საკითხები და მოყვანილია ფორმულები. მოცანის გარჩევამდე და ამოხსნის დაწყებამდე საჭიროა სტუდენტმა აუცილებლად შეისწავლოს თეორიული კურსის შესაბამისი საკითხები, ვინაიდან ამ კრებულში

მოყვანილი მოკლე თეორიული ცნობები ვერ შეცვლიან თეორიულ სახელმძღვანელოს. სასურველია ამოცანების ამოხსნა წარმოებდეს რეკომენდებული მიმდევრობით და გათვალიწინებული იქნეს შესაბამისი მეთოდური მითითებები.

უკანასკნელ ათწლეულებში მნიშვნელოვნად გაიზარდა ამოხსნილი ამოცანების კრებულების გამოცემათა რაოდენობა ფიზიკაში, მათემატიკაში და მექანიკაში უმაღლესი ტექნიკური სასწავლებლების სტუდენტებისათვის. ეს განპირობებულია ბაზის შექმნის აუცილებლობაზე დამოუკიდებელი მუშაობისას გრაფიკული გაანგარიშებისა და საკონტროლო სამუშაოებისათვის დროის შემცირების გამო. მექანიკის მრავალი დარგის ამოცანა, რომელთა ამოხსნა მოითხოვს დიდი დროის დახარჯვას, არ შეიძლება დეტალური განხილვის გარეშე საჭირო ხარისხით დამუშავდეს პრაქტიკულ მეცადინეობაზე, რის შედეგადაც შეუძლებელი ხდება თეორიული მექანიკისა და მთლიანად მისი ცალკეული განყოფილებების რთული მასალის ათვისება.

დინამიკა წარმოადგენს თეორიული მექანიკის ყველაზე უფრო რთულ ნაწილს. ნივთიერი წერტილის დინამიკას აქვს პირველსაწყისი მნიშვნელობა ნიუტონის ვექტორული დინამიკის გასაგებად, ვინაიდან მასში თვალსაჩინოდ განიხილება მექანიკის ძირითადი თეორემების გამოყენება. მყარი სხეულის მექანიკა, მისი მოდელები, პრინციპები, კანონები წარმოადგენენ ყველა სპეციალობის ინჟინრების მომზადების ფუნდამენტს, განსაკუთრებით მანქანათმშენებლობის, ხელსაწყოთმშენებლობის, სამშენებლო და ენერგეტიკის სპეციალისტებისათვის. მოცემული განყოფილების ამოცანები უმეტესწილად შეესაბამებიან იმ ამოცანებს, რომლების ამოხსნაც უხდებათ ინჟინრებს მათი პრაქტიკული მოღვაწეობისას. სასწავლო მასალის ათვისების ხარისხი უშუალოდ დამოკიდებულია ამოხსნილი ამოცანების რაოდენობაზე და მრავალსახეობაზე.

ი.ვ. მეშჩერსკის ამოცანათა კრებული წარმოადგენს საკმაოდ ცნობილ დამხმარე სასწავლო სახელმძღვნელოს თეორიულ მექანიკაში, რომელმაც გაუძლო ათეულობით გამოცემას

მსოფლიოს მრავალ ქვეყანაში, რომლებიც დღესაც ფართოდ გამოიყენება ტექნიკური განხრის უმაღლეს სასწავლო დაწესებულებებში. ამ კრებულის პირველი დამხმარე სახელმძღვანელო ამოხსნილი ამოცანებით გამოცემული იქნა 1963 წელს გერმანიაში (H. Neuber, Losungen zur Aufgabensammlung Mestscherski, 1963, DVW, 465 S.). თუმცა შემდგომ კრებული მრავალჯერ ხელახლა გამოიცა, ამასთანავე ის სწორდებოდა და ივსებოდა.

შემოთავაზებულ დამხმარე სახელმძღვანელოში მოცემულია ყველა ამოცანის ამოხსნა ი.ვ. მეშჩერსკის კრებულის „სტატიკის" განყოფილებიდან. აგრეთვე ქართულ ენაზე თარგმნილი: ი.ვ. მეშჩერსკი, „თეორიული მექანიკის ამოცანათა კრებული", თბილისი, 1963.

ამოცანების ამოხსნა მოყვანილია დაწვრილებითი ახსნა-განმარტებით, რაც განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია დამოუკიდებელი მუშაობისათვის. ყოველი პარაგრაფის დასაწყისში მოცემულია ძირითადი თეორიული დებულებები და მეთოდური მითითებები დაწვრილებითი ახსნა-განმარტებით. როგორც წესი, ამოხსნას თან სდევს ნახაზი, რომელზეც მითითებულია მოქმედი ძალა, სიჩქარე, აჩქარება.

აღსანიშნავია, ავტორთა ჯგუფის სხვადასხვა უნივერსიტეტებში „თეორიული მექანიკის" კურსის სწავლების დიდი გამოცდილება. ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტში, საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტში, ნ. მუსხელიშვილის სახელობის ქუთაისის პოლიტექნიკურ ინსტიტუტში, ა. წერეთლის სახელობის ქუთაისის სახელმწიფო უნივერსიტეტში, ი. გოგებაშვილი სახელობის თელავის სახელმწიფო უნივერსიტეტში, საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტში, დავით აღმაშენებლის სახელობის საქართველოს ეროვნული თავდაცვის აკადემიაში, საქართველოს აგრარულ უნივესრიტეტში, ბათუმის სახელმწიფო საზღვაო აკადემიაში, მ. ლომონოსოვის სახელობის მოსკოვის სახელმწიფო უნივერსიტეტში, ლენინგრადის სამშენებლო საინჟინრო ინსტიტუტში, ნ. ბაუმანის სახელობის მოსკოვის სახელმწიფო ტექნიკურ უნივერსიტეტში, სანკტ-პეტერბურგის

სახელმწიფო არქიტექტურულ-სამშენებლო უნივერსიტეტში, ვლადიმირის სახლმწიფო უნივერსიტეტში.

ავტორები მადლიერების გრძნობით არიან გამსჭვალულნი რეცენზენტების: ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის მექანიკის კათედრის გამგეს, ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის დირექტორს, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორს, პროფესორ **გიორგი ჯაინს**, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის საინჟინრო მექანიკისა და მშენებლობის ტექნიკური ექსპერტიზის დეპარტამენტის უფროსს, პედაგოგიკის მეცნიერებათა დოქტორს, ტექნიკის მეცნიერებათა დოქტორს პროფესორ **ტარიელ კვიციანს**, ა. წერეთლის სახელობის ქუთაისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამოყენებითი მექანიკის დეპარტამენტის უფროსს, ტექნიკის მეცნიერებათა დოქტორს, პროფრსორ **ომარ კიკვიძეს,** საქართველოს ეროვნული უნივერსიტეტის პროფესორს ტექნიკის მეცნიერებათა დოქტორს, **თამაზ ობგაძეს**. რომელთა საქმიანმა შენიშვნებმა და მითითებებმა სრულყო წიგნი.

ავტორები აგრეთვე მადლიერნი არიან ქალბატონ **თინათინ მაღრაძის,** გამომცემლობა "უნივერსალი"-ს დირექტორის ბატონ **გოჩა ხარებავას** ხელმძღვანელობით, რომელთა თავდაუზოგავი შრომის შედეგად სრულყოფილ იქნა სახელმძღვანელო. შემოთავაზებული დამხმარე სახელმძღვანელო დაგეხმარებათ პრაქტიკული მეცადინეობის ჩატარების მეთოდიკის სრულყოფაში. მასწავლებელს შეუძლია შესთავაზოს სტუდენტებს გარკვეულ თემაზე პრაქტიკული მეცადინეობისათვის მზადებისას დამოუკიდებლად გაეცნოს ზოგიერთი ამოცანის ამოხსნას, ხოლო შემდეგ მეცადინეობის პროცესში ამოხსნას ანალოგიური ამოცანები.

წინამდებარე ამოცანათა კრებული ავტორთა პირველი მოკრძალებული ცდაა. ამიტომ, მკითხველის ყოველი საფუძვლიანი შენიშვნა და წინადადება მადლიერებით იქნება გათვალისწინებული ავტორებისაგან.

რედაქტორი პროფესორი გელა ყიფიანი
E-Mail: gelakip@gmail.com; g.kipiani@gtu.ge
☎ 599106263, 591801188

ᲡᲢᲐᲢᲘᲙᲘᲡ ᲫᲘᲠᲘᲗᲐᲓᲘ ᲪᲜᲔᲑᲔᲑᲘ

ᲨᲔᲡᲐᲕᲐᲚᲘ

მექანიკა არის ერთ-ერთი უძველესი მეცნიერება, რომლის წარმოშობა და განვითარება განპირობა პრაქტიკულმა მოთხოვნილებებმა.

თეორიული მექანიკა — ეს არის მეცნიერება, რომელიც სწავლობს მატერიალური სხეულების მოძრაობის და მექანიკური ურთიერთქმედების კანონებს მათემატიკური მეთოდების გამოყენებით.

ამოცანების ამოხსნისას ჩვენ უპირატესად ვისარგებლებთ ისეთი ცნებებით, როგორიცაა ძალა, მატერიალური წერტილი და აბსოლუტურად მყარი სხეული.

ძალა — ეს არის ფიზიკური ობიექტებს შორის მექანიკური ურთიერთქმედების რაოდენობრივი ზომა; ძალა ხასიათდება მოდულით, მიმართულებით და მოდების წერტილით, ანუ ძალა წარმოადგენს ვექტორს.

შენიშვნა. როგორც წესი, თუ ძალა აღინიშნება რაიმე ასოთი ვექტორის ნიშნით, მაშინ ძალის მოდულსაღნიშნავენ იმავე ასოთი ვექტორის ნიშნის გარეშე,ასე მაგალითად, $\vec{\mathrm{F}}$ *ძალაა, ხოლო* F **ძალის მოდულია**, ანუ $F = \left|\vec{F}\right|$.

მატერიალური წერტილი — არის ისეთი წერტილი, რომლის ზომებიც განსახილველ კონკრეტულ შემთხვევებში შეგვიძლია უგულებელვყოთ (მასის მქონე მათემატიკური წერტილი).

აბსოლუტურად მყარი სხეული — არის ისეთი სხეული, რომლის ნებისმიერ ორ წერტილს შორის მანძილი უცვლელი რჩება.

მექანიკის კურსი შედგება სამი ნაწილისაგან — *სტატიკის, კინემატიკისა და დინამიკისაგან.*

სტატიკა შეისწავლის ძალთა სისტემების ეკვივალენტურ სისტემებში გარდაქმნის მეთოდებს და ადგენს მყარ სხეულზე მოდებული ძალების წონასწორობის პირობებს.

კინემატიკა იკვლევს მატერიალური სხეულებისა და მატერიალური წერტილების მოძრაობას სივრცეში გეომეტრიული თვალსაზრისით ისე, რომ არ განიხილავს იმ ძალებს, რომლებმაც ეს მოძრაობა გამოიწვიეს.

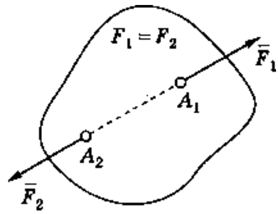
დინამიკა სწავლობს მატერიალური სხეულების მოძრაობას მათი გამომწვევი მიზეზების გათვალისწინებით.

სტატიკის აქსიომები

აქსიომები ჩამოყალიბებულია რეალურ სამყაროში მიმდინარე მოვლენებზე დაკვირვების შედეგად. გალილეი — ნიუტონის მექანიკის ზოგიერთი ძირითადი კანონი იმავდროულად არის სტატიკის აქსიომაც.

აქსიომა 1 (ინერციის აქსიომა):

მატერიალური წერტილი (სხეული), რომელზეც მოქმედებს ურთიერთ გამაწონასწორებელი ძალები, იმყოფება უძრავ მდგომარეობაში ან მოძრაობს წრფივად და თანაბრად.



ნახ. 1

აქსიომა 2 (ორი ძალის წონასწორობის აქსიომა):

მყარ სხეულზე მოდებული ორი ძალა ერთმანეთს აწონასწორებს მაშინ და მხოლოდ მაშინ, თუ მათი მოდულები ტოლია და მიმართული არიან ერთ წრფის გასწვრივ ურთიერთსაწინააღმდეგო მიმართულებით. (ნახ. 1).

აქსიომა 3 (თანაწინააღმდეგი ძალების დამატების და გამოკლების აქსიომა):

მყარ სხეულზე ძალთა სისტემის მოქმედება არ შეიცვლება, თუ ამ სისტემას დავუმატებთ ან გამოვაკლებთ თანაწინააღმდეგ ძალებს.

შედეგი: მოქმედი ძალა შეიძლება გადავიტანოთ მისი მოქმედების წრფის ნებისმიერ წერტილში ისე, რომ ამით მყარი სხეულის მდგომარეობა არ შეიცვლება.

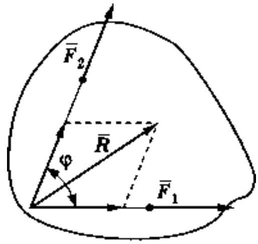
ამრიგად, მყარი სხეულის მექანიკაში ძალა სრიალა ვექტორია.

ძალთა ორ სისტემას უწოდებენ ***ექვივალენტურს***, თუ ერთი მათგანის მეორის საშუალებით შეცვლის შედეგად მყარი სხეულის მდგომარეობა არ შეიცვლება.

მოცემულ ძალთა სისტემის ექვივალენტურ ძალას ტოლქმედ ძალას უწოდებენ.

აქსიომა 4 (ძალთა პარალელოგრამის აქსიომა):

ურთიერთანამკვეთი მოქმედების წრფეების მქონე ორი ძალის ტოლქმედი მოდებულია ამ წრფეების გადაკვეთის წერტილში და გამოისახება ამ ძალებზე აგებული პარალელოგრამის დიაგონალის საშუალებით (ნახ. 2).



ნახ. 2

გეომეტრიულად ტოლქმედი ტოლია:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 .$$

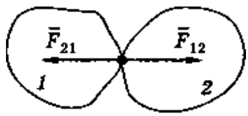
ტოლქმედის მოდული გამოითვლება შემდეგი ფორმულით

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\varphi}.$$

აქსიომა 5 (ქმედების და უკუქმედების ტოლობის აქსიომა):

ყოველ ქმედებას თან ახლავს ტოლი და საწინააღმდეგოდ მიმართული უკუქმედება (ნახ. 3).

აქსიომა 6 (დეფორმირებულ სსხეულზე მოდებული ძალების წონასწორობის აქსიომა, მის გამყარების დროს. გამყარების პრინციპი): დეფორმირებულ სხეულზე მოდებული ძალების წონასწორობა ნარჩუნდება ამ სხეულის გამყარებისას.



ნახ. 3

არათავისუფალი მყარი სხეული. კვანძები და მათი რეაქციები

მყარ სხეულს ეწოდება ***თავისუფალი***, თუ მას შეუძლია გადაადგილდეს სივრცეში ნებისმიერი მიმართულებით.

სხეულს, რომელიც ზღუდავს მყარი სხეულის გადაადგილებას, ამ უკანასკნელის ბმას უწოდებენ.

მყარ სხეულს, რომელთა გადაადგილებაც შეზღუდულია ბმებით ეწოდება ***არათავისუფალი*** მყარი სხეული.

ყველა ძალა, რომელიც არათავისუფალ სხეულზე მოქმედებს, შინაგან და გარეგან ძალებად დაყოფასთან ერთად, შეგვიძლია დავყოთ მოცემულ (აქტიურ) ძალებად და ბმების რეაქციის ძალებად.

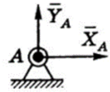
მოცემული (აქტიური) ***ძალები*** გამოსახავენ სხვა სხეულების მყარ სხეულზე ისეთ ზემოქმედებებს, რომლებიც მის კინემატიკურ მდგომარეობას ცვლიან.

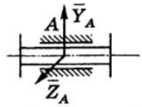
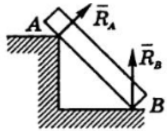
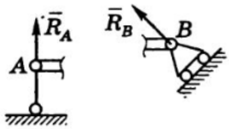
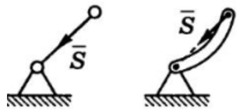
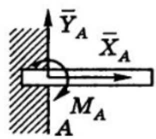
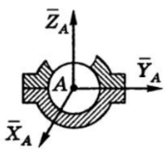
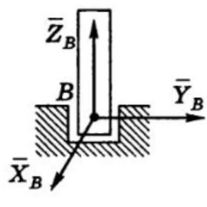
საყრდენი რეაქცია ეწოდება ძალას ან ძალთა სისტემას, რომელიც ბმის მყარ სხეულზე მექანიკურ ზემოქმედებას გამოხატავს.

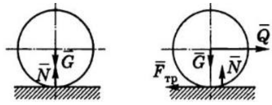
მექანიკის ერთ-ერთი ძირითადი დებულება არის ***ბმებიდან გათავისუფლების პრინციპი***, რომლის თანახმადაც არათავისუფალი სხეული შეგვიძლია განვიხილოთ როგორც თავისუფალი, რომელზეც აქტიური ძალების გარდა მოქმედებს საყრდენი რეაქციის ძალებიც. ვინაიდან ბმების როლში ნებისმიერი სხეული შეიძლება გამოვიდეს, ამიტომ საყრდენი რეაქციის მიმართულების სწორად განსაზღვრას დიდი მნიშვნელობა აქვს. „ცხრილი 1“-ში მოცემულია ბმების ძირითადი სახეები

ცხრილი 1

კვანძები და მათი რეაქციები

ბმის დასახელება	რეაქციის მიმართულება
უძრავი სახსრული საყრდენი	

ცილინდრული სახსარი	
თავისუფალი დაყრდნობა	
მოძრავი სახსრული საყრდენი	
უწონო ღერო	
მყარი ჩამაგრება	
სფერული სახსარი	
საქუსლე	

საგორავი: გორვა ხახუნის გათვალისწინებით – ა) გორვა ხახუნის გაუთვალისწინებლად – ბ)	ა) ბ) 

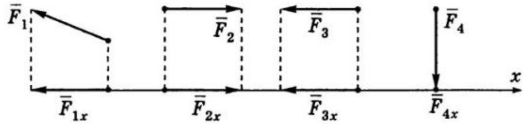
მყარ სხეულზე მოდებული ძალების წონასწორობასთან დაკავშირებული ყველა ამოცანა (იხ §1-8) იხსნება შემდეგი გეგმის მიხედვით:

1. გამოყოფენ წონასწორობის ობიექტს, რომელზეც მოდებულია ურთიერთ გამაწონასწორებელი ძალებისაგან შემდგარი სისტემა.
2. გამოსახავენ სხეულზე მოქმედ ყველა აქტიურ (მოცემულ) ძალებს.
3. ბმისგან განთავისუფლების პრინციპის თანახმად ბმების მოქმედებას ცვლიან კვანძების რეაქციებით.
4. მიღებულ ძალთა სისტემისათვის ადგენენ წონასწორობის განტოლებებს.
5. მიღებულ განტოლებათა სისტემიდან განსაზღვრავენ საძიებელ სიდიდეებს.

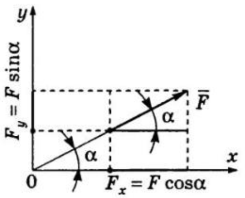
ძალის პროექცია ღერძზე

ძალის პროექცია ღერძზე ეწოდება მიმართულ მონაკვეთს, რომელიც მოთავსებულია ძალის ვექტორის საწყისი და ბოლო წერტილებიდან ამ ღერძზე დაშვებულ ორ პერპენდიკულარს შორის (ნახ. 4, ა).

ა



ბ



ნახ. 4

ძალის ღერძზე პროექციის სიდიდე გამოითვლება ძალის მოდულის გამრავლებით ღერძის დადებით მიმართულებასა და ძალის მიმართულებას შორის არსებული კუთხის კოსინუსზე (ნახ. 4, *ბ)*:

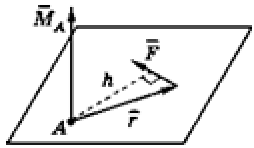
$$F_x = F\cos\alpha, F_y = F\cos(90^\circ - \alpha) = F\cos\alpha$$

შენიშვნა. **ჩანაწერის სიმოკლისათვის, იქ სადაც ისედაც ცხადი იქნება კონტექსტი, ჩანაწერის ნაცვლად — «პროექციის *სიდიდე*», გამოვიყენებთ უბრალოდ ჩანაწერს — «პროექცია».**

ძალის მომენტის ცნება

ძალის მომენტი წერტილის მიმართ

***$\vec{F}$* ძალის მომენტი *A* წერტილის მიმართ** *ტოლია:*



ნახ. 5

$$\overrightarrow{M_A} = r \cdot \vec{F}$$

$\overrightarrow{M_A}$ ვექტორი პერპენდიკულარულია იმ სიბრტყისა, რომელშიც ძალა და წერტილი მდებარეობენ და მიმართულია ისე, რომ $\overrightarrow{M_A}$ ვექტორის წვეროდან ძალა დავინახოთ წერტილის საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგოდ შემობრუნების მცდელი. (ნახ. 5).

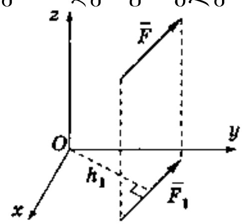
წერტილის მიმართ ძალის მომენტის სიდიდე ტოლია ძალის F მოდულისა, რომელიც გამრავლებულია წერტილიდან ძალის მოქმედების წრფემდე უმოკლეს მანძილზე (A-ს მხარი) და აღებულია «+» ან «−» ნიშნით*:*

$$M_A(\vec{F}) = \pm Fh$$

«+» ნიშანს იღებენ მაშინ, როცა ძალა ცდილობს სხეული შემოაბრუნოს *A* წერტილის მიმართ საათის ისრის მოძრაობის საწინაარმდეგო მიმართულებით, ხოლო «−» — საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით.

ძალის მომენტი ღერძის მიმართ

ძალის მომენტი ღერძის მიმართ ეწოდება ალგებრულ სიდიდეს, რომელიც ტოლია ღერძის პერპენდიკულარულ სიბრტყეზე ამ ძალის პროექციის მოდულისა, რომელიც გამრავლებულია მოქმედების წრფიდან ღერძამდე უმოკლეს მანძილზე და აღებულია «+» ან «−» ნიშნით,. «+» ნიშანი აიღება მაშინ, როცა ძალა ცდილობს შემოაბრუნოს სხეული საათის ისრის მოძრაობის საწინაარმდეგოდ, ხოლო «−» ნიშანი — საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით (ძალას უნდა ვუყურებდეთ შესაბამისი ღერძის დადებითი მიმართულების მხრიდან).



ნახ. 6

ამრიგად, იმისათვის რომ გავიგოთ ძალის მომენტი z ღერძის მიმართ(ნახ. 6), აუცილებელია:

1) ვიპოვოთ $\vec{F}$ ძალის პროექცია xOy სიბრტყეზე — $\overrightarrow{F_1}$;
2) განვსაზღვროთ ძალის პროექციის მოქმედების წრფიდან ღერძამდე უმოკლესი h_1 მანძილი;
3) შევადგინოთ ალგებრული ნამრავლი — $F_1 \cdot h_1$
4) განვსაზღვროთ ნიშანი — 6-ე ნახაზზე გამოსახულ მაგალითისთვის ეს «+» ნიშანია:

$$M_z = F_1 h_1.$$

განმარტებიდან გამომდინარეობს, რომ თუ ძალის მოქმედების წრფე ღერძის პარალელურია ან კვეთს მას, მაშინ ასეთი ძალის მომენტი ღერძის მიმართ ნულის ტოლია.

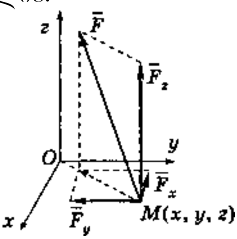
ვარინიონის თეორემა ტოლქმედი ძალის მომენტის შესახებ

ვარინიონის თეორემა შემდეგნაირად ფორმულირდება:

ნებისმიერი წერტილის მიმართ ტოლქმედი ძალის მომენტი ამავე წერტილის მიმართ მდგენელი ძალების მომენტების გეომეტრიული ჯამის ტოლია, ხოლო ტოლქმედი ძალის მომენტი ნებისმიერი ღერძის მიმართ ამავე ღერძის მიმართ მდგენელი ძალების მომენტების ალგებრული ჯამის ტოლია.

მაგალითი. მოცემულია $\vec{F}$ ძალა და ამ ძალის მოდების $M\,(x, y, z)$ წერტილი (ნახ. 7). ვიპოვოთ ამ ძალის მომენტები კოორდინატთა ღერძების მიმართ.

პირველი ხერხი. დავშალოთ ძალა $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ მდგენელებად ხოლო შემდეგ ვარინიონის თეორემის გამოყენებით გამოვითვალოთ თითოეული პროექციის მომენტებს ღერძების მიმართ. მაგალითად, x ღერძის მიმართ:



ნახ. 7

$$M_x(\vec{F}) = M_x(\vec{F}_x) + M_x(\vec{F}_y) + M_x(\vec{F}_z) = M_x(\vec{F}_z),$$

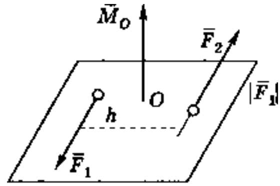
აქ გამოვიყენეთ ის ფაქტი, რომ $M_x(\vec{F}_x) = 0$ ($\vec{F}_x$ პროექცია პარალელურია x ღერძისა) და $M_x(\vec{F}_y) = 0$ ($\vec{F}_y$ პროექცია კვეთს x ღერძს).

მეორე ხერხი. მომენტები შეიძლება შემდეგი ფორმულებით გამოვითვალოთ:

$$M_x(\vec{\mathrm{F}}) = y \cdot F_z - z \cdot F_y,$$
$$M_y(\vec{\mathrm{F}}) = z \cdot F_x - x \cdot F_z,$$
$$M_z(\vec{\mathrm{F}}) = x \cdot F_y - y \cdot F_x$$

წყვილძალა

წყვილძალა ეწოდება ერთ წრფეზე არამდებარე პარალელური, მოდულით ტოლი და ურთიერთსაწინააღმდეგო მიმართულების მქონე ორი ძალისგან შემდგარ სისტემას. სიბრტყეს რომელშიც ეს ძალებია მოთავსებული წყვილძალის სიბრტეს უწოდებენ. ხოლო ამ ძალების მოქმედების წრფეებს შორის h მანძილს — წყვილძალის მხარს(ნახ. 8). წყვილძალას ტოლქმედი არ გააჩნია.



ნახ. 8

წყვილძალის მომენტის სიდიდე ტოლია ერთი ძალის მოდულისა, რომელიც გამრავლებულია წყვილძალის მხარზე და აღებულია «+» ან «−» ნიშნით:

$$M_O = \pm Fh.$$

«+» ნიშანი აიღება იმ შემთხვევაში, როცა წყვილძალა ცდილობს წყვილძალის სიბრტყე შემოაბრუნოს საათის ისრის საწინააღმდეგო მიმართულებით, ხოლო «−» კი — საათის ისრის მიმართულებით.

წყვილძალის მომენტი წყვილძალის სიბრტყის პერპენდიკულარულია და მიმართულია ისე რომ, თუ M_O ვექტორის წვეროდან გადმოვხედავთ — დავინახავთ, რომ წყვილძალა აბრუნებს წყვილძალის სიბრტყეს საათის ისრის მიმართულებით (სმ ნახ. 8).

შ ე ნ ი შ ვ ნ ა . ჩანაწერის სიმოკლისათვის, ტერმინებში «წყვილძალის მომენტის სიდიდე» და «ძალის მომენტის სიდიდე წერტილის მიმართ» (იხ. ზემოთ), შეიძლება გამოვტოვოთ სიტყვა «სიდიდე», თუკი ისედაც ცხადი იქნება კონტექსტი.

წონასწორობის განტოლებები ძალთა სხვადასხვა სისტემებისთვის
ძალთა სისტემის ცნება

$\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ … $\vec{F}_n$ ძალთა ერთობლიობას, რომლებიც მოცემულ სხეულზე მოქმედებენ, ***ძალთა სისტემა*** ეწოდება.

ძალთა სისტემის მთავარი $\vec{R}^*$ ვექტორი არის ამ ძალების გეომეტრიუ;ი ჯამი:

$$\vec{R}^* = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n.$$

მთავარი ვექტორის მოდული უდრის:

$$R^* = \sqrt{(R_x^*)^2 + (R_y^*)^2 + (R_z^*)^2}.$$

ძალთა სისტემის მთავარი მომენტი O წერტილის მიმართ ტოლია:

$$\vec{M}_O = \vec{M}_{1O} + \vec{M}_{2O} + \dots + \vec{M}_{nO},$$

სადაც $\vec{M}_{iO} = \vec{M}_O(\vec{F}_i), \mathrm{i} = \overline{1, \mathrm{n}}$.

მისი $\vec{M}_x, \vec{M}_y, \vec{M}_z$ პროექციები O წერტილზე გამავალ $x, \mathrm{y}, \mathrm{z}$ ღერძებზე ტოლია ძალთა სისტემის მთავარი მომენტებისა ამ ღერძების მიმართ:

$$M_x = M_{1x} + M_{2x} + \dots + M_{nx},$$
$$M_x = M_{1y} + M_{2y} + \dots + M_{ny},$$
$$M_x = M_{1z} + M_{2z} + \dots + M_{nz}.$$

$\vec{M}_O$ მთავარი მომენტის მოდული და მიმართულება განისაზღვრება შემდეგი ფორმულებით:

$$M_O = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$$

$$cos(\vec{M}_O, \vec{i}) = M_x/M_O, cos(\vec{M}_O, \vec{j}) = M_y/M_O.$$

$$cos(\vec{M}_O, \vec{k}) = M_z/M_O$$

სადაც, $\vec{\iota}$, $\vec{\mathrm{j}}$, $\vec{\mathrm{k}}$ — კოორდინატთა სისტემის ბაზისია.

თავმოყრილ ძალთა სისტემა

თავმოყრილი ეწოდება ძალებს, რომელთა მოქმედების წრფეები ერთ წერტილში გადაიკვეთება. თავმოყრილი ძალების

$\overrightarrow{R}$ ტოლქმედი მოდებულია ძალთა მოქმედების წრფეების თანაკვეთის წერტილში და ტოლია ამ ძალების გეომეტრიული ჯამისა:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n$$

წონასწორობის განტოლებები თავმოყრილ ძალთა ბრტყელი სისტემისთვის:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0, \\ \sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0, \end{cases}$$

წონასწორობის განტოლებები თავმოყრილ ძალთა სივრცული სისტემისთვის:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0, \\ \sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0, \\ \sum_{i=1}^{n} F_{iz} = 0. \end{cases}$$

პარალელურ ძალთა სისტემა

პარალელური ძალების წონასწორობის განტოლებები სიბრტყეზე.

.პარალელური ძალების წონასწორობის პირობა — სისტემის მთავარი ვექტორი და მთავარი მომენტი (O წერტილის მიმართ) ნულის ტოლია:

$$\overrightarrow{R^*} = 0, \ \overrightarrow{M} = 0.$$

ამ პირობებს შეესაბამება განტოლებათა შემდეგი სისტება:

$$
\text{ა)}\quad \begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n} M_{iO} = 0, \\ \sum\limits_{i=1}^{n} F_{iy} = 0. \end{cases}
$$

აქ y ღერძი ძალების პარალელურად არის აღებული.

არსებობს კიდევ სიბრტყეზე პარალელური ძალების წონასწორობის სხვა განტოლებათა სისტემაც:

$$
\text{ბ)}\quad \begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n} M_{iA} = 0, \\ \sum\limits_{i=1}^{n} M_{iB} = 0. \end{cases}
$$

ამასთან, AB წრფე არ უნდა იყოს ძალების პარალელური.

წონასწორობის განტოლებები ძალთა სივრცული სისტემებისთვის:

$$
\text{ა)}\quad \begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n} F_{ix} = 0 \quad \text{(ძალები } x \text{ ღერძის პარალელურია),} \\ \sum\limits_{i=1}^{n} M_{iy} = 0, \\ \sum\limits_{i=1}^{n} M_{iz} = 0. \end{cases}
$$

$$
\text{ბ)}\quad \begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n} F_{iy} = 0 \quad \text{(ძალები } y \text{ ღერძის პარალელურია),} \\ \sum\limits_{i=1}^{n} M_{ix} = 0, \quad mx'' = -mg - F_{yp} + Q \\ \sum\limits_{i=1}^{n} M_{iz} = 0. \end{cases}
$$

გ) $\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} F_{iz} = 0 & \text{(ძალები } z \text{ ღერძის პარალელურია),} \\ \sum_{i=1}^{n} M_{ix} = 0, \\ \sum_{i=1}^{n} M_{iy} = 0. \end{cases}$

ნებისმიერად მდებარე ძალთა სისტემა

ნებისმიერად განლაგებული ძალების წონასწორობის პირობაა — სისტემის მთავარი ვექტორი და მთავარი მომენტი (O წერტილის მიმართ) ნულის ტოლია:

$$\overrightarrow{R^*} = 0, \ \overrightarrow{M} = 0.$$

სიბრტყეში ნებისმიერად განლაგებული ძალთა სისტემის წონასწორობის განტოლებებს წარმოადგენს განტოლებათა შემდეგი შემდეგი სისტემები:

$$a) \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0, \\ \sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0, \\ \sum_{i=1}^{n} F_{iz} = 0. \end{cases} \qquad b) \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} F_{iu} = 0, \\ \sum_{i=1}^{n} F_{iA} = 0, \\ \sum_{i=1}^{n} F_{iB} = 0. \end{cases} \qquad c) \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} F_{iA} = 0, \\ \sum_{i=1}^{n} F_{iB} = 0, \\ \sum_{i=1}^{n} F_{iC} = 0. \end{cases}$$

იმისათვის რომ შესრულდეს b) სისტემა, u ღერძი არ უნდა იყოს AB წრფის პარალელური;

იმისათვის რომ შესრულდეს c) სისტემა, A, B და C წრფეები არ უნდა მდებარეობდნენ ერთ წრფეზე;

სიბრტყეზე ნებისმიერად განლაგებული ძალების დაყვანის შესაძლო შემთხვევები

სიბრტყეზე ნებისმიერად განაგებულ ძალთა სისტემის მოცემულ O ცენტრზე დაყვანის დროს შეიძლება მოხდეს შემდეგი შემთხვევები:

შემთხვევა I. $\overrightarrow{\mathrm{R}^*} = 0, \vec{M}_0 = 0$.

თუ ძალთა სისტემის მთავარი ვექტორიც და მთავარი მომენტიც დაყვანის ცენტრის მიმართ ნულის ტოლია, მაშინ ძალები აწონასწორებენ ერთმანეთს;

შემთხვევა II $\overrightarrow{\mathrm{R}^*} = 0, \vec{M}_0 \neq 0$

თუ ძალთა სისტემის მთავარი ვექტორი უდრის ნულს, ხოლო დაყვანის ცენტრის მიმართ მთავარი მომენტი არ უდრის ნულს, მაშინ ძალები დაიყვანება წყვილძალამდე.

ამ წყვილძალის მომენტი უდრის ძალთა სისტემის მთავარ მომენტს დაყვანის ცენტრის მიმართ.

ამ შემთხვევაში მოცემულ ძალთა სისტემის მთავარი მომენტები სიბრტყის ნებისმიერი წერტილის მიმართ სიდიდით ერთმანეთის ტოლია და მათი ნიშნებიც ემთხვევა ერთმანეთს.

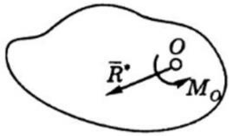
შემთხვევა III $\overrightarrow{\mathrm{R}^*} \neq 0, \vec{M}_0 = 0$

თუ ძალთა სისტემის მთავარი ვექტორი არ უდრის ნულს ხოლო დაყვანის ცენტრის მიმართ მთავარი მომენტი უდრის ნულს, მაშინ ძალები დაიყვანება $\vec{\mathrm{R}} = \overrightarrow{\mathrm{R}^*}$ ტოლქმედამდე. ამ ტოლქმედის მოქმედების წრფე გადის დაყვანის წერტილზე.

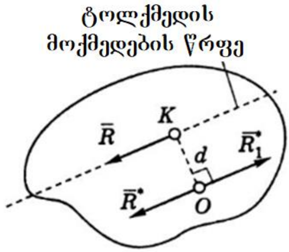
შემთხვევა IV $\overrightarrow{\mathrm{R}^*} \neq 0, \vec{M}_0 \neq 0$

ვაჩვენოთ, რომ ამ შემთხვევაშიც მოცემული ძალთა სისტემა დაიყვანება ერთ ძალამდე — ძალთა სისტემის ტოლქმედამდე.

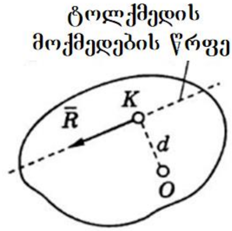
ვთქვათ, მაგალითად, რომ ძალთა მოცემული $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \ldots, \vec{F}_n$ სისტემა დაყვანილ იქნა დაყვანის წერტილში მოდებულ $\vec{R}^* = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n$ ძალამდე და აგრეთვე წყვილძალამდე $\vec{M}_O = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_{iO}$. დავუშვათ, რომ $\vec{M}_O > 0$ (ნახ. 9).



ნახ. 9



ნახ. 10



ნახ. 11

ავარჩიოთ $\vec{R}^*$ $\vec{R}$ და $\vec{R}$ ძალებისაგან შემდგარი წყვილძალა. მაშინ ამ წყვილძალის მხარი უნდა იღებდეს შემდეგ მნიშვნელობას:

$$d = \frac{M_O}{R^*}.$$

წყვილძალის ერთ-ერთი ძალა, მაგალითად $\overrightarrow{R_1^*}$, მოვდოთ O წერტილზე და მივმართოთ $\vec{R}^*$ ძალის საწინააღმდეგო მიმართულებით (ნახ. 10), მაშინ წყვილძალის მეორე ძალა მოდებულ უნდა იქნას ისეთ K წერტილში, რომელიც მდებარეობს $\overrightarrow{R_1^*}$ ძალის მოქმედების წრფის პერპენდიკულარულ $OK = d$ მონაკვეთზე ისე, რომ $\overrightarrow{R_1^*}$,$\vec{R}$ წყვილძალა ცდილობდეს ნახაზის სიბრტყის შემობრუნებას საათის ისრის საწინააღმდეგო მიმართულებით. დაყვანის O ცენტრში მოდებული $\overrightarrow{R_1^*}$ და $\vec{R}^*$ ძალები, როგორც ტოლი და ურთიერთსაწინააღმდეგოდ მიმართული ძალები, ერთმანეთს აწონასწორებენ და სისტემა დაიყვანება ერთ $\vec{R}$ ძალაზე, რომელიც ძალების მთავარი ვექტორის ტოლია და მოდებულია K წერტილში. ეს ძალა წარმოადგენს მოცემული სისტემის ტოლქმედს (ნახ. 11).

დაყვანის შემთხვევების განხილვის საფუძველზე, შეიძლება შემდეგი დასკვნის გაკეთება:

თუ სიბრტყეზე ნებისმიერად განლაგებული ძალები არ აწონასწორებენ ერთმანეთს მაშინ ისინი შეიძლება დაყვანილ იქნას ერთ ძალამდე ან წყვილძალამდე.

სივრცეში ნებისმიერად განლაგებული ძალების წონასწორობის განტოლებები

$\vec{F}_1, \vec{F}_2, \ldots, \vec{F}_n$ ძალთა სისტემის $\overrightarrow{M_O}$ მთავარი მომენტისა და $\vec{R}^*$

მთვარი ძალის მოდულები გამოითვლება შემდეგი ფორმულებით:

$$M_O = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}; \;\; R^* = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}.$$

მათი ნულთან ტოლობის პირობებია:

$$M_x = 0, \qquad M_y = 0, \qquad M_z = 0, \qquad F_x = 0, \qquad F_y = 0, \qquad F_z = 0,$$

რომელთაც შეესაბამება სივრცეში ნებისმიერად განლაგებული n ცალი ძალის წონასწორობის შემდეგი ექვსი განტოლება:

$$1)\sum_{i=1}^{n} M_{ix}; \qquad 1)\sum_{i=1}^{n} F_{ix};$$

$$1)\sum_{i=1}^{n} M_{iy}; \qquad 1)\sum_{i=1}^{n} F_{iy};$$

$$1)\sum_{i=1}^{n} M_{iz}; \qquad 1)\sum_{i=1}^{n} F_{iz};$$

1)—3) განტოლებებს უწოდებენ ძალთა მომენტების განტოლებებს კოორდინატთა ღერძების მიმართ, ხოლო 4)—6) განტოლებებს — ძალების ღერძებზე პროექციის განტოლებებს.

სივრცეში ნებისმიერად განლაგებული ძალების დაყვანის შესაძლო შემთხვევები

სივრცეში ნებისმიერად განლაგებული ძალების მოცემულ ცენტრში დაყვანის დროს შესაძლებელია მოხდეს შემდეგი შემთხვევები:

შემთხვევა I. $\overrightarrow{\mathrm{R}^*} = 0, \vec{M}_0 = 0.$

თუ სივრცეში ნებისმიერად განლაგებულ ძალთა სისტემის მთავარი ვექტორი და მთავარი მომენტი დაყვანის წერტილის მიმართ ნულის ტოლია, მაშინ ასეთი ძალები ერთმანეთს აწონასწორებენ.

შემთხვევა II. $\overrightarrow{\mathrm{R}^*} = 0, \vec{M}_0 \neq 0.$

თუ ძალთა სისტემის მთავარი ვექტორი ნულის ტოლია, ხოლო მისი მთავარი მომენტი დაყვანის წერტილის მიმართ არ უდრის ნულს, მაშინ ეს ძალები დაიყვანება წყვილძალამდე. ამ წყვილძალის მომენტი ძალთა სისტემის მთავარი მომენტის ტოლია დაყვანის წერტილის მიმართ. ამ შემთხვევაში სისტემის მთავარი მომენტები სივრცის ნებისმიერი წერტილის მიმართ გეომეტრიულად ერთმანეთის ტოლია.

შემთხვევა III. $\overrightarrow{\mathrm{R}^*} \neq 0, \vec{M}_0 = 0.$

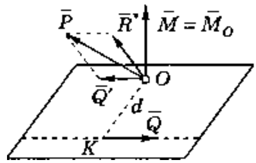
თუ ძალთა სისტემის მთავარი ვექტორი არ უდრის ნულს, ხოლო მისი მთავარი მომენტი დაყვანის ცენტრის მიმართ ნული ტოლია, მაშინ ძალები დაიყვანება ტოლქმედამდე $\overrightarrow{R_1^*} = \vec{R}$, რომლის მოქმედების წრფე გადის დაყვანის ცენტრზე.

შემთხვევა IV. $\overrightarrow{\mathrm{R}^*} \neq 0, \vec{M}_0 \neq 0, \vec{M}_0 \perp \overrightarrow{\mathrm{R}^*}.$

თუ ძალთა სისტემის მთავარი მომენტი დაყვანის წერტილის მიმართ ძალთა სისტემის მთავარი ვექტორის მართობულია, მაშინ ძალები დაიყვანება ტოლქმედამდე $\overrightarrow{R_1^*} = \vec{R}$, რომლის მოქმედების წრფე არ გადის დაყვანის ცენტრზე.

<u>შ ე ნ ი შ ვ ნ ა:</u> I—IV შემთხვევები შესაძლებელია მაშინ, თუ ძალები ერთ სიბრტყეში მდებარეობენ.

შემთხვევა V. $\overrightarrow{R^*} = 0, \overrightarrow{M_O} = 0, \overrightarrow{M_O}$ ვექტორი არ არის $\overrightarrow{R^*}$ *ვექტორის მართობული.*



ნახ. 12

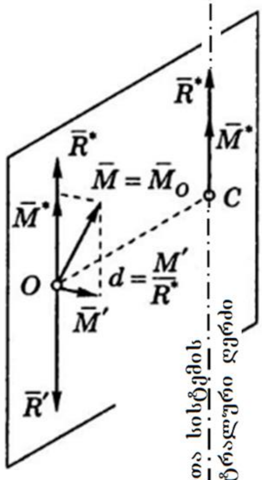
თუ ძალთა სისტემის მთავარი მომენტი დაყვანის წერტილის მიმართ არ არის ძალთა სისტემის მთავარი ვექტორის მართობული, მაშინ ძალები დაიყვანება ან ორ ურთიერთგადამკვეთ ძალამდე ან სპირალამდე (დინამამდე), ანუ ძალისა და წყვილძალის ისეთ ერთობლიობამდე, როცა წყვილძალის მოქმედების სიბრტყე ძალის მართობულია.

განვიხილოთ შემთხვევა, როცა ძალთა სისტემა ორ აცდენილ ძალამდე დაიყვანება (ნახ. 12). ვთქვათ, ძალთა სისტემის რაიმე ცენტრზე დაყვანის შემდეგ მიიღება $\overrightarrow{R^*}$ ძალა, რომელიც ამ ცენტრზე მოდებული მთავარი ვექტორის ტოლია და მიიღება აგრეთვე წყვილძალა, რომლის $\vec{M} = \overrightarrow{M_0}$ მომენტი $\overrightarrow{R^*}$ ვექტორის მართობულია.

გავავლოთ წყვილძალის $\vec{M}$ მომენტის მართობული სიბრტყე. ავირჩიოთ წყვილძალის მხარი d და $Q = Q' = M/d$ წყვილძალა. მოვათავსოთ ამ სიბრტყეში მიერთებული წყვილძალის ექვივალენტური $\vec{Q}\ \overrightarrow{Q'}$ წყვილძალა,. წყვილძალის ერთ-ერთი $\overrightarrow{Q'}$ ძალა მოვდოთ O წერტილში, ხოლო $\vec{Q}$ ძალა — $\overrightarrow{Q'}$ ძალის პერპენდიკულარულად გავლებული OK მონაკვეთის მეორე ბოლოში. თუ O წერტილში მოდებულ $\overrightarrow{R^*}$ და $\overrightarrow{Q'}$ ძალებს შევკრებთ, მივიღებთ ახალ $\vec{P}$ ძალას, რომელიც K წერტილზე გამავალ $\vec{Q}$ ძალასთან ერთად წარმოადგენს აცდენილ ძალთა ერთობლიობას.

ვაჩვენოთ, რომ ამ შემთხვევაშიც განსახილველი სისტემა შეიძლება დინამამდე დავიყვანოთ, რომელიც ისეთი ძალისა და წყვილძალის ერთობლიობაა, როცა წყვილძალა მოთავსებულია ძალის მოქმედების წრფის მართობულ სიბრტყეში.

დავუშვათ, რომ ძალთა მოცემული სისტემის O ცენტრზე დაყვანის შედეგად მიღებულია ამ ცენტრზე მოდებული $\overrightarrow{\mathrm{R}^*}$ ძალა და წყვილძალა, რომლის $\vec{M}$ მომენტი ემთხვევა ძალთა სისტემის ისეთ მთავარ $\overrightarrow{M_0}$ მომენტს, რომელიც არ არის $\overrightarrow{\mathrm{R}^*}$ ვექტორის მართობული. (ნახ. 13).



ნახ. 13

ცნობილია, რომ წყვილძალა შეიძლება შეიცვალოს ორი წყვილძალით. ამისათვის წყვილძალის $\vec{M}$ მომენტი დავშალოთ ორ მდგენელად: $\overrightarrow{\mathrm{M}^*}$ მდგენელად, რომელიც მიმართულია $\overrightarrow{\mathrm{R}^*}$-ის მიმართულებით და $\overrightarrow{\mathrm{M}'}$ მდგენელად, რომელიც მიმართულია $\overrightarrow{\mathrm{R}^*}$-ის მართობულად

$$\vec{M} = \overrightarrow{M^*} + \overrightarrow{M'}$$

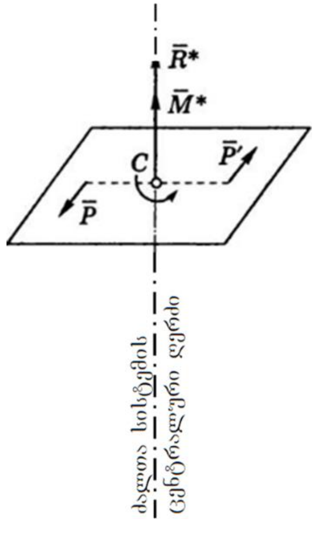
გამოვსახოთ სიბტყეზე $\overrightarrow{M'}$ მომენტის მქონე წყვილძალა. ამ წყვილძალის ძალების მოდული ავიღოთ $\overrightarrow{\mathrm{R}^*}$-ის მოდულის ტოლად. წყვილძალის ერთ-ერთი $\overrightarrow{\mathrm{R}'}$ ძალა მოვდოთ O ცენტრზე და მივმართოთ მთავარი ვექტორის საწინააღმდეგო მიმართულებით. ამ წყვილძალის მხარი იქნება:

$$d = \frac{M'}{R^*} \qquad (1)$$

O წერტილიდან გადავლოთ $\overrightarrow{\mathrm{R}^*}$ და $\overrightarrow{M'}$ ვექტორების მართობული $d = OC$ მხარი ისეთი მიმართულებით, რომ თუ წყვილძალის $\overrightarrow{M'}$ მომენტის ვექტორს შემხვედრი მიმართულებიდან შევხედავთ, წყვილძალა დავინახოთ სიბრტყის საათის ისრის საწინააღმდეგოდ მობრუნების მცდელი.

O წერტილზე მოდებული $\overrightarrow{R^*}$ და $\overrightarrow{R'}$ ძალები ერთმანეთს აწონასწორებს. რჩება მხოლოდ C წერტილზე მოდებული $\overrightarrow{R^*}$ ძალა და მისი პარალელური $\overrightarrow{M^*}$ მომენტის მქონე წყვილძალა. $\overrightarrow{R^*}$ თავისუფალი ვექტორია და შეგვიძლია გადავიტანოთ O წერტილიდან C წერტილში.

წრფეს, რომლის გასწვრივაც მიმართულია $\overrightarrow{R^*}$ *და* $\overrightarrow{M'}$ ვექტორები, ***სისტემის ცენტრალური ღერძი*** ეწოდება (ნახ. 13).



ნახ. 14

$\overrightarrow{R^*}$ ძალისა და ამ ძალის მოქმედების მართობულ სიბრტყეში მდებარე $\overrightarrow{M^*}$ მომენტის მქონე $\vec{P}$, $\overrightarrow{P'}$ წყვილძალის ერთობლიობას დინამა ეწოდება(ნახ. 14).

C წერტილში მოდებული $\overrightarrow{R^*}$ ძალისა და $\overrightarrow{M^*}$ მომენტიანი წყილძალის მიღებული ერთობლიობა შეგვიძლია განვიხილოთ როგორც ცენტრალური ღერძის C წერტილზე ძალთა სისტემის დაყვანის შედეგი. აქედან გამომდინარე, წყილძალის $\overrightarrow{M^*}$ მომენტი მოცემულ ძალთა სისტემის C წერტილის მიმართ მთავარი $\overrightarrow{M_C}$ მომენტის ტოლია. ვინაიდან ცენტრალური ღერძი ამავე დროს წარმოადგენს $\overrightarrow{R^*}$ მოქმედების წრფეს, ხოლო $\overrightarrow{M^*}$ წარმოადგენს თავისუფალ ვექტორს, ამიტომ $\overrightarrow{R^*}$ ძალისა და წყვილძალის $\overrightarrow{M^*}$ მომენტის ერთობლიობა შეგვიძლია გადავიტანოთ ცენტრალური ღერძის ნებისმიერ წერტილში. აქედან დავასკვნით, რომ ***ძალთა სისტემის მთავარი მომენტები ცენტრალური ღერძის ნებისმიერი წერტილის მიმართ ტოლია ერთიდაიგივე $\overrightarrow{M^*}$ ვექტორისა.***

განვიხილოთ საკითხი, თუ როგორ შეიცვლება ძალთა სისტემის $\overrightarrow{M_O}$ მთავარი მომენტი ნებისმიერი O წერტილის მიმართ, როცა ამ წერტილის მდებარეობა იცვლება მთავარ ღერძთან მიმართებაში.

ვინაიდან

$$\vec{M} = \overrightarrow{M_O} = \overrightarrow{M^*} + \overrightarrow{M'},$$

სადაც, (1) ფორმულის თანახმად,

$$\overrightarrow{M'} = \overrightarrow{R^*} * d,$$

ამიტომ $\overrightarrow{M_O}$ მთავარი მომენტის მოდული შეგვიძლია ვიპოვოთ შემდეგი ფორმულით:

$$M_O = \sqrt{M^{*2} + M'^2} = \sqrt{M^{*2} + R^{*2}d},$$

სადაც d არის მანძილი O წერტილიდან მთავარ ღერძამდე. $\overrightarrow{M_O}$ ვექტორის მიმართულება განისაზღვრება $\overrightarrow{M_O}$ და $\overrightarrow{R^*}$ ვექტორებს შორის შექმნილი კუთხით:

$$\cos\left(\vec{M}_0, \vec{R^*}\right) = \frac{M^*}{M_O} = \frac{M^*}{\sqrt{M^{*2} + R^{*2}d}}.$$

ცხადია, რომ, როცა $\overrightarrow{M^*} > 0$, მაშინ $cos(\overrightarrow{M_O}, \overrightarrow{R^*}) > 0$, ამიტომ $\angle(\overrightarrow{M_O}, \overrightarrow{R^*}) < 90°$ და $\overrightarrow{M^*}$ ვექტორის მიმართულება დაემთხვევა $\overrightarrow{R^*}$ ვექტორის მიმართულებას (ნახ. 13). თუ $cos(\overrightarrow{M_O}, \overrightarrow{R^*}) < 0$, გვექნება $\overrightarrow{M^*} < 0$, მაშინ $\angle(\overrightarrow{M_O}, \overrightarrow{R^*}) > 90°$,. ანუ $\overrightarrow{M^*}$ და $\overrightarrow{R^*}$ ურთიერთსაწინააღმდეგოდ იქნებიან მიმართულნი.

ძალთა სისტემის ინვარიანტები

ძალთა სისტემის პირველ (ვექტორულ) ინვარიანტს წარმოადგენს ძალთა სისტემის მთავარი ვექტორი, ხოლო მეორე (სკალარული) ინვარიანტი არის ამ სისტემის მთავარი ვექტორის და მთავარი მომენტის სკალარული ნამრავლი.

უმცირესი მთავარი მომენტის გამოსათვლელად გამოიყენება ფორმულა:

$$M^* = \frac{R_x^* M_x + R_y^* M_y + R_z^* M_z}{R^*}.$$

იმის გამო, რომ ამ წილადის მრიცხველიც და მნიშვნელიც ინვარიანტულია დაყვანის ცენტრის მიმართ, ამიტომ უმცირესი მთავარი მომენტიც ინვარიანტული იქნება დაყვანის ცენტრის მიმართ. ეს იმას ნიშნავს, რომ განსახილველი სისტემის ნებისმიერი წერტილის მიმართ მთავარი მომენტის მთავარი ვექტორის მიმართულებაზე პროექციის სიდიდე არის მუდმივი და არ არის ცენტრის მდებარეობაზე დამოკიდებული.

ძალთა სისტემის ცენტრალური ღერძის ნებისმიერ წერტილზე დაყვანის დროს მიიღება ორი ინვარიანტული ვექტორი $\overrightarrow{M_O}$ და $\overrightarrow{R^*}$, რომელთა ერთობლიობაც ქმნის დინამას.

ძალთა სისტემის მთავარი ღერძი წარმოადგენს სივრცის ისეთ წერტილთა გეომეტრიულ ადგილს, რომელთა მიმართ მთავარი მომენტებს მინიმალური მოდული გააჩნიათ $M_{min} = \left|\overrightarrow{M^*}\right|$ და ამ ღერძის გასწვრივ არიან მიმართული.

ცენტრალური ღერძის განტოლება შემდეგნაირად იწერება:

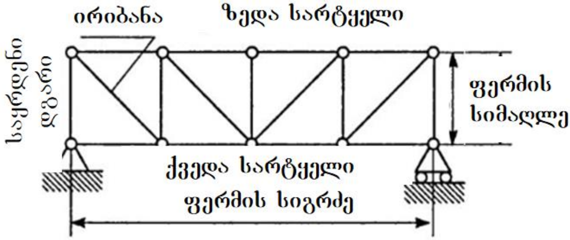
$$\frac{M_z - \left(yR_z^* - zR_y^*\right)}{R_x^*} = \frac{M_y - \left(zR_x^* - xR_z^*\right)}{R_y^*} = \frac{M_z - \left(xR_y^* - yR_x^*\right)}{R_z^*} = \frac{M^*}{R_z^*},$$

სადაც, R^* — მოცემულ ძალთა სისტემის მთავარი ვექტორის მნიშვნელობაა; R_x^*, R_y^*, R_x^* —*მთ*ავარი ვექტორის პროექციების სიდიდეებია x , y , z ღერძებზე; $M_x\, M_y\, M_z$ — კოორდინათთა სათავის მიმართ $\overrightarrow{M_O}$ მთავარი მომენტის ღერძებზე პროექციების მნიშვნელობებია; x , y , z —ცენტრალური ღერძის წერტილების კოორდინატების მიმდინარე მნიშვნელობებია.

ფერმები. დაძაბულობის განსაზღვრა ფერმის ღეროებში

ფერმის განმარტება

ფერმა ეწოდება გეომეტრიულად უცვლელ კვანძურ-ღეროვან კონსტრუქციას (ნახ. 15).



ნახ. 15

თუ ფერმის ღეროების ღერძები ერთ სიბრტყეშია მოთავსებული, მაშინ ფერმას უწოდებენ ***ბრტყელს.*** წერტილებს, რომელშიც გადაიკვეთებიან ფერმის ღეროები, ***ფერმის კვანძებს*** უწოდებენ, ხოლო იმ კვანძებს, რომლებსაც ფერმა ეყრდნობა, ***საყრდენ კვანძებად*** მოიხსენიებენ.

ბრტყლი ფერმის ზედა კონტურზე მდებარე ღერო ქმნის ***ზედა სარტყელს,*** ხოლო ქვედა კონტურზე მდებარე — ***ქვედა სარტყელს.***

ვერტიკალურ ღეროებს საყრდენ ღეროებად მოვიხსენიებთ, დახრილ ღეროებს—***ირიბანებად.***

არსებობს ფერმის კვანძებში ძალვის განსაზღვრის ორი მეთოდი: კვანძების ამოჭრის მეთოდი და კვეთის მეთოდი(რიტერის მეთოდი).

კვანძების ამოჭრის მეთოდი

ეს მეთოდი მდგომარეობს იმაში, რომ აზრობრივად ჭრიან ფერმის კვანძებს და მათ ადგილზე მოდებენ შესაბამის გარეგან ძალებს და ღეროების რეაქციის ძალებს და ამ ძალებისთვის ადგენენ წონასწორობის განტოლებებს ყოველი კვანძისთვის.

იმის გამო, რომ წინასწარ ცნობილი არ არის რომელი ღეროა შეკუმშული და რომელი გაჭიმული, თავიდან თვლიან, რომ ყველა ღერო გაჭიმულია, ანუ გულისხმობენ, რომ ღეროების რეაქციის ძალები მომართულია კვანძებიდან. შემდგომში, გამოთვლების შედეგად თუ რომელიმე ღეროისთვის მიიღება პასუხი „მინუს“ ნიშნით, თვლიან რომ ეს ღერო შეკუმშულია.

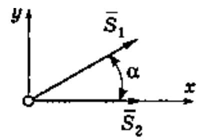
ღეროების ნაპოვნი რეაქციები მოდულით ღეროებში არსებული შინაგანი ძალვების ტოლია.

კვანძების განხილვის თანმიმდევრობა, როგორც წესი, განისაზღვრება იმ პირობით, რომ კვანძზე მოდებული უცნობი ძალების რაოდენობა არ უნდა აღემატებოდეს ძალების წონასწორობის განტოლებათა რაოდენობას. (ორს — ბრტყელი ფერმისთვის და სამს — სივრცული ფერმისთვის). ასეთ შემთხვევაში, უცნობები ერთბაშად გამოითვლება მოცემულ კვანძზე მოქმედი ძალების წონასწორობის განტოლებებიდან.

თუ ფერმა ბრტყელია, მაშინ შესაძლებელია გამოთვლების სისწორე შევამოწმოთ კვანძებზე მოდებული ძალებისგან შემდგარი მრავალკუთხედების აგებით –– ეს მრავალკუთხედები უნდა წარმოადგენდნენ ჩაკეტილ მრავალკუთხედებს.

დატვირთული ფერმის ცალკეულ ღეროებში ძალვა შეიძლება ნულის ტოლი აღმოჩნდეს. ასეთ ღეროებს ნულოვან ღეროებს უწოდებენ. ქვემოთ მოცემულია ლემები, რომელთა საშუალებითაც შეგვიძლია ვიპოვოთ ბრტყელი ფერმის ნულოვანი ღეროები გამოთვლების ჩატარების გარეშე.

ლემა 1: თუ ფერმის არადატვირთულ კვანძში ორი ღერო იკრიბება, მაშინ ძალვა ამ ღეროებში ნულის ტოლია(ნახ.16).



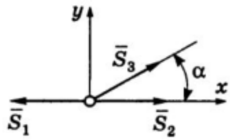
ნახ. 16

განსახილველ კვანძში მოქმედებს $\overrightarrow{S_1}$ და $\overrightarrow{S_2}$ ძალებისაგან შემდგარი სისტემა. შევადგინოთ ამ ძალებისათვის წონასწორობის განტოლებები:

$$\begin{cases} S_2 + S_1 \cos\alpha = 0, \\ S_1 \cos\left(90^\circ - \alpha\right) = 0. \end{cases}$$

შესაბამისად, $S_1 = S_2 = 0$.

ლემა 2: თუ ბრტყელი ფერმის დაუტვირთავ კვანძში თავს იყრის ისეთი სამი ღერო, რომელთაგან ორი ღერო ერთ წრფეზე მდებარეობს, მაშინ ძალვა მესამე ღეროში ნულის ტოლია. პირველ და მეორე ღეროებში ძალვები მოდულით ერთმანეთის ტოლია (ნახ. 17).



ნახ. 17

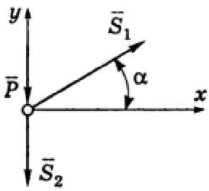
ჩავწეროთ კვანძზე მოქმედი ძალების წონასწორობის წონასწორობის განტოლებები (თავმოყრილ ძალთა ბრტყელი სისტემა):

$$\begin{cases} -S_1 + S_2 + S_3\cos\alpha = 0, \\ S_3\cos\left(90^\circ - \alpha\right) = 0. \end{cases}$$

შესაბამისად, $S_3 = 0$; $S_1 = S_2 = 0$

ლემა 3: თუ ბრტყელი ფერმის კვანძში თავს იყრის ორი ღერო და კვანძზე მოდებულია ისეთი გარე ძალა, რომლის მოქმედების წრფე ემთხვევა ერთ-ერთი ღეროს მოქმედების ღერძს, მაშინ ამ ღეროს ძალვა მოდულით მოდებული ძალის ტოლია, ხოლო ძალვა მეორე ღეროში ნულის ტოლია (ნახ. 18).

მართლაც, კვანძზე მოქმედი ძალების წონასწორობის განტოლებებია:



ნახ. 18

$$\begin{cases} S_1\cos\alpha = 0, \\ -P - S_2 + S_1\cos\alpha = 0. \end{cases}$$

შესაბამისად, $S_1 = 0$; $S_2 = -P$.

კვეთის მეთოდი, ანუ რიტერის მეთოდი

კვეთის მეთოდით ფერმების გათვლებისას რეკომენდირებულია დავიცვათ მოქმედებების შემდეგი თანმიმდევრობა:

1. განვიხილავთ ფერმის, როგორც მყარი სხეულის, წონასწორობას, რომელზეც ძალთა ბრტყელი სისტემა მოქმედებს და განვსაზღვრავთ საყრდენ რეაქციებს.

2. აზრობრივად ვჭრით ფერმას ორ ნაწილად ისე, რომ გაჭრილი ღეროების რაოდენობა არ აღემატებოდეს სამს და ვცვლით ფერმის გადაგდებული ნაწილის ზემოქმედებას ღეროების მოსალოდნელი ძალვებით, ამასთან ჩავთლით, რომ ყველა ფერმა გაჭიმულია.

3. ვადგენთ ფერმის დარჩენილი ნაწილის წონასწორობის განტოლებას ისე, რომ თითოეულ განტოლებაში შედიოდეს ერთი საძიებელი ძალვა; ამისათვის ვადგენთ მომენტების განტოლებას იმ წერტილების მიმართ, სადაც გადაიკვეთება ორი უცნობი ძალვის მოქმედების წრფეები; თუ ორი ღერო პარალელურია, მაშინ ვადგენთ პროექციის განტოლებას ამ ღეროების მართობულ ღერძზე, სადაც ასევე შევა ერთი უცნობი ძალვა.

4. ამოვხსნით რა თითოეულ შედგენილ განტოლებას, ჩვენ ვიპოვით ღეროების მოსალოდნელ ძალვებს. თუ პასუხში მივიღებთ „მინუს“ ნიშანს, მაშინ ჩავთვლით, რომ ღერო შეკუმშულია და არა გაჭიმული.

მყარი სხეულის სიმძიმის ცენტრი

მოცემულია $\vec{F}_1\,\vec{F}_2,\ldots,\vec{F}_n$ პარალელური ძალების სისტემა რომელიც დაიყვანება ტოლქმედამდე. ჩავთვალოთ, რომ ამ ძალების მოდების წერტილები ფიქსირებულია.

პარალელური ძალების ცენტრს უწოდებენ ტოლქმედი ძალის მოდების ისეთ C წერტილს, რომლის გარშემოც ყველა პარალელური ძალის ერთიდაიმავე კუთხით შემობრუნებით (მათი პარალელურობის შენარჩუნებით), ტოლქმედიც შემობრუნდება იგივე კუთხით.

პარალელურ ძალთა C ცენტრის კოორდინატები გამოითვლება შემდეგი ფორმულებით:

$$x_C=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\pm F_i x_i\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(\pm F_i\right)},\ \ y_C=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\pm F_i y_i\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(\pm F_i\right)},\ z_C=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\pm F_i z_i\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(\pm F_i\right)},$$

სადაც, $x_i, y_i z_i$, წარმოადგენენ $\vec{F_i}$ ძალის მოდების წერტილის კოორდინატებს, F_i—ძალის მოდულია; $\pm F_i$ —არის $\vec{F_i}$ ძალის პროექცია ძალების პარალელურ ღერძზე. ამასთან, პროექციის სიდიდე ითვლება დადებითად, თუ $\vec{F_i}$ ძალისა დაა პარალელური ღერძის მიმართულებები ერთმანეთს ემთხვევა, სხვა შემთხვევაში —უარყოფითად.

თუ მყარი სხეული მდებარეობს დედამიწის ზედაპირთან ახლოს, მაშინ ამ სხეულის ნებისმიერ ნაწილაკზე მოდებულია სიმძიმის ძალა (ჩავთვალოთ, რომ მატერიალური ნაწილაკები მყარ სხეულზე განლაგებულია უწყვეტად.). ორი ისეთი მატერიალური ნაწილაკის სიმძიმის ძალები, რომელთა შორის დაშორება 31 მეტრია, ერთმანეთთან ადგენს ერთი სეკუნდის ტოლ კუთხეს.

$\vec{P}_1,\ \vec{P}_2,\ldots,\ \vec{P}_n$, პარალელური სიმძიმის ძალების ცენტრს ეწოდება *მყარი სხეულის სიმძიმის ცენტრი* C, ხოლო მისი ყველა ნაწილაკის სიმძიმის ძალათა ჯამს ***მყარი სხეულის წონა*** ეწოდება:

$$\vec{P}=\sum_{i=1}^{n}\vec{P}_i\,. \qquad (1)$$

მყარი სხეულის სიმძიმის C ცენტრის x_C, y_C, z_C კოორდინატები შემდეგი ფორმულებით გამოითვლება:

$$x_C = \frac{1}{P}\sum_{i=1}^{n} P_i x_i, \quad y_C = \frac{1}{P}\sum_{i=1}^{n} P_i y_i\,, \quad z_C = \frac{1}{P}\sum_{i=1}^{n} P_i z_i. \qquad (2)$$

ეს ფორმულები მიახლოებით ფორმულებს წარმოადგენენ. ეს იმიტომ, რომ i-ური მატერიალური ნაწილაკის $\vec{P}_i$ ცენტრის მოდების წერტილის x_i, y_i, z_i კოორდინატები გამოითვლება ამ ნაწილაკის ზომებამდე სიზუსტით.

განვიხილოთ ისეთი ერთგვაროვანი მყარი სხეულები რომელთა მატერიალური ნაწილაკების კუთრი წონა მუდმივია.

ერთგვაროვანი სხეულის C სიმძიმის ცენტრის x_C, y_C, z_C კოორდინატები მიახლოებით გამოითვლება შემდეგი ფორმულებით:

$$x_C = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{n} x_i \Delta v_i, \quad x_C = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{n} x_i \Delta v_i, \quad x_C = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{n} x_i \Delta v_i,$$

სადაც, Δv_i არის i-ური მატერიალური ნაწილაკის მოცულობა. V არის მყარი სხეულის მოცულობა:

$$V = \sum_{i=1}^{n} \Delta v_i.$$

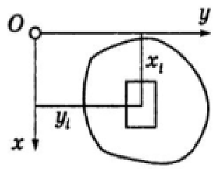
გამოთვლების სიზუსტის გასაზრდელად მყარი სხეული რაც შეიძლება მცირე ზომის მატერიალურ ნაწილაკებად უნდა დავყოთ.

ერთგვაროვანი ზედაპირის C სიმძიმის ცენტრის x_C, y_C, z_C კოორდინატები მიახლოებით გამოითვლება შემდეგი ფორმულებით:

$$x_C = \frac{1}{S}\sum_{i=1}^{n} x_i \Delta s_i, \quad y_C = \frac{1}{S}\sum_{i=1}^{n} y_i \Delta s_i, \quad z_C = \frac{1}{S}\sum_{i=1}^{n} z_i \Delta s_i, \qquad (3)$$

სადაც, Δs_i არის i-ური მატერიალური ნაწილაკის ფართობი. S არის მყარი სხეულის ფართობი

$$S = \sum_{i=1}^{n} \Delta s_i$$



ნახ. 19

xy სიბრტყეში მდებარე ფირფიტისთვის (3) ფორმულები მიიღებენ შემდეგ სახეს (ნახ. 19):

$$x_C = \frac{1}{S}\sum_{i=1}^{n} x_i \Delta s_i, \quad y_C = \frac{1}{S}\sum_{i=1}^{n} y_i \Delta s_i, \quad z_C = 0 \qquad (4)$$

აქ, $\sum_{i=1}^{n} x_i \Delta s_i$, $\sum_{i=1}^{n} y_i \Delta s_i$ ჯამებს ***ფართობის სტატიკური მომენტები*** ეწოდებათ:

$\sum_{i=1}^{n} x_i \Delta s_i = M_{sx}$ – ერთგვაროვანი ბრტყელი ფართეულის სტატიკური მომენტი x ღერძის მიმართ.

$\sum_{i=1}^{n} y_i \Delta s_i = M_{sy}$ – ერთგვაროვანი ბრტყელი ფართეულის სტატიკური მომენტი y ღერძის მიმართ.

თუ ერთგვაროვანი ბრტყელი ფიგურის სიმძიმის ცენტრი C დევს რაიმე ღერძზე, მაშინ ფართობის სტატიკური მომენტი ამ ღერძის მიმართ ნულის ტოლია, მაგალითად, თუ სიმძიმის ცენტრი C დევს x ღერძზე, მაშინ:

$$M_{sx} = \sum_{i=1}^{n} x_i \Delta s_i = 0.$$

ერთგვაროვანი მრუდის C სიმძიმის ცენტრის x_C, y_C, z_C კოორდინატები მიახლოებით გამოითვლება შემდეგი ფორმულებით:

$$x_C = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{n} x_i \Delta l_i, \quad y_C = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{n} z_i \Delta l_i, \quad z_C = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{n} z_i \Delta l_i, \qquad (5)$$

სადაც, Δl_i არის i-ური მატერიალური ნაწილაკის ფართობი. L არის მყარი სხეულის სიგრძე(მრუდის, მაგალითად — მავთულის):

$$L = \sum_{i=1}^{n} \Delta l_i.$$

თუ ბრტყელი მრუდი xy სიბრტყეში დევს, მაშინ $z_C = 0$.

თუ ხერხდება თითეული ნაწილაკის მოცულობის, ფართობის ან სიგრძის, აგრეთვე მათი სიმძიმის ცენტრების ზუსტი გამოთვლა, მაშინ (2) — (5) განტოლებები იძლევიან მთელი სხეულის სიმძიმის ცენტრის კოორდიატების არა მიახლოებით, არამედ ზუსტ მნიშვნელობებს

ა) ერთგვაროვანი სივრცული მყარი სხეულისთვის —

$$x_C = \frac{1}{V}\int_{(V)} x dv, \quad y_C = \frac{1}{V}\int_{(V)} y dv, \quad z_C = \frac{1}{V}\int_{(V)} z dv,$$

სადაც, $V = \int_{(V)} dv$ (ინტეგრება ხდება მყარი სხეულის მთელ მოცულობაზე;

ბ) ერთგვაროვანი ზედაპირისთვის —

$$x_C = \frac{1}{S}\int_{(S)} x dv, \quad y_C = \frac{1}{S}\int_{(S)} y dv, \quad z_C = \frac{1}{S}\int_{(S)} z dv,$$

სადაც, $S = \int_{(S)} ds$ (ინტეგრება ხდება მყარი სხეულის მთელ ფართობზე);

გ) xy სიბრტყეში მდებარე ერთგვაროვანი ბრტყელი ზედაპიროსთვის—

$$x_C = \frac{1}{S}\int_{(S)} x dv, \quad y_C = \frac{1}{S}\int_{(S)} y dv, \quad z_C = 0;$$

დ) ერთგვაროვანი მრუდისთვის—

$$x_C = \frac{1}{L}\int_{(L)} x dv, \quad y_C = \frac{1}{L}\int_{(L)} y dv, \quad z_C = \frac{1}{L}\int_{(L)} z dv,$$

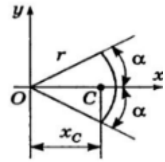
სადაც $L = \int_{(L)} d\,l$ (ინტეგრება ხდება მყარი სხეულის მთელ სიგრეზე).

თუ მრუდი ბრტყელია და xy სიბრტყეში დევს, მაშინ $z_c = 0$.

თუ ერთგვაროვან სსხეულს გააჩნია სიმეტრიის სიბრტყე, მაშინ სიმძიმის ცენტრი ამ სიბრტყეში დევს. თუ გაჩნია სიმეტრიის ღერძი, მაშინ სიმძიმის ცენტრი ამ ღერძზე დევს.

უმარტივესი სიმეტრიული ფორმის მქონე ერთგვაროვანი მყარი სხეულების სიმძიმის ცენტრები:

ა) ერთგვროვანი მართკუთხედის სიმძიმის ცენტრი მისი დიაგონალების გადაკვეთის წერტილში მდებარეობს;



ნახ. 20

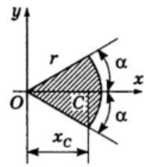
ბ) ერთგვროვანი სამკუთხედის სიმძიმის ცენტრი მისი მედიანების გადაკვეთის წერტილში მდებარეობს;

გ) ერთგვაროვანი წრის რკალის სიმძიმის ცენტრი მისი სიმეტრიის ღერძზე მდებარეობს და განისაზღვრება კოორდინატებით (ნახ. 20):

$$x_C = r\frac{\sin\alpha}{\alpha}, \quad y_C = 0,$$

სადაც, r —წრის რადიუსია, α—ცენტრალური კუთხის ნახევრის ტოლია.

დ) ერთგვაროვანი წრის სექტორის მისი სიმეტრიის ღერძზე მდებარეობს და განისაზღვრება კოორდინატებით(ნახ. 21):



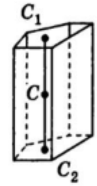
ნახ. 21

$$x_C = \frac{2}{3}r\frac{\sin\alpha}{\alpha}, \quad y_C = 0,$$

სადც, r —წრის რადიუსია, α—ცენტრალური კუთხის ნახევრის ტოლია.

ე) ერთგვაროვანი პრიზმის C სიმძიმის ცენტრი მოთავსებულია პრიზმის ზედა და ქვედა ფუძის C_1 და C_2 სიმძიმის ცენტრების შემაერთებელი მონაკვეთის შუაწერტილში (ნახ. 22), ანუ:

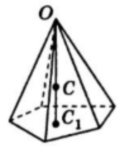
$$CC_1 = CC_2;$$



ნახ. 22

ვ) ერთგვაროვანი პირამიდის სიმძიმის C ცენტრი მოთავსებულია პირამიდის წვეროსა და ფუძის შემაერთებელ მონაკვეთზე და დაშორებულია ამ მონაკვეთის მეოთხედის ტოლ მანძილით ფუძის სიმძიმის ცენტრიდან. (ნახ. 23), ანუ.

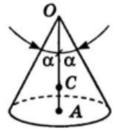
$$CC_1 = \frac{OC_1}{4};$$



ნახ. 23

ზ) ერთგვაროვანი კონუსის სიმძიმის C ცენტრი მოთავსებულია კონუსის სიმაღლეზე და კონუსის ფუძიდან დაშორებულია სიმაღლის მეოთხედის ტოლი მანძილით (ნახ. 24), ანუ,

$$AC = \frac{OA}{4}.$$



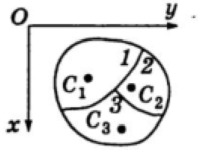
ნახ. 24

იმ ამოცანების ამოხსნისას, რომლებიც სიმძიმის ცენტრის განსაზღვრას ეხება, არსებით როლს თამაშობს კოორდინატთა ღერძების არჩევა.

თუ მყარ სხეულს გააჩნია სიმეტრიის სიბრტყე, მაშინ ერთ-ერთი ღერძი, მაგალითად z, უნდა მივმართოთ ამ სიბრტყის მართობულად.

თუ მყარ სხეულს გააჩნია სიმეტრიის ღერძი მაშინ ერთ-ერთი საკოორდინატო ღერძი, მაგალითად x, ამ ღერძს უნდა დავამთხვიოთ, ასეთ შემთხვევაში გამოვა, რომ $y_C = z_C$ და საძიებელი დაგვრჩება მხოლოდ x_C.

(2) — (5) ფორმულების გამოყენების ყველაზე გავრცელებულ ხერხს წარმოადგენს ერთგვაროვანი მყარი სხეულის ისეთ ნაწილებად დაყოფა, რომელთა ცენტრებიც ან ცნობილია ან ადვილია მათი პოვნა.

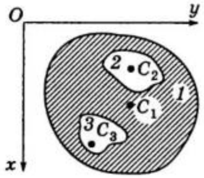


ნახ. 25

ასე მაგალითად, 25-ე სურათზე ერთგვაროვანი გამოსახული მყარი ბრყელი ფიგურის სამ (1, 2 და 3) ნაწილად დაყოფისას მისი სიმძიმის ცენტრის მდებარეობა განისაზღვრება ფორმულებით:

$$x_C = \frac{x_1\Delta s_1 + x_2\Delta s_2 + x_3\Delta s_3}{\Delta s_1 + \Delta s_2 + \Delta s_3}, x_C = \frac{y_1\Delta s_1 + y_2\Delta s_2 + y_3\Delta s_3}{\Delta s_1 + \Delta s_2 + \Delta s_3}, z_C = 0;$$

აქ, x_1, y_1, z_1 — ნაწილი 1-ის C_1 სიმძიმის ცენტრის კოორდინატებია; Δ_{s_1} — ნაწილი 1-ის ფართობია და ა.შ.



ნახ. 26

ზოგიერთ შემთხვევაში მოზანშეწონილია მყარი სხეული შევცვალოთ არა მისი შემადგენელი ნაწილების ჯამით არამედ სხვაობით. ასე მაგალითად, 26 სურათზე გამოსახული ორი ამოჭრილი ნაწილის მქონე ფიგურის შემთხვევაში მისი ფართობი შეიძლება განვიხილოთ როგორც 1 მთლიანი ფიგურის ფართობისა და მისი 2,3 ამოჭრილი ნაწილების ფართობების სხვაობა, ანუ $S = \Delta_{s_1} - \Delta_{s_2} - \Delta_{s_3}$, სიმძიმის $C(x_C, y_C, z_C)$ ცენტრის მდებარეობა განისაზღვრება ფორმულებით:

$$\frac{x_1\Delta s_1 - x_2\Delta s_2 - x_3\Delta s_3}{\Delta s_1 - \Delta s_2 - \Delta s_3}, x_C = \frac{y_1\Delta s_1 - y_2\Delta s_2 - y_3\Delta s_3}{\Delta s_1 - \Delta s_2 - \Delta s_3}, z_C = 0;$$

სადაც, x_1, y_1, z_1 — მთლიანი ფიგურის სიმძიმის C_1 ცენტრის კოორდინატებია, რომლის ფართობია Δ_{s_1}. x_2, y_2, z_2 და x_3, y_3, z_3,შესაბამისად, 2 და 3 ამონაჭრების C_2 და C_3 სიმძიმის ცენტრის კოორდინატებია, რომელა ფართობებია,შესაბამისად, Δ_{s_2} და Δ_{s_3}.

ძალთა ბრტყელი სისტემები

1.ერთი წრფის გასწვრივ მოქმედი ძალები

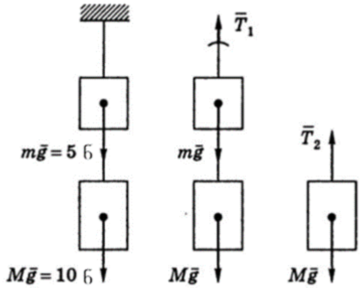
ამოცანა 1.1

ერთ თოკზე სხვადასხვა ადგილას ჩამოკიდებულია 110 ნ და 5 ნ წონის ორი ტვირთი, ამასთან დიდი ტვირთი მცირეს ქვეშ მდებარეობს. რას უდრის თოკის დაჭიმულობა, თუ მისი ზედა ბოლო დამაგრებულია უძრავ წერტილში?

ა მ ო ხ ს ნ ა

შევადგინოთ ორივე ტვირთის წონასწორობის განტოლება(იხ. ნახაზი):

$$T_1 - mg - Mg = 0 \Rightarrow$$



$$T_1 = g\left(m + M\right) = 10 + 5 = 15 \text{ ნ}$$

შევადგინოთ ქვედა ტვირთის წონასწორობის განტოლება

$$T_2 - Mg = 0 \Rightarrow$$

$$T_2 = Mg = 10 \text{ ნ}$$

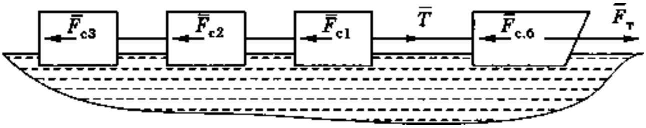
პ ა ს უ ხ ი : 10 ნ; 15 ნ.

ამოცანა 1.2

ბუქსირი მიათრევს ერთმანეთზე მიმდევრობით გადაბმულ სხვადასხვა ზომის სამ ტივს. ბუქსირის პროპელერების გაწევის ძალა მოცემული მომენტისთვის არის 18 კნ; წყლის მოძრაობის წინააღმდეგობის ძალა პირველი ტივისთვის არის 6 კნ, მეორესთვის — 4 კნ, მესამესთვის — 2 კნ. გადაბმებისთვის გამოყენებული ბაგირი უსაფრთხოდ უძლებს 2 კნ გამჭიმავ

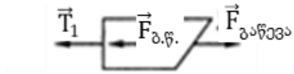
ძალას. რამდენი ბაგირი უნდა გაიჭიმოს ბუქსირიდან პირველ ტივამდე, პირველი ტივიდან მეორემდე და მეორედან მესამემდე, თუ მოძრაობა წრფივი და თანაბარია?

ა მ ო ხ ს ნ ა

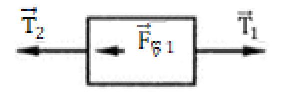


ნახ. 1

ნახ 1-ზე აღვნიშნოთ: $\vec{F}_{გაწევა}$ — ბუქსირის პროპელერების გაწევის ძალა; $\vec{F}_{ბ.წ.}$ — ბუქსირის წინააღმდეგობის ძალა; $\vec{T}$ — ყველა ბაგირის ჯამური დაჭიმულობის ძალა; $\vec{T}_1$ — ბუქსირსა და პირველ ტივს შორის გაბმული ბაგირების დაჭიმულობის ძალა; $\vec{F}_{წ1}$ — პირველი ტივის წინააღმდეგობის ძალა; $\vec{T}_2$ — I და II ტივს შორის ბაგირების დაჭიმულობის ძალა; $\vec{F}_{წ2}$ —II ტივის წინააღმდეგობის ძალა; $\vec{F}_{წ3}$ — III ტივის წინააღმდეგობის ძალა; $\vec{T}_3$ — II და III ტივს შორის ბაგირების დაჭიმულობის ძალა; $[T]$ — ერთ ბაგირზე დასაშვები დატვირთვა.



ნახ. 2

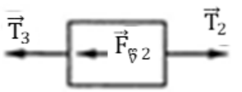


ნახ. 3

შევადგინოთ ბუქსირის წონასწორობის განტოლება (ნახ. 2):

$$F_{გაწევა} - T_1 - F_{ბ.წ.} = 0.$$

$$T_1 = F_{გაწევა} - F_{ბ.წ.} = 18 - 6 = 12 \text{ კნ}$$

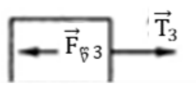


ნახ. 4

შევადგინოთ I ტივის წონასწორობის განტოლება (ნახ. 3):

$$T_1 - T_2 - F_{წ1} = 0$$

$$T_2 = T_1 - F_{წ1} = 12 - 6 = 6 \text{ კნ}$$



ნახ.5

შევადგინოთ II ტივის წონასწორობის განტოლება (ნახ. 4):

$$T_2 - T_3 - F_{ჭ2} = 0$$
$$T_3 = T_2 - F_{ჭ2} = 6 - 4 = 2 \text{ კნ}$$

შევადგინოთ *III* ტივის წონასწორობის განტოლება (ნახ. 5):

$$T_3 - F_{ჭ3} = 0$$
$$T_3 = F_{ჭ3} = 2 \text{ კნ}$$

ბუქსირსა და *I* ტივს შორის ბაგირების აუცილებელი რაოდენობა

$$\frac{T_1}{[T]} = \frac{12}{2} = 6;$$

I და II ტივს შორის —

$$\frac{T_2}{[T]} = \frac{6}{2} = 3;$$

II და III ტივს შორის —

$$\frac{T_1}{[T]} = \frac{2}{2} = 1.$$

პ ა ს უ ხ ი : 6: 3: 1.

ამოცანა 1.3

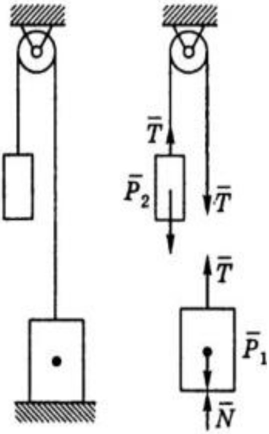
შახტის ძირში იმყოფება 640 ნ წონის ადამიანი; უძრავ ბლოკზე გადაკიდებული ბაგირის საშუალებით იგი აკავებს 480 ნ წონის ტვირთს. განსაზღვრეთ:

1) რა ძალით აწვება ადამიანი შახტის ფსკერს?

2) რა მაქსიმალური ტვირთი შეიძლება შეაკავოს ადამიანმა ბაგირის საშუალებით?

ა მ ო ხ ს ნ ა

ვთქვათ, P_1 = 640 ნ — ადამიანის წონაა; P_2 = 480 ნ — ტვირთის წონა; N — ადამიანის დაწოლის ძალა; T — ბაგირის დაჭიმულობის ძალა (იხ. ნახაზი). შევადგინოთ ადამიანისთვის და ტვირთისათვის წონასწორობის განტოლებები:



$$T - P_2 = 0, \qquad (1)$$

$$T - P_1 + N = 0. \qquad (2)$$

(1)-დან და (2)-დან ვპოულობთ

$N = P_1 - T = P_1 - P_2 = 640 - 480 =$ 160 ნ.

(2)-დან გამომდინარეობს: $N = P_1 - T$.

თუ $N = 0$, მაშინ

$T = P_1 = 640$ ნ, $P_{2max} - P_1 = 640$ ნ.

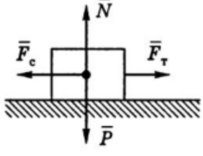
პ ა ს უ ხ ი : 1) 160 ნ; 2) 640 ნ.

ამოცანა 1.4

მატარებელი მიდის წრფივ ჰორიზონტალურ გზაზე თანაბარი სიჩქარით. მატარებლის წონა ელმავლის ჩაუთვლელად არის 12 000 კნ. განსაზღვრეთ ელმავლის გაწევის ძალა, თუ მატარებლის მოძრაობისადმი წინააღმდეგობის ძალა მატარებლის რელსებზე დაწოლის 0,005 ნაწილია.

ა მ ო ხ ს ნ ა

ნახაზზე აღვნიშნოთ: $\overrightarrow{F_T}$ — გაწევის ძალა; $\vec{P}$ — მატარებლის წონა; $\overrightarrow{Fc}$ — მატარებლის მოძრაობის საწინააღმდეგო ძალა; $\vec{N}$ — რელსების რეაქციის ძალა.



შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები. ვინაიდან მატარებლის მოძრაობა წრფივი და თანაბარია, ამიტომ მასზე მოდებული ძალები ერთმანეთს აწონასწორებს:

$$\begin{cases} F_T - F_C = 0, \\ N - P = 0, \\ F_C = 0,005N. \end{cases}$$

სისტემიდან ვპოულობთ:

$$F_T - F_C = 0,005N = 0,005 \cdot 12 \cdot 10^3 = 60 \text{ ნ}$$

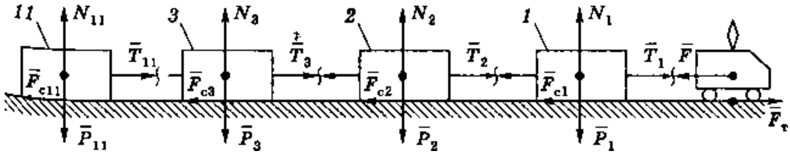
პ ა ს უ ხ ი : 60 ნ.

ამოცანა 1.5

სამგზავრო მატარებელი შედგება ელმავლისაგან, 400 კნ წონის ერთი საბარგო ვაგონისგან და თითოეული 500 კნ წონის მქონე 10 სამგზავრო ვაგონისგან. როგორია ელმავლის გაწევის ძალა, თუ მატარებლის მოძრაობისადმი წინააღმდეგობის ძალა მისი წონის 0,005 ნაწილია? რა ძალით გაიჭიმებიან ვაგონის გადასაბმელები? ამოცანის ამოხსნისას ჩათვალეთ, რომ მატარებლის მოძრაობის წინააღმდეგობის ძალა მატარებლის შემადგენლობის გასწვრივ წონის პროპორციულად ნაწილდება და მატარებლის მოძრაობა თანაბარია.

ა მ ო ხ ს ნ ა

შემოვიღოთ აღნიშვნები (იხ. ნახაზი): i — ვაგონის ნომერი, გადათვლილი ელმავლიდან, $i = \overline{1, 11}$; F_T — ელმავლის გაწევის ძალა; F — მატარებლის მოძრაობის საწინააღმდეგო ძალა; $\vec{P}_i$ — i-ური ვაგონის წონა; $\vec{N}_i$ — რელსების რეაქცია i-ურ ვაგონზე; F_{Ci} — მოძრაობის საწინააღმდეგო ძალა i-ურ ვაგონზე; T_i — i-ური ვაგონის გადასაბმელის დაჭიმულობის ძალა.



დავწეროთ ელმავლის წონასწორობის განტოლება:

$$F_T - F = 0.$$

ვინაიდან

$$F = 0,005(P_1, P_2, \dots, P_{11}), \text{ ამიტომ}$$

$$F_T = F_T = 0,005(400 + 10 - 500) = 27 \text{ ნ}.$$

განვიხილოთ 11-ე (ბოლო) ვაგონის წონასწორობა და ჩავწეროთ შესაბამისი განტოლება:

$$T_{11} = F_{C11} = 0.$$

ვინაიდან მოძრაობის საწინააღმდეგო ძალა მატარებლის შემადგენლობის გასწვრივ წონის პროპორციულად ნაწილდება, ამიტომ

$$F_{C11} = 0,005P_{11}.$$

შესაბამისად,

$$T_{11} = F_{C11} = 0,005 \cdot 500 = 2,5 \text{ კნ}$$

შემდეგ განიხილოთ 10-ე ვაგონის წონასწორობა:

$$T_{10} = F_{C11} = 0.$$

ვინაიდან,

$$F_{C10} = 0,005(P_{10} + P_{11}),$$

ამიტომ

$$T_{10} = F_{C10} = 0,005 \cdot (500 + 500) = 2 \cdot 2,5 \text{ კნ}$$

თუ შემდგომ მსჯელობას ანალოგიურად გავაგრძელებთ, მივიღებთ:

$$T_9 = 3 \cdot 2,5 \text{ კნ}; \; T_9 = 4 \cdot 2,5 \text{ კნ}; \; . \; . \; . \; ; \; T_2 = 10 \cdot 2,5 \text{ კნ};$$

დაბოლოს, განვიხილოთ პირველი (საბარგო) ვაგონის შესაბამისი წონასწორობის განტოლება:

$$T_1 = F_{C1}$$

ვინაიდან

$$F_{C1} = 0,005(P_1 + P_2 + \ldots + P_{11}),$$

ამიტომ

$T_1 = 0,005 \cdot (400 + 10 \cdot 500) = 27 \text{ კნ}$

პ ა ს უ ხ ი : ელმავლის გაწევის ძალა არის 27 კნ, $T_{11} = 2,5$ კნ, $T_{10} = 2 \cdot 2,5$ კნ, … , $T_2 = 10 \cdot 2,5$ კნ, $T_1 = 27$ კნ (ქვედა ინდექსი აღნიშნავს ვაგონის ნომერს, გადათვლილს ელმავლიდან).

2. ძალები, რომელთა მოქმედების წრფეები ერთ წერტილში იკვეთება

ამოცანა 2.1

წესიერი ექვსკუთხედის ცენტრში მოდებულია ძალები: F_4 = 1 ნ, F_2 = 3 ნ, F_3 = 5 ნ, F_4 = 7 ნ, F_5 = 9 ნ, F_6 = 11 ნ, რომლებიც წვეროებისკენაა მიმართულნი. იპოვეთ ძალების ტოლქმედისა და მაწონასწორებელის მნიშვნელობები და მიმართულებები.

ა მ ო ხ ს ნ ა

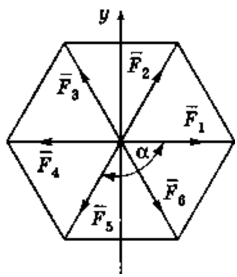
ვიპოვოთ ძალების $\vec{R}$ ტოლქმედის პროექციები კოორდინატთა ღერძებზე (იხ. ნახაზი):

$$R_x = \sum_{i=1}^{6} F_{ix}; \quad R_y = \sum_{i=1}^{6} F_{iy}.$$

$$R_x = F_1 + F_2\cos 60^\circ - F_3\cos 60^\circ - F_4 - F_5\cos 60^\circ +$$

$$+F_6\cos 60^\circ = 1 + \frac{3}{2} - \frac{5}{2} - 7 - \frac{9}{2} + \frac{11}{2} - 6 \text{ ნ},$$

$$R_y = F_2\sin 60^\circ - F_3\sin 60^\circ - F_5\sin 60^\circ -$$



$$-F_6\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}(8-20) = -6\sqrt{3} \text{ ნ}$$

მაშინ,

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{6^2 + 6^2\cdot 3} = 6\cdot 2 = 12 \text{ ნ}$$

$$\cos\left(\vec{R}, x\right) = \frac{R_x}{R} = \frac{6}{12} = -0,5.$$

ამიგად, ტოლქმედის ვექტორი მიმართულია F_5 ძალის მიმართულებით, ხოლო მაწონასწორებელი — F_2 ძალის მიმართულებით.

პ ა ს უ ხ ი : 12 ნ; მაწონასწორებელი F_5 ძალის საწინააღმდეგოდაა მიმართული.

ამოცანა 2.2

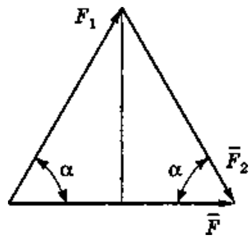
8 ნ ძალა დაშალეთ თითოეული 5 ნ ტოლ ორ ძალად. შეიძლება თუ არა იგივე ძალა დაიშალოს ორ 10 ნ, 20 ნ, და ა.შ,. 100 ნ ძალად?

ა მ ო ხ ს ნ ა

აღვნიშნოთ $\vec{F}$-ით ძალა, რომელიც უნდა დავშალოთ, ხოლო დაშლის შედეგად მიღებული ძალები — $\overrightarrow{F_1}$ -ით და $\overrightarrow{F_2}$-ით. ვინაიდან $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{F_2}$, ამიტომ $\vec{F}$ ვექტორი შეიძლება წარმოვიდგინოთ როგორც ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძე. $\overrightarrow{F_1}$ და $\overrightarrow{F_2}$. ვექტორები ჰორიზონტისადმი ერთნაირი კუთხით არიან დახრილნი, ამიტომ

$$F_1 \cos\alpha + F_2 \cos\alpha = F \Rightarrow \cos\alpha = \frac{F}{F_1 + F_2} = \frac{F}{2F_2},$$

სადაც, $F = 8$ ნ, $F_1 = 5$ ნ.



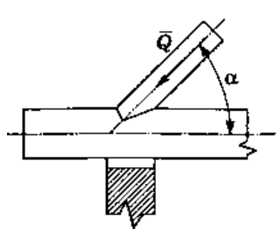
მაშინ, $cos\alpha = 0{,}8$ და შესაბამისი კუთხის არჩევით F ძალა შეიძლება დავშალოთ $\overrightarrow{F_1}$ და $\overrightarrow{F_2}$ ძალებად, $F_1 = F_2 =$ 5 ნ.

თუ ყოველ ჯერზე გამოვთვლით საჭირო კუთხეს, მაშინ ანალოგიურად შეიძლება დაიშალოს ძალა ორ 10 ნ, 20 ნ, და ა.შ,. 100 ნ ძალად,.

ამოხსნის ეს ხერხი გამოდგება მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ არ არის მითითებული დაშლის მიმართულებები.

პ ა ს უ ხ ი : დიახ, თუ არ არის მითითებული დაშლის მიმართულებები.

ამოცანა 2.3



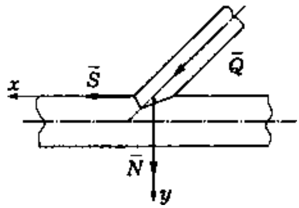
ჰორიზონტისადმი $\alpha = 45°$ კუთხით დახრილი კეხის ძელის გასწვრივ მოქმედებს Q = 2.5 კნ ძალა. როგორი S ძალვა აღიძვრება ამ დროს შემაერთებელი ჰორიზონტალური კოჭის გასწვრივ? როგორი N ძალა მოქმედებს კედელზე შვეულის მიმართულებით ?

ა მ ო ხ ს ნ ა

დავშალოთ Q ძალა x, y ღერძების მიმართულებით (იხ. ნახაზი). მივიღებთ:

$$S = Q_x = Q\cos 45^\circ = 2,5\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 1,77$$

კნ,



$$S = Q_y = Q\cos 45^\circ = 2,5\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 1,77$$

კნ.

პ ა ს უ ხ ი : S = N = 1,77 კნ.

ამოცანა 2.4

წრფივი არხის ნაპირების გასწვრივ მიმავალი ორი ტრაქტორი ექაჩება ტივს ორი ბაგირის საშუალებით. ბაგირების დაჭიმულობის ძალებია $F_1 = 0{,}8$ კნ და $F_1 = 0{,}96$ კნ. ბაგირებს შორის კუთხე ტოლია — $\alpha+\beta = 60^\circ$. იპოვეთ ტივის მოძრაობისადმი წყლის P წინააღმდეგობა და ბაგირების მიერ ნაპირაბთან შედგენილი α და β კუთხეები, თუ ტივი მოძრაობს ნაპირების პარალელურად.

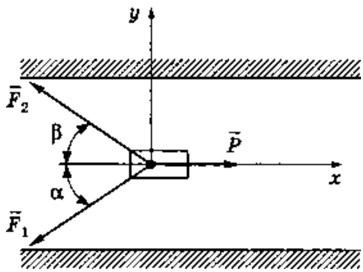
ა მ ო ხ ს ნ ა

ნახაზზე გამოვსახოთ ტივზე მოქმედი ძალები. ვინაიდან ტივი მოძრაობს მუდმივი სიჩქარით, შეგვიძლია დავწეროთ წონასწორობის შემდეგი განტოლებები:

$$\begin{cases} F_1\cos\alpha + F_2\cos\beta - P = 0, \\ F_2\sin\alpha + F_1\sin\beta - P = 0. \end{cases}$$

სისტემის მეორე განტოლებიდან გამომდინარეობს

$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{F_1}{F_2}.$$



ვინაიდან $\alpha + \beta = 60°$. ამიტომ:

$$\frac{\sin\left(60^\circ - \alpha\right)}{\sin\alpha} = \frac{F_1}{F_2}.$$

გადაქმნების შედეგად მივიღებთ:

$$tg\alpha = \frac{\sqrt{3}F_2}{2F_1+F_2}, \quad \alpha = arctg\frac{\sqrt{3}F_2}{2F_1+F_2} = arctg\frac{\sqrt{3}\cdot 0,96}{1,6+0,96} = 33^\circ.$$

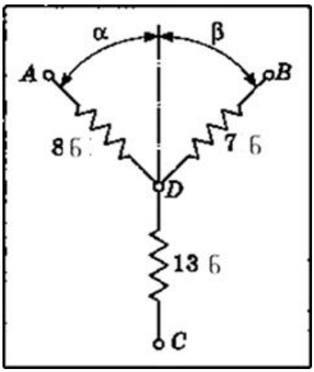
$$\beta = 60^\circ - \alpha = 60^\circ - 33^\circ = 27^\circ.$$

$$P = F_1\cos\left[arctg\frac{\sqrt{3}F_2}{2F_1+F_2}\right] + F_1\cos\left[60^\circ - arctg\frac{\sqrt{3}F_2}{2F_1+F_2}\right] = 1,53$$

კნ

პ ა ს უ ხ ი: $P = 1,53$ კნ, $\alpha = 33°$, $\beta = 27°$

ამოცანა 2.5



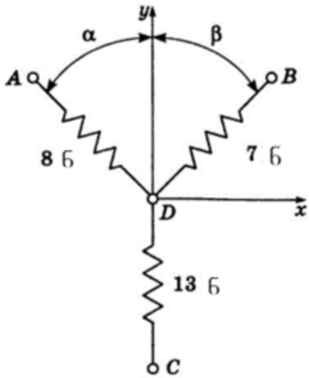
სამი A, B და C ზამბარიანი სასწორის რგოლები უძრავად არის დამაგრებული დაფაზე. სასწორების კავებზე მიმაგრებულია დაჭიმული და ერთმანეთთან D კვანძში გადაბმული თოკები. სასწორის მაჩვენებლებია: 8, 7 და 13 ნ. განსაზღვრეთ თოკების მიმართულებებს შორის α და β კუთხეები, როგორც ნახაზზეა ნაჩვენები.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე ამოცანის მონაცემები და ავაგოთ ღერძები.

განვიხილოთ D კვანძის წონასწორობა და შევადგინოთ განტოლებათა სისტემა:

$$\begin{cases} 8\sin\alpha - 7\sin\beta = 0, \\ 8\cos\alpha + 7\sin\beta - 13 = 0. \end{cases}$$



გარდაქმნების შედეგად მივიღებთ

$$\begin{cases} 8\sqrt{1-\cos^2\alpha} = 7\sqrt{1-\cos^2\beta}, \\ 8\cos\alpha + 7\sin\beta = 13, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 64\cos^2\alpha - 49\cos^2\beta = 15, \\ 8\cos\alpha + 7\sin\beta = 13, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8\cos\alpha + 7\sin\beta = 13, \\ 8\cos\alpha + 7\sin\beta = \dfrac{15}{13}. \end{cases}$$

შესაბამისად

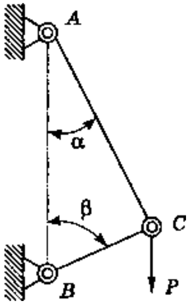
$$\cos\alpha = \frac{1}{16}\left(13 + \frac{15}{13}\right) = \frac{23}{26}, \quad \cos\beta = \frac{1}{14}\left(13 - \frac{15}{13}\right) = \frac{77}{91}.$$

მაშინ $\alpha = 27{,}8°$; $\beta = 32{,}2°$.

პასუხი: $\alpha = 27{,}8°$; $\beta = 32{,}2°$.

ამოცანა 2.6

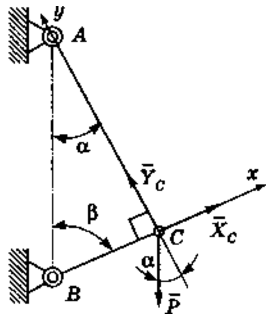
AC და BC ღეროები მიერთებულია კედელზე კვანძების საშუალებით. სახსარის C ჭანჭიკზე მოქმედებს ვერტიკალური ძალა P = 1000 ნ.



განსაზღვრეთ სახსარის C ჭანჭიკზე ამ ღეროების რეაქციები, თუ ღეროების მიერ კედელთან შედგენილი კუთხეებია $\alpha = 30°$; $\beta = 60°$?

ამოხსნა

თუ გამოვიყენებთ იმ ფაქტს, რომ $\alpha + \beta = 90°$ და შესაბამისად, $\angle C = 90°$, მივიღებთ წონასწორობის შემდეგ განტოლებებს (პროექციების განტოლებებს) (იხ.ნახაზი):



$$\begin{cases} X_C - P\sin\alpha = 0, \\ Y_C - P\cos\alpha = 0. \end{cases}$$

ამიტომ,

$$X_C = 1000\sin 30^{\circ} = 500 \text{ ნ},$$

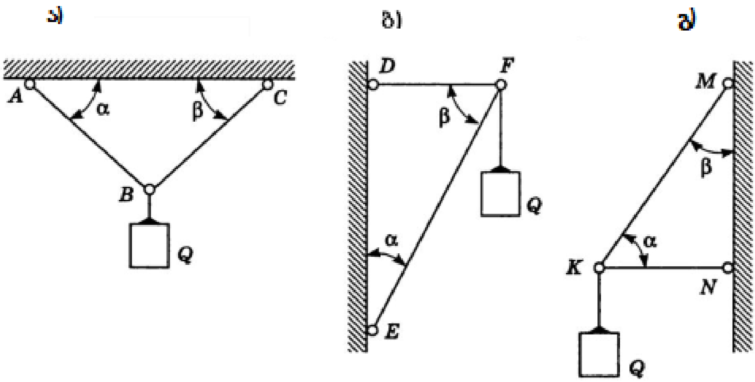
$$y_C = 1000\cos 30^{\circ} = 500 \text{ ნ}.$$

შემდეგ, ღეროების წონასწორობის განხილვით, შეგვიძლია დავადგინოთ სახსრის რეაქციები და მათი მიმართულებები A და B კვანძებში.

პ ა ს უ ხ ი: 866 ნ; 500 ნ

ამოცანა 2.7

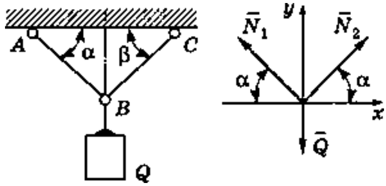
ა), ბ) და გ) ნახაზებზე, ისევე როგორც წინა ამოცანაში, სქემატურად არის გამოსახული ერთმანეთთან, ჭერთან და კედელთან სახსრებით შეერთებული ღეროები. სახსრების B, F, K ბოლტებზე ჩამოკიდებულია $Q = 1000$ ნ წონის ტვირთები. განსაზღვრეთ ძალები ღეროებში, შემდეგი შემთხვევების დროს:: ა) $\alpha = \beta = 45°$; ბ) $\alpha = 30°$, $\beta = 60°$; გ) $\alpha = 60°$, $\beta = 30°$.



ა მ ო ხ ს ნ ა

ა) განვიხილოთ B კვანძის წონასწორობა (ნახ. 1):

$$\begin{cases} -N_1\cos\alpha + N_2\cos\alpha = 0, \\ (N_1+N_2)\sin\alpha = Q. \end{cases}$$



ნახ. 1

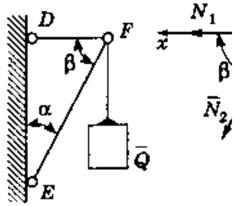
შესაბამისად,

$$N_1 + N_2 = \frac{Q}{2\sin\alpha} = \frac{Q}{2\sin 45^\circ} = 707\text{ ნ.}$$

ბ) განვიხილოთ F კვანძის წონასწორობა (ნახ. 2):

$$\begin{cases} -N_1 + N_2\cos\beta = 0, \\ N_2\cos\alpha + Q = 0. \end{cases}$$

$$N_2 = -\frac{Q}{\cos\alpha} = -\frac{1000}{\cos 30^\circ} = 577\text{ ნ.}$$



ნახ. 2

$$N_1 = -Q\frac{\cos\beta}{\cos\alpha} = -1000\frac{\cos 60^\circ}{\cos 30^\circ} = 1154\text{ ნ}$$

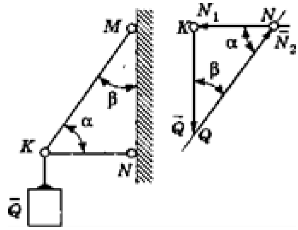
გ) განვიხილოთ K კვანძის წონასწორობა (ნახ. 3):

$$\vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{Q} = 0$$

KQN ძალური სამკუთხედიდან ვპოულობთ:

$$N_1 = Qtg\beta = 577\text{ ნ,}$$

$$N_2 = \frac{Q}{\cos\beta} = 1154\text{ ნ.}$$



ნახ 3

პ ა ს უ ხ ი : ა) N_1, = N_2 = 707 ნ,;

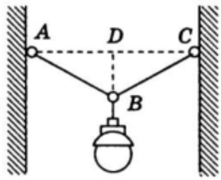
ბ) $N_1 = -557$ ნ, $N_2 = -1154$ ნ;

გ) $N_1 = 557$ ნ, $N_2 = 1154$ ნ.

შ ე ნ ი შ ვ ნ ა . **აქ და შემდგომშიც, პასუხები შეიძლება ნიშნით განსხვავდებოდეს ამოცანათა კრებულში მოცემული პასუხებისგან. ეს დაკავშირებულია იმასთან, რომ კოორდინატთა ღერძების ან (და) საძებნი ძალების ვექტორთა მიმართულებების არჩევანი სხვადასხვა შეიძლება იყოს.**

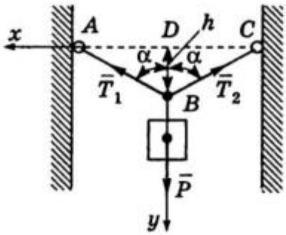
ამოცანა 2.8

ქუჩის ფარანი დაკიდებულია ერთ ჰორიზონტალზე მდებარე A და C კავებზე მიმაგრებულ ABC ტროსის შუა B წერტილში. განსაზღვრეთ ტროსის AB და BC ნაწილებში T_1 და T_2 დაჭიმულობები, თუ ფარანის წონა არის 150 ნ, ABC ტროსის მთლიანი სიგრძეა $l =$ 20 მ და ფარანის დაკიდების წერტილი ჰორიზონტალიდან ჩამოცილებულიალია $BD = h = 0{,}1$ მ მანძილზე. ტროსის წონა უგულებელყავით.



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი ძალები და ბმების რეაქციები.



შევადგინოთ B კვანძის წონასწორობის განტოლებები:

$$\begin{cases} T_1 \sin\alpha - T_2 \sin\alpha = 0, \\ P - T_1\cos\alpha - T_2\cos\alpha = 0. \end{cases}$$

სისტემის პირველი განტოლებიდან გამომდინარეობს, რომ $T_1 = T_2$. თუ ამ ფაქტს მეორე განტოლებაში გავითვალისწინებთ, მივიღებთ

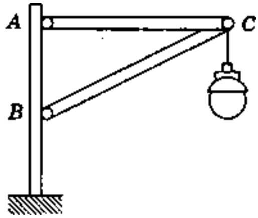
$$2T_1\cos\alpha = P.$$

ვინაიდან $\cos\alpha = {}^{2h}/_{l}$, ამიტომ

$$2T_1 = \frac{Pl}{4h} = \frac{150 \cdot 20}{4 \cdot 0{,}1} = 7500 \text{ ნ} = 7{,}5 \text{ კნ}$$

პ ა ს უ ხ ი : $T_1 = T_2 = 7{,}5$ კნ.

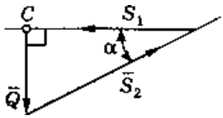
ამოცანა 2.9



300 ნ წონის ქუჩის ფარანი ჩამოკიდებულია ვერტიკალურ ბოძზე $AC = 1{,}2$ მ გვერდულისა და $BC = 1{,}5$ მ ირიბანას საშუალებით. იპოვეთ S_1 და S_2 ძალვები AC და BC, ღეროებში, თუ ჩავთვლით, რომ A, B და C წერტილებში დამაგრება ყუმბარულია (შარნირულია).

ა მ ო ხ ს ნ ა

განვსაზღვროთ მანძილი $AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = 0{,}9$ მ.



ავაგოთ ძალური სამკუთხედი (იხ. ნახაზი). რადგან C კვანძი წონასწორობაშია, ამიტომ $\overrightarrow{Q} + \overrightarrow{S_1} + \overrightarrow{S_2} = 0$.

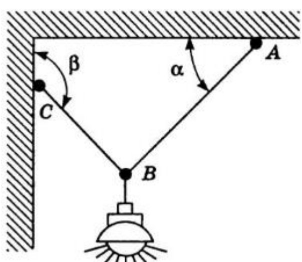
$$\frac{S_1}{Q} = \frac{AC}{AB},\; S_1 = Q\frac{AC}{AB} = 300 \cdot \frac{1{,}2}{0{,}9} = 400$$

ნ,

$$\frac{S_2}{Q} = \frac{BC}{AB},\; S_1 = Q\frac{BC}{AB} = 300 \cdot \frac{1{,}5}{0{,}9} = 500 \text{ ნ}.$$

პ ა ს უ ხ ი: $S_1 = 400$ ნ; $S_2 = 500$ ნ.

:ამოცანა 2.10

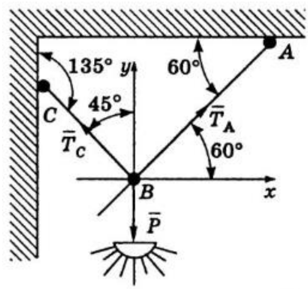


20 ნ წონის ელექტრული ლამპა დაკიდებულ იქნა ჭერზე AB ზონარით და შემდეგ BC თოკის საშუალებით მიწეულ იქნა კედლისკენ. იპოვეთ T_{A} დაჭიმულობა AB ზონარში და T_{C} დაჭიმულობა BC თოკში. ცნობილია, რომ კუთხე $\alpha = 60°$, ხოლო კუთხე $\beta = 135°$. ზონარის წონა უგულებელყავით.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი ძალები და ბმების რეაქციები.

შევადგინოთ B კვანძის წონასწორობის განტოლება:



$$\begin{cases} T_A \cos 60^\circ - T_C \cos 45^\circ = 0, \\ T_A \sin 60^\circ - T_C \sin 45^\circ = P. \end{cases}$$

სისტემის პირველი განტოლებიდან გამომდინარეობს, რომ

$$\frac{T_A}{2} = T_C \frac{\sqrt{2}}{2}, T_A = \sqrt{2} T_C.$$

აქედან განვსაზღვროთ T_A და ჩავსვათ მეორე განტოლებაში

$$\sqrt{2} T_C \frac{\sqrt{3}}{2} + T_C \frac{\sqrt{2}}{2} = P,$$

$$T_C(\sqrt{6} + \sqrt{2}) = 2P,$$

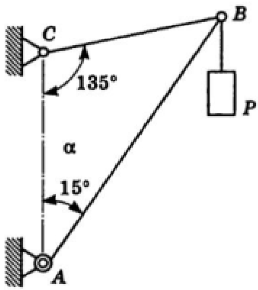
$$T_C = \frac{\sqrt{2}P}{1+\sqrt{3}} = 10{,}4 \text{ ნ}.$$

$$T_A = \frac{2P}{1+\sqrt{3}} = 14{,}6 \text{ ნ}$$

პ ა ს უ ხ ი : $T_A = 14{,}6$ ნ; $T_C = 10{,}4$ ნ.

ამოცანა 2.11

ანძური ამწე შედგება ანძაზე ყუმბარით (შარნირით) მიმაგრებული AB ისრისგან და CB ჯაჭვისგან. ისრის B ბოლოზე დაკიდებულია P = 2 კნ წონის ტვირთი; კუთხეები: BAC = 15°, ACB = 135°. იპოვეთ CB ჯაჭვის T დაჭიმულობა და Q ძალვა AB ისარში.

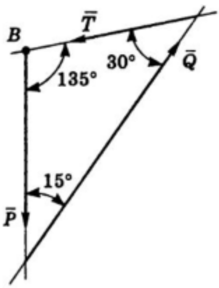


ა მ ო ხ ს ნ ა

ავაგოთ TPQ ძალური სამკუთხედი (იხ.ნახაზი). იმის გამო, რომ კვანძი წონასწორობაშია, გვექნება

$$\vec{Q}+\vec{T}+\vec{P}=0.$$

სინუსების თეორემით ვპოულობთ:



$$\frac{P}{\sin 30^\circ}=\frac{T}{\sin 15^\circ},$$

$$T=P\frac{\sin 15^\circ}{\sin 30^\circ}=1{,}04 \text{ ნ},$$

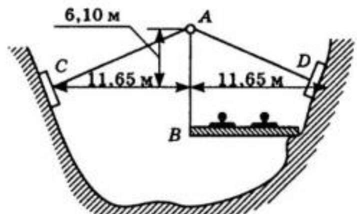
$$\frac{P}{\sin 30^\circ}=\frac{Q}{\sin 135^\circ},$$

$$Q=P\frac{\sin 135^\circ}{\sin 30^\circ}=2{,}83 \text{ კნ}$$

პ ა ს უ ხ ი : $T = 1{,}04$ კნ; $Q = 2{,}83$ კნ

ამოცანა 2.12

მთებში გაყვანილი რკინიგზის მონაკვეთი ხეობაში დაკიდებულია ისე, როგორც ნახაზზეა ნაჩვენები. ჩათვალეთ, რომ AB საკიდი დატვირთულია $P = 500$ კნ ძალით და გამოთვალეთ დაწოლა AC და AD ღეროებში.

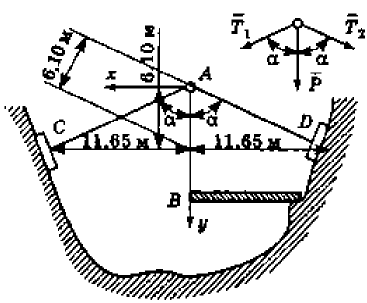


ა მ ო ხ ს ნ ა

შევადგინოთ A კვანძში წონასწორობის განტოლებები (იხ.ნახაზი):

$$\begin{cases} T_1\sin\alpha - T_2\sin\alpha = 0, \\ P + T_1\cos\alpha + T_2\cos\alpha = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_1 = T_2, \\ P + 2T_1\cos\alpha = 0. \end{cases}$$



გამოვთვალოთ

$$\cos\alpha = \frac{6,1}{\sqrt{11,65^2 + 6,1^2}} =$$

$$= \frac{6,1}{13,15} = 4,6386 \cdot 10^{-1}$$

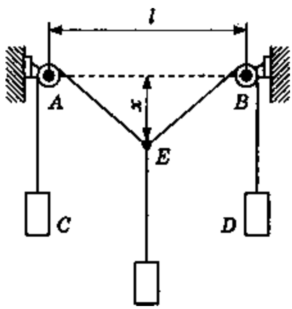
მაშინ სისტემიდან მივიღებთ

$$T_1 = T_2 = -\frac{P}{\cos\alpha} = -539 \text{ კნ}$$

ესე იგი ღეროები შეკუმშულია.

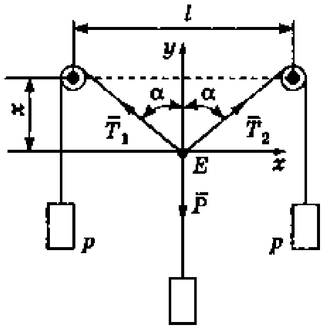
პასუხი: AC და AD ღეროები შეკუმშულია ერთიდაიგივე 539 კნ ტოლი ძალით.

ამოცანა 2.13



ერთ ჰორიზონტალურ $AB = l$ მონაკვეთზე მდებარე A და B ბლოკებზე გადაკიდებულია $CAEBD$ თოკი. თოკის C და D ბოლოებზე დაკიდებულია გირები, თითოეული p წონის, ხოლო E ბოლოზე — P წონის გირი. უგულებელყავით ბლოკების ზომები, აგრეთვე მათზე ხახუნი და იპოვეთ x მანძილი AB მონაკვეთიდან E წერტილამდე წონასწორობის მდგომარეობის დროს. თოკის წონა უგულებელყავით.

ამოხსნა



გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი ძალები და ბმების რეაქციები.

შევადგინოთ E გირის წონასწორობის განტოლებები:

$$\begin{cases} T_1 \sin\alpha - T_2 \sin\alpha = 0, \\ T_1 \cos\alpha + T_2 \cos\alpha - P = 0. \end{cases}$$

ვინაიდან $T_1 = -T_2 = p$, ამიტომ სისტემის მეორე გატოლებიდან მივიღებთ:

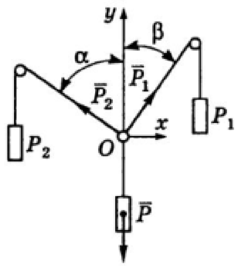
$$2p\cos\alpha = P.$$

ვინაიდან $\cos\alpha = \dfrac{2x}{\sqrt{l^2+4x^2}}$,

ამიტომ $\dfrac{4px}{\sqrt{l^2+4x^2}} = P \Rightarrow x = \dfrac{Pl}{2\sqrt{4p^2-P^2}}$.

პ ა ს უ ხ ი: $x = \dfrac{Pl}{2\sqrt{4p^2-P^2}}$.

ამოცანა 2.14



P = 25 ნ წონის ტვირთს წონასწორობის მდგომარეობაში იჭერს ბლოკებზე გადაკიდებული და ტვირთებით დაჭიმული ორი თოკი. ერთერთი ტვირთის წონაა P_1 = 20 ნ, რომლის შესაბამისი თოკის მიერ ვერტიკალთან შედგენილი კუთხის სინუსი ტოლია 0,6-ის. უგულებელყავით ბლოკებზე ხახუნი და იპოვეთ მეორე ტვირთის P_1 წონა და მეორე თოკის მიერ ვერტიკალთან შედგგენლი კუთხე. თოკის წონა უგულებელყავით.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი ძალები და ბმების რეაქციები.

შევადგნოთ O კვანძის წონასწორობის განტოლებები

$$\begin{cases} P_1\sin\beta - P_2\sin\alpha = 0, \\ P_1\cos\beta + P_2\cos\alpha - P = 0. \end{cases}$$

ვპოულობთ:

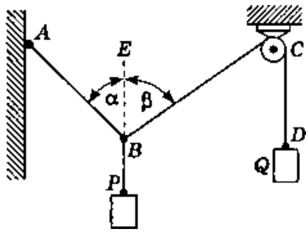
$$tg\alpha = \frac{P_1\sin\beta}{P - P_1\cos\beta} = \frac{P_1\sin\beta}{P - P_1\sqrt{1-\sin^2\beta}} = \frac{4}{3},$$

შესაბამისად, $\sin\alpha = 0,8$.

$$P_2 = \sqrt{P_1^2 + P^2 - 2PP_1\cos\alpha} = 15 \text{ ნ}$$

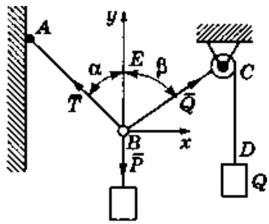
პასუხი: $P_2 = 15$ ნ; $sin\alpha = 0,8$.

ამოცანა 2.15



AB თოკის ერთი ბოლო დამაგრებულია A წერტილში, ხოლო მეორე B ბოლოზე მიბმულია P ტვირთი და ბლოკზე გადაკიდებული BCD თოკი, რომლის D ბოლოზეც მიმაგრებულია 100 ნ წონის Q გირი. უგულებელყავით ხახუნი ბლოკზე და განსაზღვრეთ AB თოკის T დაჭიმულობა და P ტვირთის სიდიდე, თუ წონასწორობის მდგომარეობაში ყოფნისას თოკების მიერ BE ვერტიკალთან შედგენილი კუთხეებია: $\alpha = 45°, \beta = 60°$.

ამოხსნა



გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი ძალები.

შევადგინოთ B კვანძში წონასწორობის განტოლებები

$$\begin{cases} -T\sin\alpha + Q\sin\beta = 0, \\ T\cos\alpha + Q\cos\beta - P = 0. \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} T\sin\alpha = Q\sin\beta, \\ T\cos\alpha + Q\cos\beta = P. \end{cases} \Rightarrow$$

$$T = Q\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = 100\sqrt{1,5} = 122 \text{ ნ}, \quad P = \frac{\sqrt{2}}{2} + 100\frac{1}{2} = 137 \text{ ნ}$$

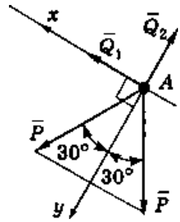
პასუხი: T = 122 ნ; $P = 137$ ნ.

ამოცანა 2.16

BAC ამწე ზევით ეწევა P = 20 კნ ტვირთს A და D ბლოკებზე გადაკიდებული ჯაჭვის საშუალებით. ამწე კედელზე ისეა დამაგრებული რომ კუთხე CAD = 30° . ამწის ღეროებს

შორის კუთხეა: $ABC = 60°$, $ACB = 30°$. განსაზღვრეთ Q_1 და Q_2 ძალვები AB და AC ღეროებში.

ა მ ო ხ ს ნ ა



გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი ძალები და ბმების რაქციები.

შევადგინოთ *A* კვანძის წონასწორობის განტოლებები:

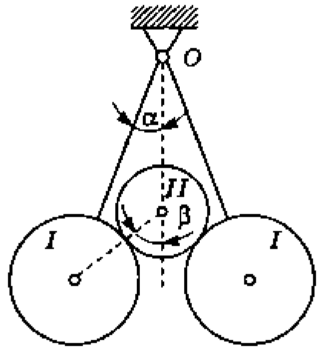
$$\begin{cases} Q_1 + P\sin 30^\circ - P\sin 30^\circ = 0, \\ -Q_2 + 2P\,\mathrm{s}\cos 30^\circ = 0. \end{cases}$$

მივიღებთ:

$$Q_1 = 0,\ \ Q_2 = 2P\cos 30^\circ = 2\cdot 20\cos 30^\circ = 34,6$$ კნ.

პ ა ს უ ხ ი: $Q_1 = 0$; $Q_2 = 34,6$ კნ.

ამოცანა 2.17



ორი ერთნაირი, თითოეული *P* წონის, *I* ცილინდრი ჩამოკიდებულია ძაფებზე *O* წერტილში. მათ შორის დევს *Q* წონის *II* ცილინდრი. მთლიანი სისტემა წონასწორობის მდგომარეობაშია. *I* ცილინდრები ერთმანეთს არ ეხებიან. დაადგინეთ ძაფის მიერ ვერტიკალთან შედგენილ α კუთხის დამოკიდებულება *I* და *II* ცილინდრების ღერძების შემაერთებელი მონაკვეთის მიერ ვერტიკალთან შედგენილ β კუთხზე.

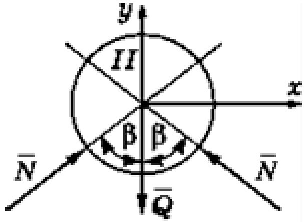
ა მ ო ხ ს ნ ა

შევადგინოთ II ცილინდრის წონასწორობის განტოლება (ნახ. 1) *y* ღერძზე პროექციისთვის:

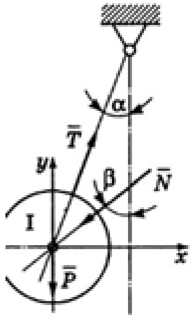
$$2N\cos\beta - Q = 0,$$

შევადგინოთ აგრეთვე I ცილინდრის წონასწორობის განტოლებები (ნახ. 2) x და y ღერძზე პროექციებისთვის:

$$\begin{cases} T\sin\alpha - N\sin\beta = 0, \\ T\cos\alpha - N\cos\beta = P. \end{cases}$$



ნახ. 1



ნახ. 2

თუ სამივე განტოლების ერთდროულად ამოვხსნით, მივიღებთ საძიებელ დამოკიდებოლებას:

$$T\sin\alpha = \frac{Q}{2}tg\beta,$$

$$T\cos\alpha = \frac{2P+Q}{2},$$

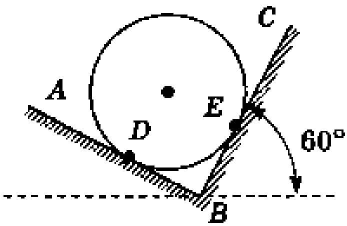
$$tg\beta = \left(1 + \frac{2P}{Q}\right)tg\alpha.$$

პ ა ს უ ხ ი :

$$tg\beta = \left(1 + \frac{2P}{Q}\right)tg\alpha.$$

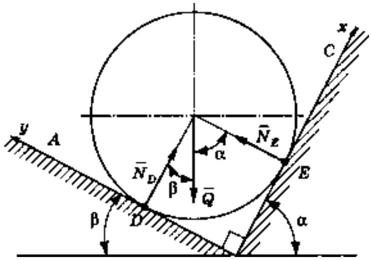
ამოცანა 2.18

ორ ურთიერთპერპრენდიკულარულ გლუვ დახრილ AB და BC სიბრტყეებზე დევს ერთგვაროვანი Q = 60 ნ წონის ბირთვი. იპოვეთ ბირთვის მხრიდან თითოეულ სიბრტყეზე მოქმედი დაწოლები, თუ ცნობილია, რომ BC სიბრტყე ჰორიზონტთან ადგენს 60° კუთხეს.



ა მ ო ხ ს ნ ა

შევადგინოთ ბირთვის წონასწორობის განტოლება (იხ.ნახაზი):



$$\begin{cases} N_D - Q\cos\beta = 0, \\ N_E - Q\cos\alpha = 0, \end{cases}$$

სადაც, $\alpha = 60^\circ$; $\beta = 30^\circ$.

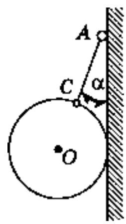
ვპოულობთ:

$$N_D = Q\cos 30^\circ = 52 \text{ ნ};$$

$$N_E = Q\cos 60^\circ = 30 \text{ ნ} .$$

პ ა ს უ ხ ი: N_D = 52 ნ; N_E = 30 ნ.

ამოცანა 2.19



ვერტიკალურ გლუვ კედელზე AC ტროსის საშუალებით ჩამოკიდებულია O ბირთვი. ტროსი კედელთან ადგენს α კუთხეს, ბირთვის წონაა P. განსაზღვრეთ ტროსის T დაჭიმულობა და ბირთვის Q დაწოლა კედელზე.

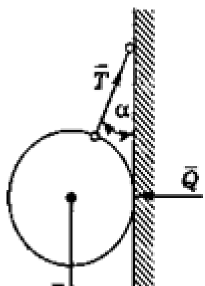
ა მ ო ხ ს ნ ა

ვისარგებლოთ თეორემით სამი არაპარალელური ძალის შესახებ, რომელთა მოქმედების შედეგადაც ბირთვი წონასწორობაშია. ეს ძალებია: $\vec{T}, \vec{P}, \vec{Q}$ (ნახ. 1).

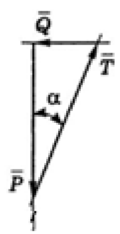
ბირთვის წონასწორობის განტოლებას აქვს სახე

$$\vec{T} + \vec{P} + \vec{Q} = 0.$$

QPT ძალური სამკუთხედიდან (ნახ. 2) ვიპოვით:



ნახ. 1



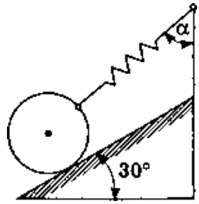
ნახ. 2

$$T = \frac{P}{\cos\alpha}; \quad Q = Ptg\alpha.$$

პ ა ს უ ხ ი: $T = \dfrac{P}{\cos\alpha}; \quad Q = Ptg\alpha.$

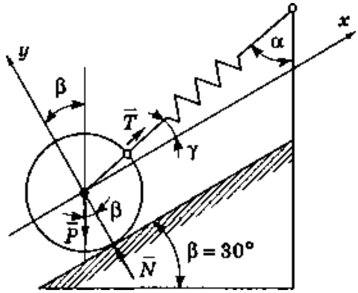
ამოცანა 2.20

20 ნ წონის ერთგვაროვანი ბირთვს გლუვ დახრილ სიბრტყეზე აკავებს ზამბარიან სასწორზე მიბმული ტროსი. სასწორი დამაგრებულია დახრილი სიბრტყის ზემოთ; სასწორის ჩვენებაა 10 ნ. სიბრტყის დახრა ჰორიზონტისადმი არის 30°. განსაზღვრეთ ტროსის მიერ ვერტიკალთან შედგენილი α კუთხე და ბირთვის Q დაწოლა სიბრტყეზე. ზამბარიანი სასწორის წონა უგულებელყავით.



