

პროფ. ა. ი. ასტვაცატუროვი
ტექნიკის მეცნიერებათა დოქტორი

სამშენებლო მექანიკა

ნაწილი I

სტატიკურად ჩამყვანი სისტემები

თბილისი და შრომა
19 თბილისი 54

წინასიტყვაობა

საბჭოთა კავშირის კომუნისტური პარტიის XIX ყრილობის დირექტივები საბჭოთა კავშირის განვითარების მეხუთე ხუთწლიანი გეგმის შესახებ, რომელიც ითვალისწინებს სახალხო მეურნეობის ყველა დარგის შემდგომ მძლავრ აღმავლობას, უმნიშვნელოვანეს ამოცანას სახავეს ჩვენი ქვეყნის მთელი ტექნიკური ინტელექციის წინაშე. ხუთწლიანი გეგმა ითვალისწინებს აშენდეს უამრავი ახალი საწარმო, გზები, ხიდები, ელექტროსადგურები, შესრულდეს დიდი მოცულობის სარეკონსტრუქციო სამუშაოები.

ამ ამოცანის შესრულება მოითხოვს საინჟინერო ტექნიკის მაღალ დონეს, კერძოდ, სამშენებლო მექანიკის განვითარებას.

ტექნიკის სწრაფი განვითარება და მისი მზარდი მოთხოვნილებანი სამშენებლო მექანიკის წინაშე აყენებს ახალ და სერიოზულ ამოცანებს, რომელთა გადასაწყვეტად საჭიროა მაღალი თეორიული მომზადება.

სამშენებლო მექანიკა საინჟინერო განათლების საფუძველია და მისი ძირითადი მეთოდების ცოდნა ინჟინრისათვის აუცილებელია.

სამშენებლო მექანიკამ უნდა მოგვეცეს ნაშენთა გაანგარიშებისა და დაპროექტების საუკეთესო, მარტივი და ამასთან საქმოდ ზუსტი მეთოდები.

წინამდებარე წიგნი წარმოადგენს სამშენებლო მექანიკის კურსის პირველ ნაწილს და შეიცავს სტატიკურად რკვევადი სისტემების ანგარიშს.

წიგნის შინაარსი და მისი მეთოდური განლაგება შეესაბამება უმაღლესი ტექნიკური სასწავლებლებისათვის არსებულ სამშენებლო მექანიკის პროგრამას.

ჩვენ შევეცადეთ გავყოლოდით ამ პროგრამას და წიგნი არ გადაგვეტვირთა პროგრამის გარეშე მასალით.

წიგნის ცალკეულ თავებში მოცემულია, როგორც ანგარიშის თეორიული მეთოდები, ისე სათანადო პრაქტიკული ამოცანები და სავარჯიშო მაგალითები, რაც ექვს გარეშეა, გაადვილებს კურსის თეორიული ნაწილის შესწავლას, დაეხმარება სტუდენტებს სავალდებულო პრაქტიკული ამოცანების გადაწყვეტასა და საკურსო პროექტების დამუშავებაში.

ამ სახელმძღვანელოს შედგენის დროს ვისარგებლეთ ჩვენი მოკლე კურსით, რომელიც გამოცა ვ. ი. ლენინის სახელობის თბილისის სატრანსპორტო საინჟინერო ინსტიტუტმა 1939 წელს და აგრეთვე სამშენებლო მექანიკის არსებული სახელმძღვანელოებით შევეცადეთ კურსის მასალა მოგვეცა შეკუმშული სახით, მაგრამ ზოგიერთ ძირითად და ძნელად ასათვისებელ საკითხებს (გავლენის ხაზები, სივრცული ფერმები) დათმობილი აქვს შედარებით მეტი ადგილი.

დიდ მადლობას ვუცხადებ რეცენზენტებს—ტექნიკის მეცნიერების კანდი-
დატებს დოც. ვ. ვართაპეტოვს, დოც. ა. კაკუშაძეს და დოც. ლ. ტყემალაძეს
საყურადღებო შენიშვნებისათვის.

უღრმეს მადლობას ვუძღვნი ტექნიკის მეცნიერების დოქტორს პროფ.
ო. ონიაშვილს, რომელიც დამეხმარა საქმიან შენიშვნებით და იკისრა წიგნის
რედაქტორობა.

მადლობას ვუცხადებ აგრეთვე ინჟ. თომაძეს, რომელმაც დიდი დახმა-
რება გამიწოა ნახაზების შესრულებაში.

ვიმედოვნებ, რომ წინამდებარე სახელმძღვანელო დაეხმარება სტუდენ-
ტებს სამშენებლო მექანიკის შესწავლაში.

მკითხველის საქმიან შენიშვნებს და სურვილებს ავტორი დიდი სიამოე-
ნებით მიიღებს და გამოიყენებს კურსის შემდგომი გამოცემისათვის.

პროფ. რ. ახტვაცატუროვი

§ 1. სამშენებლო მექანიკის საგანი და ამოცანები

საინჟინრო ნაშენის ფორმა და ზომები განისაზღვრება სტატიკური გაანგარიშებით.

ნაშენის ძირითად დანიშნულებას შეადგენს მიილოს და შემდეგ კი გადასცეს მიწას მასზე მოქმედი შესაძლო გარე ძალები. გარე ძალების მიღების უნარი ნაშენმა უნდა შეინარჩუნოს გარკვეული ხანგრძლივი დროის განმავლობაში.

ამ ამოცანის შესასრულებლად საჭიროა ნაშენის ყველა ელემენტმა დაამაყოფილოს სიმტკიცის, მდგრადობის და სიხისტის პირობები.

გარე ძალების მოქმედების შედეგად ნაშენის ცალკეულ ელემენტში წარმოიშევა შინაგანი ძალები, რომელთა ცოდნაც აუცილებელია, ნაშენის ელემენტების და მთელი ნაშენის მდგრადობის, სიმტკიცის და სიხისტის შესასწავლად.

სამშენებლო მექანიკის, როგორც მეცნიერების საგანს შეადგენს ერთი მხრივ, ნაშენთა ცალკეულ ნაწილში განვითარებულ ძალვათა განსაზღვრის ხერხების, მეორეს მხრივ კი ნაშენის სიმტკიცის, მდგრადობის და სიხისტის ანგარიშის მეთოდების შესწავლა.

სიმტკიცეზე და მდგრადობაზე ანგარიშის მიზანია, რომ ნაშენი არ დაირღვეს მასზე მოქმედი გარე ძალების გავლენით, ე. ი. ნაშენის ზომები ისე უნდა შეირჩეს, რომ უზრუნველყოს საკმარისი უშიშროება, ძალთა მოქმედების ყველა შესაძლო განაწილების დროს. ეს ამოცანა დაიყვანება ექსპლოატაციისათვის მაქსიმალურ უხიფათო ძალის დადგენამდე. სიხისტეზე ანგარიშის მიზანია არ წარმოიშევათ ექსპლოატაციისათვის დაუშვებელი დიდი დრეკადი დეფორმაციები.

სამშენებლო მექანიკის ამოცანას არა მარტო ანგარიშის წესების მოცემა შეადგენს, არამედ ნაშენთა ახალი ეფექტური სქემების გამოკვლევაც, ე. ი. ისეთი ნაშენების შექმნა, რომლებიც ნაკლები მასალის დახარჯვას მოითხოვენ.

ანგარიში საჭიროა, როგორც ახალი საინჟინრო ნაშენის დასაპროექტებლად, ისე ძველი ნაშენის შესამოწმებლად, ამას მიმართავენ მაშინ, როდესაც იცვლება ანგარიშით გათვალისწინებული დატვირთვები. სამშენებლო მექანიკა ამ საგნის ფართო გაგებით, შეისწავლის აგრეთვე მანქანებსაც.

ზემოთ აღნიშნულის საფუძველზე ჩვენ შეგვიძლია ცხადად წარმოვიდგინოთ, თუ რა დიდი მნიშვნელობა აქვს სამშენებლო მექანიკას ინჟინერ-მშენებ-

ლების, გზათა მიმოსვლის ინჟინრების და ინჟინერ-კონსტრუქტორებისათვის. არანაკლებადაა საჭირო სამშენებლო მექანიკის ცოდნა ნაშენთა ექსპლუატაციასზე მომუშავე ინჟინრებისათვისაც—ნაშენს რომ კარგად მოუვაროთ, საჭიროა გვესმოდეს მისი მუშაობა.

სამშენებლო მექანიკა წარმოადგენს საინჟინრო-სამშენებლო განათლების ცენტრს და მას ისეთივე როლი ენიჭება ინჟინრისათვის, როგორც, ვთქვათ, მათემატიკურ ანალიზს მათემატიკოსისათვის.

სამშენებლო მექანიკა შეისწავლის სხვადასხვა მასალისაგან გაკეთებულ რეალურ ნაშენებს. ამიტომ, ნაშენის შესწავლა ხდება არა მარტო მათემატიკური ანალიზის საფუძველზე, არამედ ექსპერიმენტულადაც, მასალის ან თვით ნაშენის შესწავლის საფუძველზე. ექსპერიმენტული ანგარიშის ტექნიკამ დღეს ისეთ მაღალ საფეხურს მიაღწია, რომ ექსპერიმენტული მეთოდი სამშენებლო მექანიკის განვითარების მნიშვნელოვან საშუალებას წარმოადგენს.

არსებული ნაშენების მაგალითები და მოდელების ექსპერიმენტული გამოკვლევა იძლევა დიდ მასალას ნაშენის სიმტკიცის და მდგრადობის პირობების შესასწავლად.

სამშენებლო მექანიკა გამოყენებითი მეცნიერებაა და ამიტომ ის ცდილობს მოგვეცეს ანგარიშის და დაპროექტების საუკეთესო და მარტივი მეთოდები. იგი მკიდრო კავშირშია პრაქტიკასთან, ბრმად არ ემორჩილება თეორიულ მონაცემებს და ხშირად ნაშენის შექმნის პროცესში შეაქვს კორექტივები პრაქტიკის მოთხოვნების საფუძველზე. მისი განვითარება მკიდრო კავშირშია ტექნიკის განვითარებასთან—ტექნიკის მზარდი მოთხოვნილებები ავითარებენ სამშენებლო მექანიკას და პირიქით, სამშენებლო მექანიკა აჩქარებს ახალი კონსტრუქციების შექმნა-განვითარებას.

სამშენებლო მექანიკა, ამ სიტყვის ფართო გაგებით, წარმოადგენს ყველა იმ დისციპლინების კომპლექსს, რომლებიც არკვევენ ნაშენებში განვითარებულ ძაბვებს და დეფორმაციებს. ეს საგნებია: მასალათა გამძლეობა, დრეკადობის თეორია და სამშენებლო მექანიკა ამ სიტყვის ვიწრო მნიშვნელობით, ე. ი. ღეროვანი სისტემების სამშენებლო მექანიკა.

მასალათა გამძლეობა შეისწავლის ცალკეულ ძელებს და ანგარიშის საფუძველზე ადგენს მაქსიმალურ უხიფათო დატვირთვას.

სამშენებლო მექანიკა კი, ვიწრო გაგებით, შეისწავლის მთლიანად ნაშენს.

დრეკადობის თეორია ემსახურება იმავე საკითხების შესწავლას, რასაც აღნიშნული დისციპლინები, მხოლოდ იმ განსხვავებით, რომ მისი კვლევის მეთოდები უფრო ზუსტია და ამიტომ უფრო რთულ მათემატიკურ აპარატს მიმართავს.

საერთოდ კი უნდა ითქვას, რომ აღნიშნულ დისციპლინებს შორის მკვეთრი საზღვრების დადგენა ძნელია და ესა თუ ის საკითხი შეიძლება მიეკუთვნოს, როგორც ერთს, ისე მეორეს. ეს საზღვრები მით უფრო წაიშლება, რაც უფრო მეტად განვითარდება მასალათა გამძლეობა, დრეკადობის თეორია და სამშენებლო მექანიკა.

სოციალისტური მშენებლობის სწრაფი ზრდა და სამშენებლო ტექნიკის მწვერვალების დაპყრობა ჩვენი უმაღლესი ტექნიკური სკოლებისაგან მოითხოვს თეორიულად კარგად მომზადებული სპეციალისტების გამოშვებას, ამიტომ წინამდებარე კურსში გარჩეული საკითხების ათვისება, ყველა სამშენებლო სპეციალობის სტუდენტისათვის აუცილებელ მინიმუმს წარმოადგენს.

§ 2. მოკლე ცნობები სამშენებლო მეთოდების განვითარების ისტორიიდან და მისი თანამედროვე მნიშვნელობა

სამშენებლო მეთოდების განვითარების ისტორია მჭიდროდა დაკავშირებული თეორიული მეთოდების, მასალათა გამძლეობის და დრეკადობის, თეორიის განვითარების ისტორიასთან, ამიტომ მისი განვითარების ისტორიის განხილვა აღნიშნული საგნებისაგან იზოლირებულად შეუძლებელია.

კაცობრიობა უხსოვარი დროიდან ცდილობდა შეეცნო მატერიის აგებულებას, შემდეგ კი მასალის და ნაშენის მუშაობას. მატერიის აგებულების შეცნობას ეხებოდნენ ანტიკური საბერძნეთის ფილოსოფოსები. ნაშენის ანგარიშის წესების შექმნას ცდილობდნენ ძველი საბერძნეთის მშენებლები და მეთოდები, მათვე ეკუთვნით პირველი შრომები მეთოდებისაში. ამ შრომებს არ ჰქონდათ პრაქტიკული მნიშვნელობა. უძველესი ნაშენები ხასიათდება დიდად კარბი ზომებით და შრომატევადობით, რაც მონური შრომის და ჩამორჩენილი ტექნიკის შედეგია.

შემდგომ, ხანგრძლივი დროის განმავლობაში, ნაშენის შესწავლა ხდებოდა მხოლოდ პრაქტიკული გამოცდილების საფუძველზე; წარმოების საშუალებების, საწარმოო ძალებისა და საწარმოო ძალთა ურთიერთობის დაბალი დონე აფერხებდა ტექნიკის განვითარებას.

სამშენებლო მეთოდების, როგორც მეცნიერების ჩასახვა, შეიძლება მივაკუთვნოთ საშუალო საუკუნეებს, როდესაც განვითარდა კაპიტალისტური მეურნეობა.

გალილეიმ (1564—1642), პირველმა შექმნა მასალის გამოსაცდელი მანქანები და პირველმა დაიწყო მყარ ტანში განვითარებული დრეკადი მოვლენების შესწავლა. გალილეიმ განიხილა კედელში ერთი ბოლოთი ჩამაგრებული ძელი დატვირთული თანაბრად განაწილებული ტვირთით. მისმა გამოკვლევამ არ მოგვცა სასურველი შედეგი, რადგანაც მაშინ ჯერ კიდევ არ იყო ცნობილი დამოკიდებულება ძალასა და დეფორმაციას შორის. მიუხედავად ამისა გალილეის იდეებმა მალე მიიღეს გავრცელება. 1678 წ. რობერტ ჰუკმა (1635—1702) გამოაქვეყნა თავისი ცნობილი კანონი ძაბვებსა და დეფორმაციებს შორის პროპორციული დამოკიდებულების შესახებ. იგივე კანონი, ჰუკისაგან დამოუკიდებლად, 1680 წ. მოცემული იყო მარიოტის (1620—1684 წ. წ.) მიერ. ეს კანონი გახდა სამშენებლო მეთოდების საფუძველი და მან დიდად შეუწყო ხელი მის შემდგომ განვითარებას.

სამშენებლო მეთოდების განვითარებაში მნიშვნელოვანი როლი ითამაშა პეტერბურგის აკადემიამ, სადაც მუშაობდნენ, გამოჩენილი მეცნიერის ლომოზინოსის გარდა (1711—1765), ეილერი (1707—1783) და დანიელ ბერ-

ნული (1700—1782). ლომონოსოვის უდიდეს დამსახურებას წარმოადგენს ის, რომ მან პირველმა მოგვცა მატერიის შენახვის საყოველთაო კანონი.

ამავე პერიოდს ეკუთვნის გამოჩენილი რუსი მეცნიერის და გამომგონებლის ივან კულიბინის (1733—1818) მოღვაწეობა. მან შეადგინა 300-მეტრიანი ერთმალაიანი თაღოვანი ხის ხიდის პროექტი მდ. ნევის გადასახურავად. პროექტის რეალობაში დარწმუნების მიზნით მან ააშენა 30-მეტრიანი მოდელი, რომელიც 1776 წ. გამოცდილი იქნა დატვირთვებზე ეილერის და სხვა აკადემიკოსების თანდასწრებით. სამშენებლო მექანიკის განვითარება მნიშვნელოვნადაა დაკავშირებული ნავიეს (1785—1836) სახელთან, რომელმაც 1821 წ. გამოაქვეყნა შემუშარები დრეკადობის თეორიის საერთო განტოლებების შესახებ.

ნაშენთა ანგარიშის პრაქტიკული მეთოდების შექმნას ხელი შეუწყო მანქანათმშენებლობის და რკინიგზების მშენებლობის განვითარებამ; ამიტომ XIX საუკუნე, განსაკუთრებით კი მისი მეორე ნახევარი, ითვლება საინჟინრო ნაშენთა ანგარიშების შექმნის პერიოდად.

სამშენებლო მექანიკის პრაქტიკული მეთოდების განვითარება ორი გზით მიმდინარეობდა—გრაფიკული და ანალიზური; პირველი წინ უსწრებდა მეორეს. თანამედროვე სამშენებლო მექანიკის ძირითად მეთოდს ანალიზური მეთოდი წარმოადგენს, რაც მათემატიკის სწრაფი განვითარებით უნდა აიხსნას.

დეფორმაციის განსაზღვრის ენერგეტიკული და საერთო უნივერსალური მეთოდის, გადაადგილების ურთიერთობის და მუშაობის ურთიერთობის პრინციპების მიღებამ მნიშვნელოვანი ბიძგი მისცა სამშენებლო მექანიკის განვითარებას.

დიდია რუსი და საბჭოთა მეცნიერების ღვაწლი სამშენებლო მექანიკის განვითარებაში; მათ მნიშვნელოვანი განძი შეიტანეს სამშენებლო მექანიკის საგანძურში. ამას ხელი შეუწყო ოსტოგრადსკის (1801—1861) მათემატიკურმა სკოლამ. გამოჩენილ რუს ინჟინერს ეურავსკის (1821—1891) ეკუთვნის ჰაუს ფერმების გაანგარიშების ზუსტი მეთოდის დადგენა; პირველად ეურავსკიმ აღმოაჩინა კოპების ღუნვის დროს გრძივი მხები ძაბვების არსებობა. დიდი მნიშვნელობა აქვს პროფ. ფ. ს. იასინსკის (1856—1899) და პროფ. ი. ა. ვიშნეგრადსკის შრომებს მდგრადობის თეორიის შესახებ.

სამშენებლო მექანიკის განვითარებაში დიდი ღვაწლი მიუძღვის გამოჩენილ ინჟინერს და მოაზროვნეს პროფ. ვ. ლ. კირპიჩოვს (1845—1912), რომელმაც აღზარდა ინჟინერთა მთელი თაობა. მან აღმოაჩინა დრეკადი მსგავსების კანონი. აღსანიშნავია დიდი მეცნიერის პროფ. ს. პ. ტიმოშენკოს შრომები სამშენებლო მექანიკის თითქმის ყველა დარგში; განსაკუთრებით მისი კლასიკური ნაშრომები. აღსანიშნავია აგრეთვე პროფ. ნ. ა. ბელე-ლუბსკის, პროფ. ლ. დ. პროსკურიაკოვის და პროფ. ხუდიაკოვის შრომები.

ბელელუბსკიმ რუსეთში პირველად გამოიყენა რკინაბეტონი ხიდების მშენებლობაში, შექმნა სამშენებლო მასალის გამოსაცდელი ლაბორატორია, გამოსცა სამშენებლო მექანიკის კურსი. პროსკურიაკოვმა დაამუშავა შპრენ-

გელიანი სისტემების გაანგარიშების თეორია, რუსეთში პირველად მან იანგარიშა ფერები გავლენის ხაზების საშუალებით და შექმნა სამშენებლო მექანიკის კურსი.

მნიშვნელოვანი დამსახურება მიუძღვით: ა. ბ. გოდოლინის საარტილერიო მილების, პროფ. ი. გ. ბუზნოვის ფილების და პროფ. ხ. ფ. გოლოვინის მრუდე ძელების და დრეკადი თალების გაანგარიშების დარგში.

განსაკუთრებულ განვითარებას მიაღწია სამშენებლო მექანიკამ საბჭოთა მეცნიერების შრომებში. კლასიკურია აკად. ა. ნ. კრილოვის (დრეკად ფუძეზე მდებარე კოჭი, რხევები და სხვ.), აკად. ბ. გ. გალიორკინის (ფილების და გარსების გაანგარიშება, დიფერენციალური განტოლების გაინტეგრალების მიახლოებითი მეთოდები, ეს უკანასკნელი ფართოდ გამოიყენება სამშენებლო მექანიკაში), აკად. ლეიბენზონის (უკოვო გადახურვა, ამოცანა ლუნეის ცენტრის შესახებ, დრეკადობის თეორიის კურსი) და აკად. დინიკის (მდგრადობის თეორია) შრომები.

დრეკადობის თეორიაში ბრწყინვალე შედეგებს მიაღწია აკად. ნ. ი. მუსხელიშვილმა და მისმა სკოლამ.

სამშენებლო მექანიკის განვითარებაში დიდი ღვაწლი მიუძღვით პროფესორებს: ი. მ. რაბინოვიჩს, ვ. ზ. ვლასოვს, ნ. ს. სტრელეცკის, კ. ს. ზავრიევს, ნ. მ. ბელიაევს, ნ. მ. გერსევეანოვს, მ. მ. ფილოლენკო-ბოროდიჩს, ა. ა. უმანსკის, ი. პ. პროკოფიევს, ნ. ი. ბეზუხოვს, ბ. ნ. ემოჩკინს, ა. ა. გვოზდევს, ს. ა. ბერნშტეინს, ნ. კ. სნიტკოს, ა. ფ. სმიჩნოვს, ნ. ვ. კორნოუხოვს, პ. ლ. პასტერნაკს, და სხვებს. ქართველ მეცნიერებს შორის აღსანიშნავია პროფ. გ. მ. მუხაძის და პროფ. შ. ე. მიქელაძის დამსახურება. საბჭოთა პერიოდის სამშენებლო მექანიკის იმდენად დიდი მიღწევები აქვს, რომ შეუძლებელია ამ პატარა ნარკვევში ყველა მათი აღნიშვნა.

სამშენებლო მექანიკა დამყარებულია მცირერიცხოვან საერთო ძირითად პრინციპებზე და მათ საფუძველზე, ყოველ კონკრეტულ შემთხვევაში, ნაშენის ხასიათისა და მისი მუშაობის პირობების მიხედვით, მუშავდება ანგარიშის პრაქტიკული მეთოდები.

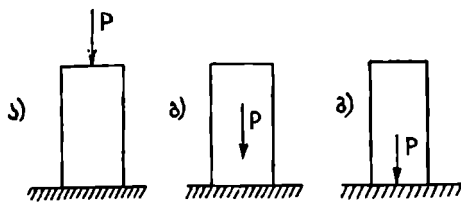
სამშენებლო მექანიკის (ამ სიტყვის ვიწრო მნიშვნელობით) ამოცანაა გამოიზოშოს ანგარიშის ისეთი წესები, რომლებიც მარტივად მიგვიყვანს მიზნამდე. ეს მოთხოვნილება მნიშვნელოვანია იმდენად, რამდენადაც სამშენებლო მექანიკა წარმოადგენს შემდგომი საინჟინრო დისციპლინების საფუძველს და ნაშენთა დაპროექტების ძირითად იარაღს.

სამშენებლო მექანიკა ვითარდება ნაშენთა ანგარიშის გამარტივების და ახალი ეფექტური კონსტრუქციების მოძებნის გზით.

ჩვენი დიადი მშენებლობის შესრულების საქმეში სამშენებლო მექანიკას მნიშვნელოვანი მოვალეობა აკისრია. ღრმა თეორიული ანალიზის საფუძველზე დაზუსტებული უნდა იყოს ნაშენთა ანგარიში, რაც მასალის ხარჯის და სათანადო სამუშაოთა შესრულების ვადის შემცირების საშუალებას მოგვცემს. ყველა ამას ძალიან დიდი პრაქტიკული მნიშვნელობა აქვს.

• § 3. ძირითადი პრინციპები, რომლითაც სარგებლობს სამშენებლო მექანიკა

ისე, როგორც ყველა მეცნიერება, სამშენებლო მექანიკაც დამყარებულია მთელ რიგ დაშვებებზე, რომლებიც ექსპერიმენტულად მართლდებიან. სამშენებლო მექანიკა ძირითადად სარგებლობს მყარი ტანის მექანიკის მეთოდებით, მაგრამ, რადგანაც აქ საქმე გვაქვს არა აბსოლუტურად მყარ ტანთან, არამედ ღრეკად (რეალურ) ტანთან, ამიტომ ამ კანონების გამოყენება უნდა იყოს შემოფარგლული. მაგალითად, თეორიული მექანიკის მეთოდების—ძალის გადატანა თავისი მიმართულებით, ძალების შეცვლა ტოლქმედით და ძალების დაშლა მდგენელებად,—გამოყენება არ შეიძლება, როდესაც ვახდენთ ვერტიკალური ძელის ზედა ბოლოზე მოქმედებს ძალა P (ნახ. 1). ამ ძალის გადატანა ძელის სხვა ადგილზე, შეცვლის მის მუშაობას. მართლაც, პირველ შემთხვევაში ძელი იკუმშება მთელ სიგრძეზე,



ნახ. 1.

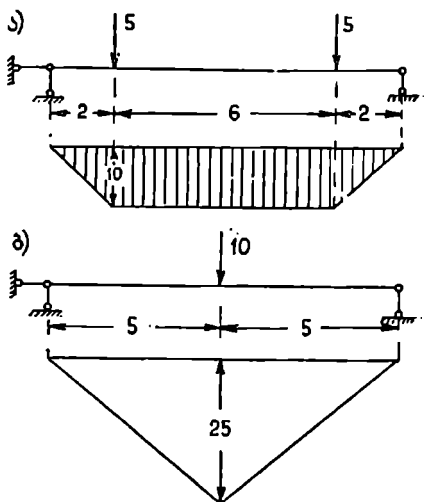
მეორეში იკუმშება ძელის ქვედა ნახევარი, მესამეში კი ძელი არ განიცდის დატვირთვას.

აეილოთ ორ საყრდენზე მდებარე კოჭი და ვამოქმედოთ ორი შეყურსული ძალა (ნახ. 2). ამ ძალების შეცვლა ტოლქმედით შეცვლის კოჭის მუშაობას; მართლაც, პირველ შემთხვევაში მაქსიმალური მღუნავი მომენტი ტოლია 10 ტმ, მეორეში კი 25 ტმ. ასევე, P ძალის დაშლა მდგენელებად მოგვცემს სრულებით სხვა სურათს.

ძალების გადატანა, მათი შეცვლა ტოლქმედით, ან მდგენელებად დაშლა, ღრეკადი ტანის შემთხვევაში შესაძლებელია მხოლოდ მაშინ, როდესაც ნაშენი შეგვიძლია განვიხილოთ, როგორც ერთი მყარი ტანი ან როდესაც ვიხილავთ კვეთის ცალ მხარეზე მოქმედ ძალებს.

სამშენებლო მექანიკა დამყარებულია შემდეგ ძირითად დაშვებებზე:

1. მასალა, რომლისაგანაც გაკეთებულია ნაშენი, წარმოადგენს ერთ უწყვეტ, მთლიანად შეესებულ ტანს; ამ ტანის ცალკეულ უსასრულოდ მცირე



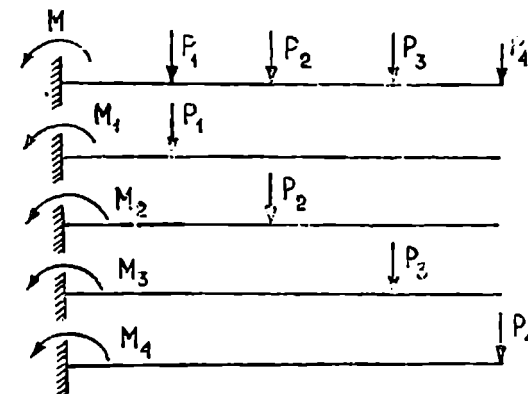
ნახ. 2.

ელემენტების ფიზიკური თვისებები ისეთივეა, როგორც მთელი ტანის. ეს არის ე. წ. უწყვეტობის და დიდის ფიზიკური თვისებების მცირესთან გატოლების პიპოთეზა.

2. ტანის ყველა ნაწილაკის ფიზიკური თვისებები ყველა მიმართულებით წრთნაირია, ე. ი. ტ ა ნ ი ა რ ი ს ი ზ ო ტ რ ო პ უ ლ ი. ეს თვისება თუჯის, ქვისა და ხისათვის ნაკლებად გამოიყენება, რადგან ისინი წარმოადგენენ ანიზოტროპულ მასალებს.

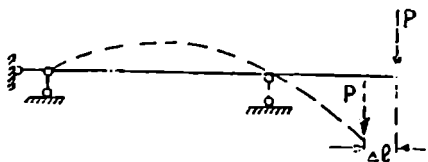
3. გარე ძალებისაგან გამოწვეული დეფორმაციები იმდენად მცირეა ნაშენის ზომებთან შედარებით, რომ ძალების მდებარეობის შეცვლის გავლენა მხედველობაში არ მიიღება. მაგალითად, P ძალისაგან გამოწვეული ჩალუნვის შედეგად, P ძალის გადაინაცვლება მარცხნივ— Δl იმდენად მცირეა, რომ ის მომენტების სიდიდეზე არ მოახდენს არავითარ გავლენას (ნახ. 3). რასაკვირველია, ჩვენ გვხვდება ისეთი ნაშენები, სადაც დეფორმაციები საგრძნობ სიდიდეს აღწევენ და ისინი ანგარიშის დროს მხედველობაში უნდა იქნეს მიღებული. ასეთ ნაშენებს ეკუთვნიან კიდული და ბონდის ხიდები, მაღალი ამწები, ანძები მოქნილი ელემენტებით და სხვ. დიდძალიან თალებშიც, თალის მოხაზულობის ცვლილება (მოქმედი ძალების გავლენით), საგრძნობლად ცვლის საანგარიშო მომენტებს. ასეთ შემთხვევებს ჩვენ არ განვიხილავთ.

4. თუ P ძალისაგან გამოწვეული ეფექტი არის A , მაშინ $n \cdot P$ ძალისაგან გამოწვეული ეფექტი ტოლი იქნება $n \cdot A$ -სი. ეს არის ე. წ. პროპორციულობის პრინციპი. n ნებისმიერი რიცხვია. პროპორციულობის პრინციპი სამართლიანია მხოლოდ დრეკადობის ზღვრებში.



ნახ. 4.

ძელზე მოქმედებს P_1, P_2, P_3 და P_4 ძალა (ნახ. 4), რომლებიც ჩამაგრების ადგილზე იწვევენ M მღუნავ მომენტს. თუ ძალებს ვამოქმედებთ (ვალ-ვალად



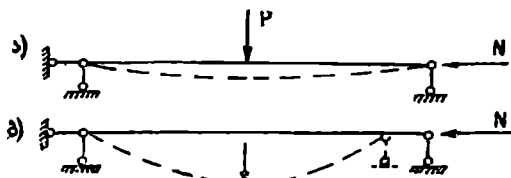
ნახ. 3.

5. ნაშენზე მოქმედ ძალთა სისტემისაგან გამოწვეული ეფექტი, ტოლია ნებისმიერი თანმიმდევრობით მიყენებული ცალკეული ძალებისაგან გამოწვეული ეფექტების ალგებრული ჯამისა. ამ პრინციპს ძალთა დამოუკიდებლობის ან სუპერპოზიციის პრინციპი ეწოდება. მაგალითად, წარმოვიდგინოთ ერთი ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებულ

და იმავე კვეთში გამოვთვლით მლუნაე მომენტებს M_1 , M_2 , M_3 და M_4 , მაშინ ამ მომენტების ჯამი ტოლი იქნება:

$$M = M_1 + M_2 + M_3 + M_4.$$

ძალთა დამოუკიდებლობის პრინციპი არ მართლდება დიდი დეფორმაციების შემთხვევაში. მაგალითად, ვთქვათ ორ საყრდენზე ზღებარე კოჭზე ერთდროულად მოქმედებენ განივი ძალა P და გრძივი ძალა N (ნახ. 5). მცირე დეფორმა-



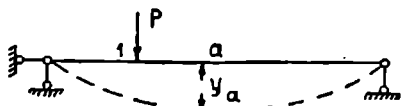
ნახ. 5.

ციის დროს (ნახ. 5, ა), ამ ძალების გავლენა შეიძლება გამოვთვალოთ ცალ-ცალკე. დიდი დეფორმაციის შემთხვევაში (ნახ. 5, ბ) გრძივი ძალა მოგვეცემს მნიშვნელოვან მლუნაე მომენტს და განივი ძალა კი ღუნვასთან ერთად გაჭიმავს კოჭს.

P ძალის არსებობა მნიშვნელოვნად ზრდის N ძალისაგან გამოწვეულ მომენტს. P და N ძალების ცალ-ცალკე განხილვა არ მოგვეცემს იმავე შედეგს, რასაც მათი ერთდროული მოქმედება და, მაშასადამე, ძალთა დამოუკიდებლობის პრინციპის ადგილი აღარ აქვს.

6. გარე ძალების მოქმედება ტანზე სტატიკურია, ე. ი. ძალა იზრდება თანდათანობით და საკმარისად წელა—წულიდან საბოლოო მნიშვნელობამდე. სტატიკური ძალების მოქმედების შემთხვევაში დეფორმაციაც იზრდება სტატიკურად. სტატიკური ძალის ტიპიურ მაგალითს წარმოადგენს თოვლის დაწოლა. ეს არის ე. წ. სტატიკური ძალის არსებობის ჰიპოთეზა.

7. გადაადგილებანი იზრდებიან მოქმედი ძალების პროპორციულად. ეს არის ე. წ. ჰუკის კანონი და ძალაშია დატვირთვის განსაზღვრულ ზღვრებში. ეს კანონი, რომ კონკრეტულად წარმოვიდგინოთ განვიხილოთ მაგალითი (ნახ. 6). ვთქვათ, P ძალა მოქმედებს 1 წერტილზე. ამ ძალის მოქმედებით, ნებისმიერი a წერტილი გადაადგილდება რაღაც სიდიდით, რომელიც ჰუკის კანონის საფუძველზე პროპორციულია P ძალის და შეიძლება გამოიხატოს შემდეგნაირად:



ნახ. 6.

$$y_a = K \cdot P,$$

სადაც K არის მასალისათვის დამახასიათებელი მუდმივი კოეფიციენტი და წარმოადგენს a წერტილის ვერტიკალურ გადაადგილებას, გამოწვეულს $P=1$ ძალისაგან.

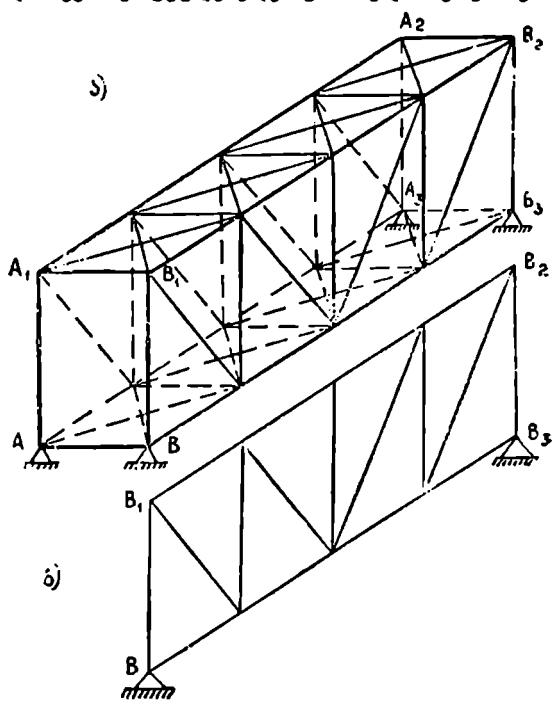
მრავალი ძალის მოქმედების დროს ძალთა დამოუკიდებლობის პრინციპის საფუძველზე მივიღებთ ანალოგიურ დამოკიდებულებას.

8. ტანის ყოველი ამოკვეთილი ნაწილისათვის და საერთოდ მთელი ტანისათვის, ძალაშია სტატიკის წონასწორობის განტოლებები. ეს არის ე. წ. დრეკადი ტანის გამყარების პრინციპი.

§ 4. ნაშენის საანგარიშო სქემა და მისი კლასიფიკაცია

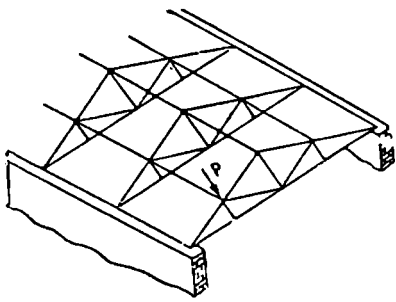
ნამდვილი ნაშენი წარმოადგენს რთულ სისტემას და მისი ანგარიში ზუსტად ისე, როგორც სინამდვილეში მუშაობს, ძალიან რთულია. ანგარიშის გამარტივების მიზნით სამშენებლო მექანიკა უკუღმებულოვს მთელ რიგ მეორეხარისხოვან ფაქტორებს, რომლებიც ანგარიშის სიზუსტეზე უმნიშვნელო გავლენას ახდენს. მაშასადამე, ანგარიშის დროს ჩვენ საქმე გვაქვს არა ნამდვილ ნაშენთან, არამედ მის საანგარიშო სქემასთან. საანგარიშო სქემა წარმოადგენს ნამდვილი ნაშენის გამარტივებულ გამოხატულებას ნახაზზე. საანგარიშო სქემა უნდა იყოს საანგარიშოდ მარტივი, თუმცა სამშენებლო მექანიკა დღეს ისე განვითარდა, რომ ის არ ერიდება რთულ სქემებსაც. საანგარიშო სქემა ისე უნდა იყოს შერჩეული, რომ მივიღოთ, ნაშენში ძალების განაწილების რაც შეიძლება ზუსტი სურათი, ე. ი. საანგარიშო ნაშენის მუშაობა რაც შეიძლება მეტად უნდა უახლოვდებოდეს ნამდვილი ნაშენის მუშაობას. ის მოცემული ნაშენის სტატიკურ გამოხატულებას უნდა წარმოადგენდეს.

თითქმის ყველა ნაშენი სივრცულია. მაგალითად, წარმოვიდგინოთ გვაქვს ხიდის მალის ნაშენი (ნახ. 7, ა), რომელიც შედგება ორი ვერტიკალური ფერმისაგან— $AA_1A_2A_3$ და $BB_1B_2B_3$. ეს ორი ფერმა ერთმანეთთან დაკავშირებულია განივი კოჭებით და ზედა და ქვედა გრძივი ბმვებით. მალის ნაშენი მუშაობს, როგორც ერთი მთლიანი სივრცული სისტემა, თითოეული ფერმის მუშაობაში მონაწილეობას იღებს ყველა შემავსებელი ელემენტი. ასეთ სივრცულ ფერმებს, ანგარიშის დროს, შლიან ცალკეულ ბრტყელ სისტემებად და ანგარიშობენ თითოეულს დამოუკიდებლად (ნახ. 7, ბ). (დატვირთვის ორ ფერმას შორის ანაწილებენ ბერკეტის კანონით).



ნახ. 7.

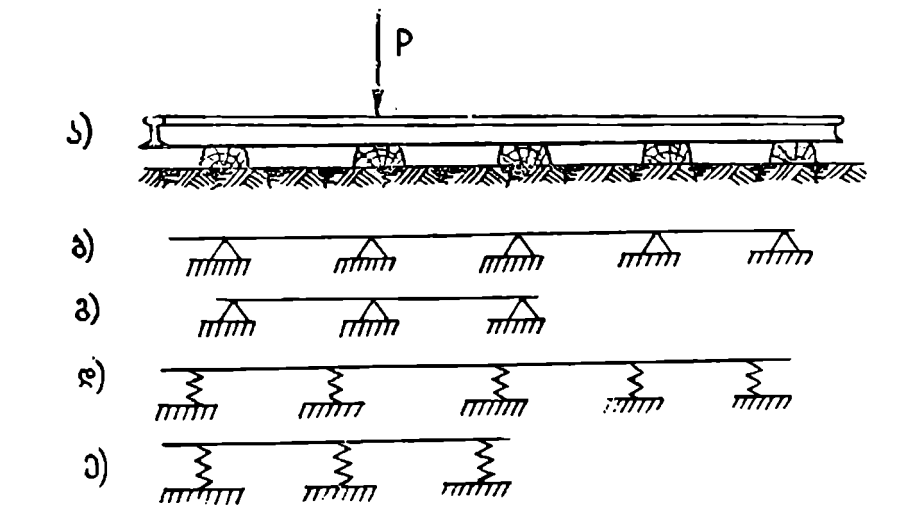
განვიხილოთ შენობის სახურავი, ე. ი. რიგზე მოთავსებული რამდენიმე ნივნივი, რომლებიც ერთმანეთთან ლარტყებით არის დაკავშირებული (ნახ. 8). როდესაც ძალა მოქმედებს ერთ რომელიმე ნივნივზე, ის ჩაიღუნება და ლარტყების საშუალებით ძალის რაღაც ნაწილი დანარჩენ ნივნივებსაც გადაეცემა. მაგრამ, მეზობელი ნივნივები ნაკლებ მონაწილეობას იღებენ დატირთულ



ნახ. 8.

ნივნივის მუშაობაში და ამიტომ შეგვიძლია მოქმედი ძალა მთლიანად მხოლოდ იმ ნივნივს გადავცეთ, რომელზედაც ის მოქმედებს. ეს იმას ნიშნავს, რომ სივრცული ნაშენი დავანაწილოთ მთელ რიგ ბრტყელ სისტემებად.

განვიხილოთ საანგარიშო სქემის არჩევის კიდევ ერთი მაგალითი. 9, ა ნახაზზე ნაჩვენებია შპალებზე მოთავსებული რელსი. რელსის და შპალების საანგარიშოდ შეიძლება განვიხილოთ იქნას სხვადასხვა საანგარიშო სქემა: რელსი მოთავსებულია მრავალ ხისტ საყრდენზე (ნახ. 9, ბ), სამ ხისტ საყრდენზე (ნახ. 9, გ), მრავალ დრეკად საყრდენზე (ნახ. 9, დ) და სამ დრეკად საყრდენზე (ნახ. 9, ე).



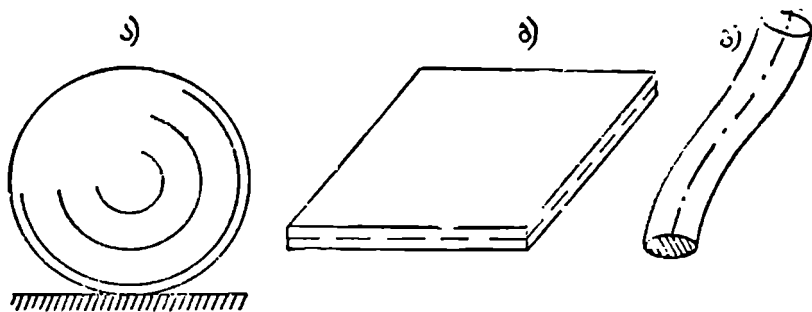
ნახ. 9.

განხილული სქემებიდან ჩვენ უნდა ავირჩიოთ ის, რომელიც მოგვცემს რელსის და შპალების მუშაობის უფრო ზუსტ სურათს და ამავე დროს იქნება საანგარიშოდ მარტივი. ჩვეულებრივად რელსს ანგარიშობენ, როგორც მრავალ დრეკად საყრდენზე მდებარე კოქს.

ანგარიშის მეთოდების შესწავლამდე უნდა მოვახდინოთ ნაშენთა დაჯგუფება, მათი საერთო ნიშნების მიხედვით. შემადგენელი ელემენტების გეომეტრიული ხასიათის მხრივ ნაშენები დაიყოფიან სამ ძირითად კლასად:

1. მასიური ნაშენები ან მასივები, როდესაც მათი საშვე განზომილება დაახლოებით ერთი და იგივე რიგისაა. მაგალითად, სფერო (ნახ. 10, ა). ამოცანის სირთულის გამო ძაბვების განაწილებას ასეთ ტანებში შეისწავლის დრეკადობის თეორია.

2. ფირფიტები, ფილები და გარსები, როდესაც ნაშენის შემადგენელი ელემენტების ერთი რიგელები განზომილება გაცილებით ნაკლებია



ნახ. 10.

შის დანარჩენ ორ განზომილებაზე (ნახ. 10, ბ). სამშენებლო მექანიკა ვიწრო გაგებით არც ამ ტიპის ნაშენებს განიხილავს და ესეც დრეკადობის თეორიის საგანს წარმოადგენს.

3. ლეროვანი ნაშენები, როდესაც ნაშენი შედგება ლეროებისაგან, ე. ი. ისეთი ელემენტებისაგან, რომელთა ორი განზომილება გაცილებით მცირეა მის მესამე განზომილებაზე (ნახ. 10, გ). ჩვენ შევისწავლით ლეროვან სისტემებს.

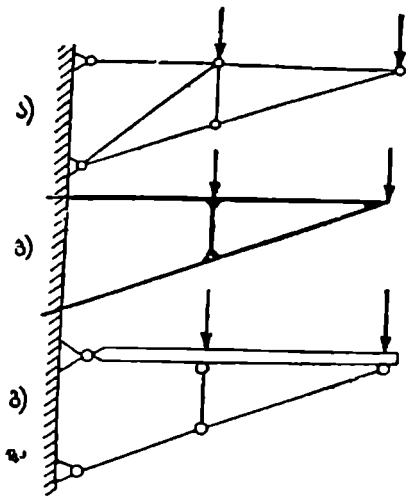
თუ ნაშენის შემადგენელი ლეროების ლერძები და მასზე მოქმედი ძალები მოთავსებულია ერთ სიბრტყეში, მაშინ ნაშენი იქნება ბრტყელი. თუ ეს პირობა არ არის დაცული, მაშინ ნაშენი სივრცულია.

როგორც ზემოთ იყო აღნიშნული, სივრცულ ნაშენს, უმეტეს შემთხვევაში, ვანაწილებთ ბრტყელ ნაშენებად და ისე ვანგარიშობთ. თუმცა ეს დანაწილება ყოველთვის არ არის შესაძლებელი. ჩვენ შევისწავლით უმთავრესად ბრტყელ ნაშენებს.

ლეროების ურთიერთშეერთების მიხედვით ლეროვანი სისტემები გაიყოფა სამი ტიპის ნაშენებად: 1) ნაშენები სახსროვანი შეერთებით ანუ ფერმები (ნახ. 11, ა), აქ ლეროები მუშაობენ მხოლოდ გაჭიმვაზე ან

კუმშვაზე; 2) ნაშენები ხისტი (ნახ. 11, ბ); და 3) კომბინირებული

შეერთებით ანუ ჩარჩოები (ნახ. ნაშენები (ნახ. 11, გ), სადაც ლეროების ნაწილი მუშაობს რთულ წინაღობაზე, ნაწილი კი კუმშვაზე (ან გაკიმვაზე), ე. ი. შეიცავს როგორც ხისტად, ისე სახსროვანად შეერთებულ ელემენტებს.



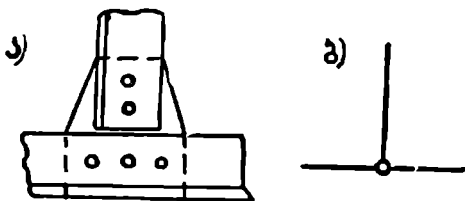
ნახ. 11.

რომ მოქლონილი შეერთების შეცვლა ბას იძლევა და ამიტომ მოქლონილ შეერთებას ყოველთვის ვიგულისხმებთ სახსროვან შეერთებად (ნახ. 12, ბ).

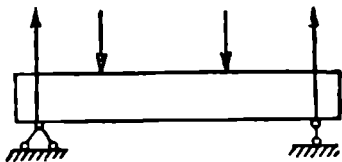
საყრდენი რეაქციების მიმართულების მიხედვით უნდა გაეარჩიოს ორი კატეგორიის ნაშენი: კოკოვანი ანუ უგანბრჯენო ნაშენი, როდესაც ვერტიკალური ძალების მოქმედების შედეგად წარმოიშვება მხოლოდ ვერიტიკალური საყრდენი რეაქციები (ნახ. 13)

სახსროვანი შეერთება, უნდა გვესმოდეს, როგორც შეერთება იდეალური სახსრებით, ე. ი. სადაც ხახუნს არა აქვს იდგილი. ფაქტიურად ასეთი სახსრები არ არსებობენ, ვინაიდან სახსრებში ყოველთვის ვითარდებიან ხახუნის ძალები.

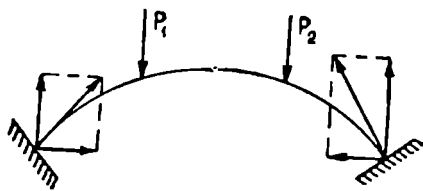
პრაქტიკაში ლეროები ერთმანეთთან შეერთებულია არა სახსრებით, არამედ მოქლონების საშუალებით (ნახ. 12, ა). მოქლონილი შეერთება მით უფრო უახლოვდება სახსროვან შეერთებას, რაც უფრო მოქნილია შემაერთებელი ელემენტები. ცდები გვიჩვენებს, სახსრებით უმნიშვნელო ცდომილე-



ნახ. 12.



ნახ. 13.

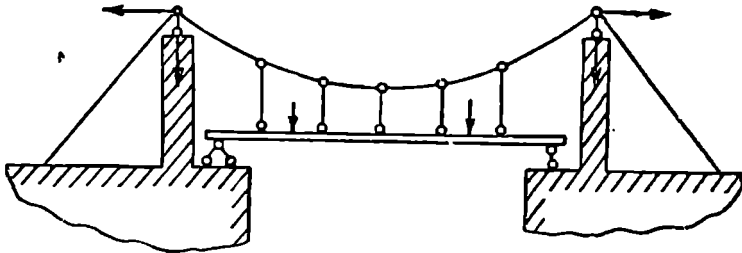


ნახ. 14.

და განბრჯენიანი ანუ თაღოვანი ნაშენი, როდესაც ვერტიკალური დატვირთვის შედეგად წარმოიშვებიან დახრილი საყრდენი რეაქციები,

ე. ი. რეაქციების ჰორიზონტალური მდგენელები ნულისაგან განსხვავდება (ნახ. 14). რეაქციის ჰორიზონტალურ მდგენელს განბრჯენი ეწოდება.

თუ განბრჯენი მიმართულია მაღის გარეთ, მივიღებთ დაკიდულ სისტემას (ნახ. 15).



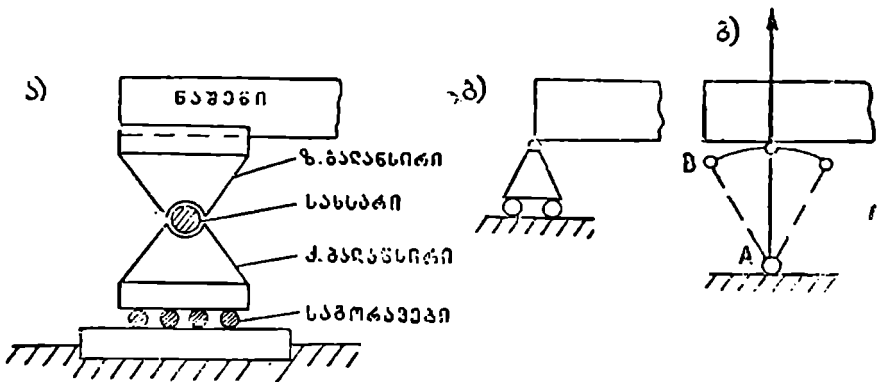
ნახ. 15.

§ 5. ლეროვანი სისტემების მიწაზე მიმაგრება

საინჟინრო ნაშენი მიწაზე უნდა იყოს მიმაგრებული უძრავად. ნაშენის უძრავობა ხორციელდება საყრდენების ან საყრდენი მოწყობილობების საშუალებით. საყრდენებს უნდა ჰქონდეთ ისეთი კონსტრუქცია, რომ გარკვეული იყოს დაწოლის ცენტრი და რეაქციების მიმართულება.

არსებობს სამი ტიპის საყრდენი:

1. ცილინდრული—მოძრავი საყრდენი (ნახ. 16, ა,) შედგება ზედა

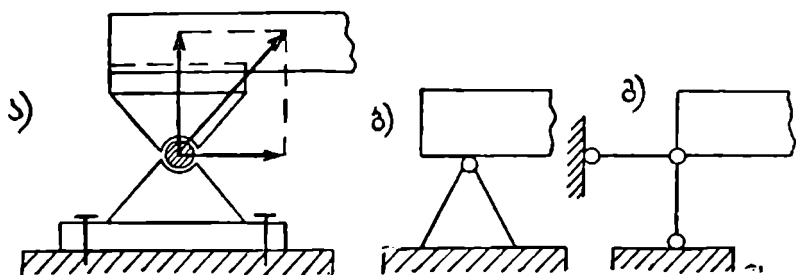


ნახ. 16.

და ქვედა ბალანსირისაგან, მათ შორის მოთავსებულია მთლიანი კვეთის მქონე ცილინდრი, რომელიც ასრულებს სახსრის დანიშნულებას. ქვედა ბალანსირი მოთავსებულია საგორავეებზე, ეს უკანასკნელი კი საყრდენ ბალიშზე. მოძრავ

საყრდენი ნაშენს უსპობს მხოლოდ ვერტიკალური გადანაცვლების საშუალებას და არ ეწინააღმდეგება მის გადატანით მოძრაობას გარკვეული მიმართულებით და ბრუნვას სახსრის ირგვლივ. ხახუნის ძალებს სახსარში მხედველობაში არ იღებენ.

მოძრავი საყრდენის კონსტრუქცია მრავალგვარია, მაგრამ სქემატურად ის შეიძლება გამოვხატოთ ისე, როგორც ნაჩვენებია 16, ბ ნახაზზე. ამ საყრდენის რეაქციის მიმართულება ყოველთვის შესაძლო გადაადგილების მიმართულების პერპენდიკულარულია. მოძრავი სახსროვანი საყრდენის საანგარიშო სქემა გამოვხატოთ ერთი საყრდენი ღეროს საშუალებით (ნახ. 16, გ), რომელზედაც გადის საყრდენი რეაქციის მიმართულება. მოძრავი საყრდენის ერთ უცნობს—რეაქციის სიდიდეს—შეესაბამება ერთი საყრდენი ღერო. კინემატიკური და სტატიკური თვისებით ერთი ღერო სავსებით გამოხატავს მოძრავ



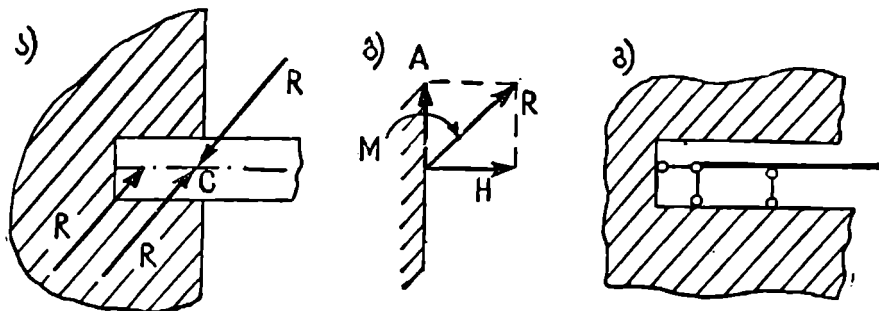
ნახ. 17.

საყრდენს. მართლაც, თუ წარმოვიდგენთ, რომ საყრდენი ღეროს სიგრძე უსასრულოდ დიდია, მაშინ AB ღერო ნაშენს მისცემს B წერტილის ირგვლივ მობრუნების და ღეროს პერპენდიკულარული მიმართულებით გადაადგილების საშუალებას. (დიდი რადიუსის წრეხაზის უსასრულოდ მცირე მონაკვეთი წარმოადგენს სწორს).

2. ცილინდრული—უძრავი საყრდენი (ნახ. 17, ა), განსხვავდება ცილინდრული-მოძრავი საყრდენისაგან იმით, რომ აქ ქვედა ბალანსირი უძრავია და ამიტომ ეს საყრდენი ნაშენს არ აძლევს ხაზობრივი გადანაცვლების საშუალებას. ნაშენს შეუძლია გარკვეული ღერძის ირგვლივ ბრუნვა. რეაქცია გადის სახსარში და ამიტომ ცნობილია მისი მოდების წერტილი, ხოლო მისი სიდიდე და მიმართულება კი უცნობია. ანგარიშის ხერხიანობისათვის სახსროვანი—უძრავი საყრდენის რეაქციას ვწლით ვერტიკალურ და ჰორიზონტალურ მდგენელებად. უძრავი საყრდენი სქემატურად წარმოდგენილია მე-17, ბ ნახაზზე. საანგარიშო სქემა გამოხატულია ორი საყრდენი ღეროს საშუალებით (ნახ. 17, გ), რომლებიც შეესაბამებიან საყრდენის უცნობთა რიცხვს.

3. უძრავად ჩამაგრებული ანუ ურუ საყრდენი (ნახ. 18, ა) ნაშენს არ აძლევს არაერთი გადანაცვლების საშუალებას. ყრუ საყრდენზე გვაქვს სამი უცნობი: რეაქციის სიდიდე, მიმართულება და მოდე-

ბის წერტილი. გაანგარიშებისათვის უცნობად მივიღოთ რეაქციის ვერტიკალური მდგენელი— A , ჰორიზონტალური მდგენელი— H და საყრდენი მომენტი— M (ნახ. 18, ბ). ამას ადვილად მივიღებთ, თუ რეაქციას R -ს გადავიტანთ საყრდენ კვეთში C წერტილზე და დავშლით ორ მდგენელად. უძრავად ჩამაგრებული ან ყრუ საყრდენი, პირობით, შეიძლება წარმოვიდგინოთ სამი საყრდენი ღეროს საშუალებით, რომლებიც არ უნდა იკვეთებოდნენ ერთ წერტილში

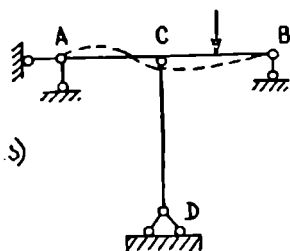


ნახ. 19.

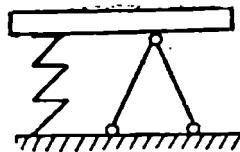
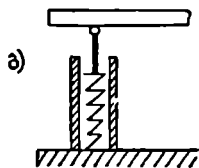
(ნახ. 18, გ). საზოგადოდ საყრდენი ღეროების რიცხვი ყოველთვის საყრდენი რეაქციების (უცნობების) რიცხვის ტოლია. თუ ნაშენი მიმაგრებულია მიწაზე ერთი ცილინდრული უძრავი და ერთი ცილინდრული მოძრავი საყრდენით, მაშინ მისი უძრავობა უზრუნველყოფილია (იხ. § 8).

გარდა ზემოთ აღნიშნული სამი ტიპის საყრდენისა, შეიძლება შეგვხვდეს შემდეგი სახის საყრდენები:

ა) დრეკადად ჯდომადი საყრდენი, სადაც ადგილი აქვს დრეკად გადაადგილებას (საყრდენი რეაქციის, პროპორციულად) და ბრუნავს გარკვეული ღერძის მიმართ. ასეთი საყრდენის მაგალითს



ნახ. 19.



ნახ. 20.

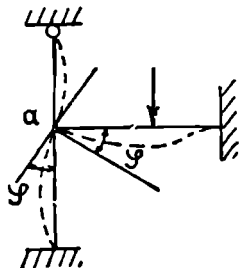
წარმოადგენს AB კოქის C საყრდენი (ნახ. 19, ა). C წერტილის ვერტიკალური გადაადგილება პროპორციულია DC ღეროს დეფორმაციის, რომელიც თავის მხრივ საყრდენი რეაქციის პროპორციულია. სქემატურად,

დრეკადად ჯდომადი საყრდენის საანგარიშო სქემა წარმოდგენილია 19, ბ ნახაზზე.

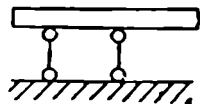
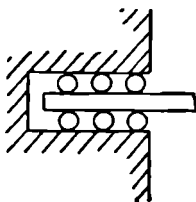
ბ) დრეკადად მბრუნავი საყრდენი, სადაც ადგილი აქვს დრეკად ბრუნვას გარკვეული ლერძის ირგვლივ (საყრდენი მომენტის პროპორციულად) და არა აქვს ადგილი გადატანით მოძრაობას. სქემატურად ეს საყრდენი ნაჩვენებია მე-20 ნახაზზე.

ასეთი ჩამაგრების მაგალითს წარმოადგენს α კვანძი, რომლის მობრუნების კუთხე კვანძზე მოქმედი მომენტის პროპორციულია (ნახ. 21).

გ) მოძრავად ჩამაგრებული საყრდენი, სადაც ადგილი აქვს გადატანით მოძრაობას



ნახ. 21.

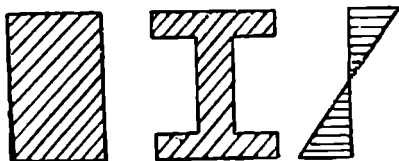


ნახ. 22.

მხოლოდ გარკვეული მიმართულებით. ასეთი საყრდენი სქემატურად ნაჩვენებია 22-ე ნახაზზე.

§ 6. ნაშენის ფორმის განვითარება. ფარმის ცნება

კოქი უმარტივესი ნაშენია, მას ჩვენ მასალათა გამძლეობიდან ვიცნობთ. მთლიანი კვეთის მქონე კოქებს პრაქტიკული გამოყენება აქვთ მხოლოდ მცირე მალეების გადასახურადად. როგორც ვიცით ნორმალური ძაბვები კვეთის მთელ სიმაღლეზე თანაბრად არ ვრცელდება და მაქსიმალურ სიდიდეს აღწევს განაპირა ბოკკოებში. რადგან აქ მასალის მთლიანი გამოყენება კვეთის მთელ სიმაღლეზე შეუძლებელია, ამიტომ დიდი მალეების გადასახურადად ის უკვე ეკონომიური აღარ არის.



ნახ. 23.

ფართობი გადატანილი უნდა იყოს ლებთ ორტესებრ კვეთს (ნახ. 23).

დიდი მალეების შემთხვევაში, თაროების შემაერთებელი კედლის გამოღუნვის თავიდან ასაცილებლად, კედლის სისქე საკმარისად უნდა გაიზარდოს და ამიტომ მასალის მნიშვნელოვანი ნაწილი აქაც არ იქნება გამოყენებული.

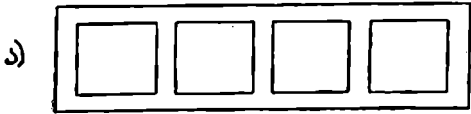
მასალის მაქსიმალური გამოყენების მიზნით, განივი კვეთის ძირითადი მაქსიმალური ძაბვების ადგილზე. მივი-

ორტესებრი კოქები ეკონომიურია მხოლოდ 18—20 მ-მდე. ნაშენის ფორმის განვითარების შემდგომ საფეხურს წარმოადგენს გაშკოლი კოქები (ნახ. 24). ამას ჩვენ მივიღებთ, თუ კოქის კედლიდან ამოვეყვითავთ ოთხკუთხედებს, ან სამკუთხედებს (ნახ. 24, ბ).

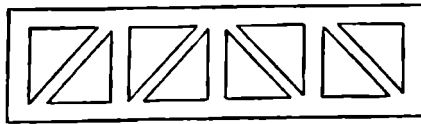
ამის შემდეგ, ბუნებრივად იბადება მოთხოვნილება ისეთ სისტემაზე, რომელიც შედგენილი იქნება ცალკეული ღეროებისაგან. ასე წარმოიშვა ფერმა, რომლის საანგარიშო სქემა ნაჩვენებია 25-ე ნახაზზე. ფერმა წარმოადგენს იდეალურ ისახრებთ დაკავშირებულ გეომეტრიულად უცვლელ ღეროვან სისტემას.

ფერმა ხარისხობრივად ახალი სისტემაა, რადგან მისი ღეროები მუშაობენ მხოლოდ გრძივ (ღერძულ) ძალებზე. ფერმებში მასალა უკეთესად არის

გამოყენებული და მას იყენებენ დიდი მალეების გადასახურავად. ასეთი განვითარება კოქებმა მიიღეს. ძირითადად, ლითონის აღმოჩენის შემდეგ. უფრო ადრე, კოქოვანი

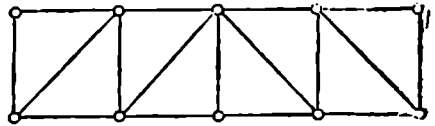


ა)



ბ)

ნახ. 24.



ნახ. 25

სისტემებიდან გადავიდნენ თაღოვან და კიდულ სისტემებზე (ნახ. 14 და 15). თალი მუშაობს უმთავრესად გრძივ ძალაზე, მღუნავი მომენტი აქ მნიშვნელოვნად ნაკლებია, ვიდრე კოქში. ამ ძირითადი დადებითი თვისების გამო თაღოვან სისტემებს დიდი პრაქტიკული გამოყენება აქვთ, განსაკუთრებით დიდი მალეებისათვის.

§ 7. ნაშენზე მოქმედი მოძრავი ძალები

ნაშენზე მოქმედებს ორი კატეგორიის გარეგანი ძალა: აქტიური (საკუთარი წონა, მატარებლის წონა, თოვლი, ქარი და სხვ.) და პასიური ან რეაქტიული (საყრდენი რეაქციები).

დატვირთვა შეიძლება იყოს შეყურსული და განაწილებული (თანაბრად ან არათანაბრად). შეყურსული ძალის მაგალითს წარმოადგენს ბორბლის დაწოლა რელსზე, თანაბრად განაწილებული დატვირთვის კი კოქის საკუთარი წონა. თანაბრად განაწილებული დატვირთვა იზომება ინტენსივობით q ტონა გრძივ მეტრზე (q ტ/გმ).

დატვირთვები იყოფიან ორ ჯგუფად: მუდმივი, ე. ი. ისეთი, რომელიც ნაშენზე მუდმივად მოქმედებს (საკუთარი წონა) და დროებითი (ხალხის წონა, ქარის დაწოლა, მატარებლის წონა და სხვ.).

დროებითი დატვირთვა თავის მხრივ იყოფა ორ ჯგუფად: მოძრავ დატვირთვად, რომელსაც შეუძლია შეიცვალოს თავისი მოქმედების აღ-

გილი (მატარებელი, ავტომობილი) და უძრავ დატვირთვად (თოვლი, ქარი). მოქმედების ხასიათის მიხედვით დატვირთვა შეიძლება იყოს სტატიკური და დინამიკური.

სტატიკური ძალა ეწოდება ისეთ ძალას, რომელიც იზრდება თანდათანობით ნულიდან საბოლოო მნიშვნელობამდე იმდენად ნელა, რომ განვითარებული ინერციის ძალები უმნიშვნელოა და მხედველობაში არ მიიღება (იხ. § 3,6).

დინამიკური ძალა კი ისეთ ძალას ეწოდება, რომელიც ნაშენზე მოქმედებს უცხად მთელი თავისი სიდიდით (დარტყმა) ან, რომელიც ცვლის სიდიდეს დროის მიხედვით (პერიოდულად ცვლადი ძალები). დინამიკური ძალის მოქმედების დროს ნაშენი იწყებს რხევას და წარმოშობილი ინერციის ძალები იმდენად დიდია, რომ მხედველობაში უნდა იყოს მიღებული.

გარდა ზემოთ აღნიშნული ძალებისა, ნაშენზე შეიძლება მოქმედებდეს სხვა ფაქტორებიც, რომლებიც იწვევს მნიშვნელოვან შინაგან ძალებს. ასეთებია ტემპერატურის გავლენა, საყრდენების დაჯდომა და სხვ.

ნაშენზე მოქმედი ძალების სიდიდეები უნიფიცირებულია სახელმწიფოებრივი ორგანოების მიერ და მოცემულია სათანადო დადგენილებით.

მოთხოვნებიანი, რომლებსაც უნდა აკმაყოფილებდეს
საინჟინრო ნაშენი

• § 8. ცვლადი და უცვლელი სისტემები. კინემატიკური ჯაჭვის
თავისუფლების ხარისხი

საინჟინრო ნაშენმა, რომ შეასრულოს თავისი დანიშნულება, ე. ი. გააწონასწოროს მასზე მოთავსებული ძალები, ის გეომეტრიულად უცვლელი ხისტი კონსტრუქცია უნდა იყოს.

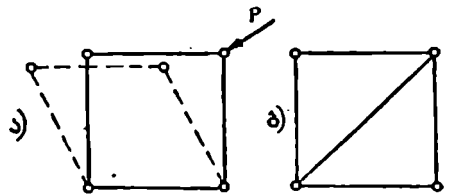
ნაშენი, თავისი შემადგენელი ელემენტების რიცხვის ან დამაგრების მიხედვით შეიძლება წარმოადგენდეს გეომეტრიულად ცვლად კინემატიკურ ჯაჭვს, რომელსაც ექნება ერთი ან რამდენიმე თავისუფლების ხარისხი ან გეომეტრიულად უცვლელ სისტემას, რომელსაც არ ექნება არცერთი თავისუფლების ხარისხი.

გეომეტრიულად ცვლადი და მოძრავი სისტემა ეწოდება ისეთ სისტემას, რომელიც იცვლის თავის გეომეტრიულ ფორმას და მდებარეობას, თუმცა მისი შემადგენელი ელემენტების ზომები უცვლელია.

სისტემა უცვლელია, თუ ის არ შეიცვლის თავის გეომეტრიულ ფორმას.

ავიღოთ მაგალითად, სახსროვანი ოთხკუთხედი (ნახ. 26, ა). ეს სისტემა გეომეტრიულად ცვლადია, რადგან ის იცვლის თავის გეომეტრიულ ფორმას დეროების სიგრძეების შეუცვლელად. თუ ოთხკუთხედს დავუმატებთ დიაგონალს, მაშინ ის უცვლელად გადაიქცევა (ნახ. 26, ბ).

საინჟინრო ნაშენად გამოგვადგება მხოლოდ უცვლელი სისტემები და ამიტომ ანგარიშის დაწყებამდე ამ მხრივ ის შემოწმებული უნდა იყოს. თუ სისტემა ცვლადია, მაშინ მას თავისუფლების ხარისხი აქვს.

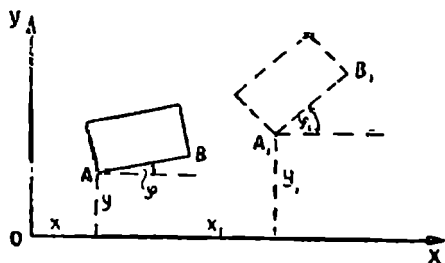


ნახ. 26.

გეომეტრიული პარამეტრების რიცხვს, რომლებიც ტანის მოძრაობის დროს ერთმანეთის დამოუკიდებლად იცვლებოდა, ამ ტანის თავისუფლების ხარისხი ეწოდება.

თავისუფალი Δ წერტილის მდებარეობა სიბრტყეზე განისაზღვრება ორი კოორდინატით (x , y), რომლებიც იცვლება წერტილის მოძრაობასთან ერთად; მაშასადამე, წერტილს სიბრტყეზე თავისუფლების ორი ხარისხი აქვს.

თავისუფალ ბრტყელ ტანს ან ღეროს თავის სიბრტყეში შეუძლია შეასრულოს ორი გადატანითი და ერთი ბრუნვითი მოძრაობა. ბრტყელი ტანის ან ღეროს მდებარეობა სიბრტყეზე განისაზღვრება სამი, ერთმანეთისაგან დამოუკიდებელი პარამეტრით— A წერტილის კოორდინატებით (x, y) და AB ხაზის დახრის კუთხით (ნახ. 27). მაშასადამე, ბრტყელ ტანს (ღეროს, დისკოს) თავის სიბრტყეში აქვს თავისუფლების სამი ხარისხი.

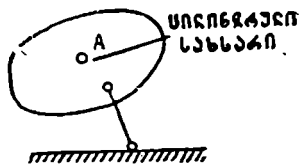


ნახ. 27.

თუ წერტილის ან ბრტყელი ტანის მოძრაობა შეზღუდულია რაიმე პირობით, მაშინ ისინი მთლიანად თავისუფალი აღარაა. ყოველ შეზღუდვას, რომელიც ერთით ამცირებს თავისუფლების ხარისხს, ე. ი. სპობს მოძრაობის ერთ გეომეტრიულ პარამეტრს, კინემატიკური ბმა ეწოდება. სისტემის თავისუფლების ხარისხის გამოსარკვევად სათანადო კინემატიკური ბმების რიცხვი უნდა გამოვთვალოთ.

ბრტყელ ტანს (დისკოს) თუ დავამაგრებთ ცილინდრული A სახსრით (ნახ. 28), ისე, რომ მან შეძლოს სახსრის ირგვლივ ბრუნვა, იგი დაკარგავს თავისუფლების ორ ხარისხს.

მაშასადამე, ერთი ცილინდრული სახსარი (უბრალო სახსარი) დისკოს უსპობს თავისუფლების ორ ხარისხს. თავისუფლების მესამე ხარისხის მოსასპობად საჭიროა დისკო დავამაგროთ კიდევ ერთი საყრდენი ღეროთი (ნახ. 28). 28-ე ნახაზზე ნაჩვენებ დისკოს არც ერთი თავისუფლების ხარისხი არა აქვს (უძრავია).



ნახ. 28.

რთულ შემთხვევაში, როდესაც სისტემა შედგება მრავალი დისკოსაგან, თავისუფლების ხარისხი შემდეგნაირად გამოითვლება: ჯერ წარმოვიდგინოთ, რომ დისკოები თავისუფალია, ე. ი. მათი მოძრაობა შეუზღუდავია და გამოვთვლით საერთო თავისუფლების ხარისხს, შემდეგ კი შემოტანილ ბმების რიცხვს და პირველს გამოვაკლებთ მეორეს. თუ აღვნიშნავთ

- დისკოების რიცხვს— A ,
- სახსრების რიცხვს— III ,
- საყრდენი ღეროების რიცხვს— C_0

და სისტემის თავისუფლების ხარისხს— W , მაშინ, რადგანაც თითოეულ დისკოს აქვს თავისუფლების სამი ხარისხი, გვექნება:

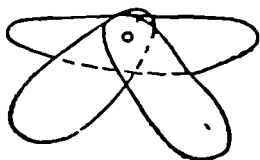
$$W = 3A - 2III - C_0. \quad (1)$$

როცა $W > 0$, სისტემას აქვს თავისუფლების ხარისხი და მაშასადამე, ცვლიდა; თუ $W = 0$, სისტემას არა აქვს თავისუფლების ხარისხი და უცვლელია; თუ $W < 0$, მაშინ სისტემა კვლავ უცვლელია, მაგრამ ბმების რიცხვი მისი

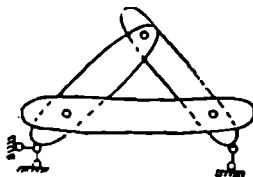
უცვლელობისათვის საკირო მინიმალურ რიცხვზე მეტია და სისტემა სტატიკურად ურკვევია.

სისტემის უცვლელობის მოყვანილი პირობა $W \leq 0$ აუცილებელია, მაგრამ არა საკმარისი. საკიროა, რომ დამატებით შემოწმდეს ღეროების განლაგება სისტემაში. ეს საკითხი განხილულია შემდეგ პარაგრაფში.

როცა სახსარში სამი დისკოა შეერთებული (ნახ. 29), მაშინ ის უნდა განვიხილოთ, როგორც ერთ ღერძზე მოწყობილი ორი უბრალო სახსარი,



ნახ. 29.



ნახ. 30.

რომელიც თავისუფლების ორ ხარისხს სპობს. საზოგადოდ, თუ სახსარი აკავშირებს n დისკოს, მაშინ ის $(n-1)$ უბრალო სახსრის ტოლფასია. ამგვარად, (1) ფორმულაში უნდა შევიტანოთ სახსრების დაყვანილი რიცხვი.

1 მაგალითი (ნახ. 30). $D=3$; $\text{III}=3$ და $C_0=3$.

მივიღებთ:

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 3 = 0, \text{ სისტემა უცვლელია.}$$

2 მაგალითი (ნახ. 31). $D=5$; $\text{III}=1+1+1+2=5$ (საყრდენი ღეროს

მისამაგრებელი სახსარი ანგარიშში არ შეგვეყვას) და $C=3$.

მივიღებთ:

$$W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 5 - 3 = 2 > 0.$$

სისტემას თავისუფლების ორი ხარისხი აქვს და ცვლადია.

თუ სისტემას საყრდენი ღეროები არა აქვს ($C_0=0$), მაშინ მისი თავისუფლების ხარისხი გამოითვლება ფორმულით:

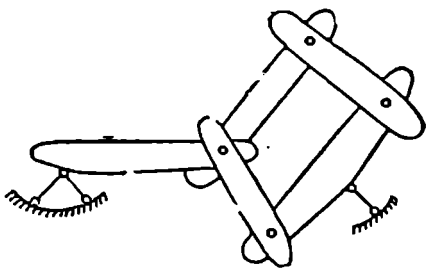
$$W = 3D - 2\text{III}.$$

ეს უკანასკნელი შეგვიძლია წარმოვიდგინოთ, როგორც ჯამი სისტემის ელემენტების ურთიერთგადანაცვლების ხარისხის, ე. ი. ფიგურის ცვლადობის ხარისხის (V) და სისტემის, როგორც ერთი მთლიანი ტანის, თავისუფლების ხარისხისა (რომელიც 3-ის ტოლია)

$$W = 3D - 2\text{III} = V + 3;$$

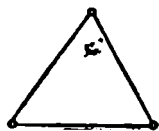
აქედან, ფიგურის ცვლადობის ხარისხი

$$V = 3D - 2\text{III} - 3.$$



ნახ. 31.

თუ $V=0$, სისტემა გეომეტრიულად უცვლელია, მაგრამ მას თავის სიმბრტყეში გადანაცვლებითი მოძრაობის შესრულება შეუძლია. მაგალითად, ავილოთ სამი ლეროსაგან შედგენილი სახსროვანი კონტური (ნახ. 32): $V=3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 3=0$, კონტური უცვლელია, მაგრამ მას, როგორც დისკოს, სამი თავისუფლების ხარისხი აქვს, რომლის მოსასპობად სამი საყრდენი ღეროა საჭირო.



ნახ. 32.

ჩვენ მივიღეთ, რომ სამი ღერო შეერთებული სახსრებით (ნახ. 32) გეომეტრიულად უცვლელი სისტემაა. სამკუთხედის ფორმა სავსებით განსაზღვრულია მისი გვერდების სიგრძეებით. ცნობილია, რომ ოთხი გვერდი არ განსაზღვრავს ოთხკუთხედის ფორმას და ამიტომ სახსროვანი ოთხკუთხედი გეომეტრიულად ცვლად სისტემას წარმოადგენს (ნახ. 26, ა).

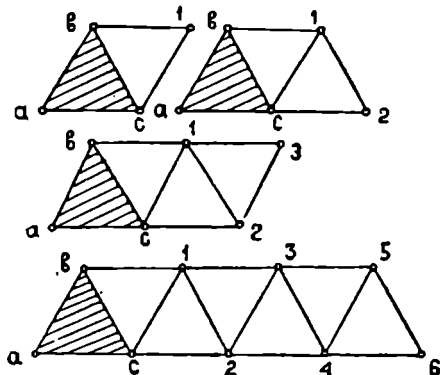
მართლაც, (2) ფორმულა, მოგვცემს $V=3 \cdot 4 - 2 \cdot 4 - 3=1$. როგორც ვხედავთ, ოთხკუთხედი, რომ ვაქციოთ უცვლელად (ნუ მივაქცევთ ყურადღებას მის უძრაობას), საჭიროა დაეუმატოთ ერთი ღერო (ნახ. 26, ბ). მიღებული სისტემა შედგება ორი უცვლელი სამკუთხედისაგან.

გავაჩჩიოთ მარტივი ფერმების შექმნის წესი:

ავილოთ უცვლელი abc სამკუთხედი და მასზე თანდათანობით, ორ-ორი ღეროს საშუალებით (დიადებით) ახალი კვანძები მივამაგროთ (ნახ. 33). თუ ეს ღეროები (დიადები) არ იქნება მოთავსებული ერთ სწორ ხაზზე, მივიღებთ გეომეტრიულად უცვლელ მარტივ ფერმას.

34-ე ნახაზზე მოყვანილია

მარტივი ფერმის შექმნის მაგალითები, ძირითად abc სამკუთხედზე ახალი კვანძების თანდათანობით მიმაგრების საშუალებით. ფერმის უცვლელობის გამოსარკვევად შეიძლება შებრუნებულ წესს მივმართოთ, ე. ი. თანდათანობით უკუვაგდოთ კვანძი და მისი შემაერთებელი ორი ღერო და, თუ საბოლოოდ დაგვრჩა სამკუთხედი, მაშინ ფერმა გეომეტრიულად უცვლელი იქნება.



ნახ. 33.

ფერმებში თავისუფლების ხარისხი შეიძლება გამოთვალოთ ზენოთ მოყვანილი (1) და (2) ფორმულით, თუ დისკოებად ვივთვალთ ფერმის ღეროებს. აქ, ეს ფორმულები შეიძლება გარდიქმნას უფრო მარტივ ფორმულებად. მაგრამ უმჯობესია მათი მიღება შემდეგი მსჯელობის საფუძველზე: ფერმის ღეროების რიცხვი აღვნიშნოთ C , საყრდენი ღეროების რიცხვი C_0

და კვანძების რიცხვი კი Y -თი. ფერმის კვანძები წარმოედგინოთ თავისუფალ წერტილებად, მაშინ ყველა კვანძის თავისუფლების ხარისხი ერთად იქნება $2Y$. კვანძების შემაერთებელ თითოეულ ღეროს შემოაქვს ერთი შეზღუდვა (მანძილი კვანძებს შორის რჩება მუდმივი) და ამიტომ თითო ღერო, თითო კინემატიკური ბმის ტოლფასია.

საბოლოოდ, ფერმის თავისუფლების ხარისხი ტოლია:

$$W = 2Y - C - C_0. \quad (3)$$

თუ $W < 0$ ფერმა სტატიკურად ურკვევია. ფერმა გეომეტრიულად უცვლელია, როცა $W = 0$ და მაშასადამე $C + C_0 = 2Y$. ფერმის ყველა ღეროების რიცხვი აღენიშნოთ $m_0 = C + C_0$, მაშინ გვექნება:

$$m_0 = 2Y. \quad (4)$$

თუ (4) ფორმულა დაცულია, მაშინ ფერმა სტატიკურად რკვევადია.

განვიხილოთ ფერმა მიწასთან დაუკავშირებლად, ე. ი. საყრდენი ღეროების გარეშე. ამ შემთხვევაში მისი თავისუფლების ხარისხი გაიზარდება C_0 -ით და მივიღებთ $W + C_0 = 2Y - C$.

ამ სიდიდეს გამოვავლოთ ფერმის, როგორც ერთი მთლიანი დისკოსათვის დამახასიათებელი, თავისუფლების ხარისხი (საში), მივიღებთ მიწასთან დაუკავშირებელი ფერმის, როგორც ცალკე სისტემის, გეომეტრიული ცვლადობის ხარისხს:

$$V = 2Y - C - 3. \quad (5)$$

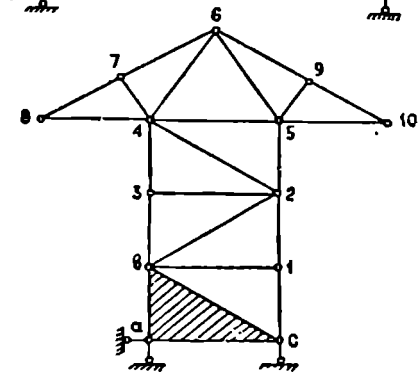
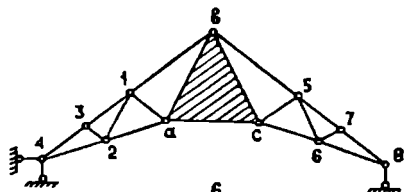
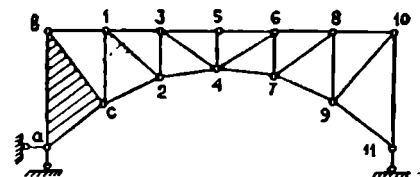
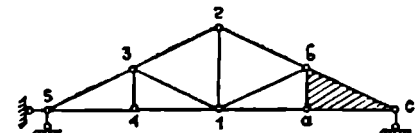
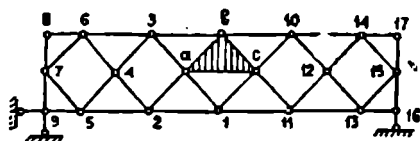
უცვლელი და სტატიკურად რკვევადი სისტემის დროს $V = 0$ და საბოლოოდ მივიღებთ:

$$C = 2Y - 3. \quad (6)$$

თუ $m_0 < 2Y$ ფორმულა (4), ან $C < 2Y - 3$ ფორმულა (6) სისტემა ცვლადია და თუ $m_0 > 2Y$ ან $C > 2Y - 3$ ფერმა სტატიკურად ურკვევია.

■ მაგალითი (ნახ. 35, ა). $C = 9$, $C_0 = 3$, $Y = 6$. მე-3 ფორმულა მოგვეცემა:

$$W = 2 \cdot 6 - 9 - 3 = 0.$$



ნახ. 34.

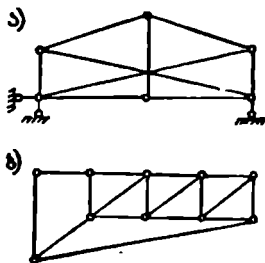
ან მე-4 ფორმულით $12=12$, მაშასადამე, ფერმა უცვლელია.

4 მაგალითი (ნახ. 35, ბ). ფერმის ღეროების რიცხვი $C=17$, კანდების რიცხვი $y=10$.

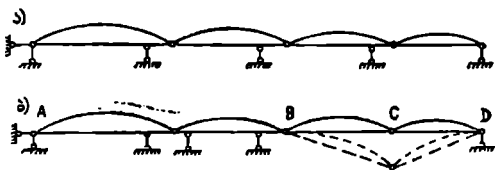
მე-6 ფორმულა მოგვცემს $17=2 \cdot 10 - 3 = 17$ და ფერმა უცვლელია.

ზემოთ მოყვანილი ფორმულები იძლევა თავისუფლების ხარისხის ან ფიკურის ცვლადობის ხარისხის განსაზღვრის ა უცილებელ, მაგრამ არა საკმარის პირობას.

აუცილებელია, რომ დისკოებს ან ღეროებს სისტემაში სათანადო განლაგება ჰქონდეთ. ამიტომ



ნახ. 35.

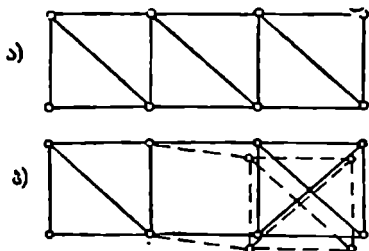


ნახ. 36.

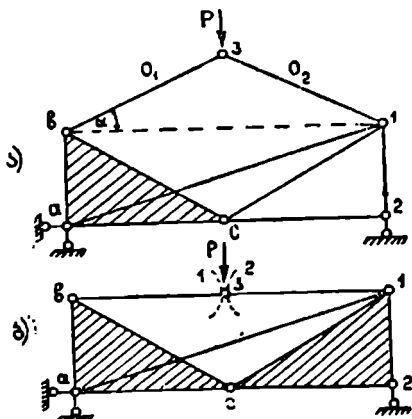
ამ ფორმულების ანალიზთან ერთად სისტემის გეომეტრიული შედგენილობაც უნდა გავარჩიოთ, რასაც სტრუქტურული ანალიზი ეწოდება.

მაგალითად, 36-ე ნახაზზე მოყვანილი ორივე სისტემისათვის (1) ფორმულა იძლევა: $W=3 \cdot 4 - 2 \cdot 3 - 6 = 0$, მაშინ, როდესაც პირველი უცვლელია, მეორე კი ცვლადი.

მეორე სისტემის მარცხენა AB ნაწილი შეიცავს ზედმეტ ღეროებს და სტატიკურად ურკვევია, მარცხენა BCD ნაწილი კი ცვლადია (C წერტილს



ნახ. 37.



ნახ. 38.

შეუძლია თავისუფლად იმოძრაოს). 37-ე ნახაზზე წარმოდგენილ ორივე ფერმისათვის (5) ფორმულა იძლევა

$$V=2 \cdot 8 - 13 - 3 = 0,$$

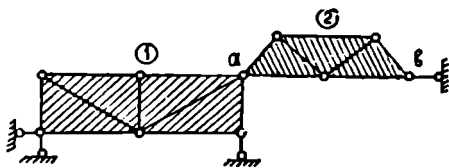
აღვილი შესამჩნევია, რომ პირველი გეომეტრიულად უცვლელია, მეორე კი ცვლადი.

abc ძირითად სამკუთხედზე კვანძები მიმავრებულია ორ-ორი ღეროს საშუალებით, იმ თანმიმდევრობით, როგორც ნახაზზე აღნიშნული და ფერმა უცვლელია (ნახ. 38, ა). მე-3 კვანძის ამოკვეთა და მასზე მოქმედი ძალების წონასწორობის პირობის განხილვა მოგვცემს: ძალვა $O_1 = O_2 =$

$$= \frac{P}{2 \sin \alpha}$$

α კუთხის თანდათანობითი შემცირებით O_1 და O_2 იზრდება, როცა $\alpha = 0$, მაშინ

$$O_1 = O_2 = \frac{P}{0} = \infty$$



ნახ. 39.

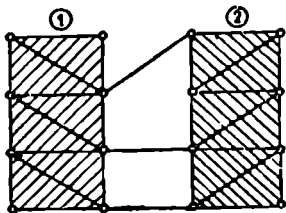
ეს გვიჩვენებს, რომ კვანძის ასე შეერთება უვარგისია. მე-3 კვანძს საშუალება ეძლევა იმოძრაოს b და 1 ცენტრებიდან შემოწრილი რკალეების მხების მიმართულებით (ნახ. 38, ბ), რაც იმას ნიშნავს, რომ სისტემა ცვლადია. მე-3 კვანძი გადასცდება თუ არა $b1$ სწორ ხაზს, ფერმა ხელახლა იქცევა გეომეტრიულად უცვლელად.

ასეთ სისტემებს მყისიერ ცვლადი სისტემები ეწოდება. მიუხედავად იმისა, რომ მე-3 ფორმულა იძლევა

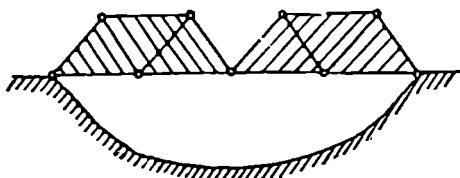
$$W = 2 \cdot 6 - 9 - 3 = 0$$

ფერმა მაინც ცვლადია (მყისიერ ცვლადი).

განხილული მაგალითებიდან ჩანს, რომ უცვლელობის პირობა $W \leq 0$ წარმოადგენს აუცილებელს, მაგრამ არა საკმარისს. ფერმის ან სხვა რაიმე



ნახ. 40.



ნახ. 41.

უცვლელი სისტემის შედგენის დროს მხედველობაში უნდა გვექონდეს შემდეგი:

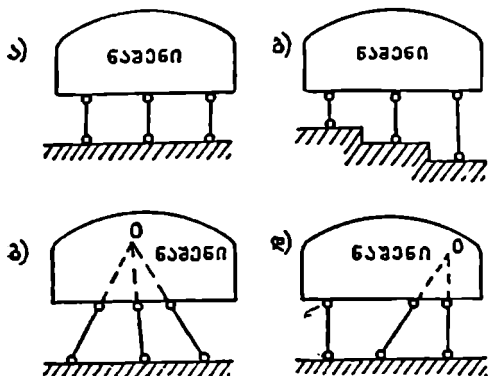
1. ორი უცვლელი სისტემის შემაერთებელი სახსარი (a) და ღერო (b) არ უნდა მოთავსდეს ერთ სწორ ხაზზე (ნახ. 39).

2. ორი უცვლელი სისტემის შემაერთებელი სამი ღერო არ უნდა იკვეთებოდეს ერთ წერტილში და არ უნდა იყოს ურთიერთ პარალელური (ნახ. 40).

3. სამი უცვლელი სისტემის შემაერთებელი სამი სახსარი (ნახ. 41) ან რაიმე უცვლელ სისტემაზე ახალი კვანძის შემაერთებელი ორი ღერო (დიადა) (ნახ. 38) არ უნდა მოთავსდეს ერთ სწორ ხაზზე.

• § 10. უცვლელი სისტემის უპრობის პირობები

სისტემის უცვლლობა საკმარისი არაა სიანეინრო ნაშენის მისაღებად, ის საყრდენების საშუალებით უძრავად უნდა იყოს დამაგრებული მიწაზე. როგორც ზემოთ შევისწავლეთ ყოველ უცვლელ ბრტყელ სისტემას სიბრტყეში აქვს თავისუფლების სამი ხარისხი. ნაშენი, რომ იყოს უძრავი, მას თავისუფლების სამივე ხარისხი უნდა მოეუსპოთ. მაშასადამე, ნაშენის მისამაგრებლად მიწაზე საჭიროა სამი კინემატიკური ბმა (ღერო). აქ შესაძლებელია ოთხი შემთხვევა:



ნახ. 42.

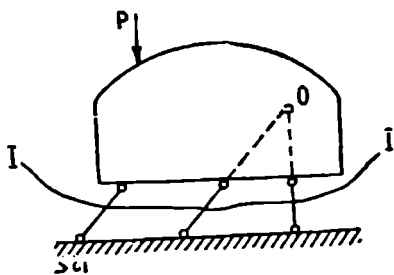
3. სამი ღერო ერთ წერტილში იკვებება (ნახ. 42, გ).

4. სამი ღერო არ იკვებება ერთ წერტილში (ნახ. 42, დ).

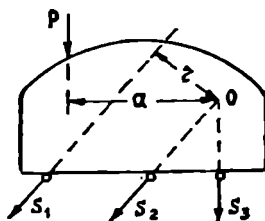
პირველ შემთხვევაში ნაშენი მოძრავია; ის უძრავია მხოლოდ იმ კერძო შემთხვევაში, როდესაც ნოქმედი გარე ძალა ღეროების პარალელურია. მეორე შემთხვევაში ნაშენი მყისად ნოძრავია, რადგან მცირე გადანაცვლების შემდეგ ირღვევა ღეროების ურთიერთპარალელურობა, შესამე შემთხვევაშიც

1. სამი ღერო ერთმანეთის ტოლი და პარალელურია (ნახ. 42, ა).

2. სამი ღერო ერთმანეთის პარალელურია და სხვადასხვა სიგრძისაა (ნახ. 42, ბ).



ნახ. 43.



ნახ. 44.

ნაშენი მყისად მოძრავია, რადგან მას შეუძლია O წერტილის (მყისა ცენტრის) ირგვლივ ბრუნვა.

მეოთხე შემთხვევაში ნაშენის უძრავობა უზრუნველყოფილია, ვინაიდან აქ ყოველთვისაა შესაძლებელი აქტიური და პასიური (რეაქტიული) ძალების გაწონასწორება. ამის დამტკიცება არ წარმოადგენს სირთულეს: გავატაროთ I—I კვეთი (ნახ. 43) და დაეწეროთ ზელა ნაწილის წონასწორობის განტოლე-

ბა, ე. ი. მომენტების ჯამი O წერტილის მიმართ გაუტოლოთ ნულს. ძალვა მარცხენა განაპირა ღეროში იქნება (ნახ. 44):

$$S_1 = -P \frac{a}{r}.$$

როცა $r=0$, ე. ი. სამივე ღერო იკვეთება ერთ წერტილში, მაშინ $S_1 = \infty$ და სისტემა ცვლადად გადაიქცევა.

მაშასადამე, ნაშენი რომ მივამაგროთ მიწაზე ან სხვა რაიმე უცვლელ სისტემაზე უძრავად, საკმარისია სამი საყრდენი ღერო, რომლებიც არ უნდა იკვეთებოდნენ ერთ წერტილში და არ უნდა იყვნენ ურთიერთ პარალელური.

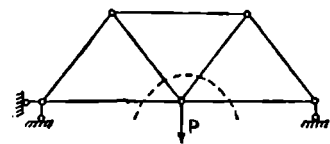
§ 11. უცვლელი და უძრავი ფარგვანის სტატიკური აკვანადგობის პირობები

ნაშენის მიწაზე უძრავად მისამაგრებლად საკმარისია სამი ღერო, რომლებიც ჰქონიან ნაშენის საყრდენებს. ასეთი დამაგრება სტატიკურად რკვევადია, რადგან წონასწორობის განტოლებათა რიცხვი ($\sum X=0$; $\sum Y=0$; $\sum M=0$) ემთხვევა უცნობთა (ძალები ღეროებში) რიცხვს.

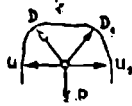
თუ საყრდენი ღეროების რიცხვი არ აღემატება სამს, მაშინ ნაშენი საყრდენი დამაგრების მხრივ სტატიკურად რკვევადია. წინააღმდეგ შემთხვევაში სისტემა სტატიკურად ურკვევია (ნახ. 45).

ფერმის სტატიკური რკვევადობის პირობას, მისი შინაგანი კონსტრუქციის მიხედვით, შემდეგი მსჯელობით მივიღებთ: რადგან ფერმა წინასწორობაშია, ამიტომ მისი ცალკეული კვანძებიც წონასწორობაში უნდა იყოს (იხ. § 3).

თითოეული კვანძი წარმოადგენს გაწონასწორებულ სისტემას და მასზე მოქმედი ყველა ძალა თავს იყრის ერთ წერტილში (ნახ. 46). ამის გამო წონასწორობის პირობა გამოიხატება ორი განტოლებით — $\sum X=0$ და $\sum Y=0$ (განტოლება $\sum M=0$ იქცევა იგივობად და ყოველთვის იქნება დაკმაყოფილებული).



ნახ. 46.



ნი ღეროთი ტოლია $C+3$. ფერმა რომ იყოს სტატიკურად რკვევადი საჭიროა,

$$2Y = C + 3,$$

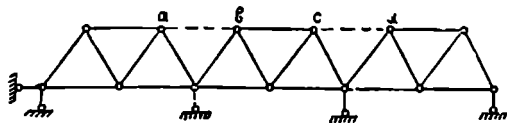
საიდანაც

$$C = 2Y - 3.$$

(6)

ფერმა იქნება სტატიკურად რკვევადი თავისი შინაგანი კონსტრუქციის მხრივ, თუ მისი ღეროების რიცხვი ტოლია კვანძების გაორკეცებული რიცხვისა მინუს სამი.

მიღებული განტოლება მთლიანად ემთხვევა ფერმის გეომეტრიული უცვლელობის პირობას (ფორ. 6). მაშასადამე, მე-ნ ფორმულა გამოხატავს, როგორც უცვლელობის, ისე სტატიკური რკვევადობის პირობას.



ნახ. 47.

ფერმის სტატიკური რკვევადობის პირობა შეიძლება გამოხატოს ფორმულით:

$$m_0 = 2Y, \quad (6')$$

სადაც $m_0 = C + 3$ ფერმის ღეროების რიცხვია.

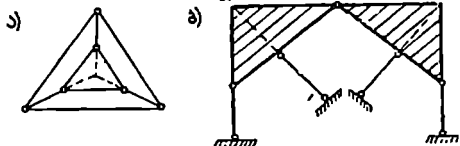
ფერმის სტატიკური რკვევადობის გამოკვლევის დროს საყრდენი ღეროები არაფრით განსხვავდება თვით ფერმის ღეროებისაგან. ჩვენ შეგვიძლია დავეშვათ საყრდენი ღეროები და სამაგიეროდ ფერმიდან იმდენივე გამოვრიცხოთ ან პირიქით. მაგალითად (ნახ. 47), თუ უკუვაგდებთ ab და cd ღეროს და მათ მაგიერ დავეშვათ შუა ორ საყრდენ ღეროს, ფერმის სტატიკური რკვევადობა არ დაირღვევა.

§ 12. მუხისაღ ცვლადი სისტემები

ზემოთ ჩვენ ვნახეთ, რომ სისტემას შეიძლება ჰქონდეს მისი უცვლელობის უზრუნველყოფისათვის საჭირო მშენების რიცხვი და მათი გეომეტრიული სტრუქტურაც საერთოდ შეიძლება შეესაბამებოდეს სისტემის უცვლელობას, მაგრამ მყისად ცვლადი (ნახ. 38, ბ), ან მყისად მოძრავი იყოს (ნახ. 42 ბ, გ).

38-ე ნახაზზე ნაჩვენებია სისტემა საერთო შემთხვევაში უცვლელია, მაგრამ, როდესაც $b-3$ და $1-3$ ღერო ერთ სწორ ხაზზე მოთავსდება, სისტემა მყისად ცვლადი ხდება.

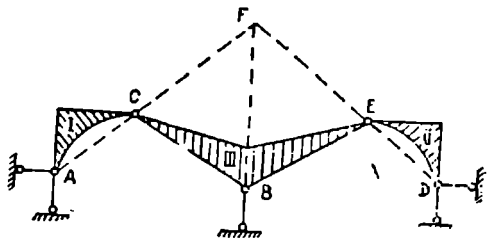
წარმოვიდგინოთ, რომ $b-3$ და $1-3$ ღერო გახსნილია მე-3 კვანძში, მაშინ მათ შეიძლება თავისუფლად იბრუნონ b და 1 ცენტრების ირგვლივ და შემოსწერონ 1 და 2 წრეხაზები. რადგან ორივე წრეხაზს ერთი საერთო მხები და მაშასადამე, ერთი საერთო, უსასრულოდ მცირე მონაკვეთი აქვს, ამიტომ შეერთება მე-3 კვანძში არ ეწინააღმდეგება $b-3$ და $1-3$ ღეროების უსასრულოდ მცირე ვერტიკალურ გადაადგილებას. ასეთ სისტემებს მყისად ცვლადი სისტემები ეწოდება.



ნახ. 48.

მყისად მოძრავ სისტემას მივიღებთ, თუ ნაშენი მიმაგრებულია მიწაზე სამი საყრდენი ღეროთი და ისინი ერთ წერტილში იკვეთება (ნახ. 42, გ).

48-ე ნახაზზე ნაჩვენებია მყისად ცვლადი (ნახ. ა) და მყისად მგორავი სისტემა (ნახ. ბ). პირველ შემთხვევაში ორი უცვლელი სისტემის შემაერთებული სამი ღერო ერთ წერტილში იკვეთება, მეორეში კი სამი უცვლელი სისტემის შემაერთებული (მიწასთან ერთად შედგება სამი დისკოსაგან) სახსრები a , b და c ერთ სწორ ხაზზეა მოთავსებული. მყისად მოძრავი სისტემის მაგალითს წარმოადგენს 49-ე ნახაზზე ნაჩვენები სისტემა. I და II დისკო, III დისკოს მიმართ შეიძლება განვიხილოთ, როგორც AC და DE საყრდენი ღეროები, მაშინ III დისკო მიწაზე ემაგრება სამი ღეროს საშუალებით, რომლებიც ერთ წერტილში (F) იკვეთება.



ნახ. 49.

მყისად ცვლადი სისტემები

ნაშენებად არ გამოდგება, ვინაიდან აქ, ღეროებში უსასრულოდ დიდი ძალები ვითარდება (§ 10). გარდა ამისა, უცვლელ სისტემებთან შედარებით, აქ ადგილი აქვს დიდ გადაადგილებებს, რაც დაუშვებელია.

მყისად ცვლადი ან მოძრავი ხისტემის ანალიზური მაჩვენებელი (ნულოვანი დატვირთვის წესი)

გეომეტრიულად უცვლელი ნაშენის ღეროებში ნებისმიერი დატვირთვისაგან გამოწვეულ ძალებს გარკვეული სასრული მნიშვნელობანი აქვთ, მყისად ცვლად ან მოძრავ სისტემებში კი ზოგიერთ ღეროში ძალვა გაურკვეველ ან უსასრულო მნიშვნელობას იღებს.

დაუტვირთავი სისტემა შეგვიძლია განვიხილოთ, როგორც ნულოვანი ტვირთით დატვირთული. თუ ნულოვანი დატვირთვის დროს ძალვა ყველა ღეროში ნულის ტოლია და თუ ეს გადაწყვეტა ერთადერთი შესაძლო გადაწყვეტაა, მაშინ სისტემა უცვლელია. თუ ნულოვანი დატვირთვის დროს ძალვა ყველა ღეროში არ არის ნულის ტოლი, ე. ი. ადგილი აქვს საწყის ძაბვებს, მაშინ სისტემა მყისად ცვლადია.

განვიხილოთ, მაგალითად 43-ე ნახაზზე ნაჩვენები სისტემა. როდესაც სამი საყრდენი ღერო ერთ წერტილში არ იკვეთება, მაშინ ძალებს საყრდენ ღეროებში სასრული მნიშვნელობანი აქვს: ნებისმიერი დატვირთვის შემთხვევაში

$$S_1 = -\frac{P \cdot a}{r}, \text{ ხოლო ნულოვანი დატვირთვის დროს კი } S_1 = \frac{0}{r} = 0. \text{ როდესაც სამი ღერო იკვეთება ერთ წერტილში, მაშინ } P \text{ ძალისაგან გამოწვეული ძალვა უსასრულოდ დიდია}$$

$$S_1 = \frac{P \cdot a}{0} = \infty,$$

ხოლო ნულოვანი დატვირთვისაგან კი განუზღვრელია $S_1 = \frac{0}{0}$ და სისტემა ცვლადია (მყისად ცვლადი სისტემების გამოკვლევის სხვა წესი მოყვანილია მე-18 §-ში.)

§ 13. მაგალითები

5 მაგალითი. გამოთვალეთ თავისუფლების ხარისხი (ნახ. 50).

გადაწყვეტა: დისკების რიცხვი $D=7$, სახსრების რიცხვი $\Pi=7$, საყრდენი ღეროების რიცხვი $C_0=6$. (1) ფორმულა მოგვცემს:

$$W = 3 \cdot 7 - 2 \cdot 7 - 6 = 1.$$

სისტემას თავისუფლების ერთი ხარისხი აქვს, ე. ი. აკლია ერთი საყრდენი ღერო.

6 მაგალითი. შევამოწმოთ სისტემის უცვლელობა (ნახ. 51).

გადაწყვეტა: $D=2$; $\Pi=1$; $C_0=4$.

(1) ფორმულა მოგვცემს:

$$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - 4 = 0.$$

მაგრამ, სისტემა მყისად ცვლადია. ორი მარჯვენა საყრდენი ღერო შეიძლება შეეცვალოს პირობითი (c) სახსრით. რადგან სამი დისკოს შემაერთებელი a , b და c სახსრები იმყოფება ერთ სწორ ხაზზე, ამიტომ სისტემა მყისად ცვლადია.

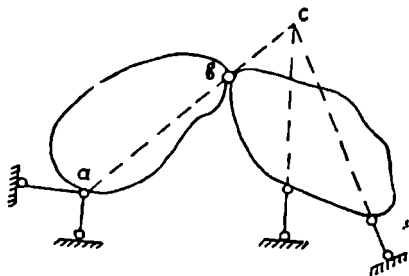
7 მაგალითი. შევამოწმოთ უსაყრდენო სისტემის უცვლელობა (ნახ. 52).

გადაწყვეტა: მიწაზე მიუმაგრებელი ღეროვანი სისტემის ცვლადობის ხარისხი გამოითვლება ფორმულით (5)

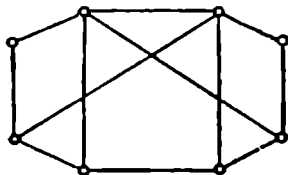
$$W = 2Y - C - 3.$$

კვანძების რიცხვი $Y=8$, ღეროების რიცხვი $C=12$, $W=2 \cdot 8 - 12 - 3 = 1$, ე. ი.

ფერმას აკლია ერთი ღერო. აღებული სისტემის ცვლადობაში ადვილად დაერწმუნდებით, თუ



ნახ. 51.



ნახ. 52.

თანდათანობით უკუევაგდებთ კვანძს და მის შემაერთებელ ორ ღეროს. დაგვრჩება გეომეტრიულად ცვლადი ოთხკუთხედი.

8 მაგალითი. განესაზღვროთ ღეროვანი სისტემის ცვლადობის ხარისხი და გავარჩიოთ მისი გეომეტრიული სტრუქტურა (ნახ. 53).

გადაწყვეტა: მე-5 ფორმულა მოგვცემს:

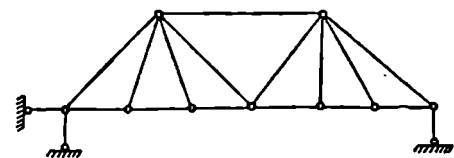
$$W = 2 \cdot 1 - 3 - 2 - 3 = 0,$$

ე. ი. სისტემას ღერო არ აკლია.

გავარჩიოთ ფერმის გეომეტრიული სტრუქტურა. ის შეგვიძლია წარმოვიდგინოთ სამ დისკოსაგან შედგენილ სისტემად (რადგან თითოეული ნაწილი გეომეტრიულად უცვლელია).

პირველ დისკოს თუ შევცვლით *აბ* ღეროთი, მაშინ აღმოჩნდება, რომ ორი დისკო ერთმანეთთან სამი პარალელური ღეროთია შეერთებული და მაშასადამე სისტემა მყისიად ცვლადია.

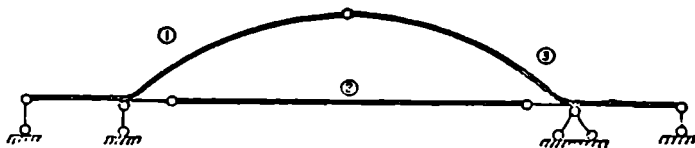
9 მაგალითი. შევამოწმოთ ფერმის გეომეტრიული უცვლელობა (ნახ. 54). მე-4 ფორმულა $m_0 = 2Y$ მოგვცემს $18 = 2 \times 9$, ე. ი. ფერმა უცვლელია.



ნახ. 54.

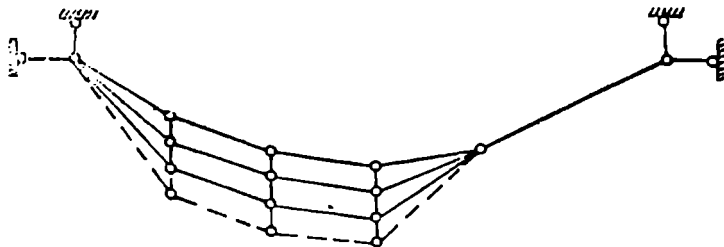
$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 5 = -2,$$

ე. ი. სისტემა ორჯერ სტატიკურად ურკვევია.

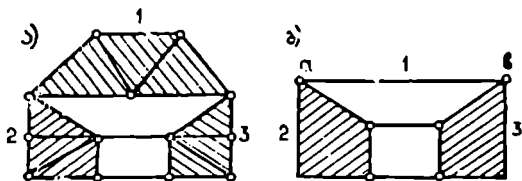


ნახ. 55.

11 მაგალითი. გამოვარკვეოთ რამდენიმე მრავალკუთხედისაგან შედგენილი ფერმის (ი. მ. რაბინოვიჩის ფერმა) ცვლადობის ხარისხი (ნახ. 56).



ნახ. 56.



ნახ. 53.

10 მაგალითი. შევამოწმოთ სისტემის უცვლელობა და სტატიკური რკვევადობა (ნახ. 55).

სისტემა შედგება სამი დისკოსაგან.

გაღაწვევტა: $D = 3$, $\text{III} = 3$, $C_0 = 5$, მივიღებთ:

გ ა და წ ყ ვ ე ტ ა: მე-3 ფორმულა მოგვცემს:

$$W = 2 \cdot 12 - 19 - 4 = 1,$$

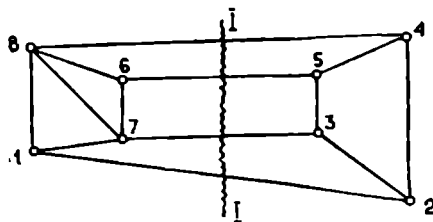
ე. ი. სისტემას აქვს ცვლადობის ერთი ხარისხი. თუ ფერმას დავეშაბებთ ერთ სარტყელს ისე, როგორც ნაჩვენებია ნახაზზე წყვეტილი ხაზით, მივიღებთ უცვლელ სისტემას; მართლაც, ამ შემთხვევაში

$$W = 2 \cdot 15 - 26 - 4 = 0.$$

საზოგადოდ, მრავალსარტყლიანი ფერმა, რომ უცვლელი იყოს მრავალკუთხედის რიცხვი პანელების რიცხვს უნდა უდრიდეს.

12 მაგალითი. ნულოვანი დატვირთვის მეთოდით დავამტკიცოთ, რომ ფერმა გეომეტრიულად უცვლელია (ნახ. 57).

გ ა და წ ყ ვ ე ტ ა: გავატაროთ I—I კვეთი და განვიხილოთ მარცხენა ან მარჯვენა ნაწილის წონასწორობის პირობა.



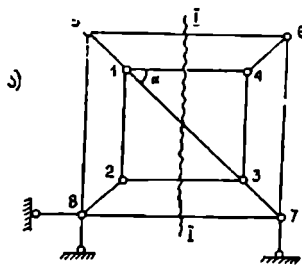
ნახ. 57.

განტოლება $\sum Y = 0$ მოგვცემს, რომ ძალეა 1—2 ღეროში ნულის ტოლია $S_{12} = 0$. 2, 3, 4, 5, 6, 7 და 8 კვანძის წონასწორობის განხილვიდან მივიღებთ, რომ ძალეა ყველა დანარჩენ ღეროშიც ნულის ტოლია. ამგვარად, ფერმა უცვლელია. უცვლელობის აუცილებელი პირობა (ფორმულა 6) დაკმაყოფილებულია.

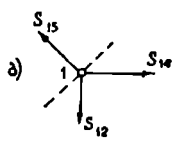
$$13 = 2 \cdot 8 - 3 = 13.$$

13 მაგალითი. ნულოვანი დატვირთვის მეთოდით დავამტკიცოთ, რომ ფერმა მყისად ცვლადია (ნახ. 58).

გ ა და წ ყ ვ ე ტ ა: ფერმა აკმაყოფილებს უცვლელობის აუცილებელ პირობას $m_0 = 2Y$. გავატაროთ I—I კვეთი და კვეთის მარცხენა მხარეზე შოკმედი ძალები დავაგეგმილოთ ვერტიკალურ ღერძზე. ძალეა დიაგონალში $S_{1-3} = 0$; შემდეგ განვიხილოთ



ნახ. 58.



