

კ. ს. ჯავახიანი
ხსენ. მეცნ. აკად. ნამდვილი წევრი.

ნაგებობათა წინააღობა

წიგნი I

საქართველოს სსრ ხახ. ტექნიკური უნივერსიტეტი „ტექნიკა-ღებ. უნივერსიტეტი“

თ ბ ი ლ ი ს ი

1 9 4 8

პ/მგ. რედაქტორი: მ. გ. კობახიძე
ტექ. რედაქტორი: ნ. ღუნდუა
გამომწვეები: გ. ბატოვი

წარმოებას გადაეცა 15/XII-47 წ., ხელმოწერილია დასაბეჭდათ 2/VII-48 წ., ანაწყობის
ზომა $6\frac{1}{2} \times 10$, ქალღდის ზომა 70×105 , სასტამბო ფორმათა რაოდენობა 15, საავ უორთ
ფორმათა რაოდენობა 15, სააღრიცხვო საგარომცემლო ფორმათა რაოდენობა 16.

ტირაჟი 1500.

შეკვეთის № 1838.

უფ 10399.

 ბოლიგრაფკომბინატი „კომუნისტი“, თბილისი, ლენინის ქ. № 28

წინასიტყვაობა

წინამდებარე სახელმძღვანელო წარმოადგენს საქართველოს სსრ აკადემიის ნამდვილი წევრის კ. ს. ზაფრიევის 1938 წ. დაბეჭდილი შრომის „Статика сооружений“-ის თარგმანს. თარგმანი შესრულებულია აღნიშნული სახელმძღვანელოს პირველიდან მეორე თავეის ჩათვლით, და ჩვენი დაყოფის მიხედვით ის მიეკუთვნება I ნაწილს. შევძვევი ნაწილის თარგმანი, რომელიც უკვე შესრულებულია, მიეკუთვნება II ნაწილს და განზრახულია გამოიცეს მოკლე ხანში.

სსრ კავშირის სახალხო მეურნეობის აღდგენისა და განვითარების პროცესში სტალინური ხელშეწყობის გეგმის კანონით გათვალისწინებულია ომით მიღებული მძიმე ჭრილობების, კერძოდ კი, ნაგებობათა აღდგენისა, რეკონსტრუქციისა და იშვებულობის სწრაფი და მძლავრი განვითარება. ჩვენი უმაღლესი ტექნიკურ სასწავლებელთა სტუდენტობა, რომლებიც ინსტიტუტის დამთავრების შემდეგ მონაწილეობას მიიღებენ აღნიშნული საკითხების შესრულებაში, წინასწარ უნდა შეიარაღდნენ ისეთი ცოდნით, რომ სრულიად მომზადებული შეხედნენ დასმული ამოცანების დროულად და მაღალხარისხიანად — გეგმების შესრულების საქმეს.

საამშენებლო და კერძოდ საგზაო ტექნოლოგიების სტუდენტებისათვის დიდ საკითხებს წარმოადგენს „ნაშენთა სტატიკის“ ისეთი სახელმძღვანელო, რომელიც შეიცავდა ყველა საკითხს განყოფილებას. ასეთი სახელმძღვანელოს არსებობა არა ნაკლებ საარსებობას მოუტანდა ინჟინრებს, ამასთანავე ნაგებობის დაგეგმარების საქმეში. რუსულ ენაზე ამ მხრივ მრავალი სხვადასხვა ავტორების სახელმძღვანელოები არსებობს, მაგრამ უნდა აღინიშნოს, რომ ისინი ვერ აკმაყოფილებენ იმ მოთხოვნილებებს, რომლებიც ინჟინერ მკვლევებისათვის და სტუდენტებისათვის არის გათვალისწინებული. ბევრ მათგანში, და თითქმის ყველა სახელმძღვანელოებში მეტად დაწვრილებით იხილავენ ფერაშებისა და ჩარჩოების განგარისების მეთოდებს, მაგრამ ყურადღებასაც არ უამოზენ ისეთი მნიშვნელოვანი ნაგებობათა ანგარიშის მსვლელობის საკითხებს, როგორცაა; თაღები და საყრდენი კედლები. ეს უკანასკნელი მეტად საკითხონია საგზაო მშენებლობაში (ხიდები, გვირაბები, გადახურვები, მიწის ეკისის განგარება და მრავალი სხ.).

ამ ნაკლის თავიდან აცილების მიზნით საქიროდ ვცანით ქართულ ენაზე გამოგვეცა ზავრიევის აღნიშნული სახელმძღვანელო. მოცულობის მიხედვით იგი საკმარისია არა მარტო ტექნიკურ სასწავლებელთა სტუდენტებისათვის, არამედ ინჟინერ მკვლევებისათვისაც, რადგან თეორიულ დამტკიცებებთან ერთად მასში მრავლად მოიპოვება საილუსტრაციო მაგალითები.

ზავრიევის წიგნის ქართულ ენაზე გამოცემა შესამჩნევად გაამდიდრებს ქართულ ტექნიკურ ლიტერატურას იმიტომ, რომ ამ მხრივ არც ერთი ავტორის მიერ ქართულ ენაზე დაწერილი სახელმძღვანელო არ მოგვეპოვება. იმედია, ეს სახელმძღვანელო დიდ სარგებლობას მოუტანს არა მარტო მოსწავლე ახალგაზრდობას, არამედ მშენებელთა ფართო წრეებსაც.

მ. ზ. კობახიძე.

პ ი რ ვ ე ლ ი თ ა ვ ი

ზოგადი ცნებანი

§ 1. ნაშენთა წინალობის საგანი.

ყოველი ნაგებობა დანიშნულების მიუხედავად მუშაობის პროცესში ამათუიშ ძალთა ზემოქმედებას განიცდის; ეს ძალები ასახავენ გარემო არეს ზეგავლენას ნაგებობაზე. ამ ძალებს პირობით გარე ძალები ეწოდება. ეს მდგომარეობა გათვალისწინებული უნდა იყოს ნაგებობის დაგეგმვისას, რის შედეგადაც როგორც ნაგებობის, ისე მისი ნაწილების ფორმა და ზომები იმ ვარაუდით უნდა დაინიშნოს, რომ ნაგებობამ საკმაო წინააღმდეგობა გაუწიოს გარემო არეს ზემოქმედებით გამოწვეულ შესაძლო ცვლილებებს.

ნაგებობა უნდა იყოს მტკიცე, ე. ი. მან უნდა შესძლოს წინააღმდეგობის გაწევა მის ნაწილებს შორის კავშირის დაპრლევე მისწრაფებისადმი, მასთან ერთად იგი მდგრადიც უნდა იყოს, ე. ი. შეეძლოს განსაზღვრული მდებარეობის შენარჩუნება გარემო საგნების მიმართ.

ნაგებობათა და მანქანათა სიმტკიცის და მდგრადობის საკითხების შემსწავლელ მეცნიერებას საამშენებლო მექანიკა ეწოდება.

ამ თვალსაზრისით ნაგებობათა და მანქანათა შესწავლისათვის, მათ აზრად წარმოიდგენენ სქემების სახით, რომელიც შესდგება უმარტივესი ფორმის სხეულებისაგან (ძელებისაგან). ისინი ერთიმეორესთან გარკვეული სისტემებით არიან დაკავშირებული. ამისდამიხედვით საამშენებლო მექანიკა ორ დამოუკიდებელ განყოფილებად დაიყოფა.

პირველი განყოფილება ეძღვნება უმარტივესი ფორმის (ძელების) სხეულთა სიმტკიცის ზოგად თეორიას. აქ მოცემულია შიგა ძალთა მოძებნის მეთოდები, რომელნიც წარმოიქმნებიან ძელებში მათზე გარე ძალების მოქმედებისას, აგრეთვე მოცემულია შიგა ძალთა ზღვრულ მნიშვნელობათა ექსპერიმენტალური გამოკვლევის ხერხები სხვადასხვა საამშენებლო მასალებისათვის. ამ განყოფილებას ეწოდება: „მასალათა გამძლეობა“. ჩვენ უფრო მიზანშეწონილად მიგვაჩნდა ამ განყოფილებისათვის გვეწოდა „ძელთა გამძლეობა“.

საამშენებლო მექანიკის მეორე განყოფილებაში შეისწავლება ნაგებობათა ქცევა იმ ძალთა მოქმედებით, რომელთა ზეგავლენასაც განიცდიან ნაგებობანი მუშაობის პროცესში.

ნაგებობა განიხილება, როგორც ურთიერთ დაკავშირებული ძელთა სისტემა. ამავე დროს მოცემულია იმ ძალთა განსაზღვრის მეთოდები, რომლებიც გადაეცემა თითოეულ ძელს, ნაგებობაზე მოდებული გარე ძალებზე და მოკიდებითა. ძელის წინაღობა მასზე მოქმედი ძალების მიმართ უკვე შესწავლილია მასალათა (ძელთა) გამძლეობის კურსში. აღსანიშნავია, რომ ზოგ ნაგებობას იმდენად მარტივი ფორმა აქვს, რომ მათი სქემა ძელთა სისტემაზე კი არ დაიყვანება, არამედ ერთ ძელზე. ასე, მაგ. საყრდენი კედელი და საკვამლე მილი დაიყვანება ძელის სქემაზე, რომლის ქვედა ბოლო ჩაკეთებულია, ზედა კი თავისუფალი აქვს. კამარა მცირე სიძრუდის ძელის სქემაზე დაიყვანება და ა. შ.

საამშენებლო მექანიკის პირველ და მეორე განყოფილებებს შორის, ასეთ ნაგებობათა მიმართ განსხვავება იმაში მდგომარეობს, რომ პირველ განყოფილებაში წარმოდგენილია სათანადო ძელების ზოგადი თეორია, მეორეში კი—ძელების წინაღობა, მასთან ძელების მუშაობა განიხილება, როგორც ნამდვილი ნაგებობების მუშაობა.

საამშენებლო მექანიკის მეორე განყოფილებას ძველთაძველი სახელი შერჩა, მას „ნაშენთა სტატიკა“ ეწოდება. უფრო სწორი იქნებოდა მისთვის „ნაგებობათა წინაღობა“ გვეწოდებინა, რადგან ამ განყოფილებაში შეიძლება განვიხილოთ ნაგებობათა დინამიკის საკითხები.

ამჟამად „ნაგებობათა წინაღობის“ კურსის ზოგიერთ ნაწილში, მაგალითად, ფერმებმა და ჩარჩოებმა, ისე დიდი განვითარება ჰპოვეს, რომ ზოგადი კურსის დაწერა გაძნელებულია. ამავე დროს ასეთი კურსი საჭიროა, როგორც სტრუქტურებისა, ისე ინჟინერ-მგეგმავებისათვის. ამიტომ პრეტენზიას არ ვაცხადებთ რა მთელი მასალის ამომწურავად განმარტებაზე, ჩვენ ვკმაყოფილდებით მხოლოდ მისი იმ ნაწილით, რომელიც საჭიროა მშენებლებისათვის, განსაკუთრებით კი სატრანსპორტო სპეციალობის მშენებლებისათვის, თან მხედველობაში გვაქვს ის, რომ სპეციალისტ-კონსტრუქტორებისათვის არსებობს სპეციალური კურსები, ასე მაგალითად დიდი მოცულობის ჩარჩოების კურსი, რომელთა შესწავლაზე გადასვლა მიზანშეწონილია მას შემდეგ, როდესაც გავლილი იქნება ჩვენს მიერ წარმოდგენილი ტიპის „ნაგებობათა წინაღობის“ ზოგადი კურსი.

ჩვენ მხედველობაში გვაქვს სატრანსპორტო უმაღლესი ტექნიკური სასწავლებლების მომსახურება, ამიტომ წინამდებარე კურსში არ ვათავსებთ თავს სიფრცითი სისტემებზე, მასთან ვკმაყოფილდებით მხოლოდ ბრტყელ ნაგებობათა წინაღობით.

ერთ-ერთი მეტად რთული ამოცანათაგანი, რომელიც დგას კონსტრუქციების მკვეთრ ინჟინერის წინაშე, არის ამოცანა გადახურვებზე, ე. ი. ისეთ ნაგებობებზე, რომელნიც გადახურავენ სივრცეს ორ საყრდნობს შორის, მასთან სათანადო სიმალლეზე ჰაერში შეაკავებენ ტვირთებს და მათ წნევას გადასცემენ საყრდენებს. მაგალითად, ხიდების სამალო ნაგებობანი უძლებენ და ხევის, მდინარის ზემოთ შეაკავებენ მატარებლებს, ავტომობილებს, ხალხსა და სხვ., ე. ი. მათი დანიშნულებაა ხალხისა და სხვა მოძრავი საგნების გამტარიანობა ისეთ ზღუდეების ზემოთ, რომელთა ამოცანა არ არის განზრახული, არამედ საჭიროა მათი „გადახურვა.“ სწორედ ასევე ნივნივები შეაკავებს სახურავს და სახურავზე მდებარე სხეულებს (მაგალითად თოვლს) გარკვეულ სიმალლეზე კედლებს შორის. ნივნივები ეყრდნობიან კედლებს. ნაგებობათა საათულებს შორისი გადახურვა შეაკავებს ოთახებში მდებარე საგნებს, მასთან მათ წნევას გადასცემს კედლებს.

მეტად მარტივ გადახურვას წარმოადგენს პორიზონტალურად მდებარე ძელი (კოჭი). მაგრამ ასეთი ტიპის გადახურვა გამოსადეგია მხოლოდ მცირე გადახურვისათვის. მალის გადიდებასთან ერთად იზრდება კოჭის საკირო განივი ზომები, და იგი არაეკონომიური ხდება, ე. ი. სხვა ტიპის გადახურვებთან შედარებით, ტოლისიმპტიცისა და ერთნაირი ამტანუნარიანობის პირობებში, იგი შრომისა და მუშაობის დიდ ხარჯს მოითხოვს. მასთან დიდ მალეებისათვის ადგილი აქვს აზრთა წინააღმდეგობებს, რაც იმაში მდგომარეობს, რომ მოცემულ ტვირთთა შემკავებელმა გადახურვამ გარდა ამ „მარტივ“ დატვირთვისა, კიდევ საკუთარ წონასაც უნდა გაუძლოს. რაც მეტი სიდიდისაა მალი, ნით გადახურვის მეტი ამტანუნარიანობის დახარჯვაა საკირო საკუთარი წონის დასაძლევად და, დაბოლოს, მალის ერთგვარი სიდიდის დროს გადახურვის მთელი ამტანუნარიანობა დაიხარჯება გადახურვის შესაკავებლად, მას შესაძლებლობა ესპობა შეასრულოს თავისი დანიშნულება, ე. ი. შეაკავოს მარტივ დატვირთვა.

კოჭის განივი ზომების შემცირების მიზნით შეგვიძლია შევამციროთ უდიდესი მლუნავეი მომენტის სიდიდე მალის შუა ნაწილში საყრდენი მომენტების ხარჯზე, ე. ი. ამ შემთხვევაში დრეკადად უნდა ჩაეთედეს კოჭის ბოლოები. მრავალმალნიანი კოჭის შემთხვევაში, შუალედურ საყრდენებზე დრეკად ჩაეთებას შეიძლება მივალწიოთ კოჭის უქრელობის ხარჯზე. უქრელ კოჭში მოცემულ მალთან მიმდებარე მალეები ზღუდავენ მოცემული მალის საყრდენი კვეთების მობრუნების თავისუფლებას, რითაც წარმოქმნიან დრეკად ჩაეთებას.

უქრელი კოჭების შუალედურ საყრდენებზე ჩაეთების გადიდების მიზნით, აგრეთვე მრავალ და ერთმალნიან კოჭების შემთხვევაში კიდური

საყრდენების ჩაკეთების მიზნით, კოქი შეგვიძლია ხისტად შევაერთოდ მის ქვემდგომ დგარებთან. ამ შემთხვევაში ჩვენ მივიღებთ ჩარჩოვან გადახურვას.

მაგრამ ჩარჩოებიც ცალკეული მალეების ენიშვნელოვანი სიდიდეების დროს არაეკონომიური არიან. ეს გამოწვეულია იმით, რომ ისინიც, კოქების მსგავსად, ძირითადად ღუნვაზე მუშაობენ. ღუნვის დროს კი მასალა მთლიანად როდი გაჰოიყენება. ჯერ ერთი იმ კვეთებში. რომლებიც უდიდეს მლუნავ მომენტზეა ნაყარაუდვეი დასაშვები ქინვის ტოლი უდიდესი ნორმალური ქინვები მხოლოდ კვეთის კიდურ წერტილებში წარმოიქმნება, მასთან ეს წერტილები მეტად დაშორებული არიან ნეიტრალურ ღერძიდან. ამ კვეთის დანარჩენ წერტილებში კი მასალა მთლიანად არ არის გამოყენებული. მეორე ის, რამ კვეთების წინალობათა მომენტების ცვლილება მალის სიგრძეზე საზოგადოდ მკაცრად არ ძისდევს უდიდესი მლუნავი მომენტების ცვლილებას, რადგან კვეთები იცვლებიან ან საფეხურებად (არა უწყვეტად), ან სრულიადაც არ იცვლებიან (მუდმივი კვეთის კოქი), მაშინ როდესაც უდიდესი მლუნავი მომენტები მთლიანი დატვირთვის შემთხვევაში განუწყვეტლივ იცვლებიან. ამნაირად, ძელები გაცილებით ცუდად არიან განწყობილი ღერძისადმი პერპენდიკულარული ძალის კმედებით გამოწვეული ღუნვის წინალობისადმი, ვიდრე მაგალითად, ბოლოებზე მოდებული ძალებით გამოწვეულ გაქიშვის ან კუმშვისადმი (უკანასკნელ შემთხვევაში მასალა მთლიანად არის გამოყენებული). ამაში ადვილად დარწმუნდება თითოეული ჩვენგანი მარტივ მაგალითზე, თუ მოვინდომებთ ჩვეულებრივი ჯოხის დამსხვრევას. იგი მას არც გასკიშავს და არც შეკუმშავს, არამედ „გატეხავს“, ე. ი. დაამსხვრევს ღუნვით. ნათქვამის თანახმად, შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ მნიშვნელოვანი მალეებისათვის გადახურვის კონსტრუქციის შემდგომი გაუმჯობესება მოსახერხებელია ისეთ სისტემებზე გადასვლით, რომლებიც ძირითადად არ მუშაობენ ღუნვაზე. ამ პირობას ნაწილობრივ აკმაყოფილებს თალი, რომელიც ძირითადად მუშაობს კუმშვაზე, ხოლო ნაკლებად მუშაობს ღუნვაზე. თუმცა თალს გადასახური ადგილის მნიშვნელოვანი ადგილი უჭირავს და საკმაოდ მოზრდილ საყრდენ კედლებს საჭიროებს, რომლებსაც იგი, გარდა ვერტიკალური წნევისა, აგრეთვე ჰორიზონტალურ „განბრჯენსაც“ გადასცემს. თალი თავისთავად ნაკლებ მასალას საჭიროებს და უფრო ეკონომიურია. ამას გარდა, ძირითადად, როგორც კუმშვაზე მომუშავე ნებას გვაძლევს გადახურვა მოვაწყოთ ისეთ მასალებთანაგან, რომლებიც განწყობილი არ არიან გამქიშავ ძალვათა ათვისებისადმი (ქვისა და ბეტონის წყობა). ასეთ გადახურვებს კამარები ეწოდება.

თალებსა და კამარებში ღუნვის მოქმედება სავსებით აცილებული არ არის. ისეთი ნაგებობის მისაღებად, რომელშიაც ყველა ნაწილის მუშაობა

მხოლოდ მათ ბოლოებზე მოდებულ გამჭიმავ და კუმშავ ძალთა მოქმედების წარმართვაზე იქნება მიმართული, და, მაშასადამე, რომელშიაც მთლიანად გამოყენებული იქნება ნთელი მასალა, ვადგენთ ნაგებობას ცალკეულ ძელებისაგან; მათი ბოლოები ვანსაკუთრებული ხერხით (სახსრებით) არიან შეერთებული, რას ფერმა ეწოდება.

ამნაირად, კოკები, ჩარჩოები, თალები, კამარები და ფერმები ძირითადად ნაგებობათა სახეებს წარმოადგენენ და მათ „ნავემობათა წინალობის“ კურსში შეისწავლიან.

მშენებლობაში, განსაკუთრებით კი ტრანსპორტზე ხშირად საჭიროა ციკაბო ფერდობზე ფშენადი სხეულის (ყაპირის) შეკავება ე. წ. საყრდენ კედლებითა საშუალებით. საყრდენ კედელთა გაანგარიშების თეორიას საგანგებო თავი აქვს დათმობილი წინამდებარე კურსში. ამავე პირობებში მუშაობს საკვამლე მილიც.

§ 2. ნაგებობათა წინალობის გამოკვლევის მეთოდები

იმისათვის, რომ უზრუნველყოთ როგორც თვით ნაგებობის, ისე ნებისმიერი მისი ნაწილის უძრავობა დედამიწის მიმართ, ნაგებობას და მის ყოველ ნაწილს სათანადოდ დააკავშირებენ ან თვით ნიწასთან, ან სხეულთან, რომლებიც თავის მხრივ დაკავშირებული არიან მიწასთან. ნაგებობასთან (ან მის ნაწილთან) დაკავშირებული სხეულები, რომლებიც ეწინააღმდეგებიან ნაგებობის გადაადვილებას დედამიწის მიმართ ნაგებობის საყრდენებად იწოდებიან.

ამ დროს ნაგებობასა და მის საყრდენებს შორის წარმოიქმნება ურთიერთქმედების ძალები, ნაგებობის ზევაველენისა (წნევის) და საყრდენთა უკუქმედების (რეაქციების) სახით. საყრდენთა რეაქციებს პასიურ ძალებს უწოდებთ: მათგან განსხვავებით ნაგებობაზე მოქმედ დანარჩენ გარე ძალებს აქტიური ძალები ეწოდება.

ნაგებობის ტიპის მიუხედავად, მისი სიმტკიცის და მდგრადობის შესწავლის ამოცანა შემდეგ ოპერაციებთა იწლება:

- 1) ნაგებობაზე მოდებული აქტიური ძალების განსაზღვრა;
- 2) საყრდენთა რეაქციების განსაზღვრა;
- 3) ნაგებობის ნაწილებს შორის ურთიერთქმედების შიგა ძალთა განსაზღვრა;
- 4) ქიანათა გამონაგარიშება.

გავჩერდეთ პირველ ოპერაციაზე და შევნიშნოთ, რომ ზოგი აქტიური ძალა ადვილად განისაზღვრება. ასე, მაგალითად, ნაგებობის ნაწილთა წონა ადვილად გამოითვლება ამ ნაწილთა მოცულობებისა და მოცულობითი წონების მიხედვით. მაგრამ ზოგიერთ ძალთა განსაზღვრისას წინას-

წარი გამოკვლევების ჩატარება გვიხდება; მაგალითად, მიწის გვერდითი წნევა საყრდენ კედელზე, ქარის წნევა და სხ. დამატებით გამოკვლევას მოითხოვს. მოძრავი დატვირთვის მოქმედება წინასწარ საპირობებს მისი ყველა საშიში მდებარეობის განსაზღვრას და გამოკვლევას.

როგორც ცნობილია საყრდენთა რეაქციები აწონასწორებენ აქტიურ ძალებს. წონასწორობის პირობების შესახებ უნდა შევნიშნოთ, რომ თეორიულ მექანიკაში მათ ამოვსნიდით აბსოლუტურად მყარ სხეულებისათვის. საინჟინერო მექანიკაში კი ღრეკად სხეულებს განვიხილავთ, ე. ი. ისეთ სხეულებს, რომელნიც ძალთა (გარე ძალთა) ზემოქმედებით იცვლიან თავიანთ ფორმას (განიცლიან დეფორმაციას) და ამ ძალთა მოშორების შემდეგ ცდილობენ აღიდგინონ ცვლილი ფორმა. ამავ დროს ძალების ნიჟუნება და მოშორება სტატიკურად წარმოებს, ძალები თანდათან იცვლიან თავიანთ სიდიდეს, და დეფორმაცია წარმოებს ძალთა მიყენებისა და მოშორების პროცესში. ამიტომ, როდესაც ძალები აღწევენ თავიანთ საბოლოო მნიშვნელობებს დეფორმაციები წყდება, და ამ მომენტიდან დაწყებული სხეული იმყოფება გაწონასწორებული გარე ძალების (აქტიური და პასიური ძალების) ზეგავლენის ქვეშ, მასთან აღნუსხულია სხეულის ყველა წერტილის უცვლელი ურთიერთ მდებარეობა. მაშასადამე, დეფორმირებული სხეული, რომელზედაც მოდებულია გარე ძალები სისტემა, შეგვიძლია განვიხილოთ, როგორც აბსოლუტურად მყარი სხეული და მის მიმართ გამოვიყენოთ მყარი სხეულის სტატიკის ყველა კანონი. ღრეკადსა და აბსოლუტურად მყარ საეულს შორის განსხვავება მხოლოდ იმაშია, რომ ღრეკად სხეულისათვის სტატიკის განტოლებებში სხეულის საწყისი ზომები კი არ უნდა ჩაეწეროთ, არამედ გავითვალისწინოთ მომხდარი დეფორმაციებიც. მაგრამ, საამშენებლო მასალებისათვის დეფორმაციები უმნიშვნელოდ მცირეა სხეულის საწყის ზომებთან შედარებით. ამიტომ ზომების ცვლილებას საწყის ზომებთან შედარებით უგულებელვყოფთ და სტატიკის განტოლებებს გამოვიყენებთ იმ სახით, როგორც მათ ვწერდით აბსოლუტურად მყარ სხეულთათვის.

შიგა ძალთა განსაზღვრისათვის ჩვენ კვეთთა ცნობილი მეთოდით ვსარგებლობთ, რაც შემდეგში ძდგომარეობს: მას შემდეგ, რაც რომ ურთიერთ გაწონასწორებული ძალების გარეგანი სისტემა მოდებულ იქნა სხეულზე და, მაშასადამე, დეფორმაციები შეწყდა, სხეულს ორ ცალკე ნაწილად გავკვეთავთ, უკუვაგდებთ ერთ-ერთ ნაწილს და მის მოქმედებას დარჩენილ ნაწილზე ძალებით შევცვლით. ეს იქნება სწორედ ის შიგა ძალები, რომელთა განსაზღვრისათვის ჩაეწეროთ ნაგებობის გამოყოფილ ნაწილზე მოდებულ ძალთა წონასწორობის პირობებს, მასთან იმ მოსაზრებით ვსარგებლობთ, რომ რადგან მთელი სხეული წონასწორობაში

იყო, ასეთსავე მდგომარეობაში უნდა იყოს მისი ნებისმიერი ნაწილიც. ამ დროს გამოყოფილი ნაწილი განიხილება, როგორც აბსოლუტურად მყარი სხეული, რადგან დეფორმაცია მასში უკვე დამთავრდა ძალთა სტატიკური მიყენების პროცესში.

კვეთთა მეთოდი საშუალებას გვაძლევს განვსაზღვროთ ნაგებობის კვეთილი ორი ნაწილის გამყოფ ზედაპირზე განლაგებული შიგა ძალების ტოლქმედი. ძაბვათა განსაზღვრისათვის უნდა ვიცოდეთ შიგა ძალთა განლაგების კანონი. ძელთა (მასალათა) გამძლეობის კურსში ეს კანონი ბრტყელ კვეთთა ჰიპოთეზის საფუძველზე გამოჰყავთ; ეს ჰიპოთეზა საკმაოდ მარტივია. მისი საშუალებით მიღებული ანალიზური დამოკიდებულებანი ადვილი გამოსაყენებელია გაანგარიშების პრაქტიკაში. ეს დამოკიდებულებანი საკმარისად უახლოვდებიან საჭირო სიზუსტის შედეგების მიღების სინამდვილეს. ძელთა სისტემის შემთხვევაში კი ძალეათა განაწილებამათ შორის, აგრეთვე დამოკიდებულია მათი ერთმანეთთან მიმავლების ხერხზე.

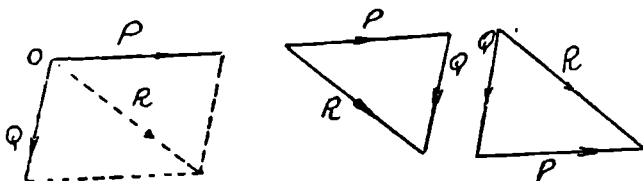
შემდეგში შესასწავლ სხეულებს იზოტროპიულად წარმოვიდგინოთ (ე. ი. ისეთ სხეულებათ, რომელთაც ერთნაირი თვისებები აქვთ ყველა მიმართულებით), მათ აქვთ აბსოლუტური დრეკადობა და ჰუჯის კანონს ემორჩილებიან (ე. ი. პროპორციულობის კანონს ქანებთა და დეფორმაციებს შორის). საამშენებლო ნასალებიდან ასეთ სხეულს თვისებებით საკმაოდ უახლოვდება ფოლადი კინგების მნიშვნელობების დროს დრეკადობის ზღვრებში. სხვა შემთხვევებში სინამდვილეში ადვილი აქვს არსებით გადახრებს მიღებულ დაშვებებიდან. ასე, მაგალითად: ქვის წყობა, ხე, რკინა ბეტონი თავიანთი თვისებებით არსებითად განსხვავდებიან იდეალურად დრეკად სხეულისაგან. მეცნიერების შემდგომ განვითარებამ შეიძლება მიგვიყვანოს ქვის, ხის და სხ. ნაგებობათა წინალობის ცალკეულ გამოკვლევებზე. ამჟამად კი გვიხდება იმ საკითხის გადაწყვეტა, რომელიც იკვლევს თუ ის დებულება, რომლებზედაც დაგვიყვანს ნაგებობათა წინალობის საგანი, რამდენად შეიძლება გავრცელდეს პრაქტიკის სხვადასხვა შემთხვევაში. სრული პასუხის გაცემა ამ კითხვაზე მხოლოდ ცდას შეუძლია. ლაბორატორიული ცდები ამჟამად ტარდება არა მარტო მასალებზე, არამედ კონსტრუქციებზეც და მთელ ნაგებობებზე. ასეთი ცდები ამოწმებენ წინასწარი თეორიული გამოკვლევების მონაცემებს. თუმცა ხშირად მათ აქვთ დანოუქიდებელი მნიშვნელობაც. დღემდე დაგროვილი ცდების მასალები გვიჩვენებს, რომ ძირითადად იდეალურად დრეკად სხეულის განხილვაზე აგებული საამშენებლო მექანიკის ამოხსნები საკმარისი სიზუსტით შეიძლება გავავრცელოთ ყველა საამშენებლო მასალაზე.

მ ე ო რ ე თ ა ვ ი

ზრახვიკული სტატიკა სიბრტყეზე

§ 3. ორი თანამკვეთი ძალის შეკრება (ნახ. 1)

ძალები გამოიხატება მონაკვეთებით, რომლებიც ცნობილი მასშტაბით გადიზონებინ ძალთა ქმედების მიმართულებით.



ნახ 1.

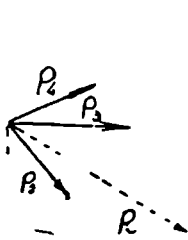
ორი თანამკვეთი P და Q ძალების R ტოლქმედი წარმოიდგინება ამ ძალებზე აგებული პარალელოგრამის დიაგონალით. ძალების თანაკვეთის წერტილია O და ამ წერტილიდან არის აგებული პარალელოგრამი.

$1'$ და $1''$ ნახაზებიდან ჩანს, რომ R ტოლქმედის განსაზღვრა აგრეთვე შეიძლება სიდიდით და მიმართულებითაც, როგორც P და Q ძალებზე აგებული სამკუთხედის მესამე გვერდი, მასთან R ძალა მიმართულია გადაზომილი პირველი ძალის ბოლოდან მეორე ძალის ბოლოსკენ. ამ სამკუთხედს ძალთა სამკუთხედი ეწოდება. შედეგი დამოკიდებული არ არის იმაზე, თუ როგორი თანრიგით გადიზონდება ძალები.

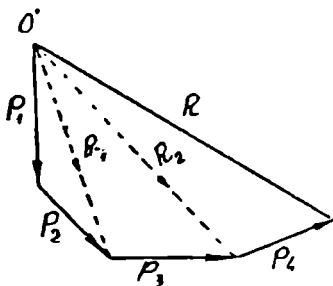
§ 4. ერთ წერტილში თანამკვეთი რამდენიმე ძალის შეკრება (ნახ. 2)

R ტოლქმედი გაივლის ძალთა გადაკვეთის O წერტილზე. ტოლქმედის სიდიდე და მიმართულება განსაზღვრულია ნახ. 2¹-ზე, მასთან ჯერ შეკრებილია P_1 და P_2 ძალები R_1 ტოლქმედად, შემდეგ R_1 და P_3 ძალები R_2 ტოლქმედად, და, დაბოლოს, R_2 და P_4 ძალები ყველა ძალთა R ტოლქმედად.

ნახ. 2¹-დან ცხადია, რომ ასეთსავე შედეგს მივიღებდით, ნებისმიერ თანრიგით რომ მოგვეწომა ყველა ძალები ერთიმეორეს მიყოლებით და პირველი ძალის დასაბამი შეგვეერთებინა უკანასკნელი ძალის ბოლოსთან



ნახ. 2.



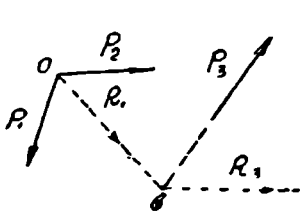
ნახ. 2¹

მიღებულ მრავალკუთხედს ძალთა მრავალკუთხედი ეწოდება. ამ შემთხვევაში, წონასწორობის ნიშანთვისებად R ტოლქმედის ნულთან ტოლობა ითვლება. ე. ი. უკანასკნელი ძალის თანხედენა პირველი ძალის დასაბამთან. ასეთ შემთხვევაში ამბობენ, რომ ძალთა მრავალკუთხედი ჩაკეტილია.

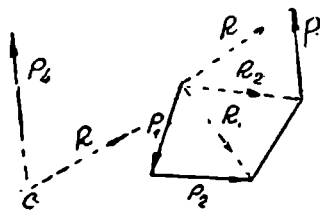
ამნაირად ერთ წერტილში თანამკვეთ ძალთა წონასწორობის პირობაა—ძალთა მრავალკუთხედის ჩაკეტვა ტოლქმედი ძალის გარეშე.

§ 5. ერთ წერტილში არათანამკვეთი რამდენიმე ძალის შეკრება

3-ე და 3¹-ე ნახაზებზე წარმოდგენილია ერთ წერტილში არათანამკვეთი ოთხი ძალის თანმიმდევრობითი შეკრება. აქ პირველად შეკრებილია P_1 და P_2 ძალა, მათი R_1 ტოლქმედი P_1 და P_2 ძალთა თანაკვეთის



ნახ. 3



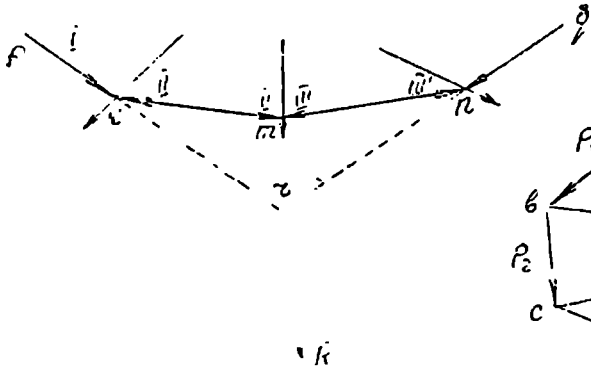
ნახ. 3¹

ა წერტილზე გადის. P_2 და R_1 ძალები R_2 ტოლქმედათ იკრიბებიან, რომელიც თანაკვეთის b წერტილზე გადის, დაბოლოს P_4 და R_2 ძალები ყველა ძალების R ტოლქმედათ იკრიბებიან, რომელიც თანაკვეთის c წერტილზე გადის. ნახ. 3-დან ჩანს, რომ ყველა ძალების R ტოლქმედი სილიდით და მიმართულებით ძალთა მრავალკუთხედის აგებით განიზღვრება.

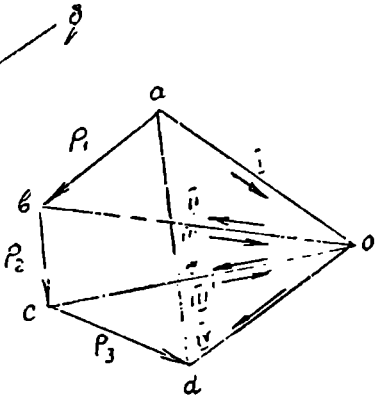
ტოლქმედის მდებარეობის განსაზღვრა აღვილია ქვემოთ განმარტებული თოკის მრავალკუთხედის ხერხით.

§ 6. თოკის მრავალკუთხედი

მოცემული P_1, P_2, P_3 ძალთა R ტოლქმედის სილიდე და მიმართულება (მესამე პარაგრაფის თანახმად) ძალთა მრავალკუთხედის აგებით განიზღვრება (ნახ. 4). ტოლქმედის მდებარეობის განსაზღვრისათვის შემდეგ აგებას მივმართავთ.



ნახ. 4.

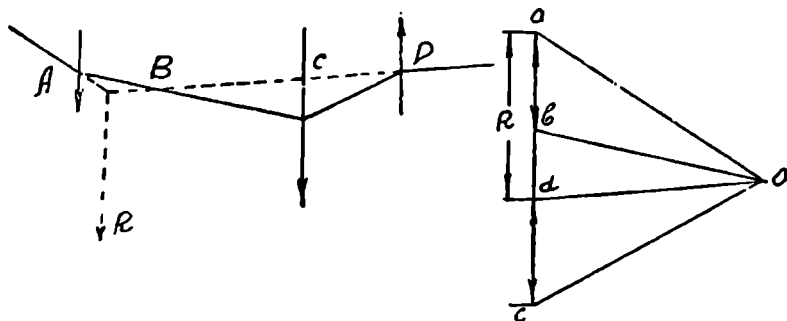


ნახ. 4¹.

ძალთა მრავალკუთხედის დროს ნებისმიერ O წერტილს (ნახ. 4¹) შევავრთებთ მრავალკუთხედის წვეროებთან. O წერტილს პოლუსი ეწოდება, ხოლო Oa, Ob, Oc და Od მონაკვეთებს – სხივები.

ნახ. 4-ზე ავაგებთ $pkmoq$ მრავალკუთხედს წვეროებით ძალებზე. ამ მრავალკუთხედის გვერდები, რომლებიც მიმდებარეობენ რომელიმე ძალასთან, პარალელური არიან იგივე ძალის ბოლოებიდან გატარებული

სხივების. ეს ე. წ. თოკის მრავალკუთხედიანია. მოცემულ ძალთა R ტოლქმედი თოკის მრავალკუთხედის კიდურა გვერდების გადაკეთის r წერტილზე გაივლის. ამის დასამტკიცებლად P_1 ძალა დაეშალოთ pk და km მიმართულებებზე. სათანადო ძალთა სამკუთხედიანია Oab (ნახ.4¹),



ნახ. 5.

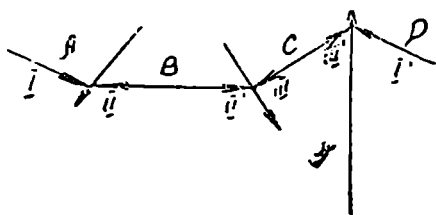
ხოლო მდგენელები I და II. სწორედ ასევე P_2 ძალა დაიშლება II^1 და III მდგენელებად km და mn მიმართულებებზე, P_2 ძალა III^1 და IV მდგენელებად mn და np მიმართულებებზე. ამის შედეგად მოცემული P_1, P_2, P_3 ძალთა სისტემა მისი ეკვივალენტური I, II, II^1 , III, III^1 და IV ძალთა სისტემით შეიცვლება, რომელშიაც II და II^1 , III და III^1 ძალები წყვილ-წყვილად წონასწორდებიან და მხოლოდ I და IV ძალები რჩება. მათი R ტოლქმედი (aOd სამკუთხედიდან) ამ ძალთა გადაკეთის წერტილზე გაივლის. ე. ი. თოკის მრავალკუთხედის ნაპირა (კიდური) გვერდების გადაკეთის წერტილზე, რისი დასამტკიცებაც გვინდოდა.

აგებისას უთუოდ უნდა დავიცვათ დამოკიდებულება (შესაბამისობა) თოკის მრავალკუთხედის გვერდებსა და ძალთა მრავალკუთხედის სხივებს შორის. ამის მიღწევა აღვიღია ნახ. 5-ზე ნაჩვენები აღნიშვნებით (ამ ნახაზზე მოყვანილია პარალელურ ძალთა შეკრების მაგალითი). ნახაზის სიბრტყე ძალებით დაყოფილია A, B, C, D უბნებად. ძალთა მრავალკუთხედში კი თითოეული ძალა აღნიშნულია ორი ასოთი, რომლებიც ეკუთვნის ძალის მიმდებარე უბნებს, მასთან დატულია ერთი უბნიდან მეორეზე გადასვლის წესრიგი. ასეთ შემთხვევაში, მაგალითად, თოკის მრავალკუთხედის გვერდი C უბანში Oc სხივს ესაბამება (პარალელურია). R ტოლქმედი პირველი ძალის a დასაბამს აერთებს უკანასკნელი ძალის d ბოლოსთან.

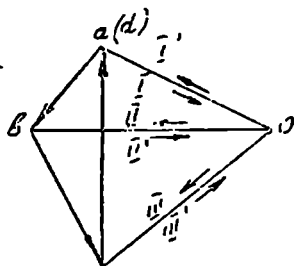
§ 7. ძალთა წონასწორობის პირობები

წონასწორობის აუცილებელ პირობას წარმოადგენს ტოლქმედის ნულთან ტოლობა, ე. ი. ძალთა მრავალკუთხედის ჩაკეტვა, მაგრამ ეს არ არის საკმარისი.

ნახ. 6 და 6¹-ზე წარმოდგენილია ძალთა მოქმედების შემთხვევა, რომელთათვისაც ძალთა მრავალკუთხედი ჩაკეტილია.



ნახ. 6.



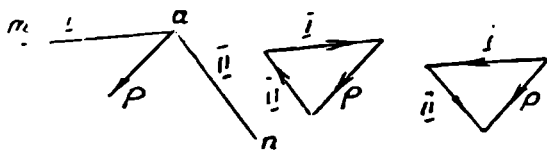
ნახ. 6¹.

რადგან უკანასკნელი ძალის d ბოლო ემთხვევა პირველი ძალის a დასაბამს, ამიტომ უკანასკნელი Od სხივი ემთხვევა პირველ Oa სხივს და, მაშასადამე, თოკის მრავალკუთხედის ნაპირა გვერდები ან ურთიერთ პარალელურია ან ერთ სწორხაზად შეთავსდებიან. უკანასკნელ შემთხვევაში ამბობენ, რომ თოკის მრავალკუთხედი ჩაკეტილია. ნახ. 4-ის (§ 6) მსგავსად დაშლას თუ ვაწარმოებთ დავრწმუნდებით, რომ მოცემული ძალთა სისტემა დაიყვანება ორ ძალაზე I და I^1 (ნახ. 6). ეს ძალები სიდიდით ტოლებია და ისინი მიმართული არიან თოკის მრავალკუთხედის ნაპირა გვერდებზე ურთიერთ შებრუნებული მიმართულებით. ამიტომ, თუ თოკის მრავალკუთხედის ნაპირა გვერდები ურთიერთ პარალელურებია, მაშინ მოცემული ძალთა სისტემა დაიყვანება ძალთა წყვილზე, ხოლო ნაპირა გვერდები თუ შეუთავსდებიან ერთიმეორეს ერთ სწორხაზად, მაშინ მოცემული სისტემა წონასწორდება.

ამნიარად, ძალთა წონასწორობის პირობაა ძალთა მრავალკუთხედის და თოკის მრავალკუთხედის ჩაკეტვა. თუ კი ჩაკეტილია მხოლოდ ძალთა მრავალკუთხედი და ჩაკეტილი არ არის თოკის მრავალკუთხედი, მაშინ მოცემული სისტემა დაიყვანება წყვილ ძალაზე.

§ 8. ამოცანები ძალთა დაშლაზე და გაწონასწორებაზე

1) P ძალის დაშლა და გაწონასწორება ორი მიმართულლებით am და an , რომლებიც იკვეთებიან ერთ წერტილში თვით ძალაზე.



ნახ. 7.

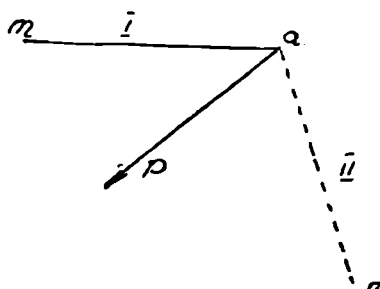
ნახ. 7^I.

ნახ. 7^{II}.

ნახ. 7^I-ზე წარმოდგენილია გაწონასწორებული ძალები: აგებულია ძალთა სამკუთხედი, და I და II ძალებს მიცემული აქვთ ისეთი მიმართულებანი, რომ ძალთა სამკუთხედი ჩაკეტილი იქნეს, ე. ი. მიემართებოდნენ რა P ძალის დასაწყისიდან, მივიდნენ ისევ ამ წერტილში. ეს § 4-ის საფუძველზე.

ნახ. 7^{II}-ზე დაშლილია ძალები: ასეთსავე სამკუთხედში I და II ძალებს ისეთი მიმართულებები აქვთ მიცემული, რომ P ძალა ძილრჩდეს პირველი ძალის დასაბამიდან მეორე ძალის ბოლოსაკენ (საფუძველი § 3).

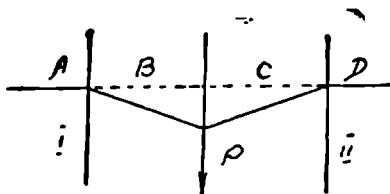
2) ძალის დაშლა და გაწონასწორება ერთი am მიმართულლებით და n წერტილზე გავლით (ნახ. 8).



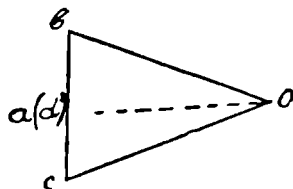
ნახ. 8.

რადგან ორი ძალის ტოლქმედი ანუ გააწონასწორებელი ძალა მათი გადაკვეთის წერტილზე უნდა გადიოდეს, სამთავე ძალა ერთ წერტილში უნდა გადიკვეთოს ამით განისაზღვრება II ძალის am მიმართულება, და ამოცანა წინანდელ ამოხსნაზე დაიყვანება.

3) ძალის დაშლა და გაწონასწორება ორი მიმართულელებით I და II, რომლებიც ძალის მიმართლების პარალელურებია (ნახ. 9).



ნახ. 9.



ნახ. 9^ა.

ნახ. 9^ა-ზე bc მონაკვეთი გამოხატავს P ძალას. შერჩეულია O პოლუსი და გავლებულია Ob და Oc სხივები.

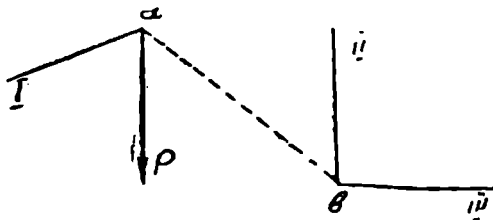
ნახ. 9-ზე გატარებულია თოკის მრავალკუთხედის სათანადო გვერდები.

ნაპირა გვერდების მდებარეობა (A და D უბნებში) თოკის მრავალკუთხედის ჩაკეტვის პირობიდან განისაზღვრება; სათანადო სხივი Oa (Od) მოჰკვეთავს ძალებს $I=ab$ და $II=cd$.

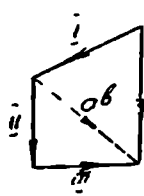
P ძალის გამაწონასწორებელი I და II ძალების მიმართულელებანი cd და ab ძალთა სამკუთხედის ჩაკეტვის პირობიდან განისაზღვრება. P ძალის მდგენელების მიმართულეობა ურთიერთ შებრუნებულია, რადგან P ძალა აერთებს ერთი ძალის დასაწყისს მეორე ძალის ბოლოსთან.

4) ძალის დაშლა და გაწონასწორება სამი მიმართულელებით, რომლებიც არ იკვეთებიან ერთ წერტილში.

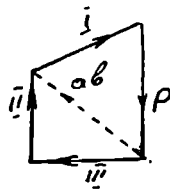
ა) სამი I, II, III მიმართულელებით დაშლა. (ნახ. 10).



ნახ. 10.



ნახ. 10^ა.



ნახ. 10^ბ.

P ძალის ერთ-ერთ I მიმართულებასთან თანაკვეთის a წერტილს ვაერთებთ ორი დანარჩენი მიმართულების თანაკვეთის b წერტილითან. P ძალას (ნახ. 10¹) დაეშლით I და ab მიმართულებებზე, ხოლო ab მდგენელს— II და III მიმართულებებზე.

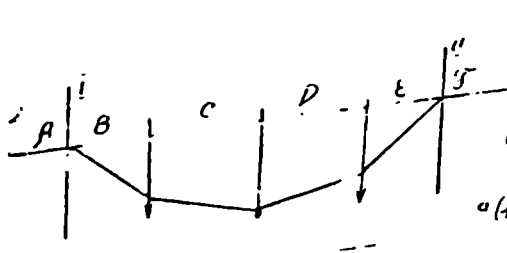
I , II და III ძალები წარმოადგენენ საძიებელ მდგენელებს.

ბ) P ძალის გაწონასწორება იგივე მიმართულებებით. P ძალას (ნახ. 10¹¹) გავაწონასწორებთ ძალებით I და (ab) , უკანასკნელს კი დაეშლით II და III ძალებად.

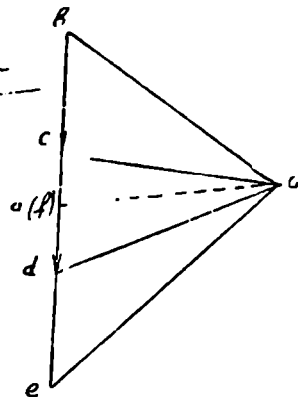
I , II და III ძალები აწონასწორებენ P ძალას.

5) ძალთა ჯგუფის დაშლა და გაწონასწორება.

თავდაპირველად აწარმოებენ ძალთა შეკრებას, რის შემდეგაც ტოლქმედს, წინანდებურად, გააწონასწორებენ და დაშლიან.



ნახ. 11.



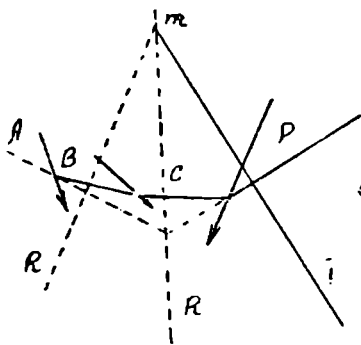
ნახ. 11^ა.

ნახ. 11—11^ა-ზე მოყვანილია პარალელურ ძალთა ჯგუფის გაწონასწორების მაგალითი I და II მიმართულებებზე.

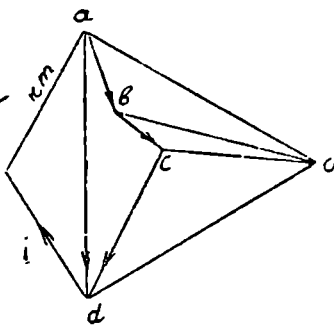
bc , cd , de ძალები bc ტოლქმედად იკრიბებიან, რომელიც, თოკის მრავალკუთხედის ჩაქეტვის პირობის საფუძველზე, წონასწორდება II მიმართულების ef ძალით და I მიმართულების ab ძალით.

ნახ. 12—12^ა-ზე მოყვანილია ძალთა ჯგუფის გაწონასწორების მაგალითი, რომელნიც წონასწორდებიან I მიმართულებაზე და K წერტილზე გავლით.

მოცემული ab , bc , cd ძალთა სისტემა ერთ $R=ab$ ტოლქმედელ შევკრიბოთ, შემდეგ ეს უკანასკნელი გააწონასწოროთ ისე, როგორც № 2 ამოცანაში.



ნახ. 12.



ნახ. 12'.

§ 9. თოკის მრავალკუთხედის თვისება

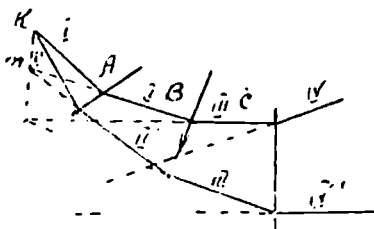
მოცემულ ძალთა სისტემისათვის უამრავი თოკის მრავალკუთხედის აგება შეიძლება, რომლებიც გარდა იმისა რომ თითოეულის ნაპირა გვერდები იკვეთებიან ერთსა და იმავე სწორხაზზე—ტოლქმედზე, კიდევ შემდეგი საგულისხმიერო თვისებით ხასიათდება:

მოცემული ძალთა სისტემისათვის აგებული ორი თოკის მრავალკუთხედის სათანადო გვერდების თანაკვეთის წერტილები ერთ სწორხაზზე მდებარეობენ, რომელიც ძალთა მრავალკუთხედების პოლუსების მათემატიკური სწორხაზის პარალელურია.

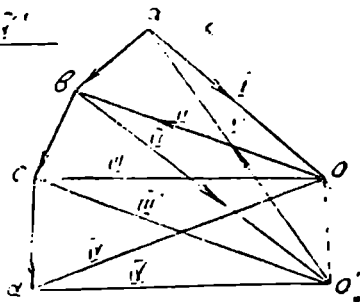
13¹-ე ნახაზის თანახმად (Oab და O^1ab ძალთა სამკუთხედები), ჩვენს მიერ შერჩეული მიმართულებების დროს, I და II ძალები ab ძალის მდგენელები იქნება, ხოლო I¹ და II¹ ძალები—იგივე ძალის გამაწონასწოებელები. ე. ი. I, II, I¹, II¹ ძალთა სისტემა ურთიერთ წონასწორდება.

ორი I და I¹ ძალის ტოლქმედი გააწონასწორებს დანარჩენი ორი II და II¹ ძალის ტოლქმედს.

I და I¹ ძალთა ტოლქმედი O¹O-ს უდრის და K წერტილზე გადის. წონასწორობისათვის საჭიროა, რომ k და m წერტილები OO¹-ის პარალელურ სწორხაზზე მდებარეობდნენ. სწორედ ასევე შეგვიძლია დავამტკიცოთ, რომ იგივე სწორხაზზე ძეგს თოკის მრავალკუთხედის დანარჩენი გვერდების თანაკვეთის n და p წერტილები.



ნახ. 13.



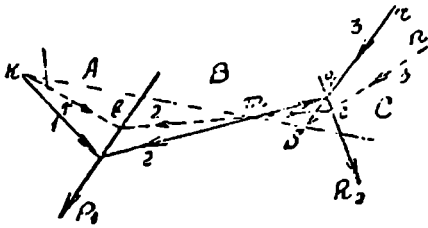
ნახ. 13'.

§ 10. მოცემულ 3 წერტილზე გამავალი თოკის მრავალკუთხედის აგება

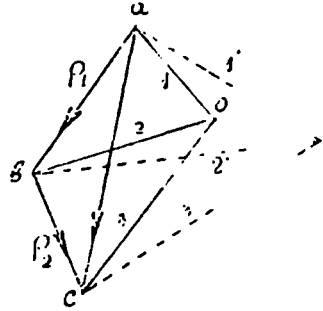
აგება დამყარებულია დამტკიცებულ თვისებაზე; თავდაპირველად ამოცხსნათ ამოცანა ორი P_1 და P_2 ძალისათვის, რომლებიც გადიან შუალედებში მოცემულ k , m და n წერტილებს შორის.

P_1 ძალის ნებისმიერ p წერტილიდან (ნახ. 14) გავატაროთ დამხმარე თოკის მრავალკუთხედის გვერდები kp და pm . შესაბამისი სხივებით 14¹ ნახაზზე განისაზღვრება O პოლუსის და მესამე სხივის მდებარეობა. ამ უკანასკნელს 14-ე ნახაზზე თოკის მრავალკუთხედის მესამე qr გვერდი შეესაბამება, რომელიც შეიძლება საზოგადოდ არ გადიოდეს n წერტილზე. დამხმარე თოკის მრავალკუთხედს აქვს საერთო საძიებელ k და m წერტილებთან, რომლებიც წარმოადგენენ სწორედ თოკის მრავალკუთხედის პირველ და მეორე გვერდთან გადაკვეთის წერტილებს, ამიტომ (§ 9-ში) დამტკიცებულის თანახმად, მესამე გვერდებიც უნდა გადაიკვეთოს k და m სწორხაზზე, ე. ი. საძიებელი მრავალკუთხედის მესამე გვერდი

უნდა გადიოდეს α წერტილზე, რომელიც წარმოადგენს დამხმარე მრავალკუთხედის qr გვერდისა და km სწორხაზის გადაკვეთის წერტილს. ამით განიზღვრება მესამე sn გვერდის მდებარეობა, შემდეგ m და c

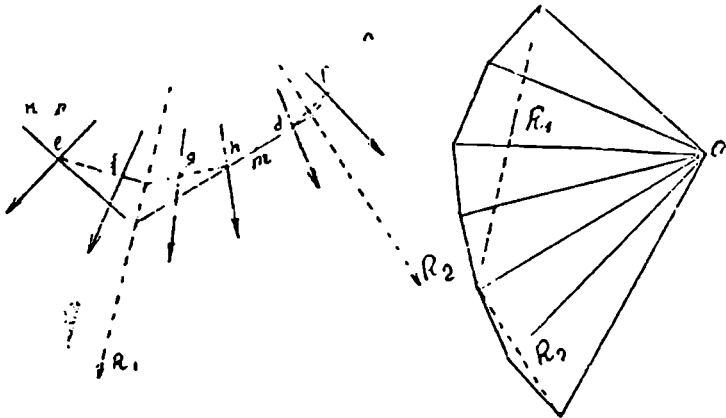


ნახ. 14.



ნახ. 14'.

წერტილზე გამავალი მეორე bc გვერდისა და, დაბოლოს, პირველი ks გვერდის მდებარეობაც. სათანადო სხივების გატარებით O^1 პოლუსს მივიღებთ.



ნახ. 15.

ნახ. 15'.

როდესაც მოცემული ძალთა რაოდენობა ორს აღემატება, მაშინ ამოცანა ახლახან ამოხსნილზე დაიყვანება. თუ ჯერ განვსაზღვრავთ k , m

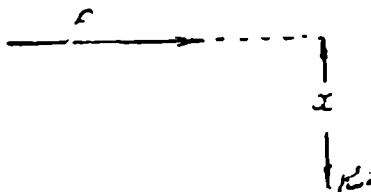
და n წერტილებს შორის შუალედში არსებულ ძალთა ჯგუფების R_1 და R_2 ტოლქმედებს, შემდეგ კი, უწინდელის მსგავსად, მოქმედებით O პოლუსს R_1 და R_2 ძალებისათვის. და ყველა ძალებისათვის ავაგებთ *kefghlmjkn* თოკის მრავალკუთხედს (ნახ. 15 და 15').

§ 11. ძალთა მომენტები

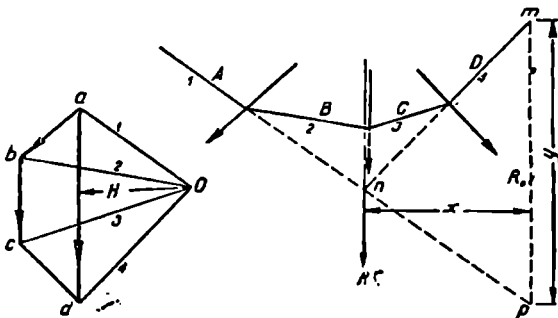
P ძალის მომენტი k წერტილის მიმართ უდრის ძალის ნამრავლს მანძილზე (ძალის ფუძიდან წერტილამდე) პლუს ნიშნით აღებულს, რომელიც მიგვიჩივებს ბრუნვის მიმართულებას (საათის ისრის მიმართულებით ან შებრუნებულად):

$$M = +P \cdot c.$$

k წერტილის მიმართ ძალთა ჯგუფის მომენტის გრაფიკულად განსაზღვრისათვის ძალთა მრავალკუთხედს (ნახ. 17) და თოკის მრავალკუთხედს (ნახ. 17') ავაგებთ.



ნახ 16.



ნახ. 17.

ნახ. 17'.

ძალთა მრავალკუთხედში O პოლუსიდან R ტოლქმედამდე მანძილის ნამრავლი მონაკვეთზე, რომელსაც თოკის მრავალკუთხედის ნაპირა გვერდები მოჭ-

კვებენ ტოლქმედის პარალელურად k წერტილზე გამავალ სწორხაზზე, საძიებელი მომენტის აბსოლუტურ სიდიდეს წარმოადგენს.

$$|M| = y \cdot H \dots (1)$$

დამტკიცებისათვის შევნიშნოთ, რომ mp და as სამკუთხედები, რომელთა გვერდები შესაბამისად პარალელურებია და კუთხეები კი ტოლი, მსგავსნი არიან, რის გამო:

$$\frac{y}{x} = \frac{\overline{ad}}{H}$$

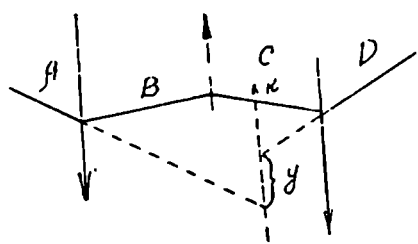
საიდანაც

$$\overline{ad} \cdot x = H \cdot y,$$

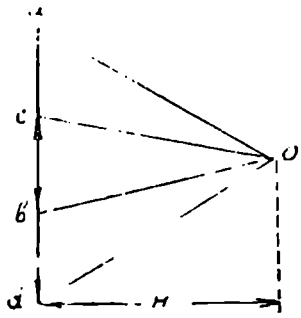
ანუ

$$R \cdot x = H \cdot y,$$

რისი დამტკიცებაც გვინდოდა.



ნახ. 18.



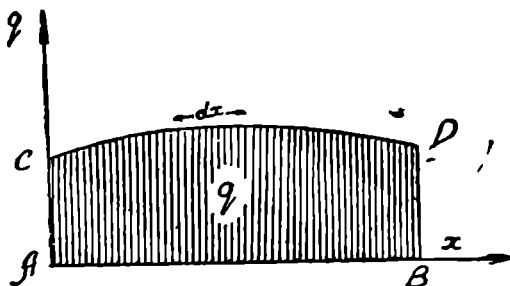
ნახ. 18'.

ნახ. 18—18'.ზე წარმოდგენილია პარალელურ ძალთა შემთხვევა. კოლუსიდან ძალებამდე დაშორების H (ანძილს) ძალთა საპოლუსო მანძილი ეწოდება.

§ 12. მთლიანი დატვირთვა

ხშირად საჭე გვაქვს პარალელურ ძალებთან, რომელნიც მთლიანად არიან განაწილებული მათ პერპენდიკულარულ სწორხაზზე (ნახ. 19).

ეს სწორხაზი მივიღოთ აბცისთა \bar{x} ღერძათ, ხოლო ორდინატების სახით მოვზომოთ ძალთა ინტენსივობა, ე. ი. სიგრძის ერთეულზე მოსულ ძალთა სიდიდეები:



ნახ. 19.

$$q = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta x} = \frac{dP}{dx}$$

ამნაირად მიღებულ CD ხაზს სატვირთო ხაზი ეწოდება. სიგრძის dx ელემენტზე მოდის ელემენტარული ძალა:

$$dP = q dx.$$

ყველა ძალების ტოლქმედო

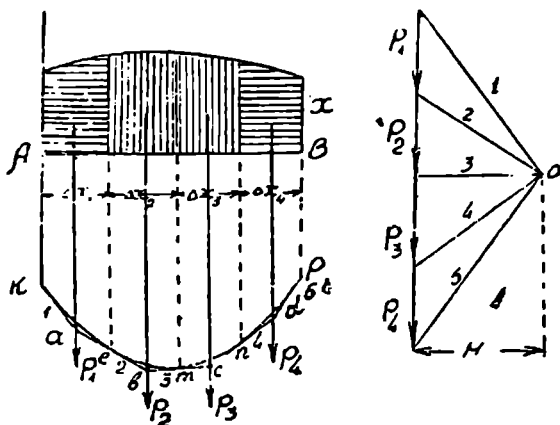
$$P = \int q dx = \text{ფართობი } (ABCD).$$

AB მონაკვეთი სასრულო რიცხვის ნაწილებათ დაეყოთ (ნახ. 20).

P_1, P_2, P_3 და P_4 ძალები სათანადო ძალთა ჯგუფების ტოლქმედებია. მათთვის ავაგოთ ძალთა მრავალკუთხედი და თოკის მრავალკუთხედი $kabcdq$.

Δx -ის განუწყვეტელი შემცირებისას თოკის მრავალკუთხედი მიისწრაფის ზღერისაკენ — თოკის მრუდისაკენ, რომლის მხები გაივლის ტვირთების გაყოფის k, e, m, n, p წერტილების ქვემოთ, რაც გამომდინარეობს იქედან, რომ P_1, P_2, P_3 და P_4 ძალები, როგორც გაყოფის წერტილებს შორის მოქცეული ძალთა ჯგუფების ტოლქმედები, უნდა გა-

დიოდენ თოკის მრუდის სათანადო უბნების ნაპირა ელემენტების გადაკვეთის წერტილებზე, ე. ი. ისინი მხებები უნდა იყვნენ თოკის მრუდისა ტვირთების გაყოფის წერტილების ქვემოთ. ეს მდგომარეობა გვი-



ნახ. 20.

ადვილებს თოკის მრუდის აგებას საკმარისი სიზუსტით AB მონაკვეთის მცირე რაოდენობით დაყოფის შემთხვევაში.

§ 13. თოკის მრუდის განტოლება მთლიანი დატვირთვისათვის

AB მონაკვეთის რაიმე Δx ელემენტისათვის (ნახ. 21) გვაქვს: თოკის მრავალკუთხედის ab და bc გვერდებს ძალთა მრავალკუთხედის OC და OD სხივები ესაბამებიან, რომელნიც $q\Delta x$ ძალასთან სამკუთხედს ადგენენ.

OEC და OED სამკუთხედებიდან გვაქვს: $q\Delta x = DC = EC - ED = H(\operatorname{tg}\alpha_1 - \operatorname{tg}\alpha_2) = -H(\operatorname{tg}\alpha_2 - \operatorname{tg}\alpha_1) = -H\Delta \operatorname{tg}\alpha$, სადაც $\Delta \operatorname{tg}\alpha$ არის Δx სიდიდის სათანადო კუთხის ტანგენსის ნაზრდი, რომელსაც ადგენს თოკის მრუდის მხები x ღერძთან.

აქედან

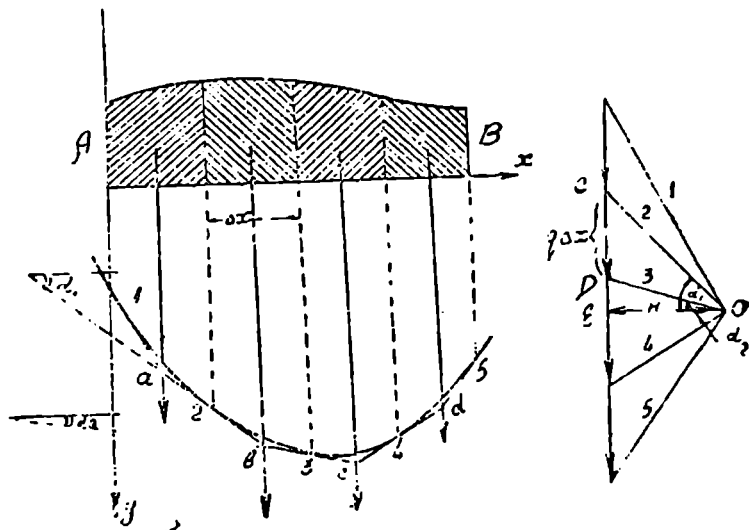
$$\frac{\Delta \operatorname{tg}\alpha}{\Delta x} = - \frac{q}{H},$$

ხოლო, როცა $\Delta x \rightarrow 0$, მაშინ

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \text{tgz}}{\Delta x} \right) = \frac{d \text{tgz}}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{q}{H},$$

ანუ

$$H \frac{d^2 y}{dx^2} = -q.$$



ნახ. 21.

იმის გამო, რომ ნიშანი დამოკიდებულია კოორდინატა ღერძების მიმართულების შერჩევაზე და საპოლუსო მანძილზე, ვწერთ:

$$H \frac{d^2 y}{dx^2} = \pm q \dots (2)$$

მე-(2) განტოლება წარმოადგენს თოკის მრუდის დიფერენციალურ განტოლებას, მასთან H —მუდმივი სიდიდეა, ხოლო $q=f(x)$.

მაგალითი. თანაბარი მთლიანი დატვირთვისათვის q მუდ-
მივია. მე-(2) განტოლების ორჯერ ინტეგრებით, მივიღებთ:

$$\frac{dy}{dx} = \pm \frac{q}{H} x + C_1;$$

$$y = \pm \frac{q}{H} \cdot \frac{x^2}{2} + C_1 x + C_2.$$

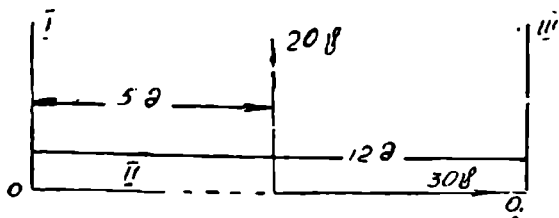
ეს არის მეორე რიგის პარაბოლის განტოლება. C_1 და C_2 — ნების-
მიერი მუდმივებია.

§ 14. ანალიზური შეკრება და ძალთა გაწონასწორება

ტოლქმედის განსაზღვრა შემდეგ თეორემაზეა დამყარებული: ტოლ-
ქმედის გეგმილი ნებისმიერ ღერძზე მდგენელების ჯამს უდრის იგივე
ღერძზე, და ტოლქმედის მომენტი ნებისმიერი წერტილის მიმართ მდგენელე
ბის მომენტების ჯამს უდრის იგივე წერტილის მიმართ. ღერძები და წერტი-
ლები ნებისმიერათ შეგვიძლია შევარჩიოთ. მაშასადამე შეგვიძლია უამრა-
ვი განტოლების დაწერა, მაგრამ იმის გამო, რომ ტოლქმედის სიდიდე,
მიმართულება და მდებარეობა ბრტყელ ამოცანაში სავსებით განსაზღვრე-
ბა სამი განტოლებით, ამიტომ ტოლქმედის განსაზღვრელი ძირითადი გან-
ტოლებები ისეთი სამი ნებისმიერათ შერჩეული განტოლება იქნება, რომ-
ლებიც განსაზღვრულ განტოლებათა სისტემას შეადგენენ.

ძალთა გაწონასწორება დამყარებულია წონასწორობის პირობებზე:
ყველა ძალების გეგმილთა ჯამი ნებისმიერ ღერძზე უდრის ნულს, და ყველა
ძალების მომენტების ჯამი ნებისმიერი წერტილის მიმართ უდრის ნულს.

მაგალითი (ნახ. 22). გააწონასწორეთ 20 ტ. და 30 ტ. ძალები
I, II, III მიმართულებებზე, ე. ი. განსაზღვრეთ S_1, S_2, S_3 . თუ ძალებს
დავაგეგმილებთ მარცხნიდან მარჯვნივ მიმართულ ჰორიზონტალურ ღერძ-
ზე, მივიღებთ: $S_1 + 30 = 0$, საიდანაც $S_1 = -30$.



ნახ. 22.

ძალებს ვაგეგმილებთ ქვემოდან ზემოთ მიმართულ ვერტიკალურ ღერძზე, მივიღებთ: $S_1 + 20 + S_3 = 0$.

თუ ძალთა მომენტების ჯამს O წერტილის მიმართ გაუტოლებთ. ნულს, მივიღებთ:

$$20 \cdot 5 + S_3 \cdot 12 = 0,$$

საიდანაც

$$S_3 = -8, 33 \text{ ტ.}$$

მეორე განტოლებიდან $S_1 + 20 + S_3 = 0$, ვაქვს:

$$S_1 = -S_3 - 20 = -11,67 \text{ ტ.}$$

შენიშნით, რომ მეორე განტოლების ნაცვლად უფრო მოსახერხებელი იყო აგველო ძალთა მომენტების ჯამი O_1 წერტილის მიმართ:

$$S_1 \cdot 12 + 20 \cdot 7 = 0,$$

საიდანაც

$$S_1 = -11,67 \text{ ტ.}$$

(—) ნიშანი გვიჩვენებს, რომ S_2 ძალა მიმართულია უარყოფით მხარეს—მარჯვნიდან მარცხნივ, S_1 და S_3 ძალები კი—ქვემოთ.