ა მ ო ხ ს ნ ა

შევადგინოთ ბირთვის წონასწორობის განტოლებები (იხ. ნახაზი):



$$\begin{cases} T\cos\gamma - P\sin\beta = 0, \\ T\sin\gamma - P\cos\beta + N = 0. \end{cases}$$

რიცხვითი მნიშვნელობების ჩასმის შემდეგ მივიღებთ:

$$10\cos\gamma = 10 \Rightarrow \cos\gamma = 1, \gamma = 0, \alpha = 60^{\circ}.$$

მეორე განტოლებიდან გვაქვს

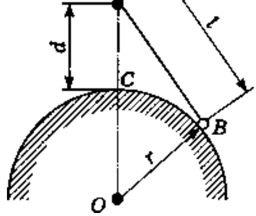
$$N = P\cos\beta - T\sin\gamma = 20\cos 30^{\circ} = 17{,}3 \text{ ნ}$$

რადგან $N = Q$, ამიტომ $Q = 17{,}3$ ნ.

პ ა ს უ ხ ი: $\alpha = 60°$; $Q = 17{,}3$ ნ.

.ამოცანა 2.21

P წონის B ბურთულა ჩამოკიდებულია უძრავ A წერტილზე AB ძაფის საშუალებით და დევს r რადიუსიანი გლუვი სფეროს ზედაპირზე, A წერტილიდან სფეროს ზედაპირამდე მანძილი არის $AC = \mathrm{d}$, ძაფის სიგრძეა $\mathrm{AB = l}$, AO წრფე ვერტიკალურია. განსაზღვრეთ ძაფის T დაჭიმულობა და სფეროს Q რეაქცია. ბურთულის რადიუსი უგულებელყავით.



ა მ ო ხ ს ნ ა

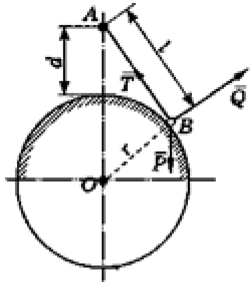
ვისარგებლოთ თეორემით სამი არაპარალელური ძალის შესახებ. ბურთულაზე მოქმედებს ძალები — $\vec{T}, \vec{Q}, \vec{P}$ (ნახ. 1). ბურთულის წონასწორობის განტოლებას ექნება შემდეგი სახე:

$$\vec{T}+\vec{Q}+\vec{P}=0.$$

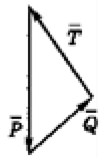
AOB სამკუთხედისა და PQT ძალური სამკუთხედის მსგავსებიდან (ნახ. 2) ვიპოვით:

$$\frac{T}{P}=\frac{l}{r+d},\ T=P\frac{l}{r+d};$$

$$\frac{Q}{P}=\frac{r}{r+d},\ Q=P\frac{r}{r+d}.$$



ნახ. 1

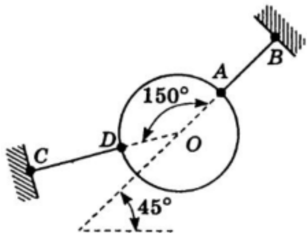


ნახ. 2

პ ა ს უ ხ ი : $T=P\dfrac{l}{r+d};\ Q=P\dfrac{r}{r+d}.$

ამოცანა 2.22

10 ნ წონის ერთგვაროვანი AB და CD ბირთვს წონასწორობაში იჭერს ორი გვარლი, რომლებიც ერთ ვერტიკალურ სიბრტყეში მდებარეობენ და ერთმანეთთან ადგენენ 150° კუთხეს. AB გვარლი ჰორიზონტისადმი დახრილია 45° კუთხით. იპოვეთ გვარლების დაჭიმულობები.



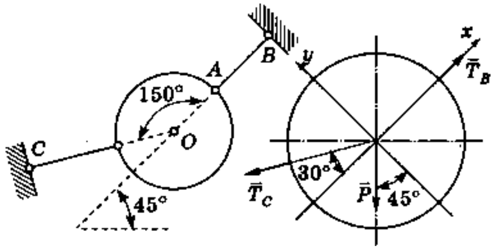
ა მ ო ხ ს ნ ა

შევადგინოთ გვარლების წონასწორობის განტოლებები (იხ. ნახაზი):

$$\begin{cases} T_B - T_C\cos 30^\circ - P\sin 45^\circ = 0, \\ T_C\sin 30^\circ - P\cos 45^\circ = 0. \end{cases} \Rightarrow$$

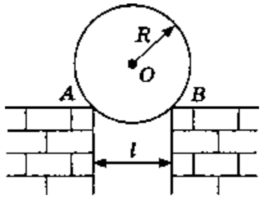
$$.T_C = P\frac{\cos 45^\circ}{\sin 30^\circ} = 10\frac{\cos 45^\circ}{\sin 30^\circ} = 14{,}1\ \text{ნ}$$

$$T_B = T_C\cos 30^\circ + P\sin 45^\circ = P\frac{\cos 15^\circ}{\sin 30^\circ} = 10\frac{\cos 15^\circ}{\sin 30^\circ} = 19,3\text{ ნ}$$



პ ა ს უ ხ ი : $T_B = 19,3$ ნ; $T_C = 14,1$ ნ.

ამოცანა 2.23



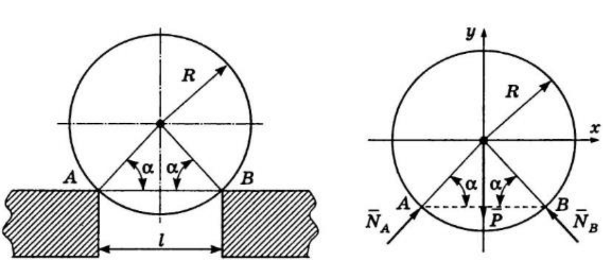
R = 1 მ რადიუსის ქვაბი, რომლის P = 40 კნ-ის ტოლი წონა თავისი სიგრძის გასწვრივ თანაბრად არის განაწილებული, დევს ქვის წყობის ორ კიდეზე. წყობების კედლებს შორის მანძილია $l = 1,6$ მ. უგულებელყავით ხახუნი და იპოვეთ ქვაბის დაწოლა წყობის A და B წერტილებზე.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე ამოცანისა პირობის მონაცემები და სისტემაზე მოქმედი ძალები.

განვსაზღვროთ α კუთხის კოსინუსი და სინუსი:

$$\cos\alpha = \frac{l}{2R},\quad \sin\alpha = \sqrt{1-\left(\frac{l}{2R}\right)^2}.$$



შევადგინოთ ქვაბის წონასწორობის განტოლებები:

$$\begin{cases} N_A \cos\alpha - N_B \cos\alpha = 0, \\ N_A \sin\alpha - N_B \sin\alpha - P = 0. \end{cases}$$

თუ განტოლებათა სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ:

$$\begin{cases} N_A = N_B, \\ 2N_A \sin\alpha = P. \end{cases}$$

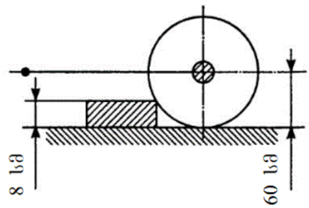
შესაბამისად,

$$N_A = N_B = \frac{P}{2\sqrt{1-\left(\frac{l}{2R}\right)^2}} = \frac{40}{2\sqrt{1-\left(\frac{0,6}{2}\right)^2}} = 33,3 \text{ ნ}$$

პ ა ს უ ხ ი : N_A = N_B = 33,3 კნ.

ამოცანა 2.24

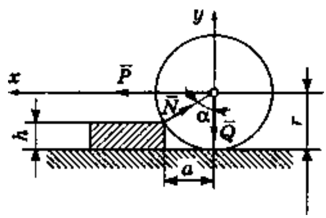
r = 60 სმ რადიუსიანი ერთგვაროვანი სატკეპნი საგორავის წონაა Q = 20 კნ, განსაზღვრეთ ისეთი ჰორიზონტალური P ძალვა, რომელიც აუცილებელია საგორავის h = 8 სმ სიმაღლის მქონე ქვის ფილაზე გადასაგორებლად, სურათზე გამოსახული მდგომარეობის შემთხვევაში.



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე საგორავზე მოქმედი ძალები.

შევადგინოთ საგორავის წონასწორობის განტოლებები:



$$\begin{cases} P - N\sin\alpha = 0, \\ N\cos\alpha - Q = 0. \end{cases}$$

სისტემიდან ვიპოვით:

$$P = Q \cdot tg\alpha.$$

გეომეტრიული მოსაზრებებიდან გამომდინარე გვექნება:

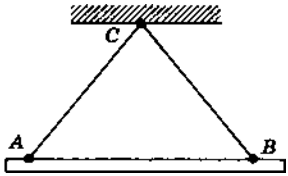
$$tg\alpha = \frac{a}{r-h}, \quad a = \sqrt{h\cdot(2r-h)},$$

საბოლოოდ მივიღებთ

$$P = q\frac{\sqrt{h\cdot(2r-h)}}{l} = 11,5 \text{ კნ.}$$

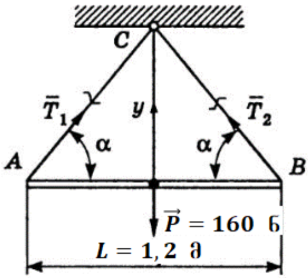
პ ა ს უ ხ ი : P = 11,5 კნ.

ამოცანა 2.25



60 ნ წონის და 1,2 მ სიგრძის ერთგვაროვანი AB ღერო ჩამოკიდებულია C წერტილში 1 მ-ის ტოლი ერთნაირი სიგრძის AC და CB ტროსების საშუალებით. განსაზღვრეთ ტროსების დაჭიმულობა.

ა მ ო ხ ს ნ ა



გამოვსახოთ ნახაზზე ამოცანის პირობის მონაცემები და სისტემაზე მოქმედი ძალები. შემოვიღოთ აღნიშვნა: AC = CB = b = 1 მ.

ვიპოვოთ α კუთხე:

$$\cos\alpha = \frac{L}{2b}; \quad \sin\alpha = \sqrt{1-\left(\frac{L}{2b}\right)^2}.$$

შევადგინოთ ღეროს წონასწორობის განტოლება (y ღერძზე პროექციებში):

$$T_1\sin\alpha + T_2\sin\alpha - P = 0.$$

ვინაიდან ტროსების დაჭიმულბა ერთნაირია, ანუ, $T_1 = T_2 = T$, ამიტომ შეგვიძლია დავწეროთ

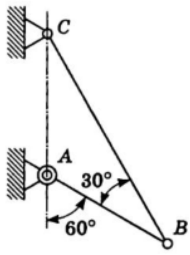
$$2T\sin\alpha = P.$$

შესაბამისად,

$$T = \frac{P}{2\sqrt{1-\left(\frac{L}{2b}\right)^2}} = \frac{P}{2\sqrt{1-\left(\frac{1,2}{2\cdot 1}\right)^2}} = 100 \text{ ნ.}$$

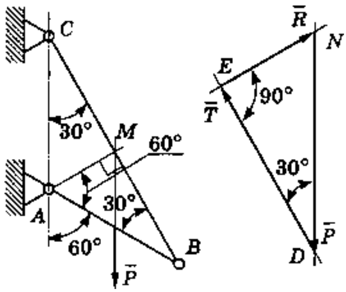
პ ა ს უ ხ ი: თითოეული გვარლის დაჭიმულობა 100 ნ-ის ტოლია.

ამოცანა 2.26



20 ნ წონის ერთგვაროვანი AB ღერო A სახსრის საშუალებით მიმაგრებულია ვერტიკალურ კედელზე და მისდამი 30° კუთხით დახრილი BC ტროსის საშუალებით ვერტიკალთან 60°-იან კუთხეს ინარჩუნებს. განსაზღვრეთ სახსრის R რეაქციის სიდიდე და მიმართულება.

ა მ ო ხ ს ნ ა



ვისარგებლოთ თეორემით სამი არაპარალელური ძალის შესახებ.

ღეროს წონასწორობის პირობას აქვს შემდეგი სახე

$$\vec{R}+\vec{P}+\vec{T}=0.$$

NDE სამკუთხედიდან ვიპოვით:

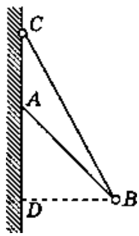
$R = Psin\,30° = 20sin\,30° =$ 10 ნ.

საძიებელი კუთხე (R, AC) ტოლია MAB კუთხისა:

$$\angle MAB = 60^{\circ}.$$

პ ა ს უ ხ ი: R = 10 ნ; კუთხე $(\mathrm{R}, \mathrm{AC}) = 60°$

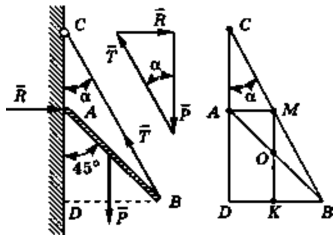
ამოცანა 2.27



$l = 2$ მ სიგრძის და P = 50 ნ წონის ერთგვაროვანი ძელის ზედა A ბოლო დაყრდნობილია გლუვ ვერტიკალურ კედელზე, ხოლო ქვედა B ბოლოზე მიბმულია BC ტროსი. რა AC მანძილზე უნდა მიმაგრდეს ტროსი კედელზე იმისათვის, რომ ძელი იყოს წონასწორობაში იმ დროს, როცა ის კედელთან BAD = 45° კუთხეს ადგენს? იპოვეთ ტროსის T დაჭიმულობა და კედლის R რეაქცია.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გეომეტრიული მოსაზრებებიდან გამომდინარე გვაქვს (იხ. ნახაზი):



$$\frac{AM}{AC} = tg\alpha.$$

სამი არაპარალელური ძალის შესახებ თეორემის თანახმად ძალები M წერტილში გადაიკვეთება.

ვინაიდან ΔOAM = ΔOKB, ამიტომ

$$AM = KB = \frac{1}{2}\sin 45^\circ.$$

მაშინ,

$$\frac{1}{2AC}\sin 45^\circ = tg\alpha. \qquad (1)$$

მეორეს მხრივ,

$$\frac{DB}{CD} = tg\alpha, \text{ ანუ } \frac{l}{CD}\sin 45^\circ = tg\alpha. \qquad (2)$$

(1) და (2) ტოლობებიდან მივიღებთ

$$2AC = CD, AC = AD = l\cos 45^{\circ\circ} = 1,41 \text{ მ}$$

$$tg\alpha = \frac{l}{2l\cos 45^\circ}\sin 45^\circ = \frac{1}{2}.$$

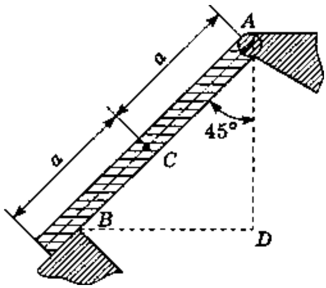
ძელი წონასწორობის პირობა:

$$\vec{R} + \vec{P} + \vec{T} = 0.$$

$$R = Ptg\alpha = \frac{1}{2}P = 25 \text{ ნ}, \ T = \frac{P}{\cos\alpha} = 56 \text{ ნ}.$$

პ ა ს უ ხ ი : AC = AD = 1,41 მ; T = 56 ნ; R = 25 ნ.

ამოცანა 2.28



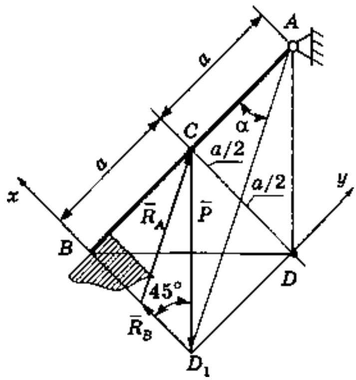
ნახაზზე ჭრილში გამოსახულ ფანჯრის AB ჩარჩოს შეუძლია ბრუნვა A სახსრის ჰორიზონტალური ღერძის გარშემო, ხოლო ქვედა B ბოლოთი თავისუფლად ეყრდნობა ფოსოზე. იპოვეთ საყრდენების რეაქციები, თუ მოცემულია, რომ ჩარჩოს წონა 89 ნ-ის ტოლია და მოდებულია ჩარჩოს შუა C წერტილში. ცნობილია ასევე, რომ AD = BD.

ა მ ო ხ ს ნ ა

ვინაიდან ჩარჩო იმყოფება წონასწორობაში, ამიტომ

$$\vec{R}_B + \vec{R}_A + \vec{P} = 0.$$

დავაგეგმილოთ ეს განტოლება x და y ღერძებზე (იხ. ნახაზი):



$$R_A \cos\alpha = P\sin 45^\circ, \qquad (1)$$

$$R_A \sin\alpha + R_B = P\cos 45^\circ, \qquad (2)$$

შევნიშნოთ, რომ

$$tg\alpha = \frac{1}{2}.$$

(1) და (2) ფორმულებიდან გვექნება

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{P\cos 45^\circ - R_B}{P\sin 45^\circ},$$

საიდანაც

$$R_B=\frac{1}{2}P\sin 45^\circ=\frac{1}{2}\cdot 89\cdot 0,707=31,5\text{ ნ}$$

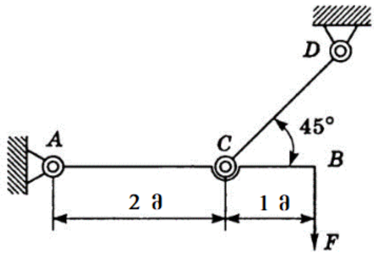
(2) განტოლებიდან ვიპოვით:

$$R_A=\frac{l}{\sin\alpha}\left(P\cos 45^\circ-R_B\right)=70,4\text{ ნ} .$$

პ ა ს უ ხ ი : $R_A = 70{,}4$ ნ; $R_B = 31{,}5$ ნ.

ამოცანა 2.29

AB კოჭს ჰორიზონტალურ მდგომარეობაში იჭერს CD ღერო. A, C და D წერტილებში დამაგრებები სახსრულია. განსაზღვრეთ A და D საყრდენების რეაქციები, თუ კოჭის ბოლოში მოქმედებს F = 5 კნ ვერტიკალური ძალა. ზომები მოცემულია ნახაზზე. წონები უგულებელყავით.



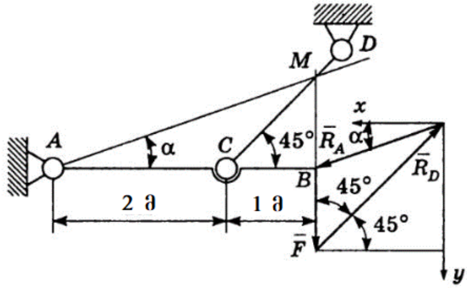
ა მ ო ხ ს ნ ა

ვინაიდან კოჭი იმყოფება წონასწორობაში, ამიტომ:

$$\vec{F}+\vec{R}+\vec{R}=0.$$

დავაგეგმილოთ ეს ტოლობა x და y ღერძებზე (იხ. ნახაზი). მივიღებთ შემდეგ სისტემას

$$\begin{cases} R_A\cos\alpha-R_D\sin 45^\circ=0,\\ R_A\sin\alpha+F-R_D\cos 45^\circ=0.\end{cases}$$



ABM სამკუთხედიდან ვიპოვით:

$$tg\alpha=\frac{1}{3},\quad \cos\alpha=\frac{3}{\sqrt{10}}.$$

თუ სისტემის განტოლებებიდან გამოვრიცხავთ R_A სიდიდეს, მაშინ მივიღებთ ერთ განტოლებას:

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{R_D\cos 45^\circ - F}{R_D\sin 45^\circ}.$$

ამ განტოლებიდან ვიპოვით R_D და R_A რეაქციებს:

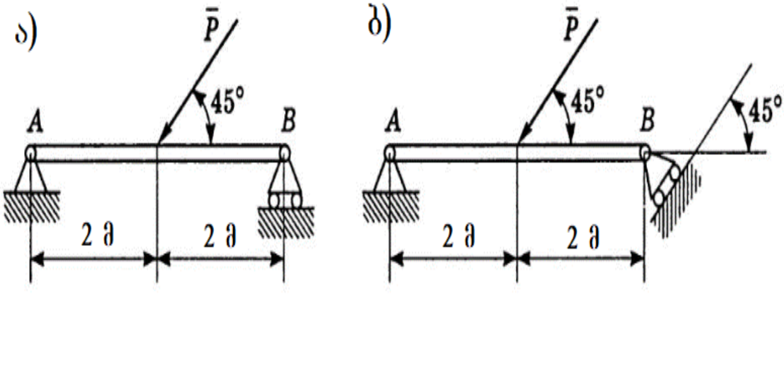
$$R_D=\frac{3F}{2\sin 45^\circ}=10,6 \text{ კნ};$$

$$R_A=R_D\cdot\frac{\sin 45^\circ}{\cos\alpha}=10,6\cdot\frac{0,707}{3}\sqrt{10}=7,9 \text{ კნ}.$$

პ ა ს უ ხ ი : R_A = 7,9 კნ; R_D = 10,6 კნ.

ამოცანა 2.30

AB კოჭი სახსრულად არის დამაგრებული A საყრდენზე; B ბოლოთი იგი დადებულია საგორავზე. კოჭის შუაში, მისი ღერძისადმი 45° კუთხით, მოქმედებს P = 2 კნ ძალა. განსაზღვრეთ საყრდენების რეაქციები ა) და ბ) შემთხვევებში. ზომები აიღეთ ნახაზებიდან. კოჭის წონა უგულებელყავით.



ა მ ო ხ ს ნ ა

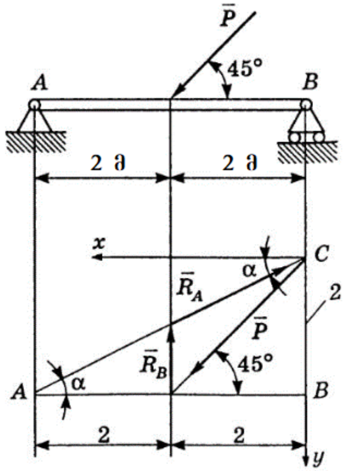
ა) სამი არაპარალელური ძალის შესახებ თეორემის თანახმად, კოჭზე მოქმედი ძალები გადაიკვეთებიან C წერტილში (ნახ. 1).

შევადგინოთ კოჭის წონასწორობის განტოლებები AB:

$$\begin{cases} -R_A\cos\alpha + P\cos45^\circ = 0, \\ -R_B\sin45^\circ - R_A\sin\alpha = 0. \end{cases}$$

მაშინ

$$R_A = P\frac{\cos45^\circ}{\cos\alpha} = 2\frac{0,707}{\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)} = 1,58 \text{ კნ};$$



ნახ. 1

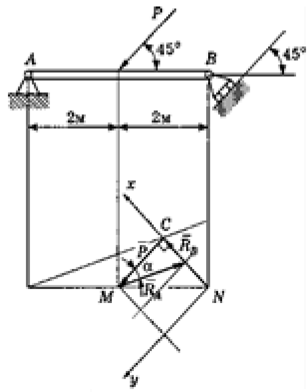
$$R_B = P\sin45^\circ - R_A\sin\alpha = 2\cdot0,707 - 1,58\cdot\frac{1}{\sqrt{5}} = 0,71 \text{ კნ}.$$

ბ) ვისარგებლოთ თეორემით სამი არაპარალელური ძალის შესახებ. ჩავწეროთ კოჭის წონასწორობის განტოლება შემდეგი სახით

$\vec{P} + \vec{R}_B + \vec{R}_A = 0$ (ნახ. 2).

MCN სამკუთხედიდან განვსაზღვროთ α კუთხე:

$$tg\alpha = \frac{1}{2}, \quad \cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$



ნახ. 2

რადგან MCN სამკუთხედი მართუთხაა, ამიტომ უცებ ვიპოვით

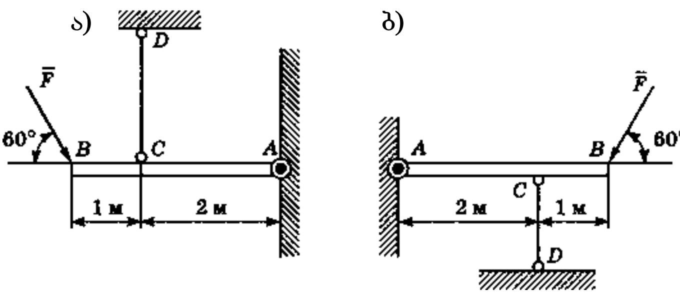
$$R_B = Ptg\alpha = 2\cdot\frac{1}{2} = 1 \text{ კნ},$$

$$R_A = \frac{P}{\cos\alpha} = P\frac{\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5} = 2,24 \text{ კნ.}$$

პ ა ს უ ხ ი : ა) R_A = 1,58 კნ; R_B = 0,71 კნ; ბ) R_A = 2,24 კნ; R_B = 1 კნ;

ამოცანა 2.31

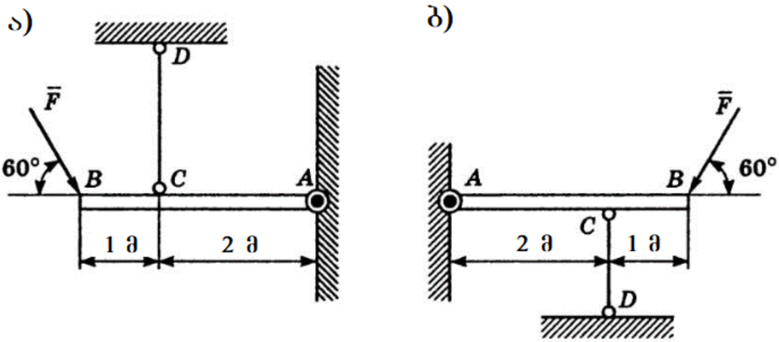
AB კოჭს ჰორიზონტალურ მდგომარეობაში ამაგრებს CD ღერო. კოჭის *B* ბოლოში მოქმედებს ჰორიზონტისადმი 60°-ით დახრილი F = 30 კნ ძალა. ნახაზის (ა) და (ბ) ფრაგმენტებზე გამოსახულია AB კოჭის ღეროთი დამაგრების ორი ვარიანტი. აიღეთ ზომები ნახაზიდან და იპოვეთ ორივე შემთხვევაში S ძალვა CD ღეროში და კოჭის კედელზე Q დაწოლა. დამაგრებები A, *C* და D წერტილებში სახსრულია. კოჭის და ღეროს წონები უგულებელყავით.



ა მ ო ხ ს ნ ა

ნახაზიდან ვიპოვით

$$BC = ACtg\alpha, \quad tg\alpha = \frac{tg60^\circ}{2}, \quad \sin\alpha = \sqrt{\frac{3}{7}}, \quad \cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{7}},$$



კოჭის წონასწორობის განტოლებებს ექნება სახე:

$$\begin{cases} -Q\cos\alpha + F\cos 60^\circ = 0, \\ -S + Q\sin\alpha + F\sin 60^\circ = 0. \end{cases}$$

სისტემის პირველი განტოლებიდან მივიღებთ

$$Q = F\frac{\cos 60^\circ}{\cos\alpha} 30\cdot\frac{0,5\sqrt{7}}{2} = 19,8 \text{ კნ}$$

მეორედან მივიღებთ —

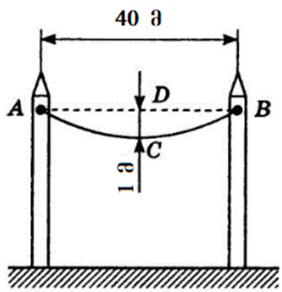
$$S = Q\sin\alpha + 7r\sin 60^\circ = 39 \text{ კნ}$$

აშკარაა, რომ ორივე შემთხვევაში ძალები ერთნაირია.

პასუხი: ა) S = 39 კნ, Q = 19,8 კნ; ბ) S = 39 კნ, Q = 19,8 კნ.

ამოცანა 2.32

ACB ელექტრული სადენი გაჭიმულია ორ ბოძს შორის ისე, რომ ქმნის ისეთ წირს, რომელიც შუაში AB ჰორიზონტალური ხაზიდან CD $= f = 1$ მ-ით არის ჩაზნექილი. ბოძებს შორის მანძილია AB $= l = 40$ მ. სადენის წონაა Q = 0,4 კნ. განსაზღვრეთ სადენის დაჭიმულობა: T_C — შუა წერტილში, T_A და T_B — ბოლოებში.

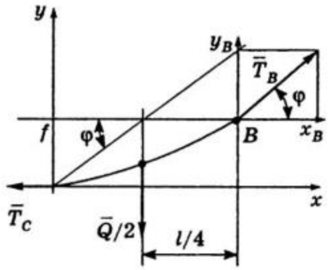


ჩათვალეთ, რომ სადენის თითოეული ნახევრის სიმძიმის ცენტრი მოდებულია $l/4$ მანძილზე უახლოესი ბოძიდან.

ა მ ო ხ ს ნ ა

შევადგინოთ სადენის მარჯვენა ნაწილის წონასწორობის განტოლებები:

$$\begin{cases} T_B\cos\varphi - T_C = 0, \\ T_B\sin\varphi - \dfrac{Q}{2} = 0, \end{cases} \Rightarrow$$



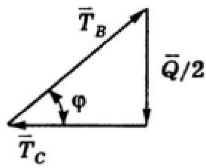
$$\begin{cases} T_B\cos\varphi = T_C, \\ T_B\sin\varphi = \dfrac{Q}{2}. \end{cases}$$

შესაბამისად,

$$tg\varphi = \frac{Q}{2T_C}.$$

მეორეს მხრივ,

$$tg\varphi = \frac{f}{l/4} = \frac{4f}{l}$$



მაშინ,

$$\frac{Q}{2T_C} - \frac{4f}{l}, \quad T_C = \frac{Ql}{8f}.$$

ვინაიდან $\sin\varphi = \dfrac{4f/l}{\sqrt{1+(4f/l)^2}}$,

ამიტომ, $T_B = T_A = \dfrac{Q}{2\sin\varphi} = \dfrac{Q}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{1+(4f/l)^2}}{4f/l}$.

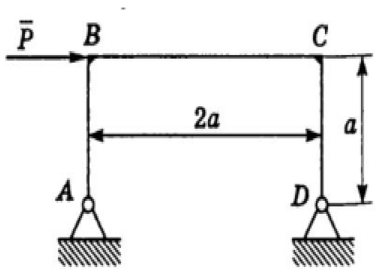
თუ ჩავსვამთ რიცხვით მნიშვნელობებს, მივიღებთ

$T_C = 2$ კნ; $T_B = T_A = 2{,}01$ კნ.

პ ა ს უ ხ ი : $T_C = 2$ კნ; $T_B = T_A = 2{,}01$ კნ.

.

ამოცანა 2.33



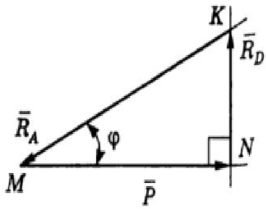
ნახაზზე გამოსახული ჩარჩოსთვის განსაზღვრეთ R_A და R_D რეაქციები, რომელიც აღიძვრება B წერტილში მოდებული ჰორიზონტალური P ძალის მოქმედების შედეგად. ჩარჩოს წონა უგულებელყავით.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გეომეტრიული მოსაზრებებიდან გვექნება(იხ. ნახაზი)

$$AC = \sqrt{5a^2} = a\sqrt{5},$$

$$\sin\varphi = \frac{a}{a\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5},$$



$$\cos\varphi = \frac{2a}{a\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \quad tg\varphi = \frac{1}{2}.$$

ჩავწეროთ ჩარჩოს წონასწორობის განტოლება:

$$\vec{P} + \vec{R}_D + \vec{R}_A = 0.$$

MKN ძალური სამკუთხედიდან ვიპოვოთ R_D რეაქცია:

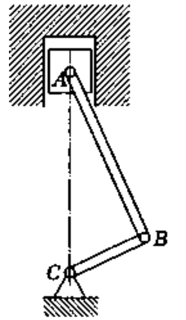
$$R_D = Ptg\varphi = \frac{P}{2}$$

და R_A რეაქცია:

$$R_A = \frac{P}{\cos\varphi} = \frac{P}{1\sqrt{5}/2} = p\frac{\sqrt{5}}{2}.$$

პ ა ს უ ხ ი: $R_A = p\frac{\sqrt{5}}{2}; \quad R_D = \frac{P}{2}.$

ამოცანა 2.34



შიგაწვის ძრავის დგუშის ფართობია 0,02 მ^2, ბარბაცას სიგრძეა AB = 30 სმ, მრუდმხარას სიგრძეა BC = 6 სმ. გაზის წნევა დგუშის ზევით არის P_1 = 1000 კპა, ხოლო დგუშის ქვევით — P_2 = 200 კპა. იპოვეთ AB ბარბაცას მხრიდან BC მრუდხარაზე მოქმედი T ძალა, რომელიც გამოწვეულია წნევათა სხვაობით, თუ კუთხე ABC = 90°. ცილინდრსა და დგუშს შორის ხახუნი უგულებელყავით.

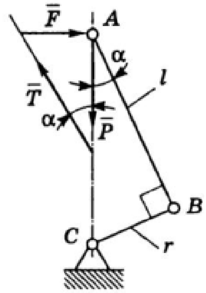
ა მ ო ხ ს ნ ა

გეომეტრიული მოსაზრებებიდან გამომდინარე (იხ. ნახაზი):

$$\frac{r}{l}=tg\alpha,$$

მაშინ,

$$\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{r}{l}\right)^2}}.$$



გაზების წნევის ძალები ტოლია $P = S(P_1 - P_2)$, სადაც S არის დგუშის ფართობი.

გამოვიყენოთ თეორემა სამი ძალის შესახებ და ჩავწეროთ ჩარჩოს წონასწორობის განტოლება:

$$\vec{P}+\vec{T}+\vec{F}=0.$$

ძალური სამკუთხედიდან მივიღებთ

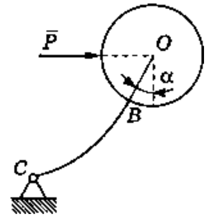
$$T=\frac{P}{\cos\alpha}=P\sqrt{1+\left(\frac{r}{l}\right)^2}=S\left(P_1-P_2\right)\sqrt{1+\left(\frac{r}{l}\right)^2}=$$

$$=0,02\cdot\left(1000-200\right)\sqrt{1+\left(\frac{6}{30}\right)^2}=16 \text{ კნ}$$

პ ა ს უ ხ ი: T = 16,3 კნ.

შ ე ნ ი შ ვ ნ ა. **აქაც და შემდგომშიც პასუხი კრებულში მოყვანილ პასუხებს შეიძლება მიახლოებით დაემთხვეს მხოლოდ. ეს გამოწვეულია დამრგვალებისა და გამოთვლების შესაძლო ცდომილებებით.**

ამოცანა 2.35

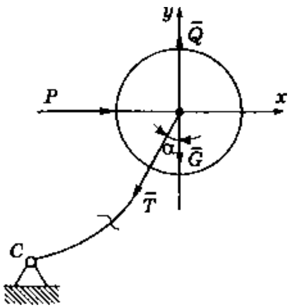


G წონის საჰაერო ბურთს წონასწორობაში იჭერს BC ტროსი. ბურთზე მოქმედებს ამომგდები $\vec{Q}$ ძალა და ქარის დაწოლის ჰორიზონტალური $\vec{P}$ ძალა. განსაზღვრეთ ტროსის დაჭიმულობა B წერტილში და α კუთხე.

ა მ ო ხ ს ნ ა

ნახაზზე გამოვსახოთ სისტემაზე მოქმედი ძალები.

შევადგინოთ ბურთის წონასწორობის განტოლებები:



$$\begin{cases} P - T\sin\alpha = 0, \\ (Q-G) - T\cos\alpha = 0, \end{cases}$$

ანუ,

$$\begin{cases} T\sin\alpha = P, \\ T\cos\alpha = (Q-G). \end{cases}$$

სისტემიდან ვიპოვით:

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{P}{Q-G}, \ tg\alpha = \frac{P}{Q-G}, \ \ \alpha = arctg\,\frac{P}{Q-G}.$$

ავიყვანოთ სისტემის განტოლებები კვადრატში და შევკრიბოთ:

$$T^2\left(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha\right) = P^2 + (Q-G)^2,$$

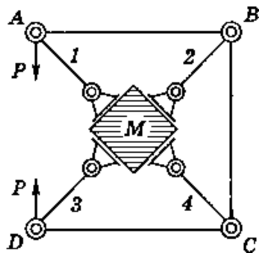
$$T^2 = P^2 + (Q-G)^2.$$

შესაბამისად,

$$T = \sqrt{P^2 + (Q-G)^2}.$$

პ ა ს უ ხ ი : $T=\sqrt{P^2+\left(Q-G\right)^2};\ \alpha=arctg\,\dfrac{P}{Q-G}.$

ამოცანა 2.36



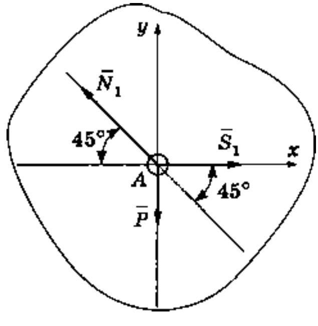
ცემენტის *M* კუბს კუმშავენ მის ოთხ წახნაგზე სახსრული მექანიზმით დაწოლის საშუალებით, სადაც AB, BC და CD ღეროები ABCD კვადრატის გვერდებს ემთხვევიან. ხოლო *1,2,3,4* ღეროები ერთმანეთის ტოლია და მიმართულნი არიან იმავე კვადრატის დიაგონალლების გასწვრივ. A და D წერტილებში მოდებულია ერთიდაიგივე P მოდულის მქონე ორი ძალა, ისე როგორც ეს ნახაზზეა ნაჩვენები. განსაზღვრეთ კუბის მკუვმშავი N_1|, N_2, N_3, N_4, ძალები და AB, BC , CD ღეროებში აღძრული S_1, S_2, S_3 ძალვები, თუ A და D წერტილებში მოდებული ძალების სიდიდეა 50 კნ.

ა მ ო ხ ს ნ ა

შევადგინოთ A კვანძის წონასწორობის განტოლებები (იხ. ნახაზი):

$$\begin{cases} S_1-N\cos45^\circ=0, \\ N_1\sin45^\circ-P=0. \end{cases}$$

შესაბამისად,



$$N_1=\frac{P}{\sin45^\circ}=\frac{50}{0,707}=70,7$$

კნ.

$$S_1=N\cos45^\circ=70,7\cdot0,707=50$$

კნ.

ამოცანის სიმეტრიულობიდან გამომდინარე —

$N_1=N_2=N_3=N_4=70,7$ კნ;

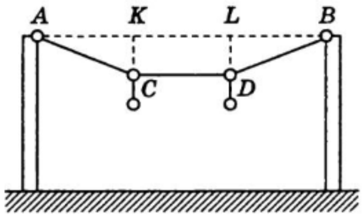
$S_1=S_2=S_3=S_4=50$ კნ.

პ ა ს უ ხ ი : $N_1=N_2=N_3=N_4=70,7$ კნ;

გამჭიმავი ძალებია $S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = 50$ კნ.

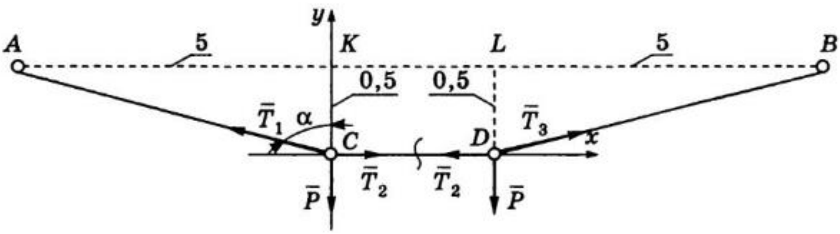
ამოცანა 2.37

ტრამვაის ორი სადენი ჩამოკიდებულია ორ-ორ ბოძზე განივად დაკიდებულ მავთულის ბაგირებზე. გზის გასწვრივ ბოძები განლაგებულია ერთმანეთისგან 40 მ-ის დაშორებით. თითოეული განივი ბაგირისათვის მანძილები $AK = KL = LB = 5$ მ, KC = LD = 0,5 მ. უგულებელყავით ბაგირის წონა და იპოვეთ მის AC, CD , DB უბნებზე T_1, T_2, T_3 დაჭიმულობები, თუ 1 მ სიგრძის სადენის წონაა 7,5 ნ.



ა მ ო ხ ს ნ ა

ამოცანის პირობის თანახმად, $P = 40 \cdot 7,5 = 300$ ნ



ნახაზიდან ვიპოვით:

$$tg\alpha = \frac{5}{0,5} = 10, \ \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + tg^2 ga}}.$$

შევადგინოთ C კვანძის წონასწორობის განტოლებები:

$$\begin{cases} -T_1 \sin\alpha + T_2 = 0 \\ T_1 \cos\alpha - P = 0 \end{cases}$$

$$T_1 \sin\alpha = T_2, \ \ T_1 \cos\alpha = P.$$

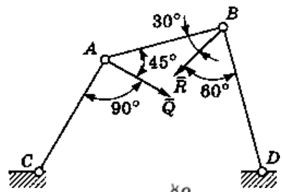
$$T_2 = Ptga = 300 \cdot 10 = 3000 \text{ ნ} = 3 \text{ კნ}$$

$$T_1 = P\sqrt{1 + tg^2 a} = 300\sqrt{1 + 10^2} = 3015\, n = 3,015 \text{ კნ}$$

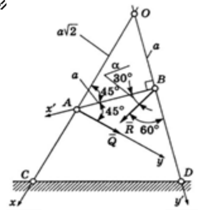
ანალოგიურად შეიძლება ითქვას, რომ $T_3 = T_1 = 3,015$ კნ.

პ ა ს უ ხ ი : $T_3 = T_1 = 3,015$ კნ; $T_2 = 3$ კნ;

ამოცანა 2.38



ABDC სახსრულ-ღეროვან ოთხკუთხედში CD გვერდი დამაგრებულია. A სახსარში BAQ = 45° კუთხით მოდებულია Q = 100 ნ ძალა. განსაზღვრეთ რა $\vec{R}$ სიდიდის ძალა უნდა მოვდოთ B სახსარზე ABR = 30° კუთხით იმისათვის, რომ ABDC ოთხკუთხედი იყოს წონასწორობაში, თუ კუთხეები : CAQ = 90°, DBR = 60°.



მ ო ხ ს ნ ა

I ხერხი (ნახ. 1).

შევადგინოთ O წერტილის მიმართ მომენტების განტოლება:

$$Q\cdot a\sqrt{2}-Ra\cdot\cos 30^{\circ}=0.$$

$$R=Q\frac{\sqrt{2}}{\cos 30^{\circ}}=2\cdot 100\cdot\frac{1,414}{1,732}=163\text{ ნ}.$$

II ხერხი (ნახ. 2).

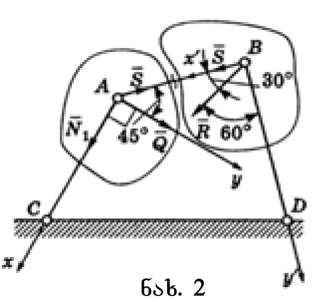
გამოვიყენოთ კვანძების ამოჭრის მეთოდი:

$$\begin{cases} Q+S\cos 45^{\circ}=0. \\ R\cos 30^{\circ}+S=0. \end{cases}$$

$$S=-R\cos 30^{\circ},$$

$$Q-R\cos 30^{\circ}\cos 45^{\circ}=0$$

$$R=\frac{Q}{\cos 30^{\circ}\cos 45^{\circ}}163\text{ ნ}$$

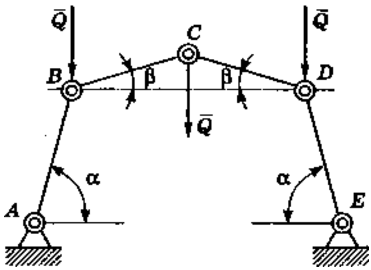


ნახ. 2

პასუხი : R = 163 ნ,.

ამოცანა 2.39

სახსრულ-ღეროვანი მრავალკუთხედი შედგება ოთხი სხვადასხვა ღეროსგან; A და E ბოლოები სახსრულადაა დამაგრებული; B, C, D კვანძები დატვირთულია ერთნაირი $\vec{Q}$ დატვირთვით. წონასწორობის მდგომარეობაში განაპირა ღეროების ჰორიზონტისადმი დახრის კუთხეა $\alpha = 60°$. განსაზღვრეთ შუა ღეროების ჰორიზონტისადმი დახრის β კუთხე.

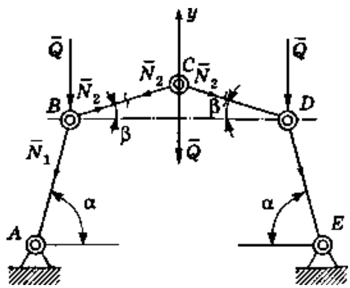


ა მ ო ხ ს ნ ა

ნახაზზე გამოვსახოთ სისტემაზე მოქმედი ძალები.

შევადგინოთ კვანძების წონასწორობის განტოლებები:

კვანძი B:



$$\begin{cases} -N_1\cos\alpha + N_2\cos\beta = 0, \\ -N_1\sin\alpha + N_2\sin\beta - Q = 0. \end{cases}$$

კვანძი C (y ღერძზე პროექციები):

$$-2N_2\sin\beta - Q = 0.$$

შესაბამისად, $Q = -2N_2\sin\beta$.

სისტემიდან მივიღებთ

$$\begin{cases} N_1\cos\alpha = N_2\cos\beta, \\ N_1\sin\alpha = N_2\sin\beta - Q, \end{cases}$$

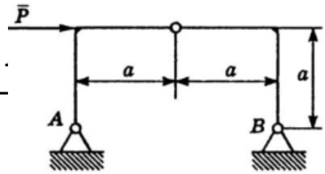
$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{N_2\sin\beta-Q}{N_2\cos\beta}=\frac{N_2\sin\beta+2N_2\sin\beta}{N_2\cos\beta}=3\frac{\sin\beta}{\cos\beta},$$ ანუ

$$tg\alpha=3tg\beta\Rightarrow tg\beta=\frac{1}{3}tg\alpha=\frac{1}{\sqrt{3}},\ \beta=30^\circ.$$

პასუხი: $\beta = 30°$.

ამოცანა 2.40

ნახაზზე გამოსახული სამსახსრიანი თაღისთვის განსაზღვრეთ A და B საყრდენების რეაქციები, რომელიც აღიძვრება ჰორიზონტალური P ძალის მოქმედების შედეგად. თაღის წონა უგულებელყავით.



ამოხსნა

გამოვიყენოთ სამი ძალის შესახებ თეორემა და ჩავწეროთ წონასწორობის განტოლება:

$$\vec{P}+\vec{R}_B+\vec{R}_A=0.$$

ძალური სამკუთხედიდან ვიპოვით (იხ. ნახაზი)

$$R_A=R_B=P\cos 45^\circ=P\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

პასუხი: $R_A=R_B=P\dfrac{\sqrt{2}}{2}.$

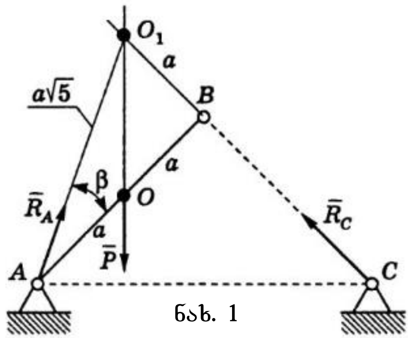
ამოცანა 2.41

P წონის მქონე წრფივი ერთგვაროვანი AB ძელი და ნებისმიერი მოხაზულობის მრუდწირული ღერძის მქონე უწონო BC ღერო ერთმანეთთან სახსრულად არიან შეერთებულნი B წერტილში და ასევე სახსრულად არიან შეერთებულნი AC ჰორიზონტალზე მდებარე A და C საყრდენებთან. AB და BC წრფეები AC წრფესთან $\alpha = 45°$ კუთხეს ადგენენ. განსაზღვრეთ A და C საყრდენების რეაქციები.

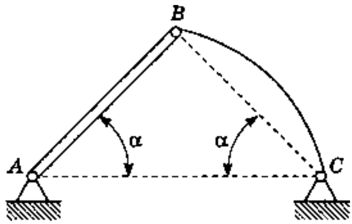
ა მ ო ხ ს ნ ა

სამი არაპარალელური ძალის შესახებ თეორენის თანახმად ავაგოთ O_1 წერტილი (იხ ნახ. 1).

ABO_1 სამკუთხედიდან ვიპოვით



ნახ. 1

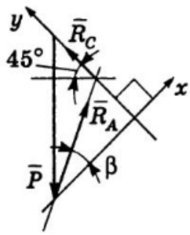


$$tg\beta = \frac{1}{2}, \ \sin\beta = \frac{1}{\sqrt{5}}, \ \cos\beta = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

ჩავწეროთ AB ძელის წონასწორობის განტოლება:

$$\vec{P}+\vec{R}_A+\vec{R}_C=0.$$

მიღებული ვექტორული ტოლობა დავაგეგმილოთ x, y ღერძებზე (ნახ. 2):



ნახ. 2

$$\begin{cases} R_A\cos\beta-P\sin 45^\circ=0, \\ R_C+R_A\sin\beta-P\cos 45^\circ=0, \end{cases}$$

საიდანაც ვიპოვით:

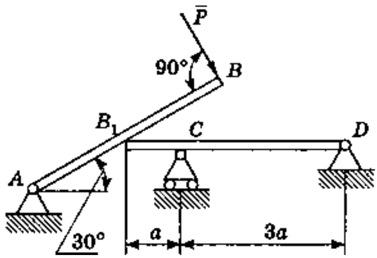
$$R_A=P\frac{\sin 45^\circ}{\cos\beta}=P\frac{\sqrt{10}}{4}.$$

$$R_C=P\frac{\sqrt{2}}{2}-R_A\sin\beta=P\frac{\sqrt{2}}{2}-P\frac{\sqrt{2}}{4}=P\frac{\sqrt{2}}{4}.$$

პასუხი: $R_A=\dfrac{\sqrt{10}}{4}P;\ R_C=\dfrac{\sqrt{2}}{4}P.$

ამოცანა 2.42

AB დახრილი კოჭი, რომლის B ბოლოზე მოქმედებს P ძალა, B_1 შუა ნაწილით ეყრდნობა CD კოჭის კონსოლს. უგულებელყავით კოჭების წონები და იპოვეთ საყრდენების რეაქციები.



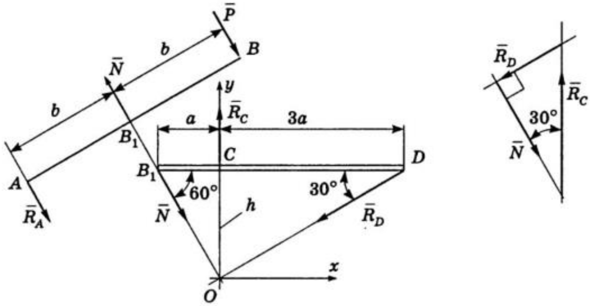
ამოხსნა

განვიხილოთ AB კოჭის წონასწორობა (იხ. ნახაზი). AB და CD კოჭების ურთიერთქმედებით გამოწვეული ძალვის საპოვნელად შევადგინოთ მომენტების განტოლებები:

A წერტილის მიმართ —

$$N\cdot b-P\cdot 2b=0\Rightarrow n=3P;$$

B_1 წერტილის მიმართ —



$$R_A \cdot b - P \cdot b = 0 \Rightarrow R_A = P.$$

განვიხილოთ B_1D კოჭის წონასწორობა. B_1D კოჭზე მოდებული ძალები ადგენენ თავმოყრილ ძალთა სისტემას. ამ სისტემისთვის წონასწორობის პირობას აქვს შემდეგი სახე:

$$\vec{R}_A + \vec{N} + \vec{R}_C = 0.$$

ანუ:

$$\begin{cases} -N\sin 60^\circ + R_C - R_D \sin 30^\circ = 0, \\ N\cos 60^\circ - R_D \,\mathrm{s}\cos 30^\circ = 0. \end{cases}$$

სისტემის ამოხსნის შედეგად მივიღებთ

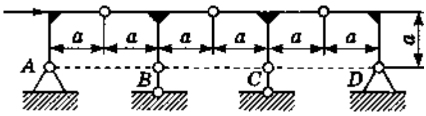
$$R_D = N\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2P}{\sqrt{3}};\; R_C = N\sin 60^\circ + R_D \sin 30^\circ = \frac{4P}{\sqrt{3}}.$$

$$R_A = P;\; R_D = \frac{2P}{\sqrt{3}};\; R_C = \frac{4P}{\sqrt{3}}.$$

პ ა ს უ ხ ი :

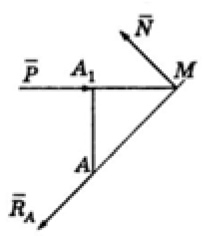
ამოცანა 2.43

მოცემულია თაღებით შედგენილი სისტემა, რომელთა ზომები ნაჩვენებია ნახაზზე. განსაზღვრეთ ჰორიზონტალური P ძალის მოქმედების შედეგად აღძრული ძალვები A, B, C , D საყრდენებში.



ამოხსნა

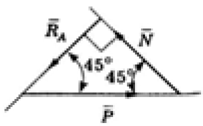
ვიგულისხმოთ, რომ თაღებს წონა არ გააჩნიათ და განვიხილოთ AA_1M თაღის წონასწორობა (ნახ. 1). სამი არაპარალელური ძალის შესახებ თეორემის გამოყენებით ავაგოთ ძალური PNR_A სამკუთხედი, სადაც: $\vec{R}_A$ — A სახსრის რეაქციაა, $\vec{N}$ — M სახსრის რეაქციაა (ნახ. 2).



ნახ 1

თავმოყრილ ძალთა სისტემის წონასწორობის პირობა:

$$\vec{R}_A + \vec{N} + \vec{P} = 0.$$



ნახ 2

PNR_A ძალური სამკუთ ხედიდან ვიპოვით:

$$R_A = P\cos 45^\circ = P\frac{\sqrt{2}}{2};\ N = P\cos 45^\circ = P\frac{\sqrt{2}}{2}$$

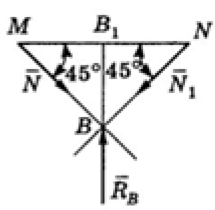
განვიხილოთ MB_1BN ნაწილის წონასწორობა (ნახ. 3), სადაც

$\vec{N}$ — MB_1BN ნაწილიზე N სახსრის რეაქციაა,

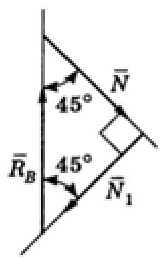
$\vec{R}_B$ — B საყრდენის რეაქციაა.

თავმოყრილ ძალთა სისტემის წონასწორობის პირობა:

$$\vec{R}_B + \vec{N} + \vec{N} = 0.$$



ნახ 3



ნახ 4

R_BNN_1 ძალური სამკუთხედიდან (ნახ. 4) ვიპოვით:

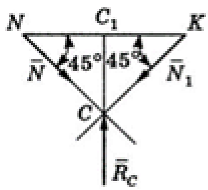
$$R_B = 2N\cos 45^\circ = P.$$

$$N_1 = N = P\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

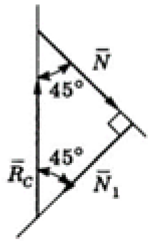
განვიხილოთ NC_1CK ნაწილის წონასწორობა (ნახ. 5).

თავმოყრილ ძალთა სისტემის წონასწორობის პირობა:

$$\vec{R}_C+\vec{N}+\vec{N}_1=0.$$



ნახ 5



ნახ 6

P_CNN_1 ძალური სამკუთხედიდან (ნახ. 6) ვიპოვნით::

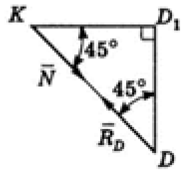
$$R_C = 2N\cos 45° = P.$$

განვიხილოთ KD_1D ნაწილის წონასწორობა (ნახ. 7).

$$\vec{R}_D+\vec{N}=0.$$

შესაბამისად,

$$R_D = P\frac{\sqrt{2}}{2};$$



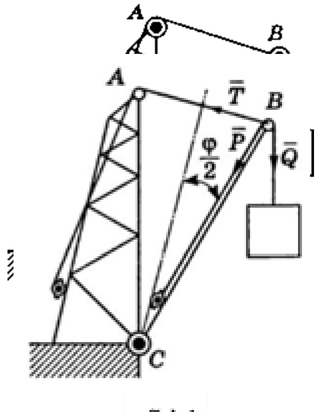
ნახ 7

პ ა ს უ ხ ი :

$$R_A=\frac{\sqrt{2}}{2};\ P_B=P;\ P_C=P;\ R_D=P\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

ამოცანა 2.44

ამწე შედგება AC ანძისაგან და მოძრავი C სახსრიანი BC ფერმისაგან, რომელსაც იჭერს AB ტროსი. Q = 40 კნ ტვირთი კიდია ისეთ ჯაჭვზე, რომელიც გადაკიდებულია B ბლოკზე და BC მონაკვეთით მიემართება ჯალამბარისკენ. სიგრძე AC = BC. უგულებელყავით ფერმის წონა და ბლოკზე ხახუნი. იპოვეთ AB ტროსის დაჭიმულობა და BC წრფის გასწვრივ ფერმის მკუმშავი P ძალის ACB = φ კუთხეზე დამოკიდებულება.



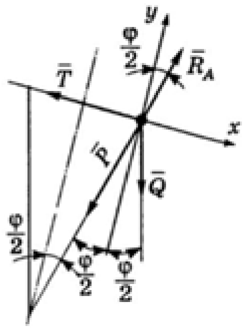
ნახ 1

ა მ ო ხ ს ნ ა

განვიხილოთ B ბლოკის წონასწორობა. ბლოკზე მოქმედი ძალები გამოსახულია ნახ. 1-ზე.

შევადგინოთ იდეალური ბლოკის წონასწორობის განტოლებები (პროექციებში) (ნახ. 2), სადაც, $\overrightarrow{R_A}$ —ფერმის მხრიდან ბლოკზე რეაქციაა, $\vec{T}$ — ტროსის დაჭიმულობის ძალაა, $\vec{Q}$ — წონაა (რომელიც ჯაჭვის განშტოებების დაჭიმულობის ტოლია):

$$\begin{cases} -T - Q\sin\frac{\varphi}{2} + Q\sin\frac{\varphi}{2} + R_A\sin\frac{\varphi}{2} = 0, \\ R_A\cos\frac{\varphi}{2} - 2Q\cos\frac{\varphi}{2} = 0. \end{cases}$$



ნახ 2

სისტემის მეორე განტოლებიდან ვიპოვით

$$R_A = 2Q = 80 \text{ კნ.}$$

პირველიდან —

$$T = R_A\sin\frac{\varphi}{2} = 80\sin\frac{\varphi}{2}.$$

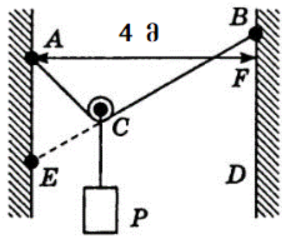
აქსიომა 2-ის თანახმად (ორი ძალის წონასწორობის შესახებ) გვექნება

$$P = R_A = 80 \text{ კნ.}$$

პ ა ს უ ხ ი : $T = 80\sin\frac{\varphi}{2}$ კნ; $P = 80$ კნ, φ კუთხისაგან დამოუკიდებლად.

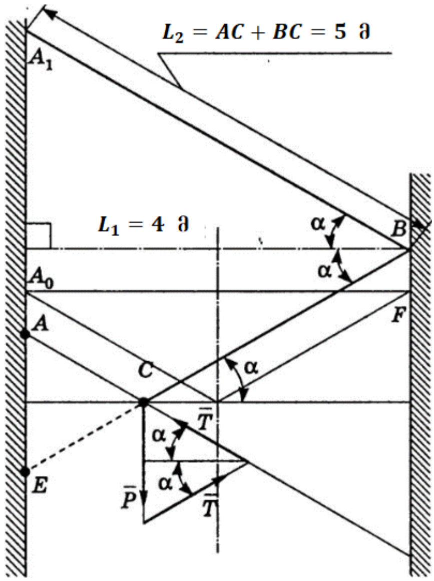
ამოცანა 2.45

P = 18 ნ ტვირთით დატვირთულ C ბლოკს შეუძლია ისეთ მოქნილ ACB ტროსის გასწვრივ სრიალი, რომლის A და B ბოლოები კედლებზეა მიმაგრებული. კედლებს შორის მანძილია 4 მ; ტროსის სიგრზეა 5 მ. იპოვეთ ტროსის დაჭიმულობა ბლოკისა და ტვირთის წონასწორობის შემთხვევაში. ტროსის წონა და ბლოკის ტროსზე ხახუნი უგულებელყავით.



ა მ ო ხ ს ნ ა

ვინაიდან ბლოკი იდეალურია და ბლოკსა და ტროსს შორის ხახუნი არ არსებობს, ამიტომ ტროსის ორივე მხარეს განშტოებებში დაჭიმულობა ერთნაირია და T სიდიდის ტოლია



გეომეტრიული აგებებიდან (იხ. ნახაზი) გამომდინარეობს, რომ

$$\sin\alpha = \frac{A_0A_1}{A_1B} = \frac{\sqrt{L_1^2 - L_2^2}}{L_2}.$$

ძალური სამკუთხედიდან ვიპოვნით:

$$2T\sin\alpha = P,\ 2T\frac{\sqrt{L_1^2 - L_2^2}}{L_2} = P,$$

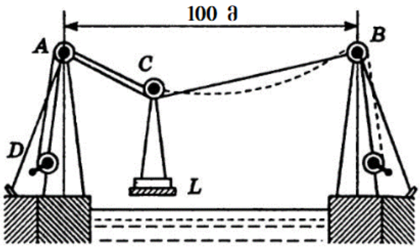
საიდანაც,

$$T = \frac{P}{2}\frac{L_2}{\sqrt{L_1^2 - L_2^2}} 15 \text{ ნ.}$$

პ ა ს უ ხ ი: 15 ნ. (BF. სიმაღლისგან დამოუკიდებლად).

ამოცანა 2.46

მდინარეზე გადასასვლელად მოწყობილია L საკიდელა, რომელიც C გორგოლაჭის საშუალებით ჩამოკიდებულია კოშკების ფოლადის A და B წვეროებზე მიბმული AB გვარლზე. C გორგოლაჭის



მარცხენა ნაპირისაკენ გადასაადგილებლად გამოიყენება A ბლოკზე გადაკიდებული და D ჯალამბარზე დახვეული CAD ბაგირი; ასეთივე ბაგირია გამოყენებული საკიდელას მარჯვენა ნაპირისკენ გადასაქაჩად. A და B წერტილები ერთ ჰორიზონტალზე იმყოფებიან და ერთმანეთისგან AB = 100 მ მანძილით არიან დაშორებულნი; ACB გვარლის სიგრძეა 102 მ;

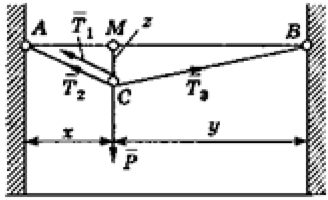
საკიდელას წონაა 50 კნ. უგულებელყავით ბაგირების და გვარლის წონები, ასევე გორგოლაჭის გვარლზე ხახუნი და განსაზღვრეთ CAD ბაგირის დაჭიმულობა და ACB ტროსის დაჭიმულობა იმ მომენტისთვის, როცა AC განშტოების სიგრძეა 20 მ.

ა მ ო ხ ს ნ ა

განვიხილოთ ACM და MCB სამკუთხედები(ნახ. 1). შემოვიღოთ აღნიშვნები: $AM = x, MB = y, MC = z$,

პითაგორას თეორემის თანახმად

$$x^2 + z^2 = 20^2; \; y^2 + z^2 = 82^2.$$



ნახ. 1

ამრიგად, მივიღებთ განტოლებათა სისტემას

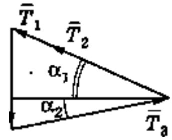
$$\begin{cases} x + y = 100, \\ x^2 + z^2 = 20^2, \\ y^2 + z^2 = 82^2. \end{cases}$$

ამოვხსნათ სისტემა: x = 17,38 მ; y = 81,82 მ; z = 9,9 მ.

ნახ. 2-დან გამოვთვლით:

$$\sin\alpha_1 = \frac{z}{AC} = \frac{9,9}{20} = 0,495,$$

$$\cos\alpha_1 = \frac{x}{AC} = \frac{17,38}{20} = 0,869,$$



ნახ. 2

$$\sin\alpha_2 = \frac{z}{CB} = \frac{9,9}{82} = 0,121, \; \cos\alpha_2 = \frac{81,62}{20} = 0,995.$$

შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები C კვანძისთვის:

$$\begin{cases} (T_1 + T_2)\cos\alpha_1 - T_3\cos\alpha_2 = 0, \\ (T_1 + T_2)\mathrm{c}\sin\alpha_1 + T_3\sin\alpha_2 - P = 0. \end{cases}$$

აღვნიშნოთ $T_1 + T_2 = T_0$, მაშინ განტოლებათა ბოლო სისტემა მიიღებს სახეს

$$\begin{cases} T_0 \cos\alpha_1 = T_3 \cos\alpha_2, \\ T_0 \sin\alpha_1 + T_3 \sin\alpha_2 = P. \end{cases}$$

ამოვხსნათ ბოლო სისტემა:

$$T_3 = T_0 \frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha_2};$$

$$T_0 \sin\alpha_1 + T_0 \frac{\cos\alpha_1 \sin\alpha_2}{\cos\alpha_2} = P;$$

$$T_0 \left(\sin\alpha_1 + tg\alpha_2 \cos\alpha_1\right) = P;$$

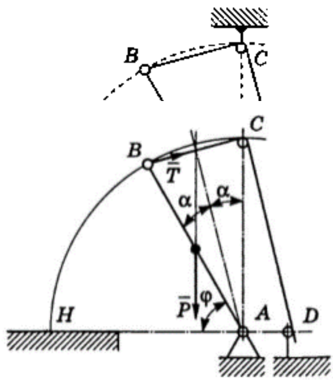
$$T_0 = \frac{P}{\sin\alpha_1 + tg\alpha_2 \cos\alpha_2} = 7,5 \text{ კნ};$$

$$T_3 = P \frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha_2 \left(\sin\alpha_1 + tg\alpha_2 \cos\alpha_1\right)} = \frac{P}{\sin\alpha_2 + tg\alpha_1 \cos\alpha_2} = 95,6$$
კნ.

პასუხი $T_{CAD} = T_0 = 7,5$ კნ; $T_{CB} = T_{CA} = T_3 = 95,6$ კნ.

ამოცანა 2.47

ნახაზზე ჭრილში გამოსახული 100 ნ წონის მქონე ფანჯრის AB ჩარჩო იღება A ჰორიზონტალური ღერძის გარშემო მობრუნების შედეგად. C და D ბლოკებზე გადაკიდებული BCD ზონრის საშუალებით. ბლოკი და A წერტილი ერთ ვერტიკალზე მდებარეობენ. ჩარჩოს წონა მოდებულია მის შუა წერილში. C ბლოკის ზომები და ხახუნი უგულებელყავით. იპოვეთ ზონრის T დაჭიმულობის დამოკიდებულება φ კუთხეზე, რომელსაც



ნახ. 1

ქმნის AB ჩარჩო AH ჰორიზონტალთან, იმ დაშვებით, რომ AB = AC, იპოვეთ აგრეთვე ამ დაჭიმულობის უდიდესი და უმცირესი მნიშვნელობები.

ა მ ო ხ ს ნ ა

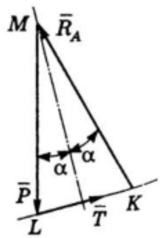
ნახ. 1-დან ჩანს, რომ $\angle BAC = 90° - \varphi$.

ვინაიდან BAC სამკუთხედი ტოლფერდაა, ამიტომ

$$AD - s = \angle BAC/2 = 45° - \varphi/2$$

ფანჯრის ჩარჩოზე მოქმედი ძალების მიერ შექმნი ძალური სამკუთხედიდან (ნახ. 2) ვიპოვით:

$$T = 100\sin\left(\frac{45^{\circ} - \varphi}{2}\right).$$



ნახ. 2

ამ დამოკიდებულებიდან შეგვიძლია დავასკვნათ:

როცა $\varphi = 0$, მაშინ

$T_{max} = 100\sin 45° = 70{,}7$ ნ;

როცა $\varphi = 90°$, მაშინ

$T_{min} = 0$.

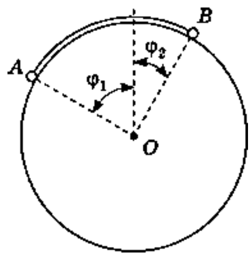
პ ა ს უ ხ ი: $T = 100sin(45° - \varphi/2)$ ნ;

როცა $\varphi = 0$, მაშინ $, T_{max} = 70{,}7.$ ნ;

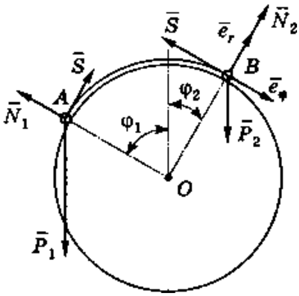
როცა $\varphi = 90°$, მაშინ $T_{min} = 0$

ამოცანა 2.48

OA = 0,1 მ რადიუსის და ჰორიზონტალური ღერძის მქონე მრგვალ გლუვ ცილინდრზე დევს ორი A და B ბურთულა. პირველის წონაა 1 ნ, მეორის — 2 ნ. ბურთულები შეერთებულია 0,2 ნ სიგრძის AB ძაფით. განსაზღვრეთ OA და OB რადიუსების მიერ ვერტიკალურ OC წრფესთან შედგენილი φ_1 და φ_2 კუთხეები წონასწორობის შემთხვევაში. იპოვეთ აგრეთვე ბურთულების ცილინდრზე N_1 და N_2 დაწოლები A და B წერტილებში. ბურთულების ზომები უგულებელყავით.



ა მ ო ხ ს ნ ა



გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი ძალები.

შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები A ბურთულისთვის:

$$\begin{cases} N_1 - P_1\cos\varphi_1 = 0, \\ S - P_1\sin\varphi_1 = 0 \end{cases}$$

და B ბურთულისთვის:

$$\begin{cases} N_2 - P_2\cos\varphi_2 = 0, \\ S - P_2\sin\varphi_2 = 0. \end{cases}$$

ძაფის სიგრძე ტოლია $OA\cdot(\varphi_1+\varphi_2) = 0{,}1\cdot(\varphi_1+\varphi_2) = 0{,}2$, შესაბამისად, $\varphi_1 + \varphi_2 = 2$.

წონასწორობის განტოლებებიდან გამომდინარეობს შემდეგი დამოკიდებულებები:

$$N_1 = P_1\cos\varphi_1;$$

$$N_2 = P_2\cos\varphi_2;$$

$$S = P_1\sin\varphi_1;$$

$$S = P_2\sin\varphi_2;$$

ბოლო ორი განტოლებიდან ვიპოვით:

$$\frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_2} = \frac{P_2}{P_1} = 2.$$

შემდეგ გამოვთვლით:

$$\frac{\sin(2-\varphi_2)}{\sin\varphi_2} = 2,\ tg\varphi_2 = \frac{\sin 2}{2+\cos 2},$$

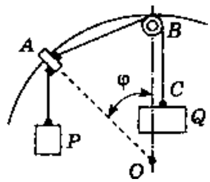
საიდანაც,

$$\varphi_2 = 29^\circ 50' \ \ \varphi_1 = 84^\circ 45',$$

$$N_1 = cos\varphi_1 = 0{,}092\text{ ნ},\ N_2 = 2cos\varphi_2 = 1{,}73\text{ ნ}.$$

პ ა ს უ ხ ი : $\varphi_1 = 84°45'; \varphi_2 = 29°50'$; $N_1 = 0{,}092$ ნ, $N_2 = 1{,}73$ ნ.

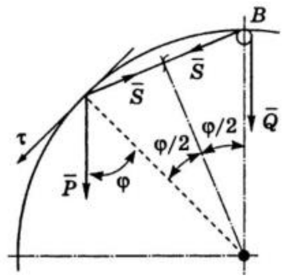
ამოცანა 2.49



გლუვ A რგოლს შეუძლია ხახუნის გარეშე სრიალი ისეთ უძრავ მავთულზე, რომელიც ამოზნექილია ვერტიკალურ სიბრტყეში მდებარე წრეწირის გასწვრივ. რგოლზე ჩამოკიდებულია P გირი და მიბმულია ABC თოკი, რომელიც გადაკიდებულია წრეწირის უმაღლეს წერტილში მდებარე უძრავ B ბლოკზე.; ბლოკის ზომებს უგულებელვყოფთ. C წერტილში ჩამოკიდებულია Q გირი.

განსაზღვრეთ AB რკალის შესაბამისი ცენტრალური φ კუთხე წონასწორობის მდგომარეობის დროს და მიუთითეთ პირობა, რომლის დროსაც შესაძლებელია წონასწორობა. უგულებელყავით რგოლის ზომები და ბლოკზე ხახუნი.

ა მ ო ხ ს ნ ა



გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი ძალები.

ვინაიდან ბლოკი იდეალურია, ამიტომ $S = Q$.

ვიპოვოთ B წერტილზე მოქმედი ძალების პროექციები τ მხებზე და ჩავწეროთ წონასწორობის განტოლება:

$$P\sin\varphi - S\cos\frac{\varphi}{2} = 0,$$

გარდავქმნათ ეს განტოლება

$$\left(2P\sin\frac{\varphi}{2} - S\right)\cos\frac{\varphi}{2} = 0.$$

საიდანაც,

$$\left[\begin{array}{l} 2P\sin\dfrac{\varphi}{2} - Q = 0, \\ \cos\dfrac{\varphi}{2} = 0, \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \sin\dfrac{\varphi}{2} = \dfrac{Q}{2P}, \\ \cos\dfrac{\varphi}{2} = 0. \end{array}\right.$$

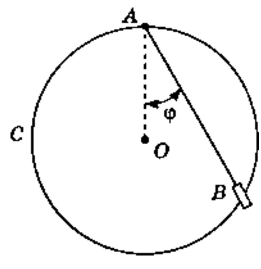
$\sin\dfrac{\varphi}{2} = \dfrac{Q}{2P}$ განტოლებას $\varphi = \varphi_1$ ამონახსენი აქვს მხოლოდ მაშინ, თუ სრულდება შემდეგი პირობა

$$\left|\frac{Q}{2p}\right| \le 1, \text{ ანუ } \frac{Q}{2p} \le 1.$$

$\cos\dfrac{\varphi}{2} = 0$ განტოლებას აქვს $\varphi = \varphi_2 = \pi$ ამონახსენი P და Q სიდიდეების ნებისმიერი მნიშვნელობისთვის. თუმცა ეს ამონახსენი $(\varphi_1 = \pi)$ წინა შემთხვევაშიც მიიღება, როცა $\frac{Q}{2p}$ =1.

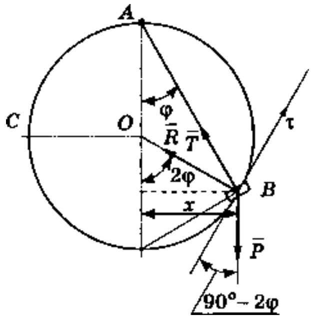
პ ა ს უ ხ ი: $sin\frac{\varphi}{2} = \frac{Q}{2P}$; $\varphi_2 = \pi$; წონასწორობის პირველი მდგომარეობა მიიღება მაშინ, როცა $\frac{Q}{2p} \le 1$, ხოლო მეორე — Q და P სიდიდეების ნებისმიერი მნიშვნელობისთვის..

ამოცანა 2.50



ვერტიკალურ სიბრტყეში მდებარე R რადიუსიანი წრეწირის ფორმის მქონე ABC მავთულზე მოთავსებულია P წონის მქონე B რგოლი. რგოლის ზომები უგულებელყავით. რგოლი AB ძაფის საშუალებით მიერთებულია წრეწირის უმაღლეს A წერტილთან. განსაზღვრეთ φ კუთხე წონასწორობის მდგომარეობის დროს, თუ ცნობილია, რომ ძაფის დაჭიმულობა მისი ფარდობითი დაგრძელების პროპორციულია k კოეფიციენტით.

ა მ ო ხ ს ნ ა



გამოვსახოთ სისტემაზე მოქმედი ძალები(იხ.ნახაზი).

L და l სიმბოლოებით აღვნიშნოთ ძაფის სიგრძეები, შესაბამისად, დაჭიმულ და დაუჭიმავ მდგომარეობებში. მაშინ გვექნება

$$T = k\frac{L-l}{l}, \text{ ანუ } T = k\frac{\Delta l}{l}.$$

დავაგეგმილოთ $\vec{T},\vec{R}$ და $\vec{P}$ ძალები τ მხებზე და დავწეროთ წონასწორობის განტოლებები:

$$T\sin\varphi = P\sin 2\varphi,$$

ანუ $\sin\varphi\left(2P\cos\varphi - T\right) = 0.$

მაშინ,

$$\left[\begin{array}{l} \sin\varphi = 0, \\ 2P\cos\varphi - T = 0. \end{array}\right.$$

გვაქვს

$$\Delta l = \frac{\cos\varphi\cdot l\cdot 2P}{k};\ \left(\Delta l + l\right)\sin\varphi = x.$$

ვინაიდან $x = R\sin 2\varphi$, ამიტომ

$$\left(\Delta l + l\right)\sin\varphi = R\sin 2\varphi;\ \cos\varphi\cdot\frac{2P}{k}\cdot l + l = 2R\cos\varphi;$$

$$2\cos\varphi\left(R - \frac{P}{k}l\right) = l;\ \cos\varphi = \frac{1}{2}\cdot\frac{kl}{kR - Pl}.$$

ბოლო დამოკიდრბულებიდან გამომდინარეობს, რომ, $cos\varphi$ განსაზღვრულია მაშინ, როცა $k \le \frac{2Pl}{2R-l}$, წინააღმდეგ შემთხვევაში — $\varphi = 0$.

პ ა ს უ ხ ი : $\varphi = \frac{2kl}{2kR-pl}$, *როცა* $\frac{2Pl}{2R-l}$, *ხოლო* $\varphi = 0$ *წინააღმდეგ შემთხვევაში*

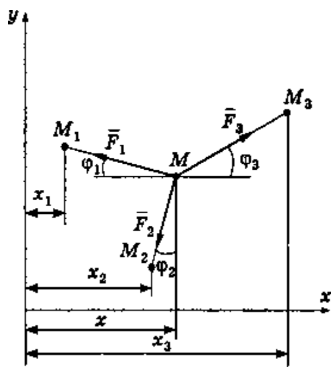
შ ე ნ ი შ ვ ნ ა . **კრებულის პასუხში ბეჭვდვის შეცდომაა უტოლობის ნიშანში.**

ამოცანა 2.51

M წერტილი მიიზიდება სამი უძრავი $M_1(x_1, y_1), M_2(x_2, y_2), M_3(x_3, y_3)$ ცენტრის მიერ მანძილის პროპორციული $F_1 = k_1 r_1,\ F_2 = k_2 r_2,\ F_3 = k_3 r_3$ ძალების საშუალებით, სადაც, $k_1, k_2,\ k_3$ — პროპორციულობის კოეფიციენტებია. განსაზღვრეთ M წერტილის x, y კოორდინატები წონასწორობის შემთხვევაში.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე ამოცანის პირობის მონაცემები.



ჩავწეროთ M წერტილის წონასწორობის განტოლებები:

$$\begin{cases} F_1 \cos\varphi_1 - F_2 \sin\varphi_2 + F_3 \cos\varphi_3 = 0, \\ F_1 \sin\varphi_1 - F_2 \cos\varphi_2 + F_3 \sin\varphi_3 = 0. \end{cases}$$

ვიპოვით:

$$F_1 \cos\varphi_1 = k_1 r_1 \cos\varphi_1 = k_1 (x - x_1);$$

$$F_2 \sin\varphi_2 = k_2 r_2 \sin\varphi_2 = k_2 (x - x_2);$$

$$F_3 \cos\varphi_3 = k_3 r_3 \cos\varphi_3 = k_3 (x_3 - x).$$

ჩავსვათ ეს მნიშვნელობები სისტემის პირველ განტოლებაში, მივიღებთ:

$$-k_1(x - x_1) - k_2(x - x_2) + k_3(x_3 - x) = 0,$$

$$x(k_1 + k_2 + k_3) = k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3.$$

$$x = \frac{k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3}{k_1 + k_2 + k_3}.$$

ანალოგიურად გარდავქმნათ სისტემის მეორე განტოლება და ვიპოვოთ:

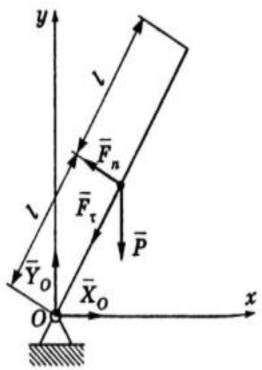
$$y = \frac{k_1 y_1 + k_2 y_2 + k_3 y_3}{k_1 + k_2 + k_3}.$$

პ ა ს უ ხ ი: $$x = \frac{k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3}{k_1 + k_2 + k_3}; \; y = \frac{k_1 y_1 + k_2 y_2 + k_3 y_3}{k_1 + k_2 + k_3}.$$

ამოცანა 2.52

50 ნ წონის ერთგვაროვანი მართკუთხა ფირფიტა დაკიდებულია ისე, რომ შეუძლია ბრუნვა მისი ერთ-ერთ გვერდის გასწვრივ გამავალი ჰორიზონტალური ღერძის გარშემო. თანაბრად მქროლავი ქარი ფირფიტას იჭერს ვერტიკალთან 18°-ით დახრილ მდგომარეობაში. განსაზღვრეთ ქარის ფირფიტაზე დაწოლის ტოლქმედი.

ა მ ო ხ ს ნ ა



განვიხილოთ ფირფიტაზე მოქმედი ყველა ძალა (იხ. ნახაზი):

$\vec{F}$ — ქარის დაწოლის ძალა;

$\vec{P}$ — ფირფიტის სიმძიმის ძალა;

$\vec{x}_O + \vec{y}_O$ — O სახსრის რეაქციის ძალა

დავშალოთ F ძალა ვერტიკალურ და ჰორიზონტალურ მდგენელებად:

$$\vec{F} = \vec{F}_n + \vec{F}_\tau.$$

დაწოლის საძიებელი ტოლქმედის საპოვბელად შევადგინოთ O წერტილის მიმართ მომენტების განტოლება:

$$F_n l - Pl \sin \alpha = 0.$$

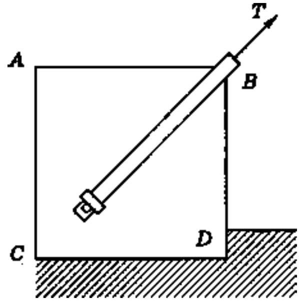
საიდანაც ვიპოვით:

$$F_n = P\sin\alpha = 50\sin 18° = 50 \cdot 0{,}314 = 15{,}7 \text{ ნ}.$$

პ ა ს უ ხ ი: $50 \sin 18° = 15{,}7$ ნ.

ამოცანა 2.53

ჯაჭვის ხიდის ბოლო ჯაჭვი ჩასმულია ისეთი მართკუთხა პარალელელეპიპედის ფორმის ქვის საძირკველში, რომლის შუა კვეთა არის ABDC კვადრატი — AB = AC = 5 მ, იმ ქვის წყობის, რომლისგანაც აშენებულია საძირკველი, კუთრი წონაა 25 კნ/მ^3 ჯაჭვი მდებარეობს BC დიაგონალზე. იპოვეთ პარალელეპიპედის მესამე გვერდის ისეთი b სიგრძე, რომელიც აუცილებელია იმისათვის, რომ ქვის საძირკველი D წიბოს გარშემო არ გადაყირავდეს. ჯაჭვის დაჭიმულობაა T = 1000 კნ. გრუნტის წინაამდეგობა უგულებელყავით.



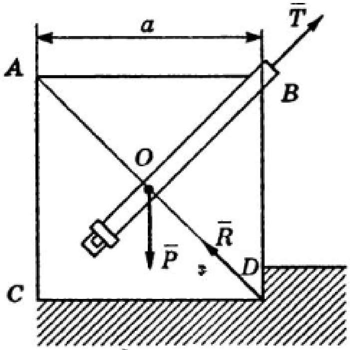
ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახ. 1-ზე ამოცანის პირობის მონაცემები.

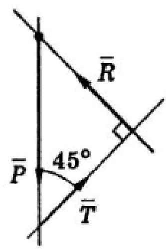
საძირკვლის გადასაყირავებლად აუცილებელია, რომ რეაქციის $\vec{R}$ ძალა გადიოდეს AD დიაგონალზე.

შესაბამისი ძალური სამკუთხედიდან(ნახ. 2) ვიპოვით:

$$P = T\sqrt{2}.$$



ნახ. 1



ნახ. 2

ვთქვათ $\gamma = 25$ კნ/მ^3 — ქვის წყობის კუთრი წონაა; b — მესამე გვერდის სიგრძე, მაშინ

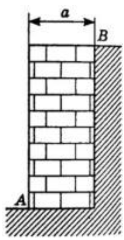
$$P = \gamma \cdot a^2 b,\ \mathrm{T}\sqrt{2} = \gamma \cdot a^2 b,\ b = \frac{\mathrm{T}\sqrt{2}}{\gamma \cdot a^2} = \frac{1000 \cdot \sqrt{2}}{25 \cdot 5^2} = 2,26\,\text{მ}$$

ანუ 2,26 მ — b სიდიდის ისეთი ზღვრული მნიშვნელობაა, რომლის დროსაც შესაძლებელია საძირკველი გადაყირავდეს. შესაბამისად, როცა b > 2,26 მ, მაშინ საძირკველი არ გადაყირავდება.

პ ა ს უ ხ ი: b > 2,26 მ.

ამოცანა 2.54

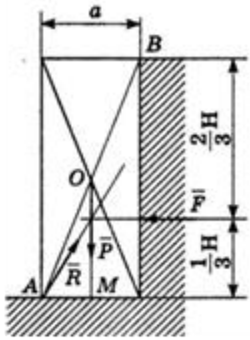
მიწაყრილს ამაგრებს AB კედელი. მიწის კედელზე დაწოლა მიმართულია ჰორიზონტალურად, მოდებულია კედლის სიმაღლის ერთ მესამედზე მდებარე წერტილში და კედლის 1 მეტრ სიგრძეზე უდრის 60 კნ/მ; კედლის წყობის კუთრი წონაა 20 კნ/მ^3 იპოვეთ კედლის ისეთი a სისქე, რომელიც აუცილებრლია იმისათვის, რომ კედელი არ გადაყირავდეს A წიბოს გარშემო.



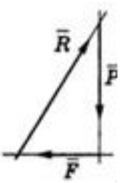
ა მ ო ხ ს ნ ა

განვიხილოთ კედლის ზღვრული წონასწორობა. ასეთი მდგომარეობის დროს კედელზე მოქმედებს ძალები: $\vec{R}$ —

რეაქცია ფუნდამენტის მხრიდან; $\vec{P}$ — კედლის სიმძიმის ძალა; $\vec{F}$ — მიწის კედელზე დაწოლა (ნახ. 1).



ნახ. 1



ნახ. 2

კედლის წონასწორობის პირობას ექნება სახე:

$$\vec{R} + \vec{P} + \vec{F} = 0.$$

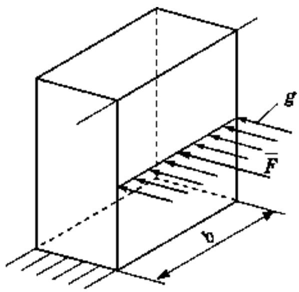
AOM (ნახ. 1) და RPF (ნახ. 2) სამკუთხედების მსგავსებიდან ვიპოვით:

$$\frac{F}{P} = \frac{a/2}{H/3}, \quad a = \frac{2}{3} H \frac{F}{P}.$$

ვინაიდან, პირობის თანახმად, $g = 60$ კნ/მ, $\gamma = 20$ კნ/მ, ამიტომ შეგვიძლია ვიპოვოთ (ნახ. 3):

$$F = g \cdot b; \; P = \gamma \cdot a \cdot H \cdot b;$$

$$a = \frac{2}{3} H \frac{gb}{\gamma \cdot a \cdot H \cdot b}$$



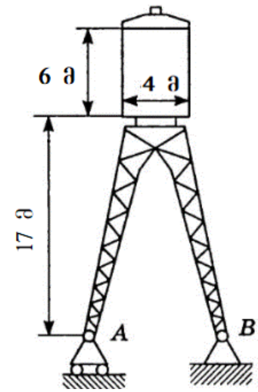
საიდანაც მივიღებთ

$$a^2 = \frac{2g}{3\gamma}, \; a = \sqrt{\frac{2g}{3\gamma}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 60}{3 \cdot 20}} = \sqrt{2} \text{ მ.}$$

ვინაიდან ნაპოვნი მნიშვნელობა $a \geq \sqrt{2}$ მ — ეს არის მნიშვნელობა ზღვრული წონასწორობის დროს, ამიტომ $a \geq \sqrt{2}$ მ მნიშვნელობებისთვისაც წონასწორობა შენარჩუნდება.

პ ა ს უ ხ ი: $a \geq \sqrt{2}$ მ.

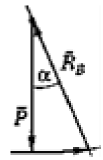
ამოცანა 2.55



წყლის ვარდნის ანძა შედგება 6 მ სიმაღლისა და 4 მ რადიუსის მქონე ცილინდრული რეზერვუარისგან, რომელიც დამაგრებულია ჰორიზონტისადმი დახრილ ოთხ სიმეტრიულად განლაგებულ სვეტზე; რეზერვუარის ფსკერი იმყოფება საყრდენებიდან 17 მ სიმაღლეზე; ანძის წონაა 80 კნ, ქარის დაწოლა გამოითვლება რეზერვუარის ზედაპირის ქარის მიმართულების სიბრტყეზე პროექციის ფართობის მიხედვით და ითვლება, რომ ქარის კუთრი დაწოლა 1,25 კპასკალის ტოლია.

იპოვეთ სვეტების ფუძეებს შორის ისეთი აუცილებელი AB მანძილი, რომ ანძა არ გადაყირავდეს ქარის ჰორიზონტალური მიმართულების შემთხვევაში.

ა მ ო ხ ს ნ ა



ნახ. 2

განვიხილოთ რეზერვუარის ზღვრული წონასწორობა (ნახ. 1). ასეთი მდგომარეობის დროს A საყრდენის რეაქცია იქნება $R_A = 0$. რეზერვუარის წონასწორობის პირობას ექნება შემდეგი სახე

$$\vec{R}_B + \vec{P} + \vec{F} = 0.$$

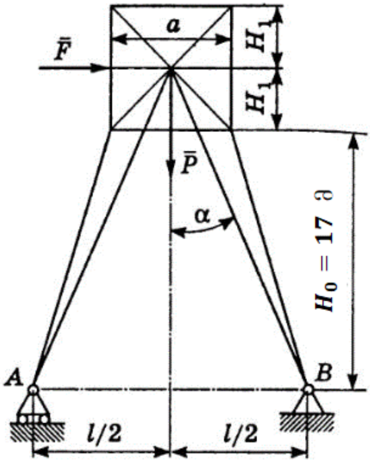


Рис. 1

ძალური სამკუთხედიდან (ნახ. 2) ვიპოვით:

$$\frac{F}{2} = Ptg\alpha, \text{ სადაც}$$

$$tg\alpha = \frac{l/2}{H_1 + H_0}.$$

ქარის დაწოლის ძალა იქნება

$$F = P_0 \cdot 2H_1 \cdot a,$$

სადაც, P_0 — ქარის კუთრი დაწოლაა.

გვექნება

$$P_0 \cdot H_1 \cdot a \le P\frac{l/2}{H_1 + H_2},$$

$$l \ge \frac{2P_0}{P} H_1 \cdot a\left(H_1 + H_2\right) = \frac{2 \cdot 1{,}25 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 20}{20} = 15 \text{ მ.}$$

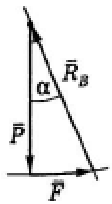


Рис. 2

პასუხი: $AB \ge 15$ მ.

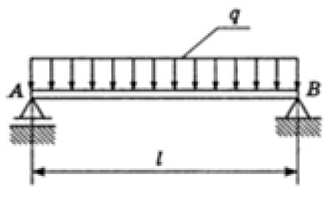
3. პარალელური ძალები

ამოცანა 3.1

იპოვეთ საყრდენების ვერტიკალური რეაქციები, თუ მათზე თავისი ბოლოებით თავისუფლად ეყრდნობა l სიგრის ისეთი კოჭი, რომელიც მთელ სიგრძეზე თანაბრად არის დატვირთული სიგრძის ყოველ ერთეულზე q ნ ძალით. ჩათვალეთ, რომ საკუთრივ კოჭის წონაც შედის თანაბრად განაწილებულ დატვირთვაში..

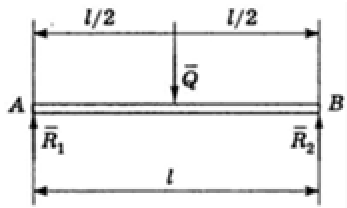
ა მ ო ხ ს ნ ა

შევცვალოთ q ინტენსივობის თანაბრად განაწილებული დატვირთვა (ნახ. 1) AB კოჭის ცენტრში მოდებული ექვივალენტური $Q = ql$ ძალით (ნახ. 2). ჩვენ განვთავისუფლდებით ბმებისგან A და B საყრდენებში, თუ მათ შევცვლით შესაბამისი ბმების R_1 და R_2 რეაქციებით.



ნახ. 1

მიღებულ ბრტყელ პარალელურ ძალთა სისტემის მოქმედების შედეგად AB კოჭი იმყოფება წონასწორობაში. წონასწორობის აუცილებელი და საკმარისი პირობების როლში შეიძლება ავიღოთ ყველა ძალის მომენტების ნულთან ტოლობა A და B წერტილების მიმართ:



ნახ. 2

$$\begin{cases} -Q\dfrac{l}{2} + R_2 l = 0, \\ Q\dfrac{l}{2} + R_1 l = 0, \end{cases}$$

სისტემის ამოხსნით მივიღებთ:

$$R_1 = R_2 = \frac{Q}{2} = \frac{ql}{2}.$$

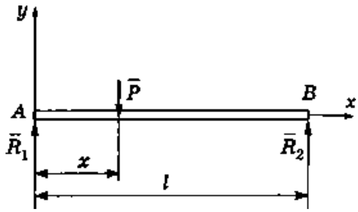
პ ა ს უ ხ ი : $R_1 = R_2 = \frac{Q}{2} = \frac{ql}{2}.$

ამოცანა 3.2

იპოვეთ l სიგრძის ჰორიზონტალური კოჭის საყრდენების ვერტიკალური რეაქციები, თუ მასზე პირველი საყრდენიდან x მანძილზე მოთავსებულია P ტვირთი.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე ამოცანის პირობის მონაცემები.. A და B წერტილებში ბმების შესაბამისი $\vec{R}_1$ და $\vec{R}_2$ რეაქციებით შეცვლის შემდეგ მივიღებთ პარალელურ ძალთა სისტემას. შემოვიღოთ კოორდინატთა xAy სისტემა. შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები ძალთა მომენტებისათვის A წერტილის მიმართ და y ღერძზე პროექციებისვის:

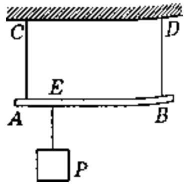


$$\begin{cases} R_2 l - Px = 0, \\ R_1 - P + R_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} R_2 = P\dfrac{x}{l}, \\ R_1 = P + R_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} R_2 = P\dfrac{x}{l}, \\ R_1 = P\dfrac{l-x}{l}. \end{cases}$$

პ ა ს უ ხ ი : $R_1 = P\frac{l-x}{l},\ R_2 = P\frac{x}{l}.$

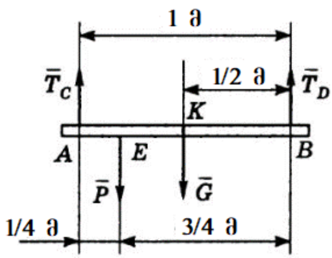
ამოცანა 3.3

1 მ სიგრძის და 20 ნ წონის ერთგვაროვანი AB ღერო ჰორიზონტალურად არის ჩამოკიდებული ორი პარალელური AC და BD თოკით. ღეროს მარცხენა ბოლოდან $AE = 1/4$ მ მანძილზე მდებარე E წერტილში ჩამოკიდებულია $P = 120$ ნ ტვირთი. იპოვეთ თოკების T_C. და T_D დაჭიმულობები.



ა მ ო ხ ს ნ ა

წონასწორობის არჩეულ ობიექტზე (AB ღერო) მოქმედებს მოცემული აქტიური $\vec{P}$ ძალა და $\vec{G}$ წონა. მათი მოქმედების შედეგად AC და BD პარალელურ თოკებში აღიძვრება $\overrightarrow{T_C}$. და $\overrightarrow{T_D}$ რეაქტიული ძალები (იხ. ნახაზი). $\overrightarrow{T_C}$. და $\overrightarrow{T_D}$ რეაქციის ძალების მოდულების საპოვნელად შევადგინოთ ბრტყელ პარალელურ ძალთა სისტემისათვის წონასწორობის განტოლებები (A და B წერტილების მიმართ მომენტებისთვის):



$$\begin{cases} -P \cdot AE - G \cdot AK + T_D \cdot AB = 0, \\ -T_C \cdot AB + P \cdot EB + G \cdot KB = 0 \end{cases}$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ $AK = KB = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2}$ მ,

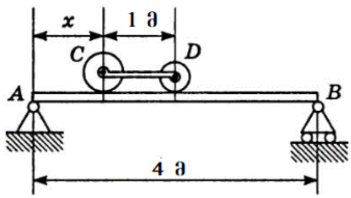
მივიღებთ:

$$T_C = P \cdot \frac{3}{4} + G \cdot \frac{1}{2} = 90 + 10 = 100 \text{ ნ}$$

$$T_D = P \cdot \frac{1}{4} + G \cdot \frac{1}{2} = 30 + 10 = 40 \text{ ნ}$$

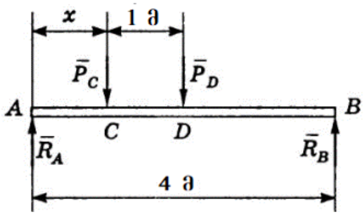
პ ა ს უ ხ ი: $T_C = 100$ ნ, $T_D = 40$ ნ.

ამოცანა 3.4



ერთმანეთისგან 4 მ დაშორებულ ორ საყრდენზე დადებულ ჰორიზონტალურ კოჭზე მოთავსებულია 2 კნ და 1 კნ წონების C და D ტვირთები, ისე, რომ, თუ კოჭის წონას უგულებელვყოფთ, A საყრდენის რეაქცია ორჯერ მეტი იქნება B საყრდენის რეაქციაზე. ტვირთებს შორის CD მანძილია 1 მ. იპოვეთ C ტვირთიდან A საყრდენამდე x მანძილი.

ა მ ო ხ ს ნ ა



გამოვსახოთ ნახაზზე წონასწორობის ობიექტზე მოქმედი აქტიური $\overrightarrow{P_C}$, $\overrightarrow{P_D}$ ძალები და R_A, R_B რეაქციები (რომლებიც მიიღება A და B წერტილებში ბმების მათივე რეაქციებით შეცვლის შემდეგ). ჩავწეროთ პარალელურ ძალთა სისტემის წონასწორობის განტოლებები A და B წერტილების მიმართ მომენტებისთვის:

$$\begin{cases} R_B \cdot 4 - P_D\left(x+1\right)P_C \cdot x = 0, \\ R_A \cdot 4 + P_C\left(4-x\right)P_C \cdot \left(3-x\right) = 0. \end{cases}$$

თუ სისტემის პირველ განტოლებას ორზე გავამრავლებთ და შემდეგ მივუმატებთ მეორე განტოლებას, მივიღებთ:

$$\left(2R_B - R_A\right) + P_C\left(4-3x\right) + P_D\left(1-3x\right) = 0.$$

ვინაიდან ამოცანის პირობის თანახმად R_A,= R_B, ამიტომ

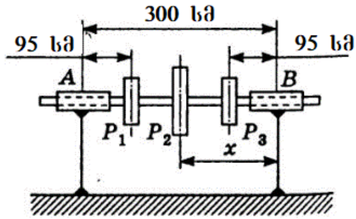
$$P_C\left(4-3x\right) - P_D\left(3x-1\right) = 0 \Rightarrow x = \frac{4P_C + P_D}{3\left(P_C + P_D\right)};\; x = \frac{4\cdot 2+1}{3\left(2+1\right)} = 1$$

მ.

პ ა ს უ ხ ი: x = 1 მ.

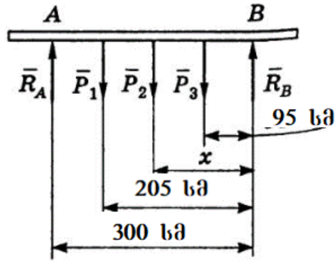
ამოცანა 3.5

AB ტრანსმისიულ ლილვზე ჩამოცმულია $P_1 = 3$ კნ, $P_2 = 5$ კნ და $P_3 = 2$ კნ წონების მქონე სამი ბორბალი. ზომები ნახაზზეა მოცემული. განსაზღვრეთ B საკისარიდან რა x მანძილზე უნდა მდებარეობდეს P_2 წონის ბორბალი იმისათვის, რომ A და B საკისრების რეაქციები ერთმანეთს გაუტოლდეს. ლილვის წონა უგულებელყავით.



ა მ ო ხ ს ნ ა

ნახაზზე მოცემულია AB ლილვის დატვირთვის სქემა და აგრეთვე ბმების ამოჭრის შემდეგ წონასწორობის ობიექტზე მოქმედი რეაქციის ძალები. წონასწორობის განტოლებებს ძალების B და A წერტილების მიმართ მომენტებისთვის ექნებათ სახე



$$\begin{cases} -R_A \cdot 300 + P_1 \cdot 205 + P_2 \cdot x + P_3 \cdot 95 = 0, \\ R_A \cdot 300 - P_3 \cdot 205 - P_2 \cdot (300 - x) - P_1 \cdot 95 = 0. \end{cases}$$

თუ გავითვალისწინებთ იმას, რომ $R_A = R_B$ და შევკრებთ სისტემის განტოლებებს, მივიღებთ

$$P_1(205-95) + P_2(2x-300) - P_3(205-95) = 0.$$

შესაბამისად,

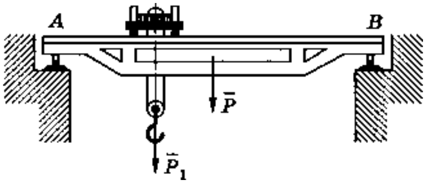
$$x = \frac{(P_2 - P_1)\cdot 110 + P_2 \cdot 300}{2P_2}; \; x = \frac{-110 + 5 \cdot 300}{2 \cdot 5} = 139 \text{ სმ.}$$

პ ა ს უ ხ ი: $x = 139$ სმ.

ამოცანა 3.6

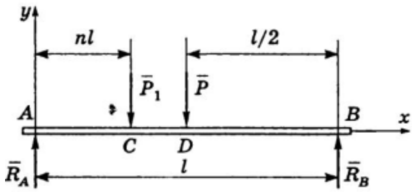
იპოვეთ AB ხიდური ამწის რელსებზე დაწოლის დამოკიდებულება ისეთი C ურიკის მდებარეობაზე, რომელზეც დამაგრებულია ჯალამბარი და რომლის მდებარეობაც

განისაზღვრება მისი შუაწერტილის დაშორებით მარცხენა რელსიდან. ეს დაშორება გამოსახულია ამწის მთლიანი l სიგრძის წილად ნაწილებში. ამწის წონაა $P = 60$ კნ ხოლო ურიკის წონა ასაწევ ტვირთთან ერთად არის $P_1 = 40$ კნ.



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე ამოცანის პირობის მონაცემები. შემოვიღოთ აღნიშვნები $n = AC/AB = AC/l$. მაშინ $AC = nl$, $AD = DB = l/2$. განვთავისუფლდეთ ბმებისგან A და B საყრდენებში და შევცვალოთ ისინი მათივე $\overrightarrow{R_A}$ და $\overrightarrow{R_B}$ რეაქციებით. მივიღებთ პარალელურ ძალთა ბრტყელ სისტემას.



xAy კოორდინატთა სისტემაში დავწეროთ წონასწორობის განტოლებები ყველა ძალის მომენტებისათვის A წერტილის მიმართ და ძალების y ღერძზე პროექციებისთვის;

$$\begin{cases} -P_1 \cdot AC - P \cdot AD + R_B \cdot AB = 0, \\ R_A - P_1 - P + R_{B.} = 0 \end{cases}$$

სისტემის პირველ განტოლებაში AC, AD, AB სიდიდეები გამოვსახოთ l სიგრძის საშუალებით. მაშინ მივიღებთ:

$$R_B = \frac{P_1 \cdot nl + P \cdot \dfrac{l}{2}}{l} = 30 + 40n = (3 + 4n) \cdot 10 \text{ კნ.}$$

შემდეგ, სისტემის მეორე განტოლებიდან მივიღებთ

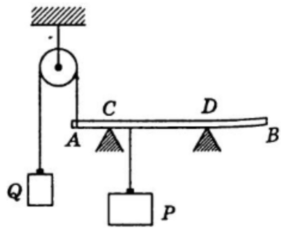
$R_A = P + Pl - R_B = 70 - 40n = (7 - 4n)10$ კნ.

პასუხი: $R_A = (7-4n)10$ კნ

$R_B = (3+4n)10$ კნ, სადაც $n = AC/AB$.

ამოცანა 3.7

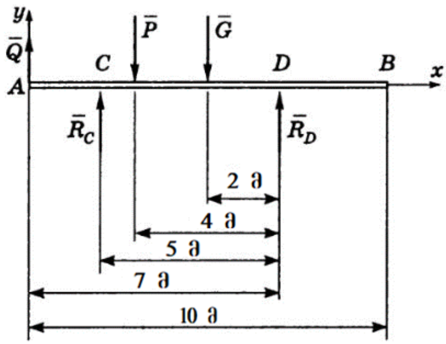
10 მ სიგრძის და 2 კნ წონის AB კოჭი დევს C და D საყრდენზე. C საყრდენი A ბოლოდან დაშორებულია 2 მ-ით, ხოლო D საყრდენი B ბოლოდან — 3 მ-ით. კოჭის A ბოლო ვერტიკალურად ზევით აიქაჩება ბლოკზე გადაკიდებული ისეთი გვარლის საშუალებით, რომელზეც 3 კნ წონის Q ტვირთია ჩამოკიდებული.



A ბოლოდან 3 მ -ის დაშორებით კოჭზე ჩამოკიდებულია 8 კნ წონის P ტვირთი. იპოვეთ საყრდენების რეაქციები. ბლოკზე ხახუნი უგულებელყავით.

ამოხსნა

განვიხილოთ AB კოჭის წონასწორობა. კოჭზე მოდებულია მოცემული $\vec{P}, \vec{Q}, \vec{G}$ ძალები და C, D საყრდენების რეაქციები. ამასთან, P და Q ტვირთების მხრიდან კოჭზე ძალვები გადაეცემა გვარლების საშუალებით (იხ. ნახაზი).



ვინაიდან წონასწორობის ობიექტზე მოქმედი აქტიური ძალები წარმოადგენენ პარალელურ ძალთა სისტემას, ამიტომ საყრდენებში აღძრული რეაქციებიც ამ ძალების პარალელური იქნება. ხუთი პარალელური ძალისაგან შემდგარი ბრტყელი სისტემისთვის შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები ძალთა მომენტებისათვის D წერტილის მიმართ და ამ ძალების y ღერძზე პროექციებისთვის:

$$\begin{cases} -Q\cdot 7 - R_C\cdot 5 + P\cdot 4 + G\cdot 2 = 0, \\ \quad Q + R_C - P - G + R_D = 0 \end{cases}$$

სისტემის პირველი განტოლებიდან ვიპოვით:

$$R_C = \frac{P\cdot 4 + G\cdot 2 - Q\cdot 7}{5} = 3 \text{ კნ},$$

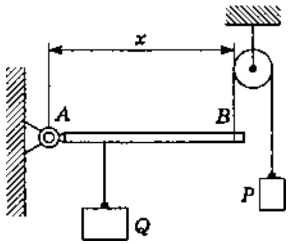
მეორედან —

$$R_D = P + G - Q - R_C = 4 \text{ კნ}.$$

პ ა ს უ ხ ი : $R_A = 3$კნ; $R_D = 4$ კნ.

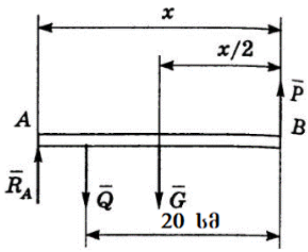
ამოცანა 3.8

100 ნ წონის ჰორიზონტალურ AB ღეროს შეუძლია A სახსრის გარშემო ბრუნვა. ღეროს B ბოლო ზევით აიზიდება თოკის საშუალებით, რომელზეც ჩამოკიდებულია $P = 150$ ნ წონის გირი. B ბოლოდან 20 სმ დაშორებულ წერტილში ღეროზე ჩამოკიდებულია 500 ნ წონის Q ტვირთი. იპოვეთ AB ღეროს სიგრძე x, თუ ღერო წონასწორობის მდგომარეობაშია.



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე ღეროზე მოქმედი ძალები..



P ძალვა B წერტილს გადაეცემა ბლოკის საშუალებით და მიმართულია თოკის გასწვრივ ზევით. განვთავისუფლდეთ A წერტილში ბმისაგან და შევცვალოთ ის რეაქციის ძალით. მივიღებთ პარალელურ ძალთა ბრტყელ სისტემას..

ჩავწეროთ წონასწორობის განტოლებები ძალთა მომენტებისათვის A წერტილის მიმართ:

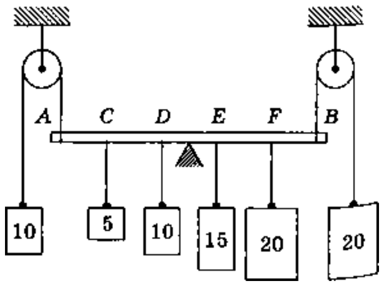
$$-Q(x-20)-G\cdot\frac{x}{2}+P\cdot x=0.$$

განვსაზღვროთ x:

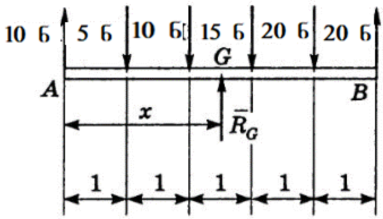
$$x=\frac{Q\cdot 20}{Q+\frac{G}{2}-P}=\frac{500\cdot 20}{400}=25 \text{ მ.}$$

პ ა ს უ ხ ი : x = 25 სმ.

ამოცანა 3.9



20 ნ წონის და 5 მ სიგრძის მქონე ჰორიზონტალური AB ღეროს A ბოლო ზევით აიზიდება ბლოკზე გადაკიდებული ისეთი თოკის საშუალებით, რომელზედაც ჩამოკიდებულია 10 ნ წონის ტვირთი. ღეროს B ბოლო იგივენაირად აიზიდება 20 ნ წონის ტვირთით. ერთმანეთისგან და A, B ბოლოებიდან 1 მ-ით დაშორებულ C, D, E, F წერტილებში ჩამოკიდებულია შესაბამისად 5, 10, 15, 20 ნ წონის ტვირთები. რა ადგილას უნდა მოვათავსოთ ღეროს G საყრდენი წერტილი იმისათვის, რომ ღერო დარჩეს წონასწორობაში?



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი ძალები

G წერტილში საყრდენის არსებობა იწვევს ამ წერტილში შესაბამისი რეაქციის ძალის «გაჩენას». ვინაიდან პარალელურ ძალთა ბრტყელი სისტემა წონასწორობაში უნდა იყოს, ამიტომ უნდა შესრულდეს, კერძოდ, ამ ძალების G წერტილის მიმართ მომენტების ჯამის ნულთან ტოლობის პირობა, რასაც მივყავართ შემდეგ განტოლებამდე:

$$-10x+5(x-1)+10(x-2)-15(5-x-2)-20(5-x-1)+20(5-x)=0.$$

საიდანაც ვიპოვით x მანძილს:

$$x=\frac{5+20+45+80-100}{20}=2,5\text{ მ.}$$

პასუხი: ღეროს შუაში.

ამოცანა 3.10

3 მ სიგრძის და 6 ნ წონის მქონე ღეროზე ჩამოკიდებულია ერთმანეთისაგან თანაბრად დაშორებული ოთხი ტვირთი, ამასთან ორი განაპირა ტვირთი — ღეროს ბოლოებში. მარცხენა განაპირა ტვირთი იწონის 2 ნ-ს, ხოლო ყოველი შემდგომი 1 ნ-ით მძიმეა წინაზე. ღეროს მარცხენა ბოლოდან რა x მანძილზე უნდა ავიღოთ საყრდენი C წერტილი, იმისათვის, რომ ღერო დარჩეს ჰორიზონტალურ მდგომარეობაში?

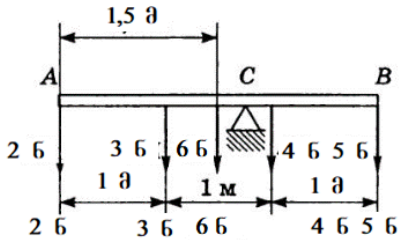


Рис. 1

ამოხსნა

გამოვსახოთ ამოცანის პირობის მონაცემები(ნახ. 1). ავარჩიოთ კოორდინატთა სისტემა, გამოვსახოთ ღეროზე მოქმედი აქტიური ძალები და ბმის რეაქციის ძალა R_C (ნახ. 2). ეს ამოცანა წინა ამოცანის ანალოგიურად შეიძლება ამოიხსნას, თუ შევადგენთ წონასწორობის ერთ განტოლებას ძალების მომენტებისთვის C წერტილის მიმართ. თუმცა შესაძლებელია აგრეთვე მიღებულ პარალელურ ძალთა ბრტყელი სისტემისთვის დაიწეროს წონასწორობის სხვა პირობები — კერძოდ, y ღერძზე პროექციებისვის და A წერტილის მიმართ მომენტებისთვის:

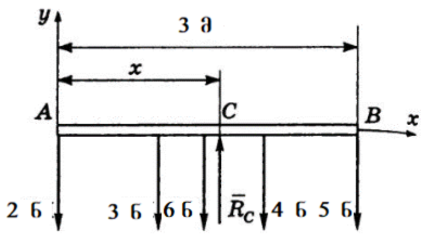


Рис. 2

$$\begin{cases}-2-3-6+R_C-4-5=0,\\ -3\cdot1-6\cdot1,5+R_C\cdot x-4\cdot2-5\cdot3=0\end{cases}\Rightarrow$$

$$R_C=2+3+4+5+6=20\text{ ნ},$$

$$x = \frac{3+9+8+15}{20} = 1,75 \text{ ნ.}$$

პ ა ს უ ხ ი : $x = 1{,}75$ მ

ამოცანა 3.11

ერთგვაროვანი ჰორიზონტალური კოჭი კედელთან სახსრით არის მიერთებული და დაყრდნობილია კედლიდან 160 სმ-ით დაშორებულ წერტილში. კოჭის სიგრძეა 400 სმ, ხოლო მისი წონაა 320 ნ. კედლიდან 120 და 180 სმ მანძილებზე კოჭზე დადებულია შესაბამისად 160 და 240 ნ წონის ტვირთები. იპოვეთ საყრდენების რეაქციები.

ა მ ო ხ ს ნ ა

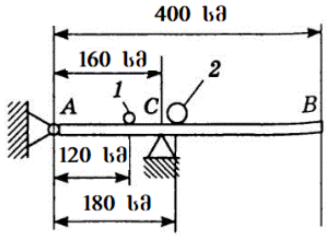


Рис. 1

წარმოვადგინოთ პირობაში მოყვანილი მონაცემები ნახაზის სახით (ნახ. 1). განვთავისუფდეთ ბმებისგან A სახსარსა და C საყრდენში და შევცვალოთ ისინი მათივე R_A და R_C რეაქციებით, რომლებიც მოცემული $\overrightarrow{P_1}, \overrightarrow{P_2}, \vec{G}$ (წონა) აქტიური ძალების პარალელური იქნებიან (ნახ. 2). შემოვიღოთ კოორდინატთა სისტემა: x ღერძი მივმართოთ კოჭის გასწვრივ, ხოლო y ღერძი — ვერტიკალურად ზევით. შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (A წერტილის მიმართ ძალთა მომენტებისთვის და y ღერძზე პროექციებისთვის):

$$\begin{cases} -P_1 \cdot 120 + R_C \cdot 160 - P_2 \cdot 180 - G \cdot 200 = 0, \\ R_A - P_1 + R_C - P_2 - G = 0. \end{cases}$$

მივიღებთ

$$R_C = \frac{160 \cdot 120 + 240 \cdot 180 + 320 \cdot 200}{160} = 790 \text{ ნ,}$$

$$R_A = P_1 + P_2 + G - R_C = -70 \text{ ნ}.$$

ნიშანი «−» მიუთითებს იმას, რომ A სახსარში რეაქცია ნახაზზე გამოსახულის საპირისპიროდაა მიმართული, ანუ ქვევით. $\overrightarrow{R_C}$ რეაქცია «+» ნიშნით მივიღეთ, ანუ, როგორც მოსალოდნელი იყო მიმართულია ზევით.

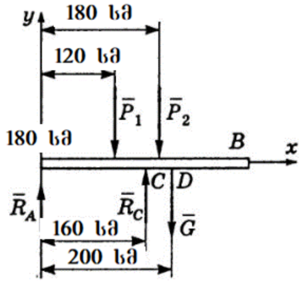
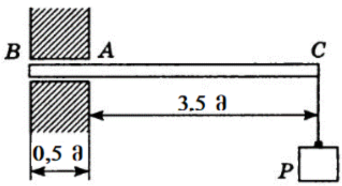


Рис. 2

პასუხი: $R_C = 790$ ნ — ზევით; $R_A = 70$ ნ — ქვევით.

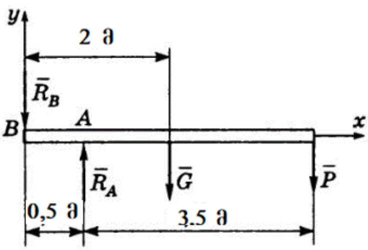
ამოცანა 3.12

4 მ სიგრძის და 5 კნ წონის ერთგვაროვანი ჰორიზონტალური კოჭი შესმულია 0,5 მ სისქის კედელში ისე, რომ კედელს ეყრდნობა A და B წერილებში. განსაზღვრეთ რეაქციები ამ წერტილებში, თუ კოჭის თავისუფალ ბოლოზე ჩამოკიდებულია 40 კნ წონის P ტვირთი.



ამოხსნა

კედლის A და B წერრტილებში კოჭზე დადებული ბმები შევცვალოთ მათივე R_A და R_B რეაქციებით, რომლებიც კოჭზე მოქმედ G სიმძიმის ძალასა და P დატვირთვასთან ერთად მოგვცემენ პარალელურ ძალთა ბრტყელ სისტემას (იხ. ნახაზი).



შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (ძალთა მომენტებისთვის B და A წერტილების მიმართ):

$$\begin{cases} R_A \cdot 0{,}5 - G \cdot 2 - P \cdot 4 = 0, \\ R_B \cdot 0{,}5 - G \cdot 1{,}5 - P \cdot 3{,}5 = 0. \end{cases}$$

მაშინ,

$$R_A = \frac{5 \cdot 2 + 40 \cdot 4}{0{,}5} = 340 \text{ კნ},$$

$$R_B = \frac{5 \cdot 1,5 + 40 \cdot 3,5}{0,5} = 295 \text{ კნ.}$$

ამოხსნის სისწორის შესამოწმებლად ჩავწეროთ წონასწორობის განტოლებები ძალთა y ღერძზე პროექციებისთვის:

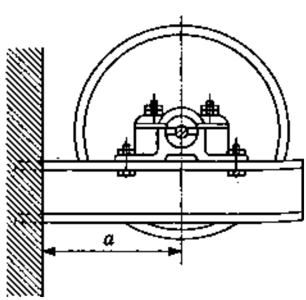
$$-R_B + R_A - G - P = 0 \Rightarrow$$

$-295 + 340 - 5 - 40 = 0$ — ტოლობა ჭეშმარიტია.

«±» ნიშნები $\overrightarrow{R_A}$ და $\overrightarrow{R_B}$ ვექტორების რიცხვით მნიშვნელობებთან მიუთითებს იმას, რომ $\overrightarrow{R_B}$ მიმართულია ქვევით, ხოლო $\overrightarrow{R_A}$ — ზევით.

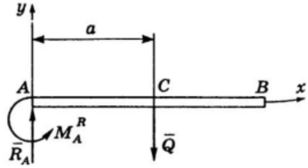
პ ა ს უ ხ ი: $R_A = 340$ ნ — ზევით; $R_B = 295$ ნ — ქვევით.

ამოცანა 3.13



ერთი ბოლოთი კედელში ჩამაგრებული ჰორიზონტალური კოჭი იჭერს ლილვის საკისარს. კოჭი განიცდის ლილვის, საკისრის და ბორბლების წონებით გამოწვეულ 1,2 კნ-ის ტოლ Q დატვირთვას, რომელიც მოდებულია კედლიდან $a =$ 0,75 მ მანძილით დაშორებულ წერტილში. უგულებელყავით კოჭის წონა და განსაზღვრეთ ჩამაგრების რეაქციები.

ა მ ო ხ ს ნ ა



ზოგად შემთხვევაში ხისტად ჩამაგრების A წერტილში $\vec{Q}$ ძალის გავლენით აღიძვრება რეაქციის $\vec{R}_A$ ძალა და $\vec{M}_A^R$ მომენტი (იხ. ნახაზი). წონასწორობის განტოლებები შეგვიძლია შევადგინოთ ორი ხერხით:

I *ხერხი* (ძალების პროექციებისთვის y ღერძზე და მომენტებისთვის A წერტილის მიმართ):

$$\begin{cases} R_A - Q = 0, \\ M_A^R - Q \cdot a = 0. \end{cases}$$

II ხერხი (ძალთა მომენტებისთვის A და C წერტილების მიმართ):

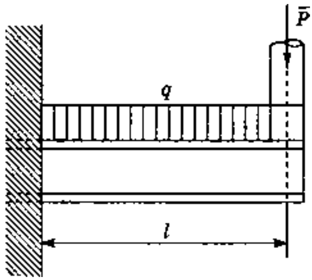
$$\begin{cases} M_A^R - Q \cdot a = 0, \\ M_A^R - R_A \cdot a = 0. \end{cases}$$

განტოლებათა ამ ორი სისტემის ამოხსნით მივიღებთ ერთიდაიგივე შედეგს: $R_A = 1{,}2$ კნ; $M_A^R = Q \cdot a = 0{,}9$ კნ / მ.

წყვილძალების თეორიის თვალსაზრისით, $\vec{R}_A$ ძალა $\vec{Q}$ ძალასთან ერთად ქმნის წყვილძალას, რომლის მომენტი M_A^R მომენტის საპირისპიროდ არის მიმართული.

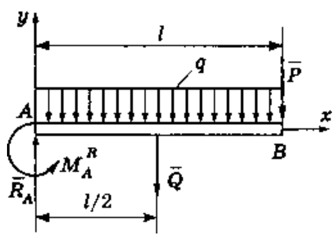
პ ა ს უ ხ ი : $R_A = 1{,}2$ კნ; $M_A^R = Q \cdot a = 0{,}9$ კნ · მ..

ამოცანა 3.14



ჰორიზონტალური კოჭი, რომელიც იჭერს აივანს, განიცდის $q = 2$ კნ / მ ინტენსივობის თანაბარ დატვირთვას. კოჭს თავისუფალ ბოლოზე სვეტიდან გადაეცემა $P = 2$ კნ დატვირთვა. სვეტის ღერძიდან კედლამდე მანძილია $l = 1{,}5$ მ განსაზღვრეთ ჩამაგრების რეაქციები.

ა მ ო ხ ს ნ ა



შევცვალოთ $q = 2$ კნ / მ ინტენსივობის თანაბრად განაწილებული დატვირთვა AB კოჭის შუაწერტილში მოდებული ერთი $Q = ql = 3$ კნ ჩაწერტებული ძალით. გამოვსახოთ სვეტიდან კოჭზე გადაცემული $\vec{P}$ დატვირთვა (იხ. ნახაზი).

ხისტი დამაგრების A წერილში აღიძვრება R_A რეაქციის ძალა და რეაქციის M_A^R მომენტი. შემოვიღოთ xAy კოორდინატთა სისტემა და შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები. (y ღერძზე პროექციებისვის და A წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} R_A - Q - P = 0, \\ M_A^R - Q \cdot \dfrac{1}{2} - P \cdot l = 0. \end{cases}$$

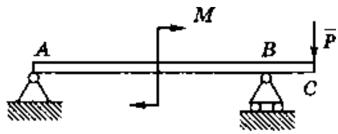
შესაბამისად,

$R_A = Q + P = 5$ კნ; $M_A^R = 2 \cdot 1{,}5 + 3 \cdot 0{,}75 = 5{,}25$ კნ$\cdot$მ.

პ ა ს უ ხ ი: $R_A = 5$ კნ; $M_A^R = 5{,}25$ კნ$\cdot$მ.

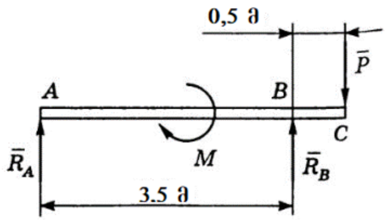
ამოცანა 3.15

ჰორიზონტალურ კონსოლურ კოჭზე მოქმედებს $M = 6$ კნ$\cdot$მ მომენტის მქონე წყვილძალა, ხოლო C წერტილში — ვერტიკალური $P = 2$ კნ დატვირთვა. კოჭის მალის სიგრძეა $AB = 3{,}5$ მ. კონსოლის შვერილის სიგრძეა $BC = 0{,}5$ მ. იპოვეთ საყრდენების რეაქციები.



ა მ ო ხ ს ნ ა

ნახაზზე გამოსახულ AC კონსოლურ კოჭში (BC — კონსოლია) P ძალისა და M მომენტის მქონე წვილძალის გარე მოქმედების შედეგად A და B საყრდენებში აღიძვრება P ძალის პარალელური $\vec{R}_A$ და $\vec{R}_B$ ბმების რეაქციები. ჩავწეროთ წონასწორობის განტოლებები (A და B წერტილების მიმართ მომენტებისთვის):



$$\begin{cases} -M + R_B \cdot 3{,}5 - P \cdot 4 = 0, \\ -R_A \cdot 3{,}5 - M - P \cdot 0{,}5 = 0. \end{cases}$$

შესაბამისად,

$$R_B = \frac{M + 4P}{3,5} = \frac{6 + 4 \cdot 2}{3,5} = 4 \text{ კნ},$$

$$R_B = -\frac{M + 0,5P}{3,5} = -\frac{6 + 0,5 \cdot 2}{3,5} = -2 \text{ კნ}.$$

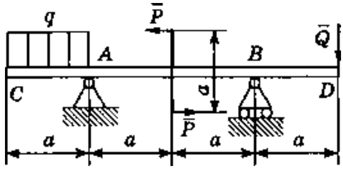
«$\pm$» ნიშნები იმაზე მიუთითებენ, რომ რეაქცია R_B მიმართულია ისე, როგორც ეს ნახაზზეა გამოსახული, ანუ ზევით, ხოლო R_A — მის საპირისპიროდ, ანუ ქვევით.

ამოხსნის სისწორის შესამოწმებლად ჩავწეროთ წონასწორობის განტოლება ვერტიკალურ ღერზე პროექციებში:

$R_A + R_B - P = 0 \Rightarrow -2 + 4 - 2 = 0$ — ტოლობა ჭეშმარიტია.

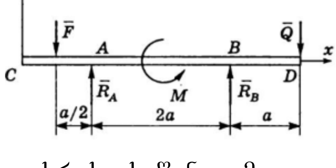
პასუხი: $R_A = -2$ კნ; $R_B = 4$ კნ.

ამოცანა 3.16



ორკონსოლიან ჰორიზონტალურ კოჭზე მოქმედებს $(\vec{P}, \vec{P})$ წყვილძალა. მარცხენა კონსოლზე მოქმედებს q ინტენსივობის თანაბრად განაწილებული დატვირთვა, ხოლო მარჯვენა კონსოლის D წერტილში — ვერტიკალური $\vec{Q}$ დატვირთვა. განსაზღვრეთ საყრდენების რეაქციები, თუ $P = 1$ კნ; $Q = 2$ კნ; $q = 2$ კნ/მ; $a = 0,8$ მ.

ამოხსნა



შევცვალოთ q ინტენსივობის თანაბარი დატვირთვა AC მარცხენა კონსოლის ცენტრში მოდებული $F = qa$ ჩაწერტებული ძალით (იხ. ნახაზი). წყვილძალა შევცვალოთ მისი ექვივალენტური ისეთი $M = Pa$ მომენტით, რომელიც კოჭს საათის ისრის საწინააღმდეგოდ აბრუნებს. შევცვალოთ ბმები მათივე რეაქციებით, საბოლოოდ მივიღებთ პარალელურ ძალთა ბრტყელ სისტემას.

შემოვიღოთ xy კოორდინატთა სისტემა და შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (A წერტილის მიმართ მომენტებისთვის და y ღერძზე პროექციებისვის):

$$\begin{cases} F\cdot\dfrac{a}{2}+M+R_B\cdot 2a-Q\cdot 3a=0, \\ -F+R_A+R_B-Q=0. \end{cases}$$

შესაბამისად,

$$R_B=\frac{3Qa-Pa-F\dfrac{a^2}{2}}{2a}=\frac{3Q-P-\dfrac{qa}{2}}{2}=2{,}1 \text{ კნ},$$

$$R_A=F+Q-R_B=qa+Q-R_B=1{,}5 \text{ კნ} .$$

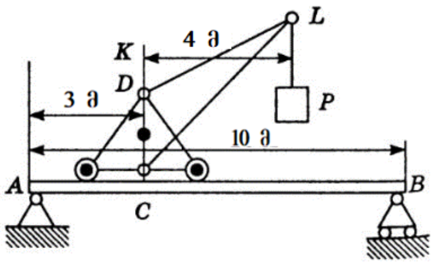
ამოხსნის სისწორის შესამოწმებლად ჩავწეროთ წონასწორობის განტოლება D წერტილის მიმართ მომენტებისთვის:

$$qa\cdot\frac{7}{2}a+Pa-R_A\cdot 3a=0;\ 0{,}8(5{,}6+1-4{,}5-2{,}1)=0;\ 0=0.$$

პ ა ს უ ხ ი: $R_A = 1{,}5$ კნ; $R_B = 2{,}1$ კნ.

ამოცანა 3.17

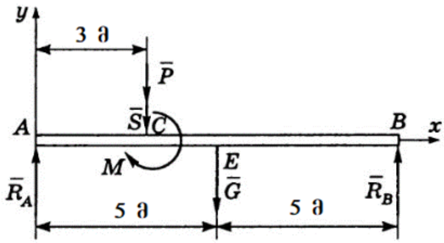
10 მ სიგრძის და 30 კნ წონის AB კოჭზე გადებულია გზა ისეთი ამწისათვის, რომლის წონაა 50 კნ, ხოლო მისი სიმძიმის ცენტრი CD ღერძზეა მოთავსებული; ტვირთის წონაა P = 10 კნ. ამწის შვერილის სიგრძეა KL = 4 მ მანძილი AC = 3 მ. იპოვეთ A და B წერტილებში საყრდენების რეაქციები ამწის ისეთი მდგომარეობისათვის, როცა ამწის DL ისარი AB კოჭთან ერთად ერთ ვერტიკალურ სიბრტყეში იმყოფება.



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე კოჭზე მოქმედი დატვირთვა და ბმების რეაქციები.

