290
1993

ეროვნული ბიბლიოთეკა

თბილისის უნივერსიტეტის შრომები
ТРУДЫ ТБИЛИССКОГО УНИВЕРСИТЕТА
PROCEEDINGS OF TBILISI UNIVERSITY

т. 316

ISSN 0376—2637

კიბერნეტიკა. გამოყენებითი მათემატიკა
КИБЕРНЕТИКА. ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА
GYBERNETICS. APPLIED MATHEMATICS

16

თბილისი Тбилиси Tbilisi
1993

ეროვნული
ბიბლიოთეკა

ИЗДАТЕЛЬСТВО ТБИЛИССКОГО УНИВЕРСИТЕТА

თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა

TBILISI UNIVERSITY PRESS

თბილისის უნივერსიტეტის შრომები
PROCEEDINGS OF TBILISI UNIVERSITY

ტ.316

ეროვნული ბიბლიოთეკა

კიბერნეტიკა

გამოყენებითი მათემატიკა

CYBERNETICS

APPLIED MATHEMATICS

თბილისი 1995 Tbilisi

ეროვნული ბიბლიოთეკა

ТРУДЫ ТБИЛИССКОГО УНИВЕРСИТЕТА

т. 316

КИБЕРНЕТИКА
ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

Тбилиси 1993

Редакционная коллегия

Г.Л.Арсенишвили, Н.И.Вахания. Р.В.Гамкрелидзе

Т.Г.Гачечиладзе, Р.А.Кордзадзе,

Р.П.Мегрелишвили (секретарь), Г.В.Меладзе,

В.В.Чавчанидзе (редактор)

სარედაქციო კოლეგია

გ.არსენიშვილი, რ.გამყრელიძე, თ.გაჩეჩილაძე, ნ.ვახანია,

რ.კორძაძე, რ.მეგრელიშვილი (მდივანი), ჰ.მელაძე,

ვ.ჭავჭანიძე (რედაქტორი)

Editorial Board

G.Arsenishvili, V.Chavchanidze (editor), T.Gachechiladze,

R.Gamkrelidze, R.Megrelishvili (secretary), H.Meladze, N.Vakhania

Издательство Тбилисского университета, 1993

© თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა, 1993

Tbilisi University Press, 1993

ეროვნული ბიბლიოთეკა

20325

Труды Тбилисского государственного университета
им. И. Джавахишвили

ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

316, 1993

КОЛИЧЕСТВО ИНФОРМАЦИИ, ПЕРЕНОСИМОЕ НЕЧЕТКИМ СООБЩЕНИЕМ

Т.Г.Гачечиладзе, Т.В.Манджапарашвили, Г.Ш.Кашмадзе

I. Тайл в ранней работе /1/ дал определение количества информации, переносимого точечным конечным нечетким сообщением. Позже Такеда, Тахара и Накаджима /2/ изучили свойства этой меры. Упомянутые работы основаны на фундаментальном понятии условной вероятности при нечетком условии. Последовательное определение такой условной вероятности дано в работе /3/, где показано, что для нечетких случайных событий (каковыми являются нечеткие сообщения), характеризуемых возможностью их представления с помощью конечного набора уровневых множеств, можно дать конструктивное определение.

2. Определение условного математического ожидания индикатора I_A при условии B, $E_B(I_A)$ /3/ таково, что непосредственно применить процедуру расщепления /3/ для получения условной вероятности при нечетком условии невозможно. Однако, как показано в /3/, если воспользоваться условным математическим ожиданием при данной функции принадлежности нечеткого условия, все-таки можно получить формулу, аналогичную той, которая описывает структуру $E_B(I_A)$, для чего, при расщеплении соответствующий меры, необходимо сохранить некоторые свойства этой формулы /3/.

საქართველოს
ეროვნული
ბიბლიოთეკა

ᲔᲠᲝᲕᲜᲣᲚᲘ ᲑᲘᲑᲚᲘᲝᲗᲔᲙᲐ

Полученное в /3/ выражение для условной вероятности при нечетком условии таково:

$$P_{\tilde{A}}(\Lambda)=\sum_{j=1}^{n} P_{\tilde{A}}(A_j)P_{A_j}(\Lambda), \tag{I}$$

где

$$P_{\tilde{A}}(A_j)=\Big[\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\cdot P(A_i)\Big]^{-1}\alpha_j P(A_j),$$

$$A_j = A_{\alpha_j}\setminus\bigcup_{j'=1}^{j-1} A_{j'},\quad j=1,\dots,n, \tag{2}$$

A_{α_j} – множество уровня, соответствующее уровню

$$\alpha_j=[P(A_j)]^{-1}\int I_{\tilde{A}}(\omega)\, I_{A_j}(\omega)P(d\omega), \tag{3}$$

$I_{\tilde{A}}, I_{A_j}$ – соответственно индикаторы нечеткого множества $\tilde{A}$ и обычного множества A_j.

3. Сообщение $\tilde{A}$, преобразующее вероятности $(P(A_1),\dots$ $\dots,P(A_n))$ в $(P_{\tilde{A}}(A_1),\dots,P_{\tilde{A}}(A_n))$ переносит количество информации

$$I(\tilde{A})=\sum_{j=1}^{n} P_{\tilde{A}}(A_j)\ln\frac{P_{\tilde{A}}(A_j)}{P(A_j)}=\sum_{j=1}^{n} P_{\tilde{A}}(A_j)\ln\frac{\alpha_j}{P(\tilde{A})}=$$

$$=\frac{1}{P(\tilde{A})}\sum_{j=1}^{n}\alpha_j P(A_j)\ln\alpha_j+\ln\frac{1}{P(\tilde{A})}. \tag{4}$$

Когда сообщение четкое ($\alpha_j=1;\ j=1,\dots,n$)

$$I(A)=\ln\frac{1}{P(A)}, \tag{5}$$

что находится в согласии с обычным пониманием информационного содержания. С другой стороны, если $\tilde{A}$ характеризуется постоянной функцией принадлежности:

$$\mu_{\tilde{A}}(\omega)=c,\quad \omega\in A\Rightarrow\alpha_j=c,\quad j=1,\dots,n,$$

то

$$I(\tilde{A})=0, \tag{6}$$

т.е. информация не передается, если $P(A_j)=P_{\tilde{A}}(A_j),\ j=1,\dots,n.$

Легко доказывается следующая теорема: для любого нечеткого сообщения

$$0\le I(\tilde{A})\le\ln\frac{1}{P(\tilde{A})}. \tag{7}$$

ეროვნული
ბიბლიოთეკა

Для дуального сообщения $\tilde{A}^D$

$$I(\tilde{A}^D)=[P(\tilde{A}^D)]^{-1}\sum_{j=1}^{n}(1-\alpha_j)P(A_j)\ln(1-\alpha_j)+\ln\frac{1}{P(\tilde{A}^D)}, \qquad (8)$$

где

$$P(\tilde{A}^D)=\sum_{j=1}^{n}(1-\alpha_j)P(A_j).$$

А для нечеткого дополнительного сообщения $\neg\tilde{A}$

$$I(\neg\tilde{A})=[P(\neg\tilde{A})]^{-1}\sum_{j=1}^{n}(1-\alpha_j)P(A_j)\ln(1-\alpha_j)+\ln\frac{1}{P(\neg\tilde{A})}, \qquad (9)$$

где

$$P(\neg\tilde{A})=\sum_{j=1}^{n}(1-\alpha_j)P(A_j)+P(A^c),$$

а A^c – обычное дополнение A в универсальном множестве.

Поступила 5.I.1993

Проблемная лаборатория
физической кибернетики

Литература

1. S.Tiles. FSS, v.23, n.2, 1986.

2. H.Takeda, M.Tahara, M.Nakajima. FSS, v.28, n.1, 1988.

3. Т.Г.Гачечиладзе, Т.В.Манджапарашвили. Сообщения АН ГССР, т.134, № 3, 1989.

ეროვნული
ბიბლიოთეკა

თ. გაჩეჩილაძე, თ. მანჯაფარაშვილი, გ. კაშმაძე

ინფორმაციის რაოდენობა არამკაფიო შეტყობინებაში

რ ე ზ ი უ მ ე

განმარტებულია ინფორმაციის რაოდენობის ზომა არამკაფიო შეტყობინებაში. შეფასებულია ამ ზომის ზედა და ქვედა საზღვრები. შესწავლილია მისი ზოგიერთი თვისება.

T. Gachechiladze, T. Manjaparashvili, G. Kashmadze

THE QUANTITY OF INFORMATION IN A FUZZY MESSAGE

S u m m a r y

The measure of the quantity of information in a fuzzy message is explained. The upper and lower bounds of this measure are given and some of its properties studied.

ეროვნული
ბიბლიოთეკა

Труды Тбилисского государственного университета
им.И.Джавахишвили

ივ.ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

316,1993

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТНЫХ КОНЦЕПТОВ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ КОНЦЕПТУАЛЬНОГО СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА

З.Ю.Кочладзе

В концептуальном системном анализе /КСА/ /1,2/, в зависимости от характера конкретно решаемой задачи, можно применить разные варианты метода вычисления концептов /3,4/. Во всех этих вариантах метода строго соблюдается основной принцип теории искусственного концептуального интеллекта /3,5/ и поэтому в них отсутствует перебор. Рассмотрим один из вариантов, разработанный с учетом специфики производственных и экономических динамических процессов.

Допустим, мы хотим вычислить концепт некоторой конкретной объект-системы S, частные реализации которой мы можем наблюдать в природе (в жизни и т.д.). Согласно работам /4,5/ нашу S можно описать с помощью пространства "признак - значения". Допустим, что такое описание уже имеется. Следуя работам /3,4/, мы можем провести бинаризацию всех признаков и перейти на алгебраизированные множества. Пусть теперь P_{ij} - вероятность появления значения a_{ij} признака A_i в частной реализации. Тогда $P_i=\sum_{r=1}^{k} P_{ir}$, где $r=\overline{1,k}$ соответствует всем тем значениям признака A_i, которые в описании системы S присутствуют без знака "-"/5/. А $\bar{P}_i=\sum_{s=1}^{t} P_{is}$ соответствует всем тем значениям, которые в описании системы S присутствуют со знаком "-". Введем нормировку $P_i + \bar{P}_i = 1$. Такая нормировка означает, что в каждой частной реализации обязательно наблюдается одно из значений признака A_i (отсутствие признака A_i также является значением этого признака), поэтому она является естественной. Кроме этого, она дает известную свободу и разрешает пользоваться универсальными логическими методами моделирования.

После вычисления всех P_i – фильтрация и переход к логическим переменным A_i, где каждый A_i соответствует признаку A_i. Концепт нашей объект-системы S примет вид:

$$\theta(S) = (\check{A}_1 \cdot \check{A}_2 \cdot \check{A}_3 \cdots \check{A}_m),$$

где между A_i и A_j подразумевается логическая операция "и".

Вычисление P_{ij} вероятностей просто и сведено к вычислению частоты появления a_{ij} значения признака A_i в частных реализациях:

$$P_{ij} = \frac{N(a_{ij})}{N},$$

где $N(a_{ij})$ – число, указывающее сколько раз в частных реализациях наблюдалось значение a_{ij} признака A_i, а N – число всех частных реализаций, с помощью которых вычисляется концепт. Вычисленный таким образом концепт является наиболее общим (наиболее грубым) концептом и поэтому для диагностирования и прогнозирования он может оказаться недостаточным. В этом случае мы должны перейти к вычислению концепта более высокого уровня и т.д., пока мы не получим концепт, точность которого при решении поставленной задачи будет достаточна. Процедура построения такого понятийного дерева для вероятностных концептов ничем не отличается от процедуры построения

ეროვნული ბიბლიოთეკა

понятийного дерева, предложенной в работе /4/.

В случае, когда мы хотим вычислить концепт поведения нашей объект-системы S во времени, или же S сам является некоторым динамическим процессом, то задача вычисления концепта становится идентичной описанной в /6/ задаче " блуждения" концептуальных систем в бинарных пространствах при формировании понятий об объектах. Бинаризация пространственных состояний (возможных) объекта S на $2n$ бинарных точек, где $k=\overline{1,n}$ есть некоторые фиксированные моменты времени (не обязательно, чтобы $t_k - t_{k-1} = t_{k+1} - t_k$), на практике происходит с использованием предварительной информации о целостном поведении системы.

Алгоритм вычисления вероятностных концептов реализован в виде системы на ЭВМ, которая работает в диалоговом режиме и поэтому доступна любому потребителю. Рассмотрим принцип работы этой системы.

Первый этап алгоритма и работы системы состоит в формировании в памяти ЭВМ пространства "признак x значения" и бинаризации этого пространства. При составлении такого пространства должно быть учтено, что признаки могут быть как количественными, так и качественными, а сами признаки могут принимать значения как из конечного, так и из бесконечного множества. Поэтому, перед вводом этих значений в памяти ЭВМ должны провести следующую процедуру: если признак качественный и значения этого признака описываются в лингвистической форме (например, цвет объекта, форма объекта и т.д.), то они должны быть перекодированы с помощью чисел. Если значения признака образуют конечное множество, то их введение не представляет никакой сложности. Если же значения признака имеют непрерывный характер, то предварительно надо провести квантование этих значений. Блок-схема первого этапа алгоритма дана на рисунке I.

Второй этап работы алгоритма состоит из вычисления концепта и проверки его адекватности реальной объект-системе. Для этого из частных реализаций объект-системы выбираются те реализации, которые были оценены положительно /4,6/. Часть этих реализаций должна быть сохранена для контрольной проверки вычисленного концепта, а остальные вводятся в ЭВМ для вычисления концепта. После вычисления P_{ij} и соответствующих P_i мы должны ввести в ЭВМ уровень фильтрации, после чего происходит переход к логическим переменным и концепт принимает окончательную форму бифункционала.

После вычисления концепта объект-системы S, или концепта поведения этой системы во времени, обязательно надо провести проверку вычисленного концепта. Для проверки надо использовать те частные реализации, которые были оценены положительно, но не принимали участие в вычислении концепта. Для проверки можно использовать и те частные реализации, которые были оценены отрицательно. Проверка принадлежности некоторой частной реализации B_e к концепту $\theta(S)$ происходит методом сверки (методом логического сравнения) по формуле $\theta(S) \sim B_e$ для положительных реализаций и по формуле $\theta(S) \not\sim B_e$ - для отрицательных реализаций по всем признакам, которые присутствуют в концепте в строго поляризованной форме. Другими словами, при проверке сравниваются лишь те признаки, которые являются для класса объект-системы S существенными. Совпадение концепта и частной реализации B_e, которая была оценена положительно, должно быть полным, по всем существенным признакам и, наобо-

ᲔᲠᲝᲕᲜᲣᲚᲘ ᲑᲘᲑᲚᲘᲝᲗᲔᲙᲐ

рот, при сравнении концепта и частной реализации, оцененной отрицательно, несовпадение достаточно хотя бы по одному существенному признаку.

В зависимости от наших целей уровень правильного опознания будет разным, но, как обычно, он должен быть выше 75-80%. В случае, когда % правильного опознания ниже желаемого, характер ошибок опознания указывает, какие ошибки были допущены, и мы можем соответственно скорректировать наш концепт. Если же надежность опознания достаточна, но мы хотим более точные предсказания (более детальное описание объект-системы), то мы должны вычислить концепт более высокого уровня.

Сформулированный таким образом концепт несравнимо "богаче", чем та последовательность частных реализаций, которая его породила. Действительно, количество всех возможных частных реализаций, даже если каждый признак принимает лишь два значения, равно 2^m, где m – число признаков. После вычисления концепта часть этих признаков (и обычно не малая часть) остается неполяризованной (т.е. могут принимать либо одно, либо другое значение). Тогда количество частных реализаций, которые будут относиться к данному концепту, будет 2^l, где l – количество признаков, которые остались неполяризованными. Практически реальное число этих реализаций значительно $\gg 2^l$, так как для реальных объектов значение признаков значительно $\gg 2$. Тогда при генерировании конкретных реализаций мы можем получить и такие реализации, которые не встречались не только при вычислении концепта, но и вообще в природе. Это разрешает нам конструировать объект-системы с заранее заданными характеристиками.

Блок-схема второго этапа системы дана на рисунке 2.

Поступила I2.I.1993

Проблемная лаборатория
физической кибернетики

ეროვნული
ბიბლიოთეკა

Литература

1. В.В.Чавчанидзе. Сообщения АН ГССР, т.74, № 1, 1974.
2. В.В.Чавчанидзе. Сообщения АН ГССР, т.61, № 1, 1971.
3. В.В.Чавчанидзе. Сообщения АН ГССР, т.76, № 2, 1974.
4. В.В.Чавчанидзе, А.В.Корнеева. Сообщения АН ГССР, т.65, №3, 1972.
5. В.В.Чавчанидзе. Сообщения АН ГССР, т.80, № 2, 1975.
6. В.В.Чавчанидзе. Сообщения АН ГССР, т.63, № 1, 1971.

გ. ქოჩლაძე

ალბათური კონცეპტების გამოთვლის ერთი მეთოდის შესახებ კონცეპტუალური სისტემური ანალიზის გამოყენებისას

რ ე ზ ი უ მ ე

ნაშრომში განხილულია ალბათური კონცეპტების გამოთვლის ერთი შესაძლო მეთოდი კონცეპტუალური სისტემური ანალიზის გამოყენებისას. ნაჩვენებია, რომ შესაძლებელია ამ მეთოდის გამოყენება როგორც რთული სისტემის, ასევე რთული დინამიკური პროცესის მოდელირებისას.

აგებულია შესაბამისი მანქანური ალგორითმი, რომელიც მუშაობს დიალოგურ რეჟიმში და მისი გამოყენება შეუძლია ნებისმიერ მომმარებელს.

ეროვნული
ბიბლიოთეკა

Z. Kochladze

ON A METHOD OF CALCULATING PROBABILITY CONCEPTS IN APPLICATION TO CONCEPTUAL SYSTEMS ANALYSIS

S u m m a r y

The paper discusses one possible method of calculating probability concepts when conceptual systems analysis is applied. It is shown that this method may be used in modelling both complex systems and complex dynamic processes. A digital computer program is constructed.

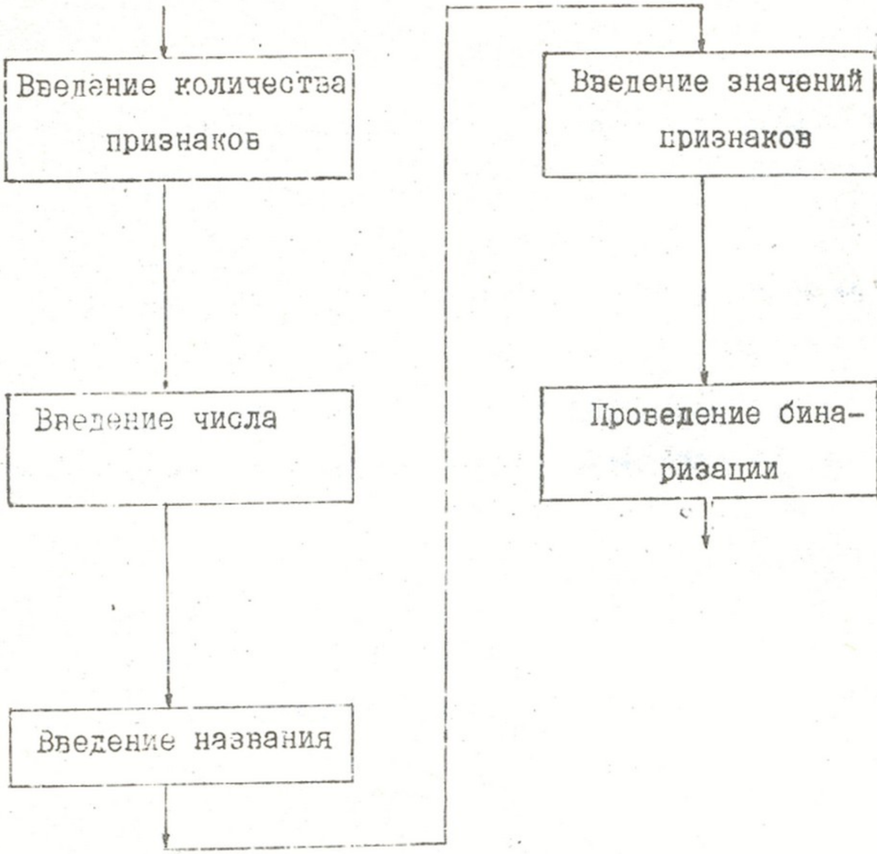

Рис. I. Блок-схема первого этапа диалоговой системы.

ეროვნული ბიბლიოთეკა

ეროვნული ბიბლიოთეკა

20325

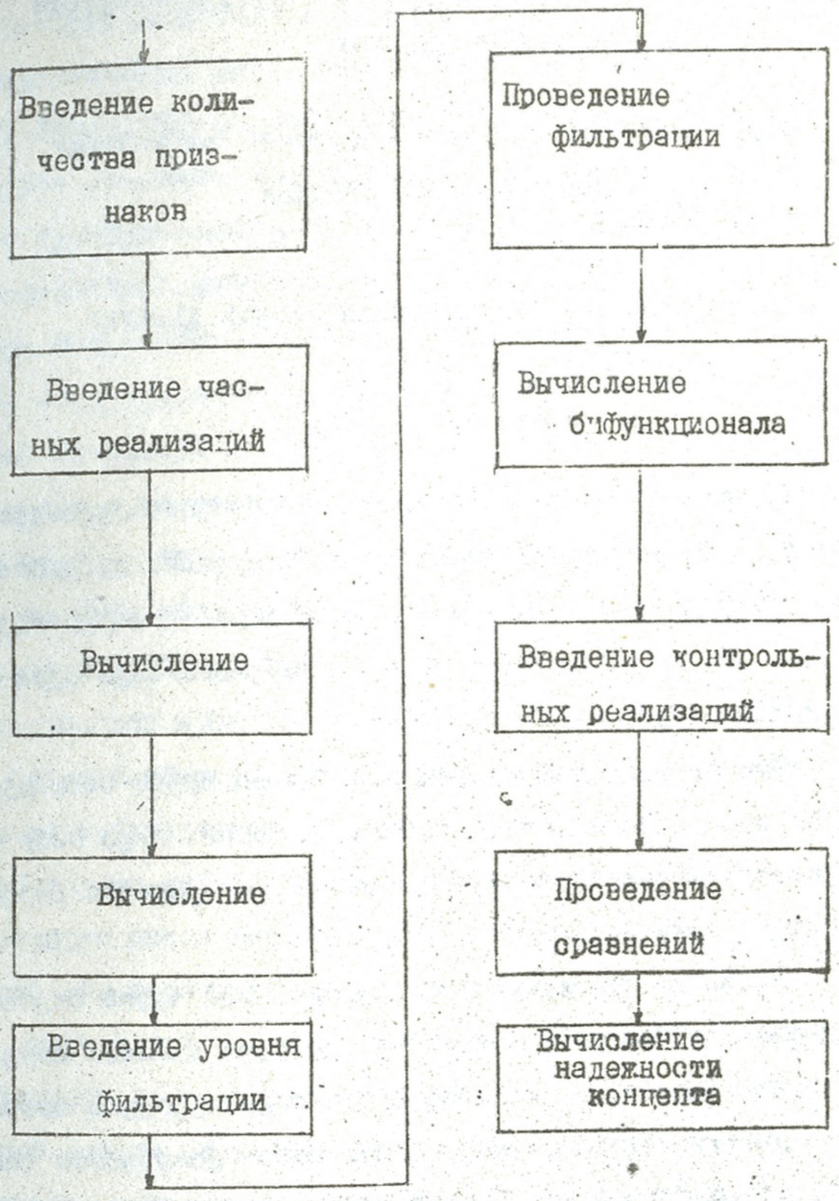

Рис. 2. Блок-схема второго этапа диалоговой системы.

საქართველოს
ეროვნული
ბიბლიოთეკა

ეროვნული ბიბლიოთეკა

Труды Тбилисского государственного университета

им. И. Джавахишвили

ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო

უნივერსიტეტის შრომები

316, 1993

პროფილირებული კლასების აბიტურიენტთა ტესტური შემოწმების შესახებ

ა. დუნდუა

ტესტირების მეთოდი ადამიანის მონაცემების შეფასების ერთ-ერთი ყველაზე გავრცელებული მეთოდია მსოფლიოში. ტესტებით შეიძლება შეფასდეს ყველაფერი - ადამიანის გონებრივი შესაძლებლობებიდან დაწყებული ამა თუ იმ სფეროში მისი მოღვაწეობის სავარაუდო წარმატებებით დამთავრებული.

უნდა ითქვას, რომ ტესტირების მეთოდი ჩვენს სინამდვილეში მხოლოდ ახლა დგამს პირველ ნაბიჯებს. მაშინ, როცა საზღვარგარეთის განვითარებულ ქვეყნებში იგი ადამიანის ყოველდღიური მოღვაწეობის განუყრელი ნაწილია.

ჩვენს ყოფაში ტესტირების მეთოდის დანერგვის მოკრძალებულ მცდელობას წარმოადგენს ჩვენს მიერ გაწეული მუშაობა მოღვაწეობის სხვადასხვა სფეროში ადამიანთა ტესტური გამოკვლევის მიზნით.

ერთ-ერთ ძირითად მომენტს ადამიანის ცხოვრებაში მისი პროფესიონალური ჩამოყალიბება წარმოადგენს. ეს მომენტი მით უფრო საპასუხისმგებლოა, რომ არასწორად შერჩეული პროფესია ხშირად პიროვნების ცხოვრებისეული ტრაგედიის მიზეზი ხდება, რომ არაფერი ვთქვათ იმ ეკონომიკურ ზარალზე, რასაც აყენებს სახელმწიფოს ახალგაზრდების არასწორად მიმართული პროფორიენტაცია.

ახალგაზრდების პროფესიონალური ინტერესების სწორი მიმართულებით წარმართვის საქმეში უდიდესი სამსახურის გაწევა შეუძლია მე-

ეროვნული ბიბლიოთეკა

ცნიერულ დონეზე დაყენებულ კომპლექსურ ტესტურ გამოკვლევას, რომელიც გაითვალისწინებს ცდისპირთა გონებრივ შესაძლებლობებს, განწყობას და შესატყვისობას მომავალ პროფესიისადმი. მიღებული პროფესიონალური პროგნოზის საფუძველზე შესაძლებელი გახდება არგუმენტირებული რეკომენდაციის გაწევა გარკვეული საქმიანობისათვის ამა თუ იმ ახალგაზრდის ვარგისიანობის შესახებ.

მთელ მსოფლიოში ცნობილი ამერიკელი ფსიქოლოგის ჰანს აიზენკის ე.წ. ინტელექტუალური ტესტები /1/ ადამიანის გონებრივი შესაძლებლობების შესაფასებლად. ტესტების ეს კრებული შეიცავს ხუთ ზოგად და სამ სპეციფიკურ ტესტს. სპეციფიკური ტესტებია: სიტყვიერი, რიცხვითი და სივრცულ-მხედველობითი. სპეციფიკური ადამიანური შესაძლებლობები, რა თქმა უნდა, გაცილებით მეტია, მაგრამ ეს სამი უნარი სხვაზე უფრო მნიშვნელოვანია.

სპეციალური ტესტების ჩართვა ცდისპირს აძლევს საშუალებას მიიღოს სრული წარმოდგენა თავისი გონებრივი შესაძლებლობების ხასიათისა და სტრუქტურების შესახებ.

ინტელექტი გონებრივი უნარიანობაა. იგი ადამიანისათვის დამახასიათებელი ისეთი ფსიქოლოგიური ფენომენია, რომლის მეცნიერული შესწავლის საქმეში ჯერ კიდევ შორსაა სასურველი დონისაგან. ამიტომ არცერთ ფსიქოლოგიურ ტესტს არ შეიძლება ჰქონდეს ისეთი რთული მოვლენის უტყუარი ზომის დადგენის პრეტენზია, როგორიცაა ადამიანის ინტელექტი. ასეთი პრეტენზია არც აიზენკის ინტელექტუალურ ტესტებს აქვთ. ისინი აგებულია იმ პრინციპით, რომ მოგვცეს ცდისპირის ინტელექტუალობის კოეფიციენტის (IQ) ზოგადი შეფასება, რაც, თავის თავად, უდიდეს ინტერესს იწვევს მათდამი. ამ ტესტებში გამოყენებულია სიტყვიერი, რიცხვითი და გრაფიკული მასალა, რომელიც შეთავსებულია ამოცანათა ფორმულირების სხვადასხვანაირ ხერხებთან. ტესტების ასე-

თა შერეული ხასიათი იძლევა ცდისპირის ინტელექტუალობის კოეფიციენტის ზოგადი შეფასების შესაძლებლობას.

აიზენკის ტესტების გამოყენებით ჩვენს მიერ ჩატარებული იქნა გამოკითხვა საშუალო სკოლის სხვადასხვა პროფილის დამამთავრებელ კლასებში. გამოკითხვის მიზანი იყო დაგვედგინა, თუ რამდენად შეესაბამება პროფილირებული კლასების მოსწავლეთა მიდრეკილებები და გონებრივი შესაძლებლობები მათ მიერ არჩეული პროფილის სპეციფიკურ მოთხოვნებს.

რადგანაც ჩვენი საზოგადოებისათვის ნებისმიერი სახის ტესტირება იშვიათი მოვლენაა, ამიტომ მას ყოველთვის თან ახლავს გარკვეული უხერხულობა და დაძაბულობა, რაც განპირობებულია იმ პასუხისმგებლობით, რომელსაც ცდისპირები ამა თუ იმ ტესტის შესრულებას უკავშირებენ. მეორე მხრივ, ცნობილია, რომ მხოლოდ საშუალო დონის მოტივაციის დროს შეიძლება ტესტირების შედეგები ოპტიმალურად ჩაითვალოს. ამიტომ დიდი მნიშვნელობა აქვს ზუსტ ინსტრუქციას და ცდისპირთა საქმიანი განწყობის გამომუშავებას ტესტირების წინ. ცნობილია აგრეთვე, რომ ტესტის პირველად შემსრულებელი გაცილებით წამგებიან მდგომარეობაშია, ვიდრე ის ცდისპირი, რომელსაც ტესტის შესრულების თუნდაც მცირე გამოცდილება აქვს.

