

თბილისის უნივერსიტეტის გარემონტი
ТРУДЫ ТБИЛИССКОГО УНИВЕРСИТЕТА
PROCEEDINGS OF TBILISI UNIVERSITY

265

ფიზიკა
ФИЗИКА
PHYSICS

22

აღმართის

ИЗДАТЕЛЬСТВО ТБИЛИССКОГО УНИВЕРСИТЕТА

თბილისის უნივერსიტეტის გამოცემის

TBILISI UNIVERSITY PRESS



თბილისის უნივერსიტეტის მწკრმები

PROCEEDINGS OF TBILISI UNIVERSITY

გ. 256 V.

• 0 8 0 3 3

P H Y S I C S

თბილისი 1986 TBILISI

ТРУДЫ ТБИЛИССКОГО УНИВЕРСИТЕТА

т. 265

Ф И З И К А

Тбилиси 1986

Редакционная коллегия

Н.С.Амаглобели, И.Ш.Вашакидзе, З.С.Качишвили, Т.И.Копалейшвили (редактор), Н.М.Полиевкотов-Николадзе, Т.И.Санадзе, Т.М.Шавишвили (секретарь)

სამსახურის კოლეგია

ა.ამაგლობელი, ი.ვაშაკიძე, ზ.კაჭიშვილი (რედაქტორი),
ნ.პოლიევკოვ-ნიკოლაძე, თ.სანაძე, გ.ქაჩიშვილი, ა.გა-
ვიძემირი (მდგრადი).

Editorial board

N.Amaglobeli, Z.Kachishvili, T.Kopaleishvili (editor), N.Poliev-
ktov-Nikoladze, T.Sanadze, T.Shavishvili (secretary), I.Vasha-
kidze.

Издательство Тбилисского университета, 1986
© მისამართის უნივერსიტეტის გამოცემა, 1986
Tbilisi University press, 1986

Редактор издательства Л.Абуашвили
Подписано в печать 29.12.86
УЭ 07056 Бумага 60х84
Усл.печ.л. 10,75 Уч.-изд.л. 9, II.
Тираж 300 Заказ № Цена I р.40 к.
Типография Тбилисского университета,
Тбилиси, 380028, пр.И.Чавчавадзе, 1.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

თბილისის მუმანი ნიჭელი რწმუნის თრიტიანი

სახელმწიფო უნივერსიტეტის მუმანი

265, 1986

18487

ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ И ПРЕДЕЛА ТЕРМОСТАБИЛЬНОСТИ
ПОЛУИЗОЛИРУЮЩЕГО АРСЕНИДА ГАЛЛИЯ

0.0.Гачечиладзе, М.С.Квернадзе, А.А.Мирхулава, Б.Г.Эристави

Одной из важнейших задач, стоящих перед полупроводниковой промышленностью, является разработка технологии получения полуизолирующего арсенида галлия ($GaAs$) для подложек приборов СВЧ-электроники и, прежде всего, для создания на их основе сверхбыстродействующих интегральных схем (СБИС) с высокой степенью интеграции. Это направление интенсивно развивается в последние годы как в СССР, так и за рубежом /1/.

Поскольку все приборы на основе полуизолирующего $GaAs$ повторяют морфологию подложки, то изучению структурного совершенства подложечного материала уделяется особое внимание. Другой важнейшей задачей является термостойкость подложек при термической обработке от 600 до 900°C , неизбежной в процессе формирования активных слоев путем эпитаксии или ожига дефектов после ионного легирования.

Однако, несмотря на важность проблемы, число работ, посвященных исследованиям структуры и предела термостабильности поверхности подложки, весьма ограничено.

დაჭ. სსრ კ. ვარდა
სახ. სახ. ნუსა
გვ. გვ. გვ. გვ.

В настоящей работе предпринята попытка восполнить этот пробел.

В качестве предмета исследования выбран полуизолирующий $GaAs$, легированный хромом (Cr) и полученный нами по методу Чохральского. Образцы, на которых исследовалось структурное совершенство и предел термостабильности, вырезались в виде пластин в начале, середине и конце слитков.

Показано, что образцы, соответствующие начальной части, обладают наибольшей степенью совершенства. Средние и конечные образцы менее совершенны. Плотность дислокаций в начале слитка на порядок меньше, чем в средней части и конце.

В процессе отжига в потоке водорода начиная с 700°C происходит испарение мышьяка (As) и диффузия Cr из объема к поверхности пластин. При температуре 800°C на поверхности появляются капельки галлия (Ga):

Методика эксперимента

Слитки длиной ~ 10 см полуизолирующего $GaAs:Cr$ были выращены методом Чохральского в кристаллографическом направлении $\langle 100 \rangle$. Пластины вырезались через каждые 1 см от начала слитка. Вследствие того, что в направлении $\langle 100 \rangle$ отсутствует полярность в кристалле, в отличие от $\langle 112 \rangle /2\langle 112 \rangle$, исследовалась одна из противоположных сторон пластин, которая полировалась механически и травилась химически до получения зеркальной гладкости. Пластины кипятили в трихлорэтилене, метаноле и концентрированной соляной кислоте, а затем промывали в дистиллированной воде.

Для получения дислокационной картины пластины травились в АВ травителе (травитель Абрахамса - Бюочи) /3/.

Степень совершенства изучали на электронном микроскопе УЭМВ-100К с гониометрической приставкой ДО-2 для работы в режиме электронографа. Однородность распределения Ga и As изучали на электронном микроскопе фирмы САМЕКА. Профиль концентрации получен на массспектрометре вторичных ионов фирмы RIBER. Термостабильность исследовали путем отжига в потоке водорода на однозонной печи СДО.

Результаты исследований

На рис. I приведена электронограмма поверхности (100), полученная при выведении оси зоны /001/ для пластин, вырезанных в начальной части слитка. Аналогичная дифракционная картина, полученная от поверхности (100) пластины, вырезанной в средней части кристалла, приведена на рис. 2. Сравнивая эти дифракционные картины, видим, что в первом случае отчетливо видны узкие Кикучи-линии, четкость и протяженность которых говорит о довольно высокой степени совершенства образцов, тогда как на электронограмме образцов из средней части видны диффузно расширенные Кикучи-линии со сливающейся с фоном интенсивностью. На электронограмме образцов с нижней части слитка Кикучи-линий отсутствуют и наблюдаются расширенные рефлексы.

Известно, что наличие Кикучи-линий, их острота однозначно указывают на степень совершенства кристаллической решетки исследуемого объекта /4/. Следовательно, можно сделать вывод о том, что в выращенных нами кристаллах полуизолирующего $GaAs$ наибольшее совершенство наблюдается в начальной части слитков. Что же касается остальной части, то монотонное увеличение дефектов структуры от начала слитка к концу,

по нашему мнению, происходит в силу ($K \ll I = 5 \cdot 10^{-4}$) /5/, а, следовательно, его физического оттеснения по мере роста кристалла.

Данные электронограмм полностью коррелируют с результатами исследования морфологии пластин.

На рис. 3 приведена типичная дислокационная картина поверхности пластин (световой микроскоп МИМ-8, увеличение 500 раз), протравленных в выявляющем травителе АВ. На рис. 4 видны отдельные, так называемые высокотемпературные дислокации, а также сложные дислокационные сетки. Плотность дислокаций в пластинах начальной части слитка $N_D = 1 \cdot 2 \cdot 10^4 \text{ см}^{-2}$, средней и нижней частях слитка $- N_D = 5 \cdot 8 \cdot 10^5 \text{ см}^{-2}$. Качество электронограмм почти не меняется после отжига при 700°C .

На рис. 5 приведены графики распределения Ga и As по площади пластин. На оси ординат отложена интенсивность характеристического рентгеновского излучения Ga и As . На оси абсцисс – длина сканирования электронного зонда. Распределение Ga и As по всей длине сканирования всех пластин одинаково и однородно.

На рис. 6 и 7 дано распределение Ga и As после отжига в течение 30 мин. в потоке водорода при 700 , 800 , и 900°C соответственно. Как видно из рисунков, распределение мышьяка остается однородным вплоть до отжига при 800°C , хотя испарение As с поверхности начинается уже с 700°C . Но так как информация при микроанализе берется от слоев пластин толщиной несколько микрон, то можно сделать вывод, что As испаряется при 700°C только из очень близких к поверхности слоев. Нарушение однородности становится очевидным после отжига при

800 и 900°C.

Поведение Cu , как глубокого акцептора, после отжига очень существенно, т.к. перераспределение Cu при высокотемпературном отжиге приводит к образованию активных приповерхностных слоев, толщиной 2-3 мкм. На рис. 8 приведены профили концентрации в пластинках, отожженных в атмосфере водорода. Перераспределение Cu наблюдается уже при 700°C. В основном происходит диффузия из объема к поверхности, однако резкого нарушения профиля, как это было показано в работе /6/, не обнаружено. Глубина нарушения слоя $\sim 4 \cdot 10^3 - 5 \cdot 10^3 \text{ \AA}$.

Выводы

1. Выращенные нами по методу Чохральского в направлении $\langle 100 \rangle$ моноокристаллы полуизолирующего $GaAs$, легированного Cu -ом, обладают достаточно высокой степенью совершенства кристаллической решетки. Причем начальная часть слитка ($\sim 30\%$) более совершенна и вполне пригодна для использования в технологии изготовления приборов.

2. Распределение Ga , As и Cu однородно по всей поверхности и глубине.

3. Преобладающим видом дислокаций являются так называемые высокотемпературные дислокации.

4. Наши образцы полуизолирующего $GaAs$ термостабильны вплоть до 700°C.

5. Отжиг при температуре 800°C дает перераспределение Cu из объема на поверхность и появление капель Ga .

Поступила 31.1.1986

Проблемная НИЛ физики
полупроводников

ЛИТЕРАТУРА

1. М.Г.Мильвидский, В.Б.Освенский, И.Н.Шершакова. Известия вузов, Физика, № 10, 5, 1983, стр.5.
2. Р.Вилардсон, Х.Геринг. Полупроводниковые соединения A^3B^5 . Металлургия, 1967, стр.624.
3. M.S.Abrahams, C.Buiocchi. J.Appl. Phys., 1965, 36, 2855.
4. С.С.Шифрин, М.Г.Мильвидский, В.Б.Освенский. Кристаллография, 27, вып.4, 1982, стр.712.
5. Ф.П.Кесаманлы, Д.Н.Наследов. Арсенид галлия. Получение и свойства. Наука, стр.49.
6. П.А.Григорян. Автореферат диссертации, г.Аштарак, 1981.

Թ. ՃԱԻՐԵԲՈՂՋԵ, Թ. ՀՅԵՐԵԲՈՂՋԵ,
Ա. ԹՈՐՉԵՍՄԱՆՅԱ, Ծ. ԵՐԱՍՄԵՅԱ

ԽԵՎՏԱՐՈՑՈՐՈՇԱՌԱՆ $GaAs$ ՍՖՐԱՅՖԱՌԱՆ
ՄԻՋԱՑՈՒԹՅԱՆ ԹԱ ՊԱՐԱՄԱԳՆԱԿՐՈՑՈՒՄ ԹԱՏԱՅԱՅՆ

ԴՐԱՄԱԿԱՆ

ՆԱՇՐՈՋԻ ՇԵՍԲԱՎՐՈՂՈԱ ՀՐՈՄՈՒ ԸՆԹԱՐԵՑՈՒՄ ԲԱԵՐԵՐԱԲՈ-
ՐՈՐԵՑՈՒՄ $GaAs$ ՍՖՐԱՅՖԱՌԱՆ ՍՐԱԾՈԳՎԱ ԱԱ ԹՈՐԳՈՐՈՇՈՒ, ԱՅ-
ՆԵՐՅԱ ԹԱՏԱՅԱԿՐՈՑԵՐԱ ԿՐՈՍՖԱՐՈՒ ԵՇՈՐԺԻՆ ԹԱԵՐՅՈՒԹ.

ԲԱՀՎԵԲԵՐՈԱ, ԻԹ ԿՐՈՍՖԱՐՈՒ ՍԱԲԿՈՍԻ ԲԱԲՈՐՈ ($\sim 30\%$) ԵՎ-
ՍՈԱԹՐԵԲԱ ՍՖՐԱՅՖԱՌԱՆ ՍՐԱԾՈԳՎՈՂԵՇՈՒԹ.

ԹՈՎԵՄԱՐՈԱ ՃԱԲՄԱՐՑԵՐԱ ԿՐՈՍՖԱՐՈՒ ԾՈՐՈ ԲԱԲՈՐՈ ՍՖՐԱՅ-
ՓԱՌՈՒ ԾԱՐՁԵՅՅՈՍԱ.

ԱՅՐԵԹՅԱ ՇԵՍԲԱՎՐՈՂՈԱ ԿՐՈՍՖԱՐՈՒ ՊԵՐՋՄԱՆ ՊԵՐՋՄԱՆ ԹԱ
ԲԱՀՎԵԲԵՐՈԱ, ԻԹ ԿՐՈՍՖԱՐՈՒ ԹԱ ՌԵԲԻԿԱՅԵՐԱ $700^{\circ}C$ - ԹԱ.

- 11 -

O.Gachechiladze, M.Kvernadze, A.Mirtskhulava, B.Eristavi

INVESTIGATION OF THE STRUCTURE AND THERMOSTABILITY LIMIT OF SEMIINSULATING GaAs

Summary

The structural perfection and morphology of chromium-doped semiinsulating GaAs single crystals as well as their homogeneity along the length of the bar have been studied. The initial part of the crystal bar (30%) is shown to be characterized by the best structural perfection. The structural breakdown at the end portion of the crystal is explained. The crystal was found to preserve its thermostability up to 700°C.

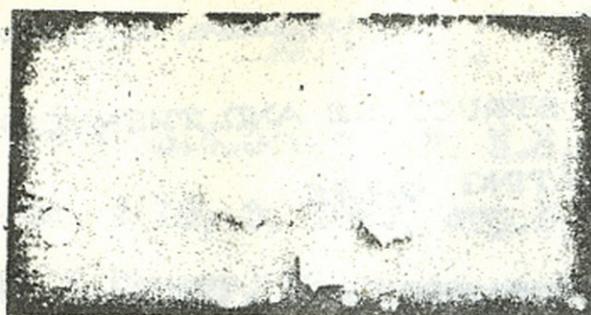


Рис. 1. Электронограмма поверхности (100)
от пластин, вырезанных в начальной
части слитка.



Рис.2. Электронограмма поверхности (100)
от пластин, вырезанных в средней
части слитка.

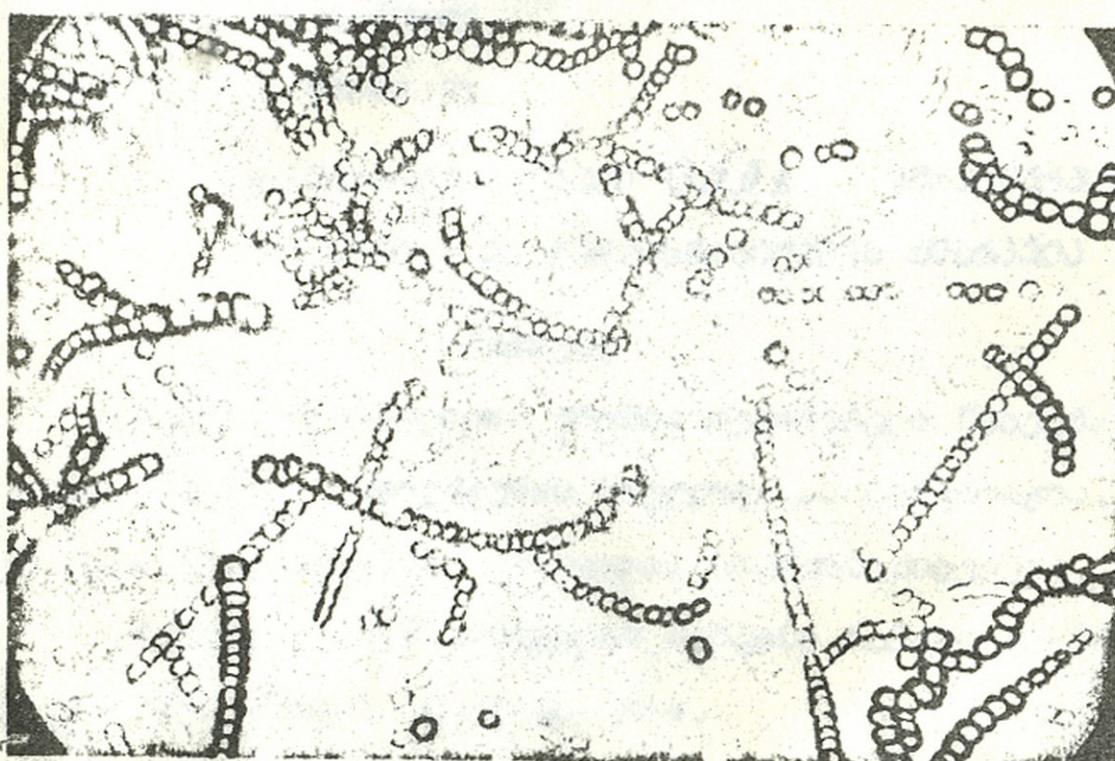


Рис.3. Дислокационная картина поверхно-
сти пластин, вырезанных в начале
литка.

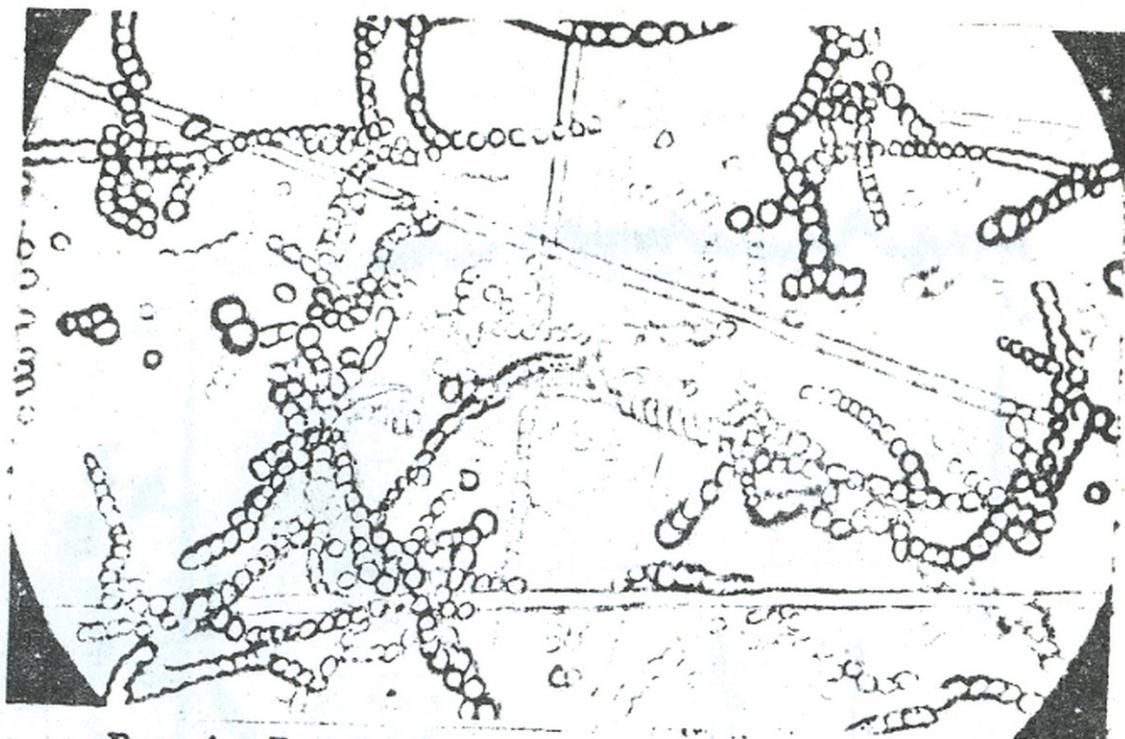


Рис.4. Дислокационная картина поверхности пластин, вырезанных в средней части слитка.



Рис.5. Распределение Ga и As по толщине пластин (диапазон сканирования 600 мкм). Распределение типично для всех пластин, в том числе для отожженных при 600 и $700^{\circ}C$ в потоке водорода.



Рис.6. Распределение Ga и As после отжига при $800^{\circ}C$ в потоке водорода.

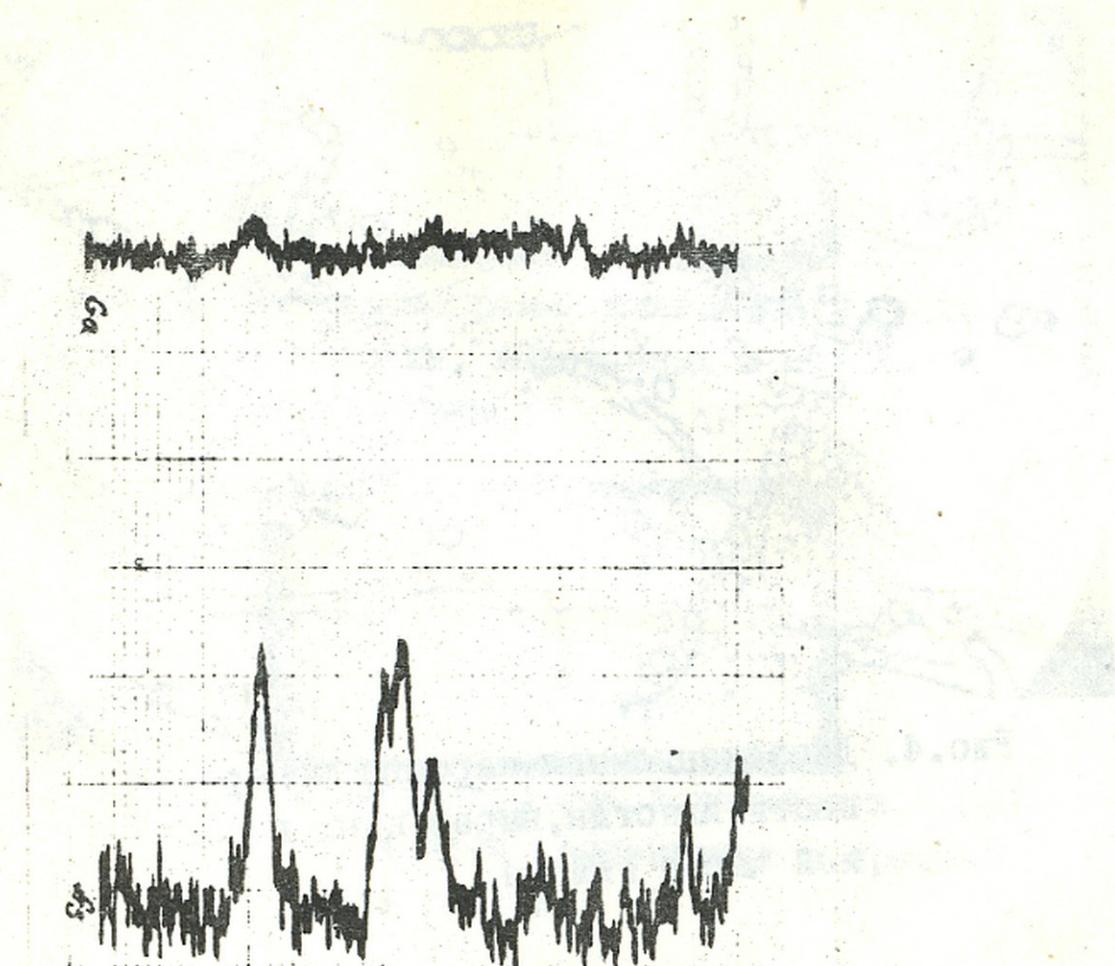


Рис.7. Распределение Ca и
As после отжига
при 900°C в потоке
водорода.

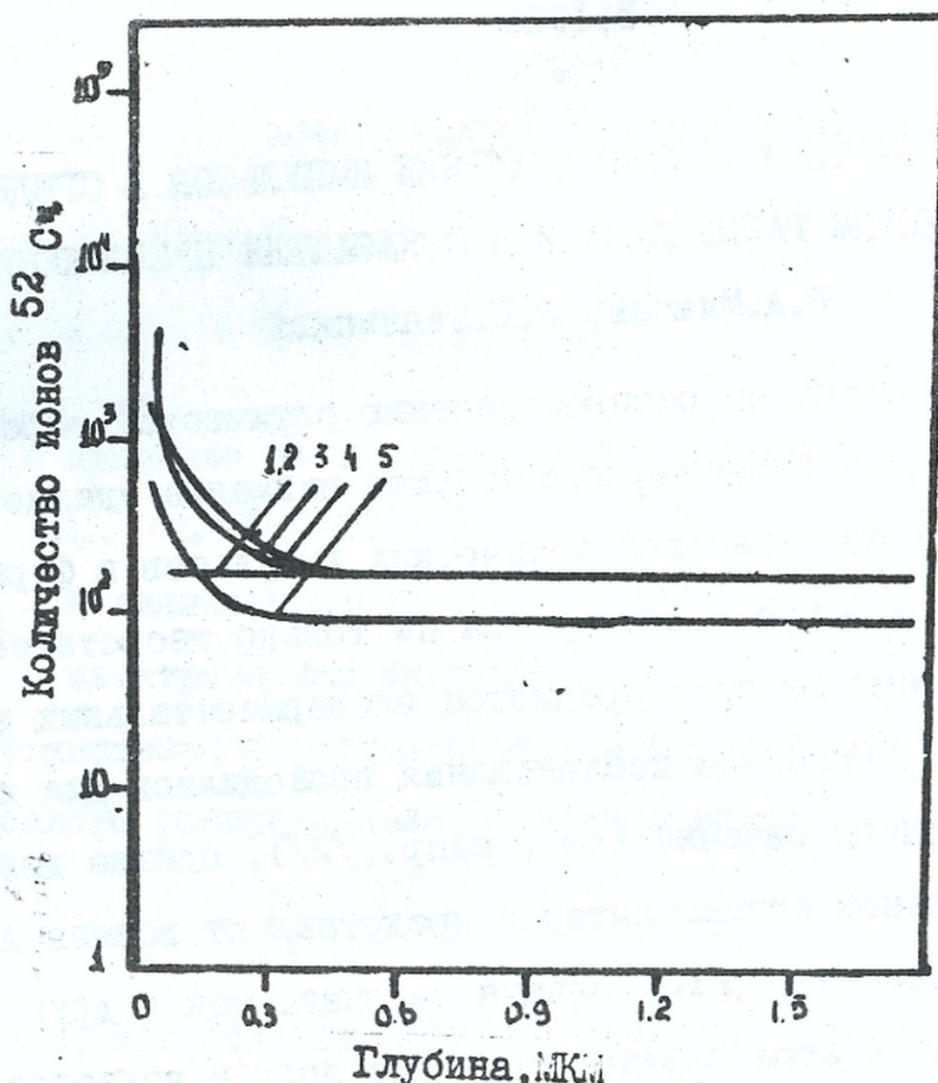


Рис.8. Профили концентрации Cu в пластинах, отожженных в потоке водорода;

- 1) до отжига;
- 2) после отжига при 600°C ;
- 3) после отжига при 700°C ;
- 4) после отжига при 800°C ;
- 5) после отжига при 900°C .

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

თბილისის შოთა რემანი უნივერსიტეტი

სახველი უნივერსიტეტის შოთა რემანი

265, 1986

ВОЛНОВАЯ КАРТИНА РАСПРОСТРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСОВ В СРЕДЕ С
ЭЛЛИПТИЧЕСКИМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

Р.А.Мишаев, Э.Ш.Теплицкий

В исследованиях по распространению оптической информации в волноводных системах все большее внимание уделяется возможности распространения оптических импульсов в форме солитонов. Этот вопрос исследуется не только теоретически: в настоящее время он стал предметом экспериментальных исследований /1/. Основные исследования проводились для стекловолокон круглого сечения (см., напр., /2/), однако для задач интегральной оптики интерес представляют волноводные системы, имеющие как прямоугольные сечения, так и другой заданной формы. В этом случае структура поля в волноводной системе значительно усложняется и возникают вопросы как о возможности распространения солитонов в таких системах, так и об их устойчивости.

В настоящей работе рассматривается распространение солитонов в нерезонансных некруглых по сечению волноводах (в частности, с эллиптическим распределением показателя преломления), со слабой нелинейностью и дисперсией, а также ставится задача об определении тех ограничений на параметры систем, для которых возможно существование и распространение оптичес-

ких солитонов.

Уравнение для электрического поля, распространяющегося в нелинейной среде, можно записать в виде /2/:

$$\nabla^2 \bar{E} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{D}}{\partial t^2} = \frac{2n_0 n_d}{c^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} (|E|^2 \bar{E}), \quad (I)$$

где показатель преломления представляется в виде:

$$n(x, y, \omega, E) = n(x, y, \omega) + n_d |E|^2, \quad (2)$$

$$n^2(x, y, \omega) = n^2(\omega) f(x, y), \quad (3)$$

а: n_0 – линейная часть показателя преломления на частоте ω_0 , $n_0 = n(\omega_0)$;

n_d – нелинейная часть показателя преломления;

\bar{D} – электрическая индукция.

Пространственное распределение показателя преломления для эллиптического распределения запишем в виде:

$$f(x, y) = \left[1 - \frac{x^2}{M^2} - \frac{y^2}{N^2} \right]. \quad (4)$$

Заметим, что (4) ограничивает область применения ниже-следующей теории, т.к. разделение (3) справедливо при условии:

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} \ll K_x f, \\ \frac{\partial f}{\partial y} \ll K_y f, \end{cases} \quad (5)$$

где K_x и K_y – составляющие волнового вектора падающего поля. Таким образом, условия (3) и (5) накладывают следующее условие на среду: показатель преломления должен быть медлен-

но. 666 з. 806666
 666, 666. 66666.
 8034303030

но меняющейся функцией от x и y (т.е. $M \gg N \gg 1$)
 на длине волны падающего поля.

По определению, электрическая индукция \bar{D} связана с напряженностью электрического поля E следующим соотношением:

$$\bar{D}(x, y, z, t) = f(x, y) \int_0^{\infty} n^2(t-t') \bar{E}(x, y, z, t') dt', \quad (6)$$

где $t=0$ — момент входа сигнала в волновод. Это условие причинности, которое, как известно, приводит к дисперсионному соотношению между показателями преломления и поглощения. Этот вопрос представляет интерес в связи с исследованием условий поглощения входящего излучения солитона в нелинейный волновод. Так как в настоящей статье рассматривается вопрос об образовании солитона в волноводе, то, следуя /2/, мы в дальнейшем ограничиваемся преобразованием Фурье по всему интервалу времени.

Поле представим в виде:

$$E = \hat{c} \mathcal{A}(x, y, z, t) e^{i(qz - \omega t)} \quad (7)$$

где $\mathcal{A}(x, y, z, t)$ — медленно меняющаяся огибающая. Подставляя (7) в (6) и переходя к Фурье-образу, имеем:

$$\begin{aligned} \bar{D}(x, y, z, t) &= \hat{c} \exp [i(qz - \omega_0 t)] f(x, y) \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} n_{\omega+\omega_0}^2 \mathcal{A}_{\omega}(x, y, z) e^{-i\omega t} d\omega, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$n_{\omega+\omega_0}^2 \equiv n^2(\omega + \omega_0).$$

Отсюда находим:

$$-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{D}}{\partial t^2} = \hat{e} \exp[i(qz - \omega_0 t)] f(x, y) \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} K_{\omega+\omega_0} A_{\omega}(x, y, z) e^{-i\omega t} d\omega, \quad (9)$$

где

$$K_{\omega+\omega_0}^2 = \frac{(\omega + \omega_0)^2}{c^2} n_{\omega+\omega_0}^2 \quad (10)$$

Разлагая $K_{\omega+\omega_0}^2$ в ряд вблизи $K_0 \equiv K(\omega_0)$ и отбрасывая члены высшего порядка, имеем:

$$-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{D}}{\partial t^2} = \hat{e} \exp[i(qz - \omega_0 t)] f(x, y) \times \quad (II)$$

$$\times [K_0^2 + 2iK_0 K'_0 \frac{\partial}{\partial t} - (K_0'^2 + K_0 K''_0) \frac{\partial^2}{\partial t^2}] A(x, y, z, t),$$

где

$$K'_0 = \left. \frac{\partial K}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0}; \quad K''_0 = \left. \frac{\partial^2 K}{\partial \omega^2} \right|_{\omega=\omega_0}.$$

Подстановка (II) и (7) в (I) дает:

$$\left\{ \nabla_{\perp}^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + 2iq \frac{\partial}{\partial z} - q^2 + f(x, y) \left[K'_0 + 2iK_0 K'_0 \frac{\partial}{\partial t} - \right. \right. \\ \left. \left. - (K_0'^2 + K_0 K''_0) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \right\} A(x, y, z, t) = \\ = -\frac{2n_2}{n_0} K_0^2 |A|^2 A(x, y, z, t), \quad (12)$$

где введено обозначение

$$\nabla_{\perp}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

Заметим, что уравнение (12) является укороченным, т.к. мы пренебрегли следующими членами:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(|A|^2 A) \ll \omega_0 (|A|^2 A), \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2}(|A|^2 A) \ll \omega_0^2 (|A|^2 A). \end{cases}$$

Уравнение (I2) выводилось в предположении, что пространственная дисперсия несущественна и поэтому геометрические размеры среды по x и y должны быть $\gg \lambda$ - длины волны падающего поля.

Далее, т.к. нелинейность слаба, то допустимо разделение переменных:

$$A(x, y, z, t) = \Psi(x, y) \Phi(z, t) \quad (I3)$$

Подставляя (I3) в (I2) имеем:

$$\begin{aligned} & \Phi(z, t) \nabla_1^2 \Psi(x, y) + \Psi(x, y) \left\{ \frac{\partial^2}{\partial z^2} + 2iq \cdot \frac{\partial}{\partial z} - q^2 + \right. \\ & \left. + f(x, y) \left[K_0^2 + 2iK_0 K'_0 \frac{\partial}{\partial t} - (K_0'^2 + K_0 K''_0) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \right\} = \\ & = -\frac{2n_2}{n_0} K_0^2 |\Psi \Phi|^2 \Psi(x, y) \Phi(z, t). \end{aligned} \quad (I4)$$

Поскольку мы пренебрегли пространственной дисперсией, то можем подчинить $\Psi(x, y)$ уравнению:

$$\tilde{M}^2 \Psi_{mn} = P_{mn}^2 \Psi_{mn} \quad (I5)$$

где \tilde{M}^2 - оператор Гельмгольца для эллиптического распределения показателя преломления, имеющий вид:

$$\tilde{M}^2 \equiv \left\{ \nabla_1^2 + K_0^2 \left(1 - \frac{x^2}{M^2} - \frac{y^2}{N^2} \right) \right\}, \quad (I6)$$

собственные функции и значения которого определяются соотношениями^{x)}:

^{x)} Отметим, что в работе /2/ модовая структура поля в волноводе не была учтена.

$$\Psi_{mn}(x, y) = \left(\frac{K_0}{2^{m+n} n! m! \pi \sqrt{MN}} \right)^{1/2} \exp \left[-\frac{K_0}{2} \left(\frac{x^2}{M} + \frac{y^2}{N} \right) \right] \times \\ \times H_m \left(\sqrt{\frac{K_0}{M}} x \right) H_n \left(\sqrt{\frac{K_0}{N}} y \right). \quad (I7)$$

$$P_{mn}^2 = K_0^2 \left[1 - \frac{2m+1}{K_0 M} - \frac{2n+1}{K_0 N} \right], \quad (I8)$$

(см. Приложение А), $m=0, 1, 2, \dots$; $n=0, 1, 2, \dots$.

Тогда поле может быть представлено в виде суперпозиции мод (I7):

$$A(x, y, z, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} C_{mn} \Psi_{mn}(x, y) \Phi(z, t). \quad (I9)$$

Разложение (I9) дает поле во всех точках вдоль оси z в данный момент времени t , если определены коэффициенты разложения при $z=0, t=0$. Данное разложение справедливо при условии слабой связи между модами, в противном случае $\Phi(z, t) \rightarrow \Phi_{mn}(z, t)$. Используя ортогональность мод, имеем:

$$C_{mn} = \frac{1}{\Phi_0} \iint_{-\infty}^{\infty} dx dy A(x, y, 0, 0) \Psi_{mn}^*(x, y), \quad (20)$$

где

$$\Phi_0 \equiv \Phi(z, t) \Big|_{\begin{array}{l} z=0 \\ t=0 \end{array}}$$

Заметим, что формула (20) справедлива и в случае волноводов, имеющих ограниченные размеры в плоскости xy , т.к. начальное распределение поля в волноводе представляется в виде:

$$\lambda(x, y, 0, 0) = \begin{cases} \lambda(x, y) & \text{при } x \in [0, a]; y \in [0, b], \\ 0 & \text{при } x \notin [0, a]; y \notin [0, b], \end{cases}$$

где a и b - размеры волновода по x и y соответственно. Умножая (14) на $\Psi^*(x, y)$, где:

$$\Psi(x, y) = \sum_{m,n} C_{mn} \Psi_{mn}(x, y), \quad (21)$$

а C_{mn} определяются соотношением (20), и интегрируя по сечению волновода, имеем:

$$\left\{ \mathcal{P}^2 - q^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + 2iq \frac{\partial}{\partial z} + d_1 [2iK_0 K'_0 \frac{\partial}{\partial t} - \right. \\ \left. -(K_0'^2 + K_0 K_0'') \frac{\partial^2}{\partial z^2}] \right\} \Phi(z, t) = -\frac{2n_2}{n_0} K_0^2 d_2 |\Phi|^2 \Phi(z, t), \quad (22)$$

где \mathcal{P}^2 , d_1 и d_2 - числа, приведенные в Приложении Б.

Приравнивая члены при реальной и минимой частях, имеем:

$$\left\{ q \frac{\partial}{\partial z} + d_1 K_0 K'_0 \frac{\partial}{\partial t} \right\} \Phi(z, t) = 0, \quad (23)$$

$$\left\{ \mathcal{P}^2 - q^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - d_1 (K_0'^2 + K_0 K_0'') \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right\} \Phi(z, t) = \\ = -\frac{2n_2}{n_0} K_0^2 d_2 |\Phi|^2 \Phi(z, t). \quad (24)$$

Перейдем в сопутствующую систему координат:

$$\eta = \frac{1}{\tau} \left(t - \frac{z}{v_g} \right), \quad (25)$$

где τ - константа, определяемая ниже.

Из (23) находим, что скорость распространения волны есть:

$$v_g = \frac{q}{d_1 K_0 K'_0}. \quad (26)$$

В этой системе координат уравнение (24) записывается в виде:

$$\left\{ q^2 d_1 (K_0'^2 + K_0 K_0'') - d_1^2 K_0^2 K_0'' \right\} \frac{d^2 \phi}{d\eta^2} + \\ + r^2 q^2 (q^2 - P^2) \phi(\eta) = \frac{2n_a}{n_0} K_0^2 q^2 r^2 d_2 \phi^3(\eta). \quad (27)$$

Положим, теперь, для простоты вычислений

$$r^2 = \frac{R^2}{q^2}, \quad (28)$$

где R – размерная константа, которая, как показано ниже, определяет условие существования солитона (кинка).

Тогда окончательно имеем:

$$\left\{ q^2 d_1 (K_0'^2 + K_0 K_0'') - d_1^2 K_0^2 K_0'' \right\} \frac{d^2 \phi}{d\eta^2} + \\ + R^2 (q^2 - P^2) \phi(\eta) = \frac{2n_a}{n_0} K_0^2 d_2 \phi^3(\eta). \quad (29)$$

Рассмотрим некоторые решения этого уравнения:

A. Уравнение (29) имеет решение в виде солитона:

$$\phi = \phi_0 \operatorname{sech} \eta, \quad (30)$$

где

$$\phi_0^2 = \frac{n_0 d_1}{n_a d_2 K_0^2 R^2} \left\{ d_1 K_0^2 K_0'^2 - q (K_0'^2 + K_0 K_0'') \right\}. \quad (31)$$

Из (29) также следует закон дисперсии:

$$q = \frac{R^2 P^2 + d_1^2 K_0^2 K_0'^2}{R^2 + d_1 (K_0'^2 + K_0 K_0'')}. \quad (32)$$

Подставляя (32) в (31) найдем, что:

$$\Phi_0^2 = \frac{n_0 d_1}{n_2 d_2 K_0^2} \left\{ \frac{d_1 K_0^2 K_0'^2 - \mathcal{P}^2 (K_0'^2 + K_0 K_0'')} {R^2 + d_1 (K_0'^2 + K_0 K_0'')} \right\}. \quad (33)$$

Заметим, что из (32) и (33) вытекает следующее условие существования солитона, справедливое как для сред с нормальной дисперсией ($K_0'' > 0$), так и для сред с аномальной дисперсией ($K_0'' < 0$):

$$\begin{cases} d_1 K_0^2 K_0'^2 > \mathcal{P}^2 (K_0'^2 + K_0 K_0''), \\ R^2 > -d_1 (K_0'^2 + K_0 K_0''). \end{cases} \quad (34)$$

Б. Уравнение (29) имеет решение также в виде кинка:

$$\Phi = \Phi_0 \tanh \eta, \quad (35)$$

где

$$\Phi_0^2 = \frac{n_0 d_1}{n_2 d_2 K_0^2 R^2} \left\{ q^2 (K_0'^2 + K_0 K_0'') - d_1 K_0^2 K_0'^2 \right\}, \quad (36)$$

закон дисперсии имеет вид:

$$q^2 = \mathcal{P}^2 + 2 \frac{n_2}{n_0} K_0^2 d_2 \Phi_0^2. \quad (37)$$

Из (36) и (37) окончательно находим:

$$q^2 = \frac{R^2 \mathcal{P}^2 - 2 d_1 K_0^2 K_0'^2}{R^2 - 2 d_1 (K_0'^2 + K_0 K_0'')}, \quad (38)$$

а также

$$\Phi_0^2 = \frac{n_0 d_1}{n_2 d_2 K_0^2} \left\{ \frac{\mathcal{P}^2 (K_0'^2 + K_0 K_0'') - d_1 K_0^2 K_0'^2}{R^2 - 2 d_1 (K_0'^2 + K_0 K_0'')} \right\}. \quad (39)$$

Из соотношений (37), (38) и (39) с учетом того, что $d_1 > 0$ и $d_2 > 0$, вытекают следующие условия существования кинка,

справедливые как для сред с нормальной дисперсией ($K_0'' > 0$), так и для сред с аномальной дисперсией ($K_0'' < 0$, но $|K_0''| < K_0'^2/K_0$):

$$\begin{cases} \mathcal{P}^2(K_0'^2 - K_0'') > d_1 K_0'^2 K_0^2, \\ R^2 > 2d_1(K_0'^2 + K_0 K_0''), \end{cases} \quad (40)$$

или

$$\begin{cases} \mathcal{P}^2(K_0'^2 + K_0 K_0'') < d_1 K_0^2 K_0'^2, \\ R^2 < 2d_1(K_0'^2 + K_0 K_0''). \end{cases} \quad (41)$$

Легко показать, что при учете многомодовой структуры поля, т.е. $\Phi(z, t) \rightarrow \Phi_{mn}(z, t)$ (см. соотношение (19)), на выходе волновода будет наблюдаться серия следующих друг за другом одномодовых импульсов, являющихся решениями уравнения (29), записанного для каждой моды.

