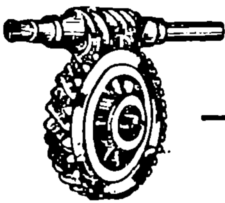
ო. ი. კაციტაძე, ჯ. ვ. ბიჭიაშვილი

# სამშენებლო მანქანები და სამშენებლო პროცესების ავტომატიზაცია



## პირველი ნაწილი — მანქანათა ნაწილები

## წიგნი I

საქართველოს სსრ უმაღლესი და საშუალო სპეციალური განათლების სამინისტროს მიერ დამტკიცებულია სახელმძღვანელოდ თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის საინჟინრო-ეკონომიკური ფაკულტეტის სტუდენტებისათვის

თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა
თბილისი 1985

ვ4.44
621.8
კ 363

ნაშრომი გამოდის ორ წიგნად. პირველ წიგნში განხილულია მანქანებისა და მექანიზმების ტიპური ნაწილებისა და კვანძების გაანგარიშება-კონსტრუირების თეორიული საფუძვლები. გამახვილებულია ყურადღება მანქანათა ნაწილების რხევებსა და დარტყმებზე გაანგარიშების დინამიკურ მეთოდებზე. შესწავლილია მრავალშრიანი ორთოტროპული დისკოების გაანგარიშების ღერძსიმეტრიული ამოცანა.

ნაშრომი გათვალისწინებულია უმაღლესი სასწავლებლების სამშენებლო სპეციალობის სტუდენტებისათვის. იგი გამოადგება ინჟინერ-პრაქტიკოსებსაც.

რედაქტორი სსსრ მეცნიერებათა აკადემიის
ნამდვილი წევრი დ.ს.თავხელიძე

რეცენზენტები: სსსრ მეცნიერებათა აკადემიის
წევრ-კორესპონდენტი მ.ვ.ხვინგია,
სსსრ მეცნიერებისა და ტექნიკის
დამსახურებული მოღვაწე, პროფ.
ი.ლ.ქართველიშვილი

© თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა, 1985.

K $\frac{3204010000}{M\ 608(06)-85}$

# წ ი ნ ა ს ი ტ ყ ვ ა ო ბ ა

წინამდებარე სახელმძღვანელო შედგენილია უმაღლესი სასწავლებლების სამშენებლო სპეციალობის სტუდენტებისათვის, რომლებიც შეისწავლიან "სამშენებლო მანქანებისა და სამშენებლო პროცესების ავტომატიზაციის" კურსს.

აღნიშნულ კურსში სტუდენტები გაეცნობიან მანქანების და საერთო დანიშნულების კვანძების ნაწილებს, მათი დაპროექტებისა და გაანგარიშების საფუძვლებს, სამშენებლო მანქანებს, მათ მოწყობილობას და მუშაობის პრინციპებს, მანქანების ექსპლოატაციას და გამოყენების სფეროს, ტექნიკური პარამეტრებისა და ტექნიკურ-ეკონომიკური მაჩვენებლების განსაზღვრას; ავტომატიკისა და სამშენებლო წარმოების ავტომატიზაციის საფუძვლებს.

"სამშენებლო მანქანებისა და სამშენებლო პროცესების ავტომატიზაციის" კურსი შედგება სამი ნაწილისაგან: პირველი ნაწილი- მანქანათა ნაწილები; მეორე ნაწილი- სამშენებლო მანქანები; მესამე ნაწილი- სამშენებლო პროცესების ავტომატიზაცია.

კურსის პირველ ნაწილში / მანქანათა ნაწილები/ შეისწავლება მანქანებისა და მექანიზმების ტიპური ნაწილებისა და კვანძების გაანგარიშება- კონსტრუირების თეორიული საფუძვლები. შესასწავლი მასალა ემყარება შემდეგი დისციპლინების ცოდნას: მანქანათსაშენებელი ხაზვა, თეორიული მექანიკა, მასალათა გამძლეობა, ლითონთა ტექნოლოგია. "მანქანათა ნაწილები"შედგება შემდეგი თავებისაგან: საერთო დებულებები; მანქანების ნაწილებისა და კვანძების შეერთება; გადაცემები; გადაცემის ნაწილები და კვანძები.

არსებული სახელმძღვანელოებისაგან განსხვავებით, წინამდებარე სახელმძღვანელოში გამახვილებულია ყურადღება მანქანათა

ნაწილების რხევებსა და დარტყმებზე გაანგარიშების დინამიკურ მეთოდებზე. განხილულია მრავალშრიანი ორთოტროპული დისკოების გაანგარიშების ღერძსიმეტრიული ამოცანა.

მასალის დამუშავება და შესწავლა მიზანშეწონილია განხორციელდეს სახელმძღვანელოში მოცემული თანმიმდევრობით; სახელმძღვანელო შედგენილია კურსის მოქმედი პროგრამის თანახმად.

" სამშენებლო მანქანებისა და სამშენებლო პროცესების ავტომატიზაციის" კურსის პირველი ნაწილი, მანქანათა ნაწილები, დაწერილია ორ წიგნად. პირველი წიგნი წარმოდგენილია ერთი განყოფილებით, რომელიც მოიცავს კურსის ზოგად ნაწილს და შედგება თორმეტი პარაგრაფისაგან /§ 0.1–§ 0.12/. მასში გადმოცემულია მასალათა გამძლეობის საფუძვლები /სტატიკა, დინამიკა, ტვირთამტანიანობის ხანმოკლე დინამიკა/, შესწავლილია ორთოტროპული დისკოების გაანგარიშების ღერძსიმეტრიული ამოცანა და სხვ.

პროფ. ო.ი.კაციტაძის მიერ დაწერილია მასალათა გამძლეობის და დინამიკური გაანგარიშების საკითხები / §§ 0.9, 0.10, 0.11/, დანარჩენი- დოც. ჯ.ვ. ბიჭიაშვილის მიერ.

ყველა შენიშვნა და სურვილი, გამოთქმული სახელმძღვანელოს გაუმჯობესების მიზნით, ავტორების მიერ დიდი მადლობით იქნება მიღებული.

# შესავალი

სკკპ XXVI ყრილობამ მნიშვნელოვანი ამოცანები დასახა კაპიტალური მშენებლობის დარგში სსრ კავშირში: მშენებლობის ვადების მაქსიმალურად შემოკლება, ღირებულების შემცირება, ხარისხის გაუმჯობესება და ეფექტურობის გაზრდა.

კომუნიზმის ასაშენებლად საჭიროა შეიქმნას მისი მატერიალურ-ტექნიკური ბაზა, მნიშვნელოვნად ამაღლდეს შრომის ნაყოფიერება. საზოგადოებრივი შრომის ნაყოფიერების ზრდა წარმოადგენს მშრომელთა ცხოვრების დონის ამაღლების წყაროს. სოციალისტური ეკონომიკა, ეყრდნობა რა მეცნიერებისა და ტექნიკის უახლეს მიღწევებს, უზრუნველყოფს წარმოების ტექნიკის განუწყვეტელ სრულყოფას და სოციალისტური საზოგადოების შრომის ნაყოფიერების ზრდას. პარტია და მთავრობა შეუნელებელი ყურადღებით ეკიდება სამშენებლო წარმოების განვითარებას, მის აღჭურვას სრულყოფილი ტექნიკური საშუალებებით, შრომის ნაყოფიერების ეფექტურობის ამაღლებას და სამშენებლო სამუშაოთა ღირებულების შემცირებას. ჯერ კიდევ პარტიის XVI ყრილობის გადაწყვეტილებებში იყო აღნიშნული, რომ ამოცანის მიღწევა შესაძლებელია მშენებლობის ინდუსტრიულ მეთოდებზე გადასვლით, სამუშაოთა მაქსიმალური მექანიზაციით და სამშენებლო წარმოების პროცესების ავტომატიზაციით.

მშენებლობის ინდუსტრიალიზაცია და შენობების აგება გამზადებული მსხვილგაბარიტიანი ელემენტებისაგან, რომელთა მონტაჟი ხორციელდება მაღალმწარმოებლური სამონტაჟო საშუალებებით, წარმოადგენს სამშენებლო წარმოებაში ტექნიკური პროგრესის ძირითად ბერკეტს. ფართო გავრცელება პოვა მსხვილბლოკოვანმა, მოგვიანებით კი - მსხვილპანელოვანმა მშენებლობამ. კონსტრუქცი-

ების გამსხვილებული ელემენტები მზადდება სახლმშენებელ კომბინატებში, სადაც ყველა ძირითადი ტექნოლოგიური პროცესი მექანიზებული და ავტომატიზებულია, ხოლო სამშენებლო მოედანი წარმოადგენს ასაწყობ საამქროს, სადაც მოკლე ვადებში მონტაჟდება მზა კონსტრუქციები. ამრიგად, მშენებლობის შემდგომი ინდუსტრიალიზაცია სამშენებლო წარმოებას გარდაქმნის შენობების აწყობის მექანიზებულ ნაკადურ პროცესად.

თანამედროვე მშენებლობა ინდუსტრიალიზაციასთან ერთად ხასიათდება კომპლექსური მექანიზაციით, რომლის დროსაც მექანიზებულია სამშენებლო პროცესის ძირითადი და დამხმარე ოპერაციები. სამშენებლო სამუშაოთა მოცულობებისა და ხასიათის მიხედვით შექმნილია მანქანების კომპლექტები, რომლებიც უზრუნველყოფს სამუშაოთა ძირითადი სახეების კომპლექსურ მექანიზაციას.

სამშენებლო სამუშაოთა მოცულობებისა და მათი კომპლექსური მექანიზაციის დონის ამაღლება განაპირობებს სამშენებლო მანქანებისა და მოწყობილობების პარკის ზრდას.

1971 წლისათვის ექსკავატორების პარკი გაიზარდა 105 000-მდე, გადასაადგილებელი ამწეებისა– 118 000-მდე, ბულდოზერებისა– 100 000-მდე, სკრეპერებისა– 28 000 მანქანამდე. მარტო 1971 წელს სსრ კავშირში დამზადდა 33 000-ზე მეტი ექსკავატორი, 38 000-მდე ბულდოზერი და 11 000-მდე სკრეპერი.

სსრ კავშირში ექსკავატორები მზადდება მეტი, ვიდრე ინგლისში, გფრ-სა და საფრანგეთში ერთად აღებული. 1969 წელს ჩვენს ქვეყანაში გამოშვებული იქნა გაცილებით მეტი ექსკავატორები და ბულდოზერები, ვიდრე აშშ-ში.

კომპლექსურ მექანიზაციასთან ერთად განსაკუთრებული მნიშვნელობა ენიჭება ავტომატიზაციასა და კომპლექსურ ავტომატიზაციას, მთლიანად ავტომატიზებული ტექნოლოგიური ხაზების შექმნას

სამშენებლო მასალებისა და ნაკეთობათა საწარმოებელ ქარხნებში.

წარმოების კომპლექსური ავტომატიზაცია საშუალებას იძლევა განხორციელდეს საწარმოო პროცესი ადამიანის უშუალო მონაწილეობის გარეშე. ადამიანს ეკისრება მხოლოდ პროცესის კონტროლი, იგი თავისუფლდება საწარმოო პროცესის შესრულებისაგან.

ავტომატიზაცია საშუალებას იძლევა მიღწეულ იქნეს ისეთი მწარმოებლობა, საიმედოობა, სისწრაფე, სიზუსტე, პარამეტრების მუდმივობა, ხარისხი, ეკონომია და ეფექტურობა, რომელთა უზრუნველყოფაც ადამიანს თავისი უშუალო შრომით არ შეუძლია.

უკანასკნელ წლებში სამშენებლო წარმოებაში ფართოდ გამოიყენება ეკონომიკურ-მათემატიკური, ქსელური მეთოდები და ელექტრონულ-გამომთვლელი ტექნიკა. აღნიშნული გარემოების საფუძველზე მუშავდება და იქმნება სამშენებლო წარმოების მართვის ავტომატიზებული სისტემები, რომლებიც უზრუნველყოფენ ოპტიმალური გეგმების შედგენას, კონტროლისა და აღრიცხვის ავტომატიზაციას, ინფორმაციის მანქანურ დამუშავებას, საწარმოო პროცესების მართვისა და რეგულირების ოპერატიულობას. ამრიგად, მართვის ავტომატიზებული სისტემების შექმნა მშენებლობაში შრომის ნაყოფიერების ამაღლების მნიშვნელოვანი საშუალებაა.

სამშენებლო მანქანების პარკის ზრდა, მათი ნომენკლატურის გაფართოება მოითხოვს გარკვეული დანიშნულების მანქანების ტიპიზაციას და უნიფიკაციას. ეს საკითხები უშუალოდ გამომდინარეობს საწარმოო პროცესების კომპლექსური მექანიზაციის ამოცანიდან. სამშენებლო მანქანების ერთიანი ტიპაჟისა და გან-

ზომილების რიგის დამუშავება უზრუნველყოფს კვანძებისა და დეტალების უნიფიკაციას როგორც ერთი რიგის საზღვრებში, ასევე სხვადასხვა სახის მანქანებს შორის. ტიპაჟის დანერგვა ამცირებს მანქანების ტიპ-ზომებს, ზრდის მანქანების გამოშვების სერიულობას სპეციალიზებულ საწარმოებში, მათი ღირებულების შემცირებას. მაგალითად, კოშკური ამწეებისათვის მეცნიერულად დასაბუთებული ტიპ-ზომის რიგის დამუშავებამ უზრუნველყო მანქანების მოდელების რიცხვის რამდენჯერმე შემცირება. დამუშავებულია ისრიანი სამონტაჟო ამწეების რიგები- მუხლუხა, პნევმოთვლებიანი და ავტოსვლით, ამწეების თითეული ჯგუფის ძირითადი კვანძების, აგრეგატების /ძალოვანი დანადგარი, გადასაადგილებელი მოწყობილობა, ჰიდრომოწყობილობა და სხვ./ და სისტემების /კინემატიკური, ჰიდრავლიკური/ მნიშვნელოვანი ნაწილის უნიფიკაციით.

აგრეგატების, კვანძებისა და ნაწილების უნიფიკაცია მნიშვნელოვნად ამარტივებს და აჩქარებს პროექტირებას, დამზადებას და მანქანების რემონტს, აადვილებს მათ ექსპლოატაციას. იზრდება მანქანის ტექნიკური დონე, საიმედოობა და ხანგამძლეობა.

ამჟამად დამუშავებული და დამტკიცებულია სამშენებლო წარმოებაში გამოყენებული თითქმის ყველა მანქანის პერსპექტიული ტიპაჟი.

მანქანების ახალი ტიპების შექმნაში სსრ კავშირსა და საზღვარგარეთ შეიმჩნევა პროგრესული ტენდენციები, რომელთა შორის აღსანიშნავია:

- მანქანის სიმძლავრისა და მწარმოებლობის გაზრდა;
- მანქანების, მოწყობილობებისა და სამშენებლო მასალე-

ბის წარმოების ქარხნების მართვის ავტომატიზაცია;

- ყველა მანქანის კონსტრუქციაში ჰიდრავლიკური ამძრავის მასობრივად დანერგვა და წნევის გაზრდა ჰიდროსისტემაში 300 ატ-მდე;
- უწყვეტი მოქმედების მანქანების გამოყენების სფეროს გაფართოება;
- მანქანების ტიპიზაცია- ახალი კონსტრუქციების დამუშავება ტიპური რიგების საფუძველზე;
- მანქანების უნიფიკაცია სტანდარტული კვანძებისა და ნაწილების სპეციალიზებული მასობრივი და იაფი წარმოების ბაზაზე;
- ქრომირებით დაცული მსუბუქი ლითონებისა და შენადნობების, პლასტმასების, ალუმინის შენადნობების გამოყენება;
- მანქანების ხარისხისა და საიმედოობის გაზრდა;
- ზრუნვა ადამიანისათვის, გამოხატული უსაფრთხოების ტექნიკის პირობებისადმი მოთხოვნილებათა მნიშვნელოვნად გაზრდით და ოპერატორის მუშაობისათვის მაქსიმალური მოხერხებულობის შექმნით.

შეკითხვები თვითშემოწმებისათვის:

1. რას გულისხმობს მშენებლობის მექანიზაცია, კომპლექსური მექანიზაცია და ავტომატიზაცია?
2. დაასახელეთ მშენებლობის ინდუსტრიალიზაციის განვითარებაში ტექნიკური პოლიტიკის ძირითადი ელემენტები.
3. ჩამოთვალეთ ძირითადი პროგრესული ტენდენციები სამშენებლო მანქანების განვითარებაში.
4. რა არის სამშენებლო მანქანების მასობრივი გამოშვების საფუძველი?

5. რა დანიშნულება აქვთ მშენებლობის მართვის ავტომატიზებულ სისტემებს?

# პირველი განყოფილება

## ზოგადი ნაწილი

### § 0.1. მოკლე ცნობები მანქანათა ნაწილების კურსის ისტორიიდან

რევოლუციამდელ რუსეთში მანქანათმშენებლობა ძალზე სუსტად იყო განვითარებული. მთელი რიგი მნიშვნელოვანი დარგები საერთოდ არ არსებობდა. მეფის რუსეთს არ ესმოდა სამამულო მანქანათმშენებლობის განვითარების აუცილებლობა, ხოლო უცხოელი კაპიტალისტები ხელოვნურად ამუხრუჭებდნენ მის წინსვლას. რუსეთში მეცნიერებისა და ტექნიკის განვითარებაზე დამღუპველ გავლენას ახდენდა აგრეთვე უცხოელი სპეციალისტების საქმიანობაც.

მიუხედავად ასეთი ხელისშემშლელი პირობებისა, რუსი ხალხის რიგებიდან გამოვიდნენ ისეთი გამოჩენილი მეცნიერები, როგორებიც იყვნენ ლომონოსოვი, ოსტროგრადსკი, ჩებიშევი, ასური, ვიშნეგრადსკი, პეტროვი, ჟუკოვსკი, ჩაპლიგინი და მრავალი სხვა, რომელთაც ჩაუყარეს საფუძველი და შემდგომ განავითარეს სამამულო მანქანათმშენებლობა. რუსმა მექანიკოსებმა პოლზუნოვმა, კულიბინმა, მამა-შვილმა ჩერეპანოვებმა, ფროლოვმა, ნარტოვმა და სხვებმა შექმნეს მთელი რიგი უნიკალური მანქანები. მაგალითად, აკადემიკოს პ.ლ.ჩებიშევს /1821-1894/ ეკუთვნის მექანიზმებისა და მანქანების თეორიის საფუძვლების შექმნა. მან დაამუშავა მეტრული სინთეზის თეორია და პირველმა მიიღო ბრტყელი მექანიზმების მოძრაობის ხარისხის გამოსათვლელი სტრუქტურული ფორმულა. აკადემიკოსმა ნ.პ.პეტროვმა /1836-1920 / დაამუშავა დაზეთვის ჰიდროდინამიკური თეორია. პროფესორებმა

ი.ა.ვიშნეგრადსკიმ / 1831-1895/ და ლ.ვ.ასურმა / 1878-
-1920/ შეისწავლეს მანქანების რეგულირების, მექანიზმების
სტრუქტურისა და კლასიფიკაციის მნიშვნელოვანი საკითხები.
პროფ.ნ.ა.ჟუკოვსკიმ /1847-1921/ და მისმა მოწაფეებმა
აკადემიკოსმა გ.პ. გორიაჩკინმა / 1868-1935/, პროფ. ნ.ი.
მერცალოვმა /1860-1948/ ჩამოაყალიბეს სივრცითი მექანიზმების
თეორია, შეისწავლეს მექანიზმებისა და მანქანათა სტრუქტურის
კინემატიკისა და დინამიკის ამოცანები, აკად. გ.პ. გორიაჩ-
კინის და პროფ. ნ.ი.მერცალოვის მოწაფე, აკადემიკოსი ი.ი.არ-
ტობოლევსკი სამართლიანად ითვლება მექანიზმებისა და მანქანე-
ბის თეორიის საბჭოთა სკოლის მამამთავრად, ხოლო მექანიზმები-
სა და მანქანათა თეორიის საბჭოთა სკოლა მსოფლიოში მოწინავეა.

პირველად მანქანათა ნაწილების კურსი, როგორც დამოუ-
კიდებელი სასწავლო დისციპლინა, წაკითხულ იქნა პეტერბურგის
ტექნოლოგიურ ინსტიტუტში პროფ. ვ.ლ. კირპიჩევის მიერ. მანვე
1881 წ. შეადგინა "მანქანათა ნაწილების" პირველი კურსი რუ-
სეთში. შემდგომ წლებში გამოიცა სხვა მეცნიერების ნაშრომებიც-
პროფ. ს.გ.ვოისლავისა 1886 წ., მოსკოვის უმაღლესი ტექნიკური
სასწავლებლის პროფესორის პ.კ. ხუდიაკოვისა 1886-87 წლებში,
პროფ. ა.ი.სიდოროვისა-1922 წ.

მნიშვნელოვანი როლი შეასრულა თავის დროზე პირველად
გერმანიაში გამოსულმა, ხოლო მოგვიანებით არაერთხელ რუსულ ენა-
ზე გამოცემულმა კ.ბახის მანქანათა ნაწილების სახელმძღვანელომ.
დღემდე არ დაუკარგავს თავისი ღირსება ფ.რეტშერის "მანქანათა
ნაწილების" კურსს, რომელიც საბჭოთა კავშირში 1934 წ. გამოი-
ცა.

დიდი ოქტომბრის სოციალისტური რევოლუციის შემდეგ საბ-

ქოდა კავშირში შეიქმნა დარგობრივი სამეცნიერო-კვლევითი ინს-ტიტუტები: მანქანათმშენებლობის ტექნოლოგიის ცენტრალური სამეცნიერო-კვლევითი ინსტიტუტი /ЦНИИТмаш /, ლითონსაჭრელი ჩარხების ექსპერიმენტული სამეცნიერო-კვლევითი ინსტიტუტი /ЭНИМС/, საკისრის მრეწველობის ექსპერიმენტული სამეცნიერო-კვლევითი ინსტიტუტი /ЭНИИПП/, ამწე-სატრანსპორტო მანქანების /ВНИИПТмаш/ და სხვ. მანქანების შესწავლის საკითხებზე მუშაობენ ჩვენი ქვეყნის ისეთი მოწინავე ქარხნები, როგორიცაა ურალის მძიმე მანქანათმშენებლობის, ნოვოკრამატორსკის მანქანათმშენებელი, ლენინგრადის ლითონის, ლენინგრადის კიროვის სახ. ქარხნები და სხვ. აღნიშნულ საკითხებს სწავლობენ აგრეთვე უმაღლესი ტექნიკური სასწავლებლების სათანადო კათედრები და ლაბორატორიები.

მნიშვნელოვანი შრომები აქვთ გამოქვეყნებული მანქანათა ნაწილების სიმტკიცის, გაანგარიშებისა და კონსტრუირების დარგში საბჭოთა მეცნიერებს: ი.ი.არტობოლევსკის, ი.ი.აბრამოვიჩს, ვ.ა.დობროვოლსკის, ვ.ნ.კუდრიავცევს, ნ.ი.კოლჩინს, ლ.გ. კიფერს, გ.ა.ნიკოლაევს, ი.ა.ოდინგს, ა.ი.პეტრუსევიჩს, დ.ნ. რეშეტოვს, ს.ვ.სერენსენს, მ.ნ.ივანოვს, პ.გ.გუზენკოვს, ს.ა. ჩერნავსკის და სხვ.

საქართველოს ტექნიკურ სასწავლებლებში ინჟინერ-მექანიკოსთა კადრების მომზადების საქმეში დიდი ღვაწლი მიუძღვით პროფესორებს: გ.გველესიანიშვილს, ა.გულისაშვილს, ი.ვაწაძეს, ლ.დიასამიძეს, ი.ბაქრაძეს, გ.ტოცირიძეს, დ.თავხელიძეს, მ.ხუნწარია-ქართველიშვილს, თ.ებიკაშვილს, დ.ჭელიძეს და სხვ.

## § 0.2. მანქანისა და მექანიზმის ცნებები. მანქანების კლასიფიკაცია. მანქანების შემადგენელი ნაწილები

მანქანა წარმოადგენს მექანიზმს ან მექანიზმების კომპლექსს, რომელიც გათვალისწინებულია სასარგებლო მუშაობის შესასრულებლად.

მექანიზმი არის რგოლებისა და კვანძების კინემატიკური ჯაჭვი, რომელიც ასრულებს გარკვეულ მიზანშეწონილ მოძრაობებს.

დანიშნულებისა და მუშა პროცესის ხასიათის მიხედვით მანქანები იყოფა ოთხ კლასად:

მანქანა-ძრავებად, რომლებიც ენერგიის ამა თუ იმ სახეს /ელექტრული, თბური, ჰიდრავლიკური და ა.შ./ გარდაქმნიან მექანიკურ მუშაობად /ელექტროძრავები, შიდაწვის ძრავები, რეაქტიული ძრავები, პნევმატიკური ძრავები, ხელისა და ქარის ძრავები და სხვ./;

მანქანა-გარდამქმნელებად, რომლებიც მექანიკურ მუშაობას გარდაქმნიან ენერგიის რომელიმე სახედ /ელექტროგენერატორები, ჰაერისა და ჰიდრავლიკური ტუმბოები, კომპრესორები და სხვ./;

სატრანსპორტო მანქანებად, რომლებიც ძრავიდან მიღებულ მუშაობას გარდაქმნიან მასების გადაადგილების მექანიკურ მუშაობად ან მისაბმელი მანქანა-იარაღების წევის ძალად /ტრაქტორები, ავტომობილები, ამწეები, ტუმბოები, ტრანსპორტიორები და სხვ./;

საწარმოო /ტექნოლოგიურ/ მანქანებად- მანქანა-იარაღებად, რომლებიც ძრავიდან მიღებულ მექანიკურ მუშაობას იყე-

ნებენ საწარმოო /ტექნოლოგიური/ პროცესების შესასრულებლად, რომლებიც, თავის მხრივ, დაკავშირებული არიან დასამუშავებელი მასალების მდგომარეობის, ზომების, ფორმისა და თვისებების შეცვლასთან /ქვასამსხვრევები, გრუნტის დასამუშავებელი მანქანები, არმატურის საღუნი და საჭრელი ჩარხები, ხისა და ლითონის დამმუშავებელი მანქანები, კვების მრეწველობის მანქანები და სხვ./.

მანქანა შედგება ელემენტარული შემადგენელი ნაწილებისაგან- დეტალებისაგან /ნაწილებისაგან/. ერთმანეთთან დაკავშირებული და ერთად მომუშავე დეტალების გარკვეული რაოდენობის ერთობლიობას ეწოდება კვანძი. რამდენიმე კვანძისა და დეტალის ერთობლიობას, რომლებიც ემსახურებიან საერთო ფუნქციის შესრულებას, ეწოდება ჯგუფი.

მოძრავი ნაწილები ან ნაწილების ჯგუფები, რომლებიც ქმნიან ერთ ხისტ მოძრავ სისტემას, იწოდება მოძრავ რგოლებად.

უძრავი ნაწილები ან ნაწილების ჯგუფები, რომლებიც ხისტად არიან ერთმანეთთან დაკავშირებული, იწოდება უძრავ რგოლებად ან დგარებად.

ორი რგოლის შეერთება, რომელთაც გააჩნიათ ფარდობითი მოძრაობა, ქმნის კინემატიკურ წყვილს. კინემატიკური წყვილი შეიძლება იყოს უდაბლესი და უმაღლესი რიგისა.

უდაბლესი რიგის კინემატიკურ წყვილებში რგოლები ერთმანეთს ეხებიან სასრული ზედაპირებით, ხოლო უმაღლესი რიგის კინემატიკურ წყვილებში- წერტილში ან ხაზზე.

რგოლების ერთობლიობას, შეკავშირებულთ კინემატიკური წყვილების საშუალებით, ეწოდება კინემატიკური ჯაჭვი.

დეტალები იყოფა საერთო დანიშნულების / მაგალითად, ჭანჭიკები, ქანჩები, ლილვები, ღერძები, საკისრები /

და სპეციალური დანიშნულების დეტალებად /მაგალითად, დგუშე-ბი, ბარბაცები, მრუდმხარები, კარდანის ლილვები, ტურბინების ფრთები/.

" მანქანათა ნაწილების" კურსში შეისწავლება საერ-თო დანიშნულების დეტალები. ეს უკანასკნელნი იყოფა შემდეგ ჯგუფებად:

შეერთებები და შესაერთებელი ნაწილები /გამოიყენება მანქანის ნაწილების შესაერთებლად/;

ბრუნვითი მოძრაობის გადასაცემი ნაწილები;

გადაცემის ნაწილები / ლილვები, ღერძები, ქუროები, საკისრები/.

## § 0.3. მანქანათა ნაწილების მუშაუნარიანობის მაჩვენებლები

თანამედროვე მანქანათმშენებლობის ძირითადი ტენ-დენციებია მანქანების სწრაფსვლიანობისა და სიმძლავრის გაზ-რდა და მათი ავტომატიზაცია, აგრეთვე მასალების ეკონომია.

ცნობილია, რომ მანქანის ლილვის დიამეტრი შეიძ-ლება, მაგალითად, განისაზღვროს ფორმულით

$$d = A\sqrt[3]{\frac{N}{n}} \quad \text{სმ}, \qquad /0.1/$$

სადაც

$$A = \sqrt[3]{\frac{97400}{0{,}2\,[\tau_{გრ}]}}\,; \qquad /0.2/$$

$N$ - სიმძლავრე, კვტ;

$n$ - ბრუნვის სიხშირე, ბრ/წთ;

$[\tau_{გრ}]$ - დასაშვები ძაბვა გრეხაზე, კგძ/სმ$^2$.

მოყვანილი გამოსახულებიდან ჩანს, რომ $A$ და $N$ სიდიდეების მუდმივი მნიშვნელობის დროს, ლილვის დიამეტრი მცირდება $n$ -ის ზრდასთან ერთად.

შესაბამისად მცირდება ლილვის საყრდენი კვანძები და სხვა ნაწილები, აგრეთვე მასალის ხარჯი.

ძირითადი მოთხოვნა მანქანებისა და მათი ნაწილებისადმი მდგომარეობს დასახული ვადის განმავლობაში მუშაობისას მათი მუშაუნარიანობის უზრუნველყოფაში დამზადებისა და ექსპლოატაციის მინიმალური ღირებულების დროს.

მანქანისა და მისი ნაწილის მუშაუნარიანობა ზოგადად ხასიათდება შემდეგი ძირითადი მაჩვენებლებით და ტექნიკურ-ეკონომიკური მახასიათებლებით: სიმტკიცე, სიხისტე, ცვეთამედეგობა, სითბომედეგობა, ვიბრომდგრადობა, მცირე წონა და მინიმალური გაბარიტები, მასალის არადეფიციტურობა და სიიაფე, კონსტრუქციის ტექნოლოგიურობა, უსაფრთხოება და ექსპლოატაციის მოხერხებულობა, სახელმწიფო სტანდარტებთან შესაბამისობა და ტრანსპორტირების შესაძლებლობა.

## § 0.4. მოკლე ცნობები მანქანათმშენებლ მასალებზე

დეტალის დანიშნულებისა და დამზადების წესის მიხედვით დეტალის მასალად შეიძლება გამოვიყენოთ ლითონისა და არალითონის მასალები. ამასთან, უნდა გავითვალისწინოთ მუშაუნარიანობის ძირითადი მაჩვენებლები და ტექნიკურ-ეკონომიკური მახასიათებლები.

შავი ლითონებიდან უფრო ხშირად გამოიყენება: თუჯი, ჭედადი თუჯი, ფოლადი /ჩვეულებრივი ხარისხის ნახშირბადოვანი,

ნახშირბადოვანი, ხარისხობრივი საკონსტრუქციო ფოლადი, ლეგირებული ფოლადები/.

ფერადი ლითონებიდან იყენებენ სპილენძის შენადნობებს /თითბერი, ბრინჯაო, ფოსფოროვანი ბრინჯაო, ბაბიტი, დურალ-ლითონი და სხვა/.

პლასტმასებიდან გამოიყენება: ტექსტოლიტი, გეტინაქსი, აზბოტექსტოლიტი, მერქნის ფენიანი პლასტიკები /DCП/, ლიგნოფოლი, ლიგნოსტონი, პოლიამიდური ფისები, მინაპლასტიკები, ფტოროპლასტები, ფაოლიტი, პოლიეთილენი, სინთეზური წებოები და სხვა.

აღნიშნული მასალების გარდა, მანქანათმშენებლობაში გამოიყენება აგრეთვე რეზინი /მიიღება ნატურალური ან სინთეტური კაუჩუკის საფუძველზე/, გრაფიტი /ანტიფრიქციულ ნაკეთობებში/, მინერალოკერამიკული მასალები / მიკროლიტი და სხვა/, ასბესტი /ფოლადთან ან თუჯის წყვილში ხასიათდება ხახუნის კოეფიციენტის დიდი მნიშვნელობით/. და დიდი სიმტკიცის ხელოვნურ ქვებს. უკანასკნელ ხანებში ჩარჩოებისა და სადგარებისათვის იყენებენ რკინაბეტონს.

მანქანათმშენებლო მასალებს, შესაბამისი ГОСТ-ის თანახმად, აქვთ სათანადო აღნიშვნები. ასე მაგალითად: რუხი თუჯი აღინიშნება საწყისი ასოებით СЧ და სიმტკიცის ზღვრების მნიშვნელობებით /კგძ/მმ$^2$/ გაჭიმვისას და ღუნვისას /მაგალითად, ГОСТ 1412-70-ის თანახმად, СЧ 32-52 აღნიშნავს რუხ თუჯს სიმტკიცის ზღვრით გაჭიმვის დროს 32 კგძ/მმ$^2$ და ღუნვის დროს 52 კგძ/მმ$^2$/.

ნახშირბადოვანი ხარისხობრივი საკონსტრუქციო ფოლადი აღინიშნება ორნიშნა რიცხვებით, რომლებიც გამოსახავს

ნახშირბადის საშუალო შემცველობას პროცენტის მეასედ ნაწილებში. ლეგირებული ფოლადები დამატებით აღინიშნება ასოებით, რომლებიც შეესაბამება ძირითად მალეგირებელ ელემენტებს: B -ვოლფრამი, Г -მარგანეცი, D -სპილენძი, M -მოლიბდენი, H -ნიკელი, P -ბორი, T -ტიტანი, C -სილიციუმი /კაჟბადი/, X -ქრომი, Ф -ვანადიუმი, Ю -ალუმინი. ასოების შემდეგ ციფრები აღნიშნავენ შესაბამისი კომპონენტის პროცენტულ შემცველობას; თუ იგი ერთ პროცენტზე ნაკლებია, ან ახლოა ერთ პროცენტთან, მაშინ ასოს შემდეგ ციფრი არ იწერება. მაღალხარისხოვანი ლეგირებული ფოლადები დამატებით აღინიშნება ასო A -თი აღნიშვნის ბოლოს. ასე მაგალითად, მარკა 12 X 2H4A აღნიშნავს მაღალხარისხოვან ქრომნიკელიან ფოლადს ნახშირბადის საშუალო შემცველობით 0,12%, ქრომისა -2% და ნიკელისა-4%. ჩვეულებრივი ხარისხის ნახშირბადოვანი ფოლადები /მანქანათმშენებლობაში მეტწილად გამოიყენება პირველი ჯგუფის მარკების ფოლადები/ აღინიშნება ასოებით Ст და ნომრებით სიმტკიცის ზრდის პარალელურად; ამასთან, დაწყებული Ст.4, ნომერი შეესაბამება სიმტკიცის ზღვრის მინიმალურ მნიშვნელობას გაყოფილს 10-ზე.

ბრინჯაოს აღნიშნავენ ასოებით Бр, ძირითადი კომპონენტების /გარდა სპილენძისა/ პირობითი აღნიშვნებით: A -ალუმინი, Б -ბერილიუმი, Ж -რკინა, K -სილიციუმი, Mц -მარგანეცი, H -ნიკელი, O -კალა, C -ტყვია, Ц -თუთია, Ф -ფოსფორი და ციფრებით, რომლებიც გამოსახავს შესაბამისი კომპონენტის საშუალო შემცველობას პროცენტობით /მაგალითად, БрАЖ 9-4 აღნიშნავს ბრინჯაოს, რომელიც შეიცავს საშუალოდ ალუმინს 9%-ს და რკინას 4%-ს/.

თითბერს აღნიშნავენ ასო Л -თი, ძირითადი კომპო-

ნენტების პირობითი აღნიშვნებით ბრინჯაოს ანალოგიურად, აგრეთვე რიცხვებით, რომლებიც გამოსახავენ სპილენძისა და სხვა კომპონენტების საშუალო შემცველობას პროცენტობით. მაგალითად, ЛКС80-3-3 აღნიშნავს კაჟტყვიან თითბერს, რომელიც შეიცავს 80% სპილენძს, 3% კაჟბადს და 3% ტყვიას.

ბაბიტი აღინიშნება ასო Б-თი და ციფრით, რომელიც შეესაბამება კალის შემცველობას პროცენტობით, ან ციფრის ნაცვლად ასოთი, რომელიც ახასიათებს დამატებით კომპონენტს / Н-ნიკელი, Т-ტელური, К-კალციუმი, С-სტიბიუმი/.

მანქანათსამშენებლო მასალების მახასიათებლებისათვის შეიძლება ვისარგებლოთ სახელმწიფო სტანდარტებით: ГОСТ1050-74$^X$ /ხარისხოვანი ნახშირბადოვანი საკონსტრუქციო ფოლადი/, ГОСТ4543-71 /ლეგირებული საკონსტრუქციო ფოლადი/, ГОСТ977-75 /სხმულები ნახშირბადოვანი ფოლადისაგან ნორმალიზებულ მდგომარეობაში/, ГОСТ 1412-70/რუხი თუჯი/, ГОСТ 7293-70/დიდი სიმტკიცის თუჯი/ და ა.შ.

ზოგიერთი მანქანათმშენებელი მასალის მახასიათებლები და მათი გამოყენების არეები მოცემულია ცხრილებში 0.1, 0.2.

დიდი მნიშვნელობა აქვს სხვადასხვა ლითონის ფხვნილებისაგან წინასწარი დაწნეხვისა და ტემპერატურული შეცხობის საფუძველზე მიღებული მანქანების ნაწილები, რომლებიც თავის სიმტკიცითა და სისალით უახლოვდებიან ბუნებრივ ალმასს. სათანადო განვითარება ჰპოვა კერამიკამ, დიდი ტემპერატურით გამომწვარმა ქვებმა და პეტრურგიამ ანუ ქვის ფხვნილების დაწნეხვა-დიდ ტემპერატურაზე მათი შეცხობის მეთოდმა. ყველა ზემოთ აღნიშნული მეთოდები ხასიათდებიან დიდი ეკონომიკური ეფექტიანობით.

ცხრილი 0.1

ზოგიერთი მანქანათმშენებელი მასალის მახასიათებლები

| მასალა | | მექანიკური მახასიათებლები | | | | | | ნაწილები, რომლებიც შეიძლება დამზადდეს აღნიშნული მასალებიდან |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $\sigma_{\text{დრ}}$ | | $\sigma_{\text{დენ}}$ | | $\sigma_{-1}$ | | |
| მარკა | დასახელება | კგძ/მმ$^2$ | ნ/მმ$^2$ (МПа)* | კგძ/მმ$^2$ | ნ/მმ$^2$ (МПа)* | კგძ/მმ$^2$ | ნ/მმ$^2$ (МПа)* | |
| Ст. 3 | ჩვეულებრივი ხარისხის საკონსტრუქციო ნახშირბადოვანი ფოლადი | 38–47 | 380–470 | 24 | 240 | 18 | 180 | მოქლონები, ჭანჭიკები; ქანჩები |
| Ст. 5 | | 50–62 | 500–620 | 28 | 280 | 24 | 240 | ლილვები, ღერძები, კბილანა თვლები |
| Ст. 6 | | 60–72 | 600–720 | 31 | 310 | 28 | 280 | სოლმანები, ლილვები, კბილანა თვლები |
| Ст. 15 | ხარისხოვანი ნახშირბადოვანი საკონსტრუქციო ფოლადი | 35 | 350 | 21 | 210 | 16 | 160 | ცემენტებადი ნაწილები |
| Ст. 35 | | 52 | 520 | 30 | 300 | 23 | 230 | ჭანჭიკები, ქანჩები, ღერძები, ლილვები |
| Ст45 | | 60 | 600 | 32 | 340 | 26 | 260 | კბილანა თვლები, ქუროები, ლილვები, ფრიქციული დისკოები |
| Ст.50Г | | 65 | 650 | 37 | 370 | 29 | 290 | ცვეთაზე მომუშავე ნაწილები |
| Ст. 20Х | ლეგირებული საკონსტრუქციო ფოლადი | 80 | 800 | 60 | 600 | 35 | 350 | ცემენტებადი ნაწილები: კბილანა თვლები, მუშტა ქუროები |
| Ст. 40Х | | 100 | 1000 | 80 | 800 | 42 | 420 | კბილანა თვლები, სატორავები, ღერძები, ლილვები |

* 1 МПа / 1 მეგა პასკალი/ = $10^6$ Па /მილიონი პასკალი/

ცხრილი 0.1-ის გაგრძელება

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| СЧ12-28 | რუხი თუჯი | 12 | 120 | - | - | 28 | 280 | გარსაცმები, კორპუსები |
| СЧ15-32 | | 15 | 150 | - | - | 32 | 320 | ნელი სვლის კბილანა თვლები, რგოლები |
| СЧ21-40 | | 21 | 210 | - | - | 40 | 400 | კბილანა თვლები, ბერკეტები, მქნევარები |
| БрОЦС-5-5-5 | კალიანი ბრინჯაო | 18–22 | 180–220 | 8–10 | 80-100 | - | - | საკისრების ნჭილი მილისები |
| Бр АЖ9-4 | უკალო ბრინჯაო | 50–55 | 500–550 | 25 | 350 | - | - | საკისრების მილისები /ლილვის ნაჭრთობი ზედაპირების დროს/, ჭიაკბილანები, კბილანები, მსხვილი სხმულები |
| Бр ОФ10-1 | კალიანი ბრინჯაო. | 20–35 | 200–350 | 20 | 200 | - | - | საპასუხისმგებლო საკისრები, მილისები, ჭიაკბილანები, ქანჩები |

შენიშვნები: 1. СИ ერთეულთა სისტემაში მექანიკური მახასიათებლების გადაყვანისას მიახლოებით მიღებულია 1 კგძ ≈ 10 ნ.

2. ნბრ- სიმტკიცის ზღვარი /დროებითი წინაღობა/.

3. ნ დენ- დენადობის ზღვარი.

4. $ნ_{-1}$ -მასალის ამტანიანობის ზღვარი.

### ცხრილი 0.2

### ზოგიერთი პლასტმასის მახასიათებლები

| მასალა | | მექანიკური მახასიათებლები, კგძ/მმ² | | ნაწილები, რომლებიც შეიძლება დამზადდეს აღნიშნული მასალებიდან |
|---|---|---|---|---|
| დასახელება | მარკა | ნდრ.დ | ნდრ.კუ | |
| ტექსტოლიტი | 2 | 12 | 15 | შკივები, კბილანა თვლები, მილისები, საკისრების სადებები |
| ტექსტოლიტი | ПТК | 16 | 15 | ჩესადებები მიმმართველებზე |
| ხის ფენოვანი პლასტიკი | DCП-Г | 10 | 12 | კბილანა თვლები, საკისრების სადებები, მილისები, შკივები |
| კაპრონი | - | 6-7 | 78 | მილისები, კბილანა თვლები, ონკანები, სარქველები და ა.შ. |
| ფტოროპლასტი | 4 | - | 5-6 | ელექტრორადიო ნაწილები, მილები, ონკანები, სამჭიდროებლები |
| მინაპლასტიკი | - | 15-35 | - | მსხვილგაბარიტიანი ნაწილები: გარსაცმები, ჯარცლები, ტუმბოები და ა.შ. |
| პოლისტიროლი | - | 8-8,5 | 8-10 | ხელსაწყოების ნაწილები, პანელები, იზოლატორები, კოჭები |

## § 0.5. მოკლე ცნობები მანქანათა ნაწილების ურთიერთშენაცვლებადობაზე, სტანდარტიზაციაზე, უნიფიკაციაზე

ურთიერთშენაცვლებადობა ეწოდება მანქანის ნაწილების ან კვანძების თვისებას, რომელიც უზრუნველყოფს მათი გამოყენების შესაძლებლობას მანქანის, მექანიზმის, კვანძის აწყობის პროცესში /ან შეცვლის შესაძლებლობას შეკეთების დროს/ დამატებითი დამუშავების /მორგების/ გარეშე, აღნიშნული კვანძის, მექანიზმის, მანქანის მუშაობისათვის წაყენებული ტექნიკური მოთხოვნების შენარჩუნებისას.

სტანდარტიზაცია ეწოდება სავალდებულო ნორმების დადგენას, რომლებიც უნდა შეესაბამებოდეს პროდუქციის /ნედლეული, ნახევარფაბრიკატები, ნაკეთობანი / ტიპები, ხარისხები / მარკები/, პარამეტრები / ზომები/, ხარისხობრივი მახასიათებლები, გამოცდის მეთოდები, მარკირების, შეფუთვისა და შენახვის წესები.

სსრ კავშირის სახალხო მეურნეობის ყველა დარგის პროდუქციისათვის სავალდებულო ერთიანი ნორმებისა და ტექნიკური მოთხოვნილების უზრუნველსაყოფად დადგენილია საერთო-საკავშირო სახელმწიფო სტანდარტები- ГОСТ (Государственные общесоюзные стандарты) რომლებიც 1940 წლამდე იწოდებოდნენ საერთო-საკავშირო სტანდარტებად- ОСТ ( Общесоюзные стандарты).

საერთო-საკავშირო სტანდარტიზაციის გარდა, არსებობს დარგობრივი- ОСТ ( Отраслевые стандарты ), მოკავშირე რესპუბლიკების რესპუბლიკური- РСТ ( Республиканские стандарты союзных республик) აგრეთვე საწარმოო-СТП ( Стандарты предприятий) სტანდარტიზაცია, რომელსაც ნორმალიზაცია

ეწოდება. საწარმოო /საუწყებათაშორისო და საქარხნო/ სტანდარტებს ნორმალები ეწოდებათ.

სტანდარტიზაციასთან მჭიდრო არის დაკავშირებული მანქანის ნაწილების და კვანძების უნიფიკაცია.

უნიფიკაცია ეწოდება დასამზადებელი ნაკეთობების, მასალების სორტამენტისა და სხვათა მრავალსახეობის ზედმეტობის აცილებას მათი ნომენკლატურის შემცირების გზით, აგრეთვე სხვადასხვა ზომისა და დანიშნულების მანქანებში საერთო კვანძებისა და ნაწილების გამოყენებით.

## § 0.6. მოკლე ცნობები დაშვებებსა და ჩასმებზე. ზედაპირის სისუფთავის კლასები

მანქანის ნაწილების ურთიერთშენაცვლებადობისათვის საჭიროა, რომ მათი ზომები იდეალურად არ თანხვდებოდნენ ერთმანეთს. საკმარისია ნაწილების ნამდვილი ზომები არ სცილდებოდეს წინასწარ დადგენილ ზღვრებს.

ნაწილის უშუალო გაზომვით მიღებულ ზომებს ეწოდება ნამდვილი ზომები.

ზომებს, რომელთა შორისაც შეიძლება მერყეობდეს ნაწილის ნამდვილი ზომა, ეწოდება ზღვრული ზომები. ზღვრული ზომა შეიძლება იყოს უდიდესი და უმცირესი.

უდიდესია ზღვრული ზომა, რომელზე მეტიც არ შეიძლება იყოს ნამდვილი ზომა.

უმცირესია ზღვრული ზომა, რომელზე ნაკლებიც არ შეიძლება იყოს ნამდვილი ზომა.

უდიდეს და უმცირეს ზღვრულ ზომებს შორის სხვაობას ეწოდება ზომის დაშვება.

ნაწილის ზომას, მიღებულს სიმტკიცეზე ანგარიშის პირობიდან და დამრგვალებულს მთელ მილიმეტრამდე ან ზომების ნორმალური რიგის უახლოეს მეტობით მნიშვნელობამდე, ეწოდება ნომინალური ზომა.

განარჩევენ შეუღლებული დეტალების შემომწვდომ და შემოსაწვდომ ზედაპირებს.

ცილინდრული და კონუსური სხეულების გარეგან შემომწვდომ ზედაპირს ეწოდება ნახვრეტი, ხოლო შინაგან შემოსაწვდომს-ლილვი. მათ შესაბამის ზომებს ეწოდებათ ნახვრეტის დიამეტრი და ლილვის დიამეტრი.

ნაწილების მანქანაში მუშაობის პირობების მიხედვით მათი შეერთებები შეიძლება იყოს მოძრავი ან უძრავი.

შეერთების ხასიათი- ჩასმა-განისაზღვრება ღრეჩოს /ლილვისა და ნახვრეტის ზედაპირებს შორის მცირე შუალედი/ ან ჭექის /მიიღება ერთი დეტალის მეორეში დიდი წნევით ჩასმისას/ სიდიდით.

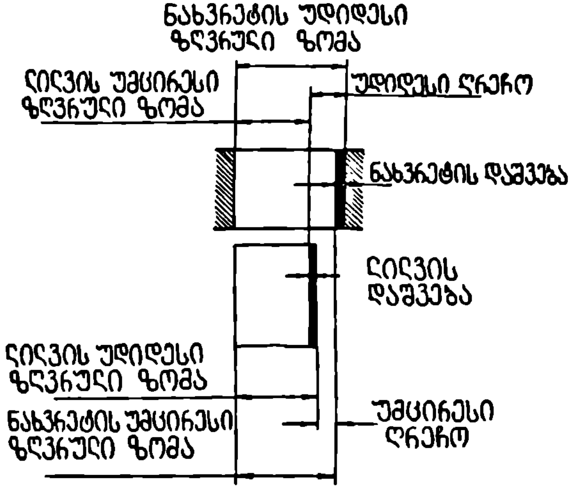
დაშვებები, ღრეჩოები და ჭექები მიზანშეწონილია გამოისახოს ზღვრული გადახრების საშუალებით.

სხვაობას უდიდეს ზღვრულ ზომასა და ნომინალურ ზომას შორის ეწოდებენ ზედა ზღვრულ გადახრას, ხოლო უმცირეს ზღვრულ ზომასა და ნომინალურ ზომას შორის- ქვედა ზღვრულ გადახრას.

უდიდეს და უმცირეს ზღვრულ გადახრებს შორის სხვაობა, ცხადია, ტოლი იქნება ზომის დაშვებისა.

ნახაზებზე 0.1 და 0.2 მოცემულია ღრეჩოსა და ჭექის სხვადასხვა მნიშვნელობები.

ანგარიშებისა და ცდების საფუძველზე აგებულ კანონზომიერ ერთობლიობას დაშვებისას და ჩასმებისას ეწოდება დაშვების სისტემა.



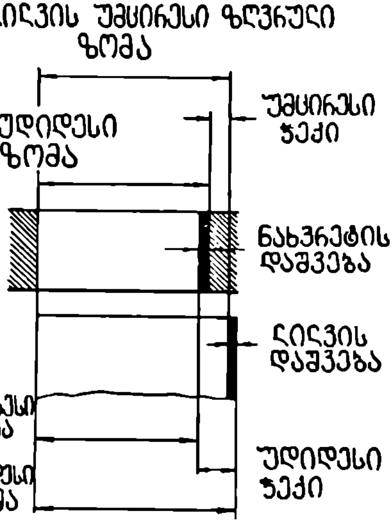

ნახ.0.1

არსებობს დაშვების ორი სისტემა: ნახვრეტისა და ლილვისა.

დაშვების სისტემა, რომელშიც ჩასმა ხორციელდება ლილვის ზღვრული ზომების შეცვლით /ლილვის შემოჩარხვით/ ნახვრეტის ზღვრული ზომების მუდმივი მნიშვნელობის დროს, იწოდება ნახვრეტის სისტემად.

დაშვების სისტემას, რომელშიც ჩასმა ხორციელდება ნახვრეტის ზღვრული ზომების შეცვლით /ნახვრეტის დამუშა-

ვებით- გადართვებით / ლილვის ზღვრული ზომების მუდმივი მნი-




ნახ.0.2

შვნელობის დროს, იცვლება ლილვის სისტემა.

მანქანათმშენებლობაში უფრო ხშირად გამოიყენება ნახვრეტის სისტემა, რადგან ნახვრეტის დამუშავება უფრო რთული და ძვირია, ვიდრე ლილვისა.

რაც ნაკლებია დაშვების სიდიდე, მით მეტად უნდა დამუშავდეს მანქანის ნაწილი და შესაბამისად ძვირი ეღირება დეტალის დამზადება, ამიტომ სხვადასხვა შეერთებისა-

თვის მიიღება სხვადასხვა ხარისხის სიზუსტე ანუ სიზუსტის კლასი.

სტანდარტში ჩასმებისათვის დადგენილია სიზუსტის შემდეგი კლასები: 0,1-1 მმ დიაპაზონის ზომებისათვის ნორმალიზებულია სიზუსტის 7 კლასი. 1-500 მმ ზომებისათვის- სიზუსტის 10 კლასი, ხოლო 500-10000 მმ-მდე -სიზუსტის 6 კლასი. კლასის რიგითი ნომრის ზრდასთან ერთად მისი სიზუსტე კლებულობს.

ჩასმებით გათვალისწინებული დაშვებებისათვის ГОСТ 7713-62-ით დადგენილია სიზუსტის შემდეგი კლასები:

ზომებისათვის 0,1-1 მმ- სიზუსტის 7 კლასი;

ზომებისათვის 1-500 მმ-მდე- სიზუსტის 6 კლასი;

0,1 მმ-ზე ნაკლები ზომებისათვის- სიზუსტის 9 კლასი.

ღრეჩოსა და ჭექის სიდიდის მიხედვით არჩევენ სხვადასხვა ჩასმას. ისინი იყოფიან სამ დიდ ჯგუფად: მოძრავი /გარანტირებული ღრეჩოთი/, წნეხილი /გარანტირებული ჭექით/ და გარდამავალი /რომლებშიც შეიძლება შეიქმნას ღრეჩო და ჭექიც/.

ამკრებ ნახაზებში შეერთების ნომინალური ზომის გვერდით მრიცხველში იწერება აღნიშვნა ან რიცხვითი სიდიდე ნახვრეტის გადახრისა, ხოლო მნიშვნელში- აღნიშვნა ან რიცხვითი სიდიდე ლილვის გადახრისა. მაგალითად, $\phi 50\frac{A}{Пл}$ ნიშნავს შეერთებას მეორე კლასის სიზუსტის ადვილწნეხილი ჩასმით (Пл) ნომინალური დიამეტრით 50 მმ, შესრულებულს ნახვრეტის სისტემაში (A). ანალოგიურად $\phi 40\frac{X_3}{B_3}$ აღნიშნავს შეერთებას მესამე კლასის სიზუსტის სავალი ჩასმით / X/ ნომინალური დიამეტრით 40 მმ ლილვის სისტემაში / B /.

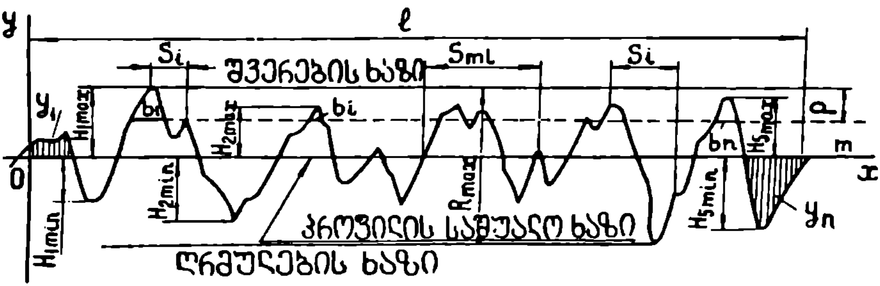
ნაწილების დამზადების დროს მათ ზედაპირებზე რჩება დამუშავების კვალი უსწორობის სახით. უსწორობის სიდიდე იზომება მიკრონებით და განსაზღვრავს სისუფთავის კლასს.

ნაწილების ზედაპირი შეიძლება იყოს დაუმუშავებელი და დამუშავებული.

ზედაპირის სისუფთავის კლასი აღინიშნება ციფრებით. არსებობს 14 კლასი. კლასის ნომრის ზრდასთან ერთად მატულობს ზედაპირის დამუშავების სისუფთავის ხარისხი.

ზედაპირის სისუფთავის ყოველ კლასს შეესაბამება დამუშავების განსაზღვრული მეთოდები, რომელთა დროს მოცემული კლასის სისუფთავის მიღწევა ეკონომიურად მიზანშეწონილია.

ГОСТ 2789-73-ის თანახმად, ზედაპირის სისუფთავის შესაფასებლად რეკომენდებულია სისუფთავის ექვსი პარამეტრიდან ერთ-ერთი ან რამდენიმე. ეს პარამეტრებია: $R_a$ -პროფილის საშუალო არითმეტიკული გადახრა; $R_z$ -პროფილის უსწორობათა სიმაღლე ათი წერტილის მიხედვით; $R_{max}$ -პროფილის უსწორობათა უდიდესი სიმაღლე; $S_m$ -უსწორობათა საშუალო ბიჯი; $S$ - უსწორობათა საშუალო ბიჯი თავების მიხედვით; $t_p$ - -პროფილის ფარდობითი საყრდენი სიგრძე, სადაც $P$ არის პროფილის კვეთის დონის რიცხვითი მნიშვნელობა /იხ.ნახ.0.3/.




ნახ.0.3

აღნიშნული პარამეტრების რიცხვითი მნიშვნელობები მოცემულია ГОСТ -ის ცხრილებში.

სისუფთავის ძირითად პარამეტრებს წარმოადგენენ $R_a$ და $R_z$, მათ განსასაზღვრავად ГОСТ -ით გათვალისწინებულია ფორმულები:

$$R_a=\frac{1}{l}\int_0^l |y(x)|\,dx\,; \qquad /0.3/$$

$$R_z=\frac{1}{5}\left(\sum_{i=1}^{5}|H_{imax}|+\sum_{i=1}^{5}|H_{imin}|\right), \qquad /0.4/$$

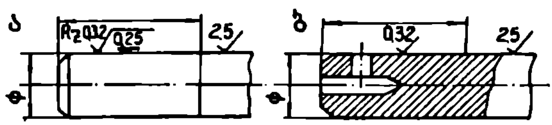
სადაც $l$ არის ბაზური სიგრძე მმ-ში;

$y$ - პროფილის გადახრა;

$H_{imax}$ პროფილის ხუთი უდიდესი მაქსიმუმის გადახრა;

$H_{imin}$- პროფილის ხუთი უდიდესი მინიმუმის გადახრა.

ნახაზებზე ზედაპირების სისუფთავის აღნიშვნა წარმოებს ГОСТ 2.309-73-ის შესაბამისად. ერთ-ერთი მაგალითი მანქანათა ნაწილების ზედაპირების სისუფთავის აღნიშვნისა ნაჩვენებია ნახაზ 0.4-ზე.




ნახ.0.4

## § 0.7. ძირითადი ცნობები ხახუნზე მანქანებსა და მექანიზმებში

ხახუნს ენიჭება დიდი მნიშვნელობა მანქანებსა და მექანიზმებში. ხშირ შემთხვევაში იგი წარმოადგენს მავნე წი-

ნაღობის ძალას, რომლის დაძლევაზეც იხარჯება ამძრავი ძალე-ბის მნიშვნელოვანი ნაწილი. ხახუნი იწვევს მანქანის მოხა-ხუნე ზედაპირების გაცვეთასა და გახურებას. ცვეთის შემცი-რების მიზნით ხშირად ხელოვნურად მცირდება მანქანის ამა თუ იმ ნაწილის მოძრაობის სიჩქარე და მასზე მოსული დატვირთვის სიდიდე, რაც იწვევს მანქანის მწარმოებლობის შემცირებას.

ხახუნის ძალის არსებობა ზოგჯერ აუცილებელია. მა-გალითად, ზოგიერთ გადამცემ მექანიზმში /ფრიქციული, ღვედური, ბაგირული და სხვა/ ხახუნი გამოიყენება მოძრაობის გადასაცე-მად ამძრავი რგოლიდან ამყოლზე. გარდა აღნიშნულისა, ხახუნი ასრულებს სასარგებლო დანიშნულებას აგრეთვე სამუხრუჭე მოწყო-ბილობებში, მოდების ფრიქციულ ქუროებსა და ა.შ.

ცნობილია სრიალის ხახუნი და გორვის ხახუნი. სრიალის ხახუნის სახეებია: მშრალი / მოხახუნე ზედაპირებს შორის არ არსებობს შემზეთი ნივთიერება/, თხევადი / ზედაპირები ერთმა-ნეთისაგან განცალკევებულია შემზეთი ნივთიერებით/, ნახევრად მშრალი და ნახევრად თხევადი /შუალედი სახეები ხახუნისა, რო-დესაც სჭარბობს მშრალი ან თხევადი ხახუნი/.

სრიალის ხახუნს ადგილი აქვს უდაბლესი რიგის კინემა-ტიკურ წყვილებში, ხოლო გორვის ხახუნს- უმაღლესი რიგის კინე-მატიკურ წყვილებში.

სრიალის ხახუნის ფიზიკური ახსნა შესაძლებელია ხახუ-ნის მოლეკულურ-მექანიკური თეორიით, რომელიც ძირითადად საბჭო-თა მეცნიერების მიერ არის დამუშავებული.

მშრალი ხახუნის ძირითადი კანონები პირველად ფრანგმა მეცნიერმა კულონმა ჩამოაყალიბა.

აღვნიშნავთ, რომ $\alpha \geq \rho_0 = \operatorname{arctg} f_0$ წარმოადგენს

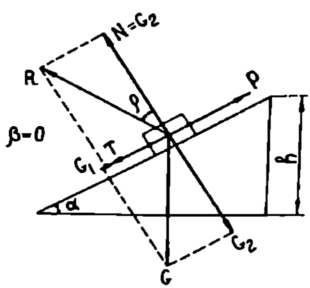
მოძრაობის დაწყების პირობას, სადაც $f_0$ არის სიმშვიდის ხახუნის კოეფიციენტი /ანუ ზღვრული წონასწორობის კოეფიციენტი/, ხოლო $\rho_0$ -შესაბამისი ხახუნის კუთხე.

თუ სიბრტყის დახრის კუთხე /$\alpha$/ ტოლია ხახუნის კუთხისა /$\rho$/, ე.ი. $\alpha=\rho$, მაშინ გამწევი ძალა /$P$/ ტოლია ნულისა. მაშასადამე, ამ შემთხვევაში $G$ მასის სხეულის დასაკავებლად დახრილ სიბრტყეზე არ არის საჭირო მასზე ზემოთ მიმართული ძალის მოდება.

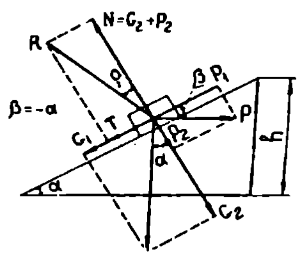
თუ $\alpha<\rho$, მაშინ $P'$ ძალა /გამწევი $P$ ძალის მდგენელი, რომელიც მოდებულია სხეულზე და მიმართულია დახრილი სიბრტყის პარალელურად/ იქნება უარყოფითი. ეს ნიშნავს, რომ სხეულის დახრილ სიბრტყეზე ქვევით გადაადგილებისათვის საჭიროა მასზე მოვლით ქვევით მიმართული გარკვეული ძალა. წინააღმდეგ შემთხვევაში ადგილი ექნება თვითდამუხრუჭებას.

$\alpha\leq\rho$ პირობას უწოდებენ თვითდამუხრუჭების პირობას.

თვითმუხრუჭა დახრილი სიბრტყისათვის, ე.ი. როდესაც $\alpha\leq\rho$, დახრილი სიბრტყის მ.ქ.კ. გამოისახება შემდეგნაირად /ნახ.0.5, 0.6/:




ნახ.0.5



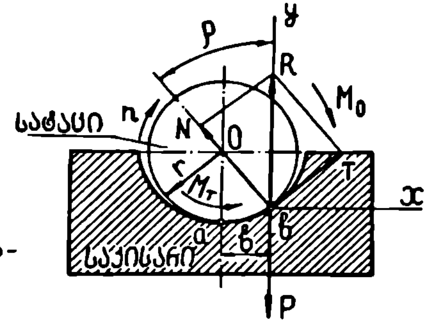

ნახ.0.6

$$\eta \le \frac{tg\rho}{tg(\alpha+\rho)} = \frac{tg\rho}{tg\,2\rho} = \frac{tg\rho\,(1-tg^2\rho)}{2\,tg\rho} = \frac{1-tg^2\rho}{2} < \frac{1}{2}. \qquad /0.5/$$

ბრუნვით კინემატიკურ წყვილში ხახუნის გარჩევისას უნდა აღვნიშნოთ, რომ ბრუნვითი კინემატიკური წყვილი მანქანათმშენებლობაში ერთ-ერთი ფართოდ გავრცელებული კინემატიკური წყვილია /მაგალითად, საკისარში მბრუნავი საცაპი ნახ. 0.7/.

ბრუნვით კინემატიკურ წყვილში აღძრული ხახუნის მომენტი გამოითვლება ფორმულით

$$M_T = P\cdot r\cdot f, \qquad /0.6/$$




ნახ.0.7

სადაც $P$ არის კინემატიკურ წყვილში დაწნევის ძალის სიდიდე;

$r=\frac{d}{2}$ - საცაპის რადიუსი;

$f$ - ხახუნის კოეფიციენტი.

საქუსლეში მოთავსებული ლილვის ნაწილი /ქუსლი/ / ნახ.0.8/ განიცდის ღერძული ძალის $P$ მოქმედებას, რომლის გავლენითაც ქუსლსა და საქუსლეს შორის აღიძვრება ხახუნის ძალები. ხახუნის ძალებით გამოწვეული ხახუნის მომენტის სიდიდე გამოითვლება ფორმულებით:

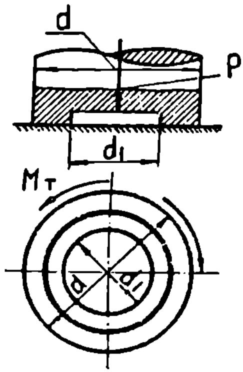
რგოლური ქუსლის შემთხვევაში-

$$dT = f\,\frac{P}{\frac{\pi}{4}(d^2-d_1^2)}\cdot 2\pi R\cdot dR;$$

$$dM_T = dT\cdot R;\quad M_T = \int_F dM_T =$$

$$= \int_{\frac{d_1}{2}}^{\frac{d}{2}} f\cdot\frac{P}{\frac{\pi}{4}(d^2-d_1^2)}\cdot 2\pi R^2\cdot dR =$$

$$= \frac{1}{3} f\cdot P\,\frac{d^3-d_1^3}{d^2-d_1^2}; \qquad /0.7/$$



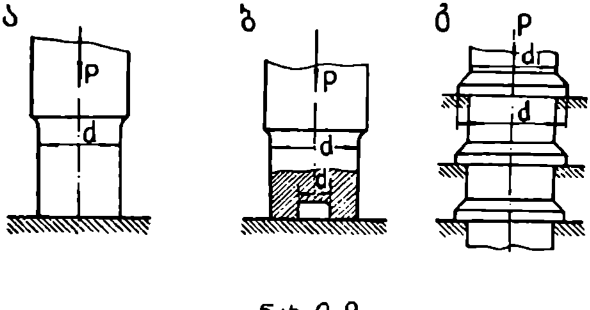

ნახ.0.8

მასიური ქუსლის შემთხვევაში-

$$d_1 = 0;$$

$$M_T = \frac{1}{3} f\cdot P\cdot d. \qquad /0.8/$$

აქ $d$ და $d_1$ შესაბამისად გარე და შიდა დიამეტრებია /ნახ.0.9/;




ნახ.0.9

$R$ და $dR$ სიდიდეები წარმოდგენილია 3.16 ნახაზზე.

0.9 ნახაზზე მოყვანილია ქუსლების სახეები: ბრტყელი /ნახ.

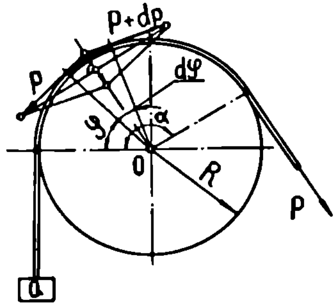
0.9,ა/, რგოლისებრი /ნახ.0.9,ბ/ და სავარცხლისებრი /ნახ.0.9,გ/.

ტექნიკაში ფართოდ გამოიყენება ლენტური, ბაგირული და სხვა სახის გადაცემები, რომელთა ანგარიშის დროს სარგებლობენ ეილერის ფორმულით

$$P=Q\cdot e^{f\alpha}, \qquad /0.9/$$

სადაც

$P$ არის ლენტური სხეულის ბოლოზე მოდებული გამწევი ძალა; $Q$ - ლენტურ სხეულზე ჩამოკიდებული ტვირთის წონა; $e$ - ნატურალური ლოგარითმის ფუძე; $\alpha$ - შემოხვევის კუთხე რადიანებში /ნახ.0.10/; $f$ -ხახუნის კოეფიციენტი ლენტურ სხეულსა და ბორბალს შორის.

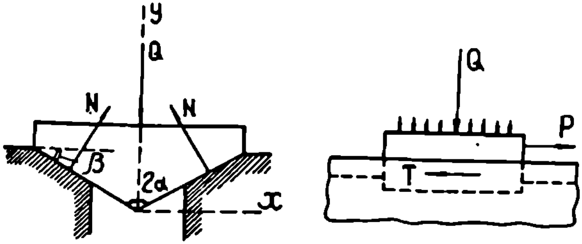



ნახ.0.10

სოლოვანი მცოცები გამოიყენება ძრავებში, ლითონისა და ხისდამმუშავებელ დაზგებსა და სხვა მანქანებში.

სოლოვან მცოცზე /ნახ.0.11/ $Q$ ძალის მოქმედების შედეგად, მის გვერდით ზედაპირებზე აღიძვრება ნორმალური რეაქციის ძალები $2N$ და მათი პროპორციული ხახუნის ძალები $2T = 2N\cdot f$, რომელთა $Y$ ღერძზე დაპროექტების შედეგად მივიღებთ

$$-Q+2N\cdot\sin\alpha=0,$$




ნახ.0.11

საიდანაც

$$N=\frac{Q}{2\cdot\sin\alpha}\cdot \qquad /0.10/$$

$P$ ძალის მოქმედებით მცოცის თანაბარი გადაადგილე-ბისათვის დაცული უნდა იყოს პირობა

$$P=2N\cdot f=\frac{Q\cdot f}{\sin\alpha}=Q\,\frac{f}{\sin\alpha}=Q\cdot f_1\,; \qquad /0.11/$$

აქ $f_1=\dfrac{f}{\sin\alpha}=\dfrac{f}{\cos\beta}$ და ეწოდება სოლთვანი მცოცის ხახუნის დაყვანილი კოეფიციენტი. ხახუნის დაყვა-ნილი კოეფიციენტის მნიშვნელობა ყოველთვის მეტია სრიალის ხახუნის კოეფიციენტზე – $f_1>f$.

ხახუნის ძალისათვის გვექნება გამოსახულება

$$T=Q\,\frac{f}{\sin\alpha}=Q\cdot f_1$$

სითხური ხახუნის შემთხვევაში არ ვრცელდება მშრალი ხახუნის კანონები. ნიუტონის ფორმულას სითხური ხახუნისა-თვის აქვს სახე

$$T=\mu\cdot F\,\frac{dV}{dh}, \qquad /0.12/$$

სადაც $T$ არის ხახუნის ძალა;

$F$ – სრიალის ზედაპირის ფართობი;

$\frac{dV}{dh}$ – სიჩქარის ცვლილება საზეთო ფენის სიმაღლის მიხედვით;

$\mu$ – აბსოლუტური /დინამიკური/ სიბლანტის კოეფიციენტი.

გორვის ხახუნის კოეფიციენტი / $K$ / გაიზომება სიგრძის ერთეულებით /სმ-ობით ან მმ-ობით/.

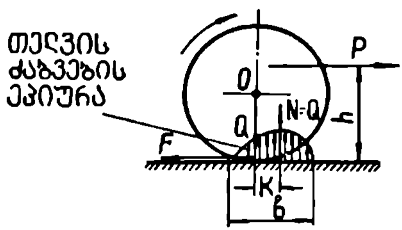
დამოკიდებულება სრიალისა და გორვის ხახუნის კოეფიციენტებს შორის სუფთა სრიალის შემთხვევაში გამოისახება უტოლობით

$$f < \frac{K}{h}. \qquad /0.13/$$

სუფთა გორვისას აუცილებელია, რომ $f > \frac{K}{h}$, ხოლო როდესაც $f = \frac{K}{h}$, ერთდროულად ადგილი ექნება როგორც სრიალს, ასევე გორვასაც.

მოყვანილ გამოსახულებებში $h$ არის ძალის მხარი.

$P$ ძალა ცდილობს სხეულის გადაგორებას /ნახ.0.12/. ნახაზზე აღნიშნულია:




ნახ.0.12

$P$ – ცილინდრული სხეულის მუდმივი სიჩქარით გადასაგორებლად საჭირო ძალა;

$Q$ – ცილინდრულ სხეულზე მოქმედი ვერტიკალური ძალა;

$N$ – რეაქციის ძალა;

$F$ – ხახუნის ძალა;

K – რეაქციის ძალის /N/ გადაადგილების მანძილი /გორვის ხახუნის კოეფიციენტი/.

### § 0.8. მანქანის მარგი ქმედების კოეფიციენტი

მანქანის მარგი ქმედების კოეფიციენტის განხილვისას საჭიროა ყურადღება შევაჩეროთ ორ საკითხზე: ერთია მანქანის მოძრაობის განტოლება და მეორე- მანქანის მექანიკური მარგი ქმედების კოეფიციენტი.

მანქანის მოძრაობის განტოლება ანუ მანქანის ენერგეტიკული ბალანსი დროის ნებისმიერი მონაკვეთისათვის შეიძლება წარმოვადგინოთ ასეთი სახით:

$$E_2-E_1=\sum \frac{m}{2}(V_2^2-V_1^2)=A_P-A_Q-A_S\,, \qquad /0.14/$$

სადაც $E_2-E_1$ არის მანქანის მხოლოდ სწორხაზოვნად მოძრავი რგოლების კინეტიკური ენერგიის ცვლილება;

$V_2-V_1$ – სიჩქარის ცვლილება;

$m$ – მასა;

$A_P$ – ამძრავი ძალების მიერ შესრულებული მუშაობა;

$A_Q$ – ტექნოლოგიური წინაღობის ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა;

$A_S$ – მექანიკური წინაღობის ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა.

მანქანის მოძრაობის პროცესში შეიძლება გავარჩიოთ სამი პერიოდი: 1/ მანქანის გაშვება $A_P>A_Q+A_S$ ; 2/ მანქანის დამყარებული მოძრაობა $A_P=A_Q+A_S$ და 3/ მანქანის დაჩერება $A_P<A_Q+A_S$.

მანქანის მექანიკური მქკ წარმოადგენს ტექნოლოგიური

წინააღობისა და ამძრავი ძალების მიერ შესრულებული მუშაობის ფარდობას, ე.ი.

$$\eta = \frac{A_Q}{A_P}. \qquad /0.15/$$

მანქანის დამყარებული მოძრაობის დროს

$$\eta = 1 - \frac{A_s}{A_p} = 1 - \varphi. \qquad /0.16/$$

$\varphi = \frac{A_s}{A_p}$ არის დანაკარგების კოეფიციენტი. ცხადია, $\eta < 1$. თუ რამდენიმე მანქანა /მექანიზმი/ ერთმანეთთან მიმდევრობით არის დაკავშირებული, მაშინ საერთო მექანიკური მქკ

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \quad \eta_n , \qquad /0.17/$$

სადაც $\eta_1$, $\eta_2$, $\eta_3$ $\eta_n$ ცალკეული მანქანების /მექანიზმების/ მარგი ქმედების კოეფიციენტებია.

შეკითხვები და სავარჯიშოები თვითშემოწმებისათვის:

1. მანქანათმშენებლობის მნიშვნელობა სსრ კავშირის სახალხო მეურნეობაში.
2. საბჭოთა კავშირში მანქანათმშენებლობის განვითარების ძირითადი ეტაპები.
3. სამშენებლო მანქანების როლი მშენებლობის კომპლექსური მექანიზაციისა და ავტომატიზაციის საქმეში.
4. თანამედროვე მანქანათმშენებლობის ძირითადი ტენდენციები.
5. სამშენებლო მანქანების კურსის პირველი განყოფილების- "მანქანათა ნაწილების" მიზანი და სტრუქტურა.
6. რამდენ კლასად იყოფა მანქანები?
7. რა განსხვავებაა მანქანასა და მექანიზმს შორის?
8. რა არის კილოგრამი ძალა და ნიუტონი? რა თანაფარდობაა მათ შორის?

9. გადაიყვანეთ ერთეულთა საერთაშორისო სისტემაში /СИ/:

45 კგძ; 5000 კგძ; 10 ტ ძალა; 60 ტ ძალა; $\sigma$ =47 კგძ/მმ$^2$; 4700 კგძ/სმ$^2$ 2700 კგძ/სმ$^2$; 10 კგძ/მმ$^2$; M = 215·10$^3$ კგძ/სმ; 215 კგძ·სმ; 7125 კგძ.სმ; 10 კგძ.სმ.

10. რა არის კინემატიკური წყვილი? კინემატიკური ჯაჭვი?

11. რით განსხვავდებიან უმდაბლესი რიგის კინემატიკური წყვილები უმაღლესისაგან?

12. რომელი რიგის კინემატიკური წყვილები იტვირთებიან მეტად-უმდაბლესი თუ უმაღლესი?

13. რა მასალები გამოიყენება მანქანათმშენებლობაში და როგორია მათი მექანიკური თვისებები?

14. რა იცით პლასტმასებსა და მათ თვისებებზე?

15. განსაზღვრეთ, რომელი მარკის რუხ თუჯს გააჩნია სიმტკიცის ზღვრის უდიდესი მნიშვნელობა გაჭიმვისა და ღუნვის დროს: СЧ 12-28; СЧ 15-32; СЧ 21-40.

16. რკინის შენადნობი ნახშირბადთან შეიცავს 1,2% ნახშირბადს, რა მასალას წარმოადგენს შენადნობი?

17. სტანდარტიზაციის, უნიფიკაციისა და ურთიერთშენაცვლებადობის მნიშვნელობა მანქანათმშენებლობაში.

18. რა არის დაშვება და ჩასმა?

19. ჩასმის რომელი სახე უფრო შეესაბამება მბრუნავი კინემატიკური წყვილის რგოლების შეუღლებას?

20. ზედაპირის სისუფთავის რამდენი კლასი იცით?

21. დაასახელეთ სიმქისის ძირითადი პარამეტრები და მოიყვანეთ მათი საანგარიშო ფორმულები.

22. დაშვების რამდენ სისტემას იცნობთ? რა განსხვავებაა მათ შორის?

23. ხახუნის რა სახეები იცით?

24. ახსენით თვითდამუხრუჭების პირობა.

25. რას უდრის დახრილი სიბრტყის მქკ ?

26. რომელ მანქანებში /მექანიზმებში/ გამოიყენება სოლოვანი მცოცი? რას უდრის მცოცის ხახუნის დაყვანილი კოეფიციენტის მნიშვნელობა?

27. ახსენით ნიუტონის ფორმულა სითხური ხახუნისათვის.

28. გამოსახეთ დამოკიდებულება სრიალისა და გორვის ხახუნის კოეფიციენტებს შორის.

29. დაწერეთ მანქანის მოძრაობის განტოლება მისი გაშვების, დამყარებული მოძრაობისა და გაჩერების პერიოდებისათვის.

30. დაწერეთ მანქანის მექანიკური მქკ -ის გამოსახულება მანქანის დამყარებული მოძრაობის დროს.

## § 0.9. მასალათა გამძლეობის საფუძვლები /სტატიკა/

### 1. მასალათა გამძლეობის ამოცანები და მეთოდები

მასალათა გამძლეობა იხილავს მანქანებისა და ნაგებობების კონსტრუქციების ელემენტარული ნაწილის ღერო-ძელის ტვირთამტანიანობის ანუ მისი სიმტკიცის, სიხისტისა და მდგრადობის საკითხებს დატვირთვის სახეობის, მასალის ფიზიკურ-მექანიკური თვისებების, კონსტრუქციის გეომეტრიული პარამეტრების, გარემოსა და დროის ფაქტორების გათვალისწინებით.

მასალათა გამძლეობის საფუძვლებში მიცემული ღერო-ძელის ტვირთამტანიანობის განსაზღვრა ნიშნავს მისი განივკვეთის გეომეტრიული პარამეტრების- ფორმის ზომების დადგენას, ღერო-ძელის სიგრძისა და მასალის სიმტკიცის მიხედვით.

მასალათა გამძლეობის, როგორც მეცნიერების, როლი მეტად დიდია, რადგან ის საშუალებას აძლევს ინჟინერ-კონსტრუქტორს მოახდინოს მასზე დაყრდნობით სხვადასხვა სახის კონსტრუქციების ოპტიმალური დაგეგმარება, რაც სხვაგვარად ნიშნავს, ნაკლები მასალების ხარჯით მიიღოს საიმედო და ხანგამძლე მანქანა ან ნაგებობა; ეს კი, თავის მხრივ, საგრძნობლად ზრდის მის ეკონომიკურ ეფექტიანობას.

შემთხვევითი არ არის, რომ XXVI ყრილობის დადგენილება-გადაწყვეტილებებში ხაზგასმით არის აღნიშნული თანამედროვე მანქანათმშენებლობასა და მშენებლობაში მასალათშემცველობის და ლითონშემცველობის შემცირების საკითხების შესახებ.

ამიტომ არის, რომ ჩვენი ქვეყნის მეცნიერებათა აკადემიისა და საუწყებო სამეცნიერო-კვლევითი ინსტიტუტები, სასწავლო ინსტიტუტებთან ერთად, დიდ ყურადღებას აქცევენ მასალათა გამძლეობის, სამშენებლო მექანიკის, დრეკადობის მათემატიკური თეორიის საკითხების კვლევასა და შესწავლას, მასალათა ტერმომდგანიანობისა და დიდი სიმტკიცის ახალი მასალების ტექნოლოგიის განვითარებას.

განსაკუთრებით დიდ ყურადღებას მოითხოვს დინამიკური გაანგარიშების მეთოდების კვლევა და მისი დანერგვა, რაც საგრძნობლად გაზრდის მანქანებისა და ნაგებობების საიმედოობას, ხანგამძლეობას და ეკონომიკურ ეფექტიანობას.

აღნიშნული პრობლემები შესაძლებელია დადებითად გადაწყდეს გამოყენებითი და ფუნდამენტური დარგების მეცნიერთა ერთობლივი მუშაობით.

მაღალხარისხოვანი, დიდი მწარმოებლობის მქონე მანქანებისა და ნაგებობების შექმნა მოითხოვს მაღალი ფიზიკურ-მე-

ქანიკური და ქიმიური მაჩვენებლების მქონე ახალ მასალებს.

პრობლემის გადაწყვეტა, მისი ოპტიმიზაცია დიდად არის დამოკიდებული სათანადო მათემატიკური აპარატის და გამოთვლი-თი ტექნიკის განვითარებაზე.

შესასწავლი მოვლენის მათემატიკური მოდელი წარმოად-გენს მრავალცვლადიან ფუნქციას, სადაც საძიებელი პარამეტრის სიდიდე ფუნქციაა რამდენიმე ცვლადი დამოუკიდებელი არგუმენტი-სა. ასეთი ტიპის ამოცანების გადაწყვეტისათვის ფართოდ გამო-იყენება ფიზიკურად და მათემატიკურად დასაბუთებული მსგავსო-ბადობისა და განზომილებათა თეორიები. დიდ ინტერესს იწვევს ანალოგმანქანების ფართოდ გამოყენება კვლევის სხვადასხვა დარგებში.

თანამედროვე მასალათა გამძლეობა ფართოდ ეყრდნობა და იყენებს თეორიული მექანიკის კანონებს. მისგან განსხვავე-ბით, იგი შეისწავლის დეფორმად ტანებს და ამიტომ მას ხშირად უწოდებენ დეფორმად მყარ ტანთა მექანიკას.

მასალათა გამძლეობის მეცნიერების მიზანს წარმოად-გენს ღერო-ძელის ტიპური გაანგარიშების მარტივი თეორიული მეთოდების შექმნა, რომლებიც კარგად უნდა ეთხვეოდეს ექსპე-რიმენტულ მონაცემებს.

ბოლო წლებში წარმოიშვა და განვითარდა დეფორმადი ტანების მექანიკის ზოგიერთი ახალი მიმართულება, როგორიცაა გამოყენებითი დრეკადობის, პლასტიკურობის, ცოცვის თეორიები და სხვა.

მასალათა გამძლეობის საერთო დებულებათა საფუძვლე-ზე შეიქმნა ახალი განყოფილებები სიმტკიცის შესახებ, რომლე-თაც აქვთ კონკრეტული პრაქტიკული მნიშვნელობა. მათ მიეკუთვ-

ნება: ნაგებობათა სამშენებლო მექანიკა, საზღვაო და საჰაერო ხომალდების სამშენებლო მექანიკა, შენადუღ კონსტრუქციათა სიმტკიცის თეორია და სხვა.

მასალათა გამძლეობის მეთოდები განიცდიან დიდ ცვლილებებს ამოსახსნელი ამოცანებისა და პრობლემების შესაბამისად.

მასალათა გამძლეობას გააჩნია განვითარების მრავალი პრინციპი, რომლის მიხედვითაც გაანგარიშებული კონსტრუქცია ერთდროულად უნდა იყოს მტკიცე, ხისტი, მდგრადი, იაფი, რაც შეიძლება მსუბუქი. ამ საკითხთან დაკავშირებით მეტად საინტერესოა გამოჩენილი საბჭოთა ავიაკონსტრუქტორის ა. იაკოვლევის აზრი:

"თვითმფრინავი წარმოადგენს ისეთ ნაგებობას, რომელშიც იბრძვის ორი საწყისი: სიმტკიცე და წონა. მანქანა საჭიროა გაკეთდეს მტკიცე და მსუბუქი, ხოლო სიმტკიცე და სიმსუბუქე ყოველთვის ებრძვიან ერთმანეთს".

აღნიშნული პრობლემის გადაწყვეტა შესაძლებელია მასალათა და კონსტრუქციათა სიმტკიცის, სიხისტისა და მდგრადობის როგორც სტატიკური, ისე დინამიკური კანონების ღრმად შესწავლის საფუძველზე.

## 2. საანგარიშო სქემები

მასალათა გამძლეობაში რეალური ობიექტების /კონსტრუქციის / ტვირთამტანიანობის საკითხის შესწავლა იწყება მისი საანგარიშო სქემის შერჩევით. კონსტრუქციის ანგარიშის დაწყებამდე ნათელი წარმოდგენა უნდა ვიქონიოთ, რა არის მასში არსებითი და რა-არაარსებითი, მეორეხარისხოვანი; ე.ი. საჭიროა მოვახდინოთ რეალური კონსტრუქციის ისეთი სქემატიზა-

ცია, სადაც მოცილებული იქნება ის ნაწილები, რომლებიც უმნიშვნელო გავლენას მოახდენენ მთლიანად კონსტრუქციის მუშაობაზე.

აი, ამგვარად მომზადებული რეალური ობიექტის გამოსახვას ეწოდება საანგარიშო სქემა, რომელზეც სათანადო ადგილებში მოდებულია მასზე მოქმედი და მასში აღძრული ძალები და ძალვები.

გარდა აღნიშნულისა, მასალათა გამძლეობაში მიღებულია, რომ კონსტრუქციის შესაქმნელად გამოყენებული ყველა მასალა წარმოადგენს ერთგვაროვან გარემოს მისი მიკროსტრუქტურის გაუთვალისწინებლად.

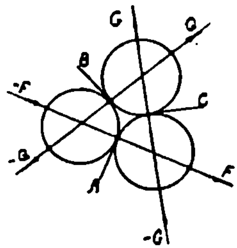
ამას გარდა, საანგარიშო სქემების შედგენის დროს რეალური ძალთა სისტემა მაქსიმალურადაა გამარტივებული.

მაგალითად, სისტემაზე მოქმედი მცირე ძალები წარმოდგენილი უნდა იყოს მათი ეკვივალენტური შეყურსული ძალით, იმ ანგარიშით, რომ საანგარიშო კონსტრუქციის /ობიექტის/ სახე, ასევე მასზე მოქმედი ძალები მაქსიმალურად მიახლოებული იქნენ სინამდვილესთან.

აღნიშნულ საკითხებს უფრო დაწვრილებით განვიხილავთ ქვემოთ.

### 3. მანქანებში, მექანიზმებსა და მის რგოლებში მოქმედი ძალების კლასიფიკაცია

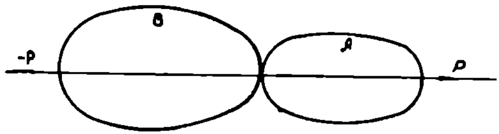
საერთოდ, თეორიულ მექანიკაში ძალის ცნება დუალისტურია, ე.ი. არ არსებობს ერთი ძალა, არის დაწყვილებული ძალები, რომლებიც თითოეულ წყვილში ერთმანეთის ტოლი და საწინააღმდეგო მიმართულნი არიან /ნახ.0.13/.




ნახ.0.13

ნებისმიერი მატერიალური სხეულის წონასწორობის ან მოძრაობის მდგომარეობა დამოკიდებულია მასზე სხვა სხეულების ზემოქმედებაზე /მიზიდვაზე ან განზიდვაზე/, რომლის სიდიდის საზომს წარმოადგენს ძალა. ძალა არის ვექტორული სიდიდე.

მაგალითად, თუ იზოლირებულად განვიხილავთ მექანიკურ შეხებაში მყოფ A და B სხეულებს /ნახ.0.14/, მაშინ



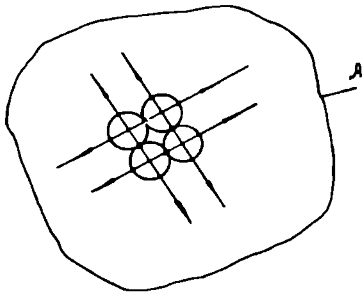

ნახ.0.14

A სხეულზე მოქმედი B სხეული წარმოშობს A სხეულისათვის გარეშე P ძალას, ხოლო A სხეულის მოქმედება B სხეულზე- იმავე ძალის ტოლ და მის საწინააღმდეგოდ მიმართულ P ძალას, რომელიც მექანიკასა და ტექნიკაში რეაქციის ძალის სახელწოდებით არის ცნობილი.

გარე ძალები იყოფა ორ ჯგუფად: მოცულობით და ზედაპირულ ძალებად. მოცულობით ძალებს მიეკუთვნება გრავიტაციური ანუ სიმძიმის ძალები, მაგნიტური ან ელექტრომაგნიტური ძალები, რომლებიც განაწილებულია ნებისმიერი იზოლირებული ტანის მთელ მოცულობაში.

ზედაპირული გარე ძალები მოქმედებენ უშუალოდ ორი ან მეტი სხეულის შეხების ზედაპირებზე[X].

განვიხილოთ იზოლირებული-შემოფარგლული რაიმე A სხეულის /ნახ. 0.15/ შიგნით, შეხებაში ან სხვა სახის ზემოქმედებაში მყოფი ორი ან მეტი ნაწილაკი. მათ შორის მოქმედ ძალებს შინაგან ძალებს უწოდებენ, აქაც გავრცელებულია ძალთა ურთიერთმოქმედების კანონი.




ნახ.0.15

ძალების კლასიფიკაცია შესაძლებელია მოვახდინოთ მათი ბუნების მიხედვით. კერძოდ, ძალები შესაძლებელია იყოს: სიმძიმის $G$, ტექნოლოგიური წინააღმდეგობის $Q$, ხახუნის ან გარემოს წინააღმდეგობის $F$, გარეშე მამოძრავებელი $P$, ინერციის $P_u$, ინერციის წყვილძალის /მომენტის/ $M_u$, რეაქციისა $R_{ij}$ და სხვა.

---

X უნდა აღინიშნოს, რომ სინამდვილეში ზედაპირული ძალები ვრცელდება აგრეთვე მატერიალური ტანის მოცულობაში. მათ უწოდებენ ზედაპირულს იმიტომ, რომ მათი ფორმირება ხდება ტანთა ზედაპირზე.

არსებობს ძალთა კლასიფიკაცია სხვა თვისებების მიხედვითაც. მაგალითად, მანქანებში ყველა ძალა შეიძლება დაიყოს მამოძრავებელ და წინააღმდეგობის ძალებად. მამოძრავებელ ძალებს მიეკუთვნება ის ძალები, რომლებიც იწვევს მანქანის ნაწილისა და აგრეგატის სასურველი მიმართულებით მოძრაობას, ხოლო წინააღმდეგობის ძალები კი, პირიქით, იწვევს მანქანის ნაწილების ან მისი აგრეგატების მოძრაობის შენელება-დამუხრუჭებას.

ძალები შეიძლება იყოს შეყურსული და განაწილებული განსაზღვრულ ფართობზე ან მოცულობაში.

ძალების კლასიფიკაცია შესაძლებელია მოქმედების დროის ხანგრძლივობის მიხედვითაც. არჩევენ: დროებით, მუდმივ, ხანგრძლივ და ხანმოკლე /იმპულსურ/ ძალებს.

დროებით დატვირთვებს მიეკუთვნება: ქარის, თოვლის, წვიმის, ჩამონაყარი მიწის ან ქვების, ხალხის, მოძრავი სატრანსპორტო საშუალების /ავტომანქანა, მატარებელი, ტრამვაი, ტროლეიბუსი და ა.შ./, მიწისძვრის, ვიბრაციის და სხვა დატვირთვა.

მუდმივ დატვირთვას მიეკუთვნება კონსტრუქციის საკუთარი წონა, წყლის ან აირის წნევა და სხვა.

დატვირთვები შეიძლება იყოს უძრავი და მოძრავი.

უძრავია თოვლის, ქარის, წყლის წნევისა და სხვა სახის დატვირთვა, მოძრავი კი- მატარებლის, ავტომანქანის, ტრამვაის, ტროლეიბუსისა და სხვა.

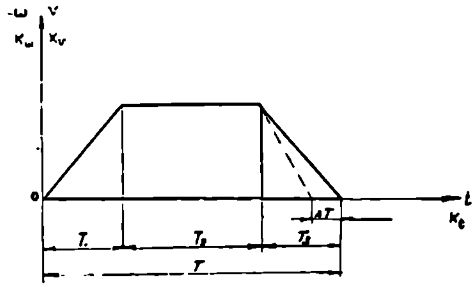
დატვირთვები შესაძლებელია წარმოვიდგინოთ სტატიკური და დინამიკური სახით. კერძოდ, სტატიკურია ისეთი დატვირთვა, რომელიც ნულოვანი მნიშვნელობიდან აღწევს განსა-

ზოგჯერ სიდიდეს კონსტრუქციის უმაღლესი ტონით რხევის პერიოდის ტოლ ან მასზე მეტ დროში. წინააღმდეგ შემთხვევაში დატვირთვა დინამიკურია, ე.ი. ხანმოკლე-იმპულსური ან რხევითი, რომლის რხევის პერიოდის სიდიდე ნაკლებია უმაღლესი ტონით რხევის პერიოდზე.

ძალების კლასიფიკაცია შესაძლებელია აგრეთვე მათი სიდიდისა და მიმართულების ცვალებადობის მიხედვით დროში. ასეთი ძალები მოქმედებენ მანქანათა მოძრავ ნაწილებში.

როგორც მექანიზმების თეორიის კურსიდანაა ცნობილი, ყოველი მანქანის ან მექანიზმის მუშაობას ახასიათებს სამი ძირითადი პერიოდი /ნახ.0.16/.

$T_1$ - გაშვების პერიოდი; მამოძრავებელი ძალების მიერ შესრულებული მუშაობა მეტია წინააღმდეგობის ძალების მიერ შესრულებულ მუშაობაზე და იწყება მანქანის აჩქარებული მოძრაობა.



ნახ.0.16

$T_2$ - დამყარებული რეჟიმით მუშაობის პერიოდი, ანუ მუდმივი სიჩქარით მოძრაობა; მამოძრავებელი და წინააღმდეგობის ძალთა მიერ შესრულებული მუშაობა ტოლია.

$T_3$ - გაჩერების პერიოდი; მამოძრავებელ ძალთა მიერ შესრულებული მუშაობა ნაკლებია წინა-

აღმდეგობის ძალთა მიერ შესრულებულ მუშაობაზე. იწყება მანქანის შენელებული მოძრაობა. ადგილი აქვს უარყოფით აჩქარებას.

$\Delta T$ არის გაჩერების პერიოდის შემცირების სიდიდე, გამოწვეული მანქანის დამუხრუჭებით.

ნებისმიერი მანქანის მუშაობის პროცესში ადგილი აქვს მოძრაობის სიჩქარის ცვალებადობას დროში, რომლის მიზეზია მანქანაზე მოქმედ და მასში აღძრულ ძალთა ცვალებადობა როგორც სიდიდით, ისე მიმართულებით. აღნიშნულის გამო მომუშავე მანქანებში წარმოიშვება ვიბრაციები /რხევები/ და დარტყმითი მოვლენები, რომლებიც, თავის მხრივ, ზრდის მანქანის მოძრაობის უთანაბრობას და იწვევს სათანადო დინამიკურ დატვირთვებს.

ამგვარად, მანქანები და ნაგებობანი მუშაობის პერიოდში განიცდიან სტატიკურ და დინამიკურ დატვირთვებს.

მასალათა გამძლეობაში სტატიკური ამოცანების გადაწყვეტისათვის გამოიყენება წონასწორობის ცნობილი პირობები:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 0; \quad \sum_{i=1}^{n} y_i = 0; \quad \sum_{i=1}^{n} z_i = 0. \qquad /0.18/$$

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3 + \quad + \vec{P}_{n-1} + \vec{P}_n = 0. \qquad /0.19/$$

$$\sum_{i=1}^{n} M(P_i) = 0. \qquad /0.20/$$

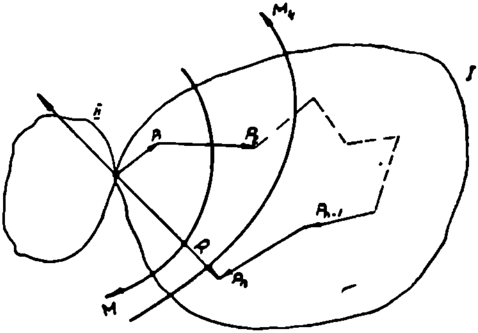
პირველი განტოლებები /0.18/ დაწერილია სივრცითი ამოცანებისათვის და ნიშნავს, რომ, თუ სისტემა იმყოფება წონასწორობაში, მაშინ გასაანგარიშებელ სისტემაზე

ყველა გარე მოქმედი ძალის პროექციათა ჯამი სათანადო კოორდინატთა სისტემის ღერძების მიმართ ნულის ტოლია.

მეორე განტოლების თანახმად /0.19/ თუ სისტემა იმყოფება წონასწორობაში, მაშინ მასზე მოდებული ძალების ვექტორული ჯამი ასევე ტოლი უნდა იყოს ნულისა. ე.ი. ვღებულობთ ძალის ვექტორთა ჩაკეტილ მრავალკუთხედს. ზოგ შემთხვევაში ეს პირობები საკმარისი არ არის და საჭიროა მესამე პირობის დაცვაც /0.20/, რაც იმაში მდგომარეობს, რომ, თუ სისტემა იმყოფება წონასწორობაში, მაშინ სისტემაზე მოქმედ მომენტთა ჯამი ნებისმიერი წერტილის მიმართ ტოლი უნდა იყოს ნულისა. წინააღმდეგ შემთხვევაში სისტემა დაიწყებს ბრუნვას. სწორედ ეს პირობა შეეხება შემთხვევას, როდესაც სისტემაზე მოქმედი ძალები დაიყვანება წყვილ ძალაზე.