დამამთავრებელი კლასის მოსწავლეს აბიტურიენტი ეწოდება, ამიტომ შემდგომში ამ ტერმინს ვიხმართ.

ტესტირება ჩავატარეთ ფიზიკა-მათემატიკისა და ჰუმანიტარული პროფილის აბიტურიენტებთან. ყველა მათგანმა, მიუხედავად სწავლების პროფილისა, ჯერ გაიარა გამოკითხვა ზოგადი ტესტის, ხოლო შემდეგ – პროფილის შესაბამისი სპეციფიკური ტესტის მიხედვით. ზოგადი ტესტით გამოკითხვას ორი მიზანი ჰქონდა: აბიტურიენტის ინტელექტუალობის კოეფიციენტის განსაზღვრა და მისი ერთგვარად შემზადება სპეციფიკური ტესტით გამოკითხვისათვის.

ზოგადი ტესტი შედგება 10 რიცხვითი, 11 სივრცული და 19 სიტყვიერი დავალებისაგან. ტესტის შესრულებისათვის ცდისპირებს ეძლევათ 30 წუთი. ამოხსნილი ამოცანების რაოდენობის მიხედვით სპეციალური გრაფიკით განისაზღვრება ცდისპირის ინტელექტუალობის კოეფიციენტი. აიზენკის მიხედვით ყველაზე სარწმუნო და საიმედო შედეგად ითვლება IQ -ს მნიშვნელობები, რომლებიც 110-დან 130-მდე ქულის ინტერვალშია მოთავსებული.

ზოგადი ტესტი შეასრულა 117-მა აბიტურიენტმა. მათგან 57 ფიზიკა-მათემატიკის პროფილის აბიტურიენტია, ხოლო 60 - ჰუმანიტარულისა.

ინტელექტუალობის კოეფიციენტის სიდიდის მიხედვით ცდისპირები პირობითად დავყავით სამ ჯგუფად: "სუსტ", "საშუალო" და "ძლიერ" ჯგუფებად. აღვნიშნოთ ისინი X_1, Y_1, Z_1 -ით ზოგადი ტესტით გამოკითხვის შემთხვევაში, ხოლო X_2, Y_2, Z_2 -ით - სპეციფიკური ტესტით გამოკითხვისას: X ჯგუფისათვის $0<IQ\leq 110$, Y-სათვის - $110<IQ\leq 130$ და Z-სათვის - $IQ>130$.

ჯერ განვიხილოთ ფიზიკა-მათემატიკის პროფილის მოსწავლეთა ტესტირების შედეგები. ზოგადი ტესტით დადგინდა, რომ აბიტურიენტთა თითქმის 80%-ს საკმაოდ მაღალი IQ აქვს - 110-დან 152 ქულამდე. პირობით ჯგუფებში ისინი ასე განაწილდნენ: X_1-ში - 21%, Y_1-ში - 42%, Z_1-ში - 37%.

რაც შეეხება სპეციფიკური რიცხვითი ტესტით გამოკითხვას, აქ იგივე მოსწავლეებმა დაბალი შედეგები აჩვენეს, კერძოდ, მხოლოდ 29%-მა მიიღო ქულათა საშუალო რაოდენობა - 110-დან 121 ქულამდე.

სპეციფიკური ტესტით გამოკითხვისას აბიტურიენტები ჯგუფებში ასე განაწილდნენ: X_2-ში - 72%, Y_2-ში - 28%, და Z_2-ში - 0%.

Y_2 ჯგუფი მთლიანად დაკომპლექტებულია Z_1 ჯგუფის აბიტურიენტებით.

მიღებული შედეგების მიხედვით შეიძლება დავასკვნათ, რომ ფიზიკა-მათემატიკის პროფილის აბიტურიენტთა ძირითადი ნაწილის სპეციფიკური ინტელექტუალური მონაცემები არ შეესაბამება მათ მიერ არჩეული სპეციალიზაციის მოთხოვნებს.

სრულიად განსხვავებული სურათი მივიღეთ ჰუმანიტარული კლასის აბიტურიენტთა ტესტირების შედეგად. კერძოდ, ზოგადი ტესტით გამოკითხვისას X_1-ში მოხვდა მოსწავლეთა 9%, Y_1 – 61%, ხოლო Z_1-ში – 30%. მათ შორის რამდენიმემ მაქსიმალური შედეგიც აჩვენა.

სპეციფიკური სიტყვიერი ტესტით გამოკითხვის შედეგები ასეთია: X_2-ში – 3%, Y_2-ში – 54% და Z_2-ში – 43%, რაც ნამდვილად საუკეთესო შედეგად შეიძლება ჩაითვალოს. ეს ნიშნავს, რომ ამ კლასის აბიტურიენტთა 97%-მა სწორად შეაფასა საკუთარი შესაძლებლობები, როცა ჰუმანიტარულ სპეციალობას ირჩევდა.

ჰუმანიტარული კლასის ტესტირების მაღალი შედეგები განპირობებულია ამ კლასის აბიტურიენტთა მაღალი წიგნიერებით, განვითარებულობით, მშობლიური ენის კარგი ცოდნით. ჰ. აიზენკის აზრით სიტყვიერი მასალის სიძნელე უფრო გონებრივი შესაძლებლობების ნაკლით აიხსნება, ვიდრე გარეშე მიზეზებით. ეს გასაგებს ხდის იმ ფაქტსაც, რომ ფიზიკა-მათემატიკის პროფილის აბიტურიენტთა ზოგადი ტესტით გამოკითხვის შედეგები უფრო მაღალი აღმოჩნდა, ვიდრე სპეციფიკურით, რადგან პირველ შემთხვევაში მაღალი ქულების დაკლება ძირითადად სწორედ სიტყვიერ მასალაზე აგებული ამოცანების ხარჯზე მოხდა.

- ჩატარებულმა გამოკვლევამ გვიჩვენა, რომ არის საკმაო რაოდენობა აბიტურიენტებისა, რომლებსაც არასწორად აქვთ არჩეული მომავალი საქმიანობის სფერო.

ცხადია, რომ ერთმა ან ორმა გამოკითხვამ არ შეიძლება მოგვცეს სრული სურათი მოსწავლეთა პროფილირებულ კლასებში განაწილების ავკარგის შესახებ, მით უმეტეს, რომ ტესტურ გამოკითხვას დიდი ფსიქოლოგიური დატვირთვა ახლავს თან, განსაკუთრებით ისეთი ცდისპირებისა-

თვის, რომლებიც პირველად ასრულებენ ტესტურ დავალებებს.

ასეთი მომენტების თავიდან აცილების მიზნით აუცილებლად მი-გვაჩნია საშუალო სკოლის მეცხრე კლასამდე მოსწავლეთა სისტემატური ტესტირება სხვადასხვა ტიპისა და შინაარსის ტესტებით, რაც გამოიწ-ვევს ახალგაზრდებს შორის ტესტირებით გამოწვეული ფსიქოლოგიური ბარიერის მოშლას და ტესტური გამოკითხვის გამოცდილების შეძენას. მეცხრე კლასში კი, როცა დგება პროფილირებულ კლასებში მოსწავლეთა დანაწილების საკითხი, უნდა მოხდეს მათი ტესტირება სპეციალურად შერჩეული სტანდარტული ტესტებით. ეს მოგვცემს ახალგაზრდების გო-ნებრივი მონაცემების სწორად წარმართვის შესაძლებლობას, რაც, თა-ვის მხრივ, ქვეყნის ძლიერების საწინდარი იქნება.

მიღებულია 15.I.1993

საქართველოს მეცნიერებათა
აკადემიის მართვის სისტემე-
ბის ინსტიტუტი

ლიტერატურა

I. Г.Айзенк. Проверьте ваши способности. М., 1971.

А.Г.Дундуа

О ТЕСТОВОЙ ПРОВЕРКЕ АБИТУРИЕНТОВ ПРОФИЛИРУЮЩИХ КЛАССОВ

Резюме

В статье дан анализ результатов тестирования учащихся выпускных классов разных профилей с помощью интеллектуальных тестов Г.Айзенка.

ᲔᲠᲝᲕᲜᲣᲚᲘ
ᲑᲘᲑᲚᲘᲝᲗᲔᲙᲐ

Тестирование показало неполное соответствие интеллектуальных данных учащихся с требованиями выбранных ими специализаций.

A.Dundua

ON TEST EXAMINATION OF SCHOOL-LEAVERS OF VOCATIONAL CLASSES

S u m m a r y

The paper presents an analysis of the results of testing school-leavers of various vocations with G.Eisenck's intelligence tests. The testing has shown incomplete correspondence of the school-leavers' intelligence data to the needs of the specializations chosen by them.

ეროვნული ბიბლიოთეკა

Труды Тбилисского государственного университета
им. И. Джавахишвили

ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

316, 1993

ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ОДНОМЕРНОЙ СИСТЕМЫ ТИМОШЕНКО

В.Ш.Одишария

Построение теории краевых задач для вариантов оболочек типа Тимошенко, учитывающей наряду с геометрической нелинейностью сдвиговые напряжения, а также обоснование приближенных методов, относится к числу нерешенных проблем математической теории оболочек /1/. Такое положение объясняется сложной спецификой соответствующих уравнений.

В данной работе изучается задача статики в предположении равномерной нагруженности оболочки по ширине. Это допущение позволяет устранить из исходной системы (1.75) - (1.79) из /2/ пространственную переменную x_2 и время t вместе с сопутствующими двумя искомыми функциями. Подобным приемом получается упрощенный пространственно-одномерный вариант нелинейной системы Тимошенко. Задачи динамики для одномерной системы Тимошенко рассмотрены в /3/, /4/.

Так как исследование двумерных вариантов наталкивается на пока непреодолимые трудности, поэтому интерес к одномерным задачам основывается, возможно, не столько на их значимости с позиций механики, сколько на перспективе выработки методов преодоления математических трудностей в более общем случае.

Деформацию оболочки при указанных выше допущениях можно описать следующей системой уравнений /2/:

$$N' + p = 0, \qquad (I.1)$$

$$Q' + kN + (Nw')' + q = 0, \qquad (I.2)$$

$$M' - Q = 0. \qquad (I.3)$$

Здесь $N = \frac{Eh}{1-\nu^2}\left[u' - kw + \frac{1}{2}(w')^2\right]$, $Q = k_0^2 \frac{Eh}{2(1+\nu)}(\varphi + w')$, $M = D\varphi'$. Искомыми являются функции $u = u(x)$, $w = w(x)$ и $\varphi = \varphi(x)$, где u и w представляют собой перемещения точки срединной поверхности оболочки вдоль линий x и z, а φ – угол поворота нормали в плоскости xz. Функции $k = k(x)$, $p = p(x)$ и $q = q(x)$ представляют собой соответственно кривизну оболочки и интенсивность заданных внешних нагрузок, x – пространственная переменная, $0 \le x \le l$, E – модуль упругости, h – толщина оболочки, ν – коэффициент Пуассона, $0 < \nu < 0,5$, D – цилиндрическая жесткость, $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$, k_0^2 – коэффициент сдвига.

Отметим, что в данной задаче функции u, w, φ, k, p, q заменяют $u, w, \varphi_x, k_x, p_x, q$ из пространственно-двумерной постановки /2/. Что касается функций φ_y, v, k_y, p_y, то они отсутствуют в силу сделанного предположения об одномерности модели.

Пусть граничные условия таковы:

$$u(0) = u(l) = 0, \quad w(0) = w(l) = 0, \quad \varphi(0) = \varphi(l) = 0. \qquad (2)$$

Как мы убедимся, из задачи (I), (2) можно вывести определенные интегро-дифференциальные соотношения. В итоге удается получить такие априорные оценки, применение которых в методе компактности приводит в результате к разрешимости.

Покажем, что исходя из (I), (2) можно получить самостоятельную задачу относительно w следующего вида:

$$\Phi(w)=0, \tag{3}$$

$$w(0)=w(\ell)=0, \tag{4}$$

где

$$\Phi(v)=\left[\alpha_1+\alpha_2(x)+\frac{\alpha_3}{\ell}\int_0^\ell\left(\frac{1}{2}(v')^2-kv\right)dx\right]v''+$$

$$+\alpha_4(x,v)-pv'+k\left[\alpha_2(x)+\frac{\alpha_3}{\ell}\int_0^\ell\left(\frac{1}{2}(v')^2-kv\right)dx\right]+q,$$

$$\alpha_1=k_0^2\frac{Eh}{2(1+\nu)},\quad \alpha_2(x)\equiv\alpha_2=\frac{1}{\ell}\int_0^\ell dx\int_0^x p(\xi)d\xi-\int_0^x p(\xi)d\xi,$$

$$\alpha_3=\frac{Eh}{1-\nu^2},\quad \alpha_4(x,v)\equiv\alpha_4=\alpha^2\alpha_1 v-$$

$$-\frac{\alpha^3\alpha_1}{\operatorname{sh}\alpha\ell}\left[\operatorname{ch}\alpha(\ell-x)\int_0^x v(\xi)\operatorname{ch}\alpha\xi\, d\xi+\operatorname{ch}\alpha x\int_x^\ell v(\xi)\operatorname{ch}\alpha(\ell-\xi)\,d\xi\right],$$

$$\alpha=\frac{6k_0^2(1-\nu)}{Eh^2}.$$

С этой целью преобразуем систему (I). Перепишем (I.I) в виде

$$u''=\left(kw-\frac{1}{2}(w')^2\right)'-\frac{1}{\alpha_3}p. \tag{5}$$

Дважды интегрируя в (5) и учитывая граничное условие для u, будем иметь

$$u=\int_0^x\left[k(\xi)w(\xi)-\frac{1}{2}(w'(\xi))^2-\frac{1}{\alpha_3}\int_0^\xi p(\eta)d\eta\right]d\xi- \tag{6}$$

$$-\frac{x}{\ell}\int_0^\ell\left[kw-\frac{1}{2}(w')^2-\frac{1}{\alpha_3}\int_0^x p(\xi)d\xi\right]dx.$$

Далее, воспользуемся в (I.3) представлением решения задачи

$v''-\alpha^2 v=f, \quad v(0)=v(l)=0$ в виде $v(x)=\int_0^l G(x,\xi)f(\xi)d\xi$,

где функция Грина /5/

$$G(x,\xi)=\begin{cases} -\dfrac{sh\,\alpha\xi\; sh\,\alpha(l-x)}{\alpha\, sh\,\alpha l} & \text{при } \xi<x, \\ \\ -\dfrac{sh\,\alpha x\; sh\,\alpha(l-\xi)}{\alpha\, sh\,\alpha l} & \text{при } \xi>x. \end{cases}$$

Приходим к выражению

$$\varphi=\frac{\alpha^2}{sh\,\alpha l}\left[sh\,\alpha(l-x)\int_0^x w(\xi)ch\,\alpha\xi d\xi - sh\,\alpha x\int_x^l w(\xi)ch\,\alpha(l-\xi)d\xi\right]. \qquad (7)$$

Если подставим (6) и (7) в (I.2) и выделим из (2) условие для w, получим задачу (3), (4).

В рассуждениях используются: E_n - евклидово пространство n- мерных векторов со скалярным произведением, обозначаемым через $(\cdot,\cdot)_0$, $(\cdot,\cdot)$ - скалярное произведение в $L_2(0,l)$, $|\cdot|_R$ и $|\cdot|_{R_1\cap R_2}$ - нормы в пространствах $R(0,l)$ и $R_1(0,l)\cap R_2(0,l)$ соответственно. Определим $|v|_{\mathring{W}_2^1}=\left(\int_0^l (v')^2dx\right)^{1/2}$, $|v|_{\mathring{W}_2^1\cap W_2^2}=\left(\int_0^l (v'')^2dx\right)^{1/2}$, причем для сокращения записи эти нормы будут обозначаться через $|\cdot|_1$ и $|\cdot|_2$.

Обобщенным решением задачи (3), (4) назовем функцию $w\in \mathring{W}_2^1(0,l)\cap W_2^2(0,l)$, которая удовлетворяет равенству

$$(\Phi(w),\varphi)=0, \quad \forall\varphi\in \mathring{W}_2^1(0,l)\cap W_2^2(0,l). \qquad (8)$$

<u>Теорема</u>. Пусть

$$k\in L_2(0,l), \quad q\in L_2(0,l), \quad p\in C(0,l)$$

и справедливо неравенство

$$|K|^2_{L_2} \leq \frac{8\pi^2(1-\nu^2)}{7Eh\ell}\left(K_0^2\frac{Eh}{2(1+\nu)} - \max_{0\leq x\leq \ell}\left|\frac{1}{\ell}\int_0^\ell dx\int_0^x p(\xi)d\xi - \int_0^x p(\xi)d\xi\right|\right). \tag{9}$$

Тогда существует решение $w \in \overset{\circ}{W}{}_2^1(0,\ell) \cap W_2^2(0,\ell)$ задачи (3), (4).

Приближенное решение w_n задачи (3), (4) может быть найдено методом Бубнова-Галеркина. Совокупность приближенных решений w_n слабо компактна в пространстве $\overset{\circ}{W}{}_2^1(0,\ell) \cap W_2^2(0,\ell)$. Каждый слабый предел w_n есть обобщенное решение задачи (3), (4).

Доказательство. Для нахождения решения задачи (3), (4) применим метод Бубнова-Галеркина. Построим последовательность приближений $\{w_n\}$, $n=1,2,\ldots$, в виде

$$w_n = \sum_{i=1}^{n} w_{n_i} v_i, \qquad v_i = \sin\frac{i\pi x}{\ell}.$$

Коэффициенты w_{n_i} определяются из конечной системы

$$(\Phi(w_n), v_i) = 0, \qquad i = 1, 2, \ldots, n. \tag{10}$$

Покажем, что система (10) разрешима и выведем априорную оценку для w_n.

Всюду ниже буквой C с индексом обозначаются различные положительные постоянные, не зависящие от n.

Введем отображение $S: E_n \to E_n$. Для $v = (v_1, v_2, \ldots, v_n) \in E_n$

$$S(v) = (s_1(v), s_2(v), \ldots, s_n(v)),$$

где

$$s_i(v) = \frac{i^2\pi^2}{\ell^2}\left(\Phi\left(\sum_{j=1}^{n} v_j \sin\frac{j\pi x}{\ell}\right), \sin\frac{i\pi x}{\ell}\right).$$

Непрерывность отображений s_i, следствием которой является непрерывность S, проверить нетрудно.

ეროვნული ბიბლიოთეკა

Умножим теперь (I0) на $-\frac{i^2\pi^2}{\ell^2}w_{ni}$ и просуммируем по i, $i=1,2,\dots,n$. Получим

$$(S(\omega_n),\omega_n)_0 \equiv A_n+\Big(a_2 k+q-\frac{a_3}{\ell}(k,w_n)k+ \qquad \text{(II)}$$
$$+a_4-p w_n', w_n''\Big)=0,$$

где

$$\omega_n=(w_{n1},w_{n2},\dots,w_{nn}),\quad A_n=\Big(a_1+\frac{a_3}{2\ell}|w_n|_1^2-$$
$$-\frac{a_3}{\ell}(k,w_n)\Big)|w_n|_2^2+\big(a_2,(w_n'')^2\big)+\frac{a_3}{2\ell}(k,w_n'')|w_n|_1^2.$$

Оценим A_n. Применим неравенства Коши-Буняковского и Коши с ε-ом, а также очевидные неравенства

$$|w_n|_{L_2}\leqslant\frac{\ell}{\pi}|w_n|_1 \qquad \text{и} \qquad |w_n|_1\leqslant\frac{\ell}{\pi}|w_n|_2.$$

Будем иметь

$$A_n\geqslant\Big(a_1-|a_2|_C-\frac{a_3|k|_{L_2}\varepsilon_1}{\ell}-\frac{a_3\ell|k|_{L_2}\varepsilon_2}{2\pi^2}\Big)|w_n|_2^2+ \qquad \text{(I2)}$$
$$+\frac{a_3}{2\ell}\Big(1-\frac{\ell^2|k|_{L_2}}{2\pi^2\varepsilon_1}-\frac{|k|_{L_2}}{4\varepsilon_2}\Big)|w_n|_1^2|w_n|_2^2.$$

Теперь примем во внимание, что система неравенств

$$\begin{aligned}&\varepsilon_1>0,\ \varepsilon_2>0,\\ &1-a\varepsilon_1-b\varepsilon_2>0,\\ &1-\frac{c}{\varepsilon_1}-\frac{d}{\varepsilon_2}>0,\end{aligned} \qquad \text{(I3)}$$

где $a,b,c,d>0$ – произвольные заданные величины, имеет по крайней мере одно решение $\varepsilon_1,\varepsilon_2$ тогда и только тогда, когда

$$(ac-bd)^2-2(ac+bd)+1\geqslant 0. \qquad \text{(I4)}$$

В сказанном легко убеждаемся с помощью вытекающих из (I3) неравенств

ეროვნული ბიბლიოთეკა

$$\frac{d\varepsilon_1}{\varepsilon_1 - c} < \varepsilon_2 < \frac{1-a\varepsilon_1}{b}, \quad c < \varepsilon_1 < \frac{1}{a}, \quad d < \varepsilon_2 < \frac{1}{b}.$$

Покажем теперь, что если справедливо (9), выражения в круглых скобках в (I2) положительны. К указанным выражениям можно применить утверждение, сформулированное выше в отношении системы (I3). Подставим в (I4) $a = \alpha_3 |K|_{L_2} / \ell(\alpha_1 - |\alpha_2| c)$, $b = \alpha_3 \ell |K|_{L_2} / 2\pi^2(\alpha_1 - |\alpha_2| c)$, $c = \ell^2 |K|_{L_2} / 2\pi^2$, $d = |K|_{L_2}/4$. Получим квадратичное неравенство относительно $|K|_{L_2}$, которое либо эквивалентное ему неравенство (9) обеспечивают выполнимость соотношения

$$A_n \geq (c_1 + c_2 |w_n|_1^2)|w_n|_2^2. \tag{I5}$$

Оценим теперь A_n сверху. Получаем

$$|(\alpha_4, \overset{\circ}{w}{}_n'')| \leq |\alpha_4|_{L_2} |w_n|_2 \leq c_3 \Big\{ |w_n|_{L_2} \Big[\int_0^\ell \Big(\int_0^x w_n(\xi) d\xi \Big)^2 dx \Big]^{1/2} +$$

$$+ \Big[\int_0^\ell \Big(\int_0^x |w_n(\xi)| d\xi \Big)^2 dx \Big]^{1/2} \Big\} |w_n|_2 \leq c_4 \big(|w_n|_{L_2} + |w_n|_{L_1} \big) |w_n|_2 \leq$$

$$\leq c_5 |w_n|_{L_2} |w_n|_2 \leq c_6 |w_n|_1 |w_n|_2.$$

Кроме того,

$$|(P w_n', w_n'')| \leq c_7 |w_n|_1 |w|_2, \quad \Big| \Big(\int_0^x K w_n dx, K w_n'' \Big) \Big| \leq c_8 |w_n|_1 |w_n|_2,$$

$$|(\alpha_2 K + q, w_n'')| \leq c_9 |w_n|_2.$$

В результате, используя (II), будем иметь

$$A_n \leq (c_6 + c_7 |w_n|_1)|w_n|_2. \tag{I6}$$

Следствием (I5) и (I6) является существование таких c_8' и c_9', что

ᲔᲠᲝᲕᲜᲣᲚᲘ ᲑᲘᲑᲚᲘᲝᲗᲔᲙᲐ

$$c_8(1+|w_n|_1)^2|w_n|_2^2 \leq c_9(1+|w_n|_1)|w_n|_2$$

Из последнего неравенства вытекает оценка

$$|w_n|_2 \leq const. \tag{I7}$$

С помощью (I3), (I5) и (I6) нетрудно видеть, что

$$(S(\omega_n),\omega_n)_0 \geq c_{10}(1+|w_n|_1)^2|w_n|_2^2 - c_{11}(1+|w_n|_1)|w_n|_2 .$$

Отсюда заключаем, что при достаточно большой норме $\omega_n \in E_n$ справедливо неравенство $(S(\omega_n),\omega_n) > 0$.

Таким образом, выполняется условие "острого угла" /6/ и поэтому система (I0) разрешима.

(I7) дает право выделить из последовательности $\{w_n\}$ слабо сходящуюся подпоследовательность $\{w_{n_j}\}$: в $\overset{\circ}{W}{}_2^1(0,\ell) \cap W_2^2(0,\ell)$ $w_{n_j} \longrightarrow w$ при $n_j \to \infty$.

Отсюда следует, что

$$w_{n_j} \to w \quad \text{в} \quad \overset{\circ}{W}{}_m^1(0,\ell), \tag{I8}$$

$$w'_{n_j} \to w \quad \text{в} \quad L_m(0,\ell) \quad \forall m > 1. \tag{I9}$$

Далее , система функций ν_i, $i = 1,2,\dots,$ полна в $\overset{\circ}{W}{}_2^1(0,\ell) \cap W_2^2(0,\ell)$. Поэтому, для того чтобы убедиться в том, что w – решение задачи (3), (4), достаточно показать справедливость (8) при $\varphi = \nu_i$. С учетом (I8) и (I9) легко проверяется возможность предельного перехода при $n_j \to \infty$ в $(\Phi(w_{n_j}),\nu_i) = 0$ /7/.

Теорема доказана.

По найденному w с помощью (6) и (7) строятся остальные искомые функции исходной задачи (I), (2).

Поступила 21.I.1993

Кафедра математического обеспечения ЭВМ

Литература

I. И.И.Ворович. Математические проблемы нелинейной теории пологих оболочек. М.: Наука, 1989.

2. А.С.Вольтар. Нелинейная динамика пластинок и оболочек. М.: Наука, 1972.

3. Д.Г.Перадзе. О решении динамической системы одномерных уравнений Тимошенко //Тр.конф. "Современ.пробл.прикл.матем. и киберн." 21–23 декабря 1987 г., Тбилисск.гос.ун-т, 1991, с. 49–52.

4. M.Tucsnak. On the Initial end Boundary Value Problem for the Nonlinear Timoshenko Beam // An.Acad.Bras.Scienc., 1991,63,N 2,p.115–123.

5. Г.Корн , Т.Корн. Справочник по математике. М.: Наука, 1984.

6. Ю.А.Дубинский. Нелинейные эллиптические порабoлические уравнения. Итоги науки и техники. Совр.пробл.математики. М.: ВИНИТИ, 1976, т.9, с.3–130.

7. А.Куфнер, С.Фучик. Нелинейные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1988.

ვ.ოდიშარია.

ერთი სასაზღვრო ამოცანა ტიმოშენკოს ერთგანზომილებიანი სისტემისათვის

რ ე ზ ი უ მ ე

ტიმოშენკოს მოდელით აღწერილი ძელის სტატიკური დეფორმაციისათვის მტკიცდება არაწრფივი ამოცანის ამონახსნის არსებობა და ბუბნოვ-გალიორკინის მეთოდის კრებადობა $\mathring{W}_2^1(0,l) \cap W_2^2(0,l)$ სივრცეში.

ეროვნული ბიბლიოთეკა

V.Odisharia

ON THE BOUNDARY PROBLEM FOR TIMOSHENKO'S ONE-DIMENSIONAL SYSTEM

Summary

The existence of a solution of the problem of static deformation of a shell in Timoshenko's model and of the convergence of the Bubnov-Galerkin process in $\overset{\circ}{W}{}_2^1(0,\ell) \cap W_2^2(0,\ell)$ space is demonstrated.

Труды Тбилисского государственного университата
им. И. Джавахишвили

ეროვნული ბიბლიოთეკა

ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები
316, 1993

P-განზომილებიანი კუბური სპლაინების აგების ერთი ალგორითმის შესახებ

ჯ. გაჩეჩილაძე

1. ორგანზომილებიანი სპლაინების აგება

შევისწავლოთ ორგანზომილებიანი სპლაინ-ფუნქციების აგების ალგორითმი. განვიხილოთ მართკუთხედი:

$$D=\{(x,y): a\le x\le b,\ c\le y\le d\}. \qquad (1)$$

ავაგოთ D-ში ბადე:

$$D_h=\{(x_k,y_l): a\equiv x_0<x_1<\cdots<x_n\equiv b;\ c\equiv y_0<y_1<\cdots<y_m\equiv d\}. \qquad (2)$$

D_h-ის წერტილებში მოცემული $f(x,y)$ ფუნქციის მნიშვნელობების მიხედვით ნაწილობრივ-კუბური ინტერპოლაციის ამოცანა მდგომარეობს ისეთი $S(x,y;Z_f)$ ფუნქციის აგებაში, რომელიც აკმაყოფილებს შემდეგ პირობებს:

1. $S(x,y;Z_f)\in C^2(D)$;

აქ $C^2(D)$ არის D-არეზე ორივე არგუმენტით ორჯერ უწყვეტად წარმოებად ფუნქციათა კლასი.

2. D_h-ის ყოველ უჯრედში $S(x,y;Z_f)$ წარმოადგენს შემდეგი სახის ორად-კუბურ პოლინომს:

$$S(x,y;Z_f)\Big|_{\{(x_k,y_l)\}}=\sum_{i=0}^{3}\sum_{j=0}^{3}\sigma_{i,j}^{k,l}(x_k-x)^i(y_l-y)^j. \qquad (3)$$

3. D_h ბადის წერტილებში $S(x,y;Z_f)$ ღებულობს მოცემულ მნიშვნელობებს:

$$S(x_k,y_l;Z_f)=f_{kl}\in Z_f \quad (k=0,\dots,n;\ l=0,\dots,m).$$

4. ფუნქცია $S(x,y;Z_f)$ ∂D-ზე აკმაყოფილებს გარკვეულ პირობას,

ეროვნული ბიბლიოთეკა

მაგალითად:

$$\left.\frac{\partial^2 S(x,y;z_f)}{\partial \nu^2}\right|_{\partial D} = 0,$$

სადაც $\nu(x,y)$ – გარე ნორმალია ∂D-ს მიმართ.

