

დ. ი. თაყთაყიშვილი, ა. ა. ჯაბუა

# მასალათა გეგმლეობის მოკლე კურსი

ზრუნის შიდალი ღკოზის ოკდენის სპარკთველოს სსოვლო-  
საშეუკნემო ინსტიტუტის გამომცემლობა

### ანრიტაცია

წიგნი „მასალათა გამძლეობის მოკლე კურსი“ წარმოადგენს სახელმძღვანელოს, რომელიც შედგენილია უმაღლესი სასწავლებლისათვის დამტკიცებული პროგრამის მიხედვით.

წიგნში განხილულია: ძირითადი საფუძვლები, რომლებზეც აგებულია მასალათა გამძლეობის საგანი, ცენტრალური გაჭიმვა-კუმწვა, ძერა, დაძაბული მდგომარეობის თეორია და სიმტკიცის თეორია. გრეხა, ლუნვა, მრუდი ძელის ანგარიში. ზამბარების ანგარიში, სტატიკურად ურყვევი სისტემების ანგარიში, რთული დაძაბული მდგომარეობა, დინამიკური დატვირთვის დროს სისტემის ანგარიში და ნიშანცვლადი დატვირთვის დროს დასაშვები ძაბვის დანიშვნა და ზღვრული ტვირთის მეთოდის სისტემის ანგარიში.

სახელმძღვანელოში პროგრამის მიხედვით გათვალისწინებული საკითხების გარდა, დამატებით მოცემულია საინჟინერო მუშაობის კურსიდან მარტივი ფერმების ანგარიში.

წინამდებარე სახელმძღვანელო განკუთვნილია სოფლის მეურნეობის მექანიზაციისა და ტექნოლოგიური სპეციალობის სტუდენტებისათვის და, აგრეთვე, წარმოადგენს დამხმარე სახელმძღვანელოს სხვა ტექნიკური უმაღლესი სასწავლებლის სტუდენტებისათვის.

რედაქტორი ა. კ ა კ უ შ ა ძ ე

№ 08904

შპ. 87/611

ტირაჟი 1000

გადაეცა წარმოებას 12/IV-61 წ. ხელმოწერილია დასაბეჭდად 9/XI-61 წ. ანაწყოების ზომა 7×11. სასტამბო ფურცელთა რაოდენობა 24,75. საუტორო ფურც. რაოდ 23,2. საგ.-სააღ. ფურც. რაოდ. 23,6.

ფასი 1 მან. 17 კპპ.

შრომის წითელი ჯროშის ორდენის საქართველოს სასოფლო-საეურნეო ინსტიტუტის გამომცემლობის სტამბა, თბილისი, ი. კავკაჟაძის ქროსპ. 33.

Типография Издательства Грузинского ордена Трудового Красного Знамени сельскохозяйственного института  
Тбилиси, просп. И. Чавчавадзе 33.

## წი ნ ა ს ი ტ ყ მ ა ო ბ ა

წინამდებარე შრომა თითქმის მთლიანად ითვალისწინებს სოფლის მეურნეობის მექანიზაციისა და ტექნოლოგიური სპეციალობებისათვის პროგრამით გათვალისწინებულ მასალას და აგრეთვე წარმოადგენს დამხმარე სახელმძღვანელოს სხვა ტექნიკური უმაღლესი სასწავლებლების სტუდენტთათვის მასალათა გამძლეობის კურსის შესასწავლად.

მასალა დალაგებულია პროგრამაში გათვალისწინებულ შესასწავლი საკითხების თანმიმდევრობის მიხედვით. საგნის უკეთესად ათვისების მიზნით ყოველ თავს და ზოგიერთ პარაგრაფს თან დართული აქვს შესაფერისი მაგალითების რიცხვითი ანგარიში.

თითოეულ თავში ფორმულები და ნახაზები დანომრილია დამოუკიდებლად. მაგალითად, ფორმულა (5. 8) ნიშნავს, მეხუთე თავის მერვე ფორმულა და ა. შ.

წიგნში (1, 2, 3, 4, 5, 7, 13, 14) თავები დასაბუთდად მომზადებულია ტექ. მეც. კანდ. დოც. დ. ი. თაქთაქიშვილის მიერ, ხოლო (6, 8, 9, 10, 11, 12) თავები ტექ. მეც. კანდ. დოც. ა. ა. ჯაბუას მიერ.

ეს შრომა ავტორების მიერ მასალათა გამძლეობის მთლიანი კურსის შედგენის პირველი ცდაა და, ცხადია, იგი უნაკლო არ იქნება, ამიტომ ყველა საქმიანი შენიშვნა დიდი კმაყოფილებით იქნება მიღებული.

ავტორები

**ქირითადი განმარტებები**  
**გაჭიმვა და კუმშვა**

**§ 1. შ ე ს ა ვ ა ლ ი**

მასალათა გამძლეობის მიზანია: მანქანის ან ნაგებობის საანგარიშო ელემენტის ზომები და მასალა მოცემულ პირობებში შევარჩიოთ ისე, რომ უკანასკნელმა შეასრულოს თავისი დანიშნულება.

მანქანის ან ნაგებობის ნაწილებმა რომ იმედიანად იმუშაოს, საჭიროა დაცული იყოს: სიმტკიცის, სიხისტის და მდგრადობის პირობები.

სიმტკიცის პირობა დაკმაყოფილებული იქნება, თუ საანგარიშო ელემენტი ძალის მოქმედების შედეგად არ განიცდის დარღვევას.

ყოველი საეული მასზე ძალის მოქმედების შედეგად იცვლის თავის ზომებსა და ფორმას, აღნიშნულ მოვლენას ეწოდება დეფორმაცია. სიხისტის პირობა დაკმაყოფილებული იქნება თუ ელემენტის დეფორმაცია არ აღემატება გარკვეულ სიდიდეს.

შეუქმებული სწორი ღერო, რომლის განივკვეთის ფართობი შედარებით მის სიგრძესთან მცირეა, შეიძლება გამოვიდეს წყობილებიდან დარღვევის გამო კი არა, არამედ იმიტომ, რომ უკანასკნელი დაკარგავს სწორ ფორმას და გაიღუნება, ამ შემთხვევაში ღერო წონასწორობის მდგრადი ფორმიდან გადადის წონასწორობის არამდგრად ფორმაში. აღნიშნულ მოვლენას შეიძლება ადგილი ჰქონდეს—როგორც კუმშვისას, ისე უფრო რთული დეფორმაციის დროსაც.

მდგრადობის პირობა რომ დაკმაყოფილებული იყოს, საჭიროა საანგარიშო ელემენტის ზომები დაენიშნოთ ისე, რომ დატვირთვის დაწყებიდან დარღვევამდე ადგილი ჰქონდეს მხოლოდ წონასწორობის მდგრად ფორმას.

მასალათა გამძლეობის ერთ-ერთი ძირითადი მიზანია ზემოაღნიშნული საში პირობა დაეკმაყოფილოთ მასალის რაც შეიძლება მცირე ხარჯით.

ისე როგორც ყველა მეცნიერებას, მასალათა გამძლეობასაც აქვს თავისი დავალები და განვითარების ისტორია; მაგრამ ეს იმას არ ნიშნავს, რომ მასალათა გამძლეობის, როგორც მეცნიერების, განვითარებასდე თითქმის არ შენდებოდა ნაგეობები ან მანქანები.

განცვიფრე სწავლავით ვგვიპტის კულ გრანდიოზულ მონუმენტებს, სამარხებს, პირამიდებს—საბერძნეთის აუროთმოძღვრებისა და რომის ფორტიპიკაციურ და სხვა საინჟინრო ნაგებობებს. უნდა ვიფიქროთ, რომ იმ ხანში მშენებლებს უკვე ჰქონდათ გარკვეული ემპირიული ხერხები, რომლის დახმარებითაც მშენებლობას აწარმოებდნენ.

ბერძნული და რომაული მშენებლობის ხელოვნება შუა საუკუნეების ხანაში მთლიანად ეძლევა მივიწყებას და მხოლოდ აღორძინების პერიოდში კვლავ იწყებს ფართოდ განვითარებას. როდესაც ცნობილმა იტალიელმა არ-

ქიტექტორმა ფონტანემ (1543—1607) ააგო ობელისკი, ამ უკანასკნელმა მთელი ევროპის ყურადღება მიიპყრო, მაწინ როდესაც ეგვიპტელები ასეთ ობელისკებს აგებდნენ რამდენიმე ათასი წლით ადრე.

პირველი მეცნიერები, რომლებიც დაინტერესდნენ მასალათა გამძლეობით, იყვნენ: ლეონარდო დავინჩი (1452—1519), გალილეო გალილეი (1564—1642), რობერტ ჰუკი (1635—1703), მარიოტი (1620—1684) და სხვ.

უნდა აღინიშნოს, რომ XVII საუკუნეში მეცნიერულ კვლევას ატარებდნენ პირები, რომლებიც იყვნენ აკადემიის წევრები და ამიტომ ამ მეცნიერულ მუშაობას უფრო თეორიული ხასიათი ჰქონდა, ვიდრე პრაქტიკული.

ნაოლოდ XVIII საუკუნეში ჩანოყალიბდა სააღმწინებლო მექანიკა (დისციპლინა, რომელიც შეიცავს მასალათა გამძლეობას), რომელმაც პრაქტიკული ვამ-ყენება პოვა ცხოვრებაში.

განსაკუთრებით უნდა აღინიშნოს ფრანგი, ინგლისელი, გერმანელი და რუსი მეცნიერების ღვაწლი ამ საქმეში.

## § 2. დეფორმაციისა და დრეკადი სხეულის განმარტება

თეორიული მექანიკის წესწავლისას (სტატიკა) ვიხილავდით აბსოლუტურად მყარ სხეულთა წინასწორობას. საკითხის ასეთი დაყენება განართლებული იყო იმ მიზნისათვის, რასაც სტატიკა ისახავდა—კერძოდ ვარკვევდით წინასწორობის პირობას იმ ძალებისათვის, რომლებიც სხეულზე მოქმედებენ. მასალათა გამძლეობაში საკითხის ასეთი დაყენება დიდ წეცდომამდე მიგვიყვანდა. ბუნებაში, როგორც ცნობილია, აბსოლუტურად მყარი სხეულები არ არსებობენ. ყოველი სხეული მასზე ძალის მოქმედების შედეგად განიცდის ფორმის ანუ ზომების შეცვლას. ამ ცვლილებას, როგორც აღვნიშნეთ, მასალათა გამძლეობაში დეფორმაცია ეწოდება.

დეფორმაცია ეს არის მყარი სხეულის ერთ-ერთი ძირითადი თვისება, რომელიც შეიძლება შემდეგნაირად აიხსნას: მყარი სხეული, როგორც ცნობილია, შედგება მოლეკულებისაგან, რომლებიც ერთმანეთის მიმართ განლაგებული არიან გარკვეული კანონის მიხედვით ან იმყოფებიან ქაოტურ მდგომარეობაში. მოლეკულები სხეულის მთელ სივრცეს არ ავსებენ, არამედ ერთმანეთის მიმართ იმყოფებიან გარკვეულ მანძილზე, მოლეკულარული ურთიერთქმედების ძალის გავლენით. სხეულზე გარე ძალის მოქმედებით მოლეკულებს შორის იცვლება ნორმალური მანძილი, რაც იწვევს ზომების შეცვლას ანუ სხეულის დეფორმაციას. მოლეკულებს შორის მანძილის შეცვლა კი, მეორეს მხრივ, იწვევს მოლეკულებს შორის ურთიერთქმედების ძალის დამატებით შეცვლას. დამატებით წარმოქმნილ მოლეკულებს შორის ურთიერთქმედების ძალები გარე ძალებს ეწინააღმდეგებიან და ცდილობენ სხეულს თავისი პირვანდელი ფორმა დაუბრუნონ.

დამატებითი მოლეკულარულ ურთიერთქმედების ძალას, რომელიც წარმოშობილია სხეულის შიგნით გარე ძალების მოქმედების შედეგად, მასალათა გამძლეობაში შიგნით ძალებს უწოდებენ.

შიგა დამატებითი ძალები დეფორმაციის ზრდასთან ერთად იზრდება მანამდე, სანამ შიგა და გარე ძალები არ გაწონასწორდებიან.

თუ გარე ძალები იმდენად დიდია, რომ აღარ შეუძლიათ შიგა ძალებს მისი ვაჭონასწორება, მაშინ მოლეკულებს შორის ურთიერთქავეშირი ირღვევა და მასალის ერთი ნაწილი მეორეს სცილდება.

სხეულის თვისებას, დეფორმაციის შემდეგ დაუბრუნდეს თავის პირვანდელ მდგომარეობას, დ რ ე კ ა დ ო ბ ა ეწოდება.

თუ სხეული მთლიანად აღიდგენს თავის პირვანდელ ზომებს, მას აბსოლუტურად დ რ ე კ ა დ ი სხეული ეწოდება. აბსოლუტურად დ რ ე კ ა დ ი სხეულები ბუნებაში არ არსებობენ; როგორც კანონი, არც ერთი სხეული დეფორმაციის შემდეგ თავის პირვანდელ მდგომარეობას მთლიანად აღარ უბრუნდება.

მასალებში (ფოლადი, თუჯი, სპილენძი, ქვა, ხე და სხვ.) გარკვეული ძალის მნიშვნელობამდე ნარჩენი დეფორმაციები იმდენად მცირეა, რომ ისინი შეიძლება ჩაითვალოს, როგორც დ რ ე კ ა დ ი სხეულები.

ყველა საშენი მასალისათვის ცდებით შეიძლება დავადგინოთ ის მაქსიმალური ძალა, რომლის მოხსნის შემდეგ სხეული კვლავ უბრუნდება თავის პირვანდელ მდგომარეობას.

თუ ძალის მოქმედება აღნიშნულ სიღიდეს გადააჭარბებს, მაშინ დ რ ე კ ა დ ი სხეულები თავის პირვანდელ მდგომარეობას (ნარჩენი დეფორმაცია უკვე საგრძნობი იქნება) აღარ დაუბრუნდება და ადგილი ექნება ნარჩენ ანუ პლასტიკურ დეფორმაციებს.

### § 3. კონსტრუქციის ელემენტებზე მოქმედი გარე ძალების კლასიფიკაცია

მანქანის ან ნაგებობას ელემენტების დანიშნულებათა, მიიღონ დატვირთვა და გადასცენ იგი მეზობელ ელემენტებს; ასეთ ძალებს ჩვენ ვუწოდებთ უ რ თ ი ე რ თ ქ მ ე დ ე ბ ი თ გ ა მ ო წ ვ ე უ ლ ძ ა ლ ე ბ ს.

თუ ფართობი, რომლითაც ძალა გადაეცემა ელემენტის ზომებთან შედარებით პატარაა, მაშინ ძალას თავმოყრილს უწოდებენ, და გამართივების მიზნით გულისხმობენ, რომ უკანასკნელი მოქმედებს ერთ წერტილში. თავმოყრილი ძალის განზომილება არის კილოგრამი კგ ან ტონა ტ.

თუ საანგარიშო ელემენტს დიდ ფართობზე გადაეცემა ძალა, ასეთ დატვირთვას ვუწოდებთ გ ა ნ ა წ ი ლ ე ბ უ ლ ს.

კერძოდ, განაწილებული დატვირთვა შეიძლება იყოს თანაბრად განაწილებული ფართობზე ან სიგრძეზე. ამ შემთხვევაში დატვირთვას უწოდებენ მ ა ნ ა ბ რ ა დ გ ა ნ ა წ ი ლ ე ბ უ ლ ს.

განაწილებული ტვირთის განზომილება არის კგ/სმ<sup>2</sup>, კგ/მ<sup>2</sup>, ტ/მ<sup>2</sup> ან თუ იგრძეზეა განაწილებული—კგ/სმ, კგ/მ ან ტ/მ.

გარდა ურთიერთქმედების ძალებისა, ელემენტზე შეიძლება მოქმედებდეს კიდევ მოკულობითი ძალები. მოკულობითი ძალები შეიძლება იყოს ორგვარი: საკუთარი წონით ან ინერციის ძალებით გამოწვეული.

ძალები მოქმედების დროის მიხედვით იყოფა ორ ჯგუფად: მუდმივად მოქმედი და დროებით მოქმედი ძალები. მუდმივად მოქმედი ძალების მაგალითია შენობის საკუთარი წონა; ის მოქმედებს საძირკველზე დლიდან შე-

ნობის აგებისა და არ იცვლის თავის სიდიდეს. დროებითი დატვირთვის მაგალითია ტვირთის მოქმედება ამწეზე, თოვლის ან ქარის მოქმედება ნაგებობაზე და სხვ.

მოქმედების ხასიათის მიხედვით ძალები იყოფა ორ ჯგუფად: სტატიკურად და დინამიკურად.

სტატიკური ეწოდება ისეთ ძალას, რომელიც თანდათანობითი ზრდით მოქმედებს სხეულზე, სტატიკური ძალა ისე მოქმედებს კონსტრუქციის ელემენტებზე, რომ არ იწვევს მის რხევას ანუ აჩქარებულ მოძრაობას.

დინამიკური ეწოდება ისეთ ძალას, რომელიც იწვევს მანქანის ან ნაგებობის ნაწილების რხევას ანუ აჩქარებულ მოძრაობას.

დინამიკური დატვირთვის ჯგუფს ეკუთვნის უეცრად მიყენებული დატვირთვა, დარტყმა და ნიშანცვლადი დატვირთვა.

უეცრად მიყენებულ დატვირთვას ადგილი აქვს მაშინ, როდესაც ძალა მთელი თავისი სიდიდით მოქმედებს, ასეთია, მაგალითად, მოძრავე შემაღენლობის მოქმედება ხიდზე, როდესაც შემაღენლობა დიდი სისწრაფით მიდის.

დარტყმითი დატვირთვის მოქმედება განმარტებას არ მოითხოვს.

ნიშანცვლად დატვირთვას უწოდებენ ისეთ დატვირთვას, რომელიც პერიოდულად იცვლის თავის მნიშვნელობას: ასეთ დატვირთვას ადგილი აქვს მრუდმხარა მექანიზმისა და ვიბრატორის მუშაობაში და სხვ.

ყველა გარე ძალიდან, რომლებიც მანქანის ან ნაგებობის ელემენტებზე მოქმედებენ; შეიძლება გამოვყოთ რეაქციული ძალები. რეაქციული ძალები აღიძვრება საანგარიშო ელემენტის იმ ნაწილებში, რომლებითაც ისინი არიან დამაგრებული (საყრდენები).

რეაქციული ძალების სიდიდე დამოკიდებულია გარე ძალებზე და განისაზღვრება სტატიკის წონასწორობის პირობის დახმარებით.

#### § 4. ძირითადი ჰიპოტეზები და დაშვებები

ნაგებობის ან მანქანის გაანგარიშებას, მაშინ აქვს პრაქტიკული მნიშვნელობა, როდესაც ის საკმაოდ მარტივია და ამავე დროს ზუსტი.

გამარტივების მიზნით, მასალათა გამძლეობაში გამოყენებულია აბსტრაგირების მეთოდი, რაც შემდეგში მდგომარეობს: აღებული კერძო შემთხვევისათვის შეგნებულად უგულებელვყოფთ მასალის მეორეხარისხოვან თვისებებს, ხოლო შევიწინარჩუნებთ ძირითადს; სხეუნიარად რომ ვთქვათ, პრაქტიკული ანგარიშისათვის საჭიროა მივმართოთ ზოგიერთ დაშვებას ან ჰიპოტეზს. აღნიშნული გამარტივებები მართებული იქნება თუ უკანასკნელი დასატურდება ცდის საშუალებით.

მეცნიერებისა და ტექნიკის განვითარების ისტორია გვიჩვენებს, რომ აბსტრაგირების მეთოდი აუცილებელია და ეს არის სწორედ ტექნიკური მეცნიერების განვითარების ერთ-ერთი ძირითადი პირობა. \*

ძირითადი დაშვებები და ჰიპოტეზები, რომლითაც ვსარგებლობთ მასალათა გამძლეობაში, შემდეგია:

1. მასალა წარმოდგენილია, როგორც სრულიად დრეკადი სხეული.

2. მასალა წარმოდგენილია, როგორც მთლიანი და უწყვეტი. ასეთი წარმოდგენა მასალაზე ამარტივებს საკითხის გადაწყვეტას და ცდომილება გამოწვეული აღნიშნული დაშვებით საკმაოდ მცირეა (იყო აზრი მასალა წარმოვადგინა, როგორც ინდივიდუალური ნაწილებისაგან შემდგარი სხეული, რომელთა შორის იარსებებდა გარკვეული მანძილი და ეს ნაწილები ერთნაწილად დაკავშირებული იქნებოდნენ ურთიერთქმედების ძალებით. ამ ნიადაგზე აგებული თეორია იმდენად რთული აღმოჩნდა, რომ მკვლევარებმა უარი თქვეს მასზე).

3. მასალები, რომელთაც შევისწავლით მასალათა გამძლეობაში, წარმოდგენილია, როგორც იზოტროპული, ე. ი. ვგულისხმობთ, რომ ყოველი მიმართულებით მათ ახასიათებთ ერთნაირი თვისებები. ლითონები, მართლაც, ეკუთვნიან იზოტროპულ მასალათა ჯგუფს, ხოლო ხე ანიზოტროპული მასალაა (ხე ბოჭკოების გასწვრივ და მის მართობულად სხვადასხვა ფიზიკურ-მექანიკური თვისებებისა).

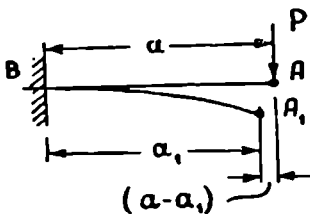
მასალათა გამძლეობაში რაც უფრო იზოტროპულია მასალები, მით უფრო ზუსტია მიღებული შედეგები და, პირიქით.

4. ხაზობრივი დეფორმაციები ელემენტის საწყის სიგრძესთან შედარებით ძალიან მცირე სიდიდეებია, მაგალითად, არ აღემატება საწყისი სიგრძის  $(0,1 \div 0,2)\%$ -ს.

კვეთების მობრუნების კუთხეები დეფორმაციის შემდეგ იმდენად მცირეა, რომ ერთთან შედარებით მხედველობაში არ მიიღება [იგულისხმებ წევრი  $(1 + \epsilon) \approx 1$ . ა კვეთის მობრუნების კუთხეა].

5. დეფორმაციები დრეკადობის ფარგლებში, როგორც აღნიშნეთ პრაქტიკულად იმდენად მცირეა, რომ შეიძლება სტატიკის პირობა ელემენტისათვის, რომელიც შედგენილი იყო დეფორმაციამდე, ძალაში დარჩეს დეფორმაციის შემდეგაც.

ზემოაღნიშნულის საილუსტრაციოდ გავარჩიოთ კოჭი  $B-A$ , რომლის ერთი ბოლო ჩამაგრებულია ხისტად, ხოლო მეორე თავისუფალ ბოლოზე მოქმედებს  $P$  ძალა (ნახ. 1.1).



ნახ. 1.1

დეფორმაციამდე  $B$  ჩამაგრების კვეთისათვის  $P$  ძალით გამოწვეული მომენტი გამოითვლება  $M_{II} = Pa$ , ხოლო დეფორმაციის შემდეგ, ე. ი. როდესაც ჩვენ ძალა მოვდეთ კოჭის ბოლოზე, კოჭის ბოლო ჩაიღუნება და ძალა აღმოჩნდება  $P_1$  წერტილში. როგორც ჩანს, მომენტი  $B$  წერტილის მიმართ დეფორმაციის შემდეგ ტოლი იქნება  $M_{II} = a_1 P_1$ . რადგანაც  $a > a_1$ , ამიტომ მომენტის მნიშვნელობა დეფორმაციის შემდეგ  $B$  წერტილის მიმართ შემცირდება.

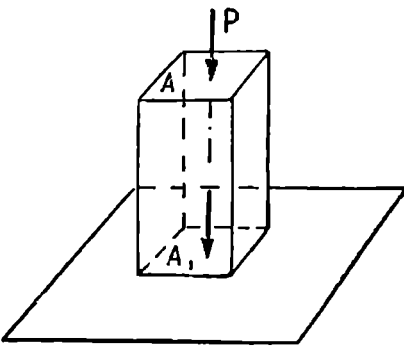
პრაქტიკულად  $a$  და  $a_1$  მანძილებს შორის განსხვავება ძალიან მცირეა, ამიტომ გამარტივების მიზნით იღებენ, რომ დეფორმაციის შემდეგაც მომენტი  $B$  წერტილის მიმართ რჩება უცვლელი და ტოლი  $M_B = a \cdot P$ .

თუ ჩვენ ასეთ გამარტივებას არ დაუშვებდით, საკითხი საკმაოდ რთულდებოდა.



სტატიკის ზოგიერთი დებულება, რომელიც მართებული იყო აბსოლუტურად მყარი სხეულებისათვის, დრეკადი სხეულებისათვის არ გამოდგება.

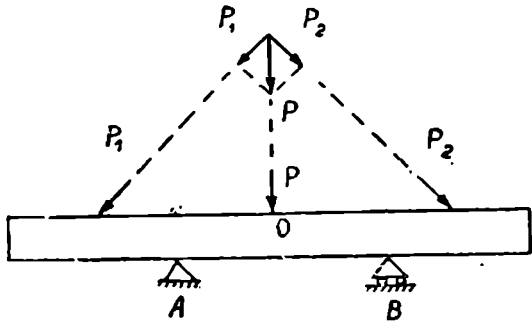
მაგალითისათვის გავარჩიოთ ძალის ვასრიალების მეთოდი დრეკადი სხეულის შიგნით. ავიღოთ პრიზმატული ძელი, რომლის  $A$  წერტილში მოდებულია  $P$  ძალა (ნახ. 1-2). თუ ჩვენ  $P$  ძალას გავაცურებთ ღერძის ვასწვრივ ღეროს საყრდენამდე, ეხადია, სტატიკის პირობას არ ჭავარღვევთ, მაგრამ ღერო აღმოჩნდება საკმაოდ განსხვავებულ მდგომარეობაში, საიელდობრ, როდესაც ძალა  $A$  წერტილში მოქმედებდა, ღერო იკუმშებოდა  $P_g$  ძალით, ხოლო როდესაც ძალა  $P$  აღმოჩნდა  $A_1$  წერტილში, ღერო კუმშვას აღარ განიცდის.



ნახ. 1. 2

ხშირ შემთხვევაში აგრეთვე არ შეიძლება ერთი ძალთა სისტემის მეორე ექვივალენტურ ძალთა სისტემით შეცვლა; ამის მაგალითია (ნახ. 1-3).

$P$  ძალის მოქმედებით, როგორც ჩანს,  $O$  წერტილი გადაადგილდება ზევიდან ქვევით, ხოლო ექვივალენტურ ძალთა სისტემით  $P_1$  და  $P_2$  ძალით  $O$  წერტილი გადაადგილდება ქვევიდან ზევით.



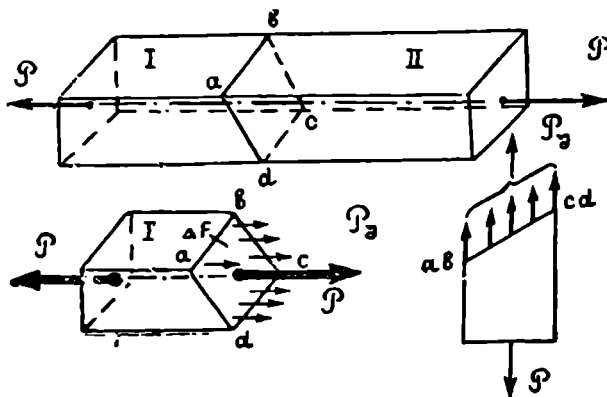
ნახ. 1. 3

გარდა ზემოაღნიშნული დაშვებებისა, არსებობს მთელი რიგი დაშვებები, რომელთაც დაწვრილებით გავეცნობით კურსის შესწავლის პროცესში.

**§ 5. გაკვეთის მეთოდი და ძაბვის განმარტება**

როგორც აღვნიშნეთ, გარე ძალების ქმედების შედეგად, სხეულის მოლეკულებს შორის აღიძვრება დამატებითი ურთიერთქმედების ძალები, რომლებიც ცდილობენ სხეული დაუბრუნონ პირვანდელ მდგომარეობას. აღნიშნულ დამატებით ძალებს უწოდებენ შიგა ძალებს. შიგა ძალების სიდიდის დასადგენად იყენებენ გაკვეთის მეთოდს.

გავეცნოთ გაკვეთის მეთოდს კერძო მაგალითზე. დაეუშვათ, პრიზმატული ძელის ბოლოებზე მოქმედებს ღერძული ძალები  $P$ . ჩვენს მიზანს წარმოადგენს განვსაზღვროთ შიგა ანუ ღრეკადი ძალები  $abcd$  კვეთში. ამისათვის ჯერჯერობით მოვძებნოთ  $abcd$  კვეთში შიგა ძალების ტოლქმედი.



ნახ. 1. 4

შიგა ძალების ტოლქმედის მოსაძებნად პრიზმატულ ძელს გავკვეთთ (ნახ. 1. 4) წარმოადგენით  $abcd$  სიბრტყით და მოვაცილებთ, მაგალითად, II ნაწილს. II ნაწილის ქმედება I ნაწილზე გამოიხატება სწორედ იმ შიგა ძალებით, რომლებიც მოქმედებენ ღარჩენილი I ნაწილის  $abcd$  კვეთში. შიგა ძალები გაკვეთის შედეგად ზედაპირულ გარე ძალებად გადაიქცევიან და მის მოსაძებნად შეიძლება ვისარგებლოთ სტატიკის პირობით.

ღარჩენილ I ნაწილზე მოქმედ ყველა ძალას თუ დავაგვეგმილებთ პრიზმატული ძელის ღერძზე, გვექნება:

$$P = P_3.$$

აღებულ კერძო შემთხვევაში პრიზმატული ძელი იქიმება თანაბრად (დაწვრილებით ამ საკითხზე შევჩერდებით ქვევით), ე. ი. უნდა ვიგულისხმოთ, რომ  $abcd$  კვეთში, რომლის ფართობია  $F$ , შიგა ძალები ანუ ღრეკადი ძალები ერთნაირი სიდიდისაა მის ყველა წერტილში. თუ ეს ასეა, ერთეულ ფართობზე მოსული შიგა ძალა  $p$  განისაზღვრება ფორმულით

$$p = \frac{P_3}{F},$$

რადგანაც

$$P = P_3,$$

გვექნება

$$p = \frac{P}{F}.$$

ერთეულ ფართობზე მოსულ შიგა ძალას მასალათა გამძლეობაში ძაბვა ეწოდება.

თუ გარე ძალის სიდიდის განზომილებაა კგ,  $abcd$  კვეთის ფართობი ხმ<sup>2</sup>, ძაბვის განზომილება იქნება კგ/სმ<sup>2</sup> ან კგ/მმ<sup>2</sup> ან ტ/მ<sup>2</sup>.

თუ ჩვენ  $abcd$  ფართობს მეტი კუთხით დაეხებით ღერძთან, მაშინ ფართობი  $F$ -ი, გაიზრდება და ძაბვა  $p$  შემცირდება; აქედან გამომდინარე, შეიძ-

ლება დავასკვნათ, რომ როდესაც ჩვენ ვლაპარაკობთ ძაბვაზე, უსათუოდ წარმოდგენა უნდა გვქონდეს, თუ რომელ ფართობზე მოქმედებს ეს უკანასკნელი.

ჩვენ გავარჩიეთ კერძო შემთხვევა, როდესაც ძაბვა ნაწილდება კვეთში თანაბრად. ზოგად შემთხვევაში, ძაბვა ალებულ კვეთში არათანაბრად ნაწილდება, ამიტომ საჭიროა ვიცოდეთ კვეთის თითოეულ წერტილში ძაბვის მნიშვნელობა.

შიგა ძალების ტოლქმედი, ე. ი. ძალა, რომელიც მოდის მთელ  $F$  ფართობზე, აღენიშნოთ  $P$ -თი.  $\Delta F$  ელემენტარულ ფართობზე მოსული ძალა ტოლი იქნება  $\Delta P$ .

$$\frac{\Delta P}{\Delta F} = p_m$$

აღნიშნულ ფარდობას ეწოდება საშუალო ძაბვა ალებულ  $\Delta F$ -ში; თუ ჩვენ გვინდა ვიცოდეთ ძაბვის მნიშვნელობა ალებულ წერტილში, საჭიროა ფართობის მნიშვნელობა ალებული წერტილის გარშემო თანდათან შევამციროთ უსასრულო მცირე სიდიდემდე, ე. ი. ძაბვა [ალებულ წერტილში ტოლი იქნება

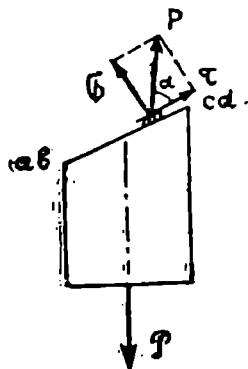
$$p = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta F}$$

როგორც ნახ. 1—5-დან ჩანს,  $abcd$  ფართობის მიმართულება თუ იცვლება, იცვლება აგრეთვე კუთხე  $\alpha$ , რომელსაც ადგენს  $p$  ძაბვა დაბრლი სიბრტყესთან.  $p$  ძაბვას თუ დავშლით ორ მდგენელად, ერთი დაბრლილი სიბრტყის მართობულად  $\sigma$  (სიგმა), ხოლო მეორე მის მიებად  $\tau$  (ტაუ); აღნიშნული მდგენელი ძაბვები იქნებიან დაბრლილი სიბრტყის მიმართ ყოველთვის ერთნაირად მიმართული.

