

თბილისის უნივერსიტეტის შრომები

196



# ფიზიკა

თბილისი 1978

თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა  
№ 136

ფიზიკა  
ფიზიკა  
ფიზიკა



თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა  
ИЗДАТЕЛЬСТВО ТБИЛИССКОГО УНИВЕРСИТЕТА  
TBILISI UNIVERSITY PRESS

თბილისი 1978



Ф И З И К А  
P H Y S I C S

ТБИЛИСИ 1978 TBILISI



საქართველოს  
ხალხთა  
საერთაშორისო  
საბიბლიოთეკო  
ცენტრი

თბილისის უნივერსიტეტის ურთმეპბი

ტ. 196

# უიზიკა

თბილისი 1978

სარედაქციო კოლეგია

თ. კოპალეიშვილი (რედაქტორი), ნ. პოლიევქოვ-ნიკოლაძე, თ. სანაძე,  
ბ. ქაჩილიშვილი, დ. კვადაძე (მდივანი), ი. ჩხაიძე

Редакционная коллегия

З. С. Качлишвили, Д. К. Квавадзе (секретарь), Т. И. Копалей-  
швили (редактор), Н. М. Полиевктов-Николадзе, Т. И. Са-  
надзе, Л. Б. Чхаидзе

EDITORIAL BOARD

L. Chkaidze, Z. Kachlishvili, T. Kopaleishvili (editor), D. Kvavadze  
(secretary), N. Polievktov - Nikoladze, T. Sanadze.





Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени  
государственного университета

თბილისის შრომის წიგნის ორდენის მტკიცებლად სახელმწიფო  
უნივერსიტეტის შრომები

196, 1978

К ВОПРОСУ О РОЖДЕНИИ МЕДЛЕННЫХ ПИОНОВ НА ЯДРАХ

И.Ф.Гришашвили, Д.Д.Джалагания, Н.И.Костанашвили,  
Г.И.Лебедевич

При экспериментах, изучающих процесс образования на ядрах медленных пионов, зачастую возникает вопрос об учете взаимодействий  $\Pi^+$  и  $\Pi^-$ -мезонов с родительскими ядрами, которые, в силу существенности кулоновского взаимодействия и его зависимости от знака заряда пионов, приводят к различным изменениям энергетических спектров  $\Pi^+$  и  $\Pi^-$ -мезонов. Интерес к вопросу вызван желанием получить информацию о внутриядерном взаимодействии медленных пионов, а также данные о пионах до их внутриядерного взаимодействия и механизме этого процесса.

Мы имеем экспериментальные данные по относительным сечениям генерации  $\Pi^+$  и  $\Pi^-$ -мезонов на ядрах фотоэмульсии с энергиями до 20 Мэв, образованных первичными частицами разных энергий и природы - протонами с энергиями 9 Гэв и 660 Мэв и  $\Pi^-$ -мезонами с энергией 60 Гэв; абсолютным сечениям рождения  $\Pi^+$  и  $\Pi^-$ -мезонов с энергией 12.7 Мэв под углом  $105^\circ$ , образованных протонами с энергией 660 Мэв на ядрах  $C$ ,  $Li$ ,  $Al$  и  $Pb$ ; относительным сечениям образования  $\Pi^+$  и  $\Pi^-$ -мезонов с энергиями 12,7 Мэв под углом

120°, образованных протонами с энергией 660 Мэв на изотопах  $^{58}\text{Ni}$ ,  $^{64}\text{Ni}$ ,  $^{112}\text{Sn}$  и  $^{124}\text{Sn}$ . Детали постановок экспериментов и получения экспериментальных данных приведены в работах [1-5].

Изучение процесса рождения медленных мезонов с целью получения сведений о характере их взаимодействия и механизме рождения предложено в работе [6]. В ней для энергетических спектров медленных  $\Pi^+$  и  $\Pi^-$ -мезонов, вышедших из ядер с зарядом  $Z$ , получены выражения в факторизованном виде:

$$\tilde{\sigma}_Z^\pm = \tilde{\sigma}_0^\pm \cdot \mathcal{D}_Z^\pm(V, W, R_{\text{эфф}}, E_\pi), \quad (1)$$

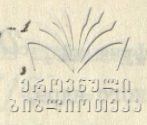
где:  $\tilde{\sigma}_0^\pm(\tilde{\sigma}_0^\mp)$  - энергетический спектр  $\Pi^+(\Pi^-)$ -мезонов до их внутриядерного взаимодействия;  $\mathcal{D}_Z^+$  ( $\mathcal{D}_Z^-$ ) - известные функции, учитывающие внутриядерные взаимодействия  $\Pi^+(\Pi^-)$ - мезонов;  $V$  и  $W$  - реальная и мнимая часть прямоугольного ядерного потенциала взаимодействия пионов с ядрами. (Длина волны пионов, рассматриваемых в модели, больше размеров ядра, поэтому приближение прямоугольного потенциала является достаточным);  $R_{\text{эфф}}$  - некий эффективный радиус, связанный с матрицей рождения пионов.

В работе [6] приводятся выражения  $\mathcal{D}_Z^\pm$  для  $R_{\text{эфф}} = R$ . Можно получить функции  $\mathcal{D}_Z^\pm$  в зависимости от  $R_{\text{эфф}}$ . Они имеют вид:

$$\mathcal{D}_Z^\pm = \left( \frac{\kappa R}{\sin \kappa R_{\text{эфф}}} \right)^2 \frac{\sin^2 \gamma^\pm R_{\text{эфф}} + \text{sh}^2 \beta^\pm R_{\text{эфф}}}{\sin^2 \gamma^\pm R + \text{sh}^2 \beta^\pm R} \left\{ (\kappa R)^2 (G^{\pm 2}) + \dots \right.$$



$$+F^{+2}) \cdot (B_1^{+2} + B_2^{+2})(F^{+2} + G^{+2}) - 2B_2^+ \kappa R (F^{+2} F'^{+2} + G^{+2} G'^{+2}) \}^{-1/2}$$



где:  $F^{\pm}$ ,  $G^{\pm}$ ,  $F'^{\pm}$  и  $G'^{\pm}$  - кулоновские функции и их производные  $\Pi^+$  и  $\Pi^-$  - мезонов.

$$\gamma^{\pm} = \frac{\sqrt{m\kappa}}{\hbar} \left\{ \left[ (V^{\pm} V_{кул.} - E_{\pi})^2 + W \right]^{1/2} - (V^{\pm} V_{кул.} - E_{\pi}) \right\}^{1/2}$$

$$\beta^{\pm} = \frac{\sqrt{m\kappa}}{\hbar} \left\{ \left[ (V^{\pm} V_{кул.} - E_{\pi})^2 + W^2 \right]^{1/2} + (V^{\pm} V_{кул.} - E_{\pi}) \right\}^{1/2}$$

$$B_1^{\pm} = \frac{\beta^{\pm} R \operatorname{sh} 2\beta^{\pm} R + \gamma^{\pm} R \sin 2\gamma^{\pm} R}{\operatorname{ch} 2\beta^{\pm} R - \cos 2\gamma^{\pm} R}$$

$$B_2^{\pm} = \frac{\gamma^{\pm} R \operatorname{sh} 2\beta^{\pm} R - \beta^{\pm} R \sin 2\gamma^{\pm} R}{\operatorname{ch} 2\beta^{\pm} R - \cos 2\gamma^{\pm} R}$$

$\kappa$  - волновое число,  $V_{кул.}$  - кулоновский потенциал ядра.

Для расчета сечений генерации  $\Pi^+$  и  $\Pi^-$ -мезонов на ядрах нами составлена программа на языке ФОРТРАН и проведены расчеты на ЭВМ БЭСМ-6. Программа позволяет проводить расчеты функций  $D_z^+(E_{\pi})$  и  $D_z^-(E_{\pi})$  для разных ядер, ядерных потенциалов взаимодействия пионов с ядрами, энергий пионов. Условием прекращения счета бесконечных рядов кулоновских функций и их производных является требование, чтобы разности абсолютных значений двух последующих членов рядов были бы  $\lesssim 10^{-9}$ . На печать выводятся функции  $D_z^+(E_{\pi})$  и  $D_z^-(E_{\pi})$  для  $\Pi^+$  и  $\Pi^-$ -мезонов, отношения  $D_z^+(E_{\pi}) / D_z^-(E_{\pi})$ ,  $D_c^+(E_{\pi}) / D_c^-(E_{\pi})$  и  $D_z^-(E_{\pi}) / D_c^-(E_{\pi})$ , где  $D_c^+(E_{\pi})$  и  $D_c^-(E_{\pi})$  - значения



функций  $D^+(E_x)$  и  $D^-(E_x)$  для какого-то определенного ядра.

Экспериментальный  
номер: 0149359240  
дата: 01101933

Энергетическая зависимость относительных частот образования  $\Pi^+$  и  $\Pi^-$ -мезонов на ядрах фотоэмульсии оказалась критичной к потенциалу взаимодействия пионов с ядрами, слабее от параметра  $R_{эфф}$ .

Описание экспериментальной энергетической зависимости  $N_{\Pi^+} + N_{\Pi^-}$  расчетной, с единым потенциалом в рассматриваемом энергетическом интервале, не удается. Нет согласия также с потенциалом Эриксона. До энергий  $\sim 6$  Мэв  $\Pi^+$ -мезоны образуются больше ожидаемого. При таких малых энергиях вероятности выхода из ядер  $\Pi^+$ -мезонов очень малы и даже слабый дополнительный источник медленных  $\Pi^+$ -мезонов может сильно изменить наблюдаемую частоту образования  $\Pi^+$  и  $\Pi^-$ -мезонов. Такими источниками могут являться распады частиц с временем жизни  $10^{-12}$  -  $10^{-14}$  сек., так как если пробеги частиц до распада близки размерам ядра, они будут распадаться на границе ядра, где слабое кулоновское поле уже не может препятствовать выходу медленных  $\Pi^+$ -мезонов из ядра. Интерес к изучению генерации медленных пионов возобновился именно с возможностью их связи с долгоживущими резонансами [7]. Поэтому случаи генерации пионов очень малых энергий требуют тщательного анализа.

В области энергий пионов  $E_x \approx 6$  Мэв хорошее согласие получается для небольших значений  $V$  и  $W$ , причем для положительной реальной части потенциала:  $V = 10$  Мэв и  $W = 10$  Мэв [4]. Хорошо проходит и потенциал Эриксона, который находится примерно в этой области.  $R_{эфф} = 0,9$ .

При энергии первичных протонов 660 Мэв формы энергетических спектров  $\Pi^+$  и  $\Pi^-$ -мезонов на ядрах фотоэмульсии совпадают со спектрами при высоких энергиях. Однако для совпадения абсолютных зна-

чений относительных частот образования  $\Pi^+$  и  $\Pi^-$ -мезонов при энергии 660 Мэв надо ввести постоянный множитель  $\tilde{\sigma}_0^+/\tilde{\sigma}_0^-$  (при высоких энергиях, когда имеет место множественное рождение пионов,  $-\tilde{\sigma}_0^+/\tilde{\sigma}_0^- \approx 1$ ).

При взаимодействиях протонов с энергией 660 Мэв с ядрами, если предположить, что пионы образуются в основном нуклон-нуклонных взаимодействиях и учесть, что сечение образования двух пионов незначительно [8], при объемном рождении пионов имеем:

$$\tilde{\sigma}_0^+ = \tilde{\sigma}_{np}^+ (Z\delta + N) \quad \text{и} \quad \tilde{\sigma}_0^- = \tilde{\sigma}_{np}^- N, \quad (2)$$

где  $\delta = \tilde{\sigma}_{pp}^+ / \tilde{\sigma}_{np}^+$ ;  $\tilde{\sigma}_{pp}^+ (\tilde{\sigma}_{np}^-)$  - сечение образования  $\Pi^+$  ( $\Pi^-$ )-мезонов в  $pp$  ( $np$ ) взаимодействиях (можно считать, что  $\tilde{\sigma}_{np}^+ = \tilde{\sigma}_{np}^-$ );  $Z$  - число протонов в ядре;  $N$  - число нейтронов в ядре.

Используя фотоэмульсионные данные по  $\tilde{\sigma}_0^+/\tilde{\sigma}_0^-$  и исходя из (2), для  $\delta$  получаем значение  $\delta = 2.02 \pm 0.34$ .

Изотопическая инвариантность для состояния  $\pi N$  подсистемы с изотоспином  $T_{\pi N} = 3/2$  для  $\delta$  дает значение  $\delta = 10$ , а для  $T_{\pi N} = 1/2$ , с учетом данных по сечениям реакции образования  $\Pi^0$ -мезонов в  $pp$  и  $pn$  взаимодействиях,  $\delta = 2$ .

Интересно проанализировать данные по рождению медленных пионов на чистых ядрах протонами с энергией 660 Мэв. Рассчитав  $D_x^+$  и определив отношение  $\tilde{\sigma}_0^+ = \tilde{\sigma}_x^+ / D_x^+$ , а также используя соотношения (2), можно получить значения  $\delta$ . Определенные т.о.  $\delta$  из данных по ядрам  $C$ ,  $Al$ ,  $Cu$  и  $Pb$  оказались близкими. Средневзвешенное значение  $\delta = 3.54 \pm 0.38$ . Это указывает на то, что вклад изобары  $\Delta_{1236}$  ( $3/2, 3/2$ ) в образование



медленных пионов при энергии первичных протонов 660 Мэв небольшо-  
шой.

04.10.59  
20.11.1977

На справедливость представлений (1) и (2) и расчета  $D$  с примененным потенциалом указывает рис.1, на котором представлены значения  $(\sigma_0^+/\sigma_0^-)/(\frac{Z}{N}\delta+1)$  при  $E_x = 12.7$  Мэв и  $\delta = 3.54$  для разных ядер. Как видно из рисунка, все эти отношения близки к 1.

Знание абсолютных сечений на ядрах  $C$ ,  $Al$ ,  $Cu$  и  $Pb$  дают возможность оценить также сечения генерации  $\Pi^+$  и  $\Pi^-$  мезонов с энергиями 12.7 Мэв в  $np$  и  $pp$  взаимодействиях. На рис. 2 и 3 приведены значения  $\sigma_0^+(Z\delta+N)$  и  $\sigma_0^-/N$  для разных ядер. По (3) они являются сечениями образования  $\Pi^+$  и  $\Pi^-$  мезонов в  $np$  взаимодействиях. Как видно из рисунков, они близки друг другу.  $\sigma_{np}^{\pi^+} = 0.659 \pm 0.031$ . Зная  $\delta$ , можно определить и сечение рождения  $\Pi^+$ -мезонов с энергией 660 Мэв под углом 105 в  $pp$  взаимодействиях  $\sigma_{pp}^{\pi^+} = \sigma_{np}^{\pi^+} \cdot \delta$  и  $\sigma_{pp}^{\pi^+} = 1.75 \pm 0.18$ .

Полученное значение  $\sigma_{pp}^{\pi^+}$  находится в хорошем согласии с имеющимися данными по образованию  $\Pi^+$ -мезонов в  $pp$  взаимодействиях [8,9].

Т.о., анализ экспериментальных данных по образованию медленных пионов на ядрах указывает на возможность представления спектров медленных пионов в виде (1) с параметрами потенциала ядерного взаимодействия пионов с ядрами  $V \approx 10$  Мэв и  $W \approx 10$  Мэв.

Экспериментальные данные согласуются с представлением объемного рождения пионов.

Поступила 20.XI.1977.

Лаборатория космических лучей



## ЛИТЕРАТУРА



1. Н.И.Костанашвили, Г.И.Лебедевич, Д.С.Набичвришвили, Ядерная физика, 6, 528 (1968).
2. Н.И.Костанашвили, Г.И.Лебедевич, Д.С.Набичвришвили, Сообщения АН СССР, 50, 327 (1968).
3. Ю.А.Батусов, Н.И.Костанашвили, Г.И.Лебедевич, Д.С.Набичвришвили, Ядерная физика, 10, 1242 (1969).
4. Н.И.Костанашвили, Г.И.Лебедевич, Д.С.Набичвришвили, Г.И.Харашвили, Ядерная физика, 16, 983 (1972).
5. Ю.А.Батусов, И.Ф.Гришашвили, Д.Д.Джалагания, Н.И.Костанашвили, Г.И.Лебедевич, Ядерная физика, 26, 966 (1977).
6. А.М.Балдин, А.И.Лебедев, ЖЭТФ, 1221 (1957).
7. Friedlander, Phys. Lett., 2, 38 (1962).
8. Б.С.Неганов, О.В.Савченко, ЖЭТФ, 32, 1265 (1957).
9. Ю.А.Батусов, Н.И.Костанашвили, Г.И.Лебедевич, Д.С.Набичвришвили, В.М.Ярба, Ядерная физика, 10, 805 (1969).

ი. გრიშაშვილი, დ. ჯალაღანია, ნ. კოსტანაშვილი, გ. ლებედევიჩი

ბირთვობზე დაბალი ენერჯიის პიონების წარმოების  
მექანიზმის შესახებ

რ ე ბ ი უ მ ე

გამანალიზებულია C, Al, Cu, Pb,  $^{58}\text{Ni}$ ,  $^{64}\text{Ni}$ ,  $^{112}\text{Sn}$  და  $^{124}\text{Sn}$

ბირთვობზე დაბალი ენერჯიის  $\pi^+$  და  $\pi^-$  -მეზონების გენერაციის  
ექსპერიმენტული მონაცემები.

გამოკვლეულია წარმოქმნილი პიონების მიზნულ ბირთვობთან  
კულონური და ბირთვული ურთიერებების გავლენების შე-  
საძებრობა.

მიღებულია ინტერმაცია პროტონის მექანიზმზე, როდესაც პირ-  
ველადი პროტონების ენერჯია 660 მევია.

I. Grishashvili, D. Jalagania, N. Kostanashvili, G. Lebedevich

ON THE MECHANISM OF PRODUCTION OF  
SLOW PIONS ON NUCLEI

Summary

Experimental data on the production of slow  $\pi^+$  and  $\pi^-$ -me-  
sons on C, Al, Cu, Pb,  $^{58}\text{Ni}$ ,  $^{64}\text{Ni}$ ,  $^{112}\text{Sn}$  and  $^{124}\text{Sn}$  are analyzed.

The possible consideration of nuclear and Coulomb interaction  
of the produced particles with parent nuclei is investigated.

Information is obtained on the mechanism of the process at  
660 Mev energy for primary protons.



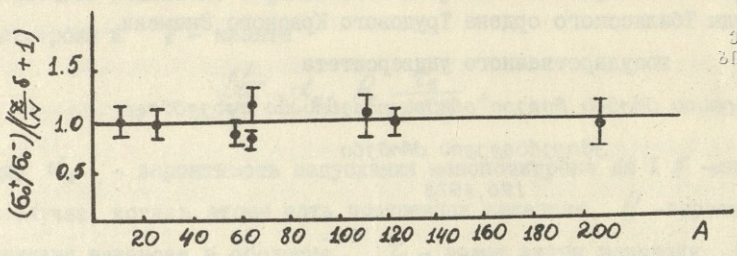


Рис. 1.

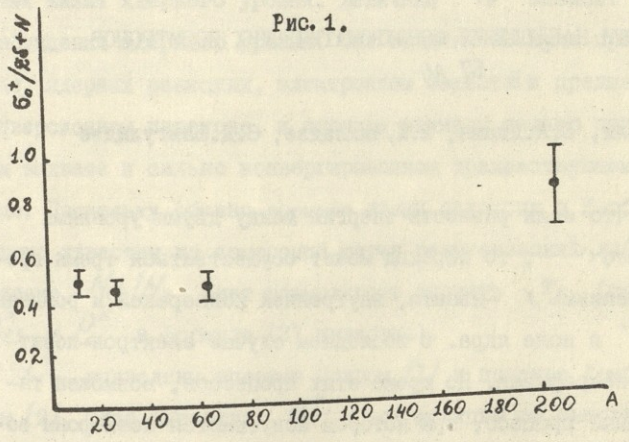


Рис. 2.

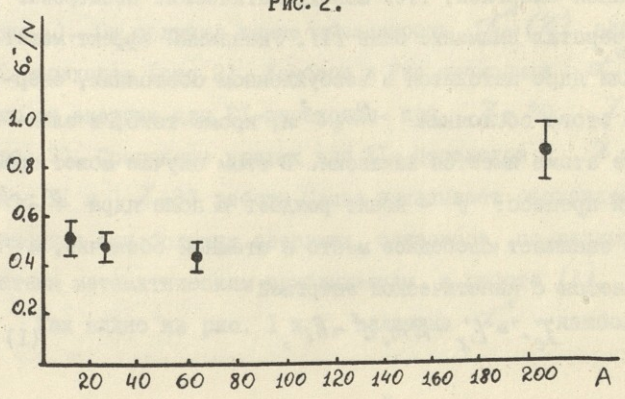


Рис. 3.



О ВОЗМОЖНОСТИ НАБЛЮДЕНИЯ МОНОХРОМАТИЧЕСКИХ ПОЗИТРОНОВ  
В  $^{57}\text{Ni}$

Н.И.Амиранашвили, В.А.Джаша, В.Л.Чихладзе, З.Д.Шавгулидзе

Известно, что если разность энергий между двумя уровнями ядра больше  $2m_e c^2$ , то переход может осуществиться тремя процессами: излучением  $\gamma$ -кванта, внутренней конверсией и рождением пары  $e^- - e^+$  в поле ядра. В последнем случае электрон-позитронный спектр непрерывен. Но кроме этих процессов, возможен такой конверсионный процесс, при котором испускаются позитроны со строго определенной энергией, т.е. монохроматические позитроны. На это впервые обратил внимание Слив [1]. Указанный эффект может иметь место, если ядро находится в возбужденном состоянии, энергия перехода из этого состояния  $> 2m_e c^2$  и, кроме того, в электронной оболочке атома имеется вакансия. В этом случае может произойти следующий процесс:  $\gamma$ -квант рождает в поле ядра  $e^- - e^+$ -пару, электрон занимает свободное место в атомной оболочке, а позитрон испускается с кинетической энергией

$$T_{e^+} = E_\gamma - 2m_e c^2 + \epsilon_i, \quad (I)$$

где  $E_\gamma$  - энергия перехода,  $\epsilon_i$  - энергия связи в  $i$ -той

оболочке. Отношение вероятностей излучения монохроматического позитрона и  $\gamma$ -кванта

$$\frac{N_{e^+}}{N_\gamma} = \alpha_{e^+} P_e \frac{\tau_e}{\tau_e + \tau_\gamma}, \quad (2)$$

где  $\alpha_{e^+}$  - вероятность испускания монопозитрона на I  $\gamma$ -квант в случае, когда в атоме есть постоянная вакансия,  $P_e$  - вероятность наличия вакансии в оболочке,  $\tau_e$  - время жизни вакансии,  $\tau_\gamma$  - время жизни ядерного уровня. Величина  $P_e$  зависит от способа возбуждения ядерного уровня. Она отлична от нуля при  $\alpha$ -распаде, ядерных реакциях, электронном захвате и предшествующем конверсионном переходе, и порядка единицы только при электронном захвате и сильно конвергированном предшествующем  $\gamma$ -переходе. Поскольку обычно времена жизни вакансии в K-оболочке  $\tau_e^K$  хорошо известны из измерений ширин рентгеновских линий, то определение  $N_{e^+}/N_\gamma$  дает возможность оценить  $\tau_\gamma$  (считая, что  $\alpha_{e^+}^K$  и  $P_e^K$  в формуле (2) известны).

$\alpha_{e^+}^K$  вычислены впервые Сливом [1] и позднее Ломбардом и Рисом [2]. Слив вычислил  $\alpha_{e^+}^K$  как функцию от энергии для E1- и E2-переходов при  $Z = 83$  и для E1-перехода при  $Z = 55$  (рис.1). Он получил также зависимость  $\alpha_{e^+}^K(Z)$  для E1-, E2- и M1-переходов (рис.2). Ломбард и Рис вычислили  $\alpha_{e^+}^K$  как функцию от энергии для E1-переходов при  $Z = 30$ ,  $Z = 63$ ,  $Z = 82$  (рис.3). Сравнение кривых для E1-переходов и  $Z = 82$  этой работы с E1 и  $Z = 83$  работы Слива показывает расхождение, особенно заметное при больших энергиях, связанное, по-видимому, с неадекватным математическим приближением в работе [1].

Как видно из рис. 1 и 2, величина  $\alpha_{e^+}^K$  наибольшая для E1-

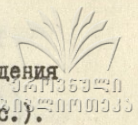


переходов, однако различие  $\alpha_{e^+}$  для разных мультипольнос-  
тей сравнительно невелико.

Опубликовано несколько экспериментальных работ [3 - 7], в кото-  
рых сообщается о наблюдении монокроматических позитронов. В ка-  
честве источников в этих работах использовались 2 изотопа:  $^{206}\text{Bi}$   
(EI-переход,  $E_{\gamma} = 1720$  кэв) и  $^{152}\text{Eu}$  (EI-переход,  $E_{\gamma} = 1409$  кэв).  
Результаты разных авторов для одного и того же источника сильно  
расходятся (иногда на порядок), что вызвано, по-видимому, труд-  
ностью выделения слабого эффекта на большом фоне. В этих работах  
 $\frac{N_{e^+}}{N_{\gamma}} \sim 10^{-7} \div 10^{-8}$ . Следует заметить, что до сих пор ни в одной  
из работ монопозитроны не наблюдались уверенно.

Основной недостаток этих источников применительно к данной  
задаче - большой фон. Так, в случае  $^{206}\text{Bi}$  ( $T_{1/2} = 6,24$  дня,  
 $T_{e^+} = 788$  кэв) сам изотоп не имеет ни  $\beta^+$ -спектра, ни  $\gamma$ -пере-  
ходов с энергией  $> 1720$  кэв, которые могли бы дать фон от пар-  
ной конверсии; однако при его наготовлении всегда присутствует  
изотоп  $^{205}\text{Bi}$  ( $T_{1/2} = 15,3$  дня) с верхней границей  $\beta^+$ -спектра  
 $E_{\beta^+} = 920$  кэв и интенсивные  $\gamma$ -переходы с  $E_{\gamma} = 1766$  кэв и  
 $E_{\gamma} = 1864$  кэв. В случае  $^{152}\text{Eu}$  ( $T_{1/2} = 12,7$  года,  $T_{e^+} = 437$  кэв)  
присутствуют  $\beta^+$ -переходы с  $E_{\beta^+} = 713$  кэв и  $E_{\beta^+} = 470$  кэв. Ясно,  
что в обоих случаях при поисках монопозитронов будет мешать зна-  
чительный фон.

Из вышеизложенного следует, что поскольку эффект должен быть  
очень мал, к источнику должны быть предъявлены, по крайней мере,  
2 требования: во-первых, он должен быть очень сильным (порядка  
десятков милликюри) и в то же время тонким и свободным от приме-  
сей; во-вторых, позитронный фон от  $\beta^+$ -переходов или от пар-  
ной конверсии переходов с большей энергией должен быть близким



к нулю.

В поисках изотопов, перспективных с точки зрения наблюдения монопозитронов, мы обратили внимание на  $^{57}\text{Ni}$  ( $T_{1/2} = 36$  час.).

При распаде этого изотопа наблюдается довольно сильная линия с  $E_\gamma = 1920$  кэв (14% на распад). Этот изотоп удовлетворяет второму из вышеуказанных требований, так как (см. рис. 4), во-первых, верхняя граница его  $\beta^+$ -спектра  $E_{\beta^+} = 850$  кэв, а энергия монопозитронов указанного перехода  $T_e \approx 906$  кэв; во-вторых,  $\gamma$ -переходы с большей энергией имеют очень малую ( $< 0,2\%$ ) интенсивность, и, следовательно, фон от их пар должен быть достаточно низким.

Элементарный расчет по формуле (2) позволяет дать оценку ожидаемой интенсивности монопозитронной линии. Величину  $\alpha_{e^+}^K$  можно взять из работы [2] (рис. 3). Хотя эти расчеты произведены для E1-переходов, а  $E_\gamma = 1920$  кэв, по-видимому, M1-переход, но, как указывалось выше, значения  $\alpha_{e^+}^K$  для разных мультипольностей довольно близки, поэтому с достаточной для оценки точностью можно взять  $\alpha_{e^+}^K \sim 1 \cdot 10^{-5}$ . Время жизни M1-перехода по Мошковскому [8]  $\tau_\gamma(M1) \approx 5 \cdot 10^{-15}$  сек. Время жизни вакансии можно определить, воспользовавшись формулой из работы [9]:

$$\Gamma_K = 1,73 \cdot Z^{3,93} \cdot 10^{-6} \text{ эв.}$$

для нашего случая  $Z = 27$ ,  $\Gamma_K \approx 0,86$  эв, откуда

$$\tau_e^K = \frac{\hbar}{\Gamma_K} \approx 7 \cdot 10^{-16} \text{ сек.}$$

Что касается вероятности наличия вакансии в K-оболочке, то в случае электронного захвата она должна равняться относительной вероятности K-захвата. Воспользовавшись данными работы [10], находим, что для нашего случая  $P_e^K \approx 0,9$ .