ჩვენ ვგულისხმობთ, რომ $\sigma_{i,j}^{k,l}$ წარმოადგენენ $S''_{xx}(x_k,y_l;z_f)$-ის, $S''_{yy}(x_k,y_l;z_f)$-ისა და $S^{IV}_{xxyy}(x_k,y_l;z_f)$-ის ფუნქციებს.

ორგანზომილებიანი სპლაინების აგების ალგორითმი დაიყვანება ერთგანზომილებიან შემთხვევაზე. $S(x,y,z_f)$-ში y-ს განვიხილავთ, როგორც პარამეტრს. მაშინ ეს ფუნქცია იქნება ერთი ცვლადის ფუნქცია და მისი წარმოდგენა ერთგანზომილებიანი სპლაინის სახით ხდება ცნობილი ფორმულების საშუალებით /1/, /2/:

$$S(x,y;z_f) = S''_{xx}(x_{i-1},y;z_f)\frac{(x_i-x)^3}{6h_i} + S''_{xx}(x_i,y;z_f)\frac{(x-x_{i-1})^3}{6h_i} +$$
$$+\left[S(x_{i-1},y;z_f) - \frac{1}{6}h_i^2 S''_{xx}(x_{i-1},y;z_f)\right]\frac{x_i-x}{h_i} + \left[S(x_i,y;z_f) -\right. \qquad (4)$$
$$\left. - \frac{1}{6}h_i^2 S''_{xx}(x_i,y;z_f)\right]\frac{x-x_{i-1}}{h_i},$$

სადაც $h_i = x_i - x_{i-1}$. თუ (4)-ში შევიტანთ $x_{i-1} = x_i - h_i$, მივიღებთ:

$$S(x,y;z_f) = \left[S''_{xx}(x_{i-1},y;z_f) - S''_{xx}(x_i,y;z_f)\right]\frac{(x_i-x)^3}{6h_i} +$$
$$+\frac{1}{2}S''_{xx}(x_i,y;z_f)(x_i-x)^2 +$$
$$+\left[S(x_{i-1},y;z_f) - S(x_i,y;z_f) - \frac{1}{6}h_i^2 S''_{xx}(x_{i-1},y;z_f) -\right. \qquad (5)$$
$$\left. - \frac{1}{3}S''_{xx}(x_i,y;z_f)\right]\frac{x_i-x}{h_i} + S(x_i,y;z_f).$$

ჩვენ ვხედავთ, რომ ორჯერ-კუბური სპლაინის აგების ზოგადი ალგორითმი დაიყვანება $S''_{xx}(x_i;y;z_f)$ და $S(x_i,y;z_f)$ ერთგანზომილებიანი სპლაინების აგების ალგორითმებზე. ეს ზოგადი ალგორითმი ასეთია:

1. $y=y_j$ $(j=0,\dots,m)$ წრფეების გასწვრივ ამოიხსნას $(m+1)$ ერთგანზომილებიანი სპლაინის აგების ამოცანები მოცემული მეორე წარმოებულების წერტილებში, ე.ი. უნდა ამოიხსნას განტოლებათა სისტემები

$$A_h M^{(j)} = H_h f^{(j)}, \quad (j=0,\dots,m), \tag{6}$$

სადაც A_h და H_h მატრიცები y_j-გან დამოუკიდებელია:

$$A_h = \begin{pmatrix} \frac{h_1+h_2}{3} & \frac{h_2}{6} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \frac{h_2}{6} & \frac{h_2+h_3}{3} & \frac{h_3}{6} & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \frac{h_3}{6} & \frac{h_3+h_4}{3} & \cdots & 0 & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & & \frac{h_{n-1}}{6} & \frac{h_n+h_{n-1}}{3} \end{pmatrix}$$

$$H_h = \begin{pmatrix} \frac{1}{h_1} & \left(-\frac{1}{h_1}-\frac{1}{h_2}\right) & \frac{1}{h_n} & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{h_2} & \left(-\frac{1}{h_2}-\frac{1}{h_3}\right) & \cdots & 0 & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & \cdots & \left(-\frac{1}{h_{n-1}}-\frac{1}{h_n}\right) & \frac{1}{h_n} \end{pmatrix} \tag{7}$$

A_h - კვადრატული, H_h - მართკუთხა,

$$M^{(j)} = \begin{bmatrix} M_0^{(j)} \\ M_1^{(j)} \\ \vdots \\ M_n^{(j)} \end{bmatrix}, \qquad f^{(j)} = \begin{bmatrix} f(x_0, y_j) \\ f(x_1, y_j) \\ \vdots \\ f(x_n, y_j) \end{bmatrix} \tag{8}$$

შესაბამად მიიღება $S''_{xx}(x, y; z_f)$ ფუნქციის (რომელიც ნაჭრობრივ კუბური იქნება y-ის მიმართ) მნიშვნელობები D_h ბადის კვანძებში. $M_i^{(j)} = S''_{xx}(x_i, y_j; z_f)$.

2. $x = x_i$ წრფეების გასწვრივ უნდა ამოიხსნას ($n+1$) წრფივი სპლაინების აგების ამოცანები მოცემული მეორე წარმოებულების ფუნქციებში, ე.ი. უნდა ამოიხსნას განტოლებათა სისტემები:

$$A_\tau N^{(i)} = H_\tau f^{(i)*} \quad (i = 0, \dots, n), \tag{9}$$

სადაც A_τ და H_τ მატრიცები x_i -გან დამოუკიდებელია:

$$A_\tau = \begin{bmatrix} \frac{\tau_1+\tau_2}{3} & \frac{\tau_2}{6} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \frac{\tau_2}{6} & \frac{\tau_2+\tau_3}{3} & \frac{\tau_3}{6} & \dots & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{\tau_{m-1}}{6} & \frac{\tau_m+\tau_{m-1}}{3} \end{bmatrix}$$

$$H_\tau = \begin{bmatrix} \frac{1}{\tau_1} & \left(-\frac{1}{\tau_1}-\frac{1}{\tau_2}\right) & \frac{1}{\tau_2} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\tau_2} & \left(-\frac{1}{\tau_2}-\frac{1}{\tau_3}\right) & \dots & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & \dots & \left(-\frac{1}{\tau_{m-1}}-\frac{1}{\tau_m}\right) & \frac{1}{\tau_m} \end{bmatrix} \tag{10}$$

ეროვნული ბიბლიოთეკა

A_τ - კვადრატულია, H_τ - მართკუთხა,

$$N^{(i)} = \begin{bmatrix} N_0^{(i)} \\ N^{(1)} \\ \vdots \\ N_m^{(i)} \end{bmatrix}, \qquad f^{(i)} = \begin{bmatrix} f(x_i, y_0) \\ f(x_i, y_1) \\ \vdots \\ f(x_i, y_m) \end{bmatrix} \tag{11}$$

შემდეგ მიიღება $S''_{yy}(x,y;z_f)$ ფუნქციის (რომელიც ნაყრობრივ კუბურია x -ის მიმართ) მნიშვნელობები D_h ბადის კვანძებში. $N_j^{(i)} = S''_{yy}(x_i, y_j; z_f)$.

3. $S(x,y;z_f)$ ფუნქციის მნიშვნელობათა გამოთვლა (x_{i-1},y) და (x_i,y) წერტილებში შემდეგი ფორმულების საშუალებით:

$$S(x_{i-1},y;z_f) = N_{j-1}^{(i-1)} \frac{(y_j-y)^3}{6\tau_j} + N_j^{(i-1)} \frac{(y-y_{j-1})}{6\tau_j} + \left[f(x_{i-1},y_{j-1}) - \tau_j^2 \frac{N_{j-1}^{(i-1)}}{6}\right] \frac{y_j-y}{\tau_j} + \left[f(x_{i-1},y_j) - \frac{\tau_j^2}{6} N_j^{(i-1)}\right] \frac{y-y_{j-1}}{\tau_j}, \tag{12}$$

ან, თუ შევიტანთ $y_{j-1} = y_j - \tau_j$,

$$S(x_{i-1},y;z_f) = \left(N_{j-1}^{(i-1)} - N_j^{(i-1)}\right) \frac{(y_j-y)^3}{6\tau_j} + \frac{1}{2} N_j^{(i-1)} (y_j-y)^2 + f(x_{i-1},y_{j-1}) - f(x_{i-1},y_j) - \frac{\tau_j^2}{6} N_{j-1}^{(i-1)} - \tau_j^2 \frac{N_j^{(i-1)}}{3}\Big] \frac{y_j-y}{\tau_j} + f(x_{i-1},y_j). \tag{13}$$

ანალოგიურად,

$$S(x_i,y;z_f) = N_{j-1}^{(i)} \frac{(y_j-y)^3}{6\tau_j} + N_j^{(i)} \frac{(y-y_{j-1})}{6\tau_j} + \left[f(x_i,y_{j-1}) - \frac{N_{j-1}^{(i)} \tau_j^2}{6}\right] \frac{y_j-y}{\tau_j} + \left[f(x_i,y_j) - \frac{N_j^{(i)}}{6} \tau_j^2\right] \frac{y-y_{j-1}}{\tau_j}. \tag{14}$$

ეროვნული ბიბლიოთეკა

ან

$$S'(x_i,y;Z_f)=\left(N_{j-1}^{(i)}-N_j^{(i)}\right)\frac{(y_j-y)^3}{6\tau_j}+\frac{1}{2}N_j^{(i)}(y_j-y)^2+\Big[f(x_i,y_{j-1})-$$

$$-f(x_i,y_j)-\frac{\tau_j^2}{6}N_{j-1}^{(i)}-\frac{\tau_j^2}{3}N_j^{(i)}\Big]\frac{y_j-y}{\tau_j}+f(x_i,y_j) \qquad (15)$$

4. $x=x_i$ $(i=0,\dots,n)$ წრფეების გასწვრივ გადავწყვიტოთ $(n+1)$ ამოცანა $S''_{xx}(x,y;Z_f)$ ფუნქციის ერთგანზომილებიანი სპლაინ-ინტერპოლირებისა, ამ ამოცანების გადაწყვეტა შესაძლებელია ალგორითმის 1 ეტაპის შესრულების შემდეგ, ვინაიდან იგი გვაძლევს $S''_{xx}(x,y;Z_f)$ -ის მნიშვნელობებს კვანძთა წერტილებში, ე.ი. უნდა ამოიხსნას სისტემები

$$H_\tau K^{(i)}=H_\tau S''^{(i)}_{xx} \qquad (i=0,\dots,n), \qquad (16)$$

სადაც

$$K^{(i)}=\begin{bmatrix}K_0^{(i)}\\K_1^{(i)}\\\vdots\\K_m^{(i)}\end{bmatrix}, \qquad S''^{(i)}_{xx}=\begin{bmatrix}S''_{xx}(x_i,y_0)\\S''_{xx}(x_i,y_1)\\\vdots\\S''_{xx}(x_i,y_m)\end{bmatrix} \qquad (17)$$

შედეგად მიიღება $S^{IV}_{xxyy}(x,y;Z_f)$ ფუნქციის მნიშვნელობები კვანძთა წერტილებში. $K_j^{(i)}=S^{IV}_{xxyy}(x,y;Z_f)$.

5. $S''_{xx}(x,y;Z_f)$ ფუნქციის მნიშვნელობათა გამოთვლა (x_{i-1},y) და (x_i,y) წერტილებში შემდეგი ფორმულების მიხედვით:

$$S''_{xx}(x_{i-1},y;Z_f)=K_{j-1}^{(i-1)}\frac{(y_i-y)^3}{6\tau_j}+K_j^{(i-1)}\frac{(y-y_{j-1})^3}{6\tau_j}+$$

$$+\left(M_{i-1}^{(j-1)}-\frac{\tau_j^2}{6}K_{j-1}^{(i-1)}\right)\frac{y_i-y}{\tau_j}+ \qquad (18)$$

$$+\left(M_{i-1}^{(j)}-\frac{\tau_j^2}{6}K_j^{(i-1)}\right)\frac{y-y_{i-1}}{\tau_j},$$

ან

ეროვნული
ბიბლიოთეკა

$$S''_{xx}(x_{i-1}, y; z_f) = \left(K_{j-1}^{(i-1)} - K_j^{(i-1)}\right)\frac{(y_j - y)^3}{6\tau_j} + \frac{1}{2}K_j^{(i-1)}(y_j - y)^2 +$$

$$+\left[M_{i-1}^{(j-1)} - M_{i-1}^{(j)} - \frac{\tau_j^2}{6}K_{j-1}^{(i-1)} - \frac{\tau_j^2}{6}K_j^{(i-1)}\right]\frac{y_j - y}{\tau_j} + M_{i-1}^{(j)}. \qquad (19)$$

ანალოგიურად

$$S''_{xx}(x_i, y; z_f) = K_{j-1}^{(i)}\frac{(y_j - y)^3}{6\tau_j} + K_j^{(i)}\frac{(y - y_{j-1})^3}{6\tau_j} +$$

$$+\left(M_i^{(j-1)} - \frac{\tau_j^2}{6}K_{j-1}^{(i)}\right)\frac{y_j - y}{\tau_j} + \left(M_i^{(j)} - \frac{\tau_j^2}{6}\right)\frac{y - y_{j-1}}{\tau_j}, \qquad (20)$$

ან

$$S''_{xx}(x_i, y; z_f) = \left(K_{j-1}^{(i)} - K_j^{(i)}\right)\frac{(y_j - y)^3}{6\tau_j} +$$

$$+\frac{1}{2}K_j^{(i)}(y_j - y)^2 + \left[M_i^{(j-1)} - M_i^{(j)} - \frac{\tau_j^2}{6}K_{j-1}^{(i)} -\right.$$

$$\left. - \frac{\tau_j^2}{6}K_j^{(i)}\right]\frac{y_j - y}{\tau_j} + M_i^{(j)} \qquad (21)$$

6. (4) ან (5) ფორმულების საფუძველზე ორგანზომილებიანი სპლაინის აგება. $\sigma_{i,j}^{k,l}$ კოეფიციენტების გამოთვლა შემდეგი ფორმულების საფუძველზე:

$$S(x, y; z_f) = \left\{\left[\left(K_{j-1}^{(i-1)} - K_j^{(i-1)}\right) - \left(K_{j-1}^{(i)} - K_j^{(i)}\right)\right]\frac{(y_j - y)^3}{6\tau_j} +\right.$$

$$+\frac{1}{2}\left(K_j^{(i-1)} - K_j^{(i)}\right)(y_j - y)^2 + \left[\left(M_{i-1}^{(j-1)} - M_i^{(j-1)}\right) - \left(M_{i-1}^{(j)} - M_i^{(j)}\right) -\right.$$

$$\left. - \frac{\tau_j^2}{6}\left(K_{j-1}^{(i-1)} - K_{j-1}^{(i)}\right) - \frac{\tau_j^2}{6}\left(K_j^{(i-1)} - K_j^{(i)}\right)\right]\frac{y_j - y}{\tau_j} +$$

$$\left. + \left(M_{i-1}^{(j)} - M_i^{(j)}\right)\right\}\frac{(x_i - x)^3}{6h_j} + \frac{1}{2}\left\{\left(K_{j-1}^{(i)} - K_j^{(i)}\right)\frac{(y_j - y)^3}{6\tau_j} +\right.$$

$$+\frac{1}{2}K_j^{(i)}(y_j - y)^2 + \left[M_i^{(j-1)} - M_i^{(j)} - \frac{\tau_j^2}{6}K_{j-1}^{(i)} - \frac{\tau_j^2}{6}K_j^{(i)}\right]\frac{y_i - y}{\tau_j} +$$

ეროვნული ბიბლიოთეკა

$$+M_i^{(j)}\Big\}(x_i-x)^2+\Big\{\Big[\Big(N_{j-1}^{(i-1)}-N_j^{(i-1)}\Big)-\Big(N_{j-1}^{(i)}-N_j^{(i)}\Big)\Big]\frac{(y_j-y)^3}{6\tau_j}+$$

$$+\frac{1}{2}\Big(N_j^{(i-1)}-N_j^{(i)}\Big)(y_j-y)^2+\Big[\Big(f(x_{i-1},y_{j-1})-f(x_{i-1},y_j)\Big)-$$

$$-\Big(f(x_i,y_{j-1})-f(x_i,y_j)\Big)-\frac{\tau_j^2}{6}\Big(N_{j-1}^{(i-1)}-N_{j-1}^{(i)}\Big)-\frac{\tau_j^2}{3}\Big(N_j^{(i-1)}-$$

$$-N_j^{(i)}\Big)\Big]\frac{y_j-y}{\tau_j}+\Big(f(x_{i-1},y_j)-f(x_i,y_j)\Big)-\frac{1}{6}h_i^2\Big[\Big(K_{j-1}^{(i-1)}-K_j^{(i-1)}\Big)\frac{(y_j-y)^3}{6\tau_j}+$$

$$+\frac{1}{2}K_j^{(i-1)}(y_j-y)^2+\Big[M_{i-1}^{(j-1)}-M_{i-1}^{(j)}-\frac{\tau_j^2}{6}K_{j-1}^{(i-1)}-\frac{\tau_j^2}{6}K_j^{(i-1)}\Big]\frac{y_j-y}{\tau_j}+$$

$$+M_{i-1}^{(j)}\Big]-\frac{1}{3}h_i^2\Big[\Big(K_{j-1}^{(i)}-K_j^{(i)}\Big)\frac{(y_j-y)^3}{6\tau_j}+\frac{1}{2}K_j^{(i)}(y_j-y)^2+\Big[M_i^{(j-1)}-M_i^{(j)}-$$

$$-\frac{\tau_j^2}{6}K_{j-1}^{(i)}-\frac{\tau_j^2}{6}K_j^{(i)}\Big]\frac{y_j-y}{\tau_j}+M_i^{(j)}\Big]\Big\}\frac{x_i-x}{h_i}+\Big\{\Big(N_{j-1}^{(i)}-$$

$$-N_j^{(i)}\Big)\frac{(y_j-y)^3}{6\tau_j}+\frac{1}{2}N_j^{(i)}(y_j-y)^2+\Big[f(x_i,y_{j-1})-f(x_i,y_j)-\frac{\tau_j^2}{6}N_{j-1}^{(i)}-$$

$$-\frac{\tau_j^2}{3}N_j^{(i)}\Big]\frac{y_j-y}{\tau_j}+f(x_i,y_j)\Big\} \qquad (22)$$

2. ორგანზომილებიანი სპლაინების აგება პირველი წარმოებულების ფორმებში

ავაგოთ $S(x,y;Z_f)$ კვანძთა წერტილებში ყოველი ცვლადის მიმართ ისე პირველი წარმოებულების ფორმებში, ე.ი. $\sigma_{i,j}^{k,\ell}$ წარმოადგენს $S'_x(x_k,y_\ell;Z_f)$-ისა და $S''_{xy}(x_k,y_\ell;Z_f)$-ის ფუნქციებს.

ეროვნული ბიბლიოთეკა

განსახილველ შემთხვევაში, ისევე როგორც სპლაინის აგებისას მომენტების ფორმებში, სპლაინის აგების ალგორითმი დაიყვანება ერთგანზომილებიან შემთხვევაზე.

$S(x,y;z_f)$ -ში y განვიხილოთ როგორც პარამეტრი. მაშინ მისი წარმოდგენა ერთგანზომილებიანი სპლაინის სახით ხდება ცნობილი ფორმულების საშუალებით /1/, /2/:

$$S(x,y;z_f)=S'_x(x_{j-1},y;z_f)\frac{(x_j-x)^2(x-x_{j-1})}{h_j^2}-$$

$$-S'_x(x_j,y;z_f)\frac{(x-x_{j-1})^2(x_j-x)}{h_j^2}+$$

$$+S(x_{j-1},y;z_f)\frac{(x_j-x)^2[2(x-x_{j-1})+h_j]}{h_j^3}+$$

$$+S(x_j,y;z_f)\frac{(x-x_{j-1})^2[2(x_j-x)+h_j]}{h_j^3},$$

$$x\in(x_{j-1},x_j), \qquad (23)$$

სადაც $h_j=x_j-x_{j-1}$, $j=1,\dots,m$.

ჩვენ ვხედავთ, რომ ორად-კუბური სპლაინის აგების ამოცანა დახრილობების ფორმებში დაიყვანება $S'_x(x_i,y;z_f)$ და $S(x_i,y;z_f)$ ერთგანზომილებიანი სპლაინების აგების ალგორითმებზე.

ზოგად ალგორითმს აქვს სახე:

1. $x=x_j$ წრფეების გასწვრივ უნდა ამოიხსნას $(m+1)$ ერთგანზომილებიანი სპლაინის აგების ამოცანა მოცემული დახრილობების ფორმებში:

$$B^{(j)}m^{(j)}=C^{(j)}, \qquad j=0,\dots,m, \qquad (24)$$

სადაც არაპერიოდული სპლაინის შემთხვევაში გვაქვს:

$$B^{(j)}=\begin{bmatrix} 2 & \mu_0^{(j)} & 0 & \cdots & 0 \\ \lambda_1 & & B & & \vdots \\ 0 & & & & 0 \\ \vdots & & & & \\ 0 & & 0 & \lambda_n^{(j)} & \mu_{n-1} \\ & & & & 2 \end{bmatrix}, \qquad (25)$$

ეროვნული ბიბლიოთეკა

ხოლო მატრიცი $B_{(n-1)\times(n-1)}$ -ზე j -გან დამოუკიდებელი მატრიცაა:

$$B = \begin{bmatrix} 2 & \mu_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_2 & 2 & \mu_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_3 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 2 & \mu_{n-3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_{n-2} & 2 & \mu_{n-2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_{n-1} & 2 \end{bmatrix} \qquad (26)$$

სადაც $\mu_k = 1-\lambda_k$, $\lambda_k = \dfrac{h_{k+1}}{h_k + h_{k+1}}$, $k=1,\dots,(n-1)$,
$\lambda_0^{(j)}$, $\mu_0^{(j)}$, $\lambda_n^{(j)}$, $\mu_n^{(j)}$ დაინსაზღვრებიან სასაზღვრო პირობებიდან.

$$m^{(j)} = \begin{bmatrix} m_0^{(j)} \\ \vdots \\ m_n^{(j)} \end{bmatrix}, \qquad C^{(j)} = \begin{bmatrix} C_0^{(j)} \\ \vdots \\ C_n^{(j)} \end{bmatrix}, \qquad (27)$$

$m_k^{(j)} = S_y'(x_j, y_k; Z_f)$, $k=0,\dots,n$,

$$C_k^{(j)} = 3\lambda_k \frac{f(x_j,y_k)-f(x_j,y_{k-1})}{h_k} + 3\mu_k \frac{f(x_j,y_{k+1})-f(x_j,y_k)}{h_{k+1}},$$

$k=1,\dots,(n-1)$,

ხოლო $C_0^{(j)}$ და $C_n^{(j)}$ აიღება სასაზღვრო პირობებიდან.

$y=y_k$ $(k=0,\dots,n)$ წრფეების გასწვრივ უნდა ამოიხსნას $(n+1)$ ერთგანზომილებიანი სპლაინის აგების ამოცანა მოცემული დახრილობე-ბის ტერმინებში:

$$\tilde{B}^{(k)} \tilde{m}^{(k)} = \tilde{C}^{(k)}, \quad k=0,\dots,n, \qquad (28)$$

ეროვნული ბიბლიოთეკა

სადაც

$$\tilde{B}^{(k)} = \begin{bmatrix} 2 & \tilde{\mu}_0^{k} & 0 & \cdots & 0 \\ \tilde{\lambda}_1 & & & & \vdots \\ 0 & & \tilde{B} & & 0 \\ \vdots & & & & \tilde{\mu}_{m-1} \\ 0 & \cdots & 0 & \tilde{\lambda}_m^{(k)} & 2 \end{bmatrix} \tag{29}$$

ხოლო მატრიცი $\tilde{B}_{(m-1)\times(m-1)}$ -გან დამოუკიდებელია:

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} 2 & \tilde{\mu}_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{\lambda}_2 & 2 & \tilde{\mu}_2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 2 & \tilde{\mu}_{m-3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \tilde{\lambda}_{m-2} & 2 & \tilde{\mu}_{m-2} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \tilde{\lambda}_{m-1} & 2 \end{bmatrix} \tag{30}$$

სადაც $\tilde{\lambda}_j = \dfrac{\tilde{h}_{j+1}}{\tilde{h}_j + \tilde{h}_{j+1}}$, $\tilde{h}_j = x_j - x_{j-1}$, $\tilde{\mu}_j = 1 - \tilde{\lambda}_j$, $j = 1, \ldots, (m-1)$,
$\tilde{\lambda}_0^{(k)}, \tilde{\mu}_0^{(k)}, \tilde{\lambda}_n^{(k)}, \tilde{\mu}_n^{(k)}$ -განისაზღვრებიან სასაზღვრო პირობებიდან.

$$\tilde{m}^{(k)} = \begin{bmatrix} \tilde{m}_0^{(k)} \\ \vdots \\ \tilde{m}_m^{(k)} \end{bmatrix}, \qquad \tilde{C}^{(k)} = \begin{bmatrix} \tilde{C}_0^{(k)} \\ \vdots \\ \tilde{C}_m^{(k)} \end{bmatrix} \tag{31}$$

$\tilde{m}_j^{(k)} = S'_x(x_j, y_k; Z_f)$, $j = 0, \ldots, m$.

$\tilde{C}_0^{(k)}, \tilde{C}_m^{(k)}$ აიღება სასაზღვრო პირობებიდან.

$$\tilde{C}_j^{(k)} = 3\tilde{\lambda}_j \frac{f(x_j, y_k) - f(x_{j-1}, y_k)}{\tilde{h}_j} + 3\tilde{\mu}_j \frac{f(x_{j+1}, y_k) - f(x_j, y_k)}{\tilde{h}_{j+1}},$$

$j = 1, \ldots, (m-1)$

2. $S(x, y; Z_f)$ ფუნქციის მნიშვნელობათა გამოთვლა (x_{j-1}, y) და (x_j, y) წერტილებში შემდეგი ფორმულების საფუძველზე:

ეროვნული ბიბლიოთეკა

$$
\begin{aligned}
S(x_{j-1}, y; Z_f) = {} & m_{k-1}^{(j-1)} \frac{(y_k-y)^2(y-y_{k-1})}{h_k^2} - m_k^{(j-1)} \frac{(y-y_{k-1})^2(y_k-y)}{h_k^2} + \\
& + f(x_{j-1}, y_{k-1}) \frac{(y_k-y)^2[2(y-y_{k-1})+h_k]}{h_k^3} + \\
& + f(x_{j-1}, y_k) \frac{(y-y_{k-1})^2[2(y_k-y)+h_k]}{h_k^3}, \quad y \in [y_{k-1}, y_k],\ k=1,\dots,n.
\end{aligned} \tag{32}
$$

ანალოგიურად

$$
\begin{aligned}
S(x_j, y; Z_f) = {} & m_{k-1}^{j} \frac{(y_k-y)^2(y-y_{k-1})}{h_k^2} - m_k^{(j)} \frac{(y-y_{k-1})^2(y_k-y)}{h_k^2} + \\
& + f(x_j, y_{k-1}) \frac{(y_k-y)^2[2(y-y_{k-1})+h_k]}{h_k^3} + \\
& + f(x_j, y_k) \frac{(y-y_{k-1})^2[2(y_k-y)+h_k]}{h_k^3}, \quad y \in [y_{k-1}, y_k],\ k=1,\dots,n.
\end{aligned} \tag{33}
$$

3. $x=x_j$ $(j=0,\dots,m)$ წრფეების გასწვრივ უნდა ამოიხსნას $(m+1)$ ერთგანზომილებიანი სპლაინის აგების ამოცანა მოცემული დახრილობების ვექტორებში:

$$
E^{(j)} n^{(j)} = d^{(j)}, \qquad j=0,\dots,m, \tag{34}
$$

სადაც არაპერიოდული სპლაინების შემთხვევაში მატრიცები ასეთია:

$$
E^{(j)} = \begin{bmatrix}
2 & \bar{\lambda}_0^{(j)} & 0 & \cdots & 0 \\
\lambda_1 & & B & & \vdots \\
0 & & & & 0 \\
\vdots & & & & \bar{\lambda}_{n-1} \\
0 & & 0 & \bar{\lambda}_n^{(j)} & 2
\end{bmatrix} \tag{35}
$$

ეროვნული ბიბლიოთეკა

სადაც მატრიცი $B_{(n-1)\times(n-1)}$ მოცემულია (26) ფორმულით, ხოლო $\bar{\lambda}_0^{(j)}, \bar{\mu}_0^{(j)}, \bar{\lambda}_n^{(j)}$ და $\bar{\mu}_n^{(j)}$ განისაზღვრებიან შესაბამისი სასაზღვრო პირობებიდან:

$$n^{(j)} = \begin{bmatrix} n_0^{(j)} \\ \vdots \\ n_n^{(j)} \end{bmatrix}, \qquad d^{(j)} = \begin{bmatrix} d_0^{(j)} \\ \vdots \\ d_n^{(j)} \end{bmatrix} \tag{36}$$

$$n_k^{(j)} = S''_{xy}(x_j, y_k; z_f), \quad k = 0, \dots, n$$

$$d_k^{(j)} = 3\lambda_k \frac{S'_x(x_j, y_k) - S'_x(x_j, y_{k-1})}{h_k} + 3\mu_k \frac{S'_x(x_j, y_{k+1}) - S'_x(x_j, y_k)}{h_{k+1}}, \quad k = 1, \dots, (n-1),$$

ხოლო $d_0^{(j)}$ და $d_n^{(j)}$ აიღება სასაზღვრო პირობებიდან. $S'_x(x_j, y_k)$ რიცხვები გამოითვლება ალგორითმის 1-ლ ეტაპზე.