$\sigma$  ს უწოდებენ ნორმალურ ძაბვას, რადგანაც ფართობის მიმართ მიმართულია ნორმალურად, ხოლო  $\tau$ -ს ეწოდება მხები ძაბვა იმიტომ, რომ ალებული სიბრტყის მიმართ მიმართულია მხებად.

რადგანაც  $\sigma$  და  $\tau$  მდგენელი ძაბვებია  $p$  ძაბვისა, ამიტომ მათ აქვთ იგივე განზომილება, რაც  $p$ -ს.  $p$ ,  $\sigma$  და  $\tau$ -ს შორის არსებობს დამოკიდებულება:

$$p^2 = \sigma^2 + \tau^2$$



ნახ. 1. 5

### § 6. დასაშვები ძაბვის განმარტება და მახალათა გამძლეობაში ამოცანის გადაწყვეტის გეგმა

ჩვენ ვავეცანით დრეკად დეფორმაციას. დრეკადი დეფორმაცია ეწოდება ისეთ დეფორმაციას, როდესაც მასალა ძალის მოხსნის შემდეგ თავის პირვანდელ მდგომარეობას უბრუნდება. იქვე აღვნიშნეთ, რომ თუ ძალას

განზრდით გარკვეული ზღვარის ზემოთ, ძალის მოხსნის შემდეგ სხეული თავის პირვანდელ მდგომარეობას აღარ დაუბრუნდება.

მაქსიმალურ დაბვას, რომლის დროსაც სხეული ჯერ კიდევ უბრუნდება თავის პირვანდელ მდგომარეობას, ეწოდება დრეკადობის ზღვარი.

იმ დაბვას კი, რომლის დროსაც სხეული განიცდის რღვევას, ეწოდება სიმტკიცის ზღვარი, ან დროებითი წინააღობა. დრეკადობის ზღვარი აღენიშნოთ  $p_{ფრ}$ , ხოლო სიმტკიცის ზღვარი  $p_{ღრ}$ .

დასაშვები დაბვა, ე. ი. დაბვა, რომლის დროსაც მასალა იმედიანად იმუშავებს, უნდა შეადგენდეს დროებითი დაბვის ნაწილს და, ყოველ შემთხვევაში, არ უნდა აღემატებოდეს დრეკადობის ზღვარს. დასაშვები დაბვა აღინიშნება  $[p]$ .

დასაშვებ დაბვას გამოეთვლით ფორმულით:

$$[p] = \frac{P_{ფრ}}{K}$$

$K$ -ს ეწოდება მარაგის კოეფიციენტი და, როგორც ჩანს, უნდა იყოს ერთზე მეტი რიცხვი. მარაგის კოეფიციენტი  $K$  იცვლება ფარგლებში  $1,6-10$ -მდე. მარაგის კოეფიციენტი დამოკიდებულია მთელ რიგ ფაქტორებზე, რომელთაგანაც ძირითადია: საანგარიშო ფორმულების სიზუსტე, დატვირთვის განსაზღვრის სიზუსტე და მასალის ერთგვარობა (დაწვრილებით მარაგის კოეფიციენტის დადგენაზე შეეჩერდებით ქვემოთ).

როგორც შემდეგ გავეცნობით, დროებითი დაბვის დადგენას ვაწარმოებთ ცდების საშუალებით და, რასაკვირველია, მისი მნიშვნელობა დამოკიდებულია მასალის თვისებებზე.

ამოცანის გადაწყვეტის გეგმას მასალათა გამძლეობაში ექნება შემდეგი სახე:

1. განვსაზღვროთ ყველა ძალა, რომელიც მოქმედებს საანგარიშო ელემენტზე. მათ შორის რეაქტიული ძალებიც.

2. შევარჩიოთ მასალა, რომელიც უფრო შეეფერება საანგარიშო ელემენტის მუშაობის პირობებს და დავადგინოთ დასაშვები დაბვა  $[p]$ .

3. შევარჩიოთ ელემენტის ზომები და გამოეთვალეთ მაქსიმალური დაბვა  $p_{max}$ .

4. მიღებული ელემენტისათვის შევადგინოთ სიმტკიცის პირობა, რომელსაც ექნება შემდეგი სახე:

$$p_{max} \leq [p]$$

თუ სიმტკიცის პირობა დაკმაყოფილებული არ არის, საჭირო იქნება ელემენტის ზომების შეცვლა.

სიმტკიცის პირობა წარმოადგენს დამოკიდებულებას, რომლის მარცხენა მხარეს არის მაქსიმალური დაბვა, რომელიც აღიძვრება საანგარიშო ელემენტში და უკანასკნელი არის თეორიული გაანგარიშების შედეგად მიღებული სიდიდე, ხოლო მარჯვნივ დასაშვები დაბვაა, რომელსაც ადგენენ ცდების შედეგად: მასალათა გამძლეობაში საკმაოდ დიდი ადგილი ეთმობა როგორც

თეორიული ნაწილის, ისე მასალების ფიზიკურ-მექანიკური თვისებების შესწავლას. სხეანაირად რომ ვთქვათ, სიმტკიცის განტოლებაში მოცემულია სასალათა გამძლეობის ორი მხარე. პირველი მდგომარეობს შემდეგში: დაპუშავდეს მეთოდი, რომელიც ძაბვების განსაზღვრის საშუალებას მოგვცემს. აოლო მეორე—დადგინდეს ცდების საშუალებით დასაწევები ძაბვა. ე. ი. ძაბვა, რომლის დროსაც მოცემული მასალა იმუშავებს იმედიანად.

მასალათა გამძლეობა არ წარმოადგენს ისეთ დისციპლინას, რომელიც დაინტერესებულია მხოლოდ ძაბვების თეორიული ანგარიშით. ყოველი გამოყვანილი ფორმულა და მისგან მიღებული შედეგი მოწმდება ცდების საშუალებით, რომელიც ტარდება სპეციალურად მოწყობილ ლაბორატორიებში.

## § 7. დეფორმაციის ტიპები

გავარკვეთ რა ზოგადად მასალათა გამძლეობაში ამოცანის გადაწყვეტის გეგმა, ამის შემდეგ შეიძლება შევეუდგეთ კერძო შემთხვევების გარჩევას. მასალათა გამძლეობის შესწავლა შეიძლება დავიწყოთ ცალ-ცალკე მარტივი დეფორმაციის გარჩევით (ნახ. 1—6):

1. გაჭიმვა-კუმშვა. გაჭიმვაზე მუშაობს ჯაჭვები, ბაგირები და სხვა. კუმშვაზე—სეეტები, შენობის კედლები (ნახ. ა დ ბ).

2. ჭრახე მუშაობს: მოქლონები, ჭანჭიკები, სოგმანები და სხვ. (ნახ. გ).

3. გრეხაზე მუშაობს ლილვები (ნახ. დ).

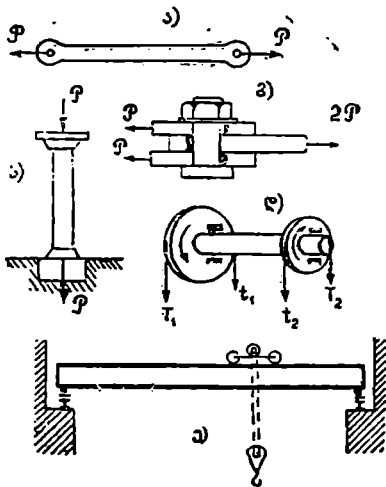
4. ლუნვაზე—კოჭები.

აღნიშნულ ოთხ დეფორმაციას მარტივი დეფორმაცია ეწოდება. პრაქტიკაში ხშირად აქვს აგრეთვე ადგილი რამდენიმე მარტივი დეფორმაციის კომბინაციას. მაგალითად, ლუნვა-გაჭიმვა კუმშვით, ან გრეხა-გაჭიმვა კუმშვით და სხვ. (ნახ. 1—7).

ის კონსტრუქციები, რომლებიც შეისწავლება საინჟინრო ხელოვნებაში გეომეტრიული ზომების მიხედვით, იყოფა სამ ჯგუფად:

1. ისეთი ტანი, რომლის ორი გეომეტრიული განზომილება საგრძნობლად ნაკლებია, ვიდრე მესამე, იწოდება ლეროდ.

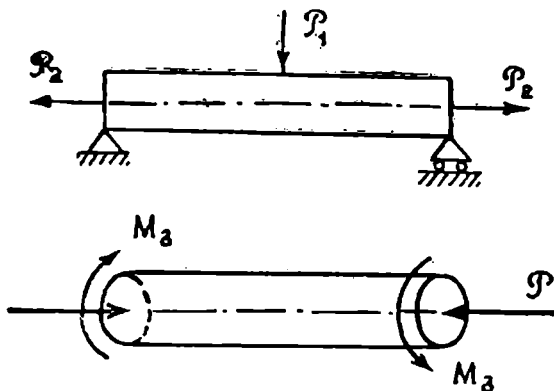
2. ისეთი ტანი, რომლის ორი გეომეტრიული ზომა გაცილებით მცტია, ვიდრე მესამე, იწოდება ფირფიტად.



ნახ. 1. 6

3. თუ სამივე განზომილება დაახლოებით ერთნაირია, ასეთ ტანს მასიური ტანი ეწოდება.

მასალათა გამძლეობა ძირითადად შეისწავლის ღეროების ანგარიშს.



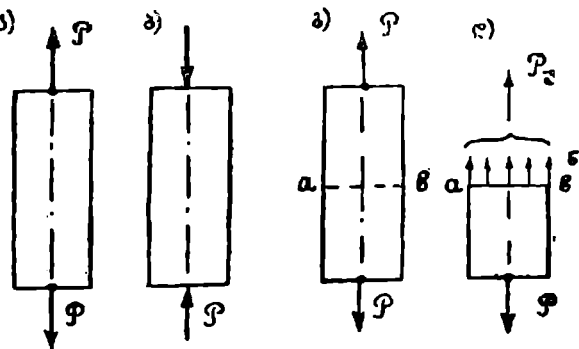
ნა. 1. 7.

**§ 8. ცენტრალური გაჭიმვა-კუმშვის დროს ძაბვის განსაზღვრა**

თუ ორი ტოლი და საწინააღმდეგოდ მიმართული ძალა მდებარეობენ ღეროს ღერძზე და მოდებული არიან მის ბოლოებზე, ადგილი ექნება ცენტრალურ გაჭიმვას ან კუმშვას (ნახ. 1—8). თუ  $P$  ძალა მიმართულია გარეთ (ნახ. ა),

ადგილი აქვს გაჭიმვას, ხოლო თუ შიგნით (ნახ. ბ)—კუმშვას. ცენტრალური გაჭიმვა-კუმშვის დროს ღეროს ნებისმიერი მონაკვეთი იჭიმება თანაბრად, რადგანაც ძალები შოდებულია კვეთის ცენტრში. ამის დასამტკიცებლად მიმართავენ ცდას. ღეროს გარშემო მის

ა) გაჭიმვამდე დაიტანენ ერთნაირი სიგრძის მონაკვეთებს, რომლებიც ღეროს ღერძის პარალელური არიან. გაჭიმვის შემდეგ ჩვენ დავრწმუნდებით, რომ მონაკვეთები ერთნაირად დაგრძელდება, ე. ი. უნდა ვიფიქროთ, რომ კვეთის ნებისმიერი მონაკვეთი განიცილის თანაბარ დეფორმაციას, ანუ გა-



ნახ. 1. 8.

ნიც კვეთის ფართობში ძაბვები თანაბრად ნაწილდებიან. ძაბვების უთანაბრო განაწილებას ადგილი ექნება მხოლოდ ღეროს ბოლოებზე იქ, სადაც გარე ძალებია შოდებული, ხოლო თუ დავაცილებთ ღეროს ბოლოებს მცირე მანძილს, ძაბვები აქ უკვე თანაბრად განაწილებული (აღნიშნულ დაშვებას ეწოდება სენ-ვენანის პრინციპი).

ჯერჯერობით განესაზღვროთ ძაბვები ღერძის ნორმალურ  $a-b$  კვეთში, ამისათვის მივმართოთ გაკვეთის მეთოდს, წარმოდგენით ღეროს მოვაცილოთ  $a-b$  კვეთის ზედა ნაწილი (ნახ. გ-დ), მისი მოქმედება ქვედა ნაწილზე შევცვალოთ  $P_2$ . უცნობი ძალით და შევადგინოთ დარჩენილი ქვედა ნაწილისათვის სტატიკის წონასწორობის პირობა.

უკანასკნელს ექნება შემდეგი სახე:

$$P = P_2 \quad (1.1)$$

ნორმალურ  $ab$  კვეთში აღძრულ ძაბვებს ექნებათ  $P$  ძალის პარალელური მიმართულება, ე. ი. ნორმალური კვეთის მიმართ ეს ძაბვები მართობულად იქნებიან მიმართული, ანუ ასეთ ძაბვებს ჩვენ ვუწოდებთ ნორმალურ ძაბვას და აღვნიშნავთ „ $\sigma$ “-თი.

რადგანაც ნორმალური ძაბვა კვეთში თანაბრად არის განაწილებული, მის მნიშვნელობას, გავსაზღვრავთ ფორმულით:

$$J \cdot \sigma = P_2 = P,$$

და

$$\sigma = \frac{P}{F} \quad (1.2)$$

როგორც ჩანს, ნორმალური ძაბვა ღეროს კვეთში ცენტრალური გაჭიმვისას, უდრის გარე ძალას გაყოფილს კვეთის ფართობზე. ძაბვის განზომილება გვექნება კგ/სმ<sup>2</sup>.

კუმშვის შემთხვევაში ძაბვა ნორმალურ კვეთში განისაზღვრება ანალოგიურად.

### § 9. სიმტკიცის პირობა და კვეთის შერჩევა

დასაშვები ნორმალური ძაბვის დასადგენად საჭიროა გავიგოთ ის ძალა, რომლის დროსაც მასალა განიცდის რღვევას. ამ მიზნით ვიღებთ მასალის ნიმუშს, ვათავსებთ წნეხში და ეტვირთავთ თანდათანობით ცენტრალურად გამჭიმავი ან მკუმშავი ძალით.

ძალას, რომლის მოქმედებისას მასალა განიცდის რღვევას, ეწოდება მრღვევი ძალა ან დროებითი ძალა, ხოლო შესაფერის ძაბვას— მრღვევი ძაბვა ან დროებითი ძაბვა. დროებით ძაბვას განსაზღვრავენ ფორმულით:

$$\sigma_{\text{დრ}} = \frac{P_{\text{დრ}}}{F}$$

დასაშვები ძაბვის მოსაძებნად, როგორც ზემოთ იყო აღნიშნული, საჭიროა დროებითი ძაბვა ვაიყოს მარაგის კოეფიციენტზე:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{დრ}}}{K} \quad (1.3)$$

ზოგიერთი მასალა გაჭიმვასა და კუმშვაზე ერთნაირად მუშაობს; ასეთი მასალებისათვის დასაშვები ძაბვაც გაჭიმვასა და კუმშვაზე ერთნაირი იქნება (ფოლადი, სპილენძი და სხვ.).

ისეთი მასალებისათვის, რომლებიც გაჭიმვაზე შედარებით ცუდად მუშაობენ, ვიდრე კუმშვაზე (თუჯი, ბეტონი და სხვ.), საჭიროა დასაშვები ძაბვა გაჭიმვაზე ცალკე დაეადგინოთ, ხოლო კუმშვაზე—ცალკე.

სიმტკიცის პირობას ისეთი მასალებისათვის, რომლებიც ერთნაირად მუშაობენ გაჭიმვასა და კუმშვაზე, ექნება შემდეგი სახე:

$$\sigma_{max} = \frac{P}{F} \leq [\sigma], \quad (1.4)$$

ხოლო ისეთი მასალებისათვის, რომლებიც ერთნაირად არ მუშაობენ გაჭიმვასა და კუმშვაზე:

$$\sigma_{max} = \frac{P}{F} \leq [\sigma]_s, \quad (1.5)$$

$$\sigma_{max} = \frac{P}{F} \leq [\sigma]_s, \quad (1.6)$$

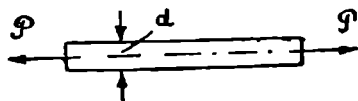
სადაც  $[\sigma]_s$  არის დასაშვები ძაბვა გაჭიმვის დროს, ხოლო  $[\sigma]_c$  — დასაშვები ძაბვა კუმშვისას.

სანამ დასაშვები ძაბვის დადგენას გავეცნობოდეთ, აქ შეიძლება აღვნიშნოთ, რომ დასაშვები ძაბვა მასალისათვის, რომლის მუშაობის პირობები ცნობილია, მოცემული გვაქვს ეგრეთ წოდებულ „ნორმებში და ტექნიკურ პირობებში“, სადაც უკანასკნელი დადგენილია სახელმწიფო სტანდარტით.

სიმტკიცის პირობიდან, როგორც ჩანს (ფორ. 1—4), კვეთი უნდა შეირჩეს ისე, რომ მაქსიმალური ძაბვა  $\sigma_{max}$  არ აღემატებოდეს დასაშვებს. კვეთის საანგარიშო ფორმულას ექნება შემდეგი სახე:

$$F \geq \frac{1P}{[\sigma]}. \quad (1.7)$$

თუ მოცემული გვაქვს კვეთი  $F$  და მასალა (ე. ი. დასაშვები ძაბვა  $[\sigma]$ ), მაშინ ჩვენ შეიძლება განვსაზღვროთ ის მაქსიმალური ძალა, რომელიც შეიძლება მიყენებულ იქნეს ელემენტზე უშიშრად



ნახ. 1. 9.

$$P \leq F[\sigma], \quad (1.8)$$

მოვიყვანოთ ძაბვის განსაზღვრასა და კვეთის შერჩევაზე რამდენიმე მაგალითი.

**ამოცანა № 1.** წრიული კვეთის ფოლადის ღერო, რომლის დიამეტრია  $d = 2$  სმ, იჭიმება  $P = 4$  ტ. ძალით (იხ. ნახ. 1—9). განვსაზღვროთ ღეროს განივიკვეთში აღძრული ძაბვა.

**ამოხსნა:** ვინაიდან ღეროზე მოქმედებს ცენტრალურად გამჭიმავი  $P$  ძალა, ამიტომ მის კვეთში ძაბვა იანგარიშება ფორმულით:

$$\sigma = \frac{P}{F}.$$



თუ გამოსახულებაში შევიტანთ რიცხვით მნიშვნელობებს, მივიღებთ

$$\sigma = \frac{4000}{\frac{3,14 \cdot 2^2}{4}} = 1270 \text{ კგ/სმ}^2.$$

ამოცანა № 2. წრიული განივკვეთის ფოლადის ლეროზე მოქმედებს ღერძული გამჭიმავი  $P = 5,32$  ტ. ძალა.

შევარჩიოთ ლეროს საჭირო დიამეტრი, თუ დასაშვები ძაბვა ლეროს მასალისათვის  $[\sigma] = 1400$  კგ/სმ<sup>2</sup>.

ამოხსნა: სიმტკიცის პირობას აქვს შემდეგი სახე.

$$\sigma = \frac{P}{F} \leq [\sigma],$$

საიდანაც

$$F \geq \frac{P}{[\sigma]} = \frac{5,32 \cdot 10^3}{1400} = 3,8 \text{ სმ}^2.$$

წრის ფართობი

$$F = \frac{\pi d^2}{4},$$

საიდანაც

$$d \geq \sqrt{\frac{4 \cdot 3,8}{\pi}} = 2,2 \text{ სმ.}$$

თუ ლეროს დიამეტრს მივიღებთ იმდენს, რამდენიც ანგარიშით გამოგვივიდა, ნორმალურ კვეთში აღძრული ძაბვა დასაშვები ძაბვის ტოლი იქნება, ე. ი. ჩვენი შემთხვევისათვის  $[\sigma] = 1400$  კგ/სმ<sup>2</sup>, თუ მეტს, მაშინ აღძრული ძაბვა ნაკლები იქნება დასაშვებ ძაბვაზე.

ხშირ შემთხვევაში სორტამენტით მოცემული ანუ ქარხნის მიერ გამოშვებული ზომები არ ემთხვევა ანგარიშით მიღებულ ზომებს. ამიტომ იძულებული ვართ, რომ უახლოესი მეტი ზომის კვეთები დავნიშნოთ.

ამოცანა № 3. მოვძებნოთ ის დასაშვები მაქსიმალური  $P$  ცენტრალურად გამჭიმავი ძალა, რომელიც შეიძლება უშიშრად მივაყენოთ კვადრატულ განივკვეთის ფოლადის ლეროს, რომლისათვისაც დასაშვები ძაბვა  $[\sigma] = 1600$  კგ/სმ<sup>2</sup>, და კვეთის ზომაა  $2 \times 2$  სმ.

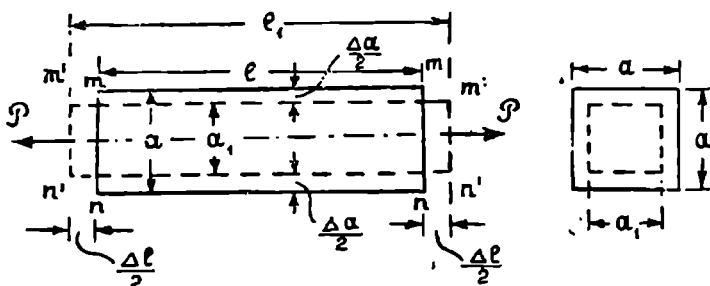
$$P_{max} \leq [\sigma] F,$$

$$P_{max} \leq 1600 \cdot 2 \cdot 2 = 6400 \text{ კგ} = 6,4 \text{ ტ.}$$

### § 10. ცენტრალური გაჭიმვა კუმშვის დროს, დეფორმაციები. ჰუკის კანონი

ცენტრალური გაჭიმვის დროს, როგორც აღვნიშნეთ, წარმოებს კვეთის თანაბრად გაჭიმვა და  $\mu$  ბრტყელი კვეთი დეფორმაციის შემდეგ რჩება ისევ სიბრტყედ. სიგრძეში ძელი მატულობს, ხოლო სიგანეში იკლებს. ძელის დაგრძელებაზე ან დამოკლებაზე უკეთეს წარმოდგენას გვაძლევს მთელი ძე-  
2 მასალათა გამძლეობა

ლის სიგრძის დეფორმაციის გამოთვლა კი არა, არამედ ერთეული სიგრძის დეფორმაცია. ძელის მთლიანი ან აბსოლუტური დაგრძელება (ნახ. 1—10) ჩვენი შემთხვევისათვის არის:



ნახ. 1—10.

$$l_1 - l = \Delta l,$$

ხოლო აბსოლუტური შევიწროვება:

$$a - a_1 = \Delta a.$$

ფარდობითი დეფორმაცია ანუ ერთეული სიგრძის ნაზრდი ტოლია:

$$\frac{\Delta l}{l} = \epsilon,$$

ხოლო განივი ფარდობითი დეფორმაცია იქნება:

$$-\frac{\Delta a}{a} = \epsilon'.$$

როგორც ჩანს, ფარდობით დეფორმაციას განზომილება არა აქვს, რადგანაც სიგრძის ერთეული იყოფა სიგრძის ერთეულზე. ფიზიკურად ფარდობითი დეფორმაცია გვიჩვენებს ერთეულმა სიგრძემ რა ნაწილი მოიმატა ან მოიკლო. თუ ფარდობით დეფორმაციას გავამრავლებთ 100-ზე, მივიღებთ სიგრძის ცვალებადობას პროცენტობით.

მასალათა გამძლეობის ლაბორატორიები აღქურვილია ისეთი წნეხებით, რომლებსაც შეუძლია განაწილდეს 0-დან 500 ტონამდე და მეტი ძალა, ხოლო დეფორმაციების გასაზომ ხელსაწყოებს (ტენზომეტრებს) შეუძლია მილიმეტრის  $\frac{1}{1000}$  ნაწილის გაზომვა. თუ ჩვენ გამოსაცდელი მასალის ნიმუშს წნეხში მოვათავსებთ, თანდათანობით მივაყენებთ ძალას და ამავე დროს გავზომავთ დეფორმაციებს, დავინახავთ, რომ გარკვეულ ზღვრამდე, ფარდობითი დეფორმაცია და ძაბვა ერთმანეთის პირდაპირპროპორციულია:

$$\sigma = E \epsilon. \quad (1.9)$$

აღნიშნული დამოკიდებულება პირველად შეამჩნია ინგლისელმა მეცნიერმა რობერტ ჰუკმა (1660 წ.). ეს კანონი მასალათა გამძლეობაში ძირითადი კანონია და ცნობილია ჰუკის კანონის სახელით. პროპორციულო-

მის კოეფიციენტს  $E$ -ს ეწოდება დრეკადობის მოდული და უკანასკნელი შესანიშნავია იმით, რომ ორ სხვადასხვა განზომილების სიდიდეს ერთმანეთთან აკავშირებს (ტოლობის მარცხენა მხარეს არის ძაბვა, ხოლო მარჯვნივ დეფორმაცია). რადგანაც ფარდობითი დეფორმაცია  $\epsilon$ -ს განზომილება არა აქვს, დრეკადობის მოდულს აქვს იგივე განზომილება, რაც ძაბვას კგ/სმ<sup>2</sup> ან კგ/მმ<sup>2</sup>.

დრეკადობის მოდულს ხშირად უწოდებენ ზიუნგის მოდულს. იუნგი იყო ის მეცნიერი, რომელმაც პირველად გამოთვალა დრეკადობის მოდულის მნიშვნელობა.

როგორც ცდები გვიჩვენებენ ყოველ მასალას აქვს გარკვეული სიდიდის დრეკადობის მოდული და გარკვეულ ზღვრამდე უკანასკნელი არის მუდმივი სიდიდე, ეს იმას ნიშნავს, რომ გარკვეულ ზღვრამდე ძაბვა და დეფორმაცია პროპორციულ დამოკიდებულებაში არიან ანუ გრაფიკის სახით თუ გამოვსახავთ, მივიღებთ სწორ ხაზს.

ძაბვას, რომლის ზეერთაც პროპორციული დამოკიდებულება ირღვევა, ეწოდება პროპორციულობის ზღვარი და აღინიშნება  $\sigma_c$ .

ჰუკის კანონით სარგებლობა, ცხადია, პროპორციულობის ზღვარის ზევით აღარ შეიძლება. ერთი და იმავე დატვირთვის დროს ანუ ერთი და იმავე  $\sigma$  ძაბვის დროს სხვადასხვა მასალა მეტად ან ნაკლებად დრეკად თვისებებს იჩენს. ფორმულიდან (1—9) შეიძლება დავასკვნათ, რომ რაც უფრო ნაკლებად დრეკად მასალასთან გვაქვს საქმე, მით უფრო დიდია დრეკადობის მოდული. დრეკადობის მოდულს ადგენენ ცდის საშუალებით, და იგი გამოითვლება (1—9) ფორმულიდან.

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad (1. 10)$$

ცდას აწარმოებენ შემდეგნაირად: გამოსაცდელ ნიმუშს დატვირთავენ გარკვეული ძალით, გამოთვლიან შესაფერის ძაბვას  $\sigma = \frac{P}{F}$  და ფარდობით

დეფორმაციას  $\epsilon = \frac{\Delta l}{l}$ , შემდეგ ანგარიშობენ  $E$  დრეკადობის მოდულს.

იმისათვის, რომ ცდომილება ნაკლები იყოს, აღნიშნულ ცდას ატარებენ რამდენიმე ძალის მნიშვნელობისათვის. გამოთვლიან რამდენიმე დრეკადობის მოდულს  $E$  და შემდეგ იღებენ მის საშუალო მნიშვნელობას. ცდის პროცესში ძალას ვცვლით ისე, რომ აღძრულმა ძაბვამ პროპორციულობის ზღვარს  $\sigma_c$  არ გადააჭარბოს.

იმისათვის, რომ წარმოდგენა გექონდეს, თუ როგორ რიცხობრივ მნიშვნელობას იღებს დრეკადობის მოდული, ქვემოთ მოგვყავს ცდებით დადგენილი დრეკადობის მოდული სხვადასხვა მასალისათვის.

მასალის დასახელება	დრეკადობის მოდული კგ/სმ <sup>2</sup>
ფოლადი .	2.10 <sup>6</sup>
თუჯი	(1,5 ÷ 1,9) 10 <sup>6</sup>
სპილენძი	1 . 10 <sup>6</sup>
ალუმინი	0,7 . 10 <sup>6</sup>
ბეტონი	(1 ÷ 3) . 10 <sup>6</sup>
ხე ბოჭკოების გასწვრივ	1 . 10 <sup>6</sup>
კაუჩუკი	80

თუ შევიტანთ (1—9) ფორმულაში ძაბვის  $\sigma = \frac{P}{F}$  და ფარდობით

დეფორმაციას  $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$  მნიშვნელობებს,

გვექნება

$$\frac{P}{F} = E \frac{\Delta l}{l},$$

საიდანაც

$$\Delta l = \frac{Pl}{EF} \quad (1.11)$$

ეს იგივე ჰუკის ფორმულაა მოცემული გაშლილი სახით და იკითხება შემდეგნაირად:  $\Delta l$  აბსოლუტური დეფორმაცია პირდაპირპროპორციულია  $P$  მოქმედი ძალისა და ღეროს საწყისი სიგრძისა, უკუპროპორციულია  $F$  განივკვეთის ფართობისა და მასალის  $E$  დრეკადობის მოდულისა.

$EF$  ეწოდება ღეროს სიხისტეს. რაც უფრო მეტია  $EF$ -ის მნიშვნელობა, მით უფრო ნაკლებია ღეროს  $\Delta l$  აბსოლუტური დეფორმაცია.

მედეველობაში უნდა ვიქონიოთ, რომ ჰუკის ფორმულა გამოსახავს რეალური მასალის ფიზიკურ თვისებებს, დადგენილს ცდების საშუალებით, ამიტომ ზოგიერთი მასალა მეტი სიზუსტით (ფოლადი, სპილენძი და სხვ.), აოლო ზოგიერთი მასალა ნაკლები სიზუსტით (თუჯი, ბეტონი და სხვ.) ემორჩილება ჰუკის კანონს.

ძაბვის გასაანგარიშებლად ჩვენ გამოვიყენებთ ორი ფორმულა (1. 2)

$$\sigma = \frac{P}{F}$$

და (1. 9)

$$\sigma = E\varepsilon.$$

(1. 2) ფორმულით ვიანგარიშებთ ძაბვას, როდესაც ცნობილი გვაქვს მოქმედი  $P$  ძალა და ღეროს განივი კვეთის  $F$  ფართობი. (1.9) ფორმულით

გამოთვლიან ძაბვას, თუ ცნობილია მასალა ( $E$ ) და მისი ფარდობითი დეფორმაცია

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

შევისწავლოთ განივი დეფორმაციები გაჭიმვა-კუმშვის დროს (ნახ. 1—10). როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, გაჭიმვის დროს ღერო სიგრძეში მატულობს, ხოლო სიგანეში კლებულობს. ცდები გვიჩვენებს, რომ განივი ფარდობითი დეფორმაციის  $\varepsilon' = \frac{\Delta a}{a}$  ფარდობა, გრძივ ფარდობით დეფორმაციას-

თან  $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$  მოცემული მასალისათვის არის მუდმივი სიდიდე და ახასიათებს აგრეთვე მასალის დრეკად თვისებებს.

$$\mu = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \quad (1.12)$$

$\mu$ -ს ეწოდება პუასონის კოეფიციენტი და ისე როგორც დრეკადობის მოდული, ყოველი მასალისათვის შეიძლება იქნეს დადგენილი ცდებით, როგორც (12) ფორმულიდან ჩანს, ჩვენ შეიძლება გამოვთვალოთ განივი ფარდობითი დეფორმაცია  $\varepsilon'$ , თუ ცნობილია გრძივი ფარდობითი დეფორმაცია  $\varepsilon$  და  $\mu$  პუასონის კოეფიციენტი.

ქვემოთ მოგვყავს ცდებით დადგენილი პუასონის კოეფიციენტის მნიშვნელობა სხვადასხვა მასალისათვის.

მასალის დასახელება	$\mu$ კოეფიციენტი	მასალის დასახელება	$\mu$ კოეფიციენტი
ფოლადი .	0,25 ÷ 0,33	ალუმინი .	0,32 ÷ 0,36
თუჯი .	0,23 ÷ 0,27	ბეტონი .	0,08 ÷ 0,18
სპილენძი .	0,31 ÷ 0,34	კაუჩუკი .	0,47

საინტერესოა, ვიცოდეთ გაჭიმვის ან კუმშვის შედეგად როგორ იცვლება სხეულის მოცულობა.