Используем теперь полученные результаты для плоских волноводов с эллиптическим распределением показателя преломления (коэффициенты \mathcal{P}^2 , d_1 и d_2 вычислены для этого случая в Приложении Б). Находим следующие соотношения:

A. В случае солитона имеем:

$$\Phi_0^2 = \frac{n_0}{n_a d_2 K_0^2} \left[1 - \frac{1}{2K_0 M} - \frac{1}{2K_0 N} \right] \times \left\{ \frac{\frac{K_0'^2}{2K_0} \left[\frac{1}{M} + \frac{1}{N} \right] - K_0 K_0'' \left[1 - \frac{1}{K_0 M} - \frac{1}{K_0 N} \right]}{R^2 + (K_0'^2 + K_0 K_0'') \left[1 - \frac{1}{2K_0 M} - \frac{1}{2K_0 N} \right]} \right\}, \quad (42)$$

и закон дисперсии:

$$q^2 = \frac{R^2 K_0^2 \left[1 - \frac{1}{K_0 M} - \frac{1}{K_0 N} \right] + K_0 K_0'' \left[1 - \frac{1}{2K_0 M} - \frac{1}{2K_0 N} \right]^2}{R^2 + (K_0'^2 + K_0 K_0'') \left[1 - \frac{1}{2K_0 M} - \frac{1}{2K_0 N} \right]} \quad (43)$$

Б. В случае кинка имеем:

$$\Phi_0^2 = \frac{n_0}{n_2 d_2 K_0^2} \left[1 - \frac{1}{2K_0 M} - \frac{1}{2K_0 N} \right] \times \\ \times \left\{ \frac{K_0 K_0'' \left[1 - \frac{1}{K_0 M} - \frac{1}{K_0 N} \right] - \frac{K_0'^2}{2K_0} \left[\frac{1}{M} + \frac{1}{N} \right]}{R^2 - 2(K_0'^2 + K_0 K_0'') \left[1 - \frac{1}{2K_0 M} - \frac{1}{2K_0 N} \right]} \right\}, \quad (44)$$

и закон дисперсии

$$q^2 = \frac{R^2 K_0^2 \left[1 - \frac{1}{K_0 M} - \frac{1}{K_0 N} \right] - 2K_0^2 K_0'^2 \left[1 - \frac{1}{2K_0 M} - \frac{1}{2K_0 N} \right]}{R^2 - 2(K_0'^2 + K_0 K_0'') \left[1 - \frac{1}{2K_0 M} - \frac{1}{2K_0 N} \right]}, \quad (45)$$

где

$$d_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\operatorname{erf}(a\sqrt{\frac{2K_0}{M}}) \operatorname{erf}(b\sqrt{\frac{2K_0}{N}})}{\operatorname{erf}(a\sqrt{\frac{K_0}{M}}) \operatorname{erf}(b\sqrt{\frac{K_0}{N}})}. \quad (46)$$

Условие существования солитона записывается в виде:

$$\frac{K_0'^2}{2K_0} \left[\frac{1}{M} + \frac{1}{N} \right] > K_0 K_0'' \left[1 - \frac{1}{K_0 M} - \frac{1}{K_0 N} \right]. \quad (47)$$

Аналогично, условия существования кинка имеют вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} K_0 K_0'' \left[1 - \frac{1}{K_0 M} - \frac{1}{K_0 N} \right] > \frac{K_0'^2}{2K_0} \left[\frac{1}{M} + \frac{1}{N} \right], \\ R^2 > 2(K_0'^2 + K_0 K_0'') \left[1 - \frac{1}{2K_0 M} - \frac{1}{2K_0 N} \right], \end{array} \right. \quad (48)$$

или

$$\begin{cases} K_0 K_0'' \left[1 - \frac{1}{K_0 M} - \frac{1}{K_0 N} \right] < \frac{K_0'^2}{2 K_0} \left[\frac{1}{M} + \frac{1}{N} \right], \\ R^2 < 2(K_0'^2 + K_0 K_0'') \left[1 - \frac{1}{2 K_0 M} - \frac{1}{2 K_0 N} \right]. \end{cases} \quad (49)$$

Заметим, что если в соотношении (46) положить $a \rightarrow \infty$, то соотношения (42) – (45) будут описывать распространение волны в плоском волноводе со следующим значением параметра $d_2 / 3$:

$$d_2 = \frac{1}{2} \frac{\operatorname{erf}(b \sqrt{\frac{2 K_0'}{N}})}{\operatorname{erf}(b \sqrt{\frac{K_0'}{N}})}. \quad (50)$$

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Представим $\Psi(x, y)$ в виде:

$$\Psi(x, y) = f(x)g(y). \quad (\text{A.1})$$

Тогда из (I5) и (I6) получим следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 f}{dx^2} + \left(K_0^2 - x^2 - P^2 - \frac{K_0^2}{M^2} x^2 \right) f(x) &= 0, \\ \frac{d^2 g}{dy^2} + \left(x^2 - \frac{K_0^2}{N^2} y^2 \right) g(y) &= 0. \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Вводя безразмерные параметры и переменные:

$$\kappa = \frac{x}{x_0}; \quad \sigma = \frac{M}{K_0} (K_0^2 - x^2 - P^2), \quad (\text{A.3})$$

$$y = \frac{y}{y_0}; \quad \rho = \frac{N}{K_0} x^2,$$

где

$$x_0 = \sqrt{\frac{M}{K_0}}; \quad y_0 = \sqrt{\frac{N}{K_0}},$$

сведем уравнения (A.2) к следующим уравнениям Эрмита-Чесниева:

$$\begin{cases} \frac{d^2f}{d\mu^2} + (6 - \mu^2)f = 0, \\ \frac{d^2g}{dy^2} + (\rho - y^2)g = 0. \end{cases} \quad (A.4)$$

Решения этих уравнений, при условии распространения мод вблизи оси волновода, имеют вид [4]:

$$\begin{aligned} f_n &= \left(\frac{1}{x_0 2^n n! \sqrt{\pi}} \right)^{1/2} \exp \left[-\frac{1}{2} \mu^2 \right] H_n(\mu), \\ g_m &= \left(\frac{1}{y_0 2^m m! \sqrt{\pi}} \right)^{1/2} \exp \left[-\frac{1}{2} y^2 \right] H_m(y), \end{aligned} \quad (A.5)$$

причем

$$\begin{aligned} \mu &= 2n + 1, \quad \text{где } n = 0, 1, 2, \dots, \\ \rho &= 2m + 1, \quad \text{где } m = 0, 1, 2, \dots. \end{aligned} \quad (A.6)$$

Тогда, согласно (A.1), общее решение уравнения (I5) есть:

$$\begin{aligned} \Psi_{mn}(x, y) &= \left(\frac{K_0}{2^{m+n} m! n! \pi \sqrt{MN}} \right)^{1/2} \exp \left[-\frac{K_0}{2} \left(\frac{x^2}{M} + \frac{y^2}{N} \right) \right] \times \\ &\quad \times H_m \left(\sqrt{\frac{K_0}{M}} x \right) H_n \left(\sqrt{\frac{K_0}{N}} y \right) \end{aligned} \quad (A.7)$$

Сравнивая (A.3) с (A.6) находим, что:

$$\begin{cases} x^2 = \frac{K_0}{N} (2m+1), \\ P^2 = K_0^2 - x^2 - \frac{K_0}{M} (2n+1). \end{cases}$$

Откуда имеем:

$$P^2 \equiv P_{mn}^2 = K_0^2 \left[1 - \frac{2m+1}{K_0 M} - \frac{2n+1}{K_0 N} \right]. \quad (A.8)$$

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Для параметров, входящих в уравнение (22), имеем следующие выражения (для поля в волноводе):

$$\mathcal{P}^2 \equiv \frac{1}{d} \sum_{K,\ell} \sum_{m,n} C_{K\ell}^* C_{mn} P_{mn}^2 \int_0^a \int_0^{y(x)} dx dy \Psi_{K\ell}^* \Psi_{mn}, \quad (\text{Б.1})$$

$$d_1 \equiv \frac{1}{d} \sum_{K,\ell} \sum_{m,n} C_{K\ell}^* C_{mn} \int_0^a \int_0^{y(x)} dx dy \Psi_{K\ell}^* \Psi_{mn} \left(1 - \frac{x^2}{M^2} - \frac{y^2}{N^2} \right), \quad (\text{Б.2})$$

$$d_2 \equiv \frac{1}{d} \sum_{K,\ell} \sum_{m,n} \sum_{S,T} \sum_{i,j} C_{K\ell}^* C_{mn} C_{S,T}^* C_{ij} \int_0^a \int_0^{y(x)} dx dy \Psi_{K\ell}^* \Psi_{mn} \Psi_{S,T}^* \Psi_{ij}, \quad (\text{Б.3})$$

$$d \equiv \sum_{m,n} \sum_{K,\ell} C_{K\ell}^* C_{mn} \int_0^a \int_0^{y(x)} dx dy \Psi_{K\ell}^* \Psi_{mn}. \quad (\text{Б.4})$$

Параметры \mathcal{P}^2 , d_1 и d_2 являются числами, конкретный вид которых зависит от формы входного сигнала (коэффициенты C_{mn}), от геометрии (т.е. формы сечения $y=y(x)$) и размеров волновода, а также от параметров среды (M и N). Так, например, для полоскового волновода (для нулевой моды $m=n=0$) эти параметры нетрудно вычислить /3/. Они имеют вид:

$$\mathcal{P}^2 \equiv P_0^2 = K_0^2 \left[1 - \frac{1}{K_0 M} - \frac{1}{K_0 N} \right], \quad (\text{Б.5})$$

$$d_1 = 1 - \frac{1}{2MK_0} - \frac{1}{2NK_0}, \quad (\text{Б.6})$$

$$d_2 = \frac{1}{2} \frac{\operatorname{erf}(a\sqrt{\frac{2K_0}{M}}) \operatorname{erf}(b\sqrt{\frac{2K_0}{N}})}{\operatorname{erf}(a\sqrt{\frac{K_0}{M}}) \operatorname{erf}(b\sqrt{\frac{K_0}{N}})}, \quad (\text{Б.7})$$

где $\operatorname{erf}(x)$ – интеграл вероятности.

Поступила II.П.1986

Кафедра радиофизики ТГУ,
ВНИИОТ ЛКИС

ЛИТЕРАТУРА

1. В.А.Выслоух. УФН, 1982, 136, с.519.
2. M.Jain, N.Tzoar. J.Appl. Phys., 49 (9), 1978.
3. И.С.Градштейн, И.М.Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, изд. 4-е, Физматгиз, 1963.
4. Д.Маркузе. Оптические волноводы. Мир, 1974.

Н.Миранзаде, Г.Сеидов

იმპულსურის ძალების დაზოვის საკეთი გარე-
აცვის მაჩვანებლის ჯიშვილი ძალის გარების მოვ-

არარიტა

რეზიუმე

განხილულია სოლიფინების და კანკურის არსებობის და
მეტადობის პირობები ძარღაფების მაჩვენებლის ელექტრო-
განაწილების მქონე ფარგლებაზე სისფეროში.

რეზალურად განხილულია მოლუანი და ბრედერი ფარ-
გამჭარები.

R.Mishaev, E.Teplytsky

WAVE PICTURE OF THE PROPAGATION OF PULSES IN A MEDIUM
WITH AN ELLIPTIC DISTRIBUTION OF THE REFRACTIVE
INDEX

Summary

The conditions of the existence and stability of optical solitons and kinks in waveguide systems with an elliptic distribution of the refractive index are discussed. Rectangular and planar waveguides are considered in detail.

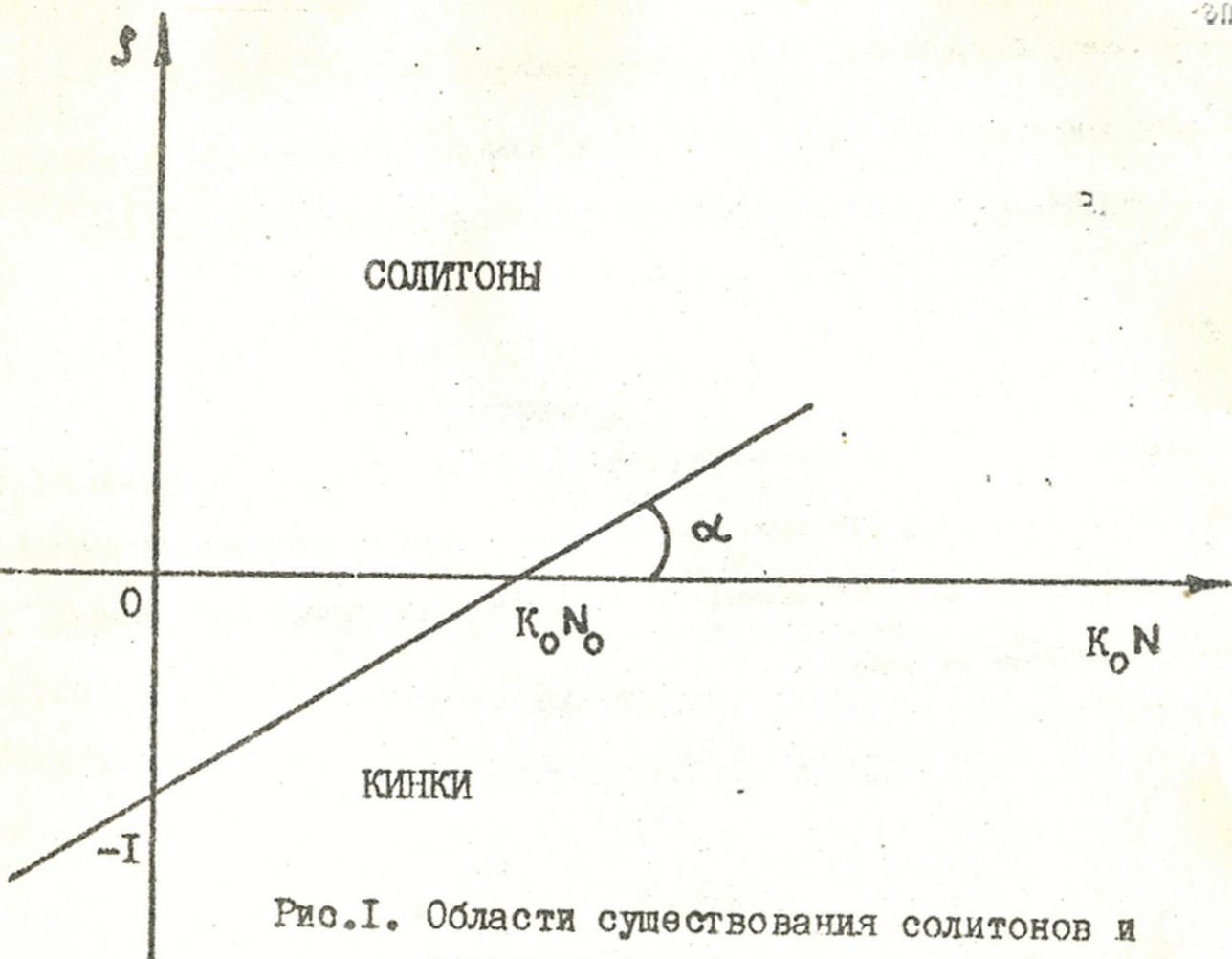


Рис.1. Области существования солитонов и кинков в плоских и полосковых волноводах.

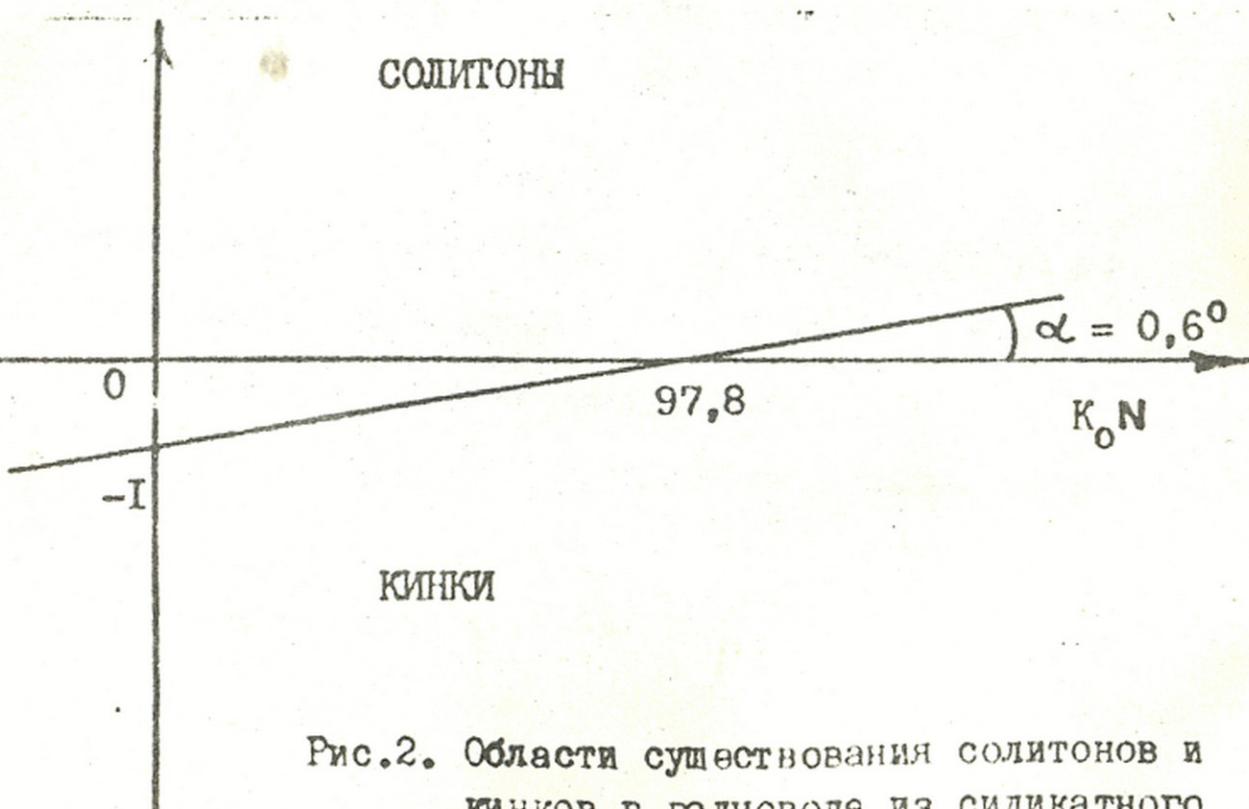


Рис.2. Области существования солитонов и кинков в волноводе из силикатного стекла SiO_2 .

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

მიმღების მრგვა ნოტის მრგვა მოცემულია

სახელმწიფო უნივერსიტეტის მრგვაში

265, 1986

ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА РЕШЕТКЕ ИЗ
ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦИЛИНДРОВ В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ СЛОЕ

Ф.Г.Богданов, Р.Г.Кеванишвили, З.И.Перхули, З.И.Сикмашвили

В антенной и других областях техники СВЧ находят применение устройства, в основе которых лежит прохождение электромагнитных волн через решетки, погруженные в плоский слой диэлектрика. Существующие методы /1,2/ позволяют исследовать лишь системы с малыми (по сравнению с длиной волны λ) радиусами стержней. В /3/ предложен метод исследования металлических решеток в диэлектрическом слое.

В настоящей работе на основе подхода, предложенного в /3/, исследуется дифракция плоских (Е- и Н- поляризованных) волн на решетке из диэлектрических цилиндров в диэлектрическом слое. Данный подход основан на адекватном представлении поля в различных физических однородных областях, что позволяет рассматривать задачу без каких-либо ограничений на электрические радиусы и относительные периоды решетки.

I. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. Исследуемая система изображена на рис. I в сечении ХОУ. Здесь d - период решетки, a - радиус цилиндров, ℓ^- и ℓ^+ - толщина диэлектрического слоя по обе стороны решетки, ϵ, μ - диэлектрическая и магнитная проницаемость

мости слоя, ϵ_1 и μ_1 — проницаемости цилиндров решетки, y — номер цилиндра в решетке, x_1 , y , z — цилиндрические координаты, отнесенные к y -му цилинду решетки.

Пусть на данную систему со стороны $x > 0$ падает плоская E -поляризованная электромагнитная волна с составляющей

$$E_z = e^{ik_0 x} \quad (\sim e^{i\omega t}, k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}). \quad (1)$$

Рассмотрим задачу о нахождении рассеянного поля, возникающего в пространстве в результате дифракции.

Поле рассеянной волны будем искать в виде:

$$\begin{aligned} E_{z1} &= \sum_{p=-\infty}^{\infty} R_p e^{ig_p y - ih_p x} \quad (x \geq l^+), \\ E_{z2} &= \sum_{p=-\infty}^{\infty} [C_p e^{ih'_p x} + (D_p + A_p^-) e^{-ih'_p x}] e^{ig_p y} \quad (a \leq x \leq l^+), \\ E_{z3} &= \sum_{p=-\infty}^{\infty} (C_p e^{ih'_p x} + D_p e^{-ih'_p x}) e^{ig_p y} + E_{z\text{расc}} \quad (-a \leq x \leq a), \\ E_{z4} &= \sum_{p=-\infty}^{\infty} [(A_p^+ + C_p) e^{ih'_p x} + D_p e^{-ih'_p x}] e^{ig_p y} \quad (-l^- \leq x \leq -a), \\ E_{z5} &= \sum_{p=-\infty}^{\infty} B_p e^{ig_p y + ih_p x} \quad (x \leq -l^-). \end{aligned} \quad (2)$$

$$(Im h_p < 0, Im h'_p < 0),$$

где $E_{zP\text{rass}}$ – поле, рассеянное решеткой, R_p и B_p – комплексные амплитуды плоских волн, отраженных и прошедших через систему, λ_p^+ и λ_p^- – комплексные амплитуды волн, переотраженных решеткой, C_p и D_p – амплитуды волн, интерферирующих в диэлектрическом слое, $g_p = 2\pi p/d$ и $h_p = \sqrt{k_0^2 - g_p^2}$, $h'_p = \sqrt{k^2 - g_p^2}$ ($k = \omega \sqrt{\epsilon \mu}$) – поперечные и продольные волновые числа в свободном пространстве и слое диэлектрика.

Целью работы является вычисление коэффициентов R_p и B_p , определяющих рассеянное поле в дальней зоне.

2. КЛЮЧЕВАЯ СИСТЕМА ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ. Неизвестные коэффициенты задачи определяются из системы граничных условий

$$E_z + E_{z1} = E_{z2}, \quad \frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\partial}{\partial x} (E_z + E_{z1}) = \frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\partial}{\partial x} E_{z2} \quad \text{при } x = l^+, \quad (3a)$$

$$E_{z2} = E_{z3}, \quad \frac{\partial}{\partial x} E_{z2} = \frac{\partial}{\partial x} E_{z3} \quad \text{при } x = a, \quad (3b)$$

$$E_{z3} = E_{z4}, \quad \frac{\partial}{\partial x} E_{z3} = \frac{\partial}{\partial x} E_{z4} \quad \text{при } x = -a, \quad (3c)$$

$$E_{z4} = E_{z5}, \quad \frac{1}{i\omega\mu} \frac{\partial}{\partial x} E_{z4} = \frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\partial}{\partial x} E_{z5} \quad \text{при } x = -l^-, \quad (3d)$$

$$E_{zz} = E_{z6}^{(v)}, \quad \frac{1}{i\omega \mu} \frac{\partial}{\partial \chi_v} E_{zz} = \frac{1}{i\omega \mu} \frac{\partial}{\partial \chi_v} E_{z6}^{(v)}$$

при $x = a \cos \varphi_v, \quad (3d)$
 $y = y d + a \sin \varphi_v.$

(здесь $E_{z6}^{(v)}$ — поле внутри v -го цилиндра решетки).

Для выполнения (3) введем, наряду с (2), разложения

$$E_{z\text{расc}} = \sum_{v=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_m H_m^{(2)}(K \chi_v) e^{im \varphi_v}, \quad (4)$$

$$E_{z6}^{(v)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_m J_m(K_1 \chi_v) e^{im \varphi_v}, \quad (5)$$

где $K_1 = \omega \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$ — волновое число в диэлектрике цилиндров, $J_m(x)$ — функция Бесселя m -го порядка, $H_m^{(2)}(x)$ — функции Ханкеля 2-го рода m -го порядка, X_m и Y_m — новые неизвестные.

Система (3) вместе с разложениями (2), (4) и (5) определяет систему функциональных уравнений задачи.

3. ДИФРАКЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИСТЕМЫ. Уравнения (3a, г) определяют систему алгебраических уравнений относительно коэффициентов дифракционного (пространственного) спектра рассеянной волны:

$$\delta_P e^{ih_P l^+} + R_P e^{-ih_P l^+} = C_P e^{ih'_P l^+} + (D_P + I_P^-) e^{-ih'_P l^+},$$

$$\delta_{P_0} \frac{h_P}{\mu_0} e^{ih_P l^+} - R_P e^{-ih_P l^+} = \frac{h'_P}{\mu} \left[C_P e^{ih'_P l^+} - (D_P + A_P^-) e^{-ih'_P l^+} \right],$$

$$(A_P^+ + C_P) e^{-ih'_P l^-} + D_P e^{ih'_P l^-} = B_P e^{-ih_P l^-}, \quad (6)$$

$$\frac{h'_P}{\mu} \left[(A_P^+ + C_P) e^{-ih'_P l^-} - D_P e^{ih'_P l^-} \right] = \frac{h'_P}{\mu_0} B_P e^{-ih_P l^-} \\ (P=0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

Коэффициенты дифракционного спектра могут быть представлены через неизвестные A_P^\pm , определяющие поле переизлученной решеткой. Эти представления имеют вид:

$$B_P = e^{ih_P l^-} \left\{ 4\delta_{P_0} h'_P h_P e^{ih_P l^+} / [\mu_n (c_P c'_P - d_P d'_P)] + A_P^+ e^{-ih'_P l^-} + \right. \\ \left. + 2b_P \left[\frac{h'_P}{\mu_n} e^{-ih'_P l^+} A_P^- + \left(\frac{h'_P}{\mu_n} \cosh h'_P l + i h'_P \sinh h'_P l \right) e^{-ih'_P l^+} A_P^+ \right] \right\}, \quad (7a)$$

$$R_P = e^{ih_P l^+} \left\{ -2i\delta_{P_0} b_P e^{ih_P l^+} \left(h_P^+ \frac{h'_P}{\mu_n} \right) \sinh h'_P l A_P^- e^{-ih'_P l^+} + \right. \\ \left. + 2b_P \left[\frac{h'_P}{\mu_n} e^{-ih'_P l^-} A_P^+ + \left(\frac{h'_P}{\mu_n} \cosh h'_P l + i h'_P \sinh h'_P l \right) e^{-ih'_P l^+} A_P^- \right] \right\}, \quad (7b)$$

$$C_P = [a_P R_P + d'_P (d_P A_P^+ - c'_P A_P^-)] / (c_P c'_P - d_P d'_P),$$

$$D_P = [-a_P d'_P + d_P (d'_P A_P^- - c_P A_P^+)] / (c_P c'_P - d_P d'_P), \quad (7b)$$

(7c)

ГДЕ

$$a_p = 2\delta_{p_0} h_p e^{i h_p l^+}, \quad b_p = \left(\frac{h'_p}{\mu_n} - h_p \right) / (c_p c'_p - d_p d'_p),$$

$$c_p = \left(\frac{h'_p}{\mu_n} + h_p \right) e^{i h'_p l^+}, \quad c'_p = \left(\frac{h'_p}{\mu_n} + h_p \right) e^{-i h'_p l^-},$$

$$d_p = \left(h_p - \frac{h'_p}{\mu_n} \right) e^{-i h'_p l^-}, \quad d'_p = \left(h_p - \frac{h'_p}{\mu_n} \right) e^{-i h'_p l^+},$$

$$\mu_n = \mu / \mu_0, \quad l = l^+ + l^-.$$

4. СВЯЗЬ МЕЖДУ КОЭФФИЦИЕНТАМИ МУЛЬТИПОЛЬНОГО И ДИФРАКЦИОННОГО СПЕКТРОВ РАССЕЯННОГО ПОЛЯ. Уравнения (3б, в) определяют связь между коэффициентами \mathcal{A}_P^\pm — пространственно-го и \mathcal{X}_m — мультипольного спектров рассеянного поля. Следуя /4/, находим связь между этими коэффициентами:

$$\mathcal{A}_P^\pm = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{D'^2 - P^2}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^{\mp m} \mathcal{X}_m e^{\pm m \varphi_P} & (|P| < D'), \\ \frac{i}{2\sqrt{P^2 - D'^2}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \mathcal{X}_m e^{\mp m \varphi_P} & (P > D'), \\ \frac{i}{2\sqrt{P^2 - D^2}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m \mathcal{X}_m e^{\pm m \varphi'_P} & (P < -D'), \end{cases} \quad (8)$$

ГДЕ

$$\varphi_P = \arctg \frac{P}{\sqrt{D'^2 - P^2}}, \quad \varphi'_P = \operatorname{arth} \frac{\sqrt{P^2 - D'^2}}{|P|},$$

$$(D' = D \sqrt{\epsilon_n \mu_n}, \quad \epsilon_n = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}, \quad D = d/\lambda).$$

5. МУЛЬТИПОЛЬНЫЙ СПЕКТР РАССЕЯННОГО ПОЛЯ. Уравнения (3г) определяют систему функциональных уравнений относительно коэффициентов мультипольного спектра рассеянного поля:

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} [T_m \phi_m(\alpha', \varphi) - Y_m J_m(\alpha_i) e^{im\varphi}] = f(\alpha', \varphi), \quad (9)$$

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} [T_m \phi'_m(\alpha', \varphi) - Y_m \frac{W}{W_i} J'_m(\alpha_i) e^{im\varphi}] = f'(\alpha', \varphi),$$

где

$$\phi_m(\alpha, \varphi) = H_m^{(2)}(\alpha') e^{im\varphi} + \sum_{s=-\infty}^{\infty} J_s(\alpha') Z_{m-s}(\beta') e^{is\varphi},$$

$$Z_{m-s}(\beta') = 2 \cos(m-s) \frac{\pi}{2} \sum_{j=1}^{\infty} H_{m-s}^{(2)}(\beta' j),$$

$$f(\alpha', \varphi) = - \sum_{p=-[D']}^{[D']} \left[C_p e^{i\alpha' \cos(\varphi - \varphi_p)} + D_p e^{-i\alpha' \cos(\varphi + \varphi_p)} \right] -$$

$$- \sum_{p=-\infty}^{-[D']+1} \left[C_p e^{-i\alpha' \sin(\varphi + i\varphi'_p)} + D_p e^{-i\alpha' \sin(\varphi - i\varphi'_p)} \right] -$$

$$- \sum_{p=[D']+1}^{\infty} \left[C_p e^{i\alpha' \sin(\varphi - i\varphi'_p)} + D_p e^{i\alpha' \sin(\varphi + i\varphi'_p)} \right]$$

$$(\alpha' = \kappa a, \quad a_i = \kappa a, \quad W = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}, \quad W_i = \sqrt{\frac{\mu_i}{\epsilon_i}}, \quad \beta' = \kappa d).$$

Подставляя в (9) выражения (7) и (8) и исключая коэффициент y_m , после некоторых преобразований приходим к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов x_m

$$x_n = -y_0 x_n - \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq n}}^{\infty} x_m \hat{Z}_{mn}, \quad (10)$$

где

$$y_0 = \frac{2e^{ik_0 \ell^+} [i^n (1 + \sqrt{\epsilon_n}) e^{ik\ell^+} - i^{-n} (1 - \sqrt{\epsilon_n}) e^{-ik\ell^-}]}{(1 + \sqrt{\epsilon_n})^2 e^{ik\ell^+} - (1 - \sqrt{\epsilon_n})^2 e^{-ik\ell^-}},$$

$$x_n = \frac{J_n(\alpha')}{H_n^{(2)}(\alpha') + J_n(\alpha') \cdot \{ Z_0(\beta') + \Delta_{nn} + (-1)^n [Z_{nn}(\beta) + \Delta_{-nn}] \} - 5_n J_n(\alpha')},$$

$$\xi_n = \frac{2i}{\Re \alpha' [J'_n(\alpha') J_n(\alpha_1) - \frac{w}{w_1} J_n(\alpha') J'_n(\alpha_1)]},$$

$$\hat{Z}_{mn} = x_n \{ Z_{m-n}(\beta') + \Delta_{mn} + (-1)^m (1 - \delta_{m0}) [Z_{m+n}(\beta') + \Delta_{-mn}] \},$$

$$\Delta_{mn} = \sum_{P=0}^{[D']} y_{mn}^P + \sum_{P=[D']+1}^{\infty} \xi_{mn}^P,$$

$$y_{mn}^P = \frac{2(\lambda - \delta_{P0}) b_P}{\Re \sqrt{D'^2 - P^2}} \left\{ \left(\frac{h'_P}{\mu_n} + h_P \right) \cos [(m+n)(\frac{\pi}{2} - \varphi_P) - h'_P (\ell^+ - \ell^-)] + \left(\frac{h'_P}{\mu_n} - h_P \right) e^{-ih'_P \ell} \cos [(m-n)(\frac{\pi}{2} - \varphi_P)] \right\},$$

$$\xi_{mn}^P = \frac{2ib_P}{\Re \sqrt{D'^2 - P^2}} [1 + (-1)^{m+n}] \left\{ \left(\frac{h'_P}{\mu_n} + h_P \right) ch [(m+n)\varphi'_P + ih'_P (\ell^+ - \ell^-)] + \left(\frac{h'_P}{\mu_n} - 1 \right) e^{-ih'_P \ell} ch (m-n)\varphi'_P \right\}.$$

Система (10) допускает регуляризацию вида

$$\mathcal{X}_m = J_m(\alpha) \hat{\mathcal{X}}_m,$$

где \mathcal{X}_m — новые неизвестные. Поэтому она является системой Фредгольмового типа и может исследоваться методом редукции при произвольных параметрах задачи /5/.

5. СЛУЧАЙ Н-ПОЛЯРИЗАЦИИ. При Н-поляризации падающей волны все формулы настоящей работы будут справедливы, если произвести в них замену $E \rightleftharpoons H$, $\epsilon_0 \rightleftharpoons -\mu_0$, $\epsilon \rightleftharpoons -\mu$, $\epsilon_1 \rightleftharpoons -\mu_1$, $\epsilon_n \rightleftharpoons -\mu_n$, $\epsilon_{n1} \rightleftharpoons -\mu_{n1}$.

6. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ. Система уравнений (10) численно исследовалась на ЭВМ (БЭСМ-6) методом редукции при различных параметрах задачи $D = d/A$, $S = 2a/d$, l/d , $\epsilon_{n1} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_0}$, $\epsilon_n = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$ при $l^+ = l^- = \frac{l}{2}$, $\mu = \mu_1 = \mu_0$. Сходимость результатов и устойчивость решения задачи иллюстрирует следующая таблица зависимости модуля коэффициента прохождения $|B_0|$ от порядка редукции N , вычисленная при $l/d = 0,3$ для случая Е-поляризации.

Таблица

| Параметры задачи | | | | Модуль коэффициента прохождения $ B_0 $ | | |
|------------------|--------------|------|------|---|----------|----------|
| ϵ_{n1} | ϵ_n | S | D | $N=1$ | $N=3$ | $N=5$ |
| 5,4 | 2,1 | 0,1 | 0,5 | 0,926577 | 0,926697 | 0,926697 |
| | | | 1,5 | 0,931376 | 0,927012 | 0,927012 |
| 2,1 | 5,4 | 0,25 | 0,5 | 0,855425 | 0,862001 | 0,862001 |
| | | | 1,5 | 0,939326 | 0,736396 | 0,735900 |
| | | 0,1 | 0,5 | 0,796567 | 0,796157 | 0,796157 |
| | | | 0,25 | 0,808602 | 0,796021 | 0,796013 |

Из приведенной таблицы следует, что сходимость алгоритма зависит от параметров задачи S , D , ϵ_{η} , ϵ_{γ} и ухудшается с ростом эффективных размеров решетки (параметров S , D и ϵ_{η}). При малых заполнениях ($S=0,1$) сходимость наблюдается уже при $N=1$, что указывает на слабое дифракционное взаимодействие между элементами системы.

На рис. 2 и 3 представлены зависимости модуля коэффициента прохождения $|B_0|$ от относительного периода решетки $D = \frac{d}{\lambda}$, вычисленные для случая Е-поляризации (рис. 2) и Н-поляризации (рис. 3) при $\epsilon_{\eta}=5,4$, $\epsilon_{\eta\eta}=2,1$ (сплошные кривые) и $\epsilon_{\eta}=2,1$, $\epsilon_{\eta\eta}=5,4$ (штриховые линии).

7. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ. Анализ приведенных зависимостей позволяет сделать следующие выводы:

1. Дифракционные зависимости системы качественно не зависят от вида поляризации (Е- или Н-) падающей волны. Этот результат вполне согласуется с анализом диэлектрического слоя /6/ и диэлектрической решетки /7/.

2. Исследуемая система обнаруживает резонансные свойства, проявляющиеся в одноволновой области ($D < 1$) в виде эффектов полного отражения и прохождения падающей волны. Число резонансов возрастает с ростом заполнения S , проницаемостей ϵ_{η} и $\epsilon_{\eta\eta}$, и разницы в проницаемостях ϵ_{η} и $\epsilon_{\eta\eta}$ (ср. /7/). Диапазон полного отражения очень узок по длине волны.

3. При малых заполнениях решетки $S < 0,1$ и малых $D \ll 1$ дифракционные свойства системы не зависят ни от параметров решетки, ни от поляризации волны и полностью определяются параметрами слоя $\frac{l}{d}$ и $\epsilon_{\eta\eta}$.

Материалы настоящей работы могут быть использованы при

анализе антенных и СВЧ устройств, в частности, при проектировании антенных обтекателей и создании искусственных диэлектриков с заданными свойствами.

Поступила 15.II.1986

Кафедра общей физики ГИИ,
Кафедра радиофизики ТГУ

ЛИТЕРАТУРА

1. В.А.Каплун. Изв. вузов. Радиофизика, 8, № 4, с.743, 1965.
2. В.А.Каплун, В.Г.Кулиш. Изв. вузов. Радиофизика, 27, № 5, с.613, 1984.
3. Ф.Г.Богданов, Г.Ш.Кеванишвили, З.И.Сикмашвили, О.П.Цагарейшвили. Доклады IУ Всесоюзного симпозиума по дифракции и распространению волн. Тбилиси, т.1, с.526, 1985.
4. Г.Ш.Кеванишвили, О.П.Цагарейшвили, Радиотехника и электроника, 21, № 3, с.498, 1976.
5. В.П.Шестопалов, Л.Н.Литвиненко, С.М.Масалов, В.Г.Сологуб. Дифракция волн на решетках, изд. ХГУ, Харьков, 1973.
6. А.Дж.Стрэттон, Теория электромагнетизма. М.-Л.; ОГИЗ, 1948.
7. Ф.Г.Богданов, Г.Ш.Кеванишвили, З.И.Сикмашвили, О.П.Цагарейшвили. Радиотехника и электроника, 30, № 10, с.1879, 1985.

დ. ბოგდანოვი, რ. კევანიშვილი, გ. ძირძული,
გ. სიმაშვილი

ელემენტარული დიფრაქტის მიზანის დიფრაქტის
და მას გარე დიფრაქტის მიზანის
დროის მასში

რეზიუმე

ცვლადა განცალების მეთოდით აღმოჩენილი დიფრაქტის
მიზანი ელექტრომიგნიფური ფაროს დიფრაქტის ამოცანა
და ელექტრიკული ცირინდრული სისტემისაგან შემოგარ მესერჩე, რომელიც
მოხავს ებულა სუსტური სისტემის დიფრაქტიკში. ნაჩვენებია, რომ
დიფრაქტიული მახასიათებლები დასობრივია ან არის გამოკი-
დებული გაცემული ფაროს პოლარიზაციის ფიზიკური (E- ან H-).
მესერი ამოცანებს დიფრაქტიკის პარამეტრებზე გამოყოფებულ
რეზონანსურ დისკებებს.

F.Bogdanov, R.Kevanishvili, Z.Perkhuli, Z.Sikmashvili

DIFFRACTION OF ELECTROMAGNETIC WAVES AT THE GRATING OF DIELECTRIC CYLINDERS IN DIELECTRIC LAYER

Summary

The problem of diffraction of a plane electromagnetic wave by a grating of dielectric cylinders placed in the dielectric layer of finite length is considered by the method of separating the variables. It is shown that the diffraction characteristics do not depend qualitatively on the type (E- or H-) of polarization of the incident wave. The grating displays resonance properties that depend on the dielectric parameters.