4. $S'_x(x, y; z_f)$ ფუნქციის მნიშვნელობათა გამოთვლა (x_{j-1}, y) და (x_j, y) წერტილებში შემდეგი ფორმულების საფუძველზე:

$$\begin{aligned} S'_x(x_{j-1}, y; z_f) = {} & n_{k-1}^{(j-1)} \frac{(y_k - y)^2 (y - y_{k-1})}{h_k^2} - \\ & n_k^{(j-1)} \frac{(y - y_{k-1})^2 (y_k - y)}{h_k^2} + \\ & + S'_x(x_{j-1}, y_{k-1}) \frac{(y_k - y)^2 [2(y - y_{k-1}) + h_k]}{h_k^3} + \\ & + S'_x(x_{j-1}, y_k) \frac{(y - y_{k-1})^2 [2(y_k - y) + h_k]}{h_k^3}, \end{aligned} \tag{37}$$

$$y \in [y_{k-1}, y_k], \quad k = 1, \dots, n.$$

ანალოგიურად

$$S'_x(x_j, y; z_f) = n_{k-1}^{(j)} \frac{(y_k - y)^2 (y - y_{k-1})}{h_k^2} - n_k^{(j)} \frac{(y - y_{k-1})^2 (y_k - y)}{h_k^2} +$$

ეროვნული ბიბლიოთეკა

$$S'_x(x_j,y_{k-1})\,\frac{(y_k-y)^2[2(y-y_{k-1})+h_k]}{h_k^3}\,+$$

$$+\,S'_x(x_j,y_k)\,\frac{(y-y_{k-1})^2[2(y_k-y)+h_k]}{h_k^3}\,, \qquad (38)$$

$$y\in[y_{k-1},y_k],\quad k=1,\dots,n,$$

სადაც $S'_x(x_j,y_k)$ რიცხვების გამოთვლა ხდება 1-ლ ეტაპზე.

5. ორადკუბური სპლაინის აგება დახრილობების ტერმინებში: ალგორითმის მე-2 და მე-4 ეტაპზე გამოთვლილი ერთგანზომილებიანი სპლაინები y ცვლადის მიმართ შევიტანოთ (23) ფორმულაში. მიიღება ფორმულა:

$$S(x,y;\overset{y}{x}_f)=\Big\{n^{(j-1)}_{k-1}\,\frac{(y_k-y)^2(y-y_{k-1})}{h_k^2}-n^{(j-1)}_{k}\,\frac{(y-y_{k-1})^2(y_k-y)}{h_k^2}\,+$$

$$+\,S'_x(x_{j-1},y_{k-1})\,\frac{(y_k-y)^2[2(y-y_{k-1})+h_k]}{h_k^3}\,+$$

$$+\,S'_x(x_{j-1},y_k)\,\frac{(y-y_{k-1})^2[2(y_k-y)+h_k]}{h_k^3}\Big\}\,\frac{(x_j-x)^2(x-x_{j-1})}{h_j^2}\,-$$

$$-\Big\{n^{(j)}_{k-1}\,\frac{(y_k-y)^2(y-y_{k-1})}{h_k^2}-n^{(j)}_{k}\,\frac{(y-y_{k-1})(y_k-y)}{h_k^2}\,+$$

$$+\,S'_x(x_j,y_{k-1})\,\frac{(y_k-y)^2[2(y-y_{k-1})+h_k]}{h_k^3}\,, \qquad (39)$$

ეროვნული ბიბლიოთეკა

$$+ S'_x(x_j, y_k)\frac{(y-y_{k-1})^2[2(y_k-y)+h_k]}{h_k^3}\Bigg\}\frac{(x-x_{j-1})^2(x_j-x)}{h_j^2}+$$

$$+\Bigg\{m_{k-1}^{(j-1)}\frac{(y_k-y)^2(y-y_{k-1})}{h_k^2}-m_k^{(j-1)}\frac{(y-y_{k-1})^2(y_k-y)}{h_k^3}+$$

$$+f(x_{j-1}, y_{k-1})\frac{(y_k-y)^2[2(y-y_{k-1})+h_k]}{h_k^3}+$$

$$+f(x_{j-1}, y_k)\frac{(y-y_{k-1})^2[2(y_k-y)+h_k]}{h_k^3}\Bigg\}\frac{(x_j-x)^2[2(x-x_{j-1})+h_j]}{h_j^3}+$$

$$+\Bigg\{m_{k-1}^{(j)}\frac{(y_k-y)^2(y-y_{k-1})}{h_k^2}-m_k^{(j)}\frac{(y-y_{k-1})^2(y_k-y)}{h_k^2}+$$

$$+f(x_j, y_{k-1})\frac{(y_k-y)^2[2(y-y_{k-1})+h_k]}{h_k^3}+$$

$$+f(x_j, y_k)\frac{(y-y_k)^2[2(y_k-y)+h_k]}{h_k^3}\Bigg\}\frac{(x-x_{j-1})^2[2(x_j-x)+h_j]}{h_j^3},$$

$$(x,y)\in[x_{j-1}, x_j;\ y_{k-1}, y_k],\quad j=1,\dots,m;\quad k=1,\dots,n.$$

ეროვნული
ბიბლიოთეკა

შევნიშნოთ, რომ (24), (28) და (34) სისტემებს ვხსნით ფაქტორიზაციის მეთოდით /3/.

3. p-განზომილებიანი სპლაინის აგების ამოცანა

p-განზომილებიანი სპლაინის აგების ამოცანა ყალიბდება შემდეგნაირად:

განვიხილოთ p-განზომილებიანი პარალელეპიპედი

$$D=\{(x_1,\dots,x_p): a_1\le x_1\le b_1,\dots,a_p\le x_p\le b_p\}. \tag{40}$$

ავიღოთ D-ში ბადე:

$$D_h=\{(x_{1k_1},\dots,x_{pk_p})\, a_1\equiv x_{10}<x_{11}<\dots<x_{1n_1}\equiv b_1,\ k_1\in\{1,\dots,n_1\};$$

$$\dots; a_p\equiv x_{p_0}<x_{p_1}<\dots<x_{p_{n_p}}\equiv b_p,\ k_p\in\{1,\dots,n_p\}\}. \tag{41}$$

ვთქვათ D-ზე მოცემულია $f(x_1,\dots,x_p)$ ფუნქცია.
ამ ფუნქციის მნიშვნელობების მიხედვით, რომლებიც მოცემულია D_h ბადის კვანძთა წერტილებში, უნდა ავაგოთ ნაწილობრივ p-დ კუბური პოლინომი $S(x_1,\dots,x_p;Z_f)$, რომელიც აკმაყოფილებს შემდეგ პირობებს:

1. $S(x_1,\dots,x_p;Z_f)\in C^2(D)$,
2. D_h-ის ყოველ p-განზომილებიან უჯრედში $S(x_1,\dots,x_p;Z_f)$ წარმოადგენს შემდეგი სახის p-დ კუბურ პოლინომს:

$$S(x_1,\dots,x_p;Z_f)\Big|_{\{(x_{1k_1},\dots,x_{pk_p})\}}=$$

$$=\sum_{i_1=0}^{3}\cdots\sum_{i_p=0}^{3}\sigma^{k_1,\dots,k_p}_{i_1,\dots,i_p}(x_{1k_1}-x_1)^{i_1}\cdots(x_{pk_p}-x_p)^{i_p}. \tag{42}$$

3. D_h-ის წერტილებში $S(x_1,\dots,x_p;Z_f)$ ღებულობს მოცემულ მნიშვნელობებს:

ეროვნული ბიბლიოთეკა

$$S(x_{1k_1},\dots,x_{pk_p};z_f)=f(x_{1k_1},\dots,x_{pk_p})\in Z_f,$$

$$k_1=0,\dots,n_1;\quad k_p=0,\dots,n_p.$$

4. ფუნქცია $S(x_1,\dots,x_p;z_f)$ ∂D-ზე აკმაყოფილებს გარკვეულ პირობებს. ვთქვათ

$$\left.\frac{\partial^2 S(x_1,\dots,x_p;z_f)}{\partial \nu^2}\right|_{\partial D}=0,$$

სადაც $\nu(x_1,\dots,x_p)$ - გარე ნორმალია ∂D-ის მიმართ. ანალოგიურად $p=2$ შემთხვევისა, $x_2,\dots,x_p$ განვიხილოთ როგორც პარამეტრები, მაშინ (4) ფორმულის განზოგადება იქნება:

$$S(x_1,\dots,x_p;z_f)=S''_{x_1x_1}(x_{1k_1-1},x_2,\dots,x_p;z_f)\frac{(x_{1k_1}-x_1)^3}{6h_{1k_1}}+$$

$$+S''_{x_1x_1}(x_{1k_1},x_2,\dots,x_p;z_f)\frac{(x_1-x_{1k_1-1})^3}{6h_{1k_1}}+\Big[S(x_{1k_1-1},x_2,\dots,x_p;z_f)-$$

$$-\frac{1}{6}h^2_{1k_1}S''_{x_1x_1}(x_{1k_1-1},x_2,\dots,x_p;z_f)\Big]\frac{x_{1k_1}-x_1}{h_{1k_1}}+$$

$$+\Big[S(x_{1k_1},x_2,\dots,x_p;z_f)-\frac{1}{6}h^2_{1k_1}S''_{x_1x_1}(x_{1k_1},\dots,x_p;z_f)\Big]\times$$

$$\times\frac{x_1-x_{1k_1-1}}{h_{1k_1}}. \qquad (43)$$

ამ ფორმულაში შემავალი ფუნქციები $S(x_{1k_1},x_2,\dots,x_p;z_f)$ და $S''_{x_1x_1}(x_{1k_1},x_2,\dots,x_p;z_f)$ წარმოადგენენ $(p-1)$-ე კუბურ სპლაინებს $x_2,\dots,x_p$ ცვლადების მიმართ. ვინაიდან ამ ფუნქციების მნიშვნელობები D_h-ის წერტილებში მოცემულია, ჩვენ შეგვიძლია (43) ფორმულა გამოვიყენოთ ყოველი მათგანის მიმართ. ამ გზით ჩვენ გამოვთვლით წარმოებულებს

$$S^{IV}_{x_ix_ix_tx_t},\ \dots,\ S^{(2p)}_{x_1x_1\dots x_px_p},$$

რაც საშუალებას გვაძლევს $b^{k_1,\dots,k_p}_{i_1,\dots,i_p}$ კოეფიციენტების გამოთვლი-სა.

მიღებულია 10.11.1993

საქართველოს მეცნიერებათა
აკადემიის გეოფიზიკის
ინსტიტუტი

ლიტერატურა

1. Дж.Альберг, Э.Нильсон, Дж.Уолш. Теория сплайнов и ее применения. М., "Мир", 1972.

2. Ю.С.Завьялов, Ю.И.Квасов, В.Л.Мирошниченко. Методы сплайн-функций. М., "Наука", 1980.

3. А.А.Самарский. Теория разностных схем. М., "Наука", 1983.

Дж.Гачечиладзе

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ ПОСТРОЕНИЯ p-МЕРНЫХ КУБИЧЕСКИХ СПЛАЙНОВ

Резюме

Рассмотрена задача построения p-мерных кубических сплайнов. Показано, что она сводится к задаче для одномерных кубических сплайнов. Подробно рассмотрен соответствующий алгоритм для двухмерного случая.

ეროვნული
ბიბლიოთეკა

J.Gachechiladze

ON THE ALGORITHM OF CONSTRUCTING p-DIMENSIONAL CUBIC SPLINES

S u m m a r y

The problem of constructing p-dimensional cubic splines is considered. It is shown to be reducible to the problem for one-dimensional cubic splines. The corresponding algorithm for the two-dimensional case is discussed in detail.

Труды Тбилисского государственного университета

им. И. Джавахишвили

ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო

უნივერსიტეტის შრომები

316, 1993

РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ИГРЫ "ГЛОБАЛЬНАЯ СИСТЕМА"

А. В. Корнеева, Н. В. Пиотровская

Профессиональная игра "Глобальная система" предназначена для выявления, анализа и разрешения кризисных ситуаций в развитии глобальной системы. Последняя представляет собой единый социально-экономическо-природный комплекс. В частности, в качестве глобальной системы можно рассматривать государство или его регион.

Для реализации профессиональной игры разработана система математической поддержки, опирающаяся на уравнения мировой динамики Дж. Форрестера /I/.

Глобальная система рассматривается как динамическая система, состоящая из пяти взаимодействующих подсистем: демографической, промышленной, экономической, сельскохозяйственной, экологической.

Описывается глобальная система основными переменными двух типов - уровнями и темпами.

Уровни являются накопителями системы, их пять: население, природные ресурсы, фонды, часть фондов в сельском хозяйстве, загрязнение.

Темпы являются скоростями входных (направленных в уровни)

ეროვნული ბიბლიოთეკა

выходных (направленных из уровней) материальных потоков, поддерживающих уровни. Их семь: темп рождаемости, темп смертности, темп потребления природных ресурсов, генерация фондов, износ фондов, образование загрязнения, поглощение загрязнения.

С каждым темпом связан нормальный темп, соответствующий стандартным условиям жизни. Он определяет базисное значение уровня.

Влияние реальных условий жизни на значение уровня отражается множителями зависимости, корректирующими нормальный темп.

Функционирование глобальной системы поддерживается петлями обратной связи. Петля обратной связи представляет собой замкнутую цепочку взаимодействий, связывающих действие с результатом. С помощью петель обратной связи выявляются тенденции количественных изменений в системе - рост, стабилизация или снижение уровней.

Задача математической поддержки игры - выдача информации её участникам относительно петель обратной связи, т.е. указание на наличие или отсутствие петель обратной связи между подсистемами; их демонстрация и расшифровка.

Для реализации математической поддержки игры проведён доскональный анализ глобальной системы, осуществлена систематизация петель обратной связи.

Введём следующие обозначения для уровней системы: P - население, NR - природные ресурсы, CI - фонды, $CIAF$ - часть фондов в сельском хозяйстве, POL - загрязнение.

В отношении каждой подсистемы необходимо учитывать взаимодействия внутри подсистемы, воздействие на неё других подсистем, воздействие её на другие подсистемы. Всего рассматрива-

ეროვნული ბიბლიოთეკა

ются 68 петель обратной связи, они конкретизированы и пронумерованы.

Петли обратной связи можно разбить на следующие группы:

I) действующие внутри подсистемы,

2) соединяющие две подсистемы,

3) соединяющие три подсистемы,

4) соединяющие четыре подсистемы.

Существуют петли обратной связи, функционирующие в пределах следующих подсистем:

I. P (1-10)

2. P, NR (11-12)

3. P, CI (13-16)

4. P, CI AF (17-26)

5. P, POL (27-34)

6. P, NR, CI (35, 36)

7. P, CI, CI AF (37-42)

8. P, CI, POL (43-46)

9. P, CI AF, POL (47-50)

I0. P, NR, CI, POL (51-54)

II. P, CI, CI AF, POL (55-58)

I2. NR (59)

I3. CI (60, 61)

I4. CI, CI AF (62, 63)

I5. CI AF (64-66)

I6. POL (67, 68)

В скобках указаны номера конкретных петель. Например, петля I

$$F \rightarrow BR \rightarrow P,$$

где P - население (чел.), BR - темп рождаемости (чел/год).

Не существует петель обратной связи, соединяющих подсистемы:

I. P, NR, CI AF

2. P, NR, POL

3. P, NR, CI, CI AF

4. P, NR, CI AF, POL

5. P, NR, CI, CI AF, POL

6. NR, CI

7. NR, CI AF

8. NR, POL

9. NR, CI, CI AF

I0. NR, CI, POL

II. NR, CI AF, POL

I2. NR, CI, CI AF, POL

I3. CI, POL

I4. CI, CIAF, POL

I5. CI AF, POL

В процессе игры её участники прослеживают и анализируют связи между подсистемами.

Для участников демографической группы могут представлять интерес связи между подсистемами:

1. P (1-10)

2. P, NR (11-12)

3. P, CI (13-16)

4. P, CI AF (17-26)

5. P, POL (27-34)

6. P, NR, CI (35, 36)

ეროვნული ბიბლიოთეკა

7. P, NR, CI AF -

8. P, NR, POL -

9. P, CI, CI AF (37-42)

10. P, CI, POL (43-46)

11. P, CI AF, POL (47-50)

12. P, NR, CI, CI AF -

13. P, NR, CI, POL (51-54)

14. P, NR, CI AF, POL -

15. P, CI, CI AF, POL (55-58)

16. P, NR, CI, CI AF, POL -

Прочерк указывает на отсутствие петель обратной связи для соответствующей группы подсистем.

Для участников промышленной группы интерес могут представлять связи между подсистемами:

1. NR (59)

2. NR, P (11,12)

3. NR, CI -

4. NR, CI AF -

5. NR, POL -

6. NR, P, CI (35,36)

7. NR, P, CI AF -

8. NR, P, POL -

9. NR, CI, CI AF -

10. NR, CI, POL -

11. NR, CI AF, POL -

12. NR, P, CI, CI AF -

13. NR, P, CI, POL (51-54)

14. NR, P, CI AF, POL -

ᲔᲠᲝᲕᲜᲣᲚᲘ ᲑᲘᲑᲚᲘᲝᲗᲔᲙᲐ

15. NR; CI, CI AF, POL -

16. NR, P, CI, CI AF, POL -

Для участников экономической группы интерес могут представлять связи между подсистемами:

1. CI (60,61)
2. CI, P (13-16)
3. CI, NR -
4. CI, CI AF (62,63)
5. CI, POL -
6. CI, P, NR (35,36)
7. CI, P, CI AF (37-42)
8. CI, P, POL (43-46)
9. CI, NR, CI AF -
10. CI, NR, POL -
11. CI, CI AF, POL -
12. CI, P, NR, CI AF -
13. CI, P, NR, POL (51-54)
14. CI, P, CI AF, POL (55-58)
15. CI, NR, CI AF, POL -
16. CI, P, NR, CI AF, POL -

Для участников сельскохозяйственной группы интерес могут представлять связи между подсистемами:

1. CI AF (64-66)
2. CI AF, P (17-26)
3. CI AF, NR -
4. CI AF, CI (62,63)
5. CI AF, POL -
6. CI AF, P, NR -

ეროვნული ბიბლიოთეკა

7. CI AF, P, CI (37-42)

8. CI AF, P, POL (47-50)

9. CI AF, NR, CI -

I0. CI AF, NR, POL -

II. CI AF, CI, POL -

I2. CI AF, P, NR, CI -

I3. CI AF, P, NR, POL -

I4. CI AF, P, CI, POL (55-58)

I5. CI AF, NR, CI, POL -

I6. CI AF, P, NR, CI, POL -

Для участников экологической группы интерес могут представлять связи между подсистемами:

I. POL (67, 68)

2. POL, P (27-34)

3. POL, NR -

4. POL, CI -

5. POL, CI AF -

6. POL, P, NR -

7. POL, P, CI (43-46)

8. POL, P, CI AF (47-50)

9. POL, NR, CI -

I0. POL, NR, CI AF -

II. POL, CI, CI AF -

I2. POL, P, NR, CI (51-54)

I3. POL. P, NR, CI AF -

I4. POL, P, CI, CI AF (55-58)

I5. POL. NR. CI. CI AF -

I6. POL, P, NR, CI, CI AF -

ᲔᲠᲝᲕᲜᲣᲚᲘ
ᲑᲘᲑᲚᲘᲝᲗᲔᲙᲐ

Отметим, что отсутствие петель обратной связи для какой-либо группы подсистем глобальной системы указывает лишь на отсутствие замкнутой связи между этими подсистемами. Связь между ними может существовать через посредство другой подсистемы. Например, отсутствует петля обратной связи для подсистем P, NR и POL, но существуют петли обратной связи для группы подсистем P, NR, CI и POL (51-54).

По запросам участников игры система математической поддержки демонстрирует взаимосвязь внутри подсистем и между подсистемами. При этом показ каждой петли обратной связи сопровождается описанием входящих в неё переменных, которое включает аббревиатуру, наименование, единицу измерения, функциональное назначение, определение и уравнение. В целом системой учитывается 91 переменная.

С помощью такой системы оказывается возможным анализ воздействий, предлагаемых экспертами-участниками игры, на рассматриваемый в качестве объекта игры социально-экономико-природный комплекс.

Поступила 26.II.1993

Проблемная лаборатория
физической кибернетики

Литература

1. Дж.Форрестер. Мировая динамика. М.: Наука, 1978.

ეროვნული ბიბლიოთეკა

ა.კორნეევა, ნ.პიოტროვსკაია

პროფესიული თამაშის "გლობალური სისტემა" ორგანიზაცია და მისი პროგრამული უზრუნველყოფის შემუშავება

რეზიუმე

სტატიაში აღწერილია პროფესიული თამაში "გლობალური სისტემა". მისი ორგანიზაციის მიზანია ტრენინგი, მიმართული სოციალური სისტემის განვითარების გონივრული მართვისაკენ.

თამაშის ობიექტია გლობალური სისტემა, რომელიც წარმოადგენს ერთიან სოციალ-ეკონომიკურ-ბუნებრივ კომპლექსს. თამაშის პროცესში მისმა მონაწილეებმა უნდა გამოავლინონ, გააანალიზონ და დასახონ კრიზისული სიტუაციების გადაჭრის გზები სისტემის განვითარებაში.

A.Korneeva, N.Piotrovskaya

ORGANIZATION OF THE PROFESSIONAL GAME "GLOBAL SYSTEM" AND DEVELOPMENT OF ITS SOFTWARE

Summary

The professional game "Glogal System" is described. The purpose of its organization is training aimed at rational management of social system development.

The object of the game is a global system representing an integral social, economic and natural complex. In the process of the game the players are to identify, analyze and resolve crisis situations in the development of the system.

Труды Тбилисского государственного университета

им. И. Джавахишвили

ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო

უნივერსიტეტის შრომები

316, 1993

დგუშის ამოცანის ამოხსნის ერთი რიცხვითი მეთოდის შესახებ გაზის მუდმივი სიჩქარით იზოთერმული შეკუმშვის დროს

ჯ. გაჩეჩილაძე

განვიხილოთ დგუშის ამოცანა /1/ :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t}=\frac{\partial V}{\partial s}, \qquad \frac{\partial V}{\partial t}=-\frac{\partial g}{\partial s}, \quad g=p+\omega,$$

$$\omega=-\frac{\nu}{\eta}\frac{\partial V}{\partial s}, \qquad p=\frac{c^2}{\eta}. \tag{1}$$

თუ საწყისი და სასაზღვრო პირობები:

$$\eta(S,0)=\eta_0, \quad P(S,0)=P_0, \quad V(S,0)=V_0, \tag{2}$$

$$V(0,t)=V_0. \tag{3}$$

არაცხად სრულიად კონსერვატიულ ერთგვაროვან სხვაობიან სქემას (1) სისტემისათვის აქვს სახე:

$$V_t=-g^{\sigma}_{\bar{s}}, \quad \eta_t=V_s^{(0,5)}, \quad \omega=-\frac{\nu}{\eta}V_s. \tag{4}$$

ჩვენ განვიხილავთ შემთხვევას $\sigma=1$. (4) წარმოადგენს არაწრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემას. თუ გამოვიყენებთ სხვაობიანი სქემების თეორიის ცნობილ აღნიშვნებს /1/, (4) სისტემა ინდექსური სახით ჩაიწერება ასე:

$$f^{j+1}_{1,i}=V^{j+1}_i-V^j_i+\frac{\tau c^2}{h}\left(\frac{1}{\eta^{j+1}_i}-\frac{1}{\eta^{j+1}_{i-1}}\right)-\frac{\nu\tau}{h^2}\left[\frac{1}{\eta^{j+1}_i}\left(V^{j+1}_{i+1}-V^{j+1}_i\right)-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{\eta^{j+1}_{i-1}}\left(V^{j+1}_i-V^{j+1}_{i-1}\right)\right]=0, \tag{5}$$

ეროვნული ბიბლიოთეკა

$$f_{2,i}^{j+1} = \eta_i^{j+1} - \eta_i^{j} - \frac{\tau}{2h}\left[\left(v_{i+1}^{j+1} - v_i^{j+1}\right) + \left(v_{i+1}^{j} - v_i^{j}\right)\right] = 0,$$

$$i = 1,\dots,M; \quad j = 0,1,\dots \quad ;$$

სადაც h ბადის ბიჯია S ღერძზე, τ კი – დროით ღერძზე. (2) და (3) პირობები გადაიწერება შესაბამისად:

$$\eta_i^{0} = \eta_0, \quad P_i^{0} = P_0, \quad v_i^{0} = v_0, \tag{6}$$

$$v_0^{j+1} = V_0 \tag{7}$$

(5) არაწრფივ განტოლებათა სისტემა ამოვხსნათ იტერაციული მეთოდით, რომელიც ემყარება შებრუნებულ სპლაინ-ინტერპოლებას /2/. მოვიყვანოთ ამ მეთოდის აღწერა:

$$\left\{\begin{array}{l} x_1^{n+1} = x_1^{n} + \lambda_1 \sum\limits_{k=1}^{p} u_k^{n} J^{-1}(x_1^{n},\dots,x_p^{n}) \dfrac{D(\varphi_1,\dots,\varphi_p)}{D(u_k^{n}, x_2^{n},\dots,x_p^{n})}, \\ \text{-----------------------------------} \\ x_i^{n+1} = x_j^{n} + \lambda_j \sum\limits_{k=1}^{p} u_k^{n} J^{-1}(x_1^{1},\dots,x_p^{n}) \dfrac{D(\varphi_1,\dots,\varphi_p)}{D(x_1^{n},\dots,x_{j-1}^{n}, u_k^{n}, x_{j+1}^{n},\dots,x_p^{n})}, \\ \text{-----------------------------------} \\ x_p^{n+1} = x_p^{n} + \lambda_p \sum\limits_{k=1}^{p} u_k^{n} J^{-1}(x_1^{n},\dots,x_p^{n}) \dfrac{D(\varphi_1,\dots,\varphi_p)}{D(x_1^{n},\dots,x_{p-1}^{n}, u_k^{n})} \end{array}\right. \tag{8}$$

$$\Gamma_{\alpha\beta} \equiv J^{-1}(x_1,\dots,x_p) \frac{D(\varphi_1,\dots,\varphi_p)}{D(x_1,\dots,x_{\alpha-1}, u_\beta, x_{\alpha+1},\dots,x_p)}, \tag{9}$$

$$J(x_1,\dots,x_p) = \frac{D(\varphi_1,\dots,\varphi_p)}{D(x_1,\dots,x_p)}.$$

შევარჩიოთ $\Gamma_{\alpha\beta}$ სიდიდეები (5) განტოლებული სისტემის საფუძ-ველზე. განტოლება ჩავწეროთ შემდეგნაირად: ყველა სიდიდე, i-გან განსხვავებული ქვედა ინდექსით და ზედა ინდექსით $j+1$, შევცვალოთ მათი მნიშვნელობებით წინა, j-ური შრიდან, ე.ი. უცნობებად განვი-ხილავთ სიდიდეებს: V_i^{j+1}, η_i^{j+1}. ამრიგად, განტოლების ნაცვლად სისტემა (5) $2M$ უცნობით დაიშლება M სისტემად ორ-ორი უცნობით. $\Gamma_{\alpha\beta}$ მატ-რიცს ამ შემთხვევაში აქვს უჯრედებიანი სტრუქტურა, ამასთან არანულო-

ვანი უჯრედები განლაგებულია მთავარ დიაგონალზე, ამიტომ $\det\|\Gamma_{\alpha\beta}\|$ უდრის ცალკეული $\|\Gamma^{(i)}_{\alpha\beta}\|$, $i=1,\dots,M$, უჯრედების დეტერმინანტების ნამრავლს.

$$\det\|\Gamma^{(i)}_{\alpha\beta}\| = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial v_i^{j+1}}{\partial f_{1,i}^{j+1}} & \dfrac{\partial v_i^{j+1}}{\partial f_{2,i}^{j+1}} \\[2ex] \dfrac{\partial \eta_i^{j+1}}{\partial f_{1,i}^{j+1}} & \dfrac{\partial \eta_i^{j+1}}{\partial f_{2,i}^{j+1}} \end{vmatrix}, \tag{10}$$

სადაც

$$\frac{\partial v_i^{j+1}}{\partial f_{1,i}^{j+1}} = -\left[1+\frac{\nu\tau}{h^2}\left(\frac{1}{\eta_i^{j+1}}+\frac{1}{\eta_{i-1}^{j+1}}\right)+\frac{\tau^2}{2h^2}\frac{1}{(\eta_i^{j+1})^2}\left(c^2+\frac{\nu}{h}\left(v_i^{j+1}-v_{i+1}^{j+1}\right)\right)\right]^{-1},$$

$$\frac{\partial v_i^{j+1}}{\partial f_{2,i}^{j+1}} = -\frac{\tau}{2h}\frac{\partial v_i^{j+1}}{\partial f_{1,i}^{j+1}}, \quad \frac{\partial \eta_i^{j+1}}{\partial f_{1,i}^{j+1}} = \frac{\tau}{h}\frac{1}{(\eta_i^{j+1})^2}\left(c^2+\frac{\nu}{h}\left(v_i^{j+1}-v_{i+1}^{j+1}\right)\right)\frac{\partial v_i^{j+1}}{\partial f_{1,i}^{j+1}},$$

$$\frac{\partial \eta_i^{j+1}}{\partial f_{2,i}^{j+1}} = \left(1+\frac{\nu\tau}{h^2}\left(\frac{1}{\eta_i^{j+1}}+\frac{1}{\eta_{i-1}^{j+1}}\right)\right)\frac{\partial v_i^{j+1}}{\partial f_{1,i}^{j+1}}. \tag{11}$$

ვინაიდან არაცხადი ფუნქციების განსაზღვრის არეში $\det\|\Gamma^{(i)}_{\alpha\beta}\| \neq 0$, ამიტომ $\det\|\Gamma_{\alpha\beta}\|$-ც იქნება 0-გან განსხვავებული. ამრიგად, შეგვიძლია ვისარგებლოთ ზოგადი (8) ფორმულებით, რომელთა საფუძველზე (5) სისტემის ამოხსნის იტერაციულ პროცესს ექნება სახე:

$$\overset{(n+1)}{v}{}_i^{j+1} = \overset{(n)}{v}{}_i^{j+1} - \frac{\overset{(n)}{f}{}_{1,i}^{j+1} + \overset{(n)}{f}{}_{2,i}^{j+1}\left[\dfrac{\tau}{h}\dfrac{1}{(\overset{(n)}{\eta}{}_i^{j+1})^2}\left(c^2+\dfrac{\nu}{h}\left(\overset{(n)}{v}{}_i^{j+1}-v_{i+1}^{j}\right)\right)\right]}{1+\dfrac{\nu\tau}{h^2}\left(\dfrac{1}{\overset{(n)}{\eta}{}_i^{j+1}}+\dfrac{1}{\eta_{i-1}^{j+1}}\right)+\dfrac{\tau^2}{2h^2}\dfrac{1}{(\overset{(n)}{\eta}{}_i^{j+1})^2}\left(c^2+\dfrac{\nu}{h}\left(\overset{(n)}{v}{}_i^{j+1}-v_{i+1}^{j}\right)\right)},$$

$$\overset{(n+1)}{\eta}{}_i^{j+1} = \overset{(n)}{\eta}{}_i^{j+1} + \frac{\dfrac{\tau}{2h}\overset{(n)}{f}{}_{1,i}^{j+1} - \overset{(n)}{f}{}_{2,i}^{j+1}\left[1+\dfrac{\nu\tau}{h^2}\left(\dfrac{1}{\overset{(n)}{\eta}{}_i^{j+1}}+\dfrac{1}{\eta_{i-1}^{j+1}}\right)\right]}{1+\dfrac{\nu\tau}{h^2}\left(\dfrac{1}{\overset{(n)}{\eta}{}_i^{j+1}}+\dfrac{1}{\eta_{i-1}^{j+1}}\right)+\dfrac{\tau^2}{2h^2}\dfrac{1}{(\overset{(n)}{\eta}{}_i^{j+1})^2}\left(c^2+\dfrac{\nu}{h}\left(\overset{(n)}{v}{}_i^{j+1}-v_i^{j}\right)\right)}, \tag{12}$$

$i=2,\dots,(M-1)$, $j=0,1,\dots$,

ხოლო $i=1$ - თვის გვაქვს:

$$\overset{(n+1)}{V}{}_1^{j+1} + \overset{(n)}{V}{}_1^{j+1} - \frac{\overset{(n)}{f}{}_{1,1}^{j+1} - \overset{(n)}{f}{}_{2,1}^{j+1}\left[\frac{\tau}{h}\frac{1}{\left(\overset{(n)}{\eta}{}_1^{j+1}\right)^2}\left(C^2+\frac{\nu}{h}\left(\overset{(n)}{V}{}_1^{j+1}-V_2^j\right)\right)\right]}{1+\frac{\nu\tau}{h^2}\left(\frac{1}{\overset{(n)}{\eta}{}_1^{j+1}}+\frac{1}{\eta_0^j}\right)+\frac{\tau^2}{2h^2}\frac{1}{\left(\overset{(n)}{\eta}{}_1^{j+1}\right)^2}\left(C^2+\frac{\nu}{h}\left(\overset{(n)}{V}{}_1^{j+1}-V_2^j\right)\right)}$$

$$\overset{(n+1)}{\eta}{}_1^{j+1} = \overset{(n)}{\eta}{}_1^{j+1} + \frac{\frac{\tau}{2h}\overset{(n)}{f}{}_{1,1}^{j+1} - \overset{(n)}{f}{}_{2,1}^{j+1}\left[1+\frac{\nu\tau}{h^2}\left(\frac{1}{\overset{(n)}{\eta}{}_1^{j+1}}+\frac{1}{\eta_0^j}\right)\right]}{1+\frac{\nu\tau}{h^2}\left(\frac{1}{\overset{(n)}{\eta}{}_1^{j+1}}+\frac{1}{\eta_0^j}\right)+\frac{\tau^2}{2h^2}\frac{1}{\left(\overset{(n)}{\eta}{}_1^{j+1}\right)^2}\left(C^2+\frac{\nu}{h}\left(\overset{(n)}{V}{}_1^{j+1}-V_2^j\right)\right)} \qquad (13)$$

$j=0,1,\ldots$

იტერაციებს ვაწარმოებთ ყოველი დროითი შრისათვის, შემდეგ შრეზე გადასვლისას ნულოვან მიახლოებად ვიღებთ ბადური ფუნქციების მნიშვნელობებს წინა შრიდან.