ამწიდან კოჭზე დატვირთვა გადაეცემა ამწის ბორბლების კოჭთან შეხების წერტილებში. თუმცა, ვინაიდან ამწის $\vec{S}$ სიმძიმის ძალა DC წრფეზე მდებარეობს, ამიტომ ეს ძალა შეგვიძლია მოვდოთ C წერტილში. თუ P ტვირთის წონასაც C წერტილში დავიყვანთ, მაშინ საჭირო გახდება



$M = P \cdot KL = 10 - 4 = 40$ კნ·მ მაბრუნებელი მომენტის დამატება. შედეგად მივიღებთ, რომ AB კოჭზე მოქმედებს შემდეგი ძალები: 1) C წერტილში — $\vec{P}$ და $\vec{S}$ აქტიური პარალელური ძალები; 2) AB მონაკვეთის E შუა წერტილში — კოჭის $\vec{G}$ სიმძიმის ძალა. A და B წერტილებში ბმების მათივე რეაქციებით შეცვლის შემდეგ მივიღებთ პარალელურ ძალთა ბრტყელ სისტემას. ჩავწეროთ წონასწორობის პირობები(ძალთა A და B წერტილების მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} -(P+S)\cdot 3 - G\cdot 5 - M - R_B\cdot 10 = 0, \\ -R_A\cdot 10 + (P+S)\cdot 7 + G\cdot 5 - M = 0. \end{cases}$$

შესაბამისად,

$$R_B = \frac{60\cdot 3 + 30\cdot 5 + 40}{10} = 37 \text{ კნ},$$

$$R_A = \frac{60\cdot 7 + 30\cdot 5 + 40}{10} = 53 \text{ კნ}$$

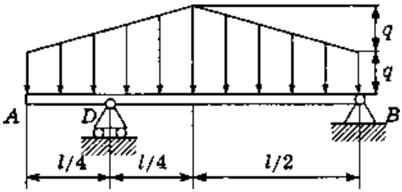
შემოწმება (წონასწორობის განტოლება y ღერძზე პროექციებისვის):

$R_A - P - S - G + R_B = 0{,}53 - 10 - 50 - 30 + 37 = 0$ — ტოლობა ჭეშმარიტია.

პასუხი: $R_A = 53$ კნ; $R_B = 37$ კნ.

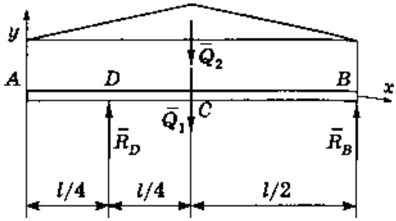
ამოცანა 3.18

l მ სიგრძის AB კოჭი ზიდავს ნახაზზე ნაჩვენებ ისეთ დატვირთვას, რომლის ინტენსივობა კოჭის A და B ბოლოებში არის q ნ/მ, ხოლო კოჭის შიდა ნაწილში — $2q$ ნ/მ. უგულებელყავით კოჭის წონა და იპოვეთ D და B საყრდენების რეაქციები



.ა მ ო ხ ს ნ ა

შევცვალოთ განაწილებული დატვირთვა მისი ექვივალინტური ჩაწერტებული $\vec{Q}$ ძალით. სიმეტრიულობის გამო ეს ძალა მოდებული იქნება AB მონაკვეთის შუა C წერტილში (იხ. ნახაზი). გამოვსახოთ:



$$\vec{Q} = \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 = 0,$$

სადაც, $\vec{Q}_1$ — მართკუთხა დატვირთვის ჯამური ძალვაა, ხოლო $\overrightarrow{Q_2}$ — სამკუთხა დატვირთვის. რიცხობრივად ისინი შესაბამისი ფიგურის ფართობის ტოლია (ეპიურა):

$$Q_1 = ql,\ Q_2 = \frac{ql}{2} \Rightarrow Q = \frac{3ql}{2}.$$

შევცვალოთ ბმები Q დატვირთვით გამოწვეული მათივე $\overrightarrow{R_B}$ და $\overrightarrow{R_D}$ რეაქციებით და ჩავწეროთ წონასწორობის განტოლებები D და B წერტილების მიმართ ძალთა მომენტებისათვის.:

$$\begin{cases} Q\dfrac{l}{4} + R_B\dfrac{3}{2}l = 0, \\ -R_D\dfrac{3}{4}l + Q\dfrac{l}{2} = 0. \end{cases}$$

მივიღებთ

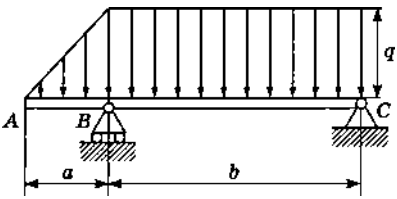
$$R_B = \frac{Q}{3} = \frac{1}{2}ql \text{ ნ}, \quad R_B = \frac{2}{3}Q = ql \text{ ნ}.$$

შემოწმება (წონასწორობის განტოლება y ღერძზე პროექციებში):

$R_D - Q + R_B = 0, \quad ql - ql = 0$ — ტოლობა სწორია.

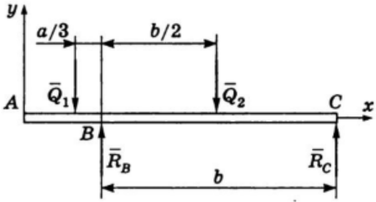
პ ა ს უ ხ ი : $R_B = ql/2$ ნ; $R_D = ql$ ნ.

ამოცანა 3.19



B და C წერტილებზე დაყრდნობილ ჰორიზონტალურ AC კოჭზე მოქმედებს B და C წერტილებს შორის თანაბრად განაწილებული q ნ/მ ინტენსივობის დატვირთვა; AB მონაკვეთზე კი დატვირთვის ინტენსივობა წრფივად მცირდება და A წერტილში ნულდება. იპოვეთ B და C საყრდენების რეაქციები. კოჭის წონა უგულებელყავით.

ა მ ო ხ ს ნ ა



BC უბანზე თანაბრად განაწილებული დატვირთვა შევცვალოთ BC მონაკვეთის შუა წერტილში ჩაწერტებული $Q_2 = qb$ ძალით (იხ. ნახაზი), ხოლო AB უბანზე წრფივად განაწილებული დატვირთვა შევცვალოთ ექვივალენტური Q_1 ძალით, რომელიც ტოლია შესაბამისი სამკუთხედის ფართობისა (ანუ. $Q_1 = qa/2$) და მოდებულია სამკუთხედის სიმძიმის ცენტრში — B წერტილიდან $a/3$ მანძილზე. შემოვიღოთ xAy კოორდინატთა სისტემა, შევცვალოთ ბმები $\vec{R}_A$ და $\vec{R}_B$ რეაქციის ძალებით და AB კოჭზე მოქმედი ძალების ბრტყელი სისტემისთვის შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (ძალთა მომენტებისათვის B წერტილის მიმართ და ძალების y ღერძზე პროექციებისსთვის):

$$\begin{cases} Q_1 \cdot \frac{a}{3} - Q_2 \cdot \frac{b}{2} + R_C \cdot b = 0, \\ -Q_1 + R_B - Q_2 + R_C = 0. \end{cases}$$

თუ ჩავსვამთ Q_1 და Q_2 სიდიდეების ზემოთ ნაპოვნ მნიშვნელობებს, მაშინ სისტემიდან მივიღებთ

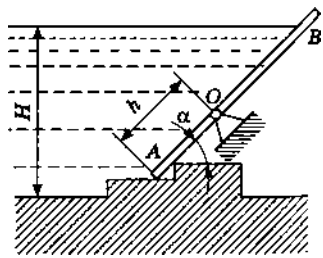
$$R_C = \frac{Q_2 \frac{b}{2} - Q_1 \frac{a}{3}}{b} = \frac{q\frac{b^2}{2} - q\frac{a^2}{6}}{b} = \frac{q}{6}\left(3b - \frac{a^2}{b}\right)$$

$$R_B = Q_1 + Q_2 - R_C = qb + \frac{1}{2}qa - \frac{1}{2}qb + \frac{1}{6}q\frac{a^2}{b} = \frac{q}{6}\left(3a + 3b + \frac{a^2}{b}\right).$$

პ ა ს უ ხ ი: $R_B = \frac{q}{6}\left(3a + 3b + \frac{a^2}{b}\right)$ნ, $R_C = \frac{q}{6}\left(3b - \frac{a^2}{b}\right)$ნ.

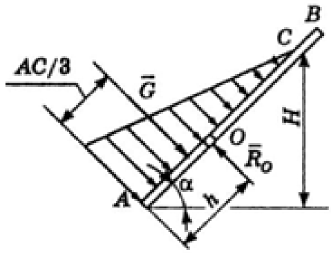
ამოცანა 3.20

საირიგაციო სისტემის AB მართკუთხა ფარს შეუძლია ბრუნვა O ღერძის გარშემო. თუ წყლის დონე დაბალია, მაშინ ფარი დაკეტილია, მაგრამ როცა წყლის დონე მიაღწევს გარკვეულ H ნიშნულს, მაშინ ფარი შემოტრიალდება ღერძის გარშემო და ხსნის არხს. უგულებელყავით ხახუნი და აგრეთვე ფარის წონა და განსაზღვრეთ ისეთი H სიმაღლე, რომლის დროსაც ფარი იღება.

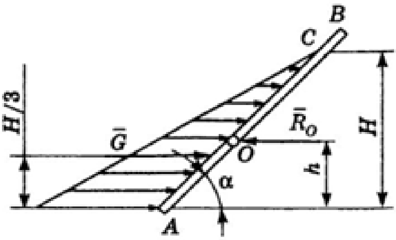


ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ფარზე მოქმედი ძალები დაკეტილ (ნახ. 1) და გაღებულ (ნახ. 2) მდგომარეობაში.



ნახ. 1



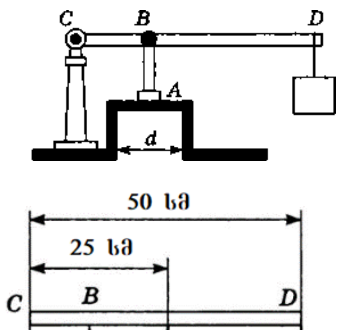
ნახ. 2

ფარი დაიწყებს ბრუნვას O ღერძის გარშემო იმ მომენტიდან, როცა წყლის სვეტის წნევის ცენტრი დაემთხვევა O წერტილს, ანუ როცა შესრულდება შემდეგი პირობა $\frac{1}{3}AC=\frac{1}{3}\frac{H}{\sin\alpha}\geq h\Rightarrow H\geq 3h\sin\alpha$ (ნახ. 1-ის შემთხვევაში), ან $\frac{1}{3}H=h\sin\alpha$ (ნახ. 2-ის შემთხვევაში).

პ ა ს უ ხ ი : $H = 3h\cdot sin\alpha$

ამოცანა 3.21

ორთქლის ქვაბის A დამცავი სარქველი AB ღეროს საშუალებით მიერთებულია 50 სმ სიგრძის და 10 ნ წონის ისეთ CD ბერკეტთან, რომელსაც შეუძლია უძრავი C ღერძის გარშემო ბრუნვა; სარქველის დიამეტრია d = 6 სმ, მხარის სიგრძეა BC = 7 სმ. რა Q ტვირთი უნდა ჩამოიკიდოს ბერკეტის D ბოლოში იმისათვის, რომ სარქველი თავისით იღებოდეს ქვაბში 1100 კპა წნევის არსებობის შემთხვევაში?



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი ძალები.

CD ბერკეტის B წერტილში სარქველის მხრიდან მოქმედი $q = 1100$ კპა წნევის ექვივალენტური ძალვა გამოვთვალოთ შემდეგი ფორმულით:

$$F_B = \frac{\pi d^2 q}{4}.$$

სარქველის გაღება ხდება CD ბერკეტის საათის ისრის საწინააღმდგოდ შემობრუნებისას, რაც იმას ნიშნავს, რომ $\vec{F}_B$ ძალის მომენტი C სახსრის მიმართ უკიდურეს შემთხვევაში ტოლია ამავე სახსრის მიმართ $\vec{G}$ და $\vec{Q}$ ძალების მომენტების ჯამისა. ამ მოსაზრებას მივყავართ შემდეგ განტოლებამდე

$$F_B \cdot 7 = G \cdot 25 + Q \cdot 50.$$

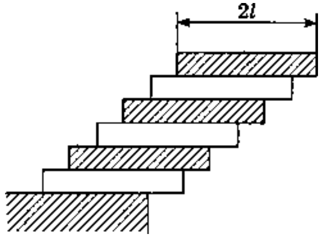
შესაბამისად,

$$Q = g \cdot \frac{25}{50} - \frac{\pi d^2 q}{4} . \frac{7}{50} = 430 \text{ ნ.}$$

პასუხი. $Q = 430$ ნ.

ამოცანა 3.22

$2l$ სიგრძის რამოდენიმე ერთნაირი ერთგვაროვანი ფილა დაწყობილია ისე, რომ ყოველი ზედა ფილა გამოშვერილია ქვედა ფილიდან. განსაზღვრეთ ფილების გამოშვერილი ნაწილის ზღვრული სიგრძეები, რომლის დროსაც ფილები იქნებიან წონასწორობაში. (ამოხსნის დროს, ზედა ფილიდან დაწყებული, თანმიმდევრობით შეკრიბეთ ფილების წონები.)



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე ფილებზე მოქმედი ძალები.

ყველაზე ზედა ფილისთვის გამოშვერილი ნაწილის სიგრძე ცხადია უნდა იყოს $x_1 = l$. ამასთან, პირველი ფილის მარჯვენა და მარცხენა ნაწილების მომენტი მეორე ფილის ზედა მარცხენა წიბოს მიმართ(ეს წიბო ნახაზზე ჩანს, როგორც A_1 წერტილი) ნულის ტოლია. ამიტომ პირველი ფილის მთელი სიმძიმე მეორე

ფილას გადაეცემა ამ A_1. წერტილში. ამ მსჯელობიდან გამომდინარე მეორე ფილისთვის შეგვიძლია დავწეროთ:

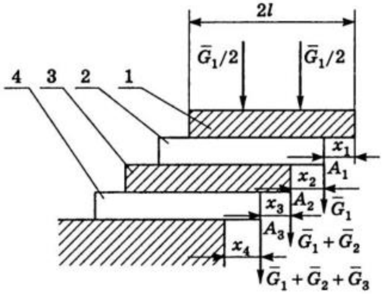
$$-G_1 x_2 + G_2(l - x_2) = 0$$

ვინაიდან $G_1 = G_2$, ამიტომ $x_2 = l/2$.

მესამე ფილისთვის გვექნება.:

$$-(G_1 + G_2) x_3 + G_3(l - x_3) = 0$$

.



ვინაიდან $G_1 = G_2 = G_3$, ამიტომ $x_3 = l/3$.

მეოთხე ფილისთვის გვექნება:

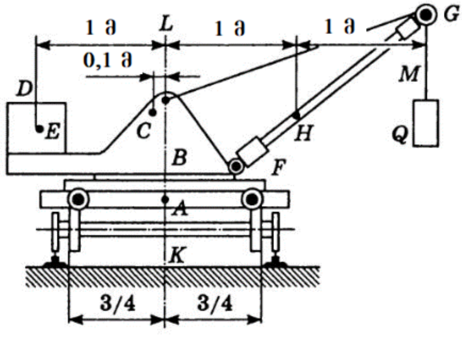
$-(G_1 + G_2 + G_3) x_4 + G_4(l - x_4) = 0$.

ვინაიდან $G_1 = G_2 = G_3 = G_4$, ამიტომ $x_4 = l/4$.

თუ მსჯელობას ანალოგიურად გავაგრძელებთ, გვექნება $x_n = l/n$, $n =$ 1,2,3,4….

პ ა ს უ ხ ი : l; $l/2$; $l/3$; $l/4$ …

ამოცანა 3.23

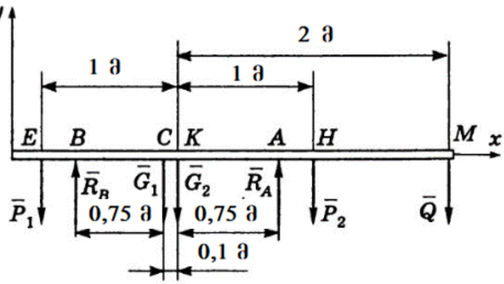


სარკინიგზო ამწე ეყრდნობა ისეთ რელსებს, რომელთა შორის მანძილია 1,5 მ ამწის ურიკის წონა არის 30 კნ ხოლო მისი სიმძიმის ცენტრია ურიკის სიმეტრიის სიბრტყისა და ნახაზის სიბრტყის გადაკვეთის KL წრფეზე მდებარე A წერტილი. ამწის B ჯალამბარის წონაა 10 კნ, ხოლო მისი სიმძიმის ცენტრი

მდებარეობს KL წრფიდან 0,1 მ-ით დაშორებულ C წერტილში. D საპირწონის წონაა 20 კნ, ხოლო მისი სიმძიმის ცენტრი მდებარეობს KL წრფიდან 1 მ-ით დაშორებულ E წერტილში. FG ირიბულას წონაა 5 კნ, ხოლო მისი სიმძიმის ცენტრი მდებარეობს L წრფიდან 1 მ-ით დაშორებულ H წერტილში. ამწის შვერილის სიგრძეა $LM = 2$ მ. განსაზღვრეთ ის მაქსიმალური Q ტვირთი, რომელიც არ გადააყირავებს ამწეს.

ა მ ო ხ ს ნ ა

სარკინიგზო ამწის ყველა ელემენტი ნახაზის სიბრტყეშია მოთავსებული, ამიტომ ამავე სიბრტყეში იქნება ამწეზე მოქმედი ყველა ძალაც. (იხ. ნახაზი). ვინაიდან ამწეზე, როგორც მყარ სხეულზე, მოდებული პარალელური ძალები შეიძლება



გადავაადგილოთ მათი მოქმედების წრფის გასწვრივ, ამიტომ ამწის ვერტიკალურ ზომებს არ აქვს მნიშვნელობა და აქედან გამომდინარე, ამოცანის პირობების თანახმად, შეიძლება გამოვიყენოთ უფრო მარტივი მოდელი — წონასწორობის ობიექტად წარმოვადგინოთ პარალელურ ძალთა ბრტყელი სისტემით დატვირთულიკოჭი (სადაც, პარალელურ ძალებში ჩართულია ბმების რეაქციებიც).

Q ტვირთის მოქმედებამ შეიძლება გამოიწვიოს ამწის A საყრდენის (რელსის) გარშემო გადაყირავება. ზღვრულ შემთხვევაში $R_B = 0$ და ამწის გადამყირავებელი და შემაკავებელი მომენტები მოდულით ერთმანეთის ტოლი უნდა იყოს. ამ მსჯელობიდან გამომდინარე მივიღებთ განტოლებას:

$$Q \cdot MA + P_2 \cdot HA = G_2 \cdot KA + G_1 \cdot CA + P_1 \cdot EA.$$

გეომეტრიული მოსაზრებებიდან გამომდინარე მივიღებთ: $MA = 1{,}25$ მ, $HA = 0{,}25$ მ, $KA = 0{,}75$ მ, $CA = 0{,}85$ მ, $EA = 1{,}75$ მ.

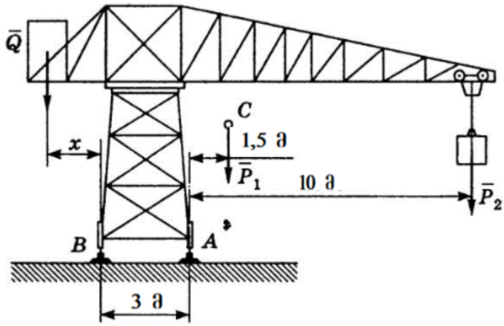
საბოლოოდ,

$$Q = \frac{30 \cdot 0,75 + 10 \cdot 0,85 + 20 \cdot 1,75 - 5 \cdot 0,25}{1,25} = 51,8 \text{ კნ}.$$

შევნიშნოთ, რომ ზემოთ მიღებული განტოლება ყველა ძალის A წერტილის მიმართ მომენტების ჯამის ნულთან ტოლობის პირობის ექვივალენტურია.

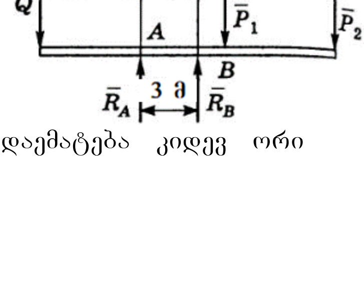
პ ა ს უ ხ ი: $Q = 51{,}8$ კნ.

ამოცანა 3.24



რელსებზე მოძრავი ამწის წონა საპირწონის გარეშე $P_1 = 500$ კნ-ის ტოლია, ხოლო მისი სიმძიმის ცენტრი მდებარეობს მარჯვენა რელსზე გამავალი ვერტიკალური სიბრტყიდან 1,5 მეტრით დაშორებულ C წერტილში. ამწის ურიკა გათვლილია $P = 250$ კნ ტვირთის აწევაზე; ამწის შვერილის სიგრძეა 10 მ. განსაზღვრეთ საპირწონის ისეთი უმცირესი Q წონა და მისი სიმძიმის ცენტრის ისეთი მაქსიმალური x დაშორება მარცხენა B რელსზე გამავალი ვერტიკალური სიბრტყიდან, იმისათვის, რომ ამწე არ გადაყირავდეს, ამწის როგორ დატვირთულ, ასევე დაუტვირთავი მდგომარეობების შემთხვევაში. ურიკის საკუთარი წონა უგულებელყავით.

ა მ ო ხ ს ნ ა



წინა ამოცანის მსგავსად, ამ ამოცანაშიც ამწის მოდელად შეგვიძლია მივიჩნიოთ კოჭი, როგორც წონასწორობის ობიექტი, რომელიც დატვირთულია $\vec{Q}, \overrightarrow{P_1}, \overrightarrow{P_2}$ პარალელურ ძალთა ბრტყელი სისტემით. ბმებისგან განთავისუფლების შემდეგ სისტემას დაემატება კიდევ ორი

უცნობი — მოცემული ძალების პარალელური საყრდენების რეაქციის $\vec{R}_A$ და $\vec{R}_B$ ძალები. განვიხილოთ ორი შემთხვევა.

შემთხვევა 1

ამწე დატვირთულია $\vec{P}_2 \neq 0$ ძალით. ასეთ დროს ამწე B საყრდენის გარშემო შეიძლება გადაყირავდეს საათის ისრის მიმართულებით. მივიჩნიოთ, რომ ზღვრულ შემთხვევაში $R_A = 0$, მაშინ მივიღებთ შემდეგ დამოკიდებულებას (B წერტილის მიმართ ძალთა მომენტებისათვის)

$$Q(x+3) = P_1 \cdot 2,5 + P_2 \cdot 10. \qquad (1)$$

შემთხვევა 2

ამწე არ არის დატვირთული ანუ $P_2 = 0$. ამ შემთხვევაში ამწე შეიძლება გადაყირავდეს A საყრდენის გარშემო საათის ისრის საწინააღმდეგოდ. ვინაიდან ზღვრულ შემთხვევაში $R_B = 0$, ამიტომ მივიღებთ (წონასწორობის განტოლება ძალთა მომენტებისათვის A წერტილის მიმართ)

$$Qx = P_1 \cdot 4,5. \qquad (2)$$

თუ (1) და (2) გატოლებებს ერთდროულად ამოვხსნით, მივიღებთ:

$$Q = \frac{500 \cdot 1,5 + 250 \cdot 10 + 500 \cdot 4,5}{3} = \frac{1000}{3} = 333 \text{ ნ},$$

$$x = \frac{500 \cdot 4,5 \cdot 3}{1000} = 6,75 \text{ მ}.$$

შევნიშნოთ, რომ პირველ შემთხვევაში

$$R_A = P_1 + P_2 + Q = 1083 \text{ კნ},$$

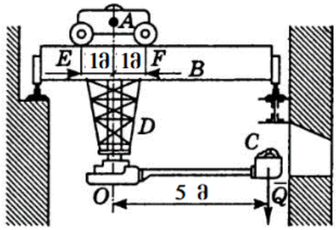
ხოლო მეორე შემთხვევაში

$$R_A = P_1 + Q = 833 \text{ კნ}$$

პ ა ს უ ხ ი: $Q = 333$ კნ; $x = 6,75$ მ.

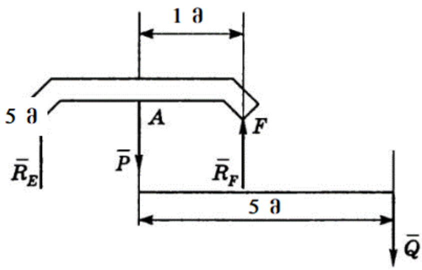
ამოცანა 3.25

მარტენის ღუმელში ნედლეულის ჩასატვირთი ამწე შედგება B მოძრავი ხიდის კოჭებზე დაგებულ რელსებზე ბორბლებით მგორავი A ჯალამბარისგან. ჯალამბარის ქვედა ნაწილში მიმაგრებულია C ნიჩაბის დამჭერი ამოყირავებული D სვეტი. როგორი P წონა უნდა გააჩნდეს ჯალამბარს სვეტთან ერთად იმისათვის. რომ ჯალამბარის OA ვერტიკალური ღერძიდან 5 მეტრით დაშორებულ ნიჩაბში მოთავსებულმა $Q = 15$ კნ ტვირთმა არ გადააყირავოს ჯალამბარი? ჯალამბარის სიმძიმის ცენტრი OA ღერძზეა მოთავსებული; თითოეული ბორბლის დაშორება OA ღერძიდან არის 1 მ.



მ ო ხ ს ნ ა

მოცემულ შემთხვევაში, ნახაზზე გამოსახული მოდელის შესაბამისად, გადაყირავება შეიძლება მოხდეს F საყრდენის (ბორბლების) გარშემო. მაშინ წინა, 3.23 და 3.24 ამოცანების ანალოგიურად შევადგენთ შემდეგ დამოკიდებულებას:



$$R_E = 0; \quad M_F(\vec{P}) + M_F(\vec{Q}) \geq 0.$$

შესაბამისად,

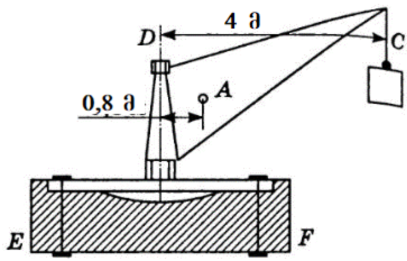
$$1 \cdot P \geq 15 \cdot (5 - 1),$$

$$P \geq 60 \text{ კნ.}$$

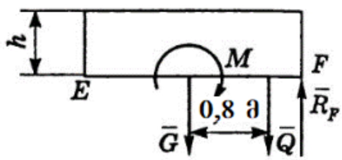
პ ა ს უ ხ ი: $P \geq 60$ კნ.

ამოცანა 3.26

ამწე დადგმულია ქვის ფუნდამენტზე. ამწის წონაა Q = 25 კნ და მოდებულია ამწის ღერძიდან 0,8 მ-ით დაშორებულ A სიმძიმის ცენტრში; ამწის შვერილის სიგრძეა CD = 4 მ. ფუნდამენტს EF = 2 მ გვერდის მქონე კვადრატის ფორმის ძირი აქვს. ფუნდამენტის ქვის წყობის კუთრი წონაა 20 კნ / მ^3. გამოთვალეთ ფუნდამენტის ისეთი უმცირესი სიღრმე, რომელიც აუცილებელია იმისათვის, რომ ფუნდამენტი არ გადაყირავდეს F წიბოს გარშემო, თუ ამწე განკუთვნილია 30 კნ ტვირთის ასაწევად.



ა მ ო ხ ს ნ ა



ამოცანაში ცვლადი სიდიდეა ფუნდამენტის წონა G, რომელიც უშუალოდ დამოკიდებულია ფუნდამენტის h სიმაღლეზე (იხ. ნახაზი). ამასთან

$$G = EF^2 \cdot h \cdot 20 \Rightarrow h = \frac{G}{4 \cdot 20}.$$

ამწის ისარი F საყრდენიდან 3 მეტრითაა გადმოშვერილი და მის ბოლოში P = 30 კნ წონის ტვირთი კიდია. ამიტომ ტვირთის მოქმედება შეიძლება შეიცვალოს M = 3 · 30 = 90 კნ · მ მომენტის მქონე წყვილძალით. თუ ჩავთვლით, რომ გადაყირავების მომენტში რეაქციის ძალა ჩაწერტებულია F წერტილში, მივიღებთ წონასწორობის განტოლებას ძალთა მომენტებისთვის F წერტილის მიმართ:

$$G \cdot 1 + Q \cdot 0,2 - M = 0.$$

შესაბამისად,

$$G = 90 - 25 \cdot 0,2 = 85 \text{ კნ},$$

მაშინ,

$$h = \frac{85}{80} = 1,06 \text{ მ}$$

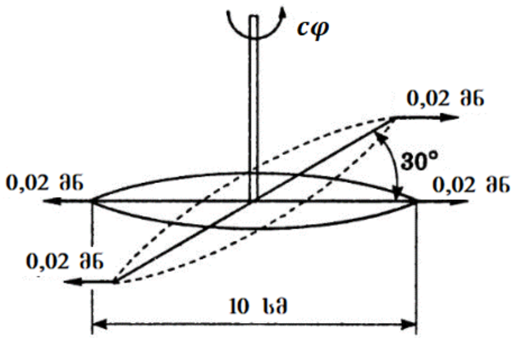
პ ა ს უ ხ ი : $h =$ 1,06 მ.

ამოცანა 3.27

მაგნიტური ისარი ჩამოკიდებულია წვრილ მავთულზე და დაყენებულია ჰორიზონტალურად მაგნიტურ მერიდიანში. დედამიწის ველის ჰორიზონტალური მდგენელები ისრის პოლუსებზე ურთიერთ საწინააღმდეგო მიმართულებით მოქმედებენ, თითოეულზე 0,02 მნ ძალით. პოლუსებს შორის მანძილია 10 სმ. რა კუთხით უნდა მოვგრიხოთ მავთული იმისათვის, რომ ისარმა მაგნიტურ მერიდიანთან 30° შეადგინოს, თუ ცნობილია, რომ მავთულის 1° კუთხით მოსაგრეხად საჭიროა 0,05 მნ · სმ მომენტის მქონე წყვილძალის მოდება (მგრეხავი წყვილძალის მომენტი მოგრეხვის კუთხის პროპორციულია.)

ა მ ო ხ ს ნ ა

წარმოვადგინოთ ნახაზზე ამოცანის პირობის მონაცემები.



მავთულის მგრეხავი წყვილძალის მომენტი გრეხვის კუთხის პროპორციულია, ანუ იცვლება შემდეგი კანონით

$$M = c\varphi,$$

ამიტომ, იმ პირობით, რომ გრეხვა ხდება 1° კუთხით, შეგვიძლია გამოვთვალოთ პროპორციულობის კოეფიციენტი:

$$c = \frac{0,05}{1^{\circ}} = 0,05 \text{ მნ} \cdot \text{სმ} / \text{გრად}$$

და M სიდიდის გამოსათვლელი ფორმულა მიიღებს სახეს

$$M = 0,05\,\varphi.$$

ისრის 30°-ით შემობრუნების შედეგად წარმოქმნილი მაგნიტური ველის მომენტი ტოლია

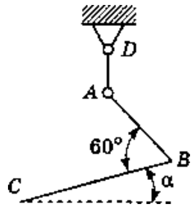
$$10 sin\, 30°\ 0,02 = 0,1 \text{ მნ} \cdot \text{სმ}.$$

თუ ამ მნიშვნელობას M-ის გამოსათვლელ ფორმულაში ჩავსვამთ მივიღებთ «განგრეხვის» კუთხეს: $0{,}1 = 0{,}05\varphi \Rightarrow \varphi = 2°$. შედეგად, გრეხვის ჯამური კუთხე ტოლი იქნება $30° + 2° = 32°$.

პ ა ს უ ხ ი : $32°$.

ამოცანა 3.28

ორი ერთნაირი განივი კვეთის მქონე AB და BC ღერო, რომელთაგანაც AB ორჯერ მოკლეა BC-ზე, ბოლოებით $60°$-იანი კუთხით არიან შეერთებულნი ერთმანეთთან და ქმნიან ტეხილ ABC ბერკეტს. A ბოლოთი ბერკეტი ჩამოკიდებულია AD ძაფზე. განსაზღვრეთ BC ღეროს მიერ ჰორიზონთთან შედგენილი კუთხე ბერკეტის წონასწორობის შემთხვევაში; ღეროების განივი ზომები უგულებელყავით.

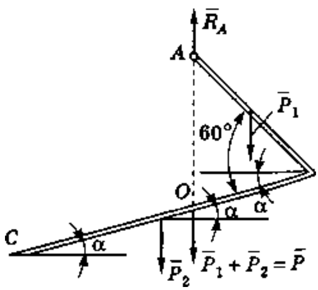


ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი ძალები და შემოვიღოთ აღნიშვნები:

$\vec{P}_1$ — AB უბნის სიმძიმის ძალა,

$\vec{P}_2$ — BC უბნის სიმძიმის ძალა.



ტეხილი ბერკეტის ერთგვაროვნებიდან გამომდინარე, ეს ძალები მოდებულნი არიან შესაბამისი უბნების შუაში. თუ ამ ძალებს შევცვლით ერთი ტოლქმედით — $\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$, მაშინ, ორი ძალის ტოლობის აქსიომიდან გამომდინარე, ეს ტოლქმედი და ძაფის რეაქციის $\vec{R}_A$ ძალა A წერტილზე გამავალ ერთ ვერტიკალზე იქნებიან განთავსებულნი, შესაბამისად, ძალთა ჯამური მომენტი A წერტილის მიმართ ნულის ტოლი იქნება:

$$-P_1\frac{1}{2}AB\cos\left(60^\circ-\alpha\right)+P_2\left[\frac{1}{2}BC\cos\alpha-AB\cos\left(60^\circ-\alpha\right)\right]=0.$$

მაშინ, იმის გათვალისწინებით, რომ BC=$2AB$ და P_1=$2P_2$, მივიღებთ

$$4\cos\alpha - 5\cos\left(\alpha - 60^{\circ}\right) = 0.$$

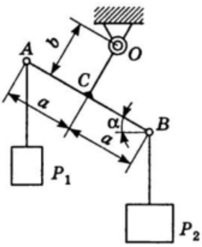
$$4\cos\alpha - \frac{5}{2}\cos\alpha - \frac{5\sqrt{3}}{2}\sin\alpha = 0,$$

$$\frac{5\sqrt{3}}{2}\sin\alpha = \frac{3}{2}\cos\alpha \Rightarrow tg\alpha = \frac{1}{5}\sqrt{3} \Rightarrow \alpha = arctg\left(\frac{\sqrt{3}}{5}\right) = 19^{\circ}5'.$$

პ ა ს უ ხ ი: $tg\alpha = \frac{1}{5}\sqrt{3},\ \alpha = 19^{\circ}5'.$

ამოცანა 3.29

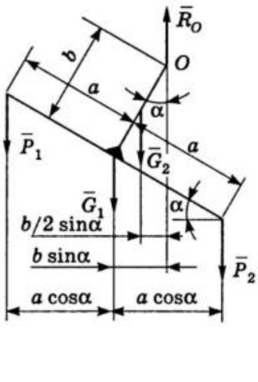
ორი AB და OC ღერო, რომელთა ერთეულის სიგრძის წონაა $2p$, ერთმანეთთან C წერტილში მართი კუთხით არის მიერთებული. OC ღეროს შეუძლია ბრუნვა O ღერძის გარშემო; $AC = CB = a,\ OC = b$. A და B წერტილებში ჩამოკიდებულია გირები, რომელთა წონებია P_1 და P_2; $P_1 > P_2$. განსაზღვრეთ AB ღეროს ჰორიზონტოსადმი დახრის α კუთხე წონასწორობის მდგომარეობაში ყოფნისას.



ა მ ო ხ ს ნ ა

წარმოვადგინოთ ამოცანის პირობის მონაცემები ნახაზზე.

ამ შემთხვევაში $G_1 = 2p \cdot 2a = 4pa$, $G_2 = 2pb$. ისე როგორც წინა ამოცანაში, აქაც საკმარისია შევადგინოთ ერთი განტოლება ძალთა მომენტებისთვის მხოლოდ O წერტილის მიმართ:



$$-P_1\left(a\cos\alpha + b\sin\alpha\right) + 4pab\sin\alpha +$$

$$+2pb\frac{b}{2}\sin\alpha - P_2\left(a\cos\alpha - b\sin\alpha\right) = 0.$$

თუ ამ განტოლებას $cos\alpha$-ზე გავყოფთ, მივიღებთ

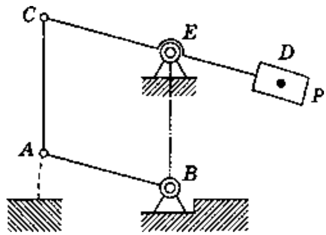
$$tg\alpha = \frac{a}{b}\frac{P_2 - P_1}{P_1 + P_2 + p\left(4a + b\right)}.$$

შევნიშნოთ, რომ როცა $P_1 = P_2$, მაშინ $\alpha = 0$.

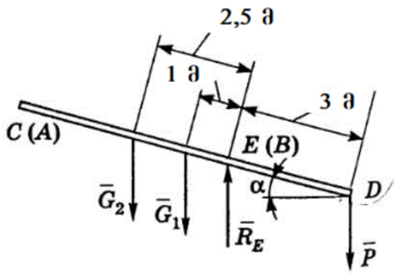
პ ა ს უ ხ ი:

$$tg\alpha = \frac{a}{b}\frac{P_2 - P_1}{P_1 + P_2 + p\left(4a + b\right)}.$$

ამოცანა 3.30



AB ასაწევი ხიდი ზევით აიწევა ისეთი ორი CD კოჭის საშუალებით, რომელთაგან თითოეულის სიგრძეა 8 მ, თითოეულის წონაა 4 კნ და რომლებიც განთავსებულნი არიან ხიდის სხვადასხვა მხარეს; ხიდის სიგრძეა $AB = CE = 5$ მ; ჯაჭვის სიგრძე $AC = BE$; ხიდის წონაა 30 კნ, რომელიც შეიძლება ჩაითვალოს, რომ AB-ს ცენტრშია მოდებული. გამოთვალეთ ხიდის გამაწონასწორეებელი P საპირწონეების წონები.



ა მ ო ხ ს ნ ა

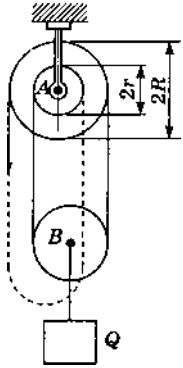
ვინაიდან ხიდის ორივე ნაწილი გაწონასწორებული უნდა იყოს $B(E)$ საყრდენების მიმართ, ამიტომ უნდა შესრულდეს წონასწორობის განტოლებები მომენტებისთვის E ან B წერტილის მიმართ. სქემის შესაბამისად (იხ. ნახაზი) გვექნება

$$-2P\cdot 3\cos\alpha + G_2\cdot 2{,}5\cos\alpha + 2G_1\cdot 1\cdot\cos\alpha = 0.$$

აქ გათვალისწინებულია ის, რომ მოცემულია ორი საპირწონიანი კოჭი. მივიღებთ

$$P = \frac{0,5G_2 \cdot 2,5 + G_1}{3} = 13,83 \text{ კნ.}$$

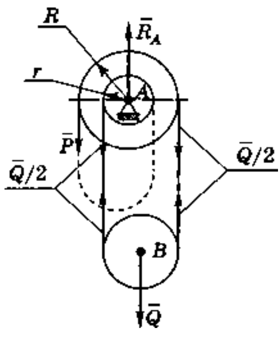
პ ა ს უ ხ ი : $P =$ 13,83 კნ.



ამოცანა 3.31

დიფერენციალური ბლოკის მთავარ ნაწილებს წარმოადგენენ ერთმანეთთან უცვლელად მიერთებული ორი A ბორბალი, რომელთა ღერძიც ჩამოკიდებულია უძრავ კაუჭზე. მათი ღარები აღჭურვილია კბილანებით, რომლებზეც ჩამოცმულია უსასრულო ჯაჭვი. ჯაჭვი ქმნის ორ მარყუჟს, რომელთაგან ერთ-ერთში მოთავსებულია მოძრავი ბლოკი B. მოძრავ ბლოკზე ჩამოკიდებულია ზევით ასაწევი Q ტვირთი, ხოლო დიდი ბლოკიდან ჩამოშვებული მარყუჟის განშტოებებზე მოდებულია P ძალვა. A ბორბლების რადიუსებია r და R, ამასთან $r < R$. იპოვეთ P ძალვის დამოკიდებულება ასაწევი Q ტვირთის სიდიდეზე და განსაზღვრეთ ეს ძალვა როცა: $Q =$ 500 სმ, $R =$ 25 სმ $R =$ 24 სმ. ხახუნი უგულებელყავით.

ა მ ო ხ ს ნ ა



გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი ძალები.

ჯერ განვიხილოთ B მოძრავი ბლოკი, მასზე ჩამოკიდებული $\vec{Q}$ ტვირთით. წონასწორობის პირობიდან გამომდინარე ვასკვნით, რომ ჯაჭვების დაჭიმულობა არის $\vec{Q}/2$. ქმედების და უკუქმედების ტოლობის პრინციპიდან გამომდინარე ვასკვნით, რომ A ბორბალზე ასევე მოქმედებს $\vec{Q}/2$-ის ტოლი ჯაჭვების დაჭიმულობის ძალები. შედეგად მივიღებთ, რომ A ბორბალი წონასწორობის მდგომარეობაში იმყოფება $\vec{Q}/2$-ის ტოლ ორი ძალის — საძიებელი $\vec{P}$ ძალის და რეაქციის $\vec{R}_A$ ძალის მოქმედების შედეგად, რომლებიც ქმნიან ბრტყელ პარალელურ ძალთა

სისტემას. ძალთა ამ სისტემის წონასწორობის პირობა ჩავწეროთ შემდეგი სახით

$$PR+\frac{Qr}{2}-\frac{QR}{2}=0.$$

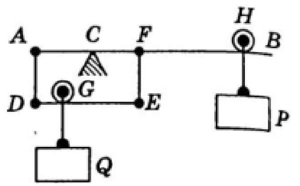
შესაბამისად,

$$P=\frac{1}{2}Q\left(1-\frac{r}{R}\right)=10 \text{ კნ.}$$

პასუხი: $P=\frac{1}{2}Q\left(1-\frac{r}{R}\right)=10$ კნ.

ამოცანა 3.32

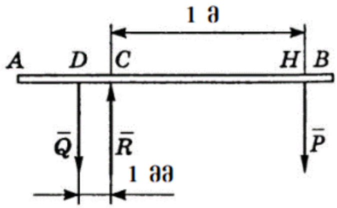
დიფერენციალური ბერკეტი შედგება უძრავი C წერტილში საყრდენი პრიზმის მქონე AB ბერკეტისგან და ამ ბერკეტზე AD და EF სახსრული კავებით მიერთებული DE ხარიხასაგან.. $Q = 1$ კნ ტვირთი



ჩამოკიდებულია ხარიხაზე G წერტილში პრიზმის საშუალებით. C და G წერტილებზე გამავალ ვერტიკალებს შორის მანძილია 1 მმ. განსაზღვრეთ ისეთი P გირის წონა, რომელიც უნდა ჩამოიკიდოს AB ბერკეტის H წერტილში, $CH = 1$ მ მანძილზე იმისათვის, რომ გავაწონასწოროთ Q ტვირთი. ხახუნი უგულებელყავით.

ამოხსნა

$\vec{Q}$ ძალა გადავიტანოთ მოქმედების წრფის გასწვრივ და მოვდოთ წონასწორობის ობიექტზე — AB ბერკეტზე, მაშინ საწყისი ამოცანის მიღებული მოდელი შეიძენს უმარტივეს სახეს, რომელიც ნახაზზეა გამოსახული.

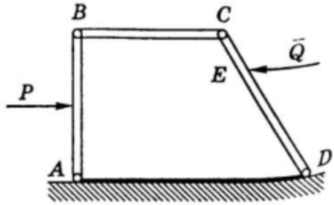


ჩავწეროთ წონასწორობის განტოლება C წერტილის მიმართ მომენტებისთვის: $Q \cdot 0{,}001 - P \cdot 1$.

შესაბამისად, $P = 0{,}001Q = 1$ ნ

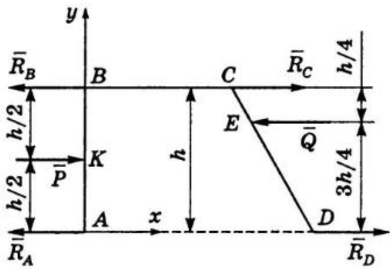
პ ა ს უ ხ ი: $P = 1$ ნ.

ამოცანა 3.33



ოთხრგოლიან სახსრულ მექანიზმში BC რგოლი უძრავი AD რგოლის პარალელურია, ხოლო $AB = h$ რგოლი AD-ს მართობულია. AB-ს შუაწერტილში მოდებულია ჰორიზონტალური $\vec{P}$ ძალა. როგორი ჰორიზონტალური $\vec{Q}$ ძალა უნდა მოვდოთ CD რგოლს E წერტილში ($CE = CD/4$) იმისათვის რომ მექანიზმი იყოს წონასწორობაში? როგორი იქნება D სახსარის რეაქცია? რგოლების წონები უგულებელყავით.

ა მ ო ხ ს ნ ა



წარმოვადგინოთ ნახაზზე ამოცანის პირობის მონაცემები.

დავყოთ ოთხრგოლიანი მექანიზმი სამ რგოლად: AB, BC, CD და განვიხილოთ თითოეული მათგანის წონასწორობა თანმიმდევრობით.

რგოლი AB (წონასწორობის განტოლებები x ღერძზე პროექციებში და ძალთა მომენტებისთვის A წერტილის მიმართ):

$$\begin{cases} P - R_A - R_B = 0, \\ -P\dfrac{h}{2} + R_B h = 0 \end{cases} \Rightarrow R_A = R_B \frac{1}{2}P.$$

რგოლი DC (წონასწორობის განტოლებები ძალთა მომენტებისთვის C და D წერტილებისს მიმართ):

$$\begin{cases} -Q\dfrac{h}{4} + R_D h = 0, \\ Q\dfrac{3}{4}h - R_C h = 0 \end{cases} \Rightarrow R_D = \frac{1}{4}Q;\ R_C = \frac{3}{4}Q.$$

რგოლი BC (წონასწორობის განტოლებები x ღერძზე პროექციებში):

$$R_B - R_C = 0 \Rightarrow R_B = R_C.$$

შევნიშნოთ, რომ ბოლო დამოკიდებულება აშკარაა, ქმედებისა და უკუქმედების ტოლობის შესახებ აქსიომის თანახმად.

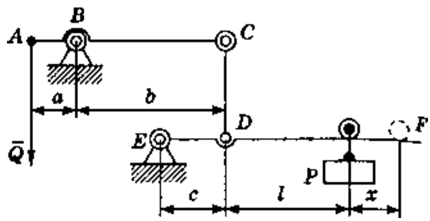
საბოლოოდ მივიღებთ:

$$R_B = R_C \Rightarrow \frac{3}{4}Q = \frac{1}{2}P \Rightarrow Q = \frac{2}{3}P,$$

$$R_D = \frac{1}{4}Q = \frac{1}{4}\frac{2}{3}P = \frac{1}{6}P.$$

პ ა ს უ ხ ი : $Q = \frac{2}{3}P;\ R_{D'} = \frac{1}{6}P$ და მიმართულია AD-ს გასწვრივ მარჯვნივ.

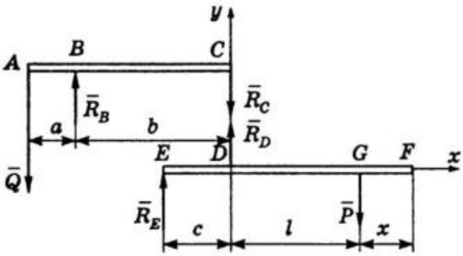
ამოცანა 3.34



დიდი Q ძალვების გასაზომად მოწყობილია CD დატვირთვის გადამცემი ღეროთი ერთმანეთთან შეერთებული ორი არათანაბარმხრიანი ABC და EDF ბერკეტებისგან შემდგარი სისტემა. B და E წერტილებში არის უძრავი საყრდენები. EDF ბერკეტის გასწვრივ მოძრაობს 125 ნ წონის P ტვირთი. როცა P ტვირთი მოთავსებულია D წერტილიდან l მანძილზე, მაშინ ის A წერტილში მოდებულ Q ძალას აწონასწორებს. წონასწორობის შესანარჩუნებლად რა x მანძილით უნდა გადავაადგილოთ P ტვირთი Q ძალის 10 კნ-ით გაზრდის შემთხვევაში, თუ ნახაზზე გამოსახული მანძილები შესაბამისად ტოლია: $a = 3{,}3$ მმ, $b = 660$ მმ, $c = 50$ მმ.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი ძალები.



არათანაბარმხრიანი ბერკეტიანი სასწორის საწყისი მოდელი დავყოთ AC, CD, EF ნაწილებად და თითოეული მათგანისათვის ჩავწეროთ წონასწორობის პირობები.

ბერკეტი ABC (წონასწორობის განტოლება ძალთა მომენტებისთვის B წერტილის მიმართ):

$$Qa - bR_C = 0 \Rightarrow Q = \frac{b}{a} R_C. \qquad (1)$$

CD ღერო (წონასწორობის განტოლება y ღერძზე პროექციებში):

$$R_D = R_C = 0 \Rightarrow R_D = R_C. \qquad (2)$$

EDF ბერკეტი (წონასწორობის განტოლება E წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):

$$R_D \cdot c - P(l+c) = 0 \Rightarrow R_D = \frac{l+c}{c} P. \qquad (3)$$

(1), (2) და (3) განტოლებებიდან ვიპოვით:

$$Q = \frac{b}{a} R_C = \frac{b}{a} R_D = \frac{b(c+l)}{ac} P.$$

აქ ვთვლით, რომ a, b, c — $const$. ვთქვათ, Q იღებს ΔQ ნაზრდს, ხოლო l — x ნაზრდს. მაშინ ბოლო დამოკიდებულებიდან მივიღებთ განტოლებას

$$Q + \Delta Q = \frac{P(l+l+x)b}{ac} P.$$

ანუ,

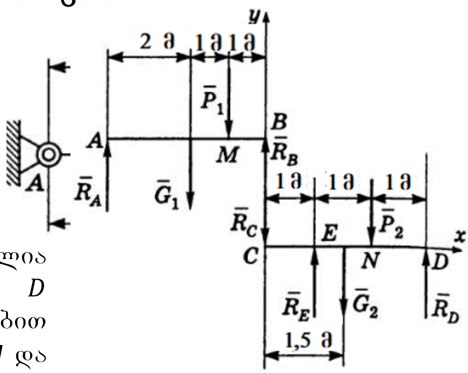
$$Q + \Delta Q = \frac{b(l+c)}{ac} P + \frac{Px}{ac} b.$$

შესაბამისად,

$$\Delta Q = \frac{Px}{ac} b \Rightarrow x = \frac{\Delta Qac}{Pb},\ x = \frac{10000 \cdot 3,3 \cdot 50}{125 \cdot 660} = 20 \text{ მმ} = 2 \text{ სმ}.$$

პ ა ს უ ხ ი : $x = 2$ ს მ .

ამოცანა 3.35



4 მ სიგრძის და 2 კნ წონის AB კოჭი B ბოლოთი ეყრდნობა 3 მ სიგრძის და 1,6 კნ წონის მეორე კოჭს და შეუძლია ბრუნვა A ღერძის გარშემო. მეორე კოჭი, თავის მხრივ, დაყრდნობილია E წერტილში, ხოლო D სახსრის საშუალებით მიმაგრებულია კედელზე. M და N წერტილებში მოთავსებულია ტვირთები, თითოეული 0,8 კნ წონის. მანძილები: $AM = 3$ მ, $ED = 2$ მ, $ND = 1$ მ. განსაზღვრეთ საყრდენების რეაქციები.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი ძალები.

საწყისი შედგენილი AD კონსრუქცია ორი ნაწილისგან შედგება: AB და CD. განვიხილოთ AB კოჭის წონასწორობა და ჩავწეროთ შესაბამისი განტოლებები ძალთა მომენტებისთის A და B წერტილების მიმართ:

$$\begin{cases} -G_1 \cdot 2 - P_1 \cdot 3 + R_B \cdot 4 = 0, \\ -R_A \cdot 4 + G_1 \cdot 2 + P_1 \cdot 1 = 0. \end{cases}$$

შესაბამისად,

$$R_B = \frac{3}{4} P_1 + \frac{1}{2} G_1 = 1,6 \text{ კნ};$$

$$R_A = \frac{1}{4} P_1 + \frac{1}{2} G_1 = 1,2 \text{ კნ}.$$

განვიხილოთ CD კოჭის წონასწორობა და ჩავწეროთ შესაბამისი განტოლებები C წერტილის მიმართ მომენტებისთვის და y ღერძზე პროექციებისთვის

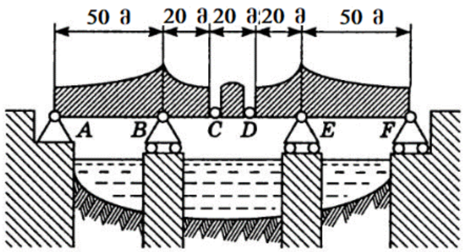
$$\begin{cases} R_E \cdot 1 - G_2 \cdot 1{,}5 - P_2 \cdot 2 + R_D \cdot 3 = 0, \\ -R_C + R_E - G_2 - P_2 + R_D = 0. \end{cases}$$

თუ გავითვალისწინებთ იმას, რომ $R_C = R_B = 1{,}6$ კნ (ქმერდება უდრის უკუქმედებას), მაშინ ბოლო სისტემიდან მივიღებთ

$$R_D = \frac{0{,}8 + 0{,}8 - 1{,}6}{2} = 0; \; R_E = R_C + G_2 + P_2 - R_D = 4 \text{ კნ}.$$

პ ა ს უ ხ ი : $R_A = 1{,}2$ კნ; ; $R_B = 1{,}6$ კნ; $R_E = 4$ კნ $R_D = 0$.

ამოცანა 3.36

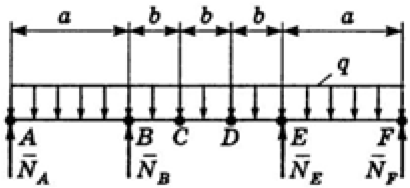


კონსოლური ხიდი შედგება სამი AC, CD და DF ნაწილისგან, რომელთაგან განაპირა ნაწილები ეყრდნობა ორ-ორ საყრდენს. ზომები შესაბამისად ტოლია: $AC = DF = 70$ მ, $CD = 20$ მ. $AB = EF = 50$ მ. ხიდზე გრძივი დატვირთვა არის 60 კნ/მ. იპოვეთ ამ დატვირთვით გამოწვეული დაწოლა A და B საყრდენებზე.

ა მ ო ხ ს ნ ა

ამოცანის პირობიდან გამომდინარე გამოვსახოთ ნახ. 1-ზე ხიდის დატვირთვა.

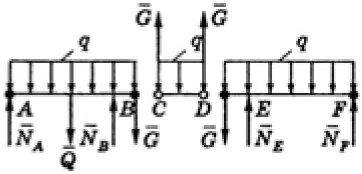
განვიხილოთ ხიდის შუა ნაწილის წონასწორობა — CD უბანი (ნახ. 2). დატვირთვის სიმეტრიულობიდან გამომდინარე ადვილად დავადგენთ, რომ



ნახ. 1

$$G = \frac{bq}{2}.$$

თუ გრძივ დატვირთვას შევცვლით მარეზულტირებელი $\vec{Q}$ ძალით, მაშინ წონასწორობის განტოლებებს AC უბანზე ექნება შემდეგი სახე (ძალთა მომენტებისთვის A და B წერტილების მიმართ):



ნახ. 2

$$\frac{-q\left(a+b\right)^2}{2} + N_B \cdot a - G\left(a+b\right) = 0,$$

$$-N_A \cdot a + q\frac{\left(a^2-b^2\right)}{4} - Gb = 0.$$

აქ გავითვალისწინეთ შემდეგი ფაქტი:

$$M_B\left(\vec{Q}\right) = q\left(a+b\right)\frac{1}{2}\left(a-b\right) = \frac{q\left(a^2-b^2\right)}{2}.$$

სისტემის პირველ განტოლებიდან G-ს გამოსათვლელი გამოსახულების გათვალისწინებით მივიღებთ

$$N_B = \frac{q\left(a+b\right)^2}{2a} + \frac{bq}{2a}\left(a+b\right) = \frac{q\left(a+b\right)\left(a+2b\right)}{2a},$$

$$N_B = \frac{60\cdot 70\cdot 90}{100} = 3780 \text{ კნ},$$

ხოლო მეორე განტოლებიდან მივიღებთ

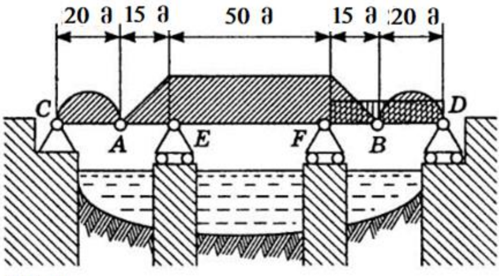
$$N_A = \frac{q\left(a^2-b^2\right)}{4a} - \frac{qb^2}{2a} = \frac{q\left(a^2-3b^2\right)}{4a} = \frac{60\cdot 1600}{100} = 1020 \text{ კნ}$$

შევნიშნოთ, რომ სიმეტრიულობის გამო გვაქვს: $N_E = N_B$ და $N_F = N_A$.

პ ა ს უ ხ ი: $N_A = 1020$ კნ; $N_B = 3780$ კნ.

ამოცანა 3.37

კონსოლური ხიდი შედგება AB მთავარი ფერმისგან და გვერდითი AC და BD ფერმებისგან. AB ფერმის ერთ გრძივ მეტრზე გადანაწილებული საკუთარი წონის სიდიდეა 15 კნ/მ,



ხოლო AC და BD ფერმებისა — 10 კნ/მ. განსაზღვრეთ თითოეული საყრდენის რეაქცია იმ მომენტისთვის, როცა მარჯვენა FD ფერმის მთელ სიგრძეზე განთავსებულია მატარებელი, რომლის წონაც შეიძლება შეიცვალოს FD მონაკვეთის გასწვრივ თანაბრად განაწილებული, ერთ გრძივ მეტრზე 30 კნ/მ სიდიდის ტოლი დატვირთვით. ზომები შესაბამისად ტოლია: $AC = BD = 20$ მ, $AE = BF = 15$ მ, $EF = 50$ მ.

ა მ ო ხ ს ნ ა

პირველ რიგში განვიხილოთ ხიდის მარცხენა ფერმის წონასწორობა — უბანი CA (ნახ. 2). დატვირთვის სქემის შესაბამისად გვექნება:

$$R_C = R_A = \frac{Q_1}{2} = \frac{q_{AC} \cdot AC}{2} = \frac{10 \cdot 20}{2} = 100 \text{ კნ.}$$

ამოცანის პირობებიდან გამომდინარე გამოვსახოთ ნახ. 1-ზე მოცემული დატვირთვა.

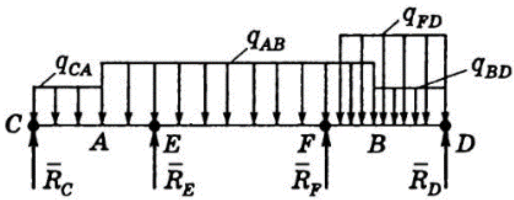
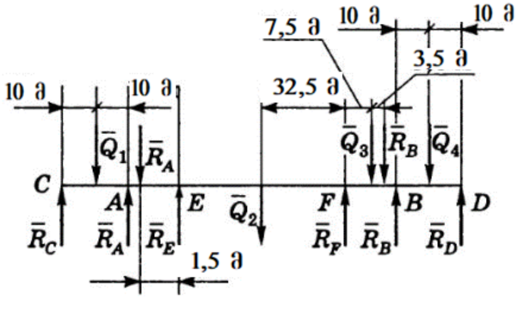


Рис. 1



ხიდის პირველი ფერმა — უბანი BD. აქ გვექნება

$$Q_A = \left(q_{BD} + q_{FD}\right) BD = 40 \cdot 20 = 800 \text{ კნ},$$

$$R_B = R_D = \frac{Q_A}{2} = 400 \text{ კნ}.$$

განვიხილოთ ხიდის მთავარი ფერმა — უბანი AB. მასზე მოქმედებენ:

ა) ზემოთ ნაპოვნი ძალები $\vec{R}_A$ და $\vec{R}_B$;

ბ) q_{AB} ინტენსივობის თანაბრად განაწილებული დატვირთვის მარეზულტირებელი ძალა q_{AB} $(Q_2 = q_{AB} \cdot AF = 15 \cdot 65 = 975$ კნ), რომელიც მოდებულია AF მონაკვეთის შუაში;

AB უბანზე მოქმედი ბრტყელ პარალელურ ძალთა სისტემისათვის წონასწორობის განტოლებებს ექნება სახე

$$\begin{cases} R_A \cdot 15 - Q_2 \cdot 17,5 + R_F \cdot 50 - Q_3 \cdot 57,5 - R_B \cdot 65 = 0, \\ -R_A + R_E - Q_2 + R_F - Q_3 - R_B = 0. \end{cases}$$

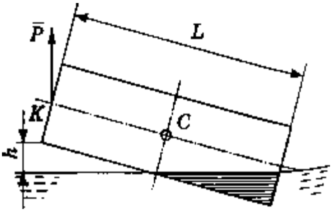
საიდანაც მივიღებთ

$$R_F = \frac{975 \cdot 17,5 + 675 \cdot 57,5 + 400 \cdot 65 - 100 \cdot 15}{50} 1607,5 \text{ კნ},$$

$$R_E = Q_2 + Q_3 + R_B + R_A - R_F =$$
$$= 975 + 675 + 400 + 100 - 1607,5 = 542,5 \text{ კნ}.$$

პასუხი: $R_A = R_C = 100$ კნ; $R_B = R_D = 400$ კნ; $R_E = 542{,}5$ კნ; $R_F = 1607{,}5$ კნ.

ამოცანა 3.38



$D = 2000$ კნ წყალწყვის მქონე ტივის ცურვადობის შესამოწმებლად, მისი ფსკერის წინა ბოლო აწიეს მაღლა $P = 750$ კნ ტვირთამწეობის მქონე ამწის საშუალებით. ჩათვალეთ, რომ წყლის კუთრი წონაა $\gamma = 10$ კნ/მ^3 და გამოთვალეთ ფსკერის აწევის მაქსიმალური h სიმაღლე, თუ ტივს აქვს $L = 20$ მ სიგრძისა და $B = 10$ მ სიმაღლის მქონე მართკუთხა პარალელეპიპედის ფორმა. ტივის სიმძიმის ცენტრი C მდებარეობს ტივის სიგრძის შუაში და ამწის ტროსის დამაგრების K წერტილთან ერთად იმყოფება ერთნაირ მანძილზე ტივის ფსკერიდან. (ტივის წყალწყვა რიცხობრივად მისი წონის ტოლია).

ამოხსნა

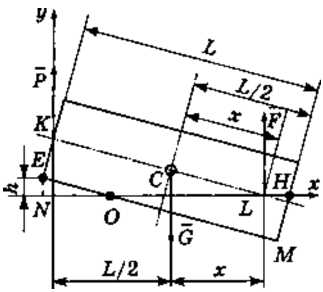
არქიმედეს კანონის თანახმად, ტივზე მოქმედებს ამომგდები $\vec{F}$ ძალა(იხ. ნახაზი). ტივზე მოქმედი პარალელური P, G, F ძალებისთვის დავწეროთ წონასწორობის განტოლებები K წერტილის მიმართ მომენტებისთვის და y ღერძზე პროექციებში:

$$\begin{cases} -G\dfrac{L}{2} + F\left(x + \dfrac{L}{2}\right) = 0, \\ P - G + F = 0. \end{cases}$$

სისტემის ამოხსნით მივიღებთ

$$F = G - P = 1250 \text{ კნ},$$

$$x = \frac{G-F}{F}\frac{L}{2} = 6 \text{ მ}.$$



ვინაიდან გამოდევნილი წყლის სიმძიმის ცენტრი მდებარეობს შესაბამისი სამკუთხედის ფუძის სიგრძის 1/3 მანძილზე, ამიტომ

$$OM = 3\left(\frac{L}{2} - x\right) = 12 \text{ მ.}$$

EON და OMH სამკუთხედების მსგავსებიდან გამოდინარე,

$$\frac{HM}{h} = \frac{OM}{ON} \Rightarrow HM = \frac{12h}{\sqrt{8^2 - h^2}}.$$

გამოდევნილი წყლის მოცულობა იქნება

$$V = \frac{1}{2} OM \cdot HM \cdot B.$$

ხოლო მისი წონა იქნება F, შესაბამისად,

$$V\gamma = F,$$

ანუ,

$$\frac{1}{2} OM \cdot HM \cdot B \cdot \gamma = F,$$

$$\frac{1}{2} \cdot 12 \frac{12h}{\sqrt{64 - h^2}} 10 \cdot 10 = 1250,$$

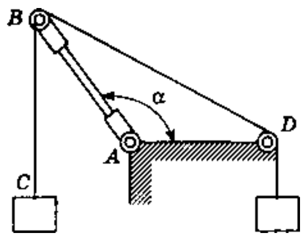
$$144^2 h^2 = 625\left(64 - h^2\right),$$

$$h^2 = \frac{40\,000}{21\,361} \Rightarrow h = 1{,}368 \text{ მ.}$$

პასუხი: $h = 1{,}368$ მ.

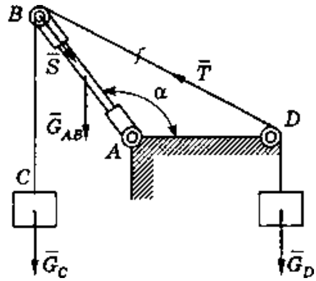
4. ძალთა თავისუფალი ბრტყელი სისტემები

ამოცანა 4.1



A სახსრის გარშემო მბრუნავ ერთგვაროვან AB ღეროზე B წერტილში თოკით ჩამოკიდებულია 10 ნ წონის C გირი. ღეროს B ბოლოდან გადაჭიმულია ისეთი გვარლი, რომელიც D ბლოკზეა გადაკიდებული და 20 ნ წონის ტვირთს იჭერს. იპოვეთ ისეთი $BAD = \alpha$ კუთხის სიდიდე, რომლის დროსაც ღერო იქნება წონასწორობის მდგომარეობაში, თუ ცნობილია, რომ $AB = AD$, ხოლო ღეროს წონაა 20 ნ. ბლოკზე ხახუნი უგულებელყავით.

ა მ ო ხ ს ნ ა



გამოვსახოთ ნახაზზე მოცემული ყველა ძალა. BD გვარლის $\vec{T}$ დაჭიმულობა მოდულით $\vec{G}_D$ წონის ტოლია; $\vec{S}$ — AB ღეროში არსებული ძალვაა. საქმე გვაქვს ძალთა ნებისმიერ ბრტყელ სისტემასთან. α კუთხის საპოვნელად, საკმარისია შევადგინოთ A წერტილის მიმართ მომენტების განტოლება:

$$G_{AB}\frac{AB}{2}\cos\left(180^\circ-\alpha\right)+G_C AB\cos\left(180^\circ-\alpha\right)-G_D AB\sin\frac{180^\circ-\alpha}{2}=0.$$

თუ შემოვიღებთ აღნიშვნას $\beta \equiv 180^\circ - \alpha$, მაშინ განტოლება გამარტივდება და მიიღებს შემდეგ სახეს

$$\cos\beta+\cos\beta-2\sin\frac{\beta}{2}=0,$$

და ვინაიდან $\sin\frac{\beta}{2}=\sqrt{\frac{1-\cos\beta}{2}}$, ამიტომ ბოლო განტოლება ასეც შეიძლება ჩავწეროთ

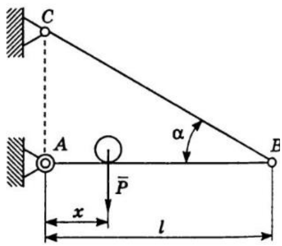
$$2\cos^2\beta+\cos\beta=1,$$

ამოვხსნათ მიღებული კვადრატული განტოლება

$$\cos\beta_{1,2} = -\frac{1}{4} \pm \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{2}},\ \cos\beta_1 = -1,\ \cos\beta_2 = \frac{1}{2},\ \alpha = 120^\circ.$$

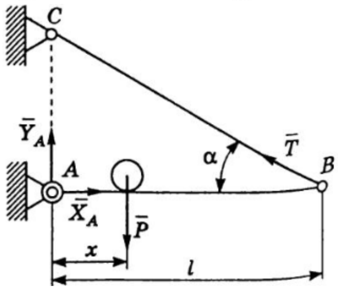
პ ა ს უ ხ ი : $\alpha = 120^\circ$

ამოცანა 4.2



ამწის l სიგრძის ჰორიზონტალური კოჭი A ბოლოთი სახსრულად არის დამაგრებული, ხოლო მეორე B ბოლოთი კედელზეა დაკიდებული ჰორიზონტისადმი α კუთხით დახრილი BC ღეროს საშუალებით. კოჭის გასწვრივ მოძრაობა შეუძლია ისეთ P ტვირთს, რომლის მდებარეობა განისაზღვრება A სახსრამდე ცვლადი x მანძილით. იპოვეთ BC ღეროს T დაჭიმულობის დამოკიდებულება ტვირთის მდებარეობაზე. კოჭის წონა უგულებელყავით.

ა მ ო ხ ს ნ ა



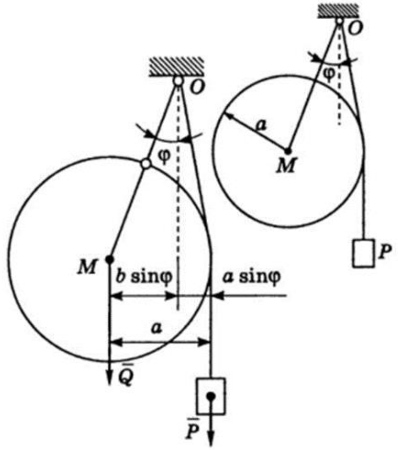
გამოვსახოთ ნახაზზე მოქმედი ძალები, ამასთნ ბმები შევცვალოთ მათი რეაქციებით ($\overrightarrow{R_A} = \overrightarrow{X_A} + \overrightarrow{Y_A}$) და ასე განვთავისუფლდეთ ამ მბმებისგან. შევადგინოთ AB კოჭის წონასწორობის განტოლება ძალთა მომენტებისთვის A წერტილის მიმართ:

$$-Px + T\sin\alpha \cdot l = 0 \Rightarrow T = \frac{Px}{l\sin\alpha}.$$

პ ა ს უ ხ ი : $T = \dfrac{Px}{l\sin\alpha}.$

ამოცანა 4.3

Q წონის მქონე a რადიუსიანი ბირთვი და P წონის მქონე გირი დაკიდებულია თოკებით O წერტილში, ისე როგორც ეს ნახაზზეა გამოსახული. მანძილი $OM = b$. განსაზღვრეთ OM წრფის მიერ ვერტიკალთან შედგენილი φ კუთხე წონასწორობის შემთხვევაში.



ა მ ო ხ ს ნ ა

ამოცანის გეომეტრიული პარამეტრები ნახაზზეა მითითებული.

შევადგინოთ წონასწორობის განტოლება ძალთა მომენტებისთვის O წერტილის მიმართ:

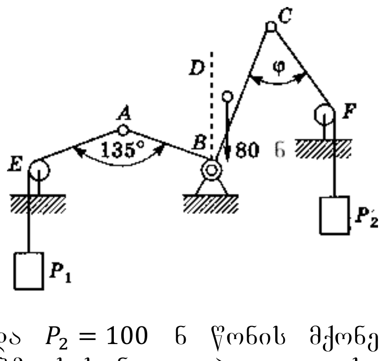
$$Qb\sin\varphi - P(a - b\sin\varphi) = 0.$$

$$\sin\varphi = \frac{a}{b}\frac{P}{P+Q}.$$

პ ა ს უ ხ ი: $\sin\varphi = \frac{a}{b}\frac{P}{P+Q}.$

ამოცანა 4.4

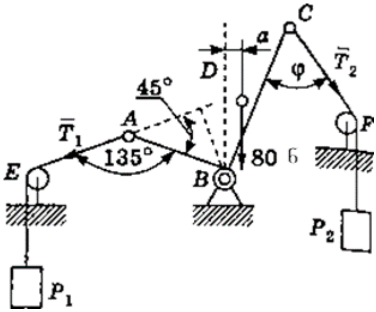
80 ნ წონის მქონე ტეხილ ABC ბერკეტს აქვს უძრავი B ღერძი; მხარი $AB = 0{,}4$ მ, მხარი $BC = 1$ მ, ბერკეტის სიმძიმის ცენტრი მდებარეობს BD ვერტიკალური წრფიდან $0{,}212$ მ მანძილზე, A და C წერტილებში მიბმულია თოკები რომლებიც გადაკიდებულნი არიან E და F ბლოკებზე და დაჭიმულნი არიან $P_1 = 310$ ნ და $P_2 = 100$ ნ წონის მქონე გირებით. უგულებელყავით ბლოკებზე ხახუნი და იპოვეთ კუთხე $BCF = \varphi$ წონასწორობის მდგომარეობის შემთხვევაში, თუ ცნობილია, რომ კუთხე $BAE = 135°$.



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე ამოცანის გეომეტრიული პარამეტრები.

ვიმსჯელოთ წინა ამოცანის ანალოგიურად და შევადგინოთ წონასწორობის განტოლება ძალთა მომენტებისთვის B წერტილის მიმართ:



$$T_1 AB \sin 45^\circ - 80a - T_2 BC \sin\varphi = 0,$$

$$\sin\varphi = \frac{310\cdot 0,4\cdot 0,707 - 80\cdot 0,212}{100\cdot 1} =$$

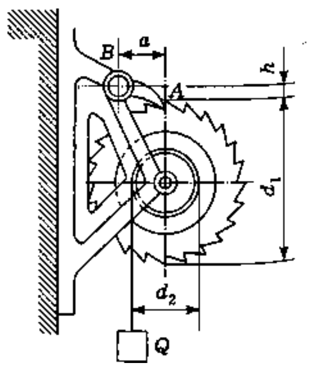
$$= \frac{87,668 - 16,96}{100} = 0,707.$$

ბოლო განტოლებას აქვს ორი ამონახსენი: $\varphi_1 = 45°; \varphi_2 = 135°$.

პ ა ს უ ხ ი : $\varphi_1 = 45°; \varphi_2 = 135°$.

ამოცანა 4.5

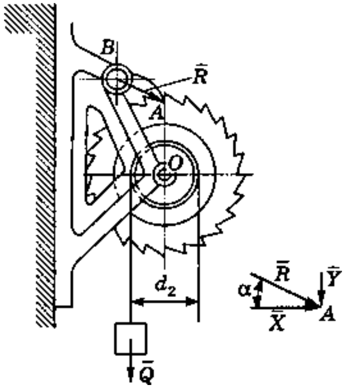
ჯალამბარი აღჭურვილია d_1 დიამეტრისა და A საკეტელას მქონე ხრუტუნა თვალით, თვალზე უძრავად მიმაგრებულ d_2 დიამეტრის მქონე დოლურაზე დახვეულია გვარლი, რომელზეც Q ტვირთია ჩამოკიდებული. იპოვეთ R დაწოლა B საკეტელას ღერძზე, თუ მოცემულია, რომ: $Q = 50$ ნ, $d_2 = 420$ მმ, $d_3 = 240$ მმ, $h = 50$ მმ, $a = 120$ მმ. საკეტელას წონა უგულებელყავით.



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი ძალები.

შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები ძალთა მომენტებისთვის O წერტილის მიმართ:



$$Q\frac{d_2}{2}-X\frac{d_1}{2}=0 \Rightarrow X=\frac{Qd_2}{d_1}.$$

ვინაიდან $\cos\alpha=\frac{a}{\sqrt{a^2+h^2}}$,

ამიტომ,

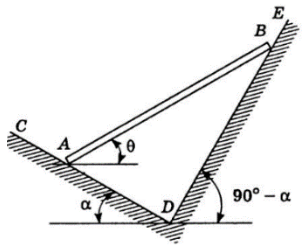
$$R=\frac{Qd_2\sqrt{a^2+h^2}}{d_1\cdot a}=$$

$$=\frac{50\cdot 240\cdot\sqrt{120^2+50^2}}{420\cdot 120}=31\text{ ნ}.$$

პ ა ს უ ხ ი: $R=\frac{Qd_2\sqrt{a^2+h^2}}{d_1\cdot a}=31$ ნ.

ამოცანა 4.6

P წონის ერთგვაროვანი AB კოჭი ეყრდნობა ვერტიკალურ სიბრტყეში მდებარე ორ გლუვ დახრილ CD და DE წრფივ საყრდენებს; პირველი საყრდენის დახრის კუთხეა α, მეორისა — $90°-\alpha$. იპოვეთ წონასწორობის მდგომარეობაში ყოფნისას კოჭის ჰორიზონტისადმი დახრის ϑ კუთხე და თითოეულ საყრდენზე დაწოლა.



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე კოჭზე მოქმედი ძალები.

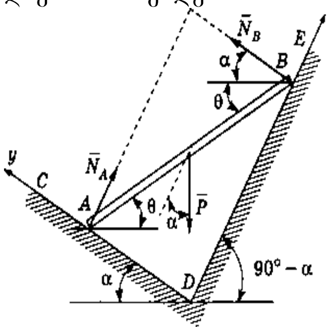
შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები x და y ღერძებზე პროექციებში და A წერტილის მიმართ მომენტებისთვის:

$$\begin{cases} N_A - P\cos\alpha = 0, \\ N_B - P\sin\alpha = 0, \\ -P\dfrac{AB}{2}\cos\theta + N_B AB\sin(\alpha+\theta) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

შენიშვნა: ორიგინალში დაშვებულია შეცდომა – აკლია AB თანამამრავლი.

$$\begin{cases} N_A = P\cos\alpha, \\ N_B = P\sin\alpha, \\ -P\dfrac{1}{2}\cos\theta + N_B(\cos\alpha\cdot\sin\theta + \sin\alpha\cdot\cos\theta) = 0. \end{cases}$$

განტოლებათა ბოლო სისტემის გარდაქმნით მივიღებთ



$$-\frac{P}{2}\cos\theta + P\sin\alpha\times$$

$$\times(\cos\alpha\cdot\sin\theta + \sin\alpha\cdot\cos\theta) = 0,$$

$$-\frac{1}{2} + \sin\alpha(\cos\alpha\cdot tg\theta + \sin\alpha) = 0,$$

$$tg\theta = \frac{\frac{1}{2} - \sin^2\alpha}{\sin\alpha\cdot\cos\alpha} = \frac{1-2\sin^2\alpha}{\sin 2\alpha} =$$

$$= \frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = ctg2\alpha.$$

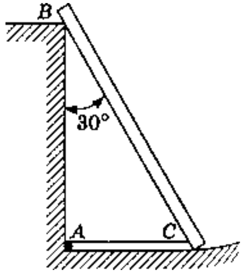
პასუხი:

$$N_A = P\cos\alpha;\ N_B = P\sin\alpha;\ tg\theta = ctg2\alpha,\ \ \theta = 90^\circ - 2\alpha,$$

როცა, $\alpha \le 45^\circ$.

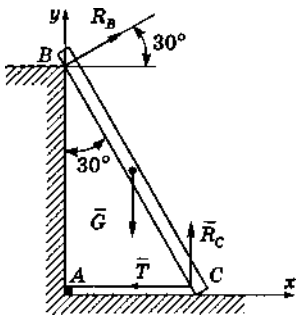
ამოცანა 4.7

600 ნ წონის და 4 მ სიგრძის ერთგვაროვანი კოჭი ერთი ბოლოთი ეყრდნობა გლუვ იატაკს, ხოლო შუალედური B წერტილით –- 3 მ სიმაღლის ზოძს ისე, რომ ვერტიკალთან 30° კუთხეს ადგენს. ასეთ მდგომარეობაში კოჭს იჭერს AC თოკი, რომელიც იატაკის გასწვრი არის გაჭიმული. უგულებელყავით ხახუნი და იპოვეთ თოკის T დაჭიმულობა და აგრეთვე ზოძის და იატაკის R_B და R_c რეაქციები.



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე კოჭზე მოქმედი ძალები და აგრეთვე რეაქციები.



შევნიშნოთ,რომ $BC = AB/cos30°$

ძალთა მიღებული ბრტყელი სისტემისათვის შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები x და y ღერძებზე პროექციებში და C წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} -T + R_B\cos 30^\circ = 0, \\ R_B\cos 60^\circ - G + R_C = 0, \\ -R_B\dfrac{AB}{\cos 30^\circ} + G\dfrac{BC}{2}\cos 60^\circ = 0. \end{cases}$$

თუ ამ სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ:

$$R_B = \frac{G\cdot BC\cdot\cos 60\cdot\cos 30^\circ}{2AB} = \frac{600\cdot 4\cdot 0,5\cdot 0,866}{2\cdot 3} = 172,2 \text{ ნ};$$

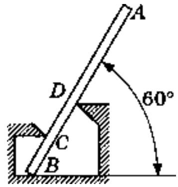
$$R_C = G - R_B\cos 60^\circ = 600 - 173,2\cdot 0,5 = 513,4 \text{ ნ};$$

$$T = R_B\cos 30^\circ = 173,2\cdot 0,866 = 149,99 \text{ ნ}.$$

პ ა ს უ ხ ი : $T = 149,99$ ნ; $R_B = 172,2$ ნ; $R_C = 513,4$ ნ.

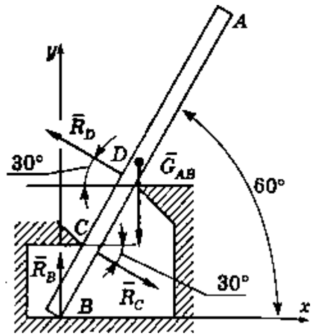
ამოცანა 4.8

200 ნ წონის ერთგვაროვანი AB კოჭი ჰორიზონტალურ იატაკს ეყრდნობა B წერტილში 60°-იანი კუთხით და კიდევ მას დამატებით ამაგრებს ორი C და D საყრდენი. განსაზღვრეთ საყრდენების რეაქციები B, C და D წერტილებში, თუ $AB = 3$ მ, $CB = 0{,}5$ მ, $BD = 1$ მ.



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე მოცემული წონა, აგრეთვე ბმების რეაქციები და შევადგინოთ წონასწორობის სამი განტოლება (x და y ღერძებზე პროექციებში და B წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):



$$\begin{cases} R_C \cos 30^\circ - R_D \cos 30^\circ \\ R_B - G_{AB} + R_D \cos 60^\circ - R_C \cos 60^\circ = 0, \\ -R_C \cdot BC - G_{AB} \dfrac{AB}{2} \cos 60^\circ + R_D \cdot BD = 0. \end{cases}$$

სისტემის პირველი განტოლებიდან გამომდინარეობს, რომ $R_C = R_D$, ამიტომ მეორე განტოლებიდან მივიღებთ შემდეგს:

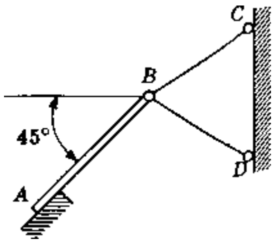
$$R_B = G_{AB} = 200 \text{ ნ},$$

ხოლო მესამედან —

$$0{,}5R_C = 200 \cdot 1{,}5 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow R_C = \frac{150}{0{,}5} \text{ ნ}.$$

პ ა ს უ ხ ი : $R_C = R_D = 300$ ნ, $R_B = 200$ ნ.

ამოცანა 4.9

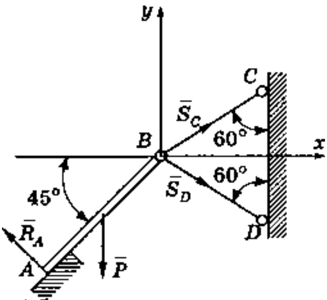


$P = 100$ ნ წონის ერთგვაროვანი AB ფილა თავისუფლად ეყრდნობა A წერტილში და ჰორიზონტისადმი $45°$ კუთხეს ინარჩუნებს BC და BD ღეროების საშუალებით. BCD — ტოლგვერდა სამკუთხედია. C და D წერტილები ვერტიკალურ CD წრფეზე მდებარობენ. უგულებელყავით ღეროების წონები, ჩათვალეთ, რომ დამაგრებები B, C და D წერტილებში სახსრულია და განსაზღვრეთ A საყრდენის რეაქცია და ძალვები ღეროებში.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე მოქმედი ძალები და რეაქციები. შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (ძალების x და y ღერძებზე პროექციებისთვის და B წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} -R_A \cos 45^\circ + S_C \cos 30^\circ + S_D 30^\circ = 0, \\ -P + R_A \cos 45^\circ + S_C \cos 60^\circ - S_D \cos 60^\circ, \\ P\dfrac{AB}{2}\cos 45^\circ - R_A \cdot AB = 0. \end{cases}$$



სისტემის მესამე განტოლებიდან გამოვთვლით:

$$R_A = \frac{100 \cdot 0,707}{2} = 35,4 \text{ ნ}.$$

თუ სისტემის პირველ ორ განტოლებას შევკრებთ, მივიღებთ:

$$-P + S_C\left(\cos 30^\circ + \cos 60^\circ\right) +$$

$$+S_D\left(\cos 30^\circ - \cos 60^\circ\right) = 0,$$

$$S_C = \frac{P - S_D\left(\cos 30^\circ - \cos 60^\circ\right)}{\cos 30^\circ + \cos 60^\circ}.$$

ჩავსვათ S_C-ს ეს მნიშვნელობა სისტემის პირველ განტოლებაში:

$$-R_A \cos 45^\circ + \frac{P - S_D\left(\cos 30^\circ - \cos 60^\circ\right)}{\cos 30^\circ + \cos 60^\circ}\cos 30^\circ + S_D \cos 30^\circ = 0.$$

ვიპოვოთ S_D:

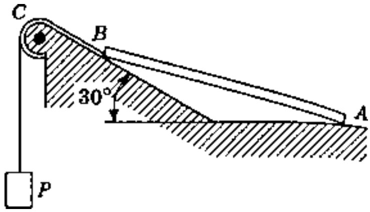
$$S_D = \frac{R_A \cos 45^\circ\left(\cos 30^\circ + \cos 60^\circ\right) - P\cos 30^\circ}{2\cos 30^\circ \cos 60^\circ} = -60,6 \text{ ნ.}$$

$$S_C = \frac{100 + 60,6\cdot\left(0,866 - 0,5\right)}{0,866 + 0,5} = \frac{100 + 60,6\cdot 0,366}{1,366} = 89,5$$

ნ.

პ ა ს უ ხ ი: $R_A = 35,4$ ნ; $S_C = 89,5$ ნ; $S_D = -60,6$ ნ;

ამოცანა 4.10

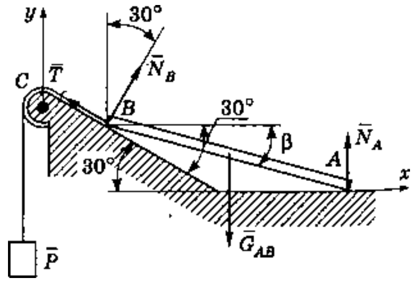


100 ნ წონის ერთგვაროვანი AB ღერო ერთი ბოლოთი ეყრდნობა გლუვ ჰორიზონტალურ იატაკს, ხოლო მეორეთი — ჰორიზონტისადმი 30° კუთხით დახრილ გლუვ სიბრტყეს. B ბოლოზე ღეროს ამაგრებს ისეთი თოკი, რომელიც გადაკიდებულია C ბლოკზე და რომელზეც ჩამოკიდებულია P ტვირთი; BC თოკის ერთი ნაწილი დახრილი სიბრტყის პარალელურია. განსაზღვრეთ P ტვირთის სიდიდე, აგრეთვე იატაკზე და დახრილ სიბრტყეზე N_A და N_B დაწოლები.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე მოქმედი ძალები და რეაქციები.

შევადგინოთ ღეროს წონასწორობის განტოლებები (ძალების x და y ღერძებზე პროექციებისთვის და B წერტილის მიმართ მომენტების-ათვის), იმის გათვალისწინებით, რომ $T = P$, მივიღებთ:



$$\begin{cases} -P\cos 30^\circ + N_B \sin 30^\circ = 0, \\ P\sin 30^\circ + N_B \cos 30^\circ - G_{AB} = 0, \\ G_{AB}\left(AB/2\right)\cos\beta + N_A AB\cos\beta = 0. \end{cases}$$

სისტემის მესამე განტლებიდან გამოვთვლით

$$N_A = \frac{G_{AB}}{2} = 50 \text{ ნ.}$$

თუ სისტემის პირველ და მეორე განტოლებას ერთდროულად ამოვხსნით, მივიღებთ

$$N_B = \frac{P\cos 30^\circ}{\sin 30^\circ} = P\,\mathrm{c}tg 30^\circ = P\sqrt{3},$$

$$P\sin 30^\circ + N_A\sqrt{3}\cos 30^\circ + N_A - G_{AB} = 0,$$

$$P = \frac{G_{AB} - N_A}{\sin 30^\circ + \sqrt{3}\cos 30^\circ} = \frac{100-50}{0,5+1,5} = \frac{50}{2} = 25 \text{ ნ.}$$

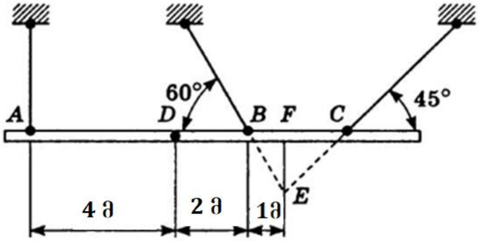
$$N_B = 25\sqrt{3} = 43,3 \text{ ნ}$$

პასუხი: $P = 25$ ნ; $N_A = 50$ ნ; $N_B = 43,3$ ნ.

ამოცანა 4.11

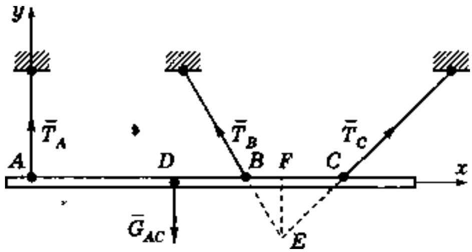
ხიდის აწყობისას მოუწიათ ხიდის ფერმის ABC ნაწილის სამი ბაგირის საშუალებით აწევა ისე, როგორც ეს ნახაზზეა

გამოსახული. ფერმის ამ ნაწილის წონაა 42 კნ, მისი სიმძიმის ცენტრი D წერტილშია მოთავსებული. მანძილები შესაბამისად არის $AD = 4$ მ, $DB = 2$, $BF = 1$ მ. იპოვეთ ბაგირების დაჭიმულობა, თუ AC წრფე ჰორიზონტალურია.



ამოხსნა

გამოვსახოთ ნახაზზე მოქმედი ძალები და ბმების რეაქციები.



შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (ძალების x და y ღერძებზე პროექციებისთვის და E წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} -T_B\cos 60^\circ - T_C\cos 45^\circ = 0, \\ T_A + T_B\cos 30^\circ + T_C\cos 45^\circ - G_{AB}\cdot 3 = 0, \\ -T_A\cdot 7 + G_{AB}\cdot 3 = 0. \end{cases}$$

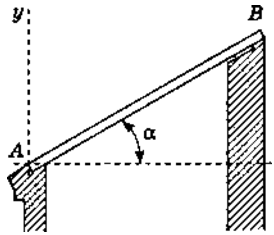
თუ სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ

$$T_A = 18 \text{ კნ};\ T_B = 17,57 \text{ კნ};\ T_C = 12,43 \text{ კნ}.$$

პასუხი: $T_A = 18$ კნ; $T_B = 17,57$ კნ; $T_C = 12,43$ კნ.

ამოცანა 4.12

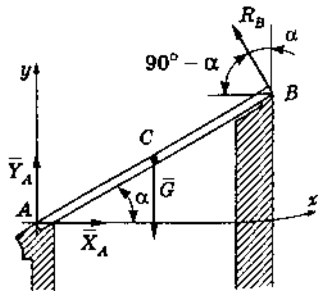
ერთდახრილიანი სახურავის ნივნივა შედგება AB ძელისაგან, რომელიც ზედა B ბოლოთი თავისუფლად დევს გლუვ საყრდენზე, ხოლო ქვედა A ბოლოთი თავისუფლად არის მიყრდნობილი კედელზე. სახურავის დახრა $tga = 0{,}5$; AB ძელზე მოქმედებს ძელის ცენტრზე მოდებული 9 კნ ტოლი ვერტიკალური დატვირთვა. განსაზღვრეთ A და B საყრდენების რეაქციები



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე მოქმედი ძალა და ბმების რეაქციები.

შევნიშნოთ, რომ თუ $tg\alpha = 0{,}5$, მაშინ



$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+(0,5)^2}} = 0,89,$$

$$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+(0,89)^2}} = 0,45.$$

შევადგინოთ ძელის წონასწორობის განტოლებები ძალთა x და y ღერძებზე პროექციებისთვის და ძალთა მომენტებისთვის A წერტილის მიმართ):

$$\begin{cases} X_A - R_B \sin\alpha = 0, \\ Y_A - G + R_B \cos\alpha = 0, \\ -G(AB/2)\cos\alpha + R_B AB = 0. \end{cases}$$

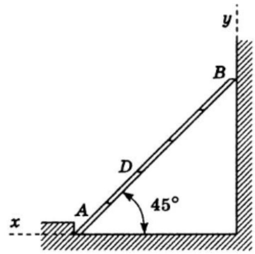
$$R_B = \frac{1}{2} G\cos\alpha = \frac{1}{2}\cdot 9\cdot 0,89 = 4,02 \text{ კნ};$$

$$X_A = R_B \sin\alpha = 4,02\cdot 0,45 = 1,8 \text{ კნ};$$

$$X_B = 9 - R_B \cos\alpha = 9 - 4,02\cdot 0,89 = 5,4 \text{ კნ}.$$

პ ა ს უ ხ ი : $X_A = 1{,}8$ კნ; $Y_A = 5{,}4$ კნ; $R_B = 4{,}02$ კნ.

ამოცანა 4.13



გლუვ კედელზე ჰორიზონტისადმი 45° კუთხით მიყრდნობილია ერთგვაროვანი AB კიბე; კიბის წონაა 200 ნ. კიბის ქვედა ბოლოდან კიბის სიგრძის 1/3 მანძილით დაშორებულ D წერტილში დგას 600 ნ წონის ადამიანი. იპოვეთ კიბის დაწოლა A საყრდენზე და კედელზე.

ა მ ო ხ ს ნ ა

შევცვალოთ ბმები მათი რეაქციებით და ასე განვთავისუფლდეთ ამ ბმებისაგან და დავწეროთ წონასწორობის განტოლებები (x და y ღერძებზე პროექციებისთვის და A წერტილის მიმართ მომენტებისათვის):

$$\begin{cases} -X_A + X_B = 0, \\ Y_B - P - G = 0, \\ -P\dfrac{1}{3}AB\cos 45^\circ + G\dfrac{1}{2}AB\cos 45^\circ + X_B AB\cos 45^\circ = 0. \end{cases}$$

სისტემის ამოხსნით მივიღებთ

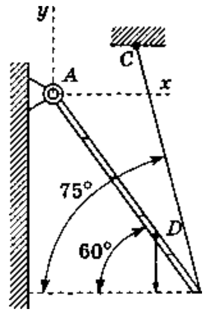
$$Y_B = P + G = 600 + 200 = 800 \text{ ნ},$$

$$X_B = \frac{1}{3}P + \frac{1}{2}G = \frac{1}{3}\cdot 600 + \frac{1}{2}\cdot 200 = 300 \text{ ნ}$$

პ ა ს უ ხ ი : $X_A = X_B = 300$ ნ; $Y_B = 800$ ნ;

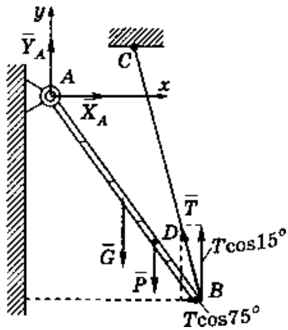
ამოცანა 4.14

6 მ სიგრძის და 2,4 კნ წონის ერთგვაროვან ასაწევ კიბეზე, რომელსაც შეუძლია ბრუნვა A ღერძის გარშემო და ჰორიზონტისადმი დახრილია 60° კუთხით, B ბოლოდან 2 მ-ით დაშორებულ D წერტილში დგას 0,8 კნ წონის ადამიანი. B ბოლოში კიბეს ამაგრებს ჰორიზონტისადმი 75° გრადუსი კუთხით დახრილი BC თოკი. განსაზღვრეთ თოკის T დაჭიმულობა და A ღერძის რეაქცია.



ა მ ო ხ ს ნ ა

წონასწორობის ობიექტი — კიბე. გამოვსახოთ ნახაზზე კიბეზე მოდებული მოცემული ძალები, აგრეთვე ბმების რეაქციები და შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები ნებისმიერად განლაგებული ძალთა ბრტყელი სისტემისათვის (x და y ღერძებზე პროექციებში და A წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):



$$\begin{cases} X_A - T\cos 75^\circ = 0, \\ Y_A - P - G + T\cos 15^\circ = 0, \\ -G\cdot\left(AB/2\right)\cos 60^\circ - P\cdot AD\cdot\cos 60^\circ + \\ +T\cos 15^\circ\cdot AB\cdot\cos 60^\circ - \\ -T\cos 75^\circ\cdot AB\cdot\sin 60^\circ = 0. \end{cases}$$

მაშინ,

$$T = \frac{G\dfrac{AB}{2}\cos 60^\circ + P\cdot AD\cdot\cos 60^\circ}{AB\left(\cos 15^\circ\cdot\cos 60^\circ - \cos 75^\circ\cdot\sin 60^\circ\right)} = \frac{5,2}{1,55} = 3,35\text{ კნ};$$

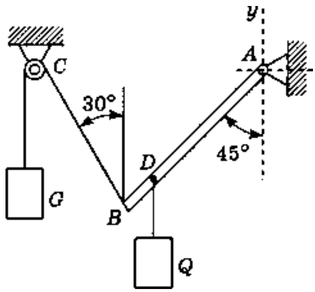
$$X_A = T\cos 75^\circ = 3,35\cdot 0,2588 = 0,867 \text{ კნ};$$

$$Y_A = G + P - T\cos 15^\circ = 2,4 + 0,8 - 3,35\cdot 0,966 = -0,036 \text{ კნ}.$$

პ ა ს უ ხ ი : $T = 3{,}35$ კნ; $X_A = 0{,}867$ კნ; $Y_A = -0{,}036$ კნ.

ამოცანა 4.15

$P = 100$ ნ წონის ერთგვაროვანი AB კოჭი კედელზე A სახსარით არის მიმაგრებული და ჰორიზონტისადმი $45°$ კუთხით არის დაჭერილი ისეთი გვარლის საშუალებით, რომელიც ბლოკზეა გადაკიდებული და რომელზეც ჩამოკიდებულია G ტვირთი. გვარლის BC განშტოება ვერტიკალთან $30°$ კუთხეს ადგენს. D წერტილში კოჭზე ჩამოკიდებულია 200 ნ წონის Q ტვირთი. უგულებელყავით ხახუნი ბლოკზე და იპოვეთ G ტვირთის წონა და A სახსრის რეაქცია, თუ $BD = AB/4$.

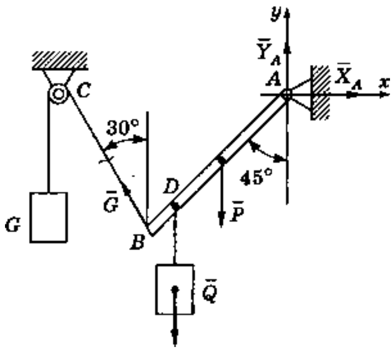


ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე ამოცანის პირობაში მოცემული სიდიდეები.

შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (ძალების x და y ღერძებზე პროექციებისთვის და ძალთა მომენტებისთვის A წერტილის მიმართ):

$$\begin{cases} X_A - G\cos 60^\circ = 0, \\ Y_A - Q + G\cos 30^\circ - P = 0, \\ -P\cdot\left(AB/2\right)\cos 45^\circ + Q\cdot AD\cdot\cos 45^\circ - \\ -G\cos 30^\circ\cdot AB\cdot\cos 45^\circ - G\cos 60^\circ\cdot AB\cdot\cos 45^\circ = 0. \end{cases}$$



ამოვხსნათ მიღებული სისტემა:

$$G=\frac{Q\cdot AB\cos45^\circ+P\dfrac{AB}{2}\cos45^\circ}{AB\left(\cos30^\circ\cos45^\circ+\cos60^\circ\cos45^\circ\right)}=\frac{Q\cdot AB+P\dfrac{AB}{2}}{AB\left(\cos30^\circ+\cos60\right)}=$$

$$=\frac{200\cdot\dfrac{3}{4}AB+100\dfrac{AB}{2}}{AB\left(0,866+0,5\right)}=\frac{200}{1.366}=146,7\text{ ნ},$$

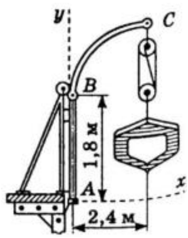
$$X_A=G\cos60^\circ=146,7\cdot0,5=73,35\text{ ნ},$$

$$Y_A=Q+P-G\cos30^\circ=300-146\cdot0,866=173\text{ ნ}.$$

პ ა ს უ ხ ი : $G = 146{,}7$ ნ; $X_A = 73{,}35$ ნ; $Y_A = 173$ ნ.

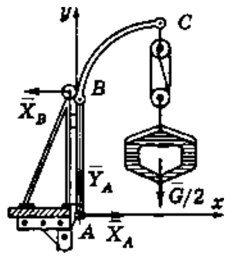
ამოცანა 4.16

შლუპი(*სამაშველო ნავი გემზე*) კიდია ორ შლუპკოჭზე(*შლუპის შესანახი და წყალში ჩასაშვები მოწყობილობა*), ამასთან შლუპის წონა, რომელიც 9,6 ის კნ-ის ტოლია, თანაბრად არის განაწილებული შლუპკოჭებზე. ABC შლუპკოჭი ქვედა ნახევარსფეროსებრი ბოლოთი ეყრდნობა A საქუსლეს და საქუსლედან 1,8 მ სიმაღლეზე თავისუფლად არის გაყრილი B საკისარში; შლუპკოჭის შვერილია 2,4 მ. უგულებელყავით შლუპკოჭის წონა და განსაზღვრეთ მისი დაწოლა A და B საყრდენებზე.



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე მოქმედი ძალები და რეაქციები.



შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (ღერძებზე პროექციებში და A წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} X_A - X_B = 0, \\ Y_A - (G/2) = 0, \\ X_B \cdot 1{,}8 - (G/2) \cdot 2{,}4 = 0 \end{cases}$$

ამოვხსნათ სისტემა:

$$Y_A = 4{,}8 \text{ კნ}$$

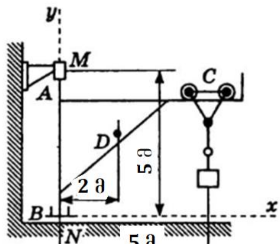
$$X_B = \frac{G \cdot 2{,}4}{2 \cdot 1{,}8} - 6{,}4 \text{ კნ}$$

$$X_A = X_B = 6{,}4 \text{ კნ}$$

პ ა ს უ ხ ი : $X_A = 6{,}4$ კნ; $Y_A = 4{,}8$ კნ; $X_B = 6{,}4$ კნ.

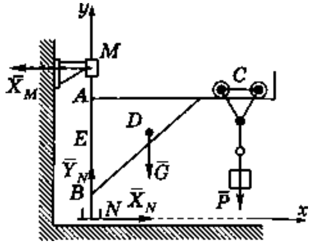
ამოცანა 4.17

ABC სამსხმელო ამწეს (გამოიყენება მეტალურგიაში) აქვს ბრუნვის ვერტიკალური MN ღერძი. მანძილები: $MN = 5$ მ, $AC = 5$ მ. ამწის წონაა 20 კნ, ხოლო მისი D სიმძიმის ცენტრი მდებარეობს ბრუნვის ღერძიდან 2 მ მანძილზე; C წერტილში ჩამოკიდებული ტვირთის წონაა 30 კნ. იპოვეთ M საკისრის და N საქუსლის რეაქციები.



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე მოქმედი ძალები და რეაქციები.



შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (ძალების x და y ღერძებზე პროექციებისთვის და N წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} X_N - X_M = 0, \\ Y_N - G - P = 0, \\ -G\cdot 2 - P\cdot 5 + X_M\cdot 5 = 0. \end{cases}$$

თუ ამ სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ

$$Y_N = G + P = 50 \text{ კნ},$$

$$X_M = \frac{1}{5}(G\cdot 2 + P\cdot 5) = \frac{1}{5}(40+50) = 18 \text{ კნ},$$

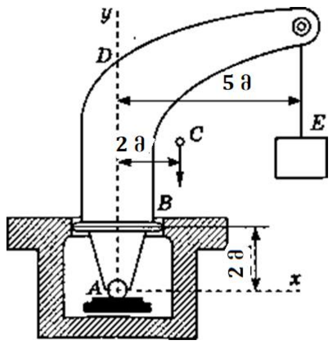
შენიშვნა. შეცდომა ორიგინალში. 18-ის ნაცვლად წერია 38.

$$X_N = X_M = 18 \text{ კნ}.$$

პ ა ს უ ხ ი : $X_M = 18$ კნ; $X_N = 18$ კნ; $Y_N = 50$ კნ.

ამოცანა 4.18

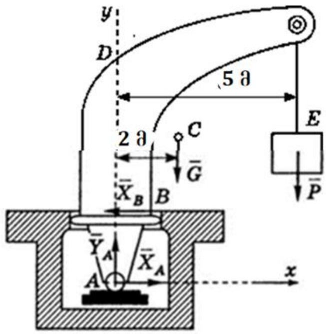
მაღაროს ამწეს, რომელიც $P = 40$ კნ ტვირთს მაღლა ეწევა, გააჩნია A საქუსლე და B წერტილში ეყრდნობა ისეთ გლუვ ცილინდრულ ზედაპირს, რომლის Ay ღერძი ვერტიკალურია. კუდის სიგრძე – $AB = 2$ მ ამწის შვერილი – $DE = 5$ მ. ამწის წონა 20 კნ-ის ტოლია და მოდებულია ისეთ C წერტილში, რომელიც Ay ვერტიკალიდან 2 მ-ით არის დაშორებული. იპოვეთ A და B საყრდენების რეაქციები.



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე მოქმედი ძალები და რეაქციები.

შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები x და y ღერძებზე პროექციებში და A წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):



$$\begin{cases} X_A - X_B = 0, \\ Y_A - P - G = 0, \\ X_B \cdot 2 - G \cdot 2 - P \cdot 5 = 0. \end{cases}$$

შესაბამისად, $X_B = \dfrac{G \cdot 2 + P \cdot 5}{2} = \dfrac{40 \cdot 5 + 20 \cdot 2}{2} = 120$ ნ,

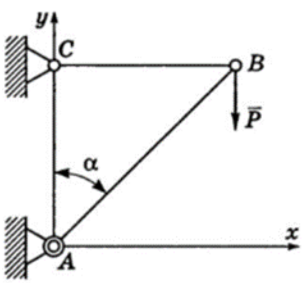
$$Y_A = P + G = 60 \text{ ნ},$$

$$X_A = X_B = 120 \text{ ნ}.$$

პ ა ს უ ხ ი : $X_A = 120$ ნ; $X_B = 120$ ნ; $Y_A = 60$ ნ.

ამოცანა 4.19

სიმძიმეების ასაწევი ამწე შედგება ისეთი AB კოჭისგან, რომლის ქვედა ბოლო A სახსარით არის მიერთებული კედელთან, ხოლო ზედა ბოლოს ამაგრებს BC ტროსი. იპოვეთ BC ტროსის T დაჭიმულობა და A საყრდენზე დაწოლა, თუ ცნობილია, რომ ტვირთის წონაა $P = 2$ კნ, AB კოჭის წონაა 1 კნ და მოდებულია კოჭის ცენტრში, კუთხე $\alpha = 45°$.

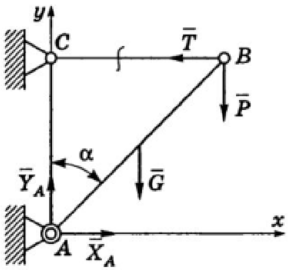


ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე ბმების რეაქციები. შევადგინოთ AB კოჭის წონასწორობის განტოლებები (ძალების x და y ღერძებზე პროექციებისთვის და A წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} X_A - T = 0, \\ Y_A - G - P = 0, \\ -P \cdot AB\cos 45^\circ - G\left(AB/2\right)\cos 45^\circ + \\ +T \cdot AB\cos 45^\circ = 0. \end{cases}$$

შესაბამისად,



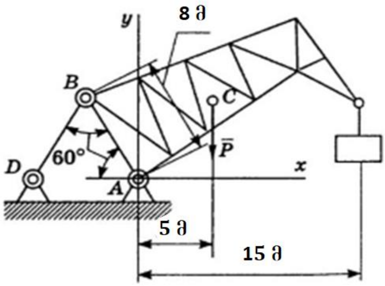
$$Y_A = G + P = 3$$

$$T = P + \frac{G}{2} = 2 + 0,5 = 2,5$$

$$X_A = T = 2,5$$

პ ა ს უ ხ ი: $X_A = 2,5$ კნ; $Y_A = 3$ კნ; $T = 2,5$ კნ.

ამოცანა 4.20

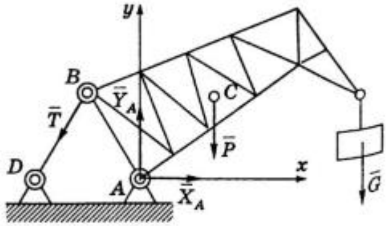


ამწეს გააჩნია სახსრები A, B და D წერტილებში, ამასთან, $AB = AD = BD = 8$ მ. ამწის ფერმის სიმძიმის C ცენტრი მდებარეობს A წერტილში გამავალი ვერტიკალიდან 5 მ მანძილზე, ამწის შვერილი ათვლილი A წერტილიდან არის 15 მ. ასაწევი ტვირთის წონაა 200 კნ; ფერმის წონაა $P = 120$ კნ. იპოვეთ საყრდენების რეაქციები და BD ღეროს დაჭიმულობა, ამწის მითითებული მდგომარეობის შემთხვევაში.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე მოქმედი ძალები და რეაქციები.

შევადგინოთ ფერმის წონასწორობის განტოლებები x და y ღერძებზე პროექციებში და ძალთა მომენტებისთვის A წერტილის მიმართ):



$$\begin{cases} X_A - T\cos 60^\circ = 0, \\ Y_A - P - G - T\cos 30^\circ = 0, \\ -P\cdot 5 - G\cdot 15 + T\cos 30^\circ \cdot AB = 0. \end{cases}$$

მაშინ,

$$T = \frac{P\cdot 5 + G\cdot 15}{AB\cos 30^\circ} = \frac{120\cdot 5 + 200\cdot 15}{8\cdot 0,866} = 520 \text{ კნ}$$

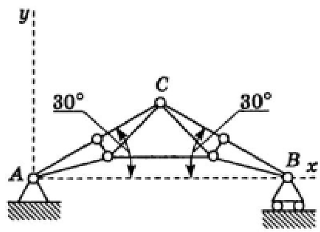
$$X_A = T\cos 60^\circ = 520\cdot\frac{1}{2} = 260 \text{ კნ}$$

$$Y_A = 320 + 520\cdot 0,866 = 770 \text{ კნ}$$

პასუხი: $X_A = 260$ კნ; $Y_A = 770$ კნ; $T = 520$ კნ.

ამოცანა 4.21

სიმეტრიული ნივნივიანი ABC ფერმა ერთი ბოლოთი დამაგრებულია სახსრულად A წერტილში, ხოლო მეორე B ბოლოთი საგორავებით ეყრდნობა გლუვ ჰორიზონტალურ სიბრტყეს. ფერმის წონაა 100 კნ. AC გვერდზე მისდამი მართობულად

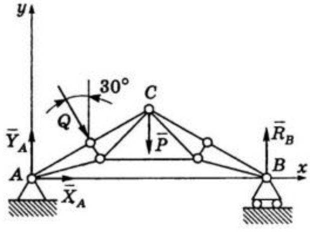


მოქმედებს ქარის თანაბრად განაწილებული დაწოლა; ქარის დაწოლის ძალების ტოლქმედი ტოლია 8 კნ, სიგრძე $AB = 6$ მ. კუთხე $CAB = 30°$. იპოვეთ საყრდენების რეაქციები.

ამოხსნა

ნახაზზე გამოვსახოთ მოქმედი ძალები და რეაქციები.

შევადგინოთ ფერმის წონასწორობის განტოლებები



(ძალების x და y ღერძებზე პროექციებისთვის და A წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} X_A + Q\cos 60^\circ = 0, \\ Y_A + R_B - P - Q\cos 30^\circ = 0, \\ -P\dfrac{AB}{2} - +R_B \cdot AB - Q\dfrac{AB}{4\cos 30^\circ} = 0. \end{cases}$$

შესაბამისად,

$$X_A = -Q\cos 60^\circ = -4 \text{ კნ},$$

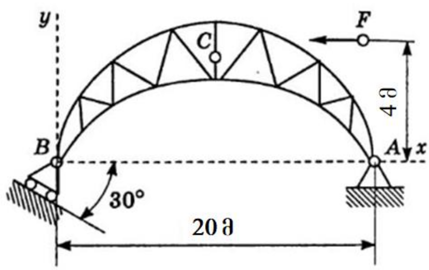
$$R_B = \frac{P}{2} + \frac{Q}{4\cos 30^\circ} = 50 + \frac{2}{0{,}886} = 52{,}6 \text{ კნ},$$

$$Y_A = P + Q\cos 30^\circ - R_B = 100 + 8 \cdot 0{,}886 - 52{,}3 = 54{,}6 \text{ კნ},$$

$$R_B = \frac{P}{2} + \frac{QAB}{4\cos 30^\circ} = 50 + \frac{2}{0{,}886} = 52{,}3 \text{ კნ}.$$

პასუხი: $X_A = -4$ კნ; $Y_A = 54{,}6$ კნ; $R_B = 52{,}3$ კნ.

ამოცანა 4.22

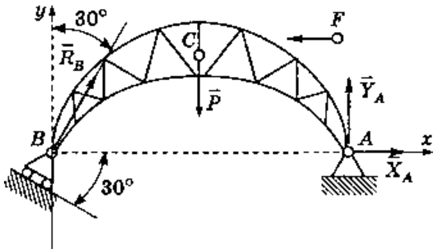


თაღოვან ფერმას A წერტილში აქვს საყრდენი სახსარი, ხოლო B წერტილში — ისეთი მოძრავი გლუვი საყრდენი, რომლის სიბრტყე ჰორიზონტისადმი 30°-ით არის დახრილი. მალი $AB = 20$ მ. თოვლით დაფარული ფერმის წონაა 100 კნ, ხოლო მისი სიმძიმის ცენტრი მოთავსებულია AB მალის შუაწერტილის ზემოთ მდებარე C წერტილში. ქარის დაწოლის ტოლქმედი F ძალა 20 კნ-ის ტოლია, მიმართულია AB-ს პარალელურად და

მისი მოქმედების წრფე 4 მ-ით ზევითაა AB წრფიდან. იპოვეთ საყრდენების რეაქციები.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე მოქმედი ძალები და რეაქციები.



შევადგინოთ ფერმის წონასწორობის განტოლებები (x და y ღერძებზე პროექციებში და ძალთა მომენტებისთვის B წერტილის მიმართ):

$$\begin{cases} X_A + R_B \cos 60^\circ - F = 0, \\ R_B \cos 30^\circ - P + Y_A = 0, \\ -P \cdot 10 + Y_A \cdot 20 + F \cdot 4 = 0. \end{cases}$$

შესაბამისად,

$$Y_A = \frac{1}{20}\left(P \cdot 10 - F \cdot 4\right) = \frac{1}{20}\left(1000 - 80\right) = 46 \text{ კნ},$$

$$R_B = \frac{P - Y_A}{\cos 30^\circ} = \frac{100 - 46}{0,866} = 62,4 \text{ კნ},$$

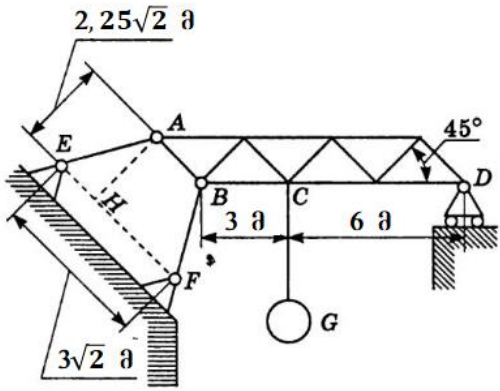
$$X_A = -R_B \cos 60^\circ + F = 20 - 62,4 \cdot \frac{1}{2} = -11,2 \text{ კნ}.$$

პ ა ს უ ხ ი: $X_A = 11{,}2$ კნ; $R_B = 62{,}4$ კნ; $Y_A = 46$ კნ.

ამოცანა 4.23

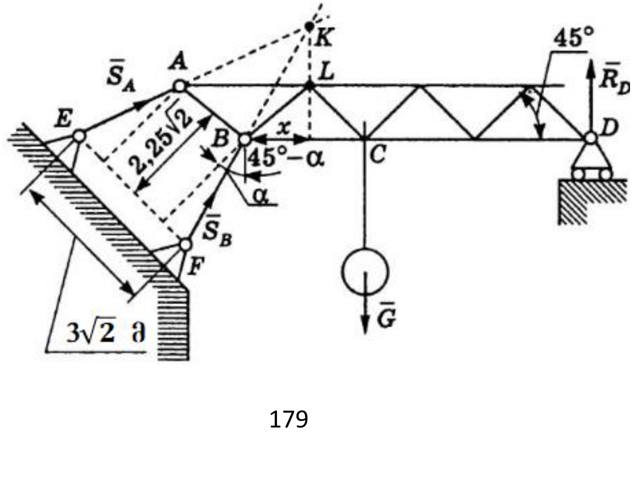
$ABCD$ ფერმა D წერტილში ეყრდნობა საგორავებს, ხოლო A და B წერტილებში მას აკავებენ ისეთი AE და BF ღეროები, რომლებიც სახსრულად არიან დამაგრებული E და

F წერტილებში. ფერმის ირიბანები და EF წრფე ჰორიზონტისადმი დახრილია 45° კუთხით; პანელის სიგრძე — $BC = 3$ მ. AE და BF ღეროები ერთნაირი სიგრძისაა; მანძილები $EF = 3\sqrt{2}$ მ, $AH = 2{,}25\sqrt{2}$ მ. ფერმისა და ტვირთის წონაა 75 კნ და მიმართულია CG წრფის გასწვრივ. იპოვეთ საგორავების რეაქცია R_D.



ა მ ო ხ ს ნ ა

გეომეტრიული მოსაზრებებიდან გამომდინარე (იხ. ნახაზი) ვიპოვით:



$$AB = BL = BC \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$EH = \frac{1}{2}\left(EF - AB\right) = \frac{1}{2}\left(3\sqrt{2} - \frac{3\sqrt{2}}{4}\right) = \frac{3\sqrt{2}}{4} = 0,75 \cdot \sqrt{2};$$

$$tg\alpha = \frac{EH}{AH} = \frac{0,75\sqrt{2}}{2,25\sqrt{2}} = \frac{1}{3};$$

$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + tg^2\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{9}}} = \frac{3}{\sqrt{10}};$$

$$\sin\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha} = \sqrt{1 - \frac{9}{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}};$$

$$BK = \frac{AB}{\sin\alpha} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{10}}{2} = \frac{3\sqrt{5}}{2}.$$

გამოვთვალოთ:

$$x = BK \sin\left(45^\circ - \alpha\right) = \frac{3\sqrt{5}}{2}\left(\sin 45^\circ \cos\alpha - \cos 45^\circ \sin\alpha\right) =$$

$$= \frac{3\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{3}{\sqrt{10}} - \frac{1}{\sqrt{10}}\right) = \frac{3}{2} = 1,5.$$

შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებაბი ძალთა მომენტებისთვის K წერტილის მიმართ:

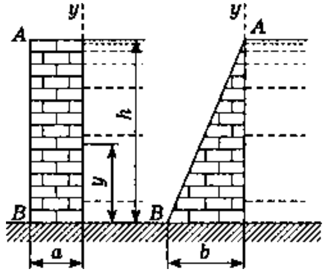
$$-G\left(BC - x\right) + R_D\left(9 - x\right) = 0 \Rightarrow R_D = \frac{G \cdot 1,5}{7,5} = \frac{75 \cdot 1,5}{7,5} = 15$$

კნ.

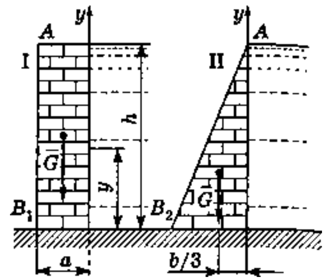
პ ა ს უ ხ ი : $RD = 15$ კნ.

ამოცანა 4.24

წყლის წნევა კაშხლის მცირე ფართზე უდრის წყლის ისეთი სვეტის წონას, რომლის ფუძის ფართობი აღნიშნული ფართის ფართობის ტოლია, ხოლო სიმაღლე ამ ფართსა და წყლის თავისუფალ ზედაპირს შორის მანძილს უდრის (ანუ წნევა ამ მანძილის პროპორციულად იზრდება). განსაზღვრეთ კაშხლის სისქე ფუძესთან ორ შემთხვევაში:



1) როცა კაშხლის განივი კვეთა მართკუთხედია;
2) როცა ეს კვეთა სამკუთხედია.



კაშხალი გათვლილი უნდა იყოს ისე, რომ ის არ გადაყირავდეს B წიბოს გარშემო წყლის წნევით და მისი მდგრადობის კოეფიციენტი უნდა იყოს 2-ის ტოლი. (მდგრადობის კოეფიციენტი ეწოდება მასივის წონის შეფარდებას გადამყირავებელი ძალის მომენტთან). კაშხლის h სიმაღლე წყლის სიღრმეს ემთხვევა და 5 მ-ის ტოლია. წყლის კუთრი წონაა $\gamma = 10$ კნ / მ^3 ხოლო კაშხლის კუთრი წონაა $\gamma_1 = 10$ კნ / მ^3. კილონიუტონებში გამოსახული წყლის წნევა კაშხლის 1 მ სიგრძისა და dy სიმაღლის ფართზე ტოლია $\gamma\,(h-y)dy$, სადაც y — მეტრებში გამოსახული აღნიშნული ფართის დაშორებაა ფსკერიდან. ამ წნევის მომენტი B წერტილის მიმართ არის $\gamma\,(h-y)ydy$. გადამყირავებელი მომენტი ტოლია $\int_0^h \gamma\,(h-y)ydy$

ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე კაშხალზე მოქმედი ძალები.

ვთქვათ l კაშხლის სისქეა. მაშინ წყლის დაწოლის მომენტი B წერილის მიმართ იქნება

$$M_B = M \cdot l$$

სადაც, $M=\int dM,\ dM=\gamma\left(h-y\right)ydy.$

შესაბამისად,

$$M=\int_0^h \gamma\left(h-y\right)ydy=\frac{\gamma h^3}{6},M_B=\frac{\gamma h^3\cdot l}{6}.$$

პირველი შემთხვევისთვის (მართკუთხა კვეთა) შევადგინოთ მომენტი B_1 წერტილის მიმართ:

$$M_{B1}=G\frac{a}{2}=\gamma_1 ahl\frac{a}{2}=\gamma_1\frac{a^2hl}{2}.$$

მეორე შემთხვევისთვის (სამკუთხა კვეთა) შევადგინოთ მომენტი B_2 წერტილის მიმართ:

$$M_{B2}=G\cdot\frac{2}{3}b=\gamma_1\cdot\frac{1}{2}bhl\cdot\frac{2}{3}b=\gamma_1\frac{b^2hl}{3}$$

ვინაიდან მდგრადობის კოეფიციენტი 2-ის ტოლია, ამიტომ

$$\frac{M_{Bi}}{M_B}=2,\ i=1,2.$$

ამრიგად პირველი შემთხვევისთვის შეგვიძლია დავწეროთ

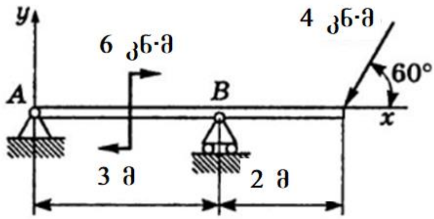
$$\gamma_1\frac{a^2hl}{2}=2\frac{\gamma h^3 l}{6}\Rightarrow a=h\sqrt{\frac{2}{3}\frac{\gamma}{\gamma_1}}=5\cdot\sqrt{\frac{2\cdot 10}{3\cdot 22}}=2,75 \text{ მ},$$

მეორე შემთხვევისთვის შეგვიძლია დავწეროთ

$$\gamma_1\frac{b^2hl}{3}=2\frac{\gamma h^3 l}{6}\Rightarrow b=h\sqrt{\frac{\gamma}{\gamma_1}}=5\sqrt{\frac{10}{22}}=3,37 \text{ მ}.$$

პ ა ს უ ხ ი: $a=2,75$ მ, $b=3,37$ მ.

ამოცანა 4.25

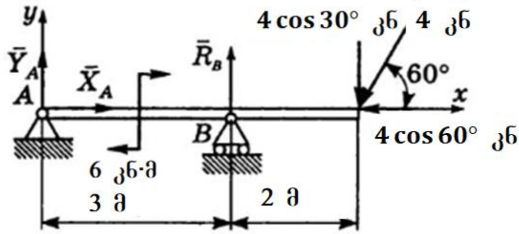


განსაზღვრეთ ერთი ჩაწერტებული ძალითა და წყვილძალით დატვირთული კოჭის A და B საყრდენების რეაქციები.

დატვირთვა და ზომები ნახაზზეა ნაჩვენები.

ამოხსნა

შევადგინოთ კოჭის წონასწორობის განტოლებები (x და y ღერძებზე პროექციებში და B წერტილის მიმართ მომენტებისთვის), ამასთან, 4 კნ ძალა დავშალოთ ორ მდგენელად: $4\cos 60^{\circ}$ კნ, $4\cos 30^{\circ}$ კნ (იხ. ნახაზი).



$$\begin{cases} X_A - 4\cos 60^{\circ} = 0, \\ Y_A + R_B - 4\cos 30^{\circ} = 0, \\ -6 + R_B \cdot 3 - 4\cos 30^{\circ} \cdot 5 = 0. \end{cases}$$

სისტემის პირველი და მესამე განტოლებიდან ვიპოვით:

$$X_A = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2 \text{ კნ},$$

$$R_B = \frac{1}{3}\left(6 + 20 \cdot 0,866\right) = 7,78 \text{ კნ},$$

ხოლო მეორე განტოლებიდან —

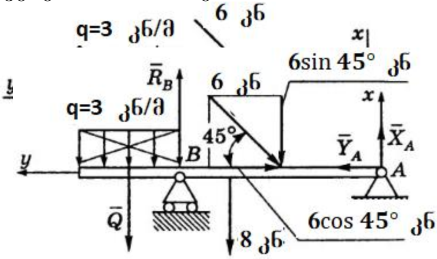
$$Y_A = -R_B + 4\cos 30^{\circ} = 4 \cdot 0,866 - 7,78 = -4,32 \text{ კნ}.$$

პასუხი: $X_A = 2$ კნ; $R_B = 7,78$ კნ; $Y_A = -4,32$ კნ.

ამოცანა 4.26

განსაზღვრეთ იმ კოჭის A და B საყრდენების რეაქციები, რომელზეც მოქმედებს ორი ჩაწერტებული ძალა და თანაბრად განაწილებული დატვირთვა. კოჭის, დატვირთვის ინტენსივობა, ძალების სიდიდეები და ზომები ნაჩვენებია ნახაზზე.

ა მ ო ხ ს ნ ა



თანაბრად განაწილებული დატვირთვა შევცვალოთ ტოლქმედით, რომელიც ტოლია $Q = q \cdot 2 = 3 \cdot 2 = 6$ ნ და მოდებულია შესაბამისი მართკუთხედის სიმძიმის ცენტრში. ვარინიონის თეორემის მიხედვით 6 კნ ძალა დავშალოთ ორ მდგენელად: $6cos45°$ კნ და $6sin45°$ კნ (იხ. ნახაზი).

შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (x და y ღერძებზე პროექციებში და A წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} R_B + X_A - Q - 8 - 6\sin 45^\circ = 0, \\ Y_A - 6\cos 45^\circ = 0, \\ 6\sin 45^\circ \cdot 2 + 8 \cdot 3 + Q \cdot 5 - R_B \cdot 4 = 0. \end{cases}$$

სისტემის მეორე განტოლებიდან —

$$Y_A = 6\cos 45^\circ = 4,242 \text{ კნ},$$

მესამედან—

$$R_B = \frac{1}{4}\left(12 \cdot 0,707 + 24 + 30\right) = 15,6 \text{ კნ},$$

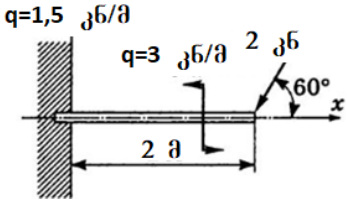
პირველიდან—

$$X_A = R_B + Q + 8 + 6\sin 45^\circ = 6 + 8 + 6 \cdot 0,707 - 15,6 = 2,62$$

კნ. პ ა ს უ ხ ი : $X_A = 2,62$ კნ; $Y_A = 4,242$ კნ; $R_B = 15,6$ კნ.

ამოცანა **4.27**

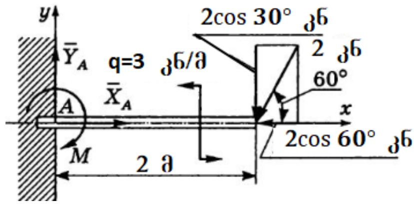
იპოვეთ ნახაზზე გამოსახული ჩაწერტებული ძალით და წყვილძალით დატვირთული კონსოლური კოჭის ჩამაგრების რეაქციები.



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნააზზე მოქმედი ძალები და დატვირთვა.

კოჭი ჩამაგრებულია კედელში, ე.ი. A ჩამაგრებაში არსებობს ბმების რეაქციების სამი შემადგენელი: X_A, Y_A, M(ჩამაგრების მომენტი, რომლის მიმართულებასაც ნებისმიერად ვირჩევთ).



შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (x და y ღერძებზე პროექციებში და ძალთა მომენტებისთვის A წერტილის მიმართ):

$$\begin{cases} X_A - 2\cos 60^\circ = 0, \\ Y_A - 2\cos 30^\circ = 0, \\ -M + 3 - 2\cos 30^\circ = 0. \end{cases}$$

შესაბამისად,

$$X_A = 2\cos 60^\circ = 1 \text{ კნ},$$

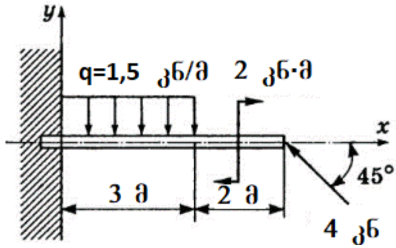
$$Y_A = 2\cos 30^\circ = 1,73 \text{ კნ},$$

$$M = 3 - 4 \cdot 0,866 = 0,47 \text{ კნ} \cdot \text{მ}.$$

პ ა ს უ ხ ი : X_A = 1 კნ; Y_A = 1,73 კნ; M = 0,47 კნ.

ამოცანა 4.28

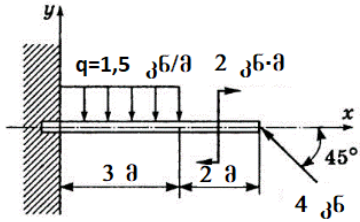
იპოვეთ ნახაზზე გამოსახული თანაბრად განაწილებული დატვირთვით, ჩაწერტებული ძალით და წყვილძალით დატვირთული კონსოლური კოჭის ჩამაგრების რეაქციები.



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე მოქმედი ძალები და დატვირთვა.

ამოვხსნათ ამოცანა წინა ამოცანის ანალოგიურად – შევცვალოთ თანაბრად განაწილებული დატვირთვა ექვივალენტური Q ძალით:



$$\begin{cases} X_A - 4\cos 45^\circ = 0, \\ Y_A + 4\cos 45^\circ - Q = 0, \\ -M - Q\cdot 15 - 2 + 4\cdot\cos 45^\circ \cdot 5 = 0. \end{cases}$$

$$X_A = 4\cdot 0,707 = 2,828 \quad \text{კნ}$$

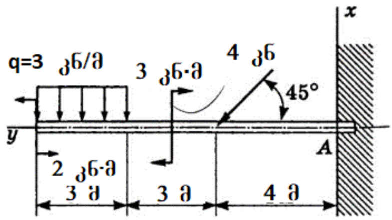
$$Y_A = Q - 4\sin 45^\circ = 4,5 - 4\cdot 0,707 = 4,5 - 2,828 = 1,67 \quad \text{კნ}$$

$$M = 20\cdot 0,707 - 2 - 4,5\cdot 1,5 = 14,4 - 2 - 6,67 = -5,35 \quad \text{კნ}\cdot\text{მ}$$

პ ა ს უ ხ ი: $X_A = 2,828$ კნ; $Y_A = 1,67$ კნ; $M = -5,35$ კნ.