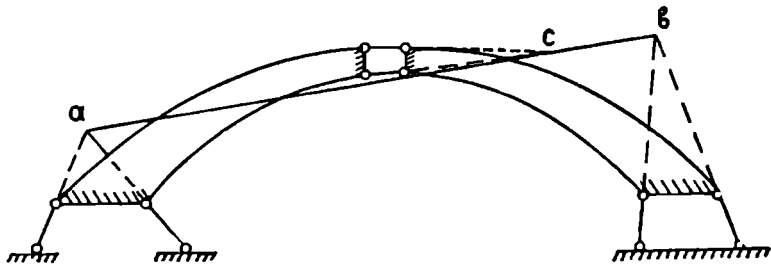
1, 2, 3, 4 და სათანადოდ 5, 6, 7 და 8 კვანძების წინასწორობის პირობა. მაგალითად, 1 კვანძის განხილვა მოგვცემს $S_{12} = S_{14}$ (ნახ. 58, ბ) (ძალები დავაგეგმილოთ 1—5 ღეროს პერპენდიკულარულ ღერძზე). საბოლოოდ მივიღებთ:

$$\begin{aligned} S_{12} &= S_{14}; & S_{56} &= S_{68}; \\ S_{13} &= S_{23}; & S_{68} &= S_{87}; \\ S_{33} &= S_{34}; & S_{87} &= S_{76}; \\ S_{34} &= S_{14}; & S_{76} &= S_{46}; \\ S_{15} &= S_{46} = S_{37} = S_{28} = S_{13} \cdot 2 \cos \alpha = S_{12} \sqrt{2}. \end{aligned}$$

მიღებული ფორმულები გვიჩვენებს, რომ ნულოვანი დატვირთვის დროს კვანძებში ძალები ურთიერთ გაწონასწორებულია და ვიღებთ განუზღვრელ გადაწყვეტას (ნულოვან დატვირთვის შეესაბამება უამრავი გადაწყვეტა), რაც იმის მაჩვენებელია, რომ სისტემა მუისად ცვლადია.

14 მაგალითი. დავამტკიცოთ, რომ წარმოდგენილი სამსახსრიანი თალი გეომეტრიულად ცვლადია (ნახ. 59).

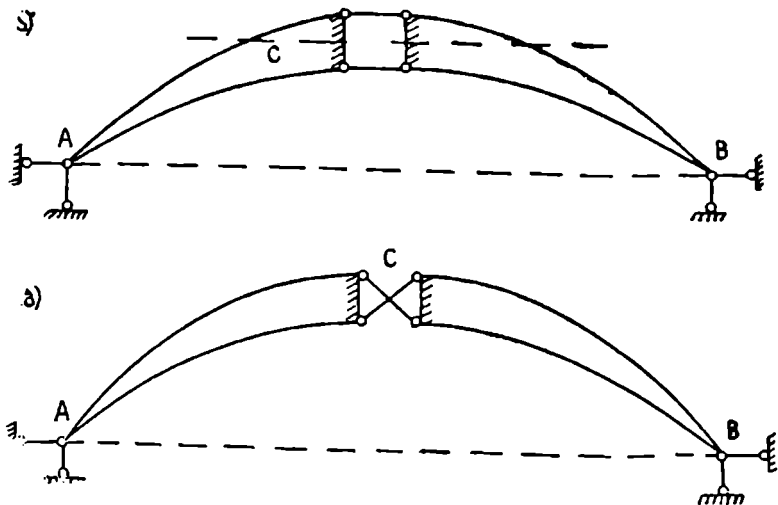
გადაწყვეტა: საყრდენი ღეროები შევცვალოთ a და b პირობითი სახსრებით (მუისა სახსრებით), ხოლო ნახევართალების შემაერთებელი ღეროები კი პირობითი c სახსრით. სამი დისკოს (შიწიანად) შემაერთებელი სა-



ნახ. 59.

ში სახსარი მოთავსდა ერთ სწორ ხაზზე და სისტემა გეომეტრიულად ცვლადია.

15 მაგალითი. რატომაა პირველი სისტემა ცვლადი, ხოლო მეორე კი უცვლელი (ნახ. 60).

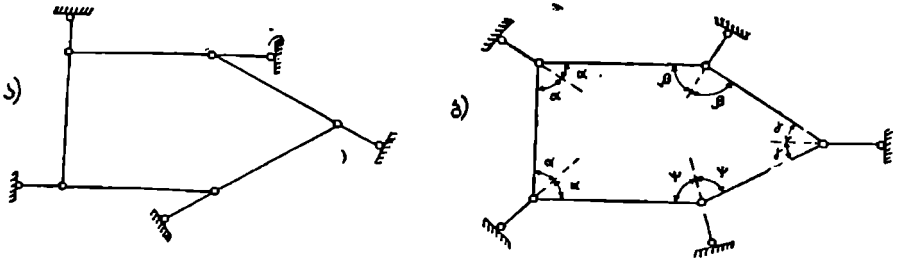


ნახ. 60.

გ ადა წყვე ტა. პირველ შემთხვევაში პირობითი C სახსარი უსასრულობაში იმყოფება (ღეროები ურთიერთპარალელურია და ემოხვევა A და B სახსრების შემაერთებელ AB ხაზს უსასრულობაში). მეორე შემთხვევაში A , B და C სახსარი არ იმყოფება ერთ სწორ ხაზზე.

სამსახსრიანი თალი იქნება გეომეტრიულად უცვლელი, თუ ნამდვილი ან პირობითი სახსრები ერთ სწორ ხაზს არ დაემთხვა.

საერთოდ კინემატიკიდან ცნობილია, რომ თუ სამი დისკოს მუისა ცენტრები ერთ სწორ ხაზზეა მოთავსებული, მაშინ სისტემა



ნახ. 61.

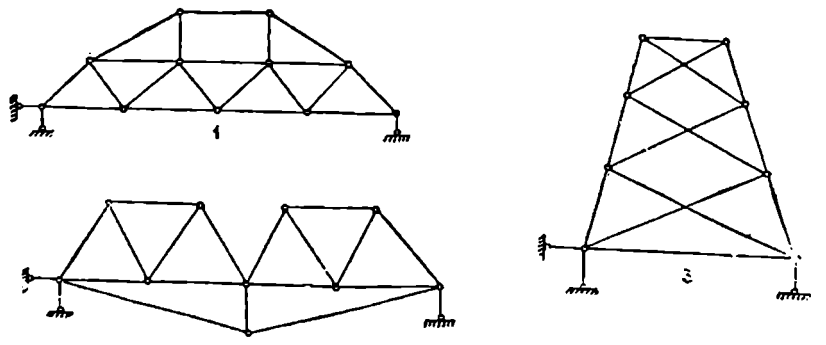
ნებისმიერ უსასრულოდ მცირე გადაანაცვლებას მიიღებს, ე. ი. სისტემა მუისად ცვლადია.

16 მაგალითი. დავამტკიცოთ, რომ პირველი სისტემა უცვლელია, ხოლო მეორე კი ცვლადი (ნახ. 61).

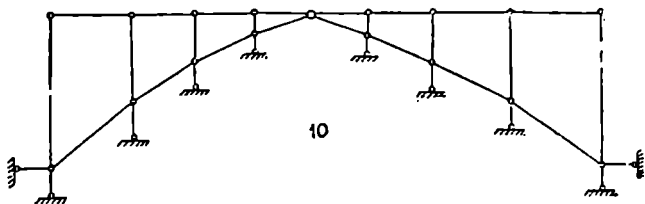
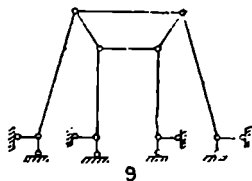
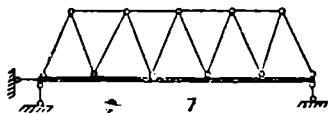
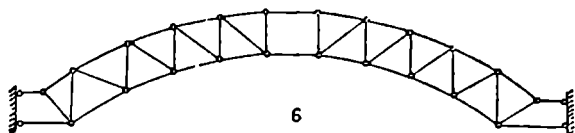
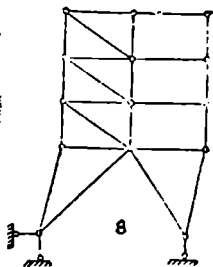
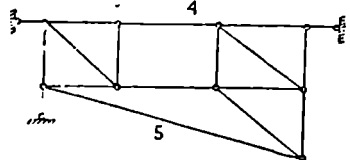
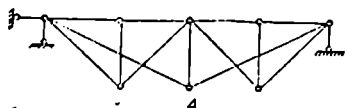
დავამტკიცოთ ნულოვანი დატვირთვის მეთოდით.

§ 14. სავარჯიშო ამოცანები

განესაზღვროთ ქვემოთ ნაჩვენები სისტემების (ნახ. 62) გეომეტრიული უცვლელობა და სტატიკური რკვევადობა.



ნახ. 62.



6.b. 62.

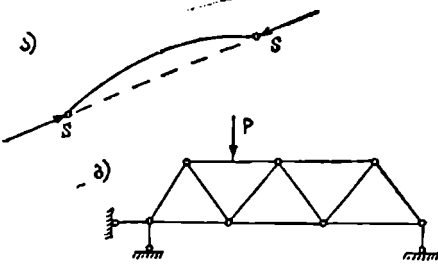
კოხორვანი ფარმების ანზაროში მუდმივ ტვირთზე

§ 15. ფარმის მუშაოების ხასიათი. მისი გავრცელება
საინჟინრო საქმეში

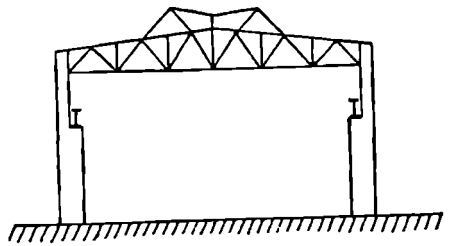
ფერმის ცნება მოცემული იყო მე-ნ პარაგრაფში. ფერმა გეომეტრიულად უცვლელი სისტემაა, რომელიც იდეალური სახსრებით დაკავშირებული ლეროებისაგანაა შედგენილი.

იდეალურ სახსრებად ისეთი სახსრები იგულისხმება, რომლებიც არ ეწინააღმდეგება ლეროების მობრუნებას, ე. ი. სახსრებში ხახუნის ძალები არ ვითარდება (იხ. § 4).

ლეროების ლერძები გადის სახსრების ცენტრზე, ეს უკანასკნელი კი ფერმის კვანძების ცენტრებს ემთხვევა. გარე ძალები ფერმის კვანძებზე უნდა მოქმედებდეს. ფერმის ლეროებში განვითარებული ძალები მიმართულია კვან



ნახ. 63.



ნახ. 64.

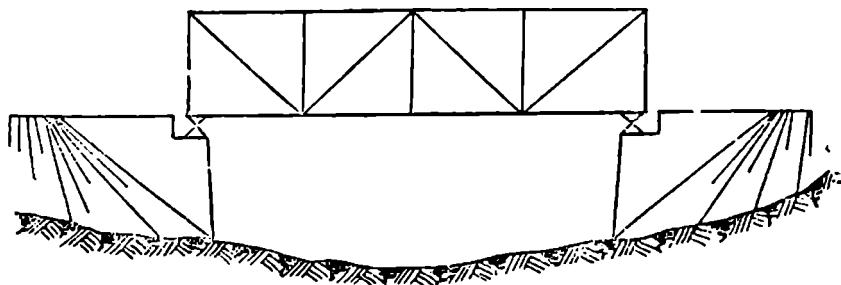
ძების შემავრთებელი სწორი ხაზის გასწვრივ (ნახ. 63, ა). წინააღმდეგ შემთხვევაში წონასწორობა არ იქნება დაცული (ორი ძალის წონასწორობისათვის საჭიროა, რომ ისინი ემთხვეოდეს ერთ სწორ ხაზს, იყოს ერთმანეთის ტოლი და ჰქონდეს საწინააღმდეგო მიმართულება).

ლუნვას რომ არ ჰქონდეს ადგილი, ფერმის ლეროებს ყოველთვის სწორ-ხაზოვანს აკეთებენ.

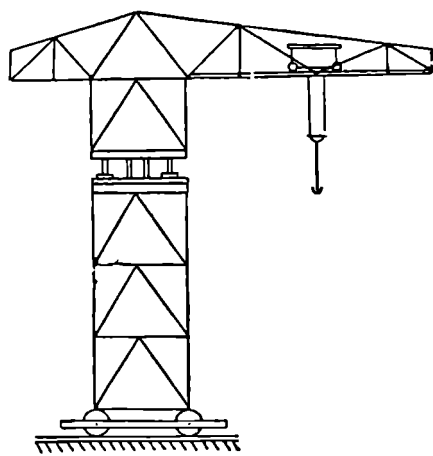
მაშასადამე, სწორი ელემენტებისაგან შედგენილ ფერმების ლეროებში წარმოიშება მხოლოდ ლერძული ძალები, ე. ი. ადგილი ექნება მხოლოდ გაკიშვას ან კუმშვას. თუ გარე ძალა მოქმედებს არა კვანძზე, არამედ ლეროზე (ნახ. 63, ბ), მაშინ ამ ლეროში ლერძულ ძალასთან ერთად გაჩნდება მღუნაჲი მომენტიც, რომელიც დამატებით ძაბვებს გამოიწვევს. ძალის ასეთ მოქმედებას შეიძლება ადგილი ჰქონდეს იმ გამოთქვის შემთხვევაში, როდესაც ლეროს დიდი სიხისტე აქვს.

ფერმებზე დიდი გავრცელება ჰპოვეს საინჟინრო საქმეში. მათ იყენებენ სამოქალაქო და საწარმოო ნაშენების გადასახურავად (ნახ. 64), ხიდის მალის

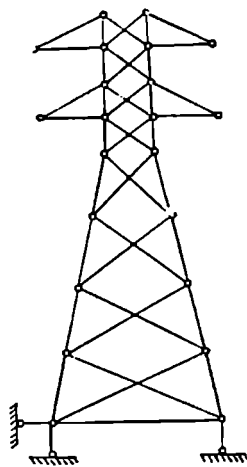
ნაშენებლად (სახილო ფერმები) (ნახ. 65), აშწებლად (ნახ. 66), ელექტროგადამცემი ხაზის საყრდენებად (ნახ. 67), რადიოანძებად და სხვ.



ნახ. 65.



ნახ. 66.



ნახ. 67.

§ 16. ფერმების კლასიფიკაცია

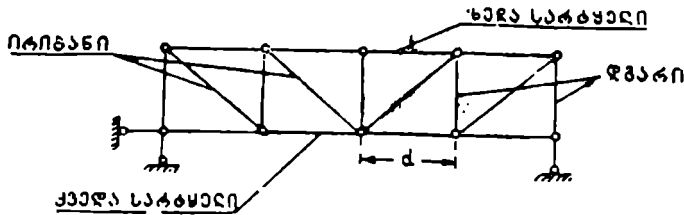
ფერმის ზედა კონტურს ზედა სარტყელი ეწოდება. ქვედა კონტურს კი ქვედა სარტყელი. ზედა და ქვედა სარტყლის შუამაერთებელი შინაგანი ღეროები ქმნიან ფერმის გისოსს. გისოსი შედგება დგარებისა (ვერტიკალური ღეროები) და ირიბნებისაგან (დიაგონალური ღეროები).

სარტყელის მეზობელ კვანძებს შორის მანძილს პანელი ეწოდება (ნახ. 68).

ფერმის კლასიფიკაცია ხდება საყრდენი რეაქციების მიწართულების, სარტყელის მოხაზულობის და გისოსის სისტემის ხასიათის მიხედვით.

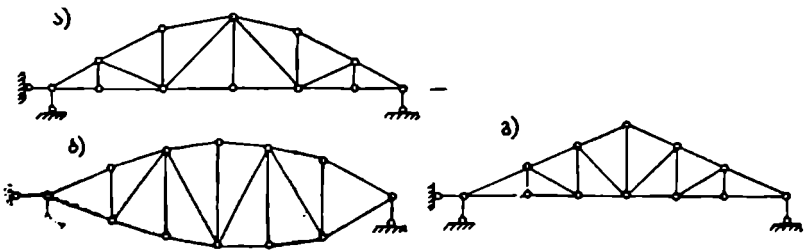
საყრდენი რეაქციების მიმართულების მიხედვით განიჩევიან უგან-
ბრჯენო ანუ კოკოვანი და განბრჯენიანი ფერმები. ფერმის სარ-
ტყელის მოხაზულობის მიხედვით გვხვდებიან:

1. პარალელურ სარტყელბიანი (ნახ. 68);



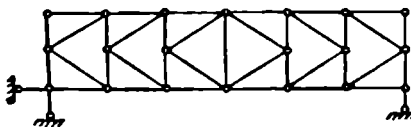
ნახ. 68.

2. პოლიგონარულ სარტყელიანი (ნახ. 69, ა);
3. მრუდე სარტყელბიანი (ნახ. 69, ბ)
4. სამკუთხა ფერმები (ნახ. 69, გ)



ნახ. 69.

იმის მიხედვით, თუ რა მრუდეზეა მოთავსებული ფერმის კვანძები, ფერმა-
შეიძლება იყოს პარაბოლური (ნახ. 69, ბ), წრიული ან სხვ.



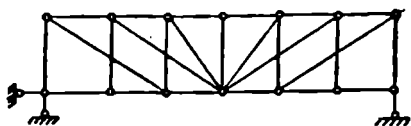
ნახ. 70.

სამკუთხა ფერმები იხმარება-
უმთავრესად შენობების გადასა-
ხურავად (ნივნივებად). წარსულში,
პარაბოლურ ფერმებს ხიდების მშე-
ნებლობაში დიდი გამოყენება ჰქონ-
და. ამჟამად მათი ადგილი დაიჭი-
რა პოლიგონალურმა ფერმებმა.

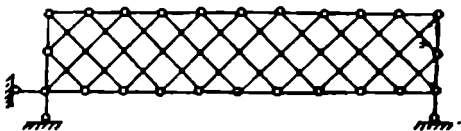
ფერმის გისოსის სისტემის მიხედვით განიჩევიან:

1. ფერმები, ირიბნიანი გისოსით, როდესაც დგარებს მოჰყვება
ირიბნები და ფერმის თითოეულ ნახევარზე ჰქმნიან ერთ მთლიან ზიგზაგს
(ნახ. 68, 69, გ);

2. ფერმები, სამკუთხა გისოსით, როდესაც ირიბნები ხან ერთი და ხან მეორე მიმართულებითაა დახრილი (ნახ. 69, ა, ბ), (ღვარები შეიძლება არ იყოს (ნახ. 63).

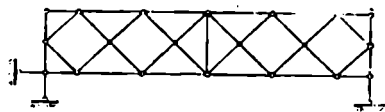


ნახ. 71.



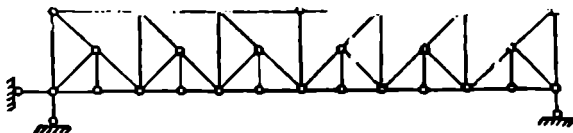
ნახ. 72.

3. ფერმები ნახევარირიბნიანი გისოსით (ნახ. 70);
 4. ფერმები მრავალირიბნიანი გისოსით (ნახ. 71);
 5. ფერმები რთული გისოსით ან მრავალგისოსიანი ფერმები (ნახ. 72), ესენი მიიღება ორი ან მრავალი უბრალო გისოსის დამთხვევით. 73-ე ნახაზზე ნაჩვენებია ორგისოსიანი ფერმა.



ნახ. 73.

6. ფერმები შედგენილი გისოსით ან შპრენგელიანი ფერმები (ნახ. 74), როდესაც ძირითად გისოსს ემატება ე. წ. შპრენგელები:



ნახ. 74.

§ 17. კალვათა განსაზღვრის მეთოდები ფარმის ღაროვაში

1. საერთო მეთოდი

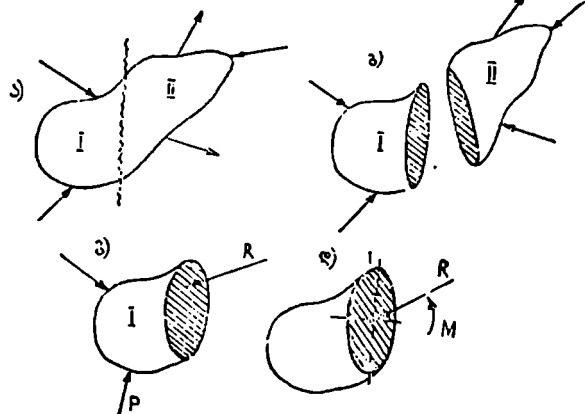
საერთოდ, სტატიკურად რკვევადი სისტემების ანგარიში იწყება შინაგანი ძალების ანუ ძალების განსაზღვრიდან. ძალვათა განსაზღვრის შემდეგ, ნაშენის ცალკეული ელემენტების კვეთის შერჩევა და დეფორმაციის გამოთვლა მარტივად ხდება.

სტატიკურად რკვევადი სისტემების ანგარიშის ძირითად მეთოდს წარმოადგენს ე. წ. განკვეთის ანუ წონასწორობის მეთოდი.

განკვეთის მეთოდით ანგარიში გამოიხატება ოთხი მოქმედების შესრულებაში:

1. სისტემის განსახილავ ადგილზე ვატარებთ კვეთს და ამით მასკოფთ ორ ნაწილად (ნახ. 75, ა);
2. უკუვაგდებთ ერთ-ერთ ნაწილს—მარჯვენას ან მარცხენას (რომელზედაც უფრო მეტი ძალები მოქმედებს) (ნახ. 75, ბ);

3. შინაგან ძალებს, რომლებიც არსებობდნენ განკვეთამდე და გამოხატავდნენ ორივე ნაწილის ურთიერთქმედებას, ვცვლით ერთი გარე ძალით (ნახ. 75, გ), ან კვეთის ცენტრზე გადატანილი ძალით და წყვილძალით (ნახ. 75, დ).



ნახ. 75.

4. ვადგენთ განსახილველი ნაწილის წონასწორობის პირობას, ე. ი. ვწერთ განტოლებებს $\Sigma X=0$; $\Sigma Y=0$; $\Sigma M=0$, საიდანაც ვსაზღვრავთ საძიებელ ძალებს. სტატიკურად რკვევადი სისტემებისათვის, თეორიულად, ამ ამოცანის გადაწყვეტა შესაძლებელია, ვინაიდან ჩვენ შეგვიძლია შევადგინოთ იმდენი ერთმანეთისაგან დამოუკიდებელი განტოლება, რამდენი უცნობიც გვაქვს

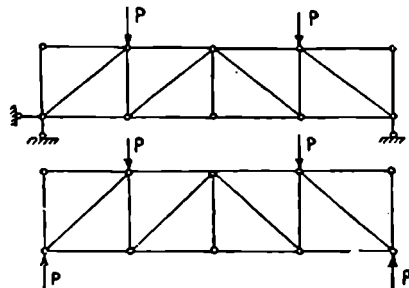
(იხ. § 11). ჩვენ გვინტერესებს არა მარტო წონასწორობის განტოლებათა შედგენა, არამედ მისი ამოხსნაც, ამიტომ უნდა ვეცადოთ მივიღოთ მარტივი განტოლებები.

ფერმების ანგარიშის დროს განკვეთის მეთოდი სხვადასხვა სახეს იღებს, მაგრამ ყველა ესენი მხოლოდ მის სახეცვლილებას წარმოადგენს.

2. ანალიზური მეთოდები

ა) კვანძების ამოკვეთის მეთოდი. ფერმის ღეროებში ძალვითა განსაზღვრავს ვიწვებთ საყრდენი რეაქციების გაანგარიშებით. ფერმებში, რეაქციებს გამოვთვლით ისე, როგორც მარტივ ორ საყრდენზე მდებარე კოქში.

უკუვაგდებთ საყრდენ ღეროებს და მათ გავლენას ვცვლით საყრდენი რეაქციებით (ნახ. 76), რის შემდეგაც ფერმას ვიხილავთ, როგორც უცვლელ მუარ ტანს. რადგანაც ფერმა წონასწორობაშია, ამიტომ მისი ყოველი კვანძიც უნდა იყოს წინასწორობაში, ე. ი. კვანძზე მოქმედმა გარე ძალებმა და შიგა ძალებმა წინასწორობის პირობები უნდა დააკმაყოფილოს.

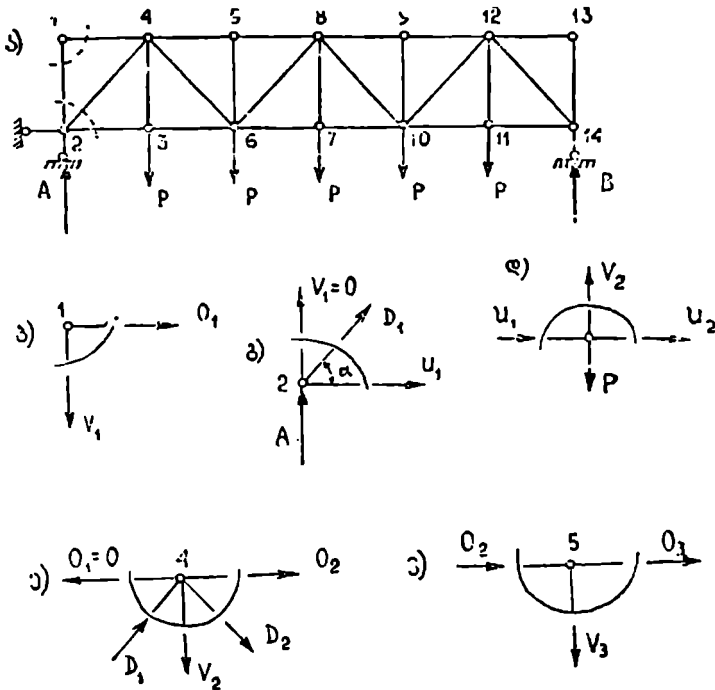


ნახ. 76.

კვანძი წარმოადგენს ბრტყელ სისტემას და მასზე მოქმედი ძალები თავს იყრის ერთ წერტილში, ამიტომ მისი წონასწორობის პირობა გამოიხატება ორი განტოლებით

$$\Sigma X=0 \text{ და } \Sigma Y=0.$$

კვანძების ანოკვეთის მეთოდი გამოიხატება შემდეგში: ფერმიდან ამოკვეთთ კვანძს, შემდეგ, უკუგდებულ ნაწილის (ლეროების) მოქმედებას დარჩენილ ნაწილზე (კვანძზე) ექვლით ლეროების გასწვრივ მოქმედი შივა ძალებით და ვწერთ კვანძის წონასწორობის პირობას. დავიწყოთ იმ კვანძის განხილვით, რომელიც შედის ორი ლერო. საძიებელ ძალებს შეიძლება მივცეთ ნებისმიერი მიმართულება. თუ განტოლების გადაწყვეტის შედეგად ძალვა დადებითი ნიშნით მივიღეთ, მაშინ არჩეული მიმართულება სწორია, წინააღმდეგ შემთხვევაში კი არაა სწორი.



ნახ. 77.

წინასწარ დავუშვათ, რომ გაკვეთილი ლეროები იკიმება, ე. ი. ძალვათა მიმართულეებანი კვანძებიდან გამოდის, თუ ანგარიშის შედეგად ძალვა აღმოჩნდა უარყოფითი, ეს იმას ნიშნავს, რომ ლერო კი არ იკიმება, არამედ იკუმშება და მაშასადამე, ძალვა კვანძისაკენ უნდა იყოს მიმართული. ერთმანეთისაგან დამოუკიდებელი განტოლებების მისაღებად გვეძილთ ლერძები რომელიმე ძალვის პერპენდიკულარულად უნდა ავირჩიოთ. გავარჩიოთ მაგალითი (ნახ. 77). ამოკვეთთ პირველი კვანძი და განვიხილოთ მისი წონასწორობის პირობა (ნახ. 77, ბ). ფერმის უკუგდებული ნაწილის გავლენა კვანძზე შეეცვალოთ უცნობი ძალებით.

ძალები აღნიშნოთ:

ზედა სარტყელის ღეროებში O ;
ქვედა " " U ;
ირიბნებში D ;
დგარებში V .

კვანძებზე მოქმედი ყველა ძალა დავაგვეგმილოთ ჯერ ჰორიზონტალურ ღერძზე, შემდეგ კი ვერტიკალურზე. მივიღებთ:

$$\Sigma X = O_1 = 0;$$

$$\Sigma Y = V_1 = 0.$$

როდესაც ტვირთი ქვედა სარტყელზეა მოთავსებული, მაშინ 1—4 და 1—2 ღერო არ მუშაობს; არ მუშაობს 12—13 და 13—14 ღეროც. ამოვკვეთოთ მე-2 კვანძი (ნახ. 77, გ) და მასზე მოქმედი ძალები დავაგვეგმილოთ ჯერ ვერტიკალურ ღერძზე და შემდეგ კი ჰორიზონტალურზე. კვანძში შედის სამი ღერო, ძალვა 1—2 ღეროში უკვე ცნობილია ($V_1 = 0$).

$$\Sigma Y = A + D_1 \sin \alpha = 0,$$

აქედან

$$D_1 = -\frac{A}{\sin \alpha}.$$

ნიშანი მიწუსი გვიჩვენებს, რომ ძალვის მიმართულება სწორად არ იყო არჩეული და მაშასადამე, 2—4 ღერო კი არ იქიმება, არამედ იკუმშება.

$$\Sigma X = D_1 \cos \alpha + U_1 = 0.$$

D_1 -ის მნიშვნელობის შეტანის შემდეგ მივიღებთ:

$$U_1 = A \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = A \operatorname{ctg} \alpha.$$

ძალვის არჩეული მიმართულება სწორია და მაშასადამე, ღერო იქიმება.

გადავდივართ მე-3 კვანძზე (ნახ. 77, დ). კვანძში შედის სამი ღერო, ძალვა 2—3 ღეროში (U_1) უკვე ცნობილია.

$$\Sigma X = U_2 - U_1 = 0,$$

აქედან

$$U_2 = U_1.$$

$$\Sigma Y = V_2 - P = 0,$$

აქედან

$$V_2 = P.$$

ნიშანი პლუსი გვიჩვენებს, რომ ორივე ღერო იქიმება.

ამოვკვეთოთ მე-4 კვანძი (ნახ. 77, ე). კვანძის ამოკვეთის დროს ცნობილი ძალები უნდა ავიღოთ თავიანთი მიმართულებით, ე. ი. თუ გაშქიმავეია კვანძიდან უნდა გამოდიოდეს და თუ შეკუმშავია უნდა შედიოდეს. შეიძლება ყველა ძალვა გაშქიმავეად ჩავთვალოთ, ხოლო შემდეგ კი განტოლებებში ცნობილი ძალები თავიანთი ნიშნით შევიტანოთ.

D_1 ძალვა მკუმშავია და კვანძში შედის.

V_2 გაშვიშავია და კვანძიდან გამოდის.

$$\Sigma X = D_1 \cos \alpha + D_2 \cos \alpha + O_3 = 0,$$

$$\Sigma Y = D_1 \sin \alpha - D_2 \sin \alpha - V_2 = 0.$$

აქედან

$$D_2 = \frac{D_1 \sin \alpha - V_2}{\sin \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha} (A - P).$$

D_1 და D_2 -ს მნიშვნელობას თუ შევიტანთ პირველ განტოლებაში მივიღებთ:

$$O_3 = -(2A - P) \operatorname{ctg} \alpha.$$

O_2 ღერო იკუმშება.

მე-5 კვანძის განხილვა მოგვეცემს (ნახ. 77, ვ):

$$\Sigma X = O_2 + O_3 = 0,$$

აქედან

$$O_3 = -O_2 = -(2A - P) \operatorname{ctg} \alpha.$$

და

$$\Sigma Y = V_3 = 0.$$

თუ კვანძზე მოქმედი ცნობილი ძალვა თავისი მიმართულებითაა აღებული, მაშინ განტოლებებში ის აბსოლუტური სიდიდით უნდა შევიტანოთ.

კვანძების ამოკვეთას ვაგრძელებთ იმ თანმიმდევრობით, როგორც აღნიშნულია ნახაზზე.

კვანძების ამოკვეთის მეთოდის უარყოფით მხარეს წარმოადგენს:

1. ნებისმიერი ღეროს ძალვის ანგარიშის შეუძლებლობა მთელ რიგ სხვა ღეროების ანგარიშის გარეშე, რაც საკმარისად დიდ შრომას და დროს მოითხოვს.

2. განტოლებებში ტრიგონომეტრიული სიდიდეების შეტანის აუცილებლობა, რაც აძნელებს ანგარიშს და ამცირებს მის სიზუსტეს.

ნულოვანი ღეროები.

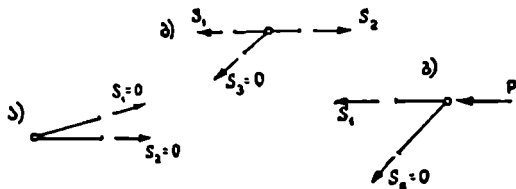
მოცემული დატვირთვის დროს, ფერმის ზოგიერთ ღეროში ძალვა ნულის ტოლია. ასეთ ღეროებს ნულოვანი ღეროები ეწოდება.

ნულოვანი ღეროების არსებობა ფერმის ანგარიშს ამარტივებს, და, ამიტომ უმჯობესია ისინი წინასწარ გამოვარკვეოთ.

ზემოთ გარჩეული მაგალითის საფუძველზე შეიძლება ჩამოვყალიბოთ ნულოვანი ღეროების ნიშნები:

1. თუ კვანძში შედის ორი ღერო და კვანძი არ არის დატვირთული, მაშინ ძალვა ორივე ღეროში ნულის ტოლია (ნახ. 78, ა).

წინააღმდეგ შემთხვევაში წონასწორობას არ ექნება ადგილი.



ნახ. 78.

ზემოთ გარჩეული მაგალითის საფუძველზე შეიძლება ჩამოვყალიბოთ ნულოვანი ღეროების ნიშნები:

1. თუ კვანძში შედის ორი ღერო და კვანძი არ არის დატვირთული, მაშინ ძალვა ორივე ღეროში ნულის ტოლია (ნახ. 78, ა). წინააღმდეგ შემთხვევაში წონასწორობას არ ექნება ადგილი.

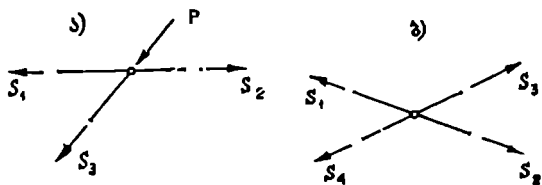
2. თუ კვანძში შედის სამი ღერო, რომელთაგან ორი ემთხვევა ერთ სწორ ხაზს და თუ კვანძი დაუტვირთავია, მაშინ მესამე ღეროში ძალვანულის ტოლია (ნახ. 78, ბ).

მესამე ღეროს „განკალკევებული“ ღერო ეწოდება. კვანძზე მოქმედი ძალები დავაგვილოთ ჯერ ვერტიკალურ, შემდეგ კი ჰორიზონტალურ ღერძზე, მივიღებთ:

$$S_3 = 0 \text{ და } S_1 = S_2.$$

მაშასადამე, ძალები, დაუტვირთავი სამღეროიანი კვანძის ერთ სწორ ხაზზე მოთავსებულ ღეროებში ერთმანეთის ტოლია.

3. თუ კვანძში შედის ორი ღერო და კვანძზე მოქმედი გარე ძალა მიმართულია ერთ-ერთი ღეროს გასწვრივ, მაშინ მეორე ღეროში ძალვანულის ტოლია (ნახ. 78, გ).



ნახ. 79.

კვანძის წონასწორობის პირობიდან მივიღებთ:

$$S_1 = -P \text{ და } S_2 = 0.$$

გარდა ზემოგანხილული შემთხვევებისა, შეიძლება შეგვხვდეს შემდეგი კერძო შემთხვევები:

1. თუ კვანძში შედის სამი ღერო, სადაც ორი ღე-

რო ემთხვევა ერთ სწორ ხაზს და კვანძზე მოქმედი გარე ძალა მიმართულია მესამე ღეროს გასწვრივ, მაშინ ამ უკანასკნელ ღეროში ძალვა მოქმედი ძალის ტოლია, ხოლო პირველ ორში კი ერთმანეთის (ნახ. 79, ა):

$$S_1 = S_2, \quad S_3 = -P.$$

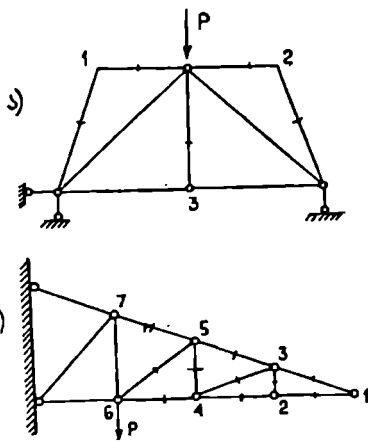
2. თუ კვანძში შემავალი ოთხი ღერო ემთხვევა ორ სწორ ხაზს და კვანძი დაუტვირთავია, მაშინ ერთ ხაზზე მოთავსებული ღეროების ძალები ერთმანეთის ტოლია (ნახ. 79, ბ):

$$S_1 = S_2 \text{ და } S_3 = S_4.$$

ამაში ადვილად დავრწმუნდებით, თუ განვიხილავთ აღებულ კვანძების წონასწორობის პირობებს.

გავარჩიოთ მაგალითები (ნახ. 80). თუ განვიხილავთ 1, 2, 3, 4

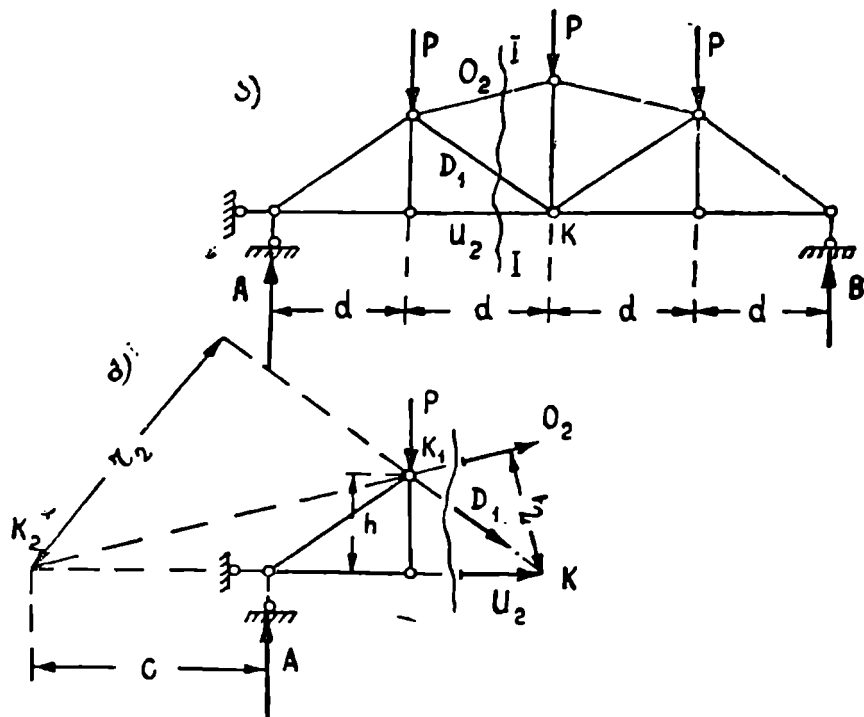
და 5 კვანძის წონასწორობის პირობას, ენახეთ, რომ გადახაზული ღეროები ნულოვანია. ძალვა 6-7 ღეროში (ნახ. 80, ბ) P ძალის ტოლია.



ნახ. 80.

ბ) სამომენტო წერტილების მეთოდი. კვანძების ამოკვეთის მეთოდისაგან განსხვავებით სამომენტო წერტილების მეთოდი დამყარებულია სტატიკის მესამე პირობის გამოყენებაზე ($\Sigma M=0$).

მარტივ ფერმებში, ეს წესი გამოიყენება იმ შემთხვევებში, როდესაც შე-



ნახ. 81.

საძლებელია ფერმის გაკვეთა ისე, რომ გადიკვეთოს სამი ღერო. ეს ღეროები ერთ წერტილში არ უნდა იკვეთებოდეს.

წარმოვიდგინოთ გვაქვს ორ საყრდენზე მდებარე ფერმა (ნახ. 81). გავიანგარიშოთ ძალვა O_2 ღეროში. გავატაროთ I—I კვეთი ისე, რომ გადიკვეთოს სამი ღერო (ნახ. 81, ა). უკუვადლოთ ფერმის მარჯვენა ნაწილი და უკუგდებული ნაწილის გავლენა დარჩენილ ნაწილზე შევცვალოთ ჯერჯერობით უცნობი ძალებით O_2 , D_1 და U_2 (ნახ. 81, ბ). დავუშვათ, რომ ყველა გაკვეთილი ღერო იქიმება, ე. ი. ძალები გამოდის კვანძიდან.

განვიხილოთ მარცხენა ნაწილის წონასწორობის პირობა. განტოლება ისე უნდა შევადგინოთ, რომ მასში შევიდეს მხოლოდ ერთი უცნობი O_2 . ამას მივაღწევთ, თუ ფერმის მარცხენა ნაწილზე მოქმედი ძალების მომენტების ჯამს D_1 და U_2 ღეროს, გადაკვეთის K წერტილის მიმართ გავუტოლებთ ნულს.

საზოგადოდ, ორი დანარჩენი ღეროს გადაკვეთის წერტილს, რომლის მიმართაც აიღება მომენტების ჯამი, სამომენტო წერტილი ეწოდება.

წონასწორობის განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\Sigma M_k = A \cdot 2d - Pd + O_2 r_1 = 0,$$

აქედან

$$O_2 = - \frac{A \cdot 2d - Pd}{r_1}. \quad (a)$$

ნიშანი მინუსი გვიჩვენებს, რომ O_2 ღერო იკუმშება.

გ ა ნ ვ ს ა ზ ლ ე რ ო თ U_2 ძ ა ლ ვ ა. ძალვის საანგარიშოდ გამოგვადგება იგივე I—I კვეთი, რადგან იკვეთება საძიებელი და კიდევ ორი სხვა ღერო. სამომენტო წერტილად მივიღოთ D_1 და O_2 ღეროს გადაკვეთის K_1 წერტილი (სიმარტივისათვის ღერო და ძალვა აღვნიშნოთ ერთი და იგივე სიმბოლოთი).

$$\Sigma M_{k_1} = A \cdot d - U_2 \cdot h = 0,$$

აქედან

$$U_2 = \frac{Ad}{h}. \quad (b)$$

U_2 ღერო იჭიმება.

გ ა ნ ვ ს ა ზ ლ ე რ ო თ D_1 ძ ა ლ ვ ა. სამომენტო წერტილად ავიღოთ ორი დანარჩენი ღეროს გადაკვეთის K_2 წერტილი.

$$\Sigma M_{k_2} = -A \cdot C + P(c+d) + D_1 r_2 = 0,$$

აქედან

$$D_1 = \frac{AC - P(c+d)}{r_2}. \quad (c)$$

ჩვენ შეგვეძლო მარჯვენა მოკვეთილი ნაწილის წინასწორობის განხილვა, მაგრამ განტოლებაში უფრო მეტი წევრები შევიდოდა. საზოგადოდ, ხელსაყრელია იმ ნაწილის განხილვა, რომელზეც უფრო ნაკლები ძალები მოქმედებენ. (a), (b) და (c) ფორმულების მრიცხველები წარმოადგენს ფერმის მოკვეთილ ნაწილზე მოქმედი გარე ძალების მომენტების ჯამს სათანადო სამომენტო წერტილების მიმართ, ამიტომ ძალები განხილულ ღეროებში შეიძლება გამოვხატოთ შემდეგნაირად:

$$O_2 = - \frac{\Sigma M_k}{r_1}; \quad U_2 = \frac{\Sigma M_{k_1}}{h}; \quad D_1 = \pm \frac{\Sigma M_{k_2}}{r_2}.$$

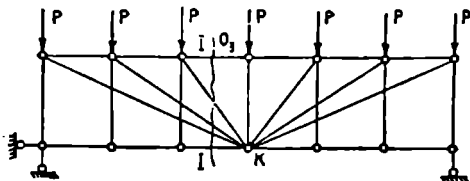
საერთოდ, სამომენტო წერტილების მეთოდით ძალები ფერმის ღეროებში შემდეგი ფორმულით განისაზღვრება:

$$S = \pm \frac{\Sigma M_k}{r},$$

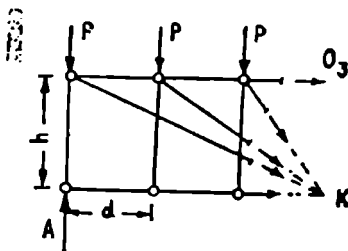
სადაც ΣM_k არის მოკვეთილ ნაწილზე მოქმედი ყველა გარე ძალის (საყრდენ რეაქციანად) მომენტების ჯამი S ღეროსათვის აღებულ სარემონტო წერტილის (k) მიმართ, ხოლო r კი S ღეროს მხარი იმავე წერტილის მიმართ.

სამომენტო წერტილების მეთოდი შეიძლება გამოვიყენოთ იმ შემთხვევაშიც, როცა კვეთში ხვდება სამზე მეტი ღერო. საილუსტრაციოდ განვიხი-

ლოთ რამდენიმე მაგალითი: I—I კვეთში (ნახ. 82) ხედება ხუთი ლერო. მაგრამ შათგან ოთხი ერთ წერტილში იკვეთება. თუ სამომენტო წერტილად ავიღებთ ოთხი ლეროს გადაკვეთის წერტილს (k), მაშინ ადვილად გამოვთვლით ძალეას მეხუთე (O_3) ლეროში (ნახ. 83):



ნახ. 82.



ნახ. 83.

$$\Sigma M_k = A \cdot 3d - P(3d + 2d + d) + O_3 h = 0,$$

$$O_3 = - \frac{A \cdot 3d - 6Pd}{h}.$$

საიდანაც

ნახევარირბნიანი ფერმის (ნახ. 84) ქვედა და ზედა სარტყელის ლეროების ძალეათა გასანგარიშებლად გავატაროთ I—I კვეთი და განვიხილოთ მარცხენა ნაწილის წონასწორობის პირობა.

მომენტების ჯამი ავიღოთ, სათანადოდ k_1 და k_2 წერტილებს მიმართ, მივიღებთ (ნახ. 84, ბ):

$$\Sigma M_{k_1} = Ad - Pd - U_2 h = 0,$$

აქედან

$$U_2 = \frac{Ad - Pd}{h} = \frac{3Pd}{2h}.$$

$$\Sigma M_{k_2} = Ad - Pd + O_2 h = 0,$$

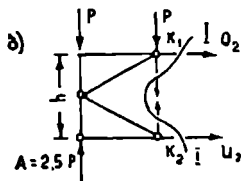
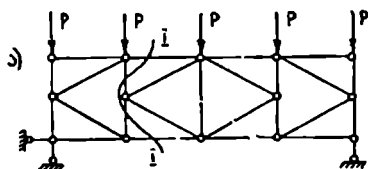
საიდანაც

$$O_2 = - \frac{3Pd}{2h}.$$

განვიხილოთ კიდევ ერთი მაგალითი (ნახ. 85).

განვსაზღვროთ ძალეა S ლეროში. გავატაროთ I—I კვეთი და სამომენტო წერტილად ავიღოთ სამი ლეროს გადაკვეთის k წერტილი. რადგანაც ყველა გაკვეთილი ლერო გარდა S-სა გადის k წერტილში, ამიტომ წონასწორობის განტოლებებში შევა მხოლოდ ერთი უცნობი S. განვიხილოთ კვეთის მარცხენა ნაწილი, მივიღებთ:

$$\Sigma M_k = -A \frac{d}{2} - Sd = 0,$$



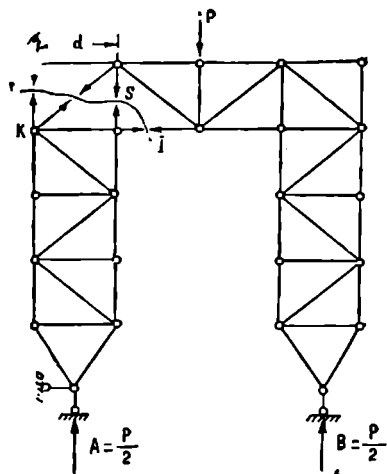
ნახ. 84.

$$S = -\frac{P}{4}$$

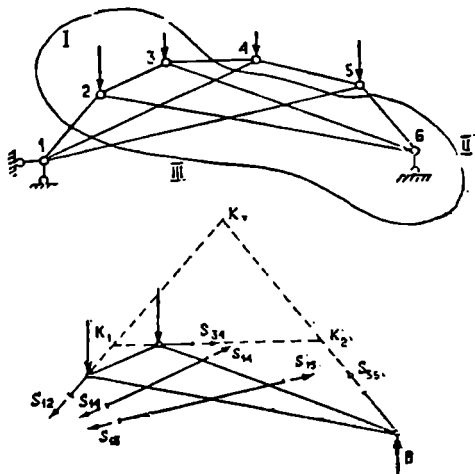
განხილული მაგალითების საფუძველზე შეგვიძლია დავასკვნათ:

თუ კვეთში ხვდება ღეროების ნე ბისშიერი რიცხვი და ყველა ღერო, გარდა ერთისა იკვეთება ერთ წერტილში, მაშინ ამ უკანასკნელ ღეროში ძალვა სამომენტო წერტილების მეთოდით გამოითვლება.

სამომენტო წერტილების მეთოდი გამოდგება მაშინაც, როცა კვეთში ხვდება მრავალი ღერო, მაგრამ, გარდა სამისა ყველა ორ-ორჯერ იკვეთება. განვიხილოთ შუხოვის ფერმა (ნახ. 86). ფერმის გაკვეთა



ნახ. 85.



ნახ. 86.

ისე, რომ არ გაიკვეთოს სამზე მეტი ღერო (რომლებიც არ იკვეთებიან ერთ წერტილში), შეუძლებელია.

გაუატაროთ ჩაკეტილი I—II—III კვეთი. სამი ღერო — 1—2, 3—4 და 5—6 გადაიკვეთება თითოჯერ, ხოლო 1—4 და 1—5 ღერო კი ორ-ორჯერ. განვიხილოთ ჩაკეტილი კონტურის შიგნით მოქცეული ნაწილის წონასწორობის პირობა.

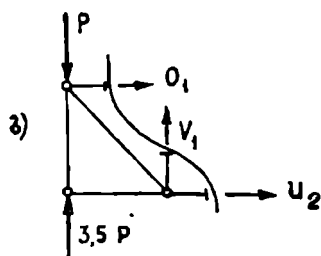
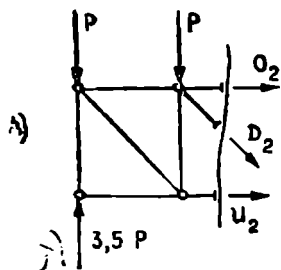
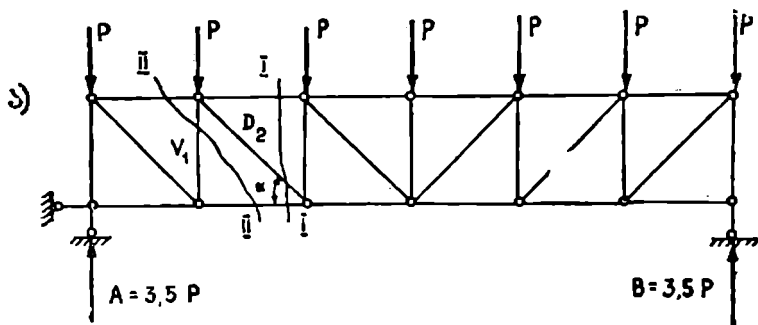
ორჯერ გადაკვეთილი ღეროების ძალები ერთმანეთს გააბათილებენ და დაგვრჩება მხოლოდ სამი S_{12} , S_{34} , S_{56} —უცნობი ძალვა, რომლებიც არ იკვეთება ერთ წერტილში.

თუ სამომენტო წერტილებად ავიღებთ სათანადოდ K_1 , K_2 და K_3 წერტილს, ვიპოვით S_{56} , S_{12} და S_{34} ძალებს. ამის შემდეგ, დანარჩენი ღეროების ანგარიში სირთულეს აღარ წარმოადგენს.

გ) დაგეგმილების მეთოდით. თუ გადაკვეთილ სამ ღეროდან ორი ურთიერთპარალელურია, მაშინ მესამე ღეროსათვის სამომენტო წერტილების წესი არ გამოგვადგება, რადგან სამომენტო წერტილი უსასრულობაშია.

ამ შემთხვევაში ვიყენებთ დაგეგმილების მეთოდს, რომელიც მდგომარეობს შემდეგში:

ფერმას ვკვეთთ ორ ნაწილად და კვეთის ცალ მხარეზე მოქმედ გარე და შიგა ძალების გეგმილების ჯამს, პარალელ-



ნახ. 87.

ლური ღეროების პერპენდიკულარულ ღერძზე, ვუტოლებთ ნულს.

გავარჩიოთ პარალელურსართყელებიანი ფერმა. ვიპოვოთ ძალვა ღვარში და ირიბანში (ნახ. 87).

ირიბანის ძალვის საპოვნელად გავატაროთ I—I კვეთი და კვეთის მარცხენა ნაწილზე მოქმედი ძალები დავაგეგმილოთ ვერტიკალურ ღერძზე, მივიღებთ (ნახ. 87, ბ):

$$\sum Y = A - P - P - D_2 \sin \alpha = 0;$$

აქედან

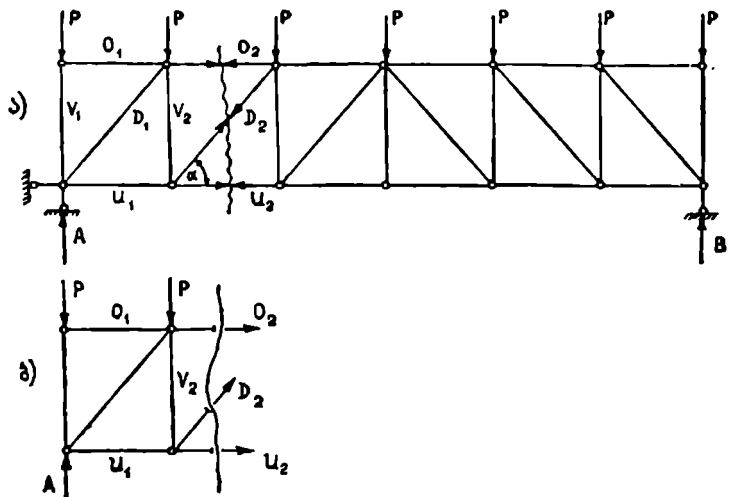
$$D_2 = \frac{A - 2P}{\sin \alpha} = \frac{Q}{\sin \alpha},$$

სადაც

$$Q = A - 2P$$

უბრალო კოქის განივი ძალაა. $A > 2P$ და ირიბანი იქიმება.

V_1 დგარის ძალვის საანგარიშოდ გავატაროთ II—II კვეთი (კვეთში უნდა მოხვედეს საძიებელი ღერო) და კვეთის მარცხენა ნაწილზე მოქმედი ძალების



ნახ. 88.

გეგმილების ჯამი ვერტიკალურ ღერძზე გავუტოლოთ ნულს, მივიღებთ (ნახ. 87, გ):

$$\Sigma Y = A - P + V_1 = 0,$$

აქედან

$$V_1 = -(A - P) = -Q.$$

ნიშანი მინუსი გვიჩვენებს, რომ დგარი V_1 შეკუმშულია.

განხილულ ფერმას აქვს დაღმავალი ირიბნები. თუ განვიხილავთ პარალელურ სარტყელებიან ფერმას აღმავალი ირიბნებით, მივიღებთ (ნახ. 88):

$$\Sigma Y = A - 2P + D_2 \sin \alpha = 0,$$

აქედან

$$D_2 = -\frac{A - 2P}{\sin \alpha} = -\frac{Q}{\sin \alpha}.$$

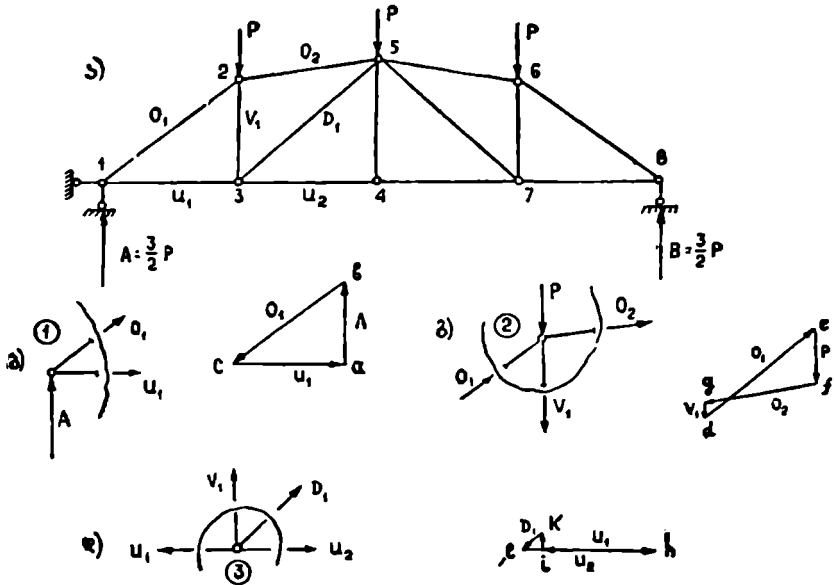
ირიბანი იკუმშება.

ჩვენ ვხედავთ რომ, თუ პარალელურსარტყელებიან ფერმაში დაღმავალ ირიბნებს შევცვლით აღმავალით, ძალვის სიდიდე დარჩება უცვლელი, ხოლო ნიშანი კი შეიცვლება. საზოგადოდ, პარალელურ სარტყელებიან ფერმაში თანაბრად განაწილებული ტვირთის მოქმედების დროს დაღმავალი ირიბნები იქიმება, აღმავალი კი იკუმშება.

3. გრაფიკული მეთოდი

ა) კვანძების ამოკვეთის მეთოდის გრაფიკული ვარიანტი. ზემოთ ჩვენ შევისწავლეთ კვანძების ამოკვეთის მეთოდი, რომელიც მდგომარეობს შემდეგში: თერმიდან თანდათანობით ამოკვეთთ კვანძებს და მასზე ვაღვენთ მოქმედი ძალების წონასწორობის პირობებს ანალიზურად.

კვანძების ამოკვეთის წესის ანალიზური ვარიანტი შეიძლება შეიკვალოს გრაფიკული ვარიანტი. ამოკვეთილ კვანძში, ჩვენ გვაქვს ერთ წერტილში გადაკვეთილი და წონასწორობაში მყოფი გარე და შიგა ძალები. კვანძის წონასწორობისათვის აუცილებელია და საკმარისი, რომ ამ



ნახ. 89.

ძალებმა შეკრან ძალთა მრავალკუთხედი. ამოცანის გადაწყვეტა შეიძლება მხოლოდ მაშინ, თუ კვანძში შემავალ უცნობ ძალთა რიცხვი ორს არ აღემატება. მაშასადამე, საკითხი დაიყვანება სტატიკის უბრალო ამოცანაზე: მოცემული ძალა დავეშალოთ ორი ცნობილი მიმართულებით. გავარჩიოთ მაგალითი (ნახ. 89). საყრდენი რეაქციები წინასწარ ცნობილია.

ამოკვეთით პირველი კვანძი და განვიხილოთ მისი წონასწორობის პირობა (ნახ. 89, ბ). კვანძზე მოქმედმა ძალებმა— A , O_1 , U_1 უნდა შეკრან ძალთა მრავალკუთხედი. რაიმე განსაზღვრულ მასშტაბში მოვზომოთ A რეაქცია და მისი საწყისი და ბოლო წერტილებიდან გავატაროთ U_1 და O_1 ძალების პარალელური ხაზები ურთიერთგადაკვეთამდე. ძალთა abc სამკუთხედის გვერდები bc და ca გაზომილი ძალეთა მასშტაბში, მოგვცემს საძიებელ O_1 და U_1 ძალებს.

ძალთა მრავალკუთხედში ყველა ძალა ერთი მიმართულებით უნდა მიდრიოდეს. ამიტომ ძალვათა ნიშნის გამოსარკვევად უნდა გავყვეთ ცნობილი ძალის (A რეაქციის) მიმართულებას. მივიღებთ, რომ O_1 ძალვა მიმართულია კვანძისაკენ და, მაშასადამე, ღერო იკუმშება, U_1 ძალვა გამოდის კვანძიდან და ღერო იჭიმება.

შემდეგ ვიხილავთ მე-2 კვანძის წონასწორობას (ნახ. 89, გ). მასში შედის ორი უცნობი ღერო O_2 და V_1 . რადგან O_1 ღერო იკუმშება, ამიტომ მე-2 კვანძის განხილვისას მის ძალვას მივმართავთ კვანძისაკენ. კვანძზე მოქმედებს ცნობილი O_1 , P და უცნობი O_2 , V_1 ძალები. ავავთ ძალთა მრავალკუთხედი. ჯერ მოვზომოთ O_1 , შემდეგ კი P . O_1 ძალის დასაწყისიდან (d წერტილიდან) გავტაროთ, V_1 ღეროს პარალელური ხაზი, P ძალის ბოლოდან (f წერტილიდან) კი O_2 ღეროს პარალელური, ურთიერთ გადაკვეთამდე g წერტილში.

თუ გავყვებით ცნობილ (O_1 და P) ძალების მიმართულებას, მივიღებთ O_2 და V_1 ძალების მიმართულებას. O_2 ღერო იკუმშება, V_1 კი იჭიმება.

შემდეგ, გადავდივართ მე-3 კვანძის განხილვაზე, სადაც შედის ორი უცნობი ძალვა D_1 და U_2 (ნახ. 89, დ). ცნობილ ძალებს ავიღებთ თავიანთი მიმართულებით, უცნობ ძალებს კი ჩავთვლით გამჭიმავად. ძალვა D_1 ღეროში გამოხატულია kl მონაკვეთით, U_2 -ში კი ehl -ით. ძალთა მრავალკუთხედიდან მივიღებთ, რომ D_1 ღერო იკუმშება, U_2 კი იჭიმება.

თუ გავაგრძელებთ კვანძების განხილვას იმ თანმიმდევრობით, როგორც აღნიშნულია ნახაზზე, ვიპოვით ძალვას ყველა დანარჩენ ღეროში.

დავიხსომოთ, რომ ძალვის ნიშანს ვიგებთ ძალთა მრავალკუთხედის შემოვლით, ისე, რომ ისრები მიდრიოდნენ ერთი მიმართულებით. შემოვლის მიმართულება განისაზღვრება ცნობილი ძალების მიმართულებით.

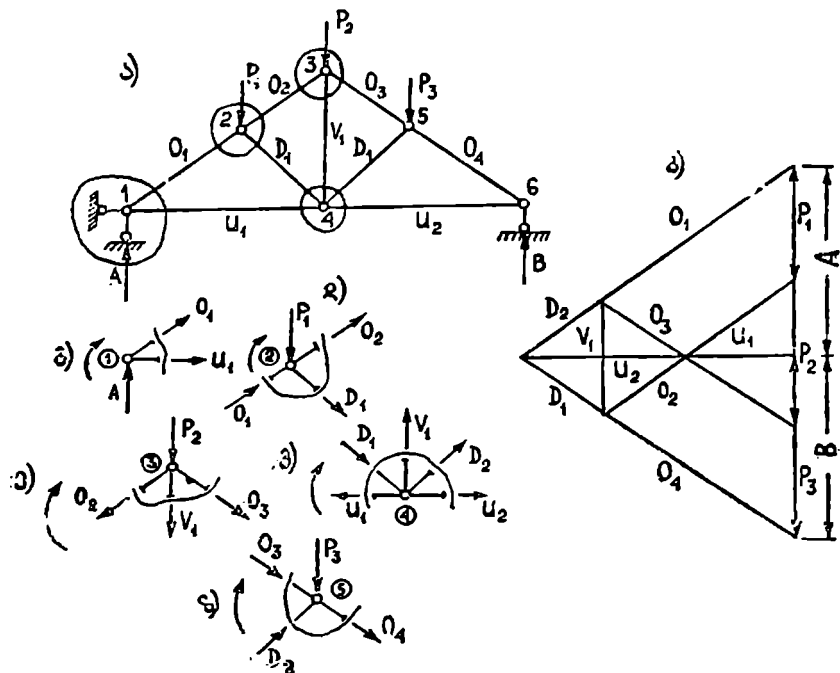
ამ წესით ანგარიში მოითხოვს თითოეული კვანძისათვის ცალკე ძალთა მრავალკუთხედის აგებას. გარდა ამისა, თითოეული ძალის გადაზომა გვიხდება ორჯერ, რადგან ის ორი კვანძის ძალთა მრავალკუთხედში შედის, ერთში — როგორც უცნობი სიდიდე, მეორეში კი, როგორც ცნობილი. ეს წესი საკმაოდ როს მოითხოვს და მოუხერხებელია.

პრაქტიკულად ძალებს ანგარიშობენ ე. წ. ძალვათა დიაგრამით (მაქსველ-კრემონას დიაგრამა), რომელიც ძალთა ყველა მრავალკუთხედს აერთიანებს და სადაც არც ერთი ძალვა არ მეორდება.

ბ) ძალვათა დიაგრამის აგება. ძალვათა დიაგრამის აგების დაწყებამდე უნდა განვსაზღვროთ საყრდენი რეაქციები. რეაქციები შეიძლება ვიანგარიშოთ, როგორც ანალიზურად, ისე გრაფიკულად.

დიაგრამის აგება შევისწავლოთ მაგალითზე (ნახ. 90); ამოკვეთოთ პირველი კვანძი (ნახ. 90, გ) და კვანძზე მოქმედ ძალებზე შევეკრათ ძალთა მრავალკუთხედი. კვანძში შემავალი ძალები გადავზომოთ იმ თანმიმდევრობით, როგორც დალაგდებიან, თუ კვანძს შემოუვლით საათის ისრის ბრუნვის მიმართულებით.

პირველ კვანძში შედის ცნობილი ძალა A და უცნობი ძალები O_1 და U_1 . A ძალის ბოლოდან გავატაროთ O_1 ღეროს პარალელური ხაზი, დასაწყისიდან კი U_1 ღეროსი. მივიღებთ ძალთა ჩაკეტილ მრავალკუთხედს (ნახ. 90, ბ). თუ გავყვებით ცნობილი ძალის (A) მიმართულებას ვიპოვიოთ O_1 და U_1 ძალების



ნახ. 90.

მიმართულებას (ისრები ერთი მიმართულებით უნდა მიდიოდნენ). O_1 ძალა მიმართულია კვანძისაკენ, ხოლო U_1 კი კვანძიდან გამოდის. მაშასადამე, O_1 ღერო იკუმშება, U_1 კი იჭიმება.

გადავდივართ იმ კვანძის განხილვაზე, რომელშიც ორი უცნობი ღერო შედის. ჩვენ შემთხვევაში მე-2 კვანძზე ამოვკვეთოთ მე-2 კვანძი და მასზე მოქმედი ცნობილი ძალები ავიღოთ თავიანთი მიმართულებით. მაგალითად, O_1 ღერო იკუმშება და მისი მიმართულება ავიღოთ კვანძისაკენ (ნახ. 90, დ). კვანძზე მოქმედი ძალები უნდა გადავიტანოთ დიაგრამაზე იმ თანმიმდევრობით, როგორც დალაგდებიან, თუ კვანძს შემოუვლით საათის ისრის ბრუნვის მიმართულებით.

O_1 -ს (O_1 უკვე არის დიაგრამაზე) მიჰყვება P_1 ძალა, შემდეგ P_1 -ის ბოლოდან გავატაროთ O_2 -ის პარალელური ხაზი, O_1 -ის დასაწყისიდან კი D_1 -ის პარალელური. ცნობილი ძალების (O_1 და P_1) მიმართულება განსაზღვრავს საძიებელი ძალების მიმართულებას. O_2 და D_1 იკუმშება.

ამოკვეთით მე-3 კვანძი (ნახ. 90, ე). ანალოგიურად მივიღებთ, რომ O_3 იკუმშება V_3 კი იკიშება. ასეთი თანმიმდევრობით განვიხილავთ ყველა დანარჩენ კვანძებს. ჩვენ მივიღეთ ფერმის ღეროების ძალვათა გამომხატველი ერთი სანერო დიაგრამა ე. წ. ძალვათა დიაგრამა (კრემონას დიაგრამა) (ნახ. 90, ბ).

დიაგრამის ხაზები გაზომილი ძალთა მასშტაბით გამოხატავენ ძალვის სიდიდეს სათანადო ღეროში.

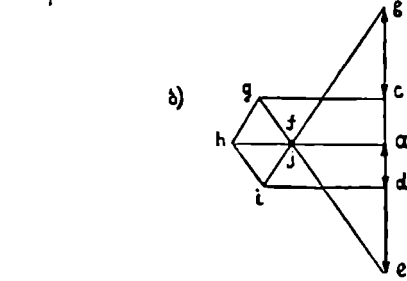
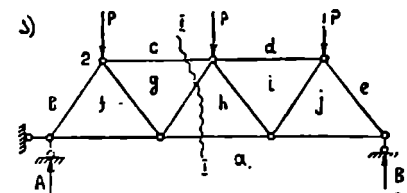
ძალვათა დიაგრამაზე, თითოეულ კვანძს შესაბამება თავისი ჩაკტილი ძალთა მრავალკუთხედი.

აგებული დიაგრამის სისწორის შემოწმება მდგომარეობს იმაში, რომ უკანასკნელი კვანძის განხილვის დროს მრავალკუთხედი აუცილებლად უნდა შეიკრას.

გ) ძალვათა დიაგრამის აგება სიმბოლური აღნიშვნების საშუალებით. ძალვათა დიაგრამის აგება მარტივდება სიმბოლური აღნიშვნების საშუალებით.

სივრცეებს, რომლებიც მოთავსებულია ორ მეზობელ ძალასა და ფერმის კონტურს შორის—დავარქვათ უბნები და აღვნიშნოთ ასოებით ან ციფრებით. ასევე აღვნიშნოთ უბნები, რომლებიც ყოველი მხრიდან ღეროებითაა შემოზღუდული.

მაგალითად, უბნები აღვნიშნოთ სათანადოდ: a, b, c, d, e, \dots (ნახ. 91, ა). ამ შემთხვევაში ყველა ძალა ან ღერო აღინიშნება ორი ასოთი, ისინი გამოხატავენ იმ უბნებს, რომელთა შორისაც ძალა ან ღეროა მოთავსებული.



თუ ავირჩევთ შემოვლის ერთ გარკვეულ მიმართულებას, მაშინ ძალები აღინიშნებიან სათანადოდ: ab (A რეაქცია), bc (P_1 ძალა), cd (P_2), de (P_3) და ea (B რეაქცია).

დიაგრამის აგებას ვიწყებთ ფერმაზე მოკმედ ძალთა მრავალკუთხედის შეკვრით. ძალებს ვალაგებთ იმ მიმდევრობით, როგორც გვხვდებიან, თუ ფერმას შემოუვლით საათის ისრის ბრუნვის მიმართულებით და აღვნიშნავთ იმავე ასოებით. ის ასო, რომელიც პირველად წაიკითხება დაიწერება ძალის დასაწყისში, მეორე კი ბოლოში.

მაგალითად, აღებულია ფერმისათვის ძალები დალაგდება ასე: bc, cd, de, ea, ab და წაიკითხება ასევე (ნახ. 91, ბ).

ნახ. 91.

ყოველ გარეთა უბანს (b, c, d, e და a) დიაგრამაზე შესაფერისი წერტილი შეესაბამება და მათი მდებარეობა ცნობილია. შიგა უბნები (f, g, h, i, j), განისაზღვრებიან, თუ თითოეულის რომელიმე ორი მოსაზღვრე უბანი დიაგრამაზე უკვე ცნობილია. ამიტომ, დიაგრამის აგება უნდა დაიწყოთ ასეთი უბნების პოვნით. ღეროების ძალები წაიკითხება— bf ან fb, fg ან gf და ა. შ.

გაეარჩიოთ, მაგალითი (ნახ. 91). რეაქციები $A=B=1,5P$. ფერმის შემოუაროთ საათის ისრის ბრუნვის მიმართულებით და შეეკრათ ძალთა მრავალკუთხედი $bcdeab$ (ნახ. 91, ბ). დიაგრამის აგება მარცხენა საყრდენი კვანძის განხილვით დაიწყოთ, რადგან მასში ორი ღერო (bf , fa) შედის.

ძალთა მრავალკუთხედის b წერტილიდან ვატარებთ bf ღეროს პარალელურ ხაზს, ხოლო a წერტილიდან კი af ღეროს პარალელურს. მათი გადაკვეთის წერტილი მოგვცემს f -ს. შემდეგ, f წერტილიდან ვატარებთ fg ღეროს პარალელურ ხაზს და c წერტილიდან cg ღეროს პარალელურს. მათი გადაკვეთის წერტილი მოგვცემს g -ს.

g წერტილიდან გავაყოთ gh ღეროს პარალელური ხაზი, a -დან კი ah -ის პარალელური; მათი გადაკვეთა მოგვცემს h წერტილს. ანალოგიურად ვიპოვიეთ ყველა დანარჩენი წერტილებს.

მიღებული ძრავალკუთხედი იქნება ძალვათა დიაგრამა. დიაგრამის მონაკვეთები bf , cg , af . . . ვაზომილ ძალთა მრავალკუთხედის მასშტაბში იძლევა ძალებს სათანადო ღეროებში.

შემოწმება იმაში მდგომარეობს, რომ უკანასკნელი უბნის (j) განსაზღვრის დროს ij , ej და aj ხაზები ერთ წერტილში უნდა გადაიკვეთოს. გარდა ამისა, დატული უნდა იყოს ფერმის ცალკეული მოკვეთილი ნაწილის წონისწორობის პირობა.

გვატაროთ მაგალითად, I—I კვეთი. როგორც მარცხენა, ისე მარჯვენა ნაწილზე მოქმედმა ძალებმა უნდა შექმნას ჩაკეტილი მრავალკუთხედი. ჩვენ შემთხვევაში მივიღებთ $abcgha$ და $cdeahgc$ ჩაკეტილ მრავალკუთხედებს.

ძალების ნიშანი შემდგენიად განისაზღვრება: ფერმაზე, კვანძს საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით შემოვლით და წავიკითხავთ ღეროებს; ამ თანმიმდევრობითვე წავიკითხავთ დიაგრამაზე მონაკვეთებს. პირველი ასო გვიჩვენებს ძალის დასაწყისს, მეორე კი ბოლოს. თუ ძალა კვანძისაკენაა მიმართული ღერო იკუმშება და თუ კვანძიდან გამოდის — იჭიმება.

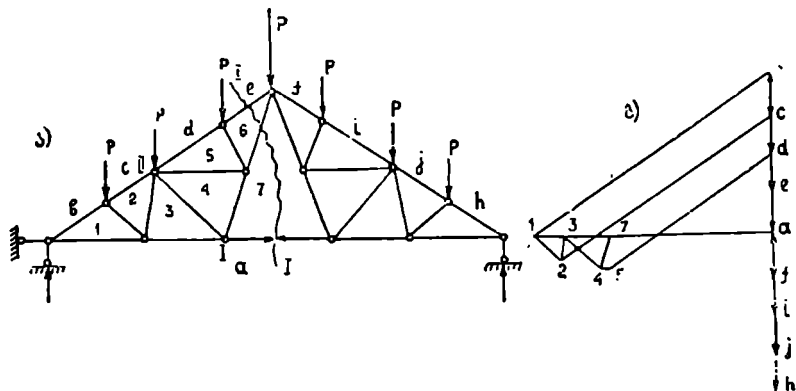
მაგალითად, მე-2 კვანძს შემოუაროთ საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით და წავიკითხოთ $bcbf$. სათანადო ღეროები წავიკითხება cg , gf , fb . ასევე ვკითხულობთ ძალვათა დიაგრამაზე. პირველი ასო (c) გვიჩვენებს ძალის დასაწყისს, მეორე (g) კი ბოლოს. მასხასადამე, ძალეა მიმართულია მარჯვნიდან მარცხნივ, ე. ი. კვანძისაკენ და cg ღერო იკუმშება. ანალოგიურად მივიღებთ, რომ gf ღერო იჭიმება (გამოდის კვანძიდან) და fb იკუმშება.

თუ გესამე კვანძს შემოვლით — $afgha$, მაშინ პირველი ირიბანი წავიკითხება არა gf , არამედ fg და ძალთა დიაგრამაზე წავიკითხავთ ასევე fg . ამ შემთხვევაშიც მიმართულება გამოდის შემოვლილი კვანძიდან (3) და ღერო იჭიმება. შეცდომა რომ არ გავუპაროს, უმჯობესია, კვანძის შემოვლისთანავე დაეაწეროთ ფერმის ღეროებს (—) თუ იკუმშება, და (+) თუ იჭიმება.

დ) კომბინირებული წესი. ზოგიერთ ფერმებში გვხვდება ისეთი კვანძები, სადაც სამზე მეტი უცნობი ღერო შედის და ყველა ძალების განსაზღვრა კვანძების თანდათანობითი ამოკვეთით შეუძლებელია. ამიტომ ძალვათა დიაგრამის აგებაც უშუალოდ არ შეიძლება.

ამ შემთხვევაში ვიქცევით ასე: წინასწარ (ანალიზურად) ვანგარიშობთ ძალვას ერთ-ერთ ღეროში (აღნიშნულ სამ ღეროდან), შემდეგ ამ ძალვას ვამოქმედებთ ფერმაზე, როგორც გარე ძალას და ვაგრძელებთ დიაგრამის აგებას ჩვეულებრივი წესით.

მაგალითად (ნახ. 92), ძალვათა დიაგრამაზე ჩვენ შეგვიძლია ვიპოვოთ 1, 2 და 3 უბნის შესაბამი წერტილები. დანარჩენ წერტილებს ველარ ვიპოვიოთ, რადგან I და II კვანძში შედის სამ-სამი უცნობი ღერო.



ნახ. 92.

გავატაროთ I—I კვეთი და სამომენტო წერტილების წესით განვსაზღვროთ ძალვა a 7 ღეროში. ეს ძალვა ჩავთვალოთ გარე ძალად და ჩაურთოთ ძალვათა დიაგრამას. მივიღებთ მე-7 უბნის შესაბამ წერტილს 7 (ნახ. 92, ბ). ამის შემდეგ შეგვიძლია ვიპოვოთ ძალვები ყველა დანარჩენ ღეროში.

§ 18. ლაროების შეცვლის მეთოდი

ზემოთ, ჩვენ გავარჩიეთ მარტივი ფერმების ანგარიში, ე. ი. ისეთი ფერმების, რომლებსაც აქვს ორღეროიანი კვანძები.

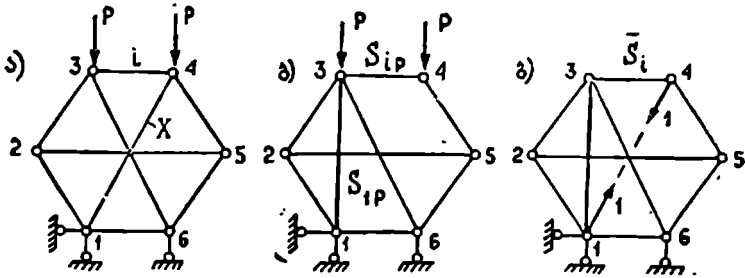
ზოგიერთი ფერმები არ შეიცავენ ორღეროიან კვანძებს და ამიტომ ძალვების ანგარიში ზემოთ გარჩეული მეთოდებით არ შეიძლება. ასეთი რთული სისტემების ანგარიშის დროს მიმართავენ ღეროების შეცვლის მეთოდს.

ეს მეთოდი დამყარებულია, ერთი ან რამდენიმე ღეროს ახალი ღეროებით შეცვლის გზით, სისტემის გარდაქმნაზე. ღეროების შეცვლით ფერმის სტატიკური რკვევადობა და გეომეტრიული უცვლელობა არ უნდა დაირღვეს, გარდა ამისა, გარდაქმნილი სისტემა საანგარიშოდ მარტივი უნდა იყოს. ღეროს შეცვლა ხდება იმ მოსაზრებით, რომ მივიღოთ ორღეროიანი კვანძი. უკუგადავქმნოთ ღეროს ეუწოდოთ შეცვლილი ღერო, დამატებული კი შემცვლელი. თვით ახალ სისტემას კი გარდაქმნილი სისტემა.

გავარჩიოთ მაგალითი (ნახ. 93). გავიანგარიშოთ მოცემული დატვირთვისაგან გამოწვეული ძალები ფერმის ღეროებში. რადგან ფერმა არ შეიცავენ ორღეროიან კვანძს, ამიტომ მისი ანგარიში შესწავლილი მეთოდებით უშუა-

ლოდ შეუძლებელია. უფრო სწორედ, მისი ანგარიში მოითხოვს ერთადი განტოლებების შედგენას და გადაწყვეტას.

უკუვაგდოთ 1—4 ლერო და მის მაგიერ დავუმატოთ შემცველი ლერო 1—3 (ნახ. 93, ბ). მივიღეთ მარტივი, გეომეტრიულად უცვლელი ფერმა, რო-



ნახ. 93.

მელიც კვანძების ამოკვეთის მეთოდით ან ძალეათა დიაგრამის საშუალებით ინანგარიშება.

მოცემული დატვირთვისაგან გამოწვეული ძალეა რომელიმე i ლეროში აღენიშნოთ S_{iP} , შემცველ 1—3 ლეროში კი S_{1P} . ფერმას მოვაშოროთ გარე ძალები და შეცვლილ (1—4) ლეროს გასწვრივ 1 და 4 კვანძში ვამოქმედოთ ერთმანეთის საწინააღმდეგო მიმართულების ერთეული ძალები (ნახ. 93, გ) და განვსაზღვროთ ძალები ყველა ლეროში. ერთეული ძალებისაგან გამოწვეული ძალეა i ლეროში იყოს \bar{S}_i , შეცვლილ ლეროში კი \bar{S}_1 . თუ ერთეულ ძალის მაგიერ ვამოქმედებთ მოცემული დატვირთვისაგან გამოწვეულ ძალეას უკუგდებულ ლეროში X -ს, მაშინ, ძალთა დამოუკიდებლობის და პროპორციულობის პრინციპის საფუძველზე, საერთო ძალეა i ლეროში

$$S_i = S_{iP} + X\bar{S}_i, \quad (a)$$

შემცველ ლეროში

$$S_1 = S_{1P} + X\bar{S}_1. \quad (b)$$

მოცემულ სისტემაში ფაქტიურად შემცველი 1—3 ლერო არ არსებობს, ამიტომ X -ს ვიპოვიოთ იმ პირობიდან, რომ შემცველ ლეროში საერთო ძალეა ნულის ტოლი იყოს. (b) განტოლება გავუტოლოთ ნულს, მივიღებთ:

$$S_{1P} + X\bar{S}_1 = 0, \quad (c)$$

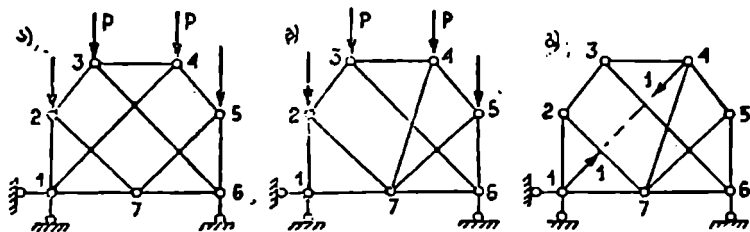
აქედან, ძალეა შეცვლილ (1—4) ლეროში იქნება:

$$X = -\frac{S_{1P}}{\bar{S}_1} \quad (7)$$

თუ შეცვლილი ლეროს ძალეა (X) ასეა გამოთვლილი, მაშინ გარდაქმნილი სისტემა მოცემული სისტემის ეკვივალენტურია და ძალეა ნებისმიერ ლეროში გამოითვლება (a) ფორმულით. მაშასადამე, მოცემული ფერმის ანგარიში-

დაიყვანება გარდაქმნილი სქემის ორჯერ ანგარიშზე—მოცემულ დატვირთვაზე (ნახ. 93, ბ) და ერთეულ ძალებზე (ნახ. 93, გ), ე. ი. ძალვითა დიაგრამის აგება ორჯერ მოვიხილდებო.

94-ე ნახაზზე მოყვანილია ფერმის გარდაქმნის მეორე მაგალითი, რომლის საანგარიშოდ საკმარისია ერთი ღეროს შეცვლა. უკუვაგდომ 1—4 და



ნახ. 94.

მის მაგიერ დავუმატოთ 4—7 ღერო (ნახ. 94, ბ). მივიღებთ მარტივ ფერმას, რომლის ანგარიში არავითარ სირთულეს არ წარმოადგენს.

პირობის თანახმად გარდაქმნილი ფერმა გეომეტრიულად უცვლელია და ამიტომ S_{1P} -ს და \bar{S}_1 -ს გარკვეული სასრულო მნიშვნელობანი აქვთ. X -ს რომ გარკვეული სასრულო მნიშვნელობა ჰქონდეს, S_1 არ უნდა იყოს ნულის ტოლი, წინააღმდეგ შემთხვევაში (7) ფორმულა მოგვცემს:

$$X = -\frac{S_{1P}}{0} = \infty, \text{ ან } X = \frac{0}{0}.$$

ამგვარად, თუ

$$\bar{S}_1 \neq 0 \left(X \neq \infty \text{ და } X \neq \frac{0}{0} \right),$$

შაშინ, მოცემულ სისტემაში, ფერმის ყველა ღეროსათვის მივიღებთ გარკვეულ სასრულო ამოხსნას და ფერმა გეომეტრიულად უცვლელია. იმ შემთხვევაში, როცა $\bar{S}_1 = 0$ X -ს შეიძლება ჰქონდეს უსასრულოდ დიდი ან განუზღვრელი მნიშვნელობა და ფერმა მყისიად ცვლადია.

ეს პირობა ჩვენ შეგვიძლია გამოვიყენოთ ფერმის გეომეტრიული უცვლელობის შესასწავლად.

მაშასადამე, მოცემული ფერმა უცვლელია, თუ გარდაქმნილი ფერმის შემცვლელ ღეროში, შეცვლილი ღეროს გასწვრივ მოქმედი ერთეული ძალებისაგან გამოწვეული ძალვა ნულის ტოლი არაა და მყისიად ცვლადია, თუ ნულის ტოლია.

უფრო რთულ შემთხვევაში, როდესაც საჭიროა ორი ღეროს შეცვლა, შემცვლელი ღეროების ძალვითა საანგარიშოდ მივიღებთ (ბ) განტოლების ანალოგიურ განტოლებებს:

$$S_1 = S_{1P} + X_1 \bar{S}_{11} + X_2 \bar{S}_{12},$$

$$S_2 = S_{2P} + X_1 \bar{S}_{21} + X_2 \bar{S}_{22},$$

სადაც S_{1P} , S_{2P} მოცემული დატვირთვისაგან გამოწვეული ძალებია შემცველ ღეროებში; \bar{S}_{11} , \bar{S}_{21} პირველ შეცვლილ ღეროს გასწვრივ მოქმედი ორი ერთეული ძალისაგან ($X_1=1$) გამოწვეული ძალებია შემცველ ღეროებში; \bar{S}_{11} , \bar{S}_{21} მეორე შეცვლილ ღეროს გასწვრივ მოქმედი ორი ერთეული ძალისაგან გამოწვეული ძალებია იმავე შემცველ ღეროებში.

გარდაქმნილი სისტემა, რომ მოცემული სისტემის ეკვივალენტური იყოს, შემცველ ღეროებში ძალვა ნულს უნდა უდრიდეს, ე. ი.

$$\begin{aligned} S_{1P} + X_1 \bar{S}_{11} + X_2 \bar{S}_{12} &= 0, \\ S_{2P} + X_1 \bar{S}_{21} + X_2 \bar{S}_{22} &= 0, \end{aligned} \quad (8)$$

საიდანაც განისაზღვრება X_1 და X_2 .

X_1 და X_2 -ს ექნება გარკვეული სასრული მნიშვნელობა მხოლოდ მაშინ, როცა (8) განტოლების დეტერმინანტი არ უდრის ნულს.

მაშასადამე, ფერმა იქნება გეომეტრიულად უცვლელი, თუ

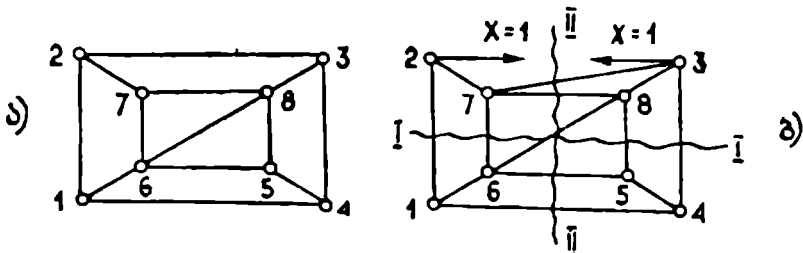
$$\Delta = \begin{vmatrix} \bar{S}_{11} & \bar{S}_{12} \\ \bar{S}_{21} & \bar{S}_{22} \end{vmatrix} \neq 0; \quad (9)$$

როცა $\Delta=0$, მაშინ მოცემული ფერმა მყისად ცვლადია.

მაგალითი.

შევაიწმინთოთ ფერმის უცვლელობა (ნახ. 95). უკუვაგდოთ 2—3 ღერო და მის მაგიერ დაეუმატოთ 7—3. მივიღებთ გარდაქმნილ სისტემას, რომლის გეომეტრიულ უცვლელობაში ადვილად დავრწმუნდებით.

გავატაროთ I—I კვეთი და კვეთის ცალ მხარეზე მოქმედი ძალები დავაგეგმილოთ ჰორიზონტალურ ღერძზე; მივიღებთ ძალვა $\bar{S}_{68}=0$. შემდეგ, გა-

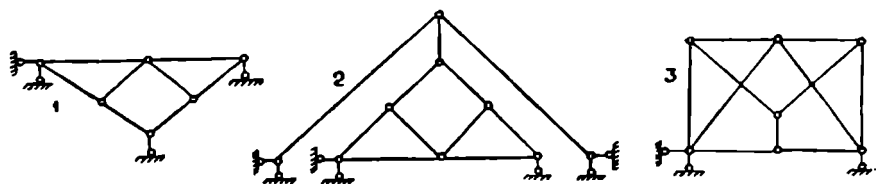


ნახ. 95.

ვატაროთ II—II კვეთი და კვეთის ცალ მხარეზე მოქმედი ძალები დავაგეგმილოთ კიდევ ჰორიზონტალურ ღერძზე, მივიღებთ, რომ ძალვა შემცველ 7—3 ღეროში $S_{73}=0$. მაშასადამე, ფერმა მყისად ცვლადია. ეს ამოცანა ჩვენ ზემოთ გავეარჩით ნულოვანი დატვირთვის მეთოდით (იხ. § 13).

სავარჯიშო მაგალითები. ღეროების შეცვლის მეთოდით შევა-
მოწმეთ მოყვანილი ფერმების უცვლელობა (ნახ. 96).

პასუხი. 1 და 2 ფერმა მყისად ცვლადია. მე-3 კი უცვლელი.



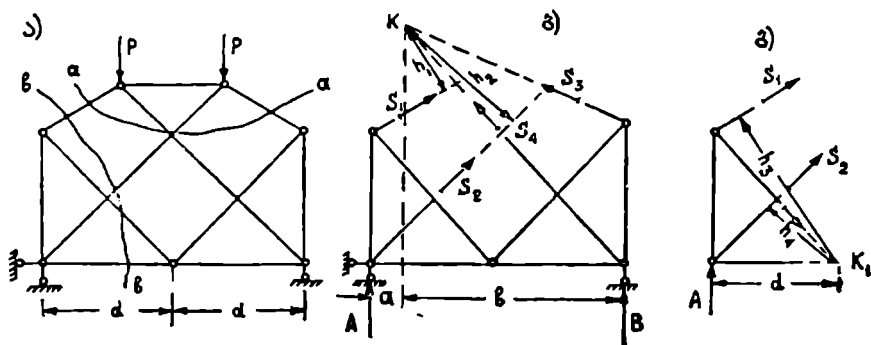
ნახ. 96.

§ 10. არჩეული კვეთების მეთოდი

როგორც აღვნიშნეთ, ღეროების შეცვლის მეთოდს მივმართავთ იმ შემ-
თხვევაში, როდესაც ფერმას ორღეროიანი კვანძები არა აქვს და მის საან-
გარიშოდ მარტივი მეთოდების გამოყენება შეუძლებელია.

ასეთ შემთხვევაში, ხშირად უმჯობესია გამოვიყენოთ ე. წ. არჩეული კვე-
თების მეთოდი. ეს მეთოდი გამოდგება მაშინ, როდესაც შესაძლებელია ორი
ისეთი კვეთის გატარება, რომელიც გადაკვეთს სამზე მეტ ღეროს, მაგრამ
წონასწორობის განტოლებათა შედგენისას დაგვრჩება მხოლოდ ორი, ერთი-
და იგივე უცნობი. მივიღებთ ორუცნობიან განტოლებას, რომელთა გადაწყვე-
ტაც მოგვცემს საძიებელ ძალებს.

გავარჩიოთ მაგალითი (ნახ. 97). გვეტაროთ $a-a$ კვეთი და გან-
ვიხილოთ ქვედა ნაწილის წონასწორობის პირობა. სამომენტო წერტილად



ნახ. 97.

მივიღოთ S_3 და S_4 ღეროს გადაკვეთის k წერტილი (ნახ. 97, ბ) (თუ S_3 და S_4
ღერო ურთიერთპარალელურია, მაშინ ძალებს დავაგვემიღებთ მათ მართობ
ღერძზე). მაშასადამე,

$$\sum M_k = -S_1 h_1 - S_2 h_2 + A \cdot a - B b = 0,$$

ა5

$$S_1 h_1 + S_2 h_2 = A \cdot a - B \cdot b$$

(ა)

გავატაროთ b - s კვეთი და განვიხილოთ მარცხენა მოკვეთილი ნაწილის წონასწორობის პირობა. სამიჰენტო წერტილად ავიღოთ k_1 (ნახ. 97, გ). მივიღებთ:

$$\sum M_{k_1} = S_1 h_3 + S_2 h_4 + Ad = 0,$$

ა5

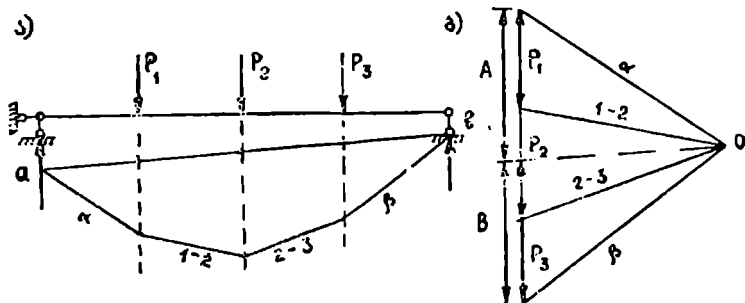
$$S_1 h_3 + S_2 h_4 = -Ad \quad (b)$$

ორუცნობიანი ორი (ა) და (ბ) განტოლების გადაწყვეტა მოგვცემს S_1 და S_2 -ს. ძალები დანარჩენ ღეროებში განისაზღვრება კვანძების ამოკვეთის ან სხვა მეთოდით.

§ 20. შპრამის ანგარიშის მაგალითები

1 მაგალითი. კოქზე მოქმედებენ ვერტიკალური ძალები, ვიპოვოთ საყრდენი რეაქციები გრაფიკულად (ნახ. 98).

გადაწყვეტა: ნებისმიერ მასშტაბში ავაგოთ ძალთა მრავალკუთხედი (ნახ. 98, ბ), შემდეგ კი თოკის მრავალკუთხედი (ნახ. 98, ა). ა



ნახ. 98.

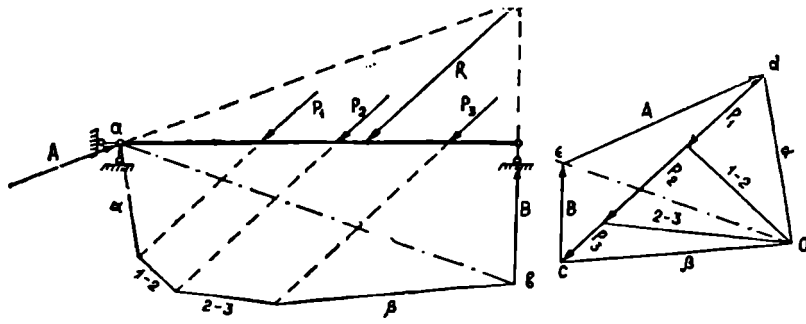
და β სხივების გადაკვეთის წერტილები, შესაბამისად A და B რეაქციების მიმართულებებთან შევეერთოთ სწორი ხაზით. მივიღებთ ე. წ. თოკის მრავალკუთხედის ჩამკეტ ab ხაზს.

ძალთა მრავალკუთხედის O პოლუსიდან გატარებული ab ჩამკეტის პარალელური ხაზი ტოლქმედს გაჰყოფს A და B რეაქციებად.

2 მაგალითი. გავიანგარიშოთ დახრილ ძალებისაგან გამოწვეული საყრდენი რეაქციები გრაფიკულად (ნახ. 99).

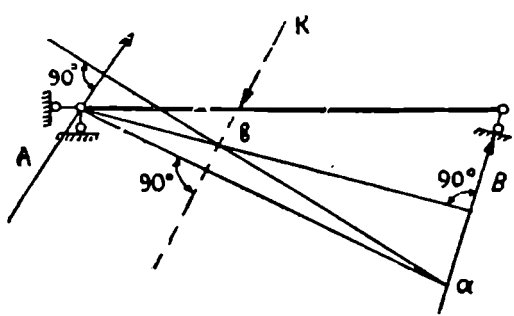
გადაწყვეტა. დახრილი დატვირთვის შემთხვევაში უძრავი საყრდენის რეაქციის მიმართულება უცნობია, ამიტომ თოკის მრავალკუთხედის აგება უძრავი საყრდენიდან უნდა დავიწყოთ. ძალთა მრავალკუთხედის O პოლუსიდან გავატაროთ ჩამკეტის (ab) პარალელური ხაზი, ხოლო c წერტილიდან კი B რეაქციის პარალელური (მოდრავი საყრდენის რეაქციის). მათი გადაკვეთის წერტილი (e) შევეერთოთ d -ს. ed და ce მონაკვეთები გაზომილი ძალთა მასშტაბში მოგვცემენ A და B რეაქციების სიდიდეებს.

A რეაქციის მიმართულება შეიძლება ტოლქმედის საშუალებითაც ვიპოვოთ. მოცემული სისტემა წონასწორობაშია და ამიტომ A , B და R ტოლქმედი ერთ წერტილში უნდა იკვეთებოდნენ. R და B რეაქციის გადაკვეთის



ნახ. 99.

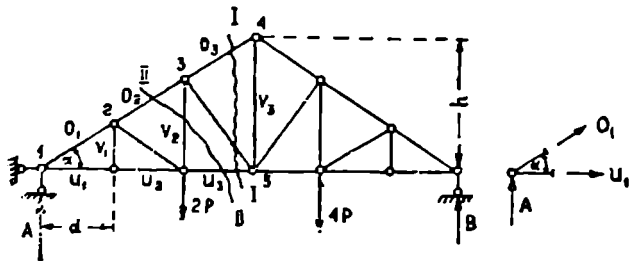
წერტილი A საყრდენს შეეუერთოთ, მივიღებთ A რეაქციის მიმართულებას. როცა A , B და R ძალები ნახაზის ფარგლებში არ იკვეთება, მაშინ უძრავი საყრდენი რეაქციის მიმართულება შემდეგნაირად განისაზღვრება (ნახ. 100):



ნახ. 100.

უძრავი A საყრდენიდან უშვებთ პერპენდიკულარს R ტოლქმედზე და B რეაქციაზე და ვაგრიძელებთ, პირველს B რეაქციის გადაკვეთამდე a წერტილში, მეორეს კი R -ის გადაკვეთამდე b წერტილში. A საყრდენიდან დაშვებული მართობი ab ხაზზე A რეაქციის მიმართულებას იძლევა.

3 მაგალითი. განესაზღვროთ ძალები სამკუთხა ფერმის O_1 , O_2 , V_2 და V_3 ღეროში (ნახ. 101).



ნახ. 101.

გაღვიწყვეტი: $\Sigma M_B = A \cdot 6d - 2P \cdot 4d - 4P \cdot 2d = 0$.
 აქედან

$$A = \frac{8}{3} P.$$

ანალოგიურად მივიღებთ:

$$B = \frac{10}{3} P.$$

ამოვკვეთოთ 1 კვანძი და განვიხილოთ მასზე მოქმედი ძალების წონასწორობის პირობა:

$$\Sigma Y = A + O_1 \sin \alpha = 0,$$

საიდანაც

$$O_1 = -\frac{A}{\sin \alpha} = -\frac{8P}{3 \sin \alpha};$$

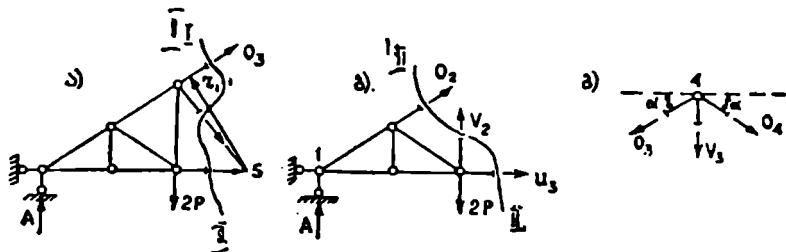
O_1 ღერო იკუმშება. O_2 ღეროს ძაღვის გასაანგარიშებლად გავატაროთ I—I კვეთი და სამომენტო წერტილად ავიღოთ 5 კვანძი (ნახ. 102, ბ).

მივიღებთ:

$$\Sigma M_5 = A \cdot 3d - 2Pd + O_2 r_1 = 0,$$

აქედან

$$O_2 = -\frac{A \cdot 3d - 2Pd}{r_1} = -\frac{6Pd}{r_1} = -\frac{2P}{\sin \alpha}.$$



ნახ. 102.

V_2 -ს გასაანგარიშებლად გავატაროთ II-II კვეთი და სამომენტო წერტილად ავიღოთ A საყრდენი. მივიღებთ (ნახ. 102, ბ):

$$\Sigma M_A = 2P \cdot 2d - V_2 \cdot 2d = 0,$$

აქედან

$$V_2 = 2P.$$

V_2 ღერო იჭიმება.

V_3 -ს გასაანგარიშებლად ამოვკვეთოთ მე-4 კვანძი (ნახ. 102, გ).

მივიღებთ:

$$\Sigma X = -O_3 \cos \alpha + O_4 \cos \alpha = 0,$$

საიდანაც

$$O_3 = O_4.$$

$$\Sigma Y = -O_3 \sin \alpha - O_4 \sin \alpha - V_3 = 0,$$

აქედან

$$V_3 = -2O_3 \sin \alpha.$$

ამ განტოლებაში, თუ შევიტანთ O_3 -ს მნიშვნელობას, მივიღებთ:

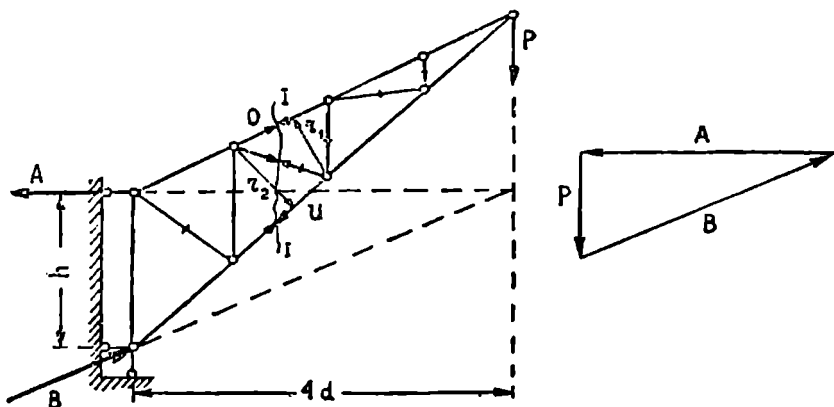
$$V_3 = 2 \frac{2P}{\sin \alpha} \sin \alpha = 4P.$$

V_3 ღერო იკიმება.

4 მაგალითი. (ნახ. 103). განვსაზღვროთ ძალები კონსოლური ფერმის ღეროებში.

გადაწყვეტა: საყრდენი რეაქციები გამოვთვალოთ გრაფიკულად. ადვილად დავრწმუნდებით, რომ ირიბნები და დგარები ნულოვანი ღეროებია. ზედა სარტყელის ყველა ღეროში ძალვა ერთნაირია და ტოლია.

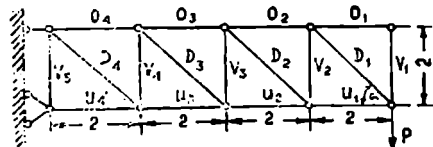
$$O = \frac{2Pd}{r_1}.$$



ნ.ხ. 103.

ქვედა სარტყელის ღეროებშიც ძალები ერთნაირია და ტოლია

$$U = -\frac{3Pd}{r_2}.$$



ნახ. 104.

3 ა ს უ ხ ი: $O_1 = V_1 = 0;$ $U_1 = -P;$
 $O_2 = P;$ $U_2 = -2P;$
 $O_3 = 2P;$ $U_3 = -3P;$
 $O_4 = 3P;$ $U_4 = -4P.$

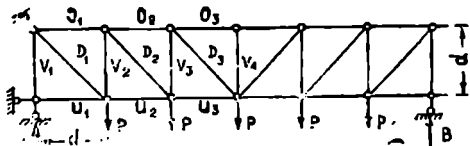
§ 21. სხვაგვარი მაგალითები

1 მაგალითი. განვსაზღვროთ კონსოლური ფერმის ღეროების ძალები (ნახ. 104).

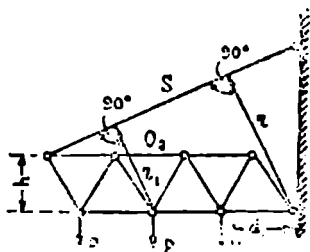
$$D_1 = D_2 = D_3 = D_4 = \frac{P}{\sin \alpha}.$$

$$V_3 = V_3 = V_4 = V_5 = -P.$$

2 მაგალითი. პარალელურ-სარტყელებიანი ფერმა დატვირთულია შეყურსული ძალებით $P=20$ ტ. გამოვთვალოთ ძალები ყველა ღეროში (ნახ. 105).



ნახ. 105.



ნახ. 106.

პასუხი:

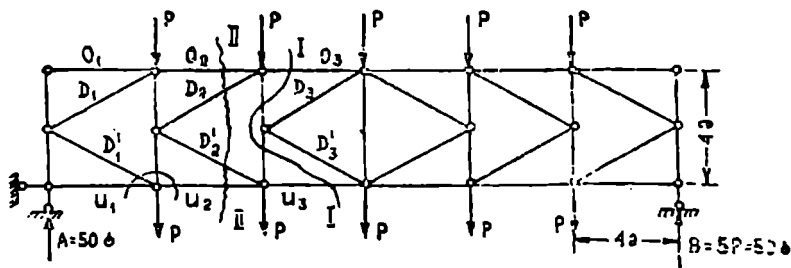
$O_1 = -50$ ტ;	$V_1 = -50$ ტ;
$O_2 = -80$ ტ;	$V_2 = -30$ ტ;
$O_3 = -90$ ტ;	$V_3 = -10$ ტ;
$U_1 = 0$;	$D_1 = 70$ ტ;
$U_2 = 50$ ტ;	$D_2 = 42$ ტ;
$U_3 = 80$ ტ.	$D_3 = 14$ ტ.

3 მაგალითი. ვინგარიშით S და O_2 ძალები (ნახ. 106).

პასუხი:

$$S = \frac{6d}{r}; \quad O_2 = \frac{Pd}{h} \left(1 - 6 \frac{r_1}{r} \right).$$

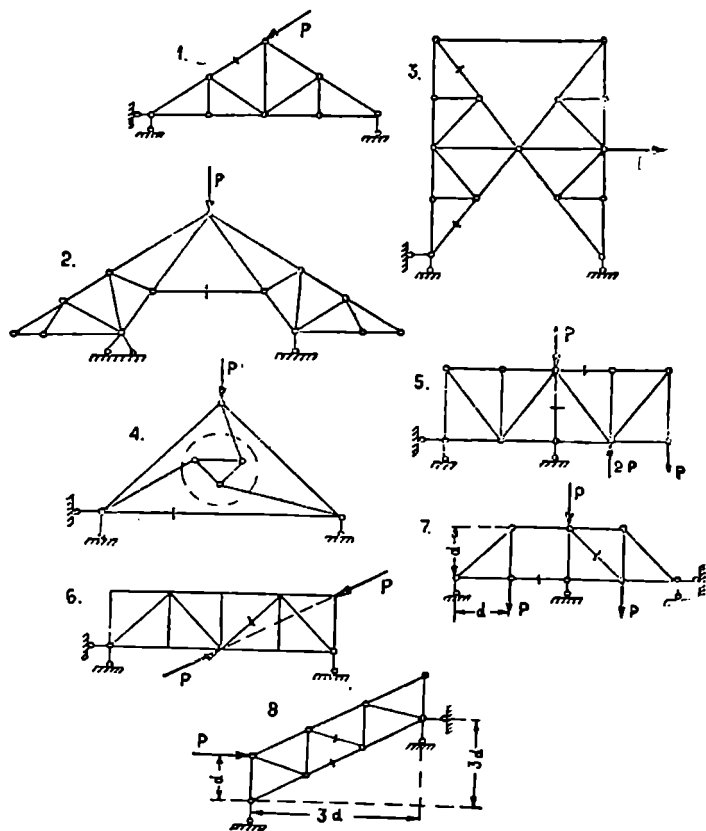
4 მაგალითი. განსაზღვროთ ძალები ნახევარიბნისანი ფერმის ყველა ღეროში (ნახ. 107).



ნახ. 107.

შითითება: ძალების განსაზღვრის დროს კვეთები გავატაროთ ისე, როგორც ნაჩვენებია ნახაზზე.

პასუხი: $O_1=0$; $O_2=-50$ ტ; $O_3=-80$ ტ;
 $U_1=0$; $U_2=50$ ტ; $U_3=80$ ტ;
 $D_1=-55$ ტ; $D_2=-34$ ტ; $D_3=-11$ ტ.
 $D'_1=55$ ტ; $D'_2=34$ ტ; $D'_3=11$ ტ.



ნახ. 108.

გამოვარკვეოთ, ზემოთ მოყვანილ ფერმებში, ნულოვანი ღეროები და გავიანგარიშოთ ძალები გადახაზულ ღეროებში (ნახ. 108).

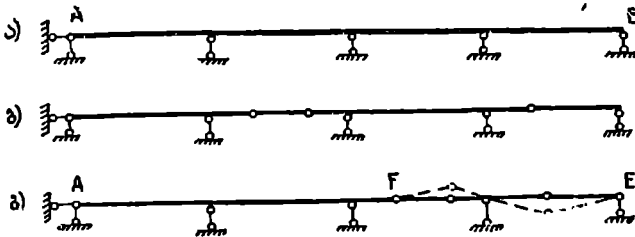
მრავალმალიანი სტატიკურად ჩაკვებადი კოჭების
ანგარიში მუდმივ დატვირთვაზე

§ 22. მრავალმალიანი სახსროვანი კოჭის ტიპები

მრავალმალიანი უჭრი კოჭი სტატიკურად ურკვევ სისტემას წარმოადგენს (ნახ. 109, ა). თუ საყრდენი ღეროების რიცხვს აღვნიშნავთ C_0 , მაშინ სტატიკური ურკვევობის ხარისხი ან ზედმეტი ღეროების რიცხვი იქნება $\lambda = C_0 - 3$. უჭრი კოჭი, რომ მრავალმალიან სტატიკურად რკვევად კოჭად ვაქციოთ, საჭიროა მოვაწყოთ $C_0 - 3 = III$ შუალედი სახსარი. თითო სახსარი სპობს თითო უცნობს (მლუნავი მომენტი სახსარში ნულის ტოლია).

მაგალითად, AE უჭრი კოჭი, რომ სტატიკურად რკვევად ვაქციოთ საჭიროა მოვაწყოთ $III = 6 - 3 = 3$ სახსარი (ნახ. 109, ბ). მრავალმალიანი სახსროვანი კოჭის ანგარიში დაამუშავა რუსმა ინჟინერმა სემიკოლენოვმა 1871 წელს.

როგორც უჭრ, ისე მრავალმალიან სახსროვან კოჭებში მლუნავი მომენტები ნაკლებია, ვიდრე ერთმალიან კოჭში და ამიტომ უქანასკნელზე ეკონო-



ნახ. 109.

მიუჩია. სახსრები ისე უნდა განვალაგოთ, რომ მივიღოთ მლუნავი მომენტის რაციონალური განაწილება.

სახსროვანი კოჭის უპირატესობა უჭრ კოჭთან შედარებით მდგომარეობს იმაში, რომ იგი სტატიკურად რკვევადია და საყრდენების ღებორბაცია მასში დამატებით ძალებს არ იწვევს.

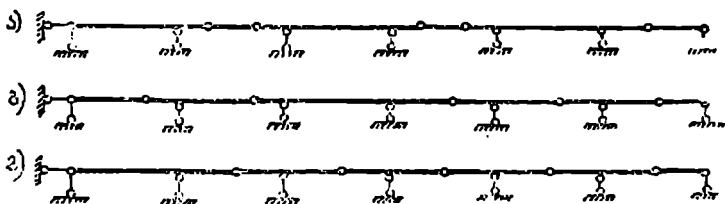
მრავალმალიანი სახსროვანი კოჭის შექმნის დროს განსაკუთრებული ყურადღება უნდა მივაქციოთ სახსრების და საყრდენი ღეროების განლაგებას, რომ არ მივიღოთ სტატიკურად ურკვევი და გეომეტრიულად ცვლადი კონსტრუქცია.

მაგალითად, 109, გ ნახაზე მოყვანილი კოჭის სახსრების რიცხვი, თუმცა ემთხვევა AE უჭრი კოჭის ზედმეტი ღეროების რიცხვს, მაგრამ კოჭის AF ნაწილი სტატიკურად ურკვევია, FE კი გეომეტრიულად ცვლადი.

მართლაც, FE კოქს შეუძლია მიიღოს წყვეტილი ხაზით ნაჩვენები გადაადგილება.

სახსროვანი კოქის შედგენისას შემდეგი პირობები უნდა იყოს დაცული (პირველი და უკანასკნელი საყრდენები სახსროვანია):

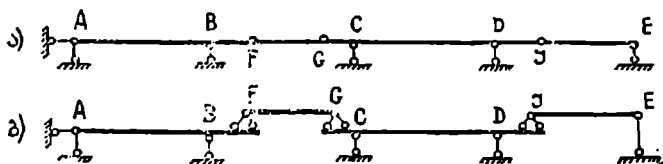
1. ერთ მალში სახსრების რიცხვი ორს არ უნდა აღემატებოდეს, რადგან ამ შემთხვევაში ისინი ერთ სწორ ხაზზე მოთავსდებიან და გეომეტრიულად ცვლად სისტემას მივიღებთ;
2. პირველ და უკანასკნელ მალში არ უნდა იყოს ორი სახსარი;
3. თუ კოქს მხოლოდ ორსახსრიანი მალეები აქვს, მაშინ ყოველ ორსახსრიან მალს უსახსრო მალი უნდა მოჰყვებოდეს;
4. ყველა მალში, გარდა ერთისა, შეიძლება თითო სახსარი მოეწყოს. ეს პირობები დაცულია 110-ე ნახაზზე ნაჩვენებ სქემებში.



ნახ. 110.

კოქის მუშაობის ცხადად წარმოსადგენად და ანგარიშის გამარტივებელი მიზნით უნდა გავარკვიოთ, თუ კოქის რომელი ნაწილია ძირითადი და რომელი მეორეხარისხოვანი. ამიტომ, მიზანშეწონილია, კოქის ცალკეული ნაწილების ურთიერთქმედება სახსრებში სქემატურად, საყრდენების საშუალებით წარმოვიდგინოთ.

მაგალითად (ნახ. 111), AE კოქი შედგება ძირითად კონსოლიან ABF და $GCDI$ და მეორეხარისხოვან (ან შეპაერთებელ) FG და IE კოქებისაგან.

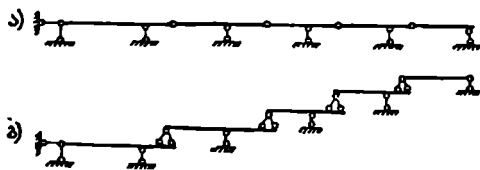


ნახ. 111.