მიღებულია 9.III.1993

საქართველოს მეცნიერებათა
აკადემიის გეოფიზიკის
ინსტიტუტი

ეროვნული ბიბლიოთეკა

ლიტერატურა

1. А.А.Самарский, Ю.П.Попов. Разностные методы решения задач газовой динамики. М., "Наука", 1980.
2. Дж.Гачечиладзе. Решение системы нелинейных алгебраических уравнений с помощью обратной сплайн-интерполяции. Тр.ТГУ, сер. киб.-пр.мат., т.15(315),1993, 155-168.

Дж.Гачечиладзе

ОБ ОДНОМ ЧИСЛЕННОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПОРШНЯ ПРИ ИЗОТЕРМИЧЕСКОМ СЖАТИИ ГАЗА С ПОСТОЯННОЙ СКОРОСТЬЮ

Резюме

Рассмотрено применение метода обратной сплайн-интерполяции для решения системы нелинейных алгебраических уравнений, получаемых в результате замены дифференциальных уравнений газовой динамики соответствующей разностной схемой.

J.Gachechiladze

ON A NUMERICAL METHOD FOR SOLVING THE PISTON PROBLEM AT ISOTHERMIC COMPRESSION OF GAS OF CONSTANT VELOCITY

Summary

The use of the method of inverse spline-interpolation is considered for solving the system of nonlinear algebraic equations resulting from the replacement of differential equations of gas dynamics with a corresponding difference scheme.

ეროვნული
ბიბლიოთეკა

Труды Тбилисского государственного университета
им.И.Джавахишвили

ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები
316, 1993

კორტევეგა და ვრიზის სტაციონარული განტოლებისათვის სასაზღვრო ამოცანის რიცხვითი ამოხსნა

ჯ. ქაჩეჩილაძე

კორტევეგა და ვრიზის განტოლებას აქვს სახე:

$$\frac{d^2F}{d\xi^2}+pF^2+q(c_2-c_\infty)F=0, \tag{1}$$

სადაც p, q, c_2, c_∞ - კონსტანტებია, რომელთა მნიშვნელობები მოყვანილია /1/-ში. განვიხილოთ შემდეგი სასაზღვრო ამოცანა:

$$\frac{d^2y}{dx^2}+py^2+ry=0,$$

$$y'(0)=0,\quad y(a)=0, \tag{2}$$

$$y(x)\in C^2[0,a],$$

p, r - კონსტანტებია, $x\in[0,a]$. შევნიშნოთ, რომ ამ ამოცანის ზუსტი არატრივიალური ანალიზური ამონახსნი არსებობს და ერთადერთია. კუბური სპლაინი, რომელიც ახდენს (2) ამოცანის ამონახსნის ინტერპოლებას, შეიძლება წარმოვადგინოთ ფუნდამენტური სპლაინების საშუალებით შემდეგნაირად /2/:

$$S_\Delta(x)=\sum_{j=0}^{N}A_{\Delta,j}(x)y(x_j)+y'(0)B_{\Delta,0}(x), \tag{3}$$

სადაც $A_{\Delta,k}(x)$, $k=0,\dots,N$, $B_{\Delta,0}(x)$ შესაბამისად წარმოადგენენ A და B ტიპის ფუნდამენტურ კუბურ სპლაინებს. ისინი განისაზღვრებიან ასე:

$$\begin{cases} A_{\Delta,K}(x_j)=\delta_{Kj}\,, \quad j=0,\dots,N; \\ A'_{\Delta,K}(x_i)=0, \quad i=0;N \quad (K=0,\dots,N); \end{cases}$$

$$\begin{cases} B_{\Delta,0}(x_j)=0, \quad j=0,\dots,N; \\ B'_{\Delta,0}(x_i)=\delta_{0i}\,, \quad i=0;N. \end{cases}$$

$\Delta\equiv\{x_j\}$, $j=0,\dots,N$, – ბადეა $[0,a]$ -ზე.

(3)-ში უცნობებია $y(x)$ ფუნქციის მნიშვნელობები ბადის კვანძებში. მათ მოსაძებნად (3) შევიტანოთ (2)-ში. თუ მიღებულ გამოსახულებას განვიხილავთ ბადის კვანძებში, მივიღებთ არაწრფივ განტოლებათა სისტემას $y(x_j)$, $j=0,\dots,N$, -ის მიმართ:

$$\frac{d^2}{dx^2}S_\Delta(x_0)+pS_\Delta^2(x_0)+rS_\Delta(x_0)=0,$$

$$\frac{d^2}{dx^2}S_\Delta(x_1)+pS_\Delta^2(x_1)+rS_\Delta(x_1)=0, \qquad (4)$$

$$- - - - - - - - - - - - - - - - - - - -$$

$$\frac{d^2}{dx^2}S_\Delta(x_{N-1})+pS_\Delta^2(x_{N-1})+rS_\Delta(x_{N-1})\ 0.$$

თუ გავითვალისწინებთ ამოცანის სასაზღვრო პირობებს და იმას, რომ

$$S_\Delta(x_K)=y_K, \quad \frac{d^2}{dx^2}S_\Delta(x_K)=\sum_{j=0}^{N-1}\frac{d^2}{dx^2}A_{\Delta,j}(x_K)y_j= \\ =\sum_{j=0}^{N-1}M_K^{(j)}y_j\,,$$

სადაც $y_K\equiv y(x_K)$, $M_K^{(i)}$ – i-ური ფუნდამენტური A-სპლაინის მეორე წარ-მოებულის მნიშვნელობა ბადის K-ურ კვანძში, (4) გადაიწერება ასე:

$$\begin{cases} \sum\limits_{j=0}^{N-1}M_0^{(j)}y_j+py_0^2+ry_0=0, \\ - - - - - - - - - - - - - - \\ \sum\limits_{j=0}^{N-1}M_{N-1}^{(j)}y_j+py_{N-1}^2+ry_{N-1}=0 \end{cases} \qquad (5)$$

ამ სისტემის ამოსახსნელად გამოვიყენეთ იტერაციული პროცესი /2/:

$$x_j^{n+1} = x_j^n + \lambda_j \sum_{k=1}^{p} u_k^n J^{-1}(x_1^n, \ldots, x_p^n) \frac{D(\varphi_1, \ldots, \varphi_p)}{D(x_1^n, \ldots, x_{j-1}^n, u_k^n, x_{j+1}^n, \ldots, x_p^n)}, \tag{6}$$

$$j = 1, \ldots, p.$$

(5) სისტემისათვის $\lambda \sim \frac{2}{N}$,

$$J(y_0, \ldots, y_{N-1}) = (-1)^N \begin{vmatrix} M_0 + 2py_0 + 7 & M_0^{(1)} & \cdots & M_0^{(N-1)} \\ M_1^{(0)} & M_1^{(1)} + 2py_1 + 7 & \cdots & M_1^{(N-1)} \\ \hdashline M_{N-1}^{(0)} & M_{N-1}^{(1)} & \cdots & M_{N-1}^{(N-1)} + 2py_{N-1} + 7 \end{vmatrix} \tag{7}$$

სიდიდეები $\dfrac{D(\varphi_0, \ldots, \varphi_{N-1})}{D(y_0, \ldots, y_{\alpha-1}, u_j, y_{\alpha+1}, \ldots, y_{N-1})}$ მიიღება (7)-დან.

თუ α სვეტს შევცვლით $(0, \ldots, 0, 1, 0, \ldots, 0)$-ით, სადაც 1 დგას β ადგილზე, $(y_0^0, \ldots, y_{N-1}^0)$ საწყის მიახლოებად ვიღებთ ისეთ $y(x) \neq 0$ ფუნქციის მნიშვნელობებს ბადის კვანძებში, რომელიც აკმაყოფილებს სასაზღვრო პირობებს.

მიღებულია 17.III.1993

საქართველოს მეცნიერებათა
აკადემიის მათემატიკის
ინსტიტუტი

ᲔᲠᲝᲕᲜᲣᲚᲘ ᲑᲘᲑᲚᲘᲝᲗᲔᲙᲐ

ლიტერატურა

1. З.Д.Кобаладзе, А.Д.Патарая, А.Г.Хантадзе. Об уединенных волнах Россби. Изв.АН СССР. Физика атмосферы и океана, 6, 649, 1981.

2. Дж.Альберг, Э.Нильсон, Дж.Уолш. Теория сплайнов и ее применения. М., "Мир", 1972.

3. Дж.Гачечиладзе. Решение системы нелинейных алгебраических уравнений с помощью обратной сплайн-интерполяции. Труды ТГУ, сер.киб.-пр.мат., т.15(315), 1993, 155-168.

Дж.Гачечиладзе

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СТАЦИОНАРНОГО УРАВНЕНИЯ КОРТЕВЕГ'А де ВРИЗА

Резюме

Рассмотрено применение метода обратной сплайн-интерполяции для решения системы нелинейных алгебраических уравнений, получаемых в результате интерполяции решения краевой задачи для стационарного уравнения Кортевега де Вриза с помощью кубического сплайна.

ეროვნული
ბიბლიოთეკა

J.Gachechiladze

NUMERICAL SOLUTION OF A BOUNDARY PROBLEM FOR THE KORTEVEGA de VRIS STATIONARY EQUATION

S u m m a r y

The paper discusses the use of the method of inverse spline-interpolation for solving a system of nonlinear algebraic equations resulting from the interpolation of the solution of a boundary problem for the Kortevega de Vris equation by means of a cubic spline.

Труды Тбилисского государственного университета
им.И.Джавахишвили

ივ.ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები
316, 1993

საზოგადოებრივი აზრის შესწავლა პრივატიზაციის მექანიზმისა და მეთოდების შესახებ

რ.ქეიშვილი, ქ.მანჯგალაძე, დ.მამფორია,
ლ.ჩიტაშვილი, ქ.ქეიშვილი

საბაზრო ეკონომიკაზე გადასვლის ერთ-ერთი ძირითადი პირობა და განმსაზღვრელი ფაქტორი არის სახელმწიფო საკუთრების ფართო პრივატიზაცია, მისი განხორციელება დაკავშირებულია რიგ პოლიტიკური, ეკონომიური და სოციალური საკითხების გადაჭრასთან. პრივატიზაციის პროცესის შესწავლისას მნიშვნელოვანია ვიცოდეთ მოსახლეობის აზრი საქართველოს მოქალაქეებისათვის სახელმწიფო ქონების უსასყიდლოდ გადაცემასა ან მიყიდვაზე, აგრეთვე პრივატიზაციის პროცესში უცხოური კაპიტალის მონაწილეობაზე. საინტერესოა აგრეთვე სოციალური ფენების მიხედვით საზოგადოებრივი აზრის შესწავლაც.

ყველა აღნიშნული საკითხის შესასწავლად შემუშავდა სოციალური ანკეტა, რომლის მეშვეობით ჩატარდა სასინჯი გამოკვლევა პრივატიზაციის ჩატარების ფორმებზე და მოსალოდნელ შედეგებზე. რეფერენდუმისებურად იქნა გამოკვლეული მოსახლეობის აზრი საქართველოს სხვადასხვა კონკრეტული სამეურნეო დარგებისა და ობიექტების ქონების პრივატიზაციის შესახებ. გამოკითხვა ჩატარდა 1992 წლის მაის-ივნისში, შესაბამისი კვოტების მიხედვით გამოკითხული იქნა 920 თბილისელი რესპონდენტი. აქედან: 390 სახელმწიფო სექტორის თანამშრომელი (აქედან

პედაგოგები, მეცნიერ-მუშაკები და ა.შ.), 120 კერძო სექტორის მუშაკი, 160 სტუდენტი. ცალკე იყო განხილული მუშათა ფენის წარმომადგენლობა (140 ადამიანი) და ე.წ. "სპეციალისტების" ჯგუფი, რომელშიც შევიდნენ ეკონომიკური პროფილის ინსტიტუტებისა და წარმოებების ეკონომისტ-სპეციალისტები (110 ადამიანი), ანკეტის ერთ-ერთი ძირითადი კითხვა შემდეგნაირად იყო ჩამოყალიბებული: "ვის საკუთრებაში უნდა გადავიდეს ან დარჩეს პრივატიზაციის შედეგად დარგის (მძიმე მრეწველობა, მსუბუქი მრეწველობა, ვაჭრობა, მომსახურება და საზკვება, ჯანმრთელობის დაცვა, საკურორტო და ტურისტული დაწესებულებები, ჩაის, ყურძნისა და ციტრუსების გადამამუშავებელი საწარმოების) ქონება?"

N1 ცხრილიდან ჩანს, რომ საზოგადოებრივი აზრის განაწილება განსხვავებულია როგორც დარგობრივ ჭრილში, ისევე სოციალური ფენების მიხედვით. ასე მაგალითად: სახელმწიფო სექტორის 69% თვლის, რომ მძიმე მრეწველობის სამეურნეო ობიექტების (ინსტრუმენტალური ქარხანა, მეტალურგიული ქარხანა და ა.შ.) ქონების ძირითადი ნაწილი უნდა დარჩეს სახელმწიფო საკუთრებაში, ხოლო 27%- მიიჩნევს რომ უნდა გადავიდეს კერძო მფლობელობაში, ანუ პრივატიზირდეს. ანალოგიურ შეკითხვაზე მსუბუქი მრეწველობის დარგის მიმართ სახელმწიფო სექტორის თანამშრომლების ხოლოდ 38,2% თვლის, რომ მსუბუქი მრეწველობის ობიექტების ძირითადი ნაწილი უნდა დარჩეს სახელმწიფო საკუთრებაში, 60% კი მიიჩნევს, რომ უნდა გადავიდეს კერძო მფლობელობაში.

იმავე ცხრილიდან ჩანს, რომ გამოკითხული მოსახლეობის უმეტესი ნაწილის აზრით დარგების: მსუბუქი მრეწველობა, ვაჭრობა, მომსახურება და საზკვება, საკურორტო და ტურისტული დაწესებულებები, ყურძნის, ჩაისა და ციტრუსების გადამამუშავებელი სამეურნეო ობიექტების ქონების ძირითადი ნაწილი უნდა გადავიდეს კერძო მფლო-

ეროვნული ბიბლიოთეკა

ბლობაში, ხოლო მძიმე მრეწველობისა და ჯანმრთელობის დაცვის და-წესებულების ქონების ძირითადი ნაწილი დარჩეს სახელმწიფო საკუთ-რებაში, აღსანიშნავია, რომ სტუდენტებისა და კერძო სექტორის ჯგუ-ფების წილი, რომელიც მხარს უჭერს სხვადასხვა სამეურნეო ობიექტე-ბის ქონების განსახელმწიფოებრიობას, დომინირებს შესაბამის წილე-ბზე სახელმწიფო სექტორისა და მუშების ჯგუფებში.

პრივატიზაციის ჩატარების ფორმისადმი საზოგადოებრივი აზრის განაწილება მოყვანილია №2 ცხრილში. ცხრილში პირველადი მონაცემე-ბის საფუძველზე გამოკვლეული იქნა სოციალური ჯგუფების (სახელმწი-ფო სექტორი, კერძო სექტორი, სტუდენტები და მუშები) მიდგომის ერთ-გვაროვნება. ჩვენთვის ინტერესს წარმოადგენდა რომელ სოციალურ ჯგუ-ფებს გააჩნდათ პასუხების ერთნაირი (სტატისტიკურად) განაწილება და არის თუ არა დამოკიდებული პასუხები იმაზე თუ რომელ სოციალურ ჯგუფს განეკუთვნება ესა თუ ის .. რესპოდენტი.

როგორც ცნობილია /1/ ფაქტორებს შორის ურთიერთკავშირის გა-მოსაკვლევად, შეუღლებულობის ცხრილებში, შედარებულია შესაბამისი მოსალოდნელი სიხშირეები; ანუ თუ i არის პირველი ფაქტორის დონის მაჩვენებელი და j -მეორე ფაქტორისა, ხოლო $N_{i,j}$ – რესპოდენტთა რიცხ-ვი (i, j -ური დონის მიხედვით), შესადარებელია $N_{i,j}$ მოსალოდნელ სიხშირეს, პირობაში, რომ ამ ფაქტორებს შორის არა აქვს ადგილი ურთი-ერთკავშირს. $N_{i,j}$ შესაბამისი შეფასება მოიცემა შემდეგი ფორმულით:

$$\hat{N}_{i,j} = \frac{N_{i\cdot} \cdot N_{\cdot j}}{N}. \qquad (1)$$

პრივატიზაციის ჩატარების ფორმების შესახებ საზოგადოებრივი აზრის რეალური ანალიზისათვის გამოვიყენოთ სტატისტიკური, კერძოდ χ^2 კრიტერიუმი.

(1) ფორმულაში $N_{i\cdot}$ არის პირველი ფაქტორის i დონის მქო-ნე ყველა რესპოდენტის რაოდენობა, $N_{\cdot j}$ არის მეორე ფაქტორის j -ური დონის მქონე ყველა რესპოდენტის რაოდენობა, ხოლო N - ყვე-ლა რესპოდენტის რიცხვი.

ეროვნული ბიბლიოთეკა

$$\chi^2=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{c}\left(N_{i,j}-\hat{N}_{i,j}\right)^2, \quad \text{სადაც} \qquad (2)$$

n არის პირველი ფაქტორის დონეების რიცხვი, c არის მეორე ფაქტორის დონეების რიცხვი. შესაბამისი თავისუფლების ხარისხი უდრის შემდეგ ნამრავლს - $(n-1)(c-1)$.

პირობაში, რომ ფაქტორები დამოუკიდებელი არიან, χ^2 სიდიდე, შესაბამისი თავისუფლების ხარისხით, არ უნდა იყოს χ^2 კრიტიკულზე მეტი.

როდესაც $\chi^2 > \chi^2$ კრიტიკულზე, ჰიპოთეზა დამოუკიდებლობის შესახებ უნდა იქნას უკუგდებული. ქვემოდან მოყვანილია ცხრილი, რომელშიც მოცემულია დაკვირვებული პასუხების რაოდენობების განაწილება სოციალური ჯგუფების მიხედვით (სპეციალისტების ჯგუფების გარდა).

დაკვირვებულ სიხშირეთა განაწილება

j / i	სახელმწიფო სექტორი	კერძო სექტორი	სტუდენტები	მუშები
პრივატიზაციის ჩატარება აუქციონის წესით	32	18	25	9
სახელმწიფო ქონების განაწილება უსასყიდლოდ	140	30	48	40
პრივატიზაციის ჩატარების შერეული ფორმა	200	63	77	56
მიჭირს პასუხის გაცემა	18	9	10	35

ამ ცხრილში ერთ ფაქტორს წარმოადგენს პრივატიზაციის ჩატარების ფორმა, ხოლო მეორე ფაქტორს - მოსახლეობის სოციალური ჯგუფი. თითოეულ ფაქტორს აქვს ოთხი დონე. შევადგინოთ $N_{i,j}$ დაკვირვებული სიხშირეების შესაბამისი მოსალოდნელი სიხშირეები (1) ფორმულის გამოყენებით.

ეროვნული
ბიბლიოთეკა

ვღებულობთ:

$\hat{N}_{11} = 40,5$, $\hat{N}_{12} = 12,4$, $\hat{N}_{13} = 16,5$. $\hat{N}_{14} = 14,5$

$\hat{N}_{21} = 124,2$, $\hat{N}_{22} = 38,2$, $\hat{N}_{23} = 51$, $\hat{N}_{24} = 44,5$,

$\hat{N}_{31} = 190,2$, $\hat{N}_{32} = 58,7$, $\hat{N}_{33} = 78,2$, $\hat{N}_{34} = 68,4$,

$\hat{N}_{41} = 34,0$, $\hat{N}_{42} = 10,6$, $\hat{N}_{43} = 14,2$, $\hat{N}_{44} = 12,4$.

ჩავსვათ მოსალოდნელი სიხშირეების მნიშვნელობები (2) ფორმულაში და გამოვთვალოთ χ^2 მნიშვნელობა. მივიღებთ $\chi^2 = 30,85$ ჩვენს შემთხვევაში თავისუფლების ხარისხი უდრის 9, ხოლო χ^2 კრიტიკული მნიშვნელობები 0,05-სა და 0,01-ის მნიშვნელობათა დონეებისათვის შესაბამისად უდრის 16,9 და 21,7. ეს მიგვითითებს, რომ ნულოვანი ჰიპოთეზა უარყოფილი უნდა იქნას, ანუ საზოგადოების სოციალური ფენების დამოკიდებულება პრივატიზაციის ჩატარების ფორმებთან არაერთგვაროვანია (დამოკიდებულია სოციალური ჯგუფების მიხედვით).

თუ გამოვყოფთ ცალკე მონაცემებს და ჩავატარებთ ანალოგიურ გამოთვლებს კერძო სექტორის მუშაკებისა და სტუდენტებისათვის, მივიღებთ, რომ შესაბამისი χ^2 უდრის 1,2. ამ დროს თავისუფლების ხარისხი უდრის 3. χ^2 კრიტიკული 0,05 და 0,01 დონეებისათვის შესაბამისად უდრის 7,8 და 11,3. ეს მიუთითებს იმაზე, რომ პრივატიზაციის ჩატარების ფორმებისადმი კერძო სექტორის მუშაკებსა და სტუდენტებს აქვთ ერთგვაროვანი მიდგომა, ხოლო არაერთგვაროვანი დამოკიდებულება გააჩნიათ სახელმწიფო სექტორის თანამშრომლებს და მუშებს ერთის მხრივ, სახელმწიფო სექტორის თანამშრომლებსა და კერძო სექტორის მუშაკებს მეორეს მხრივ.

ანკეტამ საშუალება მოგვცა აგრეთვე შეგვესწავლა საზოგადოების პროგნოზი პრივატიზაციის შედეგებზე (ცხრილი N3 და ცხრილი N4).

რესპოდენტებს ეძლეოდათ შეკითხვა: "როგორ იმოქმედებს პრივატიზაციის ჩატარება საზოგადოების კეთილდღეობაზე ახლო მომავალში და პერსპექტივაში"?

გამოკითხულთა უმრავლესობის აზრით ახლო მომავალში მოსალოდნელია ცხოვრების საშუალო დონის დაცემა, ხოლო პერსპექტივაში ამაღლება. შედარებით სხვა ჯგუფებთან ოპტიმიზმით გამოირჩევა კერძო სექტორის მუშაკებისა და სტუდენტების პროგნოზი.

საინტერესოა საზოგადოებრივი აზრის დამოკიდებულება პრივატიზაციის პროცესში უცხოური კაპიტალის მონაწილეობის მიმართ. ყველა სოციალური ჯგუფების მიხედვით მცირეა იმ რესპონდენტთა რიცხვი, რომელიც დასაშვებად მიიჩნევს უცხოური კაპიტალის მონაწილეობას პრივატიზაციის პროცესში. ასე მაგალითად: უცხოური კაპიტალის მძიმე მრეწველობაში შეზღუდვის გარეშე მონაწილეობას მხარს უჭერს სახელმწიფო სექტორის თანამშრომლების მხოლოდ 4,3%, სპეციალისტებისა - 11%, კერძო სექტორის - 11% და ა.შ. უცხოურ კაპიტალს რესპონდენტების უმრავლესობა მხარს უჭერს მთავრობის კონტროლის ქვეშ. იმ რესპონდენტთა რიცხვი, სოციალური ჯგუფების მიხედვით, რომელიც მიუღებლად თვლის უცხოური კაპიტალის დაშვებას პრივატიზაციის პროცესში მერყეობს საშუალოდ 20%-დან 30%-მდე, ამ მონაცემებში ვარიაცია არ არის თანაბარი და ამიტომ თავი ავარიდეთ დეტალური მონაცემების მოყვანას.

დ ა ს კ ვ ნ ე ბ ი

1. გამოკითხულთა უმრავლესობის თვალსაზრისით სახელმწიფო ქონების პრივატიზაციის პროცესი ამ ეტაპზე შემდეგნაირად გამოიყურება:

ა) მძიმე მრეწველობის და ჯანდაცვის დაწესებულებათა ქონების ძირითადი ნაწილი უნდა დარჩეს სახელმწიფო საკუთრებაში.

ბ) ვაჭრობის, მომსახურეობის, საზ.კვების, მსუბუქი მრეწველობის, ყურძნის, ჩაის, ციტრუსების გადამამუშავებელ საწარმოთა ქონების ძირითადი ნაწილი უნდა გადავიდეს კერძო ან ჯგუფურ საკუთრებაში;

გ) დასაშვებია უცხოური კაპიტალის მონაწილეობა პრივატიზაციის პროცესში საქართველოს მთავრობის კონტროლის ქვეშ.

ეროვნული ბიბლიოთეკა

დ) მისაღებია პრივატიზაციის შერეული ფორმა (სამეურნეო ობიექტების აქციების ნაწილის უფასო დარიგება, ნაწილის გაყიდვა შეღავათიანი ფასებით, ხოლო დარჩენილის გაყიდვა აუქციონზე).

2. გამოკითხულთა უმრავლესობის აზრით პრივატიზაციის შედეგად ახლო მომავალში მოსალოდნელია ცხოვრების საშუალო დონის დაქვეითება და შემდგომში ამაღლება. აღსანიშნავია, რომ ოპტიმიზმით გამოირჩევიან კერძო სექტორის თანამშრომლები და სტუდენტები. ამ სოციალურ ჯგუფებში, ახლო მომავალში, საშუალო დონის ამაღლებას მოელის შესაბამისად 37,1% და 29,8% რესპონდენტი.

3. სოციალური ფენების მიხედვით პრივატიზაციის ჩატარების ფორმებთან და მოსალოდნელ შედეგებთან ერთგვაროვან მიდგომას ამჟღავნებენ კერძო. სექტორის თანამშრომლები.