თუ წონასწორობის პირობები/0.18/, /0.19/, /0.20/ არ არის დაცული, ამ შემთხვევაში წარმოიშობა დამატებითი ინერციის ძალები $P_u$ და ინერციის წყვილძალის მომენტები $M_u$, რომლებიც ტოლნი და საწინააღმდეგოდ მიმართულნი არიან სათანადოდ გარე ძალების ტოლქმედისა და გარე ძალების მიერ განვითარებული მომენტისა. ასეთი ტიპის ამოცანების გადაწყვეტის დროს საჭიროა ვიხელმძღვანელოთ თეორიული მექანიკიდან ცნობილი დალამბერის პრინციპით, რომელიც მდგომარეობს შემდეგში: თუ სხეულზე მოქმედი ყველა ძალის ტოლქმედს- $R$ და მომენტს- $M$ დავუმატებთ ინერციის ფიქტიურ ძალას $P_u$ და ინერციის წყვილძალის ფიქტიურ მომენტს $M_u$, მივიღებთ ურთიერთგაწონასწორებულ სისტემას, რის შემდეგაც შესაძლებელია გამოყენებულ იქნეს სტატიკური წონასწორობის განტოლებები უცნობი ძალებისა და მომენტების სიდიდისა თუ მიმართულების განსაზღვრის მიზნით /ნახ.0.17/.

თუ განტოლებათა რაოდენობა ნაკლებია უცნობთა რიცხვზე, განხილული ამოცანა სტატიკურად ურკვევია და მისი გადაწყვეტისათვის საჭიროა შედგენილ იქნეს დამატებითი განტოლებები იმ ანგარიშით, რომ უცნობთა რიცხვი გაუტოლდეს განტოლებათა რაოდენობას, ე.ი. ამოცანა გახდეს სტატიკურად რკვევადი. დამატებითი განტოლებების შედგენისათვის ფართოდ გამოიყენება დრეკადობის თეორიის საფუძვლები.



ნახ.0.17

## 4. სიმტკიცის, სიხისტისა და მდგრადობის ცნებები

კონსტრუქციებისა და მანქანების ნაწილების საიმედოობას ძირითადად განსაზღვრავს მათი ტვირთამტანიანობის უნარი, რომელიც, თავის მხრივ, შეიცავს სამ ძირითად ცნებას: სიმტკიცეს, სიხისტესა და მდგრადობას.

ამა თუ იმ ნაგებობისა და მანქანის ნაწილების დამზადებისათვის მასალის შერჩევის შემდეგ ძირითადი ყურადღება ექცევა კონსტრუქციის ელემენტების გეომეტრიული პარამეტრების დადგენას, კერძოდ, კონსტრუქციის ელემენტის სიგრძის, მისი განივკვეთის ზომებისა და ფორმის შერჩევას.

ელემენტის ფორმა და მისი განივკვეთის ზომები მასალის თვისებების გათვალისწინებით უნდა შეირჩეს ისე, რომ

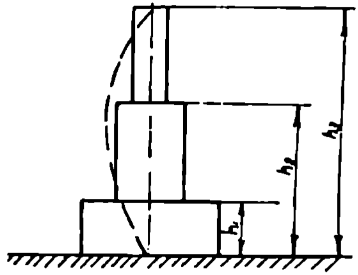
ნაგებობის ან მანქანის საექსპლოატაციო დატვირთვის შემთხვევაში არ მოხდეს მისი რღვევა-დანგრევა და ამავე დროს მასალების ხარჯი რაც შეიძლება მინიმალური იყოს. ამ ურთიერთსაწინააღმდეგო პირობების შეთავსებაში ვლინდება სწორედ კონსტრუქტორის შემოქმედებითი უნარი.

კონსტრუქციის ელემენტის სიმტკიცე, მიღებული მინაარსობრივად /ტვირთამტანიანობაზე მის გაანგარიშებამდე/, შერჩეულია სხვადასხვა განსაზღვრული მოსაზრებებით.

ამგვარად, ტვირთამტანიანობაზე კონსტრუქციის ელემენტის გაანგარიშება მოითხოვს მისი განივკვეთის ფორმისა და ძირითადი გეომეტრიული ზომების/სიგანე, სისქე, დიამეტრი და სხვ./დადგენას იმ ანგარიშით, რომ პირველ რიგში იყოს მტკიცე- გაუძლოს საექსპლოატაციო დატვირთვას, იყოს ხისტი, რაც იმას ნიშნავს, რომ საექსპლოატაციო დატვირთვით გამოწვეული დეფორმაციები /წაგრძელება, დამოკლება, ჩაღუნვა, გრეხა და სხვა/ არ იყოს დასაშვებ სიდიდეებზე მეტი; ბოლოს საჭიროა დაცული იყოს მდგრადობის პირობა, ე.ი. საექსპლოატაციო დატვირთვის დროს კონსტრუქციის ელემენტმა ან სისტემამ არ დაკარგოს პირვანდელი ფორმა და მდგომარეობა.

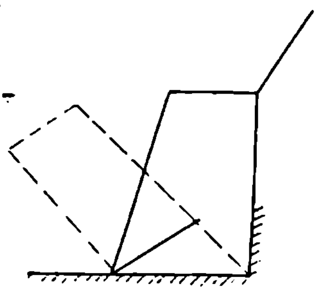
მაგალითად, თუ მოცემული გვაქვს გარკვეული განივკვეთის მქონე ცვლადი სიგრძის პრიზმატული ღერო და დავიწყებთ მის შემოწმებას კუმშვაზე ისე, რომ ცენტრალური ძალა მოქმედებდეს ღეროს გრძივი ღერძის გასწვრივ, დავრწმუნდებით, რომ პრიზმატული ღეროს განსაზღვრული სიგრძის დროს ღერო, სიმეტრიული კუმშვის მაგივრად, დაიწყებს გრძივ ღუნვას; აი, სწორედ ამ მოვლენას ეწოდება გრძივი მდგრადობის დაკარგვა. იგივე პრიზმატული ღერო, დაახლოებით 2-3 განივკვეთის მინიმალური ზომის სიგრძისა, ძირითადად მუშაობს კუმშვაზე. პრიზმული ღეროს სიგრძე თუ აღემატება

აღნიშნულ სიდიდეს, იგი, გარდა კუმშვისა, მუშაობს ერთდროულად გრძივ ღუნვაზეც /ნახ.0.18/. აღსანიშნავია, რომ რაც უფრო გრძელია ერთი და იმავე განივკვეთის მქონე ღერო, იმდენად მისი სიგრძის კვადრატის უკუპროპორციულად მცირეა ის ძალა, რომელსაც შეუძლია გამოიწვიოს მისი გრძივი გაღუნვა ანუ გრძივი მდგრადობის დაკარგვა. გრძივ ღუნვაზე მომუშავე დიდი მოქნილობის მქონე ღეროების სტატიკური მდგრადობის საკითხები დაწვრილებით გამოიკვლიეს აკადემიკოსმა ეილერმა, პროფ. იასინსკიმ და სხვა მეცნიერებმა.




ნახ.0.18

მდგრადობის დაკარგვის მაგალითად შესაძლებელია მოვიყვანოთ საყრდენი კედელი, რომელიც მთლიანად მტკიცეა, გააჩნია საკმაო სიხისტე, მაგრამ არ არის მდგრადი გარე ძალების გავლენით პირვანდელი მდგომარეობის შეცვლის გამო /ნახ.0.19/. ამგვარად, საექსპლოატაციო პირობებში ნაგებობის ან მანქანის საიმედო მუშაობა მთლიანად არის დამოკიდებული მისი შემადგენელი ყველა ნაწილის ტვირთამტანიანობის უნარზე; ე.ი. ყველა ნაწილი და ელემენტი ერთდროულად უნდა აკმაყოფილებდეს სიმტკიცის, სიხისტისა და მდგრადობის პირობებს.



ნახ.0.19

## 5. შინაგანი ძალებისა და ძაბვების ცნებები

როგორც ცნობილია, ნებისმიერი აგრეგატული მდგომარეობის სხეულში მოლეკულური თეორიის საფუძველზე სხეულების ფორმა განიხილება, როგორც სხეულის ნაწილაკებს შორის არსებული განსაზღვრული სიდიდის შეჭიდულობის ძალების მოქმედება.

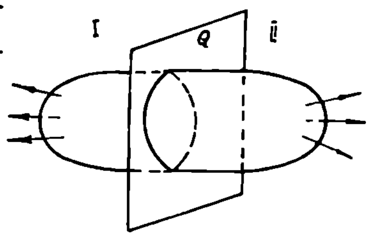
შეჭიდულობის ძალები ნამდვილად შიდა ძალებია და ისინი ყოველთვის არსებობს სხეულებში გარე ძალების მოქმედებისა თუ უმოქმედობის შემთხვევებში.

გარე ძალების მოქმედების შედეგად შიდა ძალები იცვლება, რომლის სიდიდე გარე ძალების სიდიდესა და მის მიმართულებაზე დამოკიდებული.

მასალათა გამძლეობის თვალსაზრისით გვაინტერესებს სხეულზე გარე ძალების ზემოქმედებით წარმოშობილი შიდა ძალები.

შიდა ძალების არსებობის დასაბუთების და მათი შესწავლის მიზნით, ხშირად მიმართავენ გაკვეთის მეთოდს, რომელიც მდგომარეობს შემდეგში:

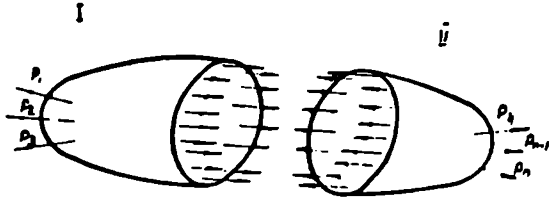
მოცემულ სხეულზე / ნახ. 0.20, 0.21 / მოქმედებენ გარე ძალები $P_1$, $P_2$, $P_3$, $P_4$, $P_{n-1}$, $P_n$, რომელთა მოქმედებით აღნიშნული სხეული წონასწორობაშია. თუ წარმოვიდგენთ, აღნიშნულ სხეულს გავკვეთავთ რაიმე $Q$ სიბრტყით, მივიღებთ სხეულის ორ ნაწილს, რომელთაგან ერთ-ერთს მოვაშორებთ




ნახ. 0.20

და ვიხილავთ დარჩენილი ნაწილის წონასწორობას, რისთვისაც

მას უნდა მოვდოთ მოშორებული ნაწილის დატვირთვა, რომელიც




ნახ.0.21

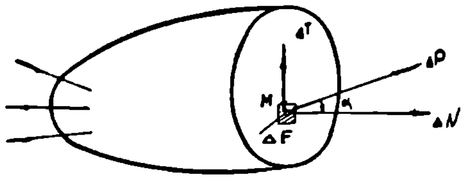
შიდა ძალებით იქნება წარმოდგენილი. მსჯელობა ანალოგიურია, თუ გვინდა განვიხილოთ სხეულის მეორე ნაწილის წონასწორობა. მაშინ მისი კვეთის ზედაპირზე უნდა გავითვალისწინოთ პირველი ნაწილის გავლენა, შიდა ძალების სახით.

ყოველივე ამის შემდეგ შესაძლებელია დავასკვნათ, რომ კვეთის შედეგად მიღებული თითეული ნაწილი, მასზე მოქმედი გარე და შიდა ძალების გავლენით, უნდა იყოს წონასწორობაში და შესაძლებელია სრულიად სამართლიანად გამოვიყენოთ სტატიკის წონასწორობის ცნობილი განტოლებები, რომლებიც ამყარებს დამოკიდებულებას გარე და შიდა ძალებს შორის.

შიდა ძალების სიდიდის საზომად მიღებულია კვეთის ფართობის ერთეულზე მოქმედი შიდა ძალების ჯამი, რომელსაც ძაბვა ეწოდება.

დავუშვათ, გვინდა შევისწავლოთ შიდა ძალები კვეთის

რომელიმე M წერტილში /ნახ.0.22/. გამოვყოთ ამ წერტილში ელემენტარული ფართობი $\Delta F$, რომელზეც იმოქმედებს შიგა ძალების ჯამი $\Delta P$. მაშინ ამ ფართობზე მოქმედი საშუალო ძაბვა იქნება:




ნახ. 0.22

$$P_0 = \frac{\Delta P}{\Delta F}. \qquad /0.21/$$

$\Delta P$ ძალა შეიძლება დავშალოთ $\Delta F$ კვეთისადმი ნორმალურ $\Delta N$ და მხებ $\Delta T$ ძალებად, მაშინ იმავე ელემენტარულ $\Delta F$ ფართობზე მოქმედი საშუალო ნორმალური და საშუალო მხები ძაბვების გამოთვლისათვის შესაბამისად მივიღებთ:

$$\sigma_0 = \frac{\Delta N}{\Delta F} = \frac{\Delta P}{\Delta F}\cos\alpha = P_0 \cdot \cos\alpha, \qquad /0.22/$$

$$\tau_0 = \frac{\Delta T}{\Delta F} = \frac{\Delta P}{\Delta F} \cdot \sin\alpha = P_0 \cdot \sin\alpha. \qquad /0.23/$$

M წერტილში მოქმედი სრული ძაბვის მისაღებად გადავიდეთ ზღვარზე, როდესაც $\Delta F \to 0$, მივიღებთ:

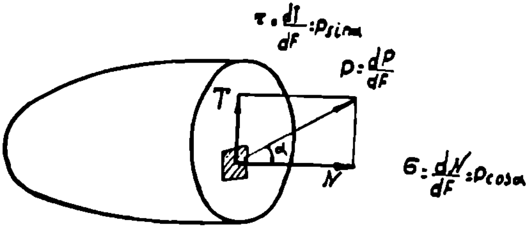
$$P = \lim \frac{\Delta P}{\Delta F} = \frac{dP}{dF}. \qquad /0.24/$$

იმავე M წერტილში ნორმალური და მხები ძაბვებისათვის გვექნება:

$$\sigma = \lim_{\Delta F \to 0} \frac{\Delta N}{\Delta F} = \frac{dN}{dF} = P \cdot \cos\alpha, \qquad /0.25/$$

$$\tau = \lim_{\Delta F \to 0} \frac{\Delta T}{\Delta F} = \frac{dT}{dF} = P \cdot \sin\alpha. \qquad /0.26/$$

შეიძლება დავამყაროთ დამოკიდებულება სრულ, ნორმალურ და მხებ ძაბვებს შორის / ნახ.0.23/:




ნახ.0.23

$$P^2 = \sigma^2 + \tau^2 \qquad /0.27/$$

ანუ

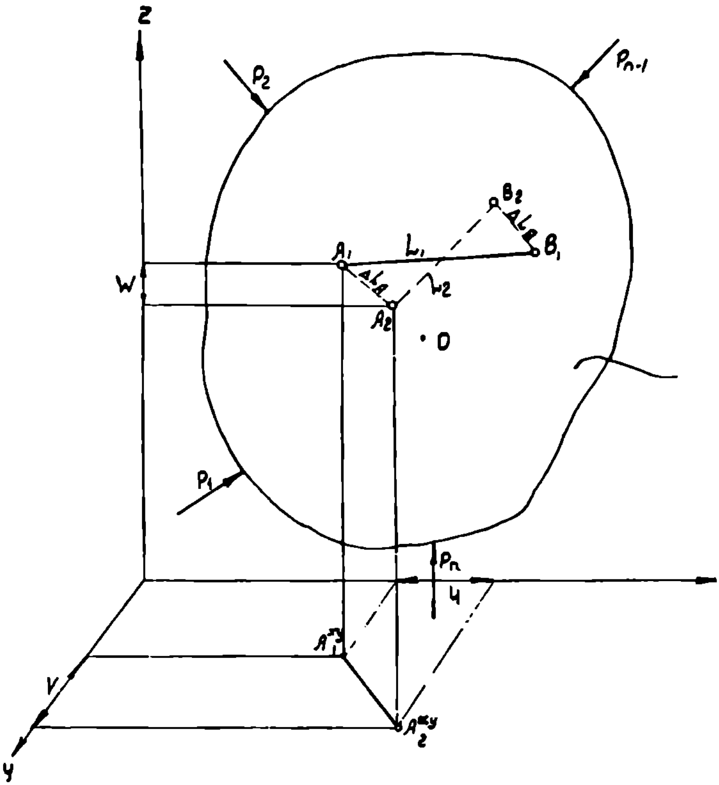
$$P = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}\ , \qquad /0.28/$$

სადაც ძაბვის განზომილება იქნება ძალის ერთ./ფართ.ერთ. /კგძ/სმ$^2$ ან ნიუტ./მ$^2$/.

## 6. გადაადგილებისა და დეფორმაციის ცნებები. დრეკადობა და პლასტიკურობა

წარმოვიდგინოთ სიმძიმით Q დრეკადი ტანი ფარდობით უძრავ[X] X, Y, Z კოორდინატთა სისტემაში, რომელზეც მოქმედებენ $P_1$, $P_2$, $P_{n-1}$, $P_n$ გარე ძალები /იხ.ნახ. 0.24/. სისტემა იმყოფება წონასწორობაში, ე.ი. ადგილი არა აქვს წარმტან მოძრაობას. მაშინ ამ ტანზე აღებული ნებისმიერი ორი წერტილი $A_1$, $B_1$ გარე ძალების მოქმედებამდე, Q ტა-

X ფარდობით უძრაობა ნიშნავს Q ტანის სიმძიმის ცენტრის კოორდინატების მუდმივობას ტანის ნებისმიერი დატვირთვის დროს.




ნახ.0.24

ნის დეფორმაციის, ანუ გარე ძალების მიერ მისი ფორმის შეცვლის გამო, დაიკავებენ ფარდობით უძრავ კოორდინატთა სისტემის მიმართ ახალ $A_2$, $B_2$ მდებარეობას, ე.ი. მოხდება $A_1B_1$ ხაზის მდებარეობის, მისი სიგრძის შეცვლა და შემობრუნება სივრცეში. ზოგადად $A_1B_1$ და $A_2B_2$ ხაზები გარდა იმისა, რომ ისინი სხვადასხვა სიგრძისანი არიან, ამავე დროს იქნებიან აცდენილნი და ერთიმეორის მიმართ მობრუნებულნი სივრცეში.

$\Delta L_A=\overline{A_1A_2}$ მანძილს უწოდებენ $A$ წერტილის გადაადგილებას;

$\Delta L_B=\overline{B_1B_2}$ – მანძილს, $B$ წერტილის გადაადგილებას; $L_1=A_1B_1$ ხაზის საწყის სიგრძეს ანუ უმოკლეს მანძილს $A_1$ და $B_1$ წერტილებს შორის გარეშე ძალების მოქმედებამდე;

$L_2=A_2B_2$ ხაზის საბოლოო სიგრძეს ანუ უმოკლეს მანძილს $A_2$ და $B_2$ წერტილებს შორის გარეშე ძალების მოქმედების გამო. $\Delta\varphi_x, \Delta\varphi_y, \Delta\varphi_z$ – $A_2B_2$ ხაზის მობრუნების კუთხეებია $A_1B_1$-ის მიმართ, გამოწვეული გარეშე ძალთა სისტემის მოქმედებით და გამოითვლებიან

$$\left.\begin{aligned} \Delta\varphi_x &= \varphi_{x_1}-\varphi_{x_2}; \\ \Delta\varphi_y &= \varphi_{y_1}-\varphi_{y_2}; \\ \Delta\varphi_z &= \varphi_{z_1}-\varphi_{z_2}, \end{aligned}\right\} \qquad /1.29/$$

სადაც $\varphi_{x_1}$ არის კუთხე, რომელსაც $A_1B_1$ ხაზი ადგენს $X$ ღერძთან დატვირთვამდე.

$\varphi_{x_2}$ – კუთხე, რომელსაც იგივე $A_1B_1$ ხაზი ადგენს $X$ ღერძთან დატვირთვის გამო, და ასე შემდეგ სათანადოდ $Y$ და $Z$ ღერძების მიმართ.

განვიხილოთ ტოლობა:

$$\Delta L = |A_1 B_1| - |A_2 B_2| = L_1 - L_2 . \qquad /0.30/$$

აქ $\Delta L$ წარმოადგენს აბსოლუტური დეფორმაციის სიდიდეს, ხოლო ფარდობა $\frac{\Delta L}{L_1} = \varepsilon_{სშ}$ /0.31/ არის საშუალო ფარდობითი დეფორმაცია. თუ გადავალთ ზღვარზე

$$\lim \frac{\Delta L}{L_1} = \varepsilon_{A_1 B_1} , \qquad /0.32/$$

სადაც $\varepsilon_{A_1 B_1}$ წარმოადგენს $A_1 B_1$ ხაზის ფარდობით დეფორმაციას, რომელიც უგანზომილებო სიდიდეა;

$\Delta L$ არის $A_1 B_1$ ხაზის სიგრძის აბსოლუტური დეფორმაცია, რომელიც იზომება სიგრძის ერთეულებში;

$L_1$–$A_1 B_1$ ხაზის საწყისი სიგრძე, იზომება სიგრძის ერთეულებში.

/0.32/ შეიძლება წარმოდგენილ იქნეს %-ში

$$\varepsilon_{A_1 B_1} \% = \frac{\Delta L}{L_1} \cdot 100 \% .$$

ხაზოვანი დეფორმაციის გარდა, საინტერესოა აგრეთვე კუთხური დეფორმაცია ორ, AB და BC $\varphi$ კუთხით გადაკვეთილ ხაზებს შორის /გადაკვეთის წერტილი ამ შემთხვევაში არის B წერტილი/.

კერძოდ:

$$\lim_{\substack{BA \to 0 \\ BC \to 0}} \left( A_1 \widehat{B_1} C_1 - A_2 \widehat{B_2} C_2 \right) = \gamma_{ABC} , \qquad /0.33/$$

სადაც $\gamma_{ABC}$ არის კუთხური დეფორმაცია ანუ ძვრის კუთხე B წერტილისა ABC სიბრტყეში.

შესაბამისად, $\gamma_x$, $\gamma_y$ და $\gamma_z$ -თი აღინიშნება

ძელის კუთხეები სათანადო ღერძების მიმართ.

მასალის დრეკადობის თეორიას ძალიან დიდი მნიშვნელობა აქვს ნაგებობის ან მანქანის როგორც საიმედოობის, ასევე თეორიული გაანგარიშების თვალსაზრისითაც, რადგან მხოლოდ დრეკადი მასალებისათვის / დრეკადობის ზღვრებში/ აქვს ადგილი წრფივ დამოკიდებულებას ძაბვებსა და დეფორმაციებს შორის, რაც საგრძნობი სიმარტივით და ნაკლები შრომატევადობით ხასიათდება ამა თუ იმ კონსტრუქციის ელემენტების გათვლის დროს.

მასალათა გამძლეობა, გარდა დრეკადობის ზღვრისა, იხილავს ისეთ ამოცანებსაც, სადაც ადგილი აქვს მასალის ისეთ დაძაბულ მდგომარეობას, რომელიც ახლოსაა რღვევის-წყვეტის სტადიასთან.

ამ შემთხვევაში საქმე გვაქვს არა დრეკად, არამედ პლასტიკურ ნარჩენ დეფორმაციებთან და ამ პირობებში მომუშავე კონსტრუქციების გაანგარიშება, გარდა დრეკადობის თეორიისა, მოითხოვს პლასტიკურობის თეორიის გამოყენებას.

გარე ძალების მოქმედების შედეგად რეალურ, მყარ აგრეგატულ მდგომარეობაში მყოფი სხეულები განიცდიან დეფორმაციას. თუ გარე ძალების მოშორების შემდეგ აღნიშნული მყარი სხეულები დაუბრუნდება პირვანდელ ფორმასა და ზომებს, მაშინ ასეთ სხეულებს ეწოდებათ დრეკადი სხეულები.

იმ შემთხვევაში, როდესაც მყარ სხეულზე მოქმედი გარე ძალების მოცილების შემდეგ მისი პირვანდელი ფორმა და ზომები არ აღდგება, ასეთ დეფორმაციას ეწოდება პლასტიკური დეფორმაცია. ეს მოვლენა ძირითადად გამოწვეულია კონსტრუქციის, ელემენტის მასალის გადატვირთვით, რაც არასასურველი მოვლენაა.

ზოგადად დეფორმაცია შესაძლებელია იყოს მარტივი და რთული. კერძოდ, მასალათა გამძლეობაში მიღებულია შემდეგი სახის მარტივი დეფორმაციები: გაჭიმვა, კუმშვა, ძვრა/ჭრა/, გრეხა და ღუნვა.

თუ კონსტრუქციებზე გარე ძალების ზემოქმედებით მის ელემენტებში ერთდროულად წარმოიშობა ორი ან მეტი მარტივი სახის დეფორმაცია, მაშინ ასეთი დეფორმაცია წარმოადგენს რთულ დეფორმაციას და, მაშასადამე, კონსტრუქციამ უნდა იმუშაოს რთულ წინაღობაზე.შედარებით გავრცელებულ რთული წინაღობის სახეებს მიეკუთვნება: ირიბი ღუნვა, ღუნვა-გაჭიმვა /კუმშვა/, ექსცენტრული კუმშვა /გაჭიმვა/, ღუნვისა და გრეხის ერთდროული მოქმედება, გრძივი ღუნვა და სხვა.

### 7. ჰუკისა და ძალთა მოქმედების დამოუკიდებლობის კანონები

როგორც ცნობილია, რეალურ მყარ ტანებზე გარეშე ძალების მოქმედებით წარმოიშობა განსაზღვრული სიდიდისა და მიმართულების დეფორმაციები. პირველად 1676 წ., მრავალი ცდის ჩატარების შემდეგ, ფრანგმა მეცნიერმა ჰუკმა მოგვცა გარეშე მოქმედი სტატიკურ ძალასა და მასალის ღეროს დეფორმაციას შორის დამოკიდებულების კანონი, რომელიც გამოთქვა მან შემდეგნაირად:"როგორიცაა ძალა, ისეთია დეფორმაცია", ე.ი. განსაზღვრულ ფარგლებში დეფორმაცია პირდაპირპროპორციულია მოქმედი ძალის სიდიდისა.

აღნიშნული კანონი ჰუკის კანონის სახელწოდებითაა ცნობილი და ანალიზურად გამოსახულია კუმშვა-გაჭიმვის დეფორმაციისათვის შემდეგი სახით:

$$\sigma = \varepsilon E, \qquad /0.34/$$

სადაც $\sigma$ ძაბვაა;

$\varepsilon$ – ფარდობითი დეფორმაცია ანუ ღეროს ერთეულ სიგრძეზე მოსული აბსოლუტური დეფორმაცია;

$E$ – დრეკადობის /იუნგის/ მოდული.

დრეკადობის მოდული არის წარმოსახვითი ძაბვა, რომელიც შეიქმნებოდა აბსოლუტურად დრეკად მასალებში, როცა აბსოლუტური წაგრძელება /მაგალითად გაჭიმვის დროს/ ტოლი გახდებოდა ღეროს პირვანდელი სიგრძისა, ე.ი. $\Delta L = L_1$. ამ შემთხვევაში

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = 1.$$

ჰუკის კანონის თანამედროვე განმარტების თანახმად, ძაბვასა და დეფორმაციას შორის წრფივი დამოკიდებულებაა.

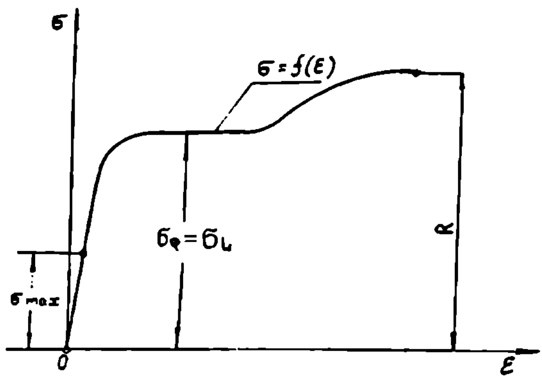
ჰუკის განზოგადებული კანონი ჩამოყალიბებული იქნება ქვემოთ. მასალათა გამძლეობაში მიღებულია, რომ იმ საანგარიშო სისტემებისათვის, რომლებშიც შესაძლებელია გამოყენებულ იქნეს ძაბვასა და დეფორმაციას შორის პროპორციულობის პირობა / ჰუკის კანონი/, შეიძლება ვისარგებლოთ აგრეთვე ძალთა მოქმედების დამოუკიდებლობის პრინციპითაც /სუპერპოზიცია/.

აღნიშნული პრინციპის თანახმად, აღძრული გადაადგილებანი და შინაგანი ძალები, რომლებიც წარმოიშობა დრეკად ტანებში, არაა დამოკიდებული გარეშე მოდებული ძალების მოქმედების თანმიმდევრობაზე, ე.ი. თუ სისტემაზე მოქმედებს რამდენიმე ძალა, მაშინ შესაძლებელია გამოვთვალოთ გადაადგილება, დეფორმაცია და ძაბვა თითოეული ძალისათვის ცალ-ცალკე და შემდეგ ყველა ძალის მიერ გამოწვეული სათანადო, ჩვენთვის საინ-

ტორული სიდიდეების გაანგარიშებისათვის მოვახდინოთ მათი ვექტორული შეკრება.

## 8. დასაშვები ძაბვა. სიმტკიცის მარაგი

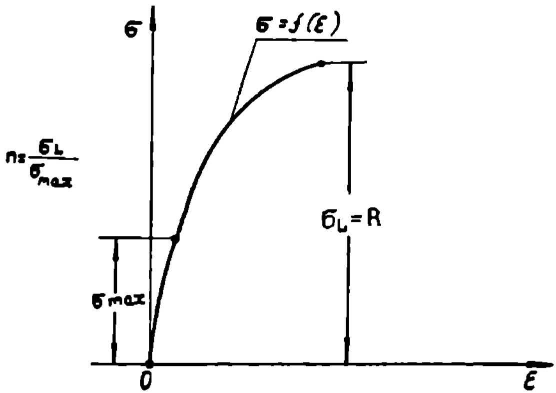
მასალების სიმტკიცის მექანიკური მაჩვენებლების ექსპერიმენტული მეთოდით განსაზღვრის მიზნით, სათანადო გამომცდელ მანქანებზე ხდება $\sigma = f(\varepsilon)$ ფუნქციის შესწავლა და მისი სათანადო გრაფიკის აგება /დრეკად-პლასტიკური მასალებისათვის ნახ.0.25, მყიფე მასალებისათვის კი-ნახ.0.26/.




ნახ.0.25

ძირითადად მანქანათა ნაწილების გაანგარიშება ხდება ძაბვების მეთოდით, რომლის არსი მდგომარეობს იმაში, რომ კონსტრუქციის დაზიანების დროს მასში აღძრული ფაქტიური

მაქსიმალური ძაბვა / $\sigma_{max}$ / არ უნდა აღემატებოდეს განსა-ზღვრულ სიდიდეს კონსტრუქციის მასალისა და მუშაობის პირობების გათვალისწინებით.




ნახ.0.26

ძაბვების მეთოდით გაანგარიშება ხდება შემდეგი ფორმულით:

$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_L}{n} , \qquad /0.35/$$

სადაც $\sigma_L$ არის მოცემული მასალის ზღვრული ძაბვის მნიშვნელობა / დენადობის ზღვარი /;

$n$ – ერთზე მეტი სიდიდის რიცხვი, რომელსაც უწოდებენ მარაგის კოეფიციენტს.

$\sigma_L$ -ის მნიშვნელობა აიღება გრაფიკიდან/ნახ.0.25 და 0.26/ მასალების მექანიკური სიმტკიცის გრაფიკებიდან, კერძოდ, დრეკად-პლასტიკური მასალებისათვის

$$\sigma_L = \sigma_{დ} , \qquad /0.36/$$

სადაც $\sigma_{დ}$ არის დენადობის ზღვარი.

მყიფე მასალებისათვის

$$\sigma_{ს} = R \,, \qquad /0.37/$$

სადაც $R$ სიმტკიცის ზღვარია.

ამგვარად, ძაბვების მეთოდით კონსტრუქციის კუმშვა-გაჭიმვით სიმტკიცეზე გაანგარიშების დროს მასში აღძრული ფაქტიური ძაბვები უნდა იყოს ნაკლები ან ტოლი დასაშვებ ძაბვაზე, ე.ი.

$$\sigma_{max} \leq [\sigma] \,, \qquad /0.38/$$

სადაც დასაშვები ძაბვის სიდიდე გამოითვლება ფორმულით:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{ს}}{n} \,. \qquad /0.39/$$

ზემოხსენებულის საფუძველზე დრეკად-პლასტიკური მასალებისათვის მარაგის კოეფიციენტის სიდიდე

$$n_{დ} = \frac{\sigma_{დ}}{\sigma_{max}} \,, \qquad /0.40/$$

ხოლო მყიფე მასალებისათვის

$$n_{R} = \frac{R}{\sigma_{max}} \,, \qquad /0.41/$$

სადაც $\sigma_{დ}$ არის დენადობის ზღვარი დრეკად-პლასტიკური მასალების გაჭიმვის დროს;

$R$ – გაჭიმვის სიმტკიცის ზღვარი მყიფე მასალებისათვის.

კონსტრუქციის სიმტკიცეზე გაანგარიშება, გარდა ძაბვების მეთოდისა, შესაძლებელია ჩატარდეს სხვა წესითაც, რასაც შევეხებით ქვემოთ.

## 9. კონსტრუქციის ელემენტების გაანგარიშების ზოგადი პრინციპები

კონსტრუქციის ელემენტების ტვირთამტანიანობაზე გა-

ანგარიშებამ პირველ რიგში უნდა გვიპასუხოს- აკმაყოფილებს თუ არა შერჩეული კონსტრუქცია მასალებისა და გეომეტრიული პარამეტრებით მისი საიმედოობის საკითხს. ამისათვის აუცილებელია ჩამოყალიბდეს ის ძირითადი პრინციპები, რომლებიც საფუძვლად უნდა დაედოს საიმედოობის პირობებს.

მანქანათა ნაწილების, ნაგებობებისა და მათი ელემენტების სიმტკიცეზე გაანგარიშების შედარებით გავრცელებულ მეთოდად უნდა მივიჩნიოთ გაანგარიშება ძაბვების მიხედვით. აღნიშნულ მეთოდს საფუძვლად უდევს ის ცნება, რომ კონსტრუქციის საიმედოობის კრიტერიუმი არის ძაბვა ან, უფრო ზუსტად, წერტილში დაძაბული მდგომარეობა. გაანგარიშების თანმიმდევრობა ასეთია:

კონსტრუქციის ანალიზის საფუძველზე ხდება გამოვლენა ისეთი წერტილისა, სადაც ძაბვას აქვს მაქსიმალური მნიშვნელობა, რომელსაც ადარებენ აღებული მასალის ძაბვის ზღვრულ მნიშვნელობას, მიღებულს ლაბორატორიული კვლევის საფუძველზე.

ჩატარებული შედარების მიხედვით კეთდება დასკვნა კონსტრუქციის სიმტკიცისა და, მაშასადამე, მისი საიმედოობის შესახებ.

პრაქტიკაში ზემოაღწერილ მეთოდს ძალზე ხშირად მიმართავენ, მაგრამ არის შემთხვევები, როდესაც ეს მეთოდი არ აკმაყოფილებს ძირითად მოთხოვნებს და მისი გამოყენება მიუღებელია, რადგან კონსტრუქციის ნგრევის მიზეზად ყოველთვის არ ჩაითვლება მისი ნებისმიერი წერტილის გადამეტძაბვა. ამასთან დაკავშირებით, ზოგიერთ შემთხვევაში კონსტრუქციის ელემენტების გაანგარიშებას ტვირთამტანიანობაზე, მაგალითად სიმტკიცეზე, ახდენენ მრღვევი დატვირთვის მიხედვით.

აღნიშნული მეთოდით ძაბვების მაგივრად განისაზღვრება დატვირთვის ის ზღვრული მნიშვნელობა, რომელიც არ გამოიწვევს კონსტრუქციის ან მისი ელემენტის რღვევას-დანგრევას და არსებითად არ შეცვლის მის ფორმას.

აღნიშნულ მეთოდში ზღვრული /მრღვევი/ დატვირთვის სიდიდეს ადარებენ ფაქტიურ მუშა დატვირთვას და მის საფუძველზე აკეთებენ სათანადო დასკვნას განსაზღვრულ პირობებში კონსტრუქციის ტვირთამტანიანობის ხარისხის შესახებ.

აღნიშნული მეთოდის ნაკლად უნდა ჩაითვალოს ის გარემოება, რომ მის გამოყენებას აზრი აქვს მხოლოდ მარტივი ფორმის მქონე კონსტრუქციული სქემების დაგეგმარებისას.

ზოგადად, დაგეგმარებისა და კონსტრუქციების გაანგარიშებისას, გათვალისწინებული უნდა იყოს მანქანის ან ნაგებობის მუშაობის პირობები და სათანადო მოთხოვნები

განხილული მეთოდების გარდა, არსებობს კონსტრუქციის ტვირთამტანიანობის გაანგარიშების სხვა მეთოდებიც /დასაშვები დეფორმაციის, ენერგეტიკული, სიმტკიცის თეორიები/.

განსაკუთრებულ ინტერესს წარმოადგენს ნაგებობებისა და მანქანების გაანგარიშება დინამიკურ დატვირთვებზე. ცვლადი და ნიშანცვლადი დატვირთვის შემთხვევები ფართოდ არის გაშუქებული მასალათა გამძლეობის სახელმძღვანელოებში, რაც შეეხება დარტყმით დატვირთვებზე კონსტრუქციების გაანგარიშებას,-შედარებით ნაკლებად.

ამიტომ ავტორებმა მიზანშეწონილად ჩათვალეს გაემახვილებინათ ყურადღება ამ საკითხებზე.

ტვირთამტანიანობის ზოგიერთი კერძო ამოცანის გადაწყვეტა მოცემულია სპეციალურ სამეცნიერო დისციპლინებში /მან-

ქანათა ნაწილები, თვითმფრინავის სიმტკიცე, გემის სიმტკიცე და სხვა/.

### 10. სტატიკური ტვირთამტანიანობა დრეკადობის ფარგლებში

როგორც ცნობილია, მასალათა გამძლეობა ტვირთამტანიანობის ცნების სახით იხილავს სამ ძირითად ამოცანას: ღეროძელის ანგარიშს სიმტკიცეზე, იმავე ელემენტის ანგარიშს სიხისტეზე და მის მდგრადობას. ქვემოთ მოყვანილია აღნიშნული ამოცანების გადაწყვეტის ზოგადი მაგალითები.

#### I. ანგარიში სიმტკიცეზე

ღეროს გაანგარიშება სიმტკიცეზე ითვალისწინებს, ღეროს მასალის შერჩევის შემდეგ, მისი განივკვეთის ფორმისა და ძირითადი ზომების /სიგრძე-სიგანის/ დადგენას მასზე მოქმედი გარეშე ძალების გათვალისწინებით, რათა ადგილი არ ჰქონდეს ღეროს რღვევა-დანგრევას. ქვემოთ განხილულია ღეროს სიმტკიცეზე გაანგარიშების ზოგადი მაგალითები ღერძული კუმშვისა და გაჭიმვის, ძვრის /ჭრის/, გრეხის, განივი ღუნვის, ირიბი ღუნვის, ექსცენტრული კუმშვის და ერთდროული გაჭიმვა-ძვრის /ჭრის/ დეფორმაციის შემთხვევებში.

ღ ე რ ძ უ ლ ი  გ ა ჭ ი მ ვ ა - კ უ მ შ ვ ა

მოცემულია AB ღერო, რომელიც ხისტად არის ჩამაგრებული ერთი ბოლოთი და მის მეორე ბოლოზე მოდებულია გარეშე ძალა $P$ /ნახ.0.27/. ღერო განიცდის გაჭიმვის დეფორმაციას, რის გამოც მისი გრძივი ღერძის მართობულ ნებისმიერ, მაგალითად $K-K$ სიბრტყეში, იმოქმედებენ გამჭიმავი შიდა ძალები, რომელთა ჯამი ტოლი იქნება გარეშე მოქმედი $P$ ძალისა.

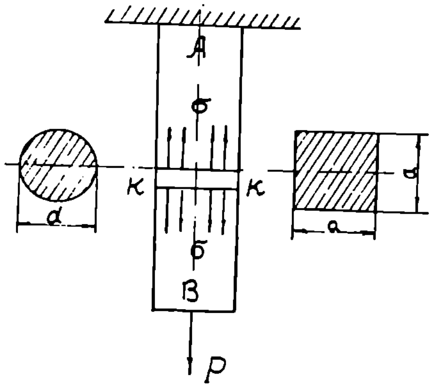
ღეროს განივკვეთის ფართის ერთეულზე მოსული შიდა ძა-

და ანუ ნორმალური ძაბვა $\sigma$ გამოისახება ფორმულით

$$\sigma = \frac{P}{F}, \qquad /0.42/$$

სადაც $P$ არის გარეშე გამჭიმავი ძალა; $F$ – ღეროს განივკვეთის ფართი. გაჭიმვაზე მომუშავე ღეროს სიმტკიცის პირობას აქვს სახე

$$\sigma = \frac{P}{F} \leq [\sigma], \qquad /0.43/$$



ნახ.0.27

სადაც $[\sigma]$ არის მასალაზე დასაშვები ძაბვის სიდიდე, რომელიც, გარდა მასალის მექანიკური თვისებებისა, ითვალისწინებს მისი მუშაობის პირობებსაც.

დავუშვათ, რომ $\sigma = [\sigma]$, მაშინ ვღებულობთ:

$$[\sigma] = \frac{P}{F},$$

საიდანაც

$$F = \frac{P}{[\sigma]}. \qquad /0.44/$$

მრგვალი კვეთისათვის, რადგან

$$F = \frac{\pi d^2}{4}, \qquad /0.45/$$

/0.44/ და /0.45/ ტოლობების საფუძველზე ვღებულობთ

$$d=\sqrt{\frac{4P}{\pi[\sigma]}}\,, \qquad /0.46/$$

ან თუ ღეროს კვეთი კვადრატული ფორმისაა, ე.ი.

$$F=a^2, \qquad /0.47/$$

/0.44/ და /0.47/ ტოლობების საფუძველზე მივიღებთ

$$a=\sqrt{\frac{P}{[\sigma]}}\,. \qquad /0.48/$$

მაშასადამე, თუ ცნობილი იქნება გამჭიმავი ძალის და დასაშვები ძაბვის სიდიდეები, შეიძლება მარტივად განისაზღვროს ძელის განივკვეთის გეომეტრიული პარამეტრების მნიშვნელობები. განვიხილოთ გრძივ გაჭიმვაზე მომუშავე ღეროს გაანგარიშების კონკრეტული მაგალითი. მოცემულია, რომ $P$ = 2000 კგძ; $[\sigma]$ = 100 კგძ/სმ² ≈ 0,1 ნ/მ².

განვსაზღვროთ მრგვალი ღეროს დიამეტრი. /0.46/ ფორმულის თანახმად

$$d=\sqrt{\frac{4P}{\pi[\sigma]}}=\sqrt{\frac{4\ 2000}{3{,}14\cdot 100}}\cong 5{,}05 \text{ სმ},$$

ე.ი. $d \approx 0{,}05$ მ.

დიამეტრის გამოთვლის შემდეგ ახდენენ ღეროს კვეთში ფაქტიურად აღძრული ძაბვების შემოწმებას[x] იმავე ფორმულებით.

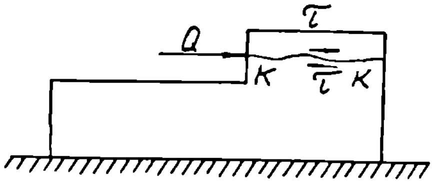
მიღებულია, რომ ძაბვების სხვაობა არ უნდა აჭარბებდეს 5%-ს, წინააღმდეგ შემთხვევაში იყენებენ სხვა შესაფერის, სტანდარტული ზომის მქონე მასალას.

- - - - - - - - - - - - - -

x აღნიშნული შემოწმება გამოწვეულია იმით, რომ გამოთვლის შემდეგ მოვახდინეთ ღეროს დიამეტრის სიდიდის დამრგვალება, რაც ხშირად ხდება გამოშვებული მასალების გეომეტრიული ზომების /სტანდარტების/ გათვალისწინების გამო.

## ძვრა / ჭრა /

ძვრის /ჭრის/ დროს გარეშე $Q$ ძალის გავლენით /ნახ. 0.28/ სხეულის ერთი ფენა ცდილობს დაცურდეს მეორის მიმართ $K-K$ სიბრტყის გასწვრივ, რასაც ეწინააღმდეგება შინაგანი მხები ძალები. ფართის ერთეულზე მოსული მხები ძალის სიდიდეს ეწოდებენ მხებ ძაბვას




ნახ.0.28

$$\tau = \frac{Q}{F_{ჭრ}}. \qquad /0.49/$$

ძვრის დროს სიმტკიცის პირობაა

$$\tau = \frac{Q}{F_{ჭრ}} \leq [\tau], \qquad /0.50/$$

სადაც $\tau$ მხები ძაბვაა;

$Q$ - ძვრის ანუ ჭრის ძალა;

$F_{ჭრ}$ - ჭრის ფართობი;

$[\tau]$ - დასაშვები მხები ძაბვა, რომლის სიდიდე განისაზღვრება მასალაზე დასაშვები ნორმალური ძაბვის სიდიდის მიხედვით $[\sigma]$ და გამოითვლება ფორმულით:

$$[\tau] = (0,5 - 0,6)[\sigma] \qquad /0.51/$$

ძვრის /ჭრის/ სიმტკიცის /0.50/ ფორმულის საფუძველზე დგება სათანადო სიმტკიცის განტოლებები, რომელთა მიხედვით შესაძლებელი ხდება მოქლონური და შედუღებით მიღებული ნაკერების გაანგარიშება.

# ძ რ ე ხ ა

ძრეხით დეფორმაციაზე ძირითადად მუშაობენ მანქანების ლილვები.

ძრეხაზე მომუშავე ლილვის პრინციპული სქემა მოცემულია ნახ.0.29, მისი ბუნება მოკლედ შეიძლება ავხსნათ შემდეგნაირად:

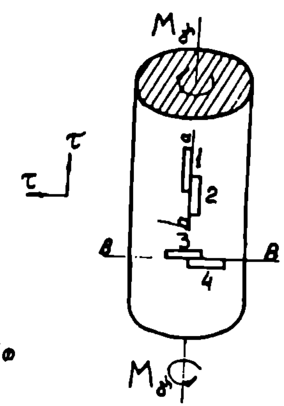
ძრეხის დროს ერთი /1/ გრძივი ფენა ცდილობს დაცურდეს მეორე /2/ ფენის მიმართ. მათ შორის წარმოიშობა შიდა წინააღმდეგობის ძალები, რომლებიც განლაგებული არიან α–α ფენის გასწვრივ. ფართის ერთეულზე მოსულ აღნიშნულ ძალებს მხები ძაბვები ეწოდება.

ანალოგიურად თარაზული განივი ფენა /3/ B–B სიბრტყეზე ცდილობს დაიძრას მეორის /4/ ფენის მიმართ, რის შედეგად აღნიშნულ სიბრტყეზე ჩნდება შიდა წინააღმდეგობის ძალები, რომელთა სიდიდე, მოსული ძელის ფართის ერთეულზე, წარმოადგენს მხებ ძაბვას.

## გ ა ნ ი ვ ი   ღ უ ნ ვ ა

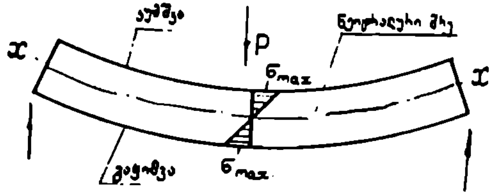
განივ ღუნვაზე მომუშავე ღეროს ტექნიკაში ეწოდებენ ძელს /კოჭს/, რომლის საერთო ხედი მოცემულია ნახ.0.30-ზე..

როგორც ნახაზიდან ჩანს, ძელის განივი ღუნვის დროს ნეიტრალური X–X სიბრტყის მიმართ წარმოიშობა ორი ფენა– ზედა და ქვედა, რომლებიც გარეშე დატვირთვის გავლენით გაიღუნებიან




ნახ. 0.29

X–X ნეიტრალურ სიბრტყესთან ერთად და ადგილი აქვს ორი სხვადასხვა ხასიათის დეფორმაციას. კერძოდ, ზედაფენა შეკუმშება, ხოლო ქვედაფენა გაიჭიმება. აღნიშნული დეფორმაციებისა და ძაბვების განაწილების კანონი ძელისათვის მოცემულია ეპიურის სახით. ეპიურიდან




ნახ.0.30

ჩანს, რომ როგორც შეკუმშულ, ასევე გაჭიმულ ზონებში დეფორმაციებისა და სათანადო ძაბვების სიდიდე, გარდა სხვა ფაქტორებისა, დამოკიდებულია ნეიტრალური X–X შრიდან დაშორებაზე, რაც იმას ნიშნავს, რომ ნეიტრალურ შრეზე ძაბვები ტოლია ნულისა. მათ მაქსიმალურ როგორც მკუმშავ /ზედა/, ისე გამჭიმავ /ქვედა/ სიდიდეებს ადგილი აქვს ძელის განაპირა ფენებში და მნიშვნელობაც შეიძლება გამოვთვალოთ ფორმულით

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_z}. \qquad /0.52/$$

სიმტკიცის პირობას აქვს სახე:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_z} \leq [\sigma], \qquad /0.53/$$

სადაც $\sigma_{max}$ არის ძელის განაპირა ბოჭკოებში განვითარებული მაქსიმალური ნორმალური ძაბვა;

$M_{max}$ - მღუნავი მომენტის მაქსიმალური სიდიდე;

$[\sigma]$ - დასაშვები ნორმალური ძაბვის სიდიდე;

$W_z$ - ძელის განივი კვეთის წინაღობის მომენტი მისი ნეიტრალური ღერძის მიმართ.

ნორმალური ძაბვების გარდა, ძელის ნეიტრალური შრის პარალელურად მის გასწვრივ წარმოიშობა აგრეთვე მხები ძაბვები, რომლის მაქსიმალური სიდიდე გამოითვლება ფორმულით:

$$\tau_{max} = \frac{Q_{max}\, S_{max}}{J_z\, b} \leqslant [\tau], \qquad /0.54/$$

სადაც $\tau_{max}$ მაქსიმალური მხები ძაბვაა;

$Q_{max}$ - მაქსიმალური განივი ძალა;

$J_z$ - ძელის განივკვეთის ინერციის მომენტი;

$b$ - ძელის განივკვეთის სიგანე;

$h$ - ძელის განივკვეთის სიმაღლე;

$S_{max}$ - განივკვეთის ნახევარი ნაწილის სტატიკური მომენტი მისი ღერძის მიმართ /ნახ.0.31/, რომელიც გამოითვლება ფორმულით:

$$S_{max} = F \cdot a. \qquad /0.55/$$

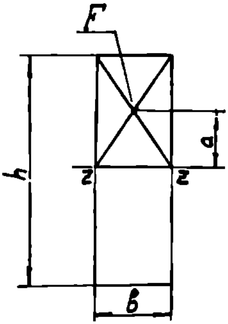
სწორკუთხა კვეთისათვის $J_z = \frac{bh^3}{12}$; /0.56/

წრიული კვეთისათვის $J_z = 0,05\, d^4$. /0.57/

ძელში განვითარებული ნორმალური და მხები ძაბვების გამოსათვლელი ფორმულები შეიცავს მაქსიმალურ მღუნავ მომენტს $M_{max}$ და განივ ძალას $Q_{max}$, ამიტომ ძაბვების გამოთვლისათვის წინასწარ უნდა აიგოს მღუნავ მომენტთა და განივ ძალთა ეპიურები მასალათა გამძლეობის კურსში მოცემული მეთოდებით.

## ირიბი ღუნვა

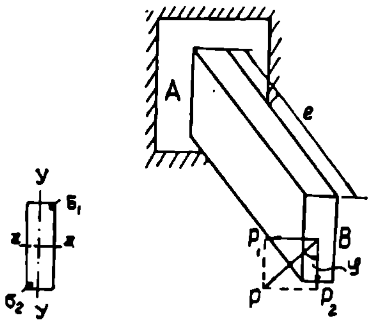
0.33 ნახაზზე ნაჩვენებია AB ძელის ირიბი ღუნვა. ძელის ერთი ბოლო ხისტადაა ჩამაგრებული, ხოლო მეორე ბოლოზე მოდებულია ირიბი ძალა $P$, რომელიც ვერტიკალურ $y$ ღერძიდან შეადგენს $\varphi$ კუთხეს.




ნახ.0.31

ძალის ასეთი მოქმედებით, ე.ი. როცა $\varphi \neq 0$, ადგილი აქვს ირიბ ღუნვას, რაც ფიზიკური შინაარსით ნიშნავს ერთდროულად ძელის გაღუნვას $P_1$ და $P_2$ მდგენელი ძალების გავლენით.

როგორც ნახ.0.32 ჩანს, ირიბი ღუნვის დროს ადგილი აქვს ორივე დეფორმაციას, ე.ი. ერთდროულად ღუნვას ვერტიკალურ და ჰორიზონტალურ სიბრტყეებში, რაც წარმოშობს მაქსიმალურ გამჭიმავ $\sigma_1$ და მკუმშავ $\sigma_2$ ძაბვებს.




ნახ.0.32

აღნიშნული ძაბვების გამოთვლის მიზნით, დახრილ /ირიბად მოქმედ/ $P$ ძალას შლიან ორ- $P_1$ და $P_2$ მდგენელებად, რომელთა სიდიდეები გამოითვლება ფორმულებით:

$$P_1 = P \cdot \sin\varphi$$

და

$$P_2 = P \cdot \cos\varphi.$$

მღუნავი მომენტები:

$$M_1 = P\cdot l\cdot \sin\varphi,$$

$$M_2 = P\cdot l\cdot \cos\varphi.$$

ძელზე ირიბად მოქმედი ძალის გავლენით განვითარებული ძაბვების მაქსიმალური მნიშვნელობები:

გაჭიმვაში $$\sigma_1 = \frac{P\cdot l\cdot \sin\varphi}{W_y} + \frac{P\cdot l\cdot \cos\varphi}{W_z}, \qquad /0.58/$$

კუმშვაში

$$\sigma_2 = -\frac{P\cdot l\cdot \sin\varphi}{W_y} - \frac{P\cdot l\cdot \cos\varphi}{W_z}. \qquad /0.59/$$

ამრიგად, ირიბად ჩამაგრებული ძელის სიმტკიცის პირობას ექნება შემდეგი სახე:

$$\sigma_{max} = \left| \frac{P\cdot l\cdot \sin\varphi}{W_y} + \frac{P\cdot l\cdot \cos\varphi}{W_z} \right| \leq [\sigma]. \qquad /0.60/$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ $P\cdot l = M$, მაშინ სიმტკიცის ფორმულა მიიღებს სახეს:

$$\sigma_{max} = \left| M\left( \frac{\sin\varphi}{W_y} + \frac{\cos\varphi}{W_z} \right) \right| \leq [\sigma]. \qquad /0.61/$$

## ე ქ ს ც ე ნ ტ რ უ ლ ი   კ უ მ შ ვ ა

ექსცენტრული კუმშვით დატვირთვა წარმოიქმნება იმ შემთხვევებში /ნახ.0.33/, როდესაც სვეტზე ვერტიკალურად მოქმედი გარეშე ძალა $P$ არ ემთხვევა მის გრძივ გეომეტრიულ ღერძს, რის გამოც ადგილი აქვს რთულ დეფორმაციას, კერძოდ, ერთდროულ სუფთა კუმშვასა და გრძივ ღუნვას. ექსცენტრულად მოქმედი ძალა შეიძლება შევცვალოთ იმავე სიდიდის ცენტრალური $P$ ძალითა და მღუნავი მომენტით

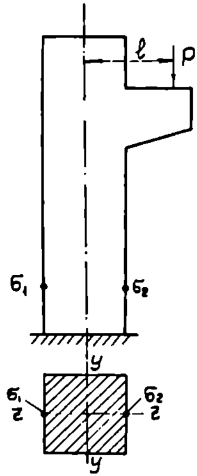
$$M = P\cdot l. \qquad /0.62/$$

ამ შემთხვევაში სიმტკიცის ფორმულებს ექნებათ ასეთი სახე:

გაჭიმულ ზონაში

$$\sigma_1=\left(\frac{P}{F}-\frac{P\cdot \ell}{W_y}\right)\leqslant[\sigma] \quad ; \qquad /0.63/$$

შეკუმშულ ზონაში




$$\sigma_2=\left(\frac{P}{F}+\frac{P\cdot \ell}{W_y}\right)\leqslant[\sigma]. \qquad /0.64/$$

/0.63/ და /0.64/ ფორმულები შეიძლება გავაერთიანოთ და დაიწეროს ასეთი სახით:

$$\sigma_{2,1}=\left(\frac{P}{F}\pm\frac{M}{W_y}\right)\leqslant[\sigma]. \qquad /0.65/$$

როგორც /0.65/ ფორმულიდან ჩანს, მაქსიმალური მკუმშავი ძაბვა წარმოიშობა შეკუმშულ ზონაში და, ერთი შეხედვით, საკმარისია შემოწმდეს სვეტი სიმტკიცეზე ამ ზონაში. მაგრამ, თუ გავითვალისწინებთ, რომ ზოგიერთი მასალის დასაშვები ძაბვები ბევრად ნაკლებია იმავე მასალებისათვის კუმშვაზე დასაშვებ ძაბვებზე, მაშინ აუცილებელი ხდება გაჭიმული ზონის შემოწმებაც სიმტკიცეზე /როცა ფრჩხილებში მინუსი ნიშანი იქნება/, რაც შეესაბამება ღუნვით გამოწვეულ გაჭიმულ ზონას.

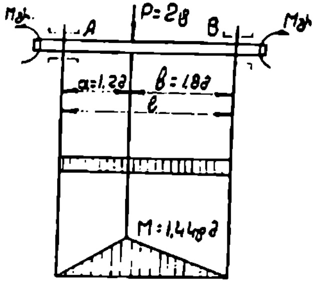
ნახ.0.33

## გ რ ე ხ ა   დ ა   ღ უ ნ ვ ა

ნახ. 0.34-ზე განხილულია შემთხვევა, რომელიც გავრცელებულია მანქანათმშენებლობაში, კერძოდ, განხილულია ლილვი, რომელიც ერთდროულად განიცდის $P$ ძალის გავლენით განივ ღუნვას და $M_{გრ}$-მგრეხავი მომენტის მოქმედებით გრეხას.

იმ შემთხვევაში, როდესაც ძელი მუშაობს მხოლოდ ღუნვაზე, მისი გაანგარიშებისათვის საკმარისია გამოვიყენოთ განივი ღუნვის სიმტკიცის ფორმულა

$$\sigma = \frac{M_{ღ}}{W_z} \leqslant [\sigma], \qquad /0.66/$$




ნახ.0.34

ხოლო მაშინ, როდესაც იგივე ძელი მუშაობს მარტო გრეხაზე, მისი გამოთვლა სიმტკიცეზე ხდება ცნობილი ფორმულით

$$\tau = \frac{M_{გრ}}{W_p} \leqslant [\tau], \qquad /0.67/$$

როდესაც ხდება ძელის ერთდროული განივი ღუნვა და გრეხა, მაშინ ადგილი აქვს რთულ დეფორმაციასა და დაძაბულობას, რის შედეგადაც არსებითად იცვლება სიმტკიცის ფორმულის სახე. მაგალითად, სიმტკიცის III თეორიის საფუძველზე გვექნება

$$\sigma_{ეკვ} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \qquad /0.68/$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ

$\sigma = \frac{M_{ღ}}{W_z}$, $\tau = \frac{M_{გრ}}{W_p}$, $W_p = 2W_z$ და ამ მნიშვნელობებს ჩავსვამთ /0.68/ ფორმულაში, მივიღებთ გამოსახულებას

$$\sigma_{ეკვ} = \frac{1}{W_z}\sqrt{M_{ღ}^2 + M_{გრ}^2} \leqslant [\sigma], \qquad /0.69/$$

ანუ

$$\sigma_{ეკვ} = \frac{M_{დაყ}}{W_z} \leqslant [\sigma], \qquad /0.70/$$

სადაც

$$M_{დაყ} = \sqrt{M_{ღ}^2 + M_{გრ}^2}$$ – დაყვანილი მღუნავი მომენტი, რომელიც შეიცავს როგორც მღუნავ, აგრეთვე მგრეხავ მომენტს;

$\sigma_{ჯამ}$ – ნორმალური ძაბვა, რომელიც ითვალისწინებს როგორც ნორმალური, ასევე მხები ძაბვების გავლენას;

$\sigma$ – ღუნვით გამოწვეული ნორმალური ძაბვა;

$\tau$ – გრეხით გამოწვეული /მხები/ ძაბვა;

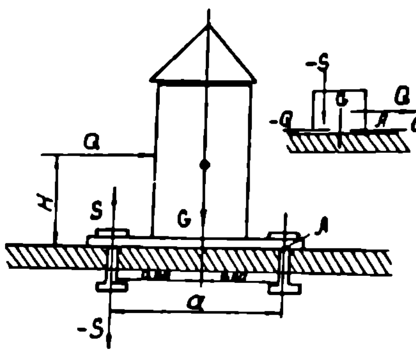
$W_z$ – ლილვის განივკვეთის წინაღობის მომენტი;

$W_p$ – კვეთის პოლარული წინაღობის მომენტი;

$[\sigma]$ – ძირითადი დასაშვები ძაბვა ლილვის მასალაზე.

## გ ა ჭ ი მ ვ ა  დ ა  ძ ვ რ ა / ჭ რ ა /

თუ სვეტზე ან საკვამლე მილზე /ნახ.0.35/, რომელიც ანკერებით არის ჩამაგრებული საძირკველში, მოქმედებს თარაზული მიმართულების გარე ძალა $Q$ და ანკერებს შორის მანძილია $a$, მაშინ ანკერები მუშაობს რთულ დეფორმაციაზე. ადგილი აქვს ერთდროულად ანკერების




ნახ.0.35

გაჭიმვასა და ჭრას. ანკერებში ერთდროულად ვითარდება გამჭიმავი /ამგლეჯი/ ძალა $S$ და გადამჭრელი $Q$ ძალა.

ასეთ შემთხვევაში იყენებენ სიმტკიცის მესამე თეორიას. რადგან $\sigma = \frac{S}{F}$ და $\tau = \frac{Q}{F}$, ამიტომ /0.68/

ფორმულა მიიღებს სახეს

$$\sigma_{ექვ} = \frac{1}{F}\sqrt{S^2+4Q^2} \le [\sigma]. \qquad /0.71/$$

თუ გამოვიყენებთ აღნიშნულ ფორმულას, მაშინ დიდ სიძნელეს არ წარმოადგენს განისაზღვროს ჭანჭიკის განივკვეთის ფართობი და, მაშასადამე, მისი დიამეტრიც. კერძოდ, ჭანჭიკის ფართობი ტოლი იქნება

$$F = \frac{1}{[\sigma]}\sqrt{S^2+4Q^2}, \qquad /0.72/$$

მისი დიამეტრი კი

$$d = \sqrt{\frac{4}{\pi\cdot[\sigma]}\cdot\sqrt{S^2+4Q^2}}, \qquad /0.73/$$

სადაც $Q$ თარაზულად მოქმედი გარე ძალაა;

$S$ – ანკერზე მოქმედი გამჭიმავი ძალა, რომლის სიდიდე, მომენტთა განტოლების თანახმად, ტოლი იქნება $S = \frac{Q\,H}{a} - 0{,}5\,G$

$G$ – ნაგებობის წონა.

## II. ანგარიში სიხისტეზე

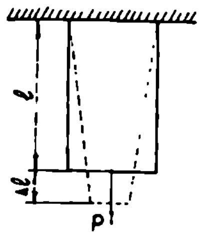
კონსტრუქციის ელემენტების ანგარიში სიხისტეზე ითვალისწინებს იმ გარემოებას, რომ კონსტრუქცია ან მისი ნებისმიერი ელემენტი მასზე მოქმედი გარეშე ძალების გავლენით უნდა იყოს არა მარტო მტკიცე, არამედ ხასიათდებოდეს საჭირო სიხისტითაც, რაც იმას ნიშნავს, რომ ფაქტიური დეფორმაციის სიდიდე არ უნდა აღემატებოდეს დასაშვებ სიდიდეს.

### გ ა ჭ ი მ ვ ა – კ უ მ შ ვ ა

გაჭიმვის ან კუმშვის დეფორმაციის დროს ადგილი აქვს ღეროს /ნახ.0.36/ წაგრძელებას ან დამოკლებას, რაც,

თავის მხრივ, იწვევს ღეროს განივკვეთის ზომების შეცვლას.

კერძოდ, გაჭიმვის დროს ხდება განივკვეთის გეომეტრიული ზომების შემცირება, ხოლო შეკუმშვისას იმავე ზომების გაზრდა. ღეროს წაგრძელების ან შემოკლების სიდიდეს თუ აღვნიშნავთ $\Delta l$, მაშინ მისი სიდიდე განისაზღვრება გამოსახულებით:




ნახ.0.36

$$\Delta l = \frac{P \cdot l}{EF} \qquad /0.74/$$

რის საფუძველზე აიგებენ სიხისტის საანგარიშო ფორმულას, რომელსაც აქვს სახე:

$$\Delta l = \frac{P \cdot l}{E \cdot F} \leq [\Delta l], \qquad /0.75/$$

სადაც $P$ -გამჭიმავი ან მკუმშავი ძალა;

$l$ - ღეროს საწყისი სიგრძე/ძალის მოქმედებამდე/;

$E$ - დრეკადობის მოდული;

$F$ - ღეროს განივკვეთის ფართი;

$[\Delta l]$ - დასაშვები წაგრძელება, რომელიც წინასწარ არის მოცემული მანქანების დაპროექტების სხვადასხვა პირობების გათვალისწინებით.

იმ შემთხვევაში, თუ $\Delta l > [\Delta l]$, მაშინ უნდა მოხდეს მასალის შეცვლა ისეთი მასალით, რომელიც ხასიათდება უფრო მეტი დრეკადობის მოდულით ან უნდა გავზარდოთ ღეროს განივკვეთის ფართი $F$, რომლის სიდიდე გამოითვლება ფორმულით

$$F \geq \frac{P \cdot l}{E \cdot [\Delta l]} \qquad /0.76/$$

გ რ ე ხ ი ს  კ უ თ ხ ი ს  გ ა მ ო თ ვ ლ ა

როდესაც ძელი განიცდის გრეხას, მაშინ მისი ფუძეები

შემობრუნდებიან ერთმანეთის მიმართ $\varphi$ კუთხით /ნახ.0.37/, რომლის სიდიდე გამოითვლება ფორმულით:

$$\varphi=\frac{M_{გრ}\cdot l}{G\ J_P}\leq[\varphi], \qquad /0.77/$$

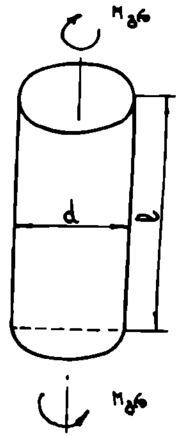
სადაც $\varphi$ გრეხის კუთხეა;

$M_{გრ}$ - მგრეხავი მომენტი;

$l$ - ლილვის ან ღეროს სიგრძე;

$G$ - ძვრის მოდული;

$J_P$ - ლილვის განივკვეთის პოლარული ინერციის მომენტი.



ნახ.0.37

უკანასკნელი გამოსახულება წარმოადგენს სიხისტის საანგარიშო ფორმულას.

აღნიშნულ შემთხვევაშიც, კუმშვა-გაჭიმვის დეფორმაციის ანალოგიურად, თუ ლილვის ფაქტიური სიხისტე აღემატება მის დასაშვებ სიდიდეს, საჭიროა შეიცვალოს მასალა, ანდა ავიღოთ ლილვის განივკვეთის ისეთი სიდიდე, რომლის პოლარული ინერციის მომენტიც მეტი იქნება საწყის მნიშვნელობაზე. შეიძლება იგივე ამოცანა გადაწყდეს ლილვის სიგრძის შემცირებითაც.

### ჩ ა ზ ნ ე ქ ა   ღ უ ნ ვ ი ს   დ რ ო ს

როდესაც კონსოლური ან ორ საყრდენზე მდებარე კოჭი განიცდის ღუნვას, მათი სიხისტე ხასიათდება ჩაზნექის /ჩაღუნვის/ ხაზოვანი სიდიდით /ნახ.0.38/.

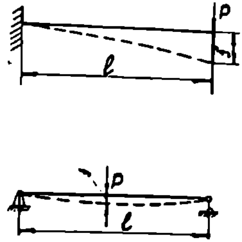
კონსოლის შემთხვევაში მაქსიმალური ჩაზნექის სიდიდეა

$$f=\frac{P\cdot l^{2}}{3EJ},\qquad /0.78/$$

ხოლო სიხისტის პირობა იქნება

$$f=\frac{P\cdot l^{2}}{3EJ}\leq[f].\qquad /0.79/$$

ორ საყრდენზე მდებარე ძელის /კოჭის/ ჩაზნექის სიდიდე გამოითვლება ფორმულით




ნახ.0.38

$$f=\frac{P\cdot l^{2}}{48EJ},\qquad /0.80/$$

რის საფუძველზე ვღებულობთ სიხისტის პირობის გამოსახულებას

$$f=\frac{P\cdot l^{2}}{48\cdot EJ}\leq[f],\qquad /0.81/$$

სადაც $P$ კონსოლზე ან ორ საყრდენზე მოქმედი გარეშე ძალაა;

$E$ – მასალის დრეკადობის მოდული;

$J$ – კვეთის ინერციის მომენტი;

$EJ$ – სიხისტე;

$l$ – ძელის ან კონსოლის საანგარიშო სიგრძე;

$[f]$ – დასაშვები ჩაზნექა /ჩაღუნვა/.

აქაც, როგორც ზემოაღნიშნულ შემთხვევაში, თუ არ არის დაკმაყოფილებული სიხისტის პირობები, მისი დაზუსტება, ე.ი. შესრულება შესაძლებელია ან მეტი სიმტკიცის მასალების გამოყენებით, ანდა კონსოლის ან კოჭის განივკვეთის გაზრდით, რაც გამოიწვევს კვეთის ინერციის მომენტის გაზრდას და, მაშასადამე, სიხისტის გადიდებასაც.

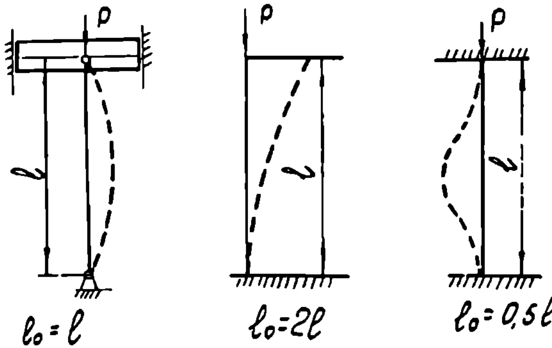
## ანგარიში მდგრადობაზე

პრაქტიკაში შემჩნეულია შემთხვევები, როდესაც კონსტრუქცია აკმაყოფილებს სიმტკიცის პირობებს, მაგრამ იგი მთლიანად ან მისი რომელიმე ნაწილი უეცრად მკვეთრად იცვლის მდგომარეობას / საყრდენი კედლები/ ან ფორმას /გრძივ კუმშვაზე მომუშავე გრძელი სვეტები- ღეროები, ან დიდი სიმაღლისა და მცირე სიგანის განივკვეთის მქონე კონსოლი-კოჭი და სხვ./ რის გამოც წარმოიშობა კონსტრუქციაზე მოქმედი დამატებითი მომენტები, რაც იწვევს მის რღვევა-ნგრევას. აღნიშნულ მოვლენას მდგრადობის დაკარგვას უწოდებენ, რაც კონსტრუქტორის მიერ აუცილებლად უნდა იყოს გათვალისწინებული. აქედან გამომდინარე, კონსტრუქცია ან მისი ელემენტები უნდა აკმაყოფილებდეს არა მარტო სიმტკიცისა და სიხისტის პირობებს, არამედ საკმაო მდგრადობაც უნდა გააჩნდეთ. ზოგადი მაგალითის სახით განვიხილოთ ორივე ბოლოთი ვერტიკალური ორიენტაციისა და სახსრულად ჩამაგრებული დიდი სიგრძის და მცირე განივკვეთის მქონე ღერო /ნახ.0.39/, რომელიც განიცდის გრძივ ცენტრალურ დატვირთვას. ეილერმა დასვა აღნიშნული ამოცანა და პირველმა განსაზღვრა იმ გარეშე ღერძული ძალის სიდიდე, რომლის მიღწევის დროს გრძივ კუმშვაზე მომუშავე ღერო კარგავს მდგრადობას, ე.ი. ხდება მისი უეცრივი გრძივი გაღუნვა /მდგრადობის დაკარგვა/, რასაც მოჰყვება ღეროს დანგრევა ან მნიშვნელოვანი გაღუნვა.

აღნიშნულ მომენტში განვითარებულ გრძივ-ცენტრალურ მოქმედ ძალას ეილერმა უწოდა კრიტიკული ძალა $P_კ$ და მოგვცა ფორმულა მისი სიდიდის გამოსათვლელად

$$P_კ = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{min}}{l^2}. \qquad /0.82/$$

პროფ. იასინსკიმ ეილერის კრიტიკული ძალის ფორმულა-
ში შეიტანა დამატებითი კოეფიციენტი, რომელიც ითვალისწი-




ნახ.0.39

ნებს გრძივ ღუნვაზე მომუშავე ღეროს ბოლოების ჩამაგრების სახეს / თავისუფალი, სახსრული, ხისტი/, და მიიღო შემდეგი გამოსახულება

$$P_კ = \frac{\pi^2 \; E \cdot J_{min}}{(\mu l)^2}, \qquad /0.83/$$

სადაც $E$ - -ღეროს მასალის დრეკადობის მოდული;

$J_{min}$ - ღეროს განივკვეთის ინერციის მომენტის მინიმალური მნიშვნელობა;

$l$ - ღეროს სიგრძე;

$\mu$ - ღეროს დაყვანილი სიგრძის კოეფიციენტი, რომელიც ითვალისწინებს ღეროს ბოლოების ჩამაგრების სახეს.

ღეროს კრძივი მდგრადობა ზოგადად განისაზღვრება უტოლობით

$$P < P_{კ} \,, \qquad /0.84/$$

სადაც $P$ მკუმშავი ძალაა;

$P_{კ}$ – ეილერის ფორმულით გამოთვლილი კრიტიკული ძალის სიდიდე.

კრიტიკული ძაბვის მოძებნის მიზნით, შესაძლებელია ვისარგებლოთ კუმშვაზე სიმტკიცისა და კრძივ ღუნვაზე მდგრადობის ფორმულებით. გვექნება

$$\sigma = \frac{P_{კ}}{F} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{min}}{F\,(\mu l)^2} \,. \qquad /0.85/$$

როგორც ცნობილია,

$$J_{min} : F = i_{min}^2 \,, \qquad /0.86/$$

სადაც $i_{min}$ ღეროს განივი კვეთის მინიმალური ინერციის რადიუსია.

აღნიშნულის გათვალისწინებით /0.85/ ფორმულა მიიღებს სახეს

$$\sigma = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{min}}{F \cdot (\mu \cdot l)^2} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\left(\frac{\mu \cdot l}{i_{min}}\right)^2} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2} \,, \qquad /0.87/$$

სადაც სიდიდეს $\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{min}}$ ღეროს მოქნილობა ეწოდება.

ანალიზი გვიჩვენებს, რომ ეილერის ფორმულის გამოყენება მიზანშეწონილია დიდი მოქნილობის მქონე ღეროებისათვის / მაგალითად, ფოლადის ღეროებისათვის, რომელთა მოქნილობა $\lambda > 100$-ზე/.

კრძივი მდგრადობის პირობა შეიძლება აგრეთვე წარმოდგენილი იყოს სახით:

$$\sigma = \frac{P}{F} \leqslant [\sigma] \cdot \varphi \,, \qquad /0.88/$$

ან

$$\sigma = \frac{P}{F \cdot \varphi} \leqslant [\sigma] , \qquad /0.89/$$

სადაც $\sigma$ – ფაქტიური ძაბვა;

$P$ – გარეშე მკუმშავი ძალის სიდიდე;

$F$ – ღეროს განივკვეთის ფართი;

$[\sigma]$ – კუმშვაზე დასაშვები ძაბვის სიდიდე;

$\varphi$ – ღუნვის დასაშვები ძაბვის შემამცირებელი კო-ეფიციენტი.

## 11. სიმტკიცის თეორიები

თუ განვიხილავთ გაჭიმული პრიზმატული ღეროს დახრილი კვეთების დაძაბულობას, ვრწმუნდებით, რომ აღნიშნულ კვეთებში ერთდროულად წარმოიშობა ნორმალური და მხები ძაბვები, მათთან დაკავშირებით კი- ხაზოვანი და კუთხური დეფორმაციები.

პრაქტიკა გვიჩვენებს, რომ არ არსებობს დრეკად-პლასტი-კური და მყიფე მასალები, არის მხოლოდ დრეკად-პლასტიკური და მყიფე მდგომარეობა მასალებისა, რაც გამოწვეულია დატვირთვის სახითა და მისი მიმართულებით კონსტრუქციის ელემენტის მიმართ. პრიზმატული ღეროს ღერძული დატვირთვის დროს მისი სიმტკიცის საკითხის დადგენა ადვილად შეიძლება როგორც თეორიულად, ასევე უშუალოდ მისი ექსპერიმენტული გამოცდის გზით.

სულ სხვანაირად ისახება პრობლემა კონსტრუქციის რთუ-ლი დაძაბულობის შემთხვევაში.

თუ ღერო განიცდის გაჭიმვით დატვირთვას და სათანადო დეფორმაციას ორი ურთიერთმართობული მიმართულებით, ამ შემთხვე-ვაში ცდის საშუალებით პრობლემის შესწავლა დაკავშირებულია მე-ტად დიდ ტექნიკურ სიძნელეებთან.

მთავარი სიძნელე მდგომარეობს გამოსაცდელი ნიმუშის და-

ნგრევის მიზეზთა დადგენაში. სიმტკიცის თეორიების დანიშნულებაა მასალის თვისებების საფუძველზე /რომელიც მიღებულია კუმშვაზე ან გაჭიმვაზე გამოცდით/ დადგინდეს ის ძირითადი მიზეზები, რომლებიც იწვევს კონსტრუქციის ნგრევას რთული დატვირთვისა და სათანადო დეფორმაციების დროს.

პ ი რ ვ ე ლ ი   თ ე ო რ ი ა – უდიდესი ნორმალური ძაბვების თეორია.

აღნიშნული პრობლემის ირგვლივ სათანადო მოსაზრებანი ჩამოყალიბებული იყო გალილეის მიერ, რომელმაც აღნიშნულ თეორიას საფუძვლად დაუდო შეხედულება იმის შესახებ, რომ მასალა განიცდის რღვევას /ნგრევას/ უდიდესი ნორმალური ძაბვების გავლენით. ერთნაირი მექანიკური თვისებების მქონე მასალებისათვის გაჭიმვა-კუმშვაზე სიმტკიცის პირობა იქნება

$$\sigma_1 \leq [\sigma], \qquad /0.90/$$

ხოლო როცა მასალის დასაშვები ძაბვები გაჭიმვასა და კუმშვაზე არაა ტოლი, ანუ ადგილი აქვს უტოლობას

$$[\sigma]_{კუმ} \neq [\sigma]_{გაჭ} , \qquad /0.91/$$

მაშინ სიმტკიცეზე შემოწმება უნდა მოხდეს როგორც გაჭიმვის ასევე კუმშვის დროსაც.

თუ

$$\sigma_1 > 0, . \ \sigma_2 > 0 \quad და \quad \sigma_3 < 0,$$

მაშინ სიმტკიცის პირობას ექნება შემდეგი სახე:

$$\sigma_1 \leq [\sigma]_{გაჭ} ; \qquad |\sigma_3| \leq [\sigma]_{კუმ} . \qquad /0.92/$$

სიმტკიცის პირველი თეორია ჩაისახა და განვითარდა იმ პერიოდში, როდესაც ძირითად სამშენებლო მასალას წარმოადგენდა მყიფე მასალები: ქვა და თუჯი.

აღნიშნული თეორიის თანახმად, ღერო, რომელიც იჭი-

მეზა გარეშე ძალებით ერთ მიმართულებით და განიცდის რღვევას ნ – ნორმალური ძაბვის გავლენით, სამი ურთიერთ მართობული მიმართულებით /ძაბვების თანაფარდობით ნ$_1$ > ნ$_2$ > ნ$_3$ / დაირღვევა მაშინ, როდესაც ნ– უდიდესი ძაბვა გაუტოლდება ნ$_3$

ნ = ნ$_3$.

აღნიშნული თეორიის საფუძველზე, რადგან ნ$_2$ და ნ$_3$ ძაბვების სიდიდეები ნაკლებია ნ$_1$ ძაბვაზე, მათი გავლენა არ მიიღება მხედველობაში.

ამგვარად, სიმტკიცის პირველი თეორია იძლევა დამაკმაყოფილებელ შედეგებს, როდესაც კონსტრუქციის ელემენტები დამზადებულია მყიფე მასალებისაგან. პლასტიკური მასალების რღვევის დასაწყისს ანუ მხები ძაბვების გავლენით წარმოშობილ დენადობას აღნიშნული თეორია ვერ ხსნის. გარდა ამისა, სიმტკიცის პირველი თეორიის საფუძველზე არ არის ახსნილი კუბური ფორმის ნიმუშის სიმტკიცის გაზრდა, როდესაც ეს უკანასკნელი განიცდის ყოველმხრივ კუმშვას.

მ ე ო რ ე  თ ე ო რ ი ა – უდიდესი ხაზოვანი დეფორმაციების თეორია.

აღნიშნული თეორიის საფუძველზე მასალა, მიუხედავად მისი რთული დეფორმაციისა, განიცდის რღვევა-ნგრევას მაშინ, როდესაც უდიდესი დეფორმაციის სიდიდე ნებისმიერი მიმართულებით აღწევს მნიშვნელობას, რომლის დროსაც ხდება მასალის რღვევა გაჭიმვა-კუმშვის დროს. აღნიშნული თეორია ჩამოყალიბდა მეჩვიდმეტე საუკუნის ბოლოს და მიიღო საბოლოო განვითარება სენ-ვენანის მიერ მეცხრამეტე საუკუნეში.

თუ ძელი იმყოფება რთულ დაძაბულ მდგომარეობაში და ცნობილია მისი მთავარი ნ$_1$ , ნ$_2$ და ნ$_3$ ძაბვები, მაშინ მაქსიმალური ხაზოვანი დეფორმაცია წარმოიშობა რომელიმე მთავა-

რი ძაბვის მიმართულებით, რომლის სიდიდე განისაზღვრება ფორ-მულებით:

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\sigma_1}{E} - \frac{\mu}{E}(\sigma_2+\sigma_3); \\ \varepsilon_2 &= \frac{\sigma_2}{E} - \frac{\mu}{E}(\sigma_3+\sigma_1); \\ \varepsilon_3 &= \frac{\sigma_3}{E} - \frac{\mu}{E}(\sigma_1+\sigma_2). \end{aligned}\right\} \qquad /0.93/$$

უნდა გავითვალისწინოთ, რომ /0.93/ ფორმულებში $\sigma_1$, $\sigma_2$ და $\sigma_3$ ძაბვები შედის თავისი ნიშნებით და მაშინ, მეორე თეორიის თანახმად, სიმტკიცის პირობა მიიღებს სახეს

$$\varepsilon_{max} \leq [\varepsilon], \qquad /0.94/$$

სადაც დასაშვები დეფორმაციის სიდიდე $[\varepsilon]$ განისაზღვრე-ბა

$$[\varepsilon] = \frac{[\sigma]}{E}, \qquad /0.95/$$

ხოლო $[\sigma]$ წარმოადგენს კუმშვაზე /გაჭიმვაზე/ დასაშვებ ძაბვას.

სიმტკიცის პირობა შეიძლება გამოვსახოთ აგრეთვე ძაბვე-ბით:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{\text{ეკ}} &= \sigma_1 - \mu(\sigma_2+\sigma_3) \leq [\sigma]; \\ \sigma_{\text{ეკ}} &= \sigma_2 - \mu(\sigma_3+\sigma_1) \leq [\sigma]; \\ \sigma_{\text{ეკ}} &= \sigma_3 - \mu(\sigma_1+\sigma_2) \leq [\sigma] \end{aligned}\right\} \qquad /0.96/$$

ამგვარად, სიმტკიცის მეორე თეორიის საფუძველზე უნდა გამოვთვალოთ უდიდესი ეკვივალენტური ძაბვა, რომლის სი-დიდე არ უნდა აღემატებოდეს დასაშვებ ძაბვას.

ეკვივალენტური ძაბვის ცნება, რომელსაც ფაქტიურად არა აქვს ადგილი ძელში, შემოტანილია იმისათვის, რომ არ ვი-ანგარიშოთ ფარდობითი დეფორმაციები.

მიუხედავად იმისა, რომ სიმტკიცის მეორე თეორია მხედველობაში იღებს სამივე მთავარი ძაბვის მნიშვნელობებს,

გაანგარიშების შედეგები ცდებით ყოველთვის არ დასტურდება და ხანდახან გვაძლევს საწინააღმდეგო შედეგებსაც.

მაგალითად, თანახმად აღნიშნული თეორიისა, ორი ურთიერთმართობული მიმართულებით გაჭიმული ძელი უნდა იტანდეს მეტ დატვირთვას ერთი მიმართულებით გაჭიმვასთან შედარებით, რაც ექსპერიმენტებით არ მტკიცდება.

მ ე ს ა მ ე  თ ე ო რ ი ა – მაქსიმალური მხები ძაბვების თეორია.

მეთვრამეტე საუკუნის ოთხმოციან წლებში კულონის მიერ წარმოდგენილი იყო აღნიშნული თეორიის საფუძვლები, რომლის მიხედვით დრეკადი ძელის საშიში მდგომარეობის ძირითად მიზეზად იგი თვლიდა მასალის დენადობას- მაქსიმალურ მხებ ძაბვებს, ესე იგი, როდესაც რთულად დეფორმად ძელში მასალის დენადობის დაწყების პერიოდში, მხები ძაბვის მაქსიმალური სიდიდე აღწევს მარტივად გაჭიმულ ძელში აღძრულ მხებ ძაბვებს.

როგორც ცნობილია, ძელის ორი, ურთიერთმართობული მიმართულებით დეფორმაციის დროს მაქსიმალური მხები ძაბვის სიდიდე გამოითვლება

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}. \qquad /0.97/$$

თუ ძელი განიცდის სამი ურთიერთმართობული მიმართულებით დეფორმაციას, მაშინ მხები ძაბვების მაქსიმალური სიდიდე განისაზღვრება ფორმულებით:

$$\tau_1 = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}, \quad \tau_2 = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}, \quad \tau_3 = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}. \qquad /0.98/$$

აღნიშნულ ფორმულებში $\sigma_1$, $\sigma_2$ და $\sigma_3$ უნდა ჩავსვათ მათი ნიშნების გათვალისწინებით.

დავუშვათ, რომ $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$, მაშინ მხები ძაბვის მაქსიმალური სიდიდე შეიძლება განვსაზღვროთ ფორმულით

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}, \qquad /0.99/$$

ხოლო როცა $\sigma_1 > \sigma_2 > 0$ და $\sigma_3 = 0$, მაშინ მხები ძაბვის მაქსიმალური სიდიდე გამოითვლება:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1}{2}. \qquad /0.100/$$

სიმტკიცის პირობა მესამე თეორიის თანახმად შესრულებული იქნება, როდესაც მაქსიმალური მხები ძაბვის სიდიდე არ აღემატება მარტივი დეფორმაციის დროს მიღებულ დასაშვებ მხებ ძაბვას

$$\tau_{max} \leq [\tau]. \qquad /0.101/$$

თუ ძელის მარტივი გაჭიმვის დროს დასაშვები ძაბვაა $[\sigma]$, მაშინ დასაშვები მხები ძაბვის სიდიდე იქნება

$$[\tau] = \frac{[\sigma]}{2}$$

და სიმტკიცის პირობა მესამე თეორიის თანახმად გამოისახება

$$\tau_{max} \leq \frac{[\sigma]}{2}; \qquad /0.102/$$

ან თუ გავითვალისწინებთ, რომ $\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$, მაშინ ვღებულობთ

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma],$$

სადაც $\sigma_1 - \sigma_3$ ძაბვას შეიძლება ვუწოდოთ ეკვივალენტური ძაბვა და საბოლოო სიმტკიცის პირობა მიიღებს სახეს

$$\sigma_{\text{ეკ}} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]. \qquad /0.103/$$

მაშასადამე, სიმტკიცის მესამე თეორიის თანახმად, მასალის საშიში მდგომარეობა იწყება მაშინ, როდესაც

უდიდესი და უმცირესი ნორმალური ძაბვების სხვაობა აღებული მასალისათვის უტოლდება ზღვრულ მნიშვნელობას. სიმტკიცის მესამე თეორია გვაძლევს ექსპერიმენტულ შედეგებთან კარგ დამთხვევას პლასტიკური მასალებისათვის /მაგალითად, რბილი ფოლადები/, ხოლო არაპლასტიკურისათვის /თუჯი, როდესაც $[\sigma]_{გაჭ} \neq [\sigma]_{კუმ}$/ აღნიშნული თეორია სიზუსტეს მოკლებულია.

სიმტკიცის მესამე თეორია განზოგადებული სახით მოგვცა მორმა, რომლის მიხედვითაც

$$\sigma_{ეკ} = \sigma_1 - \sigma_3 \cdot \frac{[\sigma]_{გაჭ}}{[\sigma]_{კუმ}} \leq [\sigma]_{გაჭ} . \qquad /0.104/$$

კერძო შემთხვევაში, როდესაც $[\sigma]_{გაჭ} = [\sigma]_{კუმ}$, მორის თეორია ემთხვევა სიმტკიცის მესამე თეორიას.

სიმტკიცის მესამე და მორის თეორიები, პირველ და მეორე თეორიებთან შედარებით, იძლევა უკეთეს დამთხვევას სათანადო ცდების მონაცემებთან. მიუხედავად აღნიშნული უპირატესობისა, საკითხის ოპტიმალური გადაწყვეტა არ მიიღწევა, როცა $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 > 0$ რადგან ამ შემთხვევაში მხები ძაბვები $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = 0$.

მ ე ო თ ხ ე  თ ე ო რ ი ა – ფორმის შეცვლის ენერგიის თეორია.

აღნიშნულმა თეორიამ / წარმოიშვა მეოცე საუკუნის დასაწყისში/ მიიღო ფართო გავრცელება პლასტიკური მასალებისათვის, რომლის არსი მდგომარეობს შემდეგში: მიუხედავად დაძაბულობისა, მასალის საშიში მდგომარეობა იწყება მაშინ, როდესაც დეფორმაციის ხვედრითი ენერგიის მნიშვნელობა ღებულობს განსაზღვრულ სიდიდეს.

აღნიშნული თეორიის საფუძველზე მარტივი გაჭიმვის დროს, როდესაც ძაბვა დასაშვების ტოლია, ხვედრითი მუშაობა იქნება

$$\frac{1}{2E}[\sigma]^2$$

და მაშინ ბრტყელ დაძაბული მდგომარეობისათვის სიმტკიცის პირობას ექნება სახე

$$\sigma_{\text{ეკ}}=\sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2-\sigma_1\cdot\sigma_2}\leq[\sigma]; \qquad /0.105/$$

სივრცითი დაძაბული მდგომარეობის შემთხვევაში

$$\sigma_{\text{ეკ}}=\sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2-(\sigma_1\sigma_2+\sigma_2\sigma_3+\sigma_1\sigma_3)}\leq[\sigma] \qquad /0.106/$$

სიმტკიცის ენერგეტიკული თეორია მიდის შესაბამისობაში სიმტკიცის მესამე თეორიასთან პლასტიკური მასალებისათვის.

სიმტკიცის მრავალი თეორიის არსებობის მიუხედავად, მასალის რღვევის შედარებით ზუსტი კანონები ჯერჯერობით სუსტადაა შესწავლილი და მკვლევართაგან სათანადო ყურადღებას მოითხოვს.

### 12. ზღვრული მდგომარეობის მიხედვით კონსტრუქციის ტვირთამტანიანობის გაანგარიშების საფუძვლები

მასალათა გამძლეობის, სამშენებლო მექანიკისა და დრეკადობის თეორიების განვითარებამდე, ნაგებობის ნებისმიერი ელემენტის სიმტკიცის შესახებ მსჯელობდნენ მისი ექსპერიმენტული გამოცდის გზით მიღებული მრღვევი დატვირთვის სიდიდით და ეგრეთწოდებული უშიშროების კოეფიციენტის გამოყენებული მნიშვნელობით. აღნიშნულ პერიოდში ნაგებობის მუშაობა ექსპლოატაციის პირობებში საიმედოდ მიაჩნდათ, თუ მოქმედი დატვირთვა მრღვევ დატვირთვაზე ნაკლებ სიდიდეს წარმოად-

გენდა. ასეთი მეთოდით გაანგარიშება გრძელდებოდა მეცხრამე-ტე საუკუნის პირველ ნახევრამდე.

მანქანების და რთული ნაგებობების განვითარებასთან დაკავშირებით დაისვა პრობლემა: თუ კონსტრუქციის ელემენტი ან მთლიანად კონსტრუქცია რთულ დატვირთვას განიცდის /ბრტყელი და სივრცითი ამოცანები/, როგორ ვიმსჯელოთ მის სიმტკიცეზე მარტივი ცდებით მიღებული მონაცემების მიხედვით?

ამ პრობლემას გარკვეულად პასუხი გასცა სიმტკიცის პირველმა, მეორე, მესამე და მეოთხე თეორიებმა, რომელთა ძირითად საფუძველს მარტივი გაჭიმვა-კუმშვისას დასაშვებ ძაბვათა მეთოდის განვითარება წარმოადგენს. როგორც პრაქტიკამ გვიჩვენა, დასაშვებ ძაბვათა მეთოდი მრავალი სხვადასხვა ტიპის სიმტკიცის პრობლემის გადაწყვეტისას უმეტეს წილად დიდ წინააღმდეგობებს აწყდება და არ იძლევა ამოცანის ოპტიმალური გადაწყვეტის შესაძლებლობას.

შეიძლება მოვიყვანოთ მრავალი მაგალითი, როდესაც კონსტრუქციის ამა თუ იმ წერტილში მოქმედი ძაბვა დასაშვებს აღემატება, მაგრამ მთლიანად კონსტრუქცია საიმედოდ მუშაობს და ასრულებს თავის დანიშნულებას.

დასაშვებ ძაბვათა მეთოდის ნაცვლად საბჭოთა მეცნიერებმა დაამუშავეს მრღვევ-დამანგრეველ /კრიტიკულ/ დატვირთვათა მეთოდი, რომელიც კონსტრუქციის ელემენტების გაანგარიშებას მრღვევი დატვირთვების მეთოდით ახდენს.

მრღვევი/ კრიტიკული/ დატვირთვების მეთოდის თანახმად, კონსტრუქციის სიმტკიცის საზომად მიღებულ იქნა მრღვევ და ფაქტიურ დატვირთვათა ფარდობა.

აღნიშნული მეთოდი ჯერ კიდევ 1913 წლის გამოიყენა აკად.კ.ს.ზავრიევმა ლითონის ღეროების კვლევის დროს.

რკინაბეტონის და ბეტონის კონსტრუქციების გაანგარიშების საკითხი აღნიშნული მეთოდით წამოაყენა პროფ.ი.კ. ლილეიძემ. შემდგომში ნაგებობათა ცენტრალურ კვლევით ინსტიტუტში პროფ. პ.პ.გვოზდევის ხელმძღვანელობით გაიშალა დიდი თეორიული და ექსპერიმენტული მუშაობა აღნიშნული მეთოდის ფართო დანერგვისა და განვითარების მიზნით.

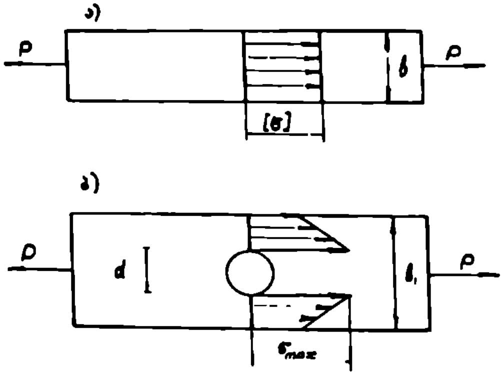
საწყის პერიოდში მრღვევი დატვირთვების მეთოდი ითვალისწინებდა მარაგის ერთი კოეფიციენტის გამოყენებას, რაც პრაქტიკაში სიმტკიცის ერთნაირ გარანტიას არ იძლეოდა.

1948 წელს ქ.თბილისში ჩატარებულმა მე-4 საკავშირო კონფერენციამ, რომელიც რკინაბეტონის და ბეტონის გაანგარიშების, დაპროექტებისა და განხორციელების საკითხებს მიეძღვნა, მკაცრად გააკრიტიკა ერთიანი მარაგის კოეფიციენტის ცნება, რომელიც ვერ ასახავდა მასალებისა და კონსტრუქციების მუშაობის რეალურ სურათს. დადგინდა ერთიანი მარაგის კოეფიციენტის ცნების ნაცვლად შემოღებულიყო დიფერენცირებული მარაგის კოეფიციენტები: გადატვირთვის $n$, მასალის ერთგვაროვნების $K$ და მუშაობის პირობების $m$ კოეფიციენტების სახით.

ამჟამად აღნიშნული პრობლემის გადაწყვეტა დაკანონებულია "სამშენებლო დაპროექტებისა" და "მანქანათმშენებლობაში დაპროექტების" სათანადო ნორმებით, რომლებიც ყველა სახის კონსტრუქციის გაანგარიშებას ითვალისწინებს "საანგარიშო ზღვრული მეთოდის მიხედვით" და სავალდებულოა ყველა საპროექტო ორგანიზაციისათვის.

საანგარიშო ზღვრული მეთოდის არსის უკეთ გაგებისათვის ქვემოთ განხილულია რამდენიმე ზოგადი მარტივი მაგალითი.

კ ვ ე თ ი ს   ტ ვ ი რ თ ა მ ტ ა ნ უ ნ ა რ ი ა ნ ო ბ ა
მ ა რ ტ ი ვ ი   ღ ე რ ძ უ ლ ი   ც ე ნ ტ რ ა ლ უ რ ი   გ ა -
ჭ ი მ ვ ა - კ უ მ შ ვ ი ს   დ რ ო ს   განვიხილოთ ერთი და იმავე მასალის, ერთნაირი $t$ სისქის ორი ფურცელი,პირველი/ა/ შესუსტების გარეშე, ხოლო მეორე/ბ/ შესუსტებული,მაგალითად,სამოქლონე ხვრელით /ნახ.0.40/.თუ შესუსტებული კვეთის ფართობი $F =$




ნახ.0.40

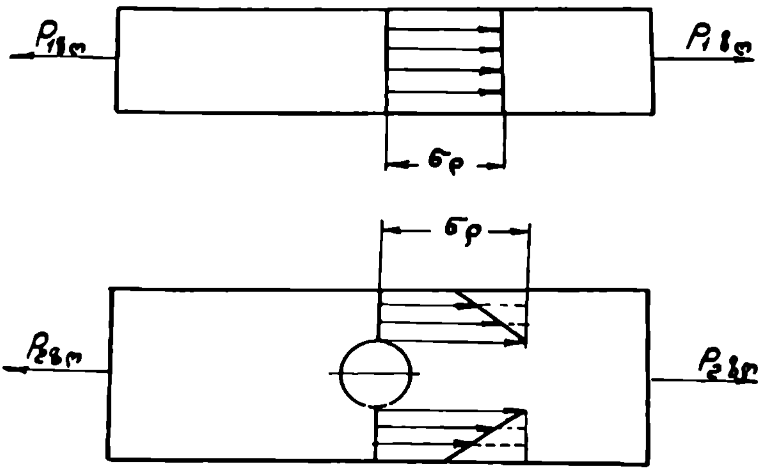
$=(b_1-d)\cdot t$ და შეუსუსტებელი კვეთის ფართობი $F=b\cdot t$ თანატოლია, მაშინ, დასაშვებ ძაბვათა თეორიის საფუძველზე, პირველ კვეთში მოქმედი გამჭიმავი ძაბვა $\sigma_1=\dfrac{P}{b\cdot t}=[\sigma]$.

მეორე ფურცლის შესუსტებულ კვეთში მოქმედი უდიდესი გამჭიმავი ძაბვაა

$$\sigma_2=\frac{P}{(b_1-d)\cdot t}=\frac{P}{b\cdot t}=[\sigma],$$

ე.ი. $$\sigma_1=\sigma_2=[\sigma]=\frac{\sigma_q}{K}.$$

მაშასადამე, თითქოს ორივე შემთხვევაში გვაქვს ერთნაირი სიმტკიცის მარაგი. სინამდვილეში კი შესუსტებული კვეთის ხვრელთან მოთავსებულ შრეებში მოქმედი ძაბვა საშუალო ძაბვას საგრძნობლად აღემატება. თუ პირველ ფურცელში ძაბვა ტოლია 1600 კგძ/სმ$^2$-ისა, შესუსტებული კვეთის მახლობლად მოქმედი ძაბვა შეიძლება იყოს 2300–2400 კგძ/სმ$^2$ და უფრო მეტიც. გამოდის, რომ დასაშვებ ძაბვათა მეთოდით მეორე შემთხვევაში არავითარი მარაგი არა გვაქვს, რადგან ფაქტიური ძაბვა აღწევს დენადობის ზღვარს. პრაქტიკა გვიჩვენებს, რომ მიუხედავად ასეთი არასახარბიელო სურათისა, კონსტრუქციის მეორე ვარიანტი საგანგაშო არ არის. ამიტომ სასურველია აღნიშნული მაგალითები ავხსნათ კვეთის ზღვრული დაძაბულობის მეთოდით /ნახ.0.41/.