მეორეხარისხოვანი FG , IE კოქები ძირითად კონსოლიან კოქებს ეყრდნობიან და თავიანთი საყრდენებით F , G , I წერტილზე მოქმედებენ. სქემატურად ეს ნაჩვენებია 111, ბ ნახაზზე.

მეორეხარისხოვანი კოქები მხოლოდ მაშინ მუშაობენ, როდესაც დატვირთვა უშუალოდ ამ კოქებზეა მოთავსებული და ამიტომ ისინი იანგარიშებიან, როგორც მარტივი, ორ საყრდენზე მოთავსებული კოქები.

ძირითადი კოქების ანგარიშის დროს მხედველობაში უნდა მივიღოთ არა მარტო ამ კოქებზე უშუალოდ მოქმედი დატვირთვა, არამედ მეორეხარის-ხოვანი კოქების საყრდენებისაგან გამოწვეული დაწოლაც.



ნახ. 112.

იმ შემთხვევაში, როდესაც კოქი ერთსახსრიანი მალეებისაგან შედგება (ნახ. 112), ანგარიშს განაპირა მალიდან ვიწყებთ.

ყველაზე გავრცელებული სქემებია ნახ. 110, ა და ნახ. 110, ბ.

§ 23. სახსროვანი კოქის ანალიზური ანგარიში

იმის შემდეგ, რაც უკვე გარკვეულია, თუ კოქის რომელი ნაწილია ძირითადი და რომელი მეორეხარისხოვანი, ე. ი. რომელი ეყრდნობა ძირითად კოქს, სისტემის ანგარიში არავითარ სირთულეს აღარ წარმოადგენს.

ანგარიშის მსვლელობა კონკრეტულ მაგალითზე გავარჩიოთ (ნახ. 113). კოქის ცალკეული ნაწილების ურთიერთმოქმედების სქემა ნაჩვენებია 113, ბ ნახაზზე.

ნახაზიდან ცხადია, რომ კოქი ორი ძირითადი (ABC და $DEFG$) და ორი მეორეხარისხოვანი (CD და GI) კოქისაგან შედგება.

ანგარიშს ვიწყებთ მეორეხარისხოვანი კოქებიდან (ნახ. 113, გ, დ). მღუნავეი მომენტის და განივი ძალის ნიშნები ავირჩიოთ იმავე წესით, როგორც მასალათა გამძლეობაში.

მღუნავეი მომენტი დადებითია, თუ კვეთის მარცხენა ნაწილზე მოქმედი ძალების მომენტები კვეთის მიმართ მოქმედებენ საათის ისრის ბრუნვის მიმართულებით ან, თუ კვეთის მარჯვენა ნაწილზე მოქმედი მომენტები მოქმედებენ საათის ისრის ბრუნვის საწინააღმდეგო მიმართულებით.

განივი ძალა მიიღება დადებითი ნიშნით, თუ კვეთის მარცხენა ნაწილზე მოქმედი ძალების ტოლქმედი მიმართულია ზემოთ, ხოლო მარჯვენა ნაწილზე მოქმედი ძალების ტოლქმედი კი ქვემოთ.

CD კოქის ანგარიში (ნახ. 113, გ). რეაქციები $C=D=2$ ტ. მღუნავეი მომენტი შუაში $M=2 \cdot 2=4$ ტმ. GI კოქის ანგარიში (ნახ. 113, დ)

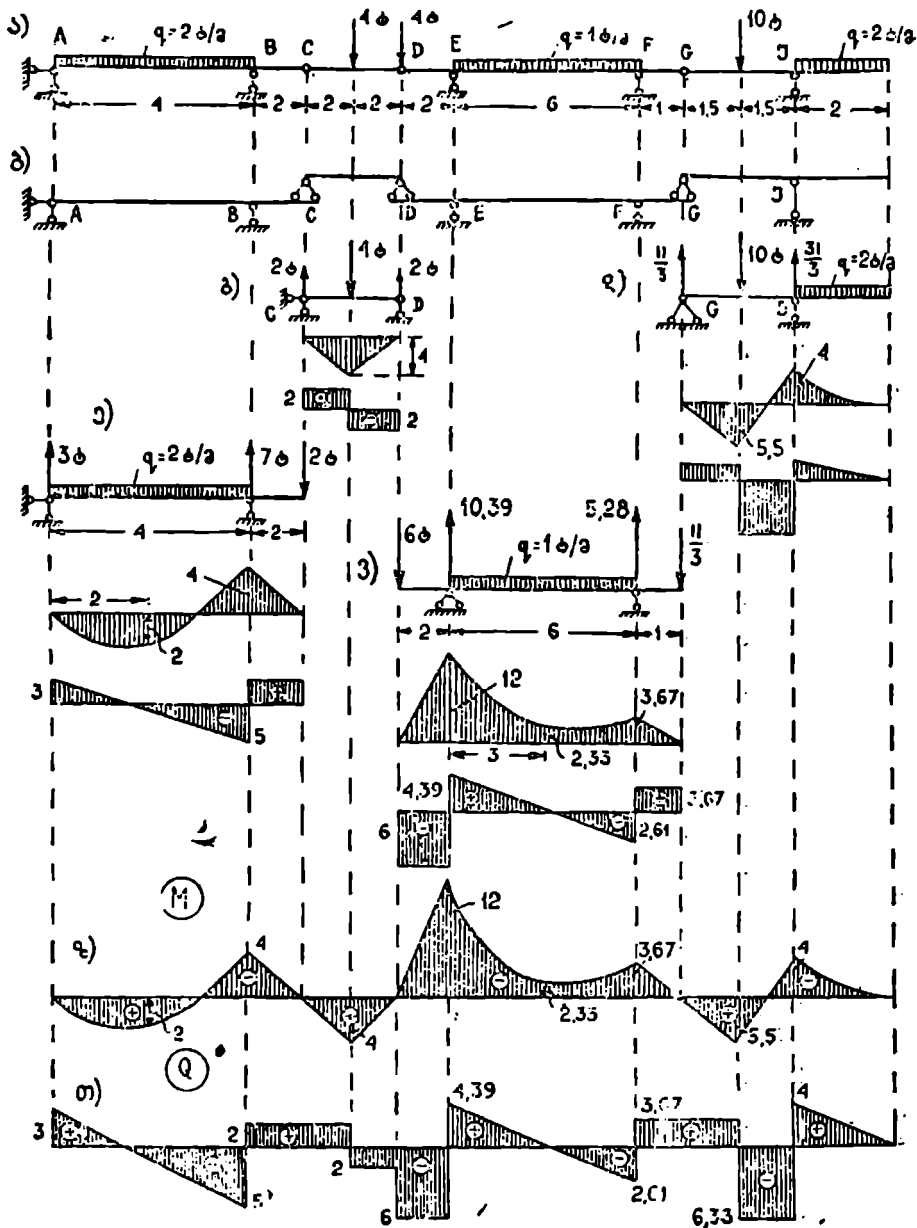
საყრდენი რეაქციები:

$$G \cdot 3 - 10 \cdot 1,5 + 2 \cdot 2 \cdot 1 = 0,$$

აქედან

$$G = \frac{15 - 4}{3} = \frac{11}{3} \text{ ტ.}$$

$$I = 10 + 4 - \frac{11}{3} = \frac{31}{3} \text{ ტ.}$$



მლუნავი მომენტი კონსოლზე $M = -\frac{qx^2}{2}$. საყრდენზე ($x=2$) $M = -4$ ტმ.

მლუნავი მომენტი მალის შუაში

$$M = G \cdot 1,5 = \frac{11}{3} \cdot 1,5 = 5,5 \text{ ტმ.}$$

ABC ძირითადი კოქის ანგარიში (ნახ. 113, ე).

კოქზე მოქმედებს თანაბრად განაწილებული ტვირთი და *CD* კოქიდან გადაცემული დაწოლა, რომელიც *C* რეაქტიის ტოლია და მისი საწინააღმდეგო მიმართულება აქვს. საყრდენი რეაქციები $A=3$ ტ და $B=7$ ტ.

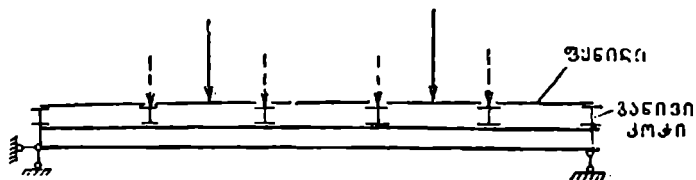
მლუნავი მომენტი მალში $M = Ax - \frac{qx^2}{2}$, როცა $x=2$ მ, $M=2$ ტმ.

DEFG ძირითადი კოქის ანგარიში (ნახ. 113, ე). *D* წერტილზე მოქმედი გარე ძალა 4 ტ მთლიანად ძირითად კოქს გადაეცემა; გარდა ამისა, ამ წერტილზე მოქმედებს *CD* კოქის დაწოლა, რომელიც რიცხობრივად *D* რეაქტიის ტოლია და მისი საწინააღმდეგო მიმართულება აქვს. მაშასადამე, *D* წერტილზე მოქმედებს ძალა $P=6$ ტ.

მარჯვენა კონსოლზე გადაეცემა *GI* კოქის საყრდენი დაწოლა $\frac{11}{3}$ ტონა.

მლუნავი მომენტის ეპიურა ნაჩვენებია ნახაზზე. თუ შევერთებთ ცალკე კოქებისათვის აგებულ ეპიურებს, მივიღებთ ერთ საერთო ეპიურას (ნახ. 113, ზ);

რეაქციების გამოთვლის შემდეგ განვივი ძალის ეპიურის აგება მარტივად წარმოებს, რადგან ის გამოითვლება, როგორც კვეთის ცალ მხარეზე მოქმედი



ნახ. 114.

ძალების გეგმილების ჯამი ვერტიკალურ ღერძზე. განვივი ძალის საერთო ეპიურა ნაჩვენებია 113, თ ნახაზზე.

თუ მთავარ კოქს დატვირთვა განვივი კოქების (კვანძების) საშუალებით გადაეცემა, მაშინ ძალებს კვანძებს შორის ვანაწილებთ (ფენილს ვიხილავთ, როგორც ორ საყრდენზე მდებარე კოქს) და ანგარიშს ვაწარმოებთ ჩვეულებრივად, როგორც ძალის უშუალო გადაცემის დროს (ნახ. 114).

§ 24. სახსროვანი კოქის ანგარიშის მაგალითები

I მაგალითი. ავირჩიოთ სახსრების მდებარეობა ისე, რომ ყველა საყრდენი მომენტის აბსოლუტური სიდიდე ერთმანეთის ტოლი იყოს, და ავაგოთ M და Q ეპიურები (ნახ. 115).

გადაწყვეტა. განვიხილოთ შერეობის სხოვანი EF კოჭი. მღუნავი მომენტი E სახსარში

$$M_E = F \cdot a - \frac{ql}{2} \left(\frac{l}{4} + a \right) = 0,$$

აქედან, რეაქცია

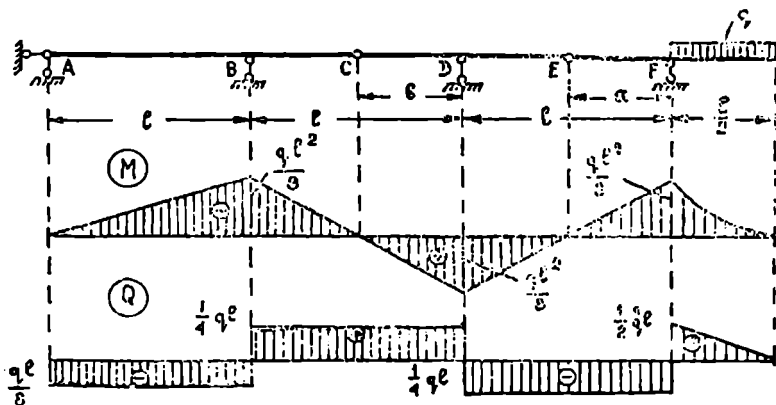
$$F = \frac{ql^2}{8a} + \frac{ql}{2}.$$

მღუნავი მომენტი F საყრდენზე ტოლია:

$$M_F = -\frac{ql^3}{8}.$$

მღუნავი მომენტი D საყრდენზე იქნება:

$$M_D = \left(\frac{ql^2}{8a} + \frac{ql}{2} \right) l - \frac{ql}{2} \left(l + \frac{l}{4} \right) = \frac{ql^3}{8a} - \frac{ql^3}{8}.$$



ნაბ. 115.

პირობის თანახმად

$$|M_D| = |M_F|.$$

მაშასადამე, გვექნება:

$$\frac{ql^3}{8a} - \frac{ql^3}{8} = \frac{ql^3}{8},$$

აქედან

$$a = \frac{l}{2}.$$

ამგვარად

$$M_D = \frac{ql^3}{8} \quad \text{და} \quad F = \frac{3}{4} ql.$$

მღუნავი მომენტი C სახსრის მიმართ:

$$M_C = F(l+b) + D \cdot b - \frac{ql}{2} \left(\frac{5}{4} l + b \right) = 0,$$

საიდანაც

$$D = - \left(\frac{ql^2}{8b} + \frac{ql}{4} \right).$$

მლუნავი მომენტი B საყრდენზე

$$M_B = - \left(\frac{ql^2}{8b} + \frac{ql}{4} \right) l + \frac{3}{4} ql \cdot 2l - \frac{ql}{2} \frac{9}{4} l = - \left(\frac{ql^2}{8b} - \frac{ql^2}{8} \right).$$

პირობის თანახმად

$$|M_B| = |M_D| = |M_F|.$$

მაშასადამე,

$$\frac{ql^2}{8b} - \frac{ql^2}{8} = \frac{ql^2}{8},$$

აქედან

$$b = \frac{l}{2} \quad \text{და} \quad D = - \frac{1}{2} ql; \quad M_B = - \frac{ql^2}{8}.$$

სახსრები მალის შუაში უნდა იყოს მოწყობილი.

B რეაქციის საპოვნელად დავწეროთ

$$M_A = Bl - \frac{1}{2} ql \cdot 2l + \frac{3}{4} ql \cdot 3l - \frac{ql}{2} \frac{13}{4} l = 0,$$

აქედან

$$B = \frac{3}{8} ql.$$

A რეაქციის საანგარიშოდ კოჭზე მოქმედი ძალები დავაგეგმილოთ ვერტიკალურ ღერძებზე:

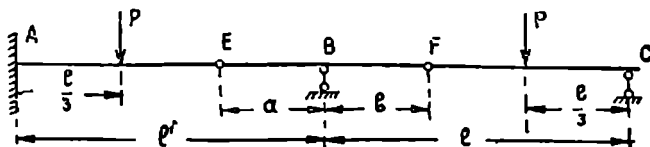
$$\Sigma Y = A + \frac{3}{8} ql - \frac{ql}{2} + \frac{3}{4} ql - \frac{ql}{2} = 0,$$

საიდანაც

$$A = - \frac{ql}{8}.$$

M და Q -ს ეპიურა ნაჩვენებია ნახაზზე (ნახ. 115).

შემაჯავროთ. ორმალიან სახსროვან კოჭზე ორი შეყურსული ძალა მოქმედებს; ვიპოვოთ სახსრების მდებარეობა იმ პირობით, რომ რეაქციები



ნახ. 116

$$A = \frac{P}{2} \quad \text{და} \quad C = \frac{P}{2} \quad (\text{ნახ. 116}).$$

გადაწვეტა: B რეაქცია განისაზღვრება შემდეგი განტოლებიდან:

$$\Sigma Y = \frac{P}{2} + \frac{P}{2} - 2P + B = 0;$$

აქედან $B = P$.

მლუნაეი მომენტი F სახსარში

$$M_F = \frac{P}{2} (l-b) - P \left(\frac{2}{3} l - b \right) = 0,$$

საიდანაც

$$b = \frac{l}{3}.$$

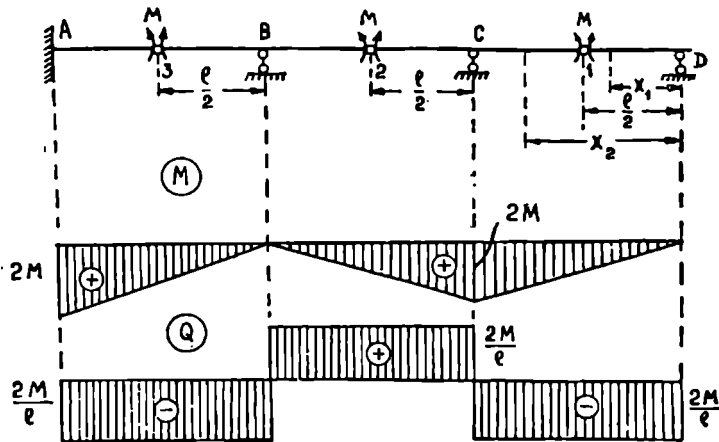
მლუნაეი მომენტი E სახსარში

$$M_E = \frac{P}{2} (l+a) - P \left(\frac{2}{3} l + a \right) + Pa = 0;$$

აქედან

$$a = \frac{l}{3}.$$

3. მაგალითი. ავაგოთ მლუნაეი მომენტის და განივი ძალის ეპიურა, თუ სახსრებში მის მარჯვნივ და მარცხნივ უსასრულოდ ახლოს ორ-ორი წყევრ-ძალი მომენტი M მოქმედებს (ნა. 117).



ნა. 117.

გადაწყვეტა. პირველი სახსრის მარჯვნივ მოთავსებული ძალების მომენტების ჯამში ამ სახსრის შივართ

$$M_1 = D \cdot \frac{l}{2} - M = 0,$$

საიდანაც

$$D = \frac{2M}{l}.$$

მეორე სახსრის მარჯვნივ მოთავსებული ძალების მომენტების ჯამი ამავე სახსრის მიმართ

$$M_2 = D \frac{3}{2} l + C \frac{l}{2} - M = 0;$$

აქედან

$$C = -\frac{4M}{l}.$$

$$M_3 = D \frac{5}{2} l + C \frac{3}{2} l + B \frac{l}{2} - M = C;$$

აქედან

$$B = \frac{4M}{l}.$$

მლუნავი მომენტი x_1 და x_2 კვეთში ტოლია:

$$Mx_1 = Dx_1 = \frac{2M}{l} x_1;$$

$$Mx_2 = Dx_2 = \frac{2M}{l} x_2;$$

შაშასადამე,

$$M_c = 2M.$$

ანალოგიურად, მლუნავი მომენტი მეორე მალში:

$$M = D(l+x) + Cx = \frac{2M}{l}(l+x) - \frac{4M}{l}x.$$

მლუნავი მომენტი B საყრდენზე (როცა $x=l$)

$$M_B = 0.$$

მომენტი მესამე მალში

$$M = \frac{2M}{l}(2l+x) - \frac{4M}{l}(l+x) + \frac{4M}{l}x.$$

მომენტი A საყრდენზე ($x=l$)

$$M_A = 2M.$$

თუ განვიხილავთ კვეთის მარჯვენა ნაწილს, მივიღებთ:

განივი ძალა პირველ მალში

$$Q_1 = -D = -\frac{2M}{l},$$

მეორე მალში

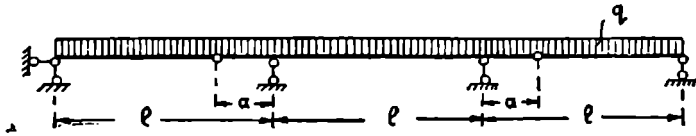
$$Q_2 = -D - C = -\frac{2M}{l} + \frac{4M}{l} = \frac{2M}{l}.$$

მესამე მალში

$$Q_3 = -D - C - B = -\frac{2M}{l} + \frac{4M}{l} - \frac{4M}{l} = -\frac{2M}{l}.$$

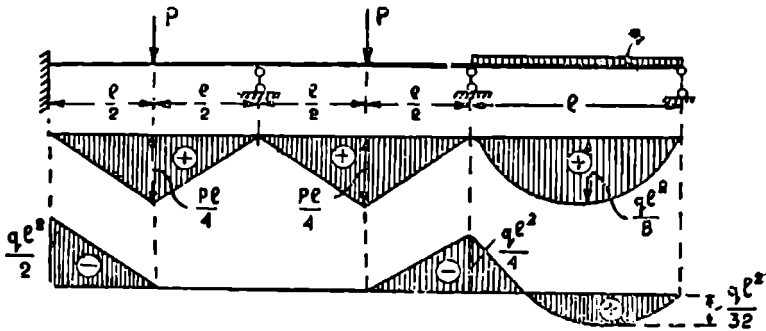
§ 26. სავარჯიშო მაგალითები

1 მაგალითი. სამშალიან სახსროვან კოჭზე თანაბრად განაწილებული ტვირთი მოქმედებს, ვიპოვოთ სახსრების განლაგება ისე, რომ მღუნავი მომენტი საყრდენებზე და მალში აბსოლუტური სიდიდით ერთმანეთის ტოლი იყოს (ნახ. 118).

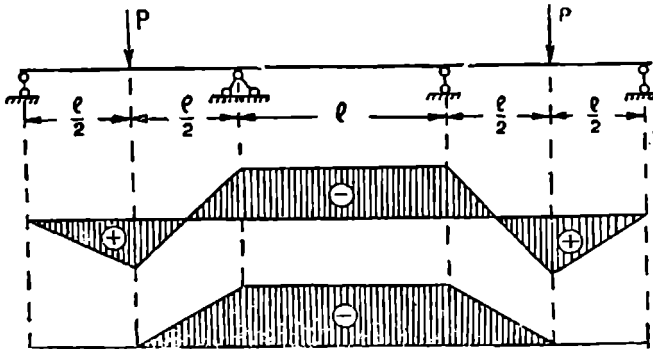


ნახ. 118.

2 მაგალითი. უკრი კოჭის რომელ წერტილში უნდა იყოს მოწყობილი სახსრები, რომ მივიღოთ ნახაზზე ნაჩვენები ეპიურები (ნახ. 119), თუ $P = \frac{ql^2}{2}$?



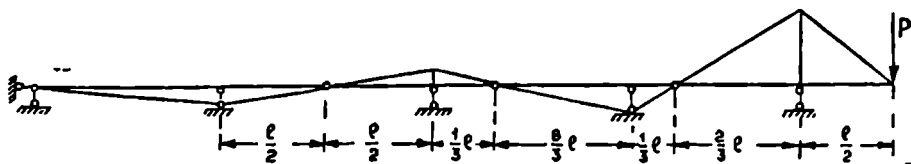
ნახ. 119.



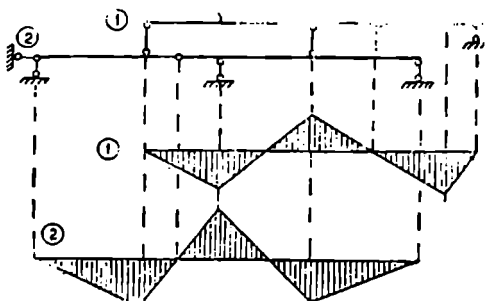
ნახ. 120.

3 მაგალითი. სად უნდა მოეაწყოთ სახსრები, რომ მივიღოთ ნახაზზე ნაჩვენები ეპიურები? გამოვთვალოთ ეპიურის სათანადო ორდინატები (ნახ. 120).

4 მაგალითი. შევამოწმოთ აგებული ეპიურის სისწორე და გამოვთვალოთ საყრდენი მომენტები (ნახ. 121).



ნახ. 121.



ნახ. 122.

5 მაგალითი. შევამოწმოთ ზედა (1) და ქვედა (2) კოქის მომენტის ეპიურები (ნახ. 122).



კოჭოვანი სისტემების ანგარიში მოძრავ ტვირთზე
(გავლენის ხაზების თეორია)

§ 26. ძირითადი ცნებები გავლენის ხაზების შესახებ

აქამდე ჩვენ ვილაგდით უძრავი ტვირთის გავლენას, ე. ი. ისეთი ტვირთის, რომელიც ნაშენის განსაზღვრულ წერტილებში მოქმედებდა.

ზოგიერთი ნაშენის ანგარიშის დროს ჩვენ შევხვდებით მოძრავი ტვირთის მოქმედებას, ე. ი. ტვირთის, რომელიც მოძრაობს ნაშენზე და იღებს სხვადასხვა მდებარეობას. მოძრავი დატვირთვის მაგალითს წარმოადგენს რკინიგზის მატარებლის ან ავტომობილის გავლა ზილზე და სხვ.

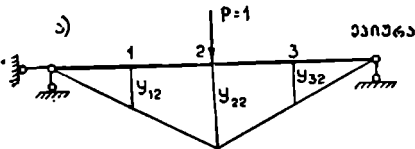
ცხადია, რომ ნაშენის ამა თუ იმ ნაწილში წარმოშობილი ძალების სიდიდე დამოკიდებულია მოძრავი ძალის მდებარეობაზე, ე. ი. ძალვა შეიცვლება მატარებლის მოძრაობასთან ერთად. ნაშენის, მოძრავ ტვირთზე ანგარიშის დროს ჩვენ ვეხებება ორი სახის ამოცანის გადაწყვეტა:

1. მოძრავი ტვირთის ყველა შესაძლო მდგომარეობიდან ვიპოვოთ ის, რომელიც მოგვცემს საძიებელი ძალების მაქსიმალურ სიდიდეს, ე. ი. ვიპოვოთ ტვირთის ყველაზე არახელსაყრელი მდებარეობა და,

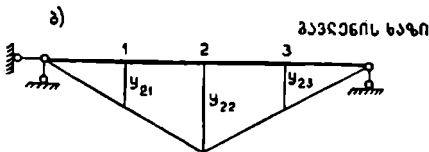
2. ტვირთის მოცემული მდებარეობისათვის განვსაზღვროთ საძიებელი ფაქტორის (მომენტი, განივი ძალა, საყრდენი რეაქცია და სხვ.) სიდიდე.

ამ საკითხების გადაწყვეტა შეიძლება ე. წ. გავლენის ხაზების საშუალებით.

ამოცანა მდგომარეობს იმაში, რომ ვიპოვოთ რომელიმე ძალების ცვლილების კანონის გრაფიკული გავლენა, როდესაც ნაშენზე მოქმედებს მოძრავი ტვირთი. გრაფიკი რომ უნივერსალური იყოს, ე. ი. მისი გამოყენება რომ შეიძლებოდეს ნებისმიერი დატვირთვის დროს, ამიტომ მას აგებენ ერთეული ძალისათვის $P=1$.



ა) აპირა



ბ) გავლენის ხაზი

ს. ბ. 123.

ამა თუ იმ ძალების (საყრდენი რეაქცია, მღუნავი მომენტი, განივი ძალა და სხვ.) ცვლილების გრაფიკს, რომელიც ერთეული შეყურსული მოძრავი ძალითაა გამოწვეული, გავლენის ხაზი ეწოდება.

სიხადისათვის გავლენის ხაზი შევადაროთ მღუნავი მომენტის ეპიურას. ვთქვათ, გვაქვს $P=1$ ძალისაგან გამოწვეული მღუნავი მომენტის ეპიურა (ნახ. 123, ა). მღუნავი მომენტის ეპიურა გვიჩვენებს მომენტის სიდიდეს სხვადასხვა კვეთში ტვირთის ერთი გარკვეული მდებარეობის დროს.

მაგალითად, Y_{12} არის მლუნაეი მომენტი 1 კვეთში, Y_{22} —მე-2 კვეთში, Y_{32} —მე-3 კვეთში, გამოწვეული მე-2 კვეთში მოქმედ ძალისაგან.

მაშასადამე, მლუნაეი მომენტის ეპიურა ახასიათებს მთელი კოქის მუშაობას. შეიძლება ითქვას, რომ აქ ძალა უძრავია, კვეთი კი მოძრაობს.

აეილოთ მე-2 კვეთის მლუნაეი მომენტის გავლენის ხაზი (ნახ. 123. ბ). გავლენის ხაზის ყველა ორდინატა ახასიათებს ერთი გარკვეული კვეთის მუშაობას, ძალის სხვადასხვა მდებარეობის დროს. მაგალითად, Y_{21} , Y_{22} და Y_{23} გამოხატავენ მლუნაე მომენტს მე-2 კვეთში, როცა ერთეული ძალა მოთავსებულია სათანადო 1, 2 და 3 წერტილებზე.

მაშასადამე, გავლენის ხაზი ახასიათებს ერთი გარკვეული კვეთის მუშაობას ტვირთის სხვადასხვა მდებარეობის დროს. აქ კვეთი უძრავია, ძალა კი მოძრაობს.

საზოგადოდ, გავლენის ხაზის ნებისმიერი ორდინატა გამოხატავს ფაქტორის სიდიდეს, როდესაც ერთეული ძალა $P=1$ მოთავსებულია ამ ორდინატის გასწვრივ.

თუ ნაშენზე მოქმედებს რამდენიმე ნებისმიერი სიდიდის ძალა, მაშინ ფაქტორის სიდიდე გამოითვლება ძალთა დამოუკიდებლობის და პროპორციულობის პრინციპის საფუძველზე (§ 3).

§ 27. ორ საყრდენზე მდებარე კოქის გავლენის ხაზები

1. საყრდენი რეაქციების გავლენის ხაზები

საყრდენი რეაქციების გავლენის ხაზების აგება მარტივად ხდება, მაგრამ რადგან სხვა ფაქტორების გავლენის ხაზების აგება მათზე დამყარებული, ამიტომ მოითხოვს დიდ ყურადღებას.

ვთქვათ, ორ საყრდენზე მდებარე კოქზე მოქმედებს ერთეული ძალა $P=1$ (ნახ. 124). ავაროთ A და B საყრდენი რეაქციების გავლენის ხაზები, ე. ი. გამოვხაზოთ მათი ცვლილების გრაფიკი კოქზე ერთეული ძალის მოძრაობის დროს.

თუ ძალა $P=1$ მოთავსებულია მარცხენა საყრდენიდან x მანძილზე, მაშინ მივიღებთ:

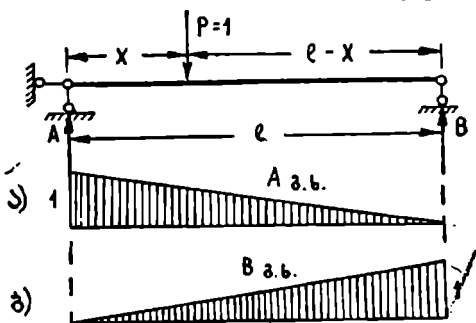
$$A = 1 \frac{l-x}{l};$$

$$B = 1 \cdot \frac{x}{l}.$$

როგორც ვხედავთ, რეაქციები $P=1$ ძალის მდებარეობის ფუნქციაა. გამოვხატოთ მიღებული განტოლებები გრაფიკულად; რადგანაც განტოლებებში x პირველ ხარისხშია, ამიტომ საკმარისია x -ს მიეცეთ ორი მნიშვნელობა:

როცა $x=0$, $A=1$;

როცა $x=l$, $A=0$.



ნახ. 124.

მიღებული ორდინატები მოგზომოთ ნულოვანი ხაზიდან, ნებისმიერ მასშტაბში და შეევეართოთ სწორი ხაზით. მივიღებთ A რეაქციის გავლენის ხაზს (ნახ. 124, ა).

როცა $x=0$, $B=0$;

როცა $x=l$, $B=i$.

მიღებული ორდინატები მოვზომოთ ნულოვანი ხაზიდან და შევადგინოთ სწორი ხაზით, მივიღებთ B რეაქციის გავლენის ხაზს (ნახ. 124, ბ)

რეაქციების გავლენის ხაზის ორდინატები განყენებული სიდიდეებია.

მაშასადამე, A რეაქციის გავლენის ხაზის ასაგებად, ამ საყრდენის ქვეშ ნულოვანი ხაზიდან უნდა მოვზომოთ ერთი ტოლი ორდინატა და შევადგინოთ B საყრდენის ქვეშ ნულოვანი ხაზთან სწორი ხაზით.

B რეაქციის გავლენის ხაზის ასაგებად, ამ საყრდენის ქვეშ მოვზომოთ ერთეულის ტოლი ორდინატა და შევადგინოთ A საყრდენის ქვეშ ნულოვანი ხაზთან.

რეაქციის გავლენის ხაზის ნებისმიერი ორდინატა გამოხატავს მის სიდიდეს, როდესაც ერთეული ძალა მოთავსებულია აღებული ორდინატის გასწვრივ.

მიღებული გავლენის ხაზები ნათლად გვიჩვენებენ, თუ სად უნდა მოვათავსოთ ერთეული ძალა, რომ რეაქციას ჰქონდეს მაქსიმალური სიდიდე (ცხადია, საყრდენებზე).

2. განივი ძალის გავლენის ხაზი

აეგოთ C კვეთის განივი ძალის გავლენის ხაზი (ნახ. 125). ერთეული ძალა მოვათავსოთ მარცხენა საყრდენიდან x მანძილზე. რადგან განივი ძალის სიდიდე და, მაშასადამე, გავლენის ხაზის მოხაზულობა დამოკიდებულია მოძრაი ძალის მდებარეობაზე, ამიტომ განვიხილოთ ორ შემთხვევას:

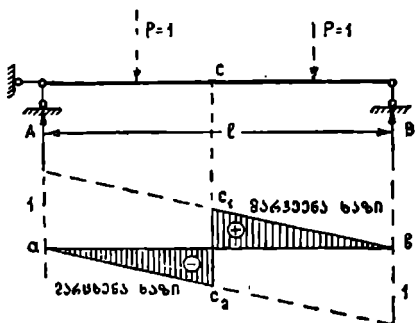
1. ტვირთი $P=1$ მოძრაობს კვეთის მარჯვნივ. სიმარტივისათვის განვიხილოთ კვეთის მარცხენა ნაწილი. განივი ძალა (კვეთის ცალ მხარეზე მოქმედ ძალთა გეგმილების ჯამი კოქის მართობ ღერძზე) C კვეთში იქნება:

$$Q_c = A.$$

მაშასადამე, სანამ ერთეული ძალა იმყოფება კვეთის მარჯვნივ CB უბანზე, განივი ძალა C კვეთში ტოლია A რეაქციის. ამიტომ განივი ძალის გავლენის ხაზი რომ მივიღოთ, საკმარისია აეგოთ A რეაქციის გავლენის ხაზი, რომელიც ვარგისია, მანამ ერთეული ძალა მოძრაობს კვეთის მარჯვნივ C_1 წერტილამდე. bc_1 ხაზს ვუწოდოთ მარჯვენა ხაზი (მიღებულია ძალის კვეთის მარჯვნივ მოძრაობის შემთხვევაში).

2. ტვირთი $P=1$ მოძრაობს კვეთის მარცხნივ. განვიხილოთ კვეთის მარჯვენა ნაწილი. განივი ძალა C კვეთში:

$$Q_c = -B.$$



ნახ. 125.

მაშასადამე, როდესაც ტვირთი მოძრაობს კვეთის მარცხნივ AC უბანზე, განივი ძალა C კვეთში ტოლია B რეაქციის შებრუნებული ნიშნით. ამიტომ გავლენის ხაზის მარცხენა ნაწილის მისაღებად უნდა ავაგოთ B რეაქციის გავლენის ხაზი შებრუნებული ნიშნით, ე. ი. ნულოვანი ხაზის ქვემოთ. მიღებული ხაზი ვარგისია c_2 წერტილამდე. ac_2 ხაზს ვუწოდოთ მარცხენა ხაზი (მიღებულია ძალის კვეთის მარცხნივ მოძრაობის დროს).

საბოლოოდ, განივი ძალის გავლენის ხაზი წარმოდგენილია ac_1c_2 დაშტრიხული ხაზით.

Q_2 გავლენის ხაზის ნებისმიერი ორდინატა იძლევა განივი ძალის სიდიდეს C კვეთში, როდესაც ძალა $P=1$ მოთავსებულია ამ ორდინატის გასწვრივ.

განივი ძალის გავლენის ხაზის ორდინატები განუყენებულნი სიდიდეებია.

3. მლუნავი მომენტის გავლენის ხაზი

ავაგოთ C კვეთის (რომელიც იმყოფება მარცხენა საყრდენიდან a მანძილზე) მლუნავი მომენტის გავლენის ხაზი (ნახ. 126).

აქაც ვიხილავთ ორ შემთხვევას:

1. ტვირთი $P=1$ მოძრაობს კვეთის მარჯვნივ. განვიხილოთ კვეთის მარცხენა ნაწილი. მლუნავი მომენტი C კვეთში იქნება:

$$M_c = A \cdot a = 1 \frac{l-x}{l} a.$$

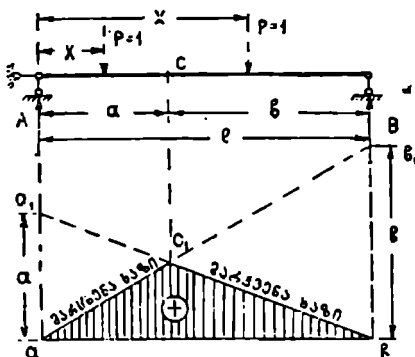
რადგან a მუდმივი სიდიდეა, ამიტომ მლუნავი მომენტის გავლენის ხაზის მისაღებად საკმარისია ავაგოთ A რეაქციის გავლენის ხაზი და მისი ორდინატები გავაპრაველოთ a ხე.

მაშასადამე, A საყრდენის ქვეშ გადავზომავთ a მონაკვეთს და შევეუერთებთ B საყრდენის ქვეშ ნულოვან ხაზს (სწორი ხაზის ორდინატების ერთი და იგივე სიდიდით გასადიდებლად საკმარისია მისი ორი ორდინატის გადიდება). მიღებული a_1b ხაზი ვარგისია, მანამ ძალაშია მისი განტოლება $M_c = A \cdot a$, ე. ი. სანამ ძალა მოძრაობს კვეთის მარჯვნივ მივიღებთ c_1b მარჯვენა ხაზს.

2. ტვირთი $P=1$ მოძრაობს კვეთის მარცხნივ. განვიხილოთ მარჯვენა ნაწილი. მლუნავი მომენტი C კვეთში:

$$M_c = B \cdot b.$$

გავლენის ხაზის მარცხენა ნაწილის მისაღებად B საყრდენის ქვეშ მოვზომოთ b მონაკვეთი და შევეუერთოთ A საყრდენის ქვეშ ნულოვან ხაზს. a_1b_1 ხაზი ვარგისია, სანამ ძალაშია მისი განტოლება $M_c = B \cdot b$, ე. ი. სანამ ერთეული ძალა იმყოფება კვეთის მარცხნივ. მივიღებთ ac_1 მარცხენა ხაზს.



ნახ. 126.

რადგან მარცხენა და მარჯვენა ხაზების ორდინატები C წერტილის ქვეშ ერთმანეთის ტოლია, ამიტომ ეს ხაზები აუცილებლად უნდა გადაიკვეთონ C წერტილის ქვეშ.

ამგვარად, C კვეთის მლუნავი მომენტის მთლიანი გავლენის ხაზი წარმოადგენს a_c, b სამკუთხედს, რომლის წვერო მოთავსებულია C წერტილის ქვეშ.

მლუნავი მომენტის გავლენის ხაზს ვაგებთ შემდეგნაირად: მარცხენა საყრდენის ქვეშ გადავზომავთ a მონაკვეთს და შევუერთებთ მარჯვენა საყრდენის ქვეშ ნულოვან ხაზს; შემდეგ, მიღებულ ხაზზე ჩამოვაგეგმილებთ C კვეთს და c_1 წერტილს შევუერთებთ მარცხენა საყრდენის ქვეშ ნულოვან ხაზს.

მომენტის გავლენის ხაზის ორდინატები იზომება ხაზოვან ზომებში—მეტრებში. Mc გავლენის ხაზის ნებისმიერი ორდინატა იძლევა მლუნავი მომენტის სიდიდეს C კვეთში, როდესაც ძალა $P=1$ მოთავსებულია ამ ორდინატის გასწვრივ.

Q_c და Mc გავლენის ხაზები საშუალებას იძლევა განვსაზღვროთ განივი ძალა და მომენტი მხოლოდ C კვეთში. სხვა კვეთების შესასწავლად საჭიროა მათი გავლენის ხაზების აგება.

§ 23. კონსოლიანი კოჭის გაჯღანის ხაზები

ჯერ ავაგოთ საყრდენი რეაქციების გავლენის ხაზები (ნახ. 127). როცა ძალა იმყოფება საყრდენებს შორის AB უბანზე, გვექნება:

$$A = 1 \frac{l-x}{l};$$

$$B = 1 \frac{x}{l}.$$

მივიღოთ იგივე განტოლებები, რაც უკონსოლო კოჭის შემთხვევაში და, მაშასადამე, AB უბანზე გავლენის ხაზებს ექნებათ ისეთივე მოხაზულობა, როგორც უკონსოლო კოჭში და აგების წესიც არ შეიცვლება.

როდესაც ტვირთი $P=1$ მარჯვენა კონსოლზე გადავა, მივიღებთ:

$$A = -\frac{x_1}{l};$$

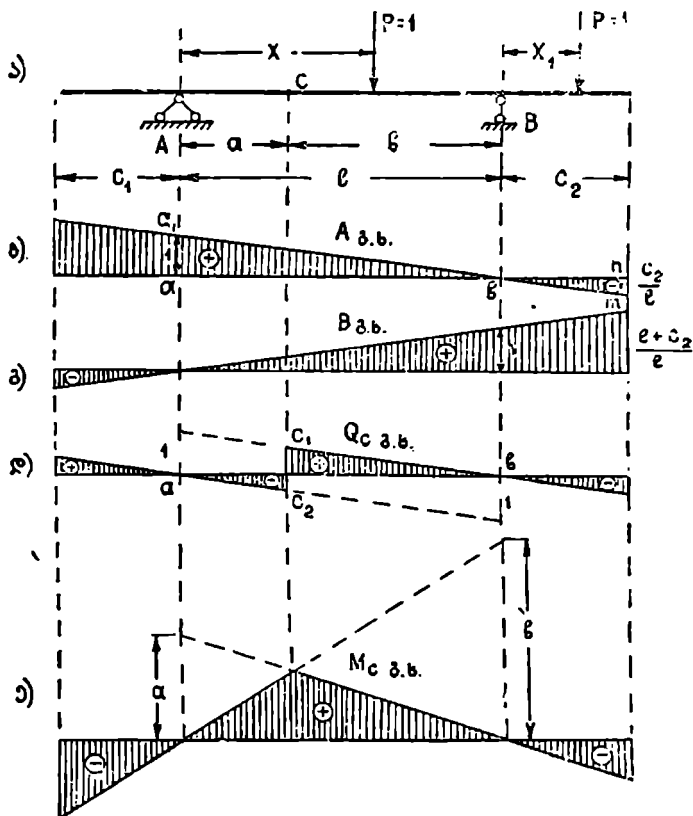
$$B = \frac{l+x_1}{l}.$$

როგორც ვხედავთ, კონსოლებზეც გავლენის ხაზი წრფივლად ვრცელდება. A რეაქციის ორდინატები უარყოფითია, B -სი კი დადებითი.

როცა $x_1=0$; $A=0$; $B=1$;

როცა $x_1=C_2$; $A = -\frac{C_2}{l}$; $B = \frac{l+C_2}{l}$.

მარჯვენა კონსოლის ბოლო წერტილის ქვეშ ნულოვანი ხაზიდან მოვზომოთ მონაკვეთი — $\frac{C_2}{l}$ და შევეუბნოთ B საყრდენის ქვეშ ნულოვან ხაზს. მივიღებთ mb ხაზს (ნახ. 127, ბ). mb ხაზი ძირითადი la , ხაზის გაგრძელებაა



ნახ. 127.

წარმოადგენს (კუთხე $aba_1 = mbn$). B რეაქციის გავლენის ხაზიც ერთი წრფე იქნება (ნახ. 127, გ). რადგან კონსოლიანი კოქის რეაქციების გავლენის ხაზები კოქის მთელ სიგრძეზე წრფივია, ამიტომ მათ მისაღებად საკმარისია ავაგოთ უკონსოლო კოქის რეაქციების გავლენის ხაზები და გავაგრძელოთ კონსოლების ბოლომდე.

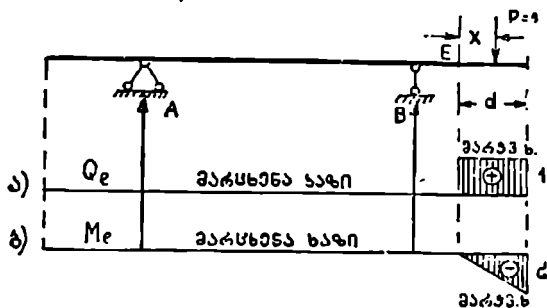
ავაგოთ C კვეთის განივი ძალის გავლენის ხაზი. როდესაც ერთეული ძალა იმყოფება კვეთის მარჯვნივ, მაშინ:

$$Q_c = A;$$

როდესაც ძალა გადავა კვეთის მარცხნივ:

$$Q_c = -B.$$

განივი ძალის გავლენის ხაზის მისაღებად უნდა ავაგოთ A რეაქციის გავლენის ხაზი (მარჯვენა ხაზი) და B რეაქციის



ნახ. 128.

მლუნავი მომენტის გავლენის ხაზს ვაგებთ ისე, როგორც უკონსოლო კოქის შემთხვევაში და მიღებულ ხაზებს წაგრძელებთ კონსოლების ბოლომდე (ნახ.

127, ე). მომენტის გავლენის ხაზის ორდინატები კონსოლებზე უარყოფითია, რაც იმას ნიშნავს, რომ, როცა ძალა კონსოლზე მოთავსდება, მომენტი მალში უარყოფითია.

აეაგოთ განივი ძალის და მლუნავი მომენტის გავლენის ხაზი კონსოლზე აღებულ e კვეთისათვის (ნახ. 128).

როდესაც $P=1$ ძალა მოძრაობს e კვეთის მარცხნივ, მაშინ $Q_c=0$, $M_c=0$, რადგან კვეთის მარჯვენა ნაწილზე არაერთი ძალა არ მოქმედებს. მაშასადამე, მარცხენა ხაზი დაემთხვევა ნულოვან ხაზს.

როცა $P=1$ ძალა გადავა კვეთის მარჯვნივ, მაშინ:

$$Q_c = 1,$$

$$M_c = -1 \cdot x;$$

როცა

$$x = 0; M_c = 0; \quad x = d; M_c = -d.$$

Q_c -ს გავლენის ხაზის მარჯვენა ხაზი ნულოვანი ხაზის პარალელურია (ნახ. 128, ა), მლუნავი მომენტის გავლენის ხაზის მარჯვენა ხაზი კი დახრილი (ნახ. 128, ბ).

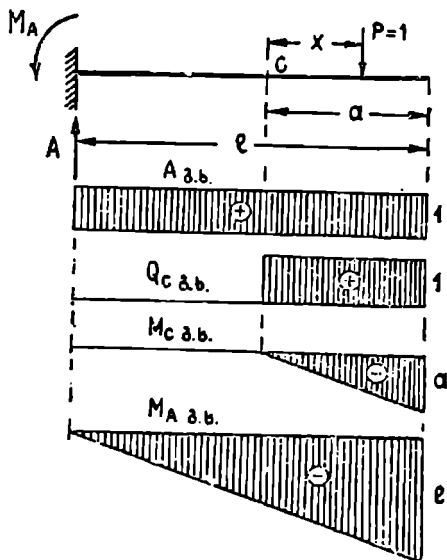
ნიშნით (მარცხენა ხაზი); პირველი ვარგისია C_1 წერტილამდე. მეორე კი C_2 -მდე.

მლუნავი მომენტის გავლენის ხაზი. მლუნავი მომენტი C კვეთში, როცა ძალა იმყოფება კვეთის მარჯვნივ, იქნება:

$$M_c = A \cdot a,$$

და როცა ძალა გადავა კვეთის მარცხნივ:

$$M_c = B \cdot b.$$



ნახ. 129.

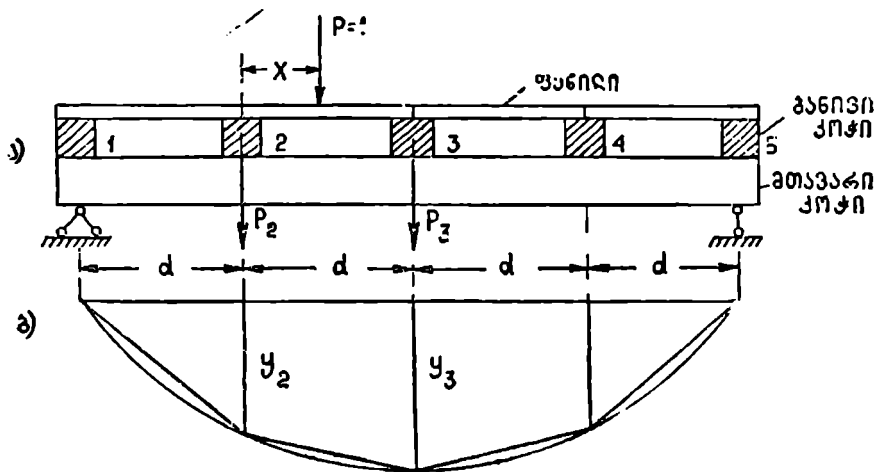
მიღებული გავლენის ხაზები გვიჩვენებენ, რომ, როდესაც ძალა იმოქმედებს კვეთის მარცხნივ, მაშინ ამ კვეთში მომენტი და განივი ძალა ნულის ტოლია.

ანალოგიურ სურათს მივიღებთ, თუ განვიხილავთ კონსოლურ კოქს (ნახ. 129). ნახაზზე წარმოდგენილია A რეაქციის ($Q_c M_c$ და M_A გავლენის ხაზებზე.

• § 29. გავლენის ხაზების აგება ტვირთის კვანძოვანი გადაცემის დროს

პრაქტიკაში ხშირად გვხვდება ისეთი შემთხვევები, როდესაც ტვირთი გადაეცემა კოქს არა უშუალოდ, არამედ მთელი რიგი დამხმარე ან განივი კოქსების საშუალებით.

ძალის კვანძოვანი გადაცემა სქემატურად გამოხატულია 130 ე ნახაზზე. ფენილი (ან განივი დამხმარე კოქი) საყრდენებზე გაკრულია, ე. ი. მას ვიხილავთ, როგორც ორ საყრდენზე მდებარე კოქს. როდესაც ძალა მოთავს-



ნახ. 130.

დება კვანძზე, მაშინ ის ამ კვანძის საშუალებით უშუალოდ გადაეცემა მთავარ კოქს და ამ შემთხვევაში გავლენის ხაზის ორდინატა განისაზღვრება ისე, როგორც ძალის უშუალოდ გადაცემის დროს. გავარკვიოთ, თუ როგორ იცვლება გავლენის ხაზი კვანძებს შორის.

დავუშვათ, რომ ძალა $P=1$ მოთავსებულია 2 და 3 კვანძს შორის 2 კვანძიდან x მანძილზე (ნახ. 130,ა). მთავარ კოქს მე-2 და მე-3 კვანძების საშუალებით გადაეცემა R_2 და P_3 ძალები, რომლებიც წრფიულად იცვლება.

P_1 და P_2 ძალები წარმოადგენს სათანადოდ 2 და 3 კვანძების საყრდენ დაწოლას:

$$P_1 = 1 \frac{d-x}{d};$$

$$P_2 = 1 \frac{x}{d}.$$

წარმოვიდგინოთ, რომ ნახაზზე მოყვანილი მრუდი არის მთავარი კოქისათვის აგებული რომელიმე ფაქტორის გავლენის ხაზი, ძალის უშუალოდ ამ კოქზე მოძრაობის დროს (130, ბ). y_2 და y_3 გავლენის ხაზის ორდინატებია მე-2 და მე-3 კვანძების ქვეშ.

$P=1$ ძალისაგან გამოწვეული ძალების სიდიდე ტოლი უნდა იყოს მისი მდგენელებისაგან გამოწვეული ძალების სიდიდის.

ძალთა დამოუკიდებლობის და პროპორციულობის პრინციპის საფუძველზე გვექნება:

$$S = \Sigma PY = P_2 y_2 + P_3 y_3 = \frac{d-x}{d} y_2 + \frac{x}{d} y_3.$$

მიღებული განტოლება არის გავლენის ხაზის განტოლება მე-2 და მე-3 კვანძს შორის. ის იძლევა სწორ ხაზს, რომლის ასაგებად საკმარისია ორი წერტილი:

$$\text{როცა } x=0; \quad S=y_2;$$

$$\text{როცა } x=d; \quad S=y_3 \text{ (ნახ. 130, ბ).}$$

მაშასადამე, ძალის კვანძოვანი გადაცემის დროს გავლენის ხაზი მეზობელ კვანძებს შორის ვრცელდება სწორი ხაზის კანონით.

აქედან, გავლენის ხაზების აგების წესი:

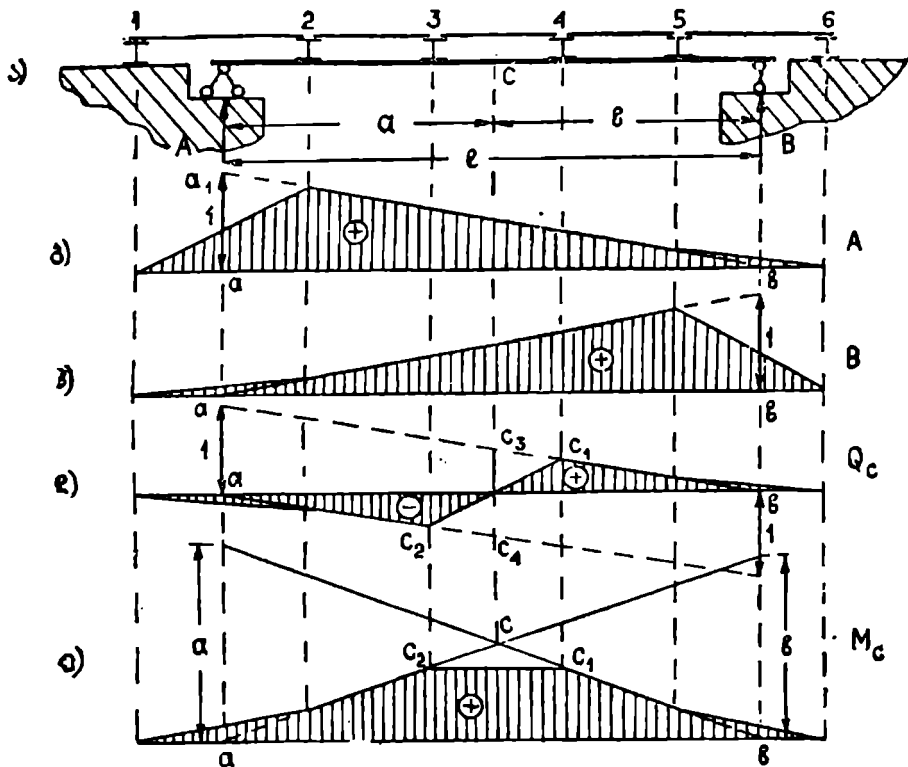
ძალის კვანძოვანი გადაცემის დროს გავლენის ხაზს ვაგებთ ისე, როგორც ძალის უშუალოდ გადაცემისას და მეზობელი კვანძების ქვეშ მიღებულ ორდინატებს ვაერთებთ სწორი ხაზით.

თუ ორ მეზობელ კვანძს შორის გავლენის ხაზი სწორხაზოვანია, მაშინ ის ამ უბანზე არავითარ ცვლილებას არ განიცდის.

1 მაგალითი. ავაგოთ A , B რეაქტიების, c კვეთის ჭანივი ძალის და მლუნავი მომენტის გავლენის ხაზები (ნახ. 131).

ძალის უშუალოდ გადაცემის შემთხვევაში A რეაქტიის გავლენის ხაზი იქნება aa_1b (ნახ. 131, ბ). ამ ხაზზე ჩამოვაგებმილოთ 2, 3, 4 და 5 კვანძი და თანმიმდევრობით შევაერთოთ სწორი ხაზით. რადგან ეს კვანძები დალაგდებიან ერთ სწორ ხაზზე, ამიტომ ამ უბანზე გავლენის ხაზი არ შეიცვლება. როდესაც ერთეული ძალა მოთავსდება 1 ან 6 კვანძზე, მაშინ A და J რეაქტიები ნულის ტოლია, და ამიტომ 1 და 6 კვანძი უნდა ჩამოვაგებმილოთ ნულოვან ხაზზე. 1, 2 და 5, 6 კვანძების ქვეშ მდებარე ორდინატები შევაერთოთ სწორი ხაზით. მივიღებთ A რეაქტიის გავლენის ხაზს. ანალოგიურად აიგება B რეაქტიის გავლენის ხაზიც (ნახ. 131, გ.).

C კვეთის განივი ძალის გავლენის ხაზი ძალის უშუალო გადაცემის შემთხვევაში იქნება ac_1c_3 (ნახ. 131, დ). 1 და 6 კვანძი ჩამოვადგეგმილოთ ნულოვან ხაზზე, 2, 3, 4 და 5 კვანძი კი გავლენის ხაზზე და შევეერთოთ სწორი ხაზით. მივიღებთ განივი ძალის გავლენის ხაზს ძალის კვანძოვანი გადაცემის დროს. მღუნავი მომენტის გავლენის ხაზი ძალის უშუალო გადაცემის დროს იქნება ac_1 (ნახ. 131, ე). მასზე ჩამოვადგეგმილოთ კვანძები და მიღებული წერ-



ნახ. 131.

ტილები შევეერთოთ სწორი ხაზით. მივიღებთ მღუნავი მომენტის გავლენის ხაზს.

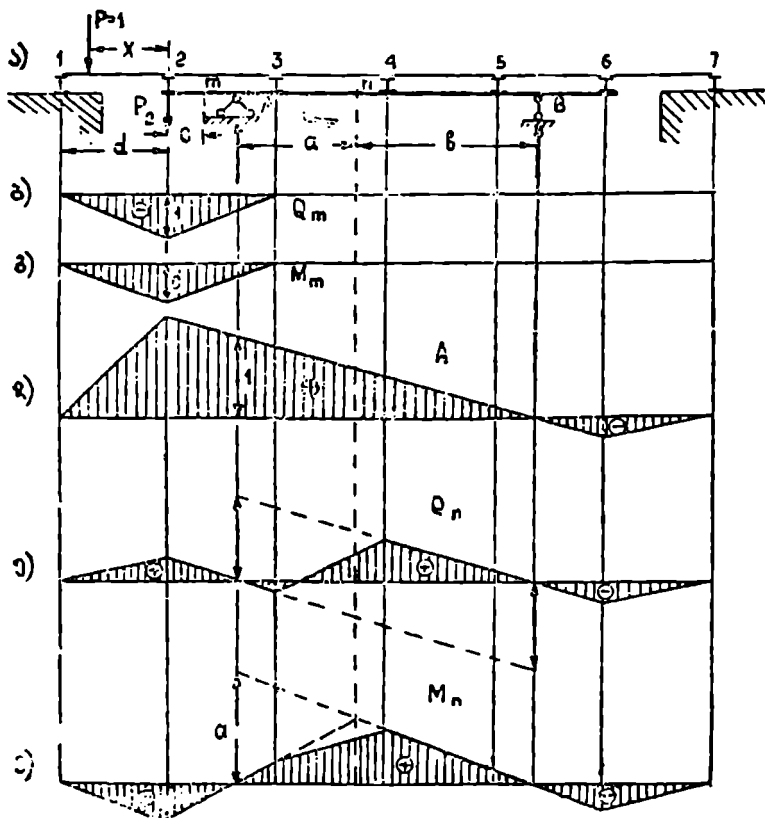
საზოგადოდ, მარჯვენა ხაზზე უნდა ჩამოვიტანოთ კვეთის მარჯვენა კვანძები, მარცხენაზე კი კვეთის მარცხენა კვანძები და შევეერთოთ სწორი ხაზით.

შემაჯალიათი. ავაგოთ კონსოლიანი კოჭის გავლენის ხაზები (ნახ. 132). განვიხილოთ m კვეთი. როდესაც ერთეული ძალა იმყოფება 1-2-3 უბანზე მაშინ საყრდენი დაწოლა მე-2 კვანძზე განისაზღვრება ფორმულით:

$$P_1 = 1 \frac{d-x}{d}.$$

მაშასადამე, AB კონსოლიან კოქს მარცხენა კონსოლზე გადაეცემა ძალა P_2 , რომლის სიდიდე იცვლება P ძალის მდებარეობის (ველიცემასთან ერთად) განივი ძალა ტოლია:

$$Q_m = -P_2 = -1 \frac{d-x}{d};$$



ნახ. 132.

მღუნავი მომენტი:

$$M_m = -P_2 \cdot c = -1 \frac{d-x}{d} c.$$

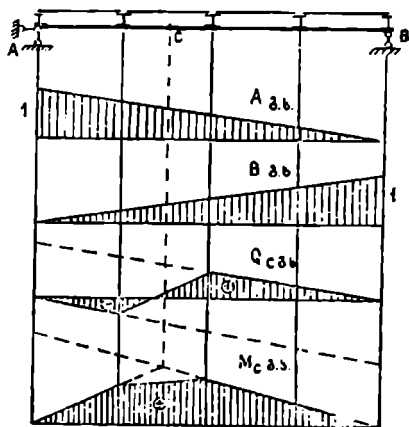
თუ x -ს მიეცემთ სხვადასხვა მნიშვნელობას, მივიღებთ Q_m და M_m გავლენის ხაზის ორდინატებს. გავლენის ხაზები წარმოდგენილია 132, ბ, გ ნახაზზე.

როდესაც ტვირთი გადასცდება 1—2—3 უბანს, მაშინ $P_2 = 0$ და, ცხადია, $Q_m = M_m = 0$.

AB რეაქციის, Q_n და M_n გავლენის ხაზების მისაღებად პირველად ვაგებთ AB კონსოლიანი კოქსის გავლენის ხაზებს ძალის უშუალო გადაცემისას;

შემდეგ, მარჯვენა ხაზზე ჩამოვავებთ კვეთის მარჯვენა კუთხეებს (4, 5, 6), მარცხენაზე მარცხენას (2, 3), ხოლო 1 და 7 კუთხეს კი ნულოვან ხაზზე და მიღებულ ორდინატებს ვაერთებთ სწორი ხაზით (ნახ. 132, დ, ე, ვ).

ჰ მაგალითი. ორ საყრდენზე მდებარე კოქის შემთხვევაში, როდესაც კუთხეები საყრდენებს ემთხვევა, გავლენის ხაზებს ექნებათ ნახაზზე მოყვანილი მოხაზულობა (ნახ. 133).



ნახ. 133.

§ 30. მრავალმალიანი სტატიკურად რკვევადი კოქის გავლენის ხაზები

IV თავში ჩვენ გავარჩიეთ ასეთი კოქების საანგარიშო სქემები და ანგარიში მუდმივ ტვირთზე. ახლა გავარჩიოთ მათი ანგარიში მოძრავ ტვირთზე. როგორც აღნიშნული იყო, მოცემული სახსროვანი კოქი შედგება ძირითადი და მეორეხარისხოვანი ელემენტებისაგან, ამიტომ ცხადად უნდა წარმოვიდგინოთ, თუ რომელი ნაწილია ძირითადი და რომელი მეორეხარისხოვანი.

მეორეხარისხოვანი ელემენტები მუშაობენ მხოლოდ მაშინ, როდესაც ძალები უშუალოდ ამ ელემენტებზე მოქმედებენ, მათი გავლენის ხაზები ვრცელდებიან მარტო ამ ელემენტების სიგრძეზე და აიგებიან ისე, როგორც მარტივ ორ საყრდენზე მდებარე კოქისათვის. ძირითადი კოქის გავლენის ხაზების აგებისას ვიხილავთ ორ შემთხვევას:

1. ძალა მოქმედებს ძირითად კოქზე, და
2. ძალა მოქმედებს მეორეხარისხოვან კოქზე.

პირველ შემთხვევაში მეორეხარისხოვან ელემენტებს ყურადღებას არ ვაქცევთ.

გავარჩიოთ მაგალითი (ნახ. 134), რომელიც სქემატურად წარმოდგენილია 134, ბ ნახაზზე.

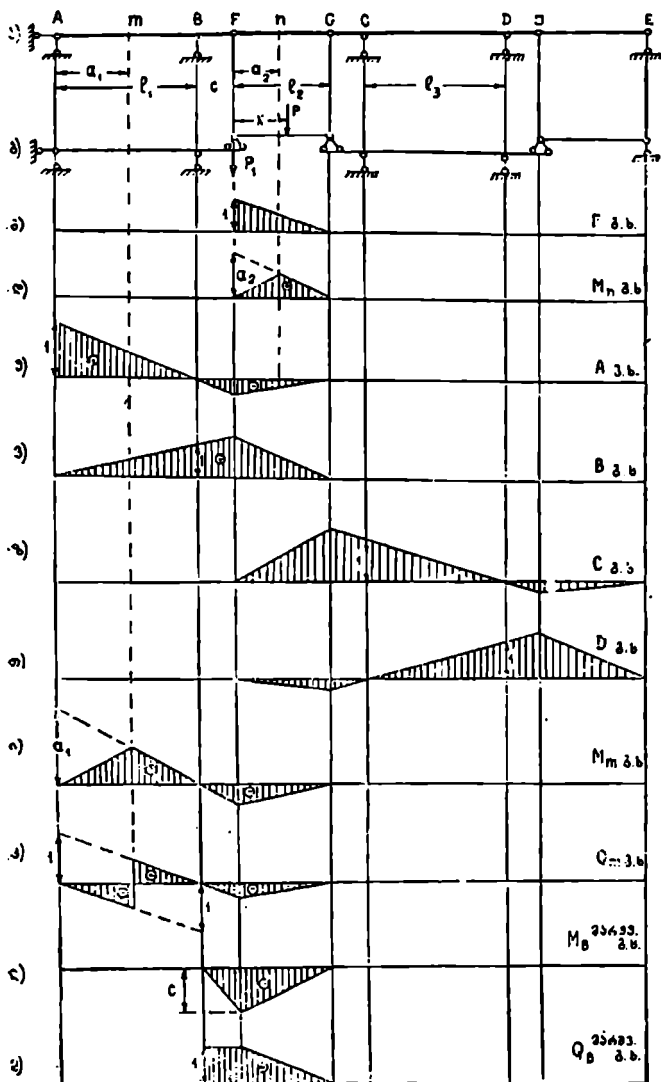
FG და IE კოქი მეორეხარისხოვანია და მათი გავლენის ხაზები აიგება, როგორც ორ საყრდენზე მდებარე კოქის გავლენის ხაზები (ნახ. 134, გ, დ).

ავაგოთ A რეაქციის გავლენის ხაზი.

როდესაც ძალა $P=1$ მოძრაობს ძირითად ABF კონსოლიან კოქზე, ის გადაეცემა მხოლოდ ამ კოქს და A რეაქციის გავლენის ხაზი აიგება, როგორც კონსოლიანი კოქის შემთხვევაში. A საყრდენის ქვეშ მოვზომოთ ერთის ტოლი ორდინატი, B საყრდენის ქვეშ ნულის ტოლი, ეს ორდინატები შევავართოთ სწორი ხაზით და გავაგრძელოთ კონსოლის ბოლომდე (ნახ. 134, ე).

როდესაც ძალა $P=1$ გადავა მეორეხარისხოვან FG კოქზე, მაშინ ძირითად კოქს კონსოლის ბოლოზე გადაეცემა ძალა

$$P_1 = \frac{l_2 - x}{l_2}.$$



ნახ. 134.

ამ ძალისაგან გამოწვეული A რეაქცია იქნება:

$$A = -P_1 \frac{c}{l_1} = -\frac{(l_1 - x)c}{l_1}.$$

ამგვარად, FG უბანზე A რეაქციის გავლენის ხაზი სწორხაზოვანია.

როცა $x=l_2$, ძალა გადაეცემა მთლიანად $GCDI$ კოქს და $A=0$. როცა ძალა G სახსრის მარჯვნივია A ყოველთვის ნულის ტოლია (ნახ. 134, ე).

ანალოგიური მსჯელობით ავაგებთ B , C და D რეაქციის გავლენის ხაზებს (ნახ. 134, ე, ზ, თ).

III კვეთის მღუნავი მომენტის და განივი ძალის გავლენის ხაზი ABF უბანზე აიკვება, როგორც უბრალო კონსოლიანი კოქის შემთხვევაში. როდესაც ძალა $P=1$ გადავა მეორეხარისხოვან FG კოქზე, მაშინ ძირითად ABF კოქს გადაეცემა P_1 ძალა, რომელიც იცვლება სწორი ხაზის კანონით. ცხადია, რომ P_1 -გან გამოწვეული მომენტი და განივი ძალაც სწორი ხაზის კანონით შეიცვლება.

როცა $x=l_2$, $P_1=0$ და $M_m=0$, $Q_m=0$ (ნახ. 134, ი, კ).

ავაგოთ B საყრდენის მარჯვნივ უსასრულოდ ახლოს მდებარე კვეთის განივი ძალის და მომენტის გავლენის ხაზი.

როცა ძალა მოძრაობს BF კონსოლზე:

$$Q_B = 1;$$

$$M_B = -1x_1;$$

როცა ძალა გადავა FG უბანზე, მაშინ

$$Q_B = P_1; M_B = -P_1c;$$

$$x=0. P_1=1; Q_B=1 \text{ და } M_B=-C.$$

$$x=l_2; P_1=0; Q_B=0 \text{ და } M_B=0.$$

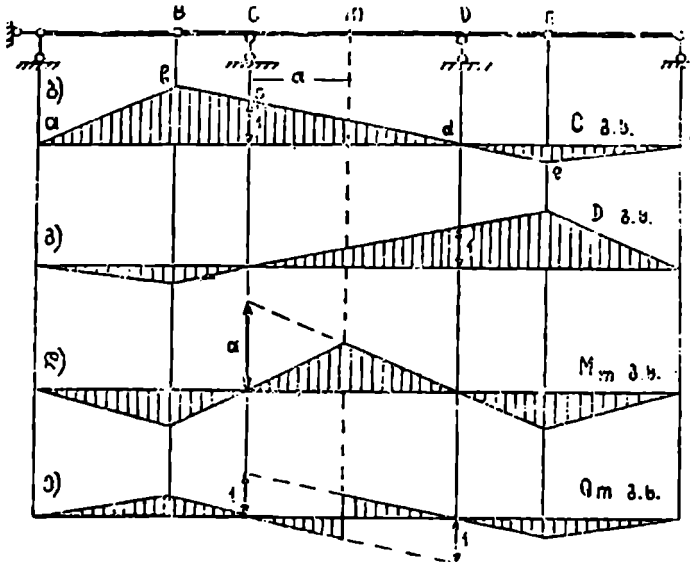
გავლენის ხაზები წარმოდგენილია 134, ლ, მ ნახაზზე.

სახსროვანი კოქი შედგება სახსრებით შეერთებული ცალკეული მარტივი ელემენტებისაგან და ამიტომ, რეაქციების გავლენის ხაზები კოქის თითოეული ნაწილის ფარგლებში სწორხაზოვანია.

მაგალითად $ABCDEF$ კოქი (ნახ. 135) შედგება სამი ნაწილისაგან— AB , $BCDE$ და EF . რეაქციების გავლენის ხაზები თითოეულ ამ უბანზე სწორ ხაზს წარმოადგენს.

ავაგოთ C რეაქციის გავლენის ხაზი. როდესაც ძალა $P=1$ მოთავსდება C საყრდენზე, მაშინ ის მთლიანად გადაეცემა ამ საყრდენს და $C=1$. როდესაც ძალა $P=1$ მოთავსდება D საყრდენზე, მაშინ ის მთლიანად გადაეცემა D -ს და $C=0$. მივიღეთ საძიებელი ხაზის ორი წერტილი c და d (ნახ. 135, ბ). რადგან $BCDE$ კოქის სიგრძეზე გავლენის ხაზი სწორხაზოვანი უნდა იყოს, ამიტომ cd ხაზის გაგრძელება კონსოლების ბოლომდე მოგვცემს $bcde$ ხაზს. როცა ძალა მოთავსდება A და F წერტილზე, მაშინ $C=0$. რადგანაც AB და EF უბანზე გავლენის ხაზი სწორხაზოვანი უნდა იყოს, ამიტომ მიღებული ორდინატების შეერთება მოგვცემს საძიებელ ab და ef გავლენის ხაზს.

ანალოგიურად აიკვებ D რეაქციის, M_m და Q_m გავლენის ხაზები (ნახ. 135, გ, დ, ვ).



ნახ. 135.

• § 31. გავლენის ხაზების აგება კინემატიკური მეთოდით

საჭიროა ვიცოდეთ გავლენის ხაზების აგების ისეთი წესი, რომელიც საშუალებას მოგვცემს სწრაფად წარმოვიდგინოთ ამა თუ იმ გავლენის ხაზის მოხაზულობა და გაგვარკვევს აგებული გავლენის ხაზების სისწორეში. ეს შესაძლებელია გავლენის ხაზების აგების კინემატიკური მეთოდით, რომელიც დამყარებულია შესაძლო გადაადგილებების პრინციპზე.

შესაძლო გადაადგილებების პრინციპი ცნობილია თეორიული მექანიკიდან და მდგომარეობს შემდეგში: სისტემა წონასწორობაშია, თუ მასზე მოქმედი ყველა ძალის მუშაობა უსასრულოდ მცირე შესაძლო გადაადგილებაზე ნულის ტოლია ან პირიქით.

ეს პირობა აუცილებელია და საკმარისიც.

$$\sum P_i \delta_i = 0, \quad (10)$$

სადაც δ_i წარმოადგენს P_i ძალის მიმართულებით მიღებულ შესაძლო გადაადგილებას. ამ პრინციპის საფუძველზე ჩვენ შეგვიძლია ვიპოვოთ ძალეა ნაშენის რომელიმე ელემენტში. ვგულისხმობთ, რომ მოცემული სისტემა გეომეტრიულად უცვლელი და უმოძრაოა, ეს კი იმას ნიშნავს, რომ სისტემა უზრუნველყოფილია საკმარისი ბმებით.

თუ გეომეტრიულად უცვლელ სისტემას მოვაშორებთ ერთ ბმას, მაშინ ის გადაიქცევა ცვლად სისტემად—მექანიზმად, რომელსაც თავისუფლების ერთი ხარისხი ექნება. მაგალითად, ორ საყრდენზე მდებარე კოქის წერტილში მოვაწყოთ სახსარი, ე. ი. კოქს მოვაშოროთ ერთი ბმა (ყოველ ხისტკვეთში სამი ბმა იგულისხმება) (ნახ. 136, ა). კოქი გადაიქცევა ცვლად სისტემად-მექანიზმად, რადგან მის I და II ნაწილს მიეცემა სახსრის ირგვლივ ბრუნვის საშუალება. წონასწორობის აღსადგენად კოქს სახსრის ირგვლივ ბრუნვის საშუალება უნდა მოესპოს. ამისათვის საჭიროა, რომ უკუგდებულ ბმის მაგიერ ვამოქმედოთ ორი, ტოლი და საწინააღმდეგო მიმართულების მქონე მომენტი (ნახ. 136, ბ).

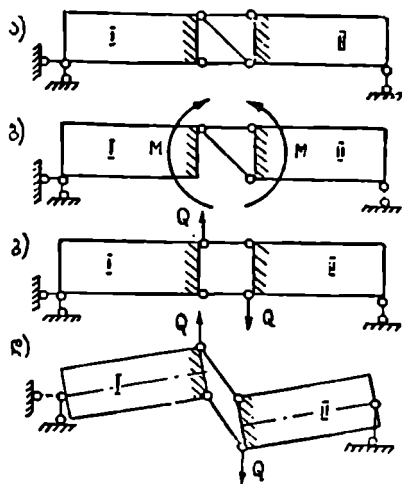
თუ კოქის I და II ნაწილი ერთმანეთთან დაკავშირებულია ორი პარალელური ღეროთი (აქაც უკუგდებულია ერთი ბმა, (ნახ. 136, გ), მაშინ მათ ვერტიკალურ სიბრტყეში ურთიერთგადაადგილების საშუალება ექნებათ და არ შეეძლება ურთიერთმობრუნება, ე. ი. გადაადგილებიან ერთმანეთის პარალელურად (ნახ. 136, დ). წონასწორობის აღსადგენად კოქის I და II ნაწილს უნდა მოეუსპოთ ურთიერთგადაადგილების (ძერის) საშუალება, რისთვისაც საჭიროა უკუგდებული ბმის მაგიერ ვამოქმედოთ ორი, ერთმანეთის ტოლი და საწინააღმდეგო მიმართულების განივი ძალა Q (ნახ. 136, ე). ბმების შემცვლელი შიგა ძალები (M, Q) ცვლადი სისტემის მიმართ გარე ძალებია და მათმა სიდიდემ სისტემის წონასწორობა უნდა უზრუნველყოს, ამიტომ მათი განსაზღვრა შესაძლო გადაადგილების პრინციპით შეიძლება.

წარმოვიდგინოთ, რომ ორ საყრდენზე მდებარე AB კოქზე მოქმედებს ძალა $P=1$. განვსაზღვროთ A რეაქცია (ნახ. 137).

უკუვადოთ A საყრდენი ღერო და მისი გავლენა შევცვალოთ X ძალით. ამ ძალის ნებისმიერი მნიშვნელობის დროს კოქი არ იქნება წონასწორობაში და იბრუნებს B წერტილის ირგვლივ. წონასწორობას ექნება ადგილი მხოლოდ მაშინ, როცა $X=A$. X -ის ამ მნიშვნელობის საპოვნელად კოქს მივცეთ უსასრულოდ მცირე შესაძლო გადაადგილება (ნახ. 137, ბ); X და P ძალის მოღების წერტილების გადაადგილება შეიძლება ჩავთვალოთ სწორ მონაკვეთებად, რადგან კოქი მობრუნდება უსასრულოდ მცირე კუთხით.

P ძალა შეასრულებს უარყოფით მუშაობას— $P\delta_p$, X კი დადებითს— $X\delta_x$. შესაძლო გადაადგილების პრინციპის საფუძველზე:

$$X\delta_x - P\delta_p = 0,$$



ნ.ხ 136.

$$X = P \frac{\delta_p}{\delta_x} . \quad (11)$$

თუ $P=1$, მაშინ:

$$X = \frac{\delta_p}{\delta_x} . \quad (11')$$

რადგან $P=1$ ძალას შეუძლია AB კოქზე ნებისმიერი მდებარეობა მიიღოს, ამიტომ δ_p გამოხატავს კოქის ნებისმიერი წერტილის გადაადგილებას, როდესაც A წერტილი δ_x სიდიდით გადაადგილდება.

თუ δ_x -ს მასშტაბის ერთეულად მივიღებთ, მაშინ X -ის სიდიდე უშუალოდ $P=1$ ძალის გასწვრივ მიღებული გადაადგილებით გაიზომება. მასშტაბად მივიღოთ $\delta_x=1$, მაშინ გვექნება:

$$X = \delta_p .$$

ანგარიშის შედეგად, თუ X უარყოფითი ნიშნით მივიღეთ, ეს

იმას ნიშნავს, რომ საძიებელ ძალვას შებრუნებული მიმართულება აქვს. მეორე მხრივ, ნახაზიდან ცხადია, რომ

$$\delta_p = \frac{l-x}{l} \delta_x .$$

მაშასადამე, საყრდენი რეაქცია გამოიხატება ფორმულით

$$A = X = \frac{\delta_p}{\delta_x} = \delta_p = \frac{l-x}{l} .$$

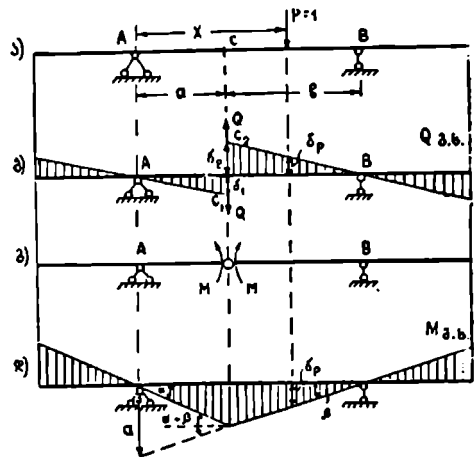
ამგვარად, ჩვენ მივიღეთ, რომ თუ კოქს მოვაშორეთ რეაქციის შესაბამისი ბმა და კოქის ღერძი მოვაბრუნეთ B წერტილის ირგვლივ ისე, რომ A წერტილმა ერთეული გადაადგილება მიიღოს, მაშინ კოქის გადაადგილებული ღერძი (δ_p —გადაადგილების გრაფიკი) A რეაქციის გავლენის ხაზს გამოხატავს (ნახ. 137, გ).

კოქის ღერძის გადაადგილების საშუალებით გავლენის ხაზების აგება კინემატიკური მეთოდის არსს წარმოადგენს. ამ მეთოდით შეიძლება აიგოს განივი ძალის, მომენტისა და სხვა ძალვათა გავლენის ხაზები.

აეაგოთ C კვეთის განივი ძალის გავლენის ხაზი (ნახ. 138). C კვეთიდან მოვაშოროთ ბმა, რომელიც ეწინააღმდეგება კოქის AC და CB ნაწი-

ლების ურთიერთგადაადგილებას ვერტიკალურ სიბრტეეში. ორი დარჩენილი ბმა კოქის ნაწილებს ურთიერთმობრუნების საშუალებას უსპობს და AC და CB ნაწილები ერთმანეთის პარალელურად გადაადგილდებიან. მიღებულ მექანიზმზე უკუგდებული ბმის მაგიერ ვამოქმედოთ ორი, ერთმანეთის ტოლი და საწინააღმდეგო მიმართულების განივი ძალა Q (ნახ. 138, ბ). კოქს მივცეთ შესაძლო გადაადგილება. კოქის მარცხენა ნაწილი მობრუნდება A წერტილის ირგვლივ და მიიღებს AC_1 მდებარეობას, მარჯვენა ნაწილი კი მობრუნდება B წერტილის ირგვლივ და მიიღებს BC_2 მდებარეობას.

შესაძლო გადაადგილების პრინციპი დაიწერება შემდეგნაირად:



ნახ. 138.

$$Q\delta_1 + Q\delta_2 - P\delta_p = 0;$$

აქედან

$$Q = P \frac{\delta_p}{\delta_1 + \delta_2},$$

ან როცა $P=1$,

$$Q = \frac{\delta_p}{\delta_c},$$

სადაც

$$\delta_c = \delta_1 + \delta_2.$$

საძიებელი ძალა Q რომ δ_p -ს უშუალო გაზომვით მივიღოთ (დავუშვათ $\delta_c=1$), მაშინ გვექნება:

$$Q = \delta_p.$$

ნახაზიდან მივიღებთ:

$$Q = \delta_p = \frac{l-x}{l} = A.$$

ეს არის გავლენის ხაზის განტოლება.

ამრიგად, ჩვენ მივიღეთ: თუ კოქს C წერტილში მოვაშორებთ განივი ძალის შესაბამის ბმას და კოქის მარცხენა ნაწილს მოვაბრუნებთ A წერტილის ირგვლივ, მარჯვენას კი B წერტილის ირგვლივ ისე, რომ C წერტილში მივიღოთ ერთეული

გადაადგილება ($\delta_c = \delta_1 + \delta_2 = 1$), მაშინ კოქის გადაადგილებული ლერძი მოგვეცემს განივი ძალის გავლენის ხაზს.

ავაგოთ მღუნავი მომენტის' გავლენის ხაზი. C კვეთში მოვაწყოთ სახსარი, ე. ი. სისტემას მოვაშოროთ ის ბმა, რომელიც ეწინააღმდეგება კოქის I და II ნაწილის ურთიერთმოზრუნებას (ნახ. 138, გ). მივიღებთ ცვლად სისტემას—მექანიზმს. წონასწორობის აღსადგენად უკუგდებულ ბმის მაგიერ ვამოქმედოთ ორი, ერთმანეთის ტოლი და საწინააღმდეგო მიმართულების მომენტი M . კოქს მივცეთ შესაძლო გადაადგილება (ნახ. 138, დ). შესაძლო გადაადგილების პრინციპის საფუძველზე გვექნება:

$$-M\alpha - M\beta + P\delta_p = 0.$$

აქედან

$$M = 1 \frac{\delta_p}{\alpha + \beta}.$$

კუთხეების სიმციობის გამო

$$\alpha + \beta = \text{tg}\alpha + \text{tg}\beta = \frac{a_1}{a}.$$

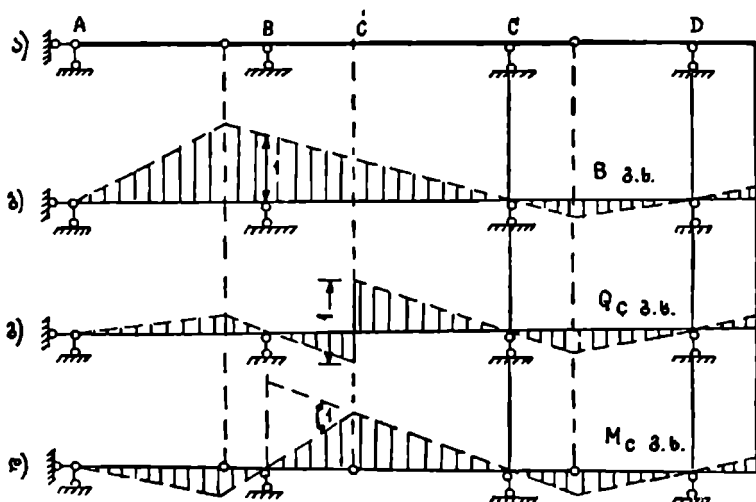
თუ მივიღებთ, რომ $\alpha + \beta = 1$, ე. ი. $a_1 = a$,

მაშინ

$$M = \delta_p.$$

ნახაზიდან უშუალოდ მივიღებთ გავლენის ხაზის განტოლებას (მარჯვენა ხაზის):

$$M = \delta_p = \frac{l-x}{l} a = A \cdot a.$$



ნახ. 139.

მაშასადამე, თუ კოქს C წერტილში მოვეუსპობთ მომენტის შესაბამ ბმას (მოვაწყობთ სახსარს) და კოქის მარცხენა და მარჯვენა ნაწილს მოვაბრუნებთ ერთმანეთის ირგვლივ ერთეული კუთხით ($\alpha + \beta = 1$), მაშინ კოქის გადაადგილებული ლერძი მოგვეცემს მღუნავი მომენტის გავლენის ხაზს.

ძალის კვანძოვანი გადაცემის შემთხვევაში საკმარისია კოქის გადაადგილებულ ლერძზე ჩამოვაგვემილოთ კვანძები და შევეერთოთ სწორი ხაზით.

მაგალითი (ნახ. 139). აევაგოთ მრავალმალიანი სახსროვანი კოქის გავლენის ხაზები.

რეაქციის გავლენის ხაზის ასაგებად უკუვაგდოთ მისი შესაბამი საყრდენი ლერძი და მიღებულ მექანიზმს B -ს მიმართულებით მიეცეთ ერთეული გადაადგილება. კოქის ლერძი შიიღებს რალაც ფორმას, რომელიც იქნება B რეაქციის გავლენის ხაზი (ნახ. 139, ბ).

C კვეთის განივი ძალის გავლენის ხაზის ასაგებად უკუვაგდოთ ერთი ბმა და კოქის მარცხენა და მარჯვენა ნაწილი გადავაადგილოთ ერთმანეთის პარალელურად ისე, რომ C წერტილის ქვეშ გადაადგილება იყოს ერთეულის ტოლი. კოქის გადაადგილებული ლერძი იქნება განივი ძალის გავლენის ხაზი (ნახ. 139, გ). ასევე მივიღებთ მღუნავი მომენტის გავლენის ხაზსაც (ნახ. 139, დ).

§ 22. ძირითადი თეორემები გავლენის ხაზებზე

გავლენის ხაზების საშუალებით ჩვენ შეგვიძლია გამოვთვალოთ ძალვის სიდიდე, როცა ნაშენზე მოძრაობს არა მარტო ერთეული ძალა, არამედ შეყურსული ძალები ნებისმიერი რაოდენობით.

1. თუ ნაშენზე მოქმედებს ნებისმიერი ძალა P_1 , მაშინ ამ ძალის გავლენა გამოიხატება ნამრავლით

$$S = P_1 Y, \quad (12)$$

სადაც Y გავლენის ხაზის ორდინატაა P ძალის ქვეშ.

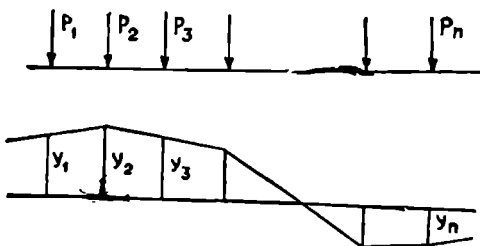
გავლენის ხაზის ნებისმიერი ორდინატა გამოხატავს ძალვის სიდიდეს, როდესაც ძალა $P=1$ მოთავსებულია ამ ორდინატის გასწვრივ და ამიტომ, თუ ნაშენზე მოქმედებს ნებისმიერი ძალა P , მაშინ პროპორციულობის პრინციპის თანახმად, მისი გავლენა გამოიხატება ნამრავლით $P \cdot y$.

2. თუ ნაშენზე მოქმედებს რამდენიმე შეყურსული ძალა, მაშინ ამ ძალებისაგან გამოწვეული ძალვის სიდიდე გამოიხატება ფორმულით:

$$S = P_1 y_1 + P_2 y_2 + P_3 y_3 + \dots + P_n y_n = \sum_{i=1}^n P_i y_i. \quad (13)$$

ვთქვათ, ნაშენზე მოქმედებს ძალთა სისტემა $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$, რომელსაც გარკვეული მდებარეობა უპირავს (ნახ. 140). წინა თეორემის თანახმად P_1 ძალისაგან გამოწვეული ძალვა იქნება $P_1 y_1$, P_2 ძალისაგან გამოწვეული ძალვა $P_2 y_2$ და ა. შ.

ძალთა დამოუკიდებლობის პრინციპის თანახმად ყველა ძალისაგან გამოწვეული ძალვის სიდიდე ცალკეული ძალებისაგან გამოწვეული ძალეთა ჯამის ტოლია. ამგვარად, თუ გავლენის ხაზი აგებულია, მაშინ მე-13 ფორმულით შეგვიძლია განვსაზღვროთ ნებისმიერ ძალთა სისტემისაგან გამოწვეული ფაქტორის სიდიდე (იმ ფაქტორის, რომლის გავლენის ხაზიცაა მოცემული). მე-13



ნახ. 140.

მოქმედი გავლენის ხაზის ფართობის და ტვირთის ინტენსივობის ნამრავლის ტოლია:

$$S = q \omega. \quad (14)$$

წარმოვიდგინოთ, რომ ნაშენზე მოქმედებს თანაბრად განაწილებული ტვირთი ინტენსივობით q (ნახ. 141). dx სიგრძეზე მოსული უსასრულო მცირე ტვირთის სიდიდე $q dx$ მივიღოთ შეყურსულ ძალად. ამ ძალისაგან გამოწვეული ძალვის სიდიდე იქნება $q dx \cdot y$.

მთელი დატვირთვა უსასრულოდ ბევრი შეყურსული ელემენტარული ძალების ჯამია და ამიტომ მე-13 ფორმულის საფუძველზე გვექნება:

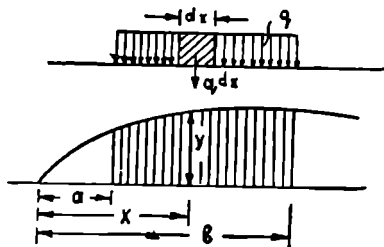
$$S = \sum q dx \cdot y.$$

ზღვარზე გადასვლის შემდეგ მივიღებთ:

$$S = \int_a^b y dx = q \omega,$$

სადაც

$$\omega = \int_a^b y dx$$



ნახ. 141.

გავლენის ხაზის იმ ნაწილის ფართობია, რომელიც დატვირთვის ზღვრებშია მოქმედი. თუ დატვირთვის ზღვრებში მოხვდა სხვადასხვა ნიშნის გავლენის ხაზი, მაშინ უნდა ავიღოთ დადებითი და უარყოფითი უბნების ფართობების ალგებრული ჯამი.

მიღებული ფორმულა ვარგისია ნებისმიერი მოხაზულობის გავლენის ხაზისათვის.

მაგალითი. გამოთვალეთ მოცემული დატვირთვისაგან გამოწვეული საყრდენი რეაქცია და მლუნავი მომენტი კოქის შუაში (ნახ. 142). ავაგოთ საძიებელ სიდიდეთა გავლენის ხაზები. A რეაქცია ტოლია:

$$A = P_1 y_1 + P_2 y_2 + q\omega = P_1 \frac{3}{4} + P_2 \frac{1}{2} + q \frac{1}{2} \cdot \frac{l}{4}.$$

მომენტი:

$$M_c = P_1 y_1 + P_2 y_2 + q\omega = \frac{P_1 l}{8} + \frac{P_2 l}{4} + \frac{q l^2}{16}.$$

4. ძალის სიდიდე არ შეიცვლება, თუ გავლენის ხაზის წრფივ უბანზე მოქმედ ძალებს მათი ტოლქმედით შევცვლით, ე. ი.

$$S = P_1 y_1 + P_2 y_2 + P_3 y_3 + P_4 y_4 = R y. \quad (15)$$

ვთქვათ, გავლენის ხაზის წრფივ AB უბანზე მოქმედებს P_1, P_2, P_3 და P_4 ძალები (ნახ. 143). მათი ტოლქმედი აღენიშნოთ R -ით. AB ხაზი გავაგრძელოთ ნულოვანი ხაზის გაღვევამდე O წერტილში. ნახაზიდან ცხადია, რომ

$$y_i = x_i \operatorname{tg} \alpha_i.$$

მაშასადამე, მივიღებთ:

$$S = P_1 y_1 + P_2 y_2 + P_3 y_3 + P_4 y_4 = \operatorname{tg} \alpha (P_1 x_1 + P_2 x_2 + P_3 x_3 + P_4 x_4).$$

მაგრამ, თეორიული მექანიკიდან ცნობილია, რომ რამდენიმე ძალის მომენტი ტოლია მათი ტოლქმედის მომენტის, ე. ი.

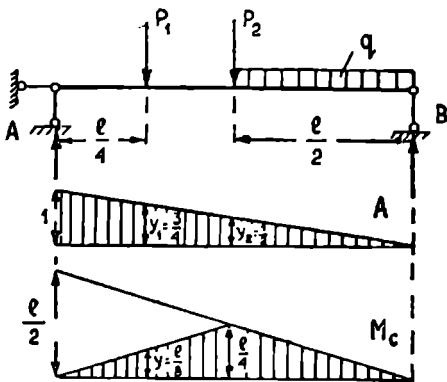
$$\sum P_i x_i = R x.$$

საბოლოოდ მივიღებთ:

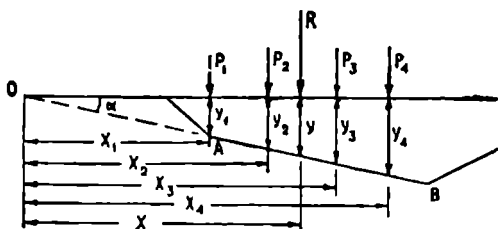
$$S = \operatorname{tg} \alpha \cdot R x = R \cdot y.$$

ჩვენ დავამტკიცეთ, რომ გავლენის ხაზის წრფივ უბანზე მოქმედი ძალების გავლენა მათი ტოლქმედის გავლენის ტოლია.

5. რომელსმე ფაქტორის გავლენის ხაზის წარმოებული დამოუკიდებელი x ცვლადით წარმოადგენს ამავე ფაქტორის გავლენის ხაზს, გამოწვეულს მოძრავი შეყურსული ერთეული მომენტით.



ნახ. 142.



ნახ. 143.

წარმოვიდგინოთ გვაქვს ნებისმიერი გავლენის ხაზი $y=f(x)$, რომელიც დატვირთულია წყვილი ძალით (ნახ. 144).

$$P_1 = -\frac{1}{a} \text{ და } P_2 = \frac{1}{a}$$

ამ წყვილი ძალის მომენტი ერთის ტოლია.

ორივე ძალით გამოწვეული ფაქტორის სიდიდე, ე. ი. ერთეული წყვილი ძალისაგან გამოწვეული ფაქტორის სიდიდე, იქნება:

$$S = \frac{1}{a} f(x+a) - \frac{1}{a} f(x) = \frac{f(x+a) - f(x)}{a}$$

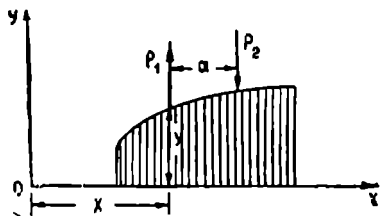
როცა $a \rightarrow 0$,

$$S = \frac{f(x+dx) - f(x)}{dx} = \frac{df(x)}{dx} \quad (16)$$

მივიღეთ ზემოთ მოყვანილი თეორემა.

მაგალითი. ორ საყრდენზე მდებარე კოჭზე მოქმედებს შეყურსული ძალა $P=1$ (ნახ. 145). A რეაქციის

განტოლება იქნება $y = \frac{l-x}{l}$. მისი



ნახ. 144.

წარმოებული $\frac{dV}{dx} = -\frac{1}{l} = \text{const}$ წარმოადგენს სწორი ხაზის განტოლებას, რომელიც აგებულია 145, ბ ნახაზზე.

თუ კოჭზე გამოქმედებთ დადებით ერთეულ მომენტს (ნახ. 145, ბ), ის გამოიწვევს რეაქციას

$$A = -\frac{1}{l}$$

ამგვარად, ჩვენ მივიღეთ, რომ ერთეული შეყურსული ძალისაგან გამოწვეული საყრდენი რეაქციის წარმოებული ტოლია ერთეული წყვილი ძალისაგან გამოწვეული რეაქციის.

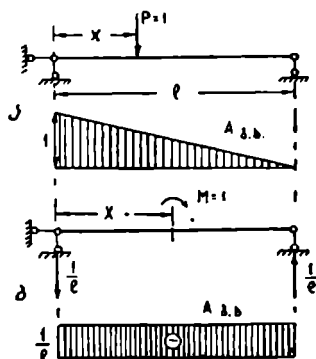
მოძრავი შეყურსული ერთეული ძალისაგან (ნახ. 146, ა) გამოწვეული მლუნავი მომენტის განტოლება იქნება:

1. როცა ძალი იმყოფება C წერტილის

მარჯვნივ $y = \frac{l-x}{l} a$;

2. როცა ძალი იმყოფება C წერტილის მარცხნივ

$$y = \frac{l-x}{l} a - (x-a).$$



ნახ. 145.

მათი წარმოებული x -ით მოგვეცემს:
პირველ შემთხვევაში

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{a}{l},$$

EF მარჯვენა ხაზის დახრის კუთხის ტანგენსს, მეორე შემთხვევაში კი

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{a}{l} + 1 = \frac{b}{l},$$

DE მარცხენა ხაზის დახრის კუთხის ტანგენსს.

თუ კოქზე ერთეული შეეყურსული მომენტი მოქმედებს (ნახ. 146, ბ), მაშინ მლუნავეი მომენტი C კვეთში გამოიხატება განტოლებებით:

როცა წვეილი ძალა მოქმედებს კვეთის მარჯვნივ:

$$M_c = A \cdot a = -\frac{a^2}{l},$$

და როცა წვეილი ძალა მოქმედებს C კვეთის მარცხნივ:

$$M_c = B \cdot b = \frac{b^2}{l}.$$

მაშასადამე, ერთეული შეეყურსული ძალისაგან გამოწვეული მლუნავეი მომენტის წარმოებული ტოლია ერთეული შეეყურსული მომენტით გამოწვეული მლუნავეი მომენტის.

განივი ძალის შემთხვევაშიც ამავეს მივიღებთ.

§ 33. გავლენის ხაზის ორდინატების განზომილება

ჩვენ ვნახეთ, რომ გავლენის ხაზის საშუალებით განისაზღვრება საყრდენი რეაქცია, განივი ძალა, მლუნავეი მომენტი, ძალა ფერმის ღეროში, ჩალუნვა და სხვ., იმის მიხედვით, თუ რომელი ფაქტორის გავლენის ხაზია აგებული. საძიებელი ფაქტორის განზომილება რომ სწორი მივიღოთ, საჭიროა გავლენის ხაზის ორდინატებს მივუყვანოთ სათანადო განზომილება.

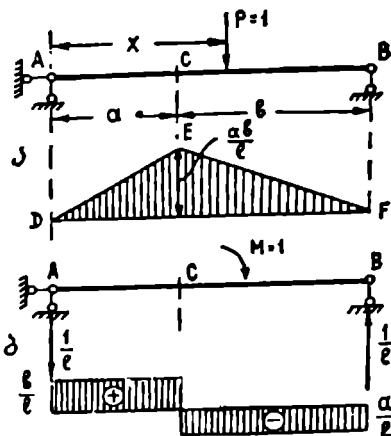
სხვადასხვა ფაქტორის გავლენის ხაზს სხვადასხვა განზომილება აქვს. P' ძალისაგან გამოწვეული ფაქტორის სიდიდე ტოლია:

$$S = Py,$$

სადაც y გავლენის ხაზის ორდინატაა და გამოხატავს $P=1$ ძალის გავლენას.

აქედან მივიღებთ გავლენის ხაზის განტოლებას და სათანადოდ მის განზომილებას:

$$y = \frac{S}{P} = \frac{\text{ფაქტორის სათანადო განზომილება}}{\text{ძალა}}.$$



ნახ. 146.

ეს ფორმულა სამართლიანია ერთეული მოძრავი წყვილი ძალის შემთხვევაშიც. მაგალითად, თუ ნაშენზე მოძრაობს ძალა $P=1$, მაშინ გავლენის ხაზის ორდინატების განზომილება იქნება:

$$\begin{aligned} \text{საყრდენი რეაქციის} &= \frac{\text{ძალა}}{\text{ძალა}} = \text{განუყენებული რიცხვი} \\ \text{განივი ძალის} &= \frac{\text{ძალა}}{\text{ძალა}} = \\ \text{ფერმის ღეროს ძალვის} &= \frac{\text{ძალა}}{\text{ძალა}} = \\ \text{მლუნავი მომენტის} &= \frac{\text{მომენტი}}{\text{ძალა}} = \frac{\text{კგ სმ}}{\text{კგ}} = \text{სმ (სიგრძე)} \\ \text{ჩალუნვის} &= \frac{\text{სიგრძე}}{\text{ძალა}} = \frac{\text{სმ}}{\text{კგ}} \end{aligned}$$

თუ ნაშენზე მოძრაობს ერთეული წყვილი ძალა, მაშინ გავლენის ხაზის ორდინატებს ექნებათ შემდეგი განზომილება:

$$\begin{aligned} \text{საყრდენი რეაქციის, განივი ძალის} \\ \text{და ფერმის ღეროს ძალვის} &= \frac{\text{ძალა}}{\text{მომენტი}} = \frac{1}{\text{სმ}} \\ \text{მლუნავი მომენტის} &= \frac{\text{მომენტი}}{\text{მომენტი}} = \text{განუყენებული რიცხვი.} \end{aligned}$$

ვიციტ რა გავლენის ხაზის ორდინატის განზომილება, შეგვიძლია გავიგოთ მისი ფართობის განზომილება.

§ 34. პოლიგონალური გავლენის ხაზის ყველაზე არახელსაყრელი დატვირთვა

(ძალთა სისტემის სახიფათო მდგომარეობა)

გავლენის ხაზის აგების შემდეგ უნდა ვიპოვოთ ფაქტორის (მომენტის, განივი ძალის, რეაქციის და სხვ.) მაქსიმალური სიდიდე. ვთქვათ, ნაშენზე მოქმედებს ერთმანეთთან უცვლელად დაკავშირებული მოძრავი ვერტიკალური ძალთა სისტემა, ანუ მატარებელი. ცხადია, რომ მატარებლის სხვადასხვა მდგომარეობას ნაშენზე სხვადასხვა სიდიდის ფაქტორი შეესაბამება. ამიტომ ნაშენის დატვირთვის განსაკუთრებული ყურადღება ექცევა.

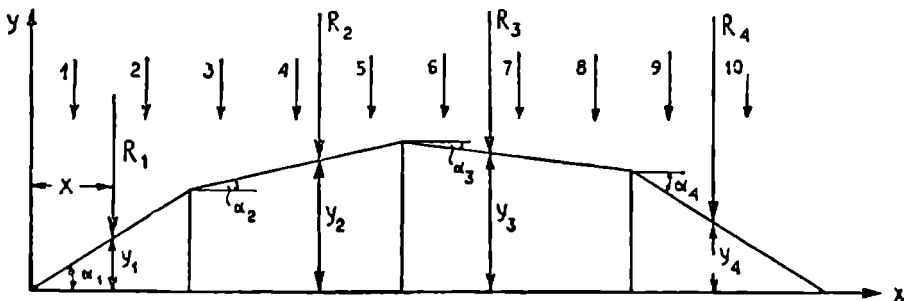
ძალთა სისტემის ან მატარებლის ისეთ დაყენებას ნაშენზე, რომელიც ძალვის მაქსიმალური სიდიდეს იწვევს, სახიფათო მდგომარეობა ან ყველაზე არახელსაყრელი დატვირთვა ეწოდება.

მატარებლის სახიფათო მდგომარეობის განსაზღვრა დამოკიდებულია გავლენის ხაზის მოხაზულობაზე. გავარჩიოთ ზოგადი შემთხვევა-გავლენის ხაზი პოლიგონალური მოხაზულობისა (ნახ. 147).

წარმოვიდგინოთ, რომ მოძრაობა მატარებელმა მიიღო ისეთი მდგომარეობა, სადაც არც ერთი ტვირთი გავლენის ხაზის არც ერთ წვეროს არ ხედება. გავლენის ხაზის სწორხაზოვან უბანზე მოქმედი ძალები შეეცვალოთ მათი ტოლქმედით, ამით ფაქტორის სიდიდე არ შეიცვლება:

$$S = R_1 y_1 + R_2 y_2 + R_3 y_3 + S_4 y_4. \quad (17)$$

S ის მაქსიმალური სიდიდის საპოვნელად S განვიხილოთ როგორც X -ის ფუნქცია, სადაც x არის მანძილი გავლენის ხაზის დასაწყისიდან რომელიმე ძალამდე. S -ის წარმოებული x -ით იქნება:



ნახ. 147.

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dx} &= R_1 \frac{dy_1}{dx} + R_2 \frac{dy_2}{dx} + R_3 \frac{dy_3}{dx} + R_4 \frac{dy_4}{dx} = \\ &= R_1 \operatorname{tg} \alpha_1 + R_2 \operatorname{tg} \alpha_2 - R_3 \operatorname{tg} \alpha_3 - R_4 \operatorname{tg} \alpha_4. \end{aligned} \quad (18)$$

გავლენის ხაზის აღმავალ უბანზე

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \alpha > 0,$$

დაღმავალზე კი

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \alpha < 0 \quad [\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha].$$

S -ის წარმოებული შეიძლება წარმოვიდგინოთ შემდეგი სახით

$$\frac{dS}{dx} = (\sum R \operatorname{tg} \alpha)_1 - (\sum R \operatorname{tg} \alpha)_2. \quad (19)$$

ინდექსები „1“ და „2“ გვიჩვენებს, რომ ჯამი ვრცელდება სათანადო აღმავალ და დაღმავალ უბნებზე.

ტოლობის მარჯვენა ნაწილი შეიძლება იყოს დადებითი ან უარყოფითი, რაც ტოლქმედთა მნიშვნელობებზე და მოკიდებული. რადგანაც $\frac{dS}{dx}$

წვეტილი ფუნქციაა, ამიტომ ფუნქციის მაქსიმუმის პოვნა $\frac{dS}{dx} = 0$ პირობი-

დან არ შეიძლება. S -ის მაქსიმუმის საპოვნელად გამოვიყენოთ ფუნქციის გამოცდის პირველი წესი, რომელიც მდგომარეობს შემდეგში: x -ს უნდა მივცეთ ორი მნიშვნელობა: ჯერ $x < x_0$ და შემდეგ $x > x_0$. თუ $f'(x)$ ნიშანს იცვლის—პლუსს მინუსზე, მაშინ ადგილი აქვს მაქსიმუმს და, თუ ნიშანს იცვლის—მინუსს პლუსზე, ადგილი აქვს მინიმუმს. თუ ნიშანს არ იცვლის, მაშინ ექსტრემუმს ადგილი არა აქვს.

მაშასადამე, S რომ მაქსიმალური იყოს, მისმა პირველმა წარმოებულმა უნდა შეიცვალოს ნიშანი პლუსი მინუსზე ან მინუსი პლუსზე.

დავწიოთ მატარებელი უსასრულო მცირე სიდიდით ჯერ მარჯვნივ, შემდეგ კი მარცხნივ ისე, რომ არც ერთი ტვირთი არ გადავიდეს ერთი უბნიდან მეორეზე. ამ შემთხვევაში ტოლქმედები არ შეიცვლებიან და, ცხადია,

$\frac{dS}{dx}$ არ შეიცვლის ნიშანს (იგა მუდმივი სიდიდეა).

$\frac{dS}{dx}$ სიდიდე შეიცვლის ნიშანს მხოლოდ მაშინ, როცა რომელიმე ტვირთი გადავა ერთი უბნიდან მეორეზე, ე. ი. გავლის გავლენის ხაზის რომელიმე წვეროს. რადგანაც მატარებელს ეწვეთ მარცხნივ ან მარჯვნივ უსასრულოდ მცირე სიდიდით, ამიტომ $\frac{dS}{dx}$ სიდიდე შეიცვლის ნიშანს მაშინ, თუ ერთი რომელიმე ტვირთი იმყოფება გავლენის ხაზის წვეროზე.

ამგვარად, მატარებლის მდგომარეობა რომ იყოს სახიფათო, ერთი რომელიმე ტვირთი უნდა მოთავსდეს გავლენის ხაზის წვეროზე.

ტვირთს, რომლის მოთავსებითაც გავლენის ხაზის წვეროზე, ფაქტორის სიდიდე თავის მაქსიმალურ მნიშვნელობას აღწევს, კრიტიკული ტვირთი ეწოდება (P_c).

ვთქვათ, ჩვენ შემთხვევაში კრიტიკული ტვირთი არის P_c (ნახ. 147), მაშინ მატარებლის სახიფათო მდგომარეობა გამოიხატება ორი უტოლობით: მარცხნივ დაწვევისას:

$$\leftarrow R_1 \operatorname{tg} \alpha_1 + (R_2 + P_c) \operatorname{tg} \alpha_2 - (R_3 - P_c) \operatorname{tg} \alpha_3 - R_4 \operatorname{tg} \alpha_4 > 0,$$

მარჯვნივ დაწვევისას

$$\rightarrow R_1 \operatorname{tg} \alpha_1 + R_2 \operatorname{tg} \alpha_2 - R_3 \operatorname{tg} \alpha_3 - R_4 \operatorname{tg} \alpha_4 < 0.$$

ზოგადად, მატარებლის სახიფათო მდგომარეობის მაჩვენებელი პირობა იქნება:

$$\leftarrow \sum R_i \operatorname{tg} \alpha_i > 0, \tag{20}$$

$$\rightarrow \sum R_i \operatorname{tg} \alpha_i < 0.$$

თუ მატარებლის მარცხნივ, ან მარჯვნივ დაწევის დროს

$$\frac{dS}{dx} = \sum R_i \operatorname{tg} \alpha_i$$

ნიშანს არ იცვლის, ეს იმას ნიშნავს, რომ მატარებლის მდგომარეობა არ არის სახიფათო და გველენის ხაზის წვეროზე მოთავსებული ძალაც არაა კრიტიკული. ამ შემთხვევაში საჭიროა მატარებელი დაეწიოს ან მარცხნივ ან მარჯვნივ ისე, რომ სხვა რომელიმე ტვირთი მოთავსდეს გველენის ხაზის წვეროზე. ამ ოპერაციას ვაწარმოებთ მანამ, სანამ არ დაკმაყოფილდება მე-20 უტოლობა. თუ ორივე შემთხვევაში $\sum R_i \operatorname{tg} \alpha_i > 0$ ნატარებელს დაეწივთ მარჯვნივ და თუ < 0 მარცხნივ.

გამეორებითი ანგარიშის რიცხვის შემცირების მიზნით, მძიმე ტვირთები უნდა მოთავსდეს უდიდესი ორდინატების მხარეს.

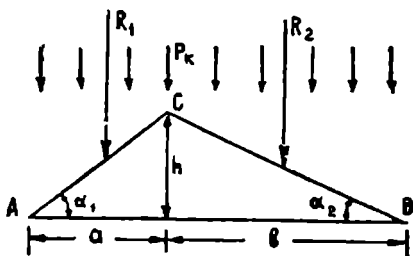
§ 35. სამკუთხა გავლენის ხაზის ყველაზე არახელსაყრელი დატვირთვა

წარმოვიდგინოთ გვაქვს სამკუთხა გველენის ხაზი (ნახ. 148). პირველ უბანზე მოქმედი ძალების ტოლქმედი აღენიშნოთ R_1 -ით, მეორე უბანზე მოქმედი ძალების— R_2 -ით. დაეუშვათ, რომ მატარებლის აღებული მდგომარეობა სახიფათოა. მაშასადამე, ერთ-ერთი ძალა უნდა მოთავსდეს გველენის ხაზის წვეროზე და უნდა დაკმაყოფილდეს მე-20 უტოლობა. ამგვარად:

$$\begin{aligned} \leftarrow (R_1 + P_k) \operatorname{tg} \alpha_1 - R_2 \operatorname{tg} \alpha_2 > 0, \\ \rightarrow R_1 \operatorname{tg} \alpha_1 - (R_2 + P_k) \operatorname{tg} \alpha_2 < 0. \end{aligned}$$

ამ უტოლობებში შევიტანოთ

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{h}{a}, \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{h}{b},$$



ნახ. 148.

შევკვეცოთ h -ზე და მეორე წვერი უტოლობის მარჯვნივ გადავიტანოთ, მივიღებთ:

$$\begin{aligned} \leftarrow \frac{R_1 + P_k}{a} > \frac{R_2}{b}, \\ \rightarrow \frac{R_1}{a} < \frac{R_2 + P_k}{b}. \end{aligned} \quad (21)$$

მიღებული უტოლობის თითოეული მხარე წარმოადგენს მარცხენა და მარჯვენა უბნის ერთ გრძივ მეტრზე მოსულ საშუალო დატვირთვის სიდიდეს.

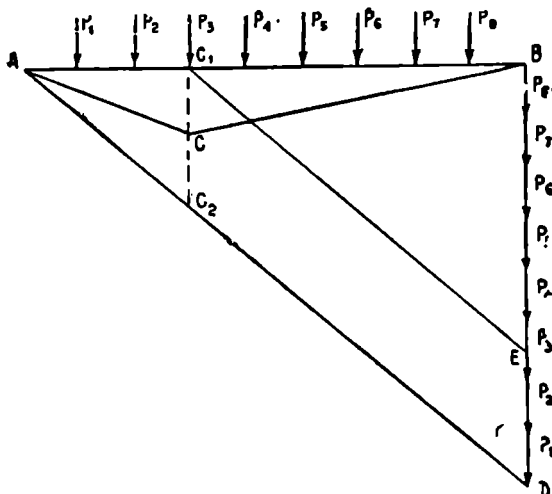
როგორც ვხედავთ, კრიტიკული ძალა ხასიათდება იმით, რომ იმ უბნის სიგრძის ერთეულზე მოსული ტვირთის სიდიდე, რომელსაც მიეკუთვნება კრიტიკული ძალა, მეტი უნდა იყოს მეორე უბნის სიგრძის ერთეულზე მოსული ტვირთის სიდიდეზე.