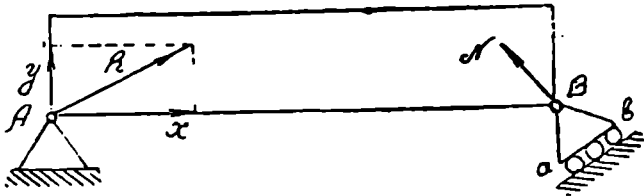
მ ე ს ა მ ე თ ა ვ ი

საპრდენ ჩეაქციათა განსაზღვრა

§ 15. საყრდენთა ტიპები, რომლებიც უზრუნველყოფენ სხეულის მდგრადობას

შეუდგეთ ისეთ საყრდენთა ტიპების განხილვას, რომლებიც უზრუნველყოფენ სხეულის მდგრადობას. ისინი წარმოდგენილია ნახ. 23, 24, 25, 26 და 27-ზე.

23-ე ნახაზზე მარცხენა საყრდენი დაუშვებს მხოლოდ სხეულის ბრუნვას A წერტილის გარშემო, თან აფერხებს სხვა ყოველგვარ გადაადგილებას. ეს არის უძრავი დაყრდნობა. მარჯვენა საყრდენი

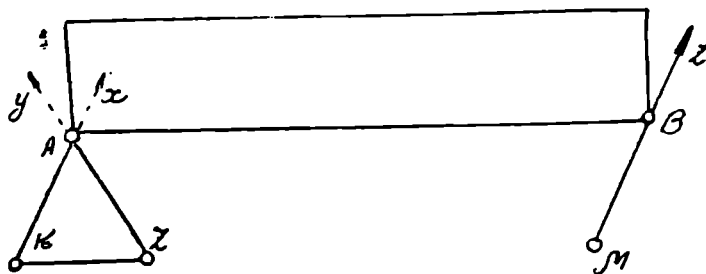


ნახ. 23.

დაუშვებს ბრუნვას B წერტილის გარშემო და გადაადგილებას ab სწორხაზის პარალელური მიმართულებით. ეს არის მოძრავი დაყრდნობა. ადვილი შესამჩნევია, რომ ab მიმართულება თუ არ არის AB სწორხაზის პერპენდიკულარული, მაშინ უზრუნველყოფილია სხეულის მდგრადობა, — იგი შეინარჩუნებს უძრავობას ნებისმიერი სისტემის ძალთა მოქმედებით.

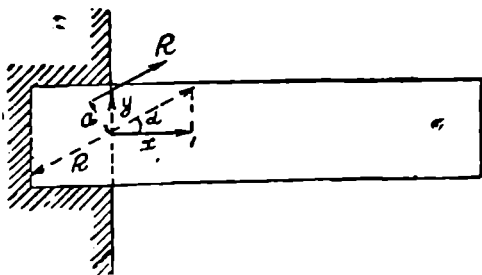
24-ე ნახაზზე წარმოდგენილია წინა შემთხვევის ვარიანტები, რადგან AK და AL ლეროები უძრავათ დაამაგრებენ A წერტილს, B წერტილი კი მოძრავია BM ლეროს პერპენდიკულარულ მიმართულებით.

25-ე ნახაზზე A საყრდენი საესებით უზრუნველყოფს სხეულის მდგრადობას. ეს არის სხეულის ბოლოს ჩაქეობა.

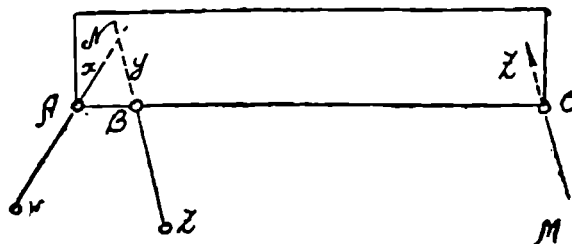


ნახ. 24.

26-ე ნახაზზე სამი მოძრავი საყრდენია. ამ შემთხვევაში AK და BL ღეროთა თანაკვეთის N წერტილი უძრავია და, ჩვენ, ასე რომ ვთქვათ უძრავი დაყრდნობა გვაქვს N წერტილში და მოძრავი C წერტილში.



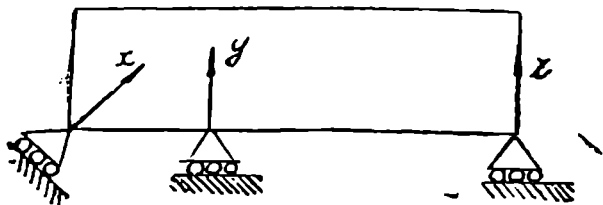
ნახ. 25.



ნახ. 26.

მდგრადობა უზრუნველყოფილია, თუ CM არ გადის N წერტილზე, ე. ი. თუ სამი ღერო არ იკვეთება ერთ წერტილში და კერძოდ არ არიან პარალელუბები.

27-ე ნახაზზე წარმოდგენილია წინა შემთხვევის ვარიანტი. ამნიარად, სხეულის მდგრადობას ვალწევთ საყრდენ დამაგრებათა უმცირესი რიცხვის დროს, შემდეგი ტიპის საყრდენობების დროს:



ნახ. 27.

1. დაყრდნობა 2 წერტილზე, მასთან ერთი საყრდენი უძრავია, მეორე კი—მოძრავი მიმართულებით, რომელიც არ ეპერპენდიკულარება საყრდენ წერტილთა მართებელ სწორხაზს.

2. სხეულის ერთი ბოლო ჩამაგრებულია უძრავად.

3. მოძრავი დაყრდნობა სამ წერტილზე, მასთან გადაადგილებათა მიმართულებების პერპენდიკულარები არ უნდა იკვეთებოდნენ ერთ წერტილში (კერძოთ—არ უნდა იყვნენ პარალელურები).

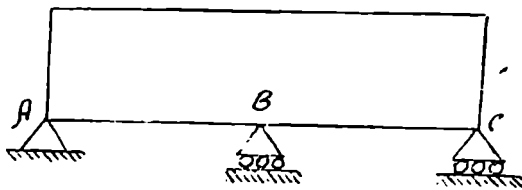
უძრავ საყრდენს A წერტილში (ნახ. 23) შეუძლია გაუწიოს ნებისმიერი მიმართულების რეაქცია. უკანაქნელი უნდა განისაზღვროს სიდიდით და მიმართულებით (R სიდიდით და α კუთხე) ან ორი მდგენელით (X და Y). მოძრავი საყრდენი ხახუნის არ არსებობის შემთხვევაში წარმოქმნის რეაქციას ab , გადაადგილების პერპენდიკულარული მიმართულებით. ეს რეაქცია უნდა განისაზღვროს N სიდიდით (ნახ. 23 და 24). ჩაკეთებული საყრდენი უწევს რეაქციას, რომელიც უცნობია სიდიდით, მიმართულებით და მდებარეობით. 25-ე ნახაზზე ნაჩვენებია რეაქტიურ ძალთა R ტოლქმედი.

საყრდენი კვეთის ცენტრზე მოედოთ ორი ტოლი და შებრუნებული ძალა, თითოეული R ძალის ტოლი, ამით ძალთა ქმედების შედეგი არ შეიცვლება, ამავე დროს ასეთი ოპერაციის შედეგად ჩვენ შესაძლებლობა მოგვეცემა წარმოვიდგინოთ საყრდენ ძალთა ტოლქმედი R ძალათ, რომელიც მოდებულია კვეთის ცენტრზე, და წყვილ ძალათ $M = Ra$ მომენტი.

R ძალას მისი ორი X და Y მდგენელებით განვსაზღვრავთ.

ზემოთ ჩვენ ჩამოვთვალეთ საყრდენთა ტიპები, რომლებიც უზრუნველყოფენ სხეულის უძრავობას დამაგრებათა უცვლელი რიცხვის დროს. ყველა შემთხვევაში საყრდენთა რეაქციები განისაზღვრებოდა სამი სიდი-

დით, სახელდობრ: 23-ე ნახაზზე (R , α და N) ან (X , Y და Z) ნახ. 24, 26 და 27-ზე. ნახ. 25-ზე — (X , Y და M). ამ უცნობ სიდიდეებს ჩვენ განვსაზღვრავთ სტატიკის წონასწორობის განტოლებათა პირობების გამოყენებით. სიბრტყეზე განლაგებული ძალებისათვის ასეთი სამი განტოლება გვაქვს, ე. ი. განტოლებათა რიცხვი ზუსტად ესაბამება უცნობთა რიცხვს. ასეთ ამოცანებს სტატიკურად რკვევადი ამოცანები ეწოდება. მთვან განსხვავებით, სტატიკურად ურკვევადი ისეთი შემთხვევებია, როდესაც უცნობთა რიცხვი აღემატება სტატიკის განტოლებათა რიცხვს. ასეთი შემთხვევის მაგალითი წარმოდგენილია 28-ე ნახაზზე.



ნახ. 28.

აქ უკვე ორი A და B საყრდენი უზრუნველყოფენ სხეულის უძრავობას, ამ შინაარსით C საყრდენი ზედმეტია; იგი ზედმეტ რეაქციას იძლევა, რაც სტატიკის განტოლებებს განუზღვრელს ხდის.

§ 16. საყრდენთა რეაქციების განსაზღვრის მაგალითები

1-ლი მაგალითი (ნახ. 29). სხეულზე, რომელიც ეყრდნობა A წერტილში უძრავ საყრდენზე და B წერტილში ჰორიზონტალურად მოძრავ საყრდენზე, მოქმედობს 10 ტ. ვერტიკალური და 20 ტ. ჰორიზონტალური ძალები. საპიროა საყრდენ რეაქციათა განსაზღვრა.

აზრათ სხეულს ვაშორებთ საყრდენებს და საყრდენთა ზემოქმედებას სხეულზე გცვლით ძალებით (საყრდენთა რეაქციებით).

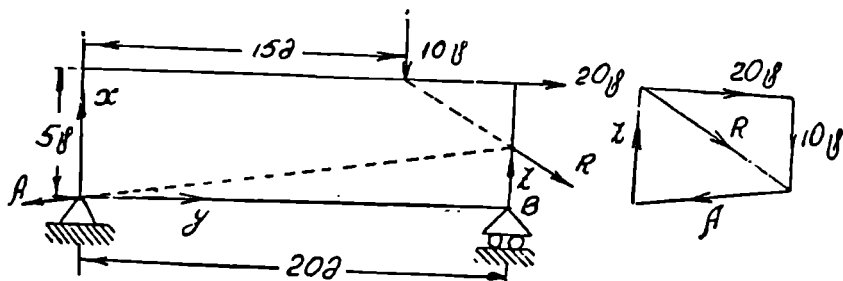
A წერტილში რეაქცია განიზღვრება ორი X და Y მდგენელით, B წერტილში მხოლოდ ვერტიკალური Z ძალა გვაქვს. უცნობი X , Y და Z სიდიდეები წონასწორობის სამი განტოლებით განიზღვრებიან, რომლებსაც უნდა აკმაყოფილებდეს განსახილველ სხეულზე მოქმედი ყველა გარე ძალების სისტემა.

თავდაპირველად ამოცანა ანალიზურად ამოვხსნათ.

წონასწორობის პირობებია:

$$y + 20 = 0;$$

$10 \cdot 15 + 20 \cdot 5 - z \cdot 20 = 0$ (ძალთა მომენტების ჯამი A წერტილის მიმართ);



ნახ. 29.

$x \cdot 20 - 10 \cdot 5 + 20 \cdot 5 = 0$ (ძალთა მომენტების ჯამი B წერტილის მიმართ).

აქედან:

$$y = -20 \text{ ტ};$$

$$z = +12,5 \text{ ტ};$$

$$x = -2,5 \text{ ტ}.$$

(—) ნიშანი გვიჩვენებს, რომ y და x ძალთა მიმართულებანი ნახაზზე ისრებით ნაჩვენებ მიმართულებათა შებრუნებულია.

გრაფიკული ხერხი. 29-ე ნახაზზე აქტიურ ძალთა R ტოლქმედი წონასწორდება Z მიმართულებით და A წერტილზე გავლით (იხ. თავი II, § 8, ამოცანა 2). A და Z ძალები—საძიებელი რეაქციებია A და B წერტილებში.

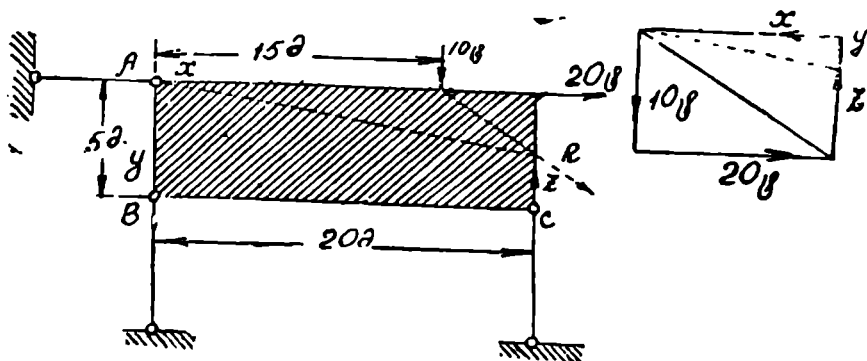
მე-2 მაგალითი (ნახ. 30). განსხვავება წინა მაგალითისაგან მხოლოდ დაყრდნობის ხერხში მდგომარეობს. A , B და C წერტილებში მოძრავი დაყრდნობაა ღეროების საშუალებით, აზრათ მათ მოვაშოროთ სხეული და მათი მოქმედება X , Y და Z ძალებით შევცვალოთ, რომლებიც მიმართულია ღეროების ღერძებზე. ამის შემდეგ ჩავწერთ წონასწორობის პირობებს სხეულზე მოქმედ ყველა გარე ძალთა სისტემისათვის.

ანალიზური ხერხი. წონასწორობის პირობებია:

$$\begin{aligned} X+20 &= 0, \\ 10.15 - Z.20 &= 0, \\ Y+Z-10 &= 0. \end{aligned}$$

აქედან:

$$X = -20 \text{ ტ. } Z = 7,5 \text{ ტ. } Y = 2,5 \text{ ტ.}$$



ნახ. 30.

გრაფიკული ხერხი (ნახ. 30). მოცემული აქტიური ძალების რეზტოლქმედი წონასწორდება სამი მიმართულებით.

მე-3 მაგალითი (ნახ. 31).

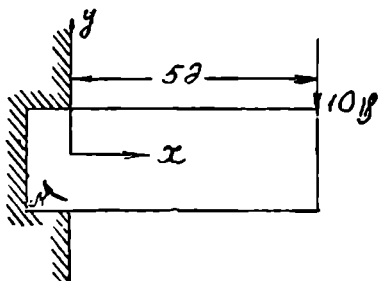
ანალიზური ხერხი. წონასწორობის პირობებია:

$$\bar{X}=0; \bar{Y}-10=0; M+10.5=0,$$

საიდანაც:

$$\bar{X}=0; \bar{Y}=+10 \text{ ტ. } M=-50 \text{ ტ.მ.}$$

შეენიშნოთ, რომ ანალიზური ხერხის დროს, გაუტოლებთ რა ნულს ყველა ძალების მომენტების ჯამს რაიმე წერტილის მიმართ, ასეთ წერტილათ შივილებთ ორი უცნობი რეაქციის გადაკვეთის წერტილს; ასეთ შემთხვევაში შივილებთ ერთ უცნობიან განტოლებას, და უკვე საკირო აღარ არის უცნობთა გამორიცხვა,



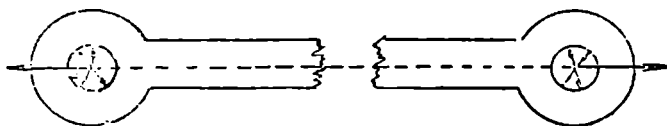
ნახ. 31

მ ე ო ტ ხ ე ო ა ვ ი

ზრთველი სტატიკურად ჩაშვადი შერჩევი

§ 17. ზოგადი ცნებანი

სწორი ძელაკებისაგან ისეთი სისტემა შევადგინოთ, რომ ყველა ნაწილი განიცდიდეს მხოლოდ გაჭიმვას და კუმშვას. იმის გამო, რომ ძელაკის მალზე მოდებული ყოველი ძალა, თუ იგი არ არის მიმართული ღერძზე, გვაძლივს ღუნვის გამოძწევვ განივ ძალას, ძელაკები პოლოებით უნდა შევეერთოდ და გარე ძალები მოვდოთ კვანძებზე (ძელაკების ბოლოების მათემატიკური წერტილი). შეერთება სახსროვანი უნდა იყოს, რომელიც თითოეული ძელაკის უხაზუნო თავისუფალ ბრუნვის საშუალებას იძლევა კვანძის მიმართ.



ნახ. 32.

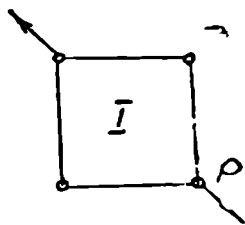
მართლაც თუ გამოვყოფთ ძელაკს (ნახ. 32), მაშინ მასზე სახსრის საშუალებით გადაცემული ძალები, როდესაც არ არსებობს ხაზუნი, მიმართული იქნებიან შეხების ზედაპირის მართივებზე, ე. ი. რადიუსებზე, ყველა ისინი ერთ წერტილში—სახსრის ცენტრში იკვეთებიან. მაშასადამე, მათი ტოლქმედიც სახსრის ცენტრზე გაივლის.

იმის გამო, რომ ძელაკის სიგრძის გასწვრივ არავითარი ძალა არ არის მოდებული (სისტემის წარმოქმნის პირობის თანახმად) ძელაკი მხოლოდ ორი ძალის ზემოქმედებაშია, რომლებიც ძელაკს გადაეცემა მის ბოლოებში არსებული სახსრებით. ეს ძალები უნდა ურთიერთ გაწონასწორდნენ, ამიტომ მათი მიმართულება უნდა დაემთხვეს იმ სწორხაზს, რომელიც აერთებს სახსრების ცენტრებს, ე. ი. ძელაკის ღერძს. მაშასადამე, ძელაკი განიცდის მხოლოდ მის ღერძის გასწვრივ მოქმედ ძალთა ზეგავლენას, რომლებიც იწვევენ ძელაკის გაჭიმვას ან კუმშვას.

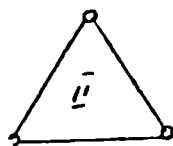
სახსრებით შეერთებულ ძელაკთა (ღეროთა) სისტემას, სახსროვანი კვანძებიანი გამჭოლი ფერმა ეწოდება.

განივილოთ 33-ე და 34-ე ნახაზებზე წარმოდგენილი ორი სისტემა.

ძელაკებს აბსოლუტურად მყარად თუ წარმოვიდგენთ მაშინ, მაგალითად, P ძალის მოქმედებით I ფერმის ფორმა დაიმრიცება; II ფერმა კი უცვლელი იქნება ყოველგვარი ძალთა სისტემის დროს, რადგან მოცემული სიგრძის სამი გვერდი საესებით განსაზღვრავს სამკუთხედს.



ნახ. 33.



ნახ. 34.

I ფერმას გეომეტრიულად უცვლადი ფერმა ეწოდება.

II ფერმას გეომეტრიულად უცვლადი ფერმა ეწოდება.

დარეკადი ძელაკებისაგან შემდგარი გეომეტრიულად უცვლადი ფერმის დამრეკვა მხოლოდ ძელაკების დეფორმაციებით არის გამოწვეული და ამიტომ ისინი უმნიშვნელო სიდიდეებს წარმოადგენენ ფერმის დანარჩენ განზომილებებთან შედარებით.

§ 18. ფერმის გეომეტრიულად უცვლადობის ნიშანთვისება

ფერმების შედგენისას ძელაკების ისეთი რაოდენობა უნდა ავიღოთ, რომ გეომეტრიულად უცვლად სისტემად შეიკრას მოცემული კვანძების რაოდენობა.

ძელაკების რაოდენობის განსაზღვრისათვის (მოცემულ კვანძთა რაოდენობაზე დამოკიდებით), ფერმების შედგენის შემდეგ ხერხს მივმართავთ: სამ კვანძს სამი ღეროთი შევავერთებთ, მივიღებთ ხისტ გეომეტრიულად უცვლად სისტემას—სამკუთხედს. ყოველი ახალი კვანძი შეგვიძლია მივუერთოთ ჩვენს მიერ მიღებულ ხისტ სისტემას ორი ღეროს საშუალებით, ამნაირად თანდათანობით მიუერთებთ ყველა ახალ კვანძებს და n კვანძიან სისტემას მივიღებთ. ფერმის გეომეტრიული უცვლადობისათვის საჭირო ძელაკთა რაოდენობა, მოცემული (n) კვანძების რაოდენობაზე დამოკიდებით, შემდეგნაირად განიზღვრება.

ძირითად სამკუთხედში გვაქვს 3 ღერო და 3 კვანძი; თითოეულ დანარჩენში ($n-3$) კვანძი მიმაგრებულია ორ ძელაკზე, და ამნაირად მთელი სისტემის შედგენისათვის მიღებული ძელაკთა რაოდენობა იქნება:

$$x = 3 + 2(n-3) = 2n - 3.$$

ამ აუცილებელი ძელაკების გარდა შეიძლება ზედმეტი ძელაკებიც აღმოჩნდეს, ე. ი. ისეთები, რომლებიც აერთებენ უკვე სხვა ძელაკებით ერთმანეთთან უცვლელად დაკავშირებულ ორ კვანძს.

ამნაირად, გეომეტრიულად უცვლად ფერმაში ძელაკთა საერთო რაოდენობა იქნება:

$$x_0 > 2n - 3,$$

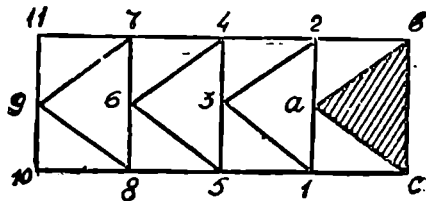
მასთან საკურო (აუცილებელი) ძელაკთა რაოდენობა უნდა იყოს:

$$x = 2n - 3.$$

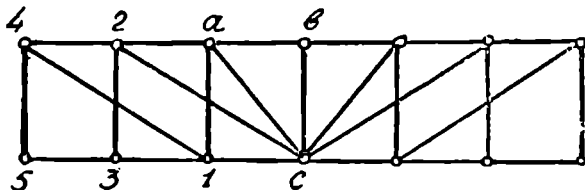
აღწერილი ხერხით მიღებულ სისტემებს უმარტივესი სისტემები ეწოდება.

მოვიყვანოთ უმარტივესი სახის სისტემების რამდენიმე (ნახ. 35, 36 და 37) მაგალითი.

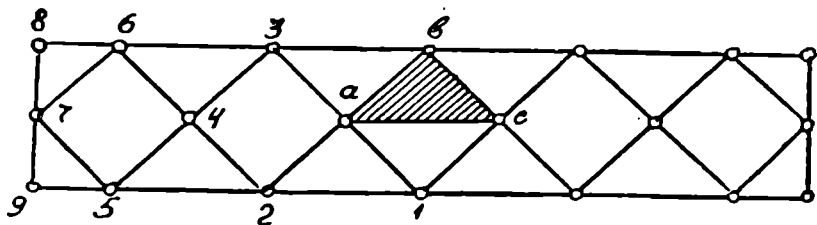
დავიწყოთ წახაზულ abc სამკუთხედიდან და მივიღებთ თითოეულ ამ სისტემათაგანს, ყოველი ახალი კვანძის ორი ღეროთი თანამიმდევრობით მიერთების საშუალებით. კვანძების მიერთების თანრიგი სათანადო ნომრებით არის აღნიშნული.



ნახ. 35.



ნახ. 36.



ნახ. 37.

უმარტივესი ფერმების გეომეტრიული უცვლადობის შესამოწმებლად, უმჯობესია მივყვეთ შებრუნებულ გზას, თანმიმდევრობით მოვხსნათ ფერ-

მის დარჩენილ ნაწილზე კვანძის მიმაგრებელი ორი ძელაკი. ამის შედეგად თუ მივიღებთ სამკუთხედს, მაშინ ფერმა გეომეტრიულად უცვლადია. მაგალითად, ნახ. 37-ზე წარმოდგენილი ფერმის № 9 კვანძი ორი ძელაკით უცვლელად მიმაგრებულია ფერმის დანარჩენ ნაწილზე. ამიტომ მთელი ფერმა უცვლადია, თუ უცვლადია ნაწილი დარჩენილი ამ ორი ძელაკის გამორიცხვის შემდეგ. იმავეს თქმა შეიძლება № 8 კვანძის, № 7 და ა. შ. კვანძების შესახებაც.

ამნაირად, თანმიმდევრობით თუ მოვხსნით ორ-ორ ძელაკს, მივალთ სამკუთხედამდე, რომელიც ცხადად უცვლად სისტემას წარმოადგენს. ამით დაუასკვნით, რომ მთელი მოცემული სისტემაც გეომეტრიულად უცვლადია.

§ 19. ფერმის სტატიკურად რკვევადობის პირობა

ფერმის გაანგარიშება ნიშნავს მოცემული გარე ძალების დროს ძალების განსაზღვრას ყველა ძელაკებში. იმ შემთხვევებში, როდესაც ამ ამოცანის ამოხსნა შესაძლებელია მხოლოდ წონასწორობის პირობების საფუძველზე (ე. ი. სტატიკის განტოლებებით), საქმე გვაქვს სტატიკურად რკვევად ფერმებთან.

გამოფარკვიით ფერმების სტატიკურად რკვევადობის პირობები.

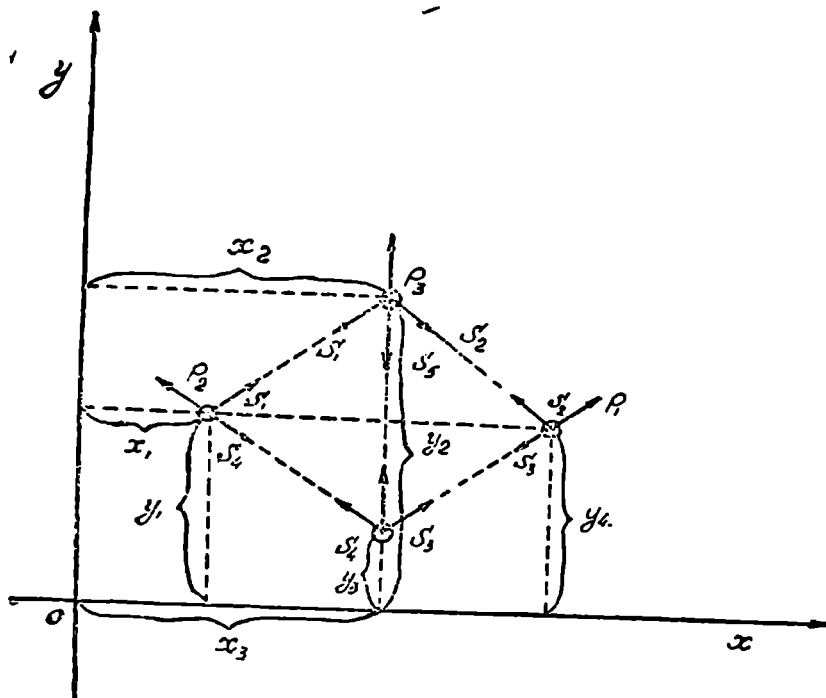
38-ე ნახაზზე წარმოდგენილია ფერმა. როგორც ცნობილია, ფერმების ძელაკები განიციდიან გამკვირვებულ და კუმშვებულ ძალებს. განვიხილავთ რა კუმშვას, როგორც უარყოფით გაკვირვებას, ჩვენ წინასწარ ყველა ძელაკს გაკვირვულად მივიჩნევთ, ის ძელაკები, რომელთათვისაც ამოცანის შედეგად, გამკვირვებულ ძალებს დადებით მნიშვნელობებს მივიღებთ, სინამდვილეში გაკვირვული იქნებიან. ის ძელაკები კი, რომელშიაც გამკვირვები ძალები უარყოფითი აღმოჩნდებიან, სინამდვილეში შეკუმშული იქნებიან. ძალები ძელაკებში შესაბამისად N_1, N_2, N_3 და N_4 -ით აღვნიშნოთ. ახლა აზრათ შოვაშორით ძელაკები და მათი მოქმედება სახსარზე რაიმე ძალებით შევცვალოთ.

რადგან ძელაკები გაკვირვულად მივიჩნიეთ, ქმედება უკუქმედების ტოლობის კანონის ძალით, მათი მოქმედება სახსრებზე ასეთივე N ძალებით გამოისახება, თუმცა ეს უკანასკნელები მოპირდაპირე მხარეს იქნებიან მიმართული შიგნით, რითაც სახსრებს მიიზიდავენ ერთიმეორისაკენ.

თითოეული სახსრისათვის დაცული უნდა იყოს წონასწორობის პირობები.

შევარჩიოთ ox და oy ლერძები, მაშინ:

$$\left. \begin{aligned} \sum \bar{X}_1 = 0; \quad \sum \bar{X}_2 = 0; \quad \sum \bar{X}_3 = 0; & \quad \sum \bar{X}_i = 0; \\ \sum \bar{Y}_1 = 0; \quad \sum \bar{Y}_2 = 0; \quad \sum \bar{Y}_3 = 0; & \quad \sum \bar{Y}_i = 0. \end{aligned} \right\} \dots (*)$$



ნახ. 39.

აქ $\sum \bar{X}_i$ და $\sum \bar{Y}_i$ წარმოადგენენ სათანადო სახსარზე მოდებული ყველა ძალების გეგმილების ჯამს ox და oy ლერძებზე. თითოეული სახსრის ცენტრის კოორდინატები იყოს x_i და y_i .

(*) განტოლებათა სისტემა აკავშირებს სახსარზე მოდებულ ყველა ძალეს, ე. ი. გარე ძალებს P_1, P_2 და P_3 და S_1, S_2 და S_3 ძალებს ყველა ძელაქებში.

თითოეულ სახსრისათვის გვაქვს ორი განტოლება. ამიტომ, ფერმის სახსრების (კვანძების) რაოდენობას თუ n -ით აღვნიშნავთ, მაშინ განტოლებათა რიცხვი იქნება $2n$.

(*) სისტემის პირველი სტრიქონის განტოლებათა მარცხენა და მარჯვენა ნაწილების შეკრებით მივიღებთ:

$$\sum \bar{X}_1 + \sum \bar{X}_2 + \sum \bar{X}_3 + \dots = 0 \dots (1)$$

იმავეს თუ გავიმეორებთ მეორე სტრიქონისათვის, მივიღებთ:

$$\sum \bar{Y}_1 + \sum \bar{Y}_2 + \sum \bar{Y}_3 + \dots = 0 \dots (2)$$

პირველი სტრიქონის განტოლებებს სათანადოთ თუ გავამრავლებთ y_1, y_2, y_3, \dots -ზე მეორე სტრიქონისას x_1, x_2, x_3, \dots -ზე, და პირველებს გამოვაკლებთ მეორეებს, მივიღებთ:

$$y_1 \sum \bar{X}_1 - x_1 \sum \bar{Y}_1 + y_2 \sum \bar{X}_2 - x_2 \sum \bar{Y}_2 + \dots = 0 \dots (3)$$

ეს სამი განტოლება, რომლებიც მიღებულია (*) სისტემის შედეგად, ასეთნაირად შეგვიძლია წარმოვიდგინოთ:

$$\left. \begin{aligned} \sum \bar{X} &= 0; \\ \sum \bar{Y} &= 0; \\ \sum \bar{M} &= 0; \end{aligned} \right\} \dots (**)$$

ე. ი. ყველა ძალთა ($P_1, P_2, P_3, \dots, S_1, S_2, S_3, \dots$) გეგმილების ჯამი \bar{x}, \bar{y} ლერძებზე და მომენტების ჯამი კოორდინატთა სათავეს მიმართ, სათანადოთ ნულის ტოლებია.

მომენტების საკითხის განმარტებისათვის 39-ე ნახაზზე წარმოვადგენთ ერთ-ერთ კვანძს, რომლის კოორდინატები ზოგადი სახით არის აღნიშნული x_i და y_i -ით.

კვანძზე მოდებულ ყველა ძალებს ჩვენ ვაგეგმილებთ \bar{x} და \bar{y} ლერძებზე და აღვნიშნავთ $\sum \bar{X}_i$ და $\sum \bar{Y}_i$ -ით. მოცემულ კვანძზე მოდებული ყველა ძალების მომენტების ჯამი კოორდინატთა სათავეს მიმართ ამ ძალთა ტოლქმედის მომენტს უდრის, უკანასკნელი კი უდრის მდგენელთა $\sum \bar{X}_i$ და $\sum \bar{Y}_i$ ძალების მომენტების ჯამს (ნახ. 39), ე. ი.

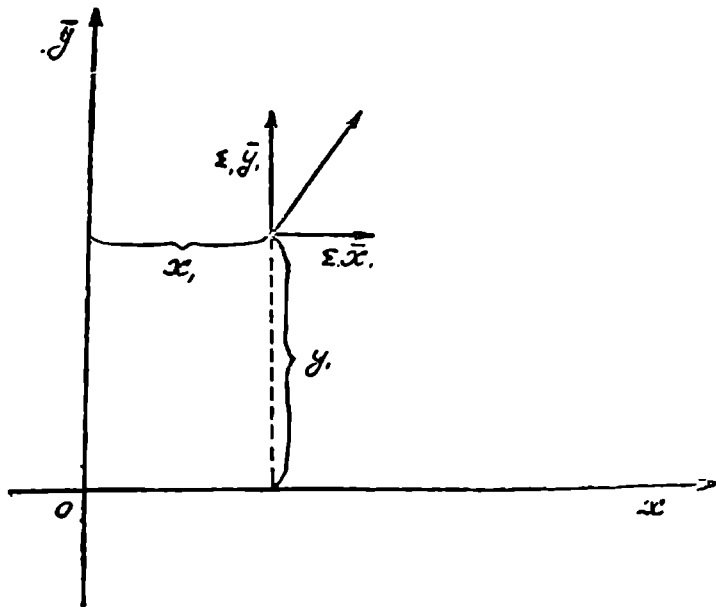
$$\sum M_i = y_i \sum \bar{X}_i - x_i \sum \bar{Y}_i.$$

მაშასადამე, ძესამე განტოლება, რომელიც (*) განტოლებათა შედეგის სახით არის მიღებული, ასეთნაირად ჩაიწერება:

$$\sum M_1 + \sum M_2 + \sum M_3 + \dots = 0$$

ანუ

$$\sum M = 0.$$



ნ.ნ. 39.

შეგნიშნოთ, რომ $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, \dots$ ძალები, რომლებიც გარე ძალებს წარმოადგენენ ცალკეულ სახსრებისათვის, მთელ ფერმისათვის შიგა ძალებს წარმოადგენენ, ნაწილებს შორის ურთიერკმედების ძალებს, ამიტომ (**) განტოლებებში თითოეული მათგანი ორჯერ შედის, მასთან ორი ტოლი ძალის მიმართულება ურთიერთ შებრუნებულია. მაშასადამე, ეს ძალები წყვილ—წყვილად წონასწორდებიან, და (**) განტოლებანი მხოლოდ P_1, P_2, P_3, \dots ძალებს შეიცავენ, ე. ი. ისინი წარმოადგენენ გარე ძალთა წონასწორობის პირობებს.

ამნაირად, (*) სისტემის $2n$ განტოლებანი ჩვენ შეგვიძლია შევცვალოთ ეკვივალენტური სისტემით, რომელშიაც 3 განტოლება შეცვლილია სამი (**) შედეგით. მაშასადამე, $2n$ განტოლებათა სისტემა გარე ძალთა წონასწორობის სამ პირობას და $(2n-3)$ განტოლებას შეიცავს, რომლებიც აგრეთვე აკავშირებენ N_1, N_2, N_3, \dots შიგა ძალებსაც. პირველი სამი განტოლებით შეგვიძლია ვისარგებლოთ საყრდენთა რეაქციების განსაზღვრისათვის. თუ კი საყრდენთა რეაქციები წინასწარაა განზღვრული, მაშინ ეს განტოლებანი იგივეობებით იქცევიან. ძელებში ძალების განსაზღვრისათვის ჩვენ მხოლოდ $(2n-3)$ განტოლებები გვაქვს.

აქედან სტატიკურად რკვევადობის პირობა იქნება: ძელაკთა რიცხვი

$$x < 2n - 3.$$

გეომეტრიულ უცვლადობის პირობასთან დაპირისპირებით

$$x_0 > 2n - 3,$$

ეპოულობთ:

1. ფერმა სტატიკურად რკვევადი და გეომეტრიულად უცვლადია, თუ ძელაკთა რიცხვი

$$x = 2n - 3,$$

მასთან ყველა ძელაკია საჭირო.

2. თუ ძელაკთა რიცხვი

$$x < 2n - 3,$$

მაშინ ფერმა გეომეტრიულად ცვლადია.

3. თუ ძელაკთა საერთო რიცხვი

$$x > 2n - 3,$$

ფერმა სტატიკურად ურკვევადია. ამ დროს ასეთი ფერმის გეომეტრიულად უცვლადობის შესახებ შეგვიძლია ვიმსჯელოთ საჭირო ძელებების რიცხვის მიხედვით, რომლებიც უნდა უღრიდეს

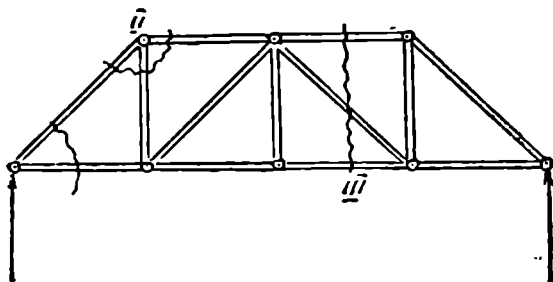
$$2n - 3.$$

ჩვენ შევისწავლით მხოლოდ გეომეტრიულად უცვლად ფერმებს, თავდაპირველად სტატიკურად რკვევადს და შემდეგ სტატიკურად ურკვევადს.

§ 20. ძალვათა განსაზღვრა სახსრისანი კვანძების ჭეშქონე სტატიკურად რკვევადი ფერმების ძელებში

ძალები ფერმის ძელებში (შინაგანი ძალები) კვეთის საერთო მეთოდით განიზღვრება. გამჟოლი კვეთით აზრათ გამოიყოფა ფერმის ნაწილი; მოაშორებენ მთელ დანარჩენ ნაწილს, და უკანასკნელის მოქმედებას

გამოყოფაზე შეცვლიან ძალებით. აი სწორეთ ესენი იქნებიან ფერმის შინაგანი ძალები. რადგან ფერმა შესდგება ძელაკებისაგან, რომლებიც განიცილიან მხოლოდ გაკიშვას ან კუმშვას, ამიტომ შინაგანი ძალები ძელაკების კვეთებში ზაო ღერძზე იქნებიან მიმართული,—გარეთ, გაკიშვის შემთხვევაში, ან შიგნით—კუმშვის შემთხვევაში. ანალიზურ მეთოდით გაანგარიშებისას ჩვენ ძალებს წინასწარ მიემართავთ გარეთ, და ამ მიმართულებას დადებითად ჩავთლით. მაშინ (+) ნიშანი შედეგში მიგვითითებს იმაზე, რომ მოცემული ძელაკი გაკიშულია, (-) ნიშანი კი იმას, რომ იგი შეკუმშულია.



ნახ. 40.

გამქოლი კვეთების მაგალითები მოყვანილია ნახ. 40-ზე, მასთან I და II კვეთებით გამოყოფილია ფერმის ნაწილი. რომელიც მხოლოდ ერთ კვანძს შეიცავს, III კვეთით კი—ფერმა შუაზე იკვეთება. ამისდამიხედვით ძალვათა განსაზღვრის ორი ხერხი გვაქვს:

- 1) კვანძების გამოყოფა;
- 2) განივი კვეთები.

ფერმების შიგა ძალების განსაზღვრის 1-ლი ხერხი—კვანძების გამოყოფით.

გამოყოფთ ფერმის ნაწილს, რომელიც შეიცავს ერთ რომელიმე კვანძს. მთელი გამოყოფილი ნაწილის მოქმედებას შევცვლით ძალებით, რომლებიც, როგორც ზემოთ ვთქვით, ძელაკების ღერძებზე უნდა იყვნენ მიმართული, ე. ი. უნდა იკვეთებოდნენ კვანძში. ამავე კვანძზე მოღებულა გარე ძალაც. მაშასადამე, ჩვენს მიერ გამოყოფილ ფერმის ნაწილზე ერთ წერტილში თანამკვეთი ძალთა სისტემა მოქმედობს.

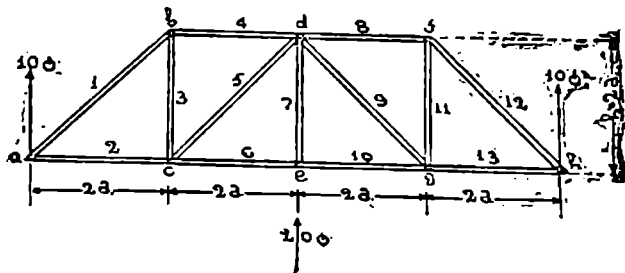
როგორც ცნობილია ასეთ სისტემისათვის წინასწარობის ორი განტოლება გვაქვს, რისთვისაც ნულს გაუტოლებთ ძალთა გეგმილების ჯამს

ნებისმიერი ორლერძიანი კოორდინატთა სისტემის თითოეულ ღერძზე ასეთსავე ოპერაციას თუ ჩავატარებთ ყველა კვანძისათვის, სულ წონასწორობის $2n$ განტოლებას მივიღებთ, სადაც n —კვანძების რიცხვია.

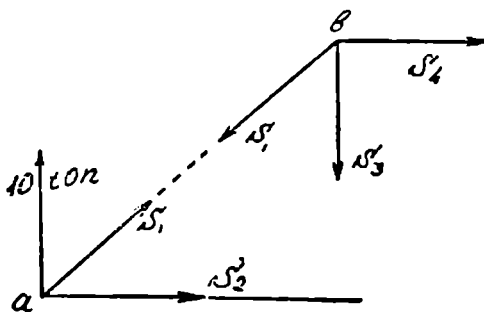
ზემოთ დამტკიცებული იყო, რომ ამ $2n$ განტოლებიდან 3 განტოლება უნდა გამოირიცხოს, როგორც გარე ძალთა წონასწორობის 3 პირობის შედეგები. გვრჩება $(2n-3)$ განტოლება, რომელთა საშუალებითაც ჩვენ განვსაზღვრავთ $(2n-3)$ უცნობ ძალებს ძელაკებში.

მრავალუცნობიანი მრავალი განტოლებათა სისტემის ამოხსნისას უცნობთა გამორიცხვის ოპერაციები შეიძლება უზარმაზარი გამოდგეს. ამ უხერხულობის თავიდან აშორების მიზნით კვანძთა გამოყოფა ცნობილი თანამიმდევრობით უნდა ვაწარმოოთ ისე, რომ ამათუიმ კვანძისათვის დაწერილი ყოველი ახალი 2 განტოლება მხოლოდ 2 ახალ უცნობს შეიცავდეს.

ეს კერძო მაგალითით გავაშუქოთ.



ნახ. 41.



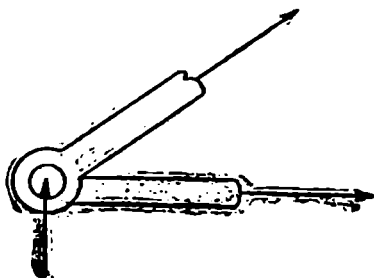
ნახ. 42

41-ე ნახაზზე წარმოდგენილია ფერმა, რომელზედაც მოქმედობს 3 ძალა: 10 ტ. 20 ტ. და 10 ტ. ძელაკთა ძალების განსაზღვრისათვის იმ

კვანძიდან დავიწუებთ, სადაც თავს იყრის ორი ძელაკი, მაგალითად, a კვანძიდან; ამ კვანძის გამოყოფით შევნიშნავთ, რომ ფერმის წაკვეთილ ნაწილზე (ნახ. 42) მოქმედობს სამი ძალა: გარე ძალა 10 ტ. და ძელაკების უცნობი ძალები S_1 და S_2 . განვსაზღვრავთ რა ამ ძალებს წონასწორობის პირობიდან, გადავდივართ b კვანძზე, სადაც თავს იყრის 3 ძალა: უკვე ცნობილი ძალვა S_1 და უცნობი ძალები S_2 და S_3 . ამნაირად ერთიდან მეორე კვანძზე გადასვლით ისეთი თანამიმდევრობით, რომ თითოეულ კვანძში არ აღმოჩნდეს ორზე მეტი უცნობი ძალვა, განვსაზღვრავთ ყველა ძელაკის ძალებს. ამოცანის ამოხსნა შეიძლება როგორც ანალიზურად, ისე გრაფიკულადაც.

ა) ანალიზური ამოხსნა

ძელაკთა ძალებს მივმართავთ ძელაკების ღერძებზე ფერმის მოკვეთილი ნაწილიდან გარეთ (ნახ. 43), მასთან (+) ნიშნით აღვნიშნავთ გაკეპვას, (—) ნიშნით კი—კუმშვას.



ნახ. 43

წონასწორობის პირობები წაკვეთილი a კვანძისათვის (ნახ. 41 და 42) არის:

$$10 + S \sin 45^\circ = 0;$$

$$S_1 \cos 45^\circ + S_2 = 0;$$

საიდანაც:

$$S_1 = -14 \text{ ტ. (კუმშვა),}$$

$$S_2 = +10 \text{ ტ. (გაკეპვა).}$$

b კვანძის მოკვეთით, გვაქვს:

$$-S_1 \cos 45^\circ + S_3 = 0;$$

$$-S_1 \sin 45^\circ - S_2 = 0,$$

საიდანაც, თუ ჩავსვამთ $S_1 = -14$ ტ, მივიღებთ:

$$S_3 = 10 \text{ ტ}; \quad S_4 = -10 \text{ ტ}.$$

c კვანძისათვის:

$$-S_2 + S_5 \cos 45^\circ + S_6 = 0,$$

$$S_3 + S_5 \cdot \sin 45^\circ = 0,$$

საიდანაც:

$$S_5 = -14 \text{ ტ}; \quad S_6 = 20 \text{ ტ}.$$

e კვანძისათვის:

$$-S_8 + S_{10} = 0;$$

$$S_7 - 20 = 0,$$

საიდანაც:

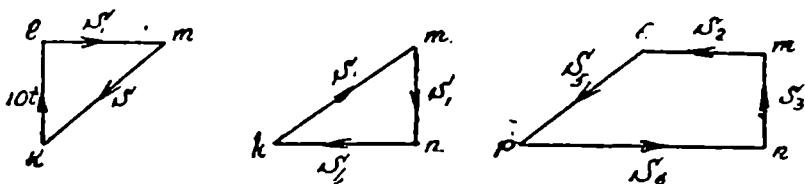
$$S_{10} = S_8 = 0; \quad S_7 = 20 \text{ ტ და ა. შ.}$$

ბ) გრაფიკული ამოხსნა

კრემონას ღიაგრაფა

ერთ წერტილში თავმოყრილ ძალთა წონასწორობის პირობაა ძალთა მრავალკუთხედის ჩაკეტვა.

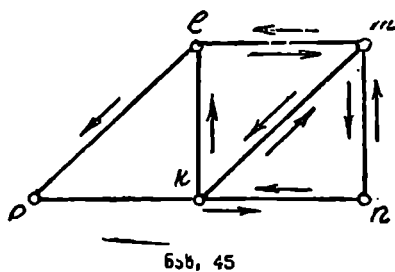
44-ე ნახაზზე გამოხატულია წონასწორობის მრავალკუთხედები კვანძებისათვის, მასთან a კვანძის წონასწორობის მრავალკუთხედიდან S_1 და S_2 ძალები განისაზღვრება, b კვანძის წონასწორობის მრავალკუთხედიდან S_3 და S_4 ძალები და ა. შ.



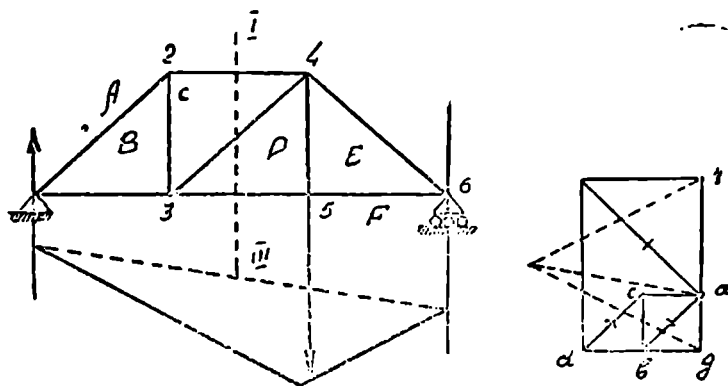
ნახ. 44

აღნიშნული ხერხით აგებისას თითოეული მონაკვეთის მოზომვა გვიხდება ორჯერ, რადგან თითოეული ძელაკი მიერთებულია ორ კვანძზე, მასთან 44-ე ნახაზზე მიღებული მთელი რიგი ნაკვეთები მთლიან შემთხვევლას არ ვეძღვევს ისე, რომ შემთხვევითი შეცდომა უცებ მოგვხვდეს თვალში. ორთავე აღნიშნული უხერხულემა თავიდან აშორებულა კრემონა-

ნას დიაგრამის აგების ხერხში. ამ ხერხის იდეა მდგომარეობს 44-ე ნახაზის ნაკვეთების ისეთნაირ განლაგებაში, რომ ერთსადიგივე ძელის ძალვის შესაბამისი მონაკვეთები თანხედებოდნენ. 45-ე ნახაზზე მრავალკუთხედების



წვეროები ისეთივე ასოებითაა აღნიშნული, როგორც 44-ე ნახაზზე. კრემონას დიაგრამის სწორად აგებისათვის შემდეგი რამ უნდა მივიღოთ მხედველობაში (ნახ. 46):



ნახ. 46

1) ფერმის ნახაზის სიბრტყე ძელაკებითა და გარე ძალებით დაყოფილია A, B, C, \dots უბნებად.

2) ყოველ გარე ძალას და ყოველ ძალვას ძელაკში აღვნიშნავთ ძალის¹ ორი მიმდებარე უბნის ასოებით იმ თანრიგით, რომლითაც გადავაბიჯებთ განსახილველ ძალას, როდესაც ვაწარმოებთ ბრუნვას კვანძის გარშემო განსაზღვრული მიმართულებით, მაგალითად, საათის ისრის მიმართულებით. ძალთა მრავალკუთხედში ძალის მოზომვისას პირველ ასოს სვამენ მის დასაბამთან, მეორეს კი — ბოლოსთან. მაგალითად, № 5 კვანძის გარშემო

ბრუნვისას (ნახ. 46) გადაეკვეცაეთ გარე ძალას, თუ F უბნიდან G უბანში გადავალთ, რისგამო ეს ძალა აღნიშნულია fy -თი (f — დასაბამი, y — ბოლო).

3) ძალთა წონასწორობის მრავალკუთხედის აგებისას ერთი კვანძიდან მეორეზე ისეთი თანამიმდევრობით უნდა გადავიდეთ, რომ თითოეულ ახალ კვანძში ორზე მეტი უცნობი ძალვა არ შეგვხვდეს. წინაღ განზღვრული ძალები ახლად არ უნდა მოიზაროს, არამედ ვისარგებლოთ უკვე მოზომილით, მასთან მიმართულგება წევცვალთ მოპირდაპირე მიმართულებით.

4) ძალებს თითოეულ კვანძისათვის მოვზომავთ იმ თანამიმდევრობით, რომლითაც ისინი გვეცვებიან კვანძის გარშემო ბრუნვისას განსაზღვრული მიმართულებით, მაგალითად, საათის ისრის მიმართულებით.

46-ე ნახაზზე წარმოდგენილია ამოცანის სრული გრაფიკული ამოხსნა FG ძალით დატვირთული ჟეოპისათვის. ჯერ თოკის მრავალკუთხედის საშუალებით განზღვრულია ya და af საყრდენი რეაქციები. შემდეგ, გარე ძალთა fya მრავალკუთხედის გამოყენებით ავაგებთ წონასწორობის მრავალკუთხედს № 1 კვანძისათვის, მასთან ძალებს იმ თანამიმდევრობით გადავზომავთ, რომლითაც ისინი გვხვდებიან კვანძის გარშემო საათის ისრის ბრუნვის მიმართულებით ბრუნვის დროს; ga , ab , bg .

№ 2 კვანძისათვის ძალები მოზომილი უნდა იყოს შექდეგი წესრიგით: ba , ac , cb , მასთან ba მივიღებთ დიაგრამაზე უკვე არსებულ მოპირდაპირე ab მონაკვეთს (ab და ba ძალები ისე, როგორც ძალები 1—2 ძელაკის ბოლოებში, ტოლი და შებრუნებულეები).

№ 3 კვანძისათვის — gb , bc , cd , dg , მასთან gb და bc უკვე გვაქვს დიაგრამაზე.

№ 4 კვანძისათვის — dc , ca , ae , ed .

№ 5 კვანძისათვის — fg , gd , de , ef . აქ უცნობია მხოლოდ ef ძალვა. $fgydef$ მრავალკუთხედის ჩაკეტვა აგების სისწორის შემამოწმებელა.

№ 6 კვანძისათვის — af , fe , ea , ყველა ძალვა ცნობილია და გვაქვს დიაგრამაზე. $afea$ მრავალკუთხედის ჩაკეტვა აგრეთვე ემსახურება აგების სისწორის შემოწმებას.

კრემონას დიაგრამა ძალვათა სრულ სურათს გვაძლევს ფერმის ელემენტებში. 46-ე ნახაზზე კუბაყი ძალები (კვანძისაგენ ძიართული) წახაზვით არის აღნიშნული.

აგების სისწორე ადვილად შემოწმდება თვით დიაგრამის აგებისას. აღუნიშნოთ კიდევ კრემონას დიაგრამის ერთი თავისებურება, რომლის გამოყენება შეიძლება აგების სისწორის შესამოწმებლად, ჩვენ ფერმის გამჟოლ განივ კვეთს თუ გაკატარებთ, მაგალითად I—II, მაშინ ga გარე ძალა და ac , ca , dg ძალები, როგორც უოთიერთ განაწონასწორებელი

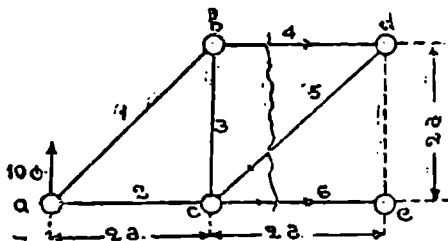
ძალები (ფერმის მოკვეთილ მარცხენა ნაწილზე მოქმედ ძალთა სისტემა) დიაგრამაზე ჩაკეტულ მრავალკუთხედს $gacdg$ გვაძლევს.

ძალვათა განსაზღვრის მე-2 ხერხი ფერმის განივი კვეთით.

თუ ფერმას (ნახ. 41) სიგანეზე გაკვეთთ №№ 4, 5, 6 ძელაკებზე, მაშინ S_4 , S_5 , S_6 ძალები შეიძლება განისაზღვროს ფერმის მარცხენა ნაწილზე მოქმედი ძალების წონასწორობის პირობებიდან. ერთ წერტილში არა თავმოყრილ ძალებისათვის წონასწორობის 3 განტოლება გვაქვს. ამიტომ ფერმა ისეთნაირად უნდა გავკვეთოდ, რომ კვეთში 3 ძელაკზე პეტი არ მოხვდეს უცნობი ძალებით.

ა) ამოცანის ანალიზური ამოხსნა. რიტერის ხერხი

ხერხი იმაში მდგომარეობს, რომ უნდა შევარჩიოთ ისეთი წონასწორობის განტოლებანი, რომლებშიაც ცალცალკე უნდა შედიოდეს მხოლოდ თითო უცნობი, ამით აცილებული იქნება უცნობთა გამორიცხვის მოქმედებანი. ამ პირობას აკმაყოფილებს მომენტების განტოლება უცნობ ძალებიანი ორი დანარჩენი ძელაკის გადაკვეთის წერტილის მიმართ. ასეთ წერტილს რიტერის წერტილი ეწოდება მოცემული ძელაკის ძალებისათვის. მაგალითად, № 6 ძელაკისათვის (ნახ. 47) რიტერის წერტი-



ნახ. 47

ლია d ; № 4 ძელაკისათვის რიტერის წერტილია c . კერძო შემთხვევაში, როდესაც ორი დანარჩენი ძელაკი პარალელურია, რიტერის წერტილი უსასრულოდღეა და ზემოთ დაყენებულ პირობას აკმაყოფილებს გვერდითა განტოლება ღერძზე, რომელიც ორი დანარჩენი ძელაკის პერპენდიკულარულია.

მაგალითად, № 5 ძელაკისათვის ნულს უნდა გაუტოლოთ №№ 4 და 6 ძელაკების პერპენდიკულარულ ღერძზე დაგვემიღებული ძალების

გვეგილები ჯამი. ნათქვამს თუ გამოვიყენებთ S_4 , S_2 და S_6 ძალებისადმი (ნახ. 47), დაწეროთ განტოლებებს:

$$10 \cdot 4 - S_6 \cdot 2 = 0; \quad 10 \cdot 2 + S_4 \cdot 2 = 0;$$

$$10 + S_2 \sin 45^\circ = 0,$$

საიდანაც:

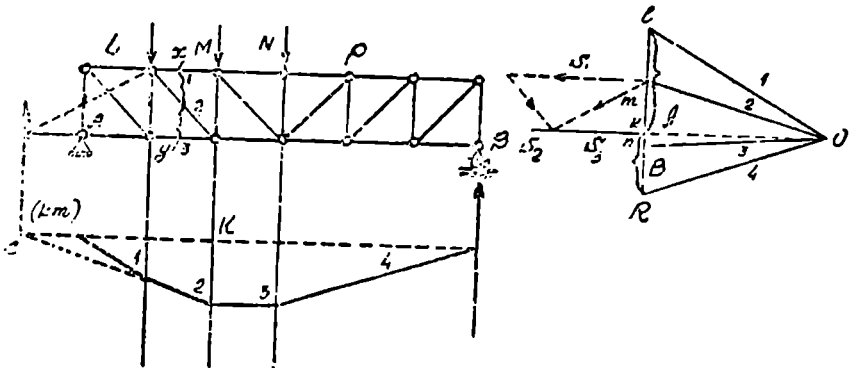
$$S_6 = +20 \text{ ტ}; \quad S_4 = -10 \text{ ტ}; \quad S_2 = -14 \text{ ტ}.$$

ამოცანის ანალიზურად ამოხსნისას რიტერის ხერხის არსებითი უპირატესობა კვანძების გამოყოფის ხერხთან შედარებით იმაში მდგომარეობს, რომ რიტერის ხერხის დროს ნებისმიერი ძელაკის ძალვა განიზღვრება სწრაფად, სხვა ძელაკების ძალებზე დამოუკიდებლად, რის გამო არ გროვდება ცდომილებანი მიახლოებითი გამოანგარიშების დროს.

ბ) ამოცანის გრაფიკულად ამოხსნა. კულმანის ხერხი

გრაფიკული ამოხსნა დაიყვანება ყველა იმ გარე ძალთა ტოლქმედის გრაფიკულად გაწონასწორებაზე, რომლებიც მოდებულია კვეთის ერთ მხარეზე (მაგალითად, მარცხნივ) და მიმართულია სამი მიმართულებით, რომლებიც ემთხვევიან ძელაკების ღერძებს (თავი II, § 8, მე-4 ამოცანა).

48-ე ნახაზზე თოკის შრავალკუთხედის საშუალებით წინასწარ ნაპოვ-



ნახ. 48

ნა საყრდენი რეაქციები

$$A = kl \text{ და } B = pk.$$

ძალების განსაზღვრისათვის, მაგალითად, (1), (2) და (3) ძელაკებში

გატარებულია გამკოლი კვეთი xy , ფერმის მარცხენა ნაწილზე მოდებული გარე ძალების ტოლქმედი უღრის

$$\overline{km} = \overline{kl} - \overline{lm},$$

იგი გატარებულია თოკის მრავალკუთხედის სათანადო ნაწილის ნაპირა სხივების გადაკვეთის წერტილზე და წონასწორდება (1), (2) და (3) მიმართულებებზე.

S_1 , S_2 და S_3 ძალები წარმოადგენენ ძალებს ძელაკებში: S_1 —კუმ-შავი ძალვაა, იგი კვანძისკენაა მიმართული, S_2 და S_3 კი—გამჭიმივი.

§ 21. შემთხვევა, როდესაც ფერმის ყველა კვანძებში თავს იყრიან ორზე მეტი ძელაკი

ასეთ შემთხვევაში არ შეიძლება უშუალოდ გამოვარკვიოთ გეომეტრიული უცვლადობა. აგრეთვე ძნელია თანამიმდევრობის დაცვა კვანძების გამოყოფაში, რომლის დროსაც მოსახერხებელია უცნობთა გამოორიცხვა ანალიზურ ხერხში ან გრაფიკული ხერხის გამოყენება (კრემონას დიაგრამის აგება).

ასეთი ფერმის გაანგარიშებისათვის ჩვენ სხვა ხერხს გამოვიყენებთ, მასთან გეომეტრიული უცვლადობის პირობა შემდეგ დებულებასზე იქნება დამყარებული: თუ დამტკიცდება, რომ გარე ძალთა ნებისმიერი სისტემა შეიძლება გაწონასწორდეს ძელაკების განსაზღვრული შიგა ძალებით, ე. ი. კვანძების ნებისმიერი ფარდობით გადაადგილებას ძელაკები უწყვეტ წინააღმდეგობას, მაშინ ასეთი ფერმა გეომეტრიულად უცვლადია.

49-ე ნახაზზე წარმოდგენილია ისეთი ფერმის მაგალითი, რომლის ყოველ კვანძში თავს იყრის ორზე მეტი ძელაკი. ძელაკებში წარმოქმნილი ძალების განსაზღვრისათვის ე. წ. ძელაკების შეცვლის ხერხით ვისარგებლოთ. შეცვლას ისეთნაირად ვაწარმოებთ, რომ მივიღოთ ფერმა, რომლის გეომეტრიული უცვლადობა ცხადია. ასეთი ფერმა (II) მივიღეთ (I) ნახაზიდან ab ძელაკის cd ძელაკით შეცვლით.

ეს ფერმა უმარტივესია და მის გეომეტრიულ უცვლადობაში დავრწმუნდებით ორ-ორი ძელაკის უკუგდებით.

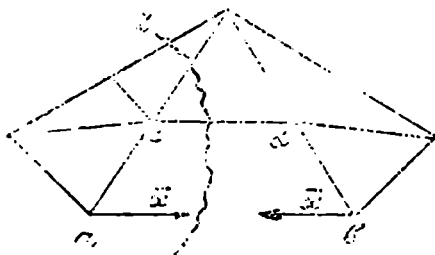
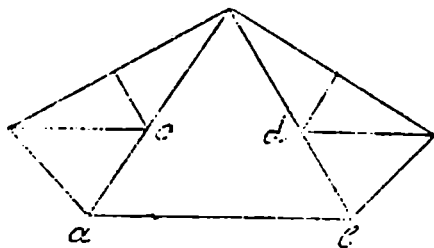
II ფერმისათვის განვსაზღვროთ გარე ძალებით წარმოქმნილი S_1, S_2, S_3 ძალები და $\bar{X} = 1$ ძალით წარმოქმნილი T_1, T_2, T_3, \dots ძალები, რომელნიც მოდებულია a და b კვანძებზე და მიმართულია მოშორებული ძელაკის ღერძის გასწვრივ.

a და b კვანძებზე მოდებული და მოშორებული ძელაკის ღერძის გასწვრივ მიმართული ნებისმიერი სიდიდის \bar{X} ძალები წარმოქმნიან ძალ-

ვებს, რომელთა სიდიდეები მიიღება $X=1$ ძალის ქმედებით გამოწვეული ძალების X -ზე გადამრავლებით, ე. ი.

$$T_1 \bar{X}, T_2 \bar{X}, T_3 \bar{X} \dots$$

ამ ძალებისა და მოცემული გარე ძალებით გამოწვეული ძალების შეკრებით II ფერმაზე, მოცემული ძალთა სისტემის და \bar{X} ძალის ერ-



ნახ. 49

თობლივი მოქმედებით წარმოქმნილ ძალებს მივიღებთ:

$$\left. \begin{array}{l} S_1 + T_1 X \\ S_2 + T_2 X \\ S_3 + T_3 X \end{array} \right\} \quad (*)$$

X ძალის სიდიდის ცვლისას შეიცვლება ძალეც შესაბამისად ძალეც cd ძელაკში. დაბოლოს, X ძალის იმ მნიშვნელობის დროს, როდესაც ძალე cd ძელაკში ნულს უდრის, II ფერმა I ფერმის განხორციელებას წარმოად-

გენს, მხოლოდ იმ განსხვავებით, რომ ab ძელაკის ზემოქმედება a და b კვანძებზე \bar{X} ძალის სახით არის წარმოდგენილი (ძელაკის ძალები).

თუ გარე ძალების და $\bar{X} = 1$ ძალების მოქმედებით cd ძელაკში წარმოქმნილ და ჩვენთვის უკვე ცნობილ ძალებს სათანადოთ S_0 და T_0 -ით აღვნიშნავთ, მაშინ გარე ძალებისა და \bar{X} ძალების ერთობლივი მოქმედებით cd ძელაკში წარმოქმნილი ძალვა იქნება:

$$S_0 + T_0 \bar{X}.$$

ამნაირად, იმისათვის რომ II ფერმა I ფერმის განმეორება იყოს, შემდეგი პირობა უნდა დავაკმაყოფილოთ:

$$S_0 + T_0 \bar{X} = 0,$$

ე. ი.

$$\bar{X} = -\frac{S_0}{T_0}$$

აქედან ნათელია, რომ \bar{X} ძალვისათვის და სათანადო ყველა ძელაკში წარმოქმნილი ძალებისათვის [(*) ფორმულის მიხედვით] მივიღებთ განსაზღვრულ სასრულო ამოხსნებს მხოლოდ $T_0 \neq 0$ დროს.

მაშასადამე, ფერმა გეომეტრიულად უცვლადი იქნება, თუ ძელაკის შეცვლით მოხერხდება ისეთი ფერმის მიღება, რომლის გეომეტრიული უცვლადობა გამოკვლეულია, და თუ ამ უკანასკნელ ფერმაში შესაცვლელ ძელაკში $\bar{X} = 1$ ძალებით წარმოქმნილი ძალვა T_0 არ უდრის ნულს, როდესაც ძალები მოქმედობენ ძელაკის ღერძის გასწვრივ.

49-ე ნახაზის II ნაკვეთზე zy კვეთის გატარებით ვხედავთ, რომ cd ძელაკისათვის რიჭერის წერტილია c და ფერმის მარცხენა ნაწილზე მოდებული $\bar{X} = 1$ ძალის მომენტი ამ წერტილის მიმართ არ უდრის ნულს, მაშასადამე T_0 არ უდრის ნულს და (I) ფერმა გეომეტრიულად უცვლადია.

თუ გარდაქმნა უმარტივეს ფერმათ შესაძლებელია მხოლოდ ორი ძელაკის შეცვლით, მაშინ ღეროების შეცვლის შედეგად მიღებულ ფერმაზე ძალთა ორი ჯგუფი იმოქმედებს:

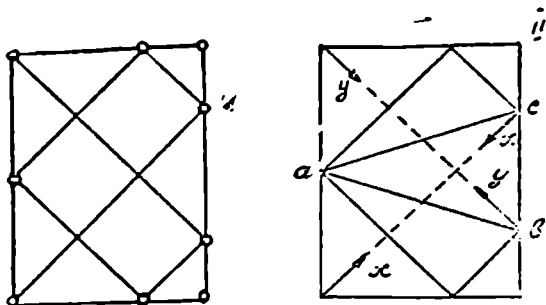
$$\bar{X} \text{ და } \bar{V} \text{ (ნახ. 50).}$$

ძაღვები ძელაკებში უღრის:

$$S_1 + T_1 \bar{X} + U_1 \bar{Y},$$

$$S_2 + T_2 \bar{X} + U_2 \bar{Y},$$

სადაც S არის გარე ძაღვებით გამოწვეული ძაღვები (II) ფერმაში, T ძაღვებია $\bar{X}=1$ ძალიდან, U —ძაღვებია $\bar{Y}=1$ ძალიდან.



ნახ. 50

ab და ac ძელაკებისათვის წონასწორობის ასეთი პირობა გვაქვს:

$$S_{0a} + T_{0a} \bar{X} + U_{0a} \bar{Y} = 0,$$

$$S_{0c} + T_{0c} \bar{X} + U_{0c} \bar{Y} = 0,$$

საიდანაც:

$$\bar{X} = \frac{S_{0c} U_{0a} - U_{0c} S_{0a}}{T_{0a} U_{0c} - T_{0c} U_{0a}}$$

$$\bar{Y} = \frac{S_{0a} T_{0c} - S_{0c} T_{0a}}{T_{0a} U_{0c} - T_{0c} U_{0a}}$$

გეომეტრიული უცვლადობის პირობა იმაში მდგომარეობს, რომ \bar{X} და \bar{Y} გამოსახულებებისათვის მნიშვნელოვანი არ უნდა უდრიდეს ნულს, ე. ი.

$$T_{0a} U_{0c} - T_{0c} U_{0a} \neq 0,$$

ან, თუ სხვაობას აღვნიშნავთ Δ ასოთი, გვექნება:

$$\Delta = \begin{vmatrix} T_{0a} & U_{0a} \\ T_{0c} & U_{0c} \end{vmatrix} \neq 0.$$

ანალოგიით მრავალი შეცვლილი ძეგლაკის შემთხვევაში. გეომეტრიული უცვლადობის პირობა იქნება:

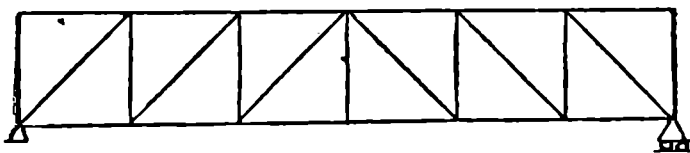
$$\Delta = \begin{vmatrix} T_{00} & U_{00} & V_{00} \\ T_{010} & U_{010} & V_{010} \\ T_{0110} & U_{0110} & V_{0110} \end{vmatrix} \neq 0.$$

§ 22. სტატიკურად განზღვრული ფერმების მაგალითები

ა) ხიდოვანი ფერმები

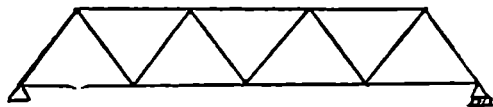
1) ფერმა პარალელური სარტყლებით, ირიბნიანი სისტემის (ნახ. 51). მისი ელემენტები—ზედა და ქვედა სარტყლები პარალელურია; სარტყლებისადმი პერპენდიკულარულია დგარები, და დახრილია ირიბნები.

ფერმის გეომეტრიულ უცვლადობაში ვრწმუნდებით ორ-ორი ძეგლაკის უკუგდებათ.



ნახ. 51.

2) ფერმა პარალელური სარტყლებით, სამკუთხა სისტემის (ნახ. 52) წინა ფერმისაგან განსხვავდება იმით, რომ მასში სხვა.

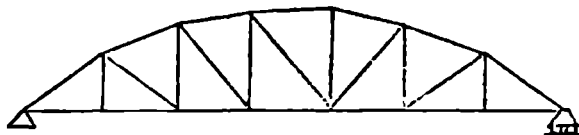


ნახ. 52.

გვარად არის მაპართული ირიბნები და მას არა აქვს დგარები.

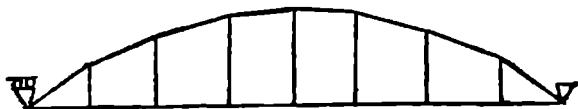
3) ფერმა მრუდხაზოვანი სარტყლებით. მრუდხაზოვანი სარტყელი მრუდში ჩახახულ მრავალკუთხედს წარმოადგენს, მასთან სათანადო კვანძები მრუდზეა განლაგებული. მრუდის გარეგნობის მიხედვით განასხვავებენ პარაბოლურ, ჰიპერბოლურ და სხ. ფერმებს. შეესება სარტყლებს შორის არის, როგორც ირიბნებით, ისე რიკულებით.