ნახ.0.41

აღნიშნული მეთოდის თანახმად, პირველ შემთხვევაში მრღ-

ვევი ზღვრული ძალა იქნება

$$P_{1ზღ} = \sigma_{დ} \cdot F \qquad და$$

$$[P] = \frac{P_{1ზღ}}{K} = \frac{\sigma_{დ} \cdot F}{K} = [\sigma] \cdot F$$

სულ სხვა სურათია ხვრელით შესუსტებული ფურცლისათვის /მეორე შემთხვევა/. როდესაც ხვრელის ნაპირებში ძაბვა დენადობის ზღვარს მიაღწევს, მაშინ კვეთის სხვა წერტილებში ძაბვა $\sigma_{დ}$ -ზე ნაკლები იქნება. მაშასადამე, თუ ამტანუნარიანობას დასაშვებ ძაბვათა მეთოდით განვსაზღვრავთ, აღმოჩნდება, რომ ეს ძალა $P_{1ზღ}$ -ზე ნაკლები იქნება.

სინამდვილეში, როდესაც ხვრელის ნაპირებში ძაბვა დენადობის ზღვარს მიაღწევს, კვეთის დენადობა არ დაიწყება, რადგან ხვრელის ნაპირებიდან დაშორებულ წერტილებში ძაბვა ჯერ კიდევ დენადობის ზღვარზე ნაკლებია და მეზობელი შრეები ვერ დაგრძელდება, რადგან დაძაბულს ამუხრუჭებენ, აკავებენ დაუძაბველი შრეები. თუ ამ მომენტიდან მოქმედ ძალას თანდათანობით გავზრდით, ძაბვა დენადობის ზღვარს მიაღწევს ჯერ ხვრელის მახლობელ შრეებში, ხოლო შემდეგ თანდათანობით გავრცელდება კვეთის ცენტრისაკენ ორივე მხარეს. შესუსტებული კვეთის დენადობა შეიძლება დაიწყოს მხოლოდ მაშინ, როდესაც კვეთის მთელ სიგანესა და სისქეზე ძაბვა მიაღწევს დენადობის ზღვარს და, მაშასადამე, კვეთი აღმოჩნდება ზღვრულ მდგომარეობაში.

ზღვრული მდგომარეობის არსიდან გამომდინარე, განხილული ხვრელით დასუსტებული კვეთის რეალური ტვირთამტანიანობა იქნება

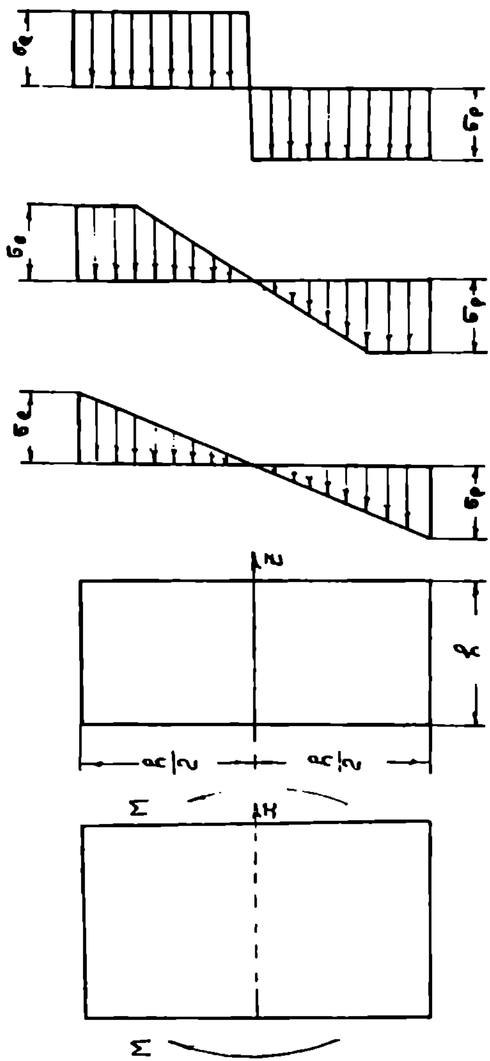
$$P_{2ზღ} = \sigma_{დ} (b-d) \cdot t = P_{1ზღ};$$

$$[P_2] = [P_1]. \qquad /0.107/$$

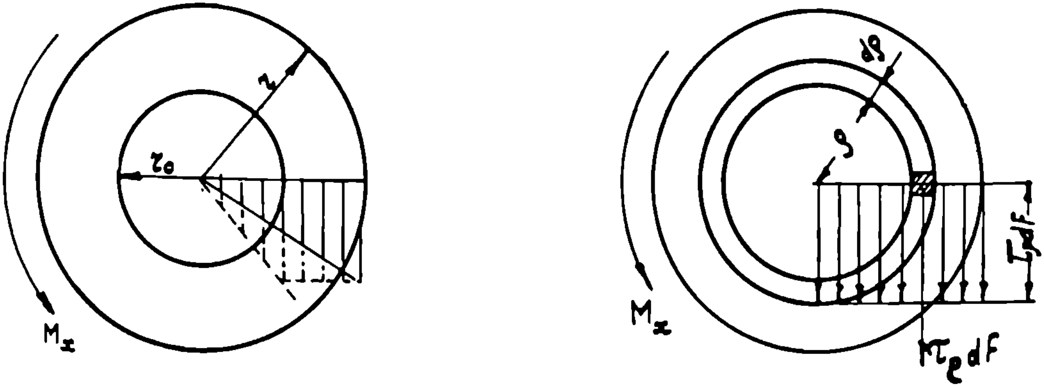
აქედან გამომდინარეობს შემდეგი დასკვნა: მარტივი ცენტრალური კუმშვა-გაჭიმვის დროს, თუ მთლიანი და შესუსტებული კვეთების მუშა ფართობები თანატოლია, მაშინ მათი ტვირთამტანიანობაც ტოლია და ამიტომ სათანადო დასკვნის გაკეთება შესაძლებელია მხოლოდ ზღვრული მდგომარეობის მეთოდის საფუძველზე.

კ ვ ე თ ი ს   ტ ვ ი რ თ ა მ ტ ა ნ ი ა ნ ო ბ ა   ღ უ ნ ვ ი ს   დ რ ო ს . განვიხილოთ სწორკუთხა კვეთის კოჭი, რომელიც M მღუნავი მომენტის/ნახ.0.42/მოქმედებით განიცდის სუფთა ღუნვას. როგორც ცნობილია, თუ კოჭი მუშაობს დრეკადობის ფარგლებში, ძაბვები მის კვეთში წრფივი კანონით არის განაწილებული. თუ დატვირთვის/მოქმედი მომენტის/სიდიდე იმდენად გაიზრდება, რომ კოჭის განაპირა შრეებში ძაბვები დენადობის ზღვარს მიაღწევს, მაშინ განაპირა შრეების დეფორმაცია ძაბვის გაუზრდელად უნდა მოხდეს. მაგრამ, რადგანაც განაპირა შრეებს მათთან მახლობელი შრეების გავლენით დამოუკიდებლად მზარდი დეფორმაციის მიღება არ ძალუძთ, ამიტომ კვეთს შეუძლია მზარდი მღუნავი მომენტის ატანა კვეთის პლასტიკური დეფორმაციის გარეშე, ე.ი. სანამ კოჭის განივკვეთის ყველა შრე /როგორც შეკუმშული, ისე გაჭიმული/ არ მიაღწევს დენადობის ზღვარს. ძაბვების განაწილების ეპიურა კოჭის განივკვეთში სამკუთხედის ნაცვლად მიიღებს ორი სწორკუთხედის სახეს / ნახ.0.43/. ამავე დროს , შიდა ძალების მომენტის ზრდა მოხდება შიდა შრეებში ძაბვების ზრდის ხარჯზე.

კოჭის ასეთ დაძაბულ მდგომარეობას ეწოდება ზღვრული მდგომარეობა. კვეთის რეალური ტვირთამტანიანობა უნდა გამოითვალოს აღნიშნული სწორკუთხა ეპიურის გათვალისწინებით.



Σχ. 6.42




ნახ.0.43

თუ დავეყრდნობით ზემოთქმულ მოსაზრებას, მაშინ შიდა ძალების მომენტი

$$M_{ზღ} = \sigma_{დ}\cdot b\cdot\frac{h}{2}\cdot\frac{h}{2} = \sigma_{დ}\cdot\frac{b\cdot h^2}{4} = \sigma_{დ}\cdot W_{დ} = 1{,}5\,\sigma_{დ}\cdot W$$

ხოლო დასაშვები მღუნავი მომენტი

$$[M]_{ზღ} = \frac{\sigma_{დ}\cdot W_{დ}}{K} = 1{,}5\,[\sigma]\cdot W. \qquad /0.108/$$

იმავე კვეთისათვის დასაშვებ ძაბვათა მეთოდის საფუძველზე დასაშვები მღუნავი მომენტის სიდიდე გამოითვლება ფორმულით

$$[M] = [\sigma]\cdot W = [\sigma]\cdot\frac{b\cdot h^2}{6}. \qquad /0.109/$$

მიღებული /0.108/ და /0.109/ ფორმულების ურთიერთშედარებით ვღებულობთ, რომ ზღვრული მდგომარეობის მიხედვით გამოთვლილი დასაშვები მღუნავი მომენტი 1,5-ჯერ მეტია, ვიდრე დასაშვებ ძაბვათა მეთოდით გამოთვლილი დასაშვები მღუნავი მომენტი, რაც გვაძლევს მასალების ხარჯვის საკმაოდ დიდ ეკონომიას.

კ ვ ე თ ი ს   ტ ვ ი რ თ ა მ ტ ა ნ ი ა ნ ო ბ ა   გ რ ე ხ ი ს   დ რ ო ს. თუ განვიხილავთ სუფთა გრეხაზე მომუშავე ცილინდრული ფორმის ლილვს /ნახ.0.43/, აქაც სუფთა ღუნვის ანალოგიურად ძაბვათა სამკუთხა ეპიურის ნაცვლად /დასაშვებ ძაბვათა მეთოდი/ ვსარგებლობთ კვეთის რადიუსის გასწვრივ ძაბვების ცვალებადობის სწორკუთხა ფორმით /ზღვრული მდგომარეობის მეთოდი/.

ზღვრული მგრეხი მომენტის სიდიდე განისაზღვრება ფორმულით:

$$M_{x\,ზღ} = \int_F \rho\cdot\tau_{დ}\cdot dF = \tau_{დ}\int_0^r 2\pi\rho^2\cdot d\rho = \tau_{დ}\cdot\frac{2}{3}\cdot\pi\cdot r^3,$$

ხოლო დასაშვები მგრეხი მომენტი

$$[M_{x\,ზღ}] = \frac{M_{x\,ზღ}}{K} = [\tau]\cdot 0{,}667\,\pi\cdot r^3 \qquad /0.110/$$

დასაშვებ ძაბვათა მეთოდის საფუძველზე

$$[M_x]=[\tau]W_p=[\tau]\cdot 0,5\,\pi\cdot r^3. \qquad /0.111/$$

მიღებულ /0.110/ და /0.111/ გამოსახულებათა შედარებით ვადგენთ, რომ ზღვრული მდგომარეობით გამოთვლილი დასაშვები მგრეხი მომენტი 33%-ით მეტია დასაშვებ ძაბვათა მეთოდით გამოთვლილ დასაშვებ მგრეხ მომენტზე.

მოყვანილი მაგალითების საფუძველზე შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ზღვრული მდგომარეობის მეთოდი აძლევს კონსტრუქციული ელემენტების ფარულ ტვირთამტანიანობის რეზერვებს, რაც დიდ ეკონომიკურ ეფექტთან არის დაკავშირებული.

### 13. კონსტრუქციის ელემენტების გაანგარიშების საფუძვლები დრეკადობის ფარგლებს გარეთ დაძაბულობის შემთხვევებში

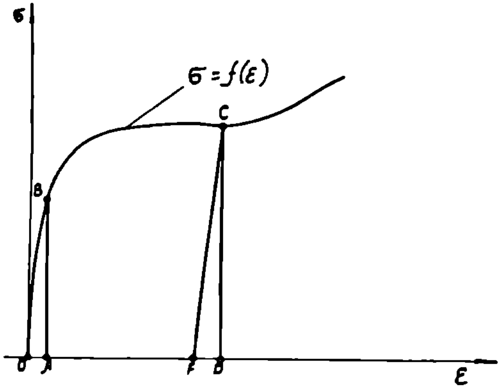
**გაანგარიშების თავისებურებანი და გაჭიმვის დიაგრამის სქემატიზაცია** როგორც ცნობილია, მასალის კუმშვა-გაჭიმვის დიაგრამა ხასიათდება დრეკადობის, დენადობისა და რღვევის, ან მარტო დრეკადობისა და რღვევის უბნებით.

ჰუკის კანონი სამართლიანია მასალების დრეკადობის ფარგლებში მუშაობის დროს.

თანამედროვე პრაქტიკაში დიდ ინტერესს იწვევს კონსტრუქციის ელემენტების გაანგარიშების მეთოდი, როდესაც ეს უკანასკნელნი მუშაობენ დენადობის ანუ პლასტიკური დეფორმაციის ფარგლებში.

პლასტიკური დეფორმაციის შემთხვევები არ ემორჩილება ჰუკის კანონს. დღეისათვის არ არსებობს პლასტიკური დეფორმაციის დროს შესაბამისი ძაბვისა და დეფორმაციის დამაკავშირებელი ფუნქციის ანალიზური სახე.

ერთ-ერთ მთავარ გზად, აღნიშნული ამოცანების გადაწყვეტის მიზნით, უნდა ჩაითვალოს ცდებით მიღებული მასალის გაჭიმვის დიაგრამის $\sigma = f(\varepsilon)$ წინასწარი სქემატიზაცია-გარდაქმნა, რათა იგი გამარტივდეს პრაქტიკული ამოცანების საკმაო სიზუსტით გადასაწყვეტად / ნახ.0.44/.




ნახ.0.44

აღნიშნულ ნაწილში განხილულია ამოცანების ისეთი კლასი, რომლებიც ხასიათდება პლასტიკური დეფორმაციის სიდიდის სიმცირით, რომლისთვისაც მთლიანადაა გამოყენებული საწყისი ზომების უცვლელობის პრინციპი; ეს კი ნიშნავს იმას, რომ წონასწორობის განტოლებების შედგენის დროს პლასტიკურად დეფორმირებული სისტემა უმნიშვნელოდ განსხვავდება არადეფორმირებულისაგან.

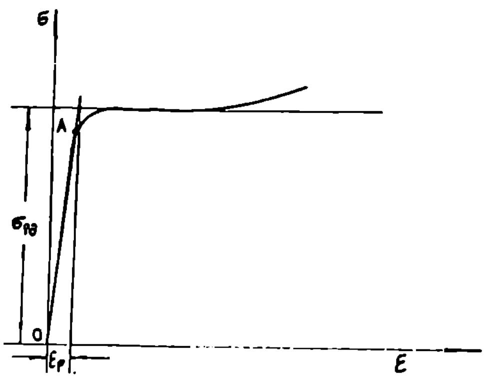
რაც შეეხება ძალთა მოქმედების დამოუკიდებლობის პრინციპს, მისი გამოყენება პლასტიკურად დეფორმირებული სისტემისათვის არ შეიძლება, რადგან ფუნქციური დამოკიდებულებანი

ძაბვასა და დეფორმაციებს შორის დატვირთვა-განტვირთვის დროს მიმდინარეობს სხვადასხვა კანონებით, ანუ არაა იდენტური.

დიდი დატვირთვის დროს შეიძლება უგულებელვყოთ დრეკადი დეფორმაციები პლასტიკურებთან შედარებით ამ უკანასკნელის დიდი სიდიდის გამო, ხოლო იმ შემთხვევებში, როდესაც დრეკადი და პლასტიკური სიდიდეები ერთი ხარისხისაა, მაშინ საქმე გვაქვს დრეკად-პლასტიკურ დეფორმაციებთან.

კონსტრუქციებში პლასტიკური დეფორმაციების წარმოშობის გამო დიდი მნიშვნელობა ენიჭება იმ ძირითად პრინციპებს, რომლითაც ვიხელმძღვანელებთ მათი გაანგარიშების დროს. პლასტიკური დეფორმაციების შემთხვევაში არ შეიძლება კონსტრუქციის ელემენტების გაანგარიშების წარმოება დასაშვები ძაბვების მეთოდით. აღნიშნულ ამოცანებში კონსტრუქციის ვარგისიანობას განსაზღვრავს გადაადგილების ან ზღვრული მრღვევი დატვირთვის სიდიდეები.

საანგარიშო ფორმულებში $\sigma = f(\varepsilon)$ ფუნქციის შეცვლის მიზნით საჭიროა აღნიშნული ფუნქციის დიაგრამის სქემატიზაცია. კერძოდ, დრეკადობის OA უბანი /ნახ.0.45/ საკმაო სიზუსტით



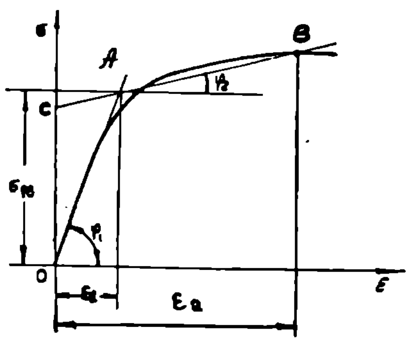

ნახ.0.45

შეკუმშვია წარმოდგენილი სწორი ხაზის სახით და დავასკვნათ, რომ $\sigma$ პროპორციულია $\varepsilon$ -ს. დიაგრამის $\sigma = f(\varepsilon)$ უბნების სქემატიზაცია წარმოებს სხვადასხვაგვარად, დიაგრამის სახისა და ამოცანის გადაწყვეტის მეთოდის გათვალისწინებით.

იმ შემთხვევებში, როდესაც დიაგრამის დენადობის უბანი წარმოდგენილია თარაზული ხაზით, მაშინ $\sigma = f(\varepsilon)$ დიაგრამა შეიძლება წარმოვადგინოთ ორი ხაზით / ნახ.0.45/; კერძოდ, პროპორციულობის უბნით / დახრილი ხაზი/ და დენადობის უბნით /თარაზული ხაზი/.

გასაგებია, რომ ასეთ შემთხვევაში დიდი დეფორმაციის დროს აღნიშნული კანონზომიერება კარგავს ძალას და აღნიშნული დიაგრამა გამოხატავს პლასტიკურობის იდეალურ შემთხვევას.

შესაძლებელია, $\sigma = f(\varepsilon)$ ფუნქცია წარმოდგენილ იქნეს ორი სწორი ხაზით /ნახ.0.46,ა/, სადაც დენადობის უბანი არ არის. აქ, როდესაც $\varepsilon \leqslant \varepsilon_{დ}$, მაშინ გვაქვს $\sigma = E\cdot\varepsilon$,




ნახ.0.46

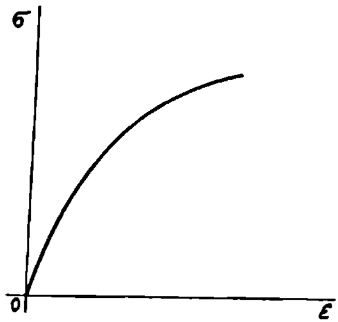
ხოლო როცა $\varepsilon \geq \varepsilon_{დ}$, $\sigma-\sigma_{და}=D(\varepsilon-\varepsilon_{დ})$,

სადაც E და D სათანადო სწორი ხაზების კუთხური კოეფიციენტებია. ასეთი დიაგრამები დამახასიათებელია ლეგირებული ფოლადებისათვის.

ზოგიერთი მასალა, მაგალითად გამომწვარი სპილენძი, ხასიათდება იმით, რომ მას არ გააჩნია დრეკადობის უბანი და გამოსახულია დიაგრამით / ნახ.0.47/. ასეთი შემთხვევები შესაძლებელია წარმოვიდგინოთ ხარისხიანი ფუნქციის სახით

$$\varepsilon=A\cdot\sigma^{n},$$

სადაც A და n მუდმივებია, რომელთა შერჩევით უცილობ ცდით მიღებული მრუდი მაქსიმალურად დაემთხვეს მის თეორიულ სახეს.



ნახ.0.47

არსებითია აღინიშნოს ის გარემოება, რომ დიაგრამის სქემატიზაციის დროს დიდი მნიშვნელობა ენიჭება დეფორმაციის სიდიდეს, ე.ი. მის ცვალებადობის ფარგლებს, მაგალითად / ნახ.0.46, /, თუ $0<\varepsilon<\varepsilon_1$, დეფორმაციის დიაგრამა შეიძლება წარმოვიდგინოთ OA ხაზით, ხოლო თუ დეფორმაცია გამოსახულია $0<\varepsilon_1<\varepsilon_2$ ფარგლებში /ნახ.0.46/, მაშინ მიზანშეწონილია მისი ცვალებადობის სქემატური კანონზომიერება წარმოდგენილ იქნეს OA და AB სწორი ხაზებით.

რიგ შემთხვევებში დრეკადი დეფორმაცია, მისი სიმცირის გამო, შესაძლებელია უგულებელვყოთ და $\sigma=f(\varepsilon)$ დი-

დიაგრამა ნაწილდება იქნეს $OC$ და $CB$ ხაზებით, როგორც ეს მოცემულია ნახ. 46-ზე. აღნიშნული დიაგრამის საფუძველზე ნათელია, რომ $OC$ უბანი ხისტია, $CB$ კი – პლასტიკური და ამიტომ ასეთ სქემატიზაციას უწოდებენ ხისტ-პლასტიკურს.

ამგვარად, გაჭიმვის დიაგრამის გამომსახველი ფუნქციის სახე უნდა შევარჩიოთ ისე, რომ, ერთი მხრივ, მარტივი იყოს, ხოლო მეორე მხრივ, საკმაო სიზუსტით ხასიათდებოდეს.

ქვემოთ მოცემულია რამდენიმე ტიპიური მაგალითის ამოხსნა პლასტიკური დეფორმაციების დროს.

მ ა გ ა ლ ი თ ი №1.

მოცემულია გამომწვარი სპილენძის ვერტიკალურად ჩამოკიდებული მავთული, რომელიც ზედა ბოლოთი ხისტად არის ჩამაგრებული $A$ წერტილში, სიმძიმის ძალის გავლენით განიცდის გაჭიმვის დეფორმაციას /ნახ.O.48/ და აქვს ხარისხოვანი ფუნქციის სახე

$$\varepsilon = A \cdot \sigma^n. \qquad /O.112/$$

$A$ და $n$ კონსტანტები მოცემულია.

საჭიროა განისაზღვროს ჩამოკიდებული მავთულის წაგრძელების აბსოლუტური სიდიდე. მავთულის ქვედა ბოლოდან $z$ მანძილზე $B$ სიბრტყეში

$$\sigma = \gamma \cdot z, \qquad /O.113/$$

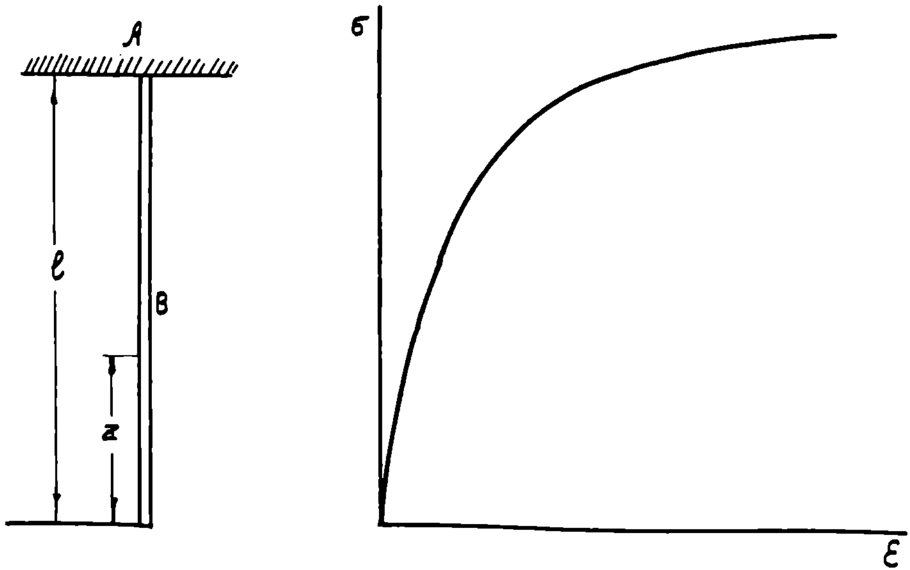
სადაც $\gamma$ სპილენძის ხვედრითი წონაა.

ფარდობითი დეფორმაციის სიდიდე განისაზღვრება გამოსახულებით:

$$\varepsilon = A \cdot \gamma^n \cdot z^n. \qquad /O.114/$$

აბსოლუტური წაგრძელება

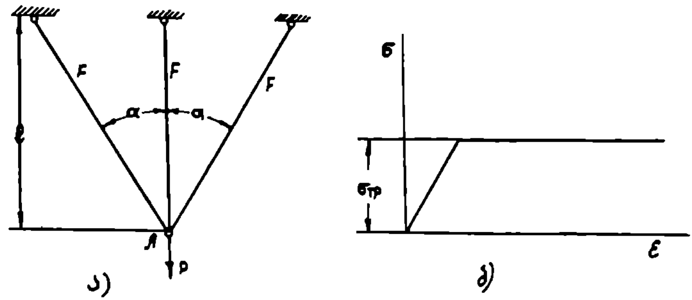
$$\Delta l = \int_0^l A \cdot \gamma^n \cdot z^n \cdot dz = A \cdot \gamma^n \frac{l^{n+1}}{n+1}. \qquad /O.115/$$




ნახ.0.48

მ ა გ ა ლ ი თ ი № 2.

მოცემულია ვერტიკალურ სიბრტყეში სახსრულად ჩამოკიდებული იდეალურად პლასტიკური სამი ღერო, მათი ქვედა ბოლოები, სახსრულად შეერთებულნი, თავს იყრიან A წერტილში, რომელზეც მოქმედებს ვერტიკალური გამჭიმავი ძალა P / ნახ.0.49/. გეომეტრიული მონაცემები ჩანს ნახაზიდან. განხილული მაგალითი წარმოადგენს სტატიკურად ურკვევ სისტემას.




ნახ.0.49

დასმულია ამოცანა: განისაზღვროს აღძრული ძალები სამივე ღეროში და A კვანძის გადაადგილების სიდიდე.

როგორც ცნობილია, ღეროებში /ნახ.0.49/ აღძრული ძალების სიდიდეები გამოითვლება ფორმულებით:

$$\left.\begin{aligned} N_1 &= \frac{P\cdot\cos^2\alpha}{1+2\cdot\cos^3\alpha}\,; \\ N_2 &= \frac{P}{1+2\cdot\cos^3\alpha}\,, \end{aligned}\right\} \qquad /0.116/$$

სადაც $N_1$ –ნორმალური გამჭიმავი ძალაა, აღძრული განაპირა ღეროებში;

$N_2$ - იგივე აღძრული შუა ღეროში;

$A$ წერტილის გადაადგილება ტოლი იქნება შუა ღეროს წაგრძელებისა და გამოითვლება

$$\delta_A = \frac{N_2 \cdot l}{E\,F} = \frac{P \cdot l}{E \cdot F} \cdot \frac{1}{1 + 2\cos^3\alpha}. \qquad /0.117/$$

აღნიშნული გამოსახულებანი ინარჩუნებს მნიშვნელობას მანამ, სანამ შუა ღეროში არ წარმოიშობა პლასტიკური დეფორმაციები, რადგან ამ ღეროში აღძრული ძალის სიდიდე $N_2 > N_1$ -ზე, ანუ განაპირა ღეროებში აღძრულ ძალებზე.

ეს მოხდება მაშინ, როდესაც

$$N_2 = \sigma_{დგ} \cdot F \qquad /0.118/$$

ან

$$P = \sigma_{დგ} \cdot F\,(1 + 2\cos^3\alpha).$$

მოქმედი გარე $P$ ძალის შემდგომი ზრდის დროს, შუა ღეროში აღძრული ძაბვა იქნება მუდმივი, ხოლო $N_2$ ძალის სიდიდე კი დარჩება უცვლელი. განაპირა ღეროებში მოქმედი ძალის სიდიდეები $\sigma_{დგ} \cdot F$ განისაზღვრება კვანძის წონასწორობის პირობიდან / ნახ.0.50/. განხილული სისტემა სტატიკურად ურკვევიდან გახდება სტატიკურად რკვევადი და მაშინ

$$N_1 = \frac{P - \sigma_{დგ}\,F}{2\cos\alpha}. \qquad /0.119/$$

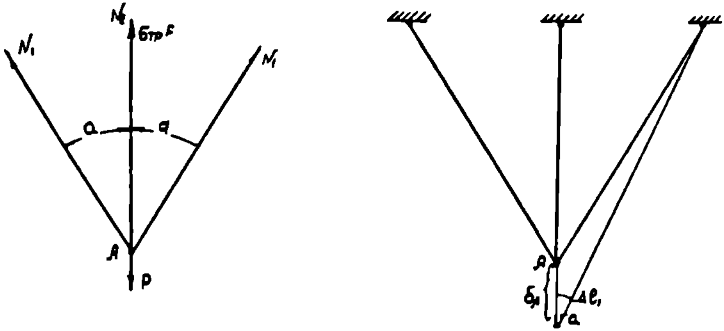
/ $A$ / წერტილის გადაადგილება ტოლი იქნება

$$\delta_A = \frac{N_1 \cdot l}{E F \cos^2\alpha} = \frac{(P - \sigma_{დგ} \cdot F)\,l}{2 E \cdot F \cdot \cos^3\alpha}. \qquad /0.120/$$

$P$ ძალის შემდგომი გადიდებით განაპირა ღეროებშიც აღძრული ძაბვები გაუტოლდება დენადობის ზღვარს $\sigma_{დგ}$

და მაშინ $$P = \sigma_{დგ}\cdot F\,(1+2\cos\alpha).\qquad /0.121/$$

ამ შემთხვევაში განხილული სისტემა გადაიქცევა მე-



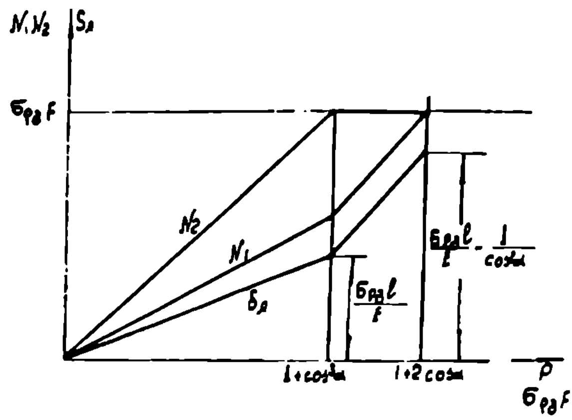

ნახ.0.50

ქანიზმად, რადგან გარე P ძალის შემდგომი გაზრდით იგი არ იქნება გაწონასწორებული და მის მოძრავ ელემენტებში წარმოიშობა ინერციის ძალები თუ ინერციის წყვილძალების მომენტები; ეს კი დინამიკის ამოცანაა. ყოველივე ზემოაღნიშნულის საფუძველზე ვრწმუნდებით, რომ განხილულ სისტემაზე /0.121/ ფორმულით გაანგარიშებულ ზღვრულ ძალაზე მეტი სიდიდის ძალის მოდება / მოქმედება / არ შეიძლება.

ზოგჯერ ზღვრული ძალის სიდიდეს თვლიან მრღვევ ძალად.

ბევრი მასალისათვის დენადობის ზღვრის მიღწევის შემდეგ ადგილი აქვს სიმტკიცის ზრდას. ამ დროს განსაზღვრულ ფარგლებს გარეთ გაზრდილი ძალა გაწონასწორდება ღეროებში აღძრული შინაგანი წინააღმდეგობის ძალებით. აღსანიშნავია ის გარემოება, რომ ასეთ შემთხვევაში ადგილი ექნება ძალზე დიდ გადაადგილებებს, რაც საგრძნობლად შეცვლის კონსტრუქციის გეომეტრიულ ფორმას და ამი-

რომ მიღებული ძალა უნდა მიეკუთვნოს მრღვევ ძალას. ნახ.0.51 ნაჩვენებია $N_1$ და $N_2$ ძალების სიდიდეთა და $\delta_A$ დეფორმაციის ცვალებადობა $P$ ძალის გაზრდით.




ნახ.0.51

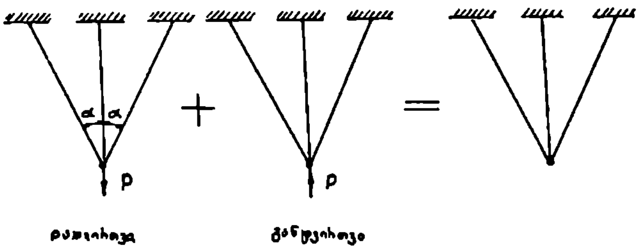
განვიხილოთ იგივე სისტემა განტვირთვის პროცესში, კერძოდ, შევისწავლოთ ნარჩენი დეფორმაციის საკითხი სისტემის განტვირთვის დროს.

აქ ძირითადად განიხილება ორი შემთხვევა: ერთი, როდესაც სისტემა დატვირთულია დრეკადობის ფარგლებში და, მეორე, როდესაც ადგილი აქვს შუა ღეროს პლასტიკურ დეფორმაციას.

პირველი შემთხვევა მარტივია და შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ სისტემის განტვირთვის შემთხვევაში ნარჩენ დეფორმაციებსა და ნარჩენ ძაბვებს ადგილი არ ექნებათ, რადგან სისტემა დრეკადობის შიდა ძალების გაზრდით უბრუნდება თავის პირვანდელ, დატვირთვამდელ მდგომარეობას, ანუ ინარჩუნებს საწყის გეომეტრიულ ფორმას.

საინტერესოა მეორე შემთხვევა, როდესაც სისტემა დატ-ვირთულია ისეთი სიდიდის გარე P ძალით, რომელიც იწვევს შუა ღეროში პლასტიკურ დეფორმაციას. ამ შემთხვევაში სისტე-მის განტვირთვის პროცესი არის დატვირთვის ეკვივალენტური იმ განსხვავებით, რომ იგი მიმდინარეობს საპირისპირო მიმარ-თულებით. სისტემის ნარჩენი ძალები შეიძლება განვიხილოთ როგორც ძალთა ალგებრული ჯამი, რომელიც წარმოიშობა რო-გორც დატვირთვის, ისე განტვირთვის ძალების, სისტემაზე თანმიმ-დევრული მოდებით, რომლებიც სიდიდით ტოლი და ურთიერთ-საწინააღმდეგო მიმართულებისა არიან.

იმის გამო, რომ ძალთა მოქმედების დამოუკიდებლობის პრინციპის გამოყენება ამ შემთხვევაში შეუძლებელია, ამიტომ დატვირთვისა და განტვირთვის ძალები სისტემაზე უნდა მოვდოთ პირდაპირი თანმიმდევრობის დაცვით / ნახ.0.52/.




ნახ.0.52

განტვირთვის დროს ადგილი აქვს დრეკად დეფორმაციებს და მასალა სიმტკიცის თვალსაზრისით ექვემდებარება ჰუკის კანონს, ამიტომ განტვირთვის პროცესში ღეროებში აღიძვრება ძალები, რომლებიც განისაზღვრება /0.116/ გამოსახულებით, ხოლო როგორც ცნობილია, დატვირთვის დროს ღეროებში აღძრულ

ძალისა სიდიდე გამოითვლება /0.118/ და /0.119/ ფორმულებით.

ამგვარად, ღეროებში აღძრული ნარჩენი ძალების სიდიდეები საბოლოოდ გამოითვლება:

$$\left.\begin{aligned} N_{1ნარ} &= \frac{P - \sigma_{დნ}\cdot F}{2\cos\alpha} - \frac{P\cdot\cos^2\alpha}{1+2\cos^3\alpha}; \\ N_{2ნარ} &= \sigma_{დნ}\cdot F - \frac{P}{1+2\cos^3\alpha} \end{aligned}\right\} \qquad /0.122/$$

ფორმულებში    არის ძალა, რომლითაც დატვირთულია სისტემა. მისი სიდიდე იმყოფება პირველი პლასტიკური დეფორმაციის წარმოშობისა და ზღვრული დატვირთვის ფარგლებში, ე.ი.

$$\sigma_{დნ}\cdot F\,(1+2\cos^3\alpha) \le P \le \sigma_{დნ}\cdot F\,(1+2\cos\alpha). \qquad /0.123/$$

ამგვარად, ნარჩენი ძაბვები თვითგაწონასწორებულია და, მაშასადამე, ღეროთა კვანძი, რომელსაც გარე ძალები არ მოქმედებს, შინაგანი დრეკადი ძალების გავლენით წონასწორობაში იმყოფება.

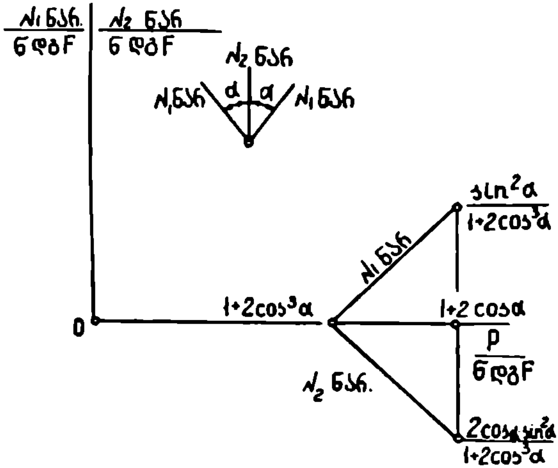
$$2N_{1ნარ}\cdot\cos\alpha + N_{2ნარ} = 0. \qquad /0.124/$$

თუ განტოლებაში /0.124/ ჩავსვამთ $N_{1ნარჩ}$ და $N_{2ნარჩ}$-ის მნიშვნელობებს, ნათქვამის სისწორეში ადვილად დავრწმუნდებით.

ნახ.0.53-ზე ნაჩვენებია ნარჩენი ძალების ცვალებადობის გრაფიკები დამტვირთავი $P$ ძალის გავლენით. კერძოდ, შუა ღეროში მოქმედი $N_2$ ნარჩენი ძალა არის მკუმშავი, ხოლო განაპირა ღეროებში $N_1$ ნარჩენი- გამჭიმავი ძალები.

განმეორებითი დატვირთვების დროს სისტემა განიცდის დრეკად დეფორმაციებს მანამ, სანამ განმეორებითი დატვირთვის ძალა არ გაუტოლდება პირვანდელი დატვირთვის ძალის სიდიდეს.

თუ გავაგრძელებთ სისტემის დატვირთვას, ღეროებში




ნახ.0.53

აღიძვრება პლასტიკური დეფორმაციები, რომლებიც იცვლება ზემოთმოყვანილის მიხედვით.

## § 0.10. მასალათა გამძლეობის საფუძვლები /დინამიკა/

§ 0.9-ში განხილული იყო კონსტრუქციის ელემენტებზე მოქმედი და მათში აღძრული ძალთა კლასიფიკაცია, სადაც აღნიშნული იყო, რომ მოქმედების ხასიათის მიხედვით დატვირთვა, გარდა სტატიკურისა / რომლის შესახებაც ზემოთ იყო ლაპარაკი/, შესაძლებელია იყოს დინამიკურიც, კერძოდ, მათ მიეკუთვნება: ინერციის ძალები, ინერციის წყვილძალის მომენტები, რომლებიც წარმოიშობა რხევითი და დარტყმითი მოვლენებით, ხასიათდება ციკლის მცირე ხანგრძლიობით და ძალთა დროში ცვალებადობის დიდი სიჩქარით $\left(\frac{dP}{dt}\right)$.

ვიბრაციით გამოწვეული ნიშანცვლადი დატვირთვების დროს, შესაძლებელია იყოს ერთი ნიშნის ცვლადი დატვირთვებიც და იმპულსური დარტყმითი დატვირთვებიც, წარმოდგენილი ნახევარტალღის სახით.

დატვირთვის დინამიკურობის საკითხი ძირითადად დამოკიდებულია კონსტრუქციის ელემენტის საკუთარი რხევებისა და მასზე მოქმედი ძალით გამოწვეული იძულებითი რხევების სიხშირეთა თანაფარდობაზე, კერძოდ, დინამიკაში ადგილი აქვს ტოლობას ან უტოლობას

$$\frac{\omega - \text{საკუთ. რხევის სიხშირე}}{\Omega - \text{იძულებითი რხევის სიხშ.}} \geq 1,0. \quad /0.125/$$

კონსტრუქციის დინამიკური გაანგარიშება განსხვავდება სტატიკურისაგან იმით, რომ სხვა ყველა ტიპის ცნობილ ძალებს ემატება ინერციის ძალა და ინერციის წყვილი ძალის მომენტი. ამის შემდეგ, ჩვეულებრივ, ვიყენებთ სტატიკიდან ცნობილ წონასწორობის განტოლებებს, რომლითაც ამოხსნით ვპოულობთ ჩვენთვის საინტერესო უცნობ ძალებსა და სათანადო ძაბვებს /დეფორმაციებს/. როდესაც აღნიშნული განტოლებების რიცხვი ნაკლებია უცნობთა რიცხვზე, მაშინ დამატებითი განტოლებების შესადგენად მივმართავთ დრეკადობის თეორიას.

ქვემოთ განხილულია დინამიკის ამოცანების სხვადასხვა შემთხვევა: კერძოდ, ციკლურად ცვლადი დატვირთვებით გამოწვეული ძაბვები და კონსტრუქციის სიმტკიცე, დრეკადი სისტემების რხევები, კონსტრუქციის ტვირთამტანიანობის საკითხები დარტყმით-იმპულსური დატვირთვის დროს, კონსტრუქციის ელემენტების სიმტკიცე ციკლური და ცვლადი ძაბვების დროს.

## 1. მასალების დაღლილობის ცნება

ცნობილია, რომ ცვლადი ძაბვების ქვეშ მყოფი ნაკეთო-

ბანი და მანქანები შესაძლებელია უეცრად დაინგრეს მიუხედავად იმისა, რომ მათში აღძრული ძაბვები და სათანადო დეფორმაციები გაცილებით ნაკლები სიდიდისაა, ვიდრე ითვალისწინებს კონსტრუქციის მასალის სიმტკიცე. აღნიშნული მოვლენა აიხსნება მასალათა დაღლილობით.

მრავალი ცდის საფუძველზე დადგინდა, რომ როდესაც ცვლადი ძაბვის სიდიდე, მასალაში წარმოშობილი სათანადო დეფორმაციით, აღემატება განსაზღვრულ მნიშვნელობას, მაშინ ძაბვების ცვალებადობის სიხშირის განსაზღვრული მნიშვნელობის მიღწევისას კონსტრუქციის გარდამავალ ელემენტებში ან ელემენტის მასალის შესუსტებულ უბნებში წარმოიშობა ბზარები.

ბზარები თანდათან იზრდება და განსაზღვრული დროის შემდეგ აღწევს ისეთ სიდიდეს, რომელიც იწვევს მასალის უეცარ რღვევას- დანგრევას. გარდატეხილი ზედაპირი ხასიათდება სიმყიფის ნიშნებით.

მასალების სტატიკური და დინამიკური, კერძოდ, დარტყმაზე ჩატარებული ექსპერიმენტული კვლევის მიხედვით შეუძლებელი ხდება ვიქონიოთ ზოგიერთი ფარდობითი წარმოდგენა მასალების მუშაობის ხანგრძლივობის შესახებ, ცვლადი დატვირთვების შემთხვევებში.

მანქანებისა და ნაგებობების შედარებით ზუსტი გაანგარიშებისათვის, როდესაც მათზე მოქმედებს განსაზღვრული სიდიდისა და ხანგრძლივობის ცვლადი დატვირთვები, საჭიროა გამძლეობასა და დაღლილობაზე სათანადო გამოცდების ჩატარება. აღნიშნული საკითხების განხილვამდე გავეცნოთ ზოგიერთ ზოგად მონაცემსა და დადგენილ ცნებას.

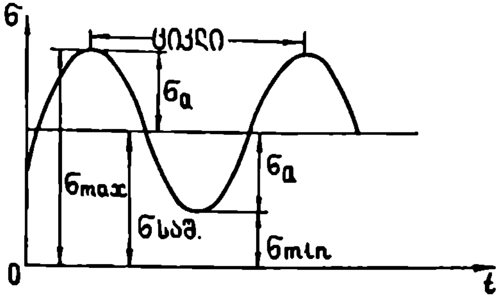
ნახ.0.54 მოცემულია ძაბვის დროში ცვალებადობის

$\sigma = f(t)$ მოგარი გრაფიკული გამოსახულება, სადაც.

$\sigma_{max}$ – ძაბვის მაქსიმალური მნიშვნელობა;

$\sigma_{min}$ – ძაბვის მინიმალური მნიშვნელობა;

$\sigma_{საშ}$ – ძაბვის საშუალო მნიშვნელობა.




ნახ.0.54

სათანადო ძაბვების საშუალო მნიშვნელობები წარმოდგენილი იქნება ალგებრული ნახევარჯამით

$$\sigma_{საშ} = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}; \quad \tau_{საშ} = \frac{\tau_{max} + \tau_{min}}{2}. \qquad /0.126/$$

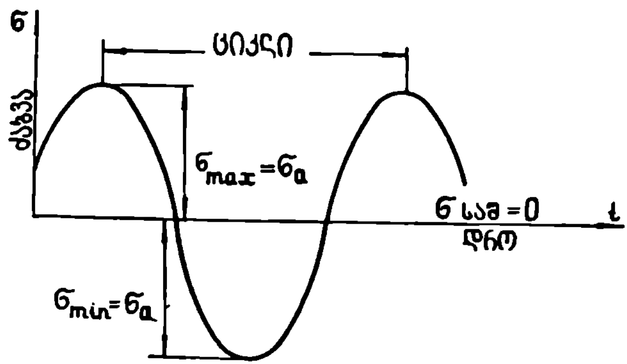
მაქსიმალური და მინიმალური ძაბვების სხვაობის აბსოლუტურ მნიშვნელობას ეწოდება ძაბვის ციკლის ინტერვალი, ხოლო ინტერვალის ნახევარს ჰქვია ციკლის ამპლიტუდა. სათანადო ძაბვების ამპლიტუდის გამომსახველ ფორმულებს ექნება სახე

$$\left.\begin{aligned} \sigma_a &= \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}; \\ \tau_a &= \frac{\tau_{max} - \tau_{min}}{2}. \end{aligned}\right\} \qquad /0.127/$$

ციკლის ასიმეტრიის ანუ ამპლიტუდის კოეფიციენტი წარმოადგენს მინიმალური ძაბვის ფარდობას მაქსიმალურთან მათი ნიშნების გათვალისწინებით

$$\tau = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \; ; \quad \tau = \frac{\tau_{min}}{\tau_{max}} . \qquad /0.128/$$

თუ, მაგალითად, მინიმალური და მაქსიმალური ძაბვები ერთნაირი სიდიდისანი არიან და განსხვავდებიან ნიშნებით, მაშინ $\tau=-1$, რაც იმას ნიშნავს, რომ ძაბვის ცვალებადობის ციკლი სიმეტრიულია / ნახ.0.55/ და, მაშასადამე, ასეთ შემთხვევაში $\sigma_{საშ}=0$ და $\tau_{საშ}=0$. როდესაც უმცირესი ძაბვის სიდიდე $\sigma_{min}=0$ და ძაბვის ციკლის ამპლიტუდის კოეფიციენტი $\tau=0$, მა-




ნახ.0.55

შინ ციკლს ეწოდება პულსირებული ციკლი / ნახ.0.56/.

ძაბვათა ციკლი შესაძლებელია იყოს ასიმეტრიული როგორც დადებითი, ისე უარყოფითი საშუალო ძაბვებით.

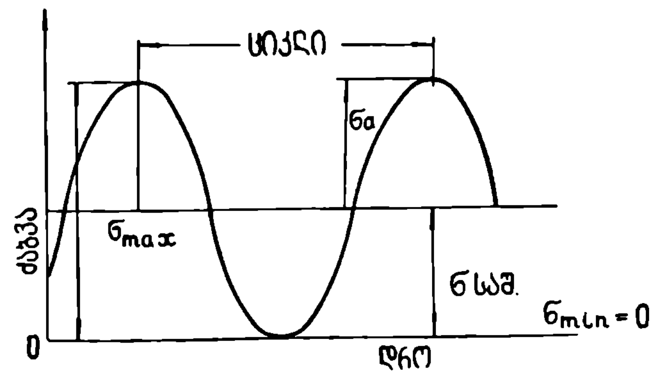
მაქსიმალური და მინიმალური ძაბვების გამოსათვლელად გვაქვს ფორმულები:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{max} &= \sigma_{საშ} + \sigma_a \; ; \\ \tau_{max} &= \tau_{საშ} + \tau_a \; ; \\ \sigma_{min} &= \sigma_{საშ} - \sigma_a \; ; \\ \tau_{min} &= \tau_{საშ} - \tau_a \end{aligned}\right\} \qquad /0.129/$$

მანქანათა ნაწილებსა და ნაგებობებზე, რომლებზეც მოქმედებენ ცვლადი სიდიდის მქონე მექანიკური ძაბვები, გაანგარიშებას საფუძვლად ედება კონსტრუქციებში გამოყენებული მასალების დაღლილობის ან, სხვაგვარად, გამძლეობის ზღვარი. დაღლილობის /გამძლეობის/ ზღვარი ეწოდება მაქსიმალურ ძაბვას, რომელსაც გაუძლებს მასალა, რაგინდ დიდი-განუსაზღვრელიც უნდა იყოს ციკლთა რაოდენობა მოცემული ციკლის ასიმეტრიის კოეფიციენტის $r$ დროს.

როდესაც ლაპარაკობენ, რომ ძაბვა $\sigma$ წარმოადგენს დაღლილობის ზღვარს და არ ახსენებენ ციკლის ასიმეტრიის კოეფიციენტს $r$-ს, ეს იმას ნიშნავს, რომ აღნიშნული ძაბვა ეხება სიმეტრიულ ციკლს.

ამგვარად, მასალათა დაღლილობის /გამძლეობის/ განსაზღვრის დროს ჩვენ გვაინტერესებს ვიპოვოთ დაღლილობის ზღვარი და სხვა ფაქტორთა გავლენა.




ნახ.0.56

## 2. მასალების გამოცდა დაღლილობაზე

მასალის დაღლილობის /გამძლეობის/ ზღვრის სიდიდე ცვლადია და იგი დამოკიდებულია საშუალო ძაბვის სიდიდეზე. სიმეტრიული ციკლის დროს $\sigma_{საშ}=0$, ე.ი. როდესაც ადგილი აქვს ძაბვების სიდიდისა და მათი ნიშნების სიმეტრიულ ცვალებადობას, მასალის დაღლილობის /გამძლეობის/ ზღვარი წარმოადგენს მინიმალურ სიდიდეს. ამიტომ აღნიშნული ზღვრის სიდიდის დადგენა, როგორც ყველაზე საშიშისა, დიდი პრაქტიკული ინტერესის შემცველია.

მასალების დაღლილობაზე გამოცდის მიზნით არსებობს სხვადასხვა ტიპის გამომცდელი მანქანა, რომელთა ძირითადი დანიშნულებაა შექმნას განსაზღვრული ,დატვირთვა და განახორციელოს მასალისაგან დამზადებული ნიმუშების გამოცდა სათანადო სიხშირით /2000- 3000 ციკლი წუთში/ და ციკლთა რაოდენობით. აღნიშნული ტიპის მანქანები საშუალებას იძლევა განისაზღვროს დაღლილობის ზღვარი სხვადასხვა სახის დეფორმაციის დროს / გაჭიმვა-კუმშვა, ცვლადი ღუნვა ან ცვლადი გრეხა/.

სიმარტივის გამო შედარებით ფართო გავრცელება პოვა იმ მანქანებმა, რომლებიც საშუალებას იძლევა გამოიცადოს სხვადასხვა მასალებისაგან დამზადებული ნიმუშები ცვლად ღუნვაზე.

მასალის დაღლილობის ზღვრის განსაზღვრა სიმეტრიული ციკლის დროს ხდება შემდეგი მეთოდით:

აღნიშნული მასალისაგან სათანადო ГОСТ -ების დაცვით ამზადებენ 6-8 გამოსაცდელი ღეროს ნიმუშს, ადგენენ მისი სიმტკიცის ზღვრის /ძაბვის/ ამპლიტუდას /მაგალითად, ჩაღუნვის სიდიდეს, რომელსაც იწვევს კოჭი-ძელი-ღერო/ და

პირველ ღერძს ანიჭებენ აღნიშნული ზღვრული ამპლიტუდის შესაბამის 0,5–0,6 ძაბვას, ამუშავებენ. მანქანას მანამ, სანამ გამოსაცდელი ნიმუში არ დაირღვევა. ამ პერიოდისათვის სპეციალური მოწყობილობების საშუალებით აფიქსირებენ ციკლთა რაოდენობას, რომლის დროსაც მოხდა დამსხვრევა-დაწყვეტა ღერძისიძლის ნიმუშისა, და მანქანის გაჩერებას. შემდეგ იღებენ მეორე ღერძს, რომელსაც ტვირთავენ ნაკლები ძაბვით, ვიდრე პირველს; ამუშავებენ გამომცდელ მანქანას და აქაც, პირველის ანალოგიურად, უნდა განხორციელდეს ციკლთა რიცხვის ფიქსაცია, რომელსაც მოხდება გამოსაცდელი ნიმუშის-ღერძის- ძლის დაწყვეტა. ეს რიცხვი მეტი იქნება პირველი ღერძისათვის მიღებულ ციკლთა რაოდენობაზე. ასეთი მეთოდით აგრძელებენ ნიმუშების გამოცდას, ე.ი. ყოველი მომდევნო ნიმუში დაიტვირთება წინამდებარესთან შედარებით უფრო ნაკლებად და იგი დამსხვრევამდე გაუძლებს შედარებით მეტ ციკლთა რაოდენობას. მაგალითად, ასეთი გამოცდა მიმდინარეობს $10^7$ ციკლის რაოდენობამდე ფოლადებისაგან დამზადებული ნიმუშებისათვის და ითვლება, რომ ეს რიცხვი სრულიად საკმარისია. მიღებული შედეგების მიხედვით აიგება გრაფიკი $\sigma = f(N)$ /ნახ.0.57/, რომლის ანალიზი გვიჩვენებს, რომ $10^7$ ციკლის შემდეგ მასალის დაღლილობის ძაბვის სიდიდე მუდმივია და შემდგომი გამოცდა აღარ არის საჭირო.

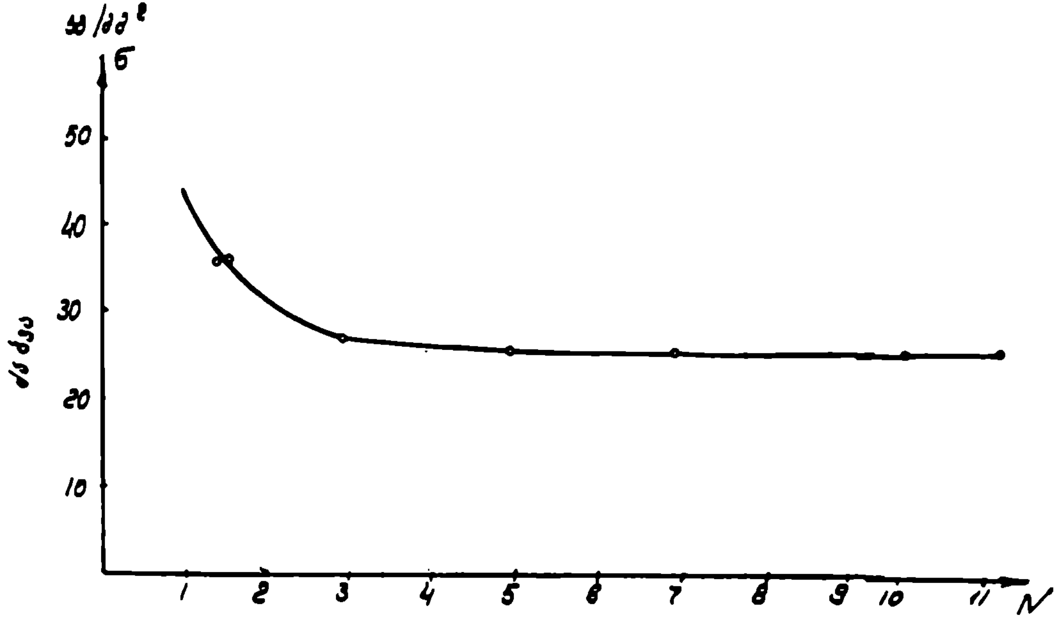
ჩატარებული კვლევის საფუძველზე დადგენილია, რომ

$$\sigma_{-1\,\text{გაჭ}} = 0,7\,\sigma_{-1} \; ; \qquad /0.130/$$

$$\tau_{-1} = 0,58\,\sigma_{-1} \, , \qquad /0.131/$$

სადაც

$\sigma_{-1\,\text{გაჭ}}$ –მასალების დაღლილობის ზღვარი სიმეტრიული ციკლის დროს გაჭიმვა-კუმშვაზე;




ნახ.0.57

$\tau_{-1}$ – მასალის დაღლილობის ზღვარი სიმეტრიული ციკლის დროს გრეხაზე;

$\sigma_{-1}$ – მასალის დაღლილობის ზღვარი სიმეტრიული ციკლის დროს ღუნვაზე.

დაღლილობის ზღვრის სიდიდე შეიძლება დადგინდეს მასალის სიმტკიცის ზღვრის მიხედვით სიმეტრიული ციკლით დატვირთვისას შემდეგი ემპირიული ფორმულებით:

$$\sigma_{-1\,გაჭ} = 0,28 \cdot \sigma_{ზღ} \; ; \qquad /0.132/$$

$$\sigma_{-1} = 0,4 \cdot \sigma_{ზღ} \; ; \qquad /0.133/$$

$$\tau_{-1} = 0,22 \cdot \sigma_{ზღ} \; , \qquad /0.134/$$

სადაც

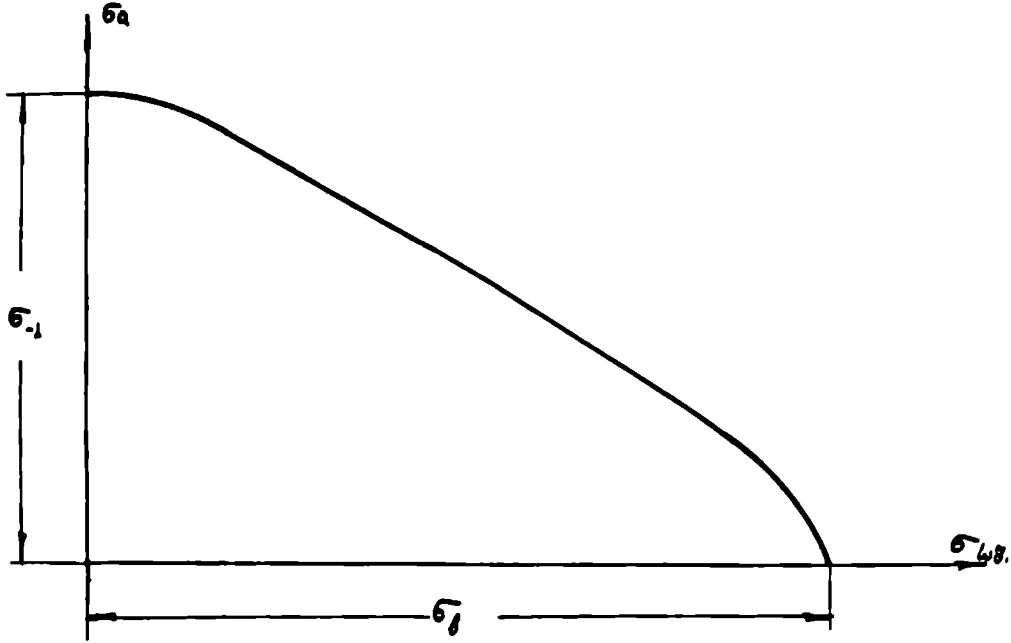
$\sigma_{ზღ}$ მასალის სიმტკიცის ზღვარია.

### 3. დაღლილობის ზღვარი ასიმეტრიული ციკლით დატვირთვის დროს

მასალების გამოცდამ დაღლილობის ზღვრის სიდიდის განსაზღვრის მიზნით ზოგადად გვიჩვენა, რომ საშუალო ძაბვის სიდიდის გაზრდას თან მოჰყვება დაღლილობის ზღვრის მატება, ხოლო ძაბვის ამპლიტუდა, რომელსაც გაუძლებს მასალა მისი დანგრევის გარეშე, მცირდება.

დღეისათვის ჯერჯერობით მიღებული არ არის ზოგადი ანალიზური გამოსახულებები, რომელთა საშუალებით შესაძლებელი იქნება აღნიშნული ამოცანების კომპლექსური გადაწყვეტა.

სათანადო ცდების საშუალებით შესაძლებელია მივიღოთ დიაგრამა ფუნქციისა $\sigma_a = \xi(\sigma_{საშ})$, რომელიც ზოგადი სახით მოცემულია ნახ.0.58-ზე, სადაც აბსცისათა ღერძზე გადაზომილია საშუალო ძაბვის სიდიდე /$\sigma_{საშ}$/, ხოლო ორდინატთა ღერძ-




ნახ.0.58

ზე კი ციკლების ზღვრული ამპლიტუდის სიდიდეები / $\sigma_a$ /, ე.ი. მიღებულია ზღვრული ამპლიტუდების ფუნქციის გრაფიკული გამოსახულება ციკლის საშუალო ძაბვების მიხედვით. აღნიშნული გრაფიკული გამოსახულება საშუალებას გვაძლევს ანალიზი გავუკეთოთ ნებისმიერ ძაბვათა ციკლს, რომლებიც წარმოდგენილია კოორდინატებით / $\sigma_{\text{საშ.}}$, $\sigma_a$ /. აღნიშნული მრუდის ნებისმიერი წერტილის კოორდინატების ჯამი $\sigma_{\text{საშ.}} + \sigma_a$ გვაძლევს დაღლილობის ზღვრის სიდიდეს შესაბამისი ძაბვის დროს.

ძაბვათა ციკლები, წარმოდგენილი წერტილებით, რომლენიც მოთავსებულია $\sigma_{\text{საშ.}} = \xi(\sigma_a)$ მრუდის, აბსცისათა და ორდინატთა ღერძებს შუა უბანში, შეესაბამება ციკლის ძაბვათა უსაფრთხო ზონას. ადვილად შეიძლება განისაზღვროს, საშუალო ძაბვის მიხედვით, როგორი უნდა იყოს ძაბვათა ამპლიტუდების სიდიდე, რომელსაც მასალა გაუძლებს მისი მუშაობის დროს დაღლილობამდე.

### 4. მანქანათა ნაწილების გეომეტრიული პარამეტრების გავლენა დაღლილობის ზღვარზე

ცდებმა გვიჩვენა, რომ მანქანათა ნაწილების დაღლილობაზე, გარდა მოხსენებული პარამეტრებისა, დიდად მოქმედებს მისი გეომეტრია /ფორმა, სიდიდე/, კერძოდ, დიამეტრის გაზრდით დაღლილობის ზღვარი მცირდება და ეს სხვაობა საკმაოდ მოზრდილ სიდიდეს წარმოადგენს იმ დეტალებისათვის, რომელთა დიამეტრი 100 მმ-ზე ნაკლებია.

მონაცემები დაღლილობის ზღვრის $\varepsilon$ კოეფიციენტის სიდიდის შემცირების შესახებ, დეტალის დიამეტრის მიხედვით მოცემულია 0.3 ცხრილში, სადაც დაღლილობის ზღვრის კოეფიციენტი წარმოდგენილია აღებული დიამეტრის მქონე დეტა-

ც ხ რ ი ლ ი  0.3

| ნიმუშის დიამეტრი მმ | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 80 | 100 | 150 | 200 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ε-ის მნიშვნელობები | 1 | 0,93 | 0,87 | 0,82 | 0,78 | 0,75 | 0,70 | 0,65 | 0,58 | 0,55 |

ლის დაღლილობის ზღვრის სიდიდის $\sigma_{-1}\, d=x > 10{,}0$ მმ ფარდობით, $d = 10$ მმ დიამეტრის მქონე დეტალის დაღლილობის ზღვართან- $\sigma_{-1}\, d = 10$ მმ, ე.ი.

$$\varepsilon = \frac{\sigma_{-1}\, d=x > 10{,}0 \text{ მმ}}{\sigma_{-1}\, d=10{,}0 \text{ მმ}}.$$

მრავალრიცხოვანმა დაკვირვებებმა და სათანადო ცდებმა გვიჩვენა, რომ მასალის დაღლილობის ზღვრის სიდიდეზე მნიშვნელოვნად მოქმედებს ისეთი ფაქტორები, როგორიცაა: ადგილობრივი ძაბვების გაზრდა კვეთის საგრძნობი ცვალებადობით /შემცირებით ან გაზრდით, ამოჭრით, ამოღარვით, გალტელებით, სასოქმანე ღარებით, გაზურღვით ან ზედაპირის დაზიანებით, ნაკაწრით, უხეში დამუშავებით/და სხვა. აღნიშნული ფაქტორების გაუთვალისწინებლობა ხშირად არის მიზეზი მანქანათა ნაწილების მოულოდნელი მსხვრევის ან მწყობრიდან გამოსვლისა.

ამავე დროს, უნდა აღინიშნოს ის გარემოება, რომ რაც მეტი სიმტკიცისაა მასალა, მით მეტია გავლენა ადგილობრივი ძაბვებისა და მეტად მცირდება მისი დაღლილობის ზღვარი.

რაც უფრო მტკიცე მასალისაგან მზადდება მანქანის ნაწილი, მით უფრო მაღალი უნდა იყოს მისი ზედაპირის დამუშავების სისუფთავის კლასი.

## 5. ნაწილების სიმტკიცის ანგარიში ცვლადი სიმეტრიული ციკლით დატვირთვის დროს

როდესაც მანქანათა ნაწილები მუშაობის პროცესში განიცდის ცვლადი სიმეტრიული ციკლის მქონე ძაბვების მოქმედებას, ასეთ შემთხვევაში დასაშვები ძაბვის სიდიდე /დასაშვები ძაბვის ამპლიტუდა/ შეიძლება გამოითვალოს ფორმულით:

$$[\sigma_0]=\frac{\sigma_{-1}\cdot\varepsilon}{K}, \qquad /0.135/$$

სადაც $\sigma_{-1}$ არის მასალის ზღვრული გამძლეობა სიმეტრიული ციკლის დროს /განსაზღვრული ლაბორატორიულ ნიმუშებზე/;

$\varepsilon$ -კოეფიციენტი, რომელიც ითვალისწინებს დეტალის გეომეტრიულ პარამეტრს /მის აბსოლუტურ ზომას/, რომლის სიდიდეს ვიღებთ ცხრილი 0.3-ის მონაცემების მიხედვით;

$K$ -სიმტკიცის მარაგის კოეფიციენტი.

როდესაც მანქანის ნაწილზე დამატებით ადგილი აქვს ძაბვების კონცენტრაციას, მაშინ, ძაბვების სიმეტრიული ციკლით ცვალებადობის დროს, დასაშვები ძაბვის სიდიდე გამოითვლება

$$[\sigma_0]=\frac{\sigma_{-1}}{\alpha_{\text{ეფექტ}}\cdot K}, \qquad /0.136/$$

სადაც $\alpha_{\text{ეფექტ.}}$ არის ძაბვების კონცენტრაციის ეფექტურობის კოეფიციენტი. აღნიშნული კოეფიციენტი ყოველთვის ერთზე მეტია.

მოვიყვანოთ რამდენიმე ზოგადი მაგალითი.

მ ა გ ა ლ ი თ ი №1. განვსაზღვროთ სუფთა ზედაპირის მქონე ორი ცილინდრის ფორმის ღეროთა დიამეტრების ფარდობა, თუ პირველზე მოქმედებს გამჭიმავი $P$ სტატიკური ძალა, ხოლო

მეორეზე სიმეტრიული ციკლით მოქმედი გამჭიმავ-მკუმშავი ძალა $\pm P$; მასალის დენადობის ზღვარი $\sigma_{\text{დ}}$ = 3600 კგძ/სმ$^2$; დაღლილობის ზღვარი $\sigma_{-1}$ = 2000 კგძ/სმ$^2$; სიმტკიცის მარაგის კოეფიციენტი ორივე შემთხვევაში ტოლია $K$-ს.

სტატიკური სიმტკიცის პირობიდან გამომდინარე, პირველი ღეროს დიამეტრი განისაზღვრება ფორმულით:

$$d_1=\sqrt{\frac{4\cdot P\cdot K}{\pi\cdot\sigma_{\text{დ}}}}$$

მეორე ღეროს, რომელიც მუშაობს სიმეტრიული ციკლით ნიშანცვლად დატვირთვებზე ანუ განსაზღვრულ დინამიკურ პირობებში, დიამეტრის გამოსათვლელად უნდა გავითვალისწინოთ მასალის დაღლილობის ზღვარი. გვექნება

$$d_2=\sqrt{\frac{4\cdot P\ K}{\pi\cdot\ \sigma_{-1}}}.$$

დიამეტრების ფარდობა იქნება

$$\frac{d_1}{d_2}=\sqrt{\frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{\text{დ}}}}=\sqrt{\frac{2000}{3600}}\approx 0,75.$$

მ ა გ ა ლ ი თ ი №2. განვსაზღვროთ, რა სიდიდისა შეიძლება იყოს ბარბაცაზე მოქმედი ძალა, რომელიც ცვალებადია სიმეტრიული ციკლით $+P$-დან $-P$-ს ზღვრებში. ცნობილია აგრეთვე, რომ ბარბაცას განივკვეთი წრიული ფორმისაა, დიამეტრით $d$ = 40 მმ; მასალის დაღლილობის ზღვარი $\sigma_{-1}$ = 2000 კგძ/სმ$^2$; სიმტკიცის მარაგი მიღებულია $K$ = 2. რადგან მასალის დაღლილობის ზღვარი $\sigma_{-1}$ = 2000 კგძ/სმ$^2$, გეომეტრიული ზომის გათვალისწინებით ბარბაცას დაღლილობის ზღვარი ცხრილი 0.3-ის საფუძველზე უნდა გამრავლდეს კოეფიციენტზე $\varepsilon$ = 0,82,

$$\sigma_{-1}^{\text{დეტ}}=\varepsilon\cdot\sigma_{-1}=0,82\cdot 2000=1640\ \text{კგძ/სმ}^2.$$

დასაშვები ძაბვის ამპლიტუდა

$$[\sigma_0] = \frac{\sigma_{-1}}{K} = \frac{1640}{2} = 820 \text{ კგძ/სმ}^2,$$

ხოლო დასაშვები ძალის ამპლიტუდის სიდიდე განისაზღვრება ფორმულით

$$P_0 = [\sigma_0]\cdot F = 820\cdot\frac{3,14}{4}\cdot 4^2 \cong 10170 \text{ კგძ}.$$

### 6. სიმტკიცის მარაგის განსაზღვრა არასიმეტრიული ციკლით დატვირთვის დროს

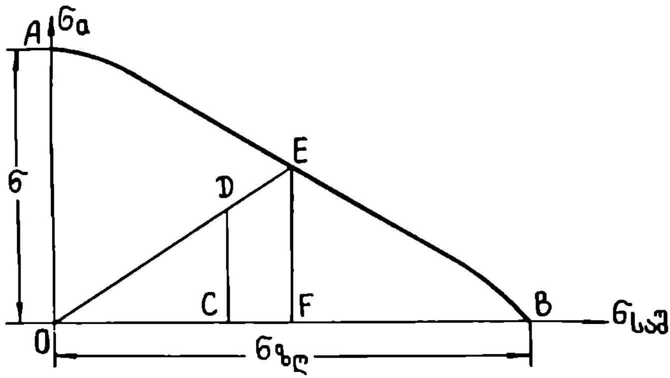
როგორც ცნობილია, მუდმივი ძაბვების ანუ სტატიკური დატვირთვის შემთხვევაში ზღვრულ ძაბვად მიღებულია მასალის სიმტკიცის ან დენადობის ზღვარი. როდესაც ძაბვები იცვლება სიმეტრიული ციკლით, მაშინ ზღვრულ ძაბვად მიღებულია დაღლილობის ზღვარი $\sigma_{-1}$. არასიმეტრიული ციკლის დროს ზღვრული მდგომარეობა ხასიათდება ორი სიდიდით: საშუალო ძაბვითა და შესაბამისი ზღვრული ამპლიტუდით.

ციკლები, რომლებსაც გააჩნიათ ერთნაირი სიდიდის ამპლიტუდის კოეფიციენტები წარმოადგენენ მსგავს ციკლებს.

ზემოაღნიშნულის არსის წარმოდგენის მიზნით განვიხილოთ დაღლილობის დიაგრამა / ნახ.0.59/, რომელზეც მოცემულია ციკლის ზღვრული ძაბვების სიდიდეთა დამოკიდებულება საშუალო ძაბვებზე. აღნიშნულ დიაგრამაზე ნებისმიერი ძაბვების ციკლი ხასიათდება წერტილის კოორდინატებით $\sigma_{საშ.}$, $\sigma_a$.

ძაბვათა ციკლები იმ წერტილებისათვის, რომლებიც მოთავსებულია OA, OB მონაკვეთებსა და AB მრუდი ხაზით შემოფარგლული ფართის შიგნით, წარმოადგენენ ძაბვათა უსაფრთხო

ციკლებს. თვით წერტილები, რომლებიც იმყოფება AB მრუდზე, მიეკუთვნება ზღვრულ ციკლებს.




ნახ.0.59

დავუშვათ, მანქანის ნაწილში /დეტალში/ აღძრული ძაბვები წარმოდგენილია აღნიშნული დიაგრამის D წერტილით, ე.ი. დეტალის საშუალო ძაბვა გამოსახულია $\sigma_{საშ}=\overline{OC}$, ხოლო ძაბვის ამპლიტუდა $\sigma_c = \overline{DC}$ მონაკვეთებით.

ამ შემთხვევაში ზღვრული ციკლი წარმოდგენილი იქნება E წერტილით, რომელიც მიიღება სხივის OD გაგრძელებით AB მრუდის გადაკვეთამდე. სხვათა შორის, წერტილი E ხასიათდება იმავე ასიმეტრიით, როგორითაც D წერტილი.

როგორც ცნობილია, ციკლის ასიმეტრია ხასიათდება ფარდობით $\gamma=\frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$, რომელსაც უწოდება ციკლის ამპლიტუდის კოეფიციენტი.

ციკლი, რომელიც წარმოდგენილია D წერტილით, მისი

მინიმალური და მაქსიმალური ძაბვები შეიძლება განისაზღვრ-
როს იმავე დიაგრამის საფუძველზე ფორმულებით

$$\sigma_{min} = \overline{OC} - \overline{CD}\ ,$$

$$\sigma_{max} = \overline{OC} + \overline{CD}.$$

მაშასადამე, ციკლის ამპლიტუდის კოეფიციენტი აღნიშნული $D$ წერტილისათვის განისაზღვრება

$$\tau_D = \frac{\overline{OC} - \overline{CD}}{\overline{OC} + \overline{CD}}.$$

ციკლისათვის, რომელიც წარმოდგენილია იმავე დიაგრამაზე $E$ წერტილით, შესაბამისი სიდიდეები ტოლი იქნება

$$\sigma_{min} = \overline{OF} - \overline{FE}\ ,$$

$$\sigma_{max} = \overline{OF} + \overline{FE}$$

და

$$\tau_E = \frac{\overline{OF} - \overline{FE}}{\overline{OF} + \overline{FE}}.$$

აღნიშნული დიაგრამიდან, რადგან $\Delta ODC$ და $\Delta OEF$ მსგავსი სამკუთხედებია, შეგვიძლია დავწეროთ

$$\frac{\overline{OC}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{OF}}{\overline{FE}} \qquad \text{ან} \qquad \frac{\overline{OC} - \overline{CD}}{\overline{OC} + \overline{CD}} = \frac{\overline{OF} - \overline{FE}}{\overline{OF} + \overline{FE}}.$$

მაშასადამე, $\tau_D = \tau_E$, რაც იმას ნიშნავს, რომ ზღვრული ციკლის წარმოდგენილ $E$ წერტილს გააჩნია იგივე ასიმეტრია, რითაც ხასიათდებოდა $D$ წერტილით წარმოდგენილი ციკლი, ე.ი. აღნიშნული ციკლები მსგავსნი არიან. ადვილი გასაგებია, რომ მოცემულ დიაგრამაზე კოორდინატთა $O$-სათავიდან გატარებულ სხივზე მდებარე ყველა წერტილი $AB$ მრუდის გადაკვეთამდე წარმოადგენს მსგავს ციკლებს.

ასიმეტრიულ ცვლად ძაბვებზე მომუშავე ნაწილების /დეტალების/ სიმტკიცეზე გაანგარიშებისათვის შეარჩევენ მასალას და შემდეგ დაუშვებენ მათ გეომეტრიულ პარამეტრებს-ფორმას, ზომებს; შემდეგ სათანადო დატვირთვის მიხედვით ანგარიშობენ ფაქტიურ ძაბვებსა და სიმტკიცის მარაგს. თუ მარაგი დაბალია, ახდენენ ნაწილის /დეტალის/ ზომების გაზრდას, ან სხვა უფრო მტკიცე მასალის შერჩევას და ა.შ.

აღნიშნული ტიპის ამოცანების გადაწყვეტისას ანგარიში ატარებს შემოწმებით ხასიათს. ეს აიხსნება იმით, რომ ნაწილების /დეტალების/ ზომები დადგინდება დასაშვები ძაბვების /საშუალო ძაბვებისა და ძაბვების ამპლიტუდის/ მიხედვით, მაგრამ თვით ეს სიდიდეები დამოკიდებულია ძაბვების ციკლის ასიმეტრიის $r$ სიდიდეზე.

ამიტომ იძულებული ვართ დავუშვათ ციკლის ასიმეტრია, რაც ადვილი არ არის.

როგორც ცნობილია, სიმტკიცის მარაგი ზოგადად წარმოადგენს ზღვრული ძაბვის სიდიდის ფარდობას დეტალის ფაქტიური ძაბვის სიდიდესთან. არასიმეტრიული ციკლით დატვირთვის დროს სიმტკიცის მარაგი შეიძლება განისაზღვროს მასალის დაღლილობის მთლიანი დიაგრამიდან, როგორც ზღვრული ციკლის ძაბვის ფარდობა ნაწილის/ დეტალის/ ძაბვასთან. თუ ზღვრულ ციკლად აღებულია მსგავსი ციკლი, მაშინ სიმტკიცის მარაგის განსაზღვრისას სულ ერთია, ამ ორი ციკლის რომელი ძაბვები შედარდება ერთმანეთს. სიმტკიცის მარაგის მნიშვნელობა ერთი და იგივე იქნება იმის მიუხედავად, ავიღეთ ზღვრული ციკლისა და დეტალის მაქსიმალური ძაბვის თუ ამავე ციკლების ამპლიტუდის ფარდობა ანდა ფარდობა აღნიშნული ციკლების საშუალო ძაბვებისა.

ამგვარად, კომპლექსური ინტერპრეტაცია სიმტკიცის მარაგისა გამოისახება შემდეგი ფარდობებით:

$$K=\frac{\overline{OF}+\overline{FE}}{\overline{OC}+\overline{CD}}=\frac{\overline{FE}}{\overline{CD}}=\frac{\overline{OF}}{\overline{OC}}.$$

აღნიშნული მეთოდი საშუალებას იძლევა განისაზღვროს სიმტკიცის მარაგი, როდესაც წინასწარ ცნობილია ნაწილის /დეტალის / დაღლილობის დიაგრამა /ნახ. 0.59/.

დაღლილობის დიაგრამის აგების ხერხები და სიმტკიცის მარაგის განსაზღვრის მეთოდები დაწვრილებით განხილულია მასალათა გამძლეობის კურსში.

## § 0.11. მასალათა გამძლეობის საფუძვლები დარტყმითი დატვირთვის დროს / ტვირთამწანიანობის ხანმოკლე დინამიკა /

### 1. დარტყმის თეორიის საგანი და დარგები

დარტყმის თეორია თანამედროვე მექანიკის ურთულესი და უძველესი დარგია, რომლის განვითარება მჭიდრო არის დაკავშირებული მექანიკისა და თანამედროვე ტექნიკის განვითარების ისტორიასთან.

დარტყმის თეორიის განვითარებამ მეოცე საუკუნეში განაპირობა დიდი მწარმოებლობა, სიჩქარეები, სიმძლავრეები და თვით ტექნოლოგიურ პროცესთა ხანგრძლივობის საგრძნობი შემცირება.

გალილეო გალილეის / 1564-1642/ და ნიუტონის /1642-

1727/ მიერ ჩამოყალიბებული დარტყმის თეორია ემყარება აბსოლუტურად მყარი ტანების ჰიპოთეზას და ძირფესვიანად განსხვავდება რეალური ტანების დარტყმის თეორიისა და პრაქტიკისაგან.

კლასიკურ მექანიკაში დარტყმის თეორია ვერ სწავლობს თვით დარტყმის მიმდინარეობის შინაგან და მისგან გამოწვეულ გარეგან პროცესებს. იგი ეხება მხოლოდ დარტყმის საბოლოო შედეგებს, ძალის იმპულსს და მოძრაობის რაოდენობის ცვლილებებს. შეუსწავლელი რჩება დარტყმის დრო და სათანადო ძალის სიდიდე, ძაბვები, ტალღები, დეფორმაციები და სხვა. დროთა ვითარებაში საზოგადოების განვითარებამ და ტექნიკურმა პროგრესმა მოითხოვა მასალათა გამძლეობის, სამშენებლო მექანიკის, დრეკადობის თეორიისა და დარტყმის თეორიის განვითარება.

დარტყმის თეორია წარმოადგენს დეფორმადი ტანების ურთიერთშეჯახების პროცესების შემსწავლელ მეცნიერებას. ეს პროცესები ხასიათდება სათანადო დეფორმაციების, ძალების, ძაბვების წარმოშობით და ემორჩილება ხანმოკლე დინამიკური დეფორმირების კანონებს.

დარტყმის თეორია შეიძლება დაიყოს დამოუკიდებელ დარგებად:

- მყარ ტანთა დარტყმის თეორია;
- ფხვიერ ტანთა დარტყმის თეორია;
- თხევად ტანთა, მათ შორის ჰიდრავლიკური დარტყმის თეორია;
- აეროვან-გაზოვან ტანთა დარტყმის თეორია;

– სეისმური დარტყმის თეორია;

– ატომგულის დარტყმის თეორია;

– ელექტრო-იმპულსური დარტყმის თეორია;

– ელექტრო-მაგნიტური დარტყმის თეორია;

– თბური დარტყმის თეორია;

– აფეთქების დარტყმის თეორია და სხვა.

თანამედროვე კვლევამ გვიჩვენა, რომ მეტად დიდი სიჩქარეებით მყარ ტანთა შეჯახებისას ადგილი აქვს მათ ფიზიკურ-ქიმიურ თვისებათა შეცვლას.

ნაშრომში განხილულია უმთავრესად მყარი ტანების დარტყმის თეორიის საკითხები.

## 2. დარტყმის თეორიის ძირითადი სიძნელეები

დარტყმის თეორიის განვითარება დაკავშირებულია მეტად დიდ სიძნელეებთან, რომელთაც მიეკუთვნება:

– მეტად რთული ფიზიკური მოვლენების არსებობა;

– რთული მათემატიკური აპარატის საჭიროება;

– პროცესის ხანმოკლეობა;

– ექსპერიმენტული სახის, მათ შორის დარტყმის ძირითადი პარამეტრების გაზომვებთან დაკავშირებული სირთულეები.

დარტყმითი მოვლენების სირთულე გამოწვეულია იმით, რომ შეჯახებისას მყარ ტანებში პირველ რიგში წარმოიშობა დრეკადი და პლასტიკური ტალღები, რომლებიც პირველადი გავრცელების დროს წარმოშობს რხევებს. ეს უკანასკნელნი, თავის მხრივ, წარმოშობს მეორად და ასე შემდეგ მაღალი ფორმის ტალღებსა და რხევებს.

გარდა ზემოაღნიშნულისა, ჯერჯერობით უცნობი კანონე-

ბით ხდება დარტყმის პროცესში ენერგიის ერთი სახის ტრანსფორმაცია სხვა სახეებად. კერძოდ, დარტყმის პირველადი მექანიკური ენერგია გარდაიქმნება სითბურ, ელექტრულ, ელექტრომაგნიტურ, სხივურ და სხვა სახის ენერგიებად, რაც მეტად ართულებს პროცესის მიმდინარეობას და მის შესწავლას. ბუნებრივია, ასეთი და ნაწილობრივ შესწავლილი მოვლენების მათემატიკური ასახვა თავისთავად წარმოადგენს მეტად დიდ სირთულეს, მიუხედავად იმისა, რომ გამოთვლის თანამედროვე ტექნიკა საკმაოდ მაღალ დონეზეა.

ერთ-ერთი დიდი სირთულე აღნიშნული ფიზიკური მოვლენისა არის ის, რომ თვით დარტყმის პროცესი მეტად ხანმოკლეა და გაიზომება წამის $10^{-3}$, $10^{-4}$, $10^{-5}$, $10^{-6}$ და უფრო მცირე დროის მონაკვეთებში.

თეორიული შედეგების შემოწმებისათვის საჭიროა ჩატარდეს სათანადო ექსპერიმენტები, სადაც დიდი სიზუსტით უნდა მოხდეს თვით პროცესის ჩატარება, ძირითადი პარამეტრების: დარტყმის დრო, ძალა, ძაბვა, დეფორმაცია, ტემპერატურა, ელექტრომუხტისა და სხვა გაზომვა-რეგისტრირება. გარდა ზემოაღნიშნულისა, საჭიროა გამზომ მოწყობილობათა სინქრონიზაცია, აპარატურის თავის დროზე გაშვება, გადამწოდების შერჩევა და მათი დამაგრება და ა.შ.

დარტყმით დატვირთვებზე მომუშავე კონსტრუქციების ოპტიმალური დაგეგმარებისათვის საჭიროა დინამიკური დეფორმირების კანონების ცოდნა, ისევე როგორც დრეკადი ტანის სტატიკური დეფორმირების დროს ჰუკის კანონისა.

როგორც ცნობილია, სტატიკური დეფორმაციების დროს ზოგიერთი დრეკად-პლასტიკური მასალის $\sigma = f(\varepsilon)$ დიაგრამა ხასიათდება დენადობის ზღვრით $\sigma_T$. იგივე მასალა დიდი სიჩქარით

გაჭიმვის ან შეკუმშვის დროს შეიძლება იქცეს მყიფე ტანად და მოხდეს მისი დამსხვრევა, რაც იმას ნიშნავს, რომ ტანის ფიზიკური მახასიათებლები დეფორმირების $\dot{\varepsilon}$ ან დატვირთვის $\dot{P}$ სიჩქარის ფუნქცია ყოფილა, რომელიც ჯერჯერობით სუსტადაა შესწავლილი.

ამგვარად, დარტყმის თეორიის ძირითადი სიძნელეთა გადალახვა შესაძლებელი იქნება ექსპერიმენტული და თეორიული კვლევის დონეთა ამაღლებით და, რაც მთავარია, სათანადო მათემატიკური აპარატის განვითარებით.

ქვემოთ განვიხილავთ დარტყმის თეორიის საკითხების მიახლოებითი შესწავლის ზოგიერთ ეფექტურ გზას, რომელიც დარტყმის საინჟინრო თეორიის სახელწოდებით არის ცნობილი.

### 3. დარტყმის საინჟინრო თეორიის მიზნები, ამოცანები და პრობლემები

დარტყმის საინჟინრო თეორიის ძირითად მიზანს შეადგენს ხანმოკლე დინამიკურ-დარტყმით დატვირთვებზე მომუშავე კონსტრუქციებისა და ელემენტების ოპტიმალური დაგეგმარება, რაც, თავის მხრივ, გულისხმობს მასალების მინიმალური ხარჯით მაღალხარისხოვანი, საიმედო და მაღალი ეკონომიკური მაჩვენებლების მქონე მანქანების და ნაგებობების შექმნას.

დარტყმის საინჟინრო თეორია იკვლევს არა მარტო დარტყმის ძალის სიდიდეს, არამედ მის ცვალებადობას დროში, აღნიშნული ძალით გამოწვეულ დეფორმაციებს და ძაბვებს.

დარტყმის საინჟინრო თეორია იკვლევს: კონსტრუქციების დინამიკურ სიმტკიცეს, ეძებს დარტყმით აღძრულ ძაბვებს და ადარებს მათ დასაშვებ ძაბვებს;

დინამიკურ სიხისტეს – დარტყმით აღძრულ დეფორმაციებს ადარებს დასაშვებ დეფორმაციებს;

დინამიკურ მდგრადობას – ადგენს კონსტრუქციის ისეთ ზომებს ან კრიტიკული ძაბვების ისეთ სიდიდეს, რომლის დროსაც ადგილი არ ექნება დარტყმაზე მომუშავე კონსტრუქციის ელემენტთა ფორმის უეცრივ შეცვლას, ე.ი. დინამიკური მდგრადობის დაკარგვას. ამგვარად, ხანმოკლე დინამიკური ტვირთამტანიანობა შეიცავს ზემოჩამოთვლილ გაანგარიშებებს, რათა დაგეგმარებული ახალი მანქანები და ნაგებობანი იყოს მინიმალური მასალატევადობისა, საიმედო, ხარისხიანი და ხასიათდებოდეს მაღალი ეკონომიკური მაჩვენებლებით.

დარტყმის საინჟინრო თეორია ეთარდება და მიისწრაფვის დარტყმის საანგარიშო სქემების /პრაქტიკულად დასაშვებ ზღვრებში/ გამარტივებისაკენ, რათა მიღებულ საანგარიშო ფორმულებს ჰქონდეთ რაც შეიძლება მარტივი, ადვილად გამოსაყენებელი საინჟინრო სახე.

დარტყმის საინჟინრო თეორიას და მის გამოყენებას აქვს მეტად დიდი მნიშვნელობა თანამედროვე სწრაფ და ზესწრაფ მანქანებში, ავიაციაში, რაკეტმშენებლობაში, სამოქალაქო და სამხედრო ხასიათის თავდაცვითი ტექნიკისა და ნაგებობების გაანგარიშება-დაგეგმარების საქმეში.

## 4. დარტყმის თეორიის მოკლე ისტორიული მიმოხილვა

დარტყმის მოვლენის გამოყენების ისტორიულ ნიმუშებს წარმოადგენს: მშვილდ-ისარი, სასროლი ან დამრტყმელი შუბი, ცული, ნალდი, დანა, ჩაქუჩი, ხმალი, საცეცხველა, ხიშტი და სხვა იარაღები, რომლებიც მრავლადაა წარმოდგენილი მსოფლიოს

უძველესი ტომების მატერიალური კულტურის ისტორიაში

დარტყმის მოვლენის პირველი თეორიული შესწავლის ცდა, თანახმად ლიტერატურული წყაროებისა, ეკუთვნის ბერძენ ფილოსოფოსს არისტოტელეს /384-322 წწ ჩვენს ერამდე/, რომელიც "მექანიკის პრობლემებში", სხვა პრობლემებთან ერთად, აყენებს ასეთ საკითხსაც: "რატომაა, რომ ხეზე დიდი ძალით მიბჯენილი ცული მას უფრო ნაკლებად აზიანებს, ვიდრე იგივე ცული დარტყმით".

ხის მორის გაპობის აღნიშნული ამოცანა არისტოტელემ ვერ ამოხსნა მაშინდელი მექანიკის განვითარების დაბალი დონის გამო.

დარტყმის მოვლენების აღწერასა და მის ახსნას დიდ ყურადღებას აქცევდა გამოჩენილი იტალიელი მეცნიერი [1] ლეონარდო და ვინჩი /1452-1519/. მის მიერ დასმული იყო ამოცანა:-"როცა ცდილობ ხის კუნძეროების გადაჭრას, ისინი ადვილად არ ჭიანდებიან, მაგრამ თუ შემოვკრავთ ძირში- ადვილად გადაიკვეთებიან". მან პირველმა განიხილა მყარ ტანთა ურთიერთშეჯახების თეორია და შეეცადა აეხსნა თვით დარტყმის პროცესის ბუნებაც.

იტალიელი მეცნიერი გალილეო გალილეი / 1564-1642/ პირველი იყო, რომელიც შეუდგა დარტყმის მოვლენების ექსპერიმენტულ გამოკვლევებს. იგი ცდილობდა ულიანი სასწორის დახმარებით "აწონა" წყლის ჭავლის დაწოლა-დარტყმა, რომელიც შემდეგში მოახერხა მარიოტმა /1620-1680/.

ჰოლანდიელმა ფიზიკოსმა ჰიუჰენსმა /1629-1695/ მოგვცა დრეკად ბირთვთა შეჯახების სრული თეორია, ლაიბნიცის

მიერ შემოღებული "მოძრაობის რაოდენობის" და "ცოცხალი ძალის" შენახვის იდეების გათვალისწინებით.

მკვლევართა უმეტესობა დარტყმის ძალის ბუნებას აკავშირებდა თვით დამრტყმელი ტანის წონის ძალასთან და დარტყმის ძალის სიდიდის გამოთვლას ცდილობდა "აწონვის" წესით. ჰიუგენსმა და მარიოტმა დარტყმის ძალის წარმოშობა დაუკავშირა დამრტყმელი ტანის მასის მოძრაობის ცვალებადობას. მაგრამ, რადგან მოძრავი მასა იმ დროს გამოიხატებოდა მოძრაობის ორ სხვადასხვა ზომაში, ამიტომ კამათი გაიმართა მხოლოდ იმის შესახებ, თუ მოძრაობის რომელი ზომა უნდა ყოფილიყო ჭეშმარიტი.

ფრანგი გეომეტრისა და ფილოსოფოსის დეკარტეს /1596-1650/ და მისი სკოლის, ეგრეთ წოდებული კარტეზიანელების აზრით, მოძრაობის რაოდენობა $mV$ იყო მოძრაობის ის ერთადერთი განმსაზღვრელი სიდიდე, რომელიც ემორჩილებოდა მოძრაობის მუდმივობის კანონს, ამიტომ, კარტეზიანელების შეხედულებით, დარტყმისუნარიანობა უნდა გამოხატულიყო მოძრაობის რაოდენობით და არა დამრტყმელი ტანის წონით.

გერმანელი მათემატიკოსი და ფილოსოფოსი ლაიბნიცი /1646-1716/ თავის მიმდევრებთან ერთად გამოთქვამდა აზრს იმის შესახებ, რომ სამყაროში მუდმივობის /მარადიულობის/ კანონს ემორჩილება არა "მოძრაობის რაოდენობა $mV$", არამედ "ცოცხალი ძალა"- ენერგია, ამიტომ დამრტყმელი ტანის, როგორც მოძრავი მასის, დარტყმისუნარიანობის გამომხატველ ზომას წარმოადგენს კინეტიკური ენერგია $\frac{mV^2}{2}$.

დარტყმის თეორიის ჩამოყალიბებაში დიდი წვლილი მიუძღვის დიდ ინგლისელ მათემატიკოსსა და ასტრონომს ნიუტონს

/1642-1727/, რომელიც დადებითად აფასებდა რენისა /1632-1723/ და ვალისის /1616-1703/ ნაშრომებს [2] დარტყმის თეორიის საკითხებზე. კერძოდ, ვალისმა განიხილა როგორც ცენტრალური, ასევე ირიბი- ექსცენტრული დარტყმები , რამაც იგი მიიყვანა მყარი ტანის დინამიკისათვის მეტად საინტერესო ცნების- დარტყმის ცენტრის აღმოჩენამდე.

ნიუტონმა შემოიღო აღდგენის კოეფიციენტის ცნება. ეს მოვლენა პირველი ცდა იყო კლასიკური მექანიკის შემობრუნებისა რეალური ტანების ფიზიკურ თვისებათა გათვალისწინებისაკენ.

აღნიშნული კოეფიციენტის შემოღებით მოხერხდა დრეკადი და ნახევრად დრეკადი შეჯახებული მასების შესწავლა. მოიძებნა არეკვლის სიჩქარეები; კერძოდ აღნიშნული შემთხვევებისათვის გამოიყვანა ენერგიის დანაკარგის ფორმულა და სხვა.

აქვე უნდა აღინიშნოს, რომ გ.ნ.რაზმაძის [3] და ე.ვ.ალექსანდროვის [4]მოსაზრებებით, აღდგენის კოეფიციენტის რიცხვითი სიდიდის მნიშვნელობა დამოკიდებულია არა მარტო მასალასა და დარტყმის სიჩქარეზე, არამედ -შეჯახებულ ტანთა ფორმაზეც ჩვენი აზრით, გარდა ზემოხსენებულისა, აღდგენის კოეფიციენტის სიდიდე დამოკიდებულია შეჯახებული მასალების კინეტიკური ენერგიის სხვა სახის ენერგიებად ტრანსფორმაციის უნარზე /სითბური, ელექტრული, ელექტრო-მაგნიტური, სხივური და სხვ./. გარდა ზემოაღნიშნულისა, აღდგენის კოეფიციენტის სიდიდე დამოკიდებულია შეჯახების ფარდობითი სიჩქარის სიდიდეზე. დიდი ფრანგი მეცნიერი, მათემატიკოსი, მექანიკოსი და ფიზიკოსი პუასონი /1781-1840/

პირველი იყო, რომელიც შეეხო დრეკადი ღეროების შეჯახების პრობლემის შესწავლას. იუნგმა [5] პირველმა მიიღო დარტყმით აღძრული ზედაპირული ძაბვების გამოსათვლელი ანალიზური გამოსახულება, რომელსაც დღესაც დიდი გამოყენება აქვს. დრეკად ტანთა ურთიერთთან შეჯახების ამოცანებზე მუშაობდნენ ნავიე, სენ-ვენანი [6], ბუსინესკი [7], კლებში [8]. ამ მიმართულებით მეტად საინტერესოა აღინიშნოს ე.ლ.ნიკოლაის ნაშრომი [9].

დარტყმის დროს ადგილობრივი დეფორმაციების წარმოშობის საკითხი პირველად განიხილა ჰერცმა [10].

ჰერცის თეორიის ექსპერიმენტული დასაბუთება და შემდგომი განვითარება ეკუთვნის განთქმულ საბჭოთა მეცნიერს ა.ნ. დინნიკს [11, 12 13, 14] ამ მიმართულებით აღსანიშნავია აგრეთვე ბერგერის [15], ნ.შტაერმანის [16,17], ნ.ი.მუსხელიშვილის [18], ნ.ა.კილჩევსკის კაპიტალური ნაშრომები [19] და სხვა.

დრეკად ტანთა ურთიერთთან შეჯახების საკითხში სენ-ვენანის თეორია ემყარებოდა მხოლოდ მოცულობითი ხასიათის დეფორმაციებს და გამორიცხავდა ადგილობრივი სახის დეფორმაციებს. ჰერცის თეორია კი, პირიქით, ითვალისწინებდა მხოლოდ ადგილობრივ დეფორმაციებს და გამორიცხავდა მოცულობითი სახის დეფორმაციებს. ფაქტიურად დარტყმის დროს საჭირო გახდა ამ ორი თეორიის ინტეგრაცია, რომელიც პირველად სირსმა [20] დაამუშავა, ხოლო ამ საკითხის ამოხსნის მათემატიკური მხარე, ოპერაციული აღრიცხვის გამოყენებით, განვითარების ახალ საფეხურზე აიყვანა საბჭოთა მეცნიერმა ნ.ა.კილჩევსკიმ [19].

თავის ნაშრომში "თეორიული მექანიკის შესავალი" პონსელე /1788-1867/ პირველმა ჩამოაყალიბა დრეკადი ძალის მუშა-

ობის ცნების ფორმულირება, განიხილა რა უწონადი დრეკადი ძელის /კოჭის/ დარტყმის ამოცანა. მან ამით 1829 წელს საფუძველი ჩაუყარა დარტყმის ენერგეტიკულ თეორიას [21]. აღნიშნული საინჟინრო თეორიის საფუძვლის ჩაყრას დიდად შეუწყო ხელი ენერგიის შენახვისა და გარდაქმნის კანონების ექსპერიმენტულმა დასაბუთებამ მაიერის /1814-1878/ და ჰელმჰოლცის /1821-1894/ მიერ [22, 23]

პონსელეს მიერ მიღებული შედეგები ხასიათდება ნაკლები სიზუსტით, რადგან მან ვერ გაითვალისწინა თვით ძელის საკუთარი მასის გავლენა.