21-ე უტოლობას შეიძლება შემდეგი სახე მივცეთ:

$$\leftarrow (l-a)(R_1 + P_k) > R_2 a,$$

$$\rightarrow (l-a)R_1 < (R_2 + P_k) a.$$

გავლენის ხაზის ფუძეზე მოქმედი ყველა ძალის ჯამს თუ აღვნიშნავთ



ნახ. 149.

$$\Sigma P = R_1 + R_2 + P_k,$$

მაშინ საბოლოოდ ვეპყნება:

$$\leftarrow R_1 + P_k > \frac{a}{l} \Sigma P, \quad (22)$$

$$\rightarrow R_1 < \frac{a}{l} \Sigma P.$$

უტოლობის მარჯვენა ნაწილი მუდმივი სიდიდეა და მარტივად გამოითვლება.

მიღებული უტოლობა (22) გვიჩვენებს, რომ კრიტიკული არის ის ძალა, რომელიც მარცხენა უბანზე მოქმედ ძალთა

ჯამს ხდის $\frac{a}{l} \Sigma P$ სიდიდეზე მეტს და ამავე დროს $R_1 < \frac{a}{l} \Sigma P$. განხილულ შემთხვევაში $a < b$ -ზე და გავლენის ხაზის უდიდესი ორდინატები მოქცეულია მარცხნივ. რადგან მატარებლის პირველი ლერძები უფრო მძიმეა, ვიდრე ბოლო, ამიტომ მატარებელი შემოგვეყავს მარჯვნიდან მარცხნივ და კრიტიკული ძალის საპოვნელად ვიყენებთ 22-ე უტოლობას.

თუ $a > b$ -ზე გავლენის ხაზის უდიდესი ორდინატები მოქცეულია მარჯვნივ და მატარებელი უნდა შემოვიყვანოთ მარცხნიდან მარჯვნივ, ამ შემთხვევაში მატარებლის სახეჯათო მდგომარეობა განისაზღვრება უტოლობით:

$$\leftarrow R_2 < \frac{b}{l} \Sigma P, \quad (22')$$

$$\rightarrow R_2 + P_k > \frac{b}{l} \Sigma P.$$

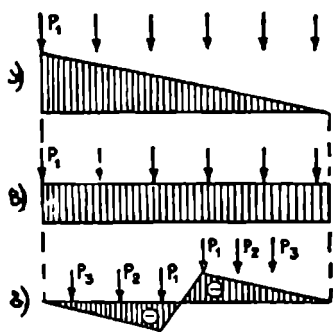
კრიტიკული ძალის ძებნის პროცესში მატარებლის მარცხნივ ან მარჯვნივ დაწევის დროს, თუ რომელიმე ტვირთი გადასცდა ან დაემატა გავლენის ხაზის ფუძეს, მაშინ ეს ძალა უნდა გამოვაცლოთ ან დაეუმატოთ გავლენის ხაზზე მოთავსებულ ძალების ჯამს და ანგარიში გავიმეოროთ.

სამკუთხა გავლენის ხაზისათვის კრიტიკული ძალის პოვნა მარტივდება თუ გამოვიყენებთ გრაფიკულ ხერხს.

სამკუთხედის B წერტილიდან მოვზომოთ ძალები P_1, P_2, P_3 —იმ თანმიმდევრობით, როგორც დალაგდებიან, თუ მივყვებით B -დან A -კენ (ნახ. 149). A წერტილი შევეუერთოთ D -ს და C_1 წერტილიდან გავატაროთ AD ხაზის პარალელური C_1E ხაზი.

ის ძალა, რომელსაც C_1E ხაზი გადაკვეთს, იქნება კრიტიკული ძალა. ამაში ადვილად დავრწმუნდებით, თუ განვიხილავთ ABD და AC_1C , მსგავს სამკუთხედებს.

სწორკუთხა სამკუთხედის დროს ფაქტორის მაქსიმალურ სიდიდეს მივიღებთ, თუ პირველი ძალა გავლენის ხაზის განაპირა ორდინატზე მოთავსდება (ნახ. 150, ა). ასევე დაიტვირთება სწორკუთხა გავლენის ხაზი. თუ გავლენის ხაზი ორნიშნია, ეს იმას ნიშნავს, რომ ძალვას ორი უდიდესი მნიშვნელობა აქვს—დადებითი და უარყოფითი. აქ დადებითი და უარყოფითი უბანი ცალ-ცალკე უნდა დაიტვირთოს (ნახ. 150, გ).



ნახ. 150.

§ 36. ძალვის მაქსიმალური სიდიდის განსაზღვრა

წინა პარაგრაფებში ჩვენ შევისწავლეთ, თუ როგორ უნდა მოვითავსოთ მატარებელი ნაშენზე, რომ მივიღოთ ძალვის მაქსიმალური სიდიდე. შემდგომი ამოცანა მდგომარეობს იმაში, რომ განესაზღვროთ თვით ძალვის სიდიდე.

ძალვის სიდიდე დამოკიდებულია გავლენის ხაზის მოხაზულობაზე.

1. გავლენის ხაზი მრუდხაზოვანია (ნახ. 151, ა). ამ შემთხვევაში ფაქტორის სიდიდე გამოითვლება ფორმულით:

$$S = \sum_{i=1}^{i=n} P_i y_i = P_1 y_1 + P_2 y_2 + P_3 y_3 + \dots + P_n y_n$$

პრაქტიკულად ამ ოპერაციას ასე ასრულებენ: გავლენის ხაზს გამოხაზავენ მილიმეტრიან ქალაღზე, მატარებლის სქემას კი გამკვირვალე ქალაღზე. მატარებლის სქემას გადაწევენ-გადმოწევენ გავლენის ხაზზე მანამ, სანამ არ მიიღებენ $\sum P_i y_i$ -ის მაქსიმალურ სიდიდეს.

2. გავლენის ხაზი სწორკუთხოვანი სამკუთხედია (ნახ. 151, ბ). მატარებლის ნაჩვენები მდგომარეობა სახიფათოა. ფაქტორის სიდიდე:

$$S = \sum_{i=1}^{i=n} P_i y_i = P_1 y_1 + P_2 y_2 + \dots + P_n y_n$$

ნახაზიდან ცხადია, რომ

$$y_1 = (a_1 + c) \operatorname{tg} \alpha;$$

$$y_2 = (a_2 + c) \operatorname{tg} \alpha;$$

$$y_{n-1} = (a_{n-1} + c) \operatorname{tg} \alpha;$$

$$y_n = c \operatorname{tg} \alpha.$$

ამ მნიშვნელობებს, თუ შევიტანთ S -ის გამოხატულებაში, მივიღებთ:

$$S = \operatorname{tg} \alpha [(P_1 a_1 + P_2 a_2 + \dots + P_{n-1} a_{n-1}) + (P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n) c]$$

საბოლოოდ:

$$S = \operatorname{tg} \alpha (M_n + c \sum_1^n P_i); \quad (23)$$

სადაც M_n არის ყველა ძალის მომენტების ჯამი უკანასკნელი ძალის — P_n -ის მიმართ.

(23) ფორმულით სარგებლობა მარტივდება, თუ გამოვიყენებთ მატარებლის ცხრილს, სადაც მოყვანილია

$$M_n \text{ და } \sum_1^n P \text{ მნიშვნელო-}$$

ბანი.

3. გავლენის ხაზი

BC ხაზი გავაგრძელოთ D

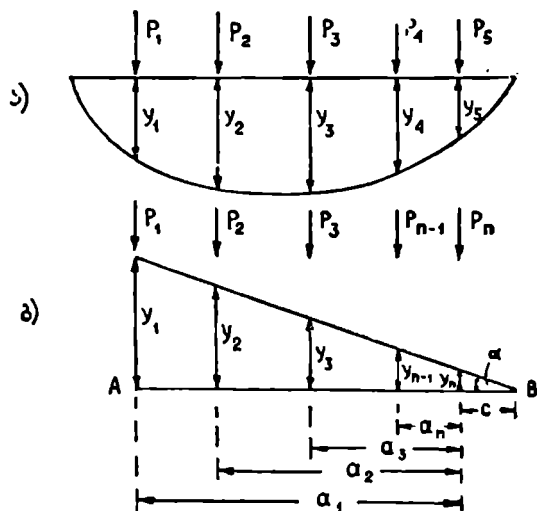
ნებისმიერი სამკუთხედი (ნახ. 152).

წერტილამდე, მივიღებთ ABD სწორკუთხა სამკუთხედს. ამ სამკუთხედისათვის ფაქტორის სიდიდე იქნება:

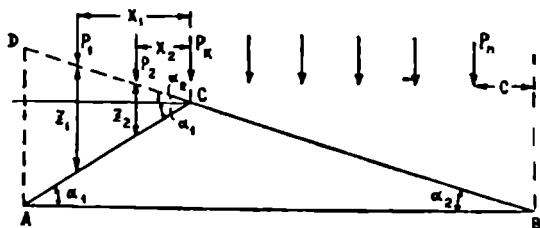
$$S_1 = \operatorname{tg} \alpha_2 (M_n + c \sum_1^n P_i).$$

ეს სიდიდე შეტია ფაქტორის ნამდვილ სიდიდეს, რადგან

C წერტილის მარცხნივ გავლენის ხაზის ორდინატები z -ით გავადიდეთ.



ნახ. 151.



ნახ. 152.

ACD სამკუთხედს შეესაბამება ფაქტორის სიდიდე:

$$S_2 = P_1 r_1 + P_2 r_2 = (P_1 x_1 + P_2 x_2)(\lg \alpha_1 + \lg \alpha_2) = M_c (\lg \alpha_1 + \lg \alpha_2);$$

M_c -თი აღნიშნულია C წერტილის მიმართ მის მარცხნივ მოთავსებული ძალების მომენტების ჯამი.

ფაქტორის სიდიდე

$$S = S_1 - S_2.$$

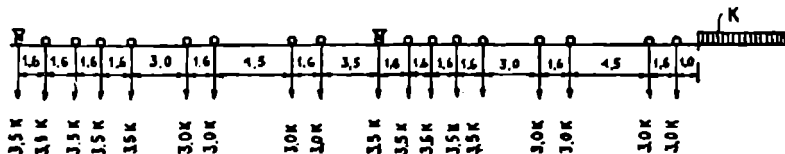
საბოლოოდ მივიღებთ:

$$S = \lg \alpha_2 (M_n + c \sum_1^n P_i) - M_c (\lg \alpha_1 + \lg \alpha_2). \quad (24)$$

M_n , M_c და $\sum_1^n P$ სიდიდეები მატარებლის ცხრილშია მოყვანილი.

§ 37. მატარებლის ცხრილი

კრიტიკული ძალის და შემდეგ ფაქტორის სიდიდის განსაზღვრა საგრძნობლად მარტივდება, თუ გამოვიყენებთ მატარებლის ცხრილს. 1931 წლის H_2 საანგარიშო მატარებლის სქემა მოყვანილია 153-ე ნახაზზე. ეს არის ე. წ. საპერსპექტივო მატარებელი. მისი სქემა და წონა არ ემთხვევა არც ერთ არ-



ნახ. 153.

სებულ მატარებელს. საანგარიშო მატარებლის სქემის შედგენისას გათვალისწინებულია სალოკომოტივო ტექნიკის მომავალი განვითარება.

ორთქლმავლის ლერძის წონა ტოლია 3,5 K , ტენდერის კი 3 K . გზის და ნაშენის კლასის მიხედვით K -ს იღებენ 8, 7, 6, 5, ტონს.

ცხრილის პირველ სვეტში მოყვანილია ლერძის ნომერი n , მეორეში n ლერძისაგან შედგენილი მატარებლის სიგრძე, ე. ი. პირველიდან n ლერძამდე

მანძილით. მესამე და მეოთხე სვეტში მოყვანილია $\sum_1^n P$ და M_n .

მატარებლის ცხრილი H_7

n	l	$\sum_1^n P$	M_n		l	$\sum_1^n P$	M_n
	მ	ბ	ცმ		მ	ბ	ცმ
1	0	24,5	0,0	29	49,2	483,0	13405,7
2	1,6	49,0	39,2	30	50,2	490,0	13892,2
3	3,2	73,5	117,6	31	51,2	497,0	14385,7
4	4,8	98,0	235,2	32	52,2	504,0	14886,7
5	6,4	122,5	392,0	33	53,2	511,0	15393,7
6	9,4	143,5	759,5	34	54,2	518,0	15908,2
7	11,0	164,5	989,1	35	55,2	525,0	16429,7
8	15,5	185,5	1729,3	36	56,2	532,0	16958,2
9	17,1	206,5	2026,2	37	57,2	539,0	17493,7
10	20,6	231,0	2749,9	38	58,2	546,0	18036,2
11	22,2	255,5	3118,5	39	59,2	553,0	18585,7
12	23,8	280,0	3527,3	40	60,2	560,0	19142,2
13	25,4	304,5	3975,3	41	61,2	567,0	19705,7
14	27,0	329,0	4462,5	42	62,2	574,0	20276,2
15	30,0	350,0	5449,5	43	63,2	581,0	20853,7
16	31,6	371,0	6009,5	44	64,2	588,0	21438,2
17	36,1	392,0	7679,0	45	65,2	595,0	22020,7
18	37,7	413,0	8806,2	46	66,2	602,0	22628,2
19	39,2	413,0	8925,7	47	67,2	609,0	23233,7
20	40,2	420,0	9342,2	48	68,2	616,0	23846,2
21	41,2	427,0	9765,7	49	69,2	623,0	24465,7
22	42,2	434,0	10196,2	50	70,2	630,0	25092,0
23	43,2	441,0	10633,7	51	71,2	637,0	25725,7
24	44,2	448,0	11078,2	52	72,2	644,0	26366,2
25	45,2	455,0	11529,7	53	73,2	651,0	27013,7
26	46,2	462,0	11988,2	54	74,2	658,0	27668,2
27	47,2	469,0	12453,7	55	75,2	665,0	28329,7
28	48,2	476,0	12926,2				

§ 38. მატარებლის სახიფათო მდგომარეობის პოვნის მაგალითები

1 მაგალითი. განვსაზღვროთ H_7 მატარებლისაგან გამოწვეული მაქსიმალური მლუნავი მომენტი A საყრდენიდან n მ-ით დაშორებულ კვეთში.

მლუნავი მომენტის ვალენის ხაზი ნაჩვენებია 154-ე ნახაზზე. პირველად ეპოულობთ მატარებლის სახიფათო მდგომარეობას, რომელმაც უნდა დააკმაყოფილოს პირობა:

$$-R_1 + P_k > \frac{a}{l} \sum_1^n P,$$

$$\rightarrow R_1 < \frac{a}{l} \sum_1^n P.$$

l-ის სვეტში ვეძებთ 20-ის უახლოეს მცირეს, ეს იქნება 17,1 მ. მაშასადამე, გავლენის ხაზის ფუძეზე მოთავსდება 9 ლერძი $n=9$. 9 ლერძის წონა—

$$\sum_1^9 P = 206,5 \text{ ტ.}$$

უტოლობის მარჯვენა ნაწილი

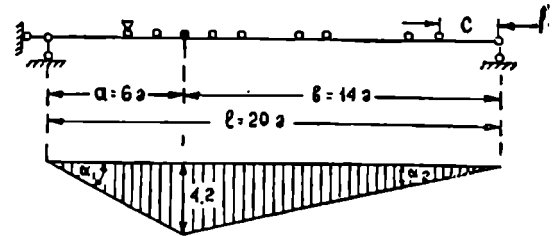
$$\frac{a}{l} \sum_1^9 P = \frac{6}{20} 206,5 = 61,95 \text{ ტ.}$$

ცხრილში ΣP -ს სვეტში ვეძებთ ამ სიდიდეზე უახლოეს დიდს, ეს არის 73,5 ტ, რომელსაც შეესაბამება $n=3$. მე-3 ლერძი უნდა იყოს კრიტიკული, რადგან ის მარცხენა ძალების ჯამს ხდის 61,95 ტ-ზე მეტს.

შევამოწმოთ, რამდენი ლერძი მოთავსდება გავლენის ხაზის ფუძეზე, როცა მესამე ლერძი გავლენის ხაზის წვეროზე დადგება. პირველი ლერძიდან მარჯვენა საყრდენამდე მანძილი იქნება

$$3,2 + 14,0 = 17,2 \text{ მ.}$$

ამგვარად, გავლენის ხაზის ფუძეზე მაშინაც დაეტევა ცხრა ლერძი, როდესაც მესამე ლერძი გავლენის ხაზის წვეროზე



ნახ. 154.

წვეროზე მოთავსდება (რადგან $17,1 < 17,2$). შემოწმება:

$$\rightarrow 73,5 > 61,95,$$

$$\rightarrow 49 < 61,95.$$

მღუნავი მომენტის სიდიდე გამოითვლება 24-ე ფორმულით:

$$M = \text{tg } \alpha_2 (M_n + c \sum_1^n P) - (\text{tg } \alpha_1 + \text{tg } \alpha_2) M_c;$$

$$\text{tg } \alpha_1 = 0,7; \quad \text{tg } \alpha_2 = 0,3; \quad c = 0,1 \text{ მ;}$$

$$M_2 = 2026,2 \text{ ტმ}; \quad M_c = M_3 = 117,6 \text{ ტმ}; \quad \sum_1^9 P = 206,5 \text{ ტ};$$

$$M = \frac{1}{2} [0,30 (2026,2 + 0,1 \cdot 206,5) - (0,7 + 0,3) 117,6] = \\ = \frac{1}{2} [614,05 - 117,6] = 248,23 \text{ ტმ}.$$

კოეფიციენტი ნახევარი აღებულია იმიტომ, რომ მატარებლის წონა ნაწილდება ორ კოქზე.

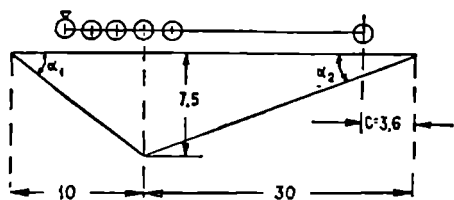
2 მაგალითი. ვიპოვოთ მატარებლის სახიფათო მდგომარეობა და ძალვის მაქსიმალური სიდიდე (ნახ. 155)- $l=40$ მ, რომლის უახლოესი მცირე ცხრილში არის 39,2 მ, და მას შეესაბამება $n=19$, ე. ი. გავლენის ხაზის ფუძეზე მოთავსდება 19 ლერძი:

$$\sum_1^{19} P = 413 \text{ ტ}.$$

უტოლობის მარჯვენა ნაწილი

$$\frac{a}{l} \sum_1^{19} P = \frac{10}{40} 413 = 103,25 \text{ ტ}.$$

ცხრილში ΣP სექტში ვეძებთ 103,25-ზე უახლოეს დიდს, ეს იქნება 122,5 ტ, რომელსაც შეესაბამება $n=5$. შევამოწმოთ, რამდენი ლერძი დაეტევა



ნახ. 155.

გავლენის ხაზის ფუძეზე, როდესაც მეხუთე ლერძი იქნება კრიტიკული. მანძილი პირველი ლერძიდან გავლენის ხაზის ფუძის ბოლომდე ტოლია:

$$6,4 + 30 = 36,4 \text{ მ}$$

39,2 > 36,4 და გავლენის ხაზზე 19 ლერძი არ მოთავსდება. ანგარიში უნდა გავიმეოროთ, მივიღებთ $l=36,4$ მ. ამ სიდიდეზე უახლოესი მცირე არის 36,1 მ, რომელსაც შეესაბამება $n=17$.

$$\frac{a}{l} \sum_1^{17} P = \frac{10}{40} 392 = 98 \text{ ტ}.$$

ეს სიდიდე ცხრილში უშუალოდაა მოცემული და შეესაბამება $n=4$. მანძილი პირველი ლერძიდან გავლენის ხაზის ფუძის ბოლომდე ტოლია $4,8 + 30 = 34,8$ მ. რადგან $36,4 > 34,8$ გავლენის ხაზის ფუძეზე 17 ლერძი არ დაეტევა და ან-

გარიში უნდა გავიმეოროთ. მივიღოთ $l=34,8$ მ, მისი უახლოესი მცირეა (ცხრილში) $36,6$ მ, რომელსაც შეესაბამება $n=16$.

$$\frac{a}{l} \sum_{i=1}^{16} P = \frac{10}{40} 371 = 92,8 \text{ ტ.}$$

ამ სიდიდეზე უახლოესი დიდი არის 98 ტ და შეესაბამება $n=4$. მაშასადამე, მე-4 ძალა იქნება კრიტიკული.

შემოწმება:

$$— 98 > 92,8,$$

$$— 73,5 < 92,8.$$

ვიპოვოთ ძალვის სიდიდე. $t_x \alpha_1 = 0,75$; $t_x \alpha_2 = 0,25$, $c = 3,6$ მ.

$$S = \frac{1}{2} [0,25(6009,5 + 3,6 \cdot 371) - (0,75 + 0,25)235,2] = 800,5 \text{ ტ.}$$

§ 39. კალვის მამხივალური სიდიდის განსაზღვრა ეკვივალენტური ტვირთით

მატარებლის სახითათო მდგომარეობის პოვნა და შემდეგ ძალვის მაქსიმალური სიდიდის განსაზღვრა საკმარის არითმეტიკულ გამოთვლებს მოითხოვს. სამკუთხა გავლენის ხაზებისათვის ამოცანა შეიძლება გამარტივდეს, თუ გამოვიყენებთ ე. წ. ეკვივალენტური ტვირთების ცხრილს.

ეკვივალენტური ტვირთი არის ისეთი პირობითი, თანაბრად განაწილებული ტვირთი, რომელიც გამოიწვევს იმავე სიდიდის ძალვას, როგორსაც გამოიწვევდა აღებულნი გავლენის ხაზისათვის სახითათო მდგომარეობაში დაყენებული მატარებელი.

შეუქრსულ ძალთა სისტემისაგან გამოწვეული ძალვის სიდიდე ტოლია

$$S = \sum P_i y_i.$$

თანაბრად განაწილებული ტვირთისაგან გამოწვეული ძალვის სიდიდე კვ-ში:

$$S = q a,$$

სადაც a გავლენის ხაზის ფართობია, q კი ტვირთის ინტენსივობა.

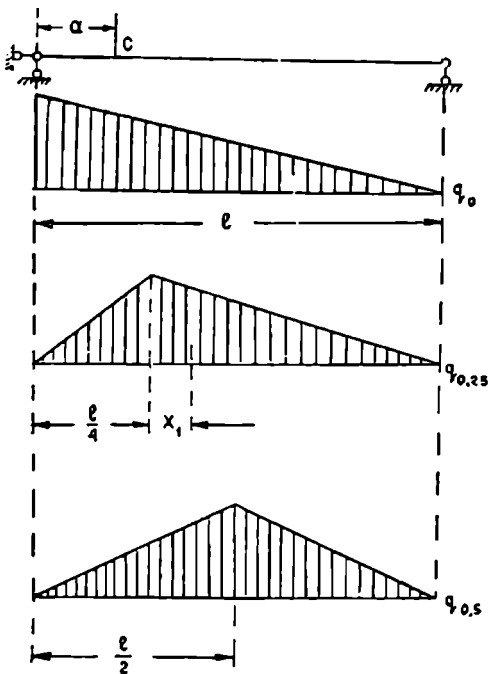
განმარტების თანახმად, ჩვენ უნდა ვიპოვოთ ისეთი თანაბრად განაწილებული ტვირთი, რომელიც ნაშენზე ისეთივე გავლენას მოახდენს, როგორსაც ახდენს შეუქრსულ ძალთა სისტემა ანუ მატარებელი. მაშასადამე,

$$\sum P_i y_i = q a.$$

აქედან ეკვივალენტური ტვირთის ინტენსივობა განისაზღვრება ფორმულით:

$$q = \frac{\sum P_i y_i}{\omega} \quad (25)$$

$\sum P_i y_i$ გამოითვლება მატარებლის უშუალო შეყენებით გავლენის ხაზზე (ფორ. 23 და 24). როგორც ეხედეთ, ეკვივალენტური ტვირთის საპოვნელად საჭიროა წინასწარ განისაზღვროს ძალვის მაქსიმალური სიდიდე და შემდეგ გაიყოს გავლენის ხაზის ფართობზე. ეს ოპერაცია შესრულებულია წინასწარ სხვადასხვა მოხაზულობის და სიგრძის გავლენის ხაზებისათვის და შედეგნილია ეკვივალენტური ტვირთის ცხრილები.



ნახ. 156.

როდესაც გავლენის ხაზის სიგრძე ზუსტად არ ხვდება ცხრილში მოყვანილ მნიშვნელობებს.

მაგალითად, თუ გავლენის ხაზის წვერო მოთავსებულია საყრდენსა და მეოთხედს შორის, საყრდენიდან a მანძილზე, მაშინ ეკვივალენტური ტვირთის სიდიდე გამოითვლება ფორმულით:

$$q = q_0 - (q_0 - q_{0,25}) \frac{a}{0,25 l}$$

თუ გავლენის ხაზის წვერო იმყოფება მეოთხედსა და შუას შორის, მეოთხე-

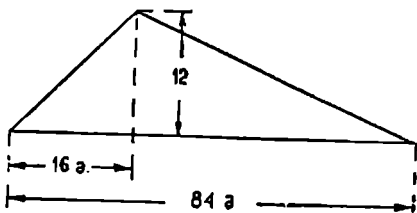
დიდან x_1 მანძილზე, მაშინ ეკვივალენტური ტვირთის სიდიდე განისაზღვრება ფორმულით:

$$q = q_{0,25} - (q_{0,25} - q_{0,15}) \frac{x_1}{0,25l}.$$

ეკვივალენტური ტვირთის ცხრილი შედგენილია H_1 მატარებლისათვის ე. ი. $K=1$ მნიშვნელობისათვის. ერთი კოქისათვის ეკვივალენტური ტვირთი ტოლია

$$q = \frac{1}{2} K q_{\text{ცხ.}}$$

1 მაგალითი. მოცემულია ფერმის ღეროს ძაღვის გავლენის ხაზი (ნახ. 157). გამოთვალეთ ძაღვის სიდიდე ეკვივალენტური ტვირთის საშუალებით. დატვირთულია H_7 მატარებელით. გავლენის ხაზის სიგრძე არ ემთხვევა ცხრილში მოყვანილ მნიშვნელობებს და ამიტომ ეკვივალენტური ტვირთი განისაზღვრება ინტერპოლაციით. ეკვივალენტური ტვირთი $l=84$ მ-თვის გავლენის ხაზის წვერო საყრდენზეა:



$$q_0 = 1,47 - \frac{1,47 - 1,37}{10} 4,0 = 1,394 \text{ ტ/მ.}$$

ნახ. 157.

გავლენის ხაზის წვერო ძაღვის მეოთხედზეა:

$$q_{0,25} = 1,29 - \frac{1,29 - 1,26}{10} 4,0 = 1,278 \text{ ტ/მ.}$$

გავლენის ხაზის წვერო მოთავსებულია საყრდენსა და მეოთხედს შორის ამიტომ ინტერპოლაცია უნდა მოვახდინოთ q_0 და $q_{0,25}$ -ს შორის.

$$q = 1,394 - (1,394 - 1,278) \frac{16,0}{21,0} = 1,306 \text{ ტ/მ.}$$

ერთი ფერმისათვის, საძიებელი ეკვივალენტური ტვირთი იქნება:

$$q = 1,306 \cdot 7 \cdot \frac{1}{2} = 4,57 \text{ ტ/მ.}$$

გავლენის ხაზის ფართობი

$$\omega = \frac{1}{2} \cdot 84 \cdot 12 = 504 \text{ მ}^2 \text{ და}$$

ძალა ღეროში $S = 504 \cdot 4,57 = 2298 \text{ ტ.}$

2 მაგალითი. გამოვთვალოთ ძალის სიდიდე ეკვივალენტური ტვირთის საშუალებით (ნახ. 155). დატვირთვა H_7 . გავლენის ხაზის ფართობი:

$$\omega = \frac{1}{2} 40 \cdot 7,5 = 150 \text{ მ.}$$

ცხრილიდან ($l=40$ მ):

$$q_{0,15} = 1,49 \text{ ტ/მ;}$$

ძალვა

$$S = 150 \cdot 1,49 \cdot 7 \cdot \frac{1}{2} = 785 \text{ ტ.}$$

ცხრილი 2

ეკვივალენტური ტვირთი ვაზის ერთ გრძელ პეტრზე, H_1 ნორმალური მატარებლისათვის ტ/მ

§ 40. მოძრაობი მატარებლისაგან გამომწვეული აბსოლუტურად მძაბიშაღური მღუნავი მომენტებისა და განივი ძალების განსაზღვრა

1. მღუნავი მომენტები

გავლენის ხაზის შესწავლისას ჩვენ ვნახეთ, რომ კოქზე ერთეული ძალის მოძრაობით მღუნავი მომენტი იცვლება არა მარტო აღებულ კვეთში, არამედ მალის დანარჩენ კვეთებშიაც. თუ წარმოვიდგენთ სხვადასხვა კვეთის გავლენის ხაზებს (ნახ. 158), ადვილად შევამჩნევთ, რომ გავლენის ხაზის წვეროები მოთავსდებიან პარაბოლურ მრუდზე. თითოეული გავლენის ხაზი არის ამავე დროს მღუნავი მომენტის ეპიურა, გამოწვეული სამკუთხედის წვეროს გასწვრივ მოქმედი ძალისაგან.

როგორც ცნობილია, მაქსიმალური მღუნავი მომენტი მიიღება იმ კვეთში, რომელზედაც მოთავსებულია შეყურსული ძალა P . მაშასადამე, მიღებული მრუდი საშუალებას იძლევა განვსაზღვროთ მაქსიმალური მომენტი მალში. მღუნავი მომენტი ძალის ქვეშ გამოითვლება ფორმულით:

$$M = P \frac{(l-x)x}{l} \quad (26)$$

ამ განტოლებას შეესაბამება კვადრატული პარაბოლა, რომლის მაქსიმალური ორდინატა შუაშია და ტოლია $\frac{Pl}{4}$.

გავლენის ხაზის დატვირთული უბნის სიგრძე მეტრებში	სამკუთხედის წვერო საკრდეზეა q_i	სამკუთხედის წვერო მალის მართედზეა $q_{0,15}$	სამკუთხედის წვერო მალის შუაშია $q_{0,18}$
1	7,00	7,00	7,00
2	4,20	5,50	5,50
3	3,42	3,01	2,51
4	3,15	2,57	2,45
5	2,91	2,41	2,41
6	2,80	2,26	2,26
7	2,71	2,26	2,26
8	2,63	2,28	2,28
9	2,51	2,23	2,23
10	2,42	2,16	2,16
12	2,29	2,05	1,98
14	2,16	1,97	1,88
16	2,03	1,86	1,82
18	1,95	1,77	1,79
20	1,88	1,69	1,74
25	1,77	1,61	1,59
30	1,73	1,56	1,52
35	1,70	1,55	1,46
40	1,65	1,52	1,44
45	1,61	1,46	1,44
50	1,58	1,43	1,43
60	1,51	1,37	1,37
70	1,46	1,33	1,32
80	1,41	1,29	1,27
90	1,37	1,26	1,22
100	1,34	1,24	1,18
110	1,32	1,22	1,15
120	1,29	1,20	1,13
130	1,27	1,18	1,11
140	1,26	1,16	1,10
150	1,24	1,15	1,08
160	1,23	1,14	1,07
170	1,21	1,12	1,06
180	1,20	1,11	1,06
190	1,19	1,10	1,05
200	1,18	1,09	1,05

თუ კოქზე მოძრაობს ძალთა სისტემა (მატარებელი), მაშინ მოცემული კვეთის მაქსიმალური მომენტის გასაგებად მისი გავლენის ხაზი უნდა დაიტვირთოს ყველაზე არახელსაყრელად (განისაზღვროს მატარებლის სახიფათო მდგომარეობა). ყველა კვეთის მაქსიმალური მომენტის გასაგებად ეს ოპერაცია უნდა შესრულდეს ყველა კვეთის გავლენის ხაზისათვის. მიღებული მაქსიმალური მომენტებიდან განვსაზღვროთ უდიდესი (მაქსიმუმ-მაქსიმორუმი). Max max M -ს პოვნისას იცვლება როგორც კვეთი, ისე ძალთა სისტემის მდებარეობა. რადგანაც თითოეული კვეთისათვის მაქსიმალური მომენტი მიიღება, მაშინ, როცა რომელიმე ტვირთი მოთავსდება ზედ კვეთზე (გავლენის ხაზის წვეროზე), ამიტომ აბსოლუტურად უდიდეს მომენტს (Max max) ადგილი აქვს აუცილებლად ერთ-ერთი ძალის ქვეშ. ამ ძალას კრიტიკული ძალა ეწოდება P_k .

Max max M -ს საპოვნელად შევისწავლოთ მლუნავი მომენტის ცვლილების კანონი კვეთში. მაქსიმალური მომენტის ადგილი მუდმივად ემთხვევა P_k ძალას და მასთან ერთად მოძრაობს.

აღენიშნოთ ყველა ძალის ტოლქმედი R -ით, A საყრდენიდან P_k ძალამდე მანძილი x -ით, ხოლო R -დან P_k ძალამდე მანძილი კი d -თი (ნახ. 159). საყრდენი რეაქცია

$$A = \frac{R(l-x-d)}{l}.$$

მლუნავი მომენტი კვეთში P_k ძალის ქვეშ იქნება:

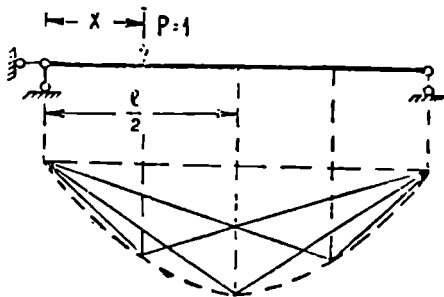
$$M = A \cdot x - M_k = \frac{R(l-x-d)x}{l} - M_k, \quad (27)$$

სადაც M_k არის P_k ძალის მარცხნივ მოთავსებული ძალების მომენტების ჯამში ამ ძალის მიმართ. R და M_k მუდმივებია და x -ზე არ არის დამოკიდებული. სახიფათო კვეთის (რომელსაც შეესაბამება მაქსიმალური M) საპოვნელად M -ის წარმოებული გავუტოლოთ ნულს:

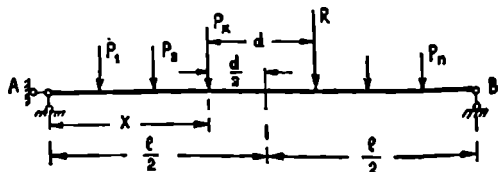
$$\frac{dM}{dx} = \frac{R}{l}(l-2x-d) = 0,$$

საიდანაც

$$x = \frac{l}{2} - \frac{d}{2}, \quad (28)$$



ნახ. 158.



ნახ. 159.

$$\frac{l}{2} = x + \frac{d}{2}. \quad (28')$$

ამგვარად, მაქსიმალური მლუნავი მომენტი მიიღება მაშინ, როდესაც კოქის მალის შუა წერტილი შუაზე ყოფს მანძილს ტოლქმედსა და P_2 ძალას შორის.

ამ პირობის დაკმაყოფილების დროს, თუ რომელიმე ტვირთი მალს გადასცდა, მაშინ საჭიროა ახლად განისაზღვროს ტოლქმედი R და მოხდეს მატარებლის დაყენება (28) ფორმულის საფუძველზე.

x -ის მნიშვნელობა 28-ე ფორმულიდან შევიტანოთ 27-ე ფორმულაში; მივიღებთ მაქსიმალურ მლუნავ მომენტს P_2 ძალის ქვეშ:

$$\text{Maxmax } M = R \frac{(l-d)^2}{4l} - M_1, \quad (29)$$

$$\text{Maxmax } M = \frac{R}{l} x^2 - M_1. \quad (30)$$

29-ე ფორმულით განისაზღვრება მაქსიმალური მომენტი ნებისმიერი ძალის ქვეშ, თუ მასში შევიტანთ სათანადოდ d -ს და M_1 -ს მნიშვნელობებს.

როცა მატარებელი შედგება ტოლი მანძილებით დაშორებული ტოლი ძალებისაგან, მაშინ მივიღებთ: 1) თუ ძალების რიცხვი კენტია $d=0$ და $x = \frac{l}{2}$, ე. ი. უდიდეს მომენტს ადგილი აქვს იმ შემთხვევაში, როდესაც შუა ძალა მალის შუაში მოთავსდება.

2) თუ ძალების რიცხვი წყვილია, $d = \frac{c}{2}$ (c ძალებს შორის მანძილია), მაშინ

$$x = \frac{l}{2} - \frac{c}{4}.$$

2. განივი ძალები

კოქზე მოძრავი ძალის მდებარეობის შეცვლით იცვლება განივი ძალის სიდიდე და ნიშანი. რადგანაც განივი ძალის გაუღენის ხაზი ორნიშნაა (ნახ. 160), ამიტომ უნდა გამოითვალოს Q_{max} და Q_{min} .

უდიდესი განივი ძალების ცვლილების ეპიურის ასაგებად, ჯერ დავტვირთოთ გაუღენის ხაზის მარჯვენა ნაწილი:

$$Q = q \frac{(l-x)^2}{2l},$$

შემდეგ კი მარცხენა:

$$Q = -q \frac{x^2}{2l}.$$

როგორც ვხედავთ, უდიდესი განივი ძალები იცვლება პარაბოლის კანონით (ნახ. 160, ბ).

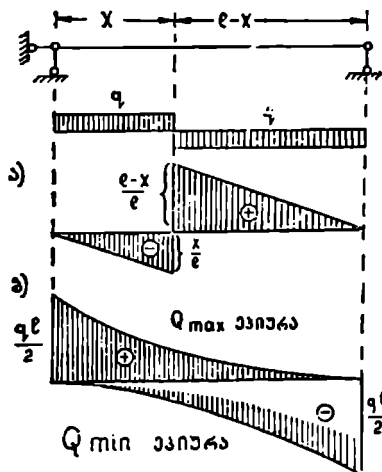
მაგალითი. ორ საყრდენზე მდებარე კოჭზე მოთავსებულია ავტომობილი, წონით 10 ტ. ვიპოვოთ სახიფათო კვეთი და მაქსიმალური მღუნავი მომენტი (ნახ. 161). $d=1,2$ მ.

$$x = \frac{l-d}{2} = \frac{8-1,2}{2} = 3,4 \text{ მ,}$$

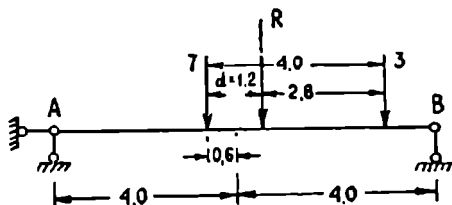
$$\text{Maxmax } M = \frac{10}{8} \cdot 3,4^2 = 14,43 \text{ ტმ.}$$

თუ უკანა ბორბალს (7 ტ) მოვითავსებთ მალის შუაში, მაშინ წინა ბორბალი საყრდენზე დადგება და მღუნავი მომენტი

$$M = 3,5 \cdot 4 = 14 \text{ ტმ.}$$



ნახ. 160.



ნახ. 161.

მაშასადამე, აბსოლუტურ მაქსიმალურ მომენტს ადგილი აქვს საყრდენიდან 3,4 მ მანძილზე და ტოლია 14,43 ტმ.

§ 41. შარბივი კოროვანი ფარგების ღარიების ძალეების გავლენის ხაზები

ჩვენ შევისწავლეთ ფერმის ღეროებში ძალვითა განსაზღვრის მეთოდები, რომლებიც გამოყენებული იყო მუდმივ დატვირთვაზე ანგარიშის დროს.

ფერმების ანგარიში მოძრავ ტვირთზე იმავე მეთოდებით წარმოებს. ფერმის ღეროების ძალვის გავლენის ხაზების ასაგებად საჭიროა ვიპოვოთ ძალვის ანალიზური გამოსახვა ერთეული ძალის ($P=1$) ნებისმიერი მდგომარეობისათვის. მიღებული ფორმულების ანალიზი მოგვცემს საძიებელი გავლენის ხაზის ცვლილების ხასიათს.

დატვირთვის გადაცემა ფერმებში ხდება კვანძების საშუალებით და ამიტომ გავლენის ხაზების აგებისას მხედველობაში უნდა მივიღოთ ძალის კვანძოვანი გადაცემა. ფერმის ღეროებში ძალვის გავლენის ხაზების ასაგებად ვიყენებთ: სამომენტო წერტილების, დატვირთვის და კვანძების ამოკვეთის ანალიზურ და გრაფიკულ მეთოდს. განვიხილოთ კონკრეტული მაგალითები.

1 მაგალითი. ავა გოთ პოლიგონური ფერმის ღეროების ძალვის გავლენის ხაზები (ნახ. 162).

O_2 ლეროს ძალეის გავლენის ხაზია. გავატაროთ I—I კვეთი და განვიხილოთ მარჯვენა ან მარცხენა ნაწილის წონასწორობის პირობა: მარჯვენა ან მარცხენა ნაწილზე მოქმედი ძალების მომენტების ჯამი ნებისმიერი წერტილის მიმართ ტოლია ნულის. რადგანაც $P=1$ ძალას შეუძლია მიიღოს ნებისმიერი მდგომარეობა, ამიტომ ვიხილავთ ორ შემთხვევას:

1. $P=1$ ძალა მოძრაობს კვეთის მარჯვნივ, და

2. $P=1$ ძალა მოძრაობს კვეთის მარცხნივ.

1. $P=1$ ძალა მოძრაობს კვეთის მარჯვნივ; განვიხილოთ მარცხენა ნაწილის წონასწორობის პირობა: მარცხენა ნაწილზე მოქმედი ძალების მომენტების ჯამი მე-9 წერტილის მიმართ მოგვეცემს:

$$\Sigma M_9 = A \cdot a_1 + O_2 h_1 = 0_1$$

საიდანაც

$$O_2 = -A \frac{a_1}{h_1}.$$

მიღებული განტოლება გვიჩვენებს, რომ, როდესაც ერთეული ძალა მოძრაობს კვეთის მარჯვნივ, ძალვა O_2 ლეროში იცვლება A რეაქციის ცვლილების კანონით. მაშასადამე, O_2 გავლენის ხაზის მისაღებად უნდა ავაგოთ A რეაქციის გავლენის ხაზი და მისი ორდინატები გადავამრავლოთ $-\frac{a_1}{h_1}$ მუდმივ სიდიდეზე.

ამისათვის A საყრდენის ქვეშ ნულოვანი ხაზიდან მოვზომოთ ორდინატა $-\frac{a_1}{h_1}$ და შევეერთოთ B საყრდენის ქვეშ ნულოვან ხაზს. მიღებული ხაზი ვარგისი იქნება სანამ ძალა იმყოფება კვეთის მარჯვნივ პირველ კვანძამდე. მივიღებთ ე. წ. მარჯვენა ხაზს.

2. $P=1$ ძალა მოძრაობს კვეთის მარცხნივ. განვიხილოთ მარჯვენა ნაწილის წონასწორობის პირობა. მარჯვენა ნაწილზე მოქმედი ძალების მომენტების ჯამი მე-9 წერტილის მიმართ ტოლია:

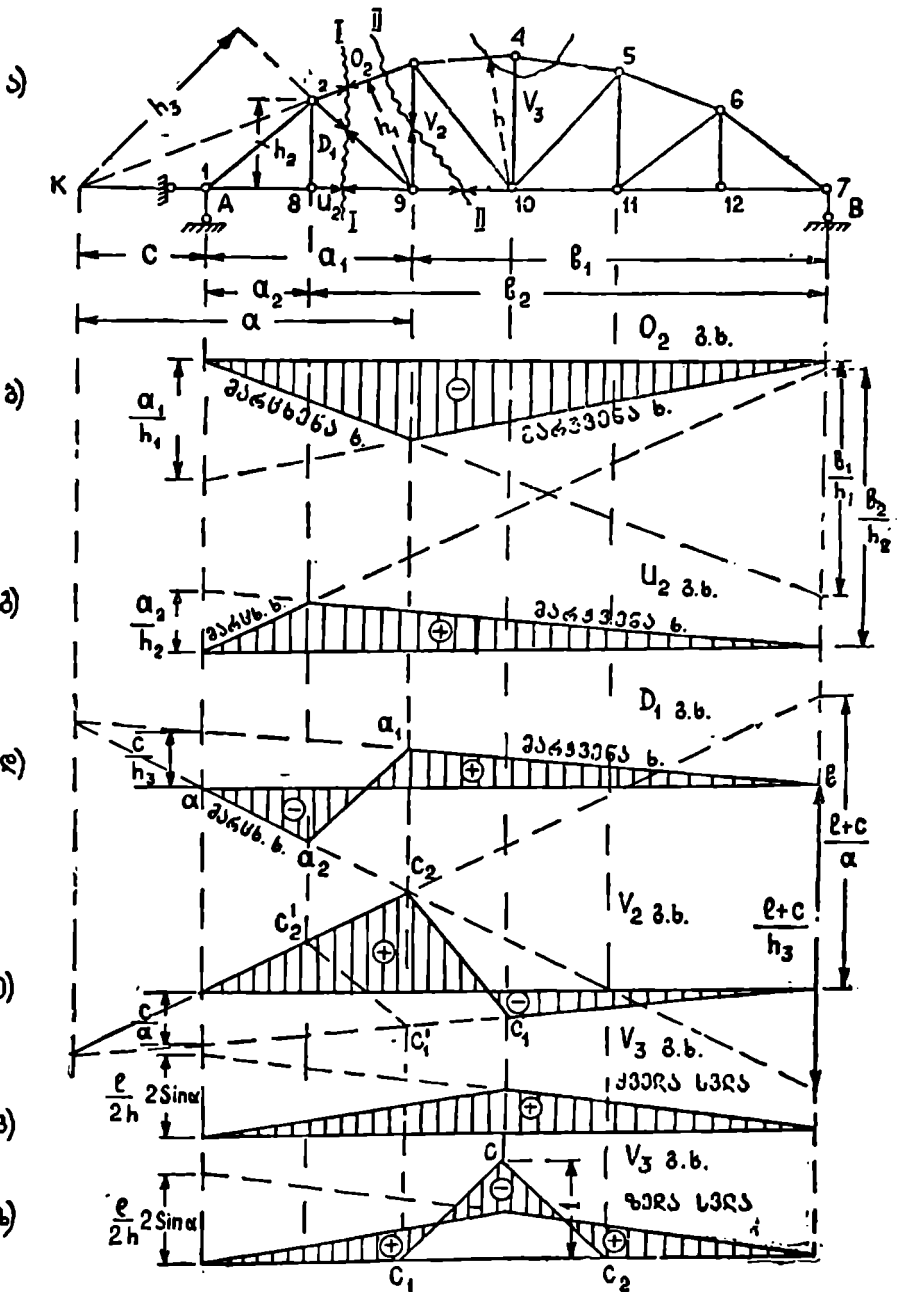
$$\Sigma M_9 = -B b_1 - O_2 h_1 = 0,$$

საიდანაც

$$O_2 = -B \frac{b_1}{h_1}.$$

ეს განტოლება გვიჩვენებს, რომ, როდესაც ერთეული ძალა მოძრაობს კვეთის მარცხნივ, ძალვა O_2 ლეროში იცვლება B რეაქციის პროპორციულად. მაშასადამე, O_2 ლეროს გავლენის ხაზის მისაღებად უნდა ავაგოთ B რეაქციის გავლენის ხაზი და მისი ორდინატები გადავამრავლოთ $-\frac{b_1}{h_1}$ მუდმივ სიდიდეზე.

ნულოვანი ხაზიდან B საყრდენის ქვეშ მოვზომოთ ორდინატა $-\frac{b_1}{h_1}$ და შევეერთოთ A საყრდენის ქვეშ ნულოვან ხაზს. მიღებული ხაზი იქნება ვარგისი,



სანამ ერთეული ძალა მოძრაობს კვეთის მარცხნივ პირველ კვანძამდე მივიღებთ ე. წ. მარცხენა ხაზს.

ვინაიდან კვანძებს შორის გავლენის ხაზები წრფივად ვრცელდებიან, ამიტომ კვეთის მარჯვნივ მდებარე კვანძებს ჩამოვაგვიმილებთ მარჯვენა ხაზზე, მარცხენა კვანძებს მარცხენაზე და კვანძებს შორის მიღებულ ორდინატებს შევადრთებთ სწორი ხაზით. O_2 გავლენის ხაზი ნაჩვენებია 162, ბ ნახაზზე. ნიშანი მინუსი გვიჩვენებს, რომ O_2 ღერო იკუმშება.

U_2 —ღეროს ძალვის გავლენის ხაზი, როდესაც ძალა $P=1$ იმყოფება კვეთის მარჯვნივ, განვიხილოთ მარცხენა ნაწილის წონასწორობის პირობა: U_2 ღეროს ძალვის საანგარიშოდ გამოვადგება I—I კვეთი. კვეთის მარცხენა ნაწილზე მოქმედი ძალების მომენტების ჯამი მე-2 წერტილის მიმართ გავუტოლოთ ნულს:

$$\Sigma M_2 = A \cdot a_2 - U_2 h_2 = 0,$$

საიდანაც

$$U_2 = A \frac{a_2}{h_2}.$$

ამგვარად, როდესაც ძალა იმყოფება კვეთის მარჯვნივ, ძალვა U_2 ღეროში იცვლება A რეაქციის პროპორციულად, ე. ი. A რეაქციის გავლენის ხაზის ორდინატები უნდა გადავამრავლოთ $\frac{a_2}{h_2}$ -ზე.

A საყრდენის ქვეშ ნულოვანი ხაზიდან მოვზომოთ ორდინატა $\frac{a_2}{h_2}$ და შევეურთოთ B საყრდენის ქვეშ ნულოვან ხაზს. მიღებული ხაზი იქნება ვარგისი, სანამ ერთეული ძალა მოძრაობს კვეთის მარჯვნივ პირველ კვანძამდე. მივიღებთ მარჯვენა ხაზს.

როდესაც ძალა $P=1$ გადავა კვეთის მარცხნივ, განვიხილოთ მარჯვენა ნაწილის წონასწორობის პირობა, მივიღებთ:

$$\Sigma M_2 = -B b_2 + U_2 \cdot h_2 = 0,$$

საიდანაც

$$U_2 = B \frac{b_2}{h_2}.$$

B საყრდენის ქვეშ ნულოვანი ხაზიდან მოვზომოთ ორდინატა $\frac{b_2}{h_2}$ და შევეურთოთ A საყრდენის ქვეშ ნულოვან ხაზს. ეს ხაზი იქნება ვარგისი მანამ, სანამ ერთეული ძალა იმყოფება კვეთის მარცხნივ პირველ კვანძამდე. მივიღებთ მარცხენა ხაზს.

კვეთის მარცხნივ მოთავსებული კვანძები ჩამოვაგვიმილოთ მარცხენა ხაზზე, მარჯვნივ მოთავსებული კი მარჯვენაზე და მიღებული ორდინატები თანმიმდევრობით შევადრთოთ სწორი ხაზით (ნახ. 162, გ). უნდა გვახსოვდეს, რომ მარჯვენა და მარცხენა ხაზი აუცილებლად უნდა იკვეთ-

თებოდეს სამომენტო წერტილის ქვეშ. ამიტომ, გავლენის ხაზის მისაღებად საკმარისია ავაგოთ მხოლოდ მარჯვენა ან მარცხენა ხაზი, მასზე ჩამოვაგეგმილოთ სამომენტო წერტილი და შევეუერთოთ სათანადოდ A ან I_1 საყრდენის ქვეშ ნულოვან ხაზს. შემდეგ, გაკვეთილი პანელის მარჯვენა კენძი ჩამოვაგეგმილოთ მარჯვენა ხაზზე, მარცხენა კენძი მარცხენაზე და შევეუერთოთ სწორი ხაზით.

თუ კვეთის ცალ მხარეზე მოქმედი გარე ძალების მომენტების ჯამს სა-
მომენტო წერტილის მიმართ აღენიშნავთ M_0 (M_0 უბრალო კოქის მლუნავი მომენტია), მაშინ სარტყელის ღეროებში ძალვა განისაზღვრება ფორმულით:

$$S = \pm \frac{M_0}{r},$$

სადაც r წარმოადგენს S ძალვის მხარს სამომენტო წერტილის მიმართ.

სარტყელის ღეროების გავლენის ხაზების მისაღებად საკმარისია ავაგოთ მარტივი კოქის მლუნავი მომენტის გავლენის ხაზი, ღეროს სამომენტო წერტილის შესაბამ კვეთის მიმართ და მისი ორდინატები გაავმარაველოთ მულში სიდიდეზე $\pm \frac{1}{r}$. გავლენის ხაზის წვერო მოთავსებული იქნება სამომენტო

წერტილის ქვეშ. აქედანაც ცხადია, რომ მარჯვენა და მარცხენა ხაზები გადა-
იკვეთება სამომენტო წერტილის ქვეშ.

D_1 ღეროს ძალვის გავლენის ხაზი. D_1 ძალვის გასაანგარიშებ-
ლად სამომენტო წერტილად ავიღოთ O_2 და U_2 ღეროს გადაკვეთის k წერ-
ტილი (ნახ. 162, ა).

როდესაც ტვირთი იმყოფება კვეთის მარჯვნივ, მარცხენა ნაწილის წო-
ნასწორობის პირობის განხილვა მოგვცემს:

$$\Sigma M_k = -A \cdot c + D_1 h_3 = 0,$$

საიდანაც

$$D_1 = A \frac{c}{h_3}.$$

მიღებული განტოლება გვიჩვენებს, რომ, როცა ძალა იმყოფება კვეთის მარ-
ჯვნივ, D_1 -ის გავლენის ხაზი A -ს გავლენის ხაზისაგან განსხვავდება მხოლოდ
 $\frac{c}{h_3}$ მამრავლით და ამიტომ D_1 -ის გავლენის ხაზის მისაღებად A საყრდენის ქვეშ

ნულოვანი ხაზიდან უნდა მოვზომოთ ორდინატა $\frac{c}{h_3}$ და შევეუერთოთ B სა-
ყრდენის ქვეშ ნულოვან ხაზს. მიღებული ხაზი იქნება ვარჯისი მანამ, სანამ ძა-
ლა იმყოფება კვეთის მარჯვნივ პირველ კვანძამდე (a_1 წერტილამდე).

როდესაც ერთეული ძალა გადავა კვეთის მარცხნივ, მაშინ განვიხილოთ
მარჯვენა ნაწილის წონასწორობის პირობა, მივიღებთ:

$$\Sigma M_k = -B(l+c) - D_1 h_3 = 0,$$

საიდანაც

$$D_1 = -B \frac{l+c}{h_3}.$$

B საყრდენის ქვეშ ნულოვანი ხაზიდან მოვზომოთ ორდინატა $-\frac{l+c}{h_3}$

და შევეუერთოთ ნულოვან ხაზს A საყრდენის ქვეშ, მიღებული ხაზი ვარგისია a_2 წერტილამდე.

მარჯვენა ხაზზე ჩამოვაგეგმილოთ გაკვეთილი პანელის მარჯვენა კვანძი, მარცხენაზე კი მარცხენა და შევეუერთოთ $a_1 a_2$ სწორი ხაზით (ნახ. 162, დ). თუ გავაგრძელებთ მარჯვენა h_1 და მარცხენა $a a_2$ ხაზს, ისინი გადაიკვეთებიან k წერტილის ქვეშ O წერტილში. ამიტომ, როდესაც სამომენტო წერტილი იმყოფება ფერმის გარეთ, გავლენის ხაზებს ავაგებთ შემდეგნაირად: A საყრდენის ქვეშ ნულოვანი ხაზიდან მოვზომავთ ორდინატას $\frac{c}{h_3}$ და შევეუერთებთ

B საყრდენის ქვეშ ნულოვან ხაზს; მიღებული ხაზის გაგრძელებაზე ჩამოვაგეგმილებთ k წერტილს და შევეუერთებთ ნულოვან ხაზს a წერტილში. oa ხაზის გაგრძელება მოგვცემს მარცხენა ხაზს.

საზოგადოდ, უნდა გვახსოვდეს, რომ როდესაც სამომენტო წერტილი ფერმის გარეთაა, მაშინ გავლენის ხაზი დადებითი და უარყოფითი უბნებისაგან შედგება.

V_2 დგარის გავლენის ხაზი (ნახ. 162, ე). V_2 ღეროს ძალვის გასაანგარიშებლად გავატაროთ II—II კვეთი და სამომენტო წერტილად ავიღოთ k წერტილი. როდესაც ძალა $P=1$ მოძრაობს კვეთის მარჯვნივ განვიხილოთ მარცხენა ნაწილის წონასწორობის პირობა, მივიღებთ:

$$\Sigma M_k = -A \cdot c - V_2 \cdot a = 0,$$

საიდანაც

$$V_2 = -A \frac{c}{a}.$$

A საყრდენის ქვეშ მოვზომოთ ორდინატა $-\frac{c}{a}$ და შევეუერთოთ B საყრდენის ქვეშ ნულოვან ხაზს. მიღებული ხაზი ვარგისია კვეთის მარჯვენა პირველ კვანძამდე (c_1 წერტილამდე). ძალა $P=1$ მოძრაობს კვეთის მარცხნივ. მარჯვენა ნაწილის წონასწორობის პირობა მოგვცემს

$$\Sigma M_k = -B(l+c) + V_2 a = 0,$$

საიდანაც

$$V_2 = B \frac{l+c}{a}.$$

მიღებული ხაზი იქნება ვარგისი კვეთის მარცხენა პირველ კვანძამდე (c_2 წერტილამდე). c_2 და c_1 წერტილი შევეუერთოთ სწორი ხაზით (ნახ. 162, ე).

ზემოთ გარჩეულ შემთხვევებში განხილული იყო ქვედა სვლა, ე. ი. ვგულისხმობდით, რომ ძალა მოძრაობს ფერმის ქვედა სარტყელზე. მაგრამ თუ ძალა მოძრაობს ზედა სარტყელზე, ე. ი. ადგილი აქვს ზედა სვლას, მაშინ

მარჯვენა ხაზზე უნდა ჩამოვაგეგმილოთ გაკვეთილი პანელის მარჯვენა ზედა კვანძი (c_1'), მარცხენაზე კი გაკვეთილი პანელის მარცხენა ზედა კვანძი (c_1') და c_1' და c_2' წერტილები შევავერთოთ სწორი ხაზით.

V_3 დგარის გავლენის ხაზი. ამოკვეთოთ მე-4 კვანძი და განვიხილოთ მისი წონასწორობის პირობა (ნახ. 163, ა). კვანძზე მოქმედი ძალების გეგმილების ჯამი ჰორიზონტალურ ღერძზე მოგვეცემს:

$$\Sigma X = O_1 \cos \alpha - O_2 \cos \alpha = 0,$$

საიდანაც

$$O_2 = O_1.$$

გეგმილების ჯამი ვერტიკალურ ღერძზე

$$\Sigma Y = -V_3 - 2 \cdot O_1 \sin \alpha = 0,$$

საიდანაც

$$V_3 = -2O_1 \sin \alpha.$$

V_3 ძალვა გამოხატულია O_2 -ის საშუალებით, ამიტომ V_3 ძალვის გავლენის ხაზის მისაღებად უნდა ავაგოთ O_2 ძალვის გავლენის ხაზი და მისი ორდინატები გადავამრავლოთ $-2 \sin \alpha$ -ზე. O_2 ძალვის გავლენის ხაზი უარყოფითია და ამიტომ V_3 -ს მივიღებთ დადებითი ნიშნით (ნახ. 162, ვ). მიღებული გავლენის ხაზი ვარგისია ქვედა სვლის შემთხვევაში. ზედა სვლის დროს მისი გავლენის ხაზი სახეს შეიცვლის. როდესაც ტვირთი მოძრაობს 1—3 და 5—7 უბანზე, მაშინ ძალვა V_3 ღეროში გამოიხატება ისე, როგორც წინა შემთხვევაში, ე. ი. როგორც ქვედა სვლის დროს:

$$V_3 = -2O_2 \sin \alpha.$$

მაშასადამე, 1—3 და 5—7 უბანზე გავლენის ხაზი არ შეიცვლება.

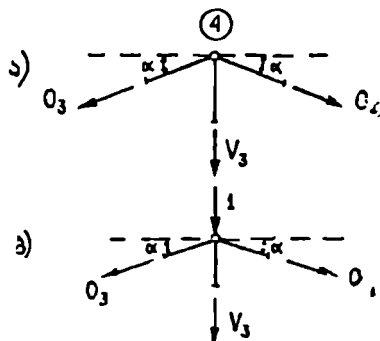
როდესაც ერთეული ძალა მოთავსდება მე-4 კვანძზე, მაშინ ძალვა V_3 ღეროში იქნება (ნახ. 163, ბ):

$$V_3 = -2O_2 \sin \alpha - 1.$$

პირველი წვერი იძლევა დადებით ორდინატებს (ნახ. 162, ვ) და ამიტომ საძიებელი გავლენის ხაზის მისაღებად მე-4 წერტილის ქვეშ მის ორდინატს უნდა გამოვაკლოთ ერთეულის ტოლი ორდინატა. გავლენის ხაზის ორდინატები მე-3 და მე-5 კვანძების ქვეშ არ შეიცვლება და ამიტომ c წერტილი უნდა შევუერთოთ c_1 და c_2 წერტილს სწორი ხაზით (ნახ. 162, ზ).

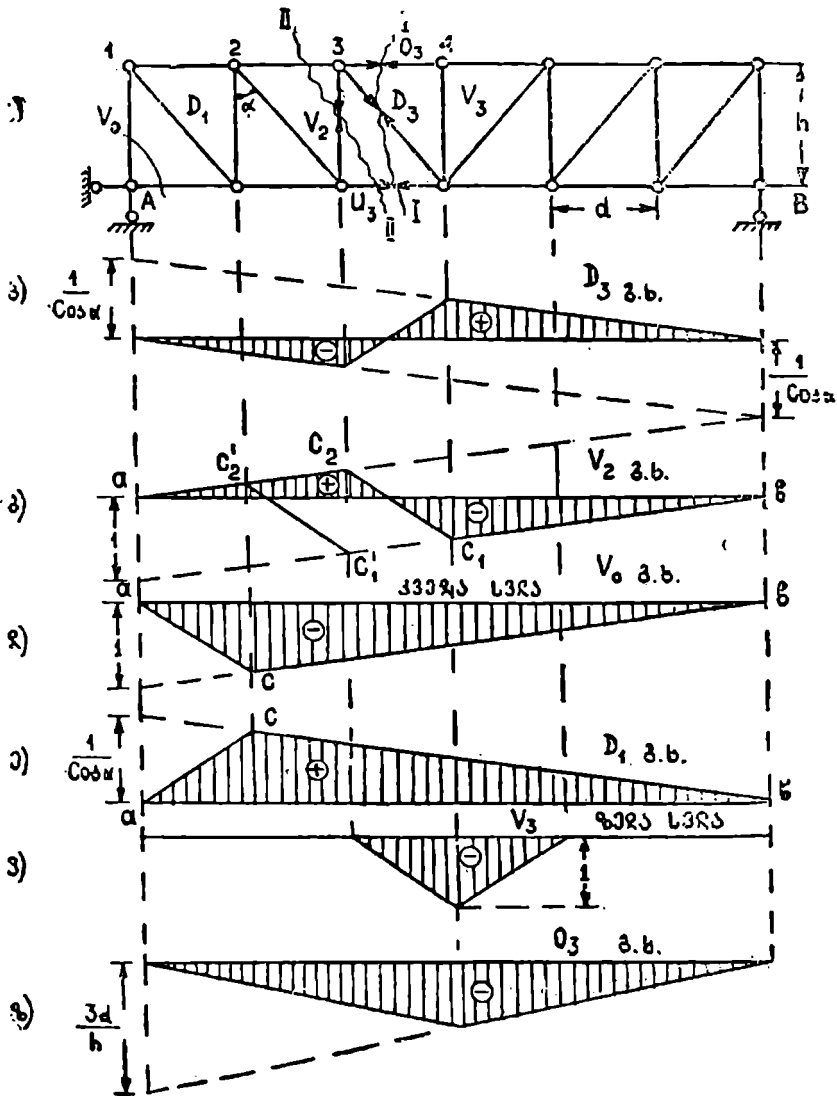
2 მაგალითი. ავაგოთ პარალელურსარტყელებიანი ფერმის ღეროების ძალვის გავლენის ხაზები (ნახ. 164).

D_3 ირიბანის გავლენის ხაზი (ნახ. 164, ბ).



ნახ. 163.

D_3 ლეროს ძალის გასაანგარიშებლად გამოვიყენოთ დაგეგმილების მე-
 თოდი. გავატაროთ I—I კვეთი და როდესაც ერთეული ძალა იმყოფება კვე-
 თის მარჯვნივ, განვიხილოთ მარცხენა ნაწილის წონისწონრობის პირობა.



ნახ. 164.

მარცხენა ნაწილზე მოქმედი ძალების გეგმილების ჯამი ვერტიკალურ
 ღერძზე მოგვცემს:

$$\Sigma Y = A - D_3 \cos \alpha = 0,$$

საიდანაც

$$D_2 = A \frac{1}{\cos \alpha},$$

D_2 -ის გავლენის ხაზის მისაღებად A რეაქციის გავლენის ხაზის ორდინატები უნდა გადავამრავლოთ $\frac{1}{\cos \alpha}$ -ზე. მიღებული ხაზი ვარგისია კვეთის მარჯვენა პირველ კვანძამდე. როდესაც ერთეული ძალა გადავა კვეთის მარცხნივ, მაშინ მარჯვენა ნაწილის წონასწორობის პირობა მოგვცემს:

$$\Sigma Y = B + D_2 \cos \alpha = 0,$$

საიდანაც

$$D_2 = -B \frac{1}{\cos \alpha}.$$

B საყრდენის ქვეშ ნულოვანი ხაზიდან მოვზომოთ ორდინატა $-\frac{1}{\cos \alpha}$ და შევეუ-ერთოთ A საყრდენის ქვეშ ნულოვან ხაზს. მიღებული ხაზი იქნება ვარგისი კვე-თის მარცხნივ პირველ კვანძამდე. კვანძების ქვეშ მიღებული ორდინატები შეეაერთოთ სწორი ხაზით (ნახ. 164, ბ).

V_2 დ გ ა რ ი ს გ ა ვ ლ ე ნ ი ს ხ ა ზ ი (ნახ. 164, გ).

გავატაროთ II—II კვეთი. როდესაც ერთეული ძალა მოძრაობს კვეთის მარჯვნივ, განვიხილოთ მარცხენა ნაწილი:

$$\Sigma Y = A + V_2 = 0,$$

საიდანაც

$$V_2 = -A.$$

V_2 -ის გავლენის ხაზი ემთხვევა A რეაქციის გავლენის ხაზს შებრუნებული ნიშნით. ქვედა სელის შემთხვევაში მარჯვენა ხაზი ვარგისია c_1 წერტილამდე.

როდესაც ერთეული ძალა გადავა კვეთის მარცხნივ, განვიხილოთ მარ-ჯვენა ნაწილის წონასწორობა, მივიღებთ:

$$\Sigma Y = B - V_2 = 0,$$

საიდანაც

$$V_2 = B.$$

V_2 -ის გავლენის ხაზი ემთხვევა B რეაქციის გავლენის ხაზს. მარჯვენა ხაზი ვარგისია c_2 წერტილამდე. c_1 და c_2 წერტილები შეეაერთოთ სწორი ხა-ზით, მივიღებთ $a c_2 c_1 b$ გავლენის ხაზს (ნახ. 164, გ). ზედა სელის შემთხვევაში V_2 -ის გავლენის ხაზი იქნება $a c_2 c_1 b$.

V_0 დ გ ა რ ი ს გ ა ვ ლ ე ნ ი ს ხ ა ზ ი (ნახ. 164, დ)

ამოვკვეთოთ საყრდენი კვანძი და მასზე მოქმედი ძალები დავაგეგმილოთ ვერტიკალურ ღერძზე, მივიღებთ:

$$V_0 = -A.$$

როდესაც ერთეული ძალა მოათავსდება A საყრდენზე, მაშინ კვანძზე მოქმედი ძალების წონასწორობა მოგვცემს:

$$\Sigma Y = A - 1 + V_0 = 0;$$

აქედან.

$$V_0 = 0.$$

მაშასადამე, c წერტილი უნდა შეეუერთოთ A საყრდენის ქვეშ ნულოვან ხაზს, მივიღებთ acb გავლენის ხაზს (ნახ. 164, დ). ზედა სვლის შემთხვევაში V_0 -ის გავლენის ხაზი დაემთხვევა ზუსტად A რეაქციის გავლენის ხაზს.

D_1 -ის გავლენის ხაზი აიგება D_3 -ის ანალოგიურად. კვეთის მარცხენა პირველი კვანძი საყრდენს ემთხვევა და, ამიტომ a წერტილი c -ს უნდა შეეუერთოთ (ნახ. 164-ე),

V_3 დგარის გავლენის ხაზი (ნახ. 164, ვ). ქვედა სვლის დროს $V_3=0$ (ნულოვანი ღეროა). თუ ძალა ზედა სარტყელზე მოძრაობს, V_3 ძალვა არ იქნება ნული მხოლოდ, მაშინ, როცა ერთეული ძალა მოთავსდება მე-4 კვანძზე, ამ შემთხვევაში $V_3=1$.

გავლენის ხაზი წარმოადგენს ადგილობრივ სამკუთხედს (ნახ. 164, ვ). O_3 -ს გავლენის ხაზი მოყვანილია 164, ზ ნახაზზე.

3 მაგალითი. განვიხილოთ პარალელურსარტყლებიანი ფერმა სამკუთხაგისოსით (ნახ. 165).

U_2 ღეროს ძალვის საპოვნელად გავტაროთ I—I კვეთი და სამომენტო წერტილად მივიღოთ მე-5 კვანძი. როცა ძალა $P=1$ მოძრაობს კვეთის მარჯვნივ, მივიღებთ:

$$\Sigma M_5 = A \cdot 2d - U_2 h = 0,$$

საიდანაც

$$U_2 = A \frac{2d}{h}.$$

A საყრდენის ქვეშ ნულოვანი ხაზიდან მოვზომოთ ორდინატა $\frac{2d}{h}$ და შევეუერთოთ B საყრდენის ქვეშ ნულოვან ხაზს, მიღებულ მარჯვენა ხაზზე ჩამოვაგეგმილოთ სამომენტო წერტილი და შევეუერთოთ A საყრდენის ქვეშ ნულოვან ხაზს (ნახ. 165, ბ).

O_2 ღეროსათვის სამომენტო წერტილად მივიღოთ მე-4 კვანძი. გავლენის ხაზი აიგება ანალოგიურად (ნახ. 165, გ).

D_2 აღმავალი ირიბანის გავლენის ხაზი (ნახ. 165, დ). ერთეული ძალა მოძრაობს კვეთის მარჯვნივ; მარცხენა ნაწილის წონასწორობის პირობა მოგვცემს:

$$\Sigma Y = A + D_2 \cos \alpha = 0,$$

საიდანაც

$$D_2 = -A \frac{1}{\cos \alpha}.$$

როდესაც ერთეული ძალა გადავა კვეთის მარცხნივ, მაშინ მარჯვენა ნაწილის წონასწორობის განხილვა მოგვცემს:

$$\Sigma Y = B - D_2 \cos \alpha = 0$$

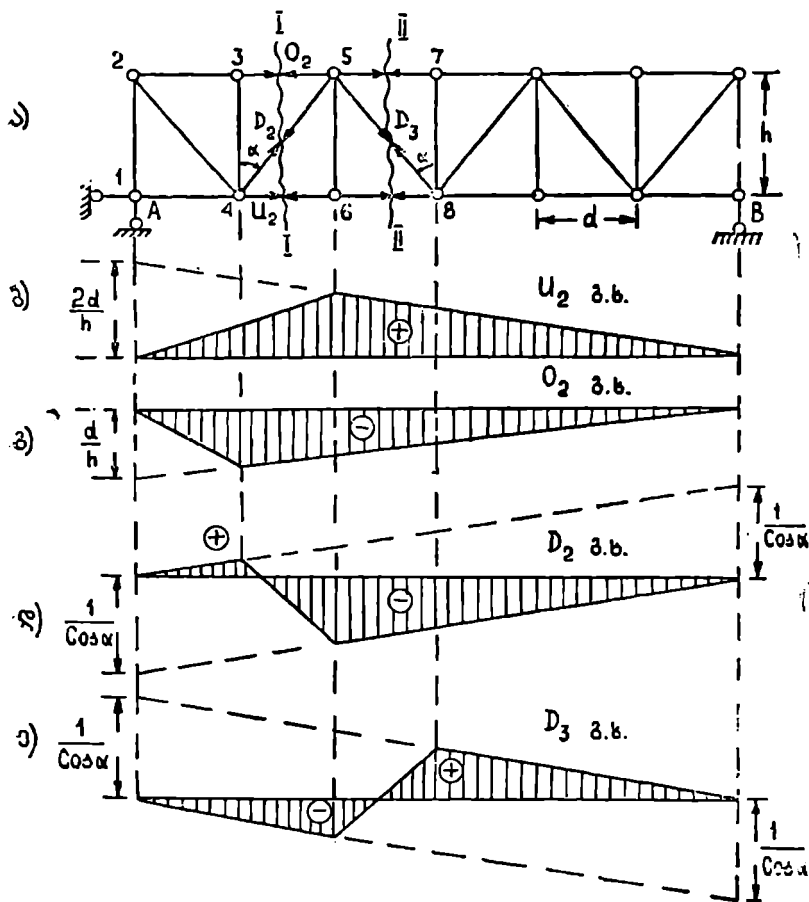
საიდანაც

$$D_2 = B \frac{1}{\cos \alpha}.$$

გავლენის ხაზი ნაჩვენებია 165, დ ნახაზზე.

D_3 დალმავალი ირიბანის გავლენის ხაზი (ნახ. 165, ე). გავატაროთ II-II კვეთი. ერთეული ძალა იმოქმედა კვეთის მარჯვნივ, მივიღებთ:

$$\Sigma Y = A - D_3 \cos \alpha = 0,$$



ნახ. 165.

საიდანაც

$$D_3 = A \frac{1}{\cos \alpha}.$$

როცა ერთეული ძალა გადავა კვეთის მარცხნივ, მაშინ:

$$\Sigma Y = B + D_3 \cos \alpha = 0,$$

საიდანაც

$$D_3 = -B \frac{1}{\cos \alpha}.$$

გავლენის ხაზის აგება ნაჩვენებია 165, ე ნახაზზე.

D_2 და D_3 ღეროს გავლენის ხაზების შედარება მოგვცემს: აღმავალი ირიბანის გავლენის ხაზის უარყოფითი უბნის ფართობი დადებითი უბნის ფართობს აღემატება და პირიქით, დაღმავალი ირიბანის გავლენის ხაზის დადებითი უბნის ფართობი უარყოფითი უბნის ფართობს აღემატება. ეს იმას ნიშნავს, რომ თუ პარალელურსარტყლებიან ფერმაზე მოქმედებს თანაბრად განაწილებული ტვირთი, მაშინ აღმავალი ირიბნები იკუმშებიან, დაღმავალი კი იჭიმებიან.

მაშასადამე, ირიბანის მიმართულების შეცვლით მისი ძალის ნიშანი იცვლება.

განხილული მაგალითებიდან ჩანს, რომ, თუ ფერმა დგარებასაც შეიცავს, მაშინ ორივე სარტყელის და ირიბნების გავლენის ხაზების მოხაზულობა არ არის დამოკიდებული იმაზე, თუ რომელ სარტყელზე ხდება მოძრაობა, ე. ი. გვაქვს ზედათუ ქვედა სვლა; იცვლება მხოლოდ დგარების გავლენის ხაზების მოხაზულობა.

თუ ფერმის გისოსი მხოლოდ ირიბნებისაგან შედგება, მაშინ ყველა ღეროს გავლენის ხაზი იცვლება იმის მიხედვით, თუ რომელ სარტყელზე ხდება მოძრაობა. ამის საილუსტრაციოდ განვიხილოთ მაგალითი.

4 მაგალითი. (ნახ. 166). ქვედა სვლის შემთხვევაში, O_2 ღეროს გავლენის ხაზი სამკუთხედს წარმოადგენს, რადგან კვეთის მარჯვენა და კვეთის მარცხენა პირველი კვანძები ჩამოგვემილდებიან მარჯვენა ხაზზე (ნახ. 166, ბ).

ზედა სვლის დროს მარჯვენა ხაზი ვარგისია მე-4 კვანძამდე, მარცხენა ხაზი მე-2 კვანძამდე. ამ კვანძების ქვეშ მიღებული ორდინატების შეერთება სწორი ხაზით მოგვცემს c_1c_2 შემაერთებელ ხაზს (ნახ. 166, გ). ნახაზზე წარმოდგენილია U_2 და D_2 ღეროს გავლენის ხაზები ზედა და ქვედა სვლისათვის. მათი აგება არავითარ სირთულეს არ წარმოადგენს.

პოლიგონური ფერმის შემთხვევაშიც აღმავალი ირიბნები იკუმშებიან, დაღმავალი კი იჭიმებიან.

5 მაგალითი. ავაგოთ სამკუთხა ფერმის ღეროების გავლენის ხაზები (ნახ. 167).

O_3 ღეროს გავლენის ხაზი (ნახ. 167, ბ). გავატაროთ I—I კვეთი და სამომენტო წერტილად მივიღოთ k წერტილი. როდესაც ძალა $P=1$ მოძრაობს კვეთის მარჯვნივ, განვიხილოთ მარცხენა ნაწილის წონასწორობის პირობა, მივიღებთ:

$$\Sigma M_k = A \cdot 3d + O_3 h_1 = 0,$$

საიდანაც

$$O_3 = -A \frac{3d}{h_1}.$$

როდესაც ძალა $P=1$ იმყოფება კვეთის მარცხნივ, განვიხილოთ მარჯვენა ნაწილი, მივიღებთ:

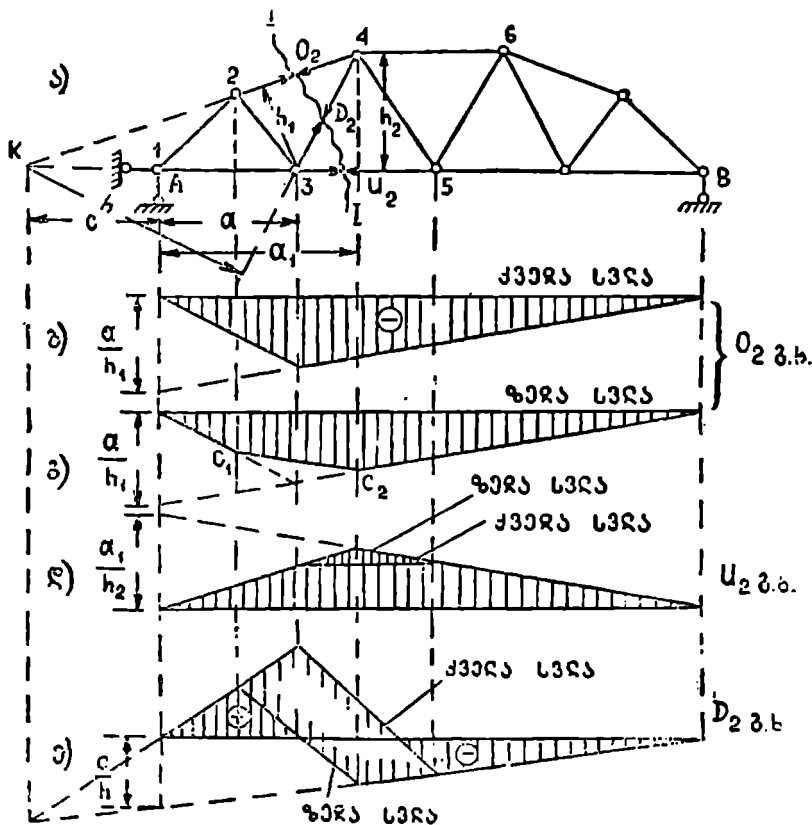
$$\Sigma M_k = -B \cdot 3d - O_3 h_1 = 0,$$

საიდანაც

$$O_3 = -B \frac{3d}{h_1}$$

გავლენის ხაზი წარმოადგენს სამკუთხედს (ნახ. 167, ბ).

D_2 ირიბანის გავლენის ხაზი (ნახ. 167, გ). ძალის გამოსათვლელად გამოგვადგება იგივე I—I კვეთი. სამომენტო წერტილად მივიღოთ



ნახ. 166.

ორი დანარჩენი ღეროს გადაკვეთის A წერტილი. ძალა $P=1$ მოძრაობს კვეთის მარჯვნივ, განვიხილოთ მარცხენა ნაწილი, მივიღებთ:

$$\sum M_A = D_2 h_2 = 0,$$

საიდანაც

$$D_2 = 0.$$

მაშასადამე, როდესაც ტვირთი იმყოფება კვეთის მარჯვნივ, ძალა D_2 ღეროში ყოველთვის ნულის ტოლია და მარჯვნივ ხაზი დაემთხვევა ნულოვან ხაზს.

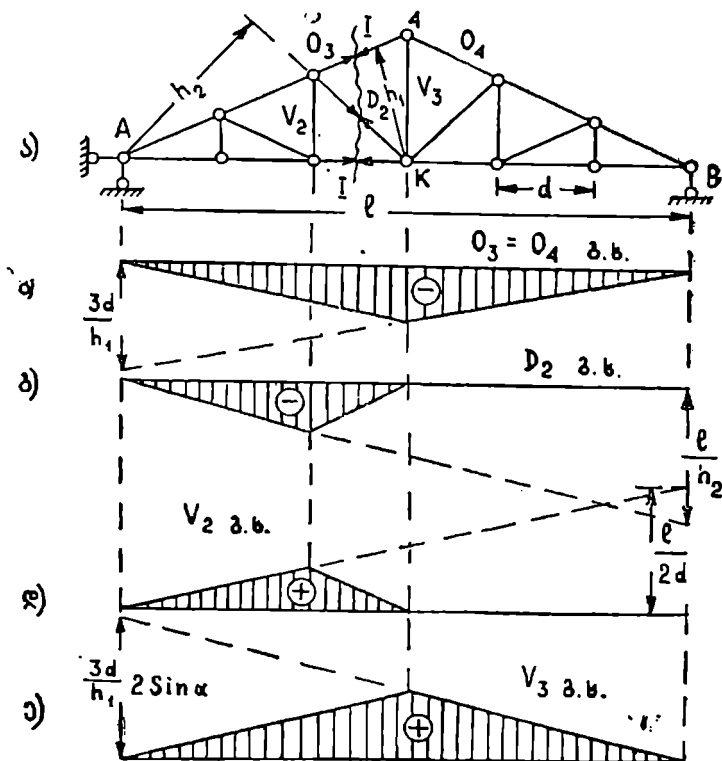
ძალა $P=1$ გადავიდა კვეთის მარცხნივ, მარჯვენა ნაწილზე მოქმედი ძალების ზომენტების ჯამი იმავე A წერტილის მიმართ მოგვეცემს:

$$-Bl - D_2 h_2 = 0,$$

საიდანაც

$$D_2 = -B \frac{l}{h_2}.$$

უნდა ავაგოთ B რეაქციის გავლენის ხაზი და მისი ორდინატები გადავმრავლოთ $\frac{l}{h_2}$ -ზე. მიღებული ხაზი ვარგისია, მანამ ძალა იმყოფება კვეთის მარცხნივ პირველ კვანძამდე. კვანძის ქვეშ მიღებული ორდინატები შევეაგრ-



ნახ. 167.

თით სწორი ხაზით (ნახ. 167, გ). ანალოგიურად აიგება V_2 ღეროს გავლენის ხაზიც (ნახ. 167, დ).

V_3 ღეროს გავლენის ხაზი (ნახ. 167, ე). ამოვკვეთოთ მე-4 კვანძი და კვანძზე მოქმედი ძალები დავაგეგმილოთ ჰორიზონტალურ ღერძზე, მივიღებთ:

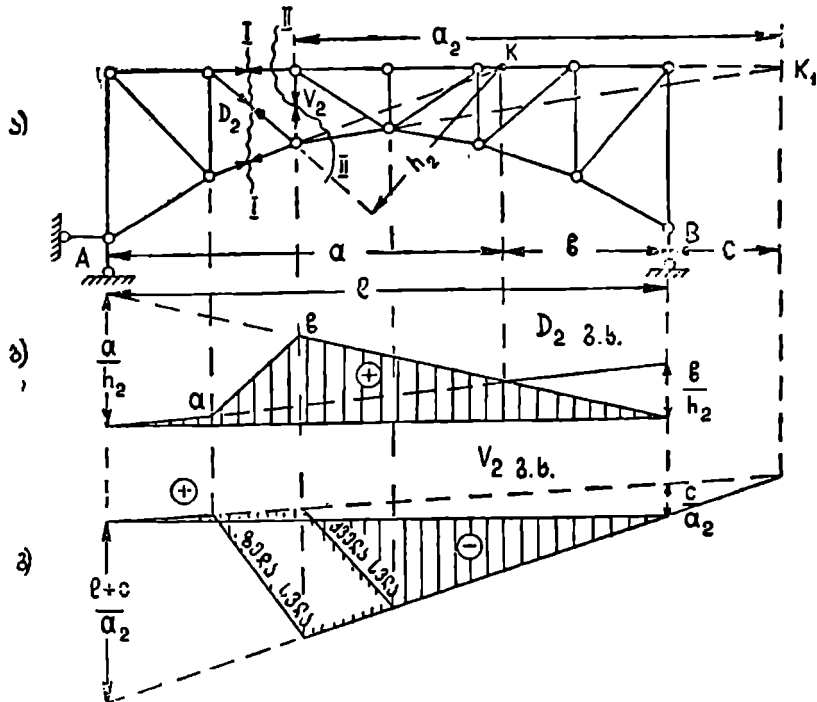
$$O_3 = O_4.$$

ვერტიკალურ ღერძზე დაგეგმილება მოგვეცემს:

$$V_3 = -2O_3 \sin \alpha.$$

ნიშანი მინუსი გვიჩვენებს, რომ V_3 -ს O_3 ღეროს ძალის საწინააღმდეგო ნიშანი აქვს. რადგან O_3 ღერო შეკუმშულია, ამიტომ V_3 დგარი იქნება.

6 მაგალითი. ავაგოთ 168 ნახაზზე მოყვანილი ფერმის ზოგიერთი ღეროს გავლენის ხაზი.



ნახ. 168.

სარტყელის ღეროების გავლენის ხაზები აიგება ზემოთ განხილული ფერმების სათანადო ღეროების ანალოგიურად.

ავაგოთ D_2 ირიბანის გავლენის ხაზი (ნახ. 168, ბ). გავატაროთ I—I კვეთი და სამომენტო წერტილად ავირჩიოთ k წერტილი. ერთეული ტვირთი იმყოფება კვეთის მარჯვნივ. მარცხენა ნაწილის წონასწორობის განხილვა მოგვეცემს:

$$\sum M_k = A \cdot a - D_2 h_2 = 0,$$

საიდანაც

$$D_2 = A \frac{a}{h_2}.$$

მვიღებთ მარჯვენა ხაზის განტოლებას.

როდესაც ერთეული ძალა გადავა კვეთის მარცხნივ, შივილებთ.

$$\Sigma M_1 = -Bh + D_2 h_2 = 0,$$

საიდანაც

$$D_2 = B \frac{b}{h_2}.$$

მივიღეთ მარცხენა ხაზის განტოლება, რომელიც ვარგისია კვეთის მარცხნივ პირველ კვანძამდე.

კვანძების ქვეშა ორდინატები შევავერთოთ სწორი ხაზით, მივიღებთ ab შემაერთებულ ხაზს (ნახ. 168, ბ).

ავაგოთ v_2 ღეროს გავლენის ხაზი (ნახ. 168, გ). გავატაროთ II—II კვეთი. საშომენტო წერტილი არის ფერმის გარეთ (k_1) და ამიტომ გავლენის ხაზს ექნება დადებითი და უარყოფითი უბანი.

ძალა $P=1$ იმყოფება კვეთის მარჯვნივ. მარცხენა ნაწილის წონასწორობიდან მივიღებთ:

$$A(l+c) + V_2 a_2 = 0,$$

საიდანაც

$$V_2 = -A \frac{l+c}{a_2}.$$

როდესაც ერთეული ძალა გადავა კვეთის მარცხნივ, მარჯვენა ნაწილის წონასწორობის პირობა მოგვცემს:

$$-Bc + V_2 a_2 = 0;$$

აქედან

$$V_2 = B \frac{c}{a_2}.$$

აგება შესრულებულია ნახაზზე (168, გ).

§ 42. კონსოლიდანი ფარმის ღეროების ქალაქების გავლენის ხაზები

ა) კონსოლის ღეროების გავლენის ხაზები

მოცემულია კონსოლიდანი ფერმა (ნახ. 169).

ავაგოთ კონსოლის ღეროების გავლენის ხაზები. ადვილი შესამჩნევია რომ, როდესაც ტვირთი მოძრაობს კვეთის მარჯვნივ, მაშინ კონსოლის გაკვეთილ ღეროებში ძალეა ნულის ტოლია. ამას მივიღებთ, თუ განვიხილავთ მარცხენა ნაწილის წონასწორობის პირობას, რომელზედაც არავითარი ძალე-ბი არ მოქმედებენ.

კონსოლის ღეროების ძალების საანგარიშოდ, როდესაც ძალა მოქმედებს კვეთის მარცხნივ, განვიხილოთ მარცხენა ნაწილის წონასწორობის პირობა.

O_2 ღეროს გავლენის ხაზი (ნახ. 169, ბ). გავატაროთ I—I კვეთი. საშომენტო წერტილად ავიღოთ A საყრდენი. ერთეული ძალიდან საშომენტო წერტილამდე მანძილი აღვნიშნოთ x -ით. მარცხენა ნაწილზე მოქმედი ძალების მომენტების ჯამი A წერტილის მიმართ მოგვცემს:

$$O_2 h - 1 \cdot x = 0,$$

საიდანაც

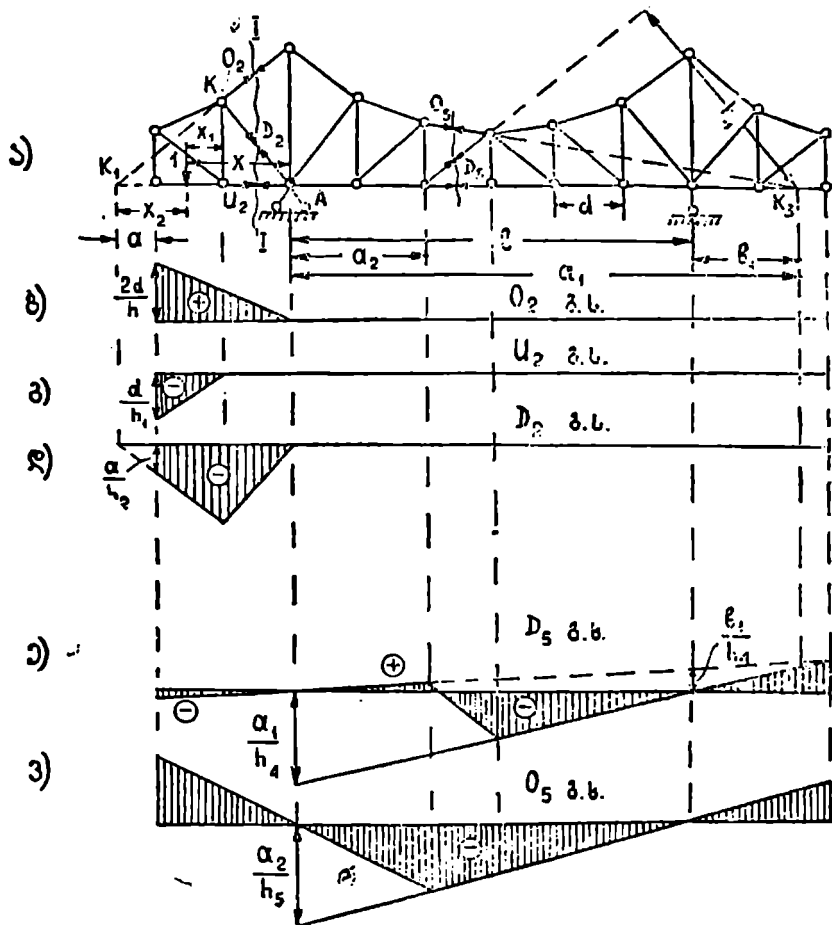
$$O_2 = 1 \cdot \frac{x}{h}$$

როცა

$$x=0; \quad O_2=0;$$

$$x=2d; \quad O_2 = \frac{2d}{h}$$

ორი წერტილის საშუალებით ავაგებთ გავლენის ხაზს (ნახ. 169, ბ).



ნახ. 169.

U_2 ღეროს გავლენის ხაზი (ნახ. 169, გ). სამომენტო წერტილად მივიღოთ k . ძალიდან $P=1$ სამომენტო წერტილამდე მანძილი იყოს x_1 , მივიღებთ:

$$-U_2 h_1 - 1 \cdot x_1 = 0,$$

საიდანაც

$$U_2 = -\frac{x_1}{h_1}.$$

როცა

$$x_1 = 0, \quad U_2 = 0$$

$$x_1 = d, \quad U_2 = -\frac{d}{h_1}.$$

როდესაც ერთეული ძალა მოძრაობს კვეთის მარჯვნივ, $U_2 = 0$. გავლენის ხაზი წარმოდგენილია 169, გ ნახაზზე.

D_2 ღეროს გავლენის ხაზი (ნახ. 169, დ). კვეთის მარცხენა ნაწილზე მოქმედი ძალების მომენტების ჯამი k_1 წერტილის მიმართ მოგვეცემს:

$$D_2 h_2 + 1 \cdot x_2 = 0,$$

საიდანაც

$$D_2 = -1 \frac{x_2}{h_2}.$$

თუ x_2 -ს მივიღებთ სხვადასხვა მნიშვნელობას, მივიღებთ D_2 -ს გავლენის ხაზის ორდინატებს. როდესაც ერთეული ძალა მოთავსდება A საყრდენზე (კვეთის მარჯვნივ) $D_2 = 0$. კვანძების ქვეშ მიღებული ორდინატები შევადაროთ სწორი ხაზით (ნახ. 169, დ).

ბ) საყრდენებს შორის მოთავსებული ღეროების გავლენის ხაზები

საყრდენებს შორის მოთავსებული ღეროების გავლენის ხაზები აიგებიან ისე, როგორც ორ საყრდენზე მდებარე ფერმის ღეროების გავლენის ხაზები. ამიტომ საჭიროა წინასწარ ვიცოდეთ საყრდენი რეაქციების გავლენის ხაზები, რომლებიც აიგება ისევე, როგორც კონსოლიან კოჭში.

D_3 ირიბანის გავლენის ხაზი (ნახ. 169, ე). ერთეული ძალა იმყოფება კვეთის მარჯვნივ. მარცხენა ნაწილის წონასწორობის პირობა მოგვეცემს:

$$A \cdot a_1 + D_3 h_3 = 0,$$

საიდანაც

$$D_3 = -A \frac{a_1}{h_3}.$$

მივიღეთ მარჯვენა ხაზის განტოლება.

როდესაც ერთეული ძალა გადავა კვეთის მარცხნივ, განვიხილოთ მარჯვენა ნაწილი. მივიღებთ:

$$B b_1 - D_3 h_3 = 0.$$

საიდანაც

$$D_3 = \frac{b_1}{h_3}.$$

მივიღეთ მარცხენა ხაზის განტოლება.

მარცხენა და მარჯვენა ხაზი გადაკვეთება სამომენტო (k_1) წერტილის ქვეშ. ანალოგიურად აიგება O_3 ღეროს გავლენის ხაზიც (ნახ. 169, ე). საყრდენებს შორის მოთავსებული ღეროების გავლენის ხაზები აიგება შემდეგი თანმიმდევრობით: ჯერ აიგება უკონსოლო, ორ საყრდენზე მდებარე ფერმის ღეროების გაღლენის ხაზები და შემდეგ, მიღებული მარჯვენა და მარცხენა ხაზი გააგრძელებს კონსოლების ბოლომდე.

განვიხილოთ 170-ე ნახაზზე ნაჩვენები კონსოლიანი ფერმა.

A და B საყრდენი რეაქციების გავლენის ხაზები აიგება, როგორც მრავალმალიანი სახსროვანი კოქის რეაქციების გავლენის ხაზები (იხ. § 30). ამის შემდეგ საყრდენებს შორის მოთავსებული ღეროების გავლენის ხაზების აგება არაერთარ სირთულეს აღარ წარმოადგენს.

O_3 ღეროს გავლენის ხაზი (ნახ. 170, დ). გავტაროთ I—I კვეთი. სამომენტო წერტილად მივიღოთ k . ერთეული ძალა მოძრაობს კვეთის მარჯვნივ. განვიხილოთ მარცხენა ნაწილის წონასწორობის პირობა, მივიღებთ:

$$A \cdot d + O_3 h = 0,$$

საიდანაც

$$O_3 = -A \frac{d}{h}.$$

თუ A რეაქციის გავლენის ხაზის ორდინატებს გადავამრავლებთ $-\frac{d}{h}$ -ზე,

მივიღებთ მარჯვენა ხაზს, რომელიც ვარგისი იქნება კვეთის მარჯვნივ პირველ კვანძამდე.

როდესაც ერთეული ძალა გადავა კვეთის მარცხნივ, მაშინ მარჯვენა ნაწილის წონასწორობის პირობა მოგვცემს:

$$-B^5 d - O_3 h = 0,$$

საიდანაც

$$O_3 = -B \frac{5d}{h}.$$

ეს განტოლება მოგვცემს მარცხენა ხაზს, რომელიც ვარგისია კვეთის მარცხნივ პირველ კვანძამდე (ნახ. 170, დ).

U_3 ღეროს გავლენის ხაზი (ნახ. 170, ე). სამომენტო წერტილი იქნება k_1 , რადგანაც A რეაქცია k_1 წერტილზე გადის, ამიტომ, როდესაც ერთეული ძალა კვეთის მარჯვნივაა,

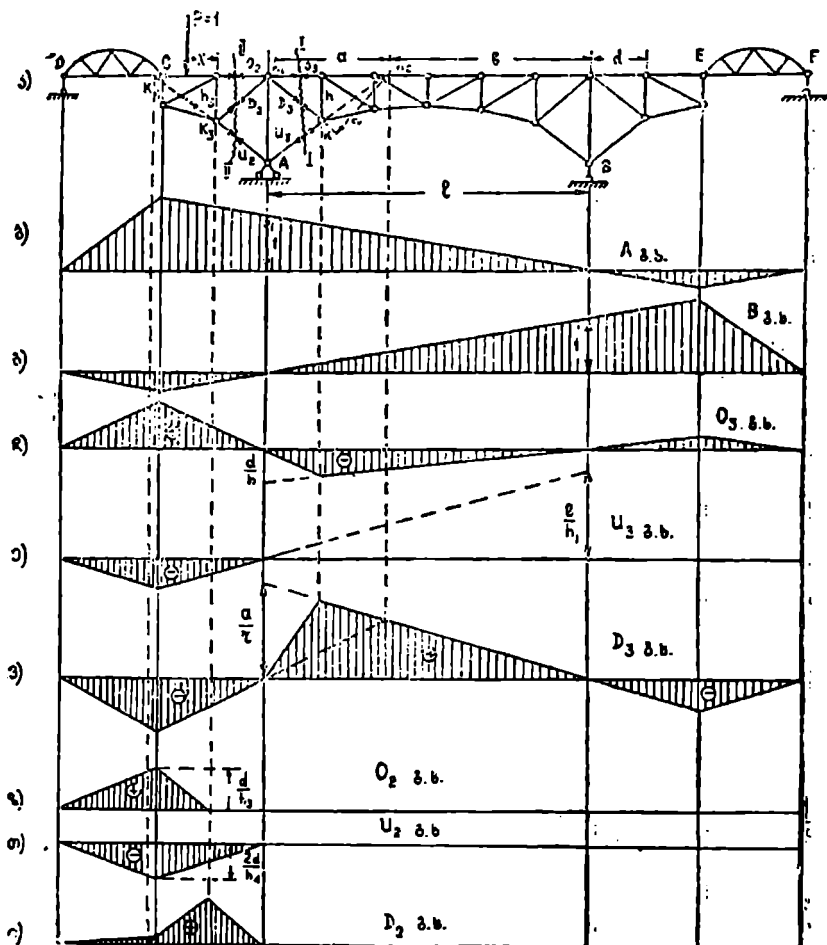
$$U_3 = 0.$$

მაშასადამე, მარჯვენა ხაზი ემთხვევა ნულოვან ხაზს. როდესაც ერთეული ძალა გადავა კვეთის მარცხნივ, მივიღებთ:

$$-B l + U_3 k_1 = 0,$$

$$U_2 = B \frac{1}{h_1}$$

B საყრდენის ქვეშ მოვზომავთ ორდინატს $\frac{l}{h_1}$, A საყრდენის ქვეშ კი—



ნახ. 170.

ნულს და შეეყვართ სწორი ხაზით. მიღებულ ხაზს ვაგოძელებთ კონსოლის ბოლომდე და C წერტილის ქვეშ მიღებულ ორდინატას ვუერთებთ D საყრდენის ქვეშ ნულოვან ხაზს.

D_3 ირიბანის გავლენის ხაზი (ნახ. 170, ვ). სამომენტო წერტილად მივიღოთ k_2 . ერთეული ძალა იმყოფება კვეთის მარჯვნივ. განვიხილოთ მარცხენა ნაწილი, მივიღებთ:

$$A \cdot a = D_3 r - 0,$$

საიდანაც

$$D_3 = A \frac{a}{r}.$$

როდესაც ერთეული ძალა გადავა კვეთის მარცხნივ, განვიხილოთ მარჯვენა ნაწილი:

$$-Bb + D_3 r = 0,$$

საიდანაც

$$D_3 = B \frac{b}{r}.$$

კენძების ქვეშ მიღებულ ორდინატებს ვაერთებთ სწორი ხაზით (ნახ. 170, ვ).

ავაგოთ კონსოლის ღეროების გავლენის ხაზები. ვაეტაროთ II—II კვეთი. როდესაც ერთეული ძალა მოქმედებს კვეთის მარჯვნივ, გაკვეთილი ღეროები არ მუშაობენ.

O_2 ღეროს გავლენის ხაზი (ნახ. 170, ზ). ერთეული ძალა მოქმედებს კვეთის მარცხნივ, განვიხილოთ მარცხენა ნაწილის წონასწორობის პირობა, მანძილი სამომენტო წერტილიდან ერთეულ ძალამდე იყოს x :

$$O_2 h_3 - 1 \cdot x = 0,$$

საიდანაც

$$O_2 = \frac{x}{h_3}.$$

როცა

$$x = 0; \quad O_2 = 0;$$

როცა

$$x = d, \quad O_2 = \frac{d}{h_3}.$$

გავლენის ხაზის აგება ცხადია ნახაზიდან.

U_2 ღეროს გავლენის ხაზი (ნახ. 170, თ). სამომენტო წერტილად მივიღოთ k_1 . თუ ძალიდან k_1 წერტილამდე მანძილს აღვნიშნავთ x -ით, მაშინ წონასწორობის პირობა მოგვცემს:

$$-U_2 h_4 - 1 \cdot x = 0,$$

საიდანაც

$$U_2 = -\frac{x}{h_4}.$$

როცა

$$x = 0, \quad U_2 = 0;$$

როცა

$$x = 2d, \quad U_2 = -\frac{2d}{h_4}.$$

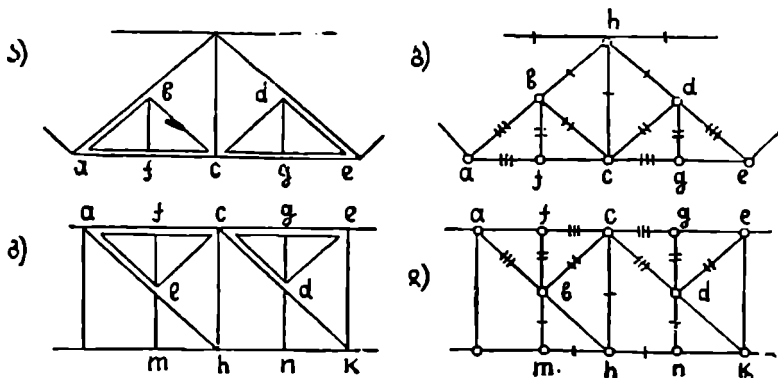
k_2 წერტილის ქვეშ მოვზომავთ ნულს, c წერტილის ქვეშ $-\frac{2d}{h_2}$ და შევადართებთ სწორი ხაზით. C წერტილის ქვეშ მიღებულ ორდინატს ვუერთებთ D საყრდენის ქვეშ ნულოვან ხაზს (ნახ. 170, თ).

ანალოგიურად აიგება D_3 ღეროს გავლენის ხაზი (ნახ. 170, ი).

§ 43. შპრენგელიანი შპრენგელიანი ვიხოსით და მათი ღეროების გასვლის ხაზები

კონსტრუქციული და ეკონომიური მოსაზრებით ხიდის ფერმის რაციონალურ სიმაღლედ ითვლება მალის $\frac{1}{5} \div \frac{1}{6}$, ირიბების რაციონალურ დახრად კი $40 \div 45^\circ$. დიდი მალეების შემთხვევაში ამ პირობის დაცვა იწვევს პანელის სიგრძის მნიშვნელოვნად გადიდებას. რადგან პანელის სიგრძე წარმოადგენს გრძივი კოქის საანგარიშო მალს, ამიტომ დიდი პანელის ღეროს სავალი ნაწილი (გრძივი და განივი კოქები ქარბანდებიანად) გამოდის მძიმე და ფერმაკარგავს თავის რაციონალურობას.

ასეთ შემთხვევებში ფერმის სიმაღლეს და ირიბების დახრას ტოვებენ უცვლელად და პანელის სიგრძის შესამცირებლად სატვირთო სარტყელის ძირითად კვანძებს შორის შემოაქვთ abc და cde პატარა ფერმები (ნახ. 171).



ნახ. 171.

შემოტანილ პატარა ფერმებს ეწოდება შპრენგელები, თვით ფერმას კი შპრენგელიანი.

ჩვეულებრივად, შპრენგელებს აკეთებენ არა ცალკეული ფერმების სახით, არამედ ისინი ფერმის ძირითად ღეროებთან ერთად ჰქმნიან ერთ მთლიან გისოსს (ნახ. 171, ბ, დ).

შპრენგელიანი ფერმებში გავარჩევთ სამი კატეგორიის ღეროებს:

1. ღეროები, რომლებიც შედის მხოლოდ ძირითადი ფერმის შემადგენლობაში. ამ ღეროების ძალებზე შპრენგელები გავლენას არ ახდენს და ისინი

განისაზღვრება ისევე, როგორც ძირითად უშპრენგელო ფერმაში (ერთჯერ წახაზული ლეროები).

2. ლეროები, რომლებიც შედის მხოლოდ შპრენგელის შემადგენლობაში. ეს ლეროები მუშაობს მხოლოდ მაშინ, როდესაც ტვირთი მოქმედებს სათანადო შპრენგელის ფარგლებში და არ მუშაობს, როცა ტვირთი მოთავსდება ძირითადი ფერმის კვანძებზე (ორჯერ წახაზული ლეროები).

3. ლეროები, რომლებიც შედის, როგორც ძირითადი ფერმის, ისე შპრენგელის შემადგენლობაში. ამ ლეროების ძალები განისაზღვრება ძირითადი უშპრენგელო ფერმის და შპრენგელის ანგარიშის შედეგად მიღებული ძალებების ალგებრული შეჯამებით (სამჯერ წახაზული ლეროები).

ვიციით რა შპრენგელიანი ფერმის ცალკეული ლეროების მუშაობის ხასიათი, არავითარ სირთულეს არ წარმოადგენს ამ ლეროებში ძალების გამოთვლა.

შპრენგელიანი ფერმის ფართოდ გამოყენება და გავრცელება ეკუთვნის რუს მეცნიერს პროფ. ლ. დ. პროსკურიაკოვს.

1 მაგალითი. ავაგოთ შპრენგელიანი ფერმის ლეროების გავლენის ხაზები (ნახ. 172).

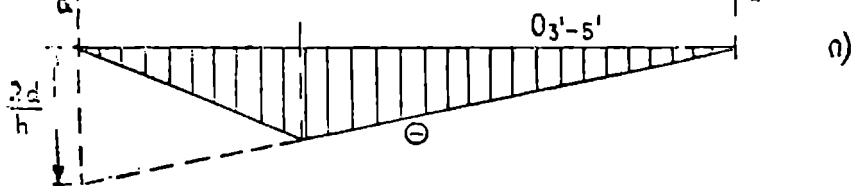
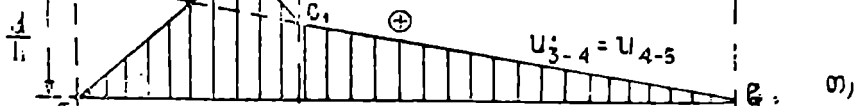
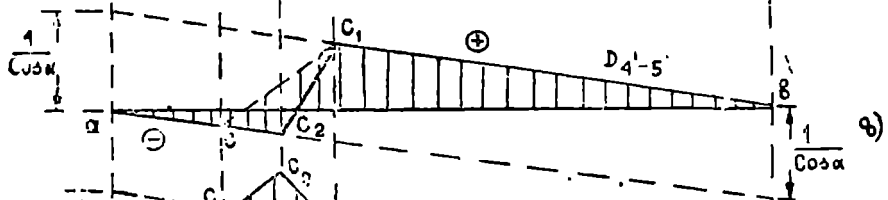
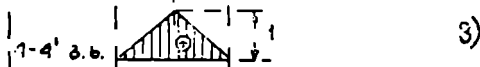
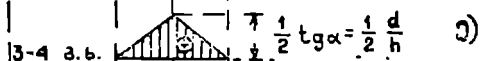
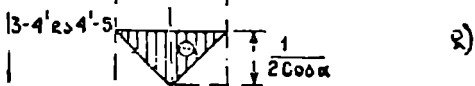
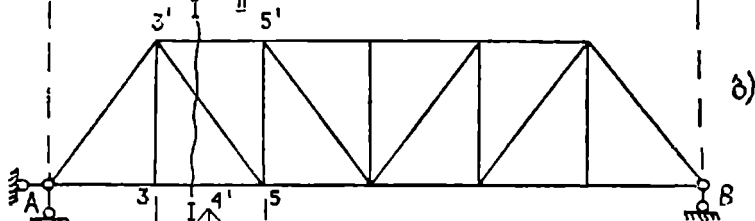
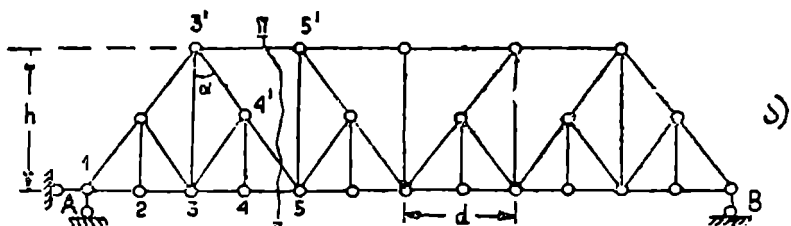
თუ მოცემული ფერმიდან ამოვიღებთ შპრენგელებს, მივიღებთ მარტივ ძირითად ფერმას (ნახ. 172, ბ). შპრენგელის ლეროები მუშაობს მხოლოდ მაშინ, როდესაც ტვირთი მოქმედებს შპრენგელის ფარგლებში და ამიტომ მათი გავლენის ხაზების ასაგებად შპრენგელები გამოიყენება ცალკე და განვიხილოთ როგორც ორ საყრდენზე მდებარე მარტივი ფერმა (ნახ. 172, გ). ამ ფერმის ლეროების გავლენის ხაზები წარმოდგენილია 172, დ, ე, ვ ნახაზზე.

იმ ლეროების გავლენის ხაზები, რომლებიც შედიან მხოლოდ ძირითადი ფერმის შემადგენლობაში (I კატეგორიის ლეროები) აიგება უშპრენგელო ფერმის (172, ბ ნახაზის) საფუძველზე.

მაგალითად $3^1 - 5^1$ ლეროს გავლენის ხაზის ასაგებად გაეატაროთ I—I კვეთი და სამომენტო წერტილად ავიღოთ მე-5 წერტილი. გავლენის ხაზი ნაჩვენებია 172, ი ნახაზზე. შპრენგელი ამ ლეროს მუშაობაზე გავლენას არ ახდენს და, ამიტომ მიღებული გავლენის ხაზი იქნება საბოლოო.

$3^1 - 4^1$ ნახევარიბანი ეკუთვნის მხოლოდ ძირითად ფერმას და ამიტომ მისი გავლენის ხაზიც აიგება ისე, როგორც ძირითად ფერმაში შემავალი $3^1 - 5$ (ნახ. 172, ბ) ირიბანის გავლენის ხაზი— acc_1b (ნახ. 172, ზ). ასევე აიგება $5 - 5^1$ დგარის გავლენის ხაზიც.

განვიხილოთ მესამე კატეგორიის ლეროები, ე. ი. ლეროები, რომლებიც შედიან, როგორც ძირითადი ფერმის, ისე შპრენგელის შემადგენლობაში. ამ შემთხვევაში ჯერ ვაგებთ ძირითად უშპრენგელო ფერმის (ნახ. 172, ბ) ლეროების გავლენის ხაზებს, შემდეგ, შპრენგელს ვიხილავთ ცალკე (ნახ. 172, გ) და ვაგებთ მისი სათანადო ლეროების გავლენის ხაზებს. პირველ და მეორე შემთხვევაში მიღებულ გავლენის ხაზებს ეკრებათ ალგებრულად.



მაგალითად, ავაგოთ 4^1-5 ქვედა ნახევარობის გავლენის ხაზი. ჯერ ავაგოთ ძირითადი ფერმის 3^1-5 ლეროს გავლენის ხაზი, მივიღებთ acc_1b ტეხილ ხაზს (ნახ. 172, ზ), შემდეგ კი შპრენგელის 4^1-5 ლეროს (ნახ. 172, გ) გავლენის ხაზი (ნახ. 172, დ). მიღებულ გავლენის ხაზებს ვკრებთ. გავლენის ხაზების შეკრება მდგომარეობს იმაში, რომ სათანადო კვანძების ქვეშა ორდინატებს ვაჯამებთ ალგებრულად.

მე-4 კვანძის ქვეშ c_1 ხაზიდან მოვზომოთ ორდინატა $\frac{1}{2\cos\alpha}$, რომე-

ლიც აუცილებლად დაემთხვევა ძირითადი გავლენის ხაზის გაგრძელებას c_2 წერტილში. c_2 წერტილი შეფუერთოთ c და c_1 წერტილს, მივიღებთ საძიებელ D_{4-5} ლეროს გავლენის ხაზს ac_1c_1b (ნახ. 172, ზ).

ქვედა სარტყელის $3-4$ ლეროს გავლენის ხაზის აგება წარმოებს ანალოგიურად. ჯერ ვაგებთ უშპრენგელო ფერმის (ნახ. 172, ბ) $3-5$ ლეროს გავლენის ხაზს acc_1b (ნახ. 172, თ) შემდეგ კი შპრენგელში შემავალ $3-4$ ლეროსას (ნახ. 172, ე). მიღებულ გავლენის ხაზებს ვკრებთ. მე-4 კვანძის ქვეშ მოვზომოთ ორდინატა $\frac{d}{2h}$ და c_2 წერტილი, რომელიც მოთავსდება მარცხენა ხაზის

გაგრძელებაზე და შეფუერთოთ c და c_1 წერტილს. მივიღებთ U_{3-4} ლეროს გავლენის ხაზს ac_2c_1b (ნახ. 172, თ).

იმ ლეროების გავლენის ხაზები, რომლებიც შედიან, როგორც ძირითადი ფერმის, ისე შპრენგელის შემადგენლობაში (III კატეგორიის ლეროები), შეიძლება აიგოს უშუალოდ (შპრენგელის გამოუყოფლად), ჩვეულებრივი წესით.