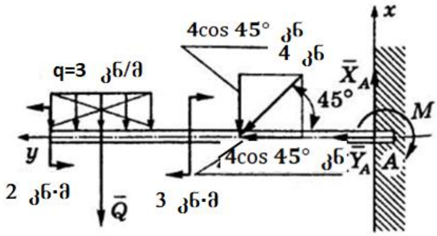
ამოცანა 4.29

იპოვეთ ნახაზზე გამოსახული თანაბრად განაწილებული დატვირთვით, ჩაწერტებული ძალით და ორი წყვილძალით დატვირთული კონსოლური კოჭის ჩამაგრების რეაქციები



ა მ ო ხ ს ნ ა :

ამოვხსნათ ეს ამოცანა 4.27 და 4.28 ამოცანების ანალოგიურად:



$$\begin{cases} X_A - Q - 4\cos 45^\circ = 0, \\ Y_A + 4\cos 45^\circ = 0, \\ -M + 4\cdot\cos 45^\circ\cdot 4 - 3 + \\ +Q\cdot 8,5 + 2 = 0. \end{cases}$$

$$M = 16\cdot 0,707 - 1 + 9\cdot 8,5 = 11,312 - 1 + 76,5 = 87 \text{ კნ}\cdot\text{მ},$$

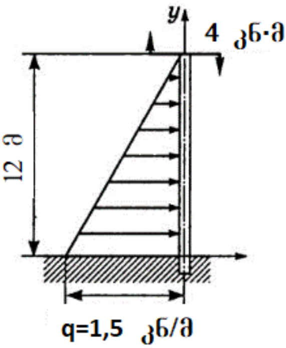
$$X_A = 9 + 4\cdot 0,707 = 11,8 \text{ კნ},$$

$$Y_A = -4\cos 45^\circ = -2,828 \text{ კნ}.$$

პ ა ს უ ხ ი : X_A = 11,8 კნ; Y_A = −2,828 კნ; M = 87 კნ.

ამოცანა 4.30

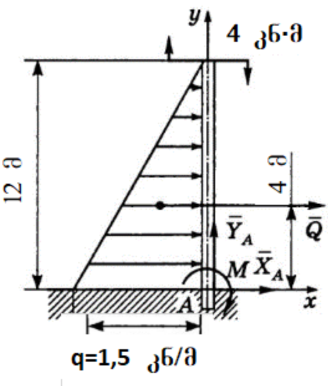
განსაზღვრეთ ნახაზზე გამოსახული ისეთი კონსოლური კოჭის ჩამაგრების რეაქციები, რომელიც დატვირთულია წყვილძალით და სამკუთხედის წესით განაწილებული დატვირთვით.



ა მ ო ხ ს ნ ა

წრფივად განაწილებული დატვირთვა შევცვალოთ ტოლქმედით, რომელიც სიდიდით ტოლია მართკუთხა სამკუთხედის ფართობისა (იხ. ნახაზი) — $Q = 12 \cdot q/2 =$ 9 კნ და მოდებულია ამ სამკუთხედის სიმძიმის ცენტრში, ანუ სამკუთხედის სიმაღლეზე მდებარე წერტილში, რომელიც ფუძიდან დაშორებულია $\frac{12}{3} = 4$ მ მანძილით.

შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (x და y ღერძებზე პროექციებში და A წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):



$$\begin{cases} X_A + Q = 0, \\ Y_A = 0, \\ -M - 4 - Q \cdot 4 = 0. \end{cases}$$

შესაბამისად,

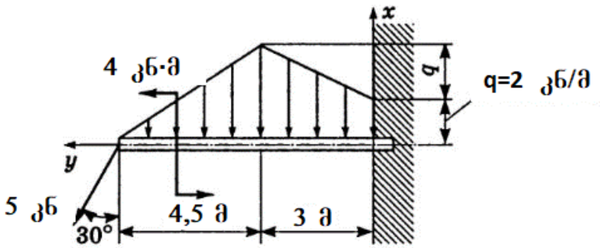
$$X_A = -Q = -9 \text{ კნ},$$

$$M = -Q \cdot 4 - 4 = -36 - 4 = -40 \text{ კნ} \cdot \text{მ}.$$

პ ა ს უ ხ ი : $X_A = -9$ კნ; $Y_A = 0$; $M = -40$ კნ·მ.

ამოცანა 4.31

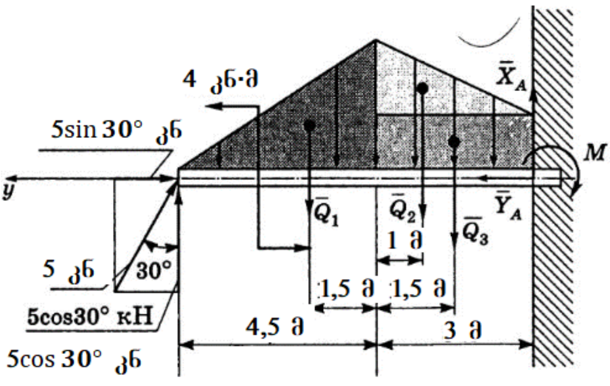
განსაზღვრეთ ნაზაზზე გამოსახული ისეთი კონსოლური კოჭის ჩამაგრების რეაქციები, რომელიც დატვირთულია ჩაწერტებული ძალით, წყვილძალით და სამკუთხედისა და ტრაპეციის წესით განაწილებული დატვირთვით.



ა მ ო ხ ს ნ ა

დავშალოთ ფიგურა, რომელიც წრფივად განაწილებულ დატვირთვას ზიდავს, ორ სამკუთხედად და ერთ მართკუთხედად(იხ. ნახაზი) და ვიპოვოთ:

$$Q_1=\frac{1}{2}\cdot 2q\cdot 4,5=9 \text{ კნ},\ Q_2=\frac{1}{2}\cdot q\cdot 3=3 \text{ კნ},\ Q_3=q\cdot 3=6 \text{ კნ}.$$



შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (x და y ღერძებზე პროექციებში და A წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} X_A-Q_1-Q_2-Q_3+5\cos 30^\circ=0, \\ Y_A-5\sin 30^\circ=0, \\ -M+Q_3\cdot 1,5+Q_2\cdot 2+Q_1\cdot 4,5+4-5\cos 30^\circ\cdot 7,5=0. \end{cases}$$

შენიშვნა(მთარგმნელის): ორიგინალში დაშვებულია შეცდომა, Q_1-ის ნაცვლად წერია Q_3.

სისტემის პირველი განტოლებიდან ვიპოვით:

$$X_A = Q_1 + Q_2 + Q_3 - 5\cdot 0,866 = 13,7 \text{ კნ}$$

მეორედან —

$$Y_A = 5\cdot\frac{1}{2} = 2,5 \text{ კნ}$$

მესამედან—

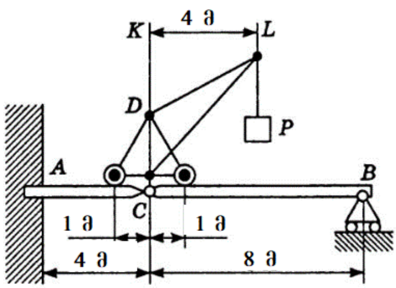
$$M = Q_3\cdot 1,5 + Q_2\cdot 2 + Q_1\cdot 4,5 + 4 - 5\cdot 7,5\cdot 0,866 =$$
$$= 6\cdot 1,5 + 3\cdot 2 + 9\cdot 4,5 + 4 - 5\cdot 7,5\cdot 0,866 = 27,0 \text{ კნ}\cdot\text{მ}$$

პასუხი: X_A = 13,7 კნ; Y_A = 2,5 კნ; M = 27,0 კნ·მ.

შენიშვნა. კრებულის პასუხში დაშვებულია კორექტურა.

ამოცანა 4.32

ჰორიზონტალური გაჭრილი ACB კოჭი A ბოლოთი ჩასმულია კედელში, ხოლო B ბოლოთი ეყრდნობა მოძრავ საყრდენს. C — სახსარია. კოჭი დატვირთულია ამწით, რომელზეც 10 კნ წონის P ტვირთია ჩამოკიდებული; ამწის შვერილია KL = 4 მ წონა — Q = 50 კნ, ხოლო მისი სიმძიმის ცენტრი CD ვერტიკალზე დევს. ზომები მითითებულია ნახაზზე. უგულებელყავით კოჭის წონა და განსაზღვრეთ საყრდენების რეაქციები A და B წერტილებში ამწის იმ მდგომარეობის დროს, როცა ის AB კოჭთან ერთად ერთ ვერტიკალურ სიბრტყეში იმყოფება.



ამოხსნა

წონასწორობის პირველი ობიექტი — ამწე (ნახ. 1). შევადგინოთ პარალელურ ძალთა ბრტყელი სისტემისთვის წონასწორობის განტოლებები:

y ღერძზე პროექციებში —

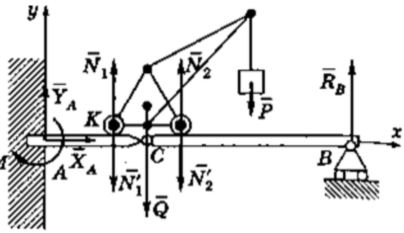
$$N_1 + N_2 - P - Q = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N_1 = Q + P - N_2 = 50 + 10 - 50 = 10 \text{ კნ.}$$

K წერტილის მიმართ მომენტებისთვის —

$$-Q \cdot 1 + N_2 \cdot 2 - P \cdot 5 = 0 \Rightarrow N_2 = \frac{1}{2}\left(P \cdot 5 + Q\right) = 50 \text{ კნ}$$

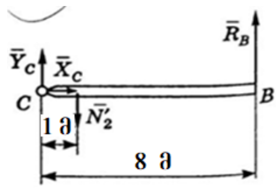
წონასწორობის მეორე ობიექტი — კოჭი (იხ. ნახ. 1). «გადავაგდოთ» ამწე, შევცვლით რა მას $\vec{N}_1'$ და $\vec{N}_1'$ რეაქციებით (ისინი $\vec{N}_1$ და $\vec{N}_2$ ვექტორების პარალელური არიან და მათდამი საპირისპიროდ არიან მიმართულნი), შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (x და y ღერძებზე პროექციებში და A წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):



ნახ. 1

$$\begin{cases} X_A = 0, \\ Y_A - N_1' - N_2' + R_B = 0, \\ -M - N_1' \cdot 3 - N_2' \cdot 5 + R_B \cdot 12 = 0. \end{cases}$$

წონასწორობის მესამე ობიექტი — კოჭის BC ნაწილი(ნახ.2). მისთვის წონასწორობის განტოლებებია:



ნახ. 2

x ღერძზე პროექციებში —

$$X_C = 0;$$

C წერტილის მიმართ მომენტებისთვის—

$$-N_2' \cdot 1 + R_B \cdot 8 = 0 \Rightarrow R_B = \frac{N_2'}{8} = \frac{50}{8} = 6,25 \text{ კნ}$$

y ღერძზე პროექციებში —

$$Y_C + R_B - N_2' = 0 \Rightarrow Y_C = N_2' - R_B = 50 - 6,25 = 43,75 \text{ კნ}$$

თუ ვიცით R_B, მაშინ სისტემის მეორე განტოლებიდან ვიპოვით:

$$Y_A = -R_B + N_1' + N_2' = 10 + 50 - 6,25 = 53,75 \text{ კნ}$$

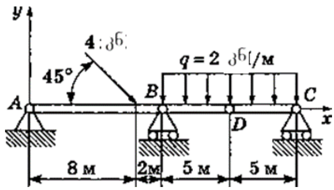
მესამე განტოლებიდან—

$$M = R_B \cdot 12 - N_1' \cdot 3 - N_2' \cdot 5 = 6,25 \cdot 12 - 10 \cdot 3 - 50 \cdot 5 = -205 \text{ კნ·მ}$$

ნიშანი «−» მიანიშნებს იმას, რომ ჩამაგრებაში მომენტი მიმართულია საათის ისრის საწინააღმდეგოდ.

პ ა ს უ ხ ი : $Y_A = 53{,}75$ კნ ; $R_B = 6{,}25$ კნ ; $M = -205$ კნ·მ.

ამოცანა 4.33



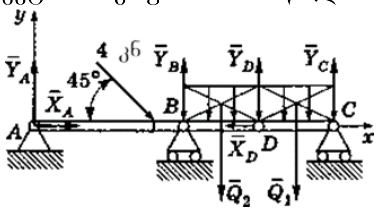
განსაზღვრეთ დატვირთვებთან ერთად ნახაზზე გამოსახული შედგენილი კოჭის რეაქციები A, B, C საყრდენებში და D სახსარში.

ა მ ო ხ ს ნ ა

შუალედური სახსრის მიხედვით კოჭი დავანაწევროთ ორ ნაწილად: AD და DC ნაწილებად (იხ. ნახაზი).

წონასწორობის პირველი ობიექტი — კოჭის DC ნაწილი:

$$Q_1 = Q_2 = 2 \cdot 5 = 10 \text{ კნ}.$$



წონასწორობის განტოლებები:

x ღერძზე პროექციებში—

$$X_D = 0;$$

D წერტილის მიმართ მომენტებისთვის—

$$-Q_1 \cdot 2,5 + Y_C \cdot 5 = 0 \Rightarrow Y_C = \frac{Q_1 \cdot 2,5}{5} = 5 \text{ კნ};$$

y ღერძზე პროექციებში—

$$Y_D + Y_C - Q_1 = 0 \Rightarrow Y_D = -Y_C + Q_1 = -5 + 10 = 5 \text{ კნ}.$$

წონასწორობის მეორე ობიექტი — კოჭის ABD ნაწილი. შევცვალოთ რეაქცია D სახსარში მისი საპირისპირო $\vec{Y}'_D$ ვექტორით(ანუ, $\vec{Y}'_D = -\vec{Y}_D$), შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (x და y ღერძებზე პროექციებში და A წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} X_A + 4\cos 45^\circ = 0, \\ Y_A - 4\cos 45^\circ + Y_B - Q_2 - Y'_D = 0, \\ -4\cdot\cos 45^\circ\cdot 8 + Y_B\cdot 10 - Q_2\cdot 12,5 - Y'_D\cdot 15 = 0. \end{cases}$$

სისტემის მესამე განტოლებიდან გამომდინარეობს

$$Y_B = \frac{1}{10}\left(32\cdot 0,707 + 10\cdot 12,5 + 5\cdot 15\right) = 22,26 \text{ კნ};$$

მეორედან —

$$Y_A = 4\cos 45^\circ - Y_B + Q_2 + Y'_D = 4\cdot 0,707 - 22,26 + 10 + 5 = -4,43$$

კნ;

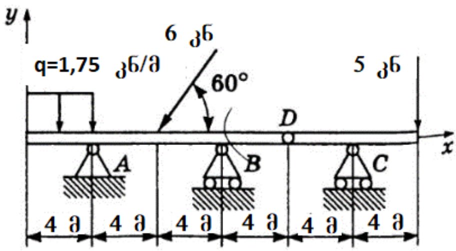
პირველიდან —

$$X_A = -4\cos 45^\circ = -2,828 \text{ კნ}.$$

პ ა ს უ ხ ი: $X_A = -2,8$ კნ; $Y_A = -4,43$ კნ; $Y_B = 22,26$ კნ; $Y_C = 5$ კნ; $X_D = 0$; $Y_D = \pm 5$ კნ.

ამოცანა 4.34

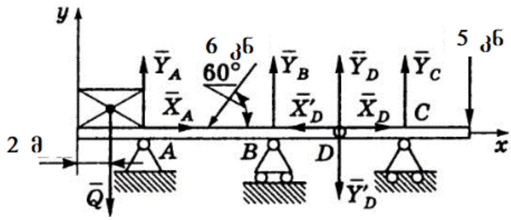
განსაზღვრეთ დატვირთვებთან ერთად ნახაზზე გამოსახული შედგენილი კოჭის A, B, C საყრდენების და D სახსრის რეაქციები.



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე მოქმედი ძალები და რეაქციები.

წონასწორობის პირველი ობიექტი — კოჭის DC ნაწილი. წონასწორობის განტოლებები:



x ღერძზე პროექციებში —

$$X_D = 0;$$

D წერტილის მიმართ მომენტებისთვის —

$$-5\cdot 8 + Y_C - 4 = 0 \Rightarrow Y_C = \frac{5\cdot 8}{4} 10 \text{ კნ};$$

y ღერძზე პროექციებში—

$$Y_D + Y_C - 5 = 0 \Rightarrow Y_D = -Y_C + 5 = -5 \text{ კნ}.$$

წონასწორობის მეორე ობიექტი — კოჭის ABD ნაწილი. წონასწორობის განტოლებები:

x ღერძზე პროექციებში—

$$X_A - 6\cos 60^\circ = 0 \Rightarrow X_A = 6\cos 60^\circ = 3 \text{ კნ};$$

A წერტილის მიმართ მომენტებისთვის —

$$-6\cdot 4\cos 30^\circ + Y_B \cdot 8 + Q\cdot 2 - Y'_D \cdot 12 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Y_B = 0{,}125\cdot\left(24\cdot 0{,}866 - 7\cdot 2 - 5\cdot 12\right) = -6{,}65 \text{ კნ}$$

y ღერძზე პროექციებში—

$$Y_A - 6\cos 30^\circ + Y_B - Q - Y'_D = 0 \Rightarrow Y_A = 6\cos 30^\circ - Y_B + Q + Y'_D =$$

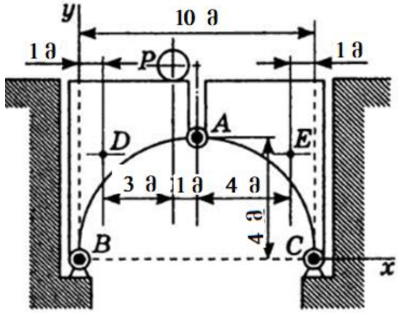
$$= 6\cdot 0{,}886 + 6{,}65 + 7 - 5 = 13{,}8 \text{ კნ}.$$

პასუხი: $X_A = 3$ კნ; $Y_A = 13{,}8$ კნ; $Y_B = -6{,}65$ კნ; $Y_C = 10$ კნ;

$X_D = 0;$ $Y_D = \pm 5$ კნ.

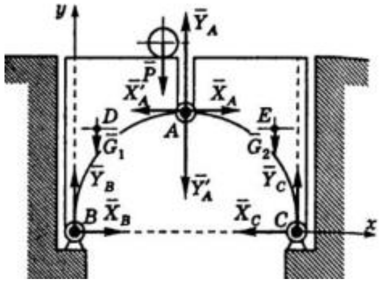
ამოცანა 4.35

ხიდი შედგება A სახსარით დაკავშირებული ორი ისეთი ნაწილისგან, რომლებიც დამაგრებულია ნაპირის სადგამებზე B და C სახსრებით. ხიდის თითოეული ნაწილის წონაა 40 კნ, ხოლო მათი სიმძიმის ცენტრები მოთავსებულია D და E წერტილებში. ხიდზე დევს $P = 20$ კნ ტვირთი; ზომები ნახაზზეა მითითებული. განსაზღვრეთ დაწოლა A სახსარზე და რეაქციები B და C წერტილებში.



ამოხსნა

გამოვსახოთ ნახაზზე მოქმედი ძალები და რეაქციები.



განვიხილოთ ხიდის მარცხენა ნაწილი და შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (x და y ღერძებზე პროექციებში და B წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} X_B + X_A = 0, \\ Y_A + Y_B - G_1 - P = 0, \\ -G_1 \cdot 1 - P \cdot 4 + Y_A \cdot 5 - X_A \cdot 4 = 0. \end{cases}$$

ხიდის მარჯვენა ნაწილის წონასწორობის განტოლებები (ღერძებზე პროექციებში და A წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} -X_C - X'_A = 0, \\ Y_C - G_2 - Y'_A = 0, \\ Y_C \cdot 5 - G_2 \cdot 4 - X_C \cdot 4 = 0. \end{cases}$$

გავითვალისწინოთ, რომ $X_A = X'_A,\ Y_A = Y'_A,\ G_1 = G_2.$

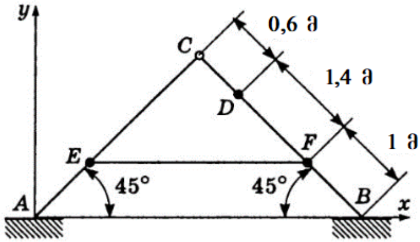
და ამოვხსნათ ერთდროულად ორივე სისტემა, მივიღებთ

$$Y_B = \frac{1}{10}\left(10G_1 + 6P\right) = 52 \text{ კნ;}$$

$$Y_A = \mp 8 \text{ კნ}; \; Y_C = 48 \text{ კნ}; \; X_B = X_C = 20 \text{ კნ}; \; X_A = \pm 20 \text{ კნ}.$$

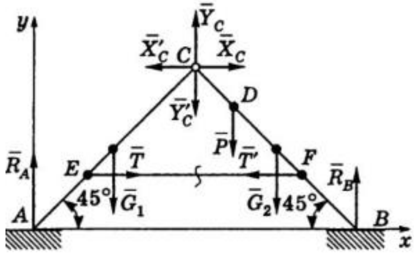
პ ა ს უ ხ ი : $X_A = \pm 20$ კნ; $Y_A = \mp 8$ კნ; $X_B = X_C = 20$ კნ;. $Y_B = 52$ კნ;.$Y_C = 48$ კნ;

ამოცანა 4.36



გლუვ ჰორიზონტალურ სიბრტყეზე დგას გადასატანი კიბე, რომელიც შედგება C სახსრითა და EF თოკით შეერთებული ორი AC და BC ნაწილებისგან. თითოეული ნაწილის სიგრძეა 3 მ, ხოლო წონა — 120 ნ; მანძილები — $BF = AE = 1$ მ; თითოეული ნაწილის სიმძიმის ცენტრი ემთხვევა მათ შუაწერტილს. C წერტილიდან $CD = 0{,}6$ მ მანძილზე მდებარე D წერტილში დგას 720 ნ წონის ადამიანი. განსაზღვრეთ იატაკის და სახსრის რეაქციები, აგრეთვე EF თოკის დაჭიმულობა, თუ კუთხეები $BAC = ABC = 45°$.

ა მ ო ხ ს ნ ა



გამოვსახოთ ნახაზზე მოქმედი ძალები და რეაქციები.

განვიხილოთ მარცხენა AC მხარე და შევადგინოთ მისთვის წონასწორობის განტოლებები (x და y ღერძებზე პროექციებში და C წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} X_C + T = 0, \\ R_A + Y_C - G_1 = 0, \\ G_1 \cdot \dfrac{AB}{2} \cos 45^\circ + T \cdot 2\cos 45^\circ - R_A \cdot AC \cdot \cos 45^\circ = 0 \end{cases}$$

წონასწორობის ანალოგიური განტოლებები გვექნება კიბის მარჯვენა CB ნაწილისთვის:

$$\begin{cases} -X'_C - T' = 0, \\ -Y' - P - G_2 + R_B = 0, \\ -P \cdot 0,6\cos 45^\circ - G_2 \cdot \dfrac{AB}{2} \cos 45^\circ + R_B \cdot AC \cdot \cos 45^\circ = 0. \end{cases}$$

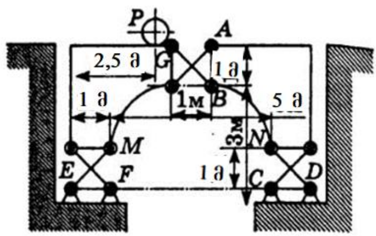
ამოვხსნათ ორივე სისტემა ერთდროულად, მივიღებთ

$R_A = 408$ ნ; $R_B = 522$ ნ; $X_C = \pm 522$ ნ; $Y_C = \pm 288$ ნ; $T = 522$ ნ.

პასუხი: $R_A = 408$ ნ; $R_B = 522$ ნ; $X_C = \pm 522$ ნ; $Y_C = \pm 288$ ნ; $T = 522$ ნ.

ამოცანა 4.37

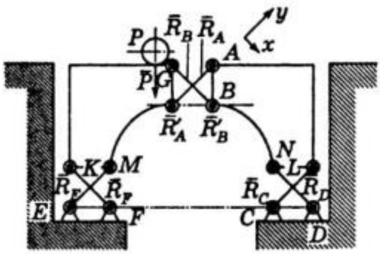
ხიდი შედგება ორი M და N ნაწილებისგან, რომლებიც ერთმანეთთან და უძრავ საყრდენებთან შეერთებულია ჰორიზონტისადმი 45° კუთხით დახრილი და სახსრებით აღჭურვილი ექვსი ღეროთი. ზომები გამოსახულია ნახაზზე. G წერტილში დევს P წონის ტვირთი. განსაზღვრეთ ამ ტვირთის მოქმედების შედეგად გამოწვეული ძალები ღეროებში.



ამოხსნა

შევადგინოთ ხიდის მარჯვენა ნაწილის წონასწორობის განტოლებები (x და y ღერძებზე პროექციებში და L წერტილის მიმართ მომენტებისთვის) (იხ. ნახაზი):

$$\begin{cases} R_D - R_B = 0, \\ R_A + R_C = 0, \\ -R_A \cdot 3\sqrt{2} = 0. \end{cases}$$



შესაბამისად,

$$R_D = R_B = 0,\ R_C = R_A = 0.$$

ხიდის მარცხენა ნაწილის წონასწორობის განტოლებები (ღერძებზე პროექციებში და K წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} R_E - R_A - \dfrac{P}{\sqrt{2}} = 0, \\ R_F - R_B - \dfrac{P}{\sqrt{2}} = 0, \\ R_B \cdot 3\sqrt{2} - P \cdot 2 = 0. \end{cases}$$

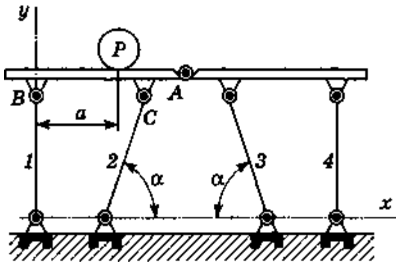
შესაბამისად, $R_E = \dfrac{P}{\sqrt{2}},\ R_F = \dfrac{P}{3\sqrt{2}},\ R_B = R_D = \dfrac{\sqrt{2}}{3} P.$

პასუხი: $R_A = 0,\ R_B = \dfrac{\sqrt{2}}{3} P,\ R_C = 0,\ R_D = \dfrac{\sqrt{2}}{3},$

$$R_E = \frac{P}{\sqrt{2}},\ R_F = \frac{P}{3\sqrt{2}}.$$

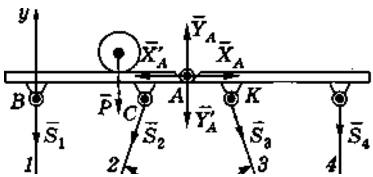
ამოცანა 4.38

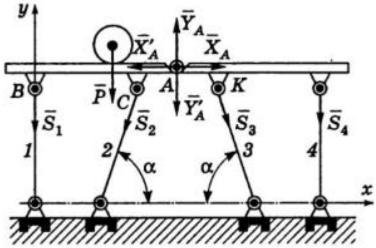
ხიდი შედგება ორი ისეთი ერთნაირი კოჭისგან, რომლებიც ერთმანეთთან A სახსრით არიან გადაბმულნი, ხოლო ფუძესთან სახსრულად არიან მიმაგრებულნი $1, 2, 3, 4$ მყარი ღეროებით, ამასთან განაპირა ღეროები ვერტიკალურია, ხოლო შუა ღეროები ჰორიზონტისადმი დახრილნი არიან $\alpha = 60°$ კუთხით. შესაბამისი ზომებია: $BC = 6$ მ, $AB = 8$ მ. განსაზღვრეთ ძალვები ღეროებში და A სახსრის რეაქცია, თუ ხიდზე B წერტილიდან $a = 4$ მ დაშორებით მოქმედებს ვერტიკალური $P = 15$ კნ დატვირთვა.



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი ძალები.





შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები ხიდის მარცხენა და მარჯვენა ნაწილებისთვის (x და y ღერძებზე პროექციებში და A წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} -S_2\cos 60^\circ + X_A = 0, \\ -S_1 - S_2\cos 30^\circ + Y_A = 0, \\ P\left(AB - a\right) + S_1 \cdot AB + \\ +S_2\left(AB - BC\right)\cos 30^\circ = 0. \end{cases}$$

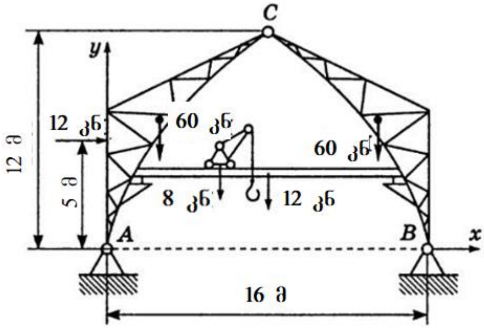
$$\begin{cases} S_3 \cos 60^\circ - X'_A = 0, \\ -S_4 - S_3 \cos 30^\circ - Y'_A = 0, \\ -S_4 \cdot AB - S_3 \left(AB - BC\right) \cos 30^\circ = 0. \end{cases}$$

გავითვალისწინოთ, რომ $X_A = X'_A,\ Y_A = Y'_A$ და ორივე სისტემა ერთდროულად ამოვხსნათ.

პ ა ს უ ხ ი : $S_1 = -6{,}25$ კნ; $S_2 = S_3 = -5{,}77$ კნ; $S_4 = 1{,}25$ კნ; $X_A = \pm 2{,}89$ კნ; $Y_A = \pm 3{,}75$ კნ.

ამოცანა 4.39

სახელოსნოს გასწვრივ, რომლის შენობასაც ამაგრებს სამსახსრიანი თაღი, რელსებზე დადის ხიდური ამწე. რელსებზე მოძრავი განივი კოჭის წონაა 12 კნ; ამწის წონაა 8 კნ (ამწე დაუტვირთავია); ამწის წონის მოქმედების წრფე მარცხენა რელსიდან დაშორებულია განივი კოჭის სიგრძის 0,25 ნაწილით. თაღის თითოეული ნაწილის წონაა 60 კნ და მოდებულია შესაბამის A ან B საყრდენზე გამავალი ვერტიკალიდან 2 მ მანძილზე; ხიდური ამწის საყრდენი რელსები ამ ვერტიკალებიდან 1,8 მ მანძილზე მდებარეობენ. შენობის სიმაღლეა 12 მ, სიგანე 16 მ. ქარის დაწოლის ტოლქმედია 12 კნ და მიმართულია AB-ს პარალელურად, მისი მოქმედების წრფე AB-დან დაშორებულია 5 მ-ით. განსაზღვრეთ A და B სახსრების რეაქციები და დაწოლა C სახსარზე.



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი ძალები.

წონასწორობის პირველი ობიექტი — ამწე:

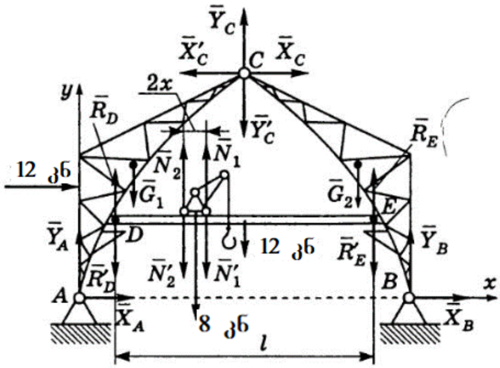
$$N_1 + N_2 = 8 \Rightarrow N_1 = N_2 = 4 \text{ კნ (ძალთა სიმეტრიის გამო).}$$

წონასწორობის მეორე ობიექტი — კოჭი. შევადგინოთ მისთვის პარალელურ ძალთა სისტემის წონასწორობის განტოლებები (y ღერძზე პროექციებში და D წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} R_D + R_E - N_2' - N_1' - 12 = 0, \\ R_E \cdot l - N_2'\left(0,25l - x\right) - N_1'\left(0,25l + x\right) - 12 \cdot 0,5l = 0. \end{cases}$$

შესაბამისად, სისტემის მეორე განტოლებიდან მივიღებთ

$$R_E = N_2' \cdot 0,5 + 12 \cdot 0,5 = 0,5 \cdot 4 + 12 \cdot 0,5 = 8 \text{ კნ;}$$



პირველიდან მივიღებთ —

$$R_D = -R_E + N_2' + N_1' + 12 = -8 + 8 + 12 = 12 \text{ კნ.}$$

წონასწორობის მესამე ობიექტი — ამწის AC ნაწილი. შევადგინოთ მისთვის განტოლებები (ღერძებზე პროექციებში და A წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} X_A + X_C = 12, \\ Y_A + Y_C - G_1 - R_D' = 0, \\ -12 \cdot 5 - X_C \cdot 12 + Y_C \cdot 8 - R_D' \cdot 1,8 - 60 \cdot 2 = 0. \end{cases}$$

წონასწორობის მეოთხე ობიექტი — ამწის CB ნაწილი. ჩავწეროთ მისთვის შესაბამისი განტოლებები (ღერძებზე პროექციებში და B წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):

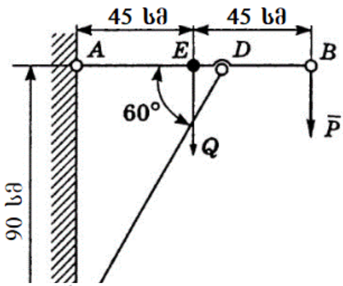
$$\begin{cases} X_B - X_C' = 0, \\ Y_B - Y_C' - G_2 - R_E' = 0, \\ Y_C' \cdot 8 + X_C' \cdot 12 + R_E' \cdot 1{,}8 + 60 \cdot 2 = 0. \end{cases}$$

გავითვალისწინოთ, რომ $Y_C = Y_C',\ X_C = X_C',\ R_D = R_D',\ R_E = R_E'$ და ამოვხსნათ ბოლო ორი სისტემა ერთდროულად, მივიღებთ:

$$X_A = 2; Y_A = 67{,}8; X_B = -14; Y_B = 72{,}2; X_C = \pm 14; Y_C = \mp 4{,}2.$$

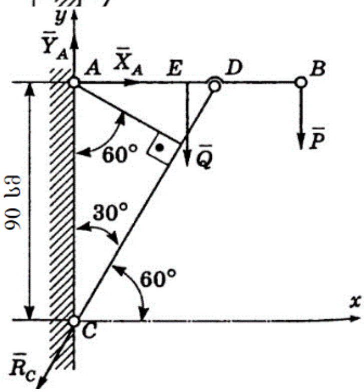
პასუხი: $X_A = 2$ კნ; $Y_A = 67{,}8$ კნ; $X_B = -14$ კნ; $Y_B = 72{,}2$ კნ; $X_C = \pm 14$ კნ; $Y_C = \mp 4{,}2$ კნ;

ამოცანა 4.40



$P = 25$ ნ ტვირთი ჩამოკიდებულია AB ჰორიზონტალური კოჭის ბოლოზე. კოჭის წონაა $Q = 10$ ნ და მოდებულია E წერტილში. კოჭი მიმაგრებულია კედელზე A სახსრით და შეხიდულია CD ღეროთი, რომელთანაც აგრეთვე სახსრულადაა დაკავშირებული. CD ღეროს წონას უგულებელვყოფთ. ზომები მითითებულია ნახაზზე. განსაზღვრეთ A და C სახსრების რეაქციები

ამოხსნა



გამოვსახოთ ნახაზზე მოქმედი ძალები და ბმების რეაქციები.

წონასწორობის განტოლებები (x და y ღერძებზე პროექციებში და

A წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} X_A - R_C \cos 60^\circ = 0. \\ Y_A - Q - P - R_C \cos 30^\circ = 0, \\ -Q\cdot 45 - P\cdot 90 - R_C \cdot 90 \cdot \cos 60^\circ. \end{cases}$$

სისტემის მესამე განტოლებიდან გვაქვს

$$R_C = -\frac{Q\cdot 45 + P\cdot 90}{45} = -\frac{10\cdot 45 + 25\cdot 90}{45} - 60 \text{ ნ}$$

პირველიდან —

$$X_A = R_C \cos 60^\circ = -30 \text{ ნ}$$

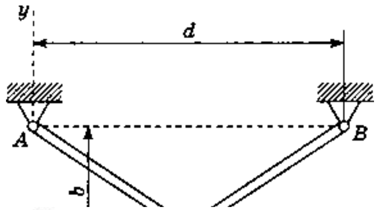
მეორედან—

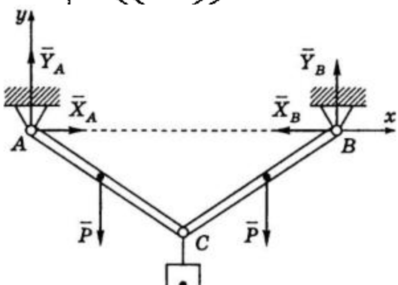
$$Y_A = Q + P + R_C \cos 30^\circ = 35 - 60\cdot 0,866 = -16,96 \text{ ნ}$$

პ ა ს უ ხ ი: $X_A = -30$ ნ; $Y_A = -16,96$ ნ; $R_C = -60$ ნ.

ამოცანა 4.41

ორი ერთნაირი სიგრძის ერთგვაროვანი კოჭი C წერტილში ერთანეთთან სახსრულადაა მიერთებული, ხოლო A და B წერტილებში ასევე სახსრულად არიან მიმაგრებული საყრდენებზე. თითოეული კოჭის წონაა P. C წერტილში ჩამოკიდებულია Q ტვირთი. მანძილი $AB = d$. C წერტილი ჰორიზონტალურ AB წრფიდან დაშორებულია b მანძილით. განსაზღვრეთ A და B სახსრების რეაქციები.





ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე მოქმედი ძალები და ბმების რეაქციები. შევადგინოთ წონასწორობის

განტოლებები (x ღერძზე პროექციებში და მომენტებისთვის: 1) A და B წერტილების მიმართ — მთელი სისტემის შემთხვევაში; 2) C წერტილის მიმართ — AC კოჭის შემთხვევაში):

$$\begin{cases} X_A - X_B = 0, \\ Y_B \cdot d - Q \cdot 0{,}5d - P \cdot 0{,}75d - P \cdot 0{,}25d = 0, \\ -Y_A \cdot d + Q \cdot 0{,}5d + P \cdot 0{,}25d + P \cdot 0{,}75d = 0, \\ -X_A \cdot b - Y_A \cdot 0{,}5d + P \cdot 0{,}25d = 0. \end{cases}$$

სისტემის ამოხსნით მივიღებთ:

$$Y_B = Q \cdot 0{,}5 + P,\ Y_A = Q \cdot 0{,}5 + P,$$

$$X_A = \frac{-Y_A \cdot 0{,}5d + P \cdot 0{,}25d}{b} = \frac{-\left(0{,}5 \cdot Q + P\right) \cdot 0{,}5d + P \cdot 0{,}25d}{b} =$$

$$= \frac{-0{,}25d\left(P + Q\right)}{b},$$

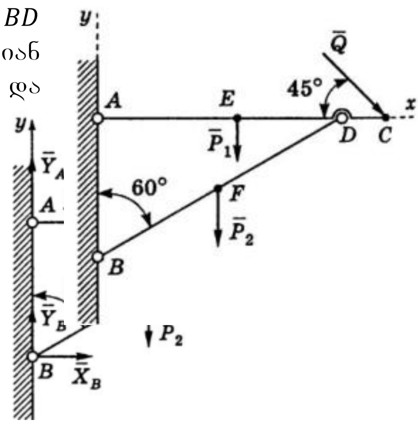
$$X_B = X_A = \frac{-0{,}25d\left(P + Q\right)}{b}.$$

პ ა ს უ ხ ი :

$$X_A = X_B = \frac{-0{,}25d\left(P + Q\right)}{b};\ Y_A = Y_B = 0{,}5 \cdot Q + P.$$

ამოცანა 4.42

ორი ერთნაირის სიგრძის AC და BD ღერო D წერტილში სახსრულად არიან ერთმანეთთან მიერთებული, ხოლო A და B წერტილებში მიმაგრებულნი არიან ვერტიკალურ კედელთან. AC ღერო ჰორიზონტალურია, ხოლო BD ღერო ვერტიკალურ კედელთან 60° კუთხეს ადგენს. AC ღერო E წერტილში დატვირთულია ვერტიკალური P_1 = 40 ნ ძალით, ხოლო C წერტილში — ჰორიზონტისადმი 45° გრადუსით



დახრილი $Q = 100$ ნ ძალით. BD ღერო F წერტილში დატვირთულია $P_2 = 40$ ნ ძალით. მოცემულია: $AE = EC$, $BF = FD$. განსაზღვრეთ A და B სახსრების რეაქციები.

ა მ ო ხ ს ნ ა

აღვნიშნოთ:

$$l = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} BD.$$

წონასწორობის პირველი ობიექტი — მთლიანი სისტემა (იხ. ნახაზი). მისთვის წონასწორობის განტოლებებს ექნებათ შემდეგი სახე (x და y ღერძებზე პროექციებში და A წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} X_A + X_B + Q\cos 45^\circ = 0, \\ Y_A + Y_B - P_1 - P_2 - Q\cos 45^\circ = 0, \\ X_B \cdot 2l\cos 60^\circ - P_2 \cdot l\sin 60^\circ - P_1 \cdot l - Q\cos 45^\circ \cdot 2l = 0. \end{cases}$$

წონასწორობის მეორე ობიექტი — AC კოჭი. მისთვის შევადგინოთ მომენტების განტოლება D წერტილის მიმართ:

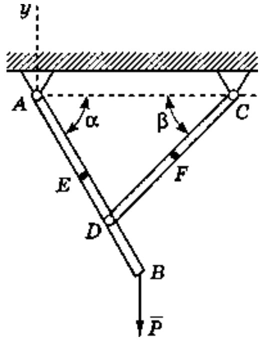
$$-Y_A \cdot 2l\sin 60^\circ + P_1\left(2l\sin 60^\circ - l\right) - Q\sin 45^\circ\left(2l - 2l\sin 60^\circ\right) = 0.$$

თუ ამ უკანასკნელ განტოლებას ამოვხსნით, მივიღებთ

$X_A = -287$ ნ, $Y_A = 6$ ნ, $X_B = 216$ ნ, $Y_B = 145$ ნ.

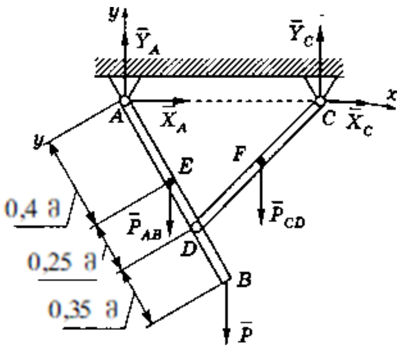
პ ა ს უ ხ ი : $X_A =$ — 287 ნ; $Y_A = 6$ ნ; $X_B = 216$ ნ; $Y_B = 145$ ნ.

ამოცანა 4.43



საკიდი შედგება D წერტილში ერთმანეთთან სახსრულად შეერთებული ისეთი AB და CD კოჭებისაგან, რომლებიც ჭერის A და C წერტილებში სახსრებით არიან მიმაგრებულნი. AB კოჭის წონაა 60 ნ და და მოდებულია E წერტილში. CD კოჭის წონაა 50 ნ და მოდებულია F წერტილში. AB კოჭის B წერტილში მოდებულია $P = 200$ ნ ძალა. განსაზღვრეთ რეაქციები A და C სახსრებში, თუ მოცემულია შემდეგი ზომები: $AB = 1$ მ; $AE = 0{,}4$ მ; $CD = 0{,}8$ მ; $CF = 0{,}4$ მ; AB და CD კოჭების ჰორიზონტისადმი დახრის კუთხეები შესაბამისად არის: $\beta = 45°$ და $\alpha = 60°$.

ა მ ო ხ ს ნ ა



გამოვსახოთ ნახაზზე ამოცანის პირობის მონაცემები.

შევადგინოთ მთლიანი სისტემისთვის წონასწორობის განტოლებები x და y ღერძებზე პროექციებში:

$$\begin{cases} X_A + X_C = 0, \\ Y_A + Y_C - P - P_{AB} - P_{CD} = 0. \end{cases}$$

ADC სამკუთხედიდან სინუსების თეორემის ძალით:

$$\frac{DC}{\sin 60^\circ} = \frac{AD}{\sin 45^\circ} \Rightarrow$$

$$AD = \frac{DC \sin 45^\circ}{\sin 60^\circ} = 0{,}65 \text{ მ.}$$

შევადგინოთ AB კოჭისთვის მომენტების განტოლება D წერტილის მიმართ:

$$-Y_A AD\cos 60^\circ - X_A AD\sin 60^\circ +$$
$$+P_{AB}\cdot 0,25\cos 60^\circ - P\cdot 0,35\cos 60^\circ = 0.$$

ანალოგიურად CD კოჭისათვის:

$$Y_C\cdot 0,8\cos 45^\circ - X_C\cdot 0,8\cos 45^\circ - P_{CD}\cdot 0,4\cos 45^\circ = 0.$$

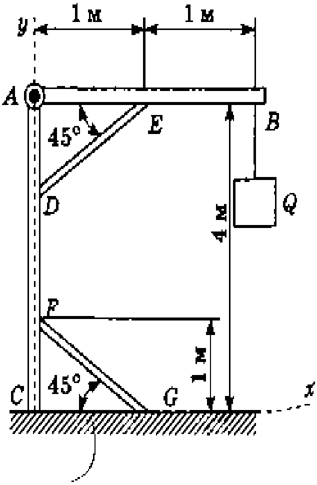
თუ ყველა განტოლებას ერთდროულად ამოვხსნით, მივიღებთ

$$-X_A = X_C = 135 \text{ ნ},\ Y_A = 150 \text{ ნ},\ Y_C = 160 \text{ ნ}.$$

პასუხი: $-X_A = X_C = 135$ ნ, $Y_A = 150$ ნ, $Y_C = 160$ ნ.

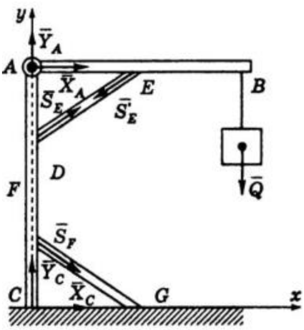
ამოცანა 4.44

2 მ სიგრძის ჰორიზონტალური AB კოჭი მიმაგრებულია ვერტიკალური AC ბოძის A წერტილში და შეხიდულია DE ირიბანათი. კოჭის B ბოლოზე ჩამოკიდებულია 500 ნ წონის Q ტვირთი; AC ბოძი გამაგრებულია FG ირიბანათი, ამასთან, $AE = CG = 1$ მ; DE და FG ირიბანები ჰორიზონტისადმი 45° კუთხით არიან დახრილები. კოჭის და ირიბანების წონები უგულებელყავით. იგულისხმეთ, რომ ყველა დამაგრება სახსრულია და იპოვეთ DE, FG ირიბანებში არსებული S_E, S_F ძალები და გრუნტის რეაქცია C წერტილში.



ამოხსნა

წონასწორობის პირველი ობიექტი —AB კოჭი (იხ. ნახაზი). შევადგინოთ მისთვის განტოლებები (x და y ღერძებზე პროექციებში და მომენტებისთვის A წერტილის მიმართ):



$$\begin{cases} X_A - S'_E \cos 45^\circ = 0, \\ Y_A - S'_E \cos 45^\circ - Q = 0, \\ Q \cdot 2 - S'_E \cos 45^\circ \cdot 1 = 0, \end{cases}$$

შესაბამისად,

$$S'_E = \frac{Q \cdot 2}{\cos 45^\circ} = \frac{500 \cdot 2}{0,707} = -1414,42 \text{ ნ},$$

$$Y_A = S'_E \cos 45^\circ + Q = 500 - 100 = -500 \text{ ნ},$$

$$X_A = S'_E \cos 45^\circ = -1000 \text{ ნ}.$$

წონასწორობის მეორე ობიექტი — მთლიანი სისტემა. მისთვის წონასწორობის ანალოგიური განტოლებები იქნება:

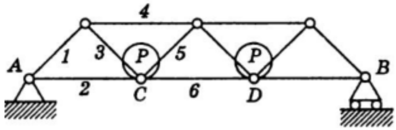
$$\begin{cases} X_A + X_C + S_E \cos 45^\circ + S_F \cos 45^\circ = 0, \\ Y_A + Y_C + S_E \cos 45^\circ - S_F \cos 45^\circ - Q = 0, \\ -Q \cdot 2 - S_E \cdot 1 \cdot \cos 45^\circ + S_F \cdot 3 \cdot \cos 45^\circ + X_C \cdot 4 = 0. \end{cases}$$

გავითვალისწინოთ, რომ $S_E = S'_E$ და ამოვხსნათ სისტემა, მივიღებთ ყველა საძებნ სიდიდეს.

პასუხი: $S_E = -1414$ ნ; $S_F = -1414$ ნ; $X_C = 1000$ ნ; $Y_C = -500$ ნ.

ამოცანა 4.45

ნახაზზე გამოსახულ ხიდის ფერმის C და D კვანძებზე მოქმედებს ერთნაირი ვერტიკალური $P = 100$ კნ დატვირთვა; ირიბანები

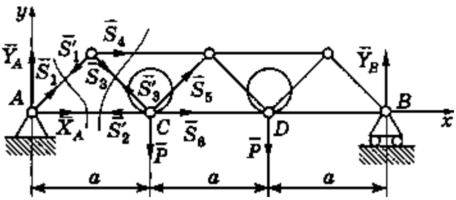


ჰორიზონტთან 45° კუთხეს ადგენენ. იპოვეთ აღნიშნული დატვირთვით გამოწვეული ძალვები 1, 2, 3, 4, 5 და 6 ღეროებში.

ა მ ო ხ ს ნ ა

განვიხილოთ ფერმა მთლიანობაში (იხ. ნახაზი) და ჩავწეროთ მისთვის წონასწორობის განტოლებები (x და y ღერძებზე პროექციებში და A წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} X_A = 0, \\ Y_A + Y_B - P - P = 0, \\ -P \cdot a - P \cdot 2a + Y_B \cdot 3a = 0. \end{cases}$$



შესაბამისად,

$$Y_B = P = 100 \text{ კნ}$$

$$Y_A = 2P - Y_B = P = 100 \text{ კნ}$$

$\vec{S}_1$, $\vec{S}_2$ ძალვების საპოვნელად ამოვჭრათ კვანძი A. ჩავწეროთ მისთვის წონასწორობის განტოლებები ღერძებზე პროექციებში:

$$\begin{cases} S_1 \cos 45^\circ + S_2 = 0, \\ Y_A + S_1 \cos 45^\circ = 0. \end{cases}$$

შესაბამისად,

$$S_1 == \frac{Y_A}{\cos 45^\circ} = \frac{100}{0,707} = -141 \text{ კნ}$$

$$S_2 = -S_1 \cos 45^\circ = 100 \text{ კნ}$$

ამოვჭრათ კვანძი K და ჩავწეროთ წინა განტოლებების ანალოგიური განტოლებები:

$$\begin{cases} -S_1 \cos 45^\circ + S_4 + S_3 \cos 45^\circ = 0, \\ -S_1' \cos 45^\circ - S_3 \cos 45^\circ = 0. \end{cases}$$

შესაბამისად,

$$S_1' = -S_3 = -141 \Rightarrow S_3 = 141 \text{ კნ}$$

$$S_4 = \left(S_1 - S_3\right)\cos 45^\circ = 200 \text{ კნ}$$

ამოვჭრათ კვანძი C, ჩავწეროთ ანალოგიური განტოლებები და ვიპოვოთ $\vec{S}_5$, $\vec{S}_6$:

$$\begin{cases} -S_2' + S_6 + S_5 \cos 45^\circ - S_3' \cos 45^\circ = 0, \\ -P + S_3' \cos 45^\circ + S_5 \cos 45^\circ = 0. \end{cases} \Rightarrow$$

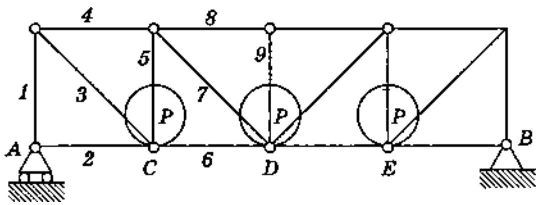
$$S_5 = P - S_3' \cos 45^\circ = 100 - 141 \cdot 0,707 = 0,$$

$$S_6 = S_2' + S_5 \cos 45^\circ + S_3 \cos 45^\circ = 100 + 141 \cdot 0,707 = 200 \text{ კნ}.$$

პ ა ს უ ხ ი: $S_1 = -141$ კნ; $S_2 = 100$ კნ; $S_3 = 141$ კნ; $S_4 = -200$ კნ; $S_5 = 0$; $S_6 = 200$ კნ.

ამოცანა 4.46

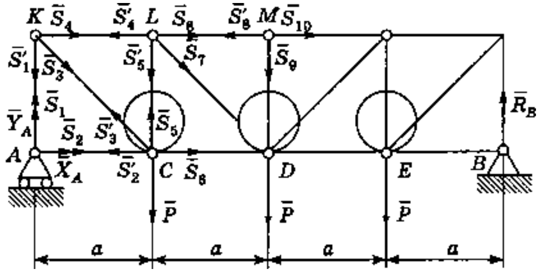
ნახაზზე გამოსახულ ხიდის ფერმის C, D და E კვანძები დატვირთულია ერთნაირი ვერტიკალური $P = 100$ კნ დატვირთვით; ირიბანები ჰორიზონტთან 45° კუთხეს ქმნიან. იპოვეთ აღნიშნული დატვირთვით გამოწვეული ძალვები *1*,2,3,4,5,6,7,8 და 9 ღეროებში.



ა მ ო ხ ს ნ ა

განვიხილოთ ფერმა მთლიანად (იხ. ნახაზი). ვიპოვოთ საყრდენების რეაქციები, ამისათვის შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (ჰორიზონტალურ და ვერტიკალურ ღერძებზე პროექციებში და A წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} X_A = 0, \\ R_B + Y_A - 3P = 0, \\ -P \cdot a - P \cdot 2a - P \cdot 3a + R_b \cdot 4a = 0. \end{cases}$$



შესაბამისად,

$$R_B = \frac{6P}{4} = \frac{600}{4} = 150 \text{ კნ},$$

$$Y_A = 3P - R_B = 300 - 150 = 150 \text{ კნ}.$$

ამოვჭრათ კვანძი A და შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (ღერძებზე პროექციებში):

$$\begin{cases} X_A + S_2 = 0 \\ Y_A + S_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_2 = -X_A \\ S_1 = -Y_A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_2 = 0 \\ S_1 = -150 \end{cases}$$

ამოვჭრათ კვანძი K და შევადგინოთ წონასწორობის ანალოგიური განტოლებები:

$$\begin{cases} S_4 + S_3 \cos 45^\circ = 0, \\ S_1' - S_3 \cos 45^\circ = 0. \end{cases}$$

შესაბამისად,

$$-S_3 = -\frac{S_1}{\cos 45^\circ} = \frac{150}{0,707} = 212 \text{ კნ},$$

$$S_4 = -S_3 \cos 45^\circ = -150 \text{ კნ}.$$

ამოვჭრათ კვანძი C ვიპოვოთ $\vec{S}_5$ და $\vec{S}_6$ ძალვები, შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები

$$\begin{cases} -S_2' + S_6 - S_3 \cos 45^\circ = 0, \\ S_3{}' \cos 45^\circ - P + S_5 = 0. \end{cases}$$

შესაბამისად,

$$S_6 = S_3 \cos 45^\circ = 212 \cdot 0,707 = 150 \text{ კნ},$$

$$S_5 = P - S_3 \cos 45^\circ = 100 - 212 \cdot 0,707 = -50 \text{ კნ}.$$

ამოვჭრათ კვანძი L და ვიპოვოთ $\vec{S}_8$ და $\vec{S}_7$ ძალვები, შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები:

$$\begin{cases} -S_4' + S_8 + S_7 \cos 45^\circ = 0, \\ -S_5' - S_7 \cos 45^\circ = 0. \end{cases}$$

შესაბამისად,

$$S_7 = -\frac{S_5'}{\cos 45^\circ} = \frac{50}{0,707} = 71 \text{ კნ},$$

$$S_8 = S_4' - S_7 \cos 45^\circ = -150 - 50 = -200 \text{ კნ}.$$

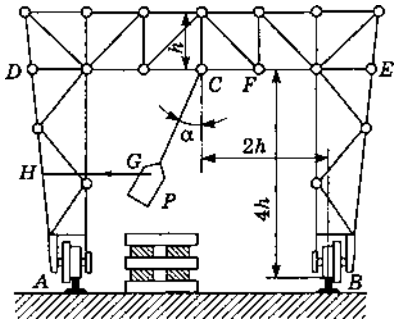
ამოვჭრათ კვანძი M, ჩავწეროთ წონასწორობის განტოლება ვერტილალურ ღერძზე პროექციაში და ვიპოვოთ ძალვა $\vec{S}_9$:

$$S_9 = 0.$$

პასუხი:. $S_1 = -150$ კნ; $S_2 = 0$; $S_3 = 212$ კნ; $S_4 = -150$ კნ; $S_5 = -50$ კნ; $S_6 = 150$ კნ; $S_7 = 71$ კნ; $S_8 = -200$ კნ; $S_9 = 0$.

ამოცანა 4.47

ხიდის ასაგებად მოწყობილია დროებითი ხის ამწე, რომელსაც შეუძლია ბორბლებით A და B რელსებზე გადაადგილება. ამწის ქვედა DE სარტყელის C შუა კვანძზე მიმაგრებულია ბლოკი ჯაჭვის საშუალებით სიმძიმეების ასაწევად. ხარაჩოდან ასაწევი ტვირთის წონა არის $P = 50$ კნ, ამასთან, ხარაჩოდან ტვირთის მოცილების მომენტში ჯაჭვი ვერტიკალთან ადგენს $\alpha = 20°$ კუთხეს; ტვირთის რხევის თავიდან ასაცილებლად იგი მოიჭიმება GH ჰორიზონტალური ბაგირით. ვიგულისხმოთ, რომ ჭაჭვის დაჭიმულობის ჰორიზონტალური მდგენელი მხოლოდ მარჯვენა B რელსს გადაეცემა. განსაზღვრეთ S_1 ძალვა ჰორიზონტალურ CF ღეროში ტვირთის ხარაჩოდან მოცილების მომენტში და შეადარეთ იგი იმ S_2 ძალვას, რომელიც აღიძვრებოდა $\alpha = 0°$ კუთხის შემთხვევაში. ზომები მითითებულია ნახაზზე.



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე ბლოკზე მოქმედი ძალები.

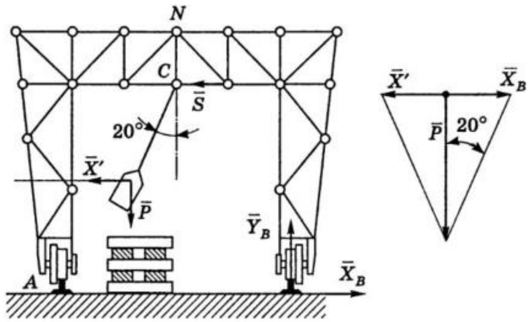
GH ბაგირი ტვირთს ქაჩავს $X' = P\,tg\,20°$ ძალვით და ვინაიდან სხვა არც ერთი ძალა ჰორიზონტალური მიმართულებით არ მოქმედებს, ამიტომ

$$X_B = X' = P \cdot tg 20^{\circ} = 18,2 \text{ კნ},$$

შევადგინოთ მომენტების განტოლება A წერტილის მიმართ:

$$Y_B \cdot 4h + X' \cdot h - P \cdot 2h = 0 \Rightarrow$$

$$Y_B = \frac{P}{2} - X'.$$



ტვირთის აწევის მომენტში $\overline{X'}$ ძალა მოდებულია C წერტილში.

შევადგინოთ მომენტების განტოლება N წერტილის მიმართ (წონასწორობის ობიექტის როლში აღებულია ამწის მარჯვენა ნაწილი):

$$-S\cdot h + Y_B\cdot 2h + X_B\cdot 5h = 0 \Rightarrow S = 104{,}6 \text{ კნ.}$$

ამრიგად, როცა $\alpha = 20°$, მაშინ $S = S_1 = 104{,}6$ კნ.

თუ შესრულდებოდა $\alpha = 0°$ პირობა, მაშინ $X_B = X' = 0$, შესაბამისად, $Y_B = P/2$, ამიტომ წინა შემთხვევაში მიღებულ განტოლებას ამ შემთხვევაში ექნება სახე

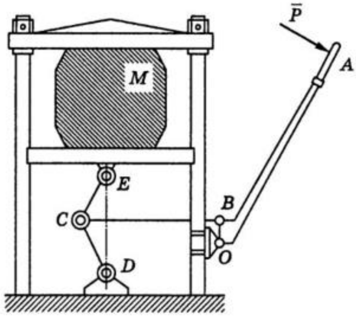
$$-S\cdot h + Y_B\cdot 2h = 0 \Rightarrow S = 2Y_B = P = 50 \text{ კნ.}$$

ამრიგად, როცა $\alpha = 0°$, მაშინ $S = S_2 = 50$კნ

პ ა ს უ ხ ი: $S_1 = 104{,}6$ კნ; $S_2 = 50$ კნ.

ამოცანა 4.48

იპოვეთ ძალვა, რომელიც M საგანს პრესში ჭირხვნის შემდეგი პირობების არსებობისას: ძალვა $P = 0{,}2$ კნ და მიმართულია უძრავი O ცენტრის მქონე OA ბერკეტის მართობულად; განსახილველ შემთხვევაში პრესის BC მქაჩავი მართობულია OB მონაკვეთის და $\angle ECD$ კუთხეს შუაზე ჰყოფს, ამასთან, $\angle CED = arctg\, 0{,}2 = 11°20'$; $OA = 1$ მ; $OB = 10$ სმ.

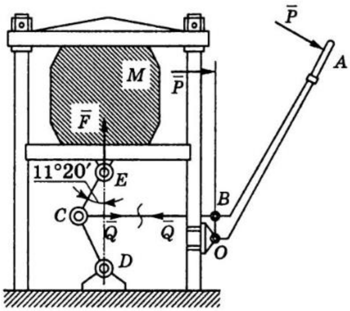


ა მ ო ხ ს ნ ა

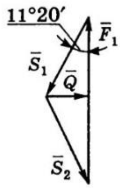
გამოვსახოთ ნახ. 1-ზე სისტემაზე მოქმედი ძალები.

განვიხილოთ OA ბერკეტი და შევადგინოთ მიმენტების განტოლება O წერტილის მიმართ:

$$Q \cdot OB - P \cdot OA = 0 \Rightarrow Q = \frac{P \cdot OA}{OB} = 10P = 2 \text{ კნ.}$$



ნახ. 1



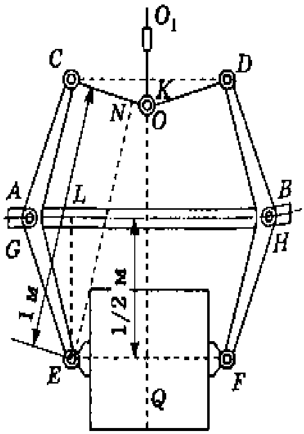
ნახ. 2

C კვანძში მოქმედებს $\vec{S}_1, \vec{S}_2, Q$ ძალები (იხ ძალური სამკუთხედი). ძალური სამკუთხედის (ნახ. 2) და ECD სამკუთხედის მსგავსებიდან გამომდინარე შეგვიძლია ჩავწეროთ

$$F_1 = 2F;\ tg11^\circ 20' = \frac{Q}{F} \Rightarrow F = \frac{Q}{tg11^\circ 20'} = 10 \text{ კნ.}$$

პ ა ს უ ხ ი : 10 კნ.

ამოცანა 4.49



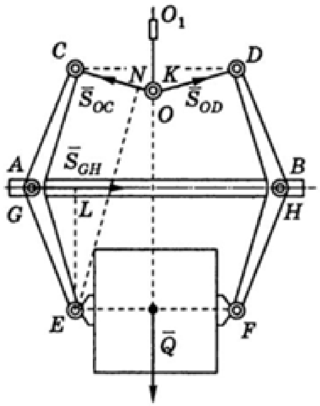
ტვირთის ამტაცი მექანიზმის OO_1 ჯაჭვი O სახსრის საშუალებით მიერთებულია $OC = OD = 60$ სმ სიგრძის ღეროებთან. ღეროები თავის მხრივ სახსრებითვეა მიერთებული ორ ისეთ ტეხილ CAE და DBF ბერკეტებთან, რომლებსაც შეუძლიათ ბრუნვა შემაერთებელი GH ღეროს A და B წერტილების გარშემო. E და F სახსრებში განსაკუთრებული ხუნდები იჭერენ ტვირთს $Q = 10$ კნ ხახუნის ძალით. E წერტილიდან GH ღერომდე მანძილია $EL = 50$ სმ, ხოლო OC ღერომდე მანძილი — $EN = 1$ მ. COD სამკუთხედის სიმაღლეა $OK = 10$ სმ. უგულებელყავით მექანიზმის ნაწილების წონები და იპოვეთ GH შემაერთებელი ღეროს გამჭიმავი ძალა.

მ ო ხ ს ნ ა

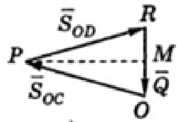
გამოვსახოთ ნახ. 1-ზე სისტემაზე მოქმედი ძალები.

Q, S_{OC} და S_{OD} ძალები თავს იყრიან ერთ წერტილში. ავაგოთ ძალური სამკუთხედი (ნახ. 2) და ვიპოვოთ S_{OC}. OCK სამკუთხედი OPM ძალური სამკუთხედის მსგავსია, ამიტომ

$$\frac{S_{OC}}{Q/2} = \frac{60}{10} \Rightarrow S_{OC} = \frac{Q \cdot 60}{20} = 3Q = 30 \text{ კნ.}$$



ნახ. 1



ნახ. 2

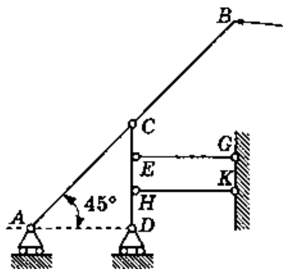
S_{GH} სიდიდის საპოვნელად შევადგინოთ წონასწორობის განტოლება ძალთა მომენტებისთვის E წერტილის მიმართ:

$$S_{OC}\cdot 1 - S_{GH}\cdot 0,5 = 0 \Rightarrow S_{GH} = \frac{S_{OC}}{0,5} = 60 \text{ კნ.}$$

პ ა ს უ ხ ი : 60 კნ.

ამოცანა 4.50

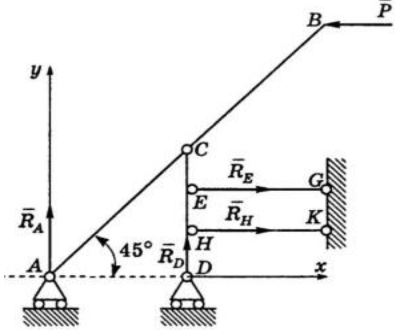
განსაზღვრეთ ნახაზზე გამოსახული სახსრული სისტემის A, C, D, E და H სახსრების რეაქციები, თუ $CE = EH = HD$ და $AC = CB$.



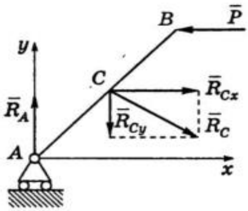
ა მ ო ხ ს ნ ა

წონასწორობის პირველი ობიექტი — მთლიანი სისტემა (ნახ. 1). შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (x და y ღერძებზე პროექციებში და A წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} R_E + R_H - P = 0, \\ R_D + R_A = 0, \\ R_D \cdot AD + P \cdot AB\cos 45^\circ - R_E \cdot DE - R_H \cdot DH = 0. \end{cases}$$



ნახ. 1



ნახ. 2

წონასწორობის მეორე ობიექტი — ACB ღერო (ნახ. 2) (ანალოგიური განტოლებები):

$$\begin{cases} R_{Cx} - P = 0, \\ R_A - R_{Cy} = 0, \\ -R_{Cy} \cdot AC\cos 45^\circ - R_{Cx} \cdot \cos 45^\circ + P \cdot AB\cos 45^\circ = 0. \end{cases}$$

მაშინ,

$$R_C = \sqrt{R_{CX}^2 + R_{cy}^2} = \sqrt{P^2 + P^2} = \sqrt{2}P,$$

$$R_A = R_{Cy} = P.$$

პირველი სისტემიდან ვიპოვით:

$$R_D = -R_A = -P,$$

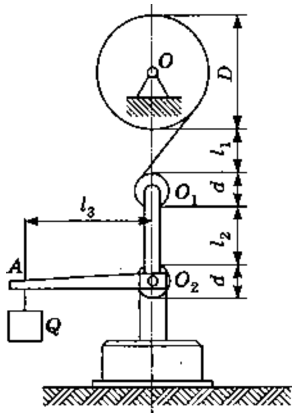
$$R_H = P - R_E.$$

მაშინ, პირველი სისტემის მესამე განტოლებიდან გვექნება

$$R_E = P\frac{AD - AB\frac{\sqrt{2}}{2} + DH}{DH - DE} = 2P.$$

შესაბამისად, $R_H = -P$.

პასუხი: $R_A = -R_D = -R_H = P$; $R_E = 2P$; $R_C = \sqrt{2}P$;
ღერო EG გაჭიმულია, ხოლო ღერო HK — შეკუმშული.



ამოცანა 4.51

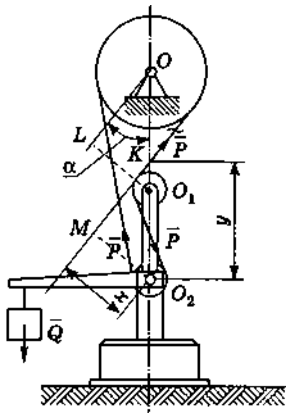
AO_2O_1 ტეხილი ბერკეტისა და O_1 მჭიმავი გორგოლაჭის საშუალებით განხორციელებული ამძრავი ღვედის დაჭიმულობა გორგოლაჭის ორივე მხარეს P-ს ტოლია. იპოვეთ Q ტვირთის სიდიდე სისტემის წონასწორობის შემთხვევაში, თუ მოცემულია, რომ: $\angle AO_2O_1 = 90°$, $D = 55$ სმ, $d = 15$ სმ, $l_1 = 35$ სმ, $l_2 = 15$ სმ, $l_3 = 45$ სმ, $P = 18$ ნ.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი ძალები.

შევადგინოთ მომენტების განტოლება O_2 წერტილის მიმართ

$$Q \cdot l_3 - Px - P\frac{d}{2} = 0.$$



O_2MK სამკუთხედიდან მივიღებთ

$$\sin\alpha = \frac{x}{y}, \text{ ანუ } \quad x = y\sin\alpha;$$

ხოლო O_1LO სამკუთხედიდან—

$$\sin\alpha = \frac{D/2 + d/2}{D/2 + d/2 + l_1} = \frac{1}{2},$$

$$O_1K = \frac{d/2}{\sin\alpha} = \frac{d}{2\sin\alpha}.$$

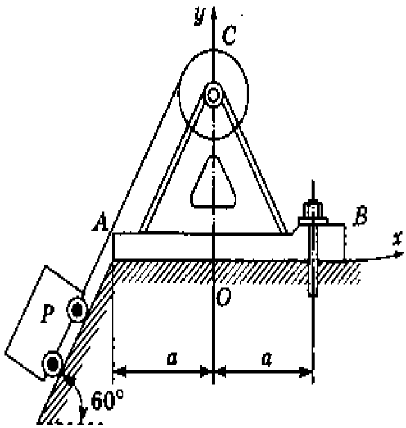
მომენტების განტოლებიდან

$$Q=\frac{P\left(x+\dfrac{d}{2}\right)}{l_3}=\frac{18\cdot\left(0,225+\dfrac{0,15}{2}\right)}{0,45}12 \text{ ნ.}$$

პ ა ს უ ხ ი : $Q = 12$ ნ.

ამოცანა 4.52

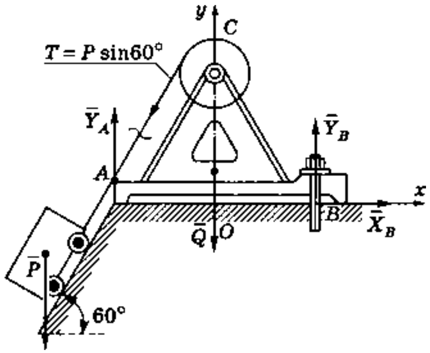
4,8 კნ წონის P ტვირთს დახრილ სიბრტყეზე აკავებს ABC ჯალამბარის უძრავ ლილვზე დახვეული და სიბრტყის პარალელური თოკი. სიბრტყის ჰორიზონტისადმი დახრაა 60°. ჯალამბარის წონაა $Q = 2,4$ ნ, მისი სიმძიმის ცენტრი მდებარეობს CO წრფეზე; ჯალამბარი A წერტილში იატაკს ეყრდნობა, ხოლო B წერტილში ჭანჭიკით არის მიმაგრებული იატაკზე. უგულებელყავით თოკის სიბრტყიდან დაშორება და იპოვეთ საყრდენების რეაქციები.



მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი ძალები და შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (ღერძებზე პროექციებში და B წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} -P\sin 60^\circ\cos 60^\circ + X_B = 0, \\ -P\sin 60^\circ\cos 60^\circ - Q + Y_A + Y_B = 0, \\ P\sin 60^\circ\cos 60^\circ\cdot 2a\sin 60^\circ + P\sin^2 60^\circ - Y_A\cdot 2a = 0. \end{cases}$$



სისტემის მესამე განტოლებიდან მივიღებთ

$$Y_A = \frac{3}{4}P + \frac{Q}{2} = 4{,}8 \text{ კნ };$$

პირველიდან —

$$X_B = P \sin 60° cos60° = 4{,}8 \cdot 0{,}86 \cdot 60{,}5 = 2{,}08 \text{ კნ}$$

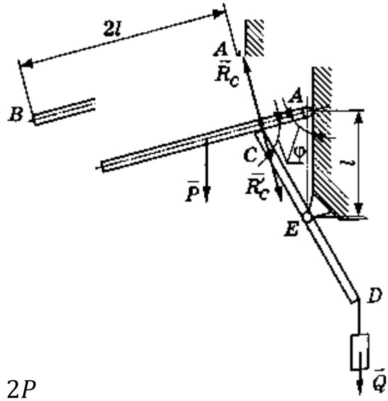
მეორედან —

$$Y_B = Psin^2 60° + Q - Y_A = 1{,}2 \text{ კნ}$$

პ ა ს უ ხ ი : $Y_A = 4{,}8$ კნ; $X_B = 2{,}08$ კნ; $Y_B = 1{,}2$ კნ.

ამოცანა 4.53

$2l$ სიგრძის და P წონის ერთგვაროვან AB ღეროს შეუძლია A ბოლოზე გამავალი ჰორიზონტალური ღერძის გარშემო ბრუნვა. ის ეყრდნობა იმავე $2l$ სიგრძის ისეთ ერთგვაროვან CD ღეროს, რომელსაც შეუძლია ბრუნვა თავის შუა E წერტილზე გამავალი ჰორიზონტალური ღერძის გარშემო. A და E წერტილები ერთ ვერტიკალზე მდებარეობენ — ერთმანეთისგან $AE = l$ მანძილზე. D ბოლოზე ჩამოკიდებულია $Q = 2P$ ტვირთი. განსაზღვრეთ წონასწორობაში ყოფნისას AB ღეროს მიერ ჰორიზონტთან შექმნილი φ კუთხე. ხახუნი უგულებელყავით.



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი ძალები.

შევნიშნოთ, რომ $R_C \perp AB$.

განვიხილოთ წონასწორობის პირველი ობიექტი — CD ღერო. შევადგინოთ მისთვის მომენტების განტოლება E წერტილის მიმართ:

$$R_C' l \sin\left(90^\circ - \varphi\right) - Ql \sin\left(180^\circ - \varphi\right) = 0 \Rightarrow$$

$$R_C' = Q\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}.$$

წონასწორობის მეორე ობიექტი — კოჭი AB. ჩავწეროთ მისთვის მომენტების განტოლება A წერტილის მიმართ;

$$Pl\sin\varphi - R_C \cdot AC = 0.$$

ვინაიდან AEC სამკუთხედი ტოლფერდაა, ამიტომ $AC = 2l \cdot cos\varphi$. ამის გათვალისწინებით და R_C' გამოსათვლელი ფორმულის გათვალისწინებით, ბოლო განტოლება შემდეგი სახით შეიძლება ჩავწეროთ

$$Pl\sin\varphi = Q\frac{\sin 2\varphi}{\cos\varphi}2l\cos\varphi.$$

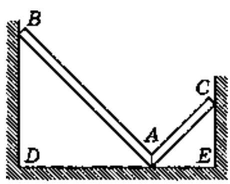
ვინაიდან, $Q = 2P$, ამიტომ

$$\cos\varphi = \frac{1}{8},\ \varphi = 82^\circ 50'.$$

პ ა ს უ ხ ი: $\varphi = arc\cos\frac{1}{8} = 82^\circ\ 50'.$

ამოცანა 4.54

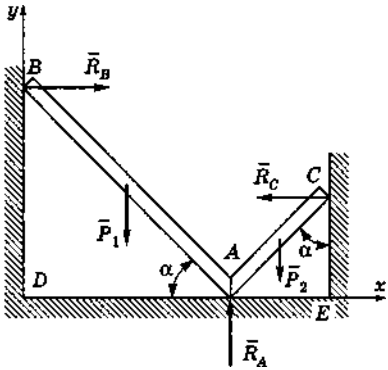
ორი ერთგვაროვანი AB და AC ღერო A წერტილში გლუვი ვერტიკალური სიბრტყეებით ეყრდნობიან ერთმანეთს და აგრეთვე ეყრდნობიან გლუვ ჰორიზონტალურ იატაკს, ხოლო B და C წერტილებში — გლუვ ვერტიკალურ



კედლებს. განსაზღვრეთ კედლებს შორის ისეთი DE მანძილი, რომლის დროსაც ღეროები წონასწორობის მდგომარეობაში იქნებიან, იმ პირობით, რომ მათ შორის კუთხე 90° იქნება. მოცემულია, რომ: AB-ს სიგრძეა a, AC -ს სიგრძეა b, ხოლო AB-ს წონაა P_1 და AC-ს წონაა P_2.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი ძალები.



შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები x და y ღერძებზე პროექციებში:

$$\begin{cases} R_B - R_C = 0, \\ R_A - P_1 - P_2 = 0. \end{cases}$$

მომენტების განტოლებას A წერტილის მიმართ AB ღეროსთვის ექნება სახე:

$$-R_B \cdot a \sin\alpha + P_1 \frac{a}{2} \cos\alpha = 0,$$

ხოლო AC ღეროსთვის:

$$R_C b \cos\alpha - P_2 \frac{b}{2} \sin\alpha = 0.$$

წონასწორობის ყველა განტოლებიდან მივიღებთ

$$R_B = R_C;$$

$$R_A = P_1 + P_2;$$

$$R_B = \frac{P_1}{2} \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha};$$

$$R_C = \frac{P_2}{2} \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}.$$

ვინაიდან $R_B = R_C$, ამიტომ შეგვიძლია ჩავწეროთ

$$\frac{P_1}{2} \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{P_2}{2} \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow tg^2\alpha = \frac{P_1}{P_2}.$$

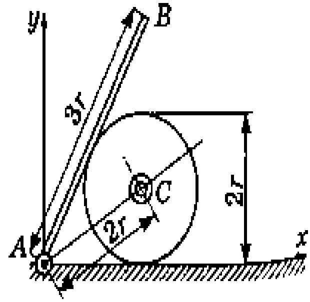
$$\sin\alpha = \frac{tg\alpha}{\sqrt{1+tg^2\alpha}}; \ \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2\alpha}}.$$

$$DE = a\cos\alpha + b\sin\alpha = \frac{a\sqrt{P_1}+b\sqrt{P_2}}{\sqrt{P_1+P_2}}.$$

პ ა ს უ ხ ი : $DE = \dfrac{a\sqrt{P_1}+b\sqrt{P_2}}{\sqrt{P_1+P_2}}$.

ამოცანა 4.55

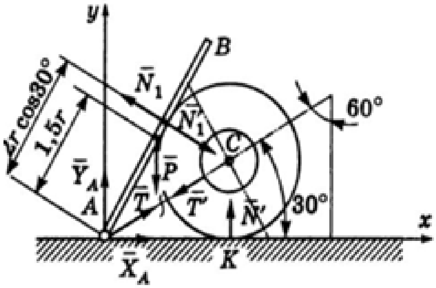
ერთგვაროვანი AB ძელი, რომელსაც შეუძლია ბრუნვა ჰორიზონტალური A ღერძის გარშემო, ეყრდნობა r რადიუსიანი ისეთი ცილინდრის გლუვ ზედაპირს, რომელიც გლუვ ჰორიზონტალურ ზედაპირზე დევს და დაჭერილია უჭიმავი AC ძაფით. ძელის წონაა 16 ნ. სიგრძეები — $AB = 3r, AC = 2r$. იპოვეთ ძაფის T დაჭიმულობა და ძელის დაწოლა A სახსარზე.



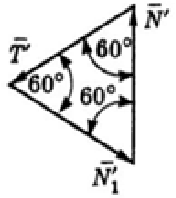
მ ო ხ ს ნ ა

გეომეტრიული მოსაზრებებიდან გამომდინარე გვაქვს (ნახ. 1): $\angle CAK = 30°$.

განვიხილოთ წონასწორობის პირველი ობიექტი — ცილინდრი. მასზე მოდებულია C წერტილში თავმოყრილი სამი ძალა: T', N'_1, N'.



ნახ. 1



ნახ. 2

ამ ძალებისთვის ძალური სამკუთხედი ტოლგვერდაა (ნახ. 2), ამიტომ

$$T' = N'_1 = N'.$$

წონასწორობის მეორე ობიექტი — AB ძელი, რომელზეც მოქმედებენ ძალები $\vec{P}, \overrightarrow{N_1}, \vec{T}$. შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (x და y ღერძებზე პროექციებში და A წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} X_A - N_1 \sin 60^\circ = 0, \\ Y_A - P + N_1 \sin 30^\circ = 0, \\ -P \cdot 1{,}5r \cos 60^\circ + N_1 \cdot 2r \cos 30^\circ. \end{cases}$$

სისტემიდან მივიღებთ

$$N_1 = \frac{16 \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}5}{2 \cdot 0{,}866} = 6{,}9 \text{ ნ};$$

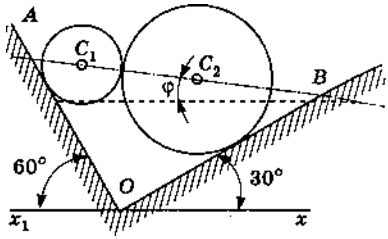
$$Y_A = P - N_1 \sin 30^\circ = 12{,}5 \text{ ნ};$$

$$X_A = N \sin 60^\circ = 6{,}9 \cdot 0{,}886 = 6 \text{ ნ}.$$

ვინაიდან $T = T'$, $N'_1 = N_1$ და $T' = N'_1$, ამიტომ $T = N1 = 6{,}9$ ნ.

პასუხი: $T = 6{,}9$ n; $X_A = 6$ ნ; $Y_A = 12{,}5$ ნ.

ამოცანა 4.56

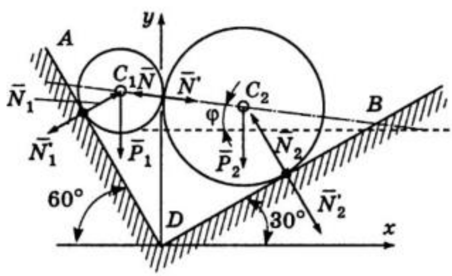


ორ გლუვ დახრილ OA და OB ზედაპირებს შორის მოთავსებულია ორი ურთიერთშემხები გლუვი ცილინდრი: 1) $P_1 = 10$ ნ წონის ცილინდრი ცენტრით C_1 წერტილში და 2) $P_2 = 30$ ნ წონის ცილინდრი ცენტრით C_2 წერტილში. განსაზღვრეთ C, C_2 წრფითა და ჰორიზონტალური xOx_1 ღერძით შედგენილი კუთხე φ, ცილინდრების ზედაპირებზე N_1 და N_2 დაწოლები და აგრეთვე ცილინდრების ერთმანეთზე N დაწოლა, თუ AOx_1 კუთხე არის 60°, ხოლო BOx კუთხე არის 30°.

ა მ ო ხ ს ნ ა

წონასწორობის პირველი ობიექტი — მთელი სისტემა (იხ. ნახაზი). შევადგინოთ მისთვის შესაბამისი განტოლებები (x ღერძზე პროექციებში და მომენტებისთვის C_1 და C_2 წერილების მიმართ):

$$\begin{cases} N_1 \sin 60^\circ - N_2 \cos\varphi = 0, \\ -P_2 (r+R)\cos\varphi - N_2 \sin 30^\circ (r+R)\cdot \sin\varphi + N_2 \cos 30^\circ (r+R)\cdot\cos\varphi = 0, \\ P_1 (r+R)\cos\varphi - N_1 \cos 60^\circ (r+R)\cdot\cos\varphi + N_1 \sin 60^\circ (r+R)\cdot \sin\varphi = 0. \end{cases}$$



პირველი განტოლებიდან მივიღებთ

$$N_2 = \sqrt{3} N_1;$$

მესამედან და მეორედან —

$$P_1\cos\varphi = N_1\left(\frac{1}{2}\cos\varphi - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\varphi\right),$$

$$P_2\cos\varphi = N_1\left(\frac{3}{2}\cos\varphi - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\varphi\right)$$

ვიპოვოთ:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\frac{1}{2}\cos\varphi - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\varphi}{\frac{3}{2}\cos\varphi - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\varphi},$$

ანუ,

$$tg\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{3P_1 - P_2}{P_1 - P_2}.$$

აქ თუ ჩავსვამთ P_1 და P_2 სიდიდეების რიცხვით მნიშვნელობებს, მივიღებთ

$$tg\varphi = 0,\ \ \varphi = 0.$$

მაშინ სისტემის მეორე განტოლებიდან გვექნება

$$N_2 = \frac{P_2}{\cos 30^\circ} = 34,6 \qquad N_1 = \frac{N_2}{\sqrt{3}} = \frac{34,6}{1,73} = 20$$

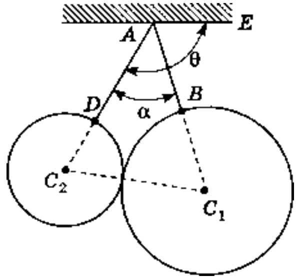
განვიხილოთ C_1 ცენტრის მქონე ცილინდრი და ჩავწეროთ მისთვის წონასწორობის განტოლება (x ღერძზე პროექციებში):

$$-N_1'\sin 60^\circ + N'\cos\varphi = 0 \Rightarrow N' = \frac{N_1'\sin 60^\circ}{\cos\varphi}.$$

$$N = N' = N_1\sin 60^\circ = 20\cdot 0,866 = 17,3$$

პასუხი: $\varphi = 0$; $N_1 = 20$ ნ; $N_2 = 34,6$ ნ; $N = 17,3$ ნ.

ამოცანა 4.57



ორი ერთგვაროვანი C_1 და C_2 ბირთვი, რომელთა რადიუსებია R_1 და R_2, ხოლო წონები — P_1 და P_2, ჩამოკიდებულია A წერტილში AB და AD თოკებით; $AB = l_1$; $AD = l_2$; $l_1 + R_1 = l_2 + R_3$; $\angle BAD = \alpha$, განსაზღვრეთ ϑ კუთხე, რომელსაც ქმნის AD თოკი ჰორიზონტალურ AE სიბრტყესთან, აგრეთვე თოკების T_1, T_2 დაჭიმულობები და ბირთვების ერთმანეთზე დაწოლა.

ა მ ო ხ ს ნ ა

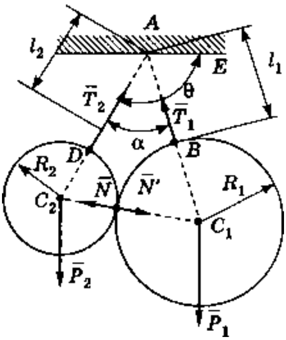
გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი ძალები.

შევადგინოთ A წერტილის მიმართ მომენტების ჯამის განტოლებები პირველი და მეორე ბირთვისათვის:

$$\begin{cases} -P_1\left(l_1+R_1\right)\sin\left(90^\circ-\left(\theta-\alpha\right)\right)+N'\cos\left(l_1+R_1\right)\cos\left(\alpha/2\right)=0. \\ P_2\left(l_2+R_2\right)\sin\left(\theta-90^\circ\right)+N\cos\left(l_2+R_2\right)\cos\left(\alpha/2\right)=0. \end{cases}$$

შესაბამისად,

$$N=\frac{P_2\cos\theta}{\cos\left(\alpha/2\right)},$$



მაშინ სისტემის მეორე განტოლებიდან მივიღებთ

$$P\sin\left(\alpha-\theta+90^\circ\right)=P_2\sin\left(\theta-90^\circ\right).$$

ამოვხსნათ ტრიგონომეტრიული განტოლება θ-ს მიმართ:

$$P_1\cos\left(\alpha-\theta\right)=-P_2\cos\theta,$$

$$P_1\left(\cos\alpha\cdot\cos\theta+\sin\alpha\cdot\sin\theta\right)=-P_2\cos\left(\theta\right),$$

$$P_1\sin\alpha\cdot tg\theta=-P_1\cos\alpha-P_2,\ tg\theta=-\frac{P_2+P_1\cos\alpha}{P_1\sin\alpha}$$

$\vec{T}_1$ და $\vec{T}_2$ სიდიდეების განსაზღვრისათვის განვიხილოთ თითოეული ბირთის წონასწორობის განტოლებები ძალთა AE ღერძზე პროექციებში. პირველი ბირთვისთვის გვექნება:

$$T_1\cos(\alpha/2)-P_1\sin(\theta-\alpha/2)=0\Rightarrow T_1=P_1\frac{\sin(\theta-\alpha/2)}{\cos(\alpha/2)},$$

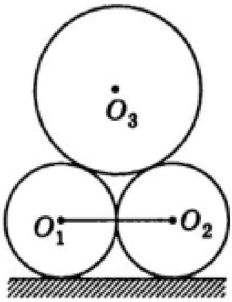
მეორე ბირთვისთვის გვექნება:

$$T_2\cos(\alpha/2)-P_2\sin(\theta-\alpha/2)=0\Rightarrow T_2=P_2\frac{\sin(\theta-\alpha/2)}{\cos(\alpha/2)},$$

პ ა ს უ ხ ი: $tg\theta=-\dfrac{P_2+P_1\cos\alpha}{P_1\sin\alpha};\ T_1=P_1\dfrac{\sin(\theta-\alpha/2)}{\cos(\alpha/2)};$

$$T_2=P_2\frac{\sin(\theta-\alpha/2)}{\cos(\alpha/2)},\ N=\frac{P_2\cos\theta}{\cos(\alpha/2)}.$$

ამოცანა 4.58



P წონების მქონე r რადიუსიანი ორი ერთნაირი მრგვალი ცილინდრი ჰორიზონტალურ სიბრტყეზე დევს და ერთმანეთთან ცენტრებით არიან გადაბმულნი $2r$ სიგრძის უჭიმავი ძაფით. ამ ორ ცილინდრზე მყარად დევს Q წონის R რადიუსიანი მესამე ცილინდრი. განსაზღვრეთ ძაფის დაჭიმულობა, ცილინდრების დაწოლა სიბრტყეზე და ცილინდრების ერთმანეთზე დაწოლა. ხახუნი უგულებელყავით.

ა მ ო ხ ს ნ ა

განვიხილოთ მთლიანი სისტემა (ნახ. 1) და შევადგინოთ წონასწორობის განტოლება ვერტიკალურ ღერძზე პროექციებში:

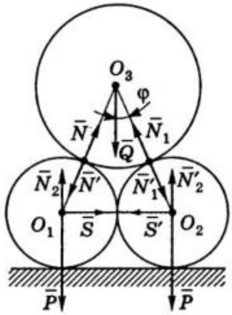
$$N_2 + N_2{}' - Q - 2P = 0.$$

სიმეტრიის ძალით $N_2 = N_2'$, ამიტომ

$$N_2 = N_2{}' = P + \frac{Q}{2}.$$

გეომეტრიული მოსაზრებებიდან მივიღებთ

$$\sin\varphi = \frac{r}{r+R}.$$



ნახ. 1

განვიხილოთ დიდი ცილინდრის წონასწორობა — მასზე მოქმედებენ $\vec{Q}, \vec{N_1}$ და $\vec{N}$ თავმოყრილი ძალები. ამ ძალებისთვის ავაგოთ ძალური სამკუთხედი (ნახ. 2), საიდანაც გამომდინარეობს

ნახ. 2

ნახ. 3

$$\cos\varphi = \frac{Q}{2N} \Rightarrow$$

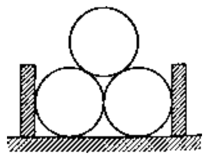
$$N = \frac{Q}{2\cos\varphi} = \frac{Q}{2}\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{r}{r+R}\right)^2}} = \frac{Q(r+R)}{2\sqrt{R^2+2rR}}.$$

თუ განვიხილავთ ქვედა ბურთულებიდან ნებისმიერი ერთ-ერთის წონასწორობას და შესაბამის ძალურ სამკუთხედს(ნახ. 3), მაშინ მივიღებთ შემდეგ განტოლებას (ჰორიზონტალურ ღერძზე პროექციებში):

$$N'\sin\varphi - S = 0 \Rightarrow S = N'\sin\varphi = \frac{Q(r+R)\sin\varphi}{2\sqrt{R^2+2rR}} = \frac{Q(r+R)}{2\sqrt{R^2+2rR}}$$

პ ა ს უ ხ ი: თითოეული ქვედა ცილინდრის დაწოლა სიბრტყეზე — $P+\frac{Q}{2}$. ზედა ცილინდრის დაწოლა ქვედაზე — $\frac{Q(r+R)}{2\sqrt{R^2+2rR}}$, ძაფის დაჭიმულობა — $\frac{Q(r+R)}{2\sqrt{R^2+2rR}}$.

ამოცანა 4.59



P = 120 ნ წონის მქონე სამი ერთნაირი მილი დევს ისე, როგორც ეს ნახაზზეა გამოსახული. განსაზღვრეთ თითოეული ქვედა ორი მილის მიწაზე დაწოლა და აგრეთვე დაწოლა გვერდიდან შემაკავებელ კედლებზე. ხახუნი უგულებელყავით.

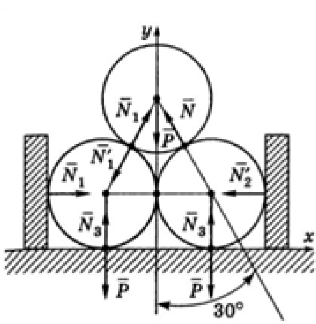
ა მ ო ხ ს ნ ა

განვიხილოთ ზედა მილის წონასწორობა (ნახ. 1). თუ ავაგებთ ძალურ სამკუთხედს (ნახ. 2) და გამოვიყენებთ სინუსების თეორემას, შეგვიძლია დავწეროთ

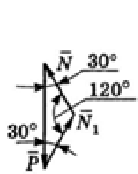
$$\frac{P}{\sin 120^\circ}=\frac{N_1}{\sin 30^\circ}\Rightarrow N_1=\frac{P\sin 30}{\cos 30^\circ}=\frac{120\cdot 2}{2\cdot\sqrt{3}}=\frac{120}{\sqrt{3}}.$$

განვიხილოთ მარცხენა მილის წონასწორობა (ნახ. 3) და ჩავწეროთშეაბამისი განტოლებები: x ღერძზე პროექციებში

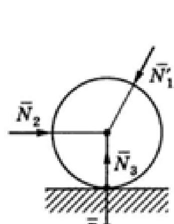
$$N_2-N_1'\cos 60^\circ=0\Rightarrow N_2=N_1'\cos 60^\circ=69,3\cdot\frac{1}{2}=34,6 \text{ ნ};$$



ნახ. 1



ნახ. 2



ნახ. 3

y ღერძზე პროექციებში

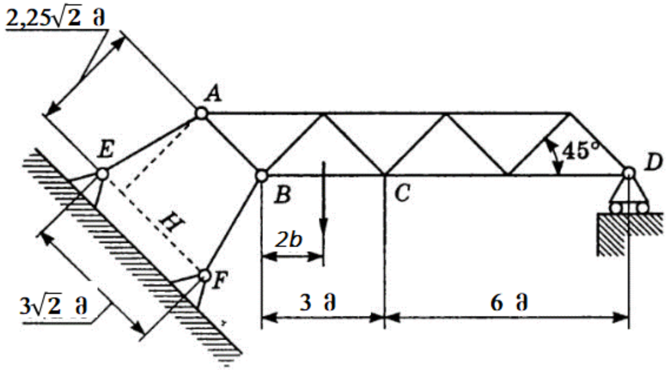
$$N_3 - P - N'\cos 30^\circ = 0 \Rightarrow$$

$$N_3 = P + N'\cos 30^\circ = 120 + 60 = 180 \text{ ნ.}$$

პ ა ს უ ხ ი: მიწაზე დაწოლა –– 180 ნ;
თითოეულ კედელზე დაწოლა–– 34,6 ნ.

ამოცანა 4.60

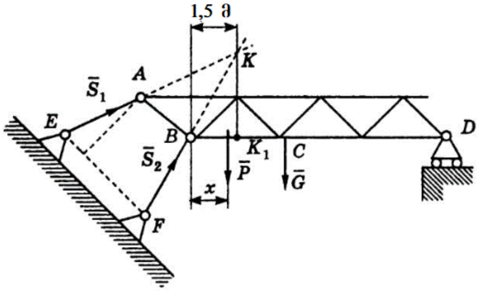
$ABCD$ ფერმა D წერტილში ეყრდნობა საგორავებს, ხოლო A და B წერტილებში მას აკავებენ ისეთი AE და BF ირიბანები, რომლებიც სახსრულად არიან დამაგრებული E და F წერტილებში. ირიბანები და EF წრფე ჰორიზონტისადმი 45° კუთხეს ადგენენ; BC პანელის სიგრძეა 3 მ; AE და BF ღეროები ერთნაირი სიგრძისაა; $EF = 3\sqrt{2}$ მ, $AH = 2{,}25\sqrt{2}$ მ. ფერმის წონაა 25 კნ და მიმართულია C წერტილზე გამავალი ვერტიკალის გასწვრივ. დატვირთვის წონაა 112,5 კნ. B წერტილიდან რა x მანძილზე უნდა მოვათავსოთ დატვირთვა იმისათვის, რომ D საყრდენის რეაქცია გახდეს ნულის ტოლი?



ა მ ო ხ ს ნ ა

გეომეტრიული მოსაზრებებიდან (იხ. ნახაზი) მივიღებთ $BK_1 = K_1C$ (იხ. 4.23 ამოცანა).

შევადგინოთ ფერმაზე მოდებული ყველა ძალის მომენტების ჯამი K წერტილის მიმართ:



$$P = (1,5 - x) - G \cdot 1,5 = 0 \Rightarrow$$

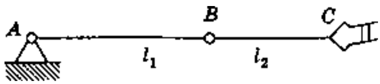
$$x = \frac{(P - G) \cdot 1,5}{P} = \frac{(112,5 - 25) \cdot 1,5}{112,5} = 1,16$$

პ ა ს უ ხ ი : $x = 1,16$ მ.

შ ე ნ ი შ ვ ნ ა . ა მ ო ც ა ნ ა თ ა კ რ ე ბ უ ლ შ ი დ ა შ ვ ე ბ უ ლ ი ა შ ე ც დ ო მ ა ბ ე ჭ დ ვ ი ს დ რ ო ს .

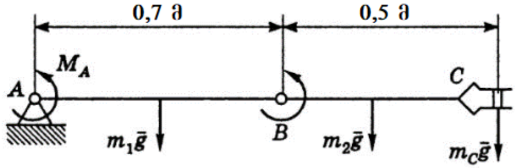
ამოცანა 4.61

რობოტ-მანიპულატორის სახსრული მუხლებისგან შემდგარი მექანიზმის მუხლებს შეუძლიათ ბრუნვა ვერტიკალურ სიბრტყეში. იპოვეთ ამძრავების ისეთი ძალები A და B სახსრებში, რომლებიც აუცილებელია მექანიზმის ჰორიზონტალურ მდგომარეობაში გასაჩერებლად. მანიპულატორის ობიექტის მასაა $m_C = 15$ კგ. რგოლების $l_1 = 0,7$ მ სიგრძეებია: $l_2 = 0,5$ მ. რგოლები ერთგვაროვანია და მათი მასა შესაბამისად ტოლია: $m_1 = 35$ კგ, $m_2 = 25$ კგ.



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი ძალები.



შევადგინოთ ყველა ძალის მომენტების ჯამი A წერტილის მიმართ და გავუტოლოთ ნულს:

$$M_A - \left(m_1 g \cdot 0,35 + m_2 g \cdot 0,95 + m_C g \cdot 1,2\right) = 0,$$

$$M_A - 9,8 \cdot \left(35 \cdot 0,35 + 25 \cdot 0,95 + 15 \cdot 1,2\right) = 0 \Rightarrow$$

$$M_A = 530 \text{ ნ} \cdot \text{მ}.$$

შევადგინოთ ყველა გარე ძალის მომენტების ჯამი B წერტილის მიმართ და გავუტოლოთ ნულს:

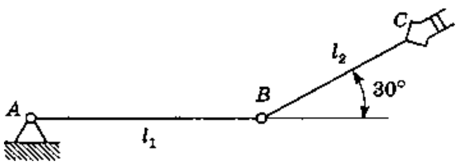
$$M_B - \left(mg \cdot 0,25 + m_C g \cdot 0,5\right) = 0; \; M_B = 9,8\left(-25 \cdot 0,25 + 15 \cdot 0,5\right) = 0$$

$$\Rightarrow M_B = 135 \text{ ნ} \cdot \text{მ}$$

პ ა ს უ ხ ი: $M_A = 530$ ნ·მ, $M_B = 135$ ნ·მ.

ამოცანა 4.62

იპოვეთ წონასწორობაში მყოფი რობოტ-მანიპულატორის ამძრავის სახსრებში მოქმედი ძალების მომენტები, როცა მისი მეორე მუხლი ჰორიზონტიდან 30°-ით არის აწეული. მანიპულატორის ობიექტის მასაა $m_C = 15$ კგ რგოლების სიგრძეებია: $l_1 = 0,7$ მ, $l_2 = 0,5$ მ. რგოლების მასაა: $m_1 = 35$ კგ, $m_2 = 25$ კგ.



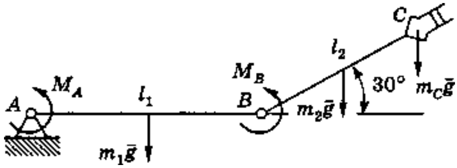
ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი ძალები. შევადგინოთ ყველა გარე ძალის მომენტების ჯამი B წერტილის მიმართ და გავუტოლოთ ნულს:

$$M_A - \left(m_1 g \cdot 0,35 + m_2 g \cdot (0,7+0,5) + m_C g \cdot (0,7+0,5)\cos 30^\circ\right) = 0;$$

$$M_A - \left(35 \cdot 0,35 + 25 \cdot (0,7+0,5) + 15 \cdot (0,7+0,5)\cos 30^\circ\right) = 0 \Rightarrow$$

$$M_A = 511 \text{ ნ} \cdot \text{მ}.$$



შევადგინოთ ყველა გარე ძალის მომენტების ჯამი B წერტილის მიმართ და გავუტოლოთ ნულს:

$$M_B - m_2 g \frac{l_2}{2}\cos 30^\circ - m_C g l_2 \cos 30^\circ = 0 \Rightarrow$$

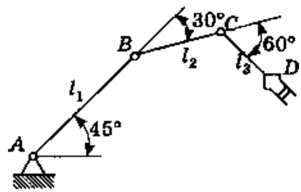
$$M_B = g l_2 \cos 30^\circ \left(\frac{m_2}{2} + m_C\right) = 9,8 \cdot 0,5 \cdot 0,866 \left(\frac{25}{2} + 15\right) =$$

$$= 9,8 \cdot 0,5 \cdot 0,866 \cdot 27,5 = 116,69 \approx 117 \text{ ნ} \cdot \text{მ}.$$

პ ა ს უ ხ ი : $M_A = 510$ ნ·მ; $M_B = 117$ ნ·მ.

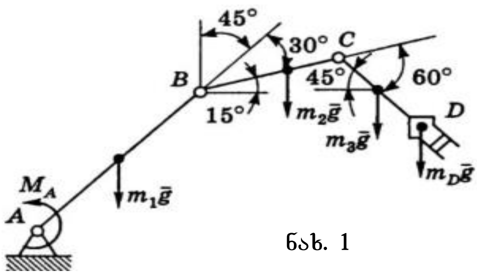
ამოცანა 4.63

რობოტ-მანიპულატორის მექანიზმი წონასწორობის მდგომარეობაშია და ვერტიკალურ სიბრტყეშია მოთავსებული. მუხლების სიგრძეებია: $l_1 = 0,8$ მ, $l_2 = 0,5$ მ, $l_3 = 0,3$ მ, ხოლო წონები: $m_1 = 40$ კგ, $m_2 = 25$ კგ, $m_3 = 15$ კგ. იპოვეთ ამძრავის ძალების მომენტები სახსრებში, თუ მანიპულატორის CD ხელზე ჩამოკიდებულია $m_D = 15$ კგ მასის მქონე ტვირთი. ჩათვალეთ, რომ მუხლები წარმოადგენენ ერთგვაროვან ღეროებს.



ამოხსნა

თითოეული მუხლის წონა მოდებულია მუხლის შუაწერტილში (სიმძიმის ცენტრში). გეომეტრიული მოსაზრებებიდან გამომდინარე განვსაზღვროთ კუთხეები (ნახ. 1), და შემდეგ შევადგინოთ განტოლებები ძალთა მომენტებისათვის.



ნახ. 1

წონასწორობის განტოლებები ძალთა მომენტებისთვის A წერტილის მიმართ (ნახ. 1):

$$M_A - \left[m_1 g \frac{l_1}{2} \cos 45^\circ + m_2 g \left(l_1 \cos 45^\circ + \frac{l_2}{2} \cos 15^\circ \right) + \right.$$

$$+ m_3 g \left(l_1 \cos 45^\circ + l_2 \cos 15^\circ + \frac{l_3}{2} \cos 45^\circ \right) +$$

$$\left. + m_D g \left(l_1 \cos 45^\circ + l_2 \cos 15^\circ + l_3 \cos 45^\circ \right) \right] = 0$$

$$\Rightarrow M_A = 9{,}8 \cdot \left[40 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}707 + 25 \cdot \left(0{,}8 \cdot 0{,}707 + 0{,}25 \cdot 0{,}97 \right) + \right.$$

$$+ 15 \left(0{,}8 \cdot 0{,}707 + 0{,}5 \cdot 0{,}97 + 0{,}15 \cdot 0{,}707 \right) +$$

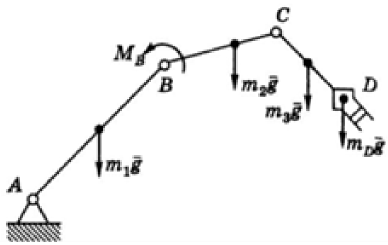
$$\left. + 15 \left(0{,}8 \cdot 0{,}707 + 0{,}5 \cdot 0{,}97 + 0{,}3 \cdot 0{,}707 \right) \right] \approx 665 \text{ ნ}\cdot\text{მ.}$$

წონასწორობის განტოლებები ძალთა მომენტებისთვის B წერტილის მიმართ (ნახ. 2):

$$M_B - g \left[m_2 \frac{l_2}{2} \cos 15^\circ + \right.$$

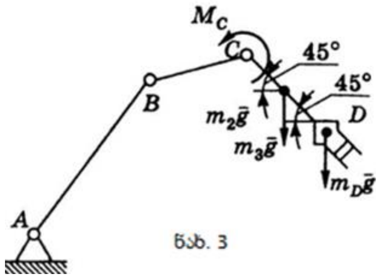
$$+ m_3 \left(l_2 \cos 15^\circ + \frac{l_3}{2} \cos 45^\circ \right) +$$

$$\left. + m_D \left(l_2 \cos 15^\circ + l_3 \cos 45^\circ \right) \right] = 0$$



ნახ. 2

$$M_B = 9{,}8\big[25\cdot 0{,}25\cdot 0{,}97 +$$
$$+15\left(0{,}5\cdot 0{,}97 + 0{,}15\cdot 0{,}707\right) +$$



ნახ. 3

$$+15\left(0{,}5\cdot 0{,}97 + 0{,}3\cdot 0{,}707\right)\big] = 248 \text{ ნ}\cdot\text{მ}.$$

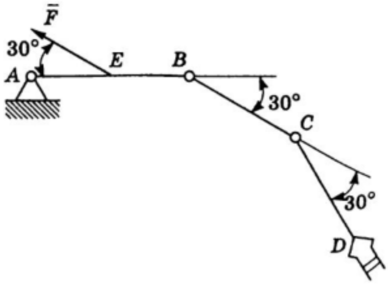
წონასწორობის განტოლებები ძალთა მომენტებისთვის C წერტილის მიმართ (ნახ. 3):

$$M_C - g\left(m_3\frac{l_3}{2}\cos 45^\circ + m_D l_3\cos 45^\circ\right) = 0$$

$$\Rightarrow M_C = 9{,}8\left(15\cdot 0{,}15\cdot 0{,}707 + 15\cdot 0{,}3\cdot 0{,}707\right) = 46{,}7 \text{ ნ}\cdot\text{მ}.$$

პ ა ს უ ხ ი: $M_A = 665$ ნ⋅მ; $M_B = 248$ ნ⋅მ; $M_C = 46{,}7$ ნ⋅მ.

ამოცანა 4.64



რობოტ-მანიპულატორის ხელი წონასწორობაში აკავებს $m_D = 15$ კგ მასის მქონე ტვირთს. ჩამოსატვირთი მოწყობილობის ზამბარა, რომლის დანიშნულებაა ამძრავზე დატვირთვის შემცირება, პირველ მუხლზე მოქმედებს ისეთი $F = 3000$ ნ ძალით, რომელიც მოდებულია A სახსრიდან $AE = 0{,}2$ მ მოშორებით. იპოვეთ ძალთა მომენტები სახსრებში. მუხლების სიგრძეებია: $l_1 = 0{,}8$ მ, $l_2 = 0{,}5$ მ, $l_3 = 0{,}3$ მ, ხოლო მუხლების მასებია: $m_1 = 40$ კგ, $m_2 = 25$ კგ, $m_3 = 15$ კგ. ჩათვალეთ, რომ მუხლები წარმოადგენენ ერთგვაროვან ღეროებს.

ა მ ო ხ ს ნ ა

ვიმსჯელოთ 4.63 ამოცანის ანალოგიურად.

წონასწორობის განტოლება ძალთა მომენტებისთვის A წერტილის მიმართ (ნახ. 1):

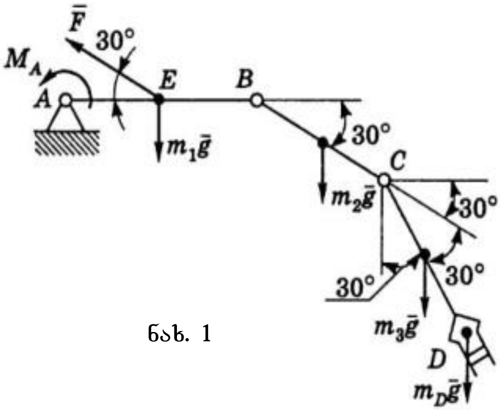
$$M_A + F\cos 60^\circ AE - m_1 g\frac{l_1}{2} - m_2 g\left(l_1 + \frac{l_2}{2}\cos 30^\circ\right) -$$

$$-m_3 g\left(l_1 + l_2\cos 30^\circ + \frac{l_3}{2}\sin 30^\circ\right) - m_D g\left(l_1 + l_2\cos 30^\circ + l_3\sin 30^\circ\right) = 0 \Rightarrow$$

$$M_A = 9{,}8\big[40\cdot 0{,}4 + 25(0{,}8 + 0{,}25\cdot 0{,}866) +$$

$$+15(0{,}8 + 0{,}5\cdot 0{,}866 + 0{,}15\cdot 0{,}5) + 15(0{,}8 + 0{,}5\cdot 0{,}866 + 0{,}3\cdot 0{,}5)\big] -$$

$$-3000\cdot 0{,}2\cdot 0{,}5 = 501{,}64 \approx 502 \text{ ნ}\cdot\text{მ}.$$



ნახ. 1

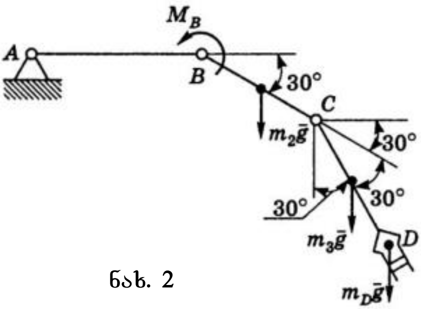
წონასწორობის განტოლება ძალთა მომენტებისთვის B წერტილის მიმართ (ნახ. 2):

$$M_B - m_2 g\frac{l}{2}\cos 30^\circ - m_3 g\left(l_2\cos 30^\circ + \frac{l_3}{2}\cos 60^\circ\right) -$$

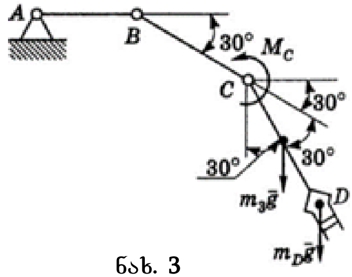
$$-m_D g\left(l_2\cos 30^\circ + l_3\cos 60^\circ\right) = 0 \Rightarrow$$

$$M_B = 9{,}8\big[25\cdot 0{,}25\cdot 0{,}866 + 15(0{,}5\cdot 0{,}866 + 0{,}15\cdot 0{,}5) +$$

$$+15\left(0,5\cdot 0,866+0,3\cdot 0,5\right)\Big]=214 \text{ ნ}\cdot\text{მ}.$$



ნახ. 2



ნახ. 3

წონასწორობის განტოლება ძალთა მომენტებისთვის C წერტილის მიმართ (ნახ. 3):

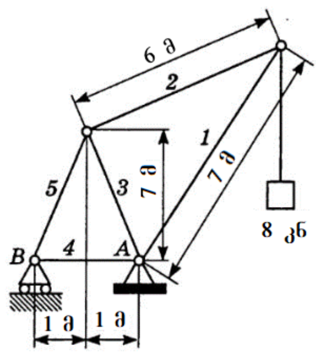
$$M_C=m_3g\frac{l_3}{2}\cos 60^\circ-$$

$$-m_Dgl_3\cos 60^\circ=0\Rightarrow$$

$$M_C=g\left(m_3\frac{l_3}{2}\cos 60^\circ+m_Dl_3\cos 60^\circ\right)=$$

$$=9,8\left(0,5\cdot 0,15\cdot 0,5+15\cdot 0,3\cdot 0,5\right)=33 \text{ ნ}\cdot\text{მ}.$$

პასუხი: M_A = 502 ნ·მ; M_B = 214 ნ·მ; M_C = 33 ნ·მ.



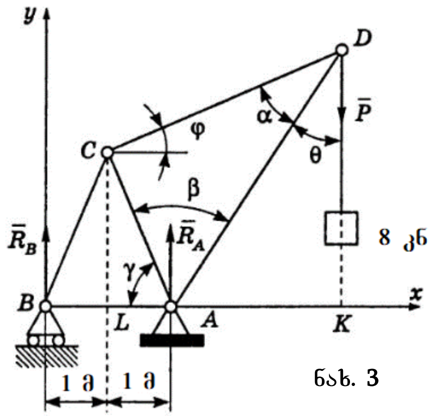
ამოცანა 4.65

იპოვეთ ნახაზზე გამოსახული ამწის საყრდენების რეაქციები და ძალვები ღეროებში, 8 კნ დატვირთვის შემთხვევაში. ღეროების წონები უგულებელყავით.

ამოხსნა

წონასწორობის პირველ ობიექტის როლში ავიღოთ ამწე (ნახ. 1). შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები პარალელურ ძალთა ბრტყელი სისტემისათვის (y ღერძზე პროექციებში და B წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} R_A + R_B - P = 0, \\ R_A \cdot 2 - P \cdot BK = 0. \end{cases}$$



ნახ. 3

სისტემის მეორე განტოლებიდან მივიღებთ

$$R_A = \frac{P \cdot BK}{2}.$$

პითაგორას თეორემით

$$AC = \sqrt{AL^2 + CL^2} = \sqrt{1+3^2} =$$
$$= \sqrt{10} = 3{,}1622$$

კოსინუსების თეორემის გამოყენებით ვიპოვით α კუთხეს:

$$AC^2 = CD^2 + AD^2 - 2AC \cdot AD \cos\alpha \Rightarrow$$

$$\cos\alpha = \frac{CD^2 + AD^2 - AC^2}{2AD \cdot CD} = \frac{36+49-10}{2 \cdot 6 \cdot 7} = \frac{75}{84} = 0{,}893;$$

$$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{0{,}203} = 0{,}4493; \ \alpha = 26^\circ 42'$$

სინუსების თეორემის გამოყენებით ვიპოვით β და γ კუთხეებს:

$$\frac{AC}{\sin\alpha} = \frac{CD}{\sin\beta} \Rightarrow \sin\beta = \frac{CD \cdot \sin\alpha}{AC} = \frac{6 \cdot 0{,}4493}{3{,}1622} = 0{,}853; \beta = 58^\circ 30'.$$

ACL სამკუთხედიდან:

$$\sin\gamma = \frac{CL}{AC} = \frac{3}{3{,}162} = 0{,}9487; \ \gamma = 71^\circ 36'$$

მაშინ,

$$\angle DAK = 180^\circ - \beta - \gamma = 180^\circ - 58^\circ 30' - 71^\circ 36' = 50^\circ;$$

$$\theta = \angle ADK = 90^\circ - \angle DAK = 40^\circ;$$

$$AK = AD \cdot \cos 50^\circ = 7 \cdot 0{,}6428 = 4{,}5$$

$$BK = BA + AK = 2 + 4{,}5 = 6{,}5$$

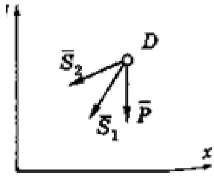
თუ ვიცით BK, მაშინ ვიპოვით R_A-ს:

$$R_A = \frac{8 \cdot 6,5}{2} = 26 \text{ კნ.}$$

სისტემის პირველი განტოლებიდან ვიპოვით R_B-ს:

$$R_B = P - R_A = 8 — 26 = — 18 \text{ კნ}$$

(რეაქცია მიმართულია ქვევით).



ნახ. 1

წონასწორობის მეორე ობიექტი — კვანძი D, რომელშიც თავს იყრის სამი ძალა: $\overrightarrow{S_1}, \overrightarrow{S_2}, \vec{P}$ (ნახ. 2). შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (x და y ღერძებზე პროექციებში):

$$\begin{cases} -S_2 \sin(\alpha + \theta) - S_1 \sin\theta = 0, \\ -S_2 \cos(\alpha + \theta) - S_1 \cos\theta - P = 0, \end{cases}$$

მიღებული სისტემის პირველი განტოლება გავამრავლოთ $cos(a + \vartheta)$-ზე, მეორე — $sin(a + \vartheta)$-ზე და ავიღოთ მათი სხვაობა:

$$\begin{cases} -S_2 \sin(\alpha + \theta)\cos(\alpha + \theta) - S_1 \sin\theta\cos(\alpha + \theta) = 0, \\ -S_2 \cos(\alpha + \theta)\sin(\alpha + \theta) - S_1 \cos\theta\sin(\alpha + \theta) - P\sin(\alpha + \theta) = 0, \end{cases}$$

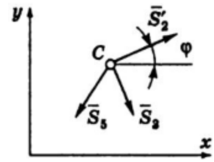
შესაბამისად,

$$S_1\left[\cos\theta\sin(\alpha + \theta) - \sin\theta\cos(\alpha + \theta)\right] + P\sin(\alpha + \theta) = 0 \Rightarrow$$

$$S_1 - = \frac{-P\sin(\alpha + \theta)}{\cos\theta\sin(\alpha + \theta) - \sin\theta\cos(\alpha + \theta)} =$$

$$= \frac{8 \cdot 0,9178}{0,766 \cdot 0,9178 - 0,6428 \cdot 0,4} = -16,44 \text{ კნ;}$$

$$S_2 = \frac{-S\sin\theta}{\sin(\alpha + \theta)} = \frac{16,44 \cdot 0,6428}{0,9178} = 11,53 \text{ კნ.}$$



ნახ. 3

წონასწორობის მესამე ობიექტი — კვანძი C, რომელშიც თავს იყრის $\overrightarrow{S_2'}, \overrightarrow{S_3}, \overrightarrow{S_5}$ ძალები (ნახ. 3). ამ სისტემისთვისაც შევადგინოთ წონასწორობის ანალოგიური განტოლებები (ღერძებზე პროექციებში):

$$\begin{cases} -S_5\cos\gamma + S_3\cos\gamma + S_2'\cos\varphi = 0, \\ -S_5\sin\gamma - S_3\sin\gamma + S_2'\sin\varphi = 0. \end{cases}$$

$$\varphi = 90^\circ - (\alpha + \theta) = 90^\circ - (40^\circ + 26^\circ 18'.)$$

ბოლო სისტემის პირველი განტოლება გავამრავლოთ $sin\gamma$-ზე, მეორე — $cos\gamma$ –ზე და შემდეგ შევკრიბოთ ისინი:

$$\begin{cases} -S_5\cos\gamma\sin\gamma + S_3\cos\gamma\sin\gamma + S_2'\cos\varphi\sin\gamma = 0, \\ -S_5\sin\gamma\cos\gamma - S_3\sin\gamma\cos\gamma + S_2'\sin\varphi\cos\gamma = 0. \end{cases}$$

შესაბამისად,

$$-2S_5\cos\gamma\sin\gamma + S_2'(\cos\varphi\sin\gamma + \sin\varphi\cos\gamma) = 0 \Rightarrow$$

$$S_5 = \frac{S_2'(\cos\varphi\sin\gamma + \sin\varphi\cos\gamma)}{2\cos\gamma\sin\gamma}$$

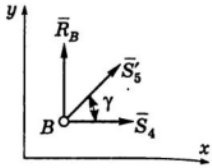
$$\frac{11,53(0,9184\cdot 0,9487 + 0,4\cdot 0,36)}{2\cdot 0,3156\cdot 0,9487} = 19,1 \text{ კნ;}$$

$$S_3 = \frac{S_5\cos\gamma - S_2'\cos\varphi}{\cos\gamma} = \frac{19,1\cdot 0,3156 - 11,53\cdot 0,9184}{0,3156} - 14,3$$

კნ.

წონასწორობის მეოთხე ობიექტი — კვანძი C, რომელშიც თავს იყრის R_B, $\overrightarrow{S_5'}, \overrightarrow{S_4}$, (ნახ. 4). ძალთა ამ სისტემისთვის შევადგინოთ წონასწორობის განტოლება ღერძზე x პროექციებში:

$$S_5'\cos\gamma + S_4 = 0 \Rightarrow$$



ნახ. 4

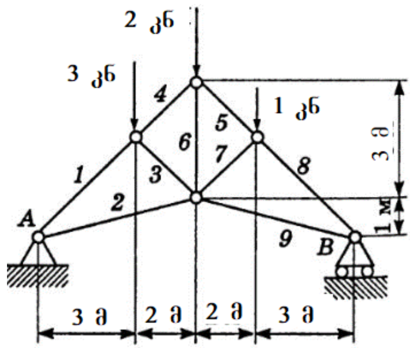
$$S_4 = -S_5' \cos\gamma = -19{,}1 \cdot 0{,}3156 = 6{,}028.$$

პ ა ს უ ხ ი : R_A = 26 კნ; R_B = 18 კნ — ქვევით

ღეროს №	1	2	3	4	5
ძალვა, კნ	-16,4	11,5	-14,3	-6	19

ამოცანა 4.66

იპოვეთ ნივნივიანი წამწის საყრდენების რეაქციები და ძალვები ღეროებში. წამწე მასზე მოდებულ ძალებთან ერთად ნახაზზეა გამოსახული.



ა მ ო ხ ს ნ ა

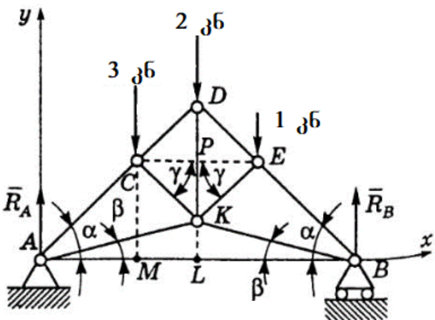
წონასწორობის პირველი ობიექტი —წამწე მთლიანად (ნახ. 1). A და B საყრდენებში რეაქციების საპოვნელად შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (განტოლებები y ღერძზე პროექციებში და ძალთა მომენტებისთვის A წერტილის მიმართ):

$$\begin{cases} R_A + R_B - 3 - 2 - 1 = 0, \\ -3 \cdot 3 - 2 \cdot 5 - 1 \cdot 7 + R_B \cdot 10 = 0. \end{cases}$$

თუ ამ სისტემს ამოვხსნით, მივიღებთ

$$R_B = \frac{9 + 10 + 7}{10} = 2{,}6$$

$$R_A = 6 - R_B = 6 - 2{,}6 = 3{,}4$$



ნახ. 1

იმისათვის რომ განვსაზღვროთ ღეროებში არსებული ძალვები, უნდა ვიპოვოთ α, β და γ კუთხეები:

$$\cos\alpha = \frac{AL}{AD} = \frac{AL}{\sqrt{AL^2 + LD^2}} = \frac{5}{\sqrt{5^2 + 4^2}} = 0{,}78;$$

$$\sin\alpha = \frac{DL}{AD} = \frac{4}{\sqrt{41}} = 0{,}625;$$

$$\cos\beta = \frac{AL}{AK} = \frac{AL}{\sqrt{AL^2 + KL^2}} = \frac{5}{\sqrt{5^2 + 1^2}} = 0,98;$$

$$\sin\beta = \frac{KL}{AK} = \frac{1}{\sqrt{26}} = 0,196.$$

CAM და ADL სამკუთხედების მსგავსებიდან გამომდინარე გვენება:

$$\frac{DL}{AL} = \frac{MC}{AM} \Rightarrow MC = \frac{DL \cdot AM}{AL} = \frac{4 \cdot 3}{5} = 2,4.$$

$$DP = DL - MC = 4 - 2,4 = 1,6\,\text{მ},$$

$$PK = DK - DP = 3 - 1,6 = 1,4\,\text{მ}.$$

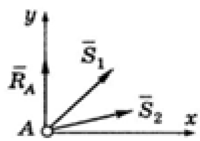
$$\cos\gamma = \frac{CP}{CK} = \frac{CP}{\sqrt{CP^2 + PK^2}} = \frac{2}{\sqrt{2^2 + 1,4^2}} = \frac{2}{2,44} = 0,81;$$

$$\sin\gamma = \frac{PK}{CK} = \frac{1,4}{2,44} = 0,574.$$

წამწის ღეროებში ძალვები განვსაზღვროთ კვანძების ამოჭრის მეთოდით.

წონასწორობის მეორე ობიექტი — კვანძი A, რომელზეც მოქმედებს ძალები $\vec{R}_A, \vec{S}_1, \vec{S}_2$ — თავმოყრილ ძალთა ბრტყელი სისტემა (ნახ. 2). შევადგინოთ ამ კვანძისათვის წონასწორობის განტოლებები (x და y ღერძებზე პროექციებში):

$$\begin{cases} S_1\cos\alpha + S_2\cos\beta = 0, \\ R_A + S_1\sin\alpha + S_2\sin\beta = 0. \end{cases}$$



ნახ. 2

$$S_1 = -\frac{S_2\cos\beta}{\cos\alpha} = -\frac{0,98 \cdot S_2}{0,78}.$$

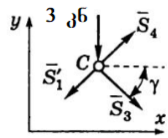
თუ ამ სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ

$$R_A = \frac{S_2\cos\beta\sin\alpha}{\cos\alpha} + S_2\sin\beta = 0 \Rightarrow$$

$$S_2 = \frac{R_A}{\dfrac{\cos\beta\sin\alpha}{\cos\alpha} - \sin\beta} = \frac{3,4}{\dfrac{0,625\cdot 0,98}{0,78} - 0,196} = 5,8 \text{ კნ;}$$

$$S_1 = -\frac{0,98\cdot 5,8}{0,78} = -7,3 \text{ კნ.}$$

წონასწორობის მესამე ობიექტი — კვანძი C, რომელშიც თავს იყრის 4 ძალა (ნახ. 3). შევადგინოთ C კვანძისთვის წონასწორობის განტოლებები (ღერძებზე პროექციებში):



ნახ. 3

$$\begin{cases} -S_1'\cos\alpha + S_4\cos\alpha + S_3\cos\gamma = 0, \\ -S_1'\sin\alpha + S_4\sin\alpha - S_3\sin\gamma = 0. \end{cases}$$

მიღებული სისტემის პირველი განტოლება გავამრავლოთ $sin\alpha$-ზე, მეორე — $cos\alpha$-ზე და ავიღოთ მათი სხვაობა:

$$\begin{cases} S_1'\cos\alpha\sin\alpha + S_4\cos\alpha\sin\alpha + S_3\cos\gamma\sin\alpha = 0, \\ -S_1'\sin\alpha\cos\alpha + S_4\sin\alpha\cos\alpha - S_3\sin\gamma\cos\alpha - 3\cos\alpha = 0. \end{cases}$$

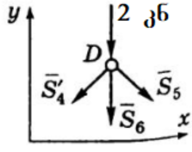
ამოვხსნათ სისტემა:

$$S_3\left(\cos\gamma\sin\alpha + \sin\gamma\cos\alpha\right) + 3\cos\alpha = 0 \Rightarrow$$

$$S_3 = -\frac{3\cos\alpha}{\cos\gamma\sin\alpha + \sin\gamma\cos\alpha} = -\frac{3\cdot 0,78}{0,81\cdot 0,625 + 0,574\cdot 0,78} = -2,44$$

$$.S_4 = -\frac{S_1'\cos\alpha + S_3\cos\gamma}{\cos\alpha} = -\frac{7,3\cdot 0,78 + S_3\cdot\cos\gamma}{\cos\alpha}$$

წონასწორობის მეოთხე ობიექტი — კვანძი D მასში თავმოყრილი ძალებით (ნახ. 4).



ნახ. 4

შევადგინოთ კვანძისთვის წონასწორობის განტოლებები (ღერძებზე პროექციებში):

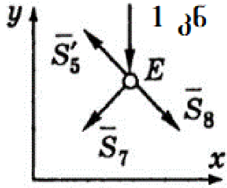
$$\begin{cases} -S_4'\cos\alpha + S_5\cos\alpha = 0, \\ -S_4'\sin\alpha - F_2 - S_6 - S_5\sin\alpha = 0. \end{cases}$$

ამოვხსნათ სისტემა:

$$S_4' = S_5 = -4,76 \text{ კნ}; \ S_6 = -\left(S_4' \sin\alpha + F_2 + S_5 \sin\alpha\right) =$$

$$= -\left(-4,76 \cdot 0,625 + 2 - 4,76 \cdot 0,625\right) = 3,9 \text{ კნ}.$$

წონასწორობის მეხუთე ობიექტი — კვანძი E, რომელშიც თავს იყრის 4 ძალა (ნახ. 5).



ნახ. 5

შევადგინოთ E კვანძისთვის წონასწორობის განტოლებები (ღერძებზე პროექციებში):

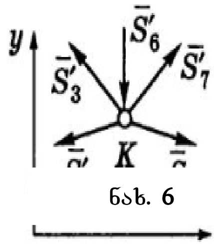
$$\begin{cases} -S_5' \cos\alpha - S_7 \cos\gamma + S_8 \cos\alpha = 0. \\ S_5' \sin\alpha - S_7 \sin\gamma + S_8 \sin\alpha - F_3 = 0 \cdot \end{cases}$$

თუ ამ სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ:

$S_7 = -0{,}82$ კნ,

$S_8 = -5{,}59$ კნ.

წონასწორობის მეექვსე ობიექტი — კვანძი K, რომელშიც თავს იყრის 5 ძალა (ნახ. 6).



ნახ. 6

შევადგინოთ ამ კვანძისთვის წონასწორობის განტოლება x ღერძზე პროექციებში:

$$-S_2' \cos\beta + S_9 \cos\beta - S_3' \cos\gamma + S_7' \cos\gamma = 0.$$

$$-S_2' \cos\beta + S_9 \cos\beta - S_3' \cos\gamma + S_7' \cos\gamma = 0.$$

შესაბამისად,

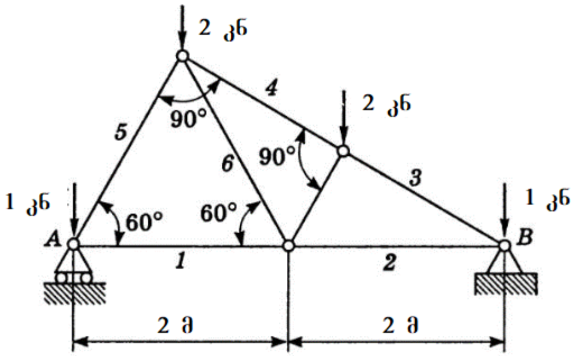
$$S_9 = \frac{S_2' \cos\beta + S_3' \cos\gamma - S_7' \cos\gamma}{\cos\beta} =$$

$$= \frac{5,8 \cdot 0,98 - 2,44 \cdot 0,81 + 0,81 \cdot 0,81}{0,98} = 4,45 \text{ კნ}.$$

პ ა ს უ ხ ი : $R_A = 3,4$ კნ; $R_B = 2,6$ კნ.