გამოვთვალოთ მოცულობის ცვლა ღეროს ცენტრალურად გაჭიმვის დროს. საწყისი მოცულობა დეფორმაციამდე აღვნიშნოთ  $V_0$ . (ნახ. 1—10).

$$V_0 = a \cdot a \cdot l,$$

მოცულობა დეფორმაციის შემდეგ  $V_1$ .

$$V_1 = (a - \Delta a) \cdot (a - \Delta a) \cdot (l + \Delta l) = a \left(1 - \frac{\Delta a}{a}\right) a \left(1 - \frac{\Delta a}{a}\right) l \left(1 + \frac{\Delta l}{l}\right),$$

რადგანაც

$$\frac{\Delta l}{l} = \varepsilon \text{ და } \frac{\Delta a}{a} = \varepsilon',$$

გვექნება:

$$V_1 = a^2(1 - \varepsilon')^2 \cdot l(1 + \varepsilon).$$

თუ ვისარგებლებთ (1.12) ფორმულით, გვექნება:

$$\mu = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon}, \text{ ხოლო } \varepsilon' = \mu\varepsilon.$$

შევიტანოთ  $\varepsilon'$  მნიშვნელობა გამოსახულებაში, მაშინ  $V_1$ -ის მნიშვნელობა შიილებს სახეს:

$$V_1 = a^2(1 - \mu\varepsilon)^2 \cdot (1 + \varepsilon) = V_0(1 - \mu\varepsilon)^2(1 + \varepsilon).$$

$\varepsilon$  პატარა სიდიდეა და მის კვადრატს და კუბს თუ მხედველობაში არ მივიღებთ, გვექნება:

$$V_1 = V_0[1 + \varepsilon(1 - 2\mu)].$$

აბსოლუტური მოცულობის ცვლა ტოლი იქნება:

$$\Delta V = V_1 - V_0.$$

ხოლო ფარდობითი მოცულობის ცვლა ანუ ერთეული მოცულობის ცვლა ტოლი იქნება:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V_1 - V_0}{V_0} = \frac{V_0[1 + \varepsilon(1 - 2\mu)] - V_0}{V_0} = \varepsilon(1 - 2\mu). \quad (1.13)$$

მოცულობის ფარდობითი ცვლა ტოლია ნულის თუ  $\mu = 0,5$ . რადგანაც პრაქტიკულად თითქმის ყველა სხეულისათვის  $\mu < 0,5$ , ამიტომ ვაქიმვის დროს, როგორც ჩანს, მოცულობის ფარდობითი დეფორმაცია დადებითი რიცხვია, ე. ი. მატულობს, ხოლო ჰკუმშვისას მოცულობა კლებულობს. მოვიყვანოთ რამდენიმე მაგალითი დეფორმაციების ანგარიშზე.

ამოცანა № 1. განვსაზღვროთ ძალა, რომლითაც იჭიმება ხის ძელი, თუ მისი განიკვეთის ფართობი  $F = 100 \text{ სმ}^2$ , დრეკადობის მოდული  $E = 10^5 \text{ კგ/სმ}^2$  და ფარდობითი დეფორმაცია მიღებული ცდის შედეგად  $\varepsilon = 0,0012$ .

ამოხსნა: თუ ვისარგებლებთ ჰუკის ფორმულით  $\sigma = E\varepsilon$ , ჩვენ განვსაზღვრავთ ძაბვას.



ნახ. 1. 11.

$$\sigma = E\varepsilon = 10^5 \cdot 0,0012 = 120 \text{ კგ/სმ}^2$$

ძალას განვსაზღვრავთ ფორმულით:

$$P = F \cdot \sigma = 100 \cdot 120 = 12000 \text{ კგ} = 12 \text{ ტ.}$$

ამოცანა № 2. ფოლადის ლეროსათვის (ნახ. 1—11), განვსაზღვროთ: ძაბვა  $\sigma$ ; აბსოლუტური დეფორმაცია  $\Delta l$  და ფარდობითი დეფორმაცია  $\varepsilon$ . თუ ლეროს სიგრძეა  $l = 100 \text{ მ}$ , დიამეტრი  $d = 2 \text{ სმ}$ , მოქმედი ძალა  $P = 2 \text{ ტ.}$  და დრეკადობის მოდულია  $E = 2 \cdot 10^6 \text{ კგ/სმ}^2$  (საკუთარ წონას მხედველობაში არ ვღებულობთ).

ამოხსნა: ვიპოვოთ ლეროს განიკვეთის ფართობი

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 2^2}{4} = 3,14 \text{ სმ}^2;$$

განესაზღვროთ ნორმალური ძაბვა

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{2000}{3,14} = 638 \text{ კგ/სმ}^2.$$

განესაზღვროთ ლეროს აბსოლუტური დაგრძელება

$$\Delta l = \frac{Pl}{EF} = \frac{2000 \cdot 10000}{2 \cdot 10^6 \cdot 3,14} = 3,2 \text{ სმ.}$$

განესაზღვროთ ფარდობითი დეფორმაცია

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{3,2}{10000} = 0,00032.$$

ამოცანა № 3. წინა ამოცანისათვის გამოვთვალოთ რამდენი მილიმეტრით შემცირდება ლეროს დიამეტრი, თუ პუასონის კოეფიციენტი ლეროს მასალისათვის  $\mu = 0,3$ .

ამოხსნა:

$$\varepsilon' = \mu \varepsilon = 0,3 \cdot 0,00032 = 0,000096,$$

განესაზღვროთ დიამეტრის შემცირების სიდიდე

$$\Delta d = \varepsilon' \cdot d = 0,00096 \cdot 2 = 0,00192 \text{ სმ,}$$

ან

$$\Delta d \approx 0,002 \text{ მმ.}$$

ამოცანა № 4. ამოცანა № 2-ში მოცემული ლეროსათვის გამოვთვალოთ მოცულობის აბსოლუტური და ფარდობითი ცვლილება.

ამოხსნა: ვიანგარიშოთ მოცულობის ფარდობითი ცვლილება.

$$\frac{V_1 - V_0}{V_0} = \varepsilon(1 - 2\mu) = 0,00032(1 - 2 \cdot 0,3) = 0,000128.$$

მიღებული რიცხვი ნიშნავს იმას, რომ 1 სმ<sup>3</sup> მოიმატებს 1 სმ<sup>3</sup>-ის 0,000128 ნაწილს. აბსოლუტური მოცულობის ნაწიდი  $\Delta V$  ტოლია

$$\Delta V = V_1 - V_0 = \frac{V_1 - V_0}{V_0} \cdot V_0 = 0,000128 \cdot 3,14 \cdot 10000 = 4,03 \text{ სმ}^3,$$

სადაც

$$V_0 = F \cdot l = 3,14 \cdot 10000. \text{ სმ}^3.$$

### § 11. მასალის გამოსაცდელი მანქანები და მოწყობალობები

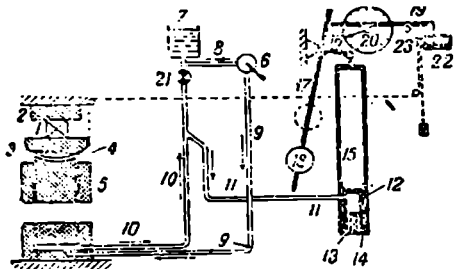
მასალის ფიზიკურ-მექანიკური თვისებების დადგენას აწარმოებენ სპეციალურად მოწყობილ ლაბორატორიებში.

მასალათა გამძლეობის ლაბორატორიული მუშაობა მიზნად ისახავს, ერთი მხრივ, შეისწავლოს მასალის თვისებები, ხოლო, მეორე მხრივ, შეამოწმოს გამოყვანილი ფორმულებით მიღებული შედეგები.

ძირითადი მოწყობილობა, რომელიც გამოყენებულია ლაბორატორიებში, ეს არის წნეხი, ე. ი. მანქანა, რომლითაც ჩვენ შეგვიძლია ნიმუშს წნებისმიერი სიღრმის ძალა მივაყენოთ სტატიკურად.

მეორე მნიშვნელოვანი მოწყობილობა არის ტენზომეტრი ანუ ხელსაწყო, რომლითაც ვზომავთ მცირე დეფორმაციებს. თანამედროვე ლაბორატორიები აღჭურვილია ისეთი წნეებით, რომლებსაც შეუძლია განავითაროს  $5 \div 100$  ტონამდე ძალა. არსებობს ისეთი წნეებიც, რომელთაც შეუძლიათ განავითარონ 5000 ტონა შექუშმავი ან 1500 ტონამდე გამჭიმავი ძალა.

აქ მოგვყავს ისეთი ჰიდრავლიკური წნეხის სქემა (ნახ. 1.12), რომელსაც შეუძლია განავითაროს 60 ტონამდე ძალა. გამოსაცდელი ნიმუში (1) მოთავსებულია თუჯის უძრავ (2) და მოძრავ (3) ბალიშებს შორის. ბალიშში (3) ერთი ბოლოთი, რომელსაც აქვს სფერული ფორმა, ჩადგმულია დგუშში (4). დგუში (4) მოძრაობს ცილინდრში (5). სახელურის (6) ბრუნვით მოძრაობაში მოყ-



ნახ. 1. 12.

ვეტრი უფრო ნაკლებია, ვიდრე ცილინდრის (5). ცილინდრში (12) წნევის გადიდების შედეგად დგუში (13) გადაადგილდება ქვევით და თან გადაადგილებს ჩარჩოს (14—15). ჩარჩო (16) მხარის საშუალებით მოაბრუნებს ქანქარას, სახსრის. გარშემო და ტვირთი (18) გადაადგილდება მარცხნივ. დგუშით (13) გამოწვეული მომენტი ქანქარას სახსრის მიმართ ყოველთვის გაწონასწორებულია ტვირთის (18) მომენტით ამავე სახსრის მიმართ.

რაც უფრო იზრდება ზეთის წნევა ცილინდრში (5) მით უფრო მეტი ძალა იმოქმედებს დგუშზე (13), ე. ი. მით უფრო დიდი მომენტი აღიძვრება ქანქარა სახსრის მიმართ, რომელიც მხარის (16) საშუალებით გადაეცემა. საპასუხო გამაწონასწორებელ მომენტს მივიღებთ ტვირთის (18) გადაადგილებით მარცხნივ. ქანქარის ზევითა ბოლო მობრუნებისას გადაადგილებს ლარტყას (19), რომელიც იწვევს ისრის (20) შემობრუნებას. ისრის ბოლო მობრუნებისას გვიჩვენებს ძალის სიდიდეს. ტვირთის (18) გადაადგილებით შეიძლება შევცვალოთ მაქსიმალური დატვირთვის სიდიდე, რომელიც შეუძლია განავითაროს წნევა. ტვირთის გადაადგილებით მაქსიმალური ძალა, რომელსაც წნეხი ავითარებს, შეიძლება ვცვალოთ ფარგლებში 0—6, 0—12, 0—30 და 0—60 ტონამდე.

თუ გვინდა, რომ წნეხმა განავითაროს 60 ტონა ძალა, ტვირთი უნდა მდებარეობდეს ქვევითა განაპირა მდგომარეობაში. 60 ტ. ძალის განავითარებისას ისარი აკეთებს ერთ მთლიან ბრუნს და ტვირთი აღმოჩნდება მარცხენა განაპირა მდგომარეობაში. ანალოგიური სურათი გვექნება თუ ტვირთს გა-



დაეიტანთ ზევითა განაპირა (17) მდგომარეობაში იმ განსხვავებით, რომ ისრის მთელი მობრუნებისას მაქსიმალური ტვირთის სიდიდე იქნება 6 ტონა. იმის მიხედვით, თუ რა მდგომარეობაში გვექნება ჩვენი გამაწონასწორებელი ტვირთი, ანათვლენი უნდა ავიღოთ შესაფერის შკალაზე.

წნეხის განტვირთვის მიზნით საჭიროა სარქველი (21) გავალოთ, მილით (10) და (11) დაბრუნდება ზეთი რეზერვუარში (7). გაკიმვის დიაგრამის მექანიკური ჩამწერი, რომელიც აქვს წნებს, მიკმედებს შემდეგნაირად (გაკიმვის დიაგრამას გავეცნობით ქვემოთ).

ძაფის ერთი ბოლო (წყვეტილი) დამაგრებულია მოძრავ ბალიწზე (3), ხოლო მეორე ბოლო შემოხვეულია შკივზე (23). იმისათვის, რომ ძაფი დაკიმულ მდგომარეობაში იყოს, ბოლოზე დაკიდებული აქვს ტვირთი. გამოსაცდელი ნიმუშის შეკუმშვისას ბალიში (3) გადაადგილდება ზევით, ძაფზე დაკიდებული ტვირთი გადაადგილდება ქვევით და შკივთან (23) ერთად მობრუნდება დოლი (22), რომელზეც გადაკრულია ქალაღი. ლარტყის (19) ბოლოზე წამოკმულია ფანქარი, რომელიც დოლის მობრუნებისას გარკვეულ მასშტაბში (მასშტაბის სიდიდე დამოკიდებულია შკივისა და დოლის დიამეტრების თანაფარდობაზე) დაიტანს აბსოლუტურ დეფორმაციას.

წნეხში ძალისგადიდებისას, როგორც აღვნიშნეთ, მობრუნდება ქანქარა. ქანქარის ბოლოს შემობრუნება იწვევს ლარტყის (19) გადაადგილებას, რომლის ბოლოზეც წამოკმულია ფანქარი; ეს უკანასკნელი ლარტყის გასწვრივ დაიტანს ძალის სიდიდეს გარკვეულ მასშტაბში (ძალის მასშტაბის სიდიდე დამოკიდებული იქნება ტვირთის (18) მდგომარეობაზე). როგორც ჩანს, დოლის ხედაპირზე წრიული მიმართულებით დაიტანება აბსოლუტური დეფორმაცია გარკვეულ მასშტაბში, ხოლო მსახველის მიმართულებით დაიტანება გარკვეულ მასშტაბში ძალის სიდიდე. ამგვარად, მივიღებთ ეგრეთ წოდებულ კუმშვის ან გაკიმვის დიაგრამას.

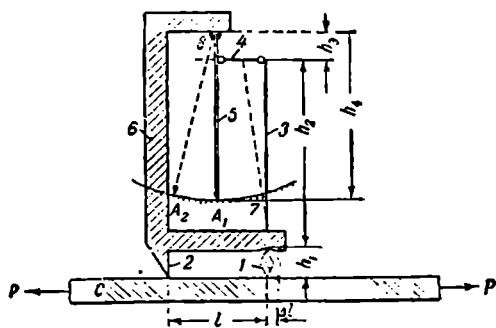
მართალია, ასეთნაირად გაზომავალი დიაგრამა ძალიან მცირე მასშტაბისაა, მაგრამ კუმშვის პროცესის ილუსტრაციისათვის სრულიად საკმარისია. თუ გამოვიყენებთ სპეციალურ მოწყობილობას ამავე წნეხის საშუალებით, ჩვენ შეიძლება ვაწარმოოთ ნიმუშების გამოცდა გაკიმვაზე.

გარდა აქ აღწერილი წნეხისა, არსებობს წნეხების მრავალი კონსტრუქცია.

ქვემოთ მოგვყავს დეფორმაციის გასაზომი ისეთი ხელსაწყო ალწერილობა, რომელსაც ბერკეტული ტენზომეტრი ეწოდება (ნახ. 1—13). ასეთ ტენზომეტრებს ჩვეულებრივად აქვს ბაზა 20 მმ. ბაზა ეწოდება იმ მანძილს, რა მანძილისათვისაც გვიჩვენებს ტენზომეტრი აბსოლუტურ დეფორმაციას  $\Delta l$ -ს. აქ მოყვანილი ტენზომეტრისათვის ბაზა არის მანძილი 1, 1 და 2 წერტილებს შორის. ზოგ ტენზომეტრს ბაზა აქვს 10 მმ, ზოგჯერ კი გვიხდება ბაზის გადიდება  $50 \div 100$  მმ-მდე (ისეთი მასალებისათვის, რომელსაც მცირე დეფორმაციები აქვს).

ტენზომეტრი გამოსაცდელ ნიმუშთან დამაგრებულია სპეციალური მოწყობილობით, სქემატურ ნახაზში სამაგრი მოწყობილობა ნაჩვენებია არ არის. 1—2 წერტილის დაგრძელების ათვლას აწარმოებს ხისტი ჩარჩო 6 და პრიზმა 1. მოწყობილობა კი, რომელიც ახდენს დეფორმაციის გადიდებას, წარ-

მოადგენს ბერკეტი (3), რომელიც ხისტადაა შეერთებული პრიზმასთან (1) და ისარი (5), რომელიც ღეროს (4) საშუალებით სახსრულადაა შეერთებული ბერკეტთან (3). ისარი (5) კი ზევითა ბოლოთი (8) სახსრულადაა დამაგრებული ჩარჩოსთან. გამოსაცდელი ნიმუშის დაგრძელების დროს  $\Delta l$  სიდიდით, პრიზმა (1) მობრუნდება ზევითა წვეროს მიმართ, პრიზმასთან ერთად ამავე კუთხით მობრუნდება ბერკეტი (3) და (4) ღეროს საშუალებით ისარი (5) გადაიხრება. ისრის მობრუნების გამო ისრის წვერი გადაადგილდება  $A_1$  მნიშვნელობიდან  $A_2$  მნიშვნელობამდე. ანათვლების სხვაობა  $\Delta A$  პროპორციული იქნება  $\Delta l$  დაგრძელებისა.



ნახ. 1. 13.

და შეიძლება გამოითვალოს ფორმულით:

$$K = \frac{\Delta A}{\Delta l} = \frac{h_2 \cdot h_1}{h_1 \cdot h_2} \quad (1.14)$$

ჩვეულებრივად, ხელსაწყოს გამადიდებლობა იცვლება 1000 ÷ 1200-მდე. თუ ცნობილია გამადიდებლობის კოეფიციენტი K, ანათვლების სხვაობის გამოთვლით ჩვენ მოვძებნით აბსოლუტური დეფორმაციის მნიშვნელობას:

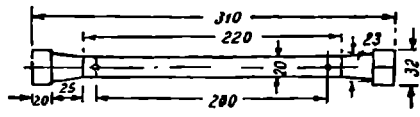
$$\Delta l = \frac{\Delta A}{K}$$

და ფარდობით დეფორმაციასაც

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

სადაც l ტენზომეტრის ბაზაა.

ყოველ ტენზომეტრს თან ახლავს ქარხნის პასპორტი, სადაც გამოთვლილია K-ს მნიშვნელობა აღებული ტენზომეტრისათვის. გარდა აქ მოყვანილი ხელსაწყოთა, დეფორმაციის გასაზომად არსებობს სხვა ხელსაწყოებიც. როგორც ცდები გვიჩვენებენ, გამოსაცდელი ნიმუშის საწყის ზომებს მნიშვნელობა აქვთ მიღებულ შედეგებზე. მიღებული შედეგების ერთმანეთთან შედარება რომ შეიძლებოდეს, საჭიროა შევთანხმდეთ გამოსაცდელი ნიმუშის საწყის ზომებზე.



ნახ. 1. 14.

ფოლადისათვის მიღებულია ნახ. 1—14-ზე მოცემული ნიმუშის ზომები (ზომები მილიმეტრებშია). თუ საშუალება არა გვაქვს ნიმუში ავილოთ, ასე-

თი დიდი ზომებისა, ზომები შეიძლება შევამციროთ მხოლოდ ისე, რომ ფარდობა  $\frac{l}{d}$  დარჩეს უცვლელი.

### § 12. ძაბვის დიაგრამა პლასტიკური და მყიფე მასალებისათვის

მასალის უკეთესად შესწავლისათვის საჭიროა ვიკოდეთ როგორ თვისებებს იჩენს მასალა დატვირთვის მომენტიდან დარღვევამდე. მასალები შეიძლება დავყოთ ორ ჯგუფად: პლასტიკური და მყიფე. პლასტიკურ მასალებს ახასიათებს დარღვევამდე დიდი ნარჩენი დეფორმაციები, მყიფე მასალებს—მცირე ნარჩენი დეფორმაციები.

გამოსაცდელ წნეხებს, როგორც აღვნიშნეთ, აქვთ მოწყობილობები, რომლებიც გაჭიმვის დიაგრამას წერენ მექანიკურად. ასეთი დიაგრამის ორდინატთა ღერძზე გადაზომილია გარკვეულ მასშტაბში  $P$  ძალა, ხოლო აბსოლუტური დეფორმაციები  $\Delta l$  გადაზომილია აბსცისთა ღერძზე. ძალისა და აბსოლუტური დეფორმაციის მაგივრად უკეთესია, თუ ღერძებზე შესაფერისად დავიტანთ ძაბვას

$$\sigma = \frac{P}{F_0}$$

და ფარდობით დეფორმაციას  $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$ . მაშინ გაჭიმვის დიაგრამის ნაცვლად მივიღებთ ძაბვის დიაგრამას.

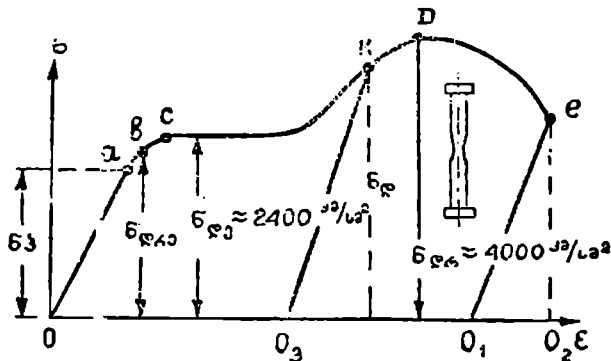
ფორმულებში  $F_0$  და  $l_0$  წარმოადგენს გამოსაცდელი ნიმუშის საწყის ზომებს ანუ ზომებს, ძალის მიყენებამდე.

ძაბვის დიაგრამა, სადაც  $\sigma$  და  $\varepsilon$  იქნება გადაზომილი, უკეთესად ასახავს მასალის ფიზიკურ თვისებებს იმიტომ, რომ უკანასკნელი დამოკიდებული არ არის ნიმუშის საწყის ზომებზე. ქვემოთ მოგვეყავს მცირე ნახშირბადიანი ფოლადის ნიმუშის ძაბვის დიაგრამა, რომელიც აგებულია შემდეგნაირად (ნახ. 1—15): გამჭიმავი ძალის სიდიდეს, რომელიც მიყენებულია გამოსაცდელ ნიმუშზე, თანდათანობით ზრდიან. ყოველი ძალის ახალი მნიშვნელობისათვის გაძოთვლიან  $\sigma$  და  $\varepsilon$ -ს და დაიტანენ კოორდინატთა ღერძებზე.

დიაგრამაზე აღსანიშნავია შემდეგი წერტილები.  $a$  წერტილამდე, როგორც ჩანს,  $\sigma$  და  $\varepsilon$  ერთმანეთის პროპორციულია, — დამოკიდებულება სწორხაზობრივია, ძალაშია ჰუკის კანონი  $\sigma = E\varepsilon$ .  $a$  წერტილში ძაბვას ეწოდება პროპორციული ზღვარი და აღინიშნება  $\sigma_p$ .  $a$  წერტილიდან  $b$  წერტილამდე  $\sigma$  და  $\varepsilon$  შორის პროპორციულობა (ე. ი. სწორხაზობრივი დამოკიდებულება) ირღვევა.  $a$ — $b$  შუალედში ძაბვის დიაგრამა წარმოადგენს მრულ წირს, რომელიც გადახრილია მარჯვნივ. უნდა ვიფიქროთ, რომ დეფორმაციების სიდიდე  $ab$  შუალედში მეტია, ვიდრე  $oa$  შესაბამის შუალედში. თუ  $b$  წერტილიდან დავიწყებთ გამოსაცდელი ნიმუშის განტვირთვას, უკანასკნელი დაუბრუნდება თავის პირვანდელ მდგომარეობას.

თუ ძაბვა გადააქარბებს  $b$  წერტილს, მასალა თავის პირვანდელ მდგომარეობას განტვირთვის შემდეგ აღარ დაუბრუნდება. ძაბვის  $b$  წერტილში ეწოდება დრეკადობის ზღვარი და აღინიშნება  $\sigma_{\text{დრეკ.}}$ . დრეკადობის ზღვარი და პროპორციულობის ზღვარი იმდენად ახლო არიან ერთმეორესთან, რომ მათი გამოყოფა ცალ ცალკე საკმაოდ ძნელია.

პრაქტიკულად დრეკადობის ზღვარად მიჩნეულია ის ძაბვა, რომლის დროსაც ნარჩენი დეფორმაცია არ აღემატება  $(0,001 \div 0,03)\%$ -ს. კერძოდ,



ნახ. 1. 15.

მცირე ნახშირბადოვანი ფოლადისათვის ეს ტოლია  $(2000-2200)$  კგ/სმ<sup>2</sup>.  $b$  წერტილიდან ძაბვის გადიდებით დეფორმაციის ნაზრდი სულ უფრო და უფრო ქარბობს და საბოლოოდ  $c$  წერტილში დეფორმაცია იზრდება მუდმივი ძაბვისას, ე. ი. ადგილი აქვს დენადობას.  $c$  წერტილიდან მარჯვნივ ძაბვის დიაგრამის თითქმის პორიზონ-

ტალურ უბანს დენადობის მოედანი ეწოდება. დენადობის ზღვარი ეწოდება ძაბვის  $c$  წერტილში და აღინიშნება  $\sigma_{\text{დენ.}}$ . მცირე ნახშირბადოვანი ფოლადისათვის დენადობის ზღვარი ტოლია დაახლოებით  $2400$  კგ/სმ<sup>2</sup>.

დენადობისას, თუ ნიმუშის ზედაპირი საკმაოდ გაპრილებულია, მასზე წარმოიშვება ურთიერთმართობული ხაზები, რომლებიც ღეროს ღერძთან შეადგენენ  $45^\circ$  კუთხეს. ამ ხაზებს ეწოდება ჩერნოვის ხაზები. ძაბვის გაუდიდებლად გამოსაცდელი ნიმუშის დეფორმაცია გრძელდება გარკვეულ მომენტამდე, რის შემდეგაც სხეულის დაგრძელება შეუძლებელი ხდება, თუ ძაბვას ანუ ძალას არ გავზრდით.

დენადობის მოედნის ბოლოზე ჩვენ ვხედავთ, რომ ძაბვის დიაგრამა ადის მაღლა, ეს იმას ნიშნავს, რომ ნიმუშის დეფორმაციისათვის საჭიროა ძაბვის გაზრდა. ამ მომენტიდან სხეული იწყებს გამტკიცებას.  $D$  წერტილში აღიძვრება უდიდესი ძაბვა, რომელსაც დროებითი ძაბვა ან სიმტკიცის ზღვარი ეწოდება და აღინიშნება  $\sigma_{\text{დრ.}}$ . დროებითი ძაბვა ჩვენი გამოსაცდელი ნიმუშისათვის ტოლია დაახლოებით  $4000$  კგ/სმ<sup>2</sup>.  $D$  წერტილამდე ნიმუში თანაბრად იჭიმება, ეს იმას ნიშნავს, რომ ნიმუში ნებისმიერ უბანში ერთნაირად განიცდის დაგრძელებას.  $D$  წერტილიდან ადგილი აქვს დეფორმაციის კონცენტრაციის ერთ გარკვეულ კვებში. ამ ადგილას ჩნდება უელი, როგორც ეს ნახ. 1-15-ზეა ნაჩვენები, და სულ უფრო მცირე და მცირე ძაბვა ანუ ძალა საჭირო იმისათვის, რომ ნიმუში დაირღვეს (ნიმუშის

ფართობი ყელთან საგრძნობლად შემცირებულია, მიუხედავად ამისა, ძაბვის გამოსათვლელად ჩვენ ძალას ვყოფთ საწყის ფართობზე  $F_0$ -ზე). საბოლოოდ ნიმუში განიცდის რღვევას  $e$  წერტილში.

ძაბვა ან ძალა  $e$  წერტილში, როგორც ჩანს, უფრო მცირეა, ვიდრე  $D$  წერტილში.

$\sigma_1 \sigma_2$  არის ფარდობითი დრეკადი დეფორმაცია გაწყვეტის წინ და გამოითვლება შემდეგნაირად:

$$\sigma_1 \sigma_2 = \frac{l_2 - l_1}{l_0}$$

სადაც  $l_1$  არის ნიმუშის სიგრძე გაწყვეტის შემდეგ,

$l_2$ —ნიმუშის სიგრძე გაწყვეტამდე,

$l_0$ —ნიმუშის საწყისი სიგრძე სანამ ძალას მივაყენებდით.

$\sigma_1$  მანძილი—ნარჩენი ფარდობითი გრძივი დეფორმაცია და გამოითვლება პროცენტობით შემდეგნაირად:

$$\delta = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \cdot 100 \quad (1.15)$$

ნარჩენი ფარდობითი გრძივი დეფორმაცია  $\delta$  გამოხატავს ნიმუშის პლასტიკურ თვისებებს. რაც უფრო დიდია  $\delta$ , მით უფრო პლასტიკურია ნიმუში.  $\delta$  ჩვეულებრივი ფოლადებისათვის იცვლება 8-დან 28%-მდე.

მასალის პლასტიკურობას ახასიათებს აგრეთვე ყელთან (გაწყვეტის ადგილას) ფართობის შემცირების სიდიდე. გაწყვეტის შემდეგ ნარჩენი ფარდობითი განივი დეფორმაციას აღნიშნავენ  $\psi$  და გამოითვლება პროცენტობით შემდეგნაირად:

$$\psi = \frac{F_0 - F_1}{F_0} \cdot 100, \quad (1.16)$$

სადაც  $F_0$  არის საწყისი ფართობი,

$F_1$ —ფართობი გაწყვეტის შემდეგ.

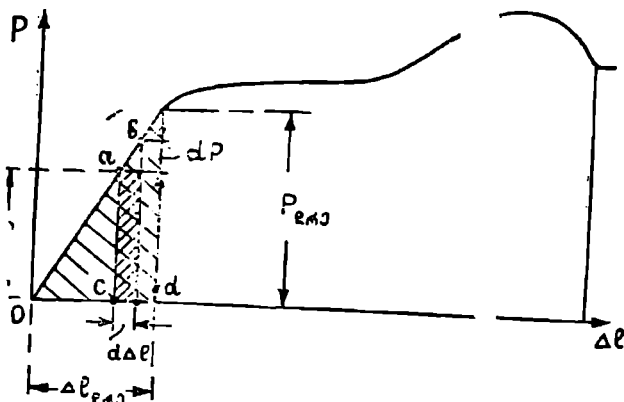
თუ ჩვენ ნიმუშს გაწყვეტამდე  $K$  წერტილიდან თანდათანობით განეტვირთავთ, განტვირთვის წირი გაყვება  $KO_3$ , რომელიც  $oa$  წირის პარალელური იქნება, ხოლო თუ ბელმეორედ დაეიწყებთ დატვირთვის, ძაბვის დიაგრამა გაყვება  $O_3K$  ხაზს და ძაბვის დიაგრამას  $K$  წერტილის მარჯვენა მხარეს ექნება იგივე სახე, როგორც წინა შემთხვევაში. როგორც ჩანს, ფოლადის წინასწარი დაჭიმვით ჩვენ შეიძლება გავზარდოთ პროპორციულობის ზღვარი  $K$  წერტილამდე. ამავე მიზეზით მცირდება ნარჩენი გრძივი ფარდობითი დეფორმაცია  $OO_3$  სიდიდით. აღნიშნულ მოვლენას ეწოდება ცივად ქვადვა და ხშირად იყენებენ ტექნიკაში.

ნაბ. 1—15-ზე ნიმუშის ძაბვის დიაგრამა წარმოდგენილია ძაბვის  $\sigma$  და ფარდობითი დეფორმაციის  $\epsilon$  საშუალებით. თუ ძაბვას  $\sigma = \frac{P}{F_0}$  გავამრავ-

ლებთ საწყის ფართობზე  $F_0$ -ზე, ხოლო ფარდობით დაგრძელებას  $\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$

საწყის სიგრძეზე,  $l_0$ -ზე, მივიღებთ გაჭიმვის დიაგრამას, სადაც ორდინატთა ღერძზე გადაზომილი იქნება  $P$  ძალა გარკვეულ მასშტაბში, ხოლო აბსცისთა ღერძზე აბსოლუტური დაგრძელება  $\Delta l$ . დიაგრამა, როგორც ჩანს ნახ. 1—16-დან, თავის ფორმას არ იცვლის.

წარმოვიდგინოთ, რომ გამოსაცდელი ნიმუში ერთი ბოლოთი ჩამაგრებულია და მეორე ბოლოზე მოქმედებს  $P$  ძალა. გამოეთვალეთ  $P$  ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა  $dA$  მცირე დაგრძელებისას. ძალის სიდიდე  $a$  მენეტში ტოლია  $P$ -სი, ხოლო როდესაც ძალა გაეზარდეთ  $dP$  სიდიდით, ნიმუში მიიღებს  $d\Delta l$  დაგრძელებას.



გამოეთვალეთ მუშაობის სიდიდე, რომელიც შეასრულა ძალამ  $d\Delta l$  დაგრძელებისას. ძალის საშუალო სიდიდე იქნება

$$P + \frac{dP}{2},$$

ნახ. 1. 16.

ხოლო გადაადგილება  $d\Delta l$  ტოლია. შესრუ-

ლებული ელემენტარული მუშაობა ტოლი იქნება:

$$dA = \left( P + \frac{dP}{2} \right) d\Delta l = Pd\Delta l + \frac{dP}{2} d\Delta l.$$

თუ მხედველობაში არ მივიღებთ მეორე რიგის მცირე სიდიდეს, შესრულებული ელემენტარული მუშაობა ტოლი იქნება:

$$dA = Pd\Delta l. \quad (1. 17)$$

როგორც ჩანს, გაჭიმვის დიაგრამის მთელი ფართობი წარმოადგენს იმ მუშაობას, რომელსაც ასრულებს ძალა მიყენების მომენტიდან სხეულის დარღვევამდე. ეს უკანასკნელი გამოითვლება ფორმულით:

$$A = \int_0^{\Delta l} Pd\Delta l. \quad (1. 18)$$

დრეკადი დეფორმაციის დროს შესრულებული მუშაობის გამოთვლა მარტივია:

$$A_{გვრ} = \frac{P_{გვრ} \cdot \Delta l_{გვრ}}{2}, \quad (1. 19)$$

სადაც  $P_{\text{დრ.}}$  არის ძალა, რომელიც შეეფარდება დრეკადობის ზღვარს, ხოლო  $\Delta L_{\text{დრ.}}$  არის შესაფერისი დეფორმაცია.