53 ნახაზზე წარმოდგენილია ფერმა მრუდხაზოვანი ზედა სარტყლით,



ნახ. 53

54 ნახაზზე—მრუდხაზოვანი ქვედა სარტყლით,



ნახ. 54

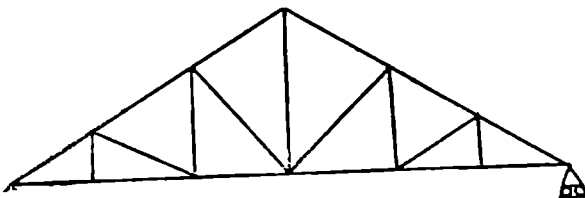
55 ნახაზზე კი—ორთავე მრუდხაზოვანი სარტყლებით.



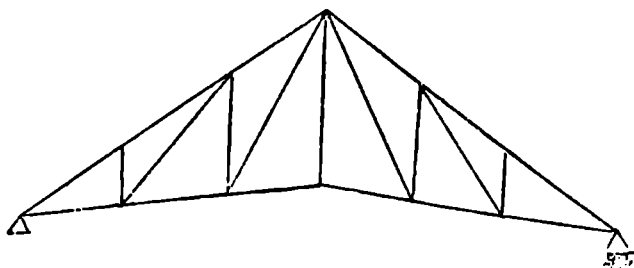
ნახ. 55

ბ) ნივნივიანი ფერმები

ინგლისური (სამკუთხური) სისტემა. 56-ე ნახაზზე წარმოდგენილია ინგლისური სისტემის ფერმა ჰორიზონტალური ქვედა სარტყლით,

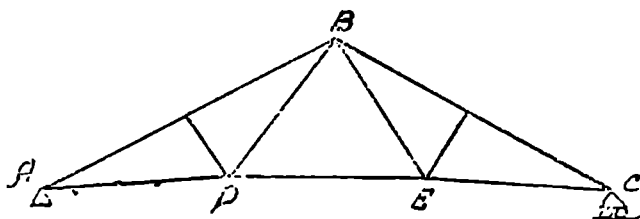


ნახ. 56



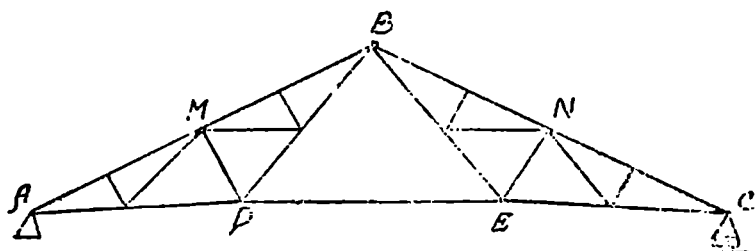
ნახ. 57

2) მარტივი სისტემა პოლონსო (ნახ. 58) შესდგება ორი შპრენგელური ABD და BEC კოქისაგან, რომლებიც მოკიმულია DE შემკოქავით.



ნახ. 58

3) პოლონსოს ორმაგი სისტემა (ნახ. 59) მარტივისაგან გან-



ნახ. 59

სხვაედება ზედა სარტყლით, გაორკეცებული პანელებით (სარტყლის პანელი ეწოდება შუალედს მეზობელ კვანძებს შორის).

ყველა წინა შემთხვევაში ფერმების გეომეტრიული უცვლადობა ადვილად ირკვევოდა ორ-ორი ძელაკის უკუგდებით. პოლონოს ორმაგ სისტემისათვის, ძელაკების უკუგდების შედეგად, მივიღებთ *MBNE* ფერმას, რომელსაც არ მოეპოვება ისეთი კვანძი, რომელშიაც თავს იყრიდეს მხოლოდ ორი ძელაკი. ამ ფერმის გეომეტრიულ უცვლადობაში ადვილად დაერწმუნდებით, თუ შევცვლით ძელაკებს (§ 21, სადაც მოყვანილია სწორედ ასეთი ფერმის მაგალითი).

§ 23. ფერმის ელემენტების კვთების შერჩევა

ფერმის ელემენტებში ძალების განსაზღვრის შემდეგ უნდა გადავიდეთ ძელაკების განივი ზომების დანიშვნაზე, მასთან მხედველობაში უნდა მივიღოთ, რომ ჰინებები ძელაკებში არ აღემატებოდნენ დასაშვებ ჰინებს.

ა) გაკვიმული ძელაკის გაანგარიშება

ცნობილია გამკვიმავი ძალა S და დასაშვები ჰინვა R .
სიმტკიცის პირობაა:

$$\frac{S}{F} < R,$$

სადაც F არის ძელაკის განივი კვეთის ფართობი.

შეენიშნოთ, რომ ზოგიერთ კვეთში ძელაკი შესუსტებულია ქდობებით (თუ იგი ხისაა) ან სამოქლონო ნახვრეტებით, ან დაბოლოს ჰინები (თუ იგი ლითონისაა).

საშიში კვეთი იქნება მეტად შესუსტებული კვეთი, რომლის ფართობი აღინიშნება F_{netto} -თი, სრული განივი კვეთის ფართობი კი F_{brutto} -თი.

ასეთ შემთხვევაში საანგარიშო ფორმულა ასეთ სახეს მიიღებს:

$$\frac{S}{F_{netto}} < R,$$

საიდანაც:

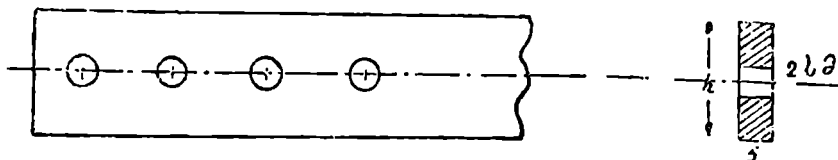
$$F_{netto} > \frac{S}{R}$$

მეტად ხელსაყრელი კვეთი მიიღება მაშინ, როდესაც

$$F_{netto} = \frac{S}{R} . \quad . (**)$$

ნათელვყოთ გაკიშული რკინის ძელაკის კვეთის შერჩევა კერძო მაგალითების განხილვით.

1) ძალვა $S=16 \text{ ტ}=16.000 \text{ კგ}$, დასაშვები ქინვა $R=1.600 \text{ კგ/სმ}^2$. ძელაკი მართკუთხა კვეთისაა, მისი სისქეა $1,5 \text{ სმ}$, მასთან მიმოქლონებულია $d=2 \text{ სმ}$. დიამეტრის მოქლონები (ნახ. 60), რომლებიც განლაგებული არიან ერთ გრძივ მწკრივში.



ნახ. 60

(**) ფორმულის თანახმად, გვაქვს:

$$F_{netto} = \frac{S}{R} = \frac{16000}{1600} = 10 \text{ სმ}^2$$

60-ე ნახაზის თანახმად:

$$F_{brutto} = F_{netto} + 2 \cdot 1,5 = 10 + 3 = 13 \text{ სმ}^2,$$

$$h = \frac{13}{1,5} = 8,7 \text{ სმ}.$$

მისამაგრებელი მოქლონების რიცხვი, როდესაც ერთმხრივი წაკვეთის მოქლონებია, განიზღვრება ფორმულით:

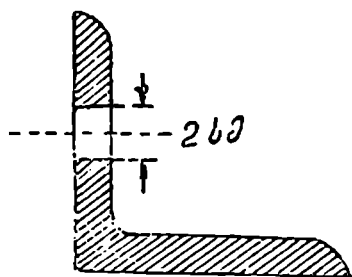
$$\frac{1600}{n \cdot \frac{\pi \cdot 2^2}{4}} < 1280 \text{ კგ/სმ}^2,$$

სადაც 1280 კგ/სმ^2 —მოქლონების დასაშვები ქინვაა კრაზე, საიდანაც:

$$n > \frac{1600}{1280 \cdot \frac{\pi \cdot 2^2}{4}} = 4.$$

2) შეარჩიეთ იმავე ძელაკის კვეთი 1 სმ . სისქის ტოლფერდა კუთხელისაგან (იგივე ძალვისა და დასაშვები ქინვის პირობებში) (ნახ. 61).

წინანდელის თანახმად გვაქვს:



ნახ. 61

$$F_{netto} = \frac{16000}{1600} = 10 \text{ სმ}^2,$$

$$F_{brutto} = 10 + 2 \cdot 1 = 12 \text{ სმ}^2$$

საკეშირო სტანდარტის — 14 ნორმალური სორტამენტის მიხედვით $65 \times 65 \times 10$ მმ. კუთხედისათვის კვეთის ფართობია $F_{brutto} = 12,07 \text{ სმ}^2$, რომელიც საკმარისად უახლოვდება მოთხოვნილ კვეთს.

ბ. შეკუმშული ძელაკის გაანგარიშება

მასალათა გამძლეობის კურსიდან ცნობილია, რომ ძელაკის კუმშვაზე დასაშვები ჰინვა დამოკიდებულია არამარტო მასალაზე, არამედ მის ზომაზე და ბოლოების დამაგრების ხერხზე.

განსახილველ შემთხვევებში ძელაკის ბოლოები ნაგულიცხმეფია, როგორც თავისუფლად ბრუნავი სახსრების გარშემო, რაც შეეხება ზომებს, ძელაკის წინაღობა კუმშვისადმი მცირდება $\frac{l}{i}$ ფარდობის ზრდასთან ერთად, სადაც l არის ძელაკის სიგრძე, i — ინერციის უმცირესი რადიუსი ცენტრალურ ღერძისადმი.

დასაშვებ ჰინვას გაკიმვაზე R -ით თუ აღენიშნავთ, მაშინ ნებისმიერ ძელაკისათვის დასაშვები ჰინვა კუმშვაზე იქნება $\varphi \cdot R$, სადაც $\varphi < 1$ და იწოდება დასაშვები ჰინვის შემცირების კოეფიციენტი.

ეს კოეფიციენტი დამოკიდებულია $\frac{l}{i}$ ფარდობაზე. φ -თვის წარმოდგენილია მთელი რიგი ფორმულები. კუმშვის დეფორმაციისადმი მდგრადობის საკითხის თეორიულ შესწავლამ მიგვიყვანა ეილერის ცნობილ ფორმულამდე.

თავისუფლად ბრუნავი ბოლოებიანი შეკუმშულ ღეროსათვის კრიტიკული ძალვა $P_{კრ}$ განიზღვრება ეილერის ძირითადი ფორმულით:

$$P_{კრ} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J}{l^2}$$

სადაც l — შეკუმშული ღეროს საანგარიშო სიგრძეა სმ-ში, J — ღეროს

განივი კვეთის უმცირესი ინერციის მომენტი სმ⁴-ში, ეს კვეთი *brutto*,
კვეთად არის მიღებული.

შემოვიღოთ აღნიშვნები:

F —(*brutto*) ღეროს განივი კვეთის ფართობი სმ²-ში.

$i = \sqrt{\frac{J}{F}}$ — კვეთის ინერციის რადიუსი სმ-ში,

$E=2100000$ კგ/სმ²—დრეკადობის მოდული სხმულ ფოლადისათვის
 β —კრიტიკული ჰინვა გრძივი ლუნვის დროს კგ/სმ²-ში.
რადგან

$$J = i^2 F,$$

ამიტომ

$$P_{კრ} = \frac{\pi^2 E i^2 F}{l^2} = \pi^2 E F \left(\frac{i}{l} \right)^2$$

საიდანაც კრიტიკული ჰინვა გრძივი ლუნვის დროს იქნება:

$$\beta = \frac{P_{კრ}}{F} = E \pi^2 \left(\frac{i}{l} \right)^2$$

თუ შევიყვანოთ სიმტკიცის კოეფიციენტს

$$n = \frac{\sigma_{დრ}}{R},$$

სადაც $\sigma_{დრ}$ — დროებითი წინაღობაა, მივიღებთ დასაშვებ ჰინვას კუმშვაზე

$$R_{დას.} = \frac{\beta}{n} = \beta \frac{R}{\sigma_{დრ}} = \varphi n,$$

სადაც

$$\varphi = \frac{\beta}{\sigma_{დრ}},$$

ჩვენ შემთხვევისათვის

$$\varphi = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l}{i} \right)^2 \sigma_{დრ}}.$$

ფოლად 3-თვის თუ ჩავსვამთ:

$$E = 2100000 \text{ კგ/სმ}^2,$$

$$\sigma_{დრ} = 3800 \text{ კგ/სმ}^2,$$

მივიღებთ:

$$\varphi = \frac{5500}{\left(\frac{l}{i}\right)^3} . \quad (***)$$

ეს ფორმულა გამოსადგეგია მხოლოდ განსაზღვრულ ფარგლებში. თეორიამ და ცდამ დაამტკიცეს ეილერის ფორმულის გამოყენების ზღვრები $\frac{l}{i} > 100$ დროს ფოლადისათვის.

ხილების პრაქტიკაში $\frac{l}{i}$ -ის მნიშვნელობა ირყევა ზღვრებში 20-დან 140-მდე. ამიტომ ეილერის ფორმულა გამოსადგეგია მხოლოდ იშვიათ შემთხვევაში. სხვა შემთხვევებში გამოიყენება ემპირიული ფორმულები.

ამჟამად ფოლადისათვის საგზაო კომისარიატის ნორმებით შემოღებულია ერთიანი ფორმულა, რომელიც შეიცავს $\frac{l}{i}$ ფარდობის ყველა მნიშვნელობებს და საკმაოდ უახლოვებს, შედეგებს, ეილერის ფორმულით მიღებულ სიდიდეებს ამ ფორმულის გამოყენების ზღვრებში, და, იმ მნიშვნელობებსაც, რომლებიც დაწესებულია ცდით და შორდება ეილერის ფორმულის გამოყენების ზღვარს. ამ ფორმულას ასეთი სახე აქვს:

$$\varphi = 1 - 0,004 \frac{l}{i} ,$$

მასთან

$$\varphi < 0,84 .$$

კუმშვის საანგარიშო ფორმულა იქნება:

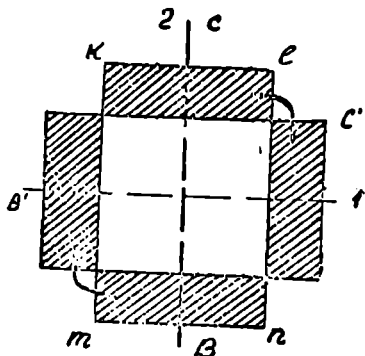
$$\frac{S}{F_{brutto}} < \varphi R \quad (***)$$

(***) საანგარიშო ფორმულაში F და φ დამოკიდებული არიან კვეთის ზომებზე. კვეთის შერჩევის ამოცანა ამოიხსნება თანდათანობითი მიახლოების ხერხით: ნებისმიერად შევარჩევთ φ , შევძღვებ (***) ფორმულით განვსაზღვრავთ F -ს, შევარჩევთ კვეთს, მისთვის განვსაზღვრავთ φ -ს და ვამოწმებთ; თუ იგი არ აკმაყოფილებს პირობას, მაშინ უმჯობესია φ -ის ნაპოვნი მნიშვნელობა ავიღოთ მეორე მიახლოებებისათვის. რაც შეეხება *Mini*-ის, როგორც ცნობილია ინერციის მომენტების თეორიიდან, ეს არის ინერციის მომენტი ერთ-ერთი მთავარი ღერძის მიმართ. ყველაზე ხელსაყრელი ის კვეთებია, რომელთათვისაც *Maxi* და *Mini* ტოლებია. მართლაც,

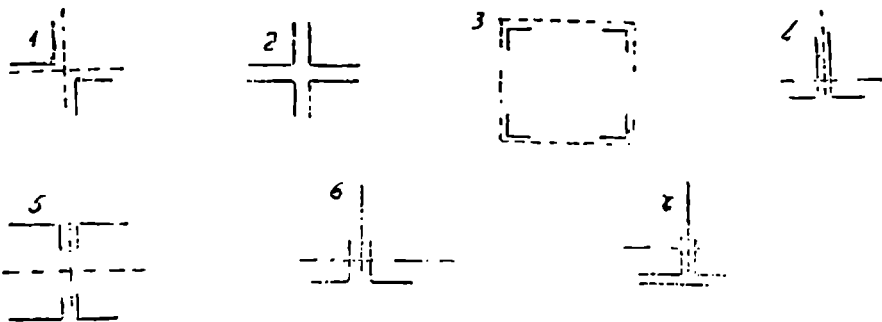
თუ (ნახ. 62) $klmn$ ნაკვეთისათვის $i_1 > i_2$, მაშინ კვეთის ფართობის ზომის შეუვლელად, C და B -ს C' და B' -ში გადატანით i_1 -ის ხარჯზე ვზრდით i_2 , ე. ი. ვზრდით $Mini$. ასეთი გადიდება ზრდის წინალობას მხოლოდ მანამდე, სანამ i_2 არ გაუთანაბრდება i_1 -ს, რადგან i_1 -ის შემდგომი შემცირებისას $Mini = i_1$, და i_1 -ის შემცირება ამცირებს ძელაკის წინალობას,

შეკუმშული ძელაკების განივი კვეთის ხელსაყრელი ფორმები 63-ე ნახაზზეა წარმოდგენილი.

(4), (5), (6) და (7) შემთხვევებში თაროების თანაფარდობა, მანძილები კუთხედებს შორის, ფურცლების ზომები ისეთნაირად უნდა შევარჩიოთ, რომ შეძლებისდაგვარად $J_1 = J_2$.



ნახ. 62



ნახ. 63

შეკუმშული ძელაკის კვეთის შერჩევის მაგალითი. $l = 2,75$ მ. სიგრძის ფოლადის ძელაკი იკუმშება 20 ტ. ძალით. დასაშვები ქინვა $R = 1400$ კგ/სმ². საჭიროა კვეთის შერჩევა კუთხური რკინისაგან.

ავიღოთ $\varphi = 0,5$, მაშინ (**') ფორმულით

$$F_{brutto} = \frac{S}{\varphi R} = \frac{20000}{0,5 \cdot 1400} = 28,6 \text{ სმ}^2.$$

საკ. სტ.—14 ნორმალური სორტამენტის მიხედვით $120 \times 120 \times 12$ მმ. კუთხედისათვის:

$$F = 27,54 \text{ სმ}^2; \quad J_{min} = 150,4 \text{ სმ}^4,$$

$$i_{min} = \sqrt{\frac{150,4}{27,54}} = 2,34 \text{ სმ};$$

$$\frac{l}{i} = \frac{275}{2,34} = 118.$$

საგზაო კომისარიატის ნორმების ფორმულის მიხედვით:

$$\varphi = 1 - 0,004 \cdot 118 = 0,53.$$

გვაქვს

$$\varphi R = 0,53 \times 1400 = 742.$$

$$\frac{S}{F} = \frac{20000}{27,54} = 730 < 742.$$

(***) პირობა დაკმაყოფილებულია, მასთან გადამეტებითი მარაგი არ არის აღებული.

მეხუთე თავი

გ ა ვ ლ ე ნ ი ს ხ ა ზ ე ბ ი

§ 24. საერთო ცნებანი გავლენის ხაზებზე

ზემოთ ჩვენ უკვე შევისწავლეთ საკითხი შიგა ძალთა განსაზღვრის შესახებ, რომლებიც წარმოიქმნებიან ფერმებში მოცემული გარე ძალთა სისტემის ქმედებით. გარე ძალები გარკვეული წესით არიან მოღებული ფერმაზე. მაგრამ ისეთი საინჟინერო ნაგებობის განსაზღვრისას, როგორცაა ხიდფერმები, ამწები და სხ. ჩვენ აგრეთვე ვხვდებით ე. წ. მოძრავი დატვირთვის მოქმედებას (ასეთი დატვირთვა წარმოადგენს ურთიერთ დაკავშირებულ პარალელურ ძალთა სისტემას; ასეთივეა: მატარებელი, სატკეპნი და სხ.), ე. ი. ისეთი დატვირთვისა, რომელსაც შეუძლია მიიღოს სხვადასხვა მდებარეობა ნაგებობაზე.

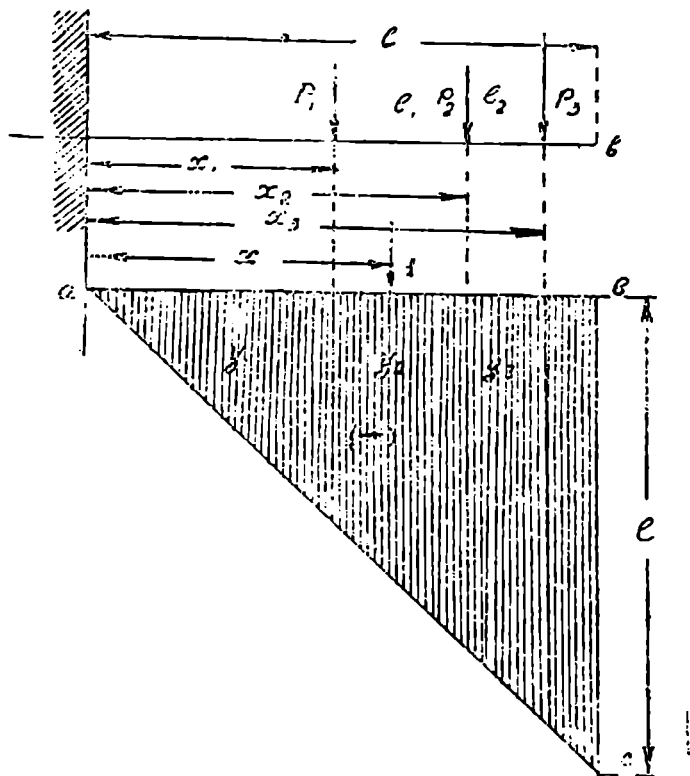
მოძრავი დატვირთვის თითოეულ მდებარეობას გარე და შიგა ძალთა საესებით განსაზღვრული მნიშვნელობა შეესაბამება. ნაგებობის ამათუიშ ელემენტის კვეთის საჭირო ზომების განსაზღვრისათვის მოძრავი დატვირთვის ყველა შესაძლო მდებარეობიდან შეარჩევენ ისეთს, რომელსაც ესაბამება მეტად არახელსაყრელ პირობებს გასაანგარიშებელ ელემენტისათვის. დატვირთვის ასეთ მდებარეობას საშინო მდებარეობა ეწოდება. ამნაირად, ისმება საკითხი თანაფარდობის დაწესების შესახებ მოცემულ მოძრავ დატვირთვის მდებარეობასა და გარე და შიგა ძალთა მნიშვნელობებს შორის, აგრეთვე დატვირთვის საშიში მდებარეობის განსაზღვრის შესახებ, რომელიც ესაბამება მაქსიმალურ ძალებს.

ნათქვამი შეეხება არა მარტო ძალებს ფერმის ელემენტებში, არამედ ყოველ ფუნქციას, რომელიც კი დამოკიდებულია მოძრავი დატვირთვის მდებარეობასა და სიდიდეზე, როგორც მაგალითად საყრდენთა რეაქციაზე. გადაშვრელ ძალაზე, კოქის მღუნავ მომენტზე, ძალვაზე მოცემულ კოქში, კინეზზე მოცემულ წერტილში, მოცემულ წერტილის გადაადგილებაზე და სხ.

რადგან მოძრავი დატვირთვის დროს საქმე გვაქვს პარალელურ ძალთა სისტემასთან, ამიტომ თუ ვისარგებლებთ ძალთა შეკრების პრინცი-

პით, ჩვენ შევეძლებთ გამოვარკვიოთ ტვირთთა სისტემის მოქმედება ნაგებობაზე. მასთან საფუძვლად მივიღოთ უმარტივესი შექთხევა, როდესაც ნაგებობაზე მოძრაობს მხოლოდ ერთი ტვირთი და იგი უდრის ერთეულ ძალას, მაგალითად, ერთ ტონას.

ერთეული ტვირთის გადაადგილებით მალზე. ტვირთის სათანადო მდებარეობას აღნიშნავთ პორიზონტალურ სწორხაზზე და ვერტიკალურ მიართულებით ყოველ აღნიშნულ მდებარეობიდან მოვზომავთ 1-ის ტოლი ტვირთის ქვემოთ ორდინატებს, რომლებიც უდრის განსაზღვრული ფუნქციის სათანადო მნიშვნელობებს. აწნაირად გადაზომილი ორდინატების



ნახ. 64

წვეროების შეერთებით მივიღებთ მრუდს, რომელსაც მოცემული ფუნქციის ინფლუენტური ხაზი ანუ გავლენის ხაზი ეწოდება.

კერძო მაგალითზე ვაჩვენოთ თუ როგორ უნდა ვისარგებლოთ გავლენის ხაზით, რომ განვსაზღვროთ მოძრავი დატვირთვის რაიმე ფუნქციის უდიდესი მნიშვნელობა.

ვთქვათ საკიროა კოქის გაანგარიშება, რომლის ერთი ბოლო ჩაკეთებულია და კოჭზე მოქმედობს მოძრავი ტვირთების მოცემული სისტემა (ნახ. 64). ჩვენ ვიცით, რომ ასეთი კოქის საშიშ კვეთს წარმოადგენს ჩაკეთების სიბრტყე. ისმება კითხვა, თუ როგორ უნდა განვალაგოთ ტვირთები ამ კვეთში მაქსიმალური მღუნავი მომენტი, რომ მივიღოთ?

ტვირთი ჩაკეთების სიბრტყიდან ნებისმიერ x მანძილზე მოვათავსოთ, მაშინ ამ კვეთში მღუნავ მომენტისათვის შემდეგ გამოსახულებას მივიღებთ:

$$M = -1 \cdot x.$$

ჩვენ ვხედავთ, რომ M ფუნქციის დამოკიდებულება x აბსცისზე ხაზობრივია, ე. ი. გავლენის ხაზი მღუნავ მომენტისათვის სწორხაზს წარმოადგენს. მისი აგება ორი წერტილით შეიძლება:

$$\text{როცა } x=0,$$

$$M = -1 \cdot 0 = 0,$$

$$\text{როცა } x=l,$$

$$M = -1 \cdot l = -l;$$

ამ გზით მიღებულ a და c წერტილებს სწორხაზით შევავრთებთ:

ახლა ძალთა ქმედების შეკრების პრინციპით თუ ვისარგებლებთ, ac გავლენის ხაზის საშუალებით ადვილად გამოვითვლით საყრდენის მომენტს ნახაზის მიხედვით განლაგებულ ტვირთთა სისტემისათვის.

მართლაც, x_1 აბსცისიან წერტილში დაყენებულ ერთეულ ტვირთს ესაბამება მღუნავი მომენტი y_1 მნიშვნელობა საყრდენის კვეთში. თუ კი ერთეულ ტვირთს შევეცვლით P_1 ძალით, მაშინ მნიშვნელობა P_2 -ჯერ გადიდდება, ე. ი. მღუნავ მომენტად გვექნება $P_1 y_1$. სწორედ ასევე, x_2 აბსცისიან წერტილში დაყენებულ P_2 ძალას ესაბამება $P_2 y_2$ მღუნავი მომენტი საყრდენის კვეთში, და P_3 ძალას სათანადო $P_3 y_3$ მღუნავი მომენტი, სამი ტვირთის ერთდროული მოქმედების დროს:

$$M = P_1 y_1 + P_2 y_2 + P_3 y_3 = \sum P y.$$

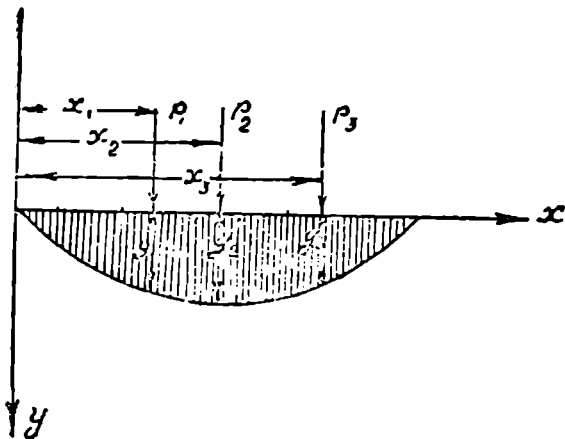
აბსოლუტური მნიშვნელობით საყრდენის უდიდესი მღუნავი მომენტის მისაღებათ, როდესაც კოჭზე მოქმედობს ტვირთთა სისტემა, რომელიც უცვლელი ურთიერთ მანძილით არის დაკავშირებული, ტვირთთა სისტემა უნდა გადავადგილოთ ისე, რომ $\sum P y$ -მა მიიღოს უდიდესი მნიშ-

ვნელობა. ადვილი შესამჩნევია, რომ ტვირთთა სისტემის გადაადგილებით მარჯვნივ ყველა ორდინატები ტვირთების ქვემოთ განუწყვეტლივ გაიზრდებიან, მაშასადამე გაიზრდება M -ის მნიშვნელობაც. M -ის უდიდესი მნიშვნელობა მიიღება დატვირთვის კიდურ მარჯვენა მდებარეობაში, ე. ი. როდესაც წინა P_3 ტვირთი მიაღწევს კოქის ბოლოს. აი ეს იქნება დატვირთვის საშიში მდებარეობა. ძალთა სისტემის ასეთ მდებარეობაში დაყენებით გამოვითვალთ M -ის უდიდესი მნიშვნელობა, მასთან ვისარგებლოთ

$$M = \sum P y$$

ვამოსახულებით.

65-ე ნახაზზე წარმოდგენილია ნებისმიერი მრუდი, როგორც რაიმე ფუნქციის გავლენის ხაზი უზოგადეს შემთხვევაში. აჭ ისევე x_1 წერტილში დაყენებულ P_1 ძალას (x_1 აბსცისის ესაბამება „ y_1 “ ორდინატი), შეესაბა-



ნახ. 65

მება ფუნქციის $P_1 y_1$ მნიშვნელობა. სწორედ ასევე P_2 და P_3 ძალებს ესაბამება ფუნქციის მნიშვნელობები $P_2 y_2$ და $P_3 y_3$.

P_1 , P_2 , P_3 ძალების ერთდროული მოქმედების დროს ფუნქციის მნიშვნელობა, ძალთა ქმედების დამოუკიდებლობის პრინციპის საფუძველზე. უდრის:

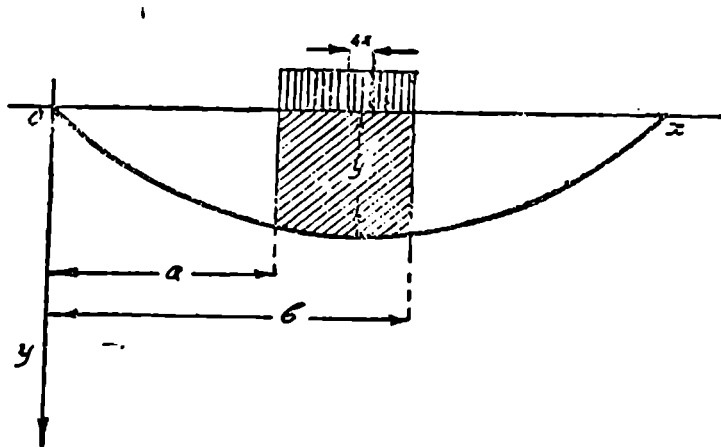
$$Y = P_1 y_1 + P_2 y_2 + P_3 y_3 = \sum P y.$$

ამნაირად, თავმოყრილ ძალთა სისტემის, მოცემული მდებარეობის სათანადო ფუნქციის, მნიშვნელობა მიიღება, როგორც ძალთა სიდიდეებისა და ძალის ქვემოდ გავლენის ხაზის ორდინატების ნამრავლთა ჯაი.

§ 25. თანაბარი მთლიანი დატვირთვის შემთხვევა

წინა პარაგრაფში ჩვენ განვიხილეთ დატვირთვა, რომელიც წარმოადგენდა თავმოყრილ ძალთა სისტემას. ახლა ვაჩვენოთ, გავლენის ხაზის გამოყენებით, თუ როგორ შევძლებთ ფუნქციის საჭირო მნიშვნელობების გამოთვლას თანაბარი, მთლიანი დატვირთვის შემთხვევაში.

66-ე ნახაზზე წარმოდგენილია ნებისმიერი გავლენის ხაზი. განვსაზღვროთ თანაბარი მთლიანი დატვირთვის გავლენა, რომელსაც (ტვირთს) უკირავს მალის ნაწილი იმ წერტილებს შორის, რომლებსაც ესაბამება a



სახ. 66

და b აბსცისები. დატვირთვის ინტენსივობა იყოს q . დატვირთვის მთელი სიგრძე დაეყოს Δx სიგრძის ნაწილებად. თითოეულ ასეთ ნაწილზე მოქმედობს ძალა $q \cdot \Delta x$. ამ ძალის სათანადო ფუნქციის მნიშვნელობა უდრის ძალის სიდიდის ნამრავლს გავლენის ხაზის ორდინატზე ძალის მოდების წერტილში, ე. ი.

$$y \cdot q \cdot \Delta x.$$

ასეთი ნამრავლების შეჯამებით ყველა უბნებისათვის მთელი დატვირთვის სათანადო ფუნქციის Y მნიშვნელობას მივიღებთ, მასთან Δx -ის

იმგვარად შემცირებით, რომ ზღვარში $\Delta x \rightarrow 0$, გვექნება:

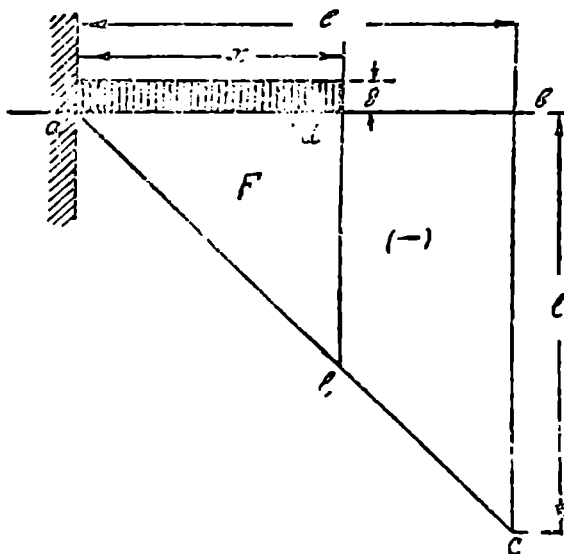
$$Y = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum y \cdot q \cdot \Delta x =$$

$$= \int_a^b y \cdot q dx = q \int_a^b y dx = qF,$$

სადაც F არის ფართობი x ღერძსა და გველენის ხაზს შორის სიგრძეზე, რომელიც უდრის თანაბარ დატვირთვას.

ამ ფართობს გავლენის ფართობი ეწოდება, იგი ნახაზზე ირიბად არის წახაზული.

დაუბრუნდეთ წინა მაგალითს. ვთქვათ ერთი ბოლოთი ჩამაგრებულ კოქზე განლაგებულია თანაბარი დატვირთვა (ნახ. 67). ამ დატვირთვას მალის x უბანი თუ უკირავს და საკიროა საყრდენი მომენტის პოვნა



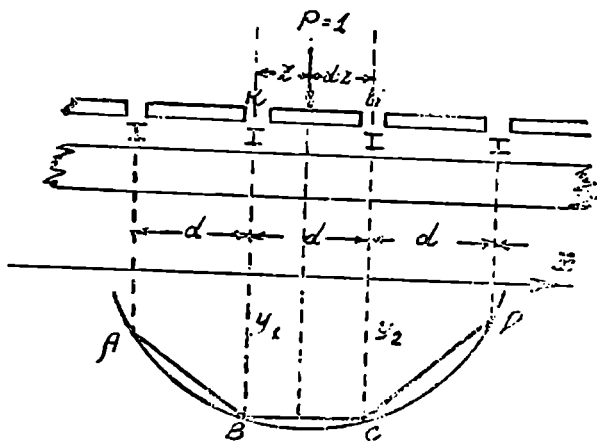
ნახ. 67

გველენის ac ხაზის საშუალებით, მაშინ ამისათვის უნდა გავზომოთ adc სამკუთხედის ფართობი და acs ფართობი გავამრავლოთ q ინტენსივობაზე. მივიღებთ:

$$M = -\frac{x^2}{2} \cdot q.$$

§ 26. კვანძური ლატვირთვის მოქმედების შემთხვევა

68-ე ნახაზის თანახმად მოძრავი ტვირთის მოქმედება ნაგებობას გადაეცემა გრძივი და განივი კოქების საშუალებით, რომლებიც ეყრდნობიან მას გარკვეულ წერტილებში—კვანძებში. ტვირთის მოქმედების ასეთ ხერხს კვანძური მოქმედება ეწოდება.



ნახ. 68

ვთქვათ აგებულია გავლენის ხაზი ტვირთის უშუალო მოქმედების შემთხვევისათვის. ვნახოთ, თუ როგორი ცვლილებები მოხდება მასში კვანძური მოქმედებაზე გადასვლით.

როდესაც ტვირთი $P=1$ მოთავსდება კვანძში, მისი მოქმედება უშუალოდ გადაეცემა ნაგებობას. მაშასადამე, კვანძების სათანადო გავლენის ხაზის ორდინატებს ერთიდაიგივე მნიშვნელობები ექნებათ ორთავე შემთხვევაში, და წერტილები: A, B, C და D საერთოა ორთავე გავლენის ხაზისათვის.

როდესაც ტვირთი $P=1$ დაყენებულია შუალედში კვანძებს შორის და მარცხენა კვანძიდან დაშორებულია z მანძილით, მაშინ P ტვირთის წნევა ბერკეტის წესით განაწილდება ორ განივ კოქზე (კვანძზე), მდგენელები K და L წერტილებში იქნება:

$$K=1 \cdot \frac{d-z}{d}; \quad L=1 \cdot \frac{z}{d}.$$

ფუნქციის მნიშვნელობა, რომელიც კვანძური მოქმედებისას $P=1$ ტვირთის ასეთ მდებარეობას ესაბამება, უდრის:

$$Y = K \cdot y_1 + L \cdot y_2 =$$

$$= y_1 \cdot \frac{d-z}{d} + y_2 \cdot \frac{z}{d}$$

და ორდინატის სახით უნდა იყოს მოზომილი $P=1$ ტვირთის მოდების წერტილის ქვემოთ. აქედან ცხადია, რომ z -ის ცვლისას O -დან d -მდე y ორდინატი იცვლება სწორხაზის კანონით, და გავლენის ხაზის სათანადო უბანი BC მონაკვეთს წარმოადგენს. მას ორი წერტილის მიხედვით ავაგებთ:

როდესაც $z=0$, ვპოულობთ $y=y_1$,

როდესაც $z=d$, მაშინ $y=y_2$.

აქედან მივიღებთ შემდეგ წესს:

ნებისმიერ ფუნქციის გავლენის ხაზის აგებისას ტვირთის კვანძურად მოქმედების დროს, გავლენის ხაზს აგებენ უშუალო მოქმედებისას, და მის წერტილებს კვანძების ქვემოთ სწორხაზის მონაკვეთებით აერთებენ.

მიღებული მრავალკუთხედი წარმოადგენს საძიებელ გავლენის ხაზს.

§ 27. ორ საყრდენზე თავისუფლად მდებარე კოჭის საყრდენთა რეაქციების, გადამჭრელი ძალების და მღუნავი მომენტების გავლენის ხაზების აგება

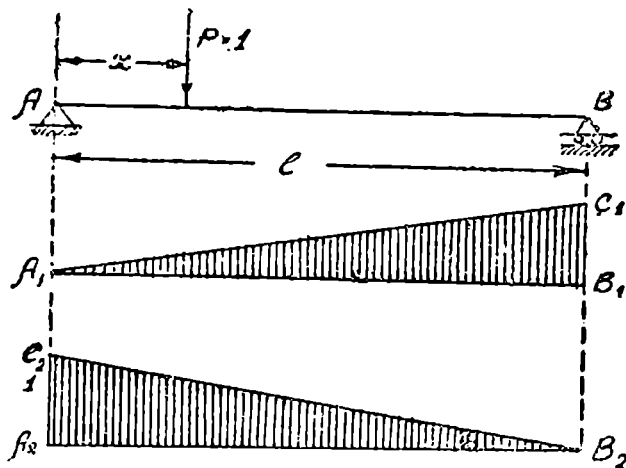
ა) საყრდენთა რეაქციები

მოცემულია ბოლოებით დაყრდნობილი კოჭი (ნახ. 69). აგავით გავლენის ხაზი მარჯვენა საყრდენ რეაქციისათვის B .

B საყრდენი რეაქციის გავლენის ხაზი უნდა გამოხატავდეს ერთეული ტვირთის კოჭზე გადაადგილების გავლენას ამ რეაქციის სიდიდეზე. $P=1$ ტვირთი დაეაყენოთ x მანძილზე მარცხენა საყრდენიდან. B საყრდენი რეაქცია იქნება:

$$B=1 \cdot \frac{x}{l} .$$

B -ს დამოკიდებულება x -თან ხაზობრივია. სწორხაზს ვაგებთ ორ წერტილზე:



ნახ. 69

როდესაც $x=0$, $B=0$;

როდესაც $x=l$, $B=1$.

A_1C_1 სწორხაზი წარმოადგენს B -ს გავლენის ხაზს. სწორედ ასევე A საყრდენ რეაქციისათვის გვაქვს

$$A = \frac{1(l-x)}{l}$$

როდესაც $x=0$, $A=l$;

როდესაც $x=l$, $A=0$,

და გავლენის ხაზი B_2C_2 სწორხაზით გამოიხატება.

ბ) გადამქრელი ძალა

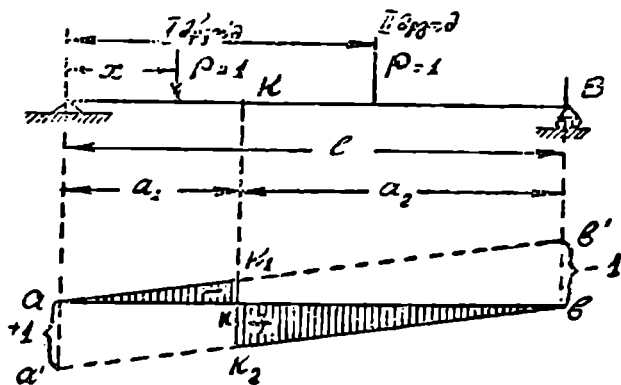
საჭიროა Q გადამქრელი ძალის გავლენის ხაზის აგება AB კოქის K კვეთში (ნახ. 70).

ამისათვის ერთეულ ტვირთს გადავადგილებთ კოქის სიგრძეზე, როდესაც ტვირთი დაიკავებს K წერტილის მარცხენა მდებარეობას, ამ წერტილში გადამქრელ ძალას მივიღებთ, როგორც კვეთის მარჯ-

ენი მოქმედ ძალთა ჯამს. მასალათა გამძლეობის კურსში მიღებულ ნიშანთა წესის დაცვით, გვექნება:

$$Q_1 = -B.$$

ეს არის სწორხაზის მონაკვეთი, რომელიც მიიღება, თუ ავაგებთ გავლენის ხაზს B საყრდენ რეაქციისათვის, იმ შემთხვევისათვის თუ ნი-



ნახ. 70

შანს შეუცვლით ყველა ორდინატს. ესე-იგი მოზომვას ვაწარმოებთ აბსცი-სთა ღერძის უარყოფითი მხარეს.

ამისათვის უარყოფით მხარეს მოვზომავთ $kb' = 1$ მონაკვეთს, გაე-ტარებთ ab' სწორხაზს, და ამ სწორხაზზე გამოვყოთ ak_1 მონაკვეთი, რომელიც ესაბამება კოქის AK უბანს. სწორედ აქვე ერთეული ტვირთის გადასვლით KB უბანზე, განვსაზღვრავთ გადამქრულ ძალას K წერტილში, როგორც კვეთის მარცხნივ მოდებულ ძალთა ჯამს. მივიღებთ:

$$Q_2 = +A.$$

სათანადო მონაკვეთს მივიღებთ, თუ უშუალოდ ავაგებთ გავლენის ხაზს A -თვის ($a'b$ სწორხაზი) და მასზე გამოვყოფთ კოქის KB უბნის სა-თანადო k_2b მონაკვეთს. ამნაირად აგებული გავლენის ხაზს (იგი ნახაზზე წახაზულია) ექნება ak_1 უარყოფით ორდინატებიანი უბანი და k_2b დადე-ბითი ორდინატებიანი უბანი.

გ) მლუნავი მომენტი

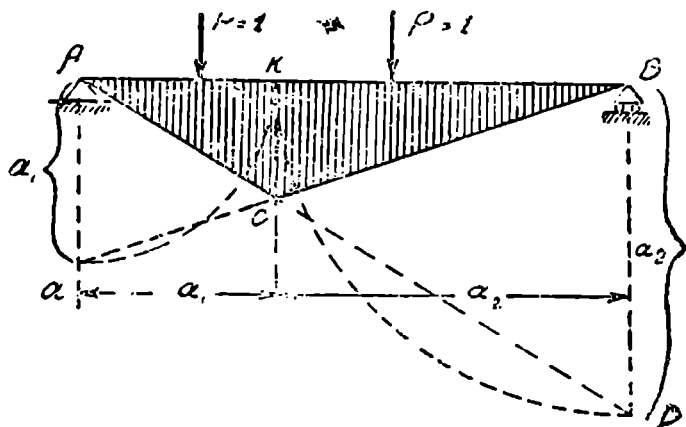
ავაგოთ k კვეთის მიმართ აღებული მლუნავი მომენტის გავლენის ხაზი (ნახ. 71).

ამისათვის კოქის მალზე გადავადგილოთ $P=1$ ტვირთი.

როდესაც ტვირთი მოთავსებულია AK უბანზე, მლუნავი მომენტი K კვეთში შემდეგნაირად გამოისახება:

$$M_1 = +Ba_2,$$

ე. ი. M_1 -ის ყველა ორდინატები მიიღება B -ს გავლენის ხაზიდან, მისი ორდინატების გამრავლებით a_2 მუდმივ სიდიდეზე.



ნახ. 71

რადგან B დამოკიდებულია x -ზე ხაზობრივად და B -ს გამოსახულების გამრავლებით a_2 მუდმივ სიდიდეზე ხაზობრივი დამოკიდებულება დაცულია, M_1 -ის გავლენის ხაზი წარმოადგენს სწორხაზის მონაკვეთს. მის ასაგებათ შემდეგნაირად მოვიქცეთ.

ჯერ გავატარებთ A -ს სწორხაზს, რომელსაც ორ წერტილზე ავაგებთ:

1) როდესაც $x=0$, $B=0$; $+Ba_2=0$;

2) როდესაც $x=1$, $B=1$; $+Ba_2=a_2$

(იხ. 69 ნახაზზე B -ს გავლენის ხაზი). შემდეგ გამოვყოფთ ამ სწორხაზის AC მონაკვეთს, რომელიც ესაბამება AK უბანს.

როდესაც $P=1$ ტვირთი ნოთავსებულია KB უბანზე, გვექნება:

$$M_1 = + A a_1$$

ეს არის სწორხაზი, რომელსაც A წერტილის ქვემოთ აქვს a_1 -ის ტოლი ორდინატი, B წერტილის ქვემოთ კი—ნულის ტოლი ორდინატი. გამოვყოფთ ამ სწორხაზის cB მონაკვეთს. ამნაირად მივიღებთ გავლენის ხაზის ორ შტოს M_1c , Ac და cB -სათვის.

აღვილი დასარწმუნებელია, რომ K წერტილის ქვემოთ ორთავე შტოს აქვთ საერთო ორდინატი. მართლაც, მარცხენა შტოს ორდინატი $x = a_1$ -თვის არის

$$y_1 = + B a_2 = 1 \cdot \frac{x}{l} \quad a_2 = \frac{a_1}{l} a_1$$

მარჯვენა შტოს ორდინატი, იგივე $x = a_1$ აბსცისისათვის, არის

$$y_2 = + A \cdot a_1 = 1 \cdot \frac{l-x}{l} \quad a_1 = \frac{l-a_1}{l} a_1 \quad a_1 = \frac{a_2 a_1}{l} = y_1,$$

ე. ი. $y_1 = y_2$. მაშასადამე, ორთავე შტო გადაიკვეთება ვერტიკალზე K წერტილის ქვემოთ და მოცემულ კვეთში მლუნავი მოპენტის გავლენის ხაზს სამკუთხედის სახე აქვს, წვეროთი განსახილველი კვეთის ქვემოთ.

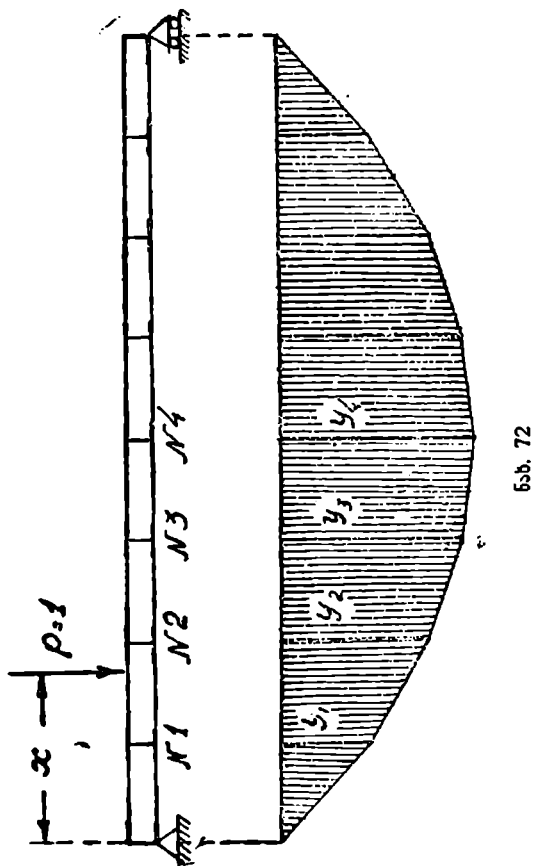
ნახაზზე ნაჩვენებია, დასამახსოვრებლად, ადვილად გავლენის ხაზის გრაფიკულად აგების ხერხი; A წერტილიდან, როგორც ცენტრიდან, AK რადიუსით შვეულზე მოგკვეთავთ a_1 საყრდენ ორდინატს (შვეული საყრდენზეა გატარებული) და მიღებულ წერტილს შეუერთებთ კოქის მეორე ბოლოს, სწორედ ასევე, B წერტილიდან, როგორც ცენტრიდან, BK რადიუსით მოგკვეთავთ a_2 ორდინატს შვეულზე, რომელიც გატარებულია ამ საყრდენზე, და მიღებულ წერტილს შეუერთებთ კოქის მარცხენა ბოლოს. აგებული ორი შტო მოგვცემს AcB სამკუთხედს, რომელიც საძიებელ გავლენის ხაზს წარმოადგენს.

§ 28. გავლენის ხაზის აგება უფრო რთულ შემთხვევებში

წინა პარაგრაფის შემთხვევებში მარტივი ანალიზური დამოკიდებულებით ერთეული ტვირთის მდებარეობის განმსაზღვრელ x აბსცისსა და განსახილველი ფუნქციის სათანადო მნიშვნელობის y ორდინატს შორის გავლენის ხაზის აგება შემდეგზე დაიყვანებოდა: ტვირთის ნებისმიერი დაყენებით x აბსცისიან წერტილში განსაზღვრავენ დამოკიდებულების ფორმას y და x შორის და ააგებენ სათანადო გავლენის ხაზს. ხაზობრივი დამოკიდებულების შემთხვევაში სწორხაზის მონაკვეთს აგებენ ორ წერ-

ტილზე. იმ შემთხვევებში, როდესაც მალის სხვადასხვა უბნისათვის დამოკიდებულების ფორმა სხვადასხვა იქნება, აღნიშნულ მოქმედებას იპეორებენ თითოეულ უბნისათვის, როგორც მაგალითად, გავლენის ხაზის აგებისას Q და M -თვის § 27-ში.

განსახილველ ფუნქციასა და x აბსციის შორის უფრო რთული ანალიზური დამოკიდებულების დროს, როდესაც ასეთი ხერხის გამოყენება



ნახ. 72

სიძნელეებთან არის დაკავშირებული, გავლენის ხაზის აგების შემდეგი ხერხია მოწოდებული. $P=1$ ტვირთის მალის სხვადასხვა წერტილში დაყენებით ფუნქციის სათანადო კერძო მნიშვნელობებს განსაზღვრავენ და, y

ორდინატების მოზომით, მიღებულ წერტილებს შეაერთებენ მდოვრული (ნარნარი) ხაზით (მრუდით). ტვირთის კვანძური მოქმედებისას ერავეულ ტვირთს თანამიმდევრობით დააყენებენ თითოეულ კვანძში და კვანძების სათანადო გავლენის ხაზის წერტილებს ტეხილი ხაზით შეაერთებენ (§ 26-ის თანახმად).

მაგალითი. ააგე γ გავლენის ხაზი ორ საყრდენზე თავისუფლად მდებარე კოქსის შუაში ხალუნებისათვის, ტვირთის კვანძურად გადაცემის შემთხვევაში (ნახ. 72), ცხადია გავლენის ხაზი სიმეტრიულია, ამიტომ მას მხოლოდ ნახევარ მალისათვის ავაგებთ რის შემდეგაც სიმეტრიით განვაგრძობთ აგებას მეორე ნახევრისათვის. საერთო წესით ჯერ განვიხილავთ ტვირთის უშუალოდ (არა კვანძურად) გადაცემის შემთხვევას.

თუ $P=1$ ტვირთი უახლოეს საყრდენებიდან დაშორებულია x მანძილით, მაშინ მალის შუაში ხალუნის გამოსახულება იქნება *):

$$y = \frac{x}{48 EJ} (3l^3 - 4x^3) = \\ = \frac{l^3}{48 EJ} \left[3 - 4 \left(\frac{x}{l} \right)^3 \right]$$

№ 1 კვანძისათვის გვაქვს

$$\frac{x}{l} = \frac{1}{8}$$

და ორდინატი:

$$y_1 = \frac{l^3}{48 EJ} \cdot \frac{1}{8} \left[3 - 4 \left(\frac{1}{8} \right)^3 \right] = 0,367 \frac{l^3}{48 EJ} ;$$

№ 2 კვანძისათვის გვაქვს

$$\frac{x}{l} = \frac{1}{4}$$

და ორდინატი

$$y_2 = \frac{l^3}{48 EJ} \cdot \frac{1}{4} \left[3 - 4 \left(\frac{1}{4} \right)^3 \right] = 0,69 \frac{l^3}{48 EJ}$$

№ 3 კვანძისათვის გვაქვს:

$$\frac{x}{l} = \frac{3}{8} ;$$

* პროფ. ს. კ. ტიმოშენკო, «მასალათა განძლეობა». 1928 წ. გამოცემა, გვ. 202.

და ორდინატი

$$y_3 = \frac{l^3}{48 EJ} \cdot \frac{3}{8} \left[3 - 4 \left(\frac{3}{8} \right)^2 \right] = 0,914 \frac{l^3}{48 EJ}$$

№ 4 კვანძისათვის გვაქვს:

$$\frac{x}{l} = \frac{1}{2},$$

და ორდინატი

$$y_1 = \frac{l^3}{48 EJ} \cdot \frac{1}{2} \left[3 - 4 \left(\frac{1}{2} \right)^2 \right] = 1 \frac{l^3}{48 EJ}$$

ორდინატების გამოთვლილ სიდიდეებს მოვზომავთ კვანძების ქვემოთ, მიღებულ წერტილებს კი შევადარებთ სწორხაზის მონაკვეთებით. ნახაზზე წახაზული ტეხილი ხაზი წარმოადგენს საძიებელ გავლენის ხაზს.

ტვირთს უშუალოთ კოჭზე რომ ემოქმედნა (არა კვანძური გადაცემა), მაშინ №№ 1, 2, 3 და ა. შ. კვეთების შესაბამის წერტილებს ჩვენ მდოვრული მრუდით შევადარებდით.

§ 29. ფუნქციის *Max* და *Min* მნიშვნელობათა განსაზღვრა გავლენის ხაზის საშუალებით. მატარებლის ცხრილი. ეკვივალენტური ტვირთები

Max Y არის ცუნქციის აბსოლუტური სიდიდით უდიდესი დადებითი მნიშვნელობა.

Min Y არის ფუნქციის აბსოლუტური სიდიდით უდიდესი უარყოფითი მნიშვნელობა.

როდესაც გავლენის ხაზის ყველა ორდინატს აქვს ერთიდაიგივე ნიშანი, მაშინ აბსოლუტური სიდიდით *Y*-ის უდიდესი მნიშვნელობა ესაბამება მთელი მალის დატვირთვისას. სხვადასხვა ნიშნიანი ორდინატების შემთხვევაში, მაგალითად, *q*-თვის 70-ე ნახაზზე *Max Y* ესაბამება დადებითი ორდინატებიანი მალის ნაწილის დატვირთვისას, *Min Y* კი — უარყოფითი ორდინატებიანი მალის ნაწილის დატვირთვისას.

თანაბარი მთლიანი მოძრავი დატვირთვისათვის, რომლის ინტენსივობაა *q*, § 25-ის თანახმად გვექნება:

$$Max Y = q F_1,$$

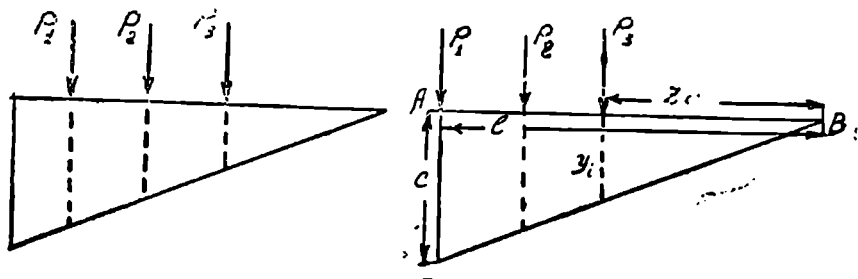
$$Min Y = -q F_2,$$

სადაც *F*₁ ესაბამება გავლენის ხაზის დადებით ნაწილს და წარმოადგენს გავლენის ფართობს, *F*₂ არის გავლენის ფართობი უარყოფით ორდინატებიან უბანზე.

ერთმანეთთან დაკავშირებული შეყურსული ძალების სისტემისათვის მათი ისეთი მდებარეობა განვსაზღვროთ გავლენის ხაზის დადებით და უარყოფით ნაწილზე, რომელსაც ესაბამება ფუნქციის აბსოლუტური სიდიდის მნიშვნელობა. განვიხილოთ უმარტივესი შემთხვევები.

ა) გავლენის ხაზი — სწორხაზია მაგალითად, $Max A$ და $Max B$ -თვის 69-ე ნახაზზე, და, $Max Q$ და $Min Q$ -თვის 70-ე ნახაზზე.

72-ე ნახაზზე მარცხნივ ნებისიერად განლაგებულია ტვირთთა მოცემული სისტემა. ადვილი შესაძნევეია, რომ ტვირთის გადაადგილებისას



ნახ. 73

მარჯვნივ ყველა ტვირთების ქვემოთ ორდინატები შემცირდება, მარცხნივ გადაადგილებისას კი ორდინატები ტვირთების ქვემოთ განუწყვეტილად იზრდება, და მაშასადამე, მაღალ ტვირთთა მოცემული სისტემისათვის $Max Y$ შეესაბამება ნაპირა მდებარეობას, რომლის დროსაც ტვირთი დადგება სამკუთხედის წვეროზე.

ბ) გავლენის ხაზი — ტეხილი ხაზია, წარმოქმნის სამკუთხედს, მაგალითად, $Max M$ -თვის (ნახ. 71).

74-ე ნახაზზე ნებისიერად არის დაყენებული ტვირთთა მოცემული სისტემა.

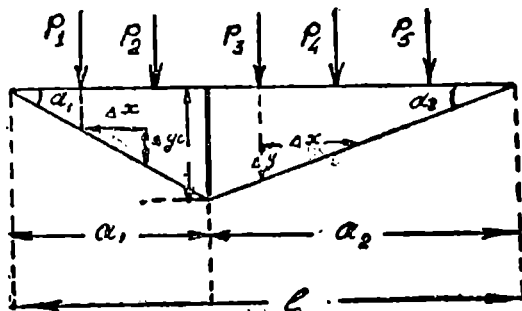
I უბანზე განლაგებული ტვირთის მარჯვნივ Δx სიდიდით გადაადგილებით, მისი სათანადო ორდინატი მიიღებს ნაზრდს:

$$\Delta y = + \Delta x \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 = \Delta x \cdot \frac{c}{a_1}$$

II უბანზე განლაგებული ტვირთის ისეთივე გადაადგილებისას

$$\Delta y = - \Delta x \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 = - \Delta x \cdot \frac{c}{a_2}$$

ამნაირად, ტვირთთა მთელი სისტემის მარჯვნივ Δx სიდიდებზე გადაადგილებისას ფუნქციის ნაზრდი ტოლი იქნება:



ბ.ბ. 74

$$\begin{aligned} \Delta Y &= (P_1 + P_2) \Delta x \frac{c}{a_1} - (P_3 + P_4 + P_5) \Delta x \frac{c}{a_2} = \\ &= \left(\frac{R_1}{a_1} - \frac{R_2}{a_2} \right) c \cdot \Delta x, \end{aligned}$$

სადაც R_1 არის I უბანზე განლაგებული ყველა ძალების ჯამი, R_2 კი ყველა ძალების ჯამი II უბანზე. სისტემის მარცხნივ გადაადგილებისას ფუნქციის ნაზრდისათვის იგივე გამოსახულება გვექნება, მაგრამ მასში Δx უარყოფითი იქნება. ამნაირად, სისტემის მარჯვნივ და მარცხნივ გადაადგილებით (მოცემულ მდებარეობიდან) ფუნქციის ნაზრდები საზოგადოთ სხვადასხვა ნიშნის მიიღება. ამავე დროს $Max Y$ -ის სათანადო ტვირთის მდებარეობისათვის, ამათუიმ გადაადგილების დროს ფუნქცია უნდა შემცირდეს, ე. ი. უარყოფითი მნიშვნელობა მიიღოს. ეს მხოლოდ იმ შემთხვევაშია შესაძლებელი, თუ მარჯვნივ გადაადგილებისას (როდესაც $\Delta x > 0$):

$$\frac{R_1}{a_1} - \frac{R_2}{a_2} < 0; \quad . (**)$$

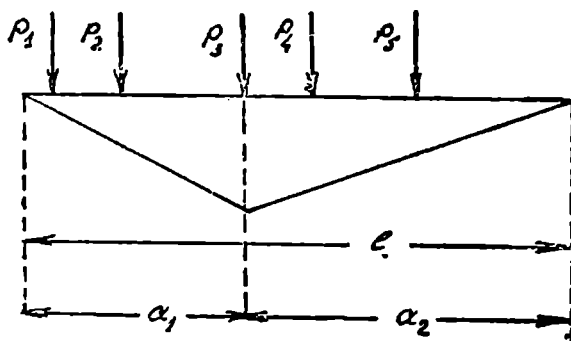
მარცხნივ გადაადგილებისას (როდესაც $\Delta x < 0$):

$$\frac{R_1}{a_1} - \frac{R_2}{a_2} > 0 \quad . (**')$$

იმის გამო, რომ a_1 და a_2 სიდიდეები უცვლელია,

$$\frac{R_1}{a_1} = \frac{R_2}{a_2}$$

გამოსახულების სიდიდე, და მაშასადავე, ნიშანიც შეიცვლება მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც ერთ-ერთი ტვირთი ერთ მდებარეობიდან გადავა მეორეში, ე. ი. დადგება სამკუთხედის წვეროს ზემოთ, რადგან მხოლოდ



ნახ. 75

ასეთ შემთხვევაში (***) გამოსახულებაში ტვირთის გადაადგილებისას მარჯვნივ და მარცხნივ შეიცვლება R_1 და R_2 -ის მნიშვნელობანი (ნახ. 75). აქედან—პირველი დასკვნა: $Max Y$ -ის შესაბამის ტვირთის მდებარეობის დროს ერთ-ერთი ტვირთი მოთავსებულია წვეროს ზემოთ. შემდეგი საკითხი დაიყვანება იმ ტვირთის განსაზღვრაზე, რომელიც უნდა დადგეს წვეროს ზემოთ. კრიტერიუმს წარმოადგენს (***) და (***) უტოლობანი. შემოვიღოთ აღნიშვნები: R —ყველა ტვირთთა ჯამი, P —ტვირთი, რომელიც უნდა დაეყენოს წვეროს ზემოთ (მას საშიში ტვირთი უწოდოთ), R' —იყოს P ტვირთის მარცხნივ ძალების ჯამი; R'' —იყოს P ტვირთის მარჯვნივ ძალთა ჯამი. მაშინ მარჯვენა გადაადგილებისას P ტვირთი მოხედება II უბანზე და გვექნება:

$$R_1 = R'; \quad R_2 = R'' + P.$$

მარცხნივ გადაადგილებისას P ტვირთი მოხედება პირველ უბანზე, და

$$R_1 = R' + P; \quad R_2 = R''.$$

(**) და (***) უტოლობანი ასეთ სახეს მიიღებენ.

$$\frac{R'}{a_1} - \frac{R'' + P}{a_2} < 0;$$

$$\frac{R' + P}{a_1} - \frac{R''}{a_2} > 0.$$

პირველ უტოლობაში $R' + P = R - R'$ და მეორეში $R' + P = R - R'$ ჩასმით, მივიღებთ:

$$\frac{R'}{a_1} + \frac{R'}{a_2} < \frac{R}{a_2};$$

$$\frac{R''}{a_2} + \frac{R''}{a_1} < \frac{R}{a_1},$$

საიდანაც

$$\frac{R'(a_1 + a_2)}{a_1} < R; \quad \frac{R''(a_1 + a_2)}{a_2} < R,$$

ან, თუ ჩავსვამთ

$$a_1 + a_2 = l,$$

მივიღებთ:

$$\frac{R'}{a_1} < \frac{R}{l}; \quad \frac{R''}{a_2} < \frac{R}{l}. \quad . (***)$$

აქედან—წესი: საშიშია ის ტვირთი, რომელიც მთელ ტვირთს ისეთ ნაწილებათ დაჰყოფს, რომ ტვირთის საშუალო სიდიდე უბნის სიგრძის ერთეულზე როგორც მარცხნივ, ისე მარჯვნივ საშიშ ტვირთიდან მცირეა მთელი ტვირთის საშუალო სიდიდებზე, რომელიც მოდის მალის სიგრძის ერთეულზე.

კრიტერიუმის მეორე ფორმულირება საშიში ტვირთის განსაზღვრისათვის მიიღება მაშინ, როდესაც (***) ფორმულაში R' -ის ნაცუვლად ჩავსვამთ $R - R' - P$; მივიღებთ:

$$\frac{R - R' - P}{a_2} < \frac{R}{l};$$

საიდანაც

$$\frac{R' + P}{a_2} < \frac{R(l - a_2)}{la_2},$$

$$\frac{R' + P}{a_1} > \frac{R}{l}$$

საბოლოოდ

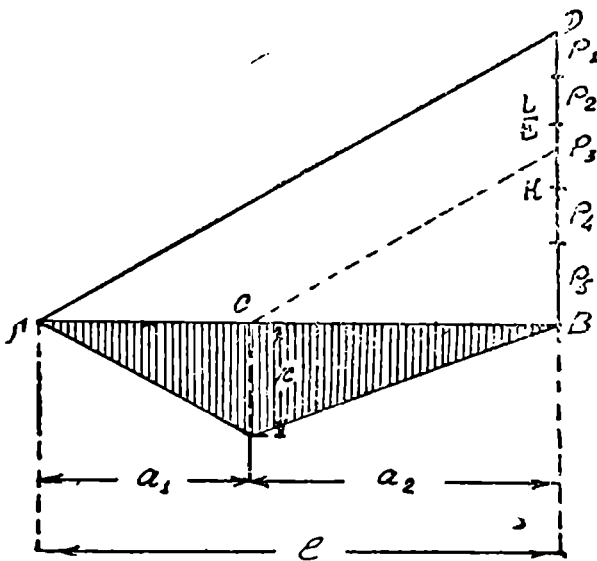
$$\frac{R'}{a_1} < \frac{R}{l} ; \frac{R' + P}{a_1} > \frac{R}{l} , \quad . (*''''')$$

ე. ი. საშიში ის ტვირთია, რომელსაც ახასიათებს შემდეგი თვისებები: თუ მას არ მიაკუთვნებენ მალის მარცხენა უბანს, მაშინ საშუალო დატვირთვა l უბნის სიგრძის ერთეულზე მთელი დატვირთვის საშუალო სიდიდეზე მცირეა მალის სიგრძის ერთეულით; თუკი ტვირთს მივაკუთვნებთ მარცხენა უბანს, მაშინ საშუალო დატვირთვა ამ უბნის სიგრძის ერთეულზე საშუალო დატვირთვის აღემატება მთელი მალის სიგრძის ერთეულით.

ადვილი შესამჩნევია, რომ ეს წესი სამართლიანია მარჯვენა უბნისათვისაც. სახელდობრ:

$$\frac{R''}{a_2} < \frac{R}{l} ; \frac{R'' + P}{a_2} > \frac{R}{l} . \quad . (*'''''')$$

76-ე ნახაზზე წარმოდგენილია საშიში ტვირთის განსაზღვრის გრაფი-



კული ხერხი. სამკუთხედის მარჯვენა წვეროს ზემოთ მასშტაბით მოზომილია ძალები ნახაზზე აღნიშნული წესრიგით. A წერტილი სწორხაზით შეერთებულია D წერტილთან, C წერტილზე კი (სამკუთხედის შუა წვეროს ზემოთ) AD -ს პარალელური CE სწორხაზია გატარებული. ამ სწორხაზით გადაკვეთილი P_3 ტვირთი არის სწორედ საშიში ტვირთი. მართლაც, CBE და ABD სამკუთხედთა მსგავსობიდან გამომდინარეობს, რომ

$$\frac{BE}{CB} = \frac{DB}{AB} \text{ ანუ } \frac{BE}{a_2} = \frac{R}{l},$$

მაგრამ $BK < BE$ და $BL > BE$, მაშასადამე:

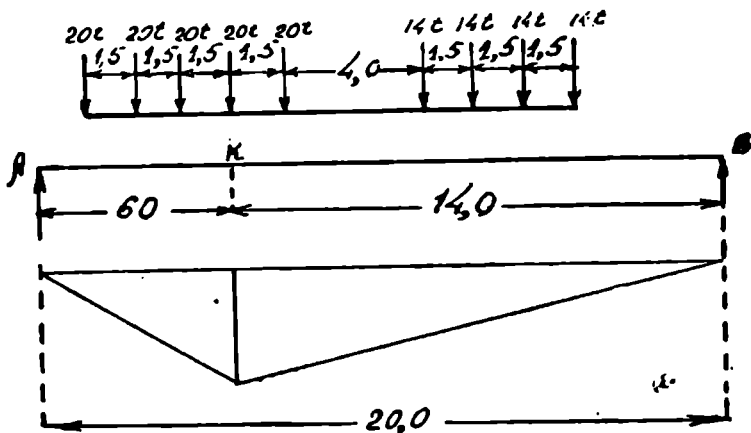
$$\frac{BK}{a_2} < \frac{R}{l}; \quad \frac{BL}{a_2} > \frac{R}{l}.$$

(***) გამოსახულებანი შევადაროთ ამ გამოსახულებებს, დავაკენით, რომ P_3 ტვირთს აქვს საშიში ტვირთის თვისება, რადგან ამ ტვირთის მიმართ

$$BK = R'';$$

$$BL = R'' + P_3.$$

საშიში ტვირთის ანალიზური ხერხით განსაზღვრის მავალითის სახით განვიხილოთ 77-ე ნახაზზე წარმოდგენილი შემთხვევა.



ნახ. 77

ვთქვათ საჭიროა $Max M$ -ის განსაზღვრა ორ საყრდენზე თავისუფლად მდებარე AB კოქის K კვეთისათვის. გვაქვს:

$$R = 5 \cdot 20 + 4 \cdot 14 = 156 \text{ ტ};$$

$$l = 20 \text{ მ};$$

$$\frac{R}{l} = \frac{156}{20} = 7,8 \frac{\text{ტ}}{\text{მ}}$$

ზავატარებთ ცდებს $\frac{R'}{a_1}$ -ისათვის, მასთან $a_1 = 6$ მ:

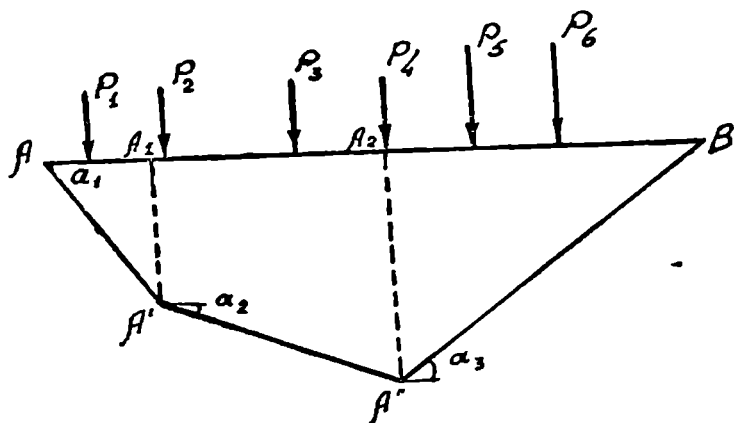
$$\frac{20}{6} = 3,33 < 7,8;$$

$$\frac{20 + 20}{6} = 6,67 < 7,8;$$

$$\frac{20 + 20 + 20}{6} = 10 > 7,8.$$

მაშასადამე, (***) პირობას აკმაყოფილებს შესამეტვირთი. სწორედ იგია საშიში, ე. ი. იგი უნდა დაეყენოთ K წერტილში.