Тогда из формулы (2) получим

$$\left(\frac{N_{e^+}}{N_{\gamma}}\right)_{1920\text{кэВ}} \approx 1 \cdot 10^{-5} \cdot 0,9 \frac{7 \cdot 10^{-16}}{5 \cdot 10^{-15} + 7 \cdot 10^{-16}} \approx 1,1 \cdot 10^{-6}$$

041935941  
20251010333

Учитывая относительную интенсивность линии 1920 кэВ, получим

$$N_{e^+} \approx 0,14 \cdot 1,1 \cdot 10^{-6} \approx 1,5 \cdot 10^{-7} \text{ распад}^{-1}$$

Для источника активностью 1 мкюри число испускаемых монопозитронов в секунду

$$N_0 \approx 3,7 \cdot 10^7 \cdot 1,5 \cdot 10^{-7} \approx 5,5 \text{ сек.}^{-1}$$

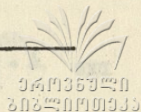
Очевидно, что измерения должны быть проведены на спектрометре с большой светосилой  $\omega$ , хорошим разрешением  $\delta$  и малым фоном. Этим требованиям полностью удовлетворяет спектрометр типа УМБ-2 (при  $\omega \approx 0,7\%$  и  $\delta \approx 0,1\%$  фон составляет 1 импульс за несколько часов). При указанных параметрах прибора интенсивность монопозитронной линии составит

$$N_{\text{эксп}} = \omega \cdot N_0 \approx 0,039 \text{ сек}^{-1} \approx 140 \text{ час}^{-1}$$

Если получить источник активностью  $\sim 15$  мкюри (что вполне достижимо), то интенсивность линии должна составить  $\sim 2 \cdot 10^3 \text{ час}^{-1}$ , откуда видно, что если М1-переход замедлен даже на 2 порядка по сравнению с теоретическим временем жизни по Мошковскому, искомая монопозитронная линия должна уверенно наблюдаться.

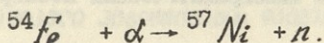
В нижеследующей таблице сравнительные характеристики трех рассматриваемых изотопов.

| Изотоп            | $N_{e^+}$ теор. — <u>ПОЗИТРОН</u><br>распад | Чувствительность<br>эксперимента, <u>ПОЗИТРОН</u><br>распад |
|-------------------|---|---|
| $^{206}\text{Bi}$ | $4,4 \cdot 10^{-6}$                         | $10^{-7} - 10^{-8}$   |

$^{152}\text{Eu}$  $2,0 \cdot 10^{-6}$  $10^{-7} - 10^{-8}$ 

 041935921  
 203:0101033
 $^{57}\text{Ni}$  $1,5 \cdot 10^{-7}$  $10^{-9}$ 

Из таблицы видно, что теоретическая вероятность рождения монопозитронов при распаде  $^{206}\text{Bi}$  и  $^{152}\text{Eu}$  на порядок выше, чем при распаде  $^{57}\text{Ni}$ . Но из-за практического отсутствия фона в случае  $^{57}\text{Ni}$  довольно легко можно довести чувствительность до  $10^{-9}$  позитрон.распад $^{-1}$ , т.е. повысить на порядок по сравнению с  $^{206}\text{Bi}$  и  $^{152}\text{Eu}$ .

Изотоп  $^{57}\text{Ni}$  в принципе легко получить облучением  $\alpha$ -частицами на циклотроне обогащенного изотопа  $^{54}\text{Fe}$  по реакции ( $\alpha, n$ )



В работе [11] приводятся сечения реакций при облучении  $^{54}\text{Fe}$   $\alpha$ -частицами. Из данных этой работы (рис.5) следует, что необходимо выбрать энергию  $\alpha$ -частиц возможно большей, но ниже порога реакции ( $\alpha, 2n$ ), который составляет  $\approx 17$  Мэв (в результате этой реакции образуется  $^{56}\text{Ni}$ , продукт распада которого  $^{56}\text{Co}$  имеет непрерывный  $\beta^+$ -спектр с граничной энергией  $E_{\beta^+} = 1,46$  Мэв). Если выбрать энергию  $\alpha$ -частиц равной 16,5 Мэв, то при оптимальной толщине мишени  $d = 40$  мкм (т.е.  $d \approx 4$  Мэв) среднее сечение реакции ( $\alpha, n$ )  $\approx 100$  мбарн.

Активность изотопа  $^{57}\text{Ni}$ , которая должна получиться в результате облучения мишени  $^{54}\text{Fe}$  по реакции ( $\alpha, n$ ), можно вычислить по формуле

$$\lambda N = A_0 J(\alpha) \sigma (1 - e^{-\lambda t_{\text{обл}}}),$$



где  $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$  - постоянная распада,  $N$  - число образовавшихся  
 активных ядер,  $N_0$  - число ядер облучаемого изотопа,  $I(\alpha)$  - ток  $\alpha$ -частиц,  $\sigma$  - сечение реакции. Приняв время облучения  $t_{обл} =$   
 $= 12$  час., ток в циклотроне  $I(\alpha) = 1$  мкА, получим, что ожидаемая  
 активность равна

$$\lambda N = 2,1 \cdot 10^7 \text{ распад} \cdot \text{сек.}^{-1} \approx 0,57 \text{ мКюри.}$$

Отсюда видно, что если взять ток через мишень  $\sim 10$  мкА (что  
 вполне допустимо) и увеличить в несколько раз время облучения,  
 то в принципе нетрудно получить источник  $^{57}\text{Ni}$  активностью 15 -  
 20 мКюри.

Из всего вышеизложенного следует, что целесообразно поставить  
 эксперимент по обнаружению монохроматических позитронов при рас-  
 паде изотопа  $^{57}\text{Ni}$ .

Поступила 13.XII.1977

Кафедра ядерной физики

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Л.А.Слив, ЖЭТФ, 25, 7 (1953).
2. R. Lombard, F. Rys Nucl. Phys., 31, 163 (1962)
3. T.H.Brunner, H.T.Leisi, C.F.Perdrisat, P.Sherrer Phys. Rev. Let., 2, 207  
(1959).
4. R. Wiener, C.Chasman, P.Harihar, C.S.Wu, Phys. Rev., 130, 1066 (1963)
5. С.С.Василенко, М.Г.Каганский, Д.Л.Каминский, С.Ф.Кокшарова,  
ЖЭТФ, 39, 970 (1960).
6. C.F.Perdrisat, T.H.Brunner, H.T.Leisi, Nucl. Phys., 31, 160 (1962)



(1964)

8. "Гамма-лучи", Изд. АН СССР, М.-Л., 1961

9. H.T.Leisi, T.H.Brunner, C.F.Perdrisat, P. Sherrer, Helv. Phys. Acta, 34, 161 (1961)

10. Б.С.Джелепов, Л.Н.Зырянова, Ю.П.Суслов, "Бета-процессы", "Наука", Л., 1972

11. F.S.Houck, T.M.Miller, Phys. Rev., 123, 231 (1961)

ბ.ამირანაშვილი, ვ.ჯაში, ვ.ჩიხლაძე, ზ.შავგულიძე

მონოენერგეტიკული პოზიტრონების დაკვირვება

<sup>57</sup>Ni იზოტოპის დაშლისას

რ ე ბ ი უ მ ე ე

ყველა წინასწარსადაც მონოენერგეტიკული პოზიტრონების აღმოჩენის ნაცდები იყვნენ გამოყენებულნი <sup>206</sup>Bi და <sup>152</sup>Eu, მოცემულ საბუნებისადაც ამის მიზნით განიხილება იზოტოპი <sup>57</sup>Ni. მოყვანილია გამოთვლები, რომლებიც ცხადყოფენ ამ იზოტოპის უპირატესობას.

N.Amiranashvili, W.Jashi, W.Chikhladze, Z.Shavgulidze

ON THE OBSERVABILITY OF MONOENERGETIC POSITRONS  
IN THE DECAY OF <sup>57</sup>Ni

Summary

The isotope <sup>57</sup>Ni is suggested instead of the isotopes <sup>206</sup>Bi and <sup>152</sup>Eu, used by other authors, for searching monoenergetic positrons. Calculations confirming its advantage are given.



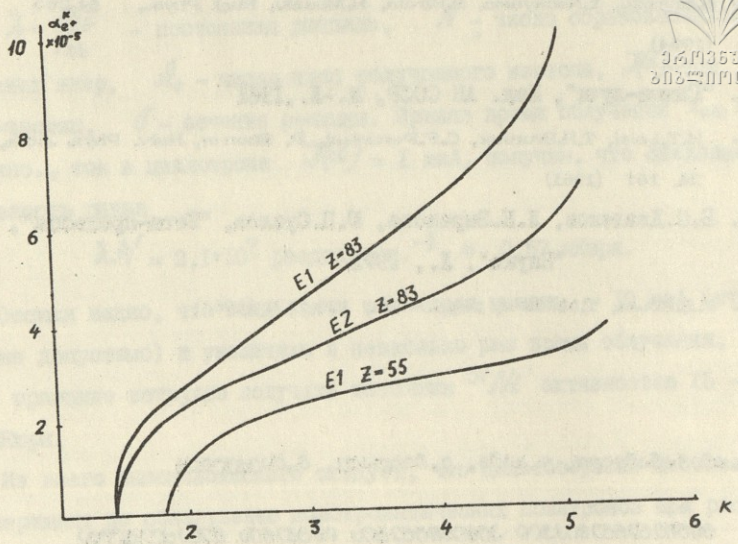


Рис.1 Зависимость  $\alpha_{e^+}^{\kappa}$  от энергии [1]. Здесь  $\kappa = \frac{E\hbar}{m_e c^2}$ .

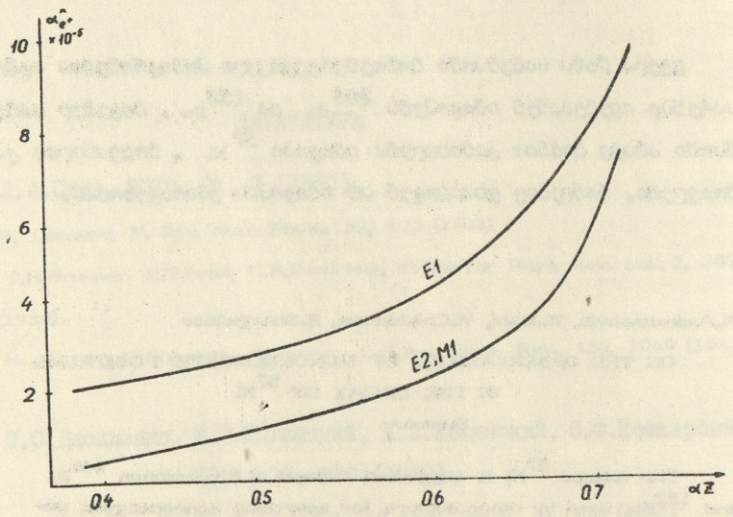


Рис.2 Зависимость  $\alpha_{e^+}^{\kappa}$  от заряда ядра. Здесь  $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$  - постоянная тонкой структуры.

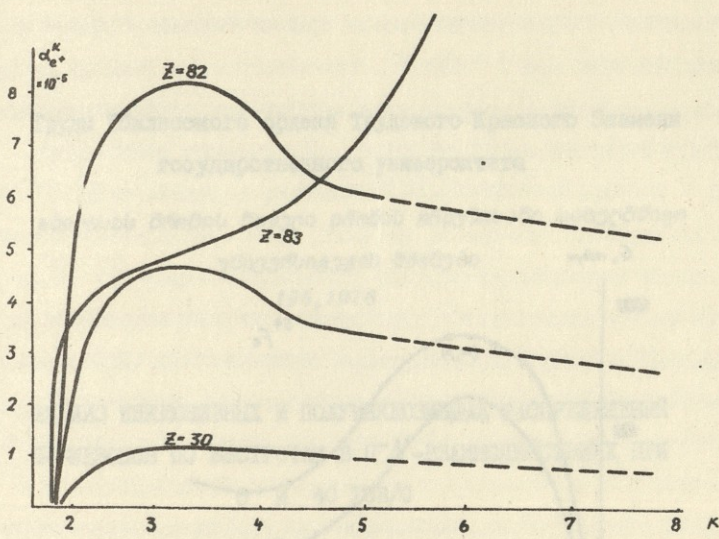


Рис.3 Зависимость  $\alpha_{e^+}^K$  от энергии [2]. Здесь  $K = \frac{E\gamma}{m_e c^2}$ .

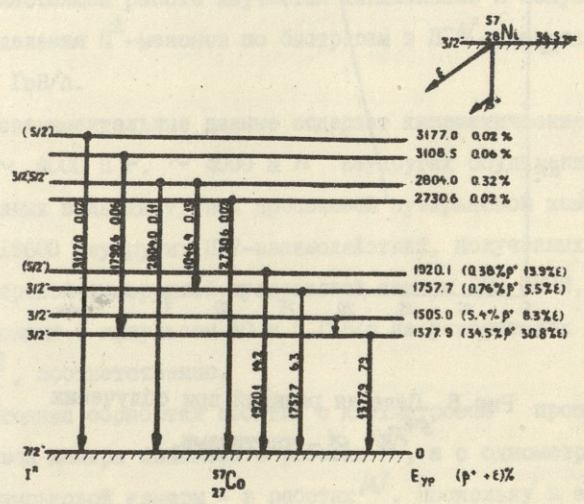


Рис.4 Принципиальная схема распада  $^{57}_{28}\text{Ni}$ .



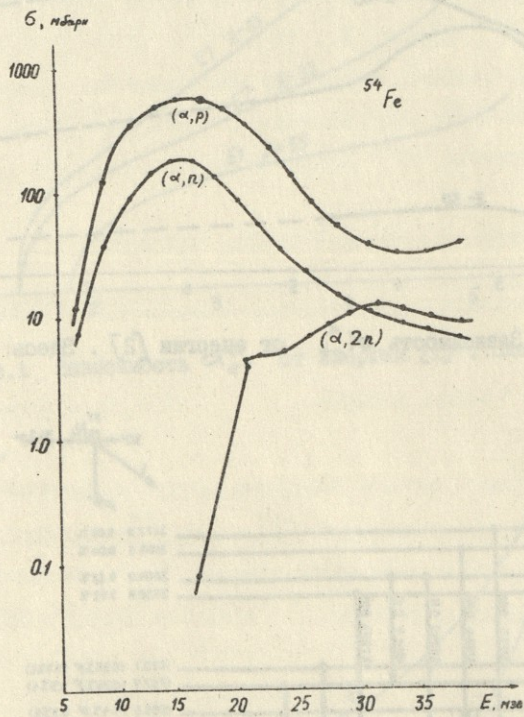


Рис.5 Сечения реакций при облучении  $^{54}\text{Fe}$   $\alpha$ -частицами.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени  
государственного университета

თბილისის მრეწველობის ნიჭიერი მუშაკების ორდენის სახელმწიფო  
უნივერსიტეტის შრომები  
196, 1978

АНАЛИЗ ИНКЛЮЗИВНЫХ И ПОЛУИНКЛЮЗИВНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ  
 $P^\pm$ -МЕЗОНОВ ПО БЫСТРОТАМ В  $PN$ -ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ ПРИ  
5 И 40 ГЭВ/С

Л.Н.Абесалашвили, Ю.В.Тевзадзе, М.С.Чаргейшвили

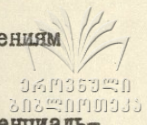
В настоящей работе изучаются инклюзивные и полуинклюзивные распределения  $P^\pm$ -мезонов по быстротам в  $PN$ -взаимодействиях при 5 и 40 ГэВ/с.

Экспериментальные данные содержат кинематические характеристики  $\sim 8000$   $PN$ ,  $\sim 4000$   $PN$  неупругих соударений, зарегистрированных в двухметровой пропановой пузырьковой камере ЛВЭ ОИЯИ, и  $\sim 19600$  неупругих  $PN$ -взаимодействий, полученных с помощью однометровой водородной пузырьковой камеры ЛВЭ ОИЯИ, облученных  $P$ -мезонами с импульсом 40 и 5 ГэВ/с на ускорителях ИФВЭ [1] и ОИЯИ [2], соответственно.

Методика обработки событий с двухметровой пропановой пузырьковой камеры изложена в работах [3], а с однометровой водородной пузырьковой камеры - в работах [4]. Поскольку в эксперименте при 5 ГэВ/с 2- и 4-лучевые события были измерены не на всей имеющейся статистике стереофотографий для этих событий были введены



топологические веса, соответствующие топологическим сечениям ПР-взаимодействий при 5 ГэВ/с [5].



Экспериментальные распределения инвариантных дифференциальных сечений образования  $\Pi^\pm$ -мезонов в зависимости от быстроты в с.ц.м.  $Y^* = 1/2 \ln[(E^* + p_{||}^*) / (E^* - p_{||}^*)]$ , где  $E^*$  и  $p_{||}^*$  - энергия и импульс рожденных  $\Pi^\pm$ -мезонов, были проанализированы на основе модели мультипериферической эмиссии кластеров [6,7,9].

Указанная модель предполагает двухступенчатый процесс образования вторичных частиц в адрон-адронных столкновениях. Вначале, при преимущественно периферическом столкновении первичных частиц образуются кластеры, а затем кластеры распадаются изотропно в их системе покоя. Модель для распределения инвариантных дифференциальных сечений образования вторичных частиц в адрон-адронных столкновениях в зависимости от  $Y^*$  предсказывает следующее выражение:

$$f(y^*) = \frac{1}{b_n} \frac{d b_n}{d y^*} = \frac{A}{\sqrt{2\pi} L} \exp\left[-\frac{(y^* - y')^2}{2L^2}\right], \quad (I)$$

где  $A$  - параметр, который определяет среднее число пионов, на которые распадается кластер;  $y'$  - параметр асимметрии распределения относительно  $Y^*=0$ ;  $L$  - дисперсия распределения по быстротам. Эта величина в модели мультипериферической эмиссии кластеров уменьшается с ростом множественности вторичных частиц и логарифмически возрастает с увеличением энергии сталкивающихся частиц.

Из анализа полуинклюзивных данных при высоких энергиях  $\approx 50$  ГэВ получено [8,9], что параметр  $A$  соответствует числу пионов, на которые распадается кластер,  $y'$  - быстрота кластера, а экспериментальные значения дисперсии уменьшаются с ростом множественности

заряженных частиц  $n$ . Но, когда множественность больше или равна средней множественности  $n \geq \langle n \rangle$ , дисперсия не зависит от квадрата полной энергии в с.ц.м. и от  $n$ .

Результаты аппроксимации экспериментальных данных при 5 и 40 ГэВ/с показаны на рисунках (1-9) сплошными кривыми и приведены в таблицах (1-3). В пределах экспериментальных ошибок выражение (1) удовлетворительно описывает распределение по быстройам  $\Pi^\pm$ -мезонов, образованных в  $\Pi N$ -столкновениях для  $n > \langle n \rangle$  (при 40 ГэВ/с  $\langle n \rangle = 5.62 \pm 0.04$  и  $5.32 \pm 0.04$  для  $\Pi p$ - и  $\Pi n$ -взаимодействий соответственно, а при 5 ГэВ/с  $\langle n \rangle = 2.86 \pm 0.05$ ). Лучшее описание получается для  $\Pi N$ -взаимодействий.

В пределах ошибок значения параметра  $A$  совпадают с множественностью вторичных заряженных пионов, дисперсия  $L$  уменьшается с ростом  $n$  и возрастает с увеличением энергии сталкивающихся частиц от 5 до 40 ГэВ. Параметр асимметрии мал для  $n > \langle n \rangle$ .

Таким образом, модель мультипериферической эмиссии кластеров хорошо отражает экспериментально наблюдаемое сужение распределения по быстройам и уменьшение асимметрии относительно  $Y=0$  по мере увеличения множественности при  $n > \langle n \rangle$ , а также чувствует возрастание дисперсии с увеличением полной энергии взаимодействия.

Авторы выражают благодарность Н.С. Амаглобели за обсуждение результатов и полезные советы, а также коллективу сотрудничества Берлин-Бухарест-Дубна-Кошице-Улан-Батор за предоставленную возможность пользования лентой суммарных результатов при 5 ГэВ/с.

Поступила 6. XII. 1977

Проблемная лаборатория ядерной  
физики высоких энергий ТГУ



Параметры, полученные при аппроксимации дифференциальных сечений  $\Pi^\pm$ -мезонов в  $\Pi N$ -взаимодействиях при  $P_s=40$  ГэВ выражением (I) ( $N'$  - число экспериментальных точек),  $-2.5 \leq y^* \leq 2.5$

| Множественность Частицы |           | $L$                 | $y'$            | $A$            | $\chi^2/N'$ |
|-------------------------|-----------|---------------------|-----------------|----------------|-------------|
|                         |           | в единицах быстроты |                 |                |             |
| 4                       | $\Pi^\pm$ | $1.63 \pm 0.02$     | $0.46 \pm 0.03$ | $3.8 \pm 0.1$  | 83/12       |
| 6                       | $\Pi^\pm$ | $1.29 \pm 0.01$     | $0.21 \pm 0.02$ | $5.8 \pm 0.1$  | 55/14       |
| 8                       | $\Pi^\pm$ | $1.11 \pm 0.01$     | $0.13 \pm 0.02$ | $3.7 \pm 0.1$  | 38/11       |
| 10                      | $\Pi^\pm$ | $1.04 \pm 0.01$     | $0.08 \pm 0.02$ | $9.5 \pm 0.2$  | 13/12       |
| 12                      | $\Pi^\pm$ | $0.99 \pm 0.02$     | $0.02 \pm 0.02$ | $11.3 \pm 0.4$ | 6/13        |
| Инклюз. ПР              | $\Pi^\pm$ | $1.26 \pm 0.01$     | $0.24 \pm 0.01$ | $5.3 \pm 0.02$ | 36/32       |
| 3                       | $\Pi^\pm$ | $1.38 \pm 0.24$     | $0.99 \pm 0.03$ | $2.9 \pm 0.1$  | 72/33       |
| 5                       | $\Pi^\pm$ | $1.34 \pm 0.02$     | $0.49 \pm 0.03$ | $4.8 \pm 0.1$  | 32/26       |
| 7                       | $\Pi^\pm$ | $1.13 \pm 0.01$     | $0.24 \pm 0.02$ | $6.6 \pm 0.1$  | 27/26       |
| 9                       | $\Pi^\pm$ | $1.00 \pm 0.01$     | $0.03 \pm 0.02$ | $9.2 \pm 0.2$  | 26/26       |
| Инклюз. $\Pi n$         | $\Pi^\pm$ | $1.25 \pm 0.01$     | $0.40 \pm 0.01$ | $4.8 \pm 0.04$ | 49/26       |

Таблица 2



Параметры, полученные при аппроксимации дифференциальных сечений  $\Pi^+$ - и  $\Pi^-$ -мезонов в  $\Pi N$ -взаимодействиях при  $P = 40$  ГэВ/с выражением (1) ( $N'$  - число экспериментальных точек),  $-2.5 \leq \chi^2 \leq 2.5$

| Множественность | Частицы | $L$                 |                    | $\chi^2$        |        | A | $\chi^2/N'$ |
|-----------------|---------|---------------------|--------------------|-----------------|--------|---|-------------|
|                 |         | в единицах быстроты |                    |                 |        |   |             |
| 2               | $\Pi^+$ | 1.75 $\pm$ 0.10     | -0.35 $\pm$ 0.08   | 0.95 $\pm$ 0.04 | 105/12 |   |             |
|                 | $\Pi^-$ | 2.00 $\pm$ 0.22     | 2.77 $\pm$ 0.15    | 1.49 $\pm$ 0.12 | 11/11  |   |             |
| 4               | $\Pi^+$ | 1.47 $\pm$ 0.03     | -0.004 $\pm$ 0.030 | 1.75 $\pm$ 0.03 | 83/12  |   |             |
|                 | $\Pi^-$ | 1.77 $\pm$ 0.08     | 1.06 $\pm$ 0.12    | 2.23 $\pm$ 0.13 | 21/11  |   |             |
| 6               | $\Pi^+$ | 1.25 $\pm$ 0.02     | 0.08 $\pm$ 0.02    | 2.80 $\pm$ 0.05 | 30/11  |   |             |
|                 | $\Pi^-$ | 1.30 $\pm$ 0.02     | 0.40 $\pm$ 0.02    | 2.90 $\pm$ 0.05 | 55/13  |   |             |
| 8               | $\Pi^+$ | 1.08 $\pm$ 0.01     | 0.05 $\pm$ 0.02    | 3.74 $\pm$ 0.07 | 16/11  |   |             |
|                 | $\Pi^-$ | 1.11 0.02           | 0.22 0.02          | 3.90 0.08       | 21/13  |   |             |
| 10              | $\Pi^+$ | 1.03 $\pm$ 0.02     | -0.05 $\pm$ 0.02   | 4.60 $\pm$ 0.13 | 7/12   |   |             |
|                 | $\Pi^-$ | 1.05 $\pm$ 0.02     | 0.08 $\pm$ 0.02    | 4.76 $\pm$ 0.12 | 7/18   |   |             |
| 12              | $\Pi^+$ | 0.98 $\pm$ 0.03     | -0.03 $\pm$ 0.04   | 5.47 $\pm$ 0.23 | 7/14   |   |             |
|                 | $\Pi^-$ | 0.97 $\pm$ 0.03     | -0.01 $\pm$ 0.03   | 5.73 $\pm$ 0.25 | 7/15   |   |             |
| Инклюз.         | $\Pi^+$ | 1.25 $\pm$ 0.01     | -0.004 $\pm$ 0.010 | 2.62 $\pm$ 0.02 | 150/24 |   |             |
| $\Pi P$         | $\Pi^-$ | 1.28 0.01           | 0.42 0.01          | 2.66 0.02       | 106/24 |   |             |
| 3               | $\Pi^+$ | 1.34 $\pm$ 0.06     | 0.92 $\pm$ 0.07    | 0.98 $\pm$ 0.04 | 45/26  |   |             |
|                 | $\Pi^-$ | 1.54 $\pm$ 0.06     | 1.31 $\pm$ 0.08    | 2.06 $\pm$ 0.08 | 48/26  |   |             |
| 5               | $\Pi^+$ | 1.25 $\pm$ 0.02     | 0.39 $\pm$ 0.04    | 1.80 $\pm$ 0.05 | 32/26  |   |             |
|                 | $\Pi^-$ | 1.39 $\pm$ 0.04     | 0.57 $\pm$ 0.04    | 2.90 $\pm$ 0.07 | 26/26  |   |             |
| 7               | $\Pi^+$ | 1.07 $\pm$ 0.02     | 0.22 $\pm$ 0.03    | 2.70 $\pm$ 0.07 | 19/26  |   |             |
|                 | $\Pi^-$ | 1.17 $\pm$ 0.02     | 0.25 $\pm$ 0.03    | 3.80 $\pm$ 0.09 | 27/26  |   |             |
| 9               | $\Pi^+$ | 0.97 $\pm$ 0.02     | -0.007 $\pm$ 0.020 | 4.10 $\pm$ 0.01 | 20/26  |   |             |
|                 | $\Pi^-$ | 1.01 $\pm$ 0.02     | 0.06 $\pm$ 0.03    | 5.00 $\pm$ 0.10 | 21/26  |   |             |
| Инклюз.         | $\Pi^+$ | 1.16 $\pm$ 0.10     | 0.29 $\pm$ 0.02    | 2.04 $\pm$ 0.02 | 53/26  |   |             |
| $\Pi n$         | $\Pi^-$ | 1.30 $\pm$ 0.02     | 0.49 $\pm$ 0.02    | 2.80 $\pm$ 0.03 | 55/26  |   |             |



Параметры, полученные при аппроксимации дифференциальных сечений  $\Pi^+$  - и  $\Pi^-$  - мезонов в  $\Pi P$ -взаимодействиях при  $P_{\text{с}}=5 \text{ ГэВ}$  выражением (I) ( $N'$  - число экспериментальных точек),  $-2.5 \leq y \leq 2.5$

| Множественность | Частицы | $L$                 | $y'$            | A               | $\chi^2/N'$ |
|-----------------|---------|---------------------|-----------------|-----------------|-------------|
|                 |         | в единицах быстроты |                 |                 |             |
| 2               | $\Pi^+$ | $0.95 \pm 0.01$     | $0.11 \pm 0.01$ | $0.68 \pm 0.01$ | 309/20      |
|                 | $\Pi^-$ | $1.06 \pm 0.01$     | $0.73 \pm 0.01$ | $1.02 \pm 0.01$ | 203/16      |
| 4               | $\Pi^+$ | $0.80 \pm 0.01$     | $0.06 \pm 0.01$ | $1.35 \pm 0.01$ | 126/37      |
|                 | $\Pi^-$ | $0.88 \pm 0.01$     | $0.22 \pm 0.01$ | $1.98 \pm 0.01$ | 183/37      |
| 6               | $\Pi^+$ | $0.68 \pm 0.01$     | $0.05 \pm 0.01$ | $2.23 \pm 0.03$ | 15/31       |
|                 | $\Pi^-$ | $0.70 \pm 0.01$     | $0.30 \pm 0.01$ | $2.99 \pm 0.04$ | 31/30       |
| Инклюз.         | $\Pi^+$ | $0.82 \pm 0.01$     | $0.07 \pm 0.01$ | $1.06 \pm 0.01$ | 538/36      |
|                 | $\Pi^-$ | $0.92 \pm 0.01$     | $0.34 \pm 0.01$ | $1.48 \pm 0.01$ | 1514/31     |

## ЛИТЕРАТУРА

1. M.P.Balandin et al., Nucl. Inst. and Meth., 20, 110 (1973).
2. A.V.Belonogov et al., Nucl. Inst. and Meth., 20, 114 (1963);  
В.В.Глаголев и др., ОИЯИ 13-3633, Дубна, 1967; ПТЭ 3, 325, 1968.
3. А.У.Абдурахимов и др., ОИЯИ 1-6967, Дубна, 1973; Л.Н.Абесалашвили, Н.С.Амаглобели и др., Сообщения АН ГССР, 75, №3, 577, 1975; Л.Н.Абесалашвили, Н.С.Амаглобели и др. Труды ТГУ, №188, физика, 1977.