ღეროს №	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ძალვა, კნ	−7,3	5,8	−2,44	−4,76	−4,76	3,9	−0,82	−5,59	4,45

ამოცანა 4.67

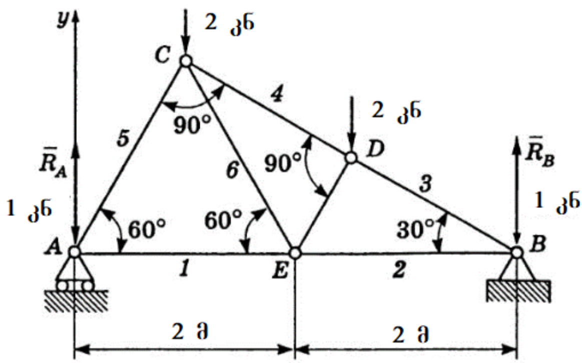


იპოვეთ ხერხისებური წამწის საყრდენების რეაქციები და ძალვები ღეროებში. წამწე მასზე მოქმედ ძალებთან ერთად ნახაზზეა გამოსახული.

ა მ ო ხ ს ნ ა

წონასწორობის პირველი ობიექტი — მთლიანი ფერმა (ნახ. 1). განვსაზღვროთ R_A და R_B საყრდენების რეაქციები. ამისათვის შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები პარალელურ ძალთა ბრტყელი სისტემისათვის (x ღერძზე პროექციებში და ძალთა მომენტებისთვის A წერტილის მიმართ):

$$\begin{cases} R_A + R_B - 1 - 2 - 2 - 1 = 0, \\ -2\cdot 1 - 2\left(2 + 1\cdot\cos 60^\circ\right) - 1\cdot 4 + R_B\cdot 4 = 0. \end{cases}$$

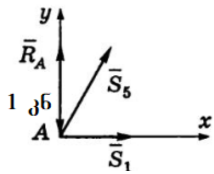


შესაბამისად,

$$R_B = 11/4 = 2{,}75 \text{ კნ};$$

$$R_A = 6 - R_B = 6 - 2{,}75 \; = \; 3{,}25 \text{ კნ.}$$

წონასწორობის მეორე ობიექტი — კვანძი A, რომელშიც თავს იყრის 2-ე ნახაზზე გამოსახული ძალები. შევადგინოთ ამ კვანძისთვის წონასწორობის განტოლებები (x და y ღერძებზე პროექციებში):



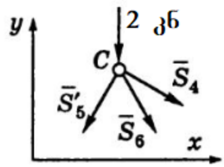
ნახ. 2

$$\begin{cases} S_5 \cos 60^\circ + S_1 = 0, \\ R_A + S_5 \cos 30^\circ - F_1 = 0. \end{cases}$$

ამოვხსნათ მიღებული სისტემა:

$$S_5 = \frac{F_1 - R_A}{\cos 30^\circ} = 2{,}6 \text{ კნ;}$$

$$S_1 = -S_1 \cos 60^\circ = 1{,}3.$$



ნახ. 3

წონასწორობის მესამე ობიექტი — კვანძი C, რომელშიც თავს იყრის 3-ე ნახაზზე გამოსახული ძალები. შევადგინოთ თავმოყრილ ძალთა ამ სისტემისათვის წონასწორობის განტოლებები (x და y ღერძებზე პროექციებში):

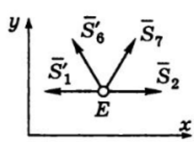
$$\begin{cases} -S_1' \cos 60^\circ + S_6 \cos 60^\circ + S_4 \cos 30^\circ = 0, \\ -S_1' \cos 30^\circ - S_6 \cos 30^\circ - S_4 \cos 60^\circ - 2 = 0. \end{cases}$$

თუ ამ სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ:

$$S_4 = -2{,}5$$

$$S_6 = 1{,}73$$

წონასწორობის მეოთხე ობიექტი — კვანძი E, რომელშიც თავს იყრის 4-ე ნახაზზე გამოსახული ძალები. შევადგინოთ თავმოყრილ ძალთა ამ სისტემისათვის წონასწორობის განტოლებები (x და y ღერძებზე პროექციებში):



ნახ. 4

$$\begin{cases} -S_1' + S_2 - S_6' \cos 60^\circ + S_7 \cos 60^\circ = 0, \\ S_6' \cos 30^\circ + S_7 \cos 30^\circ = 0. \end{cases}$$

სისტემიდან მივიღებთ

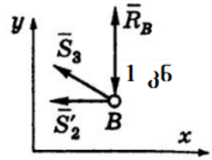
$$S_6' = S_7;$$

$$-S_1' - S_2 - S_6' \cos 60^\circ - S_6' \cos 60^\circ = 0 \Rightarrow$$

$$S_2 = S_1' + 2S_6' \cos 60^\circ = 1,3 + 2 \cdot 1,73 \cdot 0,5 = 3,03$$

$$S_7 = -S_6' = -1,73$$

წონასწორობის მეხუთე ობიექტი — კვანძი B, რომელშიც თავს იყრის 5-ე ნახაზზე გამოსახული ძალები. დავწეროთ ამ სისტემისათვის წონასწორობის განტოლება (y ღერძზე პროექციებში):



ნახ. 5

$$S_3 \cos 60^\circ - 1 + R_B = 0 \Rightarrow$$

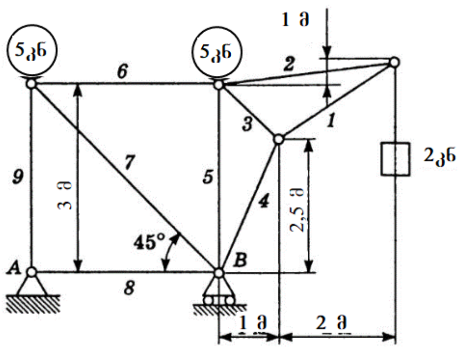
$$S_3 = \frac{1 - R_B}{\cos 60^\circ} = \frac{1 - 2,75}{0,5} = -3,5$$

პასუხი: $R_A = 3,25$ კნ; $R_B = 2,75$ კნ.

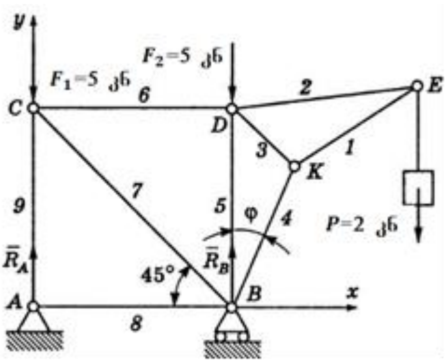
ღეროს №	1	2	3	4	5	6	7
ძალვა, კნ	1,3	3,03	−3,5	−2,5	−2,6	1,73	−1,73

ამოცანა 4.68

იპოვეთ მასზე მოქმედ ძალებთან ერთად ნახაზზე გამოსახული ამწის ფერმის საყრდენების რეაქციები და ძალვები ღეროებში.



а м о х с н а



ნახ. 1

ა მ ო ხ ს ნ ა

განვსაზღვროთ საყრდენების რეაქციები. ამისათვის განვიხილოთ წონასწორობის პირველი ობიექტი — მთლიანი ფერმა (ნახ. 1) და შევადგინოთ წონასწორობის შესაბამისი განტოლებები (y ღერძზე პროექციებისთვის და ძალთა მომენტებისთვის A წერტილის მიმართ):

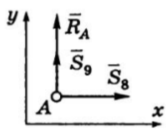
$$\begin{cases} R_A + R_B - F_1 - F_2 - P = 0, \\ -F_2 \cdot 3 - R_B \cdot 3 - P \cdot 6 = 0. \end{cases}$$

ამოვხსნათ მიღებული სისტემა:

$$R_B = \frac{P \cdot 6 + F_2 \cdot 3}{3} = 9 \text{ კნ};$$

$$R_A = F_1 + F_2 + P - R_B = 5 + 5 + 2 - 9 = 3 \text{ კნ}.$$

წონასწორობის მეორე ობიექტი — კვანძი A, რომელზეც მოქმედებს 2-ე ნახაზზე გამოსახული ძალები. დავწეროთ წონასწორობის განტოლებები A კვანძისთვის (x და y ღერძებზე პროექციებში):



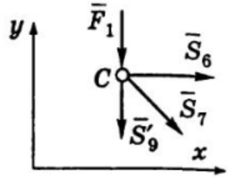
ნახ. 2

$$\begin{cases} S_8 = 0. \\ S_9 + R_A = 0. \end{cases}$$

შესაბამისად,

$$S_8 = 0; \; S_9 = -R_A = -3 \text{ კნ}.$$

წონასწორობის მესამე ობიექტი — კვანძი C, რომელზეც მოქმედებს 3-ე ნახაზზე გამოსახული ძალები. შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (x და y ღერძებზე პროექციებში):



ნახ. 3

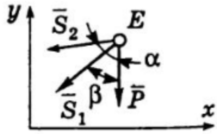
$$\begin{cases} S_6 + S_7 \cos 45^\circ = 0, \\ -S'_9 - F_1 - S_7 \cos 45^\circ = 0. \end{cases}$$

ამოვხსნათ ეს სისტემა:

$$S_7 = \frac{-\left(F_1 + S'_9\right)}{\cos 45^\circ} = \frac{-\left(5 + (-3)\right)}{0,707} = -2,83 \text{ კნ;}$$

$$S_6 = -S_7 \cos 45^\circ = 2,83 \cdot 0,707 = 2 \text{ კნ.}$$

წონასწორობის მეოთხე ობიექტი — კვანძი E, რომელზეც მოქმედებს 4-ე ნახაზზე გამოსახული ძალები. დავწეროთ წონასწორობის განტოლებები E კვანძისთვის (ორივე ღერძზე პროექციებისთვის):



ნახ. 4

$$\begin{cases} -S_2 \sin\alpha - S_1 \sin\beta = 0, \\ -S_2 \cos\alpha - S_1 \cos\beta - P = 0, \end{cases}$$

გეომეტრიული მოსაზრებებიდან გამომდინარე:

$$\cos\alpha = \frac{1^2}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{1}{3,162} = 0,316; \ \sin\alpha = \frac{3}{\sqrt{10}} = 0,949;$$

$$\cos\beta = \frac{3 + 1 - 2,5}{\sqrt{2^2 + 1,5^2}} = \frac{3}{5}; \ \sin\beta = \frac{2}{2,5} = \frac{4}{5}.$$

ბოლო სისტემის პირველი განტოლებიდან გამომდინარეობს, რომ

$$S_2 = -S_1 \frac{\sin\beta}{\sin\alpha},$$

ამიტომ, განხილული სისტემის მეორე განტოლებიდან მივიღებთ

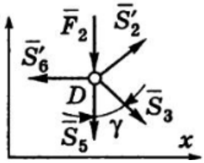
$$-S_1\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}\cos\alpha - S_1\cos\beta - P = 0 \Rightarrow$$

$$S_1 = \frac{P}{\dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha}\cos\alpha - \cos\beta} = \frac{2}{\dfrac{0,8}{0,949}0,316 - 0,6} = -6 \text{ კნ.}$$

მაშინ,

$$S_2 = -\left(-5,99\frac{0,8}{0,949}\right) = 5,1 \text{ კნ.}$$

წონასწორობის მეხუთე ობიექტი — კვანძი D, რომელზეც მოქმედებს 5-ე ნახაზზე გამოსახული ძალები. დავწეროთ წონასწორობის განტოლებები (x და y ღერძებზე პროექციებში):



ნახ. 5

$$\begin{cases} -S'_6 + S'_2\sin\alpha + S_3\sin\gamma = 0, \\ -F_2 - S_5 - S_3\cos\gamma + S'_2\cos\alpha = 0. \end{cases}$$

ამ სისტემის ამოსახსნელად ჩავატაროთ აუცილებელი გეომეტრიული გამოთვლები (იხ. ნახ. 1).

$$BK = \sqrt{1 + 2,5^2} = \sqrt{7,25.}$$

კოსინუსების თეორემით EDK სამკუთხედიდან გვექნება

$$DK^2 = DE^2 + KE^2 - 2DE\cdot KE\cos(\alpha - \beta) =$$

$$10 + 6,25 - 2\sqrt{10}\cdot 2,5\cdot 0,95 = 1,23 DK = 1,1.$$

BDK სამკუთხედიდან : $DK^2 = BD^2 + BK^2 - 2BD\cdot BK\cos\varphi;$

$$1,23 = 9 + 7,25 - 2\cdot 3\cdot 2,29\cos\beta;$$

$$\cos\varphi = \frac{15,02}{16,14} = 0,93$$

სინუსების თეორემით BDK სამკუთხედიდან გვექნება

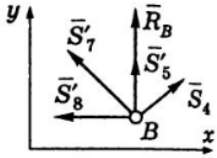
$$\frac{DK}{\sin\varphi} = \frac{BK}{\sin\gamma} \Rightarrow \sin\gamma = \frac{BK\cdot\sin\varphi}{DK} = \frac{2,69\cdot 0,366}{1,1} = 0,895.$$

განსახილველი სისტემიდან ვიპოვით:

$$S_3=\frac{S_6'-S_2'\sin\alpha}{\sin\gamma}=\frac{2-5,05\cdot 0,949}{0,895}=-3,13 \text{ კნ.}$$

$$S_5=-F_2-S_3\cos\gamma+S_2\cos\alpha=-5-(-3,13)\cdot 0,45+5,05\cdot 0,316=-2.$$

წონასწორობის მეექვსე ობიექტი — კვანძი B, რომელშიც თავს იყრის 6-ე ნახაზზე გამოსახული ძალები. ამ ძალებისათვის შევადგინოთ განტოლება:



$$-S_8'-S_7'\cos 45^\circ+S_4\sin\varphi=0.$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ $S_B'=0$ —ვიპოვით:

ნახ. 6

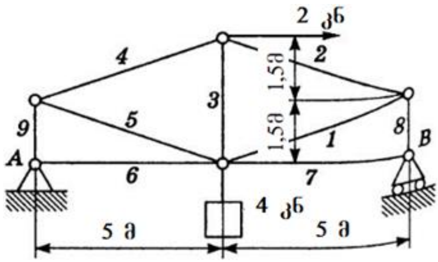
$$S_4=\frac{S_7'\cos 45^\circ}{\sin\varphi}=\frac{-2,83\cdot 0,707}{0,366}=-5,45 \text{ კნ.}$$

პ ა ს უ ხ ი : $R_A=3$ კნ; $R_B=9$ კნ.

ღეროს №	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ძალვა, კნ	-6,9	5,1	−3,13	−5,45	−2,0	2,0	−2,83	0	−3,0

ამოცანა 4.69

იპოვეთ მასზე მოქმედ ძალებთან ერთად ნახაზზე გამოსახული ნაგებობის ღეროებში არსებული რეაქციები და ძალვები.

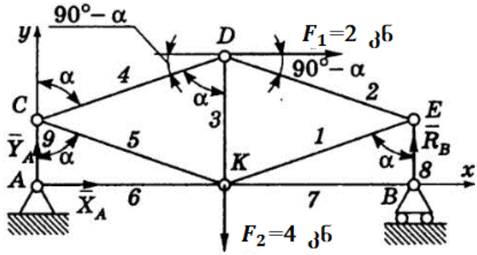


როგორც აქ, ასევე შემდგომ ამოცანებში, Ox ღერძი მიმართულია ჰორიზონტალური AB წრფის გასწვრივ მარჯვნივ, ხოლო Oy ღერძი — ვერტიკალურად ზევით.

ა მ ო ხ ს ნ ა

უძრავ სახსრულ A საყრდენში ბმის რეაქციას აქვს ორი მდგენელი, ხოლო მოძრავ სახსრულ B საყრდენში — ერთი.

წონასწორობის პირველი ობიექტი — მთლიანი ნაგებობა (ნახ. 1). შევადგინოთ მისთვის წონასწორობის განტოლებები (x და y ღერძებზე პროექციებში და ძალთა მომენტებისთვის A წერტილის მიმართ):



ნახ. 1

$$\begin{cases} X_A + F_1 = 0, \\ Y_A + R_B - F_2 = 0, \\ -F_2 \cdot 5 - F_1 \cdot 3 + R_B \cdot 10 = 0. \end{cases}$$

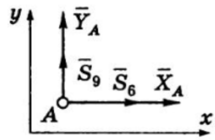
ამოვხსნათ სისტემა:

$$X_A = -F_1 = -2 \text{ კნ};$$

$$R_B \cdot = \frac{1}{10}\left(F_1 \cdot 3 + F_2 \cdot 5\right) = \frac{1}{10}\left(2 \cdot 3 + 4 \cdot 5\right) = 2,6 \text{ კნ};$$

$$Y_A = F_2 - R_B == 4 - 2,6 = 1,4 \text{ კნ}.$$

წონასწორობის მეორე ობიექტი — კვანძი A, მასში მოქმედებენ 2-ე ნახაზზე გამოსახული ძალები. შევადგინოთ ძალთა ამ სისტემისთვის შესაბამისი წონასწორობის განტოლებები (ორივე ღერძზე პროექციებში):



ნახ. 2

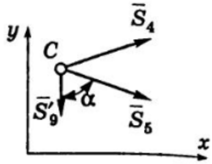
$$\begin{cases} S_6 + X_A = 0, \\ Y_A + S_9 = 0. \end{cases}$$

შესაბამისად,

$$S_6 = -X_A = 2 \text{ კნ};$$

$$S_9 = -Y_A = -1,4 \text{ კნ}.$$

წონასწორობის მესამე ობიექტი — კვანძი C, რომელშიაც თავს იყრის ნახ. 3.-ზე გამოსახული ძალები. ამ ძალთა სისტემისათვის შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (ორივე ღერძზე პროექციებში):



ნახ. 3

$$\begin{cases} S_4 \sin\alpha + S_5 \sin\alpha = 0, \\ -S_9' - S_5 \cos\alpha + S_4 \cos\alpha = 0 \cdot \end{cases}$$

ამოვხსნათ სისტემა: $S_4 = -S_5$,შესაბამისად,

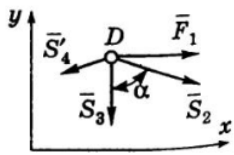
$$-S_9' - S_5 \cos\alpha - S_5 \cos\alpha = 0 \Rightarrow S_5 = \frac{-S_9'}{2\cos\alpha}.$$

$$\cos\alpha = \frac{AC}{CK} = \frac{1,5}{\sqrt{1,5^2 + 5^2}} = 0,287,\ \sin\alpha = 0,958;$$

$$S_5 = \frac{-(-1,4)}{2 \cdot 0,287} = 2,44 \text{ კნ};$$

$$S_4 = 2,44 \text{ კნ}.$$

წონასწორობის მეოთხე ობიექტი — კვანძი D, რომელშიც მოქმედებენ ნახ. 4.-ზე გამოსახული ძალები. ამ ძალთა სისტემისათვის შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (ღერძებზე პროექციებში):



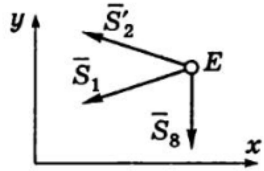
ნახ. 4

$$\begin{cases} -S_4' \sin\alpha + S_2 \sin\alpha + F_1 = 0, \\ -S_4' \cos\alpha - S_3 - S_2 \cos\alpha = 0. \end{cases}$$

სისტემის ამოხსნის შედეგად მივიღებთ:

$$S_3 = -(-2,44 - 4,5) \cdot 0,287 = 2 \text{ კნ}.$$

წონასწორობის მეხუთე ობიექტი — კვანძი E, რომელშიც მოქმედებენ ნახ. 5.-ზე გამოსახული ძალები. ამ ძალთა სისტემისათვის შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (ღერძებზე პროექციებში):



ნახ. 5

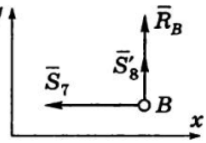
$$\begin{cases} -S_2' \sin\alpha - S_1 \sin\alpha = 0, \\ S_2' \cos\alpha - S_8 - S_1 \cos\alpha = 0. \end{cases}$$

ამოვხსნათ სისტემა:

$$S_1 = S_2' = 4,5$$

$$S_8 = S_2' \cos\alpha - S_1 \cos\alpha = (-4,5 - 4,5)0,287 = 2,58 \text{ კნ.}$$

წონასწორობის მეექვსე ობიექტი — კვანძი B, რომელშიაც თავს იყრის ნახ. 6.-ზე გამოსახული ძალები S_7 სიდიდის საპოვნელად შევადგინოთ წონასწორობის განტოლება x ღერძზე პროექციებში:



ნახ. 6

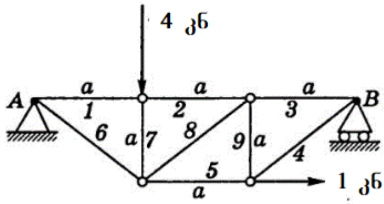
$$S_7 = 0.$$

პასუხი: $X_A = -2$ კნ; $Y_A = 1,4$ კნ; $R_B = 2,6$ კნ.

ღეროს №	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ძალვა, კნ	4,5	−4,5	2	−2,44	2,44	2	0	−2,6	−1,4

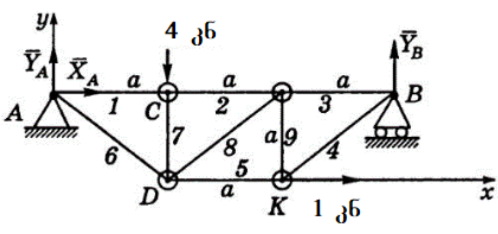
ამოცანა 4.70

იპოვეთ ირიბანებიანი წამწის ;'/საყრდენების რეაქციები და ძალვები ღეროებში. წამწე დატვირთვებთან ერთად ნახაზზეა გამოახული.



ამოხსნა

გამოვსახოთ ნახაზზე მოცემული ძალები და აგრეთვე A და B წერტილებში ბმების რეაქციები (ნახ. 1). ჩავწეროთ წონასწორობის განტოლებები მთლიანი სისტემისთვის



ნახ. 1

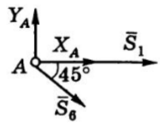
(კოორდინატთა ღერძებზე პროექციებში და ძალთა მომენტებისთვის A წერტილის მიმართ):

$$\begin{cases} X_A + 1 = 0, \\ Y_A + Y_B - 4 = 0, \\ -4 \cdot a + Y_B \cdot 3a + 1 \cdot a = 0. \end{cases}$$

თუ ამ სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ:

$X_A = -1$ კნ; $Y_A = 3$ კნ; $, Y_B = 1$ კნ.

ღეროებში არსებული ძალების საპოვნელად გამოვიყენოთ კვანძების ამოჭრის მეთოდი. ამოვჭრათ A კვანძი, გამოვსახოთ ძალები (ნახ. 2) და შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები:



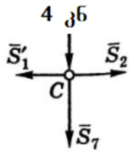
ნახ. 2

$$\begin{cases} X_A + S_1 + S_6 \cos 45^\circ = 0, \\ Y_A - S_6 \cos 45^\circ = 0 \end{cases}.$$

თუ ამ სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ:

$S_1 = -2$ კნ, $S_6 = 4,24$ კნ.

ამოვჭრათ C კვანძი და და შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები(ნახ. 3):



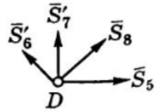
ნახ. 3

$$\begin{cases} S_1' + S_2 = 0, \\ 4 - S_7 = 0. \end{cases}$$

გავითვალისწინოთ რომ, $\vec{S}_1'$ და $\vec{S}_1$ ვექტორები მოდულით ტოლია და ამოვხსნათ სისტემა:

$S_2 = -2$ კნ, $S_7 = -4$ კნ.

ამოვჭრათ კვანძი D და შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (ნახ. 4):



ნახ. 4

$$\begin{cases} -S_6' \cos 45^\circ + S_8 \cos 45^\circ + S_5 = 0, \\ -S_6' \cos 45^\circ + S_7' + S_8 \cos 45^\circ = 0. \end{cases}$$

შემდეგი დამოკიდებულების გათვალისწინებით

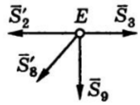
$$\left|\vec{S_6'}\right| = \left|\vec{S_6}\right|, \ \left|\vec{S_7'}\right| = \left|\vec{S_7}\right|,$$

ამოვხსნათ სისტემა და მივიღებთ:

$$S_5 = 2 \text{ კნ}, \ \ S_8 = 1{,}41 \text{ კნ}.$$

ამოვჭრათ კვანძი E და შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (ნახ. 5):

$$\begin{cases} -S_2' + S_3 - S_8' \cos 45^\circ = 0, \\ -S_8' \cos 45^\circ - S_9 = 0. \end{cases}$$



ნახ. 5

შემდეგი დამოკიდებულების გათვალისწინებით --

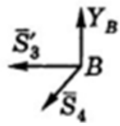
$$\left|\vec{S_2'}\right| = \left|\vec{S_2}\right|, \ \left|\vec{S_8'}\right| = \left|\vec{S_8}\right|,$$

ამოვხსნათ სისტემა და მივიღებთ:

$$S_3 = -1 \text{ კნ}, \ \ S_9 = -1 \text{ კნ}.$$

ამოვჭრათ კვანძი B (ნახ. 6) და შევადგინოთ წონასწორობის განტოლება y ღერძზე პროექციებში:

$$Y_B - S_4 \cos 45^\circ = 0.$$



ნახ.6

შესაბამისად,

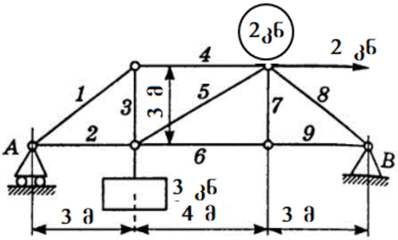
$$S_4 = \frac{Y_B}{\cos 45^\circ}, \quad S_4 = 1{,}41 \text{ კნ}.$$

პ ა ს უ ხ ი : $X_A = -1$ კნ; $Y_A = 3$ კნ; $Y_B = 1$ კნ.

ღეროს №	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ძალვა, კნ	−2	−2	−1	1,41	2	4,24	−4	1,41	−1

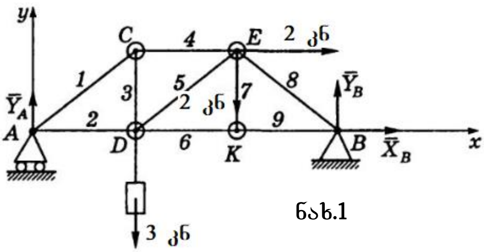
ამოცანა 4.71

იპოვეთ ხიდის წამწის საყრდენების რეაქციები და ძალვები ღეროებში. წამწე მასზე მოდებულ ძალებთან ერთად ნახაზზეა გამოხაზული.



ამოხსნა

გამოვსახოთ მოცემული ძალები და რეაქციები (ნახ. 1).



ნახ.1

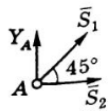
შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები მთლიანი სისტემისათვის (ღერძებზე პროექციებში და A წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} X_B + 2 = 0, \\ Y_A - 3 - 2 + Y_B = 0, \\ -3\cdot 3 - 2\cdot 7 + Y_B \cdot 10 - 2\cdot 3 = 0, \end{cases}$$

თუ ამ სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ:

$X_A = -2$ კნ; $Y_A = 2,1$ კნ; ,$Y_B = 2,9$ კნ.

ამოვჭრათ კვანძი A, გამოვსახოთ ძალვები გადაჭრილ ღეროებში (ნახ. 2) და შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები:



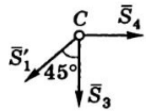
ნახ. 2

$$\begin{cases} S_1 \cos 45^\circ + S_2 = 0, \\ Y_A + S_1 \cos 45^\circ = 0. \end{cases}$$

თუ ამ სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ:

$$S_1 = -2,97 \text{ კნ}, \ S_2 = 2,1 \text{ კნ}.$$

ამოვჭრათ კვანძი C, გამოვსახოთ ძალვები გადაჭრილ ღეროებში (ნახ. 3) და შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები:



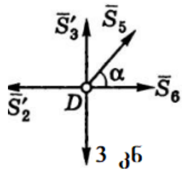
ნახ. 3

$$\begin{cases} -S_1' \cos 45^\circ + S_4 = 0, \\ -S_1' \cos 45^\circ - S_3 = 0. \end{cases}$$

გათვალისწინოთ, რომ $|\vec{S}_1'| = |\vec{S}_1|$ და ამოვხსნათ სისტემა:

$$S_3 = 2{,}1 \text{ კნ}, \; S_4 = -2{,}1 \text{ კნ}.$$

ამოვჭრათ კვანძი *D*, გამოვსახოთ ძალვები გადაჭრილ ღეროებში (ნახ. 4) და შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები:



ნახ. 4

$$\begin{cases} -S_2' + S_6 + S_5 \cos 45^\circ = 0, \\ S_3' + S_5 \cos 45^\circ - 3 = 0. \end{cases}$$

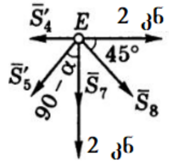
განვსაზღვროთ α კუთხე (იხ. ნახ. 1 და ნახ. 4):

$$\sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{9+16}} = \frac{3}{5}; \; \cos \alpha == \frac{4}{5}.$$

გავითვალისწინოთ, რომ $|\vec{S}_2'| = |\vec{S}_2|$, $|\vec{S}_3'| = |\vec{S}_3|$ და ამოვხსნათ სისტემა:

$$S_5 = 1{,}5 \text{ კნ}, \; S_6 = 0{,}9 \text{ კნ}.$$

ამოვჭრათ კვანძი *E*, გამოვსახოთ ძალვები გადაჭრილ ღეროებში (ნახ. 5) და შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები:



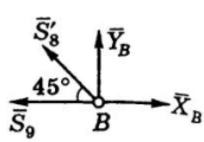
ნახ. 5

$$\begin{cases} -S_4' - S_5' \cos \alpha + 2 + S_8 \cos 45^\circ = 0, \\ -S_5 \sin \alpha - S_7 - 2 - S_8 \cos 45^\circ = 0. \end{cases}$$

გავითვალისწინოთ, რომ $|\vec{S}_4'| = |\vec{S}_4|, |\vec{S}_5'| = |\vec{S}_5|$ და ამოვხსნათ სისტემა:

$$S_7 = 0\,, \; S_8 = -4{,}1 \text{ კნ}.$$

ამოვჭრათ კვანძი *B*, გამოვსახოთ ძალვები გადაჭრილ ღეროებში (ნახ. 6) და შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები *x* ღერძზე პროექციებში:



ნახ. 6

$$X_B - S_9 - S_8' \cos 45^\circ = 0 \Rightarrow$$

$$S_9 -= -S_8' \cos 45^\circ + X_B.$$

იმის გათვალისწინებით, რომ $\left|\vec{S}_8'\right| = \left|\vec{S}_8\right|$ საბოლოოდ მივიღებთ:

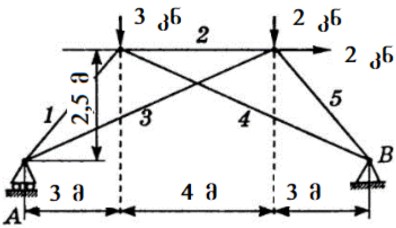
$$S_9 = 0{,}9 კნ.$$

პ ა ს უ ხ ი: $X_A = 2{,}1$კნ; $X_B = -2$ კნ; $Y_B = 2,\ 9$კნ.

ღეროს №	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ძალვა, კნ	−2,97	2,1	2,1	−2,1	1,5	0,9	0	−4,1	0,9

ამოცანა 4.72

იპოვეთ საყრდენების რეაქციები და ძალვები კონსტრუქციის ღეროებში, რომელიც მასზე მოდებულ ძალებთან ერთად ნახაზზეა გამოსახული. *3* და *4* ღეროები არ არიან შეერთებული სახსრულად მათი თანაკვეთის წერტილში.



ა მ ო ხ ს ნ ა

შევცვალოთ ტვირთვები C და D წერტილებში შესაბამისად 3 კნ და 2 კნ სიდიდის ჩაწერტებული ძალებით(ნახ. 1).

პირველ რიგში განვსაზღვროთ რეაქციები A და B საყრდენებში. ღეროვან სისტემაზე მოქმედ ძალთა ბრტყელი სისტემისათვის შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (x ღერძზე პროექციებში და აგრეთვე A და B წერტილების მიმართ მომენტებისათვის):

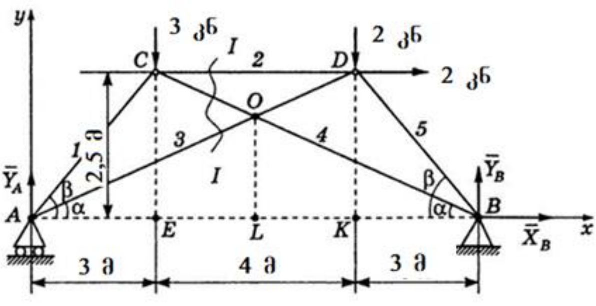


Рис. 1

$$\begin{cases} X_B + 2 = 0. \\ -3\cdot 3 - 2\cdot 7 - 2\cdot 2{,}5 + Y_B\cdot 10 = 0. \\ -Y_A\cdot 10 + 3\cdot 7 + 2\cdot 3 - 2\cdot 2{,}5 = 0. \end{cases}$$

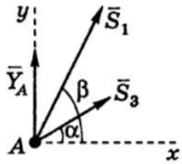
თუ ამ სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ:

$X_B = -2$ კნ; $Y_A = 2{,}2$ კნ; $Y_B = 2{,}8$ კნ.

ნიშანი «მინუსი» მიუთითებს იმაზე, რომ X_B ვექტორი მიმართულია თავიდან არჩეულის საწინააღმდეგოდ.

ამოვჭრათ კვანძი A (ნახ. 2) და შევადგინოთ მისთვის წონასწორობის განტოლებები (x და y ღერძებზე პროექციებში):

$$\begin{cases} S_1\cos\beta + S_3\cos\alpha = 0, \\ Y_A + S_1\sin\beta + S_3\sin\alpha = 0. \end{cases}$$



ნახ. 2

სისტემიდან მივიღებთ:

$$S_1 = \frac{Y_A\cos\alpha}{\sin(\alpha-\beta)},\ S_3 = -\frac{S_1\cos\beta}{\cos\alpha}.$$

AKD სამკუთხედიდან განვსაზღვრავთ(იხ. ნახ. 1):

$$\cos\alpha = \frac{AK}{AD} = \frac{AK}{\sqrt{AK^2+KD^2}} = \frac{7}{\sqrt{7^2+2{,}5^2}} = \frac{14}{\sqrt{221}};$$

$$\sin\alpha = \frac{DK}{AD} = \frac{2{,}5}{\sqrt{7^2+2{,}5^2}} = \frac{5}{\sqrt{221}}.$$

ანალოგიურად AEC სამკუთხედიდან გამოვთვლით:

$$\sin\beta = \frac{EC}{AC} = \frac{2{,}5}{\sqrt{3^2+2{,}5^2}} = \frac{5}{\sqrt{61}};$$

$$\cos\beta = \frac{EA}{AC} = \frac{3}{\sqrt{3^2+2{,}5^2}} = \frac{6}{\sqrt{61}}.$$

გამოვთვალოთ:

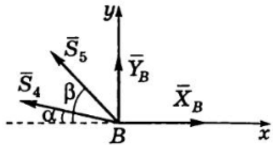
$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta=-\frac{40}{\sqrt{221}\cdot\sqrt{61}}.$$

რიცხვითი მნიშვნელობების ჩასმის შემდეგ ვიპოვნით;

$$S_1=-6 \text{ კნ}, \quad S_3=4,9 \text{ კნ}.$$

ნიშანი «მინუსი » მიუთითებს იმას, რომ 1 ღერო შეკუმშულია. შესაბამიად *3* ღერო შეკუმშულია.

ამოვჭრათ კვანძი *B* (ნახ. 3) და შევადგინოთ მისთვის წონასწორობის განტოლებები:



ნახ. 3

$$\begin{cases}-S_4\cos\alpha-S_5\cos\beta+X_B=0,\\ S_4\sin\alpha+S_5\sin\beta+Y_B=0.\end{cases}$$

სისტემიდან ვიპოვით:

$$S_4=\frac{X_B\sin\beta+Y_B\cos\beta}{\sin(\alpha-\beta)}, \quad S_5=\frac{X_B\sin\alpha+Y_B\cos\alpha}{\sin(\alpha-\beta)}.$$

თუ უკანასკნელში რიცხვით მნიშვნელობებს შევიტანთ, მაშინ მივიღებთ:

$$S_4=2,53 \text{ კნ}, \quad S_5=-5,7 \text{ კნ}.$$

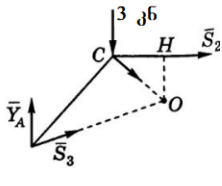
შესაბამიად ღერო 4 გაჭიმულია, ღერო 5 – შეკუმშული.

განვიხილოთ *I—I* კვეთა (იხ. ნახ. 1) და შევადგინოთ წონასწორობის განტოლება *O* წერტილის მიმართ მომენტებისთვის (ნახ. 4):

$$-Y_A\cdot 5-S_2\cdot HO+3\cdot EL=0,$$

საიდანაც,

$$S_2=\frac{3EL-5Y_A}{HO};$$



ნახ. 4

AOL და *ADK* სამკუთხედები ერთმანეთის მსგავსია, შესაბამისად

$$\frac{OL}{DK}=\frac{AL}{AK}.$$

მაშინ,

$$HO = DK - OL = DK\left(1 - \frac{AL}{AK}\right) = 2{,}5\left(1 - \frac{5}{7}\right) = \frac{5}{7}.$$

თუ S_2 სიდიდისთვის მიღებულ გამოსახულებაში ჩავსვამთ რიცხვით მნიშვნელობებს, მივიღებთ:

$$S_2 = -7 \text{ კნ},$$

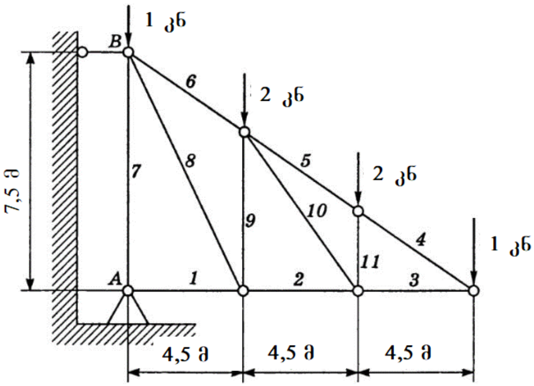
ღერო 2 შეკუმშულია.

პ ა ს უ ხ ი : $X_B = -2$ კნ; $Y_A = 2{,}2$ კნ; $Y_B = 2{,}8$ კნ.

ღეროს №	1	2	3	4	5
ძალვა, კნ	−6	−7	4,9	2,53	−5,7

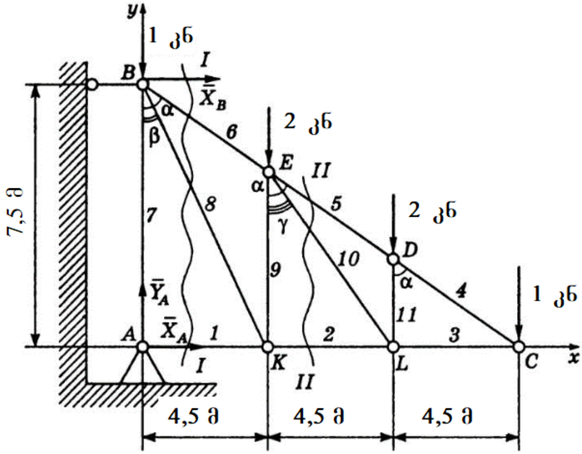
ამოცანა 4.73

იპოვეთ ფარდულის ფერმის საყრდენების რეაქციები და ძალვები ღეროებში. ფერმა მასზე მოქმედ ძალებთან ერთად ნახაზზეა გამოსახული.



ა მ ო ხ ს ნ ა

ამოცანის ამოსახსნელად გამოვიყენოთ კომბინირებული მეთოდი: რიტერის მეთოდი (კვეთის მეთოდი) და კვანძების ამოჭრის მეთოდი.



ნახ. 1

შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები მთლიანი ღეროვანი სისტემისათვის (x და y ღერძებზე პროექციებში და A წერტილის მიმართ მომენტებისთვის) (ნახ. 1):

$$\begin{cases} X_A + Y_B = 0, \\ Y_A - 1 - 2 - 2 - 1 = 0, \\ X_B \cdot 7,5 - 2 \cdot 4,5 - 2 \cdot 9 - 1 \cdot 13,5 = 0. \end{cases}$$

თუ სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ:

$X_A = 5{,}4$ კნ; $X_B = -5{,}4$ კნ; $Y_A = 6$ კნ.

ნიშანი «მინუსი» მიანიშნებს იმას, რომ $\vec{X}_B$ რეაქცია მიმართულია ნახაზზე გამოსახული ვექტორის საწინააღმდეგოდ (ანუ მარცხნივ).

ჩავატაროთ წინასწარი გამოთვლები საჭირო ტრიგონომეტრიული სიდიდეებისთვის. ABC სამკუთხედიდან (ნახ. 1) გამომდინარეობს:

$$\cos\alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{7,5}{\sqrt{7,5^2 + 13,5^2}} = \frac{5}{\sqrt{106}};$$

$$\sin\alpha = \frac{AC}{BC} = \frac{13,5}{\sqrt{7,5^2 + 13,5^2}} = \frac{9}{\sqrt{106}}.$$

ABK სამკუთხედიდან მივიღებთ:

$$\sin\beta = \frac{AK}{BK} = \frac{4,5}{\sqrt{7,5^2+4,5^2}} = \frac{3}{\sqrt{34}};$$

$$\cos\beta = \frac{AB}{BK} = \frac{7,5}{\sqrt{7,5^2+4,5^2}} = \frac{5}{\sqrt{34}}.$$

KEL სამკუთხედიდან გვექნება:

$$\sin\gamma = \frac{KL}{\sqrt{KE^2+KL^2}}; \cos\gamma = \frac{KE}{\sqrt{KE^2+KL^2}}.$$

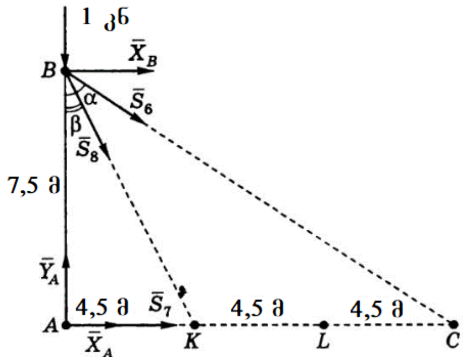
ვინაიდან EKB და BAC მსგავსი სამკუთხედებია, ამიტომ

$$\frac{KE}{AB} = \frac{KC}{AC} \Rightarrow KE = \frac{AB\cdot KC}{AC} \Rightarrow KE = 5\text{მ.}$$

მაშინ

$$\sin\gamma = \frac{4,5}{\sqrt{4,5^2+5^2}} = \frac{9}{\sqrt{181}}; \quad \cos\gamma = \frac{5}{\sqrt{4,5^2+5^2}} = \frac{10}{\sqrt{181}}.$$

განვიხილოთ $I—I$ კვეთა (ნახ. 1 და 2) და შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები ძალთა მომენტებისათვის B, C და K წერტილების მიმართ



ნახ. 2

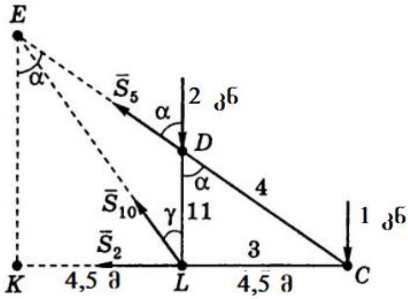
$$\begin{cases} X_A \cdot 7,5 + S_1 \cdot 7,5 = 0, \\ -Y_A \cdot 13,5 + 1 \cdot 13,5 - X_B \cdot 7,5 - S_8 \sin\beta \cdot 7,5 + S_8 \cos\beta \cdot 13,5 = 0, \\ -Y_A \cdot 4,5 + 1 \cdot 4,5 - X_B \cdot 7,5 - S_6 \sin\alpha \cdot 7,5 + S_6 \cos\alpha \cdot 4,5 = 0. \end{cases}$$

შევნიშნოთ, რომ $\vec{S}_6$ და $\vec{S}_8$ ძალების მომენტებისთვის განტოლებების შედგენის დროს გამოვიყენეთ ვარინიონის თეორემა ტოლქმედის მომენტის შესახებ. თუ ამ სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ:

$$S_1 = -5,4 \text{ კნ}, \;\; S_6 = 4,1 \text{ კნ}; \;\; S_8 = 3,5 \text{ კნ}.$$

ღერო *1* შეკუმშულია.

განვიხილოთ $II—II$ კვეთა (ნახ. 1 და 3) და შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები C, E და L წერტილების მიმართ მომენტებისთვის:



$$\begin{cases} 2 \cdot 4,5 - S_{10} \cos\gamma \cdot 4,5 = 0, \\ -2 \cdot 4,5 - 1 \cdot 9 - S_2 \cdot 5 = 0, \\ -1 \cdot 4,5 + S_2 \sin\alpha \cdot LD = 0. \end{cases}$$

თუ გავითვალისწინებთ იმას, რომ

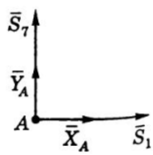
$$\frac{LD}{AB} = \frac{LC}{AB} \Rightarrow LD = 2,5 \text{ მ},$$

მაშინ შევძლებთ ამოვხსნათ სისტემა:

$$S_2 = -3,6 \text{ კნ}, \;\; S_5 = 2,06 \text{ კნ}; \;\; S_{10} = 2,7 \text{ კნ}.$$

ღერო *2* შეკუმშულია.

დანარჩენი ძალვები ღეროებში ვიპოვოთ კვანძების ამოჭრის მეთოდით.

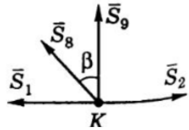


ნახ. 4

ამოვჭრათ კვანძი A (ნახ. 4) და შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები y ღერძზე პროექციებში:

$$Y_A + S_7 = 0 \Rightarrow S_7 = -Y_A = -6 \text{ კნ}.$$

ღერო 7 შეკუმშულია.



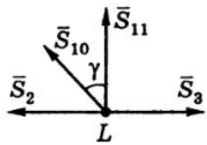
ნახ. 5

ამოვჭრათ კვანძი K (ნახ. 5) და შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები y ღერძზე პროექციებში*:*

$$S_9 + S_9 cos\beta = 0 \Rightarrow S_9 = -S_8 \, cos\beta;$$

$$S_9 = -3 \text{ კნ.}$$

ღერო 9 შეკუმშულია.



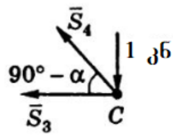
ნახ. 6

ამოვჭრათ კვანძი L (ნახ. 6) და შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები y ღერძზე პროექციებში:

$$S_{11} + S_{10} cos\gamma = 0 \Rightarrow S_{11} = -S_{10}\, cos\gamma;$$

$$S_{11} = -2 \text{ კნ,}$$

ღერო 11 შეკუმშულია.



ნახ. 7

ამოვჭრათ კვანძი C (ნახ. 7) და შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (x და y ღერძებზე პროექციებში):

$$\begin{cases} -S_3 - S_4 \cos\left(90^\circ - \alpha\right) = 0, \\ S_4 \sin\left(90^\circ - \alpha\right) - 1 = 0. \end{cases}$$

თუ ამ სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ:

$$S_3 = -1{,}8 \text{ კნ}, \;\; S_4 = 2{,}06 \text{ კნ.}$$

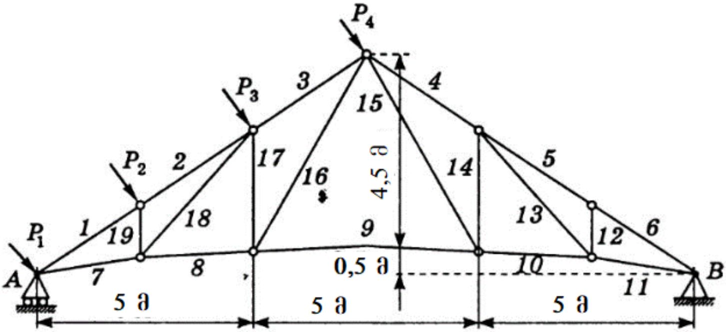
ღერო 3 შეკუმშულია.

პ ა ს უ ხ ი: $X_A = 5{,}4$ კნ; $X_B = -5{,}4$ კნ; $Y_A = 6$ კნ.

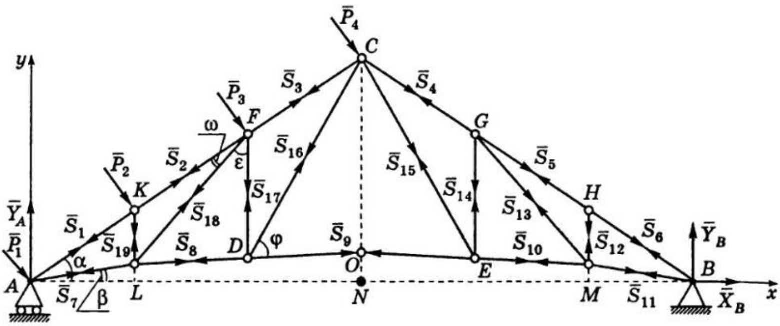
ღეროს №	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
ძალვა, კნ	−5,4	−3,6	−1,8	2,06	2,06	4,1	−6	3,5	−3	2,7	−2

ამოცანა 4.74

თანაბარი პანელების მქონე ნივნივიანი ფერმის კვანძებში ქარის დაწოლის შედეგად აღიძვრება სახურავის მართობული ძალები: $P_1 = P_4 = 312{,}5$ ნ და $P_2 = P_3 = 625$ ნ. იპოვეთ ქარისგან გამოწვეული საყრდენების რეაქციები და ძალვები ფერმის ღეროებში, რომლის ზომებიც ნახაზზეა მოცემული.


P4
P3
P2
P1
A
B
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
4,5 მ
0,5 მ
5 მ
5 მ
5 მ

ა მ ო ხ ს ნ ა


y
x
P4
C
P3
F
ω
ε
P2
K
P1
Y_A
A
α
β
L
D
φ
O
N
E
M
G
H
B
Y_B
X_B
S1
S2
S3
S4
S5
S6
S7
S8
S9
S10
S11
S12
S13
S14
S15
S16
S17
S18
S19

წინასწარ ჩავატაროთ აუცილებელი გამოთვლები

$$AB = 15 \text{ მ}, \quad CN = 15 \text{ მ}, \quad ON = 0,5 \text{ მ}.$$

$$\angle NAC = \angle NBC = \alpha; \; tg\alpha = \frac{5}{7,5} \Rightarrow \alpha = 33,6901^\circ.$$

$$\angle NAD = \angle NBE = \beta; \; tg\beta = 0,1 \Rightarrow \alpha = 5,7106^\circ.$$

$$\gamma = \alpha - \beta = 27,9795^\circ.$$

$$AL = \frac{2,5}{\cos\beta} = 2,5124 \text{ მ}, \quad AK = \frac{2,5}{\cos\alpha} = 3,0046 \text{ მ},$$

$$LK^2 = AK^2 + AL^2 - 2AK \cdot AL \cdot \cos\gamma = 2,0122 \text{ მ}^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow LK = 1,4185 \text{ მ}.$$

$$\angle AKL = 90^\circ - \alpha = 56,3099^\circ; \; \angle LKF = 180^\circ - 56,3099^\circ = 123,6901^\circ.$$

$$LF^2 = LK^2 + KF^2 - 2LK \cdot KF \cdot 123,6901^\circ = 15.7681 \text{ მ}^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow LF = 3,9709 \text{ მ}.$$

$$\angle KFL = \omega, \; \sin\omega = \frac{LK}{LF}\sin 56,3099^\circ = 0,2972 \Rightarrow \omega = 17,2912^\circ.$$

$$\angle LFD = \varepsilon = 90^\circ - (\alpha + \omega) = 39,0187^\circ.$$

$$\angle ODC = \varphi; \; tg\varphi = \frac{4,5}{2,5} \Rightarrow \varphi = 60,9454^\circ.$$

$$AC = \frac{7,5}{\cos\alpha} = 9,0139 \text{ მ}.$$

ფერმის საყრდენი რეაქციების საპოვნელად შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები მთლიანი სისტემისათვის (x და y ღერძებზე პროექციებში და B წერტილის მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} -X_B + (P_1 + P_2 + P_3 + P_4)\sin\alpha = 0, \\ Y_A + Y_B - (P_1 + P_2 + P_3 + P_4)\cos\alpha = 0, \\ Y_A \cdot 15 - P_4 \cdot 9,0139 - P_3 \cdot 6,0092 - P_2 \cdot 3,0046 = 0. \end{cases}$$

თუ ამ სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ:

$$X_B = 1040 \text{ ნ}; \quad Y_A = 563 \text{ ნ}; \quad Y_B = 997 \text{ ნ}.$$

შემდეგ განვიხილავთ კვანძების წონასწორობას და შევადგენთ შესაბამის განტოლებებს.

კვანძი A:

$$\begin{cases} S_1\cos\alpha + S_7\cos\beta + P_1\sin\alpha = 0, \\ Y_A + S_1\sin\alpha + S_7\sin\beta - P_1\cos\alpha = 0. \end{cases}$$

კვანძი K:

$$\begin{cases} -S_1\cos\alpha + S_2\cos\alpha + P_2\sin\alpha = 0, \\ -S_1\sin\alpha - S_{19} + S_2\sin\alpha - P_2\cos\alpha = 0. \end{cases}$$

კვანძი L:

$$\begin{cases} -S_7\cos\beta + S_8\cos\beta + S_{18}\sin\varepsilon = 0, \\ -S_7\sin\beta + S_8\sin\beta + S_{18}\cos\varepsilon + S_{19} = 0. \end{cases}$$

კვანძი F:

$$\begin{cases} -S_2\cos\alpha - S_{18}\sin\varepsilon + S_3\cos\alpha + P_3\sin\alpha = 0, \\ -S_2\sin\alpha - S_{18}\cos\varepsilon - S_{17} + S_3\sin\alpha - P_3\cos\alpha = 0. \end{cases}$$

კვანძი D:

$$\begin{cases} -S_8\cos\beta + S_9 + S_{16}\cos\varphi = 0, \\ -S_8\sin\beta + S_{17} + S_{16}\sin\varphi = 0. \end{cases}$$

კვანძი C:

$$\begin{cases} -S_3\cos\alpha - S_{16}\cos\varphi + S_4\cos\alpha + S_{15}\cos\varphi + P_4\sin\alpha = 0, \\ -S_3\sin\alpha - S_{16}\sin\varphi - S_4\sin\alpha - S_{15}\sin\varphi - P_4\cos\alpha = 0 \end{cases}$$

კვანძი E:

$$\begin{cases} -S_9 + S_{19}\cos\beta - S_{15}\cos\varphi = 0, \\ -S_{10}\sin\beta + S_{15}\sin\varphi + S_{14} = 0. \end{cases}$$

კვანძი G:

$$\begin{cases} -S_4 \cos\alpha + S_5 \cos\alpha + S_{13} \sin\varepsilon = 0, \\ S_4 \sin\alpha - S_5 \sin\alpha - S_{13} \cos\varepsilon - S_{14} = 0. \end{cases}$$

კვანძი *H:*

$$\begin{cases} -S_5 \cos\alpha + S_6 \cos\alpha = 0, \\ S_5 \sin\alpha - S_6 \sin\alpha - S_{12} = 0. \end{cases}$$

კვანძი *B:*

$$-S_6 \cos\alpha - S_6 \cos\beta - X_B = 0.$$

თუ კვანძებისთვის მიღებულ განტოლებათა სისტემებს თანმიმდევრობით ამოვხსნით, მივიღებთ ძალვებს ფერმის ღეროებში:

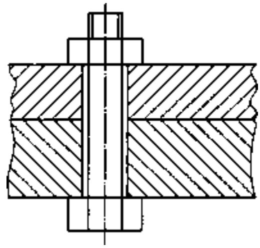
ღეროს №	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ძალვა, კნ	-1525	−1940	−1560	−970	−970	−970	1100	440	−215

ღეროს №	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
ძალვა, კნ	−230	−230	0	0	0	−26	−1340	−1130	1050	−750

პასუხი: $Y_A = 997$ ნ; $X_B = 1040$ ნ; $Y_B = 563$ ნ;
$S_1 = -1525$ ნ; $S_2 = -1940$ ნ; $S_3 = -1560$ ნ;
$S_4 = S_5 = S_6 = -970$ ნ; $S_7 = 1100$ ნ; $S_8 = 440$ ნ;
$S_9 = -215$ ნ; $S_{10} = S_{11} = -230$ ნ; $S_{12} = S_{13} = S_{14} = 0$;
$S_{15} = -26$ ნ; $S_{16} = 1340$ ნ; $S_{17} = -1130$ ნ;
$S_{18} = 1050$ ნ; $S_{19} = 750$ ნ.

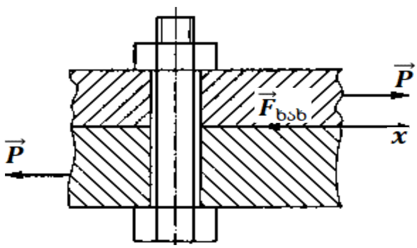
5. ხახუნის ძალები

ამოცანა 5.1



იპოვეთ ჭანჭიკის ისეთი აუცილებელი მოჭიმვა, რომელიც ორ ფოლადის ფურცელს ერთმანეთზე ისე დაამაგრებს, რომ მათ გამოსაცალკევებლად საჭირო იყოს $P = 2$ კნ ძალა. ჭანჭიკი ჩასმულია ფოლხვით და არ მუშაობს ჭრილზე. ფურცლებს შორის ხახუნის კოეფიციენტი არის 0,2. (რაკი ჭანჭიკი არ მუშაომს ჭრილზე, ამიტომ ის უნდა მოიჭიმოს იმ ძალით, რომ ფურცლებს შორის აღძრული ხახუნის ძალა წინ აღუდგეს ფურცლების ერთმანეთზე სრიალს. ძალა, რომელიც მოქმედებს ჭანჭიკის ღერძის გასწვრივ, არის სწორედ საძიებელი მოჭიმვა.)

ა მ ო ხ ს ნ ა



ვინაიდან ჭანჭიკი ჩასმულია ფოლხვით და არ მუშაობს ჭრილზე, ამიტომ P სიდიდის მქონე ორი ძალა უნდა გაწონასწორდეს ფურცლების ერთმანეთთან შემხებ ზედაპირებსა და აგრეთვე, ჭანჭიკისა და ქანჩის საყრდენ ზედაპირებში არსებული ხახუნის ძალებით (იხ. ნახაზი). შევადგინოთ ფურცლების წონასწორობის განტოლებები:

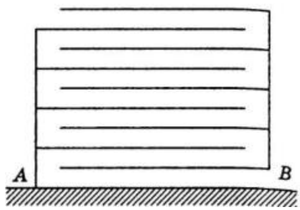
$$-F_{ხახ} + P = 0,$$

სადაც, $F_{ხახ.} = S \cdot \mu$—ხახუნის შესაძლო ზღვრული მნიშვნელობაა; S — ჭანჭიკის მოჭიმვაა; μ — ხახუნის კოეფიციენტია. შედეგად მივიღებთ

$$S = \frac{P}{\mu} = \frac{3}{0,2} = 10 \text{ კნ.}$$

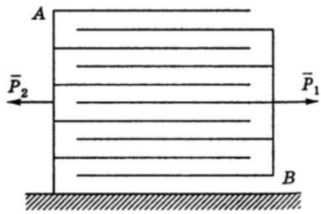
პ ა ს უ ხ ი : 10 კნ.

ამოცანა 5.2



ქაღალდის ფურცლები დაწყობილია ნახაზის მიხედვით და ფურცლის გამოტოვებით თავისუფალი ბოლოებით ერთმანეთზეა დაწებებული ისე, რომ მიიღება ორი დამოუკიდებელი შეკვრა A და B. თითოეული ფურცლის წონაა $G = 0{,}06$ ნ. ფურცლების საერთო რაოდენობაა $Z = 200$ ცალი, ქაღალდის ქაღალდზე და იმ მაგიდაზე, რაზეც ქაღალდი დევს, ხახუნის კოეფიციენტი არის 0,2. ჩათვალეთ, რომ ერთ-ერთი შეკვრა უძრავად არის დამაგრებული და იპოვეთ უმცირესი ჰორიზონტალური P ძალვა, რომელიც აუცილებელია მეორე შეკვრის პირველისგან გამოსაცალკევებლად.

ა მ ო ხ ს ნ ა



გამოვსახოთ (იხ.ნახ) შეკვრაზე მოქმედი ძალები.

ვთქვათ i არის ფურცლის ნომერი $i = 1,2,\ldots,200$; P_1 არის B შეკვრიდან A შეკვრის გამოცალკევების დროს აღძრული ძალა, ხოლო P_2 — B შეკვრის A შეკვრისგან გამოცალკევების დროს აღძრული ძალა. μ—ხახუნის კოეფიციენტია.

გამოვთვალოთ P_1:

$$P_1 = \sum_{i=1}^{199} i\mu G = \mu G \sum_{i=1}^{199} i.$$

შემდეგი იგივეობის გამოყენებით —

$$\sum_{i=1}^{k}\left(1+2+\cdots+k\right) = \frac{k\left(k+1\right)}{2}$$

ვიპოვით:

$$\sum_{i=1}^{199} i = \frac{199 \cdot 200}{2} = 19900.$$

მაშინ,

$$P_1 = \mu G \cdot 19900 = 0,2 \cdot 0,06 \cdot 19900 = 238,8 \text{ ნ.}$$

ანალოგიურად გამოვთვალოთ P_2:

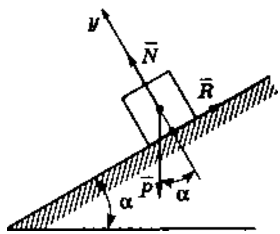
$$P_2 = \sum_{i=1}^{200} i\mu G = \mu G \sum_{i=1}^{200} i = \mu G \frac{200 \cdot 201}{2} = 0,2 \cdot 0,06 \cdot 20100 = 241,2$$

პ ა ს უ ხ ი : A-ს გამოსაცალკევებლად B-დან აუცილებელია $P = 241,2$ ნ ძალა, ხოლო A -დან B -ს გამოსაცალკევებლად — $P = 238,8$ ნ ძალა.

ამოცანა 5.3

ვაგონი ეშვება დახრილ გზაზე, რომლის დახრა არის 0,008, მიაღწევს რა გარკვეულ სიჩქარეს, ვაგონი განაგრძობს სვლას თანაბარი სიჩქარით. იპოვეთ წინააღმდეგობა R, რომელსაც განიცდის ვაგონი ამ სიჩქარისას, თუ ვაგონის წონაა 500 კნ. (გზის დახრა ეწოდება გზის ჰორიზონტისადმი დახრის კუთხის ტანგესს; დახრის სიმცირიდან გამომდინარე კუთხის სინუსი ტანგესის ტოლად შეიძლება ჩაითვალოს.)

ა მ ო ხ ს ნ ა



განვიხილოთ ვაგონზე მოქმედი ძალები: $\vec{P}$ — ვაგონის წონაა; $\vec{R}$ — წინაარმდეგობის ძალაა; $\vec{N}$ — ნორმალური რეაქცია (იხ. ნახაზი).

ვინაიდან ვაგონი მოძრაობს თანაბრად, ამიტომ მასზე მოქმედი ძალები ერთმანეთს აწონასწორებენ, ანუ x და y ღერძებზე პროექციებში შეგვიძლია დავწეროთ:

$$\begin{cases} P\sin\alpha - R = 0, \\ N - P\cos\alpha = 0. \end{cases}$$

პირველი განტოლებიდან ვიპოვით:

$$R = P\sin\alpha.$$

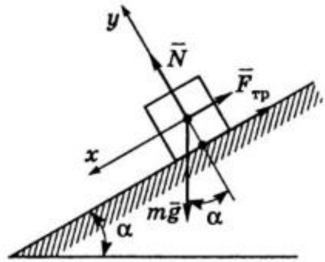
ვინაიდან მცირე კუთხეებისთვის $sin\,\alpha = tg\,\alpha = 0{,}008$, ამიტომ

$$R = 0{,}008 * 500 = 4 \text{ კნ.}$$

პ ა ს უ ხ ი : $R = 4$ კნ.

ამოცანა 5.4

მატარებელი ადის ზევით წრფივ 0,008 დახრის მქონე გზაზე თანაბარი სიჩქარით; მატარებლის მასა ელმავლის ჩაუთვლელად არის 12000 კნ. როგორია ელმავალს გაწევის F ძალა, თუ მოძრაობისადმი წინააღმდეგობა ტოლია მატარებლის რელსებზე დაწოლის 0,005 ნაწილისა?



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე მატარებელზე მოქმედი ძალები.

ვინაიდან მატარებელი მოძრაობს წრფივად და თანაბრად, ამიტომ მასზე მოქმედი ძალები ერთმანეთს აწონაწორებენ. ჩავწეროთ წონასწორობის განტოლება x ღერძზე პროექციებში:

$$F - Psin\alpha - R = 0.$$

მაშინ

$$F = Psin\alpha + R = Psin\alpha + 0{,}005Pcos\alpha.$$

ვინაიდან α მცირეა, ამიტომ $a \approx tg\alpha$; $cos\alpha \approx 1$ და აქედან გამომდინარე

$$F = P(tg\alpha + 0{,}005) = 12000(0{,}008 + 0{,}005) = 156 \text{ კნ.}$$

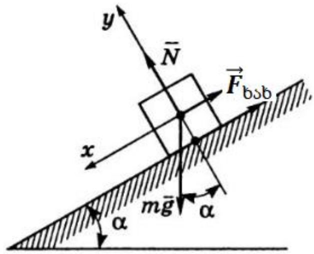
პ ა ს უ ხ ი : $F = 156$ კნ.

ამოცანა 5.5

არაგლუვი ზედაპირი ჰორიზონტისადმი დახრილია ისეთი კუთხით, რომ მასზე მდებარე მძიმე ტვირთი მოძრაობს საწყისი მუდმივი სიჩქარით. იპოვეთ ხახუნის კოეფიციენტი f.

ა მ ო ხ ს ნ ა

ვინაიდან სხეული მოძრაობს წრფივად და თანაბრად, ამიტომ მასზე მოქმედი ძალები ერთმანეთს აწონაწორებენ (იხ. ნახაზი). წონასწორობის განტოლებებს x და y ღერძებზე პროექციებში ექნებათ სახე:



$$\begin{cases} mg\sin\alpha - F_{ხახ} = 0, \\ N - mg\cos\alpha = 0, \end{cases}$$

ან, რაც იგივეა,

$$\begin{cases} F_{ხახ} = mg\sin\alpha\,, \\ N = mg\cos\alpha\,, \end{cases}$$

შესაბამისად,

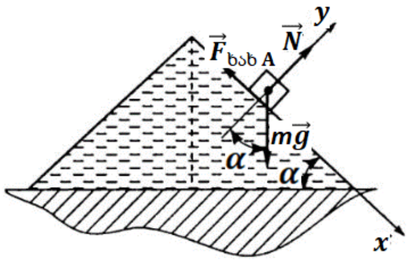
$$F_{ხახ}\,/\,N = tg\alpha.$$

და ვინაიდან $F_{ხახ} = fN$, ამიტომ $f = tg\alpha$.

პ ა ს უ ხ ი : $f = tg\alpha$.

ამოცანა 5.6

იპოვეთ დედამიწის გრუნტის ბუნებრივი დახრის კუთხე, თუ ამ გრუნტისთვის ხახუნის კოეფიციენტი არის $f = 0{,}8$. (გრუნტის ბუნებრივი დახრის კუთხე ეწოდება ჰორიზონტისადმი ისეთ მაქიმალურ დახრის კუთხეს, რომლის დროსაც გრუნტის დახრილ ზესაპირზე მდებარე ნაწილაკი წონსწორობაში რჩება).



ა მ ო ხ ს ნ ა

ნახაზზე გამოვსახოთ ნაწილაკზე მოქმედი ძალები და შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (x და y ღერძებზე პროექციებში):

$$\begin{cases} mg\sin\alpha - F_{ხახ} = 0, \\ N - mg\cos\alpha = 0, \end{cases}$$

ვინაიდან

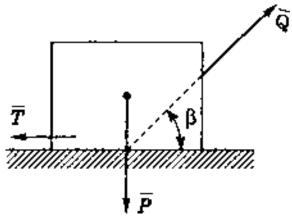
$$F_{ხახ} = fN,$$

ამიტომ, სისტემიდან შეგვიძლია მივიღოთ შემდეგი დამოკიდებულება: $tg\alpha = f$. რის შედეგადაც გვექნება

$$tg\alpha = 0,8, \ \alpha = 38^\circ 40'.$$

პ ა ს უ ხ ი : $\alpha = 38°40'$.

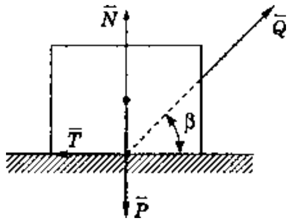
ამოცანა 5.7



P წონის მქონე ყუთი დევს f ხახუნის კოეფიციენტის მქონე მქის ზედაპირზე. იპოვეთ $\vec{Q}$ ძალის სიდიდე და მოდების β კუთხე იმ პირობით, რომ ყუთის ადგილიდან დასაძრავად საკმარისი იქნება Q სიდიდის უმცირესი მნიშვნელობა.

ა მ ო ხ ს ნ ა

ნახაზის მიხედვით შევადგინოთ ყუთის წონასწორობის განოლებები. (x და y ღერძებზე პროექციებში) და დავამატოთ ხახუნის ძალასა და ნორმალურ რეაქციას შორის დამაკავშირებელი დამოკიდბულება:



$$\begin{cases} Q\cos\beta - T = 0, \\ Q\sin\beta + N - P = 0, \\ T = fN. \end{cases}$$

სისტემის მეორე განტოლებიდან გვექნება

$$N = P - Q\sin\beta,$$

მაშინ მესამედან მივიღებთ:

$$T = fP - fQ\sin\beta.$$

შესაბამისად, სისტემის პირველი განტოლების გათვალისწინებით:

$$Q\cos\beta = fP - fQ\sin\beta \Rightarrow$$

$$Q = \frac{fP}{\cos\beta + f\sin\beta}.$$

Q სიდიდე თავის მაქსიმალურ მნიშვნელობას იღებს მაშინ, როცა $f(\beta) = cos\beta + fsin\beta$ ფუნქციის მნიშვნელობა მაქსიმალურია.

$f'(\beta) = -\sin\beta + f\cos\beta.$ $f'(\beta) = 0,$ როცა $tg\beta = f$, ანუ $\beta = arctgf$.

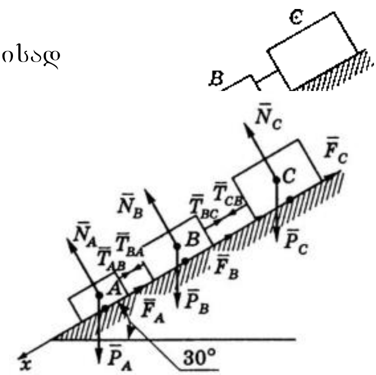
$$Q_{\min} = \frac{fP}{\cos(arctgf) + f\sin(arctgf)} =$$

$$= \frac{fP}{\dfrac{1}{\sqrt{1+tg^2(arctgf)}} + \dfrac{tg(arctgf)}{\sqrt{1+tg^2(arctgf)}}} = \frac{fP}{\dfrac{1+f^2}{\sqrt{1+f^2}}} = \frac{fP}{\sqrt{1+f^2}}.$$

პასუხი:

$$\beta = arctgf; \; Q_{\min} = \frac{fP}{\sqrt{1+f^2}}.$$

ამოცანა 5.8



სამი A, B, C ტვირთი, შესაბამისად 10, 30 და 60 ნ წონით, მდებარეობენ ჰორიზონტისადმი α კუთხით დახრილ სიბრტყეზე. ტვირთები ერთმანეთთან შეერთებულია გვარლების საშუალებით ისე, როგორც ეს ნახაზზეა ნაჩვენები. ტვირთებსა და სიბტრყეს შორის ხახუნის კოეფიციენტები შესაბამისად ტოლია $f_A = 0{,}1$, $f_B = 0{,}25$, $f_C = 0{,}5$. იპოვეთ α კუთხე, რომლის დროსაც ტვირთები სიბრტყის გასწვრივ თანაბრად ქვევით იმოძრავებენ. იპოვეთ აგრეთვე გვარლების T_{AB} და T_{BC} დაჭიმულობები.

ამოხსნა

წრფივი და თანაბარი მოძრაობის დროს ტვირთებზე მოქმედი ძალები ერთმანეთს აწონასწორებენ. შევცვალოთ გვარლების დაჭიმულობის ძალები ბმების $T_{AB} = T_{BA}$, $T_{BC} = T_{CB}$ რეაქციებით (იხ. ნახაზი) და შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები თითოეული ტვირთისთვის x ღერძზე პროექციებში:

$$P_A\sin\alpha - T_{AB} - F_A = 0,$$

$$P_B\sin\alpha + T_{AB} - T_{BC} - F_B = 0,$$

$$P_C\sin\alpha + T_{BC} - F_C = 0,$$

ჩავწეროთ ხახუნის ძალების შესაძლო ზღვრული მნიშვნელობები:

$$F_A = f_A P_A\cos\alpha,$$

$$F_B = f_B P_B\cos\alpha,$$

$$F_C = f_C P_C\cos\alpha.$$

თუ პირველ სამ განტოლებას შევკრებთ და გავითვალისწინებთ ბოლო სამ განტოლებას, მივიღებთ

$$\left(P_A + P_B + P_C\right)\sin\alpha - \left(f_A P_A + f_B P_B + f_C P_C\right)\cos\alpha = 0.$$

$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{f_A P_A + f_B P_B + f_C P_C}{P_A + P_B + P_C} = 0,385 \Rightarrow \alpha = arctg0,385.$$

$$T_{AB} = P_A\sin\alpha - F_A = 10\left(\sin\alpha - f_A\cos\alpha\right) = P_A\left(\sin\alpha - 0,1\cos\alpha\right) = 2,7$$

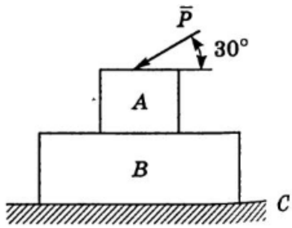
$$T_{BC} = f_C P_C\cos\alpha - P_C\sin\alpha = P_C\cos\alpha\left(f_C - tg\alpha\right) =$$

$$= 60\cos\alpha\left(0,5 - 0,385\right) = 6,5 \text{ ნ.}$$

პ ა ს უ ხ ი: $\alpha = arctg(0385)$; $T_{AB} = 2,7$ ნ $T_{BC} = 6,5$ ნ.

ამოცანა 5.9.

$P_B = 200$ ნ წონის მქონე მართკუთხა B ძელის ზედა წახნაგზე დევს $P_A = 100$ ნ წონის მქონე მართკუთხა A ძელი. B ძელი თავისი ქვედა წახნაგით ჰორიზონტალურ C ზედაპირს ეყრდნობა, ამასთან, მათ შორის ხახუნის კოეფიციენტი არის



$f_1 = 0,2$. A და B ძელებს შორის ხახუნის კოეფიციენტი არის $f_2 = 0,5$. A ძელზე მოქმედებს $P = 60$ ნ სიდიდის ძალა, რომელიც ჰორიზონტთან $\alpha = 30°$ კუთხეს ადგენს. იმოძრავებს თუ არა A ძელი B ძელის მიმართ? იმოძრავებს თუ არა B ძელი C ზედაპირის მიმართ?

ა მ ო ხ ს ნ ა

შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები მთლიანი სისტემისთვის (ვერტიკალზე და ჰორიზონტალზე პროექციებისთვის) (ნახ. 1):

$$\begin{cases} F_{ხახ\ B} - P\cos 30° = 0, \\ N_B - P_A - P_B - P\sin 30° = 0. \end{cases}$$

მაშინ,

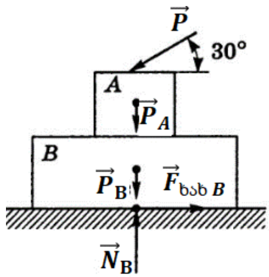
$$N_B = P_A + P_B + P\cos 30° =$$
$$= 100 + 200 + 30 = 330 \text{ ნ}.$$

$$F_{ხახ B} = P\cos 30° = 60 \cdot 0{,}866 = 51{,}96 \text{ ნ}.$$

გამოვთალოთ

$$F_{ხახ max} = f_2 N_B = 0{,}2 \cdot 330 = 66 \text{ ნ} .$$

ვინაიდან, $F_{ხახ B} < F_{ხახ max}$ ამიტომ B ძელი უძრავია.



ნახ. 1

შევადგინოთ A ძელის წონასწორობის ანალოგიური განტოლებები (ნახ. 2):

$$\begin{cases} F_{ხახ\ A} - P\cos 30° = 0, \\ N_A - P_A - P\sin 30° = 0. \end{cases}$$

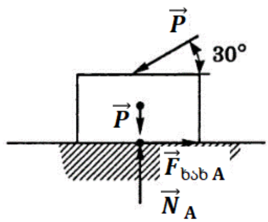
მაშინ

$$N_A = P_A + P\sin 30° = 130 \text{ ნ};$$
$$F_{ხახ\ A} = P\cos 30° = 51{,}96 \text{ ნ}.$$

გამოვთვალოთ

$$F_{ხახ max} = f_1 N_A = 0{,}5 \cdot 130 = 65 \text{ ნ}.$$

ვინაიდან, $F_{ხახ\ A} < F_{ხახ max}$ ამიტომ A ძელი B ძელის მიმართ უძრავია.

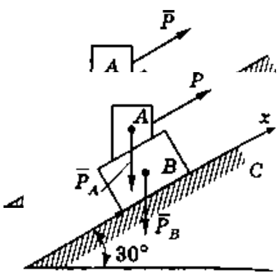


ნახ. 2

პ ა ს უ ხ ი : A და B ძელები უძრავ მდგომარეობაში რჩებიან.

ამოცანა 5.10

ორი A და B სხეული განთავსებულია C დახრილ სიბრტყეზე ისე, როგორც ნახაზზეა ნაჩვენები. A სხეულის წონაა 100 ნ, B სხეულის — 200 ნ. ხახუნის კოეფიციენტი A და B-ს შორის არის—$f_1 - 0{,}6$, B და C-ს შორის — $f_2 = 0{,}2$. გამოიკვლიეთ სისტემის მდგომარეობა A სხეულზე მოდებული



და დახრილ სიბრტყისადმი პარალელური P ძალის სხვადასხვა მნიშვნელობისთვის.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე სხეულების წონები და A სხეულზე მოდებული P ძალა. განვიხილოთ შემთხვევა, როცა A და B სხეულები ისწრაფვიან ქვევით იმოძრაონ როგორც ერთი მთლიანი სხეული, ანუ როცა მოქმედი ძალების x ღერძზე პროექციების ჯამი უარყოფითია:

$$P-\left(P_A+P_B\right)\sin 30^\circ+\left(P_A+P_B\right) f_2 \cos 30^\circ<0 \Rightarrow$$

$$P<\left(P_A+P_B\right)\left(\sin 30^\circ+f_1 \cos 30^\circ\right)=98 \text{ ნ.}$$

განვიხილოთ შემთხვევა, როცა A სხეული ისწრაფვის B სხეულზე ქვევით ისრიალოს, ე.ი.

$$P-P_A \sin 30^\circ+P_A f_1 \cos 30^\circ=0 \Rightarrow$$

$$P=P_A\left(\sin 30^\circ-f_1 \cos 30^\circ\right)=100 \cdot(0,5-0,6 \cdot 0,886)=-1,96 \neq 0.$$

ანუ, A სხეული B სხეულზე ქვევით ვერ ისრიალებს.

განვიხილოთ შემთხვევა როცა A სხეული ისწრაფვის B სხეულის მიმართ ზევით იმოძრაოს:

$$P-P_A \sin 30^\circ-P_A f_1 \cos 30^\circ>0 \Rightarrow$$

$$P>P_A \,\mathrm{s}\left(\mathrm{in}\, 30^\circ+f_1 \cos 30^\circ\right)=102 \text{ ნ.}$$

დავადგინოთ მოძრაობს თუ არა ამ შემთხვევაში B სხეული ზევით:

$$P_A f_1 \cos \alpha<\left(P_A+P_B\right)\left(\sin \alpha+f_2 \cos \alpha\right) \Rightarrow$$

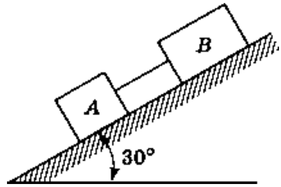
$$100 \cdot 0,6 \cdot 0.866<300 \cdot(0,5+0,2 \cdot 0,866).$$

ვინაიდან ბოლო უტოლობა სამართლიანია, ამიტომ B სხეული უძრავია.

როცა $98 < P < 102$ ნ, მაშინ ორივე სხეული უძრავია.

პ ა ს უ ხ ი : როცა $P < 98$ ნ —ორივე A და B სხეული ქვევით ეშვება და ერთმანეთის მიმართ უძრავნი არიან.; როცა $98 < P < 102$ ნ —სხეულები უძრავია; როცა $P > 102$ ნ — A სრიალებს B სხეულზე ზევით(B სხეული უძრავია).

ამოცანა 5.11

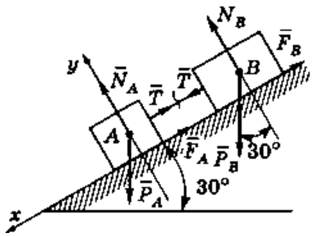


დახრილ სიბრტყეზე დევს 400 ნ წონის მქონე მართკუთხა B ძელი. მასზე გვარლის საშუალებით მიაბეს 200 ნ წონის მქონე მართკუთხა A ძელი, რომელიც სრიალებს რა დახრილ სიბრტყეზე ქვევით, ჭიმავს გვარლს. დახრილ სიბტრყესთან ხახუნის კოეფიციენტები არის $f_A = 0{,}5$, $f_B = 2/3$.

დარჩება თუ არა სისტემა შემდგომში უძრავ მდგომარეობაში?

იპოვეთ გვარლის T დაჭიმულობა და თითოეულ სხეულზე მოქმედი ხახუნის ძალების სიდიდეები. გვარლის წონა უგულებელყავით.

ა მ ო ხ ს ნ ა



შემოვიღოთ აღნიშვნები: $\vec{T}$ — გვარლის დაჭიმულობის ძალა; $\overrightarrow{P_A}$ — A ძელის სიმძიმის ძალა; $\overrightarrow{P_B}$ — B ძელის სიმძიმის ძალა; $\overrightarrow{F_A}$ — A ძელის ზედაპირზე ხახუნის ძალა; $\overrightarrow{F_B}$ — B ძელის ზედაპირზე ხახუნის ძალა (იხ. ნახაზი).

ამოცანის პირობის თანახმად, A ძელი სრიალებს დახრილ სიბრტყეზე ისე, რომ არ ჭიმავს გვარლს. ეს იმას ნიშნავს, რომ

$$P_A sin30° - F_A > 0, F_A < P_A sin30 = 100 \text{ ნ}.$$

იმის გათვალისწინებით, რომ $N_A = P_A sin30°$, მივიღებთ

$$F_{A\,max} = f_A N_A = 0{,}5 \cdot 200 \cdot 0{,}866 = 86{,}6 \text{ ნ}.$$

შევადგინოთ A ძელის წონასწორობის განტოლება გვარლის დაჭიმულობის გათვალისწინებით:

$$P_A sin30° - F_{A\,max} - T = 0,$$

საიდანაც მივიღებთ:

$$T = P_A sin30° - F_{A\,max} = 100 - 86{,}6 = 13{,}4 \text{ ნ}.$$

შევადგინოთ წონასწორობის განტოლება B ძელისთვის:

$$T + P_B sin30° - F_B = 0.$$

შესაბამისად,

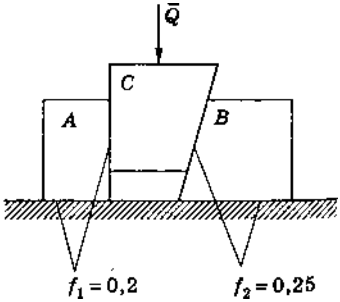
$$F_B = T + P_B sin30° = 13{,}4 + 200 = 213{,}4 \text{ ნ}.$$

$$F_{B\,max} = f_B N_B = f_B P_B Bcosa = {}^{2}/_{3} \cdot 400 \cdot {}^{\sqrt{3}}/_{2} = 230,94$$

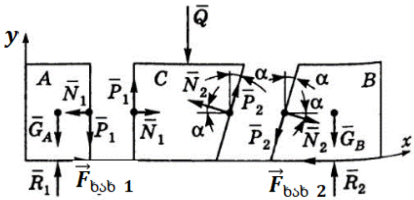
ამრიგად, სისტემა წონასწორობაშია, ვინაიდან $F_B < F_{B\,max}$.

პ ა ს უ ხ ი: სისტემა რჩება უძრავ მდგომარეობაში; $F_A = 86,6$ ნ; $F_B = 213,4$ ნ; $T = 13,4$ ნ.

ამოცანა 5.12



C სოლი ჩასმულია მქის ჰორიზონტალურ ზედაპირზე მდებარე ორ A და B სხეულს შორის. სოლის ერთი გვერდი ვერტიკალურია, მეორე კი ვერტიკალთან ადგენს $\alpha = arctg(1/3)$ კუთხეს. A სხეულის წონაა 400 ნ, ხოლო B სხეულის წონაა 300 ნ; ზედაპირებს შორის ხახუნის კოეფიციენტები მითითებულია ნახაზზე. იპოვეთ Q ძალის სიდიდე, რომლის ზემოქმედების შედეგად ერთ-ერთი სხეული ადგილიდან დაიძვრება. იპოვეთ აგრეთვე ამ დროს უძრავად დარჩენილ სხეულზე მოქმედი ჰორიზონტალური სიბრტყის მხრიდან მოქმედი F ხახუნის ძალის მნიშვნელობა.



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე სხეულზე მოქმედი ძალები. განვიხილოთ C სოლის, აგრეთვე A და B სხეულების წონასწორობა ცალ-ცალკე.

სხეული A:

$$\begin{cases} F_{ხახ\,1} - N_1 = 0, \\ -G_A + R_1 - P_1 = 0, \\ F_{ხახ\,1} = f_1 R_1, \\ P_1 = f_1 N_1. \end{cases}$$

სოლი C:

$$\begin{cases} N_1 - N_2\cos\alpha + P_2\sin\alpha = 0, \\ P_1 - Q + P_2\cos\alpha + N_2\sin\alpha = 0, \\ P_2 = f_2 N_2. \end{cases}$$

სხეული B:

$$\begin{cases} N_2\, cos\,\alpha - P_2\, sin\,\alpha - F_{ხახ\,2} = 0, \\ -N_2\, sin\,\alpha - P_2\, cos\,\alpha - G_B + R_2 = 0, \\ F_{ხახ\,2} = f_2 R_2, \end{cases}$$

სისტემის პირველი განტოლებიდან (A სხეულისთვის) მივიღებთ

$$R_A = G_A + P_1;$$

$$f_1\left(G_A + P_1\right) = N_1;$$

$$P_1 = N_1;$$

შესაბამისად,

$$N_1 = \frac{f_1 G_A}{1 - f_1^2} = \frac{0,2\cdot 400}{1 - 0,2^2} = 83,33 \text{ ნ}$$

მეორე სისტემიდან (C სოლი):

$$N_2 = \frac{N_1}{\cos\alpha - f_2\sin\alpha} = \frac{83,33\cdot\sqrt{10}}{3 - 0,25\cdot 1} = 95,82 \text{ ნ},$$

ეს იმიტომ, რომ

$$\sin\alpha = \frac{tg\alpha}{\sqrt{1 + tg^2\alpha}} = \frac{1/3}{\sqrt{1 + \left(1/3\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}};\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + tg^2\alpha}} = \frac{3}{\sqrt{10}};$$

$$P_2 = f_2 N_2 = 0,5\cdot 95,82 = 24 \text{ ნ};$$

$$Q = P_1 + P_2\cos\alpha + N_2\sin\alpha = 16,67 + \frac{24\cdot 3}{\sqrt{10}} + \frac{95,82}{\sqrt{10}} = 69,74 \text{ ნ}$$

$$\approx 70 \text{ ნ}.$$

და საბოლოოდ, სამივე სისტემიდან მივიღებთ:

$$F_{ხახ\,2} = F_{ხახ\,1} = N_1 = 83{,}33ნ.$$

ვინაიდან, B სხეულის ადგილიდან დასაძვრელად აუცილებელია მასზე მოვდოთ ძალვა —

$$f_2 R_2 = f_2\left(G_B + N_2 \sin\alpha + P_2 \cos\alpha\right) = 88{,}27 \text{ ნ},$$

ხოლო A სხეულის ხახუნის ძალის დაძლევისათვის საჭიროა ძალვა —

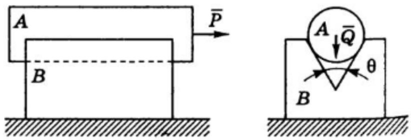
$$f_1 R_1 = f_1\left(G_A + P_1\right) = 0{,}2\cdot\left(400 + 16{,}67\right) = 83{,}33 \text{ ნ},$$

ამიტომ, A სხეული ადგილიდან დაიძვრება. ამასთან, უძრავად დარჩენილ B სხეულზე მოქმედი F ხახუნის ძალის მნიშვნელობა იქნება 83,33 ნ.

პ ა ს უ ხ ი: $Q = 70$ ნ, ამასთან A სხეული დაიწყებსს მოძრაობას; $F = 83{,}33$ ნ.

ამოცანა 5.13

A ცილინდრი დევს ისეთ B მიმმართველში, რომლის განივი კვეთა წარმოადგენს ϑ კუთხიანი წვეტის მქონე სიმეტრიულ სოლს, ხახუნის კოეფიციენტი A ცილინდრსა და B მიმმართველს შორის არის f. ცილინდრის წონა არის Q. P ძალის რა მნიშვნელობის შემთხვევაში დაიწყებს ცილინდრი ჰორიზონტალურ მოძრაობას?

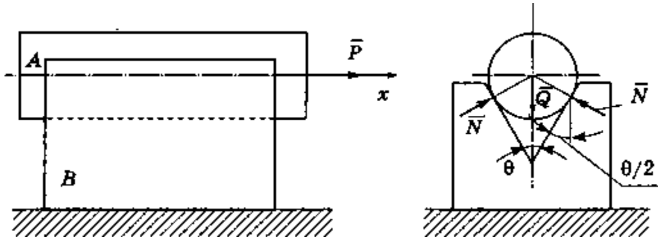


როგორი უნდა იყოს ϑ კუთხე იმისათვის, რომ ცილიდრი ამოძრავდეს იმ შემთხვევაში, როცა P ძალის მნიშვნელობა ცილინდრის Q წონის ტოლი იქნება?

ა მ ო ხ ს ნ ა

ცილინდრზე მოქმედი ძალების შესაბამისად (იხ. ნახაზი) შევადგინოთ მისი წონასწორობის განტოლებები:

$$\begin{cases} P - F_{ხახ} = 0, \\ 2N\,sin(\theta/2) - Q = 0. \end{cases}$$



თუ ამოვხსნით სისტემას, მაშინ მივიღებთ

$$2N = \frac{Q}{\sin\frac{\theta}{2}}.$$

ვინაიდან $F_{\text{ხახ}} = 2Nf$, ამიტომ

$$F_{\text{ხახ}} = 2nf = \frac{Qf}{\sin\frac{\theta}{2}}.$$

შემდეგ გვექნება

$$P = F_{\text{ხახ}} = \frac{Qf}{\sin\frac{\theta}{2}}.$$

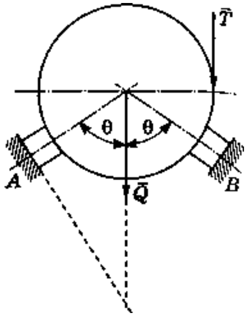
$P = Q$ შემთხვევაში მივიღებთ:

$$\sin\frac{\theta}{2} = f, \theta = 2arc\sin f.$$

პასუხი: $P = \dfrac{Qf}{\sin\frac{\theta}{2}}; \theta = 2\arcsin f.$

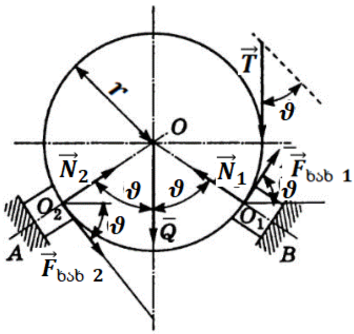
ამოცანა 5.14

Q წონის მქონე ცილინდრი დევს ცილინდრის ცენტრზე გამავალი ვერტიკალის მიმართ სიმეტრიულად განლაგებულ ორ A და B საყრდენზე. ცილინდრსა და საყრდენებს შორის ხახუნის კოეფიციენტი f სიდიდის ტოლია. T ტანგენციალური ძალის რა მნიშვნელობისთვის დაიწყებს ბრუნვას ცილინდრი? θ კუთხის რა მნიშვნელობისთვის იქნება ეს მოწყობილობა თვითმუხრუჭებადი?



ა მ ო ხ ს ნ ა

განვიხილოთ ნახაზზე გამოსახული ძალებით დატვირთული ცილინდრის წონასწორობა და შევადგინოთ შესაბამის განტოლებები ამ ძალთა მომენტებისთვის:



— O წერტილის მიმართ:

$$(F_{ხახ\,1} + F_{Xხახ\,2}) = Tr;$$

— O_2 წერტილის მიმართ:

$$2N_1 r\sin\theta\cos\theta + 2F_{ხახ\,1}\cdot$$
$$\cdot r\sin\theta\cos\theta =$$
$$= rQ\sin\theta + T(1+\sin\theta)r;$$

— O_1 წერტილის მიმართ.

$$-2N_2 r\sin\theta\cos\theta + 2F_{ხახ\,2}\cdot$$
$$\cdot r\sin\theta\cos\theta =$$
$$= -rQ\sin\theta + T(1-\sin\theta).$$

$$F_{ხახ\,1} = N_1 f \Rightarrow N_1 = \frac{F_{ხახ\,1}}{f};$$

$$F_{ხახ\,2} = N_2 f \Rightarrow N_2 = \frac{F_{ხახ\,2}}{f}.$$

თუ განტოლებებს გავამარტივებთ, მივიღებთ

$$F_{ხახ\,1} = F_{ხახ\,2} = T; \qquad (1)$$

$$2\frac{F_{ხახ\,1}}{f}\sin\theta\cos\theta \;+ 2F_{ხახ\,2}\sin\theta\cos\theta =$$

$$= Q\sin\theta + T(1+\sin\theta); \qquad (2)$$

$$-2\frac{F_{ხახ\,2}}{f}\sin\theta\cos\theta \;+ 2F_{ხახ\,2}\sin\theta\cos\theta =$$

$$= -Q\sin\theta + T(1-\sin\theta); \quad (3)$$

(2) განტოლებიდან მივიღებთ

$$F_{ხახ\,1} = \frac{\big(Q\sin\theta + T(1+\sin\theta)\big)f}{2\sin\theta\,(\cos\theta + f\sin\theta)}.$$

(3) განტოლებიდან

$$F_{ხახ\,2} = \frac{(Q\sin\theta + T\sin\theta - T)f}{2\sin\theta\,(\cos\theta - f\sin\theta)}.$$

თუ (1) განტოლებაში ჩავსვამთ წინა ორ გამოსახულებას, მივიღებთ T-ს გამოსათვლელ განტოლებას:

$$\frac{\big(Q\sin\theta + T(1+\sin\theta)\big)f}{2\sin\theta(\cos\theta + f\sin\theta)} + \frac{\big(Q\sin\theta + T\sin\theta - T\big)f}{2\sin\theta(\cos\theta - f\sin\theta)} = T.$$

თუ ამ განტოლებას ამოვხსნით T-ს მიმართ, მაშინ გვექნება:

$$T = \frac{f\cdot Q}{\left(1+f^2\right)\cos\theta - f}.$$

შესაბამისად, თუ

$$\left(1+f^2\right)\cos\theta - f \le 0,$$

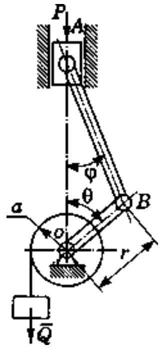
ან რაც იგივეა,

$$\cos\theta \le \frac{f}{1+f^2} \Rightarrow \theta \le arc\cos\frac{f}{1+f^2},$$

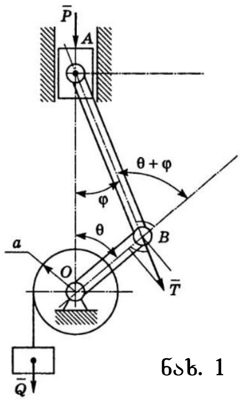
მაშინ ეს მოწყობილობა თვითმუხრუჭებადი იქნება,

პასუხი: $T=\dfrac{f\cdot Q}{\left(1+f^2\right)\cos\theta - f}$; $\theta \le arc\cos\dfrac{f}{1+f^2}$.

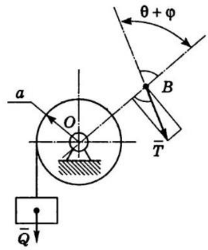
ამოცანა 5.15



უგულებელყავით ხახუნი მრუდმხარა მექანიზმის A ცოციასა და მიმმართველს შორის, აგრეთვე ხახუნი ყველა სახსარსა თუ საკისარში და განსაზღვრეთ, როგორი უნდა იყოს Q ტვირთის უძრავად დამაგრებისათვის აუცილებელი P ძალა მექანიზმის სურათზე გამოსახული მდგომარეობის შემთხვევაში. როგორი უნდა იყოს Q ტვირთის უძრავად დამაგრებისათვის აუცილებელი P ძალის მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, თუ A ცოციასა და მიმმართველს შორის ხახუნის კოეფიციენტია f?



ნახ. 1



ნახ. 2

ამოხსნა

პირველ რიგში განვიხილოთ შემთხვევა, როცა ხახუნი ცოციასა და მიმმართველს შორის შეგვიძლია უგულებელვყოთ (ნახ. 1). დავაპროექციოთ P ძალა AB ბარბაცას მიმართულებაზე:

$$P = T\cos\varphi \Rightarrow T = \frac{P}{\cos\varphi}.$$

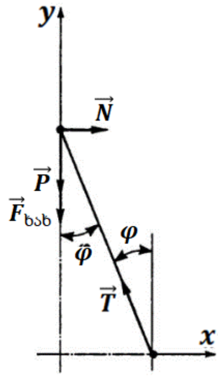
შევადგინოთ $\vec{Q}$ და $\vec{T}$ ძალების მომენტების განტოლებები O წერტილის მიმართ (ნახ. 2):

$$Qa = T\sin(\varphi+\theta)\cdot r$$

შესაბამისად,

$$Qa = \frac{P}{\cos\varphi}\sin(\varphi+\theta)\cdot r, \quad P = \frac{Qa}{r}\cdot\frac{\cos\varphi}{\sin(\varphi+\theta)}.$$

განვიხილოთ ახლა AB მუხლი იმ შემთხვევაში, როცა ცოციასა და მიმმართველს შორის არსებული $\vec{F}_{\text{ხახ}}$ ხახუნის ძალა მიმართულია ქვევით (ნახ.3).



ნახ. 3

შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები:

$$\begin{cases} N - T\sin\varphi = 0, \\ T\cos\varphi - F_{\text{ხახ}} - P = 0. \end{cases}$$

თუ გავითვალისწინებთ იმას, რომ

$$F_{\text{ხახ}} = f\cdot N$$

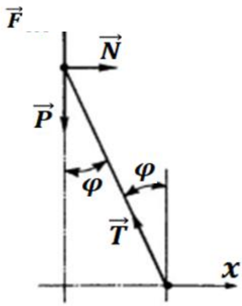
და ამოვხსნით სისტემას, ვიპოვით:

$$T = \frac{P}{\cos\varphi - f\sin\varphi}.$$

შემდეგ განვიხილოთ OB მრუდმხარა. შევადგინოთ განტოლება O წერტილის მიმართ მომენტებისთვის:

$$Qa - rT\sin(\varphi+\theta) = 0,$$

$$Qa = \frac{rP\sin(\varphi+\theta)}{\cos\varphi - f\sin\varphi}.$$



ნახ. 4

საიდანაც,

$$P = \frac{Qa}{r}\cdot\frac{\cos\varphi - f\sin\varphi}{\sin(\varphi+\theta)}.$$

განვიხილოთ ახლა AB მუხლი იმ შემთხვევაში, როცა ცოციასა და მიმმართველს შორის არსებული ხახუნის ძალა მიმართულია ზევით(ნახ.4).

$$\begin{cases} N - T\sin\varphi = 0, \\ T\cos\varphi + F_{\text{ხახ}} - P = 0. \end{cases}$$

წინა შემთხვევის ანალოგიურად, თუ ამოვხსნით სისტემას, ვიპოვით:

$$T = \frac{P}{\cos\varphi + f\sin\varphi}.$$

შემდეგ, თუ წინა შემთხვევის ანალოგიურად ვიმსჯელებთ და შევადგენთ განტოლებას O წერტილის მიმართ მომენტებისთვის (OB მრუდმხარასათვის), ვიპოვით:

$$P = \frac{Qa}{r}\cdot\frac{\cos\varphi + f\sin\varphi}{\sin(\varphi+\theta)}.$$

ამრიგად, ჩვენ ვიპოვეთ P ძალის ორი მნიშვნელობა:

$$P_{\min} = \frac{Qa}{r}\cdot\frac{\cos\varphi - f\sin\varphi}{\sin(\varphi+\theta)},\ P_{\max} = \frac{Qa}{r}\cdot\frac{\cos\varphi + f\sin\varphi}{\sin(\varphi+\theta)}.$$

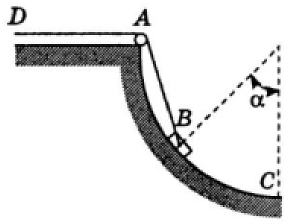
პ ა ს უ ხ ი :

$$P = \frac{Qa}{r}\cdot\frac{\cos\varphi - f\sin\varphi}{\sin(\varphi+\theta)},\quad P_{\min} = \frac{Qa}{r}\cdot\frac{\cos\varphi - f\sin\varphi}{\sin(\varphi+\theta)},$$

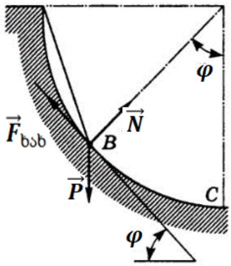
$$P_{\max} = \frac{Qa}{r}\cdot\frac{\cos\varphi + f\sin\varphi}{\sin(\varphi+\theta)}.$$

ამოცანა 5.16

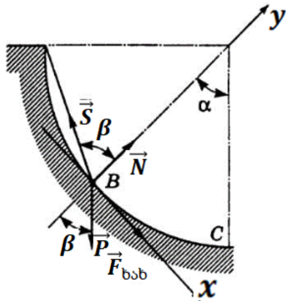
P წონის მქონე B ტვირთს წონასწორობაში იჭერს BAD გვარლი მაშინ, როცა მას წრიული ცილინდრის მეოთხედის ფორმის მქონე მქისი ზედაპირის გასწვრივ ზევით წევენ. ხახუნის კოეფიციენტი ზედაპირსა და ტვირთს შორის არის $f = tg\varphi$, სადაც φ ხახუნის კუთხეა. განსაზღვრეთ გვარლის დაჭიმულობა როგორც α კუთხის ფუნქცია და იპოვეთ პირობა, რომელსაც უნდა აკმაყოფილებდეს კუთხე α იმისათვის, რომ გვარლის დაჭიმულობა იღებდეს თავის ექსტრემალურ მნიშვნელობას. ტვირთის და A ბლოკის ზომები უგულებელყავით.



ა მ ო ხ ს ნ ა



ნახ. 1



ნახ. 2

ამოცანის პირობის თანახმად φ ხახუნის კუთხეა, შესაბამისად, როცა $\alpha \leq \varphi$, მაშინ სხეული იმყოფება წონასწორობაში გვარლის გარეშეც (ნახ. 1). ამიტომ განსახილველი გვრჩება მხოლოდ შემთხვევა, როცა $\alpha > arctgf$ (ნახ. 2).

გეომეტრიული მოსაზრებებიდან გამომდინარე მივიღებთ

$$\beta = 45^\circ + \frac{\alpha}{2}.$$

შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებებ B ტვირთისთვის:

$$\begin{cases} F_{ხახ} + P\sin\alpha - S\sin\beta = 0 \\ N + S\cos\beta - P\cos\alpha = 0. \end{cases}$$

ვინაიდან,

$$F_{ხახ} = fN$$

ამიტომ სისტემა შეიძლება ჩავწეროთ შემდეგი სახით

$$\begin{cases} fN + P\sin\alpha - S\sin\beta = 0 \\ N + S\cos\beta - P\cos\alpha = 0. \end{cases}$$

ანუ

$$\begin{cases} fN = S\sin\beta - P\sin\alpha \\ N = P\cos\alpha - S\cos\beta. \end{cases}$$

შესაბამისად,

$$S\sin\beta - P\sin\alpha = fP\cos\alpha - fS\cos\beta,$$

$$S\sin\beta + fS\sin\alpha = P\left(\sin\alpha + f\cos\alpha\right),$$

$$S = P\frac{\sin\alpha + f\cos\alpha}{\sin\beta + f\cos\beta} = P\frac{\sin\alpha + \dfrac{\sin\varphi}{\cos\varphi}\cos\alpha}{\sin\beta + \dfrac{\sin\varphi}{\cos\varphi}\cos\beta} =$$

$$= P\frac{\sin\alpha\cos\varphi + \sin\varphi\cos\alpha}{\sin\beta\cos\varphi + \sin\varphi\cos\beta} = P\frac{\sin(\alpha+\varphi)}{\sin(\beta+\varphi)}.$$

და ვინაიდან $\beta = 45^\circ + \dfrac{\alpha}{2}$, ამიტომ

$$S = P\frac{\sin(\alpha+\varphi)}{\sin\left(45^\circ + \dfrac{\alpha}{2} + \varphi\right)}.$$

გამოვიკვლიოთ ფუნქცია

$$\Phi(\alpha) = \frac{\sin(\alpha+\varphi)}{\sin\left(45^\circ + \dfrac{\alpha}{2} + \varphi\right)}.$$

ამისათვის გამოვთვალოთ:

$$\Phi'(\alpha) = \frac{\cos(\alpha+\varphi)\sin\left(45^\circ + \dfrac{\alpha}{2} + \varphi\right) - \sin(\alpha+\varphi)\dfrac{1}{2}\cos\left(45^\circ + \dfrac{\alpha}{2} + \varphi\right)}{\sin^2\left(45^\circ + \dfrac{\alpha}{2} + \varphi\right)}.$$

დავუშვათ, რომ $\Phi'(a) = 0$, მაშინ:

$$\cos(\alpha+\varphi)\sin\left(45^\circ + \frac{\alpha}{2} + \varphi\right) - \frac{1}{2}\sin(\alpha+\varphi)\cos\left(45^\circ + \frac{\alpha}{2} + \varphi\right) = 0 \Rightarrow$$

$$tg\left(45^\circ + \frac{\alpha}{2} + \varphi\right) - \frac{1}{2}tg(\alpha+\varphi) = 0.$$

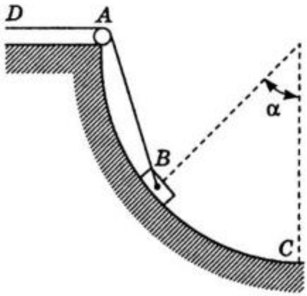
საბოლოოდ მივიღებთ,

$$\frac{tg(\alpha+\varphi)}{tg\left(45^{\circ}+\frac{\alpha}{2}+\varphi\right)}=2.$$

ამრიგად, თუ შესრულდება ბოლო ტოლობა, მაშინ გვარლის S დაჭიმულობა მიიღებს თავის ექსტრემალურ მნიშვნელობას.

პ ა ს უ ხ ი: $S=P\frac{\sin(\alpha+\varphi)}{\sin\left(45^{\circ}+\frac{\alpha}{2}+\varphi\right)}$. S დაჭიმულობა იღებს უდიდეს მნიშვნელობას, როცა $\frac{tg(\alpha+\varphi)}{tg\left(45^{\circ}+\frac{\alpha}{2}+\varphi\right)}=2.$

ამოცანა 5.17



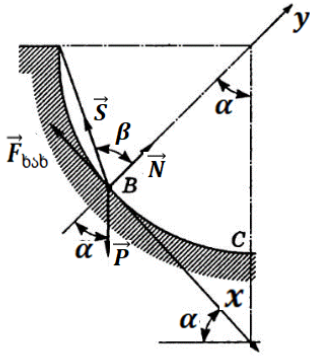
P წონის მქონე B ტვირთი წონასწორობაშია დაჭერილი მაშინ, როცა ის წრიული ცილინდრის მეოთხედის ფორმის მქონე მქის ზედაპირზე ქვევით დაშვებას ცდილობს. ხახუნის კოეფიციენტი ზედაპირსა და ტვირთს შორის არის $f=tg\varphi$, სადაც, φ ხახუნის კუთხეა. განსაზღვრეთ გვარლის დაჭიმულობა როგორც α კუთხის ფუნქცია. რა საზღვრებში შეიძლება შეიცვალოს გვარლის დაჭიმულობა B ტვირთის წონასწორობის შემთხვევაში? ტვირთისა და ბლოკის ზომები უგულებელყავით.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გეომეტრიულად ვიპოვით (იხ. ნახაზი):

$$\beta=45^{\circ}+\frac{\alpha}{2}.$$

ამოცანის პირობის თანახმად φ ხახუნის კუთხეა, შესაბამისად, როცა $\alpha \le \varphi$, მაშინ სხეული იმყოფება წონასწორობაში გვარლის გარეშეც. ამიტომ, განვიხილოთ მხოლოდ შემთხვევა, როცა $\alpha > arctgf$.



შევადგინოთ B ტვირთის წონასწორობის განტოლებები:

$$\begin{cases} -F_{ხახ} + P\sin\alpha - S\sin\beta = 0, \\ N + S\cos\beta - P\cos\alpha = 0. \end{cases}$$

ვინაიდან $F_{ხახ} = fN$, ამიტომ სისტემა მიიღებს სახეს

$$\begin{cases} -f\cdot N + P\sin\alpha - S\sin\beta = 0, \\ N + S\cos\beta - P\cos\alpha = 0. \end{cases}$$

თუ 5.16 ამოცანის ანალოგიურად ვიმსჯელებთ, მაშინ ვიპოვით:

$$S = P\frac{\sin\alpha - f\cos\alpha}{\cos\beta - f\cos\beta} = P\frac{\sin(\alpha-\varphi)}{\sin\left(45^\circ + \frac{\alpha}{2} - \varphi\right)}.$$

ამრიგად, მივიღეთ S ძალის სიდიდის შეფასება ქვემოდან, მაშინ როცა 5.16 ამოცანაში ჩვენ მივიღეთ ამავე სიდიდის შეფასება ზემოდან.

შესაბამისად, ტვირთი იქნება წონასწორობის მდგომარეობაში, თუ გვარლის დაჭიმულობა შეიცვლება შემდეგ საზღვრებში:

$$S_{\min} \le S \le S_{\max}$$

სადაც,

$$S_{\min} = P\frac{\sin(\alpha-\varphi)}{\sin\left(45^\circ + \frac{\alpha}{2} - \varphi\right)},\ S_{\max} = P\frac{\sin(\alpha+\varphi)}{\sin\left(45^\circ + \frac{\alpha}{2} + \varphi\right)}.$$

და, გარდა ამისა, როცა $\alpha < \varphi$, მაშინ ტვირთი წონასწორობაში იქნება გვარლის არარსებობის დროსაც.

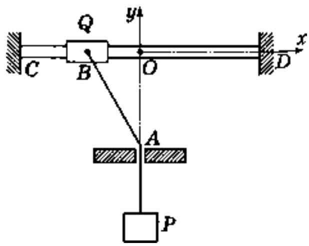
პ ა ს უ ხ ი : $S = P\dfrac{\sin(\alpha-\varphi)}{\sin\left(45^\circ+\dfrac{\alpha}{2}-\varphi\right)}$. ტვირთი წონასწორობაშია,

როცა $$S = P\frac{\sin(\alpha-\varphi)}{\sin\left(45^\circ+\dfrac{\alpha}{2}-\varphi\right)} \le S \le P\frac{\sin(\alpha+\varphi)}{\sin\left(45^\circ+\dfrac{\alpha}{2}+\varphi\right)},$$

ხოლო როცა $\alpha < \varphi$, მაშინ ტვირთი წონასწორობაში იქნება გვარლის არარსებობის შემთხვევაშიც.

ამოცანა 5.18

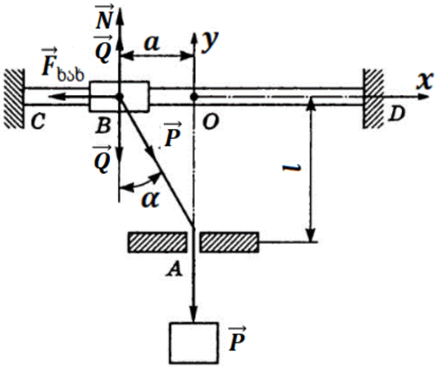
Q ტვირთს შეუძლია სრიალი მქისი ჰორიზონტალური CD მიმმართველის გასწვრივ. ტვირთზე მიმაგრებულია ისეთი გვარლი, რომელიც გატარებულია A გლუვ ნახვრეტში და რომელზედაც ჩამოკიდებულია P ტვირთი. ხახუნის კოეფიციენტი ტვირთსა და მიმმართველს შორის არის $f = 0{,}1$. Q ტვირთის წონაა 100 ნ, P ტვირთისა კი — 50 ნ. მანძილი A ნახვრეტიდან მიმმართველის ღერძამდე არის $OA = 15$ სმ. იპოვეთ უძრაობის ზონის საზღვრები (ტვირთის წონასწორობის მდგომარეობების გეომეტრიული ადგილი). ტვირთის და ნახვრეტის ზომები უგულებელყავით.



ა მ ო ხ ს ნ ა

ნახაზის მიხედვით შევადგინოთ Q ტვირთის წონასწორობის განტოლებები:

$$\begin{cases} P\sin\alpha - F_{ხახ} = 0, \\ P\cos\alpha + Q - N = 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P\sin\alpha = F_{ხახ}, \\ N = P\cos\alpha + Q. \end{cases}$$



ვინაიდან $F_{ხახ} < fN$, ამიტომ

$$P\sin\alpha \le f\left(P\cos\alpha + Q\right),$$

$$P\sin\alpha \le fP\cos\alpha + fQ.$$

$$P\left(\sin\alpha - f\cos\alpha\right) \le fQ, \quad \sin\alpha - f\cos\alpha \le \frac{fQ}{P}.$$

გეომეტრიულად ვიპოვით:

$$AB = \sqrt{a^2 + l^2}, \ \sin\alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + l^2}}, \ \cos\alpha = \frac{l}{\sqrt{a^2 + l^2}}.$$

მაშინ,

$$\frac{a}{\sqrt{a^2 + l^2}} - \frac{ft}{\sqrt{a^2 + l^2}} \le \frac{fQ}{P}.$$

უტოლობის ამოხსნით მივიღებთ:

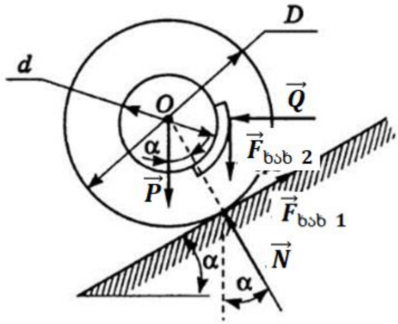
$$-4,64 \le a \le 4,64.$$

პ ა ს უ ხ ი : საზღვრების კოორდინატებია $\pm 4,64$ სმ.

ამოცანა 5.19

ავტომობილს გზის დახრილ მონაკვეთზე ადგილზე ამაგრებს მუხრუჭები. სამუხრჭე პედალის 2 სმ-ით გადაადგილებისას დისკური მუხრუჭების სამუხრუჭე ხუნდები გადაადგილდება 0,2 მმ-ით. დისკის მუშა ნაწილის დიამეტრია 220 მმ. ბორბლის დატვირთული დიამეტრია 520 მმ,

ავტომობილის წონაა 14 კნ. როგორი ძალით უნდა დააწვეს მძღოლი მუხრუჭების პედალს, თუ გზის დახრის კუთხეა 20°? გორვის ხახუნი უგულებელყავით. სრიალის ხახუნის კოეფიციენტი სამუხრუჭე ხუნდებსა და დისკს შორის არის $f = 0{,}5$. ყველა ბორბლის მუხრუჭები მუშაობენ ერთნაირად.



ა მ ო ხ ს ნ ა

განვიხილოთ ავტომობილის ბორბლების წონასწორობა დახრილ გზაზე (იხ. ნახაზი).

ჩავწეროთ ყველა ძალის წონასწორობის განტოლება O ცენტრის მიმართ მომენტებისთვის:

$$F_{ხახ\,1}\frac{D}{2} - F_{ხახ\,2}\frac{d}{2} = 0,$$

სადაც,

$$F_{ხახ\,1} = \frac{1}{4}P\sin\alpha, \qquad F_{ხახ\,2} = \frac{1}{4}fQ.$$

შესაბამისად,

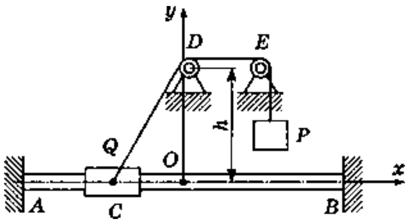
$$Q = \frac{DP\sin\alpha}{fd}.$$

ვინაიდან მძღოლისგან გამომავალი ძალვა იზრდება შემდეგი თანაფარდობით — $n = 2$ სმ $/$ 2 მმ$=100$, ამიტომ, მძღოლის მიერ პედალზე განხორციელებული დაწოლა იქნება

$$Q = \frac{DP\sin\alpha}{nfd} = \frac{520\cdot 14\cdot \sin 20^\circ}{100\cdot 0{,}5\cdot 220} = 0{,}226 \text{ კნ}.$$

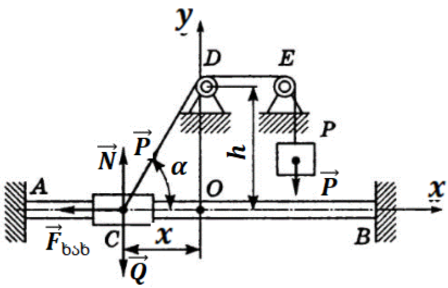
პ ა ს უ ხ ი : 0,226 კნ.

ამოცანა 5.20



Q ტვირთს შეუძლია ისრიალოს AB მქისი ჰორიზონტალური მიმმართველის გასწვრივ. ტვირთზე მიმაგრებულია გვარლი, რომელზედაც დაკიდებულია P ტვირთი. დაადგინეთ იმ უბნების საზღვრები, სადაც წონასწორობა შეუძლებელია, თუ ტვირთის წონაა 100 ნ, ხოლო P ტვირთისა — 24 ნ, სრიალის ხახუნის კოეფიციენტია $f = 0{,}5$. მანძილი D ბლოკის ცენტრიდან მიმმართველის ღერძამდე არის $h = 15$ სმ. D ბლოკისა და Q ტვირთის ზომები უგულებელყავით.

ა მ ო ხ ს ნ ა



ნახაზზე გამოსახულ A ტვირთზე მოქმედი ძალების შესაბამისად შევადგინოთ ტვირთის წონასწორობის განტოლებები:

$$\begin{cases} -F_{ხახ} + P\cos\alpha = 0, \\ P\sin\alpha - Q - N = 0. \end{cases}$$

როცა $fN > f_{ხახ}$, მაშინ წონასწორობა შეუძლებელია. ამიტომ სისტემიდან მივიღებთ

$$P\cos\alpha \ge fN;\ f\left(Q - P\sin\alpha\right) - P\cos\alpha = 0,$$

ან, რაც იგივეა

$$\cos\alpha + f\sin\alpha - f\frac{Q}{p} \ge 0.$$

ბოლო უტოლობა გარდავქმნათ შემდეგი სახით

$$\sin\left(\alpha + \beta\right) \ge \frac{f}{\sqrt{1 + f^2}}\frac{Q}{p},$$

სადაც,

$$\varphi = arctg\frac{1}{f}.$$

მაშინ,

$$\arcsin\left(\frac{fP}{Q\sqrt{1+f^2}}\right) - arctg\frac{1}{f} \le \alpha \le \pi - ac\,\mathrm{rcsin}\left(\frac{fP}{Q\sqrt{1+f^2}}\right) - arctg\frac{1}{f}.$$

ჩავატაროთ რიცხვითი გამოთვლები:

$$\arcsin\left(\frac{fP}{Q\sqrt{1+f^2}}\right) = \arcsin 0,9938 = 83,62^\circ,\ \ arctg\frac{1}{f} = arctg 2 = 63,43^\circ.$$

ვაქვს $$20,2^\circ \le \alpha \le 33^\circ.$$

თუ გადავალთ x კოორდინატზე, მაშინ მივიღებთ:

$$h\cdot ctg 33^\circ \le x \le h\cdot ctg 20,2^\circ$$

$$23,1\,\text{სმ} \le x \le 40,7\ \text{სმ}$$

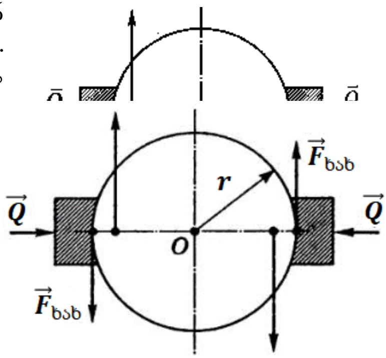
სიმეტრიის ძალით ნახაზიდან ასევე მივიღებთ

$$-40,7\ \text{სმ}\ \le x \le\ -23,1\,\text{სმ}$$

პასუხი: ორი უბანი, რომელთა კოორდინატები მოთავსებულია შემდეგ საზღვრებში: $-40{,}77$ სმ-დან $-23{,}1$ სმ-მდე და 23,1 სმ-დან 40,77 სმ-მდე.

ამოცანა 5.21

ლილვზე მოდებულია $M = 100$ ნ$\cdot$მ მომენტის მქონე წყვილძალა. ლილვზე ასევე მიმაგრებულია სამუხრუჭე ბორბალი, რომლის რადიუსი არის $r = 25$ სმ. დაადგინეთ, რა Q ძალით უნდა მიაჭიროს სამუხრუჭე ხუნდებმა ბორბალს იმისათვის, რომ ბორბალი დარჩეს უძრავ მდგომარეობაში, თუ ბორბალსა



და ხუნდებს შორის f უძრაობის ხახუნის კოეფიციენტი არის 0,25.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე სამუხრუჭე ბორბალზე მოქმედი ძალები. შევადგინოთ ლილვის წონასწორობის განტოლება ძალთა მომენტებისთვის O წერტილის მიმართ:

$$2F_{ხახ}r - M = 0,$$

ანუ

$$2F_{ხახ} \cdot r = M$$

ვინაიდან

$$F_{ხახ} = fN = fQ,$$

ამიტომ,

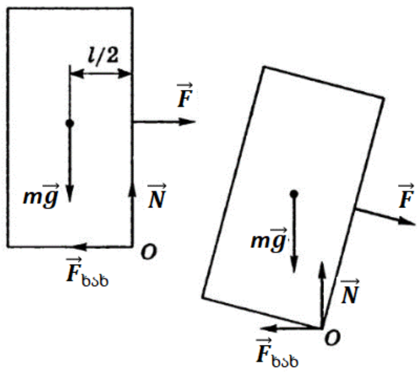
$$2frQ = M \Rightarrow$$

$$Q = \frac{M}{2fr} = \frac{100}{2 \cdot 0,25 \cdot 0,25} = 800 \text{ ნ.}$$

პ ა ს უ ხ ი: $Q = 800$ ნ.

ამოცანა 5.22

ტრამვაის კარი ხახუნით გადაადგილდება ქვედა ღარში. ხახუნის კოეფიციენტი f არ აღემატება 0,5-ს. იპოვეთ უდიდესი h სიმაღლე, რომელზეც შეიძლება მოთავსდეს კარის სახელური იმისათვის, რომ კარი გაწევის დროს არ გადაბრუნდეს. კარის სიგანეა $l = 0,8$ მმ; კარის სიმძიმის ცენტრი იმყოფება მისი სიმეტრიის ვერტიკალურ ღერძზე.



ა მ ო ხ ს ნ ა

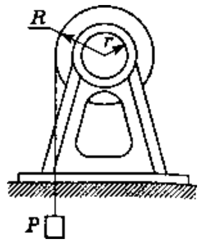
ნახაზის მიხედვით შევადგინოთ კარის წონასწორობის განტოლებები (ჰორიზონტალურ ღერძზე პროექციებში და მომენტებისთვის O წერტილის მიმართ):

$$\begin{cases} F - F_{ხახ} = 0, \\ -Fh + mg\dfrac{l}{2} = 0. \end{cases}$$

ვინაიდან $F_{ხახ} = fmg$, ამიტომ, სისტემის ამოხსნის შემდეგ, მივიღებთ
$$h = \frac{l}{2f} = 0,8.$$

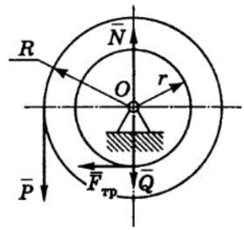
პ ა ს უ ხ ი : $h = \dfrac{l}{2f} = 0,8.$

ამოცანა 5.23



Q წონისა და R რადიუსის მქონე ცილინდრული ლილვი ბრუნვით მოძრაობაში მოდის მასზე თოკით ჩამოკიდებული ტვირთის საშუალებით; ტვირთის წონა არის P. ლილვის ქიმების რადიუსია $r = R/2$. ხახუნის კოეფიციენტი საკისრებში ტოლია 0,05. Q წონის როგორი თანაფარდობა უნდა იყოს P წონასთან იმისათვის, რომ ტვირთი თანაბრად დაეშვას ქვევით?

ა მ ო ხ ს ნ ა



გამოვსახოთ ნახაზზე ლილვზე მოქმედი ძალები. იმისათვის, რომ ტვირთი თანაბრად დაეშვას ქვევით, უნდა შესრულდეს შემდეგი პირობა (მომენტების განტოლება O წერტილის მიმართ):
$$P \cdot R - F_{ხახ} \cdot r = 0.$$

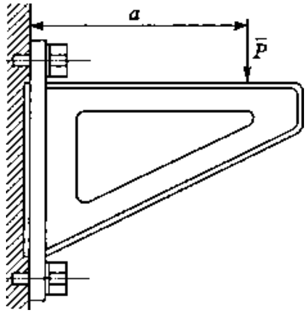
იმის გამო, რომ
$$F_{ხახ} = fN = f(P + Q)r,$$

მომენტების განტოლება მიიღებს სახეს:
$$P \cdot R = f\left(P + Q\right)r.$$

ვინაიდან $r = R/2$ ამიტომ,
$$\frac{Q}{P} = \frac{2}{f} - 1 = \frac{2}{0,05} - 1 = 39.$$

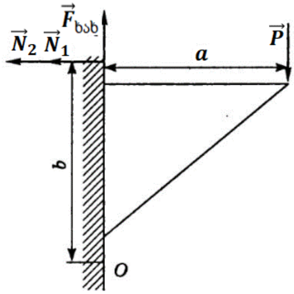
პ ა ს უ ხ ი : $\dfrac{Q}{P} = 39.$

ამოცანა 5.24



კრონშტეინი დატვირთულია ვერტიკალური $P = 600$ ნ ძალით და მიმაგრებულია კედელზე ორი ჭანჭიკით. იპოვეთ ჭანჭიკების ისეთი მოჭიმვა, რომელიც აუცილებელია კრონშტეინის კედელზე დამაგრებისათვის. ხახუნის კოეფიციენტი კრონშტეინსა და კედელს შორის არის $f = 0{,}3$. მეტი სიფრთხილისათვის გამოთვლები აწარმოეთ იმ დაშვებით, რომ მოჭიმულია მხოლოდ ზედა ჭანჭიკი, და ჭანჭიკები ჩასმულია ფოლხვით და არ უნდა იმუშაონ ჭრილზე. მოცემულია, რომ $b/a >> f$. (მოჭიმვა ეწოდება ძალვას, რომელიც მოქმედებს ჭანჭიკის ღერძის გასწვრივ. ზედა ჭანჭიკის სრული მოჭიმვა შესდგება ორი ნაწილისგან: პირველი სპობს კრონშტეინის კედლიდან მოწყვეტის და მისი ქვედა ჭანჭიკის გარშემო გადატრიალების შესაძლებლობას, ხოლო მეორე უზრუნველყოფს კრონშტეინის ზედა ნაწილის კედელზე ისეთ ნორმალურ დაწოლას, რომელიც გამოიწვევს აუცილებელ ხახუნის ძალას).

ა მ ო ხ ს ნ ა



განვიხილოთ ძალთა ბრტყელი ნებისსმიერი სისტემით დატვირთული კრონშტეინის წონასწორობა (იხ. ნახაზი). ვერტიკალზე პროექციებში წონასწორობის განტოლებას აქვს სახე:

$$F_{ხახ} - P = 0,$$

ვინაიდან $F = fN_2$, ამიტომ, მივიღებთ

$$N_2 = \frac{P}{f}.$$

მომენტების განტოლებას O წერტილის მიმართ ექნება სახე(ამ განტოლებაში მონაწილეობს მოჭიმვის მხოლოდ პირველი ნაწილი) :

$$N_1 b - aP = 0 \Rightarrow N_1 = P\frac{a}{b}.$$

ჯამური (სრული) მოჭიმვა იქნება:

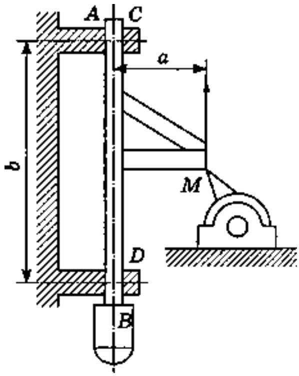
$$N = N_1 + N_2 == \frac{P}{f} + P\frac{a}{b} = \frac{P}{f} + \frac{P}{b/a}.$$

ვინაიდან $b/a >> f$, ამიტომ, უკანასკნელი ჯამის მეორე შესაკრები შეიძლება უგულებელვყოთ, ანუ,

$$N = \frac{P}{f} = \frac{600}{0,3} = 2000\,\text{ნ} = 2\,\text{კნ}.$$

პ ა ს უ ხ ი : 2 კნ.

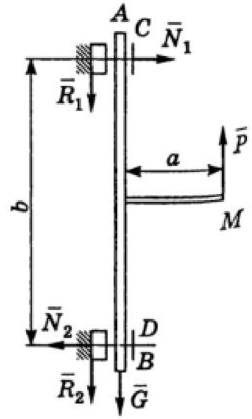
ამოცანა 5.25



AB სანაყი მოძრაობაში მოყავს ლილვზე დასმულ M თითს. სანაყის წონააა 180 ნ. მანძილი C და D მიმმართველებს შორის არის $b = 1,5$ მ. სანაყის ღერძიდან მანძილი თითის შვერილთან შეხების წერტილამდე არის $a = 0,15$ მ. იპოვეთ ისეთი P ძალა, რომელიც აუცილებელია სანაყის ასაწვად., თუ გავითვალისწინებთ იმას, რომ ხახუნის ძალა სანაყსა და C და D მიმმართველებს შორის ტოლია შემხებ ნაწილებს შორის არსებული დაწოლის 0,15 ნაწილისა.

ა მ ო ხ ს ნ ა

განვიხილოთ სანაყის წონასწორობა, რომელზეც მოქმედებს ძალთა ბრტყელი ნებისმიერი სისტემა (იხ. ნახაზი) (განტოლებები ვერტიკალზე პროექციებში და მომენტებისთვის D და C წერტილების მიმართ):



$$\begin{cases} P = R_1 + R_2 + G, \\ Pa - N_1 b = 0, \\ Pa - N_2 b = 0. \end{cases}$$

სისტემიდან მივიღებთ

$$N_1 = N_2 = P\frac{a}{b}.$$

ამიტომ

$$R_1 = 0{,}15N_1 = 0{,}15P\frac{a}{b},\ R_2 = 0{,}15N_2 = 0{,}15P\frac{a}{b}.$$

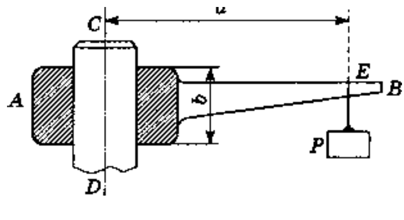
ჩავსვამთ რა ნაპოვნ R_1 და R_2 გამოსახულებებს სისტემის პირველ განტოლებაში, ვიპოვით:

$$P = G\frac{b}{b - 2\cdot 0{,}15a}186 \text{ ნ.}$$

პ ა ს უ ხ ი: $P = 186$ ნ.