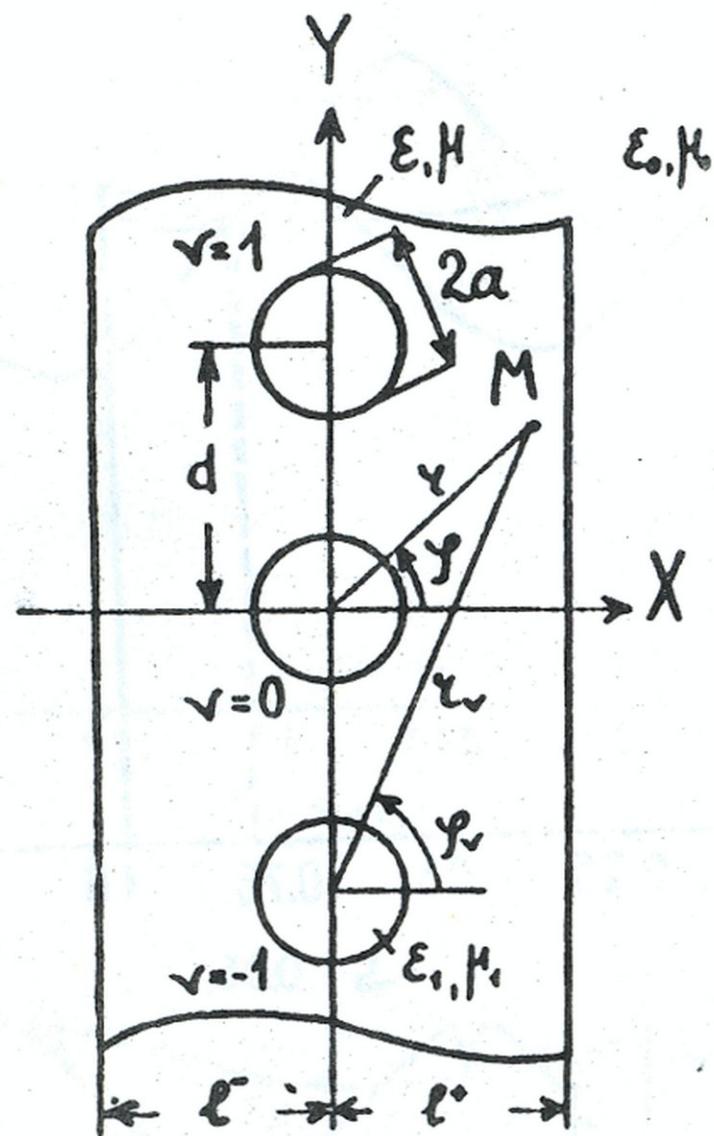


Рис. I.

- 46 -

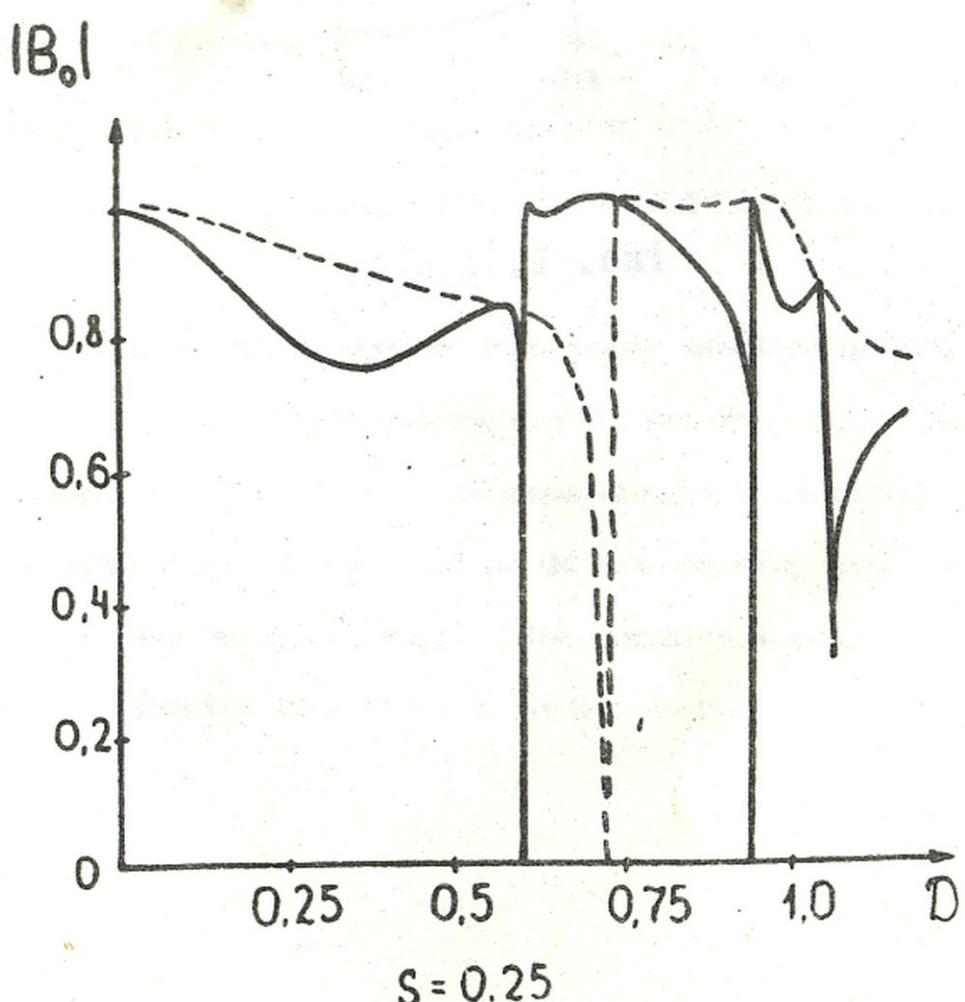
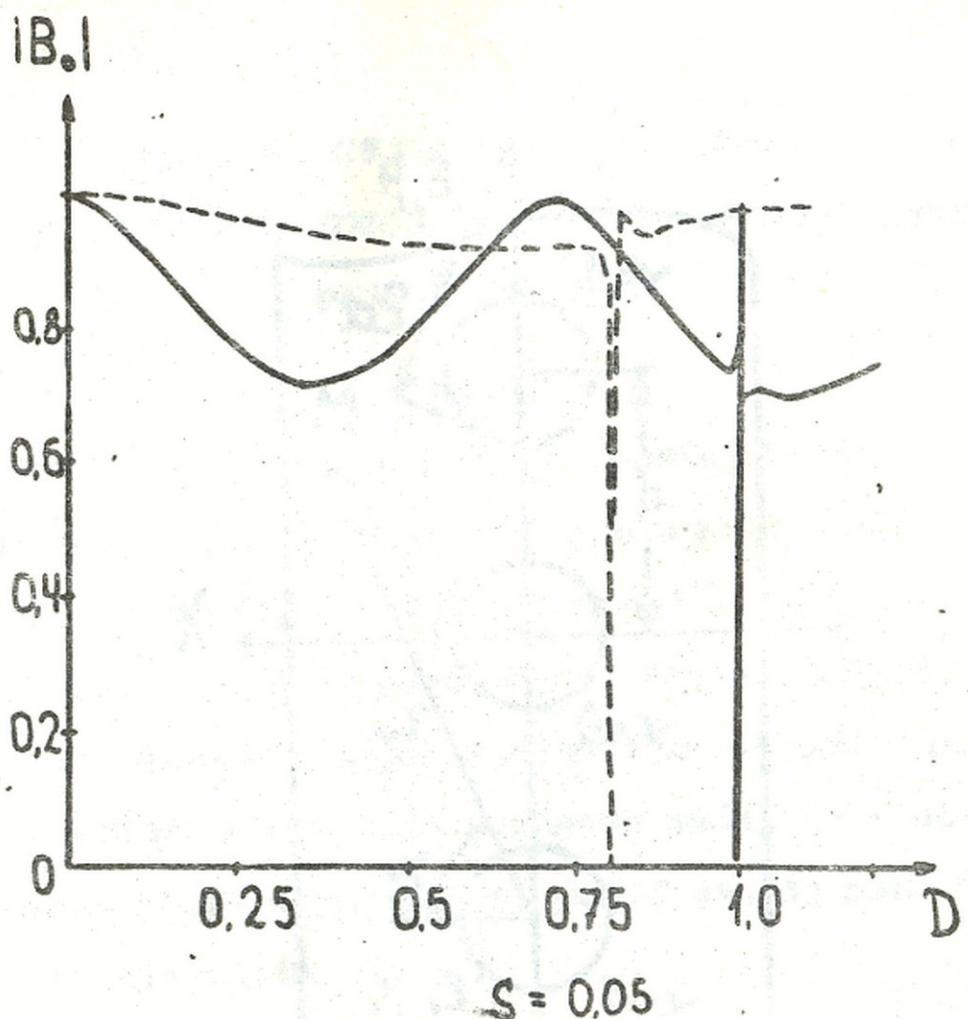


Рис. 2

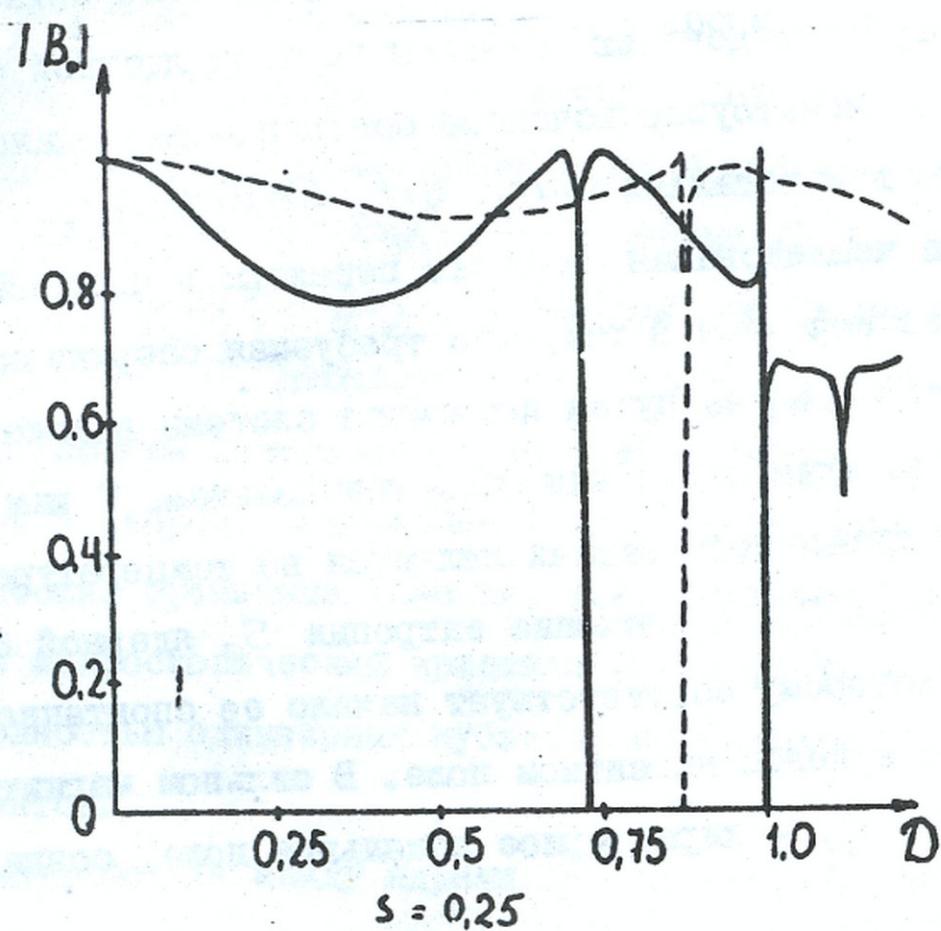
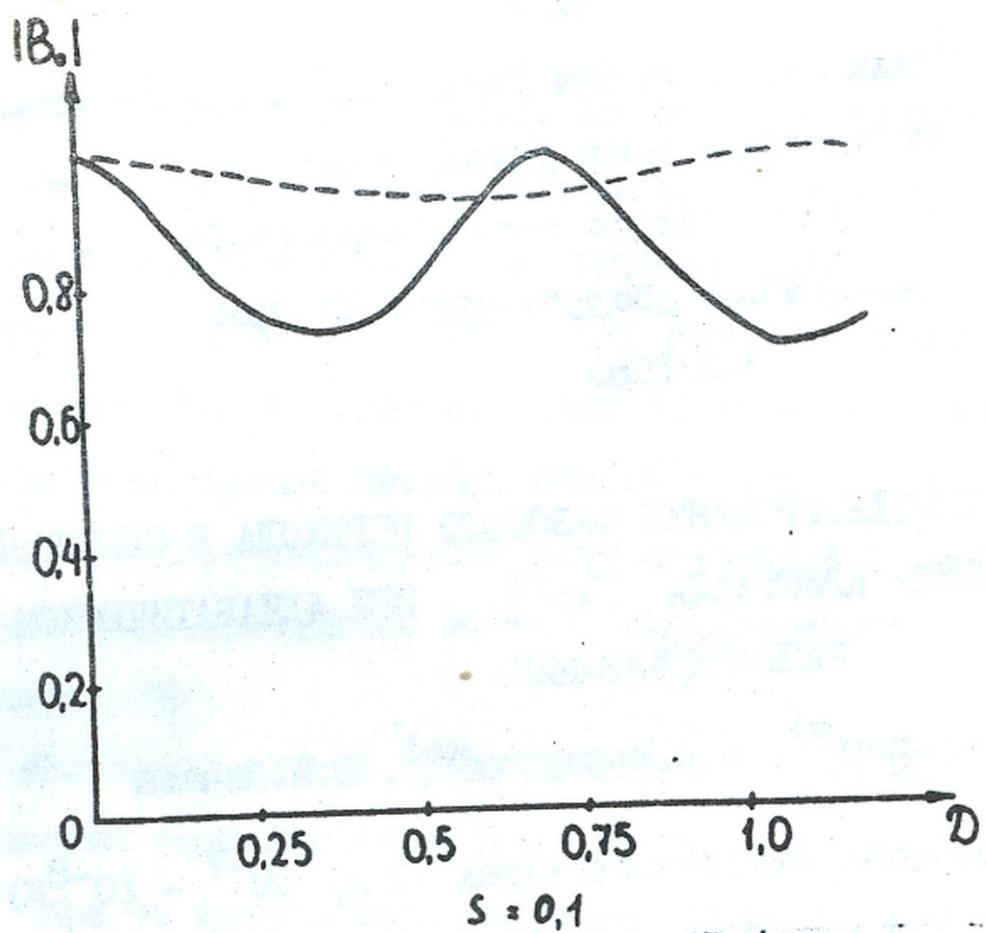


Рис. 3.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

მიმღების ძრობის ნიუკლიური მრეცვალი

სახვემაფო უნივერსიტეტის ძრობები

265, 1986

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА В СПИНОВОЙ
СИСТЕМЕ ЯДЕР КРИСТАЛЛА CaF_2 ПРИ АДИАБАТИЧЕСКОМ
РАЗМАГНИЧИВАНИИ

С.И.Васильев^{*)}, И.А.Меркулов^{**)}, Ю.И.Папава

I. При сверхнизких температурах ($T \lesssim 10^{-7} - 10^{-8}$ K) взаимодействие между ядерными спинами в твердом теле приводит к их спонтанному упорядочению. Фазовый переход ядерной спиновой системы в магнитоупорядоченное состояние наблюдался экспериментально в кристаллах CaF_2 , LiF , Ca(OH)_2 /1/.

Специфика исследования фазового перехода в ядерной спиновой системе заключается в том, что требуемая сверхнизкая температура достигается не путем помещения системы в холодный термостат, а ее адиабатическим размагничиванием. Таким образом, основным параметром задачи является не температура фазового перехода T_c , а значение энтропии S_c ядерной спиновой системы, которому соответствует начало ее спонтанного упорядочения в кулевом магнитном поле. В сильном магнитном поле $H \gg H_L$ (H_L – характерное локальное поле, создава-

^{*)} Ленинградский государственный университет им. А.А.Данова.

^{**) Ленинградский физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе.}

мое на ядре соседними ядрами), из которого начинается адиабатическое размагничивание, энтропия S однозначно связана со средним значением проекции ядерного спина P на \vec{H} .

Поскольку величина P может быть непосредственно измерена, практический интерес представляет определение критического значения поляризации ядерных спинов в сильном поле P_C , начиная с которого последующее адиабатическое размагничивание приведет к возникновению магнитоупорядоченного состояния ядерных спинов /2/.

В настоящей работе приводятся результаты численного моделирования фазового перехода в ядерной спиновой системе CaF_2 при ее адиабатическом размагничивании во вращающейся системе координат. Для моделирования процесса использовалась предложенная в /3/ модификация метода Монте-Карло. Полученные результаты будут сопоставлены как с данными экспериментов /2/, так и с теоретическими расчетами /2, 4, 5/.

2. В кристаллах CaF_2 магнитный момент имеют только ядра фтора (F^{19}), расположенные в узлах простой кубической решетки. Расчеты проводились для ячейки Монте-Карло кубической формы с ребром, содержащим 6 ядер фтора. Использовались периодические граничные условия, т.е. фактически считалось, что весь макроскопический кристалл имеет форму куба и состоит из полностью одинаковых кубиков, содержащих по 216 магнитных моментов.

Взаимодействие между ядрами F^{19} в CaF_2 носит магнитодипольный характер. Поскольку мы моделируем ситуацию адиабатического размагничивания во вращающейся системе координат, полный гамильтониан ядерной спиновой системы был взят в виде

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_z + \mathcal{H}'_{dd},$$

где

$$\mathcal{H}_z = \sum_i \left\{ \hbar(\omega_0 - \omega) I_{iz} + \hbar\omega_i I_{iz} \right\}$$

— зеемановская часть гамильтониана, характеризующая взаимодействие с эффективным магнитным полем $\vec{H}_{\text{эфф}}$ во вращающейся системе координат /6/, а

$$\mathcal{H}'_{dd} = \frac{1}{2} \gamma^2 \hbar^2 \sum_{i < j} \frac{1-3 \cos^2 \theta_{ij}}{r_{ij}^3} \left\{ 3I_{iz} I_{jz} - (\vec{I}_i \cdot \vec{I}_j) \right\}$$

— усеченная часть магнитодипольного гамильтониана, где ω_0 — ларморова частота $\omega_0 = \gamma H_0$, ω — частота переменного поля H_1 , $\omega_1 = \gamma H_1$, γ — гиромагнитное отношение, I_α — проекции ядерного спина, r_{ij} — расстояние между i -м и j -м ядрами, θ_{ij} — угол между радиус-вектором \vec{r}_{ij} и направлением магнитного поля.

Расчет проводился в три этапа. На первом этапе определялись вид основного состояния ядерной спин-системы и энергия, приходящаяся на одно ядро в этом состоянии. На втором этапе были найдены температурные зависимости энергии и параметра порядка. Все эти расчеты были выполнены при $H_{\text{эфф}} = 0$. Наконец, на третьем этапе была определена связь между поляризацией "церной системы в сильном поле и ее температурой после адиабатического размагничивания.

Общая схема вычислений на первом и втором этапах достаточно подробно описана в /7/. Поэтому мы здесь остановимся лишь на моделировании адиабатического процесса.

Напомним, что на каждый ядерный спин действует некоторое магнитное поле, являющееся суммой внешнего одинакового поля для всех ядер $\vec{H}_{\text{эфф}}$ и локального поля \vec{H}_ν , создавае-

мого на ядре соседними ядрами. Условие адиабатичности сводится к отсутствию теплообмена между изучаемой системой и окружающей средой, так что при постоянных внешних условиях в системе оказываются возможными лишь такие внутренние движения, которые не сопровождаются изменением ее полной энергии. Поэтому если в обычной процедуре Монте-Карло допускаются произвольные переориентации спина отдельных ядер, то при моделировании адиабатического процесса проекция этого спина на действующее на него поле $\vec{H}_{\text{эфф}} + \vec{H}_L$ должна сохраняться. Исходя из этого в ЭВМ использовалась следующая процедура: сперва при заданной температуре T приготавливалась система в нулевом поле $\vec{H}_{\text{эфф}} = 0$. На этом этапе был разрешен теплообмен между ядерной спин-системой и терmostатом, так что среднее значение проекции ядерного магнитного момента $\vec{\mu}_M$ на поле $\vec{H}_M = \vec{H}_{\text{эфф}} + \vec{H}_L$ устанавливалось в соответствии с термодинамической формулой

$$(\vec{\mu}_M \cdot \vec{H}_M) = \mu_M H_M \left\{ \operatorname{ct} \frac{\hbar}{K_B T} \left(\frac{\mu_M H_M}{K_B T} \right) - \frac{K_B T}{\mu_M H_M} \right\},$$

где K_B — постоянная Больцмана. В направлении, перпендикулярном к $\vec{H}_{\text{эфф}} + \vec{H}_L$, составляющие спина отдельного ядра выбирались случайным образом.

Затем взаимодействие с терmostатом выключалось. С этого момента разрешались только произвольные повороты ядерного спина вокруг действующего на него поля $\vec{H}_{\text{эфф}} + \vec{H}_L$, а изменение величины проекции данного спина на поле $\vec{H}_{\text{эфф}} + \vec{H}_L$ могло быть связано только с изменением $\vec{H}_{\text{эфф}}$ или \vec{H}_L . Поле \vec{H}_L изменялось при поворотах других спинов случайным образом в ячейке Монте-Карло, а внешнее поле $\vec{H}_{\text{эфф}}$ — в

процессе намагничивания. Скорость изменения $\vec{H}_{\text{эфф}}$ оказалась достаточно малой, чтобы процесс намагничивания был обратимым (подробнее см./3/).

Для получения приведенных ниже результатов предполагалось, что сильное постоянное магнитное поле направлено вдоль кристаллографической оси $\langle 001 \rangle$, которая соответственно была выбрана за ось Z .

3. Результаты численного моделирования температурной зависимости среднего значения энергии одного ядра и параметра порядка η представлены на рис. I,2. Там же изображены спиновые структуры, соответствующие предельно низкой ($T=+0$) и предельно высокой ($T=-0$) энергиям спиновой системы. Соответствующие значения энергии ядер равны $2,67 \mu^2/\gamma_0^3 = 2,34 \cdot 10^{-30}$ дж и $4,84 \mu^2/\gamma_0^3 = 4,24 \cdot 10^{-30}$ дж (здесь использованы значение магнитного момента ядра $F^{19} \mu = 2,628 \mu_N / 81$, где μ_N — ядерный магнетон, и величина расстояния между соседними ядрами фтора $\gamma_0 = 2,72 \text{ \AA}$ /9/).

В случае $T > 0$ зависимость средней энергии ядра от температуры в пределах погрешности согласуется с результатами расчетов /4/. Из температурной зависимости параметра порядка (рис.2) нетрудно оценить температуру фазового перехода $T_{C1} = 1,5 \mu^2/K_B \gamma_0^3 = (1,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-7} \text{ К}$ и $T_{C2} = -3 \mu^2/K_B \gamma_0^3 = -(2,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-7} \text{ К}$.

4. На рис. 3 представлена связь между поляризацией ядерной спиновой системы в поле $H_{\text{эфф}} = 9 \mu/\gamma_0^3 = 6 \text{ Гс}$ и значением ядерной спиновой температуры при $\vec{H}_{\text{эфф}} = 0$. Предполагалось, что $\vec{H}_{\text{эфф}}$ направлено вдоль оси X . Видно, что для получения магнитоупорядоченного состояния $T < 10^{-7} \text{ К}$ или

$T > -2 \cdot 10^{-7}$ К необходимо, чтобы поляризация в сильном поле удовлетворяла условиям $P > 45\%$ или $|P| > 35\%$. По данным работы /2/ спиновое упорядочение наблюдается при $P > 30\%$, что в достаточно хорошем согласии с результатами численного моделирования.

Большой интерес представляет сопоставление результатов различных теоретических моделей для связи между поляризацией магнитных подрешеток в нулевом поле и поляризацией ядер в сильном поле $\vec{H}_{\text{эфф}}$. На рис. 4 представлены такие зависимости, полученные в /5/ для приближения поля Вейсса и приближения ограниченного следа, а также результаты нашего численного моделирования.

При достаточно большой поляризации P численное моделирование дает те же результаты, что и модель поля Вейсса, в то время как ответ в приближении ограниченного следа заведомо неверный: $P = 1$, $\gamma < 1$. В окрестности фазового перехода неверна модель поля Вейсса, а численное моделирование дает результат, близкий к данным приближения ограниченного следа. Получаемое при моделировании значение критической поляризации $P \approx (35 \pm 5)\%$, которой после размагничивания соответствует появление отличного от нуля значения параметра порядка γ , достаточно близко лежит к экспериментальной оценке $P = 30\%$, полученной в /2/. Такое совпадение свидетельствует о том, что численное моделирование дает достаточно высокую точность для планирования экспериментов по адиабатическому размагничиванию ядерной спин-системы в области сверхнизких температур.

Поступила 19. II. 1986

Проблемная лаборатория
физики полупроводников

ЛИТЕРАТУРА

1. А.Абрагам, М.Гольдман. Ядерный магнетизм: порядок и беспорядок. Т.2.М.,Мир, 1984.
2. M.Chapellier, M.Goldman, Vu Hoang Chau, A.Abragam. Journ. Appl. Phys., 41, 849, 1970.
3. С.И.Васильев, Л.А.Калмикова, И.А.Меркулов. Письма в ЖЭТФ, 37, 65, 1983.
4. И.А.Фаворский, Н.Б.Громова. ФТТ, 21, 3365, 1979.
5. M.Goldman, G.Sharma. J.Phys. (France), 36, 1353, 1975.
6. М.Гольдман. Спиновая температура и ЯМР в твердых телах. М.,Мир, 1972.
7. С.И.Васильев, И.А.Меркулов, Ю.И.Папава. Материалы У республиканского коллоквиума по оптике и спектроскопии полупроводников. Сухуми, 1984.
8. А.Лёше. Ядерная индукция. М., ИЛ, 1963.
9. L.J.Lowe, R.E.Norberg. Phys. Rev., 107, 46, 1957.

6. ვასილევი, ი. მურუკოვი, ი. პაპავა

CaF_2 პრიცესის ბირჩევა სპეციალურ
ფიზიკი მარჯვენას ჩიტენიში მოწერილი აღმ-
აბაცირი ძალა განვითარების

რეზიუმე

დესწავლით CaF_2 -ში დარინის ბირჩევების სპეციური
სისხე მის მაგნიტურა მოწესრიგებულ მიმომარეობაში გარასვე
გერაბარი ფერმერაციის გროს რიცხვითი მოწერილების მეთოდი.
მოწახა სისხე მის ძირითადი მიმომარება, კერძითისა და ნესტი-
კის პარამეტრის ფერმერაციული დამოტერებულება ფერმოინულ-
კი ნონასტრობის პირობები. მიღებულია კავშირი ძალა მაგნი-

ფურ ველში პოლარიტაციასა და ნებრივის პარამეტრის ძორის აღიაპა-
 ფური გარმავნილების შემთხვევა.

რიცხვითი მოდელირების საშუალებით მიღებული შედეგები
 შეაქერებულია მიახოებით თეორიული მეთოდებით მიღებულ შედეგებ-
 თან და ექსპერიმენტულ მოწაფეობისთვის. ნაჩვენებია, რომ რიცხვი-
 თი მოდელირების მეთოდი საშუალებას იძევა საკმაო გუსფად შე-
 ვადასთა ტეიკ მაგნიტურ ველში ბირდვული სპინების პოლარიზაცი-
 ის ის კრიფიკული მნიშვნელობა P_c , რომელსაც, აღიაპაფური განმა-
 ძნილების შემთხვევა, შეესაბამება სპინური სისფერის გარანტის მატ-
 ნიფურად მოწესრიგებულ მტკომარეობაში.

S.Vasil'ev, L.Merkulov, Yu.Papava

NUMERICAL MODELLING OF PHASE TRANSITION IN THE NUCLEAR SPIN SYSTEM OF THE CaF_2 CRYSTAL ADIABATIC DEMAGNE- TIZATION

Summary

The nuclear magnetic ordering in the CaF_2 crystal at superlow temperatures has been studied by numerical modelling. The ground state of the system and the energy and ordering parameter as a function of temperature at thermodynamic equilibrium have been found.

The results obtained by numerical modelling are compared with the results of other theoretical methods and experimental data. It is shown that numerical modelling permits to estimate with fair accuracy the critical value of polarization in high field P_c , which tends to magnetic ordering of the nuclear spin system following adiabatic demagnetization.

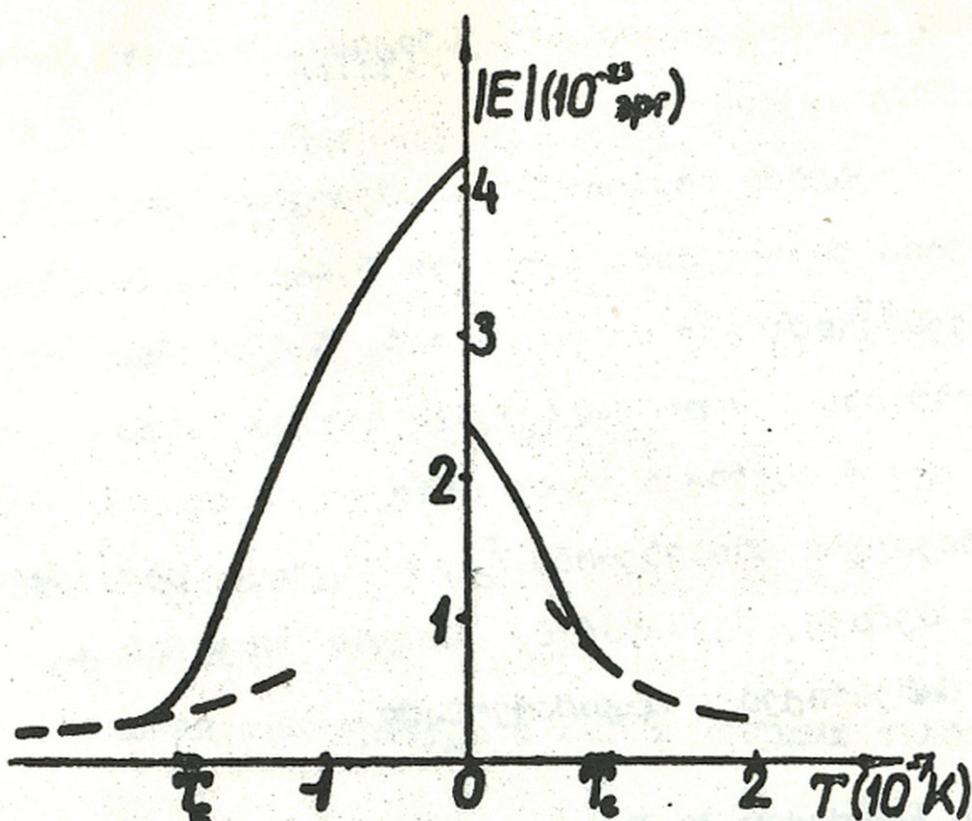


Рис. 1. Зависимость средней энергии одного ядра от температуры. Сплошная кривая – результат численного моделирования, пунктир – расчет по высокотемпературной формуле $E = \mu^2 H_L^2 / k_B T / 6 /$. Точки T_c – значения температуры, при которых исчезает спиновое упорядочение (см. рис. 2).

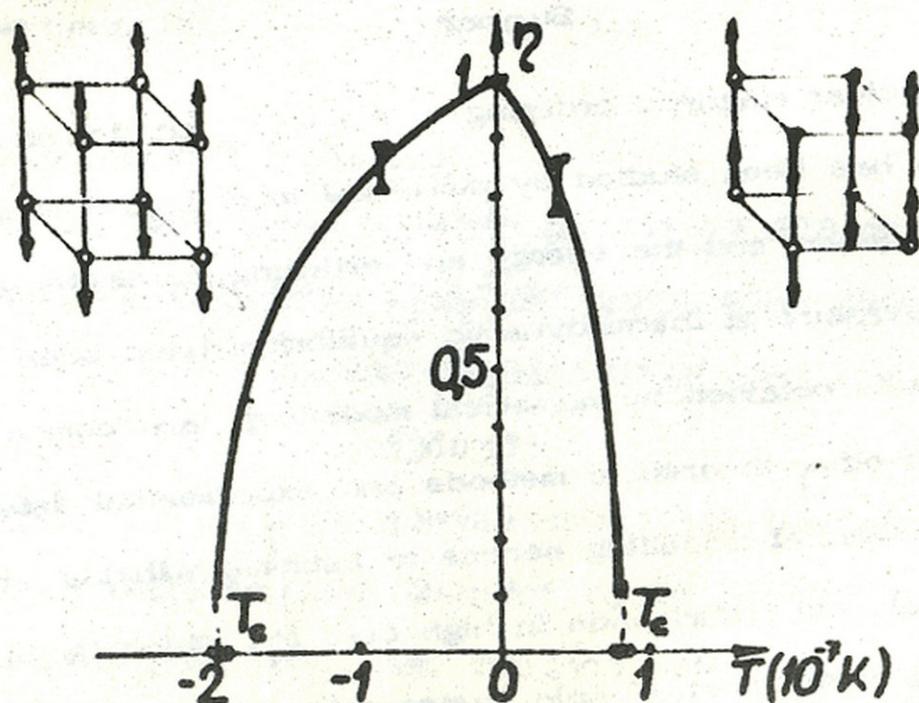


Рис. 2. Температурная зависимость параметра порядка. Рядом с кривыми приведен вид соответствующей спиновой структуры. В области $\eta < 0,1$ шумы сравнимы с величиной параметра порядка: соответствующие участки кривых опущены.

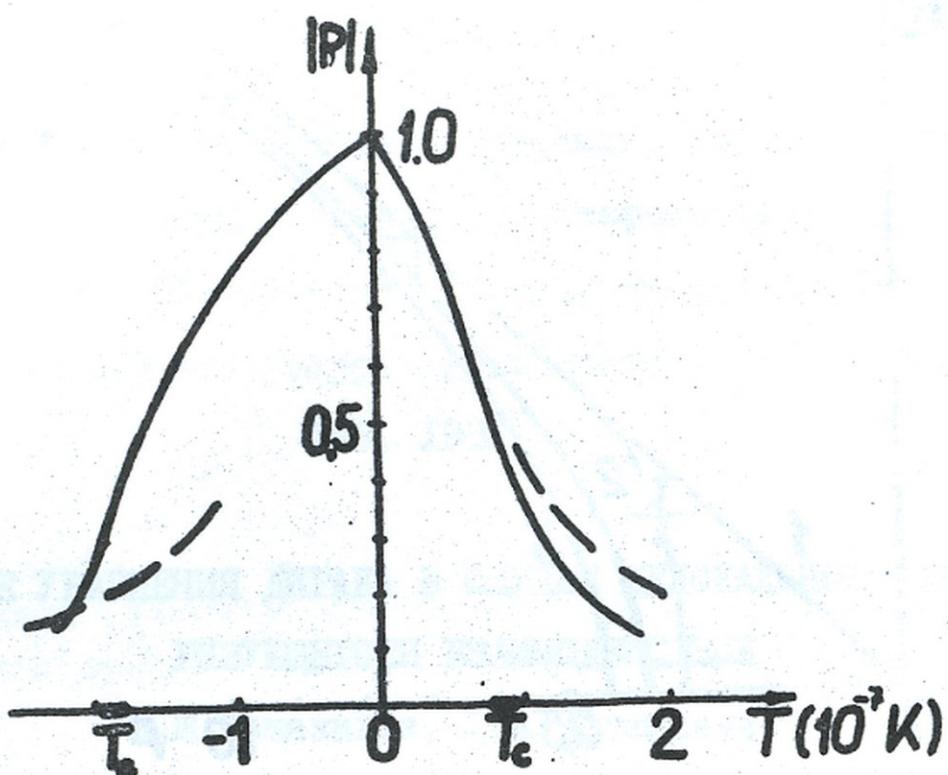


Рис.3. Зависимость поляризации ядерной спин-системы в поле $H_{\text{эфф}} = 6 \text{ Гс}$ от температуры в нулевом эффективном поле.

Сплошная кривая – результат численного моделирования, пунктир – расчет по высокотемпературной формуле

$P = \mu H_0 / [3k_B T / 3]$, точки T_c – температуры фазового перехода спиновой системы в упорядоченное состояние.

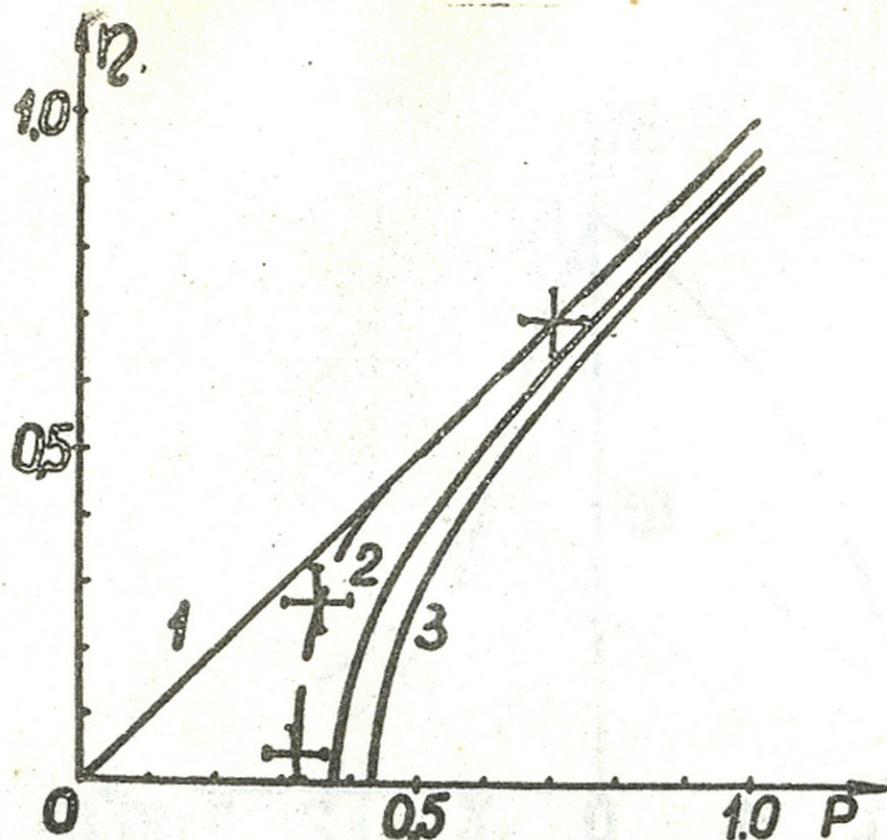


Рис.4. Зависимость поляризации подрешетки (η) от начальной поляризации ядер в сильном поле P для различных теоретических моделей: кривая 1 - модель поля Вейсса, кривая 2 - приближение ограниченного следа (I порядок), кривая 3 - приближение ограниченного следа (II порядок), пунктир - результаты численного моделирования (все кривые построены для отрицательных значений спиновой температуры).

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

ებირისი გმობის ნიუკ რობის მწერალისამც

სახელმწიფო უნივერსიტეტის გმობი

256, 1986

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ДИРАКА В СЛУЧАЕ НЕЛОКАЛЬНОГО ФАКТО-
РИЗУЮЩЕГОСЯ ВЗАЙМОДЕЙСТВИЯ

И.Ш.Вашакидзе, Г.А.Чилашвили

Применением уравнения Шредингера для нелокальных факторизующихся (сепарабельных) потенциалов были достигнуты определенные успехи в теоретической ядерной физике, в особенности в области физики малонуклонных систем.

Нам кажется также небезинтересным изучение уравнения Дирака в случае нелокального факторизующегося взаимодействия. Эта задача может быть применена, например, в случае рассеяния релятивистских нейтронов на сравнительно тяжелых ядрах типа $\text{^{2K}He}^{4K}$ со спином нуль. Особенно интересным является случай, когда есть возможность возникновения связанной системы ($\text{^{2K}He}^{4K} + n$). Такая ситуация может встречаться, например, при рассеянии быстрых нейтронов на ядре O^{16} .

Уравнение Дирака для стационарных состояний в случае нелокального факторизующегося взаимодействия, в абстрактном пространстве, может быть записано в виде следующего интегрального уравнения (в единицах $\hbar = C = 1$):

$$(E - \vec{\alpha} \cdot \vec{P} - \alpha_4 m) |\psi\rangle = V |\psi\rangle, \quad (I)$$

где α_i ($i=1,2,3,4$) – известные матрицы Дирака, $\vec{P} = -\vec{\lambda} V$ – оператор импульса, а $| \Psi \rangle$ – шарковский биспинор; V – нелокальный факторизующийся потенциал.

Волновую функцию $|\Psi_{j\ell m}\rangle$, являющуюся собственной функцией полного момента и его проекций, можно представить в виде столбца, состоящего из двух спиноров $|\Psi_{j\ell m}\rangle$ и $|X_{j\ell m}\rangle$:

$$|\Psi_{j\ell m}\rangle = \begin{pmatrix} |\Psi_{j\ell m}\rangle \\ |X_{j\ell m}\rangle \end{pmatrix}.$$

Эти спиноры, имеющие противоположные четности, должны иметь следующий вид /1/:

$$|\Psi_{j\ell m}\rangle = |\alpha_{j\ell}\rangle |j\ell m\rangle, \quad (2)$$

$$|X_{j\ell m}\rangle = |\beta_{j\ell}\rangle |j\ell' m\rangle,$$

где $|j\ell m\rangle$ является спинорной шаровой функцией в абстрактном пространстве, причем $\ell + \ell' = 2j$. В импульсном пространстве спинорные шаровые функции будем обозначать через $\Omega_{j\ell m}(\vec{P})$, где $\vec{P} = \frac{\vec{P}}{P}$ /1/.

