წ. ბეიტრიშვილი, ვ. ჯაჭღავა

მეთოდიკური რეკომენდაციები X–XI კლასებში

გეომეტრიის სწავლებისათვის

(ა.ვ. პოგორელოვის სახელმძღვანელოს "გეომეტრია 6–10"

მიხედვით)

თბილისი

1988

რედაქტორი – ლ. ჯანთაიშვილი

კორექტორი – თ. ცხეჯლიშვილი

ლიტერატურა

1. ა.ვ. პოგორელოვი, გეომეტრია 6–10, 1983 წ.
2. ჟურნალი "მატემატიკა ვ შკოლე", 1985 წ. №№3,4, 1986წ. №№3,4,5,6.
3. ნ.ი. ბაკურაძე, თ.ვ. ბენტრიშვილი, მეთოდური რეკომენდაციები VIII კლასის გეომეტრიის კურსის სწავლებისათვის, 198ა წ., თბილისი.

Методические рекомендации к преподаванию курса геометрии в X-XI классах по учебнику акад. Погорелова А.В. "Геометрия 6-10"

Составитель Бентришвили Т.В.

Джапшкава П.Б.

წ ი ნ ა ს ი ტ ყ ვ ა ო ბ ა

წინამდებარე რეკომენდაცია მიზნად ისახავს დახმარება გაუწიოს მასწავლებლებს, რომელიც X და XI კლასში ასწავლის გეომეტრიას ა.ვ.პოგორელოვის ახალი სახელმძღვანელოთი ("გეომეტრია 6-10"), რეკომენდაციების შედგენისას გამოყენებულია ჟურნალ "მათემატიკა სკოლაში" 1985 წ.(NN 3,4,5) და 1986 წ. (NN 3,4,5,6) ნომრებში გამოქვეყნებული X-XI კლასის გეომეტრიის კურსის სწავლებისათვის გათვალისწინებული პროგრამა, დამოუკიდებელი და საკონტროლო სამუშაოების ვარიანტები.

წინამდებარე რეკომენდაციებში მოცემულია:

მოთხოვნები მოსწავლეთა ცოდნისა და ჩვევებისადმი თითოეული პუნქტის მიხედვით;

ზოგიერთი მეთოდიკური რეკომენდაცია პროგრამით გათვალისწინებული თეორიული საკითხების შესწავლის შესახებ;

მასალის სავარაუდო განაწილება გაკვეთილებად (კლასში და სახლში დასამუშავებელი მასალის მითითებით);

ზოგიერთი დამოუკიდებელი სამუშაოს ტექსტები;

დავალებები ყველა საკონტროლო სამუშაოსათვის (თითოეული ორ ვარიანტად);

X-XI კლასში შესასწავლი მასალის სავარაუდო დაგეგმვა;

რეკომენდაციები ლექციური და სემინარული მეცადინეობების ორგანიზაციისათვის;

ზოგიერთი ამოცანის ამოხსნის ნიმუში.

მასწავლებელს უნდა ახსოვდეს, რომ სწავლების პროცესში მას საქმე აქვს სამ ნორმატულ დოკუმენტთან, რომელთა მოთხოვნები უთუოდ უნდა შესრულდეს. ეს დოკუმენტებია:

1) პროგრამა[1] 2) სახელმძღვანელო და 3) სსრ კავშირის პედაგოგიკის მეცნიერებათა აკადემიის სწავლების შინაარსისა და მეთოდების სამეცნიერო კვლევითი ინსტიტუტის მეთოდიკური წერილი, რომელიც რეკომენდებულია სსრ კავშირის განათლების სამინისტროს სკოლების მთავარი სამმართველოს მიერ (იხ. ჟურნალი "მატემატიკა ვ შკოლე", 1986 წ. N 3). მასწავლებელმა აუცილებლად უნდა იხელმძღვანელოს აგრეთვე წერილით "სწავლების სავალდებულო შედეგები", რომელიც გამოქვეყნებულია ჟურნალში "მატემატიკა ვ შკოლე" (1985 წ. N 4), რაც შეეხება წინამდებარე ან ამ სახის სხვა რეკომენდაციებს, ისინი სავარაუდოა, ე.ი. არ წარმოადგენს ნორმატულ დოკუმენტს და ამდენად, არ ზღუდავს მასწავლებლის შემოქმედებას.

მასწავლებლისაგან განსაკუთრებულ ძალისხმევას მოითხოვს პროგრამის პირველი და მეორე განყოფილების ("მოთხოვნები მოსწავლეთა მათემატიკური მომზადებისადმი", "სწავლების შინაარსი") ათვისება და სწორად გამოყენება სწავლების პროცესში, რამეთუ სწორად ეს განყოფილებები განსაზღვრავენ მოსწავლეთა მომზადების სავალდებულო დონეებს, რომლებიც სწავლების ამა

---

1. 1986/87 სასწავლო წლისათვის სასწავლო მასალის თემატურ დაგეგმვას მათემატიკაში საქართველოს სსრ განათლების სამინისტრო აქვეყნებს ცალკე ბროშურად.

თუ იმ საფეხურზე აუცილებლად უნდა იქნეს მიღწეული. გარდა ამისა, რომ პროგრამის ამ ორი განყოფილების მოთხოვნები მასწავლებლის მუშაობის მთავარი ორიენტირია, იგი დაეხმარება მას მოსწავლეთა დატვირთვის ნორმალიზაციაში.

X–XI კლასში განსაკუთრებული ყურადღება უნდა დაეთმოს მოსწავლეებში სივრცითი აზროვნების ჩამოყალიბებას, ლოგიკური მსჯელობის, დამტკიცებათა დასაბუთების ჩვევების გამომუშავებას, მიღებული ცოდნის პრაქტიკაში გამოყენების უნარის განვითარებას.

საჭიროა ვითვალისწინებდეთ, რომ მათემატიკა, განსაკუთრებით გეომეტრიის სასკოლო კურსი გამოირჩევა ერთი ძალზე მნიშვნელოვანი თავისებურებით: მასში, როგორც არცერთ სხვა საგანში, მასალა ისეა განლაგებული, რომ ცალკეულ თემებს შორის მეტად მჭიდრო, ჯაჭვისებური, შინაგანი ურთიერთკავშირი არსებობს, ამიტომ რა წამს მოსწავლე (რაიმე მიზეზით) გამოტოვებს ამ ჯაჭვის ერთ რგოლს, მისთვის გაუგებარი ხდება მთელი მომდევნო მასალა. ეს რომ არ მოხდეს, ამიტომ საჭიროა საყრდენი ცოდნის ხშირი და მიზანმიმართული აქტუალიზაცია. ამის ბუნებრივი პირობები კი იქნება თეორემების დამტკიცების, განსაკუთრებით ამოცანების ამოხსნის პროცესში. თეორემის დამტკიცების თუ ამოცანის ამოხსნის გეგმის განხორციელებისას მოსწავლე ანგარიშს უნდა აბარებდეს თავის თავს (ეს უნდა ვასწავლოთ მას!) რომელი აქსიომები, თეორემები და განსაზღვრებანი იყო გამოყენებული დამტკიცებისას (ამოხსნისას), სად (რომელ ადგილზე) იყო გამოყენებული თეორემის (ამოცანის) მოცემული პირობები, რომელ ადგილზე იქნა გამოყენებული ანალოგია და ა.შ.

მართალია, გეომეტრიის ახალი სასკოლო კურსი დედუქციურია და სიმკაცრის მაღალი დონით ხასიათდება, მაგრამ ლოგიკური

მსჯელობანი არ უნდა "ფარავდნენ" შესასწავლი საკითხის კონკრეტულ არსს, ამისათვის კვლავაც ფართოდ უნდა გამოვიყენოთ თვალსაჩინოების ისეთი საშუალებები, როგორიცაა: მოდელები, ტაბულები, საეკრანო საშუალებანი.

გაკვეთილის ძირითადი დრო უნდა მოხმარდეს იმას, რომ მოსწავლეებმა ისწავლონ ანალიზი, ლოგიკური მსჯელობა, მტკიცებათა არგუმენტირება. ეს მიიღწევა არა მარტო თეორიულ მასალაზე მუშაობით, არამედ ამოცანების ამოხსნის გზით. რეკომენდებულია, რომ ამოხსნილ იქნას სახელმძღვანელოში მოცემული თითქმის ყველა ამოცანა, ამასთან მათი ნახევარი - კლასში. წინამდებარე მეთოდიკურ რეკომენდაციებში მოცემულია ამ ამოცანების სავარაუდო განაწილება გაკვეთილების მიხედვით. ამოცანები უნდა იხსნებოდეს ყოველ გაკვეთილზე; მათი ერთი ნაწილი ამოიხსნება ზეპირად, მეორე ნაწილს მოსწავლეები მოსინჯავენ შავ ფურცელზე, დასახავენ ამოხსნის გეგმას და შემდეგ ამოხსნა ჩატარდება კოლექტიურად, ამოცანების ამოხსნის მესამე ნაწილი კი ჩაიწერება როგორც დაფაზე, ასევე რვეულებში. გაკვეთილზე ერთი ამოცანა მაინც უნდა ამოიხსნას წერილობით - ახსნა-განმარტებით. როგორც წესი, კლასში იხსნიან უფრო რთულ ამოცანებს, საშინაო დავალებად კი ეძლევათ შედარებით ადვილი, რომელთა ამოხსნა კლასში გარჩეულ ამოცანების ელემენტებს შეიცავს. განსაკუთრებული ყურადღება უნდა მიექცეს იმას, რომ მოსწავლეებმა ისწავლონ ამოცანის ანალიზი, მისი ამოხსნის გეგმის შედგენა.

მოსწავლეთა ცოდნის, უნარგაწაფულობისა და ჩვევებისადმი კონტროლი ხორციელდება სახელმძღვანელოს ყოველი პარაგრაფის ბოლოს მოცემული კითხვათა სისტემის მეშვეობით. ამ კითხვებით

განსაზღვრულია: რა უნდა ისწავლოს მოსწავლემ ზეპირად, რის დამტკიცება უნდა შეეძლოს, რა უნდა განმარტოს უშუალოდ ტა-ვალითებსა და სურათებზე.

მოსწავლეთა ცოდნისა და უნარგაწაფულობის შემოწმების ორგანიზაციისათვის წინამდებარე რეკომენდაციებში მოცემულია შემაჯამებელი საკონტროლო სამუშაოები. მაგრამ, გასაგები მი-ზეზის გამო, სასურველი არ არის მოსწავლეებს უცვლელად მიე-ცეთ აღნიშნული საკონტროლო სამუშაოები; ისინი მასწავლებელ-მა უნდა გამოიყენოს შემოქმედებითად – ძირითადად საკონტროლო სამუშაოების თემატიკის, მოცულობის თუ სიძნელის დონის გან-საზღვრისათვის და საჭირო კორექტივები შეიტანოს ამ რეკომენ-დაციებში წარმოდგენილ საკონტროლო სამუშაოთა ვარიანტებში მისი კლასის პირობების გათვალისწინებით.

ს ტ ე რ ე ო მ ე ტ რ ი ა

(X კლ. 2 სთ.კვირაში,
სულ 68 სთ)

§ 14 სტერეომეტრიის აქსიომები (6 სთ)

შესავალი (2 სთ)

მე-14 პარაგრაფის შესავალი ნაწილის შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა

იცოდნენ: რას შეისწავლის სტერეომეტრია; სივრცის ძირითადი ფიგურების: წერტილის, წრფის და სიბრტყის დასახელება; C_1, C_2 და C_3 აქსიომების ჩამოყალიბება. გაიხსენონ I_1 და I_2 აქსიომები მე-6 კლასიდან.

შეეძლოთ: აქსიომების გამოყენება შესაბამისი სავარჯიშოების ამოხსნის პროცესში.

გაკვეთილი № 1

კლასში: ავხსნით, რა არის სტერეომეტრია, რას შეისწავლის იგი; C_1, C_2 და C_3 აქსიომებიდან თითოეული ავხსნათ მოსწავლეებისათვის მისაწვდომ დონეზე (ნახაზით, მუყაოს ან ფანერის ნაჭრებისა და ფოლადის წრფივი ღეროების გამოყენებით). გავახსენოთ კლასს მე-6 კლასში შესწავლილი I_1 და I_2 აქსიომები. ამოვხსნათ ამოცანა № 1.

სახლში: კითხვები 1, 2; ამოცანა № 2.

გაკვეთილი № 2

კლასში: ამოცანა № 3; დამოუკიდებელი სამუშაო № 1.

სახლში: დამატებითი ამოცანები №№ 1,2. ამოცანა № 4.

დამატებითი ამოცანები (№ 2 გაკვეთილისათვის)

1. a წრფე ძევს α სიბრტყეში. β სიბრტყე α სიბრტყეს კვეთს b წრფეზე. ცნობილია, რომ a წრფე β სიბრტყეს კვეთს B წერტილში. მდებარეობს თუ არა B წერტილი b წრფეზე? პასუხი ახსენით.

2. A და B წერტილები და CD წრფე ერთ სიბრტყეში არ მდებარეობს. როგორი ურთიერთმდებარეობა აქვს CD და AB წრფეებს? (კვეთს თუ არა ისინი ერთმანეთს?).

დამოუკიდებელი სამუშაო

I ვარიანტი

1. შეიძლება თუ არა ორ სხვადასხვა სიბრტყეს ჰქონდეს სამი ისეთი საერთო წერტილი, რომლებიც ერთ წრფეზე არ მდებარეობს? პასუხი ახსენით.

2. ერთ სიბრტყეში არამდებარე სამი $a, b,$ და c წრფე ერთსა და იმავე წერტილზე გადის. წყვილ-წყვილად აღებულ ამ წრფეებზე რამდენი სხვადასხვა სიბრტყის გავლება შეიძლება ? პასუხი ახსენით.

II ვარიანტი

1. α და β სიბრტყეები იკვეთება a წრფეზე. სიბრტყეში მდებარე b წრფე α სიბრტყეს A წერტილში კვეთს.

A წერტილი მდებარეობს. თუ არა a წრფეზე? პასუხი ახსენით.

2. AB წრფე და C და D წერტილები ერთ სიბრტყეში არ მდებარეობს; დაამტკიცეთ, რომ AB წრფე არ კვეთს CD წრფეს.

სტერეომეტრიის აქსიომების ზოგიერთი შედეგი (4 სთ)

ამ პუნქტის შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა იცოდნენ: პუნქტში მოყვანილი თეორემების ფორმულირებანი.

შეეძლოთ: სახელმძღვანელოში მოცემული შესაბამისი სავარჯიშოების ამოხსნა; 14.2 და 14.3 თეორემების დამტკიცება.

გაკვეთილი N 3

კლასში: დავამტკიცოთ 14.1 თეორემა; ამოვხსნათ ამოცანა N 5, დამატებით ამოცანა N 1.

სახლში: კითხვა N 3; ამოცანა N 6; დამატებითი ამოცანა N 2.

გაკვეთილი N 4

კლასში: დავამტკიცოთ 14.2 და 14.3 თეორემა. ამოვხსნათ ამოცანა N 7.

სახლში: კითხვები N 4 და 5. ამოცანები N 8 და 9.

გაკვეთილი № 5

კლასში: ამოვხსნათ ამოცანები № 11,12;

დამოუკიდებელი სამუშაო № 2

სახლში: ამოცანა № 13; მოსწავლეებს, რომლებმაც კლასში შეასრულეს დამოუკიდებელი სამუშაოს I ვარიანტი, დავალებად მივცემთ II ვარიანტის ამოცანებს და პირიქით.

გაკვეთილი № 6

კლასში: გავახსენებთ პარალელური წრფეების განსაზღვრებას, პარალელობის აქსიომას, ორი წრფის პარალელობის ნიშნებსა და პარალელურ წრფეთა თვისებებს.

ჩავატარებთ № 1 საკონტროლო წერას (20 წთ).

სახლში: კითხვები 35, 36 (§ 1), 1,4 (§ 4).

დამატებითი ამოცანები (№ 3,4 გაკვეთილებისათვის)

1. მოცემულია ხუთი წერტილი, რომელიც ერთ სიბრტყეში არ მდებარეობს. შეიძლება თუ არა, რომ მათგან რომელიმე ოთხი წერტილი ერთ წრფეზე მდებარეობდეს? პასუხი ახსენით.

2. დაამტკიცეთ, რომ ნებისმიერ ორ წერტილზე შეგვიძლია სიბრტყის გავლება.

დამოუკიდებელი სამუშაო № 2

I ვარიანტი

1. a წრფე მდებარეობს α სიბრტყეში. დაამტკიცეთ, რომ a წრფეზე შეგვიძლია α-გან განსხვავებული β სიბრტყის გავლება.

2. a, b და c წრფეები O წერტილზე გადის. d წრფე O წერტილზე არ გადის და კვეთს a, b და c წრფეებიდან თითოეულს. დაამტკიცეთ, რომ ოთხივე წრფე ერთ სიბრტყეში მდებარეობს.

II ვარიანტი

1. a წრფე α სიბრტყეში მდებარეობს. დაამტკიცეთ, რომ α სიბრტყეში არსებობს ისეთი წერტილები, რომლებიც a წრფეზე არ მდებარეობს.

2. მოცემულია სიბრტყე და AB, BC და AC წრფეები, რომლებიც ამ სიბრტყეს კვეთენ შესაბამისად A, B და C წერტილებში. დაამტკიცეთ, რომ A, B და C ერთ წრფეს ეკუთვნის.

საკონტროლო წერა N 1 (20 წუთიანი)

I ვარიანტი

1. მოცემულია ორი ურთიერთგადამკვეთი წრფე. შემ-მარიყია თუ არა ღობულობა, რომ მოცემული წრფეების გადამკვეთი ყველა წრფე ერთ სიბრტყეში მდებარეობს? პასუხი დაასაბუთეთ.

2. დაამტკიცეთ, რომ თუ $ABCD$ ოთხკუთხედის AC და BD დიაგონალები გადაიკვეთებიან, მაშინ A, B, C და D წვეროები ერთ სიბრტყეში მდებარეობს. გამოთვალეთ ამ ოთხკუთხედის ფართობი, თუ $AC \perp BD$ $AC=6$ სმ, $BD=8$ სმ.

II ვარიანტი

1. მოცემული ოთხი წერტილიდან სამი ერთ წრფეზე მდებარეობს, მდებარეობს თუ არა ოთხივე წერტილი ერთ სიბრტყეში? პასუხი დაასაბუთეთ.

2. მოცემულია α სიბრტყე და $ABCD$ მართკუთხედი, O – არის AC და BD დიაგონალების გადაკვეთის წერტილი. ცნობილია, რომ O, A და B წერტილები α სიბრტყეში ძევს. დაამტკიცეთ, რომ მართკუთხედის ყველა წვერო α -ში ძევს. გამოთვალეთ მართკუთხედის ფართობი, თუ $AC=10$ სმ, $AD=6$ სმ.

§ 15. წრფეებისა და სიბრტყეების პარალელობა სივრცეში (17 სთ).

პარალელური წრფეები სივრცეში (4 სთ).

ამ პუნქტის შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა იცოდნენ: პარალელური და აცდენილი წრფეების განსაზღვრებანი და პარალელობის აქსიომის შესაბამისი N 15.1 თეორემის დამტკიცება; აგრეთვე დამტკიცება 15.2 თეორემისა.

შენიშვნა: განსაზღვრებებისა და თეორემების გამოყენებით სახელმძღვანელოში მოცემული შესაბამისი სავარჯიშოების ამოხსნა.

გაკვეთილი N 7

კლასში: პარალელური და აცდენილი წრფეების განსაზღვრების შემოტანა, N 15.1 თეორემის დამტკიცება, ამოხსნა

№ 2,3 ამოცანებისა (ანალოგი წინა პარაგრაფის № 6 სავარჯიშოსთან).

სახლში: კითხვები № 1–3; ამოცანა № 4 (2;4), № 5 (№4-ამოცანის პირობებით).

გაკვეთილი № 8

კლასში: № 15.2 თეორემის დამტკიცება; № 10, №6 (I) ამოცანების ამოხსნა.

სახლში: კითხვა № 4; ამოცანები № 6 (2) და № 8.

გაკვეთილი № 9

კლასში: ამოვხსნათ ამოცანები: № 7 (3), № 9, № 11.

სახლში: ამოცანები: № 7 (2), 6 (3;4).

გაკვეთილი № 10

კლასში: № 1,2 დამატებითი ამოცანების ამოხსნა; დამოუკიდებელი სამუშაო № 3.

სახლში: დამოუკიდებელი სამუშაოს I და II ვარიანტები.

დამატებითი ამოცანები (№ 10 გაკვეთილისათვის)

1. მოცემულია α სიბრტყე და მისი არაგადამკვეთი AB მონაკვეთი. AB მონაკვეთის ბოლოებსა და მის C-შუაწერტილზე გავლებულია პარალელური წრფეები, რომლებიც α სიბრტყეს შესაბამისად კვეთს A, B და C წერტილებში. იპოვეთ CC_1 მონაკვეთის სიგრძე, თუ $AA_1 = 3$ სმ, $BB_1=4$ სმ.