მიღებულია 18.III.1993

ფიზიკური კიბერნეტიკის
პრობლემური ლაბორატორია

ცხრილი N1

საზოგადოებრივი აზრის განაწილება დარგების და სოციალური ჯგუფების მიხედვით

	სახელმწიფო სექტორის თანამშრომლები	სპეცი-ალისტები	კერძო სექტორის თანამშრომლები	სტუდენტები	მუშები
მძიმე მრეწველობის საწარმოთა ძირითადი ნაწილი დარჩეს სახელმწიფო სექტორში	69,4%	69,7%	50%	8,2%	62,1%
პრივატიზირდეს	27,1%	30,2%	50%	35,7%	28,8%
მსუბუქი მრეწველობის საწარმოთა ძირითადი ნაწილი დარჩეს სახელმწიფო სექტორში	38,2%	30,2%	28,6%	30,6%	51,8%
პრივატიზირდეს	59,8%	69,7%	71,4%	63,4%	37,6%
ვაჭრობის, მომსახურეობის, საზ-კვების სამეურნეო ობიექტების ძირითადი ნაწილი დარჩეს სახელმწიფო საკუთრებაში	25,7%	13,9%	17,2%	34,6%	40%
პრივატიზირდეს	73,2%	85,9%	81,4%	75,4%	60%
ჯანმრთელობის დაცვის დაწესე-ბულებათა ძირითადი ნაწილი დარჩეს სახელმწიფო სექტორში	55,5%	62,7%	41,5%	47,7%	75,5%
პრივატიზირდეს	42%	37,2%	58,5%	49,2%	24,3%
საკურორტო და ტურისტული დაწე-სებულებათა ძირითადი ნაწილი დარჩეს სახელმწიფო სექტორში	36,5%	41,9%	27,1%	31,3%	46,6%

ეროვნული ბიბლიოთეკა

№1 ცხრილის გაგრძელება

პრივატიზირდეს	51.4%	55,8%	71.4%	68,5%	51.1%
ყურძნის, ჩაის, ციტრუსების გადამამუშავებელი საწარმოთა ძირითადი ნაწილი დარჩეს სახელმწიფო საკუთრებაში	39,5%	39,5%	25.7%	24,6%	55.6%
პრივატიზირდეს	57,3%	60,5%	74.3%	73,9%	44,5%

შენიშვნა: ცხრილში არ არის მოყვანილი იმ რესპონდენტთა რიცხვი %-ში, რომლებმაც კითხვას პასუხი ვერ გასცეს.

ეროვნული ბიბლიოთეკა

ცხრილი №2

საზოგადოებრივი აზრის განაწილება პრივატიზაციის ჩატარების ფორმებზე

	სახელმწიფო სექტორის თანამშრომლები	სპეციალისტები	კერძო სექტორის თანამშრომლები	სტუდენტები	მუშები
პრივატიზაციის ჩატარება აუქციონის წესით	8,3%	4,7%	15,7%	15,7%	6,7%
სახელმწიფო ქონების განაწილება მოსახლეობაზე უსასყიდლოდ	38%	20,9%	25,7%	30,6%	28,9%
პრივატიზაციის ჩატარების შერეული ფორმა	51,4%	67,4%	52,8%	48,5%	40%
მიჭირს პასუხის გაცემა	4,4%	6,7%	5,7%	5,2%	24,4%

საზოგადოების ცხოვრების საშუალო დონის პროგნოზი ახლო მომავალსა და პერსპექტივაში

ცხრილი №3

ამაღლდება ახლო მომავალში	25,8%	18,6%	17,1%	29,8%	24,4%
პერსპექტივაში	70%	67,4%	75,7%	67,9%	46,7%
იგივე დარჩება ახლო მომავალში	18,9%	23.2%	18,6%	29,1%	35,6%
პერსპექტივაში	7,9%	9,7%	4,2%	5,2%	13,3%
დაეცემა ახლო მომავალში	40,2%	46.5%	25,7%	15,6%	28,9%
პერსპექტივაში	10,5%	6,9%	2,8%	2,2%	22,2%
მიჭირს პასუხის გაცემა	15,5%	11,6%	18,6%	25,4%	11,1%
	11%	16.3%	10,1%	24.6%	17.8%

ეროვნული ბიბლიოთეკა

ცხრილი N4

პირადი კეთილდღეობის პრობლემები ახლო მომავალსა და პერსპექტივაში

	სახელმწიფო სექტორის თანამშრომლები	სპეციალისტები	კერძო სექტორის თანამშრომლები	სტუდენტები	მუშები
ამაღლდება ახლო მომავალში	19,5%	13,9%	30,1%	37,3%	31,14%
პერსპექტივაში	52,7%	65,2%	72,9%	61,9%	63,3%
იგივე დარჩება ახლო მომავალში	26,9%	23,3%	27,1%	31,8%	33,9%
პერსპექტივაში	13%	4,6%	5,9%	11,2%	15,6%
დაეცემა ახლო მომავალში	35,6%	44,10%	18,6%	8,2%	26,7%
პერსპექტივაში	9,4%	9,2%	2,9%	2,2%	15,6%
მიჭირს პასუხის გაცემა	17,8%	18,6%	17,1%	24,6%	8,9%
	24,9%	20,9%	18,6%	24,6%	15,6%

ეროვნული
ბიბლიოთეკა

ლიტერატურა

1. Н.Джонсон, Ф.Лион. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке. Изд-во "Мир", Москва, 1980.
2. Рабочая книга социолога, М.: "Наука", 1983.
3. ჯ.ყვავილაშვილი, სტატისტიკური მეთოდების გამოყენება ფსიქოლოგიაში. თბილისი, თსუ გამ., 1974.

Р.А.Чейшвили, К.В.Манджгаладзе, Д.М.Мампория, Л.Г.Читашвили, К.А.Чейшвили

ИЗУЧЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ОБЩЕСТВЕННОГО МНЕНИЯ К МЕХАНИЗМУ ПРОВЕДЕНИЯ ПРИВАТИЗАЦИИ И ЕЕ ПОСЛЕДСТВИЯМ

Резюме

В работе изучается общественное мнение по вопросу проведения приватизации в Грузии и ее последствий. Изучены различные социальные группы общества и оценены ожидаемые последствия приватизации в перспективе и на ближайшее будущее.

Статистический анализ, на основе применения критерия χ^2, показал, что к вопросу приватизации однозначное отношения проявляют работники частного сектора и студенты, с одной стороны, и специалисты и работники государственного сектора - с другой. Отдельно, изолированно предстает социальная группа рабочих.

ეროვნული ბიბლიოთეკა

R.Cheishvili, K.Manjgaladze, D.Mamporia, L.Chitashvili, K.Cheishvili

STUDY OF GEORGIAN PUBLIC OPINION REGARDING THE MECHANISM AND CONSEQUENCES OF PRIVATIZATION

S u m m a r y

The Georgian public opinion has been studied with regard to the mechanism and consequences of the expected privatization, viz.the ownership of various economic facilities, the attitude to the forms of privatization, and to the participation of foreign capital in the privatization process. Various social strata were polled and the long- and short-term results of the impending privatization have been assessed.

Statistical analysis - based on the χ^2 criterion - has revealed a uniform attitude to privatization among those involved in the private sector and students, on the one hand, and specialists and state sector employees, on the other. Workers form a group apart.

ეროვნული
ბიბლიოთეკა

Труды Тбилисского государственного университета
им.И.Джавахишвили

ივ.ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

316, 1993

ЯГЕРОВСКИЙ МЕТОД В ДИСКРИМИНАЦИОННОМ АНАЛИЗЕ

Т.С.Киселева

Рассмотрим применение метода Ягера нахождения степеней принадлежности для нечетких подмножеств конечных множеств /I/ в нечетком дискриминационном анализе /2/.

Метод Ягера опирается на понятие уровневых множеств заданного нечеткого подмножества.

Пусть A - нечеткое подмножество конечного множества $\mathcal{X}=\{x_1,\dots,x_n\}$. Предположим, что степени принадлежности элементов множества $\mathcal{X}$ нечеткому подмножеству A обозначены через $A(x_i)=a_i$. Пусть $A_\alpha=\{x/A(x)\geq\alpha,\ x\in\mathcal{X}\}$ - множество α - уровня. Другими словами, A_α - четкое подмножество множества $\mathcal{X}$, которое содержит все элементы, степень принадлежности которых не менее, чем α. Заметим также, что если для некоторого α_K не существует элементов, таких, что $A(x)\geq\alpha_K$, то $A_\alpha=\Phi$ для $\alpha>\alpha_K$.

Для нахождения степеней принадлежности элементов множества $\mathcal{X}$ подмножеству A, вычислим вероятность выбора элемента из $\mathcal{X}$ в случайном эксперименте. Воспользуемся описываемым далее методом /А/.

<u>Метод /А/</u>. С каждым x_i свяжем величину T_i, первоначально равную нулю, которая будет равна числу появлений x_i

ᲔᲠᲝᲕᲜᲣᲚᲘ ᲑᲘᲑᲚᲘᲝᲗᲔᲙᲐ

в следующей процедуре:

I. Определить объем выборки M $(M=25, 50, 100)$, необходимый для успешной работы.

2. Разделить единичный интервал на M частей равной длины, например, если $M=50$, то получим $\{1, 0{,}98, 0{,}96, 0{,}94, \ldots, 0{,}02\}$. Обозначим это множество через S .

3. Выбрать случайным образом без возвращения элемент α из S .

4. Попросить человека, определяющего нечеткое подмножество, перечислить все элементы X , которые, как он полагает, принадлежат множеству, соответствующему выбранному значению уровня α .

5. Если K - число элементов, включенное в множество уровня, построенное на шаге 4, то при каждом появлении эелмента в этом уровне добавить $1/K$ к T_i .

6. Повторять шаги 3-5 до тех пор, пока не используем все α в S .

7. Подсчитать $P(x_i)$; $P_i = T_i / M$.

Теперь каждому x_i приписана вероятность $P(x_i)$.

Согласно методу Ягера степени принадлежности элементов множеству A вычисляются по следующим формулам /I/:

$$a_1 = n\,P(x_1),$$

$$a_2 = (n-1)P(x_2) + P(x_1),$$

$$a_3 = (n-2)P(x_3) + P(x_2) + P(x_1),$$

$$\vdots$$

$$a_K = (n-K+1)P(x_K) + \sum_{i=1}^{K-1} P(x_i),$$

$$\vdots$$

$$a_{n-1} = 2P(x_{n-1}) + \sum_{i=1}^{n-2} P(x_i),$$

$$a_n = \sum_{i=1}^{n} P(x_i),$$

где n – число элементов в X; a_i – степень принадлежности x_i нечеткому множеству A; $P(x_i)$ – вероятность того, что в данном эксперименте будет выбран элемент x_i. Элементы занумерованы так, что из $i > j$ следует $a_i \geq a_j$. Откуда вытекает $P(x_1) \geq P(x_j)$. Обратно, если $P(x_i) \geq P(x_j)$, то a_1 Заметим, что $a_n = 1$ тогда и только тогда, когда вероятность получения пустого множества равна нулю.

Нечеткий дискриминационный анализ совместно с анализом связей составляют метод, позволяющий /2/ ставить медицинский диагноз при использовании архивных историй болезней /АИБ/.

Дискриминационный анализ в постановке медицинских диагнозов разделим на несколько этапов:

1. Из АИБ находим f_{ij} – отношение числа пациентов, страдающих болезнью j, представленную симптомом i к общему числу пациентов. Полученные данные запишем в специальную матрицу, где столбцы – болезни, строки – симптомы:

$$
\begin{array}{cccccccc}
 & D_1 & D_2 & \cdots & D_j & \cdots & D_n \\
S_1 & f_{11} & f_{12} & \cdots & f_{1j} & \cdots & f_{1n} \\
S_2 & f_{21} & f_{22} & \cdots & f_{2j} & \cdots & f_{2n} \\
\vdots \\
S_i & f_{i1} & f_{i2} & \cdots & f_{ij} & \cdots & f_{in} \\
\vdots \\
S_m & f_{m1} & f_{m2} & \cdots & f_{mj} & \cdots & f_{mn}
\end{array}
\qquad i = \overline{1, C_D}, \quad j = \overline{1, C_S}
$$

C_D – card множества болезней

C_S – card множества симптомов

2. Построим новые матрицы положительной дискриминации $\{P_{ij}\}$ и отрицательной дискриминации $\{n_{ij}\}$ по следующим формулам:

$$P_{ij} = \sum_{\substack{k \in D \\ k \neq j}} \{\chi_{large\text{-}ratio}(f_{ij}/f_{ik})\} / (C_D - 1),$$

$$n_{ij} = \sum_{\substack{k \in D \\ k \neq j}} \{\chi_{large\text{-}ratio}(f_{ik}/f_{ij})\} / (C_D - 1),$$

где $P_{ij}, n_{ij} \in [0,1]$; $\mathcal{D}$ используется для обозначения множества индексов, соответствующих множеству болезней. $Large\text{-}ratio$ представляет собой нечеткое множество с характеристической функцией принадлежности: $\chi_{Large\text{-}ratio}: R^+ \longrightarrow [0,1]$.

3. Постановка диагноза. Для нового пациента с множеством симптомов S' выпишем из матриц $\{P_{ij}\}$ и $\{n_{ij}\}$ те строки, которым соответствуют элементы множества S' ($S' = \{s_1, \ldots, s_m\}$). При этом получим новые матрицы $\{P'_{ij}\}$; $\{n'_{ij}\}$. Диагноз может быть определен как распределение по болезням $\{\delta_j\}$, что показано ниже:

$$\delta_j = \frac{1}{2}\{\chi_{Large}(\pi_j) + \chi_{small}(\nu_j)\}_j,$$

где $\pi_j = \{\sum_i P'_{ij}\}/C_{S'}$; $\nu_j = \{\sum_i n'_{ij}\}/C_{S'}$; $C_{S'}$ - $card\ S'$.

Нечеткие множества $Large$ и $Small$ имеют характеристическую функцию принадлежности:

$$\chi: [0,1] \longrightarrow [0,1],$$

χ_{Large} - монотонно возрастает по своим аргументам.

χ_{small} - монотонно убывает по своим аргументам.

В случае дискриминационного анализа в постановке медицинского диагноза множество $\mathcal{I}$ может быть интерпретировано как совокупность отношений $U = \left\{\frac{f_{ij}}{f_{ik}}\right\} \cup \left\{\frac{f_{ik}}{f_{ij}}\right\}$, $k = \overline{1, C_D}$, $k \neq j$, $i = \overline{1, C_S}$. Число элементов множества $\mathcal{I}$ не более $(C_D - 1) \times C_D \times C_S \times 2$. Подмножество $\tilde{A}$ - подмножество $Large\text{-}ratio$, т.е. достаточно больших отношений с характеристической функцией принадлежности $\chi_{Large\text{-}ratio}: R^+ \longrightarrow [0,1]$.

Вос льзовавшись методом /А/ и формулами (I), мы найдем значения функции принадлежности $\chi_{Large\text{-}ratio}$ элементов множества 0 к нечеткому множеству *Large-ratio.*

Поступила 30.III.1993

Проблемная лаборатория
физической кибернетики

Литература

1. Ягер Р.Р. Множества уровня для оценки принадлежности нечетких множеств. - В кн.: Нечеткие множества и теория возможностей, под редакцией Рональда Р.Ягера.- М.: "Радио и связь", 1986, стр.71.
2. D.Norris, B.W.Pilsworth, J.F.Baldwin. Medical Diagnosis from Patient Records, Fuzzy Sets and Systems 23 (1987) 73-87.

ტ. კისელევა

იაგერის მეთოდი დისკრიმინაციულ ანალიზში

რ ე ზ ი უ მ ე

განხილულია მიკუთვნების ფუნქციის მნიშვნელობათა განსაზღვრის იაგერის მეთოდი არამკაფიო დისკრიმინაციულ ანალიზში სამედიცინო დიაგნოზის დასმისათვის.

T.Kiseleva

R.JAGER'S METHOD IN DISCRIMINATION ANALYSIS

S u m m a r y

R.Jager's method of determining the values of the membership function is considered for application to medical diagnosis in fuzzy discrimination analysis.

ეროვნული
ბიბლიოთეკა

Труды Тбилисского государственного университета
им. И. Джавахишвили

ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

316, 1993

МЕДИЦИНСКИЕ ДИАГНОЗЫ ИЗ ИСТОРИИ БОЛЕЗНЕЙ - МЕТОД, ИСПОЛЬЗУЮЩИЙ НЕЧЕТКИЙ ДИСКРИМИНАЦИОННЫЙ АНАЛИЗ И АНАЛИЗ СВЯЗЕЙ*

Т.С.Киселева

Описывается метод классификации решений, который строится на базе знаний, основанной на архивных историях болезней, представленных в виде таблиц; необходимые выводы делаются из индивидуальных историй болезней, при этом используются нечеткие дискриминационный анализ и анализ связей. Метод позволяет избежать многих проблем сбора данных, которые встречаются при вероятностном подходе к рассматриваемой задаче. Кроме того, описываемый ниже метод совершенно естественно руководствуется неполной информацией, частичной несовместимостью и нечетким описанием данных.

Дискриминационный анализ решает задачу классификации медицинских симптомов и установления между ними и болезнями определенного соответствия.

Анализ связей выделяет множества репрезентативных симптомов для каждой болезни.

Статья изложена довольно подробно, в ней описываются неопределенности, присущие диагнозам.

---

* Иногда употребляют термин "анализ сопряжений".

В Frenchay Hospital на компьютере PDP /II была создана система, основанная на описываемом в статье методе. И практические диагнозы, поставленные этой системой, почти совпадают с диагнозами, поставленными опытными медиками в болезнях острого живота.

В перспективе работа будет двигаться в направлении установления связи между вышеупомянутой базой знаний и базой знаний, которая будет основана на эвристических правилах, вытекаемых из экспертных знаний. Для этих целей пригоден язык инженерных знаний FRIL (язык вывода нечетких отношений).

I. Вступление

Множество систем классификации решений в проблемах медицинской диагностики были созданы совсем недавно /4,5,6,7,8/. В общем такие системы могут быть интерпретированы как системы, содержащие базу знаний и метод вывода из этой базы знаний. В связи с этим полезно определить два существенно различных подхода, соответствующих тому, как составлена база знаний.

I. Некоторые системы полагаются на архивные истории болезней, медицинские листы, лечение, включающие какие-либо хирургические действия, и конечный диагноз. Обычно данные собираются в виде таблиц условных вероятностей и берутся решения, использующие метод вероятностного вывода Байеса /4/. Другие методы вывода включают групповые алгоритмы и анализ дискриминационной функции. Общий атрибут всех этих систем - числовая табличная база знаний.

2. Главный альтернативный подход - основанная на правилах экспертная система, в которой база фактов и правил составлена путем опроса экспертов-клиницистов, путем попытки установить

важные отношения между представленными образцами симптомов и известными категориями болезней. Постановка диагноза превращается в проблему поиска и вариаций вперед-назад цепных алгоритмов, которые соответственно адаптированы /5,6/.

Эти два типа систем, как принято, имеют значительные недостатки как с теоретической, так и с практической точки зрения. Эти трудности идут под общим заголовком: Приобретение знаний, Представление знаний и Заключение при неопределенности.

Знания в системах, основанных на правилах /3/, приобретаются путем опроса многих медицинских экспертов. Поэтому данные, полученные таким путем, часто бывают неполными и неустойчивыми. Более того, многие эксперты сопротивляются формализации их клинических эвристик, так что неполнота правил знаний - главная универсальная проблема.

Michalski и Chilausky /2/ сообщили об исследовании болезней Собина и показали, что множество правил, собранных из историй болезней путем индуктивного изучения алгоритма, могут быть сделаны лучше, чем правила, приобретенные путем прямого опроса экспертов. Другое критическое замечание, касающееся системы, основанной на правилах, состоит в том, что обычно для подсчета неопределенности используется специально устроенный способ вывода /2/. Главное преимущество систем, основанных на правилах, по сравнению с системами, использующими числовые табличные знания, состоит в том, что первая из двух отражает семантику проблемы диагностики естественным образом и может быть относительно легко приспособлена для соединения диалога и объяснительных удобств.

...лее популярен метод, основанный на числовых табличных знаниях - тот метод, который использует способ вывода Байеса по таблицам условных вероятностей. Здесь еще трудно преодолима проблема сбора данных. De Dombal /2/ сообщил о проблеме наблюдаемого изменения в записываемых образцах симптомов. Существует также проблема получения репрезентативных данных для редких болезней. Наиболее важна, однако, проблема сбора громадного объема данных для того, чтобы должным образом отвечать за взаимодействие между разными симптомами. Гораздо чаще используется упрощенное допущение о независимости между симптомами для того, чтобы облегчить проблему сбора данных.

Некоторые исследователи сообщили об успехе с такими байесовскими моделями. De Dombal /4/ достиг 92% точности в диагнозах острых заболеваний живота /4/, хотя другие исследователи достигли меньшего успеха, используя тот же метод. Szolovitz и Pauker показали /8/, что если лежащие в основе патологические и физиологические связи между симптомами нехорошо поняты, то может быть получен неправильный результат, если допустить независимость между симптомами.

Другая проблема включает неопределенность, ассоциируемую с объективностью, такой как неспособность как пациента, так и клинициста определять количество главных вещей, подобных боли.

Метод, используемый в данной статье - альтернатива байесовскому подходу, и использует числовую табличную базу знаний, но избегает подразумеваемости на ограничения в вычислениях вероятности.

Метод устанавливает несколько критериев для измерения неопределенности в диагнозе. База знаний списков пациентов рассматривается в двух перспективах:

I. Дискриминационная - для каждой болезни симптомы классифицируются в соответствии с тем, насколько хорошо они выделяют (распознают) болезнь по сравнению с другими болезнями.

2. Связь - для каждой болезни устанавливаются множества симптомов, которые представляют идеальный образец указанной болезни.

Как положительные, так и отрицательные аспекты дискриминации и связи нужны для установления образцов "за" и "против" каждой болезни.

Дискриминация может быть рассмотрена как серийный подход к данным симптомам, тогда как связь дает параллельный подход.

Метод описан в общих терминах, но для целей иллюстрации, он применен для диагноза часто обсуждаемого острого заболевания живота. Эта проблема касается диагноза одной из девяти болезней (включая аппендицит), использующего информацию по I35 симптомам и признакам, разделенным на 33 симптоматические категории, такие как:

"Местоположение боли вначале"

"Возраст"

"Отягчающие факторы"

Дискриминационный анализ использует теорию нечетких множеств и отношений /2/, а анализ связей есть адаптация теории Atkin /I/.

2. Дискриминационный анализ

Допускается, что для составления базы знаний источником информации является множество историй болезней пациентов, где симптомы больных собраны вместе с конечным доказанным диагнозом. То есть, подчеркнем еще раз, что диагноз уже поставлен.

Устанавливается таблица распределения частот $\{f_{ij}\}$, где i означает i-тый симптом, j означает j-тую болезнь и f_{ij} означает пропорцию больных болезнью j, которую выявляет симптом i. Например, из всех пациентов с симптомом i_1 болезнью j_1 страдает k человек. Разделим k на общее число пациентов и получим $f_{i_1 j_1}$.

В конкретном примере ниже множество болезней D_1, D_2, D_3 и множество симптомов S_1, S_2, S_3 и $f_{11}=0,7$ означает 70% - это те пациенты, которые страдают болезнью D_1, представленной симптомом S_1.

	D_1	D_2	D_3
S_1	0.7	0.2	0.4
S_2	0.3	0.8	0.6
S_3	0.6	0.0	0.2

Таблица распределения частот есть базис для следующих таблиц, называемых таблицами положительной дискриминации $\{p_{ij}\}$ и отрицательной дискриминации $\{n_{ij}\}$, которые вычисляются следующим образом:

$$p_{ij} = \sum_{\substack{k \in D \\ k \neq j}} \{\chi_{Large\text{-}ratio} (f_{ij} / f_{ik})\} / (c_D - 1),$$

$$n_{ij} = \sum_{\substack{k \in D \\ k \neq j}} \{\chi_{Large\text{-}ratio} (f_{ik} / f_{ij})\} / (c_D - 1),$$

где $p_{ij}, n_{ij} \in [0,1]$ и c_D - кардинальное число множества болезней. D используется для обозначения множества индексов, соответствующих множеству болезней. $Large\text{-}ratio$ определяется как нечеткое множество с характеристической функцией принадлежности:

$$\chi_{Large\text{-}ratio} : R^+ \longrightarrow [0,1],$$

отображающей положительные реальные числа, представленные отношением $\frac{f_{ij}}{f_{ik}}$ в интервал $[0,1]$.

Пример такого нечеткого множества представлен на рис.I
Используя рис.I, построим $\{p_{ij}\}$ и $\{n_{ij}\}$:

0.59	0.0	0.25		0.0	0.75	0.09
0.0	0.46	0.25		0.69	0.0	0.03
I	0	0.5		0.0	I.0	0.5

Если бы в отношениях 2.I и 2.2 было применено просто отношение f_{ij}/f_{ik}, то смысл, допустим, p_{ij} сводился бы к следующему. Например, p_{11} - число, показывающее, какую часть в среднем составляет число страдающих болезнью D_1 от числа остальных пациентов, страдающих D_2, D_3 (для симптома S_1). При использовании же нечеткого множества *Large-ratio* выделяются большие отношения: это означает, что соответствующий симптом хорошо характеризует именно эту болезнь.

Обычно при использовании данного метода используется прямая линия вместо волнистого сегмента, изображенного на рис.I. Такая модель с прямой линией используется для того, чтобы удачно выбрать параметры a и b. Для болезней острого живота они принимают следующие значения $a=1$, $b=3$. В модели можно использовать и шаговую функцию (т.е. $a=b$). Но очевидно, что нечеткая область предпочтительнее. Эволюция применения функции принадлежности разного вида показана на рис.2, 3,4.

Эвристическое объяснение положительных и отрицательных дискриминационных величин состоит в том, что p_{ij} представляет накопленное мнение, что симптом i служит большим признаком болезни j, чем других оставшихся болезней, тогда как n_{ij} представляет накопленное мнение, что симптом i более индикативен для не болезни j, чем других j (заметим инверсию отношений для n_{ij}).

Для данного пациента с образцами личных симптомов (назовем это множеством S') простой способ постановки диагноза состоит в выделении из таблиц $\{p_{ij}\}$ и $\{n_{ij}\}$ только тех строк, которые соответствуют элементам множества S'; при этом получаются новые таблицы $\{p'_{ij}\}$, $\{n'_{ij}\}$. Диагноз может быть определен как распределение по болезням $\{\delta_j\}$:

$$\delta_j = \frac{1}{2}\{\chi_{Large}(\pi_j) + \chi_{Small}(\delta_j)\}, \quad j \in D,$$

где

$$\pi_j = \{\sum p'_{ij}\} / c_{s'}, \quad \nu_j = \{\sum n'_{ij}\} / c_{s'}, \quad c_{s'} - \mathrm{card}\, S'$$

π_j и ν_j представляют среднее число положительных и отрицательных дискриминационных величин, относящихся к каждой в отдельности болезни. Эвристически π_j означает, насколько симптомы из таблицы p'_{ij} характеризуют болезнь, ν_j – соответственно не болезнь.

Нечеткие множества $Large$ и $Small$ имеют характеристическую функцию принадлежности:

$$\chi : [0,1] \to [0,1],$$

χ_{Large} – монотонно возрастает, χ_{Small} – монотонно убывает по своим аргументам.

Названия $Large$, $Small$ указывают на назначение этих функций. $Large$ выбирает большие числа: те симптомы, которые хорошо характеризуют болезнь j. Соответственно $Small$ – не болезнь j.

Болезнь с максимальным значением в $\{\delta_j\}$ может быть интерпретирована как наиболее вероятный диагноз. И максимальная величина вместе с некоторой мерой рассеяния величин (т.н. энтропией) может быть использована для оценки неопределенности этого диагноза. В качестве меры размытости можно взять, например, меры А. де Люка и С.Термини.

Опыт показывает, что приемлемый список диагнозов достигается, когда в базе данных используются истории болезней приблизительно 90 пациентов, страдающих, к примеру, заболеванием "острого живота".

Диагноз можно значительно улучшить, комбинируя дискриминационный анализ и альтернативный подход - анализ связей, который выявляет множества симптомов, которые связаны определенным образом. Серийный подход, т.е. дискриминационный анализ, означает, что доверие ко многим, даже противоположным гипотезам болезней, из-за слабо различимых, но ложных симптомов, ведет к "зашумленным" диагнозам. Параллельный подход, т.е. анализ связей, фильтрует шум путем проверки множеств симптомов, которые обычно встречаются вместе в историях болезней. Эта идея взята из анализа нечетких групп и ниже смоделирована из теории связи, адаптированной из теории Atkin /I/.

3.I. Теория Эткина (Atkin).

В теории связи Эткина речь идет о моделировании некой структуры, представляющей собой отношение между хорошо определенными множествами /I/.

Например, рассмотрим так называемую матрицу инцидентов* $R=\{r_{ij}\}$. Эта матрица связывает множество людей $P=\{P_1, P_2, P_3, P_4, P\}$ и множество деятельностей $A=\{A_1, A_2, A_3, A_4\}$ отношением "представления". Так, допустим, $r_{ij}=1$ означа-

* или инцидентности.

ეროვნული ბიბლიოთეკა

ет, что человек P_j занимается деятельностью A_i; $\eta_{ik}=0$ означает, что P_K не занимается деятельностью A_i.

$$
\begin{array}{c|ccccc}
 & P_1 & P_2 & P_3 & P_4 & P_5 \\
\hline
A_1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
A_2 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
A_3 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
A_4 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1
\end{array}
$$

Т.о. P_1 занимается деятельностями A_1, A_2, A_3 но не занимается деятельностью A_4 и т.д.

Анализ Эткина позволяет вычислять количество "участия" или связи, котрое существует между рядами и столбцами такой матрицы инцидентов. Это замечание об участии вытекает из рассмотрения строк и столбцов данной матрицы как полиэдров во многоразмерной области. Связь между двумя полиэдрами дается числом участвующих граней. Две точки эквиваленты единственной грани, три точки - двум граням и т.д.

