საქართველოს სსრ უმაღლესი და საშუალო სპეციალური
განათლების სამინისტრო საშუალო სპეციალური განათლების
რესპუბლიკური სასწავლო-მეთოდური კაბინეტი

ინფორმატიკისა და გამოთვლითი ტექნიკის საფუძვლები

საცდელი სახელმძღვანელო
საშუალო სასწავლო დაწესებულებებისათვის
ორ ნაწილად

ნაწილი პირველი

ა. პ. ერშოვისა და ვ. მ. მონახოვის
რედაქციით

რეკომენდებულია სსრ კავშირის განათლების
სამინისტროს სკოლების მთავარი სამმართველოს მიერ

თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა
თბილისი 1987

წინამდებარე საცდელ სახელმძღვანელოში მოცემულია პირველადი ცნებები ელექტრონული გამომთვლელი მანქანების, მათი აგებულებისა და გამოყენების, ალგორითმების მეშვეობით ელექტრონულ გამომთვლელ მანქანებზე ამოცანების ამოხსნის მომზადების შესახებ. ყოველი პარაგრაფის ბოლოს მოყვანილია კითხვები თეორიის გამეორებისათვის და სავარჯიშოები. სახელმძღვანელო გათვალისწინებულია საშუალო სპეციალური დაწესებულებების, პროფესიულ-ტექნიკური სასწავლებლების, საშუალო ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლების მოსწავლეებისათვის.

ავტორები

ა. პ. ერშოვი, ვ. მ. მონახოვი, ს. ა. ბეშენკოვი,
ი. ე. გოლცი, ა. ა. კუზნეცოვი, ე. ი. კუზნეცოვი,
მ. პ. ლაპჩიკი, დ. ო. სმეკალინი

რუსულიდან თარგმნეს ი. ქაჯაიამ და ა. ცისკარიძემ
რედაქტორი კ. ცისკარიძე
რეცენზენტი ზ. მაჩაიძე

E $\frac{1404000000}{\text{M } 608(06)-87}$

შ ე ს ა ვ ა ლ ი

ელექტრონული გამომთვლელი მანქანების როლი სახალხო მეურნეობაში

ჩვენ ვიწყებთ ინფორმატიკისა და გამომთვლელი ტექნიკის საფუძვლების შესწავლას. ინფორმატიკა იკვლევს ინფორმაციის გადამუშავებისა და დაგროვების კანონებსა და მეთოდებს. ეს მეცნიერება არც თუ ისე დიდი ხნის წინათ – მეოცე საუკუნის მეორე ნახევარში წარმოიშვა. მისი განვითარება ელექტრონული გამომთვლელი მანქანების (ეგმ)-ინფორმაციის შენახვისა და გადამუშავების მძლავრი უნივერსალური მოწყობილობების შექმნასთანაა დაკავშირებული. ეგმ-ებს ხშირად კომპიუტერებსაც უწოდებენ (ინგლისური სიტყვა *computer* – იდან, რაც გამომთვლელს ნიშნავს).

ინფორმაციის გამოსახვის და დამახსოვრების მოთხოვნილებამ ენის, დამწერლობის და სახვითი ხელოვნების შექმნამდე მიგვიყვანა. მოგვიანებით ინფორმაციის გადაცემისა და გავრცელების აუცილებლობამ გამოიწვია წიგნის ბეჭდვისა და საფოსტო კავშირის წარმოშობა. ტელეგრაფის, ტელეფონის, რადიოს და ტელევიზიის გამოგონებამ ტექსტური ინფორმაციისა და გამოსახულებების უდიდესი ნაკადების სინათლის სიჩქარით გადაცემის შესაძლებლობა მოგვცა, მაგრამ ამ ინფორმაციის მიზანმიმართული დამუშავება უკანასკნელ დრომდე მხოლოდ ადამიანის მიერ ხდებოდა.

დღეს კი ელექტრონული გამომთვლელი მანქანების გამოყენება საშუალებას გვაძლევს ინფორმაციის ნაწილის დამუშავება გადავაბაროთ ავტომატურ მოწყობილობებს, რომლებსაც ხანგრძლივად, ადამიანის ჩარევლად შეუძლიათ მუშაობა და თანაც ისეთი სიჩქარით, რომელიც რამ-

ღენიმე მილიონჯერ აჩქარება ადამიანის მიერ ინფორმაციის დამუშავების სიჩქარეს.

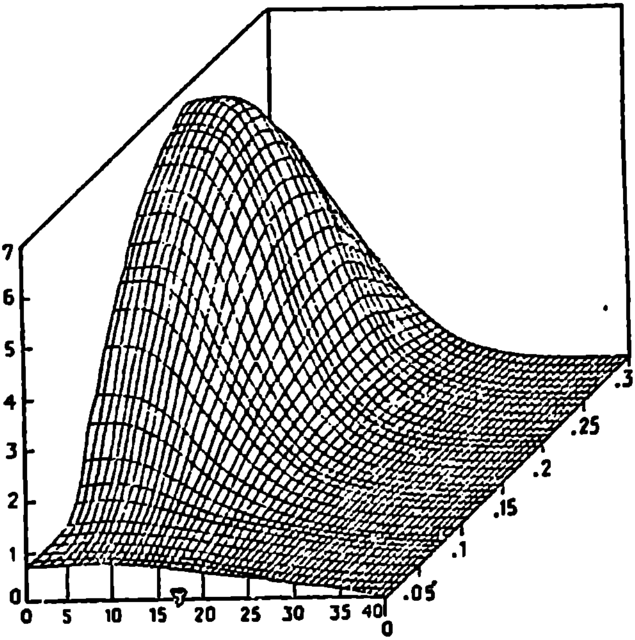
სწორედ ეგმ-ის უნივერსალობა, სხვადასხვა სახის ინფორმაციის რიცხვითი გარდაქმნის უნარი განაპირობებს თანამედროვე საზოგადოებაში ადამიანის მოღვაწეობის სრულიად განსხვავებულ სფეროებში მის სწრაფ დანერგვას.

სახალხო მეურნეობის მრავალ დარგში ეგმ-ების დანერგვას წარმოების ტექნოლოგიის ძირეული გარდაქმნა, ადამიანთა შრომის ნაყოფიერების ზრდა და მათი შრომის პირობების გაუმჯობესება მოჰყვება. ცხადია, გამოთვლითი ტექნიკის დანერგვა შეუძლებელია იმ ადამიანების სწავლების გარეშე, რომელთაც ამ ტექნიკის გამოყენება მოუწევთ (ასეთ ხალხს ხშირად ეგმ-ის მომხმარებლებს უწოდებენ). ეს სწავლება იწყება სკოლაში. დაწყებით კლასებში თქვენ უკვე ისწავლეთ წერა-კითხვა, გახდით წიგნიერნი, IX და X კლასებში კი გაეცნობით მეორე წიგნიერების - კომპიუტერული წიგნიერების ანბანს.

ეგმ-ების გამოყენების არე მეტად ფართოა.

თანამედროვე სამეცნიერო კვლევის უმნიშვნელოვანეს საშუალებას წარმოადგენს ფიზიკური მოვლენების მათემატიკური მოდელირება და ამ მოდელების ეგმ-ების დახმარებით გამოკვლევა. მაგალითად, თანამედროვე კომპიუტერები, თერმობირთვული სინთეზის დანადგარების ან ზებგერითი თვითმფრინავების შექმნისას, ურთულესი გამოთვლების წარმოების საშუალებას იძლევიან (ნახ. 1).

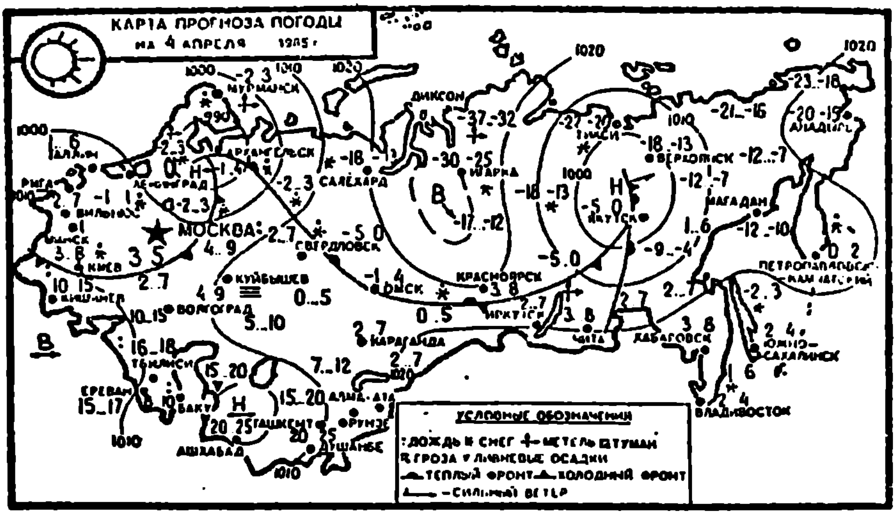
სამეცნიერო ტექნიკური პროგრესი შეუძლებელია ექსპერიმენტების გარეშე. თერმობირთვულ რეაქტორებთან, აეროდინამიკურ მილებთან, ამაჩქარებლებთან დაკავშირებული ექსპერიმენტები ძალზე რთული და ძვირადღირებულია. ეგმ-ები რეალური ექსპერიმენტების მათზე ათასჯერ უფრო იაფი მანქანური, გამოთვლითი ექსპერიმენტით შეცვლის საშუალე-



ნახ. 1. თერმობირთვულ რეაქტორში პლაზმის მათემატიკური მოდელირების შედეგები

ნას იძლევიან. ხშირად ასეთი გამოთვლითი ექსპერიმენტები რეალურზე გაცილებით სწრაფად შეიძლება ჩატარდეს. დაბოლოს, მეცნიერების ზოგიერთ დარგში, მაგალითად ასტროფიზიკაში, რეალური ექსპერიმენტების ჩატარება საერთოდ შეუძლებელია. სწორედ აქ ეხმარება მკვლევარს გამოთვლითი ექსპერიმენტი.

ერთ-ერთი ყველაზე შრომატევადი გამოთვლითი ამოცანა ამინდის პროგნოზია. მის გადასაწყვეტად აუცილებელია თანამგზავრებიდან და მეტეოსადგურებიდან მიღებული ინფორმაციის შეგ-

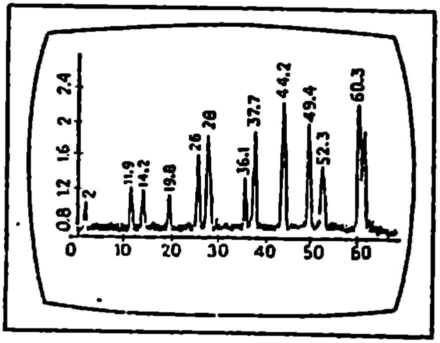


ნახ. 2. სსრ კავშირის ჰიდრომეტეოსადგურის შეტყობინების ნიმუში

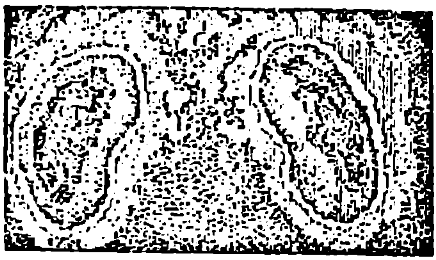
რთვება და გაანალიზება, ატმოსფეროსა და ოკეანეში მიმდინარე პროცესების მათემატიკური მოდელირების შედეგად წარმოქმნილი განტოლებების ამოსახსნელად უდიდესი მოცულობის გამოთვლების შესრულება, დაბოლოს, მიღებული შედეგების ადამიანისათვის მოსახერხებელი ფორმით წარმოდგენა. ყოველივე ეს წარმოუდგენელია ეგმ-ის გამოყენების გარეშე (ნახ. 2).

კომპიუტერები საჭიროა არა მარტო მანქანური ექსპერიმენტების ჩასატარებლად, არამედ რეალური ექსპერიმენტების შედეგების დასამუშავებლადაც. თანამედროვე ფიზიკური ან ბიოლოგიური ექსპერიმენტი ხშირად იმდენ ინფორმაციას იძლევა, რომ მისი დამუშავება ეგმ-ების გარეშე პრაქტიკულად შეუძლებელია (ნახ. 3).

უკანასკნელ ხ.-ს ეგმ-ების გამოყენებამ საშუალება მოგვცა შეგვექმნა გაუმჭვირვალე სხეულთა შინაგანი ნაწილების გამოსახულების მიღების ახალი მეთოდი, რომელსაც ტომოგრაფია ეწოდება. იგი რენტგენოსკოპიაზე გაცილებით უკეთესი ხარისხის გამოსახულების მიღების საშუალებას იძლევა. ტომოგრაფია ეგმ-ის რიცხვებზე ასობით მილიონი არითმეტიკული მოქმედების სწრაფად შესრულების უნარს ემყარება. მოქმედებათა სწორედ ეს რაოდენობაა აუცილებელი ტომოგრაფიაში ერთადერთი გამოსახულების მისაღებად. ტომოგრაფია დეტალის სიღრმეში ჩამალული დეფექტების ან ადამიანის ორგანიზმის ქსოვილებში ფარული დაავადების ნიშნების აღმოჩენის საშუალებას იძლევა (ნახ. 4). ეგმ-ს გამოსახულებების შექმნაც შეუძლია. მათ შორის მოძრავი, "ცოცხალი" გამოსახულებებისა. კომპიუტერებით შექმნილი მულტფილმები უკვე გამოიყენება მფრინავების, მძღოლების და სხვათა სავარჯიშოდ.



ნახ. 3. ტიპიური ექსპერიმენტის მათემატიკური დამუშავების შედეგები გრაფიკული დისპლეის ეკრანზე

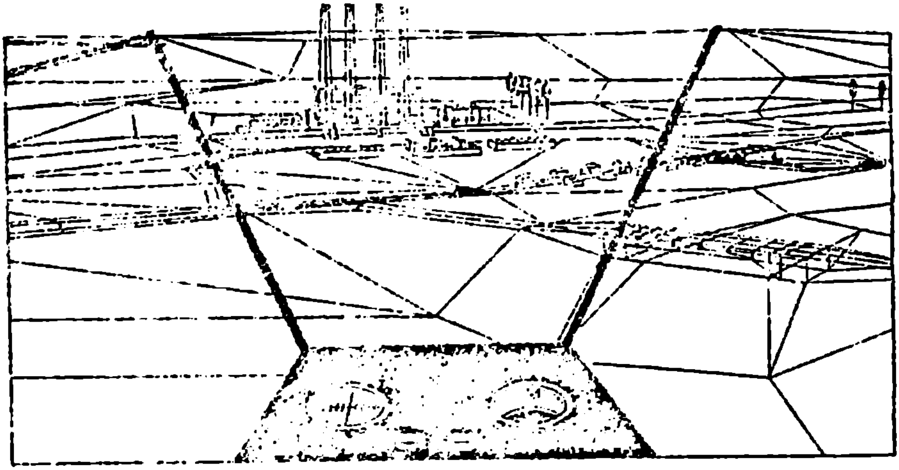


ნახ. 4. კომპიუტერული ტომოგრამა, რომელიც სამედიცინო დიაგნოსტიკაში გამოიყენება

მაგალითად, სპეციალური საწვრთნელი მოწყობილობის მეშვეობით, რომელსაც ეგმ-ი მართავს, მფრინავს ისე შეუძლია გამოიმუშაოს ახალი თვითმფრინავის მართვის უნარი ან ივარჯიშოს თვითმფრინავის ახალი აეროპორტის საფრენ ბილიკზე დაშვებაში, რომ სულაც არ მოწყდეს მიწას (ნახ. 5).

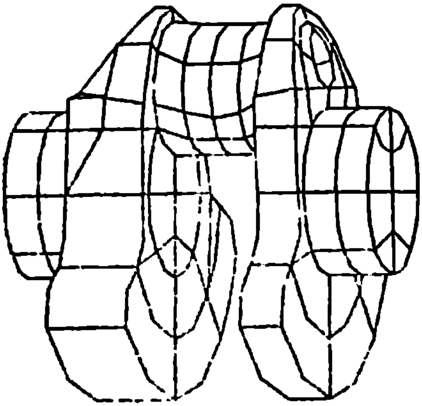
ეგმ-ის მეშვეობით შესრულებული სხვადასხვა მანქანათსაშენებლო, საავიაციო, საავტომობილო დეტალებისა და კონსტრუქციების გრაფიკული აგებები და გათვლები ავტომატიზებული დაპროექტების სისტემების შემადგენელ ნაწილს წარმოადგენენ. ასეთი სისტემები მკვეთრად ზრდიან კონსტრუქტორების შრომის ნაყოფიერებას და ამცირებენ სამუშაოს შესრულების ვადებს. ეგმ-თან მიერთებული ეკრანის (სატელევიზიო ეკრანის მსგავსი) წინ მჯდომ ავტომობილის კონსტრუქტორს შეუძლია, მაგალითად, უბრძანოს ეგმ-ს გამოსახოს ავტომობილის ცალკეული ნაწილები და კვანძები, რაც მას საშუალებას აძლევს შეაფასოს საერთო ხედი და დეტალების ურთიერთგანლაგება (ნახ. 6). ეგმ-ს შეუძლია აგრეთვე ამ კვანძების მუშაობის მოდელირება და მათი იმ ნაწილების ჩვენება, რომლებშიც ექსპლოატაციის დროს ყველაზე მეტადაა მოსალოდნელი დაზიანება.

კომპიუტერების გამოყენების ერთ-ერთ მნიშვნელოვან დარგს საცნობარო-საინფორმაციო სისტემები წარმოადგენს. თქვენ ალბათ გინახავთ სადგურებში ავტომატური საცნობარო. მასზე რამდენიმე ათეული ღილაკია განლაგებული. თითოეული მათგანის გვერდით წერია კითხვა. ამ ღილაკებიდან ნებისმიერზე თითის დაჭერის შედეგად შეგვიძლია შესაბამის კითხვაზე პასუხის წაკითხვა. ასეთ სისტემას, წინასწარ მომზადებული პასუხების შემცველი ცხრილების გამოყენებით, მხოლოდ თავიდანვე ცნობილი სიის კითხვებზე შეუძლია პასუხის გაცემა. მაგრამ არსებობს უფ-



ნახ. 5. სიტუაცია, რომელიც მოითხოვს თვითმფრინავის [illegible] რეაგირებას, გამოიყენება კომპიუტერის მიერ შექმნილი გამოსახულება

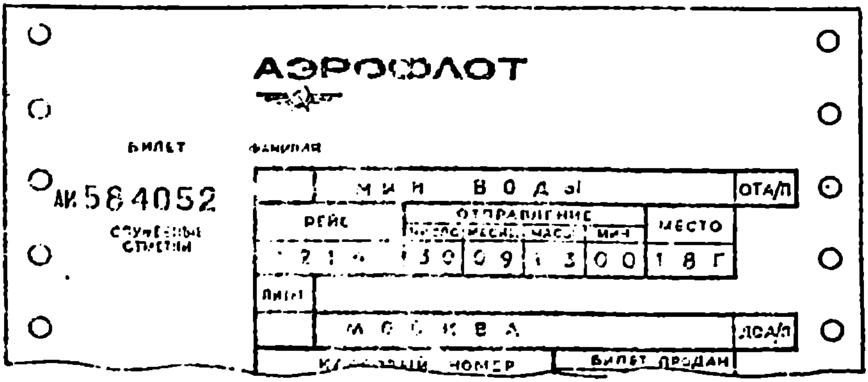
რა რთული ამოცანები, რომლებსაც ამგვარი სისტემა ვერ ამოხსნის. ერთ-ერთი ასეთი ამოცანა, რომელსაც კომპიუტერების გარეშე ვერ ამოვხსნით, წარმოიშობა საჰაერო ბილეთების გაყიდვისას. ეს ამოცანა შეიძლება გადაწყდეს მძლავრი ეგმ-ის მეშვეობით, რომელიც მიერთებულია სპეციალური მოწყობილობების – ტერმინალების დიდ რაოდენობასთან. თითოეულ ტერმინალთან მუშაობს მოლარე. ინფორმაცია თვითმფრინავების ყველა რეისის, ამ რეისებზე უკვე გაყიდული და ჯერ კიდევ თავისუფალი ადგილების შესახებ ინახება ეგმ-ის მეხსიერებაში. ეს ინფორმაცია ოპერატიულად უნდა იცვლებოდეს ყოველი ბილეთის ყიდვისას, ყოველი ახალი დამატებითი რეისის დანიშვნისას და ა.შ. მეორე მხრივ, ეს ინფორმაცია ან მისი [illegible]



ნახ. 6. კონსტრუქციების დაპროექტების ავტომატიზებული სისტემით აგებული ავტომობილის მუხლა ლილვის მოდელის ნაწილი

მოლარის მოთხოვნისთანავე უნდა მიიღებოდეს ტერმინალის ეკრანზე. და ბოლოს, როცა მგზავრი შეარჩევს მისთვის საჭირო რეისს ან მარშრუტს, რომელიც საშუალედო დაფრენებს გულისხმობს, შესაბამისი საავიაციო ბილეთის ბეჭდვაც ავტომატურად უნდა ხდებოდეს (ნახ. 7). ყველა ამ ამოცანას წარმატებით წყვეტს საავიაციო ბილეთების გაყიდვის ავტომატიზებული სისტემა "სირენა-2", რომლითაც თქვენ მოსკოვში არაერთგზის მოგიხდებათ სარგებლობა.

ევმ-ის ბაზაზე აგებული საინფორმაციო სისტემები შეიძლება სასარგებლო აღმოჩნდეს არა მარტო საავიაციო ბილეთების ბეჭდვის, არამედ მრავალი სხვა ამოცანის გადაწყვეტის შემთხვევაშიც. მათ შორის ცნობარების გაწევა სხვადასხვა გამოკვლევების დროს, მაგალითად ქიმიაში. თუ გასული საუკუნის ქიმიკოსს შეეძლო დაემახსოვრებინა მისთვის საინტერესო ქიმიური შენაერთის თვისებები, 5 მილიონზეა ისინი ცნობარში, დღეს ეს უკვე წარმოუდგენელია: გამოკვლეულია სხვადასხვა ქიმიური ნივთიერების უდიდესი რაოდენობა, რომელთა აღწერას ასობით ტომი დასჭირდებოდა. კონკრეტული ნივთიერების აღწერის მოძებნა ამ ტომებში ჯერ კიდევ შეიძლება, მაგრამ მოცემული თვისებების მქონე ნივთიერების აღწერის



ნახ. 2. საავიაციო ბილეთების გაყიდვის მართვის ავტომატიზებული სისტემა "სირენა-2"-ით გაცემული ბილეთი

პოვნა ან საჭირო ინფორმაციის ძიების რაიმე სხვა ამოცანის ხელით გადაწყვეტა უკვე შეუძლებელია. დახმარების ხელს კომპიუტერები გვიწვდიან. მათი მეშვეობით შეიძლება შექმნას ე. წ. "მონაცემთა ბაზა" - სპეციალური სახით ორგანიზებული ინფორმაციის საცავი - რომელიც [illegible] ცნობილი ქიმიური ნივთიერებების შესახებ შეიცავს ცნობებს. "მონაცემთა ბაზის" ორგანიზების შემდეგ კომპიუტერი ე. წ. საინფორმაციო-საძიებო სისტემის სახით წარმოგვიდგება. ამ სისტემას შეუძლია პრაქტიკულად მაშინვე უპასუხოს ქიმიკოსს მისთვის საინტერესო კითხვებზე: ცნობილია თუ არა ესა თუ ის ქიმიური ნივთიერება, რა თვისებების მქონეა იგი, რომელი ქიმიური ნივთიერებები უახლოვდებიან მას თვისებების მიხედვით და ა. შ.

საინფორმაციო-საძიებო სისტემები ფართო გამოყენებას პოულობენ მეცნიერების მრავალ დარგში. აქ მაგალითად, ისინი ინტენსიურად

გამოიყენებიან მოლეკულურ ბიოქიმიაში დეზოქსირიბონუკლეინის მჟავაზე შემავალი გენების სტრუქტურების ანალიზის დროს.

ზემოთ ჩვენ უკვე ვისაუბრეთ ავტომატიზებული დაპროექტების სისტემებზე, რომლებიც მრავალგზის ზრდიან კონსტრუქტორის შრომის ნაყოფიერებას, მაგრამ დეტალის დაპროექტების წარმატებით დამთავრებას მისი დამზადება უნდა მოჰყვეს. ეგმ-ის დახმარებით ჩარხებზე დეტალების დამზადების ამ პროცესის ავტომატიზება შეიძლება: ჩარხს, რომელსაც ეგმ-ი მართავს, რიცხვითი პროგრამული მართვის მქონე ჩარხი ეწოდება. ადამიანმა ასეთ ჩარხზე დეტალის დამუშავება რომ შეძლოს უპირველეს ყოვლისა უნდა დაწეროს ამ დეტალის დამუშავების პროგრამა, ესე იგი უნდა აღწეროს ის ელემენტარულ ოპერაციათა თანამიმდევრობა, რომელთა შესრულების შედეგადაც დამუშავდება დეტალი. ამ პროგრამის დაწერისა და ეგმ-ის მეხსიერებაში მისი შეტანის შემდეგ, რიცხვითი პროგრამული მართვის მქონე ჩარხს შეუძლია ავტომატურად, ადამიანის ჩაურევლად დაამუშაოს დეტალი. ერთი და იგივე პროგრამის გამოყენებით შეიძლება ერთნაირი დეტალების სერიის დამუშავება. სხვა დეტალის დამუშავებაზე გადასასვლელად საკმარისია მხოლოდ ჩარხის მმართველი პროგრამის შეცვლა ეგმ-ის მეხსიერებაში.

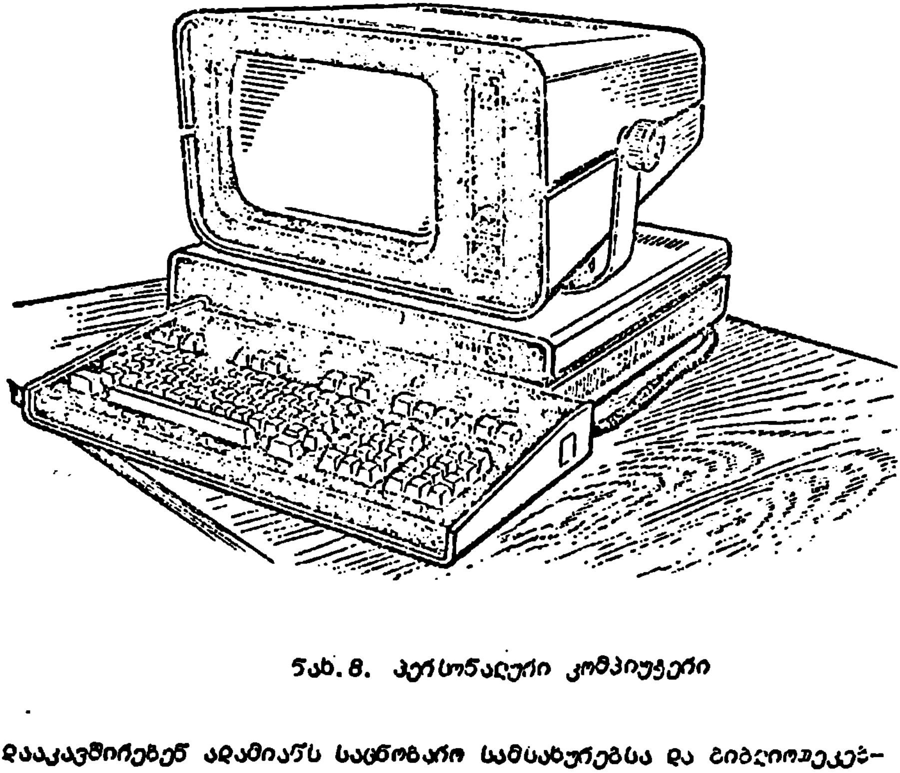
ჩვენს დროში ადამიანისათვის განკუთვნილი ინფორმაციის მნიშვნელოვანი ნაწილი იქმნება, გადმოიცემა და აღიქმება ტექსტების სახით. როგორც წესი, ტექსტები იწერება ან იბეჭდება ქაღალდზე, ასეთებია წიგნები, გაზეთები, თქვენი საკლასო თუ საშინაო დავალებები, წერილები, საქმიანი დოკუმენტები და ა.შ. მეტად შრომატევადია ტექსტების შედგენის, დაწერის და გასწორების სამუშაოები. კარგად მომზადებულ და გასწორებულ ტექსტს ადამიანი ადვილად აღიქვამს, ცუდად მომზადებული ტექსტი კი ძნელი გასაგებია. ეგმ-ები წარმატებით გამოიყენება ტექსტების მომზადებისა და კორექტირების (გასწორების) საქ-

მეში. საკმარისია ტექსტის შეტანა ეგმ-ის მეხსიერებაში დანარჩენს – ბეჭდვითი შეცდომების გასწორებას, გვერდებად დაყოფას, ტექსტის მრავალჯერ გადაბეჭდვას, სხვადასხვა საძიებლების შედგენას – იგი თავის თავზე იღებს. საგრძნობლად დიდია ტექსტების დამუშავებასთან დაკავშირებული იმ ამოცანების რიცხვი, რომელთა გადაწყვეტაშიც ეგმ-ს შეუძლია დახმარების გაწევა. ამ დარგში ეგმ-ის გამოყენება საგრძნობლად ზრდის შრომის ნაყოფიერებას.

ეგმ-ს ადამიანთან უშუალო კონტაქტის გარეშე შეუძლია მუშაობა. სპეციალური კომპიუტერები – მიკროპროცესორები იდგმება სრულიად განსხვავებულ დანადგარებში და ისინი ცვლიან ადამიანს ამ დანადგარების მართვის დროს. ასეთ მიკროპროცესორს შეუძლია მაგალითად ავტომანქანის მოძრაობის დროს ავტომატურად გადართოს სიჩქარეები და ამოირჩიოს ძრავის მუშაობის ყველაზე ეკონომიური რეჟიმი.

კომპიუტერი შეიძლება შეერთებული იყოს სხვა კომპიუტერებთან, მაშინ ისინი ეგმ-თა ქსელს ქმნიან. ასეთი ქსელი შეიძლება მოიცავდეს როგორც ერთ შენობაში განლაგებულ კომპიუტერებს, ასევე შეიძლება აკავშირებდეს კომპიუტერს სხვა ქალაქების კომპიუტერებთანაც. ეგმ-თა ქსელები ერთ ადგილზე დაგროვებული ინფორმაციის საჭიროების მიხედვით ერთდროულად ბევრ ადგილას გამოყენების საშუალებას იძლევა.

ეგმ-ების განვითარების პროცესმა დღეისათვის ახალი ეგმ-ების – პერსონალური კომპიუტერების შექმნამდე მიგვიყვანა (ნახ.8). ასეთი კომპიუტერები დაეხმარებიან ექიმს დიაგნოზის დასმაში, მოსწავლეს – გაკვეთილების მომზადებაში, მასწავლებელს – მოსწავლეთა საშინაო დავალებების შემოწმებაში, არქიტექტორს – ახალი სახლების დაპროექტებაში. კომპიუტერულ ქსელთან მიერთებული პერსონალური ეგმ-ები



ნახ. 8. პერსონალური კომპიუტერი

დაუკავშირებენ ადამიანს საცნობარო სამსახურებსა და ბიბლიოთეკებთან, რითაც საჭირო ცნობების სწრაფად მიღების საშუალებას მისცემენ მას.

კომპიუტერებისათვის მექანიკური, რუტინული სამუშაოების მიწოდების შედეგად ხდება ადამიანის გამოთავისუფლება შემოქმედებითი მოღვაწეობისათვის. ეგმ-ებმა რომ შეძლონ საჭირო ამოცანების ამოხსნა, ადამიანებმა განუწყვეტლივ უნდა გადასცენ თავისი ცოდნა კომპიუტერებს ზუსტი ინფორმაციის, მკაცრი წესების, უშეცდომო ალგორით-

მებისა და ეფექტური პროგრამების სახით. აი რატომ არის რომ ინფორმატიკისა და გამოთვლითი ტექნიკის საფუძვლების ცოდნა, საზოგადოებასა და ადამიანთა მოღვაწეობაში მათი როლის გარკვევა მკვიდრდება, როგორც ადამიანის კულტურისა და ზოგადი განათლების შემადგენელი ნაწილი, სასწავლო საგანი.

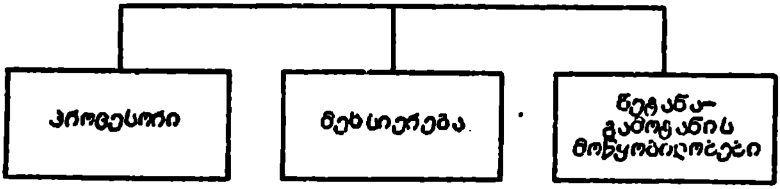
საერთო ცნობები ეგმ-ების შესახებ

გამოთვლითი ტექნიკის გამოყენების სფეროთა მნიშვნელოვანმა სხვადასხვაგვარობამ განაპირობა სხვადასხვა ტიპის ეგმ-ების - დიდებისა და მცირეების, უნივერსალურებისა და სპეციალიზებულების შექმნა.

ნებისმიერი ეგმ-ი ურთულესი ტექნიკური სისტემაა, რომელიც შედგება მილიონი, უფრო მეტიც, ასობით მილიონი უმარტივესი მოწყობილობისაგან - ელემენტებისაგან. თანამედროვე გამოთვლითი მანქანების შექმნისას გამოიყენება ისეთი ტექნოლოგია, რომელიც ემყარება მეცნიერებისა და ტექნიკის მრავალი დარგის - ინფორმატიკის, მათემატიკის, ფიზიკის, ქიმიის, აგრეთვე მასალათმცოდნეობის, მიკროელექტრონიკისა და სხვათა უკანასკნელ მიღწევებს.

მიუხედავად იმისა, რომ სხვადასხვა სახის ეგმ-ები ერთიმეორისგან ზომებით, გარეგნული სახით და შესასრულებელი ფუნქციების მიხედვით განსხვავდებიან, მათ საერთო სტრუქტურა და მუშაობის პრინციპები აქვთ. ეს პრინციპები საკმაოდ მარტივია. მათ გასაგებად უნდა გავეცნოთ მეხსიერების, პროცესორისა და ინფორმაციის შეტანისა და გამოტანის მოწყობილობების დანიშნულებას - იმ ძირითად

კომპონენტებს, რომლებისგანაც შედგება ნებისმიერი ეგმ-ი (ნახ. 9).



ნახ. 9. ეგმ-ის სქემა

ეგმ-ში ინფორმაციის წარმოდგენის ფორმა. თავდაპირველად გავეცნოთ იმას, თუ როგორ წარმოიდგინება ინფორმაცია ეგმ-ში. ინფორმაციის "შენახვა" და გადამუშავება ეგმ-ს შეუძლია ორი ტიპის ელექტრული სიგნალების კომბინაციის სახით, რომელთა აღნიშვნაც მიღებულია ციფრებით 0 და 1.

ნებისმიერი ინფორმაცია ეგმ-ში ამ ციფრების (0-სა და 1-ის) მიმდევრობებით წარმოიდგინება. ასეთ მიმდევრობებს ორობით კოდებს უწოდებენ. ეგმ-ის უმრავლესობაში ერთი სიმბოლო (ე.ი. ასო, ციფრი, სასვენი ნიშანი, ან სპეციალური ნიშანი $, # და ა.შ.) 8 ციფრისაგან შემდგარი კოდით ჩაიწერება (ასეთ კოდს რვათანრიგიანს უწოდებენ). მაგალითად ასო A-ს აკოდირებენ როგორც 01000001-ს, ხოლო ასო M-ს – როგორც 01001101-ს.

ორობითი კოდების გამოყენებით შეიძლება ნებისმიერი ინფორმაციის კოდირება (კოდის მეშვეობით ჩაწერა). ასე, მაგალითად, სიტყვა "მამა"-ს კოდირება შეიძლება 32 თანრიგისაგან შემდგარი მიმდევრობით:

01001101 01000001 01001101 01000001.

ვინაიდან ეგმ-ების უმთავრესი გამოყენება რიცხვითი ინფორმაციის დამუშავებასთანაა დაკავშირებული, რიცხვები კოდირებული უნდა

იქნენ ორობითი ციფრების მიმდევრობით. მაგალითად რიცხვი 1985 – 16 ციფრიანი მიმდევრობით:

0000 0111 1100 0001

გამოსახულება, რომელსაც ტელეეკრანზე ვხედავთ, ასევე შეიძლება კოდირებული იქნეს ასიათასი, ზოგჯერ კი მილიონი ციფრისაგან შემდგარი ნულებისა და ერთიანების მიმდევრობით. ეგმ-ში ინფორმაციის ნებისმიერი გარდაქმნა ორობით კოდებზე მუშაობამდე დაიყვანება.

ინფორმაციის რაოდენობის გასაზომად გამოიყენება გაზომვის ერთეული ბიტი. ერთი ბიტი არის ინფორმაციის რაოდენობა, რომელსაც შეიცავს "კი-არა" (ორობით კოდში – 0 ან 1) ტიპის შეტყობინება. რვა ბიტი ქმნის ინფორმაციის უფრო დიდ ერთეულს – ბაიტს.