2. BD მონაკვეთის B ბოლო მდებარეობს β სიბრტყეში. C წერტილი ამ მონაკვეთს ყოფს შეფარდებით: $BC:CD=3:7$.

C და D წერტილებზე გავლებულია პარალელური წრფეები, რომლებიც β სიბრტყეს C_1 და D_1 წერტილებში კვეთს. იპოვეთ DD_1 მონაკვეთის სიგრძე, თუ $CC_1 = 2,1$ დმ.

დამოუკიდებელი სამუშაო № 3

I ვარიანტი

1. მოცემულია α სიბრტყე და AD მონაკვეთი, რომელიც არ კვეთს α სიბრტყეს. ამ მონაკვეთის ბოლოებსა და მის N შუა წერტილზე გავლებულია პარალელური წრფეები, რომლებიც α სიბრტყეს კვეთს შესაბამისად A, D და N წერტილებში. იპოვეთ AA_1 მონაკვეთის სიგრძე, თუ $DD_1 = 2p$ $NN_1 = p + 3$.

2. β სიბრტყე გადის EF მონაკვეთის E ბოლოზე, F წერტილზე და EF მონაკვეთის L წერტილზე გავლებულია პარალელური წრფეები, რომლებიც β სიბრტყეს კვეთს შესაბამისად F_1 და L_1 წერტილებში, იპოვეთ LL_1 მონაკვეთის სიგრძე, თუ $EL = 24$ სმ, $EF : FF_1 = 8:5$.

II ვარიანტი

1. მოცემულია $PQRS$ პარალელოგრამი და მისი არა გადამკვეთი სიბრტყე. პარალელოგრამის წვეროებზე გავლებულია პარალელური წრფეები, რომლებიც მოცემულ სიბრტყეს კვეთს შესაბამისად P_1, Q_1, R_1 და S_1 წერტილებში. დაამტკიცეთ, რომ $PP_1 - QQ_1 + RR_1 - SS_1 = 0$

2. მოცემულია AB მონაკვეთი და მის შუა წერტილზე გამავალი α სიბრტყე. M წერტილი AB-ს ყოფს შეფარდებით $2:5$ (A წერტილის მხრიდან). A, B და M წერტილებზე გავლებულია პარალელური წრფეები, რომლებიც

თ სიბრტყეს კვეთს შესაბამისად A_1, B_1 და M_1 წერტილებში. იპოვეთ MM_1 მონაკვეთის სიგრძე, თუ $BB_1 = 14$ მ.

წრფისა და სიბრტყის პარალელობა (4 სთ)

ამ პუნქტის შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა იცოდნენ: წრფისა და სიბრტყის პარალელობის განსაზღვრება და N 15.3 თეორემის დამტკიცება.

შენიშვნა: პარაგრაფის ბოლოში მოცემული ამ პუნქტის შესაბამისი სავარჯიშოების ამოხსნა.

გაკვეთილი N 11

კლასში: დავამტკიცოთ წრფისა და სიბრტყის პარალელობის ნიშანი (თეორემა 15.3), ამოვხსნათ ამოცანები: N 16, N 14.

სახლში: კითხვები N 5, N 6, ამოცანები N 13, 15.

გაკვეთილი N 12

კლასში: ამოვხსნათ ამოცანები: N 12 (1;4), 17.

სახლში: ამოცანა N 12 (2,3) და დამატებითი ამოცანა N1.

გაკვეთილი N 13

კლასში: ამოვხსნათ დამატებითი ამოცანები N 2 და 3; ჩავატაროთ N 4 დამოუკიდებელი სამუშაო.

სახლში: დამოუკიდებელი სამუშაოს I და II ვარიანტები; დამატებითი ამოცანა N 4.

გაკვეთილი № 14

კლასში: დამატებითი ამოცანები: № 5,6,7.

სახლში: დამატებითი ამოცანები № 8 და 9.

დამატებითი ამოცანები (№12-14 გაკვეთილებისათვის)

1. მოცემულია $\triangle ABC$. BC წრფის პარალელური სიბრტყე AB გვერდს კვეთს B_1 წერტილში, ხოლო AC-ს — C_1-ში, გამოთვალეთ B_1C_1 მონაკვეთის სიგრძე, თუ $AB_1 = 8$ სმ, $BB_1 = 4$ სმ, $BC = 9$ სმ.

2. ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძეზე გავლებულია α სიბრტყე. დაამტკიცეთ, რომ ფერდების შუაწერტილებზე გამავალი წრფე α სიბრტყის პარალელურია.

3. ABC სამკუთხედის AC გვერდის პარალელური სიბრტყე AB და BC გვერდებს კვეთს შესაბამისად A_1 და C_1 წერტილებში. ცნობილია, რომ $AC = 6$ სმ, $A_1C_1 = 2$ სმ, $AA_1 = 5$ სმ, $CC_1 = 7$ სმ. იპოვეთ AB და BC გვერდები.

4. ორი სიბრტყიდან, რომელთა გადაკვეთის წრფეა a, თითოეული b წრფის პარალელურია. დაამტკიცეთ, რომ $a \parallel b$.

5. მოცემულია $a \parallel b$, $a \parallel c$, $d \parallel b$, დაამტკიცეთ, რომ $c \parallel d$.

6. $ABCD$ და A_1B_1CD პარალელოგრამები სხვადასხვა სიბრტყეში მდებარეობს. დაამტკიცეთ, რომ $A_1A = B_1B$

7. ცნობილია, რომ α სიბრტყე პარალელურია ორი პარალელური წრფიდან ერთ-ერთისა, დაამტკიცეთ, რომ მეორე

წრფეც α სიბრტყის პარალელურია.

8. $ABCD$ ტრაპეციის AD-ფუძე α სიბრტყეში მდებარეობს, ხოლო BC ფუძე არ ძევს α-ში. დაამტკიცეთ, რომ BC წრფე α სიბრტყის პარალელურია.

9. α სიბრტყე $ABCD$ ტრაპეციას კვეთს M და N წერტილებში, სადაც M და N შესაბამისად AB და CD ფერდების წერტილებია, ხოლო BC ფუძე α სიბრტყის პარალელურია. $AN:NB = 1:2$, $BC = 6$ სმ, $AD = 9$ სმ, გამოთვალეთ MN მონაკვეთის სიგრძე.

დამოუკიდებელი სამუშაო № 4

I ვარიანტი

1. ABC სამკუთხედის AB გვერდის პარალელური სიბრტყე AC და BC გვერდებს კვეთს შესაბამისად A_1 და B_1 წერტილებში. ცნობილია, რომ $A_1B_1 = 6$ მ, $AA_1 = 4$ მ, $AC = 16$ მ, $BB_1 = 2,5$ მ. გამოთვალეთ AB და BC.

2. a და b წრფეები ერთ სიბრტყეში არ მდებარეობს. a წრფეზე გავლებულია ორი α და β სიბრტყე. დაამტკიცეთ, რომ ამ სიბრტყეებიდან ერთ-ერთი არ არის b წრფის პარალელური.

II ვარიანტი

1. სამკუთხედის ერთი გვერდის პარალელური სიბრტყე ამ სამკუთხედის მეორე გვერდს გადაკვეთს წერტილში, რომელიც ამ

გვერდს $m:n$ შეფარდებით ყოფს. რა შეფარდებით ყოფს მიღებული სიბრტყე მესამე გვერდს? პასუხი დაასაბუთეთ.

2. მოცემულია α და β აცდენილი წრფეები. დაამტკიცეთ, რომ β წრფეზე შეგვიძლია გავავლოთ α წრფის პარალელური სიბრტყე და მხოლოდ ერთი.

გაკვეთილი № 15

საკონტროლო სამუშაო № 2

I ვარიანტი

1. მოცემულია სივრცითი $ABCD$ ოთხკუთხედი, რომელშიც AC და BD დიაგონალები ტოლია. დაამტკიცეთ, რომ ამ ოთხკუთხედის გვერდების შუაწერტილები რომბის წვეროებს წარმოადგენენ.

2. ABC სამკუთხედის AC გვერდის პარალელური სიბრტყე AB გვერდს კვეთს A_1 წერტილში, ხოლო BC-ს — C_1-ში. იპოვეთ A_1C_1 მონაკვეთის სიგრძე, თუ $AB:AA_1 = 10:3$, $AC = 15$ სმ.

II ვარიანტი

1. მოცემულია სივრცითი ოთხკუთხედი $ABCD$; K და E - შესაბამისად AD და CD გვერდების შუაწერტილებია, $M \in AB$ $BM:MA=1:2$, $N \in BC$, $BN:NC=1:2$. დაამტკიცეთ, რომ $KMNE$ ტრაპეციაა.

2. ABC სამკუთხედის BC გვერდის პარალელური სიბრტყე AB და AC გვერდებს კვეთს შესაბამისად B_1 და

C_1 წერტილებში; გამოთვალეთ B_1C_1 მონაკვეთის სიგრძე, თუ $CC_1 : C_1A = 3:5$, $BC = 16$ სმ.

სიბრტყეთა პარალელობა (3 სთ)

ამ პუნქტის შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა იცოდნენ: პარალელური სიბრტყეების განსაზღვრება, 15.4, 15,5, 15,6 და 15,7 თეორემების ფორმულირება;

შეეძლოთ: ორი სიბრტყის პარალელობის ნიშნის (15.4 თეორემა), სიბრტყის გარეთ მდებარე წერტილზე მოცემული სიბრტყისადმი პარალელურად გავლებული სიბრტყის არსებობისა და ერთადერთობის თეორემის (15.5 თეორემა) და პარალელურ სიბრტყეთა თვისებების გამოყენება ამოცანების ამოხსნისას.

გაკვეთილი N 16

კლასში: ჩამოვაყალიბოთ პარალელური სიბრტყეების განსაზღვრება, დავამტკიცოთ 15.4 და 15.5 თეორემები. ამოვხსნათ N 19 და N 23 ამოცანები.

სახლში: კითხვები N 7-8. თეორემა 15.5 (ფორმულირება). ამოცანები N 18,20.

გაკვეთილი N 17

კლასში: დავამტკიცოთ N 15.6 და 15.7 თეორემები. ამოვხსნათ N 33 და 29 ამოცანები.

სახლში: კითხვები N 10 და 11; ამოცანები N 22, 24,25.

გაკვეთილი N 18

კლასში: ამოვხსნათ N 26,27,34 ამოცანები. ჩავატაროთ

დამოუკიდებელი სამუშაო № 5.

სახლში: ამოცანები № 28, 30, 35.

დამოუკიდებელი სამუშაო № 5

I ვარიანტი

1. AB და AC წრფეები პარალელურია α სიბრტყისა. დაამტკიცეთ, რომ BC წრფეც α სიბრტყის პარალელურია.

2: M წერტილზე გავლებულია α და β პარალელური სიბრტყეების გადამკვეთი ორი წრფე, რომლებიც α და β სიბრტყეებს კვეთს შესაბამისად A_1, B_1 და $A_2 B_2$ წერტილებში. $MA_1 : A_1B_1 = 2:3$. იპოვეთ A_1A_2 მონაკვეთის სიგრძე, თუ $B_1B_2 =$ 15 სმ.

II ვარიანტი

1. მოცემულია α სიბრტყე და A წერტილი, რომელიც α-ს არ ეკუთვნის. A წერტილზე გავლებულია β სიბრტყე და b წრფე, $\beta \parallel \alpha$; $b \parallel \alpha$. დაამტკიცეთ, რომ b მდებარეობს β სიბრტყეში.

2. P წერტილზე გავლებულია ორი წრფე, რომლებიც α და β პარალელურ სიბრტყეებს კვეთს შესაბამისად A_1, B_1 და A_2, B_2 წერტილებში. $A_2P : PB_2 = 7:2$. გამოთვალეთ A_1P და A_2P თუ $A_1B =$ 27 დმ და $A_2B_2 =$ 36 დმ.

სივრცული ფიგურის გამოსახვა სიბრტყეზე
(3 სთ)

ამ პუნქტის შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა იცოდნენ: ფიგურის პარალელური დაგეგმილების ძირითადი თვი-

სება: 1) ფიგურის პარალელური მონაკვეთები ნახაზის სიბრტყეზე პარალელური მონაკვეთებით გამოისახება; 2) ერთი წრფის ან ურთიერთპარალელური წრფეების მონაკვეთების შეფარდება პარალელური დაგეგმილებისას არ იცვლება.

შეძლოთ: ფიგურის პარალელური დაგეგმილება სიბრტყეზე; ზემოაღნიშნული დებულებების დამტკიცება და მათი გამოყენება შესაბამისი სავარჯიშოების ამოხსნისას.

გაკვეთილი № 19

კლასში: მოსწავლეებს ვუხსნით პარალელური დაგეგმილების ხერხს, ვამტკიცებთ პარალელური დაგეგმილების თვისებებს და ამოვხსნით № 39 ამოცანას.

სახლში: ამოცანები № 40 და 41; კითხვა № 12.

გაკვეთილი № 20

კლასში: ამოვხსნათ ამოცანები № 42, № 44 და დამატებითი ამოცანა № 1.

სახლში: ამოცანა № 43 და დამატებითი ამოცანა № 2.

გაკვეთილი № 21

კლასში: დამატებითი ამოცანა № 3. ჩავატაროთ დამოუკიდებელი სამუშაო № 6.

სახლში: დამოუკიდებელი სამუშაოს ვარიანტები.

დამატებითი ამოცანები (№ 19–21) გაკვეთილებისათვის)

1. ააგეთ რაიმე $\Delta A_1B_1C_1$. ჩათვალეთ, რომ ეს სამკუთხედი ნებისმიერი ΔABC -ის პარალელური პროექციაა და

ააგეთ შემდეგი პროექციები:

ა) AC გვერდის შუამართობელი წრფისა;

ბ) BC გვერდზე დაშვებული AD სიმაღლისა;

გ) $\triangle ABC$ -ში ჩახაზული წრის ცენტრისა.

2. ააგეთ რაიმე $A_1B_1C_1D_1$ პარალელოგრამი, ჩათვალეთ, რომ ეს პარალელოგრამი $ABCD$ კვადრატის პროექციაა და ააგეთ შემდეგი პროექციები:

ა) ამ კვადრატზე შემოხაზული წრეწირის ცენტრისა;

ბ) O ცენტრიდან AB გვერდისადმი გავლებული პერპენდიკულარისა;

გ) წრფისა, რომელიც AB გვერდს კვეთს M წერტილში 45°-იანი კუთხით და ამასთან $AM:MB=1:3$.

3. ავაგოთ რაიმე $\triangle A_1B_1C_1$ და ჩავთვალოთ იგი ისეთი $\triangle ABC$-ის გამოსახულებად (პროექციად), რომლის გვერდები AB, BC და AC შესაბამისად 4, 5 და 6 რიცხვების პროპორციულია. ააგეთ:

ა) A და B კუთხეთა ბისექტრისების გამოსახულებანი.

ბ) $\triangle ABC$ -ში ჩახაზული წრის ცენტრის გამოსახულება;

გ) B წვეროდან გავლებული BD სიმაღლის გამოსახულება.

დამოუკიდებელი სამუშაო № 6

I ვარიანტი

ააგეთ რაიმე $A_1B_1C_1D_1$ პარალელოგრამი, ჩათვალეთ, რომ იგი წარმოადგენს $ABCD$ მართკუთხედის პარალელურ გეგმილს და ააგეთ გეგმილები:

ა) ამ მართკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის ცენტრისა;

ბ) AB და BC გვერდების შუა წერტილებისა;

გ) AC დიაგონალის პარალელური წრფისა, რომელიც AB გვერდს კვეთს K წერტილში, სადაც $AK:KB = 3:1$.

II ვარიანტი

აღნიშნეთ სამი A_1, B_1 და C_1 წერტილი, რომლებიც ერთ წრფეზე არ მდებარეობს. ჩათვალეთ, რომ ეს წერტილები არიან წესიერი $ABCDEF$ ექვსკუთხედის A, B და C წვეროების პარალელური გეგმილები და ააგეთ გეგმილები:

ა) ამ ექვსკუთხედისა;

ბ) ექვსკუთხედზე შემოხაზული წრის ცენტრისა;

გ) ამ ექვსკუთხედისა და მასში ჩახაზული წრეწირის შეხების წერტილებისა.

გაკვეთილი N 22

საკონტროლო სამუშაო N 3

I ვარიანტი

1. პარალელური α და β სიბრტყეებს შორის მდებარე O წერტილზე გავლებულია l და m წრფეები. l წრფე α და β სიბრტყეებს კვეთს შესაბამისად A_1 და A_2 წერტილებში, m წრფე – B_1 და B_2 წერტილებში, იპოვეთ A_2B_2 მონაკვეთის სიგრძე, თუ $A_1B_1 = 9$ სმ, $B_1B_2 : B_1O = 7:3$.

2. ააგეთ რაიმე $\triangle A_1B_1C_1$ და ჩათვალეთ იგი რომელიმე ტოლგვერდა $\triangle ABC$-ს პარალელურ გეგმილად. ააგეთ პარალელური გეგმილები:

ა) B წვეროდან გავლებული სამკუთხედის სიმაღლისა;

ბ) A კუთხის ბისექტრისისა.

3. a და b წრფეები მდებარეობენ შესაბამისად α და β პარალელურ სიბრტყეებში. შეიძლება თუ არა, რომ ეს წრფეები იყოს: ა) პარალელური; ბ) აცდენილი წრფეები? ააგეთ ნახაზი.

II ვარიანტი

1. O წერტილზე, რომელიც არ მდებარეობს α და β პარალელურ სიბრტყეებს შორის, გავლებულია l და m წრფეები. l წრფე α და β სიბრტყეებს კვეთს შესაბამისად A_1 და A_2 წერტილებში, m წრფე კი – B_1 და B_2 წერტილებში. გაიგეთ A_1B_1 მონაკვეთის სიგრძე თუ $OB_1:B_1B_2 = 3:5$, $A_2B_2=16$ სმ.

2. ააგეთ რაიმე $A_1B_1C_1D_1$ პარალელოგრამი და ჩათვალეთ იგი რომელიმე $ABCD$ კვადრატის პარალელურ გეგმილად. ააგეთ გეგმილები: ა) ამ კვადრატში ჩახაზული წრეწირის ცენტრისა; ბ) კვადრატის D წერტილზე გამავალი იმ წრფისა, რომელიც კვადრატის დიაგონალის პარალელურია.

3. a და b წრფეები შესაბამისად მდებარეობენ α და β სიბრტყეებში, რომლებიც იკვეთებიან. შეიძლება თუ არა, რომ ეს წრფეები იყოს ა) პარალელური; ბ) აცდენილი? შეასრულეთ ნახაზი.

გაკვეთილი № 23 (განმაზოგადებელი)

კლასში: მასწავლებელი კითხვების საშუალებით ახდენს პარაგრაფში შესწავლილი ძირითადი თეორიული მასალის: (განსაზღ-

ფიგურები და თეორემები) აქტუალიზაციას. აანალიზებს თემისადმი მიძღვნილი N 2 და N3 საკონტროლო სამუშაოების შესრულების დროს მოსწავლეთა მიერ დაშვებულ შეცდომებს, იხსნება N 1 და N 2 დამატებითი ამოცანები.

<u>სახლში:</u> დამატებითი ამოცანები N 3 და 4.

<u>დამატებითი ამოცანები</u> N 20 გაკვეთილისათვის

1. AB მონაკვეთის ბოლოებსა და მის შუა O წერტილზე გავლებულია ერთმანეთის პარალელური წრფეები, რომლებიც α სიბრტყეს კვეთენ შესაბამისად A_1, B_1 და O_1 წერტილებში. ცნობილია, რომ $AA_1 = 5$ სმ, $OO_1 = 4$ სმ. გაიგეთ BB_1 მონაკვეთის სიგრძე თუ AB მონაკვეთი არ კვეთს α სიბრტყეს.

2. მოცემულია ორი პარალელური სიბრტყე. a წრფე ამ სიბრტყეებს კვეთს შესაბამისად A_1 და A_2 წერტილებში, ხოლო მისი პარალელური b წრფე – B_1 და B_2 წერტილებში. იპოვეთ B_1B_2 მონაკვეთის სიგრძე, თუ $A_1A_2 = 3,5$ მ. პასუხი დაასაბუთეთ.

3. მოცემულია ΔABC BC წრფის პარალელური სიბრტყე AB გვერდს კვეთს P წერტილში, ხოლო AC-ს – Q წერტილში. $AP:BP = 3:5$. იპოვეთ PQ მონაკვეთის სიგრძე, თუ $BC = 12$ დმ.

4. მოცემულია ორი პარალელური სიბრტყე. ერთ-ერთ სიბრტყეზე მდებარე M და N წერტილებში გავლებულია პარალელური წრფეები, რომლებიც მეორე სიბრტყეს კვეთენ შესაბამისად M_1 და N_1 წერტილებში. რას უდრის M_1N_1 მონაკვეთი, თუ MN 8,8 სმ? პასუხი ახსენით.

§ 16. წრფეებისა და სიბრტყეების მართობულობა (20 სთ)

წრფეთა მართობულობა (2 სთ).

ამ პუნქტის შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა იცოდნენ: ურთიერთმართობული წრფეების განსაზღვრება და თეორემა 16.1-ის ფორმულირება;

მეთოდიკა: თეორემა 16.1-ის დამტკიცება და პუნქტის შესაბამისი საკითხების ახსნა სახელმძღვანელოდან.