Рассмотрим, например, вектор-столбцы P^1(I I I 0) и P^4(0 I I I). У них одинаковые компоненты $P_2^1=P_2^4$, $P_3^1=P_3^4$ - две точки. Значит, они участвуют в одной грани посредством деятельностей A_2 и A_3. Деятельности A_3 и A_4 связывают две грани, посредством P_2, P_4, P_5.

Связь между людьми и деятельностями дается формулами

$$C_P = R^T R - \Omega \qquad C_A = R R^T - \Omega ,$$

где Ω - матрица, все элементы которой равны I.

Ясно, что C_P и C_A симметричные и могут быть представлены в верхнетреугольной форме:

$$C_P = \begin{array}{ccccc|c} P_1 & P_2 & P_3 & P_4 & P_5 & \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 0 & P_1 \\ & 2 & 0 & 2 & 1 & P_2 \\ & & 1 & 0 & 0 & P_3 \\ & & & 2 & 1 & P_4 \\ & & & & 1 & P_5 \end{array} \qquad C_A = \begin{array}{cccc|c} A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & \\ 1 & 0 & 1 & - & A_1 \\ & 2 & 2 & 1 & A_2 \\ & & 4 & 2 & A_3 \\ & & & 3 & A_4 \end{array}$$

где "-" в C_A эквивалентен -I и означает, что A_4 и A_1 абсолютно не связаны.

<u>Замечание</u>. В контексте применения медицинской терминологии, в частности, заболеваний "острого живота", множество P становится множеством пациентов и множество A становится множеством симптомов. Поэтому $(\lambda^T\lambda)_{ij}$ можно интерпретировать как количество одинаковых симптомов у больных i и j. $(\lambda\lambda^T)_{ij}$ - число пациентов, у которых в наличии симптомы i и j.

Эткин интересуется не только связью между двумя полиэдрами, но также нахождением цепей связей, т.е. цепей полиэдров, соединенных, по крайней мере, некоторым данным числом граней.

Эти цепи связи могут быть определены прямо из C_P и C_A как описано у Эткина /I/ и представлено в таблице I.

Величина q характеризует рассматриваемый уровень связи (число граней), где в скобках $\{\cdot\}$ находятся те полиэдры, которые соединены этим уровнем. Т.о. P_1 соединен сам с собой уровнем 2 и P_2 и P_4 соединены уровнем 2, но $\{P_1\}$ и $\{P_2, P_4\}$ изолированы друг от друга уровнем 2 и соединены только уровнем I.

Затем соответствующие C_P - цепи описывают, является или нет множество пациентов представителем одной группы для данных симптомов. Подобный анализ может быть использован для обнаружения, например, имеют ли пациенты тенденцию попадать

ᲑᲘᲑᲚᲘᲝᲗᲔᲙᲐ

в две различные группы, возможно, характеризующие два различных синдрома одной и той же болезни (синдром - совокупность симптомов). Соответствующие C_q - цепи показывают, насколько личное подмножество симптомов в итоге представляет пациентов и, следовательно, могло быть использовано для определения симптомов, которые сильно характеризовали бы болезнь.

3.2. Мера связи для классификации решения

Замечание Эткина о связи как об "участии" граней во многоразмерной области полиэдров, несомненно, очень удачно. Однако для целей классификации решений, в общем, и получения образцов репрезентативных симптомов для диагностики болезней, в частности, требуется, с точки зрения интуиции, модифицированный подход.

Рассмотрим следующую матрицу инцидентов, где строки - симптомы, столбцы - пациенты.

$$\begin{array}{ccccc} & P_1 & P_2 & P_3 & P_4 \\ S_1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ S_2 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ S_3 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

P_1 и P_2 соединены сами с собой и друг с другом степенью I, тогда как P_3 и P_4 соединены сами с собой и друг с другом степенью 2. Однако P_1 также соединен с P_3 и P_4 степенью I, т.к. они делят одну грань. Это не согласуется с интуитивным предположением, что пациент P_1 больше "похож" на пациента P_2, чем на P_3 и P_4. Величина q =I это никак не отображает.

Таким образом, чтобы ответить на вопрос, соответствующий подобию (похожести) пациентов, абсолютная величина Эткина числа участвующих граней не подходит. Вместо нее далее рассматривается величина, равная отношению числа участвующих граней к общему числу граней (получается так называемая новая величина связи, см. п. 3.4). Величины нормализованы так, что связь "единицей" выявляет эквивалентность образцов, тогда как связь "нулем" - абсолютное неравенство.

3.3. Положительная и отрицательная связь

Ключевая характерная черта во многих системах классификации решений состоит в том, что наряду с прямой гипотезой доказывается и ей обратная (противоположная). Это и есть мотивация для положительных и отрицательных аспектов дискриминации. Подобным же образом для анализа связей симптомов анализ положительной связи устанавливает те группы симптомов, которые, если они встречаются вместе, являются индикаторами болезни; и анализ отрицательной связи устанавливает те группы, которые индикативны для не этой болезни.

Существенно, что положительная связь рассматривает связность единичных элементов в матрице инцидентов, тогда как отрицательная - связность нулевых.

Величины матрицы инцидентов могут быть интерпретированы как степень совместимости между пациентами и симптомами (множество строк и столбцов), и неопределенности в степени совместимости легко представляются значениями функции принадлежности в [0,1].

Например, в матрице инцидентов:

	P_1	P_2
S_1	0.8	0.3
S_2	0.6	0.2
S_3	1.0	0.0

ეროვნული ბიბლიოთეკა

симптомы S_1 и S_2 могут представлять "румяный цвет лица", "высокая температура". S_3 может быть детерминистическим симптомом, например, таким, как "мужской пол".

Анализ положительной связи применяется прямо для матрицы инцидентов, тогда как анализ отрицательной связи для дополнения матрицы инцидентов

$$x_{compliment}(i,j) = 1 - x_{incidence}(i,j)$$

3.4. Алгебры связей

В этом разделе будут проанализированы три разные алгебры связей - своеобразная мотивация для аксиом связей следующего раздела.

Матрица инцидентов W соответствует отношению R (в общем, нечеткому) между множеством симптомов S и пациентов P следующим образом:

$R \subseteq S \times P \qquad x_R : S \times P \longrightarrow [0,1]$

$W = \{W_{ij}\}$, где $W_{ij} = x_R(S_i, P_j)$, $S_i \in S$, $P_j \in P$.

Рассмотрим j и k вектор - столбцы из W: $a = \{a_i\} = \{W_{ij}\}$; $b = \{b_i\} = \{W_{ik}\}$.

Три алгебры определяют величину связи C между векторами a и b, как показано ниже:

I. Алгебра Эткина

$$C = \sum_i a_i b_i - 1 .$$

2. Максиминная композиция

$$C = \bigvee_i (a_i \wedge b_i),$$

где $\bigvee_i$ означает максимум по i и $a_i \wedge b_i$ означает минимум среди a_i и b_i.

3. Новая величина связи

ილიასოლი
ბიბლიოთეკა

где $a_i \vee b_i$ означает максимум a_i и b_i.

В табл. 2 показано как применять эти алгебры к простой матрице инцидентов.

Новая величина связи, т.е. алгебра 3 показывает бо́льшую схожесть пациентов P_1 и P_2, чем P_1 и P_3. Такое различие не отражается в алгебрах I и 2.

3.5. Аксиомы для анализа связей

В этом разделе мы постулируем четыре аксиомы для обобщенного скалярного произведения $a * b$, двух векторов a и b, который является подходящей величиной связи для классификации решений. Аксиомы однозначно определяют операцию $*$, когда векторы состоят только из нулей и единиц (это соответствует четкой матрице инцидентов). В противном случае аксиомы определяют класс операций, обсуждаемый в разделе 3.4.

Аксиомы I и 2 есть аксиомы равенства и абсолютной несоразмерности между двумя векторами. Аксиома 3 - аксиома симметрии; аксиома 4 - аксиома монотонности для случая нечетких векторов.

Определение. Рассмотрим пару n - мерных векторов a и b, соответствующих двум столбцам или строкам матрицы инцидентов так, что элементы векторов $a_i, b_i \in [0,1]$. Множество упорядоченных пар:

$$\{(a_j, b_j): \text{ по крайней мере } a_j \text{ или } b_j > 0\}$$

называется суппортом множества $\{(a_i, b_i): i=1,\dots,n\}$.

Аксиома I. Два вектора a, b являются эквивалентными, если все пары элементов в суппорте $\{(a_i, b_i): i=1,\dots,n\}$ таковы, что $a_j = b_j$. Два эквивалентных вектора имеют связь единицу.

Аксиома 2. Два вектора являются абсолютно несхожими, если для каждой пары (a_j , b_j) в суппорте множества $\{(a_i, b_i) : i, n\}$ либо a_j , либо b_j есть 0. К тому же два вектора абсолютно неравны, если они имеют нулевой суппорт. Два "абсолютно неравных вектора" имеют связь ноль.

Аксиома 3. Оператор связи коммутативен $a * b = b * a$.

Аксиома 4. Для четких векторов a, b с компонентами $a_i, b_i \in [0,1]$, которые "не эквивалентны" и не "абсолютно неравны", связь дается пропорцией пар (a_j, b_j) суппорта, в которых $a_j = b_j = 1$, от общего числа пар суппорта.

Аксиомы не дают ответа на вопрос, как и в какой алгебраической операции использовать нечеткие данные. Например, следующие два правила удовлетворяют аксиомам, но могут давать разные результаты для нечетких данных:

$$c = \{\sum_i (a_i \wedge b_i)\} / \sum_i (a_i \wedge b_i)\} ,$$

$$c = \{\sum_i |(a_i - b_i)|\} / card(support)$$

3.6. База знаний связи

Алгебра связи 3.1 используется для установления симметричной матрицы связи. То есть, с помощью формулы 3.1 вычислим элементы матрицы $C = \{C_{ij}\}$, где C_{ij} означает связь между S_i и S_j .

Метод Эткина /1/ может быть применен к этой матрице связи для установления степени связанности между различными строками и столбцами исходной матрицы инцидентов.

Рассмотрим, например, матрицу инцидентов со столбцами, соответствующими разным пациентам, у которых одна, установленная болезнь (диагноз поставлен), и строками, соответству-

ეროვნული ბიბლიოთეკა

ющими симптомам этих пациентов.

Цепи связи между симптомами на разных уровнях связи могут быть установлены путем разделения множества симптомов, которые имеют попарные связи не менее определенного уровня. Это соответствует замечанию Эткина о цепях полиэдра, соединенных, по крайней мере по некоторым данным, числом граней. Конечно, так как новая величина связи (алгебра 3) есть реальное число в /0,1/, вместо дискретного числа граней необходимо в качестве образца связь область уровней связи /0,1/ для определения подходящих распределений образцов симптомов: другими словами, вместо совокупности граней будем рассматривать область уровней связи.

Практическая проблема, связанная с этим подходом, состоит в том, что матрица связи может быть очень большой, особенно когда рассматриваются образцы репрезентативных симптомов (например, 135x135 для острой болезни живота). И это налагает реальные вычислительные трудности при определении цепей связи на разных уровнях связи.

Эта проблема облегчается удалением симптомов, которые имеют низкие дискриминационные величины для рассматриваемой болезни. Порог дискриминации может быть выбран для уменьшения тяжести вычислений к доступному уровню. Обычно для острой болезни желудка используется порог 0,4, и он уменьшает число симптомов с 135 до 40 для каждой болезни. Это означает, что если, допустим, строка i содержит величины, ниже 0.4, то по вышеизложенным причинам мы имеем право ее не рассматривать.

База знаний включает две таблицы для каждой болезни, основанные на анализе положительной и отрицательной связи. В каждом случае таблицы имеют множества образцов симптомов, соответствующих взятой за образец области уровней связи $[0,1]$. Например, для множества девяти симптомов, помеченных метками $\{1,2,3,\ldots,9\}$, положительная связь может быть такой:

Уровень связи	Образцы симптомов
1	$\{1\},\{2,3\},\{4\},\{5\},\{6\},\{7\},\{8\},\{9\}$
0,8	$\{2,3\},\{1\},\{4,6,9\},\{5\},\{7\},\{8\}$
0,6	$\{2,3\},\{1\},\{4,6,9\},\{5\},\{7,8\}$
0,4	$\{2,3\},\{4,6,9\},\{5\},\{1,7,8\}$
0,2	$\{2,3\},\{4,5,6,9\},\{1,7,8\}$
0	$\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

Заметим, что все симптомы соединены сами с собой уровнем 1 и все симптомы образуют единственный "образец репрезентативных симптомов" на уровне 0. С другой стороны, пример выявляет тенденцию симптомов попадать в три различные группы. Например, 1 симптом попадает в 2 группы, 2 - в 1, 3 - в 1, 4 - в 3, 5 - в 2, 6 - в 3, 7 - в 3, 8 - в 3, 9 - в 3. Группы имеют тенденцию быть малыми на высоких уровнях и становиться больше, когда уровень падает.

Ясно, что "репрезентативная группа симптомов" представляет довольно нечеткую концепцию, так как главный критерий для определения такой группы состоит в том, что эта группа должна быть довольно широкой и на высоком уровне.

Если в приведенном примере должна быть выбрана единственная группа, можно выбрать $\{4,6,9\}$. И этот выбор может быть определен простой процедурой решения из элементарной причинной нечеткой модели /2/.

Однако для целей классификации решения предпочтительно сохранить распределение уровней связи так, чтобы поддержать некоторую модель неопределенности.

Эффективен следующий подход: обрабатываем таблицу снизу вверх. Группа-кандидат на каждом этапе та, которая представляет собой наибольшее подмножество предшествующей группы-кандидата и содержит не менее двух элементов. Пример:

Группа	Уровень
4,6,9	0.8
4,6,9	0.6
4,6,9	0.4
4,6,9,5	0,2
I,2,3,4,5,6,7,8,9	0

Это распределение определяется как для положительной, так и для отрицательной таблицы связи и распределение определяет множество упорядоченных пар следующим образом:

$P=\{(Q_i, c_i)\}$ – из положительной таблицы связи

$N=\{(R_i, d_i)\}$ – из отрицательной таблицы связи

Q_i, R_i – множества симптомов на i-том уровне связи, c_i, d_i – величины, соответствующие i-тому уровню связи. Упорядоченные пары устанавливаются для каждой из n болезней и дают распределение $(P_1, \ldots, P_n)$ и $(N_1, \ldots, N_n)$.

Для данного представленного пациента с образцами симптомов $\{S_j\}$ неопределенное распределение по болезням может быть установлено путем взвешивания пропорции симптомов в каждой группе, которые появляются в $\{S_j\}$ к общему числу симптомов:

Diagnosis $D=(D_1, \ldots, D_n)$

$$D_i=\{x_{large}(\{\sum_i c_i P(Q_i/\{S_j\})\}/\{\sum_i c_i\})+$$

$$+x_{small}(\{\sum_i d_i P(R_i/\{C_i\})\}/\{\sum_i d_i\})\}/2.$$

где $\rho(Q_i/\{S_j\})$ - отношение (пропорции) тех симптомов в Q_i, которые встречаются в $\{S_j\}$, к общему количеству симптомов $\{S_j\}$. Large и Small - нечеткие множества.

Эвристика, на которой базируется эта процедура - только один пример из многих, которые могут быть использованы. На практике, для того чтобы установить полное диагностическое распределение, применяется комбинация дискриминационного анализа и анализа связей.

Способ, описанный выше, может быть адаптирован для подсчета определенным образом структурированных симптомов. Например, при изучении болезней острого живота, множество из 135 симптомов разделено на 33 категории, такие, как:

Пол (2 симптома);

Возраст (6 симптоматических зон);

Местонахождение боли в организме (10 групп симптомов);

Отягчающие факторы (4 симптома).

В некоторых из этих категорий пациент может быть представлен более, чем одним симптомом (например, "отягчающие факторы"). С другой стороны, только одна из 6 областей будет подходить к категории возраста. Эти структурные различия должны быть учтены, когда определяются пропорции $\rho(Q_i/\{S_j\})$ и $\rho(R_i/\{S_j\})$ в описанном выше анализе связей. Однако более детальный разбор этого в статье опускается.

Поступила 30.III.1993

Проблемная лаборатория
физической кибернетики

Табл. I

q -связь	C_P -цепи	q -связь	C_A -цепи
$q = 2$	$\{P_1\}; \{P_2, P_4\}$	$q = 4$	$\{A_3\}$
$q = I$	$\{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5\}$	$q = 3$	$\{A_3\}$
$q = 0$	$\{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5\}$	$q = 2$	$\{A_2, A_3, A_4\}$
		$q = I$	$\{A_1, A_2, A_3, A_4\}$
		$q = 0$	$\{A_1, A_2, A_3, A_4\}$

Табл. 2

Матрица инцидентности				Алгебра	Положит. связь, с	
					$a(P_1) \times b(P_2)$	$a(P_1) \times b(P_3)$
	P_1	P_2	P_3			
S_1	I,	I	I	I	I	I
S_2	0	0	I	2	I	I
S_3	I	I	I	3	I	$\frac{2}{3}$

ეროვნული ბიბლიოთეკა

Литература

1. R.H.Atkin. Mathematical Structure in Human Affairs (Crane, Russak Co, New York, 1979.
2. D.Norris, B.W.Pilsworth, J.F.Baldwin. Medical Diagnosis from Patient Record, Fuzzy Sets and Systems (23) 1987, 73-87.
3. R.Davis. Interactive Transfer of Expertise: Acquisition of New Inference Rules, Artificial Intelligence 12 (1979) 121-157.
4. F.T.DeDombal, D.J.Leaper, J.C.Horrocks et al., Computer Aided Diagnosis of Acute Abdominal Pain, British Med J 1 (1974) 367-380.
5. E.H.Shortliffe and B.G.Buchanan. A Model of Inexact Reasoning in Medicine, Math., Biosci., 23 (1979).
6. E.H.Shortliffe. Computer Based Medical Consultations: MICIN (American Elsevier, New York, 1976).
7. P.Smets, Medical Diagnosis: Fuzzy Sets and Degrees of Belief, Fuzzy Sets and Systems 5(1981).
8. P.Szolovitz and S.G.Pauker. Categorical and Probabilistic Reasoning in Medical Diagnosis, Artificial Intelligence 11(1978) 115-144.

ჩ. კისელიოვა

სამედიცინო დიაგნოზების ამოცნობის ისტორიის საფუძველზე - მეთოდი და ჰეურისტიკული ალგორითმი დისკრიმინანტული ანალიზის და კლასიფიკაციის ამოცანები

რეზიუმე

განხილულია გადაწყვეტილებათა კლასიფიკაციის მეთოდი, რომელიც დაფუძნებულია ლოგიკის სახით წარმოდგენილ სასწავლო ობიექტებზე - ბზე და ალგორითმი დისკრიმინანტული ანალიზისა და კლასიფიკაციის ამოცანე-

T.Kiseleva

MEDICAL DIAGNOSIS BASED ON THE CASE HISTORY: A METHOD USING FUZZY DISCRIMINATION AND CONNECTIVITY ANALYSES

S u m m a r y

A method of classification of decisions is described - based on archival documents presented in tabular form, and on fuzzy discrimination analysis and analysis of relations.

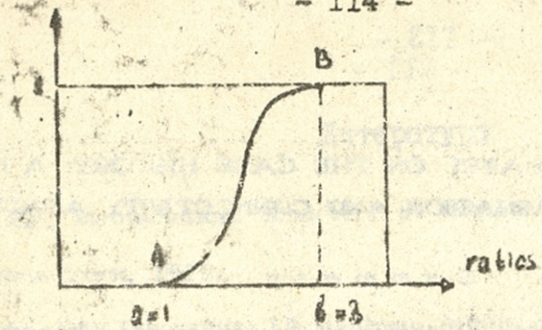

Рис.I

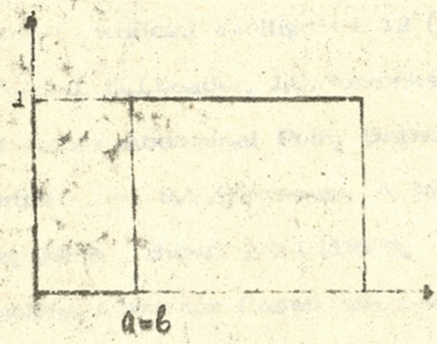

Рис.2

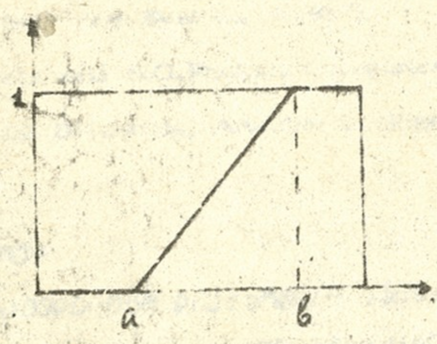

Рис.3

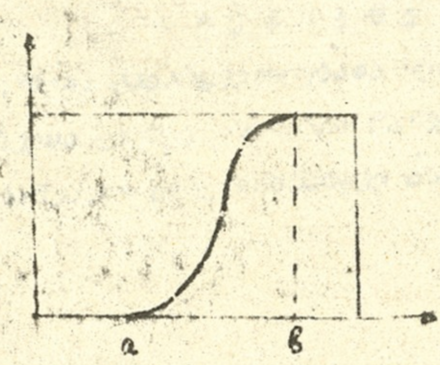

Рис.4

ეროვნული
ბიბლიოთეკა

Труды Тбилисского государственного университета
им.И.Джавахишвили

ივ.ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

316, 1993

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ЗАДАЧЕ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ - МЕТОД НЕЧЕТКОЙ ДИСКРИМИНАЦИИ И СВЯЗНОСТИ

К.М.Панчвидзе

Проблема принятия решений является одной из важнейших в математической информатике. До недавнего времени все попытки решить эту проблему сводились к точному математическому анализу и точным математическим моделям. Особенно эффективными эти модели показали себя для количественного анализа систем, поведение которых описывается количественно-разностными, дифференциальными и интегральными уравнениями, например, в физических науках.

Но на практике принятие решений часто происходит в условиях, когда цель и возможные последствия трудно, а иногда нельзя точно сформулировать, и, кроме того, невозможно обеспечить учет всех условий и ограничений, необходимых для решения задачи. Особенно явно неадекватность численных методов проявляется в анализе проблем, где существенную роль играют суждения и знания человека, его способность думать и делать заключения в неточных, неколичественных и нечетких терминах. С этим мы сталкиваемся, например, в задачах распознавания образов, перевода с одного языка на другой, в диагностике и др., которые требуют понимания сущности, абстрагирования и обобщения, принятия решений в условиях неопределенности, и тем более в задачах агрегирования информации.

Предпринимались попытки оперирования с нечетко определенными величинами на основе теории вероятностей, а также теорий принятия решений, управления и информации. Но принималось допущение, что нечеткость, независимо от ее природы, можно отождествить со случайностью. Это не всегда отражает сущность исследуемой проблематики. Нечеткость, возникающая, например, в реальном процессе принятия решений, того же происхождения, что и нечеткость в задаче проведения границы, разделяющей нечеткие элементы по признаку принадлежности к тому или иному классу.

Фактически большинство классов объектов реального мира не имеют четких границ, которые отделяли бы входящие в класс объекты от объектов, не входящих в него. Например, множества (высоких людей), (умных и привлекательных), также (красных или фиолетовых предметов), множество симптомов той или иной болезни суть нечеткие подмножества. Так, утверждение "X довольно высокий мужчина" не может точно определить рост субъекта X, но все же это предложение несет в себе информацию, которая поможет нам приблизительно оценить телосложение интересующей нас персоны.

Таким образом, для реалистического моделирования определенного класса явлений, процессов возникает необходимость замены количественных методов т.н. лингвистическим подходом, в соответствии с которым в качестве значений переменных можно использовать не только числа, но и слова или предложения естественного или искусственного языка. Например, Rost = 2 м суть детерминированная переменная, тогда как Rost =

"довольно высокий" можно рассматривать как лингвистическую переменную. Нечеткая логика и приближенные способы рассуждений, которые лучше отвечают сложности и неточности реальных систем, чем обычные численные методы, дают возможность использовать человеческий фактор, т.е. опыт специалиста в таких задачах, как, например, расшифровка неразборчивого почерка или искаженной речи, постановка диагноза при недостаточных данных предварительного осмотра, или же в случае не слишком хорошо изученной болезни, необходимость обработки громадных информационных массивов, которая иногда сводит на нет применение четкого математического алгоритма. Лингвистический, или нечеткий подход позволяет концентрировать внимание лишь на той информации, которая приводит к решению.

Первое упоминание о нечетких или расплывчатых множествах и математическом аппарате, определяющем операции над ними, в научной литературе появилось в начале 60-х годов, когда американский ученый Лотфи Заде ввел понятие „Fuzzy sets" – расплывчатые множества /I/. Заметим, что незадолго до этого аналогичные объекты уже встречались в работах грузинского ученого В.В.Чавчанидзе /2/. На протяжении этих лет математическая теория нечетких множеств прошла все испытания и оправдала свое назначение. На сегодняшний день существует много научных направлений, изучающих поведение нечетких систем.

При нечетком подходе к той или иной задаче возникает ряд качественно новых проблем. В первую очередь, для обеспечения работоспособности системы на основе нечеткого логического подхода, ее надо снабдить базой нечетких знаний, поскольку использованные в реальном мире знания и правила вывода редко бывают абсолютно четкими. Таким образом, проблема представления знания является одной из ключевых. В настоящее время существует три основных способа представления знания: База знаний, основанная на правилах, на фреймах и на семантических сетях, в виде ориентированных графов. В зависимости от исследуемой проблемы выбирается подходящее представление.

Кроме этого, ключевым понятием в рассматриваемой методике является характеристическая функция принадлежности. Оценивая степень принадлежности элементов, она принимает значения из интервала [0,1]. Фиксирование конкретных значений при этом носит субъективный характер, но здесь мы не остановимся на методах построения функции принадлежности по экспертным оценкам. Упомянем только, что здесь может возникнуть проблема с двумя типами свойств-объектов: те, которые можно оценить количественно, непосредственным измерением, и качественные, которые требуют попарного сравнения объектов, обладающих рассматриваемым свойством, или принадлежащих к какому-либо классу, чтобы определить их относительное место в соответствии с рассматриваемым понятием.

В настоящей статье рассматривается, на наш взгляд, один из привлекательных методов анализа нечеткого подхода - метод анализа нечеткой дискриминации и связности. Его можно интерпретировать как альтернативу методу логического вывода вероятностей Байеса. Информационные знания в последнем случае представлены в виде числовых таблиц условных вероятностей, каждое событие характеризуется тандемом апостериорных вероятностей как самого события, так и его четкого дополнения.

Вероятностный подход сталкивается с рядом весьма существенных трудностей, среди которых проблема сбора громадного объема данных для выявления более или менее надежных зависи-

ეროვნული ბიბლიოთეკა

мостей между различными событиями. Кроме того, большей частью используется упрощенное предположение о независимости событий. Но такое допущение не учитывает семантического взаимодействия и внутренних связей между событиями, скрытых от статистических наблюдений.

Рассмотренный здесь метод также использует базу знаний на основе числовых таблиц, но избегает ограничений, подразумевающихся в расчетах вероятности. Исходная таблица строится на статистических, эмпирических или экспертных данных, определяющих зависимости между концептуальными объектами. В частном случае это может быть и таблица апостериорных вероятностей. Здесь мы будем акцентировать внимание на взаимодействующих системах-множествах, и исследуем их поведение в аспекте причинно-следственных связей.

Не нарушая общности можно говорить о таблице частного распределения между множествами (предпосылок) и (заключений), (первопричин событий) и (следствий), (признаков неисправностей) и (целевых диагнозов), (признаков) и (гипотез) и т.д.

В зависимости от исследуемой проблематики можно выбрать подходящее представление. Мы будем оперировать терминами: признаки и гипотезы.

Числовая таблица F может иметь вид (см.таблицу I), где элементы таблицы f_{ij} несут в себе одну из следующих смысловых нагрузок: статистическую, эмпирическую, экспертную, вероятностную, или какую-нибудь другую, определяющую насколько признак S_i обуславливает гипотезу H_j.

Дальше, на основе исходной таблицы постулируем две последующие: $\{p_{ij}\}$ положительной и $\{n_{ij}\}$ отрицательной дискриминации, которые будем вычислять по формулам:

ილიასეული ბიბლიოთეკა

$$\{p_{ij}\} = \sum_{\substack{k\in D\\ k\neq j}} \{\mathcal{I}_{Large-ratio}(f_{ij}/f_{ik})\}/(C_H-1),$$

$$\{n_{ij}\} = \sum_{\substack{k\in D\\ k\neq i}} \{\mathcal{I}_{Large-ratio}(f_{ik}/f_{ij})\}/(C_H-1).$$

Здесь величины p_{ij} и $n_{ij}\in[0,1]$, C_H обозначает кардинальное число множества гипотез H, индекс H указывает на множество гипотез, $\mathcal{I}_{Large-ratio}: R^+ \to [0,1]$ - характеристическая функция принадлежности к нечеткому множеству $\{Large-ratio\}$, т.е. {Больших соотношений}, которая отображает положительные действительные числа в интервал $[0,1]$. В частности, она может иметь форму, приведенную на графике. В качестве аргумента взята (f_{ik}/f_{ij}) пропорция, которую можно интерпретировать как относительный вес j и k гипотез соответственно в i-ом признаке (рис.I).

Из графика видно, что когда (f_{ik}/f_{ij}) соотношение меньше A и больше B, то функция $\mathcal{I}$ принимает вполне четкие значения: 0 или I. Интервал $[A,B]$ определяется соображениями экспертов. В частном случае, когда A=B, т.е. $\mathcal{I}$-ступенчатая функция, имеем дело с четким представлением проблемы.