ეგმ-ის მეხსიერება შედგება მეხსიერების ცალკეული უჯრედებისაგან. ეგმ-ების უმრავლესობაში ყოველ ასეთ უჯრედს ინფორმაციის ერთი ბაიტის შენახვა შეუძლია. ეგმ-ის მეხსიერების მოცულობის გასაზომად ბაიტი ძალზე მცირე ერთეულს წარმოადგენს. უფრო პრაქტიკულია გამოვიყენოთ მისგან წარმოებული ერთეულები – კილობაიტი (1 კილობაიტი $= 2^{10}$ ბაიტს $= 1024$ ბაიტს), მეგაბაიტი (1 მეგაბაიტი $= 2^{10}$ კილობაიტს) და გიგაბაიტი (1 გიგაბაიტი $= 2^{10}$ მეგაბაიტს). ამ წარმოებულ ერთეულებს შესაბამისად კბაიტი-თ, მბაიტი-თ და გბაიტი-თ აღნიშნავენ.

<u>ეგმ-ის მუშაობის პროგრამული პრინციპი.</u> პროცესორი – ეგმ-ის ცენტრალური მოწყობილობაა, რომელიც ინფორმაციას ამუშავებს, მანქანაში შენახულ ინფორმაციაზე პროცესორს შეუძლია შეასრულოს ოპერაციათა ფიქსირებული სიმრავლე. თუ როგორია ეს სიმრავლე – ამას პროცესორის აგებულება განსაზღვრავს. ასეთი ოპერაციების რაოდენობა არც ისე დიდია. მათ შორის შეიძლება დავასახელოთ არითმეტიკული მოქმედებანი მეხსიერებაში შენახულ რიცხვებზე (შეკრება, გამ-

რავლება, გამოკლება, გაყოფა), მეხსიერების ერთი უჯრედიდან მეორეში ინფორმაციის გადაადგილება და სხვა.

ეგმ-ის მუშაობა პროცესორით ოპერაციათა მოცემული მიმდევრობის შესრულებაში მდგომარეობს. ოპერაციათა მიმდევრობის შესრულებას მართავს პროგრამა. პროგრამა შედგება ცალკეული ბრძანებებისაგან, რომლებიც მიუთითებენ პროცესორს შეასრულოს ესა თუ ის მოქმედება მეხსიერებაში შენახულ ინფორმაციაზე. სწორედ ამაში მდგომარეობს ეგმ-ის მუშაობის პროგრამული პრინციპი.

თითოეულ ბრძანებაში მითითება, სახელდობრ სად ინახება საჭირო ინფორმაცია მეხსიერებაში, რომელი ოპერაციაა შესასრულებელი, მეხსიერების რომელ ადგილას უნდა გავალაგოთ ოპერაციის შედეგი.

ეგმ-ის მუშაობის ძირითადი თავისებურებანი შემდეგში მდგომარეობს:

1. მოცემული პროგრამით ამოცანის ამოხსნა ხდება ავტომატურად, ადამიანის ჩაურევლად.
2. პროგრამა ჩაიწერება მანქანის მეხსიერებაში და შეიძლება მისი სხვა პროგრამით შეცვლა.

ამრიგად, პროცესორის ამოცანას წარმოადგენს ოპერაციების შესრულება, ხოლო მეხსიერებისას - პროცესორის მიერ დამუშავებული ინფორმაციისა და ეგმ-ის მუშაობის პროგრამის შენახვა.

<u>შეტანა - გამოტანის მოწყობილობები.</u> ინფორმაცია, რომელსაც პროცესორი ამუშავებს და რომელიც მეხსიერებაში ინახება, რაღაც მომენტში უნდა მოთავსდეს ანუ, როგორც იტყვიან შეტანილი იქნას მეხსიერებაში, მანქანის მუშაობის შედეგები კი უნდა გადაეცეს ადამიანს (სხვა მანქანას, მართვად ჩარხს და ა.შ.), სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, გამოტანილ იქნან. ამ ოპერაციებს შეტანა - გამოტანის მოწყობილობები ასრულებენ.

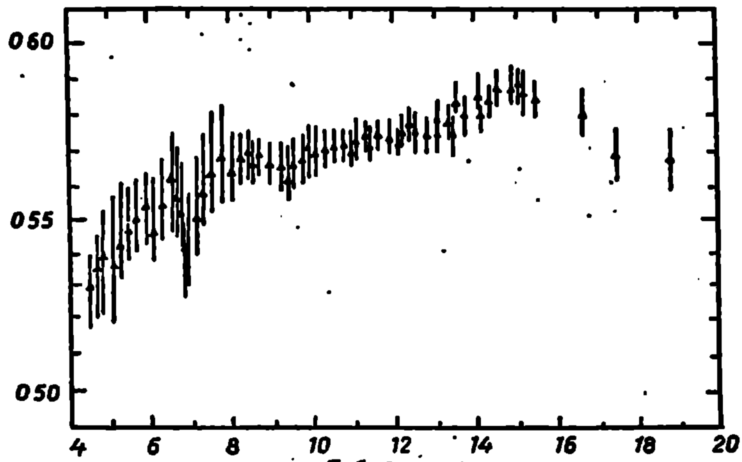
შეყვანის ძირითად მოწყობილობას, რომელსაც ადამიანი იყენებს, წარმოადგენს კლავიატურა (საბეჭდი მანქანის, საკასო აპარატის ან კალკულატორის კლავიატურის ანალოგიური). კლავიატურაზე განლაგებულია რუსული და ლათინური (ზოგჯერ ქართული) ანბანების ასოები, ციფრები, სასვენი ნიშნები და სპეციალური სიმბოლოები. მანქანის მეხსიერებაში ისინი ელექტრული სიგნალების მეშვეობით კოდირებული გადადიან ისე, როგორც ზემოთ იყო ახსნილი.

ადამიანის უშუალო აღქმისათვის განკუთვნილ ინფორმაციის გამომტან ძირითად მოწყობილობას წარმოადგენს დისპლეი – სატელევიზიო ეკრანი, რომელზედაც გამოისახება ასოები, ციფრები და კლავიატურაზე არსებული სხვა სიმბოლოები. თუ დისპლეის შესაძლებლობები ამით ამოიწურება, მაშინ მას ანბანურ-ციფრული ეწოდება (რადგან კლავიატურის ძირითადი სიმბოლოები ასოები და ციფრებია), ხოლო თუ დისპლეიზე, ამას გარდა (შესაბამისი პროგრამების გამოყენებით) სხვადასხვა გეომეტრიული გამოსახულებების მიღებაც შეიძლება, მაშინ მას გრაფიკულს უწოდებენ.

დისპლეის ეკრანზე გამოსახულების მიღების გარდა ეგმ-ი ამ ინფორმაციის ქაღალდზე მიღების საშუალებასაც იძლევა. თუ გამოსატანია ანბანურ-ციფრული ინფორმაცია, მაშინ ეს ანბანურ-ციფრული საბეჭდი მოწყობილობის გამოყენებით კეთდება, ხოლო თუ გამოსატანია გრაფიკული ინფორმაცია (იხ. ნახ. 2, 6, 10), მაშინ გრაფიკების ამგები ან სხვა მოწყობილობები გამოიყენება.

ეგმ-ის მეხსიერების სახეები. პროცესორის ყოველი ოპერაციის შესრულებას გარკვეული დრო სჭირდება, ასევე გარკვეული დრო ესაჭიროება მეხსიერებიდან ინფორმაციის წაკითხვასა და მის მეხსიერებაში ჩაწერას. ეგმ-ის მეხსიერების სხვადასხვა პრინციპზე დაფუძნებული მრავალნაირი სახე არსებობს. ამასთან ინფორმაციის

ადიტიური კვარკული მოდელი



ნახ. 10. ფიზიკური სისტემის მათემატიკური მოდელირების შედეგები, გამოსახული გრაფიკების ამგები მოწყობილობის მეშვეობით

სწრაფი წაკითხვისა და ჩაწერის მეხსიერება ძვირად ფასობს, ხოლო ნელი წაკითხვისა და ჩაწერის მეხსიერება შეიძლება უფრო იაფად და დიდი მოცულობისა გაკეთდეს.

თანამედროვე მანქანებში სხვადასხვა სახის მეხსიერებები ერთდროულად გამოიყენება. ამის ახსნა შემდეგნაირად შეიძლება. იმისათვის, რომ უზრუნველვყოთ პროცესორის შეუფერხებელი მუშაობა, საჭიროა მეხსიერებიდან წაკითხვის დრო არ აღემატებოდეს ოპერაციის შესრულების დროს – მაშასადამე, ეგმ-ის შემადგენლობაში უნდა შედიოდეს სწრაფი მეხსიერება. მას ოპერატიულ (რადგან თავისი ოპერაციების შესრულებისას პროცესორი მას განუწყვეტლივ მიმართავს) ან შიგა (რადგან ის უშუალოდ პროცესორთანაა დაკავშირებული) მეხსიე-

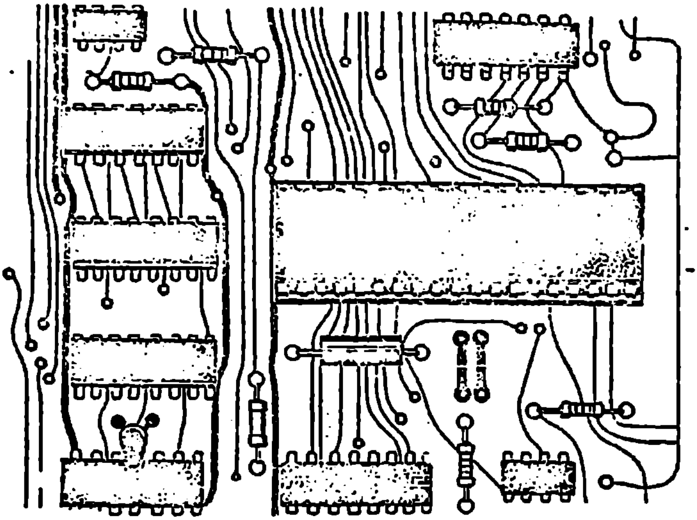
რებასაც უწოდებენ.

მეორე მხრივ, თუ რაიმე ინფორმაციის შესახებ წინასწარ არის ცნობილი, რომ იგი დიდხანს არ დაგვჭირდება, ის შეიძლება მოთავსდეს ნელ მეხსიერებაში და მხოლოდ საჭიროების შემთხვევაში გადაიწეროს ოპერატიულ მეხსიერებაში. ნელ მეხსიერებას გარე მეხსიერებასაც უწოდებენ.

<u>ეგმ-ის მუშაობის ფიზიკური საფუძვლები.</u> როგორც ზემოთ იყო აღნიშნული, ეგმ-ით დასამუშავებელი ინფორმაცია წარმოიდგინება ელექტრული სიგნალების სახით. ამ სიგნალების დამუშავებას ის ელექტრონული მოწყობილობები ახდენენ, რომლებიც ათასობით და ასი ათასობით შეთანხმებულად მომუშავე ელემენტებისაგან შედგებიან. ასეთ მოწყობილობებს მიკროსქემებს უწოდებენ (თავსართი მიკრო დაკავშირებულია სწორედ იმასთან, რომ ელემენტების დიდი რაოდენობა მოთავსებულია მცირე სქემაში). მიკროსქემა შეიძლება მთელ პროცესორსაც წარმოადგენდეს (მაგალითად, იმ მიკროპროცესორთა რიცხვიდან, რომლებზეც ზემოთ გვქონდა საუბარი). თუ პროცესორის ყველა აუცილებელი ელემენტის მოთავსება ერთ მიკროსქემაში არ ხერხდება, მაშინ რამდენიმე მიკროსქემას ათავსებენ ერთ პლატაზე - პლასტმასის ფირფიტაზე, რომელზეც დამაგრებულია მიკროსქემების შემაერთებელი ლითონის გამტარები (ნახ.11).

ასეთივე პლატაზეა განლაგებული ეგმ-ის შიგა მეხსიერების წარმომქმნელი მიკროსქემები. ეს მიკროსქემები პროცესორის მიკროსქემებს მოგვაგონებენ და იგივე ფიზიკურ პრინციპებზე მუშაობენ (მათ შესახებ თქვენ ფიზიკის კურსიდან გაიგებთ).

ეგმ-ის გარე მეხსიერება სრულიად სხვაგვარად არის მოწყობილი. დღეისათვის ამ სახის მეხსიერების ყველაზე გავრცელებულ სახეს მაგნიტური მეხსიერება წარმოადგენს. მასში ინფორმაციის კოდირება



ნახ. 11. ეგმ-ის პროცესორის პლატის ნაწილი.

ხდება არა ელექტრული სიგნალით, არამედ ნივთიერების ნაწილაკის დამაგნიტებით.

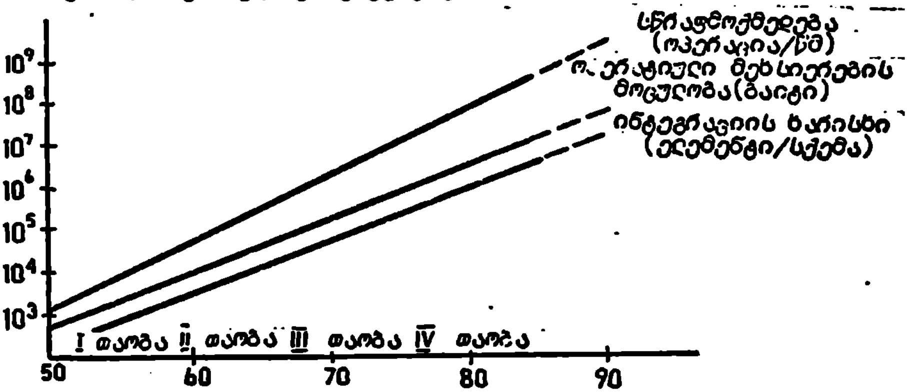
გარე მეხსიერების ერთ-ერთ მაგალითს დრეკადი დისკო წარმოადგენს. ასეთი დისკო თავისი ზომებით დრეკად გრამფირფიტას უახლოვდება. მასზე 0,5 მეგაბაიტამდე ინფორმაციის ჩაწერა შეიძლება. ინფორმაციის ჩაწერისა და წაკითხვისათვის დრეკადი დისკო თავსდება შესაბამის მოწყობილობაში, რომელსაც დისკოს მატარებელი ეწოდება.

<u>თანამედროვე ეგმ-ების ძირითადი მახასიათებლები.</u> თქვენ იცით, რომ კომპიუტერები არცთუ ისე დიდი ხნის წინათ შეიქმნა და ძალიან სწრაფად ვითარდება. პროგრესი ამ განვითარებაში ინფორმატიკის მიღწევებთან, წარმოების ტექნოლოგიის სრულყოფასა და კომპიუტერის, პირველ რიგში პროცესორის, ელემენტების მუშაობის ახალ ფი-

ზიკური პრინციპების აღმოჩენასთანაა დაკავშირებული.

აქედან გამომდინარე გამოყოფენ ეგმ-ების ოთხ თაობას. პირველი თაობის ეგმ-ები (40-50-იანი წლები) იყენებდნენ ელექტრონმილაკებს- სწორედ ისეთებს, ახლაც რომ გვხვდება ზოგიერთ ტელევიზორში. მეორე თაობის მანქანებში (50-60-იანი წლები) გამოიყენებოდა ტრანზისტორები. მანქანების მესამე თაობა (60-70-იანი წლები) უკვე მიკროსქემებს შეიცავდა, მაგრამ არც თუ ისე დიდს - ისინი ათიდან ასამდე ტრანზისტორს ცვლიდნენ. ახლანდელ მეოთხე თაობაში (70-იანი წლების მეორე ნახევრიდან დაწყებული) გამოიყენება გაცილებით უფრო რთული, ეგრეთ წოდებული დიდი ინტეგრალური სქემები. ეგმ-ების ევოლუცია შეიძლება შემდეგი მიახლოებითი სქემით აისახოს (ნახ. 12).

რა თქმა უნდა, ეგმ-ების თაობები განსხვავდებიან ერთმანეთისგან არა მარტო იმით, თუ რა ელექტრონული დეტალებისაგან არიან დამზადებული (საელემენტო ბაზით), არამედ იმითაც, თუ როგორია ორგანიზებული მათი მუშაობა (არქიტექტურით) და რა პროგრამები არსებობს მათთვის (პროგრამული უზრუნველყოფით).



ნახ. 12. ეგმ-ების თაობები

დაბოლოს, მოვიყვანოთ თანამედროვე ეგმ-ების ძირითადი ტექნიკური მახასიათებლები: სწრაფმოქმედება – ასი ათასობით ოპერაციიდან ას მილიონ ოპერაციამდე წამში, შიგა მეხსიერება – ათობით კილობაიტიდან ათობით მეგაბაიტამდე, გარე მეხსიერება – ასობით კილობაიტიდან ასობით გიგაბაიტამდე.

კითხვები

1. ეგმ-ის გამოყენების რა სფეროებია თქვენთვის ცნობილი?

2. მოიყვანეთ რამდენიმე ისეთი ამოცანის მაგალითი, რომელთა ამოსახსნელად, თქვენი აზრით, სასარგებლო იქნებოდა ეგმ-ი.

სავარჯიშოები

1. ჩაინიშნეთ რა დრო გჭირდებათ ასო "ა"-ს რაოდენობის დასათვლელად იმ გვერდის პირველ 10 სტრიქონში, რომელსაც კითხულობთ. "ა" ასოს რაოდენობის უშეცდომოდ დასათვლელად ამ სახელმძღვანელოს ტექსტში კომპიუტერს დაახლოებით 10 წამი დასჭირდებოდა. რამდენჯერ აღემატება ეს სისწრაფე იმას, რასაც თქვენ მოახერხებდით ხელით, ეგმ-ის გარეშე?

2. დავუშვათ, რომ კომპიუტერი წამში ასრულებს 100000 ოპერაციას და იყენებს 100 ვატ სიმძლავრეს. რამდენი ოპერაციის შესრულება შეიძლება 1 მანეთად? (1 კვტ/სთ ელექტროენერგიის ფასი 4 კაპიკია).

3. დისპლეის ეკრანზე გამოსაცემად 100 მბაიტის მოცულობის დისკოზე მოთავსდა ინფორმაცია: 24 სტრიქონი 80-80 სიმბოლოთი თი-

ფაილში. ეს ინფორმაცია მთლიანად ავსებს ეკრანს. დისკის რა ნაწილს იკავებს იგი?

4. მოიფიქრეთ ექსპერიმენტი, რომელიც საშუალებას მოგცემთ დაადგინოთ რამდენ სიმბოლოს კითხულობთ, წერთ, წარმოთქვამთ 1 წამში. ჩაატარეთ ეს ექსპერიმენტი.

5. თქვენს მიერ წარმოქმნილი ტექსტი შეაქვთ ეგმ-ში, რომლის მეხსიერება 64 კბაიტია. რამდენი წუთის შემდეგ შეივსება მეხსიერება მთლიანად?

6. შეაფასეთ, რამდენი საშუალო ზომის სასკოლო თხზულების მოთავსება შეიძლება 500 კბაიტიან დრეკად დისკზე?

7. საბეჭდი მოწყობილობა 1 წამში 100 სიმბოლოს ბეჭდავს. რამდენ ხანში დაიბეჭდება გვერდი, რომელსაც თქვენ ახლა კითხულობთ?

8. ვთქვათ, რომელიღაც კომპიუტერში პროცესორსა და მეხსიერებას შორის მანძილი 30 სმ-ის ტოლია, ხოლო ოპერაციის ყოველი შესრულება მოითხოვს ინფორმაციის გადაცემას პროცესორიდან მეხსიერებაში და პირუკუ. აჩვენეთ, რომ ასეთი კომპიუტერის სწრაფმოქმედება ვერ მიაღწევს 600 მლნ ოპერაციას წამში.

თ ა ვ ი I

ა ლ გ ო რ ი თ მ ე ბ ი

ა ლ გ ო რ ი თ მ უ ლ ი   ე ნ ა

§ 1. ალგორითმი და მისი თვისებები

ნებისმიერი ადამიანი ყოველდღიურ ცხოვრებაში მრავალი ამოცანის წინაშე დგება უმარტივესით და კარგად ცნობილით დაწყებული და ურთულესით დამთავრებული. ბევრი ამოცანისათვის არსებობს გარკვეული წესები (ინსტრუქციები, მითითებები), რომლებიც შემსრულებელს განუმარტავენ, თუ როგორ ამოხსნას მოცემული ამოცანა. ეს წესები ადამიანმა შეიძლება წინასწარ შეისწავლოს ან თვითონვე ჩამოაყალიბოს ამოცანის ამოხსნისას. რაც უფრო ზუსტად და გასაგებად იქნება ჩამოყალიბებული ამოცანის ამოხსნის წესები, მით უფრო სწრაფად დაეუფლება და ეფექტურად გამოიყენებს მათ ადამიანი.

მრავალი ამოცანის ამოხსნა ადამიანმა შეიძლება მიანდოს ტექნიკურ მოწყობილობებს – ავტომატებს, ელექტრონულ გამოთვლით მანქანებს, რობოტებს. ასეთი ტექნიკური მოწყობილობების გამოყენება მეტად მკაცრ მოთხოვნებს უყენებს წესებისა და მოქმედებების შესრულების თანმიმდევრობის აღწერის სიზუსტეს. სწორედ ამიტომ, სხვადასხვა წესების ზუსტად და მკაცრად ჩამოყალიბებისათვის, იქმნება სპეციალური ენები. ესაა ინფორმატიკის ერთ-ერთი ამოცანა.

1. ალგორითმის ცნება

ა ლ გ ო რ ი თ მ შ ი გულისხმობენ შემსრულებლისათვის გასაგებ და ზუსტ მითითებას შემსრულის მოქმედებათა მიმდევრობა, რომელიც მიმართულია დასახული მიზნის მიღწევის ან დასმული ამოცანის ამოხსნისათვის.

სიტყვა ალგორითმი წარმოიშვა ლათინური algorithmi-დან. ასე იწერება ლათინურად IX საუკუნის უდიდესი მათემატიკოსის ალ-ხვარაზმის სახელი, რომელმაც ჩამოაყალიბა არითმეტიკული მოქმედებების შესრულების წესები. თავდაპირველად ალგორითმებში იგულისხმებოდა მხოლოდ ოთხი არითმეტიკული მოქმედების შესრულების წესები მრავალნიშნა რიცხვებზე. შემდგომში კი ეს ცნება უკვე იხმარება საზოგადოდ იმ მოქმედებათა თანამიმდევრობის აღსანიშნავად, რომლებსაც ამოცანის ამოხსნამდე მივყავართ.

განვიხილოთ მაგალითები:

მაგალითი 1.1. x-ის ნებისმიერი მნიშვნელობისათვის გამოთვალეთ y-ის შესაბამისი მნიშვნელობა

$$y=(Ax+B)(Cx+D)$$

ფორმულის მიხედვით.

ამ ამოცანის ამოსახსნელად საჭიროა მოქმედებათა შემდეგი მიმდევრობის შესრულება:

1) A გავამრავლოთ x-ზე, შედეგი აღვნიშნოთ R_1-ით;
2) B-ს მივუმატოთ R_1, შედეგი აღვნიშნოთ R_2-ით;
3) C გავამრავლოთ x-ზე, შედეგი აღვნიშნოთ R_3-ით;
4) R_3-ს გამოვაკლოთ D, შედეგი აღვნიშნოთ R_4-ით;
5) R_2 გავამრავლოთ R_4-ზე, მიღებული შედეგი ჩავთვალოთ y-ის მნიშვნელობად.

მოქმედებათა ეს მიმდევრობა წარმოადგენს მოცემული ამოცანის

ამოხსნის ალგორითმს. ადამიანს, რომელიც ამ მოქმედებებს ასრულებს, y -ის მნიშვნელობის გამოსათვლელად აღარც კი სჭირდება საწყისი ფორმულის ცოდნა. აუცილებელია მხოლოდ აღნიშნული ალგორითმის მკაცრად, პუნქტების ერთიმეორის მიყოლებით შესრულება.

მოყვანილ მაგალითში ამოცანის ამოხსნა დანაწევრებულია ელემენტარულ ოპერაციებად, არითმეტიკულ მოქმედებებად, მაგრამ დანაწევრების შემდგომი გაგრძელებაც შეიძლება. მაგალითად, ალგორითმის მე-2 პუნქტი – R_1-ის შეკრება B -თან – შეიძლება ჩაიწეროს წესების სისტემის სახით, რომელიც აღწერს ორი რიცხვის ქვეშმიწერით შეკრების პროცესს. ალგორითმების აგებისათვის დიდი მნიშვნელობა აქვს ამოცანის ამოხსნის რთული პროცესის ელემენტარულ მოქმედებებად დანაწევრებას.

<u>მაგალითი 1.2.</u> ვიპოვოთ ორი m და n ნატურალური რიცხვის უდიდესი საერთო გამყოფი.

შევადგინოთ ამ ამოცანის ამოხსნის ალგორითმი, რომელიც ემყარება შემდეგს: თუ $m>n$, მაშინ m და n რიცხვების უდიდესი საერთო გამყოფი იგივეა, რაც $m-n$ და n რიცხვების უდიდესი საერთო გამყოფი.

ალგორითმი ასეთი იქნება:

1) თუ რიცხვები ტოლია, მაშინ ნებისმიერი მათგანი ჩავთვალოთ პასუხად, წინააღმდეგ შემთხვევაში გავაგრძელოთ ალგორითმის შესრულება;

2) დავადგინოთ მოცემული რიცხვებიდან უდიდესი;

3) შევცვალოთ უდიდესი რიცხვი უდიდესისა და უმცირესის სხვაობით;

4) დავიწყოთ ალგორითმის შესრულება თავიდან.

როგორც ვხედავთ, ევკლიდეს ალგორითმის სახელწოდებით ცნობილი ეს

ალგორითმიც შედგება ცალკეული პუნქტებისაგან, რომლებიც შემსრულებელს გარკვეული მარტივი მოქმედების შესრულებაზე მიუთითებენ. მის თავისებურებას წარმოადგენს ის, რომ ალგორითმში მოყვანილი ყველა მოქმედება შეიძლება მრავალგზის განმეორდეს.

საზოგადოდ ალგორითმის დასაწყისში დაბრუნების აუცილებლობამ შეიძლება მისი პუნქტების უსასრულოდ განმეორებამდე მიგვიყვანოს. აღნიშნულ შემთხვევაში ეს არ ხდება, ვინაიდან ყოველი ახალი გამოკლების შემდეგ უდიდესი და უმცირესი რიცხვების სხვაობა მცირდება, რის გამოც გამეორებათა გარკვეული რაოდენობის შემდეგ მისადარებელი რიცხვები აუცილებლად ტოლი გახდება. ალგორითმი გამოიყენება ნებისმიერი ნატურალური რიცხვებისათვის და ყოველთვის მიგვყავართ ამოცანის ამოხსნამდე.

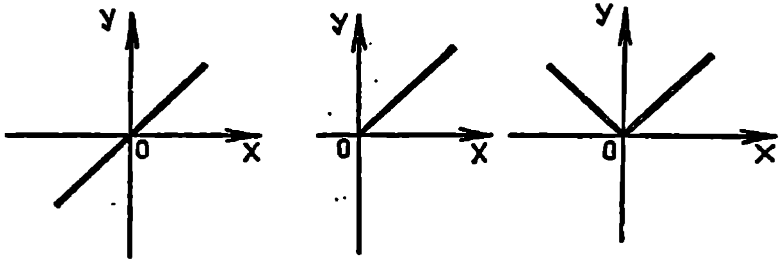
ალგორითმების საშუალებით შეიძლება არა მარტო გამოთვლითი, არამედ მრავალი სხვა სახის ამოცანის ამოხსნა. მოვიყვანოთ გრაფიკული ამოცანის ამოხსნის ალგორითმის მაგალითი.

მაგალითი 1.3. ავაგოთ $y=a|x|$ ფუნქციის გრაფიკი, თუ $a>0$. აგების ალგორითმს შემდეგი სახე აქვს (ნახ.13):

1) დავხაზოთ $y=ax$ ფუნქციის გრაფიკი;
2) წავშალოთ ორდინატთა ღერძის მარცხნივ მდებარე გრაფიკის ნაწილი;
3) გრაფიკის დარჩენილი ნაწილი სიმეტრიულად ავსახოთ ორდინატთა ღერძის მიმართ.

მაგალითი 1.4. ბაშეს თამაში (თამაშში მონაწილეობს ორი).

განვიხილოთ თამაშის კერძო შემთხვევა. გვაქვს 15 საგანი. მოწინააღმდეგენი რიგ-რიგობით აკეთებენ სვლას. ყოველ სვლაზე ნებისმიერ მოთამაშეს შეუძლია აიღოს 1, 2 ან 3 საგანი. აგებს ის, ვინც იძულებული ხდება აიღოს ბოლო საგანი.



ნახ. 13.

პირველი მოთამაშისათვის მოგების ალგორითმი ასეთია:

1) ავიღოთ ორი საგანი;

2) მეორე და შემდეგი სვლები გავაკეთოთ ისე, რომ მოწინააღმდეგესთან ერთად ერთ სვლაზე აღებული საგნების რაოდენობა ჯამში 4-ს უდრიდეს.

მოყვანილი ალგორითმი მომგებიანია 7, 11, 15, 19 ... საგნის შემთხვევაში.

ადამიანი, რომელიც აღნიშნულ ალგორითმს გამოიყენებს, ყოველთვის გაიმარჯვებს ამ თამაშში. მას სრულიადაც არ ესაჭიროება იმის ცოდნა, თუ რატომ უნდა მოიქცეს მაინცდამაინც ასე და არა სხვაგვარად. წარმატების მოსაპოვებლად მას მხოლოდ ზემოთ მოყვანილი ალგორითმის მკაცრად შესრულება მოეთხოვება.

ალგორითმების მაგალითები გვიჩვენებენ, რომ ალგორითმის ჩანაწერი იყოფა ცალკეულ მითითებებად. თითოეული მათგანი შემსრულებელს რაიმე დასრულებული მოქმედების შესრულებაზე მიუთითებს. ყოველ ასეთ მითითებას ბ რ ძ ა ნ ე ბ ა ეწოდება. ბრძანებები სრულდება ერთი მეორის მიყოლებით. ალგორითმის შესრულების ყოველ ბიჯზე შემსრულებლისათვის ზუსტად არის ცნობილი, თუ რომელი ბრძანებაა შესასრულებელი მომდევნო ბიჯზე.

ალგორითმის ბრძანებების რიგრიგობით შესრულებას ბიჯების სასრული რაოდენობის შემდეგ, ამოცანის ამოხსნამდე, მიზნის მიღწევამდე მივყავართ.

ყოველი ალგორითმი გარკვეული შემსრულებლისთვისაა განკუთვნილი. იმისათვის, რომ შემსრულებელმა შეძლოს მოცემული ალგორითმის მიხედვით ამოცანის ამოხსნა, მას უნდა შეეძლოს ალგორითმის ბრძანებებში მითითებული ყოველი მოქმედების შესრულება.

ბრძანებების ერთობლიობას, რომელთა შესრულების უნარიც შესწევს შემსრულებელს, *შემსრულებლის ბრძანებათა სისტემა* ეწოდება.

ალგორითმი გასაგები უნდა იყოს შემსრულებლისათვის, ე.ი. მისი ყოველი ბრძანება შემსრულებლის ბრძანებათა სისტემაში უნდა შედიოდეს.

მაშასადამე, ალგორითმის სწორად აგებისათვის აუცილებელია ვიცოდეთ შემსრულებლის ბრძანებათა სისტემა და დარწმუნებული ვიყოთ, რომ ბიჯების სასრული რაოდენობის შედეგად მისი შესრულება ნებისმიერ შემთხვევაში დამთავრდება.

2. ალგორითმის ფორმალური შესრულება

<u>მაგალითი 2.1.</u> ავაგოთ ფარგლითა და სახაზავით მონაკვეთის შუაზე გაყოფის ალგორითმი.

AB მონაკვეთის შუაზე გაყოფის ალგორითმი:

1) მოვათავსოთ ფარგლის წვერი A წერტილში;
2) გავშალოთ ფარგალი AB მონაკვეთის სიგრძეზე;
3) შემოვხაზოთ წრეწირი;
4) მოვათავსოთ ფარგლის წვერი B წერტილში;

5) შემოვხაზოთ წრეწირი;

6) წრეწირების გადაკვეთის წერტილებზე გავავლოთ წრფე;

7) მოვნიშნოთ ამ წრფისა და AB მონაკვეთის გადაკვეთის წერტილი.

ამ ალგორითმის ყოველი ბრძანება შემსრულებელს ერთ კონკრეტულ, დასრულებულ მოქმედებაზე მიუთითებს, და იგი მთლიანად უნდა შეასრულოს. სანამ მთლიანად არ შეასრულებს წინა ბრძანებას, შემსრულებელს არ შეუძლია მორიგ ბრძანებაზე გადასვლა. ალგორითმის ბრძანებები, მათი ჩაწერის შესაბამისად, ერთიმეორის მიმდევრობით უნდა სრულდებოდეს. ყველა ბრძანების შესრულება ამოცანის სწორად ამოხსნას გარანტიას იძლევა. მოცემული ალგორითმი გასაგებია შემსრულებლისთვის, რომელმაც იცის ფარგლის გამოყენება და ესმის, თუ რას ნიშნავს წერტილში მისი წვერის მოთავსება, წრეწირის შემოხაზვა და ა.შ. I კლასის მოსწავლისათვის ეს ალგორითმი გაუგებარია, ხოლო IX კლასის მოსწავლისათვის კი გასაგები.

<u>მაგალითი 2.2.</u> ჩაფიქრებული რიცხვის "გამოცნობის" ალგორითმი. ვთქვათ, ვინმემ ჩაიფიქრა ნებისმიერი ნატურალური რიცხვი: შევთავაზოთ მას შეასრულოს შემდეგი მოქმედებები და შეგვატყობინოს მიღებული შედეგი:

1) გაამრავლოს მოცემული რიცხვი 5-ზე;

2) მიუმატოს 8;

3) ჯამი გაამრავლოს 2-ზე.

შედეგის მიხედვით უნდა "გამოვიცნოთ" ჩაფიქრებული რიცხვი. ამ ამოცანის ამოხსნა დაიყვანება $(x \cdot 5+8) \cdot 2=a$ განტოლების ამოხსნაზე, სადაც x უცნობი ჩაფიქრებული რიცხვია, ხოლო a – მიღებული პასუხი. x-ის "გამოცნობა" შეიძლება მივანდოთ შემსრულებელს, რომლისთვისაც საერთოდ უცნობია ამოცანის შინაარსი. ამისათვის საკ-

მარისია მივაწოდოთ მას შემდეგი ალგორითმი:

1) გამოაკელი მიღებულ შედეგს 16;

2) მიღებულ სხვაობაში ჩამოაცილე მარჯვენა განაპირა ციფრი, მიღებული რიცხვი მოგცემს საძიებელ რიცხვს.

ალგორითმის შესრულებისას შემსრულებელს შეუძლია არ ჩასწვდეს თავისი მოქმედების აზრს, მაგრამ, მიუხედავად ამისა, მიიღოს საჭირო შედეგი. ასეთ შემთხვევაში ამბობენ, რომ შემსრულებელი მოქმედებს ფორმალურად. ე.ი. ყურადღებას არ აქცევს მოცემული ამოცანის შინაარსს, მხოლოდ მკაცრად ასრულებს გარკვეულ წესებსა და ინსტრუქციებს.

ეს ალგორითმების მეტად მნიშვნელოვანი თავისებურებაა. ალგორითმის არსებობამ ჩაფიქრებული რიცხვის "გამოცნობის" პროცესი ფორმალური გახადა, გამორიცხა მსჯელობა. თუ ადრე განხილულ ალგორითმებს დავუბრუნდებით, შევნიშნავთ, რომ ისინიც აძლევენ შემსრულებელს ფორმალურად მოქმედების საშუალებას. მაშასადამე, ალგორითმის აგება ამოცანის ფორმალურად ამოხსნის საშუალებას იძლევა, რომლის დროსაც შემსრულებელმა მექანიკურად უნდა შეასრულოს ალგორითმის ბრძანებები მოცემული მიმდევრობით.

რომელიმე დარგში ამოცანის ამოხსნისათვის ალგორითმის შედგენა ადამიანისაგან აღნიშნული დარგის ღრმა ცოდნას მოითხოვს. ამასთან, ხშირად ალგორითმის შედგენას წინ უძღვის მოცემული ამოცანის დაწვრილებითი ანალიზი, რთული ზოგჯერ კი ურთულესი მსჯელობის ჩატარება. ზოგიერთი ამოცანის ამოხსნისათვის ალგორითმის შექმნას მეცნიერები წლებს ანდომებენ. მაგრამ მას შემდეგ რაც ალგორითმი შექმნილია მზა ალგორითმის მიხედვით ამოცანის ამოხსნა აღარ მოითხოვს რაიმე მსჯელობას და იგი მხოლოდ ალგორითმის ბრძანებათა მკაცრ შესრულებაზე დაიყვანება.

ამ შემთხვევაში ალგორითმის შესრულება შეიძლება მიენდოს არა ადამიანს, არამედ მანქანას. მართლაც, იმ უმარტივესი ოპერაციების განხორციელება, რომლებადაც ალგორითმის აგებისას იყოფა ამოცანის ამოხსნის პროცესი, ალგორითმის ცალკეული ბრძანებების შესასრულებლად სპეციალურად შექმნილ მანქანასაც შეუძლია; რომელიც მათ ალგორითმში მითითებული თანმიმდევრობით ასრულებს. სწორედ ეს დებულება უდევს საფუძვლად ავტომატური მოწყობილობების მუშაობას.