გაკვეთილი N 24

კლასში: დავამტკიცოთ თეორემა 16.1; ავხსნათ ამოცანა N 1.

სახლში: კითხვები N 1 და 2; ამოცანა N 2.

გაკვეთილი N 25

კლასში: ამოცანები N 3 (1;4) გ. §5-ის N56

სახლში: ამოცანა N 3 (2;3).

წრფისა და სიბრტყის მართობულობა (3 სთ.)

ამ პუნქტის შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა იცოდნენ: სიბრტყის მართობული წრფის განსაზღვრება, წრფისა და სიბრტყის მართობულობის ნიშანი (თეორემა 16.2) და თვისებები: 16.3 და 16.4.

მეთოდიკა: თეორიული მასალის გამოყენება პუნქტის შესაბამისი საკითხების ახსნისას.

გაკვეთილი № 26

კლასში: შევასწავლოთ მოსწავლეებს წრფისა და სიბრტყის მართობულობის ცნების განსაზღვრებას და დავამტკიცებთ 16.2 თეორემას; ამოვხსნით № 4 ამოცანას.

სახლში: კითხვები № 3, 4; ამოცანა № 5.

გაკვეთილი № 27

კლასში: დავამტკიცოთ თეორემა 16.3; ამოვხსნათ ამოცანა № 6 და დამატებითი ამოცანა № 1.

სახლში: კითხვა № 5; ამოცანები № 7 და 8.

გაკვეთილი № 28

კლასში: დავამტკიცოთ თეორემა 16.4; ამოვხსნათ დამატებითი ამოცანა № 2; ჩავატაროთ დამოუკიდებელი სამუშაო.

სახლში: დამოუკიდებელი სამუშაოს ვარიანტები.

დამატებითი ამოცანები (№ 26–28 გაკვეთილებისათვის).

1. კუბის წიბოა a. იპოვეთ მანძილი ურთიერთ წახნაგის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილიდან მის მოპირდაპირე წახნაგის წვეროებამდე.

2. ცნობილია, რომ $ABCD$ ტეტრაედრის DAB და DAC წახნაგები მართკუთხა სამკუთხედებია A წვეროსთან მდებარე მართი კუთხით. დაამტკიცეთ, რომ BC და AD წიბოები ურთიერთპერპენდიკულარულია.

დამოუკიდებელი სამუშაო № 6

I ვარიანტი

1. ჭეშმარიტია თუ არა დებულება: - წრფე პერპენდიკულარულია სიბრტყისა, თუ იგი პერპენდიკულარულია ამ სიბრტყეში მდებარე: ა) წრის ორი დიამეტრისა; ბ) ტრაპეციის ორი გვერდისა. პასუხი ახსენით.

2. წრფის რომელიღაც წერტილზე გავლებულია სამი წრფე, რომელთაგან თითოეული მოცემული წრფის პერპენდიკულარულია. დაამტკიცეთ, რომ ეს სამი წრფე ერთ სიბრტყეში მდებარეობს.

II ვარიანტი

1. ჭეშმარიტია თუ არა დებულება: - წრფე პერპენდიკულარულია სიბრტყისა, თუ იგი პერპენდიკულარულია ამ სიბრტყეში მდებარე: ა) სამკუთხედის ორი გვერდისა; ბ) პარალელოგრამის ორი გვერდისა. პასუხი დაასაბუთეთ.

2. იპოვეთ გეომეტრიული ადგილი ყველა იმ წრფისა, რომლებიც თითოეული მოცემული წრფის მოცემულ ერთ წერტილზე გადის და მოცემული წრფის პერპენდიკულარულია.

მართობი და დახრილი (7 სთ)

ამ პუნქტის შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა იცოდნენ: მართობის, მართობის ფუძის, დახრილის, დახრილის ფუძის, დახრილის გეგმილის განსაზღვრებანი და სამი მართობის თეორემა.

შენიშვნა: სამი მართობის თეორემის (თეორემა 16.5) დამტკიცება და მისი გამოყენება პუნქტის შესაბამისი სავარჯიშოების ამოხსნისას.

II ვარიანტი

1. α სიბრტყის გადაუკვეთი MN მონაკვეთის ბოლოები α სიბრტყიდან დაშორებულია 8 სმ და 3 სმ-ის ტოლი მანძილებით. გაიგეთ მანძილი MN მონაკვეთის შუაწერტილიდან α სიბრტყემდე.

2. 7 მ და 5 მ სიგრძის დახრილების გეგმილები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 4:3, იპოვეთ ეს გეგმილები.

დამოუკიდებელი სამუშაო 8 (გაკვეთილი № 32).

I ვარიანტი

1. ორ დახრილს აქვს ურთიერთმართობული გეგმილები, რომელთა შეფარდებაა 2:3. თვით დახრილის სიგრძეებია 9 მ და 4 მ. გაიგეთ დახრილის ფუძეებს შორის მანძილი.

2. ჭეშმარიტია თუ არა დებულება: - თუ დახრილები ურთიერთმართობულია, მაშინ მათი გეგმილებიც ურთიერთმართობულია, პასუხი ახსენით!

II ვარიანტი

1. ერთი დახრილი მეორეზე 1,5-ჯერ მეტია. მათი გეგმილებია 4 სმ და 14 სმ. გაიგეთ დახრილის ფუძეებს შორის მანძილი, თუ დახრილები ურთიერთმართობულია.

2. ჭეშმარიტია თუ არა დებულება: თუ დახრილების გეგმილები ურთიერთმართობულია, მაშინ თვით დახრილებიც ურთიერთმართობულია, პასუხი ახსენით.

გაკვეთილი № 33

კლასში: ამოვხსნათ ამოცანები № 21, 23(1), № 26, №32.

სახლში: ამოცანები № 31, № 33.

გაკვეთილი № 34

კლასში: ამოვხსნათ ამოცანები: № 34, 36. ჩავატაროთ დამოუკიდებელი სამუშაო № 7 (ვარიანტების შეცვლით: ვინც 31-ე გაკვეთილზე დაწერა I ვარიანტი, ახლა II ვარიანტს დაწერს და პირიქით).

სახლში: ამოცანები: № 35, № 37.

გაკვეთილი № 35

კლასში: ამოცანები № 40, 41, 43. ჩავატაროთ № 9 დამოუკიდებელი სამუშაო (I ვარიანტი: ამოცანა № 50; II ვარიანტი: ამოცანა № 51).

სახლში: ამოცანები № 45, 44, 49.

გაკვეთილი № 36

საკონტროლო სამუშაო № 4

I ვარიანტი

1. A წერტილიდან ტოლგვერდა სამკუთხედის წვეროებამდე მანძილები 17 სმ-ის ტოლია, ხოლო ამ სამკუთხედის გვერდები $8\sqrt{3}$ სმ სიგრძისაა. იპოვეთ მანძილი A წერტილიდან სამკუთხედის სიბრტყემდე; ბ) სამკუთხედის გვერდებამდე.

2. a გვერდის მქონე კვადრატის ერთ გვერდზე გავლე-ბული α სიბრტყე მისი მოპირდაპირე გვერდიდან $\frac{a}{2}$ მანძილზეა. იპოვეთ კვადრატის დიაგონალის α სიბრტყეზე პროექციის სიგრძე.

II ვარიანტი

1. მოცემულია $6\sqrt{3}$ სმ სიგრძის გვერდებიანი ტოლგვერდა სამკუთხედი. მისი O ცენტრიდან სამკუთხედის სიბრტყისადმი აღმართული პერპენდიკულარი $OM = 8$ სმ. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან: ა) სამკუთხედის წვეროებამდე;
ბ) სამკუთხედის გვერდებამდე.

2. რომბის გვერდია a, ხოლო მახვილი კუთხე – 60°. რომბის ერთ გვერდზე, მისი მოპირდაპირე გვერდიდან $\frac{a}{2}$ მანძილზე, გავლებულია α სიბრტყე. იპოვეთ რომბის მცირე დიაგონალის α სიბრტყეზე პროექციის სიგრძე.

სიბრტყეთა მართობულობა (5 სთ)

ამ პუნქტის შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა იცოდნენ: ურთიერთმართობული სიბრტყეების ცნების განსაზღვრება. სიბრტყეთა მართობულობის ნიშანი (თეორემა 16.6) და ურთიერთმართობულ სიბრტყეთა თვისება (თეორემა 16.7).
შეეძლოთ: 16.6 და 16.7 თეორემების დამტკიცება და მათი გამოყენება შესაბამისი სავარჯიშოთა ამოხსნისას.

გაკვეთილი N 37

კლასში: შემოგვაქვს ორი ურთიერთმართობული სიბრტყის განსაზღვრება. განვიხილავთ სახელმძღვანელოში მოცემულ 241(ა)

და 241 (ა) სურათებს და მის შესაბამის ტექსტს 16.6 თეორემამდე. ამოვხსნით № 54 (3,5) და № 55 ამოცანებს.

სახლში: ამოცანები № 54 (1;4;6); კითხვა № 11.

გაკვეთილი № 38

კლასში: დავამტკიცოთ თეორემა 16.6; ამოვხსნათ ამოცანები № 52, № 56 და № 54 (2);

სახლში: ამოცანები № 53 და № 57. კითხვა № 12.

გაკვეთილი № 39

კლასში: დავამტკიცოთ თეორემა 16.7; ამოვხსნათ ამოცანები № 58, № 46.

სახლში: კითხვა № 13; ამოცანები № 39 და № 59.

გაკვეთილი № 40

კლასში: ამოვხსნათ ამოცანები: № 60, 38, 42. ჩავატაროთ დამოუკიდებელი სამუშაო № 8.

სახლში: ამოცანები № 28 და № 48.

გაკვეთილი № 41

კლასში: ამოვხსნათ ამოცანები № 18 და № 47. ჩავატაროთ დამოუკიდებელი სამუშაო № 9.

სახლში: დამოუკიდებელი სამუშაოს ვარიანტები (I ვარიანტს წერს ის, ვინც კლასში II ვარიანტი დაწერა და პირიქით).

დამოუკიდებელი სამუშაო № 8

I ვარიანტი

მართკუთხა ABC სამკუთხედის მართი კუთხის C წვეროდან სამკუთხედის სიბრტყისადმი აღმართულია ([illegible]) მართობი.

იპოვეთ მანძილი D წერტილიდან კათეტებამდე, თუ $AB = a$ და $\angle A = 30^\circ$, $CD = b$

II ვარიანტი

ABC სამკუთხედის მართი კუთხის C წვეროდან სამკუთხედის სიბრტყისადმი აღმართულია CD მართობი. იპოვეთ მანძილი D წერტილიდან კათეტებამდე, თუ $AB = a$ $\angle A = 60^\circ$, $AD = c$.

დამოუკიდებელი სამუშაო N 9

I ვარიანტი

მოცემულია ურთიერთმართობული α და β სიბრტყეები და AB მონაკვეთი, რომელიც ამ სიბრტყეებიდან არც ერთს არ კვეთს. A წერტილი α და β სიბრტყეებიდან დაშორებულია შესაბამისად 3 და 4 -ის ტოლი მანძილებით, ხოლო B წერტილი – 5 და 13-ის ტოლი მანძილებით. იპოვეთ მანძილი AB მონაკვეთის შუა წერტილიდან α და β სიბრტყეების გადაკვეთის C წრფემდე.

II ვარიანტი

AB მონაკვეთის A ბოლო α სიბრტყეშია, ხოლო B ბოლო – β სიბრტყეში; ამასთან $\alpha \perp \beta$. A წერტილი β სიბრტყიდან დაშორებულია a-ს ტოლი მანძილით, B წერტილი α სიბრტყიდან – b-ს ტოლი მანძილით. იპოვეთ მანძილი AB მონაკვეთის შუაწერტილიდან α და β სიბრტყეების გადაკვეთის C წრფემდე.

მანძილი აცდენილ წრფეებს შორის (1 სთ)

ამ პუნქტის შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა იცოდნენ: ორი აცდენილი წრფის საერთო მართობისა და ორ აცდენილ წრფეთა შორის მანძილის განსაზღვრებანი;

შეეძლოთ: დამტკიცება თეორემისა: "ორ აცდენილ წრფეს აქვს საერთო მართობი და ამასთან მხოლოდ ერთი. იგი ამ წრფეებზე გამავალი პარალელური სიბრტყეების საერთო მართობია".

გაკვეთილი N 42

კლასში: დავამტკიცოთ პუნქტში მოცემული თეორემა. N 9 დამოუკიდებელ სამუშაოს I ვარიანტის ამოცანაში გამოთვლილი მანძილს AB და C წრფეებს შორის (აქ ჯერ უნდა დავამტკიცოთ, რომ ეს წრფეები აცდენილი წრფეებია).

სახლში: N 9 დამოუკიდებელი სამუშაოს II ვარიანტის ამოცანაში "ვიპოვოთ AB და C წრფეებს შორის მანძილი" კითხვები: 14–16.

გაკვეთილი N 43

საკონტროლო სამუშაო N 5

I ვარიანტი

1. A და B წერტილები ურთიერთმართობ სიბრტყეში მდებარეობენ. ამ სიბრტყეთა გადაკვეთის წრფისადმი გავლებულია AC და BD მართობები. იპოვეთ AB მონაკვეთის სიგრძე, თუ $AC = 8$ სმ, $BD=12$ სმ, $CD= 9$ სმ.

2. $ABCD$ კვადრატის D წვეროდან კვადრატის სიბრტყისადმი გავლებულია DK მართობი. $AB=a$, $DK = a\sqrt{3}$.

იპოვეთ: ა) KMB სამკუთხედის ფართობი; ბ) მანძილი BC და AK აცდენილ წრფეებს შორის.

II ვარიანტი

1. ურთიერთმართობ α და β სიბრტყეებში მდებარე A და B წერტილებიდან გავლებულია ამ სიბრტყეთა გადაკვეთის წრფისადმი AC და BD მართობები. იპოვეთ AB მონაკვეთის სიგრძე, თუ $AD = 5$ სმ, $BC=6$ სმ, $CD= 4$ სმ.

2. $ABCD$ მართკუთხედის სიბრტყისადმი B წვეროდან გავლებულია BM მართობი. $BC=a$, $AB=2a$, $BM=a\sqrt{3}$. იპოვეთ: ა) MDC სამკუთხედის ფართობი; ბ) მანძილი AD და MC აცდენილ წრფეებს შორის.

გაკვეთილი N 44

(შემაჯამებელი გაკვეთილი)

კლასში: მე-15 პარაგრაფში შესწავლილი ძირითადი საკითხების გამეორება, საკონტროლო სამუშაოს შედეგების ანალიზი.

სახლში: კითხვები გამეორებისათვის NN 1;2;4;5;7;8; 9;11;14;16.

§ 14, § 15 და § 16 თეორემები ზოგიერთი ამოცანის ამოხსნის ნიმუშები

ამოცანა N 13 (§ 14)

მოცემულია ოთხი წერტილი. ცნობილია, რომ ნებისმიერ ორ მოცემულ წერტილზე გამავალი წრფე არ კვეთს დანარჩენ ორ

წერტილზე გამავალ წრფეს. დავამტკიცოთ, რომ მოცემული ოთხი წერტილი ერთ სიბრტყეში არ ძევს.

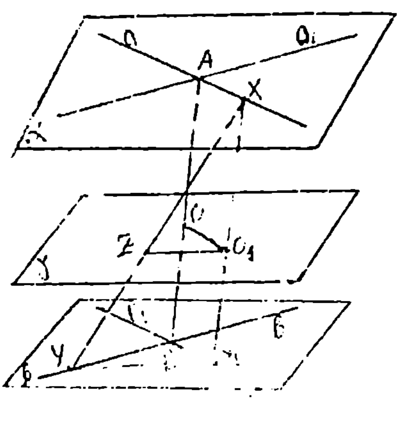
ამოხსნა

დავუშვათ საწინააღმდეგო: ვთქვათ, მოცემული ოთხი წერტილი: $A, B, C,$ და D ერთ სიბრტყეში მდებარეობს. მაშინ AB, BC, CD, AD წრფეებიც ამ სიბრტყეში მდებარეობს; რადგან AB და CD, BC და AD წრფეები არ იკვეთებიან მოცემულობით, ამიტომ $BC \parallel AD$, $AB \parallel CD$, ე.ი. $ABCD$ ოთხკუთხედი პარალელოგრამია. აქედან გამომდინარეობს, რომ AC და BD წრფეები (როგორც დიაგონალების გაგრძელებანი) გადაიკვეთება; ეს კი ამოცანის პირობას ეწინააღმდეგება. ამრიგად $A, B, C,$ და D წერტილები ერთ სიბრტყეში არ მდებარეობს.

ამოცანა N 21 (§ 15)

დაამტკიცეთ, რომ იმ მონაკვეთების შუაწერტილთა გეომეტრიული ადგილი, რომელთა ბოლოები ორ აცდენილ წრფეზე ძევს, არის სიბრტყე.

ამოხსნა



ვთქვათ, a და b აცდენილი წრფეებია. a და b წრფეებზე გავავლოთ პარალელური სიბრტყეები α და β; $\alpha \parallel \beta$; a წრფის A წერტილზე გავავლოთ $a_1 \parallel b$, ხოლო b წრფის B წერტილზე $b_1 \parallel a$. AB მონაკვეთის O შუაწერტილზე გავავლოთ

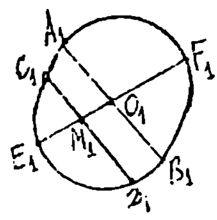
სიბრტყე $\gamma \parallel \alpha$, მაშინ $\gamma \parallel \beta$

α წრფეზე და b წრფეზე ნებისმიერად ავიღოთ შესაბამისად X და Y წერტილები, XY მონაკვეთის γ სიბრტყესთან გადაკვეთის წერტილი აღვნიშნოთ Z-ით. X წერტილიდან გავავლოთ $XY_1 \parallel AB$, $y_1 \in b_1$, ვთქვათ, XY_1-ის სიბრტყესთან გადაკვეთის წერტილია C_1-ით. მაშინ $CC_1 \parallel \alpha$ და ამიტომ თალესის თეორემის თანახმად $XO_1 = O_1Y_1$, რადგან $ZO_1 \parallel YY_1$, და $XO_1 = O_1Y_1$, ამიტომ $XZ = ZY$, რაც ამტკიცებს ამოცანაში მოცემულ დებულებას. (ე.ი. ამოცანის პასუხი γ-ს ნებისმიერი წერტილი კი არ არის, არამედ XY მონაკვეთის შუაწერტილია).

ამოცანა № 44 (§ 15)

მოცემულია წრეწირისა და მისი დიამეტრის პარალელური გეგმილი. როგორ ავაგოთ მართობული დიამეტრის გეგმილი.

ამოხსნა



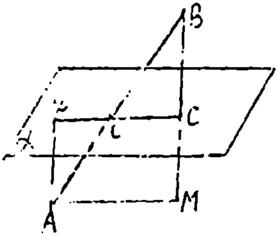
მოცემულია: A_1B_1 დიამეტრის გეგმილია, ხოლო O – წრეწირის ცენტრისა. მაშინ პარალელური დაგეგმილების თვისების თანახმად $A_1O_1 = O_1B_1$. დიამეტრის პარალელური რომელიმე CD ქორდის გეგმილი იქნება რაიმე C_1D_1 მონაკვეთი, რომელიც პარალელურია A_1B_1 მონაკვეთისა. ვთქვათ, M არის C_1D_1 მონაკვეთის შუა წერტილი. მაშინ M_1 და O_1 წერტილებზე გამავალი E_1F_1 მონაკვეთი იქნება მოცემული წრეწირის CD ქორდის შუაწერტილზე გამავალი EF დიამეტრის პარალელური გეგმილი, რადგან $EF \perp CD$ და, რადგან $CD \parallel AB$, $EF \perp AB$.

ეს ამტკიცებს, რომ E_1F_1 არის მოცემული დიაგონალის პერ-პენდიკულარული დიაგონალის პარალელური გვერდი.

ამოცანა № 25 (§ 16)

1 მ სიგრძის მონაკვეთი კვეთს სიბრტყეს, მონაკვეთის ბოლოები სიბრტყიდან დაშორებულია 0,5 მ-ით და 0,3 მ-ით. იპოვეთ მონაკვეთის გეგმილის სიგრძე.

ამოხსნა



ვთქვათ, მოცემული სიბრტყეა α, ხოლო მონაკვეთი – $AB = 1$ მ. O არის α სიბრტყისა და AB მონაკვეთის გადაკვეთის წერტილი $AD \perp \alpha$, $BC \perp \alpha$, $AD = 0,5$ მ, $BC = 0,3$ მ.

გავავლოთ $AM \parallel DC$ და AB და BC წრფეების გადაკვეთის წერტილი აღვნიშნოთ M-ით. $ADCM$ მართკუთხედია, ხოლო ABM – მართკუთხა სამკუთხედი.

$BM = BC + CM = 0,5$ მ $+ 0,3$ მ $= 0,8$ მ.

$DC = AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{1^2 - 0,8^2} = \sqrt{1,8 \cdot 0,2} = \sqrt{0,36} = 0,6$ (მ).