Таким образом, исследуя смысл величин p_{ij} и n_{ij}, можно дать их эвристическое толкование. Так, например, мера положительной дискриминации p_{ij} представляет уверенность, что признак i более показателен для гипотезы j, чем для других гипотез, а мера отрицательной дискриминации n_{ij} представляет ожидание, насколько признак i показателен для не гипотезы j.

Теперь возьмем частное событие и множество наблюдаемых признаков $\{S\}$. В общем случае это не полное множество всех

ᲔᲠᲝᲕᲜᲣᲚᲘ ᲑᲘᲑᲚᲘᲝᲗᲔᲙᲐ

возможных признаков. Из таблиц $\{P_{ij}\}$ и $\{n_{ij}\}$ отберем только те ряды, которые соответствуют множеству $\{S\}$, а остальные ряды заполним нулями. Получим новые таблицы $\{P'_{ij}\}$ и $\{n'_{ij}\}$ для частного события. Результат можно получить в виде распределения по гипотезам $\{\mathcal{E}_j\}$ следующим образом:

$$\mathcal{E}_j = \frac{1}{2}\left\{ I_{Large}(\pi_j) + I_{Small}(\nu_j) \right\},$$

где

$$\pi_j = \left\{ \sum P'_{ij} \right\} / C_S, \quad \nu_j = \left\{ \sum n'_{ij} \right\} / C_S,$$

а C_S обозначает кардинальное число множества S.

Как можно догадаться по выражениям π_j и ν_j, это средние значения мер соответственно положительной и отрицательной дискриминаций для гипотезы j. Нечеткие множества $Large$ и $Small$ характеризуются функциями принадлежности:

$$I : [0,1] \longrightarrow [0,1]$$

при этом I_{Large} - монотонно возрастающая, а I_{Small} - монотонно убывающая функция относительно своего аргумента.

Гипотезу j с максимальной величиной в $\{\mathcal{E}_j\}$ можно интерпретировать как наиболее вероятный исход, а значение максимальной величины вместе с мерами рассеяния (например, энтропией) может быть использовано для оценки неопределенности в заключении.

Система может выдавать вполне приемлемые результаты, но все-таки есть резон рассматривать дискриминационный подход вкупе с анализом связности, учитывая, что гипотезы могут формироваться как через сильно выраженные, но ложные, так и через большое количество слабо выраженных признаков, приводя

ᲔᲠᲝᲕᲜᲣᲚᲘ ᲑᲘᲑᲚᲘᲝᲗᲔᲙᲐ

таким образом к "зашумленному" решению. Параллельно использованию анализ связности может в некоторой степени отфильтровать "зашумление", генерированное частично несовместимыми данными, через исследование уровней связностей между группами признаков, которые в большей или меньшей степени присущи той или иной гипотезе.

Здесь мы попытаемся сформулировать подход на основе анализа связности по теории Эткина.

Этот подход помогает смоделировать структуры, в которых могут проявиться скрытые взаимозависимости между хорошо определенными множествами. Мы будем говорить о матрице инцидентности $R=\{r_{ij}\}$ с элементами 0 или I, устанавливающей соотношения "активности" между множеством ситуаций $- E=\{E_1, E_2, E_3, E_4, E_5\}$ и множеством признаков $- S=\{S_1, S_2, S_3, S_4\}$. Значения элементов этой матрицы r_{ij} обозначают, активизирован ли признак i в j-ой ситуации: да, если $r_{ij}=1$, и нет, если $r_{ij}=0$.

Допустим, что матрица инцидентности имеет вид (см.таблицу 2).

Тогда в нашем случае получается, что при ситуации E_1 наблюдаются признаки S_1, S_2 и S_3, но не S_4, и т.д. Для наглядности представления Эткин рассматривает ряды и столбцы матрицы инцидентности как полиэдры в многомерном пространстве, а связность между двумя полиэдрами, т.е. между ситуациями и признаками, определяется количеством их общих граней. Так, например, две точки составляют одну общую грань, три точки - две грани и т.д. Т.о. ситуации E_1 и E_2 имеют одну общую грань через признаки S_2 и S_3, а признаки S_3 и S_4 имеют две общие грани через ситуации E_3, E_4 и E_5.

Представление взаимоотношений между ситуациями и признаками можно наглядно получить из матрицы связности C_E и C_S, которые вычисляются по формулам:

$$C_E = R^T R - \Omega, \qquad C_S = R R^T,$$

где $\tilde{R}$ - транспонированная матрица инцидентности, а Ω - просто матрица с единичными элементами.

Заметим, что обе эти матрицы, C'_E и C'_S, симметричны, и записанные в треугольной форме для нашего частного случая, имеют вид (см.таблицу 3).

Здесь прочерк "-" - проставлен вместо отрицательного значения: это обозначает, что признаки S_4 и S_1 абсолютно не связаны друг с другом.

С другой стороны, у Эткина обсуждается не только наличие связности между двумя полиэдрами, но также и цепные связи, т.е. если рассмотреть цепки полиэдра, то могут выявиться, на первый взгляд, неявные связи с определенным количеством граней на данном уровне. Эти цепные связи по теории Эткина определяются прямо из C'_E и C'_S матриц.

В таблице 4 представлена общая картина распределения по уровням связности для множества ситуаций.

В первой графе указывается уровень связности, а в фигурных скобках заключены ситуации-полиэдры, связанные на этом уровне.

На уровне "2" расположились две группы: $\{E_1\}$ и $\{E_2, E_4\}$, на первом уровне в одну группу попали все ситуации, хотя, например, E_1 и E_5 имеют только один общий признак и т.о. не имеют общей грани, но в аспекте цепных связей они все-таки вошли в общую группу на уровне "I". На нулевом уровне все ситуации взаимосвязаны.

Можно так же привести распределение по группам для признаков (см.таблицу 5).

Интерпретация такая же.

Таким образом, каждая гипотеза предопределяется, с одной стороны, наблюдаемыми ситуациями, а, с другой стороны, активизированной при этом картиной признаков.

Анализом связности можно, например, обнаружить, имеют ли ситуации тенденцию попадать в разные группы, если при этом наблюдаются разные, но обуславливающие одну и ту же гипотезу признаки, а C_E - цепочки описывают, насколько множество ситуаций репрезентативно для данной группы, рассматривая это с точки точки зрения проявленных при этом признаков.

С другой стороны, C_S - цепочки позволяют определить, насколько хорошо частные подмножества признаков (группы на одном уровне связности) характеризуют общую картину ситуаций,и, следовательно, можно построить в каком-то смысле образец показательных для данной гипотезы признаков.

Несмотря на явную привлекательность, эта теория не дает исчерпывающую информацию для классификаций решений. Так, например, рассмотрим такую матрицу инцидентности (см.таблицу 6), где $\{E\}$ - множество ситуаций, а $\{S\}$ - множество признаков.

Из матрицы получаем такое соотношение: E_1 и E_2 самосвязаны и взаимосвязаны на уровне "I", а E_3 и E_4 самосвязаны и взаимосвязаны на уровне "2". Однако, E_1 связано с E_3 и E_4 также на уровне "I". Но это не согласуется с нашим предположением, что взаимозависимость между E_1 и E_3 более высокого уровня, чем между E_2 или E_4. Т.о. выбранная выше абсолютная мера количества общих граней недостаточна. Вместо этого рассмотрим относительную меру, основанную на соотношении общих граней к общему количеству. Меры будут нормализованы так, чтобы единичная связь указывала на "эквивалентность" событий, а нулевая – на их абсолютное несоответствие.

В системах классификации решений, как правило, рассматриваются эвристические данные как за, так и против каждой гипотезы. Это послужило мотивом для ввода понятий положительной и отрицательной дискриминации. Такой же постановкой задачи можно воспользоваться и для анализа связности по признакам. Положительная связность позволяет делать анализ групп признаков, характерных для данной ситуации, и по существу будет проверять связываемость положительных элементов матрицы инцидентности, а отрицательная связность, в свою очередь, установит группы не характерных для ситуации признаков, и, следовательно, будет проверять нулевые элементы данной матрицы.

Так как в значения элементов матрицы инцидентности мы вкладываем смысл степени совместимости между признаками и ситуациями, то их легко представить в виде нечетких величин принадлежности из интервала /0,1/. Например, см. таблицу 7.

Здесь, признак S_3 можно рассматривать как безусловное данное, тогда как признаки S_1' и S_2' активизируются только при соблюдении частных условий и не могут точно предопределять ситуации.

Из вышесказанного можно заметить, что анализ положительной связности применяется к прямой матрице инцидентности, а отрицательной связности – к ее дополнению. Это последнее определяется по формуле:

$$I_{Complement}(i,j) = 1 - I_{Incidence}(i,j)$$

Теперь, для сравнения рассмотрим три различные алгебры, определяющие три меры связности, чтобы дальше обосновать некоторые аксиомы для анализа связности.

Как мы определили выше, матрица инцидентности $\{R\}$ устанавливает отношение R (в общем случае нечеткое) между элементами двух множеств, в нашем случае признаков S и событий E. Таким образом:

$$R \subseteq S \times E, \quad \chi_R : S \times E \to [0,1]$$

$$\{R\} = \{r_{ij}\}, \text{ где } r_{ij} = \chi_R(s_i, e_j), \text{ а } s_i \in S,\ e_j \in E.$$

Рассмотрим j и k столбцы R матрицы как n-векторы:

$$\vec{a} = \{a_i\} = \{r_{ij}\}, \quad \vec{b} = \{b_i\} = \{r_{ik}\}.$$

Определим три меры связности "с" между векторами с помощью следующих трех алгебр:

1. Алгебра Эткина:

$$c = \sum a_i b_i - 1.$$

2. $Max\text{-}min$ – композиция:

$$c = \bigvee_i (a_i \wedge b_i),$$

где $\bigvee_i$ обозначает максимум по i, а $(a_i \wedge b_i)$ – минимум между a_i и b_i.

3. Новая мера связности:

$$c = \{\sum (a_i \wedge b_i)\} / \{\sum (a_i \vee b_i)\},$$

где $a_i \vee b_i$ обозначает максимум между a_i и b_i.

В таблице 6 рассматривается простая матрица инцидентности и сравниваются соответственные меры связности.

Т.о. новая мера связности подчеркивает взаимосвязанность между E_1 и E_2 в большей степени, чем между E_1 и E_3. Этот факт не находит отражения в I и 2 алгебрах.

Ниже приведены четыре аксиомы для обобщенного скалярного произведения $\vec{a} * \vec{b}$ двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, которое наилучшим образом отражает сущность меры связности для классификации ситуаций. Аксиомы однозначно определяют операцию " * " для четкой матрицы инцидентности, т.е. когда элементы векторов или нули, или единицы.

Сначала введем понятие суппорта для пары n - векторов. Допустим, два n-вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ соответствуют рядам или столбцам матрицы инцидентности и принимают значения из интервала [0,1]:

$$a_i, b_i \in [0,1] \text{ для всех } i = 1, 2, \ldots, n.$$

Множество упорядоченных пар $\{(a_i, b_i)\}$, где, по крайней мере, хотя бы один из a_i или b_i отличен от нуля, называется суппортом:

$$\{(a_i, b_i): \text{ где } a_i / b_i > 0, \ i = 1, \ldots, n\}.$$

Аксиомы I и 2 определяют понятия "эквивалентности" и "абсолютного несоответствия" между двумя векторами:

Аксиома I. Два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называются "эквивалентными", если все пары элементов (a_j, b_j) в суппорте $\{(a_j, b_j)\}$ таковы, что $a_j = b_j$. Два "эквивалентных" вектора имеют единичную связность.

Аксиома 2. Два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называются "абсолютно несовместимыми", если для каждой пары (a_j, b_j) в суппорте $\{(a_j, b_j)\}$ хотя бы один из векторов a_j или b_j точно равен нулю. Вдобавок, два вектора абсолютно несовместимы, если у них нулевой суппорт. С другой стороны, два "абсолютно несовместимых" вектора имеют нулевую связность.

ეროვნული ბიბლიოთეკა

Аксиома 3 постулирует свойство симметрии:

Оператор связности " $*$ " коммутативен, так что: $\vec{a} * \vec{b} = \vec{a} * \vec{b}$.

Аксиома 4 определяет свойство монотонности для частного случая четких векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, с $a_i, b_i \in [0,1]$ для всех i. Для элементов, которые не являются ни "эквивалентными", ни "абсолютно несовместимыми", связность задается соотношением таких пар (a_j, b_j) в суппорте, для которых $a_j = b_j = 1$, к c_s – кардинальному числу суппорта.

Эти аксиомы дают возможность довольно информативно определить обстановку, но тем не менее, они оставляют открытыми вопрос о выборе лучшей меры связности, в частности, например, как осуществить выбор из нижеприведенных алгебраических операций, из которых каждая удовлетворяет сформулированным аксиомам, но может дать различные результаты для нечетких данных:

(a) $$c = \left\{\sum_i (a_i \wedge b_i)\right\} / \left\{\sum_i (a_i \vee b_i)\right\},$$

(b) $$c = \left\{\sum_i (1 - |a_i - b_i|)\right\} / c_s,$$

(c) $$c = \left\{\sum_i (a_i * b_i)\right\} / c_s.$$

Значения меры связности, определяемые этими формулами для четких данных, вполне согласуются с теорией Эткина "общих граней" между многомерными полиэдрами и могут интерпретироваться как отношение количества общих узлов в полиэдральных структурах к полному количеству узлов.

С помощью "новой" меры связности (алгебра 3) можно определить также симметричную матрицу связности, и, применив метод Эткина, установить степени связности между различными ря-

ეროვნული ბიბლიოთეკა

дами и столбцами (признаками и ситуациями) исходной матрицы инцидентности. Но поскольку новая мера суть реальное число из [0,1], то вместо дискретного количества общих граней для картины распределения признаков значения уровней связностей необходимо выбрать из интервала [0,1].

При этом подходе, на практике, может возникнуть проблема, связанная с большой размерностью матрицы связности, что при определении цепочек связи на различных уровнях приводит к значительной вычислительной нагрузке. Эта проблема устраняется, если игнорировать признаки с низкими дискриминационными мерами для рассматриваемой гипотезы. Учитывая специфику решаемой задачи, можно выбрать дискриминационный порог, например 0.4, и не брать в расчет признаки с более низкими мерами дискриминации. В свою очередь это приведет к отсеиванию неинформативных для данной гипотезы признаков, к уменьшению их количества и разгрузке вычислительных средств.

Естественно, имея такой математически обоснованный фундамент, можно говорить о построении системы-советчика и даже об экспертной системе. В нашем случае, следуя анализу положительной и отрицательной связанности, база знаний будет содержать две таблицы для каждой гипотезы. В каждой таблице будут присутствовать множества групп, характеризующих общую картину признаков, расположенных по уровням связности со значениями из интервала [0,1].

Рассмотрим пример. Допустим, для множества из девяти признаков (1,2...9) таблица положительной связности имеет вид (см.таблицу 9).

Отметим, что на уровне "1" все признаки самосвязаны, а на нулевом уровне они образуют единственную характерную группу.

Тем не менее, в нашем примере признаки разделяются на три различные группы. Кроме того, наблюдается тенденция, выраженная в том, что группы признаков на больших уровнях связности - маленькие, и возрастают по мере их спада.

Характерная картина признаков - суть нечеткое понятие, поскольку нет точного критерия для ее выбора. Ясно только, что группа должна быть достаточно большой и хорошо связанной. Рассматривая вышеприведенный пример и исходя из элементарного метода нечеткого логического вывода, выбор единственной группы, по-видимому, падет на $\{4,6,9\}$.

Однако, для целей классификации решений, предпочтительнее оставить уровни распределения связности по группам кандидатов так, чтобы сохранить некоторую модель неопределенности. Самый простой и эффективный подход может выглядеть так: проходя вверх по таблице, выберем такую группу, чтобы на каждом уровне она оказалась наибольшим подмножеством предшествующей группы, и, кроме того, содержала по крайней мере два элемента. Для приведенного выше примера получаем (см.таблицу 10).

Такое распределение можно получить отдельно из таблиц положительной и отрицательной связности. Таким образом, они определяют множество упорядоченных пар, скажем:

$P=\{(PP_i, c_i)\}$, из таблицы положительной связности,

$N=\{(NN_i, d_i)\}$, из таблицы отрицательной связности,

где PP_i, NN_i - множества признаков на i-ом уровне связности, а c_i, d_i - соответственные величины связности. Такие упорядоченные пары для каждой из n гипотез дают распределения: $(P_1, P_2, \ldots, P_n)$ и $(N_1, N_2, \ldots, N_n)$.

Для каждой конкретной ситуации с характерной картиной признаков $\{S_j\}$ распределение неопределенности по ситуациям можно получить "взвешиванием" соотношений между признаками из $\{S_i\}$ в каждой группе с помощью уровней связности:

Решение $D=(D_1,\dots,D_n)=\{D_K\}$, $K=1,\dots,n$.

$$D_K=\Big\{I_{Large}\Big(\{\sum_i c_i\,p(PP_i\,|\,\{S_j\})\}\Big/\{\sum_i c_i\}\Big)+$$

$$+I_{Small}\Big(\{\sum_i d_i\,p(NN_i\,|\,\{S_j\})\}\Big/\{\sum_i d_i\}\Big)\Big\}\Big/2,$$

где $p(PP_i\,|\,\{S_j\})$ обозначает относительную долю признаков в PP_i, представленных в $\{S_j\}$, а $Large$ и $Small$ – нечеткие множества, определенные в интервале [0,1].

Рассмотренный здесь механизм – один из многих возможных. Такой метод особенно хорошо подходит к задачам диагностирования в различных областях человеческой деятельности, а комбинированные данные, полученные с помощью анализа дискриминации и связности, используются для установления общей картины диагностического распределения.

Схема классификации решений является предварительным этапом для разработки экспертной системы. Полноценная и совершенная система должна позволять расширение и пополнение базы знаний по мере накопления эмпирических данных и опыта специалистов. Кроме того, она должна уметь по запросу обосновывать и объяснять принимаемые решения на разных уровнях по ходу действий. Следующий шаг к усовершенствованию – это обеспечение нормального и приемлемого диалогового режима между компьютером и пользователем с учетом возможности для человека общаться с компьютером на естественном языке.

В этой статье мы не обсуждаем области применения рассмотренной модели. Отметим только, что она весьма обширна. Особенно эффективно этот механизм будет действовать при решении задач диагностического характера.

Поступила 29.IV.1993 Институт систем управления

Литература

I. Zadeh L.A. Fuzzy Sets. Information and Control. Vol.8, June 1965, pp.338-353.

2. В.В.Чавчанидзе. Теория информационных функций. Сообщения Академии наук Грузинской ССР. XXXII:2, ноябрь 1963, сс. 281-287.

3. Л.А.Заде. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. "Мир", Москва, 1976.

4. А.Кофман. Введение в теорию нечетких множеств. Москва, "Радио и связь", 1982.

5. B.W.Pilsworth, J.F.Baldwin. Medical Diagnosis from Patients Records - - a Method Using Discrimination and Connectivity Analyses. Fuzzy Sets and Systems, 23, 1987, pp.73-87.

6. J.F.Baldwin. A New Approach to Approximate Reasoning Using a Fuzzy Logic. Fuzzy Sets and Systems, 2, 1979, pp.309-325.

7. J.F.Baldwin. Fuzzy Logic and Fuzzy Reasoning. Internat.J.Man-Machine Study: 11, 1979, pp.465-480.

8. R.H.Atkin. Mathematical Structure in Human Affairs. Crane, Russak and Co., New York, 1974.

ეროვნული
ბიბლიოთეკა

ქ. ფანჩვიძე

"არამკაფიო" მეთოდი კლასიფიკაციის ამოცანებისათვის

რ ე ზ ი უ მ ე

არამკაფიო სიმრავლეთა თეორიის ზოგად ტერმინებში ჩამოყალიბებულია გადაწყვეტილების მხარდამჭერი მეთოდი დისკრიმინაციისა და ბმულობის ანალიზზე დაყრდნობით. მეთოდი გამოიყენება აგრეთვე არამკაფიო, არასრული თუ ნაწილობრივ არათავსებად მონაცემთა დასამუშავებლად.

K. Panchvidze

A FUZZY METHOD FOR DECISION CLASSIFICATION

S u m m a r y

One of the fuzzy methods using discrimination and connectivity analyses is discussed in general terms of systems' theory. It can be used for decision classification tasks with inconsistent, uncertain or incomplete data.

ეროვნული ბიბლიოთეკა

Таблица 1)

	H_1	H_2	H_3
S_1	0.9	0.3	0.5
S_2	0.4	0.6	0.1
S_3	0.8	0.0	0.2

Таблица 2)

	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5
S_1	1	0	1	0	0
S_2	1	1	0	1	0
S_3	1	1	1	1	1
S_4	0	1	0	1	1

Таблица 3)

$$C_E = \begin{array}{ccccc|c} E_1 & E_2 & E_3 & E_4 & E_5 & \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 0 & E_1 \\ & 2 & 0 & 2 & 1 & E_2 \\ & & 1 & 0 & 0 & E_3 \\ & & & 2 & 1 & E_4 \\ & & & & 1 & E_5 \end{array}$$

$$C_S = \begin{array}{cccc|c} S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & \\ 1 & 0 & 1 & & S_1 \\ & 2 & 2 & 1 & S_2 \\ & & 2 & 1 & S_3 \\ & & & 2 & S_4 \end{array}$$

Таблица 4)

Связность	C_E-цепочки
2	$\{E_1\}, \{E_2, E_4\}$
1	$\{E_1, E_2, E_3, E_4, E_5\}$
0	$\{E_1, E_2, E_3, E_4, E_5\}$

(Таблица [illegible])

связность	C_s-цепочки
4	$\{S_3\}$
3	$\{S_3\}$
2	$\{S_2, S_3, S_4\}$
1	$\{S_1, S_2, S_3, S_4\}$
0	$\{S_1, S_2, S_3, S_4\}$

(Таблица 6)

	E_1	E_2	E_3	E_4
S_1	1	1	1	1
S_2	0	0	1	1
S_3	1	1	1	1

(Таблица 7)

	E_1	E_2
S_1	0.8	0.3
S_2	0.6	0.2
S_3	1.0	0.0

(Таблица [illegible])

Матрица инцидентности				алгебра	положительная связность	
					$a(E_1)*b(E_2)$	$a(E_1)*b(E_3)$
	E_1	E_2	E_3			
S_1	1	1	1	1	1	1
S_2	0	0	1	2	1	1
S_3	1	1	1	3	1	2/3

(Таблица 9)

Уровень связности	Картина признаков
1	{1},{2,3},{4},{5},{6},{7},{8},{9}.
0.8	{2,3},{1},{4,6,9},{5},{7},{8}.
0.6	{2,3},{1},{4,6,9},{5},{7,8}
0.4	{2,3},{4,6,9},{5},{1,7,8}.
0.2	{2,3},{4,5,6,9},{1,7,8}.
0	{1,2,3,4,5,6,7,8,9}.

(Таблица 10)

Группа	Уровень
{4,6,9}	0.8
{4,6,9}	0.6
{4,6,9}	0.4
{4,5,6,9}	0.2
{1,2,3,4,5,6,7,8,9}	0.0

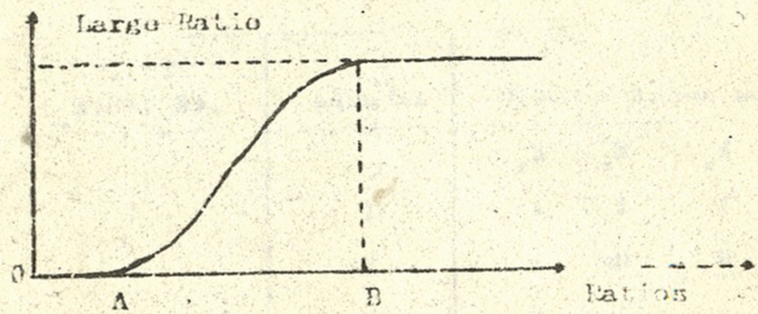

Рис. 1. Пример графического представления функции принадлежности.

ეროვნული ბიბლიოთეკა

С О Д Е Р Ж А Н И Е

I. Т.Г.Гачечиладзе, Т.В.Манджапарашвили, Г.Ш.Кашмадзе. Количество информации, переносимое в нечетком сообщении 5

2. З.Ю.Кочладзе. Об одном методе вычисления вероятностных концептов при использовании концептуального системного анализа 9

3. А.Г.Дундуа. О тестовой проверке абитуриентов профилирующих классов 23

4. В.Ш.Одишария. Об одной краевой задаче для одномерной системы Тимошенко 25

5. Дж.Г.Гачечиладзе. Об одном алгоритме построения p-мерных кубических сплайнов 52

6. А.В.Корнеева, Н.В.Пиотровская. Разработка программного обеспечения профессиональной игры "ГЛОБАЛЬНАЯ СИСТЕМА" 54

7. Дж.Г.Гачечиладзе. Об одном численном методе решения задачи поршня при изотермическом сжатии газа с постоянной скоростью 67

8. Дж.Г.Гачечиладзе. Численное решение краевой задачи для стационарного уравнения Кортевега де Вриза 71

9. Р.А.Чейшвили, К.В.Манджгаладзе, Д.М.Мампория, Л.Г. Читашвили, К.А.Чейшвили. Изучение отношения общественного мнения к механизму проведения приватизации и ее последствиям 84

IO. Т.С.Киселева. Ягеровский метод в дискриминационном анализе 86

11. Т.С.Киселева. Медицинские диагнозы из истории болезней - метод, использующий нечеткий дискриминационный анализ и анализ связей 91

12. К.М.Панчвидзе. Об одном подходе к задаче принятия решений - метод нечеткой дискриминации и связности 115

ეროვნული ბიბლიოთეკა

ეროვნული
ბიბლიოთეკა

შ ი ნ ა ა რ ს ი

1. თ.გაჩეჩილაძე, თ.მანჯაფარაშვილი, ბ.კ[illegible]მაძე. ინფორმაციის რაოდენობა არამკაფიო შეტყობინებაში. 8
2. ზ.ქოჩლაძე. ალბათური კონცეპტების გამოთვლის ერთი მეთოდის შესახებ კონცეპტუალური სისტემური ანალიზის გამოყენებისას 14
3. ა.დუნდუა. პროფილირებული კლასების აბიტურიენტთა ტესტური შემოწმების შესახებ... 18
4. ე.ოდიშარია. ერთი სასაზღვრო ამოცანა ტიმოშენკოს ერთგანზომილებიანი სისტემებისათვის 33
5. ხ.გაჩეჩილაძე. p-განზომილებიანი კუბური სპლაინების აგების ერთი ალგორითმის შესახებ. 45
6. ა.კორნეევა, ნ.პიოტროვსკაია. პროფესიული თამაშის "გლობალური სისტემა" ორგანიზაცია და მისი პროგრამული უზრუნველყოფის შემუშავება. 62
7. ხ.გაჩეჩილაძე. დგუშის ამოცანის ამოხსნის ერთი რიცხვითი მეთოდის შესახებ გაზის მუდმივი სიჩქარით იზოთერმული შეკუმშვის დროს 63
8. ხ.გაჩეჩილაძე. კორტევეგა დე ვრიზის სტაციონარული განტოლებისათვის სასაზღვრო ამოცანის რიცხვითი ამოხსნა. . . . 68
9. რ.ყეიშვილი, ქ.მანჯგალაძე, დ.მამფორია, ლ.ჩიტაშვილი, ქ.ტეიშვილი. საზოგადოებრივი აზრის შესწავლა პრივატიზაციის მექანიზმისა და შედეგების შესახებ. 73
10. ზ.კისელიოვა. იაკერის მეთოდი დისკრიმინაციულ ანალიზში. . 90
11. ზ.კისელიოვა. სამედიცინო დიაგნოზები ავადმყოფის ისტორიის საფუძველზე - მეთოდი, დაფუძნებული არამკაფიო დისკრიმინაციულ ანალიზზე და კავშირების ანალიზზე. 112
12. ქ.პანჩვიძე. "არამკაფიო" მეთოდი კლასიფიკაციის ამოცანებისათვის. 133

C O N T E N T S

1. T.Gachechiladze, T.Manjaparashvili, G.Kashmadze. The Quantity of Information in a Fuzzy Message 6

2. Z.Kochladze. On a Method of Calculating Probability Concepts in Application to Conceptual Systems Analysis 15

3. A.Dundua. On Test Examination of School-Leavers of Vocational Classes 24

4. V.Odisharia. On the Boundary Problem for Timoshenko's One-Dimensional System 34

5. J.Gachechiladze. On the Algorithm of Constructing P-Dimensional Cubic Splines 53

6. A.Korneeva, N.Piotrovskaya. Organization of the Professional Game: "Global System" and Development of its Software 62

7. J.Gachechiladze. On a Numerical Method for Solving the Piston Problem at Isothermic Compression of Gas of Constant Velocity 67

8. J.Gachechiladze. Numerical Solution of a Boundary Problem for the Kortevega de Vris Stationary Equation 72

9. R.Cheishvili, K.Manjgaladze, D.Mamporia, L.Chitashvili, K.Cheishvili. Study of Georgian Public Opinion Regarding the Mechanism and Consequences of Privatization . . . .

10. T.Kiseleva. R.Jager's Method in Discrimination Analysis 90

11. T.Kiseleva. Medical Diagnosis Based on the Case History: a Method Using Fuzzy Discrimination and Connectivity Analyses 113

12. K.Panchvidze. A Fuzzy Method for Decision Classification 133

გამომცემლობის რედაქტორი ტ.მანჯაფარაშვილი
კორექტორი ნ.მაჭავარიანი

ხელმოწერილია დასაბეჭდად 28.12.93. საბეჭდი ქაღალდი 60X84. პირობითი ნაბეჭდი თაბახი 8,75. სააღრ.-საგამომცემლო თაბახი 5,01
ტირაჟი 300 ფასი სახელშეკრულებო შეკვეთა N [illegible]

თბილისის უნივერსიტეტის სტამბა, თბილისი, 380028,
ი.ჭავჭავაძის პროსპექტი, 1.

ცდ 39/1

ეროვნული
ბიბლიოთეკა