По этой же причине факторизующийся потенциал необходимо представлять в виде диагональной матрицы.

$$V = \begin{pmatrix} V_1 & 0 \\ 0 & V_2 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} V_1 &= -\Lambda_{j\ell} |\psi_{j\ell}\rangle \langle \psi_{j\ell}| |j\ell m\rangle \langle j\ell m|, \\ V_2 &= -\Lambda_{j\ell'} |\psi_{j\ell'}\rangle \langle \psi_{j\ell'}| |j\ell' m\rangle \langle j\ell' m|. \end{aligned} \quad (4)$$

В этих формулах $|\psi_{j\ell}\rangle$ – форма потенциала, а $\Lambda_{j\ell}$ – "глубина". Для такого потенциала уравнение Дирака перепишется в следующем виде:

$$(E-m)|a_{j\ell}\rangle - \langle j\ell M|(\vec{G}, \vec{P})|j\ell' M\rangle |b_{j\ell'}\rangle = -\Lambda_{j\ell} v_{j\ell} \langle v_{j\ell} |a_{j\ell}\rangle,$$

$$(E+m)|b_{j\ell'}\rangle - \langle j\ell' M|(\vec{G}, \vec{P})|j\ell M\rangle |a_{j\ell}\rangle = -\Lambda_{j\ell'} v_{j\ell'} \langle v_{j\ell'} |b_{j\ell'}\rangle. \quad (5)$$

Напишем эти уравнения в импульсном представлении. Тогда, учитывая, что матричный элемент

$$\langle j\ell M|(\vec{G}, \vec{P})|j\ell' M\rangle = \langle j\ell' M|(\vec{G}, \vec{P})|j\ell M\rangle = -P, \quad (6)$$

будем иметь:

$$(E-m)a_{j\ell}(P) + P b_{j\ell'}(P) = -\Lambda_{j\ell} v_{j\ell}(P) \langle v_{j\ell} |a_{j\ell}\rangle, \quad (7)$$

$$(E+m)b_{j\ell'}(P) + P a_{j\ell}(P) = -\Lambda_{j\ell'} v_{j\ell'}(P) \langle v_{j\ell'} |b_{j\ell'}\rangle.$$

Рассмотрим сперва задачу связанного состояния. В этом случае $E < m$. Обозначим через ϵ энергию связи: $\epsilon = m - E$, тогда

$$E^2 - m^2 = (E-m)(E+m) = -\epsilon(2m-\epsilon) \equiv -W^2. \quad (8)$$

Детерминант системы (7) приобретает вид

$$\Delta(W) = -(W^2 + P^2), \quad (9)$$

а собственные значения энергий, как легко показать, определяются из уравнения

$$[1 - \Lambda_{j\ell}(2m-\epsilon) \mathcal{I}_{j\ell}^o(W)] [1 + \Lambda_{j\ell'}\epsilon \mathcal{I}_{j\ell'}^o(W)] - \Lambda_{j\ell} \Lambda_{j\ell'} \mathcal{Y}_{j\ell\ell'}^o(W) = 0, \quad (10)$$

где $\mathcal{I}_{j\ell}^o(W)$ и $\mathcal{Y}_{j\ell\ell'}^o(W)$ следующие интегралы:

$$\mathcal{I}_{j\ell}^o(W) = \int_0^\infty \frac{v_{j\ell}^2(q) q^2 dq}{W^2 + q^2}, \quad \mathcal{Y}_{j\ell\ell'}^o(W) = \int_0^\infty \frac{v_{j\ell}(q) v_{j\ell'}(q) q^3 dq}{W^2 + q^2}. \quad (II)$$

Что касается волновых функций, они, с учетом условия (10), определяются следующими выражениями:

$$a_{j\ell}(P) = \frac{-B}{w^2 + P^2} \left\{ P v_{j\ell}(P) + v_{j\ell}(P) \frac{\lambda_{j\ell}(2m-\varepsilon) Y_{j\ell\ell'}^0(w)}{1 - \lambda_{j\ell}(2m-\varepsilon) X_{j\ell}^0(w)} \right\}, \quad (12)$$

$$b_{j\ell'}(P) = \frac{B}{w^2 + P^2} \left\{ \varepsilon v_{j\ell'}(P) - P v_{j\ell}(P) \frac{\lambda_{j\ell} Y_{j\ell\ell'}^0(w)}{1 - \lambda_{j\ell}(2m-\varepsilon) X_{j\ell'}^0(w)} \right\}.$$

Коэффициент B можно найти из условия нормировки:

$$\int_0^\infty [|a_{j\ell}(P)|^2 + |b_{j\ell}(P)|^2] P^2 dP = 1 \quad (13)$$

Решение уравнения (10) существует не при всякой энергии ε . Найдем условие, накладываемое на параметр $\lambda_{j\ell}$, при котором уравнение (10) в случае равенства $\lambda_{j\ell} = \lambda_{j\ell'}$, $v_{j\ell} = v_{j\ell'}$, будет иметь решение.

Для этого уравнение (10) перепишем следующим образом:

$$1 + \lambda_{j\ell} X_{j\ell}^0(w) \left[\varepsilon - \frac{w^2}{\varepsilon} \right] - \lambda_{j\ell}^2 \left[w^2 X_{j\ell}^{02}(w) + Y_{j\ell\ell'}^{02}(w) \right] = 0, \quad (14)$$

откуда следует, что для существования корня должно быть соблюдено неравенство:

$$1 + \lambda_{j\ell} X_{j\ell}^0(w)(\varepsilon - m) > 0. \quad (15)$$

Из определения (II) видно, что выражение $X_{j\ell}^0(w)$, как функция w , монотонно убывающая функция, имеющая максимальное значение при $w=0$. Это значение равно

$$X_{j\ell}^0(0) = \int_0^\infty z_{j\ell}^2(q) dq. \quad (16)$$

Так как $\varepsilon < m$, то неравенство (15) должно соблюдаться для максимального значения $X_{j\ell}^0(w)$, т.е. условие существования корня уравнения (10) принимает следующий вид:

$$\frac{1}{\lambda_{j\ell}} > 2(m-\varepsilon) X_{j\ell}^0(0). \quad (17)$$

Таким образом, для отрицательных потенциалов может возникать связанное состояние в том случае, если "глубина" сепарабельного потенциала \tilde{A}_{je} удовлетворяет условию (17).

Рассмотрим нерелятивистский предел, когда $\frac{v}{c} \rightarrow 0$. В этом случае уравнение собственных значений (10) приобретает известный вид /3/

$$\frac{1}{2m\tilde{A}_{je}} = \int_0^\infty \frac{v_{je}^2(q)q^2 dq}{\alpha_{je}^2 + q^2}, \quad \alpha_{je}^2 = 2mE_{je}. \quad (18)$$

Для волновых функций в нерелятивистском пределе также получаются известные выражения:

$$a_{je}(P) = \text{const} \frac{v_{je}(P)}{\alpha^2 + P^2}, \quad b_{je}(P) = 0. \quad (19)$$

Рассмотрим теперь задачу рассеяния. Будем предполагать, что $E \geq m$ и уравнение Дирака в импульсном представлении представим в следующем виде:

$$(E - \vec{\alpha}\vec{P} - \alpha_4 m) \psi_{\vec{K}}^{\mu}(\vec{P}) = \int V(\vec{P}, \vec{q}) \psi_{\vec{K}}^{\mu}(\vec{q}) d\vec{q}. \quad (20)$$

$\psi_{\vec{K}}^{\mu}(\vec{P})$ является волновой функцией с определенным импульсом \vec{K} ($K = \sqrt{E^2 - m^2}$) и с поляризацией μ . Биспинор $\psi_{\vec{K}}^{\mu}(\vec{P})$ должен удовлетворять граничному условию задачи рассеяния в импульсном представлении. Таким образом, он должен иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \psi_{\vec{K}}^{\mu}(\vec{P}) &= \\ &= \left(\begin{array}{l} \sqrt{\frac{E+m}{2E}} v^{\mu}(\vec{K}) \\ \sqrt{\frac{E-m}{2E}} (\delta(\vec{K}) v^{\mu}(\vec{K})) \end{array} \right) \delta(\vec{P} - \vec{K}) - \frac{E + \vec{\alpha}\vec{P} + \alpha_4 m}{K^2 - P^2 + i\varepsilon} \begin{pmatrix} \varphi_{\vec{K}}(\vec{P}) \\ \chi_{\vec{K}}(\vec{P}) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (21)$$

Первый член этого выражения является плоской волной с определенным \vec{K} импульсом и μ поляризацией. Спинор $\psi^{\mu}(\vec{K})$, где $\vec{K} = \frac{\vec{P}}{E}$, нормирован условием

$$\psi^{\mu+}(\vec{K}) \psi^{\mu-}(\vec{K}) = 1. \quad (22)$$

Второй член соответствует расходящейся волне. Коэффициент выражения $(K^2 - P^2 + i\epsilon)^{-1}$ при $\epsilon \rightarrow 0$ и соответствующей нормировке определяет амплитуду рассеяния. Выражение

$$A(\vec{P}) = \frac{E + \vec{\alpha} \cdot \vec{P} + \alpha_4 m}{2E} \quad (23)$$

является проекционным оператором Казимира /2/.

Если определенный выражением (21) биспинор $\psi_{\vec{K}}^{\mu}(\vec{P})$ подставить в уравнение Дирака (20), для $\varphi_{\vec{K}}(\vec{P})$ и $\chi_{\vec{K}}(\vec{P})$ спиноров, получается следующая система уравнений:

$$\begin{pmatrix} \varphi_{\vec{K}}(\vec{P}) \\ \chi_{\vec{K}}(\vec{P}) \end{pmatrix} = -V(\vec{P}, \vec{K}) \begin{pmatrix} -\sqrt{\frac{E+m}{2E}} \psi^{\mu+}(\vec{K}) \\ \sqrt{\frac{E-m}{2E}} (\vec{\epsilon} \cdot \vec{K}) \psi^{\mu-}(\vec{K}) \end{pmatrix} + \\ + \int \frac{V(\vec{P}, \vec{q})}{K^2 - q^2 + i\epsilon} \begin{pmatrix} E+m & \vec{\epsilon} \cdot \vec{q} \\ \vec{\epsilon} \cdot \vec{q} & E-m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_{\vec{K}}(\vec{q}) \\ \chi_{\vec{K}}(\vec{q}) \end{pmatrix} d\vec{q}. \quad (24)$$

Напишем эту систему уравнений для парциальных волн. С этой целью спиноры $\varphi_{\vec{K}}(\vec{P})$ и $\chi_{\vec{K}}(\vec{P})$ представим следующим образом:

$$\varphi_{\vec{K}}(\vec{P}) = \varphi_{Kj\ell}(\vec{P}) \Omega_{j\ell M}(\vec{P}), \quad (25)$$

$$\ell + \ell' = 2j.$$

$$\chi_{\vec{K}j\ell}(\vec{P}) = \chi_{Kj\ell}(\vec{P}) \Omega_{j\ell'M}(\vec{P}),$$

Кроме того учтем, что сепарабельный потенциал взаимодействия можно представить в виде (4). В результате, для определения парциальных спиноров $\Psi_{kj\ell}(P)$ и $\chi_{kj\ell}(P)$ получаем систему уравнений:

$$\begin{aligned} \Psi_{kj\ell}(P) = & A_{j\ell} \sqrt{\frac{E+m}{2E}} v_{j\ell}(P) v_{j\ell}(K) \left(\Omega_{j\ell M}^+(K) v''(K) \right) - \\ & - A_{j\ell} v_{j\ell}(P) \left\{ (E+m) \int_0^\infty \frac{v_{j\ell}(q) \Psi_{kj\ell}(q) q^2 dq}{\kappa^2 - q^2 + i\epsilon} - \right. \\ & \left. - \int_0^\infty \frac{v_{j\ell}(q) \chi_{kj\ell}(q) q^3 dq}{\kappa^2 - q^2 + i\epsilon} \right\}, \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \chi_{kj\ell}(P) = & -A_{j\ell} \sqrt{\frac{E-m}{2E}} v_{j\ell}(P) v_{j\ell}(K) \left(\Omega_{j\ell M}^+(K) v''(K) \right) - \\ & - A_{j\ell} v_{j\ell}(P) \left\{ - \int_0^\infty \frac{v_{j\ell}(q) \Psi_{kj\ell}(q) q^3 dq}{\kappa^2 - q^2 + i\epsilon} + \right. \\ & \left. + (E-m) \int_0^\infty \frac{v_{j\ell}(q) \chi_{kj\ell}(q) q^2 dq}{\kappa^2 - q^2 + i\epsilon} \right\}. \end{aligned}$$

Решение этой системы не является сложным. Для этого представим $\Psi_{kj\ell}(P)$ и $\chi_{kj\ell}(P)$ спиноры в следующем виде:

$$\Psi_{kj\ell}(P) = A_{j\ell} v_{j\ell}(P) A_{j\ell}(K), \quad (27)$$

$$\chi_{kj\ell}(P) = -A_{j\ell} v_{j\ell}(P) B_{j\ell}(K).$$

$A_{j\ell}(K)$ и $B_{j\ell}(K)$ можно найти решением системы алгебраических уравнений:

$$[1 + A_{j\ell} T_{j\ell}(K)] A_{j\ell} + A_{j\ell} Y_{j\ell\ell'}(K) B_{j\ell} = \sqrt{\frac{E+m}{2E}} v_{j\ell}(K) \left(\Omega_{j\ell M}^+(K) v''(K) \right), \quad (28)$$

$$A_{j\ell} Y_{j\ell\ell'}(K) A_{j\ell} + [1 + A_{j\ell} T_{j\ell}(K)] B_{j\ell} = \sqrt{\frac{E-m}{2E}} v_{j\ell}(K) \left(\Omega_{j\ell M}^+(K) v''(K) \right),$$

где введены обозначения:

$$\begin{aligned} T_{j\ell}(K) &= (E+m) \int_0^\infty \frac{v_{j\ell}(q) q^2 dq}{K^2 - q^2 + i\epsilon}, \\ Y_{j\ell\ell'}(K) &= \int_0^\infty \frac{v_{j\ell}(q) v_{j\ell'}(q) q^3 dq}{K^2 - q^2 + i\epsilon}, \\ Z_{j\ell'}(K) &= (E-m) \int_0^\infty \frac{v_{j\ell'}(q) q^2 dq}{K^2 - q^2 + i\epsilon}. \end{aligned} \quad (29)$$

Определитель системы (28) равен

$$\Delta(K) = [1 + A_{j\ell} T_{j\ell}(K)] [1 + A_{j\ell'} Z_{j\ell'}(K)] - A_{j\ell} A_{j\ell'} Y_{j\ell\ell'}(K), \quad (30)$$

а решения $A_{j\ell}$ и $B_{j\ell}$ имеют вид:

$$A_{j\ell}(K) = \frac{(\Omega_{j\ell M}^+(\bar{K}) v^N(K))}{\sqrt{2E} \Delta(K)} \begin{vmatrix} \sqrt{E+m} v_{j\ell}(K) & A_{j\ell} Y_{j\ell\ell'}(K) \\ \sqrt{E-m} v_{j\ell'}(K) & 1 + A_{j\ell} Z_{j\ell'}(K) \end{vmatrix} \quad (31)$$

$$B_{j\ell}(K) = \frac{(\Omega_{j\ell M}^+(\bar{K}) v^N(K))}{\sqrt{2E} \Delta(K)} \begin{vmatrix} 1 + A_{j\ell} T_{j\ell}(K) & \sqrt{E+m} v_{j\ell}(K) \\ A_{j\ell} Y_{j\ell\ell'}(K) & \sqrt{E-m} v_{j\ell'}(K) \end{vmatrix}$$

Учитывая обозначения (27) для $\varphi_{kj\ell}(P)$ и $\chi_{kj\ell}(P)$ окончательно будем иметь следующие решения:

$$\varphi_{kj\ell}(P) = \frac{A_{j\ell} v_{j\ell}(P) (\Omega_{j\ell M}^+(\bar{K}) v^N(\bar{K}))}{\Delta(K)} \left\{ \sqrt{\frac{E+m}{2E}} v_{j\ell}(K) [1 + A_{j\ell} Z_{j\ell'}(K)] - \sqrt{\frac{E-m}{2E}} A_{j\ell'} v_{j\ell'}(K) Y_{j\ell\ell'}(K) \right\}, \quad (32)$$

$$\chi_{kj\ell'}(P) = -\frac{A_{j\ell'} v_{j\ell'}(P) (\Omega_{j\ell M}^+(\bar{K}) v^N(\bar{K}))}{\Delta(K)} \left\{ \sqrt{\frac{E-m}{2E}} v_{j\ell'}(K) [1 + A_{j\ell} T_{j\ell}(K)] - \sqrt{\frac{E+m}{2E}} A_{j\ell} v_{j\ell}(K) Y_{j\ell\ell'}(K) \right\}.$$

Теперь волновую функцию рассеяния (21) представим в виде парциальных волн. Можно легко показать, что это представление имеет следующую форму:

$$\psi_{\vec{K}}^{\mu}(\vec{P}) = \sum_{j\ell m} \left(\Omega_{j\ell m}^{+}(\vec{K}) v^{\mu}(\vec{K}) \right) \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{E+m}{2E}} \Omega_{j\ell m}(\vec{P}) \\ -\sqrt{\frac{E-m}{2E}} \Omega_{j\ell m'}(\vec{P}) \end{pmatrix} \frac{\delta(P-k)}{k^2} - \quad (33)$$

$$- \sum_{j\ell m} a_{j\ell m} \frac{E + \vec{\alpha} \cdot \vec{P} + \alpha_4 m}{k^2 - P^2 + i\epsilon} \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{E+m}{2E}} F_{j\ell}(\rho) \Omega_{j\ell m}(\vec{P}) \\ -\sqrt{\frac{E-m}{2E}} F_{j\ell}(\rho) \Omega_{j\ell m'}(\vec{P}) \end{pmatrix}.$$

Коэффициенты $a_{j\ell m}$ нужно подобрать так, чтобы это выражение удовлетворяло граничному условию рассеяния. Для правильно нормированной волновой функции окончательно будем иметь:

$$\psi_{\vec{K}}^{\mu}(\vec{P}) = \sum_{j\ell m} \left(\Omega_{j\ell m}^{+}(\vec{K}) v^{\mu}(\vec{K}) \right) \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{E+m}{2E}} \Omega_{j\ell m}(\vec{P}) \\ -\sqrt{\frac{E-m}{2E}} \Omega_{j\ell m'}(\vec{P}) \end{pmatrix} \frac{\delta(P-k)}{k^2} + \quad (34)$$

$$+ \frac{4\pi A(\vec{P})}{k^2 - P^2 + i\epsilon} \sum_{j\ell m} \left(\Omega_{j\ell m}^{+}(\vec{K}) v^{\mu}(\vec{K}) \right) \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{E+m}{2E}} F_{j\ell}(\rho) \Omega_{j\ell m}(\vec{P}) \\ -\sqrt{\frac{E-m}{2E}} F_{j\ell}(\rho) \Omega_{j\ell m'}(\vec{P}) \end{pmatrix},$$

где $F_{j\ell}(\rho)$ при $\rho=k$ является парциальной амплитудой рассеяния. Хорошо известно, что релятивистская амплитуда рассеяния удовлетворяет уравнению Дирака для свободного движения, поэтому ее можно представить в следующем виде /1/:

$$G(\vec{n}) = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{E+m}{2E}} F(\vec{n}) \\ \sqrt{\frac{E-m}{2E}} (\vec{\epsilon} \cdot \vec{n}) F(\vec{n}) \end{pmatrix}, \quad (35)$$

где $\vec{n} = \frac{\vec{P}}{P}$ — единичный вектор по направлению рассеяния.

Сравнением (35) с выражением (34), для амплитуды рассеяния получается хорошо известная формула /1/

$$F(\vec{n}) = 4\pi \sum_{j\ell m} \left(\Omega_{j\ell m}^+(\vec{r}) v^m(\vec{r}) \right) F_{j\ell}(\vec{r}) \Omega_{j\ell m}(\vec{n}). \quad (36)$$

Парциальную амплитуду рассеяния можно представить через фазы рассеяния следующим образом:

$$F_{j\ell}(\vec{r}) = \frac{e^{-i\delta_{j\ell}}}{2ik} = \frac{1}{k \operatorname{ctg} \delta_{j\ell} - ik}. \quad (37)$$

Теперь свяжем парциальную амплитуду рассеяния с найденными нами решениями (32). С учетом выражения (35) можно написать следующее равенство:

$$\frac{4\pi \sqrt{\frac{E+m}{2E}} \left(\Omega_{j\ell m}^+(\vec{r}) v^m(\vec{r}) \right)}{k \operatorname{ctg} \delta_{j\ell} - ik} = 2\pi^2 \left\{ (E+m) \Phi_{kj\ell}(k) - k \chi_{kj\ell'}(k) \right\}. \quad (38)$$

Для вывода формулы фазового анализа спиноры $\Phi_{kj\ell}(k)$ и $\chi_{kj\ell'}(k)$ представим через действительные и мнимые части. Для этого в интегралах (29) будем применять известную формулу

$$(k^2 - q^2 + i\epsilon)^{-1} = \mathcal{P}(k^2 - q^2)^{-1} - i\pi \delta(k^2 - q^2), \quad (39)$$

где \mathcal{P} обозначает главное значение интеграла, будем иметь:

$$x_{j\ell}(K) = (E+m)x_{j\ell}(K) - i\Re(E+m)\frac{\kappa}{2}v_{j\ell}^2(K), \quad (40)$$

$$y_{j\ell\ell'}(K) = y_{j\ell\ell'}(K) - i\Re\frac{\kappa^2}{2}v_{j\ell}(K)v_{j\ell'}(K),$$

$$z_{j\ell'}(K) = (E-m)x_{j\ell'}(K) - i\Re(E-m)\frac{\kappa}{2}v_{j\ell'}^2(K),$$

где приняты следующие обозначения:

$$x_{j\ell}(K) = \Re \int_0^\infty \frac{v_{j\ell}(q) q^2 dq}{\kappa^2 - q^2}, \quad y_{j\ell\ell'}(K) = \Re \int_0^\infty \frac{v_{j\ell}(q) v_{j\ell'}(q) q^3 dq}{\kappa^2 - q^2} \quad (41)$$

С учетом этих формул, входящих в (32), определитель $\Delta(K)$ можно представить в следующей форме:

$$\Delta(K) = \xi_{j\ell}(K) - i\kappa \frac{\Re}{2} \eta_{j\ell}(K), \quad (42)$$

где выражения $\xi_{j\ell}(K)$ и $\eta_{j\ell}(K)$ определяются формулами:

$$\xi_{j\ell}(K) = 1 + \Lambda_{j\ell}(E+m)x_{j\ell} + \Lambda_{j\ell'}(E-m)x_{j\ell'} + \Lambda_{j\ell}\Lambda_{j\ell'}(\kappa^2 x_{j\ell}x_{j\ell'} - y_{j\ell\ell'}^2), \quad (43)$$

$$\eta_{j\ell}(K) = \Lambda_{j\ell}(E+m)v_{j\ell}^2(K) + \Lambda_{j\ell'}(E-m)v_{j\ell'}^2(K) + \Lambda_{j\ell}\Lambda_{j\ell'}\kappa^2(x_{j\ell}v_{j\ell'} + x_{j\ell'}v_{j\ell} - y_{j\ell\ell'}v_{j\ell}v_{j\ell'}).$$

Вернемся к выражению (38), в которое, с учетом формул (42) и (43), подставим $\varphi_{Kj\ell}(K)$ и $\chi_{Kj\ell'}(K)$ функции из (32), получим

$$(K \operatorname{ctg} \delta_{j\ell} - i\kappa)^{-1} = \frac{\frac{\Re}{2} \eta_{j\ell}(K)}{\xi_{j\ell}(K) - i\kappa \frac{\Re}{2} \eta_{j\ell}(K)}, \quad (44)$$

отсюда выражение $K \operatorname{ctg} \delta_{j\ell}$ окончательно записывается в виде:

$$k \operatorname{ctg} \delta_{j\rho} = \frac{2}{\pi} \frac{\xi_{j\rho}(k)}{\eta_{j\rho}(k)}. \quad (45)$$

В нерелятивистском пределѣ (в случае $\Lambda_{j\rho} = \Lambda_{j\rho'}$, $v_{j\rho} = v_{j\rho'}$), когда $\frac{v}{c} \rightarrow 0$, $\xi_{j\rho}(k)$ и $\eta_{j\rho}(k)$, функции принимают следующий вид:

$$\begin{aligned}\xi_{j\rho}(k) &= 1 + 2\Lambda_{j\rho} m \mathcal{P} \int_0^\infty \frac{v_{j\rho}^2(q) q^2 dq}{k^2 - q^2}, \\ \eta_{j\rho}(k) &= 2\Lambda_{j\rho} m v_{j\rho}^2(k).\end{aligned} \quad (46)$$

Так, что из формулы (45) получается

$$k \operatorname{ctg} \delta_{j\rho} = \frac{1}{v_{j\rho}^2(k)} \left\{ \frac{1}{\pi m \Lambda_{j\rho}} + \frac{2}{\pi} \mathcal{P} \int_0^\infty \frac{v_{j\rho}^2(q) q^2 dq}{k^2 - q^2} \right\}, \quad (47)$$

которая совпадает с соответствующей формулой, известной в нерелятивистской теории, для рассеяния частиц, взаимодействующих с нелокальным факторизующимся потенциалом /3/.

Наконец, отметим, что, как известно, полюса амплитуды рассеяния должны соответствовать энергиям связанных состояний системы. Действительно, если рассмотреть (при $\Lambda_{j\rho} = \Lambda_{j\rho'}$ и $v_{j\rho} = v_{j\rho'}$) полюса выражения (30) при $k = iW$, увидим, что оно совпадает с уравнением для собственных значений (10).

Таким образом, так же, как и в случае уравнения Шредингера, уравнение Дирака для сепарабельного взаимодействия приводится к простым квадратурам.

Поступила 12.II.1986

Кафедра теоретической
физики

ЛИТЕРАТУРА

1. А.И.Ахиезер, В.Б.Берестецкий. Квантовая электродинамика.
Наука, Москва, 1969.
2. М.Гольдберг, К.Ватсон. Теория столкновений. Мир, Москва, 1967.
3. Y.Yamaguchi, Phys. Rev., 95, 1628, 1954.

0.ЗАСАГАЧУ, д. физ.-мат. наук

ФИЗИКА ПОЛИМЕРОВЫХ АМОРФНЫХ АССОРТИМЕНТОВ И ПОЛИМЕРНЫХ
АССОРТИМЕНТОВ В СОСТАВЕ

РЕДИУМ

ФИЗИКА ПОЛИМЕРОВЫХ АМОРФНЫХ АССОРТИМЕНТОВ И ПОЛИМЕРНЫХ
АССОРТИМЕНТОВ. Составлено в соответствии с методом
моделирования, впервые предложенным в 1954 году. В методе
моделирования используется методика, разработанная в 1954 году
в Институте физики полимеров АН СССР. Результаты моделирования
показывают, что для описания свойств полимеров и полимерных
ассортиментов можно использовать методы статистической механики
и квантовой химии. В методе моделирования используется методика
моделирования, разработанная в 1954 году в Институте физики полимеров
АН СССР. Результаты моделирования показывают, что для описания
свойств полимеров и полимерных ассортиментов можно использовать
методы статистической механики и квантовой химии. В методе
моделирования используется методика, разработанная в 1954 году
в Институте физики полимеров АН СССР. Результаты моделирования
показывают, что для описания свойств полимеров и полимерных
ассортиментов можно использовать методы статистической механики
и квантовой химии. В методе моделирования используется методика,
разработанная в 1954 году в Институте физики полимеров АН СССР.

М.И.ЗАСАГАЧУ, доктор физико-математических наук, профессор,
доктор физико-математических наук, профессор, 016-85.

I.Vashakidze, G.Chilashvili

SOLUTION OF THE DIRAC EQUATION IN THE CASE OF
NONLOCAL SEPARABLE INTERACTION

Summary

The Dirac equation is solved for a particle with the spin 1/2 moving in an external nonlocal separable field. Exact solutions are found both for bound states and for continuum states.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

მიმღების მრავალ წელის განმავლობაში

სახელმწიფო კვლეულის მრავალი

265, 1986

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ ПРИЕМА, НАКОПЛЕНИЯ И
ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ОТ УСТАНОВКИ ДЛЯ
ИЗУЧЕНИЯ ЭКЗОЭЛЕКТРОННОЙ ЭМИССИИ

Г.М.Долидзе, Д.Р.Какабадзе, З.Ш.Китуашвили

А.И.Мчедлишвили, Д.Р.Чачанидзе

Одним из направлений изучения поверхностных свойств твердого тела является эффект экзоэлектронной эмиссии (ЭЭЭ), представляющий собой излучение низкоэнергетических электронов с находящейся в неравновесном состояниям, возбужденной каким-либо способом поверхности твердого тела. Целесообразность создания автоматизированного комплекса для исследования ЭЭЭ обусловлена следующими обстоятельствами: с одной стороны, широким внедрением в практику научного эксперимента средств вычислительной техники, а, с другой - спецификой экспериментов по изучению ЭЭЭ и сопутствующих ей явлений, заключающейся в том, что в указанных исследованиях экспериментатору приходится иметь дело с большими объемами информации, в связи с чем возникают определенные трудности по накоплению, обработке и хранению полученных данных. Применение Э.В.М. позволяет с большой эффективностью преодолевать все эти затруднения /1,2/.



На рис. I схематически изображены основные составные части рассматриваемого комплекса. Электроны и фотоны, эмитирующие с образца, возбужденного рентгеновским излучением, регистрируются, соответственно, при помощи ВЭУ и ФЭУ. Усиленные сигналы с ВЭУ и ФЭУ подаются на частотомеры, работающие в дискретном режиме. Датчики, определяющие изменение температуры образца (термопара) и вакуума в камере (ЛМ-2), выведены на цифровые приборы, соответственно МВ-1 и МВ-2. Прием данных с измерительных приборов в управляющую микро-э.в.м., а также обмен информацией между управляющей и базовой э.в.м., с целью обработки экспериментальных данных, осуществляется посредством интерфейса.

Блок-схема интерфейса приведена на рис.2. Несмотря на то, что весь интерфейс собран на одной плате, он состоит из двух практически независимых частей, одна из которых обеспечивает прием информации с приборов в ДЗ-28 (блоки 3-7) /3/, а другая – обмен данными между ДЗ-28 и СМ-4 (блоки 8-13). На рисунке эти части разделены пунктиром. Блоки I и 2 являются общими. Для удобства дальнейшего изложения мы будем называть совокупность блоков 3 – 7 "параллельный интерфейс", а совокупность блоков 8 – 13 – "последовательный интерфейс". Все регистры интерфейса, за исключением РДВ, одинаковы, состоят из одного байта и имеют свой независимый адрес. РДВ, в отличие от остальных регистров, состоит из четырех байт, причем каждый байт имеет свой независимый адрес. Список адресов регистров интерфейса приведен в таблице. Обмен данными между ДЗ-28 и нужным регистром интерфейса происходит после передачи по УПР соответствующего адреса. Интерфейс рассчитан на работу как в

режиме ожидания, так и режиме прерывания. Разрешением прерывания является запись логической единицы в первом бите соответствующего регистра состояния. Поступление полезной информации (т.е. окончание "ожидания") кодируется логической единицей в нулевом бите соответствующего регистра состояния. Остальные шесть бит всех регистров состояния не используются. В частности, установка нулевого бита РС параллельного интерфейса означает окончание очередного цикла измерения приборов. После того как со всех измерительных приборов в блок КИ поступят сигналы "конец измерения", этот блок вырабатывает общий сигнал "конец измерения", который и устанавливает нулевой бит РС в единичное состояние, после чего происходит считывание показаний приборов. Системы записи показаний вольтметров и частотомеров различны. Каждый из частотомеров имеет восемь двоично-десятичных разрядов. Запись их показаний в соответствующие регистры данных происходит после преобразования последовательного двоично-десятичного кода в параллельный, что происходит в блоках РДЧ-1 и РДЧ-2. Считывание данных с частотомеров происходит следующим образом: устанавливается адрес нужного регистра данных (например, РДЧ-1), затем этот блок вырабатывает последовательно первый и второй синхроимпульсы, в результате чего два старших разряда частотомера записываются в РДЧ-1. После этого интерфейс вырабатывает сигнал сил (рис.3) и информация из РДЧ-1 поступает в ДЗ-28. Этот процесс повторяется до тех пор, пока не будут прочитаны все разряды Ч-1. Запись показаний Ч-2 происходит аналогично. Т.о. информация с частотомеров поступает в ДЗ-28 поразрядно, при неизменном адресе внешнего устройства. Иг-

формация с вольтметров выдается в двоично-десятичном параллельном коде и записывается в РДВ сразу после поступления сигнала "конец измерения" самого прибора. С каждого из вольтметров считывается информация, записанная в младших четырех двоично-десятичных разрядах. Причем, данные с МВ-1 записываются поразрядно в первый и второй байты, а с МВ-2 - в третий и четвертый (см. таблицу). Считывание, следовательно, происходит поразрядно, при переменном адресе внешнего устройства. Разрешением начала следующего цикла измерения является запись в нулевом бите РС логического нуля. Синхронизируя запуска всех измерительных приборов обеспечивается наличием блока КИ.

Работа последовательного интерфейса несколько отличается от работы параллельного. Это отличие заключается прежде всего в том, что в случае обмена данными с базовой э.в.м. прием и передача информации должны осуществляться по независимым каналам. При этом объем единовременной информации, которой обмениваются э.в.м., составляет один байт. Готовность СМ-4 принять информацию кодируется логической единицей в нулевом бите РСПЕР. Получение информации из СМ-4 в РДПР кодируется единицей в нулевом бите РСПР. В первом случае информация выводится из ОЗУ (оперативного запоминающего устройства) ДЗ-28 в РДПР, а во втором - вводится из РДПР в ОЗУ. В случае, если нулевые биты как РСПР, так и РСПЕР находятся в единичном состоянии, тогда вначале осуществляется прием информации из РДПР, а затем запись в РДПЕР. МПР и МПЕР предназначены для ликвидации возможных искажений передаваемой и принимаемой информации. Подробная принципиальная схема интерфейса

приведена на рис. 3 и 4.

Основная программа, обслуживающая комплекс, состоит из нескольких, практически независимых, частей, оформленных в виде подпрограмм. Как показал опыт работы, это предоставляет дополнительные удобства, т.к. позволяет в различные моменты, в зависимости от возникшей задачи, обращаться к любой из этих подпрограмм. Большая часть подпрограмм написана на языке бейсик, однако некоторые из них составлены в машинных кодах ДЗ-28. В частности, это относится к подпрограммам обслуживания обоих интерфейсов. Обусловлено это следующими обстоятельствами: во-первых, тем, что программы, составленные в кодах, намного "быстрее" аналогичных программ, написанных на бейсике, а, во-вторых, особенностями самого языка бейсик и э.в.м. ДЗ-28.

Как уже указывалось выше, в интерфейсе предусмотрена возможность работы как в режиме ожидания, так и режиме прерывания. Подпрограмма обслуживания параллельного интерфейса, т.е. подпрограмма считывания показаний приборов, работает в режиме ожидания /3,4/. Она состоит из следующих блоков:
I. Ожидание сигнала "конец измерения". 2. Запись данных в стек. 3. Разрешение следующего измерения. 4. Перевод данных в десятичную систему счисления. 5. Запись значений в массив. 6. Проверка начального условия. 7. Выход из подпрограммы.

Ожидание в блоке I происходит до поступления из интерфейса сигнала "конец измерения". По поступлении этого сигнала исполняется блок 2, в котором происходит считывание показаний приборов и запись их в стековую память ДЗ-28. Блок 3 предназначен для уменьшения "мертвого" времени измерения.

Наличие этого блока позволяет ограничить это время временем его исполнения, что составляет не больше двух миллисекунд. В противном случае это время было бы значительно больше, т.к. приборы "ожидали" разрешения запуска до конца всей подпрограммы. Блок 4 производит перевод данных, поступивших с приборов в двоично-десятичном коде в десятичную систему. В блоке 5 данные записываются в массивы, заранее описанные в основной программе, и им присваивается индекс, соответствующий номеру измерения. Это необходимо, т.к. при выходе из подпрограммы дальнейшая обработка экспериментальных данных производится на бейсике. Блок 6 сверяет данные, полученные с МВ-1, с условием окончания эксперимента, т.е. с граничной температурой, до которой был задан нагрев подложки. Эта температура задается до начала эксперимента и может быть выбрана произвольным образом в пределах мощности нагревателя. В случае выполнения условия исполняется блок 7, в противном случае цикл повторяется, начиная с блока 1.

Подпрограмма, обслуживающая последовательный интерфейс, работает в режиме прерывания. Алгоритм подпрограммы выглядит следующим образом: 1. Установка разрешения прерываний. 2. Служебный цикл. 3. Обслуживание прерывания ввода данных с СМ-4. 4. Обслуживание прерывания вывода данных на СМ-4. 5. Выход из подпрограммы. Установка разрешения прерываний включает в себя запись логической единицы в первых битах РСИР и РС НЕР, а также установку соответствующих битов регистра масок внешних прерываний ДЗ-28. При этом, более высокий уровень устанавливается для ввода данных с СМ-4, а более низкий - для вывода данных. При выдаче СМ-4 сигнала го-

тойности принять информацию исполняется блок 3, выводящий данные из ОЗУ ДЗ-28 в РДПР последовательного интерфейса, которые передаются затем в СМ-4 по команде оттуда. При поступлении данных из СМ-4 в РДПР вырабатывается сигнал соответствующего прерывания и ДЗ-28 переходит к исполнению блока 4. При исполнении этого блока ДЗ-28 вводит данные из РДПР в ОЗУ. При надобности поступившие данные могут быть выведены, при помощи соответствующих подпрограмм, на экран дисплея, либо на АЦПУ. В отсутствии сигналов прерывания исполняется блок 2, ДЗ-28 выходит из данной подпрограммы при передаче спецсимвола. Более высокий уровень прерывания обеспечивает, при одновременном поступлении сигналов готовности в РСПР и РСПР, вначале прием, а затем передачу информации.

Важным достоинством подпрограмм, обслуживающих комплекс, является их позиционная независимость. Обращение к подпрограммам, составленным в кодах, происходит при помощи оператора *CALL*, с последующим списком переменных и символов. В частности, оператор обращения к подпрограмме обслуживания параллельного интерфейса выглядит так: *CALL I, A,B,C,D*, где *I*-номер подпрограммы, *A,B,C,D* – массивы, в которые записываются показания приборов.

Остальные подпрограммы служат, в основном, для предварительной обработки экспериментальных данных, вывода информации на печать или на экран дисплея в виде графиков или таблиц, а также распечатки экспресс информации об условиях проведения эксперимента. Кинетический и статистический анализ экспериментальных данных, требующие больших объемов памяти

и громоздких вычислений, производится в основном в базовой Э.В.М., обладающей гораздо большими возможностями по сравнению с ДЗ-28.

Настоящий комплекс эксплуатируется в лабораторных условиях в течение полутора лет и за все это время не было зарегистрировано ни одного отказа. Это свидетельствует о высокой надежности разработанной аппаратуры и программного обеспечения.

Поступила 15.11.1986

Кафедра ядерной
физики

ЛИТЕРАТУРА

1. J.E.Davis, P.Ramsey, A microcomputer-controlled apparatus for simultaneous measurement of exoelectron emission and thermoluminescence, Radiat. Prot. Dosimetry, 1983, vol.4, No.3/4, pp.177-180.
2. Д.Р.Какабадзе, З.Ш.Китуашвили, Д.Р.Чачанидзе. Автоматизированный комплекс для одновременного измерения ЭЭЭ и ТЛ. Тезисы докладов IV всесоюзного симпозиума "Экзоэлектронная эмиссия и ее применение". Тбилиси, 1985, стр. 204-205.
3. Устройство специализированное управляющее вычислительное "Электроника ДЗ-28" 15 ВИ. Техническое описание И5М3. 857.100 ТО.
4. Устройство спец. управ. выч. "Эл-ка ДЗ-28" 15 ВИ. Справочник программиста И5М3.100 ДЗ.

ТАБЛИЦА АДРЕСОВ РЕГИСТРОВ ИНТЕРФЕЙСА

| Регистр | № байта | Адрес |
|---------|---------|-------|
| РС | I | 0600 |
| РДЧ-1 | I | 0601 |
| РДЧ-2 | I | 0602 |
| | I | 0603 |
| | 2 | 0604 |
| РДВ | 3 | 0605 |
| | 4 | 0606 |
| РСПР | I | 0700 |
| РДПР | I | 0701 |
| РСПЕР | I | 0702 |
| РДПЕР | I | 0703 |

Использованные сокращенные обозначения

ВЭУ - вторичный электронный умножитель, ФЭУ - фотоэлектронный умножитель, ИМ-2 - ионизационный манометр, УС-1 и УС-2 - усилители, МВ-1 и МВ-2 - амперовольтметры Ф-30, Ч-1 и Ч-2 - частотомеры Ф-5034, АЦПУ - аналого-цифровое печатающее устройство, К - коммутатор, ДА - дешифратор адреса, КИ - блок сигнала "конец измерения", РС - регистр состояния, РДВ - регистр данных вольтметров, РДЧ-1 - регистр данных 1-го частотометра, РДЧ-2 - регистр данных 2-го частотометра, РСПР - регистр состояния приема, РСПЕР - регистр состояния передачи, РДПР - регистр данных приема, РДДЕР - регистр данных передачи, МПР - магистральный приемник, МДЕР - магистральный передатчик, ИР - сигнал прерывания, Век.пр - вектор прерывания, I_p, 7_p, 8_p - номера разрядов, мл. - младший разряд, ст. - старший разряд, СИ - синхроимпульс, А(3) - наименование выхода (номер блока).

გ. დოლიძე, გ. კაკაბაძე, გ. ჭავჭავაძე,
ა. მჭედლიშვილი, გ. ჩახანიძე

ავტომატიკური მასალები ეპიკორეალის
ერთგვის და მარტინის ექსპრიმენტის შედე-
ბის მასალები, რაც მოწოდებული და დასახუ-

მცენ

რეზიუმე

განხილულია ავტომატიკური მასალები მიკრო ე. გ. მ.
D3-28 გამოყენებით ერთობლივად თმით გამომისახულება
(ორი სიმძინემზომი და ორი ვოლტმეტრი) ინდორმაციის მისაღებად
და გასაგროვებელად. მიღებული ინდორმაცია გადაეცემა სუბიკ
ე. გ. მ. *CM-4* მემკვეთის გასამუშავებელად ავტომატიკური მასალები
კომპიუტი გამოყენებულია ეპიკორეალის ერთონის მიუღების
შესასწავლად.