მაგალითად, ავაგოთ U_{4-5} ძალვის გავლენის ხაზი, გაეატაროთ II—II კვეთი და სამომენტო წერტილად ავიროთ 3^1 . როდესაც ერთეული ძალა იმყოფება კვეთის მარჯვნივ, მარცხენა ნაწილის განხილვა მოგვცემს:

$$M_3 = A \cdot d - U_{4-5} \cdot h = 0,$$

საიდანაც

$$U_{4-5} = A \frac{d}{h}.$$

A საყრდენის ქვეშ მოვზომოთ ორდინატა $\frac{d}{h}$ და შეფუერთოთ B საყრდენის ქვეშ ნულოვან ხაზს. მივიღებთ მარჯვენა ხაზს. მარცხენა ხაზის მისაღებად სამომენტო წერტილი ჩამოვაგეგმილოთ მარჯვენა ხაზზე c — წერტილში და ეს უკანასკნელი შეფუერთოთ A — საყრდენის ქვეშ ნულოვან ხაზს. მარჯვენა ხაზი ვარგისია კვეთის მარჯვნივ პირველ კვანძამდე, ე. ი. c_1 წერტილამდე, მარცხენა ხაზი კი კვეთის მარცხნივ პირველ კვანძამდე, ე. ი. c_2 წერტილამდე. c_1 და c_2 წერტილი შევაერთოთ სწორი ხაზით, მივიღებთ შემაერთებელ c_1c_2 ხაზს. მიღებული ac_2c_1b ხაზი იქნება საძიებელი U_{4-5} ძალვის გავლენის ხაზი. cc_2c_1 სამკუთხედი გამოხატავს შპრენგელის $4-5$ ლეროს (ნახ. 172, გ) გავლენის ხაზს.

D_{4-5} ირიბანის გავლენის ხაზის ასაგებად გამოვიყენოთ იგივე II—II კვეთი. როდესაც ერთეული ტვირთი იმყოფება კვეთის მარჯვნივ, მარცხენა

ნაწილზე მოქმედი ძალების გეგმილების ჯანი ვერტიკალურ ღერძზე მოგვეცემა:

$$\Sigma Y = A - D_{4'-5} \cos \alpha = 0,$$

საიდანაც

$$D_{4'-5} = A \frac{1}{\cos \alpha}.$$

მივიღეთ მარჯვენა ხაზის განტოლება.

ერთეული ძალა გადავიდა კვეთის მარცხნივ, მაშინ მარჯვენა ნაწილის წონასწორობის პირობა მოგვეცემს:

$$\Sigma Y = B + D_{4'-5} \cos \alpha = 0,$$

საიდანაც

$$D_{4'-5} = -B \frac{1}{\cos \alpha}.$$

მივიღეთ მარცხენა ხაზის განტოლება.

კვეთის მარჯვენა პირველი კვანძი (5) ჩამოვაგეგმილოთ მარჯვენა ხაზზე, მარცხენა პირველი კვანძი (4) კი მარცხენაზე და შევაერთოთ $c_1 c_2$ სწორი ხაზით (ნახ. 172, ზ).

2 მაგალითი (ნახ. 173). განვიხილოთ პოლიგონალური ფერმა. შპრენგელები მოწყობილია ზედა სარტყელზე.

შპრენგელის ელემენტები ნაჩვენებია წყვეტილი ხაზით. დამატებითი დგარები (2-2', 4-4', 6-6' . . .) მუშაობენ მხოლოდ ქვედა სვლის დროს.

ქვედა სარტყელის ღეროებზე შპრენგელი გავლენას არ ახდენს და მათი გავლენის ხაზები აიგება, როგორც მარტივი ფერმისათვის.

$O_{3'-5}$ ძალეის გავლენის ხაზი (ნახ. 173, ბ). გაეატაროთ I-I კვეთი. სამომენტო წერტილად მივიღოთ მე-5 კვანძი.

როდესაც ერთეული ძალა იმყოფება კვეთის მარჯვნივ, მივიღებთ:

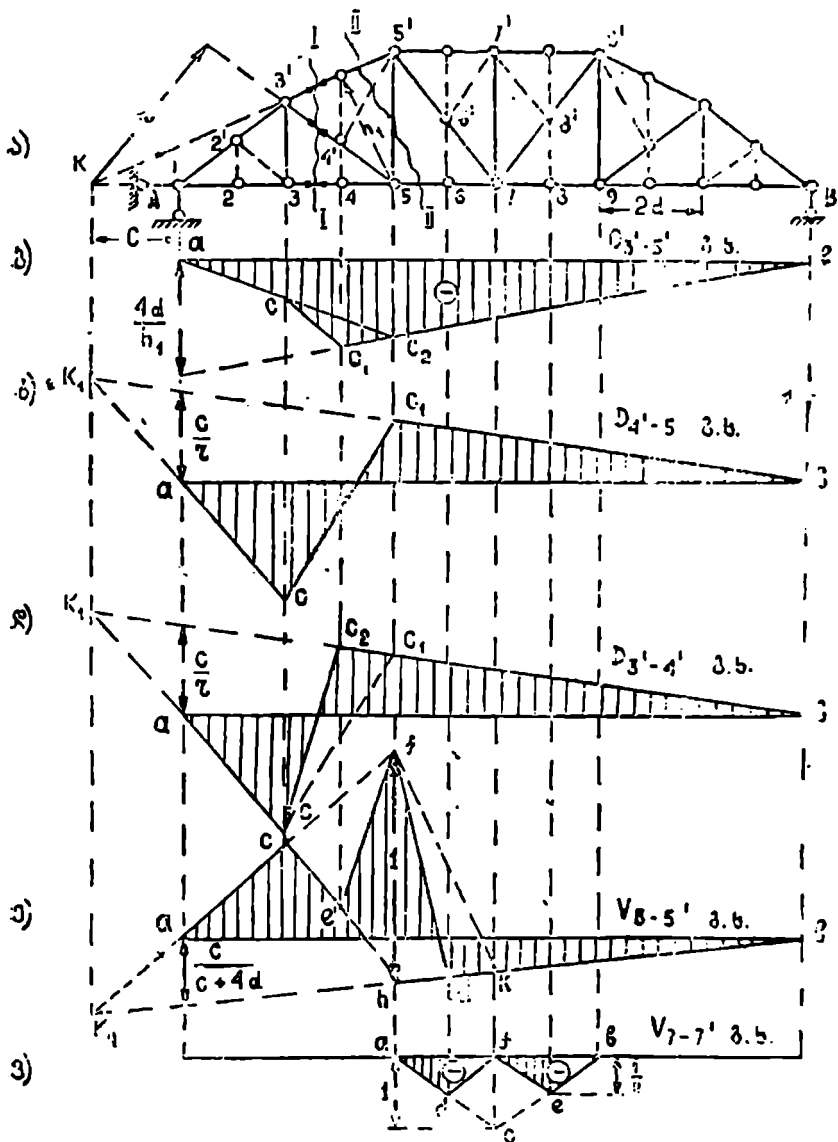
$$O_{3'-5} = -A \frac{4d}{h_1}.$$

A საყრდენის ქვეშ ნულოვანი ხაზიდან მოვზომოთ ორდინატა — $\frac{4d}{h_1}$

და შევეუერთოთ B საყრდენის ქვეშ ნულოვან ხაზს, მივიღებთ მარჯვენა ხაზს. მიღებულ ხაზზე ჩამოვაგეგმილოთ სამომენტო წერტილი და შევეუერთოთ A საყრდენის ქვეშ ნულოვან ხაზს, მივიღებთ მარცხენა ხაზს. მარჯვენა ხაზი ვარგისია c_1 წერტილამდე, მარცხენა ხაზი კი c -მდე. c და c_1 წერტილი შევაერთოთ სწორი ხაზით, მივიღებთ $O_{3'-5}$ ღეროს გავლენის ხაზს — acc_1 (ნახ. 173, ბ). $cc_1 c_2$ სამკუთხედი გამოხატავს შპრენგელის გავლენას.

$D_{4'-5}$ ნახევარი რიბნის გავლენის ხაზი (ნახ. 173, გ). 4'-5 ქვედა ნახევარი რიბანი შედის მხოლოდ ძირითად ფერმაში და შპრენგელი მასზე გავლენას არ ახდენს. ამიტომ მისი გავლენის ხაზი აიგება ისე, როგორც უშპრენგელო ფერმის ღეროს გავლენის ხაზი.

$D_{3'-4}$ ნახევარი რიბნის გავლენის ხაზი (ნახ. 173, დ). სამომენტო წერტილად მივიღოთ k წერტილი. როდესაც ერთეული ძალა მოქმედ-



ნახ. 173.

დებს კვეთის მარჯენით, განვიხილავთ მარცხენა ნაწილის წონასწორობის პირობას, მივიღებთ:

$$M_1 = -A \cdot c + D_{3'-4'} \cdot r = 0.$$

$$D_{2-4}' = A \frac{c}{r}.$$

მარჯვენა ხაზის გაგრძელებაზე ჩამოვადგეგმილოთ სამომენტო წერტილი და k_2 წერტილი შევეუერთოთ a წერტილს, $k_2 a$ ხაზის გაგრძელება მოგვცემს მარცხენა ხაზს. მარცხენა ხაზი ვარგისია c წერტილამდე, მარჯვენა კი c_2 -მდე. c და c_2 წერტილი შევეაერთოთ სწორი ხაზით. მივიღებთ D_{2-4} , ძალვის გავლენის ხაზს acc_2 (ნახ. 173, დ).

უშპრენგელო ფერმაში მარჯვენა ხაზი იქნებოდა ვარგისი c_1 წერტილამდე.

$V_{5-5'}$ დგარის გავლენის ხაზი (ნახ. 173, ე). მიუხედავად იმისა, რომ ეს დგარი ზედის მხოლოდ ძირითადი ფერმის შემადგენლობაში, შპრენგელები მასზე მაინც ახდენენ გავლენას. განსახილავ ფერმაში დგარების გავლენის ხაზები იცვლება იმის მიხედვით, თუ ძალა რომელ სარტყელზე მოქმედებს. როდესაც ტვირთი მოთავსდება შუალედ კვანძებზე (4,6), მაშინ დამატებითი დგარების (4—4', 6—6') და ნახევარი იზნების საშუალებით ტვირთი გადაეცემა ფერმის ზედა კვანძებს და მივიღებთ ზედა სვლას, ხოლო, როდესაც ტვირთი მოთავსდება ფერმის ძირითად კვანძებზე (3, 5, 7...), მაშინ ის გადაეცემა მხოლოდ ქვედა კვანძებს და გვექნება ქვედა სვლა.

უკუვადლოთ შპრენგელები და ავაგოთ მიღებული მარტივი ფერმის 5—5' დგარის გავლენის ხაზი, ზედა და ქვედა სვლისათვის.

გავატაროთ II—II კვეთი. როდესაც ტვირთი $P=1$ მოქმედებს ფერმის მარჯვენა ნაწილზე განვიხილოთ მარცხენა ნაწილის წონასწორობის პირობა, მივიღებთ:

$$\sum M_k = -A \cdot c - V_{5-5'}(4d+c) = 0,$$

საიდანაც

$$V_{5-5'} = -A \frac{c}{4d+c}.$$

A საყრდენის ქვეშ მოვზომოთ ორდინატა $\frac{c}{4d+c}$ და შევეუერთოთ B საყრდენის ქვეშ ნულოვან ხაზს. მივიღებთ მარჯვენა ხაზს. მარჯვენა ხაზის გაგრძელებაზე ჩამოვადგეგმილოთ სამომენტო წერტილი და შევეუერთოთ a წერტილს.

$k_2 a$ ხაზის გაგრძელება მოგვცემს მარცხენა ხაზს (ნახ. 173, ე). ზედა სვლის შემთხვევაში მარჯვენა ხაზზე ჩამოვადგეგმილებთ კვეთის მარჯვენა ზედა კვანძებს (5', 7') მარცხენაზე კი კვეთის მარცხენა ზედა კვანძებს (3') და შევეაერთებთ სწორი ხაზით; მივიღებთ უშპრენგელო ფერმის 5—5' დეროს $ackb$ გავლენის ხაზს. ქვედა სვლის დროს ჩამოვადგეგმილებთ ქვედა კვანძებს (მარჯვენაზე 7,8..., მარცხენაზე კი 5,3...) და შევეაერთებთ სწორი ხაზით; მივიღებთ $a'fkb$ გავლენის ხაზს.

როგორც ვხედავთ, ქვედა სვლის ($a'fkb$) და ზედა სვლის ($ackb$) დროს მიღებული გავლენის ხაზი განსხვავდება ერთმანეთისაგან მხოლოდ 3—7 კვანძებს შორის. ამ კვანძებს იქით გავლენის ხაზები თანხედენილია, როდესაც

ძალა მოთავსდება 3,5 და 7 ძირითად კვანძებზე, მივიღებთ ქვედა სელას და გავლენის ხაზის ორდინატები (c, f და k) განისაზღვრება ქვედა სელისათვის მიღებული გავლენის ხაზით. როცა ძალა მოთავსდება მე-4 და მე-6 შუალედ კვანძზე, მაშინ შპრენგელის საშუალებით ძალა გადაეცემა ზედა კვანძებს და ამ შემთხვევაში ძალაშია ზედა სელისათვის მიღებული გავლენის ხაზის ორდინატები (e და d). რადგანაც მეზობელ კვანძებს შორის გავლენის ხაზი ვრცელდება სწორი ხაზის კანონით, ამიტომ c, e, f, d და b წერტილების შეერთება თანმიმდევრობით მოგვცემს საძიებელი V_{5-7} ძალის გავლენის ხაზს $acefdk$ (ნახ. 173, ე).

V_{7-7} , დ გარის გავლენის ხაზი (ნახ. 173, ვ). როდესაც ერთეული ძალა მოქმედებს ქვედა სარტყელის ძირითად კვანძებზე (3, 5, 7, 9), ძალა 7—7' ღეროში ტოლია ნულის (ამას მივიღებთ თუ განვიხილავთ 7'-ე კვანძის წონასწორობის პირობას). როცა ერთეული ძალა მოთავსდება მე-6 და მე-8 შუალედ კვანძზე, მაშინ ის 7—7' ღეროს ზედა კვანძის საშუალებით გადაეცემა და ამიტომ ვარგისი იქნება ზედა სელისათვის მიღებული გავლენის ხაზის ორდინატები.

მაშასადამე. 7—7' ღეროს გავლენის ხაზის მისაღებად უნდა ავაგოთ მისი გავლენის ხაზი უშპრენგელო ფერმაში ქვედა (ემთხვევა ნულოვან ხაზს) და ზედა სელის დროს. ზედა სელაზე მივიღებთ acb სამკუთხედს (ნახ. 173, ე).

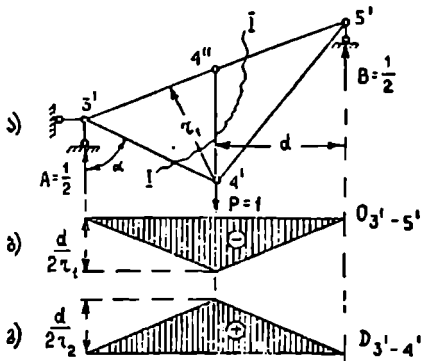
მე-7 კვანძი ჩამოვაგეგმილით ნულოვან ხაზზე (f) მე-6 და მე-8 კი სათანადოდ ac და cb -ზე და მიღებული ორდინატები შევეართოთ სწორი ხაზით. მივიღებთ $adfeb$ ხაზს, რომელიც იქნება 7—7' დგარის გავლენის ხაზი ქვედა სელის დროს (ნახ. 173, ე).

შპრენგელის ღეროების გავლენის ხაზების ასაგებად გამოვიყენოთ შპრენგელი ცალკე და განვიხილოთ, როგორც ორ საყრდენზე მდებარე მარტივი ფერმა (ნახ. 174). ავაგოთ 3'—5' და 3'—4' ღეროს გავლენის ხაზი. როდესაც ერთეული ძალა მოქმედებს ძირითადი ფერმის კვანძებზე (3, 5, 7...), მაშინ შპრენგელები არ მუშაობენ. როდესაც ერთეული ძალა მოთავსდება მე-4 კვანძზე, მაშინ ის 4' კვანძის საშუალებით გადაეცემა შპრენგელს და მივიღებთ:

$$A = B = \frac{1}{2}.$$

გავატაროთ I—I კვეთი და სამომენტო წერტილი ავიღოთ 4' მივიღებთ

$$\frac{1}{2} d + O_{3'-5'} r_1 = 0,$$



ნახ. 174.

$$O_2' - s' = - \frac{d}{2r_1}$$

გავლენის ხაზი ნაჩვენებია 174, ბ ნახაზზე. ანალოგიურად აიგება 3' - 4' ღეროს გავლენის ხაზიც (ნახ. 174, გ).

§ 41. ფერმის ღეროების ძალვის გავლენის ხაზების აგება კინემატიკური წესით

გავლენის ხაზის აგების კინემატიკური მეთოდი, რომელიც გარჩეული იყო 31-ე პარაგრაფში, შეიძლება გამოვიყენოთ ფერმის ღეროების ძალვის გავლენის ხაზების ასაგებადაც.

კინემატიკური მეთოდით ფერმის ღეროების ძალვის გავლენის ხაზების აგება მდგომარეობს შემდეგში:

უკუვადებთ იმ ღეროს, რომლის გავლენის ხაზსაც ვაგებთ და მის მაგიერ, სათანადო კვანძებზე, ვამოქმედებთ ორ, ტოლ და საწინააღმდეგო მიმართულების ძალას X -ს, გარდა ამისა სისტემაზე მოქმედებს $P=1$ ძალა. თუ მიღებულ გეომეტრიულად ცვლად სისტემას მივცემთ უსასრულოდ მცირე შესაძლო გადაადგილებას, მაშინ, ფერმის თითოეული უცვლელი ნაწილი მობრუნდება სათანადო ბრუნვის მყისა ცენტრის ირგვლივ. ვთქვათ $P=1$ ძალის მოდების წერტილის შესაძლო გადაადგილება ამ ძალის მიმართულებით არის δ_p , ხოლო კვანძების ურთიერთგადაადგილება X -ის მიმართულებით კი δ_x .

შესაძლო გადაადგილების პრინციპის თანახმად გარე ძალების მიერ შესრულებული მუშაობა შესაძლო გადაადგილებაზე ტოლია ნულის, ე. ი.

$$\pm 1 \cdot \delta_p \pm X \delta_x = 0,$$

საიდანაც

$$X = \pm \frac{\delta_p}{\delta_x}$$

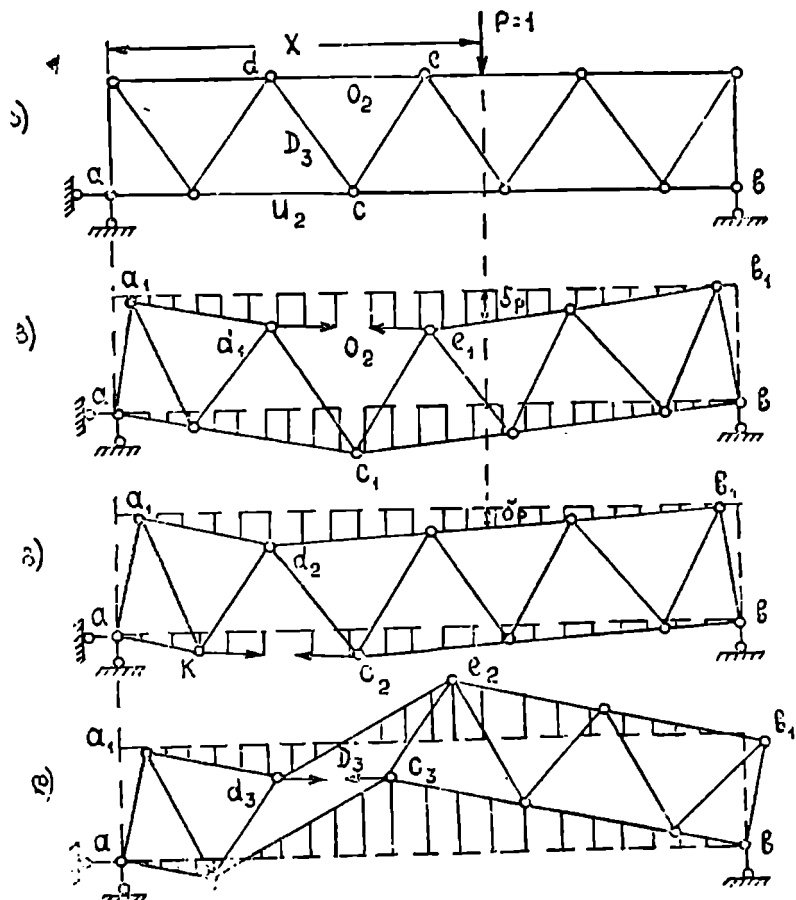
δ_p წარმოადგენს $P=1$ ძალის მოდების წერტილის გადაადგილებას და, რადგანაც ფერმაზე ძალას შეუძლია მიიღოს სხვადასხვა მდებარეობა, ამიტომ δ_p გამოხატავს ფერმის იმ სარტყელის გადაადგილებას, რომელზედაც მოძრაობა ხდება მნიშვნელო შეგვიძლია ჩავთვალოთ მუდმივად და ზივილოთ მასშტაბის ერთეულად.

მაშასადამე, თუ ფერმიდან უკუვადებთ რომელიმე ღეროს და მიღებულ მექანიზმს მივცემთ უსასრულოდ მცირე შესაძლო გადაადგილებას, მაშინ სატვირთო ხაზის (სარტყელის, რომელზედაც ხდება მოძრაობა) გადაადგილებული მდგომარეობა მოგვცემს უკუვადებულ ღეროს გავლენის ხაზის ფორმას.

განვიხილოთ მაგალითი (ნახ. 175). ავგოთ O_2 ღეროს გავლენის ხაზი. უკუვადლოთ ეს ღერო და მის მაგიერ ვამოქმედოთ ორი ტოლი და საწინააღმდეგო მიმართულების ძალა O_2 , მიღებულ მექანიზმს მივცემთ უსასრუ-

ლოდ მცირე შესაძლო გადაადგილება (ნახ. 175, ბ). სატვირთო ხაზის გადაადგილებული მდგომარეობა გამოხატავს საძიებელ გავლენის ხაზს. ზედა სვლის შემთხვევაში გავლენის ხაზს ექნება $a_1 d_1 c_1 b_1$ მოხაზულობა, ქვედა სვლის შემთხვევაში კი $a c b$.

U_2 ლეროს გავლენის ხაზის მისაღებად უკუეაგლოთ ეს ლერო და მიღებულ მექანიზმს მივცეთ უსასრულოდ მცირე შესაძლო გადაადგილება. სატვირ-



ნახ. 175

თო ხაზის გადაადგილებული მდგომარეობა და მაშასადამე, გავლენის ხაზის მოხაზულობა ქვედა სვლის შემთხვევაში იქნება $a k c b$, ზედა სვლის შემთხვევაში კი $a_1 d_2 b_1$ (ნახ. 175, გ).

აეაგოთ D_3 ირიბანის გავლენის ხაზი. უკუეაგლოთ ეს ლერო და მის მაგიერ ვამოქმედოთ ორი ტოლი და საწინააღმდეგო მიმართულების ძალა. მიღებულ

მექანიზმს მიეცეთ უსასრულოდ მცირე გადაადგილება. d_3 და k_1 კვანძი გადაადგილდება პორიზონტალური ხაზის ქვევით, e_2 და e_3 კი ზევით. $a_1 d_2 e_2 b_1$ ტენზილი ხაზი მოგვეცემს D_3 ღეროს გავლენის ხაზის ფორმას ზედა სვლის, ხოლო $a k_1 e_3 b$ კი ქვედა სვლის შემთხვევაში (ნახ. 175, დ).

გადაადგილების დროს $k_1 d_3$ ხაზი პარალელური უნდა იყოს $e_3 e_2$ ხაზის, ამიტომ $a k_1 \parallel e_3 b$ და $a_1 d_3 \parallel e_2 b_1$. გავლენის ხაზის ნიშნის გამოსარკვევად უმჯობესია გამოვიყენოთ შესაძლო გადაადგილების პრინციპი. მაგალითად, O_2 ღეროს უკუგდებისას მივიღებთ (ნახ. 175, ბ).

$$O_2 \delta + 1 \delta_p = 0,$$

საიდანაც

$$O_2 = -\frac{\delta p}{\delta},$$

სადაც δ არის d_1 და e_1 კვანძების გადაადგილებათა ჯამი O_2 ძალის გასწვრივ.

U_2 ღეროს უკუგდების შემთხვევაში მივიღებთ (ნახ. 175 გ):

$$-U_2 \delta + 1 \cdot \delta_p = 0,$$

საიდანაც

$$U_2 = \frac{\delta p}{\delta},$$

სადაც δ k და e_2 კვანძების გადაადგილებათა ჯამია, U_2 ძალის გასწვრივ. რადგან k და e_2 კვანძები შორდებიან ერთმანეთს, ამიტომ U_2 შეასრულებს უარყოფით მუშაობას. D_3 ღეროს გავლენის ხაზი იქნება ორნიშნისანი, როცა ერთეული ძალა იმყოფება კვეთის მარჯვნივ:

$$D_3 \delta - 1 \cdot \delta_p = 0,$$

საიდანაც

$$D_3 = \frac{\delta p}{\delta},$$

ე. ი. ღერო იჭიმება და როცა ერთეული ძალა იმყოფება კვეთის მარცხნივ.

$$D_3 \delta + 1 \cdot \delta_p = 0,$$

საიდანაც

$$D_3 = -\frac{\delta p}{\delta},$$

ე. ი. ღერო იკუმშება.

როგორც ვხედავთ, გავლენის ხაზის მოდელის მისაღებად უნდა აიგოს სატვირთო ხაზის ვერტიკალური გადაადგილების (მოდრავი ძალა ვერტიკალურია) ეპიურა. ამიტომ საჭიროა ვიცოდეთ ხისტი ელემენტის სატვირთო ხაზის შესაძლო გადაადგილების ეპიურის სახე.

მექანიზმის უსასრულოდ მცირე გადაადგილებანი შეიძლება შეიცვალოს სათანადო წერტილების სიჩქარით, რის შედეგადაც მივიღებთ:

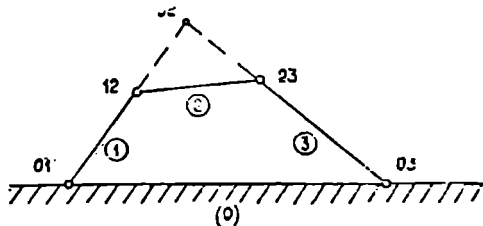
1. ყოველი მექანიზმის გეომეტრიულად უცვლელ ხისტი ელემენტზე სატვირთო ხაზის შესაძლო გადაადგილების ეპიურა სწორხაზოვანია და ამიტომ გავლენის ხაზი შედგება იმდენი სწორი ხაზისაგან, რამდენ ხისტი ელემენტსაც შეიცავს სატვირთო ხაზი;

2. გავლენის ხაზის ნულოვანი წერტილი მოთავსებულია სათანადო ხისტი ელემენტის ბრუნვის მყისა ცენტრის ქვეშ;

3. გავლენის ხაზის ორი სწორი ნაწილის ურთიერთგადაკვეთის წერტილი ემთხვევა მათი შესაბამის ორი ხისტი ელემენტის ურთიერთბრუნვის მყისა ცენტრის პროექციას.

მაშასადამე, გავლენის ხაზები შეიძლება აიგოს ბრუნვის მყისა ცენტრების საშუალებითაც.

ბრუნვის აბსოლუტური ცენტრების (ხისტი ელემენტის მიწის ირგვლივ ბრუნვის მყისა ცენტრი) საპოვნელად უნდა ვი-



ნახ. 176.

სარგებლოთ არ აჩვენებს თეორემით, რომელიც მდგომარეობს შემდეგში:

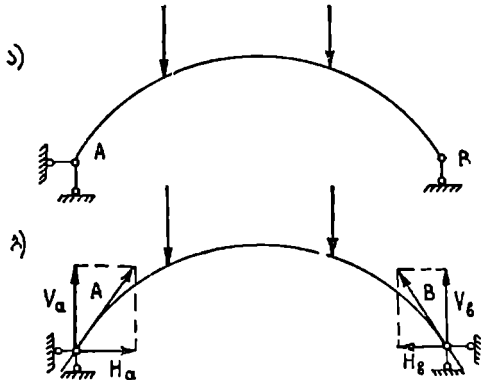
სამი ხისტი დისკოს ერთმანეთის ირგვლივ მოძრაობის დროს, მათი ურთიერთბრუნვის პოლუსები მოთავსებულია ერთ სწორ ხაზზე.

მაგალითად, ვიპოვოთ 176-ე ნახაზზე მოყვანილი სისტემის დისკოების ბრუნვის აბსოლუტური პოლუსები. 1 და 2 დისკოს ბრუნვის აბსოლუტური ცენტრები (მიწის ირგვლივ ბრუნვის ცენტრები) იქნება O1 და O3 (მიწა ითვლება დისკოდ). რადგანაც O, 1, 2, და O, 3, 2, დისკოების ურთიერთბრუნვის ცენტრები ერთ სწორ ხაზზე უნდა მოთავსდნენ, ამიტომ 2 დისკოს აბსოლუტური ცენტრი იქნება O1—12 და O3—23 ხაზების გადაკვეთის წერტილი—O2.

სტატიკურად ჩვევადი განბრჯენიანი სისტემები

§ 45. ძირითადი ცნებანი და განბრჯენიანი სისტემების უპირატესობანი

ზემოთ უკვე იყო აღნიშნული (§ 4), რომ საყრდენი რეაქციების მხრივ განირჩევიან ორგვარი ნაშენები: უგანბრჯენი ანუ კოკოვანი და განბრჯენიანი ანუ თალოვანი. უკანასკნელ შემთხვევაში ვერტიკალური ძალები იწვევს დახრილ საყრდენ რეაქციებს. საყრდენი რეაქციის ჰორიზონტალურ მდგენელს განბრჯენი ეწოდება. თალები განბრჯენიანი სისტემებია.



ნახ. 177.

(ნახ. 177, ბ) და შეიცავს ოთხ უცნობს (V_a , V_b , H_a , H_b), ე. ი. წარმოადგენს ერთჯერ სტატიკურად ურკვევ სისტემას.

ვინაიდან სახსარი სკობს ერთ უცნობს (მღუნავი ნომენტი სახსარში ნულის ტოლია), ამიტომ შუალედი სახსრის მოწყობით მივიღებთ სტატიკურად რკვევად სამსახსრიან თაღს (ნახ. 178, ა). სახსრები შეიძლება მოეწყოს არასიმეტრიულად (ნახ. 178, ბ), ან საყრდენებზე მიმაგრებულ კონსოლებზე (ნახ. 178, გ). თუ სისტემა შედგება ტეხილ ელემენტებისაგან, მაშინ ის სამსახსრიან ჩარჩოს წარმოადგენს (ნახ. 178, დ).

თუ საყრდენ სახსრებს დავაკავშირებთ ერთმანეთთან ჰორიზონტალური ღეროს (შემკოქის) საშუალებით მივიღებთ შემკოქიან თაღს (ნახ. 179, ა). ამ შემთხვევაში განბრჯენი გადაეცემა შემკოქს. სტატიკური რკვევადობის შესანარჩუნებლად ერთ-ერთი ჰორიზონტალური საყრდენი ღერო უნდა მოვაშოროთ, ე. ი. ერთ-ერთი საყრდენი უნდა იყოს მოძრავი. შემკოქიან თაღში ვერტიკალური დატვირთვის შედეგად წარმოიშევა ვერტიკალური რეაქციები.

177, ა ნახაზზე. მოყვანილი სისტემა წარმოადგენს ორ საყრდენზე მდებარე მრუდხაზოვან კოქს. აქ კოქის გაშლას არაფერი არ ეწინააღმდეგება და B საყრდენი თავისუფლად გადაადგილდება ჰორიზონტალური მიმართულებით. 177, ბ ნახაზზე მოყვანილი სისტემა დატვირთვის გავლენით ცდილობს გაიშალოს, მაგრამ მას ეწინააღმდეგება ჰორიზონტალური საყრდენი ღეროები ან ამ ღეროებში განვითარებული ძალები — განბრჯენები. ეს კონსტრუქცია წარმოადგენს ორსახსრიან თაღს

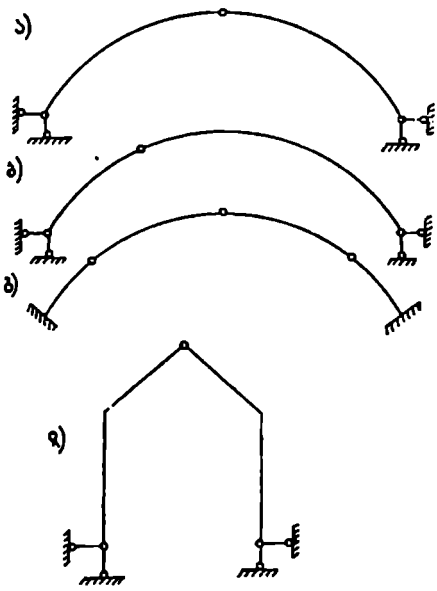
თაღქვეშა გაბარიტის დაცვის და კონსტრუქციული მოთხოვნების შე-
საბამისად, ხშირად შემოკეს აკეთებენ აწეულს (ნახ. 179, ბ) ან დაწეულს
(ნახ. 179, გ).

სამსახსრიანი სისტემა შეიძ-
ლება იყოს მრავალ მალიანი (ნახ.
180, ა) და მრავალ სართულიანი
(ნახ. 180, ბ). ყველა ზემოთ მოყ-
ვანილი სისტემების სტატიკური
თვისებები და ანგარიშის მეთოდ-
ლები ერთნაირია, ამიტომ მათ
ვაერთიანებთ სამსახსრიანი თა-
ლის ცნებაში.

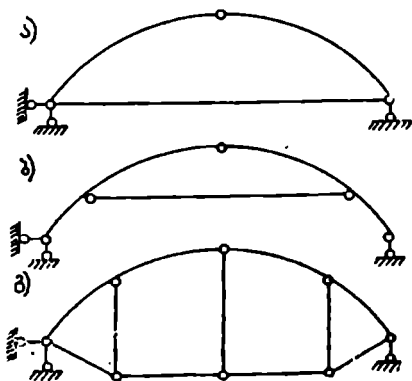
A და *B* საყრდენ სიბრტყე-
ებს თაღის ქუსლები ეწოდება
სახსრებს კი ქუსლის სახსრები
(ნახ. 181), *AB* ხაზიდან ყველაზე
დაშორებულ წერტილს კლიტი
ეწოდება და სახსარს კი კლიტის
სახსარი. *AB* ხაზიდან კლიტემდის
მანძილს ეწოდება თაღის აწე-
ულობის ისარი (*f*).

თაღის ძირითად გეომეტ-
რიულ მახასიათებელს წარმოად-
გენს აწეულობის ისრის ფარდო-
ბა მის მაღთან $\frac{f}{l}$, რომელსაც
თაღის აწეულობა ეწოდება.

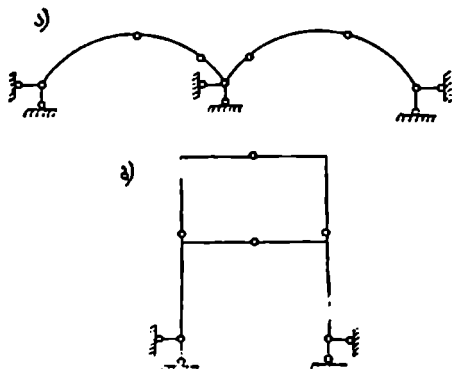
თუ $\frac{f}{l} > \frac{1}{2}$ თაღს უწოდებენ შემალღებულს და თუ $\frac{f}{l} < \frac{1}{2}$ დამრეცს.



ნახ. 178.



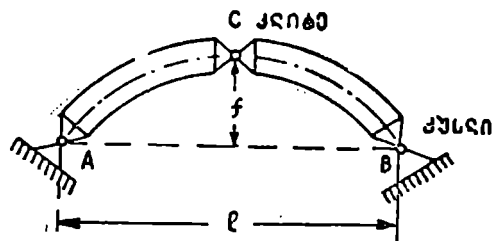
ნახ. 179.



ნახ. 180.

თაღის ანგარიშის დროს მხედველობაში უნდა გვქონდეს, რომ თაღის
ლერძი ბრტყელი ჩრდილია და თაღზე მოქმედი გარე ძალები სიმრუდის სიბრ-

ტყეს ემთხვევა. ამ შემთხვევაში კვეთში მგრეხავი მომენტი არ წარმოიშევა და ადგილი ექნება მხოლოდ ექსცენტრულ კუმშვას ან გაჭიმვას.



ნახ. 181.

მატებით ძაბვებს არ იწვევს. ამაშია სამსახსრიანი თალის უპირატესობა ორსახსრიან და უსახსრო თალებთან შედარებით.

§ 46. სამსახსრიანი თალის ანალიზური ანგარიში

1. საყრდენი რეაქციების განსაზღვრა

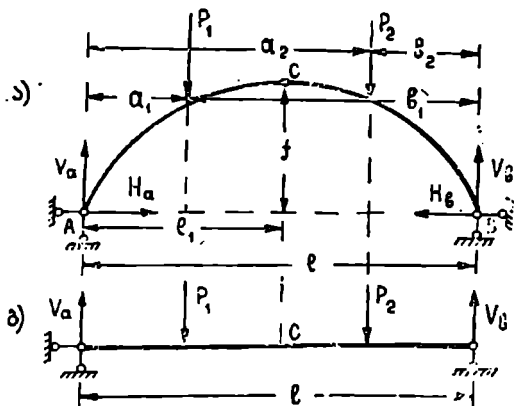
საყრდენი რეაქციების მდგენელები აღვნიშნოთ: ვერტიკალური V_a, V_b , ჰორიზონტალური კი H_a, H_b (ნახ. 182, ა). მაშასადამე, საყრდენი ღეროების რიცხვის შესაბამისად სულ გვაქვს ოთხი უცნობი, რომელთა გასაანგარიშებლად ვიყენებთ ბრტყელი სისტემის წონასწორობის სამ განტოლებას:

$$\sum X = 0; \sum Y = 0 \text{ და } \sum M = 0.$$

მეოთხე განტოლების მისაღებად გამოვიყენოთ C სახსარი: მლუნავი მომენტი სახსარში ნულის ტოლია

$$M_c = 0.$$

მარცხენა საყრდენი რეაქციის ვერტიკალური მდგენელის V_a -ს საპოვნელად სამომენტო წერტილად ავირჩიოთ B:



ნახ. 182.

$$\sum M_b = V_a l + P_1 b_1 - P_2 b_2 = 0,$$

საიდანაც

$$V_a = \frac{P_1 b_1 + P_2 b_2}{l} = \frac{M_b}{l}.$$

M_b წარმოადგენს თალზე მოქმედი აქტიური ძალების (დატვირთვის) მომენტების ჯამს B წერტილის მიმართ.

მარჯვენა საყრდენი რეაქციის ვერტიკალური მდგენელის— V_1 საპოვნელად სამომენტო წერტილად მივიღოთ A :

აქედან
$$\Sigma M_a = -V_1 l + P_1 a_1 + P_2 a_2 = 0,$$

$$V_1 = \frac{P_1 a_1 + P_2 a_2}{l} = \frac{M_a}{l}.$$

M_a არის თაღზე მოქმედი აქტიური ძალების მომენტების ჯამი A წერტილის მიმართ. ადვილად შევამჩნევთ, რომ V_a და V_b -ს მიღებული სიდიდეები არაფრით არ განსხვავდება ორ საყრდენზე მდებარე კოქის (ნახ. 182, ბ) რეაქციებისაგან.

მაშასადამე, ვერტიკალურ დატვირთვის შემთხვევაში, სამსახსრიანი თაღის რეაქციების ვერტიკალური მდგენელები ტოლია ორ საყრდენზე მდებარე მარტივი კოქის რეაქციების და განისაზღვრება, ფორმულებით:

$$V_a = \frac{M_b}{l}; \quad V_b = \frac{M_a}{l} \quad (30)$$

თაღზე მოქმედი ყველა ძალის გეგმილების ჯამი პორიზონტალურ ღერძზე მოგვეცემს:

$$\Sigma X = H_a - H_b = 0.$$

საიდანაც

$$H_a = H_b = H, \quad (31)$$

ვერტიკალური დატვირთვის დროს თაღის რეაქციების პორიზონტალური მდგენელები ერთმანეთის ტოლია და მოპირდაპირე მიმართულება აქვთ.

H —განბრჯენის სიდიდეა გასაანგარიშებლად შევადგინოთ მეოთხე განტოლება, რომელსაც მივიღებთ, თუ მლუნავ მომენტს C სახსრის მიმართ გაუტოლებთ ნულს.

მარცხენა ნაწილის განხილვა მოგვეცემს:

$$M_c = V_a l_1 - P_1 (l_1 - a_1) - H f = 0,$$

აქედან

$$H = \frac{V_a l_1 - P_1 (l_1 - a_1)}{f}.$$

მრიცხველი წარმოადგენს ძალის მალის მქონე ორ საყრდენზე მდებარე მარტივი კოქის მლუნავ მომენტს C წერტილის მიმართ. ამ მომენტს, თუ აღვნიშნავთ M^0_c , მაშინ გვექნება:

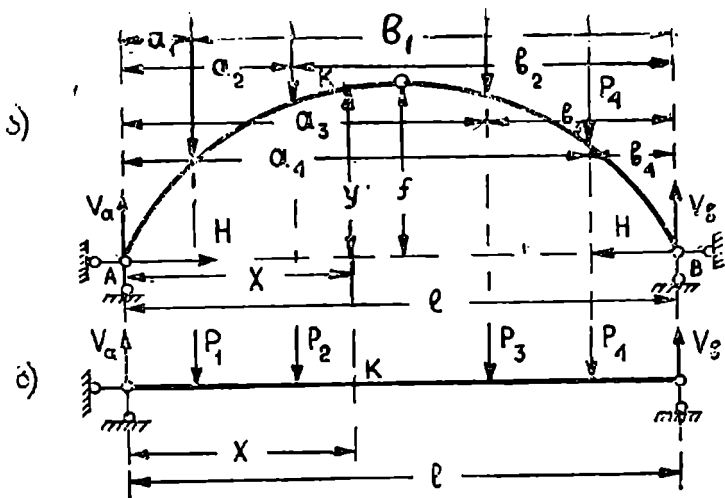
$$H = \frac{M^0_c}{f}; \quad (32)$$

ამგვარად, სამსახსრიანი თაღის განბრჯენი უდრის მარტივ ორ საყრდენზე მდებარე კოქის მლუნავ მომენტს გაყოფილს თაღის აწეულობის ისარზე.

მიღებული განტოლება გვიჩვენებს, რომ ვერტიკალური დატვირთვის შემთხვევაში, განბრჯენის სიდიდე არ არის დამოკიდებული თალის მოხაზულობაზე და დამოკიდებულია A , B და C სახსრების მდებარეობაზე. განბრჯენი მით უფრო შეტია, რაც უფრო ნაკლებია თალის აწეულობის ისარი და იზრდება უბრალო კოქის მლუნავი მომენტის (M^0) პროპორციულად.

2. მლუნავი მომენტის განსაზღვრა

თაღზე მოქმედებს P_1 , P_2 , P_3 და P_4 ძალები (ნახ. 183, ა). საყრდენი რეაქციების გაანგარიშების შემდეგ შეგვიძლია განვსაზღვროთ მლუნავი მომენტი



ნახ. 183.

ტი ნებისმიერ კვეთში. A საყრდენიდან x —მანძილზე დაშორებულ K კვეთში მლუნავი მომენტი გამოითვლება ფორმულით:

$$M_k = V_a x - P_1(x - a_1) - P_2(x - a_2) - H y.$$

ამ ფორმულაში:

$$V_a x - P_1(x - a_1) - P_2(x - a_2) = M^0_k$$

ორ საყრდენზე მდებარე კოქის მლუნავი მომენტი A კვეთის მიმართ (ნახ. 183, ბ). საბოლოოდ გვექნება:

$$M_k = M^0_k - H \cdot y \quad (33)$$

როგორც კოქებში, მლუნავი მომენტი აიღება დადებითი ნიშნით, თუ მარცხენა ძალები ცდილობენ მოაბრუნონ თალი კვეთის მიმართ საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით, ან თუ მარჯვენა ძალები ცდილობენ მოაბრუნონ თალი საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით (თუ ძალი იწვევს ქვედა ბოქვების გაქიმვას).

მიღებული ფორმულა გვიჩვენებს, რომ მლუნავი მომენტი თაღში მცირეა, ვიდრე იმავე მალის კოქში.

3. მლუნავი მომენტის ეპიურის აგება

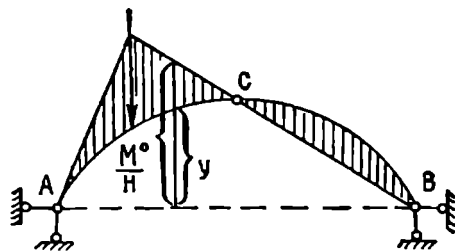
თუ მოცემულია თალის ღერძის მოხაზულობა, მაშინ (33) ფორმულის საშუალებით სრულიად მარტივად აიგება თალის მლუნავი მომენტის ეპიურა.

ჯერ ვაგებთ უბრალო, ორ საყრდენზე მდებარე კოქის მლუნავი მომენტის ეპიურას (M^0_x), შემდეგ კი $H\gamma$ ეპიურას, რომელიც მიიღება თალის ღერძის ორდინატების გადაზრდადებით მუდმივ სიდიდე H -ზე. ამ ორი სიდიდის შეკრების მიზნით ერთი ეპიურა დავაფაროთ მეორეს. რადგანაც A , B და C სახსარში მლუნავი მომენტი ნულის ტოლია, ამიტომ M^0_x და $H\gamma$ ეპიურა ერთმანეთს გაჰკვეთს სახსარების ქვეშ. მაგალითად, თუ თალზე მოქმედებს ერთი შეეურსული ძალა P (ნახ. 184) მლუნავი მომენტის ეპიურა აიგება ნახაზზე ნაჩვენები თანმიმდევრობით.

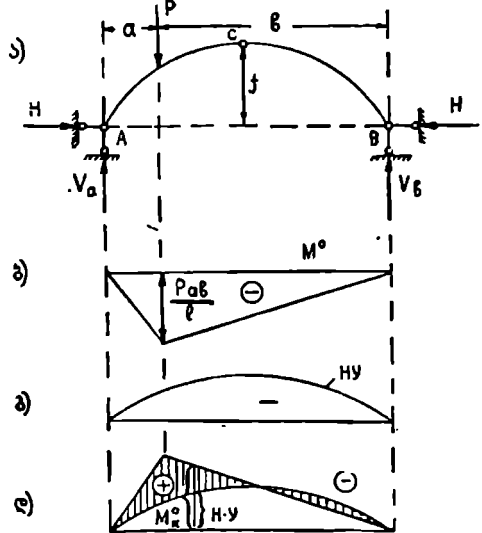
თალში მომენტის ეპიურა ყოველთვის მრუდხაზოვანია. 33-ე ფორმულა შეიძლება წარმოვიდგინოთ შემდეგი სახით:

$$M_x = M^0_x - H\gamma = H \left(-\frac{M^0_x}{H} - \gamma \right).$$

თუ თალი გამოხაზულია მასშტაბში, მაშინ ის წარმოადგენს $H \cdot \gamma$ ეპიურას შემცირებულს H -ჯერ. ამიტომ



ნახ. 185.



ნახ. 184.

მლუნავი მომენტის საბოლოო ეპიურის საღებად შეიძლება გამოვიყენოთ თალის მოხაზულობა. ამისათვის მას უნდა დავაფაროთ უბრალო კოქის ეპიურა ამოხატული შემცირებულ მასშტაბში ($\frac{M^0_x}{H}$) და მიღებული სხვაობა გადავამრავლოთ H -ზე. (ნახ. 185).

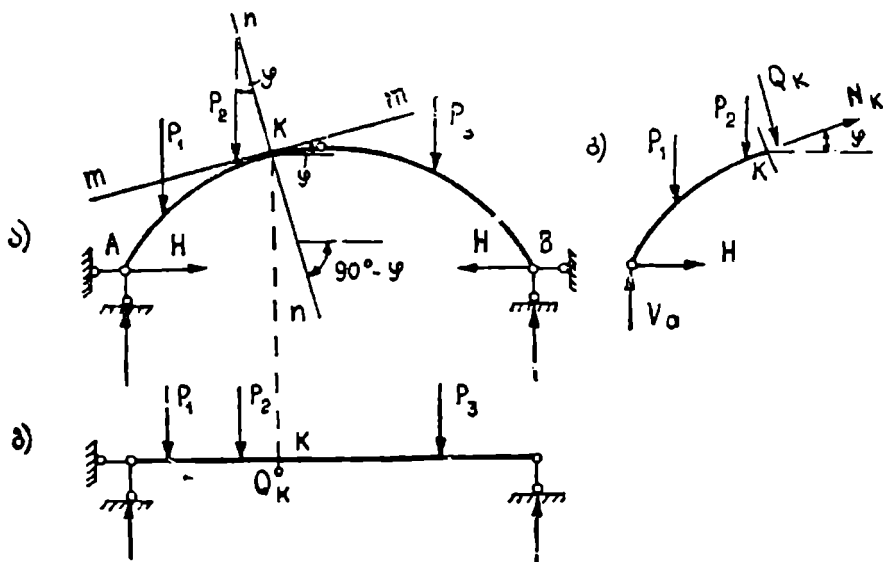
4. განივი და გრძივი ძალის განსაზღვრა

განივი ძალა ეწოდება კვეთის ცალ მხარეზე მოქმედ ძალების ან მათი ტოლქმედის გეგმილს უძელოს ღერძის ნორმალზე. რადგან კვეთის სიბრტყე ყოველთვის უნდა ემთხვეოდეს ღერძის ნორმალს, ამიტომ შეიძლება ითქვას, რომ განივი ძალა წარმოადგენს

კვეთის ცალ მხარეზე მოქმედ ძალების ან მათი ტოლქმედის გეგმილს კვეთის სიბრტყეზე.

განივი ძალა მიიღება დადებითი ნიშნით, თუ კვეთის მარცხნივ მოქმედი ძალების ტოლქმედი მიმართულია ზევით (გარე ნორმალისაკენ) ან თუ კვეთის მარჯვნივ მოქმედი ძალების ტოლქმედის გეგმილი მიმართულია ქვევით (შიგა ნორმალისაკენ).

გრძივი ძალა ეწოდება კვეთის ცალ მხარეზე მოქმედი ძალების ან მათი ტოლქმედის გეგმილს ძელის მხრებზე.



ნახ. 186.

ძელის ღერძის მხები ყოველთვის ემთხვევა კვეთის ნორმალს, ამიტომ გრძივი ძალა ყოველთვის მიმართულია კვეთის ნორმალურად და ხშირად მას ნორმალურ ძალას უწოდებენ.

გრძივი ძალა მიიღება დადებით ნიშნით, თუ ის იწვევს გაჭიმვას და უარყოფითი ნიშნით, თუ იწვევს კუმშვას.

მაშასადამე, განივი ძალის მისაღებად კვეთის ცალ მხარეზე მოქმედი ძალები უნდა დაეაგეგმილოთ n—n ღერძზე, ხოლო გრძივი ძალის მისაღებად კი m—m-ზე (ნახ. 186, ა).

კვეთის მარცხენა ნაწილზე მოქმედი ძალების დაგეგმილება n—n ღერძზე მოგვცემს:

$$Q_x = (V_o - P_1 - P_2) \cos \varphi - H \cdot \sin \varphi.$$

ფრჩხილებში მოთავსებული სიდიდე, წარმოადგენს მარტივ, ორ საყრდენზე მდებარე კოქის განივი ძალას K კვეთში, აღინიშნოთ Q_x.

საბოლოოდ მივიღებთ:

$$Q_k = Q^0_k \cos \varphi - H \cdot \sin \varphi. \quad (34)$$

ეს ფორმულა გვიჩვენებს, რომ განივი ძალა თაღში ნაკლებია, ვიდრე უბრალო კოქში. კვეთის მარცხენა ნაწილზე მოქმედ ძალებს თუ დავაგეგმილებთ $m-m$ ღერძზე (ნახ. 186, ა) მივიღებთ:

$$N_k = -(V_a - P_1 - P_2) \sin \varphi - H \cdot \cos \varphi,$$

ან საბოლოოდ:

$$N_k = -(Q^0_k \sin \varphi + H \cos \varphi). \quad (35)$$

ნიშანი მრუსი გვიჩვენებს, რომ თაღში გრძივი ძალა მკუმშავია. 186, გ ნახაზზე ნაჩვენებია განივი ძალის და გრძივი ძალის დადებითი მიმართულებანი.

ვერტიკალური დატვირთვის დროს უბრალო კოქში გრძივი ძალა ნულის ტოლია, თაღში კი აღწევს მნიშვნელოვან სიდიდეს. თაღებს აკეთებენ უმთავრესად ისეთი მასალისაგან, რომელიც კარგად მუშაობს კუმშვაზე და, რადგან თაღში მღუნავი მომენტი ბევრად მცირეა, ვიდრე კოქში, ამიტომ, გრძივი ძალის არსებობა არ ამცირებს თაღის დადებით თვისებებს კოქთან შედარებით.

5. წნევის მრავალკუთხედის აგება ანალიზურად

განიკვეთში მღუნავი მომენტის და გრძივი ძალის არსებობა გვიჩვენებს, რომ კვეთი განიცდის ექსცენტრულ კუმშვას, ე. ი. კვეთის ცალ მხარეზე მოქმედი ძალების ტოლქმედი R არ გადის კვეთის ცენტრზე (ნახ. 187). თუ R -ს დაეშლით ორ მდგენელად (N და Q), მაშინ მღუნავი მომენტი აღებულ კვეთში იქნება:

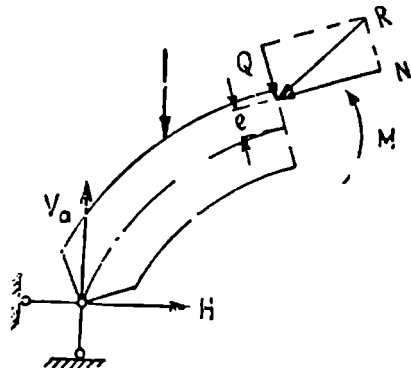
$$M = N \cdot e,$$

სადაც e წარმოადგენს მანძილს კვეთის ცენტრიდან ტოლქმედის მიყენების წერტილამდე. მაშასადამე, ექსცენტრისიტეტი ტოლია:

$$e = \frac{M}{N}. \quad (36)$$

თუ თაღის ყველა კვეთისათვის განსაზღვრულია მღუნავი მომენტი და გრძივი ძალა, მაშინ (36) ფორმულის საშუალებით შეგვიძლია გამოვთვალოთ ექსცენტრისიტეტი თაღის ყველა კვეთში.

გამოთვლილი ექსცენტრისიტეტები მოეზომოთ კვეთის ცენტრებიდან თაღის ღერძის ნორმალის მიმართულებით და მიღებული წერტილები შევავართოთ ტეხილი ხაზით. რადგან კვეთის ცალ მხარეზე მოქმედი ძალების ტოლქმედები გადიან ამ წერტილებზე, ამიტომ მიღებულ მრავალკუთხედს ტოლქმედთა მრავალკუთხედი ან წნევის მრავალკუთხედი ეწოდება. ტოლქმედ-

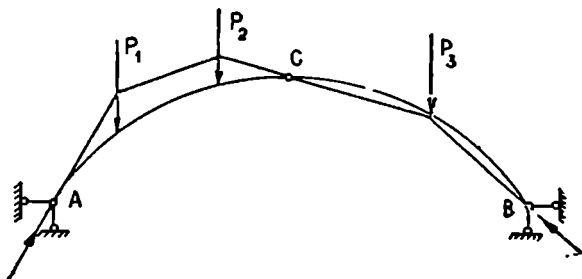


ნახ. 187.

თა მრავალკუთხედის სათანადო გვერდი სათანადო ტოლქმედს ემთხვევა-
 ძალებს შორის ტოლქმედის მიმართულება უცვლელია და ამიტომ, ცხადია,
 რომ წნევის მრავალკუთხედი განიცდის გარდატეხის მხოლოდ ძალების ქვეშ
 (ნახ. 188).

როცა თაღზე მოქმედებს უსასრულოდ ბევრი შეყურსული ძალა (თა-
 ნაბრად განაწილებული დატვირთვა), მაშინ მივიღებთ წნევის მრუდს.
 წნევის მრავალკუთხედმა აუცილებლად უნდა გაიაროს A , B და C წერტილებზე.

მაშასადამე, ტოლქმედთა მრავალკუთხედი წარმოადგენს
 კვეთის ცალ მხარეზე მოქმედ ძალთა ტოლქმედების და



ნახ. 188.

კვეთის სიბრტყეების გადაკვეთის წერტილების შემაერთე-
 ბელ ტეხილ ხაზს. მისი თითოეული გვერდი ემთხვევა სათა-
 ნადო ტოლქმედის მიმართულებას.

რაც უფრო ახლოა წნევის მრავალკუთხედი თაღის ღერძთან, მით უფრო
 ნაკლებია ექსცენტრისიტეტი და სათანადო მღუნავი მომენტი.

თუ თაღის ღერძი დაემთხვა წნევის მრუდს, მაშინ ნე-
 ბისმიერ კვეთში მღუნავი მომენტი და განივი ძალა ნულის
 ტოლია და თაღი იმუშავებს მხოლოდ ცენტრალურ კუმშვაზე.
 ასეთ ღერძს თაღის რაციონალური ღერძი ეწოდება.

**6. ხამხახრიანი თაღის რაციონალური ღერძის განტოლება ვერტიკალური
 დატვირთვის დროს**

როგორც აღვნიშნეთ, თაღის ღერძი იქნება რაციონალური, თუ ნების-
 მიერ კვეთში მღუნავი მომენტი ნულის ტოლია, ე. ი. როდესაც თაღის ღერძი
 ემთხვევა წნევის მრუდს. ვთქვათ თაღის ღერძი ემთხვევა წნევის მრუდს, ამ
 შემთხვევაში მღუნავი მომენტი ნებისმიერ კვეთში იქნება:

$$M_k = M^0_k - Hy = 0,$$

საიდანაც

$$y = \frac{M^0_k}{H} = \frac{1}{H} M^0_k = KM^0_k, \quad (37)$$

სადაც K პროპორციულობის კოეფიციენტია.

(37) განტოლება წარმოადგენს თაღის რაციონალური ღერძის განტოლებას.

აქედან დასკვნა: ვერტიკალური დატვირთვის დროს სამსახსრიანი თაღის ყველა კვეთში მღუნავი მომენტი ნულის ტოლია, თუ თაღის ღერძი იცვლება უბრალო კოქის მღუნავი მომენტის პროპორციულად.

(37) განტოლება გვიჩვენებს, რომ მოცემულ დატვირთვის მრავალი რაციონალური მოხაზულობა შეესაბამება.

მაგალითი: სამსახსრიან თაღზე, რომლის ღერძი წარმოადგენს კვადრატულ პარაბოლს, მოქმედებს მთლიანი, თანაბრად განაწილებული ტვირთი ინტენსივობით q (ნახ. 189).

რეაქციები:

$$V_a = V_b = \frac{ql}{2}; \quad H = \frac{M^0_c}{f} = \frac{ql^2}{8f}.$$

თუ კოორდინატა სათავეს ავიღებთ A საყრდენზე, მაშინ თაღის ღერძის განტოლება იქნება:

$$Y = \frac{4f}{l^2} x(l-x).$$

მღუნავი მომენტი ნებისმიერ კვეთში:

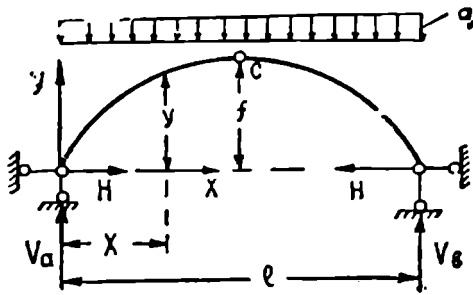
$$\begin{aligned} M_x &= \frac{ql}{2} x - \frac{qx^2}{2} - H \cdot Y = \frac{ql}{2} x - \frac{qx^2}{2} - \frac{ql^2}{8f} \cdot \frac{4f}{l^2} x(l-x) = \\ &= \frac{qx}{2} (l-x) - \frac{qx}{2} (l-x) = 0. \end{aligned}$$

უბრალო კოქის მღუნავი მომენტის ეპიურა კვადრატული პარაბოლაა და მაშასადამე, პროპორციულია თაღის ღერძის ორდინატის.

თანაბრად განაწილებული ტვირთის შემთხვევაში რაციონალური ღერძის განტოლება შეგვეძლო მიგვეღო უშუალოდ (37) განტოლებიდან:

$$Y = \frac{M^0_x}{H} = \frac{\frac{ql}{2} x - \frac{qx^2}{2}}{\frac{ql^2}{8f}} = \frac{4f}{l^2} x(l-x).$$

თუ თაღზე მოქმედებს დროებითი (მოძრავი) ტვირთი, მაშინ თაღის რაციონალური მოხაზულობის პოვნა ძნელდება, რადგან დროებითი ტვირთის სხვადასხვა მდებარეობას წნევის სხვადასხვა მრავალკუთხედი შეესაბამება. ამ



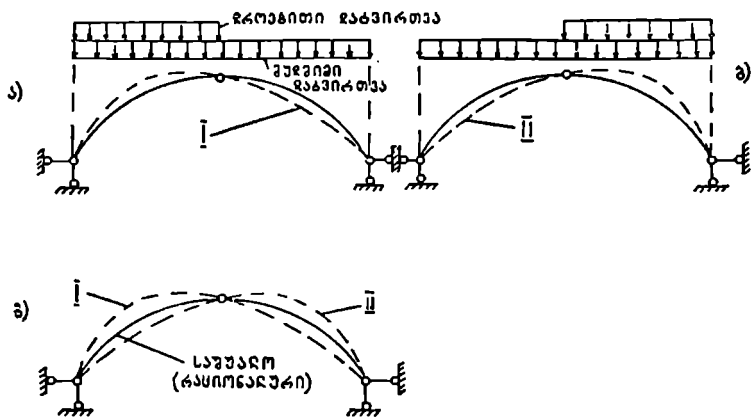
ნახ. 189.

შემთხვევაში ვიქცევით ასე: ჯერ ვაგებთ მხოლოდ მუდმივ დატვირთვისაგან გამოწვეულ წნევის მრუდს და მას მივიღებთ თალის ღერძად. შემდეგ, მიღებულ ღერძს ვტვირთავთ ქვემოთ მოყვანილი ორი სქემის მიხედვით და ვაგებთ წნევის მრუდს:

1. მუდმივი ტვირთი პლუს დროებითი ტვირთი თალის ზარცხენა ნახევარზე (ნახ. 190, ა) და

2. მუდმივი ტვირთი პლუს დროებითი ტვირთი თალის მარჯვენა ნახევარზე (ნახ. 190, ბ).

მარცხენა დატვირთვას შეესაბამება I—მრუდი, მარჯვენას კი II. როგორც ვხედავთ, ცალმხრივი დატვირთვა იწვევს წნევის მრუდის მაქსიმალურ



ნახ. 190.

გადახრას თალის ღერძიდან და ამიტომ, თალის ღერძის მეტად ხელსაყრელი მოხაზულობის მისაღებად საჭიროა ავიღოთ I და II წნევის მრუდს შორის მოთავსებული შუა წერტილები და შევავერთოთ მრუდით.

მიღებული მრუდი მოგვცემს თალის საძიებელ მოხაზულობას (ნახ. 190, გ).

ეს ღერძი არ იქნება საესებით რაციონალური, რადგან არ ემთხვევა წნევის მრუდს, მაგრამ მაქსიმალურად უახლოვდება მას.

დიდმალიან თალებში გადაშეყვეტი მნიშვნელობა აქვს საკუთარ წონას და ამიტომ თალის ღერძად ირჩევენ მხოლოდ საკუთარი წონით მიღებულ წნევის მრუდს.

ადვილი შესამჩნევია, რომ რაციონალური ღერძის ორდინატების გამოსათვლელად (ნახ. 190, გ) საკმარისია აიგოს ერთი—I ან II მრუდი, რადგან ერთიმეორის სარკეში გამოხატულებას წარმოადგენს.

§ 47. სამსახურიანი თალის ანგარიშის მაგალითები

1 მაგალითი. განვსაზღვროთ საყრდენი რეაქციები, განვივი და გრძივი ძალა კლიტეში (ნახ. 191).

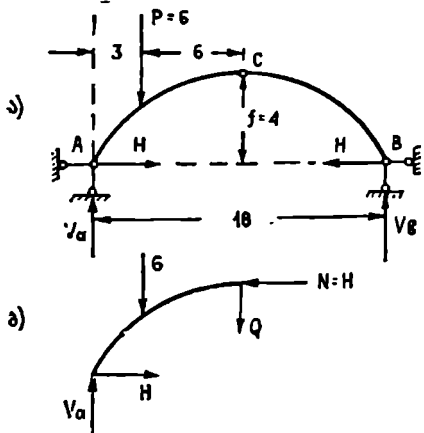
გადაწყვეტა: ვერტიკალური რეაქციები განისაზღვრება (30) ფორმულით:

$$V_u = \frac{M_u}{l} = \frac{6 \cdot 15}{18} = 5 \text{ ტ};$$

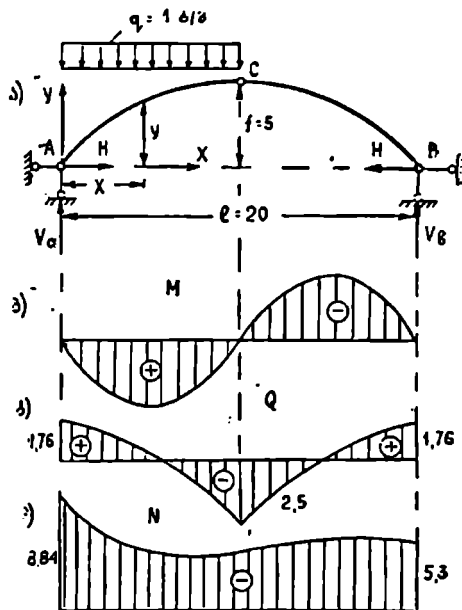
$$V_b = \frac{M_b}{l} = \frac{6 \cdot 3}{18} = 1 \text{ ტ.}$$

განბრჯენის საოვნელად მღუნავი მომენტი C სახსრის მიმართ გაუტოლოთ ნულს, ან განესაზღვროთ უშუალოდ (32) ფორმულით (განვიხილოთ მარჯვენა ნაწილი):

$$H = \frac{M^0_c}{f} = \frac{1 \cdot 9}{4} = 2,25 \text{ ტ.}$$



ნახ. 191.



ნახ. 192.

გავატაროთ კვეთი კლიტეში და განვიხილოთ კვეთის მარცხენა ნაწილის წონასწორობის პირობა (ნახ. 191, ბ), მივიღებთ:

$$N = H = 2,25 \text{ ტ};$$

$$Q = V_a - 6 = 5 - 6 = -1 \text{ ტ.}$$

განივ ძალას აქვს საწინააღმდეგო მიმართულება, ე. ი. მარცხენა ნაწილს აბრუნებს საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით.

შევაღალით. სამსახსრიანი თაღის მარცხენა ნახევარმალი დატვირთულია თანაბრად განაწილებული ტვირთით, ინტენსივობით $q=1$ ტ/მ. განესაზღვროთ საყრდენი რეაქციები და ავაგოთ M , Q და N ეპიურები. თაღის ღერძი მოცემულია განტოლებით (ნახ. 192):

$$y = \frac{4f}{l^2} x(l-x).$$

გადაწყვეტა: მომენტების ჯამი B წერტილის მიმართ მოგვეცემს:

$$V_a l - \frac{ql}{2} \cdot \frac{3l}{4} = 0,$$

აქედან

$$V_a = \frac{3ql}{8} = 7,5 \text{ ტ} \quad \text{და} \quad V_b = \frac{ql}{8} = 2,5 \text{ ტ}.$$

მღუნავი მომენტი C წერტილის მიმართ (განვიხილოთ მარჯვენა ნაწილი):

$$M_c = V_a \frac{l}{2} - H \cdot f = 0;$$

საიდანაც

$$H = \frac{ql^2}{16f} = \frac{1 \cdot 400}{16 \cdot 5} = 5 \text{ ტ}.$$

მღუნავი მომენტი თალის დატვირთულ უბანზე იქნება:

$$M_x = M^0_x - H \cdot Y = \frac{3}{8} qlx - \frac{qx^2}{2} - 5 \frac{4f}{l^2} x(l-x) = 7,5x - 0,5x^2 - \frac{1}{4} x(20-x).$$

$$x = 2 \text{ მ} \quad M = 15 - 2 - 9,0 = 4 \text{ ტ მ},$$

$$x = 4 \text{ მ} \quad M = 30 - 8 - 16 = 6 \text{ ტ მ},$$

$$x = 6 \text{ მ} \quad M = 45 - 18 - 21 = 6 \text{ ტ მ},$$

$$x = 8 \text{ მ} \quad M = 60 - 32 - 24 = 4 \text{ ტ მ},$$

$$x = 10 \text{ მ} \quad M = 0.$$

მღუნავი მომენტი თალის დაუტვირთავ უბანზე განისაზღვრება ფორმულით:

$$M = V_b \cdot x - Hy = 2,5x - \frac{1}{4} x(20-x).$$

მღუნავი მომენტის ეკიურა წარმოდგენილია 192, ბ ნახაზზე.

რომელ კვეთში აღწევს მომენტი მაქსიმალურ სიდიდეს? ამის გამოსარკვევად მღუნავი მომენტის წარმოებულნი გავუტოლოთ ნულს:

$$\frac{dM}{dx} = \frac{3}{8} l - x - \frac{1}{4} (l - 2x) = 0,$$

საიდანაც

$$x = \frac{l}{4} = 5 \text{ მ}.$$

მაშასადამე, მაქსიმალურ მომენტს ადგილი აქვს თალის მეოთხედში და ტოლია

$$M_{max} = \frac{ql^2}{64} = 6,25 \text{ ტ მ}.$$

განივი და გრძივი ძალის გასაანგარიშებლად საკიროა თალის ღერძის შხების პორიზონტთან დახრის კუთხის სინუსის და კოსინუსის ცოდნა. ჯერ გამოვთვალოთ ტანგენსი, ფორმულით:

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \varphi = \frac{4f}{l^2} (l - 2x) = \frac{20 - 2x}{20} = 1 - 0,1x,$$

შემდეგ კი სინუსი და კოსინუსი (ცხრილებით).

კუთი სიდიდეები	x=0	x=2	x=4	x=6	x=8	x=10
tg φ	1,0	0,8	0,6	0,4	0,2	0,0
sin φ	0,707	0,625	0,515	0,372	0,197	0,0
cos φ	0,707	0,781	0,857	0,928	0,981	1,0

განივი ძალა, თალის დატვირთული ნაწილის კვეთებში განისაზღვრება ფორმულით:

$$Q_k = Q^0_k \cos \varphi - H \sin \varphi = (7,5 - 1 \cdot x) \cos \varphi - 5 \cdot \sin \varphi.$$

თალის დაუტვირთავი ნაწილის კვეთებში:

$$Q_k = (7,5 - 10) \cos \varphi - 5 \cdot \sin \varphi = -2,5 \cos \varphi + 5 \cdot \sin \varphi$$

(sin φ ნიშანს იცვლის).

როცა x=0, $Q = 7,5 \cdot 0,707 - 5 \cdot 0,707 = 1,76$ ტ;

x=10 მ, $Q = -2,5 \cdot 1 = -2,5$ ტ;

x=20 მ, $Q = -2,5 \cdot 0,707 + 5 \cdot 0,707 = 1,76$ ტ.

განივი ძალის ეპიურა ნაჩვენებია 192, გ ნახაზზე.

გრძივი ძალა განისაზღვრება შემდეგი ფორმულით:

მარცხენა ნახევარ თალში

$$N_k = - (Q^0_k \sin \varphi + H \cos \varphi) = - [(7,5 - x) \sin \varphi + 5 \cos \varphi],$$

მარჯვენა ნახევარ თალში

$$N_k = - [(7,5 - 10) \sin \varphi + 5 \cos \varphi] = - [2,5 \sin \varphi + 5 \cos \varphi]$$

(sin φ ნიშანს იცვლის).

როცა x=0, $N = -(7,5 \cdot 0,707 + 5 \cdot 0,707) = -8,84$ ტ;

x=10 მ, $N = -5$ ტ;

x=20 მ, $N = -(2,5 \cdot 0,707 + 5 \cdot 0,707) = -5,3$ ტ.

ნიშანი მინუსი გვიჩვენებს, რომ გრძივი ძალა მკუმშავია. გრძივი ძალის ეპიურა მოყვანილია 192, დ ნახაზზე.

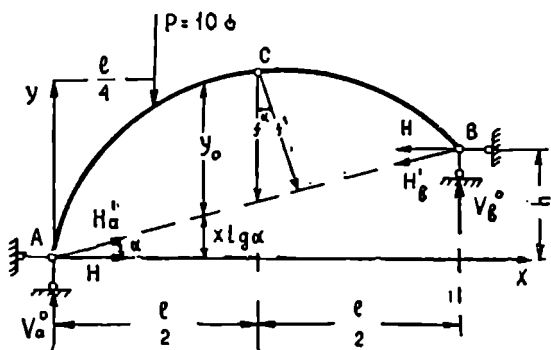
თალის მეოთხედში sin φ=0,447; cos φ=0,894 და მივიღებთ:

$$Q = 2,5 \cdot 0,894 - 5 \cdot 0,447 = 2,23 - 2,23 = 0,$$

$$N = -(2,5 \cdot 0,447 + 5 \cdot 0,894) = -5,58$$
 ტ.

3 მაგალითი. პარაბოლური მოხაზულობის თაღის საყრდენები იმყოფება სხვადასხვა სიმაღლეზე. ვიპოვოთ საყრდენი რეაქციები და დაეწეროთ თაღის ღერძის განტოლება (ნახ. 193): $l = 16$ მ, $f = h = 4$ მ.

გადაწყვეტა: საყრდენი რეაქციები დაეშალოთ ორ მდგენელად: AB ხაზის მიმართულებით H'_a, H'_b და ვერტიკალურად— V^0_a, V^0_b, V^0_a და V^0_b განისაზღვრება (30) ფორმულით, როგორც უბრალო კოქის რეაქციები:



ნახ. 193.

$$V^0_a = \frac{P \cdot \frac{3}{4} \cdot l}{l} = \frac{3}{4} P = 7,5 \text{ ტ.}$$

$$V^0_b = \frac{P \cdot \frac{l}{4}}{l} = 2,5 \text{ ტ.}$$

თაღზე მოქმედა ძალების გეგმილების ჯამი პარიზონტალურ ღერძზე მოგვეყვამს:

$$H'_a \cos \alpha - H'_b \cos \alpha = 0,$$

საიდანაც

$$H'_a = H'_b.$$

ამგვარად, რეაქციების დახრილი მდგენელები ერთმანეთის ტოლია და მოპირდაპირე მიმართულება აქვთ.

მლენაეი მომენტი C სახსარში:

$$M_c = V^0_a \frac{l}{2} - P \frac{l}{4} - H' f' = 0,$$

აქედან:

$$H' = \frac{M^0_c}{f'} = \frac{M^0_c}{f \cos \alpha}.$$

ძალა H'_a დაეშალოთ ვერტიკალურ V'_a და პარიზონტალურ H მდგენელებად:

$$H = H' \cos \alpha = \frac{M^0_c}{f} \quad (a)$$

$$V'_a = H' \sin \alpha = \frac{M^0_c}{f} \operatorname{tg} \alpha = H \operatorname{tg} \alpha. \quad (b)$$

მთლიანი ვერტიკალური რეაქციები იქნება:

$$\left. \begin{aligned} V_a &= V^0_a + V'_a = V^0_a + H \operatorname{tg} \alpha. \\ V_b &= V^0_b - V'_b = V^0_b - H \operatorname{tg} \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (c)$$

მაშასადამე:

$$H = \frac{M^0_c}{f} = \frac{7,5 \cdot 8 - 10 \cdot 4}{4} = 5 \text{ ტ.}$$

$$V_a = 7,5 + 5 \cdot \frac{1}{4} = 8,75 \text{ ტ.}$$

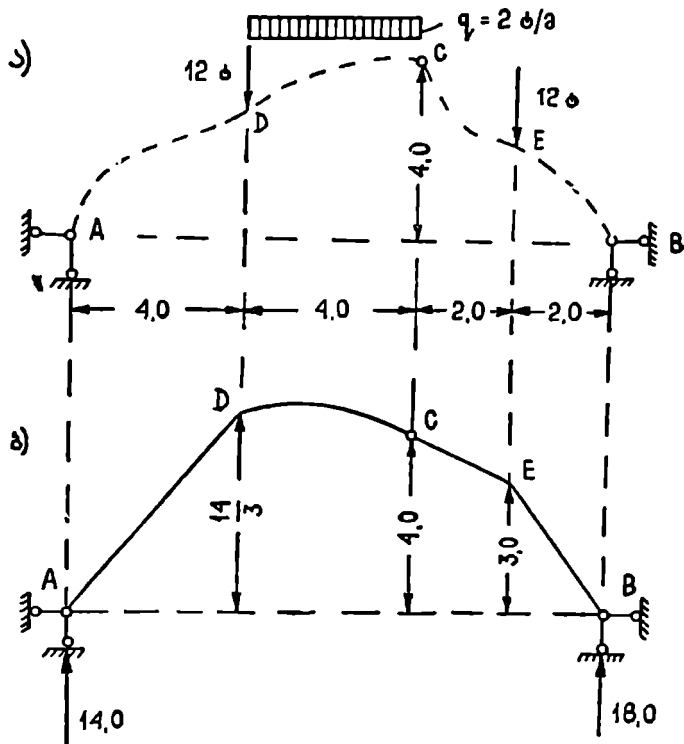
$$V_b = 2,5 - 5 \cdot \frac{1}{4} = 1,25 \text{ ტ.}$$

თალის ღერძის განტოლება დაიწერება შემდეგი სახით:

$$y = y_0 + x \operatorname{tg} \alpha = \frac{4f}{l^2} x(l-x) + \frac{h}{l} x. \quad (d)$$

y_0 წარმოადგენს პარაბოლის განტოლებას, როცა საყრდენები ერთ სიმაღლეზეა.

4. მაგალითი. მოცემულია ქუსლების და კლიტის სახსრის მდებარეობა.



ნახ. 194.

რეობა და დატვირთვა. ვიპოვოთ თალის რაციონალური მოხაზულობა, ე. ი. ისეთი ღერძი, რომლის დროსაც ყველა კვეთში მლუნავეი მომენტი ნულის ტოლია (ნახ. 194).

გ ა ლ ა წ ყ ვ ე ტ ა : საყრდენი რეაქციები:

$$V_a = \frac{12 \cdot 8 + 2 \cdot 4 \cdot 6 + 12 \cdot 2}{12} = 14 \text{ ტ,}$$

$$V_b = \frac{12 \cdot 4 + 2 \cdot 4 \cdot 6 + 12 \cdot 10}{12} = 18 \text{ ტ,}$$

$$H = \frac{14 \cdot 8 - 12 \cdot 4 - 2 \cdot 4 \cdot 2}{4} = 12 \text{ ტ.}$$

თალის ღერძის განტოლებას ვიპოვით იმ პირობიდან, რომ ნებისმიერ კვეთში მლუნავი მომენტი ნულის ტოლი იყოს.

AD უბანზე:

$$M = V_a x - H \cdot y = 14 \cdot x - 12y = 0,$$

საიდანაც

$$y = \frac{7}{6} x.$$

შივილეთ სწორი ხაზის განტოლება.

$$\text{როცა } x=4 \text{ მ, მაშინ } y = \frac{14}{3} \text{ მ.}$$

DC უბანზე:

$$M = V_a x - P_1(x-4) - \frac{q(x-4)^2}{2} - Hy = 14x - 12(x-4) - (x-4)^2 - 12 \cdot y = 0,$$

საიდანაც

$$y = \frac{1}{12}(32 + 10x - x^2)$$

შივილეთ კვადრატული პარაბოლა.

BE უბანზე:

$$M = V_b x - Hy = 18x - 12 \cdot y = 0,$$

საიდანაც

$$y = \frac{18}{12} x = 1,5 x.$$

ამ შემთხვევაში კოორდინატთა სათავე გადატანილია *B* წერტილში.

EC უბანზე:

$$M = 18x - 12(x-2) - 12 \cdot y = 0,$$

საიდანაც

$$y = 0,5x + 2.$$

როცა

$$x = 2 \text{ მ} \quad y = 3,0 \text{ მ;}$$

$$x = 4 \text{ მ} \quad y = 4,0 \text{ მ.}$$

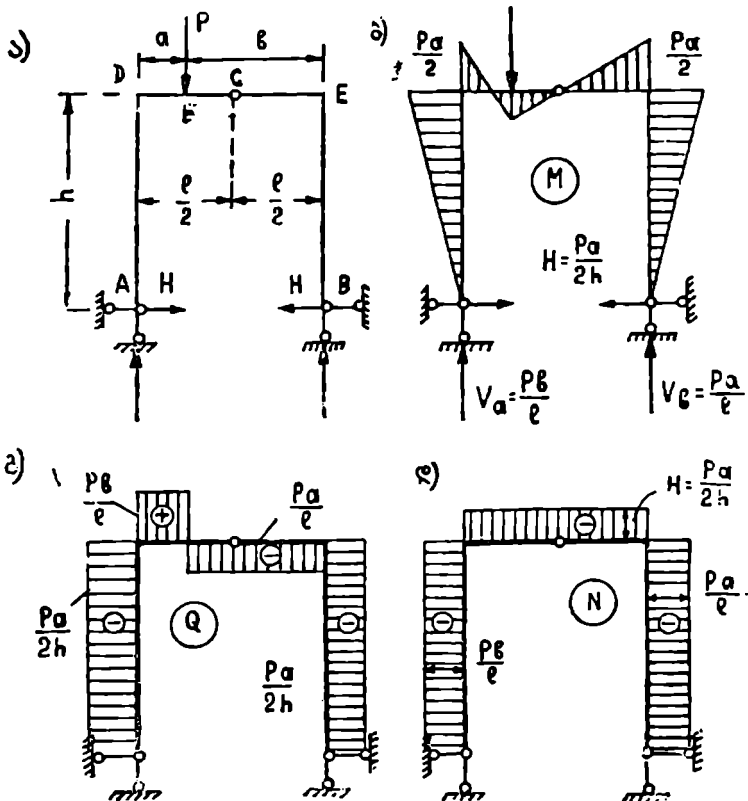
თალის მოხაზულობა წარმოდგენილია 194, ბ ნახაზზე.

6 მაგალითი. მოცემულია სამსახსრიანი ჩარჩო (ნახ. 195), ავადოთ M , Q და N ეპიურები.

გადაწყვეტა: სამსახსრიანი ჩარჩო თალის კერძო, უფრო მარტივ შემთხვევას წარმოადგენს და მისი ანგარიში თალის ანგარიშის ანალოგიურად წარმოებს.

საყრდენი რეაქციები:

$$V_a = \frac{Pb}{l}; \quad V_b = \frac{Pa}{l}; \quad H = \frac{Pa}{2h}.$$



ნახ. 195.

მღუნავი მომენტი ორივე ღეარში ერთნაირია და ტოლია:

$$M = -H \cdot y = -\frac{Pa}{2h} \cdot y.$$

როცა

$$y = h, \quad M = -\frac{Pa}{2}.$$

მლუნავი მომენტი ჰორიზონტალურ ლეროში იქნება:

DF უბანზე

$$M = \frac{Pb}{l} x - Hh;$$

FE უბანზე

$$M = \frac{Pb}{l} x - P(x-a) - Hh.$$

ეპიურა ნაჩვენებია 195, ბ ნახაზზე.

განივი და გრძივი ძალები:

AD უბანზე $Q = -H = -\frac{Pa}{2h}; \quad N = -V_a = -\frac{Pb}{l}.$

DE $Q = V_a = \frac{Pb}{l}; \quad N = -H = -\frac{Pa}{2h}.$

FE $Q = V_a - P = -V_b = -\frac{Pa}{l}; \quad N = -H.$

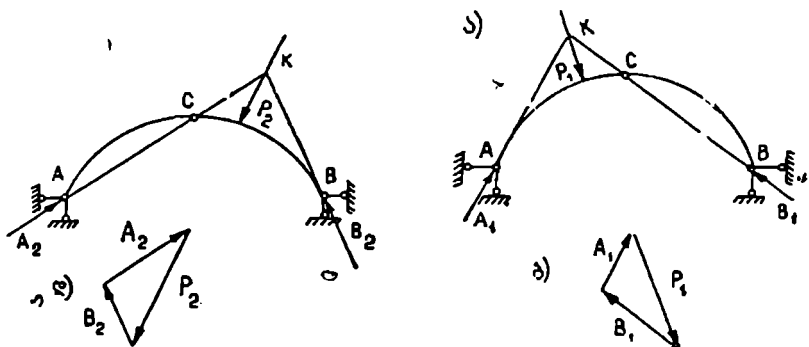
EB $Q = H = \frac{Pa}{2h}; \quad N = -V_b = -\frac{Pa}{l}.$

ეპიურები წარმოდგენილია 195, ბ, დ, ნახაზზე.

§ 48. სამსახსრიანი თაღის გრაფიკული ანგარიში

1. საყრდენი რეაქციების განსაზღვრა

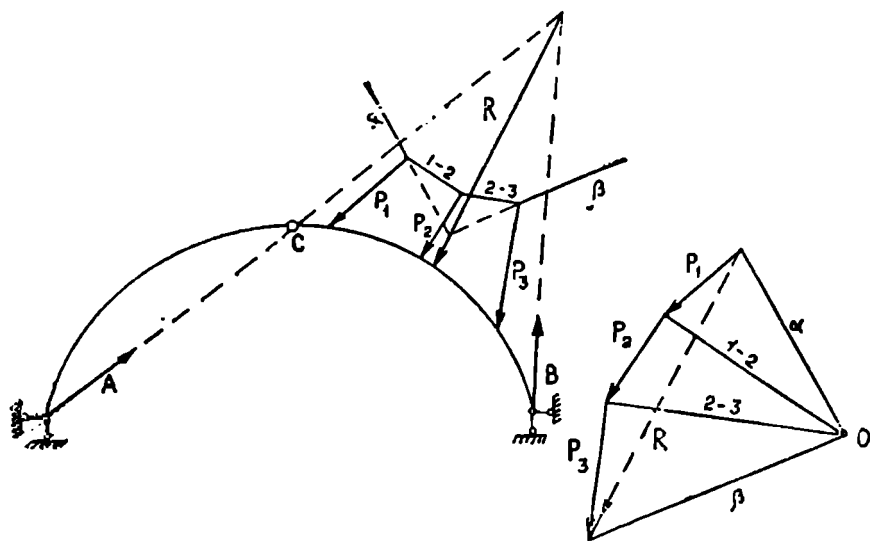
როდესაც თაღზე მოქმედებს დახრილი ძალები, მაშინ სამსახსრიანი თაღის ანგარიში უმჯობესია გრაფიკული მეთოდით ვაწარმოოთ. წარმოვიღვი-



ნახ. 196.

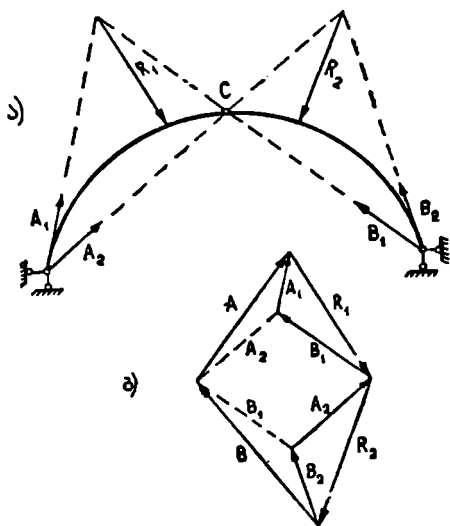
ნოთ, რომ მარცხენა ნახევართაღზე მოქმედებს შეყურსული ძალა P_1 (ნახ. 196, ა). პირველად საჭიროა განისაზღვროს საყრდენი რეაქციების მიმართულებანი.

წონასწორობის პირობის თანახმად, თალის მარცხენა ნაწილზე მოქმედი ძალების ტოლქმედი უნდა აბათილებდეს მარჯვენა ნაწილზე მოქმედ ძალების



ნახ. 197.

ტოლქმედს, ე. ი. უნდა იყოს სიდიდით ერთმანეთის ტოლი, ჰქონდეთ მოპირდაპირე მიმართულებანი და გადიოდნენ ერთ წერტილზე. რადგან მარცხენა AC და მარჯვენა BC ნაწილი ერთმანეთზე მოქმედებს C სახსრის საშუალებით, ამიტომ თითოეულ ნახევარ თალზე მოქმედ ძალთა ტოლქმედმა სახსარში უნდა გაიაროს. მარჯვენა, დაუტვირთავ ნახევართალზე მოქმედებს მხოლოდ B_1 რეაქცია, რომელმაც უნდა გაიაროს C სახსარში.



ნახ. 198.

ტანზე მოქმედი სამი ძალა წონასწორობაშია და უნდა იკვეთებოდეს ერთ წერტილში. B_1 რეაქციის და P_1 ძალის გადაკვეთის K წერტილი შევეუერთოთ A წერტილს, მივიღებთ A რეაქციის მიმართულებას. ვეცით, რა A_1 და B_1 რეაქციების მიმართულებანი, სრულებით

მარტივად განვსაზღვრავთ მათ სიდიდეებს—ცნობილ ძალას P_1 -ს დაწვლით-
 A_1 და B_1 -ის მიმართულებით (ნახ. 196, ბ). თუ ძალა მოქმედებს მარჯვენა ნა-
 ხევართაღზე, მაშინ A_2 რეაქცია ვაივლის C სახსარში (ნახ. 196, გ) და წინა-
 შემთხვევის ანალოგიურად ვიპოვიტ A_2 და B_2 რეაქციებს (ნახ. 196, დ).
 როცა ნახევართაღზე მოქმედებს მრავალი ძალა, მაშინ წინასწარ, ძალთა და-
 თოკის მრავალკუთხედების საშუალებით ვიპოვიტ მოქმედი ძალების ტოლ-
 ქმედს R -ს (ნახ. 197), შემდეგ კი წინა შემთხვევის ანალოგიურად—რეაქციებს.
 იმ შემთხვევაში, როდესაც დატვირთულია ორივე ნახევართალი, მაშინ ძალთა
 დანოკიდებულების პრინციპის საფუძველზე, ვიპოვიტ ჯერ R_1 -საგან გამოწვეულ
 რეაქციებს A_1 და B_1 , შემდეგ კი R_2 -საგან გამოწვეულ რეაქციებს A_2 და B_2 .
 (ნახ. 198, ა). A_1 და A_2 რეაქციების ჯამი მოგვცემს A -ს, B_1 და B_2 რეაქციების
 ჯამი კი B -ს (ნახ. 198, ბ).

2. ტოლქმედთა მრავალკუთხედი და წნევის მრუდი

ჩვენ შევისწავლეთ ტოლქმედთა მრავალკუთხედის აგება ანალიზურად.
 უმეტეს შემთხვევაში, მისი აგება გრაფიკულად უფრო მარტივია. ვთქვათ
 სამსახსრიან თაღზე მოქმედებენ ძალები $P_1, P_2, P_3 \dots P_n$ (ნახ. 199).

საყრდენი რეაქციების საპოვნელად განვსაზღვროთ C სახსრის (ყალ მხა-
 რეზე მოქმედი ძალების ტოლქმედები R_1 და R_2 , რისთვისაც საქიროა აიგოს
 ძალთა და თოკის სათანადო მრავალკუთხედები (ნახ. 199, ა, ბ). A_1 და A_2
 რეაქციების გეომეტრიული ჯამი მოგვცემს A რეაქციის, B_1 და B_2 -ს გეომეტ-
 რიული ჯამი კი B -ს (ნახ. 199, ბ).

ძალთა მრავალკუთხედზედ, A და B ძალების გადაკვეთის O წერტილი
 მივიღოთ პოლუსად და ავაგოთ ახალი ძალთა მრავალკუთხედი, რომლის სხი-
 ვები იქნებიან სათანადოდ $A, 1-2, 2-3, 3-4 \dots B$ (ნახ. 199, ბ). ამ ძალთა
 მრავალკუთხედის საშუალებით თაღზე ავაგოთ თოკის მრავალკუთხედი. მრავალ-
 კუთხედის აგებას ვიწყებთ A საყრდენიდან; მან აუცილებლად უნდა
 გაიაროს C და B სახსრებში.

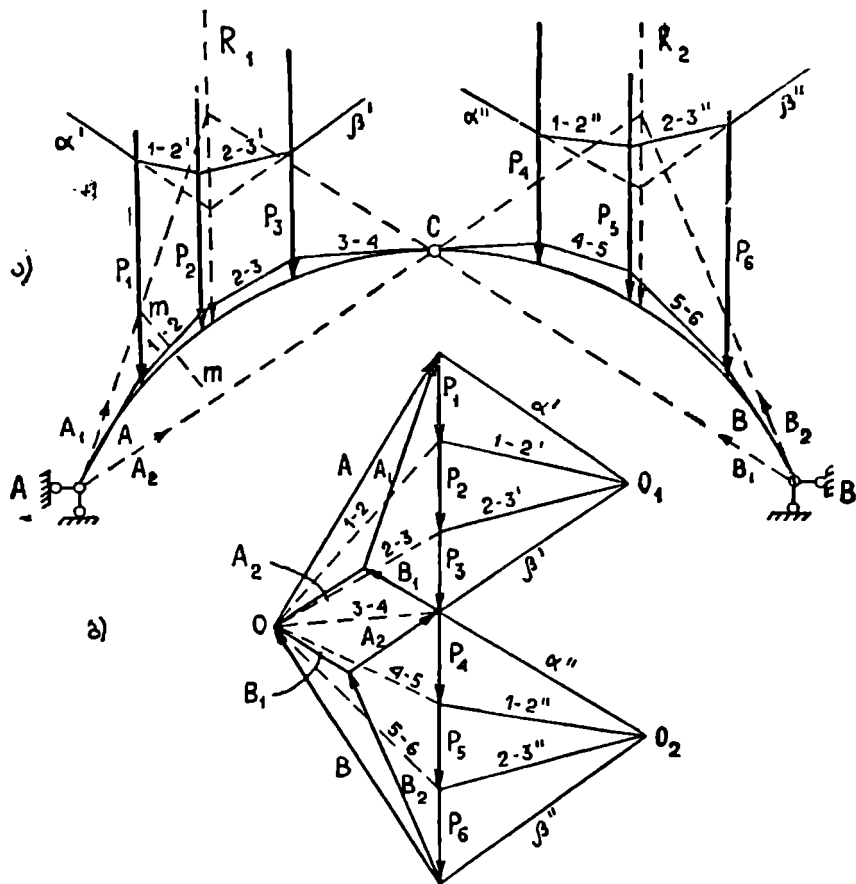
ადვილად შევამჩნევთ, რომ $A-12-23-34-45-56-B$ თოკის მრავალ-
 კუთხედის ნებისმიერი გვერდი ემთხვევა კვეთის ცალ მხარეზე მოქმედი
 ძალების ტოლქმედის მიმართულებას და წარმოადგენს ტოლქმედთა მრავალ-
 კუთხედს. მართლაც, $1-2$ გვერდი ემთხვევა A და P_1 ძალის ტოლ-
 ქმედის მიმართულებას, $2-3$ გვერდი A, P_1 და P_2 ძალების ტოლქმედის
 მიმართულებას და ა. შ.

მთლიანი დატვირთვის შემთხვევაში მივიღებთ წნევის მრუდს. ერთ-
 გარკვეულ დატვირთვას შეესაბამება წნევის ერთი მრავალკუთხედი.

3. მლუნავი მომენტის განივი და გრძივი ძალების განსაზღვრა

ტოლქმედთა მრავალკუთხედი იძლევა კვეთის ცალ მხარეზე მოქმედ
 ძალთა ტოლქმედის მდებარეობას, ხოლო ძალთა მრავალკუთხედი კი მის სი-
 დიდეს. ვიცით რა ტოლქმედის სიდიდე და მისი მოქმედების წერტილი, არა-
 ვითარ სირთულეს არ წარმოადგენს განვსაზღვროთ მლუნავი მომენტი, განივი
 და გრძივი ძალა. ვთქვათ გვანტერესებს გავიგოთ მლუნავი მომენტი, გრძივი
 და განივი ძალა რომელიმე $m-m$ კვეთში (ნახ. 199).

გვეატაროთ თალის ღერძის მართობი $m-m$ კვეთი და ტოლქმედთა მრავალკუთხედის შესაბამის გვერდის პარალელურად ვამოქმედოთ ტოლქმედი R_{1-2} (ნახ. 200), რომლის სიიდიდე ძალთა მრავალკუთხედზე მოცემული (სხივი 1—2).



ნახ. 199.

მლუნავი მომენტი აღებულ კვეთში გამოითვლება ფორმულით:

$$M = R_{1-2} \cdot r,$$

სადაც r R_{1-2} -ის მხარია კვეთის სიძიძის ცენტრის მიმართ. R_{1-2} დაეშალოთ ორ მდგენელად: კვეთის ნორმალურად და მის სიბრტყეში; პირველი მოგვეშვს გრძივ ძალას N , მეორე კი განივ ძალას Q . R -ს ვშლით ძალთა მრავალკუთხედზე. მლუნავი მომენტი შეიძლება გამოითვალოს გრძივი ძალის საშუალებითაც:

$$M = N \cdot e,$$

სადაც e ექსცენტრისიტეტია.

12. ა. ი. ასტევატუროვი.

თუ თაღზე მოქმედებს ვერტიკალური ძალები, მაშინ ტოლქმედთა მრავალკუთხედსა და თაღის ღერძს შორის მოქცეული მონაკვეთები გამოხატავენ გარკვეულ მასშტაბში აღებულ მლუნავე მომენტის ეპიურას. თაღის ღერძისა და წნევის მრავალკუთხედის 1—2 გვერდს შორის მოთავსებული ვერტიკალური მონაკვეთი აღენიშნოთ γ -ით და თაღის ღერძიდან 1—2 გვერდზე დაშვებული პერპენდიკულარი კი r -ით, მაშინ (ნახ. 201, ა)

$$r = y \cos \alpha.$$

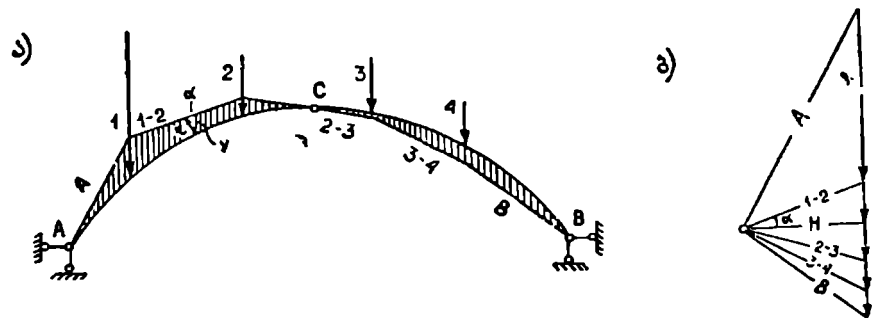
ძალთა მრავალკუთხედიდან მივიღებთ (ნახ. 201, ბ):

$$R_{1-2} = \frac{H}{\cos \alpha}.$$

საბოლოოდ გვექნება:

$$M = R_{1-2} r = Hy \quad (38)$$

ძალთა მრავალკუთხედის საბოლოსო მანძილი, საყრდენი რეაქციების ჰორიზონტალური მდგენელის H -ის ტოლია. მაშასადამე, თაღის ღერძსა და წნევის მრავალკუთხედს შორის მოთავსებული ორდინატა გამრავლებული განბრჯენზე— H , იძლევა მლუნავე მომენტს სათანადო კვეთში.



ნახ. 201.

აქედან უშუალოდ გამომდინარეობს, რომ წნევის მრავალკუთხედი წარმოადგენს მლუნავე მომენტის ეპიურას შემციკრებულს H -ჯერ. y გაიზომება თაღის მასშტაბში, H კი ძალთა მრავალკუთხედის მასშტაბში.

თუ წნევის მრავალკუთხედი გადის თაღის ღერძის ზემოთ, მაშინ მლუნავე მომენტი თაღის ამ ნაწილში დადებითია და თუ ღერძის ქვემოთ—უარყოფითი.

საზოგადოდ, თაღის დატვირთულ უბანზე წნევის მრუდი გადის ღერძის ზემოთ (თუ დატვირთულია თაღის ერთი ნახევარი).

მლუნავი მომენტისა და გრძივი ძალის გაანგარიშების შემდეგ განისაზღვრება ნორმალური ძაბვა. მაქსიმალურ ძაბვებს (\pm) ადგილი აქვს კვეთის განაპირა ბოკოებში და გამოითვლება რთული წინალობის ცნობილი ფორმულით:

$$\left. \begin{aligned} a \text{ წერტილში: } \sigma_a &= \frac{N}{F} + \frac{M}{W_a}; \\ b \text{ წერტილში: } \sigma_b &= \frac{N}{F} - \frac{M}{W_b}, \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

სადაც F , W_a , W_b განივი კვეთის ფართობი და კვეთის წინალობის მომენტებია.

მუდმივ ტვირთზე ანგარიშის დროს ეს ფორმულა არაერთაზრ სირთულეს არ იწვევს, რადგან ამა თუ იმ კვეთში M და N -ს გარკვეული სიდიდეები აქვს. მოძრავ ტვირთზე ანგარიშის დროს კი მისი გამოყენება იწვევს საკმარის სირთულეს, რადგან ძაბვა ორი ცვლადის (M , N) ფუნქციაა და მაქსიმალური ძაბვის მისაღებად საჭიროა, რომ მომენტი და გრძივი ძალა ერთდროულად აღწეოდნენ მაქსიმუმს. მაგრამ, როგორც ამას გავლენის ხაზების მოხაზულობა გვიჩვენებს, შეუძლებელია თალი დეტვირთით ისე, რომ მომენტი და გრძივი ძალა ერთდროულად იყოს მაქსიმალური, ვინაიდან მათი კრიტიკული დატვირთვები ერთმანეთს არ ემთხვევა. ამ დაბრკოლების გადასალახავად ორწევრა ფორმულა (39) გარდაექმნათ ერთწევრად:

$$\begin{aligned} \sigma_a &= \frac{N}{W_a} \left(\frac{W_a}{F} + \frac{M}{N} \right) = \frac{N}{W_a} \left(\frac{W_a}{F} + \epsilon \right); \\ \sigma_b &= \frac{N}{W_b} \left(\frac{W_b}{F} - \epsilon \right), \end{aligned}$$

სადაც

$$\frac{W_a}{F} = k_a \text{ და } \frac{W_b}{F} = k_b$$

წარმოადგენს კვეთის ცენტრიდან კვეთის ბირთვის განაპირა წერტილებამდე მანძილს; ϵ კი ექსცენტრისიტეტია (ნახ. 202, ა).

მაშასადამე:

$$\sigma_a = \frac{N}{W_a} (k_a + \epsilon),$$

$$\sigma_b = \frac{N}{W_b} (k_b - \epsilon).$$

$N(k_a + \epsilon)$ და $N(k_b - \epsilon)$ გრძივი ძალის—(N) მომენტებია კვეთის გულის განაპირა წერტილების (K_a , K_b) მიმართ და მათ კვეთის გულის მომენტები ეწოდებათ.

თუ აღვნიშნავთ:

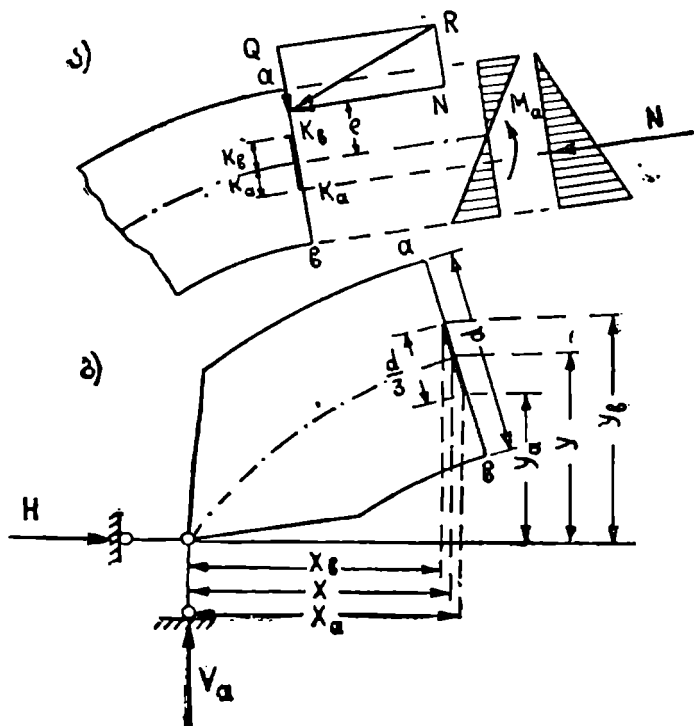
$$M_a = N(k_a + \epsilon);$$

$$M_b = N(k_b - \epsilon).$$

საბოლოოდ მივიღებთ:

$$\sigma_a = \frac{M_a}{W_a}; \quad \sigma_b = \frac{M_b}{W_b}. \quad (40)$$

მასალათა გამძლეობიდან ცნობილია, რომ, თუ ძალა მოქმედებს კვეთის გულის ქვედა საზღვარზე, მაშინ კვეთის ზედა ბოკოში (a) ძაბვა ნულის ტოლია და პირიქით, თუ ძალა მოქმედებს კვეთის გულის ზედა საზღვარზე, მაშინ ძაბვა ქვედა ბოკოში (b) ნულის ტოლია. ამიტომ მიღებული გარდაქმნა წარმოადგენს, უბრალოდ ტოლქმედის გადატანას ჯერ კვეთის გულის ქვედა, შემდეგ კი კვეთის გულის ზედა საზღვარზე (ნახ. 202, ა).



ნახ. 202.

თუ თალის განივი კვეთი სწორკუთხედიანია, მაშინ კვეთის ცენტრიდან გულის განაპირა წერტილამდე მანძილი

$$k_a = k_b = \frac{d}{6},$$

სადაც d თალის სისქეა.

კვეთის გულის მომენტების გამოთვლის დროს, ძალების მხარი უნდა ავიღოთ სათანადოდ კვეთის გულის ქვედა და ზედა საზღვრების მიმართ (ნახ. 202, ბ).

მაგალითად, თუ ენგარიშობთ M_0 -ს

$$y_a = y - \frac{d}{6} \cos \varphi,$$

$$x_a = x + \frac{d}{6} \sin \varphi;$$

და თუ ენგარიშობთ M_b -ს

$$y_b = y + \frac{d}{6} \cos \varphi;$$

$$x_b = x - \frac{d}{6} \sin \varphi.$$

ქ. § 50. სამსახსრიანი თალის გავლენის ხაზები

1. საყრდენი რეაქციების გავლენის ხაზები

სამსახსრიანი თალის რეაქციების ვერტიკალური მდგენელები განისაზღვრებიან, როგორც უბრალო ორ საყრდენზე მდებარე კოქის რეაქციები და ცხადია, რომ მათი გავლენის ხაზები აიგება ისე, როგორც მარტივი კოქის რეაქციების გავლენის ხაზები.

V_a და V_b განისაზღვრება ფორმულებით (ნახ. 203)

$$V_a = 1 \frac{l-x}{l}; \quad V_b = 1 \frac{x}{l}$$

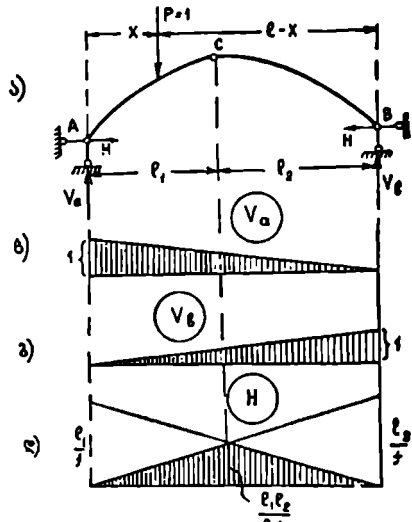
განბრჯენი

$$H = \frac{M^0_c}{f},$$

სადაც M^0_c უბრალო ორ საყრდენზე მდებარე კოქის მლუნავი მომენტია C წერტილის მიმართ. მაშასადამე, H -ის გავლენის ხაზის მისაღებად, საჭიროა ავაგოთ უბრალო კოქის მლუნავი მომენტის გავლენის ხაზი C კვეთის მიმართ და მისი ორდინატები გავყოთ f -ზე. გავლენის ხაზის ორდინატა C სახ-

სრის ქვეშ იქნება $\frac{l_1 l_2}{lf}$ (ნახ. 203, დ). თუ სახსარი მალის შუაშია, მაშინ

$$l_1 = l_2 = \frac{l}{2} \text{ და გავლენის ხაზის ორდინატა სახსრის ქვეშ იქნება } \frac{l}{4f}.$$



ნახ. 203.

2. მლუნავი მომენტის განივი და გრძივი ძალის გავლენის ხაზები

ერთეული ძალის ნებისმიერი მდგომარეობისათვის მლუნავი მომენტი-რომელიმე K კვეთში გამოითვლება ფორმულით:

$$M_k = M_k^0 - Hy_k$$

ჯერ უნდა ავაგოთ უბრალო კოქის მლუნავი მომენტის (M_k^0) გავლენის ხაზი, შემდეგ განბრჯენის (H) გავლენის ხაზი y_k -ჯერ გადიდებული ორდინატებით და შევაჯამოთ ერთმანეთზე დამთხვევით (ნახ. 204, ა). 204, ბ ნახაზზე მოყვანილია იგივე გავლენის ხაზი მხოლოდ აქ ორდინატები მოზომილია ნულოვანი ხაზიდან. ამ სახის გავლენის ხაზის სარგებლობა უფრო ადვილია.

განივი ძალა K კვეთში განისაზღვრება ფორმულით:

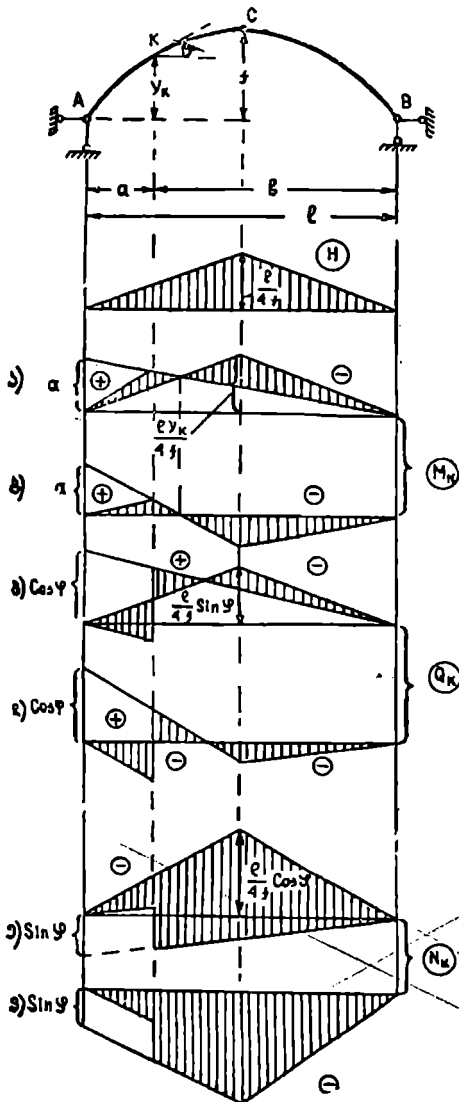
$$Q_k = Q_k^0 \cos \varphi - H \sin \varphi;$$

Q_k^0 წარმოადგენს უბრალო ორ საყრდენზე მდებარე კოქის განივი ძალას. ცხადია, რომ განივი ძალის გავლენის ხაზი მიიღება ორი გავლენის ხაზის შეჯამებით: უბრალო კოქის განივი ძალის გავლენის ხაზის, რომლის ორდინატები გამრავლებულია მუდმივ სიდიდებზე $\cos \varphi$, და განბრჯენის გავლენის ხაზის, რომლის ორდინატები გამრავლებულია მუდმივ სიდიდებზე $-\sin \varphi$. შეჯამებას ვახდენთ ერთმანეთზე დამთხვევით (ნახ. 204, გ). 204, დ ნახაზზე იმავე გავლენის ხაზის ორდინატები მოზომილია ნულოვანი ხაზიდან.

გრძივი ძალა K კვეთში

$$N_k = -(Q_k^0 \sin \varphi + H \cos \varphi).$$

გრძივი ძალის გავლენის ხაზი მიიღება $Q_k^0 \sin \varphi$ და $H \cos \varphi$ გავლენის ხაზების შეჯამებით (ნახ. 204, ე). 204, ვ ნახაზზე მოყვანილია იგივე გავლენის ხაზი დაყვანილი სახით.



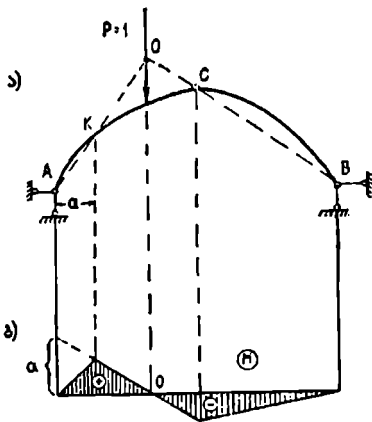
ნახ. 204.

ნის ხაზების შეჯამებით (ნახ. 204, ე). 204, ვ ნახაზზე მოყვანილია იგივე გავლენის ხაზი დაყვანილი სახით.

§ 51. გავლენის ხაზუხის აგება ნულოვანი წერტილების საშუალებით

მლუნავი მომენტის გავლენის ხაზის ორდინატა O წერტილში ნულის ტოლია (ნახ. 205, ბ). O წერტილს ნულოვანი წერტილი ეწოდება; ეს იმას ნიშნავს, რომ, როდესაც ძალა $P=1$ მოთავსდება ნულოვანი წერტილის გასწვრივ, მაშინ განსახილავ K კვეთში მლუნავი მომენტი ნულის ტოლია. მლუნავი მომენტი K კვეთში ნულის ტოლია მხოლოდ მაშინ, როდესაც კვეთის მარცხნივ მოქმედი ძალების ტოლქმედი, ამ შემთხვევაში A რეაქცია, გაივლის K წერტილში. B რეაქციამ უნდა გაიაროს C სახსარში.

წონასწორობის პირობის საფუძველზე A , B და $P=1$ ძალები უნდა გადაიკეთოს ერთ წერტილში. მაშასადამე, ნულოვანი წერტილი იმყოფება AK და BC ხაზების გადაკვეთის O წერტილის ქვეშ (ნახ. 205, ა). ნულოვანი წერტილის საშუალებით M_x გავლენის ხაზს ავაგებთ შემდეგნაირად: A საყრდენის ქვეშ ნულოვანი ხაზიდან მოვზომავთ a მონაკვეთს, მის ბოლო წერტილს შევუერთებთ ნულოვან წერტილს და გავაგრძელებთ C სახსრიდან დაშვებულ ვერტიკალამდე; შემდეგ, K და C წერტილების ქვეშ მიღებულ ორდინატებს ვუერთებთ სათანადოდ A და B საყრდენების ქვეშ ნულოვან ხაზს.



ნახ. 205.

ანალოგიურად აიგება განივი ძალის გავლენის ხაზიც. განივი ძალა K კვეთში ნულის ტოლია მხოლოდ მაშინ, როდესაც K წერტილის მარცხნივ მოქმედი ძალების ტოლქმედი, ჩვენ შემთხვევაში A საყრდენი რეაქცია, K წერტილზე გატარებული $m-m$ მხების პარალელურია (ნახ. 206, ა).