საკუთარი მასის გავლენა ცდების საფუძველზე პირველად გაითვალისწინა ტრედგოლდმა, ხოლო საკუთარი მასის გამთვალისწინებელი განზოგადებული ფორმულა კოქსმა [24] მიიღო.

ძელის განაწილებული მასის გავლენა უფრო სრულყოფილად შეისწავლა სენ-ვენანმა [25].

საინტერესო კვლევა ჩაატარეს იაპონელმა მეცნიერებმა ტუციმ და ნიშიოდამ [26], რომლებმაც ექსპერიმენტულად დაამტკიცეს, რომ დარტყმის დროს ტანი ძელს აწვება არა მონოტონურად-უწყვეტად, არამედ ახდენს მასზე რამდენიმე განმეორებით დარტყმასა და არეკვლას. ამ საკითხის განხილვის ახლებური ცდა მოცემულია ლ.ი.მალამენტის [27] შრომაში, ხოლო მისი შედარებით ზუსტი გადაწყვეტა- ს.ტიმოშენკოს [28] ნაშრომში.

ზემოთ შევეხეთ კერძო საკითხების განხილვას დარტყმის თეორიიდან. ინტერესმოკლებული არ იქნება, თუ გავეცნობით

დარტყმის დინამიკური დრეკადობის თეორიაში შესრულებულ ზოგიერთ შედარებით ზუსტ მეთოდს.

დინამიკური დრეკადობის თეორიის ძირითადი განტოლებანი, რომლებიც გამოყენებას პოულობენ დარტყმით აღძრული დრეკადი ტალღების შესწავლის საქმეში, პირველად ჩამოაყალიბა ლამემ [29], რომელზე დაყრდნობითაც რელეიმ, ლამბმა და ლიავემ შეძლეს დარტყმით აღძრული ზოგიერთი სახეობის ტალღების გავრცელების კანონზომიერების დადგენა. აღნიშნულ ტალღებს, მათი მეტად დიდი მნიშვნელობის გამო, წოდებათ: რელეის ტალღა, ლიავეს ტალღები და სხვა. ამ მიმართულებით აღსანიშნავია საბჭოთა მეცნიერების ს.ლ.სობოლევისა და ვ.ი.სმირნოვის [30, 31, 32] ნაშრომები.

დარტყმით აღძრული ტალღების გავრცელების კანონზომიერების გამოკვლევის საქმეში დიდ ყურადღებას იმსახურებს ქართველი მეცნიერის ვ.ლ.კუპრაძის მონოგრაფიული ხასიათის კაპიტალური ნაშრომი [33], აგრეთვე ლ.გ.მაღნარაძის და ვ.გ. ტოტლაძის სტატიები [34, 35, 36, 37]

დარტყმის თეორიის განვითარების ერთ-ერთ თანამედროვე საფეხურს საფუძველი ჩაუყარა საბჭოთა მეცნიერის ხ.ა. რახმატულინის შესანიშნავმა შრომებმა [38, 39, 40, 41]. ამ მიმართულებით საინტერესო შედეგები აქვთ მიღებული სხვა ავტორებსაც [42, 43, 44, 45].

დარტყმის თეორიის განვითარების ეს ახალი საფეხური საინტერესოა იმით, რომ იგი ემყარება დარტყმით აღძრულ არა მარტო ტანის დრეკადობის თვისებებს, არამედ მის დრეკად- პლასტიკურ სტადიაში მუშაობასაც აქ აღმოჩენილია როგორც დატვირთვის ტალღები, რომლებიც ცვალებადი

სიჩქარით ვრცელდება, ასევე განტვირთვის ტალღები

დარტყმის თეორიის განვითარების ახალ, თანამედროვე საფეხურად უნდა მივიჩნიოთ საბჭოთა მეცნიერის ა.რ. რჟანიცინის [46, 47] და სხვათა ნაშრომები [48, 49].

დარტყმის თეორიის განვითარების მეტად საინტერესო და აქტუალურ მიმართულებად უნდა მივიჩნიოთ თვით დასარტყმელი მასალების ფიზიკურ-მექანიკური თვისებების ცვალებადობა, რომელთა ცოდნის გარეშე შეუძლებელია დარტყმით დატვირთვებზე მომუშავე მანქანების - მისი ნაწილების ოპტიმალური დაგეგმარება.

ამ მიმართულებით შესრულებულია განსაზღვრული სამუშაოები [50, 51, 52, 53].

საინტერესო სამუშაოა შესრულებული დარტყმის საინჟინრო თეორიაში, კერძოდ, დინამიკურ ხანმოკლე მდგრადობის პრობლემებზე გ.ნ.რაზმაძისა და ო.ი.კაციტაძის მიერ [54, 55, 56, 57].

დარტყმის საკითხების ისტორიული მიმოხილვა მოცემულია ი.მ.რაბინოვიჩის [58 , 59], ს.ო. დობროგურსკის [60], ნ.ა. კილჩევსკის [19] და სხვათა [61, 62, 63, 64] ნაშრომებში.

## 5. დარტყმის თეორიები და მათი პრობლემები

დარტყმის საკითხისა და მისი პრობლემების შესწავლა ძირითადად ემყარება სამი სახის თეორიას და მათგან გამომდინარე სათანადო მეთოდებს. ესენია:

- დარტყმის ენერგეტიკული თეორია;
- დარტყმის რხევითი თეორია;
- დარტყმის ტალღური თეორია;

- დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის ზოგიერთი ასპექ-
ტი და სხვა.

დ ა რ ტ ყ მ ი ს  ე ნ ე რ გ ე ტ ი კ უ ლ ი  თ ე ო რ ი ა ემყარება მეცნიერულად დასაბუთებულ იმ მოსაზრებას, რომ კინეტიკური ენერგია განსაზღვრულ პირობებში შეიძლება ნაწილობრივ ან მთლიანად გადავიდეს მის ეკვივალენტურ ერთ ან რამდენიმე სხვა სახის ენერგიაში.

უმარტივეს შემთხვევაში დარტყმის დროს დარტყმამდე მოძრავი მასის კინეტიკური ენერგია $U$ თვით დარტყმის პროცესში შეიძლება გადავიდეს დეფორმაციის პოტენციურ ენერგიად $\Pi$, რომელიც დარტყმის პროცესში გროვდება შეჯახებულ ტანებში. მათემატიკურად აღნიშნული მოვლენა გამოისახება ტოლობით:

$$\Pi = U. \qquad /0.137/$$

დარტყმის კინეტიკური ენერგია ზოგადად გამოისახება ფუნქციით

$$U = \varphi_1(m_1, m_2, V_{12}), \qquad /0.138/$$

სადაც $m_1$ არის პირველი ტანის მასა;

$m_2$ - მეორე ტანის მასა;

$V_{12}$ - ფარდობითი სიჩქარე,

დარტყმის პოტენციური ენერგია შეიძლება გამოისახოს დარტყმის მაქსიმალური ძალით $P_{max}$, დეფორმაციით $\delta_{max}$, მაქსიმალურ ძაბვით $(\sigma_{max}, \tau_{max})$, მაქსიმალური მღუნავი მომენტით $M_{max}$, და ა.შ.

თუ /0.137/ ფორმულაში გავითვალისწინებთ აღნიშნულს, შესაძლებელია მივიღოთ ერთუცნობიანი განტოლებები:

$$\left.\begin{aligned}
\varphi_2(P_{max}) &= \varphi_1(m_1, m_2, V_{12});\\
\varphi_3(\delta_{max}) &= \varphi_1(m_1, m_2, V_{12});\\
\varphi_4(\sigma_{max}) &= \varphi_1(m_1, m_2, V_{12});\\
\varphi_5(\tau_{max}) &= \varphi_1(m_1, m_2, V_{12}).
\end{aligned}\right\} \qquad /0.139/$$

ამრიგად, დარტყმის ენერგეტიკულ თეორიას საფუძვლად უდევს, ერთი მხრივ, ენერგიის მარადიულობისა და მისი გარდაქმნის კანონი, ხოლო მეორე მხრივ, კინეტიკური და დეფორმაციის ენერგიის გაზომვის აუცილებლობა[X]

აღნიშნული თეორიის დადებითი მხარეა მისი სიმარტივე, ხოლო უარყოფითი გამოიხატება იმით, რომ იგი ვერ ასახავს დარტყმის პროცესს დროში.

დარტყმის დროს აღძრული ზოგიერთი ფაქტორის გამოთვლის პირველი მეთოდები ენერგეტიკული თეორიის საფუძველზე მოგვცეს პონსელემ [21] და კოქსმა [24]. ქვემოთ განხილული იქნება აღნიშნული თეორიის განზოგადების ზოგიერთი მაგალითი.

**დარტყმის რხევების ანუ ვიბრაციული თეორიის საფუძვლები** დამრტყმელი ტანი შესაძლებელია წარმოდგენილ იქნეს, როგორც ერთ ან რამდენიმე წერტილში შეკუმშული /თავმოყრილი/ ნივთიერი მასა, რომელიც გარკვეული დროის განმავლობაში შეხებაში იმყოფება დარტყმის ობიექტთან. ამ გაგებით დარტყმა წარმოდგენილია, როგორც დამყარებული რხევის კერძო სახე, რომელიც მცირე დროის მონაკვეთში მიმდინარეობს.

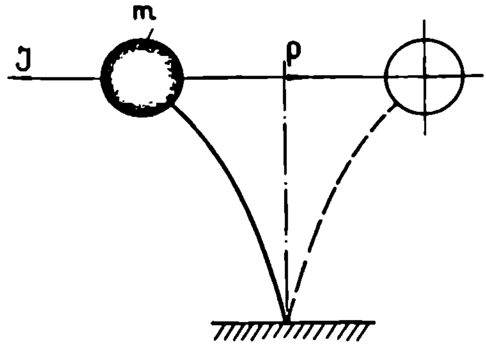
დამყარებული თავისუფალი რხევაა, მაგალითად, "უწონო" დრეკადი ღეროს ბოლოზე დამაგრებული $m$ მასის რხევა /ნახ.0.60/, რომლის დროსაც განუწყვეტლივ წარმოებს კინეტიკური ენერგიის გარდაქმნა ღეროს დრეკადი დეფორმაციის პოტენციურ ენერგიაში და პირიქით. ენერგიის აღნიშნული ტრანსფორმაცია ერთი ფორმიდან მეორეში ხასიათდება ღეროს დრეკადი ძალის $P$ და მერხევი მასის

---

X თანამედროვე კვლევებმა გვიჩვენა, რომ დარტყმის დროს კინეტიკური ენერგიის მცირე ნაწილი გადადის ელექტრულში. აღნიშნული ეფექტი შედარებით მეტია დიელექტრული მყარი ტანების შეჯახების დროს.

ინერციის ძალებით $J$.
ეს ძალები რიცხობრივად დროის ყოველ მომენტში ურთიერთის ტოლია, ხოლო მიმართულებით- ურთიერთის საწინააღმდეგო. რხევითი /ვიბრაციის/ თეორიის ძირითადი მათემატიკური არსი გამოიხატება ტოლობით

$$J = P. \qquad /0.140/$$




ნახ.0.60

აღნიშნული განტოლება მოითხოვს ორივე ძალის გამოსახვას შესაბამის სიდიდეებში.

ნიუტონის კანონის თანახმად

$$J = a \cdot m, \qquad /0.141/$$

სადაც $a$ მასის აჩქარებაა.

ნიუტონის ამ გამოსახულებას ეილერმა მისცა ანალიზური სახე დიფერენციული ფორმით

$$J = -m \cdot \frac{d^2\delta}{dt^2}, \qquad /0.142/$$

სადაც $\delta$ არის მასის ცენტრის გადაადგილება;
$t$ - დრო.

აღნიშნული განტოლებები საკმარისი არ იყო დრეკადი სისტემების რხევითი პროცესების ასახსნელად, რადგან განტოლებაში შემავალ უცნობთა რიცხვი მეტი იყო განტოლებათა რაოდენობაზე. საჭირო გახდა მერხევი სისტემის დრეკადი $P$ ძალისა და მისი შესაბამისი დრეკადი გადაადგილების ურთიერთთან დაკავშირება, რაც ფრანგი მეცნიერის ლაგრანჟის /1736-1813/ დამსახურებაა.

დარტყმის საინჟინრო თეორიის საკითხების შესწავ-
ლაში რხევითი თეორიით პირველად ისარგებლა ფრანგმა მეც-
ნიერმა სენ-ვენანმა [25 65].

მრავალი შეყურსული მასის მქონე "უწონო" ძელზე დარტყმის პრობლემა რხევითი თეორიის გამოყენებით დაიყვანა ქ.ს.ზავრიევმა [66], მანვე დაამუშავა მისი ამოხსნის მეთოდი-კა. აღნიშნული პრობლემის საბოლოო დამუშავება და მისი გა-ნზოგადება ეკუთვნის გ.ნ.ქარცივაძეს [67 68].

დარტყმის ვიბრაციული თეორიის გამოყენებით გ.ნ. რაზმაძის მიერ გამოყვანილ იქნა დარტყმის საანგარიშო "დი-ნამიკური კოეფიციენტის" მნიშვნელობა ენერგეტიკული თეორიის საფუძველზე პონსელესა და კოქსის მსგავსად [69]

ანალოგიური საკითხების განხილვას რხევითი თეორიის გამოყენებით ვხვდებით ნ.კ. სნიტკოს წიგნში [70]. დარტყ-მის რხევითი თეორიის თანამედროვე მიღწევად ითვლება ეგ-რეთ წოდებული ადგილობრივი დეფორმაციების გათვალისწინება დარტყმითი მოვლენების შესწავლის დროს.

ამ მიმართულებით დიდ ინტერესს იწვევს იაპონელი მეცნიერების ცუციასა და ნიზიოდას [26], აგრეთვე ს.პ. ტი-მოშენკოს [28], ნ.ნ. დავიდენკოს [71], ნ.ა.კილჩევსკის [19] შრომები. ყურადღებას იმსახურებს აგრეთვე გ.ნ.ქარცი-ვაძის ნაშრომი [67], რომელიც ითვალისწინებს არა მარტო ადგილობრივი ხასიათის დეფორმაციებს, არამედ ძელზე დამაგ-რებული რამდენიმე შეყურსული მასის გავლენასაც.

თანახმად დარტყმის რხევითი თეორიისა, ჩვეულებრივ, ჯერ საზღვრავენ დრეკად დეფორმაციებს, ხოლო შემდეგ გადადი-ან დარტყმის ძალისა და სხვა ფაქტორების განსაზღვრაზე. წი-ნამდებარე ნაშრომში მოცემულია პირველი ცდები იმისა, რომ

შედგეს არა მხოლოდ დეფორმაციების, არამედ დარტყმის ძალის, მღუნავი მომენტისა და მგრეხი მომენტის გამომწვევი დიფერენციული განტოლებებიც [3].

რხევითი /ვიბრაციული/ თეორიის დადებითი მხარე, ენერგეტიკულ თეორიასთან შედარებით, მდგომარეობს იმაში, რომ იგი საშუალებას გვაძლევს ავხსნათ დარტყმის პროცესი დროში. ნაკლად უნდა ჩაითვალოს ის, რომ რხევითი თეორია ვერ ითვალისწინებს დარტყმით აღძრული ტალღების გავრცელებას დროში.

## დარტყმის ტალღური თეორია

როგორც ფიზიკიდან ცნობილია, დარტყმით აღძრული დრეკადი ტალღების გავრცელების სიჩქარე განსაზღვრულ გარემოში დამოკიდებულია გარემოს სიმკვრივესა $\rho$, დრეკადობის მოდულზე $E$ და არა შეჯახებული სხეულების ფარდობით სიჩქარეზე. იგულისხმება, რომ სხეულების დეფორმირება ხდება დრეკადობის ფარგლებში.

მაგალითად: მცირე სიჩქარით მოვახდენთ ლითონის ბოლოზე დარტყმას[x] თუ დიდი სიჩქარით, სულ ერთია, დრეკადი ტალღები ლითონის გასწვრივ გავრცელდება ერთი და იმავე $C$ სიჩქარით.

დარტყმით აღძრული ტალღების გავრცელების სიჩქარე თუ განსაზღვრული გარემოსათვის სტაბილურია, სამაგიეროდ, შესაძლებელია ცვალებადი იყოს ტალღათა ამპლიტუდის სიდიდე. აღ-

---

x ლაპარაკია დარტყმებზე დრეკადობის ფარგლებში. თუ ფაქტიური დარტყმების დროს ადგილი აქვს პლასტიკურ დეფორმაციებს, მაშინ პლასტიკური დეფორმაციის ტალღების გავრცელების სიჩქარე დაახლოებით შეადგენს დრეკადი ტალღის გავრცელების სიჩქარის 40–50%-ს.

ნიშნული გაგებით არსებობს დარტყმის სუსტი და ძლიერი ტალღები, რომელთა სიდიდე დამოკიდებულია დარტყმის სიძლიერესა და დარტყმის აღძვრის ადგილიდან მის დაშორებაზე.

რაიმე უწყვეტი გარემოს $(X, Y, Z)$ წერტილის მცირე სიდიდის $(U, V, W)$ დეფორმაციული გადაადგილებანი აისახება დრეკადობის თეორიის დიფერენციული განტოლებებით:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} + \frac{\partial X_z}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 U}{\partial t^2};\\
\frac{\partial Y_x}{\partial x} + \frac{\partial Y_y}{\partial y} + \frac{\partial Y_z}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 V}{\partial t^2};\\
\frac{\partial Z_x}{\partial x} + \frac{\partial Z_y}{\partial y} + \frac{\partial Z_z}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 W}{\partial t^2},
\end{aligned}\right\} \qquad /0.143/$$

სადაც:

$$\begin{aligned}
&X_x;\ X_y;\ X_z;\\
&Y_x;\ Y_y;\ Y_z;\\
&Z_x;\ Z_y;\ Z_z
\end{aligned}$$

ნორმალური და მხები ძაბვებია, რომლებიც დარტყმითი ტალღების გავრცელების შედეგად ვითარდება $(X, Y, Z)$ წერტილის, როგორც ცენტრის, ირგვლივ პირობით გამოკვეთილ უსასრულო მცირე ზომების მქონე კუბის წახნაგებზე;

$\rho$ – გარემოს სიმკვრივე ანუ ერთეული მოცულობის მასა;

$t$ – დარტყმის დრო.

რაც შეეხება მოცულობით ძალებს, ისინი/გარდა ინერციის ძალებისა/ /0.143/ განტოლებაში უგულებელყოფილია.

იმ მიზნით, რომ მოძრაობის დიფერენციული განტოლებები გამოდგეს დარტყმით აღძრული ფაქტორების შესასწავლად, საჭიროა წინასწარი ცოდნა იმისა, თუ როგორი ფუნქციური დამოკიდებულება არსებობს დარტყმით აღძრულ ძაბვებსა და ამ

ძაბვების შესაბამის ფარდობით დეფორმაციებს შორის. მეცნიერების განვითარების თანამედროვე დონეზე აღნიშნული პრობლემა ჯერჯერობით გადაუჭრელია და ამიტომ საჭიროა სათანადო კრიტიკული ექსპერიმენტების დაყენება.

გარდა ზემოაღნიშნულისა, დარტყმის ტალღური თეორიის მათემატიკური ხასიათის სირთულე მდგომარეობს სათანადო დიფერენციალური განტოლებების არა მარტო შედგენაში, არამედ ისეთი სახის ინტეგრალების მოძებნაში, რომლებიც დააკმაყოფილებს როგორც მოცემულ დიფერენციალურ განტოლებებს, ასევე სათანადო საწყის და სასაზღვრო პირობებს / გამომდინარე კონკრეტული ამოცანის თავისებურებებიდან/.

ტალღური და ნებისმიერი სხვა თეორიების საფუძველზე ამოცანების გადაწყვეტა კიდევ უფრო რთულდება, როდესაც დარტყმით აღძრულ ძაბვებსა და დეფორმაციებს შორის ფუნქციური დამოკიდებულება არაწრფივია, განსაკუთრებით კი მაშინ, როცა ადგილი აქვს დრეკად-პლასტიკურ დეფორმაციას.

## დ ა რ ტ ყ მ ი ს ე ნ ე რ გ ო ტ ა ლ ღ უ რ ი თ ე ო რ ი ა

ისტორიულად ცნობილია, რომ ძალის ცნება პირველად წარმოდგენილ იქნა სიმძიმის ძალით, რაც სრულიად საკმარისია მექანიკის სტატიკური ამოცანების გადაწყვეტისათვის.

მეცნიერებისა და ტექნიკის შემდგომმა განვითარებამ განაპირობა: სწრაფი და ზესწრაფი მანქანების, მათ შორის თვითმფრინავებისა და რაკეტების, შექმნა, რამაც მოითხოვა თეორიული და ექსპერიმენტული დინამიკის განვითარება.

უნდა აღინიშნოს, რომ დინამიკაში ძალებისა და ძაბვების განსაზღვრა წარმოადგენს მეტად რთულ პრობლემას და

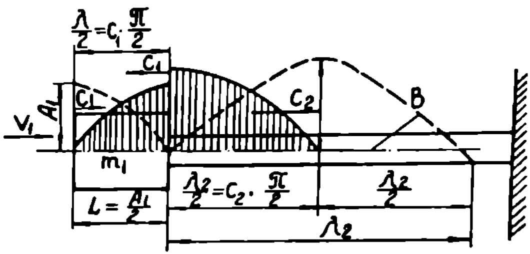
ამიტომ საჭიროდ მიგვაჩნია დინამიკურ დატვირთვებზე მომუშავე კონსტრუქციების ტვირთამტანიანობის განსაზღვრის სხვა გზების ძიება.

ზემოაღნიშნულის საფუძველზე, დიდ თეორიულ და პრაქტიკულ ინტერესს წარმოადგენს ენერგეტიკული მეთოდის საფუძველზე მასალებისა და კონსტრუქციების დინამიკური ტვირთამტანიანობის განსაზღვრა.

აღნიშნული მეთოდის არსი მდგომარეობს შემდეგში:

დარტყმის დროს, როგორც ცნობილია, წარმოიშობა დრეკადი ან პლასტიკური ტალღები, რომლებიც ვრცელდება დასარტყმელ ტანებში განსაზღვრული C სიჩქარით.

აღნიშნულ ტალღებს გააჩნია სათანადო სიგრძე $\lambda$, ამპლიტუდა $A$ და დარტყმის კინეტიკური ენერგია $U_1=\frac{m_1V_1^2}{2}$, რომელიც ფაქტიურად ნაწილდება /ნახ.0.61/ დამრტყმელ $m_1$ მასაზე და $B$ ღეროზე. თუ გავითვალისწინებთ, რომ დამრტყმელი




ნახ.0.61

ტანის დიდი სიხისტის შემთხვევაში ძირითადად დარტყმის მთლიანი ენერგია გადაეცემა $B$ ღეროს, მაშინ მისი ტვირთამტანიანობის განმსაზღვრელი ფაქტორი / ძალების გარეშე/ იქნება

ხვედრითი ენერგია $\sigma_U$, რომელიც მოდის დარტყმის ტალღით მოცული ღეროს ერთეულ მოცულობაზე

$$\sigma_U^{საშ} = \frac{U_1}{W_2}, \qquad /0.144/$$

სადაც $U_1 = \frac{m_1 V_1^2}{2}$ არის დარტყმის კინეტიკური ენერგია;

$W_2$ - დარტყმის ტალღით მოცული B ღეროს მოცულობა.

თუ გავითვალისწინებთ, რომ:

$$W_2 = \lambda_2 \cdot F_2, \qquad /0.145/$$

$$\lambda_2 = C_2 \cdot \tau_2, \qquad /0.146/$$

$$\tau_2 = \frac{L_2}{C_2}, \qquad /0.147/$$

მაშინ /0.144/ მიიღებს სახეს

$$\sigma_U^{საშ} = \frac{m_1 \cdot V_1^2}{2F_2 \cdot L_2}. \qquad /0.148/$$

თუ მივიღებთ, რომ $m_1 = \frac{G_1}{g}$,

/0.148/ ექნება საბოლოო სახე

$$\sigma_U^{საშ} = \frac{G_1 \cdot V_1^2}{2 \cdot F_2 \cdot L_2 \cdot g}. \qquad /0.149/$$

მიღებული ფორმულა საშუალებას გვაძლევს განისაზღვროს საშუალო ხვედრითი ენერგიის სიდიდე.

სინუსოიდური კანონით ენერგიის განაწილების დროს მაქსიმალური ხვედრითი ენერგია იანგარიშება

$$\sigma_U^{max} = \frac{\pi \cdot m_1 V_1^2}{4 \cdot F_2 L_2}. \qquad /0.150/$$

ენერგოტალღური მეთოდით ტვირთამტანიანობის განსაზღვრა მოითხოვს შემდგომ სათანადო კვლევას.

## ნ. დარტყმითი კუმშვა და გაჭიმვა

### ა. აბსოლუტურად მყარი ტანის დარტყმა უწონო დრეკად სისტემებზე

აღნიშნული ტიპის ამოცანებს მიეკუთვნება ისეთი ამოცანები, როდესაც დამრტყმელი ტანი /მასა/ წარმოადგენს აბსოლუტურად მყარ /უდეფორმადო/ , ხოლო დარტყმის მიმღები კონსტრუქცია-უწონო აბსოლუტურად დრეკად /დეფორმად/სისტემას.

როდესაც დამრტყმელი ტანი აბსოლუტურად მყარია, მაშინ, დარტყმის თვალსაზრისით, საინტერესოა მხოლოდ მისი $M$ მასის სიდიდე, ფარდობითი დარტყმის სიჩქარე $V$ და მისი მიმართულება. თუ დარტყმის მიმღები კონსტრუქცია /გარემო/ აბსოლუტურად დრეკადია, მაშინ საინტერესოა მხოლოდ დამოკიდებულება დარტყმის ძალასა და ამ ძალით გამოწვეულ დრეკად გადაადგილება-დეფორმაციის შორის. იგულისხმება, რომ აღნიშნული ფუნქციური დამოკიდებულება წინასწარ არის მოცემული ზოგადი სახით

$$\delta = f(P); \qquad /0.151/$$

$$P = F(\delta), \qquad /0.152/$$

სადაც $\delta$ არის დრეკადი სისტემის დეფორმაცია;

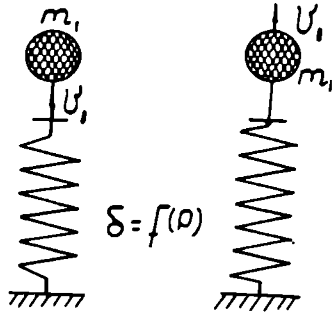
$P$ – დარტყმის ძალა.

დარტყმითი კუმშვა-გაჭიმვის საანგარიშო სქემა მოყვანილია ნახ.0.62, სადაც დრეკადი კონსტრუქცია მოცემულია კლაკნილი ხაზის სახით, ხოლო დამრტყმელი ტანი წარმოადგენს $m_1$ მასის სფეროს, რომელსაც გააჩნია ფარდობითი სიჩქარე $V_1$.

მარცხენა სქემა წარმოადგენს დარტყმით კუმშვას, ხოლო მარჯვენა–დარტყმით გაჭიმვას.

დარტყმის ძალის სიდიდე, მისი ცვალებადობა დროში ძირი-

დიდად დამოკიდებულია შე-საჯახებელ სხეულების ფიზიკურ-მექანიკურ /ტალღის გავრცელების სიჩქარე, დრეკადობის მოდული და სიმკვრივე/, გეომეტრიულ პარამეტრებზე/სიგრძე,დიამეტრი, სიგანე, სისქე, ფორმა/, დამრტყმელი ტანის მასაზე $m_1$ და მის ფარდობით სიჩქარეზე $V_1$.




ნახ.0.62

რაც უფრო ხისტია შესაჯახებელი სხეულები, მით უფრო მცირე დროში ხდება დარტყმის პროცესი და ხასიათდება შედარებით დიდი ძალებით.

აღნიშნული საკითხის გაშუქება შესაძლებელია თეორიული მექანიკიდან ცნობილი დამოკიდებულებით

$$m_1(V_1-V_2)=\int_0^{\tau} P\,dt. \qquad /დ.153/$$

აღნიშნული განტოლების ამოხსნისათვის საჭიროა ვიცოდეთ დარტყმის ძალის ფუნქციის $P=\varphi(t)$ სახე და ინტეგრირების ფარგლები, კერძოდ, დარტყმის პროცესის ხანგრძლივობა $\tau$.

### ბ. დარტყმის ძალისა და დეფორმაციის გამოთვლის მეთოდიკა ენერგეტიკული თეორიის საფუძველზე

როდესაც მასა $m_1$ მკუმშავ დარტყმით დატვირთვას ახორციელებს ღეროს ბოლოზე და ცნობილია $\delta_2=f(P)$

ან $P_1 = F(\delta_2)$ ფუნქციის ზოგადი გამოსახულებანი, მაშინ დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის საფუძველზე /C.137/

$$\Pi_2 = U_1 \,, \qquad /0.137/$$

სადაც

$$\Pi_2 = \int_{\delta_0}^{\delta_{max}} P_1 \, d\delta_2 \qquad /0.154/$$

ან

$$\Pi_2 = \int_{P_0}^{P_{max}} P_1 \, d\delta_2 \qquad /0.155/$$

და

$$U_1 = \frac{1}{2} m_1 \cdot V_1^2 \qquad /0.156/$$

თუ /0..137/-ში ჩავსვამთ /0.154/-ს და გავითვალისწინებთ, რომ $d\delta = f'(P)dP$ დეფორმაციის ხარისხოვანი ფუნქციის შემთხვევაში

$$\delta_2 = \alpha_2 \, P_1^n \qquad /0.157/$$

აქედან

$$P_1 = \left(\frac{\delta_2}{\alpha_2}\right)^{\frac{1}{n}} \qquad /0.158/$$

დეფორმაციისა და დარტყმის ძალის განტოლებები ასეთ სახეს მიიღებს:

$$\int_{\delta_0}^{\delta_{max}} \left(\frac{\delta_2}{\alpha_2}\right)^{\frac{1}{n}} d\delta_2 = U_1 \qquad /0.159/$$

და

$$\int_{P_0}^{P_{max}} P_1 \cdot \alpha_2 \cdot n \cdot P_1^{n-1} \cdot dP = U_1 \,, \qquad /0.160/$$

საიდანაც მაქსიმალური დეფორმაცია და დარტყმის ძალა

$$\delta_{2max} = \left[\frac{n+1}{n} U_1 \cdot \alpha_2^{\frac{1}{n}} + \delta_{20}^{\frac{n+1}{n}}\right]^{\frac{n}{n+1}} ; \qquad /0.161/$$

$$P_{1max} = \left[\frac{n+1}{\alpha_2 \cdot n} \cdot U + P_{10}^{n+1}\right]^{\frac{1}{n+1}}.. \qquad /0.162/$$

აქ $\alpha_2 = \frac{l_2}{E_2 F_2}$ არის დრეკადი გარემოს დამყოლობა, ანუ ერთეული ძალის მიერ გამოწვეული დეფორმაცია კუმშვა-გაჭიმვის დროს;

$n$ – მთელი ან წილადი დადებითი რიცხვი;

$\delta_{20}$ – დრეკადი გარემოს წინასწარი დრეკადი დეფორმაცია;

$P_{10}$ – დრეკად გარემოზე წინასწარ /დარტყმამდე/ მოქმედი ძალა;

$\alpha_2$, $l_2$, $E_2$, $F_2$ – დრეკადი გარემოს დამყოლობა, მისი სიგრძე, დრეკადობის მოდული და განივკვეთის ფართობი.

თუ დრეკად გარემოზე წინასწარ ძალა $P_{10}=0$ არ მოქმედებს, ე.ი. $\delta_{20}=0$, მაშინ /0.161/, / 0.162 / ფორმულები მიიღებს სახეს

$$\delta_{2max} = \left[\frac{n+1}{n} \cdot U_1 \cdot \alpha_2^{\frac{1}{n}}\right]^{\frac{n}{n+1}} ; \qquad /0.163/$$

$$P_{1max} = \left[\frac{n+1}{\alpha_2 \cdot n} \cdot U_1\right]^{\frac{1}{n+1}} \qquad /0.164/$$

როდესაც $n=1$, ე.ი. დეფორმაციასა და ძალას შორის არსებობს წრფივი ფუნქციური დამოკიდებულება, მაშინ /0.163/ და /0.164/ გამოსახულებები მარტივდება

$$\delta_{2max} = \sqrt{2\alpha_2 \cdot U_1} , \qquad /0.165/$$

$$P_{1max} = \sqrt{\frac{2U_1}{\alpha_2}} \qquad /0.166/$$

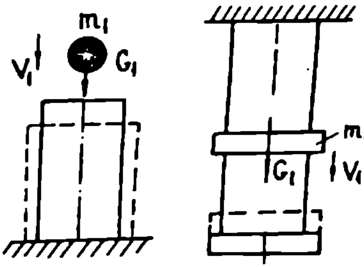
და თუ შევიტანთ $U_1 = \frac{m_1 V_1^2}{2}$ მნიშვნელობას, ვღებულობთ დარტყმით კუმშვა-გაჭიმვის დროს ხანმოკლე დინამიკური დეფორმაციისა და წარმოშობილი მაქსიმალური ძალის გამოსათვლელ ანალიზურ გამოსახულებებს:

$$\delta_{2max} = V_1\sqrt{\alpha_2 \cdot m_1}\ , \qquad /0.167/$$

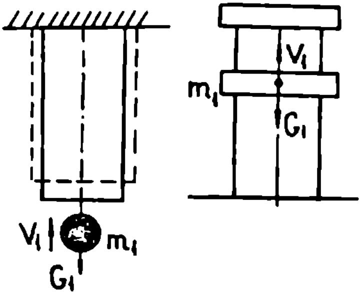
$$P_{1max} = V_1\sqrt{\frac{m_1}{\alpha_2}} \qquad /0.168/$$

ზემოთ მიღებულ განტოლებებსა და საანგარიშო ფორმულებში არ არის გათვალისწინებული დარტყმის მიმღები გარემოს მასა და დამრტყმელი სხეულის საკუთარი წონა, ამიტომ დაწვრილებით გავარჩიოთ ეს საკითხი.

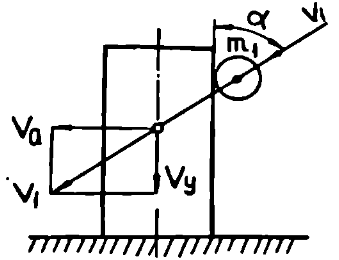
განვიხილოთ რამდენიმე შემთხვევა: პირველი, როდესაც დამრტყმელი მასის $m_1$ სიჩქარის ვექტორი ემთხვევა სიმძიმის ძალის მიმართულებას, რომელიც იწვევს დამატებით კუმშვით ან გაჭიმვით დეფორმაციებს / ნახ.0.63/; მეორე, როდესაც დამრტყმელი ტანის სიჩქარის ვექტორი $V_1$ არის მიმართული სიმძიმის ძალის $G_1$ საწინააღმდეგოდ და იწვევს დეფორმაციის შემცირებას /ნახ.0.64/; მესამე, როდესაც დამრტყმელი ტანის სიჩქარის ვექტორი ახდენს ირიბ დარტყმას /ნახ.0.65/. ამ შემთხვევაში სიჩქარის ვექტორის ნაწილი მონაწილეობს დეფორმაციაში; მეოთხე, როდესაც $m_1$ მასის სიჩქარის ვექტორი ადგენს $\frac{\pi}{2}$ კუთხეს სი-




ნახ.0.63




ნახ.0.64




ნახ.0.65

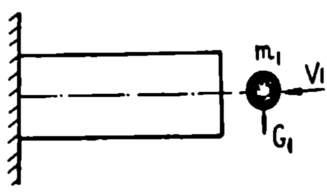
მძიმის ძალის ვექტორ $G_1$ -თან /ნახ.0.66/. უკანასკნელ შემთხვევაში გამორიცხულია დამრტყმელი მასის სიმძიმის ძალის გავლენა.

დარტყმითი დატვირთვის მიმღები დრეკადი გარემოს საკუთარი მასის გავლენის გასათვალისწინებლად გულისხმობენ, რომ დრეკადი გარემოს მთლიანი მასის $m_2$ ერთი გარკვეული ნაწილი /დაყვანილი მასა/ მოთავსებულია თვით დარტყმის წერტილში /ნახ.0.67/. გარდა ამისა, უშვებენ, რომ აღნიშნული დაყვანილი მასა მოძრაობს დამრტყმელი ტანის $m_1$ მასასთან ერთად, დარტყმის მაქსიმალური ძალის განვითარებამდე მაინც.

ყოველივე ზემოაღნიშნული, მოძრაობის რაოდენობის მუდმივობის კანონის თანახმად, გამოისახება შემდეგნაირად:

$$(m_1+m_2)V_{საშ} = m_1V_1 \qquad /0.169/$$

საიდანაც




ნახ.0.66

$$V_{\text{საშ}} = \frac{m_1 \cdot V_1}{m_1 + m_2} \qquad /0.170/$$

აქედან გამომდინარე, დარტყმაზე დაიხარჯება არა $\frac{m_1 V_1^2}{2}$ ენერგია, არამედ მასზე ნაკლები, კერძოდ,

$$U_1 = (m_1+m_2)\frac{V_{\text{საშ}}^2}{2} = \frac{m_1 V_1^2}{2\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right)}. \qquad /0.171/$$

/0.155/ გამოსახულებაში /0.171/ დამოკიდებულებისა და $U_1 = Q_1 \cdot \delta_{2max}$ ტოლობის გათვალისწინებით მივიღებთ

$$\int_{P_0}^{P_{1max}} P_1\, d\delta = \frac{m_1 \cdot V_1^2}{2\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right)} \pm Q_1 \cdot \delta_{2max}, \qquad /0.172/$$

სადაც $Q_1$ არის დამრტყმელი ტანის წონა;

(+) ნიშანი აიღება მაშინ, როდესაც დამრტყმელი ტანის სიმძიმის ძალის მიმართულება ემთხვევა მასის სიჩქარის $V_1$ ვექტორს.

(−) ნიშანი –შებრუნებულ შემთხვევაში, როდესაც აღნიშნული ვექტორები საწინააღმდეგო არიან მიმართულნი.

ირიბი დარტყმის დროს გათვალისწინებული უნდა იყოს სიჩქარის $V_1$ ვექტორის ნაწილი, კერძოდ, $V_1 \cdot \sin\alpha$. თუ $\alpha = \frac{\pi}{2}$ /0.172/ ფორმულაში $Q_1 \cdot \delta_{2max} = 0$, რაც ნიშნავს, რომ სიმძიმის ძალის მოქმედება დარტყმისას $(\tau)$ დროის მონაკვეთში გამორიცხულია /ნახ.0.66/.

/0.172/ განტოლებას შევუცვალოთ სახე

$$\int_{P_0}^{P_{1max}} P_1 \cdot d\delta \mp Q_1 \cdot f(P_{1max}) = \frac{m_1 \cdot V_1^2}{2\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right)}, \qquad /0.173/$$

სადაც

$$d\delta_2 = f'(P_1)\, dP_1.$$

იმ შემთხვევაში, როდესაც დეფორმაციის ფუნქცია ხა-

რისხოვანია, ე.ი. $\delta_2=\alpha_2 P_1^n$, $d\delta_2=\alpha_2 n\cdot P_1^{n-1}dP_1$, $\delta_{2max}=\alpha_2 P_{1max}^n$, /ფ.173/ განტოლება იღებს სახეს:

$$\frac{\alpha_2 n}{n+1}\left(P_{1max}^{n+1}-P_0^{n+1}\right)\mp\alpha_2 Q_1\cdot P_{1m}^{n}=\frac{m_1 V_1^2}{2\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right)}. \qquad /ფ.174/$$

წრფივი დეფორმაციის დროს $n=1$ და

$$P_{1max}=Q_1\pm\sqrt{Q_1^2+P_0^2+\frac{m_1\cdot V_1^2}{\alpha\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right)}}. \qquad /ფ.175/$$

როდესაც დარტყმა თარაზულად წარმოებს, ე.ი. $\alpha=\frac{\pi}{2}$, დამ-რტყმელი ტანის წონის გავლენა გამორიცხულია და

$$P_{1max}=\sqrt{P_0^2+\frac{m_1\cdot V_1^2}{\alpha_2\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right)}}. \qquad /ფ.176/$$

/ფ.175/ და /ფ.176/ ფორმულების წევრების გაყოფით დამრტყმელი ტანის წონაზე, მივიღებთ ე.წ. დინამიკური კოეფიციენტის ფორ-მულებს

ვერტიკალური დარტყმის შემთხვევაში

$$\mu=1+\sqrt{1+\frac{P_0^2}{Q_1^2}+\frac{V_1^2}{g\cdot\delta_{2\text{სტ}}\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right)}}; \qquad /ფ.177/$$

თარაზული დარტყმის დროს

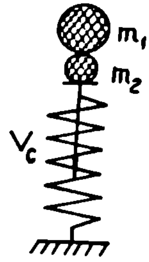
$$\mu=\sqrt{\frac{P_0^2}{Q_1^2}+\frac{V_1^2}{g\cdot\delta_{2\text{სტ}}\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right)}}. \qquad /ფ.178/$$

როდესაც დრეკად სისტემაზე წინასწარ მოქმედი ძალა $P_0=0$, მაშინ ვერტიკალური დარტყმის დროს

$$\mu=1+\sqrt{1+\frac{V_1^2}{g\cdot\delta_{2\text{სტ}}\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right)}}, \qquad /ფ.179/$$

ხოლო თარაზული დარტყმის დროს

$$\mu = \frac{V}{\sqrt{g \cdot \delta_{2სტ} \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)}}. \qquad /0.180/$$



ნახ.0.67

აქ $\mu$ არის დინამიკური კოეფიციენტი;

$V_1$ – დამრტყმელი მასის სიჩქარე;

$\delta_{2სტ}$ – დამრტყმელი ტანის სიმძიმის ძალის $Q_1$ მიერ გამოწვეული მეორე ტანის /ღეროს/ შეკუმშვა ან გაჭიმვა;

$m_2$ – დარტყმის მიმღები სისტემის დაყვანილი მასა, რომლის გამოთვლის მეთოდი ქვემოთ იქნება ნაჩვენები;

$m_1$ – დამრტყმელი ტანის მასა.

### გ. დარტყმითი დეფორმაციის ფუნქციები

დეფორმაციის ფუნქციის სახე დამოკიდებულია: დასარტყმელი სხეულების გეომეტრიაზე / მის ძირითად ზომასა და ფორმაზე/, ხოლო მეორე მხრივ, დარტყმის შედეგად განვითარებულ ძაბვებსა და დეფორმაციას შორის არსებულ დინამიკურ კანონებზე, რაც ხშირად წინასწარ ცნობილი არ არის და მის დასადგენად მიმართავენ სპეციალურ ექსპერიმენტებს.

უნდა აღინიშნოს, რომ დარტყმის ძალა და, მაშასადამე, სათანადო ძაბვები, გარდა დარტყმითი სიჩქარისა და გეომეტრიისა, დამოკიდებულია დასარტყმელი სხეულების ფიზიკურ-მექანიკურ თვისებებზე, ისეთ პარამეტრებზე, როგორიცაა დარტყმის დრეკადი და პლასტიკური ტალღების გავრცელების სიჩქარეები, რაც, თავის მხრივ, დამოკიდებულია მასალების დრეკადობის მოდულისა და მათ სიმკვრივეზე.

ანალიზურად აღნიშნული კავშირი გამოიხატება

$$
\left.\begin{aligned}
C_1 &= \sqrt{\frac{E_1}{\rho_1}}\,; \\
C_2 &= \sqrt{\frac{E_2}{\rho_2}}\,,
\end{aligned}\right\} \qquad /ფ.181/
$$

სადაც

$C_1, C_2$ - ტალღების გავრცელების სიჩქარეები;

$E_1, E_2$ - დრეკადობის მოდულები;

$\rho_1, \rho_2$ - სიმკვრივეები.

დინამიკურ და სტატიკურ კანონებს შორის განსხვავება გამოწვეულია იმით, რომ დინამიკური დატვირთვისა და დინამიკური დეფორმაციის სიჩქარეები $\dot{P} = \frac{dP}{dt}$ და $\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt}$ განსხვავდება სტატიკურისაგან და, რაც მთავარია, დინამიკაში თვით მასალის ფიზიკურ-მექანიკური თვისებები განიცდის ცვლილებებს და განსაზღვრულ ზღვრამდე მათი მნიშვნელობები იზრდება დეფორმაციისა და დატვირთვის სიჩქარეთა ზრდის გამო [52, 53].

არ შეიძლება დავეთანხმოთ იმ მოსაზრებას, რომ მასალების დრეკადობის მოდულთა მნიშვნელობები სტატიკასა და დინამიკაში ერთი და იმავე სიდიდისანი არიან [54, 38-41] და სხვა.

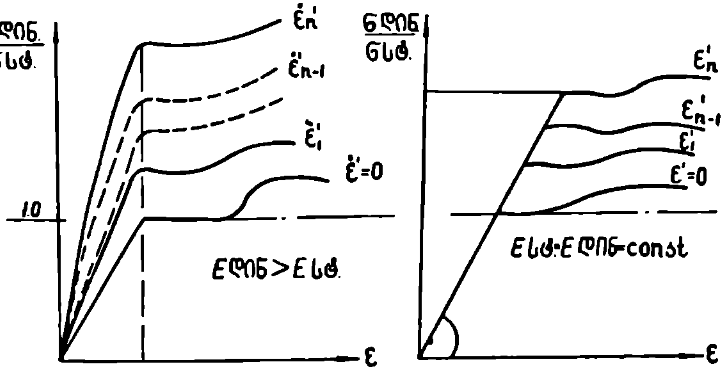
ჩვენი აზრით, თვით დრეკადობის მოდულის სიდიდე არის ძალისა და დეფორმაციის სიჩქარეთა ფუნქცია, რადგან ცნობილია, რომ დინამიკაში ადგილი აქვს თვით მასალების ფიზიკურ-მექანიკური თვისებების შეცვლას; ე.ი. საინტერესოა შევისწავლოთ ფუნქციები

$$
\left.\begin{aligned}
E &= \varphi(\dot{\varepsilon})\,; \\
E &= \xi(\dot{P})\,,
\end{aligned}\right\} \qquad /ფ.182/
$$

რომელთა დადგენა, უნდა ვივარაუდოთ, შეიტანს საჭირო სი-

ზუსტეს ხანმოკლე დინამიკური ტვირთამტანიანობის /სიმტკიცის, სიხისტისა და მდგრადობის / საკითხებში.

დატვირთვისა და დეფორმაციის სიჩქარეთა ზრდას ახლავს მასალების დენადობისა და სიმტკიცის ზღვრების გაზრდა /ნახ.0.68/. ზოგიერთი მონაცემის მიხედვით, აღნიშნული ზრდა




ნახ.0.68

სტატიკურთან შედარებით განისაზღვრება ფარდობით:

$$\max \frac{\text{ნ}_{\text{დინ}}}{\text{ნ}_{\text{სტატ}}} \approx 3-4.$$

ზემოთქმულიდან ჩანს, რომ ხანმოკლე დინამიკის ამოცანების გადაწყვეტისათვის საჭიროა ვიცოდეთ $\delta = f(P)$ ფუნქციის სახე, რომელიც მარტო დინამიკური დეფორმირების კანონზე როდია დამოკიდებული. მასზე საგრძნობლად მოქმედებს აგრეთვე შესაჯახებელი ტანების გეომეტრია.

უნდა აღინიშნოს, რომ დინამიკური დეფორმაციის ფუნქციის ნამდვილი მნიშვნელობის მოძებნა დინამიკური დრეკადობის თეორიის საკმაოდ დიდი სირთულის პრობლემაა, რომელიც ჯერ-

ჯერობით არ არის გადაჭრილი ფიზიკური და მათემატიკური სახის სირთულეთა გამო. ამიტომ დარტყმის საინჟინრო თეორია იძულებულია გვერდი აუაროს აღნიშნულ სირთულეს და პრაქტიკაში დასაშვები გამარტივებებით განიხილოს ზოგიერთი ამოცანის ამოხსნის მეთოდიკა.

აღნიშნული გამარტივებანი მდგომარეობს შემდეგში:

გულისხმობენ, რომ დარტყმის სისტემა ხისტია, ე.ი. გამორიცხეს ინერციის ძალების გავლენა, რაც ნიშნავს იმას, რომ თავისუფლების უამრავი ხარისხის მქონე დარტყმის მიმღები სისტემა დაყვანილია ნული ხარისხის მქონე, ე.ი. ხისტ სისტემაზე. მაგრამ რადგან ასეთი დაშვება მეტად უხეშია, ამიტომ თავისუფლების მრავალი ხარისხის მქონე სისტემა შეცვლილია და წარმოდგენილია მხოლოდ ერთი შეყურსული მასის ერთეთ წორებული დრეკადი სისტემის სახით.

ამგვარად, დარტყმით საინჟინრო თეორიაში დეფორმაციის დინამიკური კანონი შეცვლილია სტატიკურით და თვლიან, რომ

$$\delta_{სტ} = \delta_{დინ} = f(P_{სტ}) = \varphi(P_{დინ}). \qquad /0.183/$$

აღნიშნულ თეორიას საფუძველი ჩაუყარეს ჰერცმა [10] და პონსელემ [21].

გარდა აღნიშნულისა, დარტყმის საინჟინრო თეორიაში მიღებულია, რომ დამრტყმელი მასის კინეტიკური ენერგია, მისი აბსოლუტური სიდიდის გამო, მთლიანად იხარჯება დარტყმის მიმღები ტანის დინამიკურ დეფორმაციაზე.

### დ. დარტყმა პარალელურად ჩართულ ხისტ-დრეკად სისტემაზე

აქ განხილულია ისეთი შემთხვევა, როდესაც მიმართ-

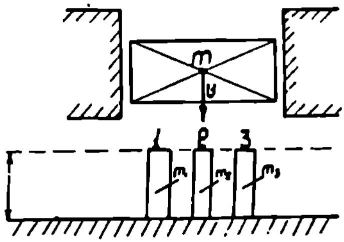
ველებში /ნახ.0.69/ მოთავსებული აბსოლუტურად მყარი მასა $m$, განსაზღვრული $V$ სიჩქარით, ერთდროულად ახდენს დარტყმით დატვირთვას პარალელურ 1,2 და 3 ღეროებზე, რომლებიც, თავის მხრივ, ეყრდნობა აბსოლუტურად მყარ საყრდენს.

ღეროების სიმოკლის გამო განხილულია დინამიკურ კუმშვაზე მუშაობის მაგალითი. ენერგეტიკული თეორიის საფუძველზე კინეტიკური ენერგია

$$U=\frac{mV^2}{2\left(1+\frac{m_{დაყ}}{m}\right)}, \qquad /0.184/$$

სადაც

$$m_{დაყ}=\frac{1}{3}(m_1+m_2+m_3). \qquad /0.185/$$




ნახ.0.69

მასალათა გამძლეობის საფუძვლებზე. ღეროების დეფორმაციის ფუნქციებს ექნებათ სახე

$$\left.\delta_1=\alpha_1\cdot P_1\ ;\ \delta_2=\alpha_2\cdot P_2\ ;\ \delta_3=\alpha_3\cdot P_3\ .\right\} \qquad /0.186/$$

დამრტყმელი მასა $m$ ღეროებს შეკუმშავს ერთი და იმავე $\delta$ სიდიდით

$$\delta_1=\delta_2=\delta_3=\delta,$$

ანუ

$$\alpha_1 P_1=\alpha_2 P_2=\alpha_3 P_3\ . \qquad /0.187/$$

მეორე მხრივ,

$$P_1+P_2+P_3=P. \qquad /0.188/$$

/0.187/, /0.188/ განტოლებების ამოხსნით ვღებულობთ, რომ:

$$\left.\begin{aligned} P_1 &= \frac{P}{1+\frac{\alpha_1}{\alpha_2}+\frac{\alpha_1}{\alpha_3}}; \\ P_2 &= \frac{P}{1+\frac{\alpha_2}{\alpha_1}+\frac{\alpha_2}{\alpha_3}}; \\ P_3 &= \frac{P}{1+\frac{\alpha_3}{\alpha_1}+\frac{\alpha_3}{\alpha_2}}. \end{aligned}\right\} \qquad /6.189/$$

დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თანახმად $\delta=\alpha\cdot P$, ამიტომ

$$\Pi=\frac{\delta\cdot P}{2}=\frac{\alpha\cdot P^2}{2}=\frac{1}{2}(\alpha_1P_1+\alpha_2P_2+\alpha_3P_3)=U. \qquad /6.190/$$

/6.189/ და /6.190/ ფორმულების საფუძველზე

$$P_{max}=\sqrt{2U\left(\frac{1}{\alpha_1}+\frac{1}{\alpha_2}+\frac{1}{\alpha_3}\right)} \qquad /6.191/$$

ღეროთა $n$ რიცხვის შემთხვევაში

$$P_{max}=\sqrt{2U\sum_1^n\frac{1}{\alpha_i}} \qquad /6.192/$$

/6.184/ და /6.185/ ფორმულების გათვალისწინებით, მივიღებთ, რომ:

$$U=\frac{mV^2}{2\left(1+\frac{1}{3m}\sum m_i\right)}; \qquad /6.193/$$

$$\alpha_i=\frac{l_i}{E_i\cdot F_i}, \quad (i=1,2,\cdots n), \qquad /6.194/$$

სადაც: $U$ არის დარტყმაზე დახარჯული ენერგია $\frac{mV^2}{2}$;

$m$ – დამრტყმელი ტანის მასა;

$\alpha_i$ – ღეროს ხაზოვანი დამყოლობა;

$m_i$ – ღეროს მასა;

$l_i$ – ღეროს სიგრძე;

$F_i$ – ღეროს განივკვეთის ფართობი;

$E_i$ – ღეროს დრეკადობის მოდული.

თითოეულ ღეროში განვითარებული ძალები გამოითვლება ფორმულებით:

$$\left.\begin{aligned}
P_1 &= \frac{P_{max}}{\alpha_1\left(\frac{1}{\alpha_1}+\frac{1}{\alpha_2}+\frac{1}{\alpha_3}\right)};\\
P_2 &= \frac{P_{max}}{\alpha_2\left(\frac{1}{\alpha_1}+\frac{1}{\alpha_2}+\frac{1}{\alpha_3}\right)};\\
P_3 &= \frac{P_{max}}{\alpha_3\left(\frac{1}{\alpha_1}+\frac{1}{\alpha_2}+\frac{1}{\alpha_3}\right)}.
\end{aligned}\right\} \qquad /0.195/$$

თუ ღეროები წარმოადგენენ რაიმე კონსტრუქციის მუშა ნაწილებს, მაშინ ოპტიმალობის თვალსაზრისით მათში უნდა განვითარდეს მხოლოდ დასაშვები ნორმალური ძაბვები

$$\left.P_1=[\sigma_1]\cdot F_1;\ P_2=[\sigma_2]\cdot F_2;\ P_3=[\sigma_3]\cdot F_3\right\} \qquad /0.196/$$

$$\frac{[\sigma_1]}{E_1}=\frac{[\sigma_2]}{E_2}=\frac{[\sigma_3]}{E_3}=\varepsilon. \qquad /0.197/$$

ეს პირობა გვიჩვენებს, რომ სამი სხვადასხვა მასალის დროს ღერო მხოლოდ მაშინ იქნება ეკონომიკური, როცა მათი ფარდობითი დასაშვები დეფორმაციები ერთიერთის ტოლია.

საბოლოოდ

$$P_{max}=V\sqrt{\frac{m\sum_1^n E_i F_i}{\ell\left(1+\frac{1}{3m}\sum_1^n m_i\right)}}, \qquad /0.198/$$

სადაც $V$ არის $m$ მასის დარტყმის სიჩქარე;

$m$ – დამრტყმელი ტანის მასა;

$E_i$ – ღეროს დრეკადობის მოდული;

$F_i$ - დგარის განივკვეთის ფართობი;

$l$ - დგარის სიგრძე;

$m_i$ - დგარის მასა;

$n$ - დგართა რიცხვი.

## ე. დარტყმა თანმიმდევრულად ჩართულ უწონო დრეკად სისტემაზე

განხილულია ორი თანმიმდევრულად ჩართული დრეკადი უწონო სისტემა / ნახ.0.70/, მოთავსებული აბსოლუტურად მყარ საყრდენზე, რომლის ზემო თავზე მოქმედებს $V$ სიჩქარის მქონე $m$ მასა. კინეტიკური ენერგია

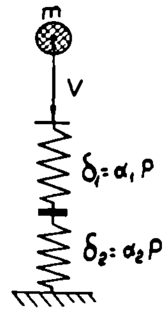
$$U=\frac{1}{2}mV^2. \qquad /0.199/$$

პოტენციური ენერგია

$$\Pi=\frac{1}{2}\alpha_1P^2+\frac{1}{2}\alpha_2P^2. \qquad /0.200/$$

დარტყმის მაქსიმალური ძალა

$$P_{max}=V\sqrt{\frac{m}{\alpha_1+\alpha_2}}, \qquad /0.201/$$




ნახ.0.70

ან ზოგადად, თანმიმდევრულად ჩართულ $n$ ღეროთათვის

$$P_{max}=\sqrt{\frac{2U}{\sum_1^n \alpha_i}}, \qquad /0.202/$$

სადაც

$\alpha_i$ ღეროს დამყოლობაა, რაც ფიზიკური შინაარსით ნიშნავს ერთეული ძალით გამოწვეული ხაზოვანი დეფორმაციის სიდიდეს;

$n$ - თანმიმდევრულად ჩართულ დრეკად სისტემათა რიცხვი.

ხშირად პრაქტიკაში დინამიკური ძალის გაზომვის მიზნით გამოსაცდელ კონსტრუქციასა და დამრტყმელ ტანს შორის ათავსებენ დინამომეტრს. უნდა აღინიშნოს, რომ ასეთი წესით დინამიკური ძალის /დარტყმის ძალის/ სიდიდის გაზომვა პრინციპულად სწორი არ არის, რადგან არაა გათვალისწინებული თვით დინამომეტრის დამყოლობა /ნახ.0.71/. ამიტომ დარტყმის ძალის სიდიდის განსაზღვრა მიზანშეწონილია ფორმულით

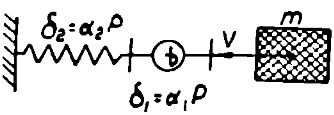
$$P_{max} = V\sqrt{\frac{m}{\alpha_{დინ} + \alpha_2}}, \qquad /0.203/$$

სადაც $\alpha_{დინ}$- თვით დინამომეტრის დამყოლობა;

$\alpha_2$- გამოსაცდელი სისტემის დამყოლობა.

როგორც /0.203/ ფორმულიდან ჩანს, ფაქტიური დარტყმის ძალა / დინამომეტრის გამოყენების გარეშე/ მეტია დინამომეტრით გაზომილ ძალაზე, რადგან თვით დინამომეტრი ამცირებს სისტემის სიხისტეს, შედარებით უფრო დამყოლს ხდის მას და წარმოადგენს განსაზღვრული სიდიდის რეზერვს- დარტყმის შერბილებულს.

3. დარტყმა ცვლადი განივკვეთის მქონე ღეროზე




ნახ.0.71

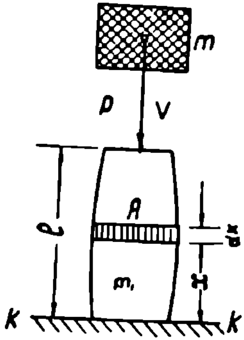
ნახ.0.72-ზე წარმოდგენილია დარტყმითი კუმშვის მაგალითი, როდესაც დარტყმის მიმღები ღერო ცვლადი განივკვეთისაა.

$F(x)$ ფუძიდან $x$ დაშორების უწყვეტი ფუნქციაა. ღეროს $x$ მანძილზე მოთავსებული შრე რაიმე $P$ ძალის გავლენით გადაადგილდება



12

$$\delta(x)=\frac{P}{E}\int_0^x\frac{dx}{F(x)}$$ /0.204/



ნახ.0.72

და, მაშასადამე,

$$\delta_{max}=\frac{P}{E}\int_0^l\frac{dx}{F(x)}=\alpha\cdot P,$$ /0.205/

სადაც

$$\alpha=\frac{1}{E}\int_0^l\frac{dx}{F(x)}\,.$$ /0.206/

რადგან /0.205/ დეფორმაციის ფუნქცია წრფივია, ამიტომ დარტყმის მიმღები სისტემის ზედა ფუძეზე იმოქმედებს დარტყმის მაქსიმალური ძალა, რომლის სიდიდე შესაძლებელია განისაზღვროს გამოსახულებით

$$P_{max}=\sqrt{\frac{2U}{\alpha}}=V\sqrt{\frac{m}{\alpha\left(1+\frac{m_{\text{დაყ}}}{m}\right)}},$$ /0.207/

სადაც $m_{\text{დაყ}}=\frac{1}{3}(m+m_1)$;

$m$ – დამრტყმელი ტანის მასა;

$\alpha$ – დარტყმის მიმღები ტანის ზედა ფუძის გადაადგილება ერთეული ძალის გავლენით, რომელიც გამოითვლება /0.206/ ფორმულით.

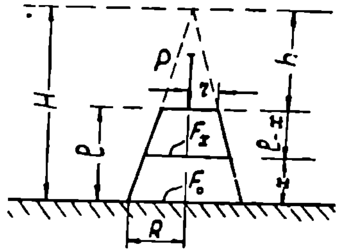
კონუსური ტანისათვის /ნახ.0.73/

$$\alpha=\frac{l}{\left(1-\frac{l}{H}\right)EF}.$$ /0.207/

როცა $H\to\infty$, მაშინ /0.207/ მიიღებს სახეს

$$\alpha=\frac{l}{EF},$$ /0.208/

რომელიც შეესაბამება პრიზმატული ფორმის ღეროს. თუ დარტყმის მიმღები ძელის ზედა ფუძის რადიუსია $r$, ხოლო ქვედა ფუძისა- $R$, ანუ ძელი წარმოადგენს წაკვეთილ კონუსს, მაშინ /D.207/ მიიღებს სახეს



ნახ.D.73

$$\alpha=\frac{l}{\left(1-\frac{r l}{R\cdot h}\right)EF}. \qquad /D.209/$$

თუ დარტყმის ძალის მოქმედებასთან ერთად გავითვალისწინებთ დამრტყმელი ძელის წონას დარტყმის პერიოდში, მაშინ დარტყმის ძალა გაიზრდება და მისი გამოთვლა შესაძლებელია ფორმულით

$$P_{max}=Q+\sqrt{Q^2+\frac{mV^2}{\alpha\left(1+\frac{m_{დაყ}}{m}\right)}}, \qquad /D.210/$$

სადაც $Q$ - დამრტყმელი ძელის საკუთარი წონა.

$$m_{დაყ}=\frac{1}{3}\rho_0 F\cdot l;$$

აქ

$\rho_0$ - დარტყმის მიმღები ძელის სიმკვრივე;

$Fl$ - დარტყმის მიმღები ძელის მოცულობა.

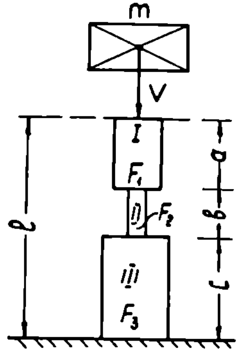
განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც დარტყმის მიმღები სისტემა შედგება სამი თანმიმდევრულად ჩართული პრიზმატული ძელისაგან /ნახ.D.74/. ღეროებში დაგროვდება პოტენციური ენერგია

$$\Pi=\frac{P^2}{2E}\left(\frac{a}{F_1}+\frac{b}{F_2}+\frac{c}{F_3}\right), \qquad /D.211/$$

რომლის კინეტიკურ ენერგიასთან გატოლება მოგვცემს დარტყმის მაქსიმალური ძალის სიდიდეს

$$P_{max} = \sqrt{\frac{2UE}{\frac{a}{F_1} + \frac{b}{F_2} + \frac{c}{F_3}}}$$ /0.212/

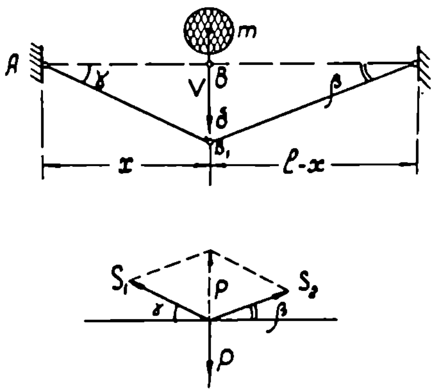
/0.212/ განტოლების ანალიზი გვიჩვენებს, რომ თანმიმდევრულად ჩართული ღეროების რიცხვის გაზრდა იწვევს მაქსიმალური ძალის სიდიდის შემცირებას, ანუ ტექნიკური ტერმინოლოგიით–დემფირებას–დარტყმის შერბილება–შემცირებას.




ნახ.0.74

## 8. დარტყმა სამსახსრიან ღეროზე

ამოცანის პრინციპული სქემა მოცემულია ნახ.0.75–ზე, საიდანაც ჩანს, რომ ABC სახსრულად შეერთებული ორი ღერო სახსრებით არის ჩამოკიდებული A და C წერტილებში დგარზე, რომელზეც B წერტილში დარტყმით მოქმედებს V სიჩქარით მოძრავი m მასა. საჭიროა განისაზღვროს დარტყმის ძალის მაქსიმალური სიდიდე, რისთვისაც




ნახ.0.75

უნდა მოინახოს ის ფუნქციური დამოკიდებულება, რომელიც არსებობს ძალასა და მის მიერ გამოწვეულ დრეკად გადაადგილებას შორის.

როგორც ცნობილია მასალათა გამძლეობიდან, AB და BC ღეროების ფარდობითი დეფორმაციებია:

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \left(\frac{x}{\cos\gamma} - x\right) : x = \frac{1}{\cos\gamma} - 1 \approx \frac{\gamma^2}{2}; \\ \varepsilon_2 &= \left[\frac{l-x}{\cos\beta} - (l-x)\right] : (l-x) \approx \frac{\beta^2}{2}. \end{aligned}\right\} \qquad /0.213/$$

$AB_1$ და $CB_1$ ღეროებში გამჭიმავი ძალები სათანადოდ ტოლი იქნება

$$S_1 = \sigma_1 F = E\cdot\varepsilon_1\cdot F = \frac{1}{2} E F \gamma^2;$$

$$S_2 = \sigma_2 F = E\cdot\varepsilon_2\cdot F = \frac{1}{2} E\cdot F\cdot\beta^2.$$

მეორე მხრივ, /ნახ.0.75/

$$S_1\cdot\sin\gamma + S_2\cdot\sin\beta = P,$$

ანუ $S_1\cdot\gamma + S_2\cdot\beta = P$ და

საბოლოოდ ვღებულობთ

$$\frac{1}{2} E\cdot F\cdot\gamma^3 + \frac{1}{2} E\cdot F\cdot\beta^2 = P. \qquad /0.214/$$

B სახსრის $B_1$ წერტილში $\delta$ გადაადგილება მოიძებნება როგორც $\gamma$, ისე $\beta$ კუთხეების დახმარებით. ერთი მხრივ, $\delta = \gamma\cdot x$, მეორე მხრივ, $\delta = \beta(l-x)$. მაშასადამე,

$$\beta = \gamma\frac{x}{l-x}.$$

$\beta$-ს მიღებული მნიშვნელობის და /0.214/ განტოლების საფუძველზე ვღებულობთ

$$\gamma = \sqrt[3]{\frac{2P}{E\cdot F\left[1 + \left(\frac{x}{l-x}\right)^3\right]}}.$$

დეფორმაციის ფუნქციას აქვს სახე

$$\delta(x) = \gamma x = x\sqrt[3]{\frac{2P}{EF\left[1+\left(\frac{x}{l-x}\right)^3\right]}}, \qquad /0.215/$$

ანუ

$$\delta(x) = \alpha \cdot P^{\frac{1}{3}}, \qquad /0.216/$$

სადაც

$$\alpha = x\sqrt{\frac{2}{EF\left[1+\left(\frac{x}{l-x}\right)^3\right]}}. \qquad /0.217/$$

როცა B სახსარი შუაშია მოთავსებული, მაშინ /0.216/ გვაძლევს ტიმოშენკოს ცნობილ ფორმულას

$$\delta = \frac{l}{2}\sqrt[3]{\frac{P}{EF}} = \alpha \cdot P^{\frac{1}{3}}, \qquad /0.218/$$

სადაც $l$ ორივე ღეროს სიგრძეა ანუ $l = \overline{AB}_1 + \overline{B_1C}$.

რადგან გაჭიმულ ღეროებში ადგილი აქვს კინეტიკური ენერგიის გადასვლას პოტენციურში, აღნიშნული ენერგია ტოლი იქნება დარტყმის ძალის მიერ შესრულებული მუშაობისა $\delta$ დრეკად გადაადგილებაზე,

$$\Pi = \int_0^{P_{max}} P \cdot d\delta = \int_0^{P_{max}} P \cdot \alpha \cdot \frac{1}{3} P^{2/3} \cdot dP = \frac{1}{4}\alpha \cdot P_{max}^{4/3} \qquad /0.219/$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ ეს ენერგია ტოლია დარტყმამდე დახარჯული $U$ კინეტიკური ენერგიისა, მაშინ

$$P_{max} = \left[\frac{4U}{\alpha}\right]^{3/4};$$

$$\delta_{max} = \alpha \cdot P_{max}^{1/3},$$

სადაც

$$U = \frac{mV^2}{2\left(1+\frac{m_{\text{დაყ}}}{m}\right)}.$$

თუ დაყვანილი მასის გავლენას უგულებელვყოფთ და და-

რღვევას ვაწარმოებთ ABC სისტემის შუაში მოდებული B სახსარზე, მაშინ

$$P_{max}=\left(\frac{64}{l^3}m^3V^6EF\right)^{1/4};$$

$$\delta_{max}=\frac{1}{2}l\left(\frac{4}{EFl}\cdot mV^2\right)^{1/4}$$

ამ შემთხვევაში

$$\varepsilon_1=\varepsilon_2=\frac{\gamma^2}{2}=\frac{1}{2}\left(\frac{P_{max}}{EF}\right)^{2/3},$$

ამიტომ

$$\sigma=\varepsilon_1\cdot E=\frac{1}{2}E\left(\frac{P_{max}}{EF}\right)^{2/3},$$

ანუ

$$\sigma=V\sqrt{\frac{m\cdot E}{l\cdot F}} \qquad /ი.220/$$

თ. დრეკადი ბადის მუშაობა დარტყმაზე

განვიხილოთ BC დრეკადი ძაფი, რომელიც ბოლოებით ზამბარულად წინასწარდაჭიმული $S_0$ ძალით არის ჩამაგრებული A, B, C და D საყრდენებში /ნახ.ი.76/, რადგან დეფორმაციის ფუნქციები წრფივია $\delta_1=\alpha_1\cdot S$ და $\delta_2=\alpha_2\cdot S$, ამიტომ საძიებელი ენერგია

$$\Pi=\int_{S_0}^{P_{max}}S\,d\delta_1+2\int_{S_0}^{S_{max}}S\,d\delta_2, \qquad /ი.221/$$

რომელშიც, თუ გავითვალისწინებთ, რომ

$$d\delta_1=\alpha_1\cdot dS \qquad \text{და} \qquad d\delta_2=\alpha_2\cdot dS,$$

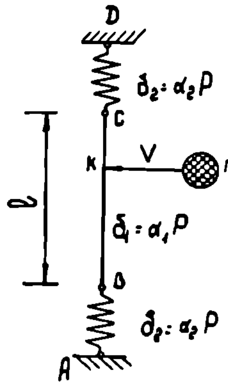
იგი მიიღებს სახეს

$$\Pi=\frac{1}{2}(\alpha_1+2\alpha_2)(S_{max}^2-S_0^2). \qquad /ი.222/$$

დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თანახმად,

$$\frac{1}{2}(\alpha_1+2\alpha_2)(S_{max}^2-S_0^2)=U, \qquad /0.223/$$

საიდანაც



ნახ.0.76

$$S_{max}=\sqrt{\frac{2U}{(\alpha_1+2\alpha_2)}+S_0^2}\,. \qquad /0.224/$$

თუ მივიღებთ, რომ $\alpha_1=\frac{l}{E_1F_1}$

და $U=\frac{mV^2}{2}$,

მაშინ /0.224/ მიიღებს სა-

ხეს

$$S_{max}=\sqrt{\frac{mV^2}{\left(2\alpha_2+\frac{l}{E_1F_1}\right)}+S_0^2}\,, \qquad /0.225/$$

ხოლო ძაბვა განისაზღვრება

$$\sigma_{max}=\sqrt{\frac{mV^2}{2F_1^2\alpha_2+\frac{lF_1^2}{E_1}}+\frac{S_0^2}{F_1^2}} \qquad /0.226/$$

აღნიშნული ფორმულა გვიჩვენებს, რომ, რაც მეტია ძელის $l$ სიგრძე, ზამბარების $\alpha_2$ დამყოლობა და ნაკლებია წინასწარი დაჭიმულობის $S_0$ ძალა, მით მაღალი იქნება მისი ტვირთამტანიანობის უნარი დარტყმითი დატვირთვის დროს.

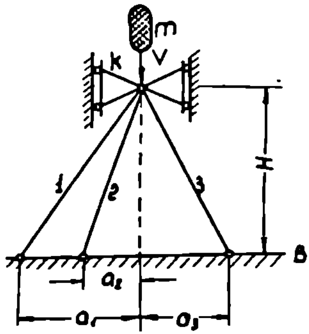
თუ ძელი არ არის დამაგრებული წინასწარ დაჭიმული ზამბარებით, მაშინ სიმტკიცის პირობა იქნება

$$\sigma=V\sqrt{\frac{m\cdot E}{l\cdot F}}\leqslant[\sigma]. \qquad /0.227/$$

ი. დარტყმა სტატიკურად ურკვევად კვანძზე

მოცემულია ღეროებისაგან შემდგარი კვანძი K, სადაც თავს იყრის ორზე მეტი ღერო, რომლებიც სახსრულადაა დამაგრებული AB აბსოლუტურად მყარ საყრდენზე.

K წერტილში კვანძზე მოქმედებს დამრტყმელი m მასა, რომელსაც გააჩნია V ფარდობითი სიჩქარე /ნახ. ი.77/. საინტერესოა განისაზღვროს ღეროებში განვითარებული ძაბვები, როდესაც კვანძის $\delta$ გადაადგილება ემთხვევა დარტყმის სიჩქარის V მიმართულებას.




ნახ.ი.77

განვსაზღვროთ ყველა ღეროს ფარდობითი დეფორმაციები:

$$\left.\begin{aligned}
\varepsilon_1 &= \frac{\sqrt{H^2+a_1^2}-\sqrt{(H-\delta)^2+a_1^2}}{\sqrt{H^2+a_1^2}};\\
\varepsilon_2 &= \frac{\sqrt{H^2+a_2^2}-\sqrt{(H-\delta)^2+a_2^2}}{\sqrt{H^2+a_2^2}};\\
\varepsilon_3 &= \frac{\sqrt{H^2+a_3^2}-\sqrt{(H-\delta)^2+a_3^2}}{\sqrt{H^2+a_3^2}}.
\end{aligned}\right\} \qquad /ი.228/$$

გავითვალისწინოთ, რომ

$$\frac{\varepsilon_1}{l_1^2}=\frac{\varepsilon_2}{l_2^2}=\frac{\varepsilon_3}{l_3^2},$$

მაშინ

$$\varepsilon_1=\varepsilon_1\,;\quad \varepsilon_2=\varepsilon_1\cdot\frac{\ell_2^2}{\ell_1^2}\,;\quad \varepsilon_3=\varepsilon_1\cdot\frac{\ell_3^2}{\ell_1^2}\cdot\Big\} \qquad /0.229/$$

ჰუკის კანონის თანახმად,

$$\sigma_i=\varepsilon_i\cdot E_i \qquad /0.230/$$

/0.229/-ის საფუძველზე შეიძლება გამოითვალოს ღეროებში აღძრული ნორმალური ძაბვების მნიშვნელობები:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_1&=\sigma_1\,;\\ \sigma_2&=\sigma_1\cdot\frac{E_2}{E_1}\cdot\frac{\ell_2^2}{\ell_1^2}\,;\\ \sigma_3&=\sigma_1\cdot\frac{E_3}{E_1}\cdot\frac{\ell_3^2}{\ell_1^2}\cdot \end{aligned}\right\} \qquad /0.231/$$

აღნიშნული ძაბვების საფუძველზე შესაძლებელი ხდება, განისაზღვროს დეფორმაციის პოტენციური ენერგია

$$\Pi=\frac{\sigma_1^2}{2E_1}F_1\ell_1+\frac{\sigma_2^2}{2E_2}F_2\cdot\ell_2+\frac{\sigma_3^2}{2E_3}F_3\cdot\ell_3\,,$$

სადაც, თუ შევიტანთ /0.231/-ს, მივიღებთ

$$\Pi=\frac{\sigma_1^2}{2E_1}\left(F_1\ell_1+\frac{E_2}{E_1}\cdot F_2\cdot\frac{\ell_2^5}{\ell_1^5}+\frac{E_3}{E_1}\cdot F_3\cdot\frac{\ell_3^5}{\ell_1^5}\right).$$

გაუთვალისწინოთ დარტყმაზე დახარჯული კინეტიკური ენერგია, მივიღებთ

$$\sigma_1=V\sqrt{\frac{m\cdot E_1}{F_1\ell_1\left(1+\dfrac{E_2\,F_2\cdot\ell_2^5}{E_1\cdot F_1\cdot\ell_1^5}+\dfrac{E_3\cdot F_3\cdot\ell_3^5}{E_1\cdot F_1\cdot\ell_1^5}\right)}} \qquad /0.232/$$

/0.231/ და / 0.232/ გამოსახულებათა საფუძველზე

$$\sigma_2=V\sqrt{\frac{m\cdot E_2}{F_2\ell_2\left(1+\dfrac{E_1\cdot F_1\cdot\ell_1^5}{E_2\cdot F_2\cdot\ell_2^5}+\dfrac{E_3\cdot F_3\cdot\ell_3^5}{E_2\cdot F_2\cdot\ell_2^5}\right)}}\,; \qquad /0.233/$$

$$\sigma_3 = V\sqrt{\frac{m\cdot E_3}{F_3 \ell_3\left(1+\frac{E_1\cdot F_1\cdot \ell_1^5}{E_3\cdot F_3\cdot \ell_3^5}+\frac{E_2\cdot F_2\cdot \ell_2^5}{E_3\cdot F_3\cdot \ell_3^5}\right)}}. \qquad /ი.234/$$

ღეროების სიმტკიცისათვის დაცული უნდა იყოს პირობა:

$$\sigma_1 \leq [\sigma_1]\ ; \quad \sigma_2 \leq [\sigma_2]\ ; \quad \sigma_3 \leq [\sigma_3]\ ,$$

სადაც $[\sigma_1]$, $[\sigma_2]$ და $[\sigma_3]$ წარმოადგენს დასაშვე-ბი ძაბვების სიდიდეებს.

## 7. დარტყმის რხევითი /ვიბრაციული/ თეორია

### ა. აბსოლუტურად მყარი ტანის დარტყმა უწონო სისტემაზე

აღნიშნული ამოცანის ამოხსნისათვის /ნახ.ი.62/ წინასწარ ცნობილი უნდა იყოს დეფორმაციის ან დრეკადი ძა-ლის ფუნქციები

$$\left.\delta = f(P)\ , \qquad P = F(\delta).\right\} \qquad /ი.235/$$

უნდა აღინიშნოს, რომ დარტყმის პროცესში დამრტყ-მელი ტანი ინერციის ძალით $J$ მოქმედებს უწონო დრეკად სისტემაზე, ხოლო დრეკადი სისტემა შებრუნებული მიმართულებით ზემოქმედებს დრეკადობის $P$ ძალით დამრტყმელ აბსოლუტურად მყარ ტანზე, ე.ი. ადგილი აქვს ტოლობას

$$P = -J. \qquad /ი.140/$$

ცნობილია, რომ ინერციის ძალა

$$J = ma = m\frac{d^2\delta}{dt^2}$$

და, მაშასადამე,

$$P = -m\frac{d^2\delta}{dt^2}\ ,$$

საიდანაც

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} + \frac{P}{m} = \frac{d^2\delta}{dt^2} + \frac{F(\delta)}{m} = 0. \qquad /ი.236/$$

თუ გავითვალისწინებთ /ი.235/ -ს, მაშინ /ი.236/შეიძლე-ბა წარმოვადგინოთ დიფერენციული განტოლების სახით:

$$\frac{d^2[f(P)]}{dt^2} + \frac{P}{m} = 0. \qquad /ი.237/$$

აღნიშნულ განტოლებას თან ერთვის სათანადო საწყისი პირობები, კერძოდ, დარტყმის საწყის მომენტში, როდესაც $t=0$ თუ სისტემა წინასწარ დაუტვირთავი იყო, მაშინ

$$\left.\begin{aligned} \delta_{|t=0} &= 0\,; & \frac{d\delta}{dt} &= V_{|t=0}\,; \\ P_{|t=0} &= 0\,; & \frac{d[f(P)]}{dt} &= V_{|t=0} \end{aligned}\right\} \qquad /ი.238/$$

გამოვიკვლიოთ /ი.236/ დიფერენციული განტოლება, რისთვისაც წარმოვადგინოთ იგი შემდეგი სახით:

$$\frac{1}{2} d\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2 = -\frac{F(\delta)}{m} \cdot d\delta. \qquad /ი.239/$$

/ი.239/ განტოლების გაინტეგრალება და $F(\delta)$ წევრის შეცვლა $P$ ძალით, თანახმად /ი.235/ განტოლე-ბისა, გვაძლევს

$$\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2 = \frac{2}{m}\int P d\delta + C. \qquad /ი.240/$$

როცა დარტყმა იწყება, მაშინ $\frac{d\delta}{dt} = V$, ხოლო რადგან ამ მომენტში დრეკად სისტემაში შესრულებული მუშაობა $\int P d\delta = 0$, ამიტომ /ი.240/ განტოლებაში ინტეგრალის მუ-დმივი $C = V^2$ ამრიგად, /ი.240/ მიიღებს სახეს

$$\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2 = \frac{2}{m}\int P d\delta + V^2 \qquad /ი.241/$$

თუ დამრტყმელი ტანის m მასის სიჩქარე დარტყმით ძალის მაქსიმუმის დროს ტოლია $\frac{d\delta}{dt}=0$, რეაქცი $P$ ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა გახდება მაქსიმალური სიდიდისა

$$\Pi=\int_0^{\delta_{max}} P\,d\delta=\int_0^{P} P\,d\delta. \qquad /0.242/$$

თუ ამ გამოსახულებას /0.241/-ში შევიტანთ, მივიღებთ ენერგეტიკური თეორიის საფუძველზე გამოყვანილ განტოლებას

$$\int_0^{\delta_{max}} P\,d\delta=\frac{mV^2}{2}; \qquad \int_0^{P_{max}} P\cdot d\delta=\frac{mV^2}{2}. \qquad /0.243/$$

იმ შემთხვევაში, როდესაც დეფორმაციის ფუნქცია ხარისხოვანია

$$\delta=f(P)=\alpha\cdot P^n, \qquad /0.244/$$

მაშინ /0.243/ განტოლებები გვაძლევს დეფორმაციისა და დარტყმის ძალის განმსაზღვრელ ფორმულებს

$$\delta_{max}=\left[\frac{mV^2}{2}\cdot\frac{(n+1)}{n}\cdot\alpha^{\frac{1}{n}}\right]^{\frac{n}{n+1}}; \qquad /0.245/$$

$$P_{max}=\left(\frac{mV^2}{2}\cdot\frac{n+1}{n}\right)^{\frac{1}{n+1}} \qquad /0.246/$$

როგორც ვხედავთ, რხევითი თეორიის გამოყენებით ვღებულობთ იმავე შედეგებს, რასაც ენერგეტიკული თეორიის საფუძველზე.

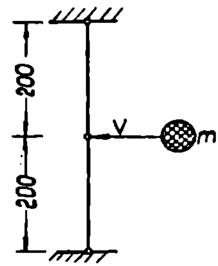
რხევითი თეორიის უპირატესობა ენერგეტიკულთან შედარებით გამოიხატება იმაში, რომ იგი საშუალებას გვაძლევს დარტყმის პროცესი წარმოვადგინოთ დროის ფაქტორთან კავშირში.

/0.241/ განტოლების გარდაქმნის საფუძველზე დარტყმის სრული დრო

$$T_{დარტ}=\frac{2\delta_{max}}{V}\int_0^{1}\frac{dx}{\sqrt{1-x^{\frac{n+1}{n}}}}. \qquad /0.247/$$

განვიხილოთ მაგალითი /ნახ.0.78/, სადაც დარტყმა ხორციელდება $m$ მასით, რომელსაც გააჩნია დარტყმის $V$ სიჩქარე და მოქმედებს სახსრულად ჩამაგრებული ორი ღეროს შუა ნაწილში.

ცნობილია, რომ ღეროების ჯამური სიგრძე $\ell = 400$ სმ; განივკვეთის ფართობი $F = 1,0$ სმ$^2$; მასალის დრეკადობის მოდული $E = 2.10^6$ კგძ/სმ$^2$; დამრტყმელი ტანის მასა $m = 0,02$ კგწმ$^2$/სმ და დარტყმის ფარდობით სიჩქარე $V = 120$ სმ/წმ.




ნახ.0.78

როგორც ცნობილია,

$$\delta = \frac{\ell}{2}\sqrt[3]{\frac{P}{E\cdot F}} = \alpha\cdot P^{\frac{1}{3}}$$

და, მაშასადამე, $n = \frac{1}{3}$, ხოლო

$$\alpha = \frac{\ell}{2}\sqrt[3]{\frac{1}{E\cdot F}}$$

ამ მონაცემებისა და /0.244/ და /0.245/ ფორმულების საფუძველზე ვღებულობთ

$$\delta_{max} = \left(\frac{0,02\cdot 120^2}{2}\cdot 4\cdot 200^3\cdot\frac{1}{2\cdot 10^6}\right)^{1/4} \approx 7,0 \text{ სმ};$$

$$P_{max} = \left(\frac{2\cdot 0,02\cdot 120^2}{200\sqrt[3]{\frac{1}{2\cdot 10^6}}}\right)^{3/4} \approx 83,0 \text{ კგძ}.$$

/0.247/ ფორმულის თანახმად, დარტყმის სრული დრო ტოლია

$$T_{\text{დარტ}} = \frac{2\delta_{max}}{V}\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}}.$$

$x = -\cos\beta$ გათვალისწინებით მივიღებთ ნორმალური სახის ელიფსურ ინტეგრალს:

$$T_{დარტ}=\frac{2\delta_{max}}{V}\int_0^t\frac{dx}{\sqrt{1-x^4}}=\frac{2\delta_{max}}{V\sqrt{2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{d\beta}{\sqrt{1-K^2\sin^2\beta}}=$$

$$=\frac{2\delta_{max}}{V\sqrt{2}}\cdot\varphi(K).$$

ელიფსური ინტეგრალის ტაბულებიდან ვპოულობთ, რომ

$$\varphi(K)\approx 1,85.$$

საბოლოოდ

$$T_{დარტ}=2,62\,\frac{\delta_{max}}{V}=2,62\,\frac{7,0}{120,0}\cong 0,15\ წმ.$$

ზ. დარტყმა უწონო დრეკად სისტემაზე, რომლის დეფორმაციის ფუნქცია წრფივია

$$\delta=f(P)=\alpha\cdot P \qquad /0.248/$$

გამოსახულება /0.236/ იღებულობს მეორე რიგის წრფივი დიფერენციული განტოლების სახეს

$$\frac{d^2P}{dt^2}=\varphi^2P=0, \qquad /0.249/$$

$$\varphi=\frac{1}{\sqrt{\alpha\cdot m}}, \qquad /0.250/$$

სადაც

$\varphi$ – ჰარმონიული რხევის სიხშირე;

$m$ – დამრტყმელი ტანის მასა;

$\alpha$ – დარტყმის მიმღები დრეკადი სისტემის დამყოლობა;

$P$ – დარტყმის ძალა.

/0.249/ განტოლების ზოგად ინტეგრალს აქვს სახე

$$P=A\cdot\sin\varphi t+B\cdot\cos\varphi t. \qquad /0.251/$$

რადგან /0.238/ საწყისი პირობების დაკმაყოფილების დროს /0.251/ -ის ამონახსნი გვაძლევს

$$B=0 \qquad \text{და} \qquad A=\frac{V}{\alpha\cdot\varphi},$$

ამიტომ კერძო ინტეგრალი მიიღებს სახეს

$$P=\frac{V}{\alpha\cdot\varphi}\cdot\sin\varphi t. \qquad /0.252/$$

თუ /0.252/-ში ჩავსვამთ /0.250/-ის მნიშვნელობას, მივიღებთ:

$$P=V\sqrt{\frac{m}{\alpha}}\cdot\sin\varphi t. \qquad /0.253/$$

როდესაც

$$t=\frac{\pi}{2\varphi}=\frac{\pi}{2}\sqrt{\alpha\cdot m}, \qquad /0.254/$$

მაშინ

$$P_{max}=V\sqrt{\frac{m}{\alpha}}=\sqrt{\frac{2U}{\alpha}} \qquad /0.255/$$

/0.255/ გამოსახულების თანახმად, დარტყმის ძალა, როგორც დროის ფუნქცია, შესაძლებელია წარმოვადგინოთ

$$P(t)=P_{max}\cdot\sin\varphi t \qquad /0.256/$$
$$0\le t\le\frac{\pi}{\varphi}.$$

დარტყმის ძალა მაქსიმალურ მნიშვნელობას აღწევს /0.254/ ფორმულით განსაზღვრულ /დარტყმის პირველი ფაზის/ დროში და, მაშასადამე, დარტყმის სრული დრო /ე.ი. რომლის განმავლობაშიც დასარტყმელი ტანები რჩება ურთიერთკონტაქტში/ დრეკადი დეფორმაციის ფარგლებში^X შეიძლება განისაზღვროს ფორმულით:

$$T_{\text{დარტ}}=\frac{\pi}{\varphi}=\pi\sqrt{\alpha\cdot m} \qquad /0.257/$$

აღნიშნული დრო მოიცავს დარტყმის ორ ფაზას

- - - - - - - - - - - - - - - -

X დრეკად-პლასტიკური დეფორმაციისას ფაქტიური დრო მეტია აღნიშნულ სიდიდეზე.

$$T_{დარტ} = \tau' + \tau'' , .$$ /დ.258/

სადაც $\tau'$ — დარტყმის პირველი ფაზა /დარტყმის ძალა იცვლება 0-დან $P_{max}$-მდე/; $\tau''$ -დარტყმის მეორე ფაზა, ანუ დრო $P_{max}$ -დან $P=0$ -მდე. ამის შემდეგ ხდება დრეკადი ტანისა და დამრტყმელი მასის განშორება.

დარტყმის ძალის მაქსიმალური სიდიდის განმსაზღვრელ ფორმულებს, ენერგეტიკული და რხევის თეორიების მიხედვით, ერთი და იგივე სახე აქვთ

$$P_{max} = \sqrt{\frac{2U}{\alpha}} .$$

დარტყმის ძალის სიდიდის ცვალებადობა დროში ემორჩილება ჰარმონიული რხევის კანონს- კერძოდ, სინუსოიდურია

$$P(t) = P_{max} \cdot \sin \varphi t$$

$$0 \leq t \leq \frac{\pi}{4} .$$

დარტყმის ძალის საშუალო სიდიდის მისაღებად მოძრაობის რაოდენობის ცვლილება უნდა გაიყოს არა დარტყმის მთლიან დროზე, არამედ მისი პირველი ფაზის ხანგრძლივობაზე – $\tau'$ -ზე

$$P_{საშ} = \frac{mV}{\tau'} = \frac{2}{\pi}\frac{mV}{\sqrt{\alpha \cdot m}} = \frac{2}{\pi} V \sqrt{\frac{m}{\alpha}} .$$ /დ.259/

დარტყმის ძალის საშუალო სიდიდე შესაძლებელია დავაკავშიროთ მაქსიმალურ დარტყმის ძალასთან გამოსახულებით:

$$P_{max} = \frac{\pi}{2} P_{საშ} = V \sqrt{\frac{m}{\alpha}} ;$$

$$P_{საშ} = \frac{2}{\pi} P_{max} = \frac{2V}{\pi} \sqrt{\frac{m}{\alpha}}$$ /დ.260/

/დ.255/ და /დ.256/ ფორმულების საფუძველზე, დარტყმის მაქსიმალური ძალის სიდიდე

$$P_{max} = 4m\cdot V\cdot \varphi = \frac{mV}{\tau'}\ , \qquad /დ.261/$$

სადაც $\varphi$ არის რხევის სიხშირე;

$\tau'$ - დარტყმის პირველი ფაზის ხანგრძლივობა $\tau' = \frac{T}{4}$;

$T$ - რხევის პერიოდი.

8. დამრტყმელი ტანის საკუთარი წონისა და დარტყმის მიმღები დრეკადი სისტემის საკუთარი მასის გავლენა დარტყმის ძირითად პარამეტრებზე

თუ დარტყმის დროს $m_1$ დამრტყმელი ტანის სიჩქარის ვექტორის მიმართულება ემთხვევა დედამიწის მიზიდულობის ძალას, ანუ დარტყმა არის ვერტიკალური ზევიდან ქვევით, /ნახ.0.67/, მაშინ დრეკად სისტემაზე, გარდა ინერციის ძალისა, მოქმედებს თვით დამრტყმელი ტანის საკუთარი წონა $Q$. თუ $m_2$ წარმოადგენს დარტყმის მიმღები სისტემის დაყვანილ მასას, მაშინ ორივე სისტემა- დამრტყმელი ტანი და დარტყმის მიმღები სისტემა-ერთ საერთო სიჩქარეს მიიღებს, რომელიც გამოითვლება ფორმულით

$$V_c = \frac{V}{1+\frac{m_2}{m_1}}\ . \qquad /დ.262/$$

ასეთი დარტყმის დროს ადგილი ექნება ტოლობას

$$P = Q + J, \qquad /დ.263/$$

სადაც

$$J = -m\cdot\frac{d^2\delta}{dt^2}$$

და მაშინ

$$P = Q - m\frac{d^2\delta}{dt^2}$$

აქ

$$m = m_1 + m_2\ .$$

თუ, დეფორმაცია მიმდინარეობს წრფივი კანონით,

$$\delta = \alpha\cdot P,$$

მაშინ დიფერენციული განტოლება მიიღებს სახეს

$$\frac{d^2P}{dt^2}+\varphi^2(P-Q)=0, \qquad /0.264/$$

სადაც

$$\varphi=\frac{1}{\sqrt{\alpha\cdot m}}=\frac{1}{\sqrt{\alpha(m_1+m_2)}}. \qquad /0.265/$$

/0.264/ განტოლებას ემატება შემდეგი საწყისი პირობები:

როცა დარტყმა იწყება / $t=0$ /, მაშინ დამრტყმელ მასასა და დაცემულ მასას აქვთ ერთი საერთო სიჩქარე $V_c$. ეს პირობა ჩაიწერება ასე:

$$\frac{d\delta}{dt}=\frac{d(\alpha\cdot P)}{dt}=V_c \qquad \text{ანუ} \qquad \left.\frac{dP}{dt}\right|_{t=0}=\frac{V_c}{\alpha}.$$

აღნიშნულ საწყის პირობებსა და /0.264/ განტოლებას აკმაყოფილებს შემდეგი სახის ამონახსნი:

$$P(t)=\frac{V_c}{\alpha\cdot\varphi}\cdot\sin\varphi t+Q(1-\cos\varphi t), \qquad /0.266/$$

რომლის საფუძველზე შესაძლებელია შემდეგი დასკვნის გამოტანა:

დარტყმის $P(t)$ ძალა, გარდა დარტყმის დასაწყისისა, ღებულობს ნულოვან მნიშვნელობას არეკვლის გამო დარტყმის ბოლოს, მაშინ როდესაც

$$t=\frac{\pi}{\varphi}.$$

/0.266/ გამოსახულების საფუძველზე დარტყმის მაქსიმალური ძალა შეესაბამება ისეთ $t$ დროს, რომელიც აკმაყოფილებს პირობას

$$tg\,\varphi t=-\frac{V_c}{\alpha\cdot Q\cdot\varphi}.$$

დროზე დამოკიდებული დინამიკური კოეფიციენტისათვის გვაქვს გამოსახულება

$$\mu(t)=\frac{P(t)}{Q}=\frac{V_c}{\alpha\cdot Q\cdot\varphi}\cdot\sin\varphi t+(1-\cos\varphi t), \qquad /0.267/$$

სადაც

$$\sin\varphi t=\frac{\dfrac{V_c}{\alpha\cdot Q\cdot\varphi}}{\sqrt{1+\dfrac{V_c^2}{(\alpha\cdot Q\cdot\varphi)^2}}};$$

$$\cos\varphi t=\frac{-1}{\sqrt{1+\dfrac{V_c^2}{(\alpha\cdot Q\cdot\varphi)^2}}}.$$

$\sin\varphi t$ და $\cos\varphi t$ მნიშვნელობების ჩასმით /0.267/ განტოლებაში ვღებულობთ ენერგეტიკული თეორიის საფუძველზე მიღებულ ფორმულას

$$\mu_{max}=1+\sqrt{1+\frac{V^2}{g\cdot\delta_{სტ}\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right)}} \qquad /0.268/$$

## 9. დრეკადი ტანის დარტყმა ბრტყელი ფუძით აბსოლუტურად მყარ ბრტყელ სიბრტყეზე

## / დრეკადი ტანის სიბრტყეზე დარტყმის ენერგეტიკული თეორია /

განვიხილოთ $m$ მასის მქონე ტანი, რომელსაც დარტყმის საწყის მომენტში აქვს ფარდობითი სიჩქარე $V$. აღნიშნული ტანი ეცემა ბრტყელ K-K სიბრტყეზე /ნახ.0.79/.

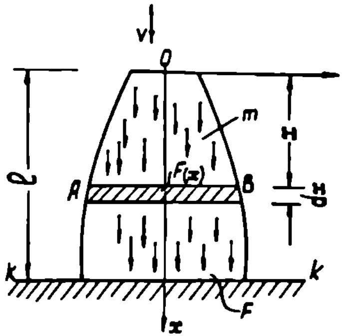
აღნიშნულ შემთხვევაში საყრდენი უძრავია და წარმოადგენს აბსოლუტურად მყარ ტანს, ე.ი. დარტყმის მთელი კინეტიკური ენერგია გარდაიქმნება დრეკადი ტანის $\Pi$ პოტენციურ ენერგიად. ამ მომენტში ტანი მაქსიმალური ძალით $P_{max}$ იმოქმედებს K-K ბრტყელ საყრდენზე და, მაშასადამე, $\Pi=U$.

რადგან კინეტიკური ენერგია ცნობილია, ამიტომ საჭიროა $\Pi$ პოტენციური ენერგია გამოისახოს დარტყმით აღძრულ ძაბვებში, რისთვისაც საჭიროა ვიცოდეთ მისი განაწილების კა-

ნონი მთლიანად დამრტყმელი ტანის მოცულობაში. ეს საკითხი დღემდე გადაუწყვეტელია.

ამიტომ დარტყმის ენერგეტიკური თეორია ემყარება ზოგიერთ ლოგიკურ მოსაზრებას.

დავუშვათ, ძაბვების განაწილების ზოგადი კანონი გამოისახება ამგვარად:




ნახ.0.79

$$\sigma(x)=\sigma\cdot\varphi(x), \qquad /0.269/$$

სადაც

$\sigma(x)$ წარმოადგენს დარტყმით აღძრულ საშუალო ძაბვას $x$ კვეთში $F(x)$ ფართობზე;

$\sigma$ – აღძრული ძაბვა დამრტყმელი ტანის K-K სიბრტყეზე შეხების $F$ ფართობზე;

$\varphi(x)$ – უგანზომილებო ფუნქცია $x$ ცვლადისა, რომელიც ითვალისწინებს დამრტყმელი ტანის გეომეტრიას /ზომებსა და ფორმას/; დამოკიდებულია ძაბვების განაწილების კანონზე;

$E$ – დამრტყმელი ტანის დრეკადობის მოდული;

$\ell$ – დამრტყმელი ტანის სიგრძე.