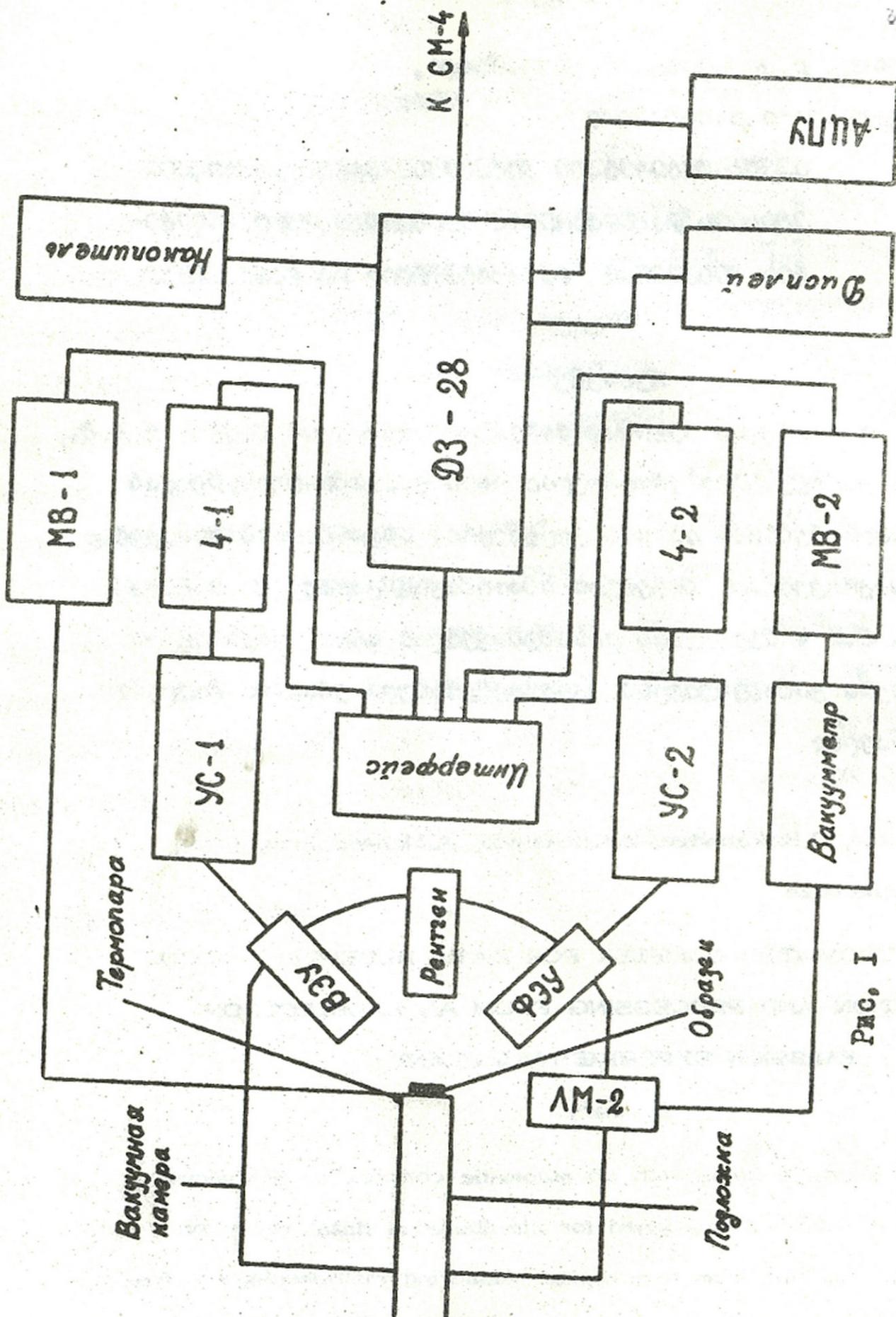
G.Dolidze, D.Kakabadze, Z.Kituashvili, A.Mchedlishvili,

D.Chachanidze

AN AUTOMATED COMPLEX FOR DATA RECEPTION, ACCU- MULATION AND PROCESSING FROM AN EXOELECTRON EMISSION EXPERIMENTAL PLANT

Summary

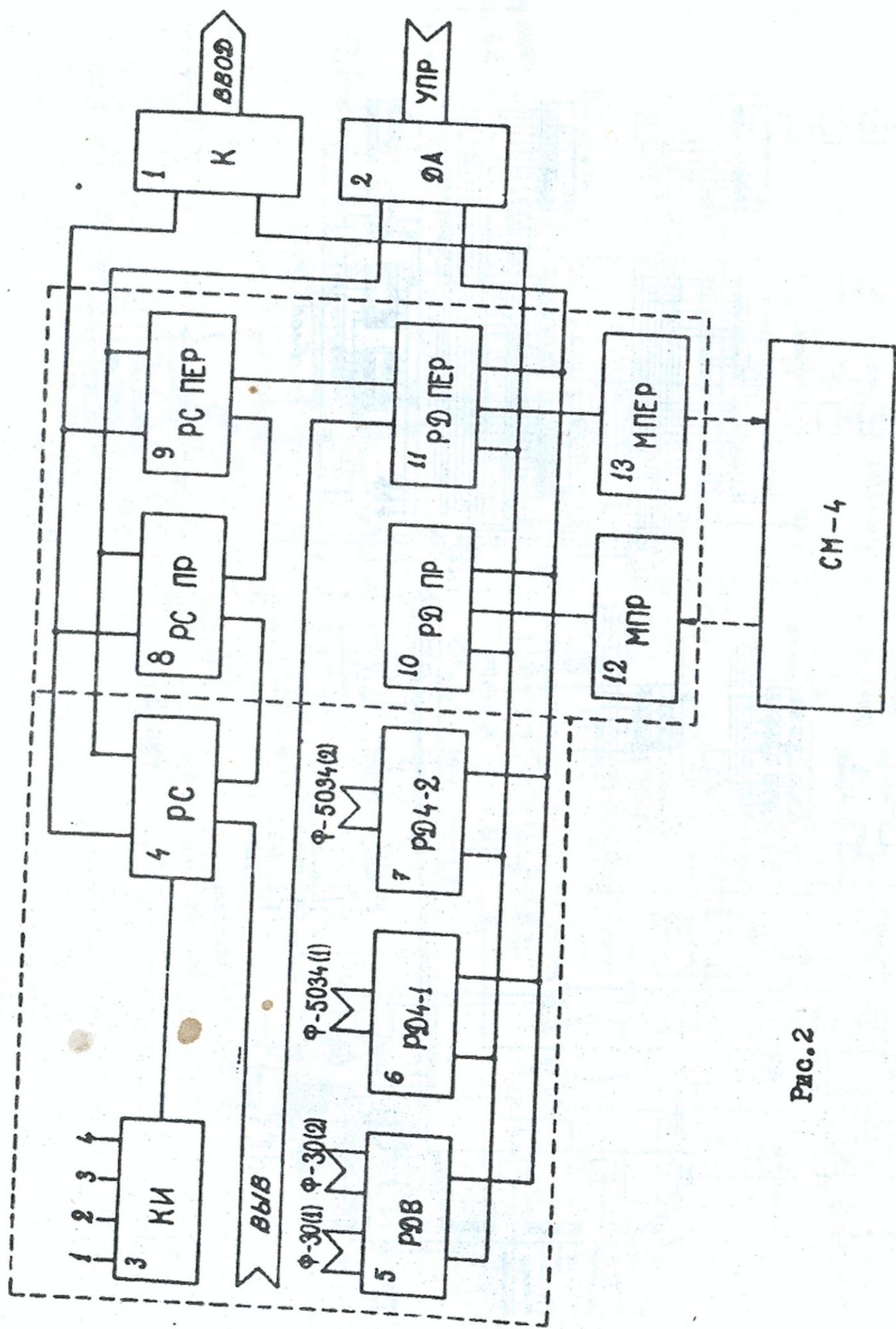
The article deals with an automatic complex on the micro computer *D3 - 28* designed for simultaneous data reception and accumulation from four digital measuring instruments, two frequency meters, and two voltmeters connected with an exoelectron emission experimental plant. The data is obtained are then transmitted to the host machine *CM-4* for processing.



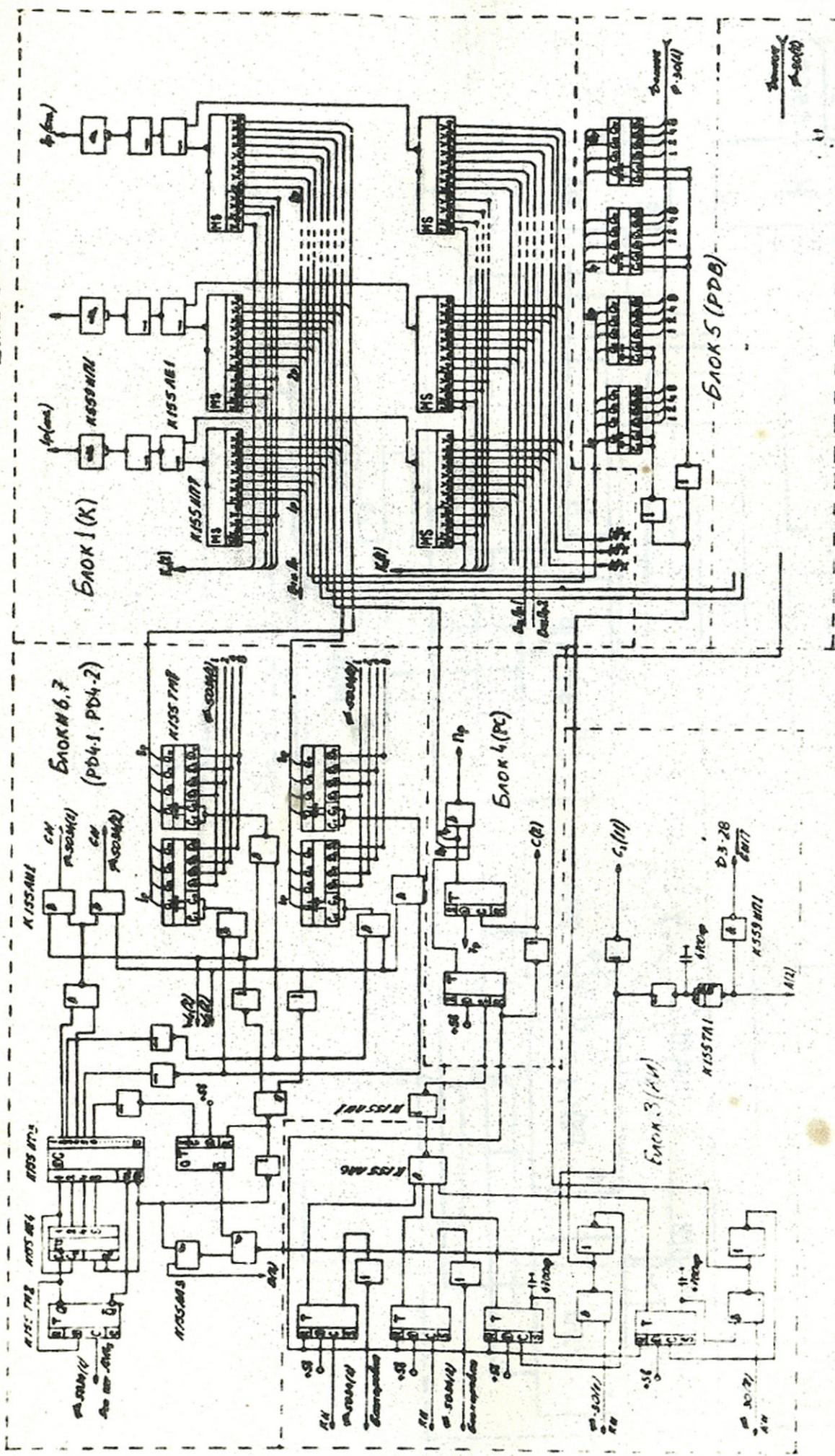
ՀԿ-4

Բաշ.2

- 65 -



D3-28
Անո 0800



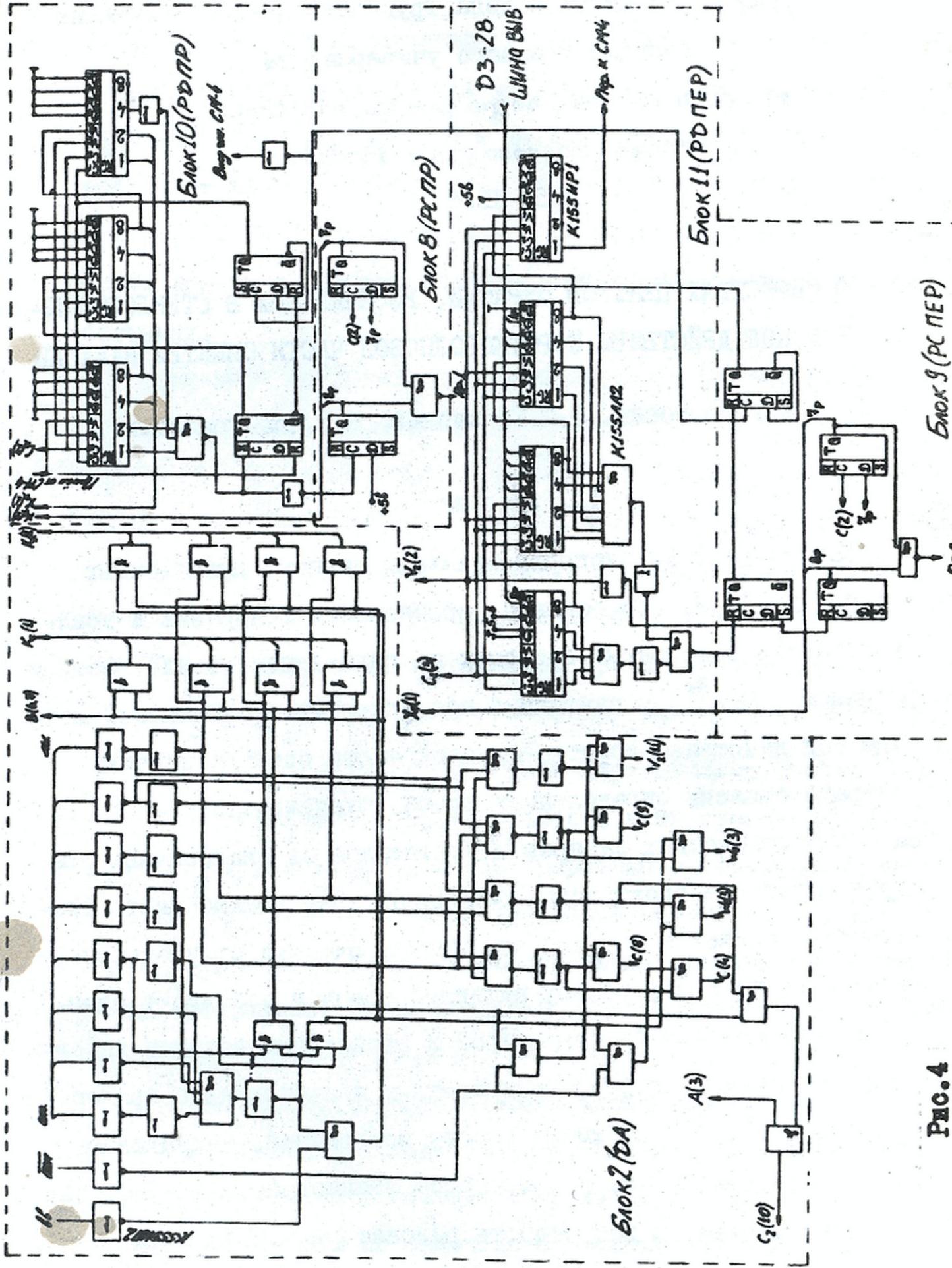


Рис. 4

Труды Томского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

№6060606 070606 500606 060606 060606
6060606 060606 060606 060606 060606

265, 1986

О СВОЙСТВАХ ЦЕНТРОВ ОКРАСКИ, ВОЗНИКАЮЩИХ В СТЕКЛОВОЛОКНАХ ПОД ДЕЙСТВИЕМ КОРОТКОВОЛНОВОЙ ЧАСТИ СПЕКТРА НАКАЧКИ

Г.Р.Петросян, Э.Ш.Теплицкий, Н.Р.Чианурашвили

I. Введение

Как следует из экспериментальных данных, приведенных в работах /1-3/, все основные особенности генерации и усиления света в волоконных системах на силикатном стекле, активированном Nd^{3+} , связаны с возникающими в стеклянной матрице под действием коротковолновой части спектра накачки центрами окраски определенных типов. Фундаментальным отличием стекловолоконных лазеров и усилителей от аналогичных приборов квантовой электроники обычного типа, помимо чисто технических, является то, что эти центры окраски распределены непрерывно по всему объему активной среды и возникают spontанно, что связано со структурой и свойствами волокон из силикатного стекла (в фосфатных стеклах и в стеклах с примесью церия их нет). Эти ЦО имеют полосу поглощения, захватывающую длину волны генерации, и в процессе взаимодействия с ней осуществляют модуляцию добротности резонатора, что приводит к возникновению гигантских импульсов генерации. Они также су-

щественно влияют на самосинхронизацию мод при излучении отдельного пика генерации или их групп, а также на коэффициент усиления импульсов света при использовании активных стекловолокон в качестве усилителя. Эти свойства позволяют приписывать ЦО те же функции, которые выполняют пассивные затворы (т.е. кюветы с просветляющимся раствором) в обычных лазерных системах.

Сказанное обуславливает необходимость рассмотрения кинетики накопления и просветления центров окраски совместно с кинетическими уравнениями генерации и усиления в стекловолоконных активных системах, причем, как показано в работе /4/, под просветлением следует понимать не насыщение уровней центров окраски, как это принято в обычных красителях пассивных затворов, а их опустошение при поглощении квантов генерируемого или усиливаемого света. Вывод таких кинетических уравнений предполагает знание определенных свойств и механизмов образования центров окраски и их структуры. К сожалению, прямое исследование ЦО сопряжено с большими техническими трудностями, поэтому в настоящей работе мы будем исходить из модельных представлений, позволяющих описать уже имеющуюся о них информацию. Будем опираться на сведения о ЦО, полученные в экспериментах /I-4/.

- а) фильтрация коротковолновой части спектра вплоть до 400 нм устраивает ЦО. Это означает, что нижняя граница заселения ЦО находится в области энергий $E_g \approx 2,9 + 3,1$ эв;
- б) время жизни ЦО существенно зависит от температуры: при ее понижении τ возрастает на порядок и выше /I/;
- в) полоса поглощения ЦО начинается с длины волн 0,3 мкм

до 1,1 мкм, однако участков резонансного поглощения не обнаружено. Это означает, что либо спектр поглощения непрерывный и ЦО являются крайне неустойчивыми образованиями, либо спектры поглощения разных типов ЦО перекрываются и имеют резонансы (если имеют) на несовпадающих частотах.

2. Модель короткоживущих центров окраски

Наиболее простым предположением может служить представление о ЦО как о водородоподобном атоме типа локализованного экситона Банье /5/, в котором ядром служит положительно заряженный дефект или вакансия ("дырка"), а свободный электрон, захватываемый этим центром, возникает в стекле, например, при переходе $F_e^{2+} \rightarrow F_e^{3+}$ /6/, под действием коротковолновой части спектра накачки. Прежде всего, из этого представления следует, что ЦО должны иметь некоторый дискретный спектр энергии, отсчитываемый от потолка валентной зоны, в виде

$$E_n = E_g - \frac{\Delta}{n^2}, \quad n=1,2,\dots \quad (1)$$

в которой мы пренебрегли членом кинетической энергии, характерным для экситонов, переносящих энергию возбуждения. Здесь

E_g — энергия щели между дном зоны проводимости и потолком валентной зоны, которую мы принимаем равной энергии возникновения (заселения) ЦО, а

$$\Delta = \frac{\mu e^4}{2\pi^2 \epsilon^2} - \quad (2)$$

экситонная постоянная Ридберга, в которой μ — приведенная

масса ЦО, а ϵ - диэлектрическая постоянная.

Следствием из этого представления является зависимость времени жизни ЦО от температуры /5/:

$$\tau = \frac{(2\pi\hbar^2)^{3/2}}{\sqrt{3}\mu(kT)^2\sigma_{pn}} \cdot \epsilon^{\Delta/kT}, \quad (3)$$

где σ_{pn} - среднее значение эффективного сечения связывания пары в экситон, причем это сечение почти не зависит от температуры. Эта формула дает возможность оценить величину Δ для ЦО.

Сопоставление кривой $\tau(T)$ из работы /1/ с формулой (3) демонстрирует хорошее согласие между ними, если (3) записать в виде:

$$\tau = \frac{8200}{T^2} \cdot \epsilon^{393,1/T}, \quad (4)$$

откуда следует, что $\Delta = 0,035$ эв, а так как постоянная Ридберга для атома водорода $R_j = m^4/d\hbar^2 = 13,06$ эв, то можно найти и приведенную массу

$$\mu/\epsilon^2 = 0,0015 m.$$

Эти величины довольно близки к тем, которые встречаются в теории экситонов (например, для CuO_2 : $\Delta \approx 0,16$ эв, а $\mu/\epsilon^2 \sim 0,007$).

Если бы ЦО имели резонансное поглощение на 1,06 мкм, то необходимо было бы иметь

$$\Delta = 1,16 \text{ эв.}$$

Таким образом, величина $\Delta = 0,035$ эв, которая позволяет согласовать $\tau(T)$ с экспериментом, приводит к модели ЦО, которые опустошаются при взаимодействии с лазерным излу-

чением (за счет фотодионизации), но не приводят к просветлению путем насыщения одного из уровней.

В работах /1,2/ отмечалось также, что при понижении температуры пороговые мощности накачки, ширины импульсов и временные интервалы между ними ведут себя так же, как и при некоторой фильтрации спектра накачки ламп (т.е. происходит понижение концентрации центров окраски). Это согласуется с настоящей моделью, если учесть, что и ширина запрещенной зоны растет с понижением температуры (примерно на 10%), т.е. при этом отсекается часть спектра накачки, которая шла на образование ЦО.

3. Кинетика образования и распада центров окраски

Кинетика образования ЦО в стеклах рассматривалась в работе /7/, в которых учитывался также возможный распад ЦО при их термолизации, а также возможный вторичный захват электронов за время жизни ЦО. Из их системы кинетических уравнений для числа центров окраски можно получить уравнение

$$\frac{dm}{dt} = \frac{P\gamma(M_0-m)-\alpha m^2}{m+\gamma(M_0-m)}, \quad (5)$$

где m — концентрация электронов на уровнях захвата, соответствующих нестабильным ЦО; P — плотность мощности возбуждающего света; α — вероятность термического высвобождения электрона с уровня захвата; M_0 — число дефектов, порождающих центры окраски; $\gamma = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$, где λ_1 — вероятность рекомбинации свободного электрона с дыркой, λ_2 — вероятность захвата свободного электрона дефектом с образо-

ванием ЦО.

В применении к лазерам и усилителям и с учетом индуцированного распада ЦО под действием поля излучения, уравнение (5) требует уточнения.

Пусть $g_0(w)$ — спектральная плотность поля накачки, а $g(w)$ — спектральная плотность спонтанного и индуцированного излучения $g(w) = g_{sp}(w) + g(w_0) \cdot \delta(w - w_0)$.

Тогда, учитывая, что распад центров окраски происходит как за счет поля излучения, так и за счет поля накачки, перепишем (5) в следующем виде:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{\gamma(M_0 - m)}{m + \gamma(M_0 - m)} \int_{w_0}^{\infty} P(t, w) g_0(w) dw - \frac{\alpha \gamma m^2}{m + \gamma(M_0 - m)} - \\ - m \left[\int_{w_0}^{\infty} P(t, w) g_0(w) dw + B_{\gamma_0} \int_{-\infty}^{+\infty} g(w) g(w) dw \right] \quad (6)$$

где $g(w)$ — число фотонов, излученных Nd^{3+} , $w_0 = \frac{E_g}{\hbar}$. E_g — энергия фотона, при которой начинается индуцированный распад ЦО. B_{γ_0} — коэффициент Эйнштейна захвата фотона ЦО.

Для получения информации о ЦО из этих уравнений рассмотрим упрощенный случай, когда они возбуждаются в пассивном волокне (без Nd^{3+}), а исследование распада центров окраски проводится после окончания накачки. В этом случае кинетика центров окраски описывается уравнением:

$$\frac{dm}{dt} = - \frac{\alpha m^2}{m + \gamma(M_0 - m)} \quad (7)$$

Интегрируя (7), можно в неявном виде получить зависи-

мость концентрации электронов на уровнях захвата ЦО от времени, т.е. кинетику распада нестабильных ЦО:

$$(1-\gamma) m \frac{m_0}{m} + \gamma M_0 \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{m_0} \right) = \alpha t, \quad (8)$$

где m_0 — концентрация ЦО в момент выключения возбуждающего света.

Из (8) видно, что распад центров окраски является существенно неэкспоненциальным.

Для сравнения формулы (8) с экспериментом введем обозначения:

$$X = \frac{m}{m_0}; \quad A = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{M_0}{m_0}; \quad B = \frac{\alpha}{\gamma-1}. \quad (9)$$

Тогда уравнение (8) перепишется в виде:

$$\ln X + A \left(\frac{1}{X} - 1 \right) = Bt. \quad (10)$$

Неэкспоненциальность распада ЦО, как впрочем и люминесценция в кристаллах, известна давно и для описания этих процессов часто пользуются эмпирической формулой Беккераля:

$$\frac{m}{m_0} = \left(1 + \frac{t}{\theta} \right)^{1-\Omega}, \quad (II)$$

где Ω — некоторый численный параметр, подбираемый из эксперимента, а θ , зависящее от $\frac{M_0}{m_0}$, γ и α , играет роль времени жизни. Нетрудно видеть, что эта формула Беккереля удовлетворяет уравнению (10) для $t \ll \theta$ при

$$\theta = \frac{(A-1)(\Omega-1)}{B}. \quad (12)$$

Соотношение (12) дает возможность определить θ по измеренным на эксперименте A и B . Для определения коэффициентов A и B мы использовали результаты измерений, проведенных Р.Р.Эриашвили в Институте кибернетики АН ГССР, коэффициентов поглощения излучения волоконного лазера с длиной волны 1,06 мкм, проходящего через систему пассивных волокон длиной 60 см, в которых центры окраски возникали за счет импульсной лампы накачки.

Проведенный нами численный анализ этих данных показал, что эти экспериментальные данные могут описываться уравнением (10) при $B = 0,028$ и $A \sim 10$ (см. рис., кривая I).

Так как $B > 0$, то из (9) следует, что $\gamma > 1$, т.е. имеет место каскадный процесс перезахвата электронов, прежде чем произойдет распад ЦО, что эффективно увеличивает их время жизни. Если принять, согласно /7/, что $\gamma \sim 10$, то из полученного нами коэффициента A можно заключить, что при $N = 300$ в используется более одной десятой вакансий для образования ЦО. Используя формулу (12), можно оценить время жизни ЦО величиной $\theta \approx 350$ мксек.

В расчете, согласно /7/ принято $\Omega = 2,1$.

Предположение об экспоненциальности распада с $\tau = 350$ мксек приводит к кривой 2 на рис., плохо согласующейся с экспериментальными данными. Согласие получается при выборе $\tau = 500$ мксек (кривая 3), но это значение противоречит оценкам τ , полученным в /12/ при анализе генерации ги-

гантских импульсов в стекловолоконных лазерах.

Поступила 16.IV.1986

Кафедра радиофизики

ЛИТЕРАТУРА

1. M.I.Djibladze, Z.G.Esiashvili, B.S.Lejava, E.Sh. Teplitski. Proc. III Intern. Conf. "Lasers-80", USA, 1980, 456.
2. М.И.Джиладзе, З.Г.Эсиашвили, Б.С.Лежава, Э.Ш.Теплицкий, Г.Г.Мшвелидзе. Известия АН СССР, сер. физическая, 1981, т.45, 1435.
3. М.И.Джиладзе, Э.Ш.Теплицкий, Р.Р.Эриашвили. Квантовая электроника, 1984, т.II, 132.
4. М.И.Джиладзе, Р.Р.Эриашвили, Г.Г.Мшвелидзе, З.Г.Эсиашвили. Сообщения АН ГССР, 1984, II5, № 2, 265.
5. Р.Ноко. Теория экситонов, "Мир", 1966.
6. А.Л.Микаэлян, М.Л.Тер-Микаэлян, Ю.Г.Турков. Оптические генераторы на твердом теле, "Советское радио", М., 1967.
7. Л.Б.Глебов, М.Н.Толстой, "Физика и химия стекла", 1976, 2, № 4, 346.

გ. კუთავის იურიდიური მუნიციპალიტეტი

ის ბოჭალი კადგენის სამსახურის მიერთებულ
მინის კამარაზე გირ ნარმალი გადას 0 ცხ-
რის დასაბაზის მაყალ

რეგისტრი

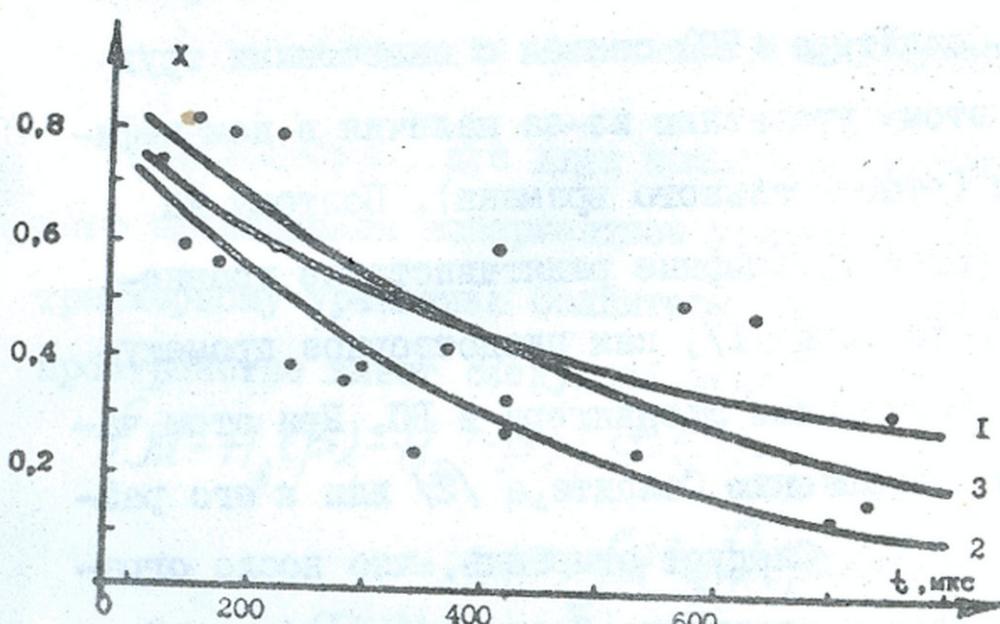
სემთავაზე გვია მინის 0 ცხრის მოვალი, რომე-
ლიც ნარმოქმნების სირიკაფური მინის ბიჭუში აღმარცვის
სუკრის მოკრევა ნანის გვმოქმედი და განხილ-
ული მათ სურნეალური დამის კანკრისა.

G.Petrosian, E.Teplitski, N.Chianurashvili

ON THE PROPERTIES OF THE COLOUR CENTRES GENERATED
 IN GLASS FIBER UNDER THE ACTION OF THE SHORTWAVE
 PART OF THE PUMP SPECTRUM

Summary

A model of colour centres generated in silicated glass fiber under the action of the shortwave part of the pump spectrum is suggested. The kinetics of spontaneous decay of the colour centres is considered.



Pic. I

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

თბილისის მუზეუმის გამოცემის მუნიციპალიტეტი

სახურავის უნივერსიტეტის მუნიციპალიტეტი

265, 1986

ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ СОЛПИТЕРА И
ЗАДАЧА ПОЗИТРОНИЯ

Т.П.Надареишвили, А.А.Хелашвили

Введение

Успехи кварковой модели адронов возобновили интерес к релятивистскому описанию связанных состояний фермионов. Прямой перенос потенциального конфайнмента кварков на ковариантное уравнение Бете-Солпитера (БС) связан с известными трудностями, присущими этому уравнению из-за наличия в нем нефизического параметра (относительного времени). Поэтому на данном этапе исследуются трехмерные релятивистские уравнения квазипотенциального типа /1/, как плодотворное промежуточное звено между уравнениями Шредингера и БС. При этом чаще всего обращаются к уравнению Солпитера /2/ или к его различным модификациям /3,4/. Следует отметить, что после ограничения мгновенными ядрами уравнение Солпитера наиболее полно отражает характерные черты релятивистской динамики. Неудобство уравнения Солпитера (как, впрочем, всех релятивистских уравнений) состоит в отсутствии явно решаемых примеров для физически интересных потенциалов. Только осцилляторный потенциал после определенных приближений позволяет решить

уравнение Солитера на собственные значения аналитически /5,6/. В то же время осцилляторный потенциал не мотивирован динамикой и имеет лишь вспомогательное значение.

Поэтому естественно стремление разработки эффективных приближенных методов решения уравнения Солитера. В данной работе на примере кулоновского взаимодействия апробируется метод, предложенный в работе /7/, когда в качестве исходного (нулевого) приближения берется уравнение Солитера с модифицированным проекционным оператором. Этот метод полностью суммирует эффекты релятивистской кинематики и приходит к множеству решаемых примеров. Как будет видно из дальнейшего, в случае кулоновского взаимодействия метод работает достаточно эффективно.

I. Уравнение Солитера и его нулевое приближение

Как известно, для двух спинорных частиц в случае мгновенного приближения ковариантное уравнение БС и СЛМ сводится к трехмерному уравнению Солитера /2/, которое в импульсном пространстве имеет следующий вид:

$$\left\{ \mathcal{M} - H_A(\vec{P}) - H_B(-\vec{P}) \right\} \Phi(\vec{P}) = \Lambda(\vec{P}) \int d^3q \hat{V}(\vec{P}-\vec{q}) \Phi(\vec{q}). \quad (I.1)$$

Здесь $\Phi(\vec{P})$ — одновременная амплитуда БС, $H_{A,B}$ — гамильтонианы отдельных свободных частиц

$$H_i(\vec{P}) = \vec{\alpha}_i \cdot \vec{P} + \beta_i m_i \quad (i=A, B), \quad (I.2.)$$

а $\hat{V}(\vec{P}-\vec{q})$ есть мгновенное ядро БС. В правой части урав-

нения (I.1) стоит обычный проекционный оператор Солитера

$$\Lambda(\vec{P}) = \frac{H_A(\vec{P})}{2\omega_A(\vec{P})} + \frac{H_B(-\vec{P})}{2\omega_B(\vec{P})}, \quad (I.3)$$

где $\omega_{A,B}$ — энергии свободных частиц в СИМ

$$\omega_i(\vec{P}) = \sqrt{\vec{P}^2 + m_i^2} \quad (i=A, B). \quad (I.4)$$

Уравнение (I.1) определяет полную массу M связанного состояния двух фермионов. Проекционный оператор $\Lambda(\vec{P})$, содержащий лишь определенные частоты, отражает квантово-полевую природу уравнения и служит для обезвреживания парадокса Клейна в случае бесконечно растущих потенциалов /8,9/. Уравнение (I.1) без каких-либо приближений не допускает промежуточных аналитических решений. Проекционный оператор $\Lambda(\vec{P})$ еще больше осложняет эту задачу. Поэтому, на раннем этапе для не слишком релятивистских систем (атом водорода, позитроний и т.д.) пользовались нерелятивистской редукцией по степени v^2/c^2 , рассматривая в качестве нулевого приближения уравнение Шредингера с кулоновским потенциалом /9/.

В отличие от этого подхода мы за нулевое приближение возьмем уравнение, в котором оператор $\Lambda(\vec{P})$ заменяется его главным членом порядка $O(1)$:

$$\Lambda(\vec{P}) \longrightarrow \frac{1}{2} (\beta_A + \beta_B). \quad (I.5)$$

Это приближение подразумевает определенную гладкость потенциала $\hat{V}(\vec{P}-\vec{q})$ и может быть разумным в широком круге задач.

Как было выяснено в работах /7,8/, при такой замене парадокс Клейна отсутствует и, кроме того, для определенных состояний полученные уравнения допускают ряд физически интересных решаемых примеров /7,10/.

Итак, "невозмущенную" систему будем описывать уравнением

$$\{M_0 - H_A(\vec{P}) - H_B(-\vec{P})\} \Phi_0(\vec{P}) =$$

$$= \frac{1}{2} (\beta_A + \beta_B) \int d^3q V((\vec{P} - \vec{q})^2) \Phi_0(\vec{q}), \quad (I.6)$$

где $(V(\vec{P} - \vec{q}^2))$ – центральный потенциал. Уравнение (I.6) по лоренц-свойствам соответствует обмену 4-ой компонентой вектора. Разницу в правых частях уравнения (I.1) и (I.6) будем рассматривать как возмущение.

Тогда в первом порядке поправку к массе вычислим согласно соотношению

$$\Delta M \cdot \langle \Phi_0^*, \Phi \rangle = \int d^3P d^3q \Phi_0^*(\vec{P}) \Delta \hat{V}(\vec{P}, \vec{q}) \Phi_0(\vec{q}), \quad (I.7)$$

где

$$\Delta \hat{V}(\vec{P}, \vec{q}) = \Lambda(\vec{P}) \hat{V}(\vec{P} - \vec{q}) - \frac{1}{2} (\beta_A + \beta_B) V((\vec{P} - \vec{q})^2) \quad (I.8)$$

Здесь всюду матрицы Дирака должны стоять в нужном порядке и, кроме того, в (I.7) подразумевается взятие шпера.

В работе /7/ было показано, что для состояний фермиона и антифермиона с четностью $\epsilon_p = (-1)^{J+1}$ из (I.6) следует радиальное уравнение вида

$$U''(r) + \left\{ \frac{M^2 - p^2}{4Mr^2} [U^2 - (M + V)^2] - \frac{J(J+1)}{r^2} \right\} U(r) = 0, \quad (I.8)$$

где $M = m_1 + m_2$, $\mathcal{Z} = m_1 - m_2$. Там же было указано не- сколько решаемых примеров. В случае кулоновского потенциала

$$V(r) = -\frac{\alpha}{r} \quad (I.9)$$

для квадрата массы получается следующая формула:

$$\begin{aligned} M_n^2 &= \frac{1}{2} \mu^2 \left(1 - \frac{\alpha^2}{4(n+s)^2} \right) + \\ &+ \frac{1}{2} \mu^2 \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{\alpha^2}{4(n+s)^2} \right)^2 + \frac{Z^2}{\mu^2} \frac{\alpha^2}{(n+s)^2}}, \end{aligned} \quad (I.10)$$

где

$$S = -\frac{1}{2} + \sqrt{\left(J + \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{M_n^2 - Z^2}{4M_n^2} \frac{\alpha^2}{\mu^2}} \quad (n=1,2,\dots) \quad (I.II)$$

В случае одинаковых масс формулы заметно упрощаются:

$$M_n = 2m \sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{4(n+s)^2}}, \quad S = -\frac{1}{2} + \sqrt{\left(J + \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{\alpha^2}{4}}. \quad (I.I2)$$

Соответственно, радиальная функция равна

$$f(r) = \frac{U(r)}{r} = \text{const} \cdot r^s e^{-\gamma r} {}_1F_1(s+1-n, 2s+2, 2\gamma r), \quad (I.I3)$$

где

$$\gamma = \frac{m\alpha}{2(n+s)}. \quad (I.I4)$$

Ниже мы рассмотрим кулоновскую задачу в уравнении Солли- тера и приведенные здесь выражения будут служить нулевым приближением.

Формула для расчета сдвига массы (I.7) подсказывает, что удобно работать в импульсном пространстве. С этой целью преобразования Фурье волновых функций и потенциалов определим следующим образом:

$$\varphi(\vec{P}) = (2\pi)^{-3/2} \int e^{-i\vec{P}\vec{r}} \varphi(\vec{r}) d^3 r,$$

$$V(\vec{K}) = (2\pi)^{-3} \int e^{-i\vec{K}\vec{r}} V(\vec{r}) d^3 r. \quad (I.15)$$

Например, для кулоновского потенциала (I.9) имеем

$$V(\vec{R}) = -\frac{1}{2\pi^2 R^2}. \quad (I.16)$$

Данное определение ведет к радиальным функциям в импульсном пространстве вида

$$g_J(P) = \sqrt{\frac{2}{P}} i^{-J} \int_0^\infty dr f_J(r) j_J(pr), \quad (I.17)$$

$$g_{1J}(P) = \frac{1}{P} \int_0^\infty dq g_J(q) Q_J\left(\frac{P^2 + q^2}{2pq}\right), \quad (I.18)$$

где $j_J(x)$ и $Q_J(x)$ – сферическая функция Бесселя и функция Лежандра второго рода, соответственно. Эти радиальные функции связаны соотношением (уравнение в импульсном пространстве)

$$g_{1J}(P) = \frac{1}{2m} (P^2 + \gamma^2) g_J(P), \quad (I.19)$$

где γ дается формулой (I.14). Поскольку мы рассматриваем однофотонный смен, то потенциал взаимодействия между зарядами возьмем в обычном виде:

$$V(\vec{P} - \vec{q}) = (1 - \vec{\alpha}_A \cdot \vec{\alpha}_B) V((\vec{P} - \vec{q})^2). \quad (I.20)$$

Поэтому, согласно (I.7), поправку к массе можно разбить на два слагаемых:

$$\Delta M = \Delta M_1 + \Delta M_2, \quad (I.21)$$

где каждое из них есть матричный элемент отдельных возмущений

$$\Delta M_1 \sim (1(\vec{P}) - \frac{1}{2} (\beta_A + \beta_B)) V(\vec{k}^2), \quad (I.22.1)$$

$$\Delta M_2 \sim -1(\vec{P}) \vec{\alpha}_A \cdot \vec{\alpha}_B V(\vec{k}^2) \quad (I.22.2)$$

по волновым функциям нулевого приближения.

2. Вычисление поправок в основном состоянии

Для иллюстрации метода приведем расчет поправок к массам основного состояния на траекториях, \mathcal{P} и A , с $\varepsilon_P = \pm \varepsilon_c$ когда $m_1 = m_2$. Волновые функции в координатном пространстве и классификация состояний приведены в работе /7/.

(a) \mathcal{P} – траектория, $\varepsilon_P = -\varepsilon_c = (-1)^{J+1}$.

Используя преобразование Фурье, волновую функцию \mathcal{P} -траектории в импульсном пространстве запишем в следующем матричной форме:

$$\Phi(\vec{P}) = \begin{pmatrix} [(1 + \frac{2m}{M}) \frac{1}{P} g_J(P) - \frac{\alpha}{MP} g_{IJ}(P)] Y_{JM}(\hat{P}), & \frac{2\vec{g}\vec{P}}{MP} g_J(P) Y_{JM}(\hat{P}) \\ \frac{2\vec{g}\vec{P}}{MP} g_J(P) Y_{JM}(\hat{P}), & [(1 - \frac{2m}{M}) \frac{1}{P} g_J(P) + \frac{\alpha}{MP} g_{IJ}(P)] Y_{JM}(\hat{P}) \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Ниже понадобится явный вид радиальной волновой функции $g_J(P)$ при некоторых частных значениях J . Его легко можно получить с помощью преобразования (2.3). Например,

$$\begin{aligned}
 g_0(P) &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty d\chi \sin P\chi e^{-y\chi} \chi^{s+1} = \\
 &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\Gamma(s+2)}{(y^2 + P^2)^{\frac{s+2}{2}}} \sin[(s+2)\arctg \frac{P}{y}] = \\
 &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \Gamma(s+2) Y_m \left(\frac{1}{(y-iP)^{s+2}} \right).
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Аналогично,

$$\begin{aligned}
 g_1(P) &= -i \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \left(\frac{\sin P\chi}{P\chi} - \cos P\chi \right) \chi^{s+1} e^{-y\chi} d\chi = \\
 &= -i \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left[\Gamma(s+1) \frac{\sin(s+1) \frac{P}{y}}{P(y^2 + P^2)^{\frac{s+1}{2}}} - \Gamma(s+2) \frac{\cos(s+2) \frac{P}{y}}{(y^2 + P^2)^{\frac{s+2}{2}}} \right]
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Последние шаги в этих формулах заимствованы из работы /II/. Этим переходом значительно упрощаются расчеты радиальных матричных элементов в аналитической форме, сводя их к типичным табличным интегралам. Явный вид некоторых из них приведен в приложении. Используя эти выражения, все встречающиеся в данной задаче матричные элементы вычисляются до конца аналитически. Не вдаваясь в детали, приведем окончательные результаты для отдельных факторов.