ამოცანა 5.26

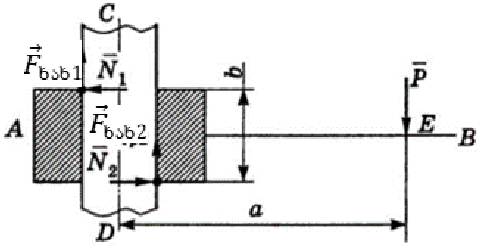
ჰორიზონტალური AB ღეროს A ბოლოში აქვს ნახვრეტი, რომლითაც ის ჩამოცმულია მრგვალ ვერტიკალურ CD დგარზე; მასრის სიგრძე არის $b = 2$ სმ; დგარის ღერძიდან a



მანძილით დაშორებულ E წერტილში ჩამოკიდებულკია P ტვირთი. უგულებელყავით AB ღეროს წონა და იპოვეთ ისეთი a მანძილი, რომლის დროსაც P ტვირთის ზეგავლენით ღერო დარჩება წონასწორობაში, თუ ხახუნის კოეფიციენტი ღეროსა და დგარს შორის არის $f = 0{,}1$.

ა მ ო ხ ს ნ ა

ნახაზზე დაყრდნობით განვიხილოთ AB ღეროს წონასწორობა.



ცხადია, რომ $N_1 = N_2 = N$, რაც იმას ნიშნავს, რომ $(N_1, N_2) \sim (N, -N)$ — წყვილძალაა.

$$Nb = Pa, \quad (1)$$

$$F_{ხახ} \leq 2fN. \quad (2)$$

გარდა ამისა

$$P = F_{ხახ}. \quad (3)$$

თუ (2) გამოსახულებას ჩავსვამთ (3) ტოლობაში, მივიღებთ

$$P < 2fN.$$

ამ უტოლობის გათვალისწინებით მოცემულ უტოლობა გამოსახულება (1) მიიღებს სახეს

$$Nb < 2fNa,$$

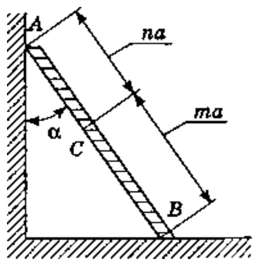
საიდანაც

$$a \geq \frac{b}{2f} = 10.$$

პ ა ს უ ხ ი : $a \geq 10$ სმ.

ამოცანა 5.27

ვერტიკალურ კედელზე მიყუდებულია AB კიბე, რომელიც თავის ქვედა ბოლოთი ჰორიზონტალურ იატაკს ეყრდნობა. კიბის კედელთან ხახუნის კოეფიციენტია f_1, ხოლო იატაკთან — f_2. კიბის წონა მასზე მყოფ ადამიანთან ერთად არის P და მოდებულია ისეთ C წერტილში, რომელიც კიბის სიგრძეს ყოფს შეფარდებით — m/n. იპოვეთ კიბის მიერ კედელთან შედგენილი უდიდესი კუთხე α, რომლის

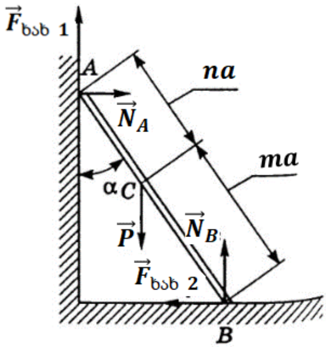


დროსაც კიბე დარჩება წონასწორობის მდგომარეობაში და α

კუთხის ასეთი მნიშვნელობისათვის გამოთვალეთ N_A კედლისა და N_B იატაკის რეაქციების ნორმალური მდგენელები

ა მ ო ხ ს ნ ა

ნახაზის საფუძველზე ჩავწეროთ კიბის წონასწორობის სამი განტოლება და ორი დამატებითი პირობა:



$$\begin{cases} N_A - F_{ხახ\,2} = 0, \\ N_B - F_{ხახ\,1} = 0, \\ N_A(n+m)a\cos\alpha + \\ +F_{ხახ\,1}(n+m)a\sin\alpha \\ \quad -Pma\sin\alpha = 0, \\ F_{ხახ\ 1} = f_1 N_A, \\ F_{ხახ\ 2} = f_2 N_B. \end{cases}$$

სისტემიდან ვიპოვით:

$$N_A = \frac{f_2 P}{1+f_1 f_2}; \;\; F_{ხახ\,1} = \frac{f_1 f_2 P}{1+f_1 f_2}; \;\; N_B = \frac{P}{1+f_1 f_2}.$$

მაშინ, სისტემის მესამე განტოლება შეიძლება გარდაიქმნას შემდეგნაირად:

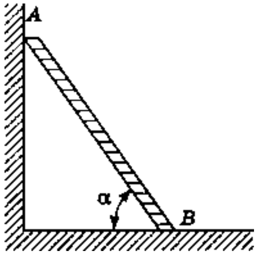
$$\sin\alpha\left(Pm - F_{ხახ\,1}(n+m)\right) = N_A(n+m)\cos\alpha,$$

$$\sin\alpha\left(Pm - \frac{f_1 f_2}{1+f_1 f_2}(n+m)\right) = \frac{f_1 P}{1+f_1 f}(n+m)\cos\alpha,$$

$$\sin\alpha\frac{m-f_1 f_2 n}{1+f_1 f} = \frac{f_2(n+m)}{1+f_1 f_2}\cos\alpha, \;\; tg\alpha = \frac{f_2(n+m)}{m-f_1 f_2 n}.$$

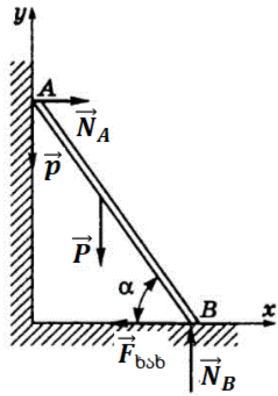
პ ა ს უ ხ ი : $tg\alpha = \dfrac{f_2(n+m)}{m-f_1 f_2 n}.\;\; N_A = \dfrac{f_2 P}{1+f_1 f_2};\;\; N_B = \dfrac{P}{1+f_1 f_2}.$

ამოცანა 5.28



P წონის მქონე AB კიბე მიყუდებულია გლუვ კედელზე და ეყრდნობა ჰორიზონტალურ არაგლუვ იატაკს. კიბის იატაკზე ხახუნის კოეფიციენტია f. იატაკისადმი როგორი α კუთხით უნდა მივადგათ კიბე იმისათვის, რომ მასზე ბოლომდე ასვლა შეძლოს p წონის ადამიანმა?

ა მ ო ხ ს ნ ა



ნახაზის საფუძველზე ჩავწეროთ პირობა, რომელიც ხახუნის ძალას და B წერტილში დაწოლას ერთმანეთთან დააკავშირებს:

$$F_{\text{ხახ}} < fN_B.$$

აღვნიშნოთ კიბის სიგრძე l ასოთი და შევადგინოთ კიბის წონასწორობის განტოლებები (y ღერძზე პროექციებში და ძალთა მომენტებისთვის A წერტილის მიმართ)

$$\begin{cases} N_B - P - p = 0, \\ N_B \cdot l\cos\alpha - F_{\text{ხახ}} l\sin\alpha - P\dfrac{l}{2}\cos\alpha = 0. \end{cases}$$

სისტემის პირველი განტოლებიდან გვაქვს:

$$.\ N_B = P + p = F_{\text{ხახ}} \le f(P+p).$$

მაშინ მეორე განტოლებიდან მივიღებთ

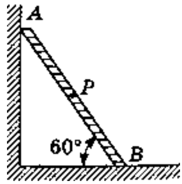
$$(P+p)l\cos\alpha - (P+p)l\sin\alpha \cdot f - P\frac{l}{2}\cos\alpha \le 0,$$

საიდანაც ვიპოვით: $tg\alpha \ge \dfrac{P+2p}{2f(P+p)}$.

პ ა ს უ ხ ი : $tg\alpha = \dfrac{P+2p}{2f(P+p)}$.

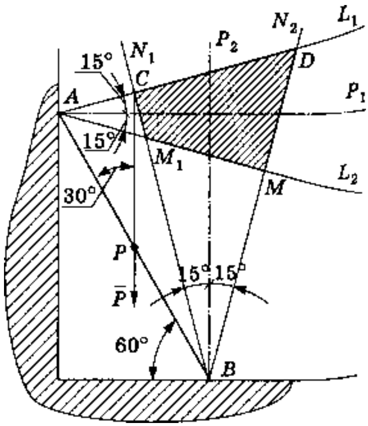
ამოცანა 5.29

AB კიბე ეყრდნობა კედელს და არაგლუვ იატაკს და ამ უკანასკნელთან ადგენს $60°$ კუთხეს. კიბეზე მოთავსებულია ტვირთი P. უგულებელყავით კიბის წონა და გრაფიკულად დაადგინეთ ისეთი უდიდესი მანძილი BP, რომლის დროსაც კიბე დარჩება უძრავ მდგომარეობაში. კედლისთვის და იატაკისთვის ხახუნის კუთხე არის $15°$.



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე კიბის წონასწორობის არე. წონასწორობის არის დასადგენად აღვმართოთ A და B წერტილებზე შესაბამისად AP_1 და BP_2 მართობები. ავაგოთ ხახუნის კუთხეები: $\angle L_1AP_1$ და $\angle L_2AP_1$. ცხადია, რომ $\angle N_1BP_2 = \angle N_2BP_2$. ამრიგად, ნახაზზე დაშტრიხული არე იქნება სწორედ წონასწორობის არე (ოთხკუთხედი $CDMM_1$).



გეომეტრიულად, BP იქნება უდიდესი, თუ AP იქნება უმცირესი. თავის მხრივ, AP უმცირეს მნიშვნელობას ღებულობს, როცა P ძალის მოქმედების წრფე გადის C წერტილზე. ΔPBC-დან გვაქვს

$$BP = CP, \qquad (1)$$

ეს იმიტომ, რომ $\angle PBC - \angle PCB = 15°$ ($\angle PCB$-ს გვერდები პერპენდიკულარულნი არიან $\angle MAD$-ს გვერდებისა).

ΔAPC დან

$$AP = PC, \qquad (2)$$

ეს იმიტომ, რომ $\angle PAC = \angle PCA = 75°$.

(1) და (2) გამოსახულებებიდან საბოლოოდ დავადგენთ

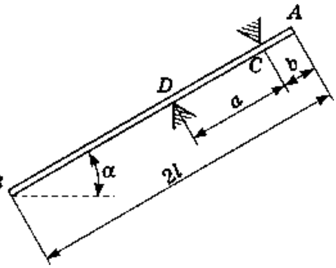
$$AP = PB = AB/2,$$

ანუ,. $BP = 0{,}5AB$.

პ ა ს უ ხ ი: $BP = 0{,}5AB$.

ამოცანა 5.30

მძიმე ერთგვაროვანი AB ღერო დევს ორ, ერთმანეთისგან $CD = a$ მანძილით დაშორებულ, C და D საყრდენზე. ცნობილია, რომ $AC = b$. ღეროს საყრდენებთან ხახუნის კოეფიციენტია f. ღეროს ჰორიზონტისადმი დახრის კუთხე არის α. რა პირობებს უნდა აკმაყოფილებდეს ღეროს სიგრძე — $2l$ იმისათვის, რომ ღერო იმყოფებოდეს წონასწორობაში, თუ მისი სისქე შეიძლება უგულებელვყოთ?



ა მ ო ხ ს ნ ა

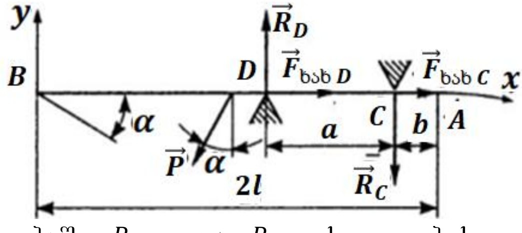
ნახაზზე გამოსახული ღეროზე მოქმედი ძალებისთვის ავაგოთ წონასწორობის განტოლებები:

$$\begin{cases} -P\sin\alpha + F_{\text{ხახ}\,D} + F_{\text{ხახ}\,C} = 0, \\ -R_D \cdot a + P(l-a)\cos\alpha = 0, \\ P(l-a-b)\cos\alpha - R_C a = 0 \end{cases}$$

სისტემის ბოლო ორი განტოლებიდან ვიპოვოთ საყრდენების რეაქციები:

$$R_D = P\frac{l-a}{a}\cos\alpha,$$

$$R_C = P\frac{l-a-b}{a}\cos\alpha.$$



განვიხილოთ შემთხვევა, როცა $R_C > 0 \Rightarrow l - a - Ь > 0 \Rightarrow l > a + Ь$. ჩავსვამთ რა სისტემის პირველ განტოლებაში R_D და R_C სიდიდეების შესაბამის გამოსახულებებს და გავითვალისწინებთ, რომ $F_{\text{ხახ}\,C} \le R_C f$, მივიღებთ შეფასებას:

$$f\left(p\frac{l-a}{a}\cos\alpha + p\frac{l-a-b}{a}\cos\alpha\right) \ge P\sin\alpha, \quad \frac{2l-2a-b}{a} \ge \frac{1}{f}tg\alpha.$$

თუ $R_C < 0$, მაშინ $R_C = P\dfrac{l-a-b}{a}\cos\alpha < 0$,

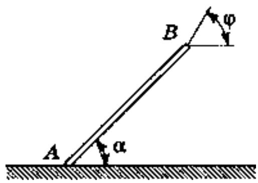
შესაბამისად, $l - a - b < 0 \Leftrightarrow l < a + b.$

მაგრამ, როცა სამართლიანია ბოლო უტოლობა, C საყრდენის განლაგების მოცემულ შემთხვევაში წონასწორობა შეუძლებელია.

პ ა ს უ ხ ი: $21 > 2a + b + ytga$; $l > a + b$. როცა $\alpha > \varphi$, მაშინ პირველი პირობა გულისხმობს მეორესაც, სადაც, $\varphi = arctgf$ — ხახუნის კუთხეა; ხოლო, თუ $\alpha < \varphi$ მაშინ, საკმარისია შესრულდეს მეორე პირობა; როცა $l < a + b$, მაშინ, C საყრდენის ნახაზზე გამოსახულ განლაგების შემთხვევაში, წონასწორობა შეუძლებელია.

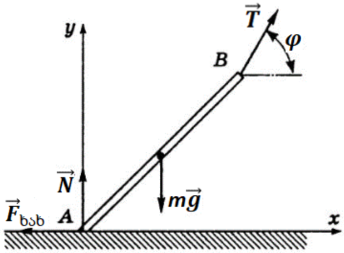
ამოცანა 5.31

ერთგვაროვანი ძელი ეყრდნობა A წერტილში არაგლუვ ჰორიზონტალურ იატაკს და მას B წერტილში ადგილზე ამაგრებს თოკი. ძელსა და იატაკს შორის ხახუნის კოეფიციენტი არის f. ძელსა და იატაკს შორის შედგენილი α კუთხე ტოლია 45°. როგორი φ კუთხით უნდა იყოს დახრილი თოკი ჰორიზონტისადმი, რომ ძელი გასრიალდეს?



ა მ ო ხ ს ნ ა

აღვნიშნოთ ძელის სიგრძე l ასოთი და შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები ძალთა ბრტყელი ნებისმიერი სისტემისათვის, რომლებიც მოდებულია ძელზე (იხ. ნახაზი), x და y ღერძებზე პროექციებში და მომენტებისთვის B წერტილის მიმართ:



$$\begin{cases} T\cos\varphi - F_{ხახ} = 0, \\ T\sin\varphi + N - mg = 0, \\ F_{ხახ}\, l\sin\alpha - Nl\cos\alpha + mg\dfrac{l}{2}\cos\alpha = 0. \end{cases}$$

ვინაიდან $F_{ხახ} = fN$, ამიტომ, სისტემის პირველი ორი განტოლებიდან ვიპოვით:

$$tg\varphi = \frac{mg - N}{fN} \Rightarrow N = \frac{mg}{1 + ftg\varphi}.$$

სისტემის მესამე განტოლებიდან შეგვიძლია ჩავწეროთ

$$N = \frac{mg\cos\alpha}{2(\cos\alpha + f\sin\alpha)} = \frac{mg}{2(1 + f \cdot tg\alpha)}$$

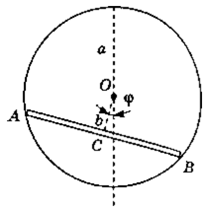
მაშინ

$$\frac{mg}{2(1 + ftg\alpha)} = \frac{mg}{1 + ftg\varphi},$$

$$tg\varphi = \frac{1 + 2ftg\alpha}{f} = \frac{1 + 2ftg45^\circ}{f} = 2 + \frac{1}{f}.$$

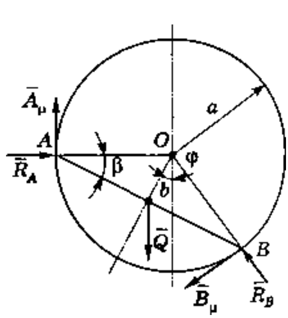
პ ა ს უ ხ ი: $tg\varphi = 2 + \dfrac{1}{f}.$

ამოცანა 5.32



ერთგვაროვანი ღეროს თავისი A და B ბოლოებით შეუძლია a რადიუსიან არაგლუვ წრეწირიზე სრიალი. ღეროდან წრეწირის ვერტიკალურ სიბრტყეში განთავსებულ O ცენტრამდე OC მანძილი არის b. ხახუნის კოეფიციენტი ღეროს და წრეწირს შორის არის f. იპოვეთ კუთხე φ, რომელსაც ქმნის OC წრფე წრეწირის ვერტიკალურ დიამეტრთან, ღეროს წონასწორობის შემთხვევაში.

ა მ ო ხ ს ნ ა



გამოვსახოთ ნახაზზე:

$\overrightarrow{R_A}$ — რეაქცია წრეწირის მხრიდან;

$\overrightarrow{A_\mu}$ — ხახუნის ძალა A წერტილში;

$\overrightarrow{R_B}$ — ნორმალური რეაქცია;

$\overrightarrow{B_\mu}$ — ხახუნის ძალა B წერტილში;

|Q — წონა;

l —ღეროს სიგრძე.

შევადგინოთ წონასწორობის განტოლება B წერტილის მიმართ მომენტებისთვის:

$$Q\frac{1}{2}\cos\varphi - A_{\mu}l\cos\beta - Al\sin\beta = 0.$$

შესაბამისად, თუ გავითვალისწინებთ, რომ $A_{\mu} = fR_{A}$, მივიღებთ

$$R_{A} = \frac{O}{2}\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi + f\cos\beta}.$$

შევადგინოთ წონასწორობის განტოლება ძალების მომენტებისთვის A წერტილის მიმართ. იმის გათვალისწინებით, რომ-$B_{\mu} = fR_{B}$, გვექნება:

$$Q\frac{1}{2}\cos\varphi + R_{B}fl\cos\beta - R_{B}l\sin\beta = 0 \Rightarrow$$

$$R_{B} = \frac{Q}{2}\frac{\cos\varphi}{\sin\beta - f\cos\beta}.$$

შევადგინოთ წონასწორობის განტოლება ძალების მომენტებისთვის O წერტილის მიმართ:

$$f(A+B)a = Qbsin\varphi,$$

საიდანაც ვიპოვით:

$$\frac{fa}{2}\cos\varphi\left(\frac{1}{\sin\beta + f\cos\beta} + \frac{1}{\sin\beta + f\cos\beta}\right) = b\sin\varphi,$$

სადაც, $\sin\beta = \frac{b}{a},\ \cos\beta = \sqrt{1-\sin^{2}\beta}.$

ბოლო იგივეობიდან მივიღებთ

$$ctg\varphi = \left(\frac{a}{b}\right)^{2}\frac{1+f^{2}}{f} - f.$$

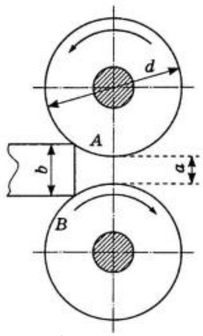
ცხადია, რომ ღეროს წონასწორობის მდგომარეობა შენარჩუნდება φ კუთხის უფრო პატარა მნიშვნელობებისთვისაც, ამიტომ, იმის გათვალისწინებით, რომ კოტანგენს ფუნქცია კლებადია, შეიძლება ჩავწეროთ:

$$ctg\varphi \geq \left(\frac{a}{b}\right)^2 \frac{1+f^2}{f} - f$$

პ ა ს უ ხ ი: $ctg\varphi \geq \left(\frac{a}{b}\right)^2 \frac{1+f^2}{f} - f$

ამოცანა 5.33

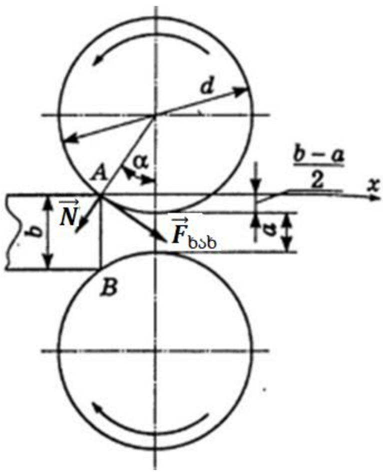
საგლინი დგანი შესდგება ორი ურთიერთ საწინაარმდეგოდ მბრუნავი $d = 50$ სმ დიამეტრის მქონე ლილვისგან. ბრუნვის მიმართულებები ნაჩვენებია ნახაზზე; მანძილი ლილვებს შორის არის $a = 0{,}5$ სმ. როგორი b სისქის ფურცლები შეიძლება მოიგლინოს ამ დგანზე, თუ ნაწრთობი რკინის ფურცელსა და თუჯის ლილვებს შორის ხახუნის კოეფიციენტია $f = 0{,}1$? (დგანის ასამუშავებლად აუცილებელია, რომ ბრუნავმა ლილვებმა ფურცელი წაიტაცონ, ანუ, ფურცელზე მოდებული ნორმალური რეაქციების და ხახუნის ძალების ტოლქმედი მიმართული უნდა იყოს მარჯვნივ.)



ა მ ო ხ ს ნ ა

დგანის ასამუშავებლად აუცილებელია შესრულდეს შემდეგი პირობა $R_x \geq 0$, სადაც, R_x— ფურცელზე მოქმედი ძალების x ღერძზე პროექციაა. ამ პირობას, ნახაზის შესაბამისად, აქვს სახე:

$$2F_{ხახ} cos\alpha - 2Nsin\alpha > 0.$$



ვინაიდან $F_{ხახ} = fN,$ ამიტომ მოცემული პირობა შეიძლება ჩავწეროთ ასე:

$$f cos\alpha \geq sin\alpha$$

გამოვთვალოთ:

$$\cos\alpha = \frac{\frac{d}{2} - \frac{b-a}{2}}{\frac{d}{2}} = \frac{d+a-b}{d}.$$

დავუშვათ

$$z = \frac{d+a-b}{d},$$

მაშინ

$$\cos\alpha = z_C,\ \sin\alpha = \sqrt{1-z^2}.$$

შესაბამისად, ბოლო უტოლობა გადაიწერება შემდეგი სახით

$$fz = \sqrt{1-z^2},$$

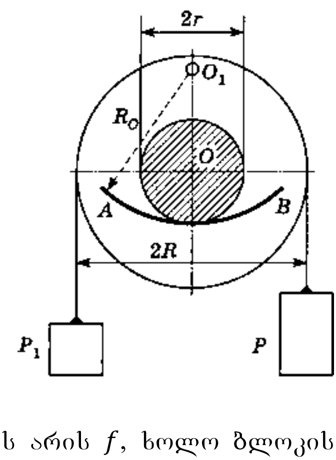
$$z^2 \geq \frac{1}{1+f^2},\ z \geq \frac{1}{\sqrt{1+f^2}},\ \frac{d+a-b}{d} \geq \frac{1}{\sqrt{1^2+f^2}},$$

$$b \leq a + d\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1^2+f^2}}\right) = 0,5 + 50\cdot\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1^2+0,1^2}}\right) = 0,75 \text{ სმ.}$$

პ ა ს უ ხ ი : $b < 0{,}75$ სმ.

ამოცანა 5.34

R რადიუსიანი ბლოკი აღჭურვილია მისი შუა სიბრტყის მიმართ სიმეტრიულად განლაგებულ ორი r რადიუსის მქონე ქიმით. ქიმები ეყრდნობა ჰორიზონტალური მდგენელის მქონე AB ცილინდრულ ზედაპირს. ბლოკზე გადაკიდებულია გვარლი, რომელზეც დაკიდებულია P და P_1 ტვირთები, ამასთან, $P > P_1$. იპოვეთ P_1 ტვირთის უმცირესი მნიშვნელობა, რომლის დროსაც ბლოკი იქნება წონასწორობის მდგომარეობაში, თუ ვიგულისხმებთ, რომ, ხახუნის კოეფიციენტი ქიმებსა და ცილინდრულ AB ზედაპირს შორის არის f, ხოლო ბლოკის წონა ქიმებთან ერთად არის Q. (სისტემის ნახაზზე გამოსახული



მდგომარეობა არ შეიძლება იყოს წონასწორობის მდგომარეობა, საჭიროა ეს უკანასკნელი წინასწარ იქნას ნაპოვნი).

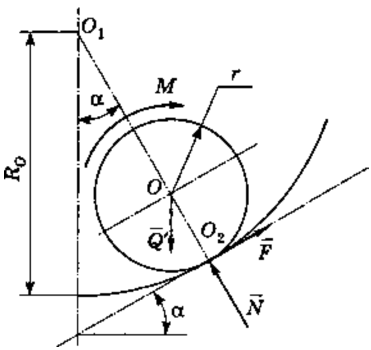
ა მ ო ხ ს ნ ა

პირველი ამოცანა რომელიც უნდა გადავჭრათ — ვიპოვოთ ბლოკის წონასწორობის მდგომარეობა.

აღვნიშნოთ,

$$Q' = Q + PX + P, M = R(P - PX).$$

ნახაზის საფუძველზე ჩავწეროთ მომენტების განტოლებები O_2 და O წერტილების მიმართ:



პირველი ამოცანა რომელიც უნდა გადავჭრათ — ვიპოვოთ ბლოკის წონასწორობის მდგომარეობა.

აღვნიშნოთ,

$$Q' = Q + PX + P, M = R(P - P_1).$$

ნახაზის საფუძველზე ჩავწეროთ მომენტების განტოლებები O_2 და O წერტილების მიმართ:

$$\begin{cases} M - Q'r\sin\alpha = 0, \\ M + Fr = 0, \end{cases}$$

სადაც, $F = Q' \cdot f \cdot cos\alpha.$

სისტემიდან მივიღებთ

$$tg\alpha = f,$$

შესაბამისად, α ხახუნის კუთხეა.

წონასწორობის მდგომარეობაში ცილინდრის AB ღერძსა და ბლოკზე გამავალი სიბრტყე ვერტიკალთან ადგენს ხახუნის კუთხის ტოლ კუთხეს.

ახლა შევადგინოთ მომენტების განტოლება O_1 წერტილის მიმართ:

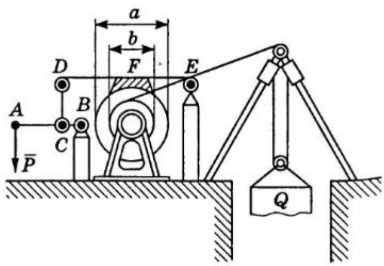
$$R(P-R)-(Q+P_1+\mathrm{Pr})\frac{f}{1+f^2}=0.$$

აქედან ვიპოვით:

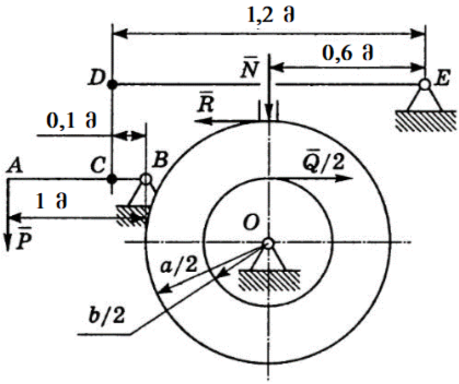
$$P_1 = \frac{P\left(R\sqrt{1+f^2} - fr\right) - Qrf}{R\sqrt{1+f^2} + fr}.$$

პ ა ს უ ხ ი: წონასწორობის მდგომარეობაში ცილინდრის AB ღერძსა და ბლოკზე გამავალი სიბრტყე ვერტიკალთან ადგენს ხახუნის კუთხის ტოლ კუთხეს; $P_1 = \frac{P\left(R\sqrt{1+f^2} - fr\right) - Qrf}{R\sqrt{1+f^2} + fr}.$

ამოცანა 5.35



ტვირთების ქვევით ჩაშვებისთვის გამოიყენება ნახაზზე გამოსახული მუხრუჭიანი ჯალამბარი. დოლურზე, რომელზეც ჯაჭვია დახვეული, მიმაგრებულია კონცენტრული ხის ბორბალი. AB ბერკეტი მიბმულია ED სამუხრუჭე ბერკეტის D ბოლოსთან CD ჯაჭვით. AB ბერკეტის A ბოლოზე დაწოლის შედეგად ბორბალი მუხრუჭდება.. ბორბლის დიამეტრია $a = 50$ სმ; დოლურის დიამეტრია $b = 20$ სმ; $ED = 120$ სმ; $FE = 60$ სმ; $AB = 1$ მ; $BC = 10$ სმ. იპოვეთ P ძალა, რომელიც მოძრავ ბლოკზე დაკიდებულ $Q = 8$ კნ ტვირთს გააწონასწორებს, თუ ხის ფოლადზე ხახუნის კოეფიციენტია $f = 0{,}4$; F ხუნდის ზომები უგულებელყავით.

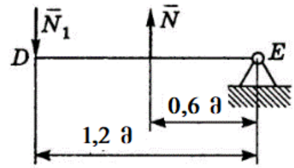


ნახ. 1

ა მ ო ხ ს ნ ა

ვიპოვოთ დამუხრუჭების ძალა; (ნახ. 1), რისთვისაც შევადგინოთ დოლურის წონასწორობის განტოლებები (ძალების მომენტებისთვის O წერტილის მიმართ):

$$R\frac{a}{2}-\frac{Q}{2}\cdot\frac{b}{a}.$$



ნახ. 2

მეორეს მხრივ, კულონის კანონის ძალით, $R = fN$. საიდანაც ვიპოვით ხუნდზე დაწოლის ძალას:

$$N=\frac{R}{f}=\frac{Q}{2f}\cdot\frac{b}{a}.$$

განვიხილოთ ED ბერკეტის წონასწორობა (ნახ. 2).

შევადგინოთ მომენტების განტოლება E წერტილის მიმართ

$$N_1\cdot 1{,}2, -N\cdot 0{,}6=0.$$

საიდანაც

$$N_1=N\cdot\frac{0{,}6}{1{,}2}=\frac{Q}{4f}\cdot\frac{b}{a}.$$

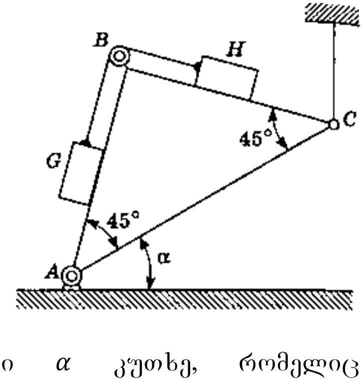
განვიხილოთ AB ბერკეტის წონასწორობა (ნახ. 3). შევადგინოთ მომენტების განტოლება B წერტილის მიმართ

$P\cdot 1 - N_1\cdot 0{,}1 = 0 \Rightarrow P = N_1\cdot 0{,}1 = 0{,}20$კნ.

პ ა ს უ ხ ი : $P =$ 0,2 კნ.

ამოცანა 5.36

ABC პრიზმის AB და BC წახნაგზე მოთავსებულია P წონის მქონე ორი ერთნაირი G და H ტვირთი, რომლებიც ერთმანეთზე გადაბმულია B ბლოკზე გადაკიდებული ძაფით. ტვირთებსა და წახნაგებს შორის ხახუნის კოეფიციენტი არის f. $\angle BAC = \angle BCA = 45°$., უგულებელყავით ბლოკზე ხახუნი და იპოვეთ სიდიდე AC წახნაგის ჰორიზონტისადმი დახრის ისეთი α კუთხე, რომელიც



აუცილებელია იმისათვის, რომ G ტვირთმა დაიწყოს ქვევით დაშვება.

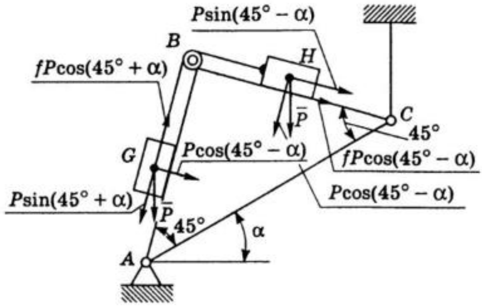
ა მ ო ხ ს ნ ა

ვინაიდან ბლოკი იდეალურია, ამიტომ ძაფის დაჭიმულობა მარცხნიდან და მარჯვნიდან ერთნაირია. მაშინ, თუ დავუშვებთ, რომ G ტვირთი ქვევით ეშვება, ნახაზის მიხედვით მივიღებთ

$$P\left[\sin\left(45^{\circ}+\alpha\right)-f\cos\left(45^{\circ}+\alpha\right)\right]=P\left[\sin\left(45^{\circ}-\alpha\right)+f\cos\left(45^{\circ}-\alpha\right)\right],$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha-f\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha+f\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha=$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha-\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha+f\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha+f\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha.$$



საიდანაც,

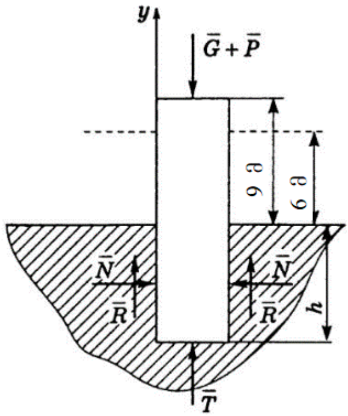
$$\sin\alpha=f\cos\alpha;\ tg\alpha=f.$$

პ ა ს უ ხ ი: $tg\alpha=f$.

ამოცანა 5.37

მდინარეზე გადებული სარკინიგზო ხიდის საყრდენების მიწაში ჩასობის სიღრმე ისეა გათვლილი, რომ საყრდენების წონა, ხიდზე გამავალი ტვირთის წონასთან ერთად, უნდა გააწონასწოროს საყრდენების ძირზე გრუნტის დაწოლის ძალამ და გვერდითმა ხახუნმა. ამასთან, გრუნტი, რომელიც წარმოადგენს წყლით გაჟღენთილ წვრილ ქვიშას, თხევად სხეულად შეიძლება მივიჩნიოთ. გამოთვალეთ ამ საყრდენების მიწაში ჩასობის h სიღრმე, თუ საყრდენზე დატვირთვა 1500 კნ-ის ტოლია, 1 მ სიმაღლის საყრდენის წონაა 80 კნ, საყრდენის

სიმაღლე მდინარის ფსკრიდან არის 9 მ, ხოლო წყლის სიმაღლე ფსკერიდან არის 6 მ, საყრდენების ფუძის ფართობია 3,5 მ^2. 1 მ სიმაღლის საყრდენის გვერდითი ზედაპირის ფართობია 7 მ^2, წყლით გაჟღენთილი ქვიშის 1 მ^3 მოცულობის წონაა 18 კნ, წყლის 1 მ^3 მოცულობის წონაა 10 კნ, ხოლო ქვიშასა და იმ ფუტლიარს შორის, რომელშიც ჩამაგრებულია ქვის საყრდენი, ხახუნის კოეფიციენტი არის 0,18. (ხახუნის გათვლებისას გავითვალისწინოთ ის ფაქტი, რომ 1 მ^2 ფართობზე საშუალო გვერდითი დაწოლა არის $10(6+0{,}9h)$ კნ.



ა მ ო ხ ს ნ ა

ნახაზზე გამოვსახოთ:

P — დატვირთვა საყრდენებზე:

$P = 150$ ტ;

G — საყრდენების წონა:

$G = (9+h)\cdot 8$ ტ;

T — ფსკერის მხრიდან საყრდენებზე რეაქციის ძალა:

$T = (6+1{,}8h)\cdot 3{,}5 = 6{,}3h + 21$ ტ;

R — გრუნტის საყრდენებისადმი წინააღმდეგობის ძალა:

$R = Nf = (6+0{,}9h)f\cdot 7h = 1{,}134h + 7{,}56h$ ტ.

შევადგინოთ საყრდენის წონასწორობის განტოლება (y ღერძზე პროექციებში):

$$-P - G + T + R = 0.$$

შესაბამისად

$$P + G = T + R.$$

ჩავსვათ რიცხვითი მნიშვნელობები:

$$150 + (9+h)\cdot 8 = 6{,}3h + 21 + 1{,}134h^2 + 7{,}56h.$$

საიდანაც მივიღებთ განტოლებას

$$1{,}134h^2 + 5{,}86h - 201 = 0.$$

განტოლების ამოხსნით, ვიპოვით:

$$h = 11 \text{ მ}.$$

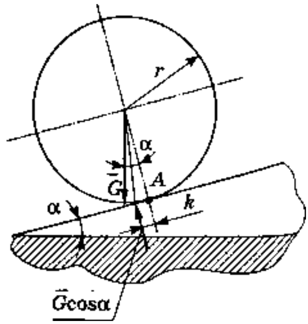
პ ა ს უ ხ ი: $h = 11$ მ.

ამოცანა 5.38

იპოვეთ სიბრტყის ჰორიზონტისადმი დახრის ისეთი α კუთხე, რომლის დროსაც $r = 50$ მმ რადიუსის მქონე რგოლი თანაბრად იგორავებს ამ სიბრტყეზე. ერთმანეთთან შემხები სხეულები ფოლადისგანაა დამზადებული, გორვის ხახუნის კოეფიციენტია $k = 0{,}05$ მმ (α კუთხის სიმცირის გამო შეიძლება ჩავთვალოთ, რომ $\alpha = tg\alpha$.)

ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზის სახით ამოცანის პირობაში მოცემული მონაცემები.



შევადგინოთ მომენტების განტოლება A წერტილის მიმართ:

$G \cdot r \cdot sin\alpha - k \cdot G \cdot cos\alpha = 0$,

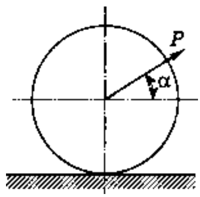
საიდანაც ვიპოვით:

$$tg\alpha = \frac{k}{r} = 0{,}001, \;\; \alpha = 3'26''.$$

პ ა ს უ ხ ი: $\alpha = 3'26''$.

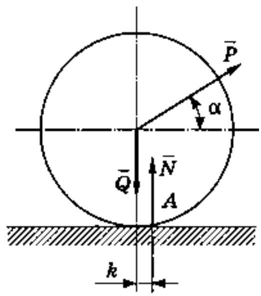
ამოცანა 5.39

იპოვეთ ისეთი P ძალა, რომელიც აუცილებელია $r = 60$ სმ დიამეტრისა და $Q =$ 300 ნ წონის მქონე ცილინდრული საგორავის ჰორიზონტალურ სიბრტყეზე თანაბრად საგორავებლად, თუ გორვის ხახუნის კოეფიციენტი არის $\kappa = 0{,}5$, ხოლო P ძალასა და ჰორიზონტალურ სიბრტყეს შორის შედგენილი კუთხე არის $\alpha = 30°$.



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე საგორავზე მოქმედი ძალები. საძიებელი ძალის საპოვნელად შევადგინოთ მომენტების განტოლება A წერტილის მიმართ:



$$\left(Q-P\sin\alpha\right)\cdot k=\Pr\cos\alpha$$

საიდანაც ვიპოვით:

$$P=\frac{Q\cdot k}{\mathrm{r}\cos\alpha+k\cdot\sin\alpha}=5,72\text{ ნ.}$$

პ ა ს უ ხ ი : $P = 5,72$ ნ.

ამოცანა 5.40

ჰორიზონტალურ სიბრტყეზე დევს R რადიუსის და Q წონის მქონე ბირთვი. ბირთვის სიბრტყეზე სრიალის ხახუნის კოეფიციენტია f, ხოლი გორვის ხახუნის კოეფიციენტია k. რა პირობებია საჭირო იმისათვის, რომ ბირთვის ცენტრში მოდებულმა ჰორიზონტალურმა P ძალამ თანაბრად აგორავოს ბირთვი?

ა მ ო ხ ს ნ ა

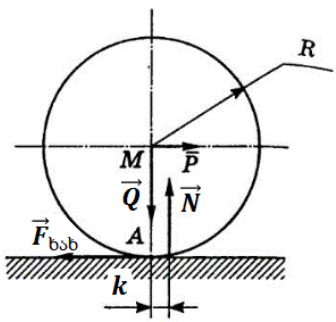
გამოვსახოთ ნახაზზე ბირთვზე მოქმედი ძალები.

შევადგინოთ ბირთვის წონასწორობის განტოლებები:

$$\begin{cases}P-F_{ხახ}=0,\\N-Q=0,\\-P\cdot R+N\cdot k=0.\end{cases}$$

იმისათვის, რომ საგორავი არ სრიალებდეს, აუცილებელია შესრულდეს შემდეგი პირობა

$$F_{ხახ}<fN.$$



სისტემიდან ვიპოვით:

$$P=F_{ხახ};\ \ N=Q;$$

$$P=N\frac{k}{R},\text{ ანუ }\ P=Q\frac{k}{R}$$

ჩავსვათ მიღებული გამოსახულება უტოლობაში:

$$Q\frac{k}{R} < Q \cdot f,$$

საიდანაც, $$f > \frac{k}{R}.$$

პ ა ს უ ხ ი: $f > \frac{k}{R};\ P = Q\frac{k}{R}.$

ამოცანა 5.41

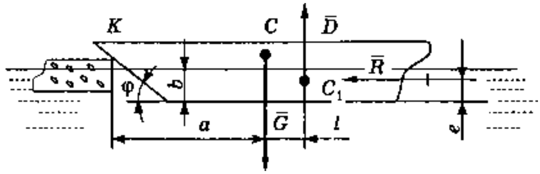
ყინულის საფართან ურთიერთქმედებისას ყინულმჭრელი წონწსწორობაშია იმის გამო, რომ მასზე მოქმედებს შემდეგი ძალები: 1) გემის G წონა; 2) ტივტივადობის D ძალა; 3) პროპელერების R წინაღობა; 4) ყინულის მხრიდან ფორშტევენთან შეხების K წერტილში მოდებული ძალები –

ა) ნორმალური დაწოლის N ძალა და

ბ) ხახუნის მაქსიმალური F ძალა.

ფორშტევენის დახრის კუთხეა $\varphi = 30°$, ხახუნის კოეფიციენტი არის $f = 0{,}2$. ცნობილია სიდიდეები: $G = 6000$ კნ, , $R = 200$ კნ, $a = 20$ მ, $b = 2$ მ, $e = 1$ მ.

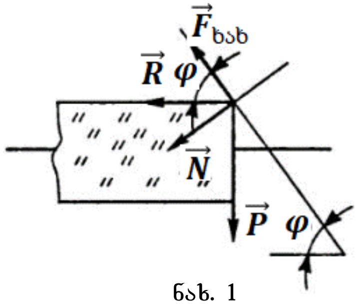
უგულებელყავით გემის დიფერენტი და იპოვეთ გემის P ვერტიკალური დაწოლა ყინულის საფარზე, ტივტივადობის D ძალა და ამ ძალიდან გემის სიმძიმის ცენტრამდე l მანძილი.



ა მ ო ხ ს ნ ა

ნახ. 1-ზე გამოსახულია ყინულის საფარზე მოქმედი ძალების სქემა. შევადგინოთ საფარის წონასწორობის განტოლებები:

$$\begin{cases} N\,sin\,\varphi + F_{ხახ}\,cos\,\varphi + R = 0, \\ -N\,scos\,\varphi + F_{ხახ}\,sin\,\varphi - P = 0 \end{cases}$$



ნახ. 1

ვინაიდან $F_{ხახ} = fN$,ამიტომ, სისტემა მიიღებს შემდეგ სახეს

$$\begin{cases} N\sin\varphi + fN\cos\varphi + R = 0, \\ -N\cos\varphi + fN\sin\varphi - P = 0. \end{cases}$$

სისტემიდან ვიპოვით:

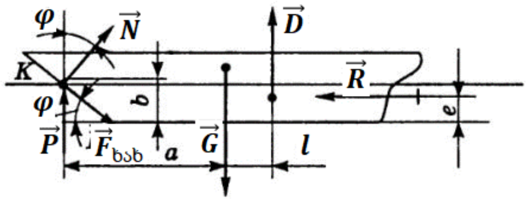
$$\frac{P}{R} = \frac{\cos\varphi - f\sin\varphi}{f\cos\varphi + \sin\varphi},$$

$$P = R\frac{\cos\varphi - f\sin\varphi}{f\cos\varphi + \sin\varphi},\;\; P = R\frac{1 - tg\varphi}{f + tg\varphi} = 230 \text{ კნ.}$$

შევადგინოთ ყინულმჭრელის წონასწორობის განტოლება (ნახ. 2):

$$P + N\,cos\,\varphi - F_{ხახ}\,sin\,\varphi - G + D = 0,$$

სადაც, $F_{ხახ} = fN$. შესაბამისად,



ნახ. 2

$$P + N\cos\varphi - f\cdot N\sin\varphi - G + D = 0,$$

$$D = G - \left(P + N\left(\cos\varphi - N\sin\varphi\right)\right) = 5770 \text{ კნ.}$$

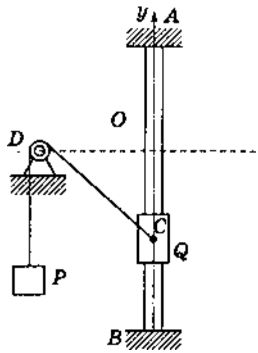
შევადგინოთ ძალების მომენტების განტოლება K წერტილის მიმართ და ვიპოვით მანძილი l:

$$-Ga + D(a+l) - R(b-e) = 0 \Rightarrow$$

$$l = \frac{Ga + R(b-e)}{D} - a = 0,83 \text{ მ.}$$

პ ა ს უ ხ ი : $P = R\dfrac{1-tg\varphi}{f+tg\varphi} = 230$ კ ნ ; $D = 5770$ კნ; $l = 0,83$ მ.

ამოცანა 5.42



Q ტვირთს შეუძლია სრიალი მქისი ვერტიკალური AB მიმმართველის გასწვრივ. ტვირთზე მიმაგრებულია გვარლი, რომელზეც ჩამოკიდებულია P ტვირთი. უგულებელყავით D ბლოკის ზომები და იპოვეთ:

1) პირობა, რომლის დროსაც შესაძლებელია უძრაობის ზონის (ანუ შესაძლო წონასწორობის მდგომარეობების გეომეტრიული ადგილის) არსებობა;

2) პირობა, რომლის დროსაც უძრაობის ზონის ზედა საზღვარი მოთავსებულია y ღერძის დადებით ნაწილში;

3) უძრაობის ზონის ორდინატები, როცა

$$Q = 5 \text{ ნ}, \quad P = 10 \text{ ნ}, \quad f = 0,2, \quad OD = 10 \text{ სმ;}$$

4) უძრაობის ზონის ორდინატები, როცა

$$Q = 1,5 \text{ ნ}, \quad P = 10 \text{ ნ}, \quad f = 0,2, \quad OD = 10 \text{ სმ.}$$

ა მ ო ხ ს ნ ა

1) განვიხილოთ Q ტვირთის წონასწორობა $y < 0$ არეში. ამ დროს შესაძლებელია ორი შემთხვევა:

1. ა) Q ტვირთს შეუძლია ზევით მოძრაობა. ამ შემთხვევისათვის ტვირთზე მოდებული ძალები გამოსახულია ნახ. 1.-ზე.

შევადგინოთ Q ტვირთის წონასწორობის განტოლებები:

$$\begin{cases} N - P\cos\alpha = 0, \\ P\sin\alpha - Q - F_{ხახ} = 0. \end{cases}$$

სადაც, $F_{ხახ}$ ხახუნის ძალაა.

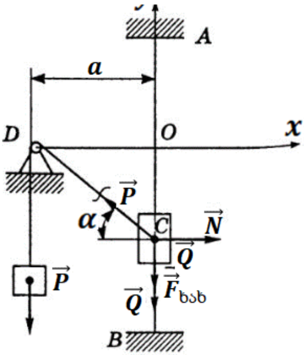
ასევე უნდა შესრულდეს უტოლობა

$$F_{ხახ} < fN.$$

სისტემიდან ვიპოვით:

$$N = P\cos\alpha; \quad F_{ხახ} = P\sin\alpha - Q.$$

ჩავსვათ ეს გამოსახულებები უტოლობაში და მივიღებთ



ნახ. 1

$$P\sin\alpha - Q \le fP\cos\alpha,$$

ანუ

$$\sin\alpha - f\cos\alpha \le \frac{Q}{P}. \qquad (1)$$

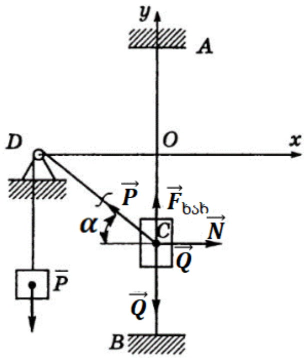
ბ) Q ტვირთს შეუძლია ქვევით მოძრაობა. ამ შემთხვევისათვის ტვირთზე მოდებული ძალები გამოსახულია ნახ. 2.-ზე.

ჩავწეროთ ტვირთის წონასწორობის განტოლებები და ერთი უტოლობა $F_{ხახ}$ ძალისათვის:

$$\begin{cases} N - P\cos\alpha = 0, \\ P\sin\alpha - Q + F_{ხახ} = 0 \\ F_{ხახ} \le fN, \end{cases}$$

საიდანაც ვიპოვით:

$$Q \le P(\sin\alpha + f\cos\alpha). \qquad (2)$$



ნახ. 2

ამრიგად, Q ძალის სიდიდის მნიშვნელობა იმყოფება (1) და (2) უტოლობებით განსაზღვრულ მნიშვნელობებს შორის:

$$P(\sin\alpha - \cos\alpha) \le Q \le P(\sin\alpha + f\cos\alpha). \qquad (3)$$

შემოვიღოთ კუთხე:

$$\sin\varphi = \frac{f}{\sqrt{1+f^2}}, \quad \cos\varphi = \frac{f}{P\sqrt{1+f^2}}.$$

მაშინ უტოლობა (1) მიიღებს სახეს

$$\sqrt{1+f^2}\sin(\alpha-\varphi) \le \frac{Q}{P}, \quad \text{ანუ} \quad \sin(\alpha-\varphi) \le \frac{Q}{P\sqrt{1+f^2}}.$$

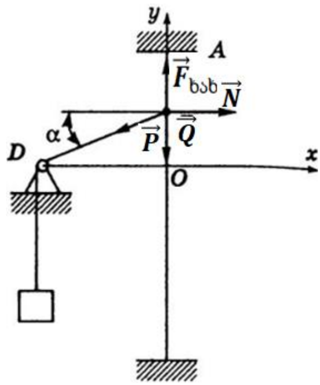
ვინაიდან $|sin(\alpha-\varphi)| \le 1$, ამიტომ

$$\frac{Q}{P\sqrt{1+f^2}} \le 1,$$

საიდანაც მივიღებთ პირობას, რომლის დროსაც შესაძლებელია უძრაობის ზონის არსებობა:

$$\frac{Q}{P} \le \sqrt{1+f^2}, \quad \text{ანუ} \quad \left(\frac{Q}{P}\right)^2 \le 1+f^2.$$

2) განვიხილოთ Q ტვირთის წონასწორობა $y \ge 0$ ზონაში. ამ შემთხვევისათვის ტვირთზე მოდებული ძალები გამოსახულია ნახ. 3-ზე.



ნახ. 3

გვაქვს:

$$\begin{cases} N - P\cos\alpha = 0, \\ P\sin\alpha - Q + F_{ხახ} = 0 \\ F_{ხახ} \le fN, \end{cases}$$

სისტემიდან ვიპოვით:

$$Q \le P(f\cos\alpha - \sin\alpha).$$

ვინაიდან $\alpha > 0$, ამიტომ ბოლო უტოლობიდან გამომდინარეობს შემდეგი უტოლობა

$$\frac{Q}{P} \le f\cos\alpha - \sin\alpha < f\cos\alpha < f.$$

ამიტომ, თუ სრულდება შემდეგი უტოლობა

$$\frac{Q}{P} < f.$$

მაშინ უძრაობის ზონის ზედა საზღვარი იმყოფება y ღერძის დადებით ნაწილში.

3) განვსაზროთ უძრაობის ზონის საზღვრები, როცა $Q = 5$ მ, $P = 1$ ნ, $f = 0{,}2$, $OD = a = 10$ სმ.

შემდეგი დამოკიდებულებების გათვალისწინებით (ნახ. 4)

$$\sin\alpha = \frac{y}{\sqrt{a^2 + y^2}}, \quad \cos\alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + y^2}}.$$

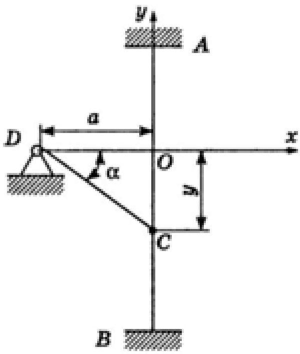
(3) უტოლობა მივიყვანოთ შემდეგ სახემდე

$$\begin{cases} \dfrac{y}{\sqrt{a^2+y^2}} - \dfrac{fa}{\sqrt{a^2+y^2}} \le \dfrac{Q}{P}, \\ \dfrac{y}{\sqrt{a^2+y^2}} + \dfrac{fa}{\sqrt{a^2+y^2}} \ge \dfrac{Q}{P}. \end{cases} \qquad (4)$$

უძრაობის ზონის საზღვრების დასადგენად ამოვხსნათ (4) უტოლობა, რისთვისაც, თავის მხრივ, დაგვჭირდება შემდეგი განტოლებების ამოხსნა:

$$\frac{y}{\sqrt{a^2+y^2}} - \frac{fa}{\sqrt{a^2+y^2}} = \frac{Q}{P}, \qquad (5)$$

$$\frac{y}{\sqrt{a^2+y^2}} + \frac{fa}{\sqrt{a^2+y^2}} = \frac{Q}{P}. \qquad (6)$$



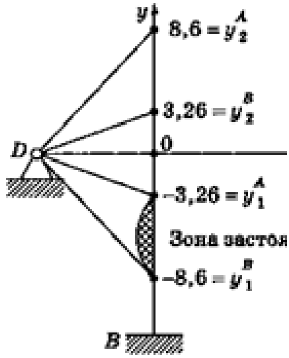
ნახ. 4

(5) განტოლებიდან ვიპოვით:

$$y_{1,2}^{A}=\frac{a}{1-\left(\frac{Q}{P}\right)^{2}}\left[f\pm\frac{Q}{P}\sqrt{1+f^{2}-\left(\frac{Q}{P}\right)^{2}}\right];$$

(6) განტოლებიდან ვიპოვით:

$$y_{1,2}^{B}=\frac{a}{1-\left(\frac{Q}{P}\right)^{2}}\left[-f\pm\frac{Q}{P}\sqrt{1+f^{2}-\left(\frac{Q}{P}\right)^{2}}\right];$$



ნახ. 5

ვიპოვოთ რიცხვითი მნიშვნელობები:

$$y_{1}^{A}=\frac{10}{1-0,5^{2}}\left[0,2-0,5\sqrt{1+0,2^{2}-0,5^{2}}\right]=-3,26 \text{ სმ};$$

$$y_{2}^{A}=\frac{10}{1-0,5^{2}}\left[0,2+0,5\sqrt{1+0,2^{2}-0,5^{2}}\right]=8,6 \text{ სმ};$$

$$y_{1}^{B}=\frac{10}{1-0,5^{2}}\left[-0,2-0,5\sqrt{1+0,2^{2}-0,5^{2}}\right]=-8,6 \text{ სმ};$$

$$y_{2}^{B}=\frac{10}{1-0,5^{2}}\left[-0,2+0,5\sqrt{1+0,2^{2}-0,5^{2}}\right]=3,2 \text{ სმ}$$

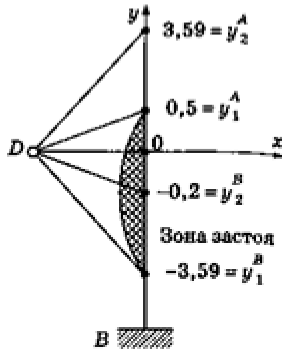
ახლა შესაძლებელია (4) სისტემის ამონახსნთა სიმრავლის პოვნა — ეს არის $[y_1^B;\, y_1^A]$ მონაკვეთი (ნახ. 5). შესაბამისად, უძრაობის ზონის საზღვრების ორდინატები იქნება :

$$y_1 = y_1^A = -3,26 \text{ სმ და } y_2 = y_1^B = -8,6 \text{ სმ.}$$

4) განვსაზღვროთ უძრაობის ზონის საზღვრები, როცა

$Q = 1{,}5$ მ, $P = 10$ ნ, $f = 0{,}2$, $OD = a = 10$ სმ.

თუ გავიმეორებთ 3) პუნქტში ჩატარებულ პროცედურას, მაშინ ვიპოვით შესაბამისი განტოლებების ფესვებს:



ნახ. 6

$$y_{1,2}^{A} = \frac{10}{1-0{,}15^2}\left[0{,}2 \pm 0{,}15\sqrt{1+0{,}2^2-0{,}15^2}\right]$$

$$y_{1,2}^{A} = \frac{10}{1-0{,}15^2}\left[-0{,}2 \pm 0{,}15\sqrt{1+0{,}2^2-0{,}15^2}\right]$$

$$y_1^A = 0{,}5 \text{ სმ}, \quad y_2^A = 3{,}39 \text{ სმ},$$

$$y_1^B = -3{,}59 \text{ სმ}, \quad y_B^B = -0{,}5 \text{ სმ}$$

უძრაობის საზღვრების ორდინატები იქნება:

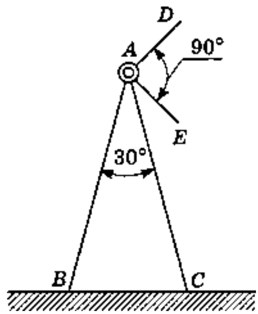
$$y_1 = y_1^A = -0{,}5 \text{ სმ და } y_2 = y_1^B = -3{,}59 \text{ სმ}.$$

პასუხი: $1)\ \left(\dfrac{Q}{P}\right)^2 \le 1+f^2;\ 2)\ \dfrac{Q}{P} < f;\ \ 3)\ \ y_1 = -3{,}26$ სმ, $y_2 = -8{,}6$ სმ $\ 4)\ \ y_1 = 0{,}5$ სმ, $y_2 = -3{,}59$ სმ.

II. ძალთა სივრცული სისტემები

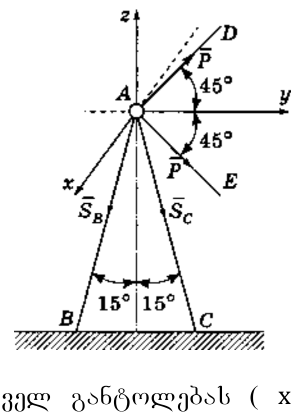
6. ძალები, რომელთა მოქმედების წრფეებიც ერთ წერტილში იკვეთება

ამოცანა 6.1



სამკუთხა ანძა შედგება წვეროში ერთმანეთთან სახსარით მიერთებული ორი ერთნაირად დახრილი AB და AC ძელისაგან. კუთხე BAC = 30°. ანძა იჭერს ორ ისეთ ჰორიზონტალურ მავთულს, რომლებიც ერთმანეთთან მართ კუთხეს ადგენენ. თითოეული მავთულის დაჭიმულობაა 1 ნ. განსაზღვრეთ ძელებში არსებული ძალვა, თუ ჩავთვლით, რომ BAC სიბრტყე DAE კუთხეს შუაზე ყოფს, ხოლო ძელების წონას უგულებელვყოფთ.

ა მ ო ხ ს ნ ა



გამოვსახოთ ნახაზზე სამკუთხა ანძის A წერტილზე მოქმედი ძალები და შემოვიღოთ xyz კოორდინატთა სისტემა. ამასთან, ჩავთვალოთ რომ zAy სიბრტყე ნახაზის სიბრტყეს ემთხვევა და ამავე სიბრტყეშია განთავსებული AB და AC ძელებიც. ბმების $\vec{S}_B$ და $\overrightarrow{S_C}$ რეაქციები მივმართოთ A კვანძიდან, რითაც მივიჩნევთ, რომ AB და AC ძელები გაჭიმულია.

მიღებულ ძალთა სისტემისათვის შევადგინოთ წონასწორობის სამი განტოლება x, y და z ღერძებზე პროექციებისთვის. შევნიშნოთ, რომ პირველ განტოლებას (x ღერძზე პროექციისათვის) აქვს სახე

$$P\sin 45^\circ - P\sin 45^\circ = 0,$$

ანუ ეს განტოლება იგივურად სრულდება. დანარჩენი ორი განტოლებისთვის მივიღებთ

$$\begin{cases} P\cos 45^\circ + P\cos 45^\circ + S_C\cos 75^\circ - S_B\cos 75^\circ = 0, \\ S_C\cos 15^\circ - S_B\cos 15^\circ = 0. \end{cases}$$

თუ ამ სისტემას ამოვხსნით, გვექნება

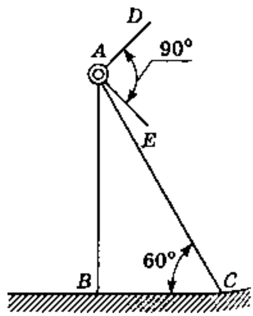
$$S_B = -S_C = \frac{P\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\sqrt{3}-1\right)} = \frac{2}{\left(\sqrt{3}-1\right)}2{,}73\text{ ნ.}$$

ნიშნები იმაზე მეტყველებენ, რომ *AB* ძელი გაჭიმულია, ხოლო *AC* — შეკუმშული. გამოთვლების დროს გავითვალისწინეთ შემდეგი ტოლობა:

$$\cos 75^\circ = \frac{\sqrt{2}}{4}\left(\sqrt{3}-1\right).$$

პასუხი: $S_B = -S_C = \dfrac{2}{\left(\sqrt{3}-1\right)}2{,}73$ ნ.

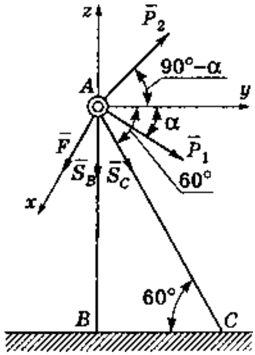
ამოცანა 6.2



ჰორიზონტალური მავთულები, რომლებიც ერთმანეთან DAE = 90° კუთხეს ადგენენ, დაკიდებულია AC გვერდულა ბიჯგით გამაგრებულ AB ბოძზე. AD და AE მავთულების დაჭიმულობა შესაბამისად ტოლია 120 ნ და 160 ნ. A წერტილში დამაგრება სახსრულია. იპოვეთ AC და AE სიბრტყეებს შორის ისეთი α კუთხე, რომლის დროსაც ბოძი არ განიცდის გვერდით ზნექვას და განსაზღვრეთ გვერდულა ბიჯგში S ძალვა, თუ ის ჰორიზონტსადმი 60°-იანი კუთხით არის დაყენებული. ბოძის და გვერდულა ბიჯგის წონები უგულებელყავით.

ამოხსნა

ისევე როგორც წინა ამოცანაში, აქაც ჩავთვალოთ რომ ბოძი გვერდულა ბიჯგთან ერთად zAy სიბრტყეში მდებარეობს, $\overrightarrow{P_1}$ და $\overrightarrow{P_2}$ ძალები განთავსებულია xAy სიბრტყეში (იხ. ნახაზი). ბმების S_B და S_C რეაქციები მიმართულია A კვანძიდან (ანუ ვთვლით, რომ AB ბოძი და AC გვერდულა ბიჯგი გაჭიმულია). თუ შემოვიღებთ $\vec{F}$ გვერდით ძალვას, შეგვიძლია შევადგინოთ თავმოყრილ ძალთა სისტემის წონასწორობის განტოლებები:



$$\begin{cases} F + P_1 \sin\alpha - P_2 \sin\left(90^\circ - \alpha\right) = 0, \\ P_1 \cos\alpha + P_2 \cos\left(90^\circ - \alpha\right) + S_C \cdot \cos 60^\circ = 0, \\ -S_B - S_C \sin 60^\circ = 0. \end{cases}$$

ვინაიდან ამოცანის პირობის თამახმად გვერდით ზნექვა და აქედან გამომდინარე გვერდითი F ძალვაც ნულის ტოლია, ამიტომ სისტემის პირველი განტოლებიდან მივიღებთ

$$160\sin\alpha = 120\cos\alpha \Rightarrow tg\alpha = \frac{3}{4}.$$

თუ გვეცოდინება $tg\alpha$, შეგვიძლია წინასწარ ვიპოვოთ:

$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{3^2}{4^2}}} = \frac{4}{5}; \ \sin\alpha = \frac{tg\alpha}{\sqrt{1+tg^2\alpha}} = \frac{\frac{3}{4}}{\sqrt{1+\frac{3^2}{4^2}}} = \frac{3}{5};$$

მაშინ სისტემის ბოლო ორი განტოლებიდან შეგვიძლია განვსაზღვროთ:

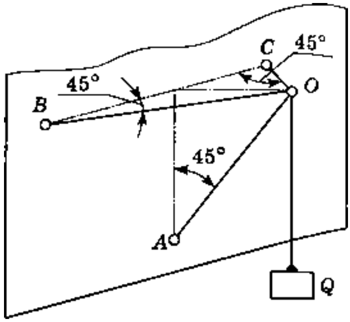
$$\frac{1}{2}S_C = -P_1 \cdot \frac{4}{5_2} - P \cdot \frac{3}{5} \Rightarrow S_C = -\frac{2}{5}\left(4 \cdot 160 + 3 \cdot 120\right) =$$

$$= -400$$ ნ(დახრილი შეკუმშულია);

$$S_B = -\frac{1}{2}S_C = 200$$ ნ(ბოძი გაჭიმულია).

პასუხი: $S=-400$ ნ; $\alpha = arctg\,\frac{3}{5}.$

ამოცანა 6.3

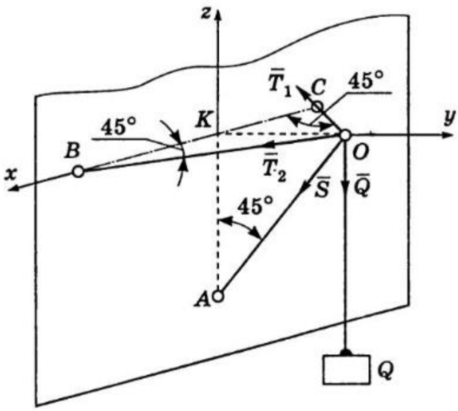


Q = 100 ნ ტვირთს იჭერს A წერტილში სახსრულად მიმაგრებული და ჰორიზონტისადმი 45° გრადუსით დახრილი AO ძელი და აგრეთვე ერთნაირი სიგრძის ორი ჰორიზონტალური BO და BD ჯაჭვები; ∠CBO = ∠BCO = 45° . იპოვეთ S ძალვა ძელში და ჯაჭვების T დაჭიმულობა.

ამოხსნა

შემოვიტანოთ კოორდინატთა xyz სისტემა და გამოვსახოთ ნახაზზე მოცემული $\vec{Q}$ ძალა, ჯაჭვების რეაქციის $\vec{T}_1, \vec{T}_2$ ძალები და ღეროს რეაქცია $\vec{S}$ (იხ. ნახაზი):

$$\begin{cases} T_2\cos 45^\circ - T_1\cos 45^\circ = 0, \\ -T_1\sin 45^\circ - T_2\sin 45^\circ - S\cos 45^\circ = 0, \\ -Q - S\cos 45^\circ 0. \end{cases}$$



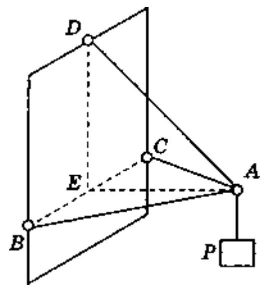
თუ განტოლებაათა სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ:

$$S=-\sqrt{2}Q=-141,4 \text{ ნ};$$

$$T_1=T_2=\frac{S}{2}=70,7 \text{ ნ}.$$

პასუხი: $S=-141,4$ ნ; $T_1=T_2=70,7$ ნ.

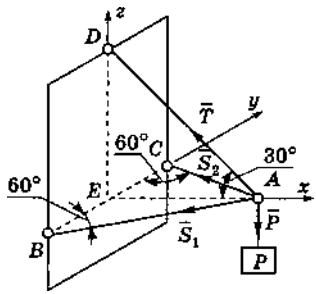
ამოცანა 6.4



იპოვეთ S_1 და S_2 ძალვები AB და AC ღეროეში და T ძალვა AD ტროსში თუ მოცემულია, რომ: $\angle CBA = \angle BCA = 60°$, $\angle. EAD = 30°$. P ტვირთის წონაა 300 ნ. ABC სიბტყე ჰორიზონტალურია. ღეროების დამაგრება A, B და C წერტილებში სახსრულია.

ამოხსნა

ამოცანის პირობის შესაბამისად ნახაზზე გამოსახულია კოორდინატთა სისტემა და A წერტილში თავმოყრილ ძალთა სისტემა. საძიებელი ძალების საპოვნელად შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები:



$$\begin{cases} S_1\sin 60^\circ - S_2\sin 60^\circ - T\cos 30^\circ = 0, \\ -S_1\cos 60^\circ + S_2\cos 60^\circ = 0, \\ T\cos 30^\circ - P = 0. \end{cases}$$

თუ სისტემას ამოვხსნით. მივიღებთ:

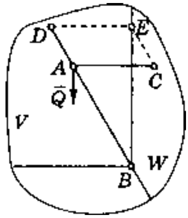
$$S_1=S_2=-T/2=-300 \text{ ნ};$$

$$S_1=S_2=-T/2=-300 \text{ ნ}.$$

შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ AB და AC ღეროები შეკუმშლია, ტროსი გაჭიმულია..

პ ა ს უ ხ ი : $T = 600$ ნ ; $S_1 = S_2 = -300$ ნ .

ამოცანა 6.5

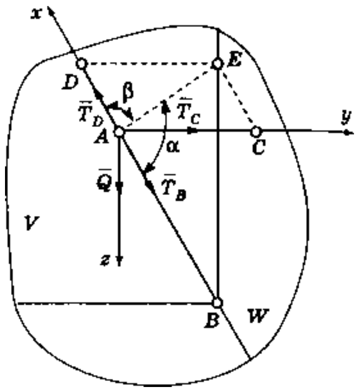


იპოვეთ ძალვები AB ღეროში და აგრეთვე AC და AD ჯაჭვებში, როცა ისინი 420 ნ წონის Q ტვირთს იჭერენ, თუ AB = 145 სმ; AC = 80 სმ; AD = 60 სმ. CADE მართკუთხედის სიბრტყე ჰორიზონტალურია, ხოლო V და W სიბრტყეები ვერტიკალურია. B წერტილში შეერთება სახსრულია.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ აქტიური $\vec{Q}$ ძალა, აგრეთვე $\overrightarrow{T_B}, \overrightarrow{T_C}, \overrightarrow{T_D}$ რეაქციის ძალები. მივიღებთ A წერტილში თავმოყრილ ძალთა სივრცულ სისტემას (იხ. ნახაზი). შემოვიღოთ კოორდინატთა xyz სისტემა, აღვნიშნოთ: $\angle BAE = \alpha$, $\angle DAE = \beta$ და შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები:

$$\begin{cases} T_D + T_B \cos\alpha \cos\beta = 0, \\ T_C + T_B \cos\alpha \sin\beta = 0, \\ Q + T_B \sin\alpha = 0. \end{cases}$$



.ACED მართკუთხედში ვიპოვოთ AE დიაგონალი:

$$AE = \sqrt{AD^2 + AC^2} = 100 \text{ სმ.}$$

შესაბამისად,

$$\sin\beta = \frac{DE}{AE} = \frac{AC}{AE} = 0,8;$$

$$\cos\beta = \frac{AD}{AE} = 0,6.$$

BAE($\angle E = 90°$) სამკუთხედიდან ვიპოვით:

$$\cos\alpha = \frac{AE}{AB} = \frac{100}{145} = \frac{20}{29}; \ \sin\alpha = \frac{BE}{AB} = \frac{\sqrt{AB^2 - AE^2}}{AB} = \frac{105}{145} = \frac{21}{29}.$$

ამის შემდეგ სისტემიდან მივიღებთ

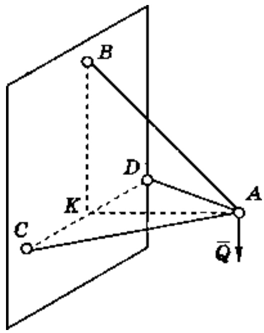
$$T_B = -\frac{420 \cdot 29}{21} = -580 \text{ ნ};$$

$$T_C = -580 \cdot \frac{20}{29} \cdot \frac{8}{10} = 320 \text{ ნ};$$

$$T_D = -580 \cdot \frac{20}{29} \cdot \frac{6}{10} = 240 \text{ ნ}.$$

პ ა ს უ ხ ი : $T_B = -580$ ნ; $T_C = 320$ ნ; $T_D = 240$ ნ.

AB ღერო შეკუმშულია, *AC* და *AD* — გაჭიმული.



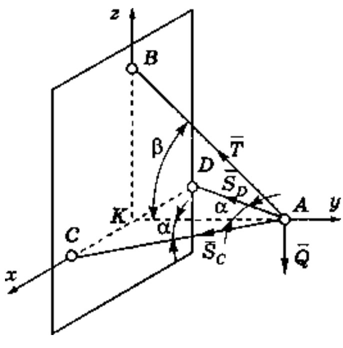
ამოცანა 6.6

იპოვეთ ძალვა AB გვარლში და აგრეთვე AC და AD ღეროებში, როცა ისინი 180 ნ წონის Q ტვირთს იჭერენ. AB = 170 სმ; AC = AD = 100 სმ; CD = 120 სმ; CK = KD. CDA სამკუთხედის სიბრტყე ჰორიზონტალურია. A, C და D წერილებში დამაგრებები სახსრულია.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე სახსარზე მოქმედი ძალები.

შემოვიღოთ აღნიშვნები: ∠BAK = β; ∠CAK = ∠DAK = α (კუთხეები ტოლია იმიტომ, რომ ამოცანის პირობით AC = AD, CK = KD, მაშასადამე ACK და ADK სამკუთხედები ტოლია და ტოლი იქნება შესაბამისი კუთხეებიც.)



შემოვიღოთ xyz კოორდინატთა სისტემა და შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები:

$$\begin{cases} S_C \sin\alpha - S_D \sin\alpha = 0, \\ -S_C \sin\alpha - S_D \sin\alpha - T\cos\beta = 0, \\ T\cos\beta - Q = 0. \end{cases}$$

CAK სამკუთხედისდან ვპოულობთ:

$$AK = \sqrt{AC^2 - \frac{CD^2}{2^2} = 80}\,.$$

გამოვთვალოთ:

$$\cos\alpha = \frac{AK}{AC} = 0{,}8;\ \sin\beta = \frac{KB}{AB} = \frac{15}{17};\ \ \cos\beta = \frac{AK}{AB} = \frac{8}{17}.$$

ახლა ამოვხსნათ სისტემა:

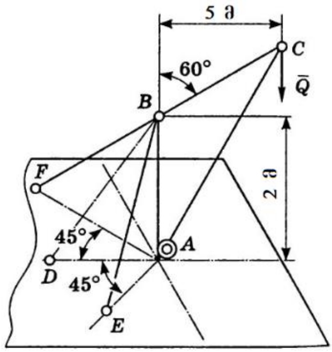
$$T = \frac{Q}{\sin\beta} = \frac{180\cdot 17}{15} = 204\ \text{ნ};$$

$$S_C = S_D = -\frac{1}{2}\cdot T\cdot\frac{\cos\beta}{\sin\alpha} = -\frac{204}{2}\cdot\frac{8}{17}\cdot\frac{10}{8} = -60\ \text{ნ}.$$

ამრიგად, AB გვარლი გაჭიმულია; AC და AD ღეროები შეკუმშულია.

პ ა ს უ ხ ი : $T = 204$ ნ ; $S_C = S_D = -60$ ნ .

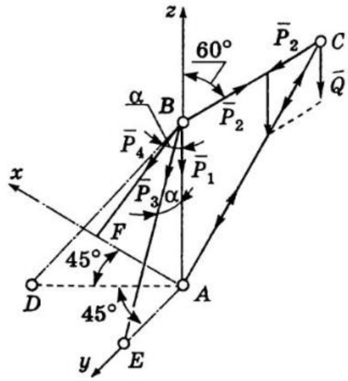
ამოცანა 6.7



20 კნ წონის მქონე Q გადასატანი ამწე მოწყობილია ისე, როგორც ეს ნახაზზეა გამოსახული; AB = AE = AF = 2 მ; ∠EAF=90 , AC შუაზე ყოფს ორწახნაგა EABF კუთხეს. იპოვეთ ძალვა P_1, რომელიც A დგარს კუმშავს, ასევე იპოვეთ P_2, P_3, P_4 ძალები, რომლებიც BC სიმს და BE , BF გვარლებს ჭიმავენ. ამწის ნაწილების წონები უგულებელყავით

ა მ ო ხ ს ნ ა

პირველ რიგში განვიხილოთ C კვანძის წონასწორობა. ძალური სამკუთხედისა და გეომეტრიული სამკუთხედის მსგავსებიდან გამომდინარე (იხ. ნახაზი) ვიპოვოთ P_2:



$$\frac{P_2}{Q} = \frac{BC}{AB}.$$

საიდანაც,

$$P_2 = Q\frac{BC}{AB} = 20 \cdot \frac{5}{2\sin 60^\circ} =$$

$$= 100\frac{\sqrt{3}}{3} = 58 \text{ კნ.}$$

შემდეგ განვიხილოთ B კვანძის წონასწორობა :

$$\begin{cases} P_4 \sin\alpha - P_2 \sin 60^\circ \sin 45^\circ = 0, \\ P_3 \sin\alpha - P_2 \sin 60^\circ \sin 45^\circ = 0, \\ -P_1 \cos\alpha - P_4 \cos\alpha - P_1 + P_2 \cos 60^\circ = 0. \end{cases}$$

ვინაიდან ამოცანის პირობის თანახმად ABE და ABF მარკუთხა სამკუთხედებში AB = AE და $\angle B\text{AE} = \angle \text{BAF} = 90°$, ამიტომ გვექნება $\alpha = 45°$

ამოვხსნათ სისტემა:

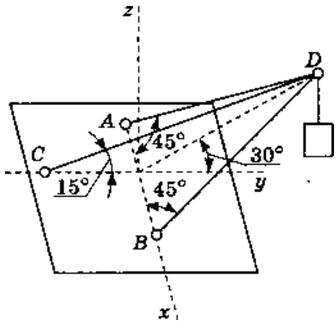
$$P_3 = P_4 = P_2 \sin 60^\circ = 100 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 50 \text{ კნ;}$$

$$P_1 = P_2 \cos 60^\circ - 2P_3 \cos 45^\circ = 25 - 50\sqrt{2} \approx -42 \text{ კნ;}$$

ნიშანი «—» იმაზე მეტყველებს, რომ ღერო შეკუმშულია.

პ ა ს უ ხ ი : $P_1 = -42$ კნ; $P_2 = 58$ კნ; $P_3 = P_4 = 50$ კნ.

ამოცანა 6.8

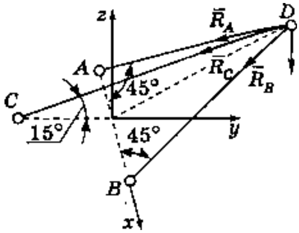


1 კნ წონის Q ტვირთი დაკიდებულია D წერტილში ისე, როგორც ეს ნახაზეა გამოსახული. დამაგრებები A, B და D წერტილებში სახსრულია, იპოვეთ A, B, და C საყრდენების რეაქციები.

ა მ ო ხ ს ნ ა

D წერტილში თავმოყრილ ძალთა სისტემა შედგება მოცემული აქტიური $\vec{Q}$ ძალისგან და $\vec{R}_A, \vec{R}_B, \vec{R}_C$ ბმების რეაქციებისაგან (იხ. ნახაზი). შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (კოორდინატთა ღერძებზე პროექციებისათვის):

$$\begin{cases} R_B \cos 45^\circ - R_A \cos 45^\circ = 0 \\ -R_B \sin 45^\circ \sin 30^\circ - R_A \sin 45^\circ \cos 30^\circ - R_C \cos 15^\circ = 0, \\ -R_A \sin 45^\circ \sin 30^\circ - R_B \sin 45^\circ \sin 30^\circ - R_C \sin 15^\circ - Q = 0. \end{cases}$$



სისტემის პირველი განტოლებიდან გამომდინარეობს, რომ

$$R_A = R_B.$$

სისტემის მეორე განტოლებას გამოვაკლოთ $\sqrt{3}$-ზე გამრავლებული მესამე განტოლება, მივიღებთ

$$-R_C \cos 15^\circ + R_C \sqrt{3} \cos 15^\circ + \sqrt{3} Q = 0.$$

შემდეგი დამოკიდებულებების გათვალისწინებით

$$\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2}}{4}\left(\sqrt{3}+1\right), \ \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2}}{4}\left(\sqrt{3}-1\right),$$

მივიღებთ:

$$R_C = \frac{\sqrt{3}Q}{\frac{\sqrt{2}}{4}\left(\sqrt{3}+1-3+1\cdot\sqrt{3}\right)} = \frac{2\sqrt{3}\cdot 1}{\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-1\right)} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}-1} = 3,35$$

კნ.

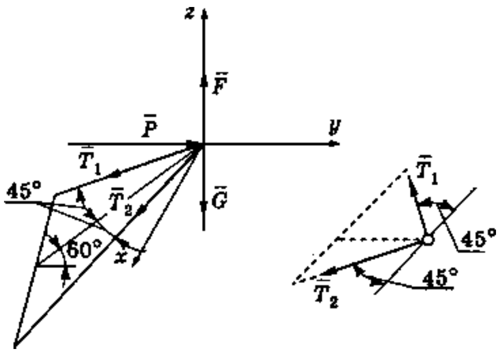
$$R_A = R_B = -\frac{\sqrt{6}\cdot\frac{\sqrt{2}}{4}\left(\sqrt{3}+1\right)}{\left(\sqrt{3}-1\right)\cdot 2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{\sqrt{2}\left(\sqrt{3}+1\right)}{2\left(\sqrt{3}-1\right)} = -2,64$$

კნ.

ნიშანი «–» იმაზე მეტყველებს, რომ AD და BD ღეროები შეკუმშულია

პ ა ს უ ხ ი : $R_A = R_B = -2,64$ კნ; $R_C = 3,35$ კნ;

ამოცანა 6.9



ორი გვარლით დამაგრებული საჰაერო ბურთზე მოქმედებს ქარი. გვარლები ერთმანეთთან მართ კუთხეს ადგნენ; სიბრტყე, რომელშიც ისინი იმყოფებიან, ჰორიზონტის სიბრტყესთან 60° კუთხეს ადგენს. ქარის მიმართულება ამ ორი სიბრტყის საერთო წრფის პერპენდიკულარულია და დედამიწის სიბრტყის პარალელურია. საჰაერო ბურთის წონა მასში მოქცეულ გაზის წონასთან ერთად არის 2,5 ნ, ბურთის მოცულობაა 215,4 $მ^3$, 1$მ^3$ მოცულობის ჰაერის წონაა 13 ნ. იპოვეთ გვარლების T_1 და T_2 დაჭიმულობები და ქარის ბურთზე დაწოლის ტოლქმედი P, ჩათვალეთ რომ ბურთზე მოქმედი ყველა ძალის მოქმედების წრფეები ბურთის ცენტში იკვეთება.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გარდა G სიმძიმის ძალისა, გვარლების T_1,T_2 დაჭიმულობისა და ქარის P ძალისა, ბურთზე მოქმედებს კიდევ $F = 215,4 \cdot 13 = 2800,2$ ნ ამწევი ძალა (იხ. ნახაზი). შევადგინოთ თავმოყრილ ძალთა სივრცული სისტემის წონასწორობის განტოლებები (კოორდინატთა ღერძებზე პროექციებისთვის):

$$\begin{cases} -T_1 \sin 45^\circ + T_2 \sin 45^\circ = 0, & (1) \\ -T_1 \cos 45^\circ \cos 60^\circ - T_2 \cos 45^\circ \cos 60^\circ + P = 0, & (2) \\ F - G - T_1 \cos 45^\circ \sin 60^\circ - T_2 \cos 45^\circ \sin 60^\circ = 0. & (3) \end{cases}$$

ამოვხსნათ სისტემა.

(1) განტოლებიდან გვაქვს

$$T_1 = T_2;$$

(3) განტოლებიდან გვაქვს

$$T_1 = T_2 = \frac{F - G}{2\cos 45^\circ \sin 60^\circ} = \frac{2800,2 - 2500}{2\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} \approx 245 \text{ ნ};$$

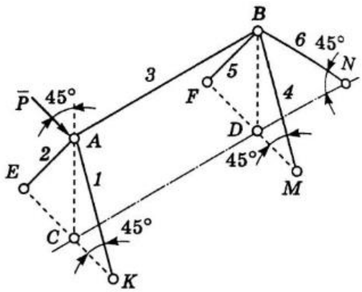
(2) განტოლებიდან გვაქვს

$$P = 2T_1 \cos 45^\circ \cos 60^\circ = 245 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 173 \text{ ნ}$$

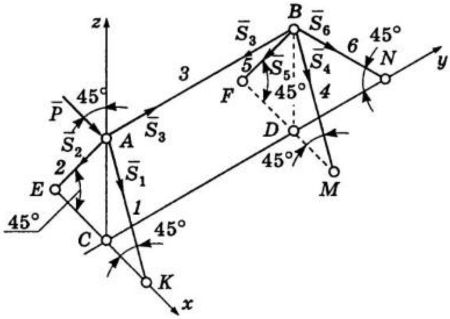
პ ა ს უ ხ ი : $T_1 = T_2 \approx 245$ ნ; $P \approx 173$ ნ

ამოცანა 6.10

ნახაზზე გამოსახულია 1, 2, 3, 4, 5, 6 ღეროებისგან შემდგარი სივრცული ფერმა. $\vec{P}$ ძალა მოქმედებს A კვანძზე ABDC მართკუთხედის სიბრტყეში. ამასთან მისი მოქმედების წრფე CA ვერტიკალთან 45° კუთხეს ადგენს. EAK, FBM და NDB ტოლფერდა სამკუთხედების A, B და D წვეროები მართია. $\Delta EAK = \Delta FBM$ იპოვეთ ძალვები ღეროებში, თუ P = 1 კნ.



ამოხსნა



პირველ რიგში განვიხილოთ A კვანძის წონასწორობა (იხ. ნახაზი) და დავწეროთ წონასწორობის განტოლებები შესაბამისად Ox, Oy და Oz ღერძებზე პროექციებში:

$$\begin{cases} S_1 \sin 45^\circ - S_2 \sin 45^\circ = 0, & (1) \\ P \sin 45^\circ + S_3 = 0, & (2) \\ -P \cos 45^\circ - S_1 \sin 45^\circ - S_2 \cos 45^\circ = 0. & (3) \end{cases}$$

.ამოვხსნათ მიღებული სისტემა:

1) განტოლებიდან გვექნება —

$$S_1 = S_2;$$

(3) განტოლებიდან გვექნება —

$$S_1 = S_2 = -\frac{P}{2} = -0,5 \text{ კნ};$$

(2) განტოლებიდან გვექნება —

$$S_3 = -\frac{\sqrt{2}}{2} P = -0,707 \text{ კნ}.$$

ახლა განვიხილოთ *B* კვანძის წონასწორობა :

$$\begin{cases} -S_5 \cos 45^\circ + S_4 \cos 45^\circ = 0, & (4) \\ -S_3 + S_6 \cos 45^\circ = 0, & (5) \\ -S_6 \sin 45^\circ - S_4 \sin 45^\circ - S_6 \sin 45^\circ = 0. & (6) \end{cases}$$

ამოვხსნათ ეს უკანასკნელი სისტემა.

(5) განტოლებიდან გვექნება —

$$S_6 = \sqrt{2} S_3 = \sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}P\right) = -P = -1 \text{ კნ;}$$

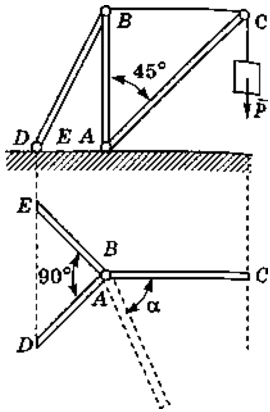
(4) და (6) განტოლებებიდან გვექნება —

$$S_4 = S_5 = -\frac{S_6}{2} = 0,5 \text{ კნ;}$$

ნიშანი «+» იმაზე მეტყველებს რომ ღეროები გაჭიმულია, ხოლო «–» ნიშანი — შეკუმშული.

პ ა ს უ ხ ი : $S_1 = -0,5$ კნ; $S_2 = -0,5$ კნ; $S_3 = -0,707$ კნ; $S_4 = 0,5$ კნ; $S_5 = 0,5$ კნ; $S_6 = -1$ კნ;

ამოცანა 6.11



იპოვეთ ნახაზზე გამოსახული ამწის ვერტიკალურ დგარში და ფეხებში არსებული ძალვების α კუთხეზე დამოკიდებულება თუ ცნობილია, რომ: AB = BC = AD = AE. დამაგრება A, E და D წერტილებში სახსრულია.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გავავლოთ z ღერძი AB-ს გასწვრივ, y — BC-ს გასწვრივ, ხოლო x — BC-ს პერპენდიკულარულად (იხ. ნახაზი).

შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები B წერტილში თავმოყრილ ძალებისთვის: S_{BD}, S_{BE}, S_{BA} რეაქციებისთვის და მოცემული P ძალისთვის.

$$\begin{cases} -S_{BD}\cos 45^\circ \sin 45^\circ + S_{BE}\cos 45^\circ \sin 45^\circ + P\sin\alpha = 0, \\ -S_{BD}\cos 45^\circ \cos 45^\circ - S_{BE}\cos 45^\circ \cos 45^\circ + P\cos\alpha = 0, \\ -S_{BD}\sin 45^\circ - S_{BE}\sin 45^\circ - S_{AB} = 0. \end{cases}$$

სისტემის პირველი ორი განტოლების შეკრებით მივიღებთ

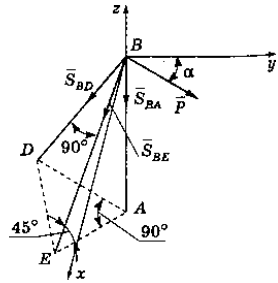
$$S_{BD} = P(\cos\alpha - \sin\alpha);$$

თუ პირველ განტოლებას მეორეს გამოვაკლებთ, მივიღებთ

$$S_{BE} = P(\sin\alpha + \cos\alpha);$$

სისტემის ბოლო განტოლებიდან გამომდინარეობს

$$S_{AB} = -P\sqrt{2}\cos\alpha.$$

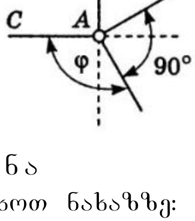


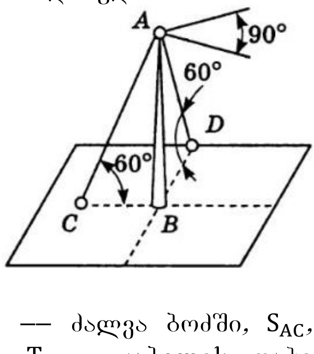
პასუხი:

$$S_{AB} = -P\sqrt{2}\cos\alpha; \quad S_{BD} = P(\cos\alpha - \sin\alpha); \quad S_{BE} = P(\sin\alpha + \cos\alpha).$$

ამოცანა 6.12

კუთხოვან ბოძს, რომელიც A საჰაერო კაბელს იჭერს, ადგილზე ამაგრებენ AC და AD საჭიმები, ამასთან ∠CBD = 90°. იპოვეთ ბოძსა და საჭიმებში არსებული ძალვების იმ φ კუთხეზე დამოკიდებულება, რომელიც შედგენილია კაბელის ორი განშტოებიდან ერთ-ერთსა და CBA სიბრტყეს შორის. კაბელის განშტოებები ჰორიზონტალური და ურთიერთ მართობულია, მათში დაჭიმულობები ერთნაირია და უდრის T-ს.



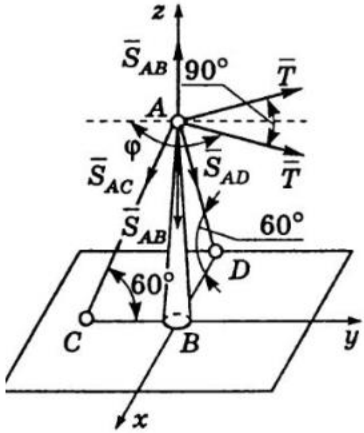


ამოხსნა

გამოვსახოთ ნახაზზე: S_{AB} –– ძალვა ბოძში, S_{AC}, S_{AD} –– დაჭიმულობები საჭიმებში და T — კაბელის დაჭიმულობა, რომელიც ცნობილია. მივიღებთ A წერტილში თავმოყრილ

ძალთა სივრცულ სისტემას. შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები:

$$\begin{cases} T\sin\varphi + T\cos\varphi - S_{AD}\cos 60^\circ = 0, \\ -T\cos\varphi + T\sin\varphi - S_{AC}\cos 60^\circ = 0, \\ -S_{AB} - S_{AC}\sin 60^\circ - S_{AD}\sin 60^\circ = 0. \end{cases}$$



თუ ამ სისტემას ამოვხსნით, გვექნება:

$$S_{AD} = 2T(\sin\varphi + \cos\varphi);$$

$$S_{AC} = 2T(\sin\varphi - \cos\varphi);$$

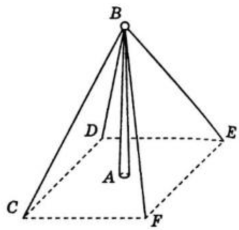
$$S_{AB} = -2T\sin\varphi.$$

ნიშნები იმაზე მეტყველებენ, რომ საჭიმები AC და AD დაჭიმულია, ბოძი შეკუმშულია.

პ ა ს უ ხ ი : $S_{AB} = -2\sqrt{3}T\sin\varphi$; $S_{AC} = 2T(\sin\varphi - \cos\varphi)$; $S_{AD} = 2T(\sin\varphi + \cos\varphi)$. როცა $\pi/4 < \varphi < 3\pi/4$ მაშინ ორივე საჭიმი იქნება ერთდროულად გაჭიმული, ხოლო როცა $\varphi < \pi/4$ ან $\varphi > 3\pi/4$ მაშინ ერთ-ერთი საჭიმი ძელით უნდა შეიცვალოს.

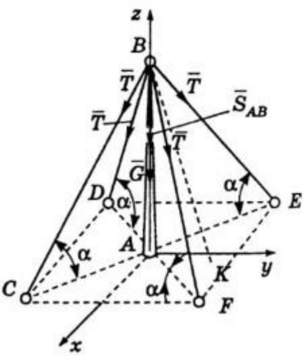
ამოცანა 6.13

A ანძას ვერტიკალურ მდგომარეობაში იჭერს სიმეტრიულად განლაგებული ოთხი საჭიმი. ყოველ ორ მეზობელ საჭიმს შორის კუთხე 60°–ია. იპოვეთ ანძის დაწოლა მიწაზე, თუ თითოეული საჭიმის დაჭიმულობაა 1 კნ, ხოლო ანძის წონაა 2 კნ.



ა მ ო ხ ს ნ ა

რადგან საჭიმები სიმეტრიულადაა განლაგებული, ამიტომ მათი დამაგრების წერტილებით შედგენილი ფიგურა კვადრატს წარმოადგენს(იხ. ნახაზი). ვთქვათ BE = a, მაშინ



$$KE = BE\sin 30^{\circ} = \frac{a}{2} \Rightarrow AE = \frac{\sqrt{2}}{2}a \Rightarrow$$

$$\cos\alpha = \frac{AE}{BE} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

თუ z ღერძზე ყველა ძალის პროექციას ნულს გავუტოლებთ, მივიღებთ

$$-S_{AB} - G - 4\cdot T\sin\alpha = 0$$

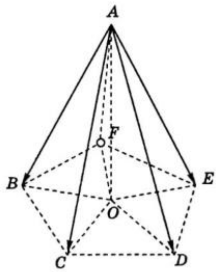
შესაბამისად,

$$S_{AB} = -G - 2\sqrt{2}\cdot T = -4,83 \text{ კნ.}$$

$P = |S_{AB}| = 4,83$ კნ — ანძის დაწოლა მიწაზე.

პ ა ს უ ხ ი : 4,83 კნ.

ამოცანა 6.14



წესიერი ხუთკუთხა პირამიდის ოთხი წიბო –– AB, AC, AD და AE გამოსახავენ ოთხი ძალის მიმრთულებასა და სიდიდეს მასშტაბით 1 ნ : 1 მ. ცნობილია: პირამიდის სიმაღლე — AO = 10 მ და ფუძეზე შემოხაზულ წრეწირის რადიუსი –– OC = 4,5 მ. იპოვეთ R ტოლქმედი და აგრთვე O წერტილსა ტოლქმედის ფუძესთან თანაკვეთის წერტილს შორის x მანძილი.

ა მ ო ხ ს ნ ა

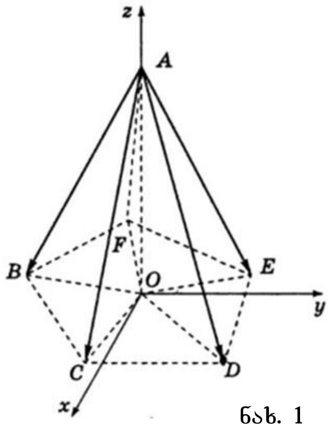
ნახ.. 1-ის შესაბამისად, ჩავწეროთ:

$$\vec{AB} = \vec{AO} + \vec{OB}; \quad \vec{AC} = \vec{AO} + \vec{OC};$$

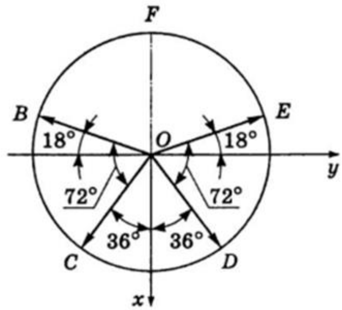
$$\vec{AD} = \vec{AO} + \vec{OD}; \quad \vec{AE} = \vec{AO} + \vec{OE};$$

მაშინ,

$$\vec{R}=\vec{AB}+\vec{AC}+\vec{AD}+\vec{AE}=4\vec{AO}+\vec{OB}+\vec{OC}+\vec{OD}+\vec{OE}.$$



ნახ. 1



ნახ. 2

ვთქვათ, R_x, R_y, R_z, — R ძალის პროექციებია x, y, z ღერძებზე. ნახ. 1-იდან განვსაზღვროთ:

$$R_Z = 4\cdot AO = 40 \text{ ნ};$$

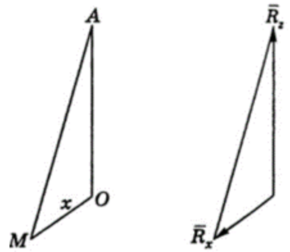
ნახ.. 2-იდან ვიპოვით:

$$R_X = 2\cdot\left(4,5\cos 36^\circ - 4,5\sin 18^\circ\right) = 9\cdot\left(0,809 - 0,309\right) = 4,5$$

ნ;

$$R_Y = 4,5\cdot\left(\cos 18^\circ - \cos 18^\circ\right) + 4,5\cdot\left(\cos 54^\circ - \cos 54^\circ\right) = 0.$$

ამრიგად, ტოლქმედი მდებარეობს z0x. სიბრტყეში. ვპოულობთ:



ნახ. 3

$$R = \sqrt{R_Z^2 + R_X^2} = \sqrt{1620,5} = 40,25 \text{ ნ.}$$

გამოვსახოთ სქემატურად $\overrightarrow{R_x}$, $\overrightarrow{R_z}$ ვექტორები და აგრეთვე OA და $OM = x$ მონაკვეთები, სადაც M წერტილი წარმოადგენს $\vec{R}$ ტოლქმედისა zOy სიბრტყის თანაკვეთის წერტილს. ძალური და გეომეტრიული სამკუთხედების მსგავსებიდან მივიღებთ:

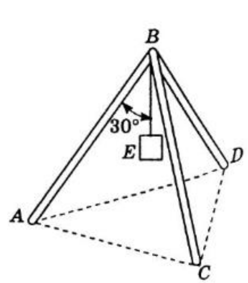
$$\frac{40}{4,5} = \frac{10}{x} \Rightarrow x = \frac{4,5}{4} = 1,25 \text{ მ.}$$

$$R_Z = 4 \cdot OA = 40 \text{ ნ.}$$

პ ა ს უ ხ ი :   R = 40,25 ნ; x = 1,125 მ.

ამოცანა 6.15

ABCD სამფეხას წვეროში ჩამოკიდებულია E ტვირთი რომლის წონაა $G = 100$ ნ. სამფეხას ფეხებს აქვთ ერთნაირი სიგრძე, ერთმანეთთან ადგენენ ერთნაირ კუთხეს და დამაგრებული არიან ჰორიზონტალურ იატაკზე. იპოვეთ ძალვა თითოეულ ფეხში, თუ ცნობილია, რომ ისინი BE ვერტიკალთან ადგენენ 30° კუთხეს.



ა მ ო ხ ს ნ ა

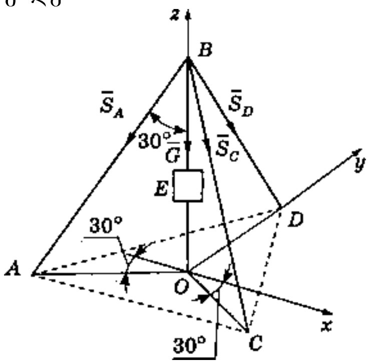
გამოვსახოთ $\vec{G}$ ძალა და სამფეხას ფეხების რეაქციები (იხ. ნახაზი), მივიღებთ B წერტილში თავმოყრილ ძალთა სივრცულ სისტემას. შევადგინოთ წონსწორობის განტოლებები:

$$\begin{cases} -S_A \sin 30^\circ \cos 30^\circ + S_C \sin 30^\circ \cos 30^\circ = 0, \\ S_D \cos 60^\circ - S_A \sin 30^\circ \sin 30^\circ - S_C \sin 30^\circ \sin 30^\circ = 0, \\ -G - S_A \cos 30^\circ + S_C \cos 30^\circ - S_D \cos 30^\circ = 0. \end{cases}$$

თუ ამ სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ

$$S_A = S_C = S_D = -\frac{G}{3\cos 30^\circ} =$$

$$= -\frac{100}{3 \cdot 0,866} = -38,5 \text{ ნ.}$$



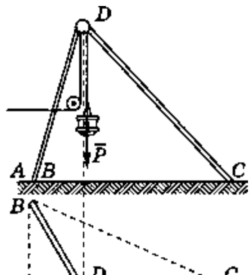
ნიშანი «−» იმაზე მეტყველებს, რომ ფეხები შეკუმშულია.

პასუხი: −38,5 ნ

.

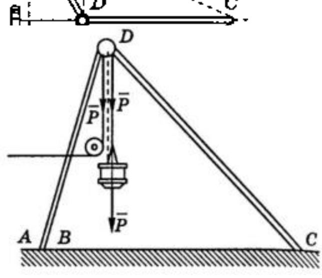
ამოცანა 6.16

იპოვეთ S ძალვები სამფეხას AD, BD და CD ფეხებში, რომლებიც ჰორიზონტალურ სიბრტყესთან 60° კუთხეს ადგენენ, თუ თანაბრად ზევით მოძრავი P ტვირთის წონაა 3 კნ. ამასთან AB = BC = AC.



ა მ ო ხ ს ნ ა

ამოცანა სრულად იდენტურია 6.15 ამოცანისა. ეს იმიტომ, რომ ფეხების მიერ ჰორიზონტთან შედგენილი 60° კუთხეები შეესაბამება ვერტიკალთან შედგენილ 30° კუთხეებს (იხ. ნახაზი). მივაქციოთ ყურადღება იმას, რომ D წერტილში მოქმედებს P სიდიდის ტოლი ორი ძალა. ეს იმიტომ, რომ გვარლი გადაკიდებულია D ბლოკზე და გვარლის ორივე

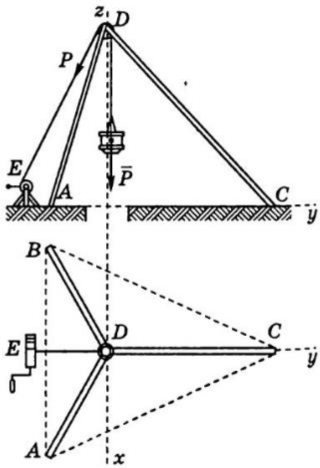


განშტოებაში აღიძვრება ერთნაირი P ძალვები. ამოვხსნათ ამოცანა 6.15 ამოცანის ანალოგიურად და ჩავწეროთ საბოლოო პასუხი:

$$S_A = S_B = S_C = -\frac{-2P}{3\cos 30^\circ} =$$

$$= -\frac{6}{3 \cdot 0,866} = 2,3 \text{ კნ.}$$

პ ა ს უ ხ ი : $S = 2,3$ კნ.



ამოცანა 6.17

30 კნ წონის P ტვირთის შახტიდან ამოსატანად დადგმულია ABCD სამფეხა და E ჯალამბარი. იპოვეთ ძალვა სამფეხას ფეხებში ტვირთის თანაბრად ამოწევის შემთხვევაში, თუ ABC სამკუთხედი ტოლგვერდაა და ფეხებისა DE გვარლის მიერ ჰორიზინალურ სიბრტყესთან შექმნილი კუთხეებია 60°. ჯალამბარის და სამფეხას ურთიერთმდებარეობა ნახაზზეა ნაჩვენები.

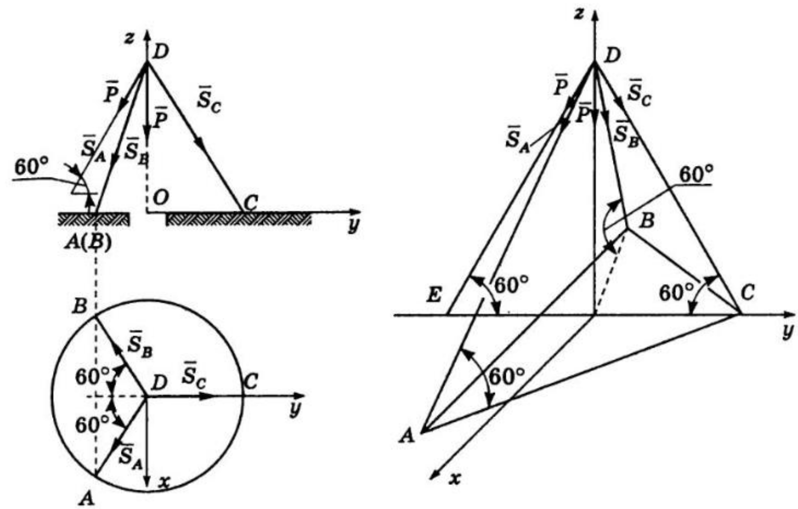
ა მ ო ხ ს ნ ა

6.15. ამოცანის ანალოგიურად შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები. ნახაზიდან გამომდინარე, წონასწორობის განტოლებებს ექნება სახე:

$$\begin{cases} S_A \cos 60^\circ \cos 30^\circ - S_B \cos 60^\circ \cos 30^\circ = 0, \\ S_C \cos 60^\circ - S_A \cos 60^\circ \cos 60^\circ - S_B \cos 60^\circ \cos 60^\circ - P\cos 60^\circ = 0, \\ -S_A \sin 60^\circ + S_B \sin 60^\circ - S_C \sin 60^\circ - P - P\sin 60^\circ = 0. \end{cases}$$

სისტემის ამოხსნით მივიღებთ

$$S_A = S_B = -31,55 \text{ კნ}; \;\; S_C = -1,55 \text{ კნ.}$$



პასუხი: $S_A = S_B = -31{,}55$ კნ; $S_C = -1{,}55$ კნ. ნიშანი «–» იმაზე მეტყველებს, რომ სამფეხას ფეხები შეკუმშულია.

ამოცანა 6.18

გლუვ იატაკზე მდებარეობს სამფეხა შტატივი, რომლის ფეხების ქვედა ბოლოები თასმებითაა შეკრული ისე, რომ თასმები და შტატივის ფეხები წესიერ ტეტრაედრს ადგენენ. შტატივის ზედა წერტილში ჩამოკიდებულია P წონის ტვირთი. გამოსახეთ P სიდიდის საშუალებით იატაკის R რეაქცია საყრდენ წერტილებში და თასმების T დაჭიმულობები.

ამოხსნა

ნახაზზე გამოსახული წესიერი ტეტრაედრისთვის სრულდება შემდეგი დამოკიდებულებები:

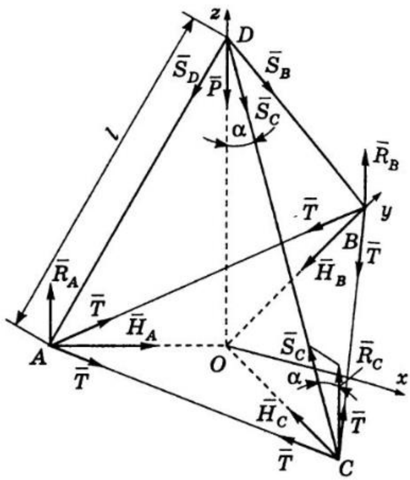
$$AB = BC = CA = AD = DC = DB = l;$$

$$\angle ADO = \angle CDO = \angle BDO = \alpha.$$

შესაბამისად,

$$\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3};\ \cos\alpha = \sqrt{\frac{2}{3}}.$$

D წერტილში თავმოყრილ ძალთა წონასწორობის პირობის თანახმად, 6.15 ამოცანის ანალოგიურად, მივიღებთ



$$S_A = S_B = S_C = -\frac{P}{3\cos\alpha} = -\frac{P}{\sqrt{6}}.$$

მაშინ, DC ფეხისთვის გვექნება:

$$\sum F_{iz} = 0 \Rightarrow R_C + S_C \cos\alpha = 0 \Rightarrow$$

$$R_C = -S_C \cos\alpha = \frac{P}{\sqrt{6}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{P}{3};$$

DA ფეხისთვის გვექნება

$$\sum F_{iz} = 0 \Rightarrow R_A + S_A \cos\alpha = 0 \Rightarrow$$

$$R_A = -S_A \cos\alpha = \frac{P}{\sqrt{6}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{P}{3};$$

DB ფეხისთვის გვექნება

$$\sum F_{iz} = 0 \Rightarrow R_B + S_B \cos\alpha = 0 \Rightarrow R_B = -S_B \cos\alpha = \frac{P}{\sqrt{6}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{P}{3}.$$

ამრიგად იატაკის საძიებელი *R* რეაქცია ასე გამოითვლება

$$R = R_A = R_B = R_C = \frac{1}{3}P.$$

ჰორიზონტალური H_C მდგენელისთვის გვექნება

$$H_C = S_C \sin\alpha = \frac{P}{\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{P}{3\sqrt{2}}.$$

ანალოგიურად,

$$H_B = H_A = \frac{P}{3\sqrt{2}}.$$

მეორეს მხრივ

$$H_A = H_B = H_C = 2T\cos 30^\circ,$$

შესაბამისად,

$$2T\cos 30^\circ = \frac{P}{3\sqrt{2}} \Rightarrow T = \frac{P \cdot 2}{6\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}} = \frac{P}{3\sqrt{6}}.$$

,

პასუხი: $R = \frac{1}{3}P;\ T = \frac{P}{3\sqrt{6}}$.

ამოცანა 6.19

ამოხსენით წინა ამოცანა იმ შემთხვევისათვის, როცა შტატივის ფეხები შეკრულია თასმებით არა ბოლოში, არამედ შუა წერტილებში, ამასთან გაითვალისწინეთ, რომ თიოეული ფეხის წონა p–ს ტოლია და მოდებულია მათ შუა წერტილში.

ამოხსნა

თუ 6.18 ამოცანის ანალოგიურად ვიმსჯელებთ, გვექნება

$$S_A = S_B = S_C = -\frac{P+3p}{3\cos\alpha} = -\frac{P+3p}{\sqrt{6}};$$

$$R = R_A = R_B = R_C = -\frac{P+3p}{\sqrt{6}}\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}P + p.$$

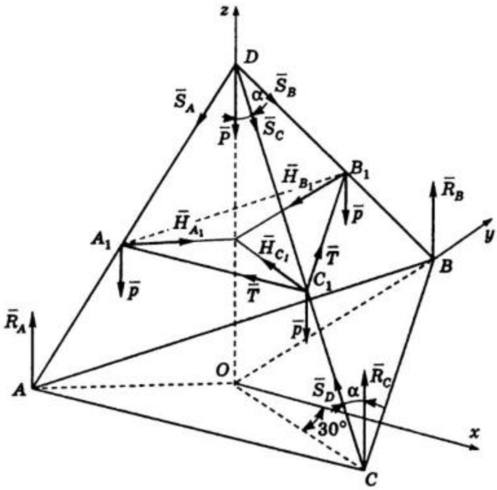
ისევე როგორც 6.18 ამოცანაში, აქაც ვერტიკალური მდგენელები რჩებიან A, B, C წერტილებში, ხოლო ჰორიზონტალური მდგენელები მოხვდებიან ტეტრაედრის შუა კვეთის $A_1B_1C_1$ სიბრტყეში და მიმართული იქნებიან თასმების გასწვრივ. ამიტომ მათი განსაზღვრისათვის შევადგინოთ დამატებითი განტოლება $\sum_k M_D\left(F_k\right) = 0$, რომელიც ნახაზის გათვალისწინებით ასე ჩაიწერება:

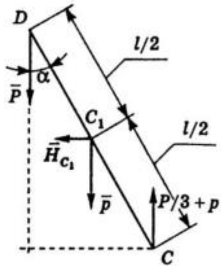
$$-H_{C_1}\frac{l}{2}\cos\alpha - p\frac{l}{2}\sin\alpha + \left(\frac{p}{3} + p\right)l\sin\alpha = 0.$$

აქედან ვიპოვით:

$$H_{C_1} = 2\left(\frac{P}{3} + p\right)tg\alpha - p\cdot tg\alpha = \frac{p}{3}\sqrt{2} + \frac{p}{2}\sqrt{2},$$

აქ გამოვიყენეთ ის ფაქტი, რომ $tg\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}.$





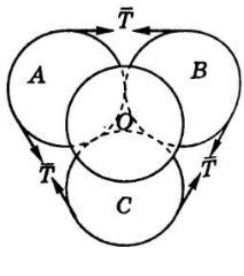
$$2T\cos 30^\circ = H_{C_1} \Rightarrow T = \frac{H_{C_1}}{2\cos 30^\circ} = \frac{\frac{P\sqrt{2}}{3} + \frac{p}{2}\sqrt{2}}{2\frac{\sqrt{3}}{2}} =$$

$$= \frac{(2P+3p)\sqrt{2}}{6\sqrt{3}} = \frac{2P+3p}{18}\sqrt{6}.$$

პასუხი: $R = \frac{1}{3}P + p;\ T = \frac{2P+3p}{18}\sqrt{6}.$

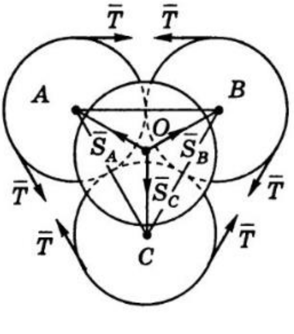
ამოცანა 6.20

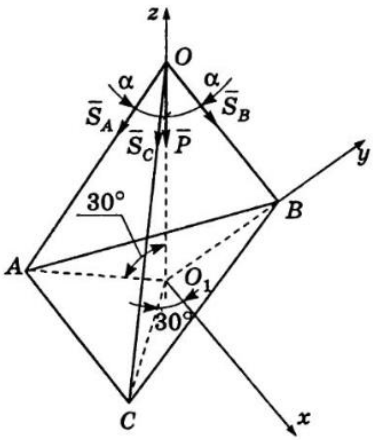
ტოლი რადიუსების მქონე სამი A, B და C ერთგვაროვანი ბირთვი დევს ჰორიზონტალურ სიბრტყეზე. ისინი ერთმანეთს ეხებიან და შეკრული არიან ისეთი თასმით, რომელიც ბირთვების ეკვატორიალურ სიბრტყეშია შემოვლებული. ხოლო მეოთხე იგივე რადიუსის მქონე და ასევე ერთგვაროვანი



O ბირთვი სამ ქვედა ბირთვზე დევს. O ბირთვის წონაა 10 ნ. იპოვეთ თასმის T დაჭიმულობა, რომელიც ზედა ბირთვის დაწოლითაა გამოწვეული. ბირთვების ერთმანეთთან და ჰორიზონტალურ სიბრტყესთან ხახუნი უგულებელყავით.

ა მ ო ხ ს ნ ა





ბირთვების A, C, O ცენტრები ადგენენ 2R გვერდის სიგრძის მქონე წესიერ ტეტრაედრს, სადაც R — ბირთვის რადიუსია. სამ ქვედა ბირთვზე შეოთხის მხრიდან მოქმედებს $\vec{P}$ სიმძიმის ძალისგან გამოწვეული $\overrightarrow{S_A}$, $\overrightarrow{S_B}$, $\overrightarrow{S_C}$ ძალვები (იხ. ნახაზი).

ჩავწეროთ წონასწორობის განტოლებები საკოორდინატო ღერძებზე პროექციისათვის:

$$\begin{cases} -S_A \sin\alpha\cos 30^\circ + S_C \sin\alpha\cos 30^\circ = 0, \\ -S_A \sin\alpha\sin 30^\circ - S_C \sin\alpha\sin 30^\circ + S_C \sin\alpha = 0, \\ -S_A \cos\alpha - S_B \cos\alpha - S_C \cos\alpha + P = 0. \end{cases}$$

სისტემიდან მივიღებთ

$$S_A = S_B = S_C = -\frac{P}{3\cos\alpha} = -\frac{P}{\sqrt{6}};$$

ვინაიდან

$2T\cos 30^\circ = S_A \sin\alpha$ (იხ. ამოცანა 6.18) და $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$,

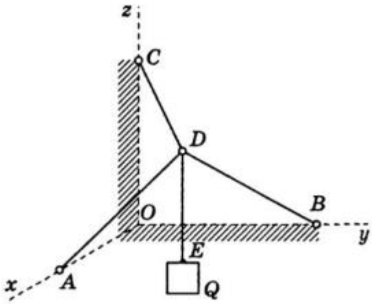
ამიტომ:

$$2T\cos 30^\circ = \frac{P\cdot\sqrt{3}}{3\sqrt{6}} = \frac{P}{3\sqrt{2}},$$

$$T = \frac{P}{3\sqrt{6}} = \frac{10}{3\sqrt{6}} = 1{,}36 \text{ ნ.}$$

პ ა ს უ ხ ი : $T = 1{,}36$ ნ.

ამოცანა 6.21



კოორდინატთა ღერძებზე მდებარე და კოორდინატთა სათავიდან ერთნაირი l მანძილებით დაშორებულ A, B, C წერტილებში მიმაგრებულია ძაფები: $AD = BD = CD = L$, ისინი გადაკვანძულია ისეთ D წერტილში, რომლის კოორდინატებია

$$x = y = z = \frac{1}{3}\left(l - \sqrt{3L^2 - 2l^2}\right)'$$

ამ წერტილში ჩამოკიდებულია Q ტვირთი. იპოვეთ ძაფების T_A, T_B და T_C დაჭიმულობები, თუ ვიგულისხმებთ, რომ $\sqrt{\frac{2}{3}}l < L < l.$

ა მ ო ხ ს ნ ა

ნახაზის გათვალისწინებით შემოვიღოთ ძაფების დაჭიმულობის ვექტორები:

$$\vec{T}_A = T_A \frac{\vec{AD}}{AD} = T_A \left[-\left(l - x_0 \right) \vec{i} + x_0 \, \vec{j} + x_0 \, \vec{k} \right] \frac{l}{L}; \tag{1}$$

$$\vec{T}_B = T_B \frac{\vec{BD}}{BD} = T_B \left[x_0 \, \vec{i} - \left(l - x_0 \right) \vec{j} + x_0 \, \vec{k} \right] \frac{l}{L}; \tag{2}$$

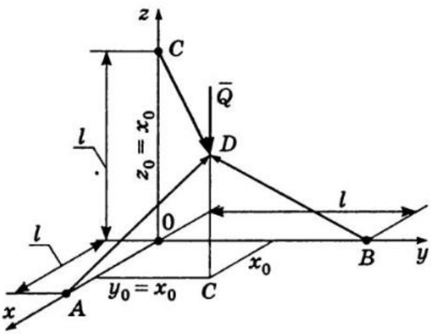
$$\vec{T}_C = T_A \frac{\vec{CD}}{CD} = T_C \left[x_0 \, \vec{i} + x_0 \, \vec{j} - \left(l - x_0 \right) \vec{k} \right] \frac{l}{L}; \tag{3}$$

სადაც, $\left|AD\right| = \left|BD\right| = \left|CD\right| = \sqrt{2x_0^2 + \left(l - x_0\right)^2} = L.$

ჩავწეროთ ვექტორული ტოლობა:

$$\vec{T}_A + \vec{T}_A + \vec{T}_A + \vec{Q} = 0. \tag{4}$$

(1)–(4) გამოსახულებების გათვალისწინებით მივალთ შემდეგ ალგებრულ განტოლებათა სისტემამდე:



$$\begin{cases} T_A \left(x_0 - l \right) + T_B x_0 + T_C x_0 = 0, \\ T_A x_0 + T_B \left(x_0 - l \right) + T_C x_0 = 0, \\ T_A x_0 + T_B x_0 + T_C \left(x_0 - l \right) = QL. \end{cases}$$

გამოვთვალოთ სისტემის დეტერმინანტი:

$$\Delta = \begin{vmatrix} x_0 - l & x_0 & x_0 \\ x_0 & x_0 - l & x_0 \\ x_0 & x_0 & x_0 - l \end{vmatrix} = l^2 \left(3x_0 - l \right).$$

კრამერის წესის თანახმად მივიღებთ:

$$T_A=\frac{\begin{vmatrix}0 & x_0 & x_0\\ 0 & x_0-l & x_0\\ QL & x_0 & x_0-l\end{vmatrix}}{\Delta}=Q\frac{Lx_0}{\left(3x_0-l\right)l};$$

$$T_B=\frac{\begin{vmatrix}x_0-l & 0 & x_0\\ x_0 & 0 & x_0\\ x_0 & QL & x_0-l\end{vmatrix}}{\Delta}=Q\frac{Lx_0}{\left(3x_0-l\right)l};$$

$$T_C=\frac{\begin{vmatrix}x_0-l & x_0 & 0\\ x_0 & x_0-l & 0\\ x_0 & x_0 & QL\end{vmatrix}}{\Delta}=Q\frac{L\left(l-x_0\right)}{\left(3x_0-l\right)l}.$$

რის შედეგადაც ძალების მოდულები ტოლი იქნება:

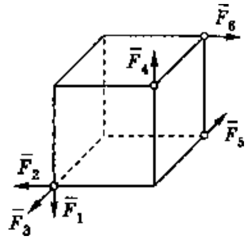
$$T_A=T_B=\frac{l-\sqrt{3L^2-2l^2}}{3\sqrt{3L^2-2l^2}}LQ;\ T_C=\frac{l+2\sqrt{3L^2-2l^2}}{3\sqrt{3L^2-2l^2}}LQ.$$

პ ა ს უ ხ ი :

$$T_A=T_B=\frac{l-\sqrt{3L^2-2l^2}}{3\sqrt{3L^2-2l^2}}LQ;T_C=\frac{l+2\sqrt{3L^2-2l^2}}{3\sqrt{3L^2-2l^2}}LQ.$$

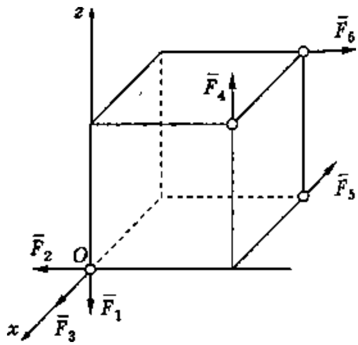
7. ძალთა სისტემების უმარტივეს სახემდე დაყვანა

ამოცანა 7.1



კუბის წვეროებში წიბოების გასწვრივ მოდებულია ძალები ისე, როგორც ეს ნახაზზეა გამოსახული. რა პირობას უნდა აკმაყოფილებდნენ F_1, F_2, F_3, F_4, F_5 და F_6 ძალების მოდულები, რომ ისინი წონასწორობაში იმყოფებოდნენ?

ა მ ო ხ ს ნ ა



განვსაზღვროთ $\vec{V}$ მთავარი ვექტორისა და $\overrightarrow{\mathrm{M}}$ მთავარი მიმენტის პროექციები O სათავის მქონე არჩეულ კოორდინატთა სისტემის ღერძებზე (იხ. ნახაზი). ძალთა სისტემის წონასწორობის მდგომარეობაში ყოფნისათვის, აუცილებელი და საკმარისია, რომ მთავარი ვექტორი და მთავარი მომენტი ნულის ტოლი იყოს. ამრიგად, მივიღებთ განტოლებათა შემდეგ სისტემას

$$V_x = \sum_{i=1}^{6} F_{kx} = F_3 - F_5 = 0,$$

$$V_y = \sum_{k=1}^{6} F_{ky} = F_6 - F_2 = 0,$$

$$V_z = \sum_{k=1}^{6} F_{kz} = F_4 - F_1 = 0,$$

$$M \ = \sum_{k=1}^{6} M_x\left(\vec{F}_k\right) = F_4 \cdot a - F_6 \cdot a = 0,$$

$$M_y = \sum_{k=1}^{6} M_y\left(\vec{F}_k\right) = 0 = 0$$ (იგივურად სრულდება),

$$M_z = \sum_{k=1}^{6} M_z\left(\vec{F_k}\right) = F_5 \cdot a - F_6 \cdot a.$$

აქ a — კუბის გვერდია.

მივიღებთ,

$$F_3 = F_5,\ F_6 = F_2,\ F_4 = F_1,\ F_4 = F_6,\ F_5 = F_6.$$

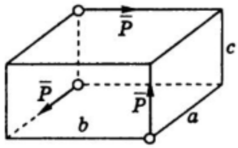
შესაბამისად

$$F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = F_5 = F_6.$$

პ ა ს უ ხ ი : $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = F_5 = F_6.$

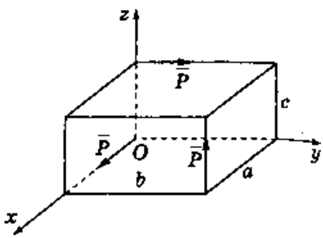
ამოცანა 7.2

მართხკუთხა პარალელეპირედის სამ არათანამკვეთ და არაპარალელურ (აცდენილ) წიბოს გასწვრივ მოქმედებს P მოდულის მქონე სამი ძალა. რა თანაფარდობა უნდა ქონდეთ ab და c წიბოებს ერთმანეთთან იმისათვის, რომ ეს სისტემა ერთ ტოლქმედამდე დაიყვანებოდეს?



ა მ ო ხ ს ნ ა

ძალთა სისტემა, რომლისთვისაც მთავარი ვექტორი $\vec{R} \neq 0$ და მთავარი მომენტი $\overrightarrow{M_0} \neq 0$, ტოლქმედამდე დაიყვანება იმ შემთხვევაში, როცა მთავარი ვექტორისა და მთავარი მომენტის სკალარული ნამრავლი ნულის ტოლი იქნება, ანუ როცა $\vec{R} \cdot \overrightarrow{M_0} = 0$.



დაყვანის ცენტრის როლში ავიღოთ O წერტილი და ვიპოვოთ მთავარი ვექტორისა და მთავარი მომენტის პროექციები O სათავის მქონე მართკუთხა საკოორდინატო ღერძებზე (იხ. ნახაზი):

$$R_x = P;$$

$$R_y = P;$$

$$R_z = P;$$

$$M_x = Pb - Pc = 0;$$

$$M_y = -Pa;$$

$$M_z = 0.$$

მაშინ

$$\vec{R} \cdot \vec{M} = R_x M_x + R_y M_y + R_z M_z = 0,$$

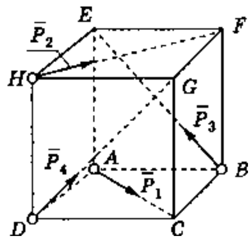
ან, რაც იგივეა

$$P^2(b-c) - P^2 a = 0 \Rightarrow a = b - c.$$

პასუხი: $a = b - c.$

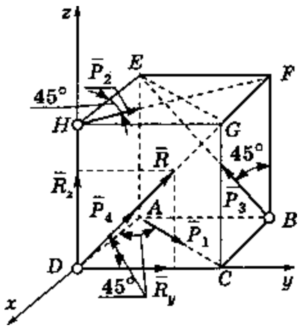
ამოცანა 7.3

კუბის ოთხ A, H, B და D წერტილებში მოდებულია მოდულით ტოლი ოთხი ძალა: $P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = P$. ამასთან, P_1 მიმართულია AC წრფის გასწვრივ, P_2 — HF წრფის გასწვრივ P_3 — BE წრფის გასწვრივ და P_4 — DG წრფის გასწვრივ. დაიყვანეთ ეს სისტემა უმარტივეს სახემდე.



ამოხსნა

ნახაზის მიხედვით ვიპოვოთ $\vec{R}$ მთავარი ვექტორისა და $\vec{M}$ მთავარი მომენტის პროექციები კოორდინატთა ღერძებზე:



$$R_x = P_1 \cos 45^\circ - P_2 \cos 45^\circ = 0;$$

$$R_y = P_1 \sin 45 + P_2 \sin 45^\circ -$$

$$= -P_3 \sin 45^\circ + P_4 \cos 45^\circ = \sqrt{2} \cdot P;$$

$$R_z = P_4 \sin 45^\circ + P_3 \cos 45^\circ = \sqrt{2} \cdot P;$$

$$M_x = P_3 \cos 45^\circ \cdot a - P_2 \sin 45^\circ \cdot a = 0;$$

$$M_y = P_3 \cos 45^\circ \cdot a - P_2 \cos 45^\circ \cdot a = 0;$$

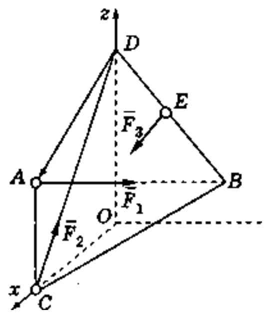
$$M_z = -P_3 \sin 45^\circ \cdot a + P_1 \sin 45^\circ \cdot a = 0.$$

აქ a — კუბის გვერდის სიგრძეა.

ვინაიდან მთავარი მომენტი ნულის ტოლი აღმოჩნდა, ამიტომ სისტემა დაიყვანება ისეთ ტოლქმედამდე, რომლის მოდულია $R = \sqrt{R_y{}^2 + R_z{}^2} = 2P$ და მიმართულია DG დიაგონალის გასწვრივ.

პასუხი: ტოლქმედი 2P სიდიდის ტოლია და მიმართულია DG დიაგონალის გასწვრივ.

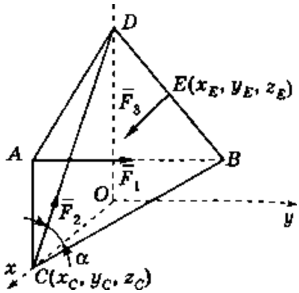
ამოცანა 7.4



a სიგრძის წიბოს მქონე წესიერ ABCD ტეტრაედრზე მოდებულია ძალები: F_1 — AB წიბოს გასწვრივ, F_2 — CD წიბოს გასვრივ, ხოლო F_3 მოდებულია BD წიბოს E შუა წერტილში. F_1 და F_2 ძალების სიდიდეები ნებისმიერია, F_3 ძალის პროექციები x, y და z ღერძებზე შესაბამისად ტოლია $F_2 \cdot 5\sqrt{3}/6$, $-F_2/2$, $-F_2 \cdot \sqrt{2/3}$. დაიყვანება თუ არა ეს ძალები ერთ ტოლქმედამდე? თუ დაიყვანება, მაშინ იპოვეთ ტოლქმედის მოქმედების წრფის Oxz სიბრტყესთან გადაკვეთის წერტილის x და z კოორდინატები.