გ) გავლენის ხაზი—ტეხილი ხაზია, მას მრავალკუთხედის სახე აქვს (ნახ. 78).



ნახ. 78

ვთქვათ $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ არის $AA', A'A'', A''B$ გვერდების დაბრკობის კუთხეები აბსცისთა AB ღერძისადმი, მასთან კუთხეებს შეიძლება ჰქონდეთ როგორც დადებითი, ისე უარყოფითი მნიშვნელობანი (78-ე ნახაზზე α_1 და α_2 დადებითებია, $\alpha_3 < 0$).

R_1, R_2, R_3 -ით აღენიშნოთ სათანადოთ AA_1, A_1A_2 და A_2B უბნებზე განლაგებული ტვირთები.

სისტემის მარჯვნივ გადაადგილებისას Δx სიდიდით, პირველი უბნის ყველა ტვირთის ორდინატები იღებენ ნაზრდს $\Delta x \cdot tg \alpha_1$, მეორე და მესამე უბნის ტვირთთა ორდინატები — სათანადოთ:

$$\Delta x \cdot tg \alpha_2; \quad \Delta x \cdot tg \alpha_3 .$$

ფუნქციის ნაზრდი ტოლი იქნება:

$$\Delta Y = (R_1 tg \alpha_1 + R_2 tg \alpha_2 + R_3 tg \alpha_3) \Delta x .$$

სისტემის მარცხნივ გადაადგილებისას, ΔY ნაზრდისათვის იმავე გამოსახულებას მივიღებთ, მაგრამ მასში $\Delta x < 0$.

$Max Y$ -ს ესაბამება ტვირთების ისეთი მდებარეობანი, რომლის დროსაც $\Delta Y < 0$ როგორც მარჯვნივ, ისე მარცხნივ გადაადგილებისას, ე. ი.

$$\left. \begin{array}{l} \text{როდესაც } \Delta x > 0, \text{ მაშინ } \Sigma R \cdot tg \alpha < 0 \\ \text{როდესაც } \Delta x < 0, \text{ მაშინ } \Sigma R \cdot tg \alpha > 0 \end{array} \right\} . (***)$$

იმის გამო, რომ $tg \alpha$ სიდიდეები უცვლელია, მარჯვნივ და მარცხნივ გადაადგილებების დროს R -ის ზოგიერთი სიდიდე უნდა შეიცვალოს. ეს იმ შემთხვევაში იქნება, როდესაც ერთ-ერთი ტვირთი მაინც მოხვდება მრავალკუთხედის წვეროს ზემოთ. აქედან

წესი: $Max Y$ -ის სათანადო ტვირთის მდებარეობის დროს, ერთ-ერთი ტვირთი მაინც უნდა იდგეს მრავალკუთხედის წვეროს ზემოთ.

ამათუიმ ტვირთის დაყენებით მრავალკუთხედის წვეროს ზემოთ, შევძლებთ ტვირთის საშიში მდებარეობის განსაზღვრას, რომლის დროსაც კმაყოფილება (***) უტოლობა.

79-ე ნახაზზე წარმოდგენილია ტვირთის საშიში მდებარეობის გრაფიკულად განსაზღვრის ხერხი.

პორიზონტალურ CK სწორხაზზე P_1, P_2, P_3 , ძალების ტოლი მონაკვეთებია მოზომილი. ტვირთის მარცხნივ გადაადგილებისას,

$$R_1 = P_1;$$

$$R_2 = P_2 + P_3 + F_4;$$

$$R_3 = P_3 + P_6.$$

$CC'C'D$ მრავალკუთხედს ვაგებთ ისეთნაირად, რომ R_1 ძალის ქვემოთ AA' -ის პარალელურ CC' სწორხაზს ვავატარებთ (ნახ. 78), R_2 ძალის

ქვემოთ $A'A''$ -ის პარალელურ $C'C'$ ხაზს; R_2 ძალის ქვემოთ $A'B$ -ს პარალელურ $C''D$ ხაზს; მივიღებთ:

$$KD = R_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 + R_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 + R_3 \cdot \operatorname{tg} \alpha_3.$$

როგორც ნახაზიდან ჩანს $KD > 0$. ტვირთის მარჯვნივ გადაადგილებისას P_4 ტვირთი A_2B უბანზე მოხვდება, ამიტომ

$$R_1 = P_4;$$

$$R_2 = P_2 + P_3;$$

$$R_3 = P_1 + P_5 + P_6.$$

სათანადო მრავალკუთხედიან $CC'C''_1 D_1$, საიდანაც

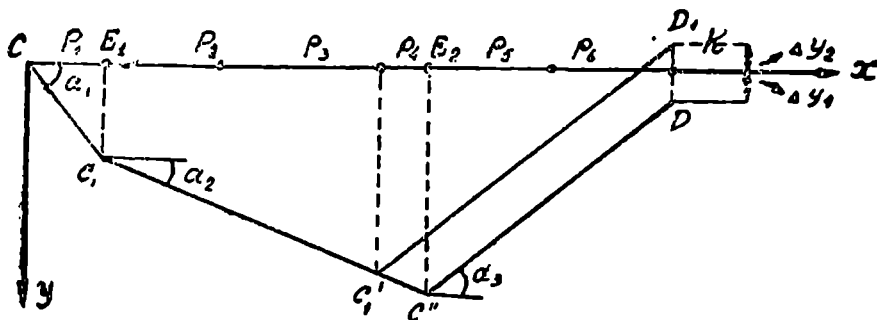
$$\sum R \cdot \operatorname{tg} \alpha = KD < 0.$$

ამნაირად:

როდესაც $\Delta x > 0$, მაშინ $\sum R \cdot \operatorname{tg} \alpha < 0$;

როდესაც $\Delta x < 0$, მაშინ $\sum R \cdot \operatorname{tg} \alpha > 0$,

ე. ი. დაკმაყოფილებულია ტვირთის საშიში მდგბარეობის (***) პირობა.

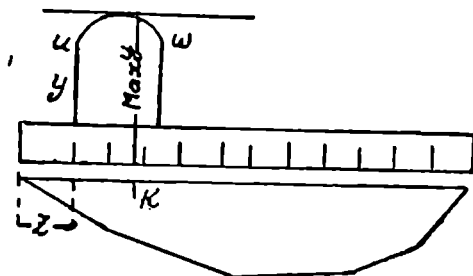


ნახ. 79

ეს პირობა რომ არ დაკმაყოფილებულიყო, მაშინ ჩვენ ვცდიდით ტვირთის სხვაგვარ განლაგებას.

დ) გავლენის ხაზის უზოგადესი სახე (ნახ. 80). მოწოდებულია ასეთი ხერხი.

ტვირთები დაინიშნება ცალკე სახაზზე, რომელიც გადაადგილდება აბსცისთა ღერძის გასწვრივ; სხვადასხვა მდებარეობისათვის იზომება ორდინატები ტვირთების ქვემოთ და განიზღვრება:



ნახ. 80

$$Y = \sum P \cdot y .$$

უნდა განისაზღვროს ტვირთის მდებარეობა, შესაბამისი $Max Y$. ტვირთის მდებარეობას დავახასიათებთ, მაგალითად, პირველი ტვირთის მოდების წერტილის Z აბსცისით, სათანადო Y -ს მოვზომავთ ამ წერტილის ზემოთ. მონაკვეთების ბოლოების მდოგრული uww მრუდით შეერთებით და აბსცისთა ღერძის პარალელური მხების გატარებით ვიპოვიოთ $Max Y$ და K წერტილს, რომლის ზემოთაც უნდა დავაყენოთ პირველი ტვირთი.

სტატკურად რკვევად სისტემათა გაანგარიშების დროს ხშირად საქმე გვაქვს გავლენის ხაზებთან, რომლებიც გვაძლევენ სამკუთხა ფიგურას (ნახ. 73 და 74). როგორც ვნახეთ, ტვირთის არახელსაყრელი მდებარეობის განსაზღვრის და ამ შემთხვევებში დატვირთვის ფუნქციის უდიდესი მნიშვნელობის გამოთვლის ამოცანა პრინციპიალურ სიძნელეებს არ ხედება, მაგრამ დიდი სიგრძის გავლენის ხაზისა და ტვირთების ხშირი განლაგებისას დიდი გამოთვლის ჩატარებაა საჭირო. ასეთ მდგომარეობას ვხვდებით რკინიგზის მატარებლის მაგვარი დატვირთვის ქმედების გამოთვლების დროს. ასეთ შემთხვევებში, გამოთვლითი ოპერაციების გაადვილების მიზნით სარგებლობენ მატარებლის ცხრილით ან ეკვივალენტური ტვირთებით.

მატარებლის ცხრილი. ქვემოთ მაგალითის სახით წარმოდგენილია ე. წ. H_8 მატარებლის ცხრილი.

H_2 მატარებლის ცხრილი

n	l მეტ.	n^2 \sum_1^P ტონ.	M_n ტ. მ.
1	0	28	0
2	1,6	56	44,8
3	3,2	84	134,4
4	4,8	112	268,8
5	6,4	140	418,0
6	9,4	164	863,0
7	11,0	183	1130,4
8	15,5	212	1976,4
9	17,1	236	2315,6
10	20,6	264	3141,6
11	22,2	292	3564,0
12	23,8	320	4031,2
13	25,4	348	4543,2
14	27,0	376	5100,0
15	30,0	400	6228,0
16	31,6	424	6868,0
17	36,1	448	8776,0
18	37,7	472	9492,8
κ	39,2	472	10200,8

დაუშვათ, რომ ასეთი მატარებლით არახელსაყრელად არის დატვირთული 73-ე ნახაზის გავლენის ხაზი, ე. ი. ორთქლმავლის პირველი ბორბალი უდიდესი ორდინატის ზემოთ დვას. ასეთ შემთხვევაში:

$$\begin{aligned}
 Max Y &= \sum P_i y_i = \sum P_i \frac{c}{l} x_i = \\
 &= \frac{c}{l} \sum P_i x_i = \frac{c}{l} M_b,
 \end{aligned}$$

სადაც M_b წარმოადგენს l სიგრძეზე განლაგებულ ტვირთების მომენტების ჯამს B წერტილის მიმართ.

რიცხვით მაგალითზე ვაჩვენოთ, თუ როგორ უნდა გამოვითვალოთ M_b . დაუშვათ, $l=32$ მ, $c=1$ მ. მაშინ მატარებლის ცხრილის l სვეტიდან.

გამომდინარეობს, რომ გავლენის ხაზის სიგრძეზე განლაგდება 16 ტვირთი და კიდევ დარჩება მანძილი უკანასკნელ ტვირთიდან B წერტილამდე;

$$32 - 31,6 = 0,3 \text{ მ.}$$

მაშინ მომენტი

$$M_{16} = 6868 \text{ ტ. მ.};$$

$$\begin{aligned} M_b &= M_{16} + (\Sigma P) \cdot 0,4 = \\ &= 6868 + 424 \cdot 0,4 = 8564 \text{ ტ. მ.} \end{aligned}$$

და საბოლოოდ:

$$Max Y = \frac{1}{32} \cdot 8564 = 268 \text{ ტ. მ.}$$

74-ე ნახ. გავლენის ხაზის გამოთვლას აადვილებს მატარებლის ცხრილი.

ეკვივალენტური დატვირთვები

დაუბრუნდეთ 74-ე ნახაზზე წარმოდგენილი გავლენის ხაზის განხილვას. შევნიშნოთ, რომ 73-ე ნახაზის გავლენის ხაზი პირველის კერძო შემთხვევას წარმოადგენს, როდესაც $\alpha_1 = 0$.

მოცემულ ტვირთთა სისტემისათვის, მაგალითად H_6 -თვის, წინასწარ შეგვიძლია $Max Y$ -ის გამოთვლა l , c და a -ს სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის და განლაგება ცხრილებათ, რომლებითაც ვისარგებლებთ გამოთვლების დროს. მაგრამ საპირაპიროდ არსებობის შემთხვევაში ცხრილები მეტად დიდი გამოდის, მათი გამარტივებისა და არგუმენტთა რიცხვის ორზე დაყვანის მიზნით, შემოაქვთ ე. წ. ეკვივალენტური დატვირთვები.

მოცემულ გავლენის ხაზს q_{eq} ინტენსივობის თანაბარი მთლიანი ტვირთით თუ დატვირთავთ, მაშინ მისი სათანადო ფუნქციის მნიშვნელობა იქნება $q_{eq} \cdot F$. ამავე შემთხვევისათვის წინასწარ გამოვითვლით $Max Y$ -ს მოცემულ მატარებლიდან, შევარჩევთ თანაბარი დატვირთვის ისეთ ინტენსივობას, რომ მან ფუნქციის იგივე მნიშვნელობა მოგვცეს, სახელდობრ:

$$q_{eq} \cdot F = Max Y,$$

საიდანაც

$$q_{eq} = \frac{Max Y}{F}$$

სწორედ ასეთ დატვირთვის ეწოდება ეკვივალენტური. ადვილი შე-
სამჩნევია, რომ ვაჟ. სიდიდით დამოკიდებული არ არის c -ზე. მართლაც, c -ს
ცვლით, ერთნაირ თანაფარდობით ვცვლით წილადის მრიცხველს და
მნიშვნელს, რადგან F ფართობი c -ს პროპორციულია, $Max Y = \sum Py$
სიდიდესი y ორდინატების ყველა მნიშვნელობანი ისეთსავე თანაფარ-
დობით იცვლებიან, როგორც c , ე. ი. $Max Y$ -იც c -ს პროპორციულია.
მაშასადამე, ეკვივალენტური დატვირთვის ვაჟ. ინტენსივობა მხოლოდ
გავლენის ხაზის l სიგრძეზე და a_1 სიდიდებზეა დამოკიდებული, ეს უკანა-
ნასკნელი განსაზღვრავს სამკუთხედის შესამე წვეროს მდებარეობას.

ქვემოთ მაგალითისათვის მოყვანილია H_8 მატარებლისათვის ეკვივა-
ლენტური ტვირთების ცხრილი სამკუთხური გავლენის ხაზის შემთხვევი-
სათვის.

ეკვივალენტურ დატვირთვათა ცხრილი H_8 მატარებლისათვის

გავლენის ხაზის სიგრძე l	ვაჟ. მნიშვნელობანი ტონო მეტ.		
	$a_1 = 0$ -თვის	$a_1 = \frac{l}{4}$ -თვის	$a_1 = \frac{l}{2}$ -თვის
1	56.00	56.00	56.00
2	33.60	24.00	28.00
3	35.37	24.06	18.66
4	25.20	20.53	19.60
5	23.30	19.26	19.25
6	22.40	18.04	18.04
7	21.71	18.06	18.06
8	21.02	18.20	18.20
9	20.05	17.84	17.84
10	19.33	17.24	17.25
12	18.31	16.41	16.68
14	17.28	15.75	15.05
16	16.26	15.01	14.56
20	15.04	13.55	13.95
25	14.13	12.66	12.74
30	13.83	12.31	12.15
40	12.73	11.92	11.51
50	12.61	11.43	11.36
60	12.07	10.99	10.97
70	11.64	10.63	10.55
80	11.29	10.33	10.14
90	10.99	10.10	9.77
100	10.74	9.92	9.47

ასეთი ცხრილის შედგენა მუყაით მუშაობას მოითხოვს $Max Y$ -ის გაშოსათვლელად, რომელიც ზის $q_{\text{ვკ}}$. გამოსახულების პრიცხველში. შხა ცხრილის გამოყენება კი მეტად ადვილია.

მაგალითად, საჭიროა $Max Y$ -ის განსაზღვრა 40 მ. სიგრძის კოქის შუა ნაწილისათვის. კოქი თავისუფლად დაყრდნობილია ორთავე ბოლოთი და მასზე მოქმედობს H_g მატარებელი. გავლენის ხაზია—სამკუთხედი წვეროთი მალის შუა ნაწილში. ცხრილიდან ჩანს, რომ $q_{\text{ვკ}}=11,51$ ტ. როდესაც ცნობილია $q_{\text{ვკ}}$, მაშინ $Max M$ -ს განვსაზღვრავთ ან გავლენის ხაზის ფართობზე გამრავლებით, ან უშუალოდ ცნობილ ფორმულიდან:

$$\frac{ql^2}{8} = \frac{11,51 \cdot 40^3}{8} = 2302 \text{ ტ. მ.}$$

თუ სამკუთხედის წვერო მოთავსებულია რაიმე შუალედურ წერტილში, მაშინ ეკვივალენტური დატვირთვის მნიშვნელობა ინტერპოლაციით განისაზღვრება. მაგალითად, თუ $l=40$ მ. და $a_1=18$ მ-ისათვის საჭიროა $q_{\text{ვკ}}$ -ს განსაზღვრა, მაშინ ეკვივალენტურ ტვირთთა ცხრილიდან

$$a_1 = \frac{l}{4} = 10 \text{ მ-ისათვის გვაქვს:}$$

$$q_{\text{ვკ}} = 11,92 \text{ ტ. მ.,}$$

$$a_1 = \frac{l}{2} = 20 \text{ მ-ისათვის,}$$

$$q_{\text{ვკ}} = 11,51 \text{ ტ. მ.,}$$

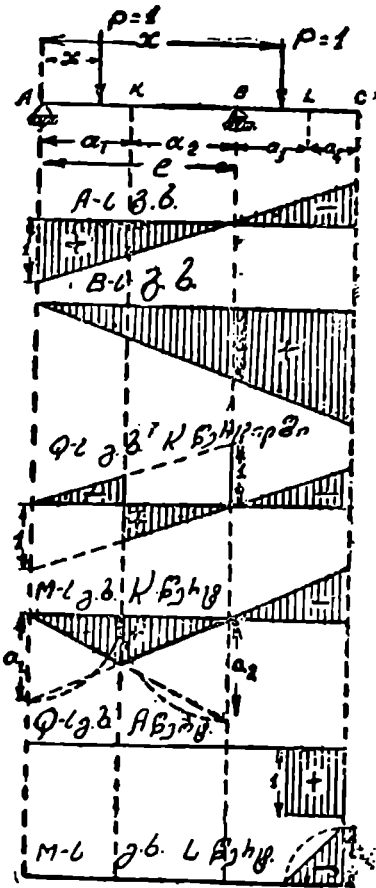
საიდანაც $a_1=18$ მეტრისათვის:

$$\begin{aligned} q_{\text{ვკ}} &= 11,92 - \frac{11,92 - 11,51}{20 - 10} \cdot (18 - 10) = \\ &= 11,92 - 0,33 = 11,59 \text{ ტ. მ.} \end{aligned}$$

733. მნიშვნელობის გავლენის ფართობზე გამრავლებით Max Y -ს მივიღებთ.

§ 30. გავლენის ხაზი კონსოლიანი კოჭებისათვის

81-ე ნახაზზე წარმოდგენილია ერთ კონსოლიანი კოჭი.



ნახ. 81

როდესაც $x=l$,

$$B=1$$

ა) გავლენის ხაზის აგება საყრდენთა რეაქციებისათვის.

როდესაც $P=1$ ტვირთი ძევს AB უბანზე:

$$A = \frac{1 \cdot (l-x)}{l} \quad B = \frac{x}{l}$$

როდესაც $P=1$ ტვირთი ძევს BC უბანზე.

$$A = \frac{1 \cdot (x-l)}{l} = -\frac{1 \cdot (l-x)}{l} = -\frac{1 \cdot (l-x)}{l} \quad B = \frac{x}{l}$$

ე. ი. იგივე გამოსახულებანი მივიღებთ.

ამნაირად, გავლენის ხაზები A და B -თვის უწყვეტ სწორხაზებს წარმოადგენენ მთელ AC სიგრძეზე, აგებას ვაწარმოებთ ორი წერტილით:

როდესაც $x=0$,

$$A = \frac{l-0}{l} = 1;$$

როდესაც $x=l$,

$$A=0;$$

როდესაც $x=0$,

$$B=0;$$

ბ) გადამქრელი ძალა საყრდენებს შორის K
წერტილში.

როდესაც $P=1$ ტვირთი AK უბანზეა, გადამქრელი ძალა

$$Q = -B$$

როდესაც $P=1$ ტვირთი KC უბანზეა, გადამქრელი ძალა

$$Q = +A$$

A და B რეაქციების გავლენის ხაზებით თუ ვისარგებლებთ, მაშინ Q -ს გავლენის ხაზს ავაგებთ ისე, როგორც ამას ვაწარმოებდით ორ საყრდენზე თავისუფლად მდებარე უბრალო კოქისათვის.

გ) მღუნავი მომენტი საყრდენებს შორის K
წერტილში.

როდესაც $P=1$ ტვირთი ძევს AK უბანზე, მაშინ

$$M = +B \cdot a_2$$

როდესაც $P=1$ ტვირთი ძევს KC უბანზე, მაშინ

$$M = +A \cdot a_1$$

აგება დაიყვანება A და B რეაქციების გავლენის ხაზის ორდინატების a_1 და a_2 —ჯერ გადიდებაზე.

დ) გადამქრელი ძალა და მღუნავი მომენტი კონსოლის
 L წერტილში

როდესაც $P=1$ ტვირთი ძევს L წერტილის მარცხნივ

$$Q = 0 \text{ და } M = 0.$$

როდესაც $P=1$ ტვირთი ძევს L წერტილის მარჯვნივ:

$$Q = +1 \text{ და } M = -1 (x - l - a_2).$$

მაშასადამე, LC უბანზე Q -ს გავლენის ხაზი აბსცისთა ლერძის პარალელური სწორხაზია, M -ისათვის კი—დახრილი სწორხაზია, რომლის აგება შეიძლება ორი წერტილით:

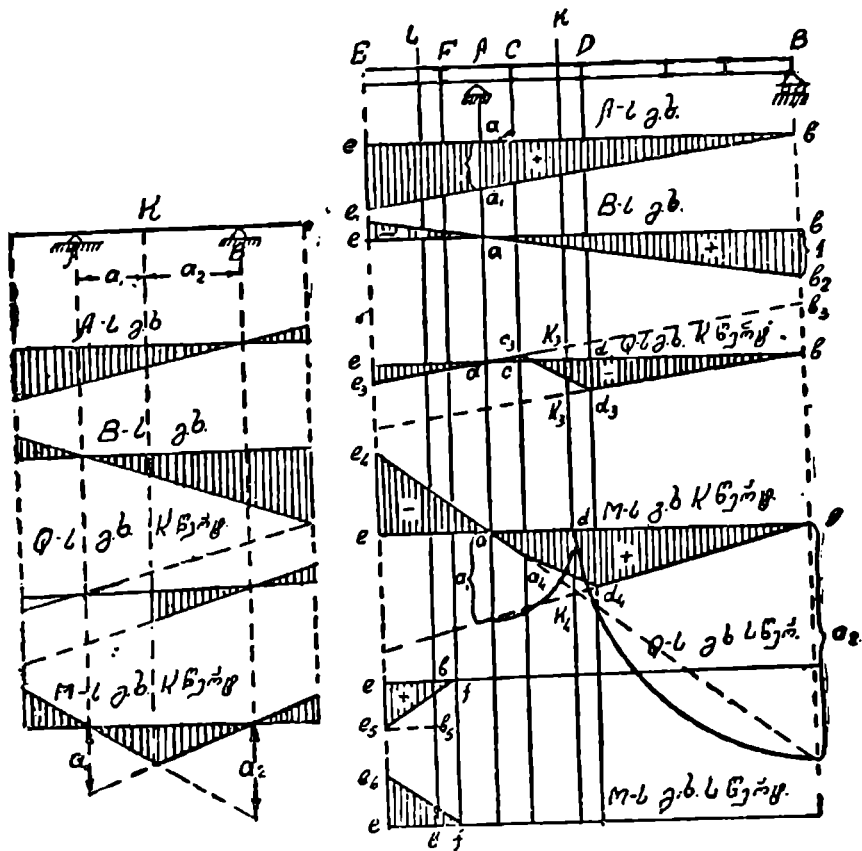
როდესაც $x=l+a_2$, მაშინ

$$M = 0;$$

როდესაც $x=l + a_3 + a_4$, მაშინ

$$M = -a_4$$

82-ე ნახაზზე წარმოდგენილია ორკონსოლიანი კოქის გავლენის ხაზი. აგება ნათელია წინა მასალიდან.



ნახ. 82

კონსოლიანი კოქის საყრდენებს შორის AB ნაწილის კვეთებში საყრდენთა რეაქციების, გადამტრული ძალების და მღუნავი მომენტების გავლენის ხაზების შედარებით ორ საყრდენზე თავისუფლად მდებარე კოქის სათანადო გავლენის ხაზებთან, ვრწმუნდებით, რომ კონსოლიანი კოქების

გავლენის ხაზის აგებისათვის საკმარისია მათი შესრულება, რისთვისაც AB ნაწილი უნდა განვიხილოთ, როგორც ბოლოებით თავისუფლად დაყრდნობილი კოქი და შემდეგ სათანადო მონაკვეთები განვაგრძოთ საყრდენების იქეთ კონსოლების სიგრძეზე.

82'-ე ნახაზზე ნაჩვენებია კონსოლიანი კოქის გავლენის ხაზის აგება ტვირთის კვანძურად გადაცემის შემთხვევაში.

საერთო წესის თანახმად ჯერ უნდა ავაგოთ გავლენის ხაზი ტვირთის უშუალოდ გადაცემის გულეებით, შემდეგ მასზე ალენიზნოთ წერტილები კვანძების ქვემოთ და ისინი შევავროთ სწორხაზის მონაკვეთებით.

იმის გამო, რომ საყრდენთა რეაქციების გავლენის ხაზები, რომლებიც აგებულია ტვირთის უშუალო გადაცემის პირობებში, წარმოადგენენ სწორხაზებს, და კვანძების ქვემოთ მდებარე ყველა წერტილები ერთმანეთთან დაკავშირებული არიან სწორხაზების მონაკვეთებით, ტვირთის კვანძურად გადაცემის დროს გავლენის ხაზები ყველა წერტილებში დაემთხვევიან უშუალოდ მოქმედი ტვირთის გავლენის ხაზებს.

ავაგოთ გადამქრელი ძალის გავლენის ხაზი საყრდენებს შორის ნაწილის K კვეთში (ნახ. 82', ნაკ. 4). ტვირთის უშუალო გადაცემის შემთხვევისათვის გვაქვს a, k, k', b ტეხილი ხაზი. ამ ხაზზე ჩამოგვაქვს კვანძები და მათ სწორხაზებით შევავერთებთ. ადვილი დასარწმუნებელია, რომ კოქის მთელ სიგრძეზე, გარდა CD პანელისა, რომელშიაც არის განსახილველი კვეთი K , ეს მონაკვეთები დალაგდება წინად აგებულ გავლენის ხაზზე. CD პანელზე კი გვექნება c, d , სწორი მონაკვეთი ნაცვლად c, k, k', d , ტეხილი ხაზისა.

სწორეთ ასევე მლუნავ მომენტისათვის K კვეთში (კოქის საყრდენებს შორის ნაწილში) გვექნება ak_1b , ე. ი. გავლენის ხაზი ტვირთის უშუალოდ გადაცემის შემთხვევისათვის. თუ კი შევავროთ წერტილებს კვანძების ქვემოთ სწორხაზის მონაკვეთებით, კვანძური გადაცემისათვის ac_1d_1b ხაზს მივიღებთ.

გადამქრელი ძალისათვის L კვეთში კონსოლზე გვაქვს ee_1l_1 ხაზი ტვირთის უშუალოდ გადაცემის შემთხვევისათვის, კვანძური ტვირთის შემთხვევისათვის კი—კვანძების გადატანით აგებულ ხაზზე და მიღებული წერტილების შეერთებით სწორხაზის მონაკვეთებით, მივიღებთ ee_1f .

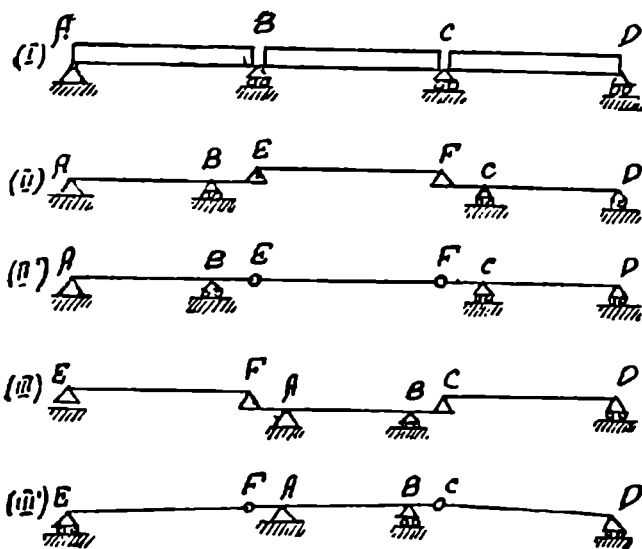
სწორეთ ასევე L კვეთში მლუნავ მომენტისათვის კვანძური გადაცემის შემთხვევაში გვექნება ee_1f ხაზი.

§ 31. გერბერის კოქები და გავლენის ხაზები მათთვის

მრავალმალიანი კოქის სტატიკურად რკვევადობისათვის, იგი ისეთ ნაქრებისაგან უნდა შევადგინოთ, რომ თითოეული მდგენელი ნაწილი წარ-

შოადგენდეს საყრდენთა რეაქციების მიმართ სტატიკურად რკვევად კოქა, ე. ი. ყველა აქტიური და პასიური ძალების (საყრდენთა რეაქციების) მიმართ გაპოყენებოდეს წონასწორობის (სტატიკის) განტოლებები.

83-ე ნახაზზე წარმოდგენილია სამი მალის გადახურვის სხვადასხვა ხერხები სტატიკურად რკვევადი კოქებით; (I) ხერხი მდკომარეობს იმაში, რომ ყველა მალი გადახურულია გაჭრილი კოქებით. AB კოქს A წერტილში უძრავი საყრდენი აქვს, B წერტილში კი—მოძრავი. BC კოქს აქვს უძრავი C საყრდენი და მოძრავი B საყრდენი, ე. ი. A წერტილზე



ნახ. 83

მიმაგრებული AB კოქი აფერხებს B წერტილის ჰორიზონტალურ გადაადგილებებს. სწორედ ასევე, CD კოქი C წერტილში უძრავად არის დაყრდნობილი, D წერტილში კი მას აქვს მოძრავი საყრდენი.

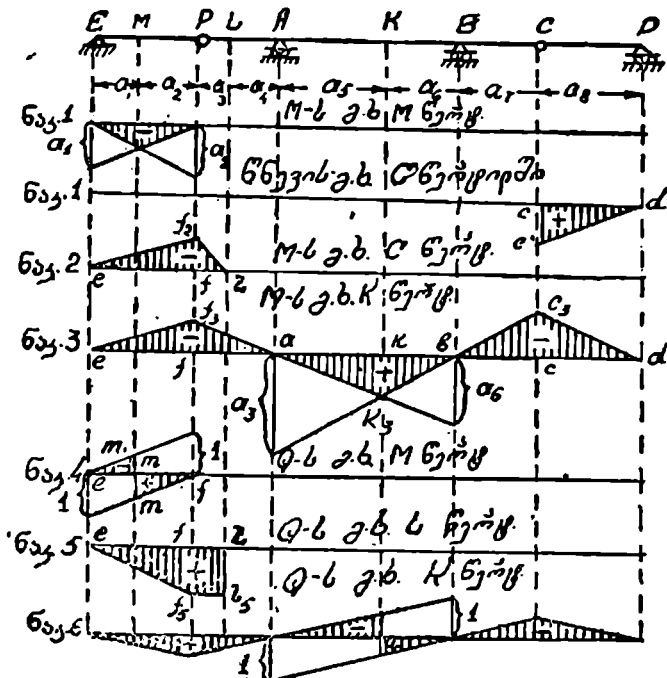
(II) ხერხი წარმოადგენს ორ ერთკონსოლიან კოქს, რომლებიც შუა კოქით (შემკვეთებელი კოქით) არიან შეერთებული. ABE კოქს A წერტილში აქვს უძრავი საყრდენი, B წერტილში კი—მოძრავი; EF კოქს E წერტილში აქვს უძრავი საყრდენი (E -ს ჰორიზონტალურ გადაადგილებებს ხელს უშლის AE კოქის მიმაგრება A წერტილზე), F წერტილში კი—მოძრავი საყრდენი. FCD კოქს C და D წერტილებში ჰორიზონტალურ მიმართულებით მოძრავი დასაყრდენი აქვთ, F წერტილში კი ვერ-

ტიკალურ მიმართულებით მოძრავი დასაყრდენი აქვს (სამი მოძრავი საყრდენი). დაბოლოს, (III და III') ხერხი იმაში მდგომარეობს, რომ ერთი ორკონსოლიანი კოქის მიერ შეკავებულია ორი ნაპირა კოქი.

კონსოლიანი კოქების და კონსოლის ბოლოებით დაყრდნობილი კოქების ასეთი კომბინაციები გაწონასწორებული ანუ გერბერის კოქების სახელწოდებას ატარებენ. გაწონასწორებული კოქების სახელწოდებას ეს კოქები იმიტომ ატარებენ, რომ კონსოლები ამცირებენ მლუნავ მომენტს მალზე.

მართლაც, გავლენის ხაზიდან 80-ე და 81-ე ნახაზზე ჩანს, რომ კონსოლების დატვირთვა გვაძლევს უარყოფით მლუნავ მომენტს მალზე, რომელიც ერთგვარად აწონასწორებს მალზე დატვირთვით გამოწვეულ დადებით მლუნავ მომენტს.

84-ე ნახაზზე წარმოდგენილია გავლენის ხაზის აგების მაგალითი გერ-



ნახ. 84

ბერის კოქისათვის. EF და CD ნაწილები ბოლოებით დაყრდნობილ მარტივ კოქებს წარმოადგენენ, ამიტომ მათთვის გავლენის ხაზები აიგება

ისე, როგორც უბრალო კოქებისათვის. 1 და მე-4 ნაკვეთი (ნახ. 84) წარმოადგენენ მლუნავი მომენტის და გადაპკრელი ძალის გავლენის ხაზებს M კვეთში; 1' ნაკვეთი—საყრდენი რეაქციის გავლენის ხაზს CD კოქის C წერტილში. CD კოქის კონსოლიან FC კოქზე წნევა C წერტილში ტოლი და შებრუნებულია FC კოქის CD -ზე რეაქციისა.

FC კოქი წარმოადგენს კონსოლიან კოქს; როდესაც ტვირთი განლაგებულია FC სიგრძეზე, მისი მოქმედება უშუალოდ გადაეცემა ამ კოქს და, მაშასადამე, FC უბანზე რაიმე ფუნქციის გავლენის ხაზი ისევე აიგება, როგორც იმ შემთხვევაში, როდესაც არა გვაქვს შემაერთებული EF და CD კოქები. როდესაც $P=1$ ტვირთი გადადის ერთერთ შემაერთებულ კოქზე, მაგალითად, CD კოქზე, მაშინ ტვირთის წნევა განაწილდება შემაერთებული კოქის საყრდენებს შორის, მასთან CD კოქის კონსოლის ბოლოს გადაეცემა წნევა, რომლის გავლენის ხაზი 84-ე ნახაზის 1' ნაკვეთზეა წარმოდგენილი.

თუ ჩვენ ვაგებთ რაიმე ფუნქციის, მაგალითად, A ან B რეაქციის, გადაპკრელი ძალის და მლუნავი მომენტის გავლენის ხაზს FC უბნის რაიმე კვეთში, მაშინ FC სიგრძეზე გავლენის ხაზის სათანადო ნაწილს ავაგებთ ისე, თითქოს არც კი გვაქვს შემაერთებული კოქები, ამით მივიღებთ ორდინატებს F და C წერტილებში. y_0 ორდინატი C წერტილში წარმოადგენს განსახილველი ფუნქციის მნიშვნელობას ერთეული ტვირთის C წერტილში მოთავსებისას. თუ კი ამავე წერტილში მოვდებთ C წნევას, მაშინ ფუნქციის სათანადო მნიშვნელობა $y_0 \cdot C$ ტოლი იქნება.

ერთეული ტვირთის CD უბანზე გადაადგილებისას y_0 —მუდმივი სიდიდეა; რაც შეეხება C -ს მნიშვნელობას, იგი შეიცვლება სწორხაზის კანონით (ნახ. 84, ნაკ. 1'), მაშასადამე, $y_0 \cdot C$ ფუნქციაც ხაზობრივი იქნება. C წერტილისათვის (ნახ. 84, ნაკ. 1') გვაქვს $C=1$ და $y_0 C = y_0$; D წერტილისათვის გვაქვს $C=0$ და $y_0 \cdot C=0$, და შემაერთებული კოქის სიგრძეზე გავლენის ხაზის სწორხაზობრივ უბანს მივიღებთ, იგი FC უბნის ნაპირა წერტილს აერთებს ნულოვან წერტილთან შემაერთებული კოქის მოპირდაპირე მხარეზე. იგივე სამართლიანია EF უბნისათვისაც.

აგების განმარტებული წესის სხვადასხვა ფუნქციისათვის გამოყენებით 2, 3, 5 და 6 ნაკვეთებზე (ნახ. 84) წარმოდგენილ გავლენის ხაზებს მივიღებთ.

მე-2 ნაკვეთზე (ნახ. 84) აგებულია კონსოლის L კვეთის მიმართ მლუნავი მომენტის გავლენის ხაზი. ჯერ ამ ხაზის ნაწილს ავაგებთ FC უბანზე ისე, თითქოს სრულიადაც არ გვაქონდეს შემაერთებული კოქები. $P=1$ ძალის კვეთის მარცხნივ მოთავსებით მივიღებთ:

$$M = -1 (x - a_1),$$

ე. ი. FL უბანი სწორხაზობრივია და ორი წერტილის მიხედვით აიგება = როდესაც

$$x = a_1 + a_3,$$

მაშინ

$$M = -a_3;$$

როდესაც

$$x = a_1,$$

მაშინ

$$M = 0.$$

როდესაც ტვირთი კვეთის მარჯვნივ არის წოთავებული, $M = 0$ (კვეთის მარცხნივ მოთავსებულ ძალთა მომენტების ჯამი).

ამნაირად, FC სიგრძეზე მხოლოდ სწორხაზის ef_2 მონაკვეთი გვაქვს. EF უბანზე, საერთო წესის მიხედვით აგებულია სწორხაზის მონაკვეთი იგი f_2 წერტილს აერთებს e წერტილთან.

84-ე ნახაზის მე-3 ნაკვეთზე აგებულია მლუნავი მომენტის გავლენის ხაზი K კვეთის მიმართ, რომელიც მდებარეობს A და B საყრდენებს შორის მოთავსებულ უბანში. ჯერ გამოვყოფთ FC ნაწილს, მისთვის ავაგებთ გავლენის ხაზს; ამისათვის ჯერ მივიღებთ ak_3 სამკუთხედს უბრალო AB კოკისათვის, შემდეგ გვერდებს განვავრცობთ a და b წერტილების გარე n კონსოლების ბოლოებამდე. EF და CD უბანებზე გვაქვს სწორხაზობრივი უბნები, რომლებიც f_2 და c_2 წერტილებს სათანადოთ აერთებენ e და d წერტილებთან.

ამის ანალოგიურად აიგება გადამჭრელი ძალის გავლენის ხაზი AB უბნის K კვეთში (ნახ. 84, ნაკ. 6).

84-ე ნახაზის მე-5 ნაკვეთზე აგებულია გადამჭრელი ძალის გავლენის ხაზი კონსოლის L კვეთში. EC უბნისათვის გვაქვს: ერთეული ტვირთის მოძებნისას FL სიგრძის ნებისმიერ წერტილში, $Q = -1$, როცა კი ტვირთი გადავა LC ნაწილზე, მაშინ $Q = 0$; მივიღებთ f_2 , l_2 ხაზს. EF უბანზე საერთო წესით ვპოულობთ f_2 მონაკვეთს.

§ 32. სამსახსრიანი თაღები და მათი გავლენის ხაზები

თაღის სახსრიანი საყრდენები (ნახ. 85) დაუშვებენ მხოლოდ ბრუნვას. ამიტომ ორი საყრდენისათვის 4 უცნობი გვაქვს: A , B , H_1 და H_2 . სტატიკას კი სულ სიბრტყეზე წონასწორობის 3 განტოლება ჰქვს. სტატიკურად რკვევადობისათვის ზოვაწყობთ შუალედურ სახსარს C

წერტილში (თალის კლარტეში). კვეთს სახსრის C წერტილზე თუ გავატარებთ და მოვაშორებთ ერთ ნაწილს, მაგალითად, CB -ს, შემდეგ შეეცვლით მის მოქმედებას AC ნაწილზე, მაშინ ეს შემცვლელი ძალა გაივლის სახსრის ცენტრზე. იმის გამო, რომ ამ ძალამ უნდა გააწონასწოროს ყველა გარე ძალა, რომლებიც კი მოქმედებენ AC ნაწილზე, ამ ძალთა ტოლქმედი უნდა გადიოდეს C წერტილზე. ანალიზურათ ეს ასე გამოიხატება: სახსრის ერთ მხარეზე მოქცეული ყველა გარე ძალის მომენტების ჯამი შუა სახსრის მიმართ ნულის ტოლი უნდა იყოს. ეს პირობა გვაძლევს სტატიკის მეოთხე განტოლებას საყრდენთა რეაქციების განსაზღვრისათვის.

როდესაც ყველა აქტიური ძალები ვერტიკალურია, $H_1 = H_2$, რაშიც ადვილათ დაერწმუნდებით, თუ ძალებს დავაგვემიღებთ ჰორიზონტალურ ღერძზე. $H = H_1 = H_2$ სიდიდე, ე. ი. საყრდენთა რეაქციის ჰორიზონტალური მდგენელი, თალის განბრჯენათ იწოდება.

ა) ვერტიკალური A და B რეაქციების გავლენის ხაზები

სადაც არ უნდა მოვათავსოთ $P=1$ ტვირთი, სტატიკის პირობებიდან გვექნება:

$$A = \frac{l(x-l)}{l}; \quad B = \frac{x}{l},$$

ე. ი. ვერტიკალური რეაქციები სამსახსრიან თალისათვის ისეთივე იქნება, როგორც იგივე მალის უბრალო $A' B'$ კოქისათვის (ნახ. 85, ნაკ. 1) აქედან A და B ს გავლენის ხაზის აგება შეგვიძლია ორი წერტილის მიხედვით (იხ. ნახ. 85, ნაკ. 2 და 3):

როდესაც $x=0$, $A=1$ და $B=0$;

როდესაც $x=l$, $A=0$ და $B=1$.

ბ) გავლენის ხაზი H განბრჯენისათვის.

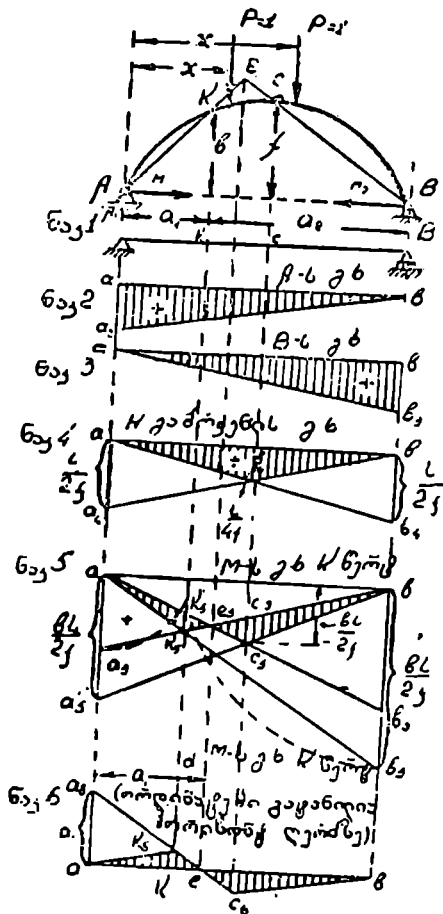
ეტქვათ თალზე გადაადგილდება $P=1$ ტვირთი. ამ ტვირთის მიერ გამოწვეულ განბრჯენს ვიპოვით, თუ მხედველობაში მივიღებთ, რომ თალის ერთ ნახევარზე მოდებული ყველა ძალის M_c მომენტი კლიტეს C სახსრის მიმართ უაუოდ უნდა უდრიდეს ნულს. გვაქვს:

$$M_c = M_c^0 - H \cdot f = 0,$$

სადაც: M_c^0 არის ყველა ძალთა მომენტების ჯამი კლიტეს C სახსრის მიმართ, იგი სათანადო $A' B'$ კოქის (ნახ. 85, ნაკ. 1) C' შუა წერტილის მიმართ ვერტიკალურ ძალთა მომენტს უდრის.

როდესაც $P=1$ ტვირთი C წერტილის მარჯვენა, მაშინ

$$M_c = A \cdot \frac{l}{2} - Hf = 0;$$



ნახ. 85

საიდანაც:

$$H = A \cdot \frac{l}{2f},$$

ან, A -ს მნიშვნელობას თუ ჩავსვამთ, მივიღებთ:

$$H = \frac{l(l-x)}{l} \cdot \frac{l}{2f};$$

როდესაც $x=0$, $H = \frac{l}{2f}$;

როდესაც $x=l$, $H=0$

როდესაც $P=1$ ტვირთი C წერტილის მარცხნივ, მაშინ

$$M_c = B \cdot \frac{l}{2} - H \cdot f = 0;$$

$$H = B \cdot \frac{l}{2f} \quad \text{ანუ} \quad H = 1 \cdot \frac{x}{l} \cdot \frac{l}{2f};$$

როდესაც $x=0$, $H=0$;

როდესაც $x=l$, $H = \frac{l}{2f}$

სათანადო საყრდენთა ორდინატების მოზომვით H განბრჯენის გავლენის ხაზის სათანადო ორ შტოს მივიღებთ, მასთან ეს შტოები სახსრის ქვემოთ გადიკვეთებიან, სადაც გვაქვს ორდინატი $\frac{l}{4f}$ (ნახ. 85, ნაკ. 4).

ვ) მღუნავი მომენტის გავლენის ხაზი თაღის K წერტილში (ნახ. 85, ნაკ. 5).

როდესაც $P=1$ ტვირთი მოთავსებულია K წერტილის მარცხნივ, გვაქვს:

$$M_1 = Ba_1 - Hb. \quad (*)$$

როდესაც $P=1$ ტვირთი გადაადგილდება K წერტილის მარჯვნივ, მაშინ

$$M_2 = Aa_1 - Hb. \quad (**)$$

(*) და (**) გამოსახულებებში ვხედავთ, რომ Ba_1 და Aa_1 მღუნავი M_0 მომენტებია l მალის უბრალო კოჭის სათანადო კვეთში. აქედან გამომდინარეობს, რომ სამსახსრიანი თაღისათვის მღუნავი მომენტის გავლენის ხაზის ასაგებათ (K წერტილის მიმართ), ცალკე უნდა აევაგოთ გავლენის ხაზი l მალის უბრალო კოჭის M_0 მღუნავ მომენტისათვის და ცალკე

გავლენის ხაზი H განბრჯენისათვის, რომელიც მრავლდება h -ზე. ამ ორი გავლენის ხაზის ორდინატთა სხვაობა სამსახსრიანი თაღის M_k მლუნავ მომენტის გავლენის ხაზს წარმოადგენს K წერტილში. როგორც ცნობილია, M_0 -ის გავლენის ხაზს აქვს საყრდენი ორდინატები a_1 და a_2 .

H -ს საყრდენი ორდინატება სათანადოთ $\frac{sl}{2f}$ -ს ტოლი იქნება. ამნაირად აგებულ გავლენის ხაზს ექნება ორდინატები, რომლებიც მოზომილია არა აბსცისთა ჰორიზონტალურ ლერძიდან, არამედ მოთავსებულია ორ სამკუთხედს შორის (წახაზული ნაწილი).

85-ე ნახაზის მე-5 ნაკვეთზე წახაზული ფართობების ორდინატებს ჰორიზონტალური ab ხაზიდან თუ მოვზომავთ, მაშინ გავლენის ხაზის გარეგნობა შეიძლება გამარტივდეს, 85-ე ნახაზის მე-6 ნაკვეთზე ak_1ac_1b .

შეენიშნოთ, რომ M_k -ს გავლენის ხაზის აგება შეიძლება, თუ მხედველობაში მივიღებთ, რომ:

1) e წერტილის მდებარეობა (ნახ. 85, ნაკ. 6) ადვილად განისაზღვრება.

2) k_c და c_e წვეროები თავის K და C წერტილებზე გატარებულ შვეულზე მდებარეობენ.

3) $k_1e_1c_1$ სწორხაზი მარცხენა საყრდენზე გატარებულ შვეულზე მოკვეთავს a_1 მონაკვეთს (ნახ. 85, ნაკ. 6).

რაც შეეხება გავლენის ხაზის ნულოვანი წერტილის e მდებარეობას (პ. 1), მაშინ როგორც ეს ნახ. 85-ეს ნაკ. მე-5-დან ჩანს, იგი მოთავსებულია K კვეთსა და C სახსარს შორის. ტვირთის ასეთი მდებარეობის დროს მლუნავი მომენტი K წერტილში ნულს უნდა უდრიდეს. სახსარის მარჯვნივ მხოლოდ ერთი ძალა— B საყრდენის რეაქცია იმოქმედებს (მისი მდგენელებია B და H). იმის გამო, რომ თაღის მარჯვენა ნახევრის მოქმედება მარცხენაზე სახსრით უნდა გადაეცეს, ეს რეაქცია C წერტილზე უნდა გადიოდეს, ე. ი. დაიკავოს BC მდებარეობა. K კვეთის მარცხნივ მხოლოდ A საყრდენის რეაქცია მოქმედებს. იმის გამო, რომ ჩვენ განვსაზღვრავთ წერტილს, რომელსაც ესაბამება მლუნავი მომენტის (K წერტილის მიმართ) გავლენის ხაზის ნულოვანი ორდინატი, ერთეული ტვირთის საძიებელ წერტილზე გავლისას, მლუნავი მომენტი K წერტილში ნულს უდრის, ე. ი. ნულს უდრის A საყრდენის რეაქციის მომენტი K წერტილის მიმართ. ეს იქნის ნიშნავს, რომ რეაქცია უნდა გადიოდეს K წერტილზე, ე. ი. დაიკავოს AK მდებარეობა. ამნაირად განისაზღვრა ორთავე რეაქციის მდებარეობა, რომლებიც უნდა აწონასწორებდნენ აქტიურ ძალას $P=1$. მაშასადამე, ერთეული ტვირთი უნდა გადიოდეს მათი გადაკვეთის წერტილზე, ე. ი. E წერტილზე. ამნაირად, სამსახსრიანი თაღის მლუნავი მომენტის

გავლენის ხაზის ნულოვანი წერტილი AK და BC სწორხაზების გადაკვეთის წერტილის ქვემოთ იქნება.

მეორე დებულება (პ. 2) იმის შესახებ, რომ k_c და c_c წვეროვებზე მდებარეობენ K და C წერტილების ქვემოთ, თავისთავად ნათელია, რადგან ეს წვეროვები ეაბაბეზიან k_c და c_c წერტილებს.

3) საყრდენის aa_c ორდინატზე გადასვლით (ნახ. 85, ნაკ. 6) შეენიშნათ, რომ

$$\frac{aa_c}{a_1+d} = \frac{kk_c}{d},$$

საიდანაც

$$aa_c = kk_c \frac{a_1+d}{d}. \quad (*)$$

ნ.ხ. 85-ეს ნაკ. მე-5-დან ცხადია, რომ

$$\frac{aa_c}{a_1+d} = \frac{k'_c k_c}{d}$$

საიდანაც:

$$aa_c = k'_c k_c \frac{a_1+d}{d}. \quad (*')$$

ორი მიღებული ტოლობის შედარებით და იმის მხედველობაში მიღებით, რომ $kk_c = k'_c k_c$, დაეასკენით, რომ

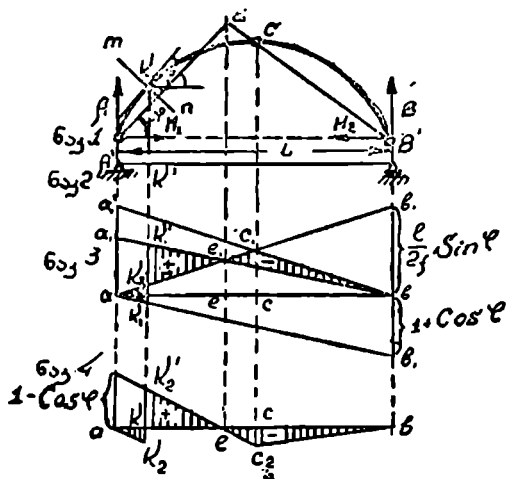
$$aa_c = aa_c = a_1$$

ამნაირად, საძიებელი გავლენის ხაზის ასაგებათ თალის მოხაზულობაზე გავატარებთ BC და AK სწორხაზებს, განესაზღვრავთ მათი გადაკვეთის E წერტილს და მას შვეულით აბსცისთა al ლერძზე ჩამოვიტანთ (ნახ. 85, ნაკ. 6). მივიღებთ ნულოვან e წერტილს. A საყრდენის ქვემოთ (a წერტილიდან) შევეულზე საყრდენი a_1 ორდინატის მოზომვით, გავატარებთ $a_1 e$ სწორხაზს (რომელიც გაივლის ორდინატის ბოლოზე და კოქის ლერძის e წერტილზე) და განესაზღვრავთ k_c და c_c წერტილებს, ე. ი. ამ სწორხაზის ვერტიკალურ სწორხაზებთან გადაკვეთის წერტილებს; ვერტიკალური სწორხაზები გატარებულია K და C წერტილებზე, რის შემდეგაც ყველაფერი მოკვეთება AK გავლენის ხაზის ასაგებათ, რომელსაც აქვს $ak_c ec_c b$ ტეხილი ხაზის სახე.

დ) გავლენის ხაზი გადამჭრელ ძალებისათვის
სამსახსრიან თალში

გადამჭრელ ძალას თალის K კვეთში მივიღებთ, თუ $m-n$ ნორმალის მიმართულებაზე K წერტილში (ნახ. 86) დაეაგეგმილებთ თალის მოკვე-

თილ მარცხენა ნაწილზე მოდებულ ყველა ძალთა ჯამს. როდესაც $P=1$ ტვირთი K კვეთის მარცხნივაა, მაშინ მარცხენა მოკვეთილი ნაწილი ერთის მხრივ იმყოფება Q_0 ძალის ზეგავლენის ქვეშ, რომელსაც ისეთივე მნიშვნელობა აქვს, როგორც გადამქრელ ძალას K' კვეთში (ნახ. 86, ნაკ. 2),



ნახ. 86

შეორეს მხრივ $K-H$ განბრუნების ზეგავლენის ქვეშ; ეს უკანასკნელი AB სწორხაზზეა მიმართული. აქედან შეგვიძლია დავწეროთ, რომ გადამქრელი ძალა თაღის K კვეთში ტოლია

$$Q = Q_0 \cos \varphi - H \sin \varphi, \quad . (a)$$

სადაც φ —კუთხეა კვეთის K წერტილზე გატარებულ მხებსა და ჰორიზონტალს შორის.

(ა) განროლებიდან ვხედავთ, რომ საძიებელი გავლენის ხაზის ორდინატების მისაღებათ უნდა შევადგინოთ $Q_0 \cos \varphi$ და $H \sin \varphi$ -ს გავლენის ხაზთა ორდინატების სხვაობა.

პირველი ხაზთაგანი აიგება $A'B'$ კოქის გადამქრელი ძალის გავლენის ხაზის საფუძველზე ამ ძალის გამრავლებით $\cos \varphi$ -ზე. ჩვენთვის ცნობილია, რომ $P=1$ ტვირთს K' მარჯვენა მდებარეობა უკავია, გადამქრელ ძალას კოქის K' წერტილში მივიღებთ, როგორც კვეთის მარცხნივ მოქმედ ძალთა ჯამს, ე. ი. $Q_0 = +A$, ხოლო როდესაც $P=1$ ტვირთს K კვეთის მარცხენა მდებარეობა უკავია, მაშინ $Q_0 = -B$

საყრდენთა ორდინატები იქნება:

A საყრდენის ქვემოთ $+ 1$,

B საყრდენის ქვემოთ $- 1$.

მაშასადამე, საყრდენის ორდინატები $Q_0 \cos \varphi$ -თვის იქნება:

A საყრდენის ქვემოთ $+ 1 \cdot \cos \varphi$;

B საყრდენის ქვემოთ $- 1 \cdot \cos \varphi$.

რაც შეეხება $H \cdot \sin \varphi$ ფუნქციას საყრდენთა ორდინატები თალის განბრჯენზე ჩვენ უკვე განვსაზღვრეთ, ისინი ტოლები $(+)$ $\frac{l}{2f}$. თუ კონკრეტულად ვაგვაზღვრებთ $\sin \varphi$ -ზე, მივიღებთ $H \cdot \sin \varphi$ ფუნქციის საყრდენთა ორდინატებს, ე. ი. თითოეული საყრდენის ორდინატი გამოიხატება ასეთნაირად:

$$(+) \frac{l}{2f} \sin \varphi .$$

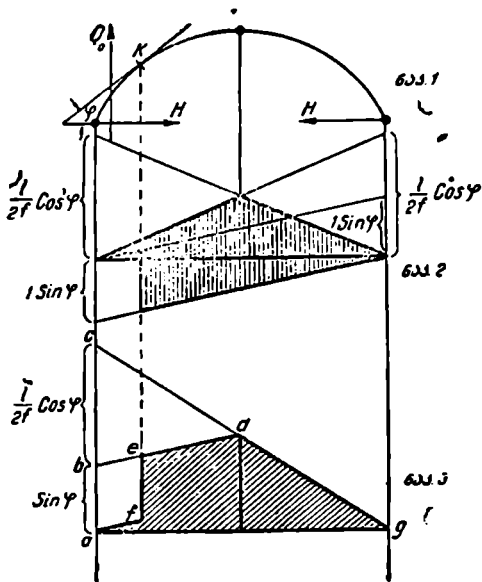
$Q_0 \cos \varphi$ და $H \sin \varphi$ -თვის აგებული გავლენის ხაზების ორდინატთა გამოკლების შედეგი წარმოდგენილია 86-ე ნახაზის მე-3 ნაკვეთზე (წახაზულია). გამოკლების შედეგს ჰორიზონტალურ ღერძზე თუ ჩამოვიტანთ, მაშინ

$$Q = Q_0 \cos \varphi - H \cdot \sin \varphi$$

გავლენის ხაზი 86-ე ნახაზის მე-4 ნაკვეთზე წარმოდგენილი $ak_1k'_1e_1b$ ტიპის ხაზით წარმოდგინდება.

შევნიშნოთ, რომ ნულოვანი e_1 წერტილი (ნახ. 86, ნაკ. 3) ადვილად მოიძებნება შემდეგი მოსაზრებებით: e_1 წერტილის ზემოთ დაყენებულ $P=1$ ტვირთს განსახილველი K კვეთის ნულის ტოლი გადაშვრელი ძალა ესაბამება. აქედან e_1 წერტილში დაყენებული $P=1$ ტვირთით გამოწვეულ რეაქციას K წერტილში აღმართული ნორმალის პერპენდიკულარული მიმართულება უნდა ჰქონდეს, ან სხეანაირად, რომ ვთქვათ, K წერტილიდან გატარებული თალის მხების პარალელური უნდა იყოს. თუ A -ზე გავატარებთ K წერტილიდან გატარებული მხების პარალელურ ხაზს CB ხაზის გადაკვეთამდე (CB ხაზი B საყრდენზე და კლიტეს სახსარზე გადის) მივიღებთ E წერტილს, რომლის ქვემოთაც მოთავსებულია გადამშვრელი Q ძალის ნულოვანი ორდინატი, იგი ნახაზზე (ნახ. 86, ნაკ. 3) e_1 ასოთია აღნიშნული. e_1 წერტილის და მარცხენა საყრდენის $1 \cdot \cos \varphi$ ორდინატის მიხედვით ადვილად ავაგებთ გავლენის ხაზს.

ე) გავლენის ხაზი გრძივ ძალები სათვის სამსახსრიან თალში. თალის K კვეთში ნორმალური ძალის მისაღებათ თალის ღერძის მხებზე ვაგვემოილებთ კვეთის მარცხნივ მოთავსებულ ყველა ძალას. მივიღებთ (ნახ. 86'):



ნახ. 86'

$$Q = Q_0 \sin \varphi + H \cdot \cos \varphi (b)$$

აგება ნაჩვენებია 86'-ე ნახაზის მე-2 ნაკვეთზე.

ნახ. 86'-ე ნაკ. მე-3-ზე აგებულია გავლენის ხაზი, რომლის ორდინატები აითვლება ჰორიზონტალურ ღერძიდან. აგება შემდეგი თანრიგითაა შესრულებული: მოზომილია მარცხენა საყრდენი ორდინატები

$$\sin \varphi \text{ და } \frac{l}{2f} \cos \varphi .$$

c წერტილი შეერთებულია g წერტილთან.

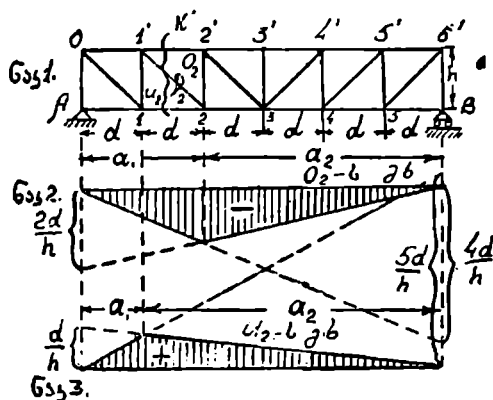
eg სწორხაზზე აიღება d წერტილი შუა სახსრის ქვემოთ და შეერთებულია b წერტილთან. a წერტილიდან bd -ს პარალელური af სწორხაზია გატარებული. k წერტილიდან დაშვებული შვეული განსაზღვრავს e და f წერტილებს. ადვილი დასარწმუნებელია, რომ 86'-ე ნახაზის მე-2 და მე-3 ნაკვეთები ორდინატების ერთსადაიგივე სიდიდეებს გვაძლევენ.

§ 33. ძალეების გავლენის ხაზი მარტივი კოჟოვანი ფერმების
ქელაქებში

სტატიკურად რკვევადი ფერმების ელემენტებში ძალვთა გავლენის ხაზთა აგებისას ჩვენ ვსარგებლობთ იმავე ხერხებით, რომლებიც მოყვანილია წინა პარაგრაფებში. ნათელვყოთ ეს ზოგიერთი კერძო მაგალითით.

პირველი შემთხვევა, ძალვა მოცემულ ელემენტში შეიძლება განისაზღვროს რიტერის ხერხით.

ა) ააგეთ ძალვის გავლენის ხაზი ფერმის ზედა სარტყელის O_2 ელემენტში (ნახ. 87).



ნახ. 87

KK' კვეთის გატარებით ეპოჟლომთ რიტერის № 2 წერტილს და რიტერის h მხარს. როდესაც $P=1$ ტვირთი გაკვეთილი პანელის წარჯნივ არის, მაშინ

$$A a_1 + O_2 h = 0,$$

საიდანაც:

$$O_2 = - A \frac{a_1}{h}$$

როდესაც $P=1$ ტვირთი გაკვეთილი პანელის წარცხნივ არის, მაშინ

$$B \cdot a_2 + O_2 \cdot h = 0,$$

საიდანაც:

$$O_2 = - B \frac{a_2}{h}$$

საყრდენთა A და B რეაქციების გავლენის ხაზების ორდინატების სათანადოთ— $\frac{a_1}{h}$ და— $\frac{a_2}{h}$ -ზე გამრავლებით მივიღებთ O_2 -ის გავლენის ხაზის უბნებს გაკვეთილი პანელის მარჯვნივ და მარცხნივ. როგორც ცნობილია გაკვეთილი პანელის სიგრძეზე (წნევის კვანძურად გადაცემის თვისება) გავლენის ხაზი სწორხაზს წარმოადგენს. ასეთნაირადვეა აგებული გავლენის ხაზი ფერმცხ u_2 ძალვისათვის (ნახ. 87). — $\frac{a_1}{h}$ და— $\frac{a_2}{h}$ სიდიდეებს საყრდენთა ორდინატები უწოდოთ. მაშასადამე, აბსოლუტური სიდიდით ფერმცხის ელემენტთა ძალვების გავლენის ხაზთა ორდინატები უდრის რიტერის მხარის შეფარდებას მანძილზე, რიტერის წერტილიდან სათანადო საყრდენზე გატარებულ შეეულამდე. რაც შეეხება ნიშნებს, a_1 და a_2 -თვის შეეთანხმდეთ და დადებითად ჩავთვალოთ მიმართულება ერთ საყრდენიდან მეორესაკენ (a_1 -თვის მიმართულება A -დან B -სკენ, ხოლო a_2 -თვის B -დან A -სკენ); რიტერის მხარი დადებითად ჩავთვალოთ, თუ გამჭიმავი ძალვა განსახილველ ძელაკში ბრუნვას აწარმოებს რიტერის წერტილის გარშემო უარყოფით მხარეს (მარცხენა მოკვეთილ ნაწილისათვის საათის ისრის მოპირდაპირე მხარეს, მარჯვენასათვის კი—საათის ისრის ბრუნვის მიმართულებით).

ასე, მაგალითად, O_2 ძალვისათვის საყრდენის ორდინატი A საყრდენის ქვემოთ:

$$\alpha = \frac{(+)}{(-)} \frac{2d}{h} = (-) \frac{2d}{h},$$

ხოლო საყრდენის ორდინატი B საყრდენის ქვემოთ:

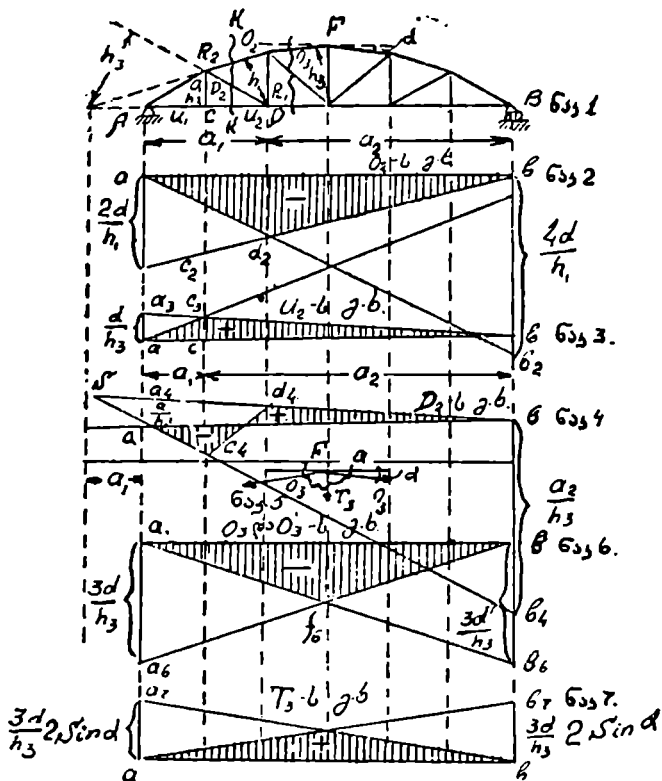
$$\beta = \frac{(+)}{(-)} \frac{4d}{h} = (-) \frac{4d}{h}.$$

U_2 ძალვისათვის:

$$\alpha = \frac{(+)}{(+)} \frac{d}{h} = (+) \frac{d}{h};$$

$$\beta = \frac{(+)}{(+)} \frac{5d}{h} = (+) \frac{5d}{h}$$

ამ დროს მარჯვენა და მარცხენა უბნების სათანადო სწორხაზები გადაიკვეთებიან რიტერის წერტილის ქვემოთ (ნახ. 87, ნაკ. 3).
 ბ) ავავთო ძალის გავლენის ხაზი D განბრჯენში (ნახ. 88).
 ფერმა გავკვეთოდ KK ხაზით.
 რიტერის წერტილია R_3 (ნახ. 88).



ნახ. 88

როდესაც $P=1$ ტვირთი გაკვეთილი პანელის მარჯვენია, მაშინ

$$-A \cdot a_1 + D_3 h_3 = 0,$$

საიდანაც:

$$D_3 = +A \cdot \frac{a_1}{h_3}.$$

როდესაც $P=1$ ტვირთი გაკვეთილი პანელის მარცხნივია, მაშინ

$$+ B \cdot a_2 = D_2 \quad h_3 = 0,$$

საიდანაც

$$D_2 = -B \cdot \frac{a_2}{h_3}$$

გაკვეთილი პანელის ფარგლებში გავლენის ხაზი $C_4 d_4$ სწორხაზია.

საყრდენთა A და B რეაქციების გავლენის ხაზების საფუძველზე აგებულია D_2 -ის გავლენის ხაზი, მასთან საყრდენთა ორდინატებია:

$$\alpha = + \frac{a_1}{h_3} \quad \text{და} \quad \beta = - \frac{a_2}{h_3} .$$

$b_1 a$ და $b_2 a$ სწორხაზები რიტერის წერტილის ქვემოთ იკვეთებიან, რისი შემოწმებაც შეიძლება $s a a_4$ და $s b b_4$ სამკუთხედების მსგავსობიდან.

ამნაირად, ამ შემთხვევაში საყრდენთა ორდინატები აბსოლუტური სიდიდით უდრის საყრდენთა შვეულულებიდან რიტერის წერტილებამდე მანძილების ფარდობას რიტერის მხარზე. ზემოთ მოყვანილ ნიშანთა წესის გამოყენებით, გვექნება:

$$\alpha = \frac{(-) a_1}{(-) h_3} = (+) \frac{a_1}{h} ;$$

$$\beta = \frac{(+) a_2}{(-) h_3} = (-) \frac{a_2}{h} ,$$

რაც ემთხვევა ზემოთ დაწერილს.

კოჭოვანი ფერმების ელემენტების გავლენის ხაზის აგების მეთოდის განზოგადოებისათვის ნახაზზე წარმოდგენილია მხოლოდ ფერმის მალი A და B საყრდენების ჩვენებით (ნახ. 89). დაუშვათ, რომ საჭიროა U ძალის სიდიდის განსაზღვრა ფერმის რომელიმე ელემენტში. ვთქვათ რიტერის წერტილია R (ორი დანარჩენი გაკვეთილი ღეროს გადაკვეთის წერტილი), და რიტერის მხარი r .

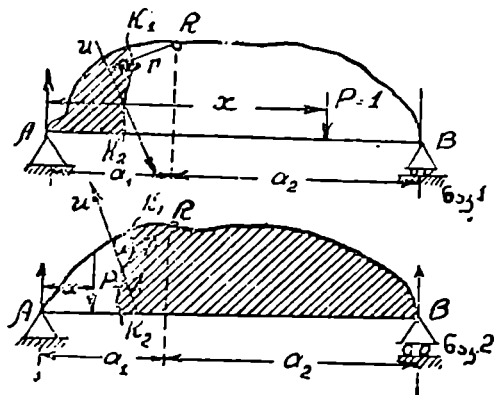
როდესაც $P_1=1$ ტვირთი $K_1 K_2$ კვეთის (ნახ. 89, ნაკ. 1) მარჯვენა მხარესაა, მაშინ მოკვეთილი მარცხენა მხარის (წახაზული ნაწილის) წონასწორობიდან გვექნება:

$$A a_1 - U_1 r = 0,$$

საიდანაც

$$U_1 = A \cdot \frac{a_1}{r} .$$

როდესაც $P_2=1$ ტვირთი $K_1 K_2$ კვეთის მარცხენა მხარესაა, მაშინ მოკვეთილი მარჯვენა ნაწილის (ნახ. 89, ნაკ. 2, წახაზული ნაწილი) წონასწორობიდან გვექნება:



ნახ. 89

$$B \cdot a_2 - U_2 \cdot r = 0,$$

საიდანაც

$$U_2 = B \cdot \frac{a_1}{r} \quad . (**)$$

(*) და (**) ტოლობები გვიჩვენებს, რომ ელემენტში U ძალის გავლენის ხაზის ასაგებათ, ჩვენ უნდა ვისარგებლოთ A და B საყრდენთა რეაქციების გავლენის ხაზებით.