L. Abesalashvili, Yu. Tevzadze, M. Chargeishvili



0649359240  
2082:0101933

AN ANALYSIS OF SEMI-INCLUSIVE AND INCLUSIVE  
DISTRIBUTIONS OF  $\pi^\pm$ -MESONS IN  $\pi$ -N-INTERACTIONS AT 5  
AND 40 GEV/C

Summary

In the multiperipheral cluster emission model, the semiinclusive and inclusive rapidity distributions of  $\pi^\pm$ -mesons at 5 and 40 Gev/c are studied in  $\pi$ -N-interactions recorded in JINR'S 1-m hydrogen and 2-m propane bubble chambers.

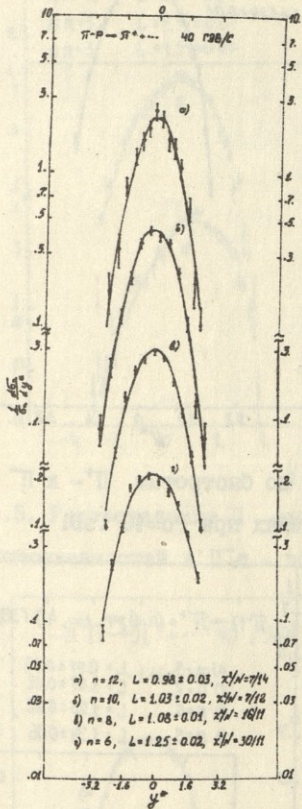


Рис. 1. Распределение  $\pi^+$ -мезонов по быстротам в  $\pi^+ \pi^-$ -взаимодействиях для разных множественностей при  $P_c=40$  ГэВ

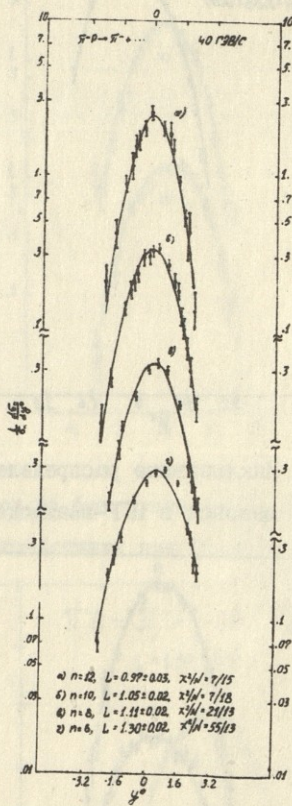


Рис. 2. Распределение  $\pi^-$ -мезонов по быстротам в  $\pi^+ \pi^-$ -взаимодействиях для разных множественностей при  $P_c=40$  ГэВ.



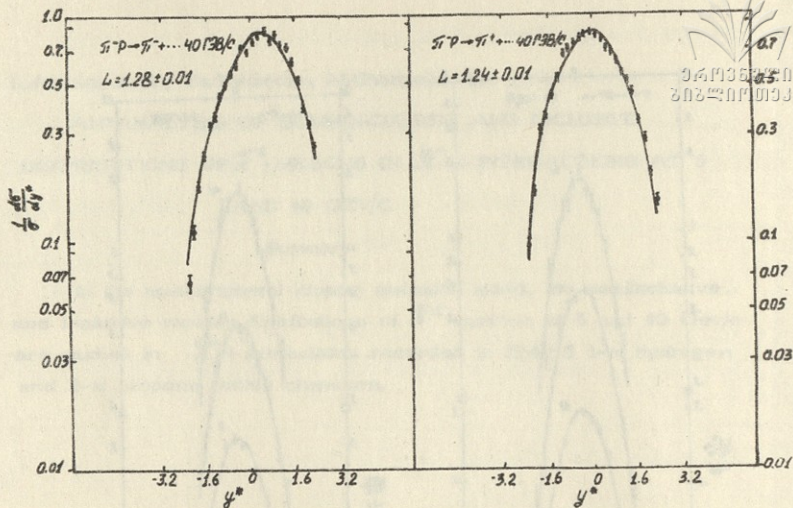


Рис. 3. Инклюзивные распределения по быстротам  $\pi^+$  и  $\pi^-$  мезонов в  $\pi p$ -взаимодействиях при  $P_s=40$  ГэВ.

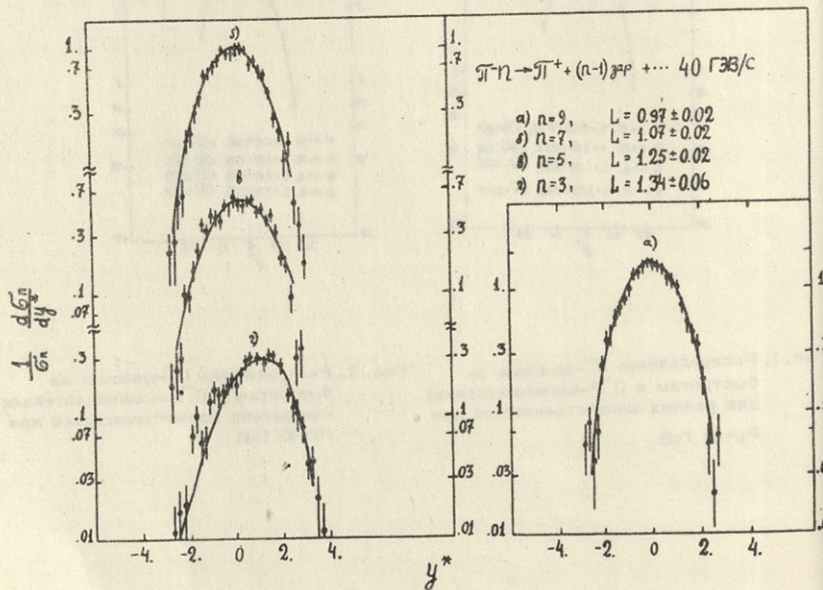


Рис. 4. Распределение  $\pi^+$ -мезонов по быстротам для разных множественностей в  $\pi n$ -взаимодействиях при  $P_s=40$  ГэВ.

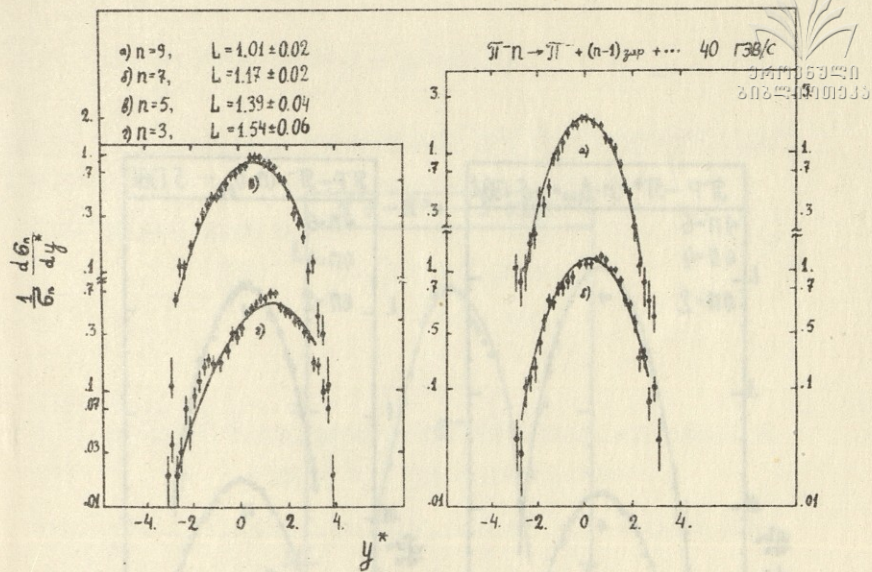


Рис.5. Распределение  $\pi^-$ -мезонов по быстротам для разных множественностей в  $\pi n$ -взаимодействиях при  $P_c=40$  ГэВ.

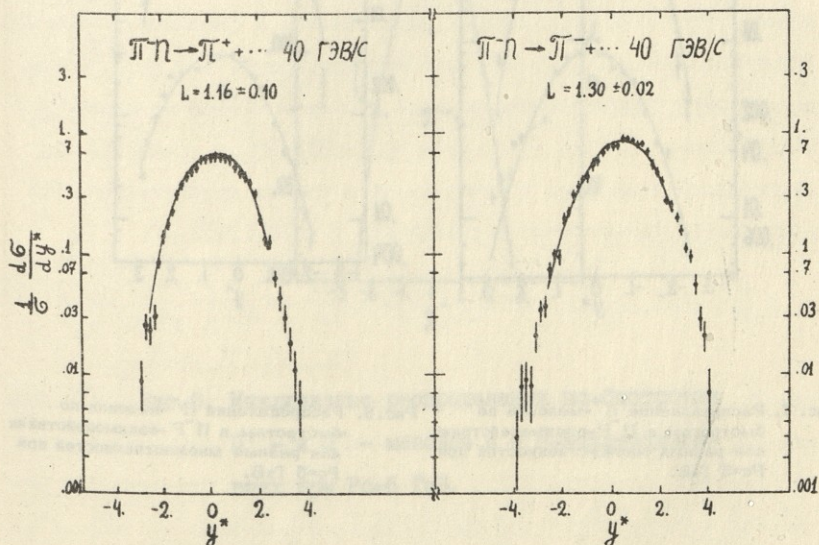


Рис.6. Инклюзивные распределения по быстротам  $\pi^+$ - и  $\pi^-$ -мезонов в  $\pi n$ -взаимодействиях при  $P_c=40$  ГэВ.



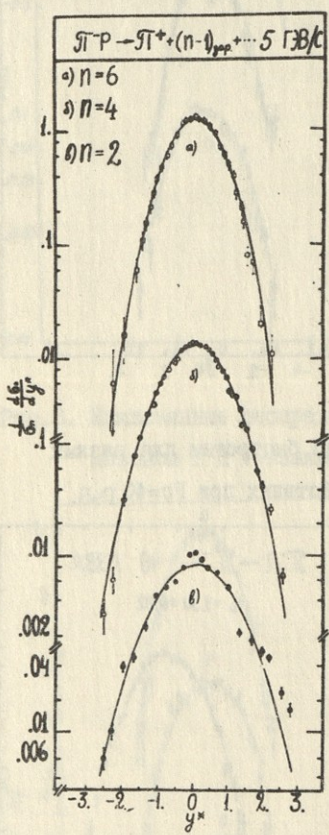


Рис. 7. Распределение  $\pi^+$ -мезонов по быстрой по быстрой в  $\pi^+ P$ -взаимодействиях для разных множественностей при  $P_s=5 \text{ ГэВ}$ .

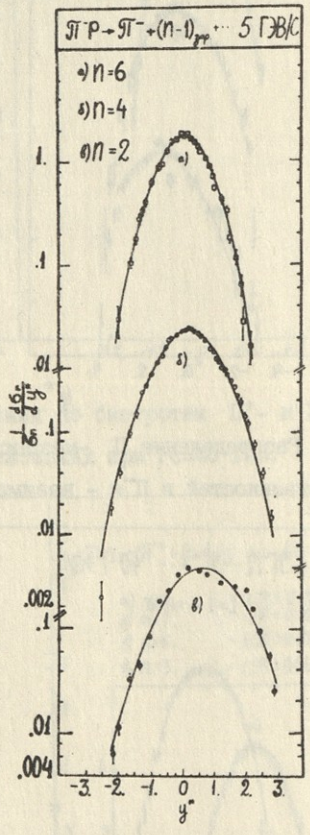


Рис. 8. Распределение  $\pi^-$ -мезонов по быстрой по быстрой в  $\pi^- P$ -взаимодействиях для разных множественностей при  $P_s=5 \text{ ГэВ}$ .

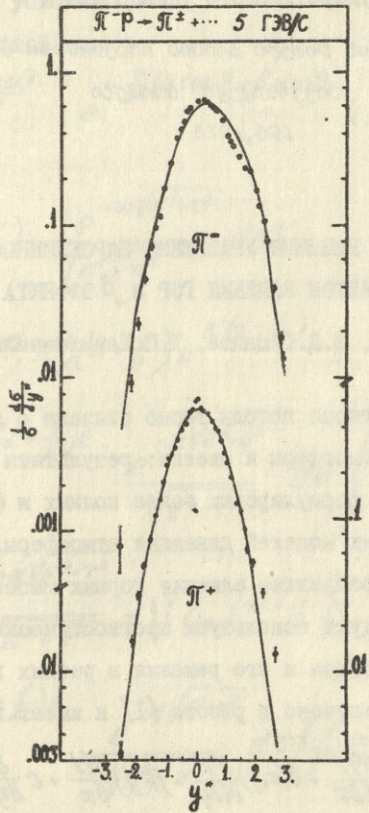


Рис.9. Инклюзивные распределения по быструтам  $\pi^+$  - и  $\pi^-$  - мезонов в  $\pi^- p$ -взаимодействиях при  $P_s=5$  ГэВ.





საგარეო ურთიერთობების  
სამსახური

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени  
государственного университета

თბილისის შრომის ნიშნული ორდენის მტკიცებულების სახელმწიფო  
უნივერსიტეტის შრომები  
196, 1978

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ БАРОКЛИННОЙ АТМОСФЕРЫ  
С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ГОР И  $\beta$  ЭФФЕКТА

И.Н.Бекаури, З.Д.Гецадзе, Т.П.Давиташвили, З.В.Хведелидзе

Проблема прогноза погоды тесно связана с исследованиями в области физики атмосферы и океана: результаты этих исследований используются для формулировки более полных и физически обоснованных математических моделей динамики атмосферы. Для того, чтобы исследовать разнообразные влияния горных массивов на движение атмосферного воздуха используем прогностические уравнения для бароклинной атмосферы и его решения в разных приближениях. Это уравнение было получено в работе [1] и имеет вид:

$$\Delta \frac{\partial H}{\partial t} + a(x, y) \frac{\partial^2 H}{\partial t \partial x} + b(x, y) \frac{\partial^2 H}{\partial t \partial y} + \beta(y) \frac{\partial H}{\partial x} + c \frac{\partial}{\partial z} \left( z^2 \frac{\partial^2 H}{\partial t \partial z} \right) = F', \quad (1)$$

где  $a$  и  $b$  - параметры, характеризующие влияние гор;  $F'$  - комбинация исходного поля; остальные обозначения вообще известны.

Решение уравнения (1) в области функции изображения при начальном условии  $t=0, H=H_0(x, y, z)$  имеет вид:

$$\bar{H} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} [F_1(\tau, \varrho, \zeta) \bar{G}_1(\tau, \varrho, \zeta, \zeta') + \dots] \quad (2)$$

$$+ F_2(\tau, \vartheta) \bar{G}_2(\tau, \vartheta, \zeta, \zeta') / \tau d\tau d\vartheta,$$

где  $\bar{G}_1$  и  $\bar{G}_2$  - функции Грина, а  $F_1$  и  $F_2$  зависят от исходного поля и краевых условий.

Они имеют следующий вид:

$$\bar{G}_1 = \frac{1}{\rho} e^{-\frac{\tau \beta \cos \vartheta}{2\rho}} e^{-\frac{\zeta}{2}(\alpha \cos \vartheta + \beta \sin \vartheta)} \quad \times$$

$$\times \left\{ \int_{\zeta_2}^{\infty} F(\tau, \vartheta, \zeta_1') \frac{e^{-x\sqrt{\kappa^2 + \tau^2}}}{\sqrt{\kappa^2 + \tau^2}} d\zeta_1' + \right. \\ \left. + \sqrt{\eta_{cp}} \int_{\zeta_2}^{\infty} F(\tau, \vartheta, \zeta_1') \left(\alpha + \frac{1}{2}\right) e^{\zeta_1'(\alpha + \frac{1}{2})} \times \right. \\ \left. \times \int_{\frac{\zeta_2}{\sqrt{\eta_{cp}}}}^{\infty} e^{\sqrt{\eta_{cp}}(\alpha + \frac{1}{2})\varepsilon} \frac{e^{-x\sqrt{\varepsilon^2 + \tau^2}}}{\sqrt{\varepsilon^2 + \tau^2}} d\varepsilon \right\};$$

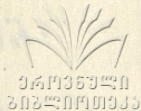
$$\bar{G}_2 = \left[ \sqrt{\eta_{cp}} \frac{e^{-x\sqrt{\kappa^2 + \tau^2}}}{\sqrt{\kappa^2 + \tau^2}} + \sqrt{\eta_{cp}} \left(\alpha + \frac{1}{2}\right) e^{\zeta_2(\alpha + \frac{1}{2})} \times \right.$$

$$\left. \times \int_{\frac{\zeta_2}{\sqrt{\eta_{cp}}}}^{\infty} e^{\sqrt{\eta_{cp}}(\alpha + \frac{1}{2})\varepsilon} \frac{e^{-x\sqrt{\varepsilon^2 + \tau^2}}}{\sqrt{\varepsilon^2 + \tau^2}} d\varepsilon \right] \frac{1}{\rho} e^{-\frac{\tau \beta \cos \vartheta}{2\rho}} \times \\ \times e^{-\frac{\zeta}{2}(\alpha \cos \vartheta + \beta \sin \vartheta)}$$

$$F = -\left( H, \frac{g}{\ell} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\tau} \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{g}{\ell} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\tau} \frac{\partial H}{\partial y} \right) \right) - \frac{\ell}{\tau} (q, H) + \frac{R}{g} \frac{\partial}{\partial \zeta} \zeta H_r;$$



где  $\alpha = \frac{R}{g}(\lambda_a - \lambda)$ ;  $\gamma = \frac{P_z}{P_0}$ ;  $A_T = -\frac{g^2}{R\ell} \left( H, \frac{\partial H}{\partial \xi} \right)$ ;



$H$  - высота, соответствующая изобарической поверхности,  $P_0$  - стандартное значение давления на уровне моря;  $P_z$  - давление на уровне горы;  $x, y$  - горизонтальные координаты, причем ось  $x$  направлена на восток по направлению параллели, ось  $y$  - на север, по меридиану;  $l = l(y)$  - параметр Кориолиса;  $g$  - ускорение силы тяжести,  $\beta = \frac{\partial \ell}{\partial y}$  - параметр Россби,  $a = -\frac{\partial \ln \ell}{\partial x}$ ;  $\theta = -\frac{\partial \ln \ell}{\partial y}$ ;  $T$  - абсолютная температура;  $R$  - универсальная газовая постоянная,  $\Delta$  - оператор Лапласа,  $(A, B) = \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\partial B}{\partial y} - \frac{\partial A}{\partial y} \frac{\partial B}{\partial x}$ ;  $\lambda_a$  - адиабатический градиент температуры;  $\lambda'$  - вертикальный градиент температуры;

$$\kappa = \left( \frac{\lambda'_1 - \lambda'_1}{\ell_{cp}}; \frac{\lambda'_2 - \lambda'_1}{\ell_{cp}}; \frac{\lambda'_1}{\ell_{cp}}; \frac{\lambda'_2}{\ell_{cp}} \right);$$

$$\gamma = \frac{1}{2\sqrt{\ell_{cp}}}; \quad \mathcal{K} = \sqrt{\frac{a^2 + \beta^2 + \ell_{cp}}{4} + \frac{a\beta}{2\rho} + \frac{\beta^2}{4\rho^2}};$$

$\rho$  - параметр Карсона - Хевисайда.

Вид функций  $\bar{G}_1$  и  $\bar{G}_2$  настолько сложен, что получить оригинал невозможно, но для получения интересующего нас результата, т.е. для малых значений  $t$ , целесообразно представить  $\bar{G}_1$  и  $\bar{G}_2$  в виде ряда по отрицательным степеням параметра  $\rho$  с помощью формулы [2]:

$$\frac{1}{\rho^n} = \frac{t^n}{\Gamma(n+1)}$$

Далее найдем величины

$$G_{1,2} = E_1 t + E_2 t^2 + E_3 t^3 + \dots, \quad (3)$$

где  $E_n$  выражаются при помощи членов, полученных после разложения рядов. Для разных значений  $t$  (0,25, 05, 1, 2, 3, 6, 24 час),  $\tau, \theta, \xi$  и  $\xi'$  вычислялись  $G_{1,2}$  на ЭВМ и строились соответствующие графики. Из этих графиков видно, что на всех уровнях атмосфер

наблюдаются одинаковые картины, а именно: над Кавказским хребтом функции влияния получают минимальные значения по северному направлению ( $\varrho = \frac{\pi}{2}$ ), а по южному и юго-западному направлениям — максимальное (рис. 1).

Для того чтобы объяснить это известное в синоптической практике [3] явление, исследуем те выражения, которые входят в функцию влияния [1]. Туда входят множители следующего вида:

$$а) e^{-\frac{\tau\beta \cos \varrho}{2\rho}}, \quad б) e^{-\frac{\tau}{2}(a \cos \varrho + b \sin \varrho)}$$

$$в) \frac{1}{\rho} e^{-\sqrt{\frac{a^2 + b^2 + \tau^2 \rho^2}{4} + \frac{a\beta}{2\rho} + \frac{\beta^2}{4\rho^2}} \sqrt{\kappa^2 + \tau^2}}$$

Рассмотрим их влияние в отдельности.

а) Когда  $|\rho|$  очень большой, т.е.  $t$  очень мал, тогда

$$e^{-\frac{\tau\beta \cos \varrho}{2\rho}} \approx 1, \quad t > \frac{\tau\beta \cos \varrho}{2}$$

Таким образом, влияние этого члена появляется не непосредственно в точке прогноза, а на расстоянии  $+1$  ( $\cos \varrho > 0$ ).

б) Допустим, что  $a = \rho \cos \theta_0$ ,  $b = \rho \sin \theta_0$ , где  $\rho = \sqrt{a^2 + b^2}$ ,

$\theta_0 = \operatorname{arctg} \frac{b}{a}$  — начальная фаза, определенная с помощью параметров горы.

Тогда

$$a \cos \varrho + b \sin \varrho = \rho \cos(\varrho - \theta_0),$$

так как для Кавказских гор  $a = 0,68 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{М}}$  и  $b = 6,4 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{М}}$ ,

и, следовательно,  $\theta_0 = \operatorname{arctg} 9,45 \approx \frac{\pi}{2}$  ( $\theta_0 = 83^\circ 50'$ )

Поэтому

$$e^{-\frac{\tau\rho}{2} \cos(\varrho - \theta_0)} \approx e^{-\frac{\tau\rho}{2} \sin \varrho}$$



Ясно, что при  $0 \leq \alpha \leq \pi$  с увеличением  $\tau$  значение  $e^{-\frac{\tau \rho}{2} \sin \alpha}$  быстро уменьшается, а при  $\pi < \alpha \leq 2\pi$  - быстро возрастает. Этим и объясняется нарушение симметрического характера функции влияния (рис.2).

в) Представим  $\frac{1}{\rho} e^{-\sqrt{D^2 + \frac{\alpha\beta}{2\rho} + \frac{\beta^2}{4\rho^2}} \sqrt{\kappa^2 + z^2}}$

в следующем виде:

$$\frac{1}{\rho} e^{-\frac{\beta}{2\rho} \sqrt{1 - \frac{2\alpha\rho}{\beta} + \frac{4D^2\rho^2}{\beta^2}} \sqrt{\kappa^2 + z^2}} = \frac{1}{\rho} e^{-(\frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha^2}{4}) \sqrt{\kappa^2 + z^2}} \times$$

$$\times e^{-\frac{\beta}{2\rho} \sqrt{\kappa^2 + z^2}} \times e^{-\frac{\rho D^2 \sqrt{\kappa^2 + z^2}}{\beta}}$$

$$\longleftarrow f_1(\rho) \longrightarrow \quad \longleftarrow f_2(\rho) \longrightarrow$$

С помощью [2] найдем

$$f_1(\rho) = J_0 \left( 2\sqrt{\frac{\beta}{2}} \sqrt{\kappa^2 + z^2} t \right),$$

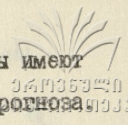
$$f_2(\rho) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < \frac{D^2 \sqrt{\kappa^2 + z^2}}{\beta} \\ 1 & \text{при } t > \frac{D^2 \sqrt{\kappa^2 + z^2}}{\beta} \end{cases}$$

Используя теорему о свертке, запишем:

$$\frac{1}{\rho} e^{-\sqrt{D^2 + \frac{\alpha\beta}{2\rho} + \frac{\beta^2}{4\rho^2}} \sqrt{\kappa^2 + z^2}} = e^{-(\frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha^2}{4}) \sqrt{\kappa^2 + z^2}} \times \int_0^{\infty} \frac{J_0 \left( 2\sqrt{\frac{\beta}{2}} \sqrt{\kappa^2 + z^2} (t-\tau) \right)}{D^2 \sqrt{\kappa^2 + z^2}} d\tau \quad (4)$$

После получения численных значений выражения (4) выяснилось, что при совместном влиянии гор и  $\beta$  эффекта усиливается нарушение симметрического характера функции Грина (рис.2), что подтверждает результаты, полученные в работах [4,5], а именно: функции Грина - ассиметрического характера и при прогнозировании метеорологических элементов в горных условиях численными методами необ-

ходимо учесть то обстоятельство, что весовые коэффициенты имеют  
разные значения, в зависимости от направления от точки прогноза



Поступила 20.XII.1977

Кафедра геофизики

### ЛИТЕРАТУРА

1. З.В.Хведелидзе, Труды ТГУ, А 4 (146), 1972, 109-120.
2. М.А.Захашвили, Методические указания к прогнозу выхода южных циклонов на территории Закавказья, 1967.
3. В.А.Диткин, А.П.Прудников, Справочник по специальному исчислению, М., "Высшая школа", 1965, 466.
4. Е.М.Добрышман, Труды ЦИП, вып.78, 1958, 92-104.
5. З.В.Хведелидзе, Труды ГМИ, вып.103, 1974, 87-94.

რ.ბეჟაური, გ.გუბაძე, თ.ბაგინაძე, გ.ხვედელიძე

საზღვრისა და ატმოსფერული ციკლონების პროგნოზის  
ათმოსფერული ციკლონებისა და  $\beta$  უფლებების გამოყენების

რ ე ბ ი უ ბ ე

შეზღვევის მიზნებისა და სტრუქტურული ატმოსფერული ციკლონების  
და  $\beta$  - უფლებების გამოყენების მიზნების მიზნების მიზნების  
და სტრუქტურის ამოხსნის გამოყენება და ნინათ მიზნების მიზნების  
და - გრინის უფლებების ასინტეზის მიზნების მიზნების [ 5 ].