კითხვები

1. მოიყვანეთ თქვენთვის ცნობილი ალგორითმების მაგალითები.
2. როგორ გესმით ალგორითმის ბრძანება?
3. რას ეწოდება შემსრულებლის ბრძანებათა სისტემა? ახსენით მაგალითზე.
4. გამოდგება თუ არა ავტომატური მოწყობილობები ალგორითმების შემსრულებლებად?

სავარჯიშოები

1. ჩამოაყალიბეთ და ჩაწერეთ შემდეგი ფორმულის მიხედვით y -ის მნიშვნელობის გამოთვლის ალგორითმი

   ა) $y=(2x+3)(7x-5)$; ბ) $y=\dfrac{2-(x-3)^2}{(x-3)^2+4}$

2. მოცემული ალგორითმის მიხედვით აღადგინეთ y -ის მნიშვნელობის გამოსათვლელად გამოყენებული ფორმულა:

   ა) 1) x გაამრავლეთ x -ზე, შედეგი აღნიშნეთ R_1 -ით;

   2) R_1 გაამრავლეთ a -ზე, შედეგი აღნიშნეთ R_2 -ით;

   3) b -ს მიუმატეთ R_2, შედეგი აღნიშნეთ R_3 -ით;

4) R_3 გაყავით C-ზე, ჩათვალეთ შედეგი y-ის მნიშვნელობად.

ბ) 1) 1-ს მიუმატეთ x, შედეგი აღნიშნეთ A_1-ით;

2) 1 გაყავით A_1-ზე, შედეგი აღნიშნეთ A_2-ით;

3) 1-ს მიუმატეთ A_2, შედეგი აღნიშნეთ A_3-ით;

4) A_2-ს გამოაკელით 1, შედეგი აღნიშნეთ A_4-ით;

5) A_4 გაყავით A_3-ზე, შედეგი აღნიშნეთ A_5-ით;

6) A_5-ს გამოაკელით 1, ჩათვალეთ შედეგი y-ის მნიშვნელობად.

3. ჩამოაყალიბეთ და ჩაწერეთ ფარგლითა და სახაზავით აგების ალგორითმები შემდეგი ამოცანებისათვის:

ა) ააგეთ მოცემული მონაკვეთის შუაწერტილიდან აღმართული მართობი;

ბ) ააგეთ წრეწირი, რომლისთვისაც მოცემული მონაკვეთი დიამეტრია;

გ) ააგეთ კუთხის ბისექტრისა;

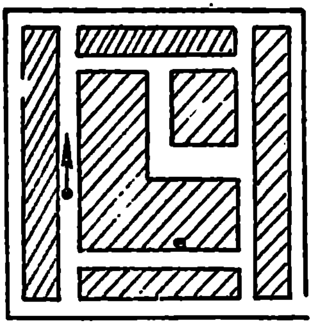
დ) ააგეთ მოცემული სამკუთხედის მედიანების გადაკვეთის წერტილი;

ე) ააგეთ წრფეზე მდებარე წერტილზე გამავალი მართობი ამ წრფისადმი.

4. ორნი თამაშობენ ბაშეს 20 საგნიან თამაშს. დამწყები მოთამაშე მოქმედებს 1.4 ალგორითმის მიხედვით. შეძლებს თუ არა მეორე მის დამარცხებას?

5. გარდაქმენით ალგორითმი ისე, რომ მისი შესრულება შეძლოს II კლასის მოსწავლემ, რომელმაც არ იცის კვადრატისა და კუბში აყვანის მოქმედებები:

1) x აიყვანეთ კვადრატში, შედეგი აღნიშნეთ a_1-ით;



ნახ. 14.

2) a_1 გაამრავლეთ 2-ზე, შედეგი აღნიშნეთ a_2-ით;
3) a_2-ს მიუმატეთ 15, შედეგი აღნიშნეთ a_3-ით;
4) a_3 აიყვანეთ კუბში, შედეგი აღნიშნეთ a_4-ით;
5) a_4-ს მიუმატეთ 25, შედეგი აღნიშნეთ a_5-ით;
6) a_3 გაყავით a_5-ზე, ჩათვალეთ შედეგი y-ის მნიშვნელობად.

6. ადამიანი იმყოფება ლაბირინთში (ნახ. 14) და იწყებს მოძრაობას ისრით ნაჩვენები მიმართულებით შემდეგი მითითების თანახმად: იარე ნაბიჯ-ნაბიჯ ისე, რომ ხელი არ მოაშორო მარჯვენა კედელს, იარე მანამ, სანამ ლაბირინთიდან არ გამოხვალ.
   ა) მიაღწევს თუ არა მოცემული მითითება მიზანს – გამოიყვანოს შემსრულებელი ლაბირინთიდან?
   ბ) დახაზეთ აღნიშნული მითითების შემსრულებლის გზა.
7. რამდენჯერ შესრულდება ევკლიდეს ალგორითმის მესამე ბიჯი, თუ $m=100$, ხოლო $n=18$?

§ 2. ალგორითმული ენა

ა ლ გ ო რ ი თ მ უ ლ ი   ე ნ ა   არის ალგორითმების ერთგვაროვანი და ზუსტი ჩაწერისა და მათი შესრულებისათვის განკუთვნილი აღნიშვნებისა და წესების სისტემა. ერთი მხრივ, ალგორითმული ენა ახლოს დგას ჩვეულებრივ სალაპარაკო ენასთან. ალგორითმები ამ ენაზე იწერება და იკითხება, როგორც ჩვეულებრივი ტექსტი. მეორე მხრივ, ალგორითმული ენა თავის თავში მოიცავს მათემატიკურ სიმბოლიკასაც: რიცხვებს, სიდიდეებისა და ფუნქციების აღნიშვნებს, ოპერაციათა ნიშნებსა და ფრჩხილებს და სხვას.

ალგორითმული ენის წესები უდევს საფუძვლად ეგმ-ებისათვის დაპროგრამების ენებს. ალგორითმული ენის შესწავლა დაგეხმარებათ ეგმ-ებისათვის დაპროგრამების ნებისმიერი ენის ათვისებაში.

3. ალგორითმული ენის ზოგადი წესები

როგორც ყველა ენას, ალგორითმულ ენასაც აქვს თავისი სიტყვარი. ამ სიტყვარის საფუძველს წარმოადგენენ სიტყვები, რომლებიც გამოიყენებიან ამა თუ იმ ალგორითმის შემსრულებლის ბრძანებათა სისტემაში შემავალი ბრძანებების ჩასაწერად. ასეთ ბრძანებებს მ ა რ ტ ი ვ ი   ბრძანებები ეწოდება.

ჩვეულებრივი მარტივი ბრძანება გამოიყურება როგორც ქართული ენის სრული ან შემოკლებული ბრძანებითი წინადადება, რომელიც საჭიროების შემთხვევაში შეიცავს ფორმულებს და სხვა სიმბოლურ აღნიშვნებს.

გარდა ამისა, ალგორითმულ ენაში გამოიყენება სიტყვების გარკ-

ვეული რაოდენობა, რომელთა მნიშვნელობა და გამოყენების წესი ერთხელ და სამუდამოდაა დაკანონებული. ასეთ სიტყვებს დამხმარე სიტყვებს უწოდებენ. როგორც წესი, ალგორითმული ენების ჩაწერისას, ისინი გამოიყოფიან და ჩაიწერებიან შემოკლებული სახით. დამხმარე სიტყვების გამოყენება ალგორითმის ჩაწერას უფრო თვალსაჩინოს, ხოლო სხვადასხვა სახის ალგორითმების წარმოდგენის ფორმას ერთგვაროვანს ხდის.

ალგორითმულ ენაზე ჩაწერილ ალგორითმს სახელწოდება უნდა ჰქონდეს. სახელწოდება შეირჩევა ისე, რომ გასაგები იყოს, თუ რომელი ამოცანის ამოხსნას აღწერს მოცემული ალგორითმი. სახელწოდების გამოსაყოფად მის წინ იწერება დამხმარე სიტყვა ალგ (ალგორითმი).

ალგორითმის სახელწოდების შემდეგ (როგორც წესი, ახალი სტრიქონიდან) იწერება მისი ბრძანებები. ალგორითმის დასაწყისისა და დასასრულის აღსანიშნავად მისი ბრძანებები ორ დამხმარე სიტყვას დწ (დასაწყისი) და დს (დასასრული) შორის ჩაისმება. ბრძანებები იწერება მიმდევრობით. ერთი ბრძანების ჩაწერისას შეიძლება გადავიდეთ მეორე სტრიქონზე. თუ ერთ სტრიქონზე რამდენიმე ბრძანება იწერება, მაშინ ისინი ერთმანეთისგან გამოიყოფიან წერტილ-მძიმით (;).

ალგორითმის რამდენიმე, ერთიმეორის მიყოლებით შესასრულებელი ბრძანების მიმდევრობას სერია ეწოდება. სერია შეიძლება შედგებოდეს ერთი ბრძანებისგანაც.

ამგვარად, ალგორითმულ ენაზე ჩაწერილი ალგორითმის ზოგადი სახე ასეთია:

ალგ ალგორითმის სახელწოდება

დწ

ალგორითმის ბრძანებები (სერია)

დს

<u>მაგალითი 3.1.</u> ჩავწეროთ ალგორითმულ ენაზე მონაკვეთის შუაწერტილის მიძებნის ალგორითმი, თუ შემსრულებლის ბრძანებათა სისტემაში შედის ჩვეულებრივი მოქმედებები ფარგლითა და სახაზავით.

<u>ალგ</u> AB მონაკვეთის შუაზე გაყოფა

<u>დწ</u>

მოათავსეთ ფარგლის წვერი A წერტილში

გაშალეთ ფარგალი AB მონაკვეთის სიგრძეზე

შემოხაზეთ წრეწირი

მოათავსეთ ფარგლის წვერი B წერტილში

შემოხაზეთ წრეწირი

წრეწირების გადაკვეთის წერტილებზე გაავლეთ წრფე

მონიშნეთ ამ წრფისა და AB მონაკვეთის გადაკვეთის წერტილი

<u>დს</u>

<u>მაგალითი 3.2.</u> ჩავწეროთ ალგორითმულ ენაზე საქალაქთაშორისო ტელეფონ-ავტომატით სარგებლობის ინსტრუქცია:

აიღეთ ყურმილი. ჩააგდეთ 15 კაპიკიანი მონეტა. როცა გაიგონებთ უწყვეტ სიგნალს, აკრიფეთ თქვენთვის საჭირო ქალაქის კოდი, ხოლო შემდეგ საჭირო ნომერი. აბონენტის პასუხის გაგონებისთანავე დააჭირეთ ღილაკს "საუბარი".

<u>ალგ</u> საქალაქთაშორისო ტელეფონ-ავტომატით სარგებლობა

<u>დწ</u>

აიღეთ ყურმილი

ჩააგდეთ 15 კაპ. მონეტა

დაელოდეთ უწყვეტ სიგნალს

აკრიფეთ თქვენთვის საჭირო ქალაქის კოდი

აკრიფეთ თქვენთვის საჭირო ტელეფონის ნომერი

დაელოდეთ აბონენტის პასუხს

დააჭირეთ ღილაკს "საუბარი"

ილაპარაკეთ

<u>დს</u>

4. შედგენილი ბრძანებები

ალგორითმების ზოგიერთი ტიპი – წრფივი, განშტოებადი და ციკლური – თქვენ უკვე შეგხვედრიათ ალგებრის კურსში.

ალგორითმულ ენაში მარტივი ბრძანებების ერთი სერიისგან შემდგარი ალგორითმები წრფივია. განშტოებადი და ციკლური ალგორითმების ალგორითმულ ენაზე ჩასაწერად გამოიყენება ე.წ. შედგენილი ბრძანებები, რომლებიც ქართული ენის რთული წინადადებების ანალოგიურია.

ალგორითმულ ენაში გამოიყენება ორი ძირითადი შედგენილი ბრძანება: განშტოების ბრძანება და გამეორების (ციკლის) ბრძანება. თითოეული ეს ბრძანება მარტივისაგან იმით განსხვავდება, რომ მასში შედის პირობა, რომელზეც დამოკიდებულია შესრულდება თუ არა შედგენილ ბრძანებაში შემავალი ესა თუ ის ბრძანება.

1. <u>განშტოების ბრძანება</u> შემდეგნაირად ჩაიწერება:

<u>თუ</u> პირობა

<u>მშ</u> (მაშინ) სერია 1

<u>წშ</u> (წინააღმდეგ შემთხვევაში) სერია 2

<u>პა</u> (პირობა ამოწურულია)

პირობიდან გამომდინარე განშტოების ბრძანებაში შემავალ ბრძანებათა ორი სერიიდან სრულდება ერთ-ერთი. თუ პირობა დაცულია, მაშინ უნდა შესრულდეს სერია 1, წინააღმდეგ შემთხვევაში სერია 2. განშტოების ბრძანება შემოკლებული სახითაც იხმარება:

<u>თუ</u> პირობა

<u>მშ</u> სერია

<u>პა</u>

ასეთ შემთხვევაში, თუ პირობა სრულდება, შემსრულებელი ასრულებს ბრძანებათა სერიას, რომელიც ალგორითმის ჩანაწერში დამხმარე სიტყვა მშ-ს მოსდევს, წინააღმდეგ შემთხვევაში სერიის გამოტოვებით გადადის იმ ბრძანების შესრულებაზე, რომელიც განშტოების ბრძანების შემდეგ მოდის (დამხმარე სიტყვა ბო-ს შემდეგ).

ბრძანებები ყოველ სერიაში ერთიმეორის მიყოლებით გარკვეული წესების დაცვით სრულდება.

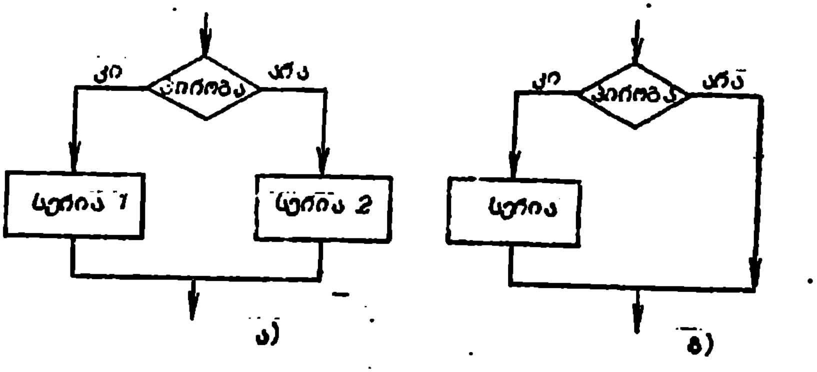
განშტოების ბრძანება პირველ ან მეორე სერიის ბოლო ბრძანების შესრულებისთანავე მთავრდება.

განშტოების ბრძანებაში პირობად გამოიყენება შემსრულებლისათვის გასაგები ნებისმიერი წინადადება, რომელიც შეიძლება შესრულდეს ან არ შესრულდეს. წინადადება შეიძლება გამოისახოს სიტყვებით ან ფორმულით.

განშტოების ბრძანება ისევე იკითხება, როგორც ჩაიწერება.

ალგორითმების სქემებით გამოსახვისას პირობა შეიძლება გავიგოთ, როგორც კითხვა, რომლის მოსალოდნელი პასუხია "კი" ან "არა".

მე-15 ნახაზზე გამოსახულია განშტოების ბრძანების სრული და შემოკლებული ჩანაწერის ამსახველი სქემები.



ნახ. 15.

მოვიყვანოთ განშტოების ბრძანების გამოყენების მაგალითები.

მაგალითი 4.1. ჩავწეროთ რიგობითი რიცხვითი სახელების არაბულ ციფრებით გამოხატვის ალგორითმი.

ალგ რიგობითი რიცხვითი სახელების მართლწერა
დნ თუ რიგობით რიცხვით სახელს მაწარმოებელი "მე" თავში აქვს
    მმ დაწერე "მე"
        დაწერე დეფისი
        დაწერე რიცხვი (ციფრებით)
    ნნ დაწერე რიცხვი (ციფრებით)
        დაწერე დეფისი
        დაწერე "ე"
    კა
დს

მაგალითი 4.2. 220 ვოლტიან ქსელში ჩავრთოთ ძაბვის გადამრთველის მქონე ელექტროხელსაწყო.

ალგ 220 ვოლტიან ქსელში ელექტროხელსაწყოს ჩართვა
დნ
    თუ ხელსაწყოს გადამრთველი დგას 127 ვოლტზე
        მმ დავაყენოთ ხელსაწყოს გადამრთველი 220 ვოლტზე
    კა
    ჩავრთოთ შტეფსელის ჩანგალი შტეფსელში
დს

მაგალითი 4.3. განვსაზღვროთ ხსნარის მჟავიანობა. ამოცანის ამოსახსნელად საკმარისია ჩავუშვათ ხსნარში ლაკმუსის ქაღალდი და მისი ფერის მიხედვით განვსაზღვროთ ხსნარი მჟავა, ტუტე თუ ნეიტრალურია.

ალგ ხსნარის მჟავიანობის დადგენა
დნ ჩავასხათ სინჯარაში 1 მლ ხსნარი
    ჩავუშვათ სინჯარაში ლაკმუსის ქაღალდი
    თუ ქაღალდი წითელია
        მმ პასუხ.: ხსნარი - მჟავაა

წშ თუ ქაღალდი ლურჯია

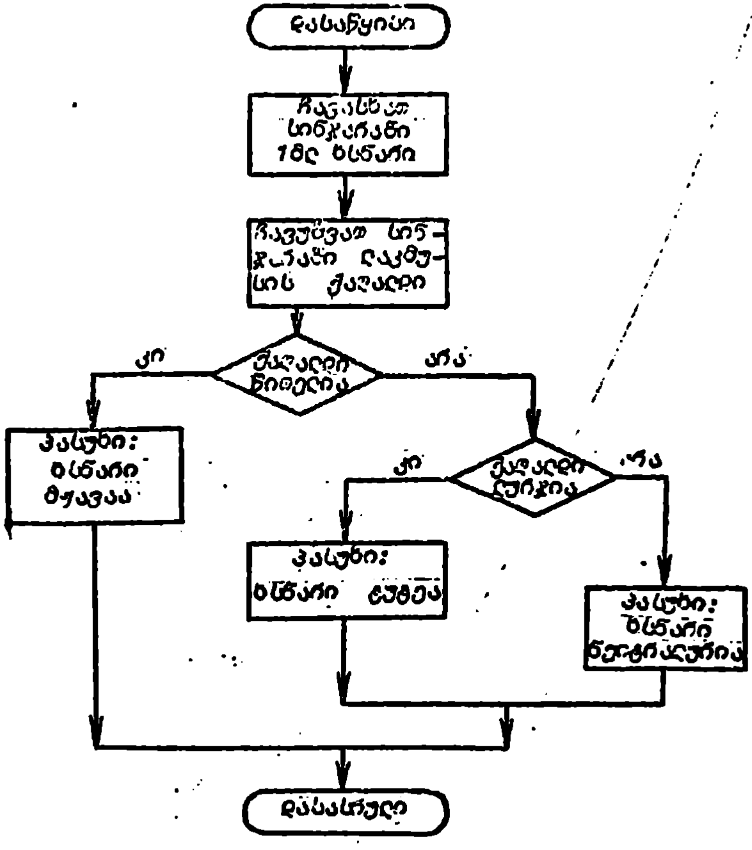
მშ პასუხი: ხსნარი - ფუძეა

წშ პასუხი: ხსნარი - ნეიტრალურია

პა

პა

დს



ნახ. 16.

მე-16 ნახაზზე მოყვანილია ალგორითმის სქემა.

2. <u>გამეორების ბრძანება.</u> თავის პრაქტიკულ საქმიანობაში ადამიანს სისტემატურად ხვდება ისეთი ამოცანები, რომელთა ამოსახსნელად საჭიროა ერთი და იგივე მოქმედებების მრავალჯერ გამეორება. ხშირად ამისათვის გამოიყენება გამეორების (ციკლის) შედგენილი ბრძანება.

გამეორების ბრძანებას განსაკუთრებული მნიშვნელობა ენიჭება ეგმ-ებზე შესასრულებელი ალგორითმების აგებისას. მხოლოდ მისი გამოყენება იძლევა საშუალებას მოქმედებათა ძალზე გრძელი მიმდევრობის შესრულების მითითება ჩავწეროთ შედარებით მოკლე ალგორითმების დახმარებით.

გამეორების ბრძანება შემდეგნაირად ჩაიწერება:

<u>სანამ</u> პირობა

<u>ცდწ</u> (ციკლის დასაწყისი)

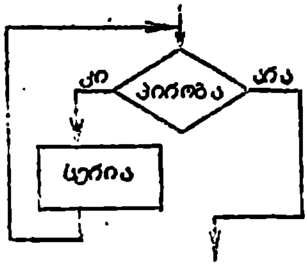
სერია

<u>ცდს</u> (ციკლის დასასრული)

ამ ბრძანების შესრულება მასში მითითებულ ბრძანებათა სერიის ზედიზედ რამდენიმეჯერ შესრულებას ნიშნავს. იგი სრულდება იმდენჯერ, რამდენიც საჭიროა, რომ მითითებული პირობა აღარ კმაყოფილდებოდეს.

თუ პირობა თავიდანვე არ სრულდება, მაშინ სერია არცერთხელ არ შესრულდება. ციკლის პირობა მოწმდება სერიის შესრულების დაწყებამდე და არა მისი შესრულების პროცესში.

ციკლის ბრძანების შესრულება გრაფიკულად შეიძლება შემდეგი სქემის მიხედვით გამოვსახოთ (ნახ.17).



ნახ. 17.

ამ ბრძანების შესრულების თავისებურებების გასარკვევად განვიხილოთ შემდეგი მაგალითები.

მაგალითი 4.4. ვთქვათ, შემსრულებელს აქვს ცარიელი 7 ლიტრიანი კასრი, რომელიც შემდეგი ბრძანებების შესრულების შედეგად პირამდე უნდა აივსოს თბილი წყლით:

სანამ კასრი არ არის სავსე
ცდწ ჩავასხათ 1 ლ ცივი წყალი
    ჩავასხათ 1 ლ ცხელი წყალი
ცდს

ამ შედგენილი ბრძანების შესრულებისას შემსრულებელი სამჯერ ჩაასხამს კასრში ორ-ორ ლიტრს, რადგანაც ცდწ და ცდს დამხმარე სიტყვებს შორის არის ორი ბრძანება: "ჩავასხათ 1 ლ". ამის შემდეგ, ვინაიდან კასრი მაინც არ იქნება სავსე, იგი კიდევ ერთხელ შეასრულებს სერიას. ამასთან წყლის 1 ლ კასრიდან გადმოიღვრება.

მაგალითი 4.5. ალგორითმულ ენაზე ჩავწეროთ ბაშეს 15 საგნიანი თამაშის მომგებიანი ალგორითმი (იხ. მაგ. 1.4)

ალგ ბაშეს თამაში
დწ ავიღოთ ორი საგანი
    სანამ ოთხ საგანზე მეტია დარჩენილი
    ცდწ ვთხოვოთ მოწინააღმდეგეს გააკეთოს სვლა
        დავიმახსოვროთ მოწინააღმდეგის მიერ აღებული საგნების რაოდენობა K
        ავიღოთ 4- K საგანი
    ცდს

ვაიძულოთ მოწინააღმდეგეს გააკეთოს სვლა

დს

მაგალითი 4.6. განშტოებისა და გამეორების უკვე ცნობილი ბრძანებების გამოყენებით შევადგინოთ უფრო რთული – პინებიანი სასწორის დახმარებით პატარა საგნის მასის განსაზღვრის ალგორითმი.

ალგ საგნის მასის განსაზღვრა

დნ

დავდოთ მარცხენა პინაზე გამოსაკვლევი საგანი

დავდოთ მარჯვენა პინაზე 10 გრამიანი საწონი

სანამ პინები არ არის გაწონასწორებული

ცდნ თუ მარცხენა პინამ გადაწონა

მმ მარჯვენა პინაზე დავდოთ კიდევ ერთი ისეთი საწონი, როგორიც დავდეთ მასზე წინა შემთხვევაში

წმ ავიღოთ მარჯვენა პინიდან ბოლოს დადებული საწონი და შევცვალოთ იგი 10-ჯერ ნაკლები მასის საწონით

პა

ცდს

დავთვალოთ მარჯვენა პინაზე მოთავსებული საწონების მასების ჯამი

დს

კითხვები

1. რისთვისაა საჭირო ალგორითმული ენა?
2. რა როლს ასრულებენ ალგ, დნ, დს, თუ, მმ, წმ, პა, სანამ, ცდნ, ცდს დამხმარე სიტყვები? მოიყვანეთ მაგალითები.
3. როგორი შედგენილი ბრძანებები იცით? მოიყვანეთ მაგალითები.

სავარჯიშოები

1. ალგორითმულ ენაზე ჩაწერეთ პირველი პარაგრაფის მე-3 სავარჯიშოს ალგორითმები.

2. შეცვალეთ 4.4 მაგალითში ალგორითმი ისე, რომ წყალი არ გადმოიღვაროს.

3. მოიფიქრეთ და ჩაწერეთ ბაშეს 5 საგნიანი თამაშის მომგებიანი ალგორითმი მეორე მოთამაშისათვის.

§ 3. სიდიდეებზე მუშაობის ალგორითმები

მრავალი პრაქტიკული ამოცანის გადაწყვეტა ინფორმაციის გარდაქმნასთანაა დაკავშირებული. ასე მაგალითად, $ax^2+bx+c=0$ სახის კვადრატული განტოლების ამოხსნისას საწყისი ინფორმაციის საფუძველზე (იგულისხმება განტოლების სახე და a, b და c სიდიდეების მნიშვნელობები) ვღებულობთ ახალ ინფორმაციას – შედეგს (აქვს თუ არა ამ განტოლებას ფესვები, და თუ აქვს, მაშინ ვღებულობთ x_1 და x_2 ფესვების მნიშვნელობებს).

მონაკვეთის შესახებ არსებული ინფორმაციის საფუძველზე მისი შუაწერტილის მოძებნისას ვღებულობთ შედეგს (რეზულტატს) – წერტილს, რომელიც AB მონაკვეთის შუა წერტილს წარმოადგენს.

"საწყისი ინფორმაცია", "გარდაქმნილი ინფორმაცია", "რეზულტატი"- ამ ტერმინებში იგულისხმება კონკრეტული სიდიდეები – რიცხვითი (a, b და c კოეფიციენტები), გრაფიკული (მონაკვეთი) და ა.შ.

5. სიდიდეები

სიდიდეები იყოფა მუდმივად და ცვლადად. სიდიდეს, რომლის მნიშვნელობა ალგორითმის შესრულების პროცესში კი არ იცვლება, არამედ ალგორითმის ტექსტში მითითებულ ერთი და იგივე მნიშვნელობად რჩება, ეწოდება მ უ დ მ ი ვ ი . (მაგ. 15; 2,4; 3,14 და ა. შ.). სიდიდეს, რომლის მნიშვნელობა ალგორითმის შესრულების პროცესში იცვლება, ც ვ ლ ა დ ი ეწოდება.

ალგორითმის ჩაწერისას ცვლადი სიდიდეების აღნიშვნები ალგებრის კურსში ცვლადების აღნიშვნების ანალოგიურად შემოაქვთ. ცვლადი სიდიდის ასეთ აღნიშვნას ალგორითმულ ენაში ამ სიდიდის ს ა ხ ე ლ ი ეწოდება.

ალგორითმის შესრულებისას სიდიდეს ჩვეულებრივ დროის ნებისმიერ მომენტში რაიმე გარკვეული მნიშვნელობა აქვს. მას მ ი მ დ ი ნ ა რ ე მნიშვნელობა ეწოდება. ალგორითმის შესრულებისას სიდიდემ შეიძლება ვერ მიიღოს კონკრეტული მნიშვნელობა. ასეთ სიდიდეს გ ა ნ უ ს ა ზ ღ ვ რ ე ლ ს უწოდებენ.

მათემატიკისა და ფიზიკის სასკოლო კურსებში ყველაზე ხშირად გვხვდება რიცხვითი სიდიდეები, რომელთა მნიშვნელობებს ნატურალური, მთელი, ნამდვილი რიცხვები წარმოადგენენ. მაგრამ ალგორითმებში ასევე ხშირად გვხვდება არარიცხვითი სიდიდეებიც: სიტყვები, ცხრილები, სიები, ტექსტები, გრაფიკები, გეომეტრიული ფიგურები და ა. შ. როგორც წესი, მათემატიკისა და ფიზიკის კურსებში სიდიდეები ლათინური ან ბერძნული ანბანის ერთი ასოთი აღინიშნება.

ვინაიდან ეგმ-ით სარგებლობისას და ალგორითმებისა და პროგრამების ჩაწერისას მრავალფეროვან სიდიდეთა დიდი რაოდენობა გამოიყენება,

ალგორითმულ ენაში სიდიდეთა სახელების აღსანიშნავად მიღებულია ნებისმიერი ასოს, ასოთშეხამებების ან სიტყვის გამოყენება, რომლებიც ალგორითმში სიდიდეების აზრსა და დანიშნულებას განმარტავენ.

წინამდებარე სახელმძღვანელოში ჩვეულებრივი სიტყვებისაგან სიდიდეების აღმნიშვნელი სახელების გასარჩევად ამ უკანასკნელებს ჩავწერთ ერთმანეთისაგან დაშორებული ასოებით (მაგ. ნ ა მ რ ა ვ ლ ი, ბ ი ჯ ე ბ ი ს რ ა ო დ ე ნ ო ბ ა და ა.შ.). მაგალითად, კ ლ ა ს ი ფ ა სკოლაში წარმოადგენს ცვლად სიდიდეს, რომლის მნიშვნელობაც განისაზღვრება ამ კლასში მიმდინარე სასწავლო წლის გაერთიანებულ მოსწავლეთა სიმრავლით.

სიდიდეებს, რომელთა მნიშვნელობებს სიტყვები ან ტექსტი წარმოადგენს — ეწოდება ლ ი ტ ე რ უ ლ ი. ტექსტის გამოსაყოფად ლიტერული სიდიდეების მნიშვნელობები ბრჭყალებში ისმება, მაგ. "ამოხსნა არ არსებობს".

როგორც ვხედავთ, სიდიდეები შეიძლება იყოს სხვადასხვა ტიპის. მათი დანიშნულებიდან გამომდინარე ისინი შეიძლება იყოს ნატურალური, მთელი, ნამდვილი, ლიტერული და სხვა. ცვლადების ტიპები შემოკლებულად აღინიშნება სიტყვებით, ნატ (ნატურალური), მთ (მთელი), ნამდ (ნამდვილი), ლიტ (ლიტერული) და ა.შ.

6. ალგორითმის სათაური

ნებისმიერი ალგორითმის ჩაწერა სათაურით იწყება. მოვიყვანოთ ერთი ნატურალური რიცხვის მეორეზე გაყოფის შედეგად მიღებული ნაშთის პოვნის ალგორითმის სათაურის მაგალითი:

ალგ გაყოფის შედეგად მიღებული ნაშთი (ნატ გასაყოფი, ნატ გამყოფი,
    ნატ ნაშთი)

არგ გასაყოფი, გამყოფი

რეზ ნაშთი

აქ გაყოფის შედეგად მიღებული ნაშთი – ალგორითმის სახელწოდებაა, ხოლო გ ა ს ა ყ ო ფ ი, გ ა მ ყ ო ფ ი და ნ ა შ თ ი – სიდიდეების სახელები. თითოეული სიდიდის სახელის წინ მითითებულია მისი ტიპი. ერთი ნატურალური რიცხვის მეორეზე გაყოფის შედეგად მიღებული ნაშთის პოვნის ალგორითმისათვის ნატ ტიპის სიდიდეები გ ა ს ა ყ ო ფ ი და გ ა მ ყ ო ფ ი საწყისი მონაცემებია, სიდიდე ნ ა შ თ ი კი მნიშვნელობას ალგორითმის შესრულების შედეგად ღებულობს. ეს მნიშვნელობა გ ა ს ა ყ ო ფ ი და გ ა მ ყ ო ფ ი სიდიდეების მნიშვნელობების ერთიმეორეზე გაყოფის შედეგად მიღებული ნაშთის ტოლია. სიდიდეებს, რომლებიც ალგორითმისათვის საწყის მონაცემებს წარმოადგენენ ა რ გ უ მ ე ნ ტ ე ბ ი ეწოდებათ. მათი ნუსხა დამხმარე სიტყვა არგ (არგუმენტი)-ის შემდეგ თავსდება. ალგორითმის რეზულტატები (მოცემულ მაგალითში სიდიდე ნ ა შ თ ი) ჩამოითვლება დამხმარე სიტყვა რეზ (რეზულტატი) – ის შემდეგ.

ალგორითმის სათაურის ზოგადი სახე ასეთია:

ალგ ალგორითმის სახელწოდება (სიდიდეების სია ტიპების მითითებით)

არგ არგუმენტების სახელები

რეზ რეზულტატების სახელები

ალგორითმის არგუმენტებისა და რეზულტატების სახელები მძიმით გამოიყოფა.

მაგალითი 6.1. ევკლიდეს ალგორითმის სათაური:

ალგ უდიდესი საერთო გამყოფის პოვნა (უსგ) (ნატ M, N, ნატ უსგ)

არგ M, N

რეზ უსგ

7. სამუშაო სიდიდეები. მონაცემთა ტიპები

<u>მაგალითი 7.1.</u> განვიხილოთ როგორ ჩაიწერება სიდიდეებზე მუშაობის ალგორითმი $ax^2+bx+c=0$ კვადრატული განტოლების ამოხსნის ალგორითმის მაგალითზე.

<u>ალგ</u> კვადრატული განტოლების ამოხსნა (<u>ნამდ</u> a, b, c, x_1, x_2, <u>ლიტ</u> y)
<u>არგ</u> a, b, c
<u>შედ</u> x_1, x_2, y
<u>დს</u> <u>ნამდ</u> D
$D := b^2-4\cdot a\cdot c$
<u>თუ</u> $D<0$
<u>მმ</u> $y :=$ "არა აქვს ამოხსნა"
<u>წმ</u> $y :=$ "აქვს ამოხსნა"

$$x_1 := \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}; \quad x_2 := \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$$

<u>ყა</u>
<u>დს</u>

განვიხილოთ მოყვანილი მაგალითი დაწვრილებით. a, b და c -ს კონკრეტული მნიშვნელობებისათვის უნდა ვიპოვოთ x_1 და x_2 ფესვების მნიშვნელობები. ამიტომ a, b და c ცვლადები ალგორითმის არგუმენტებია, ხოლო x_1 და x_2 ფესვები – მისი რეზულტატი (შედეგი).

იმ შემთხვევაში, როცა განტოლებას ფესვები არა აქვს, ალგორითმმა რეზულტატში უნდა მოგვცეს შეტყობინება ფესვების არარსებობის შესახებ. ამისათვის შემოგვაქვს ლიტერული ცვლადი y, რომლის მნიშვნელობაც წარმოადგენს შეტყობინების ტექსტს იმის შესახებ, აქვს თუ არა განტოლებას ფესვები.

ალგორითმის ტექსტი იწყება სათაურით.

შემდეგ ალგორითმის ტექსტში მოდის ბრძანებები, რომლებიც მიუთითებენ თუ როგორ ამოიხსნას დასმული ამოცანა, მაგრამ მათ წინ ჩვენთვის უკვე ცნობილი დამხმარე სიტყვა <u>დწ</u>-ს შემდეგ, გაჩნდა ცვლადი ტიპის კიდევ ერთი აღწერა: <u>ნამდ</u> D .

ცვლადი D (კვადრატული განტოლების დისკრიმინანტი) არ არის ალგორითმის არც არგუმენტი, არც მისი რეზულტატი. იგი მხოლოდ ალგორითმის შესრულების პროცესში გამოსათვლელი საშუალედო მნიშვნელობის აღნიშვნისათვის გამოიყენება. ასეთ ცვლადებს ს ა შ უ ა ლ ე დ ო ეწოდება. საშუალედო ცვლადების ტიპიც უნდა მიეთითოს შემსრულებელს. მათი აღწერა ხდება დამხმარე სიტყვა <u>დწ</u>-ს შემდეგ. შემდეგ ალგორითმის ჩანაწერში მოდის ბრძანება:

$$D := b^2-4\cdot a\cdot c.$$

ეს ბრძანება ასე იკითხება: "მიენიჭოს D ცვლადს $b^2-4\cdot a\cdot c$ გამოსახულების მნიშვნელობა". ასეთი სახის ბრძანებას მ ი ნ ი ჭ ე ბ ა ეწოდება.

მინიჭების ნიშანი (:=) მინიჭების ბრძანებას მარცხენა და მარჯვენა ნაწილებად ყოფს. მარცხენა ნაწილში შეიძლება იყოს ალგორითმის ნებისმიერი ცვლადი სიდიდე, ხოლო მარჯვენაში – ნებისმიერი რიცხვითი ან არარიცხვითი გამოსახულება.

":= " ნიშანი არ უნდა ავურიოთ მათემატიკური ტოლობის " = " ნიშანთან. ":= " ნიშანი მიუთითებს შემსრულებლის მოქმედებაზე (მიანიჭოს ცვლადს გამოთვლილი მნიშვნელობა), ხოლო "=" ნიშანი არავითარ მოქმედებებს არ გულისხმობს.