A და B საყრდენთა რეაქციების გავლენის ხაზების ორდინატთა გამრავლებით $\frac{a_1}{r}$ და $\frac{a_2}{r}$ განყენებულ რიცხვებზე, მივიღებთ U -ს გავლენის ხაზის უბნებს გაკვეთილი პანელის მარჯვნივ და მარცხნივ. ამის შემდეგად შემდეგი წესი მიიღება:

A საყრდენის ქვემოთ α საყრდენის ორდინატის მოზომვით ავაგებთ გავლენის ხაზის მარჯვენა შტოს, მას ვაგრძელებთ გაკვეთილი პანელის მარჯვენა კვანძამდე; შემდეგ, B საყრდენის ქვემოთ მოვზომავთ საყრდენის β ორდინატს, ავაგებთ მარცხენა შტოს, რომელსაც ვაგრძელებთ გაკვეთილი პანელის მარცხენა კვანძამდე. გაკვეთილი პანელის სიგრძეზე გავლენის ხაზი სწორ-

ხაზის მონაკვეთს წარმოადგენს (წნევის კვანძურად გადაცემის თვისება). საყრდენთა ორდინატები უდრის რიტერის წერტილიდან სათანადოთ A და B საყრდენებზე გატარებულ ვერტიკალურებამდე მანძილების ფარდობას. რიტერის მხართან. რაც შეეხება ნიშნებს, a_1 და a_2 -თვის ჩვენის შეთანხმებით დადებითად ითვლება მიმართულება ერთ საყრდენიდან მეორესაკენ (a_1 -თვის დადებითი იქნება მიმართულება A -დან B -სკენ, ხოლო a_2 -თვის B -დან A -სკენ). რიტერის მხარი დადებითად ითვლება, თუ გამჭიმავი ძალვა განსახილველ ძელაკში ბრუნვას რიტერის წერტილის გარშემო აწარმოებს უარყოფით მხარეს. ე. ი. ფერმის მარცხენა მოკვეთილ ნაწილისათვის საათის ისრის მოპირდაპირე მიმართულებით, მარჯვენა მოკვეთილ ნაწილისათვის საათის ისრის მიმართულებით.

ასე, მაგალითად, U ძალვისათვის (ნახ. 89, ნაკ. 1) საყრდენის ორდინატს A საყრდენის ქვემოთ ვიპოვით, თუ მანძილს A საყრდენზე გატარებულ შვეულიდან რიტერის R წერტილამდე გავყოფთ რიტერის მხარზე. ნიშნები: a_1 -თვის (+) ნიშანი, რადგან ვიღებთ A -დან B -სკენ, რიტერის მხარს აქვს (+) ნიშანი, რადგან გამჭიმავი ძალვა ელემენტში მარცხენა მოკვეთილ ნაწილს აბრუნებს საათის ისრის მოპირდაპირე მხარეს. აქედან

$$\alpha = \frac{(+)}{(+)} \frac{a_1}{r} = (+) \frac{a_1}{r}$$

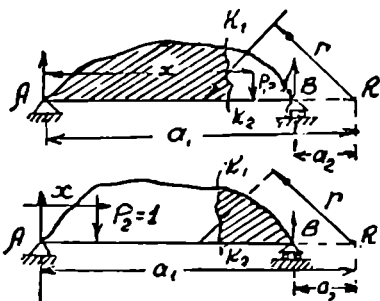
საყრდენის ორდინატი B საყრდენის ქვემოთ იქნება:

$$\beta = \frac{(+)}{(+)} \frac{a_2}{r} = (+) \frac{a_2}{r}$$

ისეთი შემთხვევა განვიხილოთ, როდესაც რიტერის წერტილი ფერმის მალის გარეთაა (ნახ. 90).

გამჭიმავი ძალვა ელემენტში მარცხენა მოკვეთილ ნაწილს საათის ისრის მოპირდაპირე მხარეს აბრუნებს, მაშასადამე, რიტერის მხარს დადებითი ნიშანი აქვს. მანძილი A საყრდენის შვეულიდან რიტერის წერტილამდე დადებითია, რადგან იგი აღებულია მიმართულებით A -დან

B-სკენ; მანძილი მარჯვენა საყრდენის შვეულიდან რიტერის წერტილამდე კი უარყოფითი იქნება, რადგან იგი *B*-დან *A*-კენ კი არ არის აღებული, არამედ მოპირდაპირე მიმართულებით. ამნაირად, ძალვისათვის ელემენტში საყრდენის ორდინატი *A* საყრდენის ქვემოთ იქნება.



ნახ. 90

$$\alpha = \frac{(+)\ a_1}{(+)\ r} = (+)\ \frac{a_1}{r}$$

საყრდენის ორდინატი *B* საყრდენის ქვემოთ:

$$\beta = \frac{(-)\ a_2}{(+)\ r} = (-)\ \frac{a_2}{r}$$

მოვიყვანოთ გავლენის ხაზების აგების მაგალითები მარტივ კოჰოვან ფერმების ძელაკთა ძალებისათვის, მასთან გამოვიყენოთ საყრდენთა ორდინატების სიდიდეთა პოენის ზემოთ აღნიშნული მეთოდი რიტერის ხერხის საფუძველზე.

აეგოთ გავლენის ხაზები ფერმის ლეროების ძალებისათვის (ნახ. 88). *O*₂ ძალვისათვის (ნაკ. 2) გვექნება.

საყრდენის ორდინატი *A* საყრდენის ქვემოთ განისაზღვრება სიდიდით:

$$\left. \begin{array}{l} a_1 \quad (+)\ \text{ნიშნით} \\ h_1 \quad (-)\ \text{ნიშნით} \end{array} \right\} \text{საიდანაც}$$

$$\alpha = \frac{(+)\ a_1}{(-)\ h_1} = (-)\ \frac{a_1}{h_1}$$

საყრდენის ორდინატი *B* საყრდენის ქვემოთ განისაზღვრება სიდიდით:

$$\left. \begin{array}{l} a_2 \quad (+)\ \text{ნიშნით} \\ h_1 \quad (-)\ \text{ნიშნით} \end{array} \right\} \text{საიდანაც}$$

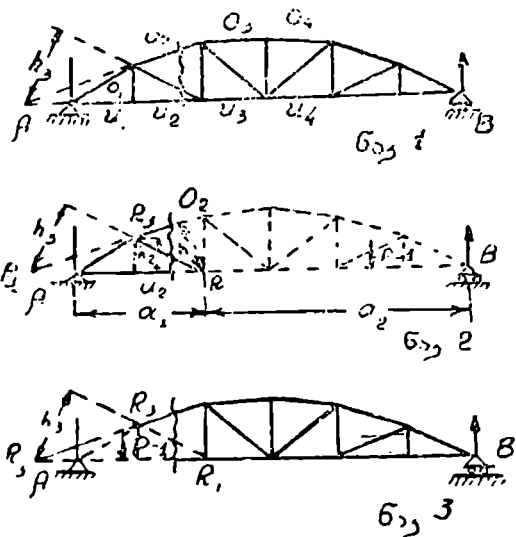
$$\beta = \frac{(+)\ a_2}{(-)\ h_1} = (-)\ \frac{a_2}{h_1}$$

ჰანელის სიგრძეს *d* ასოთი თუ აღნიშნავთ, მაშინ

$$\alpha = (-)\ \frac{2d}{h_1}; \quad \beta = (-)\ \frac{4d}{h_1}$$

მარცხენა შტო იქნება a_2 , მარჯვენა კი — a_1 , სწორხაზის მონაკვეთი კი ვაკვეთილი პანელის სიგრძეზე, რომელიც აერთებს ორთავე შტოს — $c_2 d_2$, იგი მთლიანად ძვეს მარცხენა შტოზე.

ქვედა სარტყელის (ნაკ. 3) U_2 ძალებისათვის რიტერის წერტილია



ნახ. 91

R_2 , რიტერის მხარი $h_2 = R_2 C$; საყრდენის ორდინატი A საყრდენის ქვემოთ:

$$\alpha = \frac{(+)\ a_1}{(+)\ h_2} = \frac{(+)\ d}{(+)\ h_2} = (+)\ \frac{d}{h_2};$$

საყრდენის ორდინატი B საყრდენის ქვემოთ:

$$\beta = \frac{(+)\ a_2}{(+)\ h_2} = \frac{(+)\ 5d}{(+)\ h_2} = (+)\ \frac{5d}{h_2}$$

შემდგომი აგება წინანდელის ანალოგიურია.

D_2 ძალებისათვის ირიბანში: რიტერის წერტილია R_3 ; საყრდენის ორდინატი A საყრდენის ქვემოთ:

$$\alpha = \frac{(-)\ a_1}{(-)\ h_3} = (+)\ \frac{a_1}{h_3};$$

საყრდენის ორდინატი B საყრდენის ქვემოთ:

$$\beta = -\frac{(+)}{(-)} \frac{a_2}{h_3} = (-) \frac{a_2}{h_3}$$

აქ a_1 —უარყოფითია, რადგან მონაკვეთი A საყრდენის შეეულიდან R_3 წერტილამდე მალის გარემხარეს არის მოზომილი; a_2 —დადებითია, რადგან მონაკვეთი მოიზომება B -დან A -სკენ; h_3 —უარყოფითია, რადგან თუ ძალვას ირიბანში მივანიქებთ დადებით მნიშვნელობას (გაქიმვა), მაშინ ბრუნვა რიტერის წერტილის მიმართ დადებით მხარეს იწარმოებს (მარცხენა ნაწილისათვის საათის ისრის ბრუნვის მიმართულებით).

მოვზომავთ მარჯვენა საყრდენის β ორდინატს, გავატარებთ მარცხენა შტოს გაქრილი პანელის მარცხენა კვანძამდე, შემდეგ მოვზომავთ მარცხენა საყრდენის α ორდინატს, გავატარებთ მარჯვენა შტოს გაქრილი პანელის მარჯვენა კვანძამდე და, დაბოლოს, გაქრილი პანელის კვანძების ქვემოთა ორდინატების ბოლოებს (პანელის სიგრძეზე) სწორხაზით შევადერთებთ. შტოები უთუოდ გადიკვეთებთან შეეულზე რიტერის წერტილის ქვემოთ.

თუ ირიბნების მიმართულებას განსახილავ ფერმაში (ნახ. 88) შევცვლით, მივიღებთ ფერმას (ნახ. 92) აღმავალი ირიბნებით.

ავაგოთ ამ ფერმის O_2 , U_2 და D_2 ძალების გავლენის ხაზები.

O_2 ძალვისათვის რიტერის წერტილია კვანძი № 1. საყრდენის ორდინატი A საყრდენის ქვემოთ:

$$\alpha = -\frac{(+)}{(-)} \frac{a_1}{h_1} = -\frac{(+)}{(-)} \frac{d}{h_1} = (-) \frac{d}{h_1}$$

საყრდენის ორდინატი B საყრდენის ქვემოთ:

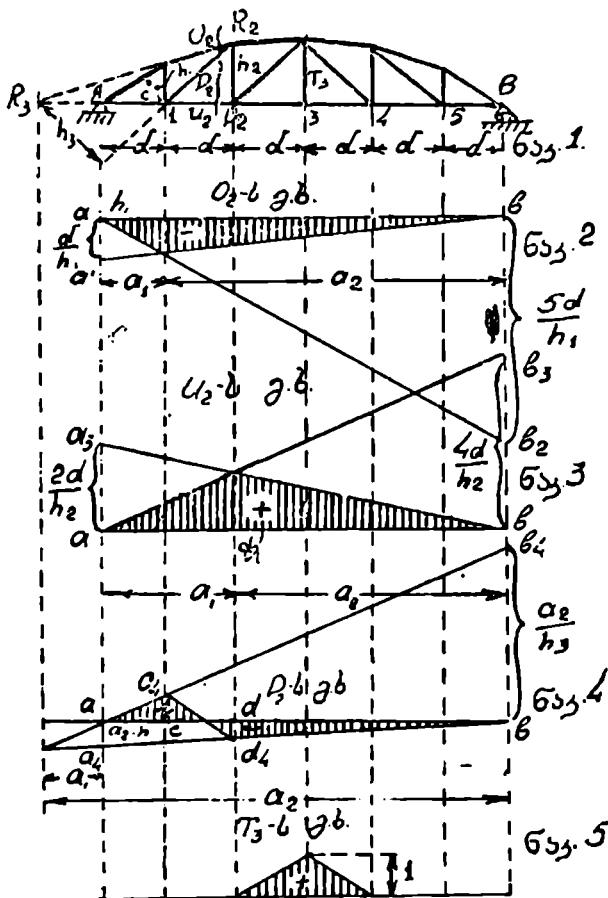
$$\beta = \frac{(+)}{(-)} \frac{a_2}{h_1} = \frac{(+)}{(-)} \frac{5d}{h_1} = (-) \frac{5d}{h_1}$$

U_2 ძალვისათვის რიტერის წერტილია R_2 . საყრდენის ორდინატი A საყრდენის ქვემოთ:

$$\alpha = \frac{(+)}{(+)} \frac{a_1}{h_2} = (+) \frac{2d}{h_2}$$

საყრდენის ორდინატი B საყრდენის ქვემოთ:

$$\beta = \frac{(+)}{(+)} \frac{a_2}{h_2} = (+) \frac{4d}{h_2}$$



ნახ. 92

D_2 ირიბანისათვის რიტერის წერტილი R_2 ძვეს: A საყრდენის მარცხნივ. საყრდენის ორდინატი A საყრდენის ქვემოთ:

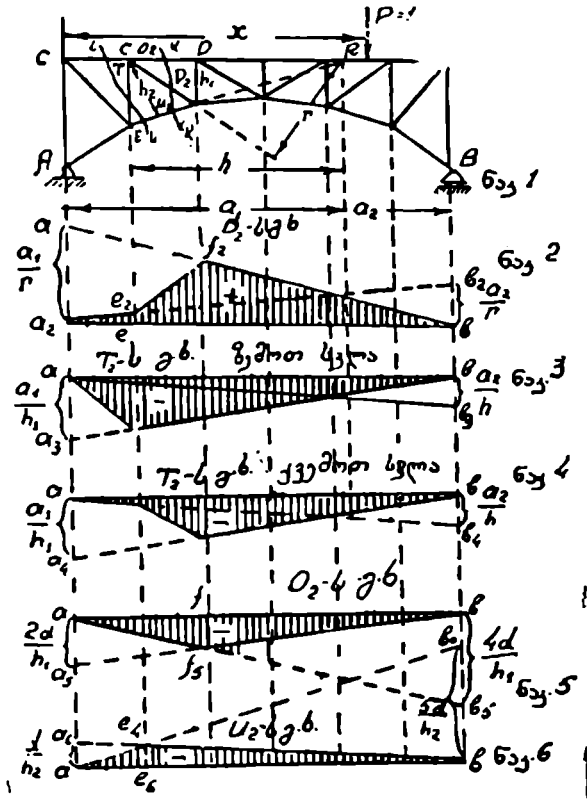
$$\alpha = \frac{(-)}{(+)} \frac{a_1}{h_3} = (-) \frac{a_1}{h_3}$$

საყრდენის ორდინატი B საყრდენის ქვემოთ:

$$\beta = \frac{(+)\ a_2}{(+)\ h_2} = (+)\ \frac{a_2}{h_2}$$

ორი ფერმის (ნახ. 88 და ნახ. 92) D_2 ირიბანის გავლენის ზაზების შედარებით ვხედავთ, რომ D_2 ძალვა ირიბანის შიშართულების შეცვლით იცვლის ნიშანს; აგრეთვე იცვლება ძალვის სიდიდეც, რადგან იცვლება ჩიტერის მხარის h_2 სიდიდე.

განვიხილოთ ფერმების ტიპი, რომელთა სიმალლე შცირდება მალის შუა ნაწილში (ნახ. 93).



ნახ. 93

განვიხილოთ გავლენის ხაზი D_2 ირიბანისათვის. D_2 ირიბანზე KK კვეთის გატარებით ვპოულობთ რიტერის R წერტილს, როგორც O_1 და U_2 ელემენტების გადაკვეთას. ჩვენს მიერ ზემოთ ჩამოყალიბებული ნიშანთა წესის მიხედვით, a_1 და a_2 მანძილები საყრდენთა შეეულებიდან რიტერის წერტილამდე დადებითია, რადგან თითოეული მათგანი მიმართულია საყრდენის შეეულიდან მეორე საყრდენისაკენ. რიტერის x მხარი დადებითია, რადგან D_2 ძალვისათვის დადებითი მიმართულების მინიჭებით მარცხენა მოკვეთილი ნაწილი რიტერის წერტილის გარშემო საათის ისრის მოპირდაპირე მხარეს ბრუნავს, ე. ი. უარყოფით მხარეს. მარჯვენა ნაწილი რომ განგვეხილა, აქაც გამჭიმავი ძალვის ბრუნვა D_2 ირიბანში მიმართული იქნებოდა უარყოფით მხარეს საათის ისრის მიმართულებით (როგორც ცნობილია მლუნავი მომენტების ნიშანთა წესი მარჯვენა და მარცხენა ნაწილში ურთიერთ შებრუნებულია).

საყრდენის ორდინატი A საყრდენის ქვემოთ:

$$\alpha = \frac{(+)}{(+)} \frac{a_1}{r} = (+) \frac{4d}{r}$$

საყრდენის ორდინატი B საყრდენის ქვემოთ:

$$\beta = \frac{(+)}{(+)} \frac{a_2}{r} = (+) \frac{2d}{r}$$

$b a_2$ და $a b_2$ სწორხაზების გატარებით ისინი მიგვეყავს გაჭრილი EF პანელის კვანძებამდე და ორდინატების ბოლოებს კვანძების ქვემოთ $e_1 f_2$ სწორხაზით ვაერთებთ. მაშინ $a e_2 f_2 b$ ტეხილი წარმოადგენს D_2 -ის გავლენის ხაზს. აქ $b a_2$ და $a b_2$ შტოების გადაკვეთის წერტილი ზოგადი წესის თანახმად რიტერის წერტილის ქვემოთ მოიძებნება ერთ შეეულზე.

გავლენის ხაზი T_2 დგარიისათვის. CE დგარის T_2 ძალვის საყრდენის ორდინატების განსაზღვრისათვის LL კვეთის გატარების შემდეგ D_2 ირიბანისათვის გავლენის ხაზის აგების ანალოგიურად ვიქცევით. რიტერის წერტილი წინანდელ R წერტილში იქნება. იცვლება მხოლოდ მხარის სიდიდე. ამ შემთხვევაში იგი h -ს უდრის. a_1 და a_2 მანძილები ზემოთ მოყვანილი მოსაზრებების თანახმად დადებითებია. h მხარი უარყოფითია, რადგან თუ ძალვას დგარში გამჭიმველად ვიგულისხმებთ, მარცხენა მოკვეთილი ნაწილი რიტერის წერტილის გარშემო საათის ისრის ბრუნვის მიმართულებით (დადებითად) იბრუნებს. საყრდენთა ორდინატებისათვის შემდეგი მნიშვნელობები მიიღება:

$$\alpha = \frac{(+)}{(-)} \frac{a_1}{h} = (-) \frac{a_1}{h};$$

$$\beta = \frac{(+)}{(-)} \frac{a_2}{h} = (-) \frac{a_2}{h}$$

ტვირთი თუ გადაადგილება ზედა სარტყელზე, მაშინ გაქრილათ ზედა GC სარტყლის პანელი უნდა ჩაითვალოს, ისე რომ შტოები გაგვეყავს G და C კვანძებამდე. გარდამავალი სწორხაზი იქნება ae_3 (ნაკ. 3). თუ კი ტვირთი გადაადგილება ფერმის ქვედა კვანძებზე დაკიდებულ სწორხაზზე, მაშინ გაქრილად ქვედა EF სარტყელის პანელი უნდა ჩაითვალოს, ისე რომ შტოები მიგვეყავს E და F კვანძებამდე. გარდამავალი სწორხაზი e_1f_3 სწორხაზი იქნება (ნაკ. 4).

O_2 ძალვისათვის რიტერის წერტილი იქნება F . ნიშანთა წესის გამოყენებით მივიღებთ, რომ საყრდენის ორდინატი A საყრდენის ქვემოთ

$$\alpha = \frac{(+)}{(-)} \frac{a_1}{h_1} = (-) \frac{a_1}{h_1} = (-) \frac{2d}{h_1};$$

საყრდენის ორდინატი B საყრდენის ქვემოთ:

$$\beta = \frac{(+)}{(-)} \frac{a_2}{h_1} = (-) \frac{a_2}{h_1} = (-) \frac{4d}{h_1}$$

სათანადო გავლენის ხაზი მე-5 ნაკვეთზეა აგებული.

U_2 ძალვისათვის გვაქვს:

$$\alpha = \frac{(+)}{(+)} \frac{a_1}{h_1} = (+) \frac{d}{h_1};$$

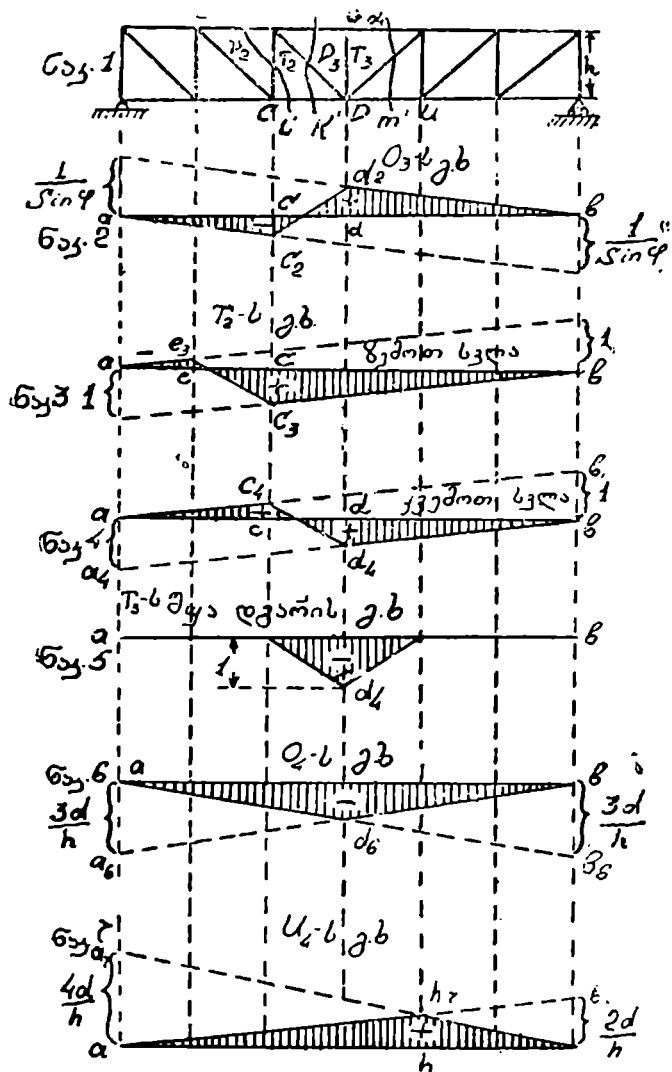
$$\beta = \frac{(+)}{(+)} \frac{a_2}{h_2} = (+) \frac{5d}{h_2}.$$

II შემთხვევა, როდესაც რიტერის წერტილი უსასრულოდ შიდა. ამ შემთხვევაში პარალელური სარტყლებიანი ფერმის დგარებში და ირიბნებში (ნახ. 94) ძალებისათვის გავლენის ხაზების აგებასთან გვაქვს საქმე. აქ ირიბნებისათვის და დგარებისათვის რიტერის ხერხი გამოუსადეგარია.

ავაგოთ ძალვის გავლენის ხაზი D_3 ირიბანში. ფერმას გავკვეთავთ KK' კვეთით. როდესაც ერთეული ტვირთი ძევს ფერმის მარცხენა AC უბანზე, მაშინ განვიხილავთ მარჯვენა ნაწილის წონასწორობას. D_3 ძალვის

განსაზღვრისათვის ავიღებთ ყველა ძალთა გეგმილების ჯამს შვეულ ღერძზე. მივიღებთ:

$$B + D_3 \sin \varphi = 0,$$



საიდანაც:

$$D_3 = - \frac{B}{\sin \varphi} . \quad (*)$$

როდესაც ერთეული ტვირთი გადაადგილდება ფერმის მარჯვენა DB ნაწილზე, ვპოულობთ D_3 ძალვას ფერმის მარცხენა ნაწილის წონასწორობის პირობიდან, რომელზედაც იმოქმედებს მხოლოდ A საყრდენის რეაქცია:

$$A - D_3 \cdot \sin \varphi = 0,$$

საიდანაც:

$$D_3 = + \frac{A}{\sin \varphi} . \quad (**)$$

აქედან საყრდენის ორდინატები იქნება:

$$\alpha = \frac{1}{\sin \varphi} ; \beta = - \frac{1}{\sin \varphi} .$$

(*) და (**) განტოლებებიდან ჩანს, რომ D_3 ირიბანში ძალვის გავლენის ხაზის ყოველი შტო შეიძლება ბივილოთ B და A -ს გავლენის ხაზიდან მათი ორდინატების $\frac{1}{\sin \varphi}$ ფარდობით შეცვლის საშუალებით მაშასადამე, შტოები წარმოადგენენ სწორხაზობრივ მონაკვეთებს, რომლებიც შემდეგი მონაცემებით მიიღება:

როდესაც $x=0$,

$$B=0 \text{ და } D_3=0;$$

როდესაც $x=l$,

$$B=1 \text{ და } D_3 = - \frac{1}{\sin \varphi} ;$$

როდესაც $x=0$,

$$A=1 \text{ და } D_3 = \frac{1}{\sin \varphi} ;$$

როდესაც $x=l$,

$$A=0 \text{ და } D_3=0.$$

მარჯვენა საყრდენის ქვემოთ მოვზომავთ ორდინატს $-\frac{1}{\sin \varphi}$ და მიღებულ წერტილს შევავრთებთ a წერტილთან, ამით AC უბანზე $a c_2$ მონაკვეთს მივიღებთ, რომელიც გავლენის ხაზის მარცხენა შტოს წარმოადგენს.

სწორედ ასევე, მარცხენა საყრდენის ქვემოთ მოვზომავთ ორდინატს $\frac{1}{\sin \varphi}$ და მიღებულ წერტილს შევაერთებთ x წერტილთან, DB უბანზე მივიღებთ გავლენის ხაზის მეორე d_2 შტოს. გაკვეთილი პანელის სიგრძეზე ტვირთის კვანძურად გადაცემის საერთო წესით გვაქვს სწორხაზობრივი c, d_2 მონაკვეთი.

საყრდენების ქვემოთ მოზომილ $\frac{1}{\sin \varphi}$ და $\left(-\frac{1}{\sin \varphi}\right)$ მონაკვეთებს (საყრდენის ორდინატებს) α და β ასოებით აღვნიშნავთ.

D_2 ირიბანისათვის აგებული გავლენის ხაზი დამოკიდებული არ არის იმაზე, გადაეცემა თუ არა დატვირთვა ფერმის ზედა ან ქვედა კვანძებს.

დგარი T_2 ძალების გავლენის ხაზი. გავატარებთ LL' კვეთს როდესაც $P=1$ ტვირთი მოთავსებულია გაკვეთილი პანელის მარცხნივ ფერმის პარაგენა მოკვეთილ ნაწილზე მოქმედ ძალთა წონასწორობის პირობიდან (გეგმილთა ჯამი შეეუღლებოდეს უდრის ნულს), გვაქვს:

$$B - T_2 = 0,$$

საიდანაც:

$$T_2 = + B.$$

როდესაც ტვირთი გაკვეთილი პანელის მარჯვნივაა, მაშინ ფერმის მარცხენა ნაწილზე მოდებულ ძალთა წონასწორობიდან, გვაქვს:

$$A + T_2 = 0,$$

საიდანაც:

$$T_2 = - A$$

ამნაირად, პირველი უბნის შტოს სახით გვაქვს B საყრდენის (საყრდენის ორდინატი $\beta=1$) გავლენის ხაზის მონაკვეთი. მეორე უბანზე კი გვაქვს $(-A)$ -ს გავლენის ხაზის მონაკვეთი (საყრდენის ორდინატი $\alpha=-1$).

გადასვლა ერთი შტოდან მეორეზე გაკვეთილ პანელზე წარმოებს; თუ ზედა სვლა გვაქვს, მაშინ ზედა, ამ შემთხვევაში მეორე EF პანელზე (ნაკ. 3). თუ კი ქვედა სვლაა, მაშინ ქვედა (მესამე) CD პანელზე (ნაკ. 4).

ზედა და ქვედა სარტყელების ძალებების გავლენის ხაზები. აგება რიტერის ხერხის (I შემთხვევა) გამოყენებით წარმოებს.

ვთქვათ საპიროა O_4 და U_4 -ის გავლენის ხაზის აგება.

O_3 ძელაკისათვის რიტერის წერტილია D . საყრდენის ორდინატი A საყრდენის ქვემოთ:

$$\alpha = \frac{(+)}{(-)} \frac{3d}{h} = (-) \frac{3d}{h}$$

საყრდენის ორდინატი B საყრდენის ქვემოთ:

$$\beta = \frac{(+)}{(-)} \frac{3d}{h} = (-) \frac{3d}{h} .$$

U_3 ძელაკისათვის რიტერის წერტილია F . საყრდენის ორდინატი A საყრდენის ქვემოთ:

$$\alpha = \frac{(+)}{(+)} \frac{4d}{h} = (+) \frac{4d}{h}$$

საყრდენის ორდინატი B საყრდენის ქვემოთ:

$$\beta = \frac{(+)}{(+)} \frac{2d}{h} = (+) \frac{2d}{h} .$$

III შემთხვევა, როდესაც ფერმის განივი კვეთში ხვდება სამ ძელზე მეტი.

ნახ. 88-ეს ნაკ. მე-5-ზე T_3 დგარში ძალვის განსაზღვრისათვის გეხდება ფერმის განივად გაკვეთა, რომელშიაც ხვდება 4 ძელაკი. ამიტომ აქ რიტერის ხერხი სუფთა სახით გამოუსადეგარია. აქ უმჯობესია გამოვიყენოთ კვანძების გამოყოფის ხერხი. F კვანძის გამოყოფით და ძალევის დაგეგმვლილებით O'_3 ძალვის პერპენდიკულარულ მიმართულებაზე, მივიღებთ წონასწორობის განტოლებას:

$$O_3 \cdot \cos(90^\circ - 2\alpha) + T_3 \cdot \cos \alpha = 0,$$

საიდანაც

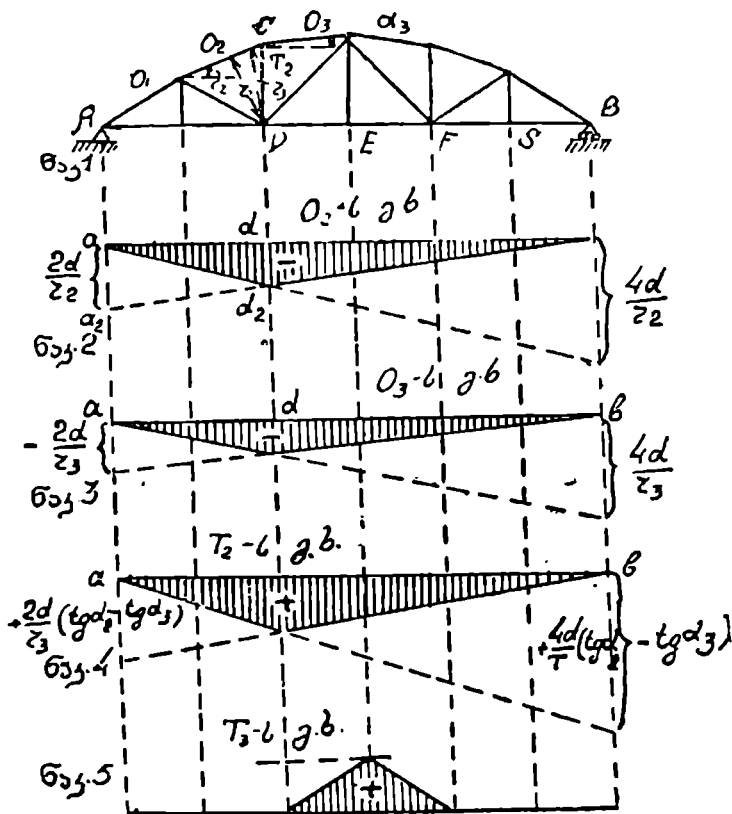
$$T_3 = -O_3 \cdot \frac{\sin 2\alpha}{\cos \alpha} = -O_3 \cdot 2 \sin \alpha .$$

მაშასადამე, T -ს გავლენის ხაზს ისეთივე სახე აქვს, როგორც O_3 -თვის (ნახ. 88, ნაკ. 6), მაგრამ $(-2 \sin \alpha)$ —ჯერ შეცვლილი ორდინატებით.

O_3 -ის გავლენის ხაზის საყრდენის $\left(-\frac{3d}{h_3}\right)$ ორდინატების $(-2 \sin \alpha)$

სიდიდებზე გამრავლებით, T_3 -ის გავლენის ხაზის საყრდენის $(+\frac{3d}{h_3} \cdot 2\sin \alpha)$ ორდინატებს მივიღებთ. გავლენის ხაზი აგებულია 88-ე ნახაზის მე-7 ნაკვეთზე.

ავილოთ კიდევ ნახ. 95-ეს მაგალითი. საჭიროა T_3 დგარის ძალების გავლენის ხაზის აგება. C კვანძის გამოყოფით და ძალების დაგეგმილე-



ნახ. 95

ბით O_2 ძალების პერპენდიკულარულ მიმართულებაზე (ნახ. 96, ნაქ. 1) მივიღებთ

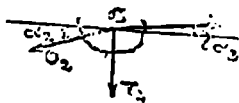
$$T_2 \cdot \cos \alpha_2 + O_3 \cdot \cos (90^\circ - \alpha_2 + \alpha_3) = 0,$$

საიდანაც:

$$T_2 = -O_3 \cdot \frac{\sin(\alpha_2 - \alpha_3)}{\cos \alpha_2} = -O_3 \cdot \frac{\sin \alpha_2 \cos \alpha_3 - \cos \alpha_2 \sin \alpha_3}{\cos \alpha_2}$$

$$= -O_3 \cdot (\operatorname{tg} \alpha_2 \cos \alpha_3 - \sin \alpha_3).$$

O_3 -ის საყრდენის ორდინატებს შემდეგი მნიშვნელობები აქვთ:



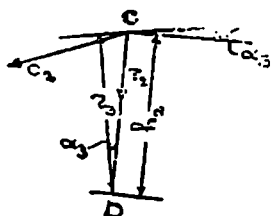
$$\alpha = -\frac{2d}{r_3} = -\frac{2d}{h_2 \cos \alpha_3};$$

$$\beta = -\frac{4d}{r_3} = -\frac{4d}{h_2 \cos \alpha_3}$$

მაშასადამე, T_3 -ის საყრდენის ორდინატები შემდეგ მნიშვნელობებს იღებენ:

$$\alpha = +\frac{2d}{h_2 \cos \alpha_3} =$$

$$= +\frac{2d}{h_2} (\operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha_3);$$



ნახ. 96

$$\beta = +\frac{4d}{h_2} (\operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha_3).$$

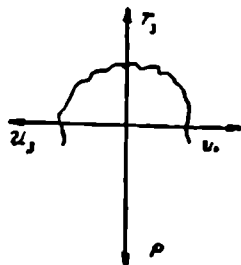
აგება ნაჩვენებია 95-ე ნახაზის მე-4 ნაკვეთზე.

კვანძების გამოყოფის ხერხით აგებულია გავლენის ხაზი ფერმის T_3 დგარშიაც, იგი ნაჩვენებია 95-ე ნახ. მე-5 ნაკვეთზე, აგრეთვე 92-ე ნახ. მე-5 ნაკვეთზე.

№ 3 კვანძის გამოყოფით ჩაეწეროთ წონასწორობის განტოლებას (ნახ. 97):

$$T_3 = P.$$

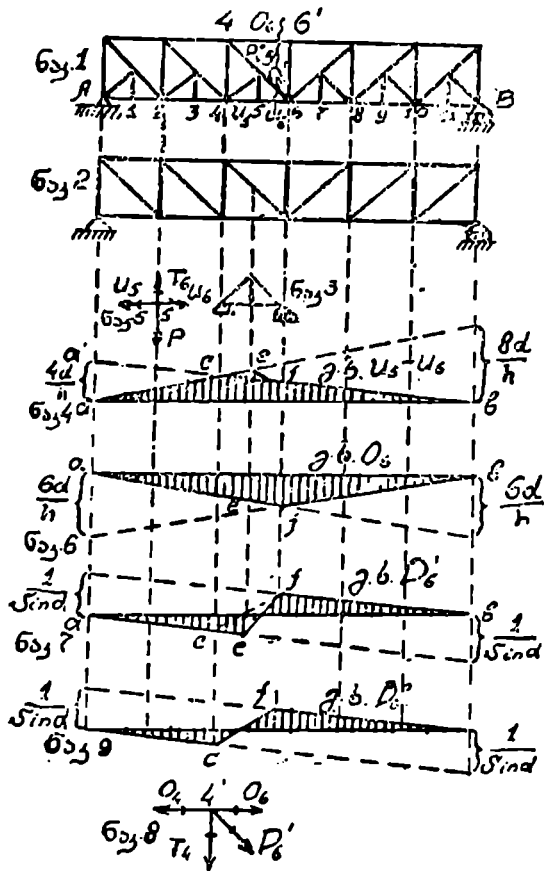
მაშასადამე, როდესაც ერთეული ტვირთი მოდებულია 1, 2, 4, 5 კვანძებში, ძალვა $T_3 = 0$. როდესაც ტვირთი მოდებულია № 3 კვანძში, $T_3 = 1$. როდესაც ცნობილია ორდინატები საკვანძო წერტილებში, მათ ბოლოებს შევავრთებთ სწორხაზობრივი მონაკვეთებით და მივიღებთ T_3 ძალვის გავლენის ხაზს.



ნახ. 97

§ 34. კოკოვან ფერშებისათვის გავლენის ხაზის აგების
მაგალითები რთულ შემთხვევებში

1-ლი მაგალითი. ფერმა შედგენილი რიკულებით (ნახ. 98). ჩვენ-
თვის ცნობილი გვახერხებით შეგვიძლია დაერწმუნდეთ, რომ მოცემული
ფერმა სტატიკურად რკვევადია და გეომეტრიულად უცვლელი. ამას გარ-



ნახ. 98

და შევნიშნოთ, რომ ეს ფერმა შეიძლება დაიშალოს ნაკ. მე-2-ზე წარმო-
დგენილ ძირითად შკრენგელებად და ნაკ. მე-3-ზე წარმოდგენილ დამატებით

შპრენგელებათ. ამიტომ მას შპრენგელიანი ფერმა ეწოდება. ავაგოთ გავლენის ხაზი ქვედა სარტყელის ელემენტის U_6 ძალვისათვის. ამ ელემენტისათვის რიტერის წერტილია კვანძი 4', მისი დაშორების მანძილი საყრდენის შეუღლებამდე არის;

$$a_1 = (+) 4d; \quad a_2 = (+) 8d.$$

რიტერის მხარი უდრის (+) h . საყრდენის ორდინატებია:

$$\alpha = (+) \frac{4d}{h}; \quad \beta = (+) \frac{8d}{h}$$

შტოთა გადაკვეთა რიტერის წერტილის ქვემოთ უნდა მოხდეს. ამიტომ

$$\alpha = \frac{4d}{h} \text{ მოზომვით, მივიღებთ მარჯვენა } a'b \text{ შტოს; } a \text{ წერტილის შეერ-}$$

თებით რიტერის წერტილის ქვემოთ მდებარე მარჯვენა შტოს მივიღებთ. მარცხენა შტო გრძელდება e წერტილამდე, რომელიც გაკვეთილი (5-6) პანელის მარცხენა ბოლოს ქვემოთ ძევს; მარჯვენა შტო გრძელდება გაკვეთილი პანელის მარჯვენა ბოლოს ქვემოთ მდებარე f წერტილამდე. გაკვეთილი პანელის სიგრძეზე გვაქვს სწორხაზობრივი გადასასვლელი lf .

ასეთი აგების შედეგად ჩვენ მივიღებთ U_6 ძალვის გავლენის ხაზს (ნაკ. 4). თუ გამოვყოფთ მე-5 კვანძს, მასზე მოდებული ძალების (ნაკ. 5) წონასწორობის პირობიდან დავრწმუნდებით, რომ $U_6 = U_6$, ე. ი. ნაკ. მე-4-ზე წარმოდგენილი ხაზი U_6 ძალის გავლენის ხაზიც არის.

ავაგოთ ზედა სარტყელის ელემენტის O_6 ძალვის გავლენის ხაზი. რიტერის წერტილია კვანძი № 6. მისი დაშორების მანძილები საყრდენთა შეუღლებამდე:

$$a_1 = (+) 6d \text{ და } a_2 = (+) 6d.$$

რიტერის მხარია ($-h$).

საყრდენთა ორდინატებია:

$$\alpha = (-) \frac{6d}{h}; \quad \beta = (-) \frac{6d}{h}$$

შტოები იკვეთებიან რიტერის წერტილის ქვემოთ (ნაკ. 6) f წერტილში.

ავიღებთ მარცხენა შტოს ae მონაკვეთს საყრდენიდან გაკვეთილი პანელის მარცხენა ბოლომდე და სათანადოთ მარჯვენა შტოს fb მონაკვეთს. გაკვეთილი პანელის სიგრძეზე გვაქვს სწორხაზობრივი გადასასვლელი ef . აგების შედეგად მივიღებთ $a'fb$ სამკუთხედს.

ავაგოთ ირიბანის, 5'—6 ელემენტის, D_6 ძალის გავლენის ხაზი. როდესაც ერთეული ტვირთი არის 0—5 უბანზე, მარჯვენა მხარის წონასწორობიდან (ყველა ძალებს ვაგეგმილებთ შვეულ ღერძზე), მივიღებთ:

$$B + D_6 \cdot \sin \alpha = 0,$$

საიდანაც:

$$D_6 = - \frac{B}{\sin \alpha}$$

სათანადო საყრდენის ორდინატი

$$\beta = (-) \frac{1}{\sin \alpha} .$$

როდესაც ტვირთი არის 6—12 უბანზე, მაშინ მარცხენა ნაწილის წონასწორობიდან:

$$A - D_6 \cdot \sin \alpha = 0,$$

საიდანაც:

$$D_6 = + \frac{A}{\sin \alpha} ;$$

საყრდენის ორდინატი:

$$\alpha = (+) \frac{1}{\sin \alpha} .$$

მივიღებთ ae და bf შტოებს და ef მონაკვეთს გაკვეთილი პანელის სიგრძეზე.

მოცემული ფერმის ნაცვლად, ძირითადი ფერმა რომ გვექონოდა (ნაკ. 2), ადვილად დავრწმუნდებით, რომ U_6 და O_6 ძალებისათვის რიტერის წერტილები გვექნებოდა იმავე ადგილებში, მაშასადამე, ისეთივე იქნებოდა საყრდენთა ორდინატების მნიშვნელობანიც. განსხვავება მხოლოდ იმაშია, რომ აქ გაკვეთილი პანელის სიგრძე უდრის 4—6; ამის გათვალისწინებით U_6 -თვის გავლენის ხაზათ acb სამკუთხედს (ნაკ. 4) მივიღებთ; O_6 -თვის გავლენის ხაზი ისეთივეა, როგორც მოცემულ ფერმისათვის.

D_6 ირიბანზე გადასვლით შევნიშნავთ, რომ მისთვისაც ისეთივე საყრდენის ორდინატები მიიღება, მაგრამ გადასვლა იქნება fc და გავლენის ხაზი $acfb$ (ნაკ. 7).

მოცემული ფერმის კვანძის მე-4-ეს გამოყოფით, მასზე მოდებული ძალების წონასწორობის პირობიდან (ნაკ. 8) დავასკვნით, რომ:

$$O_6 - O_4 + D_6 \cdot \cos \alpha = 0,$$

საიდანაც:

$$D'_c = \frac{O_4 - O_c}{\cos \alpha}$$

იგივე რომ ჩაგვეტარებინა ნაკ. 1-ზე გამოხატულ ფერმისათვის, მივიღებდით:

$$D^0_c = \frac{O^0_4 - O^0_c}{\cos \alpha}$$

მაგრამ ჩვენ ვნახეთ, რომ ზედა სარტყელის ელემენტებისათვის მოცემულ ფერმაში ისეთივე გავლენის ხაზები გვაქვს, როგორც ძირითადში. მაშასადამე,

$$O^0_4 = O_4; \quad O^0_c = O_c,$$

საიდანაც:

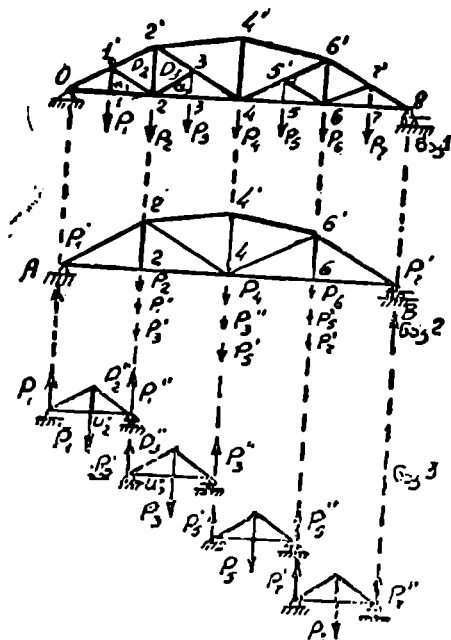
$$D'_c = D^0_c,$$

ე. ი. 4'—5' ელემენტისათვის ისეთივე გავლენის ხაზი გვაქვს, როგორც ძირითადი ფერმის 4'—6 ირიბანისათვის. ეს გავლენის ხაზი წარმოდგენილია ნაკ. მე-9-ზე.

ამნაირად ჩვენ დავრწმუნდით, რომ როგორც ზედა სარტყელისათვის, ისე ზედა ნახევარ ირიბანებისათვის ძირითად და შპრენგელიან ფერმებში ერონაირი გავლენის ხაზები გვაქვს. ქვედა სარტყელისა და ქვედა ნახევარ ირიბანებისათვის კი—სხვადასხვანაირი. ეს იმიტომ ხდება, რომ ქვედა სარტყელი და ქვედა ნახევარ ირიბანები ერთდროულად ეკუთვნის როგორც ძირითად ფერმას (ნაკ. 2), ისე შპრენგელებსაც. ადვილი დასამტკიცებელია, რომ სტატიკურად რკვევადი ფერმების ასეთი ელემენტებისათვის გავლენის ხაზის ორდინატები წარმოადგენენ მოცემულ ძელაკისათვის, როგორც ძირითადი ფერმის ელემენტისათვის და შპრენგელის ელემენტისათვის, აგებულ ორდინატთა ჯამს. იმისათვის, რომ ჩვენს დამტკიცებას ჰქონდეს საერთო ხასიათი, ჩვენ დავამტკიცებთ, რომ ნებისმიერი დატვირთვის მოქმედებისას ნებისმიერ სტატიკურად რკვევად ფერმაზე შეგვიძლია მივიღოთ ძალები ყველა ძელაკებში ფერმის დაყოფით ძირითად და შპრენგელიან ფერმად და მოცემულ ძელაკში წარმოქმნილ ძალვათა შეკრებით, როცა ძელაკი მუშაობს ძირითადი ფერმის და შპრენგელის შემადგენლობაში.

ჩვენ ვიცით, რომ სტატიკურად რკვევად ფერმისათვის ძალვათა მნიშვნელობანი განზღვრული ხაზოვანი განტოლებათა სისტემით განიზღვრება. მაშასადამე, თითოეული ძალებისათვის ერთადერთ მნიშვნელობას მივიღებთ. ჩვენ რაიმე ხერხით უცნობთა ისეთ მნიშვნელობებს თუ განვსაზღვრავთ, რომლებიც წონასწორობის განტოლებებში ჩასმის შემდეგ

აკმაყოფილებენ მათს, მაშინ სწორედ ეს მნიშვნელობები იქნება განტოლებათა ერთად ერთი ფესვები, მაშასადამე, ისინი იქნება საძიებელ ძალვათა მნიშვნელობები. 99-ე ნახაზზე წარმოდგენილია ნებისმიერი შპრენგელიანი ფერმა (ნაკ. 1).



ნახ. 99

ქვედა სარტყელის კვანძებში მოდებულია ნებისმიერი ძალები. მოცემულ ფერმას დაეყოფთ შპრენგელებათ და ძირითად სისტემად. შპრენგელები წარმოდგენილია ნაკ. 3-ზე. თითოეულ მათგანზე მოქმედებს P ძალა შუა კვანძზე და ორი P' და P'' ძალა ნაპირა კვანძებზე, მასთან უკანასკნელები წარმოადგენენ საყრდენთა რეაქციებს. შპრენგელების საყრდენებს წარმოადგენს ძირითადი ფერმის სათანადო კვანძები. ძირითადი ფერმის კვანძ 2-ში გარდა P_2 ძალისა, რომელიც უშუალოდ მოქმედობს ამ კვანძზე, აგრეთვე მოდებულია საყრდენთა წნევები P'' და P' , ისინი ეყრდნობიან შპრენგელების ამ კვანძს, ქმედება უქუქმედების ტოლობის კანონით ეს საყრდენთა წნევები ტოლი და შებრუნებულია შპრენგელების შესაბამის წერტილებზე მოდებული საყრდენთა რეაქციების. მოცემული ფერმის ქვედა და ზედა სარტყელების, ირიბნების და დგარების ელემენტების.

ძალეები U_n, O_n, D_n და T_n -ით აღვნიშნოთ, სადაც n -ით აღინიშნება პანელის ნომერი (სარტყელებისა და ირიბნებისათვის) ან კვანძის ნომერი (დგარებისათვის); ძალეები ძირითადი ფერმის შესაბამის ელემენტებში იყოს U'_n, O'_n, D'_n და T'_n , ხოლო ძალეები შპრენგელის ელემენტებში:

$$U''_n, O''_n, D''_n \text{ და } T''_n.$$

დასამტკიცებელია, რომ

$$U_n = U'_n + U''_n,$$

$$O_n = O'_n + O''_n \text{ და ა. შ.}$$

მაგალითისათვის გამოვიყუთ მოცემული ფერმის კვანძი № 2 და დავწეროთ წონასწორობის განტოლებანი:

$$\left. \begin{aligned} U_3 - U_2 + D_3 \cos \alpha_3 - D_2 \cos \alpha_2 &= 0, \\ P_2 - T_2 - D_3 \sin \alpha_3 - D_2 \cos \alpha_2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (*)$$

ძირითადი ფერმის № 2 კვანძის გამოყოფით, მივიღებთ:

$$\left. \begin{aligned} U'_3 - U'_2 &= 0, \\ P_2 + P''_1 + P'_3 - T'_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (**)$$

№ 0—2 შპრენგელის № 2 კვანძისათვის გვაქვს:

$$\left. \begin{aligned} -U''_2 - D''_2 \cos \alpha_2 &= 0, \\ -P''_1 - D''_2 \sin \alpha_2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (**')$$

№ 2—4 შპრენგელის № 2 კვანძისათვის გვაქვს:

$$\left. \begin{aligned} U''_3 + D''_3 \cos \alpha_3 &= 0, \\ -P'_3 - D''_3 \sin \alpha_3 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (**'')$$

(**), (**') და (**'') სისტემათა პირველი და მეორე განტოლებების ცალცალკე შეკრებით მივიღებთ:

$$\left. \begin{aligned} (U'_3 + U_3'') - (U'_2 + U_2'') + D_3'' \cos \alpha_3 - D_2'' \cos \alpha_2 &= 0, \\ P_2 - T_2' - D_3'' \sin \alpha_3 - D_2'' \sin \alpha_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (***)$$

(*) და (***) განტოლებათა შედარებით ვერწმუნდებით, რომ (*) განტოლება უცნობთა შემდეგ მნიშვნელობებს აკმაყოფილებენ:

$$\begin{aligned} U_3 &= U'_3 + U_3''; \\ U_2 &= U'_2 + U_2''; \\ D_3 &= D_3''; \\ D_2 &= D_2''; \\ T_2 &= T_2'. \end{aligned}$$

ყველა ეს ძალები მიიღება ძირითადი და, შპრენგელიანი ფერმების სათანადო ძალების შეჯამებით, მასთან ქვედა სარტყელის ელემენტები ერთდროულად ეკუთვნის, როგორც ძირითადს ისე შპრენგელიან ფერმას, ირიბნები D_2 და D_3 მხოლოდ შპრენგელს ეკუთვნის, ხოლო № 2 დგარი მხოლოდ ძირითად ფერმას.

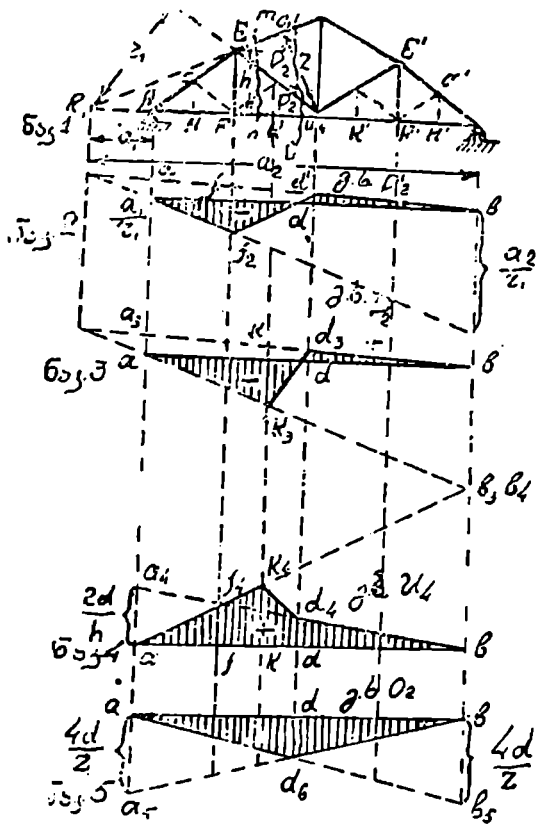
ამნაირად, ჩვენ მიერ ნებისმიერად შერჩეულ შპრენგელური ფერმის კვანძისათვის აღმოჩნდა, რომ ძირითადი და შპრენგელური ფერმის გაანგარიშების შედეგების შეჯამებით მიღებული ძალები აკმაყოფილებენ ამ კვანძის წონასწორობის პირობებს. ცხადია ეს დებულება ვრცელდება ყველა კვანძზე. მაშასადამე, ამნაირად შერჩეული ძალები აკმაყოფილებენ შპრენგელური ფერმის წონასწორობის განტოლებათა მთელ სისტემას, ე. ი. წარმოადგენენ ამ სისტემის ამოხსნას, ხოლო რადგან ერთგვაროვანი ხაზობრივი განტოლებების სისტემას უცნობთა მხოლოდ ერთი სისტემის მნიშვნელობები აქვთ, ამიტომ ეს ამოხსნები შპრენგელური ფერმის ძალ-ვათა საბოლოო მნიშვნელობებია.

თუ დაუბრუნდებით 98-ე ნახაზს შევნიშნავთ, რომ U_6 ძაღვის გავლენის ხაზს ნაკ. მე-4-ეს ქვედა სარტყელში მივიღებდით რომ შეგვეკრიბა გავლენის ხაზები ძირითადი ფერმის (acb სამკუთხედი) და შპრენგელის (cef სამკუთხედი). სწორედ ასევე ირიბანის D_6 ძაღვისათვისაც (ნაკ. 7) ჩვენ მივიღებდით გავლენის ხაზს, თუ შევკრიბავთ $acfb$ ნაკვეთს და cef სამკუთხედს. მაგრამ უშუალო აგება ისე, როგორც ეს ჩვენ ჩავატარეთ ზემოთ, უფრო მარტივად მიგვაჩნია. ამიტომ იმ ელემენტებისათვის, რომლებიც ერთდროულად ეკუთვნიან როგორც ძირითად ისე შპრენგელიან ფერმებს, ჩვენ მოუწოდებთ გავლენის ხაზის აგებას ერთდროულად. შეჯამების ხერხი კი უნდა გამოვიყენოთ იმ ელემენტებისათვის, რომლებიც ეკუთვნიან ან მხოლოდ ძირითად ფერმას, ან შპრენგელიან ფერმას. ასეთ შემთხვევისათვის ეს კანონი ასეთნაირად გამოიხატება: შპრენგელური ფერმის ელემენტისათვის, რომელიც არ შედის შპრენგელების შემადგენლობაში, გავლენის ხაზი აიგება ისე, თითქოს სრულიად არ იყოს შპრენგელები (ძირითად ფერმისათვის); ელემენტისათვის, რომელიც არ შედის ძირითადი ფერმის შემადგენლობაში, გავლენის ხაზი აიგება ისე, როგორც შპრენგელის ელემენტისათვის.

ამ ხერხის გამოყენებით ავაგებთ გავლენის ხაზს შპრენგელური ფერმის ძალებისათვის, რომელიც გეჭონდა 99-ე ნახაზზე. ეს ხაზები წარმოადგენილია მე-100 ნახაზზე.

EJ ნახევარ ირიბანისათვის რიტერის ხერხი უშუალოდ არ გამოიყენება, რადგან $m-n$ განივ კვეთში ხვდება 4 ძელაკი. მაგრამ შევნიშნავთ,

რომ ეს ნახევარ ირიბანი არ, შედის შპრენგელის შემადგენლობაში, მაშასადამე, მასში წარმოქმნილი ძალებისათვის ავაგებთ გავლენის ხაზს ისე, როგორც ძირითადი ფერმის ED ირიბანისათვის, რომელიც მიიღება პუნქტირით ასახული დამატებითი ძელაკების მოშორებით. ასეთ შემთხვე-



ნახ. 100

ვისათვის ადვილად გამოიყენება რიტერის ხერხი. გვაქვს: რიტერის წერტილი R_1 , რიტერის მხარი $(-r_1)$. მანძილები საყრდენის შეეულებიდან რიტერის წერტილამდე $-a_1$ და $+a_2$. საყრდენთა ორდინატები:

$$\alpha = (+) \frac{a_1}{r_1} ; \beta = (-) \frac{a_2}{r_1} .$$

შტოები გადიკვეთება რიტერის წერტილის ქვემოთ (ნაკ. 2). გადასასვლელი ერთიდან მეორე შტოზე განლაგდება ძირითადი ფერმის FD პანელის სიგრძეზე.

ნაკ. მე-5-ზე წარმოდგენილია ზედა სარტყელის O_2 ძაღვის გავლენის ხაზი. ეს ძელაკი არ შედის შპრენგელების რიცხვში და მისთვის გავლენის ხაზი აგებულია გულვებით, რომ ძელაკები აგებულია ისე, როგორც ეს წვეტილი ხაზით არის ნაჩვენები.

ნაკ. მე-3-ზე წარმოდგენილია გავლენის ხაზი ქვედა JD ნახევარ ირიბანის D_2'' ძაღვისათვის. ეს ელემენტი ერთდროულად შედის როგორც ძირითადი, ისე შპრენგელიანი ფერმების შემადგენლობაში. გავლენის ხაზს უშუალოთ ავაგებთ, რაც არავითარ სიძნელეს არ წარმოადგენს, რადგან LL' კვეთში მხოლოდ სამი ელემენტი ხვდება. რიტერის წერტილია R_1 . საყრდენთა ორდინატებია:

$$\alpha = (+) \frac{a_1}{r_1} ; \beta = (-) \frac{a_2}{r_1} .$$

ტოტები იკვეთებიან რიტერის R_1 წერტილის ქვემოთ, გადასასვლელი კი—მოცემული ფერმის გაკვეთილი KD პანელის სიგრძეზე.

ნაკ. მე-4-ზე წარმოდგენილია ქვედა სარტყელის KD ელემენტის U_4 ძაღვის გავლენის ხაზი (იგი უდრის FK ელემენტის U_3 ძაღვსაც). რიტერის წერტილია E ; რიტერის მხარი $EF = +h$. მანძილები საყრდენთა შვეულებიდან რიტერის წერტილამდე დადებითია:

$$a_1 = + 2d ; a_2 = + 6d .$$

საყრდენთა ორდინატები:

$$\alpha = (+) \frac{2d}{h} ; \beta = (+) \frac{6d}{h}$$

ტოტები იკვეთებიან f_4 წერტილში, რიტერის წერტილის ქვემოთ, გადასასვლელი $k_4 d_4$ ძეგს გაკვეთილი KD პანელის სიგრძეზე.

FJ ნახევარ ირიბანი ზვდება კვეთში, რომელიც გადის 4 ძელაკზე; ამ შემთხვევაში რიტერის ხერხი უშუალოდ არ გამოიყენება. მაგრამ იგი შედის შპრენგელის შემადგენლობაში. ამიტომ მისი ძაღვის გავლენის ხაზს ავაგებთ ისე, როგორც შპრენგელისათვის. აგება შესრულებულა 101-ე ნახაზის მე-2 ნაკვეთზე. როდესაც ტვირთი $P=1$ ძეგს HF სიგრძეზე, ჩავწერთ მარცხენა ნაწილის წონასწორობის განტოლებას:

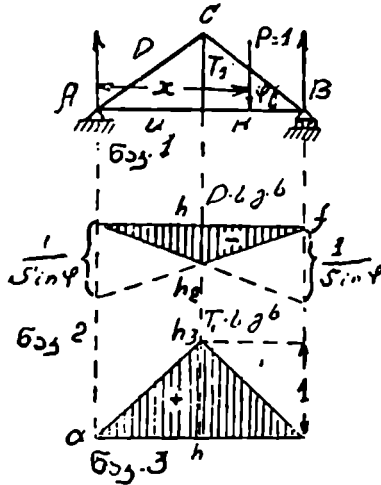
$$A + D \cdot \sin \varphi = 0 ,$$

საიდანაც:

$$D = - \frac{A}{\sin \varphi} .$$

საყრდენის ორდინატი $\alpha = - \frac{1}{\sin \varphi}$. გავატარებთ მარჯვენა Fl_2 .

ტოტს HF პანელის სიგრძეზე. გაკვეთილი პანელის სიგრძეზე აღებულია ah_2 სწორიხაზი.



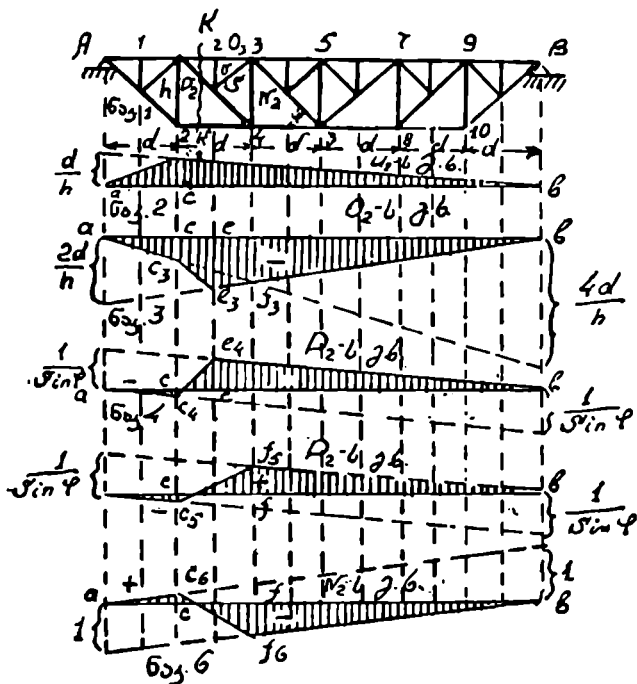
ნახ. 101

ნახ. 101-ის ნაკ. მე-3-ზე წარმოდგენილია მხოლოდ შპრენგელის სისტემაში შემავალი T_1 დგარის გავლენის ხაზი. H კვანძის წონასწორობის პირობიდან გვაქვს: როდესაც H კვანძში ტვირთი არ არის, მაშინ $T_1=0$; როდესაც H კვანძში მოთავსებულია ტვირთი $P=1$, მაშინ $T_1=+1$. ძალების გავლენის ხაზები EF და შუა დგარებში აიგება ისე, როგორც ძირითად ფერმისათვის. აგება მარტივია და ნახაზზე არ არის ნაჩვენები.

ავილოთ შპრენგელური ფერმის მეორე მაგალითი დალმავალი ირიბნებით, ე. წ. პტის ფერმა, ზედასვლით (ნახ. 102).

ამ ფერმაში შპრენგელები გავლენას ახდენენ მხოლოდ ზედა სატყელის და ირიბანის ზედა ნახევრის ძალებზე; დანარჩენი ელემენტების ძალები კი ისეთივე მიიღება, როგორც მარტივი ირიბნებიანი ფერმისათვის (ძირითად ფერმისათვის).

U_2 -ის გავლენის ხაზი. რიტერის წერტილია კვანძი № 1.



ნახ. 102

ორდინატი A საყრდენის ქვემოთ იქნება:

$$\alpha = (+) \frac{d}{h}$$

ორდინატი B საყრდენის ქვემოთ იქნება:

$$\beta = (+) \frac{5d}{h}$$

Q_3 -ის გავლენის ხაზი. რიტერის წერტილია კვანძი № 4.
ორდინატი A საყრდენის ქვემოთ:

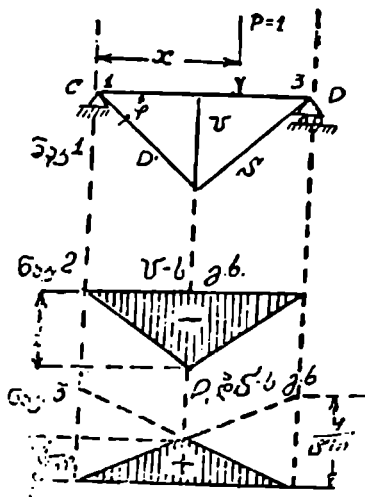
$$\alpha = (-) \frac{2d}{h}$$

ორდინიტი B საყრდენის ქვემოთ:

$$\beta = (-) \frac{4d}{h} \cdot$$

ტოტები გადაიკვეთება რიტერის წერტილის ქვემოთ, $e_3 e_3$ გადასვლა კი—მოცემული ფერმის გაკვეთილი პანელის ქვემოთ.

ნაკ. მე-4-ზე წარმოდგენილია D_2 ძალვის გავლენის ხაზი ნახევარ ირიბანში, რომელიც ერთდროულად შედის, როგორც ძირითადი ფერმის, ისე შპრენგელის შემადგენლობაში; ნაკ. მე-5-ზე წარმოდგენილია D_2 ძალვის გავლენის ხაზი ნახევარ ირიბანში, რომელიც შედის ძირითადი ფერმის შემადგენლობაში.



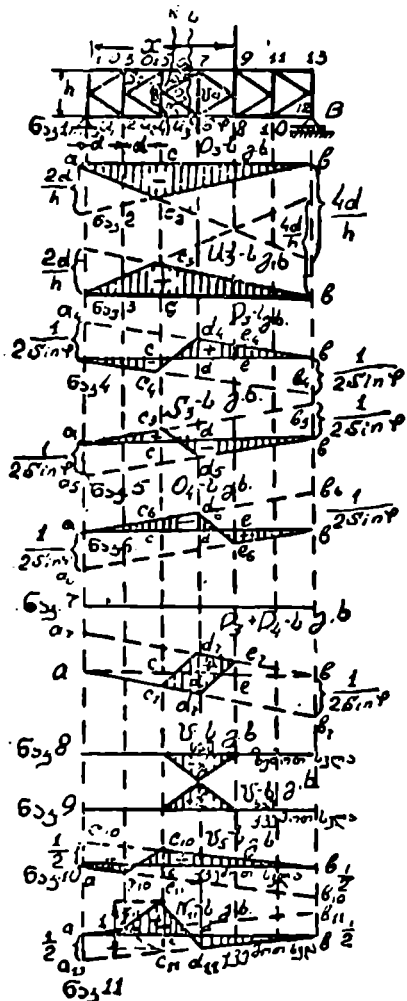
ნახ. 103

აგება ჩატარებულია საერთო წესით, და განსხვავება ამ გავლენის ხაზებს შორის მხოლოდ იმაშია, რომ გადასვლა მოცემულ შტოსათვის 1—2 პანელის ქვემოთ წარმოებს, ძირითად ფერმისათვის კი 1—3 პანელის ქვემოთ.

ნაკ. მე-6-ზე წარმოდგენილია 3—4 დგარის N_2 ძალვის გავლენის ხაზი, ეს დგარი შპრენგელის შემადგენლობაში არ შედის, ამიტომ გავლენის ხაზი აიკვება ისე, თითქოს იგი იყოს ძირითადი ირიბნებიანი ფერმა.

მე-2 მაგალითი. გავლენის ხაზები ნახევრად ირიბნებიანი ფერმის ელემენტებში (ნახ. 104).

ავაგოთ ზედა სარტყელის O_3 ელემენტის ძაღვის გავლენის ხაზი. გავატარებთ KK_1 კვეთს. მიუხედავად იმისა, რომ კვეთში ხვდება 4 ელემენტი, ძალვა სან მათგანში (ორ ნახევარდგარებში და ქვედა სარტყელში) იკვეთება ერთ წერტილში, № 4 კვანძში. ეს წერტილი იქნება რიტერის წერტილი O_3 ძაღვისათვის. საყრდენთა ორდინატებს შემდეგი მნიშვნელობანი აქვთ.



ნახ. 104

აქედან ჩანს, რომ U_3 -ის გავლენის ხაზი O_3 -ის გავლენის ხაზისაგან მხოლოდ ნიშნით განსხვავდება,

A საყრდენის ქვემოთ იქნება:

$$\alpha = (-) \frac{2d}{h};$$

B საყრდენის ქვემოთ იქნება:

$$\beta = (-) \frac{4d}{h}.$$

გადასვლა ერთ შტოდან მეორეზე 5—7 პანელის სიგრძეზე წარმოებს.

გავლენის ხაზი ქვედა სარტყელის U_3 ელემენტისათვის ასევე აიგება (ნაჯ. 3).

რიტერის წერტილი გვაქვს № 5 კვანძში.

საყრდენის ორდინატი A საყრდენის ქვემოთ იქნება.

$$\alpha = (+) \frac{2d}{h};$$

საყრდენის ორდინატი B საყრდენის ქვემოთ:

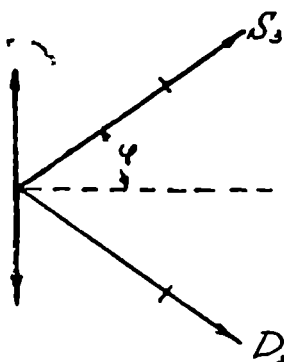
$$\beta = (+) \frac{4d}{h}.$$

ამაში დავრწმუნდებით, თუ ჰორიზონტალურ ლერძზე დავაგეგმილებთ ყველა იმ ძალებს, რომლებიც მოქმედობენ KK_1 კვეთით მოკვეთილ მარცხენა ნაწილზე.