მასალათა გამძლეობის საფუძველზე პოტენციური ენერგია გამოისახება:

$$\Pi=\int_0^{\ell}\frac{\sigma^2(x)}{2E}\cdot F(x)\,dx=\frac{\sigma^2}{2E}\int_0^{\ell}\varphi^2(x)F(x)\,dx. \qquad /0.270/$$

/0.270/-ის თანახმად, დარტყმის ძალის განტოლება შე-იძლება წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით:

$$\frac{\sigma^2}{2E}\int_0^l \varphi^2(x)\cdot F(x)\cdot dx = U.$$

აქედან

$$\sigma=\frac{1}{F}\sqrt{\frac{2U}{\alpha}}=\frac{V}{F}\sqrt{\frac{m}{\alpha}}\,, \qquad /0.271/$$

სადაც:

$$\alpha=\frac{1}{EF^2}\int_0^l \varphi^2(x)\cdot F(x)\cdot dx\,. \qquad /0.272/$$

/0.271/ და /0.269/ ფორმულების თანახმად, ტანის ნებისმიერ $x$ კვეთში განვითარებული ძაბვა შესაძლებელია გამოისახოს ასეთი სახით:

$$\sigma(x)=\frac{V}{F}\sqrt{\frac{m}{\alpha}}\cdot\varphi(x). \qquad /0.273/$$

/0.271/ განტოლების მიხედვით, დარტყმის ძალა გამოისახება შემდეგნაირად:

$$P=V\sqrt{\frac{m}{\alpha}}\,,$$

სადაც $\alpha$ დამრტყმელი ტანის დაყვანილი დამყოლობა, ანუ ერთეული ძალით გამოწვეული აბსოლუტური დეფორმაციის სიდიდეა.

როგორც ზემომოყვანილი ძაბვებისა და დარტყმის ძალის ანალიზური გამოსახულებებიდან ჩანს, დამრტყმელი ტანის $\alpha$ დამყოლობის განსაზღვრისათვის ერთ-ერთ მთავარ ამოცანას შეადგენს, დამრტყმელი ტანის ძაბვების განაწილების $\varphi(x)$ ფუნქციის განსაზღვრა.

თუ დავეთანხმებით პროფ. ნ.მ.ბელიაევის [72] ჰიპოთეზას იმის შესახებ, რომ დარტყმის ძალის მაქსიმუმის დროს ტა-

ნის ყოველ ნაწილაკს ერთი და იმავე სიდიდის $a$ აჩქარება აქვს, მაშინ $x$ მანძილზე მდებარე $F(x)$ ფართზე უნდა განვითარდეს ძაბვა

$$\sigma(x)=\rho_0 \frac{a}{F(x)} \int_0^x F(x)\,dx , \qquad /0.275/$$

სადაც $\rho_0$ დამრეცმული მასის სიმკვრივეა.

ნებისმიერ $x$ კვეთში ანუ $F(x)$ ფართზე მოქმედებს მის ზემოთ განლაგებული მასის აჩქარებით გამოწვეული ინერციის ძალა, რომლის ფარდობა $F(x)$ ფართთან წარმოადგენს აღნიშნულ კვეთში აღძრულ მაქსიმალურ ძაბვას.

/0.275/ შეიძლება წარმოვიდგინოთ ასეთი სახით:

$$\sigma(x)=\frac{\rho_0 \cdot a \cdot S}{F} \cdot \frac{F}{S \cdot F(x)} \int_0^x F(x)\,dx . \qquad /0.276/$$

შემოვიღოთ აღნიშვნა

$$\rho_0 \cdot \frac{a \cdot S}{F}=\sigma ,$$

მაშინ /0.276/ ასე ჩაიწერება:

$$\sigma(x)=\sigma \cdot \frac{F}{S \cdot F(x)} \int_0^x F(x)\,dx . \qquad /0.277/$$

თუ /0.277/-ს შევადარებთ /0.269/-ს, მივიღებთ, რომ ძაბვების განაწილების $\varphi(x)$ ფუნქცია

$$\varphi(x)=\frac{F}{S \cdot F(x)} \int_0^x F(x)\,dx . \qquad /0.278/$$

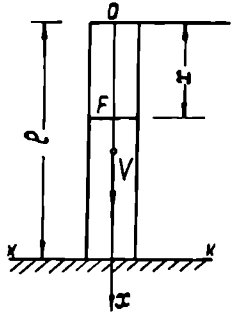
/0.278/ გავითვალისწინოთ /0.272/ გამოსახულებაში, მივიღებთ დაყვანილი დამყოლობის გამოსათვლელ ანალიზურ გამოსახულებას

$$\alpha=\frac{1}{E \cdot S^2} \int_0^l \frac{1}{F(x)} \left[ \int_0^x F(x)\,dx \right]^2 dx . \qquad /0.279/$$

დამყოლობის ზოგადი გამოსახულების მიღების შემდეგ, მიზანშეწონილია გარჩეულ იქნეს ორი კერძო, მაგრამ საკმაოდ გავრცელებული შემთხვევა.

პ ი რ ვ ე ლ ი  შ ე მ თ ხ ვ ე ვ ა  იხილავს ამოცანას, როდესაც დამრტყმელი დრეკადი ტანი პრიზმატული ფორმისაა /ნახ.0.80/ და ეცემა $V$ სიჩქარით ბრტყელ, აბსოლუტურად მყარ K-K საყრდენზე. ამ შემთხვევაში /0.279/ ფორმულა საგრძნობლად მარტივდება. მივიღებთ

$$\alpha = \frac{l}{3EF}.$$



ნახ.0.80

დარტყმით აღძრული მაქსიმალური ძაბვა, თანახმად /0.271/-ისა, ტოლი იქნება

$$\sigma_{max} = V\sqrt{3E\rho_0}\,, \qquad /0.280/$$

ხოლო მაქსიმალური დარტყმის ძალა, თანახმად /0.274/-ისა,

$$P_{max} = F\cdot V\sqrt{3E\rho_0}\,. \qquad /0.281/$$

მ ე ო რ ე  შ ე მ თ ხ ვ ე ვ ა შ ი  განვიხილავთ ამოცანას, როდესაც დამრტყმელი დრეკადი ტანი კონუსური ფორმისაა და ახდენს ფუძით დარტყმას აბსოლუტურად მყარ ბრტყელ K-K სიბრტყეზე /ნახ.0.81/. თანახმად /0.278/ გამოსახულებისა, კონუსური ტანის დამყოლობა

$$\alpha = \frac{l}{5EF}.$$

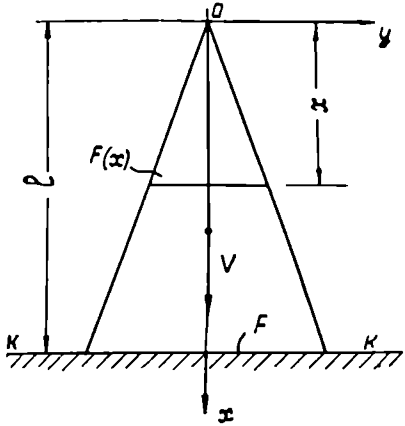
ამ შემთხვევაში

$$\sigma_{max} = V\sqrt{\frac{5}{3}E\rho_0}\,, \qquad /0.282/$$

ხოლო

$$P_{max} = V \cdot F \sqrt{\frac{5}{3} E \rho_0} \qquad /0.283/$$

ზემოთ განხილული ზოგადი მაგალითების ანალიზი გვიჩვენებს, რომ დარტყმით აღძრული ძაბვების სიდიდე ტანის გეომეტრიულ ზომებზე კი არაა დამოკიდებული, არამედ, სხვა პარამეტრების გარდა, ტანის გეომეტრიულ ფორმაზე [54]. როგორც ავტორი აღნიშნავს, ტანის ფორმის გავლენა შეიძლება ზოგად გამოისახოს $\beta$ დამრტყმელი ტანის ფორმის კოეფიციენტით და მაშინ




ნახ.0.81

$$\sigma_{max} = \beta \cdot V \sqrt{E \rho_0}\ , \qquad /0.284/$$

სადაც

$$\beta = \sqrt{\frac{S}{\alpha \cdot E F^2}}\ .$$

უნდა დავეთანხმოთ ავტორს იმის შესახებ, რომ ძაბვაზე ვერ იმოქმედებს პრიზმის დარტყმის ფართის / ფუძის/ გეომეტრიული ზომები. რაც შეეხება პრიზმის სიმაღლეს, ის აუცილებლად უნდა მოქმედებდეს აღძრული ძაბვის სიდიდეზე.

/0.284/ ფორმულა შეიძლება წარმოვადგინოთ

$$\sigma_{max} = \beta \frac{VE}{C}\ , \qquad /0.285/$$

სადაც

$$C = \sqrt{\frac{E}{\rho_0}}\ .$$

თუ დავუშვებთ $\beta = 1$ -ს, მიიღება იუნგის ცნობილი ფორმულა

$$\sigma_{max} = \frac{VE}{C}. \qquad /0.286/$$

ზემოთ განხილულ შემთხვევაში გათვალისწინებული არ იყო დარტყმის პერიოდში დამრტყმელი ტანის საკუთარი წონის გავლენა მასში აღძრული ძაბვის სიდიდეზე და, მაშასადამე, წარმოდგენილი ფორმულები სამართლიანი იქნება თარაზული მიმართულებით დარტყმის შემთხვევაში, ე.ი. როდესაც საყრდენი K-K სიბრტყე /ნახ.0.80/ არის ორიენტირებული ვერტიკალურად, ხოლო დამრტყმელი დრეკადი მასა მოძრაობს თარაზულად.

შვეული მიმართულებით დარტყმის დროს ტანის საკუთარი წონის გავლენის გასათვალისწინებლად საჭიროა განისაზღვროს ის ენერგია, რომელსაც განავითარებს დამრტყმელი ტანის სიმძიმის ძალა $Q$ დინამიკურ გადაადგილებაზე. /0.270/ გამოსახულება /0.278/ ფორმულის გათვალისწინებით მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\Pi = \frac{P^2}{2ES^2} \int_0^l \frac{1}{F(x)} \left[ \int_0^x F(x)\,dx \right]^2 \cdot dx. \qquad /0.287/$$

თუ გავაწარმოებთ /0.287/ გამოსახულებას $P$ ძალით, მივიღებთ ამავე ძალით გამოწვეულ გადაადგილებას

$$\delta = \frac{d\Pi}{dP} = \alpha \cdot P, \qquad /0.288/$$

სადაც $\alpha$ განისაზღვრება /0.279/ ფორმულით.

თუ მასიური ტანის დარტყმას სიბრტყეზე შევცვლით ერთ წერტილში შეყურსულ $m$ მასის დარტყმით უწონო დრეკად სისტემაზე, რომლის დეფორმაციის ფუნქცია იცვლება /0.288/ კანონით, მაშინ დამრტყმელი ტანის საკუთარი წონის გავლენა

დარტყმის ძალაზე გამოისახება ფორმულით

$$P_{max}=Q\left(1+\sqrt{1+\frac{V^2}{\alpha\cdot Q\cdot g}}\right). \qquad /0.289/$$

როცა ტანი ვარდება H სიმაღლიდან, მაშინ $V^2=2gH$ და /0.289/ მიიღებს სახეს

$$P_{max}=Q\left(1+\sqrt{\frac{2H}{\alpha\cdot Q}}\right). \qquad /0.290/$$

აქ დამყოლობა $\alpha$ გამოითვლება /0.279/ ფორმულით, რომელიც საშუალებას გვაძლევს გავითვალისწინოთ დარტყმის დროს საყრდენის დრეკადი დეფორმაციით გამოწვეული გადაადგილება, რომელიც [73] ნაშრომის საფუძველზე, გამოიხატება წრფივი სახის ფუნქციით / ნახ.0.82/

$$\delta_2=\alpha_2\cdot P=\frac{K(1-\gamma_2^2)}{E_2\cdot\sqrt{F}}\cdot P, \qquad /0.291/$$

სადაც $\delta_2$ დრეკადი საყრდენი სიბრტყის საშუალო გადაადგილება;

$E_2$ – ამ ტანის მასალის დრეკადობის მოდული;

$F$ – დაწნევაში მყოფი ტანის ფუძის ფართობი;

$\gamma_2$ – პუასონის კოეფიციენტი;

$K$ – შეხების $F$ ფართობის კონტურის ფორმაზე დამოკიდებული კოეფიციენტი.

დარტყმის ძალის განტოლება ასეთ შემთხვევაში მიიღებს სახეს·

$$\frac{1}{2}\alpha_1 P^2+\frac{1}{2}\alpha_2 P^2=\frac{1}{2}mV^2+Q\cdot\delta,$$

რომელიც $\delta=(\alpha_1+\alpha_2)\cdot P$ ჩასმით გვაძლევს

$$P_{max}=Q+\sqrt{Q^2+\frac{mV^2}{\alpha_1+\alpha_2}}, \qquad /0.292/$$

სადაც $\alpha_1$ განითვლება /0.279/ გამოსახულების საფუძველზე;

$\alpha_2$ მოცემულია /0.291/ ფორმულაში.

როდესაც დამრტყმელი ტანის საკუთარი წონა არ მონაწილეობს დეფორმაციაში /დარტყმის დროს/, ან მისი სიმცირის გამო შეიძლება უგულებელვყოთ მისი გავლენა, მაშინ /0.292/ მარტივდება და აქვს შემდეგი სახე:

$$P_{max}=V\sqrt{\frac{m}{\alpha_1+\alpha_2}} \qquad /0.293/$$

## 10. ურის გაანგარიშება დარტყმის, ენერგეტიკული თეორიის საფუძველზე

თუ გავითვალისწინებთ, რომ ური წარმოადგენს სამმასიან თანმიმდევრულად ჩართულ სისტემას / ნახ.0.82/, რომელიც განსაზღვრული სიჩქარით ეცემა K–K აბსოლუტურად მყარ, ბრტყელ სიბრტყეს / სხვათა შორის, ეს ვარიანტი იქნება ყველაზე უარესი ურის სიმტკიცეზე შემოწმებისათვის/, მაშინ ურის მთლიანი კინეტიკური ენერგია $U$ დარტყმის დროს გადადის მისი დეფორმაციის პოტენციურ ენერგიაში და მის სხვადასხვა დამახასიათებელ კვეთებში /I,II,III/ განვითარდება განსაზღვრული სიდიდის მკუმშავი ძაბვები: I კვეთში $\sigma_1$ და $\sigma_2$, II კვეთში $\sigma_3$ და $\sigma_4$, III კვეთში ანუ K–K სიბრტყეში– $\sigma_5$.

თუ დავუშვებთ, რომ დარტყმის მომენტში ურის გააჩნია $a$ სიდიდის აჩქარება[x], რომელიც მიმართულია მისი სიჩქარის $V$ ვექტორის საწინააღმდეგო მიმართულებით, ე.ი. ქვემოდან ზემოთ,

x პროფ.ბელიაევსკის ჰიპოთეზის მიხედვით, დარტყმის მომენტში ურის ყველა ელემენტარულ ნაწილაკს ერთნაირი $a$ აჩქარება აქვს. ფაქტიურად ეს ეწინააღმდეგება დარტყმის ტალღურ თეორიას.

მაშინ უროზე იმოქმედებს ინერციის ძალები /უროს საკუთარი წონა არ არის გათვალისწინებული / და წარმოიშობა სათანადო შემკუმშავი ძაბვები:

I კვეთში:

$$\sigma_1=\alpha\cdot\rho_0\cdot\frac{S_1}{F_1};$$

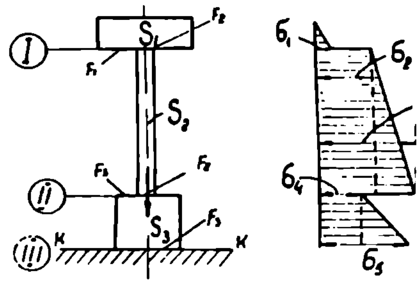
$$\sigma_2=\alpha\cdot\rho_0\cdot\frac{S_1}{F_2}.$$

II კვეთში:

$$\sigma_3=\alpha\cdot\rho_0\cdot\frac{S_1+S_2}{F_2};$$

$$\sigma_4=\alpha\cdot\rho_0\cdot\frac{S_1+S_2}{F_3}.$$

III კვეთში:




ნახ.0.82

$$\sigma_5=\alpha\cdot\rho_0\cdot\frac{S_1+S_2+S_3}{F_3}.$$

$\alpha\cdot\rho_0$ ფაქტორის გამორიცხვის შემდეგ, შეიძლება შევადგინოთ შემდეგი პროპორცია:

$$\frac{\sigma_1\cdot F_1}{S_1}=\frac{\sigma_2\cdot F_2}{S_1}=\frac{\sigma_3\cdot F_2}{S_1+S_2}=\frac{\sigma_4\cdot F_3}{S_1+S_2}=\frac{\sigma_5\cdot F_3}{S_1+S_2+S_3}. \qquad /0.294/$$

/0.294/ განტოლების საფუძველზე გამოვსახოთ ძაბვები $\sigma_3$ ძაბვით[x]:

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_1&=\sigma_3\cdot\frac{F_2}{F_1}\cdot\frac{S_1}{S_1+S_2};\\
\sigma_2&=\sigma_3\cdot\frac{S_1}{S_1+S_2};\\
\sigma_3&=\sigma_3;\\
\sigma_4&=\sigma_3\cdot\frac{F_2}{F_3};\\
\sigma_5&=\sigma_3\cdot\frac{F_2}{F_3}\cdot\frac{S_1+S_2+S_3}{S_1+S_2}.
\end{aligned}\right\} \qquad /0.295/$$

---

x წარმოადგენს ერთ-ერთი საშიში კვეთის ძაბვას.

გამოვთვალოთ ურის მთელ მოცულობაში მისი დეფორმაციის მთლიანი პოტენციური ენერგია /იხ.ნახ.0.83-ზე ძაბვების ეპიურა/

$$\Pi=\frac{\sigma_1^2}{6E}\cdot S_1+\frac{\sigma_2^2}{2E}\cdot S_2+\frac{(\sigma_3-\sigma_2)^2}{6E}\cdot S_2+$$

$$+\frac{\sigma_4^2}{2E}\cdot S_3+\frac{(\sigma_5-\sigma_4)^2}{6E}\cdot S_3. \qquad /0.296/$$

/0.295/-ის გათვალისწინებით /0.296/ შესაძლებელია წარმოვადგინოთ ასეთი სახით:

$$\Pi=\frac{\sigma_3^2\cdot F_2^2}{2E(S-S_2)}\cdot\left[\frac{S_1^3}{3F_1^2}+\frac{S_2}{3F_2^2}\left(3S_1^2+S_2^2\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{S_3}{F_3^2}\left(S-S_3\right)^2+\frac{S_2^3}{3F_3^2}\right]. \qquad /0.297/$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ, დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თანახმად,

$$\Pi=U=0,5\cdot m\cdot V^2,$$

მაშინ ერთ-ერთ საშიშ კვეთში ძაბვის გამოთვლა შესაძლებელია ფორმულით

$$\sigma_3=\frac{V}{F_3}\sqrt{\frac{m}{\alpha_1}}, \qquad /0.298/$$

სადაც

$$\alpha_1=\frac{1}{E(S-S_3)^2}\cdot\left[\frac{S_1^3}{3F_1^2}+\frac{S_2}{3F_2^2}\left(3S_1^2+S_2^2\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{S_2}{F_3^2}\left(S-S_3\right)^2+\frac{S_3^3}{3\cdot F_3^2}\right].$$

ანალოგიურად მოიძებნება მეორე საშიში ძაბვა / ურის დარტყმის დროს გრდემლზე ნამზადის გარეშე/

$$\sigma_5=\frac{V}{F_3}\sqrt{\frac{m}{\alpha_2}}, \qquad /0.299/$$

სადაც

$$\alpha_2=\frac{1}{E\cdot S^2}\left[\frac{S_1^3}{3\cdot F_1^2}+\frac{S_2}{3\cdot F_2^2}\left(3S_1^2+S_2^2\right)+\frac{S_3}{F_3^2}\left(S-S_3\right)^2+\frac{S_3}{3F_3^2}\right].$$

ურის სიმტკიცის პირობები იქნება

$$\left.\begin{aligned}\sigma_3&\leq[\sigma];\\ \sigma_5&\leq[\sigma],\end{aligned}\right\} \qquad /დ.300/$$

სადაც $[\sigma]$ კუმშვაზე დასაშვები ძაბვაა. ურის ოპტიმალური დაგეგმარების მიზნით, ადგილი უნდა ჰქონდეს ტოლობას

$$\sigma_3=\sigma_5=[\sigma]. \qquad /დ.301/$$

/დ.298/ და /დ.299/ ფორმულები გვაძლევს

$$\frac{F_3^2}{F_2^2}=\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \qquad \text{ანუ} \qquad \frac{F_3^2}{F_2^2}=\frac{1}{\left(1-\frac{S_3}{S}\right)^2},$$

საიდანაც

$$S_3=S\left(1-\frac{F_2}{F_3}\right), \qquad /დ.302/$$

სადაც $S$ – ურის სამივე საფეხურის მოცულობა;

$S_1$ – ურის ზედა ნაწილის მოცულობა;

$S_2$ – ურის შუა ნაწილის მოცულობა;

$S_3$ – ურის უშუალოდ დამრტყმელი ნაწილის მოცულობა;

$F_2$ – ურის შუა ნაწილის განივკვეთის ფართობი;

$F_3$ – ურის დამრტყმელი ნაწილის განივკვეთის ფართობი;

$m$ – ურის მთლიანი /სამივე ნაწილის/ მასა;

$V$ – ურის დარტყმის სიჩქარე;

$\rho$ – ურის მასალის სიმკვრივე.

განტოლება /0.302/ წარმოადგენს ღეროს ოპტიმალური პა-
რამეტრების პირობას.

## II. ძაბვების გამოთვლა ტალღური თეორიის საფუძველზე

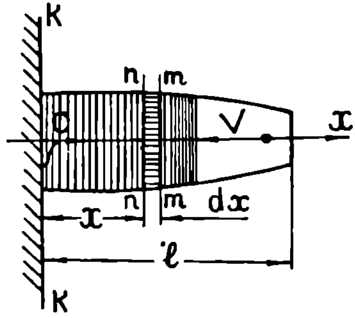
განვიხილოთ ძაბვების გამოთვლა ტალღური თეორიის საფუძველზე იმ შემთხვევაში, როდესაც დრეკადი ტანი განსაზღვრული ფარდობითი V სიჩქარით ახდენს დარტყმას აბსოლუტურად მყარ K-K საყრდენზე.

აღნიშნული საკითხის შესწავლა დინამიკური დრეკადობის თეორიის ურთულესი ამოცანაა და იგი ჯერჯერობით გადაუწყვეტელია.

დარტყმის საინჟინრო თეორია იხილავს აღნიშნულ საკითხს ზოგიერთი დაშვებით:

ა/ დარტყმის დროს m-m და n-n კვეთები ისევე ბრტყელი და ერთმანეთის პარალელური რჩებიან / ნახ.0.83/;

ბ/ დამრტყმელი ტანის ფარდობითი V სიჩქარის მართობულ სიბრტყეებში ვითარდება ერთი და იმავე სიდიდის ნორმალური ძაბვები /სიბრტყეში ძაბვები გასაშუალებულია/;




ნახ.0.83

გ/ დამრტყმელი ტანი დეფორმირდება V სიჩქარის ვექტორის მიმართულებით და არ ხდება მისი დეფორმაცია სხვა მიმართულებებით[x].

---

x ფაქტიურად ტანი ბრტყელი დარტყმის დროს დეფორმირდება მოცულობით ანუ დეკარტეს სივრცით კოორდინატთა სისტემის ყველა $x$, $y$ და $z$ მიმართულებით.

ასეთი გამარტივების შემდეგ / $x, y, z$ და $t$ / ფაქტო-რებზე დამოკიდებული ამოცანა შეიცვლება / $x, t$ / ორცვლა-დიანით და მისი შესწავლა შესაძლებელია ერთი დიფერენციალუ-ლი განტოლებით.

ახლა, თუ განვიხილავთ დამრტყმელი მასის $V$ სიჩქა-რით დარტყმას / K-K / აბსოლუტურად მყარ, ბრტყელ საყრ-დენზე, მაშინ დამრტყმელ მასაში წარმოიქმნება და $C$ სი-ჩქარით გავრცელდება / ნახ.0.83/ დარტყმის დრეკადი ტალღე-ბი და როდესაც ისინი მიაღწევენ $dx$ სისქის მქონე n-n m-m შრეს, n-n კვეთზე იმოქმედებს $F(x)\cdot\sigma(x)$ ძალა, ხოლო m-m კვეთზე-

$$\left[F(x)+dF(x)\right]\left[\sigma(x)+d\sigma(x)\right] \qquad \text{ძალა.}$$

აღნიშნული ძალების სხვაობა წარმოადგენს n-n m-m შრეზე მოქმედი ინერციის მოცულობით ძალას და, აქედან გა-მომდინარე, შესაძლებელია დაიწეროს დიფერენციალური განტოლება შემდეგი ზოგადი სახით:

$$\left[F(x)+dF(x)\right]\cdot\left[\sigma(x)+d\sigma(x)\right]-F(x)\cdot\sigma(x)=$$

$$=F(x)\cdot\rho\cdot\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}\cdot dx\,, \qquad /0.303/$$

რომელსაც სათანადო გარდაქმნის შემდეგ ექნება სახე

$$d\sigma(x)+\frac{F'(x)}{F(x)}\cdot\sigma(x)\cdot dx=$$
$$=\rho\cdot\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}\cdot dx\,, \qquad /0.304/$$

სადაც $U$ არის $x$ მანძილზე მდებარე n-n შრის გადა-ადგილება ანუ დეფორმაცია მყისა $t$ დროში, $0\leq t\leq\tau'$. აქ $\tau'$ არის დარტყმის პირველი ფაზის დრო, ე.ი. ის მომენტი, როდესაც დარტყმის დრეკადი ტალღა გაივლის დამრტყ-

ყმელი მასის $l$ სიგრძეს მისი ფუძიდან /დარტყმის სიბრტყიდან/ შეერამდე;

$F(x)$ – $x$ კვეთში დამრტყმელი ტანის განივკვეთის ფართობი;

$\rho$ – დამრტყმელი ტანის სიმკვრივე.

/0.304/ განტოლება, $t$ დროის გარდა, შეიცავს ორ ძირითად უცნობ სიდიდეს: $\sigma(x)$ ძაბვასა და $U$ გადაადგილებას. აქედან, ერთ-ერთის გამორიცხვის მიზნით, საჭიროა მოიძებნოს ის ფუნქციური დამოკიდებულება, რომელიც არსებობს დარტყმით აღძრულ $\sigma(x)$ ძაბვასა და მის შესაბამის $\varepsilon$ ფარდობით დეფორმაციას შორის.

დრეკადობის თეორიის თანახმად,

$$\varepsilon = \frac{\partial U}{\partial x},$$

მაშინ

$$\sigma(x) = \varphi(\varepsilon) = \varphi\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right). \qquad /0.305/$$

აღნიშნული ფუნქციური დამოკიდებულების შესწავლა შესაძლებელია ექსპერიმენტების საფუძველზე.

თუ /0.305/-ს შევიტანთ /0.304/ გამოსახულებაში, მიიღება ზოგადი სახის დიფერენციული განტოლება

$$C^2\left[\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{F'(x)}{F(x)} \cdot \frac{\varphi\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)}{\frac{d\left[\varphi\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)\right]}{d\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)}}\right] = \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}, \qquad /0.306/$$

სადაც

$$C = \sqrt{\frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\sigma}{d\varepsilon}}$$

წარმოადგენს დამრტყმელ მასაში დრეკადი ტალღის გავრცელების სიჩქარეს.

დრეკადობის ფარგლებში, ჰუკის კანონის თანახმად,

$$\sigma = \varphi(\varepsilon) = E\cdot\varepsilon = E\frac{\partial U}{\partial x}$$

მაშინ /0.306/ დაიყვანება სენ-ვენანის ცნობილ განტოლებაზე

$$C^2\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{F''(x)}{F(x)}\cdot\frac{\partial U}{\partial x}\right) = \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}. \qquad /0.307/$$

აღნიშნულ განტოლებას უნდა დაემატოს დარტყმის კონკრეტული ამოცანიდან გამომდინარე სათანადო საწყისი და სასაზღვრო პირობები.

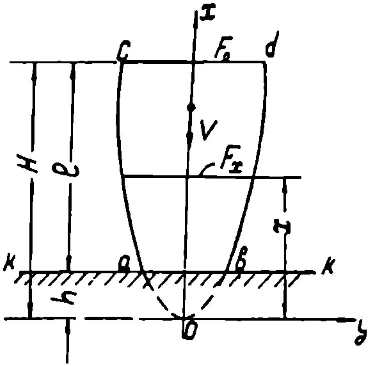
/0.307/ წარმოადგენს ჰიპერბოლური ტიპის, მეორე რიგის წრფივ დიფერენციალურ განტოლებას და მისი ამოხსნა დამოკიდებულია დასაჯახებელ დრეკად ტანთა განივკვეთის $F(x)$ ფართობის ცვალებადობის კანონზე.

მაგალითად, როცა ეს კანონი ხარისხოვანია /ნახ. 0.84/

$$F(x) = F_0\left(\frac{x}{H}\right)^m,$$

სადაც $F_0$ -ზედა ან ქვედა ფუძის ფართობი;

$H$ - დამრტყმელი ტანის გეომეტრიული სიმაღლე /იხ. ნახ.0.85, ნახ.0.86/.




ნახ.0.84

ასეთ შემთხვევაში /0.307/ დიფერენციული განტოლება დაიყვანება

$$C^2\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+\frac{m}{x}\cdot\frac{\partial U}{\partial x}\right)=\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}. \qquad /0.308/$$

თუ მოიძებნება აღნიშნული განტოლების ზოგადი ამო-ნახსნი მხოლოდ $x$ და $t$ -ზე დამოკიდებული ორი, ურთიერთ-საგან დამოუკიდებელი ფუნქციების ნამრავლის სახით

$$U=X(x)\cdot T(t) \qquad /0.309/$$

და მას შევიტანთ /0.308/ გამოსახულებაში, მაშინ

$$\frac{T''(t)}{C^2T(t)}=\frac{1}{X(x)}\cdot\left[X''(x)+\frac{m}{x}X'(x)\right]. \qquad /0.310/$$

თუ წარმოვადგენთ, რომ

$$\frac{T''(t)}{C^2\cdot T(t)}=K^2 \quad \text{და} \quad \frac{1}{X(x)}\cdot\left[X''(x)+\frac{m}{x}X'(x)\right]=-K^2,$$

ან

$$T''(t)+C^2K^2T(t)=0 \qquad /0.311/$$

და

$$X''(x)+\frac{m}{x}X'(x)+K^2X(x)=0, \qquad /0.312/$$

მაშინ /0.311/ განტოლების ამონახსნი იქნება:

$$T(t)=A\cos Kct+B\sin Kct. \qquad /0.313/$$

/0.312/ განტოლება, როგორც ცნობილია, წარმოადგენს ბესელის დიფერენციული განტოლების ერთ კერძო სახეს. როდესაც $[(m-1):2]$ რიცხვი წესიერი ან უწესო /დადებითი ან

უარყოფითი ნიშნის მქონე/ წილადია, მაშინ /0.312/ განტოლების ინტეგრალი გამოისახება შემდეგნაირად:

$$X(x) = -C_1 x^{\frac{1-m}{2}} \cdot J_{\frac{m-1}{2}}(Kx) + C_2 x^{\frac{1-m}{2}} \cdot J_{\frac{1-m}{2}}(Kx). \qquad /0.314/$$

აქ $J_{\frac{m-1}{2}}(Kx)$ და $J_{\frac{1-m}{2}}(Kx)$ ბესელის ფუნქციებია.

თუ /0.313/ და /0.314/ ამოხსნებს შევიტანთ /0.309/ გამოსახულებაში, მივიღებთ

$$U = (A \cdot \cos Kct + B \cdot \sin Kct) \cdot \left[C_1 \cdot x^{\frac{1-m}{2}} \cdot J_{\frac{m-1}{2}}(Kx) + C_2 x^{\frac{1-m}{2}} \cdot J_{\frac{1-m}{2}}(Kx)\right]. \qquad /0.315/$$

/0.315/ ამონახსნში $A, B, C_1, C_2$ და $K$ მუდმივები გამოითვლება დარტყმის ამოცანის საწყისი და სასაზღვრო პირობებიდან.

დარტყმის საწყის პერიოდში დაჯახებული ძელი არ არის დეფორმირებული, რაც იმას ნიშნავს, რომ

$$U\big|_{t=0} = 0$$

ამ დროს $A=0$. მაშინ /0.315/ ამონახსნი მიიღებს სახეს

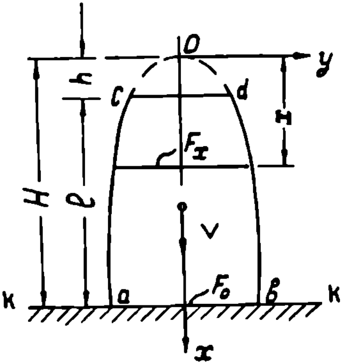
$$U = \left[B_1 \cdot x^{\frac{1-m}{2}} \cdot J_{\frac{1-m}{2}}(Kx) + B_2 x^{\frac{1-m}{2}} \cdot J_{\frac{1-m}{2}}(Kx)\right] \cdot \sin Kct, \qquad /0.316/$$

სადაც $B_1$ და $B_2$ ახალი სახის მუდმივებია.

ამოცანის პირობის თანახმად, დრეკადი დამრტყმელი ძელი ბრტყელი /$ab$/ ფუძით ეჯახება უძრავ აბსოლუტურად ხისტ K-K საყრდენს / ნახ.ნახ.0.84, ნახ.0.85/. ცხადია, რომ როცა $x=h$, მაშინ $U=0$ /დარტყმა მცირე ფუძით, ის.

ნახ.0.85/, ხოლო როცა $x=H$, მაშინ $U=0$ /დარტყმა დიდი ფუძით, იხ.ნახ.0.86/.

რადგან დამრტყმელი ტანის $cd$ ფუძე თავისუფალია გარეშე მოქმედი ძაბვებისაგან, აღნიშნული სიბრტყის დეფორმაცია ნულის ტოლია, რაც გვაძლევს მეორე სახის სასაზღვრო პირობას: $x=H$, მაშინ $\frac{\partial U}{\partial x}=0$ /დარტყმა მცირე ფუძით, იხ.ნახ.0.85/; ხოლო როცა $x=h$, მაშინ $\frac{\partial U}{\partial x}=0$ /დარტყმა დიდი ფუძით, იხ.ნახ. 0.86/.




ნახ.0.85

დარტყმის საწყის $t=0$ მომენტში დამრტყმელი ტანის ყველა წერტილის სიჩქარე $V$ დარტყმის სიჩქარის ტოლია, ამიტომ შესაძლებელია შედგენილ იქნეს მეორე სახის საწყისი პირობა:

$$\text{როცა} \quad t=0, \qquad \text{მაშინ} \quad \frac{\partial U}{\partial t}=V.$$

ზემოაღნიშნული სასაზღვრო და საწყისი პირობების დაკმაყოფილების შემდეგ /0.316/ ამონახსნი სრულიად გარკვეული გახდება და მისი დახმარებით შესაძლებელია დარტყმის ძირითადი პარამეტრების შესწავლა.

## 12. პრიზმული ფორმის დრეკადი ტანის დარტყმა აბსოლუტურად მყარ საყრდენზე

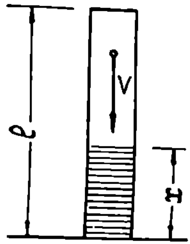
რადგან პრიზმატული ფორმის ღეროს განივკვეთის ფართობი მუდმივია / ნახ.0.86/, ამიტომ მას შეესაბამება დაშვება: /0.316/ განტოლებაში $m$ რიცხვი ტოლია ნულისა / $m=0$ და $F(x)=F=Const$ /, რომლის შედეგად /0.316/ განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$U=\left[B_1\cdot x^{\frac{1}{2}}\cdot J_{-\frac{1}{2}}(Kx)+\right.$$
$$\left.+B_2\cdot x^{\frac{1}{2}}\cdot J_{\frac{1}{2}}(Kx)\right]\cdot \sin Kc\cdot t\,. \qquad /0.317/$$

თუ /0.317/ განტოლებაში შევიტანთ ბესელის ფუნქციათა მნიშვნელობებს, კერძოდ:

$$J_{-\frac{1}{2}}(Kx)=\sqrt{\frac{2}{\pi\cdot K\cdot x}}\cdot\cos Kx$$

$$J_{\frac{1}{2}}(Kx)=\sqrt{\frac{2}{\pi\cdot K\cdot x}}\cdot\sin Kx$$



ნახ.0.86

მივიღებთ

$$U=(D_1\cdot\cos Kx+P_2\cdot\sin Kx)\sin Kct\,,$$

რომელიც, საწყისი პირობის $U\big|_{x=0}=0$ თანახმად, მოგვცემს

$$U=D\cdot\sin Kx\cdot\sin Kct\,. \qquad /0.318/$$

/0.318/ გამოსახულებამ, თავის მხრივ, უნდა დააკმაყოფილოს სასაზღვრო პირობა

$$\frac{\partial U}{\partial x}\bigg|_{x=l}=0\,.$$

ეს კი იძლევა

$$\cos Kl\cdot\sin Kct=0\,.$$

როცა $K\neq 0$, მაშინ $\sin Kct\neq 0$, ამიტომ $\cos Kl=0$, საიდანაც

$$K=\frac{\pi}{2l}\,,\ \frac{3\pi}{2l}\,,\quad ,\frac{n\pi}{2l}\qquad (n=1,3,5,\dots 2m-1).$$

რადგან $K$ კოეფიციენტმა სხვადასხვა მნიშვნელობები მიიღო, ამიტომ /0.318/ კერძო ამონახსნის ნაცვლად იქნება ამონახსნთა მთელი სისტემა, რომელთა ჯამი ასევე ამონახსნს წარმოადგენს, რის გამოც

$$U=\sum_{n=1,3,5,\dots} D_n \sin\frac{n\cdot\pi\cdot x}{2l}\cdot\sin\frac{n\cdot\pi\cdot c\cdot t}{2l}. \qquad /0.319/$$

აქ შემავალი $D_n$ მუდმივი კოეფიციენტი განისაზღვრება

$$\left.\frac{\partial U}{\partial t}\right|_{t=0}=V.$$

აღნიშნული საწყისი პირობის საფუძველზე /0.319/ გამოსახულების გაწარმოებით ვღებულობთ

$$V=\sum_{n=1,3,5,\dots} D_n\cdot\frac{\pi\cdot n\cdot c}{2l}\cdot\sin\frac{n\cdot\pi\cdot x}{2l}. \qquad /0.320/$$

ფურიეს წესის თანახმად, თუ /0.320/ ტოლობის ორივე მხარე გამრავლდება $\sin\frac{n\cdot\pi\cdot x}{2l}\cdot dx$-ზე და აიღება ინტეგრალი $(0, l)$ ზღვრებში, მიიღება $D_n=\frac{8Vl}{\pi^2\cdot n^2\cdot C}$, რომლის მეშვეობით /0.319/-ის ამონახსნი იქნება

$$U(x,t)=\frac{8\cdot V\cdot l}{\pi^2\cdot C}\sum_{n=1,3,5,\dots}\frac{1}{n^2}\cdot\sin\frac{n\cdot\pi\cdot x}{2l}\times$$

$$\times\sin\frac{n\cdot\pi\cdot c\cdot t}{2l}. \qquad /0.321/$$

როდესაც $x=l$ და $t=\frac{l}{C}$, მაშინ

$$U_{max}=\frac{8Vl}{\pi^2\cdot C}\sum_{n=1,3,5,\dots}\frac{1}{n^2}=\frac{8\cdot V\cdot l}{\pi^2\cdot C}\cdot\frac{\pi^2}{8}=\frac{V\cdot l}{C},$$

ანუ

$$U_{max}=\frac{V\cdot l}{C},$$

სადაც $U_{max}$ დამრტყმელი პრიზმატული ღეროს მაქსიმალური აბსოლუტური დეფორმაციაა;

$l$ – დასარტყმელი პრიზმატული ღეროს საწყისი სიგრძე ან სიმაღლე /იხ.ნახ.0.86/;

$C=\sqrt{\frac{E}{\rho}}$ – დრეკადი ტალღის გავრცელების სიჩქარე პრიზმატულ ღეროში;

$t=\frac{l}{C}$ – დარტყმის პირველი ფაზის ხანგრძლივობა.

დარტყმის დროს აღძრული ძაბვები შესაძლებელია განისაზღვროს /0.321/ განტოლების საფუძველზე

$$\sigma(x,t)=E\frac{\partial U}{\partial x}=\frac{4VE}{\pi C}\sum_{n=1,3,5,\dots}\frac{1}{n}\cos\frac{n\cdot\pi\cdot x}{2l}\cdot\sin\frac{n\cdot\pi\cdot c\cdot t}{2l}.$$

როცა $t=\frac{l}{C}$, გვექნება

$$\sigma(x)=\frac{4V\cdot E}{\pi\cdot C}\sum_{n=1,3,5,\dots}\frac{1}{n}\cdot\cos\frac{n\cdot\pi\cdot x}{2l}\cdot\sin\frac{n\cdot\pi}{2}.$$

რადგან განხილული ამოცანის შემთხვევაში

$$\sum_{n=1,3,5,\dots}\frac{1}{n}\cdot\cos\frac{n\cdot\pi\cdot x}{2l}\cdot\sin\frac{n\cdot\pi}{2}=\frac{\pi}{4}$$

$$0<\frac{\pi\cdot x}{2l}<\pi$$

ამიტომ, საბოლოოდ,

$$\sigma(x)=\frac{E\cdot V}{C}=V\sqrt{E\cdot\rho}=Const. \qquad /0.322/$$

მაშასადამე, როცა დარტყმის ტალღები, დარტყმის ფუძიდან არეკლილნი, მიაღწევენ დამრტყმელი ტანის მეორე თავისუფალ ფუძემდე, მაშინ ტანის ყველა კვეთში განვითარდება ერთი და იმავე სიდიდის ნორმალური ძაბვები[X] [3]. დარტყმის ძალა, /0.322/ გამოსახულების ღეროს განივკვეთის ფართობზე გამრავლებით, იქნება:

$$P=F\cdot V\sqrt{\rho E}=\frac{F\cdot V\cdot E}{C}=Const,$$

ხოლო დარტყმის სრული ხანგრძლივობა

$$\tau'+\tau''=t=\frac{2l}{C}.$$

---

X აღნიშნული დასკვნა მოითხოვს სათანადო ექსპერიმენტით დასაბუთებას, რადგან როგორც ძალა, ისე ძაბვები არანაკლებ ორი ცვლადის ფუნქციებია $P=f(x,t)$ და $\sigma=\varphi(x,t)$.

თეორიების ანალიზი გვიჩვენებს, რომ ცალ-ცალკე ზევით განხილული თეორიები მთლიანად ვერ ასახავენ დარტყმის მეტად რთულ ფიზიკურ ბუნებას. ამ მოსაზრებიდან გამომდინარე, საჭიროა აღნიშნული არსებული თეორიების შემდგომი განვითარება და ამავე დროს ახალი თეორიების დამუშავება სათანადო კვლევის საფუძველზე.

ჩვენი აზრით, ერთ-ერთ პერსპექტიულ მიმართულებად უნდა ჩაითვალოს ისეთი დინამიკური თეორიის ჩამოყალიბება, სადაც შესაძლებელია ძალის ცნების უგულებელყოფა და დარტყმის დროს წარმოშობილ დრეკად ტალღაში ენერგიის სიმკვრივის ანუ ტალღის მიერ დაკავებული სივრცის ერთეულ მოცულობაში მოთავსებული ენერგიის სიდიდის მიხედვით მსჯელობა. აღნიშნულ თეორიას შეიძლება ეწოდოს ენერგეტიკული თეორია.

გარდა აღნიშნულისა, კვლევამ გვიჩვენა, რომ დარტყმისა და რხევების დროს ადგილი აქვს მექანიკური ენერგიის ტრანსფორმაციას სხვა სახის ენერგიებად. ეს პრობლემა უფრო მიიქცევს მკვლევართა ყურადღებას.

## 13. ფხვიერი ტანის დარტყმის თეორია

პრაქტიკაში ხშირად ვხვდებით ფხვიერი ტანის დარტყმას განსაზღვრული სახის კონსტრუქციებზე ან, პირიქით, დარტყმას მყარი ტანისა ფხვიერ ტანზე. ამას ხშირად აქვს ადგილი მშენებლობის, სატრანსპორტო სამუშაოებისა და სხვა სახის სამუშაოთა შესრულების დროს. მაგალითად, ექსკავატორით მოთხრილი ფხვიერი მიწის დაყრა სხვადასხვა სატრანსპორტო საშუალებაზე, ფხვიერი მასალით / ქვიშით, ცემენტით, ხორბლით, სიმინდით, შაქრით, ბურღულით / დატვირთული ტომრების დაგდება ხისტ საყ-

რელზე, მყარი ტანის დარტყმა ყამირზე და სხვა. აღნიშნული ამოცანების გადაწყვეტისას ინტერესს იწვევს დარტყმის შედეგად წარმოშობილი ძაბვების ბუნება და მათი სიდიდეები, რომლებიც მოქმედებს როგორც თვით დამრტყმელ ტანზე, ასევე მის მიმღებ კონსტრუქციაზე.

აღნიშნული ტიპის ამოცანების ამოხსნა ძირითადად ემთხვევა დარტყმის თეორიის საფუძველზე განხილულ ამოცანებს, მაგრამ მათ გააჩნიათ სპეციფიკაც და ამიტომ ინტერესმოკლებული არ იქნება მათი განხილვა.

ფხვიერი ტანის დარტყმის თეორიაში აღსანიშნავია ნ.მ. როინიშვილის [74], ს.ა.ხრისტიანოვიჩის [75], მ.ი.ბისეიშვილის [76], გ.ნ. რაზმაძისა [3] და სხვათა შრომები.

ქვემოთ მოყვანილი იქნება ფხვიერი ტანის დარტყმის თეორიის ზოგიერთი ამოცანის გადაწყვეტა ენერგეტიკული მეთოდის საფუძველზე.

თუ განვიხილავთ მყარი ტანის დარტყმას ფხვიერზე /ნახ. 6.87/, აღნიშნული ამოცანის გადაწყვეტა დ.დ.ბარკანისა [77] და გ.ნ.რაზმაძის [3] ნაშრომთა საფუძველზე შეიძლება ჩამოყალიბდეს შემდეგნაირად:

ყამირის $(F)$ ზედაპირის $(\delta)$ გადაადგილებასა და ამ გადაადგილების გამომწვევ $(P)$ დარტყმის ძალას შორის არსებობს წრფივი ფუნქციური დამოკიდებულება

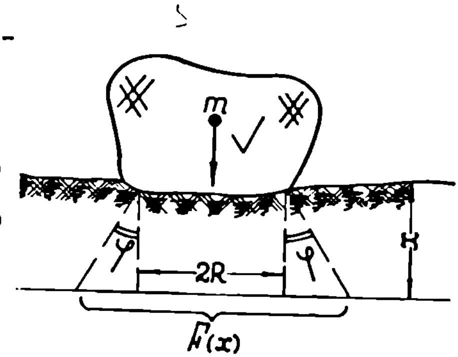
$$\delta = \alpha \cdot P = \frac{1}{F \cdot G_z} \cdot P, \qquad /6.323/$$

სადაც $G_z$ არის ყამირის დრეკადი კუმშვის კოეფიციენტი, რომელიც, მაგალითად, თიხოვანი ყამირებისათვის ტოლია / $G_z = 10,7$ კგძ/სმ$^2$/;

$\alpha$ – ყამირის დამყოლობა.

თუ ყაბირის მასაში დარტყმით აღძრული ინერციის ძალების უგულებელყოფას მოვახდენთ, მაშინ ასეთი დარტყმა ანალოგიური იქნება დარტყმისა ისეთ უწონო დრეკად სისტემაზე, რომლის დეფორმირების ფუნქცია /0.323/ წრფივია და ამ შემთხვევაში დარტყმის პოტენციური ენერგია

$$\Pi=\int_0^{P_{max}} P\cdot d\delta ,$$




ნახ.0.87

რომელიც $d\delta=\alpha dP$ ჩასმით იძლევა $\Pi=\frac{1}{2}\alpha\cdot P_{max}^2$.

რადგან, მეორე მხრივ, დარტყმამდე დახარჯული კინეტიკური ენერგია $U=0,5\,m\cdot V^2$, ამიტომ

$$P_{max}=V\sqrt{\frac{m}{\alpha}} ,$$

რომელიც, /0.323/ გამოსახულების თანახმად, ღებულობს საბოლოო სახეს:

$$P_{max}=V\sqrt{m\cdot F\cdot G_z} ,$$

სადაც $V$ – დამრტყმელი მყარი ტანის ფარდობითი სიჩქარე;

$m$ – მისი მასა;

$F$ – დამრტყმელი ტანის ყაბირთან შეხების ფართობი;

$G_z$ – დრეკადი კუმშვის კოეფიციენტი [77].

$F(x)$ ფართობზე განაწილებული ძაბვა მიახლოებით მოიძებნება ფორმულით

$$\sigma(x)=\frac{V}{F(x)}\sqrt{m\cdot F\cdot G_z} \qquad /0.324/$$

დამრღვეველი ტანის წრიული ფორმის დროს, რაც ხშირად არის გავრცელებული სამშენებლო მანქანებში

$$F(x)=\pi R^2\left(1+\frac{x}{R}\cdot tg\varphi\right)^2$$

და $F=\pi R^2$, რომლის საფუძველზე /0.324/ ღებულობს სახეს

$$\sigma(x)=\frac{V}{R}\sqrt{\frac{m\cdot G_z}{\pi}}\;\frac{1}{1+\frac{x}{R}tg\varphi},$$

სადაც $R$ დამრღვეველი მასის წრიული ფუძის რადიუსია;

$\varphi$ — მკუმშავი ძაბვების გავრცელების კუთხე ყამირში, რომლის სიდიდის ცვალებადობა, გამოწვეული სხვადასხვა ფაქტორების გავლენით, ჯერჯერობით გამოკვლეული არ არის და პირველი მიახლოებისათვის შეიძლება ავიღოთ

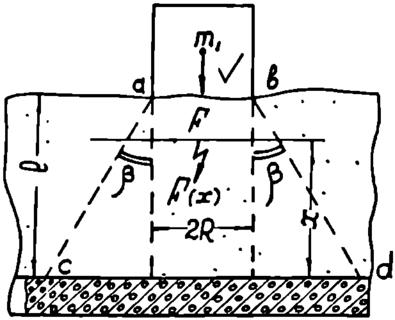
$$\varphi=90-\alpha,$$

სადაც $\alpha$ ყამირის ბუნებრივი დახრის კუთხეა.

ზოგიერთ შემთხვევაში, ნაგებობათა დაცვის მიზნით, ზემოდან ვარდნილი სხეულებისაგან / მაგალითად, ჩაგირგვების ქვეშ ან თავდაცვის მიზნით/ საინტერესოა განვიხილოთ რაიმე ზოგადი ნაგებობა / ნახ.0.88/, რომელიც დაცულია საამორტიზაციო დრეკადი ფხვიერი მასალით. აღნიშნული ფენის დანიშნულებაა ზედაფენებში წარმოქმნილი დიდი ძაბვები გადასცეს დიდ ფართობზე, შეამციროს ძაბვები თვით ნაგებობის ზედაპირზე და დაიცვას იგი დანგრევისაგან.

აღსანიშნავია ის გარემოებაც, რომ დამცველი ფხვიერი მასის ($l$) სისქის გაზრდა, ერთი მხრივ, თუ სასარგებლოა /ამცირებს დინამიკურ ძაბვას/, მეორე მხრივ, ხასიათდება საწინააღმდეგო ეფექტით- იზრდება სტატიკური დატვირთ-

ეა და იწვევს ნაგებობის ღირებულების გაზრდას. აღნიშნული ამოცანის ზუსტი გადაწყვეტა დამოკიდებულია საამორტიზაციო შერჩეული ფხვიერი მასალის დინამიკური დეფორმირების კანონზომიერებაზე.




ნახ.0.88

განვიხილოთ დარტყმის მიმღები დეფორმირებული ფხვიერი ტანი (abcd) წაკვეთილი კონუსის სახით, რომლის დეფორმაციის ფუნქციას აქვს სახე

$$\delta = \alpha \cdot P.$$

აღნიშნულ ტოლობაში თუ ჩავსვამთ $\alpha = \dfrac{\ell}{1 - \dfrac{\ell}{H} EF}$

და $H = \dfrac{R}{tg\beta} + \ell$, მაშინ

$$\alpha = \frac{\ell}{EF}\left(\frac{\ell}{R} tg\beta + 1\right). \qquad /0.325/$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ დარტყმის დროს დეფორმაციის პოტენციური ენერგია

$$\Pi = \int_0^{P_{max}} P d\delta = \frac{1}{2} \alpha \cdot P_{max}^2$$

და

ამ უკანასკნელს გავუტოლებთ კინეტიკურ ენერგიას, რომელიც ტოლია

$$U = \frac{m_1 \cdot V^2}{2\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)},$$

შესაძლებელია ჩამოყალიბდეს დარტყმის ძალის ანალიზური სახე, რომელიც იქნება

$$P_{max} = V \cdot \sqrt{\frac{m_1 \cdot E \cdot F}{\ell \left(1+\frac{\ell}{R} tg\beta\right)\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)}}, \qquad /0.326/$$

სადაც $m_1$ - დამრტყმელი ტანის მასა;

$m_2$ - დარტყმის მიმღები $(abcd)$ წაკვეთილი კონუსური ფორმის ფხვიერი მასალის მასა.

თუ ფხვიერი მასალა უწონოდ ჩაითვლება, ე.ი. $m_2=0$, მაშინ /0.326/ გამარტივდება და მიიღებს სახეს

$$P_{max} = V \sqrt{\frac{m_1 \cdot E \cdot F}{\ell \left(1+\frac{\ell}{R} \cdot tg\beta\right)}}. \qquad /0.327/$$

/0.326/ და /0.327/ ფორმულებში არ არის გათვალისწინებული ფხვიერი მასალის ის თვისება, რომ დარტყმის დროს ადგილი აქვს მასალის ზედა ამოწევას, რის გამოც დამრტყმელი ტანი კიდევ უფრო ღრმად ეფლობა ფხვიერი ტანის მასაში.

აღნიშნული საკითხი შესაძლებელია გათვალისწინებული იყოს პაუკერის ან ნ.მ.გერსევანოვის ფორმულებით [78], რომლებიც გამოხატავს კავშირს საძირკვლის დაადგილებასა და მასზე მოქმედ სტატიკურ დატვირთვას შორის.

ნ.მ.გერსევანოვის მიხედვით

$$\delta_2 = \frac{P}{F \cdot \gamma \left[2tg^4\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) - 1\right]},$$

სადაც $\delta_2$ - საძირკვლის ზედაპირის დაადგილება /დეფორმაცია/;

$F$ - საძირკვლის ფართობი;

$\gamma$ - ყამირის მოცულობითი წონა;

$\varphi$ - ყამირის ბუნებრივი დახრის კუთხე.

დამრტყმელი ტანის დაადგილება

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = \alpha_1 \cdot P + \frac{P}{F \cdot \gamma \left[2 tg^4 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) - 1\right]} ,$$

ანუ

$$\delta = (\alpha_1 + \alpha_2) \cdot P ,$$

სადაც, /0.325/-ის თანახმად,

$$\alpha_1 = \frac{l}{EF} \left(1 + \frac{l}{R} tg\beta\right) , \qquad /0.328/$$

ხოლო /0.327/ -ის საფუძველზე

$$\alpha_2 = \frac{1}{\gamma F \left[2 tg^4 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) - 1\right]} . \qquad /0.329/$$

აღნიშნულ შემთხვევაში დარტყმის ძალის განტოლება შეიძლება წარმოვადგინოთ

$$\frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) \cdot P_{max}^2 = \frac{m_1 \cdot V^2}{2 \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)} ,$$

საიდანაც

$$P_{max} = V \sqrt{\frac{m_1}{(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)}} . \qquad /0.330/$$

საბოლოოდ /0.328/ და /0.329/-ის გათვალისწინებით დარტყმის მაქსიმალური ძალის სიდიდის განმსაზღვრელი ფორმულა /0.330/ მიიღებს სახეს

$$P_{max} = V \sqrt{\frac{\gamma \cdot m_1 \cdot F \left[2 tg^4 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) - 1\right]}{\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) \left\{1 + \frac{\gamma l}{E} \left(1 + \frac{l}{R} tg\beta\right) \left[2 tg^4 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) - 1\right]\right\}}} .$$

ახლა განვიხილოთ ამოცანა, როდესაც რაიმე ფხვიერი მასალის ფენა ეჯახება ხისტ და უძრავ ზედაპირს; მაშინ, ბუნებრივია, დაჯახებული ფენა დეფორმირდება /ფენის გაფართოება სი-

განეში უგულებელყოფილია/ და მისი დარტყმით გამოწვეული ფარდობითი დეფორმაცია განისაზღვრება ფორმულით

$$\varepsilon = \frac{h_1 - h_2}{h_1},$$

სადაც $h_1$ არის ფენის სისქე დარტყმამდე, ხოლო $h_2$ - დარტყმის შემდეგ.

რადგან დარტყმის დროს ფენის მასა უცვლელია, ამი-ტომ $\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$, რომლის საფუძველზე საბოლოოდ $\varepsilon = 1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}$.
აქ

$\rho_1$ დამრტყმელი ფენის სიმკვრივეა დარტყმამდე;

$\rho_2$ – დამრტყმელი ფენის სიმკვრივე დარტყმის მაქსიმალური ძალის განვითარების დროს, ანუ დარტყმის პირველი ფაზის ბოლო მომენტში.

რადგან დარტყმის დროს ერთეულ მოცულობით მასაში შეს-რულდა მუშაობა $0{,}5 \cdot \sigma \cdot \varepsilon$, რომელიც, თავის მხრივ, ტოლია $0{,}5 \cdot \rho \cdot V^2$ ენერგიისა, მათი ტოლობიდან ვღებულობთ ძაბვის საშუალო სიდიდის განმსაზღვრელ ფორმულას

$$\sigma = \frac{\rho_1 \cdot V^2}{\varepsilon}. \qquad /0.331/$$

როდესაც $\varepsilon = 1$, მაშინ /0.331/ მიიღებს სახეს

$$\sigma = \rho_1 \cdot V.$$

თუ დამრტყმელი ფენის დეფორმირება ემორჩილება ჰუკის კანონს, ე.ი. ადგილი აქვს $\sigma = \varepsilon \cdot E$, მაშინ / 0.331/ დაიყ-ვანება სახეზე $\sigma = V\sqrt{\rho_1 \cdot E}$, სადაც $E$ არის დრეკადო-ბის მოდული, ხოლო $V$— დარტყმის სიჩქარე.
თუ გავითვალისწინებთ, რომ $\varepsilon = 1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}$ და $\sigma = \frac{\rho_1 \cdot V^2}{\varepsilon}$, მაშინ მათ საფუძველზე მიიღება შემდეგი ზოგადი ფორმულა, რომლის ავტორია ს.ა.ხრისტიანოვიჩი [79]

$$\sigma = \frac{\rho_1\ \rho_2 \cdot V^2}{\rho_2 - \rho_1}. \qquad /0.332/$$

აღნიშნული ფორმულა გამოიყენა მ.ი.ბისეიშვილმა [80], დამუშავა ფიფქი თოვლის ნაგებობაზე მოქმედების საკითხი, გამოიკვლია $\rho_1$ და $\rho_2$ ფაქტორების რიცხვითი მნიშვნელობები დარტყმის სიჩქარესთან დაკავშირებით.

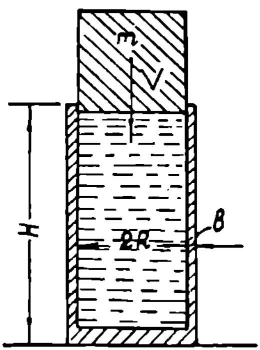
### 14. მყარი ტანის დარტყმა ჭურჭელში მყოფ სითხესა ან გაზზე

აღნიშნული ტიპის ამოცანები გვხვდება ხშირად ჰიდრო და პნევმო სისტემებში და სწორედ ამ მოსაზრებით მათ გააჩნიათ განსაზღვრული თეორიული და პრაქტიკული ინტერესი.

წარმოვიდგინოთ ცალმხრივ ყრუ დაცული თხელკედლიანი ცილინდრული /ქიქისმაგვარი/ ჭურჭელი, რომელიც შევსებულია სითხით და მის ზედა ნაწილზე ეცემა განსაზღვრული ფარდობითი სიჩქარის მქონე m მასა, ჭურჭელზე დგუშის მსგავსად მორგებული.

საჭიროა განისაზღვროს ის მაქსიმალური დარტყმითი ნორმალური ძაბვები, რომლებიც ვითარდება ჭურჭლის ცილინდრულ ნაწილში/იხ.ნახ.0.89/.

აღნიშნულ შემთხვევაში დარტყმის მთლიანი კინეტიკური ენერგია ძირითადად გარდაიქმნება სითხისა და ჭურჭლის კედლებში დაგროვილი დეფორმაციის პოტენციურ ენერგიად /ჭურჭლის ძირის დეფორმაცია მისი სიმცირის გამო უგულებელყოფილია/.




ნახ.0.89

დარტყმის შემთხვევაში სითხეში წარმოიქმნება განსაზღვრული სიდიდის

ნწევა, რომელიც მაქსიმალურ სიდიდეს მიაღწევს იმ მომენტ-
ში, როდესაც დამრტყმელი მასის სიჩქარე მიაღწევს ნულს.

დარტყმის ენერგეტიკული კანონის თანახმად, შეიძ-
ლება დაიწეროს განტოლება

$$\frac{\sigma_1^2}{2E_1}\cdot S_1 + \frac{\sigma_2^2}{2E_2}\cdot S_2 = U, \qquad /0.333/$$

სადაც $\sigma_1$ – ჭურჭლის კედელში განვითარებული ძაბვა;

$\sigma_2$ – სითხეში აღძრული ძაბვა, რომელიც, თავის მხრივ, წნევის ტოლია.

როგორც ცნობილია,

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_2 \cdot R}{b},$$

საიდანაც

$$\sigma_2 = q = \frac{b\cdot\sigma_1}{R}. \qquad /0.334/$$

თანახმად /0.333/ გამოსახულებისა, ვღებულობთ, რომ

$$\max\sigma_1 = \sqrt{\frac{2UE_1}{S_1\left(1+\frac{S_2\cdot E_1\cdot b^2}{S_1\cdot E_2\cdot R^2}\right)}} \qquad /0.335/$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ $U=0,5mV^2$, მაშინ /0.335/ ღებულობს სახეს

$$\max\sigma_1 = V\sqrt{\frac{m\cdot E_1}{S_1\left(1+\frac{S_2\, E_1\cdot b^2}{S_1\, E_2\cdot R^2}\right)}}, \qquad /0.336/$$

სადაც $E_1$ არის ჭურჭლის კედლის მასალის დრეკადობის მო-
დული;

$E_2$ – სითხის დრეკადობის მოდული;

$S_1$ – ჭურჭლის კედლის მოცულობა;

$S_2$ - სითხის მოცულობა;

$b$ - ქურქლის კედლის სისქე;

$R$ - ცილინდრული ფორმის ქურქლის შიდა კედლის რადიუსი;

$H$ - ქურქლის სიმაღლე.

თუ /0.336/-ში ჩავსვამთ მნიშვნელობებს: $S_1=2\pi RHb$ და $S_2\approx\pi R^2H$, მივიღებთ

$$\max\sigma_1=V\sqrt{\frac{mE_1}{S_1\left(1+\frac{E_1\cdot b}{2E_2\cdot R}\right)}} \qquad /0.337/$$

მასის სითხეზე დარტყმის შედეგად წარმოშობილი წნევა, /0.334/ და /0.337/-ის საფუძველზე, იქნება:

$$q_{max}=V\sqrt{\frac{mE_1}{S_1\left(\frac{R^2}{b^2}+\frac{E_1\cdot R}{2E_2\cdot b}\right)}} \qquad /0.338/$$

როდესაც ქურქელში ჩასხმულ სითხეს ეჯახება არა $m$ მასა, არამედ $V$ სიჩქარით მოძრავი სითხე, რომლის მასა $m=\rho_2\cdot S_2$, მაშინ, რადგან $\frac{S_1}{S_2}=\frac{2b}{R}$, ამიტომ /0.337/ და /0.338/ გამოსახულებები გვაძლევს მილის კედელში განვითარებული ძაბვებისა და სითხეში წარმოშობილი წნევის იმ გამოხატულებას, რომლებიც შეესაბამება მილში $V$ სიჩქარით გამდინარე სითხის უეცარი გადაკეტვისას განვითარებულ ძაბვას და წნევას:

$$\max\sigma_1=V\sqrt{\frac{\rho_2\cdot E_1}{\frac{2b}{R}\left(1+\frac{E_1\cdot b}{2E_2\cdot R}\right)}}; \qquad /0.339/$$

$$q_{max}=V\sqrt{\frac{\rho_2\cdot E_2}{\frac{2R\cdot E_2}{b\cdot E_1}+1}}. \qquad /0.340/$$

/0.339/ და /0.340/ ფორმულების წარმოდგენა შეიძლება ასე-
თ სახით:

$$q_{max} = \sigma_2 = \frac{V \cdot E_0}{C},$$

სადაც

$$C = \sqrt{\frac{E_2}{\rho_2 \left( \frac{2 \cdot R \cdot E_2}{b \cdot E_1} + 1 \right)}}$$

და

$$E_0 = \frac{E_2}{\frac{2 \cdot R \cdot E_2}{b \cdot E_1} + 1},$$

სადაც C არის დრეკადი ტალღის გავრცელების სიჩქარე ძელში ჩამოკეტილი და დარტყმით შეკუმშული სითხისათვის ძელის დრეკადობის გავლენის გათვალისწინებით. აღსანიშნავია, რომ ეს უკანასკნელი შედეგები ზუსტად ემთხვევა ნ.ე.ჟუკოვსკის მიერ მიღებულ [81] ფორმულებს. როდესაც სითხე უკუმშვადია, ე.ი. $E_2 = \infty$, მაშინ /0.339/ და /0.340/ ფორმულები გარდაიქმნება და მიიღებს სახეს:

$$\max \sigma_1 = V \sqrt{\frac{\rho_2 \cdot E_1 \cdot R}{2b}},$$

$$q_{max} = V \sqrt{\frac{\rho_2 \cdot E_1 \cdot b}{2R}}.$$

იმ შემთხვევაში, როდესაც ძელის მასალა აბსოლუტურად ხისტია, ე.ი. $E_1 = \infty$, მაშინ

$$\max \sigma_1 = \frac{VR}{b} \sqrt{\rho_2 \cdot E_2},$$

$$q_{max} = V \sqrt{\rho_2 E_2} = V \frac{E_2}{C},$$

სადაც $E_2$ არის სითხის დრეკადობის მოდული /მაგალითად,

წყლისათვის $E_2 = 20700$ კგძ/სმ$^2$, ზეთისა და ნავთისათვის $E_2 = 13500$ კგძ/სმ$^2$/;

$\rho_2$ – სითხის სიმკვრივე;

$E_1$ – მილის მასალის დრეკადობის მოდული;

$\rho_1$ – მილის მასალის სიმკვრივე;

$E_0$ – დაყვანილი დრეკადობის მოდული;

$V$ – სითხის გამდინარების სიჩქარე საკეტი ფარის უეცრად ჩაშვებამდე;

$C$ – დრეკადი ტალღის გავრცელების სიჩქარე სითხეში.

აბსოლუტურად უდრეკარი მილის შემთხვევაში ჰიდრავლიკურ დარტყმებზე საანგარიშოდ არსებობს საკმაოდ დიდი რაოდენობის ლიტერატურა, რომელთა შორის, დარტყმის საინჟინრო თეორიის თვალსაზრისით, დიდ ინტერესს იწვევს მ.ა.მოსტკოვის სადისერტაციო ნაშრომი [82] და სხვა.

მ ა გ ა ლ ი თ ი №1.

თხელკედლიან ცილინდრში მოთავსებულ სითხეს დარტყმას აყენებს $m$ მასის მქონე დგუში /ნახ.0.89/. უნდა გამოითვალოს ნორმალური მაქსიმალური გამჭიმავი ძაბვა, რომელიც ვითარდება დგუშის ცილინდრული ნაწილის კედლებში.

მოცემულია:

- დგუშის მასა $m = 0,0005$ კგძწმ$^2$/სმ;
- დგუშის სიჩქარე $V = 500$ სმ/წმ;
- ცილინდრში მოთავსებული სითხის სიმაღლე $H =$ $= 60$ სმ;
- ცილინდრის კედლის სისქე $b = 0,2$ სმ;
- სითხის დრეკადობის მოდული $E_2 = 20700$ კგძ/სმ$^2$;
- ცილინდრის შინაგანი სიმრუდის რადიუსი $R = 3$ სმ.

- ცილინდრის მასალის დრეკადობის მოდული $E_1 = 2\cdot10^6$ კგძ/სმ$^2$.

ამოხსნა:

- ცილინდრის მუშა ნაწილის მოცულობა $S_1 = 2\pi RH\delta = 2{,}0\cdot3{,}14\cdot3{,}0\cdot60{,}0\cdot0{,}2 = 226{,}08$ სმ$^3$ $\approx 226{,}0$ სმ$^3$

ცილინდრის კედელში განვითარებული ნორმალური გამჭიმავი ძაბვა გამოითვლება /0.337/ ფორმულით

$$\max\sigma_1 = V\sqrt{\frac{mE_1}{S_1\left(1+\dfrac{E_1\cdot\delta}{2E_2\cdot R}\right)}} =$$

$$= 500\sqrt{\frac{0{,}005\cdot2\cdot10^6}{226{,}0\left(1+\dfrac{2\cdot10^6\cdot0{,}2}{2\cdot20700\cdot3}\right)}} \approx 1620\ \frac{\text{კგძ}}{\text{სმ}^2}.$$

მ ა გ ა ლ ი თ ი №2.

განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც /იხ.ნახ.0.90/ ცილინდრული ფორმის ჭურჭელში სითხის მაგივრად მოთავსებულია გაზი, წინასწარი წნევით $q_0$ და მასზე $V$ ფარდობითი სიჩქარით ახდენს დარტყმას $m$ მასის მქონე დგუში.

საჭიროა განისაზღვროს ჭურჭლის კედელში განვითარებული ნორმალური გამჭიმავი ძაბვები. დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის საფუძველზე, დარტყმის კინეტიკური ენერგია გადადის ჭურჭლის კედლებისა და ცილინდრში მოთავსებული გაზის დეფორმაციის პოტენციურ ენერგიაში.

კერძოდ, ჭურჭლის კედლებში დაგროვილი პოტენციური ენერგია ტოლი იქნება

$$\Pi_1 = \frac{\sigma_1^2}{2E_1}S_1 - \frac{\sigma_0^2}{2E_1}S_1, \qquad /0.341/$$

ხოლო გაზში დარჩენილი პოტენციური ენერგიის სიდიდე გამოითვლება თერმოდინამიკის იზოთერმული კანონის საფუძველზე

$$\Pi_2 = q_0 S_0 \ln \frac{q}{q_0}\,. \qquad /0.342/$$

ჭურჭელში მოქმედ წნევასა და მის კედლებში განვითარებულ ნორმალურ ძაბვას შორის არსებობს დამოკიდებულება

$$\sigma_0 = \frac{q_0 \cdot R}{b}\,, \qquad /0.343/$$

$$\sigma_1 = \frac{q \cdot R}{b}\,. \qquad /0.344/$$

/0.341/ გამოსახულება წარმოვადგინოთ $q_0$ საწყისი წნევისა და დარტყმით აღძრული $q$ წნევის გათვალისწინებით

$$\Pi_1 = \frac{q^2 \cdot R^2}{2E_1 \cdot b^2} \cdot S_1 - \frac{q_0^2 \cdot R^2}{2E_1 \cdot b^2} \cdot S_1\,. \qquad /0.345/$$

/0.342/ და /0.345/ გამოსახულებათა საფუძველზე, დარტყმის განტოლება მიიღებს ასეთ სახეს:

$$\Pi_1 + \Pi_2 = U$$

ანუ

$$\frac{R^2 \cdot S_1}{2E_1 \cdot b^2}\left(q^2 - q_0^2\right) + q_0 \cdot S_0 \cdot \ln \frac{q}{q_0} = U\,,$$

სადაც $q$ არის დარტყმით აღძრული წნევა გაზში;

$q_0$ - საწყისი წნევა გაზში /დარტყმამდე/.

იმ შემთხვევაში, როდესაც ჭურჭლის კედლის მასალა დიდი სიმტკიცისაა, ე.ი. $E_1 \to \infty$, გაზში დარტყმით აღძრული წნევა გამოისახება

$$q = q_0 \cdot e^{\frac{U}{q_0 \cdot S_0}}\,, \qquad /0.346/$$

სადაც $e$ ნეპერის რიცხვია; თუ /ი.346/-ს შევიტანთ /ი.344/ განტოლებაში,

$$\max \sigma_1 = \frac{R}{b} q_0 e^{\frac{U}{q_0 \cdot s_0}} \qquad /ი.347/$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ $U = 0,5 \cdot m \cdot V^2$, საბოლოოდ გვექნება

$$\max \sigma_1 = \frac{R}{b} q_0 e^{\frac{mV^2}{2q_0 \cdot s_0}} \qquad /ი.348/$$

ჭურჭლის კედლის სიმტკიცისათვის, დაცული უნდა იყოს პირობა

$$\max \sigma_1' = [\sigma],$$

სადაც $[\sigma]$ არის დარტყმით გამოწვეული ძაბვის დასაშვები სიდიდე ჭურჭლის კედლის მასალისათვის.

როდესაც მილში $V$ სიჩქარით მიედინება $\rho$ სიმკვრივისა და $S_0$ მოცულობის გაზი, მაშინ მილის უეცარი გადაკეტის შემთხვევაში დარტყმაზე დახარჯული ენერგია შეადგენს $U = 0,5 \rho_0 \cdot S_0 \cdot V^2$, ამ შემთხვევაში სათანადო წნევა და შესაბამისი ძაბვა გამოითვლება ფორმულებით

$$q_{max} = q_0 e^{\frac{\rho_0 V^2}{2q_0}},$$

$$\max \sigma_1 = \frac{R}{b} \cdot q_0 \cdot e^{\frac{\rho_0 V^2}{2q_0}}$$

თვითმფრინავის დაჯდომის დროს პნევმატიკურ ამორტიზატორებში განვითარებული ნორმალური გამჭიმავი ძაბვის სიდიდე აგრეთვე განისაზღვრება /ი.348/ გამოსახულების თანახმად,

$$\max \sigma_1 = \frac{R}{b} q_0 \cdot e^{\frac{mV^2}{2q_0 \cdot s_0}},$$

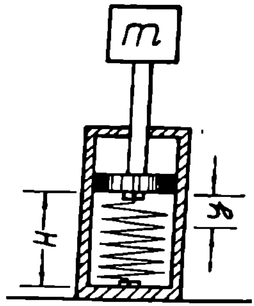
სადაც $m$ იქნება ერთ ამორტიზატორზე მოსული მასა, ხოლო $V$ — თვითმფრინავის დაჯდომის ვერტიკალური სიჩქარე.

მ ა გ ა ლ ი თ ი № 3.

განვიხილოთ დარტყმის ისეთი შემთხვევა, როდესაც ადგილი აქვს არა მარტო გაზის, არამედ ჭურჭელში მოთავსებული დრეკადი ზამბარის შეკუმშვასაც / ნახ.0.90/.

ჭურჭლის დიდი სიხისტისას დარტყმის მთელი კინეტიკური ენერგია გადადის გაზისა და ზამბარის დეფორმაციის პოტენციურ ენერგიაში.

თუ დარტყმის შედეგად ზამბარა განიცდის $y$ სიდიდის დრეკად შეკუმშვას, მაშინ გაზის $S$ მოცულობა შეიცვლება კანონით




$$S = F(H-y), \qquad /0.349/$$

ნახ.0.90

სადაც $F$ არის ჭურჭლის შიდა განივკვეთის ფართი, ხოლო $H$ — ჭურჭლის სიმაღლე.

მეორე მხრივ, გაზის იზოთერმული პროცესისათვის გაზის მდგომარეობის განტოლებას აქვს სახე

$$q \cdot S = q_0 \cdot S_0. \qquad /0.350/$$

/0.349/-ისა და /0.350/-ის საფუძველზე ვღებულობთ

$$y = H\left(1 - \frac{q_0}{q}\right). \qquad /0.351/$$

ამ ფორმულის გათვალისწინებით ზამბარის მიერ შესრულებული მუშაობა განისაზღვრება

$$\Pi_1 = \frac{y^2}{2\alpha} = \frac{H^2}{2\alpha}\left(1 - \frac{q_0}{q}\right)^2, \qquad /0.352/$$

სადაც $\alpha$ ზამბარის დამყოლობაა.

გაზის შეკუმშვაზე დახარჯული ენერგია შესაძლებელია განისაზღვროს ფორმულით

$$\Pi_2 = q_0 \cdot S_0 \cdot \ln \frac{q}{q_0} . \qquad /0.353/$$

/0.352/-ისა და /0.353/-ის საფუძველზე შესაძლებელია შევადგინოთ დრეკადობის ძალის განმსაზღვრელი განტოლება $\Pi_1 + \Pi_2 = U$

და

$$\frac{H^2}{2\alpha}\left(1 - \frac{q_0}{q}\right)^2 + q_0 \cdot S_0 \cdot \ln \frac{q}{q_0} = U , \qquad /0.354/$$

სადაც $q$ არის დაწოლით აღძრული წნევა, $q_0$ –საწყისი წნევა და $S_0$ –გაზის საწყისი მოცულობა.

როგორც ცნობილია, ცილინდრულ ჭურჭელში განვითარებულ $q$ წნევასა და მის კედლებში აღძრულ წრიულ გაჭიმვა $\sigma$ ძაბვას შორის არსებობს დამოკიდებულება

$$\sigma = \frac{q \cdot R}{b} ,$$

სადაც $R$ ცილინდრული ჭურჭლის შიდა რადიუსია;

$b$ – მისი კედლის სისქე.

აღნიშნულის გათვალისწინებით /0.354/ განტოლება მიიღებს სახეს

$$\frac{H^2}{2\alpha}\left(1 - \frac{q_0 \cdot S_0}{\sigma \cdot b}\right)^2 + q_0 S_0 \ln \frac{\sigma \cdot b}{q_0 \cdot R} = U$$

სიმტკიცის პირობიდან გამომდინარე, $\sigma = [\sigma]$

$$U \leq \left[ \frac{H^2}{2\alpha}\left(1 - \frac{q_0 \cdot S_0}{[\sigma] \cdot b}\right)^2 + q_0 \cdot S_0 \cdot \ln \frac{[\sigma] \cdot b}{q_0 \cdot R} \right]$$

თუ თვითმფრინავის ბორბლები /შასი/ დამაგრებულია

ამორტიზატორებზე, რომლებიც მუშაობენ ცილინდრში მოთავსებული გაზისა და ზამბარის შეკუმშვის პრინციპზე, მაშინ სიმტკიცის პირობას ამორტიზატორის ცილინდრული გარსისათვის ექნება სახე

$$\frac{mV^2}{2}\le\left[\frac{H^2}{2\alpha}\left(1-\frac{q_0\cdot S_0}{[\sigma]\cdot \delta}\right)^2+q_0\cdot S_0\cdot\ln\frac{[\sigma]\cdot\delta}{q_0\cdot R_0}\right],$$

სადაც $m$ არის თვითმფრინავის ერთ ამორტიზატორზე მოსული მასა;

$V$ – თვითმფრინავის დაჯდომის ვერტიკალური სიჩქარე.

თუ მხედველობაში არ მივიღებთ ზამბარის შეკუმშვის ძალას მისი სიმცირის გამო, მაშინ თვითმფრინავის დაჯდომისას წარმოშობილი დარტყმის ძალა განისაზღვრება ფორმულით

$$P_{max}=n\cdot q\cdot F,$$

სადაც $n$, –ამორტიზატორთა რიცხვი;

$F$ – ამორტიზატორის ცილინდრის განივკვეთის ფართობი;

$q$ – მაქსიმალური წნევა, რომელიც ვითარდება ამორტიზატორის ცილინდრში თვითმფრინავის $V$ ვერტიკალური სიჩქარით დაჯდომის დროს. მისი გამოთვლა შესაძლებელია /0.354/ ფორმულით, რომელიც აღნიშნული ამოცანის კერძო შემთხვევისათვის ღებულობს შემდეგ სახეს:

$$\frac{H^2}{2\alpha}\left(1-\frac{q_0}{q}\right)^2+q_0\cdot S_0\cdot\ln\frac{q}{q_0}=\frac{mV^2}{2}.$$

თვითმფრინავის დაჯდომის მომენტში, გრავიტაციული /სიმძიმის/ ძალის გარდა, მოქმედებს დარტყმის /ინერციის/ ძალა, რომელსაც შესაძლებელია ეწოდოს დინამიკური რეაქციის ძალა. მისი სიდიდე, ნიუტონის კანონის თანახმად,

$$P^n_{max}=-\alpha\cdot M, \qquad /0.355/$$

სადაც $\alpha$ თვითმფრინავის დარტყმის დროს განვითარებული მაქსიმალური აჩქარებაა;

$M$ – თვითმფრინავის მთლიანი მასა;

$P^{n}_{max}$ – დარტყმის /ინერციის/ ძალა, რომელიც მიმართულია ზემოდან ქვემოთ და მოქმედებს ორივე საყრდენზე.

თუ გვაინტერესებს ერთ საყრდენზე მოსული ძალის სიდიდე, /0.355/ ფორმულით მიღებული შედეგი უნდა გაიყოს $n$ საყრდენთა რიცხვზე.

მ ა გ ა ლ ი თ ი №4.

დარტყმითი დატვირთვები შესაძლებელია წარმოიშვას აფეთქებით, რაც გამოიწვევს კონსტრუქციის ხანმოკლე იმპულსურ დატვირთვებს. ინტერესმოკლებული არ იქნება განვიხილოთ აფეთქებით გამოწვეული ძაბვების გამოთვლის მეთოდიკა ცილინდრულ და სფერულ თხელკედლიან გარსებში.

თუ გამოვიყენებთ თერმოდინამიკიდან იზოქორულ დამოკიდებულებას, რომელიც ასახავს $Q$ სითბოს რაოდენობას და აირულ $q$ წნევას შორის დამოკიდებულებას,

$$Q = 58,5 \cdot S_0 (q - q_0),$$

შეგვიძლია განვსაზღვროთ გარსში აირული წნევის სიდიდე

$$q = q_0 \left(1 + \frac{Q}{58,5 \cdot q_0 \cdot S_0}\right),$$

სადაც $q$ –გარსში მოთავსებული გაზის საწყისი წნევა /აფეთქებამდე/;

$Q$ – ასაფეთქებელი ნივთიერების კილო-კალორიებში გამოხატული სითბოს რაოდენობა.

აფეთქების ნიადაგზე წარმოშობილი $q$ წნევა გა-

მოიწვევს თხელკედლიანი ცილინდრული გარსის კედლების დრე-კად გაჭიმვას და გარსში შესაბამისი ძაბვების წარმოქმნას, რომლის მაქსიმალური სიდიდე გამოითვლება ფორმულით

$$\sigma_{max} = \frac{q \cdot R_0}{\delta} = \frac{q_0 R_0}{\delta}\left(1 + \frac{Q}{58{,}5\, q_0 \cdot S_0}\right); \qquad /0.356/$$

სფერული გარსისათვის

$$\sigma_{max} = \frac{q R_0}{2 \cdot \delta} = \frac{q_0 \cdot R_0}{2\delta}\left(1 + \frac{Q}{58{,}5 \cdot q_0 \cdot S_0}\right). \qquad /0.357/$$

სიმტკიცის პირობას აქვს სახე $\sigma_{max} \leq [\sigma]$.

/0.337/ და /0.357/ ფორმულების საფუძველზე ცილინდ-რული გარსებისათვის

$$[Q] \leq 58{,}5 q_0 \cdot S_0 \left(\frac{[\sigma] \cdot \delta}{q_0 \cdot R_0} - 1\right); \qquad /0.358/$$

სფერული გარსებისათვის

$$[Q] \leq 58{,}5 \cdot q_0 \cdot S_0 \left(\frac{2[\sigma] \cdot \delta}{q_0 \cdot R_0} - 1\right), \qquad /0.359/$$

სადაც $R_0$ ცილინდრული ან სფერული გარსის რადიუსია, ხოლო $\delta$ –გარსის კედლის სისქე.

იმ შემთხვევაში, როდესაც $S_0$ მოცულობისა და საწყისი წნევის მქონე გაზში უეცრად შეიჭრება $a$ მოცუ-ლობის რაიმე მასა, მაშინ გაზში აიწევს წნევა, რომლის გა-მოთვლა შესაძლებელია /0.350/ განტოლების საფუძველზე

$$q(S_0 - a) = q_0 \cdot S_0 ,$$

საიდანაც საძიებელი წნევა

$$q = S_0 \frac{q_0}{S_0 - a} = \frac{q_0}{1 - \frac{a}{S_0}}.$$

წნევა ცილინდრული გარსის კედლებში წარმოშობს ნორმალურ ძაბვას

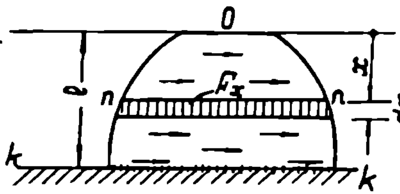
$$\sigma = \frac{q_0 \cdot R_0}{\delta\left(1 - \frac{a}{S_0}\right)}. \qquad /0.360/$$

თუ იმავე ცილინდრულ რეზერვუარში გაზის მაგივრად უკუმშვადი და უძრავი სითხე იქნება მოთავსებული, მაშინ ნორმალური ძაბვის გამოსათვლელი ფორმულა მიიღებს სახეს

$$\sigma = E\left[\left(1 + \frac{a}{S_0}\right)^{0,5} - 1\right]. \qquad /0.361/$$

### 15. დარტყმითი ძვრა ენერგეტიკული თეორიით

მოცემულია უძრავი უდეფორმადო სიბრტყე (K-K), რომლის მიმართ / იხ.ნახ.0.91/ ტანი ასრულებს წარმტან მოძრაობას და უეცრად დამუხრუჭდა. ასეთ შემთხვევებში, თუ ტანის $l$ სიმაღლე საკმაოდ დიდია, მაშინ ეს უკანასკნელი მუშაობს ღუნვასა და ძვრაზე ერთდროულად, ხოლო იმ შემთხვევაში, თუ $l$ სიმაღლე წარმოადგენს მცირე სიდიდეს, მაშინ ძირითადად ადგილი ექნება დარტყმით ძვრას და




ნახ.0.91

მისი მთელი კინეტიკური $U$ ენერგია, როდესაც გვექნება დარტყმის მაქსიმუმი, გარდაიქმნება ძვრის დეფორმაციის $\Pi$ პოტენციურ ენერგიად. მაშასადამე, ადგილი ექნება მხები ძაბვების წარმოშობას ტანის $x=0$ -დან $x=l$ -მდე ყველა (K-K) სიბრტყის პარალელურ სიბრტყეებში. აღნიშნული მხები ძაბვების განსაზღვრის მიზნით, დეფორმაციის ენერგია ძაბვაში უნდა გამოისახოს და გაუტოლდეს დარტყმამდე დახარჯულ კინეტიკურ ენერგიას.

დავუშვათ, რომ დარტყმით აღძრული მხები ძაბვები მისი სიმაღლის გასწვრივ დანში ნაწილდება კანონით

$$\tau_{საშ} = \tau(x) . \qquad /0.362/$$

/0.362/-ის გათვალისწინებით, დარტყმით აღძრული ძაბვის განმსაზღვრელი განტოლება მიიღებს სახეს

$$\Pi = \int_0^l \frac{\tau^2(x)}{2G}\cdot F(x)\,dx = U , \qquad /0.363/$$

სადაც $G$ -ძელის დინამიკური დრეკადობის მოდული.

საძიებელი ძაბვა გამოვსახოთ ფუნქციით

$$\tau(x) = \tau\cdot\varphi(x) , \qquad /0.364/$$

სადაც $\tau$ არის ძელზე მომუშავე დანის $F$ ფუძეზე (K-K) სიბრტყეში განვითარებული მხები ძაბვა;

$\varphi(x)$-უგანზომილებო ფუნქცია.

ამ შემთხვევაში დარტყმის ძალის /0.363/ განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\frac{\tau^2}{2G}\int_0^l \varphi^2(x)\cdot F(x)\cdot dx = U , \qquad /0.365/$$

საიდანაც

$$\tau = \frac{1}{F}\sqrt{\frac{2U}{\beta}} = \frac{V}{F}\sqrt{\frac{m}{\beta}} \qquad /0.366/$$

აქ

$$\beta = \frac{1}{F^2\cdot G}\int_0^l \varphi^2(x)\cdot F(x)\cdot dx .$$

ფუნქცია /0.364/ გამოვსახოთ ახალი ფორმით

$$\tau(x) = \frac{V}{F}\sqrt{\frac{m}{\beta}}\cdot\varphi(x) .$$

/0.366/ -ის საფუძველზე შესაძლებელია განისაზღვროს ის მაქსიმალური მხები $T$ ძალა, რომელიც იმოქმედებს დარტყმითი ძელის პირველი ფაზის ბოლო მცისა მომენტში (K-K) სიბრტყეზე

$$T=F\cdot\tau=V\sqrt{\frac{m}{\beta}}$$

$\beta$-ს შეიძლება ვუწოდოთ დარტყმითი ძვრის დამყოლობა.

ამოცანის სრულფასოვანი ამოხსნის მიზნით, საჭიროა $\varphi(x)$ ძაბვების განაწილების ფუნქცია, რისთვისაც გამოიყენება ჰიპოთეზა, რომლის თანახმად მყისეულად შეჩერებულ-დამუხრუჭებული ტანის /იხ.ნახ.0.91/ ყოველ ნაწილაკზე მოქმედებს ერთი და იმავე სიდიდის ინერციის განივად მოქმედი ძალები, ანუ ყველა ნაწილაკს გააჩნია ერთი და იმავე სიდიდისა და მიმართულების $a$ აჩქარება. აღნიშნულის საფუძველზე

$$\varphi(x)=\rho_0\frac{a}{F(x)}\cdot\int_0^x F(x)\cdot dx, \qquad /0.367/$$

სადაც $\rho_0$ -დამუხრუჭებული ტანის სიმკვრივე.

თუ დამუხრუჭებული მასის მთლიან მოცულობას აღვნიშნავთ $S$ -ით, მაშინ /0.367/ შეიძლება წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით:

$$\tau(x)=\rho_0\frac{a\cdot S}{F(x)}\cdot\frac{F}{S\cdot F(x)}\int_0^x F(x)\cdot dx. \qquad /0.368/$$

რადგან $\rho_0\frac{a\cdot S}{F(x)}=\tau$, მაშინ /0.368/ შეიძლება ჩაიწეროს ასე:

$$\tau(x)=\tau\frac{F}{S\cdot F(x)}\int_0^x F(x)\cdot dx. \qquad /0.369/$$

თუ /0.369/ გამოსახულებას შევადარებთ /0.364/-ს, მივიღებთ

$$\varphi(x)=\frac{F}{S\cdot F(x)}\int_0^x F(x)\cdot dx \qquad /0.370/$$

ძერითი დამყოლობის სიდიდის დაზუსტებული ანალი-
ზური გამოსახულებისათვის გვექნება

$$\beta=\frac{1}{S^2G}\int_0^l \frac{1}{F(x)}\left[\int_0^x F(x)\cdot dx\right]^2\cdot dx. \qquad /0.371/$$

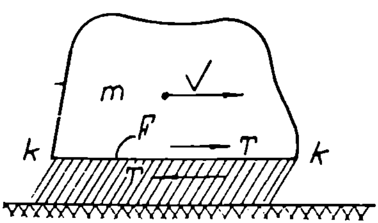
ზემოთ მოყვანილი თეორიული კვლევის საფუძველზე შეიძლება მივიღოთ პრიზმული ფორმის ტანის დამუხრუჭების დროს მის ფუძეზე განვითარებული მხები ძაბვა

$$\tau_{max}=\frac{V}{F}\sqrt{\frac{m}{\beta}}=V\sqrt{\frac{3m\cdot F\cdot G}{Fl^2}}=V\sqrt{3\rho G}.$$

კონუსური ფორმის ტანისათვის, როდესაც დამუხრუჭება უდიდესი ფუძის სიბრტყეზე სრულდება, ფუძეზე განვითარებული მაქსიმალური მხები ძაბვა შეიძლება გამოითვალოს ფორმულით

$$\tau_{max}=\frac{V}{F}\sqrt{\frac{m}{\beta}}=V\sqrt{\frac{5}{3}\cdot\rho\cdot G}$$

როდესაც (K-K) სიბრტყე რაიმე დრეკადი ელემენტით არის დამაგრებული აბსოლუტურად მყარ უძრავ სიბრტყესთან /იხ. ნახ.0.92/, მაშინ დარტყმითი დამუხრუჭების დროს ნაწილი ენერგიისა გადაეცემა ტანის დამმაგრებელ ელემენტს და ამ შემთხვევაში განტოლება მიიღებს სახეს



ნახ.0.92

$$\beta\frac{(T\cdot F)^2}{2}+\gamma\frac{(T\cdot F)^2}{2}=U,$$

საიდანაც

$$\tau = \frac{1}{F}\sqrt{\frac{2U}{\beta+\Gamma}} = \frac{V}{F}\sqrt{\frac{m}{\beta+\Gamma}}$$

$\beta$ გამოითვლება /0.371/ ფორმულით;

$\Gamma$- ერთეული ძალით გამოწვეული დრეკადი გადაადგილება დამუხრუჭების (K-K) სიბრტყეზე /იხ.ნახ.0.92/;

$V$- მასის თარაზული დარტყმის სიჩქარე;

$F$- (K-K) სიბრტყეზე ტანის ფართი.

საინტერესოა ისეთი ამოცანა, როდესაც (K-K) სიბრტყეში მყოფი ორი დრეკადი ტანი /იხ.ნახ.0.93/ მოძრაობს $V_1$ და $V_2$ ურთიერთსაწინააღმდეგო მიმართულების აბსოლუტური სიჩქარეებით. ორივე $m_1$ და $m_2$ დრეკადი ტანი ურთიერთშეხებაშია (K-K) სიბრტყეში და მოთავსებულია ორივე გარე კონტურებით მიმმართველებში.

ასეთ შემთხვევაში ძელის ძაბვის მაქსიმალური სიდიდე გამოითვლება ფორმულით

$$\tau_{max} = \frac{V}{F}\sqrt{\frac{m_1}{(\beta_1+\beta_2)\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)}},$$

სადაც $V$ არის $m_1$ და $m_2$ მასების ფარდობითი სიჩქარე დარტყმის დაწყების მომენტში განხილული შემთხვევისათვის

$$V = V_1 + V_2\,;$$

$\beta_1$ და $\beta_2$ -შესაბამისად პირველი და მეორე ტანის ძელის დამყოლობა.

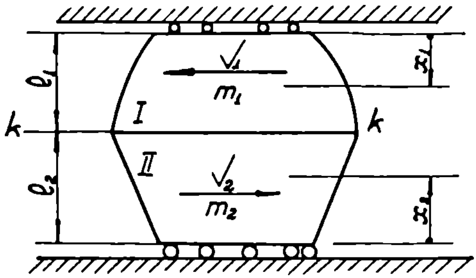
პირველი ტანისათვის

$$\beta_1 = \frac{1}{S_1^2 G}\int_0^{l}\frac{1}{F_1(x_1)}\left[\int_0^{x_1} F_i(x_i)\cdot dx_i\right]^2\cdot dx_1\,;$$

მეორე ტანისათვის

$$\beta_2=\frac{1}{S_2^2 G}\int_0^{l}\frac{1}{F_2(x_2)}\left[\int_0^{x_2}F_2(x_2)\cdot dx_2\right]^2 dx_2$$

როდესაც ტანები პრიზმატული ფორმისაა და ტანთა სიგრძეებისათვის დაცულია შეფარდება $l_1:l_2=C_1:C_2$, მაშინ




$$\tau_{max}=\sqrt{3}\cdot\frac{G_1\cdot G_2\cdot V}{G_1\cdot C_1+G_2\cdot C_2}.$$

ნახ. 0.93

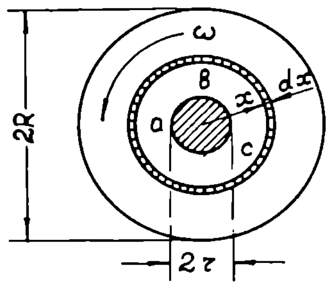
აქ $C_1$ და $C_2$ შეხებაში მყოფ ტანთა დრეკადი დეფორმაციის ტალღის გავრცელების სიჩქარეებია.

წარმოვიდგინოთ $\omega$ კუთხური სიჩქარით მბრუნავი ლილვი მასზე ყრუდ დამაგრებული დისკოთი, რომელიც უცბად მუხრუჭდება /იხ. ნახ. 0.94/.

ენერგეტიკული თეორიის მიხედვით

$$U=0,5\,J_p\cdot\omega^2.$$

მთელი კინეტიკური ენერგია იხარჯება ტანში აღძრული ძვრის დეფორმაციაზე, მაშასადამე, $\Pi = U$, სადაც $\Pi$ არის დეფორმაციის პოტენციური ენერგია.




ნახ. 0.94

მხები ძაბვების განაწილება რადიუსის გასწვრივ გამოვსახოთ ფუნქციით

$$\tau(x)=\tau\cdot\varphi(x);$$

მაშინ

$$\Pi=\frac{\tau^2}{2G}\int_r^R\varphi^2(x)\cdot F(x)\cdot dx;$$

ან

$$\Pi=\frac{1}{2}\beta(\tau\cdot F)^2.$$

აქ

$$\beta=\frac{1}{F^2\cdot G}\int_r^R\varphi^2(x)\cdot F(x)\cdot dx. \qquad /0.372/$$

რადგან

$$U=0,5\cdot J_p\cdot\omega^2,$$

ამიტომ

$$\Pi=0,5\cdot\beta(\tau\cdot F)^2=U=0,5\cdot J_p\cdot\omega^2,$$

საიდანაც

$$\tau=\frac{1}{F}\sqrt{\frac{2U}{\beta}}=\frac{\omega}{F}\sqrt{\frac{J_p}{\beta}}, \qquad /0.373/$$

სადაც $F$ -ლილვისა და ბადროს შეხების დამუხრუჭების ფართობი;

$J_p=\int_r^R r_x^2\,dx$ - დისკოს პოლარული ინერციის მომენტი ლილვისა და დისკოს საერთო ბრუნვის ღერძის მიმართ;

$\beta$ - ძვრის დამყოლობა, რომელიც გამოითვლება /0.372/ გამოსახულებით.

რადგან ლილვის უკეარი დამუხრუჭების დროს მასზე ყრუდ დამაგრებული დისკოს ყველა ელემენტარულ ნაწილაკზე ბრუნვითი მოძრაობის მხები მიმართულებით წარმოიშობა ელემენტარული მხები ინერციის ძალები, ამიტომ ცვლად რადიუსზე მათი ნამრავლის ინტეგრალი იქნება ინერციის წყვილძალის მომენტი, რომელიც მიმართული იქნება $\alpha$ კუთხური აჩქარების

საწინააღმდეგო მიმართულებით. ჩვენს შემთხვევაში, რაკი ძილის დამუხრუჭება ხდება, აღნიშნულ მომენტს ექნება კუთხური სიჩქარის მიმართულება, რომლის სიდიდე გამოითვლება

$$M(x)=\int_x^R \rho\cdot a\cdot x\cdot F(x)\cdot dx .$$

მეორე მხრივ, აღნიშნული მომენტი უნდა გააწონასწოროს წრიულ კვეთში განვითარებულმა მხები ძაბვების მიერ შექმნილმა $M(x)$ -ის ტოლმა და საწინააღმდეგო მიმართულმა მომენტმა

$$F(x)\cdot \mathcal{T}(x)\cdot x=\int_x^R \rho\cdot a\cdot x\cdot F(x)\cdot dx ,$$

საიდანაც

$$\mathcal{T}(x)=\frac{\rho\cdot a}{x\cdot F(x)}\int_x^R x\cdot F(x)\cdot dx . \qquad /0.374/$$

როდესაც $x=\tau$,

$$\mathcal{T}=\frac{\rho\cdot a}{\tau\cdot F}\int_\tau^R x\cdot F(x)\cdot dx .$$

/0.374/ ფორმულის შეიძლება მიეცეს სახე

$$\mathcal{T}(x)=\mathcal{T}\cdot\frac{\tau\cdot F}{x\cdot F(x)}\cdot\frac{\int_x^R x\cdot F(x)\cdot dx}{\int_\tau^R x\cdot F(x)\cdot dx} .$$

ნათელი ხდება, რომ

$$\varphi(x)=\frac{\tau\cdot F}{x\cdot F(x)}\cdot\frac{\int_x^R x\cdot F(x)\cdot dx}{\int_\tau^R x\cdot F(x)\cdot dx} ,$$

რის საფუძველზეც დარტყმითი ძვრის დამყოლობის გამომთვლელი ფორმულა მიიღებს სახეს

$$\beta=\frac{\tau^2}{G}\int_\tau^R \frac{1}{x^2\cdot F(x)}\cdot\frac{\left[\int_x^R x\cdot F(x)\cdot dx\right]^2}{\left[\int_\tau^R x\cdot F(x)\cdot dx\right]^2}\cdot dx . \qquad /0.375/$$

გავარჩიოთ რამდენიმე ტიპური მაგალითი.