Нормировочный интеграл при $J=0$ имеет вид:

$$N_{\pi} = \langle \phi_{\pi}^+, \phi_{\pi} \rangle_{J=0} = \frac{4\alpha^2}{M^2} - \frac{\Gamma(2s+1)}{(2\gamma)^{2s+1}} + \\ + 4 \left(1 + \frac{4m^2}{M^2} - \frac{2\alpha\gamma^2}{M^2} \right) \frac{1}{2} \gamma^{-2s-3} B\left(\frac{1}{2}, s+\frac{3}{2}\right) + 4 \left(\frac{2}{m^2} - \frac{\alpha}{M^2} \right) \gamma^{-2(s+1)} B(1, s+1), \quad (2.4)$$

где $B(a, b)$ есть B - функция Эйлера.

Матричный элемент (I.22.I) выглядит следующим образом:

$$N_{\pi} \cdot \Delta M_1 = -\frac{\alpha}{4M^2} \int \frac{d\vec{p} d\vec{p}'}{\sqrt{P^2+m^2} |\vec{p}-\vec{p}'|^2} S_P \left\{ \phi_{\pi}^+(\vec{p}) [H(\vec{p}) \phi_{\pi}(\vec{p}') + \right. \\ \left. + \phi_{\pi}(\vec{p}') H(\vec{p})] \right\} + \frac{\alpha}{4M^2} \int \frac{d\vec{p} d\vec{p}'}{|\vec{p}-\vec{p}'|^2} S_P \left\{ \phi_{\pi}^+(\vec{p}) [\beta \phi_{\pi}(\vec{p}') + \right. \\ \left. + \phi_{\pi}(\vec{p}') \beta] \right\}. \quad (2.5)$$

После подстановки волновой функции (2.1) и вычисления штурмов и угловых интегралов, отсюда получаем

$$N_{\pi} \cdot \Delta M_1 = 2A_1 A_2 \int_0^\infty \frac{P^4 |g_0(P)|^2 dP}{\sqrt{P^2+m^2}} + 2A_1 A_2 \gamma^2 \int_0^\infty \frac{P^2 |g_0(P)|^2 dP}{\sqrt{P^2+m^2}} + \\ + 2D_1 B_2 \int_0^\infty P^4 |g_0(P)|^2 dP + A_2 (4\gamma^2 D_1 B_2 - C_1) \int_0^\infty P^2 |g_0(P)|^2 dP + \\ + \gamma^2 A_2 (2\gamma^2 D_1 B_2 - C_1) \int_0^\infty |g_0(P)|^2 dP - 2B_1 B_2 A_2 \int_0^\infty \frac{P^4 |g_0(P)|^2 dP}{\sqrt{P^2+m^2}} + \\ + A_2 (A_1 - 4B_1 B_2 \gamma^2) \int_0^\infty \frac{P^2 |g_0(P)|^2 dP}{\sqrt{P^2+m^2}} + A_2 \gamma^2 (A_1 - 2\gamma^2 B_1 B_2) \int_0^\infty \frac{|g_0(P)|^2 dP}{\sqrt{P^2+m^2}}, \quad (2.6)$$

где

$$f = -\frac{8\alpha}{\pi M}, \quad A_1 = -\frac{16\alpha m^2}{\pi M}, \quad B_1 = \frac{4\alpha^2 m}{\pi M}, \quad D_1 = \frac{B_1}{m},$$

$$C_1 = \frac{A_1}{m}, \quad A_2 = \frac{\pi}{2m}, \quad B_2 = (2m)^{-1}. \quad (2.7)$$

В то же время, второй матричный элемент равен

$$\begin{aligned} N_{\vec{P}} \Delta M_2 &= -\frac{\alpha}{4\pi^2} \int \frac{d\vec{p} d\vec{p}'}{\sqrt{p^2 + m^2} |\vec{p} - \vec{p}'|^2} S_P \left\{ \varphi_{\vec{P}}^*(\vec{p}) [\vec{\alpha} \vec{p} (\vec{\alpha} \varphi_{\vec{P}'}(\vec{p}') \vec{\alpha}) + \right. \\ &+ (\vec{\alpha} \varphi_{\vec{P}}(\vec{p}') \vec{\alpha}) \vec{\alpha} \vec{p}] \Big\} - \frac{\alpha}{2\pi^2} \int \frac{d\vec{p} d\vec{p}'}{|\vec{p} - \vec{p}'|^2} S_P \left\{ \varphi_{\vec{P}}^*(\vec{p}) [\beta (\vec{\alpha} \varphi_{\vec{P}'}(\vec{p}') \vec{\alpha}) + \right. \\ &\left. + (\vec{\alpha} \varphi_{\vec{P}}(\vec{p}') \vec{\alpha}) \beta] \Big\}. \quad (2.8) \end{aligned}$$

Выясняется, что здесь вклад второго члена равен нулю, в то время как первый член приводится к виду

$$\begin{aligned} N_{\vec{P}} \Delta M_2 &= 2M M_2 \int_0^\infty \frac{P^4 |g_0(P)|^2 dP}{\sqrt{P^2 + m^2}} + \\ &+ 2MA_2 \gamma^2 \int_0^\infty \frac{P^2 |g_0(P)|^2 dP}{\sqrt{P^2 + m^2}}. \quad (2.9) \end{aligned}$$

Для реальных оценок применим полученные результаты к позитронию, используя $m = m_e = 0,511$ МэВ, $\alpha^{-1} = 137,036$. Тогда, согласно (I.12), $M_n(J=0) = 1,02199999$ МэВ $\approx 1,022$ МэВ, т.е. влияние энергии связи сказывается в четвертом знаке после запятой. Расчеты на основе формул (2.4), (2.6) и (2.9) дают

$$\begin{aligned} N_{\vec{P}} &\approx 9,696 \cdot 10^8, \quad \Delta M_2 \approx 5,482 \cdot 10^{-5} \text{ МэВ}, \\ \Delta M_2 &\approx -2,888 \cdot 10^{-13} \text{ МэВ}. \quad (2.10) \end{aligned}$$

Как видно, поправки очень малы. Ведущей является ΔM_1 , которая характеризует замену полного проекционного оператора $A(\vec{P})$ на β -матрицы. Она составляет 10^{-8} часть нулевого приближения. Можно было в возмущение включить и тензорное взаимодействие

$$\Delta V_T \sim A(\vec{P})(\hat{\alpha}_A \cdot \hat{\vec{K}})(\hat{\alpha}_B \cdot \hat{\vec{K}}) U(\vec{K}^2),$$

матричный элемент которого на \mathcal{P} -траектории вычисляется также до конца. Расчеты дают для этого вклада $\Delta M_3 \approx 4,8 \cdot 10^{-14}$ МэВ, т.е. еще меньше, чем ΔM_2 .

(б) A_I -траектория, $\varepsilon_P = \varepsilon_{\beta} = (-1)^{J+1}$.

Волновая функция импульсного представления для этой траектории имеет вид

$$\Phi(\vec{P}) = \begin{cases} \left[(1 + \frac{2m}{M}) \vec{E} \vec{L} \frac{1}{P} g_J(P) - \frac{\alpha}{M_P} \vec{E} \vec{L} g_J(P) \right] U_{JM}(\beta), & -\frac{2i\vec{E}(\vec{P} \times \vec{L})}{M_P} g_J(P) U_{JM}(\beta) \\ \frac{2i\vec{E}(\vec{P} \times \vec{L})}{M_P} g_J(P) U_{JM}(\beta), & - \left[(1 + \frac{2m}{M}) \vec{E} \vec{L} \frac{1}{P} g_J(P) + \frac{\alpha}{M_P} g_{J+1}(P) \vec{E} \vec{L} \right] U_{J+1M}(\hat{\beta}) \end{cases} \quad (2.II)$$

Нормировочный множитель равен

$$N_g = 16 \left(1 + \frac{4m^2}{M^2} - \frac{2\alpha\gamma^2}{M^2} + \frac{\alpha^2\gamma^4}{4m^2M^2} \right) \int_0^\infty |g_J(P)|^2 dP + \quad (2.II)$$

$$+ 2 \left(\frac{8}{M^2} - \frac{4\alpha}{M^2} + \frac{\alpha^2\gamma^2}{m^2M^2} \right) \int_0^\infty P^2 |g_J(P)|^2 dP + \frac{\alpha^2}{m^2M^2} \int_0^\infty P^4 |g_J(P)|^2 dP.$$

Используя волновую функцию (2.II) в формулах типа (2.5) и (2.8), для отдельных вкладов получаем следующие выражения:

$$\begin{aligned}
 N_{A_1} \Delta M_1 &= 4 A_1 B_2 D_1 \int_0^\infty P^4 |g_1(P)|^2 dP + 2(4\gamma^2 D_1 A_2 B_2 - C_1 A_2) \int_0^\infty P^2 |g_1(P)|^2 dP + \\
 &+ 2 A_2 \gamma^2 (2\gamma^2 D_1 B_2 - C_1) \int_0^\infty |g_1(P)|^2 dP + 4(A_1 A_2 - B_1 B_2 A_2) \int_0^\infty \frac{P^4 |g_1(P)|^2 dP}{\sqrt{P^2 + m^2}} + \\
 &+ 2(2 A_1 A_2 \gamma^2 + A_1 A_2 - 4 B_1 B_2 A_2 \gamma^2) \int_0^\infty \frac{P^2 |g_1(P)|^2 dP}{\sqrt{P^2 + m^2}} + \\
 &+ (A_1 A_2 \gamma^2 - 2\gamma^4 B_1 B_2 A_2) \int_0^\infty \frac{|g_1(P)|^2 dP}{\sqrt{P^2 + m^2}}, \tag{2.13}
 \end{aligned}$$

в то время как

$$N_{A_2} \Delta M_2 = 2 A_2 \int_0^\infty \frac{P^4 |g_1(P)|^2 dP}{\sqrt{P^2 + m^2}} + 2 A_1 A_2 \gamma^2 \int_0^\infty \frac{P^2 |g_1(P)|^2 dP}{\sqrt{P^2 + m^2}}. \tag{2.14}$$

Интеграция этих выражений и подстановка численных значений параметров дает

$$N_{A_1} \approx 1.15 \cdot 10^{14}, \quad \Delta M_1 \approx 7.61 \cdot 10^{-9} \text{ МэВ}, \quad \Delta M_2 \approx -1.26 \cdot 10^{-9} \text{ МэВ}.$$

Видно, что на этой траектории оба вклада сравнимы между собой и ведут к полному вкладу $\Delta M \approx 6.35 \cdot 10^{-9}$ МэВ, а для $\pi - A_1$ расщепления $\Delta M_{\pi - A_1} \approx 4.85 \cdot 10^{-8}$ МэВ.

Таким образом, приведенный анализ показывает, что для

систем подобного рода, в которых релятивистское движение не очень велико, уравнение (I.6) может послужить довольно приличным стартовым приближением. Поэтому дальнейшая разработка этого метода применительно к другим двухфермионным системам (водород, водородоподобные атомы, чармий, бетоний и т.д.) заслуживает определенного внимания.

Приложение

Приведем сводку некоторых типичных интегралов, встречающихся при вычислении матричных элементов:

$$1. \int_0^\infty \frac{P^n dP}{(P^2 + \gamma^2)^{\lambda}} = \frac{1}{2} \gamma^{n+1-2\lambda} B\left(\frac{n+1}{2}, \lambda - \frac{n+1}{2}\right),$$

$$2. \operatorname{Re} \int_0^\infty \frac{P^n dP}{(\gamma - iP)^{2\lambda}} = 0,$$

$$3. \int_0^\infty \frac{P^n dP}{(\gamma^2 + P^2)^{\lambda} \sqrt{P^2 + m^2}} = \frac{1}{2m} \gamma^{n+1-2\lambda} B\left(\frac{n+1}{2}, \lambda - \frac{n+1}{2}\right) \times \\ \times {}_2F_1\left(\frac{n+1}{2}, \frac{1}{2}, \lambda + \frac{1}{2}, 1 - \frac{\gamma^2}{m^2}\right),$$

$$4. \operatorname{Re} \int_0^\infty \frac{P^n dP}{(\gamma - iP)^{\lambda} \sqrt{P^2 + m^2}} =$$

$$= \operatorname{Re} \frac{m^{n-\lambda}}{(-i)^{\lambda}} \left\{ y^{n+1-\lambda} \frac{n! \Gamma(\lambda-n-1)}{\Gamma(\lambda)} {}_3F_2 \left(\begin{matrix} \frac{n+1}{2}, \frac{n+2}{2}, \frac{1}{2} \\ \frac{n+2-\lambda}{2}, \frac{n+3-\lambda}{2} \end{matrix} \middle| z \right) + \right.$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{\Gamma(\frac{n+1-\lambda}{2}) \Gamma(\frac{\lambda-n}{2})}{\Gamma(1/2)} {}_3F_2 \left(\begin{matrix} \frac{1}{2}, \frac{\lambda+1}{2}, \frac{\lambda-n}{2} \\ \frac{1}{2}, \frac{\lambda-n+1}{2} \end{matrix} \middle| z \right) -$$

$$\left. - \pi \frac{y}{2} \frac{\Gamma(\frac{n-1}{2}) \Gamma(\frac{\lambda-n+1}{2})}{\Gamma(1/2)} {}_3F_2 \left(\begin{matrix} \frac{\lambda+1}{2}, \frac{\lambda+2}{2}, \frac{\lambda-n+1}{2} \\ \frac{3}{2}, \frac{\lambda-n+1}{2} \end{matrix} \middle| z \right) \right\},$$

где $y = \frac{i\gamma}{m}$, $z = \frac{\gamma^2}{m^2}$.

Поступила 16.У.1986

Институт физики высоких энергий Тбилисского университета

Литература

1. A.A.Logunov, A.N.Tavkhelidze. Nuovo Cim., 29,380 (1963).
2. E.Salpeter. Phys. Rev., 87, 328 (1952).
3. B.Durand, L.Durand. Phys. Rev., D 28, 396 (1983).
4. S.Godfrey, N.Isgur. Phys. Rev., D 32,189 (1985).
5. A.N.Mitra. Z.Phys., C8, 25 (1981); ibid., C10, 33 (1981).
6. A.G.Archvadze et al., Preprint ITP-85-131E, Kiev, 1985.
7. Z.K.Silagadze, A.A.Xelašvili. TMΦ, 61, 431 (1984).

8. A.A.Хелашвили. ТМФ, 51, 201 (1982).
9. К.Ишханов, К.-Б.Зубер. Квантовая теория поля, т.2, Мир,
М., 1984.
10. A.A.Khelashvili. In: "Few-Body Problems in Physics", World
Scientific, Singapor, 1985, p.373.
II. A.La Yaouani et al., Phys. Rev., D29, 1233 (1984).

თ. ნადარეიშვილი, ა. ხელაშვილი

საქართველოს მანფიციალური ემსახუას მუნიციპალიტეტი
გამოიწვია და კონცენტრირდა ამონა

რეზიუმე

რეზიუმე სამგანზომიერებანი განვითარება მოგიდო-
ცირებული პროექტის თანამდებობით განვითარება როგორც საწყისი
მიახლოება სარეზერვის განვითარებისათვის. კულტური ურთიერთ-
ებრების შემთხვევაში, როგორც საწყისი მიახლოების კანონება
ცხადად ამოხსნადა, გამოდირება მას ური გახრეჩები და ნაჩ-
ვენებია, რომ არის მინიჭებული მიახლოება მუშაობის საკმარი ეფექტ-
ობა.

T.Nadareishvili, A.Khelashvili

AN APPROXIMATE METHOD FOR SOLVING THE SALPETER EQUATION AND THE POSITRONIUM PROBLEM

Summary

A relativistic three-dimensional equation with a modified projection operator is considered as a starting approximation for the Salpeter equation. In the case of Coulomb interaction, when the starting approximation equation is solvable explicitly, mass-splittings are calculated and it is shown that the approximation under consideration works rather effectively.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

თბილისის შოთა რემანი უნივერსიტეტი
სახელმწიფო უნივერსიტეტის მოდები

265, 1986

УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ РЕГИСТРИРУЮЩЕЙ АППАРАТУРЫ СПЕКТРОМЕТРА
БИС - 2

Л.Н.Абесалашвили, Н.С.Амаглобели, Н.О.Кадагидзе, В.Д.Кекелидзе, Р.А.Кватадзе, В.Р.Крастев, Г.Л.Мелитаури, Т.Г.Пицхелаури, М.С.Чаргейшвили, Р.Г.Шанидзе

I. Введение

Настоящая работа посвящена исследованию методических вопросов, связанных с усовершенствованием электронной аппаратуры бесфильмового спектрометра БИС-2. Установка создана для исследования взаимодействия адронов высоких энергий, конкретно-для поиска новых частиц при взаимодействии нейтронов с разными мишнями. Установка расположена на пучке "4 Н" Сарпуховского ускорителя.

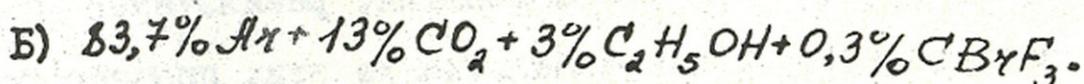
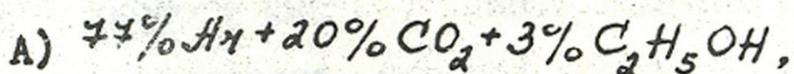
Для улучшения отбора событий на установке БИС-2 создана специальная электронная аппаратура с использованием быстрого специализированного процессора. Такого рода процессоры являются системами второго уровня (первый уровень - это системы предварительного отбора событий, реализуемые на базе схем совпадения). Основное назначение этих процессоров - поднять коэффициент отбора полезных событий установки.

2. Описание экспериментальной установки

Схема расположения установки показана на рис. I. Электронная аппаратура запуска и регистрации данных спектрометра БИС-2 выполнена в стандарте аппаратуры КАМАК и занимает около 35 крейтов. БИС-2 работает на линии с ЭВМ ЕС-1040, осуществляющей прием и накопление экспериментальных данных, и ЭВМ ТРА-1001, служащей для контроля и наладки аппаратуры спектрометра. Основные части, входящие в состав спектрометра, следующие: магнит, пропорциональные камеры, сцинтиляционные счетчики, черенковский спектрометр полного поглощения (ЧСПП), электронная аппаратура спектрометра.

Магнит. Спектрометрический магнит СП-40 (использующийся в БИС-2) имеет размеры полюсов $100 \times 150 \text{ см}^2$ и зазором между ними по вертикали 29 см. При прохождении через магнит по перечная составляющая импульса заряженных частиц изменяется на 0,64 ГэВ/с.

Пропорциональные камеры ПК. ПК спектрометра БИС-2 используется как в системе запуска, так и для восстановления треков вторичных частиц. Размеры рабочих областей ПК составляют от $(400 \times 300) \text{ мм}^2$ до $(1000 \times 600) \text{ мм}^2$. За исключением одной (ПК-I) все ПК спектрометра двухкоординатные. Спектрометр БИС-2 содержит II ПК. Пропорциональные камеры спектрометра работают с двумя газовыми наполнениями.



Подробно конструкция и характеристики ПК спектрометра описаны в работах /1, 2, 3/.

Сцинтиляционные счетчики. В систему сцинтиляционных детекторов входят следующие элементы:

- Годоскопическая плоскость (Π), состоящая из 14 счетчиков размерами $(200 \times 650 \times 10) \text{ mm}^3$, которые используются в системе запуска по числу сработавших счетчиков.
- Годоскопические плоскости (Γ_2 , Γ_3) вместе с четырьмя чугунными кубами размером $(1,0 \times 0,1 \times 25) \text{ mm}^3$ каждый, из которых образуется детектор, предназначенный для регистрации и идентификации мюонов от распада вторичных частиц. Плоскость Γ_2 состоит из счетчиков размерами $(400 \times 600 \times 20) \text{ mm}^3$, а плоскость Γ_3 -из 20 счетчиков размерами $(200 \times 650 \times 10) \text{ mm}^3$.
- Счетчик антисовпадений, расположенный до мишени, служит для "подавления" оставшейся заряженной фракции пучка.
- Система мониторинга нейтронного пучка (M_N), состоящая из трех счетчиков диаметром 120 мм и толщиной сцинтиляторов 1 см. Для выделения из пучка нейтральных частиц первый счетчик включен на антисовпадение с остальными двумя, при этом между первым и вторым счетчиками расположена свинцовая пластинка толщиной 4 мм.

Черенковский спектрометр полного поглощения (ЧСПП) создан для регистрации электронов и гамма-квантов от распадов вторичных частиц. Он может быть также использован для подавления фона от адронов и мюонов. Конструкция и характеристики одного элемента ЧСПП описаны в работе /4/.

Электронная аппаратура спектрометра. По своему назначению электронника может быть разделена на следующие группы:

- Аппаратура запуска формирует импульс для запуска спектрометра. Основу этой системы составляет логика, которая поз-



воляет выделить события с определенным числом вторичных частиц в конечном состоянии. Для выделения событий с мюоном, электронами и гамма-квантами в конечном состоянии в систему запуска установки могут быть включены детектор мюонов и ЧСПП.

– Аппаратура регистрации. В ее состав входит регистрирующая электроника ПК (> 6000 каналов), зарядово-цифровые преобразователи ЗЦП ЧСПП, регистры для сцинтиляционных счетчиков, и набор пересчетных схем. Электроника запуска и регистрации БИС-2 описаны в работах /1-4/.

– Электроника связи обеспечивает работу установки БИС-2 на линии с двумя ЭВМ ЕС-1040 и ТРА -1001.

– Электронику управления и контроля образует набор логических блоков, предназначенных для синхронизации работы спектрометра с ускорителем и организации сигналов прерывания для ЭВМ, а также набор программируемых блоков, служащих для измерения характеристик детекторов и контроля системы считывания.

3. Аппаратура отбора событий с использованием быстрого специализированного процессора

Спектрометр БИС-2 регистрирует заряженные частицы, которые рождаются при взаимодействии пучковых нейтронов с мишенью, а также частицы, являющиеся продуктами распада нейтральных странных Λ^0 и K^0 частиц. Времена жизни этих частиц таковы, что они распадаются вблизи мишени в так называемом распадном объеме. Распадный объем ограничен двумя пропорциональными камерами ПК1 и ПК2 (рис.2). По разнице в числе частиц, проходящих эти камеры, можно выделить события

со странными нейтральными частицами. Целью разработанного быстрого процессора является выделение вышеуказанных событий по заранее установленной логике.

Блок-схема быстрого процессора представлена на рис.3. Процессор состоит из блоков регистрации, шифровки данных (БРШ) и арифметического устройства (АУ). Каждый БРШ имеет 32 входа, преобразователь числа сработавших каналов в двоичный код, схему подавления кластеров, схемы "быстрые ИЛИ" для организации мягкого триггера. При положительном решении выбора событий АУ дает разрешение на запись, функции КАМАК $F(0) \wedge (1) \leq 2$. При отрицательном решении - выдает сигнал быстрого сброса. Функции КАМАК $F(0)[\#(0) \div \#(1)]$, $(z \div c) \leq 2$. БРШ выдает 5-разрядный код числа сработавших каналов. Время обработки сигналов 70 нс. Логика работы АУ построена следующим образом. С помощью переключателей на передней панели АУ вводятся заранее предусмотренные константы A_i и B_i , которые могут принимать значение от 0 до 15 в зависимости от числа частиц. В случае выполнения некоторых критериев АУ разрешает запись информации о данном событии. Такими критериями является наличие определенного числа сработавших (в заднем интервале) проволочек в каждой из камер и разница по этим числам:

$$\begin{array}{ll} A_1 \leq N_1 \leq B_1 & \text{для первой ПК1,} \\ A_2 \leq N_2 \leq B_2 & \text{для второй ПК2,} \end{array}$$

N_1 и N_2 - реальное число сработавших проволочек в ПК.

При совпадении информации со схем предварительного

отбора и процессора схема совпадения вырабатывает импульс для запуска триггера.

Данная электронная аппаратура быстрого специального процессора была изготовлена в ИФВЭ ТГУ и проверена на установке БИС-2 Серпуховского ускорителя.

Поступила 20.У.1986

Институт физики высоких
энергий Тбилисского уни-
верситета

ЛИТЕРАТУРА

1. Г.Айхнер, А.Н.Алеев и др. Препринт ОИЯИ I-80-644, Дубна, 1980.
2. Г.Айхнер, А.Н.Алеев и др. Препринт ОИЯИ IZ-80-463, Дубна, 1980.
3. Г.Айхнер, А.Н.Алеев и др. Препринт ОИЯИ, IZ-80-464. Дубна, 1980.
4. С.В.Русаков и др. Препринт ФИАН № I48, М., 1976.

ი. აბესალემვითი, ნ. აბურობელი, ნ. ქარაძე, ვ. ჯოვანიძე,
რ. ქვათაძე, ვ. კრასფერი, გ. მელითაშვილი, თ. ფრცხილური,
გ. ჩარგვებული, რ. შანიძე

БИС-2 სპეციალურის მარცის ფრანგი კურსაციის
დამართვასთან

რეზიუმე

БИС-2 სპეციალურის გარჩევის უნარიანობის გაგრძელების
მიზნით შექმნილია სპეციალიზირებული არისმური პროცესორი.
აღნერილია მარცის ფრანგი კურსაციისა და სპეციალიზირებუ-
ლი არითმეტიკული პროცესორის მოქმედების პრინციპი.

L.Abesalashvili, N.Amaglobeli, N.Kadagidze, W.Kekelidze, R.Kvatadze,
W.Krastev, G.Melitauri, T.Pitskelauri, M.Chargeishvili, R.Shanidze

IMPROVEMENT OF THE RECORDING DEVICE OF THE BIS-2 SPECTROMETER

Summary

A special arithmetical processor for improving the spatial resolution of the BIS-2 spectrometer has been developed. The recording device and the special arithmetical processor are described.

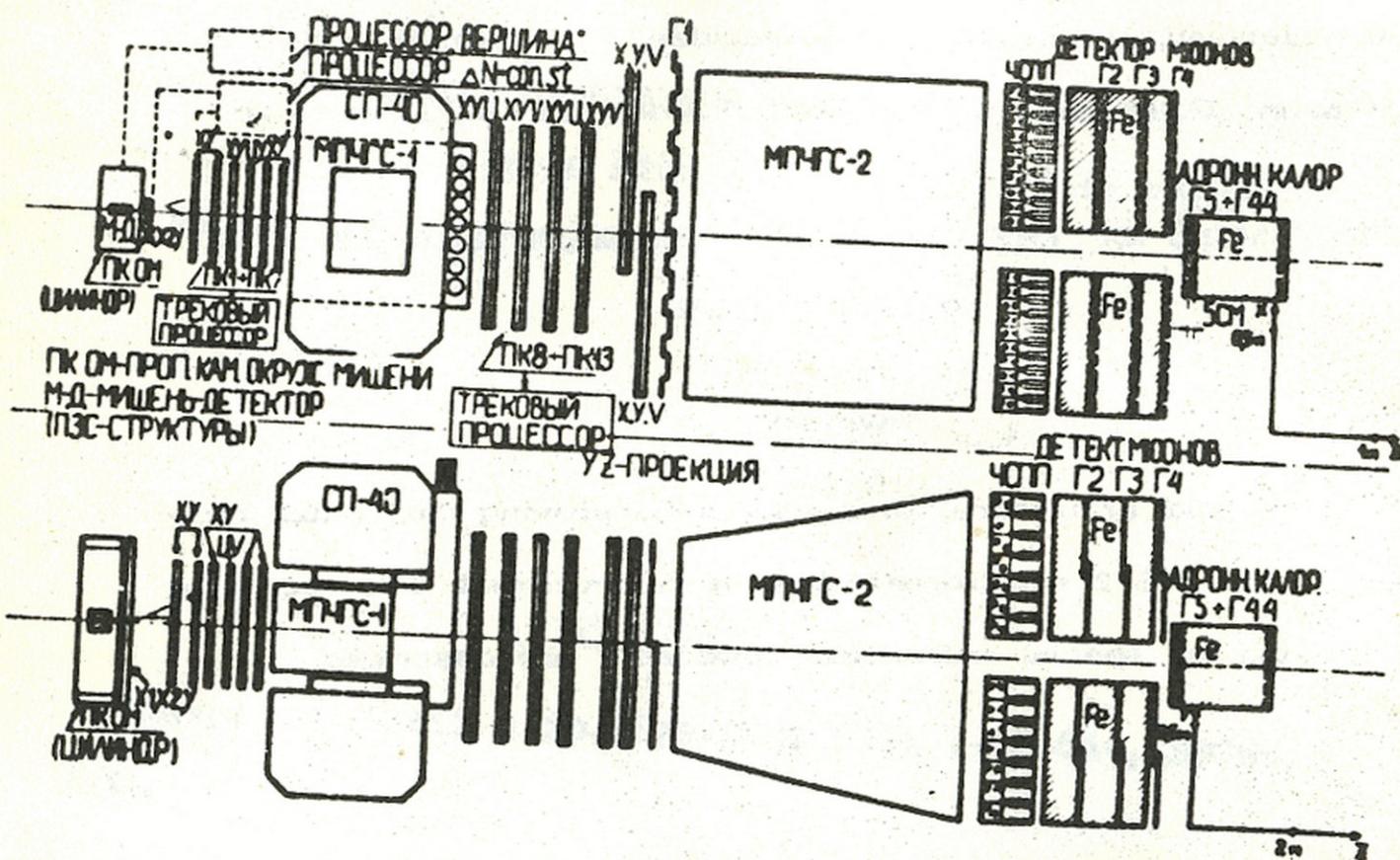


Рис.1

РАСПАДНОЙ
ОБЪЕМ

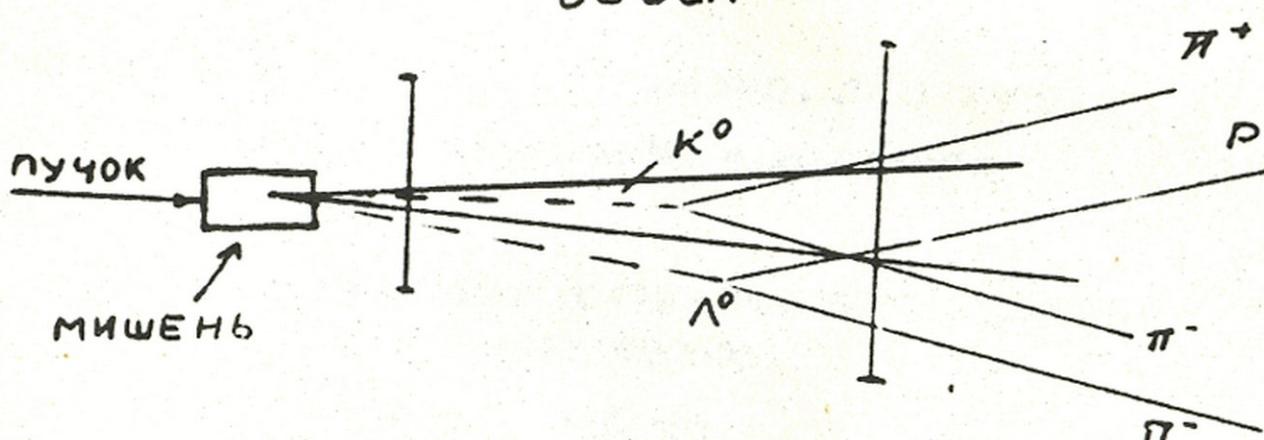


Рис.2

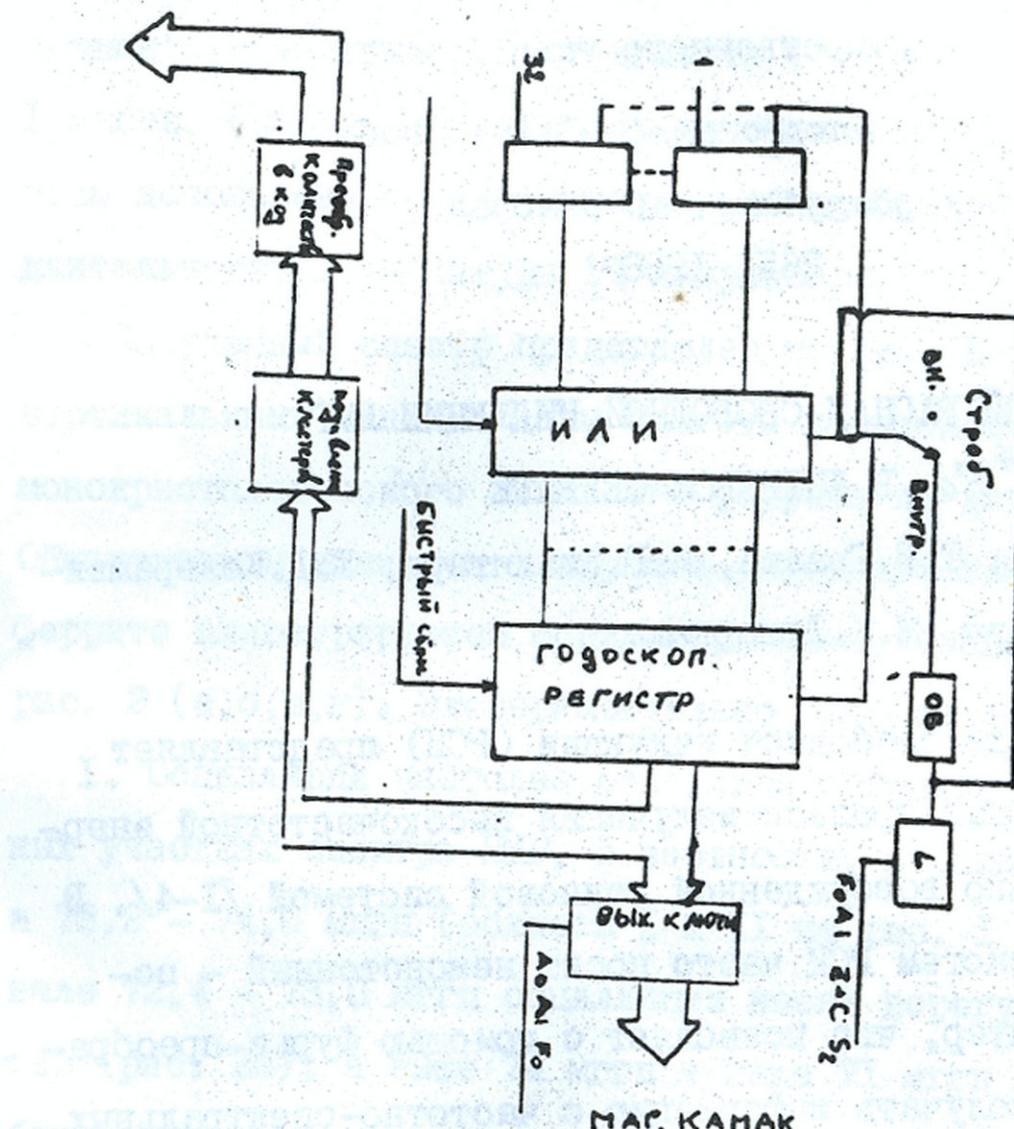


Рис. 3

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

თბილისის შოთა რეზონანსის მუზეუმის
სამუზეუმო უნივერსიტეტის გამოცემი

265, 1986

265, 1986

ОСЦИЛИРУЮЩИЙ РАСПАД СВОБОДНОЙ ИНДУКЦИИ ЯМР

^{57}Fe В ЛИТИЕВОМ ФЕРРИТЕ

Т.М.Шавишвили, Т.В.Гвалиа, И.Г.Килиптари, Ш.Д.Кезерашвили,
А.В.Куневич, М.И.Джаркава

Явление распада свободной индукции (РСИ) представляет собой нестационарный процесс излучения высокочастотной энергии, предварительно возбужденной спиновой системой /1-4/. В ЯМР немагнитных систем РСИ часто носит немонотонный – осциллирующий характер, что позволяет с помощью Фурье-преобразования сигнала получать информацию о частотно-спектральных характеристиках ядерной спиновой системы /1,3,4/. Особенности РСИ в ферромагнитных системах в настоящее время подробно не изучены /5/. Ниже сообщается об экспериментально обнаруженных осцилляциях на РСИ ^{57}Fe в литиевом феррите и проводятся расчеты, выясняющие природу этих осцилляций.

I. Экспериментальная часть

Объект исследования – литиевый феррит ($\text{Li}_{0,5}\text{Fe}_{2,5}\text{O}_4$) в упорядоченном состоянии представлял собой поликристалл, полученный по обычной керамической технологии /6/, при этом использовалось железо, изотопически обогащенное до 100% – ов ядрами ^{57}Fe . Исследование особенностей ЯМР проводилось

при 300 и 77 К на некогерентном спектрометре спинового эха, имеющего время нечувствительности ("мертвое время") менее 1 мксек. Спектр ЯМР снимался поточечным прохождением, при этом использовалось двухимпульсное возбуждение равными по длительности и амплитуде РЧ импульсами.

Полученный спектр представлен на рис. I точками, там же вертикальными линиями даны частоты и интенсивности линий монокристаллического литиевого феррита по данным работы /7/. Обнаруженное нами осциллирующее поведение РСИ в литиевом феррите иллюстрируется осциллограммами, представленными на рис. 2 (а, б, в, г). Экспериментально было установлено:

1. Осцилляции наиболее отчетливо проявляются в определенных участках спектра ЯМР, в частности, в районах 71,2 - 72,1 и 73,2 - 74,0 мГц (области I и II на рис. I а, в). В интервале 72,4 - 73,0 мГц осцилляции носят нерегулярный характер (рис. 2б), а выше 74 мГц и ниже 71 мГц вообще не наблюдаются.

2. Период осцилляций $T_{осц.}$, определенный как временное расстояние между ближайшими максимумами на РСИ, зависит от участка спектра ЯМР и составляет 1,1 + 1,3 и 1,8 - 2,3 мксек в областях I и II соответственно.

3. $T_{осц.}$ слабо зависит от амплитуды радиочастотного (РЧ) поля H_1 . Так, при изменении H_1 от 0,03 Гс до 0,6 Гс $T_{осц.}$ практически не меняется. Для $H_1 > 0,6$ Гс $T_{осц.}$ уменьшается на 30 + 40%-ов с одновременным понижением глубины осцилляций.

4. Форма РСИ и период осцилляций не обнаруживают критической зависимости от длительности возбуждающего импульса.

Следует отметить, что осцилляции наиболее отчетливо наблюдаются при относительно широкой (3 МГц) полосе пропускания спектрометра. Временная стабильность формы РСИ существенно зависит от стабильности частоты заполнения возбуждающего импульса, так, при относительном изменении частоты заполнения менее чем на 0,1% положения максимумов смещаются на 0,2 – 0,3 мксек с общим сохранением периода осцилляций.

2. Особенности РСИ ЯМР в литиевом феррите

Ниже мы рассмотрим механизмы осцилляций на РСИ в ЯМР немагнитных веществ и характер их изменения при переходе к многодоменному ферромагнетику. В немагнитных системах осцилляции на РСИ могут быть обусловлены различными по существу механизмами:

A. В ряде работ /2,8,9/ было показано, что при возбуждении неоднородно уширенных линий резонансной системы импульсом переменного поля длительностью T_u в РСИ можно выделить два участка. В области, именуемой РСИ I порядка, формируется максимум, временное положение и ширина которого в основном определяются полной спектральной шириной линии. На РСИ II порядка, имеющего длительность, равную длительности возбуждающего импульса, в зависимости от степени возбуждения неоднородно уширенной линии могут возникать осцилляции, природа которых связана с возбуждением в спин-системе в течение действия импульса т.н. рабиевских боковых полос и их последующими биениями во время РСИ /2/. При неполном возбуждении спектра период осцилляций в соответствии с этим механизмом приблизительно может быть определен по со-

отношению: $T_{осц.} \sim 2\pi/\chi$, где χ - амплитуда возбуждающего поля, выраженная в единицах частоты. Таким образом, характерной особенностью рабиевских осцилляций является их появление на РСИ II порядка и сильная зависимость периода этих осцилляций от амплитуды возбуждающего поля.

Б. Согласно численным расчетам, выполненным в раб./I0, II/, осцилляции сигнала РСИ могут возникнуть при нерезонанском возбуждении симметричной неоднородно уширенной линии магнитного резонанса, при этом период осцилляций уменьшается с увеличением расстройки частоты возбуждения от центра линии резонанса, а глубина осцилляций пропорциональна амплитуде возбуждающего поля. Существенно, что эффекты, возникающие при нерезонанском возбуждении, симметричны относительно знака расстройки.

В. Согласно теореме Лоу и Норберга /3/, при выполнении условий полного и однородного возбуждения участка спектра ЯМР шириной $\Delta\omega_{1/2}$, т.е. когда

$$\tau_n^{-1} \gg \Delta\omega_{1/2} \quad \text{и} \quad \chi \gg \Delta\omega_{1/2} \quad (I)$$

сигнал РСИ является Фурье-образом участка возбужденного спектра. Вследствие этого при возбуждении РЧ импульсом разделенных по частоте групп неоднородно уширенных линий ЯМР сигнал РСИ представляет собой сложную интерференционную картину биений, глубина и период которых определяется частотными характеристиками возбужденного участка /I, 4/.

Рассмотрим характер изменения механизмов А - В при наблюдении ЯМР в многодоменных ферромагнетиках. Как известно, ЯМР в магнитноупорядоченных веществах отличается рядом особенностей, в частности, эффектом усиления по РЧ полю, описы-

ваемым коэффициентом усиления η /5,12,13/. В многодоменных ферромагнетиках сигналы ЯМР обычно обусловлены ядрами, расположенными в доменной стенке, вследствие чего коэффициент усиления η принимает различные численные значения в зависимости от положения ядер в стенке и соответственно ВЧ поле, действующее на эти ядра, является существенно неоднородным /5,12-15/. Влияние неоднородности η на форму сигнала РСИ подробно исследовалось в ряде работ /14-16/, при этом было показано, что неоднородность η полностью подавляет рассмотренные выше рабиевские осцилляции (механизм А) и в многодоменных ферромагнетиках РСИ в основном представлен первым порядком. Исходя из этих результатов, можно заключить, что осцилляции на РСИ в литиевом феррите не имеют рабиевскую природу осцилляций на РСИ второго порядка.

Влияние неоднородности η на эффекты, возникающие при нерезонансном возбуждении линии ЯМР, в настоящее время не исследовано, однако отсутствие осцилляций на РСИ в литиевом феррите при возбуждении спектра выше 74,3 и ниже 71,2 МГц, т.е. отсутствие симметрии относительно расстройки, указывает на то, что механизм Б также не может быть причиной наблюдаемых осцилляций.