გავლენის ხაზი მე-3 პანელის ნახევარ ირიბნებისათვის. LL_1 კვეთის გატარებით და შევუღო ლერძზე მარცხენა მოკვეთილ ნაწილზე მოქმედი ძალების დაგეგმილებით მივიღებთ, თუ $P=1$ ტვირთს მოვათავსებთ ფერმის მარჯვენა ნახევარზე:

$$A + S_3 \cdot \sin \varphi - D_3 \cdot \sin \varphi = 0.$$

შუა კვანძის წონასწორობიდან (ნახ. 105) გამომდინარეობს, რომ



ნახ. 105

საიდანაც $S_3 \cdot \cos \varphi + D_3 \cdot \cos \varphi = 0,$

მაშინ $S_3 = -D_3;$

და $A - 2D_3 \cdot \sin \varphi = 0$

$$D_3 = +A \frac{1}{2 \sin \varphi},$$

$$S_3 = -D_3 = -A \frac{1}{2 \sin \varphi}$$

როდესაც ტვირთი მოთავსებულია მარცხენა ნახევარზე, მაშინ შემდეგ განტოლებებს მივიღებთ:

$$B - S_3 \sin \varphi + D_3 \sin \varphi = 0; \quad B + 2D_3 \sin \varphi = 0;$$

$$D_3 = -B \frac{1}{2 \sin \varphi}; \quad S_3 = +B \frac{1}{2 \sin \varphi}.$$

ამნაირად D_3 —ისათვის გვაქვს საყრდენთა ორდინატები:

$$\alpha = (+) \frac{1}{2 \sin \varphi} \quad \beta = (-) \frac{1}{2 \sin \varphi}.$$

S_3 —ისათვის გვაქვს:

$$\alpha = (-) \frac{1}{2 \sin \varphi}; \quad \beta = (+) \frac{1}{2 \sin \varphi}.$$

ამ საყრდენთა ორდინატების მიხედვით ავაგებთ გავლენის ხაზის სწორხაზობრივ უბნებს, რომლებიც შეეხება ფერმის მარჯვენა და მარცხენა ნახევარებს (ნახ. 104, ნაკ. 4 და 5). შემაერთებული $c_1 d_1$ და $c_2 d_2$ ხაზები შეესაბამება გადაჭრილ პანელს. დანარჩენ ირიბნებისათვის (S_2, D_2 და სხ.) გავლენის ხაზები ამგვარადვე აიკვება. ჩვენ იგივე საყრდენთა ორდინატებს მივიღებთ; იცვლება მხოლოდ გადასვლის მდებარეობა ერთი შტოდან მეორესაკენ.

გავლენის ხაზი შუა V_8 დვარისათვის (ნაკ. 8 და 9). გავლენის ხაზი დვარებისათვის დამოკიდებულია სვლაზე (ზედა თუ ქვედა სვლა). ჯერ განვიხილოთ ზედა სვლის შემთხვევა. ასეთ შემთხვევაში გამოვყოფთ № 6 კვანძს (ნახ. 104, ნაკ. 1) და, ყველა ძალების დაგეგმილებით ვერტიკალურ ღერძზე, წონასწორობის შემდეგ განტოლებას მივიღებთ:

$$V_8 + (D_3 + D_4) \sin \varphi = 0,$$

საიდანაც:

$$V_8 = -(D_3 + D_4) \sin \varphi.$$

აქედან ჩანს, რომ შუა დვარისათვის გავლენის ხაზის აგებისათვის ჩვენ შეგვიძლია ჯერ ავაგოთ გავლენის ხაზი $(D_3 + D_4)$ ფუნქციისათვის და შემდეგ მისი ყველა ორდინატი გავამრავლოთ $(-\sin \varphi)$ -ზე.

D_3 ძალვისათვის გავლენის ხაზი ჩვენ წინადავაგეთ (ნახ. 104, ნაკ. 4). რაც შეეხება D_4 ძალვის გავლენის ხაზს, ადვილი შესამჩნევია, რომ ფერმის სიმეტრიულობის გამო ეს გავლენის ხაზი მიიღება, თუ D_3 ძალვის გავლენის ხაზს 180° -ზე შემოვაბრუნებთ სიმეტრიის 6—7 ღერძის გარშემო. ეს შესრულებულია 104-ე ნახაზის მე-6 ნაკვეთზე. D_3 და D_4 ორდინატების შეჯამებისას \geq შევნიშნავთ, რომ ce_1 და ce_6 მონაკვეთები თანატოლებია აბსოლუტური სიდიდით. იმავეს თქმა შეიძლება ee_4 და ee_6 მონაკვეთების შესახებაც (ნაკ. 4 და 6). მაშასადამე, $(D_3 + D_4)$ ფუნქციისათვის გავლენის ხაზის შემდეგი ორდინატები გვაქვს: № 1 კვანძში $y_1 = 0$; № 5 კვანძში $y_5 = 0$; № 9 კვანძში $y_9 = 0$; № 13 კვანძში $y_{13} = 0$.

მაშასადამე, ნულის უტოლო ორდინატი მხოლოდ № 7 კვანძში იქნება, რომლისათვისაც

$$y_7 = 2 \cdot \frac{1}{2 \cdot 2 \sin \varphi} = \frac{1}{2 \sin \varphi}$$

კვანძებისათვის მიღებული გავლენის ხაზის წერტილების შეერთებით სწორხაზობრივი მონაკვეთებით, მივიღებთ გავლენის ხაზს $(D_3 + D_4)$ ფუნქციისათვის (ნახ. 104, ნაკ. 7).

V_8 ძალვისათვის გავლენის ხაზის მისაღებად აგებული გავლენის ხაზის ყველა ორდინატი უნდა გავამრავლოთ $(-\sin \varphi)$ -ზე. მივიღებთ: № 2 და № 5 კვანძებში ორდინატები ნულს უდრის, ხოლო № 7 კვანძში ორდინატი უდრის:

$$\frac{1}{2 \sin \varphi} (-\sin \varphi) = -\frac{1}{2}.$$

კვანძების ქვემოთ მიღებული წერტილების სწორხაზის მონაკვეთებით შეერთების საშუალებით V_2 დგარის გავლენის ხაზს მივიღებთ ზედა სვლის შემთხვევაში (ნახ. 104, ნაქ. 8).

ქვედა სვლის შემთხვევაში განვიხილავთ ზედა შუა № 7 კვანძის წონასწორობას. ამ კვანძზე მოქმედი ყველა ძალის შეეულ ღერძზე დაგვემიღებთ, მივიღებთ:

$$V_2 = -(S_2 \sin \varphi + S_1 \sin \varphi) = -\sin \varphi (S_2 + S_1).$$

S_2 და S_1 -ის გავლენის ხაზების საფუძველზე სწორედ ასეთივე გზით ავაგებთ გავლენის ხაზს V_2 თვის ქვედა სვლის შემთხვევაშიაც.

ნახაზ 104-ის მე-9 ნაკვეთის მე-8 ნაკვეთთან შედარებით ვპოულობთ, რომ S_2 -ისათვის და, მაშასადამე, S_1 -ისათვისაც გავლენის ხაზები D_3 და D_4 -ის გავლენის ხაზებისაგან მხოლოდ ნიშნებით განსხვავდებიან. მაშასადამე, V_2 — თვისაც ისეთსავე გავლენის ხაზს მივიღებთ, როგორც ზედა სვლის შემთხვევაში, მაგრამ მოპირდაპირე ნიშნით.

გავლენის ხაზი № 5 დგარის ზედა ნახევრისათვის ქვედა სვლის შემთხვევაში. ზედა № 2 კვანძის გამოყოფით და კვანძზე მოქმედი ყველა ძალების ვერტიკალურ ღერძზე დაგვემიღებთ მივიღებთ.

$$V_3 = -S_2 \sin \varphi;$$

აქედან მივიღებთ საყრდენთა ორდინატების მნიშვნელობებს:

$$\alpha = (+) \frac{1}{2 \sin \varphi} \cdot \sin \varphi = (+) \frac{1}{2};$$

$$\beta = (-) \frac{1}{2 \sin \varphi} \cdot \sin \varphi = (-) \frac{1}{2}.$$

გადასასვლელი ერთ შტოდან მეორეზე იქვეა, სადაც S_2 -თვის, ე. ი. მეორე პანელის ქვემოთ c_{10} f_{10} სწორხაზზე.

აგება ნაჩვენებია 104-ე ნახაზის მე-10 ნაკვეთზე.

გავლენის ხაზი № 4 დგარის ქვედა ნახევრისათვის ქვედა სვლის შემთხვევაში. გამოვყოფთ № 4 კვანძს და განვიხილავთ მასზე მოდებული ძალების წონასწორობის პირობებს.

ერთეული ტვირთის ნებისმიერი მდებარეობისას (მხოლოდ იმ შემთხვევის გამოკლებით, როდესაც იგი მოდებულია № 4 კვანძზე) № 4 კვანძზე მოდებული ძალების შეეულ ღერძზე დაგვემიღებთ მივიღებთ:

$$N_4 = -D_2 \cdot \sin \varphi;$$

ამიტომ 2—4 და 4—6 პანელების გარეთ N_3 -ის გავლენის ხაზი D_2 -ის გავლენის ხაზიდან შიილება მისი ყველა ორდინატის ($-\sin \varphi$)-ზე გამრავლებით. საყრდენთა ორდინატებს ყველა D -თვის აქვთ მნიშვნელობები (ნახ. 104, ნაკ. 4):

$$(+)\frac{1}{2 \sin \varphi},$$

$$(-)\frac{1}{2 \sin \varphi}$$

N_4 -ისათვის მივიღებთ:

$$\alpha = (+)\frac{1}{2 \sin \varphi} \cdot (-\sin \varphi) = (-)\frac{1}{2};$$

$$\beta = (-)\frac{1}{2 \sin \varphi} \cdot (-\sin \varphi) = (+)\frac{1}{2}$$

მოვზომავთ საყრდენთა ორდინატების ამ მნიშვნელობებს (ნახ. 104, ნაკ. 11). გავატარებთ ba_{11} და ab_{11} სწორხაზებს, მათზე ჩამოვიტანთ 2—6 პანელების საზღვრებს, მივიღებთ af_{11} და bd_{11} მონაკვეთებს. როცა $P=1$ ტვირთი მოდებულია № 4 კვანძზე, მაშინ № 4 კვანძისათვის წონასწორობის პირობიდან მივიღებთ:

$$D_2 \sin \varphi + N_4 - 1 = 0,$$

საიდანაც:

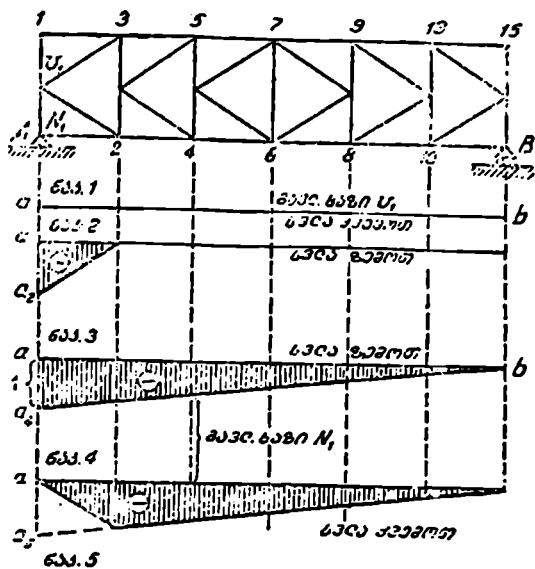
$$N_4 = -D_2 \sin \varphi + 1.$$

მაშასადამე, N_4 ძალის ორდინატის № 4 კვანძის ქვემოლ მისაღებად, $-D_2 \sin \varphi$ გავლენის ხაზის უარყოფით ორდინატს ($c_{11}c$) უნდა მიუმატოთ დადებითი ორდინატი c_{11} , $c'_{11} = +1$, ე. ი. ზემოთ ავზომოთ მონაკვეთი c_{11} , $c'_{11} = +1$; მაშინ cc'_{11} წარმოადგენს N_4 -ის ხაზის ორდინატს № 4 კვანძის ქვემოთ. c'_{11} წერტილის f_{11} და d_{11} წერტილებთან შეერთებით მივიღებთ N_4 -ის საძიებელ გავლენის ხაზს.

ანალოგიურ აგებას ვაწარმოებთ ქვედა სვლის შემთხვევაშიაც.

საყრდენი დგარის ზედა ნახევრის V_1 ძალის გავლენის ხაზი ქვედა სვლის შემთხვევაში. ქვედა სვლის დროს დატვირთვა არ გადაეცემა № 1 კვანძს. ასეთ შემთხვევაში, № 1 კვანძის გამოყოფით, მისი წონასწორობის პირობიდან მივიღებთ $V_1 = 0$. მაშასადამე, ქვედა სვლის შემთხვევაში V_1 ძალვა მუდამ ნულის ტოლია (ნახ. 106, ნაკ. 2).

ზედა სელის შემთხვევაში № 1 კვანძზე მოდებული ძალების წონასწორობის პირობა გვაძლევს $V_1=0$, თუ $P=1$ ტვირთი ნებისმიერ კვანძშია, ვარდა № 1 ისა.



ნახ. 105

როდესაც $P=1$ ტვირთი მოთავსებულია № 1 კვანძში, მივიღებთ $V_1=-1$ ანუ V_1 -ის გავლენია ხაზს სამკუთხედის სახე აქვს (ნახ. 106 ნაკ. 3).

N_1 ძალების გავლენის ხაზი საყრდენი დგარის ქვედა ნახევარში. ზედა სელის შემთხვევაში, თუ საფუძვლად მივიღებთ A კვანძის წონასწორობას, მუდამ მივიღებთ $N_1=-A$, სადაც არ უნდა მდებარეობდეს $P=1$ ტვირთი. ანუ N_1 -ის ხაზი საყრდენი რეაქციის გავლენის ხასისაგან მხოლოდ ნიშნით განსხვავდება (ნახ. 106, ნაკ. 4).

ქვედა სელის შემთხვევაში, თუ საფუძვლად მივიღებთ A კვანძის წონასწორობას, მივიღებთ $N_1=-A$ ზანამდე, სანამ $P=1$ ტვირთი გადადგილდება მარჯვნივ B საყრდენის ბოლოდან მეორე № 2 კვანძამდე.

როდესაც $P=1$ ტვირთი მოთავსებულია A კვანძში, იგი მთლიანად ვადაეცემა საყრდენს, ანუ $V_1=0$ ეყრდენის ელემენტები არ მუშაობენ, ასეთ შემთხვევაში:

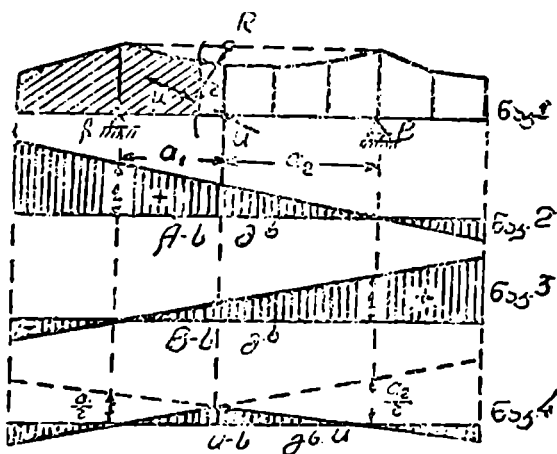
$$N_1=0$$

1 კვანძის ქვემოთ ნულ ორდინატის შესაბამისი a წერტილის წინააღმდეგეული ტოტის № 2 კვანძის ქვედა წერტილთან შეერთებით ნაკ. მე-5-ზე წარმოდგენილ ვაგლენის ზაზს მივიღებთ.

§ 3ა. კონსოლიანი ფერმის ძელაკების ძალვითა
ვაგლენის ხაზები

ა. საყრდენთ შორისი ნაწილების ელემენტები

ვთქვათ საკურო კონსოლიანი ფერმის (ნახ. 107) საყრდენებს შორის ნაწილის ელემენტის U ძალვის ვაგლენის ხაზის აგება.



ნახ 107

რიტერის წერტილი R ასოთი აღვნიშნოთ, რიტერის მხარი იყოს r . ნიშანთა წესი იგივეა, რაც უკონსოლო ფერმისათვის. როდესაც $P=1$ ტვირთი ძევს ფერმის მარცხენა (წახაზულ) ნაწილში, მაშინ მარჯვენა მხარის წონასწორობის პირობიდან გვაქვს:

$$Ba_2 - U_1 r = 0,$$

საიდანაც

$$U_1 = B \frac{a_2}{r}$$

სწორედ ასევე, ერთეული ტვირთის ფერძის მარჯვენა ნაწილზე გა-
დასვლით, მარცხენა ნაწილის წონასწორობის პირობიდან გვაქვს:

$$U_2 = A \frac{a_1}{r}$$

კონსოლიანი ფერძის A და B საყრდენთა რეაქციების გავლენის ხა-
ზები აგებულია ისე, როგორც კონსოლიან კოქისათვის ზოგადი წესით
ქნახ. 107, ნაკ. 2 და 3). B -ს გავლენის ხაზის ორდინატების $\frac{a_2}{r}$ -ზე გამ-
რავლებით U -ს გავლენის ხაზის მარცხენა შტოს მივიღებთ. A -ს გავლენის
ხაზის ორდინატების $\frac{a_1}{r}$ -ზე გამრავლებით მარჯვენა შტოს მივიღებთ.
ადვილი შესამჩნევია, რომ U -ს გავლენის ხაზის (ნაკ. 4) საყრდენთა ორ-
დინატებს აქვთ მნიშვნელობები a_1 და $\frac{a_2}{r}$, ე. ი. ისინი ისეთივეა,
თითქოს ფერძა უკონსოლო იყოს, და U -ს გავლენის ხაზის საყრდენებს
შორისი ნაწილი არათრით არ განსხვავდება იმ გავლენის ხაზისაგან, რო-
მელსაც ჩვენ ავაგებდით კონსოლების უყურადღებოთ დატოვების შემთხვე-
ვაში.

აქედან წესი: კონსოლიანი ფერძის საყრდენებს შორისი
ნაწილის რომელიმე ელემენტის ძალვის გავლენის ხაზის
ასაგებად ჯერ უნდა ავაგოთ გავლენის ხაზი გულებით,
რომ კონსოლები არ არსებობს, შემდეგ კი მისი სწორხა-
ზობრივი უბნები (საყდენებთან მიმდებარე უბნები) განვაგრძოთ
კონსოლების ქვედა უბნებში.

მაგალითის სახით 109-ე ნახაზზე (ნაკ. 6) აგებულია საყრდენებს შორისი
ნაწილის D' ირიბანის გავლენის ხაზი. K არის რიტერის წერტილი; მისი
დაშორება საყრდენთა შვეულებამდე არის a_1 (დადებითი) და a_2 (უარ-
ყოფითი); რიტერის მხარია z_2 (უარყოფითი).

საყრდენთა ორდინატები:

$$z = \begin{matrix} (+) a_1 \\ (-) z_2 \end{matrix} = (-) \frac{a_1}{z_2};$$

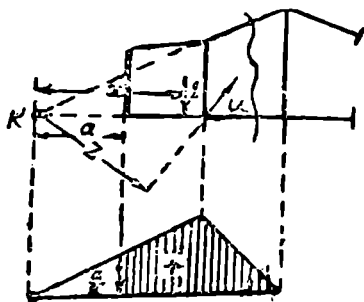
$$z = \begin{matrix} (-) a_2 \\ (-) z_2 \end{matrix} = (+) \frac{a_2}{z_2}$$

საყრდენთა ორდინატების მოზომვით მივიღებთ მარცხენა და მარ-
ჯვენა შტოებს, რომლებიც გაკვეთილი პანელის სიგრძეზე სწორხა-

ზობრივი მონაკვეთებით ერთდებიან. შტოები იკვეთებიან რიტერის წერტილის ქვემოთ. ამნაირად ავაგებთ რა გავლენის ხაზის საყრდენებს შორის ნაწილს, განვაგრძობთ შტოების მონაკვეთებს საყრდენების იქეთ, კონსოლების ფარგლებში. ორთავე შტო შეერთებულია გაკვეთილ პანელის ქვემოთ სწორხაზით.

ბ. კონსოლის ელემენტები

ვთქვათ გვაქვს კონსოლიან-კოკოვანი ფერმა. უნდა ავაგოთ კონსოლის ელემენტების (ნახ. 108) ძალვათა გავლენის ხაზები. ვთქვათ რიტერის წერტილია K .



ნახ. 108

როდესაც $P=1$ ტვირთი გაკვეთილი პანელის მარჯვნივაა. მაშინ ძალვა ელემენტში უდრის ნულს, რაც გამომდინარეობს ფერმის მარცხენა ნაწილის წონასწორობის პირობიდან. ფერმის მარცხენა ნაწილზე არ არის მოდებული გარე ძალები.

განვიხილავთ ტვირთის მდებარეობას გაკვეთილი პანელის მარცხნივ. $P=1$ ტვირთის დაშორება რიტერის წერტილამდე იყოს x ; მაშინ შეგვიძლია დავწეროთ:

$$-1 \cdot x + U \cdot z = 0,$$

$$U = \frac{x}{z}$$

მივიღეთ სწორხაზის განტოლება. მას ორი წერტილის მიხედვით ავაგებთ:

როცა $x=0$,

$$U=0;$$

როცა $x=a$,

$$U = \frac{a}{z}$$

ამნაირად, U ძალვის გავლენის ხაზის მარცხენა შტოს ასაგებად, კონსოლის ბოლოს ქვემოთ მოვზომავთ ორდინატს, რომელიც უდრის რიტერის წერტილიდან კონსო-

ლის ბოლოზე გატარებულ შვეულამდე დაშორების მანძილის ფარდობას რიტერის მხართან, და ორდინატის ბოლოს შევეაერთებთ ნულოვან ორდინატთან რიტერის წერტილის ქვემოთ. ამ სწორხაზის მონაკვეთი კონსოლის ბოლოსა და მის უახლოეს გაკვეთილი პანელის ბოლოს შორის წაომოადგენს გავლენის ხაზის მარცხენა შტოს. აქედან მივიღებთ ორდინატს გაკვეთილი პანელის მარცხენა ბოლოს ქვემოთ. ორდინატი ამ პანელის მარჯვენა ბოლოს ქვემოთ ნულ უდრის, რადგან ჩვენ გამოვარკვეეთ, რომ ტვირთის კვეთის მარჯვნივ მდებარეობის დროს $U=0$. გაკვეთილ პანელის ბოლოების ქვემოთ გავლენის ხაზის წერტილების სწორხაზით შეერთებით ვამთავრებთ გავლენის ხაზის აგებას.

ეს არის გავლენის ხაზის აგების ზოგადი წესი ძალვისათვის კონსოლის ელემენტში. ნიშანთა წესი რიტერის მხარისათვის ისეთივეა, როგორც საყრდენებს შორისი ნაწილისათვის.

მანძილი (ll) რიტერის წერტილიდან კონსოლის ბოლოზე გატარებულ შვეულამდე დადებითია, თუ რიტერის წერტილი მდებარეობს ფერმის გარეთ.

ზემოთ მოყვანილი ზოგადი წესის გამოყენებით ავაგებთ კონსოლების ელემენტთა ძალების გავლენის ხაზებს (ნახ. 109). ამისათვის ჯერ განვსაზღვრავთ ორდინატებს კონსოლის ბოლოს ქვემოთ; გვაქვს:

O_2 -თვის (ნაკ. 2):

$$\gamma = \frac{(+)}{z} \frac{2d}{-} ; \text{ რიტერის } m \text{ წერტილისათვის;}$$

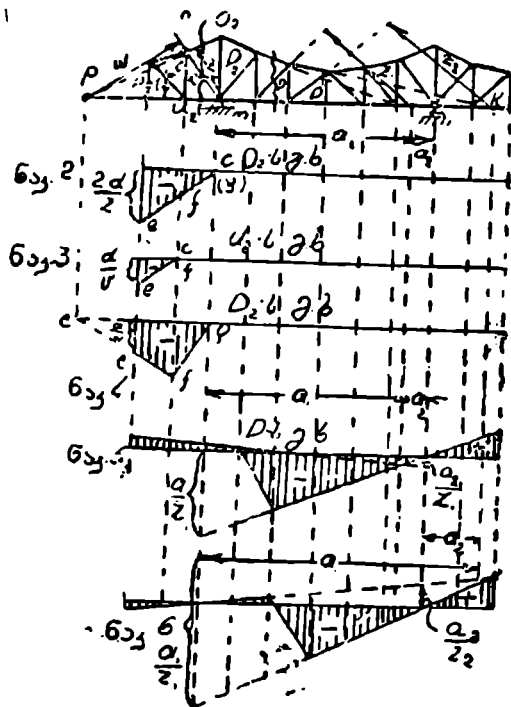
U_2 -თვის (ნაკ. 3):

$$\gamma = \frac{(-)d}{(+)} \frac{d}{v} = (-) \frac{d}{v} ; \text{ რიტერის } n \text{ წერტილისათვის;}$$

D_2 -თვის (ნაკ. 4):

$$\gamma = \frac{(+)}{(-)} \frac{a}{w} = (-) \frac{a}{w} ; \text{ რიტერის } p \text{ წერტილისათვის.}$$

გამოთვლილ ორდინატებს მოეზომავთ კონსოლის ბოლოების ქვემოთ და შევადრებთ *c* წერტილთან, რომელიც ძვეს აბსცისთა ლერძზე რიტერის წერტილის ქვემოთ. ამ სწორხაზზე გამოვყოფთ *ef* მონაკვეთს გაკვეთილ პანელის მარცხნივ და *f* წერტილს შევადრებთ *g* წერტილთან გაკვეთილ პანელის მარჯვენა ბოლოს ქვემოთ.

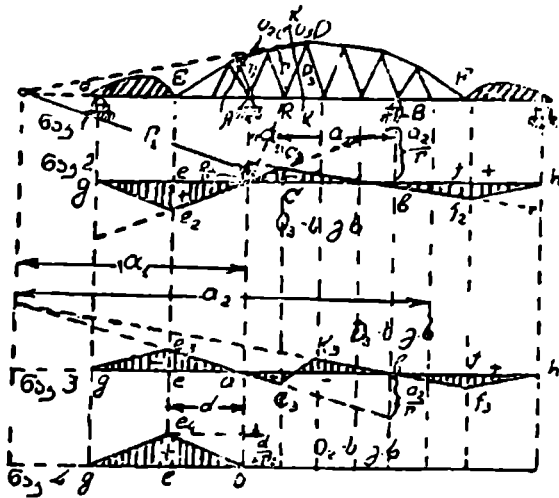


ნახ. 109

თუ მოცემული იქნება კონსოლიანი სისტემა (ნახ. 110), რომელიც შესდგება კონსოლიანი და შეშავებულ ფერმებიდან, მაშინ გავლენის ხაზები ასეთ სისტემისათვის შემდეგი მოსაზრებების მიხედვით აიკვებება.

შეშავებული ფერმა წარმოადგენს ბოლოებით დაყრდნობილ უბრალო ფერმას, მისთვის გავლენის ხაზი აიკვება ისე, როგორც მარტივ ფერმისათვის. კონსოლიანი ფერმის ელემენტებისათვის კი გვაქვს: როდესაც $P=1$ ტვირთი თვით კონსოლიანი ფერმის ფარგლებშია, მაშინ ტვირთის

შოქმედება მას უშუალოდ გადაეცემა და შემაერთებული ფერმების არსებობა არაერთარ გავლენას არ ახდენს. მაშასადამე, კონსოლიანი ფერ-



ნახ. 110

მის სიგრძის ფარგლებში გავლენის ხაზს მის ნებისმიერი ელემენტისათვის ისეთივე სახე აქვს, თითქოს შემაერთებული ფერმა არც კი არსებობდეს. როცა ერთეული ტვირთი გადადის შემაერთებულ ფერმაზე, მისი წნევა განაწილდება მის საყრდენებს შორის ხაზობრივი კანონით. ტვირთის მდებარეობისას შემაერთებულ ფერმის იმ ბოლოზე, რომლითაც იგი ეყრდნობა კონსოლიან ნაწილს, გვაქვს, რომ კონსოლის ბოლოა გადაეცემა სრული წნევა $P=1$; მაშასადამე, ამ შემთხვევაში ჩვენ თითქოს ძალის უშუალო მიყენება გვაქვს კონსოლის ბოლოზე. ამ დროს გავლენის ხაზის ორდინატი იგივეა. რაც კონსოლის ბოლოსათვის იყო. როცა კი ტვირთი გადაადგილდება შემაერთებული ფერმის მოპირდაპირე ბოლოში, იგი მთლიანად გადაეცემა ამ ფერმის მეორე საყრდენს და გავლენას არ ახდენს კონსოლიან ფერმაზე. ტვირთის ასეთ მდებარეობას ესაბამება კონსოლიანი ფერმის ნებისმიერა ელემენტის ძალვის გავლენის ხაზის ნულის ტოლი ორდინატი. შემაერთებული ფერმის ფარგლებში ტვირთის გადაადგილებისას კი მისი განაწილება ხდება ხაზობრივი კანონით, და, მაშასადამე, ასეთივე კანონით მიმდინარეობს ძალვის ცვლილება კონსოლიანი ფერმის ელემენტში.

მაშასადამე, კონსოლიანი სისტემის უდგენელი კონსოლიანი ფერმის რომელიმე ელემენტის ძალვის გავლენის

ხაზის ასაგებად, ჩვენ ჯერ ავაგებთ გავლენის ხაზს ისეთით, რომელიც ჩვენ არც კი გვქონდეს შემაერთებელი ფერმები. შემდეგ კი ამ გავლენის ხაზის წერტილს კოხსოლის ბოლოს ქვემოთ სწორხაზით შევავრთებთ იმ წერტილთან, რომელიც ძვეს აბსცისთა ღერძზე შემაერთებელი ფერმის შოპირდაპირე ბოლოს ქვემოთ.

აგების მაგალითები 110-ე ნახაზზეა მოყვანილი. ზედა სარტყლის O_2 ძალვისათვის გვაქვს $e_2 a e_3 b f_2$ გავლენის ხაზი, რომელიც აგებულია გულვებით, რომ გვაქვს მხოლოდ $E|F$ კონსოლიანი ფერმა, შემაერთებელი ფერმების გარეშე. $e_2 g$ და $f_2 h$ სწორხაზების გატარებით მივიღებთ გავლენის ხაზის საბოლოო სახეს (ნახ. 110, ნაკ. 2).

D_2 ძალვისათვის ირიბ ანში სწორეთ ასევე (ნაკ. 3) ავაგებთ გავლენის ხაზს მარტივი AB ფერმის გულვებით, ქვემოთ მოყვანილი ორდინატების გამოყენებით:

$$\alpha = \frac{(-) a_1}{(+) r_1} = (-) \frac{a_1}{r_1} ;$$

$$\beta = \frac{(+) a_2}{(+) r_1} = (+) \frac{a_2}{r_1}$$

შემდეგ $e_3 a$ და $h_3 k$ მონაკვეთებს ვაგრძელებთ საყრდენების იქეთ e_3 და f_3 წერტილებამდე კონსოლების ბოლოების ქვემოთ და ამ წერტილებს შევავრთებთ აბსცისთა ღერძის g და h წერტილებთან შემაერთებელი ფერმების შოპირდაპირე ბოლოების ქვემოთ.

კონსოლის ელემენტის O_2 ძალვისათვის (ნაკ. 4) ავაგებთ გავლენის ხაზს ჯერ გულვებით, რომ არა გვაქვს შემაერთებელი ფერმა. გვაქვს; A რიტერის წერტილი. მანძილი კონსოლის ბოლოდან რიტერის წერტილამდე $a_1 = -d$ (უარყოფითია), რადგან რიტერის წერტილი ფერმის ფარგლებშია და არა მის გარეთ. რიტერის r_2 მხარი უარყოფითია, რადგან მარცხენა ნაწილისათვის გამჭიმავი ძალეა ბრუნვას რიტერის წერტილის გარშემო საათის ისრის მიხედვით აწარმოებს, ე. ი. მოწინააღმდეგე მხარეს. აქედან ორდინატი კონსოლის ბოლოს ქვემოთ:

$$\gamma = \frac{(-) d}{(-) r_2} = (+) \frac{d}{r_2}$$

ამ ორდინატის მოზომვით მივიღებთ e_4 წერტილს, რომელსაც შევავრთებთ აბსცისთა ღერძის a წერტილთან რიტერის წერტილის ქვემოთ.

ავიღებთ e_1 , უბანს გაკვეთილ პანელის ნარკებენა ბოლომდე და r წერტილის შევადრთებთ გაკვეთილ პანელის მარჯვენა ბოლოს ქვემოთ მდებარე ნულოვან u წერტილთან. ამნაირად აგებულ e_1 გავლენის ხაზის (შევაერთებელი ფერმის არსებობის დაუშვებლად) r წერტილს ვაეროვებთ v წერტილთან.

§ 32. სამსახსრიანი თაღოვანი ფერმის ელემენტებისათვის გავლენის ხაზის აგება

სამსახსრიანი თაღის ელემენტებისათვის გავლენის ხაზის აგებისას გავიხსენებთ, რომ ძალთა სისტემის გავლენა თაღზე განსხვავდება ძალთა სისტემის გავლენისაგან იგივე მალის კოჭზე მხოლოდ განბრჯენის არსებობით თაღში. ამიტომ სადაც არ უნდა მდებარეობდეს $P=1$ ტერატი, სამსახსრიანი თაღის რაიმე ელემენტის S ძალვის განსაზღვრა შეიძლება, როგორც მხოლოდ ეკრტიკალური ძალებისაგან წარმოქმნილი S_0 ძალებისა და ჰორიზონტალური ძალებისაგან წარმოქმნილი S_H ძალების ალგებრული ჯამი:

$$S = S_0 + S_H.$$

S_0 ძალეა ისეთი იქნება, თითქოს ჩვენ გვქონდეს კოჭოვანი ფერმა. რაც შეეხება S_H ძალვას, მაგალითად ფერმის მარცხენა ნაწილის (ნახ. 111) წონასწორობის პირობიდან, გვექნება:

$$H \cdot h_1 \times S_H \cdot z = 0,$$

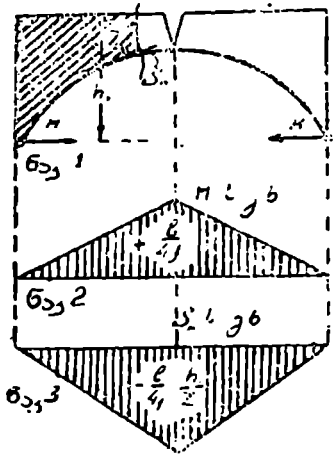
საიდანაც:

$$S_H = -H \frac{h_1}{z}.$$

სამსახსრიანი თაღის H განბრჯენის გავლენის ხაზი ჩვენ მან-ე ნახაზზე (ნაკ. 4) ავაგეთ. მისი ყველა ორდინატის $\left(-\frac{h_1}{z}\right)$ -ზე გამრავლებით S_H -ის გავლენის ხაზს მივიღებთ.

S_0 და S_H ფუნქციათა ალგებრული შეჯამება წარმოებს ნაკვეთა ჩვეულებრივი ნიშნებით (ერთნაირი ნიშნის.

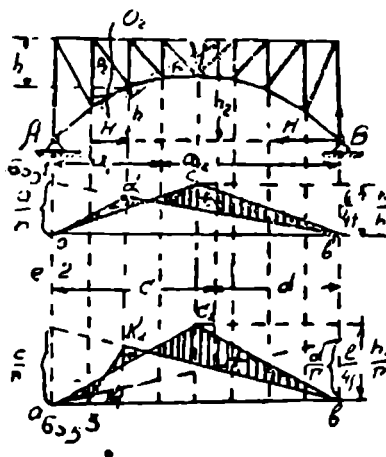
შემთხვევაში) და დამთხვევით (სხვადასხვა ნიშნის შემთხვევაში)



ნახ. 111

ვაქვით, მაგალითისათვის, საქიროა გავლენის ხაზის აგება სამსახს-
რიანი თალოვანი ფერმის ზედა სარკუელის O_2 ძალებისათვის (ნახ. 112).

ჯერ ავაგებთ adb ნაკვეთს, რომელიც წარმოადგენს S_0' ფუნქციის
გავლენის ხაზს, კოკოვანი ფერმის გულეებით. ამ ხაზს ავაგებთ საყრდენთა
ორდინატებით:



ნახ. 112

$$\alpha = \frac{(+)}{(-)} \frac{a_1}{h} = (-) \frac{a_1}{h} ;$$

$$\beta = \frac{(+)}{(-)} \frac{a_2}{h} = (-) \frac{a_2}{h}$$

შემდეგ ვაგებთ S_H -ის გავ-
ლენის ხაზს-- acb ნაკვეთს, სახსრის
ქვედა ორდინატით (შეაღარეთ
111 ნახაზს):

$$\begin{aligned} (-) \cdot \frac{l}{4f} \cdot \frac{h_1}{z} &= (-) \frac{l}{4f} \cdot \frac{h_1}{(-)h} = \\ &= (+) \frac{l}{4f} \cdot \frac{h_1}{h} ; \end{aligned}$$

ჩვენს მიერ მიღებული ნაშანთა
წესის მიხედვით, რიტერის მზარის მნიშვნელობაა $z = -h$.

იძნის გამო, რომ adh და acb ნაკვეთები სხვადასხვა ნიშნით მივიღეთ,
ალგებრულ შეჯამებისათვის მათ ერთი მეორეზე დავამთხვევთ. წახაზული
(დაშტრიხული) ნაკვეთები (ნახ. 112, ნაკ. 2) O_2 ძალის გავლენის ხაზის
საბოლოო სახეს წარმოადგენენ.

ირიბანში D_2 ძალის გავლენის ხაზის ასაგებათ გვაქვს: ak_1k_2b
ნაკვეთი—ძალის გავლენის ხაზი გულეებით, რომ საქმე გვაქვს კოკოვანი
ფერმასთან: იგი საყრდენთა ორდინატების შემდეგი მნიშვნელობების სა-
ფუძველზე აიკება:

$$\alpha = (+) \frac{c}{r}$$

$$\beta = (+) \frac{d}{r} ;$$

ac_1b ნაკვეთი— S_{II} -ის გავლენის ხაზი აიგება სახსრის ქვედა ორდინატის მნიშვნელობის მიხედვით:

$$(-) \frac{l}{4f} \cdot \frac{k_2}{r} .$$

იმის გამო, რომ ak_1k_2b და ac_1b ნაკვეთები ურთიერთ შებრუნებული ნიშნებისაა, ალგებრულ შეჯამებას დამხვევით ვაწარმოებთ.

კოჭების ბაანბარისება მოძრავ დატვირთვაზე

§ 37. $Max M$ -ის განსაზღვრა მარტივი კოჭის მოცემულ კვეთისათვის

როგორც ცნობილია, კოჭის კვეთების შერჩევა უდიდესი მღუნავი მომენტის მიხედვით წარმოებს, რის შედეგადაც წარმოებს შემოწმება გადამკრულ ძალაზე. ამიტომაც მოძრავი დატვირთვის მოკმელების დროსაც წარწოაკმნება საკითხი $Max M$ -ის სიდიდებზე, კოჭის ნებისმიერ მოცემულ კვეთისათვის. ეს საკითხი ყველაზე მარტივად გადაწყდება გავლენის ხაზის გამოყენებით.

მღუნავი მომენტის გავლენის ხაზს კოჭის მოცემულ კვეთში სამკუთხედის (ახე აქვს. $Max M$ შეესაბამება მთელი ძალის ზეესებას ტვირთებით, თანაბარი, ცთლიანი დატვირთვის შემთხვევაში, რომლის ინტენსივობაა q , გვაქვს

$$Max M = ql^2,$$

სადაც l არის გავლენის ფართობი მთელი მალისათვის.

რეკურსული ტვირთების შემთხვევაში $Max M$ ესაბამება ტვირთის დაყენებას § 29-ის შიდაყვით. დამტკიცებული იქო, რომ ტვირთის ასეთ შედგაოგობას ესაბამება ერთ-ერთი ტვირთის მოძებნა განსაბილველი კვეთის ხ. მოთ.

ანაირად $Max M$ -ის განსაზღვრით სხვადასხვა კვეთისათვის, შეგვიქლია დავკვკვმოთ ცვლადი კვეთის კოჭი, რომელიც აკმაყოფილებს სიმცკიცის პიოობებს მთელ სიგრძეზე.

113-ე ნახაზზე აგებულია $Max M$ -ის ეჭიურა კოჭის მალისათვის,



ნახ. 113

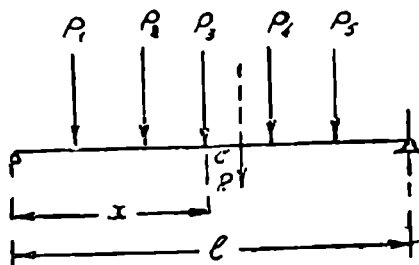
მასთან კვეთების ზემოთ მოზომილია ორდინატები, რომლებიც წარმოადგენენ ამ კვეთების შესაბამის $Max M$ -ს. იგივე ეპიურა საშუალებას გვაძლევს განვსაზღვროთ $Max\ max\ M$, რაც საჭიროა მუდმივი კვეთიანი კოქის გაანგარიშებისას. უკანასკნელ შემთხვევაში კოქის კვეთის "შერჩევა" $Max\ max\ M$ -ის მიხედვით წარმოებს. სათანადო კვეთს საშიში კვეთი ეწოდება.

ქვემოთ მოყვანილია საშიში კვეთის და $Max\ max\ M$ -ის განსაზღვრის უფრო ზუსტი ხერხი.

§ 38. $Max M$ -ის განსაზღვრა მოცემული ტვირთის ქვემოთ

იმის გამო, რომ თითოეულ კვეთისათვის $Max M$ ესაბამება ერთ-ერთი ტვირთის მდებარეობას კვეთის ზემოთ. ამიტომ $Max\ max\ M$ -იც ესაბამება ერთ-ერთი ტვირთის მდებარეობას საშიში კვეთის ზემოთ. ტვირთის გადაადგილებით განვსაზღვრავთ M -ის მნიშვნელობებს ერთ ერთი ტვირთის ქვემოთ და განვსაზღვრავთ ამ მნიშვნელობათა მაქსიმუმს. ამ მოქმედებას ყველა ტვირთისათვის თუ განვიხილორებთ, მაშინ ვიპოვიან $Max\ max\ M$ -ს.

ვთქვათ საჭიროა ტვირთის მდებარეობის განსაზღვრა, რომელიც ესაბამება $max\ M$ -ს P_3 ტვირთის ქვემოთ (ნახ. 114); აქ R ყველა ტვირთის ტოლქმედია.



ნახ. 114

ტვირთის მოებარეობას განვსაზღვრავთ P_3 ტვირთის მოდების წერტილის აბსცისით. გვაქვს:

$$M = \frac{R(l-x-c)}{l} \cdot x - M_1,$$

სადაც M_1 ვანსახილველი ტვირთის მარცხნივ მოთავსებული ყველა მოცემული ძალების მომენტების ჯამია ამ ტვირთის ქვემოთა კვეთის მიმართ. ცხადია, რომ M_1 არ არის დამოკიდებული x -ზე.

M ან M შეესაბამება x_0 აბსცისს, რომელიც აკმაყოფილებს განტოლებას:

$$\frac{dM}{dx} = 0,$$

ანუ

$$\frac{R}{l} (l - x_0 - c - x_0) = 0,$$

საიდანაც

$$x_0 = \frac{l-c}{2} = \frac{l}{2} - \frac{c}{2},$$

ანუ

$$x_0 + \frac{c}{2} = \frac{l}{2},$$

ე. ი. კოქის მალის შუა წერტილი შუაზე უნდა ჰყოფდეს მანძილს ტოლქნედსა და განსახილველ ტვირთს შორის.

საშიში კვეთი უახლოვდება მალის შუა წერტილს და აღნიშნული ხერხით მისი განსაზღვრისას გაანგარიშება შუა ტვირთებიდან უნდა დავიწყოთ.

იმ შემთხვევაში, როდესაც გვაქვს ერთიმეორისაგან თანაბრად დაშორებული ტოლი ტვირთების სისტემა, ტვირთების კენტი რაოდენობის შემთხვევაში ტოლქნედი ემსხვევა შუა ტვირთს. ამიტომ შუა ტვირთისათვის $c=0$ და

$$x_0 = \frac{l}{2} - \frac{0}{2} = \frac{l}{2},$$

ე. ი. საშიში ის მდებარეობაა, როდესაც შუა ტვირთი მალის შუაში ხდება.

წყვილი რიცხვის ტვირთების შემთხვევაში, თუ მანძილს ტვირთებს შორის d თი აღვნიშნავთ, მივიღებთ:

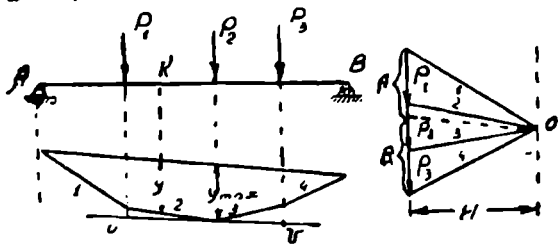
$$c = \frac{d}{2} \quad \text{და} \quad x_0 = \frac{l}{2} - \frac{c}{2} = \frac{l}{2} - \frac{d}{4}$$

ე. ი. საშიში ის კვეთია, რომლის დროსაც ერთ-ერთი შუა ტვირთი მალის

შუა წერტილიდან დაშორებულია ტვირთებს შორის მანძილის მეოთხედით.

§ 39. *Max M*-ის განსაზღვრა მარტივ კოჭში

ვთქვათ *AB* კოჭზე (ნახ. 115) მოქმედებს ტვირთთა სისტემა. მათ მდებარეობისათვის აგებულია თოკის მრავალკუთხედი. ადვილი დასამტკიცებელია, რომ ეს მრავალკუთხედი წარმოადგენს მომენტების ეპიურას ტვირთის მოცემულ მდებარეობისათვის (განსაზღვრულ მასშტაბში).



ნახ. 115

მართლაც, რაიმე *K* კვეთისათვის მლუნავეი მომენტი, ე. ი. კვეთის ერთ მხარეზე მოდებული ძალების მომენტების ჯამი კვეთის ცენტრის მიმართ, უდრის საპოლუსო *H* მანძილის ნამრავლს *y* მონაკვეთზე, რომელიც მოზომილია *K* წერტილზე გატარებულ შვეულზე (*y* მონაკვეთი მოკვეთილია თოკის მრავალკუთხედის სათანადო ნაწილის ნაპირა გვერდებით):

$$M_k = H \cdot y$$

მაშასადამე, მლუნავეი მომენტი ნებისმიერ კვეთში თოკის მრავალკუთხედის სათანადო *y* ორდინატის პროპორციულია.

ვთქვათ მანძილთა მასშტაბია (კოჭისა და თოკის მრავალკუთხედის)—*a* სიგრძის ერთეული ნახაზის სიგრძის ერთეულში და ძალთა მასშტაბია (ძალთა მრავალკუთხედში)—*b* ძალთა ერთეული ნახაზის სიგრძის ერთეულში.

ნახაზზე უშუალოდ გაზომილ მონაკვეთის სიგრძეს, რომელიც გამოხატავს საპოლუსო მანძილს, *H₀*-ით აღვნიშნავთ, ხოლო ნახაზზე გაზომილ მონაკვეთის სიგრძეს, რომელიც გამოხატავს თოკის მრავალკუთხედის ორდინატს, *y₀*-ით აღვნიშნავთ, მაშინ

$$H = b \cdot H_0,$$

$$y = a \cdot y_0,$$

$$M_1 = H \cdot y = (a \cdot b \cdot H_0) \quad y_0 = (a \cdot H) \quad y_0.$$

მაშასადამე, თოკის მრავალკუთხედი წარმოადგენს მომენტთა ეპიურას aH (ან abH_0) მასშტაბში, მომენტის ერთეულების მასშტაბს ნახაზის სიგრძის ერთეულში.

მ ა გ ა ლ ი თ ი

კოქის და ტვირთის სიდიდეები გამოხაზულია მასშტაბში 0,5 მეტრი 1 სმ-ში, ძალთა მრავალკუთხედი—მასშტაბში 5 ტონა 1 სმ-ში, საპოლუსო მანძილი 50 ტ. ტოლად არის მიჩნეული. ასეთ შემთხვევაში თოკის მრავალკუთხედი წარმოადგენს მომენტთა ეპიურას მასშტაბში

$$a \cdot H = 0,5 \times 50 = 25 \text{ ტონამეტრი 1 სმ-ში.}$$

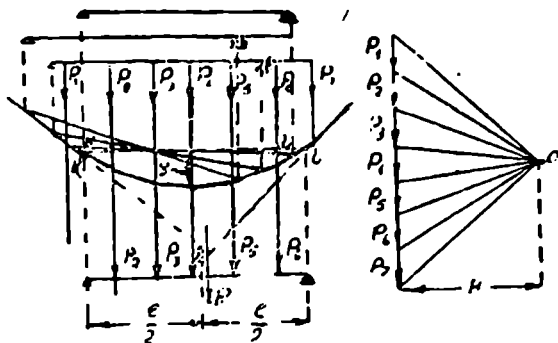
$Max M$ -ის გრაფიკული განსაზღვრისათვის, ტვირთის მოცემულ მდებარეობისათვის, უნდა მოვძებნოთ თოკის მრავალკუთხედის უდიდესი ორდინატი (რასაც მივალწევთ ჩამკეტის პარალელური uv მხების გატარებით, ნახ. 115). სათანადო ჩამკეტია KL .

$Max max M$ -ის უფრო ზუსტად განსაზღვრისათვის § 38-ის საფუძველზე განესაზღვრავთ K და L წერტილებს შორის მოთავსებულ ტვირთების R ტოლქმედს, მანძილს, P_1 და R -ს შორის, შუაზე ვყოფთ და Z წერტილში ვათავსებთ კოქის შუა წერტილს. ორთავე მხარეზე მოვზომავთ მონაკვეთს $\frac{l}{2}$, სადაც l არის კოქის მალი, შემდეგ გავატარებთ სათანადო R_1L_1 ჩამკეტს, რომელიც მოგვცემს საბოლოო y_{max} მნიშვნელობას. მაშინ

$$Max max M = H \cdot y_{max}.$$

შენიშნოთ, რომ 116-ე ნახაზის აგებით შეგვიძლია აგრეთვე მოძრავი დატვირთვის მოქმედებისას $Max max M$ -ის გრაფიკული ხერხით განსაზღვრა; ამ დროს ტვირთის გადაადგილებით კოქზე უნდა განესაზღვროთ $Max M$ ტვირთის თითოეულ მდებარეობისათვის და ყველა $Max M$ -დან შევარჩიოთ $Max max M$ -ი. აგება მარტივად შესრულდება, თუ ნახაზზე დავტოვებთ ტვირთს ადგილზე და გადავადგილებთ კოქს. 116-ე ნახაზზე ჩატარებულია ასეთი აგება და განზღვრულია y_{max} , რომელიც მოხვდა P_1 -ეს ქვემოთ $Max M$ კოქის აღებულ კვეთში. ამისათვის

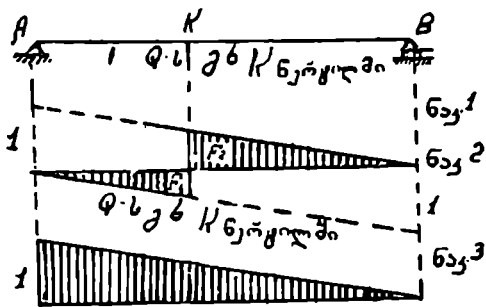
კოქის ყოველ მდებარეობისათვის განსაზღვრავთ y -ს კვეთის ქვემოთ და ასეთ y -ეკებიდან მაქსიმალურს შევარჩევთ.



ნახ. 116

§ 40. მარტივი კოქის $Max Q$ -ს და $Max min Q$ -ს განსაზღვრა მოცემულ კვეთში

გადამკრელი Q ძალის გავლენის ხაზს აქვს დადებითი და უარყოფითი უბნები (ნახ. 117).



ნახ. 117

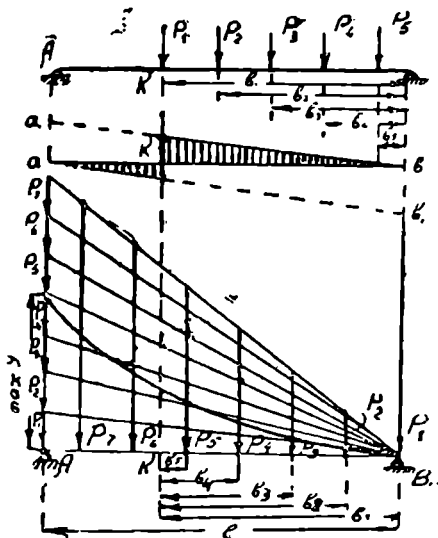
$Max Q$ და $Min Q$ -ს განსაზღვრისათვის ცალ-ცალკე უნდა დაიტვირთოს დადებითი და უარყოფითი უბნები. მთლიანი და თანაბარი მოძრავი დატვირთვის შემთხვევაში:

$$Max Q = q F_1; \quad Min Q = -q F_2.$$

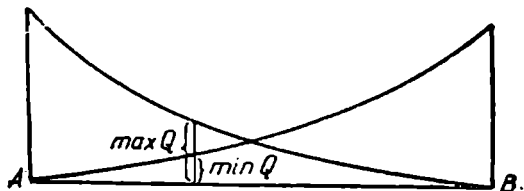
შეყურსული ძალებისაგან შემდგარი დატვირთვის შემთხვევაში გავ-
 ლენის ხაზის სათანადო ნაწილი ისეთნაირად უნდა დაეტვირთოთ, რომ
 უფრო მძიმე ტვირთები წვეროს მახლობლად მოხედეს, და ერთი მათგანი
 მოხედეს სამკუთხედის წვეროს ზემოთ. $Max\ max\ Q$ იქნება საყრდენის
 კვეთისათვის და მიიღება მთელი მალის ზემოთ მოყვანილი ხერხით დატვირ-
 თვისას.

§ 41. $Max\ Q$ -ს განსაზღვრა გრაფიკული ხერხით
 (ვინკლერის ხერხით აგება)

K კვეთში $Max\ Q$ -ს განსაზღვრისათვის (ნახ. 118) ზემოთ აღნიშნუ-
 ლი ხერხით დატვირთვით კოქის KB ნაწილს.



ნახ. 118



ნახ. 118°

ასეთ შემთხვევაში:

$$\text{Max } Q = A = \frac{M_B}{l},$$

სადაც: $M_B = \Sigma P \cdot b$ წარმოადგენს ყველა აქტიურ ძალთა მომენტების ჯამს საყრდენი B წერტილის მიმართ, l კი კოქის მალს.

$\frac{M_B}{l}$ -ის გრაფიკულად განსაზღვრისათვის ვინკლერმა შემდეგი ხერხი მოგვაწოდა. მატარებელი აზრად შემობრუნდება 180° -ით, მასთან P_1 ტვირთი დგება B საყრდენზე, დანარჩენი ტვირთები კი—მიმართულებით A_1 -ისაკენ, იგივე ურთიერთ მდებარეობით (ნახ. 118'). ავაგოთ ძალთა მრავალკუთხედი და თოკის მრავალკუთხედი, მასთან საპოლუსო მანძილათ მალი მივიღოთ. მაშინ

$$M'k = l \cdot y,$$

მაგრამ 118'-ე ნახაზის $M'k$ უღრის $\Sigma P b$, ე. ი. 118-ე ნახაზის M_B -ს ტოლია, აქედან:

$$\text{Max } Q = \frac{M_B}{l} = y,$$

ე. ი. $\text{Max } Q$ უღრის აგებული მრავალკუთხედის ორდინატს K კვეთის ზემოთ.

ნათქვამი გამოსადეგია ნებისმიერ კვეთისათვის. ამიტომ, აგებას მთელ მალისათვის თუ განეაგრძობთ, მივიღებთ მრავალკუთხედს (ან მრუდს) რომელიც წარმოადგენს $\text{Max } Q$ -ს კოქის ყველა კვეთისათვის (ნებისმიერ წერტილში ორდინატი $y = \text{max } Q$ მოცემულ კვეთისათვის).

$\text{Max max } Q = \text{max } y$ მოთავსებულია საყრდენის ზემოთ.

მალის მარცხენა AK ნაწილის დატვირთვისას აგებულის მიმართ სიმეტრიულ მრავალკუთხედს მივიღებთ. 118'-ე' ნახაზზე აგებულია ორი მრუდი: $\text{Max } Q$ -ს ეპიურა და $\text{Min } Q$ -ს ეპიურა.

§ 42. მთლიანი, მუდმივი და თანხარად განრიგებული დატვირთვის გავლენა

როდესაც განსაზღვრავენ $\text{Max } Q$ და $\text{Min } Q$ -ს კოქის აღებულ კვეთისათვის, ცალ-ცაკლკე გამოკვეთულ მუდმივი და მოძრავი ტვირთების მოქმედების შედეგებს ალგებრულად შეკრებენ. მაგალითად, თუ საჭიროა $\text{Max } Q$ -ს განსაზღვრა კოქის K კვეთისათვის (ნახ. 117), მაშინ მოძრავ ტვირთს არახელსაყრელ მდებარეობაში დააყენებენ გავლენის ხაზის

დადებით KB უბანზე და განსაზღვრავენ სათანადო a_1 განივ ძალას. კოქის მუდმივ დატვირთვის ჩვეულებრივად მთლიან, თანაბრად განრიგებულ დატვირთვად მიიჩნევენ, მასთან ინტენსივობა მიიღება q , მაშინ

$$Q_2 = q F,$$

სადაც

$$F = F_1 - F_2$$

არის კოქის მთელი ძალის გავლენის ხაზის მთლიანი ფართობი. აქედან:

$$Max Q = Q_1 + Q_2$$

(მასალათა გამძლეობის კურსიდან ცნობილია, რომ

$$Q_2 = \frac{ql}{2} - qx).$$

სწორედ ასევე, $Min Q$ მიიღება მუდმივი დატვირთვის და მოძრავი დატვირთვის ერთდროული მოქმედებით, მასთან მოძრავი დატვირთვა არახელსაყრელად არის დაყენებული გავლენის ხაზის უარყოფით უბანზე-მლუნავ მომენტებისათვის:

$$Max M = M_1 + M_2,$$

სადაც

$$M_2 = qFx$$

აწ

$$M_2 = \frac{q}{2} x (l-x).$$

$Max max Q$ და $Max max M$ -ის შესახებ შემდეგი შევნიშნოთ:

1) მოძრავი დატვირთვის მოქმედებით გამოწვეული უდიდესი გადაძვრელობა, როგორც დავრწმუნდით, ადგილი აქვს საყრდენის კვეთთან, ე. ი. იქვე, სადაც წარმოიქმნება უდიდესი გადაძვრელობა მუდმივი დატვირთვის მოქმედებით. მაშასადამე, $Max max Q$ -ს განსაზღვრისათვის წინანდებურად $Max Q$ განიზღვრება საყრდენის კვეთისათვის.

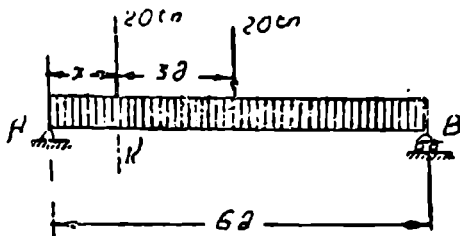
2) როგორც ცნობილია მასალათა გამძლეობიდან მუდმივი დატვირთვის მოქმედებით წარმოქმნილი უდიდესი მლუნავი მომენტი არის ძალის

შუაში და უდრის $\frac{ql^2}{8}$. მოძრავი დატვირთვის მოქმედებით წარმოქმნილი უდიდესი მლუნავი მომენტი არის ძალის შუა ნაწილის მახლობლად.

მაგრამ ზედამ ზუსტად შუა წერტილში როდია. ამ დროს $Max\ max\ M$ მუდმივი და დროებითი დატვირთვის ერთობლივი მოქმედებისას საზოგადოდ არ მოხვდება იმ კვეთში, რომელშიაც ხვდება $Max\ max\ M$ -ი ჩამოთვლილ სისტემებიდან ერთ ერთის მოქმედების დროს. ამიტომ ერთ-ერთ შემდეგ ხერხს მისდევენ:

ა) ანალიზურად განსაზღვრავენ მოძრავი დატვირთვის მდებარეობას და კვეთს, რომელიც ესაბამება $Max\ max\ M$ -ს მთლიანი დატვირთვის მოქმედების შემთხვევაში (ეს ხერხი ჩთულია, მას მხოლოდ ტვირთთა მცირე რაოდენობის დროს იყენებენ).

მაგალითად: განესაზღვროთ $Max\ max\ M$ მარტივ კოჭში, რომლის მალაია 6 მეტრი; კოჭზე ერთდროულად მოქმედობენ მუდმივი მთლიანი დატვირთვა, ინტენსივობით 4 ტონა ერთ გრძივ მეტრზე, მოძრავი დატვირთვა, რომელიც შესდგება 0.5-0.5 ტონიანი ორი დაკავშირებული ტვირთისაგან, ტვირთები 3 მ. არიან დაკავშირებული ერთიმეორესაგან (ნახ. 119).



ნახ. 119

იმის გამო, რომ კოჭის თითოეულ კვეთისათვის მოძრავი დატვირთვით წარმოქმნილი $Max\ M_1$ ესაბამება ერთ-ერთი ტვირთის მდებარეობას მოცემულ კვეთზე (§ 29), ამიტომ მოძრავი და მუდმივი დატვირთვების მომენტების ჯამის მაქსიმუმი ესაბამება დატვირთვის ასეთ-სავე მდებარეობას. აქ დროს:

$$\begin{aligned} Max\ M &= Max\ M (M_1 + M_2) = \\ &= Max\ M_1 + M_2, \end{aligned}$$

რადგან $M_2 = const$ მოცემულ კვეთისათვის. მაშასადავე, $Max\ max\ M$ -ს ადგილი ექნება ტვირთის ქვემოთა კვეთისათვის.

კ კვეთისათვის გვექნება:

$$M_{b.x}\ M = \frac{40 \left(6 - x - \frac{3}{2} \right)}{6} x + \frac{4}{2} x (6 - x).$$

$Max\ max\ M$ გვექნება $x=x_0$ -ის დროს, მასთან x_0 დააკმაყოფილებს განტოლებას:

$$\frac{d\ Max\ M}{dx} = 0,$$

ანუ

$$\frac{40}{6} (4,5 - 2x_0) + 2 (6 - 2x_0) = 0,$$

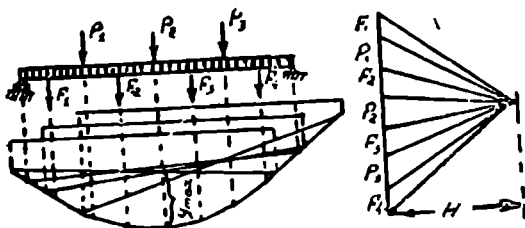
საიდანაც

$$x_0 = 2,46\ \text{მ.}$$

$Max\ M$ -ის გამოსახულებაში ჩასმით, მივიღებთ:

$$Max\ max\ M = 51\ \text{ტ.}$$

ბ) $Max\ max\ M$ -ს განსაზღვრავენ გრაფიკული ხერხით (§ 39). აგება 120-ე ნახაზზეა წარმოდგენილი.



ნახ. 120

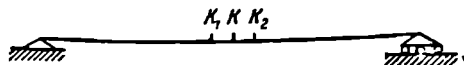
გაყოფის წერტილები მთლიან დატვირთვისათვის აღებულია P_1 , P_2 და P_3 ძალებზე. აგებულია თოკის მრავალკუთხედი და ჩაწერილია თოკის მრუდი, მხებები მისდაში მთლიანი დატვირთვის გაყოფის წერტილების ქვემოთ. ამის შემდეგ, კოქის თითოეული მდებარეობის სათანადოთ გატარდება ჩამკეტი და განიზღვრება y_{max} . მაშინ,

$$Max\ max\ M = H \cdot y_{max}.$$

გ) ვთქვათ (ნახ. 121) K წერტილს ესაბამება $Max\ max\ M$ მულ-მივი და მოძრავი დატვირთვის ერთობლივი მოქმედების შემთხვევაში. ამ წერტილისათვის

$$Max\ max\ M = Max\ M_1 + M_2,$$

სადაც $Max M_1$ —მაქსიმალური მღუნავი მომენტია K კვეთში გამოწვეული მოძრავი დატვირთვით M_2 კი—მუდმივი დატვირთვით წარმოქმნილი მომენტია K კვეთში.



ნახ. 121

ვთქვათ მოძრავი დატვირთვის მოქმედებით $Max\ max\ M_1$ ადგილი აქვს K_1 კვეთში, მუდმივი დატვირთვით კი $Max\ M_2$ -ს ადგილი აქვს K_2 კვეთში (მაღის შუაში), გვაქვს

$$Max\ M_1 < Max\ max\ M_1;$$

$$M_2 < Max\ M_2,$$

საიდანაც:

$$Max\ max\ M = Max\ M_1 + M_2 < Max\ max\ M_1 + Max\ M_2.$$

ამიტომ ერთგვარი მარაგით შეიძლება $Max\ max\ M$ -ის ნაცვლად ცალცალკე განესაზღვროთ მოძრავი და მუდმივი დატვირთვების მოქმედებით გამოწვეული უდიდესი მომენტები და შედეგები შეეკრიბოთ. ცდომილება მით ნაკლები იქნება, რაც უფრო ახლო იქნება $Max\ max\ M_1$ -ის შესაბამისი K_1 წერტილი მაღის შუა K წერტილთან.

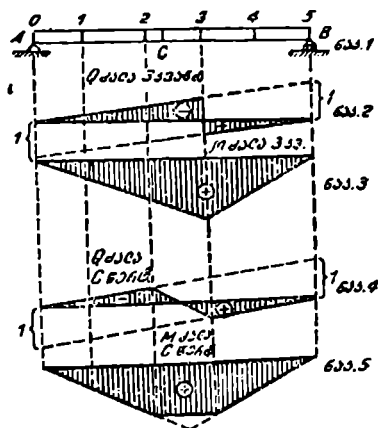
$$Max\ M_2 = \frac{qL^2}{8} \text{ მნიშვნელობის ჩასმით მივიღებთ:}$$

$$Max\ max\ M = Max\ max\ M_1 + \frac{qL^2}{8}.$$

§ 43. დატვირთვის კვანძურად მოქმედების შემთხვევა

§ 26-ში მოყვანილია დატვირთვის კვანძურად მოქმედების შემთხვევაში გავლენის ხაზის აგების ზოგადი მეთოდი. სახელდობრ, ჯერ აიგება გავლენის ხაზი უშუალოდ მოქმედების გულეებით, შემდეგ მასზე ჩამოაქვთ კვანძები და მიღებულ წერტილებს შეაერთებენ სწორხაზების მონაკვეთებით. ამ წესის გამოყენებით ჩვენ ავაგეთ Q -ს და M -ის გავლენის ხაზები ბოლოებით თავისუფლად დაყრდნობილ კოქისათვის კვანძურ და შუალედურ კვეთებში (ნახ. 122). ადვილი შესამჩნევია, რომ საკვანძო კვეთებისა-

თვის გავლენის ხაზები სწორეთ იმგვარია, როგორც მიიღებოდა იმ შემთხვევაში კოქის დატვირთვა უშუალოდ გადაძევი რომ ყოფილიყო. აქედან დაეასკენით, რომ დატვირთვის კვანძურად მოქმედების შემთხვევაში მლუნავი მომენტები და გადამქრელი ძალები კვანძებში ტვირთების ნებისმიერი მდებარეობის შემთხვევაში ისეთივეა, როგორც ტვირთის უშუალო მოქმედების შემთხვევაში.



5ახ. 122

გადავდივართ მლუნავი მომენტის ეპიურის აგების გრაფიკული მეთოდის განხილვაზე.

123-ე ნახაზზე ტვირთის ორი სქემაა მოყვანილი:

I სქემა—ძალის უშუალოდ მოქმედება,

II სქემა—წნევის გადაცემა კვანძებით.

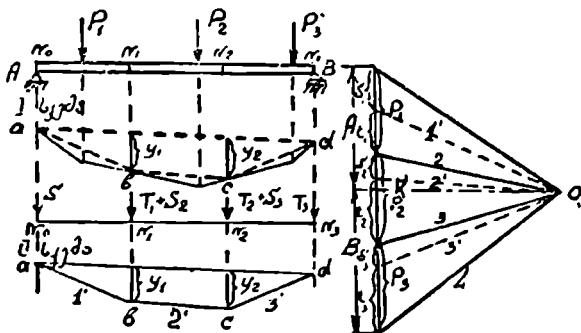
აგებულია თოკის მრავალკუთხედები ორთავე სქემისათვის ძალთა მრავალკუთხედის ერთიდაიგივე პოლუსის შემთხვევაში.

სათანადო წინააღმდეგობის *S* და *T*-თი აღნიშნულია *P* ძალის მდგენელები. თოკის მრავალკუთხედების შედარებით, პოლულობთ:

1) ძალთა სისტემა (P_1, P_2, \dots) და ($S_1, T_1, S_2, T_2, \dots$) სტატიკურად ეკვივალენტურებია, ამიტომაც წონასწორდებიან ერთსადაიგივე *A* და *B* საყრდენთა რეაქციებით. სათანადო *OK* სხივები თანხვდებიან, და ორთავე თოკის მრავალკუთხედის ჩამკეტები პარალელურებია.

2) როგორც უკვე დავამტკიცეთ მლუნავი მომენტები კვანძებში ტოლებია ორთავე სქემისათვის, მაშასადამე, თოკის მრავალკუთხედების ორიონტებიც კვანძების ქვემოთ სათანადოთ ტოლებია.

II სქემის თოკის მრავალკუთხედს I სქემის თოკის მრავალკუთხედს. თუ დავამთხვევთ ისეთნაირად, რომ ერთი-მეორეს დაემთხვეს: $a d'$, ჩამკეტები, მაშინ ერთი-მეორეს დაემთხვევიან წერტილები b' და c კვანძების



ნახ. 123

ქვემოთ და II სქემის მრავალკუთხედი $abcd$ მდებარეობას დაიკავენს. აქედან გამომდინარეობს თოკის მრავალკუთხედის აგების წესი ტვირთის კვანძურად მოქმედებისას:

აგებენ თოკის მრავალკუთხედს ტვირთის უშუალოდ მოქმედების შემთხვევაში, წერტილებს კვანძების ქვემოთ აერთებენ სწორხაზებით.

ამ სწორხაზების პარალელურ ძალთა მრავალკუთხედის სხივებს თუ გავატარებთ, მივიღებთ წნეევებს კვანძებში:

$$S_1 T_1 + S_2 T_2 + S_3 T_3,$$

რომელთა ცოდნაც საჭიროა გადამჭრელი ძალის განსაზღვრისათვის კოქის ნებისმიერ კვეთში.

რადგან ტვირთის ნებისმიერ მდებარეობისათვის მომენტთა ეპიურა წარმოადგენს მრავალკუთხედს წვეროებით კვანძების ქვემოთ დავასკვნით, რომ $Max M$ ტვირთის ყოველგვარი მდებარეობისათვის ერთ-ერთი კვანძის ქვემოთ მოხვდება, მაშასადამე, $Max m ax M$ -იც ერთ-ერთი კვანძის ქვემოთ მოხვდება. ამიტომ გავლენის ხაზის ხერხით $Max m ax M$ -ის განსაზღვრისას გავლენის ხაზებს ავაგებთ კოქის ყველა კვანძებისათვის, და, იმის გამო, რომ მათ ისეთივე სახე აქვთ, როგორც

ტვირთის უშუალო მოქმედებისას, შემდგომი ამოხსნა არაფრით არ განსხვავდება § 27-ში განმარტებულისაგან.

Max max M-ის გრაფიკული ხერხით განსაზღვრისას (§ 39) მოცემულ ტვირთებისათვის აიკვება თოკის მრავალკუთხედი, კოქს დააყენებენ ნებისმიერ მდებარეობაში, თოკის მრავალკუთხედის წერტილებს კვანძების ქვემოთ შეაერთებენ სწორხაზებით და გაატარებენ ჩამკეტს. თუ გადავადგილებთ კოქს მარჯვნივ ან მარცხნივ პანელის სიგრძის (კვანძებს შორის მანძილის) ჯერადი მანძილით, მაშინ თოკის მრავალკუთხედის გარეგნობა გამოყენებულ უბანზე არ შეიცვლება. კოქსის ყველგან მდებარეობის დროს უდიდესი *M*-ის და მისი სათანადო კვანძის განსაზღვრისას, ჩვენ საბოლოოდ დავაყენებთ ტვირთს მოცემულ კვანძისათვის არახელსაყრელ მდებარეობაში (§ 29 ან § 38), ამის შემდეგ გავატარებთ ჩამკეტს, ხელახლა შევავერთებთ სწორხაზებით წერტილებს კვანძების ქვემოთ და განვსაზღვრავთ *Max max M*-ს.

Max max Q-ს ადგილი აქვს საყრდენთან და, მაშასადამე, მის მსგავსისგან არ განსხვავდება ტვირთის უშუალოდ მოქმედების დროს. თუ დაუბრუნდებით 122-ე ნახაზს შევნიშნავთ, რომ *Max Q* მოცემულ კვეთისათვის მის მსგავსისგან არ განსხვავდება იმ შემთხვევაში, როდესაც ტვირთი უშუალოდ მოქმედობს საკვანძო კვეთებში.

რაც შეეხება კვეთებს კვანძებს შორის შუალედში, აქ *Max Q* ესაბამება ერთ-ერთი ტვირთის მდებარეობას სამკუთხედის (გავლენის ხაზის) წვეროს ზემოთ; ე. ი. კვანძის ზემოთ.