შემდეგ ალგორითმის ტექსტში მოდის ორი სტრიქონი შემდგარი

ჩვენთვის უკვე ცნობილი განშტოების შედგენილი ბრძანება. პირველი სერია (<u>მშ</u> დამხმარე სიტყვის შემდეგ) შედგება ერთი ბრძანებისაგან y := "არა აქვს ამოხსნა" (y ლიტერულ ცვლადს ენიჭება მნიშვნელობა "არა აქვს ამოხსნა").

მეორე სერია (<u>ნშ</u> დამხმარე სიტყვის შემდეგ) შედგება მინიჭების სამი ბრძანებისაგან: პირველი y ლიტერულ ცვლადს ანიჭებს მნიშვნელობას, დანარჩენი ორი კი – x_1 და x_2 რიცხვით ცვლადებს.

8. ალგორითმის შესრულება

არგუმენტების კონკრეტული მნიშვნელობებისათვის რეზულტატის მისაღებად ალგორითმით გათვალისწინებული ყველა მოქმედების პრაქტიკული განხორციელება ალგორითმის შესრულებისას ხდება.

განვიხილოთ, როგორ ხდება კვადრატული განტოლების ამოხსნის ალგორითმის შესრულება (ნახ. 7.1).

უპირველეს ყოვლისა, შემსრულებელი ალგორითმში გამოყენებული ცვლადი სიდიდეების მნიშვნელობათა ჩასაწერ ცხრილს ადგენს (ცხრილი 1).

ცხრილი 1

ალგორითმის ბიჯები	არგუმენტები			საშუალედო სიდიდე	რეზულტატები			პირობების შემოწმება
	a	b	c	D	x_1	x_2	y	

ასეთ ცხრილს მ ნ ი შ ვ ნ ე ლ ო ბ ა თ ა ც ხ რ ი ლ ი დავარქვათ. კომპიუტერით ალგორითმის შესრულებისას სიდიდეთა მნიშვნელობები მის მეხსიერებაში ინახება. ადამიანის მიერ ალგორითმის შესრულებისას კი მნიშვნელობათა ცხრილი შემსრულებლისათვის დამატებითი მეხსიერების როლს ასრულებს.

მოცემულ შემთხვევაში შემსრულებელი a, b და c არგუმენტების მნიშვნელობებს ღებულობს. ვთქვათ, $a=2$, $b=1$, $c=-6$. ეს მონაცემები შემსრულებელს შეაქვს ცხრილში (ცხრ.2).

შემდეგ იგი უშუალოდ ალგორითმის შესრულებაზე გადადის. ალგორითმი ც ცალკე ბრძანებებად ნაწევრდება (ბრძანებების თანმიმდევრული რეგისტრაციის გასაადვილებლად ცხრილს აქვს სპეციალური სვეტი "ალგორითმის ბიჯები").

პირველ ბიჯზე სრულდება მინიჭების ბრძანება:

$$D := b^2 - 4\cdot a\cdot c,$$

ე.ი. შემსრულებელი ფორმულაში სვამს მასში შემავალი ცვლადების მიმდინარე მნიშვნელობებს, ასრულებს საჭირო გამოთვლებს და ანიჭებს D ცვლადს მნიშვნელობა 49-ს.

ეს მნიშვნელობა შეიტანება ცხრილში (ცხრ.2).

ცხრილი 2

ალგორითმის ბიჯები	არგუმენტები			საშუალედო სიდიდე	რეზულტატები			პირობების შემოწმება
	a	b	c	D	x_1	x_2	y	
	2	1	-6					
1				49				

ამით ალგორითმის პირველი ბიჯი მთავრდება და შემსრულებელი გადადის განშტოების ბრძანების შესრულებაზე. ამ შედგენილი ბრძანების შესრულება რამდენიმე ბიჯისაგან შედგება.

განშტოების ბრძანებაში ალგორითმის მეორე ბიჯს $D<0$ პირობის შემოწმება წარმოადგენს. D ცვლადის მიმდინარე მნიშვნელობა, როგორც ეს ცხრილიდან ჩანს, არის რიცხვი 49, ამიტომ მოცემულ შემთხვევაში $D<0$ პირობა არ სრულდება. კონტროლისათვის პირობის შემოწმების შედეგი ცხრილის შესაბამის სვეტში – "პირობების შემოწმებაში", ჩაიწერება. სწორედ ამიტომ, ჯერ იწერება პირობა, შემდეგ თუ პირობა სრულდება იწერება სიტყვა "კი", წინააღმდეგ შემთხვევაში კი სიტყვა "არა" (ცხრ.3).

პირობა არ სრულდება, უნდა გადავიდეთ ბრძანებათა სერიის შესრულებაზე, რომელიც განშტოების ბრძანებაში წშ დამხმარე სიტყვის შემდეგ მოდის და რომელსაც სამი მინიჭების ბრძანებისაგან შემდგარი სერია მისდევს.

ალგორითმის მესამე ბიჯი y := "აქვს ამოხსნა" მინიჭების ბრძანების შესრულებაა. ამ ბიჯის შესრულების შედეგად შემსრულებელი y ცვლადს ლიტერულ მნიშვნელობას –"აქვს ამოხსნა"-ს ანიჭებს და ეს მნიშვნელობაც შედის ცხრილში (ცხრ.3).

ცხრილი 3

ალგორითმის ბიჯები	არგუმენტები			საშუალედო სიდიდე	შედეგები			პირობების შემოწმება
	a	b	c	D	x_1	x_2	y	
	2	1	–6					
1				49				
2								49<0(არა)
3							აქვს ამოხსნა	

ალგორითმის მეოთხე ბიჯი $x_1 := \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$ მინიჭების ბრძანების შესრულებაა. შესრულებული x_1 ცვლადს $\frac{-b+\sqrt{D}}{2a} = \frac{-1+\sqrt{49}}{4} = 1,5$ მნიშვნელობას ანიჭებს (ცხრ. 4).

ცხრილი 4

ალგორითმის ბიჯები	არგუმენტები			საშუალედო სიდიდე	რეზულტატები			პირობების შემოწმება
	a	b	c	D	x_1	x_2	y	
	2	1	–6					
1				49				
2								49 < 0 (არა)
3							აქვს ამოხსნა	
4					1,5			

ალგორითმის მეხუთე ბიჯი $x_2 := \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$ მინიჭების ბრძანების შესრულებაა. შესრულებული x_2 ცვლადს $\frac{-b-\sqrt{D}}{2a} = \frac{-1-\sqrt{49}}{4} = -2$ მნიშვნელობას ანიჭებს (ცხრ. 5).

ცხრილი 5

ალგორითმის ბიჯები	არგუმენტები			საშუალედო სიდიდე	რეზულტატები			პირობების შემოწმება
	a	b	c	D	x_1	x_2	y	
	2	1	–6					
1				49				
2								49 < 0 (არა)
3							აქვს ამოხსნა	
4					1,5			
5						–2		

მეხუთე ბიჯით დასრულდა განშტოების შედგენილი ბრძანების შესრულება. ამით დამთავრდა მთელი ალგორითმის შესრულებაც, რის შედეგა-

დას x_1 , x_2 და y ცვლადებმა მიიღო მნიშვნელობები:
$x_1=1{,}5$, $x_2=-2$, $y=$ "აქვს ამონახსნი" (იხ. ცხრ. 5).

იმ შემთხვევაში, როცა ალგორითმის არგუმენტები ისეა მოცემული, რომ b^2-4ac გამოსახულების მნიშვნელობა ნულზე ნაკლებია (მაგალითად $a=2$, $b=-3$, $c=7$), მაშინ ალგორითმის შესრულება სამი ბიჯის შემდეგ დამთავრდება და y ცვლადი "არა აქვს ამონახსნი" მნიშვნელობას მიიღებს, ხოლო x_1 და x_2 ცვლადები არავითარ მნიშვნელობას არ მიიღებენ (ცხრ. 6).

ცხრილი 6

ალგორითმის ბიჯები	არგუმენტები			საშუალედო სიდიდე	შედეგები			პირობების შემოწმება
	a	b	c	D	x_1	x_2	y	
	2	−3	7					
1				−47				
2								$-47<0$ (კი)
3							არა აქვს ამონახსნი	

განვიხილოთ ალგორითმის შესრულების კიდევ ერთი მაგალითი.

<u>მაგალითი 8.1.</u> ევკლიდეს ალგორითმი – ორი M და N ნატურალური რიცხვის უდიდესი საერთო გამყოფის პოვნის ალგორითმი.

<u>ალგ</u> უდიდესი საერთო გამყოფის პოვნა (<u>ნატ</u> M , N , <u>ნატ</u> უსგ)
    <u>არგ</u> M , N
    <u>შედ</u> უსგ
<u>დს</u> <u>ნატ</u> x , y
    $x:=M$; $y:=N$
    <u>სანამ</u> $x\neq y$
    <u>ცდ</u>

```
თუ x > y
  მაშ  x := x - y
  სხვ  y := y - x
კა
ცდს
  უსგ := x
დს
```

მე-7 ცხრილში მოყვანილია ევკლიდეს ალგორითმის შესრულების პრო-ცესი $M = 35$ -სა და $N = 21$ -ისათვის.

ცხრილი 7

ალგორითმის ბიჯები	არგუმენტები		საშუალედო სიდიდეები		შედეგი	პირობების შემოწმება
	M	N	x	y	უსგ	
	35	21				
1			35			
2				21		
3						35 ≠ 21 (კი)
4						35 > 21 (კი)
5			14			
6						14 ≠ 21 (კი)
7						14 > 21 (არა)
8				7		
9						14 ≠ 7 (კი)
10						14 > 7 (კი)
11			7			
12						7 ≠ 7 (არა)
13					7	

9. პირობებში სიდიდეებს შორის მიმართებების გამოყენება.

ისე როგორც მათემატიკაში ალგორითმულ ენაშიც გამოიყენება სი-დიდეებს შორის მიმართებების შემდეგი ნიშნები:

რიცხვითი სიდიდეებისათვის

<	ნაკლებია	≥	მეტია ან ტოლია	=	ტოლია
>	მეტია	≤	ნაკლებია ან ტოლია	≠	არ არის ტოლი

ლოგიკური სიდიდეებისათვის

= ტოლია ≠ არ არის ტოლი

რიცხვით და ლოგიკურ სიდიდეებზე მუშაობისას ალგორითმებში კა-რიტებად სიდიდეებს შორის სწორედ ასეთი მიმართებები გამოიყენება.

<u>მაგალითი 9.1.</u> შევადგინოთ შემდეგი ამოცანის ამოხსნის ალგორით-მი: "დედამიწის ეკვატორზე მდებარე წერტილიდან დედამიწის მზის ირგ-ვლივ ორბიტაზე მოძრაობის მიმართულებით y (კმ/წმ-ში) სიჩქარით უშვებენ რაკეტას. როგორ იქნება დამოკიდებული რაკეტის გაშვების შედეგი y სიჩქარეზე?"

```
ალგ რაკეტის გაშვება (ნამდ y , ლიტ A )
    არგ y
    შედ A
დს
    თუ y < 7,8
        მაშ   A := "რაკეტა დაენარცხება დედამ წას'
        სხ თუ  y < 11,2
              მაშ  A := "რაკეტა გახდება დედამიწის თანამგ-
                    ზავრი"
              სხ თუ  y < 16,4
                    მაშ A :=  "რაკეტა გახდება მზის თანამგ-
                          ზავრი"
                    სხ  A := "რაკეტა დატოვებს მზის სისტე-
                          მას"
              ჰა
        ჰა
    ჰა
დს
```

ამ ალგორითმში გვაქვს y და A ცვლადი სიდიდეები, 7,8; 11,2; 16,4 მუდმივი რიცხვითი სიდიდეები, "რაკეტა დაენარცხება დედამიწას" და სხვა მუდმივი ლოგიკური სიდიდეები. შედგენილ ბრძანებებში პირობად გამოიყენება y ცვლადი სიდიდის 7,8; 11,2; 16,4 მუდმივ სიდიდეებთან შედარებები. ყველა პირობა სიდიდეებს შორის მხოლოდ ერთი მიმართებისაგან შედგება. ასეთ პირობებს მ ა რ ტ ი ვ ი ეწოდებათ.

<u>მაგალითი 9.2.</u> შევადგინოთ $y=\frac{1}{x}+\frac{1}{x-1}$ გამოსახულების გამოთვლის ალგორითმი. ამასთან გავითვალისწინოთ, რომ როცა $x=0$ და $x=1$ გამოსახულებას აზრი არა აქვს.

<u>ალგ</u> მაგალითი (<u>ნამდ</u> x, y, <u>ლოგ</u> P)
    <u>არგ</u> x
    <u>შედ</u> y, P
<u>დწ</u>
    <u>თუ</u> $x=0$ <u>ან</u> $x=1$
        <u>მშ</u> P := " y-ის მნიშვნელობა არ არის განსაზღვრული"
        <u>წშ</u> P := " y-ის მნიშვნელობა განსაზღვრულია";
$$y := \frac{1}{x}+\frac{1}{x-1}$$
    <u>კა</u>
<u>დს</u>

ამ ალგორითმში განშტოების ბრძანება შეიცავს პირობას, რომელიც ორი, ერთმანეთთან <u>ან</u> სიტყვით დაკავშირებული მიმართებისაგან შედგება:

$$x=0 \quad \underline{\text{ან}} \quad x=1.$$

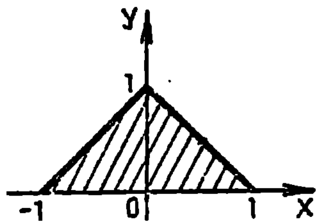
ასეთი სახის პირობებს შ ე დ გ ე ნ ი ლ ი ეწოდებათ. ალგორითმულ ენაზე შედგენილი პირობების ჩაწერისას გამოიყენება დამხმა-

რე სიტყვები და, ან, არა, რომელთა გამოყენება ჩვეულებრივ სალაპარაკო ენაში მათი გამოყენების ანალოგიურია. ვთქვათ, a და b პირობებია. პირობა a და b სრულდება, თუ სრულდება ორივე პირობა a-ც და b-ც. პირობა a ან b სრულდება, თუ a და b პირობებიდან ერთი მაინც სრულდება (არა აქვს მნიშვნელობა რომელი). პირობა არა a სრულდება, თუ არ სრულდება a, და პირიქით.

მაგალითი 9.3. შევადგინოთ შემდეგი ამოცანის ამოხსნის ალგორითმი: " A წერტილი მოცემულია x და y კოორდინატებით. განვსაზღვროთ, ეკუთვნის თუ არა A წერტილი სიბრტყეზე მოცემულ ფიგურას (ნახ. 18)".

ამ ფიგურას ეკუთვნის წერტილები, რომელთა კოორდინატები აკმაყოფილებენ პირობებს:

$$\begin{cases} y \geq 0, \\ |x|+|y| \leq 1 \end{cases}$$



ნახ. 18.

შესაბამის ალგორითმს აქვს სახე:

ალგ ფიგურა (ნამდ x , y , ლიტ z)
  არგ x , y
  შედ z
დას

  თუ $y \geq 0$ და $|x|+|y| \leq 1$
    მაშ z := "წერტილი ეკუთვნის ფიგურას"
    წმ z := "წერტილი არ ეკუთვნის ფიგურას"

  ჰა
დს

ამ ალგორითმის გამოყენებით დავადგინოთ ეკუთვნის თუ არა ფიგურას $x=-0,4$ და $y=0,95$ კოორდინატების მქონე A წერტილი.

შევამოწმოთ პირობა: $y\geqslant 0$ და $|x|+|y|\leq 1$. ჩავსვათ არგუმენტების მნიშვნელობები: $0,95\geqslant 0$ და $|-0,4|+0,95\leq 1$.

მიმართება $0,95\geqslant 0$ სწორია, ე.ი. შედგენილი პირობის პირველი ნაწილი სრულდება, მაგრამ $|-0,4|+0,95=0,4+0,95=1,35>1$. პირობის მეორე ნაწილი და, მაშასადამე, მთლიანად პირობაც არ სრულდება. Z რეზულტატს ენიჭება მნიშვნელობა "წერტილი არ ეკუთვნის ფიგურას".

10. ცხრილური სიდიდეები

ამოცანების ამოხსნისას ადამიანი ხშირად ცხრილებით სარგებლობს: საწყისი მონაცემების ჩაწერისას, საცნობარო ინფორმაციის მიღებისას და ა.შ. ცხრილები სხვადასხვანაირი შეიძლება იყოს, მაგრამ ყველაზე ხშირად ვხვდებით წრფივ და მართკუთხა ცხრილებს.

მნიშვნელობები, რომლებიც წრფივ ცხრილს ქმნიან, ქაღალდზე ჩაწერისას განლაგდებიან სტრიქონში ან სვეტში. ყოველ მნიშვნელობას, ანუ ცხრილის ელემენტს, შეესაბამება მისი რიგითი ნომერი, და პირიქით: რიგითი ნომრის ცოდნით ცხადი ხდება, თუ ცხრილის რომელ ელემენტზეა საუბარი.

მაგალითად, მეტეოროლოგიურ სადგურში ყოველ საათში იზომება ჰაერის ტემპერატურა და გაზომვების სადღეღამისო მნიშვნელობები იწერება ცხრილში (ცხრ. 8).

ცხრილი 8

გაზომვის დრო, სთ	0	1	2	3	...	22	23
ტემპერატურა, °C	17	16	15,5	14	...	18	17,5

ეს წრფივი ცხრილი 0-დან 23-მდე გადანომრილ 24 ელემენტს შეიცავს. მაგალითად, ცხრილის მე-2 ელემენტის მნიშვნელობა 15,5 -ია, ხოლო ნულოვანი ელემენტისა — 17.

შევიტანოთ ცხრილში ერთი კვირის განმავლობაში გაზომვების შედეგად მიღებული დღის საშუალო ტემპერატურები (ცხრ.9).

ცხრილი 9

გაზომვის თარიღი	22	23	24	25	26	27	28
საშუალო ტემპერატურა, °C	15	15,5	17	20	18	17	17,5

ცხადია, წრფივი ცხრილის შენახვისას ელემენტების რიგითი ნომრების შენახვა აუცილებელი არაა: თუ ცნობილია ნუმერაციის დასაწყისი, გადათვლით შეიძლება ნებისმიერი ელემენტის პოვნა. გარდა ამისა, სასურველია უდიდესი რიგითი ნომრის ცოდნა, ვინაიდან ეს ცხრილის განზომილების წინასწარ განსაზღვრის საშუალებას იძლევა. მაშასადამე, იმის მისათითებლად, რომ რაიმე სიდიდე წრფივ ცხრილს წარმოადგენს, საჭიროა ცხრილის ელემენტების ტიპის, ცხრილის სახელის, მისი ელემენტების საწყისი და ბოლო რიგითი ნომრების მოცემა.

ცხრილურ სიდიდეებზე მუშაობის ალგორითმებში ეს მითითება შემდეგნაირად ჩაიწერება: ტიპის მაჩვენებელი დამხმარე სიტყვა (მთ, ნამდ, ლოგ და ა.შ.), შემდეგ დამხმარე სიტყვა ცხრ (ცხრილი) და ცხრილის სახელი, რომლის შემდეგაც კვადრატულ ფრჩხილებში მოცემულია ერთმანეთისაგან ორი წერტილით გამოყოფილი ცხრილის ელემენტების საწყისი

და ბოლო რიგითი ნომრები. მაგალითად

<u>ნამდ</u> <u>ცხრ</u> დრო [0:23]

<u>ნამდ</u> <u>ცხრ</u> საშუალო ტემპერატურა [21:28]

ანალოგიურად აღიწერება მართკუთხა ცხრილებიც.

ჩავწეროთ გამრავლების ტაბულა მართკუთხა ცხრილის სახით (ცხრ. 10).

ცხრილი 10

სამრავლი \ მამრავლი	1	2	3	...	8	9
1	1	2	3	...	8	9
2	2	4	6	...	16	18
3	3	6	9	...	24	27
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
8	8	16	24	...	64	72
9	9	18	27	...	72	81

მართკუთხა ცხრილისათვის ნომრების საზღვრები უნდა მიეთითოს როგორც ვერტიკალის, ასევე ჰორიზონტალის მიხედვით. მოცემული მაგალითისათვის აღწერას შემდეგი სახე აქვს:

<u>მთ</u> <u>ცხრ</u> ნამრავლი [1:9 , 1:9]

მამრავლის სამრავლის

საზღვრები საზღვრები

ცხრილზე მუშაობა მის ელემენტებზე მუშაობამდე დაიყვანება. მოცემულ მომენტში გამოსაყენებელი ცხრილის ელემენტის მისათითებლად საკმარისია მისი რიგითი ნომრის მითითება. ეს რიგითი ნომერი ცხრილის სახელს ინდექსის სახით მიეწერება.

მათემატიკის კურსიდან კარგადაა ცნობილი აღნიშვნები a_0, a_1, b_5, a_i, x_{m+n} და სხვა. მაგრამ, შემსრულებელს რომ გაუადვილდეს

a_0, a_1 და სხვა ცვლადების a ცხრილის ნულოვანი, პირველი და სხვა ელემენტებისაგან გასარჩევად მიღებულია ცხრილის ელემენტის რიგი-თი ნომრის კვადრატულ ფრჩხილებში ჩასმა და ცხრილის სახელის შემდეგ სტრიქონის ოდნავ დაბლა მოთავსება.

მაგალითად:

$$a[i] \text{ , ნაშთი } [2,7] \text{ და ა.შ.}$$

განვიხილოთ ალგორითმებში ცხრილების გამოყენების მაგალითები.

<u>მაგალითი 10.1.</u> შევადგინოთ ნამდვილ რიცხვთა S ჯამის გამო-სათვლელი ალგორითმი, თუ ეს რიცხვები 1000 ელემენტიან a ცხრილს ქმნიან, სადაც ელემენტები 1-დან 1000-მდე გადანომრილია. შეკრებისას რიცხვთა კომპიუტერის დასამუშავებლად გამოვიყენოთ სამუშაო მთელი i ცვლადი, რომელიც ცხრილის ელემენტების გადასათვლელად იხმარე-ბა.

```
ალგ ჯამი (ნამდ ცხრ a[1:1000], ნამდ S )
   არგ  a
   რეზ  S
დნ    შმ   i
         i := 1
         S := 0
      სანამ   i ≤ 1000
      ცდნ
         S := S + a[i]
         i := i + 1
      ცდს
დს
```

i ცვლადის ინდექსად გამოყენება საშუალებას გვაძლევს ცხრილის

ყველა ელემენტის რიგ-რიგობით მიმატება მინიჭების ერთი განმეორებადი $S := S + a[i]$ ბრძანების სახით ჩავწერეთ.

<u>მაგალითი 10.2.</u> შევადგინოთ უფრო რთული – გამრავლების ტაბულის შევსების ალგორითმი (ნახ. 10).

<u>ალგ</u> გამრავლების ტაბულა (<u>მთ</u> <u>ცხრ</u> ნამრავლი [1 : 9 , 1 : 9])
    <u>შედ</u> ნამრავლი
<u>დნ</u> <u>მთ</u> i, j
        $i := 1$
    <u>სანამ</u> $i \le 9$
    <u>ცდნ</u> $j := 1$
        <u>სანამ</u> $j \le 9$
        <u>ცდნ</u>
            ნამრავლი $[i, j] := i \cdot j$
              $j := j + 1$
        <u>ცდს</u>
              $i := i + 1$
    <u>ცდს</u>
<u>დს</u>

განვიხილოთ ეს ალგორითმი დაწვრილებით. მასში განმეორების ორი ბრძანებაა, ამასთან ერთ-ერთი მეორის შემადგენლობაში შედის.

თავდაპირველად შემსრულებელი i -ს ანიჭებს მნიშვნელობა 1 -ს და გამეორების პირველი, გარე ბრძანების შესრულებაზე გადადის. რადგანაც ამ მნიშვნელობისათვის ციკლის პირობა სრულდება, შემსრულებელმა ამ ციკლში შემავალი ყველა ბრძანება უნდა შეასრულოს.

იგი j -ს ანიჭებს მნიშვნელობა 1 -ს და გამეორების მეორე, შიგა ბრძანების შესრულებაზე გადადის.

გამეორების შიგა შესრულებული ოპერაციები, და მასში შემავალი პირობა აღარ სრულდება, ე.ი. ჩვენს შემთხვევაში [illegible] შესრულებული ჩართვები, როცა i 9-ზე მეტი გახდება. ეს კი ნიშნავს მასივის [illegible] სტრიქონის შევსებას. [illegible] ნ ა მ რ ა ვ ლ ი მასივის პირველი სტრიქონი [illegible].

გავარჩიოთ ნაწილი.

ნ ა მ რ ა ვ ლ ი მასივის პირველი სტრიქონის ელემენტებს აქვთ რიგითობა: ნ ა მ რ ა ვ ლ ი[1,1], ნ ა მ რ ა ვ ლ ი[1,2], ..., ნ ა მ რ ა ვ ლ ი[1,9].

ამ სტრიქონში შემავალი მინიჭების ბრძანებას აქვს სახე:

$$\text{ნ ა მ რ ა ვ ლ ი}[i,j] := i \cdot j,$$

რადგან i უდრის ერთს, ხოლო j იცვლება 1-დან 9-მდე, ე.ი. შიდა (შიგა) გამეორების ბრძანების შესრულების შედეგად ნ ა მ რ ა ვ ლ ი მასივის პირველი სტრიქონი მთლიანად შევსებული აღმოჩნდება.

ამის შემდეგ შესრულებული გადაინაცვლებს პირველი (გარე) გამეორების ბრძანების შესრულებაზე. იგი 1-ით გაზრდის i-ს მნიშვნელობას, რის შედეგადაც i-ს მნიშვნელობა 2-ის ტოლი გახდება, შემოწმდება გამეორების გარე ბრძანების პირობა ($i \le 9$), კვლავ მიანიჭებს j-ს მნიშვნელობა 1-ს. ამის შემდეგ ხელახლა იწყება შესრულება გამეორების შიდა (შიგა) ბრძანება. როგორც ვიცით, ამ ბრძანების შესრულების შედეგად ივსება ნ ა მ რ ა ვ ლ ი მასივის i ნომრის მქონე სტრიქონი.

და შესრულდება ამ პროცესის გაგრძელება, ნ ა მ რ ა ვ ლ ი მასივი მთლიანად შეივსება.

კითხვები

1. რა სიდიდეები გვხვდება განხილულ ალგორითმებში?

2. რას ეწოდება სიდიდის სახელი? მოიყვანეთ სახელების მაგალითები.

3. რას ეწოდება სიდიდის მნიშვნელობა? მოიყვანეთ ალგორითმის შესრულების პროცესში სიდიდეთა მნიშვნელობების ცვალებადობის მაგალითები.

4. მოიყვანეთ მუდმივი და ცვლადი სიდიდეების მაგალითები.

5. რომელ სიდიდეებს ეწოდება: ა) არგუმენტები; ბ) ალგორითმის შედეგები? მოიყვანეთ მაგალითები.

6. სიდიდეების რა ტიპები გამოიყენება ალგორითმულ ენაში? მოიყვანეთ მაგალითები.

7. რომელ სიდიდეებს ეწოდება საშუალედო? მოიყვანეთ მაგალითები.

8. რა სახის ბრძანებებს ეწოდება მინიჭების ბრძანებები? განმარტეთ მათი დანიშნულება მაგალითების საშუალებით.

9. როგორ სრულდება მინიჭების ბრძანება?

10. სიდიდეებს შორის მიმართებების რა ნიშნები გამოიყენება ალგორითმულ ენაში?

11. რითი განსხვავდებიან რიცხვითი და ლიტერული სიდიდეების მიმართებების ნიშნები?

12. რას ემსახურება ალგორითმულ ენაში სიდიდეებს შორის მიმართებების ნიშნები?

13. როგორ პირობებს ეწოდება: ა) მარტივი; ბ) შედგენილი? მოიყვანეთ მაგალითები.

14. როგორ სიდიდეებს ეწოდება ცხრილური სიდიდეები? მოიყვანეთ

მაგალითები.

15. როგორ ცხრილს ეწოდება: ა) წრფივი; ბ) მართკუთხა? მოიყვანეთ მაგალითები.

სავარჯიშოები[1]

1. მიუთითეთ შემდეგი სიდიდეების ტიპი: 4; 4,0 ; "ოთხი"; "4,4"; "არგუმენტი"; 0,0; "ნული"; 0.

2. შეადგინეთ და ჩაწერეთ შემდეგი ამოცანის ამოხსნის ალგორითმი: "სამ ჭურჭელში ასხია წყალი. პირველ ჭურჭელში t_1 ტემპერატურის V_1 ლ წყალი ასხია, მეორეში – t_2 ტემპერატურის V_2 ლ წყალი, ხოლო მესამეში – t_3 ტემპერატურის V_3 ლ. წყალი სამივე ჭურჭლიდან ერთ ჭურჭელში გადაასხეს. იპოვეთ ამ ჭურჭელში ჩასხმული წყლის t ტემპერატურა და მოცულობა (ჩათვალეთ, რომ ტემპერატურის ცვლილებისას წყლის მოცულობა არ იცვლება)".

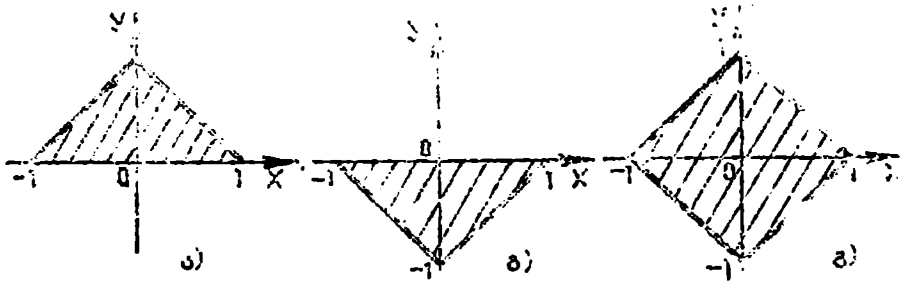
შეასრულეთ ალგორითმი $V_1=0,2$ ლ, $V_2=1$ ლ, $V_3=0,7$ ლ; $t_1=1^{\circ}C$, $t_2=3^{\circ}C$, $t_3=20^{\circ}C$ მნიშვნელობებისათვის.

3. შეადგინეთ და ჩაწერეთ შემდეგი ამოცანის ამოხსნის ალგორითმი.

ეკუთვნის თუ არა $A(x,y)$ წერტილი სიბრტყეზე მოცემულ ფიგურას (ნახ. 19). შეასრულეთ ალგორითმი წერტილების შემდეგი კოორდინატებისათვის:

[1] ალგორითმების შედგენაზე მოცემულ ყველა სავარჯიშოში შემსრულებლისათვის ხელმისაწვდომია ყველა არითმეტიკული მოქმედება.

x	0,2	-0,1	-0,75	0,25	0,6	0,9	0	1	-0,6
y	0,3	-0,1	-0,85	-0,55	0,4	0,15	0	1	0,5



ნახ. 19.

4. შეავსეთ საშუალედო მნიშვნელობათა ცხრილი:

ა) 161-სა და 253-ის უდიდესი საერთო გამყოფის პოვნის ალგორითმისათვის;

ბ) $2x^2+3x-5=0$ განტოლების ამოხსნის ალგორითმისათვის.

5. საშუალედო სიდიდეების გამოყენებით ჩაწერეთ:

ა) $y=\frac{a^2}{3}+\frac{a^2+4}{6}+\frac{\sqrt{a^2+4}}{4}+\frac{(\sqrt{a^2+4})^3}{4}$ გამოსახულების გამოთვლის ალგორითმი, თუ $a=11,7$;

ბ) $ax^3+bx=0$ განტოლების ამოხსნის ალგორითმი.

6. შეადგინეთ და ჩაწერეთ შემდეგი ალგორითმები:

მოცემულია წრის S_1 ფართობი და კვადრატის S_2 ფართობი. გაარკვიეთ, ჩაეტევა თუ არა: 1) წრე კვადრატში; 2) კვადრატი წრეში. შეასრულეთ ალგორითმი S_1-სა და S_2-ის რამდენიმე მნიშვნელობისათვის.

7. 58-ე გვერდზე მოყვანილი მიმართების ნიშნების გამოყენებით ჩაწერეთ გრაფიკით მოცემული (ნახ. 20) $y=f(x)$ ფუნქციის გამოთვ-

ლის ალგორითმი.

8. ჩაწერეთ $n! = 1\cdot 2\cdot 3\cdots(n-1)\cdot n$ ფორმულის მიხედვით n ნატურალური რიცხვის ფაქტორიალის გამოთვლის ალგორითმი.

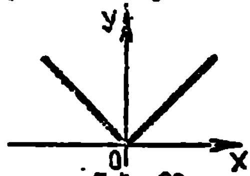
9. ერთ ბრძანებაში მხოლოდ ერთი ოპერაციის გამოყენება შეიძლება. ჩაწერეთ შემდეგ გამოსახულებათა გამოთვლის ალგორითმები:

ა) $y = \dfrac{2x^2 + \sqrt{x^3+1}}{2}$; ბ) $y = 2\sin x^2 + 4\cos x$;

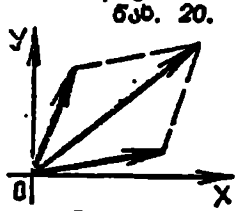
გ) $y = 4\lg\left(x^2 + 2\sqrt{\frac{1}{x} + x^3}\right)$.

10. აღწერით ლიტერა კატა = "კატა". რომელია აქ სახელი და რომელი – სიდიდის მნიშვნელობა?

11. რამდენი ელემენტისაგან შედგება შემდეგნაირად აღწერილი ცხრილები?



ნახ. 20.



ნახ. 21.

ა) ნამდ ცხრ x [1 : 10];

ბ) მთ ცხრ x [4 : 5] ;

გ) ნამდ ცხრ x [100 : 100];

დ) ნამდ ცხრ x [1 : N] ;

ე) მთ ცხრ x [-1 : 1] ;

ვ) ნამდ ცხრ x [M : N];

ზ) მთ ცხრ x [3 : 4 , 5 : 10];

თ) ნამდ ცხრ x [1 : N , 5:10]?

12. როგორ მოიცემა ვექტორი სიბრტყეზე, ცხრილით?

13. ჩაწერეთ ვექტორების შეკრების წესი (ნახ.21) როგორც მოქმედება ცხრილებზე, რომლებითაც ისინი მოიცემიან.

§ 4. მეშველი ალგორითმები

11. მეშველი ალგორითმის ცნება

ახალი ალგორითმის აგებისას ადრე შედგენილი ალგორითმების გამოყენება შეიძლება. ალგორითმებს, რომლებიც მთლიანად გამოიყენება სხვა ალგორითმების შემადგენლობაში, ვუწოდოთ მ ე შ ვ ე ლ ი (ანუ დაქვემდებარებული) ალგორითმები. ალგორითმი, რომელიც იყენებს მეშველ ალგორითმს, გარკვეულ სიტუაციაში შეიძლება თვითონ აღმოჩნდეს მეშველი ალგორითმის როლში. ახალი ალგორითმების შედგენისას ადრე შედგენილი ალგორითმებით სარგებლობა ფართოდ გამოიყენება ალგორითმიზაციის პრაქტიკაში.

სახელმძღვანელოში მოყვანილი შემდგომი გამოყენებისათვის საინტერესო, ყველა ალგორითმი გაერთიანებულია განსაკუთრებულ ფონდში - <u>ალგორითმების ბიბლიოთეკაში,</u> რომელიც დანართშია მოყვანილი.

მეშველი ალგორითმების ძირითად ალგორითმებში ჩართვის წესები განვიხილოთ მათი გამოყენების მაგალითებზე.

<u>მაგალითი 11.1.</u> ორი, α და β, რიცხვებიდან უდიდესის პოვნის ალგორითმი (აღვნიშნოთ იგი ორუდ - ით) შეიძლება ასე ჩაიწეროს:

<u>ალგ</u> ორუდ (<u>ნამდ</u> α, β, γ)

    <u>არგ</u> α, β

    <u>რეზ</u> γ

<u>დწ</u> <u>თუ</u> $\alpha \geqslant \beta$

        <u>მშ</u> $\gamma := \alpha$

        <u>წწ</u> $\gamma := \beta$

    <u>პა</u>

<u>დს</u>

განვიხილოთ დაწვრილებით, [illegible] გამო[illegible] [illegible] შემცველი ალგო-[illegible] ძირითადი ალგორითმის [illegible]. [illegible] ალგორითმის ჩა-[illegible] რადაც [illegible] [illegible] [illegible],
[illegible] y [illegible] [illegible] და ნულები [illegible] [illegible] ალგორითმის გამოსაყენებლად [illegible]: 1) [illegible] x [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] β [illegible] 2) შედგენილი ალ-გორითმი [illegible] 3) γ [illegible] [illegible] [illegible] z ცვლადს. [illegible] [illegible] [illegible] ალგორითმი [illegible] შეიძლება ჩაიწეროს [illegible] ალგორითმის გამოძახების ერთი [illegible] ბრძანებით: ჩვენს [illegible] [illegible] (x, y, z) სახე ექნება.

გა[illegible] [illegible] შესრულების შემდეგ ძირითადი ალგორითმის ის ბრძანება [illegible], რომელიც უშუალოდ მოსდევს გამოძახების ბრძა-ნებას.