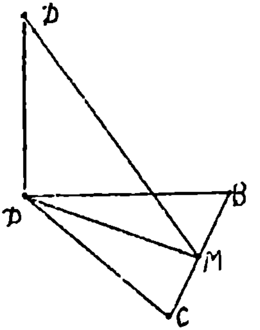
$DC = 0,6$ მ.

პასუხი: მონაკვეთის გეგმილის სიგრძეა 0,6 მ.

ამოცანა № 35 (§16)

ტოლგვერდა ABC სამკუთხედის წვეროდან ამ სამკუთხედის სიბრტყისადმი აღმართულია AD მართობი. იპოვეთ მანძილი D წერტილიდან BC გვერდამდე, თუ $AD = 13$ სმ, $BC = 6$ სმ.

ამოხსნა



სამი მართობის თეორემის თანახმად თუ $DM \perp BC$, მაშინ $AM \perp BC$. $AD \perp AM$ ამიტომ ΔADM-დან პითაგორას თეორემის თანახმად $DM = \sqrt{AD^2 + AM^2}$

მაგრამ ტოლგვერდა ΔABC-დან $AM = AC \cdot \sin 60° = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$ (სმ)

მაშ: $DM = \sqrt{13^2 + (3\sqrt{3})^2} = \sqrt{169 + 27} = \sqrt{196} = 14$ (სმ)

$DM = 14$ სმ.

პასუხი: მანძილი D წერტილიდან BC წვერდამდე 14 სმ-ია.

§ 17. დეკარტის კოორდინატები და ვექტორები სივრცეში

დეკარტის კოორდინატების შემოტანა სივრცეში (3 სთ)

ამ პუნქტის შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა შეიძლოს: წერტილის აგება მისი კოორდინატებით, საკოორდინატო სივრცის ნებისმიერი წერტილის კოორდინატების განსაზღვრა, საკოორდინატო სივრცის ორ წერტილს შორის მანძილის ფორმულის გამოყვანა და ამ წერტილთა კოორდინატებით მათ შორის მანძილის გამოთვლა, მონაკვეთის შუა წერტილის კოორდინატთა ფორმულების გამოყვანა და ამ ფორმულების გამოყენება ამოცანების ამოხსნისას.

გაკვეთილი N 45

კლასში: საკოორდინატო ღერძების, საკოორდინატო სიბრტყეების, კოორდინატთა სათავის განსაზღვრება, წერტილის კოორდინატების შემოტანა სივრცეში; საკოორდინატო სივრცის ორ წერტილს შორის მანძილის ფორმულის გამოყვანა ამ წერტილების კოორდინატებით.

ამოვხსნათ ამოცანები N 1, 3, 5; დამატებითი ამოცანა N1.

სახლში: კითხვები 1,2; ამოცანები N 2,4,6.

გაკვეთილი N 46

კლასში: მონაკვეთის შუაწერტილის კოორდინატთა ფორმულების გამოყვანა მისი ბოლოების კოორდინატებით.

ამოვხსნათ ამოცანები N 8, 10 (1), 11,12 (1).

სახლში: კითხვა 3; ამოცანები N 9(1), 10(2), 12(2).

გაკვეთილი N 47

კლასში: ამოვხსნათ ამოცანა N 14; დამატებითი ამოცანები N 2-6.

სახლში: ამოცანები N 7, 9(2), 12(3), 13.

დამატებითი ამოცანები

1. დაამტკიცეთ, რომ $ABCD$ ოთხკუთხედი არ არის პარალელოგრამი, სადაც $A(-1; 2; 3)$, $B(1;2;4)$, $C(-3;4;-2)$, $D(-3; 3; 0)$.

2. მოცემულია $A(4;2;6)$, $B(6;3;9)$, $C(2;6;4)$, $D(3;9;6)$ წერტილები. დაამტკიცეთ, რომ $CD=AB$, $BC=AD$ და $ABCD$ პარალელოგრამი არ არის. გამომდინარეობს თუ არა აქედან, რომ A, B, C, D წერტილები ერთ სიბრტყეში არ მდებარეობს?

პასუხი: გამომდინარეობს.

3. შეადგინეთ სივრცის იმ წერტილთა გეომეტრიული ადგილის განტოლება, რომლებიც ერთნაირად არიან დაშორებული $N(-1; 3; 2)$ და $M(5; -3; -2)$ წერტილებიდან.

პასუხი: $3x - 3y - 2z = 6$.

4. დაამტკიცეთ, რომ $ABCD$ ოთხკუთხედი არის მართკუთხედი, სადაც $A(2; 1; 8)$, $B(2; 8; 8)$, $C(-3;8;2)$, $D(-3; 1; 2)$.

მითითება: პარალელოგრამი, რომლის დიაგონალები ტოლია, მართკუთხედია.

5. დაამტკიცეთ, რომ $ABCD$ ოთხკუთხედი კვადრატია, სადაც $A(-2; 3; 4)$, $B(-2;4;4)$, $C(-1;4;4)$, $D(-1;3;4)$.

მითითება: მართკუთხედი, რომლის ორი მეზობელი გვერდი ტოლია, კვადრატია; რომბი, რომლის დიაგონალები ტოლია, კვადრატია.

6. დაამტკიცეთ, რომ $ABCD$ ოთხკუთხედი არ არის ტრაპეცია, სადაც $A(-1;2;3)$, $B(1:2;4)$, $C(-3;4;-2)$, $D(-3;3;0)$.

მითითება: ტრაპეციის შუახაზი უდრის მისი ფუძეების ნახევარჯამს.

მიმართული მონაკვეთი სივრცეში (2 სთ).

ამ პუნქტის შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა იცოდნენ: სივრცეში წერტილის, წრფის, სიბრტყის მიმართ სიმეტრიების გარდაქმნათა და სივრცეში პარალელური გადატანის განსაზღვრა, მათ თვისებები, სივრცეში პარალელური გადატანის ფორმულები, ის, რომ სივრცეში, ყველა ზემოთ მოყვანილი გარდაქმნები მოძრაობაა.

შეეძლოთ: მოცემული წერტილის კოორდინატებით იმ წერტილის

კოორდინატების პოვნა, რომელშიაც გადაჰყავს კოორდინატთა სათავის, საკოორდინატო ღერძის, საკოორდინატო სიბრტყის მიმართ სიმეტრიის, რომელიმე პარალელური გადატანის გარდაქმნას, მოცემული წერტილი. ამ გარდაქმნების თვისებების გამოყენება ამოცანების ამოხსნისას.

გაკვეთილი № 48

კლასში: სივრცეში წერტილის, წრფისა და სიბრტყის მიმართ სიმეტრიის გარდაქმნები, სივრცეში მოძრაობის ცნების შემოტანა. სივრცეში მოძრაობის ახალი თვისების დამტკიცება: მოძრაობას სიბრტყე გადაჰყავს სიბრტყეში.

ამოიხსნება დამატებითი ამოცანები № 6–8.

სახლში: კითხვები № 4–9; ამოცანები № 15, 16.

გაკვეთილი № 49

კლასში: სივრცეში პარალელური გადატანის განსაზღვრება, პარალელური გადატანის ფორმულები და თვისებები. სივრცეში პარალელური გადატანის მე-7 თვისების დამტკიცება.

ამოიხსნება ამოცანები № 17, 19 (2,4); დამატებითი ამოცანა № 9.

სახლში: კითხვები № 10, 11; ამოცანები № 18, 19 (1,3).

დამატებითი ამოცანები

7. მოცემულია $N(-1;3;5)$, $M(-2;3;8)$, $C(-3;5;0)$ წერტილები. იპოვეთ წერტილები, რომლებიც მოცემული წერტილების სიმეტრიულია: 1) კოორდინატთა სათავის მიმართ; 2) კოორდინატთა სიბრტყეების მიმართ; 3) კოორდინატთა ღერძების მიმართ.

8. რომელიღაც წერტილის მიმართ სიმეტრიის გარდაქმნას $A(3;2;5)$ წერტილი გადაჰყავს $B(-5;4;-3)$ წერტილში. რა წერტილში გადაჰყავს $C(7;-2;3)$ წერტილი ამ სიმეტრიას?

პასუხი: $D(-9;8;-1)$.

9. პარალელურ გადატანას $A(5;0;-1)$ წერტილი გადაჰყავს $B(6;2;1)$ წერტილის მიმართ სიმეტრიულ წერტილში. რა წერტილში გადაჰყავს $C(2;0;1)$ წერტილი ამ პარალელურ გადატანას?

პასუხი: $D(4;4;5)$.

კუთხეები წრფეებსა და სიბრტყეებს შორის (4 სთ).

ამ პუნქტის შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა იცოდნენ: სივრცეში ორ ურთიერთგადამკვეთ წრფეს შორის კუთხის, ორ აცდენილ წრფეს შორის კუთხის, ურთიერთმართობული წრფეების, წრფესა და სიბრტყეს შორის კუთხის, სიბრტყეებს შორის კუთხის განსაზღვრა. აგრეთვე, რომ სიბრტყეებს შორის კუთხე არ არის დამოკიდებული მკვეთი სიბრტყის შერჩევაზე.

შენიშვნა: სახელმძღვანელოში მოყვანილი № 20–21 საკითხის ამოცანების ამოხსნა, შესაბამისი ნახაზების სწორი შერჩევა.

გაკვეთილი № 50

კლასში: ორ ურთიერთგადამკვეთ წრფეს შორის კუთხის, ორ აცდენილ წრფეს შორის კუთხის, ურთიერთმართობული წრფეების, წრფესა და სიბრტყეს შორის კუთხის განსაზღვრა.

ამოიხსნას დამტკიცებითი ამოცანები № 10, 11; ამოცანები № 30(2), 21 (1).

სახლში: კითხვები 12, 14; ამოცანები № 20 (1,3), 21(2,3).

გაკვეთილი № 51

კლასში: სიბრტყეებს შორის კუთხის განსაზღვრა, სიბრტყეებს შორის კუთხის დამოუკიდებლობა მკვეთი სიბრტყის შერჩევაზე (დამტკიცებით).

ამოვხსნათ დამატებითი ამოცანები № 12-14.

სახლში: კითხვა № 15; ამოცანები № 22-24.

გაკვეთილი № 52

კლასში: ამოვხსნათ ამოცანა № 25 (1), დამატებითი ამოცანები № 15-18.

სახლში: ამოცანები № 25(2), 26-28.

გაკვეთილი № 53

კლასში: ამოვხსნათ დამატებითი ამოცანები № 19-23.

სახლში: ამოცანები № 29-31.

დამატებითი ამოცანები

10. მონაკვეთი სიბრტყისადმი დახრილია 60°-ით. ამ სიბრტყეზე მისი გეგმილის სიგრძე 4 მ-ია. იპოვეთ დახრილის სიგრძე.

პასუხი: 8 მ.

11. სიბრტყიდან 5 სმ მანძილით დაშორებული წერტილიდან გავლებულია ორი დახრილი, რომლებიც სიბრტყესთან შესაბამისად 60°-იან და 45°-იან კუთხეებს ადგენენ, ამასთან დახრილთა ბოლოებს შორის მანძილია 5 სმ. იპოვეთ კუთხე დახრილთა გეგმილებს შორის.

პასუხი: 30°.

12. 20 მ სიგრძის მონაკვეთი კვეთს სიბრტყეს; მონაკვეთის გეგმილი ამ სიბრტყეზე გადაკვეთის წერტილით იყოფა 3 მ და 7 მ სიგრძის მონაკვეთებად. იპოვეთ კუთხე მოცემულ მონაკვეთსა და სიბრტყეს შორის.

პასუხი: 60°.

13. ორ ტოლფერდა სამკუთხედს აქვს 32 დმ-ის ტოლი საერთო ფუძე. ერთი სამკუთხედის ფერდი 34 დმ-ია, ხოლო მეორე სამკუთხედის ფერდები ურთიერთმართობულია. იპოვეთ მათ სიბრტყეებს შორის კუთხე, თუ სამკუთხედთა წვეროებს შორის მანძილი 26 დმ.

პასუხი: 60°

14. ორი სიბრტყე ერთმანეთს 60°-იანი კუთხით კვეთს. ერთერთ სიბრტყეში მდებარე წერტილი სიბრტყეების გადაკვეთის წრფიდან დაშორებულია 30 სმ მანძილით. რა მანძილითაა დაშორებული მოცემული წერტილის გეგმილი სიბრტყეების გადაკვეთის წრფიდან?

პასუხი: 15 სმ.

15. ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედის წვერო სიბრტყიდან დაშორებულია 5 მ-ით, ხოლო ჰიპოტენუზა ამ სიბრტყეშია. იპოვეთ კუთხე ამ სიბრტყესა და სამკუთხედის სიბრტყეს შორის, თუ სამკუთხედის ჰიპოტენუზა 20 მ-ია.

პასუხი: 30°.

16. წრესა და სიბრტყეს ერთი საერთო წერტილი აქვს, წრის ცენტრიდან 50 სმ მანძილით დაშორებული წერტილი ერთ-ერთ

ქორდას 26 სმ და 16 სმ-ის ტოლ მონაკვეთებად ყოფს. იპოვეთ წრეწირის დახრის კუთხე სიბრტყისადმი, თუ წრის ცენტრი სიბრტყიდან დაშორებულია 27 სმ-ით.

პასუხი: 30°.

17. ტრაპეციის ფუძეების სიგრძეებია 8 მ და 12 მ. დიაგონალების გადაკვეთის წერტილის გეგმილი მცირე ფუძეზე გამავალ სიბრტყეზე მცირე ფუძიდან დაშორებულია 1 მ-ით. იპოვეთ კუთხე ტრაპეციის სიბრტყესა და მოცემულ სიბრტყეს შორის, თუ ტრაპეციის სიმაღლეა 5 მ.

პასუხი: 60°.

18. ტოლგვერდა სამკუთხედის ერთ გვერდზე გავლებულია სიბრტყე, რომელიც მეორე გვერდთან ადგენს α სიდიდის კუთხეს. იპოვეთ კუთხე სამკუთხედის სიბრტყესა და ამ სიბრტყეს შორის, თუ $\sin\alpha = \frac{\sqrt{6}}{4}$.

პასუხი: 45°.

19. ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძეზე გავლებულია სიბრტყე, რომელიც სამკუთხედის წვეროდან დაშორებულია 5 სმ მანძილით. იპოვეთ კუთხე სამკუთხედის ფერდსა და სიბრტყეს შორის, თუ სამკუთხედის ფუძეა 12 სმ, ხოლო სიმაღლე 8 სმ.

პასუხი: 30°.

20. სივრცის რაიმე წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია ორი დახრილი, რომლებიც სიბრტყესთან 30°-იან კუთხეებს ადგენენ, ამასთან ამ სიბრტყეზე მათ გეგმილებს შორის კუთხე 60°-ია. იპოვეთ დახრილებს შორის კუთხის კოსინუსი.

პასუხი: 0,625.

მრავალკუთხედის ორთოგონალური გეგმილის ფართობი

(1 სთ)

ამ პუნქტის შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა

იცოდნენ: ფიგურის ორთოგონალური გეგმილის განსაზღვრება, თეორემა 17.1-ის დამტკიცება, ფიგურის ორთოგონალური გეგმილის ფართობის გამოსათვლელი ფორმულა;
შეეძლოთ: ამ ფორმულის გამოყენება ამოცანების ამოხსნისას.

გაკვეთილი 54

კლასში: ფიგურის ორთოგონალური გეგმილის ცნება.
თეორემა 17.1-ის დამტკიცება.
ამოვხსნათ დამატებითი ამოცანები № 24,26,28.
სახლში: კითხვები № 16, 17; დამატებითი ამოცანები №25,27.

დამატებითი ამოცანები

24. ABC და ABD სამკუთხედები მდებარეობენ AB წრფის შემცველი სიბრტყის ერთ მხარეს და მასთან ადგენენ ტოლ კუთხეებს. რას უდრის ამ კუთხის სიდიდე, თუ ამ სამკუთხედების ფართობთა ჯამია 30 მ^2, ხოლო მათი ორთოგონალური გეგმილების ფართობთა ჯამი კი - 15 მ^2.

პასუხი: 60°.

25. ABC და AMN სამკუთხედების AP და AQ სიმაღლეები ტოლია, PQ-ს, BC და MN პარალელურია. იპოვეთ BC და MN წრფეების შემცველ სიბრტყეზე ამ სამკუთხედთა ორთოგონალური გეგმილების ფართობები, თუ $S_{\Delta ABC}=20$ მ^2 და $S_{\Delta AMN}=12$ მ^2.

პასუხი: 10 მ^2, 6 მ^2.

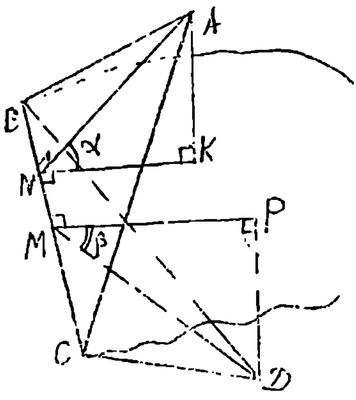
21. მართკუთხა სამკუთხედის ერთი კათეტი 8 სმ –ია, ხოლო ჰიპოტენუზა 10 სმ. მანძილი მართი კუთხის წვეროდან იმ სიბრტყემდე, რომელიც ჰიპოტენუზაზე გადის 2,4 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ სამკუთხედის დახრის კუთხე ამ სიბრტყისადმი.

პასუხი 30°

ორი სიბრტყე იკვეთება 60°-იანი კუთხით. წერტილი, ერთ-ერთ ამ სიბრტყეში, დაშორებულია მეორე სიბრტყი- [illegible] იპოვეთ მანძილი ამ წერტილიდან სიბრტყეების გადაკვეთის წრფემდე

პასუხი: 20 სმ.

29. ერთი ფუძის მქონე ორი სამკუთხედის სიბრტყეებთან ამ ფუძეზე გავლებული მესამე სიბრტყე ქმნის კუთხეებს, რომელთა სიდიდეების ჯამია 60°. იპოვეთ სამკუთხედის წვეროებიდან ამ სიბრტყემდე მანძილების ჯამი, თუ მათ საერთო ფუძეზე დაშვებული სიმაღლეთა [illegible] ტოლია, ხოლო ამ სიმაღლეთა სიგრძეებია 3 სმ და 5 სმ.



ნახ.

მითითება: ისარგებლეთ ნახ. ?-ით, ჩანახაზის სიბრტყეში პარალელური გადატანით, რომლისას N წერტილი გადაადგილდება M წერტილში. შემდეგ გამოიყენეთ კოსინუსების თეორემა.

26. ABC და ABD სამკუთხედების CN და DK სიმაღლეები ტოლია 6 მ-ის. D წერტილიდან AB წრფის შემცველ სიბრტყემდე მანძილი $3\sqrt{3}$ მ-ია. იპოვეთ ABD სამკუთხედის ამ სიბრტყეზე ორთოგონალური გეგმილის ფართობი, თუ $S_{ABC} = 32$ მ².

პასუხი: 15 მ².

27. SAB, SAC, SBC სამკუთხედების სიბრტყეები ABC სამკუთხედის სიბრტყესთან ადგენენ 60°-იან კუთხეს. იპოვეთ $S_{\Delta ABC}$, თუ დანარჩენი სამი სამკუთხედის ფართობთა ჯამი 100 მ²-ია.

პასუხი: 50 მ².

28. SAB, SAC, SBC სამკუთხედების სიბრტყეები ABC სამკუთხედის სიბრტყესთან შესაბამისად ადგენენ 30°, 45°, 60°-იან კუთხეებს. იპოვეთ $S_{\Delta ABC}$, თუ $S_{\Delta SAB} = 30\sqrt{3}$ დმ², $S_{\Delta SAC} = 7\sqrt{2}$ დმ², $S_{\Delta SBC} = 8$ დმ².

პასუხი: 56 დმ²

მეცადინეობა N 55

საკონტროლო სამუშაო N 6

I ვარიანტი

1. დაამტკიცეთ, რომ A(3;6;3) და B(0;6;4) წერტილები თანაბრად არიან დაშორებული C(-1; 2; -4) წერტილიდან.

2. მოცემულია A(-3;0;5) წერტილი. იპოვეთ მოცემული წერტილის სიმეტრიული წერტილები: ა) კოორდინატთა სათა-

ვის ნიშნით; ბ) საკოორდინატო სიბრტყეების ნიშნით.

3. სიბრტყიდან 15 სმ მანძილით დაშორებული წერტილიდან გავლებულია ორი დახრილი, რომლებიც სიბრტყესთან ადგენენ 45°-იან და 30°-იან კუთხეებს. მათ გეგმილებს შორის კუთხეა 90°. განსაზღვრეთ გეგმილთა ბოლოებს შორის მანძილი.

II ვარიანტი

1. დაამტკიცეთ, რომ A([illegible];7;2) და $B(2;7;4)$ წერტილები თანაბრად არიან დაშორებული $C(0;1;-5)$ წერტილიდან.

2. მოცემულია $A(0;1;-7)$ წერტილი. იპოვეთ მოცემული წერტილის სიმეტრიული წერტილები: ა) კოორდინატთა სათავის მიმართ; ბ) საკოორდინატო სიბრტყეების მიმართ.