ვთქვათ საპირთა *Max Q* განსაზღვრა შესამე პანელის კვეთებისათვის (№ 1 და № 3 კვანძებს შორის) (ნახ. 124).

თუ *Max Q* ესაბამება P_1 ტვირთის მდებარეობას კვანძის ზემოთ (*I* სქემა), მაშინ $Max Q = A$, ე. ი. ემთხვევა *Max Q*-ს საკვანძო C_1 კვეთისათვის ტვირთის უშუალოდ მოქმედების შემთხვევაში, მაშასადამე, ვინკლერის მრავალკუთხედის C_1D_1 ორდინატის ტოლია.

თუ *Max Q* ესაბამება P_2 ტვირთის დაყენებას კვანძის ზემოთ (*II* სქემა), მაშინ $Max Q = A - P_1 \frac{a_1}{d}$ აქ A არის საყრდენის რეაქცია

ან *Max Q* კვეთი C_2 -თვის ტვირთის უშუალოდ მოქმედების დროს, ე. ი.

ვინკლერის მრავალკუთხედის C_2D_2 ორდინატი. $P_1 \frac{a_1}{d}$ ავებულია გრაფი-

კულად: № 1 კვანძის ზემოთ მოზომილია P_1 ძალა და მონაკვეთის ბოლო

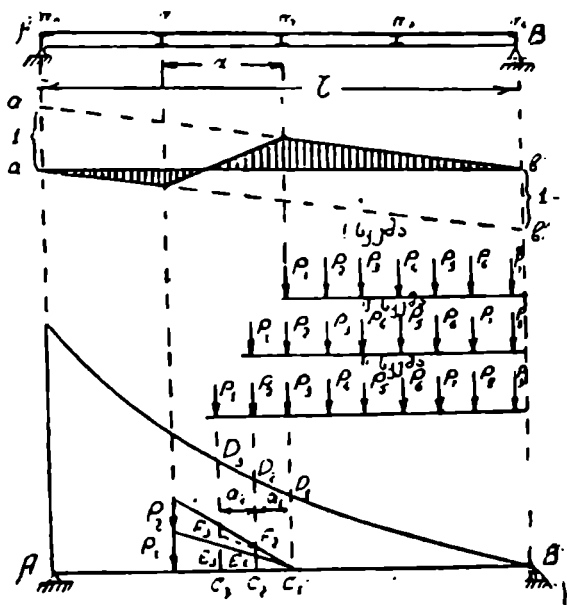
შეერთებულია № 2 კვანძთან. C_2E_2 მონაკვეთი უდრის $\frac{P_1}{d} \cdot a_1$ (სამკუთ-

ხედთა მსგავსობიდან).

მაშასადამე,

$$Max Q = A - P_1 \frac{a_1}{d} = E_2 D_2$$

თუ $Max Q$ ესებამება III სკემის მდებარეობას, მაშინ



ნახ. 124

$$\begin{aligned}
 Max Q &= A - P_1 \frac{a_1 + a_2}{d} - P_2 \frac{a_2}{d} = \\
 &= C_3 D_3 - C_3 E_3 - E_2 F_2 = F_3 D_3 \cdot \\
 &C_1 D_1, E_2 D_2, F_3 D_3
 \end{aligned}$$

მონაკვეთთა სიგრძეების შედარებით საბოლოოდ განვსაზღვრავთ $Max Q$ შესაძენ პანელში.

§ 44. ორტენებრივი კვეთის მარტივი დამოქლონებული კოქის განვარაშების მაგალითი

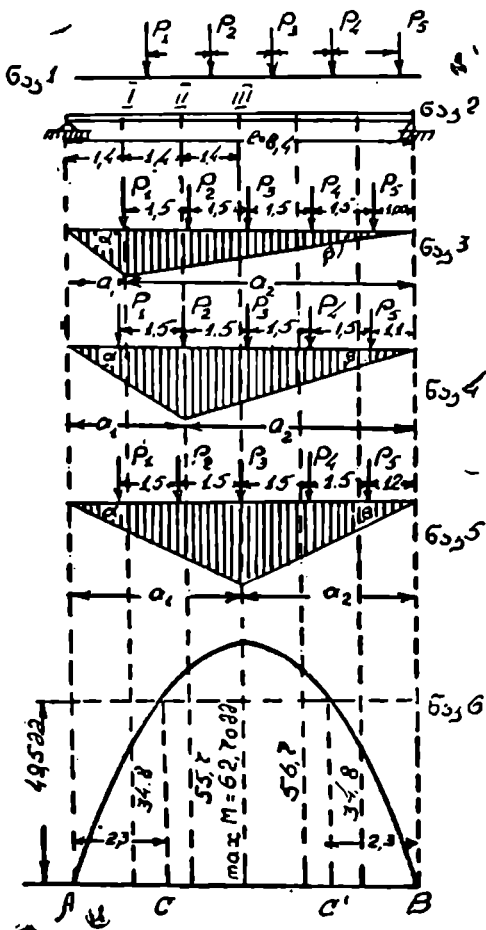
მოცემულია: მალი $l=8,4$ მ, მუღმივი ტვირთი, თუ არ ჩავთვლით კოქის საკუთარ წონას, 150 კგ-ია გრძივ მეტრზე. მოძრავი დატვირთვა 5

ბორბლისა თითო 10 ტონა დაშორებულია ერთიმეორესაგან 1,5 მ. მანძი-
ლით. დასაშვები კინეზები:

ნორმალური კინეზა—1400 კგ/სმ²;

შხები კინეზა— $0,75 \times 1400 = 1050$ კგ/სმ².

კოქისკმალი (ნახ. 125) 6 თანატოლ ნაწილად დავეოთ და $Max M$



ნახ. 125

განესაზღვროთ I, II და III კვეთებისათვის.

ა) მოძრავი ტვირთის გავლენა.

I კვეთი.

§ 29-ის თანახმად ტვირთს არახელსაყრელად დაეყენებთ. განესაზღვრავთ საშიშ ტვირთს შემდეგი კრიტერიუმით:

$$\frac{R_1}{a_1} < \frac{R}{l}$$

და

$$\frac{R_1 + P}{a_1} > \frac{R}{l} ;$$

აქ

$$R = \Sigma P = 50 \text{ ტონს,}$$

ამიტომ

$$\frac{R}{l} = \frac{50}{8,4} = 6 \frac{\text{ტ}}{\text{მ}} .$$

I კვეთისათვის გვაქვს: $a_1 = 1,4$ მ.

P_1 ტვირთი დაეყენოთ ამ კვეთის ზემოთ, მაშინ

$$\frac{R_1}{a_1} = \frac{0}{1,4} < \frac{R}{l} = 6 \frac{\text{ტ}}{\text{მ}} ,$$

$$\frac{R_1 + P_1}{a_1} = \frac{P_1}{a_1} = \frac{10}{1,4} =$$

$$= 7 > \frac{R}{l} = 6 \frac{\text{ტ}}{\text{მ}}$$

აქედან I კვეთისათვის საშიში ტვირთია P_1 (ნაკ. 3). ტვირთის ასეთ მდებარეობისათვის გამოვითვლით $Max M$ -ს, როგორც ძალთა და გავლენის ხაზის ორდინატთა ნამრავლს, ან უშუალოთ, როგორც კვეთის შარცხნივ განლაგებულ ძალთა მომენტების ჯამს.

მეორე შემთხვევაში მივიღებთ:

$$Max M'_1 = \frac{50 (8,4 - 1,4 - 3)}{8,4} \cdot 1,4 =$$

$$= 33,3 \text{ ტ. მ.}$$

კვეთი II.

P_1 ტვირთის II კვეთის ზემოთ დაყენებით, გვაქვს:

$$\frac{0}{2,8} = 0 < 6 \frac{\text{ტ}}{\text{მ}},$$

$$\frac{-10}{2,8} = -3,5 < 6 \frac{\text{ტ}}{\text{მ}}.$$

მაშასადამე, P_1 ტვირთი არ აკმაყოფილებს საშიში ტვირთის კრიტერიუმს. P_2 ტვირთისათვის გვაქვს:

$$\frac{10}{2,8} = 3,5 < 6 \frac{\text{ტ}}{\text{მ}},$$

$$\frac{R_1 + P_2}{a_1} = \frac{20}{2,8} = 7 > \frac{R}{l} = 6 \frac{\text{ტ}}{\text{მ}}.$$

მაშასადამე, II კვეთის ზემოთ (ნაკ. 4) საშიში ტვირთი იქნება P_2 .

$$\begin{aligned} \text{Max } M'_2 &= \frac{50(8,4 - 2,8 - 1,5)}{8,4} \cdot 2,8 - \\ &- 10 \cdot 1,5 = 53,3 \text{ ტ. მ.} \end{aligned}$$

კვეთი III.

გვაქვს $a_1 = 4,2$ მ. თანმიმდევრობითი P_1, P_2, P_3, \dots ტვირთების გასინჯვით მივიღებთ:

$$\frac{0}{4,2} = 0 < 6 \frac{\text{ტ}}{\text{მ}};$$

$$\frac{10}{4,2} = 2,4 < 6 \frac{\text{ტ}}{\text{მ}};$$

$$\frac{20}{4,2} = 4,8 < 6 \frac{\text{ტ}}{\text{მ}};$$

$$\frac{30}{4,2} = 7,1 > 6 \frac{\text{ტ}}{\text{მ}}.$$

მაშასადამე, P_3 ტვირთი აკმაყოფილებს კრიტერიუმს:

$$\frac{R_1}{a_1} = \frac{20}{4,2} = 4,8 < 6 \text{ ტ/მ.}$$

$$\frac{R_1 + P_3}{a_1} = \frac{30}{42} = 7 > \frac{R}{l} = 6 \text{ ტ/მ.}$$

საშიში ტვირთია P_3 (ნაკ. 5).

$$Max M_3 = \frac{50 \cdot (8,4 - 4,2)}{8,4} \quad 4,2 -$$

$$- 10 \cdot 3 - 10 \cdot 1,5 = 60 \text{ ტ. მ.}$$

ჩვენს მაგალითში მლუნავი მომენტის აბსოლუტური მაქსიმუმის მნიშვნელობა ესაბამება P_3 ტვირთის დაყენებას III კვეთში, კოქის შუაში და მისი რიცხვითი მნიშვნელობა გამოთვლის საფუძველზე უდრის

$$Max M_3' = 60 \text{ ტ. მ.}$$

მლუნავი მომენტის აბსოლუტური მაქსიმუმი ჩვენს კოქისათვის შეიძლება განესაზღვროთ გრაფიკულადაც § 36-ის თანახმად. ამისათვის უნდა ავავაოთ მოცემულ ძალთა სისტემის თოკის მრავალკუთხედი, ჩვეულებრივად ცოტათი მეტი რიცხვის ტვირთებს აიღებენ, ვიდრე სინამდვილეში მოთავსდება კოქზე.

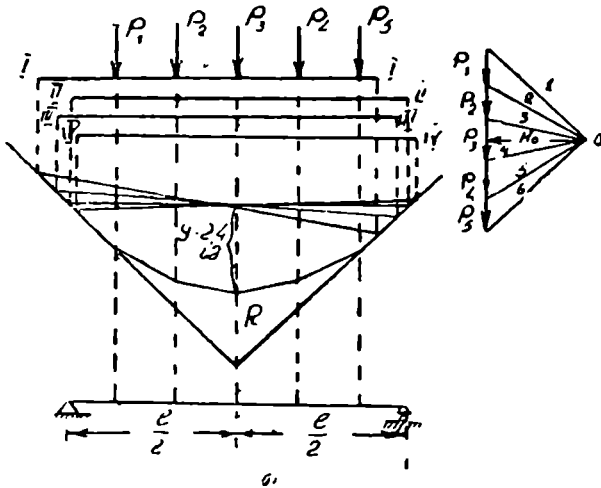
ჩვენს მაგალითში მოცემულია 5 ტვირთი, რომელთათვისაც, აგებულია ძალთა მრავალკუთხედი შემდეგ კი თოკის მრავალკუთხედი. კოქი გადავადგალათ ტვირთების მიმართ.

კოქის თანმიმდევარი I—I, II—II და ა. შ. მდებარეობებისათვის სათანადო ჩამკეტების აგებით ტვირთების ქვემოთ ორდინატების უშუალო გაზომვით პრაქტიკისათვის საკმარისი სიზუსტით ვიპოვიოთ მლუნავი მომენტის აბსოლუტური მაქსიმუმის სიდიდეს, რომელიც ესაბამება ტვირთების, განსაზღვრულ მდებარეობას კოქზე (ნახ. 126).

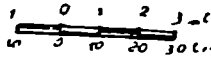
ჩვენს შემთხვევაში y -ის უდიდესი მნიშვნელობა I—II მდებარეობას ესაბამება, როდესაც P_3 ტვირთი მოთავსებულია კოქის შუაში.

y_0 სიდიდის გაზომვით P_3 ტვირთის ქვემოთ ჩვენს მიერ მიღებულ სიგრძეთა მასშტაბში და შემდეგ მისი გამრავლებით H_0 საპოლუსო მან-

ძილზე (ძალთა მასშტაბში), მლუნავი მომენტის აბსოლუტური მაქსიმუმის სიდიდეს შივილებთ:



ს. ყ. = ქ. ი. ა. შ. ა. ს. ზ. რ. ა. ბ. ა.
 ს. ი. 1 მლ



10m - 10ტ

ძალთა მასშტაბი

H = 2,5 10 = 25ტ

y = 4,8 - 24 10 = 24მ

M = H y = 25 24 = 60ტ·მ

ნახ. 126

$$\begin{aligned} \text{Max } M_3' &= H \cdot y = H_0 a \cdot y_0 b = \\ &= 2,4 \times 25 = 60 \text{ ტ. მ.} \end{aligned}$$

რაც საესებით ესაბამება M_3 ანალიზურად მიღებულ მნიშვნელობას.

ბ) მულმივი დატვირთვის გავლენა (გარდა საკუთარი წონისა).

კოჭის კვეთში მულმივი დატვირთვით გამოწვეულ მლუნავი მომენტის სიდიდეს ანალიზურად განვსაზღვრავთ ფორმულით:

$$M = \frac{q}{2} x (l - x).$$

ჩვენს შემთხვევაში:

$$q = 150 \text{ კგ/მ} = 0,15 \text{ ტ/მ}.$$

$$M_1'' = \frac{0,15 (8,4 - 1,4) 1,4}{2} = 0,735 \text{ ტ. მ.}$$

$$M_2'' = \frac{0,15 \cdot 2,8 (8,4 - 2,8)}{2} = 1,176 \text{ ტ. მ.}$$

$$M_3'' = \frac{0,15 \cdot 4,2 (8,4 - 4,2)}{2} = 1,323 \text{ ტ. მ.}$$

$$M_4'' = M_2'' = 1,176 \text{ ტ. მ.}$$

$$M_5'' = M_1'' = 0,735 \text{ ტ. მ.}$$

იგივეს მივიღებდით გავლენის ხაზიდან, თითოეული კვეთის გავლენის ხაზ-ს ფართობი q ინტენსივობაზე რომ გავკვეთრავლებინა. მთლიანი დატვირთვით (გარდა საკუთარი წონისა) გამოწვეული უდიდესი მომენტები აღებულ კვეთებისათვის მოყვანილია ცხრილში:

$$\text{Max } M = \text{Max } M' + M''$$

M ტ. მ.-ში	I კვეთი	II კვეთი	III კვეთი	IV კვეთი	V კვეთი
ღრობითი დატვირთვისაგან	33,300	53,300	60,000	53,300	33,300
მუდმივი დატვირთვისაგან	0,735	1,176	1,323	1,176	0,735
$\text{Max } M$	34,035	54,476	61,323	54,476	34,035

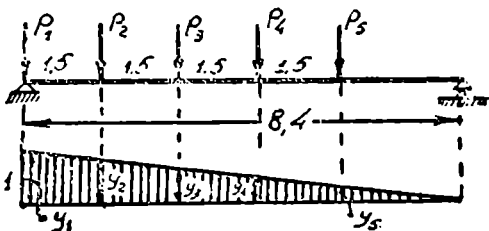
აქედან

$$\text{Max } \text{max } M = 61,3 \text{ ტ. მ.}$$

$\text{Max } \text{max } Q$ -ს განსაზღვრისათვის ყველა ტვირთებს დავაყენებთ A საყრდენის მახლობლად, ე. ი. ისე, რომ პირველი P_1 ტვირთი მოხვედეს მარცხენა საყრდენის ზემოთ (ნახ. 127), მაშინ:

$$Max\ max\ Q = \frac{R(l-2d)}{l} + \frac{ql}{2},$$

სადაც d მანძილია ტვირთებს შორის ($d=1,5$ მ.).



ნახ. 127

$$Max\ max\ Q = \frac{50(8,4-3)}{8,4} + \frac{0,15 \cdot 8,4}{2} =$$

$$= 32,16 + 0,63 = 32,79 \text{ ტ.}$$

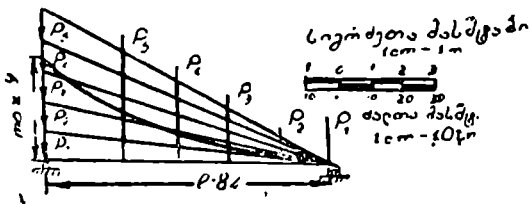
იგივე შედეგს მივიღებდით გავლენის ხაზის მეთოდით სარგებლობისას:

$$Max\ max\ Q = \sum P_i y_i + q \cdot F,$$

სადაც F —გავლენის ხაზის ფართობია.

$Max\ max\ Q$ -ს განსაზღვრა შეიძლება ჩვენი კოქისათვის გრაფიკული წესით § 41-ის საფუძველზე (ვინკლერის აგება).

დატვირთვა ისეთნაირად განვალაგოთ, რომ P_1 ტვირთი მოხვდეს B საყრდენის ზემოთ, დანარჩენები კი A -კენ განლაგდეს. ავაგოთ ძალთა მრავალკუთხედი და თოკის მრავალკუთხედი, მასთან საპოლუსო მანძილათ მივიღოთ კოქის l მალი. $Max\ max\ Q = Y_{max}$ -ს საყრდენის ზემოთ (ნახ. 128).



ნახ 128

უდიდესი ორდინატი საყრდენის ზემოთ

$$Y_{max} = 3,2 \text{ სმ,}$$

აქედან

$$M a x m a x Q = 3,2 \cdot 10 = 32 \text{ ტ.}$$

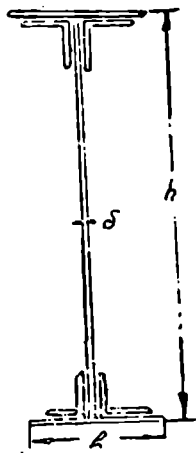
ამნიარად:

საანგარიშო მლუნავი მომენტი $\sim 61,3$ ტ.მ.

საანგარიშო გადამჭრელი ძალა $= 32,8$ ტ.

კვეთების შერჩევა

მლუნავი მომენტების და გადამჭრელი ძალების უდიდესი მნიშვნელობების განსაზღვრის შემდეგ შეგვიძლია შეუდგეთ კოქის კვეთების შერჩევას. ორტესებრი და მოქლონებული კოქის კვეთი (ნახ. 129) შესდგება შეეული ფურცლისაგან, კუთხედებისა და ჰორიზონტალური ფურცლებისაგან. გაანგარიშებას ეაწარმოებთ უდიდეს მხებ და უდიდეს ნორმალურ ჰინეაზე, შემდეგი ფორმულებით:



ნახ. 129

$$\tau = \frac{M a x Q \cdot S_{br}}{J_{br} \cdot \delta} \leq R_t;$$

$$\sigma = \frac{M a x M}{W_{netto}} \leq R.$$

აქ S_{br} არის *brutto* ნახევარი კვეთის სტატიკური მომენტი ნეიტრალური ღერძის მიმართ; δ —ვერტიკალური კედლის სისქე, R_t და R —დასაშვები მხები და ნორმალური ჰინეები, W_{netto} —კვეთის წინალობის მომენტი, მასთან გათვალისწინებულია მოქლონებით შესუსტება. წინასწარი მოსაზრებების საფუძველზე უნდა შევარჩიოთ კვეთი, ამის შემდეგ კი შევამოწმოთ იგი ჩაწერილი ჰინეის ფორმულებით.

კვეთის ზომების წინასწარი დანიშვნის დროს უმეტეს მიახლოებით მონაცემებს ვეყრდნობით ორტესებრ კოქისათვის:

$$\frac{J_{br}}{S_{br}} = 0,85 h;$$

$$W_{netto} = 0,80 \quad W_{brutto}$$

საანგარიშო ფორმულებში ჩასმით, მივიღებთ:

$$\tau = \frac{M a x Q}{0,85 h \delta} \leq R_t ,$$

$$\sigma = \frac{M a x Q}{0,80 W_{brutto}} < R$$

ამას გარდა მხედველობაში უნდა ვიქონიოთ, რომ მღუნავი მომენტების და გადაშქრელი ძალების უდიდესი სიდიდეების განსაზღვრისას, ვითვალისწინებდით მხოლოდ მოძრავი დატვირთვის და მოცემული მუდმივი დატვირთვის გავლენას და მხედველობაში არ გვქონდა მიღებული საკუთარი წონა. საკუთარი წონის მიახლოებით განსაზღვრისათვის შემდეგი თანაფარდობა გვაქვს:

$$\frac{W_{brutto}}{F_{brutto}} = K \cdot h ,$$

სადაც K —მხოლოდ და მხოლოდ კოქის კვეთის ფორმაზე დამოკიდებული კოეფიციენტი.

ორტეგებრი დამოქლონებული კოქისათვის

$$K = 0,35.$$

აქედან, თუ დაენიშნავთ კვეთის h სიმაღლეს და საკუთარი წონის გავლენის გარეშე წინასწარ გამოვითვლით W -ს, საკმარისი მიახლოებით გამოვითვლით კვეთის F ფართობს და შემდეგ კოქის წონასაც:

$$P = \varphi \cdot \gamma \cdot F \cdot l ,$$

სადაც: γ —ერთეული მოცულობის წონა, φ —კონსტრუქციული კოეფიციენტი, რომელიც ითვალისწინებს ნაფენების, სიხისტის კუთხედების მოქლონთა თავების წონას და ზომების კონსტრუქციულ გადიდებას საანგარიშოსთან შედარებით. შეგვიძლია მივიღოთ:

$$\varphi = 1,20 - 1,30 \text{ საშუალოთ } 1,25.$$

ჩვენს კერძო შემთხვევაში ვერტიკალური კედლის სისქე იყოს $\delta = 1$ სმ, სიმაღლე კი შევარჩიოთ საშიშ კვეთში ხლეჩვაზე გაანგარიშებიდან, ამ კვეთში, ე.ი. საყრდენის ზემოთ აღვილი აქვს $M a x m a x Q$ -ს.

საკუთარი წონის გავლენას ჯერ მხედველობაში არ მივიღებთ, მაგრამ გაანგარიშებას ჩავატარებთ ერთგვარი მარაგით; გვაქვს:

$$\tau = \frac{M a x m a x Q}{0,85 h \delta} \leq R_t ,$$

ანუ

$$\tau = \frac{32800}{0,85 \cdot h \cdot 1} < 1050,$$

საიდანაც:

$$h > \frac{32800}{0,85 \cdot 1050} = 37 \text{ სმ.}$$

პრაქტიკული მოსაზრებებით, რომ კოქმა არ მოგვეცეს მნიშვნელოვანი ნაღუნები, სიმაღლე მალის $\frac{1}{8}$ -ის ტოლად მივიღოთ, ე. ი.

$$h = \frac{1}{8} \quad l = \frac{840}{8} = 105 \text{ სმ.}$$

ნორმალურ კინეზზე გაანგარიშებით, მიახლოებით, გვაქვს (საკუთარი წონა მხედველობაში არა გვაქვს მიღებული):

$$\frac{M a x m a x M}{0,80 W_{brutto}} \leq R,$$

ანუ

$$\frac{6130000}{0,80 W_{brutto}} \leq 1400,$$

საიდანაც,

$$W_{brutto} > 5500 \text{ სმ}^2.$$

შემდეგ:

$$F_{brutto} = \frac{W_{brutto}}{K \cdot h} = \frac{5500}{0,35 \cdot 105} = 150 \text{ სმ}^2,$$

და საკუთარი წონა:

$$P = \varphi \cdot \gamma \cdot F_{brutto} \cdot l = 1,25 \cdot 7850 \cdot 150 \cdot 840 \cdot \frac{1}{100^3} = 1250 \text{ კგ.}$$

დატვირთვის ინტენსივობა საკუთარი წონიდან შეადგენს:

$$p = \frac{P}{8,4} = \frac{1250}{8,4} = 150 \text{ კგ. გრძივ მეტრზე.}$$

განესაზღვროთ საკუთარი წონის მიერ კოქის შერჩეულ კვეთებში გამოწვეული მლუნავი მომენტების სიდიდეები:

$$M_1''' = \frac{0,150 \cdot 1,4 (8,4 - 1,4)}{2} = 0,735 \text{ ტ.მ.}$$

$$M_2''' = \frac{0,150 \cdot 2,8 (8,4 - 2,8)}{2} = 1,176 \text{ ტ. მ.}$$

$$M_3''' = \frac{0,150 \cdot 8,4^2}{8} = 1,323 \text{ ტ. მ.}$$

$$M_4''' = M_2''' = 1,176 \text{ ტ. მ.}$$

$$M_5''' = M_1''' = 0,735 \text{ ტ. მ.}$$

უდიდესი მომენტები სრული დატვირთვის მიერ გამოწვეული, საკუთარი წონის გათვალისწინებით, განხილული კვეთებისათვის მოყვანილია ცხრილში

$$\text{Max } M = \text{Max } M' + \text{Max } M'' + \text{Max } M'''.$$

M ტ. მ.-ში	I კვეთი	II კვეთი	III კვეთი	IV კვეთი	V კვეთი
მოდრავი დატვირთვისაგან .	33,300	53,300	60,000	53,300	33,300
მუდმივი დატვირთვისაგან .	0,735	1,176	1,323	1,176	0,735
საკუთარი წონისაგან .	0,735	1,176	1,323	1,176	0,735
<i>Max M</i> . . .	34,77	55,65	62,65	55,65	34,77

$$\text{Max } \text{max } M = 62,7 \text{ ტ. მ.}$$

Max M—ის მიღებულ სიდიდეებიდან თითოეულ კვეთისათვის სათანადო მასშტაბით ვაგებთ ორდინატებს, რომლებიც უდრის ძილებულ *Max M*—ს; ორდინატების ბოლოებს შევავერთებთ მრუდით, მაშინ კოქის სიგრძეზე მივიღებთ მღუნავ მომენტთა ეპიურას, ყველა დატვირთვის ერთიანი მოქმედების შემთხვევაში (ნახ. 125, ნაკ. 6).

საანგარიშო გადამჭრელი ძალა საკუთარი წონის გათვალისწინებით იქნება:

$$\text{Max } \text{max } Q = 32,8 + \frac{0,150 \cdot 8,4}{2} = 33,4 \text{ ტ.}$$

ახლა შეუდგეთ კვეთების ზომების შერჩევას. ჯერ-ჯერობით ჩვენ გვაქვს მხოლოდ შევული ფურცლის $\delta = 1$ სმ სისქე და კოქის $h = 105$ სმ სიმაღლე. კოქის სიმაღლე მიიღება ვერტიკალური ფურცლის სიმაღლისა და პორიზონტალური ფურცლების სისქეთა შეკრებით, თუ ასეთები (პორიზ. ფურცლები) მოიპოვება.

მაშასადამე, იგი ნაკლებად განსხვავდება ვერტიკალური ფურცლის სიმაღლესაგან. ამიტომ ვერტიკალური ფურცლის განზომილებათ მიუღოთ 1×105 სმ, მასთან ვიგულისხმობთ, რომ კოქის სიმაღლე ცოტათი ნეტი იქნება.

საკუთარი წონის გაელენაზე შესწორებით საკირო წინალობის მომენტი ააშიშ კვეთში განისაზღვრება პირობიდან:

$$\frac{6265000}{0,80 \cdot W_{brutto}} \leq 1400,$$

საიდანაც

$$W_{brutto} \geq 5600 \text{ სმ}^3.$$

კვეთების შერჩევისათვის, როდესაც ვერტიკალური ფურცლის სიმაღლეა $h=105$ სმ, რაც აკმაყოფილებს მოთხოვნილებას, რომ წინალობის W_{brutto} მომენტი უდრიდეს 5600 სმ³, ჩვენ შემდეგნაირად ვიქცევით.

ჯერ-ჯერობით ვერტიკალური ფურცლის სიმაღლესთან შედარებით ჰორიზონტალური ფურცლების სისქის უგულვებლყოფით გვექნება:

$$J_{brutto} = \frac{h}{2} W_{brutto} = \frac{105}{2} \cdot 5600 = 294000 \text{ სმ}^4.$$

კვეთის ინერციის მომენტი წარმოადგენს ვერტიკალური ფურცლის, კუთხედების და ჰორიზონტალური ფურცლების ინერციის მომენტების ჯამს.

ვერტიკალური ფურცლის ინერციის მომენტი ცნობილია:

$$J_{გ.ფ.} = \frac{\delta h^3}{12} = \frac{1 \cdot 105^3}{12} = 96470 \text{ სმ}^4.$$

ორ კუთხედს მათზე მიმაგრებული ჰორიზონტალური ფურცლებით სარტყელი უწოდოთ. გვაქვს 2 სარტყელი. თითოეული სარტყელის ინერციის მომენტარ ნეიტრალური ღერძის მიმართ წარმოადგენს შემდეგი ორი სიდიდის ჯამს: ერთია—ინერციის მომენტი სარტყელის ცენტრალური ღერძის მიმართ და მეორე, სარტყელის ფართობის ნამრავლი მის ცენტრალურ ღერძ დან კვეთის ნეიტრალურ ღერძამდე დაშორების მანძილის კვადრატზე. სიმკირის გამო უყურადღებოთ ვტოვებთ პირველ წევრს, რასაც ავინაზღაურებთ სარტყელის ცენტრალურ ღერძიდან ნეიტრალურ ღერძამდე ჰარბი დაშორებით, სახელდობრ მას გაუტოლებთ ვერტიკალური ფურცლის სიმაღლის ნახევარს. მაშინ, თუ სარტყელის ფართობს აღვნიშნავთ ω ასოთი, ორთავე სარტყელის ინერციის მომენტის მიახლოებით მნიშვნელობას მივიღებთ ნეიტრალური ღერძის მიმართ;

$$\begin{aligned} \text{სართყელების} &= 2a \left(\frac{h}{2} \right)^2 = \frac{ah}{2} = \\ &= a \cdot \frac{105^2}{2} = 5512,5 \text{ ა.} \end{aligned}$$

აქედან

$$J_{\text{brutto}} = J_{\text{ვ.ფ.}} + \text{სართყელების} = 96470 + 5512,5 \text{ ა.}$$

თუ ჩავსვამთ $J_{\text{brutto}} = 294000$ სმ⁴ მნიშვნელობას, მივიღებთ:

$$a = \frac{294000 - 96470}{5512,5} = 36,4 \text{ სმ}^2.$$

ახლა, როდესაც ჩვენთვის უკვე ცნობილია სართყელების საკირო ფართობი, შეგვიძლია შეუდგეთ მათი კვეთების შერჩევას.

სორტამენტთა ცხრილიდან შევარჩევთ შემდეგი განზომილების ორ კუთხედს:

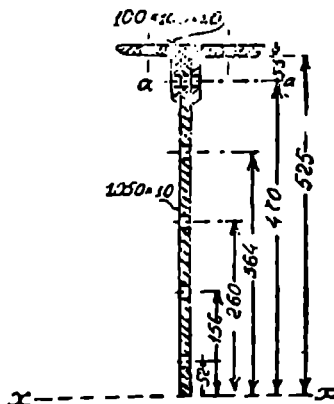
$$100 \times 100 \times 10 \text{ მმ},$$

რომლის ფართობია:

$$2 \times 19,17 = 38,34 \text{ სმ}^2.$$

სართყელი ორი კუთხედისაგან აკმაყოფილებს მოთხოვნილებას, და ამიტომ ჰორიზონტალური ფურცლები საკირო არ არიან.

საბოლოოდ კოქის კვეთი შედგება: ვერტიკალური ფურცლისა 1×105 სმ. და 4 კუთხედისაგან $100 \times 100 \times 10$ მმ. (ნახ. 130).



ნახ. 130

იმის გამო, რომ კვეთის შერჩევისას ჩვენ ერთგვარი დაშვებებით ვისარგებლეთ, რომლებსაც შეიძლება გავლენა ჰქონდეთ შედეგის სიზუსტეზე ამიტომ უნდა შევამოწმოთ შერჩეული კვ. თი.

მოქლონებს შემდეგნაირად განვალაგებთ: კუთხედების ვერტიკალურ-ფურცელზე მიმაგრებულ მოქლონებს კუთხედების თაროების შუა ნაწილში მოვათავსებთ, დანარჩენებს ვერტიკალურ ფურცლებში ერთი შეორესაგან-დაახლოებით $5d = 100$ მმ. მანძილზე (თუ მოქლონის დიამეტრს მივიღებთ $d = 20$ მმ) მაგრამ იმ ვარაუდით, რომ ნაპირა მოქლონებში აღდგილი არ-ჰქონდეს ნაბიჯის დარღვევას; მაშინ მოქლონების ნაბიჯი იქნება:

$$e = \frac{2 \cdot 470}{9} = 104 \text{ მმ.}$$

J_{netto} -ს გაანგარიშებისას უგულებელვყოფთ, როგორც ძალზედ მცირე-სიდიდეებს, სამოქლონო ნახვრეტების ინერციის მომენტებს თავთავიანთი-ცენტრალური ღერძების მიმართ. დაეწერათ ჩვენს მიერ შერჩეული *netto*-პროფილის ინერციის მომენტის გამოსახულება:

$$J_{netto} = \frac{1 \cdot 105^3}{12} + 4 [176,3 + 19,17 (52,5 - 2,8)^2] - 2 \cdot 2,2 \cdot 1 (5,2^2 + 15,6^2 + 26^2 + 36,4^2 + 3 \cdot 47,0^2) = 96470 + 190110 - 39100 = 247500 \text{ სმ}^4.$$

როდესაც გვაქვს J_{netto} , ვიპოვიით:

$$W_{netto} = \frac{J_{netto}}{\frac{h}{2}} = \frac{247500}{52,5} = 4700 \text{ სმ}^3.$$

აქედან შეგვიძლია შევამოწმოთ ნორმალური კინვა:

$$\sigma = \frac{Max \ max \ M}{W_{netto}} = \frac{6265000}{4700} = 1330 < 1400 \text{ კგ/სმ}^2.$$

ამნაირად, წინასწარი გაანგარიშების დროს ჩვენს მიერ მიღებული-დაშეგები კვეთის ისეთ განზომილებებს გვაძლევს, რომელიც აკმაყოფი-ლებს მოთხოვნილებებს განივი კვეთის ნორმალური კინვის მიმართ.

$Max \ max \ Q$ -ზე შემოწმებას არ ვაწარმოებთ იმ დიდი მარაგის-გამო, რომელიც მიღებული გვქონდა წინასწარი გამოთვლების დროს.

ჩვენ შევარჩიეთ კოქი მუდმივი კვეთით. სარტყელები, კუთხედების-გარდა ჰორიზონტალურ ფურცლებისგანაც რომ შესდგებოდეს, მაშინ მალის-

ფარგლებში ჰორიზონტალური ფურცლების ჩამოგლეჯვით ცვლად კვეთიან კოქს მივიღებდით, მასთან კვეთების ცვლილება საფეხურებად მოხდებოდა. ასეთ შემთხვევაში კვეთის შემოწმებისათვის ჩვენ დაგვკვირდებოდა 125-ე ნახაზის მე-6 ნაკვეთის $Max M$ -ის მთელი ეპიურა არა მარტო იქ, სადაც არის $Max max M$, არამეთ ფურცლების ჩამოგლეჯვის ადგილებზეა.

§ 46. $Max M$ და $Max Q$ -ს განსაზღვრა კონსოლიანი კოქებისათვის

თუ საქიროა კონსოლიანი კოქის მოცემულ კვეთში მლუნავი მომენტის და გადამკრელი ძალის უდიდესი მნიშვნელობების განსაზღვრა, ამის შესრულება ყველაზე ადვილია გავლენის ხაზის საშუალებით. ზემოთ § 30 და § 31-ში ვაჩვენეთ, თუ როგორ აიგება გავლენის ხაზი კონსოლიან კოქებისათვის. იქვე დაფრწმუნდით, რომ M და Q -ს გავლენის ხაზებს მოცემულ კვეთში აქვთ დადებითი და უარყოფითი უბნები. $Max M$ და $Min Q$ -ს განსაზღვრისათვის და სათანადოთ, $Max M$ და $Min M$ -ის განსაზღვრისათვის მოძრავი დატვირთვით უნდა დაიტვირთოს გავლენის ხაზის ან ყველა დადებითი ან ყველა უარყოფითი უბნები, რამდენადაც ამის საშუალებას იძლევა დატვირთვის გვაროვნება. ამნაირად $Max Q$ და $Max M$ -ის განსაზღვრით კოქის სხვადასხვა კვეთებისათვის, მივიღებთ:

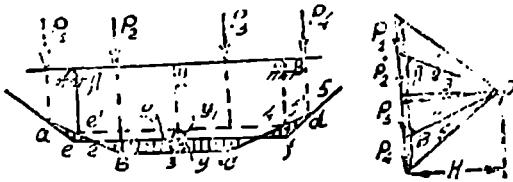
$$Max max M \text{ და } Max max Q.$$

ლუნვისადმი ტოლწინალობის კოქის კვეთების შერჩევისათვის შედეგები დაიყვანება უდიდესი მლუნავი მომენტების ეპიურაზე.

$Max max M$ -ის გრაფიკულად განსაზღვრის ხერხი მარტივი კოქისათვის გამოყენებული ასეთივე ხერხის ანალოგიურია. ტვირთების განლაგებით უბანზე, რომელიც აღემატება კოქის სიგრძეს, ააგებენ აქტიურ ძალთა თოქის მრავალკუთხედს, გაატარებენ ჩამკეტებს, რომლებიც ესაბამებიან კოქის სხვადასხვა მდებარეობას დატვირთვის მიმართ, და კოქის თითოეულ მდებარეობისათვის $Max M$ -ის განსაზღვრით, პოულობენ $Max max M$ -ს. აქედან ვხედავთ, რომ ერთად-ერთი სიძნელე ჩამკეტის გატარებაში მდგომარეობს. ვაჩვენეთ, თუ როგორ შეიძლება ამის შესრულება.

ა) ორ საყრდენზე თავისუფალად მდებარე კონსოლიანი კოქი. 131-ე ნახაზზე აგებულია აქტიურ ძალთა $abcd$ თოქის მრავალკუთხედი. აქტიური ძალების და საყრდენთა A და B რეაქციების წონასწო-

რობის გამო, გარე ძალთა სისტემის (აქტიური და პასიური ძალების) თოკის მრავალკუთხედი ჩაეკტილი უნდა იყოს. აგებული მრავალკუთხედის ნაპირა გვერდების ვაგრძელებით e და f წერტილებამდე, სადაც იკვეთება A და B



ნახ. 131

ძალთა მიმართულდებიანი, ვაერთებთ ამ წერტილებს. სწორედ ef სწორხაზი იქნება ჩაეკტი გვერდი. მიღებული მრავალკუთხედი (წახაზული), როგორც ცნობილია, წარმოადგენს მლუნავ მომენტთა ეპიურას ტვირთის მოცემულ მდებარეობისათვის კოქის მიმართ.

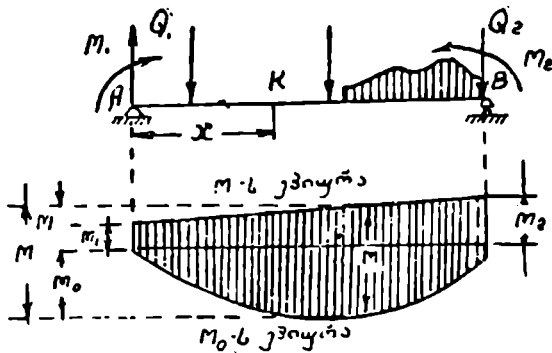
ადილი შესამჩნევია, რომ უბრალო (უკონსოლო) AB კოქისათვის მომენტთა ეპიურა იქნებოდა $e'bcf$. ამას გარდა, ee' და ff' კონსოლიანი კოქის მლუნავი მომენტებია საყრდენთა კვეთებში (საყრდენთა მლუნავი მომენტები). მალის ნებისმიერ k კვეთისათვის გვაქვს:

$$y = y_0 - y_1$$

სადაც y ორდინატია ეპიურის k წერტილში კონსოლიან კოქისათვის, y_0 —იგივე მარტივ (უბრალო) კოქისათვის, ხოლო y_1 —ორდინატი, ე. წ. საყრდენთა მომენტების ხაზისა (იგი საყრდენთა წერტილების მიერთებელი სწორხაზია; საყრდენთა წერტილები ესაბამება საყრდენთა მლუნავი მომენტების ee' და ff' ორდინატებს).

დავამტკიცოთ, რომ ასეთ დამოკიდებულებას ადგილი აქვს ნებისმიერ კოქისათვის, რომლებსაც აქვთ საყრდენთა მლუნავი მომენტები. კონსოლიანი კოქები ასეთი კოქის მხოლოდ კერძო შემთხვევას წარმოადგენს. განსახილველი AB მალის გარეშე მდებარე კოქის ნაწილების მოშორებით (ნახ. 132), მათ მოქმედებას ვცვლით საყრდენთა M_1 და M_2 მლუნავი მომენტებით და საყრდენთა Q_1 და Q_2 განივი ძალებით. განივი ძალები უშუალოთ გადაეცემა საყრდენებს, მლუნავი მომენტები კი გავლენას ახდენენ AB მალის მუშაობაზე. ძალთა ქმედების დამოუკიდებლობის კანონის საფუძველზე AB მალის ფარგლებში დაყენებული ტვირთისა და

M_1 და M_2 ძალო წვეილები ერთობლივი კმედებით მლუნავი მომენტი რომელიმე კვეთში იქნება:



ნახ. 132

$$M = M_0 + \left[\frac{M_1}{l} (l-x) + \frac{M_2}{l} x \right]$$

სადაც M_0 —მარტივი AB კოქის მლუნავი მომენტი, იგი გამოწვეულია მალის ფარგლებში დაყენებული დატვირთვის მიერ.

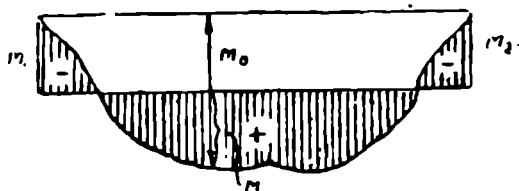
თუ ჩვენ ავაგებთ ცალკე M_0 -ის ეპიურას და

$$m_1 = \frac{M_1}{l} (l-x) + \frac{M_2}{l} x$$

ეპიურას, ამ ეპიურათა ორდინატების ალგებრული ჯამი მოგვცემს M -ის ეპიურის ორდინატებს. m -ის ეპიურა წარმოადგენს სწორხაზს (პირველი ხარისხის განტოლება x -ის მიმართ); როდესაც $x=0$, $m_1=M_1$; როდესაც $x=l$, $m_2=M_2$. ალგებრული შეკრებისათვის M_0 და m -თვის დადებითი ორდინატების მოპირდაპირე მიმართულებები უნდა შევარჩიოთ. 132-ე ნახაზზე წარმოადგენილია M მლუნავ მომენტთა ასეთი აგება დადებითი M_1 და M_2 საყრდენთა მომენტების შემთხვევაში. უარყოფითი საყრდენთა მომენტების შემთხვევაში ეპიურა წარმოიდგინება 133-ე ნახაზის ან 131-ე ნახაზის მიხედვით. აქედან—წესი:

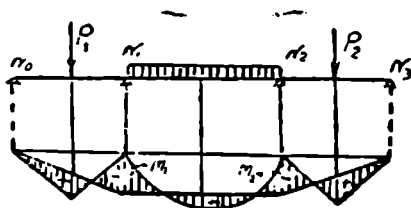
როდესაც ცნობილია მრავალმალნი ან კონსოლიანი კოქის საყრდენთა მლუნავი მომენტები, მაშინ მლუნავ მომენტთა ეპიურა შეიძლება ავაგოთ შემდეგნაირად: თითოეულ მალისათვის ცალ-ცალკე აი-

გება M_0 მომენტების ეპიურა ისე, როგორც მარტივ კოქისათვის (ერთხალისანი უკონსოლო კოქისათვის), ამის შემდეგ თითოეული საყრდენის ქვემოთ მოიზომება სათანადო საყრდენთა მომენტების ტოლი ორდინატები, მასთან



ნახ. 133

ამ ორდინატებისათვის დადებითი მიმართულება შებრუნებულია. ორდინატების ბოლოები სწორხაზებით ერთდება (ეს ხაზებია საყრდენთა მლუნავი მომენტის ხაზები). M ეპიურა მიიღება, თუ წაეხაზავთ სივრცეს აგებულ ეპიურებს შორის (ნახ; 134).

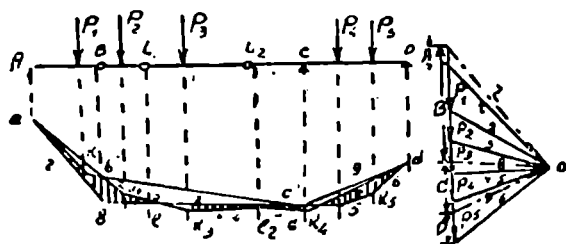


ნახ. 134

ბ) გერბერის კოქები

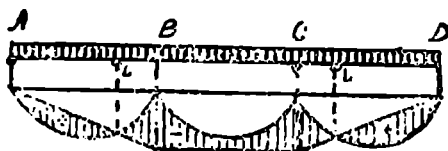
აეაგებთ აქტიურ ძალთა თოქის მრავალკუთხედს $a k_1 k_2 k_3 k_4 d$ (ნახ. 135). ცხადია, რომ AB მალისათვის მარტივი კოქის M_0 მომენტთა ეპიურა იქნება $a k_1 b_1$; BC მალისათვის $b_1 k_2 k_3 c_1$ და CD მალისათვის $c_1 k_4 k_5 d$. გერბერის კოქის მომენტთა ეპიურის ასაგებათ საყრდენ წერტილებში უნდა მოვზომოთ საყრდენთა მომენტების შესაბამისი ორდინატები. ჩვენთვის ცნობილია M_A და M_D , რომლებიც ნულის ტოლებია. M_B და M_C უცნობებია. მაგრამ ჩვენ ვიცით, რომ L_1 და L_2 წერტილებში (სახსრებში) მლუნავი მომენტი $M=0$. მაშასადამე, ჩაშკეტმა უნდა გაიაროს

l_1 და l_2 წერტილებზე. იგი შვეულებზე B და C საყრდენების ქვემოთ b_1 და c_1 მონაკვეთებს მოჰკვეთავს, რომლებიც ესაბამებიან საყრდენ მომენტებს. რადგან ამ გზით განისაზღვრა ყველა საყრდენთა მომენტები, შემდგომი აგება არავითარ სიძნელეს არ წარმოადგენს: b წერტილი უერთდება a წერტილს და c წერტილი d წერტილს.



ნახ. 135

136-ე ნახაზზე აგებულია გერბერის კოქისათვის; მლუნავ მომენტთა ეპიურა; კოქი დატვირთულია მთლიანი თანაბარი ტვირთით, მასთან აქტიურ ძალთა თოკის შრუდის ნაცვლად, M_0 მომენტების ეპიურა აგებულია ისე, როგორც მარტივ კოქისათვის, რომელიც ეყრდნობა იმავე საყრდენებს.



ნახ. 136

აგება დაფუძნებულია იმაზე, რომ საყრდენთა მომენტები A და D წერტილებში ნულის ტოლებია, ხოლო L_1 და L_2 სახსრებში ნულის ტოლია სრული მომენტები (M_0 და M -ის ალგებრული ჯამება).

მეშვიდე თავი

ფერმების განსაზღვრება მოძრავ დატვირთვაზე

§ 46. მოძრავი დატვირთვით გამოწვეული Max და Min ძალგათა განსაზღვრა

ფერმის რომელიმე ძელაკში აბსოლუტური სიდიდით უდიდესი ძალის განსაზღვრისათვის უმჯობესია ვისარგებლოთ გავლენის ხაზის აგების მეთოდით. 33, 34 და 35 პარაგრაფებში ჩვენ შევისწავლეთ ფერმის ძელაკებში ძალვისათვის გავლენის ხაზის აგების ხერხი. გავლენის ხაზის აგების შემდეგ არახელსაყრელად დატვირთავენ მალს.

თუ ფერმის მოცემული ელემენტის ძალვის გავლენის ხაზის ყველა ორდინატს ერთნაირი ნიშანი აქვს, მაშინ არახელსაყრელად დაიტვირთება მთელი მალი. თუ კი გავლენის ხაზს აქვს დადებითი და უარყოფითი უბნები, მაშინ მოძრავი ტვირთით დაიტვირთება ან მხოლოდ დადებითი ან მხოლოდ უარყოფითი მალის უბნები. შესაბამისად მივიღებთ:

$Max S$ და $Min S$

$Max S$ —უდიდესი დადებითი (გამკვიმავი) ძალგაა მოცემულ ძელაკში,
 $Min S$ —აბსოლუტური სიდიდით უდიდესი უარყოფითი (მკუმშავი) ძალგაა.

§ 47. მუდმივი დატვირთვის გავლენა

მუდმივი დატვირთვით გამოწვეული ძალები განიზღვრება IV-ე თავში განმარტებული ერთ-ერთი ხერხით, (რიტერის, კრემონის, კულმანის), ან გავლენის ხაზების გამოყენებით, რაც უფრო ხელსაყრელია, რადგან გავლენის ხაზი მაინც აიგება მოძრავი დატვირთვით გამოწვეული $Max S$ და $Min S$ -ის განსაზღვრისათვის.

ჩვეულებრივად მუდმივი დატვირთვა ნეაჩარაუდევია, როგორც მთლიანი, თანაბრად განაწილებული დატვირთვა. მაშინ მუდმივი დატვირთვით გამოწვეული ძალვა

$$S_n = q a = q (a_1 - a_2),$$

სადაც w —გავლენის ხაზის სრული ფართობია, w_1 —დაღებითი უბნის ფართობია, w_2 —კი უარყოფითი უბნის ფართობი.

ფერმის პროცემულ ელემენტში სრული ძალვა:

$$Max T = S_n + Max S,$$

$$Min T = S_n + Min S.$$

მაგალითად, იმ შემთხვევაში, როდესაც მოძრავი დატვირთვა k ინტენსივობის მთლიანი, თანაბრად განაწილებული დატვირთვაა, მაშინ

$$Max S = +kw_1;$$

$$Min S = -kw_2;$$

$$Max T = qw + kw_1;$$

$$Min T = qw - kw_2.$$

§ 48. ფერმის საკუთარი წონის გავლენა

ფერმის ელემენტების განივი ზომის შერჩევამდე ფერმის საკუთარი წონა უცნობია. კვეთთა შერჩევა შეიძლება მხოლოდ მთელი დატვირთვის და მათ შორის საკუთარი წონის გათვალისწინებით. ამიტომ წინასწარ საკუთარი წონის მიახლოებითი მნიშვნელობა უნდა დაენიშნოს. ამის შესრულება შეიძლება ან 1) ცნობარებში მოყვანილი ემპირიული ფორმულების საშუალებით, ან 2) არსებული ფერმების წონების მიხედვით ან 3) თეორიული მოსაზრებებით. პირველ ორ ხერხს იყენებენ მხოლოდ ფერმების ჩვეულებრივი განზომილების შემთხვევაში, მესამე ხერხი კი ყველა შემთხვევაში იძლევა საკმარისად ზუსტ შედეგებს. ეს ხერხი უფრო მისაღებია და ჩვენც მასზე შევჩერდებით.

ამნაირად, მუდმივი დატვირთვა შესდგება საკუთარი წონისა და გარეშე მუდმივი დატვირთვისაგან. როგორც ერთი, ისე მეორე თანაბრად არის განაწილებული ზალზე. საკუთარი წონის ინტენსივობა იყოს p , ხოლო გარეშე მუდმივი დატვირთვის ინტენსივობა u , სრული ინტენსივობა კი q მაშინ,

$$q = p + u$$

მოძრავი დატვირთვით ფერმის ელემენტებში გამოწვეული უდიდესი ძალები ცალკე განიზღვრება. მოძრავი დატვირთვით გამოწვეული საანგარიშო ძალვა S_0 -ით აღენიშნოს, იგი აბსოლუტური სიდიდით უდიდესია $Max S$ და $Min S$ შორის.

თუ

$$\text{Max } S > \text{Min } S,$$

მაშინ

$$S_0 = \text{Max } S.$$

თუ

$$\text{Max } S < \text{Min } S.$$

მაშინ

$$S_0 = -\text{Min } S.$$

ადვილი შესამჩნევია, რომ მოცემულ ძელაკისათვის ძალვა მუდმივ დატვირთვისაგან $q > 0$ როდესაც $\text{Max } S > \text{Min } S$, რადგან მაშინ $\alpha_1 > \alpha_2$; $q < 0$ როდესაც $\text{Max } S < \text{Min } S$, რადგან მაშინ $\alpha_1 < \alpha_2$. მაშასადამე, $S_0 + q$ არითმეტიკული ჯამია. მისი აბსოლუტური სიდიდე:

$$|S_0 + q| = |S_0| + q |a|.$$

დასაშვები კინვა მოცემულ ძელაკისათვის R -ით აღვნიშნოთ. მაშინ განვივი კვეთის თეორიული ფართობი

$$F = \frac{|S_0| + q |a|}{R}$$

თეორიული მოცულობა:

$$V_F = \frac{|S_0| + q |a|}{R} \cdot l,$$

სადაც l —მოცემული ელემენტის სიგრძეა.

თეორიული წონა:

$$\gamma V_F = \frac{|S_0| + q |a|}{R} \cdot \gamma l,$$

სადაც γ —ერთეული მოცულობის წონაა.

მთელი ფერმის თეორიული წონა მიიღება შეჯამებით:

$$\Sigma \gamma V_F = \Sigma \frac{|S_0| + q |a|}{R} \cdot \gamma l.$$

ფერმის ნამდვილი წონა მიიღება თეორიული წონის გამრავლებით ე. წ. კონსტრუქტიულ კოეფიციენტზე $\psi > 1$, რომელიც ითვალისწინებს: საპირო მარაგს გაანგარიშების დროს, დასუსტებას მოქლონე-

ბით (რის გამო თეორიული ფართობი $F_{netto} <$ მთლიან ფართობზე F_{brutto}) - დამატებითი ნაწილების - ნაფენების, შუა საფენების, ფასონური ფურცლების (კვანძებში), სიხისტის კუთხედების, და სხვათა წონას. მეორეს მხრივ ფერმის საკუთარი წონა უდრის:

$$pL = (q - u) L = qL - uL = qL - P,$$

სადაც $P = uL$ - გარეშე მუდმივი დატვირთვის წონაა. გათანასწოებით, მივიღებთ:

$$\psi \cdot \Sigma \frac{(|S_0| + q |w|) L}{R} = qL - P,$$

საიდანაც

$$q = \frac{P + \psi \Sigma \frac{|S_0| L}{R}}{L - \psi \Sigma \frac{|w| L}{R}}. \quad (*)$$

(*) ფორმულაში ყველა სიდიდე ცნობილია, მაშასადამე, შეიძლება მუდმივი მთლიანი დატვირთვის q ინტენსივობის განსაზღვრა, აგრეთვე შეიძლება საკუთარი წონის p ინტენსივობის განსაზღვრა:

$$p = q - u.$$

(*) ფორმულის გამოყენების სიზუსტე მხოლოდ იმაზეა დამოკიდებული, თუ რამდენად ხელსაყრელად და მოხერხებულად არის შერჩეული კონსტრუქტიული ψ კოეფიციენტი. პრაქტიკა გვიჩვენებს, რომ ამ კოეფიციენტის სიდიდე ირყევა ზღვრებში 1,5-დან 2-მდე, და მაგალითად, სახიდე ფერმებში იგი საკმარისად უახლოვდება 1,75. მოქმედების რიგ რეკომენდირებულია განლაგდეს ქვემოთ მოყვანილი ცხრილის მიხედვით.

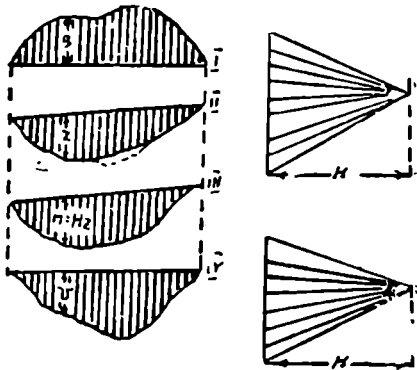
$ a b + ^{\circ}S = L $ ලදකැබලිවලට පහසු -පමණි පද්ධතියකට අදාළ -අංශ (කළමනාකරණ) පමණි	IX	
$ a b$ ක්ෂේත්‍ර පද්ධතිය -කළමනාකරණ පද්ධතිය -අංශ ක්ෂේත්‍ර පද්ධතිය	VIII	
$\frac{R}{ a }$	VII	ආර්ථික ක්ෂේත්‍ර
$\frac{R}{ ^{\circ}S }$	VI	ආර්ථික ක්ෂේත්‍ර
$ S $ ලදකැබලිවලට -පහසු පද්ධතියකට අදාළ -පමණි අදාළ පද්ධතිය -අංශ ක්ෂේත්‍ර පද්ධතිය	V	1
$ ^2a - ^1a = a $ ක්ෂේත්‍ර පද්ධතියකට අදාළ පද්ධතියකට අදාළ	IV	
ලදකැබලිවලට අදාළ	III	
පද්ධතිය	II	
පද්ධතිය	I	1 2 3 4 5 6 7

მეკვე თაში

სტატიკურად ჩკვევადი კოჭების და შერეების
დეფორმაციები

§ 49. კოჭის ნალუნის განსაზღვრის გრაფიკული ხერხი

ვთქვათ კოჭზე მოქმედებს მთლიანი და ტვირთვა და I ხაზი სატვირთო ხაზია (ნახ.137).



ნახ. 137

მოცემულ დატვირთვისათვის ავაგოთ თოკის მრუდი, (II) საპოლუსო მანძილი იყოს H . როგორც ცნობილია (თავი VI, § 39) კოჭის ნებისმიერ C კვეთისათვის M მღუნავი მომენტი უდრის ძალთა მასშტაბში გაზომილ საპოლუსო H მანძილის ნამრავლს თოკის მრავალკუთხედის ნაპირა გვერდებს შორის z მონაკვეთზე (z იზომება იმ მასშტაბში, რომლითაც მოზომილია კოჭის შალი), ე. ი. გვაქვს:

$$M = H \cdot z$$

შეორეს მხრივ, შვედლერის თეორემით

$$\left| \frac{dM}{dx} \right| = | Q |$$

$$\left| \frac{d^2M}{dx^2} \right| = | q |$$

ან, ჩასმით, მივიღებთ:

$$\left. \begin{aligned} \left| \frac{dM}{dx} \right| &= H \left| \frac{dZ}{dx} \right| ; \\ \left| \frac{d^2M}{dx^2} \right| &= H \left| \frac{d^2Z}{dx^2} \right| = | q | \end{aligned} \right\} . \quad (*)$$

აი ეს არის თოკის მრუდის განტოლება, რომელიც II-ე თავის § 13-ში ამოხსნილი იყო სხვა ხერხით.

(II) ხაზის ყველა ორდინატი H ჯერ რომ გავადიდოთ, მივიღებთ

(III) ხაზს ორდინატებით:

$$H \cdot z = M,$$

ე. ი. მლუნავ მომენტთა ეპიურას.

(III) ხაზი სატვირთო ხაზად მივიღოთ და მისთვის ' ავაგოთ თოკის მრუდი (IV) ნებისმიერი საპოლუსო H მანძილით, მიწინ (*) გამოსახულების საფუძველზე (III) სატვირთო ხაზის და თოკის მრუდის ორდინატებს შორის იარსებებს თანაფარდობა:

$$H_1 \left| \frac{d^2u}{dx^2} \right| = | M | . \quad (*)$$

ჩვენ ვიცით დამოკიდებულება ნალუნებსა და მლუნავ მომენტებს შორის:

$$EJ \cdot \left| \frac{d^2y}{dx^2} \right| = | M | . \quad (**)$$

(**) გამოსახულებასთან შედარებით დავასკნით, რომ მომენტთა ეპიურის სატვირთო ხაზით მიღებით და მისთვის თოკის მრუდის აგებით ($H_1 = EJ$ საპოლუსო მანძილის შემთხვევაში), აღნიშნული მრუდი ნალუნთა მრუდი ანუ გალუნული ლერძი იქნება.

შევჩერდეთ მასშტაბებზე.

საპოლუსო H მანძალი იზომება იმავე მასშტაბით რომლითაც მოზომილია ძალები ძალთა მრავალკუთხედში. მაშინ x ორდინატები მანძილთა მასშტაბით უნდა გაიზომოს (რომლითაც მოზომილია კოქის სიგრძე). როდესაც სატვირთო ხაზით მივიღებთ მომენტთა ეპიურას, მაშინ ამ ეპიურას აბსცისები წარმოადგენენ სიგრძეებს, ორდინატები კი—მომენტებს, მაშასადამე, ძალები, რომლებიც წარმოადგენენ სატვირთო ხაზის ფართობებს, მომენტთა ორდინატებისა და სიგრძის ნამრავლით გამოიხატებიან, ე. ი.

$$\begin{aligned}(\text{მომენტი}) \times (\text{სიგრძე}) &= (\text{ძალა}) \times (\text{სიგრძე}) \times (\text{სიგრძე}) = \\ &= (\text{ძალა}) \times (\text{სიგრძე})^2.\end{aligned}$$

ეს ძალები რომელიმე მასშტაბით მოიზომებიან ძალთა მრავალკუთხედში, ასეთივე მასშტაბით უნდა მოიზომოს EJ საპოლუსო მანძილიც, რომელიც წარმოადგენს:

$$\left[\frac{\text{ძალა}}{(\text{სიგრძე})^2} \right] \times (\text{სიგრძე})^4 = (\text{ძალა}) \times (\text{სიგრძე})^2;$$

მაშინ y ნალუნების ტოლი u ორდინატები მანძილთა მასშტაბით მიიღება. მაგრამ იმის გამო, რომ კოქის ნალუნები მეტად მკირეა სიგრძესთან შედარებით, გაღუნული ღერძი ნახაზზე პრაქტიკულად დაემთხვევა ჩამკეტ სწორხაზს. ნახაზის ნათელყოფისათვის სასურველია ნალუნთა მრუდის დამახინჯებულად წარმოდგენა, სახელდობრ ისე, რომ ნალუნთა მასშტაბი მანძილთა მასშტაბზე დიდი იყოს.

თუ ჩვენ საპოლუსო მანძილთა მივიღებთ:

$$H_1 = \frac{EJ}{n},$$

მაშინ (*) გამოსახულების საფუძველზე:

$$\frac{EJ}{n} \cdot \left| \frac{d^2u}{dx^2} \right| = |M|$$

(**) გამოსახულებასთან შედარებით, პოულობთ:

$$\frac{1}{n} \cdot \frac{d^2u}{dx^2} = \frac{d^2y}{dx^2},$$

საიდანაც სათანადო ჩაკეტვის შემთხვევაში:

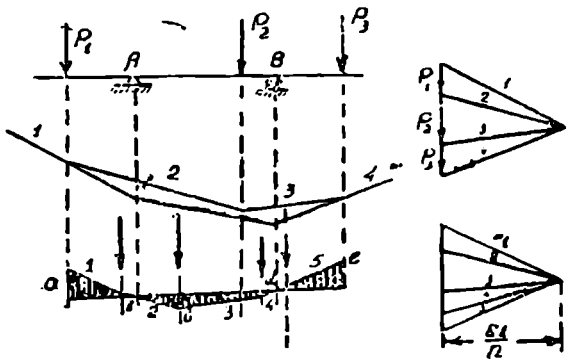
$$u = n \cdot y,$$

გ. ი. ნალუნები n -ჯერ დიდი მასშტაბით მოიზომება, ვიდრე ჰორიზონტალური მანძილთა მასშტაბი. ამნაირად, თუ, მაგალითად, გვსურს მივიღოთ ნალუნთა მრუდის ორდინატი 100-ჯერ უფრო დიდი მასშტაბით, ვიდრე აბსცისთა მასშტაბია, მაშინ საპოლუსო მანძილათ უნდა მივიღოთ

$$\frac{EJ}{100}$$

შეენიშნოთ, რომ თუ აგებულია თოკის მრუდი (II), მაშინ სრულიადაც არ არის საჭირო გარდაეჭმნათ იგი (III) მრუდათ, არამედ საჭიროა (II) ეპიურის უბნების ფართობები გადავამრავლოთ H -ზე, რის შემდეგაც სათანადო მასშტაბით უნდა მოვზომოთ ძალთა მრავალკუთხედში.

ჩამკეტის გატარების გზახეობებს განვმარტავთ კერძო მაგალითზე — კონსოლიან კოკზე (ნახ. 138).



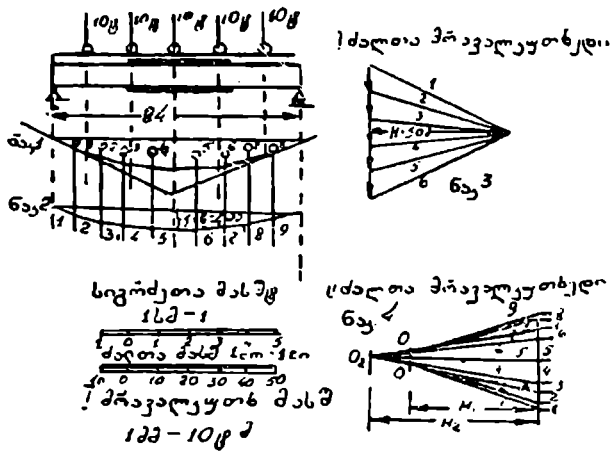
ნახ. 138

წინა შემთხვევის მსგავსად ავაგებთ $\frac{M}{H}$ ეპიურას და შემდეგ $abcde$ თოკის მრუდს; ჩვენ ვიცით, რომ A და B წერტილებში ნალუნები ნულის ტოლია; მაშასადამე, ჩამკეტი უნდა გადიოდეს b და d წერტილებზე.

ზემოთ განმარტებული სამართლიანია მუდმივი კვეთის კოქისათვის თუ კოქი ცვლად კვეთიანი იქნება, მას დავეყოფთ მუდმივ კვეთიან უბნებად და თითოეულ უბნისათვის ავაგებთ თოკის მრუდს წინა შემთხვევის მიხედვით, მასთან საპოლუსო მანძილები იქნება

$$\frac{E J_1}{n}, \frac{E J_2}{n}$$

და ა. შ. შემდეგ საჭიროა მივყენოთ თოქის მრუდის უბნები ერთიმეორეზე ისე, რომ უბნების საზღვრებზე ვადიოდეს საერთო მხები (გალუნული ლერძის სინარხარის პირობა). ეს იმას ნიშნავს, რომ წინა უბნის ძალთა მრავალკუთხედის სხივი და მიმყოლის პირველი სხივი უნდა დამთხვეს ერთიმეორეს. აგება ნათელია 139-ე ნახაზის მე-4 ნაკვეთიდან.



ნახ. 139

ვთქვათ საჭიროა 8,4 მ. მალიანი მთლიანი კოქის დრეკადი ხაზის აგება გრაფიკული ხერხით. კოქი შედგება 1050×10 მმ. ვერტიკალური ფურცლისა, 100×100×10 მმ. ზომის 4 კუთხედისა და 240 მმ. სიგანის და 10 მმ. სისქის 2 წყვილი პორიზონტალური ფურცლისაგან.

პირველი წყვილი ფურცლები გატარებულია კოქის მთელ სიგრძეზე მეორე წყვილი კი

$$8,4 - 2 \cdot 2,3 = 3,8 \text{ მ,}$$

სიგრძეზე სადაც 2,3 არის მანძილი A და B საყრდენებიდან მეორე წყვილი ფურცლების ჩამოგლეჯვის ადგილამდე.

მოდრავი ტვირდის მოქმედებით, რომელიც დაყენებულია მომენტის აბს. მაქსიმუმის სათანადო მდგომარეობაში, ავავოთ დრეკადი ხაზი ისე, რომ f ნალუნები ორჯერ მეტი მივიღოთ მათ ნატურალურ სიდიდეზე.

სიგრძეთა მასშტაბით მივიღოთ ნატურალური სიდიდის $\frac{1}{100}$, ძალ-

თა მასშტაბით კი 1 მმ. = 1 ტ, ამის შემდეგ ავავოთ 1-ლი ძალთა მრავალკუთხედი და მისი სათანადო 1-ლი თოკის მრავალკუთხედი ჩამკეტიო.

საპოლუსო მანძილი ნებისმიერად შევარჩიოთ $H=50$ ტ, მასშტაბში კი—50 მმ:

ცნობილია, რომ 1-ლი თოკის მრავალკუთხედის z ორდინატების ნამრავლი საპოლუსო H მანძილზე წარმოადგენს მღუნავ მომენტს კვეთში, რომლის ქვემოთაც აღებულია z ორდინატი, ე. ი.

$$M = z \cdot H.$$

რადგან საპოლუსო H მანძილი აღებულია ტონებში, ამიტომ 1-ლი თოკის მრავალკუთხედი იზომება მეტრებში, და ამიტომ ამ მრავალკუთხედის ფართობი გამოიხატება კვადრატული მეტრებით (მ²):

მე-2 თოკის მრავალკუთხედის ანუ ნაღუნთა ხაზის ასაგემათ, დატვირთვად უნდა მივიღოთ მომენტთა ეპიურა, ე. ი. 1-ლი თოკის მრავალკუთხედის ფართობი.

ამ ფართობს დაეყოფთ 8 უბნად, რისთვისაც ტვირთებზე და ჰორიზონტალური ფურცლების წყვეტის ადგილებში გავატარებთ შვეულ ხაზებს. ან უბნების ა ფართობებს, რომლებიც იზომება მასშტაბით

$$\frac{1}{100^2} = \frac{1}{10000}, \text{ ე. ი. } 1 \text{ მმ}^2 = 0,01 \text{ მ}^2,$$

ამოვწერთ შემდეგ ცხრილში.

უბნის №	ა მ ² -ში	ა · H ტ. მ ² -ში
1	0,36	18
2	0,825	41,25
3	0,332	16,6
4	1,695	84,75.
5	0,36	18
6	0,825	41,25
7	0,332	16,6
8	1,695	84,75

ამ ფართობთა სიდიდეები $H=50$ ტ-ზე უნდა გავამრავლოთ და გარკვეული მასშტაბით მოვზომოთ ძალების სახით.

ასეთსავე მასშტაბით უნდა მოიზომოს საპოლუსო მანძილი $\frac{EJ}{n}$

მაშინ თოკის მრავალკუთხედი წარმოადგენს ნაღუნთა სიდიდეებს n -ჯერ მეტი მასშტაბით, ვიდრე ჰორიზონტალურ მასშტაბთა მანძილია.

ჩვენს მაგალითში ჰორიზონტალურ მანძილთა მასშტაბია $-\frac{1}{100}$. იმისათვის

რომ ნაღუნთა მასშტაბი 2 : 1 ტოლი მივიღოთ, ე. ი. 200-ჯერ დიდი, ვიდრე ჰორიზონტალურ მანძილთა მასშტაბია, $n=200$ უნდა მივიღოთ.