STUDY OF THE SOLUTION OF THE BAROCLINIC AT-

MOSPHERE EQUATION WITH ACCOUNT OF THE MOUNTAIN

INFLUENCE AND THE  $\beta$  EFFECT

Summary

Proofs are presented for the asymmetric nature of the function of influence in the baroclinic atmosphere with simultaneous account of the influence of the Earth's relief and the Rossby effect. The earlier known phenomena that the Caucasus mountains have a particularly strong effect on the air streams of the south and south-west direction have been confirmed.

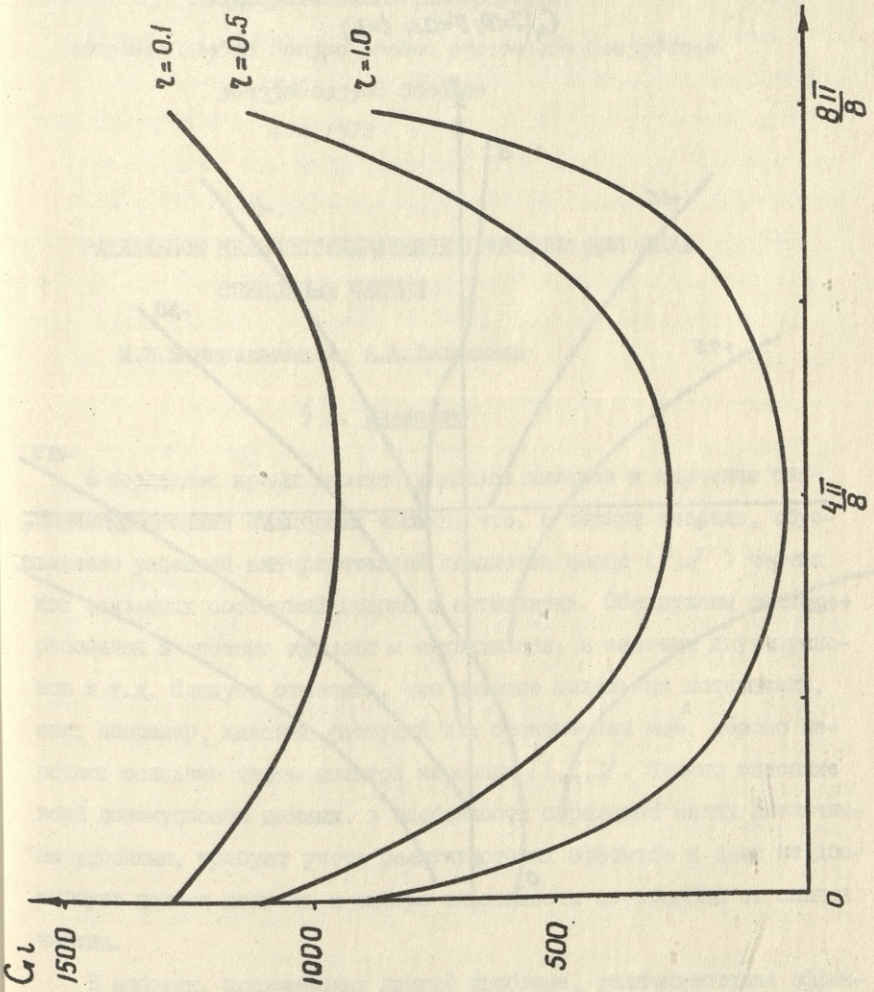


Рис 1.



$$G_1(J=1.0; J'=0.3; t=3_4)$$

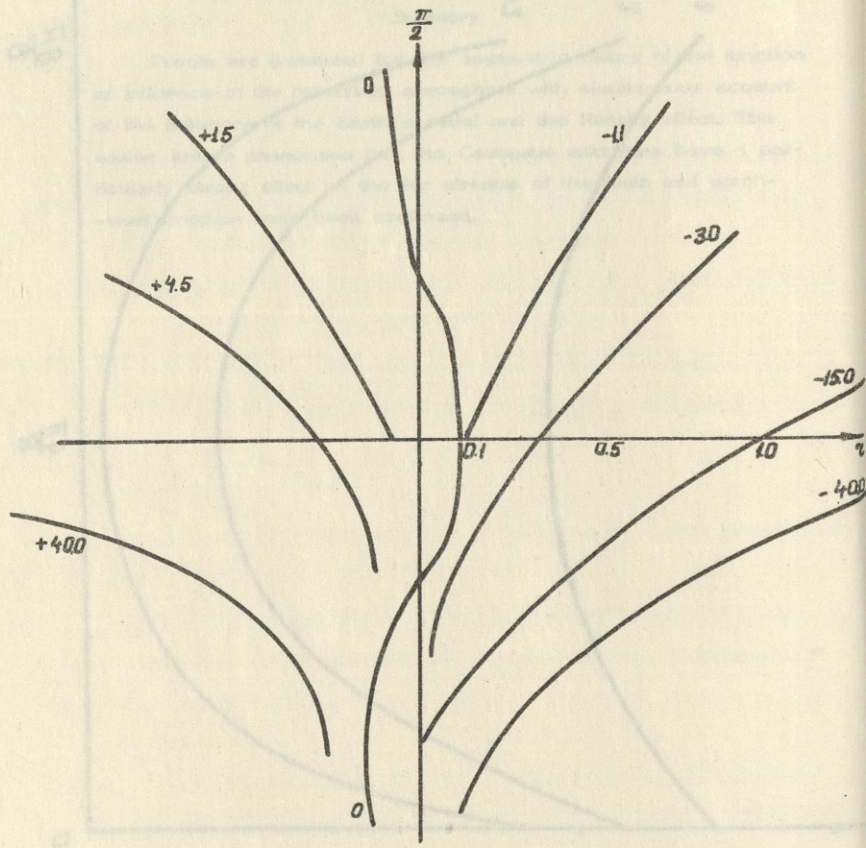


Рис 2.

РАДИАЛЬНОЕ КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ДВУХ  
СПИНОРНЫХ ЧАСТИЦ

М.В. Маргвелашвили, А.А. Хелашвили

§ I. Введение

В последнее время заметно усилился интерес к изучению связанных состояний спинорных частиц, что, в первую очередь, обусловлено успешной интерпретацией семейства новых  $(\psi, \bar{\psi})$  частиц как связанных состояний кварка и антикварка. Обнаружены также резонансы в системе нуклона и антинуклона, в системе двух нуклонов и т.д. Следует отметить, что простые модельные потенциалы, как, например, линейно растущий или бесконечная яма, хорошо передают основные черты спектра чармония [1,2,3]. Однако описание всей совокупности данных, в особенности переходов между различными уровнями, требует учета релятивистских эффектов и пока не достигнута полная ясность в выборе зависимости потенциала от спинов частиц.

В работах, посвященных данной проблеме, релятивистские эффекты учитываются по-разному. Чаще всего применяется [4,5,6], уравнение Бете-Сольпитера [7] со статическим ядром, и хотя задача сводится к уравнению типа Шредингера-Дирака, для дальнейшего включе-



ния релятивистских поправок не остается места. В этом отношении наиболее последовательным является квазипотенциальный подход, предложенный впервые Логуновым и Тавхелидзе [8]. Сохраняя близость с нерелятивистской картиной, в квазипотенциальном уравнении содержится вся информация релятивистской квантовой теории поля.

Цель настоящей работы состоит в получении системы радиальных уравнений для 16-компонентной квазипотенциальной волновой функции, которая определяется с помощью амплитуды Бете-Сольпитера  $\chi(E; \vec{p}, \rho_0)$  в СЦМ соотношением [8]

$$\Psi_E(\vec{p}) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\rho_0 \chi(E; \vec{p}, \rho_0). \quad (1.1)$$

Она удовлетворяет трехмерному уравнению [9]

$$[E - H_1(\vec{p}) - H_2(-\vec{p})] \Psi_E(\vec{p}) = \int \frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3} V(E; \vec{p}, \vec{q}) \Psi_E(\vec{q}), \quad (1.2)$$

где  $H_i(\vec{p}) = \vec{\alpha}^{(i)} \vec{p} + \beta^{(i)} m_i$ , а  $\vec{p}, \vec{q}$  - относительные импульсы в СЦМ. Квазипотенциал  $V(E; \vec{p}; \vec{q})$  определяется с помощью известного рецепта [9] через ядра Бете-Сольпитера. В частном случае статических ядер отсюда получается уравнение Сольпитера [10]. Важной особенностью уравнения (1.2) является максимальная близость к уравнению Бете-Сольпитера (сохранены все 16 компонент волновой функции), поэтому можно пользоваться ковариантными соображениями. Уравнение (1.2) было применено в работах [11, 12] для исследования процессов столкновения нуклонов при высоких энергиях и больших передаваемых импульсах.

Как известно, квазипотенциал в общем случае - сложная нелокальная функция импульсов и энергии, однако, его можно эффектив-

но заменить на локальный потенциал, не меняя при этом спектра связанных состояний и  $S$  - матрицу на массовой поверхности. В случае локального квазипотенциала уравнение (1.2) в координатном пространстве принимает форму уравнения Дирака

$$[E - H_1(-i\vec{\nabla}) - H_2(i\vec{\nabla})]\psi(\vec{r}) = V(\vec{r})\psi(\vec{r}). \quad (1.3)$$

В такой форме уравнение (1.3) применимо к системе двух фермионов. Для системы фермион-антифермион данное уравнение нужно умножить на оператор зарядового сопряжения соответствующей частицы. Будем считать, что  $V(\vec{r})$  сохраняет четность, тогда полный угловой момент  $J$ , его проекция  $M$  и четность  $P$  вместе с энергией - одновременно наблюдаемые величины, и можем ковариантно характеризовать состояния двух фермионов в обычных спектроскопических обозначениях.

$${}^{(1-3)}J_J : ({}^1S_0, {}^1P_1 + {}^3P_1, {}^1D_2 + {}^3D_2, \dots), \quad P = (-1)^J,$$

$${}^3(J\pm 1)_J : ({}^3P_0, {}^3S_1 + {}^5D_1, {}^3P_2 + {}^5F_2, \dots), \quad P = (-1)^{J+1}.$$

Для системы фермион-антифермион необходимо поменять местами четности состояний.

16-компонентную функцию  $\psi(\vec{r})$  удобно представить в виде матрицы 4x4

$$\psi(\vec{r}) = \begin{pmatrix} \psi_{11}(\vec{r}), \psi_{12}(\vec{r}) \\ \psi_{21}(\vec{r}), \psi_{22}(\vec{r}) \end{pmatrix}, \quad (1.4)$$

где каждая из  $\psi_{ij}(\vec{r})$  есть матрица 2x2, собственные состояния



операторов  $\vec{J}^2, M, \vec{L}^2, \vec{S}^2, P$ . При этом диагональные блоки  $\Psi_{11}$  и  $\Psi_{22}$  имеют одинаковые значения  $\ell$ , а антидиагональные блоки  $\Psi_{12}$  и  $\Psi_{21} - \ell \pm 1$ . Четность  $\Psi_{11}$  совпадает с четностью  $\Psi(\vec{r}^2)$ .

В работе [13] было показано, что спинорное пространство двух фермионов в уравнении Бете-Сольпитера после отделения угловых переменных приводимо, ввиду наличия нормальных делителей. При этом, в случае  $J \neq 0$  спинорное пространство восьмимерное, а в случае  $J = 0$  - четырехмерное. Такое же положение имеет место в уравнении (1.3), поэтому в случае  $J \neq 0$  имеются восемь радиальных функций, а в случае  $J = 0$  - четыре [14].

## § 2. Спин-угловые функции

Спин-угловые функции  $Y_{JM}^{(s)}$  являются собственными функциями операторов  $\vec{J}^2, J_z, \vec{L}^2$  и  $\vec{S}^2$ . Они построены из произведения сферических  $Y_{em}(\vec{n})$  и спиновых  ${}^s\chi_m$  функций с помощью обычного метода векторного сложения

$$Y_{JM}^{(s)}(\vec{n}) = \sum_{m, \mu} C_{em\mu}^{JM} Y_{em}(\vec{n}) {}^s\chi_{\mu}. \quad (2.1)$$

В нашем случае функции  ${}^s\chi_m$  удобно выбрать в виде матриц  $2 \times 2$

$${}^1\chi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad {}^1\chi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad {}^1\chi_{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad {}^0\chi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

В явном виде [15]

$$Y_{JM}^{(1)}(\vec{n}) = \begin{pmatrix} -\sqrt{\frac{(J+M)(J-M-1)}{2J(2J-1)}} Y_{J-1, M-1}, & \sqrt{\frac{(J+M)(J-M)}{2J(2J-1)}} Y_{J-1, M} \\ \sqrt{\frac{(J+M)(J-M)}{2J(2J-1)}} Y_{J-1, M}, & -\sqrt{\frac{(J-M)(J-M-1)}{2J(2J-1)}} Y_{J-1, M-1} \end{pmatrix}$$

$$Y_{JM}^{(1)}(\vec{n}) = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{(J-M+1)(J+M)}{2J(2J+1)}} Y_{J,M-1} & \frac{M}{\sqrt{2J(2J+1)}} Y_{J,M} \\ \frac{M}{\sqrt{2J(2J+1)}} Y_{J,M} & -\sqrt{\frac{(J+M+1)(J-M)}{2J(2J+1)}} Y_{J,M+1} \end{pmatrix},$$

$$Y_{JJ-1M}^{(1)}(\vec{n}) = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{(J-M+1)(J-M+2)}{2(J+1)(2J+3)}} Y_{J+1,M-1} & \sqrt{\frac{(J+M+1)(J-M+1)}{2(J+1)(2J+3)}} Y_{J+1,M} \\ \sqrt{\frac{(J+M+1)(J-M+1)}{2(J+1)(2J+3)}} Y_{J+1,M} & \sqrt{\frac{(J+M+1)(J+M+2)}{2(J+1)(2J+3)}} Y_{J+1,M+1} \end{pmatrix},$$

$$Y_{JM}^{(0)}(\vec{n}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & Y_{JM} \\ -Y_{JM} & 0 \end{pmatrix}.$$

В результате нашего выбора представления для спиновых функций,  $Y_{JM}^{(1)}$  матрицы не нормированы одинаково. Поэтому вместо них воспользуемся новыми спин-угловыми функциями

$$\Phi_{JJ-1M}^{(1)}(\vec{n}) = \frac{1}{\sqrt{2J+1}} Y_{JJ-1M}^{(1)}(\vec{n}), \quad \Phi_{JM}^{(1)}(\vec{n}) = \frac{1}{\sqrt{J+1}} Y_{JM}^{(1)}(\vec{n}), \quad (2.2)$$



$$\Phi_{JJ+1M}^{(1)}(\vec{n}) = \frac{1}{\sqrt{2J+1}} Y_{JJ+1M}^{(1)}(\vec{n}), \quad \Phi_{JJM}^{(0)}(\vec{n}) = \frac{1}{\sqrt{2J+1}} Y_{JJM}^{(0)}(\vec{n})$$

После этого переопределения у всех  $\Phi_{JEM}^{(i)}$  одинаковые нормы в следующем смысле:

$$N_J = \sum_{M=-J}^J \Phi_{JEM}^{(i)*}(\vec{n}) \Phi_{JEM}^{(i)}(\vec{n}). \quad (2.3)$$

В уравнении (1.3) фигурируют прямые произведения матриц Дирака, относящиеся к разным частицам. Вместо этого мы используем двухстороннюю запись Куммера [16, 17], согласно которой матрицы второй частицы нужно поставить справа от волновой функции и заменить на транспонированные. Тогда можно опустить индекс частицы. Кроме того, в случае антифермиона нужно одновременно изменить знак перед матрицами  $\alpha_i^T$  на противоположный. Имея в виду это замечание, перепишем уравнение (1.3) в виде

$$\begin{aligned} (E-M)\psi_{11} + i\vec{\sigma}\cdot\vec{\nabla}\psi_{21} - i\vec{\nabla}\psi_{12}\vec{\sigma}^T &= \{V\psi\}_{11}, \\ (E-m)\psi_{12} + i\vec{\sigma}\cdot\vec{\nabla}\psi_{22} - i\vec{\nabla}\psi_{11}\vec{\sigma}^T &= \{V\psi\}_{12}, \\ (E+m)\psi_{21} + i\vec{\sigma}\cdot\vec{\nabla}\psi_{11} - i\vec{\nabla}\psi_{22}\vec{\sigma}^T &= \{V\psi\}_{21}, \\ (E+M)\psi_{22} + i\vec{\sigma}\cdot\vec{\nabla}\psi_{12} - i\vec{\nabla}\psi_{21}\vec{\sigma}^T &= \{V\psi\}_{22}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

где  $M = m_1 + m_2$ ,  $m = m_1 - m_2$ . Волновые функции  $\psi$  будут представлены в виде суммы произведений радиальных и спин-

угловых функций, поэтому нам понадобятся выражения

$$(\vec{b} \cdot \vec{v}) R(r) \Phi(\vec{n}) = \frac{dR(r)}{dr} (\vec{b} \cdot \vec{n}) \Phi(\vec{n}) + R(r) (\vec{b} \cdot \vec{v}) \Phi(\vec{n}),$$

$$\vec{n} = \frac{\vec{r}}{r}.$$

Для этого воспользуемся рекуррентными соотношениями [15]:

$$\sin \theta e^{\pm i \varphi} Y_{em} = \pm a_{e, \pm m} Y_{e-1, m \pm 1} \mp a_{e-1, \mp m-1} Y_{e-1, m \pm 1}, \quad (2.6)$$

$$\cos \theta \cdot Y_{em} = b_{e, m} Y_{e+1, m} + b_{e-1, m} Y_{e-1, m},$$

$$r \left( \frac{\partial}{\partial x} \pm i \frac{\partial}{\partial y} \right) Y_{em} = \mp \ell a_{e, \pm m} Y_{e+1, m \pm 1} \mp (\ell+1) a_{e-1, \mp m-1} Y_{e-1, m \pm 1}, \quad (2.7)$$

$$r \frac{\partial}{\partial z} Y_{em} = -\ell b_{e, m} Y_{e+1, m} + (e+1) b_{e-1, m} Y_{e-1, m},$$

где

$$a_{e, m} = \sqrt{\frac{(e+m+1)(e+m+2)}{(2e+1)(2e+3)}}, \quad b_{e, m} = \sqrt{\frac{(e+m+1)(e-m+1)}{(2e+1)(2e+3)}}.$$

В результате несложной алгебры получаем:

$$(\vec{b} \cdot \vec{v}) \Phi_{JJ-1M}^{(1)} = -\sqrt{\frac{J+1}{2J+1}} \Phi_{JJM}^{(1)} + \sqrt{\frac{J}{2J+1}} \Phi_{JJM}^{(0)},$$

$$(\vec{b} \cdot \vec{n}) \Phi_{JJM}^{(1)} = \sqrt{\frac{J}{2J+1}} \Phi_{JJ+1M}^{(1)} - \sqrt{\frac{J+1}{2J+1}} \Phi_{JJ-1M}^{(1)} = \Phi_{JJM}^{(1)} (\vec{b} \cdot \vec{n}),$$

$$(\vec{b} \cdot \vec{n}) \Phi_{JJ+1M}^{(1)} = \sqrt{\frac{J}{2J+1}} \Phi_{JJM}^{(1)} + \sqrt{\frac{J+1}{2J+1}} \Phi_{JJM}^{(0)}, \quad (2.8)$$

$$(\vec{b} \cdot \vec{n}) \Phi_{JJM}^{(0)} = \sqrt{\frac{J+1}{2J+1}} \Phi_{JJ+1M}^{(1)} + \sqrt{\frac{J}{2J+1}} \Phi_{JJ-1M}^{(1)} = -\Phi_{JJM}^{(0)} (\vec{b} \cdot \vec{n}),$$



$$\Phi_{JJ-1M}^{(1)}(\vec{\sigma}^T \vec{n}) = -\sqrt{\frac{J+1}{2J+1}} \Phi_{JJM}^{(1)} - \sqrt{\frac{J}{2J+1}} \Phi_{JJM}^{(0)},$$

$$\Phi_{JJ+1M}^{(1)}(\vec{\sigma}^T \vec{n}) = \sqrt{\frac{J}{2J+1}} \Phi_{JJM}^{(1)} - \sqrt{\frac{J+1}{2J+1}} \Phi_{JJM}^{(0)}.$$

Кроме того

$$(\vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla}) \Phi_{JJ-1M}^{(1)} = -\frac{J-1}{r} (\vec{\sigma} \cdot \vec{n}) \Phi_{JJ-1M}^{(1)},$$

$$(\vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla}) \Phi_{JJM}^{(1)} = -\frac{J}{r} \sqrt{\frac{J}{2J+1}} \Phi_{JJ+1M}^{(1)} - \frac{J+1}{r} \sqrt{\frac{J+1}{2J+1}} \Phi_{JJ-1M}^{(1)} = \vec{\nabla} \Phi_{JJM}^{(1)} \vec{\sigma}^T,$$

$$(\vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla}) \Phi_{JJ+1M}^{(1)} = \frac{J+2}{r} (\vec{\sigma} \cdot \vec{n}) \Phi_{JJ+1M}^{(1)},$$

(2.9)

$$(\vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla}) \Phi_{JJM}^{(0)} = -\frac{J}{r} \sqrt{\frac{J+1}{2J+1}} \Phi_{JJ+1M}^{(1)} + \frac{J+1}{r} \sqrt{\frac{J}{2J+1}} \Phi_{JJ-1M}^{(1)} = -\vec{\nabla} \Phi_{JJM}^{(0)} \vec{\sigma}^T,$$

$$\vec{\nabla} \Phi_{JJ-1M}^{(1)} \vec{\sigma}^T = -\frac{J-1}{r} \Phi_{JJ-1M}^{(1)} (\vec{\sigma}^T \vec{n}),$$

$$\vec{\nabla} \Phi_{JJ+1M}^{(1)} \vec{\sigma}^T = \frac{J+2}{r} \Phi_{JJ+1M}^{(1)} (\vec{\sigma}^T \vec{n}).$$

### § 3. Радиальные уравнения

Теперь мы имеем все необходимое для вывода радиальных уравнений — остается лишь разложить функции  $\Psi_{ij}(r)$  по спин-угловым функциям. Как было отмечено в введении, следует различать два случая в зависимости от четности состояний.

а)  $P = (-1)^{J+1}$ . В этом случае имеем:

$$\Psi_{11}(\vec{r}) = F_1(r) \Phi_{JJ-1M}^{(1)}(\vec{n}) + G_1(r) \Phi_{JJ+1M}^{(1)}(\vec{n}),$$

$$\Psi_{12}(\vec{r}) = i \left[ H_{12}(r) \Phi_{JJM}^{(1)}(\vec{n}) + Q_{12}(r) \Phi_{JJM}^{(0)}(\vec{n}) \right],$$

$$\Psi_{21}(\vec{r}) = i [H_{21}(r) \Phi_{JM}^{(1)}(\vec{\pi}) + Q_{21}(r) \Phi_{JM}^{(0)}(\vec{\pi})],$$

$$\Psi_{22}(\vec{r}) = F_2(r) \Phi_{JJ-1M}^{(1)}(\vec{\pi}) + G_2(r) \Phi_{JJ-1M}^{(0)}(\vec{\pi}). \quad (3.1)$$

Подставляя это в уравнения (2.4) и используя соотношения (2.5), (2.8) и (2.9), получаем

$$\begin{aligned} EF_+ - MF_- - 2\sqrt{\frac{J}{2J+1}} \left( \frac{d}{d\tau} + \frac{J+1}{r} \right) Q_+ &= \{V\Psi\}_{11+22}^{(1)J-1}, \\ EF_- - MF_+ - 2\sqrt{\frac{J+1}{2J+1}} \left( \frac{d}{d\tau} + \frac{J+1}{r} \right) H_- &= \{V\Psi\}_{11-22}^{(1)J-1}, \\ EG_+ - MG_- - 2\sqrt{\frac{J+1}{2J+1}} \left( \frac{d}{d\tau} - \frac{J}{r} \right) Q_+ &= \{V\Psi\}_{11+22}^{(1)J+1}, \\ EG_- - MG_+ + 2\sqrt{\frac{J}{2J+1}} \left( \frac{d}{d\tau} - \frac{J}{r} \right) H_- &= \{V\Psi\}_{11-22}^{(1)J-1}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$EH_+ - mH_- = \{V\Psi\}_{12+21}^{(1)J},$$

$$EH_- - mH_+ + 2\sqrt{\frac{J+1}{2J+1}} \left( \frac{d}{d\tau} - \frac{J-1}{r} \right) F_- - 2\sqrt{\frac{J}{2J+1}} \left( \frac{d}{d\tau} + \frac{J+2}{r} \right) G_- = \{V\Psi\}_{12-21}^{(1)J},$$

$$EQ_- - mQ_+ = \{V\Psi\}_{12-21}^{(0)J},$$

$$EQ_+ - mQ_- + 2\sqrt{\frac{J}{2J+1}} \left( \frac{d}{d\tau} - \frac{J-1}{r} \right) F_+ + 2\sqrt{\frac{J+1}{2J+1}} \left( \frac{d}{d\tau} + \frac{J+2}{r} \right) G_+ = \{V\Psi\}_{12+21}^{(0)J}.$$



Здесь введены обозначения

$$F_{\pm} = F_1 \pm F_2, \quad G_{\pm} = G_1 \pm G_2, \quad H_{\pm} = H_{12} \pm H_{21}, \quad Q_{\pm} = Q_{12} \pm Q_{21},$$

а в правой стороне уравнений указаны проекции на соответствующие спин-орбитальные состояния.

Функции  $F_{\pm}$ ,  $G_{\pm}$  и  $H_{\pm}$  отвечают спину  $S=1$ , в то время как  $Q_{\pm}$  - спину  $S=0$ . При  $J=0$  в разложении (3.1) остаются лишь 4 функции  $G_{1,2}$  и  $Q_{12,21}$ . В этом случае система заметно упрощается и сводится к четырем уравнениям для функций  $G_{\pm}({}^3P_0)$  и  $Q_{\pm}({}^1S_0)$ .

б/  $P = (-1)^J$ . Имеем:

$$\begin{aligned} \Psi_{11}(\vec{r}) &= h_1(r) \Phi_{JM}^{(1)}(\vec{n}) + q_1(r) \Phi_{J\bar{M}}^{(0)}(\vec{n}), \\ \Psi_{12}(\vec{r}) &= i \left[ f_{12}(r) \Phi_{J\bar{J}-1M}^{(1)}(\vec{n}) + g_{12}(r) \Phi_{J\bar{J}+1M}^{(1)}(\vec{n}) \right], \\ \Psi_{21}(\vec{r}) &= i \left[ f_{21}(r) \Phi_{J\bar{J}-1M}^{(1)}(\vec{n}) + g_{21}(r) \Phi_{J\bar{J}+1M}^{(1)}(\vec{n}) \right], \\ \Psi_{22}(\vec{r}) &= h_2(r) \Phi_{JM}^{(1)}(\vec{n}) + q_2(r) \Phi_{J\bar{M}}^{(0)}(\vec{n}). \end{aligned} \quad (3.4)$$

После подстановки в (2.4) с учетом, как и выше, (2.5), (2.8) и (2.9), получаем

$$\begin{aligned} E h_{\pm} - M h_{\pm} &= \left\{ V \Psi \right\}_{11+22}^{(1)J}, \\ E h_{\pm} - M h_{\pm} - 2 \sqrt{\frac{J+1}{2J+1}} \left( \frac{d}{dz} - \frac{J-1}{r} \right) f_{\pm} + 2 \sqrt{\frac{J}{2J+1}} \left( \frac{d}{dz} + \frac{J+2}{r} \right) g_{\pm} &= \left\{ V \Psi \right\}_{11-22}^{(1)J}, \\ E q_{\pm} - M q_{\pm} - 2 \sqrt{\frac{J}{2J+1}} \left( \frac{d}{dz} - \frac{J-1}{r} \right) f_{\pm} - 2 \sqrt{\frac{J+1}{2J+1}} \left( \frac{d}{dz} + \frac{J+2}{r} \right) g_{\pm} &= \left\{ V \Psi \right\}_{11+22}^{(0)J}, \end{aligned}$$

$$E q_- - M q_+ = \left\{ V \Psi \right\}_{11-22}^{(0)J},$$

$$E f_+ - m f_- + 2 \sqrt{\frac{J}{2J+1}} \left( \frac{d}{dz} + \frac{J+1}{r} \right) q_+ = \left\{ V \Psi \right\}_{12+21}^{(1)J-1}, \quad (3.5)$$

$$E f_- - m f_+ + 2 \sqrt{\frac{J+1}{2J+1}} \left( \frac{d}{dz} + \frac{J+1}{r} \right) h_- = \left\{ V \Psi \right\}_{12-21}^{(1)J-1},$$

$$E g_+ - m g_- + 2 \sqrt{\frac{J+1}{2J+1}} \left( \frac{d}{dz} - \frac{J}{r} \right) q_+ = \left\{ V \Psi \right\}_{12+21}^{(1)J+1},$$

$$E g_- - m g_+ - 2 \sqrt{\frac{J}{2J+1}} \left( \frac{d}{dz} - \frac{J}{r} \right) h_- = \left\{ V \Psi \right\}_{12-21}^{(1)J+1}.$$

Здесь

$$f_{\pm} = f_{12} \pm f_{21}, \quad g_{\pm} = g_{12} \pm g_{21}, \quad h_{\pm} = h_1 \pm h_2, \quad q_{\pm} = q_1 \pm q_2. \quad (3.6)$$

Если в левых частях системы (3.5) произвести замену  $M \leftrightarrow m$ ,  $r \rightarrow -r$ , то получатся левые части системы (3.2). Функции  $f_{\pm}$ ,  $g_{\pm}$ ,  $h_{\pm}$  отвечают спину  $S=1$ , а  $q_{\pm}$  - спину  $S=0$ . При  $J=0$  остаются  $g_{\pm}({}^3P_0)$  и  $q_{\pm}({}^1S_0)$ .