მაშასადამე, ნულოვანი წერტილის საპონელად A საყრდენიდან უნდა გავატაროთ mm მხების პარალელური AO ხაზი BC ხაზის გადაკვეთამდე O წერტილში (ნახ. 206, ა). O წერტილის გვემილი ნულოვან ხაზზე მოგვცემს ნულოვან წერტილს.

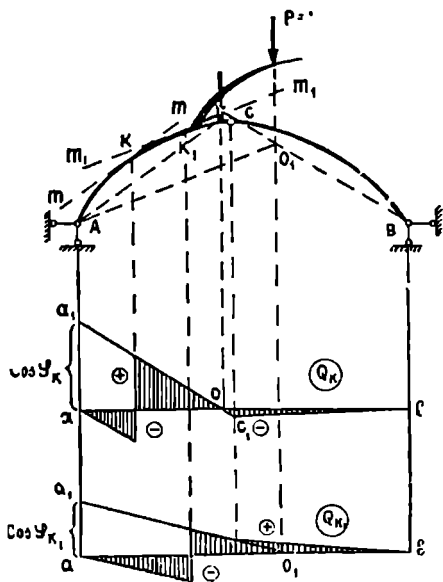
K კვეთის განივი ძალის გავლენის ხაზის მისაღებად A საყრდენის ქვეშ ნულოვან ხაზიდან მოვზომოთ ორდინატა $\cos \varphi_1$, მივიღებთ a_1 წერტილს, ეს უკანასკნელი შევუერთოთ ნულოვან წერტილს და გავაგრძელოთ C სახსრიდან დაშვებულ ვერტიკალამდე; შემდეგ C_1 წერტილი შევუერთოთ B საყრდენის ქვეშ ნულოვან ხაზს და a წერტილიდან გავატაროთ a_1c_1 ხაზის პარალელური ხაზი (ნახ. 206, ბ).

K_1 კვეთის განივი ძალის გავლენის ხაზის ნულოვანი წერტილი იმყოფება C სახსრის მარჯვნივ, რადგან K_1 წერტილზე გავლებული მხების პარა-

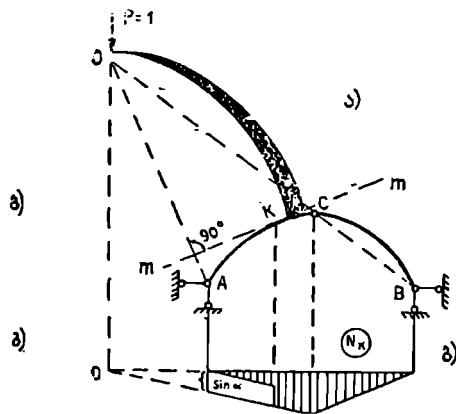
ნულური AO_1 ხაზი და BC იკვეთება C სახსრის მარჯვნივ. ამ შემთხვევაში ნულოვანი წერტილი o_1 იქნება ფიქტიური (ნახ. 206, გ).

ფიქტიური ნულოვანი წერტილის ირსებობა ადვილი წარმოსადგენია, თუ ვიგულისხმებთ, რომ ერთეული ძალა მოქმედებს მარცხენა ნახევარ თაღზე მიმაგრებულ კონსოლზე O_1 წერტილის გასწვრივ. a_1o_1 ხაზზე ჩამოვაგეგმილოთ c წერტილი და შევეურთოთ b -ს. a წერტილიდან გავატაროთ a_1o_1 ხაზის პარალელური.

გრძივი ძალის გავლენის ხაზის ნულოვანი წერტილა იქნება



ნახ. 206.



ნახ. 207.

BC და AO ხაზის (AO პერპენდიკულარულია mm მხების) გადაკვეთა O წერტილის ქვეშ, ვინაიდან როცა ძალა $P=1$ მოქმედებს O წერტილზე, მაშინ გრძივი ძალა K კვეთში ნულის ტოლია (ნახ. 207, ა). გავლენის ხაზის აგება ცხადია ნახაზიდან (ნახ. 207, ბ).

§ 52. სამსახსრიანი თაღის გრაფიკული ანგარიშის მაგალითები

1 მაგალითი. თაღზე მოქმედი P ძალა BC ხაზის პარალელურია-ვიპოვოთ საყრდენი რეაქციების მიმართულებანი (ნახ. 208).

გადაწყვეტა: წონასწორობის პირობის თანახმად $A \parallel B \parallel P$.

2 მაგალითი. თაღზე მოქმედი ძალა გადის B საყრდენზე (ნახ. 209). ვიპოვოთ რეაქციების მიმართულებანი.

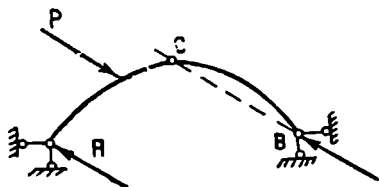
გადაწყვეტა: მოცემულია ნახაზზე.

3 მაგალითი. თაღზე მოქმედებს შეეურსული მომენტი. ვიპოვოთ რეაქციების მიმართულებანი (ნახ. 210).

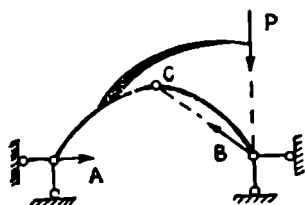
გადაწყვეტა: A რეაქცია გაივლის C სახსარში და $B \parallel A$.

4 მაგალითი. მოცემულია ორსართულიანი ჩარჩო, რომლის ზედა სართულზე მოქმედებს ჰორიზონტალური ძალა P . ვიპოვოთ ზედა და ქვედა სართულის საყრდენი რეაქციების მიმართულებანი (ნახ. 211).

გადაწყვეტა: ზედა სართულების რეაქციები გაივლის C , სახსარში და ექნება ნახაზზე ნაჩვენები მიმართულება, ქვედა სართულზე მოქმედებს A_1 და

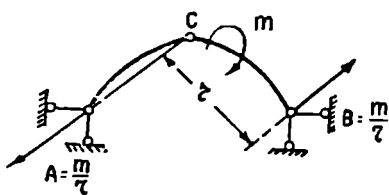


ნახ. 209.

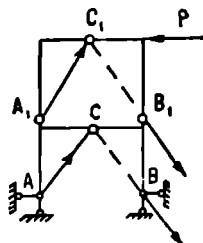


ნახ. 209.

B_1 -ის ტოლი და საწინააღმდეგო მიმართულების ძალები. მათი ვერტიკალური მდგენელები გადაეცემა უშუალოდ A და B საყრდენებს; ჰორიზონტალური მდგე-

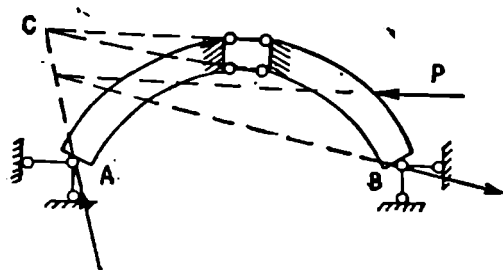


ნახ. 210.



ნახ. 211.

ნელებისაგან გამოწვეულ რეაქციებს ექნებათ ნახაზზე ნაჩვენები მიმართულებანი.



ნახ. 212.

მაგალითი. ორი ნახევართალი შეერთებულია ერთმანეთთან ორი ლეროს საშუალებით, რომლებიც C წერტილში იკვებებიან (ნახ. 212). ვიპოვოთ საყრდენი რეაქციების მიმართულება.

გადაწყვეტა: C წერტილი (მყისა ცენტრი) სისტემის ფიქტიური სახსარია. ამ წერტილში გაივლის A რეაქცია.

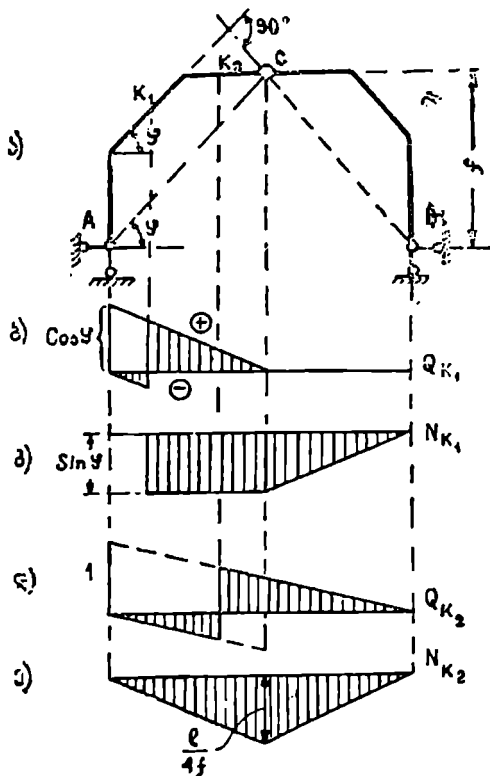
A , B და P ძალა უნდა იკვებებოდეს ერთ წერტილში (ნახ. 212).

6 მაგალითი. ავავოთ სამსახსრიანი ჩარჩოს K_1 და K_2 კვეთის განივი და გრძივი ძალის ვეღუნის ხაზები (ნახ. 213).

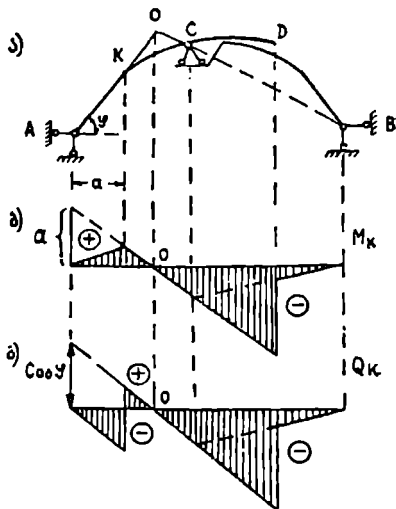
გადაწყვეტა: როდესაც ერთეული ძალა იმყოფება C წერტილის მარჯვნივ A რეაქცია გაივლის C სახსარში და $Q_{z1} = 0$, $N_{z1} = A$. დანარჩენი ცხა-

დია ნახაზიდან. K_2 კვეთში $Q_{K_2} = Q^0_{K_2}$ და $N_{K_2} = H$, ე. ი. უნდა ავიგოთ უბრალო კოქის განივი ძალის და განბრჯენის გავლენის ხაზი (ნახ. 213, დ, ე).

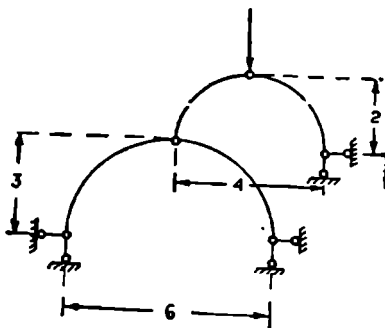
7 მაგალითი. ორი დისკო შეერთებულია ერთმანეთთან ორი ღეროთი, რომლებიც ჰქმნიან C სახსარს. მარცხენა დისკო



ნახ. 213.



ნახ. 214.



ნახ. 215.

გრძელდება C სახსრის მარჯვნივ კონსოლის სახით (ნახ. 214). ავიგოთ K კვეთის მლუნავი მომენტის და განივი ძალის გავლენის ხაზი.

გადაწყვეტა: მლუნავი მომენტის და განივი ძალის გავლენის ხაზის ნულოვანი წერტილი იქნება AK და BC ხაზების გადაკვეთის წერტილის (O) ქვეშ. ნულოვანი წერტილების პოვნის შემდეგ გავლენის ხაზებს ვაგებთ ჩვეულებრივი წესით, როცა ძალა $P=1$ გადასცდება D წერტილს, ე. ი. გადავა მარჯვენა დისკოზე, გავლენის ხაზები ნახტომით ხასიათდება (ნახ. 214, ბ, გ).

8 მაგალითი. ავიგოთ წნევის მრავალკუთხედი მოცემული სისტემისათვის (ნახ. 215).

გადაწყვეტა: იხ. ნახ. 215.

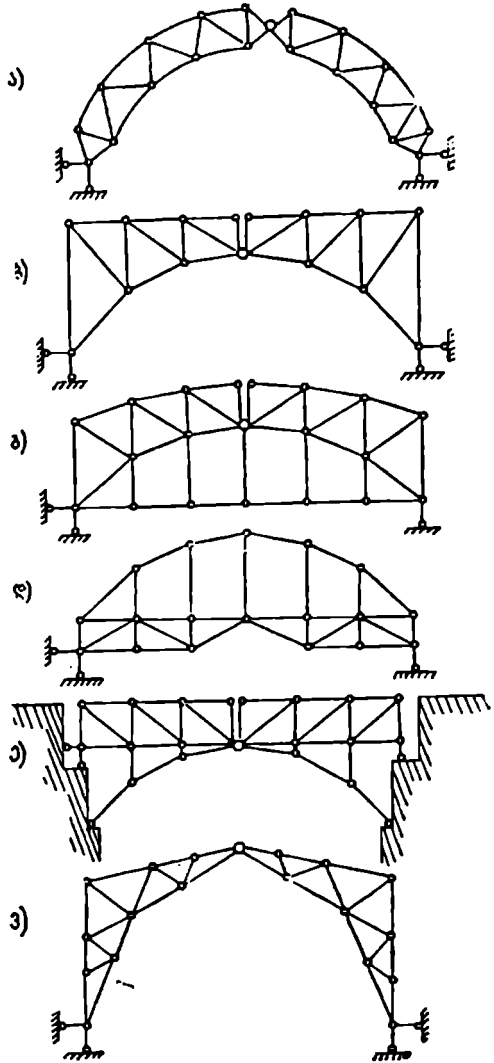
1. ფერმის ტიპები

თუ ნახევართაღებს ფერმით შევცვლით მივიღებთ თაღოვან ფერმას (ნახ. 216, ა). სამსახსრიანი ფერმის მუშაობის ხასიათი ისეთივეა, როგორც სამსახსრიანი თაღის, ე. ი. წარმოადგენს განბრჯენიან სისტემას. განბრჯენი განისაზღვრება ისე, როგორც სამსახსრიან თაღში. მისი სიდიდე არ არის დამოკიდებული ფერმის კონსტრუქციაზე და დამოკიდებულია მხოლოდ ქუსლების და კლიტის სახსრის მდებარეობაზე.

თაღოვან ფერმებს დიდი გამოყენება აქვს, არა მარტო ხიდების მშენებლობაში, არამედ სამოქალაქო და სამრეწველო მშენებლობაშიც. ყველაზე გავრცელებული სამსახსრიანი ფერმები მოყვანილია 216 ნახაზზე. ზედა სვლის შემთხვევაში თაღის ზედა სარტყელი სწორხაზოვანია (ნახ. 216, ბ). ზედა სვლის შემთხვევაში პირალეულ სარტყლებიან თაღსაც (ნახ. 216, ა) აკეთებენ (ნახაზზე არ არის ნაჩვენები თაღზედა ნაშენი). ქვედა სვლის დროს შემკოკიან თაღებს აკეთებენ (ნახ. 216, გ, დ). 216, გ ნახაზზე მოყვანილ სისტემას ეწოდება ბისტი თაღი მოქნილი შემკოკით, ხოლო 216, დ-ზე ნაჩვენებს კი მოქნილი თაღი ბისტი შემკოკით.

ორივე სისტემა საყრდენი რეაქციების მხრივ კოკოვანაა: (განბრჯენი შემკოკს გადაეცემა).

შემკოკიანი ფერმები შეიძლება განვიხილოთ, როგორც სამსართულიანი ფერმები (პირ-



ნახ. 216.

ელ შემთხვევაში მესამე სარტყელს ქმნის შემკოქი, მეორეში კი თალი). 216, ე ნახაზზე მოყვანილი სისტემა წარმოადგენს თალისა და ფერმის კომბინაციას. შემკოქიან თალთან განსხვავებით აქ განბრჯენი საყრდენებს გადაეცემა. სამოქალაქო და სამრეწველო ნაშენებში გვხვდება მრავალი ტიპის ფერმები, რომლებიც უმთავრესად ტეხილი სარტყლებისაგანაც შედგება (ნახ. 216, ე).

2. სამსახსრიანი თაღოვანი ფერმის ანგარიში

როგორც აღვნიშნეთ, სამსახსრიანი ფერმის საყრდენი რეაქციები განი-
აზღვრება ისე, როგორც სამსახსრიანი თალის რეაქციები. ძალების ანგარიში
ვერმის ღეროებში წარმოებს ჩვეულებრივი წესით და ამიტომ თაღოვანი ფერ-
მის ანგარიშს მუდმივ ტვირთზე აქ არ მოვიყვანთ.

გავარჩიოთ თაღოვანი ფერმის ანგარიში მოძრავ ტვირთზე.

რეაქციის ვერტიკალური მდგენელების გავლენის ხაზები აიგება ისე,
როგორც მარტივი კოქის რეაქციების გავლენის ხაზები. განბრჯენი გამოით-
ქლება ფორმულით:

$$H = \frac{M^0}{f}$$

და მისი გავლენის ხაზი მოყვანილია 217, ბ ნახაზზე.

სამსახსრიანი ფერმის ღეროების გავლენის ხაზები აიგება ისე, როგორც
კოქოვანი ფერმის ღეროების გავლენის ხაზები იმ განსხვავებით, რომ აქ ემა-
ტება განბრჯენის გავლენა.

U_2 ღეროს გავლენის ხაზი. გავტაროთ I—I კვეთი. როდესაც
ერთეული ძალა იმყოფება კვეთის მარჯვნივ, განვიხილოთ მარცხენა ნაწილის
წონასწორობის პირობა, სამომენტო წერტილად ავიღოთ K , მივიღებთ:

$$V_a \cdot d - U_2 \cdot r - H \cdot h = 0,$$

საიდანაც

$$U_2 = V_a \frac{d}{r} - H \frac{h}{r}.$$

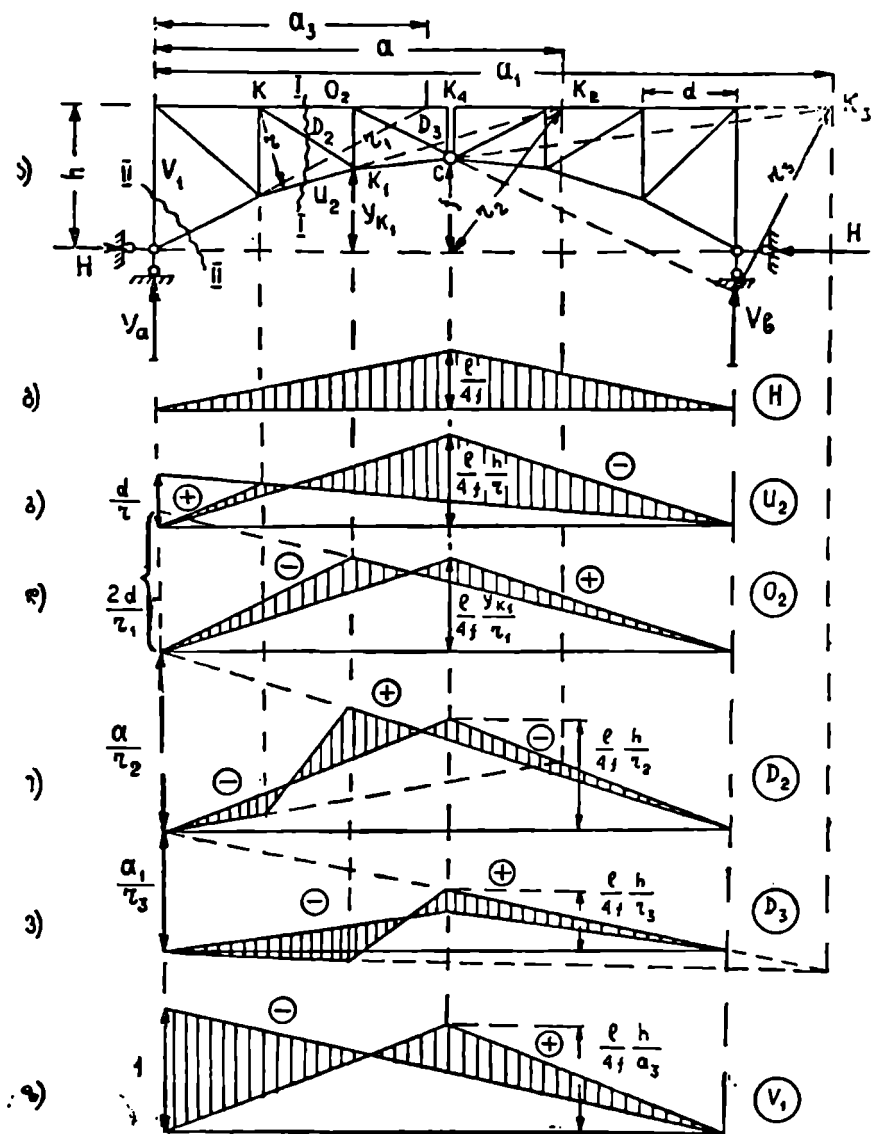
როდესაც ერთეული ძალა გადავა კვეთის მარცხნივ, განვიხილოთ მარჯვენა
ნაწილის წონასწორობის პირობა, მივიღებთ:

$$-V_b(l-d) + U_2 r + H \cdot h = 0,$$

საიდანაც

$$U_2 = V_b \frac{l-d}{r} - H \frac{h}{r}.$$

მიღებული განტოლებები განსხვავდება კოქოვანი ფერმის ღეროებისა-
თვის მიღებულ განტოლებებისაგან მხოლოდ მეორე წევრით. მაშასადამე, სამ-
სახსრიანი ფერმის U_2 ღეროს გავლენის ხაზის მისაღებად უნდა ავავაოთ უბ-
რალო ორ საყრდენზე მდებარე ფერმის ღეროს გავლენის ხაზი და მას გამო-
ვაკლოთ H გავლენის ხაზი გამრავლებული მუდმივ სიდიდებზე $\frac{h}{r}$. ორი გავ-
ლენის ხაზის სხვაობას მივიღებთ მათი ერთმანეთზე დამთხვევით (ნახ. 217, გ).



O_2 ღეროსათვის სამომენტო წერტილი იქნება K_1 . ერთეული ძალა იმყოფება კვეთის მარჯვნივ:

$$O_2 = -V_a \frac{2d}{r_1} + H \frac{y_{k_1}}{r_1}.$$

ერთეული ძალა გადავიდა კვეთის მარცხნივ:

$$O_2 = -V_b \frac{i-2d}{r_1} + H \frac{y_{k_1}}{r_1}.$$

გავლენის ხაზი წარმოდგენილია 217, დ ნახაზზე. ანალოგიურად აიგება D_1 და D_2 გავლენის ხაზები (ნახ. 217, ე, ვ).

V_1 დგარის გავლენის ხაზის ასაგებად გავატაროთ II—II კვეთი და სამომენტო წერტილად ავიღოთ K_4 (სამომენტო წერტილად შეგვეძლო აგველო სხვა რომელიმე წერტილი U_1 ღეროზე ან მის გაგრძელებაზე). მარცხენა ნაწილის წონასწორობის განხილვა მოგვცემს:

$$V_a a_3 + V_1 a_2 - H \cdot h = 0,$$

საიდანაც

$$V_1 = -V_a + H \frac{h}{a_3}.$$

უნდა შევაჯამოთ V_a რეაქციის გავლენის ხაზი და H -ის გავლენის ხაზი გადავამრავლოთ მუდმივ სიდიდეზე $\frac{h}{a_3}$ (ნახ. 217, ზ).

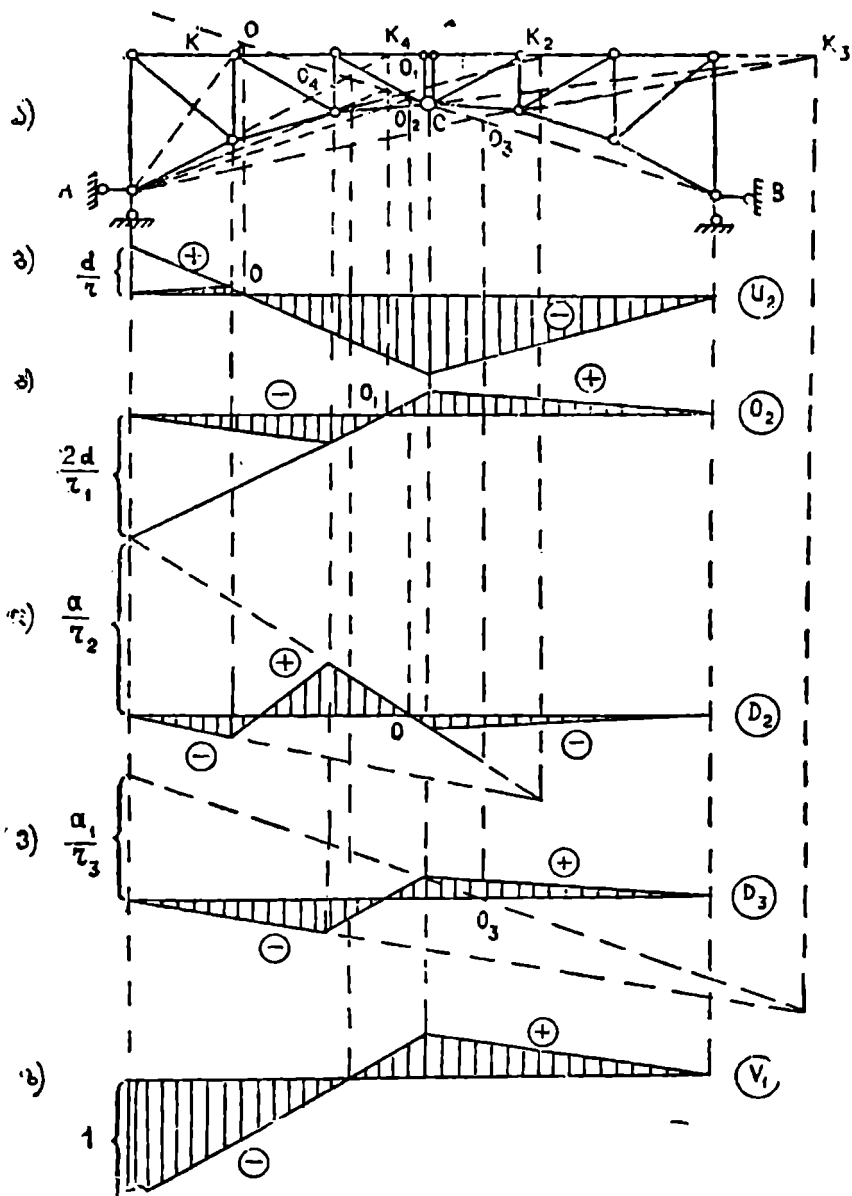
იგივე გავლენის ხაზები შეიძლება აიგოს ნულოვანი წერტილების საშუალებით (ნახ. 218). ნულოვან წერტილებს განვსაზღვრავთ ისე, როგორც თაღებში. ავაგოთ U_2 ღეროს გავლენის ხაზი. A საყრდენი შევუერთოთ სამომენტო წერტილს და მიღებული AK ხაზი გავაგრძელოთ BC ხაზის გაგრძელების გადაკვეთამდე O წერტილში, მისი გეგმილი ნულოვან ხაზზე მოგვცემს ნულოვან წერტილს (ნახ. 218, ბ).

A საყრდენის ქვეშ მოვზომოთ ორდინატა $\frac{d}{r}$, შევუერთოთ ნულოვან წერტილს (O) და გავაგრძელოთ C წერტილიდან დაშვებულ ვერტიკალის გადაკვეთამდე. C და K წერტილების ქვეშ მიღებული ორდინატები შევუერთოთ სათანადოდ B და A საყრდენის ქვეშ ნულოვან ხაზს (ნახ. 218, ბ).

ანალოგიურად აიგება დანარჩენი გავლენის ხაზებიც. D_3 ღეროს ნულოვანი წერტილი (O_3) ხედება მარჯვენა ნახევარფერმის ქვეშ; ეს ხდება მაშინ, როდესაც სამომენტო წერტილი იმყოფება C წერტილის მარჯვნივ საქმარისად დიდ მანძილზე. ამ შემთხვევაში ნულოვანი წერტილი იქნება ფიქტიური. გავლენის ხაზის აგება ნულოვანი წერტილების საშუალებით ცხადია ნახაზიდან (ნახ. 218), კვანძების ქვეშ მიღებული ორდინატები შეერთებულია სწორი ხაზით.

არაერთარ სიროთულეს არ წარმოადგენს დავამტკიცოთ:

ა. თუ სამსახსრიანი ფერმის ქვედა სარტყელი პარაბოლურია [შემოხაზულია განტოლებით $y = \frac{4f}{l^2} x(l-x)$] და ფერმაზე მოქ-



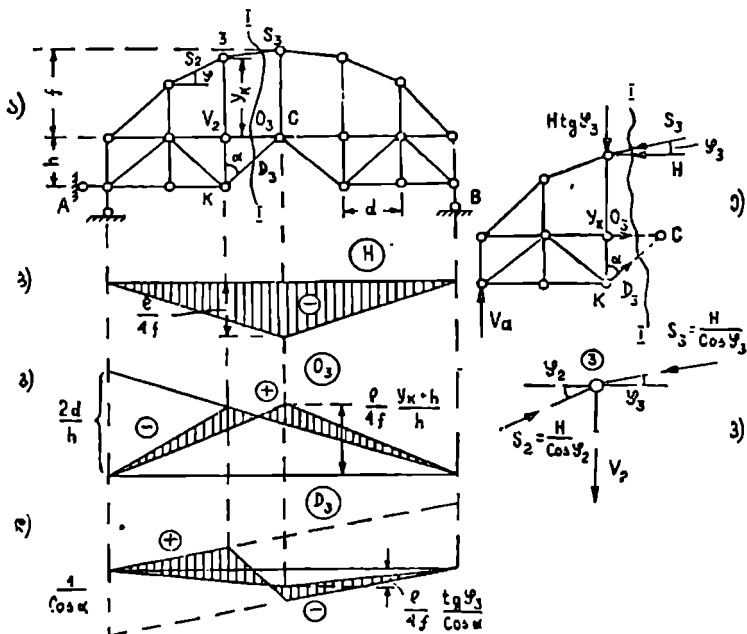
Биб. 218.

მედებს მთლიანი, თანაბრად განაწილებული ტვირთი, მაშინ ზედა ჰორიზონტალური სარტყელის ღეროებში და ირიბნებში ძალები ნულის ტოლია.

ბ. მთლიანი, თანაბრად განაწილებული ტვირთის მოქმედების დროს ქვედა სარტყლის ღეროების ძალვანა ჰორიზონტალური პროექტები თანატოლია და უდრის განბრჯენს H -ს.

3. კომბინირებული სისტემა—მოქნილი თალი ხისტი შემოკოთი

სისტემა წარმოადგენს თალისა და კოქის (ფერმის) კომბინაციას და ამიტომ მას კომბინირებული სისტემა ეწოდება. ზედა სარტყლის ღე-



ნახ. 219.

როების ძალვის ჰორიზონტალური მდგენელი ყველა პანელში ერთნაირია და ტოლია H -ის. გავატაროთ I—I კვეთი და S_3 ძალვა დავშალოთ ჰორიზონტალურ— H და ვერტიკალურ $H \operatorname{tg} \varphi_3$ მდგენელებად.

მომენტების ჯამი C სახსრის მიმართ მოგვეცეს (ნახ. 219, ა):

$$H = \frac{M^0_c}{f}$$

მაშასადამე, H -ის გავლენის ხაზი იქნება ისეთივე, როგორც სამსახსრიან თალში (ნახ. 219, ბ).

S_3 გავლენის ხაზის ასაგებად ზომენტების ჯამი ავიღოთ იმავე C წერტილის მიმართ:

$$V_a \frac{l}{2} - S_3 r = 0,$$

საიდანაც

$$S_3 = V_a \frac{l}{2r}.$$

როცა ძალა შუაშია

$$S_3 = \frac{l}{4r} = \frac{l}{4f \cos \varphi_3}.$$

მაშასადამე, S_3 გამოითვლება ფორმულით:

$$S_3 = \frac{H}{\cos \varphi_3}$$

და მის გავლენის ხაზს ისეთივე მოხაზულობა ექნება, როგორც H -ს. თალის სხვა ლეროების გავლენის ხაზების მისაღებად H გავლენის ხაზის ორდინატები უნდა გაიყოს სათანადოდ $\cos \varphi$ -ზე.

შეკოქის ლეროების ძალვითა საანგარიშოდ გავატაროთ კვეთი და მომენტების ჯამი ავიღოთ სათანადო სამომენტო წერტილების მიმართ.

მაგალითად, ავაგოთ O_3 ლეროს გავლენის ხაზი. მარცხენა ნაწილის მომენტების ჯამი K წერტილის მიმართ, მოგვცემს (ნახ. 219, ე):

$$\Sigma M_k = V_a 2d - H(y_k + h) + O_3 h = 0,$$

საიდანაც

$$O_3 = -V_a \frac{2d}{h} + H \frac{y_k + h}{h} = -\frac{M^0_k}{h} + H \frac{y_k + h}{h}$$

გავლენის ხაზი მოყვანილია 219, გ ნახაზზე.

D_3 ლეროს გავლენის ხაზის ასაგებად კვეთის ცალ მხარეზე მოქმედი ძალები დავაგვეგილოთ ვერტიკალურ ღერძზე, შივილებთ:

$$V_a + D_3 \cos \alpha - H \operatorname{tg} \varphi_3 = 0.$$

საიდანაც

$$D_3 = -V_a \frac{1}{\cos \alpha} + H \frac{\operatorname{tg} \varphi_3}{\cos \alpha}.$$

გავლენის ხაზი ნაჩვენებია 219, დ ნახაზზე.

როგორც ვხედავთ, შეკოქის ელემენტების გავლენის ხაზების მისაღებად ჯერ უნდა ავაგოთ უბრალო ორ საყრდენზე მდებარე ფერმის ლეროების გავლენის ხაზები, შემდეგ კი დავუმატოთ თალის გავლენა, ე. ი. H -ის გავლენის ხაზის ორდინატები გადამრავლებული სათანადოდ მუდმივ სიდიდესზე.

საკიდების ძალვის გასაანგარიშებლად საკმარისია ზედა კვანძების წონასწორობის განხილვა. მაგალითად, ამოვკვეთოთ მე-3 კვანძი (ნახ. 219, ე) და მასზე მოქმედი ძალები დავაგვეგილოთ ვერტიკალურ ღერძზე, შივილებთ:

$$H \operatorname{tg} \varphi_2 - H \operatorname{tg} \varphi_3 - V_2 = 0,$$

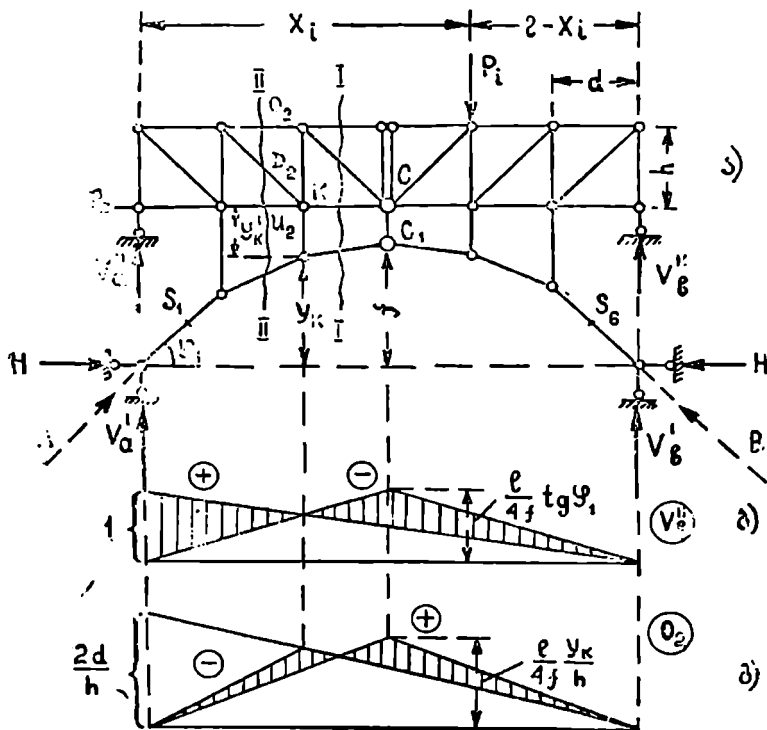
საიდანაც

$$V_2 = H(\operatorname{tg} \varphi_2 - \operatorname{tg} \varphi_3).$$

V_2 საკიდის გავლენის ხაზს ექნება H -ის მოხაზულობა, ხოლო მისი ორდინატები გამრავლდება მუდმივ სიდიდეზე ($\operatorname{tg} \varphi_2 - \operatorname{tg} \varphi_3$).

4. კომბინირებული სისტემა—მოქნილი თალი ხ-სტი კოკით (ფერმათ)

ისევე როგორც წინა შემთხვევაში, სისტემა წარმოადგენს თალისა და კოკის (ფერმის) კომბინაციას, მხოლოდ აქ ფერმა მოწყობილია თალის ზემოთ



ნახ. 220.

(ნახ. 220). წინა შემთხვევაში (ნახ. 219) ფერმა (შემკოკი) იყო ჩამოკიდებული თალზე, აქ კი პირიქით, ფერმა ეყრდნობა თალს.

კოკი (ამ მაგალითში ფერმა), რომელსაც აქვს ერთი უძრავი და მეორე მოძრავი საყრდენი, შედგება ორი ნაწილისაგან; ისინი ერთმანეთთან შეერთებულია C სახსრის საშუალებით. თალის ორივე საყრდენი უძრავია. ადვილად დავრწმუნდებით, რომ სისტემა სტატიკურად რკვევადი და გეომეტრიულად უცვლელია. თალის A და B რეაქციები, რომელთა მიმართულებანი ემთხვევა S_1 და S_6 ღეროს მიმართულებებს, დავშალოთ ორ მდგენელად V'_a , H და V'_b , H , კოკის რეაქციები აღვნიშნოთ V''_a და V''_b . კოკის და თალის საყრდენები მოთავსებულია ერთ ვერტიკალზე.

სისტემაზე მოქმედი ძალების მომენტების ჯამი B საყრდენის მიმართ მოგვეცემს:

$$(V_a + V''_a)l - \sum P_i(l - x_i) = 0,$$

საიდანაც

$$V_a = V'_a + V''_a = \frac{\sum P_i(l - x_i)}{l} = \frac{M_b}{l}$$

ანალოგიურად მივიღებთ:

$$V_b = V'_b + V''_b = \frac{M_a}{l}.$$

(41)

ამრიგად, თალის და კოქის ვერტიკალური რეაქციების ჯამი განისაზღვრება, როგორც მარტივი ორ საყრდენზე მდებარე კოქის რეაქციები.

გავეტაროთ I—I კვეთი და კვეთის მარცხნივ (ან მარჯვნივ) მოქმედი ძალების მომენტების ჯამი C წერტილის მიმართ გავუტოლოთ ნულს.

თალის გაკვეთილი ღეროს ძალეა დავშალოთ ვერტიკალურ— H ზგ ფ და ჰორიზონტალურ— H მდგენელებად. ისინი გადიან C_1 წერტილზე. მივიღებთ:

$$(V'_a + V''_a) \frac{l}{2} - H(f + y_0) + Hy_0 = 0,$$

აქედან

$$H = \frac{(V'_a + V''_a) \frac{l}{2}}{f}.$$

$(V'_a + V''_a) \frac{l}{2} = M^0_c$ წარმოადგენს მარტივი კოქის მლუნაე მომენტს C კვეთის მიმართ. მაშასადამე,

$$H = \frac{M^0_c}{f}, \quad (42)$$

ე. ი. განისაზღვრება, როგორც სამსახსრიან თალში. რადგან A რეაქციის მიმართულება ემთხვევა S_1 ღეროს მიმართულებას, ამიტომ მისი დაშლა ორ მდგენელად მოგვეცემს:

$$V'_a = H \text{ ზგ } \varphi_1. \quad (43)$$

(41) ფორმულიდან მივიღებთ:

$$V''_a = V_a - V'_a = V_a - H \text{ ზგ } \varphi_1; \quad (44)$$

220, ბ ნახაზზე მოყვანილია V''_a რეაქციის გავლენის ხაზი. საყრდენი რეაქციის გავლენის ხაზს აქვს უარყოფითი უბანი, რაც იმას ნიშნავს, რომ როცა ტვირთი მოთაესდება ამ უბანზე, მაშინ რეაქცია მიმართულია ქვემოთ, ე. ი. ფერშის მარცხენა ბოლო ცდილობს მოშორდეს საყრდენს. ასე ხდება B საყრდენზედაც. ფერმა რომ არ მოშორდეს საყრდენს, ამისათვის აკეთებენ სათანადო საყრდენ მოწყობილობებს.

ძალეა თალის ღეროებში ტოლია:

$$S = \frac{H}{\cos \varphi_i}.$$

კოქის ელემენტების გავლენის ხაზების ასაგებად გავატაროთ II—II კვეთი. O_2 ღეროს საბაზარო მხარეში სამომენტო წერტილად მივიღოთ K . როცა ერთეული ძალა მოთავსებულია კვეთის მარჯვნივ, მარცხენა ნაწილის წინასწარობის ირობა მოგვეცემს:

$$V_a \cdot 2d + O_2 h - H(y_k + y'_k) + H y'_k = 0,$$

საიდანაც

$$O_2 = -V_a \frac{2d}{h} + H \frac{y_k}{h}.$$

როცა ერთეული ძალა იმყოფება კვეთის მარცხნივ მივიღებთ:

$$O_2 = -V_b \frac{4d}{h} + H \frac{y_k}{h},$$

ან

$$O_2 = -\frac{M^0_k}{h} + H \frac{y_k}{h}.$$

220, გ ნახაზზე მოყვანილია O_2 ღეროს გავლენის გაზი. დანარჩენი ღეროების ძალები გამოითვლებიან, ისე როგორც წინა მაგალითში.

მიღებული ფორმულები გვიჩვენებენ, რომ სისტემის ელემენტების გავლენის ხაზების მისაღებად ის უნდა განვიხილოთ, როგორც მარტივი ფერმა და ავადგოთ მისი სათანადო ღეროების გავლენის ხაზები, შემდეგ კი დავეშვათ (აღგებრულად) H -ის გავლენის ხაზის ორდინატები გამრავლებული მუდმივი სიდიდებზე.

§ 54. კიდული სისტემები

1. საერთო ცნობები

თალოვანი სისტემის ძირითადი ელემენტები მუშაობენ კუმშვაზე, ხოლო კიდული სისტემის ძირითადი ელემენტი—ბაგირი ან ჯაჭვი კი პირიქით, მუშაობს მხოლოდ გაჭიმვაზე. საზოგადოდ გაჭიმული ელემენტებისაგან შედგენილი სისტემა უფრო რაციონალურია, ვიდრე შეკუმშული, რადგან გაჭიმულ ელემენტებს მდგრადობის დაკარგვის საფრთხე არ მოელოთ და ამით საგრძნობლად მცირდება გრძივი ღუნვის გავლენა.

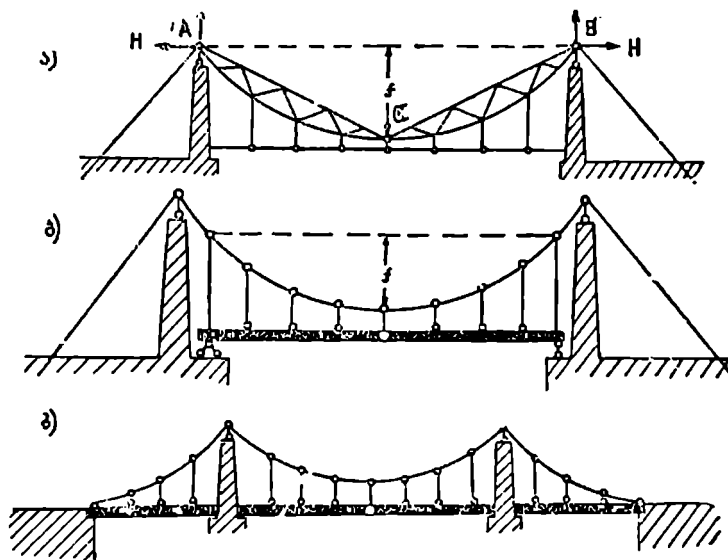
ამით აიხსნება ის ფაქტი, რომ დიდი მალეების გადასახურავად კიდული სისტემები კონკურენციის გარეშე დგას. აშენებული კიდული სისტემების მაღალი ამეზამად 1280 მ აღწევს. კიდული სისტემა უნდა იყოს გეომეტრიულად უცვლელი და ხისტი. გაირჩევა სხვადასხვა კონსტრუქციის კიდული სისტემები.

221, ა ნახაზზე მოყვანილი სისტემა წარმოადგენს გადაბრუნებულ სამსახსრიან თალოვან ფერმას, რომელიც ჩამოკიდებულია ქუსლის სახსრებით. ეს სისტემა თალოსაგან იმით განსხვავდება, რომ აქ განბრუნებულია გარეთ. ქუსლის სახსრები იქნება A და B კლიტის კი C . აქ სისტემის სიხისტე მიღწეულია თაღის სიხისტით, რომელზედაც ჩამოკიდებულია სახსროვანი საელი ნაწილი.

კიდული სისტემის მეორე სქემა წარმოდგენილია 221, ბ ნახაზზე, სადაც ჯაჭვი შეერთებულია კოქთან ან ფერმასთან ვერტიკალური ღეროების—საკიდების საშუალებით. აქ კოქი ან ფერმა უზრუნველყოფს სისტემის სიხისტეს და ამიტომ მათ სიხისტის კოქს ან სიხისტის ფერმას უწოდებენ. 221, გ ნახაზზე ნაჩვენებია სამშალიანი კიდული სისტემა. კიდული სისტემებიც კომბინირებულია და წინა პარაგრაფში გარჩეულ სისტემების ანალოგიურად იანგარიშება.

კიდული სისტემის საყრდენებს პილონები ეწოდება, რომლებიც უმთავრესად ნაპირზე კეთდებიან.

კიდული სისტემის ძირითადი კონსტრუქცია—გაკიმული ზედა სარტყელი, შედგება ან სახსროვანი ღეროებისაგან (ჯაჭვისაგან) ან ფოლადის წვრილი



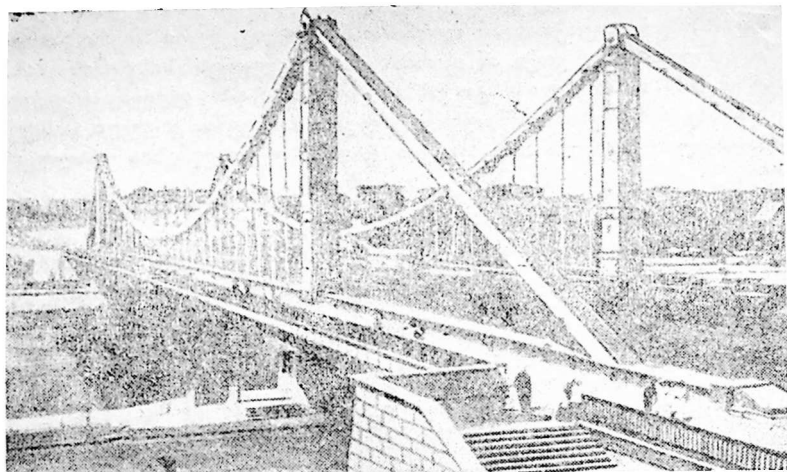
ნახ. 221.

მაეთულებსაგან დაგრეხილი ბაგირისაგან. ყირიმის ხიდი მდ. მოსკოვზე (ქ. მოსკოვში) ჯაჭვისა და მთლიანი კვეთის მქონე სიხისტის კოქისაგან შედგება (ნახ. 222).

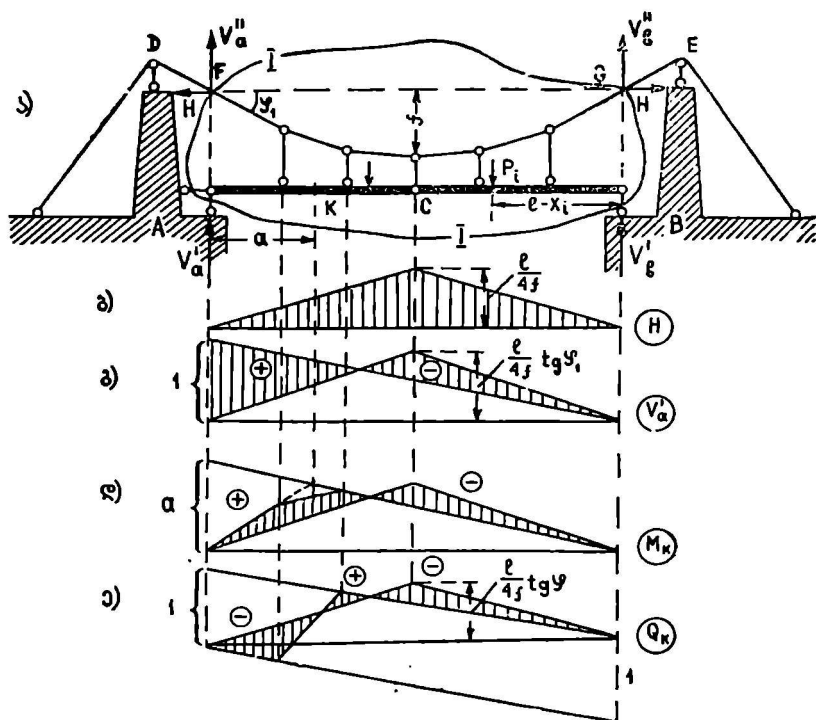
2. კიდული სისტემის ანგარიში (ჯაჭვი სიხისტის კოქით)

223-ე ნახაზზე წარმოდგენილი სქემა შედგება ჯაჭვისა და ხისტი მთლიანი კვეთის მქონე კოქისაგან. სისტემა გეომეტრიულად უცვლელი და სტატიკურად რკვევადია. ამაში აღვიღად დავრწმუნდებით, თუ გამოვთვლით მის თავისუფლების ხარისხს: დისკოების რიცხვი $D=15$, სახსრების რიცხვი $III=18$ და საყრდენი ღეროების რიცხვი $C=9$; სისტემის თავისუფლების ხარისხი

$$W=3 \cdot 15 - 2 \cdot 18 - 9 = 0.$$



65b. 222.



გავატაროთ I—I ჩაკეტილი კვეთი ჯაქვზე და საყრდენ ღეროებზე და განვიხილოთ მოკვეთილი ნაწილის წონასწორობის პირობა. ჯაქვის ძალეა F და G (რომლებიც A და B საყრდენი წერტილების გვეგმილებს წარმოადგენს წერტილებში დაეშალოთ—ვერტიკალურ V'_a , V''_a და ჰორიზონტალურ H მდგენელებად, მივიღებთ:

$$V''_a = V'_a = H \operatorname{tg} \varphi_1$$

მომენტების ჯამი G წერტილის მიმართ მოგვეცეს:

$$(V'_a + V''_a)l - \sum P_i(l - x_i) = 0,$$

საიდანაც

$$V'_a + V''_a = V_a = \frac{\sum P_i(l - x_i)}{l} = \frac{M_b}{l}.$$

მაშასადამე, A და F წერტილებს ვერტიკალური რეაქციების ჯამი უბრალო AB კოქის რეაქციის ტოლია. ჯაქვის ძალის ჰორიზონტალური მდგენელის—განბრჯენის საპოვნელად გავატაროთ ჩაკეტილი კვეთი II—II C სახსარზე და F წერტილზე ისე, როგორც ნაჩვენებია 224, ა ნახაზზე. ჯაქვის ძალეა როგორც F' წერტილში, ისე შუაში დაშლილია ორ მდგენელად. ჯაქვის ძალის ვერტიკალური მდგენელი შუაში გადის C სახსარში.

მომენტების ჯამი C სახსრის მიმართ მოგვეცეს:

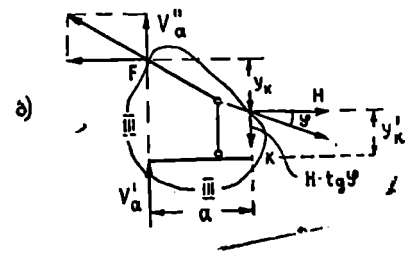
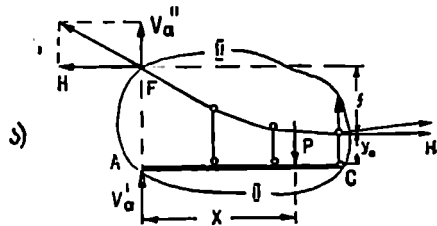
$$(V'_a + V''_a) \frac{l}{2} - H(f + y_0) + Hy_0 - P \left(\frac{l}{2} - x \right) = 0,$$

საიდანაც

$$H = \frac{(V'_a + V''_a) \frac{l}{2} - P \left(\frac{l}{2} - x \right)}{f} = \frac{M^0_c}{f}$$

მრიცხველი წარმოადგენს მარტივ AB კოქის მღუნავ მომენტს C წერტილის მიმართ. მაშასადამე, საყრდენი რეაქციები გამოითვლება ფორმულებით:

$$\left. \begin{aligned} V''_a = V'_a = H \operatorname{tg} \varphi_1 \\ V_a = V_a - H \operatorname{tg} \varphi_1 \\ V_b = V_b - H \operatorname{tg} \varphi_1 \end{aligned} \right\} \quad (45)$$



6ახ 224.

ჯაქვის ძალის ჰორიზონტალური მდგენელი ყველა პანელში ერთნაირია და ტოლია განბრჯენის:

$$H = \frac{M^0_c}{f} \quad (46)$$

ძალვა ჯაქვის ლეროებში:

$$S = \frac{H}{\cos \varphi} \quad (47)$$

გამოთვალთ მლუნავი მომენტი და განივი ძალა კოქის K კვეთში, რისთვისაც გავატაროთ III—III კვეთი (ნახ. 224, ბ). მლუნავი მომენტი:

$$M_k = (V''_a + V''_a)a - H(y_k + y'_k) + Hy'_k = V_a \cdot a - Hy_k.$$

პირველი წევრი წარმოადგენს უბრალო კოქის მლუნავ მომენტს K წერტილის მიმართ $-M^0_k$. საბოლოოდ:

$$M_k = M^0_k - Hy_k \quad (48)$$

როგორც ვხედავთ, განბრჯენი და მლუნავი მომენტი გამოითვლება ისე, როგორც სამსახსრიან თალში.

კვეთის ცალ მხარეზე მოქმედი ძალების გეგმილების ჯამი ვერტიკალურ ღერძზე მოგვცემს:

$$Q_k = V_a - H \operatorname{tg} \varphi.$$

უფრო ზოგადად:

$$Q_k = Q^0_k - H \operatorname{tg} \varphi, \quad (49)$$

სადაც Q^0_k უბრალო კოქის განივი ძალაა.

V_a , H , M_k და Q_k სიდიდეების გავლენის ხაზები მოყვანილია 223, ე ნახაზზე. გავლენის ხაზების აგება გასაგებია მათი განტოლებებიდან. კოქის რეაქციების გავლენის ხაზებს აქვთ უარყოფითი უბანი, ე. ი. ტვირთის მდებარეობის მიხედვით რეაქციები იცვლის თავიანთ მიმართულებას.

მ. კიდული სისტემის ანგარიში (ჯაქვი სიხისტის ფერმით)

დიდი ძალების გადახურვისას მთლიანი კვეთის მქონე სიხისტის კოქის მაგიერ აკეთებენ სიხისტის ფერმას (ნახ. 225). ამ სისტემის ანგარიში პრინციპულად არაფრით განსხვავდება ზემოთ განხილული სისტემის ანგარიშისაგან. განბრჯენის საპოვნელად დაეწეროთ I—I კვეთის ცალ მხარეზე მოქმედი ძალების მომენტების ჯამი C წერტილის მიმართ, მივიღებთ:

$$H = \frac{M^0_c}{f}.$$

განბრჯენის გავლენის ხაზი იქნება ისეთივე, როგორც მთლიანის კვეთის მქონე სიხისტის კოქის შემთხვევაში. ფერმის ლეროების ძალვათა საპოვნელად გავატაროთ II—II კვეთი და განვიხილოთ კვეთის მარცხენა მხარე, როცა ძალა იმყოფება კვეთის მარჯვნივ. ჯაქვის ძალვა (დაეწალოთ ვერტიკალურ და ჰორიზონტალურ მდგენელებად.

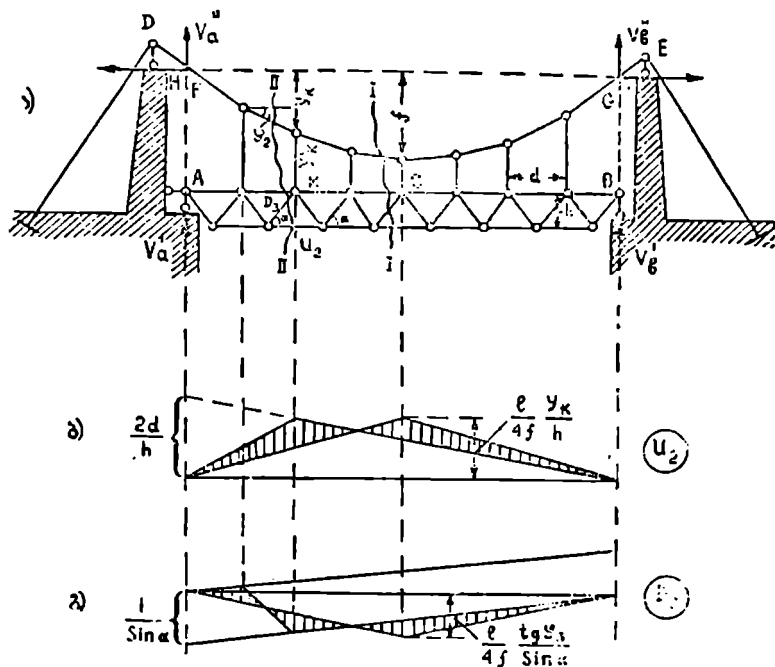
ვერტიკალური მდგენელი გაივლის K წერტილში. მივიღებთ:

$$M_k = (V'_a + V''_a)2d - H(y_k + y'_k) + Hy'_k - U_2 h = 0,$$

საიდანაც

$$U_2 = V_a \frac{2d}{h} - H \frac{y_k}{h} = \frac{M^0_k}{h} - H \frac{y_k}{h}.$$

უნდა ავაგოთ პირველი წევრის, ე. ი. უბრალო ორ საყრდენზე მდებარე ფერმის ლეროს გავლენის ხაზი და მას დაეფაროთ H -ის გავლენის ხაზის ორდინატები გადამრავლებული $\frac{y_k}{h}$ -ზე (ნახ. 225, ბ).



ნახ. 225.

D_3 —ირიბანის ძალვის საპოვნელად კვეთის მარცხენა ნაწილზე მოქმედი ძალები დავაგებნილოთ ვერტიკალურ ლერძზე, მივიღებთ:

$$V'_a - H \operatorname{tg} \varphi_2 + D_3 \sin \alpha = 0,$$

საიდანაც

$$D_3 = -V'_a \frac{1}{\sin \alpha} + H \frac{\operatorname{tg} \varphi_2}{\sin \alpha} = -\frac{Q^0_k}{\sin \alpha} + H \frac{\operatorname{tg} \varphi_2}{\sin \alpha}.$$

ამგვარად, უნდა ავაგოთ უბრალო კოქის განივი ძალის გავლენის ხაზი, მისი ორდინატები გავეთ $\sin \alpha$ და დაეფაროთ H -ის გავლენის ხაზი $\frac{\operatorname{tg} \varphi_2}{\sin \alpha}$ ჯერ გადიდებული ორდინატებით (ნახ. 225, გ).

ადვილად შევამჩნევთ რომ კიდული ფერმის გავლენის ხაზები აიგება ისევე, როგორც თალოვანი ფერმის გავლენის ხაზები.

§ 55. ბონდის ფერმები

1. ხერთო ცნობები

ფერმების თეორიის ერთ-ერთ ძირითად ამოცანას შეადგენს ისეთი სისტემის შექმნა, რომლის ყველა ლეროში მუდმივი და ღროებითი დატვირთვის ერთდროული მოქმედებისას წარმოიშევა მხოლოდ გამჭიმავი ძალები. ასეთი ფერმების ძირითადი უპირატესობა ისაა, რომ აცილებული იქნება გრძივი ღუნვის გავლენა. გარდა ამისა, აქ შესაძლებელია გამოყენებული იყოს მაღალი სიმტკიცის ფოლადი ან ფოლადის ბაგირები და შეტანილი იყოს სათანადო კონსტრუქციული გამარტივება, რაც მნიშვნელოვან ეკონომიას იძლევა. ასეთი ფერმის ერთ-ერთ სახეს ჯერჯერობით ბონდის ფერმები წარმოადგენს.

ბონდის ფერმა ისეთი კიდული სისტემაა, რომლის ყველა ლეროში, ნე ბისმიერი დატვირთვის დროს, წარმოიშევა გამჭიმავი ძალები.

ბონდის ფერმის ღეროები კეთდება ფოლადის მოქნილი ბაგირისაგან. მისი უმარტივესი სქემა მოყვანილია 226, ა ნახაზზე. ადვილად შევამჩნევთ, რომ როცა ძალა მოთავსდება 1, 2 და 3 კვანძზე, იმუშავენ სათანადოდ ცალკეული ორ-ორი ბაგირი C_1D , C_2E , CD , CE და C_2D , C_1E . ამ სისტემის უარყოფით მხარეს წარმოადგენს ის, რომ, როცა ძალა მოქმედებს ერთ რომელიმე კვანძზე, მუშაობაში მონაწილეობას იღებს მცირე რაოდენობის ღეროები და სისტემა არაეკონომიურია.

226, ბ ნახაზზე ნაჩვენებია სისტემა, სადაც ერთი გარკვეული დატვირთვის დროს მრავალი ღერო მუშაობს და საიდანაც შეიძლება მიღებული იყოს მთელი რიგი სხვადასხვა სახის ფერმები. ფერმის თითოეული სარტყელი წარმოადგენს ვერტიკალურ ძალთა სისტემის თოკის მრავალკუთხედს და ამიტომ, ასეთ ფერმას მრავალსარტყლიანი თოკის მრავალკუთხედი ეწოდება (რაბინოვიჩის ფერმა).

თოკის მრავალკუთხედების შემაერთებელი ღეროები მოთავსებულია ერთ ვერტიკალზე და ყველა ღერო შეერთებულია ერთმანეთთან სახსრებით. განხილული ფერმა გაიყოფა ორ ნახევარ ფერმად: $CADC_1E$ და $CBEC_1D$. პირველი ნახევრებია მთლიან ხაზებში და მუშაობს მაშინ, როცა მარცხენა ნაწილია დატვირთული, მეორე კი ნახევრებია წყვეტილ ხაზებში და მუშაობს მარჯვენა ნაწილის დატვირთვის დროს.

გამოვყოთ ფერმის ნახევარი ცალკე (ნახ. 227) და განვიხილოთ მისი გეომეტრიული უცვლელობის პირობა.

სარტყელების რიცხვს თუ აღვნიშნავთ m -ით და პანელების რიცხვს n -ით მაშინ სარტყელების შემაერთებელი ვერტიკალური ღეროების რიცხვი იქნება $(m-1)(n-1)$. ფერმის ყველა ღეროების რიცხვი (საყრდენი ღეროებისადა):

$$m_0 = m \cdot n + (m-1)(n-1) + 1 + 4 = 2mn - m - n + 6.$$

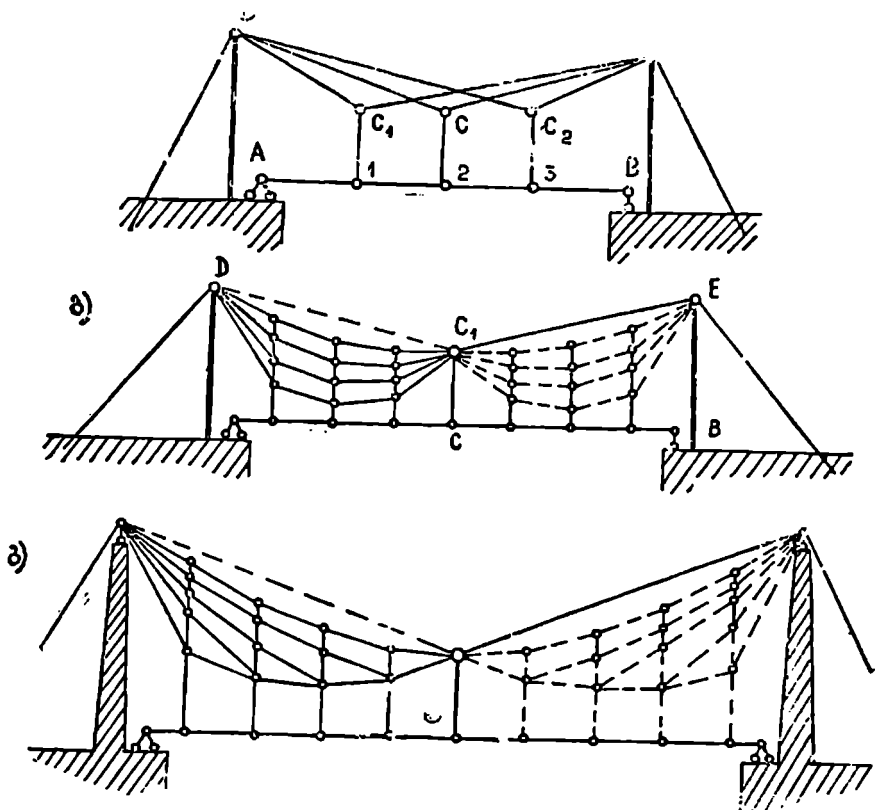
კვანძების რიცხვი:

$$Y = m(n-1) + 3.$$

ფერმა, რომ იყოს უცვლელი $m_0 = 2Y$ (ფორმ. 4),

0. ი.

$$2mn - m - n + 6 = 2m(n-1) + 6,$$



ნახ. 226.

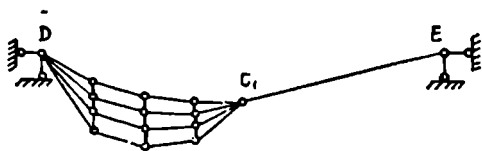
საიდანაც მივიღებთ:

$$m = n.$$

მაშასადამე, სისტემა იქნება გეომეტრიულად უცვლელი, თუ მრავალკუთხედების (სარტყელების) რიცხვი ტოლია მათი პანელების რიცხვის.

თუ გამოვიყენებთ თოკის მრავალკუთხედების გვერდების შეკრების პრინციპს, განხილული სისტემიდან შეიძლება მივიღოთ მთელი რიგი ახალი, უფრო მარტივი სისტემები.

226, გ ნახაზზე მოყვანილია ხუთსართულიანი ფერმა, სადაც რამდენიმე კანელის ფარგლებში ზოგიერთი სართული ერთმანეთს ემთხვევა. მრავალსართულიანი მრავალკუთხედის კერძო შემთხვევას წარმოადგენს რადიალური ბონდის ფერმა (ნახ. 228, ა) და ეისკლარის ფერმა (ნახ. 228, ბ). ამ უკანასკნელს მივიღებთ თუ 225, გ სქემაში ძირითად ბონდებს გავასწორებთ და ამის შედეგად მიღებულ ნულოვან ლეროებს მოვაწორებთ.

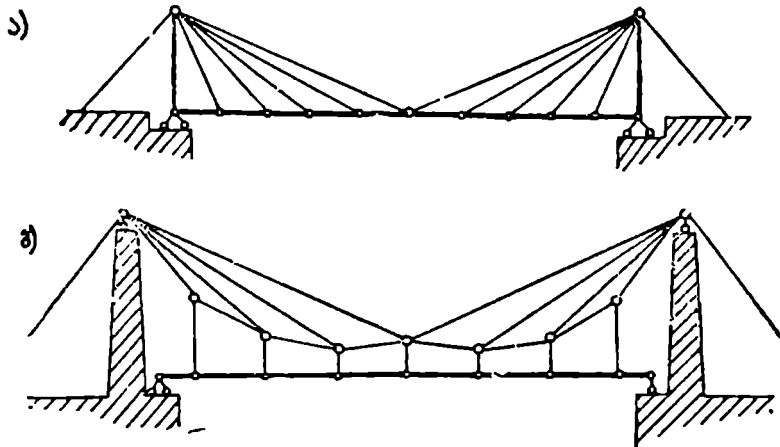


ნახ. 227.

მცირე სიხისტის გამო ბონდის ფერმებს სარკინიგზო ხიდებისათვის არ ხმარობენ.

2. რადიალური ბონდის ფერმის ანგარიში

რადიალური ბონდის ფერმა წარმოადგენს გადმობრუნებულ სამსახსრიან თაღს $A'CB'$ (ნახ. 229, ა). ვერტიკალური რეაქციების ჯამი A_1 , A' და B_1 , B' საურდენებზე განისაზღვრება, როგორც უბრალო კოქის რეაქციები.



ნახ. 228.

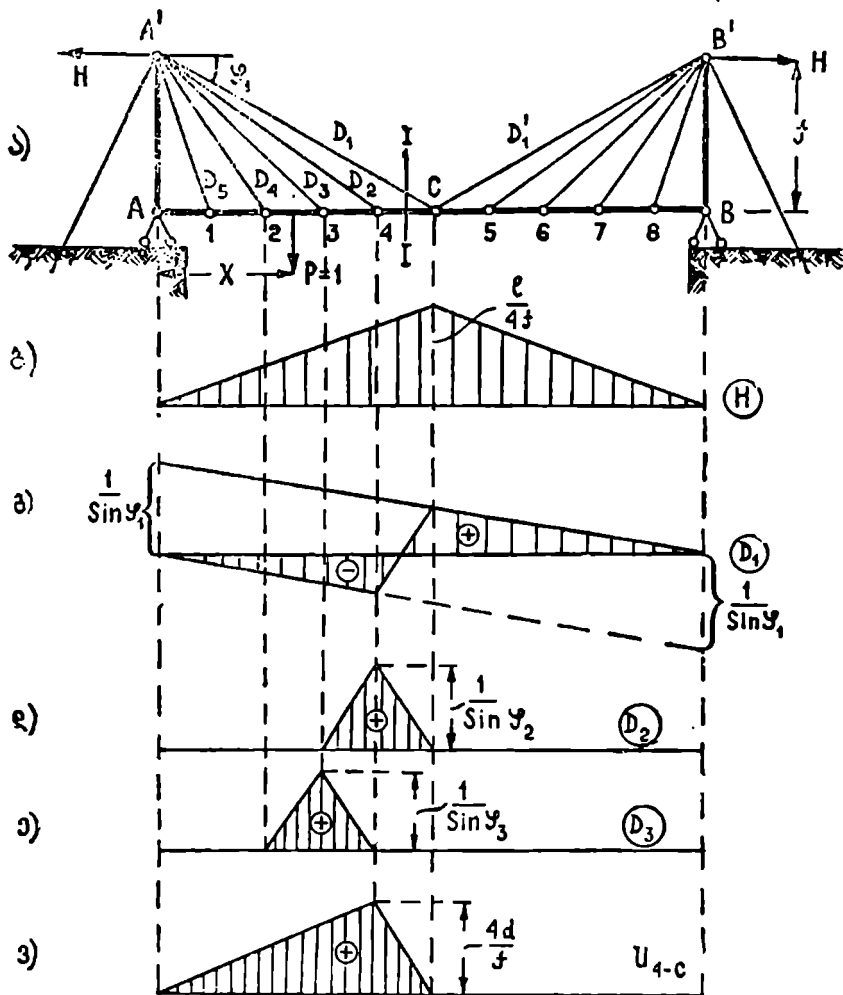
განბრჯენის საპოვხელად გავატაროთ I—I კვეთი და მომენტების ჯამი ავიღოთ C წერტილის მიმართ. მივიღებთ იმავე გამოხატულებას, რაც სამსახსრიან თაღში და ამიტომ H -ის გავლენის ხაზს ექნება სამკუთხა მოხაზულობა (ნახ. 229, ბ). ძირითადი $A'C$ ელემენტის გავლენის ხაზის ასაგებად I—I კვეთის მარცხნივ მოთავსებული ძალები დავაგვიგმილოთ ვერტიკალურ ლერძზე, მივიღებთ (ერთეული ძალა იმყოფება კვეთის მარჯვნივ):

$$V_a - D_1 \sin \varphi_1 = 0,$$

საიდანაც

$$D_1 = P_a \frac{1}{\sin \varphi_1}$$

გაელენის ხაზი წარმოდგენილია 229, გ ნახაზზე. 1, 2, 3 და 4 კვანძების ამოკვეთა და მათი წონასწორობის პირობის განხილვა გვიჩვენებს, რომ D_2 , D_3 ,



ნახ. 229.

D_4 და D_5 ღეროები მუშაობენ მაშინ, როცა ძალა ორ მეზობელ პანელზე მოკმედებს.

მაგალითად, D_2 ღერო მუშაობს, როცა ძალა მოკმედებს 2—3—4 უბანზე. D_2 და D_3 ძალების გაელენის ხაზები მოყვანილია 229, დ, ე ნახაზზე.

4—*C* ღეროს გავლენის ხაზის ასაგებად განვიხილოთ I—I კვეთის მარცხენა ნაწილი და სამომენტო წერტილად ავიღოთ *A'*, მივიღებთ: როცა ძალა იმყოფება კვეთის მარცხნივ:

$$1 \cdot x - U_{4-c} \cdot f = 0,$$

საიდანაც

$$U_{4-c} = \frac{x}{f}.$$

როცა $x = 4d$, მაშინ $U_{4-c} = \frac{4d}{f}$.

როცა ძალა მოქმედებს კვეთის მარჯვნივ $U_{4-c} = 0$. გავლენის ხაზი მოყვანილია 229, ვ ნახაზზე.

3. უისკლარის ფერმის ანგარიში

უისკლარის ბონდის ფერმის კონსტრუქცია ისეთივეა, როგორც რადიალური ფერმის და ამიტომ მას ხშირად რადიალურ ფერმას უწოდებენ (ნახ. 230).

ანგარიშის თვალსაზრისით ესეც გადმობრუნებული სამსახსრიანი თალია. როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ უისკლარის ფერმა წარმოადგენს რაბინოვიჩის მრავალსართულიანი ბონდის ფერმის კერძო შემთხვევას. ქვედა 1'—2'—3'—*c* სართულის მოხაზულობა ისე უნდა ავირჩიოთ, რომ გავლენის ხაზის უარყოფითი უბნის ორდინატები შიგნით გამოვიდეს. D_1 ძირითად ღეროს გარდა, ყველა დანარჩენი ღერო მუშაობს მხოლოდ მაშინ, როდესაც ძალა მოქმედებს ფერმის ერთ ნახევარზე.

აევაგოთ U_1 ღეროს გავლენის ხაზი.

გავატაროთ I—I კვეთი და სამომენტო წერტილად მივიღოთ *A'*. ერთეული ძალა იმყოფება *A* საყრდენიდან x მანძილზე, მივიღებთ:

$$-U_1 r_1 + 1 \cdot x = 0,$$

საიდანაც

$$U_1 = \frac{x}{r_1}.$$

გავლენის ხაზი წარმოდგენილია 230, ბ ნახაზზე.

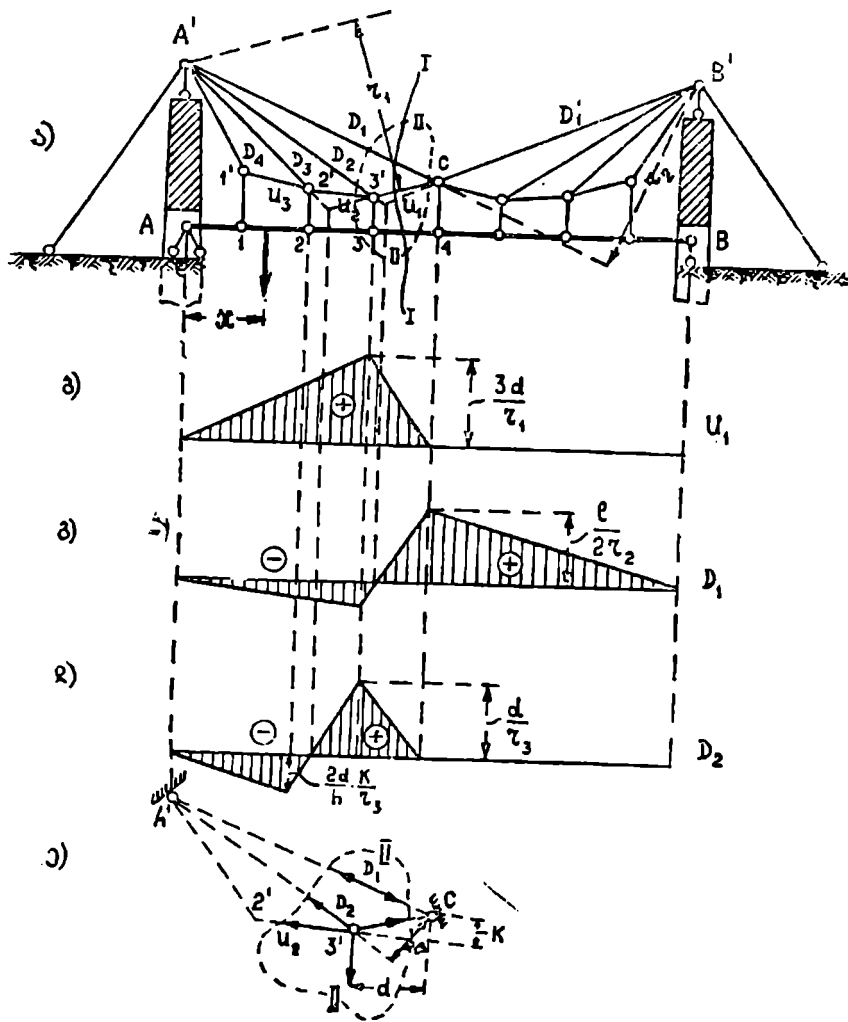
ანალოგიურად მივიღებთ U_2 და U_3 გავლენის ხაზებსაც თუ $A'2'3'$ და $A'1'2'$ ელემენტარულ სამსახსრიან თალებად განვიხილათ.

D_1 ღეროს გავლენის ხაზი. როდესაც ძალა იმყოფება მე-4 კვანძის მარჯვნივ 3'—*c* ღერო არ მუშაობს და I—I კვეთის მარჯვნივ მოქმედი ძალების მომენტების ჯამი *B'* წერტილის მიმართ მოგვცემს:

$$D_1 r_2 - 1 \cdot x = 0,$$

სადაც x , *B* საყრდენიდან $P = 1$ ძალამდე მანძილია. მაშასადამე:

$$D_1 = \frac{x}{r_2}.$$



6ახ. 290.

როცა ძალა მოთავსდება მე-4 კვანძზე გავლენის ხაზის ორდინატა იქნება: $\frac{l}{2r_3}$.

როცა ძალა გადავა კვეთის მარცხნივ განვიხილოთ მარცხენა ნაწილი და სა-
მომენტო წერტილად მივიღოთ $3'$:

$$D_{1,2} - M_3 = 0,$$

საიდანაც:

$$D_1 = \frac{M'_3}{r'_2}.$$

სადაც M'_3 კვეთის მარცხნივ მოქმედი ძალების მომენტების ჯამია $3'$ წერტილის მიმართ.

რადგან $A'CB'$ წარმოადგენს სამსახსრიან თალს, ამიტომ გავლენის ხაზების აგება შეიძლება ნულოვანი წერტილების საშუალებით. M_3 იქნება ნულის ტოლი, თუ კვეთის მარცხნივ მოქმედი ძალების ტოლქმედი გაივლის $3'$ წერტილზე. მაშასადამე, ნულოვანი წერტილი იქნება $A'3'$ და $B'C$ ხაზების გადაკვეთის წერტილის ქვეშ. მართლაც, როცა ძალა მოთავსდება $A'3'$ და $B'C$ ხაზების გადაკვეთის წერტილების გასწვრივ, მაშინ ის გაწონასწორდება D_1 და D_2 ღეროების ძალებით და D_1 კი გამოირთობა. გავლენის ხაზი წარმოდგენილია 230, გ ნახაზზე.

D_2 ღეროს გავლენის ხაზი. როცა ერთეული ძალა მოთავსდება მე-3 კვანძზე, მაშინ D_3 , D_4 , U_2 და U_3 ღეროები არ მუშაობენ. II—II კვეთით ამოგვეთოთ ფერმის ნაწილი და განვიხილოთ მისი წონასწორობის პირობა (ნახ. 230, ე). მომენტების ჯამი C წერტილის მიმართ მოგვეცემს

$$D_2 r_3 - 1 \cdot d = 0,$$

საიდანაც

$$D_2 = \frac{d}{r_3}.$$

ნულოვანი წერტილი იქნება D_3 და U_1 ღეროს გადაკვეთის წერტილის ქვეშ. მართლაც, როცა ძალა მათი გადაკვეთის წერტილზე მოქმედებს, ის დაიშლება ამ ღეროების მიმართულებით და D_3 გამოირთვება. $A'3'C$ შეგვიძლია განვიხილოთ, როგორც სამსახსრიანი თალი. ცხადია, D_3 ღეროში ძალვა, რომ იყოს ნულის ტოლი, კვეთის მარცხენა ძალების ტოლქმედმა უნდა გაიაროს $2'$ წერტილზე.

თუ ძალა $3'$ კვანძის მარცხნივ მოქმედებს, მაშინ U_2 ღეროში ძალვა არ არის ნულის ტოლი და მომენტების ჯამი C წერტილის მიმართ მოგვეცემს (ნახ. 230, ე):

$$U_3 k + D_2 r_3 = 0,$$

საიდანაც $D_2 = -U_2 \frac{k}{r_3}$. აქ $U_2 = \frac{x}{h}$, სადაც h , A' წერტილიდან U_2 -ზე

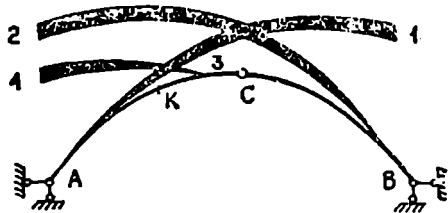
დაშვებული პერპენდიკულარია, x კი $P=1$ ძალიდან A საყრდენამდე მანძილი. მაშასადამე:

$$D_2 = -\frac{x}{h} \frac{k}{r_3}.$$

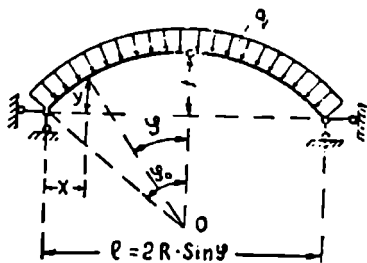
გავლენის ხაზის ორდინატა მე-2 კვანძის ქვეშ იქნება $\frac{2d}{h} \frac{K}{r_3}$ (ნახ. 230, დ).

§ 56. სავარჯიშო მაგალითები

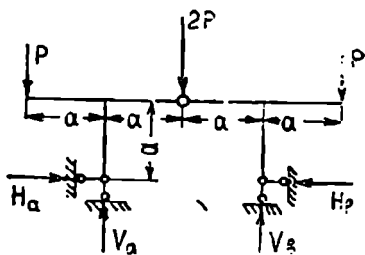
1. აიგოს განბრუნვის და K კვეთის მლუნავი მომენტის გავლენის ხაზები. სამი შემთხვევისათვის: ძალა მოძრაობს $A-1, B-2, B-3-4$ კონტურზე (ნახ. 231).



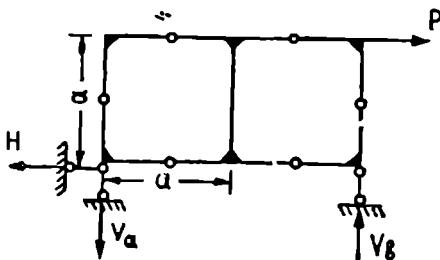
ნახ. 231.



ნახ. 232.



ნახ. 233.



ნახ. 234.

2. წრიული მოხაზულობის თაღზე მოქმედებს თანაბრად განაწილებული რადიალური დატვირთვა ინტენსივობით q ტ/მ (ჰიდროსტატიკური დაწოლა). დავამტკიცოთ, რომ ნებისმიერ კვეთში $M=0$ და $N=qR=\text{const}$ (ნახ. 232).

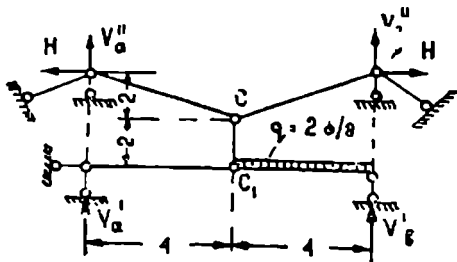
$$x = R(\sin \varphi_0 - \sin \varphi),$$

$$y = R(\cos \varphi - \cos \varphi_0).$$

3. ანგარიშის შეუსრულებლად განისაზღვროს საყრდენი რეაქციები H_a, H_b, V_a და V_b (ნახ. 233) და აიგოს მლუნავი მომენტის ეპიურა.

4. აიგოს მლუნავი მომენტის ეპიურა (ნახ. 234).

5. განისაზღვროს საყრდენი რეაქციები და აიგოს მლუნავი მომენტის ეპიურა (ნახ. 235).



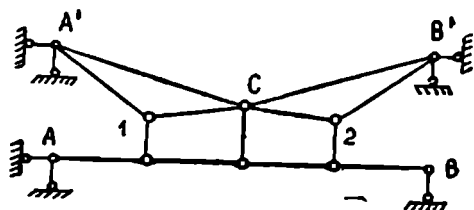
ნახ. 235.

პასუხი

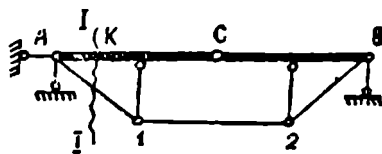
$$V'_a=0; \quad V''_a=2\text{ტ}; \quad H=4\text{ტ};$$

$$V'_b=4\text{ტ}; \quad V''_b=2\text{ტ}.$$

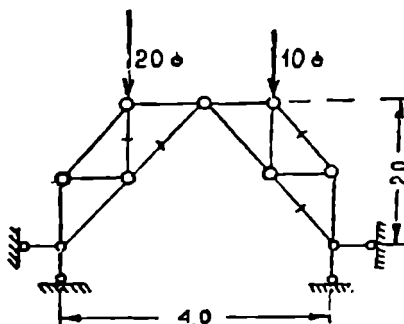
6. იგოს ბონდის სისტემის ლეროების გავლენის ხაზები (ნახ. 236).



ნახ. 236.



ნახ. 237



ნახ. 238.

7. აიგოს შპრენგელიანი კოქის 1—2 ლეროს ძალვის და K კვეთის მღუნავი მომენტის გავლენის ხაზი (ნახ. 237).

8. განისაზღვროს ძალები ნახაზზე აღნიშნულ ლეროებში, გრაფიკულად და ანალიზურად (ნახ. 238).

სივრცულ ზედაპირის ანგარიში

§ 57. სივრცული ხისტამების ანგარიშის მნიშვნელობა

სივრცული ფერმები ისეთი ღეროვანი სისტემებია, რომელთა შემადგენელი ღეროები ერთ სიბრტყეში არ არიან მოთავსებული. ივულისხმება, რომ ფერმის ღეროები ერთმანეთთან სფერული იდეალური სახსრებით არის შეერთებული, ე. ი. ღეროებს სახსრის ირგვლივ ყველა მიმართულებით შეუძლია იბრუნოს.

ანგარიშის აქამდე შესწავლილი მეთოდები ეხებოდა მხოლოდ ბრტყელ სისტემებს, რომლებიც გამოიყენება იმ შემთხვევაში, როდესაც მასზე მოქმედი ძალები ნაშენის სიბრტყეშია მოთავსებული. ბრტყელი სისტემა მხოლოდ ამ შემთხვევაშია წონასწორობაში.

პრაქტიკაში, ამ პირობის დაცვა ძალიან ძნელია და ამიტომ სისტემა ისე უნდა იყოს შედგენილი, რომ მისი მდგრადობა და სიხისტე სხვა მიმართულების ძალების შემთხვევაშიც იყოს უზრუნველყოფილი.

ამ მიზნით, რამდენიმე ბრტყელ ფერმას, განივი და გრძივი ბმების საშუალებით ერთად აერთებენ, რაც სამ განზომილებიან ნაშენს—სივრცულ ფერმას ქმნის.

ანგარიშის გამარტივების მიზნით, სივრცულ ფერმებს შლიან ცალკეულ ბრტყელ ფერმებად. მიუხედავად იმისა, რომ ასეთი ანგარიში ეკონომიური თვალსაზრისით ნაკლებად ხელსაყრელია, მას მნიშვნელოვანი უპირატესობა აქვს თავისი სიმარტივის გამო.

არსებობს ისეთი ფერმებიც, რომელთა დაშლა ცალკეულ ბრტყელ ფერმებად შეუძლებელია. ასეთებია გუმბათები, ანძები, თვითმფრინავის და დირიჟაბლის კარკასები და სხვ.

ეს სისტემები გაანგარიშებული უნდა იყოს სივრცული ფერმების ანგარიშის თეორიის საფუძველზე.

სივრცული ფერმის ტიპიურ მაგალითს, რომელსაც ცალკეულ ბრტყელ ფერმებად შლიან, ხიდის ფერმა წარმოადგენს (ნახ. 7). ფერმის ასეთი ანგარიში მიახლოებითია, რადგან ექსცენტრული ვერტიკალური დატვირთვა ბრტყელ ფერმებში გრეხასაც იწვევს, ხოლო ჰორიზონტალური დატვირთვა (ქარი) კი ბრტყელი ფერმის ძირითად ელემენტებში დამატებით ძალებს (თუ სარტყელი მრუდხაზოვანია).

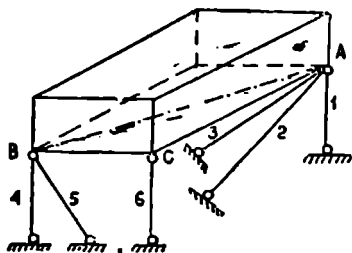
ამ თავის მიზანს შეადგენს შევისწავლოთ სივრცული ფერმების შედგენის წესი, მისი გეომეტრიული უცვლელობის და სტატიკურად რკვევადობის პირობები მიწაზე, მიმაგრების წესები და ფერმის ღეროებში განვითარებული ძალების გამოთვლის უმარტივესი მეთოდები.

სივრცული ფერმების ანგარიშის თეორიის განვითარებაში დიდი წვლილი შეიტანეს რუსმა და საბჭოთა მეცნიერებმა. ალსანიშნავია ინჟ. ვ. გ. შუხოვის კოშკური სივრცული ფერმა, რომელმაც დიდი გავრცელება მიიღო, და პროფ. ს. ფ. იასინსკის ფერმა.

მნიშვნელოვანია პროფ. ვ. ლ. კირპიჩოვის, პროფ. ბ. ნ. გორბუნოვის და ა. ა. უმანსკის შრომები. პროფ. უმანსკის ეკუთვნის ე. წ. „ბიკონსტრუქციის“ ცნების შემოტანა სამშენებლო მექანიკაში და მისი ანგარიშის მეთოდების დამუშავება.

§ 56. სივრცული ფერმების სახარღმნეობი

როგორც ცნობილია, ნაშენმა, რომ შეასრულოს თავისი დანიშნულება, ის უნდა იყოს მიმაგრებული მიწაზე უძრავად. სივრცულ სისტემას აქვს თავისუფლების ექვსი ხარისხი და ამიტომ მისი უძრავობის უზრუნველსაყოფად საჭიროა ექვსი საყრდენი ღერო, რომლებიც სათანადოდ უნდა იყოს განლაგებული. 239-ე ნახაზზე ნაჩვენებია საყრდენი ღეროების განლაგება უზრუნველყოფს სივრცითი სისტემის უძრავობას.



ნახ. 239.

სამი ღერო 1, 2 და 3, რომლებიც ერთ სიბრტყეში არ არიან მოთავსებული, ფერმის A წერტილის ამაგრებს მიწაზე უძრავად, ხოლო თვით ფერმას კი ექნება A წერტილზე

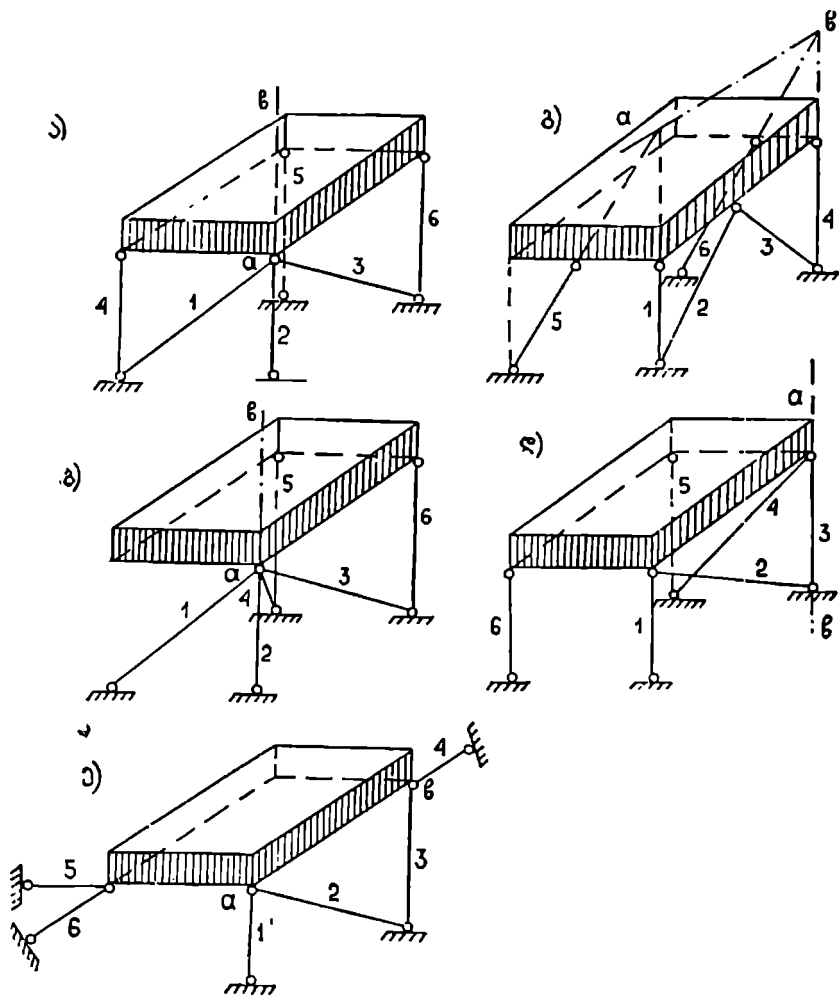
გამავალი სამი ღერძის ირგვლივ ბრუნვის საშუალება. ორი ღერო 4 და 5, რომლებიც AB ხაზის სიბრტყეში არ არის მოთავსებული, ფერმის მეორე B წერტილის ამაგრებს უძრავად. ფერმას შეუძლია შეასრულოს ბრუნვა, მხოლოდ AB ღერძის ირგვლივ.

ექვსი ღერო, რომლებიც არ იკვეთება AB ხაზზე და არ არის მისი პარალელური (არ არის საერთოდ პარალელური) ფერმას ამაგრებს მიწაზე უძრავად.

სისტემა იქნება მოძრავი და საყრდენი რეაქციები განუზღვრელი, თუ საყრდენი ღეროები შემდეგნაირადაა განლაგებული:

1. თუ სამი ღერო იკვეთება ერთ წერტილში, მეორე სამი კი მეორეში. (ეს წერტილი შეიძლება იყოს უსასრულობაში). ამ ორი წერტილის შემაერთებელი სწორი ხაზი იქნება ბრუნვის ღერძი, ხნ თუ ექვსივე ღერო იკვეთება ერთ სწორ ხაზზე. ასეთი შემთხვევა ნაჩვენებია 240, ა ნახაზზე—1, 2, 3 ღერო იკვეთება a წერტილში, ხოლო 4, 5 და 6 კი ერთმანეთის პარალელურია და იკვეთება უსასრულობაში. ბრუნვის ღერძი გაივლის a წერტილზე და იქ ნება 4, 5, 6 ღეროს პარალელური (ab), რადგანაც ამ ღერძის მიმართ ყველა ღეროს ძალვის მომენტების ჯამი ნულის ტოლია, ამიტომ სისტემა ნებისმიერი დატვირთვის დროს წინასწორობაში არ იქნება.

2. თუ სამშენებლო მეთოდი იკვეთება ერთ წერტილში. მაშინ ბრუნვის ღერძი გაივლის ამ წერტილზე და გადაკვეთს დანარჩენი ორი ღერძს მიმართულად. ასეთი ღერძი ყოველთვის არსებობს. ეს შემთხვევა მოყვანილია 240, ბ ნახაზზე. ბრუნვის ღერძია *ab*. ამ ღერძის მიმართ ღერძების



ნახ. 240.

ძალეათა მომენტების ჯამი ნულის ტოლია და წონასწორობას ექნება ადგილი მაშინ, თუ გარე ძალის მომენტიც იმავე ღერძის მიმართ ნულის ტოლია. იგივეს მივიღებთ თუ ოთხი ღერძი ურთიერთპარალელურია.

3. თუ ოთხი და მეტი ლერო მოთავსებულია ერთ სიბრტყეში (ნახ. 240. გ). ბრუნვის ლერძი იქნება ორი დანარჩენი ლეროს და ამ სიბრტყის გადაკვეთის წერტილების შემაერთებელი *ab* სწორი ხაზი. თუ მე-5 ლერო 1—2—3—4 ლეროებზე გამავალი სიბრტყის პარალელურია, მაშინ მათი გაკვეთის წერტილი იქნება უსასრულობაში. მაშასადამე, ექვსივე ლერო იკვეთება ერთ *ab* ხაზზე და ამიტომ წონასწორობას არ ექნება ადგილი.

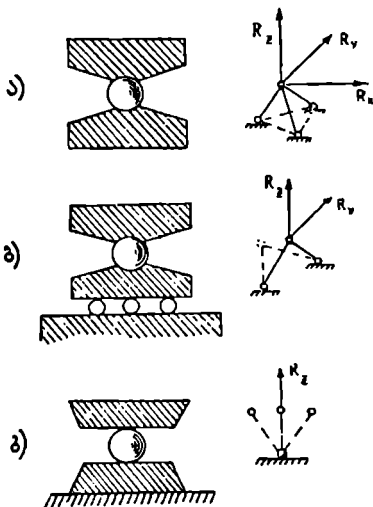
4. თუ ხუთი ლერო მოთავსებულია ორ სიბრტყეში და მათი გადაკვეთის ხაზი მეექვსე ლეროს პარალელურია. აქ ბრუნვის ლერძი იქნება სიბრტყეების გადაკვეთის ხაზი. მაგალითად, 1, 2, 3, ლერო მოთავსებულია ერთ სიბრტყეში, ხოლო 4 და 5 კი მეორეში და მათი გადაკვეთის *ab* ხაზი მეექვსე ლეროს პარალელურია (ნახ. 240, დ), ლეროების ძალვითა მომენტი *ab* ლერძის მიმართ ნულის ტოლია.

5. ყველა ლერო მოთავსებულია ორ სიბრტყეში (ნახ. 240, ე). ბრუნვის ლერძი იქნება სიბრტყეების გადაკვეთის *ab* ხაზი. თუ ლეროები მოთავსებულია ორ პარალელურ სიბრტყეში, მაშინ ბრუნვის *ab* ლერძი იქნება უსასრულობაში.

ზემოთ განხილულ კერძო შემთხვევებში წონასწორობის ექვსი განტოლება არ იძლევა გარკვეულ გადაწყვეტას, რადგან განტოლებათა სისტემის დეტერმინანტი ნულად იქცევა.

ჩვეულებრივად, ნაშენებში საყრდენ ლეროებს საყრდენი მოწყობილობებით (საყრდენებით) ცვლიან, რომლებიც თავისი კონსტრუქციის მიხედვით ასრულებენ სამი, ორი ან ერთი ლეროს მაგივრობას, ე. ი. სპობენ სამ, ორ ან ერთ თავისუფლების ხარისხს. არსებობს სამი სახის საყრდენი:

1. უძრავი სფერული საყრდენი შეიძლება წარმოვიდგინოთ სფეროს სახით, რომელიც მოთავსებულია ზედა და ქვედა ბალიშის სფერულ ჩაღრმავებაში (ნახ. 241, ა). ზედა ბალიში (ბალანსირი) უძრავადაა მიმაგრებული სივრცული ფერმის კვანძზე. ასეთ საყრდენს არ შეუძლია შეასრულოს ხაზობრივი გადაადგილება და ასრულებს მხოლოდ ბრუნვით მოძრაობას სამივე ლერძის ირგვლივ. ეს საყრდენი ფერმას უსპობს თავისუფლების სამ ხარისხს და უტოვებს ამდენივეს. სქემა-



ნახ. 241.

ტურად ასეთი საყრდენი გამოიხატება სამი ლეროს საშუალებით (სამი ლეროს ეკვივალენტურია), რომლებიც არ თავსდება ერთ სიბრტყეში. საყრდენის რეაქცია გადის სახსრის ცენტრზე და აქვს ნებისმიერი მიმართულება სივრცეში.

მაშასადამე, საყრდენი იძლევა სამ უცნობს R_x , R_y , R_z —რეაქციის სამ კომპონენტს x , y , z ღერძების მიმართულებით.

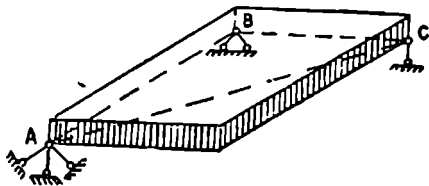
2. ხაზოვნად მოძრავი სფერული საყრდენი (ნახ. 241. ბ) განსხვავდება პირველი ტიპისაგან იმით, რომ ქვედა ბალიში მოთავსებულია საგორავეებზე. ასეთი საყრდენი ფერმას საშუალებას აძლევს იბრუნოს სფერული სახსრის სამი ღერძის ირგვლივ და ამასთანავე შეასრულოს ხაზობრივი გადანაცვლება ერთი ვარკვეული მიმართულებით, ე. ი. ფერმას, უსპობს თავისუფლების ორ ხარისხს და უტოვებს ოთხს. ეს საყრდენი ორი საყრდენი ღეროთი მიმაგრების ეკვივალენტურია. რეაქციის მიმართულება ემთხვევა საყრდენი ღეროების სიბრტყეს, ეს უკანასკნელი კი ცილინდრული საგორავის ღეროზე გადის. საყრდენი იძლევა ორ უცნობს R_x , R_y —რეაქციის ორ კომპონენტს.

3. ბრტყლად მოძრავი სფერული საყრდენი (ნახ. 241, ბ) წარმოადგენს სფეროს, რომელიც თავისუფლად მოძრაობს საყრდენი ბალიშის ზედაპირზე ყველა მიმართულებით. ასეთი საყრდენი ფერმას საშუალებას აძლევს შეასრულოს გადაადგილებითი მოძრაობა ჰორიზონტალურ სიბრტყეში (ვერტიკალური მიმართულებით გადაადგილება მოსპობილია) და იბრუნოს სფეროს ცენტრის ირგვლივ სამი მიმართულებით, ე. ი. ფერმას უსპობს თავისუფლების ერთ ხარისხს და უტოვებს ხუთს. ბრტყლად მოძრავი სფერული საყრდენი ერთი საყრდენი ღეროს ეკვივალენტურია. რეაქციის მიმართულება აქ ვარკვეულია და ემთხვევა გორვის სიბრტყის ნორმალს. მაშასადამე, საყრდენი იძლევა ერთ უცნობს R_z .

როგორც ვხედავთ, უძრაობის უზრუნველყოფისათვის საჭირო ექვსი საყრდენი ღერო შეიძლება შეიცვალოს სამი საყრდენით: უძრავი სფერული სახსროვანი, ხაზოვნად მოძრავი სფერული და ბრტყლად მოძრავი სფერული საყრდენით (ნახ. 239).

როგორც აღნიშნული იყო საყრდენების შემადგენელი ექვსი ღეროს განლაგება სათანადოდ უნდა იყოს არჩეული, რათა თავიდან ავიცილოთ ღეროების განლაგების არასწორი შემთხვევები (ნახ. 240).

არსებობს საყრდენი ღეროების მოწყობის, ანუ მიწაზე მიმაგრების კლასიკური შემთხვევა, რომელიც ყოველთვის უზრუნველყოფს ნაშენის უძრაობას. ამისათვის საჭიროა, რომ A , B და C საყრდენი მოთავსდეს ნებისმიერი სამკუთხედის წვეროზე (ნახ. 242) და დატული იყოს შემდეგი სამი პირობა:



ნახ. 242.

A საყრდენზე უნდა მოეწყოს სამი ღერო, რომლებიც არ უნდა მოთავსდეს ერთ სიბრტყეში— B საყრდენზე ორი ღერო, რომელთა სიბრტყემ არ უნდა გაიაროს A წვეროზე და C საყრდენზე კი მეექვსე ღერო, რომლის მიმართულებამ არ უნდა გადაკვეთოს AB ხაზი.

§ 59. საყრდენი რეაქციების განსაზღვრა

(ძალის დაშლა ექვსი მიმართულებით)

საყრდენი რეაქციების რიცხვი საყრდენი ღეროების რიცხვს ემთხვევა. რეაქციებმა უნდა გააწონასწოროს მოქმედი ძალები. ძალები საყრდენ ღეროებში ანუ რეაქციები, განისაზღვრება სტატიკის წონასწორობის ექვსი დამოუკიდებელი განტოლებით:

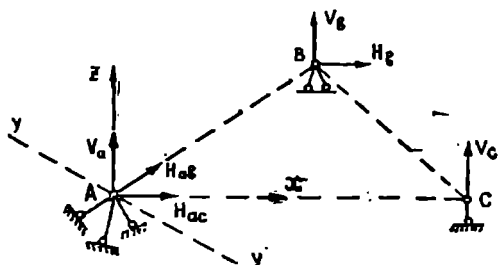
$$\begin{aligned} \sum X &= 0, \quad \sum Y = 0, \quad \sum Z = 0; \\ \sum M_x &= 0, \quad \sum M_y = 0, \quad \sum M_z = 0; \end{aligned} \quad (50)$$

რომელიც მოგვცემს ექვს შეთავსებულ განტოლებას ექვსი უცნობით. მაგრამ, სასურველია, რომ თითოეულ განტოლებაში შემავალ უცნობთა რიცხვი შემცირებული იყოს. ამას მივალწვეთ, თუ სამომენტო ღერძებად ავირჩევთ ისეთ ხაზებს, რომლებიც გაკვეთენ რაც შეიძლება მეტ საყრდენ ღეროების მიმართულებას.

ცნობილია, რომ ყოველთვის შეიძლება ვიპოვოთ ისეთი სწორი ხაზი, რომელიც გადაკვეთს ოთხ ნებისმიერ მიმართულებას სივრცეში. თუ ამ სწორების მიმართ ავიღებთ მომენტების ჯამს, მაშინ თითოეულ განტოლებაში ორ-ორი უცნობი შევა. პრაქტიკულად, ამ ღერძების გამოყენება ყოველთვის არ ხერხდება.

ქვემოთ გარჩეულია ზოგიერთი კერძო შემთხვევა, სადაც სამომენტო ღერძების პოვნა მარტივად ხდება.

საყრდენი ძალების განსაზღვრა ექვს ღეროში ნიშნავს მოცემული ძალის



ნახ. 243.

დაშლას ექვსი ცნობილი მიმართულებით. ეს ამოცანა, სივრცული სისტემების ანგარიშის დროს, ძირითად როლს თამაშობს და ამიტომ, საკუროა მისი დაწვრილებით შესწავლა. მაგალითად, თუ საყრდენები ისეა მიწყობილი, როგორც 243-ე ნახაზზეა ნაჩვენები (სადაც ღერო იკვეთება ერთ წერტილში), მაშინ სათანადო

განტოლებაში, რომელთა შედგენაც ქვემოთ არის მოყვანილი, თითო უცნობი შევა:

1. $\sum M_{AB} = 0;$ ვიპოვით V_c -ს,

2. $\sum M_{BC} = 0;$ ვიპოვით V_a -ს

(რეაქცია A საყრდენზე დაშლილია სამი— AB , AC და Z მიმართულებით);

3. $\sum Z = 0;$ ვიპოვით V_b -ს

(V_a და V_c ცნობილია).

თუ B საყრდენი ღეროების სიბრტყე AC ხაზის პარალელურია, მაშინ გამოვიყენებთ განტოლებას $\sum M_{AC} = 0$ (H_b AC -ს პარალელურია);

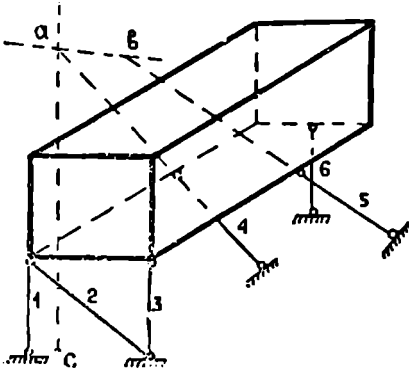
4. $\sum M_{A\%} = 0$; ეიპოვით H_b ს;

5. $\sum Y = 0$; ეიპოვით H_{ac} -ს.

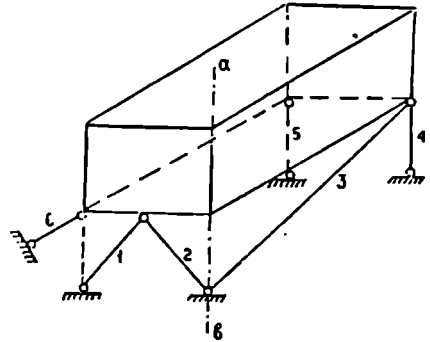
$y-y$ ღერძი ძვეს ჰორიზონტალურ სიბრტყეში და AB -ს პერპენდიკულარულია;

6. $\sum X = 0$; ეიპოვით H_{ab} -ს.

x ღერძი ჰორიზონტალურია. ღეროების განლაგების ზოგიერთ სხვა კერძო შემთხვევაშიც სამომენტო ღერძების პოვნა არაავითარ სირთულეს არ წარმოადგენს.



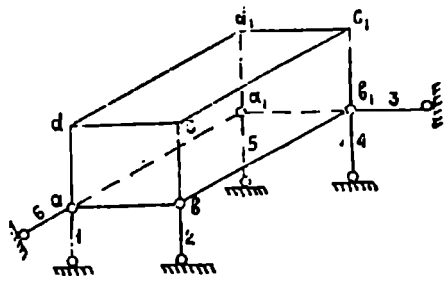
ნახ. 244.



ნახ. 245.

მაგალითად:

1. სამი ღეროს (1, 2 და 3) მიმართულება ერთ სიბრტყეს შემთხვევა (ნახ. 244). ეიპოვით ამ სიბრტყესთან დანარჩენი სამი ღეროს გადაკვეთის a , b და c წერტილი (c წერტილი იმყოფება უსასრულობაში). a , b და c წერტილებზე გატარებული ხაზები ab , ac და bc გადაკვეთს ხუთ-ხუთ ღეროს მიმართულებას და ამიტომ ისინი უნდა მივიღოთ სამომენტო ღერძებად. მე-6 ღეროს ძალვის სამოწინააღმდეგობო სამომენტო ღერძად მიიღება ab ღერძი.



ნახ. 246.

2. ოთხი ღეროს მიმართულება წყვილ-წყვილად ორ სიბრტყეში მდებარეობს და ამ სიბრტყეების გადაკვეთის ხაზი მეხუთე ღეროს პარალელურია (ნახ. 245). 1—2 და 3—4 ღეროების სიბრტყეები იკვეთებიან ab ხაზზე, რომელიც მე-5 ღეროს პარალელურია. ab ხაზს თუ სამომენტო ღერძად მივიღებთ, ეიპოვით ძალვას მე-6 ღეროში.

3. ხუთი ღერო მოთავსებულია ორ პარალელურ სიბრტყეში (ნახ. 246). 1 და 2 ღერო მოთავსებულია $abcd$ სიბრტყეში, 3, 4, და 5 კი $a_1b_1c_1d_1$ -ში. მე-ნ ღეროს ძალვის საპოვნელად ყველა ძალვა დავაგებ-მილოთ აღნიშნული სიბრტყეების პერპენდიკულარულ aa_1 ღერძზე.

§ 60. საპარალელური რეაქციების განსაზღვრის მაგალითები

1 მაგალითი. გამოვიანგარიშოთ მოყვანილი სისტემის საყრდენი რეაქციები (ნახ. 247), 1, 2 და 3 ღერო მოთავსებულია bcb_1c_1 სიბრტყეში; 4 და 5 ღერო კი მის, პარალელურ add_1a_1 სიბრტყეში. ხუთი ღერო მოთავსებულია ორ პარალელურ სიბრტყეში.

გადაწყვეტა. სისტემაზე მოქმედი ძალები დავაგებმილოთ სიბრტყეების პერპენდიკულარულად dc ღერძზე, მივიღებთ $P - R_6 = 0$, საიდანაც მომენტების ჯამი b_1c_1 ღერძის მიმართ მოგვცემს $R_6 = P$ (2 და 4 ღერო b_1c_1 -ის პარალელურია):

$$R_5 \cdot b = 0; \quad R_6 = 0.$$

ავიღოთ მომენტების ჯამი bb_1 ღერძის მიმართ (R_6 bb_1 -ის პარალელურია): $R_4 \cdot b + Pa = 0$, საიდანაც $R_4 = -\frac{Pa}{b}$. სამომენტო ღერძად მივიღოთ ab ხაზი, (R_6 და P ab -ს პარალელურია):

$$P_1 \frac{l}{2} - R_3 \cdot l = 0; \quad R_3 = \frac{P_1}{2}.$$

მოქმედი ძალების გეგმილების ჯამი bb_1 ღერძზე მოგვცემს:

$$R_5 + R_1 = 0; \quad R_1 = 0.$$

თუ ყველა ძალეზე დავაგებმიღებთ ვერტიკალურ ღერძზე, მივიღებთ:

$$R_2 + R_3 + R_4 - P_1 = 0.$$

თუ შევიტანთ R_3 და R_4 მნიშვნელობას, გვექნება:

$$R_2 = \frac{P \cdot a}{b} - \frac{P_1}{2}.$$

2 მაგალითი. სისტემაზე ჰორიზონტალურად მოქმედებს ძალა P , განესაზღვროს, საყრდენი რეაქციები (ნახ. 248). $\text{tg } \alpha = 1,0$; $\text{tg } \beta = 1,0$. 1—2 და 3—4 ღერძებზე გამავალი სიბრტყეები იკვეთებიან bc ხაზზე, რომელიც მე-5 ღეროს პარალელურია.

გადაწყვეტა: თუ მომენტების ჯამს ავიღებთ bc ღერძის მიმართ, ვიპოვით R_6 , ვინაიდან ყველა დანარჩენი ღერო ჰკვეთს bc ხაზს.

$$-R_6 \cdot \cos \alpha \cdot 4 + P \cdot 2 = 0,$$

ნახ. 247.