როდესაც მბრუნავი დისკო წარმოადგენს ცილინდრული ფორმის მბრუნავ ტანს, ე.ი. ბადროს ტანს აქვს მუდმივი სისქე / $\delta = const$ /

$F(x) = 2\pi \cdot x \cdot \delta$ და /0.375/ გვაძლევს

$$\beta = \frac{r^2\left[\frac{R^2}{2r^2} + \frac{1}{4}\left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right) - 2\left(1 - \frac{r}{R}\right) - \frac{1}{2}\right]}{2\pi \cdot \delta \cdot G \cdot R^2\left(1 - \frac{r^3}{R^3}\right)^2}. \qquad /0.376/$$

როდესაც $r$ გაცილებით მცირეა $R$ -ზე, მაშინ /0.376/ შესაძლებელია წარმოვადგინოთ გამარტივებული სახით

$$\beta \approx \frac{1}{4\pi \cdot \delta \cdot G}.$$

მბრუნავი ცილინდრული ტანის ინერციის მომენტი შეიძლება გამოვსახოთ შემდეგი სახით:

$$J_p = \int_r^R \rho \cdot 2\pi \cdot x \cdot \delta \cdot x^2 \cdot dx = \frac{\pi R^4 \cdot \delta \cdot \rho}{2}\left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)$$

ანუ

$$J_p \approx 0,5 \cdot \rho \cdot \pi \cdot R^4 \cdot \delta.$$

მაშინ მხები ძაბვის გამოსათვლელ ფორმულას ექნება სახე

$$\tau \approx \frac{\omega}{2\pi \cdot r \cdot \delta}\sqrt{4\pi \cdot \delta \cdot G \cdot 0,5 \rho \cdot \pi \cdot R^4 \delta} \approx \frac{\omega R^2}{r}\sqrt{0,5 \rho \cdot G},$$

სადაც $\omega$ -დამუხრუჭებამდე დისკოს ლილვთან ერთად ბრუნვის კუთხური სიჩქარე;

$R$ - დისკოს გარე რადიუსი;

$r$ - ლილვის გარე რადიუსი, რომელზეც ხორციელდება დამამუხრუჭებელი მეორე მომენტის მოდება;

$\rho$ - დისკოს მასალის სიმკვრივე;

$G$ - ძვრის მოდული.

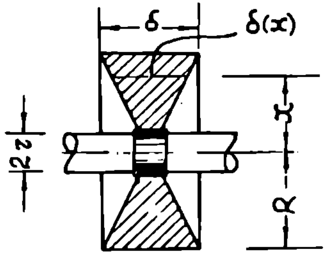
განეხილოთ შემთხვევა /იხ.ნახ.0.95/, როდესაც მბრუნავი დისკოს დანის სისქე იცვლება კანონით

$$\delta(x) = \delta \cdot \frac{x}{R},$$

სადაც $\delta$ მბრუნავი დანის /დისკოს/ კედლის სისქეა პერიფერიულ ნაწილში.

0.96-ე ნახაზის მიხედვით

$$F(x) = \frac{2\pi \cdot \delta \cdot x^2}{R}$$




ნახ.0.95

აღნიშნული შემთხვევისათვის ძვრის ზედაპირზე დამყოლობა გამოითვლება ფორმულით

$$\beta = \frac{r^2\left[\frac{1}{3}\cdot\frac{R^3}{r^3} + \frac{1}{5}\left(1-\frac{r^5}{R^5}\right) - 2\left(1-\frac{r}{R}\right) - \frac{1}{3}\right]}{2\pi\cdot\delta\cdot G\cdot R^2\left(1-\frac{r^4}{R^4}\right)}. \qquad /0.377/$$

თუ $r$ საგრძნობლად მცირე სიდიდეს წარმოადგენს $R$-თან შედარებით, მაშინ /0.377/ მარტივდება და

$$\beta \approx \frac{1}{6\pi\cdot\delta\cdot G}.$$

რადგან განხილული ფორმის მბრუნავი დისკოს ინერციის მომენტი ტოლია

$$J_p \approx \frac{2}{5}\pi\cdot\rho\cdot\delta\cdot R^4,$$

ამიტომ მხები ძაბვების გამოსათვლელი საანგარიშო ფორმულა მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\tau \approx \frac{\omega}{2\pi\cdot r\cdot\delta}\sqrt{6\pi\cdot\delta\cdot G\cdot\frac{2}{5}\pi\cdot\rho\cdot\delta\cdot R^4},$$

ანუ

$$\mathcal{T} \approx 0{,}8\,\frac{\omega\cdot\tau\cdot G}{b}\cdot\left(\frac{R}{\tau}\right)^{2}.$$

განვიხილოთ ტოლი წინაღობის ამოცანა, ე.ი. როდესაც მბრუნავი დისკოს ნებისმიერ წრიულ კვეთში ძაბვები ერთნაირი სიდიდისა იქნება, ე.ი.

/0.375/ განტოლების თანახმად,

$$\frac{\tau\cdot F}{x\cdot F(x)}\cdot\frac{\int_{x}^{R} x\cdot F(x)\cdot dx}{\int_{\tau}^{R} x\cdot F(x)\cdot dx}=1. \qquad /0.378/$$

ამოცანა საგრძნობლად მარტივდება, თუ /0.378/ გამოსახულებაში ინტეგრალთა ფარდობას მივიღებთ ერთის ტოლად, მაშინ

$$F(x)\approx\frac{\tau}{x}\cdot F.$$

შედარებით ზუსტი შედეგის მიღება შესაძლებელია, თუ /0.378/ განტოლებას წარმოვადგენთ შემდეგი სახით:

$$\frac{1}{x\cdot F(x)}\int_{x}^{R} x\cdot F(x)\cdot dx-\frac{1}{\tau\cdot F}\int_{\tau}^{R} x\cdot F(x)\cdot dx=0.$$

უნდა აღინიშნოს, რომ ზემოთ განხილული თეორიული კვლევის დროს ყველა შემთხვევაში ლილვი, რომლის დამუხრუჭებაც ხდება, წარმოადგენდა აბსოლუტურად ხისტ უდეფორმადო ტანს. პრაქტიკულად თანამედროვე მანქანებში ლილვებს გააჩნიათ განსაზღვრული დრეკადობა, დამყოლობა და, მაშასადამე, არიან დეფორმადი ტანები. ამიტომ საჭიროა გათვალისწინებული იყოს ის გარემოება, რომ ლილვის დამუხრუჭების დროს დეფორმაციას განიცდის არა მარტო დისკო, არამედ მასთან ერთად ლილვიც, რაზეც იხარჯება განსაზღვრული კინეტიკური ენერგია, რომელიც გადადის ლილვის დეფორმაციის პოტენციურ ენერგიაში.

ძაბვების საანგარიშო ფორმულა /0.373/ არ ითვალის-წინებს ზემოაღნიშნულ მოვლენას და ფაქტიურად ლილვი განიც-დის დრეკად გრეხას $\varphi$ კუთხით, რომლის ტოლია

$$\varphi = \theta \cdot M_{გრ} = \theta\,(T \cdot F \cdot \tau)\,,$$

სადაც $\theta$ ერთეული მომენტის შესაბამისი გრეხის კუთხეა /გრეხითი დამყოლობა/.

დამუხრუჭებული ლილვის პოტენციური ენერგია

$$\Pi = \frac{1}{2}\,\beta\,(T \cdot F)^2 + \frac{1}{2}\,\theta\,(T \cdot F \cdot \tau)^2$$

ანუ

$$\Pi = \frac{1}{2}\,(T \cdot F)^2\,(\beta + \theta\,\tau^2).$$

თუ აღნიშნულ პოტენციურ ენერგიას გავუტოლებთ და-ხარჯულ კინეტიკურ ენერგიას და ამოვხსნით აღნიშნულ განტო-ლებას $T$ ძაბვის მიმართ, მივიღებთ:

$$T = \frac{1}{F}\sqrt{\frac{2U}{\beta + \theta \cdot \tau^2}} = \frac{\omega}{F}\sqrt{\frac{J_p}{\beta + \theta \cdot \tau^2}}\,.$$

აღნიშნულ გამოსახულებაში $T$ ის ძაბვაა, რომე-ლიც მოდის $\tau$ რადიუსით დაშორებულ ზედაპირზე, რომლის ფართობი ტოლი იქნება $F$ -ისა. $\theta$ ერთეული მგრეხავი მომენტის შესაბამისი მოგრეხის კუთხეა.

დავუშვათ, დისკი ლილვზე დამაგრებულია სოგმანით. სოგმანზე მოსული გადამჭრელი ძალა ტოლი იქნება

$$T_{სოგ} = F \cdot T = \omega\sqrt{\frac{J_p}{\beta + \theta \cdot \tau^2}}\,.$$

სოგმანზე ან სოგმანებზე მოქმედი ძალის სიდიდის შემდეგ ად-ვილად შეიძლება განისაზღვროს მასში აღძრული ძაბვები.

$n$ სოგმანის შემთხვევაში

$$\tau_{სოგ}=\frac{\omega}{n\cdot F_{სოგ}}\sqrt{\frac{J_p}{\beta+\theta\cdot\tau^2}}, \qquad /0.379/$$

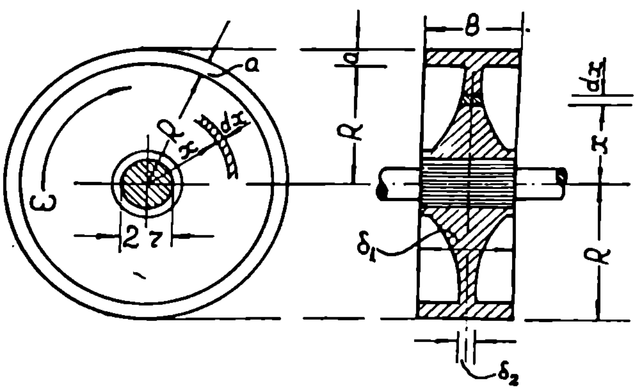
სადაც $n$ სოგმანთა რიცხვია. თუ $n=1$, მაშინ /0.379/ გამოსახულება მიიღებს სახეს

$$\tau_{სოგ}=\frac{\omega}{F_{სოგ}}\sqrt{\frac{J_p}{\beta+\theta\cdot\tau^2}},$$

სადაც $F_{სოგ}$-სოგმანის ჭრის ფართობი.

თუ ლილვის დისკოსთან დამაკავშირებელი კონსტრუქცია განიცდის დინამიკურ დარტყმით დატვირთვებს, მიზანშეწონილია განხორციელდეს შლიცური შეერთება. ეს გამორიცხავს ძაბვების კონცენტრაციას, რასაც ადგილი აქვს სოგმანებით შეერთების დროს.

ტექნიკაში გამოყენებულ მბრუნავ დისკოებს ხშირად აქვთ 0.96-ე ნახაზზე ნაჩვენები სახე. ხისტი ფერსო და დრეკადი დიაფრაგმა ასრულებს ხისტად დამაგრებულ ლილვთან ერთად ბრუნვით ძრაობას.




ნახ.0.96

საჭიროა მივიღოთ ტოლი წინაღობის დიაფრაგმაზე აღძრული $F(R)$ -ის გამოსათვლელი ანალიზური გამოსახულება, რომელსაც ადგილი აქვს ლილვის უეცარ დარტყმით დამუხრუჭებას.

აღნიშნული ამოცანის გადაჭრის მიზნით, გამოვყოთ დისკოს დიაფრაგმიდან $x=x$ შიდა რადიუსის მქონე უსასრულოდ მცირე $dx$ სისქის რგოლი /იხ.ნახ.0.96/ და განვიხილოთ მისი წონასწორობის პირობა. $F(x)$ ფართობზე იმოქმედებს წრიული ძალა $[T]\cdot F(x)$, ხოლო $F(x)+dF(x)$ ფართობზე $[T]\cdot\left[F(x)+dF(x)\right]$ წრიული ძალა, რომელთა სხვაობა ლილვის უეცარი დამუხრუჭების დროს

$$[T]\left[F(x)+dF(x)\right]-[T]\cdot F(x)=q\cdot F(x)\cdot dx.$$

აქედან

$$\frac{dF(x)}{F(x)}=\frac{q\cdot dx}{[T]}, \qquad /0.380/$$

სადაც $q$ არის მოცულობის ერთეულზე მოქმედი ინერციის ტანგენციური ძალა; $[T]$ - დასაშვები მხები ძაბვა.

თუ მივიღებთ, რომ $q$ მუდმივი სიდიდისაა $R$ რადიუსის გასწვრივ, მაშინ /0.380/ დიფერენციული განტოლების ამონახსნს ექნება შემდეგი სახე:

$$\ln F(x)+C=\frac{q\cdot x}{[T]}.$$

როცა $x=R$, მაშინ $F(x)=F(R)$, რის გამოც

$$C=\frac{q\cdot R}{[T]}-\ln F(R).$$

ამის საფუძველზე ვღებულობთ, რომ

$$F(x)=F(R)\cdot e^{\frac{q}{[T]}(x-R)} \qquad /0.381/$$

რადგან მქნევარა დისკოს ფერსო მასიური და ხის-ტია დიაფრაგმასთან შედარებით, ამიტომ დარტყმითი დამუხ-რუჭების დროს შეგვიძლია ჩავთვალოთ, რომ მთელი პოტენცი-ური ენერგია გროვდება დიაფრაგმაში, ანუ $\Pi=\frac{[\tau]^2}{2G}\int_{\tau}^{R}F(x)dx$, რომელიც /0.381/ საფუძველზე დაიყვანება სახეზე

$$\Pi=\frac{[\tau]^2}{2G}F(R)\frac{[\tau]}{q}\left\{1-e^{\frac{q}{[\tau]}(\tau-R)}\right\}.$$

ენერგეტიკული თეორიის საფუძველზე

$$F(R)=\frac{2UG\,\frac{q}{[\tau]}}{[\tau]^2\left\{J_p-e^{\frac{q}{[\tau]}(\tau-R)}\right\}},\qquad /0.382/$$

სადაც $U$ მბრუნავი სისტემის მაქსიმალური კინეტიკური ენერგიაა.

დასაშვები მხები ძაბვა $[\tau]=\frac{q\cdot S}{F(R)}$, საიდანაც $\frac{q}{[\tau]}=\frac{F(R)}{S}$ აქ $S$ წარმოადგენს მბრუნავი დისკოს ბრუნვის ცენტრიდან ნებისმიერად დაშორებული სარტყლის გარე მასის მოცულობას. /0.382/ განტოლებიდან ზემოთ მიღებული პროპორციის საფუძველზე ვღებულობთ

$$F(R)=\frac{S}{R-\tau}\ln\frac{S\cdot[\tau]^2}{S\cdot[\tau]^2-2UG}.\qquad /0.383/$$

/0.383/ ფორმულას შეიძლება მიეცეს სახე

$$F(x)=F(R)\cdot e^{\frac{F(R)}{S}(x-R)}\qquad /0.384/$$

რადგან $F(x)=2\pi\cdot x\cdot\delta(x)$, ამიტომ, /0.384/-ის საფუძველზე, მივიღებთ

$$\delta(x)=\frac{F(R)}{2\pi(x)}\cdot e^{\frac{F(R)}{S}(x-R)},\qquad /0.385/$$

სადაც $\delta(x)$ არის $x$ წრიულ კვეთში დიაფრაგმის სისქე.

ქვემოთ მოცემული გარდაქმნის საფუძველზე

$$e^{\frac{F(R)}{S}(x-R)}=\frac{1}{e^{\frac{F(R)}{S}(R-x)}}\approx\frac{1}{1+\frac{F(R)}{S}(R-x)},$$

/0.385/ გამოსახულება გამარტივდება და მიიღებს სახეს

$$\delta(x)\approx\frac{F(R)}{2\pi x\left[1+\frac{F(R)}{S}(R-x)\right]}. \qquad /0.386/$$

თუ დიაფრაგმის უმცირეს სისქეს აღვნიშნავთ $\delta_2$, მაშინ $F(R)=2\pi\cdot R\cdot\delta_2$ -ის გათვალისწინებით /0.386/-ში მივიღებთ დიაფრაგმის სისქის გამოსათვლელ ფორმულას

$$\delta(x)\approx\frac{R\cdot\delta_2}{x\left[1+\frac{2\pi\cdot R\cdot\delta_2}{S}(R-x)\right]}.$$

დიაფრაგმის მინიმალური სისქე

$$\delta_2=\frac{F\cdot a\cdot\rho\cdot\varepsilon}{2\pi\cdot[\sigma]}=\frac{(R+0{,}5a)\cdot b\,a\cdot\rho\cdot\varepsilon}{[\sigma]},$$

სადაც $a$ – ფრთის სისქე;

$\varepsilon$ – დისკოს კუთხური აჩქარება;

$\rho$ – ფრთის მასალის სიმკვრივე;

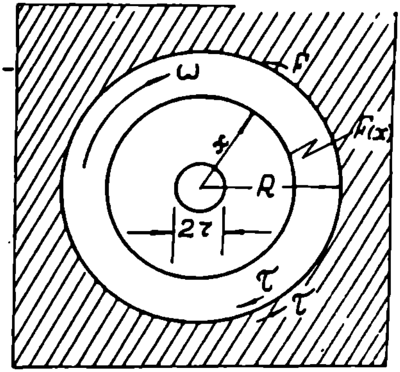
$F$ – ფრთის საშუალო წრიული ფართობი;

$b$ – ფრთის სიგანე.

ზემოგანხილული ზოგადი მაგალითები შეეხებოდა ყრუდ შეერთებული დისკოსა და ლილვის ბრუნვით ძრაობის დროს ლილვის დამუხრუჭების შემთხვევებს, ახლა განვიხილოთ იგივე

ყრუდშეერთებულ მბრუნავ დისკოსა და ღილში მხები ძაბვების განსაზღვრის შემთხვევები, როდესაც ხდება დისკოს დამუხრუჭება /იხ.ნახ.0.97/. რადიუსის გასწვრივ მხები ძაბვების განაწილების ზოგად ფუნქციას აქვს სახე

$$\tau(x)=\tau\cdot\varphi(x). \qquad /0.387/$$



ნახ.0.97

დამუხრუჭებულ დისკოში მაქსიმალური დეფორმაციის პოტენციური ენერგია

$$\Pi=\frac{\tau^2}{2G}\int_r^R\varphi^2(x)\cdot F(x)\cdot dx, \qquad /0.388/$$

სადაც $\tau$ არის მხები ძაბვა განვითარებული დისკოს უეცარი დამუხრუჭების დროს მის განაპირა $R$ რადიუსის მქონე $F$ დამუხრუჭების ფართობზე. /0.388/ გამოსახულება შესაძლებელია წარმოდგენილ იქნეს შემდეგნაირად:

$$\Pi=\frac{1}{2}\beta\,(\tau\cdot F)^2,$$

სადაც

$$\beta=\frac{1}{F^2\cdot G}\int_r^R\varphi^2(x)\cdot F(x)\cdot dx. \qquad /0.389/$$

თანახმად დარტყმის ენერგეტიკული თეორიისა,

$\Pi=U$, ე.ი.

$$\frac{1}{2}\beta(\tau\cdot F)^2=\frac{1}{2}\cdot J_P\cdot\omega,$$

საიდანაც

$$\tau = \frac{1}{F}\sqrt{\frac{2U}{\beta}} = \frac{\omega}{F}\sqrt{\frac{J_p}{\beta}}.$$

აქ $\omega$ არის დისკოს ბრუნვის კუთხური სიჩქარე მისი დამუხ-რუჭების დაწყების მომენტში, ხოლო $J_p$ -მბრუნავი დისკოს მასის პოლარული ინერციის მომენტი ბრუნვის ღერძის მიმართ.

$\varphi(x)$ უცნობი ფუნქციის განსაზღვრისათვის ვუშვებთ, რომ დამუხრუჭებით განვითარებული უდიდესი მხები $a$ აჩქარება არის მუდმივი რადიუსის გასწვრივ $r$ -დან $R$ -მდე და მათ რიცხვში ნებისმიერი $x$ ცვლადი რადიუსისათვის, რომელიც მოთავსებულია $r$ და $R$ რადიუსებს შორის. ფიზიკური შინაარსი აღნიშნული შემთხვევისა მდგომარე-ობს იმაში, რომ დისკოს რგოლში იმოქმედებს ინერციის ძალა, რომელიც ბრუნვის ცენტრალური ღერძის მიმართ ქმნის მომენტს $M(x)\int_r^R \rho\cdot a\cdot x\cdot F(x)\cdot dx$. იგი წონასწორდება $F(x)$ წრიულ კვეთში, აღძრული მხები ძაბვების მიერ შექმნილი საწინააღმდეგო მიმართული მომენტით, რის გამოც ადგილი ექნე-ბა ტოლობას

$$F(x)\cdot\tau(x)\cdot x = \int_r^x \rho\cdot a\cdot x\cdot F(x)\cdot dx,$$

საიდანაც ვღებულობთ, რომ

$$\tau(x) = \frac{\rho\cdot a}{R\cdot F}\int_r^x x\cdot F(x)\cdot dx.$$

როდესაც $x = R$, მაშინ

$$\tau = \frac{\rho\cdot a}{R\cdot F}\int_r^R x\cdot F(x)\cdot dx,$$

რის საფუძველზეც მივიღებთ

$$\tau(x) = \tau\cdot\frac{R\cdot F}{x\cdot F(x)}\cdot\frac{\int_r^x x\cdot F(x)\cdot dx}{\int_r^R x\cdot F(x)\cdot dx}.$$

/0.387/ -ის მიხედვით ვღებულობთ, რომ

$$\varphi(x)=\frac{R\cdot F}{x\cdot F(x)}\cdot\frac{\int_{\tau}^{x}x\cdot F(x)\cdot dx}{\int_{\tau}^{R}x\cdot F(x)\cdot dx}.$$

ამ გამოსახულების საფუძველზე /0.389/ მიიღებს სახეს

$$\beta=\frac{R^2}{G}\int_{\tau}^{R}\frac{1}{x^2\cdot F(x)}\cdot\frac{\left[\int_{\tau}^{x}x\cdot F(x)\cdot dx\right]}{\left[\int_{\tau}^{R}x\cdot F(x)\cdot dx\right]}\cdot dx. \qquad /0.391/$$

განვიხილოთ მბრუნავ ლილვთან ყრუდ დამაგრებული დისკოს გარე კონტურით დამუხრუჭების მაგალითები

როდესაც დისკოს კვეთის სისქე მუდმივაა $\delta=$ $=\mathrm{Const}$, მაშინ $F(x)=2\pi x\delta$, ამიტომ /0.391/ მიიღებს კონკრეტულ სახეს:

$$\beta=\frac{1}{2\pi\cdot\delta\cdot G}\left[\frac{1}{4}\left(1-\frac{\tau^4}{R^4}\right)-\frac{\tau^6}{2R^6}+\frac{\tau^4}{2R^4}-\frac{2\tau^3}{R^3}\left(1-\frac{\tau}{R}\right)\right].$$

როდესაც $\tau=0$,

$$\beta=\frac{1}{8\pi\cdot\delta\cdot G}.$$

ამ შემთხვევაში მბრუნავი მასის /დისკოს/ პოლარული ინერციის მომენტი ტოლია

$$J_p=\int_0^R 2\rho\cdot\pi\cdot x(\delta x)^2\cdot dx=\frac{1}{2}\pi\cdot\rho\cdot\delta\cdot R^4.$$

$\beta$ და $J_p$ ფაქტორების გათვალისწინებით /0.390/ გამოსახულება ღებულობს სრულიად გარკვეულ, საანგარიშო მოხერხებულ სახეს

$$\tau=\frac{\omega}{F}\sqrt{\frac{J_p}{\beta}}=\frac{\omega}{2\pi\cdot R\cdot\delta}\sqrt{8\pi\cdot\delta\cdot G\cdot\frac{1}{2}\rho\cdot\pi\cdot\delta\cdot R^4},$$

ანუ საბოლოოდ

$$\tau = \omega \cdot R\sqrt{\rho \cdot G}, \qquad /0.392/$$

სადაც $\tau$ არის მხები ძაბვა, განვითარებული დამუხრუჭების $F$ ფართობზე /გარე კონტურზე/;

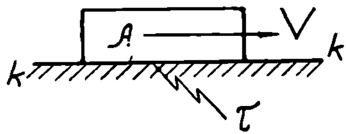
$R$ – დისკოს გარე რადიუსი;

$\rho$ – დისკოს მასალის სიმკვრივე;

$G$ – დისკოს მასალის ძვრის მოდული.

კერძო შემთხვევაში /ნახ.0.98/, როდესაც $R \to \infty$, $V = \omega R$, მაშინ $(K-K)$ სიბრტყეზე მოსრიალე ტანის დამუხრუჭების დროს /0.392/ განტოლების საფუძველზე მხები ძაბვისათვის გვექნება

$$\tau = V\sqrt{\rho \cdot G}.$$

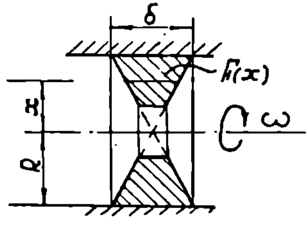



ნახ.0.98

განვიხილოთ / ნახ. 0.99/ შემთხვევა, როდესაც დისკოს კედლის სისქე იცვლება. კანონით

$$\delta(x) = \delta \frac{x}{R},$$

სადაც $\delta$ არის დისკოს კედლის სისქე $R$ რადიუსის მქონე წრიულ კვეთში. $F(x) = \frac{2\pi \cdot \delta}{R} \cdot x^2$ -ის გათვალისწინებით/0.391/ გამოსახულებაში ვღებულობთ




ნახ.0.99

$$\beta = \frac{0{,}2\left(1 - \frac{\tau^5}{R^5}\right) - \frac{\tau^2}{3 \cdot R^2} + \frac{\tau^5}{3R^5} - \frac{2\tau^4}{R^4}\left(1 - \frac{\tau}{R}\right)}{2\pi \cdot \delta \cdot G\left(1 - \frac{\tau^4}{R^4}\right)}.$$

როდესაც $\tau = 0$, მაშინ

$$\beta = \frac{1}{10\cdot\pi\cdot\delta\cdot G}.$$

მბრუნავი მასის ინერციის მომენტი განხილულ შემთხვევაში

$$J_p = \int_0^R \rho\cdot F(x)\cdot x^2\cdot dx = \frac{2}{5}\pi\cdot\rho\cdot\delta\cdot R^4,$$

რის საფუძველზე /0.390/ მიიღებს სახეს

$$\tau = \frac{\omega}{F}\sqrt{\frac{J_p}{\beta}} = \frac{\omega}{2\pi\cdot R\cdot\delta}\sqrt{10\pi\cdot\delta\cdot G\cdot\frac{2}{5}\pi\cdot\delta\cdot\rho\cdot R^4},$$

ანუ

$$\tau = \omega\cdot R\sqrt{\rho\cdot G} = \frac{\omega\cdot R\cdot G}{C},$$

სადაც $\tau$ არის დამუხრუჭების $F$ ფართობზე განაწილებული მხები ძაბვა;

$\omega$ – მბრუნავი დისკოს კუთხური სიჩქარე დამუხრუჭების დაწყების მყისა მომენტში;

$\rho$ – დისკოს მასალის სიმკვრივე;

$G$ – დისკოს მასალის ძვრის მოდული;

$C = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$ – ძვრის დრეკადი ტალღის გავრცელების სიჩქარე.

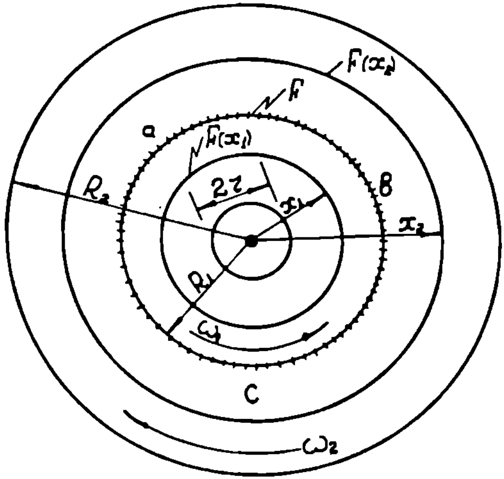
ახლა განვიხილოთ ისეთი შემთხვევა /ნახ.0.100/, როდესაც $R_1$ რადიუსის მქონე დისკო, ბრუნავს $\omega_1$ კუთხური სიჩქარით და უეცარი დარტყმით მუხრუჭდება გარე დისკოთი, რომელსაც გააჩნია $\omega_1$-ს საპირისპიროდ მიმართული $\omega_2$ კუთხური სიჩქარე საერთო შეხების $F$ ფართობზე.

როგორც თეორიული მექანიკიდან ცნობილია, ამ შემთხვევაში კინეტიკური ენერგია ტოლი იქნება

$$U = \frac{1}{2}\cdot\frac{J_1\cdot J_2\cdot\omega_0^2}{(J_1+J_2)}.$$

დისკოების დეფორმირების ენერგია

$$\Pi = \frac{1}{2}\beta_1 (\tau \cdot F)^2 + \frac{1}{2}\beta_2 (\tau \cdot F)^2 ,$$




ნახ.0.100

ანუ $\Pi = \frac{1}{2}(\tau \cdot F)^2 \cdot (\beta_1 + \beta_2).$

/0.375/ და /0.391/ ფორმულების საფუძველზე

$$\beta_1 = \frac{R_1^2}{G_1}\int_r^{R_1} \frac{1}{x_1^2 \cdot F(x_1)} \cdot \frac{\left[\int_r^{x_1} x_1 \cdot F(x_1) \cdot dx_1\right]^2}{\left[\int_r^{R_1} x_1 \cdot F(x_1) \cdot dx_1\right]^2} \cdot dx_1, \qquad /0.393/$$

$(r \leq x_1 \leq R_1)$;

$$\beta_2 = \frac{R_2^2}{G_2}\int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{x_2^2 \cdot F(x_2)} \cdot \frac{\left[\int_{x_2}^{R_2} x_2 \cdot F(x_2) \cdot dx_2\right]^2}{\left[\int_{R_1}^{R_2} x_2 \cdot F(x_2) \cdot dx_2\right]^2} \cdot dx_2 \qquad /0.394/$$

$(R_1 \leq x_2 \leq R_2)$.

დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის საფუძველზე $(\Pi = U)$

ვღებულობთ

$$\frac{1}{2}(\tau\cdot F)^2\cdot(\beta_1+\beta_2)=\frac{J_1\cdot J_2\cdot\omega_0^2}{2(J_1+J_2)},$$

საიდანაც
$$\tau=\frac{\omega_0}{F}\sqrt{\frac{J_1}{\left(1+\frac{J_1}{J_2}\right)(\beta_1+\beta_2)}}, \qquad /0.395/$$

$$J_1=\int_{\tau}^{R_1}\rho_1\cdot F(x_1)\cdot x_1^2\cdot dx_1, \qquad /0.396/$$

$$J_2=\int_{R_1}^{R_2}\rho_2\cdot F(x_2)\cdot x_2^2\cdot dx_2, \qquad /0.397/$$

სადაც $\rho_1$ არის შიდა დისკოს მასის სიმკვრივე; $\rho_2$ გარე ბადროს მასის სიმკვრივე.

$\tau$ -შიდა დისკოს შიდა რადიუსი, ანუ იგივე ლილვის რადიუსი, რომელიც შესაძლებელია უდრიდეს ნულსაც.

$R_1$- შიდა დისკოს გარე რადიუსი ანუ, რაც იგივეა, გარე დისკოს შიდა რადიუსი;

$R_2$- გარე დისკოს გარე რადიუსი.

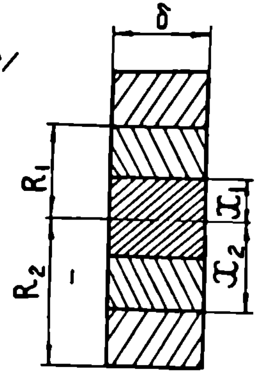
ზოგადი თეორიის ჩამოყალიბების შემდეგ სასარგებლო იქნება განვიხილოთ ზოგიერთი კონკრეტული შემთხვევა.

შ ე მ თ ხ ვ ე ვ ა პ ი რ ვ ე ლ ი დისკო წარმოადგენს მუდმივი სისქის ტანს / $\delta=Const$ / / იხ. ნახ.0.101/,

ე.ი. $F(x_1)=2\pi\cdot x_1\cdot\delta$;

$F(x_2)=2\pi\cdot x_2\cdot\delta$

ამის გამო /0.393/ და /0.394/ ფორმულები მარტივდება და ღებულობს $\beta_1=\frac{1}{8\pi\cdot\delta\cdot G_1}$ /ნაგულისხმევია, რომ $\tau=0$/




ნახ.0.101

$$\beta_2=\frac{R_1^2\left[\frac{R_2^2}{2R_1}+\frac{1}{4}\left(1-\frac{R_1^4}{R_2^4}\right)-2\left(1-\frac{R_1}{R_2}\right)-\frac{1}{2}\right]}{2\pi\cdot\delta\cdot G_2\cdot R_2^2\left(1-\frac{R_1^3}{R_2^3}\right)^2}.$$

თუ / $R_1$ / ძალიან მცირეა $R_2$ -თან შედარებით, მაშინ

$$\beta_2\approx\frac{1}{4\pi\cdot\delta\cdot G_2}.$$

/0.396/ და /0.397/ ფორმულების საფუძველზე ვღებულობთ

$$J_1=\frac{1}{2}\pi\cdot\delta\cdot\rho_1\cdot R_1^4,$$

$$J_2=\frac{1}{2}\pi\cdot\delta\cdot\rho_2\cdot R_2^4.$$

ზემოაღნიშნულის საფუძველზე მხები ძაბვის გამოსათვლელი /0.395/ ფორმულა მიიღებს სახეს

$$\tau\approx\frac{\omega_0 R_1}{2}\sqrt{\frac{\rho_1}{\left(1+\frac{\rho_1\cdot R_1^4}{\rho_2\cdot R_2^4}\right)\left(\frac{1}{4G_1}+\frac{1}{2G_2}\right)}}.$$

როცა

$$\rho_1=\rho_2=\rho,\quad G_1=G_2=G \quad \text{და} \quad R_2>R_1,$$

მაშინ

$$\tau\approx\omega_0 R\sqrt{\frac{1}{3}\rho\cdot G}$$

შ ე მ თ ხ ვ ე ვ ა  მ ე ო რ ე  მოცემულია ურთიერთჩადგმული დისკოები /ნახ.0.102/, რომელთა კედლის სისქეები იცვლება კანონით

$$\delta(x_1)=\delta_1\frac{x_1}{R_1},\qquad 0\le x_1\le R_1;$$

$$\delta(x_2)=\delta_2\frac{x_2}{R_2},\qquad R_1\le x_2\le R_2.$$

$F(x_1)$ და $F(x_2)$ -თვის შესაბამისად გვექნება

$$F(x_1)=2\pi\cdot\delta_1\cdot\frac{x_1^2}{R_1},$$

$$F(x_2)=2\pi\cdot\delta_2\cdot\frac{x_2^2}{R_2}.$$

/0.393/ და /0.394/ ფორმულების საფუძველზე

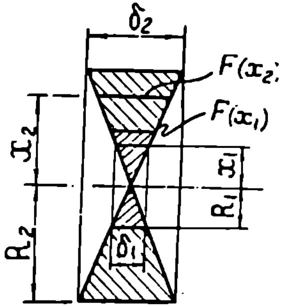
$$\beta_1=\frac{1}{10\cdot\pi\cdot\delta_1\cdot G_1},$$

$$\beta_2=\frac{R_1^2\left[\frac{1}{3}\cdot\frac{R_2^3}{R_1^3}+\frac{1}{5}\left(1-\frac{R_1^5}{R_2^5}\right)-2\left(1-\frac{R_1}{R_2}\right)-\frac{1}{3}\right]}{2\pi\cdot\delta_2\cdot G_2\cdot R_2^2\left(1-\frac{R_1^4}{R_2^4}\right)^2}.$$

დისკოების ინერციის მომენტები:

$$J_1=\frac{2}{5}\pi\cdot\delta_1\cdot\rho_1\cdot R_1^4,$$

$$J_2=\frac{2}{5}\pi\cdot\delta_2\cdot\rho_2\cdot R_2^4\left(1-\frac{R_1^5}{R_2^5}\right).$$




ნახ.0.102

თუ $R_1 \ll R_2$, მაშინ

$$\beta_2\approx\frac{1}{6\pi\cdot\delta_2\cdot G_2};$$

$$J_2\approx\frac{2}{5}\pi\cdot\delta_2\cdot\rho_2\cdot R_2^4$$

და /0.395/ ფორმულა იღებს სახეს

$$\tau\approx\omega_0 R_1\sqrt{\frac{\rho_1\cdot G_1}{1+\frac{5\cdot\delta_1\cdot G_1}{3\cdot\delta_2\cdot G_2}}}$$

თუ გავითვალისწინებთ

$$\rho_1=\frac{G_1}{b_1^2};\quad \frac{\delta_1}{\delta_2}=\frac{R_1}{R_2},$$

გვექნება

$$\tau\approx\frac{\omega_0\cdot R_1\cdot G_1}{b_1}\sqrt{\frac{1}{1+\frac{5\cdot R_1\cdot G_1}{3\cdot R_2\cdot G_2}}},$$

სადაც $\tau$ არის შიდა და გარე დისკოების შეხების ფართზე განვითარებული მხები ძალა;

$\omega_0$ – დისკოების ბრუნვათა ფარდობითი სიჩქარე, რომელიც დისკოების ურთიერთსაწინააღმდეგო მიმართულებით ბრუნვის დროს $\omega_0=\omega_1+\omega_2$, ხოლო ერთი მიმართულებით ბრუნვისას $\omega_0=\omega_1-\omega_2$.

$R_1$ - ბრუნვის ცენტრიდან დამუხრუჭების კონტურამდე მანძილი;

$G_1$ - შიდა დისკოს მასალის ძვრის მოდული;

$C$ - შიდა დისკოს მასალაში ძვრის ტალღის გავრცელების სიჩქარე;

$R_2$ - გარე დისკოს უდიდესი რადიუსი;

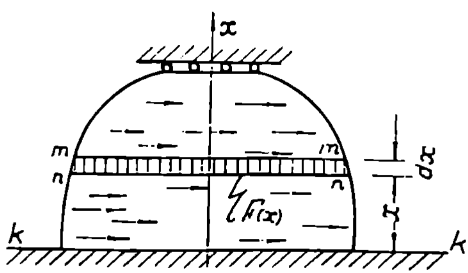
$G_2$ - გარე დისკოს მასალის ძვრის მოდული.

## 16. დარტყმითი ძვრა ტალღური თეორიის საფუძველზე

განხილულია $m$ მასის მქონე მყარი ტანი, რომელიც მისრიალებს $(K-K)$ სიბრტყეზე განსაზღვრული $V$ სიჩქარით და მოხდა მისი უეცარი დამუხრუჭება /ნახ.0.103/. ფარდობითობის /რელატივობის/ პრინციპის თანახმად, აღნიშნული ამოცანა ანალოგიურია შემთხვევისა, როდესაც $(K-K)$ სიბრტყე მოძრაობს $-V$ სიჩქარით და მოხდა მასზე $m$ მასის მქონე მყარი სხეულის უეცარი დამაგრება.

თუ მხედველობაში არ მივიღებთ სხეულის აყირავებასა და მის ღუნვას /მყარი სხეულის სიგრძე-სიგანე ბევრად აღემატება მის სიმაღლეს/, მაშინ აღნიშნული ტანი იმუშავებს ძვრის დეფორმაციაზე.

განხილული ამოცანის ზუსტი შესწავლა დინამიკური დრეკადობის თეორიის ურთულეს პრობლემათა რიცხვს ეკუთვნის. დასმული ამოცანის გამარტივების




ნახ.0.103

მიზნით, საჭიროა განსაზღვრული დასაშვები გამარტივებანი. კერძოდ, ის, რომ (K-K) სიბრტყის პარალელური სიბრტყეები მუშაობს მხოლოდ ძვრაზე; სხეულის ნებისმიერ`შრის ფენები არ განიცდის კუმშვა-გაჭიმვის დეფორმაციას და ყოველ ცალკეულ სიბრტყეზე ვითარდება ერთი და იგივე მხები ძაბვები.

აღნიშნული დაშვებები საშუალებას იძლევა შედგეს ბრტყელი ტალღის მოძრაობის ამსახველი დარტყმის ან რხევის დიფერენციული განტოლება.

ტანის (n-n) განკვეთის სიბრტყეზე ნარმოშობილი შიდა ძალა ტოლია

$$\tau(x)\cdot F(x).$$

$dx$ მანძილით დაშორებულ შრეში, რომლის ფართობი $F(x)+dF(x)$ შეადგენს, აღიძვრება განსხვავებული სიდიდის შინაგანი ძალა

$$\left[\tau(x)+d\tau(x)\right]\left[F(x)+dF(x)\right].$$

აღნიშნული ძალების სხვაობა ნარმოადგენს (nn, mm) შრის მოცულობაში აღძრული ინერციის ძალას

$$\left[\tau(x)+d\tau(x)\right]\left[F(x)+dF(x)\right]-\tau(x)\cdot F(x)=$$

$$=\rho\cdot F(x)\,\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}dx.$$

გამოსახულების გამარტივების შემდეგ გვექნება

$$\frac{\partial\tau(x)}{\partial x}+\frac{F'(x)}{F(x)}\tau(x)=\rho\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial t^2},$$

ანუ

$$\frac{\partial\tau}{\partial x}+\frac{F'(x)}{F(x)}\tau=\rho\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \qquad /6.398/$$

სადაც $\tau$ არის $x$ კვეთში აღძრული ძაბვა, რომლის სიდიდე, გარდა სხვა ფაქტორებისა, დამოკიდებულია $t$ ცვლადზე;

$F(x)$ – ტანის განივკვეთის ფართობი $x$ კვეთში;

$\rho$ – დამუხრუჭებული მასის მქონე ტანის სიმკვრივე;

$u$ – გადაადგილება $F(x)$ ფართობზე მდებარე ნაწილებისა $(K-K)$ სიბრტყის პარალელური მიმართულებით.

თუ /0.398/-ში გავითვალისწინებთ ფუნქციურ დამოკიდებულებას

$$\tau=\varphi(\varepsilon)=\varphi\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right),$$

სადაც $\varepsilon$ ფარდობითი დეფორმაციაა, მივიღებთ

$$c^2\left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{F'(x)}{F(x)}\cdot\frac{\varphi\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)}{\dfrac{d\left[\varphi\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)\right]}{d\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)}}\right]=\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \qquad /0.399/$$

სადაც

$$c=\sqrt{\frac{1}{\rho}\cdot\frac{d\left[\varphi\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)\right]}{d\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)}}=\sqrt{\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial\tau}{\partial\varepsilon}}$$

-ძვრის ტალღის გავრცელების სიჩქარეა $(K-K)$ სიბრტყის მიმართულებით.

ექსპერიმენტული კვლევებით დადგენილია, რომ მრავალი სამშენებლო მასალისათვის დრეკადობის ფარგლებში სამართლიანია ჰუკის ცნობილი დამოკიდებულება

$$\tau=G\frac{\partial u}{\partial x}, \qquad /0.400/$$

რის საფუძველზე /0.399/ გამოსახულება მარტივდება და იღებს შემდეგ სახეს:

$$c^2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{F'(x)}{F(x)}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}\right)=\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \qquad /0.401/$$

აქ

$$C=\sqrt{\frac{G}{\rho}},$$

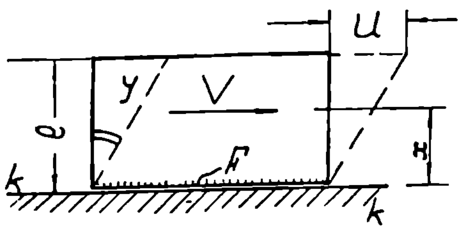
სადაც $G$ -ძვრის მოდული.

ზემოაღნიშნულის საფუძველზე განვიხილოთ ნარმტანი მოძრაობის მქონე ტანის უეცარი დამუხრუჭების რამდენიმე ამოცანა.

მოცემულია $V$ სიჩქარით მოძრავი პრიზმატული ფორმის $m$ მასის მქონე ტანი /ნახ.0.104/, რომელიც უეცრად მუხრუჭდება $F$ ფართობის მქონე ფუძით $(K-K)$ საყრდენით სიბრტყეზე. ასეთ შემთხვევაში პრიზმის მთელ სიმაღლეზე განვითარდება მხები ძაბვა

$$\tau(x)=\frac{GV}{C}=$$

$$=V\sqrt{\rho.G}=Const,$$




ნახ.0.104

სადაც $V$ -მხები დარტყმის სიჩქარე;

$G$ -დინამიკური ძვრის მოდული;

$C$ - ძვრის დრეკადი ტალღის გავრცელების სიჩქარე.

მაქსიმალური დეფორმაცია /იხ.ნახ.0.104/ იქნება

$$U_{max}=\frac{V\cdot l}{C},$$

სადაც $l$ არის დამრტყმელი ტანის სიმაღლე.

დარტყმის F ფართობზე განვითარდება სათანადო მაქსიმალური მხები ძალა

$$T_{max} = \tau \cdot F = F\sqrt{\rho \cdot G}$$

დარტყმის სრული /ანუ ორივე ფაზის/ დრო გამოითვლება ფორმულით

$$t_{დარტყმ} = \frac{2l}{C}.$$

ახლა განვიხილოთ ანალოგიური მაგალითი, იმ განსხვავებით, რომ პრიზმის მაგიერ დარტყმით ძელზე მუშაობს წაკვეთილი კონუსური ტანი / ნახ.0.105/.

თუ მოვახდენთ კონუსური ტანის უეცრად დამუხრუჭებას მცირე ფუძით, მაშინ

$$\tau_{min} = \frac{G \cdot V}{C}.$$

დარტყმის დაწყებიდან $t = l : C$ დროის გავლის შემდეგ /დარტყმის პირველი ფაზა/ მცირე ფუძეზე განვითარებული მაქსიმალური მხები ძაბვა ტოლი იქნება

$$\tau_{max} = \frac{V \cdot G}{C}\left(1 + \frac{l}{h}\right)$$

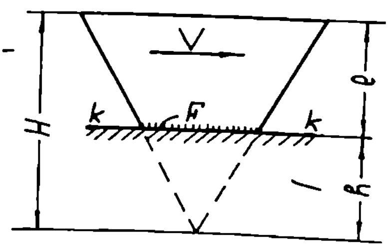
ან, რადგან $l = H - h$, ამიტომ

$$\tau_{max} = \frac{VG}{C} \cdot \frac{H}{h}.$$

იმ შემთხვევაში, როდესაც დარტყმითი მხები დამუხრუჭება ხდება წაკვეთილი კონუსის დიდი ფუძით /ნახ. 0.106/

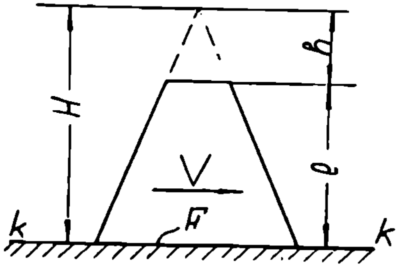
$$\tau_{min} = \frac{VG}{C}\left(1 - \frac{l}{H}\right),$$

$$\tau_{max} = \frac{VG}{C}.$$




ნახ.0.105

თუ განვიხილავთ სხვადასხვა მასალისაგან დამზა-
დებულ ორ, ერთიმეორეზე მოს-
რიალე ტანს, მაშინ /ნახ.
0.107/ შეხების საერთო/
ფართობზე წარმოიშობა დარ-
ტყმითი მხები ძაბვები,
რომელთა სიდიდის გამო-
თვლა შეიძლება ფორმულით




$$\tau=\frac{G_1\cdot G_2\cdot V}{G_1C_2+G_2\cdot C_1},$$

ნახ.0.106

სადაც $G_1$ და $G_2$ პირველი და მეორე ტანების მასალის დინა-
მიკური ძვრის მოდულებია, ხოლო $C_1$ და $C_2$ -სათანადო ტან-
ების ძვრის ტალღების გავრცელების სიჩქარეები;

$V=V_1+V_2$ - მხები დარტყმის ფარდობითი სიჩქარე ერთი ტა-
ნისა მეორის მიმართ.

განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც ორი ნაკვეთილი
კონუსური ტანი მოძრაობს თითოეული $V_1$ და $V_2$ აბსოლუტური
სიჩქარით, და ხდება მათი დარტყმით ძვრაზე მუშაობა ნაკვეთი-
ლი კონუსური ტანების დიდი ფუძეებით შეხების დროს.

ამ შემთხვევაში ძვრის ძაბვა გამოითვლება ფორმუ-
ლით

$$\tau=\frac{G_1\cdot G_2\left(1-\frac{C_1t}{H_1}\right)\left(1-\frac{C_2t}{H_2}\right)}{G_1\cdot C_2\left(1-\frac{C_1t}{H_1}\right)+G_2C_1\left(1-\frac{C_2t}{H_2}\right)}, \qquad /0.402/$$

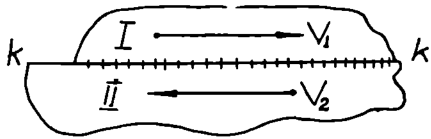
სადაც $c_1t\le l_1$ და $c_2t\le l_2$.

/0.402/ ფორმულის საფუძველზე მიიღება, რომ

$$\tau_{max} = V \cdot \frac{G_1 \cdot G_2}{G_1 \cdot C_2 + G_2 \cdot C_1},$$

$$\tau_{min} = V \cdot \frac{G_1 \cdot G_2 \left(1 - \frac{l_1}{H_1}\right)\left(1 - \frac{l_2}{H_2}\right)}{G_1 \cdot C_2 \left(1 - \frac{l_1}{H_1}\right) + G_2 \cdot C_1 \left(1 - \frac{l_2}{H_2}\right)}.$$

როდესაც ორი ნაკვეთილი კონუსის ტანი მცირე ფუძეებით მეხების შემთხვევაში მუშაობს დარტყმით ძრავზე /ნახ.0.108/, ამ შემთხვევაში გვექნება




ნახ.0.107

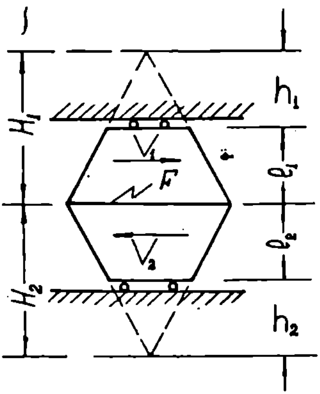
$$\tau = V \cdot \frac{G_1 \cdot G_2 \left(1 + \frac{C_1 t}{h_1}\right)\left(1 + \frac{C_2 t}{h_2}\right)}{G_1 C_2 \left(1 + \frac{C_1 t}{h_1}\right) + G_2 \cdot C_1 \left(1 + \frac{C_2 t}{h_2}\right)}, \qquad /0.403/$$

სადაც $C_1 t \le l_1$

და $C_2 t \le l_2$ /0.403/-ის საფუძველზე, ვღებულობთ, რომ

$$\tau_{max} = V \cdot \frac{G_1 \cdot G_2 \left(1 + \frac{l_1}{h_1}\right)\left(1 + \frac{l_2}{h_2}\right)}{G_1 \cdot C_2 \left(1 + \frac{l_1}{h_1}\right) + G_2 C_1 \left(1 + \frac{l_2}{h_2}\right)},$$

$$\tau_{min} = V \cdot \frac{G_1 \cdot G_2}{G_1 \cdot C_2 + G_2 \cdot C_1},$$




სადაც $V = V_1 \pm V_2$

ნახ.0.108

კერძოდ, (+) ნიშანი აიღება მაშინ, როდესაც $V_1$ და $V_2$ სიჩქა-

რის ვექტორები ერთმანეთის საწინააღმდეგო არიან მიმართული, ხოლო (-)ნიშანი, როდესაც მათ აქვთ ერთი მიმართულება.

განვიხილოთ ცილინდრული ფორმის ლილვთან ხისტად დამაგრებული მბრუნავი ტანის უეცარი დამუხრუჭების ზოგადი ამოცანა.

0.109 ნახაზზე აღნიშნულია:

$r$ – ლილვის რადიუსი;

$R$ – დისკოს რადიუსი;

$S_1$ – ლილვის მოცულობა;

$S_2$ – დისკოს მოცულობა;

$\omega$ – ლილვისა და დისკოს საერთო კუთხური სიჩქარე დარტყმით-უეცარ დამუხრუჭებამდე;

$\tau$ – მხები ძაბვა $x$ შრეში;

$\tau+\Delta\tau$ – მხები ძაბვა $x+dx$ შრეში;

$\gamma$ – ცილინდრის მასალის სიქრძე;

$x$ – პოლარული კოორდინატი;

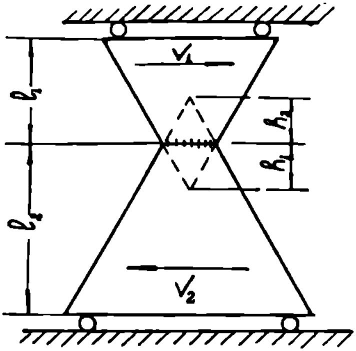
$dx$ – პოლარული კოორდინატების უსასრულოდ მცირე ნაზრდი.

წინასწარ ვღებულობთ შემდეგ დაშვებებს:

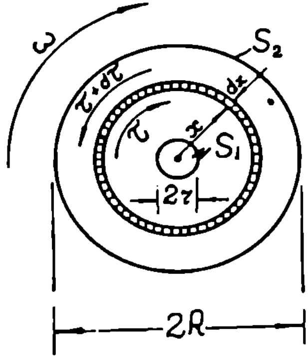
ა/ გამოყოფილი ცილინდრული ფორმის წრე არც იჭიმება და არც იკუმშება, განიცდის მხოლოდ ძვრას.

ბ/ იმავე შრის შიდა ფართობზე ვითარდება ერთნაირი სიდიდის მხები ძაბვები, რომელთა მოქმედების მიმართულება ემთხვევა ბრუნვის მიმართულებას.

ზოგადი მაგალითის სახით /ნახ.0.110/ განვიხილოთ უეცარი დამუხრუჭების ისეთი შემთხვევა, როდესაც მბრუნავი ტანის ღერძიდან $x$ მანძილზე მდებარე ცილინდრული ფართობი /კვეთი/ იცვლება კანონით




ნახ.0.109




ნახ.0.110

$$F(x)=2\pi\cdot R\cdot B\left(\frac{x}{R}\right)^m.$$

ასეთ შემთხვევაში დიფერენციული განტოლებას ექნება სახე

$$c^2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{m}{x}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}\right)=\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \qquad /0.404/$$

ნარმოვადგინოთ ამ განტოლების ამონახსნი ორი ფუნქციის ნამრავლის სახით

$$u=X(x)\cdot(A\cdot\sin Kct+B\cos Kct). \qquad /0.405/$$

/0.405/ შევიტანოთ /0.404/-ში, მივიღებთ

$$X''(x)+\frac{m}{x}X'(x)+K^2X(x)=0. \qquad /0.406/$$

/0.406/ გამოსახულება ბესელის ცნობილი განტოლებაა, რომლის ამოხსნას აქვს ასეთი სახე:

$$X(x)=C\cdot x^{\frac{1-m}{2}}\cdot J_{\frac{m-1}{2}}(Kx)+$$
$$+Dx^{\frac{1-m}{2}}\,J_{\frac{1-m}{2}}(Kx), \qquad /0.407/$$

სადაც $J_{\frac{m-1}{2}}$ და $J_{\frac{1-m}{2}}$ არის ბესელის ფუნქციები.

/0.407/ ამონახსნის დახმარებით /0.405/ მიიღებს სახეს

$$U = (A\cdot \sin Kct + B\cdot \cos Kct)\cdot$$

$$\cdot\left[C x^{\frac{1-m}{2}}\cdot J_{\frac{m-1}{2}}(Kx) + D x^{\frac{1-m}{2}}\cdot J_{\frac{1-m}{2}}(Kx)\right]. \qquad /0.408/$$

აქ C და K მუდმივი კოეფიციენტები განისაზღვრება ყოველი კერძო სახის ამოცანის ბუნებიდან გამომდინარე სასაზღვრო და საწყისი პირობებიდან.

განვიხილოთ მბრუნავი ტანის უეცარი დამუხრუჭების რამდენიმე კონკრეტული ამოცანა.

/ნახ.0.110/-ზე მოცემული გვაქვს $\omega$ კუთხური სიჩქარით მბრუნავი ტანი, რომლის $x$ მანძილზე მდებარე ცილინდრული ფართობი იცვლება კანონით

$$F(x) = F = Const \qquad /0.409/$$

და განიცდის უეცარ დამუხრუჭებას ღერძის გასწვრივ.

განისაზღვრის დისკოში განვითარებული მხები ძაბვები, თუ მისი სისქე $y$ იცვლება კანონით

$$y = B\cdot\frac{R}{x}. \qquad /0.410/$$

თანახმად /0.409/-ისა,

$$F(x) = F = 2\pi\cdot x\cdot y = 2\pi\cdot x\,\frac{B\cdot R}{x} =$$

$$= 2\pi\cdot R\cdot B = Const. \qquad /0.411/$$

/0.408/-ის ამოხსნა დაიყვანება სახეზე:

$$U=(B_1\cdot\sin Kx+B_2\cos Kx), \qquad /0.412/$$

სადაც $B_1$, $B_2$ და $K$ კოეფიციენტების გამოსათვლელად უნდა გამოვიყენოთ სათანადო საწყისი და სასაზღვრო პირობები.

თუ მბრუნავი დისკოს ღერძის დარტყმით დამუხრუჭების დასაწყისს აღვნიშნავთ $t=0$, მაშინ ამ მომენტისათვის, რაკი დისკოს მასალა არ არის დეფორმირებული, უნდა გვქონდეს საწყისი პირობა

$$U\Big|_{t=0}=0. \qquad /0.413/$$

როგორც ვხედავთ, ეს პირობა უკვე დაცულია /0.412/ გამოსახულებაში; მბრუნავი ღერძის უსასრულოდ მცირე ახლო უბანში $U$ დეფორმაცია ნულის ტოლია, რაც იძლევა სასაზღვრო პირობას

$$U\Big|_{x=0}=0 \qquad /0.414/$$

ეს პირობა /0.408/ გამოსახულებაში მხოლოდ მაშინ იქნება დაცული, როდესაც $B_2=0$. ამგვარად, /0.408/ ამონახსნის მაგივრად გვექნება

$$U=B_1\cdot\sin Kx\cdot\sin Kct. \qquad /0.415/$$

ბადროს $x=R$ უბანი არ განიცდის დეფორმირებას, ამიტომ ამ უბნისათვის იქნება მეორე სასაზღვრო პირობა

$$\frac{\partial U}{\partial x}\Big|_{x=0}=0. \qquad /0.416/$$

აღნიშნული პირობის დაცვისას /0.415/ ამონახსნი ღებულობს სახეს $B_1\cdot K\cdot\cos K\cdot R\cdot\sin Kct=0$.

როცა $K\neq 0$

და $t\neq 0$, მაშინ $\sin Kct\neq 0$.

ამიტომ $\cos KR = 0$, საიდანაც

$$K_n = \frac{n\cdot\pi}{2R} \qquad (n=1,\ 3,\ 5 \quad \infty).$$

აღნიშნული მონაცემის თანახმად, დგინდება, რომ არის არა მარტო ერთი ამონახსნი, არამედ უსასრულო მრავალი, რის გამოც /0.415/-ის ნაცვლად საბოლოოდ გვექნება

$$U=\sum_{n=1,3,5\cdots} B_n\cdot \sin\frac{n\cdot\pi\cdot x}{2R}\cdot \sin\frac{n\cdot\pi\cdot c\cdot t}{2R}. \qquad /0.417/$$

როდესაც მბრუნავი დისკოს დამუხრუჭება იწყება

$$t=0,$$

დისკოს გააჩნია $\omega$ კუთხური სიჩქარე.

ეს პირობა ჩაიწერება

$$\frac{1}{x}\cdot\frac{\partial U}{\partial t}\bigg|_{t=0}=\omega.$$

თუ აღნიშნული პირობის მეშვეობით მოიძებნება $B_n$ კოეფიციენტის მნიშვნელობა, მაშინ /0.417/ მიიღებს სრულიად გარკვეულ სახეს

$$U(x,t)=\frac{8\omega R^2}{\pi^2 C}\sum_{n=1,3,5\cdots}\frac{1}{n^2}\sin\frac{n\cdot\pi\cdot x}{2R}\cdot\sin\frac{n\cdot\pi\cdot c\cdot t}{2R}. \qquad /0.418/$$

თუ გავითვალისწინებთ $ct=R$ და $x=R$, მივიღებთ მაქსიმალური მხები დეფორმაციის სიდიდეს

$$U_{max}=\frac{8\omega\cdot R^2}{\pi^2 C}\sum_{n=1,3,5\cdots}\frac{1}{n^2}\sin^2\frac{n\cdot\pi}{2}=\frac{\omega\cdot R^2}{C}$$

ანუ

$$U_{max}=\frac{\omega\cdot R^2}{C}. \qquad /0.419/$$

/0.418/-ის ელემენტარული გარდაქმნებით და ძვრის მოდულზე გამრავლებით განისაზღვრება მხები ძაბვების სიდიდე

$$\tau(x,t)=\frac{\omega\cdot R\cdot G}{c}\cdot\frac{4}{\pi}\sum_{n=1,3,5\cdots}\frac{1}{n}\cos\frac{n\pi x}{2R}\cdot\sin\frac{n\pi\cdot ct}{2R}, \qquad /0.420/$$

რომელიც ჩასმით $ct=R$ იღებს სახეს

$$\tau\left(x,\frac{R}{c}\right)=\frac{\omega\cdot R\cdot G}{c}\cdot\frac{4}{\pi}\sum\frac{1}{n}\cos\frac{n\pi x}{2R}\cdot\sin\frac{n\pi}{2}.$$

ფურიეს მწკრივთა თეორიის საფუძველზე ადვილად მტკიცდება, რომ, თუ $0<\frac{\pi x}{2R}<\pi$, მაშინ

$$\sum\frac{1}{n}\cos\frac{n\cdot\pi\cdot x}{2R}\cdot\sin\frac{n\pi}{2}=\frac{\pi}{4}.$$

ამრიგად,

$$\tau\left(x,\frac{R}{c}\right)=\frac{\omega\cdot R\cdot G}{c}=\omega\cdot R\sqrt{\rho\cdot G}=Const. \qquad /0.421/$$

აღნიშნული გამოსახულება გვიჩვენებს, რომ /ნახ. 0.111/-ზე გამოსახული დისკოს ღერძის უეცარი-დარტყმით დამუხრუჭების დროს მასში ვითარდება ერთი და იმავე სიდიდის მხები ძაბვები- მათ შორის მაქსიმალური მხები ძაბვებიც.

მასალის ეკონომიური ხარჯვის თვალსაზრისით, მიზანშეწონილია ღერძის უეცარ დამუხრუჭებაზე მომუშავე დისკოს ჰქონდეს 0.111 ნახაზზე ნაჩვენები სახე.

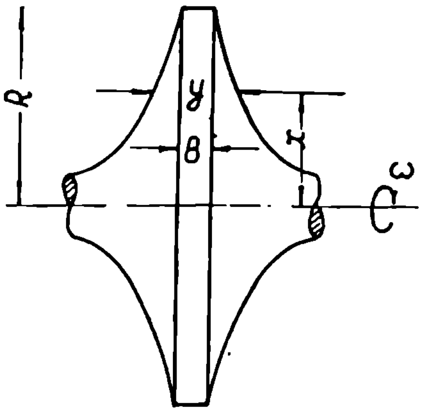
განვიხილოთ ამოცანა /ნახ.0.111/, როცა კუთხური სიჩქარით მბრუნავი დისკო განიცდის უეცარ დამუხრუჭებას დიდი სიხისტის მქონე ლილვის დარტყმით ანუ უეცარი დამუხრუჭების გამო.

განვსაზღვროთ ლილვის დამუხრუჭების ცამი დისკოს სხვადასხვა $x$ მანძილით დაშორებულ ცილინდრულ ზედაპირებზე აღძრული მხები ძაბვები.

$x$ მანძილით დაშორებული დისკოს ფენის კედლის სისქე ტოლია $y = B\cdot\dfrac{x}{R}$, ხოლო ფართობი

$$F(x) = 2\pi\cdot x\cdot y = 2\pi\cdot x\cdot\frac{B\cdot x}{R} = \frac{2\pi\cdot B\cdot x^2}{R},$$

ანუ



ნახ.0.111

$$F(x) = \frac{2\pi\cdot B\cdot x^2}{R} = 2\pi\cdot R\cdot B\cdot\left(\frac{x}{R}\right)^2. \qquad /0.422/$$

/0.422/ და /0.411/ გამოსახულებათა თანახმად, /0.408/-ის ამოხსნა, როცა $m=2$, მიიღებს სახეს

$$u = \frac{1}{x}\left(B_1 \sin Kx + B_2 \cos Kx\right)\cdot \sin Kct. \qquad /0.423/$$

აღნიშნულ გამოსახულებას თან ერთვის ორი საწყისი პირობა

$$u\Big|_{x=r} = \frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{x=R} = 0, \qquad /0.424/$$

$$u\Big|_{t=0} = 0, \quad \frac{1}{x}\cdot\frac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0} = \omega. \qquad /0.425/$$

თუ მივიღებთ, რომ

$$B_1 = B\cdot \cos Kr,$$

$$B_2 = -B \cdot \sin K r,$$

$tg(R-r) = KR$, /0.424/ სასაზღვრე პირობების დაკმაყოფილებით /0.423/ ამოხსნა მიიღებს სახეს

$$U = \frac{1}{x}\sum_{n=1}^{\infty} B_n \cdot \sin K_n (x-r) \sin K_n \cdot c \cdot t. \qquad /0.426/$$

/0.425/ მეორე საწყისი პირობის დაკმაყოფილებით /0.426/-ის ამონახსნი

$$x \cdot \omega = \frac{c}{x}\sum_{n=1}^{\infty} B_n \cdot K_n \cdot \sin K_n (x-r). \qquad /0.427/$$

აღნიშნულ გამოსახულებაში $x = r + ct$ ჩასმით იგი დაიყვანება დამხმარე ტოლობაზე

$$\sum_{n=1}^{\infty} B_n \cdot K_n \cdot \sin K_n ct = \frac{\omega \cdot r^2}{c}\left(1+\frac{ct}{r}\right)^2. \qquad /0.428/$$

/0.423/ ამონახსნის ერთჯერადი გაწარმოებით და ძვრის მოდულზე გამრავლებით ვღებულობთ

$$\tau(r,t) = \frac{G}{r}\sum_{n=1}^{\infty} B_n \cdot K_n \cdot \sin K_n \cdot c \cdot t,$$

რომელიც /0.427/ ტოლობის დახმარებით დაიყვანება საბოლოო სახემდე

$$\tau(r,t) = \frac{\omega \cdot r \cdot G}{c}\left(1+\frac{ct}{r}\right)^2, \qquad /0.429/$$

$ct \leq (R-r)$ რადგან $\omega r = V$,

ამიტომ /0.429/ გამოსახულება შესაძლებელია წარმოდგენილ იქნეს სხვა სახითაც

$$\tau = \frac{VG}{c}\left(1+\frac{ct}{r}\right)^2; \qquad ct \leq (R-r), \qquad /0.430/$$

სადაც $V$ არის $r$ რადიუსით დაშორებული წერტილების წრიული სიჩქარე /იხ.ნახ.0.113/.

/0.429/ გამოსახულებიდან მიიღება

$$\tau_{min}=\frac{\omega\cdot r\cdot G}{C},$$ /0.431/

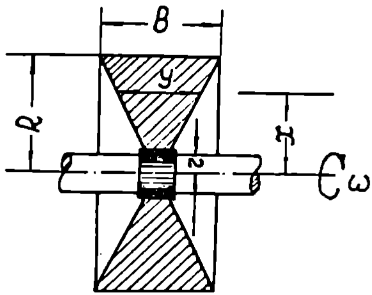
$$\tau_{max}=\frac{\omega\cdot r\cdot G}{C}\left(\frac{R}{r}\right)^2.$$ /0.432/

ზემოაღნიშნულ ამოცანაში განხილული იყო მქნევარა დისკოს ცილის დამუხრუჭების შემთხვევა. საინტერესოა განვიხილოთ იმავე მბრუნავი დისკოს გარე კონტურის უეცარი დამუხრუჭება /ნახ.0.112/.

აღნიშნულ ამოცანაში მხები ძაბვების გამოსათვლელი ფორმულა ღებულობს სახეს

$$\tau(R,t)=\frac{\omega RG}{C}\left(1-\frac{ct}{R}\right)^2,$$

$$ct\leq(R-r),$$




ნახ.0.112

საიდანაც

$$\tau_{max}=\frac{\omega\cdot R\cdot G}{C},$$ /0.433/

$$\tau_{min}=\frac{\omega\cdot R\cdot G}{C}\left(\frac{r}{R}\right)^2.$$ /0.434/

რადგან $\omega R=V_{max}$, ამიტომ /0.433/ შეიძლება წარმოვადგინოთ ფორმულით

$$\tau_{max}=\frac{G\cdot V_{max}}{C},$$ /0.435/

სადაც $V_{max}$ ბრუნვის მაქსიმალური წრიული სიჩქარეა.

განვიხილოთ ურთიერთში ჩადგმული ორი დისკოს /ნახ. 0.113/ დამუხრუჭება მათი საერთო შეხების ცილინდრულ ზედაპირზე – $S$ კვეთში. დარტყმით აღძრული მხები ძაბვების ამსახველ დიფერენციულ განტოლებას ექნება სახე:

პირველი ტანისათვის

$$C_1^2\left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2}+\frac{m_1}{x_1}\cdot\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right)=\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}; \qquad /0.436/$$

მეორისათვის

$$C_2^2\left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2}+\frac{m_2}{x_2}\cdot\frac{\partial u_2}{\partial x_2}\right)=\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}. \qquad /0.437/$$

$x_1$ და $x_2$ კვეთებში გატარებული ცილინდრული ზედაპირებისათვის

$$F_1(x_1)=2\pi\cdot B_1\cdot R_1\cdot\left(\frac{x_1}{R_1}\right)^2,$$
$$F_2(x_2)=2\pi\cdot B_2\cdot R_2\cdot\left(\frac{x_2}{R_2}\right)^2.$$

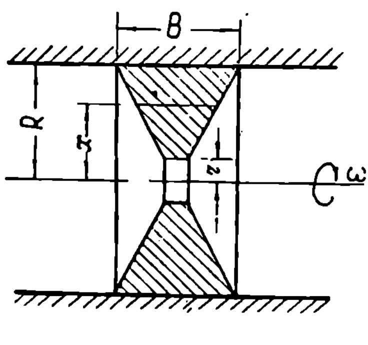
რადგან $m_1=m_2=2$, ამიტომ /0.436/და /0.437/ დიფერენციული განტოლებები მიიღებს სახეს

$$C_1^2\left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2}+\frac{2}{x_1}\cdot\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right)=\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2},$$

$$C_2^2\left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2}+\frac{2}{x_2}\cdot\frac{\partial u_2}{\partial x_2}\right)=\frac{\partial u_2}{\partial t^2},$$

/0.438/

სადაც $r \leqslant x_1 \leqslant R$.




ნახ. 0.113

აღნიშნულ განტოლებებს ერთის განსაზღვ-
რული საწყისი და სასაზღვრო პირობები:

პირველი ტანისათვის

$$u_1\Big|_{t=0}=0\,; \qquad u_1\Big|_{x_1=R_1}=0\,; \qquad \frac{\partial u_1}{\partial x_1}\Big|_{x_1=\tau}=0\,. \qquad /0.439/$$

მეორე ტანისათვის

$$u_2\Big|_{t=0}=0\,; \qquad u_2\Big|_{x_2=R_1}=0\,; \qquad \frac{\partial u_2}{\partial x_2}\Big|_{x_2=R_2}=0\,. \qquad /0.440/$$

საერთო პირობები

$$\tau_1\Big|_{x_1=R_1}=\tau_2\Big|_{x_2=R_1}=\tau\,,$$

ანუ

$$G_1\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\Big|_{x_1=R_1}=G_2\frac{\partial u_2}{\partial x_2}\Big|_{x_2=R_1}\,, \qquad /0.441/$$

$$\frac{1}{x_1}\cdot\frac{\partial u_1}{\partial t}\Big|_{t=0}+\frac{1}{x_2}\cdot\frac{\partial u_2}{\partial t}\Big|_{t=0}=\omega\,, \qquad /0.442/$$

სადაც $\omega$ ბრუნვის ფარდობითი სიჩქარეა და გამოითვლება

$$\omega=\omega_1\pm\omega_2\,;$$

$\omega_1$ – პირველი დისკოს აბსოლუტური კუთხური სიჩქარე;

$\omega_2$ – მეორე დისკოს აბსოლუტური სიჩქარე;

(+) აიღება მაშინ, როდესაც $\omega_1$ და $\omega_2$ აქვთ სხვადასხვა მიმართულება.

(-) აიღება მაშინ, როდესაც $\omega_1$ და $\omega_2$ აქვთ ერთი მიმართულება.

/0.438/ განტოლებებს, /0.439/, /0.440/ საწყის და

სასაზღვრო პირობებს აკმაყოფილებს შემდეგი სახის ამონახს-ნები:

$$\left.\begin{aligned} U_1 &= \frac{1}{x_1}\sum_{n=1}^{\infty} B_n \cdot \sin K_n (R_1 - x_1) \sin K_n \cdot c_1 t, \\ U_2 &= \frac{1}{x_2}\sum_{m=1}^{\infty} B_m \cdot \sin K_m (x_2 - R_1) \sin K_m \cdot c_2 \cdot t. \end{aligned}\right\} \qquad /0.443/$$

/0.442/-ის საერთო პირობების დაკმაყოფილება გვაძლევს

$$\frac{c_1}{x_1^2}\sum_{n=1}^{\infty} B_n \cdot K_n \cdot \sin K_n (x_1 - R_1) + \frac{c_2}{x_2^2}\sum_{m=1}^{\infty} B_m \cdot K_m (x_2 - R_1) = \omega ,$$

რომელიც ჩასმით

$$x_1 = R_1 - c_1 \cdot t , \quad x_2 = R_1 + b_2 \cdot t$$

გვაძლევს დამხმარე ტოლობას

$$\frac{c_1}{(R_1 - c_1 t)^2}\sum_{n=1}^{\infty} B_n \cdot K_n \cdot \sin K_n \cdot c_1 \cdot t + \frac{c_2}{(R_1 + c_2 t)^2}\sum_{m=1}^{\infty} B_m \cdot K_m \sin K_m \cdot c_2 \cdot t = \omega . \qquad /0.444/$$

თუ /0.443/-ის თანახმად, წინასწარ მოიძებნება მხები ძაბვები და შეიტანება /0.441/ პირობაში, მაშინ მიიღება

$$\frac{G_1}{R_1}\sum_{n=1}^{\infty} B_n \cdot K_n \cdot \sin K_n c_2 t = \frac{G_2}{R_1}\sum_{m=1}^{\infty} B_m \cdot K_m \cdot \sin K_m c_2 t = \tau .$$

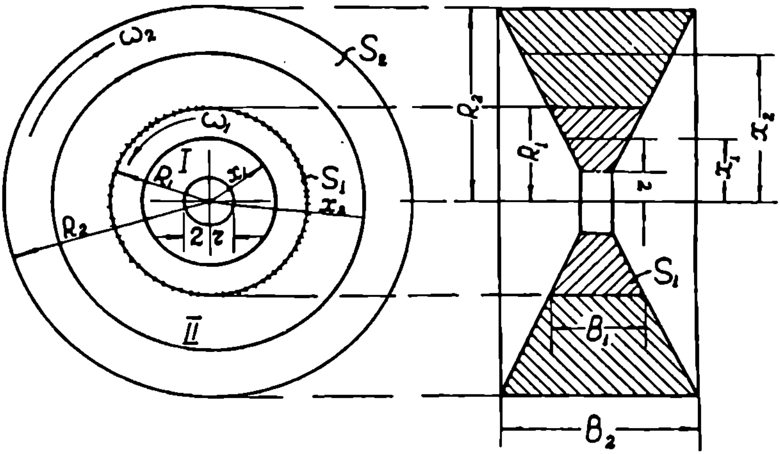
ამ უკანასკნელის საფუძველზე /0.444/ მიიღებს სახეს:

$$\frac{c_1}{(R_1 - c_1 \cdot t)^2} \cdot \frac{R_1}{G_1} \cdot \tau + \frac{c_2}{(R_1 + c_2 t)^2} \cdot \frac{R_1}{G_2} \cdot \tau = \omega ,$$

საიდანაც

$$\tau(R_1,t)=\frac{\omega\cdot R_1\cdot G_1\cdot G_2\left(1-\frac{C_1t}{R_1}\right)^2\left(1+\frac{C_2t}{R_1}\right)^2}{b_1G_2\left(1+\frac{C_2t}{R_1}\right)^2+C_2G_1\left(1-\frac{C_1t}{R_1}\right)^2}\,, \quad /0.445/$$

სადაც $\dot{\tau}(R,t)$ მხები ძაბვაა, რომელიც ვითარდება ორი მბრუნავი ტანის უეცარი დამუხრუჭებით $S_1$ საერთო საზღვარზე / ნახ.0.114/;




ნახ.0.114

$\omega$ -დისკოების ფარდობითი კუთხური სიჩქარე;

$G_1$ და $G_2$ -სათანადოდ დისკოების მასალების ძვრის მოდულები;

$C_1$ და $C_2$ -ტალღის გავრცელების სიჩქარეები.

უეცარი დამუხრუჭების დაწყებიდან უსასრულოდ მცირე დროის გავლის შემდეგ, ე.ი.

$$C_1t=\Delta x_1 \quad \text{და} \quad C_2t=\Delta x_2\,,$$

/0.445/ გვაძლევს მაქსიმალური ძაბვის სიდიდეს, რომელიც ვითარდება დამუხრუჭების საერთო საზღვრის მცირე სისქის შრეებში

$$\tau_{max}=\frac{\omega\cdot R_1\cdot G_1 G_2}{C_1\cdot G_2+C_2\cdot G_1}. \qquad /0.446/$$

როდესაც ერთ-ერთი ტანი, მაგალითად მეორე, აბსოლუტურად ხისტია $C_2=\infty$, მაშინ /0.445/ დაიყვანება სახეზე

$$\tau(R_1,t)=\frac{\omega\cdot R_1\cdot G_1}{C_1}\left(1-\frac{C_1\cdot t}{R_1}\right)^2,$$

$$C_1 t\leq (R_1-\tau),$$

ხოლო იმ შემთხვევაში, როდესაც პირველი ტანია აბსოლუტურად ხისტი $G_1=\infty$,

$$\tau(R_1,t)=\frac{\omega\cdot R_1\cdot G_2}{C_2}\left(1+\frac{C_2\cdot t}{R_1}\right)^2,$$

$$C_2 t\leq (R_2-R_1).$$

ამ შემთხვევაში $\omega$ არის ბრუნვის აბსოლუტური კუთხური სიჩქარე.

გარდა ზემოაღნიშნულისა, ჩასმით $C_1 t=R_1-\tau$ და $C_2 t=R_2-R_1$ /0.445/ გამოსახულება გვაძლევს მინიმალური მხები ძაბვის გამოსათვლელ ფორმულას

$$\tau_{min}=\frac{\omega\cdot R_1\cdot G_1\cdot G_2}{C_1\cdot G_2\frac{R_1^2}{\tau^2}+C_2\cdot G_1\frac{R_1^2}{R_2^2}}. \qquad /0.447/$$

## 17. დარტყმით გრეხაზე მომუშავე ლილვების ანგარიში

განვიხილოთ $\omega_0$ კუთხური სიჩქარით მბრუნავი ლილვი A, რომელზეც დამაგრებულია B მქნევარა მასა /ნახ. 0.115/. განხილული სისტემა განიცდის დარტყმით დამუხრუჭებას (K-K) სიბრტყეში.

ენერგეტიკული თეორიის საფუძველზე U კინეტიკური

ენერგია გადადის ძრეხის $\Pi$ პოტენციურ ენერგიაში. განვსაზღვროთ ღეროში განვითარებული მაქსიმალური მხები ძაბვები.

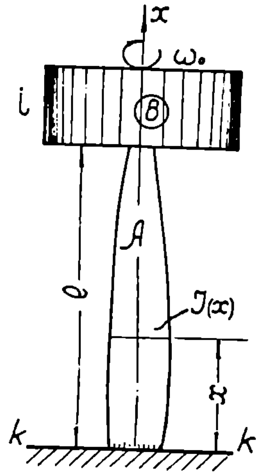
რადგან $U=\Pi$,

ხოლო $U=0,5\,J_p\cdot\omega_0^2$,

$$\varphi = f(M_{\text{გრ}}),$$

$$M_{\text{გრ}} = F(\varphi),$$

$$\Pi=\int_{\varphi_0}^{\varphi_{max}} M_{\text{გრ}}\cdot d\varphi = \int_{M_0}^{M_{max}} M_{\text{გრ}}\cdot d\varphi. \qquad /0.448/$$




ნახ.0.115

თუ გავითვალისწინებთ პოტენციური და კინეტიკური ენერგიების ტოლობას, ვღებულობთ

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi_{max}} M_{\text{გრ}}\, d\varphi = 0,5 J_p\cdot\omega_0^2. \qquad /0.449/$$

რადგან ღეროების დრეკადობის ფარგლებში წრფივი დეფორმირებისას

$$M_{\text{გრ}} = \frac{\varphi}{\gamma},$$

ამიტომ /0.448/ განტოლება იღებულობს სახეს

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi_{max}} \frac{\varphi}{\gamma}\cdot d\varphi = 0,5\cdot J_p\cdot\omega_0^2,$$

საიდანაც

$$\varphi_{max} = \sqrt{\varphi_0^2 + \gamma\cdot J_p\cdot\omega_0^2}$$

თუ $\varphi_0 = 0$, მაშინ $\varphi_{max} = \omega_0\sqrt{\gamma\cdot J_p}$,

სადაც $\varphi$ -ლილვის მაქსიმალური გრეხის კუთხე;

$\varphi_0$ -დარტყმამდე არსებული გრეხის კუთხე;

$J_p$ -მბრუნავი მასის პოლარული ინერციის მომენტი მისი ბრუნვის ღერძის მიმართ;

$\gamma$ -დამყოლობა, ანუ ერთეულ-მგრეხავი მომენტით გამოწვეული გრეხის კუთხე.

დარტყმით აღძრული მაქსიმალური მგრეხი მომენტი

$$M_{max}=\sqrt{M_0^2+\frac{J_p\cdot\omega_0^2}{\gamma}}, \qquad /0.450/$$

სადაც $M_0$ არის სტატიკური მგრეხი მომენტი, რომელიც მოდებული იყო ლილვზე დარტყმამდე.

თუ $M_0=0$, მაშინ /0.450/ მიიღებს სახეს

$$M_{max}=\omega_0\sqrt{\frac{J_p}{\gamma}} \qquad /0.451/$$

ცვალებადი განივკვეთის მქონე A ლილვისათვის /ნახ. 0.116/ დამყოლობის კოეფიციენტი გამოითვლება ფორმულით

$$\gamma=\int_0^l\frac{dx}{J_p(x)G}, \qquad /0.452/$$

სადაც $l$ - დარტყმის მიმღები ლილვის მუშა სიგრძე;

$J_p(x)$ - ლილვის განივკვეთის ინერციის პოლარული მომენტი;

$G$ - ძვრის მოდული.

თუ ლილვი ცილინდრული ფორმისაა /ნახ.0.116/, მაშინ

$$J_p(x)=0{,}5\cdot\pi\cdot r^4=Const.$$

ამიტომ, /0.452/-ის თანახმად,

$$\gamma=\frac{2l}{\pi\cdot r^4\cdot G}.$$

როდესაც ლილვის ბოლოზე დამაგრებულია ცილინდრული ფორმის მქნევარა მასა, მაშინ

$$J_p = 0{,}5\rho\cdot\pi\cdot H\cdot R^4,$$

სადაც $\rho$ მქნევარა მასის სიმკვრივეა;

$H$ -ცილინდრული მქნევარა მასის სიმაღლე;

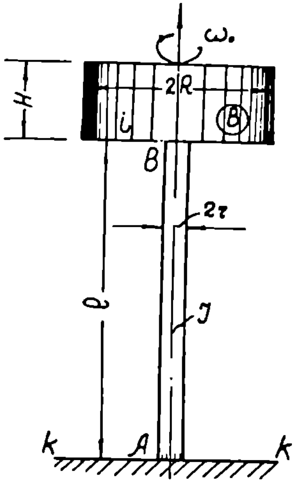
$R$ -იმავე მასის მაქსიმალური რადიუსი.

თუ ლილვის საკუთარი მასის გავლენას გამოვრიცხავთ, მაშინ $AB$ ლილვის მთელ სიმაღლეზე /ნახ.0.116/ ბრუნვითი დარტყმის დროს განვითარდება ერთი და იმავე სიდიდის დარტყმითი მგრეხი მომენტი, რომლის სიდიდე გამოითვლება /0.451/ ფორმულით. თუ ამ ფორმულაში ჩავსვამთ

$$\gamma = \frac{2l}{\pi\cdot r^4\cdot G},$$

მივიღებთ

$$M_{max} = \omega_0\cdot r^2\sqrt{\frac{\pi\cdot J_p\cdot G}{2l}}.$$




ნახ.0.116

ლილვში განვითარებული მხები ძაბვების სიდიდე

$$\tau_{max} = \frac{M_{max}}{W_p} = \omega_0 r\sqrt{\frac{2J_p\cdot G}{\pi\cdot l\cdot r^4}}. \qquad /0.453/$$

თუ გავითვალისწინებთ $J_p = 0{,}5\rho\cdot\pi\cdot H\cdot R^4$, /0.453/ ფორმულა მიიღებს საბოლოო სახეს

$$\tau_{max} = \frac{\omega_0}{r}\sqrt{\frac{H\cdot R^4\cdot\rho\cdot G}{l}}. \qquad /0.454/$$

როდესაც $r=R$ და $H=l$, ე.ი. დარტყმით დამუხრუ-

ჭებას განიცდის ცილინდრული ფორმის ლილვი ან ღერო, მაშინ /0.454/ მარტივდება და გვექნება

$$\tau_{max} = \omega_0 \cdot R\sqrt{\rho \cdot G} \ ,$$

სადაც $\tau_{max}$ ცილინდრულ ტანში აღძრული მაქსიმალური მხები ძაბვებია;

$\omega_0$ – ტანის ბრუნვის კუთხური სიჩქარე;

$\rho$ – მასალის სიმკვრივე;

$G$ – მასალის ძვრის მოდული.

განვიხილოთ დარტყმით გრეხაზე მომუშავე ლილვების /ნახ.0.117/ ანგარიში რხევითი თეორიის საფუძველზე.

მოცემულია მქნევარა მასის მქონე იმავე ლილვის დარტყმითი დამუხრუჭების საკითხი /იხ.ნახ.0.116/ და საჭიროა განისაზღვროს დინამიკური სიმტკიცის ძირითადი პარამეტრები რხევითი თეორიის გამოყენებით.

როგორც თეორიული მექანიკიდანაა ცნობილი, მგრეხი მომენტი

$$M = -J_p \cdot \frac{d\omega}{dt} , \qquad /0.455/$$

სადაც

$J_p$ – უნონთ AB ლილვის ბოლოზე დამაგრებული დისკოს პოლარული ინერციის მომენტი მისი ბრუნვის ღერძის მიმართ;

$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$ – იმავე დისკოს კუთხური აჩქარება.

თუ გავითვალისწინებთ $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ , მაშინ /0.455/ მიიღებს დიფერენციული განტოლების სახეს

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{M}{J_p} = 0. \qquad /0.456/$$

აღნიშნული განტოლება, $t$ დროის გარდა, შეიცავს ორ უცნობ სიდიდეს – $M$ და $\varphi$, რომელთა შორის დამოკიდებულებას აქვს შემდეგი სახე:

$$\varphi = \gamma \cdot M.$$

ამგვარად, /0.456/ გამოსახულება გვაძლევს ორი სახის დიფერენციალურ განტოლებას:

პ ი რ ვ ე ლ ი

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + c^2 \cdot \varphi = 0, \qquad /0.457/$$

სადაც

$$c = \frac{1}{\sqrt{\gamma \cdot J_P}}.$$

მ ე ო რ ე

$$\frac{d^2 M}{dt^2} + c^2 \cdot M = 0. \qquad /0.458/$$

/0.458/ დიფერენციალური განტოლების ზოგადი ამონახსნი იქნება

$$M = A \cdot \sin ct + B \cdot \cos ct. \qquad /0.459/$$

როდესაც დამუხრუჭება იწყება $t = 0$, მაშინ ლილვზე მგრეხი მომენტი არ მოქმედებს, რის საფუძველზე დგება პირველი საწყისი პირობა

$$M\Big|_{t=0} = 0.$$

აღნიშნულ საწყის პირობას მაშინ დააკმაყოფილებს /0.459/ ამონახსნი, როდესაც $B = 0$, მაშასადამე,

$$M = A \cdot \sin ct.$$

დამუხრუჭების საწყის პერიოდში $t = 0$ ბრუნვის კუთხური სიჩქარე ტოლი იქნება $\omega_0$ სიდიდისა, რის საფუძველზე დგება მეორე საწყისი პირობა

$$\frac{d\varphi}{dt}\bigg|_{t=0} = \omega_0 ,$$

რომელიც $\varphi = \gamma \cdot M_{გრ}$ საფუძველზე შეიძლება ჩაიწეროს

$$\frac{dM}{dt}\bigg|_{t=0} = \frac{\omega_0}{\gamma} . \qquad /0.460/$$

მეორე საწყისი პირობის დაკმაყოფილების დროს $M = A \cdot \sin ct$ გამოსახულება გვაძლევს

$$A = \frac{\omega_0}{\gamma \cdot c} \quad \text{და} \quad M = \frac{\omega_0}{\gamma \cdot c} \cdot \sin ct$$

ვინაიდან $C = \frac{1}{\sqrt{\gamma \cdot J_p}}$, ვღებულობთ

$$M = \omega_0 \sqrt{\frac{J_p}{\gamma}} \cdot \sin \frac{t}{\sqrt{\gamma \cdot J_p}} ; \qquad /0.461/$$

როცა

$$t_0 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\gamma \cdot J_p} ,$$

მაშინ დარტყმით განვითარებული მომენტი აღწევს თავის მაქსიმუმს

$$M_{max} = \omega_0 \sqrt{\frac{J_p}{\gamma}} .$$

თუ /0.461/ გამოსახულებას გავაწარმოებთ $t$ -თი და გავამრავლებთ $\gamma$ -ზე, მაშინ, /0.460/ ფორმულის თანახმად, მიღებული იქნება კუთხური სიჩქარის ცვალებადობა დროში

$$\omega(t) = \omega_0 \cdot \cos \frac{t}{\sqrt{\gamma \cdot J_p}} .$$

დარტყმის მთლიანი დრო შესაძლებელია გამოითვალოს ფორმულით

$$T_{დრ} = 2t_0 = \pi \sqrt{\gamma \cdot J_p} ,$$

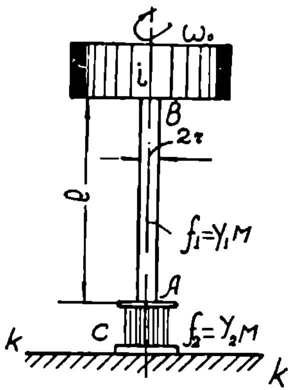
სადაც $T$ დარ- დარტყმის მთლიანი დრო ანუ ორივე ფაზის ხანგრძლივობა;

$t_0$ – დარტყმის ერთი ფაზის ხანგრძლივობა.

განვიხილოთ ზოგადი შემთხვევა, როდესაც დამუხ-რუჭების (K-K) სიბრტყესა და ლილვს შორის მოთავსებულია დრეკადი დამმუხრუჭებელი სისტემა C /იხ.ნახ.0.117/.

დავუშვათ, ლილვის დეფორმაციის ფუნქცია $\varphi_1 = \gamma_1 \cdot M$, დამმუხრუჭებელი C სისტემისა კი – $\varphi_2 = \gamma M$; მაშინ მთლიანი პოტენციური ენერგია განისაზღვრება

$$\Pi = 0{,}5\gamma_1 M^2 + 0{,}5\gamma_2 M^2 = 0{,}5(\gamma_1+\gamma_2)M^2.$$




ნახ.0.117

მეორე მხრივ, ბრუნვით დარ-ტყმაზე დახარჯული კინეტი-კური ენერგია $U=\frac{1}{2}J_p\omega_0^2$. დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თანახმად $\Pi = U$, ვღებულობთ:

$$M_{max} = \omega_0\sqrt{\frac{J_p}{\gamma_1+\gamma_2}}$$

თუ გავითვალისწინებთ ლილვის პოლარი წინაღობის მომენტის მნიშვნელობას $W_p = \frac{1}{2}\pi\cdot r^3$, მაშინ ლილვში განვითარებუ-ლი მხები ძაბვების გათვალისწინებით მიიღება სიმტკიცის გა-მოსახულება

$$\tau_{max} = \frac{M_{max}}{W_p} = \frac{2\cdot\omega_0}{\pi\cdot\tau^3}\sqrt{\frac{J_p}{\gamma_1+\gamma_2}} \leq [\tau]. \quad /0.462/$$

როდესაც $\omega_0$, $\tau'$ და $J_p$ წინასწარ ცნობილია, მაშინ /0.462/-ით შესაძლებელია გამოითვალოს ძელის დამყოლობა, რომელიც უნდა ჰქონდეს დამმუხრუჭებელ C სისტემას, რათა დაუზიანებლად დამუხრუჭდეს მბრუნავი სისტემა:

$$\gamma_2 \geqslant \frac{J_p\cdot\omega_0^2}{W_p^2\,[\tau]^2} - \gamma_1$$

ანუ

$$\gamma_2 \geqslant \frac{2U}{W_p^2\,[\tau]^2} - \gamma_1 \ ,$$

სადაც $\gamma_2$ – დამყოლობა, რომელიც უნდა ჰქონდეს დამმუხრუჭებელ C სისტემას;

$U$ – დასამუხრუჭებელი მბრუნავი სისტემის მთლიანი კინეტიკური ენერგია;

$W_p$ – ლილვის განივკვეთის პოლარული წინაღობის მომენტი;

$[\tau]$ – ლილვის მასალაზე დასაშვები დინამიკური მხები ძაბვა;

$\gamma_1$ – ლილვის დამყოლობა, ანუ მისი გრეხის კუთხე, გამოწვეული ერთეული მგრეხი მომენტით.

## 18. მბრუნავი ლილვების უეცარი გადაბმა ქუროთი

განხილულია ორი მქნევარა მასის მქონე ლილვის C ქუროთი დარტყმითი გადაბმის ამოცანა, რაც დღეისათვის ნაკლებად დამუშავებულია. პირველ ლილვს თავისი მქნევარა მასით ვთქვით წამყვანად, ხოლო მეორე ლილვს თავისი მქნევარა მასით-

ამყოლად. ლილვებს ზოგადად გააჩნიათ $\omega_0$ ფარდობითი კუთხური სიჩქარე $\omega_0 = \omega_1 \pm \omega_2$. დავუშვათ, რომ ჩარჩოს $C$ ქურის დრეკადი შემობრუნება $\varphi_c$ კუთხით წრფივი ფუნქციაა მასზე მოქმედი $M$ მომენტისა

$$\varphi_c = \gamma_c \cdot M,$$

სადაც $\gamma_c$ -ქურის დამყოლობა.

აღნიშნული სისტემის პოტენციური ენერგია იქნება

$$\Pi = 0,5\,(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_c)\cdot M^2. \qquad /0.463/$$

თუ ქურის გააჩნია წინასწარი დაჭიმულობა $M_c$ -მგრეხი მომენტით, მაშინ /0.463/ მიიღებს სახეს

$$\Pi = 0,5\,(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_c)\cdot M^2 - 0,5\,\gamma_c \cdot M_c^2.$$

მეორე მხრივ

$$U = \frac{J_1 \cdot \omega_0^2}{2\left(1 + \frac{J_1}{J_2}\right)}.$$

დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის საფუძველზე $U = \Pi$ ვღებულობთ დარტყმის შედეგად განვითარებული მგრეხი მომენტის განტოლებას

$$M = \sqrt{\frac{\gamma_c \cdot M_c^2}{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_c} + \frac{J_1 \cdot \omega_0^2}{\left(1 + \frac{J_1}{J_2}\right)(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_c)}} \qquad /0.464/$$

როდესაც პირველი და მეორე ლილვების სისტემების გადაბმა ხდება ხისტი ქუროებით, მაშინ $\gamma_c = 0$ და /0.464/ მარტივდება

$$M = \omega_0 \sqrt{\frac{J_1}{\left(1 + \frac{J_1}{J_2}\right)(\gamma_1 + \gamma_2)}}$$

თუ ქური გაცილებით მოქნილია, ვიდრე ლილვები, მაშინ

$\Gamma_1 = \Gamma_2 = 0$ და /0.464/ გამოსახულება მიიღებს სახეს

$$M = \omega_0 \sqrt{M_c^2 + \frac{J_1 \cdot \omega_0^2}{\left(1 + \frac{J_1}{J_2}\right) \cdot \Gamma_c}} .$$

როდესაც ერთი ლილვის /მაგალითად, მეორე ლილვის/ ბოლოზე დამაგრებული მასა უსასრულოდ დიდია /ე.ი. $J_2 = \infty$ / და თვით ლილვიც საკმაოდ დიდი სიხისტისაა $\Gamma_2 = 0$, მაშინ /0.464/ დაიყვანება შემდეგ სახეზე:

$$M = \sqrt{M_c^2 + \frac{J_1 \cdot \omega_0^2}{\Gamma_c}} .$$

პირველ ლილვში განვითარებული მხები ძაბვები შეიძლება განისაზღვროს ფორმულით

$$\tau_1 = \frac{M}{W_1} = \frac{1}{W_1} \sqrt{\frac{\Gamma_c \cdot M_c^2}{\Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_c} + \frac{J_1 \cdot \omega_0^2}{\left(1 + \frac{J_1}{J_2}\right)(\Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_c)}} , \qquad /0.465/$$

ხოლო მეორე ლილვში განვითარებული მხები ძაბვები

$$\tau_2 = \frac{M}{W_2} = \frac{1}{W_2} \sqrt{\frac{\Gamma_c \cdot M_c^2}{\Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_c} + \frac{J_1 \cdot \omega_0^2}{\left(1 + \frac{J_1}{J_2}\right)(\Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_c)}} \qquad /0.466/$$

ლილვის მასალის სიმტკიცის პირობის დაცვის მიზნით

$$\tau_1 = \tau_2 = [\tau] ,$$

ეს პირობა იქნება დაცული, თუ

$$W_1 = W_2 = W.$$

აღნიშნული პირობის დაცვით, /0.465/ და /0.466/ იღებულობს სახეს

$$[\tau]=\frac{1}{W}\sqrt{\frac{\gamma_c\cdot M_c^2}{\gamma_1+\gamma_2+\gamma_c}+\frac{J_1\cdot\omega_0^2}{\left(1+\frac{J_1}{J_2}\right)\cdot(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_c)}}\,,$$

საიდანაც შეიძლება განისაზღვროს ქუროს დამყოლობა

$$\gamma_c\geqslant\left[\frac{J_1\cdot\omega_0^2}{\left(1+\frac{J_1}{J_2}\right)\cdot(\gamma_1+\gamma_2)}-[\tau]^2\cdot W^2\right]\frac{(\gamma_1+\gamma_2)}{[\tau]^2W^2-M_c^2}\,. \qquad /0.467/$$

როცა ლილვების მოქნილობა მათი სიმცირის გამო უგუ-ლებელყოფილია, ე.ი. $\gamma_1=\gamma_2=0$, მაშინ /0.467/ გამოსახულე-ბა მარტივდება და ღებულობს სახეს

$$\gamma_c\geqslant\frac{J_1\cdot\omega_0^2}{\left(1+\frac{J_1}{J_2}\right)\cdot\left([\tau]^2\cdot W^2-M_0^2\right)}\,. \qquad /0.468/$$

/0.468/ ფორმულის ანალიზი გვიჩვენებს, რომ, რაც უფრო დიდია ქუროს წინასწარი დაჭიმვა $M_c$, მით მეტი უნდა იყოს მისი დამყოლობაც – $\gamma_c$.