#### § 4. Матричная структура квазикотенциала

Правые части полученных выше радиальных уравнений содержат квазикотенциал, поэтому необходимо уточнение его структуры. В



данной работе будем считать, что квазипотенциал не зависит от производных. По соображениям ковариантности квазипотенциал в общем случае будет содержать все связи

$$V(\vec{r}) = V_S(r) \cdot \hat{S} + V_V(r) \hat{V} + V_T \cdot \hat{T} + V_A \cdot \hat{A} + V_P \cdot \hat{P}, \quad (4.1)$$

где

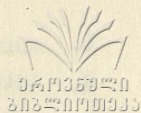
$$\begin{aligned} \hat{S} &= \beta^{(1)} \times \beta^{(2)}, & \hat{V} &= I^{(1)} \times I^{(2)} - \vec{\alpha}^{(1)} \times \vec{\alpha}^{(2)}, \\ \hat{T} &= (\beta \vec{\sigma})^{(1)} \times (\beta \vec{\sigma})^{(2)} + (\beta \vec{\alpha})^{(1)} \times (\beta \vec{\alpha})^{(2)}, \\ \hat{A} &= \vec{\sigma}^{(1)} \times \vec{\sigma}^{(2)} + \gamma_5^{(1)} \times \gamma_5^{(2)}, & \hat{P} &= (\beta \gamma_5)^{(1)} \times (\beta \gamma_5)^{(2)}. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Из перечисленных выше связей только векторная и тензорная меняют знак при зарядовом сопряжении одной из частицы.

Применяя двухстороннюю запись Куммера [16, 17], в правой части квазипотенциального уравнения для отдельных связей имеем

$$\begin{aligned} \hat{S} \psi &= \begin{pmatrix} \psi_{11} & -\psi_{12} \\ -\psi_{21} & \psi_{22} \end{pmatrix}, & \hat{P} \psi &= \begin{pmatrix} -\psi_{22} & \psi_{21} \\ \psi_{12} & -\psi_{11} \end{pmatrix}, \\ \hat{V} \psi &= \begin{pmatrix} \psi_{11} - \vec{\sigma} \psi_{22} \vec{\sigma}^T & \psi_{12} - \vec{\sigma} \psi_{21} \vec{\sigma}^T \\ \psi_{21} - \vec{\sigma} \psi_{12} \vec{\sigma}^T & \psi_{22} - \vec{\sigma} \psi_{11} \vec{\sigma}^T \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\hat{T}\Psi = \begin{pmatrix} \vec{\sigma}(\psi_{11} - \psi_{22})\vec{\sigma}^T, & \vec{\sigma}(\psi_{21} - \psi_{12})\vec{\sigma}^T \\ \vec{\sigma}(\psi_{12} - \psi_{21})\vec{\sigma}^T, & \vec{\sigma}(\psi_{22} - \psi_{11})\vec{\sigma}^T \end{pmatrix},$$



$$\hat{A}\Psi = \begin{pmatrix} \vec{\sigma}\psi_{11}\vec{\sigma}^T - \psi_{22}, & \vec{\sigma}\psi_{12}\vec{\sigma}^T - \psi_{21} \\ \vec{\sigma}\psi_{21}\vec{\sigma}^T - \psi_{12}, & \vec{\sigma}\psi_{22}\vec{\sigma}^T - \psi_{11} \end{pmatrix}.$$

При вычислении отдельных элементов этих матриц в радиальном уравнении уместно использовать соотношение

$$\vec{\sigma} \Phi_{JEM}^{(s)}(\vec{n}) \vec{\sigma}^T = [2S(S+1) - 3] \Phi_{JEM}^{(s)}(\vec{n}). \quad (4.4)$$

Полученные радиальные уравнения могут быть применены для разных модельных квазипотенциалов во многих физических задачах в системе двух спинорных частиц.

Поступила 30.XII.1977

Проблемная  
лаборатория ядерной физики  
высоких энергий

#### ЛИТЕРАТУРА

1. T.Appelquist et al., Phys. Rev. Letters, 34, 365 (1975);  
E.Eichen et al., Phys. Rev. Letters, 34, 369 (1975).
2. J.D.Jackson, CERN preprint TH. 2351 (1977).
3. A.Martin, CERN preprint TH. 2370 (1977).
4. H.J.Schnitzer, Phys. Rev., D13, 74 (1976).





5. A.B.Henriques et al., Phys. Letters, 64B, 85 (1976).
6. L.H.Chan, FERMLAB-Pub-77/73- THY (1977).
7. E.E.Salpeter, H.A.Bethe, Phys. Rev., 84, 1239 (1951).
8. A.A.Logunov, A.N.Tavkhidze, Nuovo Cim., 29, 380 (1963).
9. A.A.Хелашвили, Сообщения ОИЯИ, P2-4327 (1969).
10. E.E.Salpeter, Phys. Rev., 87, 328 (1952).
11. С.В.Голоскоков и др., Ядерная физика, 24, 448 (1976);  
ЭЧАЯ, 8, вып. 5, 969 (1977).
12. M.LDzhgarkava et al., preprint JINR, E2-10 971 (1977).
13. M.Gunter, Journ. Math. Phys., 5, 188 (1964).
14. W.Krolikovski, J.Rzewuski, Acta Phys. Pol., B7, 487 (1976).
15. З.Флогге, Задачи по квантовой механике, т.2, "Мир", 1974.
16. W.Kummer. Nuovo Cim., 31, 219 (1964).
17. G.Feldman, T.Fulton, J.Townsend, Phys. Rev., A8, 1149 (1973).

მ. მარგველაშვილი, ა. ხელაშვილი

რადიალური კვანძოვანი მდგომარეობის განმარტება ორი

სპინორული მნიშვნელობის

შ რ ბ ი უ ბ რ

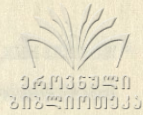
მიღებულია განმარტება ორი სისტემა რადიალური კვანძოვანი-  
ცნობილი ტერმინული ფუნქციონისაგან ორი სპინორული მნიშვნელობის მიხედვით  
მიღებულია აღსანიშნავი.

M.Margvelashvili, A.Khelashvili

RADIAL QUASIPOTENTIAL EQUATION FOR TWO  
SPINOR PARTICLES

Summary

The system of equations for the quasipotential radial wave function for the description of the bound state of two spinor particles is derived.



Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени  
государственного университета

თბილისის მრეწველობის ნობელის ორდენის მფლობელის სახელმწიფო  
უნივერსიტეტის შრომები  
196,1978

ИССЛЕДОВАНИЕ КЛАСТЕРНОЙ СТРУКТУРЫ ЯДРА  $^{12}\text{C}$  В БАЗИСЕ  
ТРАНСЛЯЦИОННО-ИНВАРИАНТНОЙ ОСЦИЛЛЯТОРНОЙ МОДЕЛИ ОБОЛОЧЕК

Т.С.Мачарадзе, Т.Я.Михелашвили

В последнее время появилось много работ [1-16], где исследуется трех- $\alpha$ -частичная кластерная модель ядра  $^{12}\text{C}$ . В этой модели ядро  $^{12}\text{C}$  рассматривается как система, состоящая из трех элементарных  $\alpha$ -частиц. Преимущество такого рассмотрения заключается в том, что, во-первых, спин и изоспин  $\alpha$  частиц равны нулю, и, во-вторых, число степеней свободы ядра уменьшается в четыре раза. Такой подход позволяет задачу 12 нуклонов свести к задаче трех частиц и при исследовании физических характеристик ядра  $^{12}\text{C}$  применить существующие в настоящее время приближенные методы решения проблемы трех тел. Исследования ядра  $^{12}\text{C}$  в  $\alpha$ -частичной модели проводились разными методами: 1) прямым методом решения уравнений Фаддеева [1-7]; 2) методом К-гармоник [11]; 3) методом, основанным на разложении по состояниям трансляционно-инвариантной осцилляторной модели оболочек [8-10,16]; 4) традиционными вариационными методами [12-15]. Результаты работ [1,4,13] показывают, что в случае одних простейших двух- $\alpha$ -частичных, не-



локальных сепарабельных потенциалов, действующих только в состоянии, получаются разумные значения энергии связи ядра тогда как для других такого же вида потенциалов при использовании того же метода получаются большие пересвязки [5]. В случае более реалистических потенциалов, учитывающих короткодействующее отталкивание на малых расстояниях, взаимодействие в высших парциальных состояниях и т.п., вычисленные энергии связи оказываются сильно заниженными [2,6-11]. По-видимому, одной из причин такого расхождения в теоретических результатах является то, что использованные в работах [1-13] потенциалы плохо описывают фазы  $\alpha - \alpha$  рассеяния при очень низких энергиях, а это может оказаться существенным, особенно в случае нелокальных потенциалов.

Естественно, возникает задача исследования ядра  $^{12}\text{C}$  нелокальным потенциалом, хорошо описывающим фазы  $\alpha - \alpha$  рассеяния как при низких, так и при высоких энергиях. Для проведения такого исследования самым удобным является третий из вышеперечисленных методов, так как не возникают трудности, связанные с подключением взаимодействия в высших орбитальных состояниях. Такие исследования проводились в работах [8,9]. Однако авторам не удалось получить стабильных результатов одновременно для энергии связи и зарядового форм-фактора относительно параметров расчета. Единственной причиной нестабильности результатов является ограничение в базисе разложения низкими конфигурациями.

В настоящей работе проводятся аналогичные исследования на основе метода, предложенного в работе [16], с учетом более высоких конфигураций в базисе разложения.

В качестве  $\alpha - \alpha$  взаимодействия выбираются локальный по-

тенциал [17] ( $\alpha - \alpha$  рассеяние описывается до  $E_{л.с.} \approx 30$  Мэв для парциальных волн  $\ell = 0, 2$  и 4) и нелокальный сепарабельный потенциал [18] ( $\alpha - \alpha$  рассеяние описывается до  $E_{л.с.} \approx 120$  Мэв для парциальных волн  $\ell = 0, 2, 4, 6$  и 8). В базисе учитываются все члены, соответствующие кванту возбуждения  $N=24$  включительно. В общей сложности в разложении волновой функции входит 102 члена.

### Построение орбитальной волновой функции

Как известно, метод осцилляторного базиса основан на разложении волновой функции исследуемого ядра по полному набору собственных функций трансляционно-инвариантного осцилляторного гамильтониана. Инвариантность базисного гамильтониана относительно группы  $SU_6$  позволяет классифицировать его собственные функции по цепочке подгрупп данной группы. Выбор цепочки подгруппы группы  $SU_6$  не является однозначным. Единственное требование, налагаемое на цепочку, состоит в том, что она обязательно должна содержать "физические" группы: группу перестановок  $S_3$  и группу вращения  $R_3$ . В качестве "физической" подгруппы выберем  $SU_3 \times SU_2$  где  $SU_3$  будет характеризовать свойства симметрии базисных функций относительно пространственных вращений, а  $SU_2$  - перестановочные свойства этих функций по отношению к группе  $S_3$ . Таким образом переходим к следующей цепочке подгрупп:

$$\begin{array}{l}
 SU_3 \supset R_3 \supset R_2 \\
 SU_6 \supset \times \\
 SU_2 \supset S_3 \supset S_2
 \end{array}
 \quad (I)$$

которая будет давать пять квантовых чисел  $N, f, \tau, L, M$ , связанных с подгруппами этой цепочки, где  $N$  - число



квантов возбуждения,  $[f]$  - схема Юнга,  $\tau$  - символ Ямануши,  $L$  - полный орбитальный момент, а  $M$  - его проекция на ось  $Z$ . Состояния, описываемые этой цепочкой подгруппы, будут вырождены, так как число внутренних степеней свободы системы из трех частиц равно шести и для полной классификации волновых функций нужно ввести шесть квантовых чисел, характеризующих состояние. Кратность вырождения учитывается дополнительным квантовым числом  $\alpha$ .

Таким образом, орбитальную волновую функцию, преобразующуюся по неприводимым представлениям цепочки подгрупп (I), можно записать в виде [16]

$$|N\alpha[f]\tau LM\rangle = \sum_{n_1, \ell_1, n_2, \ell_2} \langle N\alpha[f]\tau L | n_1 \ell_1 n_2 \ell_2 \rangle [ |n_1 \ell_1 m_1\rangle |n_2 \ell_2 m_2\rangle ]_M^L \quad (2)$$

где  $\langle N\alpha[f]\tau L | n_1 \ell_1 n_2 \ell_2 \rangle$  - симметризирующие коэффициенты.

Эти коэффициенты можно найти из рекуррентных соотношений, найденных в работе [18]. Сумма по квантовым числам  $n_1, n_2, \ell_1, \ell_2$  ограничена условием  $N = 2(n_1 + n_2) + \ell_1 + \ell_2$ . Квадратные скобки обозначают векторное сложение одночастичных осцилляторных состояний.

Следует указать, что построенный базис в общем случае не является ортогональным по квантовому числу  $\alpha$ , что должно быть учтено при вычислении симметризирующих коэффициентов для нужного набора линейно независимых функций.

#### Метод расчета

Волновая функция ядра  $^{12}\text{C}$  как системы трех бозонов должна

быть полностью симметричной относительно перестановок  $\alpha$  - частиц. Основное состояние ядра  ${}^{12}\text{C}$  характеризуется полным угловым моментом  $L = 0$ , полным спином  $S = 0$  и изоспином  $T = 0$ , поэтому в базисе (2) останутся члены с  $[f] = [3]$ . Таким образом, волновая функция основного состояния ядра  ${}^{12}\text{C}$  запишется в следующем виде:

$$\Psi = \sum_{N\alpha} C_{N\alpha} |N\alpha [3] \tau 00\rangle = \sum_i C_i |i\rangle. \quad (3)$$

Коэффициенты  $C_i$  находятся путем диагонализации построенной в базисе (2) энергетической матрицы

$$\langle i|H/\kappa\rangle = \langle i|T/\kappa\rangle + \langle i|V/\kappa\rangle, \quad (4)$$

где  $T$  и  $V$  - соответственно операторы кинетической и потенциальной энергий.

Потенциальная энергия представляется как сумма двух  $\alpha$  - частичных потенциалов  $V = \sum_{i < j} (V_{ij}^N + V_{ij}^C)$ , где  $V_{ij}^N$  и  $V_{ij}^C$  - ядерные и кулоновские потенциалы соответственно.

Потенциал  $V_{ij}^C$  берется в виде  $V_{ij}^C = \frac{4e^2}{r_{ij}}$ , где  $r_{ij}$  - расстояние между частицами  $i$  и  $j$ . Учитывая полную симметрию функции  $|i\rangle$ , для матричного элемента  $\langle i|V/\kappa\rangle$  получается следующее выражение:

$$\begin{aligned} \langle i|V/\kappa\rangle &= 3 \sum_{n_1 l n_2 n_1'} \langle N\alpha [3] 0/n_1 l n_2 l \rangle \langle N\alpha' [3] 0/n_1' l n_2' l \rangle \times \\ &\times \langle n_1 l | V_{12}^N + \frac{4e^2}{r_{12}} | n_1' l \rangle, \end{aligned} \quad (5)$$



где  $\langle n_i \ell / V_{12}^N + \frac{4e^2}{z_{12}} / n_i' \ell \rangle$  — обыкновенные двухчастичные матричные элементы в орбитальном пространстве,  $|n\ell\rangle = R_{n\ell}(\frac{r}{z_0})$  в координатном представлении и  $|n\ell\rangle = R_{n\ell}(\kappa z_0)$  в импульсном представлении,  $z_0^2 = \frac{2\hbar^2}{M \cdot \hbar \omega}$ ,  $M$  — масса  $\alpha$  — частицы.

Использованный нами локальный ядерный потенциал [16] имеет мягкую отталкивающую сердцевину:

$$V^N(\tau_{ij}) = V_e^\ell \exp[-(M_e^\ell)^2 \tau_{ij}^2] - V_a \exp(-M_a^2 \tau_{ij}^2). \quad (6)$$

Потенциал имеет фиксированную притягательную часть ( $V_a$ ,  $M_a$ ) и различные отталкивающие части ( $V_e^\ell$ ,  $M_e^\ell$ ) для разных значений орбитального момента  $\ell = 0, 2$  и  $4$ .

В конкретных расчетах мы пользовались набором параметров ( $e$ ) и ( $a$ ) из работы [17] (таблица I).

Нелокальный сепарабельный потенциал [18] в импульсном представлении имеет вид

$$V^N(\vec{\kappa}, \vec{\kappa}') = -\frac{2\hbar^2}{\pi M} \sum_{\ell m} \beta_\ell g_\ell(\kappa) g_\ell(\kappa') Y_{\ell m}(\hat{\kappa}) Y_{\ell m}(\hat{\kappa}'), \quad (7)$$

где преобразованный в кулоновском пространстве ядерный форм-фактор потенциала  $g_\ell(\kappa)$  представляется в параметризованном виде

$$g_\ell(\kappa) = G_\ell(\kappa) \cdot \kappa^\ell \exp(-a_\ell \cdot \kappa^2) (1 + b_\ell \kappa^2 + c_\ell \cdot \kappa^4).$$

Параметры  $a_\ell$ ,  $b_\ell$  и  $c_\ell$  определяются из фазового анализа  $\alpha$  —  $\alpha$  взаимодействия для парциальных волн  $\ell = 0, 2, 4, 6$  и  $8$  [18]. Влияние кулоновского взаимодействия на ядерную амплитуду,

которое является существенным при очень низких энергиях, обус-  
печивается множителем  $G_{\ell}(\kappa)$

$$G_{\ell}(\kappa) = \frac{\alpha_{\ell}/\kappa}{\exp(\alpha_{\ell}/\kappa) - 1},$$

где  $\alpha_0 = 0,75$ ;  $\alpha_2 = 0,4$  и  $\alpha_{\ell} \rightarrow 0$  для  $\ell = 4, 6$  и  $8$ .

Для нахождения кинетической части энергетической матрицы, оператор  $T$  представляется в более удобном для вычислений виде:

$$T = H_0 - \frac{m\omega^2}{2} \sum_{i=1}^3 z_i^2 = H_0 - \frac{m\omega^2}{2} \frac{1}{3} \sum_{i < j} z_{ij}^2,$$

где  $H_0$  - оператор полной энергии системы трех осцилляторов, а вторая часть - потенциальная энергия этих осцилляторов.

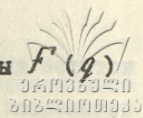
Используя полную симметрию функции  $|i\rangle$  и учитывая, что они являются собственными функциями оператора  $H_0$ , для матричного элемента оператора  $T$  будем иметь

$$\langle i|T/\kappa\rangle = \sum_{n_1 n_1' n_2 \ell} \langle N\alpha[3]0/n_1 \ell n_2 \ell \rangle \langle N'\alpha'[3]0/n_1' \ell n_2' \ell \rangle \times \\ \times \left\{ \hbar\omega(N'+3) - \frac{M}{\hbar^2} \cdot \hbar\omega \langle n_1 \ell | z_{12}^2 | n_1' \ell \rangle \right\}.$$

Для нахождения энергии связи основного и первого возбужденного  $0^+$  состояний ядра  $^{12}\text{C}$  была диагонализирована энергетическая матрица (4). В базисе учитывались все члены до кванта возбуждения  $N = 24$  включительно. Найденные волновые функции применялись для вычисления среднеквадратичного радиуса и зарядового форм-фактора. Зарядовый форм-фактор ядра  $^{12}\text{C}$  представлялся в виде про-



изведения ядерного форм-фактора трехчастичной системы на экспериментальный форм-фактор  $\alpha$  частицы [19]



$$F_{ch}(q) = F(q) \cdot f_{\alpha}(q),$$

где  $q$  - переданный ядру импульс. Аналитическое выражение для  $F(q)$  имеет вид [18]:

$$F(q) = \sum_{n_1 l_1 n_2 l_2 n'_2} \langle N d [3] 0 | n_1 l_1 n_2 l_2 \rangle \langle N' d' [3] 0 | n_1 l_1 n_2 l_2 \rangle \times \\ \times \int_0^{\infty} R_{n_2 l_2} \left( \frac{r}{z_0'} \right) \frac{\sin(qr)}{qr} R_{n_2' l_2} \left( \frac{r}{z_0'} \right) r^2 dr,$$

где

$$z_0' = \sqrt{\frac{2 \hbar^2}{3 M \cdot \hbar \omega}}$$

### Результаты и их обсуждение

Для исследования сходимости базиса и оценки точности полученных результатов была изучена зависимость энергии основного и первого возбужденного  $0^+$  состояния, среднеквадратичного радиуса и зарядового форм-фактора от осцилляторного параметра  $\hbar\omega$  и кванта возбуждения  $N$ .

На рисунках 1-3 представлена зависимость энергии основного и первого возбужденного  $0^+$  состояний ядра  $^{12}\text{C}$  от числа квантов возбуждения  $N$  при двух фиксированных значениях  $\hbar\omega$ . Для других разумных значений параметра  $\hbar\omega$  получены аналогичные результаты. Нижние кривые соответствуют случаю, когда  $\alpha$  -  $\alpha$  взаимодействие состоит только из ядерной части, верхние кривые включают и кулоновское взаимодействие. Как на этих, так и на последующих рисунках кривые, соответствующие набору параметров ( $d$ ) потенциала ( $\delta$ ), не приводятся. Они практически такие же,

как для набора параметров ( $\epsilon$ ). Как видно из рисунков I и 2, начиная с  $N = 16$ , энергия связи меняется мало и кривые выходят почти на одно плато, но в случае потенциала (7) сходимость энергии связи достигается быстрее.

На рисунках 4-6 представлена зависимость энергий основного и первого возбужденного состояний от параметра  $\hbar\omega$  для фиксированных значений максимального кванта возбуждения  $N$ . Нижние кривые опять соответствуют расчетам без учета кулоновского взаимодействия. Из этих рисунков видно, что с ростом  $N$  зависимость энергии связи от параметра  $\hbar\omega$  ослабевает и практически исчезает при  $N = 22$ . Однако для первого возбужденного  $0^+$  состояния (рис. 3, 6) ситуация хуже. По-видимому, это вызвано тем, что первый возбужденный  $0^+$  уровень находится в непрерывном спектре.

На рисунках 7 и 8 представлена зависимость зарядового фактора ядра  $^{12}\text{C}$  от квадрата переданного ядру импульса  $q^2$  для  $N_{\text{max}} = 24$ . Из этих рисунков видно, что для потенциала (6) теоретические кривые зарядового фактора для разных значений параметра  $\hbar\omega$  почти не отличаются друг от друга и одинаково хорошо описывают первый дифракционный минимум, наблюдаемый на эксперименте. При больших значениях  $q^2$  наблюдаются еще два минимума, один при  $q^2 \approx 10 \text{ ферми}^{-2}$ , а второй при  $q^2 \approx 13 \text{ ферми}^{-2}$ . Появление первого из них обусловлено зарядовым фактором  $\alpha$  частицы. Эти минимумы приведены на рисунке 9. В случае потенциала (7) наблюдается аналогичная картина, хотя согласие с экспериментом при малых  $q^2$  здесь лучше, однако первый дифракционный минимум сдвинут в сторону больших  $q^2$ .

На рисунках 10 и II представлена зависимость среднеквадра-



тичного радиуса ядра  $^{12}\text{C}$  от параметра  $\hbar\omega$  при фиксированных значениях  $N$ . Из этих рисунков видно, что с ростом участка кривых с  $\hbar\omega \geq 5$  Мэв начинает выпрямляться и начиная с  $N \geq 18$  становится почти параллельным экспериментальной кривой. Для малых  $\hbar\omega$  даже при больших значениях  $N$  не наблюдается выпрямление кривых, что вызвано сингулярностью точки  $\hbar\omega = 0$ .

Таким образом, из приведенных рисунков можно заключить, что найденная волновая функция (3) является хорошей аппроксимацией истинной  $\alpha$ -кластерной волновой функции основного состояния ядра  $^{12}\text{C}$ . Особенно следует отметить тот факт, что и локальный и нелокальный потенциалы дают схожие и одинаково стабильные конечные результаты как для энергии связи и среднеквадратичного радиуса, так и для зарядового фактора.

Соответствующие им численные результаты приведены в таблице 2.

Имеющееся расхождение между теорией и экспериментом в количественном отношении, по-видимому, следует искать в  $\alpha$ -кластерной модели ядра  $^{12}\text{C}$ , так как обнаруженное различие нельзя объяснить приближенным характером осцилляторного метода. Подтверждением этого могут служить аналогичные расчеты для потенциала  $[17]$ , проведенные методом  $K$ -гармоник, которые привели к энергии связи - 2.2 Мэв (с учетом кулоновского отталкивания) и - 7.4 Мэв (без учета кулоновского отталкивания).

В заключение выражаем благодарность Р.И.Джибути и Т.И.Копалешвили за внимание к работе и полезные замечания, а также Дж.В.Медония и О.Л.Бартая за постоянные дискуссии и обсуждения.

Поступила 30.XII.1977

Институт физики АН ГССР

Набор параметров ( $d$ )

| $\ell$               | 0     | 2     | 4     |
|----------------------|-------|-------|-------|
| $M_a(\Phi^{-1})$     | 0.475 | 0.475 | 0.475 |
| $V_a(M_{\text{эб}})$ | 130   | 130   | 130   |
| $M_z(\Phi^{-1})$     | 0.7   | 0.7   | 0     |
| $V_z(M_{\text{эб}})$ | 500   | 320   | 0     |

Набор параметров ( $\ell$ )

| $\ell$               | 0    | 2   | 4   |
|----------------------|------|-----|-----|
| $M_a(\Phi^{-1})$     | 0.5  | 0.5 | 0.5 |
| $V_a(M_{\text{эб}})$ | 150  | 150 | 150 |
| $M_z(\Phi^{-1})$     | 0.8  | 0.8 | 0   |
| $V_z(M_{\text{эб}})$ | 1050 | 640 | 0   |



Таблица 2



Теоретические и экспериментальные значения энергии основного состояния ( $E$ ), первого возбужденного  $0^+$  состояния ( $E_1$ ) и среднеквадратичного радиуса ( $R$ )

|                                       | Потенциалы<br>из работ |                   | Эксперимент      |
|---------------------------------------|------------------------|-------------------|------------------|
| Без учета кулоновского взаимодействия | [17]                   | $E = -7,39$ мэв   |                  |
|                                       |                        | $E_1 = -1,89$ мэв |                  |
|                                       | [18]                   | $E = -8,91$ мэв   |                  |
|                                       |                        | $E_1 = -1,84$ мэв |                  |
| С учетом кулоновского взаимодействия  | [17]                   | $E = -2,16$ мэв   |                  |
|                                       |                        | $E_1 = 2,57$ мэв  | $E = -7,28$ мэв  |
|                                       |                        | $R = 2,28$ ферми  | $E_1 = 0,38$ мэв |
|                                       | [18]                   | $E = -1,34$ мэв   |                  |
|                                       |                        | $E_1 = 3,88$ мэв  | $R = 2,46$ ферми |
|                                       |                        | $R = 1,74$ ферми  |                  |

- I. D.R.Harrington, Phys. Rev., 147, 685, 1966.
2. H.Hebach, P.Henneberg, Z.Phys., 216, 204, 1968.
3. T.R.Fulco, D.Y.Wong, Phys.Rev., 172, 1062, 1968.
4. A.Osman, Phys. Rev., vol. 4, N 2, 302, 1971.
5. D.R.Avalos, L.N.Epele and M.A.Gregorio, Lett. al Cimento, vol. 8, N 2, 6, 1973.
6. В.Туския, Г.Чилашвили, Я.Ф., 6, II58, 1971.
7. Y.Kawazoc, T.Tsuhamoto, H.Matsuzahi, Progr. Theor. Phys., 51, 428, 1974.
8. Т.С.Мачарадзе, Т.Я.Михелашвили, Программа и тезисы докладов XXIV совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра, Л., 1972.
9. R.M.Mendez-Moreno, M.Moreno and Seligman, Nucl. Phys., A221, 381, 1974.
10. H.Horiuchi, Progr. Theor. Phys., 51, 1266, 1974.
11. T.L.Visschers, R.Var-Wageningen, Phys. Lett., 34B, 455, 1971.
12. P.Dariulat, Phys. Rev., 137, B315, 1965.
13. C.C.H.Leung, S.C.Park, Phys.Rev. 187, 1239, 1969.
14. T.V.Noble, Phys. Lett., 31B, 253, 1970.
15. T.K.Lim, Nucl. Phys., A158, 385, 1970.
16. Т.С.Мачарадзе, Т.Я.Михелашვიდი, Многочастичные аспекты теории легких ядер. "Мецниереба", Тбилиси, 72, 1977.
17. S.Ali, A.R.Bodmer, Nucl.Phys., 80, 99, 1966.
18. Дж.В.Мебония, И.Г.Сурмава, Я.Ф., 3, 487, 1976.
19. Sick and T.S.McCarthy, Nucl. Phys., A150, 631, 1970.