კუთრი მუშაობა დრეკადი დეფორმაციის დროს ტოლი იქნება:

$$a = \frac{A_{\text{დრ.}}}{F_0 l_0} \quad (1. 20)$$

ანალოგიურად გამოვთვლით მთლიან ხვედრით მუშაობას. აქ საჭიროა გამოთვლილ იქნეს გაჭიმვის დიაგრამის მთლიანი ფართობი, რომელიც გაიყოფა საწყის მოცულობაზე. რაც უფრო დიდია მთლიანი კუთრი მუშაობა, მით უფრო მეტი მუშაობაა საჭირო დაეხარჯოთ იმისათვის, რომ მასალა დაირღვეს. რაც უფრო პლასტიკურია მასალა, მით უფრო დიდია დიაგრამის ფართობი და მით უფრო მეტი კინეტიკური ენერჯის შთანთქმის უნარი აქვს მასალას, ე. ი. იმდენად კარგად მუშაობს მასალა დარტყმით დატვირთვაზე.

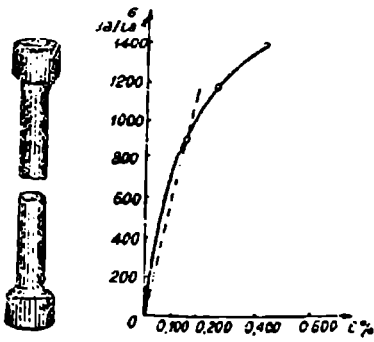
ჩვენ ზემოთ გავარჩიეთ გაჭიმვისას მახასიათებელი დიაგრამა პლასტიკური მასალებისათვის. არსებობს ისეთი პლასტიკური მასალებიც რომელთაც ნათლად არა აქვთ გამოხატული დენადობის მოედანი, მაგრამ საჭიროებენ დენადობის ზღვრის დადგენას. ასეთი მასალებია ზოგიერთი ფოლადი, სპილენძი, ბრინჯაო და სხვ. ასეთი მასალებისათვის დენადობის ზღვრად მიჩნეულია ის ძაბვა, რომლის დროსაც ფარდობითი ნარჩენი დეფორმაცია 0,2%-ის ტოლია. ეს ის ძაბვაა, რომლის დროსაც პლასტიკური მასალა ნათლად გამოხატული დენადობის მოედნით იწყებს დენადობას.

მეიფე მასალების ჯგუფს ეკუთვნის: თუჯი, ქვა, ბეტონი, მინა და სხვ. ნაბ. 1—17-ზე მოგვყავს ძაბვის დიაგრამა თუჯისათვის. მეიფე მასალები გაჭიმვისას ირღევეა მცირე დეფორმაციების დროს და დარღვევის წინ არ ჩნდება ყელი.

ნაბ. 1—17-ზე მოცემული დიაგრამის ორდინატთა ლერძის მასშტაბი გადიდებულია 4—5-ჯერ, ხოლო აბსცისისა ლერძის მასშტაბი (30 ÷ 40)-ჯერ, ვიდრე წინ მოყვანილი ძაბვის დიაგრამა.

დეფორმაციები და ძაბვები მეიფე მასალებისათვის იმდენად მცირეა პლასტიკურ მასალებთან შედარებით, რომ მასშტაბის გაუდიდებლად შეუძლებელი იქნებოდა ძაბვის დიაგრამის აგება.

უნდა შევნიშნოთ, რომ მეიფე მასალების ძაბვის დიაგრამას აქვს მრუდხაზობრივი ფორმა, ე. ი. ასეთი მასალები ჰუკის კანონს ნაკლებად ექვემდებარებიან. ეს სიმრუდე, მართალია, არსებობს, მაგრამ იმდენად მცირეა, რომ საკითხის გამარტივების მიზნით ღებულობენ როგორც სწორ ხაზს (ნახაზზე წყვეტილით არის ნაჩვენები).



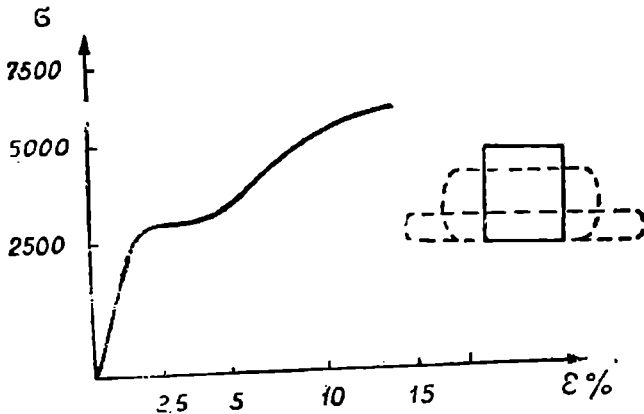
ნაბ. 1. 17.

რადგანაც მყიფე მასალების დიაგრამის ფართობი ძალიან მცირეა, ამიტომ, ცხადია, რომ მის დასარღვევად გვეკრძება ნაკლები მუშაობა. ამიტომ, რომ მყიფე მასალები დარტყმით დატვირთვებზე მუშაობენ ცუდად.

### § 13. პლასტიკურა და მყიფე მასალების გამოცდა კუმშვაზე

კუმშვაზე გამოცდისას ჩვენ ვხედავთ ნიმუშებს, რომელთაც კუბის ან ცილინდრის ფორმა აქვთ. ცილინდრული ფორმის გამოსაცდელი ნიმუშის სიმაღლე მის დიამეტრზე ოდნავ დიდი უნდა იყოს, რათა ადგილი არ ექნეს გამოცდის დროს გამოღუნვას.

პლასტიკური მასალები კუმშვაზე ისეთნაირადვე მუშაობენ, როგორც გაჭიმვაზე. დენადობის ზღვრამდე ერთნაირი ფაზიკურ-მექანიკური მახასია-



ნახ. 1. 18.

თებლები აქვთ, ხოლო დენადობის ზღვარის შემდეგ ნიმუში (როგორც ნახ. 1—18-ზე ჩანს) იწყებს გაბრტყელებას და სულ უფრო და უფრო მეტი ძალა საჭირო მის დასარღვევად. გაბრტყელებისას ნიმუში იღებს კასრის ფორმას; ეს გამოწვეულია იმით, რომ საყრდენებთან იქ, სადაც წნეხის ხისტი ბალიშებია, ბალიშსა და გამოსაცდელ ნიმუშს შორის წარმოიშობა ხახუნის ძალა, რომელიც ნიმუშს საშუალებას არ აძლევს გაფართოვდეს სიგანეზე თავისუფლად.

მყიფე მასალები კუმშვაზე გაცილებით უფრო კარგად მუშაობენ, ვიდრე გაჭიმვაზე. მაგალითად, თუჯი დაახლოებით (3 ÷ 4)-ჯერ კარგად მუშაობს კუმშვაზე, ვიდრე გაჭიმვაზე, ხოლო ბეტონი 10-ჯერ კარგად მუშაობს კუმშვაზე, ვიდრე გაჭიმვაზე. ნახ. 1—19-ზე მოცემულია ცემენტის კუბიკების დარღვევის სურათი.

I შემთხვევაში (ნახ. მარცხნივ) ცემენტის კუბიკის დარღვევა მოხდა ისე, რომ დარღვევის შემდეგ მივიღეთ ორი წაკვეთილი პირამიდა, რომლებიც



ერთმანეთთან წვეროებითაა დაკავშირებული. ეს გამოწვეულია წნეხის ბალიშების ხახუნის ძალის მოქმედების შედეგად. წნეხის ბალიშსა და ნიშუს შორის აღძრულმა ხახუნის ძალამ (შეკუმშვის დროს ნიშუში ცდილობს სივანეში მოიმატოს) ნიშუს ბოლოებს არ მისცა დარღვევის საშუალება. ე. ი. უნდა ვიფიქროთ, რომ წნეხის ბალიშები ნიშუს ეხმარებიან და ამიტომ შე-



ნახ. 1. 19.

დარებით უფრო მაღალი სიმტკიცის მახასიათებლებს ვლენულობთ, ვიდრე სინამდვილეში აქვს გამოსაცდელ ნიშუს. ამის დასამტკიცებლად (ნახ. მარჯვნივ) ნიშუს ბოლოებს ხახუნის ძალების შესამკირებლად დაფარავენ პარაფინით და ისე სცდიან. დარღვევის სურათი ამ შემთხვევაში საკმაოდ განსხვავებულია. ნიშუში ირღვევა იმის გამო, რომ ჩნდება გრძივი ბზარები. ამის გარდა სიმტკიცის მახასიათებლებიც ამ შემთხვევაში გაცილებით უფრო მცირეა.

ზემოაღნიშნულიდან შეიძლება დავასკვნათ, რომ კუმშვაზე გამოცდით მიღებულ შედეგებს შედარებითი მნიშვნელობა აქვთ, ე. ი. შეგვიძლია ვთქვათ, რომ ერთი ნიშუში მეორეზე მტკიცეა ანდენჯერ და სხვა. ვინაიდან მასალის კუმშვაზე გამოცდისას ვიღებთ მაღალი სიმტკიცის მახასიათებლებს, ვიდრე ამას გამოსაცდელ ნიშუში აქვს ადგილი. ამისათვის საჭიროა, რომ მიღებული შედეგების კონსტრუქციაში გადატანისას დავიცვათ გარკვეული სიფრთხილე.

ქვემოთ მოგვყავს ცხრილი, სადაც მოცემულია მექანიკური მახასიათებლები ზოგიერთი მასალისათვის.

მ ა ს ა ლ ა	დენადობის ხლეჩარი კგ/სმ <sup>2</sup>	დროებითი წინალობა გაკუმშვაზე კა/სმ <sup>2</sup>	დროებითი წინალობა კუმშვაზე კა/სმ <sup>2</sup>
ფოლადი მცირე ნახშირზე . . . . .	2200	3830—4200	—
ფოლადი სპეციალური . . . . .	3600	6500—12000	—
თუჯი . . . . .	—	1200—2800	4000—11600
სპილენძი . . . . .	—	2000—5000	—
ფიჭვი ბოქვების გასწვრივ . . . . .	—	800—1000	400—600
მუხა ბოქვების გასწვრივ . . . . .	—	1000—1200	500—700
გრანიტი . . . . .	—	40—80	1200—2600
ბეტონი . . . . .	—	—	50—350

## § 14. დასაშვები ძაბვის დანიშვნა

ჩვენ ზემოთ განვიხილეთ ნორმალური ძაბვის განსაზღვრა ცენტრალური გაკიშვა-კუმშვის დროს. ნორმალური ძაბვის განსაზღვრისთანავე გვებადება კითხვა: შეიძლება თუ არა ასეთი ძაბვის დაშვება მოცემული ელემენტის განიკვეთიში? ასეთ ძაბვას თუ ექნება ადგილი, — იმუშავენს; ან შეასრულებს თუ არა მოცემული ელემენტი თავის დანიშნულებას?

დასაწევები ძაბვის სწორ შერჩევას დიდი მნიშვნელობა აქვს. ერთსა და იმავე პირობებში მომუშავე ელემენტისათვის დასაშვებ [σ] ძაბვას რაც უფრო დიდს ავიღებთ, მით უფრო ნაკლები განიკვეთით დაგვეკირდება, ანუ მით უფრო ნაკლები მასალა დაგვეხარჯება და, პირიქით, რაც უფრო მცირეს ავიღებთ, მეტი მასალა დაგვეხარჯება, მაგრამ სამაგიეროდ კონსტრუქცია უფრო საიმედო და მტკიცე იქნება. იმისათვის, რომ დასაშვები ძაბვის შერჩევა სისტემაში მოვიყვანოთ, ადგილი არ ექნეს მასალის გადახარჯვას და ამავე დროს კონსტრუქციის შემადგენელი ელემენტები მტკიცე იყოს, დასაშვები ძაბვის დანიშვნა ნორმალურ პირობებში, ხდება სააელწიფოს მიერ, რომელიც მოცემულია „ნორმებში და ტექნიკურ პირობებში“.

საინჟინრო პრაქტიკაში ხშირად გვხვდება ისეთი შემთხვევებიც, როდესაც მოცემული კონსტრუქციის მუშაობის პირობები ან მისი მასალა ისეთია, რომელიც სააელწიფოს მიერ დადგენილ ნორმებში ვათვალისწინებული არ არის; ასეთ შემთხვევაში საშუალება უნდა გვექონდეს თვითონვე შევარჩიოთ დასაწევები ძაბვა; მოცემული მასალისათვის დასაშვები ძაბვის სწორად შესარჩევად. ჯერ უნდა განვსაზღვროთ საშიში ძაბვა, ე. ი. ის ძაბვა, რომელიც ექსპლოატაციის პირობებში გამოიწვევს ელემენტის ნორმალური მუშაობის დარღვევას.

პლასტიკური მასალისაგან დამზადებული მანქანის ან ნაგებობის ელემენტის ზომები ისე უნდა იყოს დაგეგმარებული, რომ ადგილი არ ჰქონდეს ნარჩენ დეფორმაციას, ე. ი. მასალამ უნდა იმუშაოს დრეკადობის საზღვრებში. წინააღმდეგ შემთხვევაში ადგილი ექნება მანქანის ზომების შეცვლას, რაც დაარღვევს მისი მუშაობის რეჟიმს ან სრულიად გამოიყვანს წყობილებიდან.

როგორც გაკიშვის დიაგრამიდან ჩანს, პლასტიკური მასალა დიდ ნარჩენ დეფორმაციას იძლევა, როდესაც ძაბვა მასში გადაამეტებს დრეკადობის ზღვარს, ანუ როდესაც დაიწყება მასალის დენადობა. ამიტომ პლასტიკური მასალისათვის საშიშ ძაბვად მიჩნეულია დენადობის ზღვარი  $\sigma_{\text{დ}}$

რადგანაც მყიფე მასალებს მცირე დეფორმაციები ახასიათებს, ამიტომ ასეთი მასალისათვის საშიშ ძაბვად მიჩნეულია მრღვევი ძაბვა  $\sigma_{\text{მ}}$ .

დასაშვები ძაბვა, ცხადია, უნდა შეადგენდეს საშიში ძაბვის ნაწილს და პლასტიკური მასალებისათვის გვექნება

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{მ}}}{K_{\text{დ}}}, \quad (1. 21)$$

ხოლო მყიფე მასალისათვის

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{მრ}}}{K_{\text{მრ}}}. \quad (1. 22)$$

ჩ-ს მარაგის კოეფიციენტი ეწოდება და გვიჩვენებს, თუ დასაშვები ძაბვადენადობის ზღვრის ძე (პლასტიკური მასალისათვის) ან დროებითი წინაღობის (მყიფე მასალებისათვის) რა ნაწილს შეადგენს.

მარაგის კოეფიციენტის განსაზღვრა საკმაოდ რთული საქმეა და მთელ რიგ ფაქტორებზეა დამოკიდებული. მარაგის კოეფიციენტი  $K$  შეიძლება მივიღოთ საკმაოდ მცირე, თუკი დარწმუნებული ვიქნებით რომ:

1. მასალა, რომლითაც ჩვენ ვსარგებლობთ, არის ერთგვაროვანი და ფიზიკურ-მექანიკური მაჩვენებლები ზუსტად იგივეა, რაც გამოსაცდელი ნიმუშისათვის მივიღეთ.

2. დატვირთვების სიდიდე და მისი მოქმედების ხასიათი ზუსტად ისეთია, როგორც ჩვენ მივიღეთ გაანგარიშების დროს.

3. თეორიული გაანგარიშებით მიღებული ძაბვები კვეთში ზუსტად ტოლია ძაბვისა, რომელიც ელემენტის განივკვეთის ფართობში არსებობს.

სინამდვილეში ვერც ერთ ამ პირობათაგანს ჩვენ ვერ ვიცავთ ზუსტად.

1. ერთგვაროვანი მასალები, რომლებიც ზუსტად ერთნაირ ფიზიკურ-მექანიკურ მახასიათებლებს იძლევიან, ბუნებაში იშვიათად გვხვდება. მაგალითად, ხე ერთგვაროვანი მასალა რომ არ არის, ეს ერთი შეხედვითაც ნათლად ჩანს. ისეთი მასალაც კი, როგორიცაა სამშენებლო რბილი ფოლადი გამოცდის შედეგად იძლევა საგრძნობლად განსხვავებულ ფიზიკურ-მექანიკურ თვისებებს.

2. დატვირთვის სიდიდისა და მოქმედების ხასიათი მრავალნაირია და მისი ზუსტად განსაზღვრა შეუძლებელია; მაგალითად, ძნელია ქარით ან თოვლით გამოწვეული დატვირთვის ზუსტად დადგენა და სხვ.

3. მასალათა გამძლეობა, საკმაოდ გამარტივებული თეორია და ამიტომ უნდა ვიფიქროთ, რომ ძაბვების სიდიდეებს, რომელთაც ვანგარიშობთ, მხოლოდ მიახლოებითი მნიშვნელობა აქვს.

გარდა ზემოაღნიშნულისა, მარაგის კოეფიციენტის შერჩევისას საჭიროა მხედველობაში მივიღოთ ნაგებობის მუშაობის ხასიათი და მისი დანიშნულება; მაგალითად, კაპიტალური ნაგებობისათვის მარაგის კოეფიციენტს იღებენ უფრო მეტს, ვიდრე დროებითი ნაგებობისათვის.

ზოგიერთ შემთხვევაში ცდილობენ შეამცირონ კონსტრუქციის წონა (ავიაციისში), ამიტომ ამცირებენ მარაგის კოეფიციენტს. ამ შემთხვევაში მარაგის კოეფიციენტის შემცირება კომპენსირებული უნდა იქნეს, ერთი მხრივ, მაღალი ხარისხის მასალის გამოყენებით და მეორე მხრივ, ანგარიშის დიდი სიზუსტით. ისეთ კონსტრუქციებში, სადაც იცვლება ტემპერატურა დიდ დიაპაზონში, საჭიროა აგრეთვე მარაგის კოეფიციენტი შესაბამისად გაეზარდოს.

თუ მოცემული გვაქვს დინამიკური დატვირთვა, მარაგის კოეფიციენტის შერჩევისას უკანასკნელი უნდა მივიღოთ მხედველობაში. მარაგის კოეფიციენტი პლასტიკური მასალებისათვის შედარებით უფრო მცირეა, ვიდრე მყიფე მასალებისათვის. ეს გამოწვეულია, ერთი მხრივ, იმით რომ საშიშ მდგომარეობად პლასტიკური მასალისათვის მიჩნეულია დენადობის ზღვარი და არა დროებითი წინაღობა, მეორე მხრივ კი იმით, რომ პლასტიკურ

მასალას ახასიათებს რიგი დადებითი თვისებები და ამავე დროს უფრო ერთგვაროვანია, ვიდრე მყიფე მასალები.

პლასტიკური მასალისათვის მარაგის კოეფიციენტი იცვლება  $K_{\text{დ}} = (1,4 \div 1,6)$ , ხოლო მყიფე მასალისათვის  $K_{\text{დრ}} = (2,5 \div 3)$ . აქ მოყვანილი მარაგის კოეფიციენტი მართებულია ძირითადი შემთხვევისათვის, ე. ი. როდესაც დატვირთვა სტატიკური სახითაა მოცემული და არ არსებობს სხვა განსაკუთრებული მიზეზები, რომლებიც იწვევენ მარაგის კოეფიციენტის გაზრდას.

ქვემომოყვანილ ცხრილში ნაჩვენებია ძირითადი შემთხვევისათვის ზოგაერთი მასალის დასაშვები ძაბვები.

მასალის დასახელება	დასაშვებ ძაბვა კგ/სმ <sup>2</sup>	
	გაჭიმვა	კუმშვა
ნაცრისფერი თუჯი ზოლებად .	280 ÷ 800	1200—1500
ფოლადი CT—2		1400
ფოლადი CT—3		1600
ფოლადი მანქანათმშენებლობისათვის		600 ÷ 2500
სპილენძი		300 ÷ 1200
ალუმინი .		300 ÷ 800
ფიჭვი ბოქვების გასწვრივ	70 ÷ 100	100 ÷ 120
ფიჭვი ბოქვების მართობულად	—	15 ÷ 20
ქვის წყობა	3-მდე	4 ÷ 40
ბეტონი	1 ÷ 7	10 ÷ 90

### § 15. პრიზმატულ ლეროში საკუთარი წონით გამოწვეული ძაბვის გამოთვლა

ჩვენ აქამდე ძაბვის გამოთვლისას მხედველობაში არ ვღებულობდით საკუთარი წონის გავლენას. ხშირად საჭიროა ვიცოდეთ საკუთარი წონის მხედველობაში მიღებით როგორ იცვლება ძაბვა კვეთში. განვსაზღვროთ ძაბვა საკუთარი წონის მხედველობაში მიღებით პრიზმატული ძელის კვეთში, რომელიც ბოლოდან  $x$  მანძილზე მდებარეობს (ნახ. 1. 20-ა). როგორც ნახაზიდან ჩანს, პრიზმატული ლეროს ბოლოზე მოქმედებს  $P$  ძალა და ამის გარდა ძელის სიგრძეზე — საკუთარი წონა.

თუ ძელს გავკვეთავთ  $ab$  სიბრტყეზე და ვისარგებლებთ გაკვეთის მეტოლით, კვედა დარჩენილი ნაწილის წონასწორობის პირობა მოგვცემს

$$\sigma(x)F = P + \gamma Fx,$$

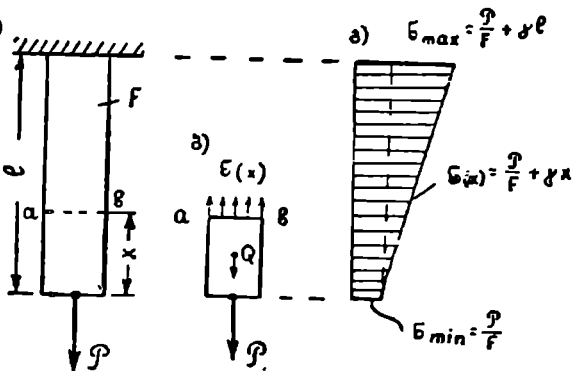
სადაც  $F$  არის განივკვეთის ფართობი,  
 $\gamma$  — მასალის მოცულობითი წონა.  
 ნორმალური დაბევა  $x$  კვეთში გამოითვლება:

$$\sigma(x) = \frac{P}{F} + \gamma x. \quad (1. 23)$$

როგორც (1. 23) ფორმულიდან ჩანს, დაბევა, რომელიც საკუთარი წონის მხედველობაში მიღებითაა გამოწვეული, ცვალებადი სიდიდით უტოვია. დაბევის ცვალებადობის ეპიურა ღეროს სიგრძე  $l$ -ზე მოცემულია ნახ. 1. 20-ზე. საკუთარი წონით გამოწვეული დაბევა მაქსიმალურ სიდიდეს აღწევს კვეთში, სადაც  $x=l$  და გამოვთვლით ფორმულით:

$$\sigma_{max} = \frac{P}{F} + \gamma l,$$

ბოლო მინიმალურ სიდიდეს, როდესაც  $x=0$ .



ნახ. 1. 20.

$$\sigma_{min} = \frac{P}{F}.$$

თუ ბოლოზე ძალა არ მოქმედებს, მაშინ კვეთში აღძრული დაბეგები გამოწვეული იქნება მხოლოდ საკუთარი წონით, რომელიც გამოითვლება ფორმულით.

$$\sigma_x = \gamma x. \quad (1. 24)$$

მაქსიმალური დაბევა გამოწვეული მხოლოდ საკუთარი წონით იქნება:

$$\sigma_{max} = \gamma l.$$

თუ საკუთარ წონას მხედველობაში მივიღებთ, სიმტკიცის პირობას ექნება შემდეგი სახე:

$$\sigma_{max} = \frac{P}{F} + \gamma l \leq [\sigma], \quad (1. 25)$$

რაც ნიშნავს იმას, რომ პრიზმატული ძელის კვეთი უნდა შეირჩეს ისე, რომ მაქსიმალური დაბევა (ჩამაგრების კვეთში) არ უნდა აღემატებოდეს დასაშვებს.

(1—24) ფორმულიდან მივიღებთ:

$$\frac{P}{F} \leq [\sigma] - \gamma l,$$

აბ

$$F \geq \frac{P}{[\sigma] - \gamma l} \quad (1. 26)$$

თუ საკუთარ წონას მხედველობაში არ მივიღებთ, კვეთის საანგარიშო ფორმულას ექნება შემდეგი სახე:

$$F \geq \frac{P}{[\sigma]}.$$

### § 16. თანაბარი წინაღობიანი და ხაფეხურებიანი ძელი

როგორც აღვნიშნეთ, თუ საკუთარ წონას მხედველობაში მივიღებთ, პრიზმატული ძელის სიგრძეზე დაბეა არათანაბრად განაწილდება. ჩამაგრების კვეთში დაბეა მაქსიმალურ სიდიდეს აღწევს, ხოლო მის ბოლოზე—მცირდება. კვეთის შერჩევას ვახდენთ იმ პირობით (1. 26), რომ მაქსიმალური დაბეა არ უნდა აღემატებოდეს დასაშვებს. ასეთნაირ პრიზმატულ ძელში მასალა გამოყენებული იქნება მთლიანად მხოლოდ ერთ კვეთში (ჩამაგრების კვეთში), ხოლო დანარჩენი კვეთები აღმოჩნდება დაუტვირთავი, რაც იწვევს მასალის ზედმეტ ხარჯვას. ისმება საკითხი: ხომ არ შეიძლება ვცვალოთ ძელის კვეთი მის სიგრძეზე ისე, რომ დაბევები ყველგან ერთნაირი მივიღოთ. ძელს, რომლის ნებისმიერ კვეთში დაბეა ერთნაირია ანუ უცვლელია, ეწოდება თანაბარწინაღობიანი ძელი, ხოლო თუ აღნიშნული დაბეა, დასაშვების ტოლი იქნება, ასეთ თანაბარწინაღობის ძელს მინიმალური წონა ექნება.

დავუშვათ, რომ თანაბარწინაღობიანი ძელი, რომლის მოცულობითი წონაა  $\gamma$  (ნახ. 1.20), მუშაობს კუმშვაზე, რომლის ბოლოზეც მოქმედებს  $P$  ძალა. ჩვენს მიზანს წარმოადგენს დავადგინოთ განივკვეთის ცვალებადობის კანონი ძელის სიგრძეზე ისე, რომ ნებისმიერ  $F(x)$  კვეთში დაბეა დასაშვების ტოლი იყოს.

თავიდანვე შეიძლება აღვნიშნოთ ერთი, რომ ძელი უთუოდ ჩამაგრების კვეთისკენ უნდა ფართოვდებოდეს. შევარჩიოთ საწყისი ფართობი  $F_0$  იმ პირობით, რომ დაბეა ამ კვეთში დასაშვების ტოლი იყოს.

$$F_0 = \frac{F}{[\sigma]} \quad (1. 27)$$

ნებისმიერ  $x$  მანძილზე ფართობი აღვნიშნოთ  $F(x)$ -ით, მაშინ  $x+dx$  მანძილზე ფართობმა, როგორც აღვნიშნეთ, უნდა მოიმატოს და უკანასკნელი იქნება ტოლი  $F(x)+dF(x)$ .

წონა, რომელიც მოემატება ღეროს ზევითა ნაწილს, როდესაც ვადავლივართ  $x$  კვეთიდან  $x+dx$  კვეთში, ტოლია

$$F(x)dx \cdot \gamma,$$

ხოლო შესაფერისი ფართობის ნაზრჯი  $dF(x)$ .

ფართობი ისეთნაირად უნდა გაეზარდოს, რომ ზედმეტი წონით გამოწვეული ძაბვა მოსული ზედმეტ ფართობზე დასაშვების ტოლი იყოს, ეს დამოკიდებულება ასე გამოისახება:

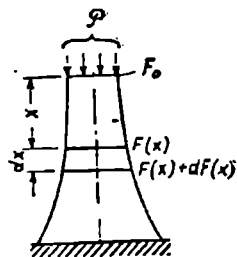
$$\frac{F(x)dx \cdot \gamma}{dF(x)} = [\sigma], \quad (1. 28)$$

აქედან

$$\frac{dF(x)}{F(x)} = \frac{\gamma}{[\sigma]} dx,$$

ინტეგრირების შემდეგ მივიღებთ

$$\ln F(x) + c = \frac{\gamma}{[\sigma]} x. \quad (1. 29)$$



ნაბ. 1. 21.

$c$  ინტეგრაციის მუდმივის მოსანახად ვისარგებლოთ საწყისი პირობით. როდესაც  $x=0$ , მაშინ  $F(x)=F_0$ ; თუ შევიტანთ  $x$  და  $F(x)$ -ის მნიშვნელობებს (1. 29) ფორმულაში, გვექნება:

$$\ln F_0 + c = 0,$$

საიდანაც

$$c = -\ln F_0.$$

თუ შევიტანთ  $c$ -ს მნიშვნელობას (1. 29) ფორმულაში, მივიღებთ

$$\ln F(x) - \ln F_0 = \frac{\gamma}{[\sigma]} x,$$

ან

$$\ln \frac{F(x)}{F_0} = \frac{\gamma}{[\sigma]} x.$$

საბოლოოდ მივიღებთ

$$\frac{F(x)}{F_0} = e^{\frac{\gamma}{[\sigma]} x}$$

საიდანაც

$$F(x) = F_0 e^{\frac{\gamma}{[\sigma]} x} \quad (1. 30)$$

თუ განიკვეთის ფართობს ვცვლით (1. 30) ფორმულაში მოცემული წესით, ნებისმიერ  $x$  კვეთში ძაბვა დასაშვების ტოლი იქნება და ასეთ ძელს ეწოდება თანაბარ წინააღობიანი. პრაქტიკულად ასეთი ფორმის ძელის დამზადება საკმაოდ რთულია და არჩევენ წაკვეთილი პირამიდის ფორმას, რომელიც დაახლოებით ცვლის თანაბარი წინააღობის ძელს. საკმაოდ დიდი სიგრძის ღეროებში გამოყენებულია საფეხურებიანი ძელი, რომელიც აგრეთვე მუშაობს მიახლოებით, ისე როგორც თანაბარი წინააღობის ძელი.

შევარჩიოთ საფეხურებიანი ძელის განიკვეთის ფართობები  $F_1, F_2, F_3$ , თუ შესაფერისი სიგრძეებია  $l_1, l_2, l_3$ , ხოლო მოცულობითი წონა ყველა ძელისათვის ერთნაირია და ტოლია  $\gamma$ -სი.

პირველი ძელის ფართობს შევარჩევთ (1. 26) ფორმულის საშუალებით

$$F_1 = \frac{P}{[\sigma] - \gamma l_1}$$

მეორე საფეხურის ფართობის მოსაძებნად ვვულისხმობთ, რომ მის ბოლოზე მოქმედებს გარდა  $P$  ძალისა კიდევ პირველი ღეროს საკუთარი წონა. მაშინ მეორე ღერო აღმოჩნდება იმავე პირობებში, როგორც პირველი, იმ განსხვავებით რომ, მის ბოლოზე იმოქმედებს ტვირთი:

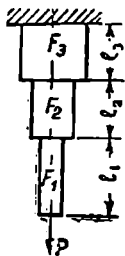
$$P + F_1 l_1 \gamma.$$

$F_2$  ფართობს გამოვთვლით ფორმულით:

$$F_2 = \frac{P + F_1 l_1 \gamma}{[\sigma] - \gamma l_2} \quad (1. 31)$$

ანალოგიურად განვსაზღვრავთ დარჩენილი საფეხურის ფართობს:

$$F_3 = \frac{P + F_1 l_1 \gamma + F_2 l_2 \gamma}{[\sigma] - \gamma l_3} \quad (1. 32)$$



ნახ. 1. 22.

### § 17. საკუთარი წონით გამოწვეული დეფორმაციები

თანაბარწინალობიანი ძელის ერთეული სიგრძე ნებისმიერ ადგილას განიცდის ერთნაირ დეფორმაციას, იმიტომ, რომ ძაბვა მუდმივი სიდიდისაა ძელის სიგრძეზე. ძელის მთლიანი დაგრძელების მოძებნა ადვილია, ამისათვის ვისარგებლებთ ფორმულით:

$$[\sigma] = \varepsilon E.$$

თუ შევიტანთ გამოთქმაში

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad \text{და} \quad [\sigma] = \frac{P}{F_0},$$

მნიშვნელობებს, მივიღებთ

$$\Delta l = \frac{Pl}{EF_0}, \quad (1. 33)$$

ე. ი. თანაბარი წინალობის ძელის აბსოლუტური დეფორმაცია  $\Delta l$ , საკუთარი წონის მხედველობაში მიღებით, იანგარიშება ისევე როგორც პრიზმატული ძელისათვის, რომლის ფართობი არის  $F_0$  და რომელზედაც მოქმედებს მხოლოდ  $P$  ძალა. უფრო რთული საანგარიშოა აბსოლუტური დეფორმაცია პრიზმატულ ძელში, რომელზედაც მოქმედებს  $P$  ძალა და საკუთარი წონა, რადგანაც ერთეული სიგრძის დაგრძელება ძელის სხვადასხვა ადგილას სხვადასხვა სიდიდის წარმოადგენს. ეს გამოწვეულია იმით, რომ საკუთარი წონით გამოწვეული ძაბვები ღეროს სიმაღლეზე ცვალებადი სიდიდეა. იმისათვის, რომ ვიპოვოთ პრიზმატული ძელის მთლიანი დაგრძელება  $\Delta l$ ,



საჭიროა ჯერ მოვძებნოთ დაგრძელება  $dx$  სიგრძისა და შემდეგ უკანასკნელი შევაჯამოთ (ნახ. 23) ძელის მთელ სიგრძეზე.