Влияние неоднородности η на форму сигнала РСИ, формируемого в условиях полного и однородного возбуждения линии ЯМР (условия (I)) исследовано численными методами в работе /17/. Установлено, что неоднородность η приводит к некоторому отклонению формы РСИ от таковой, полученной для однородного значения η , при этом различие в Фурье-спектрах этих кривых не превышает 10 - 15% даже для больших чис-

ленных значений неоднородности η ($\Delta\eta/\bar{\eta} > 1$), характеризующих ЯМР многодоменных ферромагнетиков. Анализ результатов работ /15,17/ показывает, что при неполном и неоднородном возбуждении двух неоднородно уширенных линий ЯМР, разделенных частотным интервалом ΔF , результирующая форма сигнала РСИ дает характерные осцилляции, период которых обратно пропорционален $1/\Delta F$, тогда как глубина осцилляций и некоторые более тонкие детали формы сигнала зависят от степени и характера возбуждения спектра ЯМР. Совокупность этих данных показывает, что наблюдаемые осцилляции на сигнале РСИ в литиевом феррите можно связать с биениями разнесенных по частоте групп изохромат намагниченностей, относящихся к определенным группам линий в частотном спектре ЯМР. Так, осцилляции в области I на рис. I обусловлены биениями неразрешенных А и Б компонент спектра ($\Delta F \approx 0,8$ мГц, $T_{осц.} = 1,1+1,3$ мксек), а в области II - Е и Д компонент ($\Delta F \approx 0,5$ мГц, $T_{осц.} \approx 1,9 + 2,2$ мксек).

Для получения более полной информации о частотно-спектральных характеристиках исследуемого объекта было выполнено графическое Фурье-преобразование сигналов РСИ, приведенных на рис. 2в. Так как экспериментальные кривые спектров РСИ были получены на некогерентном спектрометре, соответствующие Фурье-спектры были рассчитаны для спектра мощности /I/, при этом весь временной участок РСИ разбивался на 100 равных частей. На рис. 3 представлен Фурье-спектр сигнала РСИ, возбужденного на частоте 74,1 мГц (рис. 2в). Численные значения Фурье-спектра были получены без учета среднего значения временного сигнала, что, как известно /I/, приводит к

появлению интенсивного максимума на частоте возбуждения. Из сравнения рис. I и рис. 3 видно, что фурье-преобразование сигнала РСИ значительно улучшает разрешение по частоте по сравнению с непосредственной регистрацией частотной зависимости амплитуды эха. Повышение разрешения, по-видимому, обусловлено большей длительностью во времени процедуры снятия спектра по "точкам", сравнимого с характеристическим временем нестабильности аппаратуры. Из рис. I и 3 также видно, что фурье-спектр значительно искажает амплитудные соотношения, что, по всей видимости, обусловлено рядом факторов, из которых наиболее существенными являются: 1) отсутствие когерентного детектирования, 2) неравномерность возбуждения участка спектра, 3) отсутствие коррекции на релаксационные характеристики системы. Совокупность рассмотренных выше вопросов фурье-преобразования сигнала РСИ от многодоменных ферромагнетиков аналогична ситуации, складывающейся в когерентной микроволновой фурье-спектроскопии /18/, хотя более низкие несущие частоты ЯМР при большей ширине спектра и неоднородности коэффициента усиления делает решение этих вопросов более сложной задачей. В заключение отметим, что осциллирующее поведение сигналов РСИ не ограничено только случаем литиевого феррита. Аналогичные осцилляции наблюдались в ряде ферромагнетиков, характеризуемых группой узких линий на фоне более широкой линии ЯМР /15, 19/.

Поступила 24.У.1986

Кафедра радиофизики

ЛИТЕРАТУРА

1. Т.Фаррар, Э.Бенкер. Импульсная и Фурье-спектроскопия ЯМР. М., Мир, 1973, с.165.
2. A.Schenzle, N.C.Wong, R.G.Brewer. Phys. Rev., A,21, 887, 1980.
3. I.J.Lowe, R.E.Norberg. Phys. Rev., 107, N1, 46, 1957.
4. R.Ernst, W.Anderson. Rev. Sci. Instr., N1 98, 1966.
5. Е.А.Туров, М.П.Петров. ЯМР в ферро- и антиферромагнетиках. М., Наука, 1969, с.248.
6. Г.Н.Шуравлев. Химия и технология ферритов. Л., Химия, 1970, с.180.
7. V.D.Donoshev, V.A.Klochan, N.M.Kovtun, V.N.Seleznev, Phys. stat. solidi (a), 9, 679, 1972.
8. K.L.Foster, S.Stenholm, R.G.Brewer. Phys. Rev., 10, N6, 2318, 1974.
9. A.G.Anderson, S.R.Hartman. Phys. Rev., 128, 2023, 1962.
10. Э.А.Маныкин, В.В.Самарцев. Оптическая эхо-спектроскопия. М., Наука, 1984, с.47.
- II. С.О.Елютин, С.М.Захаров, Э.А.Маныкин. Квант.электр., 3, № 2, 357, 1976.
12. Е.А.Туров, М.И.Куркин, А.П.Танкеев. Труды МИИ-73, т.2, 5, 1974.
13. R.H.Dean, R.J.Urvin, J.Phys. C: Solid St. Phys. 3, 1717, 1970.
- I4. Т.Х.Нургалиев, В.В.Москалев. Вестник ЛГУ, вып.3, №6,

45, 1980.

15. И.Г.Килиштари, Т.М.Шавишвили. Труды ТГУ, сер. "Физика", 17, 52, 1983.
16. Т.В.Гвания, М.И.Лхаркава. Труды ТГУ, сер. "Физика", 20, 86, 1986.
17. Т.М.Шавишвили, Т.В.Гвания (в печати).
18. Т.Шмальц, У.Флайгер в сб. "Лазерная и когерентная спектроскопия", М., Мир, 1982, с.160.
19. Т.М.Шавишвили, И.Г.Килиштари, А.М.Ахалкаци, Сообщ.АН ГССР, II8, № I, 93 (1985).

თ. შავიშვილი, ფ.გვარდია, ი.ქილიფარი, შ.კეგერაძეიძე,
 ა.კუნივარი, მ.არარტვა

ოსცირიანური თავისუფარი ინდუქციის მიხევა
 ლითუანის ფირიფის ^{57}Fe ბმრ-ში

რეზიუმე

მოხსენებულია ოსცირაციების ღაკვირვების შესახებ მრა-
 ვაცომენიან ლითუანის ფირიფის ^{57}Fe -ის ბაზოური მაგნიტუ-
 რი, რეზონანსის (ბმრ) თავისუფარი ინდუქციის მიღევის (მიმ)
 სიცნარე. ჩატარებულია ოსცირაციების პერიოდისა და სიღრმის გა-
 მოკიდებულება ბმრ ხაზის აგძნების ხარისხზე. მოვრენის ანალიზი
 ჩატარებულია არამაგნიტურ ნივთიერებათა ბმრ-ში მიმ-გე ოსცირა-
 ცის მექანიზმებისა და მათ მრავალომენიან ფერომაგნეზიკურობის
 ბმრ-ის თავისებურებების შეჩერა ცვლილებების განხილვას სა-
 ჭუდვები. მიმ-ის სიცნარე ჩატარებული ოსცირაციები გაკავ-
 შირებულია ლითუანის ფირიფის სიხშირულ სპექტრში არსებულ არა-
 ერთდართულნი გაგანიერებულ ხაზების ჯდულან. ჩატარებულია
 მიმ-ის სიცნარის ფერი-გარეაქტონი და გამზირულია ამ პროცე-

ღურის გოგინეთი თავისებურება მწავადომენიან ფერომაგნეტი-
კუბის გან-ის გემთხვევაში.

T.Shavishvili, T.Gvalia, L.Kiliptari, S.Kerashvili,

A.Kunovich, M.Jgarkava

OSCILLATORY FREE-INDUCTION DECAY IN THE NMR OF ^{57}Fe
IN LITHIUM FERRITE

Summary

The observation of oscillations in the free induction decay (FID) signal in the nuclear magnetic resonance (NMR) of ^{57}Fe in multidomain lithium ferrite is reported. The dependence of the period and depth of the oscillations on the excitation conditions of the NMR line is determined. Analysis of the phenomenon is carried out on the basis of consideration of mechanisms of oscillations in the FID signal known in the nonmagnetic systems NMR and their change due to peculiarities of NMR in multidomain ferromagnets. The observed oscillations in the FID are attributed to the presence of groups of inhomogeneously broadened lines in the NMR frequency spectrum of lithium ferrite. The Fourier transform of the FID signal is carried out and some features of this procedure in the NMR of multidomain ferromagnets are discussed.

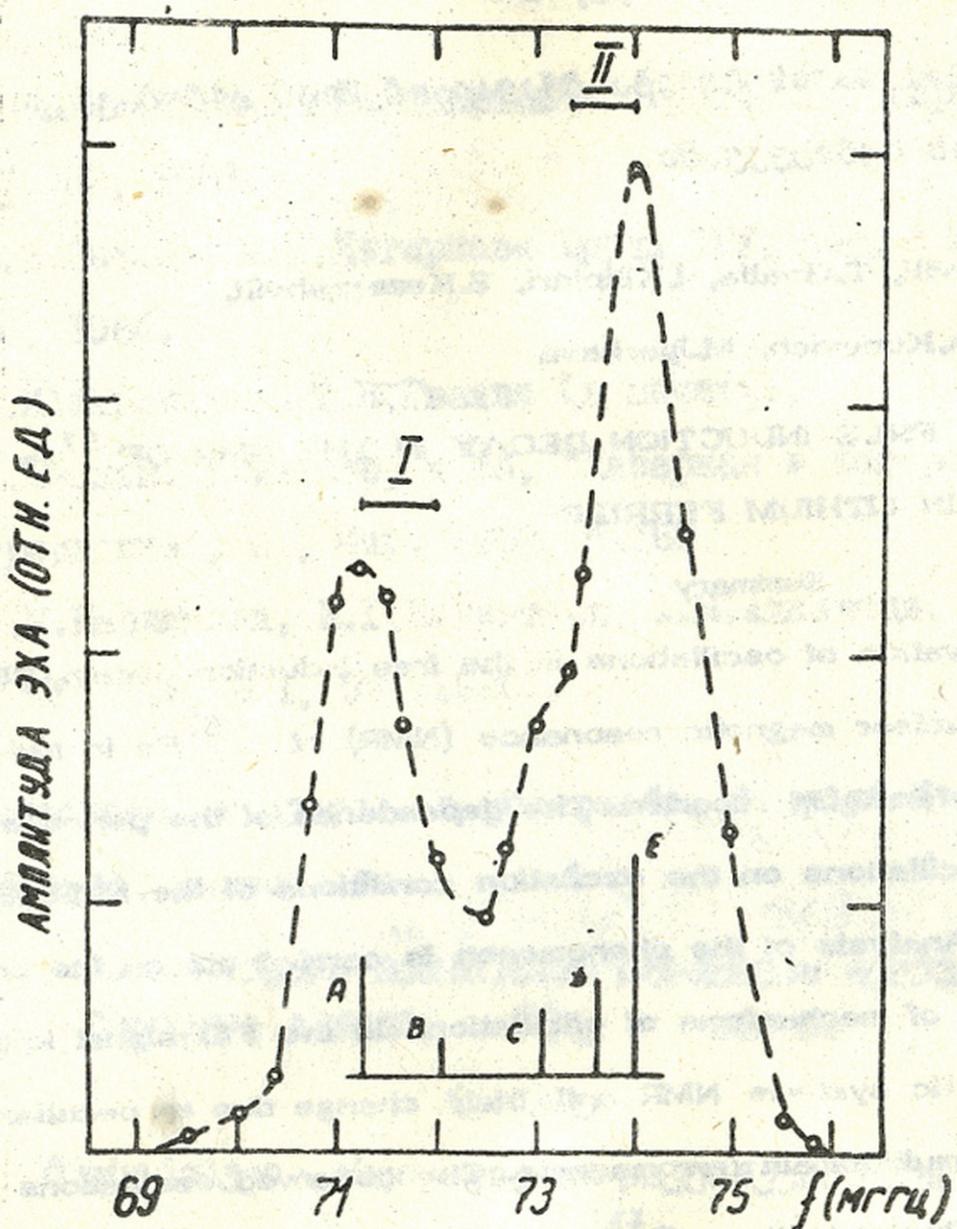


Рис. I. Спектр ЯМР ^{57}Fe литиевого феррита. $T = 77$ к. Длительность возбуждающих импульсов $\tau_{\text{м1}} = \tau_{\text{м2}} = 1,3$ мксек. А, Б, С, Д, Е – частоты и интенсивности линий по данным раб. /7/.
1

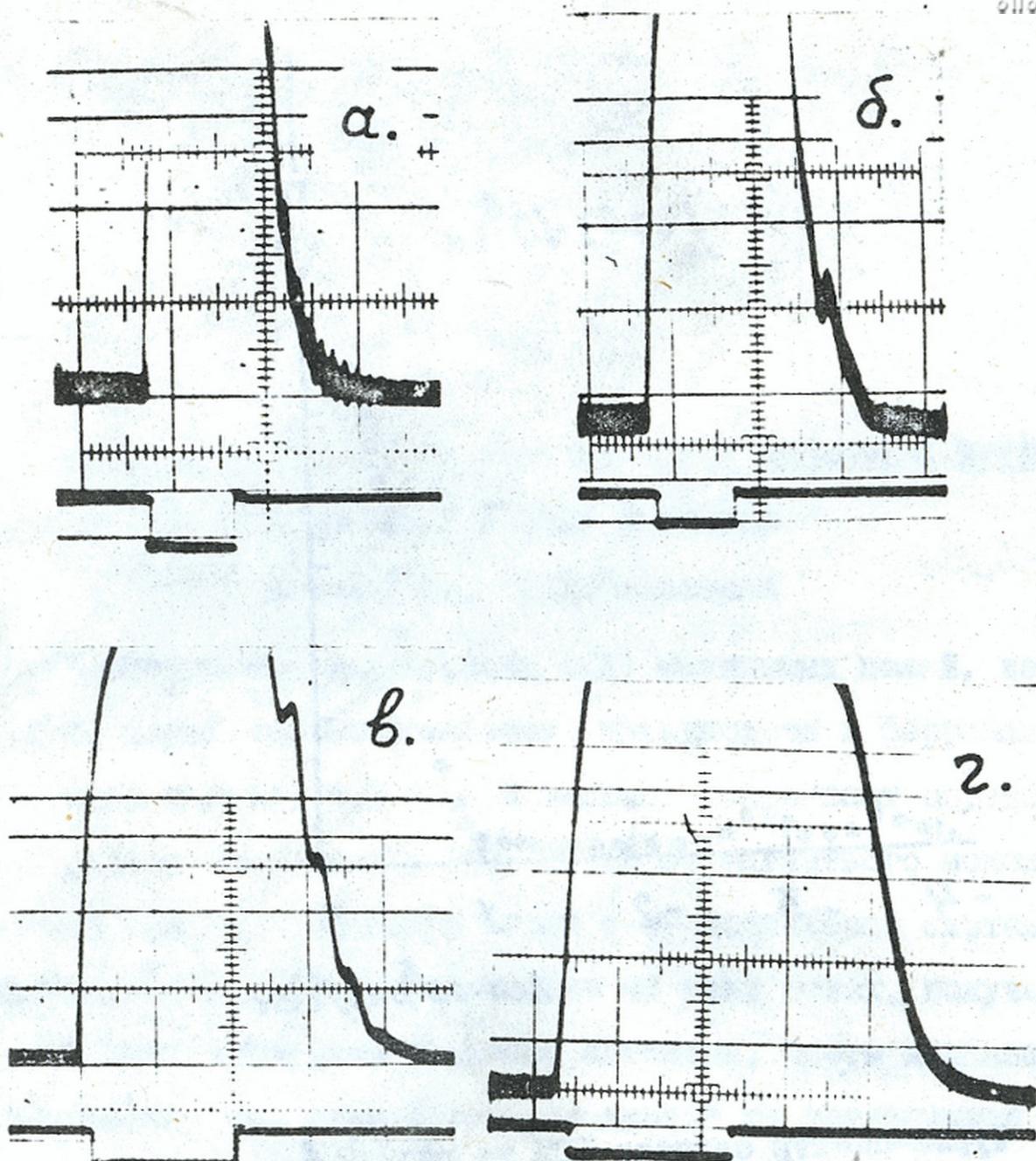


Рис.2. Верхний луч – осциллограмма РСИ в литиевом феррите на частотах: а) 71,2; б) 73,0; и в) 74,1; г) 74,4 МГц. Т = 77 К. $\tau_u = 10 \text{ мксек}$. Разворотка: а, б – 10 мксек/см, в, г – 5 мксек/см.

Нижний луч – сигнал от детектора, контролирующего форму, длительность, частоту и мощность возбуждающего импульса.

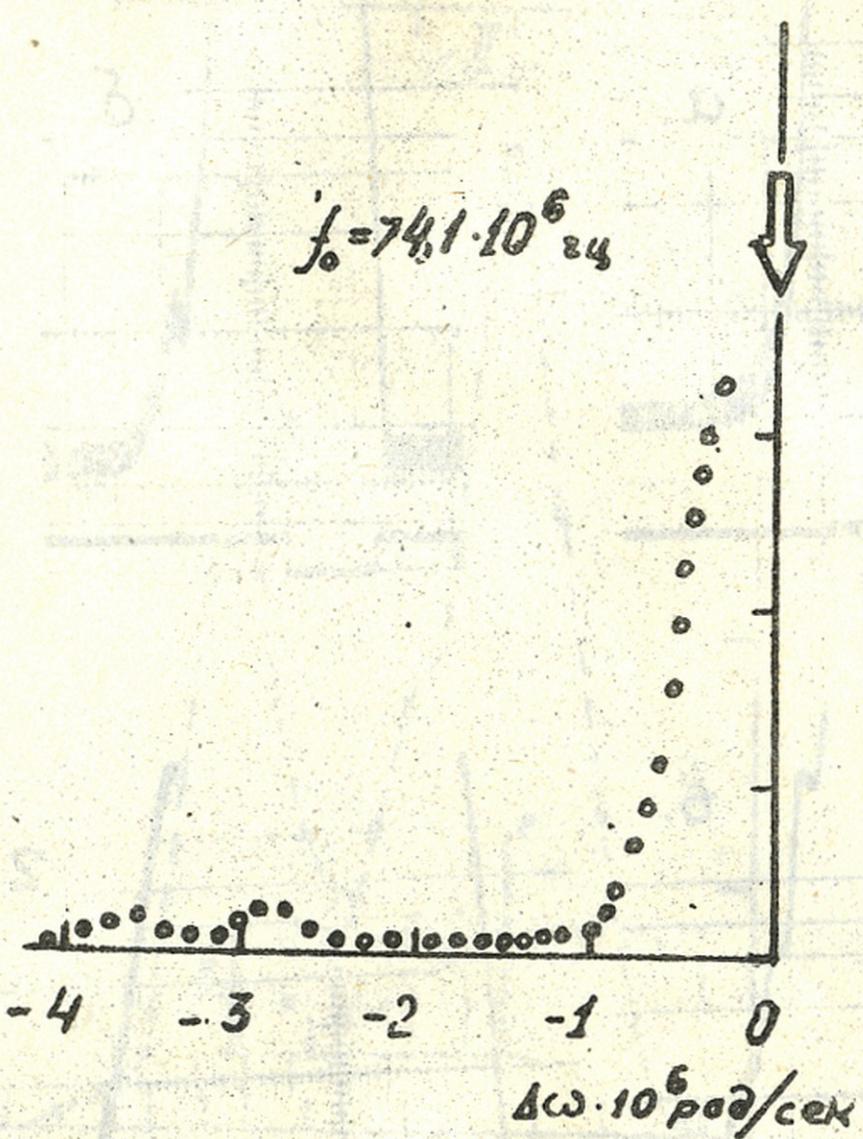


Рис. 3. Фурье-спектр сигнала РСИ из рис. 2б.

Стрелка указывает на частоту возбуждения.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

ებირის მუზემის მუზეუმის მუზეუმის
სამუზეუმო უნივერსიტეტის მუზეუმი

265, 1986

СВЕРХТОНКИЕ МАГНИТНЫЕ ПОЛЯ НА ЯДРАХ ФОСФОРА И ИТРИЯ
В МАТРИЦАХ ЖЕЛЕЗА И НИКЕЛЯ

М.Г.Баджалидзе, О.А.Чилашвили

Исследования сверхтонких (СТ) магнитных полей, действующих на ядрах примесных атомов, находящихся в ферромагнитных матрицах железа, кобальта и никеля, показывают определенную регулярную зависимость этих полей от магнитного момента матрицы и номера примесного атома в периодической системе элементов /1,2/. Однако информация об этих полях, полученная различными экспериментальными методами, часто неполна и неоднозначна, при этом некоторые данные не согласуются с общей, характерной для данной матрицы систематикой изменения СТ полей. Так, при измерениях, выполненных методом ЯМР /3/, СТ поля на ядрах фосфора в матрице железа имели значение 13,3 Т, однако знак поля не был определен. Более того, отмеченное в этой работе отсутствие зависимости частоты ЯМР от величины внешнего магнитного поля величиной более 2 Т ставит под сомнение корректность идентификации этого резонанса. Для ядер иттрия в матрице никеля согласно /2/ СТ поле определялось при относительно высоких температурах (300 К) и для крайне малых концентраций примеси (следы ^{90}Y). При этом полученное значение – 5,7 Т – совершенно не согласует-

ся с общим характером изменения СТ полей на ядрах примесных атомов в матрице $Ni / I.$

Целью настоящей работы является определение величин и знаков сверхтонких магнитных полей на ядрах ^{32}P в матрице железа и ^{90}Y в матрице никеля методом анализа экспериментальных температурных зависимостей асимметрии бета-излучения поляризованных ядер.

Измерения проводились на установке /4/ для исследования бета-асимметрии поляризованных ядер при сверхнизких температурах, созданной в лаборатории физики низких температур Тбилисского государственного университета. Охлаждение образцов до 10 мК достигалось за счет адиабатического размагничивания хромовокалиевых квасцов $CrK(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$. Для регистрации бета-частиц применялись полупроводниковые поверхностно-барьерные $Si(Li)$ - детекторы с толщиной чувствительного слоя 4 мм, помещенные в гелиевый криостат и охлаждаемые жидким азотом.

Тепловой контакт соли с образцом осуществлялся с помощью медного хладопровода, на одном конце которого приваривались тонкие медные пластинки, а на другом - исследуемый образец так, чтобы их плоскость составляла угол - 30° с направлением насыщающего магнитного поля. Такое расположение образца удовлетворяло сразу двум требованиям - малой толщине вдоль вылета регистрируемого бета-излучения и малому углу между осью поляризации ядер и направлением регистрации (максимальная величина асимметрии соответствует нулевому значению этого угла).

Образцы, охлажденные до температуры 10 мК, намагничи-

вались вертикальным магнитным полем напряженностью 0,6 Т, создаваемым парой сверхпроводящих катушек Гельмгольца.

Исследуемые образцы ^{32}PFe (0,6% P) и ^{90}YNi (0,5% Y) изготавливались путем плавления с соответствующими ферромагнитными металлами. Обе плавки производились в радиационной печи. В одном случае при изготовлении образца ^{90}YNi в вакууме 10^{-6} мм.рт.ст., а в другом случае ^{32}PFe — в атмосфере аргона. Сплав прокатывался в вальцах для получения требуемой толщины (0,01 мм), и из полученной ленты вырезались образцы диаметром 4–5 мм. Изготовленные таким образом образцы облучались тепловыми нейтронами в реакторе.

В эксперименте непосредственно измерялись величины асимметрии бета-излучения как функции температуры образца при насыщающем поле, направленном "вверх" (\uparrow) и "вниз" (\downarrow):

$$\epsilon_{\beta}^{\uparrow} = \frac{W(30^\circ) - W_0}{W_0}, \quad \epsilon_{\beta}^{\downarrow} = \frac{W(150^\circ) - W_0}{W_0},$$

где $W(30^\circ)$ и $W(150^\circ)$ — соответственно интенсивности бета-счета от ориентированных ядер под углами 30° и 150° к оси ориентации, а W_0 — интенсивность бета-счета после отогрева образца до температуры гелиевой ванны ~ 1 К. Экспериментально измеренная зависимость величины $\epsilon_{\beta}^{\uparrow}$ и $\epsilon_{\beta}^{\downarrow}$ от температуры для образца ^{32}P в железе показана на рис. I.

Бета-переход $^{32}\text{P} \rightarrow ^{32}\text{S}$ происходит между состояниями $(I^+ \rightarrow 0^+)$, и является разрешенным. Для таких переходов угловое распределение бета-излучения описывается выражением

$$W(\nu) = 1 + v/c \cdot f(I) \cdot \cos \nu,$$

где $f_1(I)$ — параметр ориентации, который содержит информацию о сверхтонком магнитном поле и о магнитном моменте ядра; v — скорость бета-частиц. $f_1(I)$ обратно пропорциональна температуре, поэтому график зависимости E_β от обратной температуры при малых I/T имеет вид прямой линии.

Измерение бета-асимметрии поляризованных ядер дает возможность помимо напряженности сверхтонкого магнитного поля B_{ct} определить также знак этого поля. Из анализа экспериментальных данных однозначно следует, что произведение $\mu B_{ct} < 0$. Поскольку ядерный магнитный момент для фосфора $\mu < 0$, сверхтонкое магнитное поле на ядрах фосфора в железе положительно. Количественный анализ экспериментальных данных дает для величины сверхтонкого магнитного поля на ядрах фосфора в железе значение $B_{ct} = +7,4(8) \text{ Т} / 5\%$.

Бета-распад ${}^{2-}(\beta^-)O^+$ радиоактивных ядер ${}^{30}Y$ с граничной энергией $E=2,2 \text{ МэВ}$ является уникальным переходом. Для таких переходов угловое распределение бета-излучения поляризованных ядер описывается следующими явными выражениями:

$$E_\beta^\uparrow = -0,866 \frac{q^2 + \frac{3}{5}P^2}{q^2 + P^2} \cdot \frac{v}{c} f_1(I) - 1,25 \frac{P^2}{P^2 + q^2} f_2(I), \quad (2)$$

$$E_\beta^\downarrow = 0,866 \frac{q^2 + \frac{3}{5}P^2}{q^2 + P^2} \cdot \frac{v}{c} f_1(I) - 1,25 \frac{P^2}{P^2 + q^2} f_2(I).$$

Здесь P — импульс вылетающего электрона. Для зарегистрированного конца спектра уникального бета-перехода можно с хорошей точностью допустить, что импульс нейтрино $q = E - E_0 \approx 0$, а для среднего значения v/c принималась теоретическая найденная величина.

В основном измерения бета-асимметрии проводились при внешнем поле, направленном "вверх", т.е. для угла между направлением регистрации бета-частиц $\vartheta = 30^\circ$. Зависимость E_β^1 бета-излучения ядер ^{90}Y , поляризованных в матрице никеля, от температуры показана на рис.2.

Анализ измерений показал, что, как и в случае ядер фосфора в железе сверхтонкое магнитное поле на ядрах иттрия в никеле положительно. При одновременном измерении асимметрии бета-излучения ядер ^{90}Y и гамма-анизотропии ^{54}Mn по формуле (2) было рассчитано значение сверхтонкого поля $B_{st} = +6,8(8)$ Т на ядрах иттрия в матрице из никеля.

Полученные в настоящей работе данные, в отличие от данных /2,3/, хорошо согласуются с общей тенденцией изменения СТ полей на ядрах примесных атомов в матрице железа и никеля. Особенно четко это заметно для ядер иттрия в матрице никеля, где отрицательное значение СТ поля (по данным раб./2/) полностью "выпадает" из общей закономерности изменения СТ поля для матрицы никеля, тогда как полученные нами значения $+6,8(8)$ Т хорошо "вкладываются" в вышеуказанную зависимость (см., напр., рис. 5 в раб. /I/).

Авторы благодарят доцента Т.М.Шавишвили за полезные обсуждения экспериментальных результатов и помощь при их интерпретации, О.Г.Месхи за помощь в проведении эксперимента, Э.И.Шавлашвили за обеспечение жидким гелием.

Поступила 28.У.1986

Кафедра экспериментальной
физики

ЛИТЕРАТУРА

1. M.B.Stearns. Phys. Rev., B.8, N 9, 4383, 1973.
2. G.N.Rao. Hyperfine Interactions. 7. 141-199, 1979.
3. Y.Koi, M.Kawakami, T.Hihara, A.Tsujimura. J.Phys. Soc. Japan, 33, 267, 1972.
4. М.Г.Баджелидзе, О.А.Чилашвили. Труды ТГУ, вып.6, с.36-49, 1977.
5. М.Г.Баджелидзе, Л.Т.Кобайдзе, О.А.Чилашвили. Материалы 20-го Всесоюзного совещания по физике низких температур. НТ-20, часть II, с.71, 1979.

მ.ბაჯელიძე, თ.ჭილაშვილი

გენერიკული მასობაზ ფინანსის და ინიციატივის
ბირთვების რაონის და საკურის მარილის
რეგიულერი

პოლარიზებული ბირთვების გამოსხივებული ძეფა ნაწილური კუთხეური განაწილების გამომვის მეთოდით ექსპერიმენტალურად ღია გენერიკული გენაზი ველების მნიშვნელობები ფოსფორის ბირთვების რკინის მაფრიცაში $+7,4(8)$ ფესლა და იფრიკუმის ბირთვები, ნიკერის მაფრიცაში $+6,8(8)$ ფესლა. მიუღებული მნიშვნელობები კარგად შეესაბამება რკინისა და ნიკერის მაფრიცებში შედევანირ მინარევ აფინა ბირთვების მოქმედი გენაზი მაგრიფური ველების სისფერმაფიკასთან.

M.Bajelidze, O.Chilashvili

THE HYPERFINE MAGNETIC FIELDS ON THE NUCLEI OF
PHOSPHORUS AND YTTRIUM IN THE IRON- AND NICKEL
MATRICES

Summary

The hyperfine magnetic fields acting on the phosphorus nucleus in the iron matrix ($+ 7.4 (8)$ T) and on the yttrium nucleus in the nickel matrix ($+6.8 (8)$ T) were determined experimentally by the method of angular distribution of beta-particles radiated from polarized nuclei.

The values obtained are in good agreement with the systematics of the hyperfine magnetic fields acting on the nuclei of impurity atoms in the iron and nickel matrices.

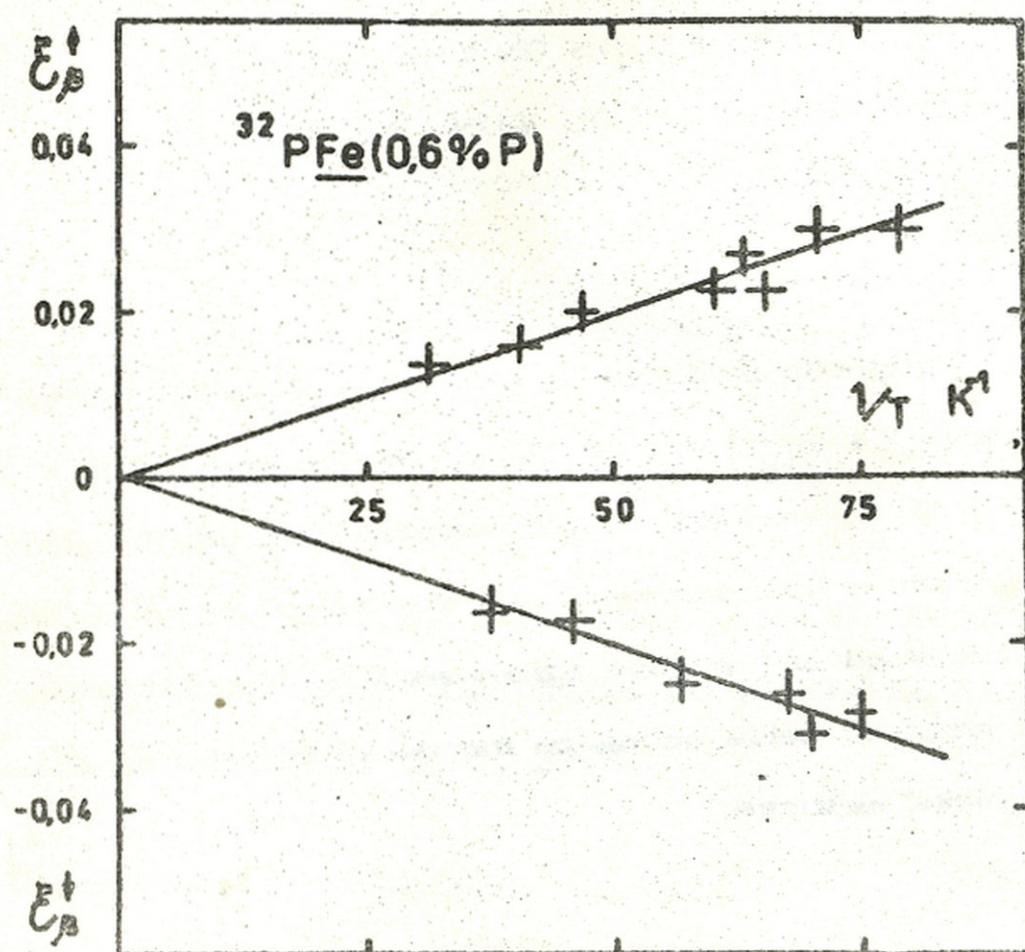


Рис. I. Температурная зависимость асимметрии бета-излучения ядер ^{32}P , поляризованных в железе: точки — экспериментальные значения; сплошная линия — расчетная кривая.

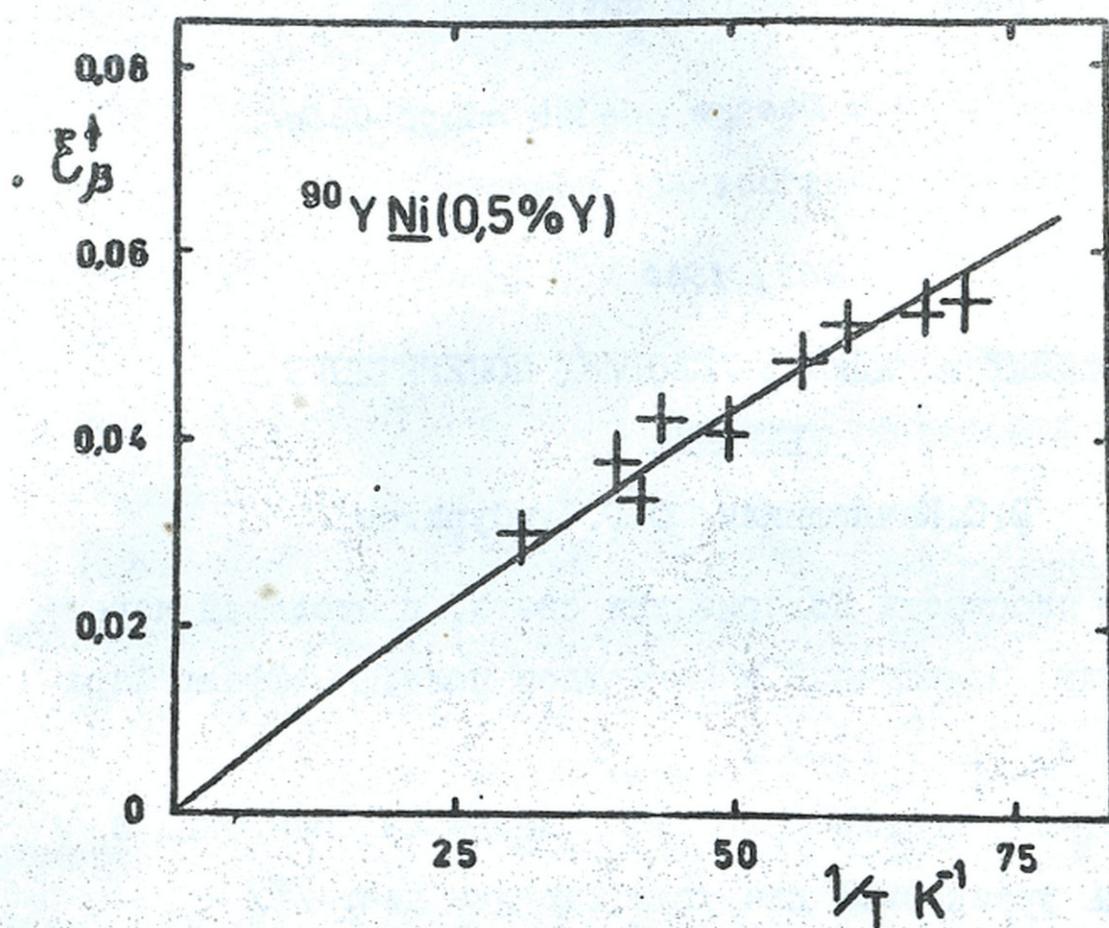


Рис. 2. Температурная зависимость асимметрии бета-излучения ядер ^{90}Y , поляризованных в никеле: точки — экспериментальные значения; сплошная линия — расчетная кривая.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

№6040606 მრთვის ნოუკო ინტერ მრეცხვანელი
სახელმწიფო უნივერსიტეტის მრთვები

265, 1986

ЭФФЕКТ ФАРАДЕЯ В УСЛОВИЯХ ПОПЕРЕЧНОГО
УБЕГАНИЯ

З.С. Кацхишвили, Ф.Г. Чумбуридзе

Поворот плоскости поляризации света, проходящей через полупроводник, помещенный в магнитном поле, - эффект Фарадея был исследован в /1-8/.

Стандартное решение уравнения Максвелла совместно с кинетическим уравнением для угла Фарадея дает /1/

$$\theta = \frac{\hbar \omega_0^2 \omega_p^2}{2\pi c} \left\langle \frac{\tau^2}{(1+i\omega\tau)(1-\frac{\omega_0^2 \tau^2}{(1+i\omega\tau)^2})} \right\rangle, \quad (1)$$

где τ - время релаксации импульса, $\omega_0 = \frac{eH}{m^*c}$ - циклотронная частота, $\omega_p = \sqrt{\frac{2\pi e^2 N}{m^* \epsilon}}$ - плазменная частота, ω - частота падающей электромагнитной волны, n - показатель преломления, λ - толщина образца, c - скорость света, ϵ - диэлектрическая проницаемость, H - напряжение магнитного поля, e, m^*, N - заряд, эффективная масса и концентрация свободных носителей заряда соответственно.

В низкочастотном случае $\omega\tau \ll 1$ (1) принимает вид

$$\theta = \frac{\hbar}{2\pi c} \omega_0^2 \omega_p^2 \langle \tau^2 \rangle. \quad (2)$$

В этом случае угол вращения Фарадея зависит от электрического поля из-за полевых зависимостей $\langle \tau^2 \rangle$ /2-4/ и

рекомбинационного эффекта /5-8/.

В высокочастотном случае $\omega\tau \gg 1$ (I) дает

$$\Theta = \frac{\nu}{2mc} \frac{\omega_0^2 \omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (3)$$

Очевидно, что при этом зависимость Θ от электрического поля получается лишь при наличии рекомбинационного эффекта /5-8/.

Рассмотрим полупроводник в сильном электрическом и магнитном полях \vec{E} и \vec{H} . Изотропную часть неравновесной функции распределения горячих электронов при квазиупругом рассеянии энергии на фонах различного типа, а импульса – на фонах или дефектах можно представить в следующем виде:

$$f_0(x) \sim \exp \left\{ - \int \frac{dx}{1 + E^2 Q(x)} \right\}, \quad (4)$$

где

$$Q(x) = \frac{x^{\frac{t+s}{2}}}{E_0^2} \frac{1 + \eta x^t \cos^2 \beta}{1 + \eta x^t} \quad (5)$$

– функция разогрева. Далее

$$E_0 = \frac{\sqrt{3} kT}{e(\ell_0 \ell_0')^{1/2}}; \quad \eta = \left(\frac{H}{H_0} \right)^2; \quad H_0 = \frac{(2mc^2 kT)^{1/2}}{e\ell_0}; \quad x = \frac{E}{kT},$$

β – угол между \vec{E} и \vec{H} , kT – тепловая энергия, предполагается, что энергетическую зависимость длин свободного пробега по импульсу и по энергии можно представить в виде:

$$\ell(x) = \ell_0 x^{\frac{1+t}{2}}; \quad \tilde{\ell}(x) = \tilde{\ell}_0 x^{\frac{1+s}{2}}.$$

Значения t и s для всех известных механизмов рассея-

ния приведены в /9/.

В работах /10-13/ показано, что для механизмов рассеяния 1) $t > 0, t+S=2$; 2) $t > 0, 3t+S=2$ имеет место так называемое поперечное убегание (ПУ).

В настоящей работе исследуется поведение угла Фарадея в условиях ПУ. Рассматривается условие, когда концентрация свободных носителей не меняется. В этом случае из (2) получаем

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{\langle \tau^2 \rangle}{\langle \tau^2 \rangle_0}, \quad (6)$$

где $\langle \tau^2 \rangle_0$ означает усреднение в отсутствии нагревающего поля, а θ_0 - соответствующий им угол поворота.

Для механизмов рассеяния $t > 0, t+S=2$ функцию распределения можно найти в общем случае, не конкретизируя механизмы рассеяния. Получаем

$$\frac{\theta}{\theta_0} \frac{1}{2\eta \sin^2 \alpha} \frac{\left(\frac{E_x}{E_0}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{E_x}{E_0}\right)^2 a_0 \sin^2 \alpha\right] \left[1 + \left(\frac{E_x}{E_0}\right)^2 a_0 \cos^2 \alpha\right]}, \quad (7)$$

где

$$a_0 = \Gamma^2 \left(\frac{2t+3}{2} \right) / \Gamma^2 \left(\frac{t+3}{2} \right),$$

E_x - приложенное поле, а α - угол между \vec{E}_x и \vec{H} .

Рассматривая ПУ в условиях $t > 0, 3t+S=2$, следует отметить, что в отличие от первого случая, здесь невозможно в общем случае определить функцию распределения, не конкретизируя механизмы рассеяния. Поэтому мы здесь рассматриваем: $t=+1$ и $S=-1$. Из известных механизмов рассеяния только эта комбинация как раз и удовлетворяет при-

веденным выше условиям. Тогда с помощью функции распределения (4) и с использованием результатов работ /12/ получаем

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{1 + (E_x/E_0)^2}{1 - (E_x/E_0)^2 B(H/H_0) \sin^2 \alpha}, \quad (8)$$

где $B(H/H_0) = 2.76(H/H_0)^2$.