საიდანაც

$$R_6 = \frac{P}{2 \cos \alpha} = 0,706 P.$$

ანალოგიურად, R_3 საპოვნელად მომენტების ჯამი ავიღოთ ad ლერძის მიმართ:

$$R_3 \cdot \cos \alpha \cdot 4 + P \cdot 2 = 0,$$

საიდანაც

$$R_3 = -0,706 P.$$

სამომენტო ლერძად თუ მივიღებთ ab ხაზს გვექნება:

$$R_6 \cdot 4 + R_4 \cdot 4 = 0; \quad R_4 = -R_6.$$

სისტემაზე მოქმედი ყველა ძალა დაეგეგმილოთ ვერტიკალურ ლერძზე, მივიღებთ:

$$R_4 + R_3 + R_1 \sin \beta + R_2 \sin \beta = 0,$$

საიდანაც

$$R_1 = -R_2.$$

მოქმედი ძალების გეგმილების ჯამი ჰორიზონტალურ (ab) ლერძზე მოგვეყვას:

$$P + R_1 \cos \beta - R_2 \cos \beta = 0,$$

საიდანაც

$$R_1 = -\frac{P}{2 \cos \beta} = -\frac{P}{2 \cdot 0,706} = 0,706 P.$$

ავიღოთ მომენტების ჯამი aa_1 ლერძის მიმართ:

$$P \cdot 2 - R_4 \cdot 4 - R_3 \cdot \sin \alpha \cdot 4 = 0,$$

საიდანაც

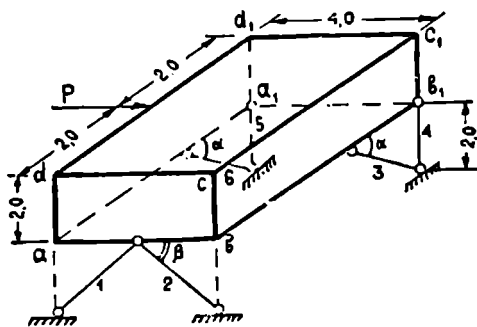
$$R_4 = \frac{2P + 0,706 P \cdot \sin \alpha \cdot 4}{4} = P.$$

3 მაგალითი. ვიპოვოთ საყრდენი რეაქციები (ნახ. 249). მე-5 ლერო ემთხვევა $a_1 b_1 c_1 d_1$ სიბრტყეს; 1, 2 და 4 $abcd$ -ს, ხოლო 3 კი მიმართულია bb_1 ხაზის გასწვრივ.

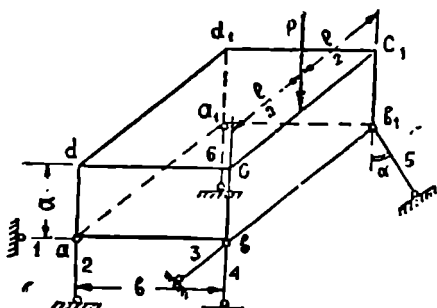
გადაწყვეტა: R_6 დაშალოთ ორ მდგენელად: $b_1 c_1$ -ის მიმართულებით იქნება $R_3 \cos \alpha$ და

$b_1 a_1$ -ის მიმართულებით კი $R_3 \sin \alpha$. მომენტების ჯამი bc ლერძის მიმართ მოგვეყვას:

$$-R_3 \sin \alpha \cdot l = 0,$$



ნახ. 218.



ნახ. 249.

საიდანაც

$$R_3 = 0$$

მომენტების ჯამი b_1c_1 -ის მიმართ (2, 3, 4, 5, 6 და P მიმართულებას ჰკვეთს b_1c_1 -ს) მოგვეცემს:

$$R_4l = 0; \quad R_1 = 0$$

მომენტების ჯამი aa_1 ღერძის მიმართ იქნება:

$$P \cdot b - R_4b = 0,$$

საიდანაც

$$R_4 = P.$$

თუ სამომენტო ღერძად ავირჩევთ ad ხაზს, გვექნება:

$$-R_3b = 0,$$

საიდანაც

$$R_3 = 0.$$

მომენტების ჯამი a_1b_1 ღერძის მიმართ

$$R_2l - P \frac{l}{2} + R_4l = 0,$$

საიდანაც

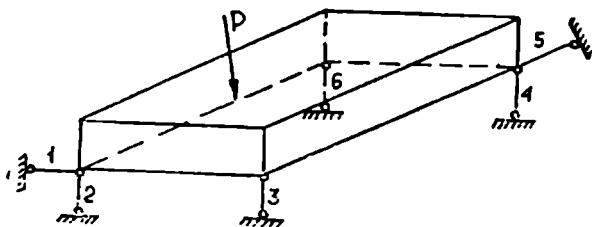
$$R_2 = -\frac{P}{2}.$$

ანალოგიურად, თუ სამომენტო ღერძად ავირჩევთ ab ხაზს, მივიღებთ:

$$R_5 = \frac{P}{2}.$$

როცა რეაქციები დადებითია, მაშინ სათანადო საყრდენი ღეროები იკუმშება, წინააღმდეგ შემთხვევაში კი იჭიმებიან.

4 მაგალითი. გამოვთვალოთ საყრდენი რეაქციები (ნახ. 250).



ნახ. 250.

გადაწყვეტა: მოცემული სისტემა გეომეტრიულად ცვლადია, რადგან მესამე საყრდენ ღეროზე გამავალი ვერტიკალური ხაზი აველა საყრდენ ღეროს ჰკვეთს (2,4 და 6-ს უსასრულობაში).

§ 61. ძალის დაშლა სამი მიმართულებაში

ხშირად სიერცული სისტემების ანგარიშის დროს, ამოცანა დაიყვანება ძალის თანმიმდევრობით დაშლაზე სამი მიმართულებით. აქ ძალისა და მდგენელობის მიმართულებანი იკვეთება ერთ წერტილში. ვგულისხმობთ, რომ ღე-

როები შეერთებულია იდეალური სახსრებით და აპიტომ ძალებების მიმართულებანი მათ ღერძებს ემთხვევა. რადგან ძალებმა უნდა გააწონასწორონ კვანძზე მოქმედი ძალები, აპიტომ ამოცანა დაიყვანება კვანძზე მოქმედი ძალების წონასწორობის პირობების შესწავლაზე.

ერთ წერტილში თავმოყრილ სივრცულ ძალებისათვის სტატიკა იძლევა წონასწორობის სამ განტოლებას:

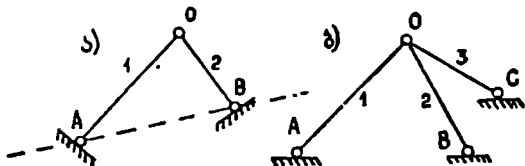
$$\sum X=0, \quad \sum Y=0, \quad \sum Z=0.$$

თუ კვანძში შემაველ უცნობ ძალეთა რიცხვი სამს არ აღემატება, ამოცანა განზღვრულია და თუ სამზე მეტია ამოცანა განუზღვრელია, რადგან უცნობთა რიცხვი განტოლებათა რიცხვს ჰარბობს. თუ კვანძში შემაველი სამივე ღერო და მოქმედი ძალა P ერთ სიბრტყეშია, მაშინ ამოცანა განუზღვრელია.

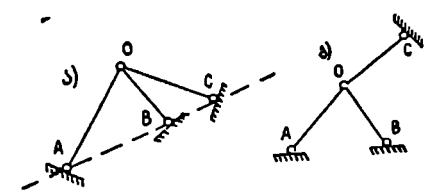
თუ კვანძში შემაველი სამივე ღერო ერთ სიბრტყეშია და ძალა K არ არის იმავე სიბრტყეში, მაშინ ამოცანა გადაუწყვეტელია, რადგან კვანძის წონასწორობა შეუძლებელია.

ჩვენ შეგვიძლია წარმოვიდგინოთ ეს გეომეტრიულად. ვთქვათ, რომ O წერტილი მიმაგრებულია A და B უძრავ სფერულ სახსარზე ორი OA და OB ღეროს საშუალებით (ნახ. 251, ა).

O წერტილს შეუძლია მოძრუნდეს AB ღერძის ირგვლივ AOB სამკუთხედთან ერთად. თუ დაუშვებთ მესამე ღეროს CO (ნახ. 251, ბ), რომელიც AOB სამკუთხედის სიბრტყეში არ მდებარეობს, მაშინ O წერტილის უძრავობა იქნება უზრუნველყოფილი.



ნახ. 251.



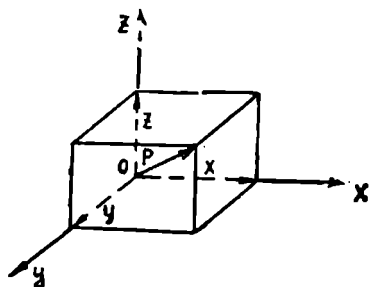
ნახ. 252.

მაშასადამე, ძალის დაშლა სამი მიმართულებით, რომლებიც ერთ სიბრტყეში არ იმყოფება, გეომეტრიულად განზღვრულია. თუ სამივე ღერო ერთ სიბრტყეშია მოთავსებული, მაშინ სისტემა იქნება მოძრავი. პირველ შემთხვევაში (ნახ. 252, ა) სისტემა ABC ღერძის ირგვლივ იბრუნებს, მეორეში (ნახ. ბ) კი O წერტილს შეუძლია იმოძრაოს ღეროების სიბრტყის პერპენდიკულარული მიმართულებით. P ძალის დაშლა სამ მდგენელად შეიძლება როგორც ანალიზურად, ისე გეომეტრიულად.

1. ანალიზური წესი

აქ გარჩეული წესები საშუალებას იძლევა ვიანგარიშოთ ძალები სივრცული ფერმის ღეროებში. ზოგადად, თითოეული კვანძისათვის ჩვენ შეგვიძლია შევადგინოთ სამ-სამი განტოლება სამ-სამი უცნობით, რომელთა გადაწ-

ყვეტა დიდ გამოთვლებს მოითხოვს. ცალკეულ შემთხვევებში ამოცანა მარტივდება თუ გამოვიყენებთ დაგეგმილების და მომენტების მეთოდს.



ნახ. 253.

შინ P ძალის გეგმილები გამოითვლება ფორმულით:

$$X = P \cos(P, x), \quad Y = P \cos(P, y); \quad Z = P \cos(P, z) \quad (51)$$

თუ ცნობილია P ძალის გეგმილები, მაშინ მისი სიდიდე და მიმართულება შემდეგი ფორმულებით განისაზღვრება:

$$P = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}, \quad (52)$$

$$\cos(\rho, x) = \frac{X}{P}; \quad \cos(\rho, y) = \frac{Y}{P}; \quad \cos(\rho, z) = \frac{Z}{P} \quad (53)$$

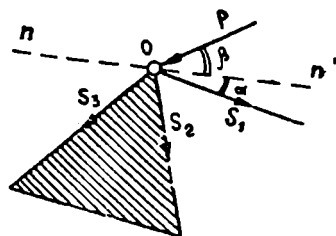
(51) ფორმულა გამომდინარეობს უშუალოდ O წერტილის წონასწორობის პირობის განხილვიდან, თუ მასზე მოქმედ ძალებს დაევაგეგმილებთ სათანადოდ yoz , xoz და xoy სიბრტყეების პერპენდიკულარულ ღერძებზე.

წარმოვიდგინოთ, რომ ფერმის რომელიმე O კვანძში თავს იყრის სამი ნებისმიერი მიმართულების ღერო (ნახ. 254). კვანძზე მოქმედი გარე ძალა P დაეშალოთ ღეროების მიმართულებით ანუ განესაზღვროთ ძალები ღეროებში. S_1 ძალვის საპოვნელად კვანძზე მოქმედი ძალები დაევაგეგმილოთ ორ დანარჩენ ღეროზე გამავალი სიბრტყის $n-n'$ ნორმალზე. მიღებულ განტოლებაში შევეა ერთი უცნობი S_1 . ნახაზზე სიბრტყე დაშტრახულია. თუ P და S_1 ძალებსა და ნორმალს შორის კუთხეებს აღვნიშნავთ, სათანადოდ β და α , მაშინ მივიღებთ:

$$-P \cos \beta + S_1 \cos \alpha = 0,$$

საიდანაც

$$S_1 = P \frac{\cos \beta}{\cos \alpha}. \quad (54)$$



ნახ. 254.

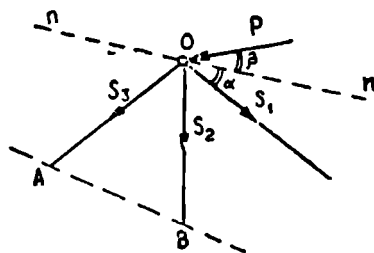
ანალოგიურად S_2 -ის საპოვნელად ყველა ძალა დაეაგეგმილათ 1 და 3 ლეროზე გამავალ სიბრტყის ნორმალზე, ხოლო S_3 საპოვნელად კი 1—2 ლეროზე გამავალ სიბრტყის ნორმალზე. მიღებული ფორმულებიდან უშუალოდ გამოვინარეოთ:

1. თუ სამი ლეროსაგან შედგენილი სივრცითი კვანძი დაუტვირთავია, მაშინ ძალვა სამივე ლეროში ნულის ტოლია;

2. თუ დაუტვირთავ სივრცით კვანძში შემავალი ყველა ლერო გარდა ერთისა (განცალკევებული ლერო), მოთავსებულია ერთ სიბრტყეში, მაშინ განცალკევებულ ლეროში ძალვა ნულის ტოლია. ამ თეორემების საფუძველზე ადვილად გამოვიარკვევთ ნულოვან ლეროებს.

მომენტების მეთოდი. სივრცით სამლეროიანი კვანძის ლეროების ძალვათა გასაანგარიშებლად ანუ მოცემული ძალის სამი მიმართულებით დასაშლელად შეიძლება გამოვიყენოთ მომენტების წესი. აქაც ერთუცნობიან განტოლებებს ვიღებთ.

განვიხილოთ იგივე მაგალითი. S_1 ძალვის საპოვნელად სამომენტო ლეროდ აღვიჩინოთ S_2 და S_3 ძალების მიმართულებათა გადამკვეთი AB ხაზი (ნახ. 255). P და S_1 ძალა დავშალოთ ორ მდგენელად — OAB სიბრტყის ნორ-



ნახ. 255.

მალის და თვით სიბრტყის მიმართულებით. მხები მდგენელები AB ლერძს ჰკვეთენ და მოძენტების განტოლებაში არ შევლენ. განტოლებაში შევლენ მხოლოდ ნორმალური მდგენელები $P \cos \beta$ და $S_1 \cos \alpha$. O წერტილიდან დაშვებულ პერპენდიკულარს AB ლერძზე თუ r -ით აღვნიშნავთ, მაშინ მომენტების ჯამი AB ლერძის მიმართ იქნება:

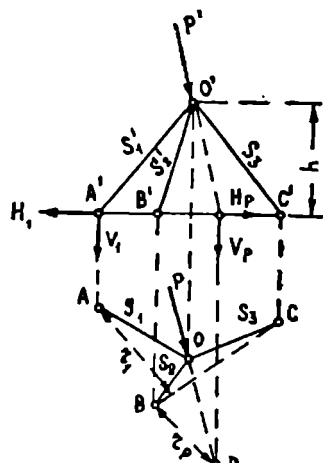
$$(-P \cos \beta + S_1 \cos \alpha)r = 0,$$

საიდანაც

$$S_1 = P \frac{\cos \beta}{\cos \alpha}.$$

მომენტების წესი ხერხიანია განსაკუთრებით მაშინ, როდესაც O კვანძში შემავალი სამივე ლეროს ბოლო ერთ პორიზონტალურ სიბრტყეში იმყოფება (ნახ. 256).

S_1 ძალვის საპოვნელად სამომენტო ლეროდ აღვიჩინოთ 2 და 3 ლეროს ქვედა ბოლოების შემაერთებელი BC ხაზი. S_1 და P ძალა დავშალოთ ვერტიკალურ V_1, V_P და პორიზონტალურ H_1 და H_P მდგენელებად. პორიზონტალური მდგენელების მომენტები BC -ს მიმართ ნუ-



ნახ. 256.

ლის ტოლია და მომენტებს მოგვცემს მხოლოდ ვერტიკალური მდგენელები. მომენტების ჯამი BC ღერძის მიმართ

$$V_1 r_1 - V_p r_p = 0 \quad (a)$$

თუ ღეროების სიგრძეს აღვნიშნავთ l_1, l_2, l_3 და OD მონაკვეთის სიგრძეს l , მაშის ნახაზის საფუძველზე მივიღებთ:

$$\frac{S_1}{V_1} = \frac{l_1}{h}; \quad \frac{V_p}{P} = \frac{h}{l},$$

საიდანაც

$$V_1 = S_1 \frac{h}{l_1} \quad \text{და} \quad V_p = P \frac{h}{l}.$$

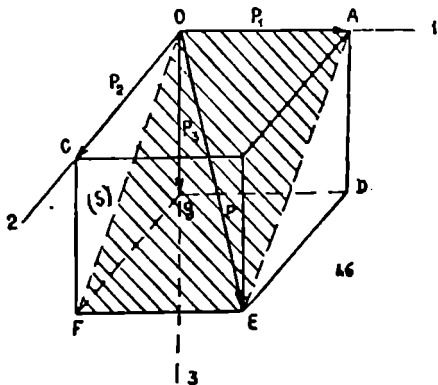
ეს მნიშვნელობები შევიტანოთ (a) ფორმულაში, მივიღებთ:

$$S_1 = P \frac{r_p l_1}{r_1 l}.$$

r_p და r_1 გაიზომება პორიზონტალურ გეგმით სიბრტყეზე. ზემოთ გარჩეული მეთოდების საშუალებით, ჩვენ ყოველთვის შეგვიძლია განვსაზღვროთ ძალები კვანძში შემავალ სამ ღეროში თუ ისინი ერთ სიბრტყეში არ მდებარეობს.

2. გრაფიკული წესი

ძალის დაშლა სამ ურთიერთპერპენდიკულარულ მიმართულებით გრაფიკულად წარმოებს ისევე მარტივად, როგორც ანალიზურად. P ძალის და-



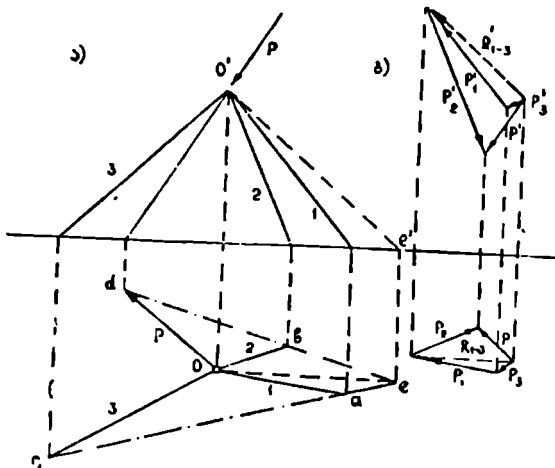
ნახ. 257.

საშლელად უნდა ავაგოთ ძალთა ორი პარალელოგრამი. მაგალითად, ვთქვათ გვინდა P ძალა დავშალოთ 1, 2 და 3 მიმართულებით (ნახ. 257). ჯერ P ძალას ვშლით ორი მიმართულებით—1 და OF . OF წარმოადგენს 1 და P მიმართულებაზე გატარებულ სიბრტყის (ეს სიბრტყე დაშტრიხულია) გადაკვეთის ხაზს 2 და 3 მიმართულებაზე გატარებულ სიბრტყესთან. მივიღებთ P_1 და S მდგენელებს. ამის შემდეგ S ძალას ვშლით მე-2 და მე-3 მიმართულებით, მივიღებთ P_2 და P_3 მდგენელებს. არსებობს აგების მეორე ვარიანტი,

რომელიც მდგომარეობს შემდეგში: P ძალის ბოლო წერტილიდან (E) ვატარებთ 1 მიმართულების პარალელურ ხაზს, 2—3 მიმართულებაზე გატარებულ სიბრტყის გადაკვეთამდე F წერტილში. EF მონაკვეთი მოგვცემს P_1 ძალას, ხოლო OF კი P_2 და P_3 -ს ტოლქმედს (S). შემდეგ S -ს ვშლით 2 და 3 მიმართულებით.

გავარჩიოთ საერთო შემთხვევა—1, 2 და 3 მიმართულებები გეგმილთ სიბრტყეებთან ნებისმიერ კუთხეებს ჰქმნის. აგება უნდა ვაწარმოოთ ვერტიკალურ და ჰორიზონტალურ გეგმილთ სიბრტყეში.

მოცემულია P ძალის და 1, 2, 3 მიმართულების გეგმილები ვერტიკალურ და ჰორიზონტალურ გეგმილთ სიბრტყეებში (ნახ. 258). წინასწარ ვიპოვოთ 1—3 და 2— P მიმართულებაზე გატარებული სიბრტყეების გადაკვეთის ხაზი. ცხადია, რომ ამ ხაზის ერთ-ერთი წერტილი იქნება o , ხოლო მეორე კი 1—3 და 2— P სიბრტყეების ჰორიზონტალური



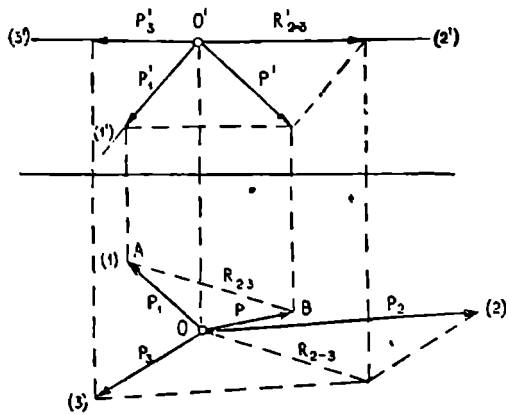
ნახ. 258.

კვლების ca და db -ს გადაკვეთის წერტილი e . 1—3 და 2— P სიბრტყეების ჰორიზონტალური კვლების მისაღებად ვიპოვოთ 1, 2, 3 და P სწორების კვლები ჰორიზონტალურ სიბრტყეზე— a, b, c, d . ac ხაზი იქნება 1—3 სიბრტყის კვალი ჰორიზონტალურ გეგმილთ სიბრტყეებზე, bd კი 2— P სიბრტყის. ac და bd ხაზების გადაკვეთის წერტილი e იქნება 1—3 და 2— P სიბრტყეების გადაკვეთის ხაზის ჰორიზონტალური კვალი. oe ხაზი საძიებელი ხაზის ჰორიზონტალური გეგმილია. მისი ვერტიკალური გეგმილის მისაღებად e' წერტილი შეეფურთოთ o' -ს. მაშასადამე, ჩვენ ვიპოვეთ 1—3 და 2— P სიბრტყეების გადაკვეთის ხაზის ჰორიზონტალური (oe) და ვერტიკალური (oe') გეგმილები.

P ძალა დაეშალათ მე-2 და oe მიმართულებით, ამისათვის აუვგოთ ძალთა სამკუთხედი, როგორც ვერტიკალურ, ისე ჰორიზონტალურ სიბრტყეში (ნახ. 258, ბ). მივიღებთ P_2 და R_{1-3} ძალების ვერტიკალურ და ჰორიზონტალურ გეგმილებს. ამის შემდეგ, R_{1-3} ძალა დაეშალათ 1 და 3 მიმართულებით. ეს ჩვენ შეგვიძლია, რადგან R_{1-3} ძალა მოთავსებულია როგორც 1—3, ისე 2— P სიბრტყეში. ამგვარად, ჩვენ მივიღეთ P_1 , P_2 და P_3 ძალის ჰორიზონტალური და ვერტიკალური გეგმილები, რომელთა საშუალებითაც საძიებელი ძალების ნამდვილ სიდიდეთა გაგება არავითარ სირთულეს არ წარმოადგენს. თუ ჩვენ ვიხილავთ კვანძის წონისწორობას, მაშინ, რადგანაც ღეროების ძალებმა P ძალა უნდა გააწონასწორონ, ძალების ნიშანი განისაზღვრება P ძალის მიმართულების საშუალებით.

ამოცანა საგრძნობლად მარტივდება, თუ ორი რომელიმე მიმართულება მოთავსებულია ერთ-ერთ გეგმილთ სიბრტყეში. ამ შემთხვევაში ორი მიმართულება ემთხვევა ერთ ხაზს. ვთქვათ 2 და 3 მიმართულება მოთავსებულია

ჰორიზონტალურ სიბრტყეში (ნახ. 259). ვიპოვით 2—3 ნიშართულებზე გამავალი ჰორიზონტალური სიბრტყის და 1—P ნიშართულებზე გამავალი სიბრტყის გადაკვეთის ხაზი. ცხადია, რომ ეს ხაზი მოთავსებულია ჰორიზონტალურ სიბრტყეში და. ამიტომ მისი გეგმილი ვერტიკალურ სიბრტყეზე იქნება ჰორიზონტალური.

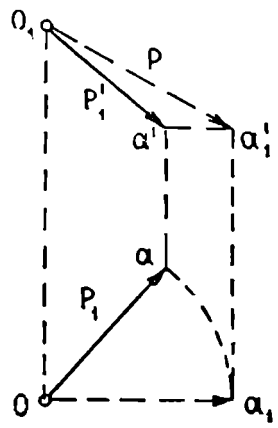


ნახ 259.

რტყეზე. P_1 -ის საშუალებით ვიპოვიტ, P_1 -ის თარაზულ გეგმილს. P და P_1 ძალის თარაზული გეგმილების ტოლქმედი მოგვცემს R_{2-3} ტოლქმედის ჰორიზონტალურ გეგმილს (AB). R_{2-3} დავშალოთ მე-2 და მე-3 მიმართულებით, რისთვისაც R_{2-3} გადმოვიტანოთ O წერტილზე და მასზე ავაგოთ პარალელოგრამი, მივიღებთ P_2 და P_3 ძალებს. რადგან 2 და 3 მიმართულება ჰორიზონტალურია, ამიტომ ჰორიზონტალურ გეგმილთ სიბრტყეში მიღებული P_2 და P_3 -ის მნიშვნელობანი P_2 და P_3 ძალების ნამდვილ სიდიდეებს გამოხატავს. P_1 -ის სიდიდეს გავიგებთ მისი ორი გეგმილის საშუალებით.

გეგმილების საშუალებით ძალის სიდიდის განსაზღვრა

ეთქვათ მოცემულია P ძალის ვერტიკალური და ჰორიზონტალური გეგმილი P_1' და P_1 (ნახ. 260). სივრცეში P ძალა მოგვარუნოთ o წერტილზე გამავალ ვერტიკალურ ღერძის ირგვლივ ისე, რომ ის გახდეს ვერტიკალურ გეგმილთ სიბრტყის პარალელური. ამ შემთხვევაში P ძალის ჰორიზონტალური გეგმილი გახდება გეგმილთ ღერძის პარალელური და მიიღებს oa_1 მდებარეობას. a_1 წერტილიდან გავატაროთ ვერტიკალური ხაზი, ხოლო a -დან კი ჰორიზონტალური და მათი გადაკვეთის a_1' წერტილი შევეუერთოთ o_1 წერტილს. o_1a_1' მონაკვეთი გამოხატავს ძალის ნამდვილ სიდიდეს.



ნახ. 260.

§ 62. ძალთა შიკრება სივსტეში

ერთ წერტილზე თავმოყრილ და სხედასხვა სიბრტყეში წოთავსებულ ძალების შეკრებას ვაწარმოებთ ისე, როგორც ერთ სიბრტყეში მოთავსებულ ძალების შემთხვევაში პარალელოგრამის წესით.

ვთქვათ გვინდა შევეკრიბოთ O წერტილზე მოქმედი P_1, P_2, P_3 და P_4 ძალა. ჯერ ვკრებთ P_1 და P_2 , მივიღებთ მათ ტოლქმედს R_1 . შემდეგ R_1 და P_3 -ის შეკრებით მივიღებთ მათ ტოლქმედს R_2 . ბოლოს ვკრებთ R_2 და P_4 , მივიღებთ R , რომელიც იქნება ყველა ძალის ტოლქმედი. ცალკე სამკუთხედების მაგიერ შეიძლება ძალთა მრავალკუთხედი ავაგოთ; ამისათვის ძალებს მოვზომავთ ერთმანეთის თანმიყოლებით თავიანთი სიდიდით და მიმართულებით. მიღებული მრავალკუთხედის ჩამკეტრი ხაზი მოგვცემს ტოლქმედის სიდიდეს, რომელიც პირველი ძალის დასაწყისიდან უკანასკნელი ძალის ბოლოსაკენ იქნება მიმართული. თუ უკანასკნელი ძალის ბოლო პირველი ძალის დასაწყისს დაემთხვა, მაშინ ძალთა მრავალკუთხედი იქნება ჩაკეტილი, რაც იმას ნიშნავს, რომ ძალთა სისტემა წონასწორობაშია. აქ ძალთა მრავალკუთხედი სივრცულია და ამიტომ მისი აგება ვერტიკალურ და თარაზულ გეგმილთ სიბრტყეებში უნდა ვაწარმოოთ. წონასწორობის დროს, როცა სივრცული მრავალკუთხედი ჩაკეტილია, გეგმილთ სიბრტყეებზე მიღებული ბრტყელი მრავალკუთხედებიც უნდა იყოს ჩაკეტილი. პარალელური ძალების შეკრებაც ანალოგიურად ხდება. ძალთა ჯამი დაიყვანება ტოლქმედ ძალაზე ან წყვილ ძალაზე.

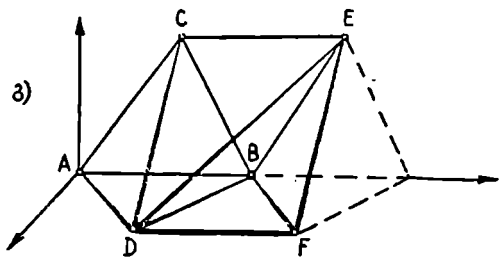
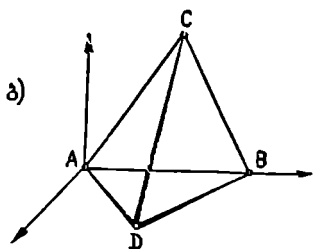
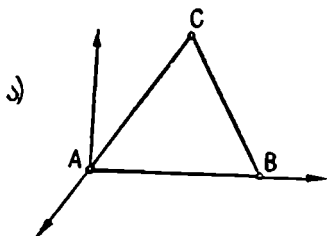
§ 62. სტატიკურად რკვივადი სივსტეში შიკრების შიდეგანა

1. უმარტივესი და რთული შიდეგნილობის სისტემა

სივრცული სისტემების ღეროები, როგორც აღნიშნული იყო ერთმანეთთან იდეალური სფერული სახსრებითაა შეერთებული, ე. ი. ღეროებს შეუძლიათ თავისუფლად იბრუნონ სახსრის ირგვლივ ნებისმიერი მიმართულებით. ასეთი შეერთების დროს ღეროებში განვითარდება მხოლოდ გრძივი ძალები. თავისი აგებულებით ფერმა შეიძლება იყოს უმარტივესი და რთული. უმარტივესი სივრცული ფერმების შექმნა წარმოებს სისტემაზე სამი ღეროს საშუალებით ახალი კვანძების თანდათანობით მიმაგრებით. ეს ღეროები არ უნდა იყოს მოთავსებული ერთ სიბრტყეში.

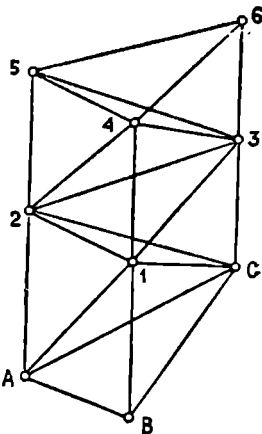
წარმოვიდგინოთ, რომ გვაქვს ხისტი ABC სამკუთხედი, ე. ი. სამი ღეროს საშუალებით ერთმანეთთან დაკავშირებული სამი კვანძი (ნახ. 261, ა). ამ უცვლელ ABC სამკუთხედს მივამაგროთ D კვანძი სამი ღეროს (AD, BD და CD) საშუალებით, რომლებიც ერთ სიბრტყეში არ მდებარეობენ (ნახ. 261, ბ); D წერტილი იქნება უძრავი და მივიღებთ ელემენტარულ სივრცით ფერმას— $ABCD$. ასევე, სამი ღეროს საშუალებით BCD წახნავს მივამაგროთ E კვანძი, მერე F და ა. შ. ჩვენ მივიღებთ გეომეტრიულად უცვლელ სივრცულ სისტემას (ნახ. 261, გ). ამგვარად შიდეგნილ სისტემებს უმარტივესი სისტემები ეწოდება. 262 ნახაზზე წარმოდგენილი სისტემა უმარტივესია, რადგან ABC უცვლელ სამკუთხედზე თანდათანობით მიმაგრებულია 1, 2, 3,

4, 5 და 6 კვანძი, სამ-სამი, ერთ სიბრტყეში არამდებარე ღეროს საშუალებით. რთული შედგენილობის ფერმები შეიძლება მიღებულ იქნას უმარტივესი ფერმების გარდაქმნის გზით, რომელიც მდგომარეობს იმაში, რომ ერთ



ნახ. 261.

რომელიმე ღეროს ვცვლით ახალი ღეროთი. ღეროს შეცვლამ, რასაკვირველია არ უნდა დაარღვიოს ფერმის უცვლელობა. მაგალითად, გარდაქმნათ (261, გ) ნახაზზე წარმოდგენილი ფერმა. DB ღერო შეეცვალოს AF ღეროთი (ნახ. 263). მიღებული ფერმა აღარ არის უმარტივესი, რადგან მასში ვერ ვიპოვით ისეთ კვანძს, რომელიც სამი ღეროთი იქნება მიმაგრებული. ღე-

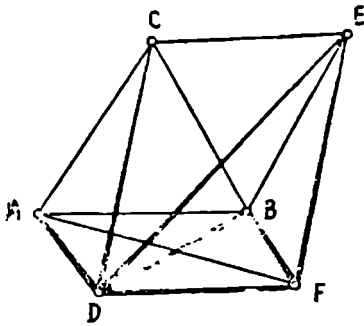


ნახ. 262.

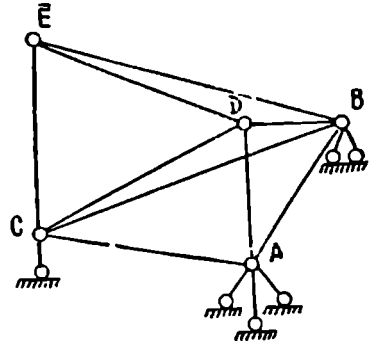
როების შეცვლის გზით წარმოებულ ფერმებს გარდაქმნილი ფერმები ეწოდება.

შემცვლელი ღერო შეიძლება საყრდენი ღეროც იყოს. ახალი გეომეტრიულად უცვლელი ფერმის მიღება, ორი უმარტივესი, სივრცული ფერმის შეერთების გზითაც შეიძლება. ამ ორი სისტემის ხისტად შესაერთებლად საჭიროა იმდენი ღერო, რამდენიც სისტემის მიწაზე მისამაგრებლად, ე. ი. ექვსი. ეს ღეროები ისე უნდა იყოს განლაგებული, რომ არ მივიღოთ ცვლადი სისტემა (§ 58). პრაქტიკაში გავრცელებულია ე. წ. ბადისებური სივრცული სისტემები, რომლის ყველა ღერო სისტემის ზედაპირზეა, ე. ი. სივრცული

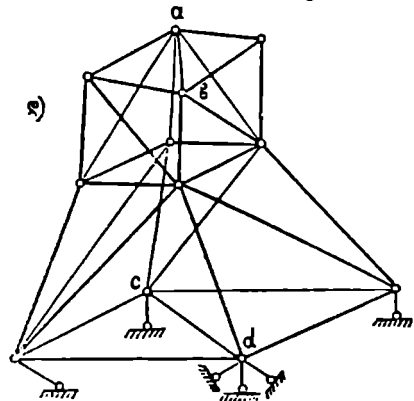
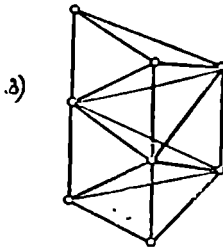
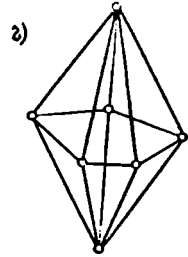
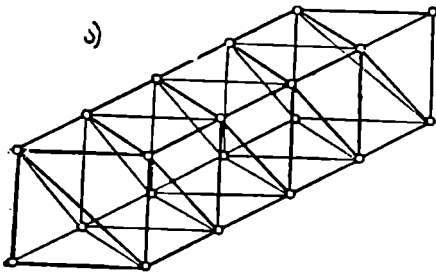
ფერმა შედგენილია ცალკეული ბრტყელი უცვლელი ფერმებისაგან, რომელთაც არ ესაქიროებათ შინაგანი ღეროები. მაშასადამე, სისტემის წიბოები და კვანძები მოთავსებულია ჩაკეტილ ზედაპირზე.



ნახ. 263.



ნახ. 264.



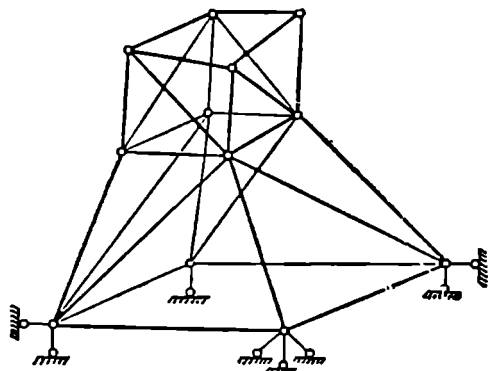
ნახ. 265.

ბადისებური სისტემები საშუალებას იძლევა რაციონალურად იყოს გა-
შოყენებული სისტემის შიგა სიერცე. 265 ნახაზზე მოყვანილია ბადისებური
სისტემების მაგალითები. ისინი შეიძლება გარდაიქმნან ახალ სისტემებად ლე-

როების შეცვლის წესით. მაგალითად, 265, დ ნახაზზე მოყვანილი სისტემა გარდაქმნილია ახალ სისტემად ab და cd ღეროს შეცვლით ორ საყრდენ ღეროთი (ნახ. 266). ეს უკანასკნელი სისტემა აღარ არის ბადისებური, რადგან მას არა აქვს დიაგონალი ზედა და ქვედა ფუძეზე. საანგარიშოდ ბადისებურ სისტემებს ცალკეულ ბრტყელ სისტემებად ვშლით, რაც ანგარიშს სიგრძნობლად ამარტივებს.

2. სივრცული ფერმების საყრდენები (გაგრძელება)

58 პარაგრაფში გარჩეული იყო სივრცული სისტემების საყრდენების მოწყობის კლასიკური შემთხვევა ექვსი ღეროს საშუალებით, რომლებიც ყოველთვის უზრუნველყოფენ ნაშენის უძრავობას. ექვსი ღეროს



ნახ. 266.

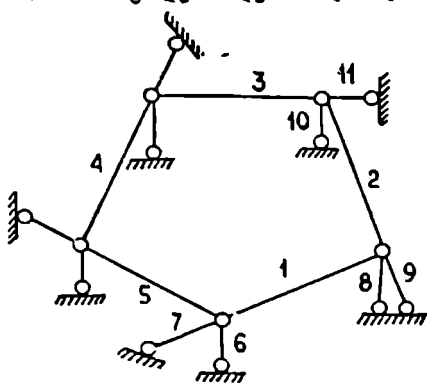
(სამი საყრდენის) საშუალებით ნაშენის მიმაგრება მიწაზე მიზანშეწონილია მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც მისი განივი კვეთი სამკუთხედს წარმოადგენს. აქ, განივი კვეთში სამი კვანძია და ბუნებრივად სამ საყრდენს საჭიროებს. ეს საყრდენები განხორციელებული იქნება ისე, როგორც ნაჩვენებია 264-ე ნახაზზე (კლასიკურად). ეს სისტემა უძრავია, რადგან A კვანძი მიმაგრებულია მიწაზე სამი საყრდენი ღეროთი,

ასევე B - C დამაგრებულია სამი ღეროთი (ორი საყრდენი ღერო და მესამე

AB) და C - C (ერთი საყრდენი ღერო და AC და BC). უმაჯრესად ნაშენები გეგმაში ოთხკუთხა და მრავალკუთხა ფორმისაა და ამიტომ ექვსი საყრდენი ღეროს მოწყობა მიზანშეუწონელია. საყრდენი მოწყობილობანი ისეთი უნდა იყოს, რომ შენობის კედლებს არ გადაეცეთ მათი სიბრტყის პერპენდიკულარული ძალები.

ამ მიზნით ყველა კვანძში უკეთებენ ვერტიკალურ საყრდენ ღეროებს და კვანძებს აერთებენ ერთმანეთთან ჰორიზონტალური საყრდენი მრავალკუთხედით ანუ „საღიბით“.

გარდა ამისა უკეთებენ ჰორიზონტალურ ღეროებს, რომლებიც საყრდენი საღიბს სათანადო გვერდების მიმართულებებს ემთხვევიან (ნახ. 267).



ნახ. 267.

ჰორიზონტალური ღეროების რეაქციები მიმართულია შენობის კედლების გასწვრივ და ამით აცილებულია განივი ძალების მოქმედება. ჰორიზონტალური ღეროების რიცხვი სამზე ნაკლები არ უნდა იყოს. 267 ნახაზზე მოყვანილი საყრდენი სალტე გეომეტრიულად უცვლელია. ამაში ადვილად დაერწმუნდებით თუ გამოვიყენებთ ნულოვანი დატვირთვის მეთოდს, რომელიც ჩვენ ბრტყელი სისტემისათვის შევისწავლეთ. რადგან სისტემის თითოეულ კვანძში შემავალ ოთხ ღეროდან სამი ერთ სიბრტყეში იმყოფება, ამიტომ მეოთხე განცალკევებულ ღეროში ძალა ნულის ტოლია (მაგალითად 1, 6 და 7 ღერო ერთ სიბრტყეშია და $S_3=0$). მაშასადამე, ძალები სარტყლის ღეროებში $S_1=S_2$, $S_3=S_4=S_5=0$ და კვანძებზე რჩება ორ-ორი საყრდენი ღერო. თუ სისტემა დაუტვირთავია, მაშინ ძალა ამ ღეროებშიც ნულის ტოლია. ამგვარად, ნულოვანი დატვირთვის შემთხვევაში ძალა ყველა ღეროში ნულია და სისტემა გეომეტრიულად უცვლელია. ჰორიზონტალური ღეროები შეიძლება გადატანილი იყოს სალტის სხვა წერტილებშიც.

3. ხივრცული ფერმების გეომეტრიული უცვლელობის პირობები

დავადგინოთ სივრცული ფერმის ღეროებსა და კვანძებს შორის ისეთი კავშირი, რომელიც უზრუნველყოფს ფერმის გეომეტრიულ უცვლელობას. ფერმის კვანძების რიცხვი იყოს y , საყრდენი ღეროების რიცხვი C_0 და ფერმის ღეროების რიცხვი C . თითოეულ კვანძს სივრცეში აქვს თავისუფლების სამი ხარისხი, ხოლო თითოეული ღერო (როგორც ფერმის, ისე საყრდენის) სისტემას უსპობს თავისუფლების ერთ ხარისხს. მაშასადამე, სისტემის თავისუფლების ხარისხის ტოლია:

$$W = 3y - C - C_0 \quad (55)$$

თუ $W > 0$ ფერმა გეომეტრიულად ცვლადია, და თუ $W < 0$ ფერმა გეომეტრიულად უცვლელი და სტატიკურად ურკვევია. როცა ფერმა უცვლელია, მაშინ $W = 0$ და (55) განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$C + C_0 = 3Y$$

ფერმის ყველა ღეროს რიცხვს თუ აღვნიშნავთ $m_0 = C + C_0$; მაშინ მივიღებთ:

$$m_0 = 3Y \quad (56)$$

თითოეული კვანძისათვის ჩვენ შეგვიძლია შევადგინოთ წონასწორობის სამი განტოლება, ამიტომ თუ (56) ფორმულა დაცულია, მაშინ ფერმა სტატიკურად რკვევადიერა.

თუ ფერმას განვიხილავთ იზოლირებულად, საყრდენი ღეროების გარეშე, მაშინ მისი თავისუფლების ხარისხი გაიზრდება C_0 -ით და იქნება:

$$W + C_0 = 3Y - C;$$

ამ სიდიდეს გამოვაკლოთ ფერმის, როგორც ერთ მთლიან სივრცული სისტემისათვის დამახასიათებელი, თავისუფლების ექვსი ხარისხი, მივიღებთ მიწას-

თან დაუკავშირებელი ფერმის, როგორც ცალკე სისტემის გეომეტრიული ცვლადობის ხარისხს:

$$V = 3Y - C - 6. \quad (57)$$

უცვლელი და სტატიკურად რკვევადი სისტემისათვის $V=0$ და საბოლოოდ გვექნება:

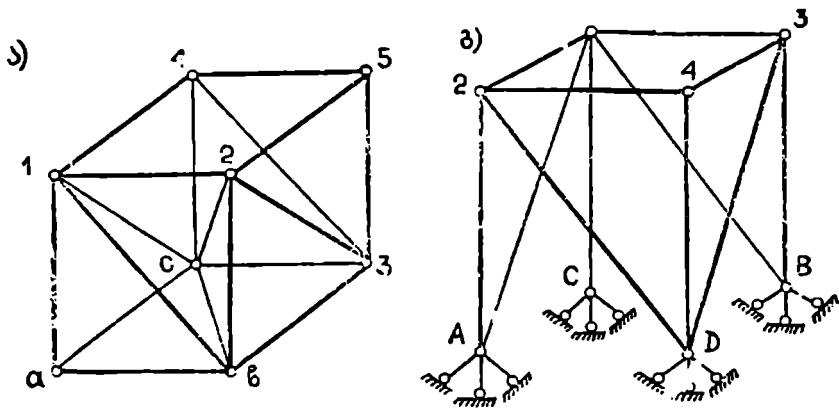
$$C = 3Y - 6; \quad (58)$$

(56) და (58) ფორმულები გამოსახავენ სივრცული ფერმების გეომეტრიული უცვლელობის აუცილებელს, მაგრამ არა საკმარის პირობას. გარდა ამისა საჭიროა, რომ ღეროებს ჰქონდეთ სათანადო მდებარეობა სისტემაში. ფერმის უცვლელობის შესწავლისას საჭიროა ვაწარმოოთ მისი გეომეტრიული და სტატიკური გამოკვლევა. (58) ფორმულა შეიძლება მივიღოთ უფრო მარტივად შემდგენიარად: უმარტივესი სივრცული ფერმების შედგენის წესი, როგორც ვიცით მდგომარეობს იმაში, რომ ხისტ ABC სამკუთხედს თანდათანობით ვამაგრებთ ახალ კვანძებს ერთ სიბრტყეში არამდებარე სამი ღეროს საშუალებით. პირველი სამი კვანძის შესაერთებლად საჭიროა სამი ღერო, ხოლო შემდეგი $y-3$ კვანძის მისამაგრებლად $y-3$ ($Y-3$). მაშასადამე, ფერმის ღეროების რიცხვი ტოლია:

$$C = 3(Y - 3) + 3 = 3Y - 6$$

აქედან ცხადია, რომ უმარტივესი ფერმები, რომლებიც მიღებულია კვანძების თანდათანობით შეერთების გზით, (58) ფორმულას უნდა აკმაყოფილებდნენ.

უმარტივესი ფერმის უცვლელობის შემოწმება შეიძლება ვაწარმოოთ კვანძების და მათი შემაერთებელი სამ-სამი ღეროს თანდათანობითი მოშორების გზითაც. თუ ფერმა უცვლელია ბოლოს უნდა დარჩეს უცვლელი სამკუთხედი.



ნახ. 268.

მაგალითად, შევამოწმოთ 268, ა ნახაზზე მოყვანილი ფერმის უცვლელობა. რადგან ფერმა მოცემულია საყრდენი ღეროების გარეშე, ამიტომ (58) ფორმულით უნდა შემოწმდეს. ღეროების რიცხვი $C=18$, კვანძების რიცხვი

$Y=8$ მივიღებთ: $18=3 \cdot 8-6=18$ და მაშასადამე, ფერმა უცვლელია. არავითარ სირთულეს არ წარმოადგენს დაერწმუნდეთ იმაში, რომ ეს ფერმა უმარტივესი ფერმაა. მართლაც, abc უცვლელ სამკუთხედზე (ან abc უცვლელ სისტემაზე) თანდათანობით მიმაგრებულია 1, 2, 3, 4, 5 კვანძი. 268, ბ ფერმის შემოწმება უნდა მოეხდინოთ (56) ფორმულით. ფერმის ლეროების რიცხვი $C=12$, საყრდენი ლეროების რიცხვი $C_0=11$ და კვანძების რიცხვი $Y=8$

$$m_0=12+11<3 \cdot 8$$

სისტემა ცვლადია, მას აკლია ერთი ღერო. საქმარისია B საყრდენს დაუშვართო ერთი საყრდენი ღერო, რომ სისტემა გახდეს უცვლელი. მართლაც, ამ შემთხვევაში A, B, C და D უძრავ წერტილებზე, თანდათანობით მიმაგრებული იქნება 1, 2, 3, და 4 კვანძი. ეს ფერმაც უმარტივესია.

გამოვიყვანოთ ბადისებური სისტემის გეომეტრიული უცვლელობის პირობა. ბადისებური სისტემის წახნაგები შედგება ერთმანეთთან დაკავშირებული სამკუთხედებისაგან, რომელთა წვეროები მიეკუთვნება მეზობელ სამუთხედებსაც. ფერმის ლეროების რიცხვი იყოს C , წახნაგების რიცხვი Γ და კვანძების რიცხვი Y . თუ სისტემას წარმოვიდგენთ ამოზნექილ მრავალწახნაგად, მაშინ ეილერის თეორემის თანახმად მის წახნაგებს, კვანძებსა და ლეროებს შორის არსებობს შემდეგი დამოკიდებულება:

$$C=Y+\Gamma-2. \quad (a)$$

წარმოვიდგინოთ, რომ მრავალწახნაგიანი სისტემის ყველა წახნაგი სამკუთხა ფორმისაა. თუ სისტემის ყველა წახნაგს (სამკუთხედს) განვიხილავთ განცალკევებულად, მაშინ ლეროების (წიბოების) რიცხვი იქნება 3 Γ . მაგრამ, რადგანაც ყოველი ღერო (წიბო) ორი წახნაგის საზღვარზეა და ეკუთვნის ორივეს, ამიტომ ლეროების რიცხვი იქნება:

$$C=\frac{3\Gamma}{2}. \quad (b)$$

(a) და (b) განტოლებიდან, თუ გამოვირიცხავთ Γ -ს, მივიღებთ შემდეგ განტოლებას:

$$C=3Y-6.$$

ეს განტოლება ემთხვევა მარტივი ფერმის გეომეტრიულად უცვლელობის პირობას (ფორ. 58). ანალოგიურ შედეგს მივიღებთ, თუ ბადისებური სისტემის წახნაგები შედგებიან არა თითო სამკუთხედისაგან, არამედ სამკუთხედთა სისტემისაგან.

მაშასადამე, ბადისებური სისტემა (სახსროვანი მრავალწახნაგა, რომლის წახნაგები შედგება სამკუთხედისაგან) წარმოადგენს უცვლელ სივრცით ფერმას და არ საჭიროებს შინაგან ლეროებს. ეს სისტემა ამავე დროს სტატიკურად რკვევადია. 265-ე ნახაზე წარმოდგენილი ბადისებური ფერმა გეომეტრიულად უცვლელია. ფერმის მყისად ცვლადობის შესამოწმებლად გამოვიყენებთ იმავე წესებს, რაც ბრტყელი სისტემის ანგარიშის დროს— ნულოვანი დატვირთვის (§ 12), ლეროების შეცვლის (§ 18) და სხვა წესებს.

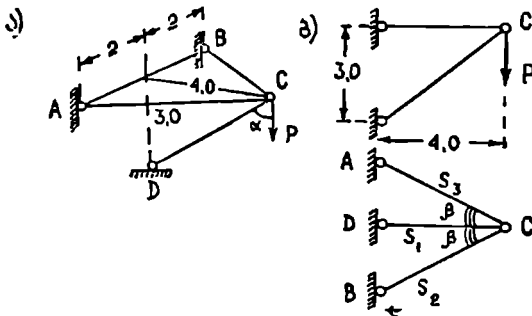
1. ძალეების განსაზღვრა კვანძების ამოკვეთის მეთოდით

ეს მეთოდი მდგომარეობს იმაში, რომ ფერმიდან თანდათანობით ამოკვეთთ კვანძებს და ვიხილავთ მათ წონასწორობის პირობას. ვიწყებთ იმ კვანძის განხილვით, რომელშიც შედის სხვადასხვა სიბრტყეში მდებარე სამი ღერო. ამოცანა დაიყვანება კვანძზე მოქმედ გარე ძალის დაშლაზე სამი მიმართულებით, რომელიც შეიძლება გადაწყდეს, როგორც გრაფიკულად ისე ანალიზურად (დაგეგმილების ან მომენტების მეთოდით).

გავიხსენოთ (იხ. § 61) რომ, თუ კვანძში შედის სამი ღერო და კვანძი დაუტვირთავია, მაშინ ძალვა სამივე ღეროში ნულია და თუ კვანძში შემავალი ღეროები, გარდა ერთისა მოთავსებულია ერთ სიბრტყეში, მაშინ ამ უკანასკნელში ძალვა ნულის ტოლია.

განვიხილოთ მაგალითები:

1 მაგალითი. განვსაზღვროთ ძალეები კრონშტეინის ღეროებში, თუ



ნახ. 269.

C წერტილზე მოქმედებს ძალა $P=9$ ტ (ნახ. 269, ა). P ძალა ABC სიბრტყის პერპენდიკულარულია. 269 ბ, ნახაზზე მოკვანილია სისტემების ვერტიკალური და ჰორიზონტალური პროექცია.

გადაწყვეტა: S_1 -ის საპოვნელად მომენტების ჯაბი ავიღოთ AB ღერძის მიმართ. S_1 ძალვა დავშალოთ ორ მდგენე-

ლად. ერთი იქნება ABC სიბრტყეში $S_1 \sin \alpha$, მეორე კი მის პერპენდიკულარულად — $S_1 \cos \alpha$.

საიდანაც

$$P \cdot 4 + S_1 \cos \alpha \cdot 4 = 0,$$

$$S_1 = -\frac{P}{\cos \alpha} = -\frac{9}{0,6} = -15 \text{ ტ.}$$

C კვანძზე მოქმედი ყველა ძალა დავაგეგმილოთ ACB კუთხის ბისექტრისაზე. მივიღებთ

$$2S_2 \cos \beta + S_1 \sin \alpha = 0.$$

თუ შევიტანთ S_1 -ს მნიშვნელობას, გვექნება

$$2S_2 \cos \beta - 12 = 0,$$

აქედან

$$S_2 = \frac{6}{\cos \beta} = \frac{6}{\frac{4}{\sqrt{20}}} = \frac{3\sqrt{20}}{2} = 3\sqrt{5} = 6,708 \text{ ტ.}$$

≡ მაგალითი. პირამიდული ფერმის წვეროზე მოქმედებს ვერტიკალური ძალა $P=20$ ტ, ვიპოვოთ რეაქციები და ძალები ფერმის ლეროებში. ფერმის ფუძე კვადრატია, ჰორიზონტალური საყრდენი ლეროები წარმოადგენს ფერმის სათანადო ლეროების გაგრძელებას (ნახ. 270).

გადაწყვეტა: მომენტების ჯამი AD ლერძის მიმართ მოგვეცეს:

$$R_6 \cdot a - P \frac{a}{2} = 0,$$

საიდანაც

$$R_6 = \frac{P}{2} = 10 \text{ ტ.}$$

მომენტების ჯამი AB ლერძის მიმართ იქნება:

$$-R_2 \cdot a - R_6 \cdot a + P \frac{a}{2} = 0,$$

საიდანაც

$$R_2 = 0.$$

გეგმილების ჯამი ვერტიკალურ ლერძზე მოგვეცეს:

$$R_6 + R_3 - P = 0,$$

აქედან

$$R_3 = -\frac{P}{2} = 10 \text{ ტ.}$$

გეგმილების ჯამი AD ლერძზე მოგვეცეს $R_1 = 0$.

ყველა ძალა დავაგეგმილოთ AB ლერძზე, მივიღებთ $R_3 = -R_4$. R_2 და R_4 ძალები O წერტილზე გაბაეალ ვერტიკალურ ლერძის მიმართ ქმნის წყვილ ძალას $R_2 \cdot a = 0$; მაშასადამე, $R_2 = R_4 = 0$.

ამოკვეთოთ D კვანძი. საყრდენი რეაქციები $R_4 = R_5 = 0$. S_7 , S_8 და S_9 ერთ სიბრტყეში იმყოფება, ამიტომ განცალკევებულ S_9 ლეროში ძალვა ნულის ტოლია— $S_9 = 0$. C კვანძზე მოქმედი ძალები დავაგეგმილოთ ვერტიკალურ ლერძზე, მივიღებთ

$$R_6 + S_1 \cos \alpha = 0,$$

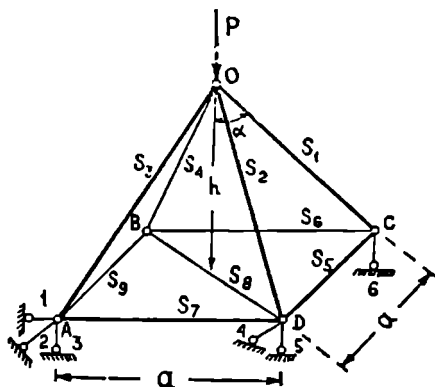
საიდანაც

$$S_1 = -\frac{P}{2 \cos \alpha}.$$

B კვანძის განხილვა მოგვეცეს, რომ $S_4 = 0$ (ნულოვანი ლეროა). O კვანძის წონასწორობის პირობა მოგვეცეს:

$$S_3 = S_1.$$

ანალოგიურად გამოითვლება დანარჩენი ლეროების ძალებიც.

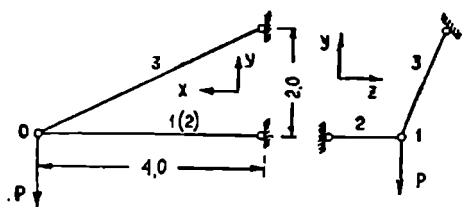


ნახ. 270.

3 მაგალითი. განესაზღვროთ ძალები კონსტრუქციის ღეროებში, თუ ძალა $P=5000$ კგ მოქმედებს ვერტიკალურად. კონსტრუქციის ღეროების მდებარეობა ნახევრებია 271 ნახაზზე.

გადაწყვეტა: ღეროების დახრის კუთხის კოსინუსების გამოსათვლელად შევადგინოთ ცხრილი.

ღერის №:	გეგმილები ღეროებზე			x^2	y^2	z^2	ρ^2	l	კუთხის კოსინუსები		
	x	y	z						$\frac{x}{l}$	$\frac{y}{l}$	$\frac{z}{l}$
1	-4	0	0	16,0	0	0	16	4	-1,0	0	0
2	-4	0	-1,0	16,0	0	1,0	17	4,18	-0,97	0	-0,243
3	-4	2,0	2,0	16,0	4,0	4,0	24	4,9	-0,816	0,408	0,408



განვიხილოთ O კვანძის წონასწორობის პირობა:

$$\Sigma X = -S_1 - 0,97S_2 - 0,816S_3 = 0,$$

$$\Sigma Y = 0,408S_3 - P = 0,$$

$$\Sigma Z = 0,408S_3 - 0,243S_2 = 0.$$

ამ განტოლებათა გადაწყვეტა მოგვცემს:

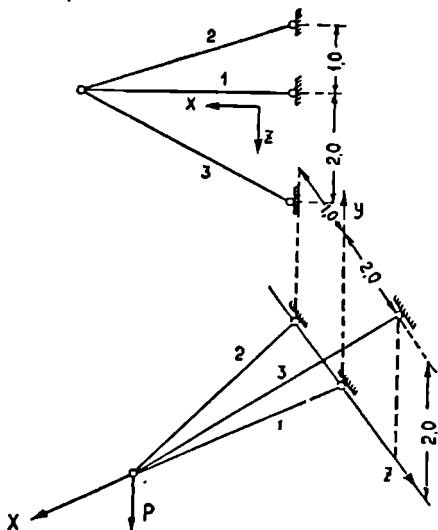
$$S_3 = \frac{P}{0,408} = \frac{5000}{0,408} = 12\,250 \text{ კგ};$$

$$S_2 = \frac{0,408}{0,243} S_3 = \frac{5000}{0,243} = 20\,600 \text{ კგ},$$

$$S_1 = -0,97 \cdot 20600 - 0,816 \cdot 12250 = -30000 \text{ კგ}.$$

ჩვენ აქ განვიხილეთ დაგეგმილების მეთოდი, შეიძლებოდა ამოცანა გადაგვეწყვიტა მომენტების მეთოდითაც.

4 მაგალითი. მოცემულია გუმბათისებური ფერმაკვადრატული ფუძით, რომლის ვერტიკალური და ჰორი-



ნახ. 271.

ზონტალური პროექცია მოცემულია 272-ე ნახაზზე. შე-5 კვანძზე მოქმედებს ვერტიკალური ძალა P .

ვიპოვოთ ძალები ფერმის ღეროებში.

გადაწყვეტა: განვიხილოთ გუმბათის ზედა სარტყელის მე-6 და მე-8 კვანძი. რადგანაც ამ კვანძებში შედის ერთ სიბრტყეში არამდებარე სამ-სამი ღერო და კვანძი დაუტვირთავია, ამიტომ ისინი ნულოვანი ღეროებია. თუ უკუვაგდებთ ნულოვან ღეროებს და განვიხილავთ მე-7 კვანძს, ადვილად დაერწმუნდებით, რომ მასში შემავალი ღეროებიც ნულოვანია, ნახაზზე ნულოვანი ღეროები წაახულია.

განვსაზღვროთ ძალვა S_{1-5} . ამოვკვეთოთ მე-5 კვანძი და კვანძზე მოკმედი ძალების მომენტების ჯამი 2—4 ღერძის მიმართ გავუტოლოთ ნულს. წინასწარ, S_{1-5} დავშალოთ ორ მდგენელად—ვერტიკალურად

$$V_{1-5} = S_{1-5} \cos \alpha,$$

და ჰორიზონტალურად

$$H_{1-5} = S_{1-5} \sin \alpha;$$

1—5 ღეროს სიგრძე

$$l_{1-5} = \sqrt{18^2 + 4^2} = 5,83 \text{ მ}$$

და სათანადოდ

$$\cos \alpha = \frac{4 \cdot 0}{5,83} = 0,686;$$

$$\sin \alpha = \frac{4,25}{5,83} = 0,73.$$

ა5

$$P \cdot a + V_{1-5} \cdot a + H_{1-5} \cdot h_1 = 0$$

$$P \cdot a + S_{1-5} (a \cdot \cos \alpha + h_1 \sin \alpha) = 0.$$

საიდანაც

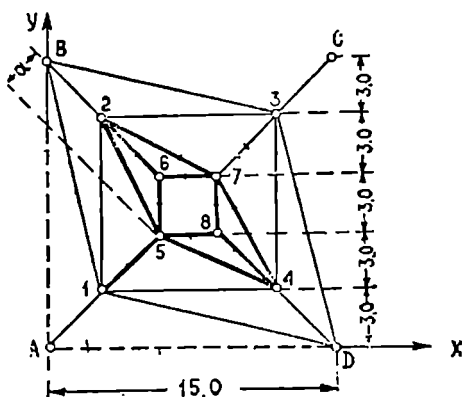
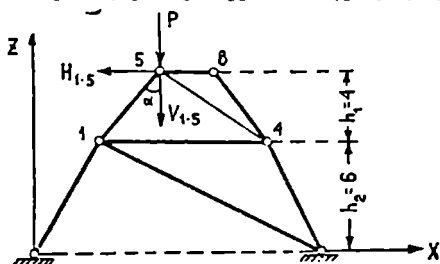
$$S_{1-5} = -\frac{P \cdot a}{a \cos \alpha + h_1 \sin \alpha} = -\frac{2,125 P}{2,125 \cdot 0,686 + 4 \cdot 0,73} = -\frac{2,125}{4,26} P = -0,50 P.$$

მე-5 კვანძზე მოკმედი ძალები დავაგვამილოთ ვერტიკალურ ღერძზე.

4—5 ღეროს სიგრძე $l_{4-5} = \sqrt{45^2 + 16^2} = 7,81 \text{ მ}$.

ვერტიკალურ ღერძსა და 4—5 ღეროს შორის კუთხის კოსინუსი

$$\cos \beta = \frac{4 \cdot 0}{7,81} = 0,514.$$



ნახ. 272.

სიმეტრიის გამო ძალვა

$$S_{4-3} = S_{2-3}$$

მაშასადამე,

$$\Sigma Z = -P - S_{1-3} \cos \alpha - 2S_{4-3} \cos \beta = C,$$

საიდანაც

$$S_{4-3} = \frac{-P + 0,50 \cdot 0,686 P}{2 \cdot 0,514} = -\frac{0,653}{1,28} P = -0,51 P.$$

გადავდივართ 2 (ან 4) კვანძის განხილვაზე, მასზე მოქმედებს ცნობილი ძალვა S_{2-3} . ეს უკანასკნელი დავშალოთ ვერტიკალურ და ჰორიზონტალურ მდგენელად და სამომენტო ღერძად ავიღოთ 1—3. ვიპოვიეთ S_{B-3} ძალვას. ყველა დანარჩენი ძალები განისაზღვრება ანალოგიურად.

სიმეტრიული ძალების მოქმედების შემთხვევაში ძალები დიაგონალებში (2—5, 5—4, 1—D, D—3) წულის ტოლია და ამოცანა მარტივდება.

თუ ძალა 1 კვანძზე მოქმედებს, მაშინ, როგორც ამას ადვილად შევამჩნევთ, იმუშავენ მხოლოდ A—1, 1—D და 1—B ღერო.

3. ძალების განსაზღვრა სისტემის ბრტყელ ფერმებად დაშლის წესით

ამ მეთოდს გამოვიყენებთ მაშინ, როდესაც სივრცული სისტემის წახნაგები წარმოადგენს უცვლელ სტატიკურად რკვევად ბრტყელ სისტემებს და მათი ცალკე გამოყოფითაც რჩება ასეთივე. ასეთი სისტემებია ბადისებური ან მათი გარდაქმნით მიღებული ფერმები, რომლებიც ბრტყელი ფერმებისაგან შედგებიან. ამოცანის ერთმნიშვნელობისაგან გამომდინარეობს რომ თუ სივრცულ სისტემაზე მოქმედი გარე ძალები მოთავსებულია რომელიმე ბრტყელი ფერმის სიბრტყეში, მაშინ ამ დატვირთვის მოქმედებით იმუშავენ მხოლოდ ამ ფერმის ღეროები, და სივრცული ფერმის დანარჩენ ღეროებში კი ძალვა წულის ტოლია.

ამოცანის ერთმნიშვნელოვანობა მდგომარეობს იმაში, რომ სტატიკურად რკვევადი უცვლელი სივრცული სისტემის ნებისმიერი ძალები, რომლებიც აკმაყოფილებენ წონასწორობის პირობებს, წარმოადგენს ერთადერთ შესაძლო გადაწყვეტას. ამიტომ, სივრცული ფერმის ცალკეულ ბრტყელ სისტემებად დანაწილება სამართლიანია, თუ ძალვათა მიღებული სიდიდეები აკმაყოფილებს სისტემის წონასწორობის პირობებს.

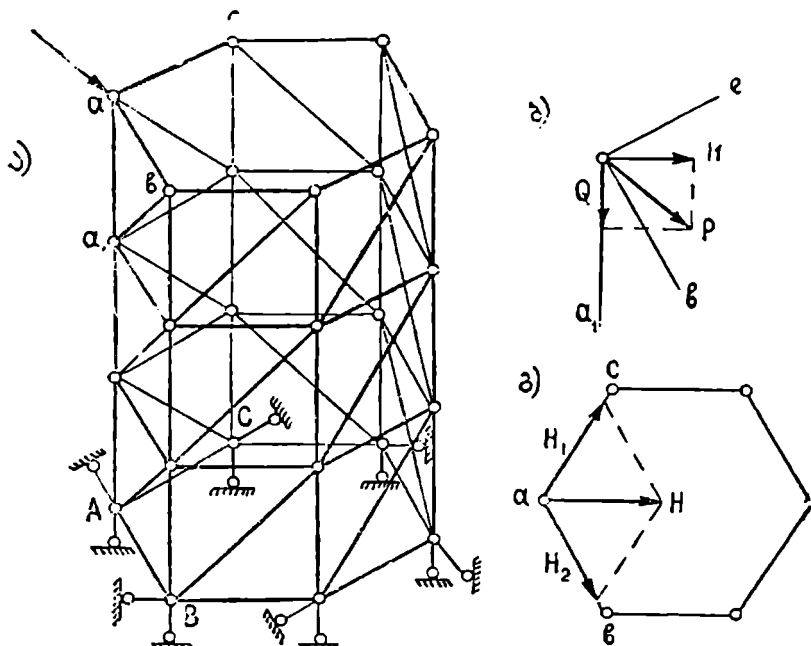
ფერმის წიბოზე მოქმედი გარე ძალა ყოველთვის შეგვიძლია დავშალოთ ფერმის წახნაგების, სიბრტყეების და წიბოს მიმართულებით მოქმედ ძალებად და ამიტომ ამოცანა დაიყვანება მარტივი ბრტყელი სისტემების ანგარიშზე.

განვიხილოთ პრიზმის მსგავსი ფერმა (ნახ. 273). მისი თითოეული წახნაგი წარმოადგენს სტატიკურად რკვევად ბრტყელ ფერმას.

a კვანძზე მოქმედი ძალა დავშალოთ ორ მდგენელად— Q , რომელიც aA წიბოს გასწვრივ მოქმედებს და H , რომელიც ჰორიზონტალურადაა მიმართული (ნახ. 273, ბ). ჰორიზონტალური მდგენელი H დავშალოთ ab და ac წიბოების მიმართულებით (ნახ. 273, გ).

Q მიმართულია aA წიბოს გასწვრივ და შეკუმშავს მას. H_1 გამოიწვევს ძალებს მხოლოდ $AacC$ ბრტყელი ფერმის ღეროებში, ხოლო H_2 კი AbB

ფერმის ლეროებში. სათანადო საანგარიშო სქემები წარმოდგენილია 274 ნახაზზე და მარტივად იანგარიშება. A წიბოს ლეროების მთლიანი ძალვის

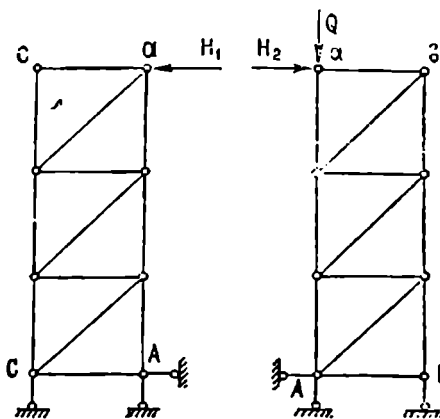


ნახ. 273.

მისაღებად უნდა შევაჯამოთ Q , H_1 და H_2 ძალისაგან გამოწვეული ძალები.

3. ძალების განსაზღვრა ლეროების შეცვლის წესით

ლეროების შეცვლის წესი ჩვენ შევისწავლეთ ბრტყელი სისტემების ანგარიშის დროს. მისი ძირითადი იდეა აქაც იგივეა. ამ წესს ვიყენებთ იმ შემთხვევაში, როდესაც ფერმას არა აქვს საძირკვე კვანძები ან, როდესაც არ შეგვიძლია გავატაროთ ისეთი კვეთი, რომ გავიკუთავოთ ბუჯის ლერო.



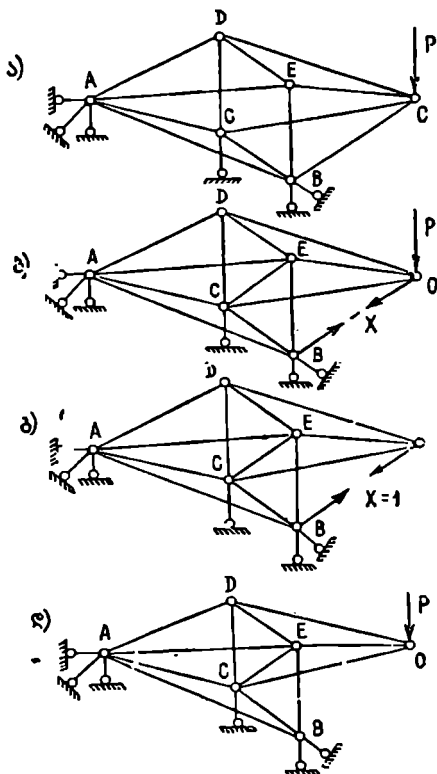
ნახ. 274.

ლეროების შეცვლის წესი მდგომარეობს იმაში, რომ ერთი ან რამდენიმე ლეროს ახალი ლეროების შეცვლით მივიღოთ უმარტივესი ფერმა, რომლის ანგარიში შესაძლებელი იქნება ადრე შესწავლილი მეთოდებით. ამ შემთხვევაში, ფერმის გაანგარი-

შემა ორ გერად უნდა შეეასრულოთ: მოცემულ გარე ძალებზე და შემცვლელი ღეროს გასწვრივ მოქმედ ერთეულ ძალაზე.

განვიხილოთ კონკრეტული მაგალითი (ნახ. 275).

BO ღერო შეცვალოთ CE დიაგონალით (ნახ. 275,ბ), მივიღებთ უმარტი-



ნახ. 275.

ძალვა BO ღეროში, ადვილად გამოეთვლით ძალებს დანარჩენ ღეროებში.

ძალვა ნებისმიერ i ღეროში იქნება:

$$S_i = \bar{S}_i X + S_{iP}; \quad (60)$$

თუ საკიროა ორი ღეროს შეცვლა, მაშინ ძალვა შემცვლელ ღეროებში X_1 და X_2 განისაზღვრება განტოლებათა სისტემიდან:

$$\bar{S}_{11} X_1 + \bar{S}_{12} X_2 + S_{1P} = 0, \quad (ა)$$

$$\bar{S}_{21} X_1 + \bar{S}_{22} X_2 + S_{2P} = 0.$$

ფერმა რომ იყოს გეომეტრიულად უცვლელი X_1 და X_2 ნულისაგან უნდა განსხვავდებოდეს. ამას მივიღებთ მაშინ, თუ (ა) განტოლების დეტერმინანტი არ იქნება ნულის ტოლი.

$$\begin{vmatrix} \bar{S}_{11} & \bar{S}_{12} \\ \bar{S}_{21} & \bar{S}_{22} \end{vmatrix} \neq 0 \quad (61)$$

ეს უტოლობა გვაძლევს ფერმის უცვლელობის პირობას.

ვებს სივრცულ სტატიკურად რკვევად ფერმას. მოცემული დატვირთვისაგან გამოწვეული ძალვა BO ღეროში აღენიშნოთ X -ით.

რადგანაც, ფაქტიურად შემცვლელი ღერო (CE) არ არსებობს და რადგანაც გარდაქმნილი ფერმის ძალები არ უნდა განსხვავდებოდნენ მოცემული ფერმის ძალებებისაგან, ამიტომ ძალვას BO ღეროში X -ს (BO ღეროს მოქმედება ფერმაზე) ისეთი მნიშვნელობა უნდა ჰქონდეს, რომ X -ის და მოცემული დატვირთვისაგან გამოწვეული ძალვათა ჯამი CE ღეროში ნულის ტოლი იყოს.

გარდაქმნილ სისტემაზე, ვამოქმედოთ ცალ-ცალკე $X=1$ (ნახ. 275,გ) და მოცემული დატვირთვა P (ნახ. 275,დ). გამოეთვალოთ ძალვა ყველა ღეროში. $X=1$ -საგან გამოწვეული ძალვა შემცვლელ CE ღეროში აღენიშნოთ S_1 , ხოლო მოცემული დატვირთვისაგან გამოწვეული კი S_{1P} . მაშინ ძალვა CE ღეროში იქნება:

$$\bar{S}'_1 X + S_{1P} = 0,$$

საიდანაც

$$X = -\frac{\bar{S}'_{1P}}{\bar{S}'_1} \quad (59)$$

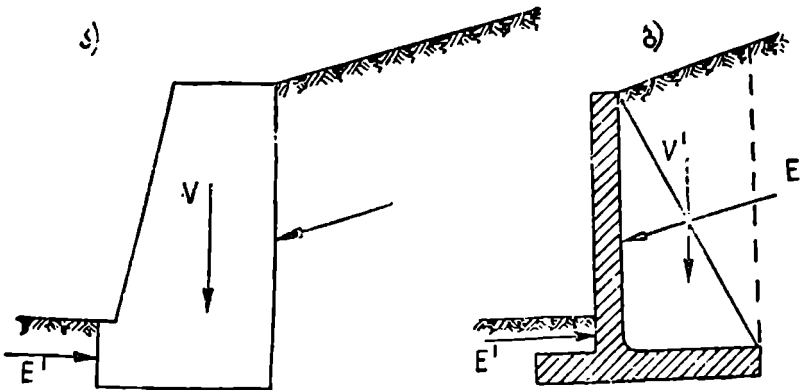
მას შემდეგ რაც ვიცით მოცემული დატვირთვისაგან გამოწვეული X

§ 66. საერთო ცნობები

საინჟინრო ნაშენებს შორის საყრდენ კედლებს საკმაოდ დიდი ადგილი უჭირავს. სანაპიროების კედლები, ხიდის ბურჯები, მიწის ვაკისის დამკვერი კედლები და სხვა ეკუთვნის საყრდენ კედლებს. საყრდენ კედლებს ვხვდებით აგრეთვე ჰიდროტექნიკურ, საფორტიფიკაციო, სამთაბადნო და გვირაბების მშენებლობაში.

საყრდენი კედლის დანიშნულებაა შეაჩეროს მიწის ყრილი. საყრდენი კედლის ზომები ისე უნდა შეირჩეს, რომ მისი სიმტკიცე და მდგრადობა უზრუნველყოფილი იყოს. ანავე დროს კედელი უნდა იყოს ეკონომიური.

სხვადასხვა ნაშენებში სხვადასხვა ტიპის კედლებს, ვხვდებით; უფრო ხშირად კი მასიურ კედლებს, რომლებსაც აქეთებენ ქვის ან ბეტონის წყო-



ნახ. 276.

ბისაგან. ასეთ კედლებში სიმტკიცის და მდგრადობის პირობები დაცულია თვით კედლის საკუთარი წონის მეშვეობით (ნახ. 276, ა).

თუ კედელი რკინაბეტონისაა, მაშინ მისი საკუთარი წონა, სიმცირის გამო, ვერ უზრუნველყოფს მდგრადობას და ამიტომ კედლის კონსტრუქცია ისეთი უნდა იყოს, რომ მას მდგომარეობაში მიწის სვეტის წონა დაეხმაროს (ნახ. 276, ბ).

საყრდენი კედლის ანგარიში მდგომარეობს მასზე მოქმედი გარე ძალების განსაზღვრაში და შემდეგ, მისი სიმტკიცის და მდგრადობის პირობების შემოწმებაში.

კედელზე მოქმედ გარე ძალებს შეადგენს (ნახ. 276) მიწის აქტიური დაწოლა კედელზე—*E*; მიწის პასიური დაწოლა (მიწის წინააღმდეგობა) *E'* და კედლის საკუთარი წონა *V*.

მიწის დაწოლის განსაზღვრა რთული ამოცანაა, რადგან დამოკიდებულება მრავალ ფაქტორზე, უმთავრესად კი ყრილის ფიზიკურ თვისებებზე.

უკანასკნელ ხანებში, გრუნტების ფიზიკური თვისებების თეორიულ და ექსპერიმენტალურ შესწავლას განსაკუთრებული ყურადღება ექცევა. ამ მხრივ აღსანიშნავია საბჭოთა მეცნიერების შრომები, უმთავრესად კი პროფ. ნ. მ. გე რ ს ე ვ ა ნ ო ვ ის. ფხვიერი ტანის შიგნით ძაბვების განაწილების ამოცანა სტატიკურად ურკვევია, რადგან დამოკიდებულია მრავალ ფიზიკურ ფაქტორზე. ასეთები არიან: ფხვიერი ტანის ნაწილაკების ზომები და სიმკვრივე, ნაწილაკების შორის განვითარებული ხახუნის და შექიდულულობის ძალები, რომლებიც დამოკიდებულია მრავალ შემთხვევით ფაქტორზე (ნესტიანობის პროცენტი, სიმკვრივე და სხვ.). ყველა მათი მხედველობაში მიღება ამოცანას საგრძნობლად ართულებს.

ამჟამად, გრუნტის დაკიმული მდგომარეობის შესწავლა ხდება დრეკადობის თეორიის საფუძველზე, რომელიც მდგომარეობს იმაში, რომ მიწის მასივი განიხილება დრეკად იზოტროპულ ნახევარ სივრცეთ. მიღებულ შედეგებს საფუძვლად უდევს ძაბვებსა და დეფორმაციებს შორის წრფივი დამოკიდებულება. დრეკადობის თეორიის მეთოდების გამოყენებამ განსაკუთრებულად ფართო ხასიათი მიიღო მიწის მასივების მდგრადობაზე ანგარიშის საქმეში.

უნდა აღინიშნოს, რომ დრეკადობის თეორიის მეთოდები დამყარებულია მრავალ პირობით დაშვებაზე, რომლებიც შეიძლება სამართლიანი იყოს მხოლოდ ზოგიერთ კერძო შემთხვევაში.

უფრო მიზანშეწონილია ფხვიერი ტანის შესწავლა მოხდეს პლასტიკურობის თეორიის საფუძველზე. ამ მხრივ აღსანიშნავია პროფ. ვ. ვ. სოკოლოვსკის შრომები.

მიუხედავად მრავალი თეორიული გამოკვლევებისა ფხვიერი ტანის ანგარიშის ჩამოყალიბებული თეორია ჯერ კიდევ არ არსებობს. ამიტომ, საყრდენი კედლების ანგარიში წარმოებს მიახლოებითი მეთოდებით, რომლებიც დამყარებულია ე. წ. იდიალური ფხვიერი ტანის ზღვრული წონასწორობის თეორიაზე.

§ 66. ძირითადი ცნობები ფხვიერი ტანის ფიზიკური თვისებების შესახებ

1. გრუნტების წინააღმდეგობა ძვრაზე

გრუნტების ნაწილაკების ურთიერთგადაადგილება იწვევს ძვრის დეფორმაციას. ეს დეფორმაცია პლასტიკურია და ამიტომ ყამირის მასივი არ აღიდგენს თავის პირვანდელ მდგომარეობას დეფორმაციის გამომწვევი მიზეზების მოსპობის შემდეგ.

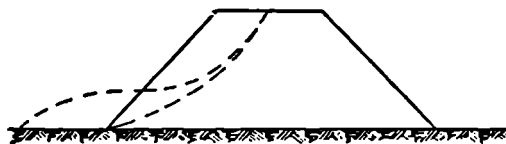
ძვრის დეფორმაციებს იწვევენ, გარე ძალების მოქმედების შედეგად, გრუნტის ნაწილაკებს შორის განვითარებული მხები ძაბვები.

საკუთარი წონისაგან გამოწვეული მიწის ქანობის მდგრადობის დარღვევის სურათი ნაჩვენებია 277 ნახაზზე. მიღებულია, რომ ძერა ხდება რაღაც ზედაპირზე, რომელსაც ცურვის ზედაპირი ეწოდება.

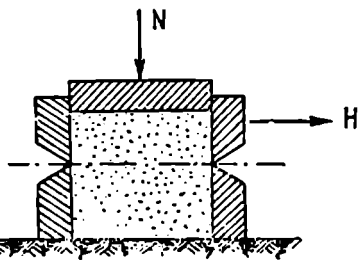
ძერის დეფორმაცია შეიძლება განისაზღვროს ელემენტარული ხელსაწყოს საშუალებით (ნახ. 278), რომელზედაც მოქმედებს ძერის ძალა H და ნორმალური ძალა N .

გრუნტის წინააღმდეგობის ძალა ძერაზე შედგება ორი ნაწილისაგან:

1. გრუნტის ნაწილაკებს შორის არსებული შეკიდულობის ძალისაგან, რომელიც ტოლია kI^2 -ის, სადაც k შეკიდულო-



ნახ. 277.



ნახ. 278.

ბის კოეფიციენტი, ხოლო F კი ფართი, რომელზედაც ძერა ხდება;

2. გრუნტის ნაწილაკებს შორის განვითარებულ ხახუნის ძალისაგან, რომელიც ტოლია $N \cdot f$, სადაც f შინაგანი ხახუნის კოეფიციენტი. მაშასადამე:

$$H = N \cdot f + kF; \quad (62)$$

თუ საქმე გვაქვს ისეთ გრუნტთან, რომელიც შეგვიძლია განვიხილოთ ერთმანეთთან დაუკავშირებელ პატარა ნაწილაკებისაგან შედგენილ ტანად, ე. ი. ისეთად, სადაც შეკიდულობა არ არსებობს, მაშინ,

$$H = N \cdot f. \quad (63)$$

f და k კოეფიციენტის სიდიდე დამოკიდებულია გრუნტის სიმკვრივის ხარისხზე, ნესტიანობაზე და მრავალ სხვა ფაქტორზე.

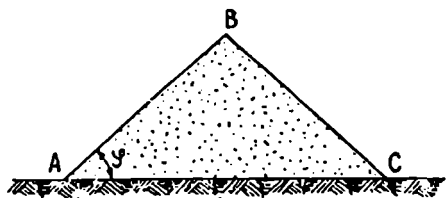
2. ბუნებრივი ქანობის და შინაგანი ხახუნის კუთხე

ფხვიერი ტანი წარმოადგენს ცალკეულ, ერთმანეთთან დაუკავშირებელ მცირე მყარ ნაწილაკებისაგან შედგენილ ტანს. ფხვიერი ტანის ნაწილაკებს შორის შეკიდულობის ძალები ან სრულებით არ არსებობს, ან ძალიან უმნიშვნელოა. ნაწილაკების ურთიერთგადაადგილებას უმთავრესად ხახუნის ძალები ეწინააღმდეგება.

ასეთი ტანი არ ხასიათდება უწყვეტობით (მთლიანობით) და ცალკეული ნაწილაკის საზღვარზე წყვეტას განიცდის.

ფხვიერი ტანის მაგალითებია: გარეცხილი მშრალი ქვიშა, მუხუდო, ხორბალი და სხვ.

ფხვიერი ტანის ძირითად მექანიკურ თვისებას წარმოადგენს ის, რომ მას არ შეუძლია რაიმე წინააღმდეგობა გაუწიოს გაშქიშვით დაღებულ მისი ნაწილაკები არაერთარ ბმებით არ არის დაკავშირებული ერთმანეთთან. ამიტომ, ფხვიერ ტანს არ შეგვიძლია მივცეთ ნებისმიერი ფორმა ისე, როგორც მყარ ტანს.



ნახ. 279.

დაღებულ AB ქანობს ბუნებრივი ქანობი ეწოდება, ხოლო φ კუთხეს, რომელსაც ბუნებრივი ქანობი ადგენს ჰორიზონტთან—ბუნებრივი ქანობის კუთხე.

წარმოვიდგინოთ, AB ბუნებრივი ქანობზე ფხვიერი ტანის ნაწილაკი m (ნახ. 280), რომელიც საკუთარი წონის P გავლენით ცდილობს დაგორდეს. P ძალა დაიშლება ქანობის ნორმალურ და პარალელურ მდგენელებად:

$$N = P \cdot \cos \varphi,$$

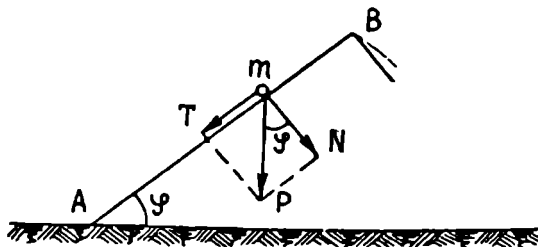
$$T = P \cdot \sin \varphi.$$

T ძალა ცდილობს დააგოროს m ნაწილაკი AB ზედაპირზე. იდეალური ფხვიერი ტანის შემთხვევაში (როდესაც შეკიდულობის ძალები ნულის ტოლია) m ნაწილაკის დაგორებას ეწინააღმდეგება მხოლოდ ხახუნის ძალა, რომელიც ტოლია

$$\tau = N \cdot f = P \cdot \cos \varphi \cdot f.$$

შინაგანი ხახუნის კოეფიციენტი f ტოლია შინაგანი ხახუნის კუთხის ტანგენსის:

$$f = \operatorname{tg} \alpha.$$



ნახ. 280.

m ნაწილაკის წონასწორობის პირობა გამოიხატება უტოლობით:

$$T \leq \tau; \quad (64)$$

თუ შევიტანთ T -ს და τ -ს მნიშვნელობებს, მივიღებთ:

$$P \cdot \sin \varphi \leq P \cdot \cos \varphi \cdot f,$$

$$\operatorname{tg} \varphi \leq f.$$

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi &\leq \operatorname{tg} \alpha \\ \varphi &\leq \alpha \end{aligned} \right\} \quad (65)$$

მიღებული ფორმულა გვიჩვენებს, რომ ფხვიერი ტანის ნაწილაკები წონასწორობაში იქნება მანამ, სანამ ბუნებრივი ქანობის კუთხე (φ) ნაკლებია ან ტოლია ხახუნის კუთხის (α). თუ $\varphi > \alpha$, მაშინ ფხვიერი ტანის ნაწილაკები იგორებენ AB ზედაპირზე მანამ, სანამ ისინი შინაგანი ხახუნის ძალებით წონასწორობაში არ მოვლენ.

უდიდესი კუთხე, რომლის დროსაც ქანობზე მოთავსებული ნაწილაკები შეწყვეტენ გორვას, მიიღება ზღვრული წონასწორობის დროს, ე. ი. როცა $\varphi = \alpha$.

მაშასადამე, ბუნებრივი ქანობის კუთხე ტოლია ფხვიერი ტანის შინაგანი ხახუნის α კუთხის.

ბუნებრივი ქანობის კუთხე დამოკიდებულია გრუნტის ნესტიანობაზე. ზოგიერთი გრუნტისათვის ბუნებრივი ქანობის კუთხე მოყვანილია მე-3 ცხრილში.

ზემოთ ჩვენ განვიხილეთ იდეალური ფხვიერი ტანი, ე. ი. ისეთი ტანი, რომლის ნაწილაკებს შორის შექიდიულობის ძალები სრულებით არ არსებობს. ეს იძლევა ზუსტ შედეგს ქვიშებსა და მშრალ გრუნტებში.

ნესტიანი და თიხოვანი გრუნტების შემთხვევაში მხედველობაში უნდა მივიღოთ შექიდიულობის ძალებიც.

შედარებითი ანგარიშები გვიჩვენებენ, რომ მიწის დაწოლის სიდიდებზე შექიდიულობის ძალები

არ ახდენენ დიდ გავლენას. მას მნიშვნელობა აქვს ისეთი საკითხის გადაწყვეტაში, როგორც არის ფერდობების მდგრადობა, ფხვიერი მასის კედლიანად ჩამონგრევის საფრთხე (როდესაც კედელი ფერდობზეა) და სხე.

თუ ხახუნის ძალებთან ერთად მხედველობაში მივიღებთ შექიდიულობის ძალებს, მაშინ წინააღმდეგობის (ძვრაზე) ძალა გამოითვლება (62) ფორმულით და ფხვიერი ტანის წონასწორობის პირობა იქნება:

$$T \leq N \cdot f + kF; \quad (66)$$

თუ ამ ფორმულაში შევიტანთ T , N და f -ის მნიშვნელობას მივიღებთ:

$$\operatorname{tg} \varphi \leq \operatorname{tg} \alpha + \frac{kF}{P \cos \varphi}; \quad (67)$$

ბუნებრივი ქანების მისაღებად დაწვერობ ზღვრული წონასწორობის პირობა:

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \alpha + \frac{k}{p \cos \varphi}, \quad (68)$$

სადაც

$$p = \frac{P}{F}$$

როგორც ვხედავთ, შექიღულლობის ძალები ზრდის ბუნებრივი ქანობის კუთხეს, ე. ი. $\varphi > \alpha$.

როცა $k = 0$

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \alpha.$$

ზღვრული წონასწორობის შემთხვევაში წამსურებელი ძალა შექიღულლობის მხედველობაში მიღებით იქნება

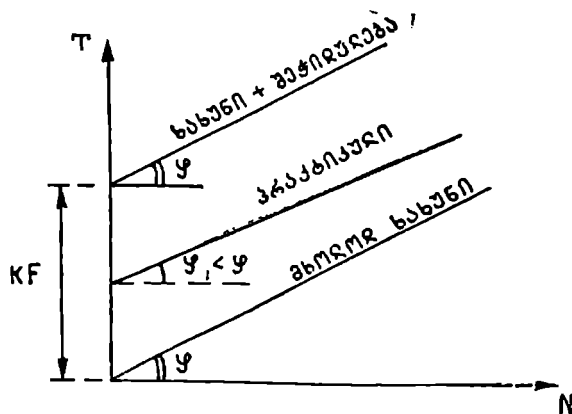
$$T = N \cdot f + kF.$$

გრაფიკულად ეს დამოკიდებულება გამოიხატება სწორი ხაზით (ნახ. 281). ბუნებრივი ქანობის პრაქტიკული მნიშვნელობა $\varphi_1 < \varphi$.

შემდეგში, შექიღულლობის ძალებს არ მივიღებთ მხედველობაში და ჩავთვლით, რომ ბუნებრივი ქანობის კუთხე ხახუნის კუთხის ტოლია.

შინაგანი ხახუნის კუთხე — წარმოადგენს ფხვიერი ტანის ნაწილაკებს შორის ხახუნის კუთხეს და წარმოიშვება ნაწილაკების ზედაპირის სიმჭისის გამო.

შინაგანი ხახუნის კუთხე განისაზღვრება ცდებით მიღებული ძვრის და ნორმალური ძალების ფარდობით (ნახ. 278).



ნახ. 281.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{H}{N}$$

სხვადასხვა გრუნტებისათვის შინაგანი ხახუნის კუთხის საშუალო მნიშვნელობანი მოყვანილია მე-4 ცხრილში.

ქვიშა გრუნტებისათვის შინაგანი ხახუნის კუთხე ტოლია ბუნებრივი ქანობის კუთხის ($\alpha = \varphi$).

კედელსა და გრუნტს შორის ხახუნის კუთხე — φ_0 , აბასიათებს მათი შეხების ხახუნს და დამოკიდებულია კედლის ზედაპირის სიმჭისზე. აბსოლუ-

ცხრილი 4	
გ რ უ ნ ტ ი	შინაგანი ხახუნის კუთხე α გრადუსებში

წვრილი ქვიშა	20—30
საშუალო სიმსხოს ქვიშა	30—40
მსხვილი ქვიშა, ხრეში	40—45
ქვიშნარი	15—30
თიხნარი	10—30

ტურად გლუვი ზედაპირის დროს $\varphi_0 = 0$, და ძალიან ტლანქი ზედაპირის შემთხვევაში, როდესაც შეგვიძლია ჩავთვალოთ, რომ კედელზე მიკრულია მიწის ფენა

$$\varphi_0 = \alpha.$$

φ_0 კუთხის პრაქტიკული ნიშნენლობა ამ რ.რ სიდიდეს შორის იმყოფება (იღებენ $\frac{1}{4} \alpha \div \frac{1}{2} \alpha$). უფრო ხშირად გულისხმობენ რომ $\varphi_0 = 0$. საერთოდ,

კედელსა და გრუნტს შორის ხახუნის კოეფიციენტების ნიშნენლობა სხვადასხვა გრუნტისათვის მოცემულია ტექნიკურ პირობებში და ნორმებში.

ფხვიერი ტანის დაწოლის სიდიდის გამოსათვლელად საჭიროა ვიცოდეთ ფხვიერი ტანის მოცულობითი წონა, შინაგანი ხახუნის და ფხვიერ ტანსა და კედელს შორის ხახუნის კოეფიციენტი.

მოცულობითი წონის სიდიდე დამოკიდებულია ფხვიერი ტანის ფორიანობაზე და იცლება მისი სიმკვრივის ცვლილებასთან ერთად, დაახლოებით $10 \div 15\%$.

შინაგანი ხახუნის კოეფიციენტი დამოკიდებულია ფხვიერი ტანის ფორიანობის ხარისხზე და მაშასადამე, მოცულობით წონაზე. რაც უფრო ფხვიერია ტანი, მით უფრო მეტია მასში ფორები და მით ნაკლებია მისი მოცულობითი წონა. მოცულობითი წონის შემცირება ხახუნის კოეფიციენტის შემცირებას იწვევს, რადგან მასში ძვრები აღვილად ხდება. პირიქით, ფორიანობის შემცირება და სიმკვრივის ზრდა ხახუნის კოეფიციენტს ზრდის. ამიტომ, ფხვიერად დაყრილი გრუნტები უფრო დიდ დაწოლას ახდენს კედელზე, ვიდრე მკიდროდ დაყრილი (მკვრივი).

მ. მოცულობითი წონა

ფხვიერი ტანის ერთ-ერთ მახასიათებელს წარმოადგენს მისი მოცულობითი წონა (1 მ³ გრუნტის წონა ტ-ში), რომელიც იზომება ტ/მ³.

მოცულობითი წონა არ უნდა გაეაიგივოთ ხვედრით წონასთან. ხვედრითი წონა ყოველთვის მეტია მოცულობით წონაზე. მაგალითად, ქვიშის ხვედრითი წონა ტოლია 2,4 ÷ 2,6 ტ/მ³; მოცულობითი წონა კი ტანში არსებულ ფორების გამო — 1,6 ÷ 1,8 ტ/მ³.

ფხვიერი ტანის მოცულობითი წონა წყალში მცირდება, მის მიერ გამოდევნილი წყლის წონის სიდიდით. თუ ფორიანობის პროცენტს აღვნიშნავთ Δ , მაშინ ფხვიერი ტანის ხისტი ნაწილაკების მოცულობა იქნება $\left(1 - \frac{\Delta}{100}\right)$ და მისი მოცულობითი წონა წყალში

$$\gamma_0 = \gamma - 1 \left(1 - \frac{\Delta}{100}\right). \quad (67)$$

მაგალითად, თუ ქვიშა ჰაერზე იწონის 1,6 ტ/მ³ და მისი ფორიანობა $\Delta = 30\%$, მაშინ მისი წონა წყალში იქნება:

$$\gamma_0 = 1,6 - 1(1 - 0,30) = 0,9 \text{ ტ/მ}^3.$$

ფხვიერი ტანის მოცულობითი წონა სხვადასხვა გრუნტისათვის მოყვანილია მე-3 ცხრილში.

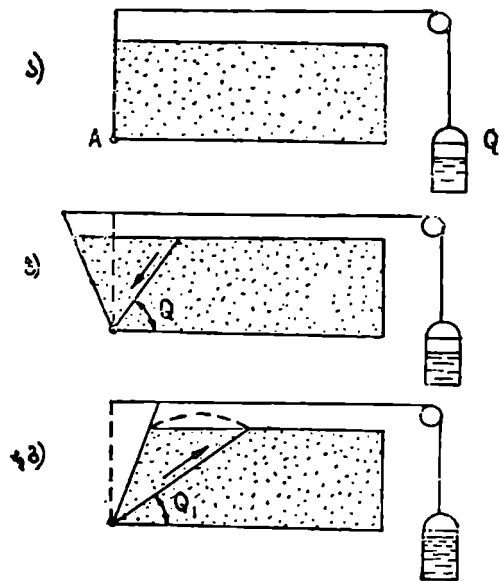
§ 67. მკუნთის ამტიური და პასიური დაწოლა

არსებობს ყრილის ჩამონგრევის ორი სხვადასხვა ზედაპირი. ერთი შეესაბამება ყრილის აქტიურ დაწოლას, მეორე კი მის პასიურ დაწოლას ან პასიურ წინააღმდეგობას.

ამ ორი მოვლენის არსებობაში ადვილად დავრწმუნდებით, თუ განვიხილავთ წერილი ქვიშისაგან შედგენილ ფხვიერი ტანის დარღვევის ხასიათს. წარმოვიდგინოთ, რომ შუშის ყუთში, რომლის გვერდითი კედელი თავისუფ-

ლად ბრუნავს A წიბოს ირგვლივ, ჩაყრილია მშრალი წერილი ქვიშა (ნახ. 282, ა). ქვიშა იქნება წონასწორობაში მანამ ყუთის მოძრავი კედელი დარჩება პირვანდელ ვერტიკალურ მდგომარეობაში. როდესაც ქვიშისაგან გამოწვეული დაწოლა ყუთის მოძრავე გვერდზე Q -ს ტოლია, მაშინ ქვიშა ზღვრული წონასწორობის მდგომარეობაშია (ნახ. 282, ა).

თუ Q ძალას შევამცირებთ, მაშინ ქვიშის წონასწორობა დაირღვევა და ყუთის გვერდი გადაიხრება გარეთ (ნახ. 282, ბ); შევამჩნევთ, რომ ფხვიერი ტანის ნაწილი დაკურდება სიბრტყეზე, რომელიც პერიზონტთან ადგენს θ კუთხეს. ყუთის გვერდის გადახრა მოხდა ყრილის დაწოლის გამო (აქტიური დაწოლა). თუ Q ძალას გავზრდით, მაშინაც დაირ-



ნახ. 282.

ღვევა ქვიშის წონასწორობა, ხოლო ყუთის კედელი გადაიხრება შიგნით. განვითარებულ გვერდით დაწოლას ფხვიერი ტანი უწევს პასიურ წინააღმდეგობას (პასიური დაწოლა).

ფხვიერი ტანის ნაწილი ამოინგრევა სიბრტყეზე, რომელიც პერიზონტთან θ , კუთხეს ადგენს (ნახ. 282, გ).

ფხვიერი ტანის აქტიური დაწოლა ეწოდება ძალას, რომელიც მოქმედებს კედელზე, როცა კედელი გადაადგილდება დაწოლის მომართულებით უსასრულოდ მცირე სიდიდით.

ფხვიერი ტანის პასიური დაწოლა (პასიური წინააღმდეგობა ან წინააღმდეგობა) ეწოდება ძალას, რომლითაც

ფხვიერი ტანი მოქმედებს კედელზე, როცა კედელი გადაადგილდება უსასრულოდ მცირე სიდიდით ფხვიერი ტანის მიმართულებით. მ კუთხეს ჩამონგრევის კუთხე ეწოდება და ტოლია $\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$, ხოლო Θ_1 -ს კი ამონგრევის კუთხე და ტოლია $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$. მ კუთხით დახრილ ზედაპირზე ფხვიერი ტანი იმყოფება ზღვრულ წონასწორობაში (თუ ყრილი შეზღუდულია კედლით).

§ 68. მიწის აბტიური დაწოლის ანალიზური განსახილვერა

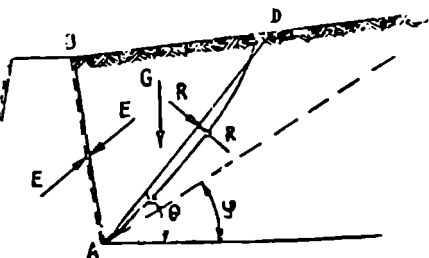
ჩვენ ვნახეთ, რომ თავისუფლად დაყრილ ფხვიერი ტანის ზღვრულ წონასწორობას ადგილი აქვს პორიზონტთან φ კუთხით დახრილ ზედაპირზე, ხოლო კედლით შეზღუდულ ფხვიერი ტანის წონასწორობას კი უფრო დიდი კუთხით (Θ) დახრილ ზედაპირზე.

AB კედელი, რომელიც მიწის ყრილს იჭერს (ნახ. 283), მიწის აქტიური დაწოლის გამო, ცდილობს გადაადგილდეს მარცხნივ. AB კედლის მარცხნივ გადაადგილების შემთხვევაში მიწის მასივი, სიმძიმის ძალის გავლენით, მოშორდება მის დანარჩენ ნაწილს, რაღაც AD ზედაპირზე, რომელსაც ჩამონგრევის ზედაპირი ეწოდება.

კედლით დამტკიცებულია, რომ ჩამონგრევის ზედაპირი სიბრტყისაგან უმნიშვნელოდ განსხვავდება და პრაქტიკულად მას სიბრტყედ სთვლიან. პრიზმას ABD ფუძით (სიმაღლე ერთის ტოლია) ჩამონგრევის პრიზმა ეწოდება.

კედელზე აქტიური დაწოლის განსასაზღვრავად განვიხილოთ ჩამონგრევის პრიზმის წონასწორობის პირობა. მივიღოთ, რომ პრიზმა არ იცვლის თავის ფორმას, ე. ი. წარმოადგენს მყარ ტანს (სოლს). ჩამონგრევის პრიზმაზე მოქმედებს რეაქციის ძალა კედლის მხრიდან, რომელიც კედელზე პრიზმის დაწოლის (E) ტოლია; რეაქციის ძალა მიწის დარჩენილი ნაწილის მხრიდან, რომელიც—მიწის დარჩენილ ნაწილზე პრიზმის დაწოლის (R) ტოლია და ყრილის წონა (G) (ნახ. 283).

ჩვენ ვიხილავთ არანებისმიერ ABD პრიზმის წონასწორობის პირობას არამედ იმ პრიზმის, რომელიც იწყებს ცურვას



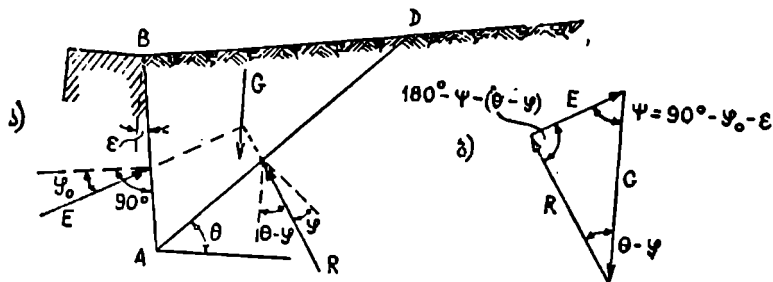
ნახ. 283.

კედლის გადაადგილების მომენტში უსასრულოდ მცირე სიდიდით, ე. ი. ვიხილავთ პრიზმის ზღვრული წონასწორობის პირობას (წონასწორობა გადადის მოძრაობაში).

ეს ძირითადი დაშვება (კულონის წესი) საშუალებას იძლევა ვიპოვეთ E და R რეაქციების მიმართულებანი. E შეადგენს AB სიბრტყის ნორმალ-

თან ხახუნის კუთხეს φ , R კი AD -ს ნორმალთან მიწის მიწასთან ხახუნის კუთხეს α -ს (ზღვრული წონასწორობის დროს $\alpha = \varphi$ (ნახ. 284).

რადგან ABD სოლი მოკუთრავს ქვემოთ, E და R გადისხრება ცურვის სიბრტყის ნორმალიდან ქვემოთ. ABD პრიზმს ზღვრული წონასწორობის.



ნახ. 284.

დროს, მასზე მოქმედმა ძალებმა უნდა შეკრან ძალთა სამკუთხედი (ნახ. 284, ბ). ძალებს შორის კუთხეები ნაჩვენებია ნახაზზე.

ძალთა სამკუთხედიდან მივიღებთ:

$$\frac{E}{G} = \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin[180 - \psi - (\theta - \varphi)]} = \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin(\theta + \psi - \varphi)},$$

საიდანაც

$$E = G \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin(\theta + \psi - \varphi)}. \quad (70)$$

ჩამონგრევის პრიზმის წონა

$$G = \gamma \cdot 1 \cdot ABD \text{ ფართობი.}$$

(70) ფორმულა არ იძლევა აქტიური დაწოლის საბოლოო მნიშვნელობას, რადგან ჩამონგრევის კუთხე θ უცნობია.

θ კუთხის სხვადასხვა მნიშვნელობას შეესაბამება სხვადასხვა ჩამონგრევის პრიზმა და ცხადია სხვადასხვა E .

ქედლის საანგარიშოდ უნდა მივიღოთ θ კუთხის ის მნიშვნელობა, რომელიც მოგვცემს მაქსიმალურ E დაწოლას. რადგანაც

$$E = f(\theta),$$

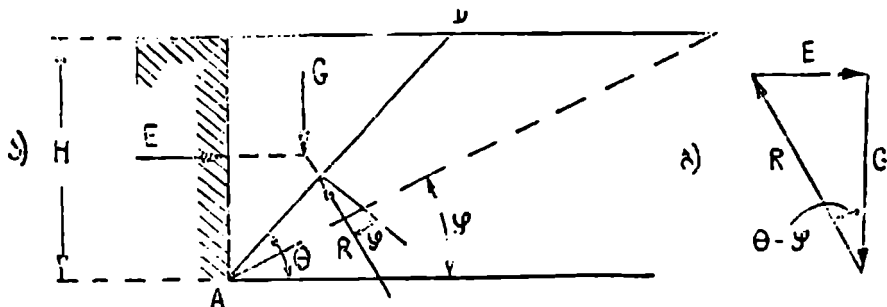
ამიტომ ჩამონგრევის კუთხეს ეიპოვით განტოლებიდან:

$$\frac{dE}{d\theta} = 0. \quad (71)$$

ამ განტოლებიდან მიღებულ θ კუთხის მნიშვნელობას შევიტანთ E -ს გამოსახულებაში.

§ ნი. მიწის დაწოლის ანალიზური განსაჯვრა
 ვიტიკალურ კედელზე

განვიხილოთ ის კერძო შემთხვევა, როდესაც ყრილის ზედაპირი პორი-ზონტალურ სიბრტყეს წარმოადგენს (ნახ. 285) და კედელს აქვს იდეალურად



ნახ. 285.

გლუვი ზედაპირი, ამ შემთხვევაში $\varphi_0 = 0$, $\epsilon = 0$ და $\psi = 90^\circ$. (70) ფორმულა მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$E = G \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin[90^\circ + (\theta - \varphi)]} = G \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\cos(\theta - \varphi)} = G \operatorname{tg}(\theta - \varphi).$$

ეს შეიძლება მივიღოთ უშუალოდ 285, ბ ნახაზიდანაც. ჩამონგრევის პრიზმის წონა:

$$G = \gamma \cdot l \cdot ABD_{\Delta} = \gamma \frac{H^2}{2} \operatorname{ctg} \theta.$$

G-ს მნიშვნელობა შევიტანოთ E-ს გამოსახულებაში, მივიღებთ:

$$E = \frac{\gamma H^2}{2} \operatorname{ctg} \theta \operatorname{tg}(\theta - \varphi).$$

მ კუთხის ის მნიშვნელობა, რომელსაც შეესაბამება მაქსიმალური E განისაზღვრება (71) განტოლებით:

$$\frac{dE}{d\theta} = \frac{\gamma H^2}{2} \left[-\frac{1}{\sin^2 \theta} \operatorname{tg}(\theta - \varphi) + \frac{1}{\cos^2(\theta - \varphi)} \operatorname{ctg} \theta \right] = 0.$$

ეს განტოლება გაეყოთ $\frac{\gamma H^2}{2}$ და გადავამრავლოთ $\sin^2 \theta \cos^2(\theta - \varphi)$ სიდიდებზე, მივიღებთ:

$$-\cos(\theta - \varphi) \sin(\theta - \varphi) + \sin \theta \cos \theta = 0,$$

აბ

$$\sin 2(\theta - \varphi) = \sin 2\theta.$$

• თუ შევცვლით

$$\sin 2\theta = \sin (180^\circ - 2\theta),$$

მივიღებთ

$$2(\theta - \varphi) = 180^\circ - 2\theta,$$

და

$$\theta = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}.$$

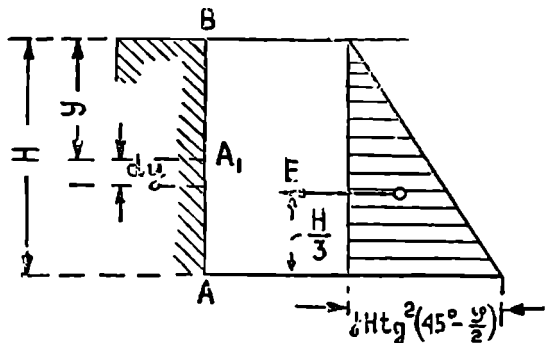
მ-ს ეს მნიშვნელობა შევიტანოთ E გამოსახულებაში. საბოლოოდ მივიღებთ:

$$E = \frac{\gamma H^2}{2} \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right); \quad (72)$$

რადგან $\frac{d^2 E}{d\theta^2} < 0$, ამიტომ θ კუთხის მიღებულ მნიშვნელობას შეესაბამება E_{\max} .

§ 70. კედლის სიმაღლეზე მიწის დაწოლის ინტენსივობის ეპიურა

ჩვენ გამოვთვალეთ მიწის მთლიანი დაწოლა AB კედელზე E . ეს წარმოადგენს შეუღრსულ ძალას და განაწილებულია მთელ სიმაღლეზე რაღაც კანონით. რაც უფრო ღრმად არის წერტილი, მით უფრო მეტი დაწოლა მოქმედებს მასზე.



ნახ. 286.

დაწოლა $A_1 B$ კედელზე იქნება (ფორმულა 72):

$$E_y = \frac{\gamma y^2}{2} \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right).$$

ელემენტალურ dy სიმაღლის კედელზე (ნახ. 286) მოქმედი დაწოლა იქნება:

$$dE_y = q dy,$$

სადაც q არის დაწოლა ერთეულ სიმაღლეზე, A_1 წერტილის მახლობლობაში (დაწოლის ინტენსივობა).

დაწოლის ინტენსივობა A_1 წერტილში იქნება

$$q = \frac{dE_y}{dy} = \gamma y \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (73)$$

დაწოლის ინტენსივობა იცვლება სწორი ხაზის კანონით:

$$\text{როცა } y=0; \quad q=0,$$

$$\text{როცა } y=H; \quad q = \gamma H \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right).$$

დაწოლის ინტენსივობის ეპიურა წარმოადგენს სამკუთხედს (ნახ. 286).

დაწოლის ინტენსივობის ეპიურის ფართობი ტოლია დაწოლის სიდიდისა კედელზე (E).

მიწის მთლიანი დაწოლის (E) მოდების წერტილი იმყოფება დაწოლის ინტენსივობის ეპიურის სიმძიმის ცენტრის სიმაღლეზე; განხილულ შემთხვევაში A წერტილიდან $\frac{H}{3}$ მანძილზე.

დაწოლის ინტენსივობის ეპიურას, ხშირად ზედაპირული ძაბვის ეპიურას უწოდებენ.

§ 71. თანაბრად განაწილებული ტვირთის გავლენა

ფხვიერ ტანზე მოქმედებს თანაბრად განაწილებული ტვირთი, ინტენსივობით q ტ/მ² (ნახ. 287). ეს ტვირთი, შეეკვალათ მისი ეკვივალენტური მიწის ფენით, რომლის მოცულობითი წონა მიწის ძირითადი მასის მოცულობითი წონის ტოლია.

მიწის ფენის სიმაღლე h განისაზღვრება იმ პირობიდან, რომ მისი დაწოლა ერთ კვადრატულ მეტრზე ტოლი იყოს დატვირთვის— q :

$$q = 1 \cdot 1 \cdot h \gamma,$$

$$\text{საიდანაც } h = \frac{q}{\gamma}. \quad (74)$$

AB კედელი გაეაგრძელოთ ყრილის ზედაპირის გადაკვეთამდე B_1 წერტილში და გამოეთვალოთ დაწოლა AB_1 კედელზე. დაწოლა AB_1 კედელზე იქნება (ფორ. 72):

$$E_1 = \frac{\gamma(H+h)^2}{2} \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right).$$

დაწოლის ინტენსივობის ეპიურა გამოხატულია ab_1d სამკუთხედით. სამკუთხედის ფუძე ad ტოლია

$$\gamma(H+h) \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right).$$

რადგანაც სინამდვილეში არსებობს არა AB_1 , არამედ AB კედელი, ამიტომ AB_1 კედელზე მოქმედ დაწოლას უნდა გამოვსაყლოთ BB_1 ფიქტიურ კედელზე მოქმედი დაწოლა:

$$\frac{\gamma h^2}{2} \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right).$$

მაშასადამე, დაწოლა AB კედელზე იქნება:

$$E = \frac{\gamma(H+h)^2}{2} \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) - \frac{\gamma h^2}{2} \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right).$$

საბოლოოდ

$$E = \frac{\gamma H^2}{2} (H + 2h) \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (75)$$

ადვილად დავრწმუნდებით, რომ დაწოლა AB კედელზე E ტოლია დაწოლის ინტენსივობის ეპიურის $abcd$ ფართობის. E შეიძლება წარმოვიდგინოთ შემდეგი სახით:

$$E = \frac{\gamma H^2}{2} \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) + \gamma H h \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) = E' + E''.$$

პირველი წევრი გამოხატავს მიწის დაწოლას AB კედელზე დროებითი დატვირთვის გარეშე, მეორე კი თანაბრად განაწილებულ დროებითი ტვირთის გავლენას. პირველი ტოლია ecd სამკუთხედის ფართობის, მეორე კი $abce$ სამკუთხედის ფართობის (ნახ. 287).