$dx$ -ის სიგრძის აბსოლუტური დეფორმაცია აღენიშნოთ  $\Delta dx$  და გამოვთვალოთ უკანასკნელი ჰუკის ფორმულით:

$$\Delta dx = \frac{(F + Fx \gamma) \cdot dx}{F \cdot E} \quad (1-34)$$

თუ გამოსახულებას გავიანტეგრალებთ საზღვრებში 0-დან  $l$ -მდე, გვექნება:

$$\Delta l = \int_0^l \frac{(P + Fx \gamma) dx}{FE} = \frac{Pl}{EF} + \frac{Fl^2 \gamma}{2EF}$$

თუ აღენიშნავთ ძელის საკუთარ წონას  $Q = Fl \gamma$ , მივიღებთ:

$$\Delta l = \frac{Pl}{EF} + \frac{Ql}{2EF} \quad (1-35)$$

(1-35) განტოლების პირველი ნაწილი წარმოადგენს მხოლოდ  $P$  ძალით გამოწვეულ დაგრძელებას, ხოლო მეორე—საკუთარი წონით. საკუთარი  $Q$  წონით გამოწვეული დაგრძელება, როგორც ჩანს, ორჯერ ნაკლებია, ვიდრე დაგრძელება, რომელსაც გამოიწვევდა  $Q$  ტვირთი, თუ უკანასკნელს მოვდებთ ძელის ბოლოზე.

საფეხურიანი ძელის მთლიანი დაგრძელების მოსაძებნად, საჭიროა მოიძებნოს ცალ-ცალკე საფეხურების დაგრძელება და შემდეგ შეჯამდეს უკანასკნელი.

ამოცანა № 1. რა სიმაღლის შეიძლება ავაშენოთ აგურის სვეტი, რომელზეც მოქმედებს მხოლოდ საკუთარი წონა, თუ დასაშვები ძაბვა აგურის წყობაზე კუმშვის დროს  $[\sigma] = 8$  კგ/სმ<sup>2</sup> და წყობის მოცულობითი წონა  $\gamma = 1,6$  მ/სმ<sup>3</sup>.

ამოხსნა: მხოლოდ საკუთარი წონით გამოწვეული უდიდესი ძაბვა გამოითვლება ფორმულით:

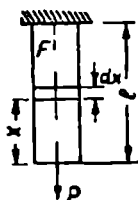
$$\sigma = \gamma l$$

კედელს ექნება მაქსიმალური სიმაღლე, როდესაც საკუთარი წონით გამოწვეული ძაბვა გაუტოლდება დასაშვებს. ან მაქსიმალურ სიმაღლეს შევარჩევთ გამოთქმიდან:

$$[\sigma] = \gamma l_{max}$$

საიდანაც

$$l_{max} = \frac{[\sigma]}{\gamma}$$



ნახ. 1. 23.

გამოვსახოთ ყველა სიდიდე კილოგრამებში და სანტიმეტრებში

$$\gamma = 1,6 \text{ გრ/სმ}^3 = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ კგ/სმ}^3.$$

თუ შევიტანთ მნიშვნელობებს, გვექნება:

$$l_{max} = \frac{8}{1,6 \cdot 10^{-3}} = 5000 \text{ სმ} = 50 \text{ მ}.$$

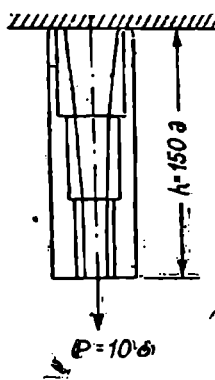
ე. ი. თუ ავაშენებთ 50 მეტრის სიმაღლის პრიზმატულ კედელს, საკუთარი წონით გამოწვეული ძაბვა, საძირკველთან ტოლი იქნება:

$$[\sigma] = 8 \text{ კგ/სმ}^2.$$

ამოცანა № 2. ერთმანეთს შევადართო დახარჯული მასალის წონა და აბსოლუტური დაგრძელება, სამი თანაბარი სიგრძის ფოლადის ღეროსი თუ პირველ ღეროს აქვს პრიზმატული ფორმა, მეორე ღერო წარმოადგენს საფეხურებიან ძელს თანაბარი სიგრძის სამი საფეხურით და შესამე ღერო წარმოადგენს თანაბარწინაღობიან ძელს. გაკვიმავი ძალა, რომელიც ღეროს ბოლოზე მოქმედებს  $P=10$  ტ. ღეროს სიგრძე  $h=150$  მ, დასაშვები ძაბვა  $[\sigma]=1000$  კგ/სმ<sup>2</sup>, დრეკადობის მოდული  $E=2 \cdot 10^6$  კგ/სმ<sup>2</sup> და მოცულობითი წონა  $\gamma=7,8$  მ/სმ<sup>3</sup>.

ამოხსნა: გამოვთვალოთ დახარჯული მასალის წონა  $Q$  და აბსოლუტური დაგრძელება  $\Delta l$ , თუ ღეროს აქვს პრიზმატული ფორმა.

შევარჩიოთ განივკვეთი:



ნახ. 1. 24.

$$F = \frac{P}{[\sigma] - \gamma h} = \frac{10000}{1000 - 7,8 \cdot 10^{-3} \cdot 15000} = 11,35 \text{ სმ}^2,$$

გამოვთვალოთ მოცულობა

$$V = F \cdot h = 11,35 \cdot 15000 = 170000 \text{ სმ}^3,$$

წონა იქნება

$$Q = V \gamma = 170000 \cdot 7,8 \cdot 10^{-3} = 1330 \text{ კგ}.$$

გამოვთვალოთ აბსოლუტური დეფორმაცია

$$\Delta l = \frac{Ph}{EF} + \frac{Qh}{2EF} = \frac{10000 \cdot 15000}{2 \cdot 10^6 \cdot 11,35} + \frac{1330 \cdot 15000}{2 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 11,35} = 6,97 \text{ სმ}.$$

გამოვთვალოთ საფეხურებიანი ღეროს წონა  $Q$  და აბსოლუტური დაგრძელება  $\Delta l$ .

ვიანგარიშოთ განივკვეთის ფართობი პირველი საფეხურისათვის:

$$F_1 = \frac{P}{[\sigma] - \gamma h_1} = \frac{10000}{1000 - 7,8 \cdot 10^{-3} \cdot 5000} = 10,4 \text{ სმ}^2.$$

გამოვთვალთ მოცულობა და წონა ამავე საფეხურისათვის

$$V_1 = F_1 h_1 = 10,4 \cdot 5000 = 52000 \text{ სმ}^3,$$

$$Q_1 = V_1 \gamma = 52000 \cdot 7,8 \cdot 10^{-3} = 406 \text{ კგ}$$

გამოვთვალთ პირველი საფეხურის დეფორმაცია

$$\Delta l_1 = \frac{Ph_1}{EF_1} = \frac{Q_1 h_1}{2EF_1} = \frac{10000 \cdot 5000}{2 \cdot 10^6 \cdot 10,4} + \frac{406 \cdot 5000}{2 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 10,4} = 2,44 \text{ სმ.}$$

ანალოგიური გამოთვლა ვაწარმოთ მეორე საფეხურისათვის

$$F_2 = \frac{P + Q_1}{[\sigma] - \gamma h_2} = \frac{10000 + 406}{1000 - 7,8 \cdot 10^{-3} \cdot 5000} = 10,85 \text{ სმ}^2,$$

$$V_2 = F_2 h_2 = 10,85 \cdot 5000 = 54200 \text{ სმ}^3,$$

$$Q_2 = 54200 \cdot 7,8 \cdot 10^{-3} = 422 \text{ კგ},$$

$$\Delta l_2 = \frac{(P + Q_1) h_2}{EF_2} + \frac{Q_2 h_2}{2EF_2} = \frac{(10000 + 406) \cdot 5000}{2 \cdot 10^6 \cdot 10,85} + \frac{422 \cdot 5000}{2 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 10,85} = 2,45 \text{ სმ.}$$

ანალოგიურად გამოვთვალთ მესამე საფეხურისათვის

$$F_3 = \frac{P + Q_1 + Q_2}{[\sigma] - \gamma h_3} = \frac{10000 + 406 + 422}{1000 - 7,8 \cdot 10^{-3} \cdot 5000} = 11,28 \text{ სმ}^2,$$

$$V_3 = F_3 h_3 = 11,28 \cdot 5000 = 56400 \text{ სმ}^3,$$

$$Q_3 = V_3 \gamma = 56400 \cdot 7,8 \cdot 10^{-3} = 440 \text{ კგ.}$$

$$\Delta l_3 = \frac{(P + Q_1 + Q_2) h_3}{EF_3} + \frac{Q_3 h_3}{2EF_3} = \frac{(10000 + 406 + 422) \cdot 5000}{2 \cdot 10^6 \cdot 11,28} + \frac{440 \cdot 5000}{2 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 11,28} = 2,46 \text{ სმ.}$$

გამოვთვალთ საფეხურიანი ძელის მთლიანი წონა და დეფორმაცია

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 406 + 422 + 440 = 1268 \text{ კგ.}$$

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 = 2,44 + 2,45 + 2,46 = 7,35 \text{ სმ.}$$

გამოვთვალთ თანაბარწინალობიანი ძელის წონა და დეფორმაცია. ვი-  
ანგარიშით ჯერ წონა

$$Q = V$$

$$V = \int_0^h F_x dx = \int_0^h F_0 e^{-\frac{\gamma}{\sigma} x} dx = F_0 \left[ -\frac{\gamma}{\sigma} e^{-\frac{\gamma}{\sigma} x} \right]_0^h = F_0 \left[ \frac{\gamma}{\sigma} \right]_0^h = \frac{F_0 [\sigma] e^{-\frac{\gamma}{\sigma} h}}{\gamma} - \frac{F_0 [\sigma]}{\gamma}$$

$$G \cdot \gamma = F_0 [\sigma] e^{-\frac{\gamma}{\sigma} h} - F_0 [\sigma]$$

თუ გავიხსენებთ, რომ  $F_0 = \frac{P}{|\sigma|}$  ან  $F_0 [\sigma] = P$  გვექნება

$$G = P e^{-\frac{\gamma}{\sigma} h} - P = P \left( e^{-\frac{\gamma}{\sigma} h} - 1 \right) = 10000 \left( 2,72 \frac{7,8 \cdot 10^{-3} \cdot 15000}{1000} - 1 \right) = 1120 \text{ კგ.}$$

გამოთვალთ დეფორმაცია თანაბარი წინაღობის კოქისათვის, ამისათვის ვისარგებლოთ ფორმულით (32)

$$\Delta l = \frac{Pl}{EF_0} = \frac{[\sigma] l}{E}$$

ჩვენი შემთხვევისათვის იქნება

$$\Delta l = \frac{[\sigma] h}{E} = \frac{1000 \cdot 15000}{2 \cdot 10^6} = 7,5 \text{ სმ.}$$

როგორც შედეგებიდან ჩანს, ყველაზე ნაკლები მასალის ხარჯი და ყველაზე დიდი დეფორმაციები გვექნება თანაბარი წინაღობის ძელისათვის.

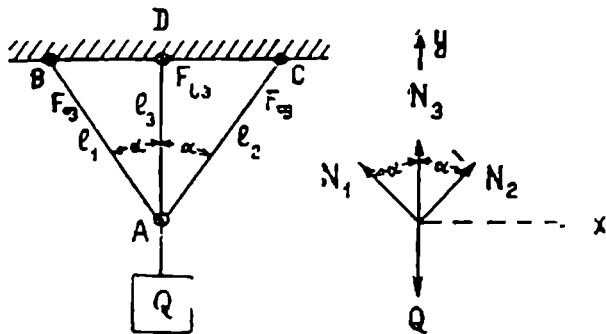
გაჭიმვა-კუმშვაზე რთული შემთხვევები

§ 1. სტატიკურად ურკვევი სისტემა

ჩვენ აქამდე შევისწავლეთ სტატიკურად რკვევადი სისტემები. სტატიკურად რკვევადი სისტემა ეწოდება ისეთი, სადაც ელემენტებში აღძვული ძალების განსაზღვრას ეაწარმოებით მხოლოდ სტატიკის აქიოების დახმარებით.

პრაქტიკაში ხშირად გვხვდება ისეთი სისტემაც, რომლის ელემენტებში ძალების განსაზღვრისათვის აღარ არის საკმარისი მხოლოდ სტატიკის პირობები. აღნიშნულ სისტემას ეწოდება სტატიკურად ურკვევი, სიატემა ან სტატიკურად ურკვევი ამოცანა.

როგორც ჭევერთ გვეცნობია, სტატიკურად ურკვევი ამოცანის ამოხსნა შეიძლება, თუ ჩვენ შევიღებთ ძვედეულობაში სის უენის ელემენტების ღეფორმაციას. სისტემის ღეფორმაციის შესწაკლის შედეგად ჩვენ შევიძლება შევადგინოთ იმღენი დამატებითი განტოლება, რამღენიც საჭირო არის სტატიკურად ურკვევი ამოცანის ამოსახსნელად. დამატებით ღეფორმაციის განტოლებების ჩვე ვადგენთ ღეფორმაციის ერთიანობის პირობის დახმარებით,



ნ.ა. 2. 1.

რომელიც მდგომარეობს შემდეგში: სისტემის ელემენტებმა ძალის მიყენების შედეგად განიცდიან ღეფორმაცია ისე, რომ არ ხდება ელემენტების დარღვევა ან შეერთებების ადგილების გახსნა.

სტატიკურად ურკვევი ამოცანის ამოხსნის ზერხი შევისწავლოთ კერძო მაგალითზე, გამოვთვალოთ (ნახ. 2. 1). მოცემული სისტემის ღეროებში აღძვული ძალების სიდიდე თუ მასზე მოქმედი ტვირთი ტოლია Q. განაპირა ღეროების სიგრძეები მივიღოთ ტოლი  $l_1 = l_2$ , მასალა ფოლადი (ღრეკადობის მოღღული  $E_B$ ) და განიკვევთის ფართობი  $F_B$ . შუალედი ღეროს სიგრძე მივიღოთ  $l_3$ , მასალა სპიღენძის (ღრეკადობის მოღღული  $E_A$ ) და განივ-

კვეთის ფართობით  $F_{\omega}$ . ვისარგებლოთ სტატიკის წონასწორობის პირობებით. რადგანაც სისტემა წონასწორობაშია, ამიტომ  $A$  კვანძიც წონასწორობაში იქნება. თუ ამოვკვეთათ  $A$  კვანძს (ნახ. 2. 1) და შევადგენთ სტატიკის წონასწორობის პირობებს, უკანასკნელს ექნება შემდეგი სახე

$$\Sigma X = 0 \quad -N_1 \sin \alpha + N_2 \sin \alpha = 0 \quad (2. 1)$$

და

$$\Sigma Y = 0 \quad N_1 \cos \alpha + N_2 \cos \alpha - Q = 0. \quad (2. 2)$$

სტატიკის წონასწორობის პირობიდან ჩვენ მივიღეთ ორი განტოლება (2. 1) და (2. 2) სამი უცნობი სიდიდით  $N_1$ ,  $N_2$  და  $N_3$ . როგორც ჩანს, სტატიკის განტოლებათა რიცხვი არ აღმოჩნდა საკმარისი უცნობი ძალების გასაგებად, ამიტომ აღნიშნულ სისტემას ეწოდება სტატიკურად ურკვევი.

დამატებითი განტოლების შესადგენად ვისარგებლოთ სისტემის დეფორმაციის ერთიანობის პირობით, რომელიც ჩვენი შემთხვევისათვის მდგომარეობს შემდეგში: რადგანაც  $Q$  ძალის მოდებამდე ლეროები იყრიან თავს  $A$  კვანძში,  $Q$  ძალის მოდების შემდეგ ლერების დეფორმაცია უნდა იყოს ისეთი, რომ უკანასკნელთა ბოლოები კვლავ აღმოჩნდნენ ერთად. სისტემის სიმეტრიულობის გამო განაპირა ლეროები დაგრძელებიან ერთნაირად,  $A$  წერტილი გადაადგილდება ვერტიკალურად ქვევით და აღმოჩნდება  $A_1$  წერტილში (ნახ. 2. 2).

განაპირა და შუალედი ლერების დეფორმაციების ურთიერთკავშირი უფრო გასაგები რომ იყოს, სისტემის გადასვლა დეფორმირებულ მდგომარეობაში შეიძლება ვანეახორციელოთ შემდეგნაირად: წარმოდგენით გავხსნათ  $A$  კვანძი და განაპირა ლეროები დავაგრძელოთ თავის მიმართულებაზე იმ სიდიდეებით რომ, როდესაც უკანასკნელს მოვაბრუნებთ  $B$  და  $C$  წერტილების გარშემო აღმოჩნდნენ  $A_1$  წერტილში. დეფორმაციის შემდეგ განაპირა ლერების შესაფერისი სიგრძეები იქნება  $CA_1$  და  $BA_1$ . შუალედი ლეროს სიგრძე იქნება  $DA_1$ .

$AA_1B_1$  სწორკუთხა სამკუთხედიდან შეიძლება შუალედი და განაპირა ლეროების დაგრძელებები დავაკავშიროთ ერთმანეთთან შემდეგი განტოლებით

$$B_1A \overline{AA_1} \cdot \cos \alpha$$

ან

$$\Delta l_1 = \Delta l_2 \cdot \cos \alpha. \quad (2. 3)$$

(2. 3) განტოლება წარმოადგენს სწორედ იმ დამატებით განტოლებას, რომელიც საჭირო იყო იმისათვის, რომ გავკვეთა უცნობი ძალები  $N_1$ ,  $N_2$  და  $N_3$  ინიშვნელობა.

იქნისათვის, რომ (2. 1), (2. 2) და (2. 3) განტოლებათა სისტემა ამოვხსნათ, გამოვსახოთ დეფორმაციები (2. 3) განტოლებაში ძალების საშუალებით

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{E_{\Phi} F_{\Phi}}, \quad (2. 4)$$

ხოლო

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{E_{\omega} F_{\omega}}. \quad (2. 5)$$

სამკუთხედი  $ABD$ -დან შეიძლება შევადგინოთ დამოკიდებულება:

$$l_3 = l_1 \cos \alpha.$$

თუ დეფორმაციის განტოლებაში შევიტანთ  $\Delta l_1$ ,  $\Delta l_3$  მნიშვნელობას და  $l_3$  მაგვირად ჩავსვათ მის მნიშვნელობას, საბოლოოდ მივიღებთ:

$$N_1 = N_3 \frac{E_{\Phi} F_{\Phi}}{E_{\Psi} F_{\Psi}} \cos^2 \alpha. \quad (2. 6)$$

(2. 6) განტოლებაში შედის როგორც სისტემის გეომეტრიული მახასიათებელი ( $F_{\Phi}$ ,  $F_{\Psi}$ ,  $\alpha$ ), ისე სისტემის ელემენტების მასალის დრეკადობის მოდული ( $E_{\Phi}$ ,  $E_{\Psi}$ ).

სტატიკურად ურკვევეი სისტემის ამო-სახსნელად, როგორც ჩანს (2. 6) განტო-ლებიდან, საჭიროა ვიცოდეთ წინასწარ შე-მადგენელი ელემენტების გეომეტრიული ზომები და ის მასალა, რომლიდანაც უკა-ნასკენელი არის დამზადებული.

(2- 1), (2. 2) და (2. 6) განტოლებათა სისტემის ამოხსნა მოგვცემს  $N_1$ ,  $N_2$  და  $N_3$  უტენობი ძალების მნიშვნელობას. სახელდობრ, (2. 1) განტოლებიდან მივი-ღებთ:

$$N_1 = N_2$$

და თუ ვისარგებლებთ ამ ტოლობით (2. 2), განტოლება გადაიწერება

$$N_3 + 2 N_1 \cos \alpha = Q. \quad (2. 7)$$

თუ (2. 7) განტოლებაში შევიტანთ  $N_1$ -ს მნიშვნელობას, (2. 6) განტო-ლებიდან მივიღებთ:

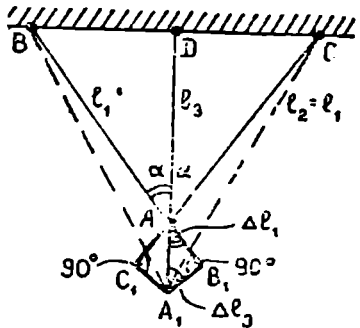
$$N_3 + 2 N_3 \frac{E_{\Phi} F_{\Phi}}{E_{\Psi} F_{\Psi}} \cos^2 \alpha = Q,$$

საიდანაც

$$N_3 = \frac{Q}{1 + 2 \frac{E_{\Phi} F_{\Phi}}{E_{\Psi} F_{\Psi}} \cos^2 \alpha} \quad (2. 8)$$

$N_1$ -ის მნიშვნელობას განვსაზღვრავთ თუ (2. 6) განტოლებაში შევიტანთ  $N_3$  მნიშვნელობას (2. 8) განტოლებიდან:

$$N_1 = \frac{Q \frac{E_{\Phi} F_{\Phi}}{E_{\Psi} F_{\Psi}} \cdot \cos^2 \alpha}{1 + 2 \frac{E_{\Phi} F_{\Phi}}{E_{\Psi} F_{\Psi}} \cdot \cos^2 \alpha} \quad (2. 9)$$



ნახ. 2. 2.

თუ სამივე ღერო ერთი და იმავე მასალისაა და თანაბარი განიკვეთის-  
ფართობი აქვთ, ფორმულები (2. 8) და (2. 9) მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$N_3 = \frac{Q}{1 + 2 \cos^2 \alpha} \quad (2. 10)$$

და

$$N_1 = \frac{Q \cdot \cos^2 \alpha}{1 + 2 \cos^2 \alpha}. \quad (2. 11)$$

როგორც (2. 8) და (2. 9) ფორმულებიდან ჩანს, სისტემის ღეროებში  
აღძრული ძალის სიდიდეები დამოკიდებულია ღეროების სიხისტეა  $\left( \frac{E_{\text{ფ}} F_{\text{ფ}}}{E_{\text{სა}} F_{\text{სა}}} \right)$

თანაფარდობაზე. რამდენადაც ერთი ღეროს სიხისტე მეტია მეორეზე, იმდენ-  
ნად მეტია მასში აღძრული ძალის სიდიდე.

ღეროებში აღძრული ძალების სიდიდე მართო სიხისტეთა თანაფარ-  
დობაზე არ არის დამოკიდებული. (2. 10) და (2. 11) ფორმულებიდან  
ჩანს, თანაბარი სიხისტის შემთხვევაშიაც სისტემის ღეროებს შორის ძალები  
არ ნაწილდება თანაბრად. განაპირა ღეროში აღძრული ძალა ნაკლებია, ვიდრე  
შუალედ ღეროში. აღნიშნული მოვლენა უნდა აიხსნას იმით, რომ  $Q$   
ტვირთის ქმედებით გამოწვეული ფარდობითი დეფორმაცია განაპირა ღერო-  
ში ნაკლებია, ვიდრე შუალედში, რადგანაც მისი საწყისი სიგრძე მეტია შუა-  
ლედ ღეროზე. ამაში დავრწმუნდებით ადვილად: ფარდობითი დეფორმაცია  
განაპირა ღეროსი გამოითვლება ფორმულით:

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta l_1}{l_1}. \quad (2.12)$$

თუ შევიტანთ  $\Delta l_1 = \Delta l_3 \cos \alpha$  და  $l_1 = \frac{l_3}{\cos \alpha}$  მნიშვნელობებს,

მივიღებთ

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta l_3}{l_3} \cos^2 \alpha = \varepsilon_3 \cdot \cos^2 \alpha. \quad (2. 13)$$

თუ შევადარებთ (2. 11) და (2. 13) ფორმულებს, დავრწმუნდებით,  
რომ ძალის სიდიდე განაპირა ღეროში შედარებით შუალედ ღეროზე იმდენ-  
ჯერ ნაკლებია, რამდენჯერაც ნაკლებია მისი ფარდობითი დეფორმაცია  $\varepsilon_1$   
შედარებით  $\varepsilon_3$ -ზე.

ზემოაღნიშნულიდან შეიძლება დავასკვნათ, რომ რაც უფრო დიდია  
სტატიკურად ურკვევი სისტემის ელემენტების სიხისტე და რაც უფრო ნაკ-  
ლებია მისი სიგრძე, მით უფრო დიდია ძალის ნაწილი, რომელსაც მიიღებს  
უკანასკნელი თავის თავზე.

თუ სტატიკურად ურკვევი ამოცანის ამოხსნისას ჩვენ ვსარგებლობთ  
დამატებითი დეფორმაციის განტოლებით, სტატიკურად რკვევადი სისტემის



ამოხსნისას ჩვენ არ გვკვირდება დეფორმაციის განტოლება, ამიტომ ვასაგებია, რომ სტატიკურად რკვევადი სისტემის ელემენტებში ძალების განაწილება არ იქნება დამოკიდებული არც სისტემის გეომეტრიულ ზომებზე და არც დრეკადობის მოდულზე.

## § 2. სტატიკურად ურკვევი სისტემების ანგარიში ზღვრულ-დასაშვებ ტვირთზე

ღერძული გაკიშვა ან კუმშვისას როგორც სტატიკურად რკვევად, ისე სტატიკურად ურკვევი სისტემების სიმტკიცეზე ანგარიშის დროს კონსტრუქციის დასაშვებ ტვირთად ვთვლიდით იმ ტვირთს, რომლის მოქმედებითაც აღძრული უდიდესი ძაბვა გაუტოლდებოდა დასაშვებ ძაბვას.

როგორც ვიცით, დასაშვები ძაბვა ტოლია ძაბვას დენადობის ზღვარზე შეფარდებული მარაგის კოეფიციენტთან

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{დენ}}{K}$$

იმ ტვირთს, რომლის მოქმედების დროსაც საშიშ კვეთში ძაბვა მიაღწევს დასაშვებს—დასაშვები ტვირთი  $[P]$  ეწოდება. თუ საშიშ კვეთში ძაბვამ მიაღწია დენადობის ზღვარს, შესაბამის დატვირთვა  $P_{დენ}$ -ს საშიში ტვირთი ეწოდება.

რადგანაც დრეკადობის ზღვრებში დატვირთვა და ძაბვა ურთიერთპროპორციულია, ამიტომ დასაშვები დატვირთვა დასაშვები ძაბვის ანალოგიურად გამოითვლება

$$[P] = \frac{P_{დენ}}{K} \quad (2. 14)$$

სტატიკურად ურკვევ სისტემებში საშიში ტვირთის  $P_{დენ}$  მოქმედების დროს კონსტრუქციის ტვირთამტანაობა ჯერ კიდევ მთლიანად არ არის ამოწურული, რადგანაც ამ დროს ერთ-ერთი ელემენტი ან უბანი დენადობს, ხოლო კონსტრუქციის დანარჩენ ნაწილს ჯერ არ მიუღწევია დენადობამდე.

ტვირთის შემდეგი გაზრდით რაღაც  $F_{ზღვ}$  მდე კონსტრუქციის ტვირთამტანაობა მთლიანად ამოწურება, ე. ი. კონსტრუქცია მთლიანად იწყებს დენადობას, შესაბამის დატვირთვას  $P_{ზღვ}$ —ზღვრული დატვირთვა ეწოდება.

ზღვრული დატვირთვა შეფარდებული მარაგის კოეფიციენტზე გვაძლევს ზღვრულ დასაშვებ დატვირთვას და აღინიშნება  $[P]_{ზღვ}$ .

ამგვარად,

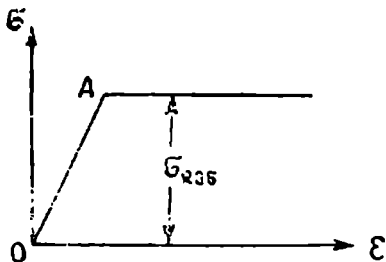
$$[P]_{ზღვ} = \frac{P_{ზღვ}}{K} \quad (2. 15)$$

ღერძული გაკიშვა ან კუმშვის დროს სტატიკურად რკვევად სისტემებში ზღვრულად დასაშვები ძალა დასაშვები ძალის ტოლია— $[P]_{ზღ} = [P]$ , ხოლო სტატიკურად ურკვევ სისტემებში  $[P]_{ზღვ} > [P]$ .

ამგვარად, სტატიკურად ურკვევი სისტემების ზღვრულ ტვირთზე ანგარიში ითვალისწინებს იმ დამატებით მარაგის გამოყენებას, რომელიც დასაშვებში ძაბვის მეთოდით ანგარიშისას მხედველობაში არ არის მიღებული.

ზღვრულ ტვირთზე ანგარიში შეიძლება ვაწარმოოთ მხოლოდ პლასტიკური მასალებისაგან დამზადებული კონსტრუქციების, როდესაც მასზე დატვირთვის გადაცემა ხდება სტატიკურად.

ზღვრულ დასაწევებ ტვირთზე ანგარიშის დროს მასალის დეფორმაციის



ნახ. 2.3.

ნაწილად დიაგრამას ვცვლით პირობით დიაგრამად, ეგრეთ წოდებულ პრანტლეს დიაგრამით (ნახ. 2.3).

პრანტლეს დიაგრამა გამოდის იმ დაშვებიდან, რომ პროპორციულობის ზღვარი თანხვედრილია დენადობის ზღვართან და დენადობის მოედანი განუზღვრელი სიგრძისაა.

ამგვარად, აღნიშნული დიაგრამის თანახმად დაწესდება, რომ განსახილველი მასალა არის იდეალურად დრეკად-პლასტიკური.

გაეარჩიოთ ანგარიში ზღვრულ-დასაშვები ტვირთის მეთოდით კონკრეტულ მაგალითებზე.

ვთქვათ, მუდმივი განივკვეთის ღეროს ზედა ბოლო ჩანაგრებულია, ხოლო თავისუფალ ბოლოზე მოქმედებს გამჭვირვი P ძალა (ნახ. 2.4).

დასაშვები ტვირთის განმარტების თანახმად, განსახილველ ღეროზე დასაშვები ძალა  $[P] = F \cdot [\sigma]$ . სადაც  $F$  არის ღეროს განივკვეთის ფართობი. ტვირთი ზღვრულ მნიშვნელობას მიაღწევს მაშინ, როცა ღეროს განივკვეთის ყოველ წერტილში ძაბვა გაუტოლდება დენადობის ზღვარს.



ნახ. 2.4.

ამგვარად,

$$P_{\text{ზღვ}} = F \cdot \sigma_{\text{ღვს}}$$

როგორც ზემოთ განვმარტეთ, ზღვრული დასაშვები ტვირთი ტოლია ზღვრული ტვირთი შეფარდებული მარაგის კოეფიციენტთან, ე. ი.

$$[P]_{\text{ზღვ}} = \frac{P_{\text{ზღვ}}}{K} = \frac{F \cdot \sigma_{\text{ღვს}}}{K},$$

მაგრამ

$$\frac{\sigma_{\text{ღვს}}}{K} = [\sigma]$$

ამგვარად,

$$[P]_{\text{ზღვ}} = F[\sigma] = [P]$$

ზემომოყვანილი მითითებიდან დასტურდება, რომ ღერძული გაკეცივის ან კუნწვის დროს სტატიკურად რკვევად სისტემებში დასაშვები ზღვრული

ძალა და დასაშვები ძალა ტოლია, ე. ი. სტატიკურად რკვევად სისტემას ვი-  
ანგარიშებთ დასაშვები ძაბვის მეთოდით თუ ზღვრული დასაშვები ტვირთის  
მეთოდით სულ ერთია, ერთი და იგივე შედეგს მივიღებთ.

განვიხილოთ სტატიკურად ურკვევი სისტემა. ვთქვათ სამი ლეროსაგან  
შედგენილი სიმეტრიული სისტემა დატვირთულია  $P$  ძალით (ნახ. 2. 5).

დავუშვათ, რომ სამივე ლეროს განივეკვეთის ფართობები თანატოლია და დამ-  
ზადებულია მცირენახშირბადიანი ფოლადისაგან. განაპირა ლეროების სიგ-  
რძეა  $l_1$ , ხოლო შუა ლეროს სიგრძე  $l_2$ .