<sup>12</sup>C ბირთვითი კლასტრული სტრუქტურის ტრანსლაციური ინვარიანტული მოდელირების საფუძველზე მისი ბირთვითი სტრუქტურის შესახებ

რ ე ბ ი ე ე

ტრანსლაციური ინვარიანტული მოდელირების საფუძველზე <sup>12</sup>C ბირთვითი ბირთვითი და პირველი აღგზნებული <sup>0</sup> დიპოლარული მდგომარეობის ენერჯეტიკა, სპეციალური კვანძოვანი რადიუსი და მუხტოვანი ფორმი-ფაქტორი  $\alpha$  - ნაწილაკების მიქსტურის გამოყენებით გამოყენებული რეკალკულაციები [17] და ანალიტიკური სუპერ-ბელოვი [18] ალგორითმების, ნაწილები, რთვილი ტრანსლაციური ფორმის გამოყენებით შენარჩუნებული იქნება ფუნქციური აღგზნების კვანძი  $N = 24$ -მდე, მათი რეკალკულაციები, ისე ანალიტიკური სუპერ-ბელოვი ალგორითმების მიქსტურის და ენერჯეტიკის სტრუქტურის საბოლოო შედეგებს მოდელირების  $\hbar\omega$  პარამეტრის მიხედვით.

T.Macharadze, T.Mikhelashvili

INVESTIGATION OF NUCLEIC CLUSTER STRUCTURE OF <sup>12</sup>C IN THE BASE OF TRANSLATIONAL-INVARIANT MODEL SHELL

Summary

By the translational-invariant oscillation base method the energy of the basic and first excitation  $O^+$  state, the square mean radius and nucleic form-factor charge of <sup>12</sup>C has been calculated. Local and non-local separable potentials were used in the calculations. It is shown that if account is taken of all the excitaton quanta up to N=24 in the base of expansion, local and non-local potentials give similar and stable final results relative to the oscillator parameter  $\hbar\omega$ .

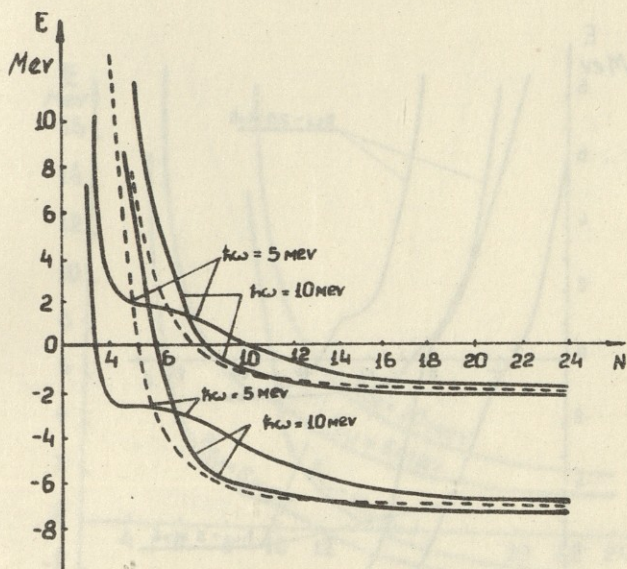


Рис.1. Зависимость энергии основного состояния ядра  $^{12}\text{C}$  от числа квантов возбуждения  $N$  в случае потенциала [17] .

Пунктирная кривая соответствует набору параметров (A2) из работы [9] для  $\hbar\omega$  : 10 Мэв.



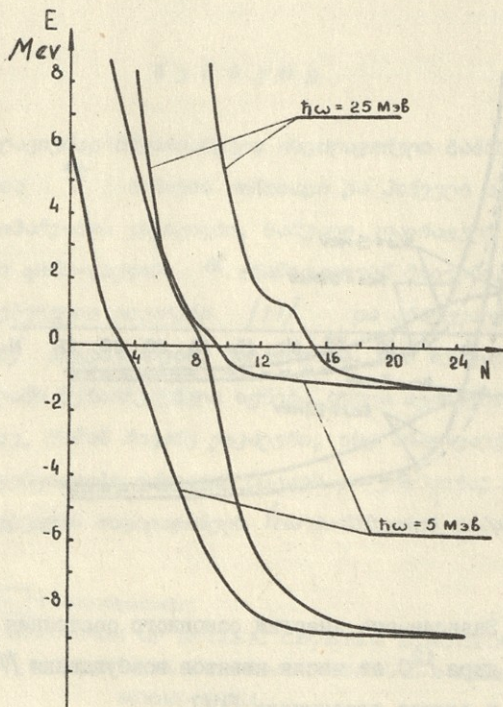


Рис.2. Зависимость энергии основного состояния ядра  $^{12}\text{C}$  от числа квантов возбуждения  $N$  в случае потенциала [18] .

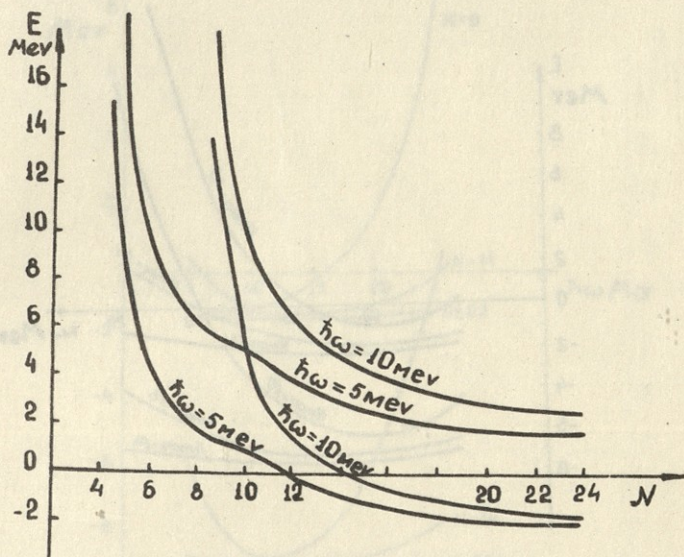


Рис.3. Зависимость энергии первого возбужденного  $0^+$  состояния ядра  $^{12}\text{C}$  от числа квантов возбуждения  $N$  в случае потенциала [17].



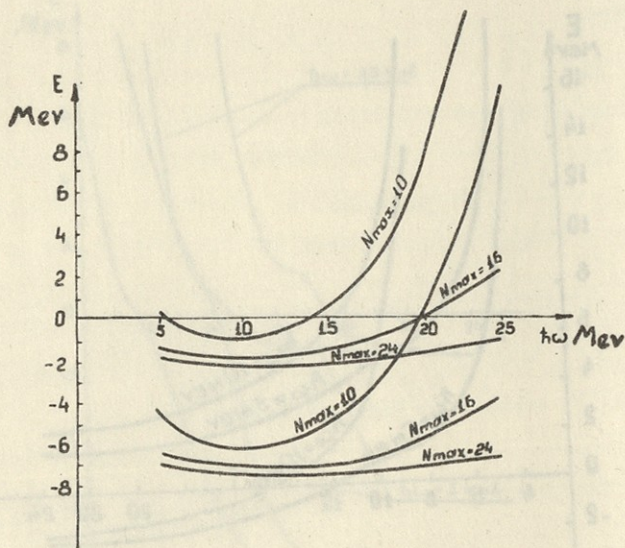


Рис. 4. Зависимость энергии основного состояния ядра  $^{12}\text{C}$  от осцилляторного параметра  $\hbar\omega$  при фиксированных значениях максимального кванта возбуждения  $N$  в случае потенциала [17].

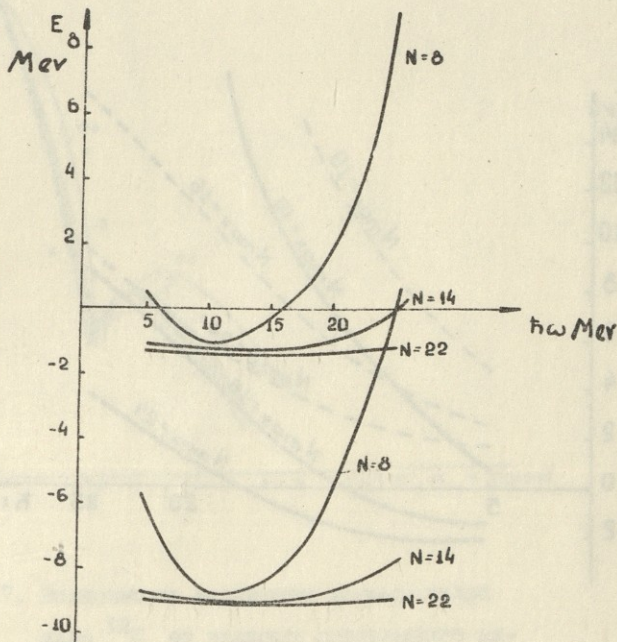


Рис.5. Зависимость энергии основного состояния ядра  $^{12}\text{C}$  от осцилляторного параметра  $\hbar\omega$  при фиксированных значениях максимально-го кванта возбуждения  $N$  в случае потенциала [18].



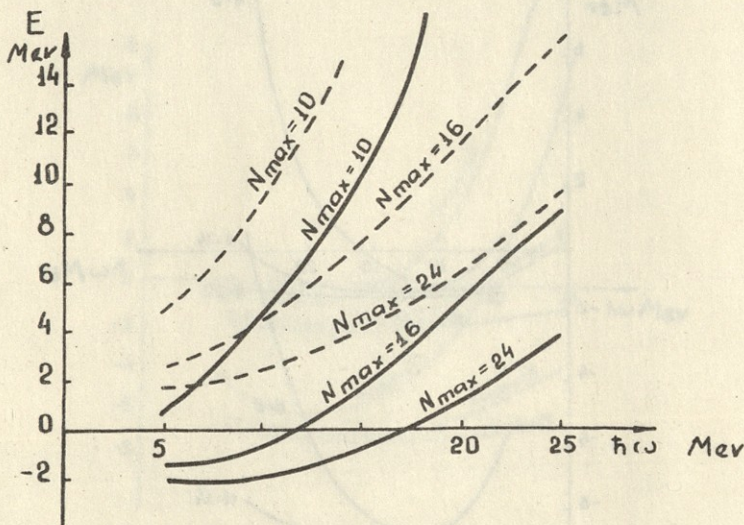


Рис.6. Зависимость энергии первого возбужденного  $0^+$  состояния от осцилляторного параметра  $\hbar\omega$  при фиксированных значениях максимального кванта возбуждения  $N$  в случае потенциала [17].

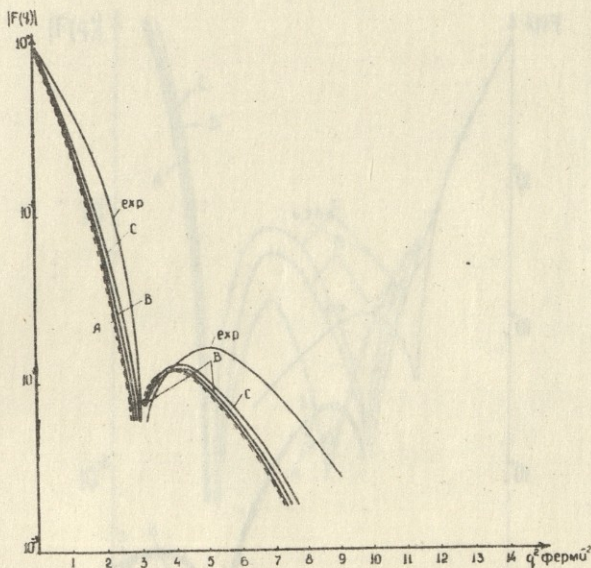


Рис.7. Зависимость зарядового форм-фактора ядра  $^{12}\text{C}$  от квадрата переданного ядру импульса  $q^2$  в случае потенциала [17].  $\text{Exp}$  - экспериментальная кривая, А, В и С - теоретические кривые, соответствующие параметру  $\hbar\omega = 5, 10$  и 18 Мэв, пунктирная кривая соответствует набору параметров (А2) из работы [9] для  $\hbar\omega = 10$  Мэв.



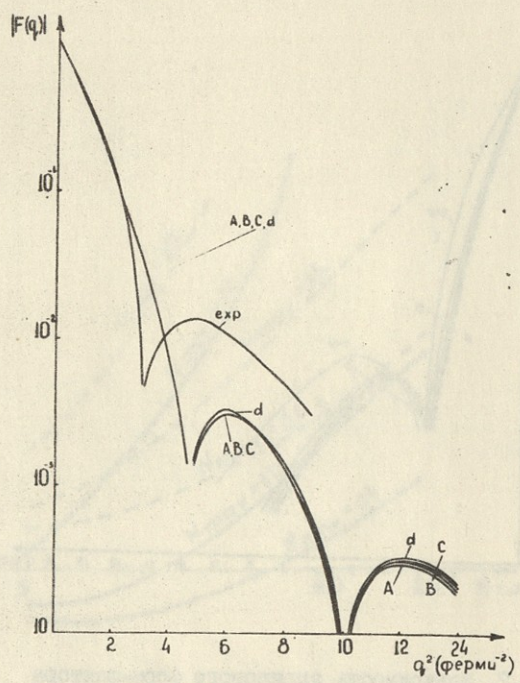


Рис.8. Зависимость зарядового фoрм-фактора ядра  $^{12}\text{C}$  от квадрата переданного ядрy импульса  $q^2$  в случае потенциала [18].  $\text{Exp}$  - экспериментальная кривая, A, B, C и d - теоретические кривые, соответствующие  $\hbar\omega = 5, 10, 18$  и 25 Мэв.

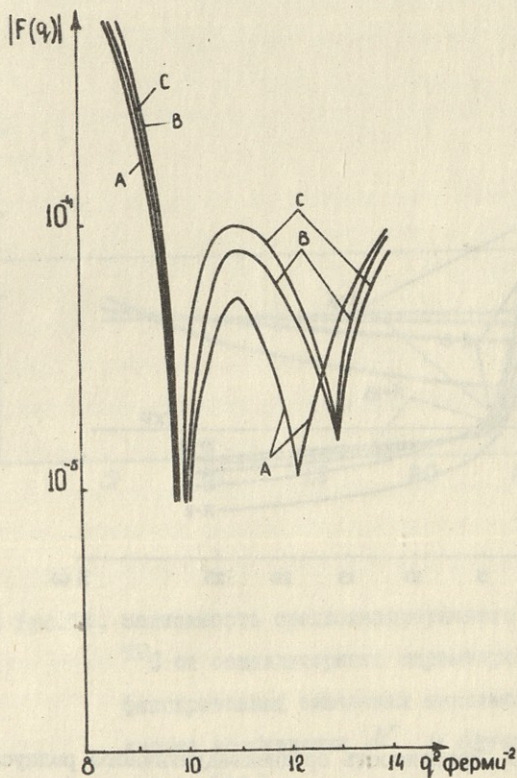


Рис.9. Зависимость зарядового фoрм-фактора ядра  $^{12}\text{C}$  от квадрата переданного ядру импульса  $q^2$  в случае потенциала [17]. А, В и С-теоретические кривые, соответствующие параметру  $\hbar\omega = 5, 10$  и  $18$  Мэв.



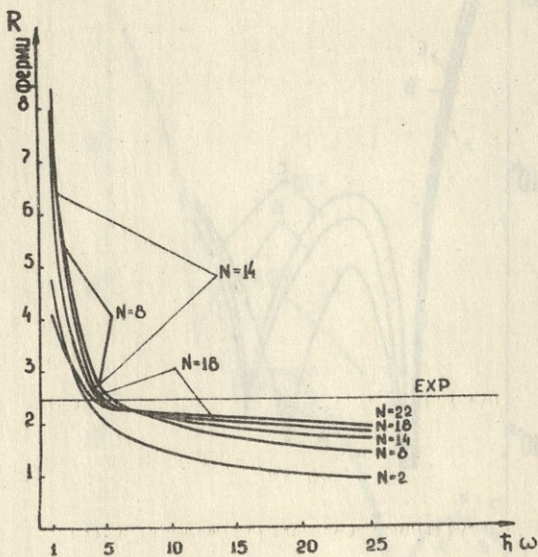


Рис.10. Зависимость среднеквадратичного радиуса ядра  $^{12}\text{C}$  от осцилляторного параметра  $\hbar\omega$  при фиксированных значениях максимального кванта возбуждения  $N$  в случае потенциала [17].

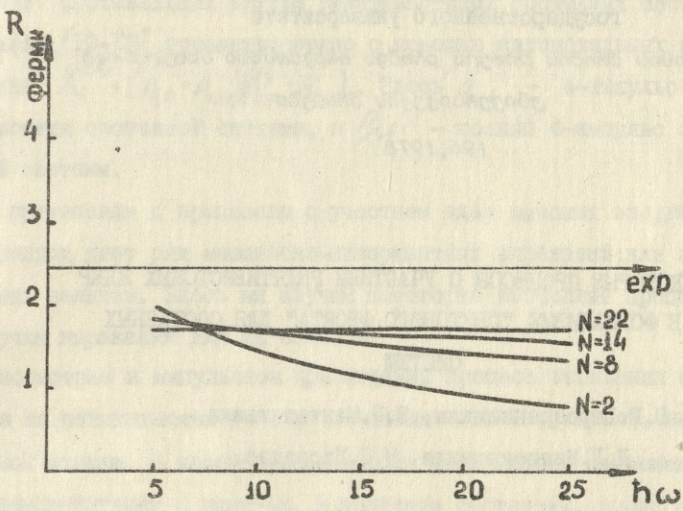


Рис.11. Зависимость среднеквадратичного радиуса  $^{12}\text{C}$  от осцилляторного параметра  $\hbar\omega$  при фиксированных значениях максимального кванта возбуждения  $N$  в случае потенциала [18].



Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени  
государственного университета

თბილისის მშრომის ნიშნის ორდენის მტკიცებლადი სახელმწიფო  
უნივერსიტეტის მშრომები

196, 1978

НЕКОТОРЫЕ ПРОЦЕССЫ С УЧАСТИЕМ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЯДЕР  
В ФОРМАЛИЗМЕ "СВЕТОВОГО ФРОНТА" ДЛЯ СОСТАВНЫХ  
СИСТЕМ

В.Р.Гарсеванишвили, З.Р.Ментешавили,  
Д.Г.Мирианавили, М.С.Ниорадзе

I. В последнее время большой интерес вызывают исследования процессов с участием релятивистских ядер. Эксперименты с релятивистскими ядрами, проводимые в Дубне и Беркли, выявили ряд интересных закономерностей (например, кумулятивный эффект, ядерный скейлинг [1-4] и т.д.), требующих теоретического объяснения. Исследования с релятивистскими ядрами имеют прямое отношение к проблемам физики элементарных частиц. Обсуждается возможность распространения методов, развитых в теории частиц, на процесс столкновения ядер высоких энергий. Некоторые из этих методов можно найти, например, в [5-9].

Наш подход к изучению столкновении релятивистских ядер [7,9] основан на варианте [10-12] квазипотенциального подхода в квантовой теории поля [13]. Характерной особенностью квазипотенциального формализма в переменных "светового фронта" является то обстоя-

ательство, что здесь находит свое естественное воплощение ха-  
 рактерная для физики высоких энергий "неэквивалентность" про-  
 должных и поперечных степеней свободы. Заметим, что "продольное  
 движение" составляющих внутри релятивистских составных систем  
 в подходе [10-12] параметризовано с помощью автомодельных пе-  
 ременных  $X_i^{(A)} = (P_{0,i} + P_{z,i}) / (P_{0,A} + P_{z,A})$ . Здесь  $P_{\mu,i}$  - 4-импульс  $i$ -  
 той частицы составной системы, а  $P_{\mu,A}$  - полный 4-импульс сос-  
 тавной системы.

В применении к процессам с участием ядер высоких энергий  
 этот подход дает ряд масштабно-инвариантных выражений для наб-  
 людаемых величин. Здесь мы изучим некоторые возможные процессы  
 и получим выражения для их сечений.

2. Рассмотрим в импульсном приближении процесс выбивания одного  
 нуклона из релятивистского ядра, состоящего из  $A$  нуклонов, на во-  
 дородной мишени. В таком процессе один из нуклонов падающего яд-  
 ра взаимодействует с мишенью. В конечном состоянии, после выби-  
 вания, мы будем иметь ядро из  $A-1$  нуклонов (так называемый спек-  
 таторный фрагмент) с импульсом  $Q_{A-1} = \sum_{i=1}^{A-1} q_i$  и два свободных нук-  
 лона с импульсами  $q_A$  и  $q_N$ .

Дифференциальное сечение данного процесса имеет следующий  
 вид [9]:

$$\frac{d\sigma}{d\vec{P}_1^{SP} dX^{SP}} \approx \frac{\sqrt{\lambda(S_{A,N}; m_A^2; m_N^2)}}{\sqrt{\lambda(S; M_A^2; m_N^2)}} \frac{\sigma_{el}(S_{A,N})}{X^{SP}} \left| \frac{\mathcal{J}(X^{SP}; \vec{P}_1^{SP})}{1 - (1 + \frac{P_N^+}{P_A^+}) X^{SP}} \right|^2 \quad (I)$$

Здесь  $S$  - обычная мандельштамовская переменная для системы ядро  
 $A$ -нуклон мишени,  $S_{A,N}$  - аналогичная переменная для системы  $A$ -ый  
 нуклон из ядра-нуклон мишени и связана с полным  $S$  следующим



образом:

$$S_{A,N} = S(1 - X^{sp}) + M_{A-1}^2 - \frac{(\vec{P}_1^{sp})^2 + M_{A-1}^2}{X^{sp}}. \quad (2)$$

$\bar{\sigma}_{el}(S_{A,N})$  - упругое интегральное сечение рассеяния  $A$ -ого нуклона ядра на нуклоне мишени.

$\lambda(x, y, z)$  - кинематическая величина, определяемая следующим образом:

$$\lambda(x, y, z) = (x - y - z)^2 - 4yz. \quad (3)$$

$M_A$  и  $M_{A-1}$  - массы ядер  $A$  и  $A-1$ , соответственно,  $m_i$  - масса  $i$ -того нуклона.

$X^{sp}$  и  $\vec{P}_1^{sp}$  являются "продольным отношением" и поперечной компонентой импульса спектаторного фрагмента:

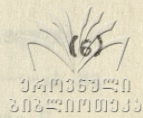
$$X^{sp} = \frac{Q_{A-1}^+}{\rho_A^+ + \rho_N^+}; \quad \vec{P}_1^{sp} = \vec{Q}_{A-1}^+. \quad (4)$$

$\mathcal{J}(X^{sp}, \vec{P}_1^{sp})$  - так называемый "интеграл перекрытия":

$$\begin{aligned} \mathcal{J}(X^{sp}, \vec{P}_1^{sp}) = & \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=1}^A d\vec{q}_i^{(2)} \delta^{(2)}(\vec{P}_1^{sp} - \sum_{i=1}^A \vec{q}_i^{(2)}) \int \prod_{i=1}^{A-1} \frac{dy_i^{(A-1)}}{y_i^{(A-1)}} \delta(1 - \sum_{i=1}^{A-1} y_i^{(A-1)}) \times \\ & \times \Phi_{\vec{P}_1^{sp}=0}^+([y_i^{(A-1)}; \vec{q}_i^{(2)} - y_i^{(A-1)} \vec{P}_1^{sp}]) \Phi_i([X_i^{(A)}; \vec{P}_i^{(A)}]). \end{aligned} \quad (5)$$

Переменные  $X_i^{(A)}$  и  $y_i^{(A-1)}$  определены следующим образом:

$$X_i^{(A)} = \frac{\rho_i^+}{\rho_A^+} = \frac{\rho_{0,i} + \rho_{2,i}}{\rho_{0,A} + \rho_{2,A}}; \quad 0 < X_i^{(A)} < 1; \quad \sum_{i=1}^A X_i^{(A)} = 1.$$



$$y_i^{(A-1)} = \frac{q_i^+}{Q_{A-1}^+} = \frac{q_{0,i} + q_{2,i}}{Q_{0,A-1} + Q_{2,A-1}}; \quad 0 < y_i^{(A-1)} < 1; \quad \sum_{i=1}^{A-1} y_i^{(A-1)} = 1.$$

Переменные  $\bar{\rho}_i^{\pm}$ ,  $\bar{q}_i^{\pm}$ ,  $X_i^{(A)}$ ,  $y_i^{(A-1)}$ , входящие в "интеграл перекрытия", связаны друг с другом следующими соотношениями:

$$\bar{\rho}_i^{\pm} = \bar{q}_i^{\pm}; \quad X_i^{(A)} = \left(1 + \frac{\rho_N^+}{\rho_A^+}\right) X^{sp} \cdot y_i^{(A-1)} \quad i=1,2,\dots,A-1.$$

$$\bar{\rho}_A^{\pm} = \bar{\rho}_A^{\pm} - \bar{\rho}_1^{sp}; \quad X_A^{(A)} = 1 - \left(1 + \frac{\rho_N^+}{\rho_A^+}\right) X^{sp}. \quad (7)$$

В лабораторной системе отсчета  $\bar{\rho}_N^+ = 0$ , и следовательно  $\rho_N^+ = m_N$ .  $\Phi_i(\{X_i^{(A)}, \bar{\rho}_i^{\pm}\})$  - квазипотенциальная волновая функция падающего ядра.  $\Phi_{\bar{\rho}_1^{sp}=0}(\{y_i^{(A-1)}, \bar{q}_i^{\pm} - y_i^{(A-1)} \bar{\rho}_1^{sp}\})$  - квазипотенциальная волновая функция ядра A-I в системе, в которой  $\bar{\rho}_1^{sp} = 0$ . Такая волновая функция связана с волновой функцией в произвольной системе следующим образом [11]:

$$\Phi_{\bar{\rho}_1^{sp}=0}(\{y_i^{(A-1)}, \bar{q}_i^{\pm} - y_i^{(A-1)} \bar{\rho}_1^{sp}\}) = \Phi_{A_{A-1}}(\{y_i^{(A-1)}, \bar{q}_i^{\pm}\}). \quad (8)$$

Компоненты импульса спектатора связаны с соответствующими компонентами A-ого нуклона в ядре A следующим образом:

$$\bar{\rho}_A^{\pm} = \bar{\rho}_A^{\pm} - \bar{\rho}_1^{sp}, \quad X_A^{(A)} = 1 - \left(1 + \frac{\rho_N^+}{\rho_A^+}\right) X^{sp}. \quad (9)$$

Таким образом, наблюдая экспериментально за распределениями этих компонент импульса спектатора, можно получить информацию



о внутреннем движении А-ого нуклона внутри релятивистского ядра А.