<u>მაგალითი 11.2.</u> სამი რიცხვიდან უდიდესის პოვნის ალგორითმი (აღ-ვნიშნოთ იგი [illegible]-ით) შეიძლება წარმოვადგინოთ [illegible] ალგორითმზე [illegible]-ჯერადი მიმართვის სახით:

<u>ალგ</u> [illegible] (<u>[illegible]</u> a, b, c, y)

<u>არგ</u> a, b, c

<u>შედ</u> y

<u>დს</u> <u>[illegible]</u> z

[illegible] (a, b, z)

[illegible] (z, c, y)

<u>დს</u>

შეწყვეტილი ალგორითმის გამოძახების შემდეგ ძირითადი ალგორითმის შესრულების ბიჯების ჩაწერისას მნიშვნელობა ცვლადში მხოლოდ ძირი-

თალი ალგორითმის სიდიდეები იწერება. მეშველი ალგორითმის გამოძახების ბიჯის ჩაწერისას იწერება იმ სიდიდეთა ახალი მნიშვნელობები, რომლებსაც "მოცემული" მეშველი ალგორითმის შესრულებისას მიღებული რეზულტატები ენიჭება. თუ მეშველი ალგორითმის შესრულებაზე თვალყურის დევნება აუცილებელია, მაშინ მისი ყოველი გამოძახებისათვის დგება საკუთარი მნიშვნელობათა ცხრილი.

შევასრულოთ ალგორითმი სამკ 3, 9, 5 არგუმენტებისათვის. შევადგინოთ მნიშვნელობათა ცხრილი (ცხრ. 11).

ცხრილი 11

ალგორითმის ბიჯები	არგუმენტები			საშუალედო სიდიდე	რეზულტატი	პირობების შემოწმება
	a	b	c	z	y	
	3	9	5			
1				9		
2					9	

ამ ცხრილიდან ჩანს, რომ მეშველი ალგორითმის ყოველი შესრულება – ძირითადი ალგორითმის ერთი ბიჯია. ახლა დავაკვირდეთ, როგორ სრულდება ალგორითმი ორკ 3, 9 არგუმენტებისათვის. შევადგინოთ მნიშვნელობათა ცხრილი (ცხრ. 12).

ცხრილი 12

ალგორითმის ბიჯები	არგუმენტები		რეზულტატი	პირობების შემოწმება
	α	β	γ	
	3	9		
1				$3 \geq 9$ (არა)
2			9	

ანალოგიურად შეიძლება თვალყური გავადევნოთ მაქს ალგორითმის შესრულებას 9 , 5 არგუმენტებისათვის.

<u>მაგალითი 11.3.</u> მაქს მეშველი ალგორითმის გამოყენებით შევადგინოთ n რიცხვისაგან შედგენილი ნამდვილი x[1:n] ცხრილის უდიდესი ელემენტის პოვნის ალგორითმი.

ნამდვილი ცხრილის უდიდესი რიცხვის პოვნა შეიძლება მაქს ალგორითმის ცხრილის [illegible] ელემენტისა და ამ ალგორითმის წინა გამოყენების რეზულტატზე მიმდევრობითი გამოყენებით.

ალგორითმულ ენაზე ნამდვილი ცხრილის უდიდესი ელემენტის პოვნის ალგორითმი მაქსც ასე ჩაიწერება:

```
ალგ მაქსც (ნთ n , ნამდ ცხრ x[1:n], ნამდ y )
    არგ n , x
    შედ y
დს  ნთ i
    i := 2 ;   y := x[1]
      სანამ  i≤n
      ციკ
            მაქს ( y , x[i], y );   i := i+1
      ცბ
დს
```

12. ალგორითმის თანმიმდევრობითი აგება

მეშველი ალგორითმის გამოყენების მეთოდი წარმატებით გამოიყენება ახალი ალგორითმის ძიებისა და დამუშავების პროცესში მაშინ, როცა მეშველი ალგორითმი ჯერ კიდევ არ არის ცნობილი.

ალგორითმის აგების მიმდევრობით პროცესს შეიძლება ასეთი სახე ჰქონდეს: თავდაპირველად ალგორითმი ყალიბდება ყველაზე "მსხვილ" ბრძანებებში, ამასთან ალგორითმის ჩანაწერში დასაშვებია ბრძანებები, რომლებიც შემსრულებლის შესაძლებლობებს აღემატება. შემდეგ, ყოველ მომდევნო ეტაპზე ზუსტდება ალგორითმის ცალკეული დეტალები და შემსრულებლისათვის ხელმიუწვდომელი ბრძანებები ჩაიწერება მეშველი ალგორითმების გამოძახების სახით. ამის შემდეგ ასევე აიგება მეშველი ალგორითმები. პროცესი გრძელდება მანამ, სანამ ყველა ალგორითმი შემსრულებლისათვის გასაგები ბრძანებებისაგან არ იქნება შედგენილი. ალგორითმის აგების ასეთ ხერხს მიმდევრობითი დაზუსტების მეთოდი ეწოდება.

განვიხილოთ ეს მეთოდი $y=a^x$ (x - მთელი რიცხვია, $a\neq0$) ხარისხის გამოთვლის ალგორითმის აგების მაგალითზე. ალგებრის კურსში მთელმაჩვენებლიანი ხარისხი ასე განიმარტება:

$$a^x=\begin{cases} 1, & \text{თუ } x=0, \\ a^x, & \text{თუ } x>0, \\ \dfrac{1}{a^{-x}}, & \text{თუ } x<0. \end{cases}$$

გავითვალისწინოთ, რომ $\dfrac{1}{a^{-x}}=\left(\dfrac{1}{a}\right)^{-x}$ და ჩავწეროთ საძიებელი ალგორითმი:

```
ალგ მთელმაჩვენებლიანი ხარისხი (ნამდ a, მთ x, ნამდ y)
    არგ a, x
    რეზ y
დწ
    თუ  x=0
        მშ  y:=1
        წმ
```

თუ $x > 0$

მშ გამოთვალოთ $y = a^{x}$, x – მთელი დადებითი რიცხვია

ნშ გამოთვალოთ $y = \left(\frac{1}{a}\right)^{-x}$, $-x$ – მთელი დადებითი რიცხვია

კა

კა

დს

შევნიშნოთ, რომ ალგორითმის ტექსტში ორ ადგილას მითითებულია მსგავსი მოქმედებების, კერძოდ ერთნაირ ნატურალურმაჩვენებლიანი, მაგრამ სხვადასხვა ფუძის მქონე ხარისხის გამოთვლის შესრულებაზე. ამ ადგილებში შეიძლება გამოვიყენოთ მიმართვა ნატურალურმაჩვენებლიანი ხარისხის გამოთვლის ერთი და იგივე მეშველ ალგორითმზე, მაშინ ალგორითმი ასეთ სახეს მიიღებს:

ალგ მთელმაჩვენებლიანი ხარისხი (ნამდ a, მთ x, ნამდ y)

არგ a, x

შედ y

დწ

თუ $x = 0$

მშ $y := 1$

ნშ

თუ $x > 0$

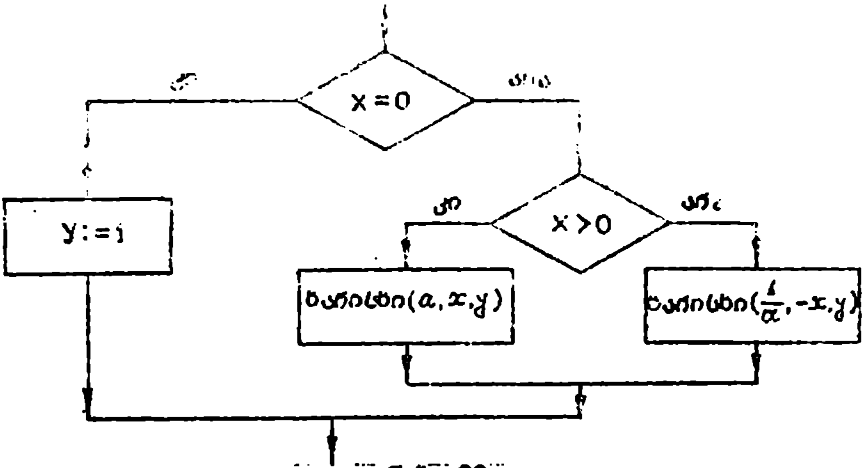
მშ ხარისხი(a, x, y)

ნშ ხარისხი$(\frac{1}{a}, -x, y)$

კა

კა

დს



ნახ. 22.

22-ე ნახაზზე მოყვანილია ამ ალგორითმის სქემა.

ახლა დაგვრჩა $y=a^n$ ნატურალურმაჩვენებლიანი ხარისხის გამოთვლის ალგორითმის აგება. $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n\text{-ჯერ}}$ ფორმულის მიხედვით a^n-ის გამოთვლისას უნდა შესრულდეს $(n-1)$ გამრავლება.

ალგორითმის შედგენისას მოსახერხებელია ვისარგებლოთ ფორმულით

$$a^n = 1 \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n\text{-ჯერ}},$$

სადაც გამრავლებათა რაოდენობა ემთხვევა ხარისხის მაჩვენებელს.

<u>ალგ</u> ხარისხი (<u>ნამდ</u> a, <u>ნატ</u> n, <u>ნამდ</u> y)

    <u>არგ</u> a, n

    <u>რეზ</u> y

<u>დნ</u> <u>მთ</u> i

    $y:=1$; $i:=1$

    <u>სანამ</u> $i \le n$

    <u>ცდნ</u>

        $y:=y \cdot a$

        $i:=i+1$

ცხრ

დს

განვიხილოთ $y = a^x$ მთელმაჩვენებლიანი ხარისხის მნიშვნელობის ზოგადი ალგორითმის მუშაობის პროცესი [illegible] 5 და −2 არგუმენ-ტებისათვის (ცხრ. 13).

ცხრილი 13

ალგორითმის ბიჯები	არგუმენტები		რეზულტატი	პირობების შემოწმება
	a	x	y	
	5	−2		
1				−2=0 (არა)
2				−2>0 (არა)
3			0,04	

ახლა ვნახოთ როგორ სრულდება მოცემული ალგორითმი ხარისხი 0,2 და 2 არგუმენტებისათვის (ცხრ. 14)

ცხრილი 14

ალგორითმის ბიჯები	არგუმენტები		საშუალედო ცვლადი	რეზულტატი	პირობების შემოწმება
	a	n	i	y	
	0,2	2			
1				1	
2			1		
3					1≤2 (კი)
4				0,2	
5			2		
6					2≤2 (კი)
7				0,04	
8			3		
9					3≤2 (არა)

კითხვები

1. რისთვის არის საჭირო მეშველი ალგორითმები?

2. როგორ იწერება მეშველი ალგორითმის გამოძახების ბრძანება?

3. რა მიმდევრობით სრულდება მეშველი ალგორითმის გამოყენებისას ძირითადი ალგორითმი?

4. რაში მდგომარეობს ალგორითმების აგებისას მიმდევრობითი დაზუსტების მეთოდი?

5. შეიძლება თუ არა მეშველ ალგორითმში მისთვის მეშველი ალგორითმი თვითონ აღმოჩნდეს მეშველი ალგორითმის როლში?

სავარჯიშოები

1. გამოიყენეთ რიცხვის მოდულის გამოთვლის მეშველი ალგორითმი მოდ (a, m) და შეადგინეთ

$$y = \frac{|x+5|}{|3x^2-x+2|+3}$$

ფორმულის მიხედვით გამოთვლის ალგორითმი.

2. $ABCD$ ოთხკუთხედში $AB=x$, $BC=y$, $CD=z$, $AD=t$, $AC=d$. შეადგინეთ ოთხკუთხედის ფართობის გამოთვლის ალგორითმი, სადაც გამოყენებული იქნება მეშველი ალგორითმი ჰერონ (a, b, c, S), რომელშიც სამკუთხედის ფართობი გამოითვლება ჰერონის ფორმულით:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}\ ,$$

სადაც $p = \frac{(a+b+c)}{2}$.

3. ააგეთ $ax^4+bx^2+c=0$ ბიკვადრატული განტოლების ამოხსნის ალგორითმი. გამოიყენეთ კვადრატული განტოლების ამოხსნის მეშველი ალგორითმი (გვ. 51).

4. ააგეთ ორი ნატურალური რიცხვის უმცირესი საერთო ჯერადის

(უსჯ) პოვნის ალგორითმი. გამოიყენეთ უდიდესი საერთო გამყოფის პოვნის მეშველი ალგორითმი (გვ.57). შეასრულეთ ალგორითმი შემდეგი არგუმენტებისათვის: 14 და 26; 21 და 84.

<u>მითითება.</u> ნებისმიერი a და b ნატურალური რიცხვებისათვის სამართლიანია იგივეობა

$$a\cdot b = \text{უსგ}\,(a,b)\cdot\text{უსჯ}\,(a,b).$$

5. ააგეთ სამი ნატურალური რიცხვის უდიდესი საერთო გამყოფის პოვნის ალგორითმი. გამოიყენეთ ორი რიცხვის უდიდესი საერთო გამყოფის პოვნის მეშველი ალგორითმი. შეასრულეთ აგებული ალგორითმი 24, 18 და 12 არგუმენტებისათვის.

თ ა ვ ი II

ალგორითმების აგება ამოცანების ამოსახსნელად

როგორც უკვე აღვნიშნეთ, ინფორმატიკის კურსის ერთ-ერთ ძირითად მიზანს ეგმ-ის გამოყენებით ამოცანების ამოხსნის შესწავლა წარმოადგენს. ასეთი ნებისმიერი ამოცანის ამოხსნა წინასწარი სამუშაოების ჩატარებას მოითხოვს და რამდენიმე ეტაპად იყოფა. ამ ეტაპების ნაწილს მხოლოდ ადამიანი ასრულებს, მეორე ნაწილს კი ადამიანი და ეგმ-ი.

ამ თავის მიზანია – ამოცანის ამოხსნის იმ ეტაპების გაცნობა, რომლებიც უშუალოდ ეგმ-ზე მუშაობას უსწრებენ წინ. ეს ეტაპები ამოცანის ამოსახსნელად ალგორითმის აგებით მთავრდება.

ნებისმიერი ეტაპი, რომელიც ეგმ-ზე ალგორითმის შესრულებასთან არის დაკავშირებული, განიხილება X კლასში

§ 5. ეგმ-ის მეშვეობით ამოცანის ამოხსნის ეტაპები

ნებისმიერი მათემატიკური ამოცანის პირობების ფორმულირება იმ საწყისი მონაცემებისა და წინაპირობების აღწერით იწყება, რომლებიც მკაცრად ჩამოყალიბებული მათემატიკური ცნებების ენით გადმოიცემა. შემდეგ ამოცანის ამოხსნის მიზანი ფორმულირდება, ე.ი. მითითება თუ სახელდობრ, რა უნდა განისაზღვროს ამოცანის ამოხსნის შედეგად. ამოცანის პირობის ზუსტ ფორმულირებას ამოცანის მათემატიკურ დასმასაც უწოდებენ. ნებისმიერი ამოცანის ამოხსნა სწორედ მისი დასმით იწყება. ამოცანის დასმის შედეგად გამოიყოფა საწყისი მონაცემე-

[illegible] არგუმენტები და ის სიჩქარეები, რომელთა ხანგრძლივობებიც უნდა [illegible]ზღვრის, ე.ი. [illegible]. ამოცანის დასმა [illegible] ამოცანის [illegible] წარმოადგენს.

პრაქტიკული ამოცანების ამოხსნისას საქმე გვაქვს რეალურ ობიექტებთან: [illegible], ფიზიკური და [illegible] პროცესებთან, [illegible] გაზომვების [illegible] და ა.შ. ასეთი ამოცანის დასმისას, [illegible], [illegible] რეალური ობიექტის აღწერა მათემატიკური [illegible]. ე.ი. [illegible] მათემატიკური მოდელი, რომელიც [illegible] ობიექტის [illegible] მათემატიკური ამოცანის ამოხსნის [illegible]. მოდელის რეალურ ობიექტთან [illegible] ექსპერიმენტებით მოწმდება. პრაქტიკა [illegible] მოდელის [illegible] და საზღვრების შემთხვევაში მისი დაშვების საზღვრებს [illegible].

განვიხილოთ შემდეგი მაგალითი. ვთქვათ უნდა გავარკვიოთ, თუ როგორ იმოძრავებს ჰორიზონტისადმი გარკვეული კუთხით გასროლილი სხეული და მოძებნოთ გასროლის მანძილი. ამოცანის ამოსახსნელად საჭიროა ზოგიერთი დაშვების გაკეთება, რომელთა გათვალისწინებითაც აიგება მათემატიკური მოდელი. ასეთ დაშვებებად შეგვიძლია მივიღოთ შემდეგი წინადადებები:

1. უგულებელვყოთ დედამიწის სფერულობა, ჩავთვალოთ მისი ზედაპირი სიბრტყედ.

2. უგულებელვყოთ დედამიწის მოძრაობა.

3. ჩავთვალოთ თავისუფალი ვარდნის g აჩქარება მუდმივად.

4. უგულებელვყოთ ჰაერის წინააღმდეგობა.

ფიზიკის კურსიდან ცნობილია, რომ ასეთი დაშვებისას ჰორიზონტისადმი α კუთხით გასროლილი v_0 საწყისი სიჩქარის მქონე სხე-

ღის მოძრაობა აღიწერება განტოლებათა სისტემით.

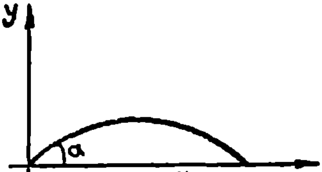
$$\begin{cases} x = v_0 \cos\alpha \cdot t, \\ y = v_0 \sin\alpha \cdot t - g\dfrac{t^2}{2} \end{cases} \qquad (1)$$

ამასთან იგულისხმება, რომ ეს განტოლებები აღწერენ სხეულის მოძრაობას უძრავ კოორდინატთა სისტემაში, რომლის სათავე გასროლის წერტილს ემთხვევა; x ღერძი მიმართულია დედამიწის ზედაპირის გასწვრივ გასროლის მხარეს, ხოლო y ღერძი - ვერტიკალურად ზევით.

ეს განტოლებები წარმოადგენენ მათემატიკურ მოდელს, რომელიც სხეულის მოძრაობას აღწერს. ამ მოდელიდან გამომდინარე, მივიღებთ პასუხს ჩვენთვის საინტერესო კითხვაზე გასროლის სიშორის შესახებ.

გამოვსახოთ პირველი განტოლებიდან t და ჩავსვათ იგი მეორე განტოლებაში. მივიღებთ ტრაექტორიის განტოლებას:

$$y = x\,tg\alpha - x^2\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}.$$



ნახ. 23.

23-ე ნახაზზე მოყვანილია ეს ტრაექტორია.

$x\,tg\alpha - x^2\dfrac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha} = 0$ კვადრატული განტოლების ამოხსნით შეიძლება განვსაზღვროთ ამ ტრაექტორიის x ღერძთან გადაკვეთის წერტილები: ტყორცნის წერტილი $x_1 = 0$ და ვარდნის წერტილი - $x_2 = \dfrac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha$.

გამოსაკვლევი მოვლენის მათემატიკური მოდელის შექმნა ამოცანის მათემატიკურად დასმის საშუალებას იძლევა. ჩვენს მაგალითში ამოცანა ასე ჩამოყალიბდება: "ვთქვათ ჰორიზონტისადმი α კუთხით გასროლილი v_0 საწყისი სიჩქარის მქონე სხეულის მოძრაობა აღიწერება (1) განტოლებათა სისტემით და ვთქვათ მოცემულია v_0 -სა და α -ს მნიშვნელობები. უნდა განვსაზღვროთ სხეულის

ფრენის სიშორე (ℓ)".

ამოცანის საწყისი წინადადებებია (1) განტოლებები, ხოლო საწყისი მონაცემები (არგუმენტები) – V_0-სა და α-ს მნიშვნელობები. ამოცანის ამოხსნის შედეგი (რეზულტატი) არის ℓ-ის მნიშვნელობა.

ამოცანის დასმის შემდეგ იწყება მისი ამოხსნის მეთოდის გამონახვა. ამოცანის ამოსახსნელად ეგმ-ის გამოყენებისას აიგება ალგორითმი. მაშასადამე, ამოცანის ამოხსნის მორიგ ეტაპს ალგორითმის აგება წარმოადგენს. განხილულ მაგალითში იგი საკმაოდ მარტივად აიგება. :

1) x-ის დახმარებით გამოვსახოთ t (1) სისტემის პირველი განტოლებიდან.

2) ჩავსვათ მიღებული გამოსახულება (1) სისტემის მეორე განტოლებაში.

3) გავუტოლოთ y ნულს.

4) ამოვხსნათ მიღებული კვადრატული განტოლება.

5) ავიღოთ ℓ პასუხად ამ განტოლების არანულოვანი ფესვი.

ასეთი ალგორითმი შეიძლება ჩაიწეროს ალგორითმულ ენაზე ან სქემის სახით.

ახლა ალგორითმი ისეთი სახით ჩავწეროთ, რომ მისი ეგმ-ზე შესრულება შესაძლებელი გახდეს. რადგანაც ეგმ-ს "ესმის" დაპროგრამების ენად წოდებული სპეციალური ენა, ალგორითმიც სწორედ ასეთ ენაზე უნდა ჩაიწეროს. ამოცანის ამოხსნის ამ ეტაპს დაპროგრამების ენაზე ალგორითმის ჩაწერა ეწოდება. ეს და ამოცანის ამოხსნის შემდგომი ეტაპები განხილული იქნება მოგვიანებით, X კლასში.

შემდგომი ეტაპი – ეგმ-ის მეშვეობით ალგორითმის შესრულებაა. ეს ეტაპი ამოცანის ამოხსნის შედეგის მიღებით მთავრდება.

მაგალითად, ამოცანის ამოხსნის გამო[illegible] ეტაპია [illegible] შედეგები (რეზულტატები) ანალიზი. ეს ანალიზი გვიჩვენებს, რომ [illegible], რომ დასაბუთებულ თუ რამდენად ზუსტად შეესაბამება მიღებული შედეგი სინამდვილეს. შედეგების ანალიზი (თუ ის აუცილებელია) მოდელის [illegible] ზუსტობაში გვეხმარება. ხშირად ხდება, ამოცანის ამოხსნისას წარმოიქ-მნა ახალი შედეგები [illegible], რომლებიც ამოცანის აზრს ეწინააღმდეგე-ბა. მაგალითად, თუ ეკონომიკური მოდელი, რომელიც ჩვენ საწარმო[illegible] მიერ ერთ დღეში გამოშვებული ნაწარმის რაოდენობას აღწერს, წარმოად-გენს კვადრატულ განტოლებას, რომლის ერთი ფესვი უარყოფითია, ასეთი შედეგი ეწინააღმდეგება ამოცანის აზრს და ის უარყოფილ უნდა იქნეს. ხშირ შემთხვევაში ამოცანის შედეგების ანალიზი ეგმ-ზე ხდება.

ამრიგად, ეგმ-ის მეშვეობით ამოცანის ამოხსნა შემდეგ ეტაპებად იყოფა:

- ამოცანის დასმა, რომელიც მოიცავს მათემატიკური მოდელის აგე-ბას და არგუმენტებისა და რეზულტატების გამოყოფას ;

- ალგორითმის აგება;

- ალგორითმის დაპროგრამების ენაზე ჩაწერა;

- ალგორითმის ეგმ-ის მეშვეობით შესრულება;

- მიღებული შედეგების ანალიზი.

.მომდევნო პარაგრაფებში განხილული იქნება ამოცანის ამოხსნის ცალკეული ეტაპები, ამასთან ყურადღება დაეთმობა ამოცანების ამო-ხსნისთვის ალგორითმების აგებას.

სავარჯიშოები

1. ააგეთ ვერტიკალურად ზევით ასროლილი სხეულის მოძრაობის მათემატიკური მოდელი.

2. ააგეთ m მასის სხეულის α კუთხით დახრილ სიბრტყეზე მოძრაობის მათემატიკური მოდელი. ხახუნი უგულებელყავით.

3. ააგეთ m მასის სხეულის R რადიუსიან წრეწირზე მოძრაობის მათემატიკური მოდელი.

§ 6. ცხრილის ელემენტებზე ოპერაციის ალგორითმები

ბევრი ამოცანა, რომელიც ეგმ-ის საშუალებით ამოიხსნება, დაკავშირებულია დიდი მოცულობის ინფორმაციის დამუშავებასთან. ინფორმაციის დამუშავების გასაადვილებლად ხშირად მას წრფივ ან მართკუთხა ცხრილებში ათავსებენ. ხშირად დამუშავება ცხრილის საჭირო ელემენტის ძებნაზე, მასში ახალი ელემენტების ჩასმაზე, ელემენტების რიგითობის შეცვლაზე და ა.შ. დაიყვანება. ალგორითმების სხვა პარამეტრებთან ერთად ეგმ-ის უპირატესობა ხშირად იმაში მდგომარეობს, რომ მას შეუძლია ათობით და ასობით ათას ელემენტიანი ცხრილების დამუშავების ამოცანების საკმაოდ სწრაფად ამოხსნა და ამით ადამიანის მძიმე დამღლელი და არაპროდუქტიული (რუტინული) სამუშაოდან განთავისუფლება.

განვიხილოთ წრფივ ცხრილში მოცემული ელემენტის ძებნის ამოცანა. ჩავთვალოთ, რომ ცხრილის ელემენტები რიცხვები წარმოადგენენ.

წარმოვიდგინოთ, რომ გვაქვს წრფივი ცხრილი, რომლის სახელია

"გასაღები" და რომლის ელემენტები ნამდვილი რიცხვებია:

ნამდ ცხრ გასაღები [1 : n].

უნდა დავადგინოთ, არის თუ არა ამ ცხრილში ელემენტი, რომლის მნიშვნელობაც ემთხვევა მოცემულ L რიცხვს. თუ ასეთი ელემენტი არსებობს, მაშინ პასუხად ამ ელემენტის რიგითი ნომერი უნდა მივიღოთ, წინააღმდეგ შემთხვევაში კი ნულის ტოლი ნომერი. დავიწყოთ ცხრილის პირველი ელემენტიდან და ერთიმეორის მიყოლებით შევადაროთ ცხრილის ყველა ელემენტის მნიშვნელობა L-ს. ეს პროცესი გრძელდება მანამ, სანამ არ მოიძებნება L-ის ტოლი ცხრილის ელემენტი, ან მანამ, სანამ არ დამთავრდება ცხრილი (თუ ასეთი ელემენტი არ არსებობს).

აღვწეროთ ცხრილში ძიების ალგორითმი. მასში გამოვიყენოთ i (უკვე შედარებულ ელემენტთა რაოდენობა) და K (საძიებელი ელემენტის ნომერი) სიდიდეები.

თავდაპირველად i ნულის ტოლი იქნება, რადგანაც ჩვენ ჯერ არ შეგვიდარებია ცხრილის არცერთი ელემენტი. შემდეგ i ზრდას დაიწყებს: ჩვენ ცხრილის სულ ახალ და ახალ ელემენტებს განვიხილავთ, რათა მათ შორის L-ის ტოლი ელემენტი ვიპოვოთ. თუ ასეთი ელემენტი აღმოჩნდა, მაშინ K გაუტოლდება მის ნომერს, მანამდე კი K ნულის ტოლია. თუ L რიცხვი ცხრილში არ არის, მაშინ K ნულის ტოლი დარჩება. მაშასადამე K ცვლადის მნიშვნელობა ძიების დროს მიღწეულ წარმატებასა (K>0) თუ წარუმატებლობაზე (K=0) მიგვანიშნებს.

ალგ ძიება (მთ n, ნამდ ცხრ გასაღები [1:n], ნამდ L, მთ K)
  არგ გასაღები, n, L

```
    რეზ  K
დნ
    მთ  i
     i:=0; K:=0
    სანამ  i≠n და  K=0
    ცდნ
        i:=i+1
        თუ გასაღები [i]=L
           მშ  K:=i
        ჰა
    ცდს
დს
```

<u>შენიშვნა.</u> ვნახოთ როგორ შესრულდება ჩვენი ალგორითმი. მისი ძირითადი ნაწილი განმეორების ბრძანებაა. მაგრამ ჯერ კიდევ მანამდე i და K სიდიდეებს ენიჭებათ მნიშვნელობა 0. ეს შეესაბამება ამ ცვლადების აზრს, რადგან ჯერ ხომ არცერთი ელემენტი არ აგვიღია შესადარებლად და არც L რიცხვია ცხრილში ნაპოვნი. რა ხდება განმეორების ბრძანებაში? მასში შემავალი სერია სრულდება მრავალგზის და მაშინ მთავრდება, როდესაც ცხრილის ბოლოს მივაღწევთ ($i=n$) ან საჭირო ელემენტს აღმოვაჩენთ (K დადებითი ხდება).

ვთქვათ, უკვე i -ჯერ შევასრულეთ სერია, თანაც $i \neq n$, და ელემენტებს შორის (გასაღები [1] ,..., გასაღები[i]) არ შეგვხვდა L (ე.ი. $K=0$), მაშინ ვიწყებთ სერიის კიდევ ერთხელ შესრულებას. სერიის პირველ ბრძანებში i ერთით იზრდება, ე.ი. იმ ელემენტის ნომრის ტოლი ხდება, რომელსაც ჩვენ ამჟამად განვიხილავთ შესადარებლად. თუ ეს ელემენტი L –ის ტოლია, ე.ი. ჩვენ ვიპოვეთ საჭირო ელემენტი, მაშინ K ამ ელემენტის ნომრის ტოლი ხდება. სერიის

შესრულება მთავრდება და იგი უკვე აღარ შესრულდება. თუ ეს ელემენტი განსხვავებულია L -სგან, მაშინ K -ს მნიშვნელობა უცვლელი რჩება (K=0), სერია დამთავრდა და ვუბრუნდებით ციკლის პირობის შემოწმებას.

საჭირო ელემენტის ძებნის დაჩქარება შეიძლება, თუ ცხრილის ელემენტები დალაგებულია სიდიდის მიხედვით, მაგალითად, მნიშვნელობათა ზრდადობის ან ანბანის მიხედვით. ასე მაგალითად, თუ ცხრილში გვარები ანბანის მიხედვითაა დალაგებული, მაშინ საჭირო გვარის მოსაძებნად შეიძლება მოვნახოთ ცხრილში შესაბამისი პირველი ასო და განვიხილოთ მხოლოდ ის გვარები, რომლებიც ამ ასოთი იწყებიან.

ცხრილის დალაგება ისე ხშირად ხდება, რომ სპეციალისტების შეფასებით ყველა ეგმ-ის საერთო დროის მეოთხედზე მეტი ამ პროცესის შესრულებაზე მიდის. აღნიშნულ პროცესს დახარისხებასაც უწოდებენ. ამიტომ ეგმ-ის მეშვეობით დახარისხების ამოცანების ამოსახსნელად მრავალი სხვადასხვა ალგორითმი შეიქმნა. ასეთი ალგორითმების შექმნის მიზანს სხვადასხვა ტიპის ცხრილებისათვის დახარისხების ამოცანის სწრაფი ამოხსნის უზრუნველყოფა წარმოადგენს.

განვიხილოთ დახარისხების ერთ-ერთი ყველაზე მარტივი ალგორითმი, რომლის იდეაც შემდეგში მდგომარეობს. თავდაპირველად, ერთიმეორის მიყოლებით გადავსინჯოთ ცხრილის ყველა ელემენტი, დაწყებული პირველიდან, დამთავრებული ბოლოთი და ვიპოვოთ უმცირესი მნიშვნელობის ელემენტი. შევუცვალოთ ადგილები ნაპოვნ ელემენტსა და ცხრილის პირველ ელემენტს, რის შედეგადაც პირველ ადგილზე აღმოჩნდება ის ელემენტი, რომელსაც უმცირესი მნიშვნელობა აქვს. ახლა გადავსინჯოთ ცხრილის ყველა ელემენტი, დაწყებული მეორიდან, და კვლავ ვიპოვოთ მათ შორის უმცირესი მნიშვნელობის ელემენტი. შევუცვალოთ ადგილები

ამ ელემენტსა და ცხრილის მეორე ელემენტს, რის შემდეგადაც მეორე ადგილზე გადაინაცვლებს ელემენტი, რომელსაც დარჩენილებს შორის უმცირესი მნიშვნელობა აქვს. გავაგრძელოთ პროცესი. ბოლოს ცხრილის მხოლოდ ორი ბოლო ელემენტის გადასინჯვა დაგვჭირდება. მათ შორის ამოვარჩიოთ უმცირესი მნიშვნელობის მქონე ელემენტი და გადავიტანოთ ის ცხრილში ბოლოსწინა ადგილზე. ამის შემდეგ ცხრილი მასში შემავალი ელემენტების მნიშვნელობათა ზრდადობის მიხედვით დალაგდება.

დახარისხების აღწერილი ამოცანა შეიძლება გავყოთ ორ ამოცანად: ცხრილში უმცირესი მნიშვნელობის ელემენტის პოვნის ამოცანად და ნაპოვნი ელემენტისა და ცხრილის მორიგი ელემენტის (პირველის, მეორის და ა.შ.) გადაადგილების გზით დალაგების ამოცანად. განვიხილოთ თითოეული მათგანი.

ვთქვათ, მოცემულია წრფივი A ცხრილი, რომლის ელემენტები გადანომრილია K-დან N-მდე ($K<N$). ავაგოთ წრფივი ცხრილის უმცირესი ელემენტის პოვნის ალგორითმი.

ამ ალგორითმში ცხრილის ელემენტებს გადავსინჯავთ თანმიმდევრობით პირველიდან უკანასკნელამდე. ამისათვის გამოვიყენებთ i ცვლად– ცხრილის იმ ელემენტებიდან პირველის ნომერს, რომლებიც ჯერ არ გადავსინჯია. i-ს გარდა გამოიყენება კიდევ ორი ცვლადი:

მინ – "უკვე გადასინჯული ელემენტებიდან მინიმალური".

l – " უკვე გადასინჯული ელემენტებიდან მინიმალურის ნომერი".

ალგორითმის მუშაობა იწყება ბრძანებათა სერიიდან, რომლშიც ცვლად მინ-ს ვანიჭებთ ცხრილის საწყისი ელემენტის მნიშვნელობას. ეს ელემენტი უკვე გადასინჯულია და ჩვენ l-ის მნიშვნელობად ვიღებთ K-ს. (გადასინჯულია ერთი $A[K]$ ელემენტი; და ის განხილულთა შორის მინიმალურია). ავიღოთ $K+1$ i-ს მნიშვნე-

ლობის როლში (როგორც აღვნიშნეთ i იმ ელემენტებიდან პირველის ნომერია, რომლებიც ჯერ არ გადაგვისინჯია).

გამეორების ბრძანებანი შემავალი სერიის შესრულება შემდეგნაირად მოხდება. თუ მინ-ი ცხრილის მორიგ $A[i]$ ელემენტზე მეტი აღმოჩნდა, მაშინ მინ-ი უნდა შეიცვალოს და ჩვენ ამას ვაკეთებთ, როცა მას $A[i]$-ს მნიშვნელობას ვანიჭებთ; შესაბამისად ℓ-ის მნიშვნელობაც იცვლება: იგი ახლა i-ს ტოლია ხდება. რადგანაც i ნომრის მქონე ელემენტი უკვე გადასინჯულია, i ნომრის ერთით გაზრდით სერია მთავრდება:

$$i := i+1 \quad .$$

ალგორითმის მუშაობა დასრულდება მაშინ, როცა მთელი ცხრილი გადაისინჯება და მისი მინიმალური ელემენტის ნომერი მოიძებნება. სწორედ ეს ნომერია რეზულტატი.

ალგორითმს შემდეგი სახე აქვს:

```
ალგ მინიმუმი (მთ K, N, ნამდ ცხრ A[1:N], მთ ℓ)
    არგ A, K, N
    რეზ ℓ
დწ მთ i, ნამდ მინ
    მინ := A[K]; ℓ:=K;   i:=K+1
    სანამ  i ≤ N
    ცდწ თუ მინ > A[i]
            მშ მინ := A[i]; ℓ:=i
        ვა  i:=i+1
    ცდს
დს
```

გამოვიყენოთ ახლა ალგორითმი მინელემენტი როგორც მეშველი და ავაგოთ წრფივი ცხრილის დალაგების ალგორითმი. დალაგების ამოცანა შემდეგნაირად ყალიბდება: ვთქვათ, მოცემულია წრფივი ცხრილი, რომლის ელემენტები n -დან M -მდე $(n<M)$ გადანომრილი:

<u>ნამდ</u> <u>ცხრ</u> $C\,[n:M]$

საჭიროა ამ ცხრილის ელემენტების გადაადგილება ისე, რომ ისინი ზრდადობის მიხედვით განლაგდნენ.