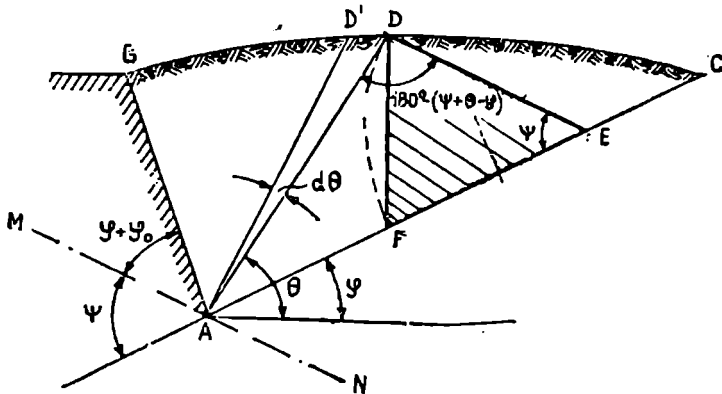
E დაწოლის მოდების წერტილი მოთავსებულია $abcd$ ტრაპეციის სიმძიმის ცენტრის გასწვრივ.

შეიძლება E' და E'' -ის მოდების წერტილები ცალ-ცალკე განისაზღვროს. E' -ს მოდების წერტილი იქნება კედლის სიმაღლის მესამედზე E'' კი ნახევარზე.

§ 72. კედელზე აქტიური დაწოლის გრაფიკული გააოთვლა

რეზუმანის ორი თეორემა

უფრო რთულ შემთხვევაში დაწოლის ანალიზური ანგარიში საკმაოდ დიდ და რთულ ფორმულებს იძლევა. ჩამონგრევის კუთხის (θ) განსაზღვრა ც საგრძნობლად რთულდება.



ნახ. 288.

ასეთ შემთხვევებში უკეთესია θ კუთხე და მაქსიმალური E დაწოლა კედელზე გამოვთვალოთ გრაფიკულად. გრაფიკული ანგარიში დამყარებულია რეზუმანის ორი თეორემაზე.

წარმოვიდგინოთ, AB კედელზე მოქმედებს ნებისმიერი მოხაზულობის ყრილი (ნახ. 288).

A წერტილზე გავატაროთ ე. წ. ძირითადი MN ხაზი, რომელიც AB კედელთან ადგენს $\varphi + \varphi_0$ კუთხეს. იმავე A წერტილიდან, ყრილის ზედაპირის გადაკვეთამდე გავავლოთ AC ხაზი, რომელიც პორიზონტთან ადგენს ბუნებრივი ქანობის φ კუთხეს. დავუშვათ, რომ ჩამონგრევის სიბრტყე ცნობილია და AD ხაზი წარმოადგენს მის კვალს. D წერტილიდან გავატაროთ ძირითადი ხაზის პარალელური ხაზი $DE \parallel MN$.

რეპზანის პირველი თეორემა მდგომარეობს შემდეგში: თუ AD სიბრტყე ჩამონგრევის ის სიბრტყეა, რომელიც იძლევა მაქსიმალურ დაწოლას E -ს, მაშინ ჩამონგრევის პრიზმის ფუძის ABD ფართობი ADE სამკუთხედის ფართობის ტოლია, ე. ი.

$$ABD_{\text{ფართ.}} = ADE_{\Delta \text{ფართ.}} \quad (76)$$

დასამტკიცებლად გამოვიყენოთ (70) ფორმულა:

$$E = G \frac{\sin(\theta + \varphi)}{\sin(\theta + \varphi - \varphi)}$$

ჩამონგრევის პრიზმის წონა G არის θ -ს ფუნქცია.

θ კუთხის იმ მნიშვნელობის საპონენლად, რომელიც მოგვცემს მაქსიმალურ E -ს, E -ს წარმოებული θ -თი გავუტოლოთ ნულს (ფორ. 71).

$$\frac{dE}{d\theta} = \frac{dG \sin(\theta - \varphi)}{d\theta \sin(\theta + \varphi - \varphi)} + G \frac{d}{d\theta} \left[\frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin(\theta + \varphi - \varphi)} \right] = 0,$$

ან

$$\frac{dG \sin(\theta - \varphi)}{d\theta \sin(\theta + \varphi - \varphi)} + G \frac{\cos(\theta - \varphi) \sin(\theta + \varphi - \varphi) - \cos(\theta + \varphi - \varphi) \sin(\theta - \varphi)}{\sin^2(\theta + \varphi - \varphi)} = 0.$$

შევკვეცოთ $\sin(\theta + \varphi - \varphi)$ -ზე და მხედველობაში მივიღოთ, რომ მეორე წევრის შრიცხველი

$$\begin{aligned} \cos(\theta - \varphi) \sin(\theta + \varphi - \varphi) - \cos(\theta + \varphi - \varphi) \sin(\theta - \varphi) &= \\ &= \sin[(\theta + \varphi - \varphi) - (\theta - \varphi)] = \sin \varphi. \end{aligned}$$

მივიღებთ:

$$\frac{dG}{d\theta} \sin(\theta - \varphi) \sin(\theta + \varphi - \varphi) + G \sin \varphi = 0.$$

ამ განტოლებიდან ამოვხსნათ G , მივიღებთ:

$$G = - \frac{dG}{d\theta} \frac{\sin(\theta - \varphi) \sin(\theta + \varphi - \varphi)}{\sin \varphi} \quad (77)$$

$\frac{dG}{d\theta}$ სიდიდის გეომეტრიული მნიშვნელობის გამოსარკვევად, θ -ს მივცეთ ნაზრდი $d\theta$ (ნახ. 288), მაშინ ჩამონგრევის პრიზმაც მიიღებს ნაზრდს

$$dG = -AD'D \Delta \varphi \cdot \gamma \cdot 1 = - \frac{1}{2} \gamma (AD)^2 d\theta.$$

ნიშანი მინუსი იღებულა იმიტომ, რომ θ კუთხის ზრდით, ჩამონგრევის პრიზმის მოცულობა მცირდება.

მაშასადამე:

$$\frac{dG}{d\theta} = -\frac{1}{2} \gamma (AD)^2.$$

ADE სამკუთხედიდან ცხადია, რომ

$$\frac{AE}{AD} = \frac{\sin [180^\circ - (\psi + \theta - \varphi)]}{\sin \psi} = \frac{\sin (\psi + \theta - \varphi)}{\sin \psi}.$$

მიღებულ მნიშვნელობებს, თუ შევიტანთ (77) ფორმულაში, გვექნება:

$$G = \frac{1}{2} \gamma AD \cdot AE \cdot \sin (\theta - \varphi) = \gamma ADE_{\Delta\text{ფართ.}}$$

მეორე მხრივ, ჩამონგრევის პრიზმის წონა

$$G = \gamma ABD_{\Delta\text{ფართ.}}$$

ამგვარად ჩვენ დავამტკიცეთ, რომ

$$ABD \text{ ფართობი} = ADE \text{ ფართობს.}$$

მაშასადამე, ჩამონგრევის სიბრტყის საპოვნელად AD ხაზი ისე უნდა გავატაროთ რომ ჩამონგრევის პრიზმის ფუძის ფართობი (ABD) ADE სამკუთხედის ფართობის ტოლი იყოს.

რეზბანის მეორე თეორემა მდგომარეობს შემდეგში: ფხვიერი ტანის დაწოლა AB კედელზე ტოლია FDE სამკუთხედის ფართობი გამრავლებული ყრილის მოცულობით წონაზე (γ).

E წერტილიდან მოვზომოთ მონაკვეთი $EF = ED$ და F წერტილი შევუერთოთ D -ს. ADE და FDE სამკუთხედებს აქვთ საერთო სიმაღლე, ამიტომ მათი ფართობები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც მათი ფუძეები

$$\frac{ADE_{\Delta\text{ფართ.}}}{FDE_{\Delta\text{ფართ.}}} = \frac{AE}{FE} = \frac{AE}{DE} = \frac{\sin (\psi + \theta - \varphi)}{\sin (\theta - \varphi)}.$$

აქედან

$$FDE_{\Delta\text{ფართ.}} = ADE_{\Delta\text{ფართ.}} \frac{\sin (\theta - \varphi)}{\sin (\psi + \theta - \varphi)}.$$

ან (76) ფორმულის საფუძველზე

$$\gamma \cdot FDE_{\Delta\text{ფართ.}} = G \frac{\sin (\theta - \varphi)}{\sin (\psi + \theta - \varphi)}.$$

თუ მხედველობაში მივიღებთ (70) ფორმულას, საბოლოოდ გვექნება:

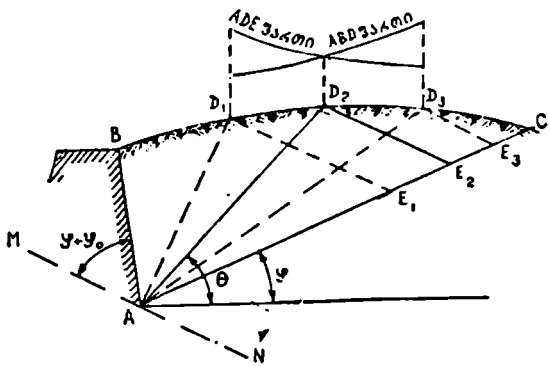
$$E = \gamma \cdot FDE_{\Delta\text{ფართ.}} \quad (78)$$

FDE სამკუთხედს რეზბანის სამკუთხედი ეწოდება. რადგან γ იზომება ტ/მ³ და ფართობი მ², ამიტომ E სიდიდე გამოიხატება ტ/მ (ტონა ან კილოგრამი სიგრძის ერთეულზე).

როგორც ვხედავთ, ძირითად ამოცანას ჩამონგრევის სიბრტყის განსაზღვრა წარმოადგენს.

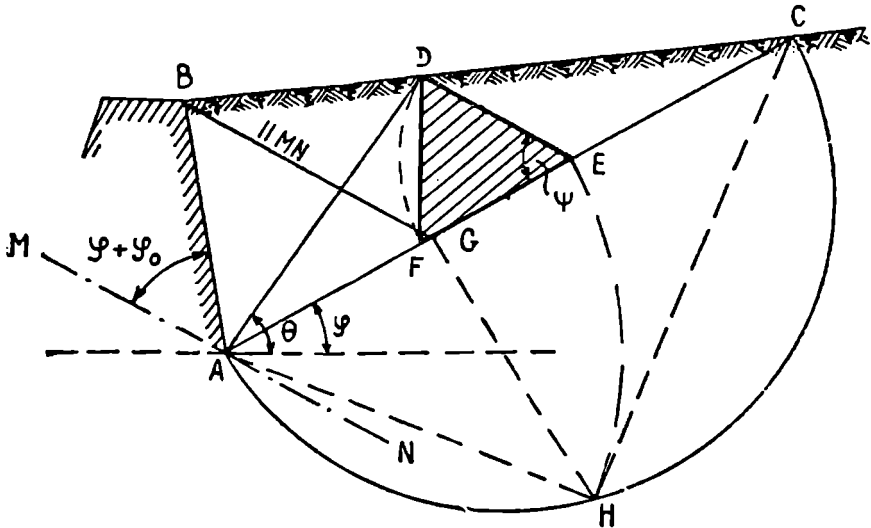
თუ ყრილის ზედაპირი მრუდხაზოვანია, მაშინ D წერტილს ვიპოვით მიმდევრობითი ცდის წესით, შემდეგნაირად:

ყრილის ზედაპირზე ავილოთ D_1, D_2, D_3, \dots წერტილები და მათზე გავატაროთ MN ძირითადი ხაზის პარალელური ხაზები ($D_1E_1, D_2E_2, D_3E_3, \dots$) AC ხაზის გადაკვეთამდე (ნახ. 289). გამოვთვალოთ ABD_1 და AD_1E_1, ABD_2 და AD_2E_2 , და ა. შ. ფართობები და შევადაროთ ერთმანეთს. როდესაც ABD ფართობი გაუტოლდება ADE ფართობს, მაშინ AD ხაზი მოგვცემს ჩამონგრევის სიბრტყის კვალს.



ნახ. 289.

ამოცანის გამართების მიზნით ავაგოთ ორივე ფართობის ცვლილების მრუდი. მათი გადაკვეთის წერტილის გეგმილი BC ხაზზე მოგვცემს საძიებელ D წერტილს (ნახაზზე D_2).



ნახ. 290.

პონსელეს აგება. იმ შემთხვევაში, როდესაც ფხვიერი ტანის ზედაპირი წარმოადგენს სიბრტყეს, ჩამონგრევის კუთხე და სათანადო დაწოლა კედელზე E განისაზღვრება მარტივად ე. წ. პონსელეს აგების საშუალებით, რომელიც მდგომარეობს შემდეგში (ნახ. 290):

A წერტილიდან გავატაროთ ძირითადი ხაზი MN და AC ხაზი, რომელიც პერიზონტთან ადგენს ბუნებრივი ქანობის ფ კუთხეს. AC -ზე, როგორც დიამეტრზე, შემოვხაზოთ ნახევარწრე. B წერტილიდან გავატაროთ ძირითადი ხაზის პარალელური ხაზი AC -ს გადაკვეთამდე— $BG \parallel MN$. G წერტილიდან აღმართოთ პერპენდიკულარი წრეხაზის გადაკვეთამდე $GH \perp AC$ და AH მონაკვეთი გადმოვიტანოთ AC -ზე $AE = AH$. E წერტილიდან გავატაროთ ძირითადი ხაზის პარალელური ხაზი $ED \parallel MN$. D წერტილი შევეუერთოთ A -ს. AD ხაზი იქნება ჩამონგრევის სიბრტყის კვალი და კუთხე, რომელსაც ის ადგენს პერიზონტთან—ჩამონგრევის კუთხე. ეს არის პონსელეს აგება.

ამის შემდეგ ვაგებთ რეზანის FDE სამკუთხედს. თუ ჩვენ დავამტკიცებთ, რომ $ABD_{\Delta} = ADE_{\Delta}$, მაშინ რეზანის თეორემის საფუძველზე AD იქნება ჩამონგრევის სიბრტყის კვალი.

ABD და ADC სამკუთხედს საერთო წვერო და მაშასადამე საერთო სიმაღლე აქვთ და ამიტომ შეგვიძლიან დავწეროთ:

$$\frac{ABD_{\Delta}}{ADC_{\Delta}} = \frac{BD}{DC}$$

იმავე მოსაზრებით ADC და ADE სამკუთხედებიდან მივიღებთ:

$$\frac{ADE_{\Delta}}{ADC_{\Delta}} = \frac{AE}{AC}$$

დავეუვათ რომ $ABD_{\Delta} = ADE_{\Delta}$, მაშინ

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AE}{AC} \quad (a)$$

(BGC და DEC სამკუთხედების მსგავსობიდან მივიღებთ:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{GE}{EC}; \quad (b)$$

a) და (b) განტოლებათა შედარება მოგვცემს:

$$\frac{AE}{AC} = \frac{GE}{EC},$$

$$\frac{AE}{AC} = \frac{AE - AG}{AC - AE},$$

საიდანაც

$$AE(AC - AE) = AC(AE - AG),$$

ან

$$(AE)^2 = AC \cdot AG. \quad (c)$$

ჩვენ მივიღეთ, რომ AE მონაკვეთი წარმოადგენს AC და AG მონაკვეთებს შორის საშუალო პროპორციულს.

ACH სამკუთხედი დიამეტრზე დაყრდნობილი სწორკუთხა სამკუთხედი და ამიტომ AH კატეტი AC ჰიპოტენუზის და AG მონაკვეთის საშუალო პროპორციულია, ე. ი.

$$(AH)^2 = AC \cdot AG \quad (d)$$

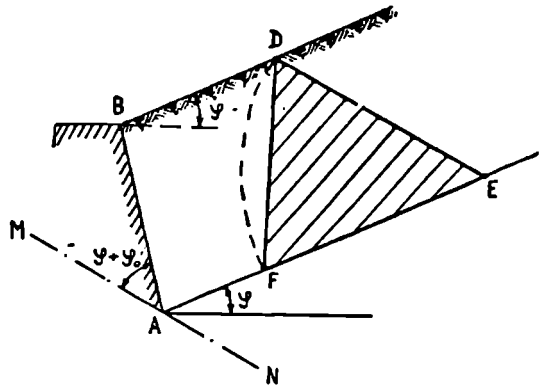
რადგანაც (c) პროპორცია გამოდინარეობს დაშვებიდან, რომ $ABD_{\Delta} = ADE_{\Delta}$ და რადგანაც იმავე პროპორციას აკმაყოფილებს AH მონაკვეთი (d), ამიტომ საძიებელი E წერტილის მიღება პონსელეს აგებით (AH მონაკვეთის საშუალებით) და AED და ADB სამკუთხედის ფართობების ტოლობა საპარტოლიანია.

ამგვარად, პონსელეს აგებით განისაზღვრება ჩამონგრევის θ კუთხე და შემდეგ კი რეზპანის სამკუთხედის საშუალებით, დაწოლა კედელზე

$$E = \gamma \cdot FDE_{\Delta} = \frac{1}{2} \gamma ED^2 \sin \psi. \quad (79)$$

კერძო შემთხვევები

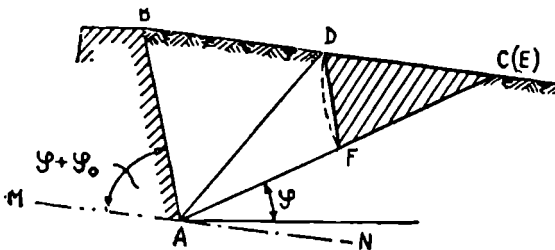
1. მიწის ზედაპირი ბუნებრივი ქანობის პარალელურია (ნახ. 291). ამ შემთხვევაში მიწის ზედაპირის და ბუნებრივი ქანობის გადაკვეთის წერტილი (C) უსასრულობაშია და პონსელეს აგების შესრულება შეუძლებელია. აქ, დაწოლა კედელზე D წერტილის მდებარეობაზე არ არის დამოკიდებული და რეზპანის სამკუთხედი შეიძლება აიგოს ნებისმიერ ადგილზე ორ პარალელურ ხაზს შორის.



ნახ. 291.

რეზპანის სამკუთხედის მისაღებად ნებისმიერ D წერტილიდან გავატაროთ MN ძირითადი ხაზის პარალელური DE ხაზი. E წერტილიდან მოკლმართ მონაკვეთი $EF = ED$ და F წერტილი შევეერთოთ D -ს, მივიღებთ FDE სამკუთხედს.

უნდა შევნიშნოთ, რომ რადგან C და D წერტილები უსასრულობაშია,



ნახ. 292.

2. მიწის ზედაპირი ძირითადი ხაზის პარალელურია $BC \parallel MN$ (ნახ. 292). არც ამ შემთხვევაში გამოგვადგება პონსელეს აგება. რეზპანის პირველი თეორემის თანახმად $ABD_{\Delta} = ADC_{\Delta}$ და, ამიტომ $BD = DC$. CD

ამიტომ ჩამონგრევის სიბრტყე AD ემთხვევა ბუნებრივი ქანობის AC სიბრტყეს და ცხადია, რომ ჩამონგრევის პრიზმის წონა იქნება უსასრულოდ დიდი. იმის გამო, რომ ხაზუნის ძალაც უსასრულოდ დიდია (ჩამონგრევის სიბრტყეზე), დაწოლა კედელზე იქნება სასრულო.

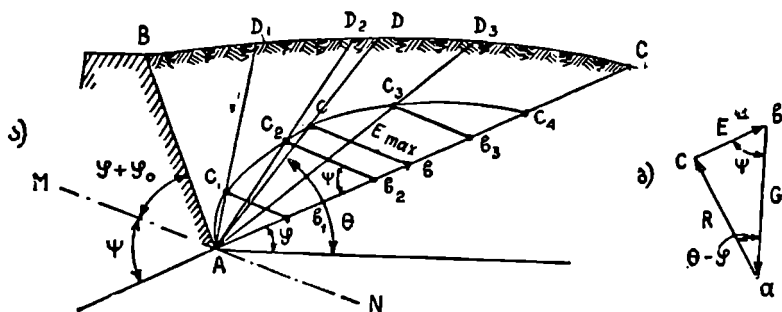
მონაკვეთი გადმოვიტანოთ AC -ზე და F წერტილი შევეუერთოთ D -ს, მივიღებთ წნევის სამკუთხედს.

§ 73. აპტიური დაწოლის გრაფიკული ანგარიშის მეოცე ხარხი :-

როდესაც მიწის ზედაპირი მრუდხაზოვანია, ან ტეხილი, დაწოლა შეიძლება მეორე ხერხითაც გამოითვალოს. ჩამონგრევის პრიზმის წონასწორობისათვის გვაქვს abc ძალთა სამკუთხედი (ნახ. 293, ბ). ძალთა სამკუთხედი შეიძლება აიგოს ძირითად ნახაზზეც. ძალთა სამკუთხედის a წვერო დაევაძმებიოთ A წერტილს და ab ბუნებრივი ქანობის ხაზს AC -ს, მაშინ ac —ხაზი დაემთხვევა ჩამონგრევის ხაზს AD -ს და bc მიიღებს MN ძირითადი ხაზის პარალელურ მდებარეობას.

ეს აღვილი წარმოსადგენია, რადგან ძირითად ხაზსა და ბუნებრივ ქანობს შორის კუთხე ψ -ს ტოლია. ძალთა სამკუთხედის ეს ძირითადი თვისება საშუალებას იძლევა ვიპოვოთ მაქსიმალური დაწოლა კედელზე E .

გავატაროთ $AD_1, AD_2, AD_3 \dots$ ჩამონგრევის სიბრტყეები და განვ-



ნახ. 293.

საზღვროთ $ABD_1, AED_2, ABD_3 \dots$ ჩამონგრევის პრიზმის წონა— G_1, G_2, G_3, \dots

A წერტილიდან AC —ხაზზე მოვზომოთ, ნებისმიერ მასშტაბში, $Ab_1 = G_1, Ab_2 = G_2, Ab_3 = G_3$ ძალები, მივიღებთ b_1, b_2, b_3 წერტილებს. ამ წერტილებიდან გავატაროთ ძირითადი ხაზის პარალელური ხაზები, ჩამონგრევის სათანადო ხაზების გადაკვეთამდე c_1, c_2, c_3 , წერტილებში. c_1, c_2, c_3, \dots წერტილების გეომეტრიული აღვილი მოგვცემს რალაც მრუდს.

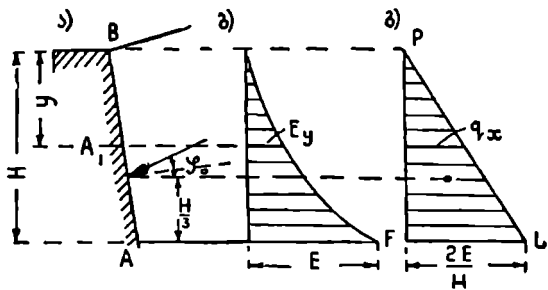
რადგან ჩამონგრევის სიბრტყედ ჩვენ ვთვლით იმ სიბრტყეს, რომელიც იძლევა მაქსიმალურ დაწოლას, ამიტომ მიღებული მრუდის უდიდესი ორდინატა bc , აღებული MN ხაზის პარალელურად, მოგვცემს საძიებელ დაწოლას კედელზე E_{max} .

პრაქტიკულად. საკმაჩისია ანგარიში ყრილის შუა წერტილზე ვაწარმოოთ, ე. ი. ავაგოთ მრუდის შუა ნაწილი.

მაშასადამე, მთლიანი დაწოლა კედლის A_1B ნაწილზე პარაბოლის კანონით იცვლება. მთლიანი დაწოლის ეპიურა აგებულია 295, ბ ნახაზზე. ეპიურის

ნებისმიერი ორდინატა გამოხატავს დაწოლას მის ზევით მოთავსებულ კედლის ნაწილზე.

დაწოლის ინტენსივობა კედლის სიმაღლეზე (დაწოლა სიმაღლის ერთეულზე) წარმოადგენს მთლიანი დაწოლის ნაზრდს და ამიტომ გამოითვლება განტოლებით:



ნახ. 295.

$$q = \frac{dE_n}{dy} = \frac{2E}{H^2} Y. \quad (81)$$

როგორც ვხედავთ, დაწოლის ინტენსივობა იცვლება სიმაღლის პროპორციულად, წრფიულად.

$$\text{როცა } Y=0; \quad q=0;$$

$$\text{როცა } Y=H; \quad q = \frac{2E}{H}.$$

დაწოლის ინტენსივობის ეპიურა (ზედაპირული ძაბვის ეპიურა) წარმოადგენს სამკუთხედს და მოყვანილია 295, გ ნახაზზე. ეპიურას ორდინატის განზომილებაა ტ/მ².

დაწოლა AB კედელზე ძაბვის ეპიურის ფართობის ტოლია. მართლაც:

$$FLP_{\Delta ფართ} = \frac{1}{2} \frac{2E}{H} H = E.$$

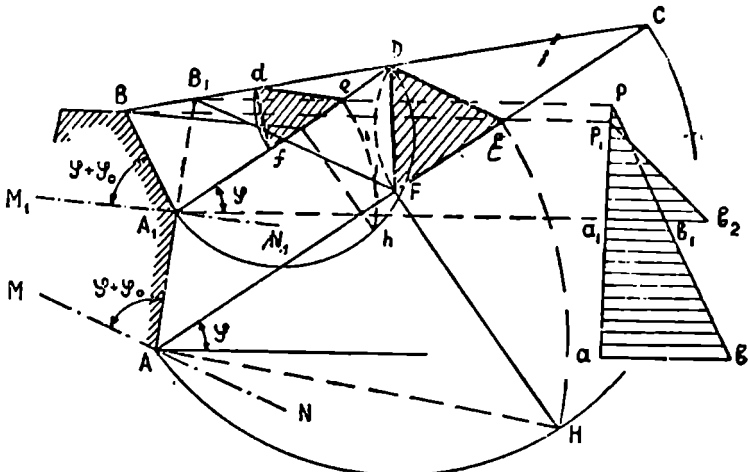
E -ს მოდების წერტილი ძაბვის ეპიურის (ჩვენ შემთხვევაში სამკუთხედის) სიმძიმის ცენტრის გასწვრივ იმყოფება და კედლის ნორმალთან φ_0 კუთხეს ადგენს.

დაწოლის ინტენსივობა, ანუ ძაბვის ეპიურა, შეიძლება გრაფიკულადაც აიგოს. ავავოთ რეპანის სამკუთხედის ტოლი FLP სამკუთხედი, რომლის სიმაღლე H -ის ტოლია (ნახ. 296). რეპანის სამკუთხედის F წერტილიდან გავატაროთ ხაზი $FP \perp FD$, სიდიდით $FP = H$ და P წერტილი შევეუერთოთ D -ს. E წერტილიდან დავუშვათ პერპენდიკულარი FP -ზე $ES \perp FP$ და S წერტილიდან გავატაროთ ხაზი $SL \parallel PD$. P წერტილი შევეუერთოთ L -ს. მიღებული FLP სამკუთხედის ფართობი ტოლი იქნება FD რეპანის სამკუთხედის ფართობის.

მართლაც, ნახაზიდან ცხადია, რომ:

$$\frac{FD}{FL} = \frac{FP}{FS},$$

AD_1 კედელზე დაწოლის გამოთვის დროს $A_1B_1B_1$ სამკუთხედის წონა არ არის მხედველობაში მიღებული, რაც განხილული წესის უარყოფით მხარედ უნდა ჩაითვალოს.



ნახ. 298.

§ 77. მიწის პასიური დაწოლის (მიწის წინააღმდეგობის) გამოთვლა

მიწის ყრილი წინააღმდეგობას უწევს კედლის გადაადგილებას იმ შემთხვევაში, როდესაც აქტიური ძალები ცდილობენ გადააწეონ კედელი მიწაზე. ფხვიერი ტანის მოქმედებას კედელზე (მიწის წინააღმდეგობას), როდესაც კედელი ცდილობს გადაადგილდეს ფხვიერი ტანის მიმართულდებით—მიწის პასიური დაწოლა ან წინააღმდეგობა ეწოდება (იხ. § 67).

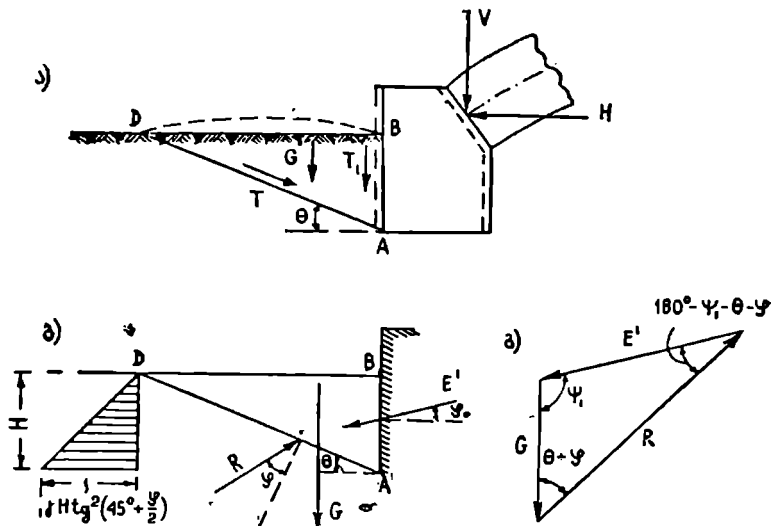
მიწის პასიური დაწოლის გამოთვლაც ზღვრული წონასწორობის მეთოდით ხდება.

წარმოვიდგინოთ გვაქვს თაღოვანი ხიდის ბურჯი (ნახ. 299). თალისაგან გამოწვეული განბრუნედი ცდილობს გადაადგილოს კედელი მარცხნივ და როდესაც ის უსასრულოდ მცირე სიდიდით გადაადგილდება, მაშინ მიწის პრიზმა ამოინგრევა რაღაც AD ზედაპირზე. ამ ზედაპირს ამონგრევის ზედაპირი ეწოდება, პრიზმას კი ამონგრევის ან წინააღმდეგობის პრიზმა. ამონგრევის ზედაპირი სიბრტყედ მივიღოთ.

მიწის აქტიურ დაწოლასა და მის წინააღმდეგობას (პასიურ დაწოლას) შორის პრინციპული განსხვავება არსებობს.

მიწის აქტიური დაწოლის დროს ჩამონგრევის პრიზმა მოცურავს ქვემოთ და ხახუნის ძალები მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით მოქმედებს (ზემოთ), ე. ი. ჩამონგრევის პრიზმის წონის მხებს მდგენელის საწინა-

აღმდგეო მიმართულება აქვს, რაც ამცირებს მიწის დაწოლას კედელზე. ან შემთხვევაში რეაქციის ძალები E და R იხრება ნორმალიდან φ_0 და φ კუთხით პრიზმის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით (ნახ. 284). მიწის პასიური დაწოლის ან წინააღმდეგობის დროს ამონგრევის პრიზმა მიცურავს ზევით და ხახუნის ძალები მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით მოქმედებს, ე. ი. ქვემოთ (ნახ. 299, ა). რადგანაც პრიზმის წონის მხებო-



ნახ. 299.

მდგენელი და ხახუნის ძალები მიმართულია ქვემოთ, ამიტომ მიწის წინააღმდეგობა მნიშვნელოვნად შეტია მიწის აქტიურ დაწოლაზე. იმისათვის, რომ მიწა ავსტუროთ ზემოთ AD სიბრტყეზე, საჭიროა დიდი ძალის მოქმედება.

აქ რეაქციის ძალები E' და R გადისრება ნორმალიდან მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით φ_0 და φ კუთხით (ნახ. 299, ბ). თუ განვიხილავთ ABD ჩამონგრევის პრიზმის ზღვრული წონასწორობის პირობას, მივიღებთ მიწის პასიური დაწოლის საანგარიშო ფორმულას (ნახ. 299, გ):

$$E' = G \frac{\sin(\theta + \varphi)}{\sin(\theta + \psi + \varphi)} \quad (82)$$

ეს ფორმულა განსხვავდება (70) ფორმულისაგან იმით, რომ იქ φ და φ_0 კუთხეები აღებულია უარყოფითი ნიშნით. $\psi_1 = 90^\circ + \varphi_0$ (აქტიური დაწოლის შემთხვევაში $\psi = 90^\circ - \varphi_0$).

თუ აქტიური დაწოლის გამოთვლის დროს ჩვენ ვეძებდით ისეთ პრიზმას, რომელიც იძლეოდა მაქსიმალურ დაწოლას კედელზე, პასიური დაწოლის მისაღებად, პირიქით, ჩვენ ვეძებთ ისეთ პრიზმას, რომელიც მინიმალურ წინააღ-

მდგომარეობას გაუწევს კედელს, რადგან კედლის მდგრადობისათვის ეს იქნება ყველაზე სახიფათო.

ამონგრევის კუთხის (θ) საპოვნელად გამოვიყენოთ პირობა:

$$\frac{dE'}{d\theta} = 0.$$

ვერტიკალური გლუვი კედლისათვის ($\varphi_0 = 0$), ჰორიზონტალური ყრილის შემთხვევაში, მიწის წინააღმდეგობა გამოითვლება ფორმულით:

$$E' = \frac{\gamma H^2}{2} \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right). \quad (83)$$

პასიური დაწოლის ინტენსივობის ეპიურის მაქსიმალური ორდინატა

$$q = \gamma H \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (84).$$

ინტენსივობის ეპიურა ნაჩვენებია 299, ბ ნახაზზე.

შვედაროთ მიწის აქტიური და პასიური დაწოლის სიდიდეები:

$$\frac{E'}{E} = \frac{\frac{1}{2} \gamma H^2 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)}{\frac{1}{2} \gamma H^2 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)} = \operatorname{tg}^4 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right).$$

თუ ბუნებრივი ქანობის კუთხე $\varphi = 30^\circ$, მაშინ

$$\frac{E'}{E} = (\sqrt{3})^4 = 9.$$

როცა $\varphi = 45^\circ$, მაშინ: $\frac{E'}{E} \approx 34$. როგორც ვხედავთ მიწის პასიური დაწოლა

მრავალჯერ მეტია აქტიურ დაწოლაზე.

საყრდენი კედლების ანგარიშის დროს მიწის პასიურ დაწოლას, მხოლოდ გამონაკლის შემთხვევებში იღებენ მხედველობაში (ღრმად ჩაშვებულ საყრდენებში).

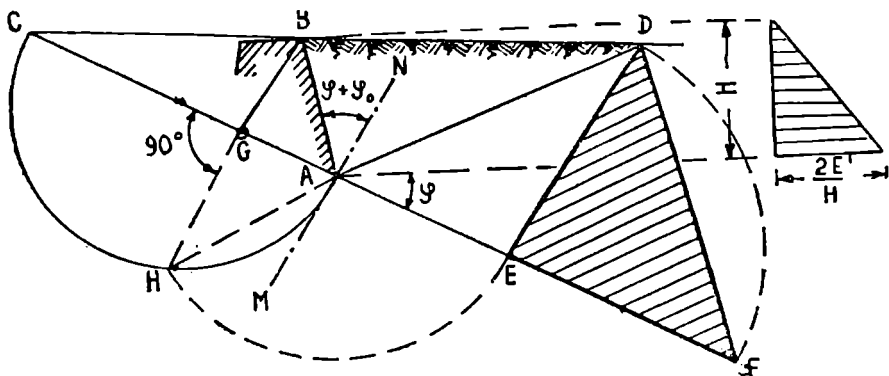
მიწის პასიური დაწოლა გრაფიკულადაც შეიძლება გამოითვალოს (პონსელეს აგებით). აგება წარმოებს ისე, როგორც აქტიური დაწოლის ანგარიშის დროს, ხოლო, რადგან φ და φ_0 ნიშანს იცვლის, ამიტომ ძირითად ხაზს (MN) მიმართულება უნდა შეეცვალოს, ე. ი. უნდა ვატარდეს საწინააღმდეგო მიმართულებით.

A წერტილიდან, ჰორიზონტიდან ქვემოთ, ვავატაროთ ხაზი ბუნებრივი ქანობის კუთხით და ვავაგრძელოთ მიწის ზედაპირის გადაკვეთამდე C წერტილში (ნახ. 300). AC -ზე, როგორც დიამეტრზე შემოვხაზოთ ნახევარწრე.

A წერტილზე გავატაროთ ძირითადი ხაზი (MN) კუთხით $\varphi + \varphi_0$. ეს კუთხე მოვზომოთ AB კედლის მარჯვნივ (ყრილის მიმართულებით). B წერტილიდან გავავლოთ ძირითადი ხაზის პარალელური ხაზი AC -ს გადაკვეთამდე $BG \parallel MN$. G წერტილიდან აღმართოთ პერპენდიკულარი წრეხაზის გადაკვეთამდე H წერტილში. A წერტილიდან მოვზომოთ მონაკვეთი $AE = AH$. E წერტილიდან გავატაროთ ძირითადი ხაზის პარალელური ხაზი ყრილის ზედაპირის გადაკვეთამდე D წერტილში $ED \parallel MN$. E წერტილიდან ბუნებრივი ქანობის ხაზზე მოვზომოთ მონაკვეთი $ED = EF$ და F წერტილი შევეერთოთ D -ს. AD ხაზი იქნება ამონგრევის სიბრტყის კვალი. მიწის წინააღმდეგობა გამოითვლება რეზანის თეორემის საფუძველზე:

$$E' = \gamma \cdot EFD_{\Delta \text{ფართ.}} \quad (85)$$

როგორც ნახაზიდან ჩანს, რეზანის სამკუთხედი აქ გაცილებით უფრო დიდია, ვიდრე აქტიური დაწოლის ანგარიშის დროს. მიწის წინააღმდეგობის



ნახ. 300.

ინტენსივობის ეპიურა წარმოადგენს სამკუთხედს, რომლის ფუძის სიდიდე გამოითვლება ფორმულით:

$$q = \frac{2E'}{H}$$

§ 78. მაგალითიზი ფხვიარი ტანის დაწოლის გამოთვლაზე

1 მაგალითი. პონსელეს აგების საშუალებით ვიპოვოთ დაწოლა ვერტიკალურ კედელზე (ნახ. 301). ყრილის ზედაპირი ჰორიზონტთან ადგენს φ კუთხეს. ხაზუნის კუთხე $\varphi_0 = 0$.

გაღწევა: პონსელეს აგება არ შეიძლება შესრულდეს, რადგან ყრილის ზედაპირის და ბუნებრივი ქანობის ხაზი უსასრულობაში იკვეთება. მაგრამ, აქ, ნებისმიერი წერტილი ყრილის ზედაპირზე შეიძლება განხილული იყოს ჩამონგრევის სიბრტყის კვალად, რადგან DE მონაკვეთის სიდიდე არ არის დამოკიდებული D წერტილის მდებარეობაზე. DE მონაკვეთი წარმოადგენს რეზანის სამკუთხედის გვერდს და ძირითადი ხაზის პარალელურია:

$$DE = BG = H \cos \varphi$$

დაწოლა AB კედელზე

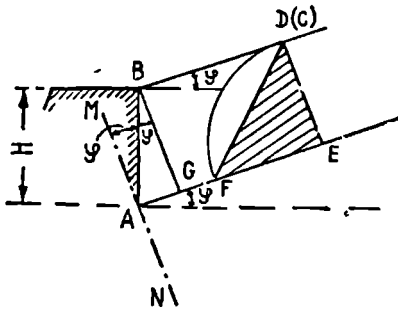
$$E = \gamma \frac{DE \cdot EF}{2} = \frac{\gamma H^2}{2} \cos^2 \varphi.$$

შ მაგალითი. AB კედელი ჰორიზონტთან ადგენს φ ბუნებრივი ქანობის კუთხეს. ვიანგარიშით დაწოლა AB კედელზე, თუ ყრილის ზედაპირი ჰორი-
ზონტალურია და $\varphi_0 = 0$ (ნახ. 302).

გა დაწყვეტა: ვთქვათ ჩამონგრევის სიბრტყის კვალი არის AD_1 გან-
ვიხილოთ ABD_1 პრიზმის წონასწორობის პირობა. კუთხე E და G -ს შორის
იქნება φ , ხოლო G და R -ს შორის კი
 $\theta - \varphi$.

მაშასადამე:

$$E = G \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin(180^\circ - \theta)} = G \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin \theta}.$$



ნახ. 301.

ABD_1 პრიზმის წონა:

$$G = \frac{\gamma H^2}{2} \operatorname{ctg} \varphi + \frac{\gamma H^2}{2} \operatorname{ctg} \theta.$$

თუ შევიტანთ E -ს გამოსახვაში, მივიღებთ:

$$E = \frac{\gamma H^2}{2} (\operatorname{ctg} \varphi + \operatorname{ctg} \theta) \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin \theta}.$$

მ კუთხის საპოვნელად E -ს წარმოებული მ-თი გაუტოლოთ ნულს:

$$\frac{dE}{d\theta} = \frac{2 \operatorname{ctg} \theta \cdot \sin \varphi}{\sin^2 \theta} = 0.$$

საიდანაც

$$\operatorname{ctg} \theta = 0$$

და

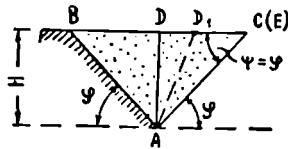
$$\theta = 90^\circ.$$

ჩვენ მივიღეთ, რომ ჩამონგრევის ხაზი ABC სამკუთხედის მედიანას წარმო-
ადგენს.

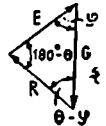
$$E = \frac{\gamma H^2}{2} \operatorname{ctg} \varphi \cdot \sin(90^\circ - \varphi) = \frac{\gamma H^2}{2} \operatorname{ctg} \varphi \cos \varphi.$$

იმავე სიდიდეს მივიღებთ, თუ ანგარიშს შევასრულებთ გრაფიკულად (ნახ. 302).
 E წერტილი დაემთხვევა C -ს და

$$ED = H \operatorname{ctg} \varphi; \quad \psi = \varphi.$$



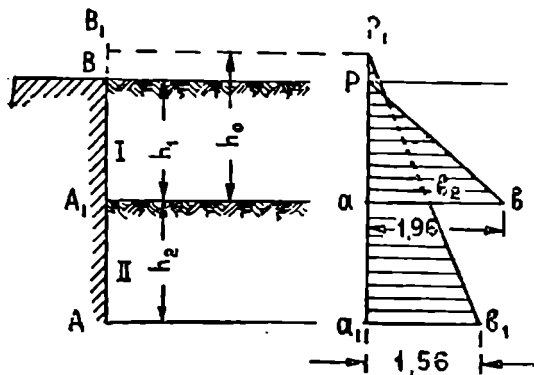
ნახ. 302.



(79) ფორმულის საფუძველზე მივიღებთ:

$$E = \frac{1}{2} \gamma H^2 \operatorname{ctg}^2 \varphi \cdot \sin \varphi = \frac{\gamma H^2}{2} \operatorname{ctg} \varphi \cdot \cos \varphi.$$

3 მაგალითი. ვერტიკალურ კედელზე მოქმედებს ფენადი ყრილი პორიზონტალურად. ზედა ფენის მოცულობითი წონა $\gamma_1 = 2$ ტ/მ³ და ბუნებრივი ქანობის კუთხე $\varphi_1 = 20^\circ$, ქვედა ფენის კი $\gamma_2 = 1,6$ ტ/მ³ და $\varphi_2 = 40^\circ$ (ზედა ფენა სველი თიხაა, ქვედა კი მშრალი). ავაგოთ დაწოლის ინტენსივობის ეპიურა (ნახ. 303) $h_1 = h_2 = 2$ მ.



ნახ. 303.

გადაწყვეტა:

დაწოლის ინტენსივობის ეპიურის მაქსიმალური ორდინატა A_1B კედლისათვის გამოითვლება ფორმულით:

$$\begin{aligned} q_1 &= \gamma_1 h_1 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_1}{2} \right) = \\ &= 2 \cdot 2 \operatorname{tg}^2 35^\circ = 4 \cdot 0,49 = \\ &= 1,96 \text{ ტ/მ}^2. \end{aligned}$$

დატვირთვის ინტენსივობის ეპიურა abp სამკუთხედიანია. AA_1 კედელზე დაწოლის გამოსათვლელად ზედა ფენა შევცვალოთ ქვედა ფენის ყრილით, რომელიც ზედა ფენის ეკვივალენტური იქნება. ეკვივალენტური ფენის სიმაღლე გამოითვლება ფორმულით:

$$h_1 \gamma_1 = h_0 \gamma_2,$$

საიდანაც

$$h_0 = h_1 \frac{\gamma_1}{\gamma_2} = 2 \frac{2,0}{1,6} = 2,5 \text{ მ.}$$

AA_1 კედელზე დაწოლის ინტენსივობის ეპიურის მაქსიმალური ორდინატა იქნება:

$$q_2 = \gamma_2 (h_0 + h_2) \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_2}{2} \right) = 1,6 \cdot 4,5 \operatorname{tg}^2 25^\circ = 1,6 \cdot 4,5 \cdot 0,217 = 1,56 \text{ ტ/მ}^2.$$

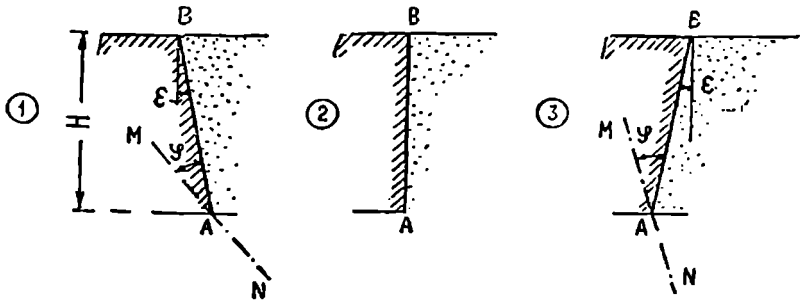
დაწოლის ინტენსივობის ეპიურა AB_1 კედლისათვის იქნება $a_1 b_1 p_1$, ხოლო AA_1 კედლისათვის კი $a_1 b_1 p_2$ ტრაპეცია (ნახ. 303). ასევე გადაწყდება ამოცანა, თუ ერთ-ერთი ფენა წყალიან წყლით გაღებულ გრუნტი (წყლისათვის $\gamma = 1$ და $\varphi = 0$).

4 მაგალითი. 304 ნახაზზე მოყვანილ კედლებისათვის დაწოლა გამოითვლება ფორმულებით:

$$E_1 = \frac{1}{2} \gamma H^2 \left[\operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\varphi + \epsilon}{2} \right) + \operatorname{tg} \epsilon \right]^2 \cos \epsilon;$$

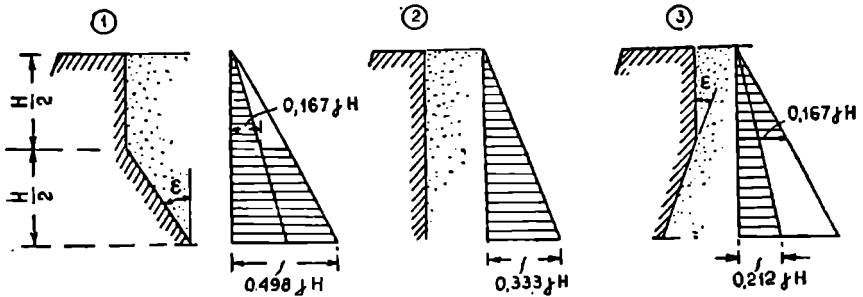
$$E_2 = \frac{1}{2} \gamma H^2 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right);$$

$$E_3 = \frac{1}{2} \gamma H^2 \left[\operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\varphi - \varepsilon}{2} \right) - \operatorname{tg} \varepsilon \right]^2 \operatorname{cose}.$$



ნახ. 304.

ვამოვიყენოთ ეს ფორმულები და შევამოწმოთ 305 ნახაზზე მოყვანილი კედლების დატვირთვის ინტენსივობის ეპიურები ($\varphi_0 = 0$; $\varphi = 30^\circ$ და $\varepsilon = 20^\circ$).



ნახ. 305.

§ 79. საპარალელი კედლების ანგარიში

წინა პარაგრაფებში, ჩვენ შევისწავლეთ კედელზე მოქმედი ძალების გამოთვლის ხერხები. როგორც აქტიური, ისე პასიური დაწოლის სიდიდე ტოლია დაწოლის ინტენსივობის ეპიურის ფართობის, მოქმედებს ეპიურის სიმძიმის ცენტრის გასწვრივ და კედლის ნორმალთან ადგენს φ_0 კუთხეს. კედელზე მოქმედი ძალების გამორკვევის შემდეგ, თვით კედლის ანგარიშზე გადავდივართ. კედლის ანგარიში წარმოებს შემდეგნაირად: ვნიშნავთ კედლის ფორმას და ზომებს და შემდეგ ვამოწმებთ აკმაყოფილებს, თუ არა მიღებული ზომები სიმტკიცის და მდგრადობის პირობებს.

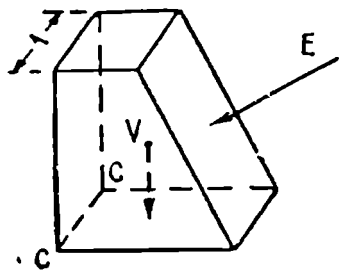
მაშასადამე, კედლის ანგარიში მდგომარეობს შემოწმებაში:

1. კედლის მდგრადობის გადაბრუნებაზე;
2. კედლის მდგრადობის წაცურებაზე;
3. კედლის სიმტკიცეზე.

გარდა ამისა, კედლის ზომებმა უნდა დააკმაყოფილოს ეკონომიურობის პირობა.

1. კედლის ანგარიში გადაბრუნებაზე

მიწის აქტიური დაწოლა E ცდილობს გადააბრუნოს კედელი $c-c$ წიბოს ირგვლივ, ამას ეწინააღმდეგება კედლის საკუთარი წონა V (ნახ. 306). კედელი შეასრულებს თავის დანიშნულებას, თუ ის საკმარისად მდგრადი იქნება.

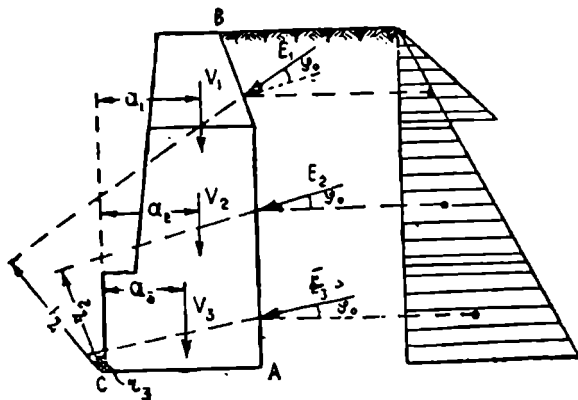


ნახ. 306.

ანგარიშს ვაწარმოებთ ერთი მეტრი სიგანის მქონე კედელზე. თუ კედელი რთული მოხაზულობისაა, მაშინ მას გავყოფთ რამდენიმე ნაწილად და თითოეული ნაწილის წონას ვამოქმედებთ კედლის განივი კვეთის სიმძიმის ცენტრში (ნახ. 307). ასევე დავანაწილებთ დაწოლის ინტენსივობის ეპიურასაც. დაწოლის სიდიდე კედლის ცალკეულ ნაწილზე ტოლია ეპიურის სათანადო ნაწილის ფართობის და მოქმედებს მისი სიმძიმის ცენტრის გასწვრივ ისე, როგორც ნაჩვენებია ნახაზზე.

E_1, E_2, E_3 ძალებისაგან გამოწვეული გადაბრუნებელი მომენტები c წერტილის მიმართ იქნება:

$$M_{ბაე} = E_1 r_1 + E_2 r_2 + E_3 r_3.$$



ნახ. 307.

V_1, V_2 და V_3 ძალები (კედლის წონა) იმავე წერტილის მიმართ ქმნიან დაბკერ მომენტს:

$$M_{დაბ} = V_1 a_1 + V_2 a_2 + V_3 a_3.$$

ამ ორი მომენტის შედარება იძლევა კედლის მდგრადობის ხარისხს. კედლის მგრადობა იქნება უზრუნველყოფილი თუ:

$$M_{დაბ} > M_{ბაე}.$$

უმწიკრების ან მდგრადობის კოეფიციენტი გადაბრუნებაზე:

$$K_0 = \frac{M_{გაბ}}{M_{გაე}} . \quad (86)$$

კერძოდ, განხილული კედლის შემთხვევაში:

$$K_0 = \frac{V_1 a_1 + V_2 a_2 + V_3 a_3}{E_1 r_1 + E_2 r_2 + E_3 r_3} .$$

მდგრადობის კოეფიციენტი გვიჩვენებს, თუ რანდენჯერ მეტია დაშვებული ძალების მომენტი გადაბრუნებულ ძალების მომენტზე. თუ E ძალა გადის e წიბოს ქვევით, მაშინ მომენტს ავიღებთ უარყოფითი ნიშნით.

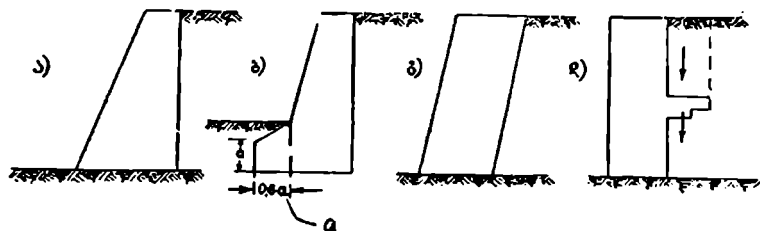
ყოველთვის უნდა გვახსოვდეს, რომ მდგრადობის კოეფიციენტის გამოთვლის დროს, განტოლების მრიცხველში საჭიროა შევიტანოთ მხოლოდ პასიური ძალები, მნიშვნელში კი აქტიური.

E ძალის დაშლა ვერტიკალურ და ჰორიზონტალურ მდგენელად და ვერტიკალური მდგენელისაგან გამოწვეული მომენტის დაშვებული მომენტებში შეტანა მნიშვნელოვან შეცდომას იწვევს.

ნორმებით მდგრადობის კოეფიციენტი:

$$K_0 \geq 1,5 . \quad (87)$$

K_0 რაც უფრო უახლოვდება 1,5 მით უფრო ეკონომიურია კედელი. პრაქტიკულად, მდგრადობის კოეფიციენტის გაზრდა სხვადასხვა საშუალებით შეიძლება: კედლის წინა ნაწილის დახრით (ნახ. 308, ა), სპეციალ



ნახ 308.

რი შევრილების მოწყობით (ნახ. 308, ბ), კედლის გადაწვევით უკან (ნახ. 308, გ), კონსოლების მოწყობით (ნახ. 308, დ) და სხვ.

2. კედლის ანგარიში წაცურებაზე

მიწის აქტიურ დაწოლას შეუძლია გამოიწვიოს კედლის როგორც გადაბრუნება ისე წაცურება. წაცურება მოსალოდნელია კედლის ფუძეზე და ნაკერებზე. მაშასადამე, კედლის მდგრადობა შეიძლება დაირღვეს როგორც გადაბრუნებით ისე წაცურებით.

კედლის წაცურებას ეწინააღმდეგება ხახუნის ძალა, რომელიც კედლის ფუძეზე ვითარდება. გარდა ამისა, წაცურებას ეწინააღმდეგება მიწის პასიური დაწოლა, მაგრამ ამ უკანასკნელს მხედველობაში არ იღებენ.

კედლის მდგრადობის ხარისხი წაცურებაზე იზომება მდგრადობის კოეფიციენტით წაცურებაზე, რომელიც წარმოადგენს დამპერი ძალის შეფარდებას წამცურებელ ძალასთან.

დამპერ ძალად ითვლება მხოლოდ პასიური ძალებისაგან გამოწვეული ხახუნის ძალა, წამცურებელ ძალად კი ის ძალა, რომელსაც გრუნტის დაწოლა იწვევს.

E ძალის ვერტიკალური მდგენელი ზრდის ხახუნის ძალას კედლის ფუძეზე, მაგრამ ეს დამპერ ძალად არ ითვლება (აქტიური ძალაა) და, ამიტომ მთლიანი წამცურებელი ძალა, რომ მივიღოთ, E -ს ჰორიზონტალურ მდგენელს, ვერტიკალურ მდგენელისაგან გამოწვეული ხახუნის ძალა უნდა გამოვაკლოთ.

მაშასადამე, თუ მიწის დაწოლას დავშლით ვერტიკალურ E_y და ჰორიზონტალურ E_x მდგენლებად (ნახ. 309), მაშინ აქტიური ძალა, რომელიც კედლის წაცურებას იწვევს, იქნება:

$$\Sigma E_x - f \Sigma E_y; \quad (a)$$

კედლის საკუთარი წონისაგან გამოწვეული ხახუნის ძალა (პასიური) ტოლია:

$$f \Sigma V. \quad (b)$$

f ხახუნის კოეფიციენტი. ამგვარად, მდგრადობის კოეფიციენტი წაცურებაზე იქნება:

$$K_c = \frac{f \Sigma V}{\Sigma E_x - f \Sigma E_y}. \quad (88)$$

იმ შემთხვევაში, როდესაც წნევის და ძალთა მრავალკუთხედი აგებულია, მაშინ ამ ფორმულაში შემაველი სიდიდეები უშუალოდ ძალთა მრავალკუთხედიდან განისაზღვრება (ნახ. 310).

ტექნიკური პირობებით მდგრადობის კოეფიციენტი წაცურებაზე:

$$K_c \geq 1,5.$$

მიწის პასიური დაწოლის მხედველობაში მიღების დროს მდგრადობის კოეფიციენტი უნდა შემცირდეს:

$$K_c \geq 1,3.$$

ხახუნის კოეფიციენტს იღებენ, თუ ხახუნი ხდება: წყობასა და წყობას შორის

$$0,5 \div 0,7.$$

წყობასა და გრუნტს შორის.

$0,6 \div 0,7$ მშრალი გრუნტის და $0,35$ ნესტიანი გრუნტის შემთხვევაში.

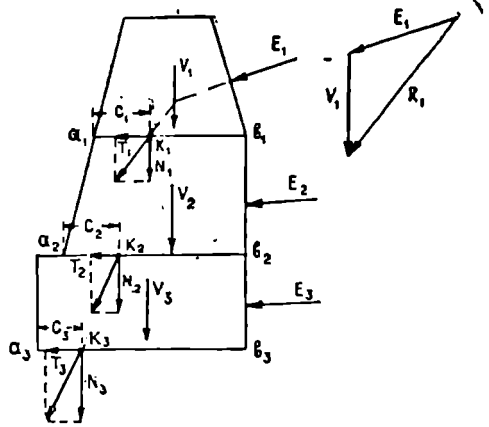
კედლის მდგრადობა წაცურებაზე საგრძნობლად გაიზრდება, თუ კედლის ფუძეს სათანადო დახრის მიცემთ (ნახ. 309).

3. კედლის ანგარიში სიმტკიცეზე

კედლის ანგარიში სიმტკიცეზე გამოიხატება იმაში, რომ ძაბვები წყობის ნაკერებში და გრუნტზე არ უნდა აღემატებოდეს დასაშვებს.

ამაირად, საჭიროა გამოითვალოს ძაბვები კედლის დამახასიათებელ ნაკერებში და მის ფუძეზე. მათ საანგარიშოდ საჭიროა განისაზღვროს კვეთის ზემო ნაწილზე მოქმედი ძალების ტოლქმედის სიდიდე, მიმართულება და მოდების წერტილი. ტოლქმედის მოდების წერტილის მდებარეობა, კედლის პორიზონტალურ კვეთებში, განისაზღვრება ანალიზურად და გრაფიკულად.

ა) კვეთის ცალ მხარეზე მოქმედი ძალების ტოლქმედის მოდების წერტილის განსაზღვრა ანალიზურად. კედელი გვეყთ რამდენიმე ნაწილად და გვეიანგარიშოთ მასზე მოქმედი ძალები— V_1, V_2, V_3, E_1, E_2 და E_3 . ვიპოვოთ a_1, a_2, a_3 კვეთის ზემოთ მოქმედი ძალების ტოლქმედის R_1 , მდებარეობა (ნახ. 310).



ნახ. 310.

R_1 -ის ვერტიკალური მდგენელი აღენიშნოთ N_1 . E_1 და V_1 ძალების მომენტების ჯამი a_1 წერტილის მიმართ იქნება:

$$M_{a_1} = E_1 r_1 + V_1 a_1 \dots \quad (a)$$

ეს მომენტი შეიძლება შეიცვალოს E_1 და V_1 ძალების ტოლქმედის— R_1 -ის, ან მისი ნორმალური (N_1) და მხები (T_1) მდგენელის მომენტების ჯამით:

$$M_{a_1} = N_1 c_1, \quad (b)$$

აქედან

$$c_1 = \frac{M_{a_1}}{N_1}.$$

ანალოგიურად:

$$c_2 = \frac{M_{a_2}}{N_2}.$$

საზოგადოდ

$$c = \frac{M_a}{N} \quad (89)$$

ექსცენტრისიტეტი გამოითვლება ფორმულით:

$$e = c - \frac{b}{2}, \quad (90)$$

სადა c კვეთის სიგანეა.

თუ გვინდა ვიპოვოთ ექსცენტრისიტეტი კედლის ფუძეზე, მაშინ მომენტების ჯამი M_3 წერტილის ძიშაოთ იქნება:

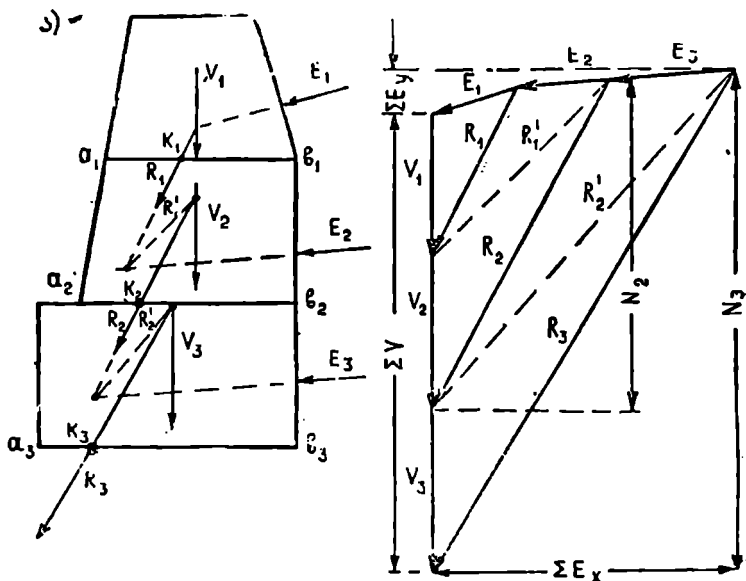
$$M = M_{გაბ.} - M_{გაფ.}$$

და

$$e_3 = \frac{M_{გაბ.} - M_{გაფ.}}{N_3} \quad (91)$$

ტოლქმედთა მოდების წერტილები k_1, k_2, k_3 შევავერთოთ უწყვეტი ხაზით, მივიღებთ ე. წ. წნევის მრავალკუთხედს.

ბ) ტოლქმედის მოდების წერტილის განსაზღვრა გრაფიკულად (წნევის მრავალკუთხედის აგება). კედელზე მოქმედი ყველა ძალა-



ნახ. 311.

ცნობილია (ნახ. 311). ამ ძალებზე ავაგოთ ძალთა მრავალკუთხედი (ნახ. 311, ბ). E_1 და V_1 ძალის გადაკვეთის წერტილზე გავატაროთ R_1 -ის პარალელური ხაზი, რომელიც a_1b_1 კვეთს k_1 წერტილში გადაკვეთს (ნახ. 311, ა).

გადავიდეთ a_2b_2 კვეთზე და ვიპოვოთ V_1, V_2, E_1 და E_2 ძალების ტოლქმედის R_2 მდებარეობა. ჯერ ვიპოვოთ R_1 და E_2 -ს ტოლქმედი R_1' , რომელიც გაივლის R_1 და E_2 -ს გადაკვეთის წერტილზე, შემდეგ კი R_1' და V_2 -ს ტოლქმედი R_2 , რომელიც გაივლის მათი გადაკვეთის წერტილზე და a_2b_2 კვეთს გადაკვეთს k_2 წერტილში.

ანალოგიურად ვიპოვიოთ R_3 ტოლქმედს და k_3 წერტილს. k_1, k_2, k_3 წერტილებს წნევის წერტილები ეწოდება. წნევის წერტილების შემაერთებელი ტეხილი ხაზი წნევის მრავალკუთხედს მოგვცემს.

ტოლქმედთა სიდიდეებს და მიმართულებებს ძალთა მრავალკუთხედიდან განვსაზღვრავთ, წნევის წერტილებს კი ნახაზიდან.

წნევის წერტილების და ტოლქმედთა განსაზღვრის შემდეგ გადავდივართ კედლის სიმტკიცის შემოწმებაზე. R ტოლქმედი კვეთის ცენტრზე არ გადის და ამიტომ ადგილი აქვს ექსცენტრულ კუმშვას. ამ შემთხვევაში ძაბვები იანგარიშება ფორმულით:

$$\sigma = \frac{N}{F} \pm \frac{M}{W}.$$

სადაც F და W არის კედლის განივი კვეთის ფართობი და წინალობის მომენტი,

N —ტოლქმედის ვერტიკალური მდგენელი,

M კი განსახილავი კვეთის ზემოთ მოთავსებული ძალების, ან მათი ტოლქმედის (R) მომენტი კვეთის ცენტრის მიმართ. თუ განივი კვეთი სწორკუთხოვანია (ნახ. 312), მაშინ:

$$F = 1 \cdot b,$$

$$W = \frac{1 \cdot b^2}{6},$$

მლენაეი მომენტი $M = N \cdot e$,

სადაც e ექსცენტრისიტეტი.

ქინებები გამოითვლება ფორმულით:

$$\sigma = \frac{N}{1 \cdot b} \left(1 \pm \frac{6e}{b} \right). \quad (92)$$

სიმტკიცის პირობა მდგომარეობს შემდეგში:

$$1. \quad \sigma \leq [\sigma] \quad (93)$$

2. ისეთ კედლებში, სადაც გამკიმაეი ძაბვები არ დაიშვება (ქვის წყობა) ტოლქმედი R არ უნდა გამოვიდეს კვეთის ბირთვის გარეთ, ე. ი. $e < \frac{b}{6}$. ამ შემთხვევაში გამკიმაე ძაბვებს ადგილი არ ექნება (ნახ. 313, ა).

როცა ტოლქმედი გადის კვეთის ბირთვის გარეთ, ე. ი. $e > \frac{b}{6}$, მაშინ კვეთში განვითარდება, როგორც მკუმშავი, ისე გამკიმაეი ძაბვები (ნახ. 313, ბ).

3. ქვის კედლებში ხსნარი სუსტად მუშაობს ძვრაზე და, ამიტომ ტოლქმედმა კვეთთან ხახუნის კუთხეზე მცირე კუთხე უნდა შეადგინოს.

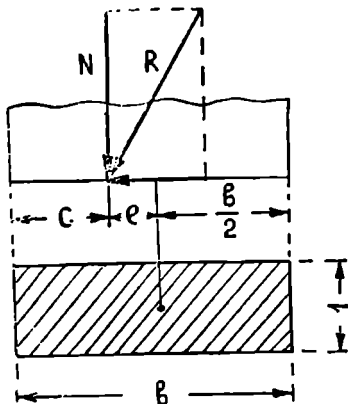
გარდა კედლის ნაკერებისა, ძაბვა კედლის ფუძეზეც უნდა გიმოითვალოს (გრუნტზე).

თუ ტოლქმედი ფუძის კვეთის შუა მესამედიდან არ გამოდის, მაშინ გრუნტი მთელ სიგრძეზე შეკუმშული იქნება.

ძაბვა გრუნტზე არ უნდა აღემატებოდეს დასაწევებს, ე. ი.

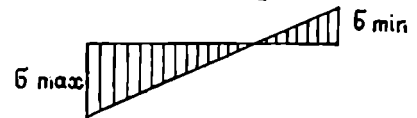
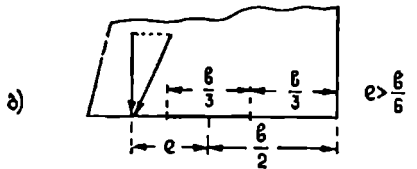
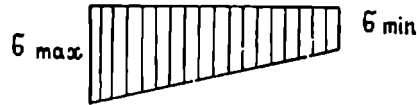
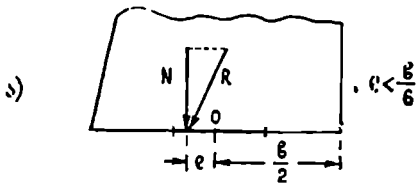
$$\sigma = \frac{N}{1 \cdot b} \left(1 + \frac{6e}{b} \right) \leq [\sigma_{\text{გ}}].$$

როდესაც ტოლქმედი ფუძის კვეთის შუა მესამედიდან გამოდის, მაშინ გრუნ-



ნახ. 312.

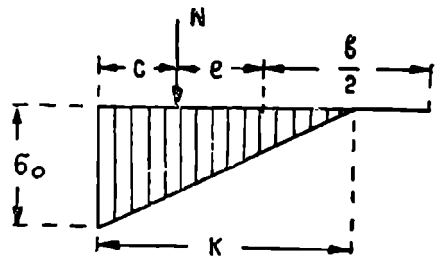
ტზე წარმოიშვება, როგორც მკუმშავი, ისე გამჭიმავი ძაბვები. ეინაიდან გრუნტს გამჭიმავი ძაბვის მიღება არ შეუძლია, ამიტომ ექსცენტრული კუმშვის ფორმულა (92) აღარ გამოგვადგება.



ნახ. 313.

ამ შემთხვევაში ფართობის ნაწილი გამოირთვება მუშაობიდან და ძაბვის ეპიურა მიიღებს სამკუთხედის სახეს (ნახ. 314). ნორმალური ძალა N ძაბვების ჯამზე უნდა გააწონასწოროს, ამიტომ მაქსიმალური ძაბვა განისაზღვრება ფორმულით:

$$\frac{\sigma_0 k}{2} = N.$$



ნახ. 314.

N -ის მოქმედების წერტილი მკუმშავი ძაბვის ტოლქმედის მოქმედების წერტილს უნდა დაემთხვეს, ე. ი. ძაბვის ეპიურის ფართობის სიმძიმის ცენტრს. მაშასადამე, საბოლოოდ მივიღებთ:

$$k = 3c;$$

$$\sigma_0 = \frac{2N}{3c} = \frac{2N}{3(0,5b - e)}. \quad (94)$$

სიმტკიცის პირობა იქნება: $\sigma_0 < [\sigma_{გა}]$.

დასაშვები ძაბვები სხვადასხვა გრუნტისათვის, მოცემულია ნორმებში.

მაგალითად: ქვიშისათვის $[\sigma_{გა}] = 2 \div 3,5$ კგ/სმ²

თიხისათვის $[\sigma_{გა}] = 1,0 \div 6,0$ კგ/სმ²

თიხნარისათვის $[\sigma_{გა}] = 1,0 \div 4,0$ კგ/სმ²

თუ საძირკვლის სიღრმე 2 მ-ს აღემატება, მაშინ დასაშვები ძაბვა უნდა გაიზარდოს.

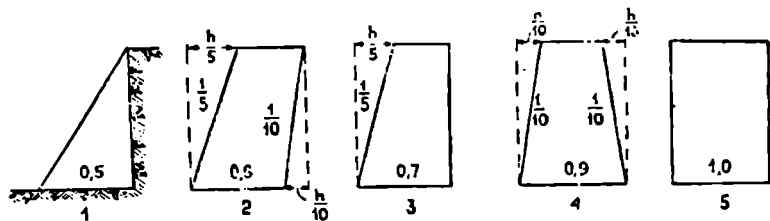
§ 80. კედლის რაციონალური ფორმა

კედელს ისეთი ფორმა უნდა მიეცეთ, რომ მისი მოცულობა იყოს მინიმალური.

თუ ყრილზე დროებითი ტვირთი არ მოქმედებს და კედლის უკანა მხარე სწორხაზოვანია, მაშინ, რადგან დაწოლის ინტენსივობის ეპიურა სამკუთხედია, კედლის რაციონალური ფორმად სამკუთხედი უნდა ჩაითვალოს (ნახ. 315, ა).

სამკუთხა კედლების განხორციელება დაკავშირებულია კონსტრუქციულ სიძნელეებთან და პრაქტიკაში არ აკეთებენ. უფრო ხშირად 315 ნახაზზე წარმოდგენილ პროფილებს ხმარობენ. მათი რაციონალურობა შეიძლება შეფასდეს ე. წ. ეკონომიურობის კოეფიციენტით, რომელიც წარმოადგენს განსახილავი პროფილის ფართობის ფარდობას ერთეულად მიღებულ პროფილის ფართობთან.

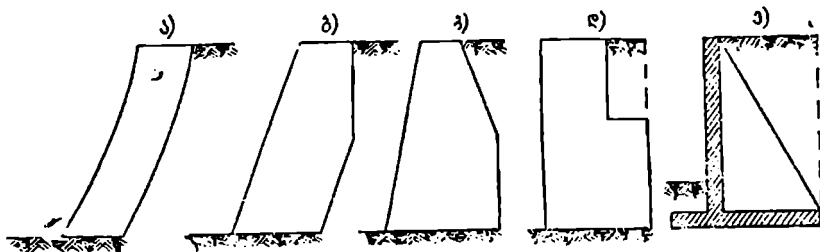
სწორკუთხედის ფართობი მივიღოთ ერთეულად. 315 ნახაზზე პროფილები დალაგებულია ეკონომიურობის მიხედვით. თითოეულ პროფილს ქვემოთ



ნახ. 315.

უწერია ეკონომიურობის კოეფიციენტი. ეს კოეფიციენტები გამოთვლილია ერთნაირი სიმაღლის კედლისათვის, შემდეგი მონაცემებით: $\varphi = 35^\circ$, $\varphi_0 = 0$ და $\gamma_1 = 1,25 \gamma$, სადაც γ და γ_1 ყრილის და წყობის მოცულობითი წონაა.

პრაქტიკულად, კედლის წინა მხარეს აძლევენ დაქანებას $1/10 \div 1/20$. საერთოდ, ეკონომიურია ის კედელი, რომლის ღერძიც წნევის მრავალკუთხედი



ნახ. 316.

ემთხვევა (ნახ. 316, ა). მაგრამ, აქ კედლის პროფილი რთული გამოდის და სამუშაოს წარმოება ძნელდება. უნდა ვეცადოთ კედელს იაეთი ფორმა მივცეთ, რომ მუშაობის წარმოება იყოს მარტივი და ამავე დროს წნევის წირი უახლოვდებოდეს კედლის გეომეტრიულ ღერძს.

ყრილის მხარეს, კედელს დახრილ სიბრტყეებით შემოზღუდულს (ნახ. 316, ბ, გ) ან საფეხურებიანს (ნახ. 316, დ) აკეთებენ.

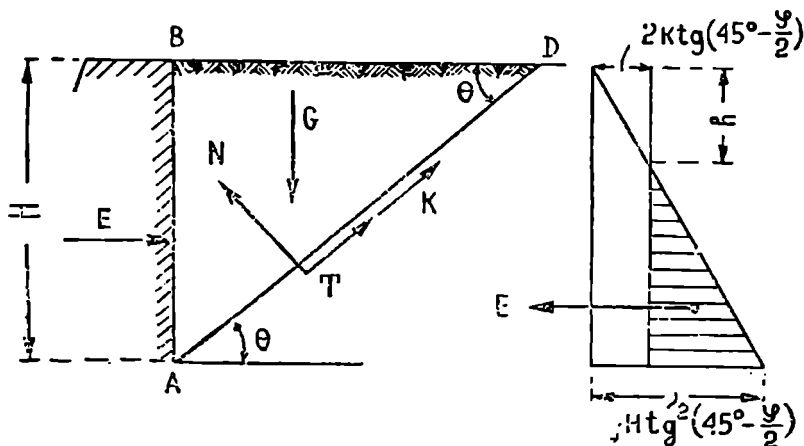
უკანასკნელ ხანებში საქარისად დიდი გამოყენება ჰპოვა რკინაბეტონის კედლებმა (ნახ. 316, ე), რომლებიც უმთავრესად ვერტიკალურ და ჰორიზონ-

ტალურ ფილებისაგან შედგება. პორიზონტალური ფილა წარმოადგენს კედლის საძირკველს. ვერტიკალური და პორიზონტალური ფილა ერთმანეთთან შეერთებულია კონტრფორსებით (განივი კედლებით); რომელთა შორის მანძილს იღებენ 2—3 მ.ს.

კედლის მდგრადობა აქ უზრუნველყოფილია პორიზონტალურ ფილაზე მოთავსებულ მიწის სვეტის წონით.

§ 51. შუპილულობის ძალების გავლენა მიწის დაწოლის სიდიდეზე

განვიხილოთ ვერტიკალური კედელი, რომელზეც ყრილი პორიზონტალურად მოქმედებს (ნახ. 317). ჩამონგრევის ზედაპირი AD მივიღოთ სიბრტყედ. ხახუნის კუთხე კედელსა და ყამირს შორის $\varphi_0 = 0$.



ნახ. 317.

განვიხილოთ ABD ჩამონგრევის პრიზმის წონასწორობის პირობა. ABD პრიზმზე მოქმედებს:

1. პრიზმის წონა

$$G = \frac{\gamma H^3}{2} \operatorname{ctg} \theta.$$

2 რეაქცია AB კედლის მხრიდან E ,

3. ხახუნის ძალა AD სიბრტყეზე

$$T = N \cdot f = N \operatorname{tg} \varphi,$$

4. შექიღულულობის ძალა AD სიბრტყეზე

$$K = kF = \frac{kH}{\sin \theta},$$

სადაც k შექიღულულობის კოეფიციენტია, ხოლო F კი ძვრის ფართობი (იხ. § 66.),

5. AD სიბრტყეზე განვითარებული რეაქციის ნორმალური მდგენელი N . ABD პრიზმზე მოქმედი ძალების გეგმილების ჯამი N -ის მიმართულებაზე მოგვეცემს:

$$N = E \sin \theta + \frac{\gamma H^2}{2} \operatorname{ctg} \theta \cos \theta. \quad (a)$$

იმავე ძალების გეგმილების ჯამი AD - ლერძზე იქნება:

$$T + K + E \cos \theta - \frac{\gamma H^2}{2} \operatorname{ctg} \theta \sin \theta = 0,$$

ან

$$N \operatorname{tg} \varphi + \frac{kH}{\sin \theta} + E \cos \theta - \frac{\gamma H^2}{2} \operatorname{ctg} \theta = 0. \quad (b)$$

(ა) განტოლებიდან N -ის მნიშვნელობა შევიტანოთ (ბ)-ში და განვსაზღვროთ E , შივილებთ:

$$E = \frac{\gamma H^2}{2} \frac{\sin 2\theta - 2\cos^2\theta \operatorname{tg} \varphi - 2kH}{\sin^2 2\theta + 2\sin^2 \theta \operatorname{tg} \varphi}. \quad (c)$$

θ კუთხის ის მნიშვნელობა, რომელიც შეესაბამება მაქსიმალურ E -ს განისაზღვრება განტოლებიდან

$$\frac{dE}{d\theta} = 0.$$

ამ განტოლების გადაწყვეტა მოგვეცემს:

$$\theta = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}. \quad (95)$$

θ კუთხის ეს მნიშვნელობა შევიტანოთ (c) განტოლებაში. საბოლოოდ მივიღებთ:

$$E = \frac{\gamma H^2}{2} \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) - 2kH \operatorname{ctg} \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right). \quad (96)$$

როგორც ვხედავთ, პირველი წევრი წარმოადგენს მიწის დაწოლის სიდიდეს შექიღულულის ძალების მხედველობაში მიუღებლად, მეორე წევრი კი გამოხატავს შექიღულულის ძალების გავლენას მიწის დაწოლაზე. მაშასადამე, შექიღულულის ძალები ამცირებენ მიწის დაწოლას.

დაწოლის ინტენსივობის ეპიურის მაქსიმალური ორდინატა განისაზღვრება ფორმულით (ნახ. 317):

$$q = \gamma H \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) - 2k \operatorname{ctg} \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right). \quad (97)$$

მაქსიმალური სიმაღლე, რომლის ფარგლებში კედელი არ განიცდის გრუნტის დაწოლას, ე. ი. როდესაც ყრილს შეუძლია გაჩერდეს კედლის გარეშე, განისაზღვრება პირობიდან $q = 0$:

$$h = \frac{2k}{\gamma} \operatorname{ctg} \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (98)$$

მაგალითად, თუ $k=0,8$ ტ/მ², $\varphi=30^\circ$ და $\gamma=1,8$ ტ/მ³, მივიღებთ:

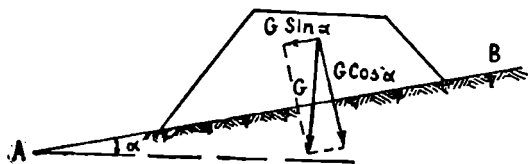
$$h = \frac{2 \cdot 0,8}{1,8} 1,732 = 1,54 \text{ მ.}$$

წმ. ფერდობების მდგრადობა

ფერდობების მდგრადობზე ჩამონგრევის ზედაპირის მოხაზულობის ხასიათი გარკვეულ გავლენას ახდენს. აქ შეიძლება ძირითადად ორი შემთხვევის განხილვა: 1) ფერდობის ძვრა ხდება სიბრტყეზე და 2) ძვრა ხდება მრუდზედაპირზე.

ყრილის ბუნებრივი ქანობის კუთხე მნიშვნელოვნად იზრდება, როცა შეკიდულობის ძალები აღწევენ გარკვეულ სიღიღეს. ამით აიხსნება ის ფაქტი, რომ მცირე ნაშენების მშენებლობის დროს თხრილის კედლებს გამაგრება არ ღირებდათ.

1. განვიხილოთ უმარტივესი შემთხვევა—მიწის ვაკისი მოწყობილია მთის კალთაზე (ნახ. 318). თუ მხედველობაში არ მივიღებთ შეკიდულობის ძალებს, მაშინ



ნახ. 318.

ძალა, რომელიც ცდილობს დააცუროს ყრილი, ტოლია:

$$G \sin \alpha.$$

დამკერი ძალა ხახუნის ძალის ტოლია:

$$T = N f = f G \cos \alpha:$$

მდგრადობის კოეფიციენტი

$$K_c = \frac{f G \cos \alpha}{G \sin \alpha} = \frac{f}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{f}{i}. \quad (99)$$

სადაც i ფერდობის განივი ქანობია.

2. განვიხილოთ ფერდობის მდგრადობა (ნახ. 319). ჩამონგრევის ზედაპირი AD მივიღოთ სიბრტყედ. AB ქანობსა და პორიზონტს შორის კუთხე აღვნიშნოთ β , ჩამონგრევის კუთხე კი θ . მონაკვეთები

$$AD = \frac{H}{\sin \theta} \quad \text{და} \quad AB = \frac{H}{\sin \beta}.$$

ABD პრიზმის წონა

$$G = \gamma \frac{AB \cdot AD}{2} \sin(\beta - \theta) = \frac{\gamma H^2}{2} \frac{\sin(\beta - \theta)}{\sin \beta \cdot \sin \theta}.$$

თუ განვიხილავთ ABD პრიზმის ზღვრული წონასწორობის პირობას, მაშინ მასზე იმოქმედებს: პრიზმის საკუთარი წონა G , AD სიბრტყის რეაქციის ნორმალური მდგენელი $N = G \cos \theta$ და მხები მდგენელები T (ხახუნის ძალა) და K (შეკიდულობის ძალა)

$$T = N \cdot f = G \cos \theta \operatorname{tg} \varphi,$$

$$K = k AD = \frac{kH}{\sin \theta}.$$

ABD პრიზმაზე მოქმედი ძალების გვეგმილების ჯამი AD მიმართულებაზე, როგვემს:

$$G \cdot \cos \theta \operatorname{tg} \varphi + \frac{kH}{\sin \theta} - G \sin \theta = 0.$$

ეს განტოლება გადაეწვეით k -ს მიმართ, მივიღებთ:

$$k = \frac{G}{H} \sin \theta (\sin \theta - \cos \theta \operatorname{tg} \varphi).$$

შევიტანოთ G -ს მნიშვნელობა, გარდაქმნის შემდეგ გვექნება:

$$k = \frac{\gamma H}{2} \frac{\sin(\beta - \theta) \sin(\theta - \varphi)}{\sin \beta \cdot \cos \varphi}. \quad (100)$$

(100) ფორმულა განსაზღვრავს შეკიდულობის კოეფიციენტის იმ მნიშვნელობას, რომელიც, საჭიროა ჩამონგრევის სიბრტყეზე ზღვრული წონასწორობის უზრუნველსაყოფად.

ტურვის ყველაზე სახიფათო ზედაპირი იქნება ის, რომლის დროსაც შეკიდულობის კოეფიციენტი მაქსიმალურ მნიშვნელობას მიიღებს. ამას მივიღებთ თუ (100) გამოსახვის გაეაწარმოებთ θ -თი და გაუტოლებთ ნულს:

$$\frac{dk}{d\theta} = \frac{\gamma H}{2} \frac{\cos(\theta - \varphi) \sin(\beta - \theta) - \sin(\theta - \varphi) \cos(\beta - \theta)}{\sin \beta \cos \varphi} = 0.$$

შევკვეცოთ მუდმივ სიდიდეზე $\frac{\gamma H}{2 \sin \beta \cos \varphi}$, მივიღებთ:

$$\begin{aligned} \cos(\theta - \varphi) \sin(\beta - \theta) - \sin(\theta - \varphi) \cos(\beta - \theta) &= \sin[(\beta - \theta) - (\theta - \varphi)] = \\ &= \sin(\beta - 2\theta + \varphi) = 0, \end{aligned}$$

საიდანაც

$$\beta - 2\theta + \varphi = 0,$$

და

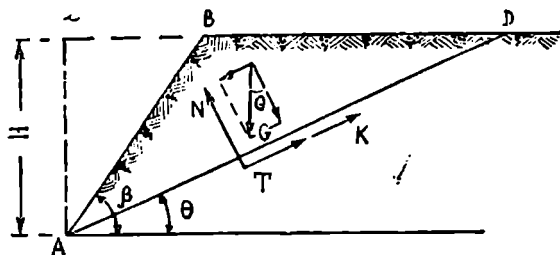
$$\theta = \frac{\beta + \varphi}{2}. \quad (101)$$

ეს ფორმულა გვიჩვენებს ყველაზე სახიფათო სიბრტყეს, რომელზეც შეიძლება მოხდეს ძვრა (ნახ. 319).

მ-ს მიღებული მნიშვნელობა შეეიტანოთ (100) ფორმულაში, მივიღებთ:

$$k = \frac{\gamma H}{2} \frac{\sin^2 \left(\frac{\beta - \varphi}{2} \right)}{\sin \beta \cos \varphi}; \quad (102)$$

როცა $\beta = \varphi$, მაშინ $k = 0$, ე. ი. წონასწორობას ექნება ადგილი შექვიდულობის ძალების დაუხმარებლადაც.



(102) ფორმულიდან შეიძლება განისაზღვროს მაქსიმალური სიმაღლე, რომლის დროსაც ფერდობი იქნება მდგრად წონასწორობაში.

$$H = \frac{2k}{\gamma} \frac{\sin \beta \cos \varphi}{\sin^2 \frac{\beta - \varphi}}. \quad (103)$$

ნახ. 319.

ფერდობის წონასწორობის განხილვის დროს, თუ მხედველობაში არ მივიღებთ ხახუნის ძალას ($T=0$), მაშინ ზემოთ მიღებულ ფორმულებში უნდა შევიტანოთ $\varphi=0$. ამ შემთხვევაში გვექნება:

$$\theta = \frac{\beta}{2}, \quad (104)$$

$$k = \frac{\gamma H}{4} \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}. \quad (105)$$

$$H = \frac{4k}{\gamma} \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2}. \quad (106)$$

ჩოდესაც ფერდობის დაცურება ხდება მრუდ ზედაპირზე, რასაც გარკვეული პრაქტიკული მნიშვნელობა აქვს, ანგარიში წარმოებს გრაფიკული მეთოდით. (ეს მეთოდი მოცემულია სპეციალურ ლიტერატურაში და აქ არ მოგვეყვას).

§ 82. მაგალითები საპარადნი კედლის ანგარიშზე

1 მაგალითი. ვერტიკალურ კედელზე სიმაღლით $H=10$ მ, მოქმედებს ჰორიზონტალური ყრილი (ნახ. 320). განვსაზღვროთ სწორკუთხა პროფილის მქონე კედლის სიგანე b იმ პირობიდან, რომ ძაბვამ ფუძეზე არ გადააქარბოს: $4 \frac{\mu b}{\text{სმ}^2} = 40 \text{ ტ/მ}^2$.

$$\gamma_{\text{ბ}} = 1,6 \text{ ტ/მ}^3; \quad \gamma_{\text{ფ}} = 2 \text{ ტ/მ}^3; \quad \varphi_0 = 0 \text{ და } \varphi = 30^\circ.$$

გადაწყვეტა:
დაწოლა კედელზე

$$E = \frac{\gamma H^2}{2} \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{1,6 \cdot 10^3}{2} \frac{1}{3} = 26,6 \text{ ტ}.$$

ძაბვის ეპიურის ფართი ტოლი უნდა იყოს ტოლქმედის ვერტიკალური მდგენელის. რადგან E პარიზონტალურია, ამიტომ $N = V = \gamma_{\text{ყ}} \cdot Hb$. მაშასადამე:

$$\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \cdot 1 \cdot b = \gamma_{\text{ყ}} Hb.$$

აქედან $\sigma_2 = 2\gamma_{\text{ყ}} H - \sigma_1 = 2 \times 2,0 \times 10 - 40 = 0$.

კედელზე მოქმედებს V , E და N ძალა. N არის რეაქციის ძალა კედლის ფუძეზე და ძაბვის ეპიურის ფართობის ტოლია:

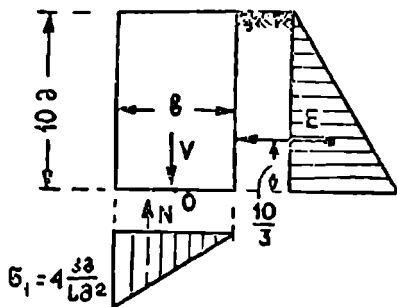
$$N = \frac{\sigma_1 b}{2} = \frac{40 \cdot b}{2} = 20b.$$

კედელზე მოქმედი ძალების მომენტების ჯამი ფუძის ცენტრის (0) მიმართ იქნება:

$$M_0 = -26,6 \frac{10}{3} + 20b \frac{b}{6} = 0,$$

აქედან

$$b = \sqrt{26,6} = 5,16 \text{ მ.}$$



ნახ. 320.

2 მაგალითი. გადაეწყვიტოთ წი-

ნა მაგალითის შებრუნებული ამოცანა, ე. ი. განესაზღვროთ სწორკუთხა პროფილის მქონე კედლის მაქსიმალური სიმაღლე, რომლის დროსაც ფუძეზე არ წარმოიშვება გამჭიმავი ძაბვები. ავილოთ წინა ამოცანის მონაცემები. დასაშვები ძაბვა გრუნტზე $[\sigma_{\text{გ}}] = 4 \frac{\text{კგ}}{\text{სმ}^2}$.

გადაწყვეტა: გამჭიმავი ძაბვა ნულის ტოლია, როცა ტოლქმედი კვეთის ბირთვის საზღვარზე ვაღის, ე. ი. $e = \frac{b}{6}$.

ამ შემთხვევაში მკუმშავი ძაბვა გრუნტზე გამოითვლება ფორმულით:

$$\sigma = \frac{2N}{1 \cdot b},$$

სადაც

$$N = V = \gamma_{\text{ყ}} \cdot b \cdot H.$$

მაშასადამე,

$$\sigma = 2H\gamma_{\text{ყ}};$$

აქედან

$$H = \frac{\sigma}{2\gamma_{\text{ყ}}} = \frac{40}{2 \cdot 2} = 10 \text{ მ.}$$

3 მაგალითი. გამოვიანგარიშოთ მლუნავი მომენტი რკინაბეტონის კონსოლიანი კედლის $a-b$ კვეთში შემდეგი ორი შემთხვევისათვის:

1) ჩამონგრევის სიბრტყე კონსოლს კვეთს და

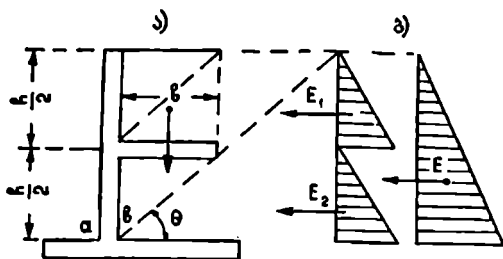
2) ჩამონგრევის სიბრტყე კონსოლს არ კვეთს (ნახ 321). კედლის საკუთარ წონას ნუ მივიღებთ მხედველობაში. $\varphi_0 = 0$ და $\varphi = 30^\circ$.

გადაწყვიტა: ჩამონგრევის კუთხე

$$\theta = 45^\circ + \frac{\varphi}{2} = 60^\circ.$$

ჩამონგრევის სიბრტყე, რომ კონსოლი გადაკვეთოს, კონსოლს უნდა ჰქონდეს სიგანე

$$b = \frac{h}{2} \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{h}{2} \frac{\sqrt{3}}{3} = 0,289 h.$$



ნახ. 321.

რადგან ჩამონგრევის სიბრტყე კონსოლს კვეთს, ამიტომ კედელი გაიყოფა. ორ ნაწილად და თითოეულ ნაწილს ექნება თავისი ჩამონგრევის პრიზმა დაწოლის ინტენსივობის ეპიურა ნაჩვენებია ნახაზზე.

$$E_1 = \frac{\gamma}{2} \left(\frac{h}{2} \right)^2 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{\gamma h^3}{8} \frac{1}{3} = \frac{\gamma h^2}{24}.$$

$$E_2 = \frac{\gamma}{2} \left(\frac{h}{2} \right)^2 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{\gamma h^2}{24}.$$

მომენტი $a-b$ კვეთის მიმართ:

$$M = \frac{\gamma h^2}{24} \frac{2}{3} h + \frac{\gamma h^2}{24} \frac{h}{6} - \frac{\gamma h^2}{4} \operatorname{ctg} \theta \frac{h}{4} \operatorname{ctg} \theta = \frac{\gamma h^3}{36} + \frac{\gamma h^3}{144} - \frac{\gamma h^2}{48} = 0,0138 \gamma h^3.$$

როდესაც ჩამონგრევის სიბრტყე არ კვეთს კონსოლს, მაშინ დაწოლა კედელზე:

$$E = \frac{\gamma h^2}{2} \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{\gamma h^3}{6}.$$

დაწოლის ინტენსივობის ეპიურა იქნება სამკუთხედი (ნახ. 321, ბ). მღუნავი მომენტი $a-b$ კვეთში (მივიღოთ $b=0,2 h$):

$$M = \frac{\gamma h^2}{6} \frac{h}{3} - \gamma \cdot 0,2 h \frac{h}{2} = 0,1 h = 0,0455 \gamma h^3.$$

4 მაგალითი. შევამოწმოთ 322 ნახაზზე მოყვანილი კედლის ზომები მდგრადობაზე და სიმტკიცეზე. $\gamma_{s1} = 1,6$ ტ/მ³, $\gamma_{s2} = 2,4$ ტ/მ³, $\varphi_0 = 0$ და $\varphi = 30^\circ$. დროებითი ტვირთის ინტენსივობა $q = 0,4$ ტ/მ². ხახუნის კოეფიციენტი წყობისა წყობაზე $f_1 = 0,7$ წყობისა გრუნტზე $f_2 = 0,5$.

გადაწყვიტა: გამოეთვალათ კედელზე მოქმედი ძალები.

1. კედლის წონა:

$$V_1 = \frac{1,5 \cdot 5}{2} \cdot 2,4 = 9,0 \text{ ტ};$$

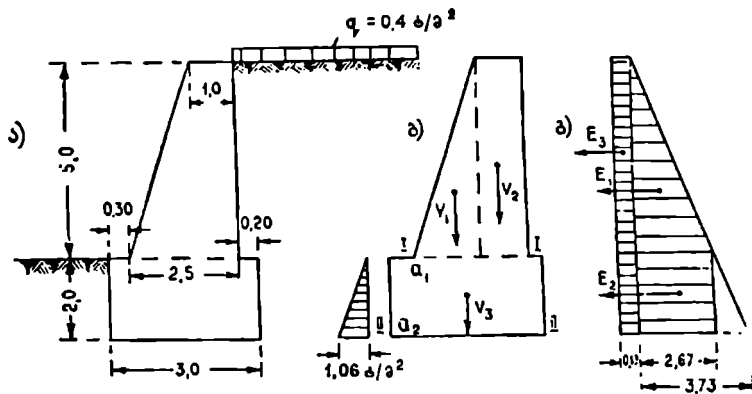
$$V_2 = 1,5 \cdot 0 \cdot 2,4 = 12,0 \text{ ტ};$$

$$V_3 = 2,0 \cdot 3,0 \cdot 2,4 = 14,4 \text{ ტ}.$$

2. მიწის აქტიური დაწოლა:

$$E_1 = \frac{1,6 \cdot 5^2}{2} \text{tg}^2 30^\circ = \frac{1,6 \cdot 25}{2} \cdot \frac{1}{3} = 6,67 \text{ ტ}.$$

თუ მხედველობაში მივიღებთ მიწის დაწოლას ზარცხნიდან (მივიღოთ აქტიური



ნახ. 322.

დაწოლად), მაშინ დაწოლა საძირკველზე (გამოითვლება დაწოლის ინტენსივობის ეპიურით):

$$E_2' = 2,67 \cdot 2 = 5,34 \text{ ტ}.$$

3. დროებითი ტვირთვისაგან გამოწვეული დაწოლა. დროებითი ტვირთი შევცვალოთ ყრილით, სიმაღლით:

$$h = \frac{q}{\gamma_{\text{ბა}}} = \frac{0,4}{1,6} = 0,25 \text{ მ}.$$

დაწოლის ინტენსივობის ეპიურის ორდინატა:

$$q = \gamma h \text{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) = 1,6 \cdot 0,25 \cdot \frac{1}{3} = 0,13 \text{ ტ/მ}^2.$$

დაწოლის სიდიდე კედელზე:

$$E_3 = 0,13 \cdot 5 = 0,65 \text{ ტ};$$

დაწოლის სიდიდე საძირკველზე:

$$F_2'' = 0,13 \cdot 2 = 0,26 \text{ ტ.}$$

მთლიანი დაწოლა საძირკველზე:

$$E_2 = E_2' + E_2'' = 5,6 \text{ ტ.}$$

I—I ნაკერის შემოწმება:

1. გადამბრუნებაზე

$$M_{გაგ} = 6,67 \cdot \frac{5}{3} + 0,65 \cdot \frac{5}{2} = 12,75 \text{ ტმ.}$$

$$M_{გაგ} = 9,0 \cdot 1,0 + 12,0 \cdot 2,0 = 33,0 \text{ ტმ.}$$

მდგრადობის კოეფიციენტი გადამბრუნებაზე:

$$K_0 = \frac{33,0}{12,75} = 2,59.$$

2. წატურებაზე.

წამტურებელი ძალა

$$T = E_1 + E_3 = 6,67 + 0,65 = 7,32 \text{ ტ.}$$

დამპერი ძალა (ხახუნის ძალა I—I ნაკერში):

$$N_1 \cdot f_1 = (V_1 + V_2) f_1 = 21 \cdot 0,7 = 14,7 \text{ ტ.}$$

მდგრადობის კოეფიციენტი ძვრაზე:

$$K_c = \frac{14,7}{7,32} \approx 2,0.$$

3. სიმტკიცეზე. ვიპოვოთ ექსცენტრისიტეტი. ყველა ძალის მომენტების ჯამი a_1 წერტილის მიმართ

$$M_{a_1} = M_{გაგ} - M_{გაგ} = 33,0 - 12,75 = 20,25 \text{ ტმ.}$$

ნორმალური ძალა, რომელიც განსახილავ კვეთს გადაეცემა:

$$N_1 = 21,0 \text{ ტ.}$$

მანძილი a_1 წერტილიდან I—I ნაკერის ზემოთ მოთავსებულ ძალების ტოლქმედის გადაკვეთის წერტილამდე იქნება:

$$e_1 = \frac{M_{a_1}}{N_1} = \frac{20,25}{21,0} = 0,965 \text{ მ.}$$

ექსცენტრისიტეტი:

$$e_1 = \frac{b_1}{2} - e_1 = 1,25 - 0,965 = 0,285 \text{ მ.}$$

$\epsilon_1 < \frac{b_1}{6}$ და მაშასადამე, ტოლქმედი გადის კვეთის გულის შიგნით (ნახ. 323, ა).

$$\sigma_{max} = \frac{N_1}{1 \cdot b_1} \left(1 + \frac{6\epsilon_1}{b_1} \right) = \frac{21,0}{2,50} \left(1 + \frac{6 \cdot 0,285}{2,50} \right) = 14,1 \text{ ტ/მ}^2 = 1,41 \frac{\text{ძბ}}{\text{სმ}^2},$$

$$\sigma_{min} = \frac{21}{2,5} \left(1 - \frac{6 \cdot 0,285}{2,50} \right) = 2,68 \text{ ტ/მ}^2 = 0,268 \frac{\text{ძბ}}{\text{სმ}^2}.$$

II—II ნაკერების შემოწმება

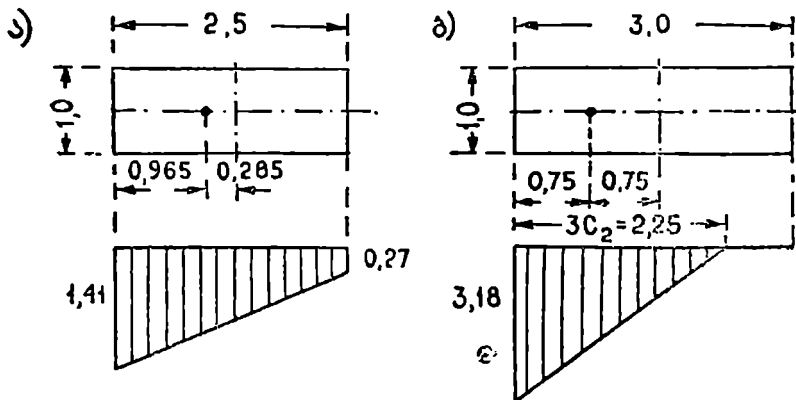
1. გადაბრუნებაზე.

$$M_{გაგ} = 6,67 \frac{11,0}{3} + 0,65 \cdot 4,5 + 5,6 \cdot 1,0 = 33,02 \text{ ტმ.}$$

$$M_{გაბ} = 9,0 \cdot 1,3 + 12,0 \cdot 2,3 + 14,4 \cdot 1,5 = 59,6 \text{ ტმ.}$$

მდგრადობის კოეფიციენტი გადაბრუნებაზე:

$$K_0 = \frac{59,6}{33,02} = 1,8.$$



ნახ. 323.

2. წაცურებაზე:

წამცურებელი ძალა:

$$T = 6,67 + 5,6 + 0,65 = 12,92 \text{ ტ.}$$

დამკერი ძალა (ხახუნის ძალა საძირკველის ფუძეზე):

$$N_2 f_2 = (9,0 + 12,0 + 14,4) 0,5 = 35,4 \cdot 0,5 = 17,7 \text{ ტ.}$$

მდგრადობის კოეფიციენტი ძვრაზე:

$$K_c = \frac{17,7}{12,9} = 1,37.$$

3. სიმტკიცეზე:

ყველა ძალის მომენტების ჯამი a_2 წერტილის მიმართ:

$$M_{a_2} = M_{a_2a} - M_{a_2e} = 59,6 - 33,02 = 26,58 \text{ ტმ.}$$

ნორმალური ძალა, რომელიც გადაეცემა II—II კვეთს:

$$N_2 = 35,4 \text{ ტ.}$$

და

$$c_2 = \frac{M_{a_2}}{N_2} = \frac{26,58}{35,4} = 0,75 \text{ მ.}$$

ექსცენტრისიტეტი:

$$e_2 = \frac{b_2}{2} - c_2 = \frac{3,0}{2} - 0,75 = 0,75 \text{ მ.}$$

$$e_2 > \frac{b_2}{2} \text{ და}$$

მაშასადამე, ტოლქმედი გამოდის კვეთის ვულის გარეთ (ნახ. 323, ბ) და აღგილი აქვს გამკიმავე ძაბვებს. რადგანაც გრუნტი გაკიმავეზე არ მუშაობს, ამიტომ დაწოლა გადაეცემა ფუძის ფართობის ნაწილს, სიგრძით

$$k = 3c_2.$$

შიქსიმალური ძაბვა გრუნტზე (94 ფორმულა):

$$\sigma_{max} = \frac{2N_2}{3c_2} = \frac{2 \cdot 35,4}{3 \cdot 0,75} = 31,8 \frac{\text{ტ}}{\text{მ}^2} = 3,18 \frac{\text{ქმ}}{\text{სმ}^2}.$$

შენი შენა: ანგარიშის ღროს მხედველობაში არ არის მიღებული საძირკველის შევრიღებზე ნოთავსებული მიწის სვეტის წონა, რაც უმნიშვნელო გავლენას ახდენს კედლის ანგარიშზე.

ლიტერატურა

1. Проф. Н. М. Рабинович—Строительная механика стержневых систем, 1950.
 2. Проф. Н. П. Прокофьев—Теория сооружений. 1939.
 3. Проф. А. В. Дарков и проф. В. И. Кузнецов—Статика сооружений, 1951.
 4. Проф. Б. И. Жемочкин и Д. П. Панцевский—Статика сооружений, 1950.
 5. Проф. С. П. Тимошенко—Статика сооружений, 1930.
 6. Проф. Мюллер-Бреслау—Графическая статика сооружений, 1913.
 7. პროფ. კ. ს. ხავერიძე—ნაგებობათა წინაღობა, წიგ. 1, 1943.
 8. პროფ. გ. მ. მუსხაძე—ნაშენთა სტატისტიკა, კოპიები. 1935.
 9. პროფ. ა. ი. ასტვაცატუროვი—ნაშენთა სტატისტიკა, ნაწილი პირველი, 1939.
 10. დოც. ვ. ი. ბაკაძე—საინჟინრო ნაგებობათა გაანგარიშების მაგალითები, 1949.
-

შ ი ნ ა ა რ ს ი

წინასიტყვაობა

3

თ ა ვ ი I

შესავალი

§ 1. სამშენებლო მექანიკის საგანი და ამოცანები	5
§ 2. მოკლე ცნობები სამშენებლო მექანიკის განვითარების ისტორიიდან და მისი თანამედროვე მნიშვნელობა	7
§ 3. ძირითადი პრინციპები, რომლითაც სარგებლობს სამშენებლო მექანიკა.	10
§ 4. ნაშენის საანგარიშო სქემა და მისი კლასიფიკაცია .	13
§ 5. ლეროვანი სისტემების მიწახე მიმაგრება .	17
§ 6. ნაშენის ფორმის განვითარება. ფორმის ცნება . . .	20
§ 7. ნაშენზე მოქმედი ძალები	21

თ ა ვ ი II

მოთხოვნებიანი, რომლებსაც უნდა აკმაყოფილებდეს საინჟინრო ნაშენი

§ 8. ცვლადი და უცვლელი სისტემები. კინემატიკური ჯაჭვის თავისუფლების ხარისხი .	23
§ 9. გეომეტრიულად უცვლელი მარტივი ფერმების შექმნის წესები	26
§ 10. უცვლელი სისტემის უძრავობის პირობები	30
§ 11. უცვლელი და უძრავი ფერმების სტატიკური რკვევადობის პირობები	31
§ 12. მყისად ცვლადი სისტემები	32
§ 13. მაგალითები	34
§ 14. სავარჯიშო ამოცანები . .	38

თ ა ვ ი III

კოჭოვანი ფერმების ანგარიში მუდმივ ტვირთზე

§ 15. ფერმის მუშაობის ხასიათი. მისი გავრცელება საინჟინრო საქმეში .	40
§ 16. ფერმების კლასიფიკაცია	41
§ 17. ძალვათა განსაზღვრის მეთოდები ფერმის ლეროებში	43
§ 18. ლეროების შეცვლის მეთოდი	60
§ 19. არჩეული კვეთების მეთოდი . . .	64
§ 20. ფერმის ანგარიშის მაგალითები . .	65
§ 21. სავარჯიშო მაგალითები	68

თ ა ვ ი IV

მრავალმალიანი სტატიკურად რკვევადი კოჭების ანგარიში მუდმივ დატვირთვაზე

§ 22. მრავალმალიანი სახსროვანი კოჭის ტიპები	71
§ 23. სახსროვანი კოჭების ანალიზური ანგარიში .	73

§ 24. სახსროვანი კოპის ანგარიშის მაგალითები	76
§ 25. საყარჯიშო მაგალითები	80

თავი V

**კოპოვანი სისტემების ანგარიშში მოძრავ ტვირთზე
(გავლენის ხაზების თეორია)**

§ 26. ძირითადი ცნებები გავლენის ხაზების შესახებ .	82
§ 27. ორ საყარდენზე მდებარე კოპის გავლენის ხაზები	83
§ 28. კონსოლიანი კოპის გავლენის ხაზები	86
§ 29. გავლენის ხაზების აგება ტვირთის კვანძოვანი გადაცემის დროს	89
§ 30. მრავალმალიანი სტატიკურად რკვევადი კოპის გავლენის ხაზები	93
§ 31. გავლენის ხაზების აგება კინემატიკური მეთოდით	96
§ 32. ძირითადი თეორემები გავლენის ხაზებზე . .	101
§ 33. გავლენის ხაზების ორდინატების განზომილება	105
§ 34. პოლიგონალური გავლენის ხაზის ყველაზე არახელსაყრელი დატვირთვა (ძალთა სისტემის სახიფათო მდგომარეობა)	106
§ 35. სამკუთხა გავლენის ხაზის ყველაზე არახელსაყრელი დატვირთვა .	109
§ 36. ძალის მაქსიმალური სიდიდის განსაზღვრა	110
§ 37. მატარებლის ცხრილი	113
§ 38. მატარებლის სახიფათო მდგომარეობის პოვნის მაგალითები	114
§ 39. ძალის მაქსიმალური სიდიდის განსაზღვრა ეკვივალენტური ტვირთით	117
§ 40. მოძრავი მატარებლისაგან გამოწვეული აბსოლუტურად მაქსიმალური მღუნევი მომენტების და განივი ძალების განსაზღვრა	120
§ 41. მარტივი კოპოვანი ფერმების ღეროების ძალების გავლენის ხაზები	123
§ 42. კონსოლიანი ფერმის ღეროების ძალის გავლენის ხაზები	138
§ 43. ფერმები შპრენგელიანი გისოსით და მათი ღეროების გავლენის ხაზები .	144
§ 44. ფერმის ღეროების ძალის გავლენის ხაზების აგება კინემატიკური წესით .	152

თავი VI

სტატიკურად რკვევადი განბრჯუნებაიანი სისტემები

§ 45. ძირითადი ცნებები და განბრჯუნებაიანი სისტემების უპირატესობანი . .	156
§ 46. სამსახსრიანი თალის ანალიზური ანგარიში	158
§ 47. სამსახსრიანი თალის ანგარიშის მაგალითები	166
§ 48. სამსახსრიანი თალის გრაფიკული ანგარიში . . .	174
§ 49. ნორმალური ძაბვები და ბირთვის მომენტები .	179
§ 50. სამსახსრიანი თალის გავლენის ხაზები	181
§ 51. გავლენის ხაზების აგება ნულოვანი წერტილების საშუალებით .	183
§ 52. სამსახსრიანი თალის გრაფიკული ანგარიშის მაგალითები .	184
§ 53. სამსახსრიანი თალოვანი ფერმების ანგარიში .	187
§ 54. კიდული სისტემები	196
§ 55. ბონდის ფერმები	202
§ 56. საყარჯიშო მაგალითები	209

თავი VII

სივრცული ფერმების ანგარიში

§ 57. სივრცული სისტემების ანგარიშის შნიშვნელობა .	211
§ 58. სივრცული ფერმების საყარდენები	212
§ 59. საყარდენი რეაქციების განსაზღვრა (ძალის დაშლა ექვსი მიმართულებით)	216
§ 60. საყარდენი რეაქციების განსაზღვრის მაგალითები	218

§ 61. ძალის დაშლა სამი მიმართულებით	220
§ 62. ძალთა შეკრება სივრცეში	227
§ 63. სტატიკურად რკვევადი სივრცული ფერმების შედგენა	227
§ 64. ძალების განსახლება სივრცულ ფერმებში	234

თ ა ე ი VIII

ფხვიერი ტანის დაწოლა და საყრდენი კედლების ანგარიში

§ 65. საერთო ცნობები	241
§ 66. ძირითადი ცნობები ფხვიერი ტანის ფიზიკური თვისებების შესახებ .	242
§ 67. გრუნტის აქტიური და პასიური დაწოლა	248
§ 68. მიწის აქტიური დაწოლის ანალიზური განსახლება	249
§ 69. მიწის დაწოლის ანალიზური განსახლება ევრტიკალურ კედელზე	251
§ 70. კედლის სიმაღლეზე მიწის დაწოლის ინტენსივობის ეპიურა	252
§ 71. თანაბრად განაწილებულა ტვირთის გავლენა .	253
§ 72. კედელზე აქტიური დაწოლის გრაფიკული გამოთვლა .	254
§ 73. აქტიური დაწოლის გრაფიკული ანგარიშის მეორე ხერხი	260
§ 74. დაწოლის განაწილება კედლის სიმაღლეზე. მთლიანი დაწოლის და დაწოლის ინტენ- სივობის ეპიურები	261
§ 75. თანაბრად განაწილებული ტვირთის გავლენა	263
§ 76. დაწოლის განსახლება ტეხალ კედელზე	264
§ 77. მიწის პასიური დაწოლის (მიწის წინააღმდეგობის) გამოთვლა .	265
§ 78. მაგალითები ფხვიერი ტანის დაწოლის გამოთვლაზე .	269
§ 79. საყრდენი კედლების ანგარიში .	271
§ 80. კედლის რაციონალურა ფორმა	278
§ 81. შეჭიდულობის ძალების გავლენა მიწის დაწოლის სიდიდეზე	280
§ 82. ფერდობების მდგრადობა	282
§ 93. მაგალითები საყრდენი კედლის ანგარიშზე გამოყენებული ლიტერატურა .	284 291

რედაქტორი **ო. ღ. ონიაშვილი**
გამომც. რედაქტორი **ა. ხოლოლაშვილი**
ტექნიკური რედაქტორი **ა. მეგრელაძე**
კორექტორი **მ. ასათიანი**

უე15401.

ტირაჟი 1000.

შეკვ. № 1232.

გადაეცა ასაწყობად 11/V-54 წ. ხელმოწერილია დასაბეჭდად 26/VIII-54 წ. ანაწყობის ზომა 7×11. ქალაქის ზომა 70×105. სასტამბო ფორმათა რაოდენობა 19,5. საავტორო ფორმათა რაოდენობა 17,76. საგ-საადრ. ფორმათა რაოდენობა 13,04.

ფასი 6 მან. 45 კაპ.

საქართველოს სსრ კულტურის სამინისტროს პოლიგრაფიულა მრეწველობის, გამოცემლობებისა და წიგნით ვაჭრობის საქმეთა მთავარ სამმართველოს სტამბა № 2, თბილისი, ფურცელაძის ქ. № 5

Типография № 2, Главного управления по делам полиграфической промышленности, издательства и книжной торговли Министерства культуры Грузинской ССР. Тбилиси, ул. Пурцеладзе № 5.