В условиях ПУ ($E_x \rightarrow E_x^*$ или $\alpha \rightarrow \alpha^*$ или $H \rightarrow H^*$), где для первого случая $E_x^* = E_0 / \sqrt{\alpha} \sin \alpha$, $\alpha^* = \arcsin\left(\frac{E_0}{\sqrt{\alpha} E_0}\right)$, H^* – не существует. А во втором случае $E_x^* = 0.6 E_0 H_0 / H \sin \alpha$, $\alpha^* = \arcsin\left(\frac{0.6 E_0 H_0}{E_x H}\right)$, $H^* = 0.6 E_0 H_0 / E_x \sin \alpha$ угол поворота резко растет. Однако средняя энергия тоже сильно растет и для какого-то значения приложенного поля включается дополнительный механизм рассеяния, ограничивающий рост угла поворота.

Как видно из (7), (8), зависимость угла Фарадея от магнитного поля имеет качественно разный характер: в первом случае уменьшается, а во втором – растет. Если имеем образец, в котором основными механизмами рассеяния являются рассеяния импульса на диполях, а энергии – на акустических фонах (второй случай), то с ростом магнитного поля растет угол поворота (8). При этом сильно растет и холловское поле E_y/I_0 , а соответственно и энергия горячих электронов. При условии, когда деброиловская длина волны станет меньше, чем дипольное расстояние, электроны будут рассеиваться на потенциале отдельных ионов. Таким образом, рассеяние импульса на диполях сменится рассеянием на ионах (не изменяя при этом механизма рассеяния энергии). Однако в этом случае справедлива формула (7), согласно которой угол поворота падает с

ростом магнитного поля. В таких образцах зависимость угла Фарадея от магнитного поля должна быть максимальной.

Выражение (7) при $\varphi = \frac{\pi}{2}$ совпадает с результатом работы [7].

Поступила 31.у.1986

Кафедра физики твердого тела

ЛИТЕРАТУРА

1. Т.Мосс. Оптические свойства полупроводников. ИИЛ, М., 1961.
2. А.В.Субашев. ФТТ, 7, 936, 1965.
3. Ю.В.Гуляев. Письма в ЖЭТФ, I, II, 1965.
4. И.П.Ипатова, Р.Ф.Казаринова, А.В.Субашев. ФТТ, 7, 2129, 1965.
5. З.С.Качлишвили. ФТТ, 14, 1527, 1972.
6. К.Х.Асратян, З.С.Качлишвили. ФТП, 16, 20, 1973.
7. Д.П.Бхатачария, З.С.Качлишвили. Сообщения АН ГССР, 86, 607, 1977.
8. З.С.Качлишвили, Ф.Г.Чумбуридзе. Сообщения АН ГССР, 104, 577, 1981.
9. Z.S.Kachlishvili. Phys. stat. sol. (a), 33, 15, 1976.
10. З.С.Качлишвили, Ф.Г.Чумбуридзе. ЖЭТФ, 87, 1934, 1984.
11. З.С.Качлишвили. ЖЭТФ, 78, 1955, 1980.
12. З.С.Качлишвили, Ф.Г.Чумбуридзе. ФТТ (в печати).
13. З.С.Качлишвили, Ф.Г.Чумбуридзе. ФТП (в печати).

გ. კაჩლიშვილი, ჭ. ჭუმბურიძე

დასახურის აღმატებული სარიცხვო მუზეუმის პირობებში

რეზიუმე

გამოკვლეულია დარსების კუთხის გამოყორებულება ელექტ-
 რულ და მაგნიტურ ველბრეგ განვით გაქცევის პირობებში. ნაჩვე-
 ნებია, რომ როგორც ადგილი აქვს განვით გაქცევას დარსების
 კუთხე მკვეთრად იზრება. ზოგიერთი ნიმუშისათვის დარსების
 კუთხის მაგნიტურ ველი გამოყორებულებას აქვს არამონოფორული
 ხასიათი, სუსტი მაგნიტური ველების შემთხვევაში იზრება, ამ-
 ნერ მაგნიტური და მუზიკური და მუზიკური.

Z.Kachlishvili, F.Chumburidze

FARADAY EFFECT UNDER TRANSVERSE RUNNING CONDITIONS

Summary

The Faraday angle dependence on electrical and magnetic fields under transverse running conditions is investigated. It is shown that when transverse running takes place, the Faraday angle increases sharply. For some samples the Faraday angle dependence on the magnetic field has nonmonotone character, under weak magnetic fields the Faraday angle increases, reaches a maximum, and then decreases.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени

государственного университета

ებირთულის მრავალი ნოტიური მომზადებელი

სახელმწიფო უნივერსიტეტის მოძღვა

265, 1986

КИНЕМАТИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА И ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ
ПРИ ФИКСИРОВАННОМ t ДЛЯ РАССЕЯНИЯ БЕЗМАССОВОГО
ГРАВИТИНО НА ПИОНЕ

М.П.Чавлехвили

I. Введение

В физике элементарных частиц существование гипотетических частиц, вытекающих из "красивых" теорий, через определенное время подтверждалось на опыте. Так было еще с первой античастицей - позитроном. Эта частица была предсказана в схеме симметрии $SU(3)$, существование W и Z бозонов - в электрослабой теории. Эти частицы сначала были "открыты" в теории, а впоследствии и обнаружены. Сейчас кандидатом для "открытия" экспериментом является гравитино.

В настоящее время суперсимметрия является активно исследуемой и быстро развивающейся областью физики частиц. Целью суперсимметричных теорий является создание единой теории всех взаимодействий, включая гравитацию. Супертеории предсказывают существование многих частиц, в них для каждой частицы есть ее суперсимметричный партнер. Теория, описывающая гравитацию, содержит безмассовую частицу со спином 2- переносчика гравитационного взаимодействия - грави-

тон. Тогда в теории обязательно присутствует и его фермион-
ный партнер - гравитино. Гравитино должна иметь спин 3/2.
В некоторых моделях масса гравитино равняется нулю (см., на-
пример /1/), такое значение массы этой частицы мы и рас-
сматриваем в данной работе. В других схемах (например, в
/2/) масса ненулевая.

Появилась новая частица с большим значением спина. Пора
рассматривать процессы с участием этой частицы. В данной ра-
боте изучается конкретный бинарный процесс - рассеяние без-
массового фермиона со спином 3/2 (гравитино) на массивной
частице со спином ноль (ионе). Сначала проводится анализ про-
цесса с общей кинематической точки зрения. Рассматривается
параметризация описывающих процесс спиральных амплитуд по-
средством так называемых динамических амплитуд, которые име-
ют одинаковую размерность, свободны от кинематических осо-
бенностей по всем инвариантным переменным - s , t и u .
Затем на базе такой параметризации получены дисперсионные
соотношения при фиксированном t (в частности и для рассея-
ния вперед) для физических спиральных амплитуд.

Полученные в данной работе результаты находятся вне ра-
мок теории возмущения. Они модельно-независимы. Последнее
обстоятельство важно потому, что "окончательный" лагранжи-
ан всех взаимодействий не найден, а конкретных моделей слиш-
ком много. Это обстоятельство поднимает ценность результа-
тов, которые опираются на основные принципы теории (таковыми
являются дисперсионные соотношения) и имеют отношение к но-
вым процессам, которые появились в связи с развитием теории.

2. Кинематическая структура спиральных амплитуд, динамические амплитуды

Знание разложения спиральных амплитуд в прямом и аннигиляционном канале и кроссинг-соотношения позволяет удобным образом параметризовать спиральные амплитуды, выделив из них обеспечивающие выполнение обязательных кинематических требований множители и все кинематические особенности по обеим переменным. Тем самым простым и общим образом реализуется разделение амплитуд на кинематическую часть – связанную с законами сохранения и не зависящую от вида взаимодействия, и динамическую часть. Свойства последней определяются общими свойствами теории, такими как унитарность, аналитичность и др., а явный вид зависит от конкретного вида взаимодействия, определяемого, в принципе, лагранжианом или модельными представлениями. Знание кинематической структуры спиральных амплитуд бинарных процессов приводит к интересным следствиям. При экстремально малых энергиях оно позволило получить низкоэнергетические теоремы для некоторых фотон-адронных процессов и выявить их кинематическую природу /3-5/, доказать модельно-независимые ограничения типа правил сумм для комптон-эффекта на пionе и нуклоне /6-9/. В работах /10-II/ из кинематических требований для процессов пion-нуклонного и нуклон-нуклонного рассеяния были введены так называемые динамические амплитуды и получена "кинематическая иерархия" – серия неравенств для рассеяния при высоких энергиях. Перечень работ, в которых существенную роль играет кинематическая структура амплитуд, можно продолжить. Зна-

ние кинематической структуры спиральных амплитуд необходимо также и для получения дисперсионных соотношений.

Свойства инвариантности амплитуды рассеяния зависят от симметрии физической системы. Для спиральных амплитуд их общие свойства симметрии при вращении приводят к тому, что они разлагаются в ряд на собственные функции оператора вращения — на d -функции Вигнера /12/. Такой ряд является обобщением парциального разложения на полиномы Лежандра для случая, когда рассеивающие частицы имеют спин. С учетом свойств d -функций определяются приведенные амплитуды S - и t -каналов, которые отражают геометрические свойства процесса и свободны от кинематических особенностей по одной переменной. Кроссинг — соотношения для приведенных амплитуд приведут к определению т.н. динамических амплитуд. В такой параметризации реализуется полное разделение кинематики и динамики, причем все кинематические обязательные свойства выполняются автоматически, а сами динамические амплитуды, имея одинаковые размерности, свободны от кинематических особенностей по обеим переменным и являются обобщением амплитуды рассеяния бесспиновых частиц.

В случае массивных гравитино возможные значения спиральности гравитино были бы $\pm 1/2$ и $\pm 3/2$ — всего четыре состояния, а число амплитуд рассеяния гравитино на массивной частице с нулевым спином равнялось бы 16. Если масса гравитино равна нулю, то спиральности гравитино принимают только два значения, $\pm 3/2$, поэтому рассматриваемый в данной работе процесс рассеяния безмассового гравитино на пионе описывается 4 спиральными амплитудами. Если наложить требование

Р-инвариантности^{x)}, то число независимых амплитуд уменьшится вдвое. В качестве спиральных амплитуд в системе центра масс S - канала выбираем $f_{\frac{3}{2}0, \frac{3}{2}0}^S(S, t)$ - амплитуду без изменения спиральности; и $f_{\frac{3}{2}0, -\frac{3}{2}0}^S(S, t)$ - амплитуду с изменением спиральности. Эти амплитуды разлагаются по функциям вращения Вигнера - $d_{J\mu}^J(\cos \theta)$ [12]. Такое разложение, учитывая связь функций Вигнера с полиномами Якоби второго рода $P_{J\mu}^J(\cos \theta)$ можно представить в общем случае в виде:

$$f_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^S(S, t) = \\ = \left(\sin \frac{\theta_S}{2}\right)^{|\lambda - \mu|} \left(\cos \frac{\theta_S}{2}\right)^{|\lambda - \mu|} \sum_J (2J+1) f_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^{S, J}(S) P_{J\mu}^J(\cos \theta_S), \quad (I)$$

λ_i - спиральности соответствующих частиц, $\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$, $\mu = \lambda_3 - \lambda_4$.

Для рассматриваемого нами случая $\cos \theta_S$ (θ_S - угол рассеяния в системе центра масс S - канала), при фиксированном S , линейно зависит от t . Когда частицы безспиновые, (I) переходит в разложение по полиномам Лежандра. (I) позволяет определить приведенные амплитуды рассеяния гравитино на пионае $\hat{f}_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^S(S, t)$, которые связаны со спиральными амплитудами, следующим образом:

$$f_{\frac{3}{2}0, \frac{3}{2}0}^S(S, t) = \left(\cos \frac{\theta_S}{2}\right)^3 \hat{f}_{\frac{3}{2}0, \frac{3}{2}0}^S(S, t), \quad (2)$$

x) Предположение о P -инвариантности не является существенным и его можно снять. В таком случае подобным же образом надо рассматривать все четыре спиральные амплитуды.

$$f_{3/2^+, -3/2^+}(s, t) = \left(\sin \frac{\theta_s}{2}\right)^3 f_{3/2^+, -3/2^+}^s(s, t) \quad (3)$$

$$\text{Здесь } \sin \frac{\theta_s}{2} = \frac{\sqrt{-st}}{s-m^2}, \quad m \text{ - масса мишени} \quad (4)$$

Приведенные амплитуды разлагаются по полиномам по t и по этой переменной не содержат кинематических особенностей – последние (2) и (3) выделены в множителях перед приведенными амплитудами. Эти же множители автоматически регулируют число степеней свободы (число амплитуд), описывающих процесс, т.к. для рассеяния вперед и назад должно остаться по одной ненулевой амплитуде, а другая запрещается законом сохранения проекции момента количества движения.

Рассмотрим амплитуду без изменения спиральности. Для рассеяния вперед ($\theta_s = 0$) , проекция момента количества движения начального состояния на направление движения первой частицы (оси Z) равна $3/2$ и не изменяется после рассеяния согласно соответствующему закону сохранения. Однако та же амплитуда для рассеяния назад ($\theta_s = \pi$) "запрещена" – должна обращаться в ноль, т.к. в этом случае импульс первой частицы после рассеяния направлен против оси Z , а проекция момента после рассеяния на ту же ось равна $-3/2$. Условие сохранения проекции момента для этой амплитуды при $\theta_s = \pi$ не выполняется, она должна обращаться в ноль. Это достигается автоматически кинематическим множителем ($\cos \frac{\theta_s}{2}$) в (2). Другая амплитуда с изменением спиральности должна обращаться в ноль для рассеяния вперед, и это обеспечива-

ется множителем $(\sin \frac{\theta_s}{2})^3$ в (3).

Аналогично s' - каналу рассматривается процесс в аннигиляционном канале. Здесь, конечно, также имеем две независимые амплитуды. Связь между t -канальными спиральными и приведенными амплитудами дается формулами:

$$f_{3/2, 3/2, 00}^t(s, t) = f_{3/2, 3/2, 00}'(s, t), \quad (5)$$

$$f_{3/2, -3/2, 00}^t(s, t) = \left(\sin \frac{\theta_t}{2} \cos \frac{\theta_t}{2}\right)^3 f_{3/2, -3/2, 00}'(s, t), \quad (6)$$

θ_t - угол рассеяния в системе центра масс t - канала

$$\sin \theta_t = 2 \frac{\sqrt{(s-m^2)^2 + st}}{\sqrt{t(4m^2-t)}}. \quad (7)$$

Приведенные амплитуды аннигиляционного канала разлагаются в ряд по полиномам по переменной s' и по этой переменной свободны от кинематических особенностей. Здесь, как при рассеянии вперед, так и для рассеяния назад, в ноль должна обращаться вторая спиральная амплитуда, что обеспечивается соответствующими факторами в (6).

Таким образом, выделенные из спиральных амплитуд безразмерные множители в формулах (2), (3) и (5), (6), с учетом свойств симметрии амплитуд, обеспечивают автоматическое выполнение требования сохранения проекции момента количества движения для рассеяния вперед и назад в системах центра масс соответствующих каналов и одновременно освобождают амплитуды от кинематических особенностей, однако, только по одной переменной (по t - для s' -канальных спиральных

амплитуд и по s' - для s -канальных амплитуд).

Матрица рассеяния является единой аналитической функцией своих переменных, описывающая различные каналы в различных областях изменения переменных, поэтому спиральные амплитуды s - и t -каналов связаны между собой кроссинг-соотношениями. Требование согласованности поведения спиральных амплитуд в прямом и аннигиляционном канале приводит к определению динамических амплитуд, которые имеют одинаковые размерности, автоматически учитывают требования, вытекающие из закона сохранения проекции момента, и свободны от кинематических особенностей по обеим переменным.

Спиральные амплитуды s -канала в общем случае, посредством кроссинг-соотношений, можно выразить посредством всех t -канальных амплитуд с известными коэффициентами I3, I4. Их общее число равно $(2S_1+1)(2S_2+1)(2S_3+1)(2S_4+1)$, где S_i - значение спина для рассеивающих массивных частиц. Кроссинг-соотношения для бинарных процессов имеют вид /I3, I4/:

$$f_{\pi_3 \pi_4, \pi_1 \pi_2}^{(s)}(s, t) = \sum_{\mu_1 \mu_2 \mu_3 \mu_4} d_{\pi_1 \mu_1}^{S_1}(x_1) d_{\pi_2 \mu_2}^{S_2}(x_2) d_{\pi_3 \mu_3}^{S_3}(x_3) d_{\pi_4 \mu_4}^{S_4}(x_4) f_{\mu_1 \mu_2, \mu_3 \mu_4}^{(t)}(s, t) \quad (8)$$

Когда какая-нибудь частица имеет нулевую массу (именно такой случай и рассматривается в данной работе), кроссинг-соотношения упрощаются, т.к. соответствующие d -функции в (8) заменяются δ -функциями Кронекера /I5/, и сумма по соответствующим индексам исчезает. В данной работе в качестве мишени берется частица с нулевым спином. Тогда и соответствующие функции в (8) по другой причине ("из-за

"спина") также сводятся к функциям Кронекера. Все это для рассматриваемого случая максимально упрощает кроссинг-соотношения — каждая S - канальная амплитуда связана с одной t - канальной амплитудой:

$$f_{3/20, 3/20}^S(s,t) = \alpha f_{3/2-3/2,00}^t(s,t), \quad f_{3/20,-3/20}^S(s,t) = \beta f_{3/2 3/2,00}^t(s,t). \quad (9)$$

α и β — постоянные с модулем 1 (они для нас роли не играют). Простота кроссинг-соотношений позволяет легко выделить кинематические особенности S - канальных спиральных амплитуд по переменной S . Учитывая формулы (2)-(7), получаем соотношения такого типа:

$$\hat{f}_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^3(s,t) = \quad (10)$$

$$= \left(\frac{s-m^2}{m^2} \right)^A \left(\frac{m}{\sqrt{s}} \right)^B \left(\frac{\sqrt{t(t-4m^2)}}{m^2} \right)^C f_{\lambda_3-\lambda_1, \lambda_4, \lambda_2}^{1t}(s,t).$$

\hat{f}^S могут иметь кинематические особенности по переменной s , f^t свободны от кинематических особенностей по s .

Поэтому выражения перед приведенными амплитудами гиперциклического канала в (10) содержат кинематические особенности по s спиральных амплитуд S - канала. Учитывая это, можно определить динамические амплитуды для рассматриваемой реакции, которые связаны со спиральными амплитудами следующим образом:

$$f_{3/20, 3/20}^S(s,t) = \left(\frac{s-m^2}{m^2} \right)^3 \left(\cos \frac{\theta_s}{2} \right)^3 D_{3/20, 3/20}(s,t) \quad (II)$$

$$f_{\frac{3}{2}0, -\frac{3}{2}0}^{\frac{5}{2}}(s, t) = \left(\frac{s-m^2}{m^2}\right)^3 \left(\frac{m}{\sqrt{s}}\right)^3 \left(\sin \frac{\theta_s}{2}\right)^3 D_{\frac{3}{2}0, -\frac{3}{2}0}(s, t). \quad (12)$$

Динамические амплитуды $D_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}(s, t)$ не связаны с какой-либо определенной моделью. Они представляют такую параметризацию спиральных амплитуд, где удается простым образом разделить кинематику и динамику. При этом кинематические множители точно учитывают обязательные требования, связанные со спином и массой частиц. Все динамические амплитуды, в отличие от используемых в реджевских моделях (при $s \rightarrow \infty, t \sim 0$) т.н. регуляризованных амплитуд /16, 17/, имеют одинаковые размерности (совпадающие с размерностями спиральных амплитуд). Отметим, что соображения, связанные с размерностями, а также знание кинематической структуры амплитуд играют важную роль при изучении рассеяния при асимптотических энергиях, в частности рассмотрении принципа автомодельности /18/, правил кваркового счета /19-21/, получении кинематической иерархии /10, II/.

Возможна другая параметризация спиральных амплитуд посредством т.н. инвариантных амплитуд, также свободных от кинематических особенностей. Однако такая параметризация гораздо сложнее, — каждая спиральная амплитуда связана с суммой инвариантных амплитуд коэффициентами, которые являются функциями, зависящими от s и t . Инвариантные амплитуды имеют разные размерности. При построении базиса для нахождения инвариантного разложения возникают трудности, в частности при учете требований калибровочной инвариантности. Для рассматриваемого в данной работе процесса раз-

ложении на инвариантные амплитуды параметризация не проведена.

3. Дисперсионные соотношения для спиральных амплитуд

Дисперсионные соотношения первоначально были предложены для комптон-эффекта на нуклоне для нулевого угла рассеяния /22/. Первое строгое доказательство дисперсионных соотношений было получено для пион-нуклонного рассеяния /23/. В те годы были написаны дисперсионные соотношения для большинства бинарных процессов, в которых участвовали известные тогда частицы. Дисперсионные соотношения для рассеяния фотона на произвольный угол были предложены в работе /24/, а для фоторождения пиона - в /25/. На основе дисперсионных соотношений анализировались экспериментальные данные. Были получены строгие теоретические результаты - низкоэнергетические теоремы /3-5, 26/, правила сумм /27, 28/, ограничения на сечении при высоких энергиях /29/ и т.д.

Дисперсионные соотношения пишутся на основе знания аналитической структуры амплитуд. Если рассеиваются частицы без спина, то аналитические свойства одной амплитуды, описывающей процесс, определяются только условием унитарности. Однако в реальных процессах, если хотя бы одна из частиц обладает ненулевым спином, ситуация усложняется. Возрастает само число амплитуд, описывающих процесс, и кроме того, у каждой спиральной амплитуды, помимо особенностей, связанных с условием унитарности (динамические особенности), возникают дополнительные т.н. кинематические особенности, которые следует найти.

Структура кинематических особенностей спиральных амплитуд рассматривалась выше. Она определялась на основе требования сохранения момента количества движения в прямом и аннигиляционном канале и понятия о матрице рассеяния как единой аналитической функции.

Для явного и автоматического выполнения требований законов сохранения проекции момента удобна параметризация (II), (I2), где явно присутствуют функции s и θ_s . Однако для рассмотрения дисперсионных соотношений мы перейдем к инвариантным переменным. Тогда, учитывая (4), будем вместо (II) и (I2) иметь

$$f_{\frac{3}{2}0, \frac{3}{2}0}^s(s, t) = \left(\frac{\sqrt{(s-m^2)^2 + st}}{m^2} \right)^3 D_{\frac{3}{2}0, \frac{3}{2}0}(s, t), \quad (I3)$$

$$f_{\frac{3}{2}0, -\frac{3}{2}0}^s(s, t) = \left(\frac{\sqrt{-t}}{m} \right)^3 D_{\frac{3}{2}0, -\frac{3}{2}0}(s, t). \quad (I4)$$

Соотношения (I3) и (I4) являются ключевыми для получения дисперсионных соотношений для физических спиральных амплитуд. Кинематические особенности выделены, а аналитические свойства динамических амплитуд для комплексных значений переменных задаются особенностями, которые определяются условием унитарности. При этом одночастичные промежуточные состояния в условиях унитарности определяют полюса, а многочастичные промежуточные состояния – скачок амплитуды на разрезе. Начало разреза определяется пороговым значением двухчастичных промежуточных состояний.

Рассмотрим динамические амплитуды при фиксированном

значении t . Дисперсионные соотношения для динамических амплитуд имеют вид:

$$\begin{aligned} D_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}(s, t) = & \\ = \frac{1}{\mathcal{P}} \int_{S_0}^{\infty} \frac{ds' [D_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}(s', t)]^s}{s' - s} + \frac{1}{\mathcal{P}} \int_{U_0}^{\infty} \frac{du' [D_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}(t, u')]^4}{u' - u}. & \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь $[D_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}(s', t)]^s$ и $[D_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}(t, u')]^4$ и скачки функции в s -и t -каналах соответственно.

Для процессов с участием фотона /3-5, 24-26/ промежуточные состояния в условиях унитарности (определяющие скачки динамических амплитуд), которые содержат фотоны, пренебрегались вследствие малости константы электромагнитных взаимодействий. Полученные результаты были точны по сильным взаимодействиям (для которых теория возмущения не срабатывала), а по электромагнитным взаимодействиям они были справедливы лишь в низшем приближении. Аналогичное предположение об отсутствии в промежуточных состояниях безмассовых частиц делалось при рассмотрении рассеяния гравитона /3/. Мы будем считать, что константа взаимодействия безмассового гравитино с массовыми частицами мала, а относительно вкладов в условиях унитарности сделаем более слабое предположение, чем для фотона и гравитона — мы будем пренебречь вкладами унитарных диаграмм, которые содержат только безмассовые частицы, оставляя промежуточные состояния, содержащие хотя бы одну массовую частицу. В таком случае низшее двухчастичное состояние в соответствующих каналах будут пион и гравитино и $S_0 = U_0 = m^4$.

Для обычного комтон-эффекта на пионе имеется борнов-

ский полюс, соответствующий одночастичному \bar{D} -мезонному состоянию. Поскольку рассматриваемая в работе частица (гравитино) имеет спин $3/2$, и, таким образом, является фермионом, одночастичное \bar{D} -мезонное состояние в условиях унитарности в нашем случае отсутствует. Учитывая это и формулы (I3), (I4) и (I5), для физических спиральных амплитуд будем иметь:

$$f_{3/20, 3/20}^S(s, t) = \frac{1}{\bar{D}} \left(\frac{\sqrt{(s-m^2)^2 + st}}{m^2} \right)^3 \left\{ \int_{m^2}^{\infty} \frac{ds'}{s'-s} \left[\left(\frac{m^2}{(s'-m^2)^2 + s't} \right)^3 f_{3/20, 3/20}^S(s', t) \right]^+ \right. \\ \left. + \int_{m^2}^{\infty} \frac{du'}{u'-u} \left[\left(\frac{m^2}{\sqrt{m^4 - u'(2m^2 - t - u')}} \right)^3 f_{3/20, 3/20}^S(u', t) \right]^4 \right\}, \quad (I6)$$

$$f_{3/20, -3/20}^S(s, t) = \frac{1}{\bar{D}} \left(\frac{\sqrt{-t}}{m} \right)^3 \left\{ \int_{s'-s}^{\infty} \frac{ds'}{(\sqrt{t})^3} \left[\left(\frac{m}{\sqrt{t}} \right)^3 f_{3/20, -3/20}^S(s', t) \right]^5 \right. \\ \left. + \int_{m^2}^{\infty} \frac{du'}{u'-u} \left[\left(\frac{m}{\sqrt{-t}} \right)^3 f_{3/20, -3/20}^S(u', t) \right]^4 \right\}. \quad (I7)$$

Восстанавливая во множителях перед интегралами зависимость от s и θ , а в подинтегральных выражениях — динамические амплитуды, этим соотношениям можно придать следующий вид:

$$f_{3/20, 3/20}^S(s, t) =$$

$$= \frac{1}{\mathcal{R}} \left(\frac{s-m^2}{m^2} \right)^3 \cos^3 \frac{\theta_s}{2} \left\{ \int_{m^2}^{\infty} \frac{ds'}{s'-s} [D_{3/20, 3/20}(s', t)]^5 + \right. \quad (18)$$

$$\left. + \int_{m^2}^{\infty} \frac{du'}{u'-u} [D_{3/20, 3/20}(u', t)]^4 \right\},$$

$$f_{3/20, 3/20}^s(s, t) = \quad (19)$$

$$= \frac{1}{\mathcal{R}} \left(\frac{s-m^2}{m^2} \right)^3 \left(\frac{m}{\sqrt{s}} \right)^3 \sin^3 \frac{\theta_s}{2} \left\{ \int_{m^2}^{\infty} \frac{ds'}{s'-s} [D_{3/20, -3/20}(s', t)]^5 + \right. \\ \left. + \int_{m^2}^{\infty} \frac{du'}{u'-u} [D_{3/20, -3/20}(u', t)]^4 \right\}.$$

Для рассеяния вперед ($\theta_s = 0$) вторая амплитуда (с изменением спиральности) обращается в ноль. Для амплитуды без изменения спиральности для рассеяния вперед имеем:

$$f_{3/20, 3/20}^s(s, t=0) = \quad (20)$$

$$= \frac{1}{\mathcal{R}} \left(\frac{s-m^2}{m^2} \right)^3 \left\{ \int_{m^2}^{\infty} \frac{ds'}{s'-s} \left[\left(\frac{m^2}{s'-m^2} \right)^3 f_{3/20, 3/20}^s(s', t) \right]^5 + \right. \\ \left. + \int_{m^2}^{\infty} \frac{du'}{u'-u} \left[\left(\frac{m^2}{\sqrt{m^4-u'(2m^2-u')}} \right)^3 f_{3/20, 3/20}^s(u', t) \right]^4 \right\}.$$

Результаты данной работы можно использовать, например, для получения низкоэнергетических соотношений для рассматриваемого протона. Предложенную здесь процедуру можно обновить для получения информации об амплитудах рассеяния безмассового гравитино (а также фотино) на других мешениях, например, со спином половина.

Поступила 31.У.1986

Институт Физики
высоких энергий

ЛИТЕРАТУРА

1. S.Weinberg. Phys. Lett., v.48, p.1303, 1982.
2. J. Ellis, et al. Nuclear Physics, v.43B, p.202, 1982.
3. Р.М.Мурадян, М.П.Чавлехвили, ТМФ, т.8, с.16, 1971.
4. М.П.Чавлехвили, ДАН ГССР, т.281, с.345, 1976.
5. М.П.Чавлехвили. Сообщение ОИЯИ Р2-9417, Дубна, 1975.
6. М.П.Чавлехвили, ЯФ, т.37, с.365, 1983.
7. М.П.Чавлехвили, ЯФ, т.37, с.680, 1983.
8. М.П.Чавлехвили, ЯФ, т.40, с.813, 1984.
9. E.E.Radescu, J.Guiasu, Phys. Rev., v.D10, p.3036, 1974.
10. М.П.Чавлехвили, ЯФ, т.40, с.243, 1984.
11. М.П.Чавлехвили, ЯФ, т.41, с.1055, 1985.
12. Д.А.Варшалович и др. Квантовая теория углового момента. Л.:Наука, 1975.
13. Ja.A.Smorodinsky, JINR preprint E-1227, Dubna, 1963.
14. T.L. Truman, G.C.Wick, Ann. Phys., v.26, p. 322, 1964.
15. J.P.Ader, M.Capdeville, H.Navelet, Nuovo Cim., v.56A, 1968.
16. G.Cohen-Tannoudji, A.Morel, H.Navelet, Ann. Phys., v.46, p.239, 1968.
17. Y.Hara. Suppl. Progr. Theor. Phys., v.51, p.96, 1972.
18. Н.Н.Боголюбов, В.С.Владимиров, А.Н.Тавхелидзе, ТМФ, т.12, с.3, 1972.
19. V.A. Matveev, R.M. Muradyan, A.N.Tavkhelidze, Lett. Nuovo Cim., v.7, p.449, 1973.
20. V.A. Matveev, R.M. Muradian, A.N. Tavkhelidze, JINR preprint E2-8048, Dubna, 1974.
21. S.J. Brodsky, G.R.Farrar, Phys. Rev. Lett., v.31, p.1153, 1973.

22. M. Gell-Mann, M.L. Goldberger, W. Thirring, Phys. Rev., v.95,
p. 1612, 1954.
23. Н.Н.Боголюбов, Б.В.Медведев, М.К.Поливанов. Вопросы теории дисперсионных соотношений. Москва, Физматгиз, 1958.
24. A.A.Logunov, L.D. Soloviev, A.N.Tavkhelidze, Nucl. Phys.,
v.4, p.425, 1957.
25. Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков, ДАН СССР, с.ИИЗ, п.529, 1957.
26. H.Abarbanel, M.L. Goldberger, Phys. Rev., v.165, p.1594, 1968.
27. С.Б.Герасимов, ЯФ, т.2, с.598, 1965.
28. S.D. Drell, A.C. Hearn, Phys. Rev. Lett., v.16, p.908, 1968.
29. A.A. Logunov, L.D. Soloviev, A.N. Tavkhelidze, Phys.Lett.,
v.24B, p. 181, 1967.
30. В.И.Куравлев, В.А.Мещеряков, К.В.Рерих, А.Н.Тавхелидзе.
Препринт ОИЯИ, Р2-3385, 1967.
31. А.А.Логунов, М.А.Меставришвили, О.А.Хрусталев, ЗЧАЯ,
т.3, с.513, 1972.

8. ჩატურქიძე

ეს სი მასპინძელს პირველ დანართის შემთხვევაში
სწორულა ის რისკისგაზი დანართის გენერა-
ციი t -ით

რებიუზი

განმიღებით ჩეკეთის სამას განმარტებულ გინერაციი
ამპლიტუდი, რომელიც თავისუფარი არიან კინემატიკური სინ-
გრუართებისაგან. სპარაგრით ამპლიტუდისაფიც მოწერული
რისკერსი ენადარჩინები და ენაზღუდული t -ით.



M.Chavleishvili

KINEMATIC STRUCTURE, AND FIXED-t DISPERSION
RELATIONS FOR MASSLESS GRAVITINO-PION SCATTERING

Summary

Based on the parametrization of helicity amplitudes via dynamic amplitudes fixed-t dispersion relations for the massless gravitino-pion scattering are derived.

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|---|----|
| I. О.О.Гачечиладзе, М.С.Квернадзе, А.А.Мирцхулава, Б.Г.Эристави. Исследование структуры и предела термостабильности полуизолирующего арсенида га- лия..... | 5 |
| 2. Р.А.Мишаев, Э.Ш.Теплицкий. Волновая картина распро- странения импульсов в среде с эллиптическим распре- делением показателя преломления..... | 16 |
| 3. Ф.Г.Богданов, Р.Г.Кеванишвили, З.И.Перкули, З.И. Сикмашвили. Дифракция электромагнитных волн на решет- ке из диэлектрических цилиндров в диэлектрическом слое..... | 33 |
| 4. С.И.Васильев, И.А.Меркулов, Ю.И.Папава. Численное моделирование фазового перехода в спиновой системе ядер кристалла CaF_2 при адиабатическом размагничива- нии..... | 48 |
| 5. И.Ш.Вашакидзе, Г.А.Чилашвили. Решение уравнения Дирака в случае нелокального факторизующегося взаимодействия..... | 59 |
| 6. Г.М.Долидзе, Д.Р.Какабадзе, З.Ш.Китуашвили, А.Л. Мчедлишвили, Д.Р.Чачанидзе. Автоматизированный комплекс для приема, накопления и обработки экспе- риментальных данных от установки для изучения эк- зозелектронной эмиссии..... | 73 |
| 7. Г.Р.Петросян, Э.Ш.Теплицкий, Н.Р.Чианурешвили. О свой- ствах центров окраски, возникающих в стекловолокнах под действием коротковолновой части спектра нака- чи..... | 88 |

| | |
|--|------|
| 8. Т.П.Надарейшвили, А.А.Хелашвили. Приближенный метод решения уравнения Солитера и задача позитрония.... | 98 |
| 9. Л.Н.Абесалашвили, Н.С.Амаглобели, Н.О.Кадагидзе, В.Д.Кекелидзе, Р.А.Кватадзе, В.Р.Крастев, Г.Л.Мелитаури, Т.Г.Пицхелаури, М.С.Чаргейшвили, Р.Г.Шанидзе. Усовершенствование регистрирующей аппаратуры спектрометра БИС - 2..... | III3 |
| 10. Т.М.Шавишвили, Т.В.Гвалиа, И.Г.Килиптари, Ш.Д.Кезерашвили, А.В.Куневич, М.И.Джаркава. Осциллирующий распад свободной индукции ЯМР ^{57}Fe в литиевом феррите..... | 122 |
| 11. М.Г.Баджелидзе, О.А.Чилашвили. Сверхтонкие магнитные поля на ядрах фосфора и иттрия в матрицах железа и никеля..... | 135 |
| 12. З.С.Качишвили, Ф.Г.Чумбуридзе. Эффект Фарадея в условиях поперечного убегания..... | 144 |
| 13. М.П.Чавлайшвили. Кинематическая структура и дисперсионные соотношения при фиксированном t для рассеяния безмассового гравитинона на пионе..... | 150 |

| | | |
|----|--|-----|
| 1. | မ. გაჩეჩილაძე, მ. კვერიაძე, ა. მირლეულავა, ბ. ჭერიშვილი | 10 |
| | ნახევრადი გოლიორებული <i>Gaffs</i> სფრენი სრულყოფისა და | |
| | თერმოსფარიონის შესწავლა | 10 |
| 2. | რ. მიშევი, ე. ფეპლიცა, ი. მიუღსების გავრცელების ფაღური | |
| | სურათი გარდაფეხვის მაჩვენებლის ელიფსური განაწილების | |
| | მქონე გარემოში | 30 |
| 3. | დ. ბოგიანოვი, რ. ჭევანიშვილი, გ. ჭერიშვილი, გ. სიცოაშვილი | |
| | ელექტრომაგნიტური ფაღურების გიფრაქცია გიველექტრიკში მოთავ- | |
| | სებურ გიველექტრიკული ცილინდრების მესერჩე | 44 |
| 4. | ს. ვასილივი, ი. მერკუროვი, ი. პაპავა, <i>CdF₂</i> კრისფალის | |
| | ბირთვულ სპინურ სისხეემაში ფატური გარასვილის რიცხვითი მო- | |
| | რეალირება. აღიაბაფური განმაგნიფებისას | 54 |
| 5. | ი. ვაშაკაძე, გ. ჭირაშვილი. გირაკის განვითარების ამოსნა | |
| | არალოკალური ფაქტორიგებაზე ურთიერთერმებების შემთხვევაში | 71 |
| 6. | გ. ბოლიძე, გ. კუკუბაძე, გ. ჭიჭუაშვილი, ა. მჭედლიშვილი, | |
| | გ. ჩაჩანიძე. ავფომაფიგებული კომპლექსი ეგზოერექტონიკული | |
| | ემისიის განაგებარიბან ექსპერიმენტული შეჩერების მასში— | |
| | ბა ბა, ბასაგროვებრა ბა ბასამუშავებრა | 83 |
| 7. | გ. პეტროსიანი, ე. ფეპლიცა, ნ. ჭიგარუაშვილი. მინის ბოჭ- | |
| | კობე აღმარინების სპეცირის მოკლეფალოვანი ნაწილის გემოქ- | |
| | მიაეგით ჩარმოერინილი შერევის ცენტრების თვისებების შესა- | |
| | ხებ | 96 |
| 8. | စ. ნაგარებშვილი, ა. ჩელაშვილი. საღაეფერის განვითარების ამო- | |
| | ნის მიახლოებითი მეთოდი ბა პოტიფრონიუმის ამოცანა | 112 |
| 9. | რ. აბესალიშვილი, ნ. ამაღლობელი, ნ. ქადაგიძე, ვ. ჭავჭავაძე, | |
| | რ. ქვათაძე, ვ. კრასფევი, გ. მეღითაური, စ. ჭიცხვლური, მ. ჩარ- | |
| | გებშვილი, რ. მინიძე. ნის-2 სპეცირომეცრის მარეტისტრირებული | |
| | აპარატის გაუმჯობესება | 118 |

- I7I -

- | | | |
|-----|--|-----|
| 10. | ი. შავიშვილი, ლ. გვარდია, ი. ქარიძე დარი, შ. კეჩერაშვილი, | |
| | ა. კუნევიჩი, მ. აღარყავა, ს. ცირიბირებარი ხავისუფარი ინდუსტ- | |
| | ცის მიღევა ღითხუმის ფერიფის 57Fe ძმზ-ძმ | 130 |
| 11. | მ. ბაჯერიძე, ი. ჭირაშვილი. ჩენაბი ვეღების გამომვა ფოს- | |
| | ფორისა და იფრიუმის ბირთვები. რკანისა და ნიკელის მაფ- | |
| | რიცაში | 140 |
| 12. | გ. ქაჩიშვილი, დ. ჭუმბურიძე, ფარავარს ეფექტი განივი გაქვა- | |
| | ვის პირობებში | 149 |
| 13. | მ. ჩავლეიშვილი. უმასო გრავიფინოს პიონერ გაბნევის კონ- | |
| | მაფიკური სფრუქტურა და გასპურსაური თანადანირობები დექსი- | |
| | რებული t-ზი | 166 |

C O N T E N T S

1. O. Gachechiladze, M. Kvernadze, A. Mirtskhulava, B. Eristav
Investigation of the structure and thermostability limit of semi-
ting GaAs. ..
2. N. Mishaeveli, E. Teplitsky. Wave picture of the propagation
pulses in a medium with an elliptic distribution of the refractive
index. ..
3. F. Bogdanov, R. Kevanishvili, Z. Perkhuli, Z. Sikmashvili.
Diffraction of electromagnetic waves at the grating of dielectric
cylinders in dielectric layer. ..
4. S. Vasiliev, L. Merkulov, Yu. Papava. Numerical modelling of
phase transition in the nuclear spin sistem of the CaF_2 cristal
adiabatic demagnetization. ..
5. L. Vashakidze, G. Chilashvili. Solution of the Dirac equation in
the case of nonlocal separable interaction. ..
6. G. Dolidze, D. Kakabadze, Z. Kituashvili, A. Mchedlishvili,
D. Chachanidze. An automated complex for data reception,
accumulation and processing from an exoelectron emission
experimental plant. ..
7. G. Petrosian, E. Teplitski, N. Chianurashvili. On the properties
of the colour centres generated in glass fiber under the action
of the shortwave part of pump spectrum. ..
8. T. Nadareishvili, A. Khelashvili. An approximate method for sol-
ing the Salpeter equation and positronium problem. ..
9. L. Abesalashvili, N. Amaglobeli, N. Kadagidze, W. Kekelidze,
R. Kvavadze, W. Kratsev, G. Melitauri, T. Pitskelauri, M. Charg-
li, R. Shanidze. Improvement of the recording device of the BIS-
spectrometer. ..
10. T. Shavishvili, T. Gvalia, L. Kiliptari, S. Kezerashvili, A. Kuney-
M. Jgarkava. Oscillatory free induction decay in the NMR of 57
in lithium ferrite. ..
11. M. Bajelidze, O. Chilashvili. The hyperfine magnetic fields on the
nuclei of phosphorus and yttrium in the iron and nickel matrices.
12. Z. Kachlischvili, F. Chumburidze. Faraday effect under transve-
running conditions. ..
13. M. Chavleishvili. Kinematic structure and fixed-t dispersion
relations for massless gravitino-pion scattering. ..

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
БИБЛИОТЕКА