დალაგების ალგორითმის იდეა შემდეგში მდგომარეობს: გამოვიყენოთ ალგორითმი მინელემენტი $C[n:M]$ ცხრილზე, რის შედეგადაც დავადგენთ ამ ცხრილის უმცირესი მნიშვნელობის მქონე ელემენტის l ნომერს. ამის შემდეგ შევუნაცვლოთ ადგილები $C[n]$ -სა და $C[l]$ ელემენტებს. მაშინ C ცხრილის n -ურ ადგილზე (შევახსენებთ, რომ C ცხრილი n - ნომრის მქონე ელემენტით იწყება) აღმოჩნდება სიდიდით უმცირესი ელემენტი. შემდეგ ბიჯზე ალგორითმი მინელემენტი გამოვიყენოთ $C\,[n+1:M]$ ცხრილზე და ისევ დავადგინოთ ამ ცხრილის მინიმალური ელემენტის l ნომერი. შევუცვალოთ ადგილები $C[n+1]$ -სა და $C[l]$ ელემენტებს, მაშინ $n+1$ ადგილას აღმოჩნდება დარჩენილი ელემენტებიდან უმცირესი. შემდეგ გამოვიყენოთ ალგორითმი მინელემენტი ცხრილებზე $C\,[n+2:M]$, $C[n+3:M]$, ..., $C[M-1:M]$ და თან შევუცვალოთ ადგილები $C[n+2]$-სა და $C[l]$, $C[n+3]$ -სა და $C[l]$, ბოლოს, $C[M-1]$-სა და $C[l]$ ელემენტებს, რის შედეგადაც C ცხრილი დალაგებული აღმოჩნდება:

ალგორითმულ ენაზე დალაგების ალგორითმი ასე გამოიყურება:

<u>ალგ</u> დალაგება (<u>მთ</u> n, M, <u>ნამდ</u> <u>ცხრ</u> $C\,[n:M]$)

<u>არგ</u> C, n, M

<u>რეზ</u> C

<u>დნ</u> <u>ცვ</u> i, ℓ, <u>ნამდ</u> R

$i := n$

<u>სანამ</u> $i < M$

<u>ცდნ</u>

მინიმუმი (i, M, C, ℓ)

$R := C[i]$

$C[i] := C[\ell]$

$C[\ell] := R$

$i := i + 1$

<u>ცდს</u>

<u>დს</u>

შევნიშნოთ, რომ C ცხრილის ორ ელემენტს შორის ადგილების გაცვლა შემდეგი სამი ბრძანების მეშვეობით ხდება:

$$R := C[i]$$
$$C[i] := C[\ell]$$
$$C[\ell] := R$$

ეს იმით აიხსნება, რომ $C[i] := C[\ell]$ ბრძანების შესრულებისთანავე $C[i]$-ის "ძველი" მნიშვნელობა "დაივიწყება", ამიტომ საჭიროა ამ მნიშვნელობის წინასწარ დამახსოვრება, რისთვისაც იგი მეშვე R სიდიდეს უნდა მივანიჭოთ. მაშინ მესამე ბრძანება უზრუნველყოფს ამ მნიშვნელობის $C[\ell]$ ცვლადისადმი მინიჭებას.

დასასრულ, განვიხილოთ რაიმე მიმდევრობის ელემენტების მნიშვნელობების გამოთვლის ამოცანა. ეს მნიშვნელობები მოვათავსოთ წრფივ ცხრილში, რომელიც შემდგომი გამოყენებისათვის იქნება მოსახერხებელი.

მაგალითისათვის განვიხილოთ ე.წ. ფიბონაჩის რიცხვების მიღების ამოცანა (რიცხვებმა სახელწოდება მიიღეს შუა საუკუნეების იტალიელი მა-

თემატიკოსის ლეონარდო პიზელის მეტსახელიდან): ეს რიცხვები უსასრულო მიმდევრობას ქმნიან, ამასთან ყოველი რიცხვი შემდეგი წესით მიიღება: პირველი ორი რიცხვი (აღვნიშნოთ ისინი F_1-ით და F_2-ით) უდრის 1-ს, ე.ი. $F_1=F_2=1$, ხოლო მესამედან დაწყებული ყოველი შემდეგი რიცხვი უდრის ორი წინამორბედის ჯამს, ე.ი. $F_3=F_2+F_1$, $F_4=F_3+F_2$ და ა.შ. საზოგადოდ, ნებისმიერი $i \geqslant 3$ -თვის $F_i=F_{i-1}+F_{i-2}$.

ავაგოთ ფიბონაჩის N რაოდენობის რიცხვთა მიღების ალგორითმი. ეს რიცხვები განვიხილოთ, როგორც $F[1:N]$ წრფივი ცხრილის ელემენტები. ალგორითმულ ენაზე ამ ალგორითმს ასეთი სახე აქვს:

```
ალგ ფიბონაჩი (მთ N , მთ ცხრ F[1:N])
    არგ N
    შედ F
დწ  მთ i
  F[1]:=1
  F[2]:=1
  i:=3
    სანამ  i≤N
    ცდწ
       F[i]:=F[i-1]+F[i-2]
       i:=i+1
    ცდს
დს
```

სავარჯიშოები

1. ააგეთ წრფივი $B[1:n]$ ცხრილის მაქსიმალური მნიშვნელობის მქონე ელემენტის ნომრის განსაზღვრის ალგორითმი. ჩათვალეთ, რომ B ცხრილის ელემენტების მნიშვნელობები მთელი რიცხვებია.

2. ააგეთ წრფივი ცხრილის ელემენტების დალაგების ალგორითმი მათი მნიშვნელობების კლებადობის მიხედვით. ალგორითმი პირველი სავარჯიშოდან გამოიყენეთ როგორც მეშველი.

3. ააგეთ წრფივ A ცხრილში დადებითი ელემენტების რაოდენობის გამოსაანგარიშებელი ალგორითმი.

4. მოცემულია მთელი რიცხვებისაგან შედგარი წრფივი დალაგებული ცხრილი. ააგეთ ალგორითმი, რომლის მეშვეობითაც 100-ზე მცირე მნიშვნელობის მქონე ცხრილის ყველა ელემენტი შეიცვლება რიცხვით 100.

5. მოცემულია მთელი რიცხვებისაგან შედგარი წრფივი $A[1:1000]$ ცხრილი. ააგეთ ალგორითმი, რომლითაც განისაზღვრება, თუ რამდენჯერ გვხვდება რიცხვი 10 ამ ცხრილის ელემენტთა შორის.

6. ააგეთ წრფივ $A[1:n]$ ცხრილში გაერთიანებული n რიცხვის საშუალო არითმეტიკულის გამოსათვლელი ალგორითმი. (შევახსენებთ, რომ n რიცხვის საშუალო არითმეტიკული გამოითვლება ფორმულით $c = \frac{a_1+a_2+\dots+a_n}{n}$).

7. ააგეთ წრფივ $x[1:n]$ ცხრილში შემავალი ყველა დადებითი რიცხვის ჯამის გამოსათვლელი ალგორითმი.

8. ააგეთ:
   ა) ერთი ცხრილის ელემენტების მნიშვნელობათა მეორეში გადაწერის ალგორითმი;
   ბ) წრფივი ცხრილის ნულებით შევსების ალგორითმი;

გ) მართკუთხა ცხრილის i -ური სტრიქონის წევრებით შევსების ალგორითმი.

§ 7. მათემატიკის კურსიდან ზოგიერთი ამოცანების ამოსახსნელად ალგორითმების აგება

ალგორითმის ცნება მეტად მნიშვნელოვანი აღმოჩნდა მრავალი მათემატიკური ამოცანის ამოხსნისას. ამასთან ობიექტები, რომლებზე მოქმედებასაც აღწერს ალგორითმი, სრულიად განსხვავებული შეიძლება იყვნენ. ამოცანის ამოხსნის ალგორითმის აგებისა და მისი ალგორითმულ ენაზე ჩაწერის შემდეგ უკვე ამოცანის პირობებში ჩაუწვდომლადაც შეიძლება ალგორითმის მრავალგზისი გამოყენება.

<u>მაგალითი 1.</u> მრავალწევრის მნიშვნელობის გამოთვლის ალგორითმი.

ვთქვათ, მოცემულია $x^4+2x^3+3x^2-5x-15$ მრავალწევრი. გამოსათვლელია მრავალწევრის მნიშვნელობა $x=2$ -სათვის.

არსებობს მრავალწევრის მნიშვნელობათა გამოთვლის საყოველთაოდ მიღებული წესი: ვიპოვოთ $x=2$-სათვის x^2, x^3 და x^4 რიცხვები, შემდეგ გამოვთვალოთ $2x^3$, $3x^2$ და $5x$, დაბოლოს, შეკრებისა და გამოკლების გზით მივიღოთ მრავალწევრის მნიშვნელობა. მრავალწევრის გამოთვლისას დაგვჭირდა ათი მოქმედების შესრულება, რადგან $x^2=x\cdot x$, $x^3=x\cdot x^2$, $x^4=x\cdot x^3$.

მრავალწევრის მნიშვნელობის გამოთვლა შეიძლება გამარტივდეს. ამისათვის გადავწეროთ მოცემული მრავალწევრი შემდეგი სახით:

$$x^4+2x^3+3x^2-5x-15=(((x+2)x+3)x-5)x-15$$

და შევასრულოთ მოქმედებები ფრჩხილებით განსაზღვრული რიგის მიხედ-

ვით. მაშინ შვიდი არითმეტიკული მოქმედების შესრულება დაგვჭირდება. მრავალწევრის გამოთვლის ამ ხერხს ჰორნერის სქემა ეწოდება.

გავარკვიოთ, როგორ გამოიყენება იგი ნებისმიერი მრავალწევრისათვის.

ვთქვათ, მოცემულია მრავალწევრი

$$a_0x^3+a_1x^2+a_2x+a_3$$

გარდავქმნათ იგი ასეთნაირად:

$$((a_0x+a_1)x+a_2)x+a_3$$

და გამოვთვალოთ ასეთი სიდიდეები თანმიმდევრობით:

a_0x	ვუმატებთ a_1-ს
a_0x+a_1	ვამრავლებთ x-ზე
$(a_0x+a_1)x$	ვუმატებთ a_2-ს
$(a_0x+a_1)x+a_2$	ვამრავლებთ x-ზე
$((a_0x+a_1)x+a_2)x$	ვუმატებთ a_3-ს
$((a_0x+a_1)x+a_2)x+a_3$	

სწორედ უკანასკნელი სიდიდე წარმოადგენს მრავალწევრის საძიებელ მნიშვნელობას. ასე შეიძლება ნებისმიერი

$$a_0x^n+a_1x^{n-1}+\ldots+a_{n-1}x+a_n$$

მრავალწევრის მნიშვნელობის გამოთვლა, თუ მას

$$(\ldots((a_0x+a_1)x+a_2)x+\ldots+a_{n-1})x+a_n$$

სახეზე დავიყვანთ.

n-ური რიგის მრავალწევრის მნიშვნელობის გამოთვლის ალგორითმი ასე ჩაიწერება:

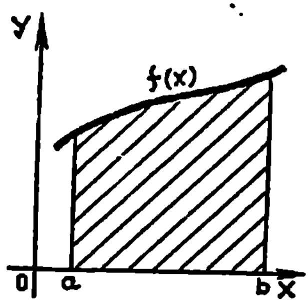
ალგ ჰორნერის სქემა (**მთ** n , **ნამდ** x , **ნამდ** **ცხრ** $a[0:n]$, **ნამდ** y)

    არგ n , a , x
    რეზ y
დწ **მთ** i
    $i := 0$; $y := a[0]$
    სანამ $i \neq n$
    ცდწ
        $i := i+1$
        $y := y \cdot x + a[i]$
    ცდს
დს

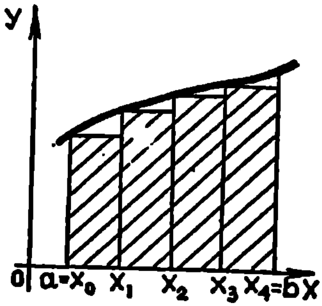
<u>მაგალითი 2.</u> ფართობების მიახლოებითი გამოთვლის ალგორითმი. ვთქვათ, $f(x)$ ფუნქციის გრაფიკს 24-ე ნახაზზე გამოსახული სახე აქვს.

ვთქვათ, მიახლოებით უნდა გამოვთვალოთ $f(x)$ ფუნქციის გრაფიკით და $x=a$, $x=b$, $y=0$ წრფეებით შემოსაზღვრული ფიგურის ფართობი. ამ ფიგურას მრუდწირული ტრაპეცია ეწოდება და ის ნახაზზე დაშტრიხულია.

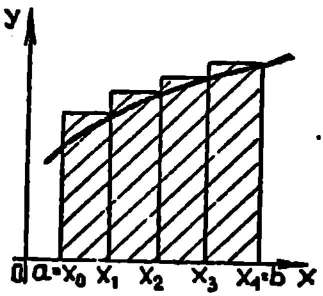
მრუდწირული ტრაპეციის ფართობის გამოთვლის ალგორითმის იდეა შემდეგში მდგომარეობს. დავყოთ $[a, b]$ მონაკვეთი $a_0 = x_0 < x_1 < < x_2 < \ldots < x_n = b$ წერტილებით n ტოლ მონაკვეთად და მიღებული მონაკვეთებიდან თითოეულზე ავაგოთ მართკუთხედი, რომლის ერთი გვერდი $[x_i , x_{i+1}]$ მონაკვეთი იქნება, ხოლო მეორე – მონაკვეთი, რომლის სიგრძე $f(x_i)$-ის ტოლია. შემთხვევა, როცა $n=4$ -ს ნაჩვენებია 25-ე ნახაზზე.



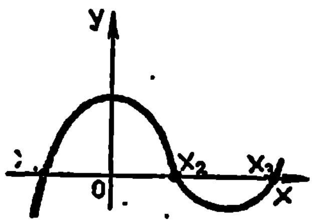
ნახ. 24.



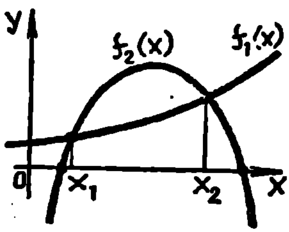
ნახ. 25.



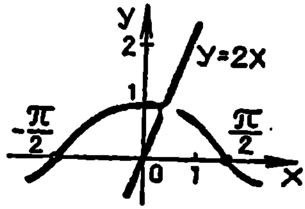
ნახ. 26.



ნახ. 27.



ნახ. 28.



ნახ. 29.

მრუდწირული ტრაპეციის ფართობი მიახლოებით დაშტრიხულ მართკუთხა ფართობების ჯამის ტოლად შეგვიძლია ჩავთვალოთ. სხვა სურათი მიიღება (იხ. ნახ. 26), თუ მართკუთხედის მეორე გვერდებად $f(x_{i+1})$, $i=0,1,2,\dots,n-1$ სიგრძის მონაკვეთებს ავიღებთ.

ცხადია, თუ გავზრდით $[x_i, x_{i+1}]$ მონაკვეთების რაოდენობას, ე.ი. $[a,b]$ მონაკვეთს მეტ ტოლ მონაკვეთებად დავყოფთ, მაშინ შესაბამისი მართკუთხედების ფართობების ჯამი სულ უფრო მეტი სიზუსტით მიუახლოვდება მრუდწირული ტრაპეციის ფართობს. მაშასადამე, მრუდწირული ტრაპეციის ფართობის გამოთვლის სიზუსტე n სიდიდით განისაზღვრება.

თითოეული მართკუთხედის ფართობი შეიძლება ასე გამოითვალოს: $[x_i, x_{i+1}]$ მონაკვეთზე აგებული მართკუთხედის ერთ-ერთი გვერდი უდრის $h=\frac{b-a}{n}$, ხოლო მეორე - $f(x_i)$ ან $f(x_{i+1})$-ს. ამიტომ პირველ შემთხვევაში "მარცხენა" მართკუთხედის ფართობი უდრის $\frac{b-a}{n}\cdot f(x_i)$, ხოლო მეორე შემთხვევაში "მარჯვენა" მართკუთხედის ფართობი უდრის $\frac{b-a}{n}\cdot f(x_{i+1})$-ს.

მრუდწირული ტრაპეციის ფართობი პირველ შემთხვევაში მიახლოებით უდრის "მარცხენა" მართკუთხედების ჯამს:

$$\frac{b-a}{n}\cdot f(x_0)+\frac{b-a}{n}\cdot f(x_1)+\dots+\frac{b-a}{n}\cdot f(x_{n-1})=$$

$$=\frac{b-a}{n}\left(f(x_0)+f(x_1)+\dots+f(x_{n-1})\right),$$

ხოლო მეორე შემთხვევაში "მარჯვენა" მართკუთხედების ჯამს:

$$\frac{b-a}{n}\left(f(x_1)+f(x_2)+\dots+f(x_n)\right).$$

ამასთან, რაც უფრო დიდია n, მით უფრო მეტია მრუდწირული ტრაპეციის ფართობის გამოთვლის სიზუსტე.

აღვნიშნოთ ფართობის სიდიდე S -ით და ჩავწეროთ მრუდწირული ტრაპეციის ფართობის მიახლოებითი გამოთვლის ალგორითმი "მარცხენა" მართკუთხედების შემთხვევისათვის.

ალგ ფართობი (ნამდ a, b, S, მთ n)
    არგ a, b, n
    შედ S
დს ნამდ h, x , მთ i
    $h := \frac{b-a}{n}$; $S := 0$; $x := a$; $i := 1$
    სანამ $i \leq n$
    ციკ
        $S := S + f(x) \cdot h$
        $x := x + h$
        $i := i + 1$
    ცდს
დს

$ax^2+bx+c=0$ კვადრატული განტოლების ამოსახსნელად გამოიყენება ფესვების გამოთვლის ცნობილი ფორმულები: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$. შესაბამისი ალგორითმები ზემოთ იყო განხილული. ეს ალგორითმები ამოხსნის ე.წ. ზუსტ მეთოდებს ეყრდნობა. მაგრამ ზუსტი მეთოდი განტოლების ამოსახსნელად ყოველთვის არ გამოდგება. მაგალითად, $2x - \cos x = 0$ განტოლებისათვის უკვე არ არსებობს ისეთი ტოლფასი გარდაქმნები, რომლებიც x ცვლადისათვის რაიმე გამოსახულებას გვაძლევდეს. ასეთი განტოლებები ხშირად გვხვდება პრაქტიკაში. ამიტომ ფართოდ გამოიყენება განტოლებათა ამოხსნის მიახლოებითი მეთოდები, რომლებიც მიუხედავად ზემოთქმულისა ამოხსნის ნებისმიერი სასურველი სიზუსტით მიღების საშუალებას

იძლევიან. ამ მეთოდების განსაკუთრებით ფართო მოხმარება გამოთვლითი მანქანების გამოყენებასთანაა დაკავშირებული.

ეს საკითხი ჯერ ზოგადად განვიხილოთ. ვთქვათ, გვაქვს $f(x)=0$ ერთი ცვლადის შემცველი განტოლება, სადაც $f(x)$ - რაიმე უწყვეტი ფუნქციაა. გეომეტრიული თვალსაზრისით $f(x)=0$ განტოლების ამოხსნა - $f(x)$ ფუნქციის გრაფიკის x ღერძთან გადაკვეთის წერტილია. ფესვი შეიძლება ერთი კი არა რამდენიმე იყოს, მაშინ გრაფიკზე გადაკვეთის წერტილების შესაბამისი რაოდენობა იქნება (ნახ. 27).

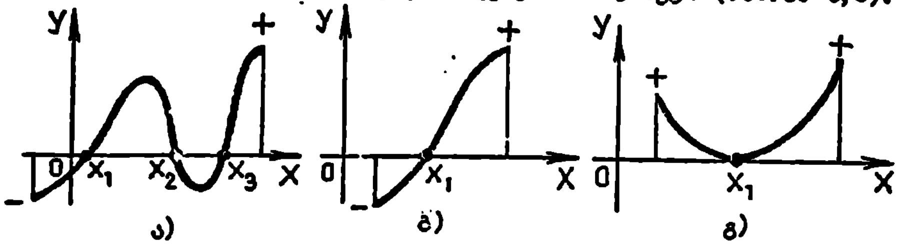
ცხადია, ცალკეულ შემთხვევებში გრაფიკული მეთოდი შეიძლება გამოიყენებოდეს, როგორც განტოლების უხეშად ამოხსნის მეთოდი. ეს ამოცანა გაცილებით მარტივდება, თუ შესაძლებელია $f(x)=0$ განტოლების ტოლფას $f_1(x)=f_2(x)$ განტოლებამდე მიყვანა ისე, რომ $f_1(x)$ და $f_2(x)$ ფუნქციების გრაფიკები ადვილად აიგოს. ამ შემთხვევაში განტოლების ფესვები $f_1(x)$ და $f_2(x)$ ფუნქციების გრაფიკების გადაკვეთის წერტილების აბსცისებია. (ნახ. 28). გრაფიკული გზით საკმაოდ ზუსტად შეიძლება დავადგინოთ მონაკვეთები, რომელთაგან თითოეული განტოლების ერთ ფესვს შეიცავს. ეს ე.წ. ფესვის განცალკევების ეტაპია.

მაგალითი 3. განვაცალკევოთ $2x-\cos x=0$ განტოლების ფესვი.

მივიყვანოთ განტოლება შემდეგ სახეზე $2x=\cos x$ და ავაგოთ $f_1(x)=2x$ და $f_2(x)=\cos x$ ფუნქციათა გრაფიკები (ნახ. 29). ნახაზიდან ჩანს, რომ $2x-\cos x=0$ განტოლებას აქვს ერთადერთი ფესვი, რომელიც $[0,1]$ მონაკვეთს ეკუთვნის.

ვთქვათ, უწყვეტი $f(x)$ ფუნქცია რაღაც მონაკვეთის ბოლოებზე სხვადასხვა ნიშნის მქონე მნიშვნელობებს ღებულობს. ამ შემთხვევა-

ში მას მოცემულ მონაკვეთზე ერთი ფესვი მაინც აქვს (ნახ.30 ა,ბ).



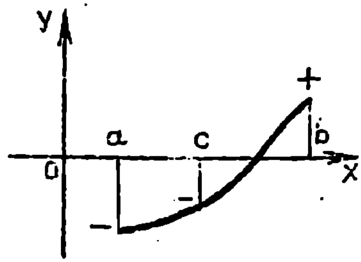
ნახ. 30.

როგორც 30-ე,ა ნახაზიდან ჩანს, ფუნქციას შეიძლება რამდენიმე ფესვი ჰქონდეს. მაგრამ, თუ იგი მოცემულ მონაკვეთზე იზრდება (ან კლებულობს), მაშინ ფესვი ერთადერთია (ნახ.30, ბ). მოვიყვანოთ ფესვის პოვნის ერთ-ერთი მეთოდი – შუაზე გაყოფის მეთოდი. ეს მეთოდი იმ შემთხვევაში გამოიყენება, როცა ფუნქცია რაიმე მონაკვეთის ბოლოებზე სხვადასხვა ნიშნის მქონე მნიშვნელობებს ღებულობს. იგი ამ მონაკვეთზე ფუნქციის ერთ-ერთი ფესვის პოვნის საშუალებას გვაძლევს. თუ ფესვი რამდენიმეა (როგორც ეს 30-ე,ა ნახაზზეა), ან თუ ფუნქციის მნიშვნელობები მონაკვეთის ბოლოებზე ერთნაირნიშნიანია (ნახ. 30, გ), მაშინ შუაზე გაყოფის მეთოდი არ იძლევა ამ მონაკვეთზე ფუნქციის ყველა ფესვის პოვნის საშუალებას. მიუხედავად ამისა იგი ხშირად არის ხოლმე სასარგებლო.

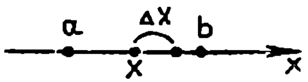
ვთქვათ, $f(x)$ ფუნქცია უწყვეტია $[a,b]$ მონაკვეთზე და მის ბოლოებზე სხვადასხვა ნიშნის მქონე მნიშვნელობებს ღებულობს. შევადგინოთ $f(x)=0$ განტოლების ფესვის მოცემული ε სიზუსტით გამოთვლის ალგორითმი.

თანმიმდევრულად შევამციროთ $[a,b]$ მონაკვეთი, რისთვისაც გამოვიყენოთ შემდეგი მეთოდი. $c=\dfrac{a+b}{2}$ წერტილით გავყოთ $[a,b]$ მონაკვეთი შუაზე და გამოვთვალოთ $f(c)$ მნიშვნე-

ლოგა. ამის შემდეგ უგულებელვყოთ $[a, b]$ მონაკვეთის ის ნაწილი, სადაც $f(x)$ ფუნქცია ნიშანს არ იცვლის (31-ე ნახაზზე ასეთი ნაწილი $[a, c]$ მონაკვეთია).



ნახ. 31.



ნახ. 32.

პროცესი გავაგრძელოთ მანამ, სანამ ფესვის შემცველი მონაკვეთის სიგრძე 2ε-ზე ნაკლები არ გახდება. მართლაც, თუ ამ შემთხვევაში x ფესვის როლში ავიღებთ მონაკვეთის $\frac{a+b}{2}$ შუა წერტილს (იხ. ნახ. 32), მაშინ დაშვებული ცდომილება Δx არ აღემატება ε-ს (32-ე ნახაზზე ფესვის ზუსტი მნიშვნელობა x-ით არის აღნიშნული).

$[a, b]$ მონაკვეთზე $f(x)=0$ განტოლების მოცემული ε სიზუსტით ფესვის დაზუსტების ალგორითმის ჩაწერა ალგორითმულ ენაზე მოყვანილია ალგორითმების ბიბლიოთეკაში (იხ. დანართი).

ამ ალგორითმის მიხედვით განტოლებების ფესვები კალკულატორის დახმარებით შეიძლება ვიპოვოთ.

სავარჯიშოები

1. ააგეთ $2x^3-3x+5$ მრავალწევრის მნიშვნელობის "პირდაპირი" (ჰორნერის სქემის გამოუყენებლად) გამოთვლის ალგორითმი $x=6$ -თვის.

2. გამოთვალეთ $3x^4+2x^2+x+1$ მრავალწევრის მნიშვნელობა. $x=0,1$ -თვის "პირდაპირი" ალგორითმითა და ჰორნერის სქემით. შეადარეთ მიღებული შედეგები. შეაფასეთ თითოეული მეთოდით გამოთვლის სიზუსტე.

3. ჰორნერის სქემის გამოყენებით შეადგინეთ შემდეგი მრავალწევრების მნიშვნელობების ცხრილი:

ა) $2x^4-1,4x^3-3,5x^2+4$ $[1 ; 2]$ მონაკვეთზე 0,2 ბიჯით (აქვს თუ არა მოცემულ ფუნქციას $[1 ; 2]$ მონაკვეთზე ექსტრემუმის წერტილები?);

ბ) $4x^3-0,7x^2+x-2,18$ $[0 ; 4]$ მონაკვეთზე 0,5 ბიჯით;

გ) $x^3-2,1x^5+0,2x^2-4$ $[-2 , 2]$ მონაკვეთზე 0,4 ბიჯით;

4. ამოხსენით კვადრატული განტოლებები:

ა) $3x^2-1,8x-2,4=0$; ბ) $6,2x^2+12,1x+3,81=0$

და იპოვეთ ფესვების მიახლოებითი მნიშვნელობები 0,001 სიზუსტით.

5. მართკუთხედის a და b გვერდები აკმაყოფილებენ $\frac{a+b}{b}=\frac{b}{a}$ თანაფარდობას, რომელსაც "ოქროს კვეთა" ეწოდება. ამ შემთხვევაში მართკუთხედის გვერდების $q=\frac{b}{a}$ შეფარდება აკმაყოფილებს $q^2-q-1=0$ კვადრატულ განტოლებას (დაამტკიცეთ). იპოვეთ მიახლოებით, 0,01 სიზუსტით ამ განტოლების დადებითი ფესვი.

6. რამდენ წამში დავარდება დედამიწაზე 2 მ სიმაღლიდან 10მ/წმ საწყისი სიჩქარით ზევით ასროლილი ქვა? შეგახსენებთ, რომ ამ შემთხვევაში სიმაღლე იცვლება შემდეგი კანონის მიხედვით:

$h(t)=2+10t-\frac{g}{2}t^2$, სადაც $g=9,8$ მ/წმ^2

7. გამოთვალეთ მიახლოებით სინუსოიდის ერთი "თაღის" ფართობი:

ა) მარჯვენა მართკუთხედების მეთოდის გამოყენებით;

ბ) მარცხენა მართკუთხედების მეთოდის გამოყენებით.

8. "მარცხენა" და "მარჯვენა" მართკუთხედების მეთოდით გამოთვალეთ $y=\sqrt{x+1}$ ფუნქციის გრაფიკითა და $y=0$, $x=0$, $x=3$ წრფეებით შემოსაზღვრული მრუდწირული ტრაპეციის ფართობი. შეადარეთ შედეგები.

9. კალკულატორის გამოყენებით დააზუსტეთ განტოლებათა ფესვები:

ა) $\sin x - 0,2x=0$ (უმცირესი დადებითი ფესვი);

ბ) $\cos x = x^2$;

გ) $x - 10\sin x = 0$ (უმცირესი დადებითი ფესვი);

დ) $\lg x = (x-2)^2$.

10. ააგეთ ბიკვადრატული განტოლების ამოხსნის ალგორითმი. კვადრატული განტოლების ამოხსნის ალგორითმი გამოიყენეთ როგორც მეშველი.

11. გამოიყენეთ მეშველი ალგორითმები ბიბლიოთეკიდან და ააგეთ $\sqrt[4]{l+x}+\sqrt[4]{l-x}=m$ განტოლების ამოხსნის ალგორითმი. ალგორითმის აგებისას გამოიყენეთ მიმდევრობითი დაზუსტების მეთოდი.

12. გამოიყენეთ მეშველი ალგორითმი ბიბლიოთეკიდან და ააგეთ განტოლებათა სისტემის ამოხსნის ალგორითმი

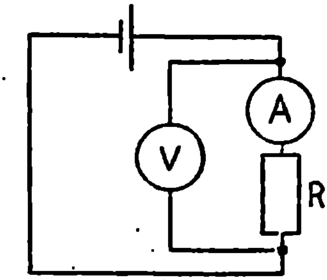
$$\begin{cases} x^2\cdot y + x\cdot y^2 = 30, \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{5}{6}. \end{cases}$$

§ 8. ფიზიკის კურსიდან აღებული ამოცანების კომპიუტერული ალგორითმების აგება

ამ პარაგრაფში განხილულია რამდენიმე ფიზიკური ამოცანა. თითოეულ მათგანში საუბარია ისეთ ფიზიკურ მოვლენაზე, რომლისთვისაც არსებობს მათემატიკური მოდელი. ამოცანის საწყის მონაცემებზე მოდელით განსაზღვრული გამოთვლების ჩატარების შედეგად შესაძლებელია საძიებო პასუხის მიღება. გამოთვლებს, როგორც ეს ჩვეულებრივ პრაქტიკულ ამოცანებში ხდება, საკმაოდ დიდი მოცულობა აქვთ. ალგორითმულ ენაზე მათი შესრულების წესები ალგორითმის სახით ყალიბდება. ამ ალგორითმის საფუძველზე შეიძლება შეიქმნას პროგრამა კომპიუტერისათვის. ალგორითმის მიხედვით გამოთვლების ჩატარებისას თქვენ შეგიძლიათ გამოიყენოთ კალკულატორი.

მოდელებს, რომლებსაც ახლა ჩვენ განვიხილავთ, გამოთვლითი წესები ვუწოდოთ. ისინი არ იძლევიან ცხად ფორმულას, რომლის მიხედვითაც მაშინვე შეიძლება საძიებელი სიდიდეების საჭირო მნიშვნელობების პოვნა. მის ნაცვლად გვაქვს ალგორითმი, რომელიც ამ საძიებელი მნიშვნელობების მიახლოებითი გამოთვლის საშუალებას იძლევა. ამ გამოთვლებისას დროის მონაკვეთები, სიგრძის ინტერვალები, ზედაპირის ნაწილები, პატარ-პატარა ნაწილებად, ფრაგმენტებად იყოფა. გამოთვლები თითოეული ნაწილისათვის ცალ-ცალკე ტარდება. გამოთვლების მოცულობა მეტისმეტად დიდია ხოლმე. გამოთვლითი მოდელები განსაკუთრებით მნიშვნელოვანი გახდნენ მას შემდეგ, რაც გაჩნდნენ ეგმ-ები, რომელთაც ასეთი მოდელებისათვის საჭირო უდიდესი მოცულობის გამოთვლების რეალურად შესრულება შეუძლიათ. პირველ მაგალითში საუბარია ფიზიკური გამოკვლევების დროს წარმოქმნილ მნიშვნელოვან გამოთვლით ამოცანაზე. ეს არის

გაზომვათა შედეგების მიხედვით პარამეტრების მნიშვნელობების გან-საზღვრა.



ნახ. 33.

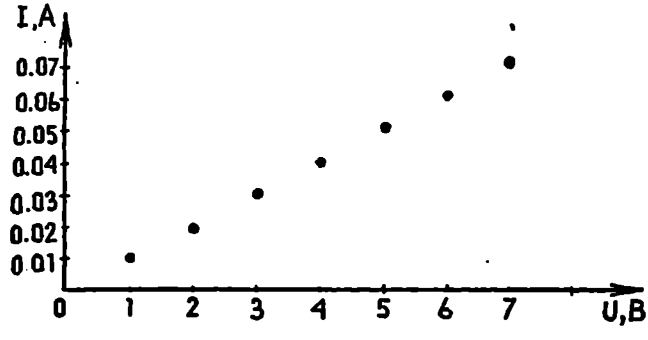
<u>მაგალითი 1.</u> ვთქვათ მოცემულია ელექტრული წრედი (ნახ. 33). თუ U ძაბვას ვოლტმეტრით, ხოლო დენის I ძალას ამპერმეტრით გავზომავთ, შეიძლება R წინაღობის პოვნა. შედეგი უფრო ზუსტი და საიმედო იქნება, თუ გაზომვებს რამდენჯერმე გავიმეორებთ, განსაკუთრებით უკეთესი იქნება, თუ გაზომვებს U-ს სხვადასხვა მნიშვნელობებისათვის ჩავატარებთ (ვცვლით წრედში დენის წყაროს).

წარმოვიდგინოთ, რომ ასეთი ექსპერიმენტის დროს უცნობი რეზისტორისათვის მივიღეთ შემდეგი რეზულტატები (ცხრ. 15).

ცხრილი 15

U, B	1	2	3	4	5	6	7
I, A	0,010	0,018	0,031	0,042	0,050	0,061	0,072

უნდა ვიპოვოთ ამ რეზისტორის წინაღობა. აღვნიშნოთ ეს წერტილები გრაფიკზე (ნახ. 34).



ნახ. 34.

ომის კანონის თანახმად, რეზისტორზე გამავალი დენის ძალა მასზე მოდებულ ძაბვაზეა დამოკიდებული:

$$I = \frac{1}{R} \cdot U.$$

მაშასადამე, ამ დამოკიდებულების გრაფიკს კოორდინატთა სათავეზე გამავალი წრფე წარმოადგენს, რომლისთვისაც $K = \frac{1}{R}$. მაგრამ ეს წერტილები ერთ წრფეზე არ არიან განლაგებული (ნახ. 34), რაც იმითაა გამოწვეული, რომ ამპერმეტრისა და ვოლტმეტრის ჩვენებები არც თუ ისე ზუსტია.

შევეცადოთ ისე გავავლოთ წრფე, რომ გრაფიკის წერტილები შეძლებისდაგვარად ახლოს იყოს მასთან. უმცირეს კვადრატთა მეთოდის[1] მიხედვით საძიებელი წრფის საკუთხო კოეფიციენტი გამოითვლება

$$K = \frac{U_1 I_1 + U_2 I_2 + \ldots + U_7 I_7}{U_1^2 + U_2^2 + \ldots + U_7^2}$$

ფორმულით, სადაც U_1, I_1 – პირველი ექსპერიმენტული წერტილის მნიშვნელობებია, U_2, I_2 – მეორის და ა.შ. თუ მოხერხდა ყველა სიდიდის ზუსტად გაზომვა (ყველა წერტილი $I = \frac{1}{R} U$ წრფეზე მოთავსდა), მაშინ ვღებულობთ $K = \frac{\frac{1}{R}(U_1^2 + \ldots + U_7^2)}{(U_1^2 + \ldots + U_7^2)} = \frac{1}{R}$, ე.ი. ფორმულა იძლევა მოსალოდნელ შედეგს.

ექსპერიმენტული წერტილების ამ რაოდენობისათვის K-ს მნიშვნელობის გამოთვლა შეიძლება ხელით ან კალკულატორის მეშვეობით. მაგრამ,

---

1 უმცირეს კვადრატთა მეთოდი იმ მათემატიკური მოდელის აგებისას გამოიყენება, რომელიც აღწერს ექსპერიმენტის შედეგებს ფიზიკაში, ბიოლოგიაში, სოციოლოგიასა და სხვა დარგებში. მისი დასაბუთება არ შედის სკოლის პროგრამაში და მოიყვანება უმაღლესი მათემატიკის კურსში.

თუ ექსპერიმენტული წერტილები ბევრია ან ექსპერიმენტული წერტილების სხვადასხვა სიმრავლისათვის გამოთვლები მრავალჯერაა ჩასატარებელი, მაშინ მიზანშეწონილია ეგმ-ისთვის პროგრამის შედგენა. ალგორითმს, რომელიც გამოთვლის აღნიშნულ მეთოდს განახორციელებს, ასეთი სახე აქვს:

<u>ალგ</u> უმცირეს კვადრატთა მეთოდი (<u>ნატ</u> N , <u>ნამდ</u> <u>ცხრ</u> $U[1:N]$, $I[1:N]$,
    <u>ნამდ</u> K)
    <u>არგ</u> N, U, I
    <u>შედ</u> K
<u>დნ</u>
    <u>მთ</u> i
    <u>ნამდ</u> მრიცხვ, მნიშვნ
    $i:=0$
    მრიცხვ$:=0$
    მნიშვნ$:=0$
    <u>სანამ</u> $i \neq N$
    <u>ცდნ</u>
        $i:=i+1$
        მრიცხვ$:=$ მრიცხვ $+\ U[i]\times I[i]$
        მნიშვნ$:=$ მნიშვნ $+\ U[i]\times U[i]$
    <u>ცდს</u>
    $K:=$ მრიცხვ/მნიშვნ
<u>დს</u>

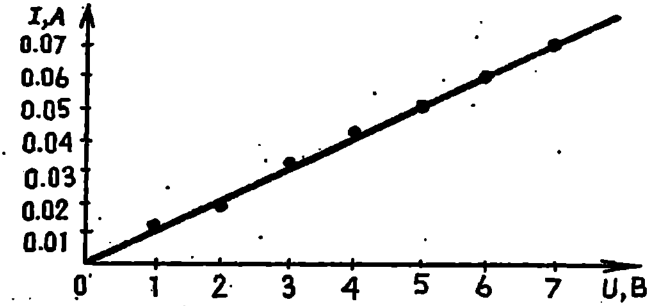
<u>შენიშვნა.</u> ციკლში შემავალი ბრძანებების სერიის შესრულებებს შორის მ რ ი ც ხ ვ და მ ნ ი შ ვ ნ ცვლადებში ინახება მრიცხველისა და მნიშვნელის პირველი i წევრის ჯამები.