3. სიბრტყიდან 7 სმ მანძილით დაშორებული წერტილიდან გავლებულია ორი დახრილი, რომლებიც სიბრტყესთან ადგენენ 30°-იან კუთხეებს, ხოლო ერთმანეთთან 60°-იან კუთხეს. განსაზღვრეთ მანძილი დახრილთა ბოლოებს შორის.

ვექტორები სივრცეში (3 სთ)

• ამ პუნქტის შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა იცოდნენ: ვექტორის, ვექტორის აბსოლუტური სიდიდის (მოდულის), ვექტორის მიმართულების, ვექტორთა ტოლობის, ვექტორთა ჯამის, რიცხვის ვექტორზე ნამრავლის, კოლინეარული ვექტორების, ვექტორთა სკალარული ნამრავლის, ერთეულოვანი ვექტორის, საკოორდინატო ვექტორების (ორტების) განსაზღვრება; ორი ვექტორის კოლინეარობის, მართობულობის პირობა.

შეძლონ: ვექტორის საწყისი და ბოლო წერტილების კოორდინატებით მისი კოორდინატების გამოთვლა, ორი ვექტორის სკალარული ნამრავ-

ლის გამოთვლა, ორ ვექტორს შორის კუთხის სიდიდის პოვნა, ვექტორის დაშლა საკოორდინატო ვექტორებით.

გაკვეთილი N 56

კლასში: სივრცეში ვექტორის ცნების შემოტანა, ვექტორის აბსოლუტური სიდიდის, ვექტორის თანამიმართულების, ვექტორთა ტოლობის, ვექტორთა ჯამის, რიცხვის ვექტორზე ნამრავლის, კოლინეარული ვექტორების განსაზღვრება. ორი ვექტორის კოლინეარობის პირობა, ვექტორის კოორდინატების გამოთვლა მისი სათავისა და ბოლო წერტილის კოორდინატებით.

ამოვხსნათ ამოცანები N 33 (2), 34 (2), 35.

სახლში: კითხვები N18, 19, 20 (1,2); ამოცანები 32,33(1), 34(1).

გაკვეთილი N57

კლასში: ვექტორების სკალარული ნამრავლის განსაზღვრება, ორი ვექტორის მართობულობის პირობა, ორი ვექტორის სკალარული ნამრავლის ფორმულა.

ამოვხსნათ ამოცანები N 36 (1,3), 38.

სახლში: კითხვები N 13,20(3); ამოცანები N 36 (2),4,37.

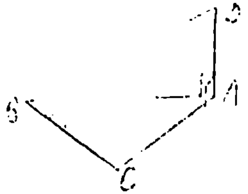
გაკვეთილი N 58

კლასში: ერთეულოვანი ვექტორის, საკოორდინატო ვექტორების (ორტების) განსაზღვრება, ვექტორის დაშლა საკოორდინატო ვექტორებით.

ამოვხსნათ ამოცანები N 39 (2), 42, 45, 47.

სახლში: კითხვა N 21; ამოცანები N 39 (1), 43, 46.

ამოცანა N 42-ის ამოხსნა (ნახ. 2)



მოცემულია: $CA \perp AD \perp AB$

$\angle ABD = \alpha$, $\angle ABC = \beta$, $\angle DBC = \varphi$

უნდა ვიპოვოთ: $\cos\varphi$

ნახ. 2

$$\overline{BD} = \overline{BA} + \overline{AD},$$

$$\cos\varphi = \frac{\overline{BD} \cdot \overline{BC}}{|\overline{BD}| \cdot |\overline{BC}|} = \frac{(\overline{BA} + \overline{AD}) \cdot \overline{BC}}{|\overline{BD}| \cdot |\overline{BC}|} = \frac{\overline{BA} \cdot \overline{BC} + \overline{AD} \cdot \overline{BC}}{|\overline{BD}|}$$

რადგან $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ამიტომ $\overline{AD} \cdot \overline{BC} = 0$

მაშასადამე $\cos\varphi = \dfrac{\overline{BA} \cdot \overline{BC}}{|\overline{BD}| \cdot |\overline{BC}|} = \dfrac{|\overline{BA}| \cdot |\overline{BC}| \cos\beta}{|\overline{BD}| \cdot |\overline{BC}|} = \dfrac{|\overline{BA}|}{|\overline{BD}|} \cos\beta$

მართკუთხა ΔABD -დან გვაქვს $\dfrac{|\overline{BA}|}{|\overline{BD}|} = \cos\alpha$ ამიტომ

$\cos\varphi = \cos\alpha \cos\beta.$

სიბრტყის განტოლება 2 სთ

ამ პუნქტის შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა იცოდნენ: სიბრტყის განტოლების გამოყვანა, სივრცეში წრფის წარმოდგენა მასზე გამავალი ორი სიბრტყის განტოლებით, სიბრტყის განტოლებით მისი მართობული ვექტორის კოორდინატების პოვნა, N 48–62 ტიპის ამოცანების ამოხსნა.

გაკვეთილი N 59

კლასში: სიბრტყის განტოლების გამოყვანა,- სიბრტყის მართობული ვექტორი.

ამოვხსნათ ამოცანები N 49, 50 (3), 52.

სახლში: კითხვები N 22, 23; ამოცანები N 48, 50(1), 54.

გაკვეთილი N 60

<u>კლასში:</u> სივრცეში წრფის წარმოდგენა მასზე გამავალი ორი სიბრტყის განტოლებით.

ამოვხსნათ ამოცანები N 55, 57(1), 59(2), 62.

<u>სახლში:</u> კითხვა N 24; ამოცანები N 56, 57(2), 59(1), 60.

გაკვეთილი N 61

(სარეზერვო გაკვეთილი)

გამეორება. ამოცანების ამოხსნა (5 სთ)

გაკვეთილი N 62-66

ამოვხსნათ გამოტოვებული ამოცანები N 34 3, 40, 41, 44, 46, 51, 53, 57 (3,4), 58, 61; დამატებითი ამოცანები N 29–42; აგრეთვე სავარჯიშოში მოცემული სხვა ტიპის ამოცანები.

დამატებითი ამოცანები

29. დაამტკიცეთ, რომ $ABCD$ ოთხკუთხედი მართკუთხედია, მაგრამ კვადრატი არ არის, თუ: $A(1;3;2)$, $B(0;2;4)$, $C(1;1;4)$, $D(2;2;2)$. იპოვეთ მისი დიაგონალების შემცველ წრფეებს შორის კუთხის სიდიდე.

პასუხი: 60°.

30. დაამტკიცეთ, რომ $ABCD$ ოთხკუთხედი არც რომბია და არც მართკუთხედი, თუ: 1) $A(0;2;-3)$, $B(-1;1;1)$, $C(2;-2;-1)$, $D(3;-1;-5)$; 2) $A(2;1;3)$, $B(1;0;7)$, $C(-2;1;5)$, $D(-1;2;1)$.

იპოვეთ ამ ოთხკუთხედის [illegible] კუთხის [illegible].

პასუხი: 1) 4 [illegible]

31. დაამტკიცეთ, რომ $ABCD$ ოთხკუთხედი რომბია, მაგრამ კვადრატი არ არის, თუ: 1) $A(4;8;2)$, $B(2;3;4)$, $C(6;2;8)$, $D(8;7;6)$; 2) $A(0;1;0)$, $B(0;2;2)$, $C(2;1;2)$, $D(2;0;0)$.

იპოვეთ $ABCD$ რომბის ბლაგვი კუთხის კოსინუსი.

პასუხი: 1) $-5/33$; 2) $-0,2$.

32. იპოვეთ $ABCD$ პარალელოგრამის D წვეროს კოორდინატები, თუ პარალელოგრამის სამი დანარჩენი წვეროს კოორდინატი ცნობილია:

1) $A(2;-2;6)$, $B(1;0;4)$, $C(2;4;0)$; 2) $A(-2;2;0)$, $B(0;1;-1)$, $C(1;-1;0)$; 3) $A(7;-2;-1)$, $B(2;1;-4)$, $C(-3;2;1)$.

იპოვეთ მოცემული პარალელოგრამის დიაგონალებს შორის მახვილი კუთხის კოსინუსი.

პასუხი: 1) $D(3;2;2)$, $\sqrt{6}/3$; 2) $D(-1;0;1)$, 0; 3) $D(2;-1;4)$, $2/\sqrt{510}$.

33. დაამტკიცეთ, რომ A, B, და C წერტილები მდებარეობენ ერთ წრფეზე, თუ: 1) $A(3;2;4)$, $B(4;3;5)$, $C(-1;-2;0)$; 2) $A(5;-2;3)$, $B(7;2;-1)$, $C(4;0;1)$; 3) $A(2;0;3)$, $B(3;2;-7)$, $C(4;4;17)$.

იპოვეთ რომელიმე D წერტილის კოორდინატები, რომელიც იგივე წრფეზე მდებარეობს.

მითითება: აჩვენეთ $\overline{AB}$ და $\overline{AC}$ ვექტორების კოლინეარულობა.

34. დაამტკიცეთ, რომ $ABCD$ ოთხკუთხედი ტოლფერდა ტრაპეციაა, თუ : $A(4;2;6)$, $B(6;3;9)$, $C(3;0;6)$, $D(2;6;4)$. აჩვენეთ, რომ მისი სიბრტყე პარალელურია $7x+y-5z+3=0$ განტოლებით მოცემული სიბრტყის.

მითითება: აჩვენეთ $\overline{BC}$ და $\overline{AD}$ ვექტორები ერთნაირად არის მიმართული, $AB=CD$ AB და BC ვექტორები მართობულია $(7;1;-5)$ ვექტორის.

35. S წერტილიდან გავლებული ორი დახრილი სიბრტყესთან ადგენს α-ს ტოლ კუთხეს, დახრილის გეგმილები ერთმანეთთან ადგენენ β-ს ტოლ კუთხეს. იპოვეთ დახრილთა შორის γ კუთხის კოსინუსი.

პასუხი: $\cos\gamma = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha\cos\beta$

36. დაწერეთ სიბრტყის განტოლება, რომელიც გადის A წერტილზე და $\bar{a}$ ვექტორის მართობულია, თუ 1) $A(1;2;-2)$, $\bar{a}(3;2;-2)$; 2) $A(1;0;2)$, $\bar{a}(-1;2;1)$.

პასუხი: 1) $3x+2y-2z-11=0$

2) $x-2y-z+1=0$

37. იპოვეთ AB წრფის დახრის კუთხე $3x+2y-z+8=0$ განტოლებით მოცემულ სიბრტყესთან, თუ $A(1;2;3)$, $B(2;5;5)$.

პასუხი: 30°.

38. იპოვეთ ერთეულოვანი ვექტორი, რომელიც მართობულია $\bar{a}(3;-2;1)$ და $\bar{b}(2;2;2)$ ვექტორებისა.

პასუხი: $\left(\frac{1}{\sqrt6}; \frac{2}{\sqrt6}; \frac{1}{\sqrt6}\right)$ და $\left(-\frac{1}{\sqrt6}; -\frac{2}{\sqrt6}, -\frac{1}{\sqrt6}\right)$.

39. დაწერეთ სიბრტყის განტოლება, რომელიც გადის $A(1;0;2)$, $B(3;2;1)$ $C(-1;-4;5)$ წერტილებზე. მდება-რეობს, თუ არა ამ სიბრტყეზე წერტილები: $N(2;3;4)$, $M(7;-2;7)$, $Q(7;2;3)$.

მითითება: იპოვეთ $\overline{AB}$ და $\overline{AC}$ ვექტორების მართობული ერთ-ერთი ვექტორი და შემდეგ დაწერეთ ამ ვექტორის მართობული სიბრტყის განტოლება, რომელიც გადის ერთ-ერთ მოცემულ წერტილზე.

პასუხი: $x-2y-2z+3=0$

40. იპოვეთ $3x-2y+z=17$ და $2x+3y-z=2$ განტოლებებით მოცემული სიბრტყეებს შორის კუთხის კოსინუსი.

მითითება: სიბრტყეებს შორის კუთხე ტოლია მათი მართო-ბულ წრფეებს შორის კუთხის.

პასუხი: 1/14.

41. დაამტკიცეთ, რომ $A(2;3;7)$, $B(2;2;3)$, $C(4;1;7;)$, $D(0;2;1)$ წერტილები ერთ სიბრტყეზე მდებარეობს.

მითითება: დაწერეთ სამ წერტილზე გამავალ სიბრტყის გან-ტოლება და შეამოწმეთ მდებარეობს თუ არა მეოთხე წერტილი ამ სიბრტყეზე.

42. იპოვეთ NMQ სამკუთხედის წვეროთა კოორდინატები, რომელშიაც $P(2;5;-3)$ წერტილის მიმართ სიმეტრიის გარდაქმ-ნას გადაჰყავს ABC სამკუთხედი, თუ $A(3;2;1)$; $B(-2;3;1)$, $C(3;4;5)$.

პასუხი: $N(1;8;-7)$, $M(6;7;-7)$, $Q(1;6;-11)$.

ბარათი № 67

საკონტროლო სამუშაო № [illegible]

I ვარიანტი

[illegible] სიბრტყისადმი [illegible] [illegible] [illegible] A [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], თუ AD = 2 სმ.

2. ორი სიბრტყე იკვეთება 30° -იანი კუთხით. ერთ-ერთი ამ სიბრტყის A წერტილი დაშორებულია მეორე სიბრტყიდან 5 სმ მანძილით. იპოვეთ მანძილი A წერტილიდან ამ სიბრტყეების გადაკვეთის წრფემდე.

3. სიბრტყე მოცემულია $x+2y-3z-1=0$ განტოლებით. ეკუთვნის თუ არა ამ სიბრტყეს M (-2;3;1) წერტილი?

II ვარიანტი

1. ტოლფერდა მართკუთხა ABC სამკუთხედის A წვეროდან მისი სიბრტყისადმი გავლებულია AD პერპენდიკულარი. იპოვეთ მანძილი D წერტილიდან BC გვერდამდე, თუ სამკუთხედის AB ჰიპოტენუზა 6 სმ-ია, ხოლო AD 8 სმ-ს.

2. ორი სიბრტყე იკვეთება 60° -იანი კუთხით. ერთ-ერთი ამ სიბრტყის A წერტილი დაშორებულია ამ სიბრტყეების გადაკვეთის წრფიდან 8 სმ-ით. იპოვეთ მანძილი A წერტილიდან მეორე სიბრტყემდე.

3. სიბრტყე მოცემულია [illegible] განტოლებით. ეკუთვნის თუ არა ამ სიბრტყეს M (-2;[illegible];[illegible]) წერტილი?

ს ტ ე რ ე ო მ ე ტ რ ი ა

(XI კლ. 2 სთ. კვირაში სულ 68 სთ)

§18. მრავალწახნაგები (16 სთ)

ორწახნაგა კუთხე. ორწახნაგა კუთხის ხაზოვანი კუთხე

(1 სთ)

ამ პუნქტის შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა

იცოდნენ: ორწახნაგა კუთხისა და მისი ხაზოვანი კუთხის განსაზღვრებანი (სამწახნაგა და მრავალწახნაგა კუთხეებს არ განვიხილავთ).

შეეძლოთ: ორწახნაგა კუთხის ხაზოვანი კუთხის განსაზღვრების კორექტულობის დამტკიცება, თეორიული მასალის შესაბამისი სავარჯიშოების ამოხსნა.

გაკვეთილი N 1

კლასში: ორწახნაგა კუთხისა და მისი ელემენტების (წახნაგები, წიბო), ორწახნაგა კუთხის ხაზოვანი კუთხის განსაზღვრების შესწავლა. N 1 სავარჯიშოს ამოხსნა.

სახლში: კითხვები 1-3. ამოცანა N 3.

მრავალწახნაგა, პრიზმა (3 სთ)

ამ პუნქტების შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა

იცოდნენ: მრავალწახნაგასა და მისი ელემენტების (წახნაგი, წიბო, წვეროები), მრავალწახნაგას ზედაპირის, ამოზნექილი მრავალწახნაგას განსაზღვრებანი. პრიზმისა და მისი ელე-

მენტების (ფუძეები, გვერდითი წახნაგები, სიმაღლე, დიაგონალი, დიაგონალური კვეთი), მართი, დახრილი და წესიერი პრიზმის განსაზღვრებანი, პრიზმის გვერდითი და სრული ზედაპირების განსაზღვრებანი და გამოსათვლელი ფორმულები.

შეეძლოთ: N 18. 1 თეორემის დამტკიცება და შესაბამისი სავარჯიშოების ამოხსნა.

გაკვეთილი N 2

კლასში: შევასწავლით მოსწავლეებს მრავალწახნაგასა და მისი ელემენტების, მრავალწახნაგას ზედაპირის, ამოზნექილი მრავალწახნაგას განსაზღვრებებს, პრიზმისა და მისი ელემენტების, პრიზმის სიმაღლის, დიაგონალის, დიაგონალური კვეთის, მართი, დახრილი და წესიერი პრიზმების განსაზღვრებებს. ამოვხსნით N 6 და N 8 ამოცანებს.

სახლში: კითხვები 7-14. ამოცანა 7.

გაკვეთილი N 3

კლასში: მოსწავლეებს შევასწავლით პრიზმის გვერდითი და სრული ზედაპირების განსაზღვრებებს. დავამტკიცებთ 18.1 თეორემას, ამოვხსნით N 15 და 17 ამოცანებს.

სახლში: კითხვები 15-16, ამოცანები N 16, 18.

გაკვეთილი N 4

კლასში: ამოვხსნით N 17, 19 ამოცანებს, ჩავატარებთ N 1 დამოუკიდებელ სამუშაოს.

სახლში: ამოცანები N 12, 13 და 14.

დამოუკიდებელი სამუშაო N 1

I ვარიანტი

1. მართი პრიზმის ფუძე სამკუთხედი, რომლის გვერდებია 5 სმ, 5 სმ და 6 სმ. პრიზმის სიმაღლე ამ სამკუთხედის დიდი სიმაღლის ტოლია. იპოვეთ პრიზმის სრული ზედაპირის ფართობი.

2. $ABCA_1B_1C_1$ დახრილი პრიზმის ფუძე წესიერი სამკუთხედი, რომლის გვერდი 6 სმ-ის ტოლია, ხოლო გვერდითი წიბო 4 სმ-ია. გამოთვალეთ A_1O სიმაღლე თუ O წერტილი ემთხვევა ABC სამკუთხედზე შემოხაზული წრის ცენტრს.

II ვარიანტი

1. მართი პრიზმის ფუძე პარალელოგრამია, რომლის გვერდებია 8 სმ და 10 სმ. ფუძის ერთი დიაგონალი 6 სმ-ია. იპოვეთ პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი თუ მისი მცირე დიაგონალური კვეთის ფართობი. 36 სმ^2-ია.

2. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ მართი პრიზმის ფუძე რომბი, რომლის გვერდია 8 სმ და კუთხე – 60°. პრიზმის დიდი დიაგონალი ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 30°-იან კუთხეს. იპოვეთ პრიზმის დიაგონალები.

ბრტყელი კვეთის აგება (1 სთ)

ამ პუნქტის შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა

იცოდნენ: სხვადასხვა მრავალწახნაგების სიბრტყით კვეთის აგების ხერხები, აქსიომებისა და პარალელური დაგეგმილების თვისებების, როგორც ბრტყელი კვეთის აგების თეორიული თვისებების გამოყენება.

შეეძლოთ: სახელმძღვანელოში მოცემული სავარჯიშოების ამოხსნა.

გაკვეთილი N 5

კლასში: ამოვხსნით N 5 და 9 ამოცანებს. ჩავატარებთ N 2 დამოუკიდებელ სამუშაოს.

სახლში: კითხვა 17, ამოცანა N 20.

დამოუკიდებელი სამუშაო N 2

I ვარიანტი

ააგეთ $ABCDA_1B_1C_1D_1$ ოთხკუთხა პრიზმის კვეთა სიბრტყით, რომელიც გადის D_1 წვეროზე და შესაბამისად AB და BB_1 წიბოებზე მდებარე M და N წერტილებზე.

II ვარიანტი

ააგეთ $ABCA_1B_1C_1$ სამკუთხა პრიზმის კვეთა სიბრტყით, რომელიც გადის შესაბამისად AC, BC და A_1B_1 წიბოებზე მდებარე M და N წერტილებზე.

პარალელეპიპედი (3 სთ)

ამ პუნქტის შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა

იცოდნენ: პარალელეპიპედის, მართკუთხა პარალელეპიპედისა და კუბის განსაზღვრებანი. ფორმულირება 18.2; 18.3 და 18.4 თეორემების.

შეეძლოთ: ამ თეორემების დამტკიცება და მათი გამოყენება ამოცანების ამოხსნისას.

შენიშვნები: 1. 18.2 თეორემიდან გამომდინარეობს თვისება: "პარალელოგრამის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილი ამ პარალელეპიპედის სიმეტრიის ცენტრია". ცენტრული სიმეტრია მოძრაობაა, ამიტომ "პარალელეპიპედის მოპირდაპირე წახნაგები ტოლია" და ამით თეორემა 18.3 უფრო მარტივად დამტკიცდება მოძრაობის თვისებების გამოყენებით.

2. ამ პუნქტში შემავალი თეორიული მასალა უმჯობესია გადავცეთ ერთი ლექციის სახით, თუმცა დასაშვებია მისი დაყოფა 2 ან 3 ნაწილად.