В случае, когда наряду с выбиванием нуклона из ядра происходит еще и рождение частиц, дифференциальное сечение такого процесса имеет тот же вид, что и в случае выбивания нуклона, но с тем отличием, что в формуле (I) упругое сечение рассеяния нуклона ядра на нуклоне мишени  $\sigma_{ee}(S_{n,N})$  заменяется на сечение рождения частиц  $\sigma_{e-N}(S_{n,N})$  при столкновении этих же двух нуклонов.

В случае, когда  $A=2$ , в распределении нуклонов-спектаторов в процессе развала релятивистского дейтрона "интеграл перекрытия" (5) заменяется квазипотенциальной волновой функцией дейтрона [7].

В работе [14] дается сравнение теоретической модели с экспериментальными данными по развалу дейтрона на алюминиевой мишени в диапазоне импульсов падающей частицы от  $3 \frac{\Gamma_{ee}}{c}$  до  $10 \frac{\Gamma_{ee}}{c}$  [15-19]. Волновая функция дейтрона выбиралась в виде релятивистского аналога волновой функции Хюльтена с варьируемыми параметрами  $\alpha$  и  $\beta$  :

$$\Phi(X, \vec{p}^{-1}) = \text{const} \left[ \frac{\vec{p}^{-1^2} + m_N^2}{X(1-X)} - \alpha \right]^{-1} \left[ \frac{\vec{p}^{-1^2} + m_N^2}{X(1-X)} - \beta \right]^{-1} \quad (10)$$

Параметр  $\alpha$  в процессе расчетов фиксировался значением  $\alpha = 3,5156 \left( \frac{\Gamma_{ee}}{c} \right)^2$  равным квадрату массы дейтрона, а параметр  $\beta$  определялся методом наименьших квадратов при сравнении с экспериментальными данными.

Оказалось, что в рассматриваемой области импульсов падающего дейтрона параметры  $\alpha$  и  $\beta$  практически не зависят от энергии падающего пучка /см.таблицу/.

| $\rho_d, \frac{GeV}{c}$ | $\alpha, \left(\frac{GeV}{c}\right)^2$ | $\beta, \left(\frac{GeV}{c}\right)^2$ |
|-------------------------|--|---------------------------------------|
| 3,46                    | 3,5156                                 | $3,52409 \pm 0,00039$                 |
| 4,46                    | 3,5156                                 | $3,52232 \pm 0,00066$                 |
| 7,66                    | 3,5156                                 | $3,52089 \pm 0,00091$                 |
| 10,20                   | 3,5156                                 | $3,51699 \pm 0,00214$                 |

Этот факт можно рассматривать как указание на то, что в релятивистской волновой функции дейтрона нет никакой другой зависимости от энергии кроме зависимости от масштабно-инвариантной переменной  $X$ .

3. Рассмотрим процесс развала дейтрона при столкновении с нуклоном мишени,  $d\rho \rightarrow \rho\rho n$ . Распределение по импульсу провзаимодействовавшего нуклона дейтрона имеет следующий вид:

$$E_{t_2} \frac{d\delta}{d\vec{q}_2} \sim \int \frac{d\vec{P}_1^{sp} dX^{sp}}{X^{sp}} \frac{\sqrt{\lambda(S_{RN}; m^2; m^2)} \left| \Phi(X^{sp}; \vec{P}_1^{sp}) \right|^2}{\sqrt{\lambda(S; m_d^2; m^2)} \left| 1 - \left(1 + \frac{P_x^*}{P_d^*}\right) X^{sp} \right|^2} \left( E_{t_2} \frac{d\delta(S_{RN})}{d\vec{q}_2} \right), \quad (II)$$

где переменная  $S_{R,N}$  связана с  $X^{sp}$  и  $\vec{P}_1^{sp}$  формулой (2).

Интегрирование в формуле (II) происходит по физической области, которая определяется соотношением:

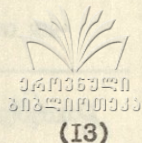
$$G(S_{R,N}; t_2; m^2; t_1; m^2; m^2) \leq 0, \quad (I2)$$

где  $t_2 = (P_d - p^{sp})^2$ ,  $t_1 = (p_N - q_3)^2$ , а функция  $G(x, y, z, u, v, \omega)$



определяется следующим соотношением:

$$G(x, y, z, u, v, \omega) = x^2 y + x y^2 + z^2 u + z u^2 + v^2 \omega + v \omega^2 + \\ + x z \omega + x u v + y z v + y u w - x y (z + u + v + \omega) - \\ - z u (x + y + v + \omega) - v \omega (x + y + z + u).$$



В случае, когда при развале дейтрона происходит и рождение частиц, физическая область определяется соотношением:

$$(P_d + p_N - p^{sp} - q_z)^2 \geq m^2. \quad (14)$$

Мы рассмотрели несколько возможных процессов с участием релятивистских ядер. Изложенный формализм может быть применен к изучению других процессов с участием ядер высоких энергий. Представляет интерес учет спиновых эффектов и сравнение полученных результатов с экспериментальными данными.

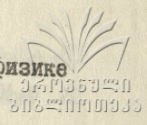
Авторы выражают глубокую благодарность Н.С.Амаглобели, А.М.Балдину, Т.И.Копалейшвили, В.А.Матвееву, А.Н.Тавхелидзе за обсуждение затронутых здесь вопросов и ценные замечания.

Поступила 27.XII.1977.

Лаборатория ядерной физики  
высоких энергий

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А.М.Балдин и др., Лекция на Школе по физике высоких энергий, Сухуми, 1972, ОИЯИ Р2-6867, Дубна, 1972. А.М.Балдин и др., ОИЯИ, Р2-8858, Дубна, 1975.



2. А.М.Балдин, Доклад на Международной конференции по физике высоких энергий и структуре ядра, Цюрих, 1977.
3. H.Steiner, In Proceeding of the Topical Meeting on High Energy Collisions Involving Nuclei, Trieste, 1974.
4. Г.А.Лексин, Элементарные частицы. Третья школа физики ИТЭФ, Атомиздат, М., 1975, вып.2.,стр.5.
5. В.В.Буров, В.К.Лукьянов, А.И.Титов, В кн.: Труды Международной конференции по избранным вопросам структуры ядра, Дубна, 1976, ОИЯИ, Д-9920, Дубна, 1976.
6. И.С.Шапиро, В кн.: Труды Международной конференции по избранным вопросам структуры ядра. Дубна, 1976. ОИЯИ, Д-9920,1976.
7. В.Р.Гарсеванишвили, Д.Г.Мирианашвили, М.С.Ниорадзе, ОИЯИ, P2-9859, Дубна, 1976.
8. М.И.Стрикман, Л.Л.Франкфурт, Письма в ЖЭТФ, 24, 1976, стр.311
9. V.Garsevanishvili, Z.Menteshashvili, D.Mirianashvili, M.Nioradze, JINR, E2-10475, Dubna, 1977.
10. В.Р.Гарсеванишвили, А.Н.Квинихидзе, В.А.Матвеев, А.Н.Тавхелидзе, Р.Н.Фаустов, ТМФ, 23, 1975, стр.310
11. В.Р.Гарсеванишвили, В.А.Матвеев, ТМФ, 24, 1975, стр.3
12. V.Garsevanishvili, Lectures at the XIII Winter School of Theoretical physics in Karpacz, 1976.
13. A.Logunov, A. Tavkhelidze, Nuovo Cim, 1963, 29, p.289  
В.Г.Кадышевский, А.Н.Тавхелидзе, В кн.: "Проблемы теоретической физики", посвященной Н.Н.Боголюбову в связи с его 60-летием. "Наука", М., 1969.
14. А.Абдвалиев и др., ОИЯИ P2-10770, Дубна, 1977.
15. А.П.Гаспарян и др., ОИЯИ I-9111, Дубна, 1975.
16. А.М.Балдин и др., ПТЭ, 3, 1971, стр.29



I7. A. Belonogov et al., Nucl. Instr. and Meth., 1963, 20, p. 114.

I8. Ф. Которобай и др., ОИЯИ, Р10-9314, Дубна, 1975.

I9. А. П. Иерусалимов и др., ОИЯИ, Р10-9502, Дубна, 1976.

ვ. გაჩსვევანიშვილი, ზ. მენტეშაშვილი, დ. მირიანაშვილი,  
მ. ნიორაძე

გოგონარითი ატომების რადიაციებისგან ბირთვების დანადგარებით  
დადგინების სისტემების შესახებ "სინათლის ფრონტის" ფორმალის-  
გამოყენება

რ ე ბ ი ე ე

მომხსენებელი შედგენილი სისტემებისთვის "სინათლის ფრონტის"  
ფორმალის გამოყენება რადიაციებისგან ბირთვების  
დადგინების სისტემების შესახებ "სინათლის ფრონტის" ფორმალის  
გამოყენების განხილვებში ნუკლეონის ამოცხვენის პროცესებში.  
მიღებულია დენდრონის აქტიური ნუკლეონის განხილვების ფორმალის  
დენდრონის დაშლისას. გოგონარითი ტერმინული შედგენი შედგენილი  
ეფექტური მეთოდები. მიღებულია დამატებითი მონაცემები ექს-  
პერიმენტული მონაცემებთან.

V. Garsevanishvili, Z. Menteshashvili, D. Mirianashvili, M. Nioradze

SOME PROCESSES INVOLVING RELATIVISTIC NUCLEI  
IN THE "LIGHT FRONT" FORMALISM FOR COMPOSITE SYSTEMS

Summary

Some applications of the "light front" formalism for composite  
systems to the interaction processes of relativistic nuclei are given.  
Distributions of the spectator fragments are studied in the knock-  
out processes. The formula for the distribution of the active nucleon  
of the deuteron in the deuteron breakup is derived. Some theoretical  
predictions are compared with experiment. A reasonable agreement  
with experiment is observed.

196, 1978

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ МОДЕЛЕЙ ВОДОРОДНОЙ СВЯЗИ

Н.С.Вашакмадзе - Васильева

Водородные связи, как известно, соединяют пары оснований вдоль всей молекулы ДНК. Каждая водородная связь характеризуется тем, что атом водорода проявляет способность участвовать в образовании связи с двумя соседними атомами по схеме  $X-H...Y$ . Водородные атомы сдвинуты от центра вправо или влево.

При делении клетки в молекулах ДНК происходит разъединение всех водородных связей, в результате чего каждая молекула ДНК раздваивается вдоль цепи, а водородные атомы при этом образуют специфическую последовательность, свойственную строго определенному гену.

Расположение атомов водорода вдоль всей цепи на одной стороне молекулы ДНК комплементарно второй стороне, т.е. если слева  $X-H$ , то справа  $...Y$ . Это обеспечивает самоповторяемость молекулы ДНК, так как после ряда промежуточных этапов, отдельные основания находят комплементарные участки на одноцепочечной нити и, присоединяясь к ним водородными связями, дополняют обе нити до двухцепочечных структур, происходит удвоение молекулы ДНК.

Нарушение водородных связей приводит к ошибкам при реплика-



ции, что в свою очередь, по-видимому, является причиной старения (накопление ошибок), а также и возникновения новообразований (если ошибки произошли в определенных участках ДНК).

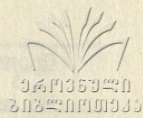
Вопросы, связанные с изучением механизма образования водородных связей, еще не исследованы до конца, и в настоящее время не существует единого мнения об их природе. Однако существование водородных связей экспериментально наблюдалось многими исследователями, их изучению посвящены работы [1-5] и ряд других работ.

В данной работе исследуются две модели образования водородной связи. Для упрощения расчетов рассматривается одна изолированная водородная связь между атомами  $N$  и  $O$ , которая встречается в молекулах ДНК между  $A-T$  или  $G-C$ .

В первой модели рассматривается участие атома водорода в состоянии  $2p$ ; вторая модель основана на предположении об участии водорода в  $3d$  - состоянии.

Рассмотрим первый случай. Известно, что водородная связь в ДНК представляет собой линейную структуру, атом азота имеет конфигурацию:  $(1s)^2(2s)^2(2p_x)^2$  (так как азот образует три  $\sigma$ -связи). Конфигурация атома кислорода:  $(1s)^2(2s)^2(2p_x)^2$ , поскольку кислород образует одну двойную связь (поэтому две орбиты заполнены парами электронов).

Таким образом, в общей системе делокализации принимает участие четыре электрона от трех атомов. К этой системе применима многоэлектронная теория, в частности, полуэмпирический метод Рутаана в одноэлектронном приближении. В этом методе предполагается, что полная энергия системы в предположении о неподвижных ядрах (приближение Борна-Оппенгейнера) может быть разложена на от-



дельные части:  $E = E_0 + E_{2g} + E_{3l}$  ;

а волновая функция  $\Psi = \Psi_0 \cdot \Psi_{2g} \cdot \Psi_{3l}$ .

Рассмотрим нашу систему в  $\pi$  - электронном приближении, т.е. будем искать уровни энергии для системы делокализованных  $\pi$  - электронов, а также,  $\pi$  -электронную волновую функцию.

В данном приближении полная электронная волновая функция равна произведению:  $\Psi_{3l} = \Psi_{\pi} \cdot \Psi_0$  , а электронная энергия:

$$E_{3l} = E_0 + E_{\pi}$$

Применим одноэлектронное приближение, однако учтем влияние остальных электронов введением поправок в заряды ядер  $Z_N, Z_0$  через константы экранирования  $\delta_N, \delta_0$  по правилам Слэтера [9]

В первом случае атом водорода находится в  $2p$  -состоянии.

$$Z_N^* = 3,9 ; Z_0^* = 4,5$$

. В данном полуэмпирическом методе расстояния между атомами берутся из экспериментальных данных:

$$R_{N-n} = 1 \text{ \AA} ; R_{N...0} \approx 1,82 \text{ \AA}$$

Система уравнений Рутаана в одноэлектронном приближении сводится к простой системе однородных линейных уравнений относительно коэффициентов разложения молекулярной одноэлектронной функции по атомным функциям:  $\sum_{\kappa=1}^3 C_{i\kappa} (H_{i\kappa} - E_i S_{i\kappa}) = 0, i=1,2,3$  где  $C_{i\kappa}$

удовлетворяют условию нормировки:  $\sum_{\kappa=1}^3 \sum_{\epsilon=1}^3 C_{i\kappa} C_{i\epsilon} S_{\kappa\epsilon} = 1, i=1,2,3$ , что следует из условия нормировки для  $\Psi_i(1) = \sum_{\kappa=1}^3 C_{i\kappa} \Psi_{\kappa}^0(1), i=1,2,3$ .

Здесь мы ввели следующие обозначения:  $H_{i\kappa}(1)$  - резонансные или обменные интегралы; по определению эти интегралы равны:

$$H_{i\kappa}(1) = \int \Psi_i^{\text{ox}}(1) \hat{H}(1) \Psi_{\kappa}^0(1) dv(1),$$

$S_{i\kappa}$  - интегралы перекрывания:  $S_{i\kappa}(1) = \int \Psi_i^{\text{ox}}(1) \Psi_{\kappa}^0(1) \frac{dv(1)}{dv(1)}$  где

$\Psi_i(t)$  - трехцентровые волновые одноэлектронные функции;  $\Psi_i^0(1)$  -

одноцентровые или атомные одноэлектронные функции.



Произведем нумерацию атомов:  $= N-H...0 =$

Во избежание вычисления интегралов перекрытия  $S_{ij}$  пользовались таблицами Ю.Кругляка, Р.Уйтмена [7], а также С.С. Бацанова и Р.А.Звягиной [8]. В нашей задаче интегралы перекрытия имеют следующие значения:

$$S_{N-H} = 0,247; \quad S_{0..H} = 0,121; \quad S_{N...0} = 0$$

Кулоновские интегралы брались равными потенциалам ионизации:

$$H_{NN} = -14,540 \text{ эв}; \quad H_{00} = -13,62 \text{ эв}; \quad H_{HH} = -3,40 \text{ эв}$$

Резонансные интегралы вычислялись через интегралы  $S_{ij}(1)$  (по методу Гофмана):

$$H_{ij}(1) = \kappa S_{ij}(1) \frac{J_i + J_j}{2},$$

где  $\kappa$  — эмпирическая константа, равная 1,75.

$$H_{N-H} = -3,777 \text{ эв}; \quad H_{0..H} = -1,800 \text{ эв}$$

После подстановки численных значений  $H_{ii}, H_{ij}, S_{ij}$  в уравнения, мы получили систему линейных однородных уравнений, где

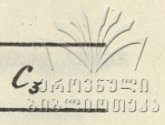
$$S_{N...0} = 0 \quad H_{N...0} = 0,$$

а также условие нормировки:

$$\sum_i C_i^2 + \sum_{i,j} C_i C_j S_{ij} = 1.$$

Приравнявая детерминант нулю, мы получаем собственные значения:  $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \mathcal{E}_3$ , затем находим наборы коэффициентов, соответствующих  $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \mathcal{E}_3$ . Решение данной системы было проведено на ЭВМ.

Результаты приведены в таблице, в которой представлены уровни энергии и коэффициенты волновых функций.



|                 | $\mathcal{E}$ | $C_1$   | $C_2$  | $C_3$   |
|-----------------|---------------|---------|--------|---------|
| $\mathcal{E}_1$ | - 15,67       | 0,8645  | 0,2621 | 0,4189  |
| $\mathcal{E}_2$ | - 13,59       | -0,4448 | 0,0014 | 0,8656  |
| $\mathcal{E}_3$ | - 1,829       | -0,2342 | 0,9650 | -0,1170 |

Предполагая, что четыре электрона заселяют нижние уровни, получим решение:  $\mathcal{E}_1 = -13,29 \text{ эВ}$ ;  $\mathcal{E}_2 = -15,67 \text{ эВ}$ ;  $\psi_1(1) = 0,8645\psi_1^0(1) + 0,2621\psi_2^0(1) + 0,4189\psi_3^0(1)$   $\psi_2(1) = -0,4448\psi_1^0(1) + 0,0014\psi_2^0(1) + 0,8656\psi_3^0(1)$ .

Имея набор коэффициентов, мы определяем структурные индексы: заряды на атомах  $Q_i$  и заряды на связях  $Q_{ij}$

$$Q_N \approx 1,883 ; \quad Q_H \approx 0,135 ; \quad Q_o \approx 1,870$$

$$Q_{NH} \approx 0,098 ; \quad Q_{o..H} \approx 0,027 ; \quad Q_{N..N} = 0$$

Во втором случае атом водорода рассматривается в  $3d$  - состоянии. Подставляем следующие численные значения в систему уравнений Рутаана:  $Z_N^* = 3,9$   $Z_o^* = 4,55$

$$H_{NN} = -14,54 \text{ эВ} ; \quad H_{oo} = -13,62 ; \quad H_{HH} = -1,50 \text{ эВ}$$

$$S_{N-o} = 0,149 ; \quad S_{o..H} = 0,161 ; \quad H_{oH} = -2,09 \text{ эВ}$$

Новая система уравнений также решалась численно, и для нее также были получены значения уравнений энергии и коэффициентов разложения волновых функций.

Ниже приведена таблица уровней энергии и коэффициентов разло-



жения волновой функции:



| $\epsilon$           | $C_1$    | $C_2$    | $C_3$   |
|----------------------|----------|----------|---------|
| $\epsilon_1 - 15,27$ | 0,8095   | 0,1908   | 0,5520  |
| $\epsilon_2 - 0,004$ | - 0,1301 | 0,9806   | -0,1459 |
| $\epsilon_3 - 13,85$ | - 0,5782 | - 0,0452 | 0,8188  |

Затем коэффициенты были использованы для определения электронных параметров системы:

$$Q_N \approx 1,915 ; \quad Q_H \approx 0,080 ; \quad Q_O \approx 1,930$$

$$Q_{NH} \approx 0,070 \quad Q_{O..H} \approx 0,004 ; \quad Q_{N..O} \approx 0$$

Из результатов приведенных расчетов можно заключить, что атом водорода отдает свой электрон, на нем образуется положительный заряд, атом азота заряжается отрицательно, а кислород остается почти нейтральным, обнаруживая слабый положительный заряд. Между атомами  $N$  и  $O$  образуется электронное облако слабой плотности, которое можно интерпретировать как образование водородной связи в системе  $= N-H \dots O =$

Как в первой, так и во второй модели был вычислен  $\pi$  - электронный заряд между  $N$  и  $O$  водородной связью; при этом оказалось, что распределение электронной плотности различно: в модели с участием  $2p$  атома водорода электронная плотность на связи  $O \dots H \approx 0,03$ , а в модели  $3d$  соответственно  $\approx 0,004$ . Суммарный  $\pi$  - электронный заряд равен  $\approx 4$ .

На основании вышеизложенного можно заключить, что делокализация  $\pi$  - электронного заряда может создать электронный заряд между атомами, что приводит к образованию водородной связи, т.е. предположение о делокализации  $\pi$  - электронного заряда может объяснить механизм образования водородной связи.

В работах, посвященных изучению вопросов водородных связей, обычно предполагается, что водородный атом в них находится в своем  $1S$  - состоянии (Мак-Клеелан и Пиментал [13]; Корякин и Кривенцова [14] и др. [1 - 5]).

Но известно, что пары  $A-T$  и  $G-C$ , соединенные соответственно двумя и тремя водородными связями, образуют плоскую структуру с единой  $\pi$  - электронной системой.

Этот факт с одной стороны, а также эксперименты по изотопному обмену, из которых следует, что атомы водорода водородных связей в молекулах ДНК замещаются атомами водорода из окружающей воды с частотой  $\sim 10^3 \text{ с}^{-1}$ , позволяют предположить, что водородная связь между атомами  $N$  и  $O$  в  $-N-H...O$  может образоваться благодаря захвату водородных атомов в состоянии  $2p$ . Тогда может образоваться общая система  $\pi$  - электронов вдоль связи  $-N-H...O$ . При этом появляется делокализованный электронный заряд между центрами, а, следовательно, вся система стабилизируется, образуя водородную связь.

Вычисленные в данной работе  $\pi$  - электронные заряды на атомах  $N, H$  и  $O$  количественно согласуются с экспериментальными данными [14].

Поступила 30.XII.1977.

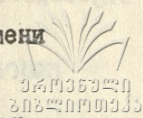
Предметная комиссия биофизики



- I. W.West, J. Chem. Phys, 7, 795 (1939)
2. Phys. Rev., 43, 883 (1933)
3. Изв. АН СССР, сер. физическая, II, 335 (1907).
4. Г.В. Цицишвили, ЖФХ, 15, 1082 (1941).
5. P.O.Lowdin, Rev. Mod. Phys, 35, 724, (1963)
6. И.Б. Голованов и др., "Элементарное введение в квантовую биохимию" (1972).
7. Ю.Кругляк, Р.Уитмен, "Интегралы квантовой химии" (1969).
8. С.С.Бацанов, Р.А.Звягина, "Интегралы перекрывания" (1970).
9. Дж.Слэтер, "Электронная структура молекул", "Мир" (1965).
10. M.K.Ali, W.Y.Meath, Journ. of quantum chemistry, vol. VIII, 119 (1974).
- II. G.F.Tantardim, Journ. of quantum chemistry, vol. VII, 893 (1973)
12. A.D.Bandrauc, Journ. of quantum chemistry, vol. VIII, 209 (1974)
13. R.Rein, J. Ladik, Journ. of chem. Phys, 40, 2466 (1964)
14. M.D.Denford, H.A.Levy, J. Am. chem. Soc. 84, 3965 (1962).
15. А.В.Карякин, Г.А.Кривенцова, Состояние воды в органических и неорганических соединениях, М., "Наука", 1973.







ТЕРМООБРАБОТКА ПОЛУИЗОЛИРУЮЩЕГО АРСЕНИДА ГАЛЛИЯ

Г.И.Кочорадзе, Л.Н.Балагуров, Б.Г.Гирич, М.М.Николаев\*

Полуизолирующий  $GaAs : Ge$ , как и всякий другой полупроводниковый материал, при использовании его в технологии изготовления полупроводниковых приборов претерпевает термические воздействия.

В литературе неоднократно отмечались изменения удельного сопротивления, времени жизни, интенсивности фотолюминесценции и многих других свойств при нагревании кристаллов  $GaAs$ . Однако многие данные противоречат друг другу. Так, например, в работе [1] указывалось, что  $GaAs$  теряет полуизолирующие свойства при нагревании до  $450^{\circ}C$ , а в [2] предельно допустимая температура нагрева для этого материала была найдена равной  $750^{\circ}C$ . Расхождение в результатах можно объяснить тем обстоятельством, что процессы термообработки проводились не в идентичных условиях.

Термостабильность материала в зависимости от условий процесса можно разделить на внутреннюю и внешнюю. Если атомная под-

\* Сотрудники Московского гос. НИ и проектного института редких металлов.

система полупроводникового кристалла меняется за счет процессов, в которых участвовали лишь частицы /атомы, ионы, дефекты/, составляющие исходный кристалл, без изменения их общего количества, то такую стабильность материала можно определить как внутреннюю. В то же время, как известно из термодинамики, энергию всей системы можно изменить еще и путем добавления /или изъятия/ частиц. Введение быстро диффундирующих примесей или испарение летучей компоненты / $As$  в данном случае/ - типичные примеры ситуации, когда стабильность определяется внешними причинами и условиями эксперимента.

В процессе жидкостной эпитаксии, при температурах порядка  $950-750^{\circ}C$ , с целью получения разных полупроводниковых структур в качестве подложек широко используется полуизолирующий  $GaAs$ . Необходимо, чтобы удельное сопротивление при таких температурах не менялось, однако сложный характер диаграммы состояния системы  $Ga-As-Cr$  [3] указывает на возможность происхождения фазовых превращений в  $GaAs:Cr$  с выделением фаз  $CrGa_4$ ,  $CrGa_3$  и т.д. или метастабильных комплексов.

В первой части нашей работы мы исследовали термообработку кристаллов в консервативной системе, т.е. в условиях, исключающих загрязнение образца извне и предотвращающих испарение  $As$  из материала.

Образцы с удельным сопротивлением  $\rho \sim 10^8$  ом.см и толщиной 1.5 мм вырезали из монокристаллов, выращенных по методу Чохральского с жидкостной герметизацией расплава. Исследуемые полуизолирующие монокристаллы были разделены на две группы. К первой группе образцов относились монокристаллы, в которых "донорный фон" обеспечивался контролируемой концентрацией примеси олова. Концентрации  $Cr$  и  $Sn$ , определяемые методом радиоактивных индикаторов на гамма-анализаторе *Didac* - 800, состав-



ляли  $\sim 10^{17}$  см<sup>-3</sup>. В образцах второй группы "донорный фон" составляющий  $1/5 \pm 15/ \cdot 10^{15}$  см<sup>-3</sup>, обеспечивался неконтролируемыми остаточными примесями, определяющими свойства нелегированного материала.

Термообработку проводили при температуре 900°C в течение 5 часов в кварцевых ампулах с последующей закалкой в холодной воде.

Наиболее вероятной загрязняющей примесью при термообработке *GaAs* является медь, обладающая большим коэффициентом диффузии и высокой растворимостью в *GaAs*. Поэтому наряду с *As*, препятствующим разложению образца, в ампулу добавляли *S*, присутствие которой исключает загрязнение *GaAs* медью [4]. Давление паров *As* и *S* при температуре отжига составляет 0.5 и 1.0 ат. соответственно. Процессы химической обработки кварца, образцов *GaAs* и исходных материалов проводили в соответствии с правилами полупроводниковой гигиены.

После термообработки измеряли температурную зависимость гальваномагнитных свойств кристаллов. На рис. I приведена типичная зависимость концентрации свободных электронов и удельного сопротивления от температуры образцов. Расчет  $n$  по результатам измерения коэффициента Холла проводили с учетом биполярной проводимости, особенно существенной в образцах второй группы [5]. Наклон прямой на рис. I не отличается от наклона на графике  $\lg n - f(\frac{1}{T})$  для кристаллов *GaAs* до термообработки [5]. Порядок величины удельного сопротивления полупроводящих монокристаллов после отжига сохранялся. Термообработка приводила лишь к некоторому увеличению эффективной подвижности

$R_5$  носителей заряда, особенно заметному в образцах II группы с малой степенью компенсации и большой биполярностью проводимости.

Увеличение величины  $R_5$  может быть обусловлено повышением степени компенсации глубокого уровня  $G_c$ . Причиной этого эффекта возможно является диссоциация комплексов  $Si-O$ , сопровождающаяся образованием мелких компенсирующих доноров  $Si$  [6]. Действительно, термообработка низкоомных кристаллов  $GaAs$ , содержащих  $N_{Sn} \approx N_{Ge}$ , привела к увеличению  $n$  приблизительно на  $1/4-5/10^{16} \text{ см}^{-3}$ .