ჩვენს მიერ აღწერილი ექსპერიმენტული წერტილებისათვის ამ პროგ-რამის მიხედვით გამოთვლის ან კალკულატორზე გამოთვლის შედეგად ვღე-ბულობთ რეზულტატს:

$$K = \frac{1}{R} = 0,01019 \quad \text{ან} \quad R = 98 \text{ ომს}$$

(ამ შედეგების კალკულატორზე შემოწმებისას მოსახერხებელია დენის ძალის მნიშვნელობა გამოვსახოთ არა ამპერებში, არამედ მილიამპერებ-ში. ამასთან საძიებელი წრფის საკუთხო კოეფიციენტის გამოსათვლელ ფორმულაში უნდა შევიტანოთ 0,001 მამრავლი):

ავაგოთ მოცემული კოეფიციენტის შესაბამისი წრფე (ნახ. 35).



ნახ. 35.

როგორც ხედავთ, ნაპოვნი წრფიდან ექსპერიმენტული წერტილების გადახრა მართლაც უმნიშვნელოა.

<u>მაგალითი 2.</u> $m = 0,1$ კგ მასის ბურთულა ჩამოკიდეს სას-კილო დინამომეტრის ზამბარაზე, დაქაჩეს წონასწორობის მდგომარეობი-დან 1 სმ-ით ქვევით და ხელი გაუშვეს. ბურთულამ დაიწყო ზევით მოძ-რაობა და გარკვეული დროის შემდეგ გაიარა წონასწორობის მდგომარეო-ბა. იპოვეთ ეს დრო; თუ ცდის შედეგად გამოთვლილი ზამბარის სიხისტე 40 ნ/მ-ის ტოლი აღმოჩნდა.

დავიწყოთ მათემატიკური მოდელის აგებით. შემოვიღოთ კოორდინატთა სისტემა. კოორდინატთა O სათავე მოვათავსოთ წონასწორობის მდგო-

მარჯობანი. x ღერძი მივმართოთ ვერტიკალურად ქვევით. F ძალა, რომლითაც წონასწორობის მდებარეობიდან x მანძილით გადახრილი ზამბარა მოქმედებს სხეულზე, $-kx$-ის ტოლია, სადაც k ზამბარის სიხისტეა, ხოლო "მინუს" ნიშანი კი დასმულია, ვინაიდან ძალა, რომლითაც ზამბარა მოქმედებს სხეულზე, ამ სხეულის გადახრის საწინააღმდეგოდაა მიმართული. სხეულის a აჩქარება $\frac{F}{m}$-ის ტოლია, სადაც m – სხეულის მასაა. ვთქვათ, დროის Δt მონაკვეთი მცირეა, მაშინ Δt დროში აჩქარება და სიჩქარე უმნიშვნელო ცვლილებას განიცდიან. თუ აჩქარება a-ს ტოლია, მაშინ Δt დროში სიჩქარე $\Delta v = a\cdot\Delta t$-თი იცვლება, ხოლო თუ სიჩქარე v-ს ტოლია, მაშინ Δt დროში სხეულის კოორდინატი $\Delta x = v\cdot\Delta t$-თი შეიცვლება. დავყოთ დროის ღერძი $\Delta t = 0{,}01$ წმ-ის ტოლ ნაწილებად და გამოვთვალოთ სხეულის მდებარეობა, აჩქარება და სიჩქარე.

დავიწყოთ პირველი ინტერვალიდან: $t=0$-დან $t=0{,}01$-მდე. 0 მომენტში, ამოცანის პირობის თანახმად, კოორდინატი უდრის 1 სმ $=10^{-2}$ მ. აჩქარება მოიძებნება $a=-\frac{k}{m}x$ ფორმულის მიხედვით და უდრის -4 მ/წმ^2. პირობის თანახმად, საწყის მომენტში სიჩქარე უდრიდა 0-ს. ინტერვალის შუაში სიჩქარე შეიცვალა $a\cdot\frac{\Delta t}{2}$-ით (გავიდა $\frac{\Delta t}{2}$ წმ) და გახდა $0-4\cdot\frac{10^{-2}}{2}=-2\cdot10^{-2}$. პირველ ინტერვალში კოორდინატი შეიცვალა $v\cdot\Delta t$-თი და მეორე ინტერვალის დასაწყისისათვის გახდა $0{,}01-2\cdot10^{-2}\cdot0{,}01=0{,}98\cdot10^{-2}$-ის ტოლი. ამ მომენტში აჩქარება $a=\frac{-k}{m}x=-3{,}92$-ის ტოლი ხდება. ვიპოვოთ სხეულის სიჩქარე მეორე ინტერვალის შუაში. პირველი ინტერვალის შუა წერტილიდან მეორე ინტერვალის შუა წერტილამდე გავიდა $\Delta t = 0{,}01$ წმ დრო, სიჩქარე შეიცვალა $a\cdot\Delta t$-თი და $-2\cdot10^{-2}-3{,}92\cdot10^{-2}=-5{,}92\cdot10^{-2}$-ის ტოლი გახდა. ვიცით რა

ცხრილი 16

ინტერვალის ნომერი	ინტერვალის დაწყების დრო, წმ	კოორდინატი ინტერვალის საწყის მომენტში, $\cdot 10^{-2}$ მ	აჩქარება ინტერვალის საწყის მომენტში, მ/წმ^2	სიჩქარე ინტერვალის შუაში, $\cdot 10^{-2}$ მ/წმ
1	0,00	1,00	-4,00	-2,0
2	0,01	0,98	-3,92	-5,92
3	0,02	0,92	-3,68	-9,60
4	0,03	0,82	-3,2	-12,88
5	0,04	0,69	-2,76	-15,64
6	0,05	0,53	-2,12	-17,76
7	0,06	0,35	-1,40	-19,16
8	0,07	0,16	-0,64	-19,80
9	0,08	-0,04	0,16	-19,64
10	0,09	-0,24	0,96	-18,68

სიჩქარე, შეგვიძლია დავადგინოთ სხეულის კოორდინატი მეორე ინტერვალის ბოლოსათვის, მისი აჩქარება, სიჩქარე მესამე ინტერვალის შუაში და ა.შ. ამ გამოთვლების შედეგები გაერთიანებულია მე-16 ცხრილში.

თუ ცხრილში მოყვანილი გამოთვლების შედეგებს გავაანალიზებთ, დავინახავთ, რომ წონასწორობის მდგომარეობასთან სხეულის მიახლოებისას მისი აჩქარების მოდული მცირდება, ხოლო სიჩქარის მოდული კი იზრდება მე-8 ინტერვალის შესაბამის წერტილამდე. ამ დროს კოორდინატი ნიშანს იცვლის. ეს ნიშნავს, რომ სხეული წონასწორობის მდგომარეობას მოძრაობის დაწყებიდან 0,07-სა და 0,08 წამებს შორის გადის და ინერციით აგრძელებს მოძრაობას, ამასთან მისი მოძრაობა შენელდება (სიჩქარის მოდული კლებულობს).

ჩავწეროთ ყოველივე ზემოთქმული x წერტილის კოორდინატის გამომთვლელი ალგორითმის სახით, რომელშიც დროის N შუალედის გავლის შემდეგ იმყოფება m მასის სხეული. (თითოეული ამ შუალედებიდან Δt-ს ტოლია, K-ზამბარის სიხისტე, v_0-საწყისი სიჩქარე).

```
ალგ რხევა (ნამდ m, K, Δt, N, v0, x0, x)
    არგ m, K, Δt, N, v0, x0
    შედ x
დს  მთ i; ნამდ a, v
    i:=1
    x:=x0
    a:=-K·x/m
    v:=v0+a·Δt/2
```

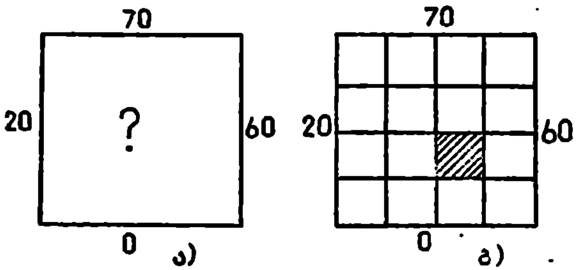
<u>სანამ</u> $i \neq N+1$

<u>ცდნ</u>

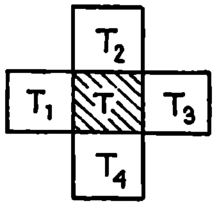
$i:=i+1;\ x:=x+v\cdot\Delta t;\ a:=-k\cdot x/m;\ v:=v+a\cdot\Delta t$

<u>ცდს</u>

<u>დს</u>



ნახ. 36.



ნახ. 37.

<u>შენიშვნა.</u> გამეორებადი სერიის ყოველი შესრულებისას x სხეულის კოორდინატის ტოლია დროის i-ური ინტერვალის დასაწყისში, a - -აჩქარებაა იმავე მომენტში, v კი სიჩქარე ინტერვალის შუაში.

<u>მაგალითი 3.</u> ვთქვათ, ერთგვაროვანი კვადრატული ფირფიტის (ნახ. 36,ა) საზღვრებზე შენარჩუნებულია ნახატზე აღნიშნული ტემპერატურა. როგორი იქნება ტემპერატურა ფირფიტის შიგა წერტილებში?

ეს ტემპერატურა შეიცვლება წერტილიდან წერტილამდე: ქვედა საზღვართან ის $0°C$ -თან იქნება ახლოს, ზედასთან - $70°C$ -თან, მარცხენა საზღვართან - $20°C$ -თან, ხოლო მარჯვენასთან - $60°C$ -თან. ფირფიტის შიგნით იგი რაღაც საშუალედო მნიშვნელობებს მიიღებს. ამ მნიშვნელობების საპოვნელად დავუშვათ, რომ თბოგაცვლა ფირფიტასთან მისი საზღვრების გასწვრივ მიმდინარეობს, ხოლო შიგნით მას არც

ათბობენ და არც აცივებენ.

ასეთი ამოცანები ეგმ-ების საშუალებით შეიძლება ამოიხსნას. ამ ამოცანის მაგალითზე განვიხილოთ მათი ამოხსნის მეთოდი.

უპირველეს ყოვლისა ჩვენი ფირფიტა პატარა-პატარა კვადრატებად დავყოთ. ჩავთვალოთ, რომ თითოეული ასეთი კვადრატის შიგნით ტემპერატურა მუდმივია. ეს დაშვება სამართლიანი იქნება მხოლოდ მიახლოებით, მაგრამ საკმარისად მცირე ზომის კვადრატების შემთხვევაში შეცდომა მცირე იქნება (ნახ. 36,ბ).

ამის შემდეგ შევადგინოთ განტოლებათა სისტემა. ვიხელმძღვანელოთ შემდეგი პრინციპით: თითოეული პატარა კვადრატის ტემპერატურა ოთხი მეზობელი პატარა კვადრატის ტემპერატურათა საშუალო არითმეტიკულის ტოლია. ამ პრინციპის დასაბუთება შემდეგნაირად შეიძლება. თუ T ტემპერატურის მქონე კვადრატი ესაზღვრება T_1 ტემპერატურის მქონე პატარა კვადრატს, მაშინ საზღვარზე გადის სითბოს ნაკადი, რომელიც ტემპერატურათა სხვაობის პროპორციულია (პროპორციულობის რაიმე c კოეფიციენტით). პატარა კვადრატის საზღვრებზე (ნახ. 37) გამავალი სითბოს ნაკადების ჯამი ტოლია:

$$c(T_1-T)+c(T_2-T)+c(T_3-T)+c(T_4-T).$$

რადგანაც პატარა კვადრატს თბოიზოლირებულად ვთვლით, ეს ჯამი ნულის ტოლი უნდა იყოს. c-ზე შეკვეცით და T-ს მეორე მხარეს გადატანის შედეგად ვღებულობთ:

$$T_1+T_2+T_3+T_4=4T.$$

ჩვენ განვიხილეთ პატარა კვადრატი, რომელსაც დიდთან საერთო საზღვარი არა აქვს. თუ პატარა კვადრატის საზღვარი დიდი კვადრატის

საზღვარს ეხებიან, მაშინ მას ოთხი მეზობელი კი არა, მხოლოდ სა-
მი (ან ორი, თუ ის კუთხეშია) ჰყავს. ამ შემთხვევაში საზღვრის მხრიდან მეზობლის როლს გარემო ასრულებს, რომლის ტემპერატურაც ჩვენთვის ცნობილია. დავყოთ ჩვენი ფირფიტა 9 პატარა კვადრატად. $t[1,1]$, $t[1,2]$, ..., $t[3,3]$ აღვნიშნოთ შესაბამისი პატარა კვადრატების ტემპერატურები.

		70		
	t[1,1]	t[1,2]	t[1,3]	
20	t[2,1]	t[2,2]	t[2,3]	60
	t[3,1]	t[3,2]	t[3,3]	
		0		

მივიღებთ ასეთ განტოლებებს:

$$t[1,1] = \frac{20+70+t[1,2]+t[2,1]}{4};$$

$$t[1,2] = \frac{t[1,1]+70+t[1,3]+t[2,2]}{4};$$

$$t[1,3] = \frac{70+60+t[1,2]+t[2,3]}{4};$$

$$t[2,1] = \frac{20+t[1,1]+t[2,2]+t[3,1]}{4};$$

$$t[2,2] = \frac{t[2,1]+t[1,2]+t[2,3]+t[3,2]}{4};$$

$$t[2,3] = \frac{60+t[2,2]+t[1,3]+t[3,3]}{4};$$

$$t[3,1] = \frac{20+0+t[2,1]+t[3,2]}{4};$$

$$t[3,2] = \frac{0+t[3,1]+t[2,2]+t[3,3]}{4};$$

$$t[3,3] = \frac{0+60+t[3,2]+t[2,3]}{4}.$$

ამ სისტემაში 9 განტოლება და 9 უცნობია. კვადრატის ყოველი გვერდი სამ ნაწილად კი არა N ნაწილად რომ გაგვეყო, მაშინ უცნობთა და განტოლებათა რაოდენობა N^2 იქნებოდა. პრაქტიკაში N -ის მნიშვნელობები ასეულებსა და ათასეულებსაც კი აღწევს. ასეთი მრავალცვლადი ამოცანების ამოსახსნელად იყენებენ სუპერ-ეგმ-ებს, რომლებიც წამში მილიარდობით ოპერაციას ასრულებენ. ჩვენ კი მათი ამოხსნის ილუსტრაციას მოვახდენთ ბადეზე, რომელიც სულ ცხრა პატარა კვადრატია. ამ ბადეში გამოთვლები შეიძლება ვაწარმოოთ კალკულატორის მეშვეობით ან ხელითაც.

ჩვენი განტოლებათა სისტემის ამოხსნის ერთ-ერთი მეთოდი ასეთია:

პირველ მიახლოებაში ვთვლით, რომ ყველა t ტემპერატურა 35 -ის ტოლია. რა თქმა უნდა, ამ შემთხვევაში განტოლებები არ სრულდება, მათი მარცხენა მხარეები იქნება 35 -ის ტოლი, ხოლო მარჯვენა კი არა. ჩავწეროთ ისინი ცხრილში შესაბამის ადგილებზე.

მარცხენა

		70		
	35	35	35	
20	35	35	35	60
	35	35	35	
		0		

მარჯვენა

		70		
	40	43,75	50	
20	31,25	35	41,25	60
	22,5	26,25	32,5	
		0		

მარჯვენა მხარეები გამოვითვალოთ ჩვენი განტოლებების შესაბამისად: მაგალითად, 40 არის $\frac{70+20+35+35}{4}$; 43,75 არის $\frac{35+70+35+35}{4}$ და ა.შ. სწორედ მარჯვენა ცხრილის რიცხვებს ავიღებთ საძიებელი ტემპერატურის შემდგომ მიახლოებებად.

ისინი კვლავ არ იქნებიან ჩვენი განტოლებების ამოხსნები. თუ მათ განტოლებებში ჩავსვამთ და შესაბამისად დავამრგვალებთ, ასეთ მარცხენა და მარჯვენა ნაწილებს მივიღებთ:

მარცხენა

		70		
	40	43,75	50	
20	31,25	35	41,25	60
	22,5	26,25	32,5	
		0		

მარჯვენა

		70		
	41,25	46,75	53,75	
20	29,38	35,63	44,38	60
	19,38	22,5	31,88	
		0		

ყველა გამოთვლა იგივე ალგორითმით კეთდება: მარჯვენა ცხრილის უჯრედში მოთავსებული რიცხვი უდრის მარცხენა ცხრილში ერთმანეთის მეზობლად განლაგებული რიცხვების საშუალო არითმეტიკულს. ამასთან განაპირა უჯრედებისათვის ჩვენთვის ცნობილი ტემპერატურები გამოიყენება (20, 70, 60 და 0):

$$41{,}25=\frac{20+70+43{,}75+31{,}25}{4}\ ;\quad 48{,}75=\frac{40+70+50+35}{4}$$ და ა.შ.

მარჯვენა ცხრილის რიცხვები ჩავთვალოთ შემდეგ მიახლოებად. გავიმეოროთ ეს ნრავალჯერ: ყველ ბიჯზე გადავწეროთ რიცხვები მარჯვენა ცხრილიდან მარცხენაში. შემდეგ ზემოთ მოყვანილი წესის მიხედვით მოვნახოთ მარჯვენა ცხრილის რიცხვების ახალი მნიშვნელობები. მოვიყვანთ კიდევ რამდენიმე ბიჯს. ამასთან ერთი და იგივე ცხრილს ორჯერ აღარ გავიმეორებთ. ამოვიწერთ მხოლოდ მარჯვენა ნაწილებს.

		70		
	42,03	50,16	55,78	
20	29,07	36,25	45,32	60
	17,97	21,72	31,72	
		0		

	70			
20	42,31	51,02	56,37	60
	29,06	36,57	45,94	
	17,70	21,49	31,76	
		0		

	70			
20	42,52	51,31	56,74	60
	29,15	36,28	46,18	
	17,64	21,51	31,86	
		0		

ცხადია, რომ თითოეული ბიჯის შემდეგ ყოველ მომდევნო ცხრილში რიცხვების მნიშვნელობები სულ უფრო უახლოვდებიან წინა ცხრილის შესაბამისი რიცხვების მნიშვნელობებს, რაც იმის მაუწყებელია, რომ განსხვავება განტოლებათა მარცხენა და მარჯვენა მხარეებს შორის სულ უფრო კლებულობს. მაშასადამე, ჩვენ ვპოულობთ განტოლებების უფრო და უფრო ზუსტ ამოხსნებს.

ვინაიდან საწყისი ფიზიკური ამოცანის ზუსტი ამოხსნის იმედი მაინც არა გვაქვს (ძალზე ცოტა პატარა კვადრატები ავიღეთ) შეგვიძლია შევჩერდეთ ჩვენს ბოლო მიახლოებაზე. პატარა კვადრატების დიდი რაოდენობის შემთხვევაში სიცხეების "ხელით" ამოხსნა ძნელია, ამიტომ ალგორითმის შესრულებას კომპიუტერს ვანდობთ.

ჩავწეროთ ჩვენს მიერ გამოყენებული ალგორითმის სასკოლო ალგორითმულ ენაზე. მისი არგუმენტები იქნება კვადრატის ოთხ გვერდზე მოცემული t_1, t_2, t_3, t_4 ტემპერატურები, აგრეთვე იმ მონაკვეთების რაოდენობა N, რომლებადაც იყოფა კვადრატის გვერდები. ალგორითმის რეზულტატი იქნება $N \times N$ ზომის ცხრილი, რომელიც ტემპერატურის განაწილებას აღწერს.

<u>ალგ</u> თბოგამტარობა (<u>ნამდ</u> t_1, t_2, t_3, t_4, <u>ნატ</u> N, <u>ნამდ</u> <u>ცხრ</u> ტემპერა-
    ტურა[1:N , 1:N] –
    <u>არგ</u> t_1, t_2, t_3, t_4, N

<u>რეზ</u> ტემპერატურა

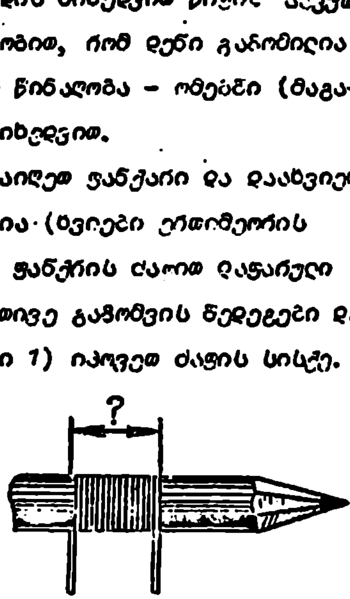
ჩვენ ამ ალგორითმის ტექსტი მთლიანად არ მოგვყავს, ვინაიდან მისი შესრულების მსვლელობა დაწვრილებით იყო აღწერილი. მოცემულ პარაგრაფში განხილული ამოცანების ანალოგიური ამოცანები და მათი ამოხსნის მეთოდები ტიპიურია ეგმ-ების თანამედროვე გამოყენებისათვის. ანალოგიური მეთოდით ამოიხსნება შესავალში ნახსენები ამინდის პროგნოზისა და თერმობირთვული რეაქციის მოდელირების ამოცანები.

სავარჯიშოები

1. ამოწერეთ უმცირეს კვადრატთა მეთოდის მიხედვით წრფის საკუთხო კოეფიციენტის პოვნის ფორმულა იმ პირობით, რომ დენი გაზომილია მილიამპერებში, ძაბვა - ვოლტებში, ხოლო წინაღობა - ომებში (მაგალითი 1). გამოთვლა აწარმოეთ ფორმულის მიხედვით.

2. გაზომეთ ძაფის სისქე. ამისათვის აიღეთ ფანქარი და დაახვიეთ მასზე ძაფის 10 ,20 ,30 ,..., 100 ხვია (ხვიები ერთმანეთის გვერდით განალაგეთ). გაზომეთ სახაზავით ფანქრის ძაფით დაფარული ნაწილის სიგრძე (ნახ.38). გამოიყენეთ ათივე გაზომვის შედეგები და განხილული მეთოდის დახმარებით (მაგალითი 1) იპოვეთ ძაფის სისქე.

3. იპოვეთ ქაღალდის ფურცლის სისქე. ამისათვის გადაკეცეთ იგი რამდენიმეჯერ და გაზომეთ მიღებული ნაკეცის სისქე.



ნახ. 38.

4. ზამბარაზე ბურთულის მოძრაობის ამოცანაში ააგეთ ბურთულის X მდგომა-

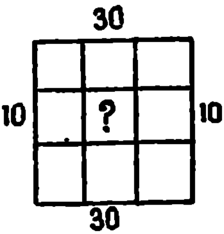
რელსის ღერძზე დამოკიდებულების გრაფიკი 0,1 წმ-ის ბიჯის შუალედზე.

5. ზამბარაზე ბურთულის მოძრაობის ამოცანაში გამოთვალეთ მოძრაობა, ისარგებლეთ არა 0,01 წმ-ის, არამედ 0,02 წმ-ის ბიჯით. როგორ შეიცვლება შედეგი?

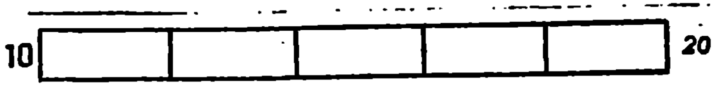
6. იპოვეთ ერთგვაროვანი კვადრატული ფირფიტის შიგა წერტილებში ტემპერატურის განაწილება, თუ ფირფიტა დაყოფილია 9 პატარა კვადრატად, ხოლო ფირფიტის საზღვარზე ტემპერატურის განაწილება მოცემულია 39-ე ნახაზზე.

შეასრულეთ გამოთვლების 4 ბიჯი.

7. იპოვეთ წვრილი ერთგვაროვანი ღეროს შიგა წერტილებში ტემპერატურის განაწილება. ჩათვალეთ, რომ ღერო დაყოფილია 5 მონაკვეთად და მის ბოლოებზე ტემპერატურა შესაბამისად 10°-სა და 20°-ის ტოლია (ნახ. 40). შეასრულეთ გამოთვლების 5 ბიჯი. ისევე როგორც ფირფიტის შემთხვევაში ივარაუდეთ, რომ თითოეული მონაკვეთის ტემპერატურა მეზობელი მონაკვეთების ტემპერატურების საშუალო არითმეტიკულის ტოლია, დასაწყისში ყოველ მონაკვეთზე ტემპერატურა 15°-ის ტოლი აიღეთ.



ნახ. 39.



ნახ. 40.

§ 9. გრაფიკულ ინფორმაციაზე მუშაობის ალგორითმები

პრაქტიკაში გვხვდება ისეთი ამოცანები, რომელთა ამოხსნასაც ნახაზები, გრაფიკები, დიაგრამები, ნახატები და სხვა გრაფიკული ინფორმაციები წარმოადგენენ.

კომპიუტერის მეშვეობით ასეთი ამოცანის ამოხსნისას გრაფიკული ინფორმაცია გამოიტანება ან გრაფიკულ დისპლეიზე, რომლის ეკრანზეც ტელევიზორის მსგავსად გამონათდება ეს ინფორმაცია, ან გრაფიკების ამგებ მოწყობილობაზე, რომელიც გრაფიკულ ინფორმაციას ქაღალდის ფურცელზე ხაზავს. ამოვირჩევთ რა კოორდინატებს დისპლეის ეკრანსა თუ ქაღალდის ფურცელზე, შემდგომში განვიხილავთ მათ, როგორც სიბრტყის ნაწილს და ვისაუბრებთ სიბრტყეზე ხატვის შესახებ.

გრაფიკული ინფორმაციის გამოსატანად აუცილებელია მივუთითოთ, თუ მისი რომელი ელემენტები (წერტილები, მონაკვეთები, წრეწირები და ა.შ.) და როგორი მიმდევრობითაა გამოსატანი.

ამიტომ სხვა ამოცანების ამოხსნის მსგავსად გრაფიკული ამოცანების ამოხსნა საჭიროებს ალგორითმების შედგენას. ეს ალგორითმები შედგება სპეციალური გრაფიკული ბრძანებებისაგან, რომელთაგან თითოეული ელემენტარული გრაფიკული მოქმედების შესრულებაზე მიუთითებს (დახაზე წერტილი, მონაკვეთი, წრეწირი, მრავალკუთხედი და ა.შ.).

კომპიუტერის მეშვეობით ხატვისათვის დამუშავებულია გრაფიკულ ბრძანებათა მოსახერხებელი კრებულები. ბრძანებათა ჩვენი კრებული ძალზე მცირეა და მოსახერხებელია უმარტივესი გეომეტრიული ფიგურების დასახატავად. იგი იყენებს სიბრტყეზე მართკუთხა კოორდინატთა სისტემას.

გრაფიკული ბრძანებების შესრულების წესების უკეთ გასაგებად მოსახერხებელია წარმოვიდგინოთ, რომ შემსრულებელი მოძრაობს სიბრტყეზე და ხაზავს მასზე. თავდაპირველად შემსრულებელი იმყოფება სიბრტყის (0 , 0) კოორდინატთა სათავეში და იყურება y ღერძის გასწვრივ.

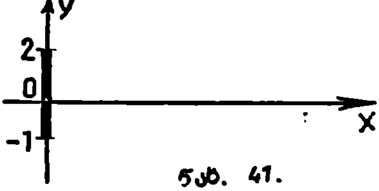
გრაფიკული ბრძანებების შესრულების დროს შეიძლება შეიცვალოს, როგორც წერტილი, რომელშიც შემსრულებელი იმყოფება, ასევე მიმართულებაც, საითაც იგი იყურება.

1. ხაზვის ბრძანებები: წინ (a), უკან (a)

მონაკვეთის დასახაზად საჭიროა მისი საწყისი წერტილის, მიმართულების და სიგრძის ცოდნა.

შემსრულებელი წინ (a) ბრძანების მიხედვით ხაზავს a სიგრძის მონაკვეთს, იმ საწყისი წერტილითა და მიმართულებით, რომლებიც ჰქონდა მას ამ ბრძანების შესრულების დაწყებამდე. ბრძანების შესრულების შედეგად შემსრულებელი დახაზული მონაკვეთის ბოლო წერტილში ხვდება, ხოლო მისი მიმართულება უცვლელი რჩება.

ბრძანება უკან (a) მხოლოდ იმით განსხვავდება წინ (a) ბრძანებისაგან, რომ მონაკვეთი იხაზება შემსრულებლის მიმართულების საწინააღმდეგო მიმართულებით. შემსრულებლის მიმართულება ამ დროს არ იცვლება, ხოლო თვითონ კი დახაზული მონაკვეთის ბოლო წერტილში ხვდება.



ნახ. 41.

თუ შევასრულებთ ბრძანებებს

უკან (1)

წინ (3)

მაშინ 41-ე ნახაზზე გამოსახულ მონაკვეთს მივიღებთ.

2. მობრუნების ბრძანებები: მარცხნივ (ხ), მარჯვნივ (ხ)

შემსრულებელი მარჯვნივ (ხ) ბრძანების შესრულების შედეგად ბრუნდება ხ გრადუსით მარჯვნივ.

შემსრულებელი მარცხნივ (ხ) ბრძანების შესრულების შედეგად ბრუნდება ხ გრადუსით მარცხნივ.

მაგალითი 1. (ნახ. 42).

ალგ ტეხილი

დწ

მარჯვნივ (45)

წინ (3)

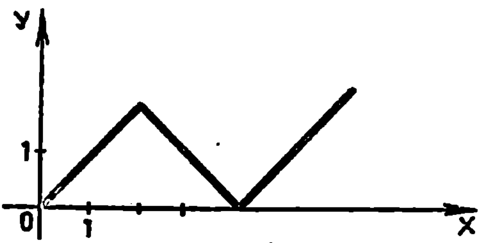
მარჯვნივ (90)

წინ (3)

მარცხნივ (90)

წინ (3)

დს



ნახ. 42.

მაგალითი 2. (ნახ. 43)

ალგ კვადრატი

დწ

წინ (4)

მარჯვნივ (90)

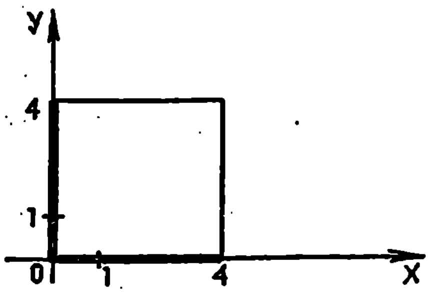
წინ (4)

მარჯვნივ (90)

წინ (4)

მარჯვნივ (90)

წინ (4)



ნახ. 43.

დს

ტერი მაგალითი ბრძანებები წინ (4) და მარჯვნივ (90) მოკვალჟერ მეორდება. ჩავწეროთ N სიგრძის გვერდის კვადრატის დახაზვის ალგორითმი.

```
ალგ კვადრატი (ნამდ N)
არგ N
შს მთ I
   I:=1
   სანამ I≤4
   ციკ
      წინ (N)
      მარჯვნივ (90)
       I:=I+1
   ცდს
დს
```

3. ცალკეული ელემენტებისაგან შემდგარი გამოსახულების დასახაზავი ბრძანებები: დახატე, არ დახატო

ზოგიერთ შემთხვევაში აუცილებლობა სიბრტყეზე ხაზვის გარეშე გადაადგილებას მოითხოვს. ამისათვის შემოგვაქვს ბრძანება არ დახატო. ამ ბრძანების შემდეგ შემსრულებელი თავს ანებებს წინ და უკან ბრძანებებით მოცემული მონაკვეთების ხაზვას. ისინი მხოლოდ გადაადგილებისათვის გამოიყენება. არ დახატო ბრძანების მოქმედების გა-

სპეციალურად შემოგვაქვს ბრძანება დახაზე. დახაზე ბრძანების შემდეგ შემსრულებელი წინ და უკან ბრძანებების შესრულების დროს იწყებს მონაკვეთების ხაზვას. განვმარტოთ ნათქვამი მაგალითზე.

მაგალითი 3. დავწეროთ სიტყვა ია.

ალგ სიტყვა ია
დწ
 დახაზე
 წინ (5); მარჯვნივ (90)
 წინ (3); მარცხნივ (90)
 უკან (5)

ასო ი უკვე დახაზულია (ნახ. 44)

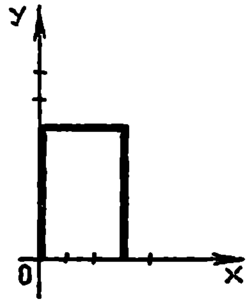
ახლა აუცილებელია ი-სა და ა ასოებს შორის მანძილის გამოტოვება.

 არ დახაზო
 მარჯვნივ (90); წინ (1)
 მარცხნივ (90); წინ(1)

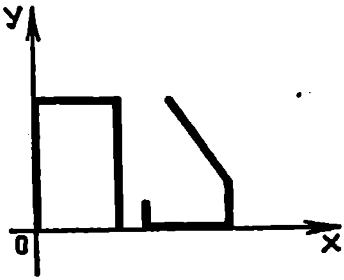
ვიწყებთ ა ასოს ხაზვას.

 დახაზე
 უკან (1); მარჯვნივ (90)
 წინ (3); მარცხნივ (90)
 წინ (2); მარცხნივ (30)
 წინ (3,46)
დს

მიზანი მიღწეულია. დავწეროთ სიტყვა ია. (ნახ. 45).



ნახ. 44.



ნახ. 45.

თუ გრაფიკული ბრძანებების ნებისმიერად კომპიუტერი გაუვლინება, მაშინ შესაძლებელია მათემატიკური, ფიზიკური, ქიმიური და ა.შ. ამოცანების ამოხსნების შედეგების გრაფიკების, ცხრილების, დიაგრამების, ჰისტოგრამების სახით გაფორმება, დისპლეის ეკრანზე ბუნების მოვლენათა მოდელირება, თამაში და საკუთარი კომპიუტერული თამაშების შექმნა.

სავარჯიშოები

1. შეადგინეთ:

ა) სიტყვა ია-ს ხატვის ალგორითმი, მხოლოდ წინ, მარჯვნივ, დახატე, არ დახატო ბრძანებების გამოყენებით;

ბ) საკუთარი ინიციალების ხატვის ალგორითმი;

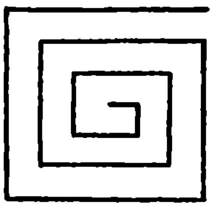
გ) კუბის პროექციის ხატვის ალგორითმი.

2. შეასრულეთ ალგორითმი N = 4, N = 20-სათვის.

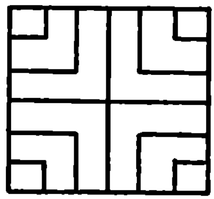
```
ალგ მრავალკუთხედი (ნატ N)
   არგ N
 დნ მთ I
   I := 1
   სანამ I ≤ N
   ცდნ
      წინ (1/N)
      მარჯვნივ (360/N)
      I := I+1
   ცდს
 დს
```

რა მოუვა გამოსახულებას N-ის გაზრდისას? რას უდრის დახატული მრავალკუთხედის პერიმეტრი?

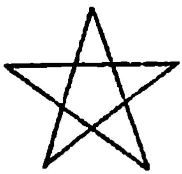
3. შეადგინეთ და ჩაწერეთ 46-50-ე ნახატებზე გამოსახული ფიგურების ხატვის ალგორითმები.



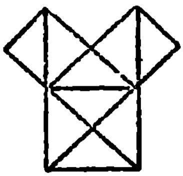
ნახ. 46.



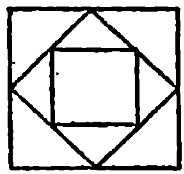
ნახ. 47.



ნახ. 48.



ნახ. 49.



ნახ. 50.

დ ა ნ ა რ თ ი

1. კალკულატორის მუშაობა

ნებისმიერი ალგორითმი რომელიმე კონკრეტული შემსრულებლისათვის იგება. მიუხედავად ამისა, ყოველი ალგორითმის შესრულება შეიცავს რიგ მომენტებს, რომლებიც აუცილებელია ნებისმიერი შემსრულებლისათვის. ეს მომენტები არგუმენტების მნიშვნელობების მიცემაში, მორიგი ბრძანების შესრულებაში, ერთი ბრძანებიდან მეორეზე გადასვლის განხორციელებაში, ალგორითმის შესრულების რეზულტატის მიღებაში მდგომარეობენ.