გაკვეთილი № 6

(ლექცია)

კლასში: დავამტკიცებთ 18.2, 18.3 და 18.4 თეორემებს. ამოვხსნით № 24 , 28 და 33 ამოცანებს.

სახლში: კითხვები 18–21, ამოცანა № 22.

გაკვეთილი № 7

კლასში: ამოცანები № 21, 31, 25. ჩავატარებთ № 3 დამოუკიდებელ სამუშაოს.

სახლში: კითხვები 22–24, ამოცანები № 26 და 29.

გაკვეთილი № 8

კლასში: ამოცანები № 27 და 30. ჩავატარებთ 20–25 წუთიან საკონტროლო წერას.

სახლში: ამოცანები № 23 და 32.

დამოუკიდებელი სამუშაო № 3

I ვარიანტი

1. მოცემულია $ABCDA_1B_1C_1D_1$ პარალელეპიპედი. იპოვეთ კუთხე, რომელშიც გადადის $\angle DAB$ ცენტრული სიმეტრიით, თუ სიმეტრიის O ცენტრი A_1C დიაგონალის შუაწერტილია.

2. მართი პარალელეპიპედის ფუძის გვერდებია 4 სმ და 6 სმ, გვერდითი წიბო – 12 სმ. იპოვეთ პარალელეპიპედის დიაგონალები და კუთხე, რომელსაც მცირე დიაგონალი ქმნის ფუძის სიბრტყესთან, თუ ფუძის გვერდებს შორის კუთხე 60°-ია.

II ვარიანტი

1. მოცემულია $ABCDA_1B_1C_1D_1$ პარალელეპიპედი. მიუთითეთ კუთხე, რომელშიც გადადის $\angle C_1BC$ O ცენტრის მიმართ ცენტრული სიმეტრიით, სადაც O არის AC_1 დიაგონალის შუაწერტილი.

2. მართკუთხა პარალელეპიპედის ფუძის გვერდები 8 სმ და 9 სმ-ია. იპოვეთ პარალელეპიპედის სიმაღლე და კუთხე, რომელსაც მისი დიაგონალი ადგენს ფუძის სიბრტყესთან.

საკონტროლო სამუშაო N 1 (20-25 წთ)

I ვარიანტი

1. წესიერი სამკუთხა პრიზმის თითოეული წიბო a -ს ტოლია. იპოვეთ პრიზმის იმ კვეთის პერიმეტრი, რომელიც მიიღება ქვედა ფუძის გვერდისა და ზედა ფუძის შესაბამისი გვერდის მოპირდაპირე წვეროზე გამავალი სიბრტყით.

2. მართი პარალელეპიპედის ფუძეა რომბი 4 სმ-ის ტოლი გვერდითა და 60°-იანი კუთხით. პარალელეპიპედის დიდი დიაგონალი ფუძის სიბრტყესთან ქმნის 45°-იან კუთხეს. გამოთვალეთ პარალელეპიპედის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

II ვარიანტი

1. წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდი a გვერდითი წიბო 2a. იპოვეთ პრიზმის დიაგონალური კვეთის ფართობი.

2. მართ პარალელეპიპედში ფუძის 3 სმ და 4 სმ-ის გოლი გვერდები 60°-იან კუთხეს ქმნიან. პარალელეპიპედის მცირე დიაგონალი ფუძის სიბრტყესთან ქმნის 45°-იან კუთხეს. იპოვეთ პარალელეპიპედის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

პირამიდა (4 სთ)

ამ პუნქტის შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა

იცოდნენ: პირამიდისა და მისი ელემენტების (წვერო, ფუძე, გვერდითი წიბო, სიმაღლე), ტეტრაედრის, წესიერი პირამიდის, მისი ღერძის, აპოთემის, გვერდითი და სრული ზედაპირების ფართობების, წაკვეთილი პირამიდისა და მისი ელემენტების განსაზღვრებანი, ფორმულირება 18.5 და 18.6 თეორემებისა.

შეეძლოთ: ამ თეორემების დამტკიცება და მათი გამოყენება ამოცანების ამოხსნისას.

გაკვეთილი N 9

კლასში: პირამიდისა და მისი ელემენტების, ტეტრაედრის განსაზღვრებანი, N 18.5 თეორემის დამტკიცება. N 35 ამოცანის ამოხსნა.

სახლში: კითხვები 25-26. ამოცანა N 34.

გაკვეთილი № 10

კლასში: წესიერი პირამიდის, მისი ღერძის, აპოთემის, გვერდითი ზედაპირის განსაზღვრება, № 18.6 თეორემის დამტკიცება. № 36 და 51 ამოცანების ამოხსნა.

სახლში: კითხვები 27-28. ამოცანები № 37 და 42.

გაკვეთილი № 11

კლასში: წაკვეთილი პირამიდისა და მისი ელემენტების განსაზღვრებები. № 58, 62, 65 ამოცანების ამოხსნა.

სახლში: კითხვა № 29. ამოცანები № 59 და 60.

გაკვეთილი № 12

კლასში: ამოცანები № 38, 63, 67. დამოუკიდებელი სამუშაო № 4.

სახლში: ამოცანები № 61, 67.

დამოუკიდებელი სამუშაო № 4

I ვარიანტი

1. ამოცანა № 57; 2. ამოცანა № 64.

II ვარიანტი

1. ამოცანა № 50; 2. ამოცანა № 66.

წესიერი მრავალწახნაგი (2 სთ)

ამ პუნქტის შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა

იცოდნენ: წესიერი მრავალწახნაგის განსაზღვრება და მისი ხუთი ტიპი.

შეეძლოთ: პუნქტის შესაბამისი სავარჯიშოების ამოხსნა.

გაკვეთილი № 13

კლასში: წესიერი მრავალწახნაგის განსაზღვრება, მისი ხუთი ტიპის ჩვენება მოდელებსა და ნახ. 88-ზე, №70 და 71 ამოცანების ამოხსნა.

სახლში: კითხვები 30-31. ამოცანები № 68, 49.

გაკვეთილი № 14

კლასში: ამოცანები № 69, 48, 49, 40.

სახლში: ამოცანები № 39, 53.

გაკვეთილი № 15

კლასში: ამოცანები № 41, 54, 56. დამოუკიდებელი სამუშაო № 5, შედეგების შეჯამება.

სახლში: ამოცანები № 43, 44 და 55.

გაკვეთილი N 16

კლასში: საკონტროლო წერა N 2.

სახლში: საკონტროლო წერის ვარიანტები.

დიდაქტიკური სამუშაო N 5

I ვარიანტი

1. მართკუთხა პარალელეპიპედის ფუძე კვადრატია, რომლის დიაგონალია 8 სმ. იპოვეთ პარალელეპიპედის გვერდითი წიბო თუ მისი გვერდითი ზედაპირის ფართობია 32 სმ^2.

2. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია $3a$, ხოლო მისი სიმაღლეა $2a$, იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი.

II ვარიანტი

1. მართკუთხა პარალელეპიპედის ფუძე კვადრატია. ფუძის დიაგონალი 8 სმ-ია, ხოლო გვერდითი წახნაგის დიაგონალი– 9 სმ. იპოვეთ პარალელეპიპედის გვერდითი წიბო.

2. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის აპოთემა 5 სმ-ის ტოლია, ხოლო სიმაღლე - 3 სმ-ის. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი.

საკონტროლო წერა № 2

I ვარიანტი

1. $MABCD$ პირამიდის ფუძე $ABCD$ კვადრატია, MB — პირამიდის სიმაღლეა და $MB=AB=4$ სმ. იპოვეთ MDC წახნაგის ფართობი.

2. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის სიმაღლეა $3\sqrt{3}$ სმ, ხოლო მისი გვერდითი წიბო $3\sqrt{5}$ სმ-ია. იპოვეთ:

ა) პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი;

ბ)* ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხე.

II ვარიანტი

1. $MABCD$ პირამიდის ფუძე $ABCD$ კვადრატია, MD - პირამიდის სიმაღლეა და $MD=DC$, $MC=2\sqrt{2}$ სმ. იპოვეთ MAB წახნაგის ფართობი.

---

* აღნიშვნა აქ და შემდეგში ყველგან აღნიშნავს დამატებით საკითხს, რომელსაც მოსწავლე ასრულებს (იმ შემთხვევაში, თუ მან შეასრულა ძირითადი სამუშაო) ცალკე ფურცელზე ან საშინაო დავალების რვეულში თავის სურვილისამებრ.

2. წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლეა 2 სმ, ხოლო მისი გვერდითი წიბოა $2\sqrt{5}$ სმ. იპოვეთ:

ა) პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი,

ბ)* ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხე.

ბრუნვის სხეულები (12 სთ)

ცილინდრი. ცილინდრის კვეთი (2 სთ).

ამ პუნქტის შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა

იცოდნენ: ცილინდრისა და მისი ელემენტების (მსახველი, ფუძე, რადიუსი, სიმაღლე, ღერძი), გვერდითი ზედაპირის, მართი ცილინდრის, მისი ღერძული კვეთისა და მხები სიბრტყის განსაზღვრებები. ცილინდრში ჩახაზული და ცილინდრზე შემოხაზული პრიზმების განსაზღვრებები, თეორემა 19.1-ის ფორმულირება.

შეეძლოთ: 19.1. თეორემის დამტკიცება და შესაბამისი სავარჯიშოების ამოხსნა.

გაკვეთილი N 17

კლასში: ცილინდრისა და მისი ელემენტების, ღერძული კვეთისა და მხები სიბრტყის განსაზღვრებანი, N 1,2 ამოცანის ამოხსნა.

სახლში: კითხვები 1–3 ამოცანები N 3 და 5.

გაკვეთილი N 18

კლასში: დამტკიცება 19.1 თეორემისა, წაკვეთილი პირამიდის და ცილინდრზე შემოხაზული პრიზმების გამოსახულებანი N 6 და N 7 ამოცანის ამოხსნა.

სახლში: კითხვები 4–5, ამოცანები N 4 და 8.

კონუსი. კონუსის კვეთი (3 სთ)

ამ პუნქტის შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა

იცოდნენ: კონუსისა და მისი ელემენტების, კონუსის გვერდითი ზედაპირის, სიმაღლის, ღერძის, ღერძული კვეთის, მხები სიბრტყის, წაკვეთილი კონუსის გამოსახულებანი; ფორმულირება 19.2 თეორემისა, კონუსში ჩახაზული და მასზე შემოხაზული პირამიდების გამოსახულებანი.

შეეძლოთ: ამ თეორემის დამტკიცება, შესაბამისი ამოცანების ამოხსნა.

გაკვეთილი N 19

კლასში: კონუსისა და მისი ელემენტების (წვერო, ფუძე, მსახველი), გვერდითი ზედაპირის, სიმაღლის, ღერძის, ღერძული კვეთის, მხები სიბრტყის გამოსახულებანი, ამოვხსნათ N 11, 12 ამოცანები.

სახლში: კითხვები 5–8. ამოცანები № 9 და 10.

გაკვეთილი № 20

კლასში: დავამტკიცებთ № 19, 2 თეორემას. ვასწავლით წაკვეთილ კონუსის, კონუსში ჩახაზული და კონუსზე შემოხაზული პირამიდების განსაზღვრებას. ამოვხსნით № 13 და 15 ამოცანებს.

სახლში: კითხვები 9–11. ამოცანები № 14 და 17.

გაკვეთილი № 21

კლასში: ამოვხსნათ № 18, 23, 27 ამოცანები, ჩავატაროთ დამოუკიდებელი სამუშაო № 6.

სახლში: ამოცანები № 25 და 26.

დამოუკიდებელი სამუშაო № 6

I ვარიანტი

ამოცანები № 20 და 22.

II ვარიანტი

ამოცანები № 19 და 23.

ბირთვი, ბირთვის კვეთა. სფერო [illegible] (4 სთ)

ამ პუნქტის შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა

იცოდნენ: ბირთვისა და მისი ელემენტების (ცენტრი, რადიუსი, დიამეტრი), სფეროს, ბირთვის დიამეტრალურად მოპირდაპირე წერტილების, დიამეტრალური სიბრტყის, დიდი წრისა და წრეწირის, მხები სიბრტყის განსაზღვრებანი. 19.3, 19.4, 19.5 და 19.6 თეორემების ფორმულირება.

შეეძლოთ: ამ თეორემების დამტკიცება და შესაბამისი სავარჯიშოების ამოხსნა.

გაკვეთილი № 22

(ლექცია)

კლასში: მოსწავლეებს გადავცემთ პუნქტში შემავალ თეორიულ მასალას მთლიანობაში (გამოვიყენებთ ბირთვის მოდელს, პლაკატებს, ნახაზებს და სხვა თვალსაჩინოებას) ამოვხსნით № 29 ამოცანას.

სახლში: კითხვები 12-15. ამოცანა № 30.

გაკვეთილი № 23

კლასში: მოსწავლეებს შევახსენებთ № 19.4, 19.5 და 19.6 თეორემებსა და მხები სიბრტყის განსაზღვრებას. ამოვხსნით №28, 31, 37 ამოცანებს.

სახლში: კითხვები 16-18, ამოცანა 34.

გაკვეთილი № 24

მოსწავლეებს შევასწავლებთ 19.6 ფიგურას, ამოვხ-სნით № 35, 36, 38 ამოცანებს.

სახლში: ფიგურა № 19, ამოცანა № 33.

გაკვეთილი № 25

კლასში: დასმული კითხვების საშუალებით შევაჯამებთ პერიოდში შესწავლილ თეორიული მასალის მოსწავლის მიერ შეძენილ ცოდნას, ამოვხსნით № 40 და 41 ამოცანებს ჩავატარებთ № 7 დამოუკიდებელ სამუშაოს.

სახლში: ამოცანები № 32, 39.

გაკვეთილი № 26

კლასში: ამოვხსნით № 42, 24 ამოცანებს. ჩავატარებთ № 8 დამოუკიდებელ სამუშაოს.

სახლში: ამოცანები 16, 21.

გაკვეთილი № 27

კლასში: საკონტროლო სამუშაო № 3.

სახლში: საკონტროლო სამუშაოს ვარიანტები.

დავალება N 28

(სემინარი თემაზე "ბრუნვითი სხეულები")

კლასში: სემინარული მუშაობა.

სახლში: კითხვები 1–3 (§ 13 "ფიგურის ფართობი") გასამეორებლად.

დამოუკიდებელი სამუშაო N 7

I ვარიანტი

1. სფეროს რადიუსია 13 სმ. იპოვეთ იმ წრეწირის სიგრძე, რომელიც მიიღება სფეროს ზისი ცენტრიდან 12 სმ-ით დაშორებული სიბრტყით კვეთის შედეგად.

2. ბირთვის დიდი წრის ფართობია Q. ბირთვის ცენტრიდან რა მანძილზეა კვეთა, რომლის ფართობია $Q/2$?

II ვარიანტი

1. სფეროს დიამეტრია 50 სმ. ცენტრიდან 15 სმ მანძილზე ბლებარს სიბრტყე კვეთს სფეროს. იპოვეთ კვეთაში მიღებული წრის სიგრძე.

2. ბირთვის დიდი წრის ფართობია Q

ძილზეა კვეთა, რომლის ფართობია $\frac{3}{4}Q$?

დამოუკიდებელი სამუშაო № 8

I ვარიანტი

1. ცილინდრის ღერძული კვეთი კვადრატია, რომლის ფართობია 20 მ². იპოვეთ იმ კვეთის ფართობი, რომელიც ღერძის პარალელურია და მისგან დაშორებულია 5 მ-ით.

2. წესიერი სამკუთხედის ყოველი გვერდი 2 სმ-ის რადიუსიან სფეროს ეხება. იპოვეთ მანძილი სფეროს ცენტრიდან სამკუთხედის სიბრტყემდე, თუ ცნობილია, რომ სამკუთხედის გვერდია 6 სმ.

II ვარიანტი

1. კონუსის ფუძის რადიუსია 40 სმ, მსახველი – 41 სმ. კონუსი გადაკვეთილია ფუძის პარალელური სიბრტყით, რომელიც კონუსის წვეროდან 3 სმ-ით არის დაშორებული. იპოვეთ მიღებული კვეთის რადიუსი.

2. წესიერი სამკუთხედის ყოველი გვერდი სფეროს მხებს წარმოადგენს. სამკუთხედის სიბრტყე სფეროს ცენტრიდან 3 სმ-ით არის დაშორებული. იპოვეთ სამკუთხედის გვერდი, თუ სფეროს დიამეტრია 12 სმ.

საკონტროლო წერა № 3

I ვარიანტი

1. ცილინდრის ღერძული კვეთის დიაგონალია $8\sqrt{2}$ სმ. იპოვეთ ცილინდრის ფუძის წრეწირის სიგრძე თუ მისი დიამეტრი ცილინდრის მსახველის ტოლია.

2. ბირთვის დიამეტრია m დიამეტრის ბოლოში მისდამი 45°-იანი კუთხით გავლებულია სიბრტყე. იპოვეთ კვეთაში მიღებული წრეწირის სიგრძე.

3. კონუსის მსახველია 4 სმ. ღერძული კვეთის წვეროსთან მდებარე კუთხეა 120°. იპოვეთ:

ა) კონუსის ფუძის რადიუსი;

ბ)* იმ კვეთის ფართობი, რომელიც გავლებულია იმ ორ მსახველზე, რომელთა შორის კუთხეა 45°.

II ვარიანტი

1. ცილინდრის ფუძის წრეწირის სიგრძე 16π-ს ტოლია. ფუძის დიამეტრი ცილინდრის მსახველის ტოლია. იპოვეთ ღერძული კვეთის დიაგონალი.

2. ბირთვის დიამეტრის ბოლოში მასთან 30°-იანი კუთხით გავლებულია სიბრტყე. სფეროს ცენტრიდან ამ სიბრტყემდე მანძილია m. იპოვეთ ბირთვის კვეთის ფართობი.

3. კონუსის მსახველი 6 სმ-ია და იგი ფუძის სიბრტყესთან 45°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ:

ა) კონუსის სიმაღლე;

ბ)* იმ კვეთის ფართობი, რომელიც გავლებულია ამ ორ მსახველზე, რომელთა შორის კუთხე 60°-ია.

§ 20. სხეულის მოცულობა (19 სთ)

მოცულობის ცნება, მართკუთხა პარალელეპიპედის მოცულობა (2 სთ)

ამ პუნქტების შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა

იცოდნენ: სხეულის მოცულობის ცნება, როგორც საწყისი ცნება და მისი აქსიომები, მართკუთხა პარალელეპიპედის მოცულობის გამოსათვლელი ფორმულა.

შეეძლოთ: მართკუთხა პარალელეპიპედის მოცულობის გამოსათვლელი ფორმულის დამტკიცება და მისი გამოყენება ამოცანების ამოხსნისას.

გაკვეთილი № 29

(ლექცია)

კლასში: ავხსნით, რომ "მოცულობა", ისე, როგორც "სიგრძისა" და "ფართობის" ცნებები, საწყისი ცნებაა, რომ იგი კონკრეტული სხეულის რიცხვითი მახასიათებელი – ფართობითი სიდიდეა. მოსწავლეებს გავაცნობთ მოცულობის აქსიომებს (ფართობის აქსიომების შესაბამისად), საზომი ერთეულების ცნებებს. თვალსაჩინოების სხვადასხვა საშუალებების (ნახაზები, ნახატები, მოდელები, ერთი ზომის პატარა კუბები) გამოყენებით კლასს გავაცნობთ მოცულობის გაზომვის შინაარსს და დავამტკიცებთ მართკუთხა პარალელეპიპედის მოცულობის გამოსათვლელ ფორმულას. ამოვხსნით № 3 და 5 ამოცანებს.

სახლში: კითხვები 1-2, ამოცანები № 1 და 4.

გაკვეთილი № 30

კლასში: ამოცანები № 2 და 6. ჩავატაროთ № 9 დამოუკიდებელი სამუშაო.

სახლში: ამოცანები № 7 და 8.

დამოუკიდებელი სამუშაო № 9

I ვარიანტი

1. რამდენჯერ უნდა შევამციროთ მოცემულ მართკუთხა პარალელეპიპედის თითოეული წიბო, რომ მისი მოცულობა 343-ჯერ შემცირდეს?

2. მართკუთხა პარალელეპიპედის საერთო წიბოს მქონე ორი გვერდითი წახნაგის ფართობები შესაბამისად 18 დმ^2 და 24 დმ^2-ია. მათი საერთო წიბო 6 დმ-ია. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.

II ვარიანტი

1. მოცემულია სამი კუბი. ერთი კუბის წიბოს კვადრატი ტოლია დანარჩენი ორი კუბის წიბოების კვადრატების ჯამისა. დაამტკიცეთ, რომ პირველი კუბის მოცულობა მეტია დანარჩენი კუბების მოცულობათა ჯამზე.

2. მართკუთხა პარალელეპიპედის სამი სხვადასხვა წახნაგის ფართობები შესაბამისად 10 მ^2, 14 მ^2 და 35 მ^2-ია. იპოვეთ მისი მოცულობა.