Таким образом, полученные результаты показывают, что термообработка полуизолирующих монокристаллов  $GaAs:G_c$  при температуре  $900^\circ\text{C}$  практически не вызывает изменения величины удельного сопротивления. По-видимому, фазовые превращения при этой температуре в течение 5 часов не происходят. Однако этот вывод относится только к условиям термообработки, исключая загрязнение кристаллов и их разложение.

Нами были проведены также контрольные опыты по отжигам кристаллов  $GaAs:G_c$  в потоке водорода при тех же температурах без равновесного давления  $As$  и паров серы. Термическая обработка образцов приводила к сильному изменению поверхностных свойств материала. После термообработки на поверхности подложки образуется низкоомный слой дырочного типа проводимости толщиной до 30 мкм. Изменения такого рода можно объяснить двумя причинами. Во-первых, происходит процесс диффузии междуузельных атомов мышьяка к поверхности кристалла. Во-вторых, образцы были подвержены воздействию меди. Энергия активации



примеси, ответственной за  $\rho$  тип проводимости, соответствовала 0.15 эв, что совпадает с одним из уровней меди /0.15 эв и 0.65 эв/. Объемные свойства монокристаллов менялись незначительно. Удельное сопротивление падало на порядок в связи с увеличением степени компенсации.

Поступила 25. XII. 1977

Проблемная лаборатория  
физики полупроводников

#### ЛИТЕРАТУРА

1. T. B. Light, J. Electrochem. Soc., 115, 11, 328 (1968)
2. J. M. Woodal, Trans. Md. Soc. AIME, 239, 378 (1967)
3. М. Г. Мильвидский, О. В. Пелевин, Б. А. Сахаров, Физико-химические основы получения разлагающихся полупроводников соединений, Металлургия, М., 1974.
4. M. Toyama и Koma Jap. J. Appl. Phys, 8, 12, 1449 (1969)
5. Л. Н. Балагуров, Э. М. Омеляновский, Л. Я. Первова, ФТП, 8, 1916, 1974.
6. M. Weiner, D. Lassota, J. Electrochem. Soc., 118, 2, 303 (1971)



ბ. ე. კოჩორაძე, ლ. ბაღაგუროვი,  
ბ. გირიჩი, მ. ნიკოლაევი

ნახევრად იზოლირებული ტალღების ატმოსფეროს  
თერმული დამუშავება

რ ე ბ ი უ მ ე

ნაშრომში განხილულია ნახევრად იზოლირებული GaAs:Cr -ის  
ტერმული დამუშავება. თერმული დამუშავება წარმოებდა 900<sup>0</sup> ტემპ-  
პერატურაზე. კონსერვატიული სისტემაში კრისტალიზაციის თერმული დამუშავების  
პროცესში ფაზური ტრანსფორმაციები არ ხდებოდა. მასალის ნეკროლიზის ნა-  
კადში თერმული დამუშავების შემთხვევაში ბერლიუმის დამუშავების  
P-ტიპისა და დამუშავების, სპირიტის შემთხვევაში და კრისტალის ბე-  
რლიუმის დამუშავების კონტაქტის ატმოსფეროს დამუშავების გამო.

G.Kochoradze, L.Balagurov, B.Gyrich, M.Nikolaev

HEAT TREATMENT OF SEMIINSULATED GaAs  
Summary

Heat treatment of semiinsulated GaAs: Cr is discussed. Heat  
treatment was carried out at 900<sup>0</sup>C. During the heat treatment of crys-  
tals in a conservative system no phase transformation took place. In  
thermal annealing of the material in a hydrogen flow the surface layers  
became p-type due to conductivity Cu penetration, and diffusion of in-  
termediate As atoms toward the crystal surface.



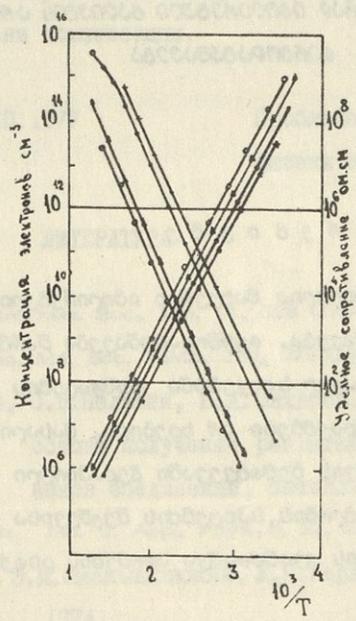


Рис. 1. Температурная зависимость концентрации носителей и удельного сопротивления после термообработки.

Параметры образцов до термообработки при 295°К

- -  $\rho = 9 \cdot 10^8 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ ,  $\Pi - 5.5 \cdot 10^6 \text{ см}^{-3}$
- ▲ -  $\rho = 5.8 \cdot 10^8 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ ,  $\Pi - 9.7 \cdot 10^6 \text{ см}^{-3}$
- -  $\rho = 3.9 \cdot 10^8 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ ,  $\Pi - 9.3 \cdot 10^6 \text{ см}^{-3}$
- + -  $\rho = 5.4 \cdot 10^7 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ ,  $\Pi - 3.9 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3}$

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени  
государственного университета

თბილისის შრომის ნიჭიერი ძროშის ორჯინოსანი სახეობის  
უნივერსიტეტის შრომები  
196, 1978

ДИФРАКЦИЯ НА КОНЕЧНЫХ РЕШЕТКАХ ИЗ ПРОВОДЯЩИХ ЦИЛИНДРОВ  
С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ СЛОЕМ

З.И. Сикмашвили

Рассмотрим задачу дифракции плоской электромагнитной волны на систему, составленную из конечного числа коаксиальных бесконечно длинных цилиндров, причем внутренний цилиндр с радиусом  $b$ , имеет бесконечную проводимость, а внешний с радиусом  $a$ , представляет собой идеальный диэлектрик (рис. 1).

Ниже рассматривается случай четного числа цилиндров. Задача для нечетного числа цилиндров решается аналогично.

Пусть исследуемая система со стороны  $X > 0$  облучается нормально падающей  $E$  - поляризованной плоской электромагнитной волной с  $Z$  составляющей электрического вектора

$$E_z = e^{-ikx}$$

( $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  - длина волны, временная зависимость берется в виде  $e^{-i\omega t}$ )

Рассеянная от решетки волна представляется в виде:

$$E_{z1} = \sum_{\nu=1}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m^{(\nu)} [H_m^{(2)}(kz_\nu) e^{-im\varphi_\nu} + H_m^{(1)}(kz_\nu) e^{im\varphi_\nu}], \quad (I)$$



где  $H_m^{(d)}(t)$  - функция Ханкеля,  $\tau_{z\nu} = \left\{ (x-h_{z\nu})^2 + \left[ y + \left( \nu - \frac{z}{2} \right) d \right]^2 \right\}^{1/2}$   
 $d$ -проекции расстояний между центрами соседних цилиндров на  
 оси  $Y$ ,  $h_{z\nu} = (N-\nu)d \operatorname{tg} \psi_{N,\nu}$ ,  $h_{z-\nu} = (N+\nu-1)d \operatorname{tg} \psi_{N-\nu}$   $2N$  - коли-  
 чество цилиндров,  $A_m^{(\nu)}$  - неизвестные коэффициенты, а смысл уг-  
 лов  $\psi_{N,\nu}$ ,  $\psi_{N-\nu}$ ,  $\psi_\nu$  и  $\psi_{-\nu}$  ясен из рис. I.

Поле внутри диэлектрического слоя записываем как

$$E_{z2} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left\{ C_m^{(\nu)} J_m(\kappa_\nu \tau_\nu) + D_m^{(\nu)} N_m(\kappa_\nu \tau_\nu) \right\} e^{-im\psi_\nu}, \quad (2)$$

где  $\kappa_\nu$  - волновое число внутри  $\nu$ -го диэлектрического ци-  
 линдра,  $b_\nu \leq \tau_\nu \leq a_\nu$ ,  $C_m^{(\nu)}$  и  $D_m^{(\nu)}$  - неизвестные коэффици-  
 енты, определяемые из граничного условия на поверхности прово-  
 дящего цилиндра.

$$E_{z2} = 0 / \tau_q = b_q \quad (3)$$

из которого следует, что

$$C_m^{(q)} = R_m^{(q)} N_m(\kappa_q b_q), \quad D_m^{(q)} = -R_m^{(q)} J_m(\kappa_q b_q), \quad (4)$$

$\{R_m^{(q)}\}$  - последовательность новых неизвестных коэффициентов.

Выражение для  $E_{z2}$  переписывается таким образом:

$$E_{z2} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_m^{(\nu)} \left[ J_m(\kappa_\nu \tau_\nu) N_m(\kappa_\nu b_\nu) - J_m(\kappa_\nu b_\nu) N_m(\kappa_\nu \tau_\nu) \right]. \quad (5)$$

Из условия непрерывности поля на поверхности диэлектричес-  
 кого цилиндра следует

$$\left. \begin{aligned} E_z + E_{z1} &= E_{z2} \\ H_z + H_{z1} &= H_{z2} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{при } \tau_q = a_q \\ &q = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (6)$$

Записывая (6) в развернутом виде, получаем бесконечную систему функциональных уравнений, которую с помощью теоремы сложения для цилиндрических функций [1] можно свести к бесконечной системе алгебраических уравнений второго рода.

$$X_n^{(q)} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{\nu=1}^N X_m^{(\nu)} Z_{mn} = Q_n^{(q)}, \quad (7)$$

$$q = 1, 2, \dots, N$$

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

где

$$Z_{mn} = -J_m(\alpha_q) Q_n^{(q)} \begin{cases} H_{m+n}^{(1)}[(2\nu-1)\kappa d] & q = \nu \\ H_{n-m}^{(1)}(L_{q,\nu}) e^{i(n-m)\psi_{q,\nu}} + H_{m+n}^{(1)}(L_{q,-\nu}) e^{i(m+n)\psi_{q,-\nu}} & q > \nu \\ H_{m-n}^{(1)}(L_{\nu,q}) e^{i(n-m)\psi_{\nu,q}} + H_{m+n}^{(1)}(L_{-\nu,q}) e^{-i(m+n)\psi_{\nu,q}} & q < \nu \end{cases}$$

$$Q_n^{(q)} = -\frac{1}{H_n^{(1)}(\alpha_q) + F_n(\alpha_q, \tilde{\alpha}_q, \beta_q)},$$

$$F_n(\alpha_q, \tilde{\alpha}_q, \beta_q) = -\frac{2i}{\pi \alpha_q} \frac{\Phi_n(\tilde{\alpha}_q, \beta_q)}{J_n(\alpha_q) \Phi_n'(\tilde{\alpha}_q, \beta_q) \frac{W}{W_0} - J_n'(\alpha_q) \Phi_n(\tilde{\alpha}_q, \beta_q)},$$

$$\Phi_n(\tilde{\alpha}_q, \beta_q) = J_n(\tilde{\alpha}_q) N_n(\beta_q) - J_n(\beta_q) N_n(\tilde{\alpha}_q),$$

$$X_n^{(q)} = i^n \frac{A_n^{(q)}}{J_n(\alpha_q)},$$



$\alpha_q = \kappa a_q$ ,  $\hat{\alpha}_q = \kappa_q a_q$ ,  $\beta_q = \kappa_q b_q$ , а  $W$  и  $W_q$  волновые сопротивления, ( ' ) - означает дифференцирование по  $a_q$

Матричные элементы и свободные члены системы (7) удовлетворяют следующим соотношениям [2] :

$$\sum_{n,m} |Z_{m,n}|^2 < \infty, \quad \sum_n |Q_n^{(q)}|^2 < \infty,$$

что позволяет решать ее методом редукции.

Порядок усечения (M) системы (7) при применении ЭВМ находится из соотношения  $M \geq 2\alpha_q^{(max)}$ , где  $\alpha_q^{(max)}$  - максимальный электрический радиус цилиндра.

Вычисляя коэффициенты  $X_n^{(q)}$ , можно определить последовательность  $\{R_n^{(q)}\}$  с помощью формулы

$$R_n^{(q)} = \frac{i^{-n} J_n(\alpha_q) F'_n(\alpha_q, \hat{\alpha}_q, \beta_q) X_n^{(q)}}{\Phi_n(\hat{\alpha}_q, \beta_q)}. \quad (8)$$

Одним из важнейших параметров, характеризующих переизлучательные свойства исследуемой дифрагирующей системы, является диаграмма направленности, которую легко получить из формулы (1) при записи последней в дальней зоне, т.е. при  $\tau \rightarrow \infty$ .

$$H(\varphi) = e^{-i\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{8}{\pi\kappa}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^{-m} \sum_{\nu=1}^N H_m^{(\nu)} e^{-i\kappa b_\nu \cos\varphi} \cos\left[\kappa\left(\nu - \frac{1}{2}\right) d \sin\varphi\right] + m\varphi]. \quad (9)$$

На рис. 2,3,4,5,6,7,8 представлены рассчитанные по формуле (9) нормированные диаграммы направленности рассеивающего объекта, составленного из различного количества цилиндров ( $N = 2,3,4,5$ ) в зависимости от радиуса внешнего цилиндра. Расчеты

были проведены для случая  $\epsilon_z^{(\nu)} = 5$ ,  $D = 1.5$ ,  $\beta_\nu = 1$  ( $D = d/\lambda$ ).

Представленная численная информация дает возможность установить некоторые дифракционные свойства системы цилиндров, в частности с ростом электрического радиуса внешнего цилиндра от 1.5 до  $\pi$  замечается нарастание интенсивности излучения в направлении  $\varphi = 180^\circ$  с одновременной концентрацией ее в указанном направлении. Было установлено, что подобная картина изменения интенсивности переизлученного поля повторяется и в интервале  $\pi < \alpha_\nu < 2\pi$ .

Следует заметить также, что изменение формы отдельных лепестков диаграмм направленности с изменением электрического радиуса внешнего цилиндра объясняется, по-видимому, сложным характером взаимодействия мультипольного излучения каждого цилиндра.

Поступила 25.XII.1977

Кафедра радиофизики

#### ЛИТЕРАТУРА

1. И.С.Градштейн, И.М.Рыжик, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Физматгиз, 1963.
2. Е.А.Иванов, Дифракция электромагнитных волн на двух телах. Минск, "Наука и техника", 1968.





### 8. სივრცეში

ენერჯია ენერჯია ენერჯია ენერჯია ენერჯია  
ენერჯია ენერჯია ენერჯია ენერჯია ენერჯია

### რ ე ბ ი უ მ ე

განვიხილოთ ბრტყელი  $E$ -პოლარიზებული ელექტრომაგნიტური  
ტალღის დიფრაქციის ამოცანა დიფრაქციის კვლევის გარეშე დადგინდეს უსას-  
რულო გამტარებლობის მიხედვით ენერჯია ენერჯია ენერჯია ენერჯია  
სურვილი.

მიღებულია უსასრულო ადგილობრივი განტოლებათა სისტემა, რომელიც  
რეგულაციის მიხედვით იხსნება 2-3-4-5.

გამოვლილია მიმართულებების დიფრაქციის 2,3,4 და 5 ენერჯია-  
საბუთი.

Z. Sikmashvili

### DIFFRACTION ON A FINITE GRATING CONSTRUCTED FROM CONDUCTOR CYLINDERS WITH DIELECTRIC CASING

#### Summary

The problem of diffraction of an E-polarized electromagnetic  
wave on a finite grating constructed from cylinders covered with  
dielectric casing and having infinite conductivity is studied.

A system of infinite algebraic equations that can be solved on  
the electronic computer by the method of reduction is obtained.

Directional diagrams are calculated for 2,3,4 and 5 cylinders.

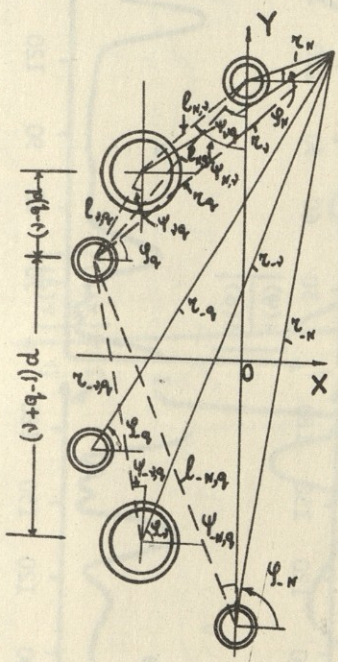


Рис.1. Дифрагирующая система (M-точка наблюдения)



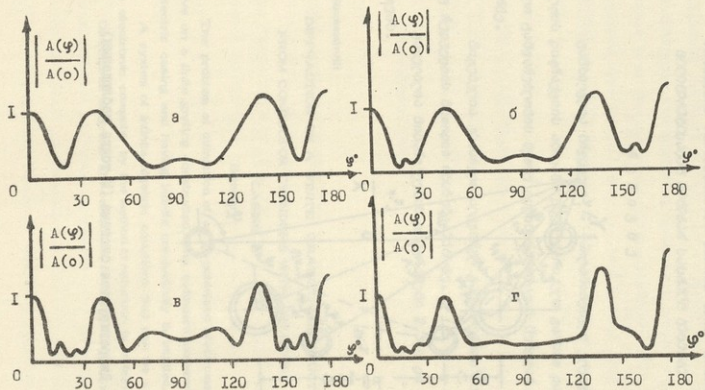
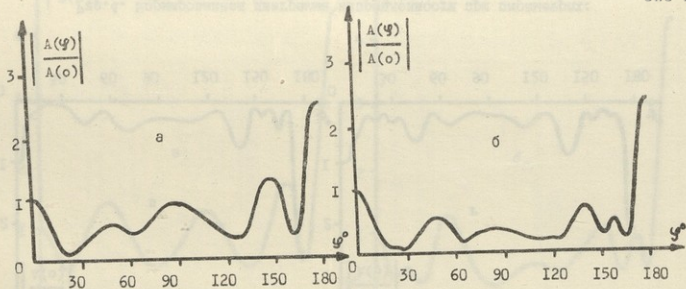


Рис.2. Нормированная диаграмма направленности при параметрах:

$$\beta_y = 1; \alpha_y = 1.5; \epsilon_{\pi}^{(y)} = 5; \psi_y = 0.$$

а - 2 цилиндра, б - 3 цилиндра, в - 4 цилиндра,

г - 4 цилиндра.



Րիս. 3. Нормированная диаграмма направленности при параметрах:

$$\beta_y = 1; \alpha_y = 2; \varepsilon_{\kappa}^{(y)} = 5; \psi_y = 0.$$

$a$  - 2 цилиндра,  $b$  - 3 цилиндра.



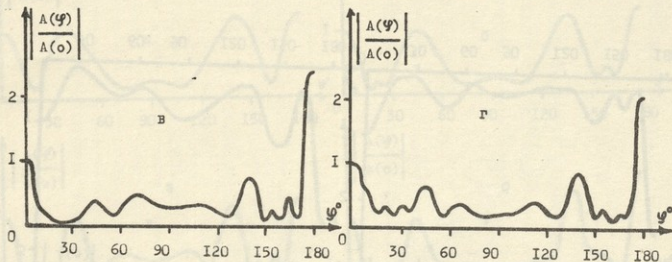


Рис. 4. Нормированная диаграмма направленности при параметрах:

$$\beta_y = 1; \quad \alpha_y = 2; \quad \varepsilon_{\kappa}^{(y)} = 5; \quad \psi_y = 0.$$

$\delta$  - 4 цилиндра,  $z$  - 5 цилиндров.

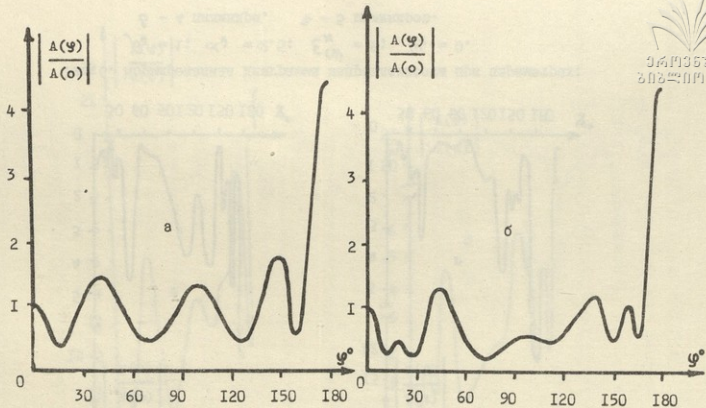


Рис.5. Нормированная диаграмма направленности при параметрах:

$$\beta_y = 1; \quad \alpha_y = 2.5; \quad \varepsilon_{\lambda}^{(y)} = 5; \quad \psi_y = 0.$$

$\alpha$  - 2 цилиндра,       $\delta$  - 3 цилиндра.



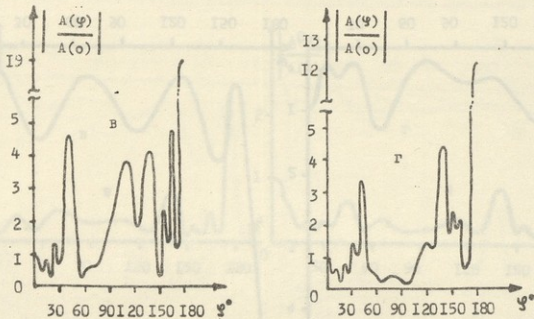


Рис. 6. Нормированная диаграмма направленности при параметрах:

$$\beta_y = 1; \quad \alpha_y = 2.5; \quad \varepsilon_{\text{н}}^{(y)} = 5; \quad \gamma_y = 0.$$

$\delta$  - 4 цилиндра,  $\nu$  - 5 цилиндров.





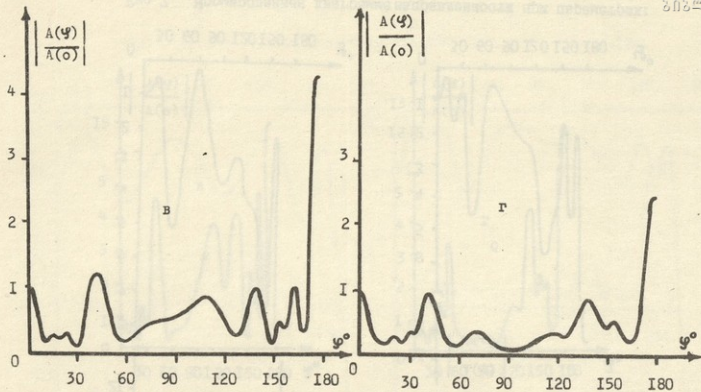


Рис.8. Нормированная диаграмма направленности при параметрах:

$$\beta_v = 1; \quad \alpha_v = \pi; \quad \epsilon_x^{(v)} = 5; \quad \psi_v = 0.$$

*b* - 4 цилиндра,    *r* - 5 цилиндров.





ბ.ჯორჯიანი, რ.ბარბაქაძე, ბ.გორიძე, მ.ნიკოლაძე, ნახევრად  
 ნობელირებული კალიუმის არსენიდის თერმობამუშა-  
 ვება. . . . . 109

ბ.სიგმაძვირი, რიჭკაძე რიჭკაძე კალიუმის მკვლე გამო-  
 ტარის ცილინდრული სარკისა და შებენი სასრულთ მესურ-  
 ბა. . . . . 116

СО Д Е Р Ж А Н И Е

И.Ф.Гришавили, Д.Д.Джалагания, Н.И.Костанашвили, Г.И.  
 Лебедевич, К вопросу о рождении медленных пионов на  
 ядрах . . . . . 5

Н.И.Амиранашвили, В.А.Джаши, В.Л.Чихладзе, З.Д.Шавгу-  
 лидзе, О возможности наблюдения монохроматических по-  
 зитронов в  $^{57}\text{Ni}$ . . . . . 14

Л.Н.Абесалашвили, Ю.В.Тевзадзе, М.С.Чаргейшвили, Анализ  
 инклюзивных и полуинклюзивных распределений  $\mathcal{P}^{\pm}$  - ме-  
 зонов по быстротам в  $\mathcal{P}^{-}\mathcal{N}$  - взаимодействиях при 5  
 и 40 Гэв/с . . . . . 25

И.Н.Бекаури, З.Д.Гецадзе, Т.П.Давиташвили, З.В.Хведе-  
 лидзе, Исследование решения уравнения бароклинной ат-  
 мосферы с учетом влияния гор и  $\beta$  эффекта . . . . . 38

М.В.Маргвелашвили, А.А.Хелашвили, Радиальное квазипо-  
 тенциальное уравнение для двух спинорных частиц . . . . . 47

Т.С.Мачарадзе, Т.Я.Михелашвили, Исследование кластерной  
 структуры ядра  $^{12}\text{C}$  в базе трансляционно-инвариантной  
 осцилляторной модели оболочек . . . . . 61

В.Р.Гарсеванишвили, З.Р.Ментешавили, Д.Г.Мирианшвили,  
 М.С.Ниорадзе, Некоторые процессы с участием релятивистских  
 ядер в формализме "светового фронта" для составных систем . . . . . 86

Н.С.Вашакмадзе-Васильева, Теоретический расчет моделей  
 водородной связи . . . . . 95

Г.И.Кочорадзе, Л.Н.Балагуров, Б.Г.Гирич, М.М.Николаев,  
 Термообработка полужолирующего арсенида галлия . . . . . 104

З.И.Сикмашвили, Дифракция на конечных решетках из про-  
 водящих цилиндров с диэлектрическим слоем . . . . . III

C O N T E N T S

I.Grishashvili, D.Jalagania, N.Kostanashvili, G.Lebedevich,  
 On the mechanism of production of slow pions on  
 nuclei . . . . . 12

N.Amiranashvili, W.Jashi, W.Chikhladze, Z.Shavgulidze,  
 On the observability of monoenergetic positrons in  
 the decay of  $^{57}\text{Ni}$  . . . . . 21

L.Abesalashvili, Yu.Tevsadze, M.Chargeishvili,  
 An analysis of semi-inclusive and inclusive distri-  
 butions of  $\pi^{\pm}$ -mesons in  $\pi^-$ -N interactions at  
 5 and 40  $\text{Gev}/c$  . . . . . 32

I.Bekauri, Z.Getsadze, T.Davitashvili, Z.Khvedelidze,  
 Study of the solution of the baroclinic atmosphere  
 equation with account of the mountain influence and  
 the  $\beta$  effect . . . . . 44

M.Margvelashvili, A.Khelashvili,  
 Radial quasipotential equation for two spinor par-  
 ticles . . . . . 60

T.Macharadze, T.Mikhelashvili,  
 Investigation of nucleic cluster structure of  $^{12}\text{C}$  in  
 the base of translational-invariant model shell . . . 74



V.Garsevanishvili, Z.Menteshashvili, D.Mirianashvili, M.Nioradze,  
 Some processes involving relativistic nuclei in the  
 "light front" formalism for composite systems 193-194  
 N.Vashakmadze-Vasilyeva,  
 Theoretical calculation of two models of hydrogen  
 bonds . . . . . 103  
 G.Kochoradze, L.Balagurov, B.Gyrich, M.Nikolaev  
 Heat treatment of semi insulated GaAs . . . . . 109  
 Z.Sikmashvili, Diffraction on a finite grating constructed from con-  
 ductor cylinders with dielectric casing . . . . . 116

გამომცემლობის რედაქტორი რ. ა. ბ. უ. ა. შ. ვ. ი. ი. ი.

გადაცვა წარმოებას 30/V-78

ხელმოწერილია დასაბეჭდად 29/V-78

ქაღალდის ფორმატი 60 X 84

წაბეჭდილია 8

სააღრიცხვო-საგამომცემლო თაბახი 6,08

ფასი 61 კპპ,

შეკვეთა 1896

უკ 06663

ფირმა 300

თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა, თბილისი, 380028,  
 ი.ჭავჭავაძის პრესბუქვითი, 14

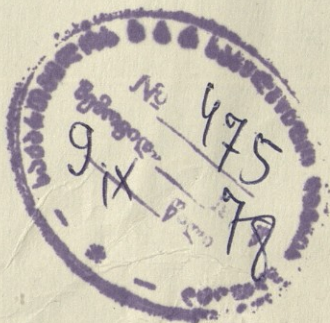
Издательство Тбилисского университета, Тбилиси, 380028,  
 пр. И. Чавчавадзе, 14  
 საქ. სსრ მეცნიერებათა აკადემიის სტამბა, თბილისი, 380060,  
 კუტუზოვის ქ. 19.

Типография АН ГССР, Тбилиси, 380060, ул. Кутузова 19



საქართველოს ეროვნული ბიბლიოთეკა

საქართველოს არქივი





86-78

78-475

საქართველოს  
საგარეო ურთიერთობების  
მინისტრო

ფასი 61 კპ.