ქუროს კონსტრუქცია თუ წინასწარ დაუჭიმავია, მაშინ /0.468/ ღებულობს სახეს

$$\gamma_c\geqslant\frac{J_1\cdot\omega_0^2}{\left(1+\frac{J_1}{J_2}\right)\cdot W^2\cdot[\tau]^2}\,,$$

ანუ

$$\gamma_c\geqslant\frac{2U}{[M]^2}\,,$$

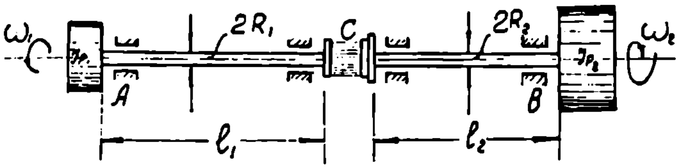
სადაც $U$ – ბრუნვით დარტყმაზე დახარჯული კინეტიკური ენერგია;

$[M]$ – ლილვებზე დასაშვები მგრეხი მომენტის სიდი-დე.

განვიხილოთ იგივე დარტყმითი ჩართვის ამოცანა /ნახ.0.118/ რხევითი თეორიის საფუძველზე.

როგორც ცნობილია,

$$M = -\frac{J_1 \cdot J_2}{J_1 + J_2} \cdot \frac{d\omega}{dt}. \qquad /0.469/$$




ნახ.0.118

$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ ჩასმით /0.469/ მიიღებს სახეს

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{J_1 + J_2}{J_1 \cdot J_2} \cdot M = 0. \qquad /0.470/$$

რადგან განხილული ამოცანისათვის $\varphi_1 = \gamma_1 \cdot M$, $\varphi_2 = \gamma_2 M$, ხოლო ქუროსათვის $\varphi_c = \gamma_c \cdot M$, ამიტომ

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_c = (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_c) \cdot M,$$

ანუ

$$\varphi = (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_c) \cdot M. \qquad /0.471/$$

აღნიშნულის შეტანით /0.470/ განტოლებაში მივიღებთ ბრუნვითი დარტყმით გამოწვეული მგრეხი მომენტის განმსაზღვრელ დიფერენციულ განტოლებას

$$\frac{d^2 M}{dt^2} + c^2 M = 0, \qquad /0.472/$$

სადაც

$$c = \sqrt{\frac{J_1 + J_2}{J_1 \cdot J_2 (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_c)}}. \qquad /0.473/$$

/0.471/-ისა და /0.470/-ის საფუძველზე შესაძლებელია

გრეხის კუთხის დიფერენციული განტოლების შედგენა

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2}+c^2\varphi=0.$$

გამოვიკვლიოთ $M$ მგრეხი მომენტის ცვალებადობა $t$ დრო-ში ორი ლილვის ურთიერთდარტყმითი ჩართვის შემთხვევაში /ნახ.0.118/.

აღნიშნული პროცესის დიფერენციული განტოლების საწყისი პირობები იქნება

$$M_{და}\Big|_{t=0}=0$$ – პირველი საწყისი პირობა

$$\frac{d\varphi}{dt}\Big|_{t=0}=\omega_0$$ –მეორე საწყისი პირობა, რომელიც, /0.471/-ის თანახმად, ღებულობს /0.472/ განტოლების ამოხსნისათვის მოხერხებულ სახეს

$$\frac{dM}{dt}\Big|_{t=0}=\frac{\omega_0}{\gamma_1+\gamma_2+\gamma_c}.$$

/0.472/ განტოლების ამონახსნი, რომელიც აკმაყოფილებს ზემოაღნიშნულ საწყის პირობებს, იქნება შემდეგი სახისა:

$$M=\frac{\omega_0}{(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_c)\cdot c}\cdot\sin ct,$$

რომელიც, /0.473/-ის თანახმად, ღებულობს საბოლოო სახეს

$$M(t)=\omega_0\sqrt{\frac{J_1}{\left(1+\frac{J_1}{J_2}\right)(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_c)}}\cdot\sin ct\sqrt{\frac{1+\frac{J_1}{J_2}}{J_1(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_c)}}. \qquad /0.474/$$

როდესაც

$$t_0=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{J_1(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_c)}{1+\frac{J_1}{J_2}}},$$

მაშინ

$$M_{max} = \omega_0 \sqrt{\frac{J_1}{\left(1+\frac{J_1}{J_2}\right)\left(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_c\right)}} . \qquad /0.475/$$

თუ ცნობილია დარტყმის დრო, მაშინ საშუალო დარტყმის მომენტის სიდიდე შესაძლებელია მოიძებნოს ფორმულით

$$M_{\text{საშ}} = \frac{J_1 \cdot \omega_0}{\left(1+\frac{J_1}{J_2}\right) \cdot t_0} . \qquad /0.476/$$

აქ $t_0$ წარმოადგენს დარტყმის დროის პირველი ფაზის ხანგრძლივობას და მისი სიდიდის ჩასმით /0.476/-ში მივიღებთ

$$M_{\text{საშ}} = \frac{2}{\pi} \cdot \omega_0 \sqrt{\frac{J_1}{\left(1+\frac{J_1}{J_2}\right)\left(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_c\right)}} .$$

ეს შედეგი ახლოსაა მგრეხი მომენტის ზუსტ მნიშვნელობასთან.

თუ დარტყმის $M$ მომენტს გამოვსახავთ რხევის სრული პერიოდით, რომელიც ტოლია გაორკეცებული სრული დარტყმის დროისა, მაშინ /0.476/ შეიძლება გამოიხატოს ასე:

$$M_{\text{საშ}} = \frac{4 \cdot J_1 \cdot \omega_0}{\left(1+\frac{J_1}{J_2}\right) \cdot T} .$$

როგორც /0.474/ ფორმულიდან ჩანს, ბრუნვითი დარტყმის დროს განვითარებული მგრეხი მომენტის სიდიდე იცვლება სინუსოიდური კანონით, რომლის ამპლიტუდა, /0.475/ ფორმულის თანახმად, წარმოადგენს მგრეხი მომენტის მაქსიმალურ სიდიდეს.

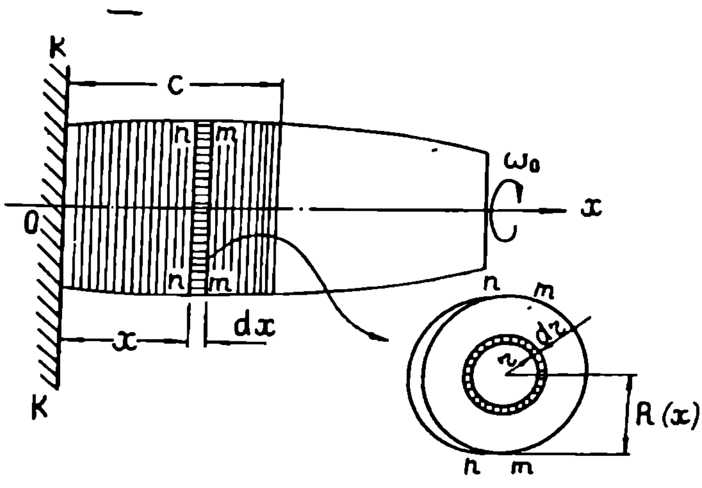
თუ გამოვიყენებთ /0.474/ და /0.471/ ფორმულებს, შესაძლებელი გახდება განისაზღვროს დარტყმითი გრეხით წარმოშობილი მობრუნების კუთხის მნიშვნელობები:

$$\varphi(t) = \omega_0 \sqrt{\frac{J_1\left(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_c\right)}{1+\frac{J_1}{J_2}}} \cdot \sin ct \sqrt{\frac{1+\frac{J_1}{J_2}}{J_1\left(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_c\right)}} .$$

## 19. დარტყმითი გრეხა ტალღური თეორიის საფუძველზე

აღნიშნული საკითხის ზუსტი კვლევა დაკავშირებულია მათემატიკური ხასიათის დიდ სიძნელეებთან და იგი სამართლიანად ეკუთვნის დინამიკური დრეკადობის თეორიის ურთულეს პრობლემათა რიცხვს. [3] ნაშრომში, გ.ნ.რაზმაძემ მოგვცა პირველი მიახლოებითი საანგარიშო ფორმულები და დარტყმითი გრეხის რამდენიმე კონკრეტული ამოცანის ამოხსნა.

განხილულია $\omega_0$ კუთხური სიჩქარით მბრუნავი დრეკადი ტანი /ნახ.0.119/, რომელიც უეცრად მუხრუჭდება უდეფორმადო სიბრტყეზე. ამ დროს ტანის სიგრძეზე ვრცელდება




ნახ.0.119

ძვრის დეფორმაციის ტალღა. თუ $x$ მანძილზე (n-n) კვეთში მოქმედ მგრეხ მომენტს აღვნიშნავთ $M(x)$, ხოლო (m-m) კვეთში — $M(x)+dM(x)$, მაშინ აღნიშნული მომენტების სხვაობა

$$dM(x)=\int_0^{R(x)} 2\pi\cdot r\,dr\cdot dx\cdot\rho\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial t^2},$$

სადაც $\rho$ არის მბრუნავი ტანის სიმკვრივე;

$u$ – დეფორმაცია ანუ მხები გადაადგილება, რომელსაც იღებულობს $r$ ცვლადი რადიუსით დამორებული წერტილები უძრავ $(K-K)$ სიბრტყეზე აღნიშნული წერტილების მიმართ.

ბრტყელი კვეთის ჰიპოთეზის საფუძველზე შეგვიძლია წარმოვადგინოთ

$$u(r,x,t)=\frac{r}{R(x)}\cdot u(x,R_x,t);$$

$$dM(x)=\rho\cdot W_p\cdot\frac{\partial^2 u(x,R_x,t)}{\partial t^2}, \qquad /0.477/$$

სადაც $W_p$ არის მბრუნავი ტანის განივკვეთის წინაღობის პოლარული მომენტი;

$R_x$ – მბრუნავი ტანის მსახველის დამორება ბრუნვისა და სიმეტრიის $0x$ ღერძიდან.

ცნობილ გამოსახულებას

$$M(x)=\tau(x)\cdot W_p(x)$$

გადიფერენცირების შემდეგ მიიღება

$$dM(x)=d\left[\tau(x)\cdot W_p(x)\right]=\left[\tau'(x)\cdot W_p(x)+\tau(x)\cdot W_p'(x)\right]dx$$

ანუ

$$dM(x)=(\tau' W_p+\tau W_p')dx.$$

/0.477/ -ის საფუძველზე გვექნება

$$\tau'+\frac{W_p'}{W_p}\tau=\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \qquad /0.478/$$

სადაც $\tau$ არის მხები ძაბვა, განვითარებული $x$ მანძილზე მდებარე განივკვეთის პერიფერიულ ნაწილში.

აღნიშნული დიფერენციული განტოლება, $t$ ცვლადის დროს, შეიცავს $\tau$ და $u$ ფუნქციებს. საჭიროა იმ ფუნქციური დამოკიდებულების ცოდნა, რომელიც არსებობს $\tau$ მხებ ძაბვასა და მის მიერ გამოწვეულ $\ell$ ძვრის დეფორმაციას შორის.

თუ აღნიშნულ დამოკიდებულებას ზოგადი სახით გამოვსახავთ

$$\tau = F(\ell) = F\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right), \qquad /0.479/$$

მაშინ /0.478/ დიფერენციული განტოლება მიიღებს სახეს

$$C^2\left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{W_P'}{W_P}\cdot\frac{F\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)}{\frac{d\left[F\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)\right]}{d\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)}}\right] = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \qquad /0.480/$$

სადაც

$$C = \sqrt{\frac{1}{\rho}\cdot\frac{d\left[F\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)\right]}{d\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)}} = \sqrt{\frac{1}{\rho}\cdot\frac{d\tau}{d\ell}}.$$

აქ $C$ წარმოადგენს ძვრის ტალღის გავრცელების სიჩქარეს.

როდესაც ბრუნვით დარტყმაში მყოფი ტანი დრეკადია და მუშაობს მხოლოდ დრეკადობის ფარგლებში, მაშინ /0.479/ შეიძლება შეიცვალოს ჰუკის ცნობილი კანონის შესაბამისი მარტივი გამოსახულებით

$$\tau = \ell\cdot G = \frac{\partial u}{\partial x}\cdot G.$$

აღნიშნულის საფუძველზე /0.480/ განტოლება საგრძნობლად მარტივდება და ღებულობს შემდეგ კონკრეტულ სახეს:

$$C^2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{W_P'}{W_P}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}\right) = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2},$$

$$C = \sqrt{\frac{G}{\rho}}.$$

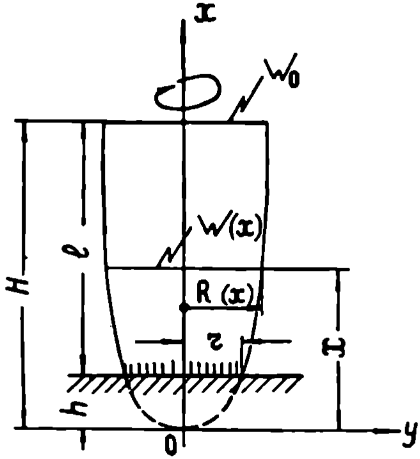
$G$ არის ბრუნვით დარტყმაში მყოფი სხეულის მასალის ძვრის მოდული.

გავარჩიოთ დარტყმითი ძვრების რამდენიმე ზოგადი ამოცანა.

ა მ ო ც ა ნ ა №1.

მოცემულია მბრუნავი სხეული /ნახ.0.120/, რომელიც განიცდის უეცარ დამუხრუჭებას. თუ მოცემული სხეულის განივკვეთის წინა-ღობის პოლარული მომენტი იცვლება კანონით

$$W(x) = W_0\left(\frac{x}{H}\right)^m, \qquad /0.481/$$




ნახ.0.120

სადაც $W_0$ არის ლილვის უდიდესი ფუ-ძის განივკვეთის წი-ნაღობის პოლარული მომენტი;

$H$ -მბრუნავი ტანის /ლილვის/ სიმაღლე;

$m$ - მთელი ან წესიერი წილადი, მაშინ /0.481/ -ის მიხედვით დიფერენციული განტოლება მიიღებს სა-ხეს

$$C^2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{m}{x}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}\right) = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \qquad /0.482/$$

როცა $m=0$, მაშინ /0.482/ საგრძნობლად მარტივ-დება და ღებულობს სახეს

$$C^2\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}. \qquad /0.483/$$

აღნიშნული დიფერენციული განტოლების ამოხსნა შეიძლება წარმოვადგინოთ

$$U=(A\cos Kct+B\sin Kct)\cdot\Big[C_1 x^{\frac{1-m}{2}}\cdot J_{\frac{m-1}{2}}(Kx)+$$

$$+C_2 x^{\frac{1-m}{2}}\cdot J_{\frac{1-m}{2}}(Kx)\Big]. \qquad /0.484/$$

განვიხილოთ აღნიშნული ინტეგრალის საწყისი და სასაზღვრო პირობები.

როდესაც ბრუნვითი დარტყმა იწყება $t=0$, მაშინ ტანი ჯერ კიდევ არ არის დეფორმირებული და აღნიშნული საწყისი პირობა ჩაიწერება:

$$U\Big|_{t=0}=0$$

აღნიშნულ პირობას მაშინ დააკმაყოფილებს /0.484/ ამოხსნა, როდესაც მასში შემავალი B კოეფიციენტი ნულის ტოლია, რის გამოც /0.484/ მიიღებს ასეთ სახეს:

$$U=\Big[B_1\cdot x^{\frac{1-m}{2}}\,J_{\frac{m-1}{2}}(Kx)+$$

$$+B_2 x^{\frac{1-m}{2}}\cdot J_{\frac{1-m}{2}}(Kx)\Big]\cdot\sin Kct.$$

აღნიშნულმა ინტეგრალმა უნდა დააკმაყოფილოს შემდეგი სახის საწყისი პირობაც

$$\frac{\partial U}{\partial t}\Big|_{t=0}=\omega_0\cdot R(x), \qquad /0.485/$$

რაც წარმოადგენს ტანის მსახველზე არსებულ საწყის წრიულ სიჩქარეს დარტყმის საწყის მომენტში.

როცა ტანი-მბრუნავი ცვლადი განივკვეთის მქონე ლილვი მცირე

ფუძით ახორციელებს დარტყმას, მაშინ აღნიშნულმა ინტეგრალმა უნდა დააკმაყოფილოს სასაზღვრო პირობები

$$U\big|_{x=h}=0, \qquad /0.486/$$

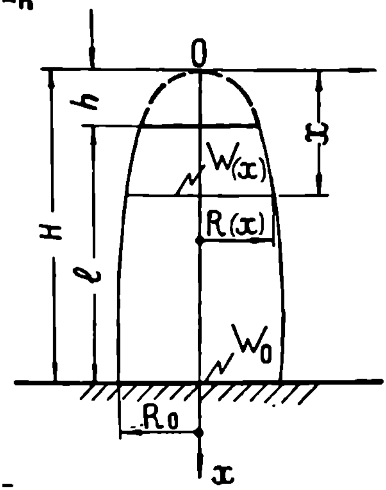
$$\frac{\partial U}{\partial x}\Big|_{x=H}=0. \qquad /0.487/$$

თუ განხილული ტანი დამუხრუჭებას განიცდის არა მცირე, არამედ დიდი ფუძით /ნახ.0.121/, მაშინ მოყვანილი სასაზღვრო პირობები მიიღებს შეცვლილ სახეს

$$U\big|_{x=H}=0, \qquad /0.488/$$

$$\frac{\partial U}{\partial x}\Big|_{x=h}=0.$$

ჩამოთვლილი პირობები და /0.481/ ფუნქციის $m$ ხარისხის მაჩვენებლის რიცხვითი სიდიდის ცოდნა საკმარისია, რომ /0.484/ ინტეგრალი დაიყვანოთ ისეთ კერძო ინტეგრალზე, რომელიც ასახავს დასმული ამოცანის რიცხობრივ მხარეს.



ნახ.0.121

ა მ ო ც ა ნ ა №2

განვიხილოთ ცილინდრული მბრუნავი ღეროს დამუხრუჭება ერთი ფუძით. ასეთ შემთხვევაში /იხ.ნახ.0.122/

$$W(x)=W_0=\mathrm{Const}\,;\quad m=0$$

ამიტომ /0.483/ გამოსახულება ღებულობს სახეს

$$u = \Big[B_1 \cdot x^{\frac{1}{2}} \cdot J_{\frac{1}{2}}(Kx) +$$
$$+ B_2 \cdot x^{\frac{1}{2}} \cdot J_{-\frac{1}{2}}(Kx)\Big] \cdot \sin Kct.$$

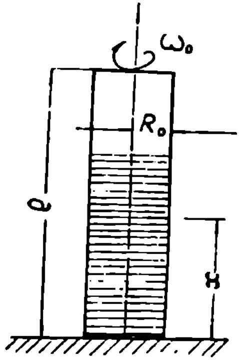
ამ ამონახსნმა უნდა დააკმაყოფილოს

პირობები

$$u\Big|_{x=0} = 0; \qquad \frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{x=l} = 0;$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0} = \omega_0 \cdot R_0 .$$

აღნიშნულის გათვალისწინებისა და სათანადო გარდაქმნების შემდეგ ვღებულობთ




ნახ.0.122

$$u(x,t) = \frac{8l}{\pi^2 \cdot c} \cdot \omega_0 R_0 \sum_{n=1,3,5,\cdots} \frac{1}{n^2} \cdot \sin\frac{n\cdot\pi\cdot x}{2l} \cdot \sin\frac{n\cdot\pi\cdot ct}{2l},$$

საიდანაც, როცა $t = \frac{l}{c}$, მაშინ

$$u_{max} = \frac{l}{c}\,\omega_0 R_0;$$

$$\tau(x,t) = \frac{4G}{\pi\cdot c}\,\omega_0 R_0 \sum_{n=1,3,5,\cdots} \frac{1}{n} \cdot \cos\frac{n\cdot\pi\cdot x}{2l} \cdot \sin\frac{n\cdot\pi\cdot c\cdot t}{2l},$$

საიდანაც, როცა $t = \frac{l}{c}$,

$$\tau(x) = \frac{\omega_0 \cdot R_0}{c} \cdot G = \omega_0 R_0 \sqrt{\rho \cdot G} = Const.$$

ა მ ო ც ა ნ ა № 3

მბრუნავი პარაბოლური ფორმის ლილვის უეცარი დარტყმით დამუხრუჭება მცირე ფუძით. აღნიშნული ამოცანა გრაფიკული სახით წარმოდგენილია 0.120 ნახაზზე. ასეთ შემთხვევაში

$$W(x)=W_0\left(\frac{x}{H}\right)^2;\quad m=2.$$

თუ გავითვალისწინებთ სათანადო საწყის და სასაზღვრო პირობებს, მაშინ დარტყმის ამსახველი სათანადო გამოსახულების ამონახსნს ექნება შემდეგი სახე:

$$u=\frac{1}{x}\sum_{n=1}^{\infty} B\sin K(x-n)\cdot \sin K\cdot c\cdot t.$$

აღნიშნულმა გამოსახულებამ უნდა დააკმაყოფილოს /0.484/ პირობა, რომელიც, იმის გამო, რომ

$$R(x)=R_0\left(\frac{x}{H}\right)^{\frac{1}{2}},$$

ასეთი სახისაა:

$$\left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=\omega_0\cdot R_0\left(\frac{x}{H}\right)^{\frac{1}{2}}$$

/0.486/ პირობის დაკმაყოფილება გვაძლევს

$$\omega_0\cdot R_0\cdot\left(\frac{x}{H}\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{c}{x}\sum_{n=1}^{\infty} B\cdot K\cdot\sin K(x-h).$$

თუ დავუშვებთ $x=ct+h$, მივიღებთ დამხმარე განტოლებებს

$$\sum_{n=1}^{\infty} BK\sin Kct=\frac{\omega_0\cdot R_0}{c}(ct+h)\cdot\left(\frac{ct+h}{H}\right)^{\frac{1}{2}}$$

დამუხრუჭების $x=h$ სიბრტყეზე განვითარებული მხები ძაბვებისათვის მიიღება

$$\tau(x,t) = G\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=h} = \frac{G}{h}\sum_{n=1}^{\infty} B\cdot K\cdot \sin c\cdot K\cdot t ,$$

რომელიც დამხმარე თეორიის გამოყენებით იძლევა

$$\tau(h,t) = \frac{\omega_0\cdot R_0\cdot G}{c}\left(1+\frac{ct}{h}\right)\cdot\left(\frac{ct+h}{H}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$0 \leq ct \leq l.$$

როდესაც დარტყმა იწყება $t = 0$

$$\tau(h,0) = \frac{G\cdot\omega_0\cdot R_0}{c}\left(\frac{h}{H}\right)^{\frac{1}{2}},$$

ანუ, რადგან

$$R_0\left(\frac{h}{H}\right)^{\frac{1}{2}} = r,$$

ამიტომ

$$\tau(h,0) = \frac{\omega_0\cdot r}{c}\cdot G = \omega_0\cdot r\sqrt{\rho\cdot G} ,$$

რომელიც $\omega_0 h_0 = V$ ჩასმით მიიღებს სახეს

$$\tau(h,0) = \frac{V\cdot G}{c} = V\sqrt{\rho\cdot G}$$

როცა $ct = H-h = l,$ მაშინ

$$\tau\left(h, \frac{l}{c}\right) = \frac{\omega_0\cdot R_0\cdot G}{c}\cdot\frac{H}{h}$$

ანუ, რადგან

$$h = H\left(\frac{r}{R_0}\right)^2,$$

ამიტომ

$$\tau_{max} = \frac{\omega_0\cdot R_0}{c}\cdot G\cdot\left(\frac{R_0}{r}\right)^2.$$

ა მ ო ც ა ნ ა №4.

მბრუნავი პარაბოლური ფორმის ლილვის უეცარი დარტყმითი დამუხრუჭება დიდი ფუძით. აღნიშნული ამოცანის /ნახ.0.121/ შემთხვევაში

$$\tau(H,t) = \frac{\omega_0\cdot R_0}{c}\cdot G\left(1-\frac{c\cdot t}{h}\right)^{\frac{2}{3}},$$

სადაც $0 \leq c\cdot t \leq l.$

როცა დარტყმა იწყება $t = 0,$ მაშინ

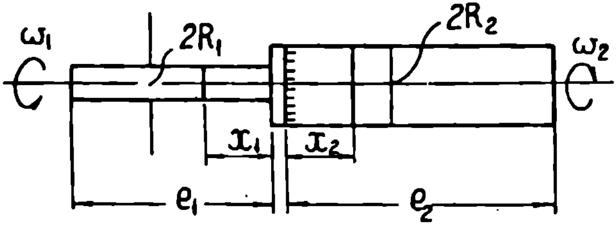
$$\tau_{max} = \frac{\omega_0 \cdot R_0}{c} \cdot G = \omega_0 \cdot R_0 \cdot \sqrt{\rho \cdot G} \, ,$$

ხოლო თუ $ct = l$, მაშინ

$$\tau_{min} = \frac{\omega_0 \cdot R_0 \cdot G}{c} \left(1 - \frac{l}{H}\right).$$

ამოცანა №5.

მბრუნავი ცილინდრული ღეროების ურთიერთდამუხრუჭება ხისტი ქუროთი. მოცემულია $l_1$ და $l_2$ სიგრძის მქონე ორი ღერო, რომლებიც საწყისად გააჩნიათ $\omega_1$ და $\omega_2$ კუთხური სიჩქარეები /ნახ.0.123/ და რომლებიც დარტყმით შეერთება ხდე-




ნახ.0.123

ბა ხისტი ქურის მეშვეობით. ამოცანის ამოხსნისათვის ვადგენთ დიფერენციულ განტოლებებს და საწყის პირობებს

პირველი ღეროსათვის:

$$c_1^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \, ;$$

$$u_1\Big|_{x_1=0} = u_1\Big|_{t=0} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1}\Big|_{x_1=l_1} = 0.$$

მეორე ღეროსათვის:

$$c_2^2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} = \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} \, ;$$

$$u_2\Big|_{x_2=0} = u_2\Big|_{t=0} = \frac{\partial u_2}{\partial x_2}\Big|_{x_2=l_2} = 0 .$$

ორივე ღეროსათვის:

$$\left(\frac{1}{R_1}\cdot\frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{1}{R_2}\cdot\frac{\partial u_2}{\partial t}\right)\Big|_{t=0} = \omega_0 \ ;$$

$$W_1\cdot\tau(0,t) = W_2\cdot\tau_2(0,t).$$

ამგვარად, მხები ძაბვების მაქსიმალური მნიშვნელობები, რომლებიც ვითარდება ბრუნვითი დარტყმის დროს, შეიძლება განისაზღვროს

$$\tau_1(x_1\cdot t) = Const = \omega_0\cdot R_1\,\frac{G_1\cdot G_2}{G_1\cdot\frac{W_1}{W_2}\cdot C_2 + G_2\cdot C_1} \ ;$$

$$\tau_2(x_2,t) = Const = \omega_0\cdot R_2\,\frac{G_1\cdot G_2}{G_1\cdot C_2 + G_2\cdot\frac{W_2}{W_1}\cdot C_1} \ ,$$

სადაც $0 \leq c_1\cdot t \leq l_1$ და $0 \leq C_2 t \leq l_2$.

როდესაც ღეროები რადიუსებით თანატოლია, ე.ი. $R_1 = R_2 = R_0$ და $W_1 = W_2$, მაშინ

$$\tau = \tau_1 = \tau_2 = \omega_0\cdot R_0\cdot\frac{G_1\cdot G_2}{G_1\cdot C_2 + G_2\cdot C_1}$$

თუ ერთი ღერო საკმაოდ დიდი სიხისტისაა, ვიღებთ $C_2 = \infty$, მაშინ

$$\tau = \omega_0\cdot R_0\cdot\frac{G_1}{C_1} = \omega_0\cdot R_0\cdot\sqrt{\rho_1\cdot G_1} .$$

დასასრულ, უნდა აღინიშნოს, რომ, თუ შევადარებთ ენერგეტიკული, რხევითი და ტალღური თეორიების საფუძველზე მიღებული სიმტკიცის ფორმულებს, შეიძლება გავაკეთოთ დასკვნა, რომ ყველაზე ზუსტია რხევითი და ტალღური თეორიები, რომლებიც

საშუალებას გვაძლევს ყველა ამოცანის ამოხსნა, გარდა სხვა პარამეტრებისა, გამოისახოს ის პარამეტრის მიხედვითაც, რის საშუალებასაც არ იძლევა დარტყმის ენერგეტიკული თეორია.

## 20. დარტყმითი ღუნვა

დარტყმითი ღუნვის შესწავლა, ანალოგიურად სხვა დეფორმაციებისა, შესაძლოა ჩატარდეს ენერგეტიკული, რხევითი და ტალღური თეორიების საფუძველზე.

ქვემოთ მოცემულია დარტყმითი ღუნვის კვლევა, რომელიც ჩატარებულია ძირითადად რხევათა თეორიის საფუძველზე.

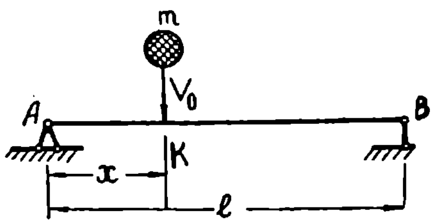
აღნიშნული მეთოდით კვლევას საფუძვლად უდევს დარტყმის K წერტილის მოძრაობის განტოლების შედგენა / ნახ. 0.124/, რომელსაც აქვს სახე

$$m\frac{d^2\delta}{dt^2}+P=0, \qquad /0.490/$$

სადაც $m$ -დამრტყმელი ტანის მასა;

$\delta$ არის K წერტილის გადაადგილება;

$P$ - დარტყმის ძალა;




ნახ.0.124

$t$ - დარტყმის პირველი ფაზის ხანგრძლივობა.

/0.490/ დიფერენციული განტოლება გვიჩვენებს, რომ ამოცანაში განხილულია უცნობი ძალი და ეს განტოლება ურკვევადია, რადგან იგი შეიცავს სამ უცნობ ფაქტორს:

$t$ დარტყმის დროს, $P$ დარტყმის ძალასა და $\delta$ დი-

ნამიკურ დეფორმაციას-ძელის ჩაღუნვას. ამიტომ საჭიროა ვი-ცოდეთ $\delta = f(P)$ და $P = F(\delta)$ ფუნქციე-ბის მნიშვნელობები. ასეთ შემთხვევაში /0.490/ გამოსახუ-ლება დაიყვანება ორი სახის დიფერენციულ განტოლებაზე

$$m\frac{d^2\left[f(P)\right]}{dt^2} + P = 0, \qquad /0.491/$$

$$m\frac{d^2\delta}{dt^2} + F(\delta) = 0. \qquad /0.492/$$

უწონო დრეკადი ძელის შემთხვევაში, როგორც ცნობი-ლია,

$$\delta(x) = \alpha(x)\cdot P \qquad /0.493/$$

და

$$P = \frac{\delta(x)}{\alpha(x)}, \qquad /0.494/$$

სადაც

$$\alpha(x) = \frac{x^2(l-x)^2}{3EJl}.$$

ზემოაღნიშნულის საფუძველზე /0.491/ და /0.492/ ზოგადი სახის განტოლებები იღებულობს კერძო სახეს

$$m\frac{d^2}{dt^2}\left[\alpha(x)\cdot P\right] + P = 0;$$

$$m\frac{d^2\delta}{dt^2} + \frac{\delta(x)}{\alpha(x)} = 0,$$

ანუ

$$\frac{d^2P}{dt^2} + \varphi^2\cdot P = 0; \qquad /0.495/$$

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} + \varphi^2\cdot\delta = 0, \qquad /0.496/$$

სადაც

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{m\cdot\alpha(x)}}.$$

/0.495/ დიფერენციალური განტოლება ასახავს ძელის ღერძზე (K-K) კვეთში აღძრულ $P$ დინამიკური დარტყმის ძალის ცვალებადობას $t$ დროში. /0.496/ კი შეისწავლის ძელის ჩაზნექის ცვალებადობას იმავე $t$ დროში. /0.493/ და /0.494/ ფუნქციური დამოკიდებულების გამო, სავალდებულო არ არის ვეძიოთ ორივე /0.495/ და /0.496/ დიფერენციალური განტოლების გადაწყვეტა. გამომდინარე ზემოხსენებულიდან, შევეხოთ მხოლოდ ერთ-ერთ მათგანს, მაგალითად,

$$\frac{d^2P}{dt^2}+\varphi^2P=0.$$

საწყისი პირობები იქნება

$$P=0, \quad \text{როცა} \quad t=0; \qquad /0.497/$$

$$\frac{dP}{dt}=\frac{V_0}{\alpha(x)}, \quad \text{როცა} \quad t=0. \qquad /0.498/$$

აღნიშნულ საწყის პირობებს აკმაყოფილებს ინტეგრალი

$$P(x,t)=\frac{V_0}{\varphi\cdot\alpha(x)}\cdot\sin\varphi t,$$

რომელიც

$$\alpha(x)=\frac{x^2(\ell-x)^2}{3EJ\ell},$$

და

$$\varphi=\frac{1}{\sqrt{m\cdot\alpha(x)}}=\frac{\sqrt{\dfrac{3EJ\ell}{m}}}{x(\ell-x)}$$

ჩასმით იძლევა

$$P(x,t)=\frac{V_0}{x\left(1-\dfrac{x}{\ell}\right)}\sqrt{\frac{3E\cdot Jm}{\ell}}\cdot\sin\sqrt{\frac{3E\cdot J\ell}{x^2(\ell-x)^2\cdot m}}\cdot \qquad /0.499/$$

/0.499/ გამოსახულება გვიჩვენებს, რომ, როცა

$$t_0=\frac{\pi}{2}\cdot\frac{x(\ell-x)}{\sqrt{\dfrac{3E\cdot J\cdot\ell}{m}}},$$

დარტყმის ძალა აღწევს თავის მაქსიმალურ მნიშვნელობას

$$\max P(x) = \frac{V_0}{x\left(1-\frac{x}{l}\right)} \sqrt{\frac{3E\cdot J\cdot m}{l}}.$$

ამ დროს დარტყმის კვეთში აღძრული მაქსიმალური მღუნავი მომენტი ტოლი იქნება

$$M(x) = \max P(x)\cdot\left(1-\frac{x}{l}\right)\cdot x,$$

ანუ

$$M(x) = V_0\sqrt{\frac{3E\cdot J\cdot m}{l}} = \mathrm{Const}. \qquad /0.500/$$

/0.500/ განტოლება გვიჩვენებს, რომ მღუნავი მომენტის სიდიდე სრულიად არ არის დამოკიდებული დარტყმის **K** წერტილის მდებარეობაზე **AB** ძელის გასწვრივ.

თუ სურვილი გვაქვს გავითვალისწინოთ დამრტყმელი m ტანის საკუთარი წონის Q გავლენა დარტყმის მომენტში, მაშინ საჭიროა დიფერენციულ განტოლებას მიეცეს ასეთი სახე:

$$\frac{d^2P}{dt^2} + \varphi^2(P-Q) = 0. \qquad /0.501/$$

აღნიშნული დიფერენციული განტოლების ამონახსნს, რომელიც დააკმაყოფილებს სასაზღვრო საწყის პირობებს, აქვს სახე

$$P(x,t) = \frac{V_0}{\varphi\cdot\alpha(x)}\cdot\sin\varphi t + Q(1-\cos\varphi t). \qquad /0.502/$$

თუ /0.502/-ს გავყოფთ დამრტყმელი ტანის წონაზე, მაშინ მიიღება ნ.ე.სნიტკოს [15] მიერ მიღებული დინამიკური კოეფიციენტის ფორმულა

$$\mu(x,t)=\frac{V_0}{Q\cdot\varphi\cdot\alpha(x)}\cdot\sin\varphi t+(1-\cos\varphi t),$$

რომელიც ისევე ნ.ე. სნიტკოს [15] ჩასმებით

$$\sin\varphi t=\frac{\dfrac{V_0}{\sqrt{g\cdot\delta_{\text{სტ}}}}}{\sqrt{1+\dfrac{V_0^2}{g\cdot\delta_{\text{სტ}}}}};\quad \cos\varphi t=\frac{-1}{\sqrt{1+\dfrac{V_0^2}{g\cdot\delta_{\text{სტ}}}}}$$

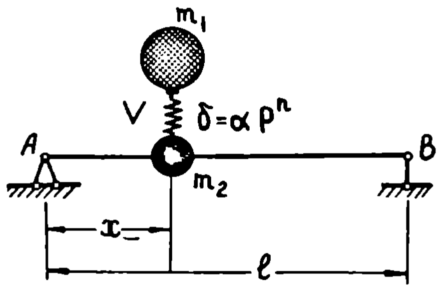
დაიყვანება ენერგეტიკული თეორიით მიღებულ ფორმულაზე:

$$\mu=1+\sqrt{1+\frac{V_0^2}{g\cdot\delta_{\text{სტ}}}},$$

სადაც $\delta_{\text{სტ}}=Q\cdot\alpha(x)$ არის ძელის ჩაზნექა $K$ წერტილში, გამოწვეული დამრტყმელი ტანის საკუთარი წონით.

გარკვეულ თეორიულ და პრაქტიკულ ინტერესს წარმოადგენს დარტყმა ორ საყრდენზე მდებარე $m_2$ მასის მქონე ძელზე $m_1$ დამრტყმელი მასით, რომელსაც გააჩნია სიჩქარე $V$ /ნახ.0.125/. აღნიშნული ამოცანა განხილული აქვს გ.ნ.ქარცივაძეს [67-68]

აღნიშნულ მაგალითში შედგენილია ისეთი ტიპის დიფერენციული განტოლება, რომელშიც ასახულია არა დეფორმაცია, არამედ ის ძალა, რომელიც უშუალოდ მოქმედებს ძელის ღერძზე და იწვევს მის საერთო მუშაობას ღუნვაზე.



ნახ.0.125

დარტყმის პროცესში $m_1$ მასის ცენტრი გაივლის მანძილს

$$S = \delta + \delta_0 , \qquad /0.503/$$

სადაც $\delta = \alpha \cdot P^n$ – ადგილობრივი დრეკადი კუმშვითი დეფორმაცია;

$\delta_0 = \alpha_0 P_0$ – ძელის ღერძის ჩაზნექა.

მაშასადამე, /0.503/ შეიძლება წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით:

$$S = \alpha \cdot P^n + \alpha_0 P_0 . \qquad /0.504/$$

ძელზე დამაგრებულ $m_2$ მასის ცენტრში მოთავსებულ ნივთიერ $K$ წერტილზე მოქმედებს სამი სახის ძალა:

$P_1 = P_0$ – ძელის ღერძის დრეკადი ძალა;

$P_2 = m_2 \dfrac{d^2\delta_0}{dt^2}$ – ძელის ღერძზე დამაგრებული $m_2$ მასის ინერციის ძალა;

$P_3 = m_1 \dfrac{d^2 S}{dt^2}$ – დამრტყმელი ტანის ინერციის ძალა.

ზემოთქმულის საფუძველზე ვღებულობთ

$$m_1 \frac{d^2 S}{dt^2} + m_2 \frac{d^2\delta_0}{dt^2} + P_0 = 0 . \qquad /0.505/$$

/0.504/ გამოსახულების საფუძველზე

$$P_3 = m_1 \frac{d^2 S}{dt^2} = \alpha \cdot m_1 \frac{d^2 (P^n)}{dt^2} + \alpha_0 \cdot m_1 \cdot \frac{d^2 P}{dt^2} . \qquad /0.506/$$

$m_1$ და $m_2$ მასებს შორის მოქმედი ადგილობრივი ხასიათის $P$ ძალა რიცხობრივად ტოლია იმ ძალისა, რომლითაც მოქმედებს $m_1$ მასაზე ძელის დრეკადი ძალა და $m_2$ მასის ინერციის ძალა, ამიტომ

$$P = P_0 + m_2 \cdot \frac{d^2 \delta_0}{dt^2}. \qquad /0.507/$$

/0.507/ მნიშვნელობის შეტანით /0.506/ გამოსახულებაში და შემდეგ მიღებული შედეგის ჩასმით /0.505/ განტოლებაში, იმის გათვალისწინებით, რომ $\delta_0 = \alpha_0 \cdot P_0$, მიიღება

$$\frac{d^2}{dt^2}\left[\alpha\left(P_0 + \alpha_0 \cdot m_2 \cdot \frac{d^2 P_0}{dt^2}\right)^n + \alpha_0 \cdot P_0 \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)\right] + \frac{P_0}{m_1} = 0, \qquad /0.508/$$

რომელსაც დაემატება შემდეგი საწყისი პირობები:

$$P_0\big|_{t=0} = 0,$$

$$\frac{dS}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\alpha\left(P_0 + \alpha_0 \cdot m_2 \cdot \frac{d^2 P_0}{dt^2}\right)^n + \alpha_0 \cdot P_0\right] = V_0 .$$

როდესაც $n = 1$ და $m_1, m_2$ მასებს შორის მოთავსებული გარემო განიცდის დეფორმირებას წრფივი კანონით, მაშინ /0.508/ განტოლება მარტივდება და ღებულობს სახეს

$$\frac{d^2}{dt^2}\left[\alpha\left(P_0 + \alpha_0 \cdot m_2 \frac{d^2 P_0}{dt^2}\right) + \alpha_0 \cdot P_0 \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)\right] + \frac{P_0}{m_1} = 0.$$

თუ არაწრფივი დეფორმაციის გავლენას არ მივიღებთ მხედველობაში, მაშინ განტოლება კიდევ უფრო მარტივდება

$$\frac{d^2}{dt^2}\left[\alpha_0 \cdot P_0 \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)\right] + \frac{P_0}{m_1} = 0,$$

ანუ

$$\frac{d^2 P}{dt^2} + \varphi^2 \cdot P_0 = 0, \qquad /0.509/$$

სადაც

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha_0 (m_1 + m_2)}}. \qquad /0.510/$$

და მაშინ /0.509/ განტოლების ზოგადი ამონახსნი იქნება

$$P_0 = A\cdot\sin\varphi t + B\cdot\cos\varphi t.$$

დარტყმის დასაწყისში, როდესაც $t=0$, ძელის ღერძზე მოქმედი ძალაც ნულის ტოლი იქნება, ამიტომ $B=0$, რის გამოც

$$P_0 = A\cdot\sin\varphi t. \qquad /0.511/$$

დარტყმის პირველ ფაზაში მოხდება $m_1$ და $m_2$ მასების სიჩქარეთა გათანაბრება, რომელიც ტოლი იქნება

$$V_c = \frac{m_1\cdot V_0}{m_1+m_2}.$$

აღნიშნულის საფუძველზე მეორე საწყისი პირობა მიიღებს სახეს

$$\frac{d\delta_0}{dt} = \frac{d(\alpha_0\cdot P_0)}{dt} = V_c = \frac{m_1\cdot V_0}{m_1+m_2}, \qquad \text{როცა} \quad t=0,$$

ანუ

$$\frac{dP_0}{dt} = \frac{m_1\cdot V_0}{\alpha_0(m_1+m_2)}, \qquad \text{როცა } t=0. \quad /0.512/$$

თუ /0.511/ გამოსახულებამ უნდა დააკმაყოფილოს /0.512/ საწყისი პირობა, მაშინ

$$A = \frac{m_1\cdot V_0}{\varphi\cdot\alpha_0(m_1+m_2)},$$

რის გამოც /0.511/ მიიღებს სახეს

$$P(x,t) = \frac{m_1\cdot V_0}{\alpha_0\cdot\varphi\cdot(m_1+m_2)}\cdot\sin\varphi t,$$

რომელიც, /0.510/-ის გათვალისწინებით, წარმოგვიდგება

$$P(x,t) = V_0\sqrt{\frac{m_1}{\alpha_0\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right)}}\cdot\sin\frac{t}{\sqrt{\alpha_0(m_1+m_2)}}.$$

აღნიშნული გამოსახულება გვიჩვენებს, რომ, როცა $t=t_0=\frac{\pi}{2}\sqrt{\alpha_0(m_1+m_2)}$, მაშინ დარტყმის ძალა აღწევს მაქსიმუმს

$$\max P(x)=V_0\sqrt{\frac{m_1}{\alpha_0\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right)}}. \qquad /0.513/$$

რადგან

$$\alpha_0=\alpha(x)=\frac{x^2(l-x)^2}{3EJ\cdot l},$$

ამიტომ /0.513/ მიიღებს სახეს

$$\max P(x)=\frac{V_0}{x\left(1-\frac{x}{l}\right)}\sqrt{\frac{3EJ\cdot m_1}{l\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right)}}. \qquad /0.514/$$

დარტყმის $x$ კვეთში მღუნავი მომენტი შეიძლება გამოითვალოს ფორმულით

$$M(x)=\max P(x)\cdot x\left(1-\frac{x}{l}\right),$$

რომელიც, /0.514/-ის თანახმად, მოგვცემს

$$M(x)=V_0\sqrt{\frac{3E\cdot J\cdot m_1}{l\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right)}}=\mathrm{Const}. \qquad /0.515/$$

რადგან დარტყმის მაქსიმალური ძალის განვითარების მომენტში $m_1$ და $m_2$ მასებს ერთი და იგივე აჩქარება აქვთ, ამიტომ მათ შორის მოქმედი ადგილობრივი თელვის ძალა $P_თ$ შეიძლება მოიძებნოს პროპორციით

$$\frac{P_თ}{m_1}=\frac{\max P(x)}{m_2},$$

საიდანაც

$$P_თ=\frac{m_1}{m_2}\cdot\frac{V_0}{x\left(1-\frac{x}{l}\right)}\cdot\sqrt{\frac{3E\cdot J\cdot m_1}{l\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right)}}.$$

ეს კონტაქტური ძალა არ არის საშიში, რადგან იგი გაცილებით მცირეა იმ კონტაქტურ ძალასთან შედარებით, რომელიც წარმოიშობა დარტყმის დაწყების პირველ ფაზაში, ე.ი. მაშინ, როდესაც ძელის ღერძი არც კია შესამჩნევად გაღუნული.

$m_1$ და $m_2$ მასებს შორის განვითარებული მაქსიმალური კონტაქტური ძალის განსაზღვრა, კოლჩევსკის გამოკვლევის თანახმად, დაიყვანება აღნიშნული ორი მასის /როგორც თავისუფალი მასების/ სივრცეში ურთიერთშეჯახების ამოცანამდე.

ერთი ძელზე დამაგრებული მასის სახით /ნახ. 0.126/ შესაძლებელია ვიგულისხმოთ რეალური ძელის საკუთარი მასის ნაწილი, ე.ი. მისი დაყვანილი მასა. ამ შემთხვევაში, $m_2 = m_{დაყ}$ ჩასმით /0.514/ და /0.515/ ფორმულები მოგვცემენ შეყურსული მასის რეალურ ძელზე დარტყმის ამოცანის გადაწყვეტას

$$\max P(x) = \frac{V_0}{x\left(1-\frac{x}{l}\right)}\cdot\sqrt{\frac{3E\cdot J\cdot m_1}{l\left(1+\frac{m_{დაყ}}{m_1}\right)}} \;;$$

$$M(x) = V_0\cdot\sqrt{\frac{3E\cdot J\cdot m_1}{l\left(1+\frac{m_{დაყ}}{m_1}\right)}} = Const,$$

რომლებიც ძელის შუა ნაწილში დარტყმის შემთხვევაში მიიღებს სახეს

$$P_{max} = 4V_0\sqrt{\frac{3E\cdot J\cdot m_1}{l^3\left(1+\frac{\rho l}{2m_1}\right)}} \;;$$

$$M_{max} = V_0\sqrt{\frac{3E\cdot J\cdot m_1}{l\left(1+\frac{\rho\cdot l}{2m_1}\right)}} \;,$$

სადაც $\rho$ ძელის სიგრძის ერთეულზე მოსული მასაა;

$m_1$ – დამრტყმელი ტანის მასა.

თანაბრად განაწილებული მასის მქონე ძელზე შეყურსული დარტყმის ამოცანა მარტივი წესით პირველად გადაწყვიტა კოქსმა [24]. მან ძელის განაწილებული მასა შეყურსა დარტყმის ერთ წერტილში დაყვანილი მასის სახით და ამით ფაქტიურად თავისუფლების მრავალი ხარისხის მქონე სისტემა დაიყვანა ერთი თავისუფლების მქონე სისტემამდე.

კოქსის [24], სენ-ვენანის [25], ს.პ.ტიმოშენკოს [13], ნ.ა. კილჩევსკის [11], ნ.ნ. დავიდენკოვის [14,71] და სხვათა ნაშრომების საფუძველზე ჯერჯერობით შეუძლებელია დარტყმითი ღუნვის ამოცანების გადაწყვეტა საკმარისი სიზუსტით, რადგან ზემოხსენებული შრომები დარტყმითი განივი ღუნვის საკითხებს იხილავს, როგორც ადგილობრივი დეფორმაციებისა და უწყვეტი გაღუნვის პროცესს; იმ დროს, როდესაც იაპონელი მკვლევრების ტუცისა და ნიზილას [26] ექსპერიმენტულმა კვლევებმა გვიჩვენა, რომ განივი დარტყმითი ღუნვის დროს ადგილი აქვს განმეორებით დარტყმებს და ამის გამო სათანადო თეორიის დამუშავება ძალიან გართულდა.

როგორც ზემოთ იყო აღნიშნული, ნ.ა.კილჩევსკიმ [11] მოგვცა დარტყმის დაწყების პირველ მომენტში ძელის საკუთარ მასას $\rho\cdot l$ და დამრტყმელი $m_1$ მასას შორის აღძრული ადგილობრივი ძალის გამოსათვლელი გამოსახულება

$$P(t) \doteq \left(\frac{V_0}{K}\right)^{\frac{1}{q}} \left\{ \frac{t^{\frac{1}{q}}}{\Gamma\left(\frac{q+1}{q}\right)} + \frac{1}{q}\cdot\frac{V_0^{\frac{1-q}{q}}}{m_1\cdot K^{\frac{1}{q}}}\left[\left(1+\frac{2\cdot m_1}{\rho\cdot l}\right)\cdot\frac{t^{\frac{2+q}{q}}}{\Gamma\left(\frac{2+2q}{q}\right)} - \frac{2m_1\cdot\lambda^4}{\rho\cdot l}\cdot\frac{t^{\frac{2+3q}{q}}}{\Gamma\left(\frac{2+4q}{q}\right)}\right] + \frac{1-q}{2q^2}\cdot\frac{V_0^{\frac{2(1-q)}{q}}}{m_1^2\cdot K^{\frac{2}{q}}}\cdot\frac{t^{\frac{3+2q}{q}}}{\Gamma\left(\frac{3+3q}{q}\right)} + \cdots \right\}, \qquad /0.516/$$

სადაც $P(t)$ არის ძელის ზედაპირსა და დამრტყმელ ტანს შორის მოქმედი კონტაქტური /მთელავი/ ძალა, რომელიც $t$ დროის ფუნქციაა;

$V_0$ – დამრტყმელიმასის საწყისი სიჩქარე;

$m_1$ – დამრტყმელი მასა;

$\rho$ – ძელის სიგრძის ერთეულის მასა;

$\ell$ – ძელის საანგარიშო სიგრძე;

$\Gamma$ – გამა ფუნქციის ნიშანი;

$q$ და $K$ ადგილობრივი დეფორმაციის დამახასიათებელი ფუნქციის ამსახველი ფაქტორები, რომლებიც შესულია გამოსახულებაში

$$\delta = K \cdot P^{q},$$

სადაც $\delta$ –დამრტყმელი ტანის ცენტრის დრეკადი დაახლოება ძელის ღერძთან, რომელსაც იწვევს მათ შორის მოქმედი $P$ ძალა;

$K$ – ერთეული სიდიდის მკუმშავი ძალის მიერ გამოწვეული ადგილობრივი დეფორმაცია;

$q$ – დადებითი წილადი ან მთელი რიცხვი, მაგალითად, როცა დამრტყმელი ტანი სფერულია, მაშინ $q = \frac{2}{3}$.

/0.516/ ფორმულაში შემავალი $\lambda$ ტოლია

$$\lambda^4 = \frac{\pi^4}{\rho \cdot \ell^4} E \cdot J,$$

სადაც

$E$ ძელის მასალის დრეკადობის მოდულია;

$J$ – ძელის განივკვეთის ინერციის მომენტი.

უნდა აღინიშნოს, რომ ნ.ა.კილჩევსკის /0.516/ ფორმულა მეტად რთულია; მთავარ სირთულეს წარმოადგენს $t$ დროის ფაქტორის მნიშვნელობის განსაზღვრა.

მიუხედავად თქმულისა, აღნიშნულ შედეგს აქვს მეტად დიდი თეორიული მნიშვნელობა, რომლის საფუძველზე მტკიცდება თვით ნ.ა.კილჩევსკის მიერ გამოთქმული მოსაზრება იმის თაობაზე, რომ დარტყმა ძელზე დარტყმის პირველ ფაზაში ანალოგიურია $m_1$ მასის დარტყმისა თავისუფალ მდგომარეობაში მყოფ მასაზე. თუ ამ მოსაზრებას მივიღებთ მხედველობაში, ქ.ნ.რაზმაძის ნაშრომის საფუძველზე [3], დარტყმაზე უნდა დაიხარჯოს $U$ კინეტიკური ენერგია, რომელიც ტოლია

$$U = \frac{m_1 \cdot V_0^2}{2\left(1+\frac{m_1}{m_{ძელ}}\right)}.$$

მეორე მხრივ, ადგილობრივ დეფორმაციაზე დახარჯული პოტენციური ენერგია $\delta = K \cdot P^q$ გამოსახულების გათვალისწინებით ტოლია სიდიდისა $\Pi = \int_0^{P_{max}} P \cdot d\delta$,
რომელიც $d\delta = K \cdot q \cdot P^{q-1} dP$ ჩასმით გვაძლევს

$$\Pi = \frac{K \cdot q}{q+1} P_{max}^{q+1}$$

დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის საფუძველზე $\Pi = U$ და, მაშასადამე,

$$\frac{Kq}{q+1} \cdot P_{max}^{q+1} = \frac{m_1 \cdot V_0^2}{2\left(1+\frac{m_1}{m_{ძელ}}\right)},$$

საიდანაც

$$P_{max} = \left[\frac{(q+1) \cdot m_1 \cdot V_0^2}{2K \cdot q\left(1+\frac{m_1}{m_{ძელ}}\right)}\right]^{\frac{1}{q+1}} \qquad /0.517/$$

როდესაც ძელის ზედაპირს ეხახება დრეკადი სფერული ტანი, მაშინ, ჩარგან სფეროსათვის $q = \frac{2}{3}$, ამიტომ

$$P_{max} = \left[\frac{5 \cdot m_1 \cdot V_0^2}{4K\left(1+\frac{m_1}{m_{ძელ}}\right)}\right]^{\frac{3}{5}} \qquad /0.518/$$

თუ დარტყმა ნარმოებს ძელის შუაზე, რომლის დროსაც

$$m_{დაყ} = \frac{1}{2}\rho l,$$

/0.518/ გამოსახულება დაიყვანება

$$P_{max} = \left[\frac{5\cdot m_1\cdot V_0^2}{4K\left(1+\frac{2m_1}{\rho l}\right)}\right]^{\frac{3}{5}}.$$

/0.518/ შეიძლება წარმოვადგინოთ ასეთი სახით:

$$P_{max} = \left[\frac{5U}{2K}\right]^{\frac{3}{4}},$$

სადაც $U$ არის ადგილობრივ დეფორმაციაზე დახარჯული ენერგია;

$K$ -ადგილობრივი დეფორმაცია, გამოწვეული ერთეულის ტოლი კონტაქტური ძალის მიერ /დამყოლობა/.

როდესაც ძელის დარტყმის უბანში მოთავსებული ზამბარა $q=1$, მაშინ /0.517/ მოგვცემს

$$P_{max} = V_0\sqrt{\frac{m_1}{K\left(1+\frac{m_1}{m_{დაყ}}\right)}},$$

სადაც $K$ -ზამბარის დამყოლობა.

ძელის შუა ნაწილში დარტყმის დროს

$$P_{max} = V_0\sqrt{\frac{m_1}{K\left(1+\frac{2\cdot m_1}{\rho\cdot l}\right)}}$$

უნდა აღინიშნოს, რომ ზემოთ გამოთვლილი კონტაქტური ძალები არ იწვევს ძელის მუშაობას გაღუნვაზე და ამიტომ ისინი არ უნდა მივიღოთ ძელის მისი მუშაობის შეფასების მიზნით.

აქვე უნდა აღინიშნოს ის გარემოებაც, რომ კონტაქტური ძალის მოყვანილი ფორმულები ყოველთვის არ იძლევა ადგილობრივი დარტყმის ძალის უდიდეს მნიშვნელობას განმეორებითი დარტყმების არსებობის გამო.

## 21. კონსტრუქციის ელემენტთა დარტყმაგამძლეობა

დარტყმაგამძლეობის ტერმინი გულისხმობს საინჟინრო კონსტრუქციებისა და მისი ნაწილების გამძლეობას დინამიკური ძალების, კერძოდ დარტყმის ძალების, მოქმედების დროს.

კონსტრუქცია შეიძლება ჩაითვალოს დარტყმაგამძლედ, თუ იგი აკმაყოფილებს სათანადო ტვირთამტანიანობის, ანუ სიმტკიცის, სიხისტისა და მდგრადობის პირობებს ხანმოკლე დარტყმითი დატვირთვების დროს. ტვირთამტანიანობასთან ერთად კონსტრუქცია უნდა ხასიათდებოდეს ეკონომიურობითაც.

დარტყმაგამძლეობის, როგორც დარტყმის საინჟინრო თეორიის, ერთ-ერთი დარგის განვითარება უშუალოდ არის დაკავშირებული თვით დარტყმის თეორიის განვითარებაზე, რადგან იგი, ემყარება რა უკვე ცნობილი ფორმულების უშუალო გამოყენებას, ახდენს დარტყმაზე მომუშავე კონსტრუქციების ანალიზსა და სინთეზს.

საინტერესოა აღინიშნოს, რომ სტატიკურ დატვირთვებზე კონსტრუქციის ტვირთამტანიანობის გაზრდის მიზნით კონსტრუქტორი ზრდის კვეთს ან არჩევს შედარებით უფრო მტკიცე მასალას. ეს გზა დარტყმაზე მომუშავე კონსტრუქციებისათვის ყოველთვის არ იძლევა სასურველ შედეგს, რადგან ზოგჯერ კვეთის გაზრდით იზრდება სიხისტე და, მაშასადამე, თვით დარტყმის ძალაც, საჭირო ხდება დარტყმაზე მომუშავე ელემენტის ან მთელი სისტემის დამყოლობის გაზრდა, ანუ მისი სიხისტის შემცირება.

ქვემოთ მოცემულია ზოგიერთი მონახაზი აღნიშნული პრობლემის გადაწყვეტისა ენერგეტიკული თეორიის საფუძველზე [3].

დარტყმაზე მომუშავე კონსტრუქციის ძირითადი თავი-

სებურება იმაში მდგომარეობს, რომ კონსტრუქციაზე მოქმედი დარტყმის კინეტიკური ენერგია მთლიანად ან ნაწილობრივ განიცდის ტრანსფორმაციას და გადადის კონსტრუქციის დეფორმაციის პოტენციურ ენერგიაში, რომელიც სხვადასხვა სიმკვრივით ნაწილდება კონსტრუქციის მასალის მოცულობის სხვადასხვა უბანზე; ეს კი არის სხვადასხვა სიდიდის დინამიკური ძაბვების წარმოშობის მიზეზი.

როგორც ჩანს, კონსტრუქცია იქნება ეკონომიკური, თუ მის ყოველ ერთეულ მოცულობაზე მოდის ერთი და იმავე სიდიდის დასაშვები ენერგია.

კონსტრუქციის ტვირთამტანიანობის ანალიზური გამოსახულებაა

$$\text{Э}_p = \frac{U}{S} \leq [\text{Э}_p] , \qquad /0.519/$$

სადაც $\text{Э}_p$ არის კინეტიკური ენერგიის სიმკვრივე, ანუ კონსტრუქციის ერთეულ მოცულობაზე მოსული ენერგია;

$U$ – კონსტრუქციაზე მოქმედი მთლიანი კინეტიკური ენერგია;

$S$ – კონსტრუქციის მთლიანი მოცულობა;

$[\text{Э}_p]$ – კინეტიკური ენერგიის დასაშვები სიმკვრივე.

თუ მივიღებთ დარტყმითი დატვირთვის კოეფიციენტის ცნებას, ე.ი. ფაქტიური კინეტიკური ენერგიის ფარდობას დატვირთვის დასაშვებ კინეტიკურ ენერგიასთან, აღნიშნულ გამოსახულებას ექნება შემდეგი სახე:

$$K = \frac{U}{[\text{Э}_p]\ S} . \qquad /0.520/$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის საფუძველზე $U = \Pi$ –ანუ კინეტიკური ენერგია ტოლია

კონსტრუქციაში დაგროვილი პოტენციური ენერგიისა, მაშინ /0.520/ მიიღებს სახეს

$$K = \frac{\Pi}{[\text{Э}_p] \cdot S}, \qquad /0.521/$$

სადაც

$$[\text{Э}_p] = \frac{[\sigma]^2}{2E},$$

$[\sigma]$ – დასაშვები ნორმალური ძაბვა;

$E$ – დრეკადობის მოდული;

$\Pi$ – კონსტრუქციაში დაგროვილი პოტენციური ენერგია.

დასაშვები ენერგიის სიმკვრივე დამოკიდებულია მასალის ფიზიკურ-მექანიკურ თვისებებზე და მათი მნიშვნელობანი მასალისათვის მოცემულია 0.4 ცხრილში.

დასაშვები ენერგიის სიმკვრივეთა შედარება სხვადასხვა მასალისათვის ცხადად გვიჩვენებს, რომ მუხის ხე ბევრად არ ჩამორჩება დარტყმაგამძლეობის მხრივ სხვა დანარჩენ მასალებს, მაშინ, როცა მისი პროპორციულობის ზღვარი სტატიკური დატვირთვების შემთხვევაში ბევრად დაბალია სხვა მასალებზე.

რეზინი გაცილებით მეტი რაოდენობის ენერგიის აკუმულირებას ახდენს და, მაშასადამე, მეტი ამორტიზირების უნარი გააჩნია, ვიდრე სხვა მასალებს..

ენერგეტიკული თეორიის საფუძველზე მიღებული ძაბვის საანგარიშო ფორმულა ადვილად დაიყვანება სახეზე

$$\sigma_{max} = \sqrt{\frac{2UE}{K \cdot S}}, \qquad /0.522/$$

სადაც $U$ არის დარტყმამდე დახარჯული კინეტიკური ენერგია;

E - კონსტრუქციის მასალის დრეკადობის მოდული;

S - დარტყმაზე მომუშავე კონსტრუქციის მოცულობა;

K - განყენებული კოეფიციენტი.

ანალოგიურად, ძვრის დროს

$$\tau_{max} = \sqrt{\frac{2UG}{K_1 \cdot S}}\,, \qquad /0.523/$$

სადაც $G \approx 0{,}5E$ - ძვრის დრეკადობის მოდული და $[\tau] \approx 0{,}6\,[\sigma]$, რის საფუძველზეც /0.521/ ფორმულა წარმოვადგინოთ ასეთი სახით:

$$S = \frac{U}{[Э_p] \cdot K}$$

ფორმულიდან ჩანს, რომ კონსტრუქციის მასალის $S$ მოცულობა უკუპროპორციულია $K$ კოეფიციენტისა, მაშასადამე, რაც უფრო დიდი იქნება დასაშვები ენერგიის სიმკვრივის სიდიდე, იმდენად ნაკლები მასალა დაიხარჯება დარტყმა-ტვირთამტანი კონსტრუქციის აგებისათვის, რაც მჭიდრო არის დაკავშირებული მასალების ხარჯვის ეკონომიკურობასთან.

განსაკუთრებულ ინტერესს წარმოადგენს დარტყმაგამძლეობის $K$ კოეფიციენტის რიცხვითი მნიშვნელობის გამოთვლის მეთოდიკა.

მაგალითად, დარტყმითი კუმშვა-გაჭიმვის შემთხვევაში ცვლადი განივკვეთის მქონე ღეროსათვის /ნახ.0.126/, რომელსაც ღერო შეკუმშულია რაიმე $P$ ძალით, ღეროში დაგროვილი პოტენციური ენერგია გამოითვლება ფორმულით

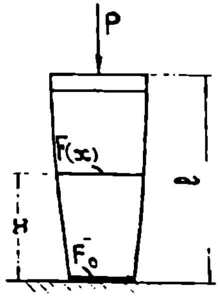
$$\Pi = \int_0^l \frac{\sigma^2(x)}{2E} \cdot F(x) \cdot dx$$

თუ გავითვალისწინებთ

$$\sigma(x) = \frac{P}{F(x)}\,,$$

მივიღებთ
$$\Pi=\frac{P^2}{2E}\int_0^l\frac{dx}{F(x)}.$$

აღნიშნული გამოსახულება შეიძლება წარმოვიდგინოთ შემდეგი სახით:
$$\Pi=\frac{F_0^2}{2E}\cdot\frac{P^2}{F_0^2}\int_0^l\frac{dx}{F(x)}=$$
$$=\frac{\sigma_0^2}{2E}\cdot F_0^2\int\frac{dx}{F(x)},$$




სადაც $\sigma_0$ უდიდესი ძაბვაა. განხილული კონსტრუქციის სიმტკიცისათვის
$$\sigma_0\le[\sigma].$$

ამის გამო დასაშვები პოტენციური ენერგიის გამოსათვლელი ფორმულა მიიღებს სახეს
$$[\Pi]=[\Im_p]\cdot F_0^2\int_0^l\frac{dx}{F(x)}.$$

ნახ.0.126

თუ გავითვალისწინებთ, რომ ღეროს მოცულობა
$$S=\int_0^l F(x)\,dx,$$
მაშინ დარტყმაგამძლეობის კოეფიციენტისათვის გვექნება
$$K=\frac{[\Pi]}{[\Im_p]\cdot S}=\frac{F_0^2\int_0^l\frac{dx}{F(x)}}{\int_0^l F(x)\,dx}.$$

თუ ღეროს განივკვეთის ფართი $F(x)=F_0=\mathrm{const}$, ანუ ტანი პრიზმატული ცილინდრული ფორმისაა, მაშინ
$$K=1.$$

გარკვეულ ინტერესს წარმოადგენს უწონო ღეროს გაანგარიშება დარტყმითი გრძივი ღუნვის დროს. თუ გავითვა-

ლისწინებთ, რომ დარტყმითი გრძივი ღუნვის დროს ძელში გან-ვითარდება ძაბვა $\sigma\cdot\varphi$, ღეროებში დაგროვილი პოტენციური ენერგია ტოლი იქნება

$$\Pi=\frac{(\sigma\cdot\varphi)^2}{2E}\cdot F\cdot l.$$

ღეროს სიმტკიცისათვის დაცული უნდა იყოს პირობა

$$\sigma=[\sigma],$$

რის გამოც

$$\Pi=\frac{[\sigma]^2}{2\cdot E}\cdot\varphi^2\cdot F\cdot l,$$

ანუ

$$\Pi=[\text{Э}_p]\cdot\varphi^2\cdot S. \qquad /0.524/$$

/0.524/-ის გათვალისწინებით დარტყმაგამძლეობის კოე-ფიციენტი ტოლი იქნება

$$K=\frac{\Pi}{[\text{Э}_p]\cdot S}=\frac{[\text{Э}_p]\cdot\varphi^2\cdot S}{[\text{Э}_p]\cdot S}=\varphi^2$$

ანუ, საბოლოოდ,

$$K=\varphi^2,$$

სადაც $\varphi$ გრძივი ღუნვის კოეფიციენტია დარტყმის დროს[x].

უნდა შევეხოთ დარტყმითი ღუნვის საკითხებს.

მუდმივი განივკვეთის მქონე ღეროზე თანაბრად განა-წილებული დარტყმითი მღუნავი მომენტის მოქმედებისას /ნახ. 0.127/ პოტენციური ენერგია გამოითვლება ფორმულით

$$\Pi=\int_0^l\frac{M^2}{2\cdot E\cdot J}\,dx,$$

---

x უნდა აღინიშნოს, რომ ისეთი მიდგომა, რომელიც [3] გ.ნ.რაბ-ბაძის ნაშრომშია მოყვანილი, დარტყმითი გრძივი მდგრადობის ფიზიკურ შინაარსს არ შეესაბამება და შემდგომ იქნა დაზუსტე-ბული [55].

$$M=[\sigma]\cdot W$$

ჩასმით

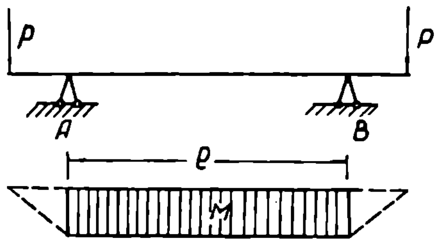
მივიღებთ:

$$\Pi=\frac{[\sigma]^2}{2\cdot E}\cdot S\cdot\frac{W^2}{J\cdot F}=[\text{Э}_p]\cdot S\cdot\frac{1}{\beta},$$

სადაც $S$ -ღეროს მოცულობა.

ზემოთ მოყვანილი მონაცემების საფუძველზე

$$K=\frac{\Pi}{[\text{Э}_p]\cdot S}=\frac{[\text{Э}_p]\cdot S}{[\text{Э}_p]\cdot S\cdot\beta}=\frac{1}{\beta},$$




ნახ.0.127

ანუ

$$K=\frac{1}{\beta}.\quad /0.525/$$

აქ $\beta=\left(\frac{b}{\tau}\right)^2,$

სადაც $\beta$ ძელის განივკვეთის გამოყენების კოეფიციენტია;

$b$ - ძელის განაპირა ბოჭკოების დაშორება ნეიტრალური შრიდან;

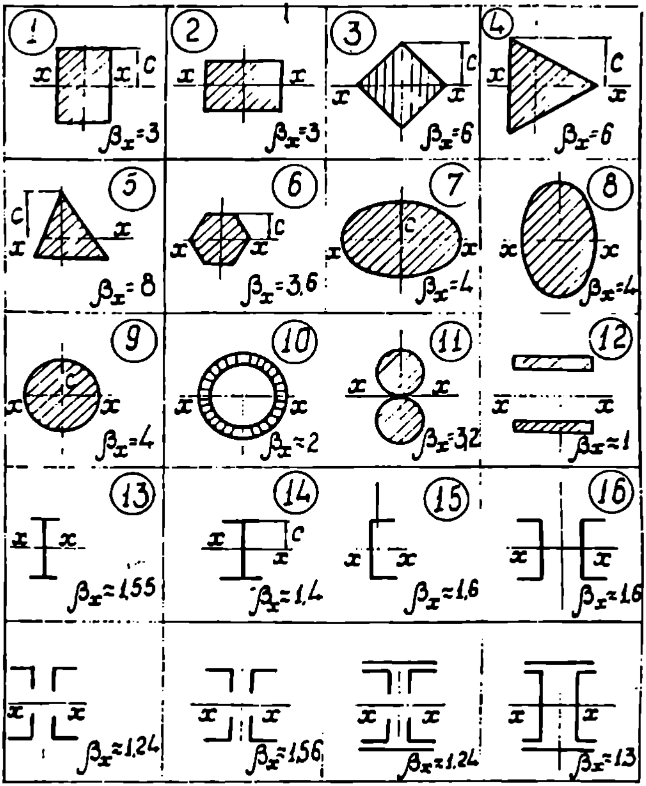
$\tau$- ძელის განივკვეთის ინერციის რადიუსი.

/0.525/-ის თანახმად, თუ გავითვალისწინებთ/0.525/-ში $\beta$ -ს მნიშვნელობას, მივიღებთ მასალის გამოყენების პროცენტს

$$K=\frac{1}{\beta}=100\left(\frac{\tau}{b}\right)^2.$$

როგორც ჩანს, დარტყმით ღუნვაზე მომუშავე კოჭის

ცხრილი 0.4



1
$\beta_x=3$
2
$\beta_x=3$
3
$\beta_x=6$
4
$\beta_x=6$
5
$\beta_x=8$
6
$\beta_x=3,6$
7
$\beta_x=4$
8
$\beta_x=4$
9
$\beta_x=4$
10
$\beta_x\approx2$
11
$\beta_x=3,2$
12
$\beta_x\approx1$
13
$\beta_x\approx1,55$
14
$\beta_x\approx1,4$
15
$\beta_x\approx1,6$
16
$\beta_x\approx1,6$
$\beta_x\approx1,24$
$\beta_x\approx1,56$
$\beta_x\approx1,24$
$\beta_x\approx1,3$

განივკვეთის ოპტიმალური ფორმა უნდა იყოს ისეთი, რომ კოეფიციენტის მნიშვნელობა მაქსიმალურად უახლოვდებოდეს ერთს / $\beta$ კოეფიციენტის მნიშვნელობები იხ.0.4 ცხრილში/.

განვიხილოთ მუდმივი განივკვეთის მქონე კონსოლის მუშაობა დარტყმაზე / ნახ.0.128/. მოცემულ შემთხვევაში

$$\Pi=\int_0^{l}\frac{M^2(x)}{2\cdot E\cdot J}dx=\frac{M^2}{2\cdot E\cdot J}\int_0^{l}\frac{x^2}{l^2}dx,$$

ანუ

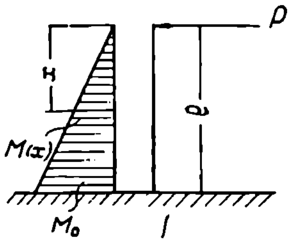
$$\Pi=\frac{M^2\cdot l}{6E\cdot J}.$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ $M=[\sigma]\cdot W$, მივიღებთ

$$\Pi=[Э_p]\cdot S:3\beta$$

დარტყმითი გამძლეობის კოეფიციენტის სიდიდე ტოლი იქნება

$$K=\frac{\Pi}{[Э_p]\cdot S}=\frac{1}{3\cdot\beta}.$$




ნახ.0.128

ახლა განვიხილოთ დარტყმითი განივი ღუნვის შემთხვევა, როდესაც საყრდენები ვერტიკალურადაა და მას ეჯახება განსაზღვრული კინეტიკური ენერგიის მქონე ვერტიკალურად ორიენტირებული ძელი / ნახ.0.129/.

ასეთ შემთხვევაში ღუნვის პოტენციური ენერგია ტოლი იქნება

$$\Pi=\frac{M_0^2\cdot l}{6E\cdot J},$$

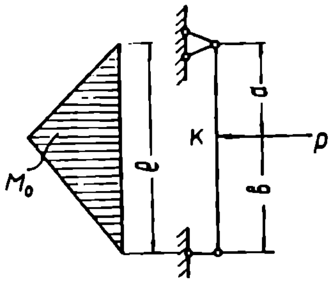
რომელიც $M_0=[\sigma]\cdot W$ ჩასმით გვაძლევს

$$\Pi=[\text{Э}_p]\cdot S\cdot\frac{1}{3\beta},$$

რის მიხედვითაც

$$K=\frac{1}{3\cdot\beta}.$$

განსაზღვრულ ინტერესს წარმოადგენს მუდმივი განივკვეთის მქონე სტატიკურად ურკვევი ხისტად ჩამაგრებული ძელის მუშაობა დარტყმით განივ ღუნვაზე / ნახ.0.130/.




ნახ.0.129

თუ დარტყმა ძელის შუაზეა, ასეთ შემთხვევაში პოტენციური ენერგიის სიდიდე განისაზღვრება ფორმულით

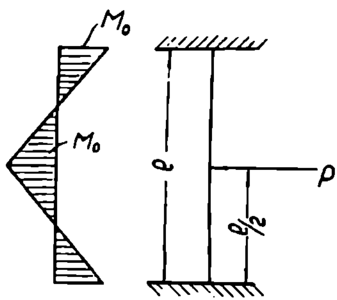
$$\Pi=\frac{M_0^2\cdot l}{6E\cdot J},$$

რომელიც ჩასმით $M_0=[\sigma]\cdot W$ გვაძლევს

$$\Pi=[\text{Э}_p]\cdot S\cdot\frac{1}{3\cdot\beta},$$

რის მიხედვითაც

$$K=\frac{\Pi}{[\text{Э}_p]\cdot S}=\frac{1}{3\cdot\beta}.$$




ნახ.0.130

ზემოთ განხილული მაგალითების საფუძველზე შეიძლება დავასკვნათ, რომ კონსოლის /თუ დარტყმა ხდე-

ბა მის თავისუფალ ბოლოზე/, უბრალო ძელის / როცა დარღვევა ხდება მალის ნებისმიერ კვეთში / და სტატიკურად ურკვევი ძელის / როცა დარღვევა წარმოებს მალის შუა ნაწილში/ გამძლეობა დარღვევით ღუნვაზე სავსებით ერთნაირია. ასეთ სისტემებში მასალის გამოყენების პროცენტული სიდიდე ტოლია

$$\frac{100}{3\cdot\beta},$$

სადაც $\beta$ დამოკიდებულია ძელის განივკვეთის ფორმაზე და მისი სიდიდე შეიძლება შევარჩიოთ სათანადო ცხრილებიდან / ცხრილი 0.4/.

განვიხილოთ მუდმივი განივკვეთის მქონე ღეროს დარღვევით გრეხა თანაბრად განაწილებული მგრეხი მომენტის მოქმედების დროს / ნახ.0.131/.

გრეხის პოტენციური ენერგია შეიძლება განისაზღვროს ფორმულით

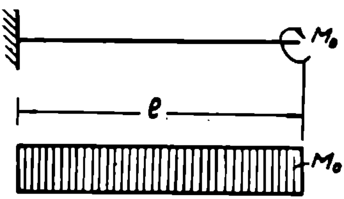
$$\Pi=\int_0^l \frac{M^2(x)}{2\cdot J_p\cdot G}\cdot dx,$$

რომელიც, როდესაც

$$M(x)=M_0=Const$$

და $M_0=[\tau]\cdot W_p$,

გვაძლევს




ნახ.0.131

$$\Pi=\frac{[\tau]^2}{4G}\cdot S \qquad /0.526/$$

/0.526/-ში ჩავსვათ მნიშვნელობები $2G\approx E$ და $[\tau] = 0,6\,[\sigma]$ მივიღებთ

$$\Pi=\frac{[\sigma]}{2\cdot E}\cdot 0,36\cdot S,$$

ანუ

$$K\approx 0,36.$$

ე.ი. გრეხის დროს ღეროს მასალის გამოყენების კოეფიციენტი შეადგენს 0,36 -ს იმავე ღეროს კუმშვა-გაჭიმვასთან შედარებით, სადაც მასალის გამოყენების კოეფიციენტი $K = 1,0$. აქვე უნდა აღინიშნოს, რომ გრეხაზე მომუშავე თხელკედლიანი მილისათვის მასალის გამოყენების კოეფიციენტის სიდიდე მიისწრაფვის 1,0-საკენ.

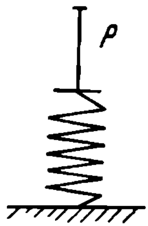
განვიხილოთ ამოცანა, როდესაც ჩვეულებრივი ცილინდრული ფორმის ზამბარა /ნახ.0.132/ მუშაობს დარტყმით ძვრაზე.

ამ შემთხვევაში ზამბარის ძვრის პოტენციური ენერგია მოიძებნება ფორმულით

$$\Pi = \frac{[\tau]}{2\cdot G}\cdot F\cdot \ell.$$

თუ გავითვალისწინებთ $2G = E$ და $[\tau] \approx 0,6\,[\sigma]$, მივიღებთ

$$\Pi = \frac{[\sigma]}{2E}\cdot S\cdot 0,72$$




ნახ.0.132

რის მიხედვითაც

$$K = \frac{\Pi}{[\text{Э}_p]\cdot S} = 0,72. \qquad /0.527/$$

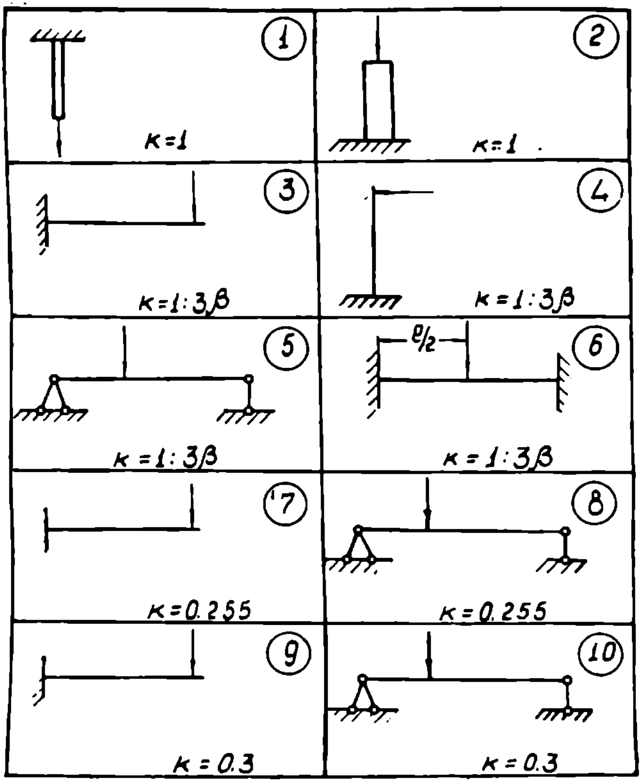
როგორც /0.527/ ფორმულიდან ჩანს, ზამბარის მასალის გამოყენების კოეფიციენტი შეადგენს 72%-ს, რაც ნაკლებია დარტყმით კუმშვა-გაჭიმვასთან შედარებით.

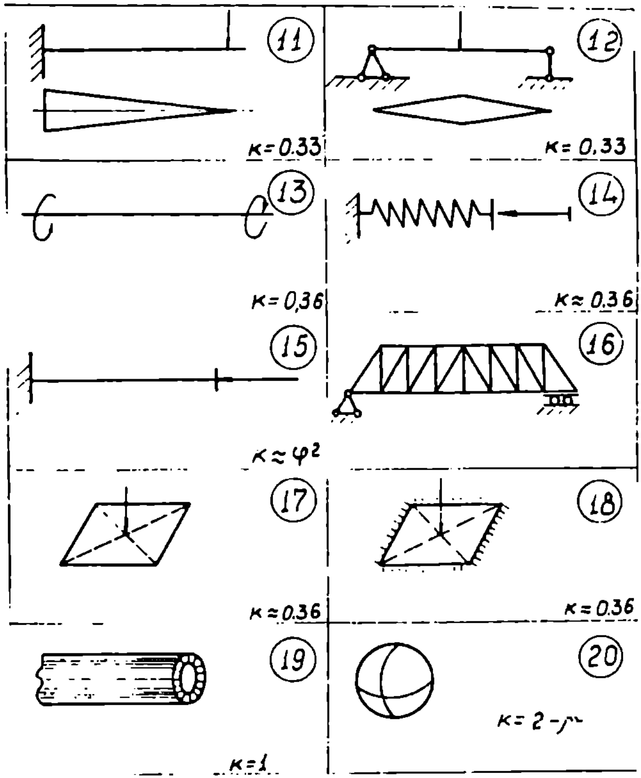
ზოგიერთი სხვა სახის ამოცანისათვის დარტყმაგამძლეობის დინამიკური K კოეფიციენტის მნიშვნელობები მოცემულია 0.5 ცხრილში.

ამგვარად, დარტყმაზე მომუშავე კონსტრუქციების მასალის მოცულობის განსაზღვრის მეთოდიკა მდგომარეობს შემდეგში:

კვეთის შერჩევის დროს წინასწარ ცნობილია კვეთის გეომეტრიული ფორმა /განივკვეთის სახე/, დარტყმის კინეტიკური

ცხრილი 0.5




11
κ= 0.33
12
κ= 0.33
13
κ= 0,36
14
κ≈ 0.36
15
κ≈ φ²
16
17
κ≈ 0.36
18
κ= 0.36
19
κ=1
20
κ= 2 -

ენერგიის სიდიდე, დარტყმითი ძალის მოდების ადგილი და მისი ხასიათი /სიდიდის ცვალებადობა დროში/.

აღნიშნული მონაცემების საფუძველზე 0.5 ცხრილის საშუალებით განისაზღვრება დარტყმაგამძლეობის კოეფიციენტის სიდიდე. $K=\dfrac{U}{[Э_р]\cdot S}$ ფორმულის საფუძველზე გამოვთვლით დარტყმაზე მომუშავე კონსტრუქციის მოცულობას

$$S=\frac{U}{[Э_р]\cdot K}.$$

რადგან

$$[Э_р]=\frac{[\sigma]^2}{2\cdot E},$$

ამიტომ

$$S=\frac{2U\cdot E}{K[\sigma]^2}.$$

გრეხის ან სუფთა ძვრის შემთხვევაში,

$$[\tau]=0,6\,[\sigma], \qquad E=2G.$$

ამიტომ

$$S=\frac{11,1}{K}\cdot\frac{U\cdot G}{[\tau]^2}.$$

## 22. დარტყმითი მდგრადობის პრობლემები

დარტყმითი მდგრადობის პრობლემები საერთოდ სუსტადაა გაშუქებული ტექნიკურ ლიტერატურაში, რომლის გადაწყვეტა მეტად საჭიროა მშენებლობისა და მანქანათმშენებლობის განვითარების თანამედროვე ეტაპზე.

პირველი ცდა დარტყმითი გრძივი ღუნვის თეორიის ჩამოყალიბებისა ეკუთვნის ლ.ნ.ვ ო რ ო ბ ი ო ვ ს ,მან საკითხი დაიყვანა დრეკად გარემოში მოთავსებული ღეროს გრძივი ღუნვის სტატიკურ ამოცანაზე. ეს მეთოდი არ აღმოჩნდა საკმარისი იმისათ-

ვის, რომ ავტორს მიერ გარკვეული სახის საანგარიშო ფორ-მულა დარტყმითი კრიტიკული ძალის რიცხვითი სიდიდის გამო-სათვლელად, რაზეც სამართლიანად მიუთითებდა ი.მ.რაბინოვი-ჩი [58].

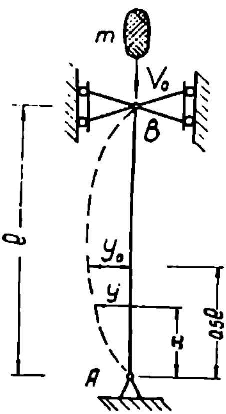
აღნიშნული საკითხი ენერგეტიკული თეორიის თვალ-საზრისით გაშუქებულია ნაშრომში [55], რამაც ერთგვარი მი-ზნობრივი მიმართულება მისცა შემდგომში ჩატარებულ ექსპერი-მენტებს დარტყმითი გრძივი ღუნვის შესწავლის საკითხში. ექ-სპერიმენტების ანალიზის საფუძველზე გამოითქვა მოსაზრება /ჰიპოთეზა/ იმის შესახებ, რომ გრძივი დარტყმის შედეგად ღეროს მიერ მდგრადობის დაკარგვის ფორმა ემთხვევა სტატიკუ-რი ძალით გამოწვეულ მდგრადობის დაკარგვის $n$ -ურ ფორმას [3].

როდესაც მუდმივი განივკვეთის მქონე სწორი და მო-გრძო ღერო განიცდის უეცარი მკუმშავი გრძივი ძალის მოქმე-დებას /ნახ. 0.133/, მაშინ, ინერციის გრძივად აღძრული შიდა ძალების გათვალისწინების გარეშე, ღეროს განივი რხევის დი-ფერენციულ განტოლებას ექნება ასე-თი სახე:

$$EJ\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + P(t)\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \rho\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0, \qquad /0.528/$$

სადაც $EJ$ არის ღეროს მინიმა-ლური სიხისტე $xoy$ სიბრტყეში;

$y$ - განივად ღუნვის სიდიდე $x$ კვეთში;




ნახ.0.133

$P(t)$ - დარტყმის გრძივი ძალა;

$\rho$ - ღეროს სიგრძის ერთეულზე მოსული მასა;

$t$ - დრო.

თუ ღეროს ორივე ბოლო სახსრულადაა დამაგრებული, მაშინ /О.528/ დიფერენციული განტოლების ამონახსნი შესაძლებელია მოიძებნოს ცნობილი ჩასმის საფუძველზე

$$y = (x,t) = f(t)\cdot \sin\frac{n\cdot\pi\cdot x}{l},$$

მიიღება მატიე-ჰილის განტოლება

$$\ddot{f} + \omega^2\left(1+\frac{P}{P_n}\right)\cdot f = 0 \qquad /О.529/$$

აქ

$$\omega = n^2\cdot\omega_0\,,\quad \omega_0 = \frac{\pi^2}{l^2}\sqrt{\frac{E\cdot J}{\rho}}. \qquad /О.530/$$

$$P_n = n^2\cdot P_{ეი}\,,\quad (n=1,2,3,\cdots);\ P_{ეი} = \frac{\pi^2}{l^2}E\cdot J, \qquad /О.531/$$

სადაც $\omega$ არის ღეროს საკუთარი განივი რხევის სიხშირე მაღალი / $n$-ური/ ტონებისათვის;

$\omega_0$ - ღეროს განივი საკუთარი სიხშირე ძირითადი დაბალი ტონისათვის;

$l$ - ღეროს სიგრძე;

$n$ - გადაღუნული ღეროს ნახევარტალღათა რიცხვი;

$P_{ეი}$ - ეილერის კრიტიკული ძალა ორსახსროვნად დამაგრებული ღეროსათვის;

$t$ - ძალის დატვირთვის /დარტყმის/ ხანგრძლივობა.

თუ გავითვალისწინებთ /О.529/ დიფერენციულ განტოლებას და $f(0)=0$ საწყის პირობას, მაშინ დარტყმით მდგრადობის დაკარგვის ამოცანა შესაძლებელია ჩამოყალიბდეს შემდეგ-

ნაირად: განისაზღვრის /0.529/ დიფერენციული განტოლებიდან დარტყმითი კრიტიკული ძალის $P = P_{\text{ჯე}}$ ისეთი მნიშვნელობა, რომელიც დარტყმის

$$0 \leq t \leq t_0 \qquad /0.532/$$

მეტად მცირე შუალედში ღეროს განივად გაღუნვის $f(t)$ ამპლიტუდას გაზრდის რაც შეიძლება შესამჩნევად.

აღნიშნული ამოცანა ადვილად გადაწყდებოდა, რომ ადგილი არ ჰქონდეს პირობით შეზღუდვას /0.532/. რადგან /0.529/ დიფერენციულ განტოლებაში შემავალი დარტყმის გრძივი $P(t)$ ძალა ნიშანს არ იცვლის, ამიტომ ნათელი ხდება, რომ განტოლების წევრი $\left(1-\frac{P}{P_n}\right)$ არ შეიძლება აღემატებოდეს დადებითი ნიშნის მქონე ერთის ტოლ რიცხვს. ამრიგად, აღნიშნული წევრი ან ერთის ტოლია, ანდა ერთზე გაცილებით ნაკლები:

თუ
$$\left(1-\frac{P}{P_n}\right)=1, \qquad /0.533/$$

მაშინ /0.529/ გამოსახულება გადაიქცევა ღეროს საკუთარი რხევის განტოლებად

$$f + \omega^2 \cdot f = 0,$$

რაც იმის მაჩვენებელია, რომ /0.533/ შემთხვევა არ უპასუხებს დარტყმითი არამდგრადობის ამოცანის გადაწყვეტას. ასევე ინტერესმოკლებულია არამდგრადობის თვალსაზრისით შემთხვევა

$$0 < \left(1-\frac{P}{P_n}\right) < 1.$$

ამ დროს ღერო ასრულებს ჰარმონიულ რხევას; მაშასადამე, იგი მდგრადია, რადგან დარტყმის ძალის ხანგრძლივობის გამო მოსალოდნელი არ არის $f(t)$ ამპლიტუდის ზრდა, რომელსაც შესაძლებელია ადგილი ჰქონდეს ეგრეთ წოდებული პარამეტრული რხევებისას ღეროზე მოქმედი ვიბრაციული ძალის

ხანგრძლივი მოქმედების დროს სიხშირეთა გარკვეული თანა-ფარდობის დამყარების გამო.

ამრიგად, საინტერესოა ისეთი შესაძლო შემთხვევა, როდესაც /0.529/ განტოლების ფრჩხილებში ჩასმული წევრი იცვლება ნულიდან უარყოფითი რიცხვებისაკენ.

მოხერხებული იქნება აღნიშნული შემთხვევა წარმო-ვადგინოთ ასეთი სახით:

$$0 \geqslant \left(1-\frac{P}{P_n}\right) \geqslant -K^2 \quad K=0,1,2,\ldots$$

საჭიროა გაირჩეს ორი უკიდურესი შემთხვევა, როდესაც

$$\left(1-\frac{P}{P_n}\right)=0,$$

საიდანაც $P=P_n$

მაშინ /0.529/ განტოლება მიიღებს სახეს

$$\ddot{f}=0,$$

საიდანაც

$$f=At+C \qquad \text{ანუ} \qquad f(0)=0$$

პირობის თანახმად, $f=At.$

როცა $t=t_0\to\infty$, მაშინ ღეროს გაღუნვის სიდიდე იზრდება უსაზღვროდ, რაც ტოლფასია ღეროს მდგრადობის დაკარგვისა, მაგრამ დარტყმის ძალის მოქმედების ხანმოკლეობის გამო ღეროს $f(t)$ ამპლიტუდა ვერ ასწრებს რაიმე მნიშვნელო-ვან ზრდას. ამიტომ $n$ ნახევარტალღებად გაღუნულ ღეროს, მდგრადობის დაკარგვის ამ პირველი მომენტისათვის, კვლავ გააჩნია დიდი ტვირთამტანიანობის უნარი. ექსპერიმენტებით [3] დასაბუთდა, რომ ღერო დარტყმის დროს საუკეთესოდ მუშა-ობს გრძივ დარტყმაზე მის უეცარ დამსხვრევამდე, ანდა პლა-

სტიკური სახსრის წარმოშობამდე. მდგრადობის დაკარგვის ამ მეორე სტადიას შეესაბამება შემთხვევა

$$\left(1-\frac{P}{P_n}\right) = -K^2, \qquad /0.534/$$

საიდანაც $\left(\frac{P}{P_n}-1\right) = K^2.$

როცა $P$ მუდმივი და ხანმოკლე ძალაა

$$P = P_{დკ} = (K^2+1)\cdot P_n \;,$$

$$K = 0, 1, 2, 3,$$

/0.531/ გამოსახულების საფუძველზე, მიიღებს სახეს

$$P_{დკ} = (K^2+1)\cdot n^2\cdot P_{კრ} \;, \qquad /0.535/$$

სადაც $P$ დკ. არის დარტყმის კრიტიკული ძალა;

$n$ – ნახევარ ტალღათა ჯერ კიდევ უცნობი რიცხვი.

/0.534/ გამოსახულების საფუძველზე /0.529/ განტოლება მიიღებს სახეს

$$\ddot{f} - (K\cdot\omega)^2\cdot f = 0,$$

რომელიც, $f(0) = 0$ საწყისი პირობის გათვალისწინებით, გვაძლევს კერძო ამონახსნს

$$f = A\cdot \mathrm{Sh}\, K\omega t. \qquad /0.536/$$

ეს ჰიპერბოლური სინუსი, ცხადია, უფრო სწრაფად იზრდება, ვიდრე $f = At$ წრფივი ფუნქცია, რაც, რა თქმა უნდა, ნიშანია მეორე სახის მდგრადობის დაკარგვისა.

ზემოთ ჩატარებული ანალიზის საფუძველზე შესაძლებელია გაკეთდეს დასკვნა, რომ კონსტრუქციის საკუთარი რხევები წინასწარ განსაზღვრავს იმ ფორმას, რომლის მიხედვითაც უნდა მოხდეს გარეშე ძალების მოქმედების განსაკუთრებულ პირობებში კონსტრუქციის მდგრადობის დაკარგვა / წინასწარ მოხაზული ფორმის ამპლიტუდათა შესამჩნევი ზრდა/, ე.ი. კონ-

სტრუქციის რამაცებითი იძულებითი განივი გაღუნვა.

საკუთარი რხევის ფორმის ორგანული კავშირი მდგრადობის დაკარგვის ფორმასთან საშუალებას იძლევა, რათა თვით საკუთარი რხევის $\ddot{f}+\omega f=0$ განტოლების დახმარებით მოვახდინოთ /0.535/ გამოსახულებაში შემავალი $n$ უცნობი ფაქტორის გამოთვლა. $f(0)=0$ საწყისი პირობის გათვალისწინებით, $\ddot{f}+\omega f=0$ განტოლების კერძო ამონახსნი მიიღებს სახეს $f=A\cdot\sin\omega t$.

როცა $t=t_0$,

მაშინ $\max f=A\cdot\sin\omega\cdot t_0=A$,

რომელსაც შეესაბამება ტოლობა

$$\omega t_0=\frac{\pi}{2},$$

საიდანაც

$$\omega=\frac{\pi}{2t_0}. \qquad /0.537/$$

უნდა აღინიშნოს, რომ ეს უკანასკნელი ტოლობა შესაძლებელია მიღებულ იქნეს უშუალოდ /0.536/ ამონახსნის საფუძველზე.

მართლაც, როცა $t=t_0$, მაშინ

$$\sin K\omega t_0=\frac{K\pi}{2}$$

და

$$\omega t_0=\frac{\pi}{2},$$

საიდანაც მიიღება /0.537/ ფორმულა

$$\omega=\frac{\pi}{2t_0}.$$

ამ უკანასკნელი გამოსახულებისა და /0.530/-ის თანახმად, მიიღება, რომ

$$n^2=\frac{\pi}{2\cdot\omega_0\cdot t_0}=\frac{T_0}{4t_0}, \qquad /0.538/$$

რის საფუძველზე დარტყმითი კრიტიკული ძალის /0.535/ გამოსახულება ღებულობს სახეს

$$P_{და} = (K^2+1)\frac{\pi}{2\omega_0 \cdot t_0} \cdot P_{კრ} \ ,$$

ანუ

$$P_{და} = (K^2+1)\frac{T_0}{4t_0} \cdot P_{კრ} \ , \qquad /0.539/$$

სადაც

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega} \ , \quad K = 0, 1, 2, \dots \qquad /0.540/$$

საკითხი იმის შესახებ, თუ $K$ რიცხვის რა მნიშვნელობა შეესაბამება ღეროს უეცარ დამსხვრევას /მდგრადობის დაკარგვის მეორე სტადიას/, უნდა გადაიჭრას ექსპერიმენტებით. რაც შეეხება დარტყმითი კრიტიკული ძალის მინიმალურ მნიშვნელობას /მდგრადობის დაკარგვის პირველ სტადიას/, მას შეესაბამება $K=0$. ამის მიხედვით /0.538/ ფორმულიდან მივიღებთ

$$\min P_{და} = \frac{T_0}{4t_0} P_{კრ} \qquad /0.541/$$

როდესაც ღეროზე ხორციელდება დარტყმა /ნახ.0.133/ $V$ სიჩქარის მქონე $M$ მასის მყარი ტანით, მაშინ ღეროში ვითარდება დარტყმის ძალის შემდეგი მიახლოებითი მნიშვნელობა:

$$P(t) = P \cdot \sin \varphi t \ , \qquad /0.542/$$

სადაც

$$\left.\begin{aligned} P &= V\sqrt{\frac{M}{\alpha}} \ , \\ \varphi &= \frac{1}{\sqrt{\alpha \cdot M}} \ , \\ \alpha &= \frac{\ell}{E \cdot F} \ . \end{aligned}\right\} \qquad /0.543/$$

/0.542/ ფორმულის თანახმად, ღეროს დარტყმითი დატვირთვის ხანგრძლივობა

$$t_0 = \frac{\pi}{2\varphi}.$$

თუ ამ მნიშვნელობას შევიტანთ /0.539/ გამოსახულებაში, მივიღებთ დარტყმითი კრიტიკული ძალის საშუალო მნიშვნელობას

$$P_{დკ} = (K^2+1)\frac{\varphi}{\omega_0}\cdot P_{კრ},$$

რომელიც /0.543/-ისა და /0.531/-ის გათვალისწინებით მიიღებს სახეს

$$P_{დკ} = (K^2+1)\frac{\lambda}{\pi^2}P_{კრ}\sqrt{\frac{m}{M}}.$$

აქ $m$ არის ღეროს საკუთარი მასა, ხოლო $\lambda$ -მისი მოქნილობა.