დახრილი პარალელეპიპედის მოცულობა (2 სთ)

ამ პუნქტის შესწავლის შემდეგ მოსწავლეებმა უნდა იცოდნენ: ნებისმიერი პარალელეპიპედის მოცულობის გამოსათვლელი ფორმულა.

შეეძლოთ: ამ ფორმულის დამტკიცება და მისი გამოყენება ამოცანების ამოხსნისას.

გაკვეთილი N 31

კლასში: ნებისმიერი პარალელეპიპედის მოცულობის გამოსათვლელი ფორმულის დამტკიცება. N 9 და 13 ამოცანების ამოხსნა.

სახლში: კითხვა N 3. ამოცანები N 10 და 14.

გაკვეთილი N 32

კლასში: ამოცანა N 11. მე-2 მეოთხედის შემაჯამებელი დამოუკიდებელი სამუშაო N 10.

სახლში: ზანტრის-არადადგენისათვის მოსწავლეებს ვაძლევთ დავალებას სემინარული მუშაობისათვის თემაზე "პარალელეპიპედის მოცულობა".

დამოუკიდებელი სამუშაო N 10

I ვარიანტი

1. რამდენჯერ უნდა გავზარდოთ მართკუთხა პარალელეპიპედის თითოეული წიბო, რომ მისი მოცულობა 216-ჯერ გაიზარდოს.

2. დახრილი პარალელეპიპედის ფუძეა პარალელოგრამი 3 დმ

და 6 დმ სიგრძის დიაგონალებით, რომელთა შორის კუთხეა 30°. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა, თუ მისი სიმაღლეა 5 დმ.

3. პარალელეპიპედის ფუძის ერთი გვერდი 3-ჯერ შეამცირეს, როგორ შეიცვლება ამ პარალელეპიპედის მოცულობა, თუ მის წიბოს გავზრდით 6-ჯერ?

II ვარიანტი

1. მოცემულია ორი მართკუთხა პარალელეპიპედი, რომელთა მოცულობებია 60 დმ^3 და 65 დმ^3. რას უდრის იმ კუბის წიბო, რომლის მოცულობა ამ ორი კუბის მოცულობების ჯამის ტოლია?

2. პარალელეპიპედის ყოველი წახნაგი რომბია, რომლის გვერდი 2 სმ-ია, ხოლო კუთხე - 60°. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.

3. როგორი უდიდესი მოცულობა შეიძლება ჰქონდეს პარალელეპიპედს, რომლის სამი წახნაგის ფართობები შესაბამისად 4 დმ^2, 3 დმ^2 და 9 დმ^2-ის ტოლია?

პრიზმის მოცულობა (3 სთ)

ამ პუნქტის შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა <u>იცოდნენ</u>: ნებისმიერი პრიზმის მოცულობის გამოსათვლელი ფორმულა.

<u>შეეძლოთ</u>: ამ ფორმულის დამტკიცება და მისი ამოცანების ამოხსნისას.

გაკვეთილი № 33

<u>კლასში</u>: პრიზმის მოცულობის გამოსათვლელი ფორმულის დამტკიცება, № 21 და 16 ამოცანების ამოხსნა.

<u>სახლში</u>: კითხვა № 4. ამოცანა № 15.

გაკვეთილი № 34

<u>კლასში</u>: ამოცანები № 18, 19, 23, 29.

<u>სახლში</u>: ამოცანები № 17 და 20.

გაკვეთილი № 35

<u>კლასში</u>: ამოცანები № 22 და 32. დამოუკიდებელი სამუშაო №11.

<u>სახლში</u>: ამოცანები № 24 და 27.

დამოუკიდებელი სამუშაო № 11

I ვარიანტი

ამოცანები № 25 და 30.

II ვარიანტი

ამოცანები № 26 და 28.

პირამიდის მოცულობა (3 სთ)

ამ პუნქტის შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა იცოდნენ: ნებისმიერი პირამიდის მოცულობის გამოთვლა.

შეძლონ: სამკუთხა პირამიდისა და ნებისმიერი პირამიდის მოცულობათა გამოსათვლელი ფორმულების დამტკიცება და ამ ფორმულების გამოყენება ამოცანების ამოხსნისას.

გაკვეთილი N 36 (ლექცია)

კლასში: დავამტკიცებთ სამკუთხა პირამიდის მოცულობის გამოსათვლელ ფორმულას. ამოვხსნით N 33 (1) ამოცანას.

სახლში: კითხვა N 5, ამოცანა N 35.

გაკვეთილი N 37

კლასში: დავამტკიცებთ ნებისმიერი პირამიდის მოცულობის გამოსათვლელ ფორმულას. ამოვხსნით N 33 (3), 34 და 36 ამოცანებს.

სახლში: კითხვა N 6. ამოცანები N 33 (2) და 37.

გაკვეთილი N 38

კლასში: ამოვხსნით N 42 და 47 ამოცანებს. ჩავატარებთ N 12 დამოუკიდებელ სამუშაოს.

სახლში: ამოცანები N 43 და 46.

დამოუკიდებელი სამუშაო № 12

I ვარიანტი

ამოცანები № 39 და 49.

II ვარიანტი

ამოცანები № 41 და 44.

გაკვეთილი 39

<u>კლასში:</u> საკონტროლო სამუშაო № 4

<u>სახლში:</u> ამოცანა № 46.

საკონტროლო სამუშაო № 4

I ვარიანტი

1. წესიერი სამკუთხა პირამიდის აპოთემა m-ის ტოლია, ხოლო ფუძესთან შედგენილი ორწახნაგა კუთხე – 45°-ისა. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

2. $ABCA_1B_1C_1$ მართი პრიზმის ფუძე სამკუთხედი, რომელშიც $\angle C=90^\circ$, $\angle A=30^\circ$, $BC=2m$. ABC და BCA_1 სიბრტყეების შორის კუთხე α-ს ტოლია. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

II ვარიანტი

1. წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია a გვერდითი წიბო ფუძის სიბრტყესთან 45°-იან კუთხეს ადგენს, იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

2. მართი პარალელეპიპედის ფუძე რომბი 60°-იანი კუთხით და $2m$-ის ტოლი დიდი დიაგონალით. პარალელეპიპედის პატარა დიაგონალი ფუძის სიბრტყესთან ადგენს α კუთხეს. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.

გაკვეთილი N 40

(სემინარი)

კლასში: ვატარებთ სემინარულ მეცადინეობას თემაზე "მრავალწახნაგების მოცულობები", გაკვეთილის ბოლოს ვაჯამებთ საკონტროლო სამუშაოს შედეგებს.

სახლში: ამოცანა N 45.

ცილინდრისა და კონუსის მოცულობა (3 სთ)

ამ პუნქტის შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა იცოდნენ: ცილინდრისა და კონუსის მოცულობათა გამოსათვლელი ფორმულები.

შეეძლოთ: ამ ფორმულების დამტკიცება და მათი გამოყენება ამოცანების ამოხსნისას.

გაკვეთილი № 41

(ლექცია)

კლასში: დავამტკიცებთ ცილინდრისა და კონუსის მოცულობების გამოსათვლელ ფორმულებს. ამოვხსნით № 56 ამოცანას.

სახლში: კითხვა № 8, ამოცანა № 51.

გაკვეთილი № 42

კლასში: ამოვხსნით № 50, 52, 59, 61 ამოცანებს.

სახლში: ამოცანები № 54 და 57.

გაკვეთილი № 43

კლასში: ამოვხსნით № 53 და 66 ამოცანებს. ჩავატარებთ № 13 დამოუკიდებელ სამუშაოს.

სახლში: ამოცანები № 55 და 64.

დამოუკიდებელი სამუშაო № 13

I ვარიანტი: ამოცანები № 58 და 62.

II ვარიანტი: ამოცანები № 60 და 63.

ბირთვის მოცულობა (2 სთ)

ამ პუნქტის შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა იცოდნენ: ბირთვული სეგმენტის, ბირთვული ფენისა და ბირთვული ფენისა და ბირთვული სექტორის განსაზღვრებანი, ბირთვის, ბირთვული სეგმენტისა და ბირთვული სექტორის მოცულობების გამოსათვლელი ფორმულები.

შეეძლოთ: ამ ფორმულების გამოყვანა და მათი გამოყენება ამოცანების ამოხსნისას.

გაკვეთილი № 44

კლასში: მოსწავლეებს შევასწავლით ბირთვული სეგმენტისა და ბირთვული ფენის განსაზღვრებებს, გამოვიყვანთ ბირთვული ფენისა და ბირთვის მოცულობების გამოსათვლელ ფორმულებს, ამოვხსნით № 71 და 75 ამოცანებს.

სახლში: კითხვები 10–11 (ნაწილი). ამოცანები № 70 და 74.

გაკვეთილი № 45

კლასში: ბირთვული სექტორის განსაზღვრება და მოცულობის გამოსათვლელი ფორმულის გამოყვანა. ამოხსნა № 78 ამოცანისა. დამოუკიდებელი სამუშაო № 14.

სახლში: კითხვები 10–11. ამოცანები № 79 და 80.

დამოუკიდებელი სამუშაო № 14

I ვარიანტი: ამოცანები № 72 და 76.

II ვარიანტი: ამოცანები № 73 და 77.

გაკვეთილი № 46

კლასში: ამოცანები № 67, 69. დამოუკიდებელი სამუშაო №15.

სახლში: დამოუკიდებელი სამუშაოს ვარიანტები.

დამოუკიდებელი სამუშაო № 15

I ვარიანტი

1. სითხეს, რომლითაც სავსეა 6 სმ დიამეტრისა და 9 სმ სიმაღლის მქონე ცილინდრის ფორმის ჭურჭელი, ასხამენ 9 სმ დიამეტრისა და 11 სმ სიმაღლის მქონე კონუსის ფორმის ჭურჭელში. დაეტევა სითხე ამ ჭურჭელში?

2. ბირთვის რადიუსი 4 სმ-ია. იპოვეთ 3 სმ სიმაღლის მქონე ბირთვული სეგმენტის მოცულობა.

II ვარიანტი

1. 4 მმ დიამეტრიანი ალუმინის სადენის მასა 6,8 კგ. იპოვეთ სადენის სიგრძე, თუ ალუმინის სიმკვრივეა 2,7 გრ/სმ^3.

2. ორი ბირთვის რადიუსებია 13 მ და 15 მ, ხოლო ცენტრებს შორის მანძილია 14 მ. იპოვეთ ამ ბირთვების საერთო ნაწილის მოცულობა.

გაკვეთილი № 47

საკონტროლო წერა № 5

I ვარიანტი

1. ბირთვის დიამეტრი ტოლია იმ კონუსის სიმაღლისა, რომლის მსახველიც მისივე დიამეტრის ტოლია. იპოვეთ ბირთვისა და კონუსის მოცულობების შეფარდება.

2.* ცილინდრში ჩახაზულია პრიზმა. პრიზმის ფუძე მართკუთხა სამკუთხედია, რომლის კათეტია m, ხოლო მისი მოპირდაპირე კუთხე 30°-ია. ერთი გვერდითი წახნაგის დიაგონალი ფუძის სიბრტყესთან 45°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ ცილინდრის მოცულობა.

II ვარიანტი

1. ბირთვის დიამეტრი ცილინდრის სიმაღლის ტოლია. ცილინდრის ღერძული კვეთის დიაგონალი ფუძესთან 60°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ ცილინდრისა და ბირთვის მოცულობათა შეფარდება.

2.* კონუსში ჩახაზულია პირამიდა, რომლის ფუძე მართკუთხა სამკუთხედი m-ის ტოლი კათეტითა და მისი მოპირდაპირე 30°-იანი კუთხით. ამ კათეტზე გამავალი წახნაგი ფუძის სიბრტყესთან 45°-იან კუთხეს ადგენს. გაიგეთ კონუსის მოცულობა.

§ 21. სხეულის ზედაპირის ფართობი (6 სთ)

ზედაპირის ფართობის ცნება. სფეროს ფართობი (2 სთ)

ამ პუნქტების შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა

იცოდნენ: ზედაპირის ფართობის პრაქტიკული და გეომეტრიული შინაარსი. სფეროს ფართობის გამოსათვლელი ფორმულა.

შეეძლოთ: სფეროს ფართობის ფორმულის გამოყვანა და მისი გამოყენება ამოცანების ამოხსნისას.

გაკვეთილი N 48

(ლექცია)

კლასში: ორივე პუნქტში მოცემული თეორიული მასალის გადაცემა მოსწავლეთათვის მისაწვდომ დონეზე. ამოვხსნათ N 1 ამოცანა.

სახლში: კითხვები 1-2. ამოცანა N 2.

გაკვეთილი N 49

კლასში: ამოვხსნით N 1, 2 და 3 დანართებით ამოცანებს, ჩავატარებთ N 16 დამოუკიდებელ სამუშაოს.

სახლში: დამოუკიდებელი სამუშაოს ვარიანტები.

დამატებითი ამოცანები 49-ე გაკვეთილისათვის

1. რამდენჯერ უნდა გავადიდოთ სფეროს რადიუსი, რომ მისი ფართობი 10-ჯერ გაიზარდოს?

2. ფოლადის ბურთულა, რომლის დიამეტრია 10 მმ, დაფარულია ნიკელის თხელი ფენით. იპოვეთ ფენათა მასა 1000 ასეთი ბურთულასათვის, თუ 1 დმ^2 ფართობის დაფარვისათვის იხარჯება 0,22 გრ. ნიკელი.

3. ორი სფეროს ფართობთა შეფარდებაა 2. იპოვეთ მათი დიამეტრების შეფარდება.

დამოუკიდებელი სამუშაო № 16

I ვარიანტი

1. ორი სფეროს ფართობების შეფარდებაა $\frac{1}{3}$. იპოვეთ მათი დიდი წრეწირების სიგრძეთა შეფარდება.

2. 0,5 დმ დიამეტრის რამდენი ბირთვის შეღებვა შეიძლება 1 კგ საღებავით, თუ 1 მ^2 ფართობს ეხარჯება 100 გრ. საღებავი?

II ვარიანტი

1. რამდენჯერ უნდა შევამციროთ სფეროს რადიუსი, რომ მისი ფართობი 5-ჯერ შემცირდეს?

2. 4 სმ დიამეტრის ფოლადის ბურთულის ზედაპირის ქრომირებით მიიღეს 0,05 მმ სისქის ფენა. იპოვეთ ფენის სიმკვრივე, თუ ქრომის სიმკვრივეა 7,2 გრ/სმ^3.

ცილინდრისა და კონუსის გვერდითი ზედაპირი (2 სთ)

ამ პუნქტის შესწავლის შედეგად მოსწავლეებმა უნდა

იცოდნენ: ცილინდრისა და კონუსის გვერდითი ზედაპირების ფართობთა გამოსაანგარიშებელი ფორმულები.

შეეძლოთ: ამ ფორმულების გამოყვანა და მათი გამოყენება ამოცანების ამოხსნისას.

გაკვეთილი № 50

კლასში: გამოვიყვანთ ცილინდრისა და კონუსის გვერდითი ზედაპირების ფართობების გამოსათვლელ ფორმულებს, აგრეთვე სფერული სეგმენტის ფართობის გამოსათვლელ ფორმულას და ამოვხსნით № 3 და 9 ამოცანებს.

სახლში: კითხვები 3-5. ამოცანები № 4 და 7.

გაკვეთილი № 51

კლასში: ამოცანები № 6, 11, 13 და 17.

სახლში: ამოცანები № 5, 8 და 15.

გაკვეთილი № 52

კლასში: ამოცანები № 12, 18. დამოუკიდებელი სამუშაო № 17.

სახლში: ამოცანები № 13 და 16.

დამოუკიდებელი სამუშაო № 17

I ვარიანტი

1. სფერული სეგმენტის სიმაღლეა h, მისი ღერძული კვეთის რკალი α -ს ტოლია. იპოვეთ სფერული სეგმენტის ზედაპირის ფართობი.

2. კონუსის მსახველია l. რა საზღვრებშია მოქცეული (დაასახელეთ $[a; b]$ შუალედი) კონუსის სრული ზედაპირის ფართობი?

II ვარიანტი

1. მოცემულია R რადიუსიანი ბირთვი. მისი დიამეტრის α კუთხით გადამკვეთი სიბრტყე ამ დიამეტრს ყოფს 3:1 შეფარდებით. რა ნაწილებად იყოფა ამ სიბრტყით სფეროს ზედაპირი?

2. კონუსის მსახველია l. რომელ უმცირეს $[a; b]$ შუალედს ეკუთვნის კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობი?

გაკვეთილი № 53

საკონტროლო წერა № 6

I ვარიანტი

1. ცილინდრის ფუძის ფართობია 9π სმ^2, ხოლო მისი მოცულობაა 18π სმ^3. იპოვეთ ცილინდრის სრული ზედაპირის ფართობი.

2. ორი ბირთვის მოცულობათა შეფარდებაა 1:8. როგორ შეეფარდება ერთმანეთს მათი ზედაპირის ფართობები?

3.* მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის კათეტია a, ხოლო მისი მიმდებარე მახვილი კუთხე α, ბრუნავს ამ კათეტის გარშემო. იპოვეთ ბრუნვითი სხეულის ზედაპირის ფართობი.

II ვარიანტი

1. ცილინდრის ფუძის ფართობია 16π სმ^2, ხოლო მისი ღერძული კვეთის ფართობი – 24 სმ^2. იპოვეთ მოცემული ცილინდრის სრული ზედაპირის ფართობი.

2. ორი ბირთვის ზედაპირების ფართობები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 9:16. იპოვეთ მათი მოცულობების შეფარდება.

3.* მართკუთხა სამკუთხედი a კათეტითა და მისი მოპირდაპირე α კუთხით ბრუნავს მოცემული კათეტის გარშემო. იპოვეთ ბრუნვითი სხეულის მოცულობა.

გ ა მ ე ო რ ე ბ ა (15 სთ)

გეომეტრიის კურსის გამეორების პროცესში რაციონალურად და შინაარსიანად უნდა გამოვიყენოთ სწავლების თანამედროვე მეთოდები, ამ შემთხვევაში კი განსაკუთრებული ადგილი უნდა დაეთმოს სემინარულ მეცადინეობებს. მასწავლებელმა სემინარების გრაფიკი წინასწარ უნდა შეადგინოს და გააცნოს კლასს (თანამიმდევრულად დალაგებული თემები ფურცელზე ჩამოწერით და გამოკვრით კედელზე). აქ ვიყენებთ სახელმძღვანელოში მოცემული პარაგრაფების სათაურებსა და თითოეული ამ პარაგრაფის ბოლოში მოცემულ კითხვებს. მაგალითად, სემინარები შეგვიძლია

ჩავატაროთ შემდეგ თემებზე:

ა) გეომეტრიის აქსიომები და მათი შედეგები. გეომეტრიულ ფიგურათა განსაზღვრებანი.

ბ) სამკუთხედების ტოლობის ნიშნები და მათი გამოყენება (ხუთი ამოცანა 6-10 კლასების მასალიდან).

გ) პარალელობა და მასთან დაკავშირებული საკითხები, (წრფეთა პარალელობის ნიშნები, პარალელურ წრფეთა თვისებები, თალესის თეორემა, წრფისა და სიბრტყისა და ორი სიბრტყის პარალელობა).

დ) ამოცანები აგებაზე (ხუთი ამოცანა 6-10 კლასის მასალიდან).

სემინარულ მეცადინეობებს წინ აუცილებლად უნდა უძღოდეს კონსულტაციები, რომლებსაც მასწავლებელი უტარებს კლასს, სემინარის მომხსენებლებსა და რეცენზენტებს. წინასწარ დაწერილი თემების კითხვა მოსწავლეებს ჩვევად რომ არ გადაექციოთ, მათ უნდა ვურჩიოთ, რომ დაწერონ დავალებად მიცემული თემის მოკლე კონსპექტი და ძირითადი მასალა კი შეგნებულად შეისწავლონ. თითოეულ თემაზე რეკომენდებულია დაინიშნოს ორი მომხსენებელი, ორი თანამომხსენებელი და ორ-ორი რეცენზენტი. ეს არ ნიშნავს იმას, თითქოს კლასის სხვა მოსწავლეებს არ შეეძლოთ კითხვების დასმა ან კრიტიკული შენიშვნების გამოთქმა, სემინარებზე განსაკუთრებული ყურადღება უნდა მივაქციოთ მოსწავლეთა ზოგად კულტურას – ერთმანეთის საუბრის ყურადღებით მოსმენის მუდმივი აუცილებლობის ჩვევების აღზრდას.

სასწავლო წლის დამთავრებამდე 1-2 გაკვეთილით ადრე ჩავატარებთ N 7 საკონტროლო წერას.

საკონტროლო წერა № 7

I ვარიანტი

1. წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 6 სმ, ხოლო ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხე 45°-ია. იპოვეთ იმ კვეთის ფართობი, რომელიც გავლებულია გვერდითი წიბოს შუაწერტილზე მოპირდაპირე წახნაგის პარალელურად.

2.* R რადიუსიან ბირთვში ჩახაზულია წესიერი ოთხკუთხა პირამიდა. პირამიდის წვეროზე გავლებული ბირთვის რადიუსი ფუძესთან ადგენს α კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

II ვარიანტი

1. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბო 8 სმ-ის ტოლია და მის ფუძესთან 60°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ იმ კვეთის ფართობი, რომელიც გავლებულია ფუძის დიაგონალზე პირამიდის გვერდითი წახნაგის პარალელურად.