ა მ ო ხ ს ნ ა

ნახაზის მიხედვით ვიპოვოთ V მთავარი ვექტორისა და M მთავარი მომენტის პროექციები საკოორდინატო ღერძებზე. წინასწარ განვსაზღვროთ:



$$\sin\alpha = \frac{OD}{CD} = \frac{\sqrt{CD^2 - OC^2}}{CD} =$$

$$= \frac{\sqrt{a^2 - \left(a/\sqrt{3}\right)^2}}{a} = \sqrt{\frac{2}{3}},$$

$$\cos\alpha = \frac{OC}{CD} = \frac{a\sqrt{3}/3}{a} = \frac{\sqrt{3}.}{3}$$

მაშინ გვექნება

$$V_x = F_2 \cdot 5\frac{\sqrt{3}}{6} - F_2\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}F_2;$$

$$V_y = F_1 - 0,5F_2;$$

$$V_z = F_2\sin\alpha - F_2\sqrt{\frac{2}{3}} = 0.$$

$$M_x = M_x\left(\vec{F}_{3z}\right) = y_E F_{3z} - z_E F_{3y} = \frac{a}{4}\left(-F_2\sqrt{\frac{2}{3}}\right) - \frac{1}{2}\cdot\sqrt{\frac{2}{3}}a\left(\frac{-F_2}{2}\right) = 0.$$

$$M_y = M_y\left(\vec{F}_2\right) + M_y\left(\vec{F}_3\right) = z_C F_{2x} - x_C F_{2z} + z_E F_{3x} - x_E F_{3z} =$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{2}a\cdot\frac{\sqrt{2}}{3}F_2 + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}a\cdot\frac{5\sqrt{3}}{6}F_2 - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}F_2\right) =$$

$$= -\frac{\sqrt{2}}{3}aF_2 + \frac{5}{12}\sqrt{2}aF_2 - \frac{\sqrt{2}}{2}aF_2 = 0;$$

$$M_z = M_z\left(\vec{F}_1\right) + M_z\left(\vec{F}_3\right) = -F_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{6}a + x_E F_{3y} - y_E F_{3z} =$$

$$= -F_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{6}a + \left(-\frac{\sqrt{3}}{12}a\right)\left(-\frac{1}{2}F_2\right) - \frac{a}{4}\frac{5\sqrt{3}}{6} \cdot F_2 =$$

$$= -F_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{6}a - F_2\frac{\sqrt{3}}{6}a = -\frac{\sqrt{3}}{6}a\left(F_1 + F_2\right) \cdot$$

ვინაიდან $\vec{V} \cdot \vec{M} = V_x M_x + V_y M_y + V_z M_z = 0$, ამიტომ სისტემა დაიყვანება ტოლქმედამდე.

რადგან $M_z = V_x \cdot x - V_y \cdot y$, ამიტომ, როცა $y = 0$ (Oxz სიბრტყე), მაშინ

$x = \frac{M_z}{V_y} = -\frac{a\sqrt{3}\left(F_1 + F_2\right)}{6F_1 - 3F_2}; \ z = 0$ (ვინაიდან $V_y = 0$, ამიტომ ტოლქმედი მთავსებულია xOy სიბრტყეში).

პ ა ს უ ხ ი : დაიყვანება, რადგან მთავარი ვექტორისა და მთავარი მომენტის პროექციები საკოორდინატო ღერძებზე იღებენ შემდეგ მნიშვნელობებს:

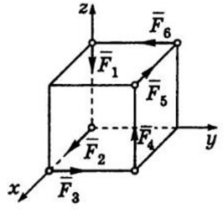
$$V_x = \frac{\sqrt{3}}{2}F_2; \ V_y = F_1 - 0{,}5F_2; \ V_z == 0;$$

$$M_x = 0; \ M_y = 0; \ M_z = -\frac{\sqrt{3}}{6}a\left(F_1 + F_2\right) \cdot$$

კოორდინატები:

$$x = \frac{M_z}{V_y} = -\frac{a\sqrt{3}\left(F_1 + F_2\right)}{6F_1 - 3F_2}; \ z = 0.$$

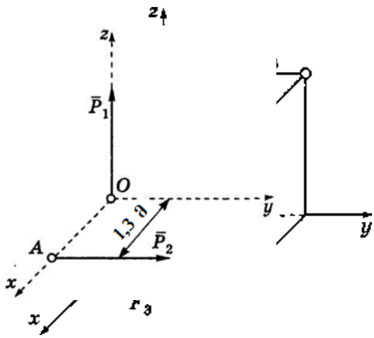
ამოცანა 7.5



5 სმ სიგრძის წიბოს მქონე კუბის წვეროებში მოდებულია თითოეული 2 ნ მოდულის მქონე ექვსი ძალა ისე, როგორც ეს ნახაზზეა ნაჩვენები. დაიყვანეთ ეს სისტემა უმარტივეს სახემდე.

ა მ ო ხ ს ნ ა

ნახაზის მიხედვით ვიპოვოთ $\vec{R}$ მთავარი ვექტორისა და $\vec{M}$ მთავარი მომენტის პროექციები საკოორდინატო ღრძებზე:



$$R_x = F_2 - F_5 = 0;$$

$$R_y = F_3 - F_6 = 0;$$

$$R_z = F_4 - F_1 = 0;$$

$$M_x = F_4 \cdot a + F_6 \cdot a = 2F \cdot a = 20 \text{ ნ}\cdot\text{სმ}$$

$$M_y = -F_4 \cdot a - F_5 \cdot a = -2F \cdot a = -20 \text{ ნ}\cdot\text{სმ}$$

$$M_z = F_3 \cdot a + F_5 \cdot a = 2F \cdot a = 20 \text{ ნ}\cdot\text{სმ}$$

შესაბამისად,

$$R = \sqrt{R_x + R_y + R_z} = 0;$$

აქ α, β, γ სიდიდეები $\overrightarrow{M_0}$ ვექტორის მიერ შესაბამისად Ox, Oy და Oz ღერძებთან შედგენილი კუთხეებია.

პ ა ს უ ხ ი : სისტემა დაიყვანება წყვილძალამდე, რომლის მომენტი მოდულით ტოლია $20\sqrt{3}$ ნ·მ და საკოორდინატო ღერძებთან ადგენს კუთხეებს: $\cos\alpha = -\cos\beta = \cos\gamma = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

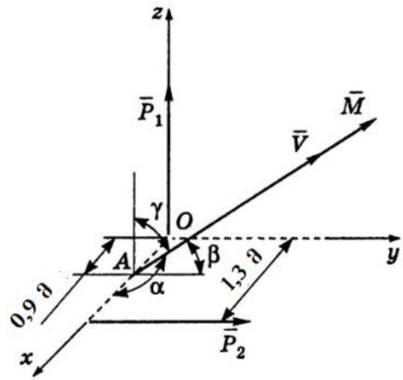
ამოცანა 7.6

ძალთა სისტემა შედგება Oz ღერძის გასწვრივ მიმართული $P_1 = 8$ ნ ძალისა და Oy ღერძის გასწვრივ მიმართული $P_2 = 12$ ნ ძალისგან, როგორც ეს ნახაზზეა გამოსახული, სადაც $OA = 1{,}3$ მ. დაიყვანეთ ეს სისტემა კანონიკურ სახემდე. იპოვეთ ყველა ამ ძალთა V მთავარი ვექტორი და ცენტრალურ სპირალურ ღერძზე მდებარე ნებისმიერი წერტილის მიმართ M მთავარი მომენტი. განსაზღვრეთ α, β და γ კუთხეები რომლებსაც ადგენს

სპირალური ღერძი საკოორდინატო ღერძებთან, ასევე ამ ღერძის Oxy სიბრტყესთან თანაკვეთის x და y კოორდინატები.

ა მ ო ხ ს ნ ა

ნახაზის მიხედვით განვსაზღვროთ V მთავარი ვექტორისა და M მთავარი მომენტის (ცენტრალურ სპირალურ ღერძზე მდებარე ნებისმიერი წერტილის მიმართ) საკოორდინატო ღერძებზე პროექციები.



$$V_x = 0;$$

$$V_y = P_2 = 12 \text{ ნ};$$

$$V_z = P_1 = 8 \text{ ნ}.$$

$$M_x = 0;$$

$$M_y = 0;$$

$$M_x = P_2 \cdot OA = 15,6 \text{ ნ}.$$

გამოვთვალოთ ამ ვექტორების მოდულები:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} = \sqrt{12^2 + 8^2} = 14,4 \text{ ნ};$$

$$M = \frac{\vec{V} \cdot \vec{M}}{V} = \frac{V_z \cdot M_z}{V} = \frac{8 \cdot 15,6}{14,4} = 8,85 \text{ ნ}.$$

ცენტრალური სპირალური ღერძის მიერ საკოორდინატო ღერძებთან შედგენილი α, β და γ კუთხეები ტოლია მთავარ ვექტორსა და საკოორდინატო ღერძებს შორის არსებული კუთხეებისა. ვინაიდან

$$\cos\alpha = \frac{V_x}{V} = 0 \Rightarrow \alpha = 90^\circ,$$

ამიტომ, მთავარი ვექტორი მდებარეობს zOy სიბრტყის პარალელურ სიბრტყეში.

ვპოულობთ:

$$tg\beta = \frac{V_x}{V_y} = \frac{2}{3} \Rightarrow \beta = arctg\frac{2}{3},$$

$$tg\gamma = \frac{V_y}{Vz} = \frac{2}{3} \Rightarrow \gamma = arctg\frac{2}{3}.$$

ცენტრალური სპირალური ღერძის განტოლება:

$$\frac{M_x - \left(yV_z - zV_y\right)}{V_x} = \frac{M_y - \left(zV_x - xV_z\right)}{V_y} = \frac{M_z - \left(xV_y - yV_x\right)}{V_z} = p,$$

სადაც, $p = M/V$.

ჩვენს შემთხვევაში განტოლება მიიღებს სახეს:

$$\begin{cases} -yV_z = V_x \cdot \dfrac{M}{V} \\ xV_z = V_y \cdot \dfrac{M}{V} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -y \cdot 8 = 0, \\ x \cdot 8 = 12 \cdot \dfrac{8,66}{14,4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0, \\ x = 0,9. \end{cases}$$

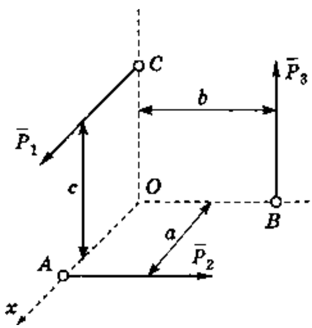
ამრიგად საძიებელი კოორდინატებია: $x = 0,9$ მ, y = 0 (A წერტილი ნახაზზე).

პ ა ს უ ხ ი : $V = 14,4$ ნ; $M = 8,65$ ნ; $\beta = arctg\dfrac{2}{3}$;

$\gamma = arctg\dfrac{3}{2}$; $x = 0,9$ მ, $y = 0.$

ამოცანა 7.7

საკოორდინატო სიბრტყეზე მდებარე სამი ძალა — $\overrightarrow{P_1}$, $\overrightarrow{P_2}$ და $\overrightarrow{P_3}$ საკოოდინატო ღერძების პარალელურნი არიან, მაგრამ შეიძლება მიმართული იყვნენ როგორც ერთი, ისევე მეორე მიმართულებით. მათი მოდების A, B,C წერტილები მდებარეობენ მოცემულ a, b და c მანძილებზე კოორდინატთა სათავიდან. რა პირობებს უნდა აკმაყოფილებდნენ ამ ძალების



სიდიდეები იმისათვის, რომ ისინი დაყვანილ იქნენ ერთ ტოლქმედამდე? რა პირობებს უნდა აკმაყოფილებდნენ ამ ძალების სიდიდეები კოორდინატთა სათავეზე გამავალი ცენტრალური სპირალური ღერძის არსებობისათვის?

ა მ ო ხ ს ნ ა

ნახაზის მიხედვით ვიპოვოთ V მთავარი ვექტორისა M მთავარი მომენტის პროექციები საკოორდინატო ღერძებზე:

$$V_x = P_1,\ V_y = P_2,\ V_z = P_3;$$

$$M_x = P_3 b,\ M_y = P_1 c,\ M_z = P_2 a.$$

იმისათვის, რომ ძალთა სისტემა დაიყვანებოდეს ტოლქმედამდე, უნდა სრულდებოდეს შემდეგი პირობა

$$\vec{V}\cdot\vec{M} = V_x M_x + V_y M_y + V_z M_z = 0.$$

მივიღებთ

$$P_1 \cdot P_3 b + P_2 \cdot P_1 c + P_3 \cdot P_2 a = 0,$$

ან რაც იგივეა

$$\frac{a}{P_1} + \frac{b}{P_2} + \frac{c}{P_3} = 0.$$

თუ ცენტრალური სპირალური ღერძი გადის კოორდინათთა სათავეზე, მაშინ ამ ღერძის განტოლებაში უნდა ვიგულისხმოთ, რომ: $x = y = z = 0$. მივიღებთ

$$\frac{V_x}{M_x} = \frac{V_y}{M_y} = \frac{V_z}{M_z},$$

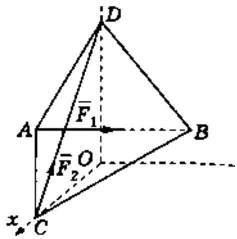
ან, რაც იგივეა

$$\frac{P_1}{bP_3} = \frac{P_2}{cP_1} = \frac{P_3}{aP_2}.$$

პ ა ს უ ხ ი: $\dfrac{a}{P_1} + \dfrac{b}{P_2} + \dfrac{c}{P_3} = 0; \quad \dfrac{P_1}{bP_3} = \dfrac{P_2}{cP_1} = \dfrac{P_3}{aP_2}$, სადაც P_1, P_2, P_3 — ძალების პროექციის სიდიდეებია.

ამოცანა 7.8

a სიგრძის წახნაგების მქონე ABCD წესიერ ტეტრაედრზე მოდებულია F_1 ძალა AB წიბოს გასწვრივ და F_2 ძალა CD წიბოს გასწვრივ. იპოვეთ ცენტრალური სპირალური ღერძის Oxy სიბრტყესთან გადაკვეთის წერტილის x და y კოორდინატები.



ა მ ო ხ ს ნ ა

ცენტრალური სპირალური ღერძის განტოლებას აქვს სახე

$$\frac{M_z-\left(yV_z-zV_y\right)}{V_z}=\frac{M_y-\left(zV_x-xV_z\right)}{V_y}=\frac{M_z-\left(xV_y-yV_x\right)}{V_z}=p, \qquad (1)$$

სადაც, $V_x, V_y, V_z, M_x, M_y, M_z$ —$\vec{V}$ მთავარი ვექტორისა და $\vec{M}$ მთავარი მომენტის პროექციებია საკოორდინატო ღერძებზე; p — სპირალური ღერძის პარამეტრია.

აღვნიშნოთ: $\alpha = \angle DCO$. ნახაზის მიხედვით გამოვთვალოთ:

$$\cos\alpha=\frac{OC}{CD}=\frac{\frac{2}{3}a\cos 30^\circ}{a}=\frac{\sqrt{3}}{3}; \qquad (2)$$

$$\sin\alpha=\frac{OD}{CD}=\frac{\sqrt{CD^2-OC^2}}{CD}=\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

მაშინ,

$$V_x=-F_2\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{3},\ V_y=F_1;$$

$$V_z=F_2\sin\alpha=\sqrt{\frac{2}{3}}F_2.$$

$$M_y=-F_2\sin\alpha\cdot OC=-F_2\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\frac{2}{3}\cdot a\frac{\sqrt{3}}{2}=-F_2\frac{\sqrt{2}}{3}a;$$

$$M_z=-F_1\frac{1}{3}a\cos 30^\circ=-F_1\frac{\sqrt{3}}{6}a.$$

$$p=\frac{\vec{V}\cdot\vec{M}}{V^2}=\frac{V_xM_x+N_yM_y+N_zM_z}{R_x^2+R_y^3+R_z^4}=-\frac{F_1F_2a}{\sqrt{2}\left(F_1^2+F_2^2\right)}. \qquad (3)$$

(1) განტოლებიდან, (2) და (3) გამოსახულებების გათვალისწინებით, $z=0$ შემთხვევისთვის მივიღებთ

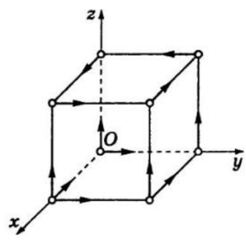
$$\begin{cases}-yV_z=pV_x\\ M_y+xV_z=pV_y\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y=-\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{3}F_2}{\sqrt{\frac{2}{3}}F_2}\cdot\dfrac{F_1F_2a}{\sqrt{2}\left(F_1^2+F_2^2\right)};\\ x\sqrt{\dfrac{2}{3}}F=\dfrac{2}{3}F_2a-\dfrac{F_1F_2a}{\sqrt{2}\left(F_1^2+F_2^2\right)}.\end{cases}$$

$$y=-\frac{a}{2}\cdot\frac{F_1F_2}{F_1^2+F_2^2};$$

$$x=\frac{\sqrt{3}}{3}a-\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{F_1^2}{F_1^2+F_2^2}=\frac{a\sqrt{3}}{6}\left(2-\frac{3F_1^2}{F_1^2+F_2^2}\right)=\frac{a\sqrt{3}}{6}\cdot\frac{2F_2^2-F_1^2}{F_1^2+F_2^2}.$$

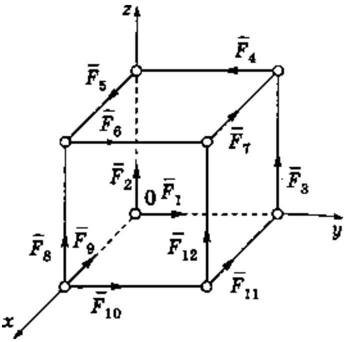
პასუხი: $$x=\frac{a\sqrt{3}}{6}\frac{2F_2^2-F_1^2}{F_1^2+F_2^2};\ y=-\frac{a}{2}\cdot\frac{F_1F_2}{F_1^2+F_2^2}.$$

ამოცანა 7.9



კუბის a სიგრძის მქონე წიბოების გასწვრივ მოქმედებს მოდულით P-ს ტოლი თორმეტი ძალა ისე, როგორც ეს ნახაზზეა გამოსახული. დაიყვანეთ ძალთა ეს სისტემა კანონიკურ სახემდე და იპოვეთ ცენტრალური სპირალური ღერძის Oxy სიბრტყესთან გადაკვეთის წერტილის x და y კოორდინატები.

ა მ ო ხ ს ნ ა



ნახაზის მიხედვით ვიპოვოთ $\vec{V}$ მთავარი ვექტორისა და $\vec{M}$ მთავარი მომენტის პროექციები საკოორდინატო ღერძებზე:

$$V_x = F_5 - F_7 - F_9 - F_{11} = -2p;$$

$$V_y = F_1 - F_4 + F_6 + R_{10} = 2p;$$

$$V_z = F_2 + F_3 + F_8 + F_{12} = 4p;$$

$$M_x = F_3 \cdot a + F_4 \cdot a - F_6 \cdot a + F_{12} \cdot a = 2Pa;$$

$$M_y = F_5 \cdot a - F_7 \cdot a - F_8 \cdot a - F_{12} \cdot a = -2Pa;$$

$$M_z = F_6 \cdot a + F_7 \cdot a + F_{10} \cdot a + F_{11} \cdot a = 4Pa;$$

მაშინ,

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} = \sqrt{\left(-2P\right)^2 + \left(2P\right)^2 + \left(4P\right)^2} = 2P\sqrt{6}.$$

$$M = \frac{\vec{V} \cdot \vec{M}}{V} = \frac{-2P \cdot 2Pa - 2P \cdot 2Pa + 4P \cdot 4Pa}{2P\sqrt{6}} = \frac{8P^2 a}{2P\sqrt{6}} = \frac{2}{3} Pa\sqrt{6}.$$

ვინაიდან მთავარი ვექტორი ინვარიანტია, ამიტომ სპირალური ღერძის მიმმართველი კოსინუსები ტოლია მთავარი ვექტორის მიმმართველი კოსინუსებისა. ვიპოვოთ ეს კოსინუსები :

$$\cos\alpha = \frac{V_X}{V} = -\frac{2P}{2P\sqrt{6}} = -\frac{1}{6}\sqrt{6};$$

$$\cos\beta = \frac{V_Y}{V} = \frac{2P}{2P\sqrt{6}} = \frac{1}{6}\sqrt{6};$$

$$\cos\gamma = \frac{V_Z}{V} = \frac{4P}{2P\sqrt{6}} = \frac{1}{3}\sqrt{6};$$

ანუ,

$$\cos\alpha = -\cos\beta = -\frac{1}{2}\cos\gamma = -\frac{1}{6}\sqrt{6}.$$

ვიპოვოთ ცენტრალური სპირალური ღერძის xOy (z = 0) სიბრტყესთან გადაკვეთის წერტილის კოორდინატები განტოლებათა შემდეგი სისტემიდან:

$$\begin{cases} M_x - yV_z = V_x p, \\ M_y + xV_z = V_y p, \end{cases}$$

ან რაც იგივეა,

$$\begin{cases} 2Pa - y \cdot 4P = -2P\dfrac{1}{3}a, \\ -2Pa + x \cdot 4P = -2P\dfrac{1}{3}a. \end{cases}$$

შესაბამისად,

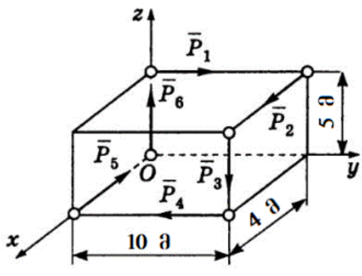
$$x = y = \frac{2}{3}a.$$

$$V = 2P\sqrt{6}; M = \frac{2}{3}Pa\sqrt{6};$$

პ ა ს უ ხ ი :

$$\cos\alpha = -\cos\beta = -\frac{1}{2}\cos\gamma = -\frac{1}{6}\sqrt{6}; \quad x = y = \frac{2}{3}a.$$

ამოცანა 7.10



მართკუთხა პარალელეპიპედის 10 მ, 4 მ და 5 მ სიგრძეების მქონე წიბოების გასწვრივ მოქმედებს ნახაზზე გამოსახული ექვსი ძალა: $P_1 = 4$ ნ, $P_2 = 6$ ნ, $P_3 = 3$ ნ, $P_4 = 2$ ნ, $P_5 = 6$ ნ, $P_6 = 8$ ნ. დაიყვანეთ ეს სისტემა კანონიკურ სახემდე და იპოვეთ ცენტრალური სპირალური ღერძის Oxy სიბრტყესტან გადაკვეთის წერტილის x და y კოორდინატები.

ა მ ო ხ ს ნ ა

ნახაზის მიხედვით ვიპოვოთ მთავარი ვექტორის და მთავარი მომენტის საკოორდინატო ღერძებზე პროექციები:

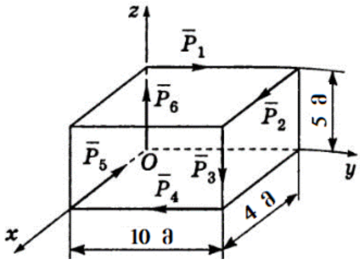
$$V_x = P_2 - P_5 = 0;$$

$$V_y = P_1 - P_4 = 2 \text{ ნ};$$

$$V_z = P_6 - P_3 = 5 \text{ ნ};$$

$$M_x = -P_1 \cdot 5 - P_3 \cdot 10 = -50 \text{ ნ} \cdot \text{მ}$$

$$M_y = P_2 \cdot 5 + P_3 \cdot 4 = 42 \text{ ნ} \cdot \text{მ}$$



$$M_z = -P_2 \cdot 10 - P_4 \cdot 4 = -68 \text{ ნ} \cdot \text{მ}$$

განვსაზღვროთ კანონიკური პარამეტრები:

$$V = \sqrt{V_X^2 + V_Y^2 + V_Z^2} = \sqrt{2^2 + 5^2} \approx 5,4 \text{ ნ};$$

$$M = \frac{\vec{V} \cdot \vec{M}}{V} = \frac{0 \cdot (-50) + 2 \cdot 42 + 5 \cdot (-68)}{\sqrt{29}} = -47,5 \text{ ნ} \cdot \text{მ}$$

ვინაიდან მთავარი ვექტორი ინვარიანტია, ამიტომ სპირალური ღერძის კოსინუსები ტოლია მთავარი ვექტორის მიმმართველი კოსინუსებისა.:

$$\cos\alpha = \frac{V_x}{V} = 0; \ \cos\beta = \frac{V_y}{V} = \frac{2}{5,4} = 0,37; \ \cos\gamma = \frac{V_z}{V} = \frac{5}{5,4} = 0,93.$$

ცენტრალური სპირალური ღერძის xOy (z = 0) სიბრტყესთან გადაკვეთის წერტილის კოორდინატები ვიპოვოთ განტოლებათა შემდეგი სისტემიდან :

$$\begin{cases} M_x - yV_z = V_x p, \\ M_y + xV_z = V_y p, \end{cases}$$

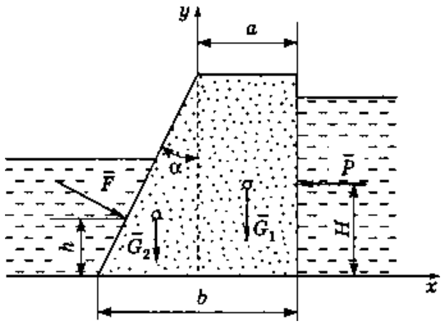
აქ, p = M/V = −47,5/5,4 = −8,8 მ − სპირალის პარამეტრია. რიცხვითი მნიშვნელობების ჩასმის შემდეგ მივიღებთ

$$\begin{cases} -50 - y \cdot 5 = 0, \\ 42 + x \cdot 5 = 2 \cdot (8,8) \end{cases} \Rightarrow x = -11,9 \text{ მ}, \quad y = -10 \text{ მ}.$$

პ ა ს უ ხ ი : $V = 5{,}4$ ნ; M $= -47{,}5$ ნ·მ; $\cos\alpha = 0$; $\cos\beta = 0{,}37$; $\cos\gamma = 0{,}93$; $x = -11{,}9$ მ; $y = -10$ მ.

ამოცანა 7.11

კაშხალზე წყლების დაწოლების P = 8 000 კნ და $F =$ 5 200 კნ ტოლქმედები მოდებულია კაშხლის შუა ვერტიკალური კვეთის სიბრტყეში, შესაბამისი წახნაგების პერპენდიკულარულად და ფუძიდან შესაბამისად H = 4 მ და $h = 2{,}4$ მ სიმაღლეებზე. კაშხლის მართკუთხა ნაწილის სიმძიმის ძალაა $G_1 = 12\,000$ ნ და მოდებულია მის ცენტრში, ხოლო სამკუთხა ნაწილის სიმძიმის ძალაა $G_2 = 6\,000$ კნ და მოდებულია სამკუთხა კვეთის ქვედა ფუძის ერთ მესამედ



მანძილზე ამ კვეთის ვერტიკალური წახნაგიდან. კაშხლის სიგანეებია: ფუძესთან –– b = 10 მ, ზედა ნაწილში –– a = 5 მ; $tg\alpha = 5/12$. იპოვეთ იმ გრუნტის რეაქციის განაწილებული ძალების ტოლქმედი, რომელზეც დაყენებულია კაშხალი

ა მ ო ხ ს ნ ა ,

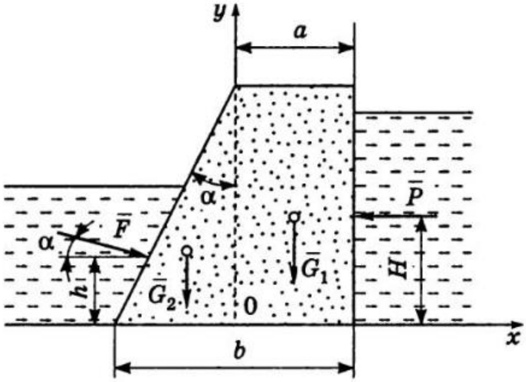
გამოვსახოთ ნახაზზე კაშხალზე მოქმედი ძალები. გრუნტის (რომელზეც კაშხალია დაყენებული) რეაქციის განაწილებული ძალბის $\vec{R}$ ტოლქმედი მდებარეობს xy სიბრტყეში, რიცხობრივად ტოლია ნახაზზე გამოსახულ ძალთა სისტემის ტოლქმედისა და მიმართულია მის საწინააღმდეგოდ. ამის საფუძველზე მივიღებთ

$$R_x = -\left(-P + F\cos\alpha\right) = P - F\frac{1}{\sqrt{1+tg^2\alpha}} = 8000 - 5200\cdot\frac{12}{13} = 3200$$

კნ.

აქ გათვალისწინებულ იქნა ის ფაქტი, რომ

$$\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{1+tg^2\alpha}}=\frac{1}{\sqrt{1+\frac{5^2}{12}}}=\frac{12}{\sqrt{12^2+5^2}}=\frac{12}{13}.$$



ვინაიდან

$$\sin\alpha=\frac{tg\alpha}{\sqrt{1+tg^2\alpha}}=\frac{\frac{5}{12}}{\sqrt{1+\frac{5^2}{12^2}}}=\frac{5}{13},$$

ამიტომ, მივიღებთ

$$R_y=-\left(-G_1-G_2-F\sin\alpha\right)=12000+6000+5200\cdot\frac{5}{13}=20\,000$$

კნ.

ტოლქმედის მოქმედების წრფის განტოლება განვსაზღვროთ ფორმულით

$$xR_y-yR_x=M.$$

ჩვენ შემთხვევაში

$$M=G_1\cdot\frac{a}{2}-P\cdot H-G_2\cdot\frac{b-a}{3}+$$

$$+F\cos\alpha\cdot h-F\sin\alpha\left(b-a-h\cdot tg\alpha\right)=$$

$$12000\cdot\frac{5}{2}-8000\cdot 4-6000\cdot\frac{5}{3}+5200\cdot\frac{12}{13}\cdot 2,4-$$

$$-5200\cdot\frac{5}{13}\left(10-5-2,4\cdot\frac{5}{12}\right)=$$

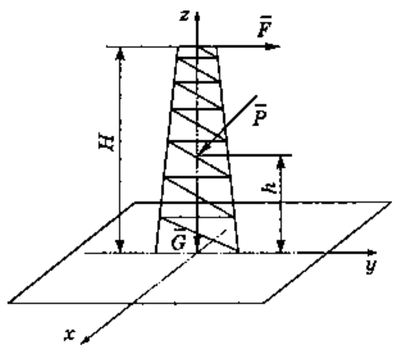
$$30\,000-32\,000-10\,000+11520-8\,000=-8\,480 \text{ კნ}\cdot\text{მ}$$

საბოლოო ჯამში მივიღებთ წრფის განტოლებას

$20\,000x-3200y+8480=0$, ანუ $125x-20y+53=0$.

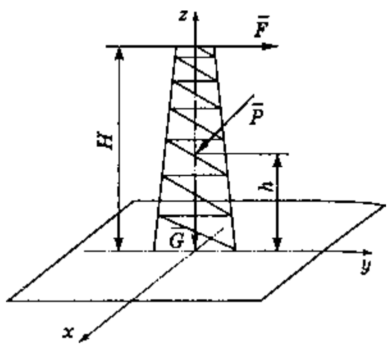
პასუხი: $R_x=3200$ კნ $R_y=20000$ კნ; ტოლქმედის მომედების წრფის განტოლებაა: $125x-20y+53=0$.

ამოცანა 7.12



რადიოანძის წონა არის $G=140$ ნ. ანძაზე მოდებულია $F=20$ კნ ძალა და და ქარის დაწოლის $P=50$ კნ ტოლქმედი ძალა; ორივე ძალა ჰორიზონტალურია და მოთავსებულია ურთიერთ მართობულ სიბრტყეებში; $H=15$ მ, $h=6$ მ. იპოვეთ იმ გრუნტის მარეზულტირებელი რეაქცია, რომელშიც ანძის ფუნდამენტია ჩამაგრებული.

ამოხსნა



იმ გრუნტის მარეზულ-ტირებელი რეაქცია, რომელშიც ანძის ფუნდამენტია ჩამაგრებული, უნდა აწონასწორებდეს ანძაზე მოქმედი აქტიური ძალებისგან შემდგარი სისტემის მთავარ ვექტორს და მთავარ მომენტს. შესაბამისად, თუ $\vec{V}'$ და $\vec{M}'$ — ანძაზე მოქმდი მთავარი ვექორი და მთავარი მომენტია,

ხოლო $\vec{V}$ და $\vec{M}$ — გრუნტის მარეზულტირებელი რეაქციის მთავარი ვექორი და მთავარი მომენტი, მაშინ სამართლიანია:

$$\vec{V} = -\vec{V}', \ \vec{M} = -\vec{M}'$$

ვიპოვოთ $\vec{V}$ და $\vec{M}$ ვექტორების კოორდინატთა ღერძებზე პროექციები

$$V_x = -V_x' = -P = -50 \text{ კნ;}$$

$$V_y = -V_y' = -F = -20 \text{ კნ;}$$

$$V_z = -V_z' = G = 140 \text{ კნ;}$$

$$M_x = -M_x' = FH = 300 \text{ კნ} \cdot \text{მ;}$$

$$M_y = -M_y' = -Ph = -300 \text{ კნ} \cdot \text{მ;}$$

$$M_z = -M_z' = 0.$$

შესაბამისად,

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} = \sqrt{(-50)^2 + (-20)^2 + (140)^2} = 150 \text{ კნ,}$$

$$M = \frac{V_x M_x + V_y M_y + V_z M_z}{V} = \frac{(-50)\cdot 300 + (-20)\cdot(-300)}{150} = -60$$

კნ · მ

ვინაიდან M სიდიდის მნიშვნელობა უარყოფითი მივიღეთ, დინამა იქნება მარცხენა მხარიანი.

ცენტრალური სპირალური ღერძის განტოლება იქნება:

$$\frac{M_x - (yV_z - zV_y)}{V_x} = \frac{M_y - (zV_x - xV_z)}{V_y} = \frac{M_z - (xV_y - yV_x)}{V_z}.$$

თუ მასში რიცხვით მნიშვნელობებს ჩავსვამთ, მივიღებთ

$$\frac{300 - 140y - 20z}{-50} = \frac{-300 + 50z + 140x}{-20} = \frac{20x - 50y}{140},$$

ვიპოვოთ სპირალური ღერძის xy სიბრტყესთან ანუ ანძის ფუნდამენტთან გადაკვეთის წერტილი, ამისათვის ბოლო განტოლებაში ვიგულისხმოთ, რომ z = 0, მაშინ

$$\frac{-30+14y}{5}=\frac{30-14x}{2}=\frac{-2x+5y}{-14}.$$

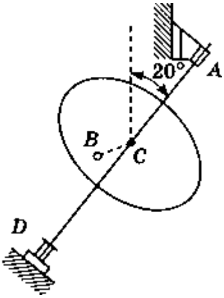
ბოლო განტოლების ამოხსნით მივიღებთ: x = 2,2 მ, y = 2 მ.

პასუხი: გრუნტის რეაქციის ძალები დაიყვანება მარცხენა დინამაზე, რომელიც შედგება V = 150 კნ ძალისაგან (რომელიც მიმართულია $\frac{-30+14y+2z}{5}=\frac{30-5z-14y}{2}=\frac{-2x+5y}{-14}$ განტოლებით განსაზღვრული ცენტრალური ღერძის გასწვრივ ზევით) და წყვილძალისაგან, რომლის მომენტია M = −60 კნ·მ. დინამას ღერძი ფუნდამენტის სიბრტყეს კვეთს წერტილში, რომლის კოორდინატებია: x = 2,2 მ, y = 2 მ, $z = 0$.

8. ძალთა ნებისმიერი სისტემის წონასწორობა

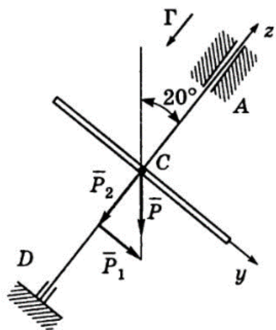
ამოცანა 8.1

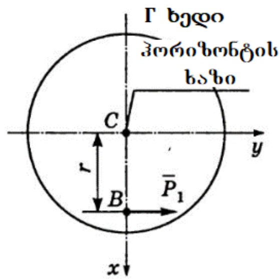
მრგვალ დახრილ ფართეულზე, რომლის ACD ღერძი ვერტიკალიდან 20°-ით არის გადახრილი, დამაგრებულია 400 ნ წონის სხეული. იპოვეთ სიმძიმის ძალის მიერ შექმნილი მომენტი AD ღერძის მიმართ, თუ CB = 3 მ რადიუსი ჰორიზონტალურია.



ა მ ო ხ ს ნ ა

AD ღერძის მიმართ მომენტის გამოსათვლელად გამოვიყენოთ ორმაგი დაპროექცირების მეთოდი (იხ. ნახაზი).





თუ P ძალას მდგენელებად დავშლით, მივიღებთ

$$P_1 = P\sin 20^\circ.$$

რადგან CB რადიუსი ჰორიზონტალურია, ამიტომ AD ღერძის მიმართ მომენტი ტოლია:

$M_z = P_1 \cdot r = P \cdot R\sin 20^\circ = 400 \cdot 3 \cdot \sin 20^\circ = 410$ ნ · მ.

პასუხი: 410 ნ · მ

ამოცანა 8.2

ქარის ძრავს გააჩნია სამი ფრთა, რომლებიც ბრუნვის ღერძის პერპენდიკულარული სიბრტყისადმი დახრილი არიან $\alpha = 15° = \arcsin(0{,}259)$ კუთხით; ქარის თითოეულ ფრთაზე დაწოლის ტოლქმედი 1 ნ-ის ტოლია, მიმართულია ფრთის სიბტყის პერპენდიკულარის გასწრივ და მოდებულია ბრუნვის ღერძიდან 3 მეტრით დაშორებულ წერტილში. იპოვეთ მაბრუნებელი მომენტი.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ამოცანის მონაცემები ნახაზზე.

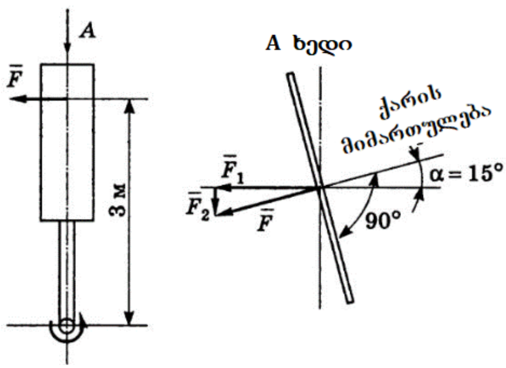
დავშალოთ ფრთაზე მოქმედი ძალების $\vec{F}$ ტოლქმედი:

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$$

$$F_2 = F\sin 15^\circ.$$

ერთი ცალი ფრთის მაბრუნებელი მომენტი იქნება:

$$M = F_2 \cdot 3 = 3F\sin 15^\circ.$$



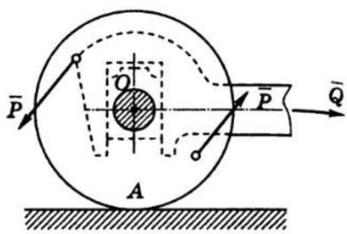
ძრავის მარეზურტირებელი მომენტი იქნება

$$M_{\text{გრ}} = 4M = 4 \cdot 3F\sin 15° = 4 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 0{,}259 = 3{,}11 \text{ კნ} \cdot \text{მ}.$$

პ ა ს უ ხ ი : 3,11 კნ·მ.

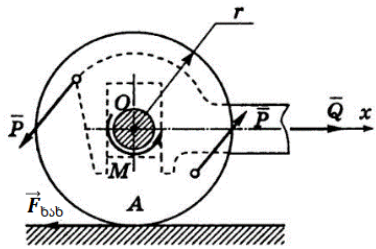
შ ე ნ ი შ ვ ნ ა . ა მ ო ც ა ნ ა თ ა კ რ ე ბ უ ლ შ ი დ ა შ ვ ე ბ უ ლ ი ა შ ე ც დ ო მ ა პ ა ს უ ხ შ ი .

ამოცანა 8.3



ელექტროძრავი, რომელიც ტრამვაის ვაგონის ბორბლების წყვილის O ღერძზეა დამაგრებული, ცდილობს ღერძი შემოაბრუნოს საათის ისრის საწინააღმდეგოდ, ამასთან, $(\vec{P},\vec{P})$ წყვილძალის მაბრუნებელი მომენტია 6 კნ·მ, ხოლო ბორბლების რადიუსი არის 60 სმ. იპოვეთ ბორბლების წყვილის Q გაწევ ის ძალა, თუ ვიგულისხმებთ, რომ ის დგას ჰორიზონტალურ რე ლსებზე.

ა მ ო ხ ს ნ ა



პირველ რიგში ვიპოვოთ რელსებსა და ბორბლებს შორის არსებული ხახუნის ძალა, ამისათვის განვიხილოთ ძალთა მომენტები O ღერძის მიმართ. (იხ. ნახაზი):

$$M - F_{\text{ხახ}} \cdot r = 0 \Rightarrow$$

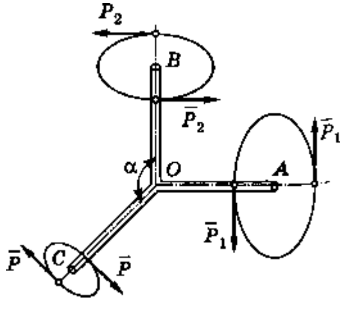
$$F_{\text{ხახ}} = \frac{M}{r} = \frac{6}{0,6} = 10 \text{ კნ.}$$

შემდეგ, ბორბლების წყვილზე მოდებული ძალები დავაპროექციოთ ჰორიზონტალურ მიმართულებაზე:

$$-F_{\text{ხახ}} + Q = 0 \Rightarrow Q = -F_{\text{ხახ}} = 10 \text{ კნ.}$$

პ ა ს უ ხ ი : Q = 10 კნ.

ამოცანა 8.4



15 სმ რადიუსის მქონე A დისკოს, 10 სმ რადიუსის მქონე B დისკოს და 5 სმ რადიუსის მქონე C დისკოს გარე წრეებზე მოდებულია წყვილძალები, რომელთა შემადგენელი ძალებია შესაბამისად — $P_1 = 10$ ნ, $P_2 = 20$ ნ და P. OA, OB და OC ღერძები ერთ სიბრტყეში მდებარეობენ. იპოვეთ ისეთი P ძალის სიდიდე და კუთხე $BOC = \alpha$, რომ სრულიად თავისუფალ

მდგომარეობაში მყოფი სისტემა წონასწორობაში იყოს.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ამოცანის მონაცემები ნახაზზე. მაშინ,

$$d_A = 2r_A = 30 \text{ სმ}; \;\; M_1 = P_1 d_A = 10 \cdot 30 = 300 \text{ ნ} \cdot \text{სმ};$$

$$d_B = 2r_B = 40 \text{ სმ}; \;\; M_2 = P_2 d_B = 20 \cdot 20 = 400 \text{ ნ} \cdot \text{სმ};$$

$$d_C = 2r_C = 10 \text{ სმ}; \;\; M_3 = P_3 d_C = P \cdot 10.$$

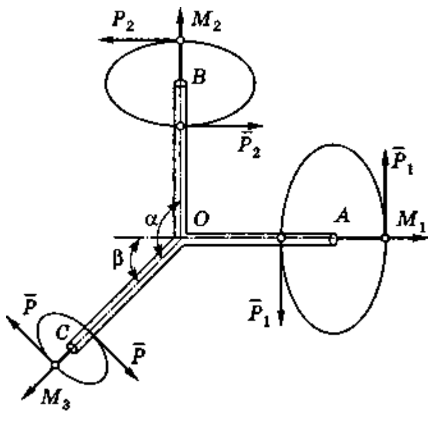
სისტემა იმყოფება წონასწორობაში, მაშასადამე $\overrightarrow{M_1} + \overrightarrow{M_2} + \overrightarrow{M_3} = 0$. რადგან ეს სამი მომენტი ერთ სიბრტყეში იმყოფება, ამიტომ

$$\sqrt{M_1^2 + M_2^2} = \sqrt{M_3^2} \Rightarrow$$

$$M_3 = \sqrt{9 \cdot 10^4 + 16 \cdot 10^4} = 5 \cdot 10^2 = 500 \text{ ნ} \cdot \text{სმ}$$

შესაბამისად,

$$P = \frac{M_3}{10} = 50 \text{ ნ}.$$



გამოვთვალოთ

$$tg\beta = \frac{M_2}{M_1} = \frac{400}{300} = \frac{4}{3}.$$

$$\beta = \alpha - 90^\circ = -\left(90^\circ - \alpha\right) \Rightarrow$$

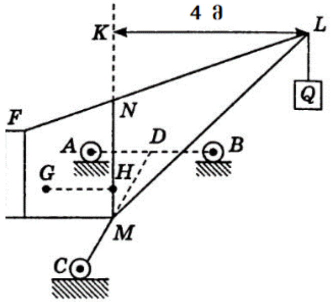
$$tg\beta = tg\left[-\left(90^\circ - \alpha\right)\right] = -ctg\alpha \Rightarrow tg\alpha = -ctg\beta = \frac{1}{tg\beta} = -0,75.$$

მაშინ,

$$\alpha = arctg\left(-0,75\right) = 143^\circ 10'.$$

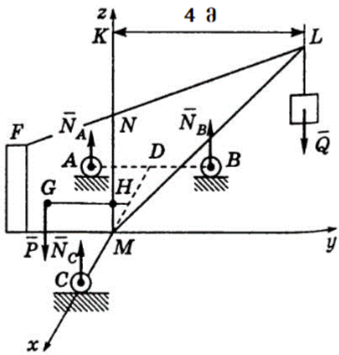
პასუხი: $P = 50$ ნ; $\alpha = arctg\left(-0,75\right) = 143^\circ 10'.$

ამოცანა 8.5



ამწე დაყენებულია ABC ურიკაზე. ცნობილია ამწის ზომები: $AD = BD = 1$ მ, $CD = 1,5$ მ, $KL = 4$ მ. ამწე გაწონასწორებულია F საპირწონეთი. ამწის წონა საპირწონესთან ერთად არის P = 100 კნ და მოდებულია ისეთ G წერტილში, რომელიც LMNF სიბრტყეში მდებარეობს ღერძიდან GH = 0,5 მ მანძილზე. ამწე ზევით ეწევა 30 კნ წონის Q ტვირთს. იპოვეთ ბორბლების რელსებზე დაწოლა, თუ LMN სიბრტყე AB წრფის პარალელურია.

ამოხსნა



გვაქვს ნახაზზე გამოსახული პარალელური ძალების სივრცული სისტემა, რომლისთვისაც შევადგინოთ წონაწორობის განტოლებები (z ღერძზე პროექციებისთვის x და y ღერძების მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} N_A + N_B + N_C - P - Q = 0, \\ -N_A \cdot AD + N_B \cdot DB - \\ -Q \cdot KL + P \cdot GH = 0, \\ -N_C \cdot CM + \left(N_A + N_B\right) MD = 0. \end{cases}$$

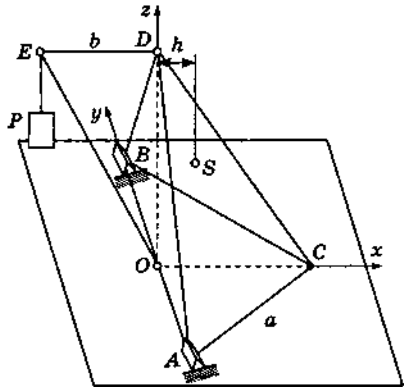
თუ ამ სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ

$N_A = 8,33$ კნ; $N_B = 78,33$ კნ; $N_C = 43,33$ კნ;

პასუხი: $N_A = 8{,}33$ კნ; $N_B = 78{,}33$ კნ; $N_C = 43{,}33$ კნ;

ამოცანა 8.6

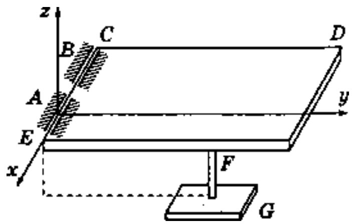
ღვედიანი ამწე შედგება ისეთი პირამიდისგან, რომლის ფუძეა ჰორიზონტალური ტოლგვერდა ABC სამკუთხედი, ხოლო მისი ვერტიკალური წახნაგი არის ADB ტოლფერდა სამკუთხედი; O და D წერტილებში სახსრულად არის დამაგრებული ამწის ვერტიკალური ღერძი, რომლის გარშემოც შეუძლია ბრუნვა ისეთ OE ისარს, რომელზედაც P ტვირთია ჩამოკიდებული. ABC ფუძე ფუნდამენტთან მიმაგრებულია A და B საკისრებითა და C ვერტიკალური ჭანჭიკით. იპოვეთ საყრდენების რეაქციები, როცა ისარი ამწის სიმეტრიის სიბრტყეში იმყოფება, თუ P = 12 კნ, ამწის წონაა $Q = 6$ კნ, ამასთან ამწის S სიმძიმის ცენტრის დაშორება OD ღერძიდან ტოლია $h = 1$ მ, $a = 4$ მ, $b = 4$ მ.



ამოხსნა

მოცემულ ძალთა სისტემისათვის და ბმების რეაქციებისათვის (იხ. ნახაზი) შევადგინოთ წონსაწორობის განტოლებები (x და z ღერძებზე პროექციებში და x,y,z ღერძების მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} X_A - X_B = 0, \\ Z_A + Z_B + Z_C - P - Q = 0, \\ Z_B \cdot \dfrac{a}{2} - Z_A \cdot \dfrac{a}{2} = 0, \\ Z_C \cdot \cos 30^\circ - Q \cdot h + P \cdot b = 0, \\ X_A \cdot \dfrac{a}{2} X_B \cdot \dfrac{a}{2} = 0. \end{cases}$$



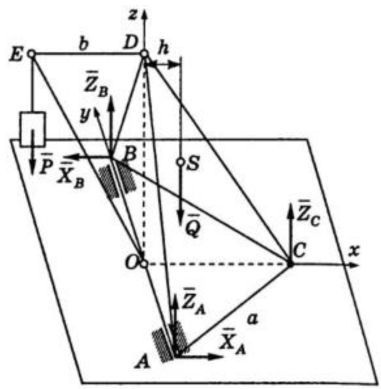
თუ ამ სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ

$$X_A = X_B = 0;$$

$$Z_C = \frac{2(Qh - pb)}{a\sqrt{3}} = 12{,}12 \text{ კნ};$$

$$Z_B = Z_A = \frac{P + Q - Z_C}{2} = 15{,}06 \text{ კნ}.$$

პასუხი: $Z_A = Z_B = 15{,}06$ კნ;
$Z_C = -12{,}12$ კნ;
$X_A = X_B = 0$.

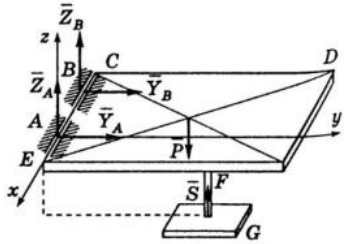


ამოცანა 8.7.

მანქანის სასინათლო ღიობის სახურავს ჰორიზონტალურ მდგომარეობაში იჭერს ისეთი FG დგარი, რომელიც შებიჯგულია სახურავზე სახურავის ღერძიდან $EF = 1{,}5$ მ მანძილით დაშორებულ F წერტილში. სახურავის წონაა $P = 180$ ნ, მისი სიგრძეა $CD = 2{,}3$ ნ, სიგანე $CE = 0{,}75$ მ, ხოლო A და B სახსრების დაშორება სახურავის ნაპირებიდან არის $AE = BC = 0{,}15$ მ. იპოვეთ A და B სახსრების რეაქციები და S ძალვა FG დგარში.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსხოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი აქტიური ძალები. ბმების შეცვლით მათსავე რეაქციებით განვთავისუფლდეთ ამ ბმებისგან და მოცემულ ძალთა სისტემისათვის შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები



(საკოორდინატო ღერძებზე პროექციებისათვის და საკოორდინატო ღერძების მიმართ მომენტებისათვის):

$$\begin{cases} 0=0 \qquad \text{(იგივურად სრულდება)}, \\ Y_A+Y_B=0, \\ Z_A+Z_B+S-P=0, \\ -P\cdot\dfrac{CD}{2}+S\cdot EF=0, \\ -S\cdot AE+Z_B\cdot AB-P\cdot\dfrac{AB}{2}=0, \\ Y_B\cdot AB=0. \end{cases}$$

თუ ამ სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ

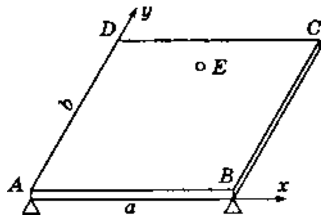
$$S=\frac{P\cdot CD}{2\cdot EF}=138 \text{ ნ};$$

$$Z_B=\frac{1}{AB}\left(S\cdot AE+P\cdot\frac{AB}{2}\right)=136 \text{ ნ};$$

$$Z_A=P-S-Z_B=-94 \text{ ნ}; \quad Y_A=Y_B=0.$$

პ ა ს უ ხ ი : $Z_A=-94$ ნ; $Z_B=136$ ნ; $S=138$ ნ; $Y_A=Y_B=0.$

ამოცანა 8.8

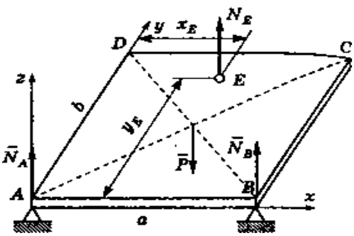


ჰორიზონტალურ მდგომარეობაში დამაგრებული ერთგვაროვანი მართკუთხა ABCD ფირფიტა ეყრდნობა სამ წერტილოვან საყრდენს, რომელთაგან ორი მართკუთხედის A და B წვეროებში მდებარეობს, ხოლო მესამე — რომელიღაც E წერტილში. ფირფიტის წონა P-ს ტოლია. დაწოლა A და B წერტილებში შესაბამისად არის $P/4$ და $P/5$. იპოვეთ E საყრდენზე N_E დაწოლა და E წერტილის კოორდინატები, თუ ფირფიტის გვერდები არის a და b.

ამოხსნა

გამოვსახოთ ნახაზზე ფირფიტაზე მოქმედი აქტიური ძალები და ბმების რეაქციები. მიღებული პარალელური ძალებისათვის შევადგინოთ წონასწორობს განტოლებები (z ღერძზე პროექციებისთვის და მომენტებისთვის x და y ღერძების მიმართ):

$$\sum_k F_{kz} = 0;$$



$$N_A + N_B + N_E - P = 0, \qquad (1)$$

$$\sum_k M_x\left(\vec{F}_k\right) = 0;$$

$$N_E \cdot y_E - P\frac{b}{2} = 0, \qquad (2)$$

$$\sum_k M_y\left(\vec{F}_k\right) = 0;$$

$$P\frac{a}{2} - N_E \cdot x_E - N_B \cdot a = 0, \qquad (3)$$

(1) განტოლებიდან გვექნება

$$N_E = P - N_A - N_B = P - \frac{P}{4} - \frac{P}{5} = \frac{11}{20}P;$$

(2 განტოლებიდან გვექნება

$$y_E = \frac{Pb}{2} : \frac{11}{20}P = \frac{10}{11}b;$$

(3) განტოლებიდან გვექნება

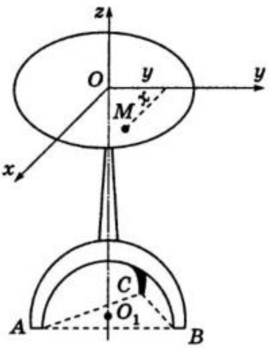
$$N_E \cdot x_E = \frac{a}{2}\left(P - \frac{2}{5}P\right),$$

ანუ

$$N_E \cdot x_E = \frac{a}{2} \cdot \frac{3}{5}P \Rightarrow x_E = \frac{3}{10}Pa : \frac{11}{20}P = \frac{6}{11}a.$$

პასუხი: $N_E = \frac{11}{20}P;\ x_E = \frac{6}{11}a;\ y_E = \frac{10}{11}b.$

ამოცანა 8.9

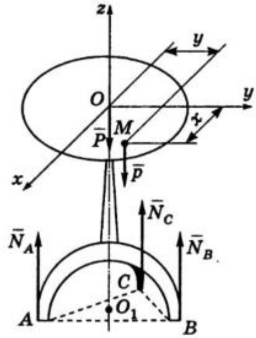


მაგიდა დგას სამ ფეხზე რომელთა A, B და C ბოლოები ადგენენ a გვერდის მქონე ტოლგვერდა სამკუთხედს. მაგიდის წონა P-ს ტოლია, ამასთან მისი სიმძიმის ცენტრი მდებარეობს ABC სამკუთხედის 0_1 ცენტრზე გამავალ zOO_1 ვერტიკალზე. მაგიდის $M(x, y, 0)$ წერტილში დადებულია p წონის ტვირთი; Oy ღერძი AB გვერდის პარალელურია. განსაზღვრეთ თითოეული ფეხის დაწოლა იატაკზე.

ამოხსნა

მოცემულ პარალელურ ძალთა სივრცული სისტემისთვის (იხ. ნახაზი) შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (z ღერძზე პროექციისთვის და x, y ღერძების მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} N_A + N_B + N_C - P - p = 0, \\ N_B \cdot \dfrac{a}{2} - N_A \cdot \dfrac{a}{2} - py = 0, \\ -N_A \cdot \dfrac{a\sqrt{3}}{3} - N_B \cdot \dfrac{a\sqrt{3}}{6} + N_C \cdot \dfrac{a\sqrt{3}}{3} + px = 0. \end{cases}$$



თუ ამ სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ

$$N_A = \frac{P+p}{3} + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}x - y\right)\frac{P}{a};$$

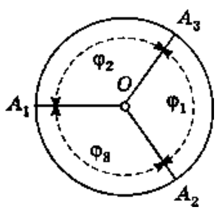
$$N_B = \frac{P+p}{3} + \left(y + \frac{\sqrt{3}}{3}x\right)\frac{P}{a};$$

$$N_C = \frac{P+p}{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3}\frac{x}{a}p.$$

პასუხი: $N_A = \dfrac{P+p}{3} + \left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}x - y\right)\dfrac{P}{a};$

$$N_B = \frac{P+p}{3} + \left(y + \frac{\sqrt{3}}{3}x\right)\frac{P}{a};\ N_C = \frac{P+p}{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3}\frac{x}{a}p.$$

ამოცანა 8.10

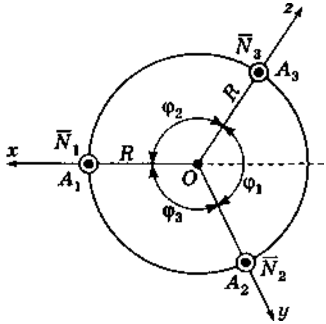


მრგვალი მაგიდა დგას A_1, A_2 და A_3 ფეხებზე. მაგიდის O ცენტრში დადებულია ტვირთი. რა პირობებს უნდა აკმაყოფილებდნენ φ_1 φ_2 და φ_3 ცენტრალური კუთხეები იმისათვის რომ A_1, A_2 და A_3 ფეხებზე დაწოლები ერთმანეთს შეეფარდებოდნენ ისე, როგორც $1:2:\sqrt{3}$? (ამოცანის ამოხსნისას მომენტები აიღეთ OA_1, OA_2 და OA_3 რადიუსებიდან ორი მათგანის მიმართ.)

ამოხსნა

გამოვსახოთ ნახაზზე Ox, Oy და Oz ღერძები და ფეხების რეაქციები — $\overrightarrow{N_1}, \overrightarrow{N_2}$ და $\overrightarrow{N_3}$.

შენიშვნა. **პირობითი ნიშანი — ⊙ ნახაზზე აღნიშნავს იმას, რომ N_1, N_2 და N_3 ძალები ნახაზის სიბრტყის პერპენდიკულარულია და მომართულია ჩვენსკენ.**



ვიგულისხმოთ, რომ $OA_1 = OA_2 = OA_3 = R$ და შევადგინოთ მომენტების განტოლებები Ox, Oy და Oz ღერძების მიმართ:

$$\begin{cases} N_2 R\sin\left(180^\circ - \varphi_3\right) - N_3 R\sin\left(180^\circ - \varphi_2\right) = 0, \\ -N_2 R\sin\left(180^\circ - \varphi_3\right) + N_3 R\sin\left(180^\circ - \varphi_1\right) = 0 \\ -N_2 R\sin\left(180^\circ - \varphi_1\right) + N_1 R\sin\left(180^\circ - \varphi_2\right) = 0 \end{cases}$$

ყველა განტოლების R-ზე შევკვეცით და იმის გათვალისწინებით, რომ $sin(180° - \alpha) = sin\alpha$, მივიღებთ ახალ სისტემას

$$\begin{cases} N_2 \sin\varphi_3 = N_3 \sin\varphi_2, \\ N_1 \sin\varphi_3 = N_3 \sin\varphi_1, \\ N_2 \sin\varphi_1 = N_1 \sin\varphi_2. \end{cases}$$

ამოცანის პირობის თანახმად:

$$N_1 : N_2 : N_3 = 1 : 2 : \sqrt{3}.$$

გავითვალისწინოთ ეს თანაფარდობები და უკანასკნელ სისტემაში თანმიმდევრობით გავყოთ: მეორე განტოლება პირველზე, მესამე — პირველზე, მესამე — მეორეზე. მივიღებთ:

$$\frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{2};\ \frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_3} = \frac{N_1}{N_3} = \frac{1}{\sqrt{3}};\ \frac{N_2\sin\varphi_1}{N_1\sin\varphi_3} = \frac{N_1\sin\varphi_2}{N_3\sin\varphi_1}.$$

ვაჩვენოთ, რომ ბოლო თანაფარდობა ორი წინა თანაფარდობის შედეგია. მართლაც, თუ მასში ჩავსვამთ

$\frac{\sin\varphi_2}{\sin\varphi_1}=\frac{N_2}{N_1}$ და $\frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_3}=\frac{N_1}{N_3}$ გამოსახულებებს, მივიღებთ იგივეობას —

$$\frac{N_2}{N_1}\frac{N_q}{N_3}=\frac{N_1}{N_3}\frac{N_2}{N_1}\Rightarrow\frac{N_2}{N_3}=\frac{N_2}{N_3}.$$

შევცვალოთ სისტემის მესამე განტოლება შემდეგი დამოკიდებულებით

$$\varphi_1+\varphi_2+\varphi_3=360^\circ$$

და საბოლოოდ ჩავწეროთ:

$$\begin{cases}2\sin\varphi_1=\sin\varphi_2, & (1)\\ \sqrt{3}\sin\varphi_1=\sin\varphi_3, & (2)\\ \varphi_1+\varphi_2+\varphi_3=360^\circ. & (3)\end{cases}$$

ამოვხსნათ ეს სისტემა. ამისათვის (1) განტოლების მარცხენა და მარჯვენა მხარეები გავამრავლოთ $\cos\varphi_3$-ზე, ხოლო (2) განტოლების მარცხენა და მარჯვენა მხარეები — -ზე და შვკრიბოთ ისინი. მივიღებთ:

$$\sin\varphi_1\left(2\cos\varphi_3+\sqrt{3}\cos\varphi_2\right)=\sin\varphi_2\cos\varphi_3+\sin\varphi_3\cos\varphi_2,$$

ანუ

$$\sin\varphi_1\left(2\cos\varphi_3+\sqrt{3}\cos\varphi_2\right)=\sin\left(\varphi_2+\varphi_3\right).$$

(3)-ის გათვალისწინებით გვექნება

$$\sin\left(\varphi_2+\varphi_3\right)=\sin\left(360^\circ-\varphi_1\right)=-\sin\varphi_1,$$

ამიტომ მივიღებთ განტოლებას

$$\sin\varphi_1\left(2\cos\varphi_3+\sqrt{3}\cos\varphi_2\right)=-\sin\varphi_1,$$

$$\sin\varphi_1\neq 0\Rightarrow 2\cos\varphi_3+\sqrt{3}\cos\varphi_2=-1. \qquad (4)$$

(2)-ს თუ გავყოფთ (1)-ზე, მივიღებთ

$$\frac{\sin\varphi_3}{\sin\varphi_2}=\frac{\sqrt{3}}{2},$$ ანუ

$$\sqrt{3}\sin\varphi_2 - 2\sin\varphi_3 = 0. \qquad (5)$$

გავაერთიანოთ (4) და (5) განტოლებები ერთ სისტემაში

$$\begin{cases} \sqrt{3}\cos\varphi_2 + 2\cos\varphi_3 = -1, \\ \sqrt{3}\sin\varphi_2 - 2\sin\varphi_3 = 0. \end{cases}$$

თუ უკანასკნელი სისტემის ორივე განტოლებას კვადრატში ავიყვანთ და შევკრებთ, მივიღებთ

$$3\left(\cos^2\varphi_2 + \sin^2\varphi_2\right) + 4\sqrt{3}\cos\varphi_2 \cdot \cos\varphi_3 -$$

$$-4\sqrt{3}\sin\varphi_2 \sin\varphi_3 + 4\left(\cos^2\varphi_3 + \sin^2\varphi_3\right) = 1,$$

ანუ

$$3 + 4\sqrt{3}\left(\cos\varphi_2 \cdot \cos\varphi_3 - \sin\varphi_2 \sin\varphi_3\right) + 4 = 1,$$

ან რაც იგივეა

$$\cos\left(\varphi_2 + \varphi_3\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

არსებობს ამონახსნის ორი ვარიანტი:

$$1)\ \varphi_2 + \varphi_3 = 150^\circ;$$

$$2)\ \varphi_2 + \varphi_3 = 210^\circ.$$

პირველ ვარიანტში $\varphi_1 = 210°$, ანუ სამივე ფეხი y ღერძიდან ერთიდაიმავე მხარესაა მოთავსებული, რაც სინამდვილეში შეუძლებელია. შესაბამისად, დაგვრჩება მხოლოდ მეორე ვარიანტი —$\varphi_2 + \varphi_3 = 210° \Rightarrow$

$$\varphi_1 = 150°.$$

მაშინ (1)-დან მივიღებთ $sin\varphi_2 = 1 \Rightarrow$

$$\varphi_2 = 90°$$

(2)-დან $\Rightarrow$ $sin\varphi_3 = \sqrt{3}/3 \Rightarrow \varphi_3 = 60°$ ან $\varphi_3 = 120°$

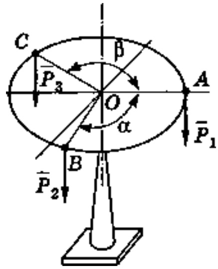
ჩვენ ავარჩევთ $\varphi_3 = 120°$, ეს იმიტომ, რომ

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 150^\circ + 90^\circ + 120^\circ = 360^\circ.$$

პასუხი: $\varphi_1 = 150^\circ;\ \varphi_2 = 90^\circ;\ \varphi_3 = 120^\circ.$

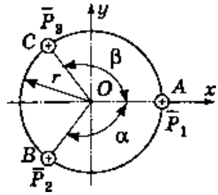
ამოცანა 8.11

მრგვალი ფირფიტა, რომლის წონასაც უგულებელვყოფთ, ჰორიზონტალურ მდგომარეობაში იყო გაწონასწორებული, ეყრდნობოდა რა ცენტრით O წვეტს. ფირფიტის გარე წრეწირზე მოათავსეს 1,5 ნ წონის P_1 ტვირთი, 1 ნ წონის P_2 ტვირთი და 2 ნ წონის P_3 ტვირთი, ისე რომ ფირფიტის წონასწორობა არ დარღვეულა. იპოვეთ α და β კუთხეები.



ამოხსნა

α და β კუთხეების საპოვნელად (იხ. ნახაზი) საკმარისია შევადგინოთ წონასწორობის ორი განტოლება (ძალთა მომენტებისთვის x და y ღერძების მიმართ):



$$\begin{cases} -P_3 r\cos\left(\beta-90^\circ\right)+P_2 r\cos\left(\alpha-90^\circ\right)=0, \\ P_1 r-P_3 r\sin\left(\beta-90^\circ\right)-P_2 r\sin\left(\alpha-90^\circ\right)=0. \end{cases}$$

შენიშვნა. პირობითი ნიშანი ⊕ აღნიშნავს იმას, რომ $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3$ ძალები ნახაზის სიბრტყის პერპენდიკულარილია და მიმართულია ჩვენგან.

ჩავსვათ ძალების P_1, P_2, P_3 მნიშვნელობები სისტემაში და გამარტივების შემდეგ მივიღებთ

$$\begin{cases} -2\sin\beta+\sin\alpha=0, \\ 4\cos\beta+2\cos\alpha=-3. \end{cases}$$

უკანასკნელი სისტემის პირველი განტოლებიდან გვექნება

$$\sin^2\alpha=4\sin^2\beta;$$

ხოლო მეორედან —

$$\cos^2\alpha=\frac{\left(3+4\cos\beta\right)^2}{4}.$$

შევკრიბოთ ეს ორი განტოლება. ვინაიდან $sin^2\alpha+cos^2\alpha=1$, ამიტომ მივიღებთ

$$4\sin^2\beta + \frac{9+24\cos\beta+16\cos^2\beta}{4} = 1$$

$$4 = 16\sin^2\beta + 9 + 24\cos\beta + 16\cos^2\beta.$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ $16sin^2\beta + 16cos^2\beta = 16$ და მსგავს წევრებს დავიყვანთ, მაშინ მივიღებთ

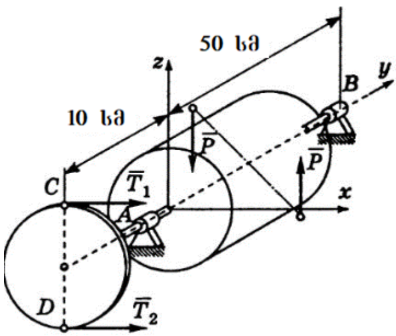
$$0 = 21 + 24\cos\beta \Rightarrow \cos\beta = \frac{7}{8},\ \beta = 151^\circ;$$

$$\cos\alpha = \frac{-3-4\cos\alpha}{2} = \frac{1}{4},\ \alpha = 75^\circ 30'.$$

პასუხი: $\alpha = 75°30'; \beta = 151°$.

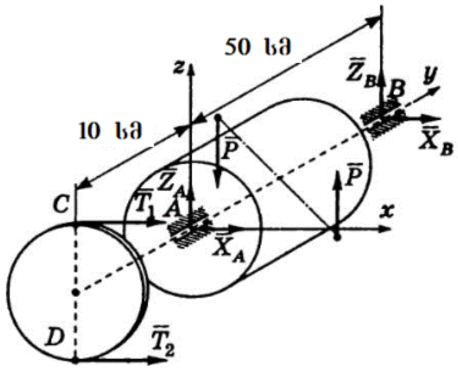
ამოცანა 8.12

დინამო-მანქანის ღვედიანი CD შკივის რადიუსია 10 სმ; AB ლილვის ზომები ნახაზზეა მითითებული. ღვედის ზედა წამყვანი განშტოების დაჭიმულობაა $T_1 = 100$ ნ, ხოლო ქვედა ამყოლი განშტოების — $T_2 = 50$ ნ. უგულებელყავით მანქანის ნაწილების წონა და იპოვეთ მაბრუნებელი მომენტი M, აგრეთვე A და B საკისრების რეაქციები; $(\vec{P}, \vec{P})$ — წინააღმდეგობის ძალებით შედგენილი წყვილძალაა.



ამოხსნა

გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი აქტიური ძალები. შევცვალოთ ბმები მათი რეაქციებით და ასე განვთავისუფლდეთ ამ ბმებისგან, ხოლო შემდგომ ძალთა მოცემული სისტემისთვის შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (ძალთა ღერძებზე პროექციებისთვის და ღერძების მიმართ მომენტებისთვის):



$$\begin{cases} X_A + X_B + T_1 + T_2 = 0, \\ 0 = 0, \qquad \text{იგივურად სრულდება} \\ Z_A + Z_B = 0, \\ Z_B \cdot 0,5 = 0, \\ T_1 \cdot 0,1 - T_2 \cdot 0,1 - M = 0, \\ -X_B \cdot 0,5 + T_1 \cdot 0,1 + T_2 \cdot 0,1 = 0. \end{cases}$$

თუ ამ სისტემას ამოვხსნით მივიღებთ:

$$Z_A = Z_B = 0;$$

$$M = (T_1 - T_2) \cdot 0,1 = (100 - 50) \cdot 0,1 = 5\,\text{ნ} \cdot \text{მ};$$

$$X_B = \frac{(T_1 + T_2) \cdot 0,1}{0,5} = \frac{150}{5} = 30\,\text{ნ};$$

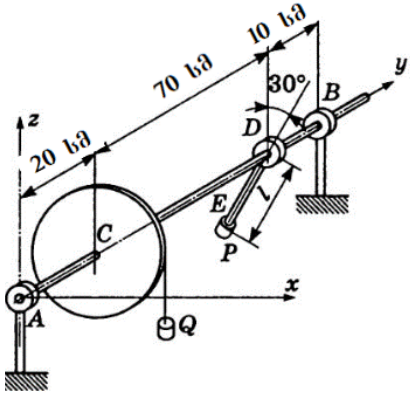
$$X_A = -(T_1 + T_2 + X_B) = -180\,\text{ნ}.$$

პასუხი:. $M = 5\,\text{ნ} \cdot \text{მ}$; $X_A = -180\,\text{ნ}$; $X_B = 30\,\text{ნ}$; $Z_A = Z_B = 0.$

ამოცანა 8.13

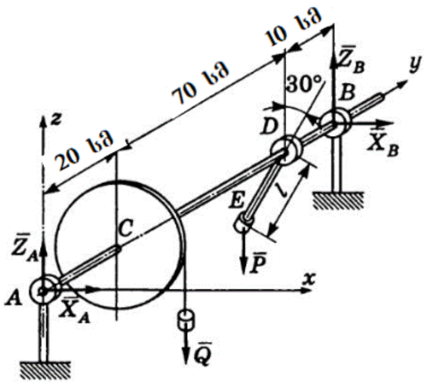
A და B საკისრებით ჰორიზონტალურად დამაგრებულ ლილვზე მოქმედებს: ერთის მხრივ ისეთი სხეულის $Q = 250$ ნ

წონა, რომელიც 20 სმ რადიუსის მქონე C შკივზე გვარლის საშუალებით არის მიბმული, ხოლო მეორეს მხრივ — ისეთი სხეულის P = 1 კნ წონა, რომელიც AB ლილვზე მართი კუთხით უძრავად მიმაგრებულ DE ღეროზეა ჩამოცმული. მოცემულია მანძილები: $AC = 20$ სმ, $CD = 70$ სმ, $BD = 10$ სმ. წონასწორობის მდგომარეობაში DE ღერო ვერტიკალიდან 30° კუთხით არის გადახრილი. იპოვეთ l მანძილი P სხეულის სიმძიმის ცენტრიდან ლილვის AB ღერძამდე და აგრეთვე A და B საკისრების რეაქციები.



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი აქტიური ძალები. შევცვალოთ ბმები მათი რეაქციებით და ასე განვთავისუფლდეთ ამ ბმებისგან. ძალთა მოცემული სისტემისთვის შევადგინოთ ლილვის წონასწორობის განტოლებები (ღერძებზე პროექციებში და მომენტებისთვის ღერძების მიმართ):



$$\begin{cases} X_A + X_B = 0, \\ 0 = 0, \quad \text{იგივურად სრულდება} \\ Z_A + Z_B - Q - P = 0, \\ -Q \cdot 20 - P \cdot 90 + Z_B \cdot 100 = 0, \\ Q \cdot r - P \cdot l \cdot \sin 30^\circ = 0, \\ -X_B \cdot 80 = 0. \end{cases}$$

თუ ამ სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ:

$$Z_B = \frac{1}{100}\left(Q20 + P90\right) = \frac{1}{100}\left(250 \cdot 20 + 1000 \cdot 90\right) = 50 + 900 = 950$$

ნ;

$$Z_A = Q + P - Z_B = 250 + 1000 - 950 = 300 \text{ ნ};$$

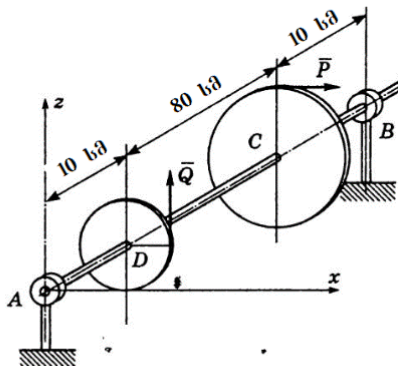
$$l = \frac{Q \cdot r}{P \sin 30^\circ} = \frac{250 \cdot 200}{1000 \cdot 0,5} = 10 \text{ სმ};$$

$$X_A = X_B = 0,$$

პასუხი: $l = 10$ სმ; $Z_A = 300$ ნ; $X_B = 950$ ნ; $X_A = X_B = 0$.

ამოცანა 8.14

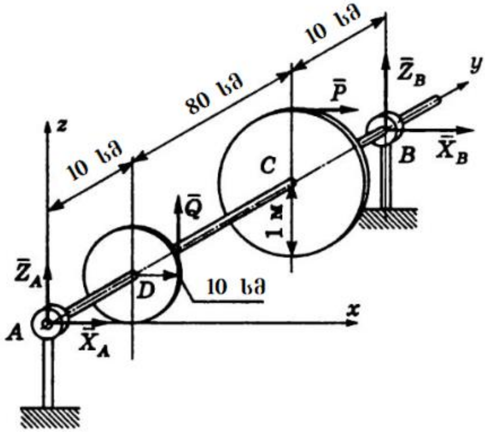
ჰორიზონტალურ AB ლილვზე ჩაჯენილია 1 მ რადიუსის მქონე კბილებიანი C ბორბალი და 10 სმ რადიუსის მქონე D კბილანა. სხვა ზომები მითითებულია ნახაზზე. C ბორბალზე მხების მიმართულებით მოდებულია ჰორიზონტალური P = 100 ნ ძალვა. ასევე მხების მიმართულებით D კბილანაზე მოდებულია ვერტიკალური Q ძალა. იპოვეთ Q ძალა, აგრეთვე A და B საკისრების რეაქციები წონასწორობის მდგომარეობის შემთხვევაში.



ამოხსნა

გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი აქტიური ძალები. შევცვალოთ ბმები მათი რეაქციებით და ასე განვთავისუფლდეთ ამ ბმებისგან. ძალთა მოცემული სისტემისთვის შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (ღერძებზე პროექციებში და მომენტებისთვის x, y, z ღერძების მიმართ):

$$\begin{cases} X_A + X_B + P = 0, \\ 0 = 0 \text{ (იგივურად სრულდება)}, \\ Z_A + Z_B + Q = 0, \\ Q \cdot AD + Z_B \cdot AB = 0, \\ Q \cdot 0{,}1 + P \cdot 1 = 0, \\ -X_B \cdot AB - P \cdot AC = 0. \end{cases}$$



სისტემის ამოხსნით მივიღებთ

$$Q = \frac{100 \cdot 1}{0{,}1} = 1000 \text{ ნ} = 1 \text{ კნ}$$

$$Z_B = \frac{Q \cdot AD}{AB} = -\frac{1000 \cdot 0{,}1}{1} = -100 \text{ ნ},$$

$$X_B = \frac{P \cdot AC}{AB} = -\frac{100 \cdot 0{,}9}{1} = -90 \text{ ნ},$$

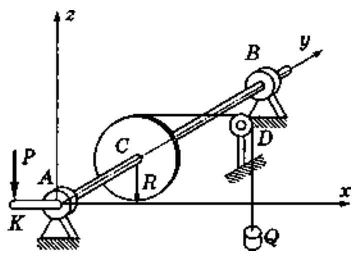
$$X_A = -P - X_B = -100 + 90 = -10 \text{ ნ},$$

$$Z_A = -Q - Z_B = -1000 + 100 = -900 \text{ ნ},$$

პასუხი: $Q = 1$ კნ; $X_A = -10$ ნ; $X_B = -90$ ნ; $Z_A = -900$ ნ;. $Z_B = -100$ ნ.

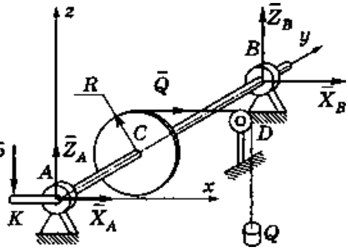
ამოცანა 8.15

მუშა იჭერს Q = 800 ნ ტვირთს ჯალამბარის საშუალებით ისე, როგორც ეს სქემატურად ნახაზზეა გამოსახული; დოლურის რადიუსია R = 5 სმ; AK სახელურის სიგრძე 40 სმ-ის ტოლია. AC = CB = 50 სმ. იპოვეთ P დაწოლა სახელურზე და ჯალამბარის ღერძის დაწოლა A და B საყრდენებზე



ჯალამბარის ისეთი მდგომარეობისას, როცა AK სახელური ჰორიზონტალურია; P ძალა ვერტიკალურია.

ა მ ო ხ ს ნ ა



გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი აქტიური ძალები. შევცვალოთ ბმები მათი რეაქციებით და ასე განვთავისუფლდეთ ამ ბმებისგან. ძალთა მოცემული სისტემისთვის შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (x, z ღერძებზე პროექციებში და მომენტებისთვის x, y, z ღერძების მიმართ):

$$\begin{cases} X_A + X_B + Q = 0, \\ Z_A + Z_B - P = 0, \\ -Z_B \cdot AB = 0, \\ -P \cdot AK + Q \cdot R = 0, \\ -Q \cdot AC - X_B \cdot AB = 0. \end{cases}$$

შესაბამისად,

$$Z_B = 0;$$

$$P = \frac{Q \cdot R}{AK} = \frac{800 \cdot 0,05}{0,4} = 100 \text{ ნ};$$

$$X_B = -\frac{Q \cdot AC}{AB} = -\frac{800 \cdot 0,5}{1} = -400 \text{ ნ};$$

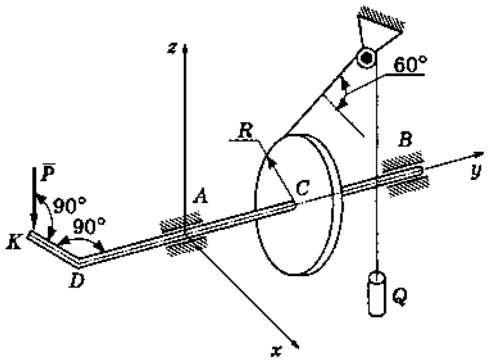
$$X_A = -Q - X_B = -800 + 400 = -400 \text{ ნ};$$

$$Z_A = P - Z_B = -100 \text{ ნ}.$$

პ ა ს უ ხ ი: $P = 100$ ნ; $X_A = -400$ ნ; $Z_A = -100$ ნ; $X_B = -400$ ნ; $Z_B = 0$.

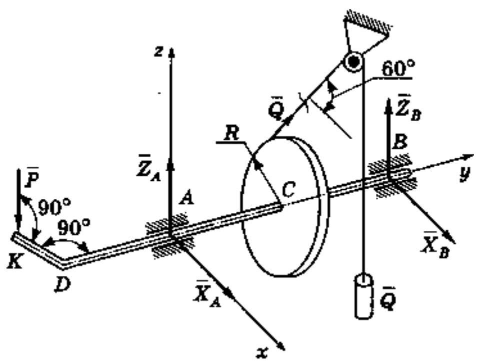
ამოცანა 8.16

ნახაზზე სქემატურად გამოსახული ჯალამბარი იჭერს Q = 1 კნ ტვირთს. დოლურის რადიუსია R = 5 სმ. KD სახელურის სიგრძე არის 40 სმ; AD = 30 სმ; CA = 40 სმ; C = 60 სმ. თოკი დოლურიდან გამოდის ჰორიზონტისადმი 60° კუთხით დახრილი მხების გასწვრივ. იპოვეთ სახელურზე P დაწოლა და A, *B* საყრდენების რეაქციები ჯალამბარის ისეთი მდგომარეობის დროს, როცა KD სახელური ჰორიზონტალურია.



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი აქტიური ძალები. შევცვალოთ ბმები მათი რააქციებით და ასე განვთავისუფლდეთ ამ ბმებისგან.



ძალთა მოცემული სისტემისთვის შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (ღერძებზე პროექციებში x, z და მომენტებისთვის x, y, z ღერძების მიმართ):

$$\begin{cases} X_A + X_B + Q\cos 60^\circ = 0, \\ Z_A + Z_B - P + Q\cos 30^\circ = 0, \\ P \cdot AD + Z_{\cdot B} AB + Q \cdot \cos 30^\circ \cdot AC = 0, \\ -P \cdot KD + Q \cdot R = 0, \\ -X_B \cdot AB - Q \cdot \cos 60^\circ \cdot AC = 0. \end{cases}$$

ამ სისტემის ამოხსნის შედეგად მივიღებთ

$$P = \frac{Q \cdot R}{KD} = \frac{1000 \cdot 0,05}{0,4} = 125 \text{ ნ};$$

$$X_B = \frac{Q\cos 60^\circ \cdot AC}{AB} = \frac{1000 \cdot 0,5 \cdot 0,4}{AB} = -200 \text{ ნ};$$

$$X_A = -Q\cos 60^\circ - X_B = -1000 \cdot 0,5 + 200 = -300 \text{ ნ};$$

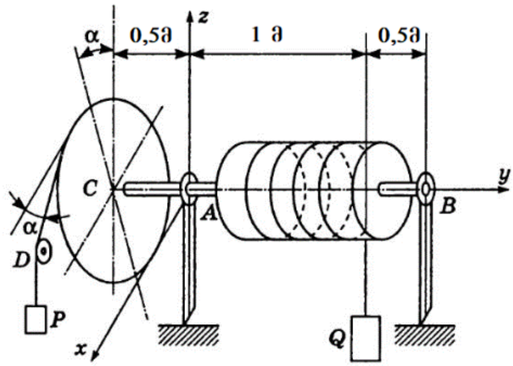
$$Z_B = \frac{P \cdot AD + Q\cos 30^\circ \cdot AC}{AB} = \frac{125 \cdot 0,3 + 1000 \cdot 0,866 \cdot 0,4}{1} = 384 \text{ ნ};$$

$$Z_A = P - Z_B - Q\cos 30^\circ = 125 + 384 - 866 = -357 \text{ ნ}.$$

პასუხი: $P = 125$ ნ; $X_A = -300$ ნ; $Z_A = -357$ ნ; $X_B = -200$ ნ; $Z_B = 304$ ნ.

ამოცანა 8.17

ჯალამბარის AB ლილვზე დახვეულ თოკზე ჩამოკიდებულია Q ტვირთი. ლილვზე უძრავად ჩამოცმული C ბორბლის რადიუსი ექვსჯერ აღემატება ლილვის რადიუსს; დანარჩენი ზომები ნახაზზეა მითითებული. 60 ნ წონის მქონე P ტვირთით დაჭიმული და ბორბალზე დახვეული თოკი ბორბლიდან გამოდის ჰორიზონტისადმი $\alpha = 30°$ კუთხით დახრილი მხების გასწვრივ. იპოვეთ Q ტვირთის ისეთი წონა, რომლის დროსაც ჯალამბარი წონასწორობაში დარჩება. იპოვეთ აგრეთვე A და B საკისრების რეაქციები. ლილვის წონა და D ბლოკზე ხახუნი უგულებელყავით.



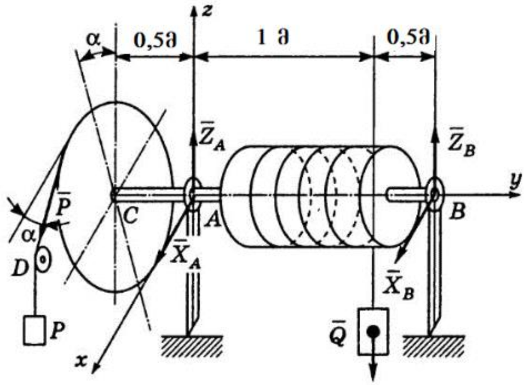
ამოხსნა

გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი აქტიური ძალები, ამასთან შევცვალოთ ბმები მათი რეაქციებით და ასე განვთავისუფლდეთ ამ ბმებისგან. ძალთა მოცემული სისტემისთვის შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (x, z ღერძებზე პროექციებში და x, y, z ღერძების მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} X_A + X_B + P\cos 30^\circ = 0, \\ Z_A + Z_B - Q - P\sin 30^\circ = 0, \\ -Q\cdot 1 + Z_{.B}\cdot 1{,}5 + P\cdot \mathrm{sins}\,30^\circ \cdot 0{,}5 = 0, \\ P\cdot 6r - Q\cdot r = 0, \\ -X_B\cdot 1{,}5 + P\cdot\cos 30^\circ\cdot 0{,}5 = 0, \end{cases}$$

აქ r — ლილვის რადიუსია.

ამ სისტემის ამოხსნის შედეგად მივიღებთ



$$Q = \frac{P \cdot 6r}{r} = 60 \cdot 6 = 360 \text{ ნ};$$

$$X_B = \frac{P \cdot \cos 30^\circ \cdot 0,5}{1,5} = \frac{60 \cdot 0,866 \cdot 0,5}{1,5} = 17,3 \text{ ნ};$$

$$X_A = X_B - P\cos 30^\circ = 17,3 - 60 \cdot 0,866 = -69,3 \text{ ნ};$$

$$Z_B = \frac{Q \cdot 1 - P\sin 30^\circ \cdot 0,5}{1,5} = \frac{360 - 60 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,5}{1,5} = 230 \text{ ნ};$$

$$Z_A = Q + P\sin 30^\circ - Z_B = 360 + 60 \cdot 0,5 - 230 = 160 \text{ ნ}.$$

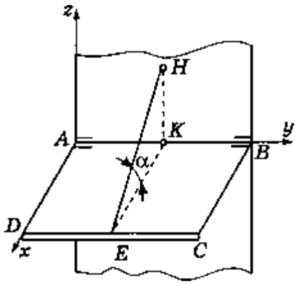
პასუხი: $Q = 360$ ნ; $X_A = -69,3$ ნ; $Z_A = 160$ ნ; $X_B = 17,3$ ნ;

$Z_B = 230$ ნ;

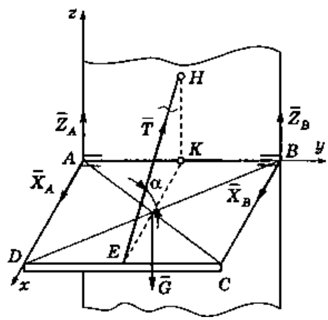
ამოცანა 8.18

G წონის მქონე ერთგვარივანი მართკუთხა ABCD თაროს ჰორიზონტალურ მდგომარეობაში იჭერს ისეთი EH ტროსი, რომელიც თაროს სიბრტყესთან α კუთხეს ადგენს. იპოვეთ ტროსის T დაჭიმულობა (ტროსის წონა უგულებელყავით) და აგრეთვე A და B ანჯამების რეაქციები, თუ AK = KB = DE = EC და HK მონაკვეთი AB წრფის მართობულია.

ა მ ო ხ ს ნ ა



გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი აქტიური ძალები, ამასთან შევცვალოთ ბმები მათი რეაქციებით და ასე განვთავისუფლდეთ ამ ბმებისგან. ძალთა მოცემული სისტემისთვის შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (x, z ღერძებზე პროექციებში და მომენტებისთვის x, y, z ღერძების მიმართ):



$$\begin{cases} X_A + X_B - T\cos\alpha = 0, \\ Z_A + Z_B - G + T\sin\alpha = 0, \\ -G\cdot\dfrac{AB}{2} + T\cdot\sin\alpha\cdot\dfrac{AB}{2} + Z_{.B}AB = 0, \\ G\cdot\dfrac{CB}{2} - T\cdot\sin\alpha\cdot CB = 0, \\ -X_B\cdot AB + T\cdot\cos\alpha\cdot\dfrac{AB}{2} = 0. \end{cases}$$

ამ სისტემის ამოხსნის შედეგად მივიღებთ

$$T = \frac{G}{2\sin\alpha};$$

$$X_B = \frac{T\cos\alpha}{2} = \frac{G\cos\alpha}{4\sin\alpha} = \frac{G\cdot ctg\alpha}{4};$$

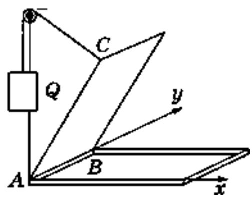
$$z_B=\frac{G}{2}-\frac{T\sin\alpha}{2}=\frac{G}{2}-\frac{G\sin\alpha}{2\cdot 2\sin\alpha}=\frac{G}{4};$$

$$X_A=T\cos\alpha-X_B=\frac{G\cos\alpha}{2\sin\alpha}-\frac{G\cdot ctg\alpha}{4}=\frac{G\cdot ctg\alpha}{4};$$

$$Z_A=G-Z_B-T\sin\alpha=G-\frac{G}{4}-\frac{G\sin\alpha}{2\sin\alpha}=\frac{G}{4}.$$

პასუხი: $T=\dfrac{G}{2\sin\alpha};\ X_A=X_B=\dfrac{G}{4}ctg\alpha;\ Z_A=Z_B=\dfrac{G}{4}.$

ამოცანა 8.19



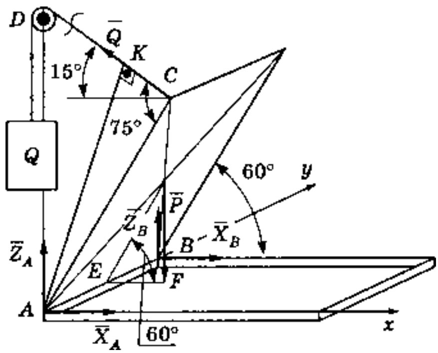
P = 400 ნ წონის მქონე ერთგვაროვანი მართკუთხა თავსახური ჰორიზონტისადმი 60° კუთხით გაღებულ მდგომარეობაში რჩება Q საპირწონის საშუალებით. უგულებელყავით D ბლოკზე ხახუნი და იპოვეთ Q წონა და აგრეთვე A და *B* სახსრების რეაქციები, თუ D ბლოკი A წერტილიდან აღმართულ ვერტიკალზეა დამაგრებული და AD = AC.

ამოხსნა

გეომეტრიული მოსაზრებებიდან გამომდინარე გვაქვს: ADC სამკუთხედი ტოლფერდაა, ∠DAC = 90° − 60° = 30°, შესაბამისად, DC ფუძეზე შექმნილი კუთხეები 75°-ის ტოლი იქნება.

$$EF=\frac{AC}{2}\cos 60^\circ,\ AK=AC\cdot\sin 75^\circ.$$

გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი აქტიური ძალები, ამასთან შევცვალოთ ბმები მათი რეაქციებით და ასე განვთავისუფლდეთ ამ ბმებისგან. ძალთა მოცემული სისტემისთვის შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (x, z ღერძებზე პროექციებში და მომენტებისთვის x, y, z ღერძების მიმართ):



$$\begin{cases} X_A + X_B - Q\cos 15^\circ = 0, \\ Z_A + Z_B - P + Q\cos 75^\circ = 0, \\ -P \cdot \dfrac{AB}{2} + Z_{\cdot B} \cdot AB = 0, \\ -Q \cdot AK + P \cdot EF = 0, \\ -X_B \cdot AB = 0, \end{cases}$$

ამოვხსნათ ეს სისტემა, მივიღებთ:

$$Z_B = \frac{P}{2} = 200 \text{ ნ;}$$

$$Q = \frac{P \cdot EF}{AK} = \frac{400 \cdot \frac{1}{4}}{\sin 75^\circ} = \frac{100}{\sin 75^\circ} = \frac{100}{0{,}98} = 104 \text{ ნ}$$

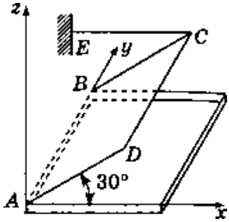
$$X_B = 0;$$

$$X_A = Q\cos 15^\circ - X_B = 104 \cdot 0{,}98 = 100 \text{ ნ;}$$

$$Z_A = P - Q\cos 75^\circ - Z_B = 400 - 104 \cdot 0{,}15 - 200 = 173 \text{ ნ.}$$

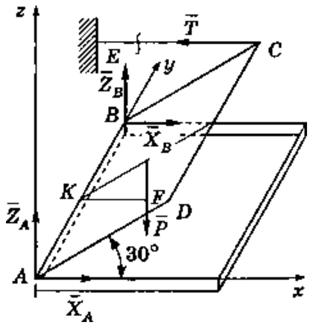
პასუხი: $Q = 104$ ნ; $X_A = 100$ ნ; $Z_A = 173$ ნ; $X_B = 0$; $Z_B = 200$ ნ;

ამოცანა 8.20



ABCD ყუთის ერთგვაროვან მართკუთხა თავსახურს შეუძლია ბრუნვა A და *B* ანჯამებზე გამავალ AB ჰორიზონტალური ღერძის გარშემო. Ax ღერძის პარალელური CE ჰორიზონტალური თოკი თავსახურს იჭერს ∠DAx = 30° კუთხით. იპოვეთ რეაქციები ანჯამებში, თუ თავსახურის წონა არის 20 ნ.

ა მ ო ხ ს ნ ა



გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი აქტიური ძალები, ამასთან შევცვალოთ ბმები მათი რეაქციებით და ასე განვთავისუფლდეთ ამ ბმებისგან. ძალთა მოცემული სისტემისთვის შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები x, z ღერძებზე პროექციებში და მომენტებისთვის x, y, z ღერძების მიმართ

$$\begin{cases} X_A + X_B - T = 0, \\ Z_A + Z_B - P = 0, \\ -P \cdot \dfrac{AB}{2} + Z_B \cdot AB = 0, \\ -P \cdot KF - T \cdot BC \sin 30^\circ = 0, \\ -X_B \cdot AB + T \cdot AB = 0 \end{cases} .$$

ამ სისტემის ამოხსნის შედეგად მივიღებთ

$$Z_B = \frac{P}{2} = 10 \text{ ნ};$$

$$T = \frac{P \cdot KF}{BC \sin 30^\circ} = \frac{20 \cdot BC \cdot 0,5 \cdot \cos 30^\circ}{BC \sin 30^\circ} = \frac{10 \cdot 0,866}{0,5} = 17,3 \text{ ნ};$$

$$X_B = T = 17,3 \text{ ნ};$$

$$X_A = T - X_B = 0;$$

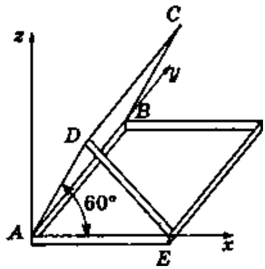
$$Z_A = P - Z_B = 20 - 10 = 10 \text{ ნ.}$$

პასუხი: $X_A = 0;\quad Z_A = 10$ ნ. $X_B = 17,3$ ნ; $Z_B = 10$ ნ.

ამოცანა 8.21

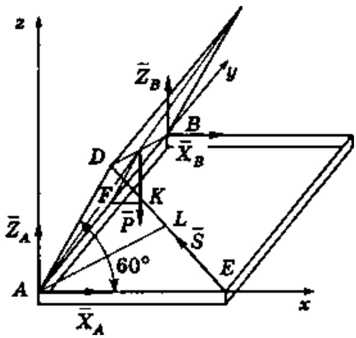
ABCD ყუთის მართკუთხა თავსახური ერთი მხრიდან გამყარებულია DE ჯოხით. თავსახურის წონაა 120 ნ; $AD = AE$; $\angle DAE = 60°$. იპოვეთ A და B სახსრების რეაქციები და აგრეთვე ჯოხში S ძალვა. ჯოხის წონა უგულებელყავით.

ამოხსნა



გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი აქტიური ძალები, ამასთან შევცვალოთ ბმები მათი რეაქციებით და ასე განვთავისუფლდეთ ამ ბმებისგან. ძალთა მოცემული სისტემისთვის შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები (x, z ღერძებზე პროექციებში და x, y, z ღერძების მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} X_A + X_B - S\cos 60^\circ = 0, \\ Z_A + Z_B - P + S\sin 60^\circ = 0, \\ Z_A \cdot AB - P\cdot\dfrac{AB}{2} = 0, \\ -P\cdot KF - S\cdot AL = 0, \\ -X_B\cdot AB = 0. \end{cases}$$



გეომეტრიული მოსაზრებებიდან გამომდინარე ვიპოვით:

$$KF = \frac{AD}{2}\cos 60^\circ;\; AL = AD\cos 30^\circ.$$

ამ სისტემის ამოხსნის შედეგად მივიღებთ

$$Z_B = \frac{P}{2} = 60 \text{ ნ;}$$

$$S = \frac{P \cdot KF}{AL} = \frac{P\cos 60^\circ}{2\cos 30^\circ} = \frac{120 \cdot 0,5}{2 \cdot 0,866} = 34,5 \text{ ნ};$$

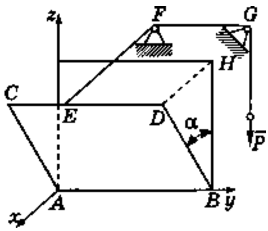
$$X_B = 0;$$

$$X_A = S\cos 30^\circ = 17,3 \text{ ნ};$$

$$Z_A = P - S\sin 60^\circ - Z_B = 120 - 34,5 \cdot 0,8666 - 60 = 30 \text{ ნ}.$$

პასუხი: $X_A = 17,3$ ნ; $Z_A = 30$ ნ; $X_B = 0$; $Z_B = 60$ ნ;
$S = 34,5$ ნ.

ამოცანა 8.22



Q = 100 ნ წონის მქონე ABDC ფანჯრის ზედა სარკმელი გაღებულია $\alpha = 60°$ კუთხით. მოცემულია: BD = BH; CE = ED; *EF* თოკი DH წრფის პარალელურია. იპოვეთ სარკმლის წონასწორობის მდგომარეობაში დასაჭერად აუცილებელი P ძალვა და აგრეთვე A და *B* ანჯამების რეაქციები.

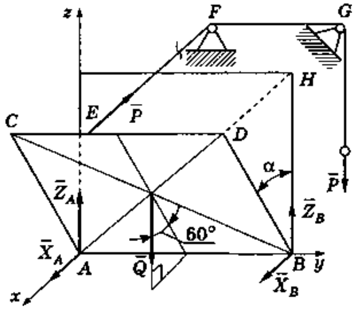
ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი აქტიური ძალები, ამასთან შევცვალოთ ბმები მათი რეაქციებით და ასე განვთავისუფლდეთ ამ ბმებისგან. ძალთა მოცემული სისტემისთვის შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები:

$$\begin{cases} X_A + X_B - P\cos 30^\circ = 0, \\ 0 = 0 \qquad \text{(იგივურად სრულდება)}, \\ Z_A + Z_B - Q + P\sin 30^\circ = 0, \\ -Q\dfrac{CD}{2} + Z_B \cdot CD + P\sin 30^\circ \cdot \dfrac{CD}{2} = 0,\cdot \\ Q \cdot \dfrac{DB}{2}\cos 30^\circ - P \cdot DB\cos 30^\circ = 0, \\ P\cos 30^\circ CE - X_B \cdot AB = 0. \end{cases}$$

შევნიშნოთ, რომ $CE=AB/2$ და ამოვხსნათ სისტემა

$$P=\frac{Q}{2}=50\text{ ნ};$$



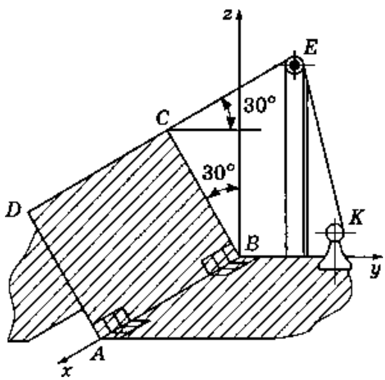
$$X_B=\frac{P\cos 30^\circ}{2}=\frac{50\cdot 0,866}{2}=21,7\text{ ნ};$$

$$X_A=P\cos 30^\circ-X_B=Z_B=\frac{Q}{2}+\frac{P\cos 30^\circ}{2}=\frac{100}{2}-\frac{50}{4}=37,5\text{ ნ};$$

პასუხი: $P=50$ ნ, $X_A=X_B\approx 21,7$ ნ; $Z_A=Z_B=37,5$ ნ.

ამოცანა 8.23

ABCD ხიდის 15 კნ წონის მქონე ასაკეცი ნაწილი აწეულია E ბლოკზე და K ჯალამბარზე გადაკიდებული CE ჯაჭვის საშუალებით. E წერტილი მდებარეობს CBy ვერტიკალურ სიბრტყეში. იპოვეთ ნახაზზე გამოსახული მდგომარეობისთვის CE ჯაჭვის დაჭიმულობა და აგრეთვე რეაქციები A და B წერტილებში. ასაკეცი ნაწილის სიმძიმის ცენტრი ემთხვევა ABCD მართკუთხედის ცენტრს.



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი აქტიური ძალები, ამასთან შევცვალოთ ბმები მათი რეაქციებით და ასე განვთავისუფლდეთ ამ ბმებისგან. ძალთა მოცემული სისტემისთვის შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები არჩეულ კოორდინატთა სისტემაში:

$$\begin{cases} 0=0 \ \ (\text{იგივურად სრულდება}), \\ Y_A+Y_B+T\cos 30^\circ=0. \\ Z_A+Z_B-P+T\sin 30^\circ=0, \\ P\dfrac{AD}{2}\cos 60^\circ-T\cos 30^\circ\cdot AD\cos 30^\circ-T\cos 60^\circ\cdot AD\sin 30^\circ=0, \\ -Z_A\cdot AB+P\dfrac{AB}{2}=0, \\ Y_A\cdot AB=0. \end{cases}$$

ამ სისტემის ამოხსნის შედეგად მივიღებთ

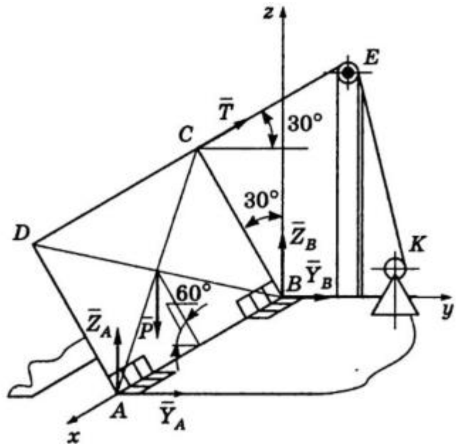
$$T=\frac{\dfrac{P}{2}\cos 60^\circ}{\cos 30^\circ-\cos 60^\circ}=\frac{15}{4\left(\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{4}\right)}=\frac{15}{4}=3,75 \text{ კნ};$$

$$Z_A=\frac{P}{2}=\frac{15}{2}=7,5 \text{ კნ};$$

$$Y_A=0;$$

$$Y_B=-T\cos 30^\circ-Y_A=-3,75\cdot 0,866-0=-3,25 \text{ კნ};$$

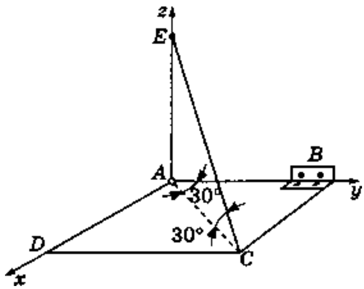
$$Z_B=P-T\sin 30^\circ-Z_A=15-3,75\cdot 0,5-7,5=5,625 \text{ კნ}.$$



პასუხი: $T = 3{,}75$ კნ; $Y_A = 0;$ $Z_A = 7{,}5$ კნ; $Y_B = 3{,}25$ კნ; $Z_B = 5{,}625$ კნ.

ამოცანა 8.24

200 ნ წონის ერთგვაროვანი მართკუთხა ჩარჩო კედელზე მიმაგრებულია A სფერული სახსრით და B ანჯამით და ჰორიზონტალურ მდგომარეობაში დაჭერილია ისეთი CE თოკით, რომელიც მიბმულია ჩარჩოს C წერტილზე და A წერტილიდან აღმართულ ვერტიკალზე ჩაჭედებულ E ლურსმანზე, ამასთან, $\angle ECA = \angle BAC = 30°$. იპოვეთ თოკის დაჭიმულობა და საყრდენების რეაქციები.

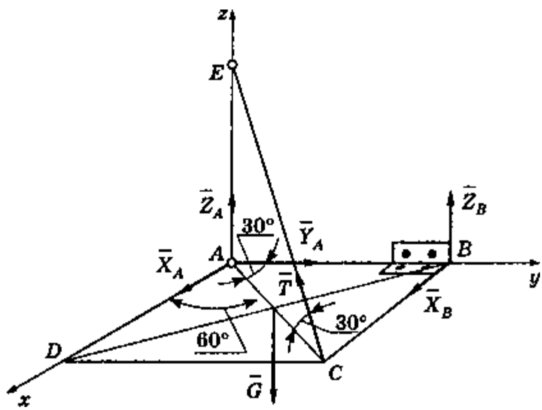


ამოხსნა

გამოვსახოთ ნახაზზე ჩარჩოზე მოქმედი აქტიური ძალები, ამასთან შევცვალოთ ბმები მათი რეაქციებით და ასე განვთავისუფლდეთ ამ ბმებისგან. ძალთა მოცემული

სისტემისთვის შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები არჩეულ კოორდინატთა სისტემაში:

$$\begin{cases} X_A + X_B - T\cos 30^\circ \cos 60^\circ = 0, \\ Y_A - T\cos 30^\circ \cos 30^\circ = 0, \\ Z_A + Z_B - G + T\sin 60^\circ = 0, \\ -G\dfrac{DC}{2} + Z_B \cdot DC + T\cos 60^\circ \cdot DC = 0, \\ G \cdot \dfrac{AD}{2} - T\cos 60^\circ \cdot AD = 0, \\ X_B \cdot AB = 0. \end{cases}$$



ამ სისტემის ამოხსნის შედეგად მივიღებთ

$$X_B = 0;$$

$$T = \frac{G}{2\cos 60^\circ} = \frac{200}{2 \cdot 0,5} = 200 \text{ ნ};$$

$$X_A = T\cos 60^\circ \cos 30^\circ - X_B = 200\frac{1}{2} \cdot 0,866 - 0 = 86,6 \text{ ნ};$$

$$Y_A = T\cos^2 30^\circ = 200 \cdot \frac{3}{4} = 150 \text{ ნ};$$

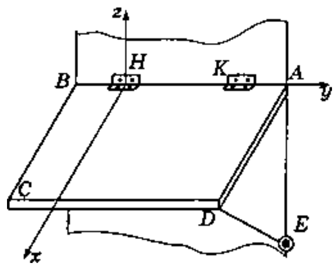
$$Z_B = -T\cos 60^\circ + \frac{G}{2} = -200 \cdot \frac{1}{2} + \frac{200}{2} = 0 \;;$$

$$Z_A = G - T\sin 60^\circ = 200 - \frac{200}{2} = 100 \text{ ნ};$$

პასუხი: $T = 200$ ნ; $X_A = 86{,}6$ ნ; $Y_A = 150$ ნ; $Z_A = 100$ ნ;

$X_B = Z_B = 0.$

ამოცანა 8.25



ვაგონის ABCD თაროს, რომელსაც შეუძლია A ღერძის გარშემო ბრუნვა, ჰორიზონტალურ მდგომარეობაში ამაგრებს ისეთი ED ღერო, რომელიც მიმაგრებულია ვერტიკალურ BAE კედელზე E სახსარის საშუალებით. თაროს და მასზე დადებული P ტვირთის საერთო წონაა 800 ნ და მოდებულია ABCD მართკუთხედის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილში. ცნობილია ზომები: $AB =$ 150 სმ; $AD =$ 60 სმ; $AK = BH =$ 25 სმ. ღეროს სიგრძეა ED = 75 სმ. უგულებელყავით ED ღეროს წონა და იპოვეთ S ძალვა ამ ღეროში. იპოვეთ, აგრეთვე K და H ანჯამების რეაქციები.

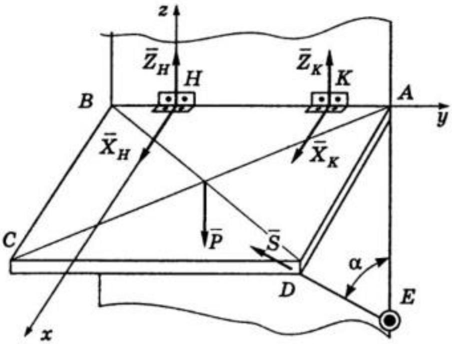
ამოხსნა

გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი აქტიური ძალები, ამასთან, შევცვალოთ ბმები მათი რეაქციებით და ასე განვთავისუფლდეთ ამ ბმებისაგან.

ADE სამკუთხედიდან ვიპოვით:

$$\cos\alpha = \frac{AE}{DE} = \frac{\sqrt{DE^2 - AD^2}}{DE} = \frac{3}{5};$$

$$\sin\alpha = \frac{DA}{DE} = \frac{60}{75} = \frac{4}{5}.$$



შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები ძალთა მოცემული სისტემისათვის (x, z ღერძებზე პროექციებისათვის და მომენტებისთვის x, y, z ღერძების მიმართ):

$$\begin{cases} X_H + X_K + S\sin\alpha = 0, \\ Z_H + Z_K - P + S\cos\alpha = 0, \\ -P\left(\dfrac{AB-2BH}{2}\right) + Z_K\left(AB-2AK\right) + S\cos\alpha\left(AB-AK\right) = 0, \\ P\cdot\dfrac{AD}{2} - S\cos\alpha\cdot AD = 0, \\ -X_K\left(AB-2AK\right) - S\sin\alpha\left(AB-AK\right) = 0. \end{cases}$$

თუ მიღებულ სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ:

$$S = \frac{P}{2\cos\alpha} = \frac{8000}{2\cdot 0,6} = 666,7 \text{ ნ};$$

$$X_K = \frac{S\left(AB-AK\right)\sin\alpha}{AB-2AK} = \frac{666,7\cdot 1,25\cdot 4}{5} = -666,7 \text{ ნ}.$$

$$Z_K=\frac{P\left(\frac{AB-2BH}{2}\right)-S\cos\alpha\left(AB-AK\right)}{AB-2AK}=$$

$$=\frac{800\cdot 0,5-666,7\cdot 0,6\cdot 1,25}{1}=-100\text{ ნ};$$

$$z_H=P-Z_K-S\cos\alpha=800+100-666,7\cdot 0,6=500\text{ ნ};$$

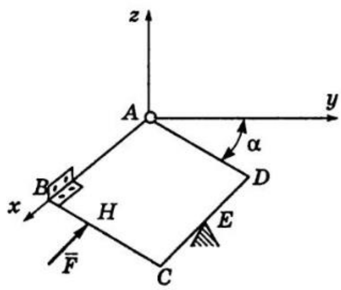
$$X_H=-X_K-S\sin\alpha=666,7-666,7\cdot\frac{4}{5}=133,3\text{ ნ}.$$

პასუხი: $X_H=133,3$ $z_H=500$ $S=666,7$ ნ.

$X_K=666,7$ ნ; $Z_K=-100$ ნ; $X_H=133,3$ ნ; $z_H=500$ ნ.

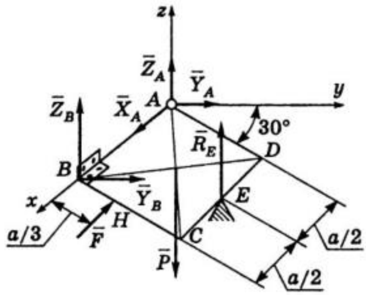
ამოცანა 8.26

$a=30$ სმ გვერდისა და $P=5$ ნ წონის მქონე კვადრატული ერთგვაროვანი ABCD ფირფიტა A წერტილში დამაგრებულია სფერული სახსრის საშუალებით, ხოლო B წერტილში — ცილინდრული სახსრის საშუალებით. AB გვერდი ჰორიზონტალურია. E წერტილში ფირფიტა წვეტს ეყრდნობა. H წერტილში ფირფიტაზე მოქმედებს AB გვერდის პარალელური F ძალვა. იპოვეთ რეაქციები A, B და E წერტილებში თუ CE = ED, H = 10 სმ, F = 10 ნ და ფირფიტა ჰორიზონტალურ სიბრტყესთან $\alpha=30°$ კუთხეს ადგენს.



ამოხსნა

გამოვსახოთ ნახაზზე ფირფიტაზე მოქმედი აქტიური ძალები, ამასთან შევცვალოთ ბმები მათი რეაქციებით და ასე განვთავისუფლდეთ ამ ბმებისგან. ძალთა მოცემული სისტემისთვის შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები არჩეულ კოორდინატთა სისტემაში:



$$\begin{cases} X_A - F = 0, \\ Y_A + Y_B + R_E \sin 30^\circ = 0, \\ Z_A + Z_B - P + R_E \cos 30^\circ = 0, \\ R_E \cdot a - P \cdot 0,5a \cdot \cos 30^\circ = 0, \\ -Z_B \cdot a + F \cdot \dfrac{a}{3} \sin 30^\circ + P \cdot \dfrac{a}{2} \cos 30^\circ - R_E \cdot \dfrac{a}{2} \cos 30^\circ = 0, \\ Y_B \cdot a + F \cdot \dfrac{a}{3} \cos 30^\circ + R_E \cdot \dfrac{a}{2} \sin 30^\circ = 0, \end{cases}$$

ამ სისტემის ამოხსნის შედეგად მივიღებთ

$$X_A = F = 10 \text{ ნ};$$

$$R_E = P \cos 30^\circ \cdot 0,5 \cdot = 5 \cdot 0,866 \cdot 0,5 = 2,17 \text{ ნ};$$

$$Z_B = \frac{1}{3} F \sin 30^\circ + \frac{1}{2} P \cos 30^\circ - \frac{1}{2} R_E \cos 30^\circ =$$

$$\frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot 5 \cdot 0,5 - 0,5 \cdot 2,17 \cdot 0,866 = 3,23 \text{ ნ};$$

$$Y_B = -\frac{1}{3} F \cdot \cos 30^\circ - \frac{1}{2} R_E \cdot \sin 30^\circ =$$

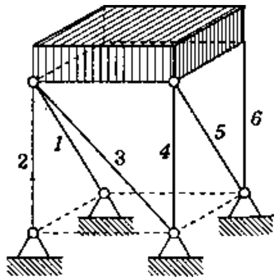
$$= -\left(\frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 0,866 + 0,5 \cdot 2,17 \cdot 0,5 \right) = -3,43 \text{ ნ};$$

$$Y_A = -Y_B - R_E \sin 30^\circ = 3,43 - 2,17 \cdot 0,5 = 2,35 \text{ ნ};$$

$$Z_A = P - R_E \cos 30^\circ - Z_B = 5 - 2,17 \cdot 0,866 - 3,23 = -0,11 \text{ ნ};$$

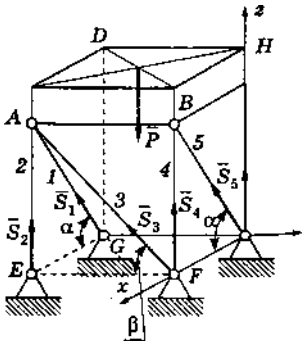
პასუხი: $X_A = 10$ ნ; $Y_A = 2,35$ ნ; $Z_A = -0,11$ ნ, $Y_B \cdot = -3,43$ ნ; $Z_B = 3,23$ ნ; $R_E = 2,17$ ნ.

ამოცანა 8.27



P წონისა და მართკუთხა პარალელეპიპედის ფორმის მქონე ერთგვაროვანი ჰორიზონტალური ფილა უძრავად არის მიმაგრებული მიწაზე ექვსი ცალი წრფივი ღეროს საშუალებით. იპოვეთ საყრდენ ღეროებში ფილის წონის გამო აღძრული ძალვები, თუ ღეროები ფილასთან და უძრავ სადგამებთან მიმაგრებულია სახსრებით.

ა მ ო ხ ს ნ ა



ღეროებში არსებული ძალვები მიმართულია ღეროების გასწვრივ. გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი აქტიური ძალები, ამასთან შევცვალოთ ბმები მათი რეაქციებით და ასე განვთავისუფლდეთ ამ ბმებისგან. ძალთა მოცემული სისტემისთვის შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები არჩეულ კოორდინატთა სისტემაში:

$$\begin{cases} -S_1 \cos\alpha + S_5 \cos\alpha = 0, \\ -S_3 \cos\beta = 0, \\ S_2 + S_4 + S_6 + S_1 \sin\alpha + S_5 \sin\alpha + S_3 \sin\beta - P = 0' \\ -S_2 \cdot EF - S_1 \sin\alpha EF + P\dfrac{AB}{2} = 0, \\ -S_2 \cdot GE - S_3 \sin\beta \cdot CF + P\dfrac{BH}{2} = 0, \\ S_1 \cos\alpha \cdot GC - S_3 \cos\beta \cdot CF = 0 \end{cases}$$

თუ ამ სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ

$$S_1 = S_3 = S_5 = 0;\ S_2 = \frac{P}{2};$$

$$S_6 = \frac{P}{2} - S_4.$$

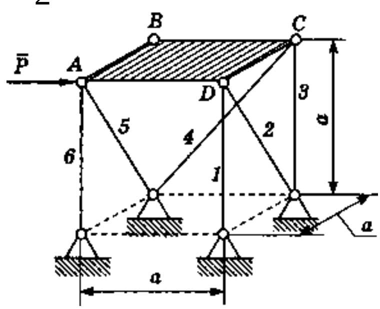
ჩავწეროთ წონასწორობის კიდევ ერთი განტოლება—ძალთა მომენტებისათვის AC ღერძის მიმართ მიმართ:

$$S_4 = 0,$$

შესაბამისად,

$$S_6 = \frac{P}{2}.$$

პასუხი: $S_1 = S_3 = S_4 = S_5 = 0;\ S_2 = S_6 = \dfrac{P}{2};$



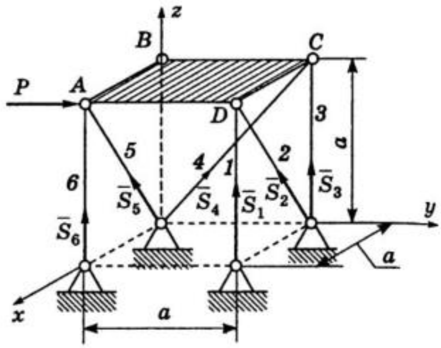
ამოცანა 8.28

იპოვეთ ძალვები ექვს საყრდენ ღეროში, რომელთაც ABCD ფილა უჭირავთ, თუ AD გვერდის გასწვრივ მოქმედებს $\vec{P}$ ჰორიზონტალური ძალა. ზომები მითითებულია ნახაზზე.

ამოხსნა

წონასწორობის ობიექტი — ფილა. გამოვსახოთ ნახაზზე ღეროების გასწვრივ მიმართული ძალები და შევადგინოთ ნებისმიერად განლაგებული ძალთა სივრცული სისტემისთვის ექვსი წონასწორობის განტოლება არჩეულ კოორდინატთა სისტემაში:

$$\begin{cases} S_5\cos 45^\circ + S_2\cos 45^\circ = 0, \\ P + S_4\cos 45^\circ = 0, \\ S_6 + S_1 + S_3 + S_5\cos 45^\circ + \\ +S_4\cos 45^\circ + S_2\cos 45^\circ = 0, \\ Pa + S_1 a + S_3 a + S_2\cos 45^\circ a = 0, \\ -S_1 a - S_6 a = 0, \\ Pa + S_2 a\cos 45^\circ = 0. \end{cases}$$



ამ სისტემის ამოხსნის შედეგად მივიღებთ

$$S_2 = -\frac{P}{\cos 45^\circ} = -\sqrt{2}\cdot P;\ S_5 = \sqrt{2}\cdot P;$$

$$S_4 = -\frac{P}{\cos 45^\circ} = -\sqrt{2}\cdot P;$$

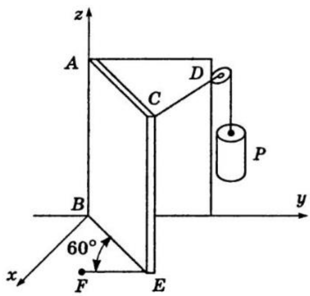
$$S_3 = -S_4\cos 45^\circ = P;$$

$$S_1 = P - S_3 - S_2\cos 45^\circ P - P + P = P;\ S_6 = -P.$$

პასუხი:

$$S_1 = P;\ S_2 = -\sqrt{2}\cdot P;\ S_3 = P;\ S_4 = -\sqrt{2}\cdot P;\ S_5 = \sqrt{2}\cdot P; S_6 = -P$$

ამოცანა 8.29



მართკუთხა კარები, რომელსაც ბრუნვის ვერტიკალური AB ღერძი გააჩნია, გაღებულია CAD = 60° გრადუსით და ამ მდგომარეობაში დამაგრებულია ორი თოკის საშუალებით, რომელთაგან ერთ-ერთი — CD თოკი, გადაკიდებულია ბლოკზე და დაჭიმულია P = 320 ნ ტვირთით, ხოლო მეორე EF თოკი დამაგრებულია იატაკის F წერტილში. კარის წონაა 640 ნ. სიგანე — AC = AD = 1,8 მ სიმაღლე — AB = 2,4 მ. უგულებელყავით ხახუნი ბლოკზე და იპოვეთ EF თოკის T დაჭიმულობა, აგრეთვე A წერტილში მოთავსებული ცილინდრული სახსრისა ა და *B* წერტილში მოთავსებული საქუსლის რეაქციები.

ა მ ო ხ ს ნ ა

შევცვალოთ ბმები მათი რეაქციებით და ასე განვთავისუფლდეთ ამ ბმებისგან. და იმ ფაქტის გათვალისწინებით, რომ სამკუთხედი ADC ტოლგვერდაა, შევადგინოთ არჩეულ სისტემაში წონასწორობის ექვსი განტოლება (იხ. ნახაზი):

$$\begin{cases} X_A + X_B - P\cos 30^\circ = 0, \\ Y_A + Y_B - T + P\cos 60^\circ = 0, \\ Z_B - G = 0, \\ -G\cdot AC\cdot 0,5\cdot\cos 60^\circ - P\cos 60^\circ\cdot AB - Y_A\cdot AB = 0, \\ X_A\cdot AB - P\cos 30^\circ\cdot AB + G\cdot\dfrac{AC}{2}\cos 30^\circ = 0, \\ -T\cdot AC\cdot\sin 60^\circ + P\cos 30^\circ\cdot AD = 0. \end{cases}$$

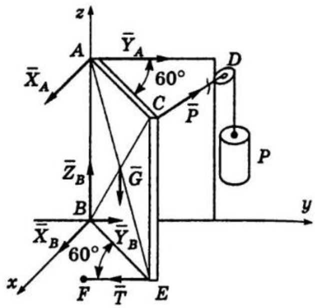
ამოვხსნათ ეს სისტემა, გვექნება

$$Z_B = G = 640 \text{ ნ};$$

$$Y_A = -P\cos 60^\circ - \frac{G \cdot 0,5 \cdot AC\cos 60^\circ}{AB} =$$

$$= -320 \cdot 0,5 - \frac{640 \cdot 0,5 \cdot 1,8 \cdot 0,5}{2,4} =$$

$$= -160 - 120 = -280 \text{ნ};$$



$$X_A = P\cos 30^\circ - G\frac{AC}{2AB}\cos 30^\circ =$$

$$= 320 \cdot 0,866 - 640 \cdot \frac{1,8 \cdot 0,866}{2 \cdot 2,4} =$$

$$= (320 - 240) \cdot 0,866 = 69 \text{ ნ};$$

$$T = P \cdot \frac{\cos 30^\circ}{\sin 60^\circ} = 320 \cdot \frac{0,866}{0,866} = 320 \text{ ნ}$$

$$Y_B = T - P\cos 60^\circ - Y_A =$$

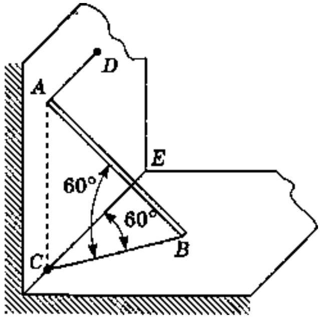
$$= 320 - 320 \cdot \frac{1}{2} + 230 = 440 \text{ ნ};$$

$$X_B = P\cos 30^\circ - X_A = 320.0,866 - 69 = 208 \text{ ნ}.$$

პასუხი: $T = 320$ ნ; $X_A = 69$ ნ; $Y_A = -280$ ნ; $X_B = 208$ ნ;

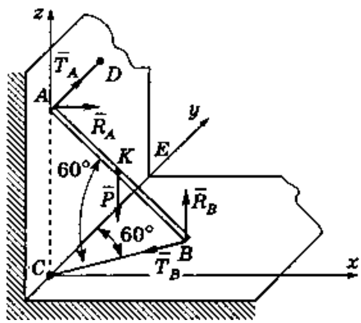
$Y_B = 440$ ნ; $Z_B = 640$ ნ.

ამოცანა 8.30



AB ღეროს დახრილ მდგომარეობაში იჭერს ორი ჰორიზონტალური თოკი –– AD და BC. ამასთან, A წერტილში ღერო ეყრდნობა ვერტიკალურ კედელს, ამავე კედელზე მდებარეობს D წერტილი, ხოლო B წერტილი იატაკზეა განთავსებული. A და C წერტილები ერთ ვერტკალზე იმყოფებიან. ღეროს წონა არის 8 ნ. უგულებელყავით ხახუნი A და B წერტილებში და შეამოწმეთ, დარჩება თუ არა ღერო წონასწორობის მდგომარეობაში და იპოვეთ T_A და T_B დაჭიმულობები, აგრეთვე საყრდენი სიბრტყეების რეაქციები, თუ $\angle ABC = \angle BCE = 60°$.

ა მ ო ხ ს ნ ა



გამოვსახოთ ნახაზზე სისტემაზე მოქმედი აქტიური ძალები, ამასთან შევცვალოთ ბმები მათი რეაქციებით და ასე განვთავისუფლდეთ ამ ბმებისგან. ძალთა მოცემული სისტემისთვის შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები $(x, y, z$ ღერძებზე პროექციებში და y ღერძის მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} R_A - T_B\cos 30^\circ = 0, \\ T_A - T_B\cos 60^\circ = 0, \\ R_B - P = 0, \\ P\cdot\dfrac{AB}{2}\cos^2 60^\circ - R_B AB\cos^2 60^\circ + R_A AB\cos^2 60^\circ = 0. \end{cases}$$

თუ ამ სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ

$$R_B = P = 8\,\text{ნ};$$

$$R_A = \left(R_B - \frac{P}{2}\right)\cos 60^\circ = 2\,\text{ნ};$$

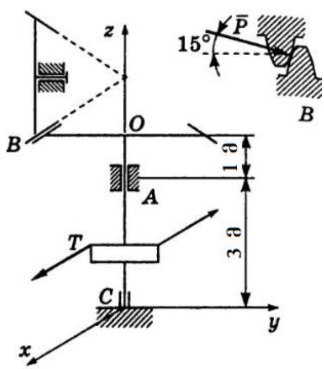
$$T_B = \frac{X_A}{\cos 30^\circ} = 2{,}3\,\text{ნ};$$

$$T_A = T_B \cos 60^\circ = 1{,}15\,\text{ნ}.$$

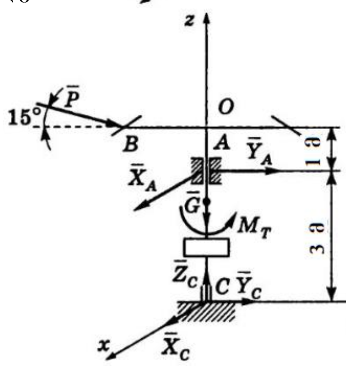
პასუხი: $T_A = 1{,}15$ ნ; $T_B = 2{,}3$ ნ; $R_A = 2$ ნ; $R_B = 8$ ნ.

ამოცანა 8.31

1,2 კნ·მ მომენტის მქონე წყვილძალა, რომელიც T წყლის ტურბინას აბრუნებს, გაწონასწორებულია კბილანიანი OB ბორბლის კბილზე დაწოლით და საყრდენების რეაქციებით. კბილზე დაწოლის მიმართულება OB = 0,6 მ რადიუსის პერპენდიკულარულია და ჰორიზონტთან ადგენს კუთხეს — $\alpha = 15° = arctg(0{,}268)$. იპოვეთ C საქუსლისა და A საკისარის რეაქციები, თუ ტურბინის წონა ლილვთან და ბორბალთან ერთად არის 12 კნ და მიმართულია OC ღერძის გასწვრივ, ხოლო მანძილები AC = 3 მ, AO = 1 მ.