განსახილავ სისტემის ლეროებში აღძრული  
ძალები წინა პარაგრაფში გვქონდა განსაზღვრუ-  
ლი, სადაც ვნახეთ, რომ უდიდესი ძალა აღიძვრე-  
ბა შუა ლეროში და ტოლია

$$N_3 = \frac{P}{1 + 2 \cos^2 \alpha}.$$

რადგანაც სამივე ლეროს განივეკვეთის ფართობი  
თანატოლია, ამიტომ ძალის თანდათანობითი გაზ-  
რდით პირველად მესამე ლეროში მიაღწევს ძაბვა  
დენადობის ზღვარს. ამ ლეროში აღძრული შე-  
საბამისი ძალა იქნება

$$N_{3\text{შვ}} = \frac{P_{\text{შვ}}}{1 + 2 \cos^2 \alpha}.$$

ამგვარად, დასაშვები ძაბვის მეთოდით ანგარიშისას ალებული კონსტრუქ-  
ციისათვის საშიში ტვირთი ტოლია

$$P_{\text{შვ}} = N_{3\text{შვ}} (1 + 2 \cos^2 \alpha) = F \sigma_{\text{შვ}} (1 + 2 \cos^2 \alpha),$$

ხოლო დასაშვები ტვირთი

$$[P] = \frac{P_{\text{შვ}}}{K} = \frac{F \sigma_{\text{შვ}} (1 + 2 \cos^2 \alpha)}{K}$$

ვიციტ, რომ

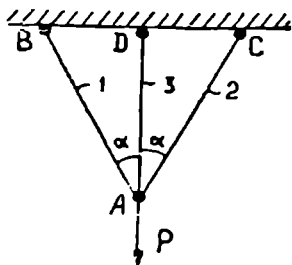
$$\frac{\sigma_{\text{შვ}}}{K} = [\sigma],$$

ამგვარად,

$$[P] = F [\sigma] (1 + 2 \cos^2 \alpha) \quad (2. 16)$$

ზღვრული ტვირთის გასაგებად კონსტრუქციაზე მოქმედი ტვირთი კი-  
დედ უნდა ვზარდოთ მანამ, სანამ სამივე ლერო არ დაიწყებს დენადობას. შე-  
საბამისი ტვირთი იქნება  $P_{\text{აღზ}}$ . ამოვკვეთოთ სისტემიდან  $A$  კვანძი  $P_{\text{აღზ}}$  ტვირ-  
თის მოქმედების დრო (ნახ. 2. 6) და შევადგინოთ წონასწორობის პირობა  
 $\Sigma Y = 0$ , გვექნება:

$$F \sigma_{\text{შვ}} + 2 F \sigma_{\text{შვ}} \cdot \cos \alpha = P_{\text{აღზ}}$$



ნახ. 2. 5.

აქედან

$$P_{ზღვ} = F \sigma_{ფენ} (1 + 2 \cos \alpha)$$

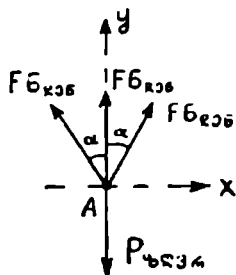
კონსტრუქციაზე ზღვრული დასაშვები ტვირთი

$$[P]_{ზღ} = \frac{P_{ზღ}}{K} = \frac{F \sigma_{ფენ} (1 + 2 \cos \alpha)}{K}$$

ან

$$[P]_{ზღ} = F [\sigma] (1 + 2 \cos \alpha). \quad (2.17)$$

როგორც ჩანს, ზღვრული დასაშვები ტვირთის მეთოდის მიხედვით (ფორმულა 2.17) უფრო მეტი ტვირთი დაიშვება კონსტრუქციაზე, ვიდრე დასაშვები ძაბვის მეთოდით (ფორმულა 2.16) ანგარიშისას.



ნახ. 2.6.

მაგალითი.

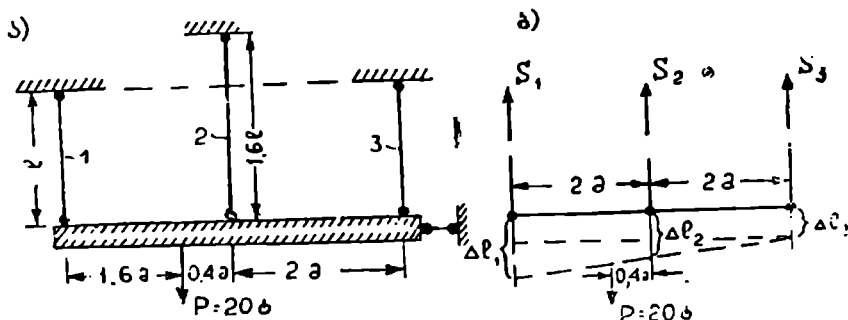
ხისტი ძელი ჩამოკიდებულია ტოლგანიკვეთიან სამ ლეროზე. 1-ლი ლერო სპილენძისაა, რომლის დენადობის ზღვარი

$$\sigma_{ფენ} = 1800 \text{ კგ/სმ}^2 \text{ და } E = 1 \cdot 10^6 \text{ კგ/სმ}^2.$$

მე-2 და მე-3 ლეროები ფალადისაა, რომელთათვის

$$\sigma_{ფენ} = 2800 \text{ კგ/სმ}^2 \text{ და } E_{ფ} = 2 \cdot 10^6 \text{ კგ/სმ}^2.$$

განვსაზღვროთ ლეროების განიკვეთის ფართობი დასაშვები ძაბვისა და ზღვრული დასაშვები ტვირთის მეთოდებით, თუ ხისტი ძელზე მოქმედებს  $P=20$  ტ ძალა, რომლის მოდების ადგილი და სხვა საჭირო გეომეტრიული ზომები ნახაზზეა ნაჩვენები (ნახ. 2.7).



ნახ. 2.7.

განვსაზღვროთ პირველად  $P$  ძალის მოქმედებით ლეროებში აღძრული ძალები მათი ღრეკადობის ფარგლებში მუშაობის პირობისათვის. დავეშვათ,

რომ სამივე ღერო იქიმება, რომლის შესაბამის ძალთა სქემა და სისტემის დეფორმირებული სახე ნაჩვენებია ცალკე ნახაზზე (ნახ. 2. 7 ბ).

სტატიკის წონასწორობის პირობიდან ვღებულობთ ორ განტოლებას. ხისტ ძელზე მოქმედი ყველა ძალის გეგმილების ჯამი ვერტიკალურ ღერძზე მოგვეცემს

$$S_1 + S_2 + S_3 - P = 0. \quad (I)$$

ამავე ძალების მომენტების ალგებრული ჯამი შუა ღეროს სახსრის მიმართ იქნება

$$S_1 \cdot 2 - S_2 \cdot 2 - P \cdot 0,4 = 0. \quad (II)$$

სტატიკა მეტ განტოლებას ვერ გვაძლევს, მაშასადამე ამოცანა ერთხელ სტატიკურად ურკვევია. დამატებით მესამე განტოლებას ვაღგენთ დეფორმაციის პირობიდან (ნახ. 2. 7 ბ)

$$\frac{\Delta l_1 - \Delta l_2}{4} = \frac{\Delta l_2 - \Delta l_3}{2}$$

თუ ამ განტოლებაში აბსოლუტურ გრძივ დეფორმაციებს გამოვსახავთ ძალების საშუალებით, მაშინ დეფორმაციის განტოლებას ექნება შემდეგი სახე

$$2S_1 - 3,2S_2 + S_3 = 0. \quad (III)$$

I, II და III განტოლებებით მიღებული სისტემის ამოხსნა კონსტრუქციის დრეკადობის ფარგლებში მუშაობის დროს მოგვეცემს ღეროებში აღძრული ძალებისა და ძაბვების შემდეგ მნიშვნელობებს

$$S_1 = 0,408 P \quad \text{და} \quad \sigma_1 = 0,408 \frac{P}{F};$$

$$S_2 = 0,384 P \quad \text{და} \quad \sigma_2 = 0,384 \frac{P}{F};$$

$$S_3 = 0,208 P \quad \text{და} \quad \sigma_3 = 0,208 \frac{P}{F}.$$

როგორც ზემოთ მიღებული სიდიდეებიდან ჩანს, ღეროების დრეკადობის ფარგლებში მუშაობის დროს ყველაზე დაძაბულია 1 ღერო, ამიტომ დასაშვები ძაბვის მეთოდით ანგარიშის დროს სიმტკიცის პირობას შემდეგი სახე ექნება

$$\sigma_1 = 0,408 \frac{P}{F} \leq [\sigma]_{\text{ს}}$$

ვიცით, რომ

$$[\sigma]_{\text{ს}} = \frac{\sigma_{\text{ს. დფ.}}}{K} \quad \text{მივიღოთ } K = 2;$$

მაშინ

$$[\sigma]_{\text{ს}} = \frac{1800}{2} = 900 \text{ კგ/სმ}^2$$

ამგვარად,

$$F \geq \frac{0,408 \cdot 20000}{900} \approx 9 \text{ სმ}^2.$$

თანხმად პირობისა 2 და 3 ლეროებისათვისაც იგივე კვეთი უნდა ავი-  
ლოთ. ცხადია, ამ ლეროებში დაბევები დასაშვებზე ნაკლები იქნება.

ახლა ტვირთი ვზარდოთ სანამ კონსტრუქცია არ დაიწყებს დენადობას.  
 $P$  ძალის შემდეგი ვადიდებით ჯერ პირველ ლეროში დაბევა მიაღწევს დენა-  
დობის ზღვარს, მაშასადამე ზღვრული ტვირთი 1-ლი ლეროსათვის იქნება

$$S_1 \text{ ზღვ} = \sigma_{\text{ს.ფ.}} \cdot F$$

ამ მომენტში მე-2 და მე-3 ლეროებში დაბევა ჯერ არ მიულწევია დენადობის  
ზღვრამდე. ძალის შემდგომი გაზრდისას დაბევა 1-ლ ლეროში დარჩება უცვლე-  
ლად და გაიზრდება დაბევები მე-2 და მე-3 ლეროებში მანამ, სანამ უფრო მე-  
ტად დაძაბულ მე-2 ლეროში აღძრული დაბევა არ მიაღწევს დენადობის  
ზღვარს

$$S_2 \text{ ზღვ} = \sigma_{\text{ფ.ფ.}} \cdot F.$$

1-ლ და მე-2 ლეროებში დენადობის დაწყება იქნება კონსტრუქციისა-  
თვის ზღვრული მდგომარეობა, რადგანაც ეს ლეროები დეკორმირდებიან ძა-  
ლის გაზრდის გარეშე, ხოლო ხისტ ძელს შეუძლია შემობრუნდეს მე-3 ლე-  
როს სახსრის ირგვლივ. მე-3 ლეროში ძალა არ გაიზრდება მანამ, სანამ 1-ლი  
და მე-2 ლეროები არ გაივლიან დენადობის მოედანს.

კონსტრუქციის ზღვრული მდგომარეობის გამოძწევი ძალა აღნიშნუ-  
ლი გვაქვს  $P_{\text{ზღვ}}-ით$ .

ავილოთ კონსტრუქციაზე  $P_{\text{ზღვ}}$  ძალის მოქმედების დროს ყველა ძალის  
მომენტების ალგებრული ჯამი მე-3 ლეროს სახსრის მიმართ

$$S_1 \text{ ზღვ} \cdot 4 + S_2 \text{ ზღვ} \cdot 2 - P_{\text{ზღვ}} \cdot 2,4 = 0$$

აბ

$$\sigma_{\text{ს.ფ.}} \cdot F \cdot 4 + \sigma_{\text{ფ.ფ.}} \cdot F \cdot 2 - P_{\text{ზღვ}} \cdot 2,4 = 0$$

ეს განტოლება გავყოთ მარაგის კოეფიციენტ  $K$ -ზე, მივიღებთ:

$$[\sigma]_{\text{ს}} F \cdot 4 + [\sigma]_{\text{ფ.}} F \cdot 2 - P \cdot 2,4 = 0$$

დავუშვათ  $K=2$ , მაშინ

$$F = \frac{1 \cdot 2 \cdot P}{2[\sigma]_{\text{ს}} + [\sigma]_{\text{ფ.}}} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 20000}{2 \cdot 900 + 1400} = 7,5 \text{ სმ}^2$$

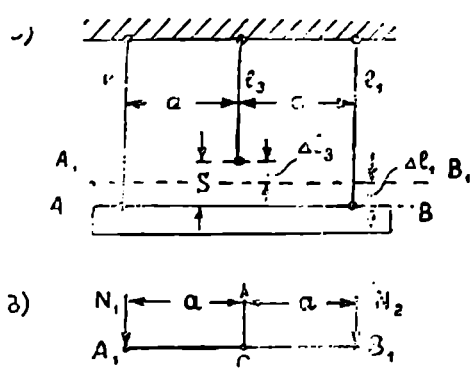
როგორც აქედან ვხედავთ აღებული კონსტრუქციის ზღვრული დასაშვე-  
ბი ტვირთის მეთოდით ანგარიშმა მოგვცა მასალის ეკონომია, დასაშვები დაბ-  
ვის მეთოდით ანგარიშთან შედარებით 16,7%-ით.

### § 3. მონტაჟური დაბევები

სტატიკურად ურკვევი სისტემის ელემენტებში, თუკი უკანასკნელნი ზუს-  
ტად არ არიან დამზადებული, აკრეფის დროს შეიძლება აღიძვრას დაბევები მა-

შინაც კი, როდესაც გარეშე დატვირთვა მასზე არ მოქმედებს; ასეთ ძაბვებს უწოდებენ მონტაჟურ ძაბვებს.

ახლა შევისწავლოთ მონტაჟური ძაბვების გამოთვლა კერძო მაგალითზე (ნახ. 2. 8). უწონადი ბისტი  $AB$  ძელი საჭიროა ჩამოვკიდოთ სამი ღეროს საშუალებით. განაპირა ღეროები თოლადისა იყოს, განივკვეთის ფართობი  $F_0$  და დრეკადობის მოდული  $E_0$ . შუალედური ღერო იყოს სპილენძის  $F_3$  და  $E_3$ . შუა ღერო დამზადებულია არა-ზუსტად,  $l_1$  სიგრძის ნაცვლად მისი სიგრძე მოკლეა  $\delta$  სიდიდით. იმისათვის, რომ აღნიშნული სისტემა ავკრიფოთ, საჭიროა შუალედი ღერო დაიჭიმოს, ხოლო განაპირა ღეროები შეიკუმშოს. სისტემის აკრეფის შემდეგ  $AB$  ბისტი კოჭი აღმოჩნდება  $A_1B_1$  მდგომარეობაში.



ნახ 2. 8.

მიუხედავად იმისა, რომ  $AB$  ძელზე არავითარი დატვირთვა არ მოქმედებს, შუალედი ღერო აღმოჩნდება გაჭიმული, ხოლო განაპირა ღეროები შეკუმშული. სისტემის აკრეფის შემდეგ. თუ გავკვეთავთ სამივე ღეროს წარმოდგენით (ნახ. 2. 8 ბ) და შევადგენთ სტატიკის პირობებს, გვექნება

$$\sum X = 0 \quad 0 = 0 \quad (2. 14)$$

$$\sum Y = 0 \quad -N_1 + N_3 - N_2 = 0 \quad (2. 15)$$

$$\text{და } \sum M_c = 0 \quad -N_1 a + N_2 a = 0. \quad (2. 16)$$

მივიღეთ ორი განტოლება (2. 15) და (2. 16), სამი უცნობით  $N_1$ ,  $N_2$  და  $N_3$ . ამოცანის ამოსახსნელად საჭიროა შედგეს დეფორმაციის ერთიანობის პირობიდან დამატებით ერთი განტოლება. განაპირა და შუა ღეროების დეფორმაცია შეიძლება დავეუქავშიროთ ერთმანეთს შემდეგი ტოლობით

$$\delta = \Delta l_3 + \Delta l_1 \quad (2. 17)$$

გამოვსახოთ  $\Delta l_3$  და  $\Delta l_1$  დეფორმაციები ძალების საშუალებით

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{E_0 F_0}, \quad (2. 18)$$

ხოლო

$$\Delta l_3 = -\frac{N_3 l_3}{E_3 F_3}, \quad (2. 19)$$

სადაც

$$l_3 = l_1 + \delta.$$

პრაქტიკულად  $\delta$  იმდენად მცირეა შედარებით  $l_1$ -თან, რომ  $\Delta l_3$ -ის გამოთვლის დროს (2. 19) ფორმულაში შეიძლება  $l_3$ -ის მაგივრად ჩავსვათ  $l_1$  (მაგალითად, თუ  $l_1 = 2$  მ, ხოლო  $\delta = 4$  მმ ცდომილება  $\Delta l_3$  გამოთვლისას არ აღემატება  $0,8\%$ ).

გამარტივების შემდეგ (2. 19) ფორმულა გადაიწერება

$$\Delta l_3 = \frac{N_3 l_1}{E_{\Sigma} F_{\Sigma}} ;$$

თუ შევიტანთ  $\Delta l_1$  და  $\Delta l_3$  მნიშვნელობებს (2. 17) ფორმულაში, გვექნება

$$\delta = \frac{N_3 l_1}{E_{\Sigma} \cdot F_{\Sigma}} + \frac{N_1 l_1}{E_{\Phi} F_{\Phi}} \quad (2. 20)$$

ამოვხსნათ (2. 15), (2. 16) და (2. 20) განტოლებათა სისტემა; (2. 16) ფორმულიდან ჩვენ მივიღებთ

$$N_1 = N_3 , \quad (2. 21)$$

ხოლო თუ ვისარგებლებთ ამ ტოლობით (2. 15), ფორმულა მიიღებს შემდეგ სახეს

$$2 N_1 = N_3 \quad (2. 22)$$

თუ შევიტანთ  $N_3$  მნიშვნელობას (2. 20) ფორმულაში, გვექნება

$$\delta = \frac{2 N_1 l_1}{E_{\Sigma} F_{\Sigma}} + \frac{N_1 l_1}{E_{\Phi} F_{\Phi}} ,$$

საიდანაც

$$N_1 = \frac{\delta E_{\Sigma} \cdot F_{\Sigma}}{l_1 \left( 2 + \frac{E_{\Sigma} \cdot F_{\Sigma}}{E_{\Phi} F_{\Phi}} \right)} \quad (2. 23)$$

და

$$N_3 = 2 N_1 = \frac{2 \delta E_{\Sigma} F_{\Sigma}}{l_1 \left( 2 + \frac{E_{\Sigma} F_{\Sigma}}{E_{\Phi} F_{\Phi}} \right)} \quad (2. 24)$$

შესაფერისი მონტაჟური ძაბვები ტოლი იქნება

$$\sigma_{\Phi} = \frac{N_1}{F_{\Phi}} , \quad \text{ხოლო} \quad \sigma_{\Sigma} = \frac{N_3}{F_{\Sigma}}$$

#### § 4. ტემპერატურული ძაბვები

სტატიკურად ურკვევ სისტემას ახასიათებს კიდევ ერთი თვისება. ტემპერატურის ცვლებადობისას სტატიკურად ურკვევ სისტემაში აღიძვრება ძაბვები მაშინაც, როდესაც მასზე გარეშე ძალა არ მოქმედებს.

ამაში ჩვენ დავრწმუნდებით, თუ შევისწავლით სტატიკურად ურკვევ სისტემას, რომელიც მოცეპულია (ნახ. 2. 1). მივიღოთ, რომ სისტემაზე  $\varphi$  ტვირ-



თი არ მოქმედებს. ყველა ღერო ავიღოთ ერთნაირი მასალისა და ერთნაირი განივევების.

სისტემის აწყობის შემდეგ ტემპერატურა შევცვალოთ  $t_2^{\circ}$ -ით, ტემპერატურის შეცვლის შედეგად წერტილი  $A$  გადაადგილდება ვერტიკალურად ქვევით ან ზევით, რადგანაც სისტემა სიმეტრიულია.

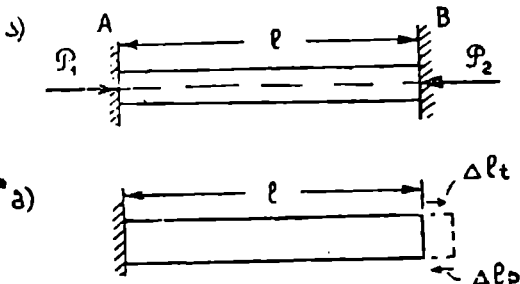
თუ სისტემის შემადგენელი ღეროები  $A$  კვანძში არ იქნებოდნენ დაკავშირებულნი ერთმანეთთან, ტემპერატურის ცვლებადობის შედეგად, სამივე ღეროს ექნებოდა ერთნაირი ფარდობითი დეფორმაცია, რადგანაც უკანასკნელნი ერთი და იგივე მასალისაგან არიან დამზადებულნი. ვინაიდან სისტემაში შემავალი ღეროები  $A$  კვანძში დაკავშირებულნი არიან ერთმანეთთან, მათი დეფორმაციებიც ერთმანეთთან გარკვეულ კავშირში არიან.

განაპირა და შუა ღეროების დეფორმაციის ურთიერთკავშირი მოცემულია (2. 13) ფორმულაში, რომელსაც აქვს შემდეგი სახე

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \cos^2 \alpha$$

როგორც ამ განტოლებიდან ჩანს, ტემპერატურის ცვლებადობის დრო  $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ , ე. ი. უნდა ვიფიქროთ, რომ სისტემის გაცხელებისას შუალედი ღერო გაკიმული აღმოჩნდება, ხოლო განაპირა—შეკუმშული და პირიქით. როგორც დავინახეთ, სტატიკურად ურკვევ სისტემის ელემენტებში ტემპერატურის ცვლებადობა იწვევს ძაბვებს.

იმისათვის, რომ გავეცნოთ ტემპერატურის ცვლილებით გამოწვეული ძაბვების განგარიშებას, განვიხილოთ შედარებით მარტივი შემთხვევა. ტემპერატურული ძაბვები აღწევენ საკმაოდ დიდ სიდიდეებს რკინაგზის რელსებში ან ფოლადის მილებში, სადაც შეერთების ადგილები შედუღებულია; სქემა-



ნახ. 2. 9.

ტურად ეს ამოცანა შეიძლება ჩამოვაყალიბოთ შემდეგნაირად: ვიპოვოთ ტემპერატურის ცვლილებით გამოწვეული ძაბვა სისტემისათვის, რომელიც ჩამაგრებულია ხისტად  $t_1^{\circ}$  დროს, თუ ტემპერატურა შევცვალოთ  $t_2^{\circ}$ -მდე (ნახ. 2. 9). ღეროს საწყისი სიგრძე აღვნიშნოთ  $l$ -ით, განივევების ფართობი  $F$ -ით, დრეკადობის მოდული  $E$ -თი და მასალის ხაზობრივი ტემპერატურის გაფართოების კოეფიციენტი  $\alpha$ -თი. ტემპერატურის გაზრდით  $t_2^{\circ}$ -დან  $t_1^{\circ}$ -მდე ღერო გაცხელდება და შეეცდება დაგრძელდეს. ვინაიდან ღეროს წაგრძელების საშუალება არა აქვს, საყრდენებში წარმოიშევა რეაქციები  $P_1$  და  $P_2$ . სტატიკის პირობა გვაძლევს მხოლოდ ერთ განტოლებას  $\Sigma x = 0$ .

საიდანაც ვიღებთ

$$P_1 = P_2, \quad (2. 25)$$

რაც ამოცანის გადასაწყვეტად საკმარისი არ არის.

დაეუშვათ, რომ ცალ მიარეს ღერო (ნახ. 2. 9 ბ) ჩამაგრებისაგან თავისუფალია, მაშინ ტემპერატურის ერთი გრადუსით გადიდებისას ერთეული სიგრძე დაგრძელდება  $\alpha$  სიდიდით, ხოლო  $(t_2 - t_1)$  ტემპერატურის გადიდებისას  $l$  სიგრძე მიიღებს დაგრძელებას

$$\Delta l_1 = \alpha l (t_2 - t_1) \quad (2. 26)$$

ვინაიდან ღეროს ბოლოები ხისტადაა ჩამაგრებული, ეს კი ნიშნავს იმას, რომ მისი სიგრძე გაცხელების შემდეგაც უნდა დარჩეს უცვლელი, ამიტომ საჭიროა საყრდენებში აღიძრას ისეთი ძალა  $P_1 = P_2$ , რომელიც დაამოკლებს ღეროს ისე, რომ საბოლოო სიგრძე დარჩეს უცვლელი. ჩამაგრებებში აღძრული ძალით გამოწვეული დაძაქლების სიდიდეს თუ აღვნიშნავთ  $\Delta l_p$ -თი დეფორმაციის ერთიანობის პირობა დაიწერება

$$\Delta l_1 - \Delta l_p = 0 \quad (2. 27)$$

$\Delta l_p$ -ს მნიშვნელობა გამოვთვალოთ ფორმულით

$$\Delta l_p = \frac{Pl}{EF} \quad (2. 28)$$

თუ შევიტანთ  $\Delta l_1$  და  $\Delta l_p$ -ს მნიშვნელობებს (2. 27) ფორმულაში, გვექნება

$$\frac{Pl}{Ef} = \alpha l (t_2 - t_1),$$

საიდანაც მივიღებთ

$$\sigma_l = \frac{P}{F} = \alpha E (t_2 - t_1). \quad (2. 29)$$

როგორც განტოლებიდან ჩანს, ტემპერატურული ძაბვა  $\sigma_l$  დამოკიდებულია ტემპერატურათა სხვაობაზე, დრეკადობის მოდულზე, ტემპერატურული ხაზობრივი გაფართოების კოეფიციენტზე და დამოკიდებული არ არის მისი განივკვეთის ფართობზე და ღეროს საწყის სიგრძეზე.

ღეროს კვეთში აღძრულ ძალას კი გამოვთვლით ფორმულით

$$P = \alpha E F (t_2 - t_1) \quad (2. 30)$$

გავარჩიოთ ამოცანები სტატიკურად უცნობ სისტემებზე.

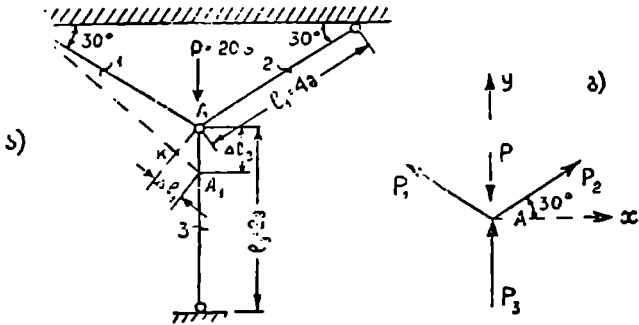
ამოცანა № 1. ერთი და იგივე განივკვეთის ფოლადის სამი ღერო თავს იყრის  $A$  სახსარში, რომელშიც მოდებულია ვერტიკალური ძალა  $P=20$  ტ, ღეროების სიგრძე, მათი საყრდენებთან მიმაგრების სქემა და მიმართულება ნაჩვენებია (ნახ. 2. 10 ა). განვსაზღვროთ ღეროებში აღძრული ძალები.

ამოხსნა. ამოვკვეთოთ  $A$  კვანძი (ნახ. 2. 10 ბ) და განვიხილოთ მისი წონასწორობის პირობა;  $\sum X = 0$  მოგვცემს  $P_1 = P_2$ , ხოლო  $\sum Y = 0$  სტატიკის

პირობიდან გვექნება თუ ვისარგებლებთ პირობით,  $P_1 = P_2 = 2 P_1 \cos 60^\circ + P_3 - P = 0$ , საიდანაც თუ შევიტანთ  $\cos 60^\circ$  მნიშვნელობას, მივიღებთ

$$P_1 + P_3 = P. \quad (2. 31)$$

საჭიროა დამატებითი განტოლების შედგენა. დამატებით განტოლებას შევადგენთ დეფორმაციის ერთიანობის პირობიდან,  $AKA_1$  სამკუთხედიდან შეიძლება ერთმანეთს დავეუკავშიროთ ვერტიკალური და დახრილი ღეროების აბსოლუტური დეფორმაციები.



ნახ. 2—10.

$$AA_1 = \frac{KA_1}{\cos 60} \text{ ან } \Delta l_1 = \frac{\Delta l_3}{\cos \alpha} \quad (2. 32)$$

(დეფორმაციის სიმციარის გამო ვიღებთ, რომ კუთხე  $KA_1A$  უდრის  $60^\circ$ ).

გამოვთვალოთ  $\Delta l_1$  და  $\Delta l_3$

$$\Delta l_1 = \frac{P_1 l_1}{EF}, \quad \text{ხოლო} \quad \Delta l_3 = \frac{P_3 l_3}{EF}$$

თუ ამ მნიშვნელობებს შევიტანთ დეფორმაციის განტოლებაში, გვექნება

$$\frac{P_3 l_3}{EF} = \frac{P_1 l_1}{EF \cos 60^\circ},$$

საიდანაც ვიღებთ

$$P_3 = 4 P_1 \quad (2. 33)$$

თუ (2. 33) განტოლებიდან  $P_3$  მნიშვნელობას შევიტანთ სტატიკის (2. 31) განტოლებაში, მივიღებთ:

$$P_1 + 4 P_1 = P \quad 5 P_1 = P;$$

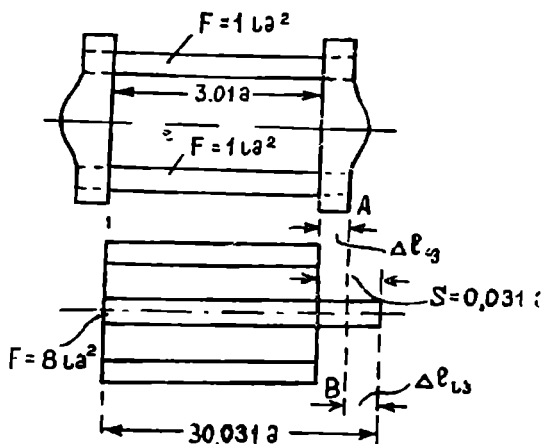
$$P_1 = \frac{P}{5} = \frac{20}{5} = 4 \text{ ტ.}$$

და

$$P_3 = 4 P_1 = 16 \text{ ტ.}$$

ამოცანა № 2. ორი ხისტი სხმული ერთმანეთთან დაკავშირებულია ორი ფოლადის ღეროთი (ნახ. 2. 11), რომლის სიგრძე  $l=30$  სმ და განივკვეთის ფართობი  $F=1$  სმ<sup>2</sup>.

სხმულებს შორის უნდა მოვათავსოთ სპილენძის ღერო, რომლის სიგრძეა  $l_1=30,03$  სმ და განივკვეთის ფართობია  $F=8$  სმ<sup>2</sup>. საჭიროა განვსაზღვროთ მონტაჟური ძაბვები აწყობის შემდეგ როგორც ფოლადის, ისე სპილენძის ღეროებში.



ნახ 2. 11.

ამოხსნა. სპილენძის ღერო რომ მოვათავსოთ ორ სხმულს შორის, საჭიროა ფოლადის ღეროები დაიჭიმოს ისე, რომ მისი სიგრძე გაუანაბრდეს სპილენძის ღეროს სიგრძეს. ძალის მოცილების შემდეგ ფოლადის ღერო ეცდება დამოკლდეს; ამის საშუალებას ზას არ მიცემს სპილენძის ღერო, რომელიც მოთავსებულია ფოლადის ღეროებს შორის. გასაგებია, რომ ძალის მოხსნის შემდეგ ფოლადის ღეროები აღმოჩნდება დაჭიმული, ხოლო სპილენძის უკუმშული.

სტატიკის პირობას ექნება შემდეგი სახე:

$$2 P_3 = P_{\text{ს}} \quad (2. 34)$$

დეფორმაციის პირობა კი როგორც (ნახ. 2. 11) ჩანს, მიიღებს შემდეგ სახეს

$$\delta = \Delta l_{\text{ფ}} + \Delta l_{\text{ს}} \quad (2. 35)$$

გამოეთვალათ  $\Delta l_{\text{ფ}}$  და  $\Delta l_{\text{ს}}$  მნიშვნელობები.

$$\Delta l_{\text{ფ}} = \frac{P_{\text{ფ}} l}{E_{\text{ფ}} F_{\text{ფ}}} \quad \text{და} \quad \Delta l_{\text{ს}} = \frac{P_{\text{ს}} l}{E_{\text{ს}} F_{\text{ს}}}$$

თუ შევიტანთ  $\Delta l_{\text{ფ}}$  და  $\Delta l_{\text{ს}}$  მნიშვნელობებს (2. 35) გამოსახულებაში, ვექნება:

$$\delta = \frac{P_{\text{ფ}} l}{E_{\text{ფ}} F_{\text{ფ}}} + \frac{P_{\text{ს}} l}{E_{\text{ს}} F_{\text{ს}}} \quad (2. 36)$$

თუ ვისარგებლებთ სტატიკის პირობით (2. 34), მივიღებთ

$$\delta = \frac{F_{\text{ფ}} l}{E_{\text{ფ}} F_{\text{ფ}}} + \frac{2 P_3 l}{E_{\text{ს}} F_{\text{ს}}}$$

საიდანაც

$$P_{\text{ფ}} = \frac{\delta E_{\text{ფ}} F_{\text{ფ}}}{l \left( 1 + 2 \frac{E_{\text{ფ}} F_{\text{ფ}}}{E_{\text{ს}} F_{\text{ს}}} \right)}$$

ხოლო

$$P_{\text{ს}} = 2 P_{\text{ფ}}$$

გამოვთვალოთ ფოლადის ღეროში აღძრული მონტაჟური ძალა  $P_{\text{ფ}}$  -

$$P_{\text{ფ}} = \frac{0,03 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 1}{30 \left( 1 + 2 \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 1}{10^6 \cdot 8} \right)} = 1330 \text{ კგ,}$$

ხოლო

$$P_{\text{ს}} = 2 P_{\text{ფ}} = 2 \cdot 1330 = 2660 \text{ კგ.}$$

მონტაჟური ძაბვები ტოლი იქნება

$$\sigma_{\text{ფ}} = \frac{P_{\text{ფ}}}{F_{\text{ფ}}} = \frac{1330}{1} = 1330 \text{ კგ/სმ}^2$$

$$\sigma_{\text{ს}} = \frac{P_{\text{ს}}}{F_{\text{ს}}} = \frac{2660}{8} = 333 \text{ კგ/სმ}^2$$

ამოცანა № 3. რკინაუზის რელსები, რომლის სიგრძე  $l = 12,5$  მ., დაგებულია  $t_1 = +12^\circ$  ტემპერატურის დროს. დაკების მომენტში რელსებს შორის ღრეზო ტოლია  $a = 3,5$  მმ. რა ტემპერატურის დროს გაუტოლდება ღრეზო ნულს და როგორი ტემპერატურული ძაბვა აღიძვრება რელსში, როდესაც ტემპერატურა მიაღწევს  $t_2 = 46^\circ$ .