განვიხილოთ ალგორითმის ისეთი შემსრულებლები, როგორიცაა მაგალითად, ქაღალდითა და ფანქრით აღჭურვილი ადამიანი და ადამიანი, რომელსაც აქვს კალკულატორი.

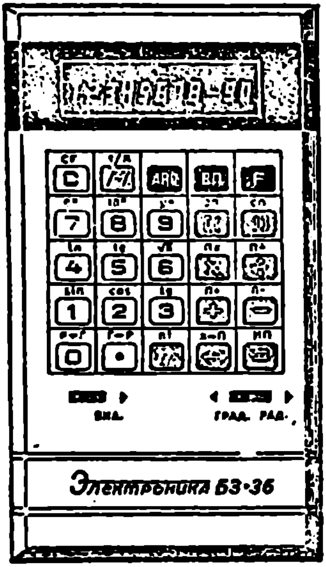
ამ შემსრულებლებისაგან თითოეულს მისთვის დამახასიათებელი თავისებურებანი გააჩნია. ქაღალდითა და ფანქრით შეიარაღებულ ადამიანს პრინციპში შეუძლია შეასრულოს გამოთვლითი ალგორითმი, მაგრამ ამასთან ალგორითმის ყველა ბრძანება ხელით სრულდება.

კალკულატორი რიგ შემთხვევაში ალგორითმის ცალკეული გამოთვლითი ბრძანებების შესრულების საშუალებას იძლევა. ამ თვალსაზრისით კალკულატორი შემსრულებელი – ადამიანის გამოთვლით საშუალებას წარმოადგენს.

1. ალგორითმის გამოთვლითი ბრძანებების შესრულება

საინჟინრო კალკულატორის, ან როგორც მას უწოდებენ, სამეცნიერო-ტექნიკური გამოთვლებისათვის განკუთვნილი კალკულატორის ერთ-ერთ

ყველაზე გავრცელებულ ტიპს კალკულატორი "ელექტრონიკა Б3 - 36" წარმოადგენს. ესაა მცირე ზომების მქონე გამოთვლითი მოწყობილობა, რომელსაც 25 კლავიში და ეკრანი (ინდიკატორი) აქვს. 51-ე ნახაზზე გამოსახულია მისი ზოგადი სახე.



ნახ. 51.

ალგორითმის შესრულებაზე გადასვლამდე უნდა შევისწავლოთ თუ როგორ ხდება კალკულატორის დახმარებით ხშირად ჩასატარებელი გამოთვლების შესრულება. ამ მიზნით ქვემოთ მოყვანილია ისეთი მათემატიკური ამოცანები, რომლებიც გამოთვლების ტექნიკის ათვისებაში დაგვეხმარებიან.

ა. ამოცანები უშუალო გამოთვლებზე

1. რომელი რიცხვია მეტი:

ა) $\sqrt{10}+1$ და $\sqrt{17}$;

ბ) $\operatorname{tg}70^\circ$ და $10\sqrt{19}$;

გ) $60!$ და 30^{60};

დ) π^{26} და 200π;

ე) $100\sin 40^\circ$ და 8^3;

ვ) $10^{\sin 29^\circ}$ და $\sqrt{10}$;

ზ) $\sin(\cos 1)$ და $\cos(\sin 1)$;

თ) 41^{53} და 53^{41};

ი) $2^{\sin 3}$ და $3^{\sin 2}$;

კ) $\sqrt{3}+2\sqrt{2}$ და $\sqrt{\sqrt{5}+\sqrt{6}}$;

ლ) 2^{100} და 100^{20};

მ) $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-\frac{1}{10000}\right)$ და 2^{16}?

2. რომელი მნიშვნელობისაკენ მიისწრაფიან n-ის ზრდასთან ერთად შემდეგი გამოსახულებების მნიშვნელობები:

ა) $\underbrace{\sqrt{\dots\sqrt{\sqrt{5}}}}_{n\text{-ჯერ}}$;

ბ) $\dfrac{100n}{n^2+1}$;

გ) $\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\dots+\sqrt{2}}}}_{n\text{-ჯერ}}$;

დ) $\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\dots+\frac{1}{2^n}\right)$;

ე) $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\dots+\frac{1}{n}(-1)^{n+1}$;

ვ) $\left(1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\dots+\frac{1}{n!}\right)$;

ზ) $\left(1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\dots+\frac{1}{n^2}\right)$;

თ) $\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\dots+\frac{1}{n}-\ln n\right)$;

ი) $\left(1+\frac{1}{2^8}+\frac{1}{3^8}+\dots+\frac{1}{n^8}\right)$?

ბ. ამოცანები ასოითი აღნიშვნებით

კალკულატორის მეშვეობით შეუძლებელია თეორემების დამტკიცება. მაგალითად, არ დამტკიცდება, რომ $\sin^2 x+\cos^2 x=1$. ამისათვის დაგვჭირდებოდა იგივეობის შემოწმება x -ის ყველა მნიშვნელობისათვის, რომელთა რაოდენობაც უსასრულოდ ბევრია. მაგრამ შესაძლებელია, რომელიმე იგივეობის მცდარობის დამტკიცება, რისთვისაც საკმარისია მოიძებნოს თუნდაც ერთი ისეთი მაგალითი, რომელიც მას უარყოფს. მაგალითად, იგივეობა $(x+1)^2=x^2+x+1$ არ სრულდება, ვინაიდან მასში $x=1$ მნიშვნელობის ჩასმით ვღებულობთ $4=3$.

3. შემდეგი იგივეობებიდან რომლის უარყოფა შეიძლება:

ა) $\sin^2 x+\cos^2 x+2\sin x\cos x=\frac{1}{2}$;

ბ) $\operatorname{tg}\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=2\operatorname{ctg} x$;

გ) $\operatorname{tg}\left(x+\frac{5+\pi}{2}\right)=4\operatorname{tg} x$?

გ. ამოცანები გრაფიკების აგებაზე.

4. შეადგინეთ $[a, b]$ მონაკვეთზე $f(x)$ ფუნქციის მნიშვნელობათა ცხრილი h ბიჯით და ცხრილის შესაბამისად ააგეთ $f(x)$ ფუნქ-

ციის გრაფიკი $[a, b]$ მონაკვეთზე:

ა) $f(x)=2x^3-7x^2+12$, $[a,b]=[-5,5]$, $h=0{,}5$;

ბ) $f(x)=4\sqrt{x}-\sin 3x$, $[a,b]=[0,2]$, $h=0{,}2$;

გ) $f(x)=x^2-4\sqrt{x}+2$, $[a,b]=[0,4]$, $h=0{,}2$;

დ) $f(x)=x^3-3x^2-2x$, $[a,b]=[0,4]$, $h=0{,}5$.

ღ. ა ნ ა ლ ი ზ უ რ ი ა მ ო ც ა ნ ე ბ ი

ასეთი ამოცანები კალკულატორზე უშუალო გამოთვლების გარდა შედეგების ანალიზსაც მოითხოვენ. თითოეული მათგანი მცირე გამოკვლევას წარმოადგენს. ამ გამოკვლევების შედეგად მიღებული დასკვნები, შემდგომში შეიძლება სასარგებლო აღმოჩნდეს.

5. $a_1=\frac{8}{7}$, $a_2=1{,}2$, $a_3=\sqrt{5}-1$, $a_4=\frac{\sqrt{10}}{3}$, $a_5=1$ რიცხვებზე ჩაატარეთ შემდეგი მოქმედებები:

ა) დაალაგეთ ზრდადობის მიხედვით;

ბ) გამოთვალეთ ამ რიცხვების საშუალო არითმეტიკული $(a_{საშ.})$ 0,01 სიზუსტით;

გ) მოცემული რიცხვებიდან თითოეულისათვის იპოვეთ საშუალო არითმეტიკულიდან მისი გადახრა $\Delta_i=|a_i-a_{საშ.}|$;

დ) გამოთვალეთ $\sum\limits_{i=1}^{5}\Delta_i$;

ე) გამოთვალეთ საშუალო გეომეტრიული $\sqrt[5]{\prod a_i}$ და შეადარეთ იგი $\sum\limits_{i=1}^{5}\Delta_i$ -სა და $a_{საშ.}$ -ს.

6. მიმდევრობა მოცემულია მისი n -ური წევრის ფორმულით:

$$a_n=\frac{1}{n^2+4} .$$

ა) გამოთვალეთ მიმდევრობის პირველი რვა წევრი;

ბ) იპოვეთ a_{40} და a_{200} ;

გ) რას უდრის a_{967} 10^{-3} სიზუსტით;

დ) მიუთითეთ მიმდევრობის რომელიმე წევრი, რომელიც არაუმეტეს

10^{-5} -ის განსხვავება 0 -საგან;

7. მიმდევრობა მოცემულია მისი n -ური წევრის ფორმულით:

$$x_n = \frac{3n+4}{n+1}.$$

ა) იპოვეთ მიმდევრობის პირველი რვა წევრი;

ბ) გამოთვალეთ x_{100} და x_{1000} ;

გ) მიმდევრობის პირველი რვა წევრისათვის გამოთვალეთ $|x_n-3|$.

8. (u_n) მიმდევრობისათვის ცნობილია, რომ

$$u_1 = 1 \quad , u_{n+1} = \frac{u_n + \frac{3}{u_n}}{2} \qquad (n \geqslant 2)$$

ა) გამოთვალეთ ამ მიმდევრობის პირველი რვა წევრი;

ბ) იპოვეთ $u_{n+1} - u_n$, $n = 1, 2, \ldots, 8$ -თვის;

გ) გამოთვალეთ $|u_n - 1{,}7|$, $n = 1, 2, \ldots, 8$ -თვის;

დ) სწორია თუ არა, რომ n -ის ზრდადი მნიშვნელობებისათვის მიმდევრობის ზღვარი $1{,}7$ -ის ტოლია?

9. მიმდევრობა მოცემულია მისი n -ური წევრის ფორმულით:

$$b_n = q^n \text{, სადაც } q = 2 \; ; 1 \; ; 2 \; ; 0{,}4 \; ; -0{,}7 \; ; \frac{\sqrt{2}}{3} .$$

ა) q -ს ყოველი მნიშვნელობისათვის გამოთვალეთ მიმდევრობის პირველი ექვსი, მეოცე და მეასე წევრები;

ბ) იპოვეთ q -ს მნიშვნელობები, რომელთათვისაც $q^n \to 0$;

გ) q -ს თითოეული მოცემული მნიშვნელობისათვის შეარჩიეთ ისეთი ნომერი, რომ ამ ნომრიდან დაწყებული $q^n \approx 0$ 10^{-3} სიზუსტით.

10. ცნობილია (a_n) და (b_n) მიმდევრობების n -ური წევრების ფორმულები $a_n = \frac{1}{n^3}$, $b_n = \frac{1}{2^n}$.

ა) ამოარჩიეთ ნებისმიერად n -ის 10 მნიშვნელობა და გამოთვალეთ a_n , b_n , a_n+b_n , a_n-b_n , b_n-a_n , $\frac{a_n}{b_n}$, $\frac{b_n}{a_n}$;

ბ) სწორია თუ არა, რომ $a_n \to 0$, $b_n \to 0$, $(a_n - b_n) \to 0$, $\frac{a_n}{b_n} \to 0$?

11. (F_n) მიმდევრობისათვის ცნობილია, რომ $F_1 = F_2 = 1$, $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ ($n \geq 3$) (ფიბონაჩის მიმდევრობა).

ა) ამოწერეთ მიმდევრობის პირველი 10 წევრი;

ბ) შეამოწმეთ F_2, F_3, F_{10} -სათვის ფორმულა

$$F_n = \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n}{\sqrt{5}}.$$

გ) შეადგინეთ ახალი $q_n = \frac{F_{n+1}}{F_n}$ მიმდევრობა.

დ) მიისწრაფის თუ არა q_n რაიმე რიცხვისაკენ n -ის ზრდასთან ერთად?

2. ფიზიკის და ქიმიის კურსებიდან აღებული გამოთვლითი ამოცანები

საინჟინრო კალკულატორი შეიძლება გამოვიყენოთ ფიზიკისა და ქიმიის კურსებიდან აღებული სხვადასხვა სახის ამოცანების ამოსახსნელად.

განვიხილოთ, მაგალითად შემდეგი ამოცანები:

<u>ამოცანა 1.</u> რას უდრის ჰაერის მასა, რომელსაც $67°$ ტემპერატურის და $8\cdot 10^4$ პა წნევის პირობებში ტუმბავენ 1,58 ლ მოცულობის დიზელის ძრავის ცილინდრში ($R \approx 8,31$ ჯ/(მოლ·K))?

<u>ამოხსნა.</u> შემოვიღოთ აღნიშვნა $V = 1,58$ ლ, $t = 67°C$, $T = 340$ K, $P = 8\cdot 10^4$ პა, $M = 0,029$ კგ/მოლი.

ჩავწეროთ განტოლება: $PV = \frac{m}{M}RT$, საიდანაც $m = \frac{PVM}{RT}$:

$$m = \frac{0,8\cdot 10^4 \cdot 0,029 \cdot 1,58 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 340}$$

ამ გამოსახულების მნიშვნელობის გამოსათვლელად ყველა რიცხვი შემდეგი სახით ჩავწეროთ:

$$m = \frac{0{,}8\cdot 10^{5}\cdot 0{,}29\cdot 10^{-1}\cdot 0{,}158\cdot 10^{-2}}{0{,}831\cdot 10\cdot 0{,}34\cdot 10^{3}} =$$

$$= \frac{0{,}8\cdot 0{,}29\cdot 0{,}158}{0{,}831\cdot 0{,}34}\cdot\frac{10^{5}\cdot 10^{-1}\cdot 10^{-2}}{10\cdot 10^{3}} = \frac{0{,}8\cdot 0{,}29\cdot 0{,}158}{0{,}831\cdot 0{,}34}\cdot 10^{-2}.$$

გამოვთვალოთ კალკულატორზე $\frac{0{,}8\cdot 0{,}29\cdot 0{,}158}{0{,}831\cdot 0{,}34}$ გამოსახულება შემდეგი პროგრამის გამოყენებით:

$$0{,}8 \boxed{\times} 0{,}29 \boxed{\times} 0{,}158 \boxed{\div} 0{,}831 \boxed{\div} 0{,}34 .$$

მივიღებთ 0,1297373 .

ვინაიდან გამოსათვლელი გამოსახულება მხოლოდ ნამრავლებისა და განაყოფისაგან შედგება, დამრგვალების წესების თანახმად, მიღებულ რიცხვში უნდა შევინარჩუნოთ იმდენი ნიშნადი ციფრი, რამდენიც აქვს ყველაზე ნაკლებად ზუსტ საწყის მონაცემს.

ჩვენს შემთხვევაში 0,8 -ს აქვს ერთი ნიშნადი ციფრი. ამიტომ პასუხიც დამრგვალდება ერთ ნიშნად ციფრამდე: $m \approx 1\cdot 10^{-3}$ კგ.

<u>ამოცანა 2.</u> გამოთვალეთ რკინის მასა, რომელიც წარმოიქმნება ნახშირბადის ჟანგეულით (II) 475 კგ მასის 7% მინარევის შემცველი რკინის ჟანგეულის (III) აღდგენისას.

<u>ამოხსნა.</u> შევადგინოთ რეაქციის განტოლება:

$$\underset{\substack{m' = 160\text{ კგ} \\ (1\text{ მოლი})}}{\underline{Fe_2O_3}} + 3CO = \underset{\substack{m'' = 56\text{ კგ} \\ (2\text{ მოლი})}}{\underline{2Fe}} + 3CO_2$$

ვიპოვოთ რკინის ჟანგეულის (III) მასა უმინარევოდ შემდეგი პროგრამით:

$$475 \boxed{\Pi} \boxed{3\Pi} \boxed{\div} \boxed{100} \boxed{\times} 7 \boxed{\Pi}$$

მივიღებთ 442 კგ-ს.

განვსაზღვროთ მიღებული რკინის მასა. 160 კგ F_2O_3 -დან მიიღება 2·56 კგ Fe, 442 კგ-დან : $x = \frac{442\cdot112}{160}$.

გამოვთვალოთ პროგრამის მიხედვით: 442 $\boxed{\times}$ 112 $\boxed{\div}$ 160 $\boxed{=}$

დამრგვალების შემდეგ მივიღებთ პასუხს 309 კგ.

კალკულატორის მეშვეობით ამოხსენით შემდეგი ამოცანები:

1. განსაზღვრეთ წყალბადის მოლეკულების მოძრაობის საშუალო კვადრატული სიჩქარე 330 K ტემპერატურის დროს. წყალბადის მოლეკულის მასა შეადგენს $3,35\cdot10^{-27}$ კგ-ს.

2. 9,5 ტონიანი ორთქლის ურო ვარდება 2,3 მ სიმაღლიდან 230 კგ-იან ფოლადის ზოლზე. რამდენჯერ უნდა დავარდეს იგი, რომ ზოლის ტემპერატურა გაიზარდოს 45°C-ით. ზოლის გაცხელებაზე დარტყმის დროს მიღებული სითბოს 50% იხარჯება.

3. იპოვეთ პროტონის მასის ($1,6726\cdot10^{-27}$ კგ) შეფარდება ელექტრონის მასასთან ($9,1095\cdot10^{-31}$ კგ).

4. სამი რეზისტორი, რომელთა წინაღობები შესაბამისად ტოლია $R_1 = 12$ ომის, $R_2 = 17$ ომის, $R_3 = 2,9$ ომის, შეერთებულია პარალელურად. გამოთვალეთ წრედის საერთო წინაღობა.

5. 185 გ მასის კალიუმის ჰიდროქსიდის ხსნარი (გახსნილი ნივთიერების 27%-ის შემცველობით) და 65,0 გ მასის მარილმჟავა (გახსნილი ნივთიერების 36,5%-ის შემცველობით) აურიეს ერთმანეთში. იპოვეთ წარმოქმნილი კალიუმის ქლორიდის მასა.

6. 59 კგ მასის აზოტიდან სინთეზირებულია 47 კგ მასის ამიაკი. გამოიანგარიშეთ თეორიული გამოსავლის რამდენ პროცენტს შეადგენს მიღებული ამიაკის გამოსავალი.

7. გამოთვალეთ აზოტის წილი (%) კალციუმის გვარჯილაში.

8. სპილენძის ქლორიდის (II) 17,6 გ-ს შემცველ ხსნარს დაუმატეს 23,2 გ ნატრიუმის ჰიდროქსიდის ხსნარი. გამოთვალეთ წარმოქმნილი სპილენძის ჰიდროქსიდის (II) მასა (0,1 გ-ის სიზუსტით).

9. ჰაერის რამდენი ლიტრია საჭირო 27,0 ლ ეთანის სრული დაწვისათვის?

10. ჩაწერეთ ნივთიერების მოლეკულური ფორმულა მისი შემადგენლობის მასური წილების მიხედვით: C — 52%, H — 13%, O — 35%, თუ ამ აირის ორთქლის ფარდობითი სიმკვრივე ჰაერის მიმართ 1,59-ია.

3. ალგორითმის შესასრულებლად კალკულატორების გამოყენება

<u>მაგალითი 1.</u> ევკლიდეს ალგორითმი

ჩავწეროთ ალგორითმი საინჟინრო კალკულატორით ადვილად შესრულებისთვის ადაპტაციისთვის მოსახერხებელი სახით. ამ ჩანაწერში ალგორითმული ენის ბრძანებებთან ერთად გამოიყენება კალკულატორის ბრძანებები. ეს უკანასკნელი აღნიშნებიან კვადრატებით, რომლებშიც ბრძანების სიმბოლოებია მითითებული. ბრძანებები, რომლებიც ეს ალგორითმულ ენაშია მიღებული, ერთმანეთისაგან გამოიყოფა წერტილ-მძიმით.

<u>დნ</u> a ; $\boxed{-}$; b ; <u>სანამ</u> $a \neq b$ <u>ცდნ</u> <u>თუ</u> $a<b$ <u>მმ</u> $\boxed{\leftrightarrow}$; $\boxed{=}$ <u>ცდს;</u> <u>დს</u>

ვნახოთ კონკრეტულ მაგალითზე, თუ როგორ შეასრულებს ასეთ ალგორითმს კალკულატორიანი შემსრულებელი. ვთქვათ, მოსაძებნია უსგ (30,18). ჩავწეროთ ცხრილში (ცხრ 17) a და b არგუმენტები. ამავე ცხრილში ალ-

გორითმის შესრულების პროცესში შევიტანოთ a-სა და b-ს შეცვლილი მნიშვნელობები. ალგორითმის შესაბამისად შემსრულებელს შეჰყავს კალკულატორში მნიშვნელობა $a = 30$, აჭერს $\boxed{-}$ კლავიშს და შეჰყავს მნიშვნელობა $b = 18$. ამის შემდეგ РИ რეგისტრში იქნება რიცხვი 18, ხოლო РР რეგისტრში რიცხვი 30, ვინაიდან $a > b$, $\boxed{\leftrightarrow}$ ბრძანება გამოიტოვება და შემსრულებელი აჭერს $\boxed{=}$ კლავიშს. ინდიკატორსა და РИ რეგისტრში ჩნდება a ცვლადის ახალი მნიშვნელობა $a = 12$. შემსრულებელს შეაქვს ეს მნიშვნელობა ცხრილში (ბიჯი №2).

რადგანაც $a \neq b$, საჭიროა ციკლის დასაწყისზე დაბრუნება, რაც პროგრამაში ისრით არის ნაჩვენები. პირობა $a < b$ შესრულებულია, ამიტომ შემსრულებელი ასრულებს $\boxed{\leftrightarrow}$ ბრძანებას, რის შედეგადაც ხდება РИ და РР რეგისტრებში ჩაწერილი რიცხვების (შესაბამისად 12 და 18-ის) გაცვლა. ეს გაცვლაც თავის ასახვას პოულობს ცხრილში (ბიჯი №3).

ცხრილი 17

ბიჯის ნომერი	1	2	3	4	5	6
a	30	12	18	6	12	6
b	18	18	12	12	6	6

ბრძანების შესრულების შემდეგ ინდიკატორსა და РИ რეგისტრში ამოჩნდება ახალი მნიშვნელობა $a = 6$, რომელიც აგრეთვე ცხრილში ჩაიწერება (ბიჯი №4).

გავითვალისწინოთ, რომ კალკულატორი მუშაობს კონსტანტების რეჟიმში. მას "ახსოვს" შესასრულებელი ოპერაცია (გამოკლება), ამიტომ $\boxed{=}$

ბრძანების შესრულების შემდეგ რიცხვი PP რეგისტრში (b-ს მნიშ-ვნელობა) არ შეიცვლება.

ეს პროცესი მეორდება მანამ, სანამ a-სა და b-ს მნიშვნელობები ერთმანეთს არ გაუტოლდება (ნახ 116).

ახლა ციკლის დამთავრების პირობა ($a=b$) შესრულებულია, ამიტომ ციკლში მითითებული მოქმედებების გამეორება წყდება და შესრულებე-ბი რეზულტატად წერს მნიშვნელობა 6-ს.

ამრიგად, უსგ (30,18) = 6. ამოცანა ამოხსნილია.

რა თქმა უნდა, 30-ისა და 16-ის უდიდესი საერთო გამყოფის პოვნა კალკულატორის გარეშეც ადვილად შეიძლება. ასეთი არგუმენტები მხოლოდ იმიტომ შევარჩიეთ, რომ გვეჩვენებინა, თუ როგორ გამოიყენება კალკუ-ლატორი ალგორითმის შესრულების პროცესში. სხვა არგუმენტებისათვის, მაგალითად, 143524-სა და 237176-ისთვის ევკლიდეს ალგორითმის შეს-რულება უკალკულატოროდ არც ისე მარტივია.

<u>მაგალითი 2.</u> გამოვთვალოთ მრავალწევრის მნიშვნელობები (ჰორნე-რის სქემის მიხედვით). კალკულატორიანი შემსრულებლისათვის ალგო-რითმს ასეთი სახე ექნება:

<u>დს</u> a, $\boxed{X}$; x; $i:=1$; <u>სანამ</u> $i \le n$ <u>ცკლ</u> $\boxed{=}$; $\boxed{F}$ $\boxed{ЗП}$; a_i; $\boxed{F}$ $\boxed{П+}$; $\boxed{F}$ $\boxed{ИП}$; $i:=i+1$ <u>ცდს დს</u>

ამ ალგორითმის შესრულების დროსაც კალკულატორი კონსტანტების რე-ჟიმში მუშაობს. x-ის მნიშვნელობა იმყოფება PP რეგისტრში და ალგორითმის შესრულების პროცესში უცვლელი რჩება. y-ის მნიშვნელო-ბა გროვდება მეხსიერების РП რეგისტრში. შედეგი მიიღება РИ რეგისტრში და გამოისახება ინდიკატორზე.

განვიხილოთ შემსრულებლის მოქმედებები $2x^3+7x^2+4x+1$ მრავალწევრის მნიშვნელობის გამოთვლისას, როცა $x=2$.

ამ შემთხვევაში $n = 3$-ს და ციკლი პროგრამაში სამჯერ უნდა შესრულდეს i-ს 1, 2, 3 მნიშვნელობებისათვის.

მე-18 ცხრილში ჩავწერთ მრავალწევრის კოეფიციენტების მნიშვნელობებს. ამ ცხრილის მე-2 სვეტში ჩავწერთ y-ის მნიშვნელობები ციკლის ყოველი შესრულების შემდეგ.

ალგორითმის შესრულება იწყება იმით, რომ კალკულატორის კლავიატურაზე შემსრულებელი $a_0 = 2$ მნიშვნელობას კრეფს. ეს მნიშვნელობა y-ის საწყისი მნიშვნელობაა, ამიტომ ის შეიტანება ცხრილის გრაფაში a_0-ის მნიშვნელობის ქვეშ. შემდეგ შემსრულებელი აჭერს $\boxed{X}$ კლავიშს და $x = 2$ მნიშვნელობას კრეფს.

ციკლის პირველი შესრულების დროს ($i = 1$) $\boxed{=}$ კლავიშის დაჭერის შემდეგ РИ რეგისტრში მივიღებთ $a_0 \cdot x = 4$-ს, ხოლო $x = 2$ მნიშვნელობა გადაიწერება РР-ში და უცვლელი რჩება პროგრამის მუშაობის დამთავრებამდე. $\boxed{F}$ $\boxed{ЗП}$ ბრძანების შესრულების შემდეგ მნიშვნელობა $a_0 \cdot x = 4$ დაიმახსოვრება РП-ში. შემდეგ შემსრულებელი კლავიატურაზე კრეფს $a_1 = 7$ მნიშვნელობას და ასრულებს $\boxed{F}$ $\boxed{П+}$ ბრძანებას: $a_1 = 7$ მნიშვნელობა ემატება РП რეგისტრში დამახსოვრებულ მნიშვნელობას. $\boxed{F}$ $\boxed{ИП}$ ბრძანების შესრულების შემდეგ ციკლის პირველი შესრულების შედეგად მიღებული მნიშვნელობა $a_0 \cdot x + a_1 = 11$ გადაიწერება РИ რეგისტრში. y-ის ეს მნიშვნელობა ცხრილში იწერება a_1 მნიშვნელობის ქვეშ (ბიჯი N1).

ციკლის პირველი შესრულებისას $\boxed{=}$ ბრძანების შესრულების შემდეგ $(a_0x+a_1)\cdot x = 22$ მნიშვნელობა მიიღება, რომელიც კვლავ РП რეგისტრში ჩაიწერება, ამასთან იგი "წაშლის" РП რეგისტრში ადრე მყოფ მნიშვნელობას. ციკლის ყველა ბრძანების მეორედ შესრულების შემდეგ მიიღება y-ის ახალი მნიშვნელობა $y=(a_0x+a_1)\cdot x+a_2 = 26$ (ბიჯი №2). დასასრულ, ციკლის ბრძანებების მესამედ შესრულების შემდეგ РИ რეგისტრში მიიღება შედეგი $y=((a_0x+a_1)\cdot x+a_2)\cdot x + a_3 = 53$, რომელიც შესრულებული ციკლის ბოლო გრაფაში ჩანს (ბიჯი №3).

განხილულ მაგალითში მთელკოეფიციენტებიანი მრავალწევრის მნიშვნელობას $x=2$-თვის დავთვალეთ მხოლოდ იმიტომ, რომ უფრო მარტივად გადმოგვეცა საქმის არსი. სინამდვილეში კალკულატორი მანქანა სასარგებლო, როცა ნამდვილკოეფიციენტებიანი მრავალწევრის მნიშვნელობის გამოთვლა გვიხდება, მაგალითად

$62{,}135x^4+12{,}721x^3+5{,}965x^2+9{,}317x+123{,}156$, $x=7{,}121$-ისთვის.

ცხრილი 18

ბიჯის ნომერი		0	1	2	3
$x=2$	a_i	2	7	4	1
	y	2	11	26	53

II. ალგორითმების ბიბლიოთეკა

ა1. ნამდვილი რიცხვის მოდულის გამოთვლის ალგორითმი (მოდ)

ალგ მოდ (ნამდ x, ნამდ y)

  არგ x

  რეზ y

დწ

  თუ $x \geqslant 0$

    მშ $y := x$

    წშ $y := -x$

  ჰა

დს

ა2. ორი a და b რიცხვიდან უდიდესის პოვნის ალგორითმი (ორუდ)

ალგ ორუდ (ნამდ a, b, ნამდ y)

  არგ a, b

  რეზ y

დწ

  თუ $a \geqslant b$

    მშ $y := a$

    წშ $y := b$

  ჰა

დს

ა3. $ax = b$ სახის წრფივი განტოლების ამოხსნის ალგორითმი (წრფგან), (a და b – ნებისმიერი ნამდვილი რიცხვებია).

ალგ წრფგან (ნამდ a, b, ნამდ x, ლიტ y)

  არგ a, b

<u>რეზ</u> x , y

<u>დნ</u>

<u>თუ</u> $a \neq 0$

<u>მშ</u> y := "აქვს ამოხსნა"

$x := b/a$

<u>წშ</u>

<u>თუ</u> $b = 0$

<u>მშ</u> y := " x – ნებისმიერი რიცხვია"

<u>წშ</u> y := " ამოხსნები არა აქვს"

<u>ვა</u>

<u>ვა</u>

<u>დს</u>

ა4. $ax^2+bx+c=0$ სახის კვადრატული განტოლების ამოხსნის ალგორითმი (კვგან). (a , b , c – ნებისმიერი ნამდვილი რიცხვებია, $a \neq 0$)

<u>ალგ</u> კვგან (<u>ნამდ</u> a , b , c , <u>ნამდ</u> x_1 , x_2 , <u>ლიტ</u> y)

<u>არგ</u> a , b , c

<u>რეზ</u> x_1 , x_2 , y

<u>დნ</u> <u>ნამდ</u> D

$D := b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

<u>თუ</u> $D < 0$

<u>მშ</u> y := "არა აქვს ამოხსნა"

<u>წშ</u> y := "აქვს ამოხსნა"

$x_1 := \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$

$x_2 := \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$

<u>ვა</u>

<u>დს</u>

ა5. $ax > b$ სახის უტოლობის ამოხსნის ალგორითმი (a და b – ნებისმიერი ნამდვილი რიცხვებია)

```
ალგ უტოლობა (ნამდ a , b , c , ლიტ y )
    არგ a , b
    რეზ c , y
დს
  თუ a≠0
    მნ c := b / a
       თუ a>0
          მნ y := "x>c"
          სხ y := "x<c"
       ვა
    სხ
       თუ b<0
          მნ y := " x – ნებისმიერი რიცხვია"
          სხ y := " ამოხსნები არა აქვს!"
       ვა
  ვა
დს
```

ა6. უდიდესი საერთო გამყოფის პოვნის ალგორითმი (უსგ)

```
ალგ უსგ (ნატ M , N , ნატ უსგ)
    არგ M , N
    რეზ უსგ
დს  ნატ x , y
    x := M ; y := N
    სანამ x≠y
```

```
        ცდწ
            თუ  x > y
                მმ  x := x - y
                წმ  y := y - x
            ჰა
        ცდს
        უსგ: = x
დს
```

ა7. რიცხვთა წრფივ ცხრილში უმცირესი ელემენტის პოვნის ალგორითმი

```
ალგ მინელემენტი (მთ K , N , ნამდ ცხრ A [K : N] , მთ l )
    არგ A , K , N
    რეზ l .
დწ  მთ i , ნამდ მინ
    მინ : = A[K]
      l := K
      i := K+1
      სანამ  i ≤ N
      ცდწ
          თუ მინ  > A[i]
             მმ
             მინ: = A[i]
             l := i

          ჰა
          i := i+1
      ცდს
 დს
```

ა8. რიცხვთა წრფივი ცხრილის ელემენტების ზრდადობის მიხედვით დალაგების ალგორითმი

<u>ალგ</u> დალაგება (<u>მთ</u> n, M, <u>ნამდ</u> <u>ცხრ</u> $C[n:M]$)

<u>არგ</u> C, n, M

<u>რეზ</u> C

<u>დწ</u> <u>მთ</u> i, l, <u>ნამდ</u> R

$i := n$

<u>სანამ</u> $i < M$

<u>ცდწ</u> მინიმალური (i, M, C, l)

$R := C[i]$

$C[i] := C[l]$

$C[l] := R$

$i := i+1$

<u>ცდს</u>

<u>დს</u>

ა9. ჰორნერის სქემის მიხედვით

$$P_n(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$$

მრავალწევრის მნიშვნელობათა გამოთვლის ალგორითმი

<u>ალგ</u> ჰორნერის სქემა (<u>მთ</u> n, <u>ნამდ</u> x, <u>ნამდ</u> <u>ცხრ</u> $a[0:n]$), <u>ნამდ</u> y)

<u>არგ</u> n, a, x

<u>რეზ</u> y

<u>დწ</u> <u>მთ</u> i

$i := 0$

$y := a[0]$

<u>სანამ</u> $i \neq n$

ცდნ

$i := i + 1$

$y := y \cdot x + c[i]$

ცდს

დს

ა10. $x = a$, $x = b$, $y = 0$ წრფეებით და $y = f(x)$ წირით შემოსაზღვრული მრუდწირული ტრაპეციის ფართობის პოვნის ალგორითმი (იგულისხმება, რომ ნებისმიერი x -ისთვის $[a, b]$ მონაკვეთიდან $f(x) \geqslant 0$)

ალგ ფართობი (ნამდ a, b, S, ნატ n)

არგ a, b, n

რეზ S

დნ ნამდ h, x, ნატ i

$h := \frac{b-a}{n}$

$S := 0$

$x := a$

$i := 1$

სანამ $i \leq n$

ცდნ

$S := S + h \cdot f(x)$

$x := x + h$

$i := i + 1$

ცდს

დს

ა11. მოცემული ε სიზუსტით $[a, b]$ მონაკვეთზე $f(x)=0$ განტოლების ფესვის დაზუსტების ალგორითმი (იგულისხმება, რომ $f(x)$ ფუნქცია $[a, b]$ მონაკვეთზე მონოტონურია და ნიშანს იცვლის)

ალგ ფესვის დაზუსტება (ნამდ a, b, ε, ნამდ x)

არგ a, b, ε

რეზ x

დწ ნამდ c

სანამ $b-a > 2-\varepsilon$

ცდწ

$$c := \frac{a+b}{2}$$

თუ $f(a) \cdot f(c) \le 0$

მაშ $b := c$

წწ $a := c$

ვა

ცდს

$$x := \frac{a+b}{2}$$

დს

შ ი ნ ა ა რ ს ი

შესავალი 3

თავი I. ალგორითმები. ალგორითმული ენა

§ 1. ალგორითმი და მისი თვისებები 26

1. ალგორითმის ცნება 27

2. ალგორითმის ფორმალური შესრულება 31

§ 2. ალგორითმული ენა 37

3. ალგორითმული ენის ზოგადი წესები 37

4. შედგენილი ბრძანებები 40

§ 3. სიდიდეებზე მუშაობის ალგორითმები 47

5. სიდიდეები 48

6. ალგორითმის სათაური 49

7. საშუალედო სიდიდეები. მნიშვნელობათა მინიჭება 51

8. ალგორითმის შესრულება 53

9. პირობებად სიდიდეებს შორის მიმართებების გამოყენება 58

10. ცხრილური სიდიდეები 62

§ 4. მეშველი ალგორითმები 72

11. მეშველი ალგორითმის ცნება 72

12. ალგორითმის მიმდევრობითი აგება 75

თავი II. ალგორითმების აგება ამოცანების ამოსახსნელად

§ 5. ეგმ-ის გამოყენებით ამოცანათა ამოხსნის ეტაპები 82

§ 6. ცხრილურ სიდიდეებზე მუშაობის ალგორითმები 87

§ 7. მათემატიკის კურსიდან აღებული ამოცანების ამოსახსნელად ალგორითმების აგება 97

§ 8. ფიზიკის კურსიდან აღებული ამოცანების ამოსახსნელად ალგორითმების აგება 108

§ 9. გრაფიკულ ინფორმაციაზე მუშაობის ალგორითმები 124

დანართი 131

I. კალკულატორით მუშაობა 131

II. ალგორითმების ბიბლიოთეკა 144

გამომცემლობის რედაქტორი მ.ინასარიძე

კორექტორი ე. ცერცვაძე

ხელმოწერილია დასაბეჭდად 23.09.87.

საბეჭდი ქაღალდი №60X84. პირობითი ნაბეჭდი

თაბახი 9,75, სააღრ.-საგამომც.თაბახი 6,17.

ტირაჟი 1000 შეკვეთის№ 76

ფასი 25 კაპ.