კრიტიკული ძაბვისათვის გვექნება

$$\sigma_{დკ} = \frac{P_{დკ}}{F},$$

ანუ

$$\sigma_{დკ} = (K^2+1)\frac{\lambda}{\pi^2}\sigma_{კრ}\sqrt{\frac{m}{M}},$$

$$\sigma_{დკ} = (K^2+1)\frac{E}{\lambda}\sqrt{\frac{m}{M}},$$

სადაც $\sigma_{კრ}$ სტატიკური კრიტიკული ძაბვაა.

საინტერესოა აღინიშნოს, რომ $t_0 = \frac{\pi}{2\varphi}$ -ის ჩასმა /0.538/ ფორმულაში. გვაძლევს

$$\omega = \varphi,$$

რომელსაც მივიჩნევთ მდგრადობის დაკარგვის შესაძლო კრიტერიუმად და მას დარტყმით რეზონანსს ვუწოდებთ.

განსაზღვრულ ინტერესს წარმოადგენს ძლიერი ღუნვის ისეთი შემთხვევაც, როდესაც თვით ღერო აბსოლუტური სიჩქარით ახდენს ძლიერ დარტყმას ურიკაზე დამაგრებულ ხისტ საყ-

რენზე. აღნიშნული ტიპის ამოცანა თავისი ბუნებით ანალოგი-
ურია კუმშვით გრძივი დარტყმის იმ შემთხვევისა, როდესაც ძლიერად გაჭიმული ღერო მოქმედებს დამაგრებულ საყრდენზე ღეროს ერთი ბოლოს უეცარი განთავისუფლების შემთხვევაში.

აღნიშნული ამოცანის მიახლოებით გადაწყვეტას იძლევა /0.541/ და /0.540/ გამოსახულებათა თანახმად, მიღებული ფორმულა

$$P_{\text{დ}} = \frac{\pi}{2\cdot\omega_0\cdot t_0}\cdot P_{\text{კრ}}. \qquad /0.544/$$

რადგან ღეროს დარტყმის ხანგრძლიობა $t_0 \cong \frac{l}{c}$, ამიტომ /0.544/ მიიღებს სახეს

$$P_{\text{დ}} = \frac{\pi\cdot c}{2\omega_0\cdot l}\cdot P_{\text{კრ}}$$ თუ გავითვალისწინებთ

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho_0}}, \quad \omega_0 = \frac{\pi^2}{l^2}\sqrt{\frac{E\cdot J}{\rho}}, \quad P_{\text{კრ}} = \frac{\pi^2}{l^2}EJ,$$

მივიღებთ

$$P_{\text{დ}} = \frac{\pi\cdot E\cdot F}{2\lambda}.$$

დარტყმით კრიტიკული ძაბვისათვის გვექნება

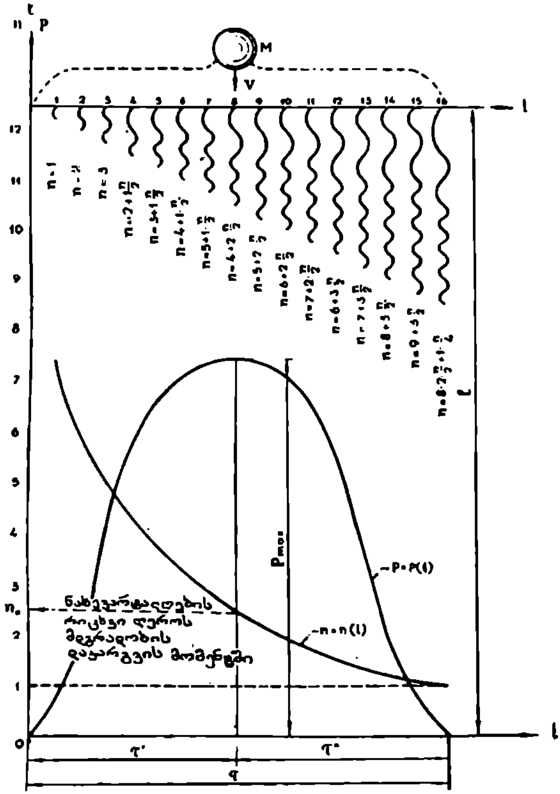
$$\sigma_{\text{დ}} = \frac{\pi\cdot E}{2\lambda},$$

სადაც $\lambda$ ღეროს მოქნილობაა.

როგორც ჩანს, დარტყმის ძალაც და მის მიერ გამოწვეული ძაბვაც სრულებით არ არის დამოკიდებული ღეროს მასაზე.

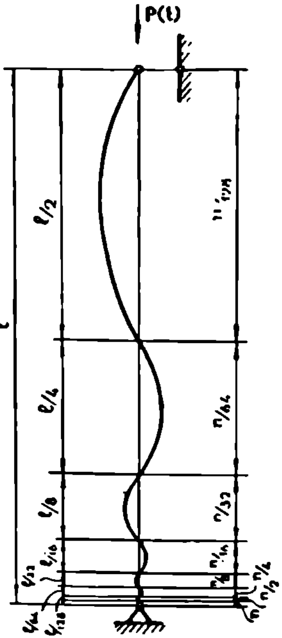
0.134 და 0.135 ნახაზებზე წარმოდგენილია დარტყმით გრძივი მდგრადობის თეორიული და ექსპერიმენტული კვლევის შედეგების ფიზიკური არსი. 0.136 ნახაზზე მოცემულია გრძივი დარტყმით დატვირთვების გავლენით ღეროების გრძივი მდგრადობის დაკარგვის შემთხვევები. რაც უფრო ხანმოკლეა დარტყმის დროის სიდიდე, მით უფრო მდგრადია ღერო და მდგრადობის და-

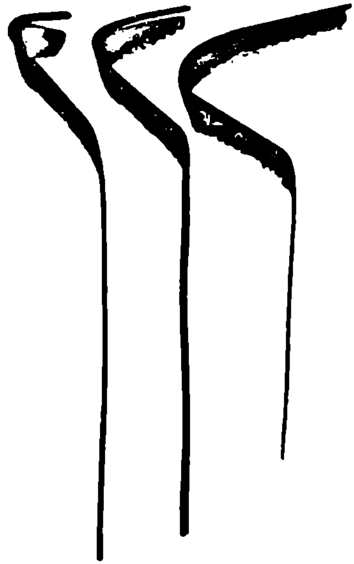
კარგა შეესაბამება შედარებით მაღალ ფორმებს / 0.136 ნახაზზე - მარცხენა ღერო/; დარტყმის დროის გაზრდა იწვევს მდგრადობის შედარებით დაბალ ფორმებს /ნახ.0.136/. განხილულ ექსპერიმენტში დარტყმის დროს სიდიდის ცვალებადობა მიღწეულ იქნა დამრტყმელი მასის სიჩქარის რეგულირებით. რაც უფრო გრძელია დამრტყმელი მასა, მით უფრო დიდია დარტყმის დრო დამრტყმელი ტანის ერთი და იმავე მასალისაგან დამზადების დროს




ნახ.0.134

საინტერესოა აგრეთვე ღეროს ხანმოკლე დარტყმით, გრძივი მდგრადობის დაკარგვის ექსპერიმენტული გამოკვლევის შედეგები, რომლებიც მოცემულია 0.6 ცხრილში.



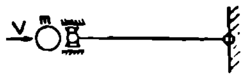
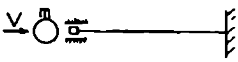
ნახ.0.136

ნახ.0.135

ცხრილიდან ჩანს, რომ ხანმოკლე დინამიკაში ღეროს ბოლოების ჩამაგრების სახე ნაკლებად მოქმედებს მის მდგრადობაზე. თუ სტატიკაში $\mu$ =0,5–2,0 /ე.ი. ფარდობითი მდგრადობა იცვლება 1-დან 16-მდე/, დინამიკაში $\mu_{დ}$ = 1,00 –1,14, ე.ი. უმნიშვნელო სიდიდისაა.

მდგრადობის დაკარგვის ფორმა ნებისმიერი სახის დატვირთვის დროს / სტატიკური, დინამიკურ-რხევითი და დინამიკურ-დარტყმითი/ ორგანულად არის დაკავშირებული დრეკადი კონსტრუქციების /ტანების/ შინაგან ბუნებასთან.

ცხრილი 0.6

| N | დატვირთვის სქემა | $\mu_{\varphi}$ | $P_{ხკრ}$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 |  | 1,08 | $P_{ხკრ}=\frac{T_0}{4\mu\tau}P_{კრ}$ | 1.00 |
| 2 |  | 1,00 | $P_{ხკრ}=\frac{T_0}{\tau}P_{კრ}$ | 2,00 |
| 3 |  | 1,11 | $P_{ხკრ}=\frac{T_0}{4\mu\tau}P_{კრ}$ | 0,70 |
| 4 |  | 1,14 | $P_{ხკრ}=\frac{T_0}{4\mu\tau}P_{კრ}$ | 0,50 |

$$P_{კრ}=\frac{\pi^2 EJ}{(\mu\ell)^2} \qquad P_{დკ}=n^2 P_{კრ}=\left(\frac{T_0}{4\tau}\right)^2 P_{კრ}$$

კონსტრუქციის მდგრადობის დაკარგვის პროცესი მდგომარეობს იმაში, რომ ნარმოებს საკუთარი რხევები უკვე ნინასნარ მოხაზული ფორმის ამპლიტუდათ, ე.ი. გაღუნვის ისართ დამატებით და იძულებითი გაზრდა, რითაც, ერთი მხრივ, შესამჩნევად ეცემა კონსტრუქციის ამტანუნარიანობა; მაგრამ, მეორე მხრივ,

რაც უფრო მცირეა დარტყმის ხანგრძლივობა, მით უფრო მაღალი ფორმით მიმდინარეობს მდგრადობის დაკარგვა. ეს პრაქტიკულად ნიშნავს იმას, რომ, თუ სტატიკაში ღერო იღუნება დაბალი ფორმით, დინამიკაში იგივე ღერო იმუშავებს მაღალი ფორმით, რაც შეესაბამება ღეროს სიგრძის შემცირებას $\frac{l}{n}$ -ჯერ და, მაშასადამე, $n^2$ -ჯერ გაიზრდება იმავე ღეროს მდგრადობა.

დარტყმის დროის შემცირება განსაზღვრულ ზღვრამდე, თავის მხრივ, იწვევს ღეროს მუშაობას არა ღუნვაზე, არამედ დარტყმით კუმშვაზე, რაგინდ დიდი სიგრძისა იყოს ეს უკანასკნელი.

დარტყმითი მდგრადობის საკითხების აქტუალობა და დარტყმით მდგრადობაზე მომუშავე კონსტრუქციების მრავალსახეობა იძლევა მეტად ნაყოფიერ ნიადაგს მომავალი თეორიული და ექსპერიმენტული კვლევისათვის.

### § 0.12. მრავალშრიანი ორთოტროპული დისკოების გაანგარიშების ღერძსიმეტრიული ამოცანა

მეცნიერულ-ტექნიკური პროგრესი მანქანათმშენებლობაში და საერთოდ სახალხო მეურნეობის ნებისმიერ სფეროში დიდად არის დამოკიდებული ფუნდამენტურ კვლევაზე საანგარიშო თეორიების დამუშავების დარგში, ახალი პროგრესული კონსტრუქციების შექმნაზე, მათი დამზადებისა და მონტაჟის პროგრესული ტექნოლოგიის დამუშავებასა და სხვ. ამ მიზნით წინამდებარე პარაგრაფში განხილულია დოც.ჯ.ვ.ბიჭიაშვილის მიერ დამუშავებული საინჟინრო თეორიის საკვანძო საკითხები დრეკად ფუძეზე განლაგებული საშუალო სისქის ორთოტროპული ღერძსიმეტრიული გარსების გაანგარიშების სფეროში. გარსები თავისი ტექნიკურ-

ეკონომიკური, ესთეტიკური და სხვა მაჩვენებლებით მტკიცედ დამკვიდრდა მანქანათმშენებლო, რაკეტული ტექნიკის, გემების მშენებლობის პრაქტიკაში და ა.შ. ახალი პროგრესული სამშენებლო მასალებისა და კონსტრუქციების გამოყენება დღის წესრიგში დიდი ხანია აყენებს მრავალშრიანი მზიდი ელემენტების შექმნისა და მათი გაანგარიშების მეთოდების დამუშავების საკითხს. წარმოდგენილი კვლევით მასალა, გადმოცემული სახელმძღვანელოს დონეზე, მიზნად ისახავს ავტორთა სურვილს, გამოეხმაურონ მანქანათმშენებლობაში მეცნიერულ-ტექნიკური პროგრესის დანერგვის ამოცანას და სტუდენტების მომზადების დონის ამაღლებას.

1. დრეკად ფუძეზე განლაგებული საშუალო სისქის მრავალშრიანი ორთოტროპული ღერძსიმეტრიული გარსების გაანგარიშების არაღერძსიმეტრიული ამოცანის დიფერენციალური განტოლებები.

გარსის საანგარიშო ზედაპირიდან გამოვყოთ ელემენტი მერიდიანისა და პარალელის მიმართულებით შესაბამისად $d\tau$ და $dt$ ზომებით. აღვნიშნოთ: $N_\tau$ და $N_t$ - გრძივი ძალები; $Q_\tau$ და $Q_t$ - განივი ძალები; $\bar{S}_\tau$ და $\bar{S}_t$ - მძვრელი ძალები; $M_\tau$ და $M_t$ - მღუნავი მომენტები; $H_\tau$ და $H_t$ - მგრეხი მომენტები.

გარსის ელემენტის გადაადგილებები აღვნიშნოთ $\tau$ და $t$ ღერძების მიმართულებით შესაბამისად $T_\tau$-ით და $T_t$-ით, ხოლო ელემენტის ზედაპირის ნორმალის მიმართულებით - $W$-ით, მერიდიანისა და პარალელის მობრუნების კუთხეები - შესაბამისად $\theta_\tau$-ით და $\theta_t$-ით.

გარსის განხილულ ელემენტზე გარე დატვირთვები არ არის მოდებული. მასზე მოქმედებს დრეკადი ფუძის რეაქცია; ინტენსი-

იმა ზედაპირის ნებისმიერ წერტილში ტოლია- $K_{qW} \cdot W$ , სადაც $K_{qW}$ არის ვინკლერის დრეკადი ფუძის საგების კოეფიციენტი.

თუ გავითვალისწინებთ დრეკადი ფუძის არსებობას და დამოკიდებულებას $\frac{\partial \tau}{\partial ჰ} = \cos\alpha$ , წონასწორობის დიფერენციალურ განტოლებებს ექნებათ სახე: *)

$$\frac{\partial N_\tau}{\partial ჰ} = \frac{\partial \bar{S}_t}{\partial t} + \frac{\cos\alpha}{\tau}(N_t - N_\tau) - \frac{Q_\tau}{R}; \qquad /0.545/$$

$$\frac{\partial \bar{S}_\tau}{\partial ჰ} = \frac{\partial N_t}{\partial t} - \frac{\cos\alpha}{\tau}(\bar{S}_\tau + \bar{S}_t) + \frac{\sin\alpha}{\tau} Q_t; \qquad /0.546/$$

$$\frac{\partial Q_\tau}{\partial ჰ} = \frac{N_\tau}{R} + \frac{\sin\alpha}{\tau} N_t - \frac{\partial Q_t}{\partial t} - \frac{\cos\alpha}{\tau} \cdot Q_\tau - K_{qW} W; \qquad /0.547/$$

$$\frac{\partial H_\tau}{\partial ჰ} = \frac{\partial M_t}{\partial t} - \frac{\cos\alpha}{\tau}(H_\tau + H_t) - Q_t; \qquad /0.548/$$

$$\frac{\partial M_\tau}{\partial ჰ} = \frac{\cos\alpha}{\tau}(M_t - M_\tau) + \frac{\partial H_t}{\partial t} + Q_\tau; \qquad /0.549/$$

$$\bar{S}_\tau - \bar{S}_t + \frac{H_\tau}{R} - \frac{H_t}{\tau}\sin\alpha = 0. \qquad /0.550/$$

$T_\tau$ , $T_t$ და $W$ გადაადგილებების საშუალებით გამოვსახოთ მობრუნების კუთხეები $\theta_\tau$- ით და $\theta_t$ -ით , აგრეთვე ფარდობითი გრძივი დეფორმაციები $\varepsilon_\tau$ -ით და $\varepsilon_t$-ით, ელემენტის ნორმალური მერიდიანული და კონუსური კვეთების სიმრუდის ცვლილების $\chi_\tau$ და $\chi$ პარამეტრები, $\partial ჰ$ და $\partial t$ მონაკვეთებს შორის კუთხის შეცვლის $\omega$ პარამეტრი და განხილული ელემენტის გრეხის $\varkappa$ პარამეტრი

$$\theta_\tau = \frac{T_\tau}{R} - \frac{\partial W}{\partial ჰ}; \qquad /0.551/$$

$$\theta_t = \frac{\sin\alpha}{\tau} T_t - \frac{\partial W}{\partial t}; \qquad /0.552/$$

$$\varepsilon_\tau = \frac{\partial T_\tau}{\partial ჰ} + \frac{W}{R}; \qquad /0.553/$$

*) Филин А.П., Элементы теории оболочек.— Л.: Стройиздат, 1970. —207 с.

$$\varepsilon_t = \frac{\partial T_t}{\partial t} + \frac{T_\tau \cos\alpha + W \sin\alpha}{\tau}; \qquad /0.554/$$

$$\chi_\tau = \frac{\partial \theta_\tau}{\partial s}; \qquad /0.555/$$

$$\chi_t = \frac{\partial \theta_t}{\partial t} + \frac{\cos\alpha}{\tau}\theta_\tau; \qquad /0.556/$$

$$\omega = \frac{\partial T_t}{\partial s} + \frac{\partial T_\tau}{\partial t} - \frac{\cos\alpha}{\tau} T_t; \qquad /0.557/$$

$$\varkappa = -\frac{\partial^2 W}{\partial s \cdot \partial t} + \frac{1}{\tau}\cdot\frac{\partial W}{\partial t}\cos\alpha + \frac{1}{R}\cdot\frac{\partial T_\tau}{\partial t} + \frac{\sin\alpha}{\tau}\cdot\frac{\partial T_t}{\partial s} - \frac{T_t}{\tau^2}\sin\alpha\cdot\cos\alpha. \qquad /0.558/$$

ჩავსვათ /0.558/ გამოსახულებაში $\frac{\partial^2 W}{\partial s \partial t} = \frac{\partial T_\tau}{R \partial t} - \frac{\partial \theta_\tau}{\partial t}$ [/0.551/ ფორმულის საფუძველზე] და $\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\sin\alpha}{\tau} T_t - \theta_t$ [/0.552/ ფორმულის მიხედვით]; მივიღებთ:

$$\varkappa = \frac{\partial \theta_\tau}{\partial t} - \frac{\cos\alpha}{\tau}\theta_t + \frac{\sin\alpha}{\tau}\cdot\frac{\partial T_t}{\partial s}. \qquad /0.559/$$

მეორე მხრივ, თუ გავითვალისწინებთ /0.558/ განტოლებაში $\frac{\partial^2 W}{\partial s \cdot \partial t} = \frac{\sin\alpha}{\tau}\cdot\frac{\partial T_t}{\partial s} + \frac{\cos\alpha \cdot T_t}{\tau}\left(\frac{1}{R} - \frac{\sin\alpha}{\tau}\right) - \frac{\partial \theta_t}{\partial s}$ [/0.552/ ფორმულის საფუძველზე] და $\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\sin\alpha}{\tau} T_t - \theta_t$ მივიღებთ

$$\varkappa = \frac{\partial \theta_t}{\partial s} + \frac{\cos\alpha}{\tau}\left(\frac{\sin\alpha}{\tau} T_t - \theta_t\right) + \frac{\partial T_\tau}{R \cdot \partial t} - \frac{\cos\alpha}{\tau \cdot R} T_t \qquad /0.560/$$

/0.559/ და /0.560/ გამოსახულებათა იგივეობაში ადვილად დავრწმუნდებით ამ განტოლებებიდან $\theta_\tau$ და $\theta_t$ -ის გამორიცხვით /0.551/ და /0.552/ ფორმულების საშუალებით.

**2. დრეკად ფუძეზე განლაგებული საშუალო სისქის მრავალშრიანი ორთოტროპული ღერძსიმეტრიული გარსების გაანგარიშების არაღერძსიმეტრიული ამოცანის დრეკადობის განტოლებები.**

საანგარიშო ზედაპირის პარალელურად განლაგებული და მოსცან $z$ მანძილით დაშორებული გარსის ბოჭკოების ფარდობითი გრძივი დეფორმაციები $\varepsilon_{\tau z}$ და $\varepsilon_{tz}$, აგრეთვე ეკვიდისტანტური ზედაპირის ( საანგარიშო ზედაპირის პარალელური) $\omega_z$ ძვრა განისაზღვრება გამოსახულებებით: *)

$$\varepsilon_{\tau z}=(\varepsilon_{\tau}+\chi_{\tau}z)\frac{R}{R+z}; \qquad /0.561/$$

$$\varepsilon_{tz}=(\varepsilon_{t}+\chi_{t}z)\frac{\tau}{\tau+z\sin\alpha}; \qquad /0.562/$$

$$\omega_z=\frac{1}{\left(1+\frac{z}{R}\right)\left(1+\frac{z\cdot\sin\alpha}{\tau}\right)}\left\{\omega\left(1-\frac{z^2\sin\alpha}{\tau R}\right)+\right.$$
$$\left.+2z\varkappa\left[1+\frac{z}{2}\left(\frac{1}{R}+\frac{\sin\alpha}{\tau}\right)\right]\right\}. \qquad /0.563/$$

ძაბვები $\sigma_{\tau z}$, $\sigma_{tz}$ და $\tau_z=\tau_{\tau t z}=\tau_{t\tau z}$ ორთოტროპული გარსისათვის განისაზღვრება ფორმულებით: **)

$$\sigma_{\tau z}=(\varepsilon_{\tau z}+\varepsilon_{tz}\cdot\mu_{t\tau z})\cdot B_{\tau z}; \qquad /0.564/$$

$$\sigma_{tz}=(\varepsilon_{tz}+\varepsilon_{\tau z}\cdot\mu_{\tau t z})\cdot B_{tz}; \qquad /0.565/$$

$$\tau_z=G_z\cdot\omega_z, \qquad /0.566/$$

სადაც (იხ. (8) ფორმულები [93] ):

$$\left.\begin{aligned} B_{\tau z}&=\frac{E_{\tau z}}{1-\mu_{\tau t z}\cdot\mu_{t\tau z}};\\ B_{tz}&=\frac{E_{tz}}{1-\mu_{\tau t z}\cdot\mu_{t\tau z}};\end{aligned}\right\} \qquad /0.567/$$

$E_{\tau z}$, $E_{tz}$, $\mu_{\tau t z}$, $\mu_{t\tau z}$, $G_z$ - გარსის მასალის მექანიკური მახასიათებლები საანგარიშო ზედაპირიდან $z$ მანძილზე.

*) Филин А.П. Элементы теории оболочек.—Л.: Стройиздат, 1970. — 207с.

**) Амбарцумян С.А. Теория анизотропных оболочек.— М.: Физматгиз, 1961. —384с.

შინაგანი ძალები $N_r$, $N_t$, $M_r$, $M_t$, $\bar{S}_r$, $\bar{S}_t$, $H_r$ და $H_t$ გარსში გამოისახება $\sigma_{rz}$, $\sigma_{tz}$ და $\tau_z$ ძაბვების საშუალებით შემდეგი ფორმულებით:

$$\left.\begin{aligned} &N_r=-\int_{\bar{F}_r}\sigma_{rz}d\bar{F}_r\,;\ N_t=-\int_{\bar{F}_t}\sigma_{tz}d\bar{F}_t\,;\ M_r=-\int_{\bar{F}_r}\sigma_{rz}z\cdot d\bar{F}_r\,;\\ &M_t=-\int_{\bar{F}_t}\sigma_{tz}z\cdot d\bar{F}_t\,;\ \bar{S}_r=\int_{\bar{F}_r}\tau_z\cdot d\bar{F}_r\,;\ \bar{S}_t=\int_{\bar{F}_t}\tau_z\cdot d\bar{F}_t\,;\\ &H_r=\int_{\bar{F}_r}\tau_z\cdot z\cdot d\bar{F}_r\,;\ H_t=\int_{\bar{F}_t}\tau_z\cdot z\cdot d\bar{F}_t\,, \end{aligned}\right\} \qquad /0.568/$$

სადაც (იხ. (4) გამოსახულებები [87] )

$$\left.\begin{aligned} &d\bar{F}_r=\frac{r+z\cdot\sin\alpha}{r}dz\,;\\ &d\bar{F}_t=\frac{R+z}{R}dz. \end{aligned}\right\} \qquad /0.569/$$

ჩავსვათ (0.561) ÷ (0.563) ფორმულებში გამოსახულებები (0.553) ÷ (0.557) და (0.559). მივიღებთ:

$$\varepsilon_{rz}=\left(\frac{\partial T_r}{\partial s}+\frac{W}{R}+z\frac{\partial\theta_r}{\partial s}\right)\cdot\frac{R}{R+z}\,; \qquad /0.570/$$

$$\varepsilon_{tz}=\left[\frac{\partial T_t}{\partial t}+\frac{T_r\cos\alpha+W\sin\alpha}{r}+z\left(\frac{\partial\theta_t}{\partial t}+\right.\right.$$
$$\left.\left.+\theta_r\frac{\cos\alpha}{r}\right)\right]\cdot\frac{r}{r+z\cdot\sin\alpha}\,; \qquad /0.571/$$

$$\omega_z=\frac{1}{\left(1+\frac{z}{R}\right)\left(1+\frac{z\cdot\sin\alpha}{r}\right)}\cdot\left\{\frac{\partial T_t}{\partial s}\left(1+\frac{z\cdot\sin\alpha}{r}\right)^2+\left(\frac{\partial T_r}{\partial t}-\right.\right.$$
$$\left.-\frac{T_t}{r}\cos\alpha\right)\cdot\left(1-\frac{z^2\cdot\sin\alpha}{r\cdot R}\right)+2z\left(\frac{\partial\theta_r}{\partial t}-\frac{\cos\alpha}{r}\theta_t\right)\cdot$$
$$\left.\cdot\left[1+\frac{z}{2}\left(\frac{1}{R}+\frac{\sin\alpha}{r}\right)\right]\right\}. \qquad /0.572/$$

გავითვალისწინოთ გამოსახულებები (0.570) ÷ (0.572) ფორმულებში (0.564) ÷ (0.566). გვექნება:

$$\sigma_{rz}=\left\{\left(\frac{\partial T_r}{\partial s}+\frac{W}{R}+z\frac{\partial\theta_r}{\partial s}\right)\cdot\frac{R}{R+z}+\left[\frac{\partial T_t}{\partial t}+\frac{T_r\cos\alpha+W\sin\alpha}{r}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+z\left(\frac{\partial\theta_t}{\partial t}+\theta_r\frac{\cos\alpha}{r}\right)\right]\frac{r\cdot\mu_{trz}}{r+z\sin\alpha}\right\}\cdot B_{rz}\,. \qquad /0.573/$$

$$\sigma_{tz}=\left\{\left(\frac{\partial T_r}{\partial s}+\frac{W}{R}+z\cdot\frac{\partial\theta_r}{\partial s}\right)\cdot\frac{R\cdot\mu_{rtz}}{R+z}+\left[\frac{\partial T_t}{\partial t}+\right.\right.$$

$$\left.+\frac{T_r\cos\alpha+W\sin\alpha}{r}+z\left(\frac{\partial\theta_t}{\partial t}+\theta_r\frac{\cos\alpha}{r}\right)\right]\cdot$$

$$\left.\cdot\frac{r}{r+z\cdot\sin\alpha}\right\}\cdot B_{tz}\,; \qquad /0.574/$$

$$\tau_z=\frac{G_z}{\left(1+\frac{z}{R}\right)\cdot\left(1+\frac{z\cdot\sin\alpha}{r}\right)}\left\{\frac{\partial T_t}{\partial s}\left(1+\frac{z\cdot\sin\alpha}{r}\right)^2+\right.$$

$$+\left(\frac{\partial T_r}{\partial t}-\frac{T_t}{r}\cos\alpha\right)\cdot\left(1-\frac{z^2\cdot\sin\alpha}{r\cdot R}\right)+2z\left(\frac{\partial\theta_r}{\partial t}-\right.$$

$$\left.\left.-\frac{\cos\alpha}{r}\theta_t\right)\left[1+\frac{z}{2}\left(\frac{1}{R}+\frac{\sin\alpha}{r}\right)\right]\right\}. \qquad /0.575/$$

ჩავსვათ (0.568) ფორმულებში გამოსახულებები (0.569) და (0.573) ÷ (0.575) მივიღებთ:

$$\begin{Vmatrix} N_r \\ M_r \\ N_t \\ M_t \end{Vmatrix} = -\begin{Vmatrix} F_r & S_r & F_{rt} & S_{rt} \\ S_r & \mathcal{J}_r & S_{rt} & \mathcal{J}_{rt} \\ F_{rt} & S_{rt} & F_t & S_t \\ S_{rt} & \mathcal{J}_{rt} & S_t & \mathcal{J}_t \end{Vmatrix}\cdot\begin{Vmatrix} \frac{\partial T_r}{\partial s}+\frac{W}{R} \\ \frac{\partial\theta_r}{\partial s} \\ \frac{T_r\cos\alpha+W\sin\alpha}{r}+\frac{\partial T_t}{\partial t} \\ \theta_r\frac{\cos\alpha}{r}+\frac{\partial\theta_t}{\partial t} \end{Vmatrix}; \qquad /0.576/$$

$$\begin{Vmatrix} \bar{S}_r \\ H_r \\ \bar{S}_t \\ H_t \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} f_{r11} & f_{r12} & f_{r13} \\ f_{r21} & f_{r22} & f_{r23} \\ f_{t11} & f_{t12} & f_{t13} \\ f_{t21} & f_{t22} & f_{t23} \end{Vmatrix}\cdot\begin{Vmatrix} \frac{\partial T_t}{\partial s} \\ \frac{\partial T_r}{\partial t}-\frac{\cos\alpha}{r}T_t \\ \frac{\partial\theta_r}{\partial t}-\frac{\cos\alpha}{r}\theta_t \end{Vmatrix}. \qquad /0.577/$$

(0.576) და (0.577) ფორმულებში გამოყენებულია გარსის სიხისტის მახასიათებლები:

$$
\left.
\begin{aligned}
&F_\tau = \int\left(\frac{R\cdot B_{\tau z}}{R+z}\cdot\frac{\tau+z\cdot\sin\alpha}{\tau}\right)dz\ ;\\
&S_\tau = \int\left(\frac{R\cdot B_{\tau z}}{R+z}\cdot\frac{\tau+z\cdot\sin\alpha}{\tau}\right)z\,dz\ ;\\
&J_\tau = \int\left(\frac{R\cdot B_{\tau z}}{R+z}\cdot\frac{\tau+z\cdot\sin\alpha}{\tau}\right)\cdot z^2dz\ ;\\
&F_t = \int\left(\frac{\tau\cdot B_{tz}}{\tau+z\cdot\sin\alpha}\cdot\frac{R+z}{R}\right)dz\ ;\\
&S_t = \int\left(\frac{\tau\cdot B_{tz}}{\tau+z\cdot\sin\alpha}\cdot\frac{R+z}{R}\right)z\cdot dz\ ;\\
&J_t = \int\left(\frac{\tau\cdot B_{tz}}{\tau+z\cdot\sin\alpha}\cdot\frac{R+z}{R}\right)z^2dz\ ;\\
&F_{\tau t} = \int B_{\tau tz}\cdot dz\ ;\quad S_{\tau t} = \int B_{\tau tz}\cdot z\cdot dz\ ;\\
&J_{\tau t} = \int B_{\tau tz}\cdot z^2\cdot dz\ ;\quad B_{\tau tz} = B_{tz}\cdot\mu_{\tau tz} = B_{\tau z}\mu_{t\tau z}\ ;
\end{aligned}
\right\}\qquad /0.578/
$$

$$
\left.
\begin{aligned}
&f_{\tau i1} = \int\frac{G_z}{1+\frac{z}{R}}z^{i-1}\left(1+z\frac{\sin\alpha}{\tau}\right)^2dz\ ;\\
&f_{\tau i2} = \int\frac{G_z}{1+\frac{z}{R}}z^{i-1}\left(1-z^2\frac{\sin\alpha}{\tau\cdot R}\right)dz\ ;\\
&f_{\tau i3} = \int\frac{G_z}{1+\frac{z}{R}}z^{i}\left[2+z\left(\frac{1}{R}+\frac{\sin\alpha}{\tau}\right)\right]dz\ ;\\
&f_{ti1} = \int G_z\cdot z^{i-1}\left(1+z\frac{\sin\alpha}{\tau}\right)dz\ ;\\
&f_{ti2} = \int\frac{G_z}{1+\frac{z\sin\alpha}{\tau}}\cdot z^{i-1}\left(1-z^2\frac{\sin\alpha}{\tau\cdot R}\right)dz\ ;\\
&f_{ti3} = \int\frac{G_z}{1+\frac{z\cdot\sin\alpha}{\tau}}z^{i}\left[2+z\left(\frac{1}{R}+\frac{\sin\alpha}{\tau}\right)\right]dz.
\end{aligned}
\right\}(i = 1,2).\qquad /0.579/
$$

(0.578) და (0.579) ფორმულებში ინტეგრირება სრულდება გარსის მთელ $\delta$ სისქეზე.

(0.577) ფორმულა უნდა აკმაყოფილებდეს წონასწორობის (0.550) განტოლებას, რომელიც სამართლიანი უნდა იყოს მარჯვენა მატრიცა-

სვეტის ელემენტების ნებისმიერი მნიშვნელობების დროს. მაშასადამე, ადგილი უნდა ჰქონდეს ტოლობას:

$$\left\| 1 \quad \frac{1}{R} \quad -1 \quad -\frac{\sin\alpha}{\tau} \right\| \cdot \left\| \begin{matrix} f_{\tau 1j} \\ f_{\tau 2j} \\ f_{t1j} \\ f_{t2j} \end{matrix} \right\| = 0; \quad (j = 1,2,3). \qquad /0.580/$$

შევამოწმოთ ამ ტოლობის შესრულება, მაგალითად, როცა $j=1$ [ვიყენებთ (0.579) გამოსახულებას]

$$f_{\tau 11} + \frac{1}{R} f_{\tau 21} - f_{t11} - \frac{\sin\alpha}{\tau} f_{t21} = \int \left\{ \frac{G_z}{1+\frac{z}{R}} z\left(1+z\frac{\sin\alpha}{\tau}\right)^2 \left(1+\frac{z}{R}\right) - \frac{G_z}{1+\frac{z\cdot\sin\alpha}{R}} z\left(1+z\frac{\sin\alpha}{\tau}\right)^2 \left(1+\frac{z\cdot\sin\alpha}{\tau}\right) \right\} dz = 0,$$

ე.ი. (0.580) ტოლობა სრულდება.

3. გარსში ძალვების და გარსის გადაადგილებების წარმოდგენა ფურიეს ჩვეულებრივი მწკრივების სახით.

გარსში აღძრული ათი ძალვის ($N_\tau$, $N_t$, $Q_\tau$, $Q_t$, $\bar{S}_\tau$, $\bar{S}_t$, $M_\tau$, $M_t$, $H_\tau$ და $H_t$) და გარსის ხუთი გადაადგილების ($T_\tau$, $T_t$, $W$, $\theta_\tau$ და $\theta_t$) განსასაზღვრავად გვაქვს წონასწორობის ხუთი განტოლება (0.545) ÷ (0.549) და დეფორმაციების ერთობლიობის ორი განტოლება (0.551) და (0.552). გარდა ამისა, რვა განტოლებას გვაძლევენ გამოსახულებები (0.576) და (0.577).

(0.550) განტოლებას არ ვიღებთ მხედველობაში, რადგან იგი კმაყოფილდება (0.577) განტოლებებით. ამრიგად, თხუთმეტი ფაქტორის განსასაზღვრავად გვაქვს თხუთმეტი განტოლება. მაშასადამე, გარსის გაანგარიშების ამოცანის გადაწყვეტა პრინციპულად შესაძლებელია.

$N_\tau$, $N_t$, $Q_\tau$, $Q_t$, $\bar{S}_\tau$, $\bar{S}_t$, $M_\tau$, $M_t$, $H_\tau$ და $H_t$ ძალვები ღერძსიმეტრიულ გარსში, აგრეთვე გარსის გადაადგილებები

$T_\tau, T_t, W, \Theta_\tau$ და $\Theta_t$ წარმოადგენენ $\varphi$ კუთხის პერიოდულ ფუნქციებს. ამიტომ გარსის განტოლებების ამოსახსნელად შეიძლება გამოყენებულ იქნეს ფურიეს ჩვეულებრივი მწკრივების მეთოდი.*) დატვირთვის დაშლა ხდება ფურიეს მწკრივებად $\varphi$-ის მიხედვით. ამოცანის დიფერენციალური განტოლებების სისტემა კერძო წარმოებულებით იშლება ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების დამოუკიდებელ ქვესისტემებად K კოეფიციენტების მიხედვით. ამასთან, K-ს ერთ მნიშვნელობას შეესაბამება ორი ქვესისტემა, რომელთაგან ერთი ეთანადება დატვირთვის სიმეტრიულ (საწყისი მერიდიანული სიბრტყის მიმართ, რომლისთვისაც $\varphi=0$), ხოლო მეორე - დატვირთვის ირიბსიმეტრიულ სახეს და გარსის მუშაობის ხასიათს.

ა) გარსის მუშაობის სიმეტრიული ხასიათის შემთხვევაში სიმეტრიული ფაქტორები $\Phi_c$ ($N_\tau, N_t, Q_\tau, M_\tau, M_t, T_\tau, W$ და $\Theta_\tau$) პარალელის გასწვრივ იცვლება კანონით

$$\Phi_{c\varphi}=\bar{\Phi}_c\cos K\varphi=\bar{\Phi}_c\cos\frac{Kt}{\tau}, \qquad /0.581/$$

ხოლო ირიბსიმეტრიული ფაქტორები $\Phi_K$ ($Q_t, \bar{S}_\tau, \bar{S}_t, H_\tau, H_t, T_t$ და $\Theta_t$) - კანონით

$$\Phi_{K\varphi}=\bar{\Phi}_K\sin K\varphi=\bar{\Phi}_K\sin\frac{Kt}{\tau}. \qquad /0.582/$$

ამ შემთხვევაში

$$\frac{\partial\Phi_{c\varphi}}{\partial t}=-\frac{K}{\tau}\bar{\Phi}_c\sin\frac{Kt}{\tau}; \qquad /0.583/$$

$$\frac{\partial\Phi_{K\varphi}}{\partial t}=\frac{K}{\tau}\bar{\Phi}_K\cos\frac{Kt}{\tau}. \qquad /0.584/$$

ბ) გარსის მუშაობის ირიბსიმეტრიული ხასიათის დროს სიმეტრიული ფაქტორები $\Phi_c$ იცვლება პარალელის გასწვრივ კანონით

*) Григоренко Я.М. Изотропные и анизотропные слоистые оболочки вращения переменной жесткости.—Киев: Наукова думка, 1973.—228с. Филин А.П. Элементы теории оболочек. 2-е изд.—Л.: Стройиздат, 1975.—256с.

$$\Phi_{c\varphi}=\bar{\Phi}_c \sin K\varphi=\bar{\Phi}_c \sin\frac{Kt}{\tau}, \qquad /0.585/$$

ხოლო ირიბსიმეტრიული ფაქტორები $\Phi_K$ – კანონით

$$\Phi_{K\varphi}=\bar{\Phi}_K \cos K\varphi=\bar{\Phi}_K \cos\frac{Kt}{\tau}. \qquad /0.586/$$

ამ შემთხვევაში –

$$\frac{\partial \Phi_{c\varphi}}{\partial t}=\frac{K}{\tau}\bar{\Phi}_c \cos\frac{Kt}{\tau}; \qquad /0.587/$$

$$\frac{\partial \Phi_{K\varphi}}{\partial t}=-\frac{K}{\tau}\bar{\Phi}_K \sin\frac{Kt}{\tau}. \qquad /0.588/$$

(0.581)÷(0.588) ფორმულებში $\bar{\Phi}_c$ – ითა და $\bar{\Phi}_K$ –ით აღნიშნულია შესაბამისი ფაქტორების ამპლიტუდური მნიშვნელობები.

(0.583),(0.584),(0.587) და (0.588) გამოსახულებების საშუალებით გამოვრიცხოთ წარმოებულები $\partial t$-ის მიხედვით (0.545)÷(0.549), (0.551),(0.552), (0.576) და (0.577) განტოლებებიდან მივიღებთ:

ა). გარსის მუშაობის სიმეტრიული ხასიათის დროს:

$$\frac{dN_\tau}{ds}=\frac{K}{\tau}\bar{S}_t+\frac{\cos\alpha}{\tau}(N_t-N_\tau)-\frac{Q_\tau}{R}; \qquad /0.589/$$

$$\frac{d\bar{S}_\tau}{ds}=-\frac{K}{\tau}N_t-\frac{\cos\alpha}{\tau}(\bar{S}_\tau+\bar{S}_t)+\frac{\sin\alpha}{\tau}Q_t; \qquad /0.590/$$

$$\frac{dQ_\tau}{ds}=\frac{N_\tau}{R}+\frac{\sin\alpha}{\tau}N_t-\frac{K}{\tau}Q_t-\frac{\cos\alpha}{\tau}Q_\tau-K_{WW}W; \qquad /0.591/$$

$$\frac{dH_\tau}{ds}=-\frac{K}{\tau}M_t-\frac{\cos\alpha}{\tau}(H_\tau+H_t)-Q_t; \qquad /0.592/$$

$$\frac{dM_\tau}{ds}=Q_\tau+\frac{\cos\alpha}{\tau}(M_t-M_\tau)+\frac{K}{\tau}H_t; \qquad /0.593/$$

$$\frac{dW}{ds}=\frac{T_\tau}{R}-\theta_\tau; \qquad /0.594/$$

$$\theta_t=\frac{\sin\alpha}{\tau}T_t+\frac{K}{\tau}W, \qquad /0.595/$$

$$\left\|\begin{matrix}N_\tau\\ M_\tau\\ N_t\end{matrix}\right\|=-\left\|\begin{matrix}F_\tau & S_\tau & F_{\tau t} & S_{\tau t}\\ S_\tau & D_\tau & S_{\tau t} & D_{\tau t}\\ F_{\tau t} & S_{\tau t} & F_t & S_t\end{matrix}\right\|\left\|\begin{matrix}\frac{dT_\tau}{ds}+\frac{W}{R}\\ \frac{d\theta_\tau}{ds}\\ \frac{T_\tau\cos\alpha+W\cdot\sin\alpha}{\tau}+\frac{K}{\tau}T_t\end{matrix}\right\| \qquad /0.596/$$

$$
\left\| M_t \right\| \quad \left\| S_{\tau t} \quad \mathfrak{Z}_{\tau t} \quad S_t \quad \mathfrak{Z}_t \right\| \left\| \frac{\cos\alpha}{\tau}\theta_\tau + \frac{K}{\tau}\theta_t \right\|;
$$

$$
\begin{Vmatrix} \bar{S}_\tau \\ H_\tau \\ \bar{S}_t \\ H_t \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} f_{\tau 11} & f_{\tau 12} & f_{\tau 13} \\ f_{\tau 21} & f_{\tau 22} & f_{\tau 23} \\ f_{t11} & f_{t12} & f_{t13} \\ f_{t21} & f_{t22} & f_{t23} \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} \frac{dT_t}{ds} \\ -\frac{K}{\tau}T_\tau - \frac{\cos\alpha}{\tau}T_t \\ -\frac{K}{\tau}\theta_\tau - \frac{\cos\alpha}{\tau}\theta_t \end{Vmatrix}. \qquad /0.597/
$$

ბ) გარსის მუშაობის ირიბსიმეტრიული ხასიათის შემთხვევაში განტოლებები განსხვავდება (0.589)÷(0.597) განტოლებებისგან მხოლოდ ნიშნით K-ს წინ.ეს ადვილად დგინდება (0.583), (0.584),(0.587) და (0.588) განტოლებების ერთმანეთთან შეპირისპირების გზით.

4. რთულ დრეკად ფუძეზე განლაგებული საშუალო სისქის მრავალ - შრიანი ორთოტროპული ღერძსიმეტრიული გარსების გაანგარიშება არაღერძსიმეტრიულ დატვირთვებზე.

ანგარიში წარმოებს საწყისი პარამეტრების მეთოდით. დატვირთვების **N** მატრიცაში შედის ძალები, რომლებიც მოქმედებენ გარსის კონუსურ კვეთებში, და ამ კვეთების გადაადგილებები, რადგან მათი საშუალებით დადგინდება სასაზღვრო პირობები გარსების გაანგარიშებისას. დანარჩენი ფაქტორები ჩაირთვება $\mathbf{N}_1$ მატრიცა- სვეტში. აღნიშნულის გათვალისწინებით **N** და $\mathbf{N}_1$ მატრიცებს ექნებათ სახე:

$$
\mathbf{N} = \begin{Vmatrix} N_\tau \\ \bar{S}_\tau \\ Q_\tau \\ M_\tau \\ H_\tau \\ T_\tau \\ T_t \\ W \\ \theta_\tau \\ \theta_t \end{Vmatrix}; \qquad \mathbf{N}_1 = \begin{Vmatrix} N_t \\ \bar{S}_t \\ Q_t \\ H_t \\ M_t \end{Vmatrix}. \qquad /0.598/
$$

შეყურსული დატვირთვები (ძალური, მომენტური, დეფორმაციული) განიხილება როგორც ნახტომები ფაქტორებში, რომლებიც შედის დატვირთვების $\mathbf{N}$ მატრიცაში.

ამოცანის დიფერენციალურ განტოლებას აქვს სახე [93]

$$\mathbf{N}' = \mathbf{P}\mathbf{N}. \qquad /0.599/$$

წარმოვადგინოთ (0.599) განტოლება შემდეგი სახით:

$$\mathbf{N}' = \mathbf{P}_1\mathbf{N} + \mathbf{P}_2\mathbf{N}_1. \qquad /0.600/$$

გამოვსახოთ ფაქტორების $\mathbf{N}_1$ მატრიცა $\mathbf{N}$ მატრიცით:

$$\mathbf{N}_1 = \mathbf{P}_3\mathbf{N}. \qquad /0.601/$$

ჩავსვათ ეს გამოსახულება (0.600) განტოლებაში; მივიღებთ

$$\mathbf{N}' = (\mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2\mathbf{P}_3)\mathbf{N}. \qquad /0.602/$$

(0.599) და (0.602) განტოლებების ურთიერთშედარებით დავადგენთ

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2\mathbf{P}_3. \qquad /0.603/$$

(0.589)÷(0.594) დიფერენციალური განტოლებები $\mathbf{P}_1$ და $\mathbf{P}_2$ მატრიცების [(0.604) და (0.605) გამოსახულებები] 1-ელ- მე-5 და მე-8 პწკარების ჩაწერის საშუალებას იძლევა.

(0.597) განტოლების პირველი პწკარის -

$$\bar{S}_\tau = f_{\tau 11}\frac{dT_t}{ds} - f_{\tau 12}\left(\frac{K}{\tau}T_\tau + \frac{\cos\alpha}{\tau}T_t\right) - f_{\tau 13}\left(\frac{K}{\tau}\theta_\tau + \frac{\cos\alpha}{\tau}\theta_t\right)$$

მიხედვით ვწერთ $\mathbf{P}_1$ და $\mathbf{P}_2$ მატრიცების მე-7 პწკარებს.

$$\mathbf{P}_1 = \left\| \begin{matrix}
-\frac{\cos\alpha}{\tau} & 0 & -\frac{1}{R} & 0 & 0 & 0 \\
0 & -\frac{\cos\alpha}{\tau} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{1}{R} & 0 & -\frac{\cos\alpha}{\tau} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & -\frac{\cos\alpha}{\tau} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\cos\alpha}{\tau} & 0 \\
-gJ_\tau & 0 & 0 & gS_\tau & 0 & \frac{\cos\alpha}{\tau}g_1 \\
0 & \frac{1}{f_{\tau 11}} & 0 & 0 & 0 & \frac{K}{\tau}\cdot\frac{f_{\tau 12}}{f_{\tau 11}} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R} \\
gS_\tau & 0 & 0 & -gF_\tau & 0 & \frac{\cos\alpha}{\tau}\cdot g_3 \\
0 & \frac{\sin\alpha}{\tau\cdot f_{\tau 11}} & 0 & 0 & 0 & -\frac{K}{\tau}\left(\frac{\sin\alpha}{\tau}\cdot\frac{f_{\tau 12}}{f_{\tau 11}} + \frac{1}{R}\right)
\end{matrix} \right.$$

$$
\begin{Vmatrix}
\cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\cdots & 0 & -K_{qW} & 0 & 0 \\
\cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\cdots & \frac{K}{\tau} g_1 & \frac{\sin\alpha}{\tau} g_1 - \frac{1}{R} & \frac{\cos\alpha}{\tau} g_2 & -\frac{K}{\tau} g_2 \\
\cdots & \frac{\cos\alpha}{\tau} \cdot \frac{f_{\tau 12}}{f_{\tau 11}} & 0 & \frac{K}{\tau} \cdot \frac{f_{\tau 13}}{f_{\tau 11}} & \frac{\cos\alpha}{\tau} \cdot \frac{f_{\tau 13}}{f_{\tau 11}} \\
\cdots & 0 & 0 & -1 & 0 \\
\cdots & \frac{K}{\tau} g_3 & \frac{\sin\alpha}{\tau} g_3 & \frac{\cos\alpha}{\tau} g_4 & -\frac{K}{\tau} g_4 \\
\cdots & \frac{\cos\alpha}{\tau}\left[\frac{\sin\alpha}{\tau}\left(\frac{f_{\tau 12}}{f_{\tau 11}} - 1\right) + \frac{1}{R}\right] & -\frac{K\cos\alpha}{\tau^2} & \frac{K}{\tau}\left(\frac{\sin\alpha}{\tau} \frac{f_{\tau 13}}{f_{\tau 11}} - 1\right) & \frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\tau^2} \cdot \frac{f_{\tau 13}}{f_{\tau 11}}
\end{Vmatrix}; \qquad /0.604/
$$

$$
P_2 = \begin{Vmatrix}
\frac{\cos\alpha}{\tau} & \frac{K}{\tau} & 0 & 0 & 0 \\
-\frac{K}{\tau} & -\frac{\cos\alpha}{\tau} & \frac{\sin\alpha}{\tau} & 0 & 0 \\
\frac{\sin\alpha}{\tau} & 0 & -\frac{K}{\tau} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{K}{\tau} & \frac{\cos\alpha}{\tau} \\
0 & 0 & -1 & -\frac{\cos\alpha}{\tau} & -\frac{K}{\tau} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{Vmatrix}. \qquad /0.605/
$$

(0.596) განტოლების პირველი ორი პწკარი ორი განტოლების მიღების შესაძლებლობას იძლევა

$$-N_r=F_r\left(\frac{dT_r}{ds}+\frac{W}{R}\right)+S_r\frac{d\theta_r}{ds}+F_{rt}\left(\frac{T_r\cos\alpha+W\sin\alpha}{r}+\frac{K}{r}T_t\right)+S_{rt}\left(\frac{\cos\alpha}{r}\theta_r+\frac{K}{r}\theta_t\right),$$

$$-M_r=S_r\left(\frac{dT_r}{ds}+\frac{W}{R}\right)+J_r\frac{d\theta_r}{ds}+S_{rt}\left(\frac{T_r\cos\alpha+W\sin\alpha}{r}+\frac{K}{r}T_t\right)+J_{rt}\left(\frac{\cos\alpha}{r}\theta_r+\frac{K}{r}\theta_t\right),$$

საიდანაც

$$\frac{dT_r}{ds}=\frac{1}{F_rJ_r-S_r^2}\left[S_rM_r-J_rN_r-\left(\frac{T_r\cos\alpha+W\sin\alpha}{r}+\frac{K}{r}T_t\right)\cdot(J_rF_{rt}-S_rS_{rt})-\left(\frac{\cos\alpha}{r}\theta_r+\frac{K}{r}\theta_t\right)(J_rS_{rt}-S_rJ_{rt})\right]-\frac{W}{R};$$

$$\frac{d\theta_r}{ds}=\frac{1}{F_rJ_r-S_r^2}\left[S_rN_r-F_rM_r+\left(\frac{T_r\cos\alpha+W\sin\alpha}{r}+\frac{K}{r}T_t\right)\cdot(S_rF_{rt}-F_rS_{rt})+\left(\frac{\cos\alpha}{r}\theta_r+\frac{K}{r}\theta_t\right)(S_rS_{rt}-F_rJ_{rt})\right],$$

ამ განტოლებათა საშუალებით შეივსება $P_1$ და $P_2$ მატრიცების მე-6 და მე-9 პწკარები.

გავადიფერენციალოთ (0.595) გამოსახულება $ds$-ით და გავითვალისწინოთ, რომ $(\sin\alpha)'=\cos\alpha\cdot\alpha'=\frac{\cos\alpha}{R}$ და $\left(\frac{1}{r}\right)'=-\frac{1}{r^2}\cdot r'=-\frac{\cos\alpha}{r^2}$:

$$\theta_t'=\frac{\sin\alpha}{r}T_t'+\frac{\cos\alpha}{r}\left(\frac{1}{R}-\frac{\sin\alpha}{r}\right)T_t+\frac{K}{r}W'-\frac{K\cdot\cos\alpha}{r^2}W.$$

ჩავსვათ ამ განტოლებაში $T_t'$ და $W'$ გამოსახულებები $P_1$ და $P_2$ მატრიცებიდან:

$$\theta_t'=\frac{\sin\alpha}{r\cdot f_{r11}}\left(\bar{S}_r+\frac{K}{r}f_{r12}T_r+\frac{\cos\alpha}{r}f_{r12}T_t+\frac{K}{r}f_{r13}\theta_r+\frac{\cos\alpha}{r}f_{r13}\theta_t\right)+\frac{\cos\alpha}{r}\left(\frac{1}{R}-\frac{\sin\alpha}{r}\right)T_t+\frac{K}{r}\left(\frac{1}{R}T_r-\theta_r\right)-\frac{K\cdot\cos\alpha}{r^2}W.$$

მიღებული გამოსახულება $P_1$ და $P_2$ მატრიცების უკანასკნელი მე-10 პწკარების შევსების საშუალებას იძლევა.

(0.604) და (0.605) გამოსახულებებში აღნიშნულია:

$$\left.\begin{aligned}
&g=\frac{1}{F_\tau \mathcal{J}_\tau - S_\tau^2}; \quad g_1=(S_\tau S_{\tau t}-\mathcal{J}_\tau F_{\tau t})g;\\
&g_2=(S_\tau \mathcal{J}_{\tau t}-\mathcal{J}_\tau S_{\tau t})\cdot g; \quad g_3=(S_\tau F_{\tau t}-F_\tau S_{\tau t})g;\\
&g_4=(S_\tau S_{\tau t}-F_\tau \mathcal{J}_{\tau t})\cdot g.
\end{aligned}\right\} \qquad /0.606/$$

$P_1$ და $P_2$ მატრიცების მე–6 და მე–9 სტრიქონიდან შეიძლება განისაზღვროს $\frac{dT_\tau}{ds}$ და $\frac{d\theta_\tau}{ds}$. მაშინ (0.596) ფორმულიდან მივიღებთ:

$$\left\|\begin{matrix} N_t \\ M_t \end{matrix}\right\| = A_1 A_2 N,$$

სადაც

$$A_1=\left\|\begin{matrix} F_{\tau t} & S_{\tau t} & F_t & S_t \\ S_{\tau t} & \mathcal{J}_{\tau t} & S_t & \mathcal{J}_t \end{matrix}\right\|; \qquad /0.607/$$

$$A_2=\left\|\begin{matrix}
g\mathcal{J}_\tau & 0 & 0 & -gS_\tau & 0 & -\frac{\cos\alpha}{\tau}g_1 & -\frac{K}{\tau}g_1 & -\frac{\sin\alpha}{\tau}g_1 & -\frac{\cos\alpha}{\tau}g_2 & -\frac{K}{\tau}g_2 \\
-gS_\tau & 0 & 0 & gF_\tau & 0 & -\frac{\cos\alpha}{\tau}g_3 & -\frac{K}{\tau}g_3 & -\frac{\sin\alpha}{\tau}g_3 & -\frac{\cos\alpha}{\tau}g_4 & -\frac{K}{\tau}g_4 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\cos\alpha}{\tau} & -\frac{K}{\tau} & -\frac{\sin\alpha}{\tau} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\cos\alpha}{\tau} & -\frac{K}{\tau}
\end{matrix}\right\|. \qquad /0.608/$$

$A_{12}=A_1A_2$ მატრიცის ორი სტრიქონი გვაძლევს $P_3$ მატრიცის პირველ და ბოლო (მე–5) სტრიქონებს.

თუ გამოვიყენებთ $P_1$ და $P_2$ მატრიცების მე–7 სტრიქონით განსაზღვრულ $\frac{dT_t}{ds}$ გამოსახულებას, (0.597) ფორმულიდან შეიძლება მივიღოთ:

$$\left\|\begin{matrix} S_t \\ H_t \end{matrix}\right\| = A_3 A_4 N,$$

სადაც

$$A_3=\begin{Vmatrix} f_{t11} & f_{t12} & f_{t13} \\ f_{t21} & f_{t22} & f_{t23} \end{Vmatrix}; \qquad /0.609/$$

$$A_4=\begin{Vmatrix} 0 & \frac{1}{f_{\tau11}} & 0 & 0 & 0 & \frac{K}{\tau}\cdot\frac{f_{\tau12}}{f_{\tau11}} & \frac{\cos\alpha}{\tau}\cdot\frac{f_{\tau12}}{f_{\tau11}} & 0 & \frac{K}{\tau}\cdot\frac{f_{\tau13}}{f_{\tau11}} & \frac{\cos\alpha}{\tau}\cdot\frac{f_{\tau13}}{f_{\tau11}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{K}{\tau} & -\frac{\cos\alpha}{\tau} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{K}{\tau} & -\frac{\cos\alpha}{\tau} \end{Vmatrix}. \qquad /0.610/$$

$A_{34}=A_3A_4$ მატრიცის ორი პწკარი გვაძლევს $P_3$ მატრიცის მე-2 და მე-4 პწკარებს.

აღვნიშნოთ მეოთხე რიგის მატრიცის პწკარები (0.596) ფორმულაში $F_1$, $F_2$, $F_3$ და $F_4$-ით, ხოლო მატრიცის პწკარები (0.597) ფორმულაში – $f_1$, $f_2$, $f_3$ და $f_4$ -ით. $G_1 \cdots G_5$-ით გამოვსახოთ მატრიცა-პწკარები, რომლებიც წარმოადგენს $P_3$ მატრიცის 1-ელ, მე-2 მე-5 პწკარებს. მატრიცა $P_3$, მხოლოდ ყველა ნულოვანი ელემენტით მესამე პწკარში, აღვნიშნოთ $\bar{P}_3$-ით. მაშასადამე,

$$P_3=\bar{P}_3+BG_3, \qquad /0.611/$$

სადაც

$$B=\begin{Vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{Vmatrix}; \qquad /0.612/$$

(0.592) განტოლებიდან

$$Q_t=-\left[\frac{dH_\tau}{ds}+\frac{K}{\tau}M_t+\frac{\cos\alpha}{\tau}(H_\tau+H_t)\right].$$

ამასთანავე, (0.601) ფორმულიდან $Q_t=G_3N$. მაშასადამე,

$$G_3N=-\left[H'_\tau+\frac{K}{\tau}M_t+\frac{\cos\alpha}{\tau}(H_\tau+H_t)\right]. \qquad /0.613/$$

მაგრამ (0.597) და (0.610) გამოსახულებებიდან გამომდინარეობს:

$$H_\tau = f_2 A_4 N\,, \qquad /0.614/$$

$$H_t = f_4 A_4 N. \qquad /0.615/$$

(0.596) და (0.608) გამოსახულებებიდან ვპოულობთ

$$M_t = F_4 A_2 N. \qquad /0.616/$$

(0.614), (0.602) და (0.611) - დან ვღებულობთ:

$$H'_\tau = f_2 A_4 N' + (f_2 A_4)' N = \left[ f_2 A_4 (P_1 + P_2 \bar{P}_3 + P_2 B G_3) + (f_2 A_4)' \right] N\,. \qquad /0.617/$$

ჩავსვათ (0.614) ÷ (0.617) გამოსახულებები (0.613) განტოლებაში. მივიღებთ:

$$G_3 = -\left[ f_2 A_4 (P_1 + P_2 \bar{P}_3 + P_2 B G_3) + (f_2 A_4)' + \frac{K}{\tau} F_4 A_2 + \frac{\cos\alpha}{\tau}(f_2 + f_4) A_4 \right],$$

საიდანაც

$$-(E + f_2 A_4 P_2 B) G_3 = f_2 A_4 (P_1 + P_2 \bar{P}_3) + (f_2 A_4)' + \frac{K}{\tau} F_4 A_2 + \frac{\cos\alpha}{\tau}(f_2 + f_4) A_4\,. \qquad /0.618/$$

მარცხენა ნაწილში ფრჩხილებში დაჯამებულია პირველი რიგის მატრიცები. (0.612), (0.605), (0.597), (0.610) გამოსახულებიდან გამომდინარეობს:

$$E + f_2 A_4 P_2 B = E + f_2 A_4 \begin{Vmatrix} 0 \\ \frac{\sin\alpha}{\tau} \\ -\frac{K}{\tau} \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Vmatrix} = E + \begin{Vmatrix} f_{\tau 21} & f_{\tau 22} & f_{\tau 23} \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} \frac{\sin\alpha}{\tau f_{\tau 11}} \\ 0 \\ 0 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 + \frac{\sin\alpha}{\tau} \cdot \frac{f_{\tau 21}}{f_{\tau 11}} \end{Vmatrix}. \qquad /0.619/$$

(0.618 ) და (0.619) განტოლებებიდან ვღებულობთ:

$$G_3 = \frac{-1}{1 + \frac{\sin\alpha}{\tau} \cdot \frac{f_{\tau 21}}{f_{\tau 11}}} \left[ f_2 A_4 (P_1 + P_2 \bar{P}_3) + (f_2 A_4)' + \frac{K}{\tau} F_4 A_2 + \frac{\cos\alpha}{\tau}(f_2 + f_4) A_4 \right]. \qquad /0.620/$$

$G_3$ მატრიცა- პნაკრის მიღების შემდეგ [(0.620) ფორმულის მიხედვით] შეიძლება მთლიანად შეივსოს მატრიცა $P_3$, რომლის 1-ლი.. მე-5 პნკარები ზემოაღნიშნულის შესაბამისად გამოისახება:

$$
\left.\begin{aligned}
&G_1=F_3A_2;\quad G_2=f_3A_4;\quad G_3=\frac{-1}{1+\frac{\sin\alpha}{\tau}\cdot\frac{f_{\tau\pm1}}{f_{\tau+1}}}\Big[f_2'\cdot\\
&\cdot A_4(P_1+P_2\bar{P}_3)+(f_2A_4)'+\frac{K}{\tau}F_4A_2+\frac{\cos\alpha}{\tau}(f_2+\\
&+f_4)A_4\Big];\quad G_4=f_4A_4;\quad G_5=F_4A_2.
\end{aligned}\right\}\qquad /0.621/
$$

$P_1$, $P_2$ და $P_3$ მატრიცების მიღების შემდეგ (0.603) ფორმულით განისაზღვრება $P$ მატრიცა. $P$ მატრიცის არსებობის შემთხვევაში გარსის გაანგარიშება საწყისი პარამეტრების მეთოდით პრინციპულ სიძნელეს არ შეადგენს. განისაზღვრება: საწყისი პარამეტრების მეთოდის გავლენის მატრიცა $F_{0\ell}$, გარსის ბოლო კონტური კვეთისათვის სასაზღვრო პირობებიდან უცნობი საწყისი ფაქტორები, დგება საწყისი ფაქტორების მატრიცა და ირკვევა გარსის მახასიათებელ კვეთებში $N$ მატრიცა - სვეტში შემავალი ფაქტორები იხ. [(0.598) ფორმულა]. შემდეგ (0.601) ფორმულით განისაზღვრება $N_1$ მატრიცა-სვეტში შემავალი ფაქტორების მნიშვნელობები. ფაქტორების ნამდვილი მნიშვნელობები ამპლიტუდურია და მიეკუთვნება სხვადასხვა მერიდიანული კვეთების წერტილებს. მერიდიანული კვეთები ურთიერთს შორის ადგენენ $\varphi_0=\frac{\pi}{2K}$ კუთხეებს.

დატვირთვის ფურიეს მწკრივებად დაშლის ჰარმონიკის ნომერს თუ მივიღებთ ნულის ტოლად — $K=0$ და გამოვრიცხავთ ფაქტორებს, რომლებიც ნულის ტოლია ღერძსიმეტრიული ამოცანის შემთხვევაში, მაშინ გარსების გაანგარიშების ზემოთმოყვანილი ზოგადი თეორიიდან, როგორც კერძო შემთხვევა, მიიღება თავისუფალი, ერთშრიანი, იზოტროპული, თხელი გარსების ღერძსიმეტრიულ დატვირთვებზე გაანგარიშების შედეგები არსებული თეორიების მიხედვით [96]

## 5. მუდმივი სისქის ერთშრიანი ორთოტროპული დისკოს გაანგარიშება

გავიანგარიშოთ $a$ რადიუსის ორთოტროპული ერთშრიანი მუდმივი სისქის $\omega$ კუთხური სიჩქარით მბრუნავი მთლიანი მრგვალი დისკო, რომელიც განიცდის დისკოს ბრუნვის ღერძის /სიმეტრიის ღერძი/ პერპენდიკულარულად. მიმართული ინერციის ცენტრიდანული ძალების ზემოქმედებას. საწყისი კვეთი დავნიშნოთ სიმეტრიის ღერძიდან $r_0$ მანძილზე, ხოლო დისკოს $r_0$ რადიუსის ცენტრალური უბანი განვიხილოთ როგორც უსასრულოდ ხისტი. საწყისი კვეთის $T_0, W_0$ გადაადგილებები და $\theta_0$ მობრუნების კუთხე იქნება ნულის ტოლი. დისკოს გარე კონტური თავისუფალია. დისკოს საანგარიშო ზედაპირად მივიღოთ მისი საშუალო ზედაპირი.

[94] შრომის საფუძველზე

$$\mathbf{H}_l = \mathbf{F}_{0l}\mathbf{N}_0 + \mathbf{H}_{0l}, \qquad /0.622/$$

სადაც საწყისი და საბოლოო ფაქტორების მატრიცებისათვის გვექნება

$$\left.\mathbf{H}_0 = \begin{Vmatrix} N_{r_0} \\ Q_0 \\ M_{r_0} \\ T_0=0 \\ W_0=0 \\ \theta_0=0 \end{Vmatrix}; \quad \mathbf{N}_l = \begin{Vmatrix} N_{rl}=0 \\ Q_l=0 \\ M_{rl}=0 \\ T_l \\ W_l \\ \theta_l \end{Vmatrix}. \right\} \qquad /0.623/$$

უცნობ საწყის ფაქტორებს $N_{r_0}, Q_0$ და $M_{r_0}$ ვსაზღვრავთ განტოლებებიდან

$$\left.\begin{aligned}
N_{\tau l} &= f_{11}N_{\tau 0}+f_{12}Q_0+f_{13}M_{\tau 0}+h_1=0;\\
Q_l &= f_{21}N_{\tau 0}+f_{22}Q_0+f_{23}M_{\tau 0}+h_2=0;\\
M_{\tau l} &= f_{31}N_{\tau 0}+f_{32}Q_0+f_{33}M_{\tau 0}+h_3=0,
\end{aligned}\right\} \qquad /0.624/$$

სადაც $f_{ij}$ არის $F_{0l}$ მატრიცის, ხოლო $h_i$ — $H_{0l}$ მატრიცის ელემენტები

$$F_1\cdot\begin{Vmatrix} N_{\tau 0}\\ Q_0\\ M_{\tau 0}\end{Vmatrix}+\begin{Vmatrix} h_1\\ h_2\\ h_3\end{Vmatrix}=0,$$

სადაც

$$F_1=\begin{Vmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13}\\ f_{21} & f_{22} & f_{23}\\ f_{31} & f_{32} & f_{33}\end{Vmatrix};$$

აქედან

$$\begin{Vmatrix} N_{\tau 0}\\ Q_0\\ M_{\tau 0}\end{Vmatrix}=F_1^{-1}\cdot\begin{Vmatrix} h_1\\ h_2\\ h_3\end{Vmatrix}. \qquad /0.625/$$

$F_{0l}$ და $H_{0l}$ მატრიცები გამოითვლება ფორმულებით

$$\left.\begin{aligned}
F_{as_i} &= (E+P_{\tilde{s}_i}\Delta s_i)F_{as_{i-1}};\\
H_{as_i} &= \left(E+P_{s_i}\frac{\Delta s_i}{2}\right)\left[n_{\tilde{s}_i}\Delta s_i+\left(E+P_{\tilde{s}_i}\frac{\Delta s_i}{2}\right)H_{as_{i-1}}\right],
\end{aligned}\right\} \qquad /0.626/$$

სადაც $E$ არის ერთეული მატრიცა;

$P_{\tilde{s}_i}$ – დიფერენციული განტოლების მატრიცა $s_i$ კოორდინატისათვის / $i$ -ური უბნის შუა ნაწილისათვის/;

$\Delta s_i = s_i - s_{i-1}$ — $i$-ური უბნის სიგრძე;

$n_{\tilde{s}_i}$ – განაწილებული დატვირთვის $n$ მატრიცა $i$ -ური უბნის შუა ნაწილისათვის.

განაწილებული დატვირთვების $n$ მატრიცა მიიღება

$$n = \begin{Vmatrix} \frac{\gamma\omega^2}{g}\cdot\delta_r \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Vmatrix}, \qquad /0.627/'$$

სადაც $\delta$ არის დისკოს სისქე,

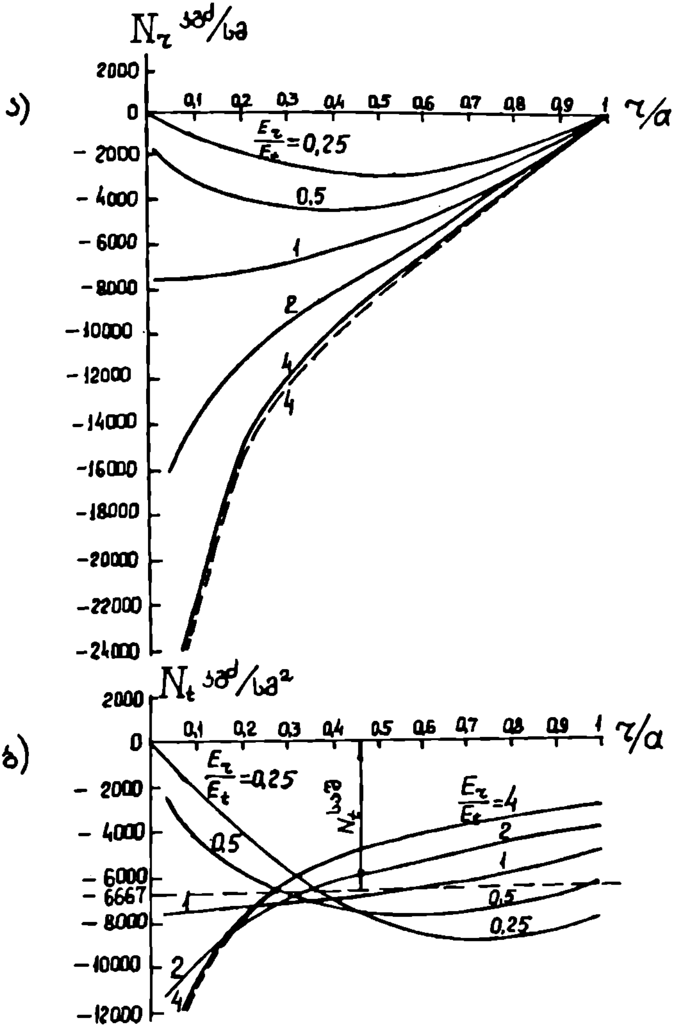
$\gamma$ - დისკოს მასალის ხვედრითი წონა;

$g$ - სიმძიმის ძალის აჩქარება.

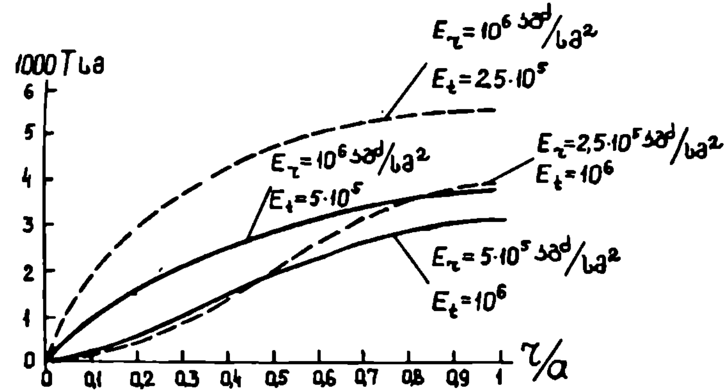
0.137 ნახაზზე გამოსახულია რადიალური $N_r$ და ტანგენციალური გრძივი ძალების $N_t$ ეპიურები, როდესაც დისკოს რადიუსი $a$ = 100 სმ; დისკოს სისქე $\delta$ =2 სმ; დისკოს რადიუსის უბნებად დაყოფის რიცხვი K = 400; დრეკადობის მოდულების შეფარდება $\frac{E_r}{E_t}$ =1/4, 1/2, 1,2,4; პუასონის კოეფიციენტები $\mu_{rt}=\mu_{tr}=0$ ეპიურებიდან ჩანს, რომ $\frac{E_r}{E_t}$ შეფარდების ზრდასთან ერთად რადიალური გრძივი ძალები $N_r$ იზრდება აბსოლუტური მნიშვნელობით. რაც შეეხება ტანგენციალურ გრძივ ძალებს $N_t$, მათი საშუალო მნიშვნელობა $N_t^{საშ}$ არ არის დამოკიდებული $\frac{E_r}{E_t}$ შეფარდებაზე.

0.138 ნახაზზე აგებულია მხები გადაადგილებების $T$ ეპიურები დისკოს იმავე გეომეტრიული და მექანიკური პარამეტრების შემთხვევაში. ნახაზიდან ჩანს, რომ თუ ორთოტროპიული მასალა განლაგებულია ისე, რომ დიდი დრეკადობის მოდული შეესაბამება რადიალურ მიმართულებას, დისკოს $T$ გადაადგილება მეტია, ვიდრე იმ შემთხვევაში, როდესაც დიდი დრეკადობის მოდული შეესაბამება ტანგენციალურ მიმართულებას.

აღნიშნული ამოცანის გადაწყვეტისათვის შედგენილია


ა)
$N_r$
2000
0
- 2000
- 4000
- 6000
- 8000
-10000
- 12000
-14000
-16000
-18000
-20000
-22000
-24000
0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,7 0,8 0,9 1
$r/a$
$\frac{E_r}{E_t}=0,25$
0,5
1
2
4
4
ბ)
$N_t$
2000
0
- 2000
- 4000
- 6000
- 6667
- 8000
-10000
-12000
0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,7 0,8 0,9 1
$r/a$
$\frac{E_r}{E_t}=0,25$
0,5
$\frac{E_r}{E_t}=4$
2
1
0,5
0,25
1
2
4

ნახ.0.137




ნახ.0.138

პროგრამა, რომელიც შეიცავს სტანდარტულ G, G1, G2 პროცედურებს [96] შესრულებული გაანგარიშებების ცდომილება არ აღემატება 0,5%-ს. K-ს მნიშვნელობის გაზრდა გაანგარიშების სიზუსტეს ამაღლებს.

მოყვანილი მეთოდიკა საშუალებას იძლევა დიდი სიზუსტით და ეფექტურად იქნეს გაანგარიშებული აგრეთვე ორთოტროპული ორშრიანი ცვლადი სისქის დისკოები, ღერძსიმეტრიულ დატვირთვაზე მომუშავე წრიული მოხაზულობის ფილები და ნებისმიერი მოხაზულობის, მრავალშრიანი, ორთოტროპიული ღერძსიმეტრიული გარსის ფორმის მქონე დეტალი საანგარიშო ზედაპირის მერიდიანის გასწვრივ დატვირთვის ცვლილებისას ნებისმიერი ღერძსიმეტრიული ტემპერატურული ველის ჩათვლით $\alpha_\tau$ და $\alpha_t$ ნებისმიერი მნიშვნელობისას, როგორც თითოეული შრის სისქის, ასევე გარსის საანგარიშო ზედაპირის მერედიანის მიმართულებით.

## კითხვები თვითშემოწმებისათვის:

1. რას იხილავს მასალათა გამძლეობა?
2. რას ეწოდება კონსტრუქციის საანგარიშო სქემა?
3. როგორ დატვირთვას ეწოდება სტატიკური? დინამიკური?
4. რა თვისებების მიხედვით სრულდება მანქანებში, მექანიზმებსა და მის რგოლებში მოქმედი ძალების კლასიფიკაცია?
5. რამდენი ძირითადი პერიოდი ახასიათებს მანქანის ან მექანიზმის მუშაობას?
6. ჩამოაყალიბეთ სტატიკური წონასწორობის პირობები.
7. განმარტეთ კონსტრუქციის სიმტკიცის, სიხისტისა და მდგრადობის ცნებები.
8. რას ეწოდება ძალა, ძალვა, ძაბვა?
9. რა არის აბსოლუტური დეფორმაცია? ფარდობითი დეფორმაცია?
10. განმარტეთ კუთხური დეფორმაცია.
11. რაში მდგომარეობს გაკვეთის მეთოდის არსი?
12. რაში მდგომარეობს ბრტყელი კვეთის ჰიპოთეზა?
13. რას ეწოდება მხები და ნორმალური ძაბვა? როგორია მათი განზომილება?
14. როგორი დამოკიდებულებაა სრულ, ნორმალურ და მხებ ძაბვებს შორის მოცემული კვეთის წერტილში?
15. რა არის მარტივი და რთული დეფორმაცია?
16. რაში მდგომარეობს ძალთა მოქმედების დამოუკიდებლობის პრინციპი?
17. ჩამოაყალიბეთ ჰუკის კანონი.
18. რას ეწოდება გრძივი დრეკადობის მოდული $E$ ? როგორ მოქმედებს $E$ სიდიდე ძელის დეფორმაციაზე?
19. რაში მდგომარეობს ძაბვების მეთოდის არსი?
20. რას ეწოდება პუასონის კოეფიციენტი?

21. როგორ დეფორმაციებს ეწოდება დრეკადი და პლასტიკური?

22. როგორ გამოითვლება დასაშვები ძაბვის სიდიდე?

23. როგორ მასალებს ეწოდებათ ანიზოტროპული?

24. რას ითვალისწინებს ღეროს /ძელის/ გაანგარიშება სიმტკიცეზე?

25. დაწერეთ სიმტკიცის პირობა ძვრის დროს.

26. დაწერეთ სიმტკიცის პირობა განივი ღუნვის დროს.

27. რა არის ძელის განივი კვეთის წინაღობის მომენტი?

28. როგორ დეფორმაციას აქვს ადგილი ძელის ირიბი ღუნვის დროს? დაწერეთ ძელის სიმტკიცის პირობა ირიბი ღუნვის დროს.

29. რა შემთხვევაში წარმოიქმნება ექსცენტრული კუმშვითი დატვირთვა?

30. დაწერეთ სიმტკიცის ფორმულები გაჭიმული და შეკუმშული ზონებისათვის ექსცენტრული კუმშვის შემთხვევაში.

31. რას ეწოდება კვეთის სიხისტე გრეხვის დროს?

32. დაწერეთ ეილერის ფორმულა კრიტიკული ძალის სიდიდის გამოსათვლელად.

33. რას ეწოდება ძელის მოქნილობა?

34. განმარტეთ ძელის განივი კვეთის ინერციის რადიუსი.

35. ჩამოაყალიბეთ სიმტკიცის თეორიები.

36. დაწერეთ სიმტკიცის პირობა უდიდესი ნორმალური ძაბვების თეორიის მიხედვით.

37. განმარტეთ უდიდესი ხაზოვანი დეფორმაციების თეორიის არსი.

38. დაწერეთ სიმტკიცის პირობა მაქსიმალური მხები ძაბვების თეორიის მიხედვით.

39. დაწერეთ სიმტკიცის პირობები ბრტყლად დაძაბული და სივრცითი დაძაბული მდგომარეობებისათვის სიმტკიცის მეოთხე თეორიის მიხედვით.

40. განმარტეთ კონსტრუქციის ელემენტების გაანგარიშების საფუძვლები დრეკადობის ფარგლებს გარე დაძაბულობის შემთხვევებში.

41. რას ეწოდება ძაბვის ციკლის ინტერვალი? ციკლის ამპლიტუდა?

42. როგორ განისაზღვრება ციკლის ამპლიტუდის კოეფიციენტი?

43. როგორ ხდება მასალის დაღლილობის ზღვრის განსაზღვრა სიმეტრიული ციკლის დროს?

44. როგორ განისაზღვრება დასაშვები ძაბვის სიდიდე ცვლადი სიმეტრიული ციკლის მქონე ძაბვების მოქმედების შემთხვევაში?

45. რაში მდგომარეობს დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის არსი?

46. განმარტეთ დარტყმის რხევების ანუ ვიბრაციული თეორიის არსი. დარტყმის ტალღური თეორიის არსი.

47. რაში მდგომარეობს ფხვიერი ტანის დარტყმის თეორიის არსი?

48. როგორ განისაზღვრება თვითმფრინავის დაჯდომის დროს პნევმატიკურ ამორტიზატორებში განვითარებული ნორმალური გამჭიმავი ძაბვის სიდიდე?

49. დაწერეთ დარტყმის შედეგად განვითარებული მგრეხი მომენტის განტოლება დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის საფუძველზე და განმარტეთ იგი.

50. განმარტეთ დარტყმითი გრეხის არსი ტალღური თეორიის საფუძველზე.

51. როგორ განისაზღვრება ძვრის ტალღის გავრცელების სიჩქარე?

52. რაში მდგომარეობს დარტყმითი ღუნვის არსი?

53. რას გულისხმობს კონსტრუქციის ელემენტთა დარტყმაგამძლეობა?

54. როგორ განისაზღვრება კინეტიკური ენერგიის სიმკვრივე?

55. ჩამოაყალიბეთ დარტყმითი მდგრადობის პრობლემები.

56. რას ეწოდება ძელი, გარსი, ფილა, მასიური ტანი?

57. რას ეწოდება გარსის საანგარიშო ზედაპირი?

58. განმარტეთ ღერძსიმეტრიული ამოცანის არსი.

59. როგორ გარსს ეწოდება თხელი? საშუალო სისქის? სქელი?

60. რას წარმოადგენენ საწყისი პარამეტრების მეთოდის განტოლებები და რატომ იწოდებიან ისინი ასე?

61. რაში მდგომარეობს ლავ-კირხჰოფის ჰიპოთეზის არსი?

62. დაწერეთ **N** და **n** მატრიცების გამოსახულებები.

63. რომელი რიგისაა ღერძსიმეტრიული ამოცანის დიფერენციული განტოლების **P** მატრიცა?

64. რა არის სიხისტის მახასიათებელი?

65. რას წარმოადგენს დრეკადი ფუძის საგების კოეფიციენტი?

66. რა არის დამოკიდებული საანგარიშო ზედაპირის შერჩევაზე?

67. დაწერეთ დამყოლობის მატრიცა და განმარტეთ, რა არის დამყოლობა.

68. განმარტეთ ღერძსიმეტრიული ტემპერატურული ველი.

69. დაწერეთ საწყისი და საბოლოო ფაქტორების მატრიცების გამოსახულებები მუდმივი სისქის ერთშრიანი ორთოტროპული დისკოს გაანგარიშების შემთხვევაში საწყისი პარამეტრების მეთოდით.

70. განმარტეთ 0.137 და 0.138 ნახაზებზე წარმოდგენილი ეპიურები.

## გამოყენებული ლიტერატურა[x]


1. М.А.Гуковский. Механика Леонардо да Винчи. АН СССР,1947.
2. И.Ньютон. Математические начала натуральной философии. Собрание трудов академика А.Н.Крылова, т.УП,М.-Л.,1936.
3. Г.Н.Размадзе. Вопросы инженерной теории удара. Изд. "Цодна", Тбилиси,1959.
4. Е.В.Александров. Определение импульсов напряжения при продольном соударении упругих стержней произвольной геометрической формы. Институт горного дела им.А.А. Скочинского, М., 1965.
5. Jung. Course of Zechures on Natural Philosophy. 1807.
6. Teorie de l'elasticité des corps solides de Clebsch Tiadnite par M.M. de Saint-Venant et Flamant. 1883.
7. J. Boussinesq. Applications des potentiels à l'etunde l'equiliber et du mouvement des solides élastiques. Paris, 1885.
8. Clebsch. Theorie der Elastizitët fester Körper, 1863.
9. Е.Л.Николай. К истории продольного удара упругих стержней. Тр.Ленинградского индустриального ин-та, № 3,1939.
10. Hertz. Über Berühzung bester Élasticher Körper. yurnal Math. (crelle) 92. 1882.
11. Н.А.Кильчевский. Теория соударений твердых тел. ОГИЗ, М.-Л., 1949.
12. Л.И.Маламент. Исследование поперечного удара с учетом упруго-пластического характера местной деформации


---

x ლიტერატურის ჩამოთვლა შეესაბამება ტექსტში მისი გამოყენების თანმიმდევრობას.

металла. Вестник Военно-инженерной Академии Красной Армии, № 29, 1940.

13. С.П. Тимошенко. К вопросу о действиях удара на балку. Изв. СПБ. Политехн.ин-та, техн.отдел,т.XVII, 1912.

14. Н.Н. Давиденков. Об ударе груза о балку. Сборник тр. Ин-та строительной механики АН УССР, № II, Киев, 1949.

15. F. Berger. Das Gesetzdes Kraftverlaufes beim stoss Braunschweig. 1924.

16. Н.Я.Штаерман. К вопросу о местных деформациях при сжатии упругих тел. Доклады АН СССР, т.XXXI,№ 8,1941.

17. Н.Я.Штаерман. Обобщение теории Герца местных деформаций при сжатии упругих тел. Доклады АН СССР, т.XXIX, № 3, 1940.

18. Н.И. Мусхелишвили. Сингулярные интегральные уравнения, 1946.

19. Н.А. Кильчевский, Б.Н.Фрадлин. Об ударе и сжатии двух цилиндров с параллельными осями. Изв.Киевского политехнического института, т.XI, 1949.

20. J.E. Sears. Proceedings of the Philosophical Society of Cambridge. 1908, Vol, 14.

21. Ponselet. Introduction à la Mécanique Industrielle. Metz. 1829.

22. Р.Мейер. Закон сохранения и превращения энергии. М., 1933.

23. Г.Гельмгольц. О сохранении силы, М., 1934.

24. Cox. On Impact on Elastie Beams „Cambridge Philos Trans", IX, 1849.

25. St. Venant. Sur l'impulsion transversale et la résistance, Vive des barres ostiques appuyées aux extremites, „Comptes Rendus“, XLV, 1857.
26. Tuzi. Ziro and Masatake Nisida, on the Impact on a beam. — Scient Papers Inst. Physic. chem Research, Tokyo, 1938.
27. Л.И.Маламент. Исследование поперечного удара с учетом упруго-пластического характера местной деформации металла. Вестник Военно-инженерной Академии Красной Армии, № 29, 1940.
28. С.П. Тимошенко. К вопросу о действиях удара на балку. Изв. СПБ. Политехн.ин-та, техн.отдел, т.XVII, 1912.
29. Л.С. Лейбензон. Курс теории упругости, ОГИЗ-Гостехиздат, М.-Л., 1947.
30. В.И.Смирнов, С.Л. Соболев. Новый метод решения плоской задачи упругих колебаний. Труды сейсмологического ин-та АН СССР, № 20, 1932.
31. С.Л. Соболев. Современное состояние математической теории малых колебаний. Труды сейсмологического ин-та АН СССР, 1938.
32. В.И.Смирнов. Курс высшей математики. т.III, часть 2-я, ОГИЗ, 1950 (стр. 196-214).
33. В.Д.Купрадзе. Граничные задачи теории колебаний и интегральные уравнения. Госиздат, М.-Л., 1950.
34. В.Г.Гоголадзе. Общая задача интегрирования обобщенного волнового уравнения с переменными коэффициентами. Доклады АН СССР, т.XXX, № 2, 1940.

35. В.Г.Гоголадзе. Волны Релея на границе двух твердых упругих тел. Доклады АН СССР, новая серия, т. XXIXШ, № I, I94I.

36. В.Г.Гоголадзе. Движение систематической энергии в различных средах. Доклады АН СССР, новая серия, т. X-IX, № 8, I945.

37. А.Г.Магнарадзе. Теория одного класса линейных сингулярных интегродифференциальных уравнений и её применения к задаче колебания крыла аэроплана конечного размаха, удара о поверхности воды и аналогичным. Сообщения АН Груз.ССР, т.IУ, № 2, I943.

38. Х.А.Рахматулин. О распространении волн нагрузки. Прикладная математ. и механ., т.IX, вып. I, I945.

39. Х.А.Рахматулин. О Распространении волн нагрузки вдоль стержня переменного предела упругости. Прикладная математ. и механ., т. XП, вып. I, I948.

40. Х.А.Рахматулин. О распространении цилиндрических волн при пластических деформациях. Прикладная математ. и механ., т. XП, вып. I, I948.

4I. Х.А.Рахматулин, Г.С.Шапиро. О распространении плоских упруго-пластических волн. Прикладная математ. и механ., т. XП, вып. 4, I948.

42. Г.С.Шапиро. Продольные колебания стержней. Прикладная математ. и механ., т. X, вып. 5-6, I946.

43. Ф.А. Бахшян. Упруго-пластическая сферическая волна нагружения. Приклад. математ. и механ., то XП, вып.3, I948.

44. В.В.Соколовский. Распространение упруго-вязко-пластических волн в стержнях. Приклад. математ. и механ., т. XII, вып. 3, 1948.

45. М.И.Разовский. К вопросу об аналитическом описании процессов деформирования конструкции из упруго-вязких элементов. Изв. АН СССР, О.Т.Н., № 3, 1947.

46. А.Р.Ржаницын. Изменяемость напряженного состояния материалов во времени. Ж.Т.Ф., т.ХУП, вып. IУ,1947.

47. А.Р.Ржаницын. Некоторые вопросы механики систем,деформирующихся во времени. Госиздат, М.-Л., 1949.

48. М.И.Разовский. К вопросу об аналитическом описании процессов деформирования конструкции из упруго-вязких элементов. Изв. АН СССР, О.Т.Н., № 3, 1947.

49. А.Н.Горбунов. Механика упруго-вязко-пластических тел. Ж.Т.Ф., т.XIX, вып. I, 1949.

50. Н.Н.Давиденков, Н.А.Миролюбов.Особенный вид ударной деформации стали. Вестник металлопр., № 09-10, 1930

51. О.И.Капитадзе. Теоретические и экспериментальные исследования ударного продольного изгиба. Труды Кутаисского с/х института, т.I, 1957.

52. О.И.Капитадзе, И.Б. Капилевич. Методика мех.свойств полимерных материалов при ударных сжимающих нагрузках. Научно-производственная конференция по новой технике, г.Тбилиси, 1968 (тезисы докладов).

53. И.Б.Капилевич. Теоретическое и экспериментальное 

исследование динамического предела текучести конструкционных материалов при ударном сжатии. ГПИ им. В.И.Ленина, 1973 (канд. диссерт.).

54. Г.Н.Размадзе, О.И.Капитадзе. О проблеме ударной продольной устойчивости. Труды Кутаисского с/х института, т.2, 1957.

55. Г.Н.Размадзе, О.И.Капитадзе. Инженерные методы определения критической силы при кратковременном продольном загружении тонкого стержня. Вестник, АН ГССР, т. 2, Тбилиси, 1966.

56. Г.Н.Размадзе. Инженерные вопросы теории удара. Изд. Кутаисского с/х института, Тбилиси, 1959.

57. О.И.Капитадзе. Продольная устойчивость и прочность буровых штангстержней при консервативных и неконсервативных ударных возмущениях. Институт Горного дела им. А.А. Скочинского, 1968, (докт.диссерт.).

58. И.М.Рабинович. Краткий обзор современного состояния теории расчета сооружений на общее действие удара и взрыва. Вестник Военно-инженерной Академии им. Куйбышева, № 30, 1940.

59. И.М.Рабинович. Достижение строительной механики стержневых систем в СССР (краткий обзор). Изд.Академия Архитектуры им. Куйбышева, М., 1949.

60. С.О.Доброгурский. Вопросы расчета и конструирования деталей машин. Изд. АН СССР, М., 1942.

61. С.Д.Пономарев, В.Л.Бидерман, К.К.Лихарев, В.М.Макушин, Н.Н.Малинин, В.И.Федосьев. Расчеты на прочность в

машиностроении. Гос. науч.техн.издательство, М., 1956.

62. Е.А.Бестлин, Г.Ю.Джанелидзе. Обзор работ по динамической устойчивости упругих систем. Прикладная математ. и механ., т. XVI, вып. 5, М., 1952.

63. Н.Хофф. Продольный изгиб и устойчивость (перевод с английского ) М., ИЛ, 1955.

64. Строительная механика в СССР, 1917-1957, под.редак. акад. И.М.Рабиновича, М., 1957.

65. St.Venant. Liouville journal. 1867.

66. К.С. Завриев. Проблема удара в строительной механике. Тезисы и аннотации докладов XI научн.технич.конференции ТБИИЖТ-а, 1945.

67. Г.Н.Карцивадзе. Поперечный удар в балках, 1948 (канд. диссерт.).

68. Г.Н. Карцивадзе. К построению инженерной теории поперечного удара. Труды Ин-та строит. дела АН ГССР, т.У, 1955.

69. Г.Н.Размадзе. Что называется силой и расчет сил при свободном соударении масс. Тбилиси, 1940 (вариант кандидатской диссертации).

70. Н.К.Снитко. Методы расчета сооружений на вибрацию и удар. Л., 1953.

71. Н.Н.Давиденков. Об ударе о балку. Сборник тр. Ин-та строит.механики АН УССР, № II, Киев, 1949.

72. Н.М.Беляев. Напряжения при ударе. – В книге :Сопротивление материалов. Гос.изд.тех.теор.лит., М., 1953.

73. С.П.Тимошенко. Теория упругости, М., 1937.

74. Н.М.Роинишвили. Приближенный метод динамического рас - чета на удар противообвальных сооружений, имеющих грунтовую амортизирующую отсыпку. Труды Тбилисского ин-та ж/д транспорта им. В.И.Ленина, вып. ХХУШ, Транжелдориздат, Тбилиси, 1955.

75. А.С.Вольмир. Устойчивость деформируемых систем. Издат. "Наука", М., 1967.

76. М.И.Бисейшвили. К вопросу определения силы удара снежной лавины и статической нагрузки на галерею. Тр.Грузинского политехнического ин-та, № I (58), Тбилиси,1958.

77. Д.Д.Баркан. Расчет и проектирование фундаментов под машины, ОНТИ, М.-Л., 1936.

78. Н.М.Гарсеванов. Основы динамики грунтовой массы. М., 1933.

79. С.А.Христианович. Записки о проекте норм для расчета противолавинных сооружений (рукопись), ТНИСГЭИ, 1938.

80. М.И.Бисейшвили. К вопросу определения силы удара снежной лавины и статической нагрузки на галерею. Тр.Грузинского политехнического института, № I (58),Тбилиси, 1958.

81. Н.О.Жуковский. Гидравлический удар. Записки Акад.Наук по физико-математическому отделению, СПБ., т.95, 1900.

82. М.А.Мостков. Вопросы гидравлического удара в Гидроэлектрических станциях. ГТТИ, М., 1937 (докт.диссерт.).

83. HÜTTE. Справочник для инженеров, техников и студентов. Гос. научн.тех.издательство, Машгиз, М.-Л., 1939.

84. В.В.Арнольд. Машиноведение для строителей. М.-Л.,1931.

85. Г.М.Ицкович и др. Сборник задач и примеров расчета по курсу деталей машин. М., 1974.

86. Д.В.Бичиашвили. Преобразования при изменении положения расчетной поверхности ортотропной осесимметричной оболочки на упругом основании.—Изв.вузов.Строительство и архитектура, 1978, № 11.

87. Д.В.Бичиашвили. Жесткостные характеристики ортотропной осесимметричной оболочки средней толщины.— Изв.вузов. Строительство и архитектура, № 1, 1979.

88. Д.В.Бичиашвили. Двойные сечения осесимметричных оболочек.–Изв. вузов. Строительство и архитектура, № 3,1979.

89. Д.В.Бичиашвили. Исследование точности расчета осесимметричных оболочек методом начальных параметров с вычислением матриц влияния как мультипликативных интегралов.— Изв.вузов. Строительство и архитектура, № 11, 1979.

90. Д.В.Бичиашвили. Свойства уравнений осесимметричной задачи расчета оболочек.—Изв. вузов. Строительство и архитектура, № 2, 1980.

91. Д.В.Бичиашвили. Методика построения линий влияния для осесимметричных оболочек на упругом основании. Сообщ. АН ГССР, т.97, № 3, 1980.

92. Д.В.Бичиашвили, Л.И.Шарашенидзе. Усовершенствование комплексной механизации строительно-монтажных работ.Госбюджетная тема ГПИ им. В.И.Ленина,Тбилиси, 1982.

93. Д.В.Бичиашвили. Осесимметричная задача расчета многослойных ортотропных оболочек средней толщины на упругом основании.—Изв.вузов.Строительство и архитектура, 1978, № 9.

94. Д.В.Бичиашвили. Осесимметричная задача определения нормальных напряжений в анизотропных оболочках средней толщины. Сообщ. АН ГССР, т.98, № 3, 1980.

95. Д.В.Бичиашвили. Расчет ортотропных жестких колец на осесимметричные нагрузки. Сообщ. АН ГССР, т.103, № 2, 1981.

96. Д.В.Бичиашвили Опоры канатных дорог (конструкций и и расчет). Изд-во академии наук ГССР, Тбилиси, 1982.

97. В.Н.Кудрявцев. Детали машин. Л., 1980.

98. Е.Г.Гинзбург. Волновые зубчатые передачи. Л., Машиностроение, 1969.

99. П.С.Зак. Глобоидные передачи. М., Машгиз, 1962.

100. К.М. Писманик. Гипоидные передачи. М., Машиностроение, 1964.

101. Планетарные передачи Справочник (Под ред. В.Н.Кудрявцева и Ю.Н. Кирдяшева) Л., Машиностроение, 1977.

102. В.С.Поляков, И.Д.Барбаш, О.А. Ряховский. Справочник по муфтам. Л., Машиностроение, 1974.

103. Д.В.Бичиашвили. Расчеты анизотропных оболочек на действие осесимметричного температурного поля. Сообщ. АН ГССР, т.99, № 3, 1980.

104. А.С.Фиделев, Ю.Ф.Чубук. Строительные машины, Киев, 1979.

105. М.И. Гальперин, Н.Г. Домбровский. Строительные машины, М., 1980.

106. Н.Г.Домбровский, Ю.Л.Картвелишвили, М.И.Гальперин. Строительные машины. М., 1976.

## შ ი ნ ა ა რ ს ი

## მანქანათა ნაწილები

გამომცემლობის რედაქტორი გ.სალიაშვილი

მხატვარი თ.ჩიქვინიძე

მხატვრული რედაქტორი თ.ჩიქვინიძე

ტექნიკური რედაქტორი ი.ხუციშვილი

კორექტორი ც.კვანტალიანი

სბ 612

ხელმოწერილია დასაბეჭდად 29.01.85.

უე 04331. საბეჭდი ქაღალდი 60X84. პირობითი ნაბეჭდი

თაბახი 24,5. სააღრ.-საგამომც.თაბახი 16,07.

ტირაჟი 1200 შეკვეთის N 1775

ფასი 85 კაპ.

თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა,

თბილისი, 380028, ი.ჭავჭავაძის პროსპექტი, 14.

Издательство Тбилисского университета,

Тбилиси, 380028, пр. И.Чавчавадзе,14.

საქ.სსრ მეცნ.აკად.სტამბა, თბილისი, 60, კუტუზოვის 19.

Типография АН ГССР, Тбилиси,60, ул.Кутузова,19.