თუ ტემპერატურული გაფართოების კოეფიციენტი  $\alpha = 12,5 \cdot 10^{-6}$  და დრეკადობის მოდული  $E = 2 \cdot 10^6$  კგ/სმ<sup>2</sup>.

ამოხსნა: ტემპერატურით გამოწვეულ დაგრძელებას გამოვთვლით ფორმულით

$$\Delta l_t = \alpha l (t_2 - t_1).$$

ამ ფორმულას შეიძლება მივცეთ ასეთი სახეც  $\Delta l_t = \alpha l \Delta t$ , სადაც  $\Delta t$  იქნება ტემპერატურის ნაზრდი  $t$  ან  $(t_2 - t_1)$ .

გამოვთვალოთ ჩვენი შემთხვევისათვის ის ტემპერატურის ნაზრდი, რომელიც საჭიროა ღრეზოს მოსასპობად

$$\Delta t = \frac{\Delta l_t}{\alpha l} = \frac{0,35}{12,5 \cdot 10^{-6} \cdot 1250} = 22,4^\circ,$$

ე. ი. ტემპერატურა, რომლის დროსაც ღრეზო გაუტოლდება ნულს, ტოლი იქნება

$$t_2 = 12^\circ + 22,4^\circ = 36,4^\circ.$$

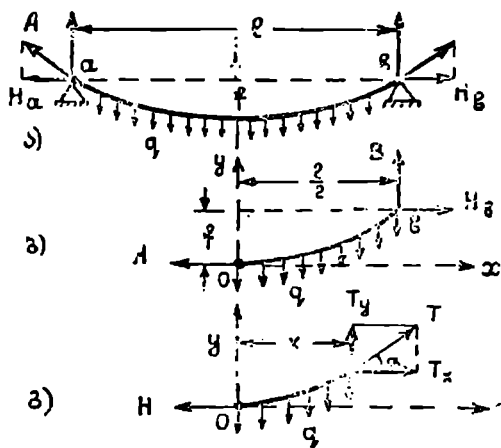
ტემპერატურის შემდეგი გადიდება  $46^\circ$ -მდე იწვევს რელსში ტემპერატურულ ძაბვებს, რომელიც გამოითვლება ფორმულით

$$\sigma_t = \alpha E (t_2 - t_1) = 12,5 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot (46 - 36,4) = 240 \text{ კგ/სმ}^2.$$

## § 5. მოქნილი ძაფის გაანგარიშება

ისეთ ღეროებს, რომლის განივკვეთის ფართობი მის სიგრძესთან შედარებით ძალიან მცირეა და რომელნიც მუშაობენ მხოლოდ და მხოლოდ გაკიშვაზე ეწოდება მოქნილი ძაფი. მოქნილი ძაფი შედგება რამდენიმე ღეროსაგან ან ერთი ღეროსაგან. მოქნილი ძაფების სახით ტექნიკაში ცნობილია ბაგირი, თოკი, მავთული და სხვ.

მოქნილი ძაფის კვეთში, როდესაც დატვირთვა მოქმედებს ღერძის გასწვრივ, ძალის განსაზღვრა არ წარმოადგენს სიძნელეს. მოქნილი ძაფის კვეთში, როდესაც დატვირთვა მოქმედებს მოქნილი ძაფის ღერძის მართობულად ძალის განსაზღვრა საკმაოდ რთულია. აღნიშნული დატვირთვა შეიძლება გამოწვეულ იქნეს მოქნილი ძაფის საკუთარი წონით (მაღალი ძაბვის გადატყეპი ხაზები) ან დაკიდებულ ხილებში ხიდის საკუთარი წონით და სხვ.



ნახ. 2. 12.

ძის წონა  $q$  მუდმივი სიდიდით იქნება მავთულის სიგრძეზე კი არა, არამედ მის ჰორიზონტალურ პროექციაზე (ცდომილება უფრო ნაკლები იქნება ხიდების ანგარიშისას, რადგანაც ძირითადი დატვირთვა აქ გამოწვეულია ხიდის ერთეულ სიგრძეზე მოსული წონით, რომელიც თანაბრადაა განაწილებული მათის სიგრძეზე).

ვინაიდან მოქნილი ძაფი მუშაობს მხოლოდ გაკიშვაზე, აღძრული ძალებისმიერ კვეთში მიმართული იქნება მოქნილი ძაფის მუხებად.

განესაზღვროთ მოქნილი ძაფის  $a$  და  $b$  საყრდენებში რეაქციები (ნახ. 2. 12<sup>ა</sup>). რეაქციები  $a$  და  $b$  საყრდენებში დაეშალოთ ვერტიკალურ და ჰორიზონტალურ მდგენელებად.  $a$  საყრდენში რეაქციის ვერტიკალური და ჰორიზონტალური მდგენელი იქნება  $A$  და  $H_a$ , ხოლო  $b$  საყრდენში  $B$  და  $H_b$ .

ჩვენ უნდა შევისწავლოთ მოქნილი ძაფი, რომლის საყრდენები არის ერთ დონეზე და რომლის დაკიდების ისარი  $f$  მცირეა  $l$  სიგრძესთან შედარებით (ნახ. 2. 8) საყრდენებს შორის მანძილს  $l$ -ს ვუწოდებთ მალს. ძაფის სიგრძეს აღვნიშნავთ  $S$ -ით, ცხადია, რომ  $S$  უფრო მეტია, ვიდრე მისი მალი.

მცირე დაკიდების ისარის შემთხვევაში ეს განსხვავება არ აღემატება 10%-ს. ასეთ შემთხვევაში ძალიან მცირე იქნება ცდომილება; თუ დავეუშებთ, რომ მოქნილი ძაფის ერთეული სიგრძის

როგორც ჩანს, ამოცანასტატიკურად ურკვევია, ვინაიდან ჩვენ გვაქვს ოთხი უცნობი და სტატიკის წონასწორობის სამი პირობა, მაგრამ ის პირობა, რომ მოქნილი ძაფი მხოლოდ გაჭიმვაზე მუშაობს, საშუალებას გვაძლევს ეს ამოცანა ამოვხსნათ, როგორც სტატიკურად რკვევადი.

რეაქციების მოსაძებნად წარმოდგენით გავკვეთოთ მოქნილი ძაფი ყველაზე დაბალ წერტილში და შევადგინოთ მარჯვენა დარჩენილი ნაწილის წონასწორობის პირობები (ნახ. 2. 12 ა)

$$\begin{aligned} \Sigma X = 0 \quad \text{გვაძლევს} \quad -H + H_b = 0, \\ H_b = H \end{aligned} \quad (2. 37)$$

$$\begin{aligned} \Sigma Y = 0 \quad \text{გვექნება} \quad -q \frac{b}{2} + B = 0, \\ B = \frac{ql}{2} \end{aligned} \quad (2. 38)$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_b = 0 \quad \text{მივიღებთ} \quad -q \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4} - Hf = 0, \\ H = \frac{ql^2}{8f}. \end{aligned} \quad (2. 39)$$

დაჭიმულობის სიდიდე ძაფის ყველაზე დაბალ წერტილში ინტენსივობისა და მალის კვადრატის პროპორციულია, ხოლო დაკიდების ისრის უკუპროპორციული.

ასეთნაირადვე განვსაზღვრავთ რეაქციებს მარცხენა საყრდენში, გვექნება

$$\begin{aligned} A = B = \frac{ql}{2}, \\ H_a = H_b = H = \frac{ql^2}{8f}. \end{aligned}$$

რეაქციული ძალების განსაზღვრის შემდეგ შეიძლება მოვძებნოთ დაჭიმულობის ძალა ნებისმიერ  $C$  წერტილში, რომელიც დაცილებულია ყველაზე დაბალი წერტილიდან  $x$  მანძილით.

ამისათვის ამოკვეთავთ მოქნილი ძაფის  $x$  სიგრძეს (ნახ. 2. 12 ბ) და შევისწავლით მისი წონასწორობის პირობას.  $I$  დაჭიმულობის ძალა  $C$  წერტილში დავშალოთ ორ მდგენელად  $T_x$  და  $T_y$ .

$$\begin{aligned} \Sigma X = 0 \quad \text{წონასწორობის პირობა გვაძლევს} \\ T_x = H \end{aligned} \quad (2. 40)$$

ეს ნიშნავს იმას, რომ მოქნილი ძაფის ნებისმიერ წერტილში დაჭიმულობის ჰორიზონტალური მდგენელი მუდმივი სიდიდეა და დაჭიმულობის ძალის ტოლია ძაფის ყველაზე დაბალ წერტილში.

წონასწორობის პირობა  $\Sigma Y=0$ -დან მივიღებთ

$$T_y = qx. \quad (2. 41)$$

რადგანაც ვიცით  $T_x$  და  $T_y$ -ის მნიშვნელობა, შეიძლება განესაზღვროთ მათი ტოლქმედი ანუ დაჭიმულობის ძალა  $C$  წერტილში

$$T = \sqrt{T_x^2 + T_y^2} \quad (2. 42)$$

თუ შევიტანთ  $T_x$  და  $T_y$  მნიშვნელობებს, გვექნება

$$T = \sqrt{H^2 + (qx)^2}.$$

გამოვთვალოთ დაჭიმულობის მაქსიმალური და მინიმალური მნიშვნელობა. მაქსიმალური დაჭიმულობის ძალა გვექნება მაშინ, როდესაც  $x = \frac{l}{2}$ ,

ე. ი. მარჯვენა საყრდენთან, ხოლო მინიმალური, როდესაც  $x=0$ , ანუ მოქნილი ძაფის ყველაზე დაბალ წერტილში. მინიმალური დაჭიმულობის სიდიდე გამოითვლება ფორმულით

$$T_{\min} = \sqrt{H^2} = H, \quad (2. 43)$$

ხოლო მაქსიმალური დაჭიმულობის ძალა იქნება ტოლი

$$T_{\max} = \sqrt{H^2 + \left(\frac{ql}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{ql^2}{8f}\right)^2 + \left(\frac{ql}{2}\right)^2}$$

$$T_{\max} = \frac{ql^2}{8f} \sqrt{1 + 16 \frac{f^2}{l^2}} \quad (2. 44)$$

მცირე ჩაღუნვის ისრის შემთხვევაში სიდიდე  $16 \frac{f^2}{l^2}$  ერთთან შედ.

რებით იმდენად მცირეა, რომ იგი შეიძლება მხედველობაში არ მივიღოთ, მაშინ მაქსიმალური და მინიმალური დაჭიმულობის სიდიდე გამოდის თითქმის თანაბარი, ე. ი. თუ მოქნილ ძაფს აქვს მცირე დაკიდების ისარი, მაშინ შეიძლება მივიღოთ, რომ მის ნებისმიერ წერტილში დაჭიმულობის სიდიდე უდრის  $H$ -ს.

თუ მოქნილი ძაფის განივკვეთის ფართობს აღვნიშნავთ  $F$ -ით, სიმტკიცის პირობას ექნება შემდეგი სახე

$$\sigma = \frac{H}{F} \leq [\sigma]$$

ან თუ შევიტანთ დაჭიმულობის ძალის მნიშვნელობას, მივიღებთ

$$\sigma = \frac{ql^2}{8fF} \leq [\sigma]$$

ძაფის სიგრძესა, მალსა და დაკიდების ისარს შორის დამოკიდებულება

სანამ  $S$ ,  $l$  და  $f$  შორის დამოკიდებულებას დავადგენთ, გაეარკვიოთ რა სახის მრუდს წარმოადგენს მოქნილი ძაფი. (ნახ. 2. 12 გ)-დან ჩანს, რომ



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{T_x}{T_y}. \quad (2.45)$$

წარმოებულის გეომეტრიული განმარტებიდან ცნობილია

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dy}{dx}. \quad (2.46)$$

(2.45) და (2.46) განტოლებების მარჯვენა მხარეებს თუ ერთმანეთს გავუტოლებთ, გვექნება

$$\frac{dy}{dx} = \frac{T_x}{T_y}, \quad (2.47)$$

შევიტანოთ (2.47) გამოსახულებაში  $T_x$  და  $T_y$ -ის მნიშვნელობა

$$\frac{dy}{dx} = \frac{qx}{H}, \quad (2.48)$$

გაინტეგრალების შედეგად მივიღებთ

$$y = \frac{qx^2}{2H} + C \quad (2.49)$$

ინტეგრაციის მუდმივი  $C$  მოიძებნება საწყისი პირობებით. როდესაც  $x=0$ ,  $y=0$  და მაშინ მივიღებთ  $C=0$ .

თუ  $C$ -ს მნიშვნელობას შევიტანთ, მივიღებთ მოქნილი ძაფის განტოლებას

$$y = \frac{qx^2}{2H} \quad (2.50)$$

როგორც ჩანს, მოქნილი ძაფი წარმოადგენს პარაბოლას. გამოვთვალოთ ძაფის სიგრძე  $S$ . ამისათვის მივმართოთ მათემატიკაში ცნობილ დამოკიდებულებას

$$dS = \sqrt{dx^2 + dy^2},$$

ან

$$dS = dx \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \quad (2.51)$$

საიდანაც ინტეგრაციის შედეგად მივიღებთ

$$S = 2 \int_0^{\frac{l}{2}} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx \quad (2.52)$$

თუ გავწიოთ მწკრივად გამოსახულებას  $\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$  ნიუტონის ბინომის დახპარებით, გვექნება

$$\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - \frac{1}{8} \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 \quad (2.53)$$

რადგანაც  $\frac{dy}{dx} = \tan \alpha$  და ეს მცირე სიდიდეა (ერთთანშედარებით,  $\alpha$  მცირეა) ჩვენ შეიძლება მესამე და დანარჩენი წევრები მხედველობაში აღარ მივიღოთ, მაშინ გამოსახულება (2.52) მიიღებს შემდეგ სახეს

$$S = 2 \int_0^l \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right] dx \quad (2.54)$$

თუ შევიტანთ  $\frac{dy}{dx}$ -ის მნიშვნელობას, რომელიც მოცემულია (2.48) ფორმულით და გავაინტეგრალბთ მარჯვენა მხარესაც, გვექნება

$$S = 2 \int_0^l \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{dx}{H}\right)^2\right] dx = l + \frac{q^2 l^3}{24H^2} \quad (2.55)$$

$H$ -ის მნიშვნელობას, თუ შევიტანთ, საბოლოოდ მივიღებთ

$$S = l \left(1 + \frac{8}{3} \frac{f^2}{l^2}\right) \quad (2.56)$$

#### § 6. დაჭიმულობის გამოთვლა მოქნილ ძაფში. როდესაც იცვლება დატვირთვა და ტემპერატურა

დავუშვათ, მოქნილი ძაფი, რომლის მალაია  $l$ , ინტენსივობა  $q_1$  და დაკიდების ისარი  $f$  დაკიდებულია  $l_1$  ტემპერატურის დროს. თუ ცნობილია  $q_1$ ,  $l$  და  $f_1$  შეიძლება გამოვთვალოთ შესაფერისი დაჭიმულობის  $H_1$  ძალაც. ახლა გამოვთვალოთ დაჭიმულობის ძალის  $H_2$  სიდიდე თუ ტემპერატურა შეიცვალა  $l_2$  სიდიდემდე, ხოლო დატვირთვა შეიცვალა  $q_2$  სიდიდემდე (შესაფერის დაკიდების ისარს  $f_2$  გამოვთვლით ფორმულა (2.39) თუ განვსაზღვრავთ  $q_2$  და  $H_2$ ).

დაჭიმულობის ძალის გამოთვლისას ვიღებთ შემდეგ დაშვებებს: ტემპერატურითა და დამატებითი გამჭიმავი ძალით გამოწვეული დაგრძელების გა-

მთვლისას საანგარიშო სიგრძედ ვიღებთ  $S$ -ის მაგნიტურად  $l$ -ს. ამის გარდა, ვგულისხმობთ, რომ ნებისმიერ კვეთში დაჭიმულობის ძალა მუდმივი სიდიდისაა. ასეთი დაშვებები მართებულია მოქნილი ძაფისათვის, რომელთაც აქვთ მკირე დაკიდების ისარი.

ტემპერატურისა და ინტენსივობის შეცვლის შემდეგ, ე. ი. მეორე მდგომარეობაში დეფორმაციის პირობას ექნება შემდეგი სახე

$$S_2 = S_1 + \Delta S_I + \Delta S_{II}, \quad (2.57)$$

სადაც  $S_2$  არის ძაფის სიგრძე მეორე მდგომარეობაში,

$S_1$  — ძაფის სიგრძე პირველ მდგომარეობაში,

$\Delta S_I$  — ძაფის სიგრძის ნაზრდი გამოწვეული ტემპერატურით,

$\Delta S_{II}$  — ძაფის სიგრძის ნაზრდი გამოწვეული დაჭიმულობის ცვლით.

ტემპერატურით გამოწვეული დაგრძელება  $\Delta S_I$  გამოითვლება ფორმულით

$$\Delta S_I = \alpha l (t_2 - t_1), \quad (2.58)$$

სადაც  $\alpha$  ტემპერატურული გაფართოების კოეფიციენტი.

დაჭიმულობის სიდიდე იცვლება, როდესაც ტემპერატურა იზრდება. სახელობრ, ამ დროს ძაფის სიგრძე იზრდება. ძაფის სიგრძის ზრდა იწვევს დაკიდების ისრის გაზრდას, ე. ი. დაჭიმულობის ძალის შემცირებას. დაჭიმულობის ცვლა შეიძლება გამოწვეული იყოს აგრეთვე ინტენსივობის ცვლით, როდესაც დატვირთვა გაიზრდება  $q_1$ -დან  $q_2$ -მდე. ეს უკანასკნელი იწვევს აგრეთვე დაჭიმულობის გაზრდას. თუ დაჭიმულობის სიდიდეს პირველ მდგომარეობაში აღვნიშნავთ  $H_1$ , ხოლო მეორეში  $H_2$ -თი, დაჭიმულობის ცვლებადობით გამოწვეული დაგრძელება ტოლი იქნება

$$\Delta S_{II} = \frac{(H_2 - H_1)l}{EF}, \quad (2.59)$$

თუ დეფორმაციის პირობაში შევიტანთ შემავალი წევრების მნიშვნელობებს, გვექნება

$$l \left( 1 + \frac{8}{3} \frac{f_2^2}{l^2} \right) = l \left( 1 + \frac{8}{3} \frac{f_1^2}{l^2} \right) + \alpha (t_2 - t_1) + \frac{(H_2 - H_1)l}{EF} \quad (2.60)$$

ამ განტოლებაში შევიტანოთ  $f_1$  და  $f_2$ -ს მნიშვნელობები

$$f_1 = \frac{q_1 l^2}{8H_1} \quad \text{და} \quad f_2 = \frac{q_2 l^2}{8H_2}.$$

გამარტივების შემდეგ (2.60) ფორმულა მიიღებს შემდეგ სახეს

$$H_2^3 + \left[ \frac{EFq_1^2 l^2}{24 H_1^2} + E\alpha (t_2 - t_1) - H_1 \right] H_2^2 - \frac{EFq_2^2 l^2}{24} = 0 \quad (2.61)$$

განესახლრავთ რა  $H_2$ -ის მნიშვნელობას, ჩვენ გამოვთვლით  $f_2$ -საც, ფორმულით

$$f_1 = \frac{q_2 l^2}{8H_1};$$

თუ ტემპერატურის ცვლელადობას ადგილი არ აქვს და იცვლება მხოლოდ ინტენსივობა, (2.61) ფორმულაში ამოვარდება კვადრატული ფორჩხილების შუა წვერი, ხოლო თუ ტემპერატურა იცვლება და ინტენსივობა რჩება უცვლელი, (2.61) ფორმულაში საჭიროა  $q_2$ -ს ნაცვლად ჩაიწეროს  $q_1$ .

ამოცანა № 1. მაღალი ძაბვის გადამცემი ხაზი, დამზადებულია სპილენძის მავთულისაგან, რომლის განივკვეთის ფართობია  $F=1.2$  სმ<sup>2</sup>, მავთულის ერთეული გრძივი მეტრი იწონის  $\rho=1$  კგ/მ, დასაშვები ძაბვა  $[\sigma]=800$  კგ/სმ<sup>2</sup> და ანძებს შორის მანძილი  $l=100$  მ.

გამოვთვალთ დაკიდების ისრის მინიმალური მნიშვნელობა. გამოვთვალოთ აგრეთვე გადამცემი ხაზის სიგრძე  $S$  ორ ანძას შორის.

ამოხსნა: რაც უფრო მცირეა დაკიდების ისარი, მით უფრო დიდია მავთულის კვეთში აღძრული ძალა. მინიმალური დაკიდების ისრის მოსაძებნად საჭიროა ვიპოვოთ დასაშვები მაქსიმალური გამჭიმავი ძალა  $H$ .

$$H = F[\sigma] = 1,2 \cdot 800 = 960 \text{ კგ.}$$

გამოვთვალთ მინიმალური დაკიდების ისარი

$$f_{\min} = \frac{ql^2}{8H} = \frac{1 \cdot 100^2}{8 \cdot 960} = 1,3 \text{ მ.}$$

გამოვთვალთ ძაფის სიგრძე ორ ანძას შორის.

$$S = l \left( 1 + \frac{8}{3} \frac{f^2}{l^2} \right) = 100 \left( 1 + \frac{8}{3} \frac{1,3^2}{100^2} \right) = 100,045 \text{ მ.}$$

ამოცანა № 2. წინა ამოცანაში მოცემული შემთხვევისათვის გავიგოთ დაქიმულობის ძალა  $H_2$  და დაკიდების ისარი  $f_2$ , თუ ტემპერატურა დაკიდების შემდეგ გაიზარდა 30°-ით და ინტენსივობა მავთულის შემოყინვის შედეგად შეიცვალა და გახდა  $q_2=2$  კგ/მ. ტემპერატურული გაფართოების კოეფიციენტი მივიღოთ  $\alpha=17 \cdot 10^{-7}$  და დრეკადობის მოდული  $E=1,3 \cdot 10^{10}$  კგ/სმ<sup>2</sup>. თუ (2.61) ფორმულაში შევიტახებთ მნიშვნელობებს, მივიღებთ

$$H_2^3 + \left[ \frac{1,3 \cdot 10^{10} \cdot 1,2 \cdot 0,01^2 \cdot 10000^2}{24 \cdot 960^2} + 1,3 \cdot 10^6 \cdot 1,2 \cdot 1,7 \cdot 10^{-7} \cdot 30 - 960 \right] H_2^2 - \frac{1,3 \cdot 10^6 \cdot 1,2 \cdot 0,02^2 \cdot 10000^2}{24} = 0$$

ა6

$$H_2^3 + 1100 H_2^2 - 13 \cdot 10^8 = 0.$$

თანდათანობითი მიახლოებების ხერხის გამოყენებით შევარჩევთ განტოლების ფესვს  $H_2=810$  კგ, ე. ი. ტემპერატურისა და დატვირთვის ცვლელადობის შედეგად დაქიმულობის სიდიდე ტოლი გახდა 810 კგ-ის, ხოლო შესაბამისი ჩალუნვის ისარი ტოლი იქნება

$$f_2 = \frac{q_2 l^2}{8H_2} = \frac{2 \cdot 100^2}{8 \cdot 810} = 3,09 \text{ მ.}$$

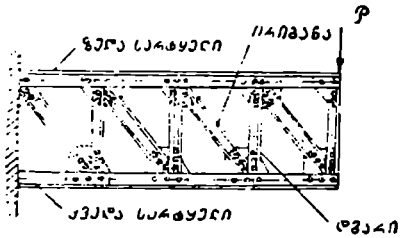
## ფერმის ანგარიში

### § 1. ფერმა და მისი საანგარიშო სქემა

ფერმის დანიშნულება იგივეა, რაც კოქის, როდესაც საყრდენებს შორის მანძილი საკმაოდ დიდია, კოქით გადახურვა არაეკონომიურია და გადახურვას ფერმით აწარმოებენ.

ფერმა ეწოდება სწორი ლეროებისაგან შემდგარ სისტემას, სადაც ლეროები ერთმანეთთან დაკავშირებულია კვანძებში. კვანძები (ნახ. 3.1) შეიძლება განხორციელებული იყოს მოქნოლური შეერთებით, შედუღებითი შეერთებით ან ქანჭიკების საშუალებით.

როგორც ნახ. 3.1-დან ჩანს თითოეული ლერო კვანძებთან ხისტადაა დაკავშირებული, ე. ი. ლეროს კვანძის მიმართ არა აქვს არც გადაადგილების და არც მის

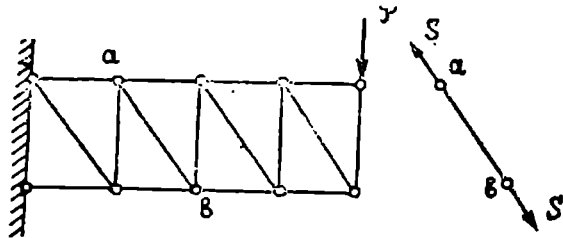


ნახ. 3.1

გარშემო მობრუნების საშუალება. ლეროს ბოლოზე მოქმედი ყველა ძალა შეიძლება დაიყვანოს ერთ ძალამდე და ძალთა წყვილამდე. ასეთი ფერმის ზუსტი ანგარიში საკმაოდ რთულია, რადგანაც ის წარმოადგენს რამდენჯერმე სტატიკურად ურკვევ სისტემას.

როგორც ცდებიდან და გაანგარიშებიდან მიღებულმა შედეგებმა გვიჩვენა, არ დაუშვებთ დიდ შეცდომას თუ მივიღებთ, რომ ფერმის ლეროები კვანძებთან დაკავშირებულია არა ხისტად, არამედ იდეალური სახსრებით (აღნიშნული დაშვება სამართლიანია იმიტომ, რომ ფერმის ლეროს განივკვეთის სიდიდე შედარებით მის სიგრძესთან პატარაა. აქედან გამომდინარე უნდა ვიფიქროთ, რომ მომენტებს საყრდენებთან აქვთ ადგილობრივი ხასიათი, ე. ი. ის ვცეცელდება ლეროს მცირე სიგრძეზე. ძირითადად კი ფერმის ლერო მუშაობს ცენტრალურ გაჭიმვაზე ან კუმშვაზე), ე. ი. ისეთი სახსრების საშუალებით, სადაც ხახუნის ძალა ნულის ტოლია ასეთი ფერმის საანგარიშო სქემას ექნება (ნახ. 3.2) მოცემული სახე. რადგანაც ფერმის კვანძები მის საანგარიშო სქემაში, განხორციელებულია იდეალური სახსრებით,

ადვილად დაერწმუნდებით, რომ ფერმის ცალკეული ღეროები მუშაობენ ცენტრალურ გაჭიმვაზე ან კუმშვაზე. მართლაც, თუ ღეროს ბოლოები დამაგრებულია იდეალური სახსრებით, ხახუნის ძალა ასეთ სახსრებში ნულის ტოლია, ე. ი. ძალთა წყვილი ღეროს ბოლოებზე არ იმოქმედებს და ძალთა



ნახ. 3.2

სისტემა შეიძლება დავიყვანოთ ერთ ტოლქმედ ძალამდე. როგორც  $ab$  ამოკვეთილი ღეროს წონასწორობის პირობა გვიჩვენებს (ნახ. 3.2) ეს ღერო წონასწორობაში იქნება მხოლოდ მაშინ, თუ მის ბოლოზე მოქმედი ძალები

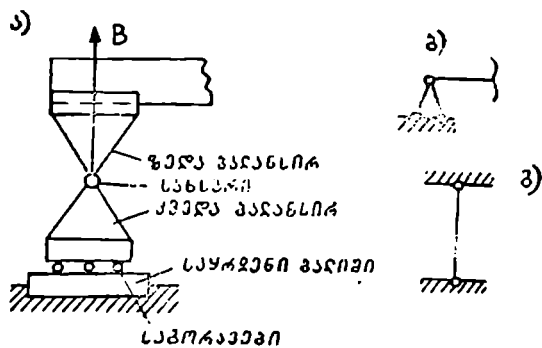
სიდიდით ტოლი და საწინააღმდეგოდ მიმართული იქნებიან, ე. ი. ჩვენ დაერწმუნდით, რომ ფერმის ცალკეული ღეროები მუშაობენ ან ცენტრალურ გაჭიმვაზე ან კუმშვაზე.

ის ფაქტი, რომ ფერმის ღეროებში ძაბვა თანაბრადია განაწილებული, ჩვენ საშუალებას გვაძლევს მასალა გამოვიყენოთ უფრო რაციონალურად, ვიდრე ამას ადგილი აქვს კოჭებში (კოჭის კვეთში ძაბვა ნაწილდება არათანაბრად, ანგარიში მოცემულია ქვემოთ). ამიტომაც, რომ ფერმებით გადახურვა, როდესაც დიდი მალი გვაქვს უფრო ხელსაყრელია, ვიდრე კოჭით.

**§ 2. ფერმის საყრდენები და საყრდენი რეაქციების გამოთვლა**

ფერმა საყრდენების საშუალებითაა დამაგრებული. ფერმის საყრდენები ორი ტიპისაა: მოძრავი სახსრული და უძრავი სახსრული საყრდენი-

გაფარჩიოთ მოძრავი სახსრული საყრდენი. ასეთი საყრდენი შედგება ზედა და ქვედა ბალანსირისაგან (ნახ. 3.3), რომლებიც ერთმანეთთან დაკავშირებულია ცილინდრული სახსრის საშუალებით. საყრდენის ქვედა ნაწილი ბალიშთან დაკავშირებულია საგორავეებით. ვგულისხმობთ, რომ ხახუნის ძალა როგორც სახსარში, ისე საგორავეებში ნულის ტოლია. მოძრავ სახსრულ საყრდენს, რომ

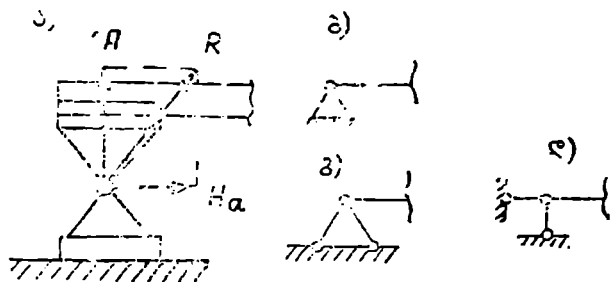


ნახ. 3.3

გორც ნახაზიდან ჩანს, შეუძლია მიიღოს ძალა, რომელც მიმართული იქნება საყრდენი ბალიშის (ნახ. 3.3.) მართობულად. ჩვენ შემთხვევაში (ჰორიზონტალურ მდგენელ ძალას საყრდენი ვერ ძიილებს, გაგორდება). ასეთ საყრდენში ცნობილი იქნება ძალის მიმართულება და მოდების წერტილი (სახსარი). საძიებელ სიდიდეს წარმოადგენს მხოლოდ რეაქციული  $B$  ძალის სიდიდე.

აღნიშნულ საყრდენში საძიებელია ერთი უცნობი რეაქციული ძალის სიდიდე. კინემატიკურ სქემას, მოძრავ სახსრულ საყრდენისას წარმოადგენენ (ბ) ან (გ) ნახაზებია საშუალებით.

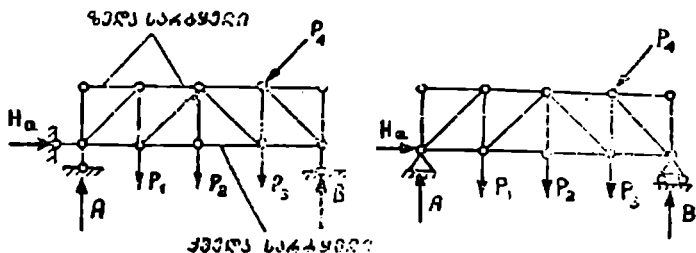
უძრავი სახსრული საყრდენი მოძრავისაგან განსხვავდება იმით, რომ ქვედა ბალანსირი დამაგრებული აქვს უძრავად (ნახ. 3.4) ასეთი საყრდენი



ნახ. 3.4

ეწინააღმდეგება გადაადგილებას როგორც ვერტიკალური, ისე ჰორიზონტალური მიმართულებით. აქ ცნობილია მხოლოდ რეაქციული ძალის მოდების წერტილი; იგი მდებარეობს სახსარში, უცნობია „ $R$ “ ძალის სიდიდე და მიმართულება; თუ დავშლით მდგენელებად, უცნობი სიდიდეები იქნება  $A$  და  $H_a$ , ე. ი. უძრავ სახსრულ საყრდენში ჩვენ გვაქვს საძიებელი ორი უცნობი ძალა. სქემატურად, უძრავ სახსრულ საყრდენს გამოიხატავენ როგორც (ნახ. 3.4) „ბ“, „გ“ ან „დ“-ზეა მოცემული.