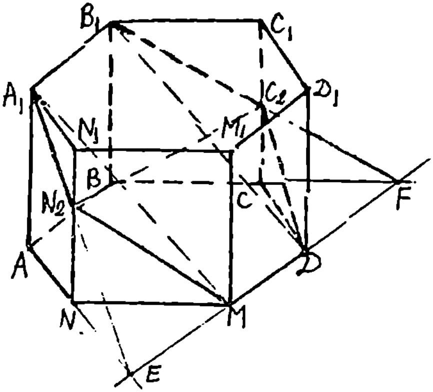
2.* R რადიუსიან ბირთვში ჩახაზულია წესიერი ოთხკუთხა პირამიდა. მისი დიაგონალი გვერდით წახნაგთან ადგენს α კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

ამოცანათა ამოხსნის ნიმუში

ამოცანა № 9 (618)

წესიერ ექვსკუთხა პრიზმაში, რომლის გვერდითი წახნაგები კვადრატებია, გაავლეთ სიბრტყე ქვედა ფუძის გვერდსა და ზედა ფუძეში ამ გვერდის მოპირდაპირე გვერდზე. ფუძის გვერდი a-ს ტოლია, იპოვეთ აგებული კვეთის ფართობი.

ამოხსნა



ჯერ ავაგოთ წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის კვეთა მისი MD და A_1B_1 წრფეებზე გამავალი α სიბრტყით. ვთქვათ, MD და AN წრფეების გადაკვეთის წერტილია E, ხოლო BC და MD წრფეებისა - F მაშინ, AA_1N_1N წახნაგისა და α სიბრტყის თანაკვეთა იქნება A_1N_2 მონაკვეთი, სადაც N_2 არის A_1E და NN_1 მონაკვეთების გადაკვეთის წერტილი. ასევე მივიღებთ α სიბრტყისა და BB_1C_1C წახნაგის გადაკვეთის B_1C_2 მონაკვეთს. ამგვარად, საძიებელი კვეთა იქნება $A_1B_1C_2DMN_2$ ექვსკუთხედი.

$$\angle MNE = \angle NME = 60^\circ \quad \text{ე.ი.} \quad NE = MN = AN = a.$$

$N_2N = \frac{AA_1}{2} = \frac{a}{2}$ სამკუთხედის შუახაზის თვისების თანახმად. ე.ი. $A_1N_2 = N_2M = B_1C_2 = C_2D = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

რადგან $AM \perp MD$, $AA_1 \parallel MM_1$, $MM_1 \perp MD$, ამიტომ $A_1M \perp MD$ (ასევე $B_1D \perp MD$) და $A_1M = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a$. ასევე $B_1D = 2a$. კვეთის ფართობი გამოითვლება როგორც A_1B_1DM მართკუთხედისა და ΔN_2A_1M და ΔB_1C_2D

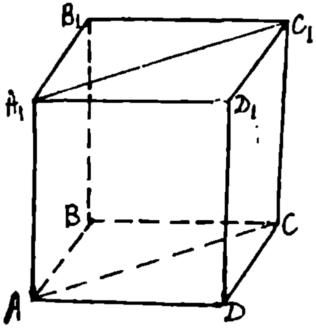
ფართობების ჯამი. რადგან ΔANM -ისა და ΔA_1N_2M -ის N და N_2 წვეროებიდან გავლებული სიმაღლეები ტოლია $\frac{a}{2}$ -ისა. ამგვარად, $S_{\text{გვ.}} = 2a\cdot a + 2\cdot\frac{1}{2}\cdot 2a\cdot\frac{a}{2} = 2a^2 + a^2 = 3a^2$. $S_{\text{გვ.}} = 3a^2$.

პასუხი: კვეთის ფართობია $3a^2$.

ამოცანა № 30 (§ 18)

იპოვეთ მართკუთხა პარალელეპიპედის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ მისი სიმაღლეა h ფუძის ფართობია Q ხოლო დიაგონალური კვეთის ფართობია M

ამოხსნა



მოც. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ მართკუთხა პარალელეპიპედი

$AA_1 = h$, $S_{ABCD} = Q$,

$S_{AA_1C_1C} = M$

უ.გ. $S_{\text{გვ.}}$

ავღნიშნოთ $AB = x$, $BC = y$, მაშინ

$S_{\text{გვ.}} = 2(x+y)\cdot h$, $S_{ABCD} = Q$ და $S_{AA_1C_1C} = M$ ტოლობებიდან მივიღებთ

სისტემას: $\begin{cases} xy = Q \\ h\sqrt{x^2+y^2} = M \end{cases}$ | $x^2 + y^2 = \frac{M^2}{h^2}$,

$$(x+y)^2 = \frac{M^2}{h^2} + 2Q,$$

$$x+y = \frac{\sqrt{M^2+2Qh^2}}{h},$$

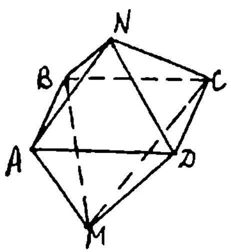
ამგვარად $S_{გვ.} = 2\sqrt{M^2+2Qh^2}$

პასუხი: $S_{გვ.} = 2\sqrt{M^2+2Qh^2}$

ამოცანა № 71 (§ 18)

იპოვეთ ოქტაედრის ორწახნაგა კუთხეები.

ამოხსნა



რადგან ოქტაედრის ყველა წახნაგი წესიერი სამკუთხედია, ხოლო მისი დიაგონალები ერთმანეთის ტოლია, ამიტომ თუ ოქტაედრის წიბოა a, მაშინ მისი დიაგონალი $a\sqrt{2}$-ის ტოლი იქნება. საერთო წიბოს მქონე ორი სამკუთხედის ამ წიბოზე გავლებული სიმაღლეები, რომელთა სიგრძე $\frac{a\sqrt{3}}{2}$-ის ტოლია, ადგენენ φ კუთხეს, რომელიც საძიებელი ორწახნაგა კუთხის ზომიან კუთხეს წარმოადგენს. ფორმულით.

$$(a\sqrt{2})^2 = 2\cdot\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 2\cdot\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2\cos\varphi,$$

ე.ი. $\cos\varphi = \frac{2\cdot\frac{3}{4}a^2 - 2a^2}{2\cdot\frac{3}{4}a^2} = \frac{-a^2}{3a^2} = -\frac{1}{3},$

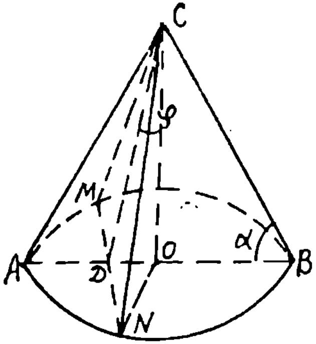
$$\cos\varphi=-\frac{1}{3}, \quad \varphi=180^\circ-\arccos\frac{1}{3}$$

პასუხი: ოქტაედრის ორწახნაგა კუთხეა $\varphi=180^\circ-\arccos\frac{1}{3}$.

ამოცანა N 14 (§ 19)

კონუსის ფუძის რადიუსია R ხოლო მსახველი ფუძის სიბრტყესთან α კუთხეს შეადგენს. კონუსის წვეროზე გავლებულია სიბრტყე, რომელიც მის სიმაღლესთან φ კუთხეს ადგენს. იპოვეთ მიღებული კვეთის ფართობი.

ამოხსნა



მოც: კონუსი,

$AO=OB=R$

$\angle ABC=\alpha$

$MN\perp AB, \angle DCO=\varphi$

უ.გ. $S_{\Delta MCN}$

$$S_{\Delta MCN}=\frac{1}{2}MN\cdot CD$$

$$MN=2DN=2\sqrt{R^2-OD^2}$$

ΔOCB-დან $OC=R\,tg\alpha$, $OD=OC\,tg\varphi=R\,tg\alpha\,tg\varphi$,

$CD=\frac{OC}{\cos\varphi}=\frac{R\,tg\alpha}{\cos\varphi}$, $MN=2\sqrt{R^2(1-tg^2\alpha\,tg^2\varphi)}$,

$MN=2R\sqrt{1-tg^2\alpha\,tg^2\varphi}$ $S_{\Delta MCN}=\frac{1}{2}2R\sqrt{1-tg^2\alpha\,tg^2\varphi}\cdot\frac{R\,tg\alpha}{\cos\varphi}$,

$$S_{\Delta MCN}=R^2\frac{tg\alpha}{\cos\varphi}\sqrt{1-tg^2\alpha\,tg^2\varphi}$$

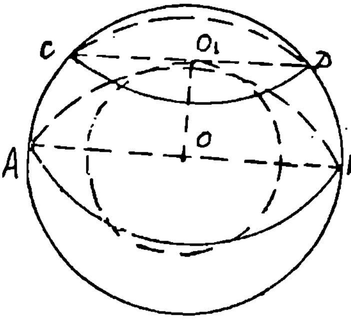
თუ $\alpha+\varphi > 90^\circ$, მაშინ C წვეროზე გამავალი სიბრტყე არ გადაკვეთს კონუსს, ხოლო თუ $\alpha+\varphi = 90^\circ$, მაშინ კვეთა კონუსის მსახველი იქნება. ამგვარად, ამოცანას მხოლოდ მაშინ აქვს აზრი, როცა $\alpha+\varphi < 90^\circ$.

პასუხი: კვეთის ფართობია $\frac{R^2 tg\alpha}{\cos\varphi}\cdot\sqrt{1-tg^2\alpha\, tg^2\varphi}$

ამოცანა № 37 (619)

სხეული შემოსაზღვრულია ორი კონცენტრული ბირთვული ზედაპირით (ღრუ ბირთვი). დაამტკიცეთ, რომ მისი კვეთი, რომელიც ცენტრზე გამავალი სიბრტყით მიიღება, ტოლდიდია იმ კვეთისა, რომელიც შიგა ბირთვული ზედაპირის მხები სიბრტყით მიიღება.

ამოხსნა



ვთქვათ მოცემულია საერთო O ცენტრის მქონე R და r რადიუსებიანი სფეროები, ბირთვით კვეთა სიბრტყით წრეს წარმოადგენს. ამიტომ, ღრუ ბირთვის კვეთა O ცენტრზე გამავალი სიბრტყით იქნება რგოლი, რომლის ფართობი იქნება $S_1=\pi R^2-\pi r^2=\pi(R^2-r^2)$.

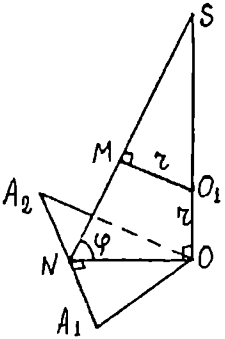
შეხების წერტილში გავლებული რადიუსი მხები სიბრტყის მართობია, ამიტომ, $OO_1 \perp CD$ და $CO_1=\sqrt{R^2-r^2}$, საიდანაც მეორე კვეთის ფართობი $S_2=\pi(R^2-r^2)$. ამგვარად, $S_1=S_2$, რის დამტკიცებაც გვინდოდა.

ამოცანა № 51 (519)

წესიერი n-კუთხა პირამიდის ფუძის გვერდი a-ს ტოლია, ფუძესთან შექმნილი ორწახნაგა კუთხე φ-ს ტოლია, იპოვეთ პირამიდაში ჩახაზული ბირთვის რადიუსი.

ამოხსნა

რადგან პირამიდა წესიერია, ამიტომ მასში ჩახაზული ბირთვის ცენტრი მდებარეობს პირამიდის სიმაღლეზე და ამ ბირთვის რადიუსის გასაგებად საკმარისია განვიხილოთ შემდეგი ნახაზი:



ON არის წესიერ n-კუთხედში ჩახაზული წრის რადიუსი, ამიტომ

$$ON = \frac{a}{2\,tg\frac{180^\circ}{n}} = \frac{a}{2}\,ctg\frac{180^\circ}{n}$$

$\Delta MSO_1 \sim \Delta OSN$, ამიტომ $\frac{MO_1}{ON} = \frac{SO_1}{SN}$, ე.ი.

$$\frac{r}{ON} = \frac{SO-r}{SN}, \quad SO = ON\cdot tg\varphi, \quad SN = \frac{ON}{\cos\varphi},$$

ამიტომ $r\cdot\frac{ON}{\cos\varphi} = ON\cdot\left(\frac{a}{2}\,ctg\frac{180^\circ}{n}\cdot tg\varphi - r\right)$

$$r = \frac{a}{2}\cos\varphi\, ctg\frac{180^\circ}{n}\, tg\varphi - r\cos\varphi, \quad r = \frac{a\, ctg\frac{180^\circ}{n}\sin\varphi}{2(1+\cos\varphi)} =$$

$$= \frac{a\, ctg\frac{180^\circ}{n}\cdot 2\sin\frac{\varphi}{2}\cos\frac{\varphi}{2}}{4\cos^2\frac{\varphi}{2}} = \frac{a}{2}\,ctg\frac{180^\circ}{n}\cdot tg\frac{\varphi}{2}$$

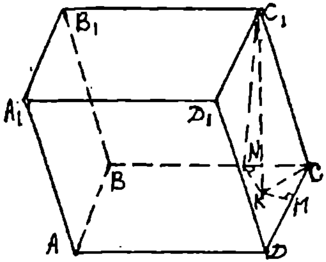
ამგვარად $r = \frac{a}{2}\,ctg\frac{180^\circ}{n}\cdot tg\frac{\varphi}{2}$

პასუხი: ბირთვის რადიუსია $\frac{a}{2}\,ctg\frac{180^\circ}{n}\cdot tg\frac{\varphi}{2}$.

ამოცანა № 14 (520)

პარალელეპიპედის წახნაგები ტოლი რომბებია, რომელთა გვერდია a და მახვილი კუთხე 60°, იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.

ამოხსნა



რადგან თითოეულ წვეროსთან სამი ბრტყელი კუთხეა, ხოლო 60°-იანი და 120°-იანი კუთხეების რაოდენობები ტოლია, ამიტომ ერთერთ წვეროსთან ორი 60°-იანი ბრტყელი კუთხე გვექნება.

ვთქვათ $\angle DCC_1 = \angle BCC_1 = 60^\circ$ გავავლოთ $C_1K \perp \alpha$, სადაც α არის $ABCD$ პარალელოგრამის სიბრტყე. გავავლოთ $KM \perp DC$ და $KN \perp BC$ მაშინ სამი მართობის თეორემით $C_1M \perp DC$ და $C_1N \perp BC$: $CM = CN = a\cos 60^\circ = \frac{a}{2}$, ხოლო $C_1N = C_1M = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ მაშინ $KM = KN$, ე.ი. KC არის $\angle BCD$-ს ბისექტრისა, აქ უნდა განვიხილოთ ორი შემთხვევა:

ა) $\angle BCD = 120^\circ$, მაშინ $\angle KCM = 60^\circ$ და გვექნება:

$KC = 2MC = a$, რაც შეუძლებელია, რადგან მართკუთხა ΔC_1KC-ში C_1C ჰიპოტენუზა a-ს ტოლია. ამგვარად, $\angle BCD \neq 120^\circ$.

ბ) $\angle BCD = 60^\circ$, მაშინ $\angle KCM = 30^\circ$ და $KC = \frac{MC}{\cos 30^\circ} = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

მართკუთხა ΔC_1KC-დან მივიღებთ: $C_1K = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

$S_{ABCD} = a^2 \sin 60^\circ$ a^2

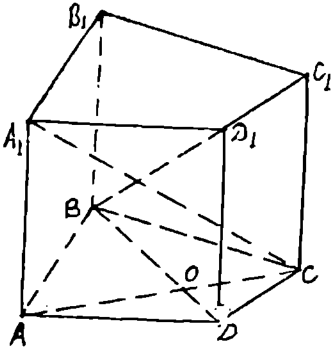
$$V_{პრ.} = a^2\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2}a^3$$

პასუხი: პარალელეპიპედის მოცულობაა $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$

ამოცანა № 32 (520)

რას უდრის მართი ოთხკუთხა პრიზმის მოცულობა, თუ მისი სიმაღლე h-ის ტოლია, დიაგონალები ფუძის სიბრტყესთან შეადგენენ α და β კუთხეებს და ფუძის დიაგონალებს შორის მახვილი კუთხე γ-ს ტოლია?

ამოხსნა



მოც.: $ABCDA_1B_1C_1D_1$ მართი პრიზმა,
$AA_1 = h$, $\angle D_1BD = \alpha$,
$\angle ACA_1 = \beta$,
$\angle COD = \gamma < 90^\circ$

უ.ვ. $V_{პრ.}$

$$V_{პრ.} = S_{ფ.}\, h$$

$$S_{ფ.} = \frac{1}{2} BD\cdot AC \sin\gamma.$$

ΔD_1BD-დან, სადაც $\angle BDD_1 = 90^\circ$, $\angle D_1BD = \alpha$,
$\frac{BD}{h} = ctg\alpha$, $BD = h\,ctg\alpha$. ასევე ΔA_1AC-დან
$AC = h\,ctg\beta$ ე.ი. $S_{ფ.} = \frac{1}{2}h^2 ctg\alpha\, ctg\beta \sin\gamma.$

ამგვარად $V_{პრ.} = \frac{1}{2}h^3 ctg\alpha\, ctg\beta \sin\gamma.$

პასუხი: $V_{პრ.} = \frac{1}{2}h^3 ctg\alpha\, ctg\beta \sin\gamma.$

ამოცანა № 57 (520)

15,5 სიგრძის მორის ბოლოების დიამეტრები 42 სმ და 25 სმ-ია, რა შეცდომას უშვებენ (პროცენტობით) მორის მოცულობის გამოთვლისას, როცა მორის შუა განივი კვეთის ფართობს სიგრძეზე ამრავლებენ?

ამოხსნა

მორის შუა განივი კვეთის ფართობია $\frac{1}{4}\pi\left(\frac{42+25}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}\pi\cdot 33,5^2$. ამიტომ მიახლოებით ანგარიშისას

$$V_{\text{მიახლ.}} = \frac{1}{4}\pi\, 33,5^2\cdot 1550 \text{ სმ}^3\text{-ია.}$$

სინამდვილეში უნდა ვისარგებლოთ წაკვეთილი კონუსის მოცულობის გამოსათვლელი ფორმულით, $V=\frac{1}{3}\pi h\left(R^2+Rr+r^2\right)$

აქ $R=21$ სმ, $r=12,5$ სმ, $h=1550$ სმ, ე.ი.

$$V=\frac{1}{3}\pi\cdot\left(21^2+21\cdot 12,5+12,5^2\right)\cdot 1550 \text{ სმ}^3$$

შეცდომას პროცენტობით გვაძლევს შემდეგი გამოსახულება

$$\frac{\left|\frac{1}{3}\left(21^2+21\cdot 12,5+12,5^2\right)-\frac{1}{4}\,33,5^2\right|}{\frac{1}{3}\left(21^2+21\cdot 12,5+12,5^2\right)}\cdot 100\% =$$

$$=\frac{4,5}{284,5}\,100\% = \frac{450}{284,5}\% \approx 1,5\%$$

პასუხი: შეცდომა ტოლია 1,5 %-ისა.

ამოცანა N 3 (§ 21)

ცილინდრული საკვამლე მილის დიამეტრი 65 სმ-ია, ხოლო სიმაღლე 18 მ. რამდენი თუნუქია საჭირო მილის დასამზადებლად, თუ მის დაჭედებაზე იხარჯება მასალის 10%?

ამოხსნა

ვიცით, რომ $S_{გვ.}=2\pi R h$, ე.ი. $S_{გვ.}=65\pi\cdot 1800$ სმ^2.
რადგან დაჭედებაზე (თუნუქის ფურცლების გადაბმაზე) იხარჯება მასალის 10%), ამიტომ თუ თუნუქის საძიებელი რაოდენობაა x, გვექნება: $x\cdot 0,9 = S_{გვ.}$

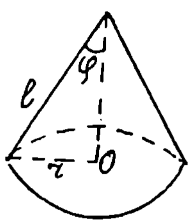
$$x=\frac{3,14\cdot 65\cdot 1800\cdot 10}{9}\ სმ^2 = 3,14\cdot 65\cdot 2000\ სმ^2 =$$
$$= 3,14\cdot 13\ მ^2 = 40,82\ მ^2.$$

პასუხი: მილის დასამზადებლად საჭიროა 40,8 მ^2 თუნუქი.

ამოცანა N 11 (§ 21)

ნახევარწრე დახვეულია კონუსურ ზედაპირად. იპოვეთ კუთხე მსახველსა და კონუსის ღერძს შორის.

ამოხსნა



ნახევარწრის სიგრძე πR-ია, ამიტომ კონუსური ზედაპირის მსახველი იქნება R, ხოლო ფუძის წრეწირის სიგრძე $2\pi r=\pi R$ ე.ი. $r=\frac{R}{2}$ თუ კონუსის მსახველსა და სიმაღლეს შორის კუთხეს φ-ასოთი აღვნიშნავთ, მაშინ $\sin\varphi=\frac{1}{2}$, $\varphi=30^\circ$.

პასუხი: მსახველსა და ღერძს შორის კუთხეა 30°.