ა. H -თვის მასშტაბად ავიღებთ:

$$1 \text{ მმ} = 10 \text{ ტ. მ}^2.$$

ასეთივე მასშტაბით უნდა მოიზომოს სიდიდეები:

$$H_1 = \frac{EJ_1}{200} \quad \text{და} \quad H_2 = \frac{EJ_2}{200}$$

brutto განივი კვეთის ინერციის მომენტები:

1-ლ წყვილ ჰორიზონტალურ ფურცლებით:

$$J_1 = 421000 \text{ სმ}^4;$$

მე-2 წყვილ ჰორიზონტალურ ფურცლებით:

$$J_2 = 561360 \text{ სმ}^4.$$

საძიებელი საპოლუსო მანძილი:

$$H_1 = \frac{EJ_1 \text{ brutto}}{200} = \frac{2100000 \cdot 421000}{200} =$$

$$= 4400000000 \text{ კგ. სმ}^2 = 440 \text{ ტ.მ}^2;$$

$$H_2 = \frac{EJ_2 \text{ brutto}}{200} = \frac{2100000 \cdot 561360}{200} =$$

$$= 5900000000 \text{ კგ.სმ}^2 = 590 \text{ ტ.მ}^2.$$

H_1 და H_2 სიდიდეები უნდა მოიზომოს მასშტაბით 1 მმ=10. ტ.მ², ე. ი. H_1 წარმოადგენს 44 მმ მონაკვეთს, ხოლო H_2 მონაკვეთს 59 მმ. ერთ-ერთი პოლუსის, მაგალითად O_2 პოლუსის მდებარეობას ნებისმიერად ავიღებთ ძალთა გეგმის შვეულ ხაზიდან მანძილზე

$$H_2 = 590 \text{ ტმ}^2 = 59 \text{ მმ}.$$

O_1 პოლუსის მდებარეობა განისაზღვრება მე-3 სხივის გადაკვეთით შვეულ სწორხაზთან $H_1 = 44$ მმ მანძილზე ძალთა გეგმიდან. ამ პოლუსების საშუალებით ავაგებთ მე-2 თოკის მრავალკუთხედს (ნაკ. 2), რომელსაც წვეროები ძალებზე აქვს (ეს ძალები გატარებულია 8 უბნის სიმძიმის ცენტრებზე) ამით მივიღებთ საძიებელ ნალუნთა ხაზის შემომფარგვლელ მრავალკუთხედს.

ნალუნთა მრუდი მიიღება, თუ ლეკლოთი ჩაეწერთ მრუდს ისე, რომ იგი ეხებოდეს მრავალკუთხედს ხაზების ქვემოთ მდებარე წერტილებში, რომლებიც უბნებად დაჰყოფენ 1-ლ თოკის მრავალკუთხედს. ორდინატები ნალუნთა მრუდსა და ჩამკეტს შორის იძლევა ორჯერ მეტი სიდიდის კოქის ნალუნებს ნატურალურ სიდიდესთან შედარებით. უდიდეს ნალუნს მივიღებთ კოქის შუაში:

$$f = \frac{8}{2} = 4 \text{ მმ.}$$

§ 50. ფერმის წერტილთა გადაადგილების განსაზღვრის გრაფიკული ხერხი. ვილიოს (Williot) დიაგრამა

ვილიოს დიაგრამის აგებით გრაფიკულად განისაზღვრება ფერმის კვანძების გადაადგილება მისი დეფორმაციის დროს, რაც ვამოწვეულია მოცემული დატვირთვის ქმედებით. ხერხის არსი იმაში მდგომარეობს, რომ წინასწარ განისაზღვრება ძალები ძელაკებში და ამ ძალების სათანადო სიგრძეთა ცვლილებანი:

$$\delta l = \frac{S \cdot l}{E \cdot \omega},$$

რის შემდეგაც განისაზღვრება ფერმის დეფორმაციის სახე, და შემდეგ ფერმა ამ სახით დაფუძნდება საყრდენებზე.

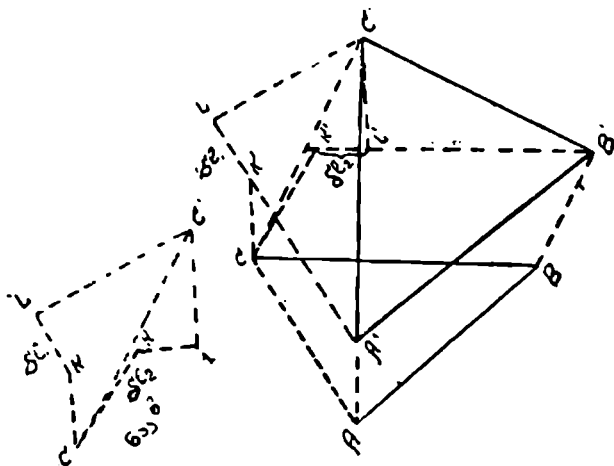
ხერხის შეთვისებისათვის ჯერ ორი ამოცანა ამოვხსნათ.

ამოცანა № 1. სამკუთხედის ორი წვეროს ცნობილი გადაადგილებებით და სამკუთხედის ყველა გვერდის სიგრძეთა ცნობილი ცვლილებების მიხედვით ავაგოთ შესაძენ წვეროს გადაადგილება.

ვთქვათ მოცემულია ABC სამკუთხედი (ნახ. 140, ნაკ. ა) და ცნობილია, რომ A წერტილი გადაადგილდა A' მდებარეობაში, B წერტილი კი B' მდებარეობაში.

AC და CB გვერდების სიგრძეთა ცვლილებები სათანადოდ იყოს δl_1 და δl_2 ; დაუშვათ, რომ δl_1 — დადებითია (წაგრძელება), δl_2 — უარყო-

ფითი (დამოკლება). გავატარებთ AA' -ის ტოლსა და პარალელურ CK მონაკვეთს და, BB' -ის ტოლსა და პარალელურ CK' მონაკვეთს. K და K' წერტილებს შევეერთებთ A' და B' წერტილებთან. მაშინ



ნაბ. 140

$$A'K = AC, \quad B'K' = BC.$$

$A'K$ სწორხაზზე დადებით მხარეს მოვზომავთ მონაკვეთს:

$$KL = [\delta_1],$$

$B'K'$ სწორხაზზე უარყოფით მხარეს მოვზომავთ მონაკვეთს:

$$K'L' = [\delta_2].$$

მაშინ მონაკვეთები:

$$A'L = AC + \delta_1;$$

$$B'L = CB - [\delta_2] = CB + \delta_2,$$

წარმოადგენენ მოცემული სამკუთხედის სიგრძის ცვლილებას. მესამე C' წერტილს მდებარეობა ვახისაზღვრება, როგორც იმ რკალთა თანაკვეთის წერტილი, რომლებიც $A'L$ და $B'L'$ რადიუსებით არის აღწერილი A' და B' წერტილებიდან, როგორც ეს ნაკ. 6-ზეა ნაჩვენები.

საამშენებლო მექანიკაში საქმე გვაქვს მხოლოდ ისეთ შემთხვევებთან, როდესაც წერტილთა გადაადგილება და სიგრძეთა ცვლილება მეტად

მცირე სიდიდეებს შეადგენენ გვერდების თავდაპირველ სიგრძეებთან შედარებით.

ასეთ შემთხვევებში ხელსაყრელია გადაადგილებათა გამოხატვა სხვა, უფრო მსხვილ მასშტაბით და გადაადგილებათა ნაკვეთის გამოყოფა თავდაპირველი სამკუთხედის ნაკვეთისაგან. ეს ოპერაცია გადავიღებთ, თუ LC და $L'C'$ რკალებს შევცვლით $A'L$ და $B'L'$ რადიუსების პერპენდიკულარული სწორხაზებით, რისი ნებაც გვაქვს, რკალების სიგრძის სიმცირის გამო რადიუსების სიგრძესთან შედარებით. 140-ე ნახაზის b ნაკვეთზე აგებულია $CKLC'LK'$ ნაკვეთი ცალკე ABC სამკუთხედისაგან, რაც საშუალებას გვაძლევს მისდამი გამოვიყენოთ განსაკუთრებული მასშტაბი.

CC' მონაკვეთი სიდიდით და მიმართულებით წარმოადგენს ABC სამკუთხედის მესამე C წვეროს გადაადგილებას. აქედან წესი: ABC სამკუთხედის მესამე წვეროს ასაგებათ ორი დანარჩენი წვეროს მოცემული გადაადგილებებისა და გვერდების სიგრძეთა ცვლილებების მიხედვით, ნებისმიერ C წერტილიდან მოვზომავთ CK და CK' მონაკვეთებს, რომლებიც სიდიდით და მიმართულებით წარმოადგენენ A და B წვეროთა მოცემულ გადაადგილებებს, შემდეგ K და K' ბოლოებიდან AC და BC გვერდთა პარალელური KL და $K'L'$ მონაკვეთები, რომლებიც AC და BC გვერდთა ცვლილების ტოლებია, მასთან თუ AC გვერდი დაგრძელდება ($\delta l_1 > 0$), მაშინ მონაკვეთი მოიზომება სათანადო A წერტილის გადაადგილების ბოლოდან დადებითი AC მიმართულებით, BC გვერდის უარყოფითი ცვლილებისათვის კი ($\delta l_2 < 0$), მონაკვეთი მოიზომება B წერტილის გადაადგილების ბოლოდან BC -ს მოპირდაპირე მიმართულებით.

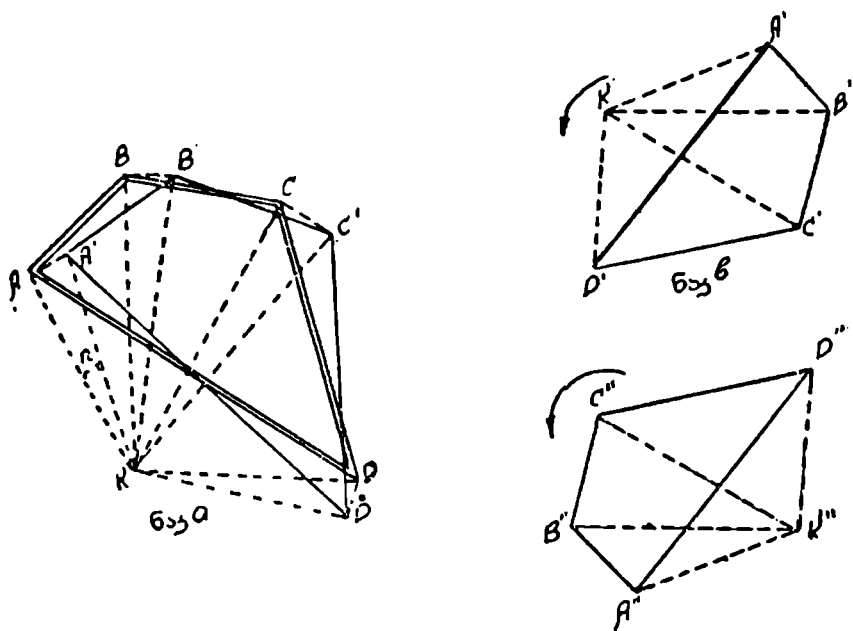
დაბოლოს, KL და $K'L'$ მონაკვეთების L და L' ბოლოებიდან ამ მონაკვეთთა პერპენდიკულარები აღიზარდება და, CC' მონაკვეთი, რომელიც აერთებს საწყის C წერტილს ამ პერპენდიკულართა გადაკვეთის წერტილთან, სიდიდით და მიმართულებით წარმოადგემს C წვეროს გადაადგილებას.

ამოცანა № 2. აავთ $ABCD$ ნაკვეთის (ნახ. 141) A, B, C, D წერტილთა გადაადგილებანი ამ ნაკვეთის ბრუნვის შემთხვევაში მცირე კუთხეზე K წერტილის გარშემო, მასთან მოცემული იქნება ან მობრუნების კუთხე, ან ერთ-ერთი (A) წერტილის გადაადგილება. წერტილები გადაადგილებიან რკალებზე, რომლებიც გატარებულია K ცენტრიდან ან, მეტად მცირე გადაადგილებათა გამო, KA, KB, KC და KD რადიუსების პერპენდიკულარებზე, მასთან გადაადგილებათა სიდიდეები რადიუსების პროპორციულია. მაშასადამე,

$$\frac{AA'}{AK} = \frac{BB'}{BK} = \frac{CC'}{CK} = \frac{DD'}{DK} = n,$$

სადაც n — ნაკვეთის მობრუნების კუთხეა.

141-ე ნახაზის *b* ნაკვეთზე წარმოდგენილია *a* ნაკვეთის მსგავსი ფიგურა, რომელიც ამ უკანასკნელის მიმართ 90° არის მობრუნებული ბრუნვის მიმართულებით, მასთან მსგავსი გვერდების ფარდობათ მიღებულია *n*, ე. ი.



ნახ. 141

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{D'A'}{DA} = n.$$

ადვილი დასამტკიცებელია, რომ $K'A'$; $K'B'$; $K'C'$; $K'D'$ მონაკვეთები სილიდით და მიმართულებით გამოხატავენ A , B , C და D წერტილთა გადაადგილებებს. ეს ცხადია იქედან, რომ

$$K'A' \perp KA, K'B' \perp KB,$$

$$K'C' \perp KC, K'D' \perp KD$$

აგების საფუძველზე, და, ამას გარდა,

$$\frac{K'A'}{KA} = \frac{K'B'}{KB} = \frac{K'C'}{KC} = \frac{K'D'}{KD} = n.$$

b ნაკვეთის ასაგებათ უნდა ვიცოდეთ ან მობრუნების კუთხე, რომლის სიდიდესაც გვაძლევს მსგავს ნაკვეთთა თანაგვარი გვერდების თანაფარდობა, ან ერთ-ერთი წერტილის გადაადგილება. მაგალითად, თუ მოცემულია *A* წერტილის *AA'* გადაადგილება, აგებას ვიწყებთ *K'A'* მონაკვეთის მოზომვით, რომელიც უდრის *A* წერტილის *AA'* გადაადგილებას და *AK* პერპენდიკულარულია; შემდეგ ავიღებთ *K'A'* გადაადგილების ფარდობას *AK*-თან, ამით ვიპოვიან მსგავს ნაკვეთთა თანაგვარი გვერდების ფარდობას ან, რაც იგივეა, მობრუნების კუთხის სიდიდეს. უკანასკნელის გამოყენებით, შეგვიძლია ავაგოთ სხვა წერტილთა გადაადგილებანი.

c ნაკვეთზე გვაქვს *A*, *B*, *C* და *D* წერტილთა გადაადგილებების სიდიდე და მიმართულება, როდესაც *ABCD* ნაკვეთი მობრუნებული *K* წერტილის გარშემო ბრუნავს მოწინააღმდეგე მიმართულებით. *A''K''*; *B''K''*; *C''K''*; *D''K''* მონაკვეთებიც *A*, *B*, *C*, და *D* წერტილთა გადაადგილებებს წარმოადგენენ, რადგან აგებით გვაქვს:

$$\begin{aligned} K''A'' &\perp KA; & K''B'' &\perp KB; \\ K''C'' &\perp KC; & K''D'' &\perp KD \end{aligned}$$

და, ამას გარდა,

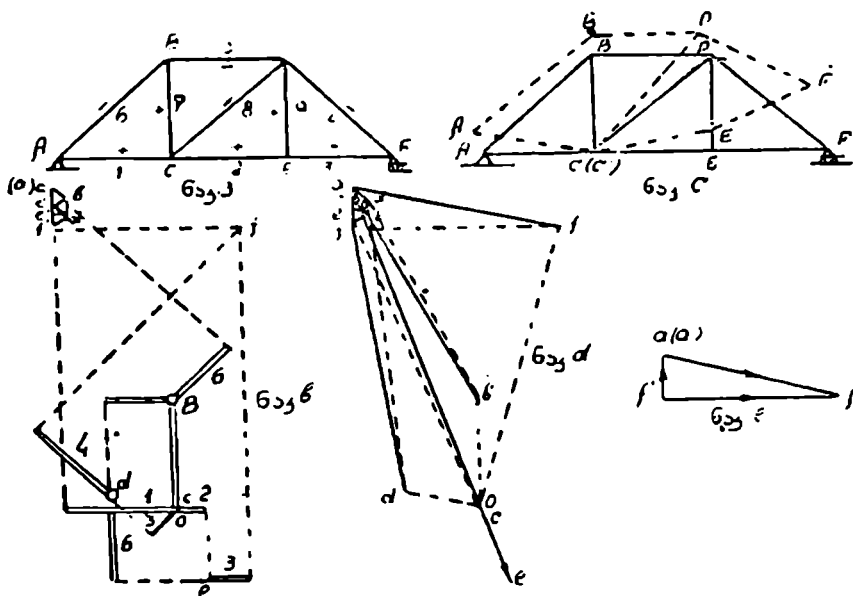
$$\frac{K''A''}{KA} = \frac{K''B''}{KB} = \frac{K''C''}{KC} = \frac{K''D''}{KD} = n.$$

არსებითად განსხვავება *b* და *c* ნაკვეთებს შორის იმაში მდგომარეობს, რომ *b* ნაკვეთის მიხედვით მონაკვეთები *K'* წერტილიდან არის მიმართული (რომელიც ესაბამება ბრუნვის *K* ცენტრს) წერტილისაკენ, რომლებიც ესაბამებიან ნაკვეთის გადაადგილებულ წერტილებს, *C* ნაკვეთზე კი, პირიქით, *A''*, *B''*; *C''*, *D''* წერტილებიდან *K''* წერტილისაკენ.

აქედან ვეხსი: წერტილთა გადაადგილებების ასაგებად ნაკვეთის მეტად მკირედ შებრუნების შემთხვევაში მოცემული წერტილის გარშემო, აიგება მოცემულის მსგავსი ნაკვეთი, რომელიც 90° კუთხით არის მობრუნებული წერტილების ბრუნვის ან მოწინააღმდეგე მიმართულებით, გვერდების თანაფარდობით, რომელიც უდრის მობრუნების კუთხეს; ბრუნვის ცენტრის შესაბამისი წერტილის ნაკვეთის წერტილებთან მავრთებელი მონაკვეთები პირდაპირი ბრუნვის დროს, ან მონაკვეთები, რომლებიც აერთებენ

ნაკვეთის წერტილებს და ცენტრის სათანადო წერტილს შებრუნებული ბრუნვის დროს, სიდიდით და მიმართულებით წარმოადგენენ სათანადო წერტილთა გადაადგილებებს.

ახლა გადავიდეთ ვილიოს დიაგრამის აგებაზე მოცემულ ფერმისათვის (ნახ. 142).



ნახ. 142

წინასწარ განვსაზღვრავთ ძელაკების ძალებსა და წაგრძელებებს, შემდეგ ავაგებთ ფერმის კვანძების ფარდობითი გადაადგილების დიაგრამას ფერმის ერთ-ერთი ღეროს მიმართ. ვთქვათ ძირითადი ღერო არის BC ღვარი (აღნიშნულია ციფრით 7). რომელიმე კვანძი, მაგალითად BC ღეროს C კვანძი, ჯერჯერობით უძრავად ჩავთვალოთ. მოწოდებულია ასეთ კვანძად მივიღოთ მასალის შუა ნაწილის მახლობელი კვანძი, რომ დიაგრამა არ გაიზარდოს ერთ მხარეს.

CBA სამკუთხედის განხილვით შევნიშნავთ, რომ C წერტილი უძრავია და მისი გადაადგილება უდრის ნულს, მე-7 ძელაკიც დამაგრებულად არის მიჩნეული. მაშინ B კვანძის გადაადგილება ცნობილი იქნება სიდიდით და მიმართულებით (BC ძელაკის წაგრძელება). BC და CA ძელაკთა

სიგრძეების ცვლილება C წინასწარ არის განსაზღვრული. ამიტომ სამკუთ-
 თხედის C და B წერტილების ცნობილი გადაადგილებების და სამკუთხე-
 დის გვერდების მოცემული ცვლილებების მიხედვით, ცნობილი წესით
 (იხ. ამოცანა № 1) შეგვიძლია განესაზღვროთ სამკუთხედის მესამე A წვე-
 როს გადაადგილება.

b დიაგრამაზე C წერტილი ემთხვევა O პოლუსს. O პოლუსიდან
 მოვზომავთ OB ვექტორს, რომელიც უდრის B წერტილის გადაადგილებას,
 იგი BC დგარის B ბოლოს გადაადგილების პარალელური და იმავე მხარეს
 მიმართულია. ამნაირად მივიღებთ B კვანძის სათანადო b წერტილს. A
 კვანძი ეკუთვნის გაკეიმულ AC სარტყელს, ამიტომ 1 ვექტორს C წერტი-
 ლის მარცხნივ ვხაზავთ AC -ს პარალელურად.

მეორეს მხრივ A კვანძი აგრეთვე ეკუთვნის შემკუმშავ AB სარტყელსაც,
 მაშასადამე, მე-6 ვექტორს ვხაზავთ ზემოთ b წერტილიდან (ვექტორები
 ნახაზზე ნაჩვენებია მსხვილი ხაზებით).

შემდეგ მოზომილი 1 და მე-6 ვექტორების ბოლოებიდან ავმართავთ
 პერპენდიკულარებს ურთირთ გადაკვეთამდე, მივიღებთ a წერტილს, რომე-
 ლიც ესაბამება A კვანძს: A წერტილის გადაადგილება უდრის Oa მონაკ-
 ვეთს ანუ სხივს (სხივი დიაგრამაზე არ არის), სწორედ ასევე განესაზღვრავთ
 D წერტილის გადაადგილებას, Od -ს $C=O$ წერტილთა გადაადგილებით, და
 $B=Ob$ (ამოცანა № 1). D კვანძი ეკუთვნის შეკუმშულ BD სარტყელს;
 ამიტომ მე-5 ვექტორს ვხაზავთ მარცხნივ b წერტილიდან BD ღეროს
 პარალელურად. მეორეს მხრივ D კვანძი ეკუთვნის აგრეთვე DC ძელაკ-
 საც, რომელიც აგრეთვე იკუმშება; მაშასადამე, დიაგრამის C წერტილი-
 დან DC ძელაკის პარალელურად ვხაზავთ მე-8 ვექტორს, რომელიც მიდის
 ქვემოთ C წერტილიდან. დიაგრამაზე მოზომილი მე-8 და მე-5 ვექტორების
 ბოლოებიდან პერპენდიკულარების აღმართვით ურთიერთ გადაკვეთამდე
 მივიღებთ d წერტილს, რომელიც ესაბამება D კვანძს. D წერტილის გა-
 დაადგილება უდრის Od სხივს.

შემდეგ D წერტილის (Od) გადაადგილების და C წერტილის (O)
 გადაადგილების მიხედვით განესაზღვრავთ E წერტილის გადაადგი-
 ლებას.

E კვანძი ერთისმხრივ ეკუთვნის გაკეიმულ DE დგარს; d წერტილი-
 დან ქვემოთ ვხაზავთ მე-(9) ვექტორს. მეორეს მხრივ E კვანძი ეკუთვნის
 აგრეთვე გაკეიმულ ქვედა CE სარტყელს; დიაგრამის C წერტილის მარ-
 ჯვნივ ვხაზავთ მე-(2) ვექტორს. მე-(2) და მე-(9) ვექტორების ბოლოებიდან
 ავმართავთ პერპენდიკულარებს ურთიერთ გადაკვეთამდე, მივიღებთ e წერ-
 ტილს, რომელიც ესაბამება E კვანძს. დაბოლოს, D და E წერტილთა
 გადაადგილების (Od და Oe) მიხედვით განესაზღვრავთ F წერტილის გა-
 დაადგილებას.

F კვანძი ეკუთვნის შეკუმშულ DF სარტყელს; მე-(4) ვექტორს მოვზომავთ ზემოთ დიაგრამის d წერტილიდან და თან DF ლეროს პარალელურ მიმართულებით.

მეორეს მხრივ, F კვანძი ეკუთვნის ქვედა გაკიმულ EF სარტყელს; მე-(3) ვექტორს მოვზომავთ ზარჯენივ დიაგრამის e წერტილიდან და თან EF ლეროს პარალელურ მიმართულებით.

მე (3) და მე-(4) ვექტორების ბოლოებზე პერპენდიკულარების გატარებით ვიპოვით F კვანძის შესაბამის გადაკვეთის f წერტილს და F წერტილის ვადადგილების სიდიდეს, რომელიც უდრის Of სხივს.

ამის შედეგად დეფორმირებული ფერმა ნაკ. c -ზე მოცემულ გარეგნობას მიიღებს, თუ ზემოთ მიღებულ კვანძების ფარდობით ვადადგილებებს ავსახავთ ფერმის ნახაზზე. A და B საყრდენი კვანძები საყრდნობებიდან აიწევა. A კვანძის AA' ვადადგილება Oa სხივის ტოლი, პარალელური და ერთმხრივ მიმართულია; იგი ცალკეა გამოხაზული d ნაკვეთზე. F კვანძის FF' ვადადგილება Of სხივის ესაბამება (ნაკ. d). დეფორმირებული ფერმა საყრდენებზე რომ დავაყენოთ, მას შემდეგი მოძრაობა უნდა მივანიჭოთ.

ჯერ ფერმას მივანიჭებთ გადატანით მოძრაობას ისე, რომ A' წერტილი დაემთხვეს A წერტილს.

ფერმის გადატანითი მოძრაობის დროს ყველა კვანძი ერთნაირად ვადადგილდება. ისე რომ ყველა კვანძის და მათ შორის F კვანძის ვადადგილება გამოისახება aO სხივით; მაშინ ფერმის კვანძების სრული ვადადგილების მისაღებად გეომეტრიულად უნდა შევეკრიბოთ Oa , Ob , Oc , Od , Oe და Of ვადადგილებანი და aO ვადადგილება, რომელიც A წერტილის Oa ვადადგილების ტოლი და შებრუნებულია.

მივიღებთ ვადადგილებებს O , ab , ac , ad , af (ნაკ. b და ნაკ. d).

არსებითად საკმარისია 142-ე ნახაზზე (ნაკ. b) a წერტილი ჩავთვალოთ უძრავათ. ამ წერტილის b , c , d , e და f წერტილებთან შემაერთებელი მონაკვეთები ასახავენ ფერმის კვანძების სრულ ვადადგილებებს.

ახლა საჭიროა მხოლოდ ფერმის მობრუნება A წერტილის მიმართ ისე, რომ F' წერტილი მოხვდეს AF სწორხაზზე (ნაკ. e). ნაკვეთის ამ მობრუნების შესაბამისი კვანძების ვადადგილებანი № 2 ამოცანის გზახერხით განისაზღვრებიან, ე. ი. მოცემულის მსგავსი ნაკვეთის აგებით და 90° -ით მობრუნებით, მასთან აგება შეიძლება შესრულდეს თუ ცნობილი იქნება ერთ-ერთი წერტილის ვადადგილება. ავიღოთ F' წერტილი. წინათ გამოკვლეულ ვადადგილებათა შედეგად, რომლებიც დამოკიდებულია ფერმის ძელოკების დეფორმაციებზე და მის გადატანით ვადადგილებაზე A' წერტილის A წერტილზე დამთხვევამდე, F' წერტილის ვადადგილებას

af ნაკვეთის სახით მივიღებთ (ნაკ. 1). ამ გადაადგილებას უნდა დაუმატოთ *A* წერტილის ვარშემო ფერმის ბრუნვით გამოწვეული გადაადგილება. ეს გადაადგილება *F* წერტილის ბრუნვის *AF* რადიუსის პერპენდიკულარულია, ე. ი. მიმართულია ვერტიკალურად.

გადაადგილებათა შეჯამების შედეგმა უნდა გამოხატოს *F* წერტილის საბოლოო გადაადგილება, რომელიც ჰორიზონტალურ სწორხაზზეა მიმართული, რადგან საკრდენ *F* წერტილს მხოლოდ ჰორიზონტალურ მიმართულებით შეუძლია გადაადგილება. ამნაირად, *F* წერტილისათვის გადაადგილების ერთი *af* მდგენელი გვაქვს სიდიდით და მიმართულებით, მეორე (ვერტიკალური) გადაადგილება კი მხოლოდ მიმართულებით და საბოლოო გადაადგილებაც მხოლოდ მიმართულებით.

ამ მონაცემების საფუძველზე ჩვენ შეგვიძლია ავაგოთ სამკუთხედი (ნაკ. 2). *a* წერტილიდან გავატარებთ ვერტიკალურ სწორხაზს, *f* წერტილიდან კი — ჰორიზონტალურს. გადაკვეთის *f* წერტილი განსაზღვრავს შესაბამის მონაკვეთთა სიდიდეებს. *af* გადაადგილების მოკუმული მიმართულება ისრით არის აღნიშნული. დანარჩენ ისრებს ისე დავსვათ, რომ ჰორიზონტალური *ff* გადაადგილება წარმოადგენდეს ვერტიკალური *fa* გადაადგილების და *af* გადაადგილების გეომეტრიულ ჯამს.

e ნაკვეთის აგება მხოლოდ განმარტებისთვისაა შესრულებული. ასეთი აგება შეიძლება შესრულდეს უშუალოდ *b* ნაკვეთზეც. აქ გვაქვს *a* წერტილზე გამავალი ვერტიკალური სწორხაზი და *f* წერტილზე გამავალი ჰორიზონტალური სწორხაზი. მიიღება *F* წერტილის ბრუნვით წარმოქმნილი *fa* მნიშვნელობა. ამ მონაკვეთს თუ მივიღებთ ფერმის *AF* გვერდის შესაბამის გვერდათ, ავაგებთ ფერმის ნაკვეთის (ამოცანა № 2) მსგავს *ab'd'f* ნაკვეთს; ამ ნაკვეთში ჩვენ მივიღებთ *A* წერტილის ვარშემო ბრუნვით მიღებულ გადაადგილებებს, მასთან გავზომავთ მანძილს ბრუნვის ცენტრის შესაბამის *a'* წერტილისა და დანარჩენ წერტილებს შორის და სათანადო მონაკვეთებს მიემართავთ *a'* წერტილიდან დანარჩენ წერტილებისაკენ ან, პირიქით, დანარჩენ, წერტილებიდან *a'* წერტილისაკენ; იმისდამიხედვით, ნაკვეთი 90°-ზე მობრუნდა ბრუნვის მიმართულებით, თუ შის საწინააღმდეგოთ. იმისათვის, რომ ამოვხსნათ ეს საკითხი გავიხსენოთ, რომ *F* წერტილის გადაადგილება წარმოდგენილია *f* წერტილიდან *a'* წერტილისაკენ მიმართული *fa'* მონაკვეთით, მასთან *f* წერტილი ესაბამება ფერმის განსახილველ წერტილს, ხოლო *a'* წერტილი — ბრუნვის ცენტრს. მაშასადამე, გადაადგილებათა ნაკვეთი ბრუნვით მობრუნებულია 90°-ით ფერმის მიმართ, ფერმის ბრუნვის მოპირდაპირე მხარეს, და ყველა წერტილების ბრუნვით გამოწვეული გადაადგილებანი სიდიდით და მიმართულებით მიიღება *b'a'*, *c'a'*, *d'a'*, *e'a'*, *f'a'* მონაკვეთების სახით. მათ გეომეტრიულად თუ შევაჯამებთ წი-

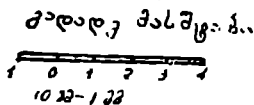
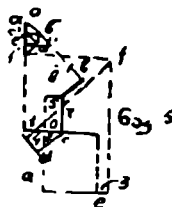
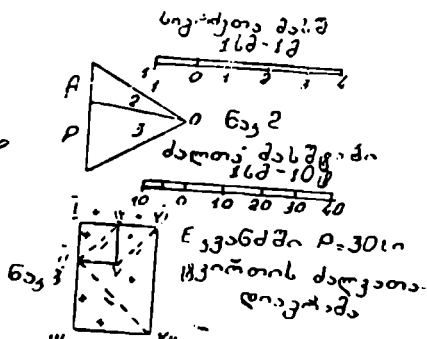
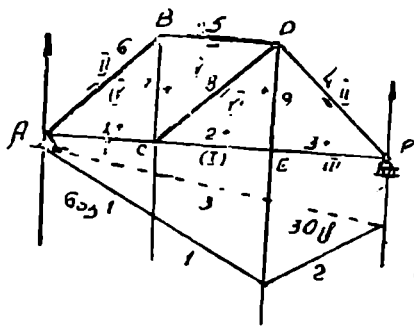
ნათ წარმოებულ გადაადგილებებთან $a'b, a'e, a'd, a'e, a'f$ მივიღებთ ნაკვეთის ყველა წერტილისათვის საბოლო გადაადგილებების $b'b, c'e, d'd, e'e, f'f$ მნიშვნელობებს (ნაკ. d).

ამნაირად, ფერმის კვანძების გადაადგილებათა განსაზღვრისათვის, ჩვენ შემდეგ ოპერაციას ჩავატარებთ.

1) წინასწარ განიზღვრება ძალები ძელაკებში და მათი სიგრძეების ცვლილებანი მოცემული დატვირთვის დროს.

2) ნებისმიერ (C) კვანძს უძრავად ჩავთვლით და მის მიმდებარე ერთ-ერთ CB გვერდს ძირითად უძრავ სწორხაზად, ვაგებთ კვანძების ფარლობით გადაადგილებათა დიაგრამას ფერმის დეფორმაციის დროს № 1 ამოცანის ამოხსნის ხერხით (აგება № 1).

3) მიღებულ დიაგრამის a წერტილზე, რომელიც ესაბამება ფერმის ნამდვილად უძრავ წერტილს (უძრავი საყრდენი) გავატარებთ AF სწორის



ნახ. 143

პერპენდიკულარულ სწორხაზს (AF სწორხაზი აერთებს ფერმის საყრდენ წერტილებს), ხოლო მოძრავი საყრდენის შესაბამის f წერტილზე გავატარ-

რებთ სწორხაზს, რომელიც საყრდენი F წერტილის გადაადგილების მიმართულების პარალელურია. ამ ორი სწორხაზის გადაკვეთის F' წერტილი a წერტილთან ერთად, რომელიც ესაბამება უძრავ საყრდენს, წარმოადგენენ № 2 ამოცანაში განმარტებული აგების ხერხით (აგება № 2) ბრუნვით გამოწვეულ გადაადგილებათა ნაკვეთის აგების საფუძველს.

4) რომელიმე კვანძის სრული გადაადგილება გამოიხატება მონაკვეთით, რომელიც აერთებს ამ კვანძის შესაბამის აგების № 2 წერტილს ასეთსავე აგების № 1 წერტილთან ($a'a, b'b, c'c, d'd, e'e, f'f$ და ა. შ.).

მოვიყვანოთ ვილიოს ხერხით 9 მეტრიანი მალის მქონე ლითონის ფერმის კვანძების გადაადგილებათა გრაფიკული აგების რიცხვითი მავალითი. ფერმა წარმოდგენილია 143-ე ნახაზზე.

ქვემოთ მოყვანილ ცხრილში მოთავსებულია ძელებების l სიგრძე სმ-ში, მათი განივი კვეთის *brutto* ფართობები F კვ. სმ-ში და E კვანძზე მოდებული $P=30$ ტ. ძალით გამოწვეული S ძალები კგ-ში.

ღეროს დასახელება და №	l სიგრძე სმ-ში	S ძალვა კგ-ში	F კვეთი სმ ² -ში	სიგრძის Δl ცვლილება სმ-ში	
$A-C$	1	300	10000	15	0,1
$C-E$	2	300	20000	30	0,1
$E-F$	3	300	20000	90	0,033
$D-F$	4	420	- 28000	90	0,065
$B-D$	5	300	- 10000	30	0,05
$A-B$	6	420	- 14000	40	0,074
$B-C$	7	300	+ 10000	15	0,1
$C-D$	8	420	- 14000	40	0,074
$D-E$	9	300	- 30000	45	0,1

S ძალებით ფერმის ღეროთა სიგრძეების Δl ცვლილებანი განიზღვრება (ჰუკის) ფორმულით:

$$\Delta l = \frac{S \cdot l}{E \cdot F}$$

დიაგრამის აგებისას Δl მნიშვნელობებს მოვზომავთ მასშტაბით, რომელიც 10-ჯერ მეტია მათ ნამდვილ სიდიდეზე.

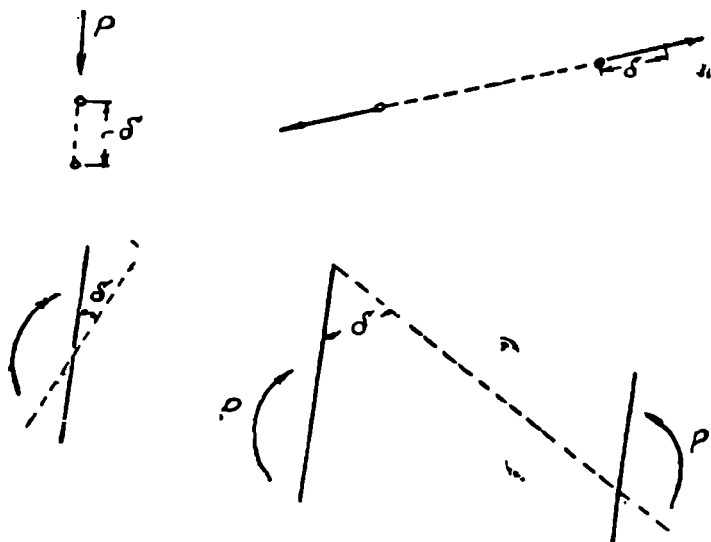
დრეკადობის მოდული $E=2000000$ კგ/სმ².

შემდგომ მთელი აგება შესრულებულია ზემოთ განმარტებული წესის მიხედვით.

§ 51. კოჭების და ფერმების დეფორმაციების განსაზღვრის ანალიზური ხერხი

მასალათა გამძლეობის კურსში განმარტებულია დეფორმაციის პოტენციალური ენერგიის განხილვაზე დამყარებული კოჭებისა და ფერმების დეფორმაციათა განსაზღვრის ზოგადი ხერხები. მეტად მოხერხებულად ითვლება კასტილიანოს მეთოდით და შორის ხერხი. როგორც ერთის, ისე მეორეს გამოყენება ერთსადაიგივე შედეგებს იძლევა, მაგრამ ჩვენ მიზანშეწონილად მიგვაჩნია ორთავე ხერხის მოყვანა.

კასტილიანოს მეთოდით ნებისმიერი გადაადგილება განისაზღვრება, როგორც დეფორმაციის პოტენციალური ენერგიის წარმოებული იმ განზოგადოებული ძალით, რომელსაც ესაბამება საძიებელი გადაადგილება. კერძოდ, წერტილის გადაადგილება ესაბამება ძალას, რომელიც მოდებულია ამ წერტილში (ნახ 144); ორი წერტილის ფარდობითი



ნახ. 144

გადაადგილება ესაბამება ამ წერტილებზე მოდებულ ორ ტოლსა და შებრუნებულ ძალთა სისტემას, მობრუნების კუთხე ესაბამება ძალთა წყვილს, და ორი სიბრტყის ფარდობითი მობრუნების კუთხე ესაბამება ორ ძალთა წყვილის სისტემას, რომელთაც აქეთ ტოლი და შებრუნებული მომენტები. გადაადგილების ზოგადი გამოსახულების ამოსახსნელად ჩვენ არ დავინტერესდებით საკითხით იმის შესახებ არის თუ არა ამათუიმ კერძო შემთხვევაში მოცემულ ძალებს შორის ისეთები, რომლებსაც შეესაბამება საძიებელი გადაადგილება, არამედ ასეთ ძალას მოვლებთ ფიქტიურად და საბოლოო შედეგში მას გაუტოლებთ ნულს.

კერძოთ, კოკის დეფორმაციის უზოგადესი გამოსახულების ამოსახსნელად კოკზე მოქმედი მოცემული დატვირთვის დამატებით ჩვენ გვექნება კიდევ ფიქტიური X ძალა, რომელსაც ესაბამებთან საძიებელი დეფორმაცია, ნალუნი, მობრუნების კუთხე. M_m -ით აღვნიშნოთ მოცემული დატვირთვით გამოწვეული მლუნავი მომენტი ნებისმიერ კვეთში (როგორც x აბსცისის ფუნქცია) და M_1 -ით ერთეული ძალით გამოწვეული მლუნავი მომენტი. ამ ერთეულ ძალას ესაბამება საძიებელი გადაადგილება. მაშინ ძალათა კმედების დამოუკიდებლობის პრინციპის საფუძველზე მლუნავი მომენტი მოცემული დატვირთვის და ფიქტიური X ძალის ერთობლივი მოქმედებით შემდეგნაირად გამოისახება:

$$M = M_m + M_1 X$$

და დეფორმაციის პოტენციალური ენერგია:

$$U = \int \frac{M^2 dx}{2EJ} = \int \frac{(M_m + M_1 X)^2}{2EJ} dx.$$

აქედან კასტილიანოს მიხედვით მოცემული დატვირთვის და ფიქტიური X ძალის ერთობლივი მოქმედებით გამოწვეული გადაადგილება მიიღება როგორც U -ს კერძო წარმოებული X -ით:

$$\frac{dU}{dX} = \int (M_m + M_1 X) M_1 \frac{dx}{EJ}.$$

იმისათვის რომ მივიღოთ δ გადაადგილება მხოლოდ მოცემული დატვირთვის მოქმედებით, უნდა ავიღოთ კერძო შემთხვევა, როდესაც $X = 0$. მაშინ

$$\delta = \int \frac{M_m M_1 dx}{EJ}. \quad (1)$$

აი სწორედ ეს არის კოქის დეფორმაციის ყველაზე უზოგადესი გამოსახულება.

ასევე მარტივად მიიღება ამოხსნა ფერმი:თვისაც. ასეთ შემთხვევაში, მოცემული დატვირთვის დამატებით, კიდევ მოვდებთ ფიქტურ X ძალას, რომელსაც ესაბამება საძიებელი დეფორმაცია, და შემოგვაქვს აღნიშვნები:

S_m —ძალვა ფერმის ნებისმიერ ძელაკში გამოწვეული მოცემული დატვირთვის მოქმედებით, $S_1 X$ —ძალვა ნებისმიერ ძელაკში ერთეული ძალის მოქმედებით, რომელსაც ესაბამება საძიებელი დეფორმაცია.

მაშინ ძალვა მოცემული დატვირთვის და ფიქტური X ძალის ერთობლივი მოქმედებით ასეთნაირად გამოისახება:

$$S = S_m + S_1 X$$

დეფორმაციის პოტენციალური ენერგია იქნება:

$$U = \Sigma \frac{(S_m + S_1 X)^2 l}{2 EF}$$

და

$$\frac{dU}{dX} = \Sigma (S_m + S_1 X) S_1 \frac{l}{EF}$$

მ დეფორმაციის გამოსახულებას მოცემული დატვირთვის მოქმედებისას მივიღებთ, თუ ჩავსვამთ $X=0$ მნიშვნელობას, მაშინ

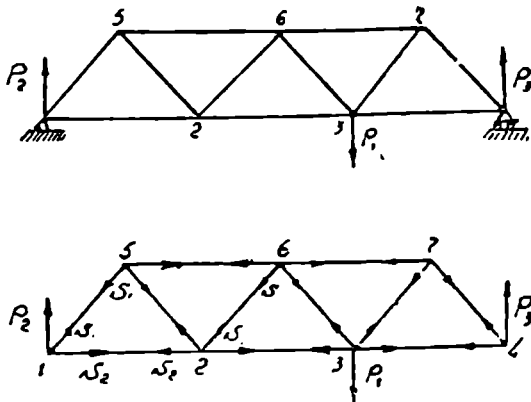
$$\bar{\epsilon} = \Sigma \frac{S_m S_1 l}{EF} . \quad (2)$$

ეს გამოსახულება წარმოადგენს ფერმის დეფორმაციის უზოგადეს გამოსახულებას.

დაუქვირდეთ, თუ როგორ მიიღება იგივე გამოსახულებანი შორის მეთოდის გამოყენებით.

შორის მეთოდი დამყარებულია შესაძლო გადაადგილებათა პრინციპზე. თუ წერტილთა სისტემაზე მოქმედებს წონასწორობაში მყოფი ძალათა სისტემა, მაშინ ამ ძალთა მუშაობა წერტილთა ნებისმიერ შესაძლო და საკმარისად მცირე გადაადგილებების დროს უდრის ნულს. ყოველი დრეკადი სხეული და ყოველი დრეკადი სისტემა შეგვიძლია წარმოვიდგინოთ როგორც წერტილთა სისტემა, რომლებზედაც მოდებულია მოცემული გარე ძალები და, ამას გარდა, წერტილებს შორის ურთიერთ

მოქმედი შიგა ძალები. მაგალითისათვის ავიღოთ ფერმა (ნახ. 145), რომელზედაც მოქმედობს გარე ძალთა მოცემული სისტემა P_1, P_2, P_3, \dots



ნახ. 145

ყველა ძეღაქების მოშორებისა და კვანძზე მათი მოქმედების $S_1, S_2, S_3, \dots, S_i$ ძალებით შეცვლის შემდეგ, ჩვენ მივიღებთ წერტილთა სისტემას, რომლებზედაც მოდებულია P_1, P_2, P_3, \dots ძალები და, ამას გარდა, ურთიერთქმედების $S_1, S_2, S_3, \dots, S_i$ ძალები. უკანასკნელ ძალებისათვის დადებითად მიღებულია ის მიმართულებანი, რომლებიც შეესაბამება ღეროთა გაკიშვას.

ყველა ძალები შიდადგენენ გაწონასწორებულ სისტემას, რომლის ზემოქმედებითაც წერტილთა სისტემა წონასწორობაში რჩება. ამიტომ მოცემულ შემთხვევაში, შესაძლო გადაადგილებათა პრინციპი სავსებით გამოსაყენებელია.

წერტილებს მივანიჭოთ საქმარისად მცირე ნებისმიერი გადაადგილებანი და დავწეროთ ძალთა მუშაობის გამოსახულება.

P_1 ძალის მუშაობა მიიღება, თუ ძალის სიდიდეს გავამრავლებთ მისი მოდების წერტილის გადაადგილების π_1 გეგმილზე ძალის მიმართულებაზე, ე. ი. $P_1 \pi_1$. სწორედ ასევე მივიღებთ დანარჩენი მოცემული ძალების მუშაობათა $P_2 \pi_2, P_3 \pi_3, \dots$ გამოსახულებებს. რაც შეეხება $S_1, S_2, S_3, \dots, S_i$ ძალებს, რომლებიც წარმოადგენენ ფერმის შიგა ძალებს, ადვილი შესამჩნევია, რომ თითოეული ეს ძალთაგანი ორჯერ მეორდება. მაგალითად, № 2 კვანძზე მოდებულია S_1 ძალა; ამას გარდა, № 6 კვანძზე მოდებულია ასეთივე ძალა, მიმართული მოპირდაპირე მხარეს. დავწეროთ ამ ორი ძალის მუშაო-

ბის გამოსახულება. როგორც ცნობილია, ტოლ და ურთიერო შებრუნებული ორი ძალის მუშაობა უდრის ძალის სიდიდის ნაძრავლს წერტილების ფარდობით გადაადგილებაზე ძალის ქვედების მიმართულებით. 2 და 6 წერტილების (კვანძებია) ფარდობითი გადაადგილება სათანადო ძელაკის სიგრძის ცულებას წარმოადგენს. ეს გადაადგილება აღენიშნოთ Δl -ით, დადებითად ის მიმართულება მივიჩნოთ, რომელიც ესაბამება ძელაკების წაგრძელებებს, მაშინ მივიღებთ, რომ წერტილთა გადაადგილებანი S_i ძალთა ქვედების მიმართულებით უდრის ($-\Delta l_i$) და ძალთა მუშაობა იქნება ($-S_i \Delta l_i$). თუ შევაჯამებთ ძალათა მუშაობებს, მივიღებთ:

$$\sum P_i \pi_i - \sum S_i \Delta l_i = 0,$$

ანუ

$$\sum P_i \pi_i = \sum S_i \Delta l_i . \quad (3)$$

ამნაირად, რადგან დადებითად ვიღებთ გამკიმავე ძალთა მნიშვნელობებს, დადებით გადაადგილებათ კი იმ გადაადგილებას, რომელიც მიიღება გაკიმვის დროს. ამიტომ: ყველა გარე ძალთა მუშაობების ჯამი შესაძლო გადაადგილებებზე უდრის შიგა ძალთა მუშაობების ჯამს.

იმის გამო, რომ ყოველ დრეკად სხეულს და ყოველ დრეკად სხეულების სისტემას განვიხილავთ, როგორც წერტილთა სისტემას, რომელთა შორისაც მოქმედობენ შინაგანი ურთიერთქმედების ძალები, მასთან ეს ძალები მიმართულია შიგნით, წერტილების შორის შუალედში გაკიმვის დროს, ამიტომ ყველა შინაგანი ძალები და სისტემები, რომლებიც იმყოფებიან გარე ძალთა ზემოქმედებაში, შეგვიძლია წარმოვიდგინოთ წერტილთა სისტემით (ნახ. 145, ნაკ. 6), რომელზედაც მოდებულია ძალები:

$$P_1, P_2, P_3, \dots; S_1, S_2, \dots S_i.$$

მაშასადამე, მე-(3) ტოლობა ვრცელდება ყველა დრეკად სხეულებზე და სისტემებზე.

მე-(3) ტოლობის გამოყენების დროს შეხვედრილი დაბრკოლებები შემდეგში მდგომარეობს: წერტილების ფარდობითი გადაადგილებების Δl სიდიდეები მათი აბსოლუტური გადაადგილებების π სიდიდეზეა დამოკიდებული. ეს დამოკიდებულება მეტად რთულია. ამ სიძნელის გადასალახავად პროფესორ მორმა შესაძლო გადაადგილების სახით მოგვაწოდა ის გადაადგილებანი, რომლებიც სრულდება რაიმე დატვირთვის მოქმედებით. ამნაირად, თუ მოცემულია P_1, P_2, \dots გარე ძალები, რომლებსაც ესაბამება S_1, S_2, \dots, S_i შიგა ძალები, ავიღებთ მოცემულ დრეკად სხეულს (სისტე-

მას), მასზე ვამოქმედებთ რაიმე სხვა ძალთა სისტემას, განვსაზღვრავთ ამ მეორე ძალთა სისტემის შესაბამის ყველა π_i და Δl_i გადაადგილებებს და გამოვითვლით ამ გადაადგილებებზე გარე ძალთა პირველ სასტემის U_1 მუშაობას და სათანადო შიგა ძალთა U_2 მუშაობას, რის შემდეგაც მე-(3) ტოლობის საფუძველზე, გვაქნება:

$$U_1 = U_2 . \quad (4)$$

აი ეს არის შორის პრინციპი. იგი შემდეგნაირად გამოითქნება: თუ მოცემულ დრეკად სხეულზე ცალ-ცალკე ვამოქმედებთ ორ საეკსტემით ნებისმიერ ძალთა სისტემას, მაშინ გარე ძალთა პირველი სისტემის მუშაობა იმ გადაადგილებებზე, რომლებიც სრულდება ძალთა მეორე სისტემის მოქმედებით, უდრის ძალთა პირველი სისტემის ქმედებით გამოწვეულ შიგა ძალთა მუშაობას ძალთა მეორე სისტემის მოქმედებით გამოწვეულ გადაადგილებებზე.

მე-(4) გამოსახულებაში გარე ძალთა U_1 მუშაობა მარტავად განიზღვრება ძალთა მეორე სისტემის მოქმედებით წერტილთა გადაადგილების განსაზღვრის ცნობილი ხერხით:

$$U_1 = \sum P_i \pi_i . \quad (5)$$

დაწერილებით შეეჩერდეთ შიგა ძალთა U_2 მუშაობის განსაზღვრაზე. ჯერ განვიხილოთ გამჭოლი ფერმები (ნახ. 145). ძალთა მეორე სისტემის მოქმედებით ძელაკებში წარმოქმნილი ძალები იყოს T_1, T_2, \dots, T_i მაშინ ძელაკების სიგრძეთა ნაზრდი იქნება:

$$\left. \begin{aligned} \Delta l_1 &= \frac{T_1 l_1}{EF_1} , \\ \Delta l_2 &= \frac{T_2 l_2}{EF_2} , \dots , \\ \Delta l_i &= \frac{T_i l_i}{EF_i} , \end{aligned} \right\} . \quad (6)$$

ხოლო $S_1, S_2, \dots, S_i, \dots$, ძალთა მუშაობა იქნება:

$$U_2 = \sum \frac{S_i T_i l_i}{EF_i} . \quad (7)$$

U_1 და U_2 -ის მნიშვნელობებს მე-(4) გამოსახულებაში თუ ჩავსვამთ, ფერმისათვის, მივიღებთ:

$$\sum P_i \pi_i = \sum \frac{S_i T_i l_i}{EF_i} . \quad (8)$$

ახლა გადავიდეთ გასალენი კოქების ან მათი სისტემების შემთხვევაზე. U_2 -ის განსაზღვრისათვის გამოვყოთ ელემენტი ორი უსასრულოდ მახლობელი კვეთით (ნახ. 146). უყურადღებოდ ვტოვებთ მხებ ძალებს, მაშინ ამ ელემენტზე იმოქმედებს M ძალთა წყვილი (მლუნავი მომენტი).

ძალთა მეორე სისტემის მოქმედებით მლუნავი მომენტების სხვა M_1 მნიშვნელობებს მივიღებთ, მასთან ადგილი ექნება კვეთთა ფარლობით მობრუნებას, რომელიც უდრის



ნახ. 146

$$\frac{M_1 dx}{EJ}$$

ამ გადაადგილებაზე M ძალთა წყვილი შეასრულებს მუშაობას:

$$M \frac{M_1 dx}{EJ}$$

M ძალები გამოყოფილი ელემენტის მიმართ გარე ძალებს წარმოადგენენ. შიგა ძალთა მუშაობა განსახილველი ელემენტის ფარგლებში უდრის გარე ძალთა მუშაობას [იხ. (4)], ე. ი.

$$dU_2 = \frac{MM_1 dx}{EJ} .$$

შიგა ძალთა მუშაობების შეკრებით მთელ კოქისათვის ან კოქების სისტემისათვის, მივიღებთ:

$$U_2 = \int \frac{M \cdot M_1 dx}{EJ} ,$$

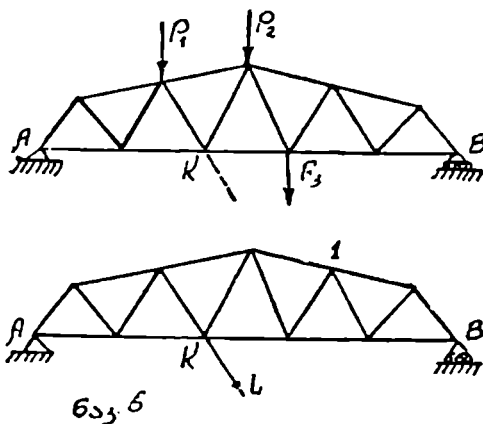
საიდანაც

$$\sum P_i \pi_i = \int \frac{M \cdot M_1 dx}{EJ} . \quad (9)$$

მორის პრინციპის გამოყენებისას, დეფორმაციების განსაზღვრისათვის, ჩვენ უნდა განვიხილოთ ნაგებობაზე ძალთა ორი სისტემის მოქმედება.

ორთავე სისტემა სავსებით ნებისმიერია. ძალთა ამათუიპ სისტემის შერჩევისას ჩვენ მივიღებთ სულ ახალ-ახალ განტოლებებს, და ამოცანა იმაში მდგომარეობს, რომ შევჩერდეთ ისეთ ორ ძალთა სისტემაზე, რომლებსაც ესაბამება უცნობთა განსაზღვრისათვის მეტად მოსახერხებელი განტოლებები. როდესაც საჭიროა მოცემულ ძალთა სისტემის მოქმედებით გამოწვეული რაიმე გადაადგილების (ფერმის კვანძის, კოქის წერტილის გადაადგილების, კოქის კვეთის მოზრუნების) განსაზღვრა, მაშინ შევარჩევთ შემდეგ სისტემებს: მოცემულ ძალებს ჩავთვლით ძალთა მეორე (m) სისტემად, რომელიც იწვევს π გადაადგილებებს; ძალთა პირველ (I) სისტემად კი, რომლის მუშაობაც ამ გადაადგილებებზე ჩვენ უნდა განვსაზღვროთ, მივიღებთ საძიებელი გადაადგილების შესაბამის ერთეულ ძალას.

ვთქვათ მოცემულია ფერმა (ნახ. 147) და საჭიროა K წერტილის π გადაადგილების განსაზღვრა, წყვეტილით აღნიშნული მიმართულებით, P_1 , P_2 და P_3 ძალების მოქმედებით. მოცემულ ძალთა სისტემას ჩავთვლით



ნახ. 147

მეორე (m) სისტემად. პირველ (I) სისტემად კი მივიღებთ ერთეულის ტოლ ძალას რომელიც მოდებულია K წერტილზე საძიებელი გადაადგილების მიმართულებით.

ძალთა (I) სისტემიდან ძელაკებში წარმოქმნილი S_i ძალები S_1 -ით აღვნიშნოთ, (m) სისტემით წარმოქმნილი T_i ძალები კი S_m -ით. ვიყენებთ (b) ტოლობას. I სისტემის 3 გარე ძალა გვაქვს: 1-ის ტოლი ძალა და საყრდენთა

რეაქციები A და B წერტილებში. 1-ის ტოლ ძალას ესაბამება გადაადგილება (m) სისტემის ძალთა კმედებით, რომელიც საძიებელ δ გადაადგილებას უდრის. საყრდენთა რეაქციებს კი შათი მოქმედების მიმართულებით (B რეაქცია ვერტიკალურია) ნულის ტოლი გადაადგილება ესაბამება.

ამის გამო (b) ტოლობის მარცხენა ნაწილი მიიღებს სახეს $1 \times \delta$. შიგა ძალთა მუშაობა იქნება (ტოლობის მარჯვენა ნაწილი):

$$\sum \frac{S_i T_i l_i}{EF_i} = \sum \frac{S_m S_i l}{EF}$$

საბოლოოდ მივიღებთ:

$$\delta = \sum \frac{S_m S_i l}{EF}$$

ე.ი, იმავე მე-(2) გამოსახულებას, რომელიც ჩვენ მივიღეთ ზემოთ კასტილიანოს მეთოდის მიხედვით.

მოვიყვანოთ რიცხვითი მაგალითი (ნახ. 143, ნაკ. 1, 2 და 3). მოცემულია ფერმა, რომელზედაც მოქმედებს ძალა $P=30$ ტონი. საჭიროა C კვანძის ნალუნის განსაზღვრა.

ძელაკების სიგრძეები და კვეთების ფართობები მოცემულია, მასთან კვეთის ფართობებად *brutto* ფართობებია აღებული, რადგან ნაგებობათა დეფორმაციები დამოკიდებულია ამათუიმ ძელაკის განივი კვეთების საშუალო განზომილებებზე, უკანასკნელები კი უახლოვდება *brutto* კვეთებს.

143-ე ნახაზის მე-3 და მე-4 ნაკვეთებზე კრემონას ორი დიაგრამაა აგებული: პირველი 1-ის ტოლ ძალისათვის, რომელიც მოდებულია C კვანძზე საძიებელი გადაადგილების მიმართულებით, მეორე კი P ძალისათვის. ყველა მოქმედება დაყვანილია ცხრილზე, მასთან კრემონას პირველი დიაგრამის აგების შედეგები ცხრილის V სვეტშია მოთავსებული, მეორე დიაგრამისა კი IV სვეტში.

გამოვიყენოთ შორის პრინციპი კოჭების დეფორმაციათა განსაზღვრისათვის. ვთქვათ საჭიროა ერთი ბოლოთი ჩამაგრებული და მთელ სიგრძეზე თანაბრად დატვირთული კოჭის B ბოლოს ნალუნის განსაზღვრა (ნახ: 148, ნაკ. a).

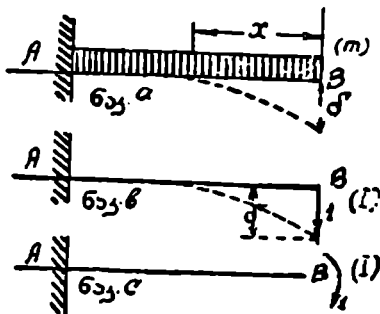
მოცემულ ძალთა სისტემა (m) სისტებად მივიღოთ, I სისტემადა კი 1-ის ტოლი ძალა, რომელიც ესაბამება საძიებელ ნალუნს (ნაკ. b).

ცხრილი

ღეროს დასახელება და N	ძღმენ-ტების სიგრძე l სმ-ში	განივი კვეთის ფართობი F' სმ ² -ში	ძალები მოკეშულ ძალებისა-გან S _{მკე} -ში	ძალები 1-ის ტოლ ძალებისგან S კე-ში	$\frac{S_m \cdot S_1 \cdot l}{F}$	
I	II	III	IV	V	VI	
A-C	1	300	15	+10000	+0,670	+134000
C-E	2	300	30	+20000	+0,333	+67000
E-F	3	300	90	+20000	+0,333	+67000
D-F	4	420	90	-23000	-0,465	+60760
B-D	5	300	30	-10000	-0,670	+67000
A-B	6	420	40	-14000	-0,930	+13710
B-C	7	300	15	+10000	+0,670	+134000
C-D	8	420	40	-14000	+0,465	-68310
D-E	9	300	45	+30000	0	0

$$\sum \frac{S_m \cdot S_1 \cdot l}{F} = + 598120$$

$$\delta = \frac{1}{E} \sum \frac{S_m \cdot S_1 \cdot l}{F} = \frac{598120}{2000000} = 0,3 \text{ სმ.}$$



ნახ 148

მაშინ მივიღებთ:

$$1 \times \delta = \int \frac{M_m M_1 dx}{EJ}$$

სადაც $M_1 = -1 \cdot x$ (ძალთა I სისტემა),

$$M_m = -\frac{q \cdot x^2}{2} \quad (\text{ძალთა } m \text{ სისტემა}).$$

ჩასმით მუდმივი კვეთის კოქისათვის მივიღებთ:

$$\delta = \int_0^l \frac{qx^2}{2EJ} dx = \frac{ql^3}{8EJ}$$

სწორედ ასევე, თუ საკიროა ბოლო კვეთის მობრუნების φ კუთხის განსაზღვრა, მაშინ I სისტემად მივიღებთ ძალთა წყვილს 1-ის ტოლი მომენტით, რომელიც მოდებულაა ბოლო კვეთზე. მივიღებთ:

$$1 \times \varphi = \int \frac{M_m M_1 dx}{EJ},$$

სადაც $M_1 = -1$,

$$M_m = -\frac{qx^2}{2}.$$

ჩასმით გვექნება:

$$\varphi = \int_0^l \frac{qx^2}{2EJ} dx = \frac{ql^3}{6EJ}.$$

ამნაირად კოქებისათვის ჩვენ გვაქვს ზოგადი გამოსახულება ნებისმიერ გადაადგილებისათვის (იქნება ის ნალუნი თუ მობრუნების კუთხე):

$$\delta = \int \frac{M_m M_1 dx}{EJ}. \quad (9)$$

სადაც M_m მოკეპული ძალების მოქმედებით გამოწვეული მლუნავი მომენტის გამოსახულებაა, M_1 კი ერთეული ძალის მოქმედებით გამოწვეული მლუნავი მომენტი, მასთან ერთეული ძალა ესაბამება საძიებელ გადაადგილებას.

მუდმივი კვეთის კოქებისათვის:

$$\delta = \frac{1}{EJ} \int M_m M_1 dx = \frac{K_{m1}}{EJ} \quad (10)$$

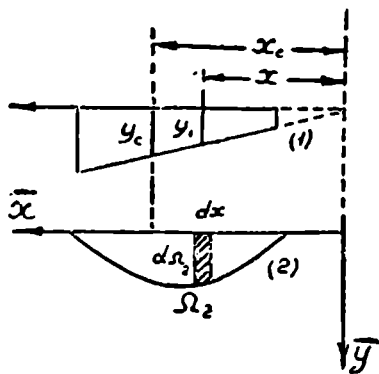
სადაც:

$$K_{m1} = \int M_m M_1 dx \quad (11)$$

K_{m1} სიდიდე დამოკიდებულია მხოლოდ M_m და M_1 მომენტების დამოკიდებულებაზე x აბსცისთან, ვ.ი. მლუნავ მომენტთა ეპიურებზე. მე-(10) ფორმულის გამოყენების მოხერხებულობისათვის, სწრაფად უნდა ვიცოდეთ K_{m1} სიდიდის განსაზღვრა. იმ შემთხვევაში, როდესაც ორ ეპიურიდან

ერთ-ერთი წარმოდგენს სწორხაზს, ამოცანის ამოხსნა ადვილდება ეკრასჩაგინის წესის გამოყენებით, რომელიც შემდეგში მდგომარეობს: ასეთ შემთხვევაში K სიდიდე უდრის სწორხაზობრივი ეპიურის იმ ორდინატის ნამრავლს მეორე ეპიურის ფართობზე, რომელიც მოცემულია ამ მეორე ეპიურის სიმძიმის ცენტრის ზემოთ.

149-ე ნახაზზე წარმოდგენილია მღუნავ მომენტთა ორი ეპიურა: ერთი სწორხაზობრივი, მეორე კი ნებისმიერი, კერძო შემთხვევაში იგი



ნახ. 149

ცხადია სწორხაზობრივიც შეიძლება იყოს. უნდა დავამტკიცოთ, რომ

$$K_n = \Omega_2 y_c. \quad \dots (12)$$

დასამტკიცებლად კოორდინატთა სათავედ მივიღოთ სწორხაზობრივი ეპიურის აბსცისთა ლერძთან გადაკვეთის წერტილი: მაშინ

$$y_1 = ax_1, \quad \dots (13)$$

$$y_c = ax_c, \quad \dots \dots \dots (14)$$

მე-(11) გამოსახულებაში ჩასმით, მივიღებთ:

$$K_{12} = \int y_1 y_2 dx = a \int x y_2 dx.$$

149-ე ნახაზიდან ცხადია, რომ

$$y_2 dx = d\Omega_2, \\ K_{12} = a \int x d\Omega_2 = a S_{x\Omega_2}$$

სადაც S_{2y} არის მე-(2) ეპიურის ნაკვეთის სტატიკური მომენტი y ღერძის მიმართ, ე. ი.

$$S_{2y} = \Omega_2 \cdot x_c, \quad K_{12} = a x_c \Omega_2,$$

ან, მე-(14) გამოსახულების საფუძველზე

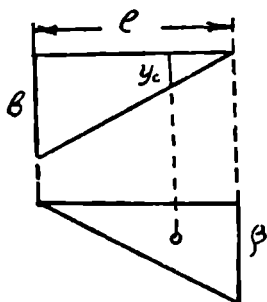
$$K_{12} = \Omega_2 y_c,$$

რისი დამტკიცებაც იყო საჭირო.

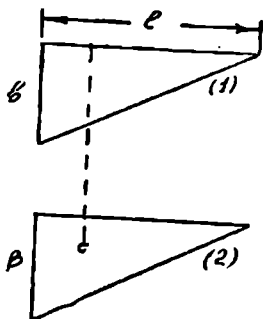
მოვიყვანოთ რამდენიმე მაგალითი.

მაგალითი 1 (ნახ. 150):

$$K_{12} = \Omega_2 \cdot y_c = \frac{\beta l}{2} \cdot \frac{2b}{3} = \frac{1}{3} \beta b l.$$



ნახ. 150

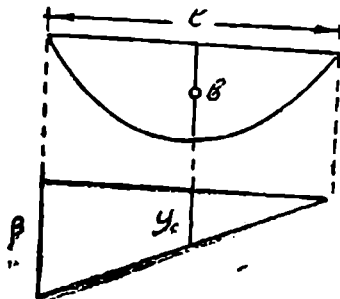


ნახ. 151

მაგალითი 2 (ნახ. 151):

$$K_{12} = \Omega_2 y_c = \frac{\beta l}{2} \cdot \frac{b}{3} = \frac{1}{6} \beta b l.$$

მაგალითი 3 (ნახ. 152)



ნახ. 152

$$K_{1,2} = \Omega_1 y_c = \frac{2}{3} \text{ სს } \frac{\beta}{2} = \frac{1}{3} \text{ სპს.}$$

ამოცანების ამოხსნა გაცილებით მარტივდება პრაქტიკული მნიშვნელობის სხვადასხვა შემთხვევისათვის საგანგებო შედგენილ ცხრილის

$$K = \int MM_1 dx \text{ გამოყენებით.}$$



ს ა რ ო მ ე ნ ი

წინასიტყვაობა

გვ.
3

• პირველი თავი

ზოგადი ცნობანი

ნაშენთა წინაღობის საგანი	5
ნაგებობათა წინაღობის გამოკვლევის მეთოდები	9

მეორე თავი

გრაფიკული სტატისტიკა ხიბრტყეზე

ორი თანამკვეთი ძალის შეკრება	12
ერთ წერტილში თანამკვეთი რამდენიმე ძალის შეკრება .	12
თოკის მრავალკუთხედი	14
ძალთა წონასწორობის პირობები	16
ამოცანები ძალთა დაშლაზე და გაწონასწორებაზე	17
თოკის მრავალკუთხედის თვისება	20
მოცემულ 3 წერტილზე გამავალი თოკის მრავალკუთხედის აგება. .	21
ძალთა მომენტები .	23
მთლიანი დატვირთვა,	24
თოკის მრუდის განტოლება მთლიანი დატვირთვისათვის	26
ანალიზური შეკრება და ძალთა გაწონასწორება	28

მესამე თავი

საყრდენ რეაქციათა განსაზღვრა

საყრდენთა ტიპები, რომლებიც უზრუნველყოფენ სხეულის მდგრადობას .	30
საყრდენთა რეაქციების განსაზღვრის მავალითები .	33

მეოთხე თავი

ხრტყედი სტატისტიკურად რკვევადი ფერმეხი

ზოგადი ცნებანი	36
ფერმის გომეტრიულად უცვლადობის ნიშანთვისება	37

ფერმის სტატიკურად რკვევადობის პარობა	39
ძალგათა განსაზღვრა სახარაინი კვანძების მქონე რკვევადი ფერმების ძელაკებში .	43

კრეშონახ დიაგრამა

შემთხვევა, როდესაც ფერმის ყველა კვანძებში თავს იყრიან ორზე მეტი ძელაკი	52
სტატიკურად განხლვრული ფერმების მაგალითები	56
ფერმის ელემენტების კვეთების შერჩევა	59

მხშუთა თაგვი

გავლენის ხაზებო

საერთო ცნებანი გავლენას ხაზებზე	65
თანაბარი ძოლიანი დატვირთვის შემთხვევა	70
კვანძური დატვირთვის ოპტიმელების წესთხვევა	72
ორ საყრდენზე თავისუფლად მდებარე კოკის საყრდენთა რეაქციების, გადაწერული ძალების და მოღუნვის მომენტების გააღენის ხაზების აგება .	73
გავლენის ხაზის აგება უფრო რთულ შემთხვევებში	77
ფუნქციის Max და Min მინიმუმობათა განსაზღვრა გავლენის ხაზის საშალუბით მატარებლის ცხრილი. ელემენტური ტვირთები	80

ეკვივალენტური დატვირთვებო

გავლენის ხაზი კონსოლიანი კოპებისათვის	95
გარბერის კოპები და გავლენის ხაზები მათთვის	98
სანსახსრიათი თაღები და მათი გავლენის ხაზები	102
ძაღების გავლენის ხაზი მარტივი კოპოვანი ფორმების ძელაკებში	111
კოპოვანი ფერმებისათვის გავლენის ხაზის აგების მაგალითები რთულ შემთხვევებში	130
კონსოლიანი ფერმის ძელაკებში ძალგალა გავლენის ხაზები	148
სამანსსრიათი თაღოვანი ფერმის ელემენტებისათვის გავლენის ხაზის აგება .	155

მეწინამო თაგვი

კოპების განაგარიშება მოძრავ დატვირთვაზე

Max M-ის განსაზღვრა მარტივი კოპების მოცემულ კვეთისათვის	158
Max M-ის განსაზღვრა მოცემული ტვირთის წვერით	159
Max M-ის განსაზღვრა მარტივ კოპში	161
მარტივი კოპის Max Q-ს და Max max Q-ს განსაზღვრა მოცემულ კვეთში	163
Max Q-ს განსაზღვრა გრაფიკული ზერხით (ეინკლარის ხერხით აგება)	164
მთლიანი, მჭიდრები და თანაბრად განრიკებული დატვირთვის გავლენა	165
დატვირთვის კვანძობრავ მოქედების წესთხვევა	167
ორატკებბრ-ვი კვეთის მარტივი დამოკლონებული კოპის განაგარიშების მაგალითი	173
Max M და Max Q-ს განსაზღვრა კონსოლიანი კოპებისათვის	159

მეშვიდე თავი

ფერმების განგარიშება მოძრავ დატვირთვაზე

მოძრავი დატვირთვით გამოწვეული Max და Min ძალვათა განსაზღვრა	193
მუდმივი დატვირთვის გავლენა .	193
ფერმის საკუთარი წონის გავლენა .	194

მერვე თავი

ხტატიკურად რკვევადი კოქების და ფერმების დეფორმაციები

კოქის ნალუნის განსაზღვრის გრაფიკული ხერხი	198
ფერმის წერტილთა გადაადგილების განსაზღვრის გრაფიკული ხერხი (Williot)	205
დიაგრამა	205
კოქების და ფერმების დეფორმაციების განსაზღვრის ანალიზური ხერხები .	216