ამოხსნა



გამოვსახოთ ნახაზზე წყლის ტურბინაზე მოქმედი აქტიური ძალები და ბმების რეაქციის ძალები. შემოვიღოთ კოორდინატთა სისტემა და მიღებულ ძალთა სივრცული სისტემებისთვის შევადგინოთ

წონასწორობის ექვსი განტოლება:

$$\begin{cases} X_A + X_C - P\cos 15^\circ = 0, \\ Y_A + Y_C = 0, \\ Z_C - G - P\sin 15^\circ = 0, \\ -Y_A \cdot AC + P\sin 15^\circ \cdot OB = 0, \\ X_A \cdot AC - P\cos 15^\circ \cdot OC = 0, \\ M_T - P\cos 15^\circ \cdot OB = 0. \end{cases}$$

თუ ამ სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ:

$$P\cos 15^\circ = \frac{M_T}{OB} = \frac{1,2}{0,6} = 2 \text{ კნ};$$

მაშინ

$$P\sin 15^\circ = P\cos 15^\circ tg 15^\circ = 2 \cdot 0,268 = 0,536 \text{ კნ};$$

$$Z_C = G + P\sin 15^\circ = 12,536 \text{ კნ};$$

$$X_A = \frac{P\cos 15^\circ \cdot OC}{AC} = \frac{2 \cdot 4}{3} = 2,667 \text{ კნ};$$

$$X_C = P\cos 15^\circ - X_A = 0,667 \text{ კნ};$$

$$Y_C = -Y_A = -0,107 \text{ კნ}.$$

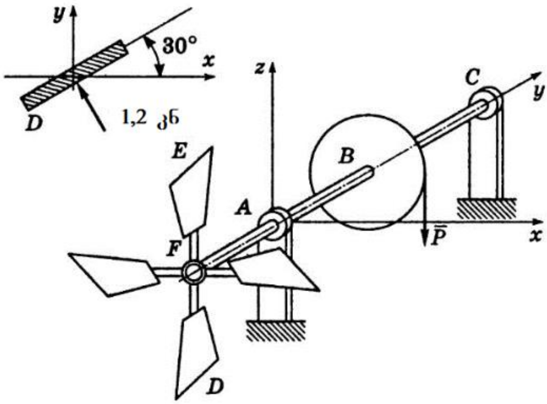
პასუხი: $X_A = 2,667$ კნ; $X_C = 0,667$ კნ; $Y_C = -Y_A = -0,107$ კნ; $Z_C = 12,536$ კნ

ამოცანა 8.32

AC ჰორიზონტალური ღერძის მქონე ქარის ძრავს გააჩნია ოთხი სიმეტრიულად განლაგებული ფრთა, რომელთა სიბრტყეებიც AC ღერძის მართობულ ვერტიკალურ სიბრტყესთან ადგენს 30° კუთხეს. ღერძიდან 2 მეტრის დაშორებით თითოეულ ფრთაზე მოდებულია ამ ფრთის სიბრტყის მართობული ქარის დაწოლის 1,2 კნ ტოლქმედი ძალა, (D ფრთის xy სიბრტყეზე პროექცია ცალკეა ნახაზზე გამოსახული). ძრავის ღერძი *A* წერტილში ეყრდნობა საკისარს, ხოლო *C* წერტილში — საქუსლეს და წონასწორობაში რჩება *B* ბორბლის კბილზე

კბილანის მიერ განხორციელებული ვერტიკალური P დაწოლით, (კბილანა ნახაზზე არ არის გამოსახული). B ბორბლის რადიუსი არის 1,2 მ; მანძილები: $BC = 0{,}5$ მ, $AB = 1$ მ, $AF = 0{,}5$ მ.

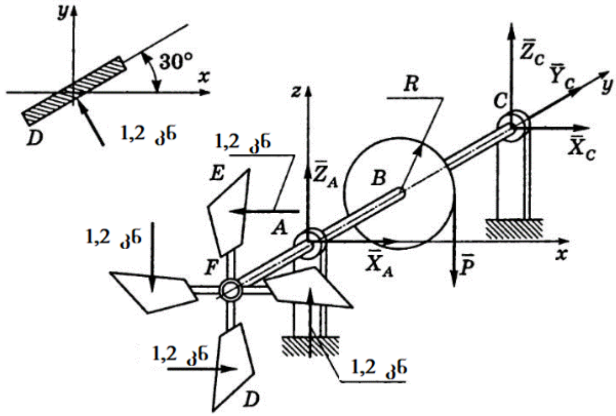
იპოვეთ დაწოლა P და საყრდენთა რეაქციები.



ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე ქარის ძრავზე მოქმედი აქტიური ძალები, შევცვალოთ ბმები მათ შესაბამისი რეაქციის ძალებით და ასე განვთავისუფლდეთ ამ ბმებისგან. ჩავწეროთ არჩეულ კოორდინატთა სისტემაში წონასწორობის განტოლებები ძალთა ნებისმიერი სივრცული სისტემისათვის:

$$\begin{cases} X_A + X_C = 0, \\ Y_C + 4 \cdot 1{,}2 \cdot \cos 30^\circ = 0, \\ Z_A + Z_C - P = 0, \\ Z_C \cdot AC - P \cdot AB = 0, \\ P \cdot 1{,}2 - 4 \cdot 1{,}2 \cdot \sin 30^\circ \cdot 2 = 0, \\ -X_C \cdot AC = 0. \end{cases}$$



თუ ამ სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ:

$$P = 4 \text{ კნ}; \ \ Z_C = \frac{P \cdot AB}{AC} = \frac{4 \cdot 1}{1,5} = 2,667 \text{ კნ};$$

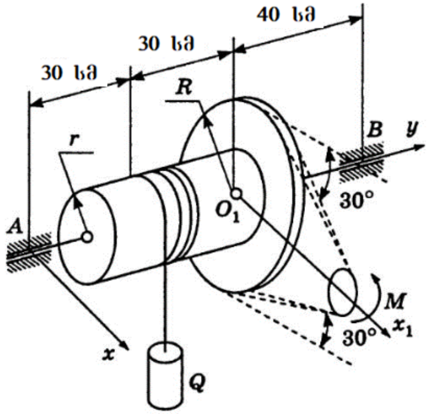
$$Z_A = P - Z_C = 1,333 \text{ კნ}; \ \ Y_C = -4 \cdot 1,2 \cdot 0,866 = -4,16 \text{ კნ};$$

$$X_C = 0; \ \ X_A = 0.$$

პასუხი: $P = 4$ კნ; $Z_A = 1,333$ კნ; $Y_C = -4,16$ კნ; $Z_C = 2,667$ კნ;

$X_C = 0; \ \ X_A = 0.$

ამოცანა 8.33



Q ძრავი თანაბრად ეწევა ზევით ტვირთს უსასრულო ჯაჭვის საშუალებით. იპოვეთ A და B საყრდენების რეაქციები და ჯაჭვის დაჭიმულობა, თუ ჯაჭვის განშტოებები ჰორიზონტისადმი დახრილია 30°-იანი კუთხეებით (O_1x ღერძი Ax ღერძის პარალელურია). ცნობილია, რომ $r = 10$ სმ, $R = 20$ სმ, $Q = 10$ კნ, დაჭიმულობა ჯაჭვის წამყვან განშტოებაში ორჯერ მეტია ამყოლი განშტოებაში არსებულ დაჭიმულობაზე, ანუ $T_1 = 2 \cdot T_2$.

ა მ ო ხ ს ნ ა

ტვირთის თანაბრად და წრფივად ზევით აწევის შემთხვევაში, როგორც ეს ნახაზზეა გამოსახული, აქტიური ძალები და რეაქციის ძალები წონასწორობაში იქნებიან. ასეთ შემთხვევაში წონასწორობის განტოლებებს ექნებათ სახე (x, z ღერძებზე პროექციებში და x, y, z ღერძების მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} X_A + X_B + T_1 \cos 30^\circ + T_2 \cos 30^\circ = 0, \\ Z_A + Z_B + T_1 \sin 30^\circ - T_2 \sin 30^\circ - Q = 0, \\ -Q \cdot 30 + T_1 \sin 30^\circ \cdot 60 - T_2 \sin 30^\circ \cdot 60 + Z_B \cdot 100 = 0, \\ Q \cdot r - T_1 \cdot R + T_2 \cdot R = 0, \\ -T_1 \cos 30^\circ \cdot 60 - T_2 \cos 30^\circ \cdot 60 - X_B \cdot 100 = 0, \end{cases}$$

გავითვალისწინოთ, რომ $T_1 = 2T_2$ და ამოვხსნათ სისტემა:

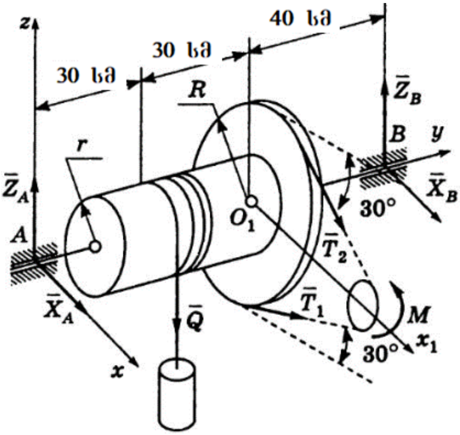
$$T_1 = \frac{2Q \cdot r}{R} = 10 \text{ კნ}; \quad T_2 = 5 \text{ კნ};$$

$$X_B = -\left(T_1 + T_2\right) \cdot 0,6 \cdot \cos 30^\circ = -9 \cdot 0,866 = -7,8 \text{ კნ}$$

$$X_A = -X_B - (T_1 + T_2)\cos 30^\circ = 7,8 - 15 \cdot 0,866 = -5,2 \text{ კნ;}$$

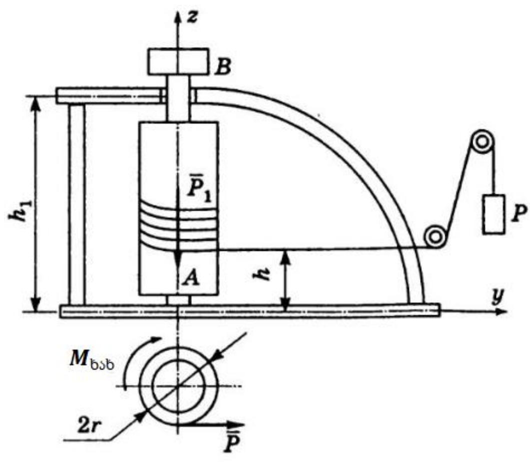
$$Z_B = 0,3 \cdot Q + (T_2 - T_1) \cdot \sin 30^\circ \cdot 0,6 = 3 - 5 \cdot 0,3 = 1,5 \text{ კნ;}$$

$$Z_A = Q + (T_2 - T_1) \cdot \sin 30^\circ - Z_B = 10 - 2,5 - 1,5 = 6 \text{ კნ.}$$



პ ა ს უ ხ ი : $T_1 = 10$ კნ; $T_2 = 5$ კნ; $X_A = -5,2$ კნ; $Z_A = 6$ კნ; $X_B = -7,8$ კნ; $Z_B = 1,5$ კნ.

ამოცანა 8.34

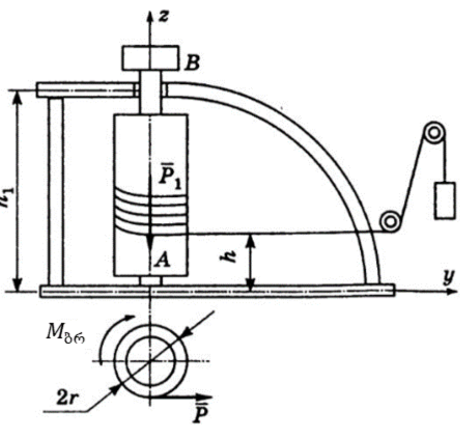


P = 3 კნ წონის სატკეპნი უროს ასაწევად გამოიყენება ისეთი ჯალამბარი, რომლის r = 20 სმ რადიუსის მქონე ლილვი ქვედა ბოლოთი A საქუსლეს ეყრდნობა, ხოლო მეორე ბოლო ჩამაგრებულია B საკისარში. ლილვი ბრუნვით მოძრაობაში მოყავს ძრავს. იპოვეთ სატკეპნი უროს თანაბრად ზევით ასაწევად აუცილებელი ძრავის მაბრუნებელი მომენტი და აგრეთვე რეაქციები A საქუსლესა და B საკისარში. მოცემულია, რომ: $h_1 = 1$ მ, $h_2 = 30$ სმ და ჯალამბარის მბრუნავი ნაწილების წონა — P = 1 კნ.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე წონასწორობის ობიექტზე — ჯალამბარზე მოქმედი აქტიური $\vec{P}_1$ და $\vec{P}_2$ ძალები. განვთავისუფლდეთ ბმებისგან A საკისარში, შევცვლით რა მათ შესაბამისი რეაქციის ძალებით. შემოვიტანოთ კოორდინატთა სისტემა და მიღებულ ძალთა ნებისმიერი სივრცული სისტემისათვის შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები:

$$\begin{cases} X_A + X_B = 0, \\ Y_A + Y_B + P = 0, \\ Z_A - P_1 = 0, \\ -P \cdot h - Y_B \cdot h_1 = 0, \\ X_B \cdot h_1 = 0, \\ P \cdot r - M_{\text{ბრ}} = 0. \end{cases}$$



თუ ამ სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ:

$$M_{\text{ბრ}} = P \cdot r = 3 \cdot 0{,}2 = 0{,}6 \quad \text{კნ} \cdot \text{მ}; \quad X_B = 0;$$

$$Y_B = \frac{h}{h_1} P = -0,3 \cdot 3 = -0,9 \text{ კნ;}$$

$$Z_A = P_1 = 1 \text{ კნ;}$$

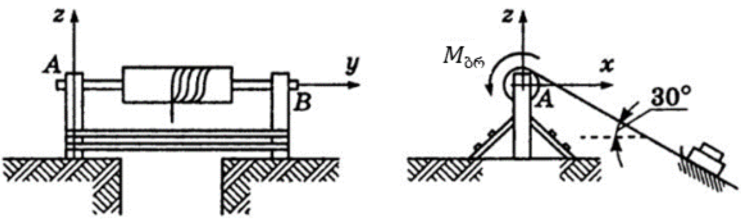
$$Y_A = -P - Y_B = -3 + 0,9 = -2,1 \text{ კნ;}$$

$$X_A = -X_B = 0.$$

პასუხი: $M_{\text{ბრ}} = 0,6$ კნ·მ; $X_A = 0$; $Y_A = -2,1$ კნ; $Z_A = 1$ კნ;

$X_B = 0$; $Y_B = -0,9$ კნ.

ამოცანა 8.35



ჯალამბარი, რომელსაც იყენებენ ქანების ამოსატანად დახრილი შურფიდან (მცირე ზომის გვირაბი, გაყვანილი სასარგებლო წიაღისეულის დასაზვერად), შედგება 0,25 მ რადიუსის და 1,5 მ სიგრძის მქონე ლილვისგან. ლილვი ბრუნვით მოძრაობაში მოყავს ძრავს (რომელიც ნახაზზე არ არის გამოსახული). იპოვეთ საყრდენთა რეაქციები და ძრავის მაბრუნებელი მომენტი $M_{\text{ბრ}}$, თუ ლილვის წონაა 0,8 კნ, ტვირთის წონაა 4 კნ. ტვირთსა და შურფს შორის ხახუნის კოეფიციენტია 0,5, შურფის ჰორიზონტისადმი დახრის კუთხეა 30° და ტროსის ლილვიდან გამოსვლის წერტილი B საკისრიდან 50 სმ მანძილითაა დაშორებული. ჩავთვალოთ რომ ლილვის ბრუნავს თანაბრად.

ამოხსნა

გავავლოთ დახრილი შურფის გასწვრივ ξ ღერძი (იხ. ნახაზი). ვინაიდან ტვირთი მოძრაობს წრფივად და თანაბრად, ამიტომ მასზე მოქმედი ძალები ერთმანეთს აწონასწორებენ.

კერძოდ, სამართლიანია დამოკიდებულება (წონასწორობის განტოლება ξ ღერძზე პროექციაში):

$$-T + G_2 \sin 30^\circ + F_{\text{ხახ}} = 0,$$

საიდანაც, იმის გათვალისწინებით, რომ

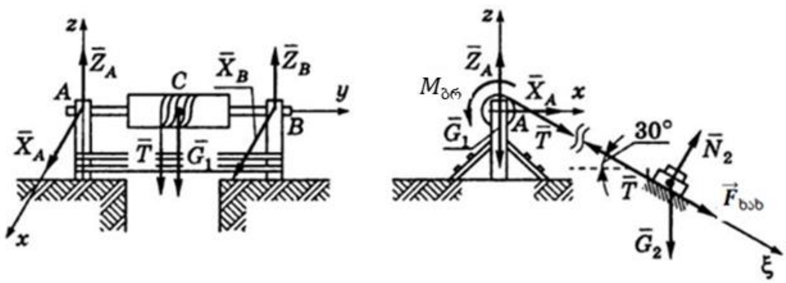
$$F_{\text{ხახ}} = fN_2 = fG_2 \cos 30^\circ.$$

მივიღებთ

$$-T + G_2\left(\sin 30^\circ + f\cos 30^\circ\right) = 0 \Rightarrow$$

$$T = G_2\left(\sin 30^\circ + f\cos 30^\circ\right) = 4\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 3{,}73 \text{ კნ}$$

ახლა წონასწორობის ობიექტის როლში განვიხილოთ AB ჯალამბარი. ვინაიდან ის ბრუნავს თანაბრად, ამიტომ მასზე მოქმედი ძალები ასევე ურთიერთ გაწონასწორებულია, შესაბამისად, წონასწორობის განტოლებებს x, z ღერძებზე პროექციებში და x, y, z ღერძების მიმართ მომენტებისთვის ექნებათ სახე:



$$\begin{cases} X_A + X_B + T\cos 30^\circ = 0, \\ Z_A + Z_B - G_1 - T\sin 30^\circ = 0, \\ Z_B \cdot AB - G_1 \cdot AB/2 - T\sin 30^\circ \cdot AC = 0,. \\ T \cdot 0{,}25 - M_{\text{ბრ}} = 0, \\ -X_B \cdot AB - T\cos 30^\circ AC = 0. \end{cases}$$

გავითვალისწინოთ, რომ AC = 1 მ და ამოვხსნათ ეს სისტემა

$$M_{\text{ბრ}} = TR = 3{,}73 \cdot 0{,}25 = 0{,}93 \text{ კნ};$$

$$X_B = -\frac{T\cos 30^\circ \cdot AC}{AB} = -\frac{3{,}73 \cdot 0{,}866}{1{,}5} = -2{,}15 \text{ კნ};$$

შეცდომა ორიგინლში: 0,866-ის ნაცვლად წერია 0,5

$$Z_B = \frac{1}{2}G_1 + \frac{T\sin 30^\circ \cdot AC}{AB} = \frac{1}{2}\cdot 0{,}8 + \frac{3{,}73\cdot 0{,}5}{1{,}5} = 1{,}64 \text{ კნ};$$

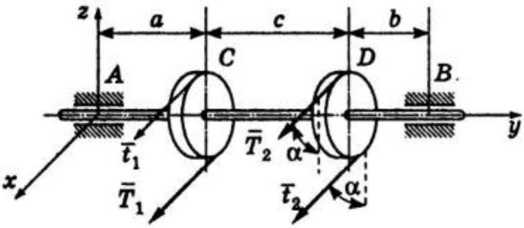
$$Z_A = G_1 + T\sin 30^\circ - Z_B = 0{,}8 + 3{,}7\cdot 0{,}5 - 1{,}64 = 1{,}02 \text{ კნ};$$

$$X_A = -T\cos 30^\circ - X_B = -3{,}73\cdot 0{,}866 - (-2{,}15) = -1{,}08 \text{ კნ}.$$

პასუხი: $M_{\text{ბრ}} = 0{,}93$ კნ; $X_A = -1{,}08$ კნ; $Z_A = 1{,}02$ კნ; $X_B = -2{,}15$ კნ; $Z_B = 1{,}64$ კნ.

ამოცანა 8.36

ტრანსმისიის ჰორიზონტალური ლილვს, რომლებზეც ჩამოცმულია ღვედური გადაცემის C და D შკივები, შეუძლია ბრუნვა A და B საკისრებში. შკივების რადიუსებია: $r_C = 20$ სმ, $r_D = 20$ სმ; შკივებიდან საკისრებამდე მანძილებია: $a =$ b $=$ 50 სმ; შკივებს შორის მანძილია $c = 100$ სმ. C შკივზე გადაცმული ღვედის განშტოებების დაჭიმულობები ჰორიზონტალურია და მათი სიდიდეებია T_1 და t_1, ამასთან, $T_1 = 2t_1 = 5$ კნ, ხოლო D შკივზე გადაცმული ღვედის განშტოებების დაჭიმულობები ვერტიკალთან $\alpha = 30°$ კუთხეს ადგენენ, ამასთან, $T_2 = 2t_2$. იპოვეთ T_2 და t_2 სიდიდეები წონასწორობის პირობებში და ღვედების დაჭიმვით გამოწვეული საკისრების რეაქციები.



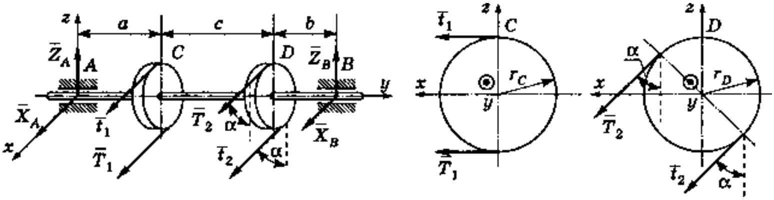
ამოხსნა

ნახაზზე დაყრდნობით ვიპოვოთ T_2 და t_2 დაჭიმულობის ძალები, რისთვისაც შევადგინოთ ძალთა მომენტების განტოლება y ღერძის მიმართ:

$$t_1 \cdot r_C - T_1 \cdot r_C + T_2 \cdot r_D - t_2 \cdot r_D = 0,$$

საიდანაც, გარდაქმნების ჩატარების შემდეგ მივიღებთ

$$t_2 = \frac{r_C}{r_D} t_1 = \frac{20}{25} \cdot \frac{5}{2} = 2 \text{ კნ}; \quad T_2 = 2t_2 = 2 \cdot 2 = 4 \text{ კნ}.$$



ჩავწეროთ ძალთა მომენტების განტოლება z ღერძის მიმართ:

$$-t_1 a - aT_1 - (a+c)T_2 \sin 30^\circ - (a+c)t_2 \sin 30^\circ - X_B(a+c+b) = 0,$$

ვიპოვოთ X_B რეაქცია:

$$X_B = \frac{a(t_1+T_1)+(T_2+t_2)(a+c)\sin 30^\circ}{a+c+b} = -41,25 \text{ კნ}.$$

ჩავწეროთ ძალთა წონასწორობის განტოლება x ღერძზე პროექციებში:

$$X_A + t_1 + T_1 + (T_2 + t_2)\sin 30^\circ + X_B = 0,$$

შესაბამისად,

$$X_A = -\left[X_B + (t_1 + T_1) + (T_2 + t_2)\sin 30^\circ\right] = -6,375 \text{ კნ.}$$

ჩავწეროთ ძალთა მომენტების განტოლება x ღერძის მიმართ:

$$(a + c + b)Z_B - (T_2 + t_2)\cos 30^\circ (a + c) = 0.$$

ვიპოვით:

$$Z_B = \frac{(a + c)(T_2 + t_2)\cos 30^\circ}{a + c + b} = 3,9 \text{ კნ.}$$

ჩავწეროთ წონასწორობის განტოლება z ღერძზე პროექციებში:

$$Z_A - (T_2 + t_2)\cos 30^\circ + Z_B = 0.$$

შესაბამისად,

$$Z_A = (T_2 + t_2)\cos 30^\circ - Z_B = 1,3 \text{ კნ.}$$

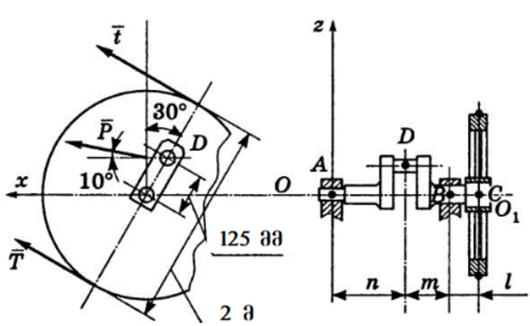
პასუხი: $T_2 = 4$ კნ; $t_2 = 2$ კნ; $X_A = -6,375$ კნ; $Z_A = 1,3$ კნ;

$X_B = -41,25$ კნ; $Z_B = 3,9$ კნ

შენიშვნა. ამოცანათა კრებულში პასუხში დაშვებულია შეცდომა ბეჭდისას Z_A სიდიდისათვის.

ამოცანა 8.37

ძრავის ბარბაცას მხრიდან მუხლა ლილვის ყელის D შუა წერტილში კონცენტრირებული დაწოლა P = 20 კნ-ის ტოლია და მიმართულია ჰორიზონტისადმი

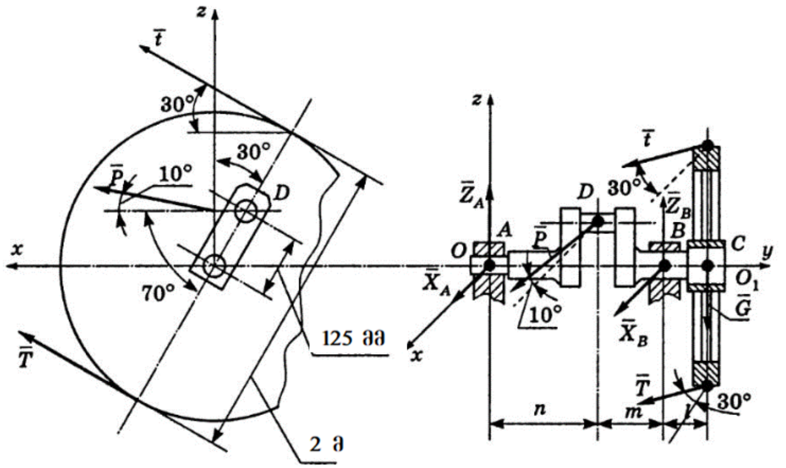


10° კუთხით, ამასთან ლილვის OO_1 ღერძსა და D წერტილზე გამავალი ODO_1 სიბრტყე ვერტიკალთან ადგენს 30° კუთხეს. მქნევარადან საქოქზე ძალვა გადაეცემა ისეთი ბაგირის საშუალებით, რომლის განშტოებები ჰორიზონტისადმი 30° კუთხით არიან დახრილები. P ძალის მოქმედებას აწონასწორებს ბაგირის განშტოებების T, t დაჭიმულობები და A, *B* საკისრების რეაქციები. მქნევარას წონაა 13 კნ, ხოლო მისი დიამეტრია d = 2 მ განშტოებების დაჭიმულობების ჯამია T + t = 7,5 კნ, ხოლო ნახაზზე ნაჩვენები მანძილები ტოლია: D წერტილიდან OO_1 ღერძამდე – r = 125 მმ; *l*= 250 მმ, m = 300 მმ, n = 450 მმ.
იპოვეთ A, *B* საკისრების რეაქციები და t, T დაჭიმულობები.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე მოქმედი ძალები და ბმების რეაქციის ძალები, შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები ძალთა სივრცული სისტემებისთვის (x, z ღერძებზე პროექციებში და *x*, y, z ღერძების მიმართ მომენტებისთვის):

$$\begin{cases} X_A + X_B + P\sin 10^\circ + (T+t)\cos 30^\circ = 0, \\ Z_A + Z_B - G + P\sin 10^\circ + (T+t)\sin 30^\circ = 0, \\ Z_B(n+m) - G(n+m+l) - P\sin 10^\circ \cdot n + (T+t)\sin 30^\circ (n+m+l) = 0, \\ P\sin 70^\circ \cdot 125 + (t-T)\cdot 100 = 0, \\ -X_B(n+m) - (T+t)\cos 30^\circ (n+m+l) - P\cos 10^\circ \cdot n = 0. \end{cases}$$



თუ ამ სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ:

$T - t$=0,125$Psin$70°=2,34კნ,

და ვინაიდან $T + t$=7,5კნ, ამიტომ T=4,92 კნ და t=2,58 კნ.

$$Z_B = \frac{G\left(n+m+l\right) - P\sin 10^\circ \cdot n - \left(T+t\right)\sin 30^\circ\left(n+m+l\right)}{n+m} = 10,25$$

$$X_B = -\frac{P\cos 10^\circ \cdot n + \left(T+t\right)\cos 30^\circ\left(n+m+l\right)}{n+m} = -20,48 \text{ კნ;}$$

$$X_A = -X_B - P\sin 10^\circ - \left(T+t\right)\cos 30^\circ = -5,7 \text{ კნ;}$$

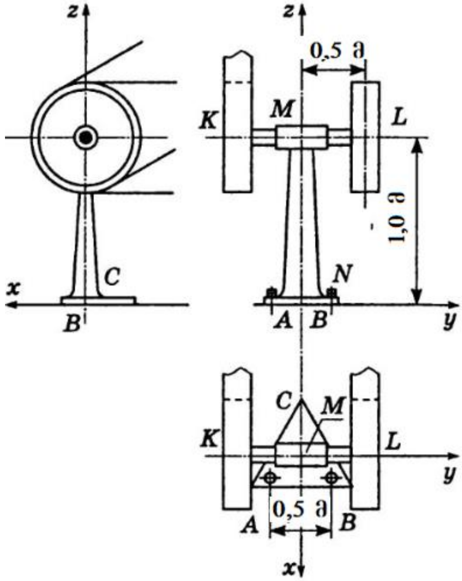
$$Z_A = G - Z_B - P\sin 10^\circ - \left(T+t\right)\sin 30^\circ = -4,47 \text{ კნ;.}$$

პასუხი: $X_A = -5,7$ ნ; $Z_A = -4,47$ კნ; $X_B = -20,48$ კნ;

$Z_B = 10,25$ კნ; $t = 2,58$ კნ; $T = 4,92$ კნ.

ამოცანა 8.38

ერთი ლილვიდან მის პარალელურ მეორე ლილვზე ბრუნვის გადასაცემად დაყენებულია ისეთი ორი დამხმარე შკივი, რომლებშიც ჩასოლილია KL ღერძი. ღერძს შეუძლია ბრუნვა MN სვეტზე დამაგრებულ M საკისარში. ამ სვეტის სამკუთხა ფუძე A და B ჭანჭიკებით არის მიჭიმული იატაკზე, ხოლო მისი C წვერო თავისუფლად ეყრდნობა იატაკს. A წვერო გაყრილია ფუძის მრგვალ ნახვრეტში, ხოლო B ჭანჭიკი — AB ხაზის გასწვრივ გაკეთებულ განივ ნახვრეტში. სვეტის ღერძი გადის ABC სამკუთხედის ცენტრზე.

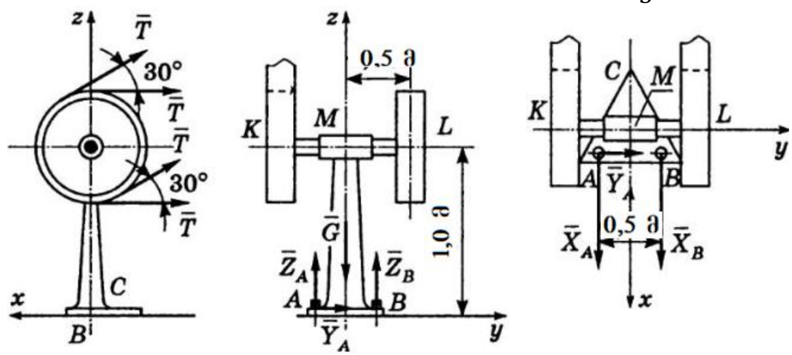


იპოვეთ რეაქციები A, B და C წერტილებში, თუ მანძილი KL ღერძიდან იატაკმდე 1 მ-ია, შკივის ცენტრებიდან სვეტის ღერძამდე მანძილი 0,5 მ-ია, ღვედების ოთხივე განშტოების დაჭიმულობები ერთნაირია და 600 ნ-ის ტოლია. მარჯვენა ღვედის განშტოებები ჰორიზონტალურია, ხოლო მარცხენა ღვედის განშტოებები დახრილნი არიან ჰორიზონტისადმი 30° კუთხით. მთლიანი დანადგარის წონაა 3 კნ და მოდებულია სვეტის ღერძზე მდებარე წერტილში; მოცემულიაზომები: $AB = BC = CA = 50$ სმ.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ ნახაზზე მოქმედი აქტიური ძალები და ბმების რეაქციის ძალები, არჩეულ კოორდინატთა სისტემაში შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები მიღებულ ძალთა სივრცული სისტემებისთვის:

$$\begin{cases} X_A + X_B - 2T - 2T\cos 30^\circ = 0, \\ Y_A = 0, \\ -G + 2T\sin 30^\circ + Z_A + Z_B + Z_C = 0, \\ -Z_A \cdot 0{,}25 + Z_B \cdot 0{,}25 - 2T\sin 30^\circ \cdot 0{,}5 = 0, \\ -Z_A \cdot \dfrac{1}{3} \cdot 0{,}5\sin 60^\circ - Z_B \cdot \dfrac{1}{3} \cdot 0{,}5\sin 60^\circ + \\ +Z_C \cdot \dfrac{2}{3} \cdot 0{,}5\sin 60^\circ - (2T + 2T\cos 30^\circ) \cdot 1 = 0, \\ 2T \cdot 0{,}5 - 2T \cdot 0{,}5\cos 30^\circ - X_B \cdot 0{,}25 + X_A \cdot 0{,}25 + Y_A \cdot \dfrac{1}{3} \cdot 0{,}5\sin 60^\circ = 0. \end{cases}$$



თუ ამ სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ

$X_A = 1{,}04$ კნ; $X_B = 2T = 1{,}2$ კნ; $Y_A = 0$ კნ;

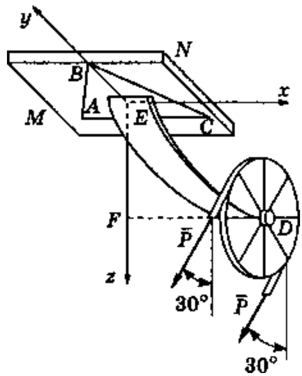
$Z_A = -2{,}39$ კნ; $Z_B = -1{,}19$ კნ; $Z_C = 5{,}97$ კნ;

პ ა ს უ ხ ი : $X_A = 1{,}04$ კნ; $Y_A = 0$; $Z_A = -2{,}39$ კნ; $X_B = 1{,}2$ კნ; $Z_B = -1{,}19$ კნ; $Z_C = 5{,}97$ კნ;

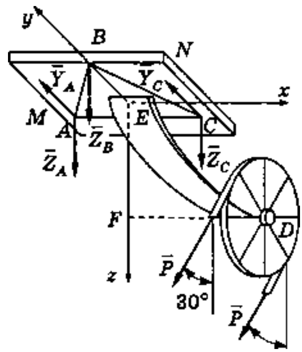
შ ე ნ ი შ ვ ნ ა . ამოცანათა კრებულში პასუხი არასწორია, გამოთვლებში დაშვებუ;ლი შესაძლო შეცდომების გამო.

ამოცანა 8.39

ღვედიანი შკივის D საკიდი A და C წერტილებით მიმაგრებულია საკისარის MN გლუვ ჰორიზონტალურ ზედაპირზე, ხოლო B წერტილით მიბჯენილია მასზე. ეს წერტილები მდებარეობენ 30 სმ გვერდის სიგრძის მქონე ABC ტოლგვერდა სამკუთხედის წვეროებში. D შკივის ცენტრის მდებარეობას განსაზღვრავენ ABC სამკუთხედის ცენტრიდან დაშვებული $\mathrm{EF} = 40$ სმ ვერტიკალი და AC გვერდის პარალელური $\mathrm{FD} = 50$ სმ ჰორიზონტალი. შკივის სიბრტყე FD წრფის მართობულია. ღვედის თითოეული განშტოების P დაჭიმულობა 1200 ნ-ის ტოლია და ვერტიკალიდან 30° კუთხით არის გადახრილი. იპოვეთ A,B და C საყრდენების რეაქციები. ნაწილების წონები უგულებელყავით.



ამოხსნა



გამოვსახოთ ნახაზზე მოქმედი ძალები, ბმების რეაქციის ძალები და შემოვიღოთ კოორდინატთა სისტემა $Exyz$. გავითვალისწინოთ, რომ ბორბლის მხრიდან ძალვა D შკივის საკისრებს გადაეცემა და შევადგინოთ შკივზე მოქმედ სივრცულ ძალთა სისტემისათვის წონასწორობის განტოლებები y,z ღერძებზე პროექციებში და x,y,z მიმართ მომენტებისთვის):

$$
\begin{cases}
Y_A + Y_C + 2P\sin 30^\circ = 0, \\
Z_A + Z_B + Z_C + 2P\cos 30^\circ = 0, \\
-Z_A \cdot \dfrac{1}{3} \cdot 30\sin 60^\circ - Z_C \cdot \dfrac{1}{3} \cdot 30\sin 60^\circ + \\
+Z_B \cdot \dfrac{2}{3} \cdot 30\sin 60^\circ - 2P\sin 30^\circ \cdot EF = 0, \\
Z_A \cdot 15 - Z_C \cdot 15 - 2P\cos 30^\circ \cdot FD = 0, \\
Y_C \cdot 15 - Y_A \cdot 15 + 2P\sin 30^\circ \cdot FD = 0,
\end{cases}
$$

თუ ამ სისტემას ამოვხსნით, მივიღებთ

$$Y_A = 1{,}14 \text{ კნ}; \ \ Y_C = -2{,}6 \text{ კნ};$$

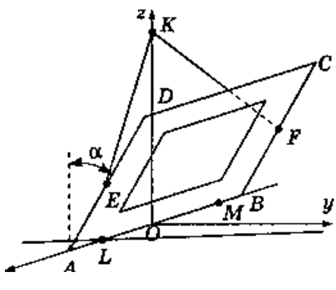
$$Z_A = 1{,}85 \text{ კნ}; \ \ Z_B = 1{,}15 \text{ კნ}; \ \ Z_C = -5{,}08 \text{ კნ}.$$

პასუხი: $Y_A = 1{,}14$ კნ; $Z_A = 1{,}85$ კნ; $Z_B = 1{,}15$ კნ; $Y_C = -2{,}6$ კნ;

$$Z_C = -5{,}08 \text{ კნ}$$

ამოცანა 8.40

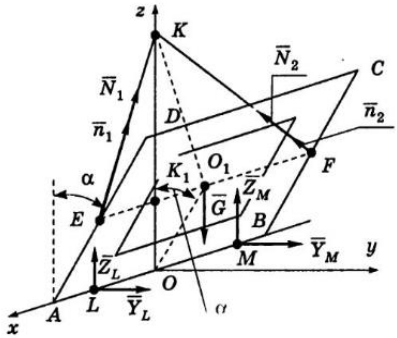
ABCD მართკუთხა ჩარჩოს მქონე სურათი ჩამოკიდებულია ვერტიკალურ კედელზე K კავზე ჩამოცმული EKF ზონარით, ისე რომ ჩარჩოს AB გვერდი ჰორიზონტალურია; E და F წერტილები შესაბამისად AD და BC გვერდების შუა წერტილებია. სურათი კედლის მიმართ $\alpha = arctg\,(3/4)$ კუთხით არის დახრილი და ეყრდნობა კედელზე ჩაჭედებულ L და M ლურსმნებს, ამასთან, AL = MB. სურათის ზომებია: AB = 60 სმ, AD = 75 სმ; სურათის წონაა 200 ნ და მოდებულია ABCD მართკუთხედის



ცენტრში; ზონარის სიგრძეა 85 სმ. იპოვეთ ზონარის T დაჭიმულობა და აგრეთვე L და M ლურსმნებზე დაწოლა.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გამოვსახოთ სურათზე მოქმედი ძალები (ნახ. 1). პირველ რიგში განვსაზღვროთ $\vec{N}_1$ და $\vec{N}_2$ ძალების მიმართულებები $\vec{n}_1$ და $\vec{n}_2$ ვექტორების საშუალებით.



ნახ. 1

გამოვთვალოთ

$$\sin\alpha = \frac{tg\alpha}{\sqrt{1+tg^2\alpha}} = \frac{3/4}{\sqrt{1+3^2/4^2}} = \frac{3}{5} = 0,6;$$

$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1+3^2/4^2}} = \frac{4}{5} = 0,8;$$

$$K_1O_1 = OO_1\sin\alpha = \frac{75}{2}\cdot 0,6 = \frac{45}{2} \text{ სმ};$$

$$KO_1 = \sqrt{KF^2 - O_1F^2} = \sqrt{\left(\frac{82}{2}\right)^2 - \left(\frac{60}{2}\right)^2} =$$

$$= \frac{5}{2}\sqrt{17^2 - 12^2} = \frac{5}{2}\sqrt{(12+5)^2 - 12^2} = \frac{5}{2}\sqrt{145} \text{ სმ};$$

$$KK_1=\sqrt{KO_1^2-K_1O_1^2}=\sqrt{\frac{25}{4}\cdot 145-\frac{45^2}{4}}=$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{25\cdot 145-45\cdot 45}=\frac{5}{2}\sqrt{5\cdot 29-9\cdot 9}=\frac{5}{2}\sqrt{145-81}=\frac{5}{2}\cdot 8=20$$

სმ

$$OK=OK_1+K_1K=OO_1\cos\alpha+K_1K=\frac{75}{2}\cdot 0,8+20=30+20=50$$

სმ;

ვთქვათ, (x_K, y_K, z_K) და (x_E, y_E, z_E) — შესაბამისად K და E წერტილების კოორდინატებია. მაშინ

$$n_{1x}=x_K-x_E=0-30=-30;$$

$$n_{1y}=y_K-y_E=O_1K_1=-\frac{45}{2};$$

$$n_{1Z}=Z_K-Z_E=K_1K=20.$$

შეკვეცის შემდეგ მივიღებთ $\vec{n}_1 = \vec{n}_1$ (-12; -9; 8). ანალოგიურად ვიპოვით $\vec{n}_2 = \vec{n}_2$ (12; -9; 8).

ვთქვათ, $cos\,\alpha_1, cos\,\beta_1, cos\,\gamma_1,$ — $\vec{n}_1$ ვექტორის მიმმართველი კოსინუსებია, ხოლო $cos\,\alpha_2, cos\beta_2\,, cos\,\gamma_2,$ — $\vec{n}_2$ ვექტორის მიმმართველი კოსინუსები. ვინაიდან

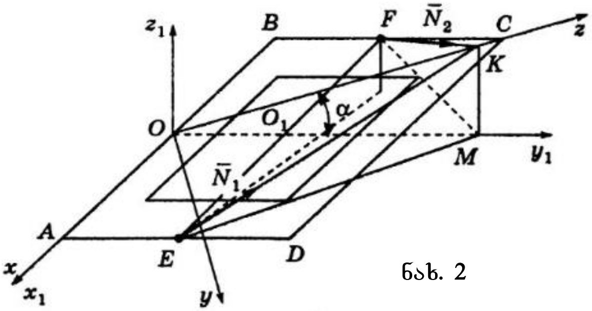
$$n_1=n_2=n=\sqrt{n_x^2+n_y^2+n_z^2}=\sqrt{12^2+(-9)^2+8^2}=17,$$

ამიტომ

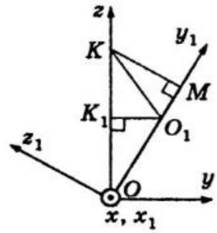
$$\cos\alpha_1=\frac{n_{1x}}{n}=-\frac{12}{17};\ \cos\alpha_2=\frac{n_{2x}}{n}=\frac{12}{17};$$

$$\cos\beta_1=\cos\beta_2=-\frac{9}{17};\ \cos\gamma_1=\cos\gamma_2=\frac{8}{17};$$

შევნიშნოთ, რომ მიმმართველი კოსინუსები შეიძლება ჯერ გამოვთვალოთ კოორდინატთა $x_1y_2z_1$ სისტემაში, ხოლო შემდეგ მოვაბრუნოთ ეს სისტემა საათის ისრის საწინააღმდეგოდ α კუთხით $x = x_1$ ღერძის გარშემო და გადავიდეთ xyz სისტემაზე (ნახ. 2, 3).



ნახ. 2



ნახ. 3

შ ე ნ ი შ ვ ნ ა , ნახ. 3-ზე პირობითი ნიშანი ⊙ აღნიშნავს იმას, რომ x და x_1 ღერძები ნახაზის სიბრტყის პერპენდიკულარულია და მომართულია ჩვენსკენ.

ახლა შევადგინოთ წონასწორობის განტოლებები კოორდინატთა xyz სისტემაში:

$$\begin{cases} N_1\cos\alpha_1 + N_2\cos\alpha_2 = 0, \\ N_1\cos\beta_1 + N_2\cos\beta_2 + Y_L + Y_M = 0, \\ N_1\cos\gamma_1 + N_2\cos\gamma_2 + Z_L + Z_M - G = 0, \\ -G\cdot K_1O_1 + \left(y_E N_1\cos\gamma_1 - z_E N_1\cos\beta_1\right) + \\ +\left(y_F N_2\cos\gamma_2 - z_F N_2\cos\beta_2\right) = 0, \\ Z_M\cdot OM - Z_L\cdot OL + \left(z_E N_1\cos\alpha_1 - x_E N_1\cos\gamma_1\right) + \\ +\left(z_F N_2\cos\alpha_2 - x_F N_2\cos\gamma_2\right) = 0, \\ Y_L\cdot OL - Y_M\cdot OM = 0, \end{cases}$$

აქ, (x_E, y_E, z_E) და (x_F, y_F, z_F) — შესაბამისად E და F წერტილების კოორდინატებია.

სისტემის პირველი განტოლებიდან ვიპოვით:

$$-\frac{12}{17}N_1 + \frac{12}{17}N_2 = 0 \Rightarrow N_1 = N_2;$$

მეექვსედან —

$$Y_L = Y_M,$$

ეს იმიტომ, რომ $OL=OM$.

მეხუთე განტოლებიდან, იმის გათვალისწინებით, რომ $N_1 = N_2$, $z_1 = z_2, x_1 = x_2, \cos\gamma_1 = \cos\gamma_2, \cos\alpha_1 = \cos\alpha_2, OM - OL$, მივიღებთ:

$$Z_L = Z_M.$$

ვინაიდან, $y_E = y_F = 45/2$, $z_E = z_F = 30$სმ, $x_E = -x_F = 30$სმ, ამიტომ სისტემის მეოთხე განტოლებიდან მივიღებთ:

$$N_1 = N_2 = \frac{G \cdot K_1O_1}{2\left(y_E\cos\gamma_1 - z_E\cos\beta_1\right)} =$$

$$= \frac{200 \cdot \frac{45}{2}}{2\left(\frac{45}{2} \cdot \frac{8}{17} + 30 \cdot \frac{9}{17}\right)} = \frac{50 \cdot 45 \cdot 17}{450} = 85 \text{ ნ}.$$

ხოლო მეორედან და მესამედან —

$$Y_L = Y_M = \frac{9}{17} \cdot N_1 = \frac{9}{17} \cdot 85 = 45 \text{ ნ};$$

$$Z_L = Z_M = \frac{G}{2} - \frac{8}{17} \cdot N_1 = 100 - \frac{8}{17} \cdot 85 = 60 \text{ ნ}.$$

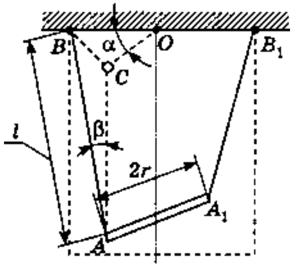
ლურსმნებზე დაწოლა:

$$Y'_L = Y'_M = Y_L = -45 \text{ ნ}; \quad Z'_L = Z'_M = -Z_L = -60 \text{ ნ}.$$

ზონარის დაჭიმულობა: $T = N_1 = N_2 = 85$ ნ $T = N_1 = N_2 = 85$ ნ

პასუხი: $T = 85$ ნ; $Y'_L = Y'_M = -45$ ნ; $Z'_L = Z'_M = -60$ ნ.

ამოცანა 8.41



ორძაფა საკიდელა (ბიფილარი) წარმოადგენს B და B_1 წერტილებში დამაგრებულ l სიგრძის მქონე ორ უჭიმავ ძაფზე ჩამოკიდებულ AA_1 ერთგვაროვან ღეროს, რომლის სიგრძეა $AA_1 = BB_1 = 2r$, ხოლო მისი წონაა P. ღერო შემობრუნებულია ვერტიკალური ღერძის გარშემო α კუთხით. იპოვეთ წყვილძალის ისეთი

M მომენტი, რომელიც უნდა მოვდოთ ღეროს წონასწორობის შესანარჩუნებლად. იპოვეთ აგრეთვე ძაფების T დაჭიმულობა.

ა მ ო ხ ს ნ ა

ამოცანის პირობებიდან გამომდინარე

$$\vec{T} = \vec{T}' + \vec{T}''',$$

სადაც,

$$T' = T\sin\beta, T'' = T\cos\beta,$$

ამის შემდეგ, ძალების z ღერძზე პროექციებისთვის წონასწორობის განტოლებიდან და O_1 წერტილის მიმართ მომენტების განტოლებიდან, $T' \cdot 2r = M$ პირობის გათვალისწინებით, მივიღებთ

$$T'' = \frac{P}{2}.$$

მაშინ

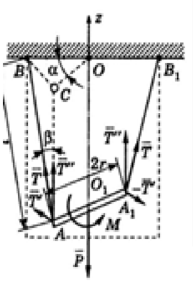
$$T = \frac{T'''}{\cos\beta} = \frac{P}{2\cos\beta}.$$

ნახ. 1-დან განვსაზღვრავთ

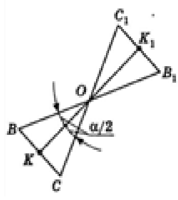
$$BC = l\sin\beta.$$

მეორეს მხრივ (ნახ. 2),

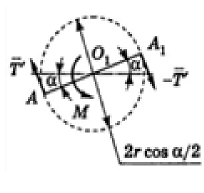
$$BC = 2r\sin\frac{\alpha}{2}.$$



ნახ. 1



ნახ. 2



ნახ. 3

შესაბამისად,

$$\sin\beta = \frac{2r}{l}\sin\frac{\alpha}{2},\ \cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta} = \sqrt{\frac{l^2 - 4r^2\sin^2\dfrac{\alpha}{2}}{l}}.$$

მაშინ,

$$T = \frac{Pl}{\sqrt{l^2 - 4r^2\sin^2\dfrac{\alpha}{2}}}.$$

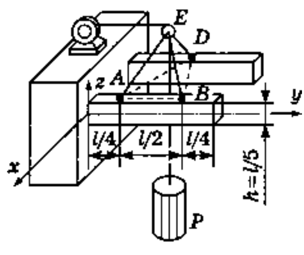
. 1 — 3 ნახაზების საფუძველზე მივიღებთ

$$M = T'KK_1 = T'\cdot 2r\cos\frac{\alpha}{2} = T\sin\beta\cdot 2r\cos\frac{\alpha}{2} =$$

$$= \frac{2P\cdot r^2\sin\dfrac{\alpha}{2}\cos\dfrac{\alpha}{2}}{\sqrt{l^2 - 4r^2\sin^2\dfrac{\alpha}{2}}} = \frac{P\cdot r^2\sin\alpha}{\sqrt{l^2 - 4r^2\sin^2\dfrac{\alpha}{2}}},$$

პასუხი: $M = \dfrac{P\cdot r^2\sin\alpha}{\sqrt{l^2 - 4r^2\sin^2\dfrac{\alpha}{2}}};\ T = \dfrac{Pl}{\sqrt{l^2 - 4r^2\sin^2\dfrac{\alpha}{2}}}.$

ამოცანა 8.42



წესიერი პირამიდის ფორმის მქონე ABDE სამფეხა სახსრულად არის დამაგრებული ორ კონსოლურ კოჭზე. სამფეხას *E* წვეროზე დამაგრებულ ბლოკზე გადაკიდებული გვარლი P ტვირთს მაღლა ეწევა ჯალამბარის საშუალებით. ბლოკიდან ჯალამბარამდე გაჭიმულია გვარლი კონსოლების პარალელურად. განსაზღვრეთ ქვედა კონსოლის ჩამაგრების რეაქციები, უგულებელყავით მისი და სამფეხას წონები. სამფეხას სიმაღლეა l/2.

ა მ ო ხ ს ნ ა

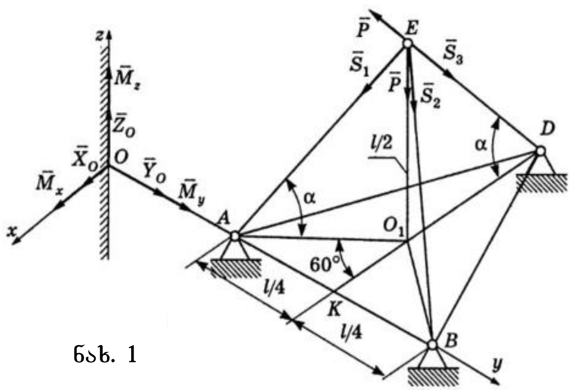
გამოვსახოთ სამფეხზე მოქმედი ძალები და ქვედა კონსოლის მყარ ჩამაგრებაში აღძრული ძალები (ნახ. 1).

გამოვიყენოთ წესიერი პირამიდის თვისება და წინასწარ გამოვთვალოთ (ნახ. 1, 2):

$$AO_1 = \frac{l}{4\sin 60^\circ} = \frac{l}{2\sqrt{3}};$$

$$\frac{l/2}{AO_1} = tg\alpha \Rightarrow tg\alpha = \frac{l}{2AO_1} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ;$$

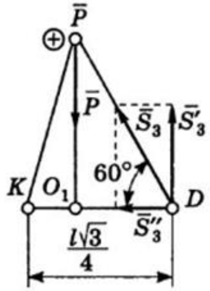
$$O_1K = AO_1\cos 60^\circ = \frac{l}{4\sqrt{3}};\ KD = 3\cdot O_1K = \frac{\sqrt{3}\cdot l}{4}.$$



ნახ. 1

ვიპოვოთ ახლა $\overrightarrow{S_3}$, ძალა, რისთვისაც შევადგინოთ მომენტების განტოლება y ღერძის მიმართ:

$$S_3 \cdot KD\sin 60^\circ - P \cdot O_1K = 0,$$



ნახ. 2

ანუ,

$$\frac{3 \cdot l}{8} S_3 - P\frac{l}{4\sqrt{3}} = 0 \Rightarrow S_3 = \frac{2\sqrt{3}}{9}P;$$

$$S_3' = S_3 \sin 60^\circ;\; S_3'' = S_3 \cos 60^\circ.$$

შევადგინოთ ქვედა კონსოლის წონასწორობის განტოლებები:

x ღერძზე პროექციებში —

$$X_O + S_2 \cos 60^\circ = 0 \Rightarrow X_O = -\frac{\sqrt{3}}{9}P;$$

y ღერძზე პროექციებში —

$$Y_O - P = 0 \Rightarrow Y_O = P;$$

z ღერძზე პროექციებში —

$$Z_O - P + S_3 \sin 60^\circ = 0 \Rightarrow Z_O = -\frac{2P}{3}.$$

განვსაზღვროთ ჩამაგრებაში რეაქტიული მომენტები, რისთვისაც შევადგინოთ x, y, z ღერძების მიმართ მომენტების განტოლებები:

$$M_x + P\left(\frac{l}{2} + \frac{l}{10}\right) - P\left(\frac{l}{4} + \frac{l}{4}\right) + S_3'\left(\frac{l}{4} + \frac{l}{4}\right) = 0;$$

$$M_y - P \cdot KO_1 + S_3' \cdot KD + S_3'' \cdot \frac{l}{10} = 0;$$

$$M_z + P \cdot O_1K - S_3''\left(\frac{l}{4} + \frac{l}{4}\right) = 0;$$

ამ განტოლებებიდან მივიღებთ:

$$M_x = -\frac{9}{15}Pl;$$

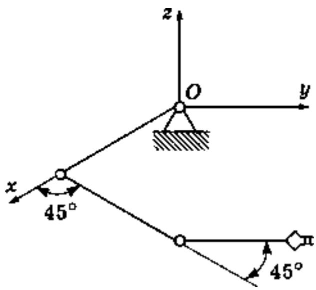
$$M_y = P \cdot KO_1 - \left(S_3' \cdot KD + S_3'' \cdot \frac{l}{10} \right) = \frac{\sqrt{3}}{90} Pl;$$

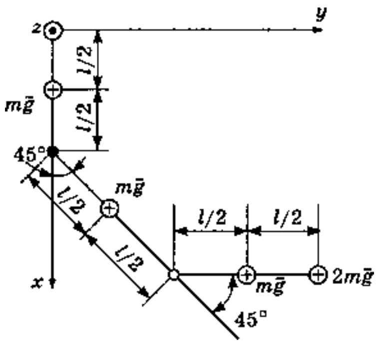
$$M_z = -P \cdot O_1 K + S_3'' \frac{l}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{36} Pl.$$

პასუხი: $X_O = -\frac{\sqrt{3}}{9} P; Y_O = P;\ Z_O = -\frac{2P}{3}; M_x = -\frac{9}{15} Pl;$

$$M_y = \frac{\sqrt{3}}{90} Pl; M_z = -\frac{\sqrt{3}}{36} Pl.$$

ამოცანა 8.43





რობოტ-მანიპულატორის ოთხმუხლიანი მექანიზმი მოთავსებულია ჰორიზონტალურ Oxy სიბტყეში. ყველა მუხლს ერთიდაიგივე l სიგრძე და ერთიდაიგივე m მასა აქვს. მანიპულაციის ობიექტის მასა არის 2m. იპოვეთ სიმძიმის ძალების მომენტები კოორდინატთა ღერძების მიმართ. ჩათვალეთ, რომ ყველა მუხლი ერთგვაროვანი ღეროა.

ამოხსნა

ვინაიდან ყველა ძალა z ღერძის პარალელურია, ამიტომ სიმძიმის ძალის მომენტისთვის z ღერძის მიმართ შეგვიძლია დავწეროთ

$$M_Z = 0.$$

შენიშვნა. ნახაზზე z ღერძი და სიმძიმის ყველა ძალა ნახაზის სიბრტყის პერპენდიკულარულია, ამასთან, ნიშანი ⊕ აღნიშნავს, რომ ძალები მიმართულია ჩვენგან, ხოლო ნიშანი ⊙ —z ღერძი მომართულია ჩვენსკენ

ნახაზის მიხედვით ვიპოვოთ სიმძიმის ძალის მომენტები x ღერძის მიმართ:

$$M_X = -\left[mg\frac{l}{2}\sin 45^\circ + mg\left(l\sin 45^\circ + \frac{l}{2} \right) + 2mg\left(l\sin 45^\circ + l \right) \right] =$$
$$-4,98mgl;$$

y ღერძის მიმართ:

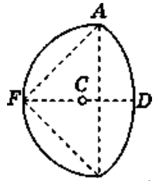
$$M_Y = mg\frac{l}{2} + mg\left(l + \frac{l}{2}\cos 45^\circ \right) + mg\left(l\cos 45^\circ + l \right) =$$
$$= +2mg\left(l + l\cos 45^\circ \right) = -6,98mgl\,.$$

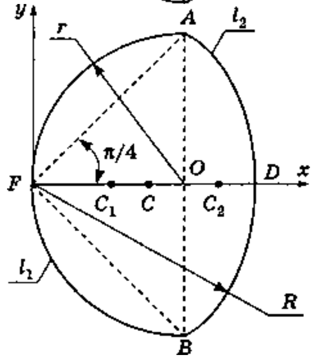
პასუხი: $M_X = -4,98mgl;\ M_Y = 6,98mgl;\ M_Z = 0.$

9. სიმძიმის ცენტრი

ამოცანა 9.1

იპოვეთ ისეთი AFBD ღეროვანი კონტურის C სიმძიმის ცენტრის მდებარეობა, რომელიც შესდგება FD = R რადიუსიანი წრეწირის ერთი მეოთხედი ADB რკალისაგან და AB ქორდაზე, როგორც დიამეტრზე, აგებულული AFB ნახევარწრისაგან. ყველა ღეროს წრფივი სიმკვრივეები ერთნაირია.





ა მ ო ხ ს ნ ა

ვინაიდან ნახაზზე გატარებული x ღერძი წარმოადგენს სიმეტრიის ღერძს, ამიტომ ღეროვანი კონტურის C ცენტრი მდებარეობს ამ ღერძზე. თუ აღვნიშნავთ l_1 და l_2 სიმბოლოებით შესაბამისად AFB და ADB კონტურების სიგრძეებს, მივიღებთ

$$x_C = PC = \frac{x_{C1} \cdot l_1 + x_{C2} \cdot l_2}{l_1 + l_2}, \qquad (1)$$

სადაც, x_{C1} და x_{C2} – AFB და ADB რკალების სიმძიმის ცენტრების აბსცისებია.

$$x_{C1} = PC_1 = FO - OC_1 = r - r\frac{\sin\frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}} = r - \frac{2r}{\pi} = \left(1 - \frac{2}{\pi}\right)\frac{\sqrt{2}}{2}R,$$

სადაც, $r = \dfrac{\sqrt{2}}{2}R.$

$$x_{C2} = PC_2 = R\frac{\sin\frac{\pi}{4}}{\frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{\pi}R.$$

თუ ჩავსვამთ, x_{C1} და x_{C2} სიდიდეებისთვის მიღებულ გამოსახულებებს (1) განტოლებაში და გავითვალისწინებთ იმას, რომ

$$l_1 = \pi r = \frac{\sqrt{2}\cdot\pi R}{2}, \quad l_2 = \frac{\pi R}{2},$$

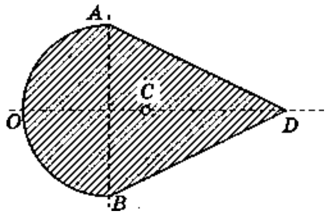
მივიღებთ:

$$PC = \frac{\left(1-\frac{2}{\pi}\right)\frac{\sqrt{2}}{2}R\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\pi R + \frac{2\sqrt{2}}{\pi}R\cdot\frac{\pi R}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}\pi R + \frac{\pi R}{2}} = \frac{1-\frac{2}{\pi}+2\frac{\sqrt{2}}{\pi}}{\sqrt{2}+1}R =$$

$$= R\left(\sqrt{2}-1\right) + \frac{2R}{\pi}\left(\sqrt{2}-1\right)^2 = R\left(\sqrt{2}-1\right) + \frac{2R}{\pi}\left(3-2\sqrt{2}\right) = 0,5235R.$$

პ ა ს უ ხ ი : $PC = R\left(\sqrt{2}-1\right) + \frac{2R}{\pi}\left(3-2\sqrt{2}\right) = 0,5235R.$

ამოცანა 9.2



იპოვეთ AD და DB მონაკვეთებით და R რადიუსიანი AOB ნახევარწრით შემოსაზღვრული ფართეულის C სიმძიმის ცენტრის მდებარეობა, თუ OD = 3R.

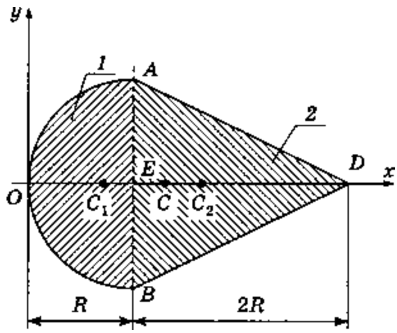
ა მ ო ხ ს ნ ა

გავავლოთ x სიმეტრიის ღერძი სათავით O წერტილში. ნახაზზე გამოსახული ფიგურა შედგება ორი ფიგურისაგან: 1 —AOB ნახევარწრისაგან, სიმძიმის ცენტრით C_1 წერტილში და 2 — ABD სამკუთხედისგან, სიმძიმის ცენტრით C_2 წერტილში.

ვთქვათ, C_1, C_2, C_3 წერტილების აბსცისებია შესაბამისად x_{C1}, x_{C2}, x_{C3}, ხოლო 1 და 2 ფიგურების ფართობებია შესაბამისად S_1, S_2. ვიპოვოთ:

$$x_{C1} = OC_1 = R - \frac{2}{3}R\frac{\sin\frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}} = R\left(1-\frac{4}{3\pi}\right);$$

$$x_{C2} = OC_2 = OE + EC_2 = OE + \frac{1}{3}ED = R + \frac{2}{3}R = \frac{5}{3}R$$



$$S_1 = S_{AOD} = \frac{1}{2}\pi R^2;$$

$$S_2 = S_{ADB} = \frac{1}{2}AB \cdot FD =$$

$$= \frac{1}{2}2R \cdot 2R = 2R^2.$$

თუ მიღებულ დამოკიდებულებებს შემდეგ ფორმულაში ჩავსვამთ

$$x_C = OC = \frac{S_1 x_{C1} + S_2 x_{C2}}{S_1 + S_2},$$

მივიღებთ

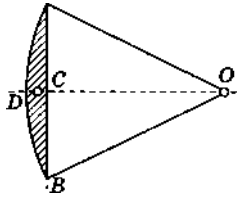
$$OC = \frac{\frac{1}{2}\pi R^2 \cdot R\left(1 - \frac{4}{3\pi}\right) + 2R^2\frac{5}{3}R}{\frac{1}{2}\pi R^2 + 2R^2} = \frac{\pi - \frac{4}{2} + \frac{20}{3}}{\pi + 4}R = \frac{3\pi + 16}{3\pi + 12} = 11,9R.$$

პასუხი: $OC = \frac{3\pi + 16}{3\pi + 16} = 11,9R.$

ამოცანა 9.3

იპოვეთ AO = 30 სმ რადიუსიანი ADB წრიული სეგმენტის C სიმძიმის ცენტრი, თუ $\angle AOB = 60°$.

ამოხსნა



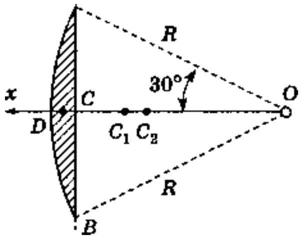
წარმოვიდგინოთ წრიული სეგმენტის ფართობი როგორც ორი ფიგურის

ფართობების სხვაობა: ფიგურა 1 — OADB სექტორი (ფართობით S_1) და ფიგურა 2 — OAB სამკუთხედი (ფართობით S_2). მაშინ სეგმენტის სიმძიმის ცენტრი განისაზღვრება შემდეგი ფორმულით:

$$x_C = OC = \frac{S_1 x_{C1} - S_2 x_{C2}}{S_1 - S_2},$$

ნახაზის დახმარებით ვიპოვით:

$$S_1 = \frac{1}{2}\frac{\pi}{3}R^2,$$



$$x_{C1} = OC_1 = \frac{2}{3}R\frac{\sin\frac{\pi}{6}}{\frac{\pi}{6}} = \frac{2R}{\pi},$$

$$S_2 = \frac{1}{2}R^2\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4}R^2,$$

$$x_{C2} = OC_2 = \frac{2}{3}R\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}R.$$

მაშინ

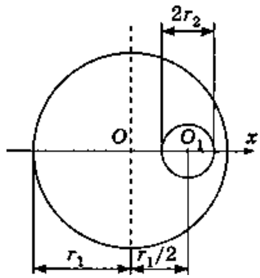
$$OC = \frac{\frac{\pi}{6}R^2\cdot\frac{2R}{\pi} - \frac{\sqrt{3}}{4}R^2\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}R}{\frac{\pi}{6}R^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}R^2} = \frac{\frac{1}{3}-\frac{1}{4}}{\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{4}}R = \frac{1}{2\pi - 3\sqrt{3}}OA =$$

$$= \frac{30}{2\pi - 3\sqrt{3}} = 27,7 \text{ სმ}$$

პ ა ს უ ხ ი : OC = 27,7 სმ.

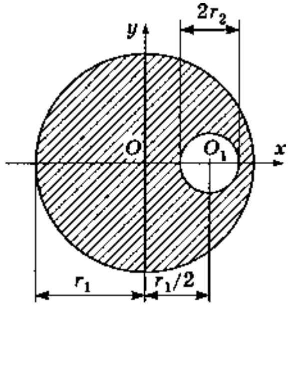
ამოცანა 9.4

იპოვეთ მრგვალ ნახვრეტიანი ერთგვაროვანი დისკოს სიმძიმის ცენტრის მდებარეობა, თუ ვიგულისხმებთ, რომ დისკოს რადიუსია r_1, ხოლო ნახვრეტის რადიუსია r_2 და ამ ნახვრეტის ცენტრი დაშორებულია დისკოს ცენტრიდან $r_1/2$ მანძილზე.



ა მ ო ხ ს ნ ა

შემოვიღოთ კოორდინატთა სისტემა, რომლის სათავესაც დისკოს O ცენტრი წარმოადგენს (იხ. ნახაზი). ვინაიდან Ox ღერძი გადის ნახვრეტის ცენტრზეც, ამიტომ ის იქნება სიმეტრიის ღერძიც და შესამამისად, სიმძიმის ცენტრი მასზე იქნება მოთავსებული. მთლიან დისკოს ნახვრეტის გარეშე დავარქვათ ფიგურა 1 (S_1 ფართობით და სიმძიმის ცენტრით $C_1 = O$ წერტილში.), ხოლო ამონაჭერს დავარქვათ ფიგურა 2 (S_2 ფართობით და სიმძიმის ცენტრით $C_2 = O_1$ წერტილში.). მაშინ მივიღებთ



$$S_1 = \pi r_1^2,\ x_{C1} = OO = 0,$$

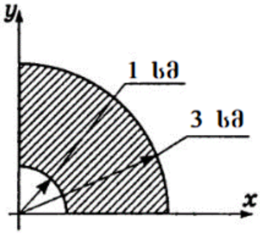
$$S_2 = \pi r_2^2,\ x_{C2} = OO_1 = \frac{r_1}{2}.$$

$$x_C = \frac{S_1 x_{C1} - S_2 x_{C2}}{S_1 - S_2} =$$

$$= -\frac{\pi r_2^2 \cdot \frac{r_1}{2}}{\pi r_1^2 - \pi r_2^2} = \frac{r_1 r_2^2}{2\left(r_1^2 - r_2^2\right)},$$

პასუხი: $X_C = \dfrac{r_1 r_2^2}{2\left(r_1^2 - r_2^2\right)}$

ამოცანა 9.5

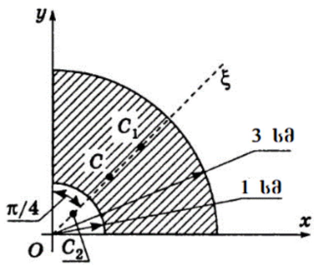


იპოვეთ ნახაზზე ნაჩვენები რგოლის მეოთხედის სიმძიმის ცენტრის კოორდინატები..

ამოხსნა

რგოლის მეოთხედის C სიმძიმის ცენტრი მდებარეობს სიმეტრიის Oξ ღერძზე, (იხ. ნახაზი) და განისაზღვრება ფორმულით

$$OC = \frac{S_1 \cdot OC_1 - S_2 \cdot OC_2}{S_1 - S_2},$$



სადაც 1 ინდექსით აღნიშნულია სიდიდეები, რომლებიც შეესაბამებიან R_1= 3 სმ რადიუსიანი წრის მეოთხედს, ხოლო ინდექსით 2 — რომლებიც შეესაბამებიან $R_2 = 1$ სმ რადიუსიან ამონაჭერს. გვაქვს

$$S_1 = \frac{1}{4}\pi R_1^2,\ OC_1 = \frac{2}{3}R_1 \frac{\sin\frac{\pi}{4}}{\frac{\pi}{4}} = \frac{4\sqrt{2}}{3\pi}R_1;$$

$$S_2 = \frac{1}{4}\pi R_2^2,\ OC_2 = \frac{2}{3}R_2 \frac{\sin\frac{\pi}{4}}{\frac{\pi}{4}} = \frac{4\sqrt{2}}{3\pi}R_2.$$

მაშინ,

$$OC=\frac{\frac{1}{4}\pi R_1^2\cdot\frac{4\sqrt{2}}{3\pi}R_1-\frac{1}{4}\pi R_2^2\cdot\frac{4\sqrt{2}}{3\pi}R_2}{\frac{1}{4}\pi R_1^2-\frac{1}{4}\pi R_2^2}=$$

$$=\frac{4\sqrt{2}}{3\pi}\frac{R_1^3-R_2^3}{R_1^2-R_2^2}=\frac{4\sqrt{2}}{3\pi}\cdot\frac{R_1^2+R_1R_2+R_2^2}{R_1+R_2},$$

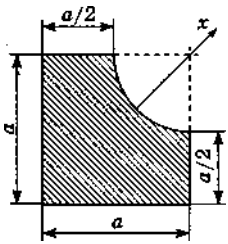
$$x_C=Y_C=OC\sin\frac{\pi}{4}=\frac{4}{3\pi}\cdot\frac{R_1^2+R_1R_2+R_2^2}{R_1+R_2}=$$

$$=\frac{4}{3\pi}\cdot\frac{3^2+3\cdot1+1^2}{3+1}=\frac{13}{3\pi}=1,38\text{ სმ.}$$

პასუხი: $x_C = y_C = 1,38$ სმ.

ამოცანა 9.6

იპოვეთ ნახაზზე გამოსახული ფიგურის სიმძიმის ცენტრის კოორდინატები.

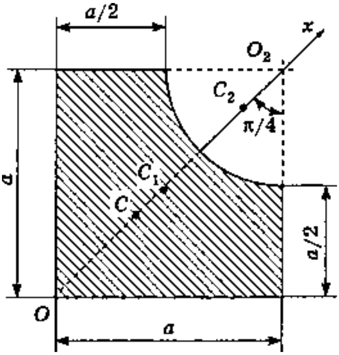


ამოხსნა

ვთქვათ ფიგურა 1 — მთლიანი კვადრატია; ფიგურა 2 — წრეწირის მეოთხედის ამონაჭერია; ხოლო S_1, C_1, x_{C1} — შესაბამისად 1 ფიგურის ფართობი, სიმძიმის ცენტრი და სიმძიმის ცენტრის ორდინატაა; S_2, C_2, x_{C2} — 2 ფიგურის ანალოგიური პარამეტრებია, ხოლო მოცემული ფიგურის C სიმძიმის ცენტრის ორდინატაა x_C (იხ. ნახაზი). მაშინ

$$S_1 = a^2,\ x_{C1} = a\frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$S_2 = \frac{1}{4}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{\pi a^2}{16},$$



$$x_{C2} = OC_2 = OO_2 - C_2O_2 =$$

$$= \sqrt{2}a - \frac{2}{3}\cdot\frac{a}{2}\cdot\frac{\sin\frac{\pi}{4}}{\frac{\pi}{4}} =$$

$$= \sqrt{2}a - \frac{4}{3}\frac{\sqrt{2}}{\pi}a = \left(1 - \frac{2}{3\pi}\right)\sqrt{2}a.$$

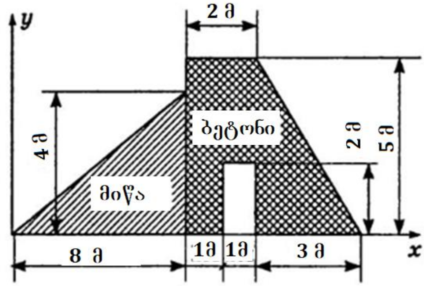
$$x_C = OC = \frac{S_1 x_{C1} - S_2 x_{C2}}{S_1 - S_2} =$$

$$= \frac{a^2\frac{\sqrt{2}}{2}a - \frac{\pi a^2}{16}\left(1 - \frac{2}{3\pi}\right)\sqrt{2}a}{a^2 - \frac{\pi a^2}{16}} = \frac{8 - \pi + \frac{2}{3}}{16 - \pi}\sqrt{2}a = \frac{26 - 3\pi}{48 - 3\pi}\sqrt{2}a = 0,61a.$$

პასუხი: $x_C = 0,61a.$

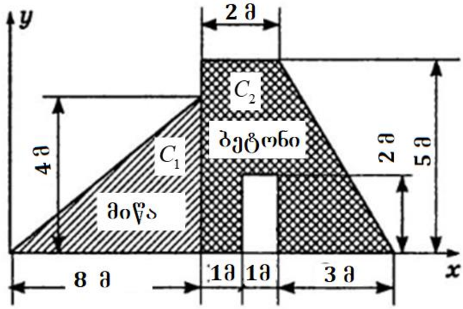
ამოცანა 9.7

იპოვეთ ნახაზზე ნაჩვენები კაშხალის განივი კვეთის სიმძიმის ცენტრი იმის გათვალისწინებით, რომ ბეტონის კუთრი წონაა 24 კნ/მ^3, ხოლო მიწის გრუნტისა კი — 16 კნ/მ^3.



ა მ ო ხ ს ნ ა

ერთ გრძივ მეტრზე მოსული სიმკვრივის სიმძიმის ცენტრის კოორდინატები გამოვითვალოთ შემდეგი ფორმულებით



$$x_C = \frac{\gamma_1 S_1 x_1 + \gamma_2 S_2 x_2}{\gamma_1 S_1 + \gamma_2 S_2},$$

$$y_C = \frac{\gamma_1 S_1 y_1 + \gamma_2 S_2 y_2}{\gamma_1 S_1 + \gamma_2 S_2}.$$

აქ, y_1, S_1, x_1, y_1— შესაბამისად მიწაყრილის სიმკვრივე, განივი კვეთის ფართობი და სიმძიმის ცენტრის კოორდინატებია, ხოლო γ_2, S_2, x_2, y_2 —ბეტონის სიმკვრივე, განივი კვეთის ფართობი და სიმძიმის ცენტრის კოორდინატებია.

ნახაზიდან ვიპოვოთ

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4 = 16\,\text{მ}^2, \quad x_1 = \frac{2}{3} \cdot 8 = \frac{16}{3}\,\text{მ},$$

$$y_1 = \frac{1}{3} 4 = \frac{4}{3}\,\text{მ}.$$

ბეტონის კონსტრუქცია წარმოვიდგინოთ მართკუთხა ამონაჭერის მქონე ტრაპეციის სახით, ხოლო თვითონ ტრაპეცია – მართკუთხედისა და 3 მ ფუძის და 5 მ სიმაღლის მქონე სამკუთხედის ერთობლიობად. ამის საფუძველზე მივიღებთ

$$S_2 = \frac{5+2}{2} \cdot 5 - 1 \cdot 2 = 15{,}5\,\text{მ}^2,$$

$$x_2 = 8 + \frac{2\cdot5\cdot1 + \frac{1}{2}\cdot3\cdot5\left(2+\frac{1}{3}\cdot3\right) - 1\cdot2\cdot1,5}{2\cdot5 + \frac{1}{2}\cdot3\cdot5 - 1\cdot2} = 8 + \frac{29,5}{15,5} = 9,9$$

მ.

$$y_2 = \frac{2\cdot5\cdot2,5 + \frac{1}{2}\cdot3\cdot5\cdot\frac{5}{3} - 1\cdot2\cdot1}{2\cdot5 + \frac{1}{2}\cdot3\cdot5 - 1\cdot2} = \frac{35,5}{15,5} = 2,29 \text{ მ.}$$

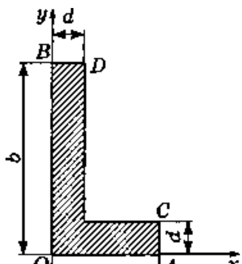
საბოლოოდ გვექნება

$$x_C = \frac{16\cdot16\cdot\frac{16}{3} + 24\cdot15,5\cdot9,9}{16\cdot16 + 24\cdot15,5} = 8,04 \text{ მ,}$$

$$y_C = \frac{16\cdot16\cdot\frac{4}{3} + 24\cdot15,5\cdot2,29}{16\cdot16 + 24\cdot15,5} = 1,9 \text{ მ.}$$

პ ა ს უ ხ ი : $x_C = 8,04$ მ; $y_C = 1,9$ მ.

ამოცანა 9.8



იპოვეთ არათანაბარ წახნაგიანი ისეთი კუთხოვანას განივი კვეთის სიმძიმის ცენტრის კოორდინატები, რომლის თაროებსაც აქვთ $OA = a$, $OB = b$ სიგანეები და $AC = BD = d$ სისქეები.

ა მ ო ხ ს ნ ა

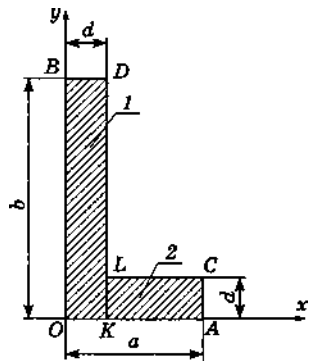
წარმოვიდგინოთ კუთხოვანა, როგორც შემდეგი ორი სხეულის ერთობლიობა: სხეული 1 — $OBDK$ მართკუთხედი; სხეული 2 — $LKAC$ მართკუთხედი. მაშინ კუთხოვანას სიმძიმის ცენტრის კოორდინატები გამოითვლება შემდეგი ფორმულებით

$$x = \frac{S_1 x_1 + S_2 x_2}{S_1 + S_2}, \; y = \frac{S_1 y_1 + S_2 y_2}{S_1 + S_2},$$

სადაც, S_i — i-ური სხეულის ფართობია; x_i, y_i — i-ური სხეულის სიმძიმის ცენტრის კოორდინატებია. $i = \overline{1,2}$.

ნახაზიდან განვსაზღვრავთ —

$$S_1 = db, \; x_1 = \frac{d}{2}, \; y_1 = \frac{b}{2},$$



$$S_2 = (a-d)d,$$

$$x_2 = d + \frac{a-d}{2} = \frac{a+d}{2}, \; y_1 = \frac{d}{2},$$

მაშინ საბოლოოდ მივიღებთ:

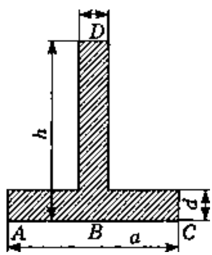
$$x = \frac{db\frac{d}{2} + (a-d)d\,\frac{a+d}{2}}{db + (a-d)d} = \frac{a^2 + bd - d^2}{2(a+b-d)},$$

$$y = \frac{db\frac{b}{2} + (a-d)d\,\frac{d}{2}}{db + (a-d)d} = \frac{b^2 + ad - d^2}{2(a+b-d)}.$$

პასუხი: $x = \dfrac{a^2 + bd - d^2}{2(a+b-d)}$; $y = \dfrac{b^2 + ad - d^2}{2(a+b-d)}$.

ამოცანა 9.9

იპოვეთ მანძილი T-ს მაგვარი $ABCD$ კვეთის სიმძიმის ცენტრიდან მის AC გვერდამდე, თუ კვეთის სიმაღლეა $BD = h$, თაროს სიგანეა $AC = a$, თაროს სისქეა d, ხოლო კედლის სისქეა b.



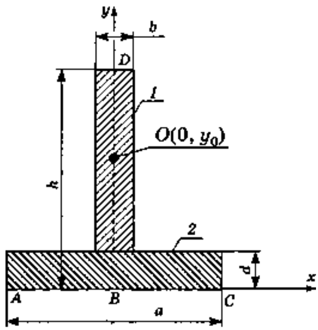
ამოხსნა

ვინაიდან $ABCD$ კვეთას გააჩნია სიმეტრიის ღერძი, ამიტომ კოორდინატთა სისტემა ისე ავარჩიოთ, რომ y ღერძი სიმეტრიის ღერძს დაემთხვეს, ხოლო x ღერძი ქვედა ფუძეზე გავდოთ. ასეთ შემთხვევაში $O(x_O, y_O)$

სიმძიმის ცენტრი y ღერძზე აღმოჩნდება, ანუ $x_O = 0$. ამიტომ საძიებელი BO მანძილი y_O სიდიდის ტოლი იქნება.

S_1, S_2 სიმბოლოებით აღვნიშნოთ ნახაზზე მითითებული 1 და 2 ფიგურების შესაბამისი ფართობები, ხოლო y_1, y_2 სიმბოლოებით — ამ ფიგურების სიმძიმის ცენტრების ორდინატები. მივიღებთ

ა მ ო ხ ს ნ ა



$$BO = y_O = \frac{S_1 y_1 + S_2 y_2}{S_1 + S_2} =$$

$$= \frac{(h-d)b\dfrac{h+d}{2} + ad\dfrac{d}{2}}{(h-d)b + ad} = \frac{ad^2 + bh^2 - bd^2}{2(ad + bh - bd)}.$$

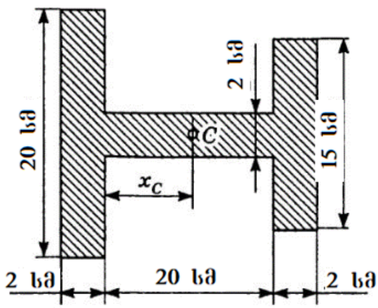
პ ა ს უ ხ ი: $\dfrac{ad^2 + bh^2 - bd^2}{2(ad + bh - bd)}$.

ამოცანა 9.10

იპოვეთ ორმაგი T-ს მაგვარი პროფილის მქონე კოჭის სიმძიმის ცენტრი, რომლის ზომებიც ნახაზზეა მითითებული.

ა მ ო ხ ს ნ ა

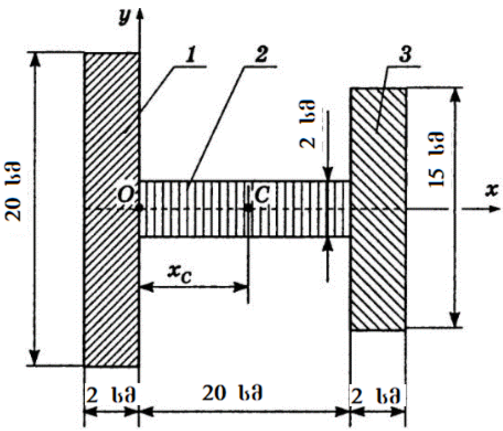
შემოვიღოთ კოორდინატთა სისტემა ისე, რომ x ღერძი დაემთხვეს სიმეტრიის ღერძს, როგორც ეს ნახაზზეა ნაჩვენები.



წარმოვიდგინოთ კოჭი სამი სხეულის ერთობლობად: სხეული 1 — მარცხენა ვეტიკალური მართკუთხედი; სხეული 2 — შუა ჰორიზონტალური მართკუთხედი; სხეული 3 — მარჯვენა ვეტიკალური მართკუთხედი.

მაშინ მივიღებთ

$$x_C = \frac{S_1x_1 + S_2x_2 + S_3x_3}{S_1 + S_2 + S_3} =$$

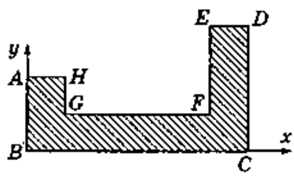


$$= \frac{20\cdot 2(-1) + 20\cdot 2\cdot 10 + 15\cdot 2\cdot 21}{20\cdot 2\cdot + 20\cdot 2 + 15\cdot 2} = \frac{990}{110} = 9 \text{ სმ.}$$

პასუხი: $x_C = 9$ სმ.

ამოცანა 9.11

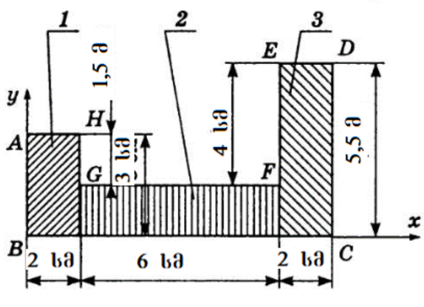
იპოვეთ ნახაზზე გამოსახული ერთგვაროვანი ფირფიტის სიმძიმის ცენტრი, თუ ცნობილია, რომ $AH = 2$ სმ, $HG = 1{,}5$ სმ, $AB = 3$ სმ, : $BC = 10$ სმ, $EF = 4$ სმ, $ED = 2$ სმ.



ამოხსნა

დავშალოთ ფირფიტა სამ მართკუთხედად, როგორც ეს ნახაზზეა ნაჩვენები.

აღვნიშნოთ: x, y — ფირფიტის სიმძიმის ცენტრის კოორდინატები; S_i, x_i, y_i — შესაბამისად i-ური მართკუთხედის ფართობი და სიმძიმის ცენტრის კოორდინატები $i = \overline{1,3}$. მაშინ

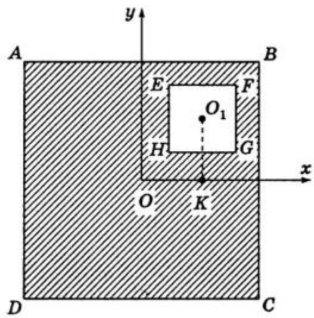


$$x=\frac{S_1x_1+S_2x_2+S_3x_3}{S_1+S_2+S_3}=\frac{6\cdot1+9\cdot5+11\cdot9}{26}=\frac{150}{26}=5\frac{10}{13}\text{ სმ;}$$

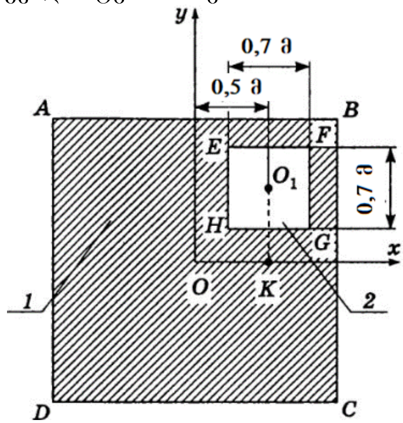
$$y=\frac{S_1y_1+S_2y_2+S_3y_3}{S_1+S_2+S_3}=\frac{6\cdot1{,}5+9\cdot0{,}75+11\cdot2{,}75}{26}=\frac{23}{13}=1\frac{10}{13}\text{ სმ.}$$

პასუხი: $x=5\frac{10}{13}$ სმ; $y=1\frac{10}{13}$ სმ.

ამოცანა 9.12



$AB = 2$ მ გვერდის მქონე $ABCD$ კვადრატულ დაფაზე ამოჭრილია ისეთი კვადრატული $EFGH$ ნახვრეტი, რომლის გვერდები $ABCD$ კვადრატის გვერდების პარალელურია და მათი სიგრძეებია 0,7 მ. იპოვეთ დაფის დარჩენილი ნაწილის სიმძიმის ცენტრის x და y კოორდინატები, თუ ცნობილია, რომ $OK = O_1K = 0{,}5$ მ, სადაც, O და O_1 — კვადრატების ცენტრებია, OK და O_1K მონაკვეთები კვადრატების შესაბამისი გვერდების პარალელურნი არიან.



ა მ ო ხ ს ნ ა

აღვნიშნოთ: ფიგურა *1* — კვადრატი $ABCD$; ფიგურა *2* — კვადრატი $EFGH$; $S_i\, S_i\, S_i$, — შესაბამისად i-ური ფიგურის ფართობი და სიმძიმის ცენტრის კოორდინატები $i=\overline{1,2}$ (იხ. ნახაზი).

საძიებელი სიმძიმის ცენტრის კოორდინატები გამოვთვალოთ შემდეგი ფორმულებით

$$x=\frac{S_1x_1-S_2x_2}{S_1-S_2},$$

$$y=\frac{S_1y_1-S_2y_2}{S_1-S_2}.$$

ვინაიდან

$$x_1 = y_1 = 0, S_1 = 4\text{ მ}^2,\ S_1 = 0{,}49\text{ მ}^2,$$
$$x_2 = OK = 0{,}5\text{ მ},\ y_2 = O_1K = 0{,}5\text{ მ}.$$

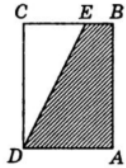
მივიღებთ

$$x = y = -0{,}07\text{ მ}.$$

პასუხი: $x = y = -0{,}07$ მ.

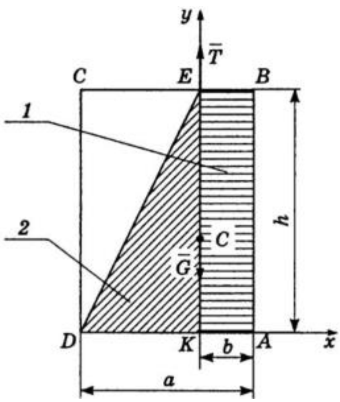
ამოცანა 9.13

$ABCD$ ერთგვაროვანი მართკუთხედის D წვეროზე გაავლეთ DE წრფე ისე, რომ ამ წრფის გასწვრივ ჩამოჭრით მიღებული $ABED$ ტრაპეციის E წვეროთი ჩამოკიდების შემთხვევაში, a სიგრძის მქონე AD გვერდი აღმოჩნდეს ჰორიზონტალურ მდგომარეობაში.



ამოხსნა

იმისათვის, რომ ABED ტრაპეციის E წვეროთი ჩამოკიდების შემთხვევაში AD გვერდი აღმოჩნდეს ჰორიზონტალურ მდგომარეობაში, აუცილებელია ძაფში $\vec{T}$ დაჭიმულობის ძალა და $\vec{G}$ სიმძიმის ძალა მდებარეობდნენ ერთ წრფეზე. თუ შემოვიტანთ კოორდინატთა სისტემას ისე, როგორც ეს ნახაზზეა ნაჩვენები, მაშინ უნდა შესრულდეს პირობა $x_c = 0$, სადაც x_C —ტრაპეციის სიმძიმის ცენტრის აბსცისაა. აღვნიშნოთ: ფიგურა 1 — ABEK მართკუთხედი; ფიგურა *2* — EKD სამკუთხედი; S_i, x_i — შესაბამისად i-ური ფიგურის ფართობი და სიმძიმის ცენტრის აბსცისა, $i = \overline{1,2}$. მაშინ



$$x_C = \frac{S_1x_1 + S_2x_2}{S_1 + S_2} = 0.$$

გამოვთვალოთ:

$$S_1 = bh,\ S_2 = \frac{a-b}{2}h,$$

$$x_1 = \frac{b}{2},\ x_2 = -\frac{1}{3}(a-b)\cdot$$

შედეგად მივიღებთ

$$b\cdot h\cdot\frac{b}{2} - \frac{a-b}{2}\cdot h\cdot\frac{1}{3}(a-b) = 0,$$

ანუ,

$$b^2 + ab - \frac{a^2}{2} = 0.$$

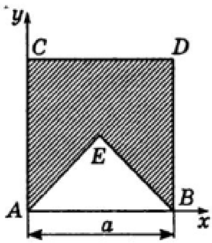
ვინაიდან b — არაუარყოფითი სიდიდეა, ამიტომ ვიპოვოთ უკანასკნელი კვადრატული განტოლების არაუარყოფითი ფესვი:

$$b = \frac{-a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{2}} = \frac{a}{2}\left(\sqrt{3}-1\right) = 0{,}366a.$$

პასუხი: $BE = 0366a.$

ამოცანა 9.14

მოცემულია კვადრატი ABDC, რომლის გვერდი არის a. იპოვეთ მის შიგნით ისეთი E წერტილი, რომ ის აღმოჩნდეს კვადრატიდან AEB ტოლფერდა სამკუთხედის ამოჭრით მიღებული ფართეულის სიმძიმის ცენტრი.



ამოხსნა

ვინაიდან კვადრატიდან ტოლფერდა სამკუთხედია ამოჭრილი, ამიტომ x = $a/2$ წრფე სიმეტრიის ღერძს წარმოადგენს, და მაშინ სიმძიმის ცენტრი $E(x_E, y_E)$ მდებარეობს ამ წრფეზე, ანუ

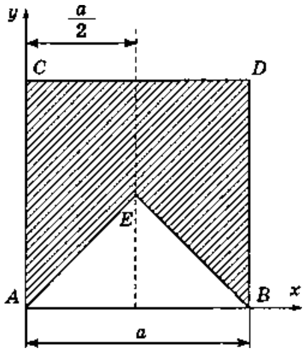
$$x_E = \frac{a}{2}.$$

მეორე კოორდინატის საპოვნელად გამოვიყენოთ ფორმულა

$$y_E = \frac{S_1 y_1 - S_2 y_2}{S_1 - S_2},$$

სადაც, S_1 — ABDC კვადრატის ფართობია; S_2 — AEB სამკუთხედის ფართობია; y_1, y_2 — შესაბამისად მითითებული კვადრატის და სამკუთხედის სიმძიმის ცენტრების ორდინატებია.

ნახაზიდან ვიპოვოთ:



$$S_1 = a^2,\ y_1 = \frac{a}{2},\ S_2 = \frac{1}{2}a \cdot y_E,\ y_2 = \frac{1}{3}y_E.$$

შედეგად მივიღებთ

$$y_E = \frac{a^2 \frac{a}{2} - \frac{1}{2}a \cdot y_E \cdot \frac{1}{3}y_E}{a^2 - \frac{1}{2}a \cdot y_E},$$

ანუ

$$2y_E^2 - 6ay_E + 3a^2 = 0.$$

შესაბამისად,

$$y_E = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}a.$$

ვინაიდან y_E სიდიდე არ შეიძლება აჭარბებდეს a სიდიდეს, ამიტომ

$$y_E = \frac{3-\sqrt{3}}{2}a = 0,634a.$$

პასუხი: $x_E = \frac{a}{2};\ y_E = 0,634a.$

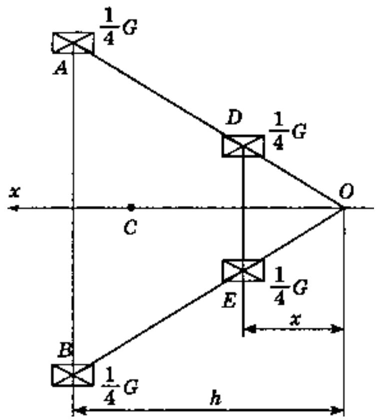
ამოცანა 9.15

ოთხ ადამიანს მოაქვს ერთგვაროვანი სამკუთხა ფირფიტა. ორი მათგანი ფირფიტას წვეროებით იჭერს, ხოლო დანარჩენი ორი— იმ გვერდებით, რომლებიც თავისუფალ წვეროში იკვეთებიან. თავისუფალი წვეროდან რა მანძილზე უნდა განლაგდნენ ბოლოს ნახსენები ორი ადამიანი, რომ თითოეულმა ოთხთაგანმა ფირფიტის მთლიანი მასის მეოთხედი ზიდოს?

ამოხსნა

ვთქვათ, ფირფიტის სიმძიმის ცენტრი C წერტილშია (იხ. ნახაზი), მაშინ სამართლიანია შემდეგი განტოლება

$$OC = \frac{m_A x_A + m_B x_B + m_D x_D + m_E x_E}{m_A + m_B + m_D + m_E},$$



სადაც, $m_A = m_B = m_D = m_E = G/4$ ხოლო, G— ფირფიტის წონაა.

ვინაიდან,

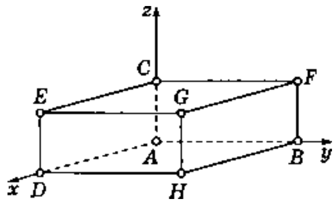
$$x_A = x_B = h,\ x_D = x_E = x,\ OC = \frac{2}{3}h,$$

ამიტომ განტოლებიდან მივიღებთ

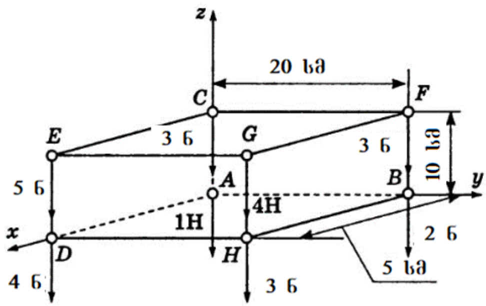
$$2x = \frac{8}{3}h - 2h \Rightarrow x = \frac{1}{3}h.$$

პასუხი: შესაბამისი გვერდის სიგრძის 1/3-ის ტოლ მანძილზე.

ამოცანა 9.16



იპოვეთ მართკუთხა პარალელეპიპედის წვეროებში განლაგებული ტვირთებისაგან შემდგარი სისტემის სიმძიმის ცენტრის კოორდინატები, თუ პარალელეპიპედის წახნაგების სიგრძეებია: $AB = 20$ სმ, $AC = 10$ სმ, $AD = 5$ სმ. A, B, C, D, E, F, G, H წვეროებში განლაგებული ტვირთების წონები შესაბამისად არის 1, 2, 3, 4, 5, 3, 4 ნ.



ა მ ო ხ ს ნ ა

შემოვიტანოთ აღნიშვნები: (x, y, z) — საძიებელი სიმძიმის ცენტრის კოორდინატები, (x_A, y_A, z_A), $(x_B, y_B, z_B), \ldots, (x_H, y_H, z_H)$ — შესაბამისად $A, B, \ldots, H$ წერტილების კოორდინატები.

მაშინ ნახაზის მიხედვით მივიღებთ

$$x = \frac{1\cdot x_A + 2\cdot x_B + 3\cdot x_C + 4\cdot x_D + 5\cdot x_E + 3\cdot x_F + 4\cdot x_G + 3\cdot x_H}{1+2+3+4+5+3+4+3} =$$

$$= \frac{1\cdot 0 + 2\cdot 0 + 3\cdot 0 + 4\cdot 5 + 5\cdot 5 + 3\cdot 0 + 4\cdot 5 + 3\cdot 5}{25} = 3{,}2 \text{ სმ.}$$

ანალოგიურად

$$y = \frac{1\cdot y_A + 2\cdot y_B + 3\cdot y_C + 4\cdot y_D + 5\cdot y_E + 3\cdot y_F + 4\cdot y_G + 3\cdot y_H}{1+2+3+4+5+3+4+3} =$$

$$= \frac{1\cdot 0 + 2\cdot 20 + 3\cdot 0 + 4\cdot 0 + 5\cdot 0 + 3\cdot 20 + 4\cdot 20 + 3\cdot 20}{25} = 9{,}6$$

სმ.

$$z = \frac{1\cdot z_A + 2\cdot z_B + 3\cdot z_C + 4\cdot z_D + 5\cdot z_E + 3\cdot z_F + 4\cdot z_G + 3\cdot z_H}{1+2+3+4+5+3+4+3} =$$

$$\frac{(3+5+3+4)\cdot 10}{25} = 6 \text{ სმ.}$$

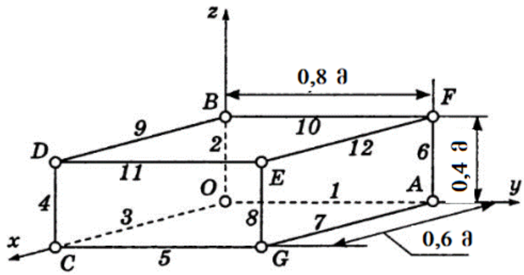
პ ა ს უ ხ ი : $x = 3{,}6$ სმ, $y = 9{,}6$ სმ, $z = 6$ სმ.

ამოცანა 9.17

იპოვეთ ისეთი მართკუთხა პარალელეპიპედის კონტურის სიმძიმის ცენტრის კოორდინატები, რომლის წიბოებსაც წარმოადგენენ ისეთი ერთგვაროვანი ძელები, რომელთა სიგრძეებია: $OA=0{,}8$ მ, $OB=0{,}4$ მ, $OC=0{,}6$ მ, ხოლო მათი წონებია: OA — 250 ნ; OB, OC და CD — თითოეული 75 ნ; CG — 200 ნ; AF — 125 ნ; AG და GE — თითოეული 50 ნ; BD, BF, DE და EF — თითოეული 25 ნ.

ა მ ო ხ ს ნ ა

გადავნომროთ ძელები:
OA — 1; OB — 2; OC — 3; CD — 4; CG — 5;
AF — 6; AG — 7; GE — 8; BD — 9; BF — 10; DE — 11; EF — 12



(იხ. ნახაზი)

მაშინ სიმძიმის ცენტრის (x,y,z)კოორდინატები გამოითვლება ფორმულებით

$$x=\frac{\sum_{i=1}^{12} m_i\cdot x_i}{M},\quad y=\frac{\sum_{i=1}^{12} m_i\cdot y_i}{M},\quad z=\frac{\sum_{i=1}^{12} m_i\cdot z_i}{M},$$

სადაც m_i — i-ური ძელის წონაა, x_i, y_i, z_i — i-ური ძელის სიმძიმის ცენტრის კოორდინატებია, $i=\overline{1,12}$; $\sum_{i=1}^{12} M_i$

გამოვთვალოთ:

$$M=250+3\cdot 75+200+125+2\cdot 50+4\cdot 25=1000 \text{ ნ}.$$

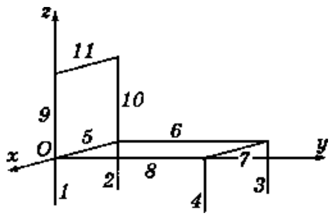
თუ გავითვალისწინებთ იმას, რომ ძელების სიმძიმის ცენტრი მათ გეომეტრიულ ცენტრს ემთხვევა, მაშინ მივიღებთ

$$x=\frac{(25+75+50+25)\cdot 0,3+(200+75+50+25)\cdot 0,6}{1000}=$$
$$=0,175\cdot 0,3+0,35\cdot 0,6=0,2625\text{ მ};$$
$$y=\frac{(200+250+25+25)\cdot 0,4+(50+50+125+25)\cdot 0,8}{1000}=$$
$$=0,5\cdot 0,4+0,25\cdot 0,8=0,4\text{ მ};$$
$$z=\frac{(75+75+50+125)\cdot 0,2+4\cdot 25\cdot 0,4}{1000}=$$
$$=0,325\cdot 0,2+0,1\cdot 0,4=0,105\text{ მ}.$$

პასუხი: $x = 0{,}2625\,m$; $y = 0{,}4$ მ; 0,105 მ.

ამოცანა 9.18

იპოვეთ ერთნაირი სიგრძისა და წონის ღეროებისგან შემდგარი სკამის ფორმის სხეულის სიმძიმის ცენტრის კოორდინატები. ღეროების სიგრძეებია 44 სმ.



ამოხსნა

სიმძიმის ცენტრის (x, y, z) კოორდინატები ვიპოვოთ შემდეგი ფორმულებიდან

$$x=\frac{\sum_{i=1}^{11} lx_i}{\sum_{i=1}^{11} l}=\frac{\sum_{i=1}^{11} x_i}{11},\quad y=\frac{\sum_{i=1}^{11} ly_i}{\sum_{i=1}^{11} l}=\frac{\sum_{i=1}^{11} y_i}{11},\quad z=\frac{\sum_{i=1}^{11} lz_i}{\sum_{i=1}^{11} l}=\frac{\sum_{i=1}^{11} z_i}{11},$$

სადაც, $l = 44$— ერთი ღეროს სიგრძეა; x_i, y_i, z_i — i-ური ღეროს სიმძიმის ცენტრის კოორდინატებია, $i = \overline{1,11}$.

გავითვალისწინოთ, რომ ერთგვაროვანი ღეროების სიმძიმის ცენტრები მათ გეომეტრიულ ცენტრებში მდებარეობენ და წარმოვადგინოთ მონაცემები ცხრილის სახით:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	$\sum_{i=1}^{11}$
x_i	0	$-l$	$-l$	0	$-l/2$	$-l$	$-l/2$	0	0	$-l$	$-l/2$	$-5{,}5l$
y_i	0	0	l	l	0	$l/2$	l	$l/2$	0	0	0	$4l$
z_i	$-l/2$	$-l/2$	$-l/2$	$-l/2$	0	0	0	0	$l/2$	$l/2$	l	0

შედეგად მივიღებთ

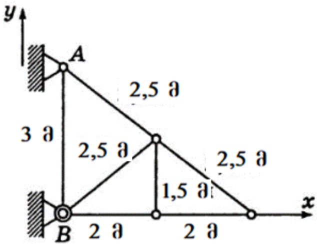
$$x = \frac{-5{,}5l}{11} = \frac{-5{,}5 \cdot 44}{11} = -22 \text{ სმ}; \quad y = \frac{4l}{11} = \frac{4 \cdot 44}{11} = 16 \text{ სმ};$$

$$z = \frac{0}{11} = 0 \text{ სმ}.$$

პასუხი: $x = -22$ სმ; $y = 16$ სმ; $z = 0$;

ამოცანა 9.19

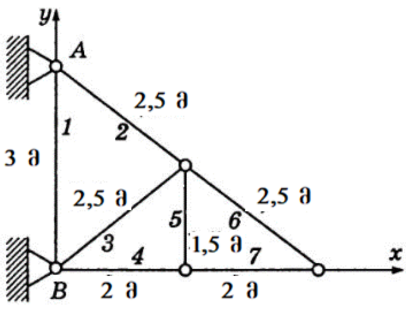
იპოვეთ შვიდი ღეროსგან შემდგარი ბრტყელი ფერმის სიმძიმის ცენტრის კოორდინატები. ყველა ღეროსთვის 1 მ სიგრძის წონა ერთნაირია.



ამოხსნა

გადავნომროთ ღეროები და (იხ. ნახაზი) და ჩავწეროთ ფერმის სიმძიმის ცენტრის (x, y) კოორდინატების გამოსათვლელი ფორმულები შემდეგი სახით:

$$x = \frac{\sum_{i=1}^{7} l_i x_i}{L}, \; Y = \frac{\sum_{i=1}^{7} l_i y_i}{L},$$



სადაც l_i — i-ური ღეროს სიგრძეა, ხოლო x_i, y_i — i-ური ღეროს კოორდინატებია, $i = \overline{1,7}$;

$$L=\sum_{i=1}^{7} l_i=3+3\cdot 2{,}5+2\cdot 2+1{,}5=16 \text{ მ.}$$

გავითვალისწინოთ ის ფაქტი, რომ ერთგვაროვანი ღეროების სიმძიმის ცენტრი მათი გვერდის ცენტრში მდებარეობს და წარმოვადგინოთ მონაცემები ცხრილის სახით:

i	1	2	3	4	5	6	7
l_i	3	2,5	2,5	2	1,5	2,5	2
x_i	0	1	1	1	2	3	3
y_i	1,5	2,25	0,75	0	0,75	0,75	0

მაშინ

$$x=\frac{(2{,}5+2{,}5+2)\cdot 1+(2{,}5+2)\cdot 3}{16}=\frac{23{,}5}{16}=1{,}47 \text{ მ,}$$

$$y=\frac{3\cdot 1{,}5+2{,}5\cdot(2{,}25+0{,}75)+(1{,}5+2{,}5)\cdot 0{,}75}{16}=\frac{15}{16}0{,}94$$

მ.

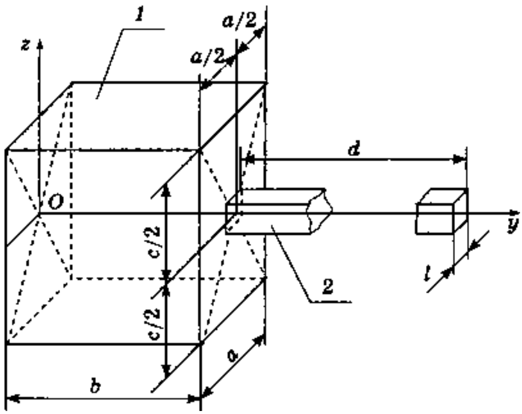
პასუხი: $x = 1{,}47$ მ; $y = 0{,}94$ მ.

ამოცანა 9.20

იპოვეთ მართკუთხა პარალელეპიპედისგან და კვადრატული კვეთის მქონე სახელურისგან შედგენილი ხის ჩაქუჩის სიმძიმის ცენტრის კოორდინატები..
მოცემულია: $a = 10$ სმ; $b = 8$ სმ; $c = 18$ სმ; $d = 40$ სმ; $l = 3$ სმ.

ამოხსნა

წარმოვიდგინოთ ჩაქუჩი როგორც ორი სხეულის გაერთიანება: 1 — მართკუთხა პარალელეპირედი და 2 — კვადრატული კვეთის მქონე სახელური (იხ. ნახაზი).



მაშინ საწყის მონაცემებზე დაყრდნობით გამოვთვლით ამ სხეულების V_1 და V_2 მოცულობებს და სიმძიმის ცენტრების (x_1, y_1, z_1) და (x_2, y_2, z_2) კოორდინატებს.

$$V_1 = abc = 10 \cdot 8 \cdot 18 = 1440 \text{ სმ}^3$$

$$x_1 = 0, \ y_1 = \frac{b}{2} = 4 \text{ სმ}, \quad z_1 = 0;$$

$$V_2 = l^2 \cdot d = 3^2 \cdot 40 = 360 \text{ სმ}^3$$

$$x_2 = 0, \ y_2 = b + \frac{d}{2} = 28 \text{ სმ}, \quad z_2 = 0;$$

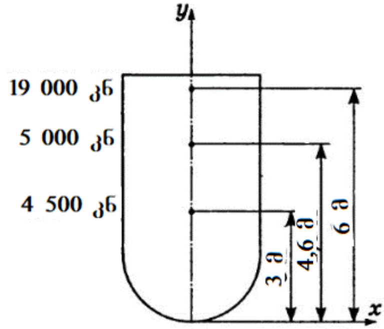
ვიპოვოთ საძიებელი კოორდინატები:

$$x = \frac{V_1 x_1 + V_2 x_2}{V_1 + V_2} = 0, \quad z = \frac{V_1 z_1 + V_2 z_2}{V_1 + V_2} = 0,$$

$$y = \frac{V_1 y_1 + V_2 y_2}{V_1 + V_2} = \frac{1440 \cdot 4 + 360 \cdot 28}{1440 + 360} = \frac{15840}{1800} = 8,8 \text{ სმ}.$$

პასუხი: $x = 0; \ y = 8,8$ სმ; $\quad z = 0.$

ამოცანა 9.21



მსუბუქი კრეისერის წონაა 19 000 კნ. კორპუსის სიმძიმის ცენტრი მდებარეობს ვერტიკალზე — კილიდან $y_1 = 6$ მ სიმაღლეზე. წყალში ჩაშვების შემდეგ კორპუსის შიგნით დააყენეს მთავარი მანქანები და ქვაბები. მთავარი მანქანების წონაა 4500 კნ ხოლო მათი სიმძიმის ცენტრის ორდინატაა $y_2 = 3$ მ, ქვაბების წონაა 5000 კნ, ხოლო მათი სიმძიმის ცენტრის ორდინატაა $y_3 = 4{,}6$ მ. იპოვეთ კორპუსის, მანქანების და ქვაბების საერთო სიმძიმის ცენტრი — y_C.

ა მ ო ხ ს ნ ა

კორპუსის, მანქანების და ქვაბების საერთო სიმძიმის ცენტრი (იხ. ნახაზი) რიცხობრივად ტოლია

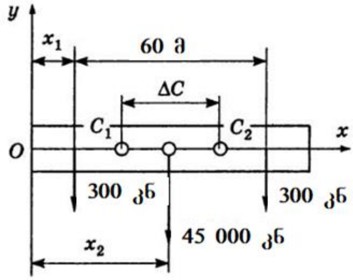
$$y_C = \frac{4500 \cdot 3 + 5000 \cdot 4{,}6 + 19000 \cdot 6}{4500 + 5000 + 19000} =$$

$$= \frac{150\,500}{28\,500} = 5{,}28 \text{ მ.}$$

პ ა ს უ ხ ი : $y_C = 5{,}28$ მ.

ამოცანა 9.22

45000 კნ წყალწყვის მქონე ხომალდზე 300 კნ წონის მქონე ტვირთი ხომალდის წინა ნაკვეთურიდან გადაიტანეს უკანა ნაკვეთურში 60 მ მანძილზე. რამდენით გადაინაცვლებს ხომალდის და ტვირთის საერთო სიმძიმის ცენტრი?



ა მ ო ხ ს ნ ა

შემოვიღოთ კოორდინატთა სისტემა, როგორც ეს ნახაზზეა ნაჩვენები, და გამოვთვალოთ ძველი C_1 და ახალი C_2 სიმძიმის ცენტრების მდებარეობები:

$$OC_1=\frac{300x_1+45\,000x_2}{300+45\,000},$$

$$OC_2=\frac{300\left(x_1+60\right)+45\,000x_2}{300+45\,000},$$

მაშინ,

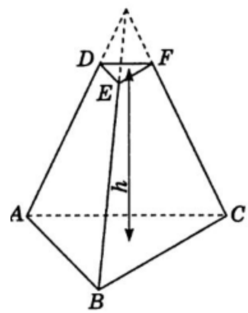
$$\Delta C=C_1C_2=OC_2-OC_1=$$

$$=\frac{300\left(x_1+60\right)+45\,000x_2-300x_1-45\,000x_2}{45\,300}=\frac{300\cdot 60}{45\,300}=0,4$$

მ.

პასუხი: 0,4 მეტრით.

ამოცანა 9.23



ერთგვაროვანი $ABCDEF$ ტეტრაედრი წაკვეთილია ფუძის პარალელურად. მოცემულია (იხ. ნახაზი): ABC სამკუთხედის ფართობია a, DEF სამკუთხედის ფართობია b, ამ სამკუთხედებს შორის მანძილია h. იპოვეთ z მანძილი მოცემული წაკვეთლილი ტეტრაედრის სიმძიმის ცენტრიდან ABC ფუძემდე.

ამოხსნა

ელემენტარული მათემატიკის კურსიდან ცნობილია, რომ :

$$\frac{a}{b}=\frac{H^2}{\left(H-h\right)^2}\Rightarrow$$

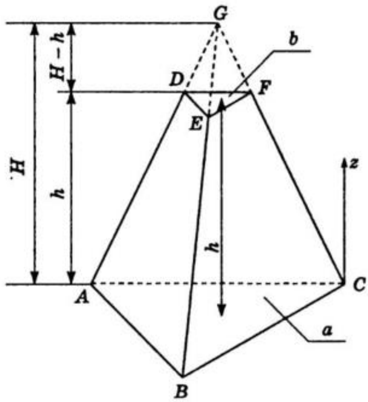
$$H = \frac{h}{1-\sqrt{\frac{b}{a}}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}h;$$

$$H-h = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}h;$$

შემოვიღოთ აღნიშვნები: სხეული 1 — მთლიანი $ABCG$ ტეტრაედრი, სხეული 2 — მისი წაკვეთილი $DEFG$ ნაწილი (იხ. ნახაზი). საძიებელი მანძილი გამოითვლება ფორმულით

$$z = \frac{V_1 z_1 - V_2 z_2}{V_1 - V_2},$$

აქ V_i —i-ური სხეულის მოცულობაა; z_i — i-ური სხეულის სიმძიმის ცენტრის აპლიკატაა, $i = \overline{1,2}$.



გამოვთვალოთ:

$$V_1 = \frac{1}{3}aH, \quad z_1 = \frac{1}{4}H,$$

$$V_2 = \frac{1}{3}b(H-h), \quad z_2 = \frac{1}{4}(H-h)+h = \frac{H+3h}{4}.$$

მივიღებთ

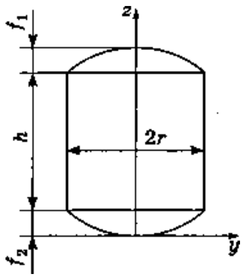
$$z = \frac{1}{4}\frac{aH^2 - b(H-h)(H+3h)}{aH - b(H-h)} = \frac{h}{4}\frac{\left(a^2 - 4b\sqrt{ab} + 3b^2\right)}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(a\sqrt{a} - b\sqrt{b}\right)} =$$

$$= \frac{h}{4}\frac{a\sqrt{a} - 3b\sqrt{b} + b\sqrt{a} + a\sqrt{b}}{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}} =$$

$$=\frac{h}{4}\frac{\left(a+2\sqrt{ab}+3b\right)}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}\frac{\left(a+2\sqrt{ab}+3b\right)}{\left(a+\sqrt{ab}+b\right)}=\frac{h}{4}\frac{\left(a+2\sqrt{ab}+3b\right)}{\left(a+\sqrt{ab}+b\right)}.$$

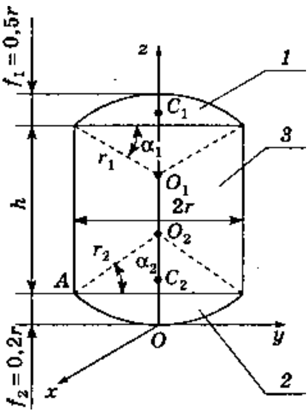
პასუხი: $z=\frac{h}{4}\frac{\left(a+2\sqrt{ab}+3b\right)}{\left(a+\sqrt{ab}+b\right)}.$

ამოცანა 9.24



წყალქვეშა ნავის კორპუსს აქვს ცილინდრის ფორმა ამოზნექილი სფერული ფსკერებით. ცილინდრული სარტყელის რადიუსია $r = 0,4$ მ, ხოლო სიმაღლე $h = 2r$, სფერული სეგმენტების სიმაღლეები შესაბამისად ტოლია: $f_1 = 0,5r$ და $f_2 = 0,2r$. იპოვეთ ნავის კორპუსის სიმძიმის ცენტრი.

ამოხსნა



ვინაიდან z ღერძი წარმოადგენს სიმეტრიის ღერძს, ამიტომ საძიებელი $C(x_C, y_C, z_C)$ სიმძიმის ცენტრისთვის სამართლიანია — $x_C = y_C = 0$. გარდა ამისა, ზედაპირის სიმძიმის ცენტრი ემთხვევა ნახაზზე გამოსახული კონტურის სიმძიმის ცენტრს. შედეგად მივიღებთ

$$z_C=\frac{\alpha_2 r_2\left(r_2-O_2C_2\right)+2h\left(f_2+\frac{h}{2}\right)}{\alpha_2 r_2+2h+\alpha_1 r_1}+$$

$$\frac{\alpha_1 r_1\left(f_2+h-r_1+O_1C_1\right)}{\alpha_2 r_2+2h+\alpha_1 r_1}.$$

ნახაზის მიხედვით ვიპოვით

$$r_1=\frac{5}{4}r,\ \sin\alpha_1=0,8,\ \alpha_1=0,927 \text{ რად.};$$

$$r_2=2,6r,\ \sin\alpha_1=\frac{5}{13},\ \alpha_2=0,395 \text{ რად.}$$

$$O_2C_2=r_2\frac{\sin\alpha_2}{\alpha_2}=2,5r,\ O_2C_2=r_1\frac{\sin\alpha_1}{\alpha_1}=1,08r.$$

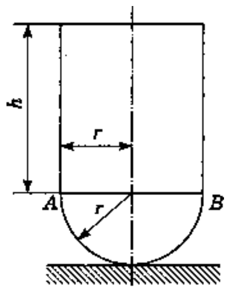
მაშინ საბოლოოდ მივიღებთ:

$$z_C=\frac{0,395\cdot 2,6\cdot 0,1+2\cdot 2\cdot 1,2+0,927\cdot 1,25\cdot 2,53}{0,395\cdot 2,6+2\cdot 2+0,927\cdot 1,25}r=1,2665r=0,507$$

პასუხი: $x_C=y_C=0;\ z_C=0{,}507$ მ.

ამოცანა 9.25

იპოვეთ ცილინდრის ზღვრული h სიმაღლე, რომლის დროსაც ერთნაირი რადიუსისა და ერთნაირი სიმკვრივის მქონე ცილინდრისა და ნახევარსფეროსაგან შედგენილი სხეული წონასწორობის მდგომარეობაში კარგავს მდგრადობას, როცა ის ნახევარსფეროს ზედაპირით გლუვ ჰორიზონტალურ სიბრტყეს ეყრდნობა,

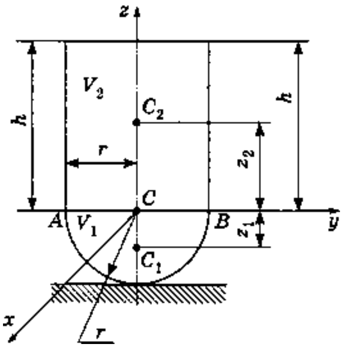


(მთელი სხეულის სიმძიმის ცენტრი უნდა ემთხვეოდეს ნახევარსფეროს ცენტრს. მანძილი ერთგვაროვანი ნახევარსფეროს სიმძიმის ცენტრიდან მისსავე ფუძემდე არის $\frac{3}{8}r$)

.

ამოხსნა

მდგრადობის დაკარგვა მოხდება იმ შემთხვევაში, თუ C სხეულის სიმძიმის ცენტრი აღმოჩნდება AB წრფეზე მაღლა (იხ. ნახაზი). ზღვრულ შემთხვევაში სიმძიმის ცენტრი ემთხვევა ნახევარსფეროს ცენტრს. ამ მოსაზრების საფუძველზე სხეულის სიმძიმის ცენტრის აპლიკატასთვის ჩავწეროთ შემდეგი დამოკიდებულება:



$$z_C = \frac{V_1 z_1 + V_2 z_2}{V_1 + V_2}$$

იმის გათვალისწინებით, რომ

$$V_1 = \frac{2}{3}\pi r^3,\ z_1 = \frac{3}{8}r,\ V_2 = \pi r^2 h,\ z_2 = \frac{h}{2},\ z_C = 0$$

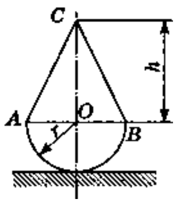
მივიღებთ

$$\frac{\frac{2}{3}\pi r^3\left(-\frac{3}{8}r\right) + \pi r^2 h \frac{h}{2}}{\frac{2}{3}\pi r^3 + \pi r^2 h,} = 0 \Rightarrow \frac{-r^2}{4} + \frac{h^2}{2} = 0 \Rightarrow h = \frac{r}{\sqrt{2}.}$$

პასუხი: $h = \dfrac{r}{\sqrt{2}}$.

ამოცანა 9.26

იპოვეთ კონუსის ზღვრული h სიმაღლე, რომლის დროსაც ერთნაირი სიმკვრივის მქონე კონუსისაგან და r რადიუსიანი ნახევარსფეროსგან შედგენილი სხეული წონასწორობის მდგომარეობაში კარგავს მდგრადობას, წინა ამოცანის პირობების გათვალისწინებით.



ამოხსნა

წინა ამოცანის ანალოგიურად გვექნება

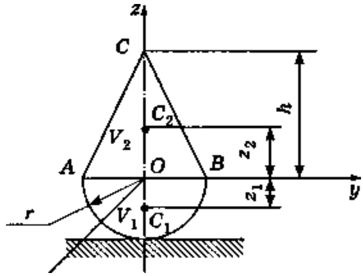
$$z = \frac{V_1 z_1 + V_2 z_2}{V_1 + V_2}$$

სადაც, z — მთლიანი მთლიანი სხეულის სიმძიმის ცენტრის აპლიკატაა (იხ. ნახაზი),

$$V_1 = \frac{2}{3}\pi r^3,\ z_1 = -\frac{3}{8}r,\ V_2 = \frac{1}{3}\pi r^2 h,\ z_2 = \frac{h}{4},\ z_C = 0,$$

შედეგად მივიღებთ

$$\frac{\frac{2}{3}\pi r^3\left(\frac{-3}{8}r\right) + \pi r^2 h\frac{h}{4}}{\frac{2}{3}\pi r^3 + \pi r^2 h\frac{1}{3}} = 0,$$



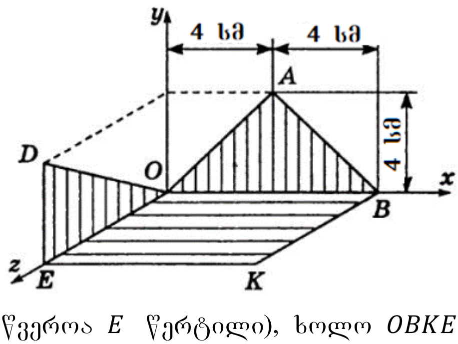
ან რაც იგივეა

$$h^2 = r^2 \Rightarrow h = r\sqrt{3}.$$

პასუხი: $h = r\sqrt{3}.$

ამოცანა 9.27

თხელი ერთგვაროვანი ფურცელი დაკეცილია ორი სამკუთხედისა და ერთი კვადრატის ფორმით, როგორც ეს ნახაზზეა ნაჩვენები; OAB ტოლფერდა სამკუთხედი მდებარეობს xy სიბრყეში, ODE მართკუთხა სამკუთხედი — yz სიბრტყეში (მართი კუთხის წვეროა E წერტილი), ხოლო $OBKE$ კვადრატი — ჰორიზონტალურ სიბრყეში. იპოვეთ დაკეცილი ფურცლის სიმძიმის ცენტრის კოორდინატები.



ამოხსნა

შემოვიღოთ აღნიშვნები: ფიგურა 1— სამკუთხედი OAB, ფიგურა 2 — სამკუთხედი ODE, ფიგურა 3 — კვადრატი $OBKE$; S_i, $C_i\,(x_i, y_i, z_i)$ — შესაბამისად i -ური ფიგურის ფართობი და

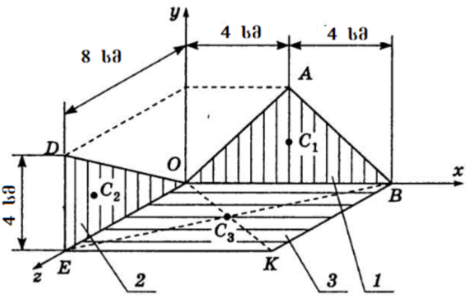
სიმძიმის ცენტრი, $i = \overline{1,3}$; $C\ (x_i,\ y_i, z_i)$ — დაკეცილი ფურცლის სიმძიმის ცენტრი (იხ. ნახაზი). გვექნება:

$$x_C = \frac{S_1x_1 + S_2x_2 + S_3x_3}{S},$$

$$y_C = \frac{S_1y_1 + S_2y_2 + S_3y_3}{S},$$

$$z_C = \frac{S_1z_1 + S_2z_2 + S_3z_3}{S},$$

სადაც, $S = S_1 + S_3 + S_3$.



შევიტანოთ გამოთვლილი მონაცემები ცხრილში:

i	1	2	3
S_i	16	16	64
x_i	4	0	4
y_i	4/3	4/3	0
z_i	0	16/3	4

თუ ამ მონაცემებს დაკეცილი ფურცლის ცენტრის კოორდინატების ფორმულაში შევიტანთ, მივიღებთ:

$$x_C = \frac{320}{96} = 3{,}33 \text{ სმ},\quad y_C = \frac{128}{288} = 0{,}444 \text{ სმ},\quad z_C = \frac{1024}{288} = 3{,}55 \text{ სმ},$$

პასუხი: $x_C = 3{,}33$ სმ, $y_C = 0{,}444$ სმ, $z_C = 3{,}55$ სმ,

გამოყენებული ლიტერატურა

1. კვიციანი ტ. თეორიული მექანიკის კურსი, სტატიკა და კინემატიკა, საგამომცემლო სახლი „ტექნიკური უნივერსიტეტი“, თბილისი, 2015, 562 გვ.
2. გორგიძე ა. თეორიული მექანიკის კურსი, წიგნი I, სტატიკა და კინემატიკა, გამომცემლობა „განათლება“, თბილისი, 1990, 364 გვ.
3. გორჯოლაძე ი., ყიფიანი გ. თეორიული მექანიკის კურსი, სტატიკა და კინემატიკა, სტუ, თბილისი, 2002წ. 434 გვ.
4. ვეკუა ნ. თეორიული მექანიკა, ნაწილი I, თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა, თბილისი, 1970, 285 გვ.
5. მუსხელიშვილი ნ. თეორიული მექანიკის კურსი, პირველი ნაწილი, სტატიკა. სახელმწიფო გამომცემლობა, ტფილისი, 1930, 216 გვ.
6. Мещерский И.В. Сборник задач по теоретической механике, Москва, “Наука”, 1985, 580 с.
7. Аркуша А. И. Руководство к решению задач по теоретической механике / А.И. Аркуша. М. : Высшая шкода, 2004. 336 с.
8. Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах, том I, статика и кинематика, Москва, “Наука”,1998, 624 с.
9. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики, том I, Москва, “Наука”, 1985, 239 с.
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика, том I, Москва, “Наука”, 1988, 215 с.
11. Hibbeler R.C. Engineering Mechanics: Statics and Dynamics, Prentice Hall, Inc. USA, 2004.-688p.

სარჩევი

გელა ყიფიანი, ლალი ქაჯაია, გივი მურჯიკნელი, დავით ყიფიანი, მარინა ლოსაბერიძე

თეორიული მექანიკა

სტატიკა

ტომი 1

ტექნიკური რედაქტორი: ლალი ქაჯაია
კომპიუტერული უზრუნველყოფა: ნანა დუმბძე
დიზაინერი ირაკლი უშვერიძე

გადაეცა წარმოებას 2.03.2023წ. ხელმოწერილია დასაბეჭდად 17.03.2023წ. ტირაჟი 100 ეგზემპლარი

გამომცემლობა „უნივერსალი"

თბილისი, 0186, ა. პოლიტკოვსკაიას №4. ☎: 5(99) 17 22 30; 5(99) 33 52 02
E-mail: universal505@ymail.com; gamomcemlobauniversali@gmail.com

გელა ყიფიანი – მექანიკოსი-მათემატიკოსი, დაამთავრა თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის მექანიკა-მათემატიკის ფაკულტეტი, მექანიკის სპეციალობით. ტექნიკის მეცნიერებათა კანდიდატი (1986წ), ტექნიკის მეცნიერებათა დოქტორი (1997წ), საქართველოს მეცნიერებისა და ტექნიკის დარგის სახელმწიფო პრემიის ლაურეატი (2004წ), საქართველოს დამსახურებული მშენებელი (2019წ), საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის პროფესორი.

ლალი ქაჯაია – დაამთავრა საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის გამოყენებითი მათემატიკის ფაკულტეტი. ტექნიკის მეცნიერებათა კანდიდატი (2005წ), აკადემიური დოქტორი (2006წ). საქართველოს აგრარული უნივერსიტეტის, საინჟინრო და კომპიუტერული მეცნიერებების, მშენებლობის მიმართულების, პროფესორი.

დავით ყიფიანი დაამთავრა საქართველოს პოლიტექნიკური ინსტიტუტის ავტომატიკა ტელემექანიკის ფაკულტეტი. ტექნიკის მეცნიერებათა კანდიდატი (2005წ), აკადემიური დოქტორი (2006წ). გამოქვეყნებული აქვს 70-მდე სამეცნიერო ნაშრომი, მათ შორის 3 სახელმძღვანელოს და 2 მეთოდური მითითების ავტორი და თანაავტორი.

გივი მურჯიკნელი – რადიოინჟინერი, დაამთავრა საქართველოს პოლიტექნიკური ინსტიტუტი რადიოტექნიკის სპეციალობით (1970წ.) ტექნიკის მეცნიერებათა კანდიდატი (1985წ) აკადემიური დოქტორი (2006წ). გამოქვეყნებული აქვს 136 სამეცნიერო ნაშრომი, მათ შორის 29 მოხსენება კონფერენციებზე, 5სამეცნიერო შრომა, 6საავტორო მოწმობა, 2მონოგრაფია . საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის პროფესორი.

მარინა ლოსაბერიძე – მექანიკოსი-მათემატიკოსი, დაამთავრა თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის მექანიკა-მათემატიკის ფაკულტეტი, მექანიკის სპეციალობით. ტექნიკის მეცნიერებათა კანდიდატი (2006წ .), აკადემიური დოქტორი (2006წ). საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის საინჟინრო მექანიკის და მშენებლობის ტექნიკური ექსპერტიზის დეპარტამენტის ასოცირებული პროფესორი.

ISBN 978-9941-33-544-0