აღნიშნული ორი საყრდენის საშუალებით შეიძლება ფერმა დავამაგროთ



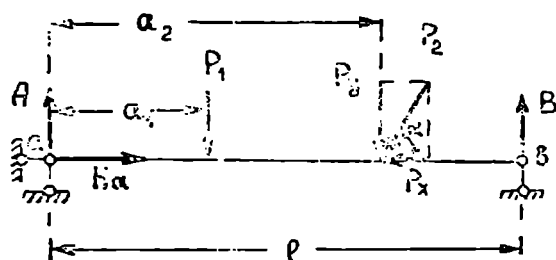
ნახ. 3.5

უძრავად (ნახ. 3.5). როგორც ნახ. 3.5-დან ჩანს გვაქვს ერთ სიბრტყე-

ში მოთავსებული გარე ცნობილი  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  და  $P_4$  ძალოთა სისტემა და სამი უცნობი რეაქციული ძალა  $A$ ,  $H_a$  და  $B$ . თუ ვისარგებლებთ სტატიკის წონასწორობის პირობით განვსაზღვრავთ სამივე უცნობი რეაქციის სიდიდეს. (ნახ. 3.5) მარჯვენა და მარცხენა ნაწილებში მოცემულია ფერმა ერთნაირი საყრდენებით და სხვადასხვა სქემატურად აღნიშვნებით.

განვსაზღვროთ საყრდენი რეაქციები ანალიზური ხერხით. ანგარიშის გამარტივების მიზნით, ფერმის მაგივრად გამოვხაზავთ მხოლოდ ფერმის ქვედა სარტყელს და ყველა ძალას, რომლებიც ფერმაზე მოქმედებენ, გავასრიალებთ ქვედა სარტყლის გადაკვეთამდე. ასეთი გამარტივება რეაქციული ძალების შეცვლას არ გამოიწვევს.

რეაქციების ანალიზურად გამოთვლა გავარჩიოთ კერძო მაგალითზე.



ნახ. 3.6

დაეუშვათ,  $a-b$  ქვედა სარტყლის  $P_1$  და  $P_2$  ძალები მოქმედებენ ისე, როგორც ეს ნახაზზეა ნაჩვენები.  $P_1$  ძალის მოდების წერტილი მარცხენა საყრდენიდან დაცილებულია  $a_1$  მანძილით,  $P_2$  დახრილი ძალის  $a_2$  მანძილით.

დახრის კუთხე, რომელსაც აღგენს  $P_2$ -ძალა,  $ab$  მიმართულებასთან ტოლია  $\alpha$ -სი.

საჭიროა განვსაზღვროთ  $A$ ,  $H_a$  და  $B$  რეაქციული ძალების სიდიდეები. რეაქციების გამოთვლის დაწყებამდე დავშალოთ  $P_2$  ძალა ვერტიკალურ  $P_y$  და ჰორიზონტალურ  $P_x$  მდგენელებად.  $P_x$  და  $P_y$  ძალების გამოთვლა არ წარმოადგენს სირთულეს, რადგანაც ჩვენთვის ცნობილია  $P_2$  ძალა და კუთხე  $\alpha$ .

$$P_x = P_2 \cos \alpha \quad P_y = P_2 \sin \alpha.$$

გამოვთვალოთ რეაქციული ძალა  $H_a$ , ამისათვის ვისარგებლოთ სტატიკის წონასწორობის პირობით  $\sum X = 0$ , საიდანაც

$$H_a - P_x = 0 \quad \text{ან} \quad H_a = P_x. \quad (3.1)$$

$A$  რეაქციის გამოსათვლელად ვსარგებლობთ სტატიკის პირობით  $\sum M_b = 0$ . სამომენტო წერტილად ვიღებთ მარჯვენა საყრდენს. თუ გავშლით  $\sum M_b = 0$ , გამოსახულებას, მივიღებთ:

$$-Al + F_1(l - a_1) + P_y(l - a_2) = 0, \quad (3.2)$$

საიდანაც

$$A = \frac{P_1(l - a_1) + P_2(l - a_2)}{l}. \quad (3.3)$$



თუ სამომენტო წერტილად მივიღებთ მარცხენა საყრდენს, სტატიკის წონასწორობის პირობიდან  $\Sigma M_a = 0$  განვსაზღვრავთ  $B$  რეაქციას

$$B \cdot l - P_1 a_1 - P_2 a_2 = 0,$$

$$B = \frac{P_1 a_1 + P_2 a_2}{l}. \quad (3.4)$$

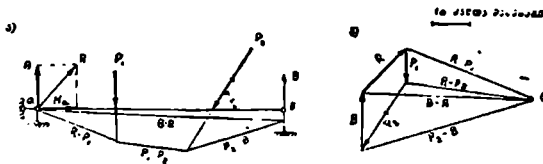
რეაქციები თუ განსაზღვრულია, სწორედ უნდა დაქმავთილდეს სტატიკის წონასწორობის პირობა  $\Sigma V = 0$  ან

$$P_1 + P_y = A + B. \quad (3.5)$$

იგივე ამოცანისათვის განვსაზღვროთ რეაქციების სიდიდეები გრაფიკული ხერხით. გრაფიკული ანგარიშისას საჭირო არ არის  $P_2$  ძალის დაშლა მდგენელებად. ანგარიშისას ვსაზღვრავთ გრაფიკულად მარჯვენა საყრდენი რეაქციის ტოლქმედს  $R$ -ს და მერე თუ საჭიროა, დავშლით უკანასკნელს მდგენელებად  $H_a$  და  $A$ -ს მიმართულებით.

გრაფოსტატიკიდან ვიცით, რომ სისტემის წონასწორობისათვის საჭიროა ჩაკეტილი იყოს როგორც თოკის, ისე ძალთა მრავალკუთხედი. ვაგებთ რა თანდათანობით როგორც თოკის, ისე ძალთა მრავალკუთხედს, განვსაზღვრავთ უცნობი რეაქციების სიდიდეებს.

გამოვსაზოთ *ახ* ფერის სარტყლის ღერძი სიგრძით მასშტაბში და მასზე ნოქმედი ძალებიც დავიტანოთ თავიდანვე ძალთა მასშტაბში.  $P_1$  უდრიდეს ერთეულ სიდიდეს (დავუშვათ 1 ტონას), ხოლო  $P_2$  უდრიდეს *ორ* ერთეულს (ორ ტონას).



ნახ. 3.7

დავიწყოთ ძალთა მრავალკუთხედის აგება (ნახ. 3.7 ბ). გადავზომოთ  $P_1$  თავისი სიდიდით და მიმართულებით, შემდეგ  $P_2$ .  $P_2$ -ს ბოლოდან მივმართოთ ზევით ძალა  $B$ .  $B$  სიდიდით რომ გვეცოდნოდა, გადავზომავდით უკანასკნელს  $B$  მიმართულებაზე და ძალთა მრავალკუთხედის ჩამკეტი გვერდი იქნებოდა მეორე უცნობი რეაქცია  $R$ . რადგანაც  $B$  სიდიდით არ ვიცით, ვკმაყოფილდებით იმით, რომ უკანასკნელს მივმართავთ ვერტიკალურად ქვევოდან ზევით. ამით მთავრდება ძალთა მრავალკუთხედის აგება.

თოკის მრავალგვერდის ასაგებად დავნიშნავთ ნებისმიერ საპოლუსო მანძილს „ $O$ “ (ნახ. 3.7 ბ). ძალების გადაკვეთის წერტილებს შევეუბრებთ საპოლუსო წერტილს  $O$ -ს. სხივებს დავაწერთ იმ ძალების სახელებს, რომლის გადაკვეთის წერტილიდანაც გამოდის უკანასკნელი. მაგალითად,  $R$  და  $P_1$  ძალის გადაკვეთის წერტილი აღბათ იქნება  $P_1$  ძალის დასაწყისში და  $R$  უცნობი რეაქტიული ძალის ბოლო. ამ სხივს ვაწერთ  $R-P_1$ ,  $P_1$  და  $P_2$  ძალის გადაკვეთიდან გამოსულ სხივს კი  $P_1-P_2$  და ასე შემდეგ.

ჩენი მიზანია როგორმე მოვძებნოთ  $B-R$  სხივი. თუ სხივი  $B-R$ -ის მიმართულება გავიკეთ, მაშინ მისი გადაკვეთის წერტილი  $B$  ძალია მიმართულებასთან იქნება ის წერტილი, სადაც ერთმანეთს კვეთავენ  $B$  და  $R$  ძალა, ე. ი.  $B-R$  სხივის მოძებნით განსაზღვრული იქნება  $B$  და  $R$  ძალების სიდიდეები.

შევუდგეთ 3.7 ა ნახაზზე თოკის მრავალგვერდის აგებას. თოკის მრავალგვერდის აგება უნდა დაეწყოთ უსათუოდ  $a$  წერტილიდან (მარცხენა საყრდენი), რადგანაც  $R$  ძალისათვის ცნობილია მხოლოდ ეს ერთი წერტილი, სადაც ეს უკანასკნელი გადის.  $a$  წერტილიდან გავავლოთ სხივი  $R-P_1$  პარალელური  $P_1$  ძალის გადაკვეთამდე.  $P_1$  ძალის გადაკვეთიდან გავავლოთ სხივი  $P_1-P_2$  პარალელური  $P_2$  ძალის გადაკვეთამდე.  $P_2$  ძალის გადაკვეთიდან გავავლოთ სხივი  $P_2-B$  პარალელური  $B$  ძალის გადაკვეთამდე.

$B$  ძალის გადაკვეთის წერტილს თუ შევუერთებთ  $a$  წერტილს თოკის მრავალკუთხედი ჩაიკეტება და ამავე დროს მივიღებთ  $B-R$  სხივის მიმართულებასაც.

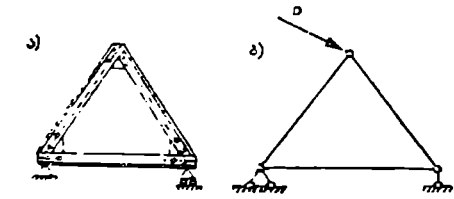
თუ  $B-R$  სხივს გავავლებთ  $O$  პოლუსიდან  $B$  ძალის გადაკვეთამდე (ნახ. 3.7 ბ); მივიღებთ წერტილს, სადაც ბოლოვდება  $B$  ძალა და იწყება  $R$ . აღნიშნული წერტილიდან ძალთა მრავალკუთხედის ჩამკეტი გვერდი იქნება  $R$  რეაქციული ძალა.

$R$  ძალას თუ გადმოვიტანთ  $a$  წერტილში, უკანასკნელი შეიძლება დავშალოთ  $A$  და  $H_a$  მიმართულებად. ამრიგად, ჩვენ განესაზღვრეთ გრაფიკულად  $A$ ,  $H_a$  და  $B$  რეაქციების სიდიდეები.

იმ შემთხვევაში, როდესაც გარე ძალები  $P_1$ ,  $P_2$  და ასე შემდეგ ვერტიკალურია როგორც ანალიზური, ისე გრაფიკული ხერხით სარგებლობა უფრო გაადვილებულია, რადგანაც რეაქციული ძალა  $H_a = 0$  და მოსაძებნია მხოლოდ  $A$  და  $B$  რეაქციული ძალები.

### § 3. ფერმის გეომეტრიული უცვლელობისა და სტატიკურად რკვევადობის პირობა

ნახ. 3.8-ზე და ნახ. 3.9-ზე მოცემულია ორი სისტემა საანგარიშო სქემებთან ერთად. თუ (ნახ. 3.8 ბ) სისტემაზე ვიმოქმედებთ  $P$  ძალით, ღეროები განიცდიან დეფორმაციებს, სახელოდობრ, მარჯვენა ღერო შეიკუმშება, მარცხენა და ქვედა ღერო გაიჭიმება, რის შედეგადაც აღნიშნული სისტემა მცირედ, მაგრამ მაინც შეიცვლის ფორმას.

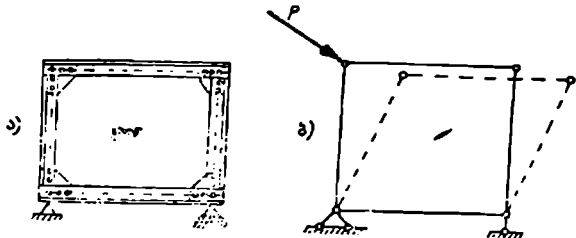


ნახ. 3.8

თუ (ნახ. 3.9 ბ) სისტემაზე  $P$  ძალით ვიმოქმედებთ, ასეთი სისტემა ძალას წინააღმდეგობას ვერ გაუწევს და ღეროების დეფორმაციის გარეშე უკანასკნელი ფორმას შეიცვლის.

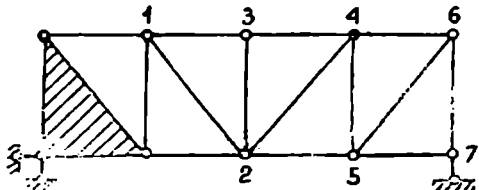
ნახ. 3.8-ზე მოცემულ სისტემას ეწოდება გეომეტრიულად უცვლელი, ხოლო (ნახ. 3. 9) მოცემულ სისტემას — გეომეტრიულად ცვლადი.

სამი ღეროსაგან შედგენილ ისეთ სისტემას, რომლის ფორმის ცვლაც გამოწვეულია ღეროების დეფორმაციის შედეგად, ეწოდება გეომეტრიულად უცვლელი სისტემა, ხოლო გეომეტრიულად ცვლადი სისტემა კი ეწოდება ისეთ სისტემას, რომელიც იცვლის თავის ფორმას ღეროების დეფორმაციის გარეშე.



ნახ. 3.9

თუ სამი ღეროსაგან მიღებულ ძირითად სისტემას მივუმატებთ კვანძებს.



ნახ. 3.10

ერთმანეთთან ფერმის ღეროების რიცხვი  $S$  და კვანძების რიცხვი  $K$ , რომ ფერმა იყოს გეომეტრიულად უცვლელი სისტემა.

ძირითადი სამღეროვანი სისტემა შედგება სამი ღეროსაგან და სამი კვანძისაგან. ყოველი დამატებითი კვანძი, როგორცა ჩანს, შეერთებულია ორი ღეროთი.

კვანძების რიცხვი, რომლებიც მიერთებულია ძირითად სამღეროვან სისტემასთან, ტოლი იქნება  $(K-3)$ , ხოლო ღეროების რიცხვი, რომლებიც აერთებს  $(K-3)$  კვანძს, ტოლი იქნება  $2(K-3)$ . თუ მხედველობაში მივიღებთ, რომ სამღეროვანი სისტემა შეიცავს სამ ღეროს, მთელი ღეროების რიცხვი, რომელსაც შეიცავს ფერმა, ტოლი იქნება

$$S = 3 + 2(K - 3) \quad (3.6)$$

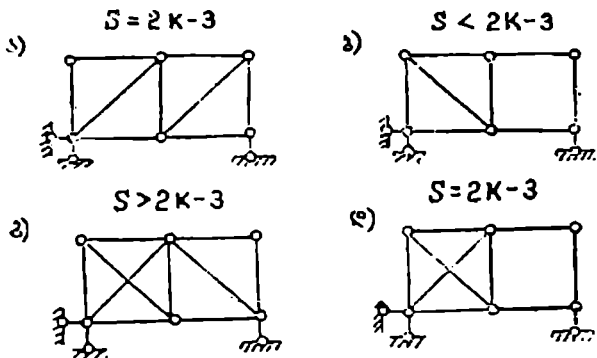
გამარტივების შემდეგ ფორმულა მიიღებს შემდეგ სახეს

$$S = 2K - 3 \quad (3.7)$$

როგორც ნახ. 3.11 ა-დან ჩანს, ეს ფერმა არის გეომეტრიულად უცვლელი, რადგან დაკმაყოფილებულია პირობა  $S = 2K - 3$ . თუ  $S < 2K - 3$ .

..(ნახ. 3.11 ბ) ასეთ ფერმას არა აქვს ღეროების საკმარისი რიცხვი, რომ უკანასკნელი იყოს გეომეტრიულად უცვლელი სისტემა.

თუ  $S > 2K - 3$  ასეთ ფერმას აქვს ზედმეტი ღეროების რიცხვი (ნახ. 3.11 გ).



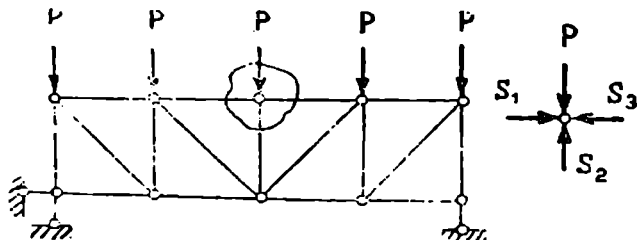
ნახ. 3.11

პირობა  $S = 2K - 3$  როგორც ნახ. 3.11 დ-დან ჩანს, საკმარისი არ არის იმისათვის, რომ ფერმა იყოს გეომეტრიულად უცვლელი. ფერმა გეომეტრიულად უცვლელი რომ იყოს, საჭიროა დაკმაყოფილებულ იქნეს პირობა  $S = 2K - 3$  და ამის გარდა, როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, საჭიროა ყოველი მომდევნო კვანძი იყოს მიერთებული ორი ღეროს საშუალებით, რომლებიც არ მდებარეობენ ერთ სწორ ხაზზე.

ზემოთ მოყვანილი წესით აგებულ ფერმას ეწოდება მარტივი, შევისწავლოთ უკანასკნელი.

გავარკვიოთ მარტივი ფერმები სტატიკურად რკვევადია თუ ურკვევი. საძიებელ სიდიდეს ფერმაში წარმოადგენს ფერმის ღეროებში აღძრული ძალები, ეს უცნობთა რიცხვი ფერმაში ტოლი იქნება ფერმის ღეროების რიცხვისა ანუ  $S$ -ის.

გავარკვიოთ რამდენი სტატიკის წონასწორობის პირობა შეიძლება შევადგინოთ ფერმისათვის. თუ ფერმა მთლიანად წონასწორობაშია, მაშინ მისი ცალ-



ნახ. 3.12

კეული ელემენტებიც გაკვეთის შემდეგ უნდა იყვნენ წონასწორობაში. ხოლო თუ

ფერმის კვანძებს ამოვკვეთავთ, თითოეულ კვანძში ადგილი ექნება თავმოყრილ ძალებს, რომლებიც მიმართული იქნებიან ღეროების ღერძების გასწვრივ (ნახ. 3.12). თითოეული კვანძისათვის, როგორც ერთ წერტილში თავმოყრილი ძალებისათვის, ჩვენ შეიძლება ვისარგებლოთ სტატიკის ორი წონასწორობის პირობით  $\Sigma X=0$  და  $\Sigma Y=0$ , თუ კვანძების რიცხვი  $K$ , სტატიკის წონასწორობის განტოლებების რიცხვი ტოლი იქნება  $2K$ -სი.

თუ მხედველობაში მივიღებთ, რომ სტატიკის სამ პირობას გამოვიყენებთ ფერმის საყრდენი რეაქციების საპოვნელად, დარჩენილ განტოლებათა რიცხვი, რომლითაც უნდა განვსაზღვროთ ფერმის ღეროებში ძალების სიდიდე ტოლი იქნება  $(2K-3)$ -ის.

ფერმა იქნება სტატიკურად რკვევადი, თუ ღეროების რიცხვი  $S$  (ან უცნობთა რიცხვი), ტოლი იქნება განტოლებათა რიცხვის, ე. ი. თუ

$$S=2K-3 \quad (3.8)$$

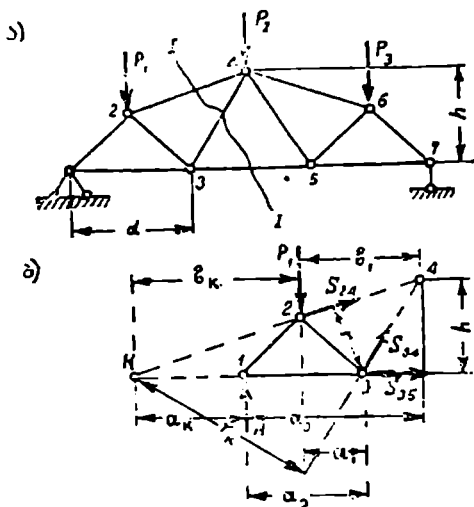
როგორც ჩანს, პირობა (3.8) არის აუცილებელი, რომ ფერმა იყოს სტატიკურად რკვევადი და გეომეტრიულად უცვლელი.

#### § 4. ფერმის ღეროებში ძალების განსაზღვრას ანალიზური ხერხი

##### 1. სამომენტო წერტილის მეთოდი.

დავუშვათ, მოცემული გვაქვს ფერმა (ნახ. 3.13 ა), რომელზედაც მოქმედებს ცნობილი ძალები  $P_1$ ,  $P_2$  და  $P_3$ . ჩვენი მიზანია განვსაზღვროთ ძალები 2—4, 3—4 და 3—5 ღეროებში.

თუ ფერმის გაკვეთა შეიძლება ისე, რომ სამი მოკვეთილი ღეროდან, ორ-ორი ღეროს გაგრძელება ერთმანეთთან იკვეთება, ამ შემთხვევაში ვიყენებთ სამომენტო წერტილის მეთოდს. ჩვენი შემთხვევისათვის, თუ გაკვეთას მოვახდინებთ  $I-I$  სიბრტყით და დარჩენილ მარცხენა მხარეს გამოვძახავთ ცალკე, დაინახავთ, რომ ღეროები 2—4 და 3—4 ერთმანეთს კვეთს 4 წერტილში, ღეროები 3—4 და 3—5 ერთმანეთს კვეთს 3 წერტილში, ხოლო ღეროები 2—4 და 3—5



ნახ. 3.13

გაგრძელება ერთმანეთს კვეთს  $K$  წერტილში. დარჩენილ მარცხენა სისტემაზე მოქმედებს ცნობილი  $P_1$  და რეაქციის ძალა  $A$  (მისი გამოთვლა ჩვენ უკვე

ვიციტ) და უცნობი ძალები  $S_{2-4}$ ,  $S_{3-4}$  და  $S_{3-5}$ . უცნობი ძალების მიმართულება რადგანაც არ ვიციტ, მივიღოთ, რომ ყველა გამჭიმავია, ე. ი. კვანძებიდან გამოდიან. თუ გამოთვლის შემდეგ ამ ძალების ნიშანი აღმოჩნდა დადებითი, ძალის მიმართულება შეგვირჩევია სწორედ, ხოლო თუ უარყოფითი, ძალის მიმართულება აგვიღია შეცდომით და ისარს შევუცვლით მიმართულებას.

რადგანაც მარცხენა დარჩენილი სისტემა (ნახ. 3.13 ბ) წონასწორობაშია, სისტემაზე მოქმედი ძალების მომენტების ჯამი ნებისმიერი წერტილის მიმართ ნულს უნდა უდრიდეს.

სამომენტო წერტილი უნდა შევარჩიოთ ისე, რომ სტატიკის ერთ განტოლებაში შედიოდეს ერთი უცნობი სიდიდე. მართლაც, თუ ძალა  $S_{2-4}$  ვეძებთ, სამომენტო წერტილად მივიღებთ ორი დანარჩენი უცნობის  $S_{3-4}$  და  $S_{3-5}$  გადაკვეთის „3“ წერტილს.

ასეთნაირად შედგენილ სტატიკის განტოლებაში  $S_{2-4}$  და  $S_{3-5}$  უცნობი ძალები არ შევლენ, რადგანაც მომენტის გამოთვლისას მისი მხარი ნულის ტოლი იქნება.

გამოვთვალოთ  $S_{2-4}$  ძალის სიდიდე, თუ სამომენტო წერტილად მივიღებთ „3“. მომენტების გამოთვლისას შევთანხმდეთ მომენტების ნიშანში. ის ძალა, რომელიც სამომენტო წერტილის მიმართ აბრუნებს სისტემას საათის ისრის მიმართულებით, მივიღოთ დადებითად, ხოლო საათის ისრის მიმართ უღების საწინააღმდეგოდ - უარყოფითად.

სტატიკის განტოლება  $\Sigma M_3 = 0$  გვაძლევს

$$S_{2-4} \cdot r - P_1 a_1 + A a_2 = 0, \quad (3.8)$$

საიდანაც

$$S_{2-4} = \frac{P_1 a_1 - A a_2}{r}.$$

ანალოგიურად გამოითვლება  $S_{3-4}$ .

$S_{3-4}$ -ის გამოსათვლელად ვიღებთ ყველა ძალის მომენტების ჯამს  $\Sigma M_k = 0$   $K$  წერტილის მიმართ და ვუტოლებთ ნულს

$$- S_{3-4} \cdot r_k = P_1 b_k - A \cdot a_k = 0, \quad (3.9)$$

საიდანაც

$$S_{3-4} = \frac{P_1 b_k - A a_k}{r_k}.$$

$S_{3-5}$ -ის გამოსათვლელად ვსარგებლობთ სტატიკის პირობით  $\Sigma M_h = 0$ , საიდანაც ვიღებთ

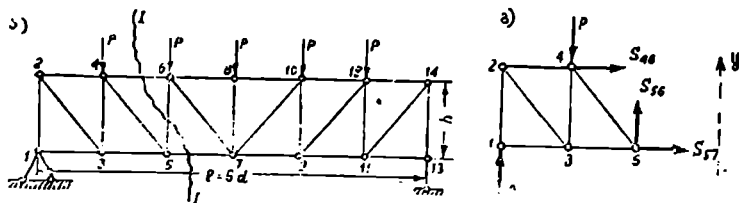
$$- S_{3-5} \cdot h + A a_3 - P_1 b_1 = 0 \quad (3.10)$$

აბ

$$S_{3-5} = \frac{A a_3 + P_1 b_1}{h}.$$

## 2. დაგეგმილების მეთოდი

ძალების განსაზღვრას ლეროებში ვაწარმოებთ დაგეგმილების მეთოდით მაშინ, როდესაც სამი გაკვეთილი ლეროდან ორი პარალელურია.



ნახ. 3.14

დაუშვათ, მოცემული გვაქვს ფერმა (ნახ. 3.14 ა) ცნობილი გარე დატვირთვით. რეაქციების განსაზღვრის შემდეგ შეიძლება გამოვთვალოთ ძალების სიდიდე ლეროებში 4—6, 5—6 და 5—7, თუ გავკვეთთ ფერმას  $I—I$  სიბრტყით. ვაკვეთის შემდეგ ფერმის მარცხენა ნაწილი გამოსახულია ნახ. 3.14 ბ-ზე.

$S_{4-6}$  და  $S_{5-7}$  მოიძებნება სამომენტო წერტილის მეთოდით. სახელდობრ. თუ ვეძებთ  $S_{4-6}$ , სამომენტო წერტილად მივიღებთ 5 კვანძს, ხოლო  $S_{5-7}$  მოსაძებნად სამომენტო წერტილი იქნება 6 კვანძი.

$S_{5-6}$  ძალის მოსაძებნად სამომენტო წერტილის მეთოდი უვარგისია, რადგანაც დანარჩენი ორი ძალის მიმართულება  $S_{4-6}$  და  $S_{5-7}$  ერთმანეთს გადაკვეთენ უსასრულობაში.

$S_{5-6}$  ძალის მოსაძებნად საჭიროა ფერმის მოკვეთილი ნაწილისთვის ვისარგებლოთ დაგეგმილების მეთოდით ანუ გამოვიყენოთ სტატიკის წონასწორობის პირობა  $\sum Y = 0$ .

თუ გავშლით აღნიშნული წონასწორობის პირობას, გვექნება

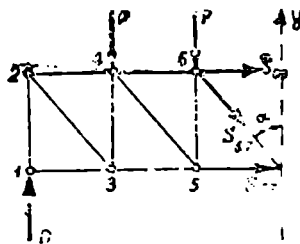
$$A - P + S_{5-6} = 0, \quad (3.11)$$

საიდანაც

$$S_{5-6} = P - A.$$

თუ გვავინტერესებს განისაზღვროს ძალები 6—8, 6—7 და 5—7, ლეროებში საჭიროა მოვახდინოთ ვაკვეთა 6—8 ლეროს მართობული სიბრტყით (ნახ. 3.14) და შემდეგ შევადგინოთ წონასწორობის პირობები დარჩენილი ნაწილისათვის (ნახ. 3.15).

ძალები  $S_{6-8}$  და  $S_{5-7}$  მოიძებნება, როგორც წინა შემთხვევაში, სამომენტო წერტილის მეთოდით, ხოლო  $S_{6-7}$  ძალის მოსაძებნად საჭიროა ვისარგებლოთ დაგეგმილების მეთოდით. თუ გავშლით სტატიკის პირობას  $\sum Y = 0$ , გვექნება



ნახ. 3.15

$$A - P - P - S_{6-7} \cos \alpha = 0. \quad (3.12)$$

$$S_{6-7} = \frac{P + P - A}{\cos \alpha}$$

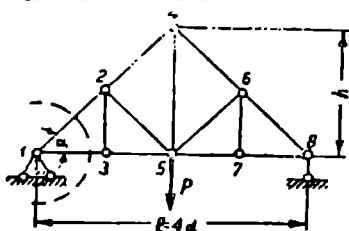
$\cos \alpha$ -ს განსაზღვრა არ წარმოადგენს სიძნელეს, თუ მოცემულია ფერმის ზომები.

### 3. კვანძების ამოკვეთის მეთოდი

კვანძების ამოკვეთის მეთოდით შეიძლება განესაზღვროთ ძალები ფერმის ყველა ღეროში; როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, თითოეული კვანძისათვის როგორც ერთ წერტილში თავმოყრილი ძალებისათვის, შეიძლება ვისარგებლოთ სტატიკის ორი განტოლებით  $\Sigma X = 0$  და  $\Sigma Y = 0$ .

ამოკვეთას ვიწყებთ ისეთი კვანძიდან, სადაც უცნობების რიცხვი ორს არ აღემატება. კვანძების ამოკვეთის თანმიმდევრობას კი ვახდენთ ისე, რომ ყოველ მომდევნო ამოსაკვეთ კვანძში ორ უცნობზე მეტი არ იყოს.

კვანძების ამოკვეთის მეთოდი გავარჩიოთ კერძო მაგალითზე (ნახ. 3.16).



ნახ. 3.16

მოცემულია ფერმა, რომელზედაც მოქმედებს  $P$  ძალა. საჭიროა მოვძებნოთ ფერმის ყველა ღეროში ძალების სიდიდე და მიმართულება. რეაქციების განსაზღვრა არ წარმოადგენს სირთულეს, სახელდობრ, სიმეტრიულობის გამო  $A = B = 0,5 P$ .

განესაზღვროთ ფერმის ღეროებში ძალები. ამოკვეთთ კვანძი 1 (ნახ. 3.17), ამოკვეთის შემდეგ მივიღეთ

ერთ წერტილში თავმოყრილ ძალთა სისტემა ცნობილი ძალით  $A$  და ორი უცნობი ძალით  $S_{1-2}$  და  $S_{1-3}$ , რომლებსაც მივმართავთ პირობით კვანძიდან გარეთ.

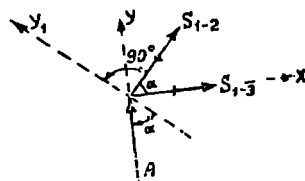
რადგანაც ფერმის ზომები ჩვენთვის ცნობილია,  $\alpha$  კუთხეს ადვილად გამოვითვლით. ღეროებს, რომელზედაც ვაწარმოებთ 1 კვანძში თავმოყრილ ძალთა სისტემის დაგვემსილებას, მივმართავთ ისე, რომ მივიღოთ ერთი სტატიკის განტოლება ერთი უცნობით, სახელდობრ, როდესაც ვსაზღვრავთ  $S_{1-2}$  ძალას, ვაგვემსილებთ  $\gamma$  ღეროზე, რომელიც მართობია  $S_{1-3}$  ძალის, ხოლო  $S_{1-2}$  ძალის განსაზღვრისას ვაგვემსილებთ  $\gamma_1$  ღეროზე, რომელიც მართობია  $S_{1-3}$  ძალისა.

გამოვთვალთ  $S_{1-2}$ , ამისათვის ვსარგებლობთ პირობით  $\Sigma Y = 0$ , საიდანაც ვიღებთ

$$S_{1-2} \sin \alpha + A = 0, \quad (3.13)$$

ახ

$$S_{1-2} = -\frac{A}{\sin \alpha}$$



ნახ. 3.17



უარყოფითი ნიშანი გვიჩვენებს, რომ ღერო 1—2 ყოფილა შეკუმშული და არა გაჭიმული, როგორც ჩვენ ეს მივიღეთ თავდაპირველად.

ანალოგიურად განვსაზღვრავთ  $S_{1-3}$ , აქ ვსარგებლობთ პირობით  $\Sigma Y_1 = 0$ , საიდანაც ვიღებთ

$$A \cos \alpha - S_{1-3} \sin \alpha = 0, \quad (3.14)$$

ან

$$S_{1-3} = A \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = A \operatorname{ctg} \alpha.$$

$S_{1-3}$  ნიშანი თავიდან სწორედ შეგვიჩვენია, ე. ი. ღერო გაჭიმულია. როდესაც გარე დატვირთვა მიმართულია ზევიდან ქვევით, უნდა გვახსოვდეს, რომ ორ საყრდენზე მდებარე ფერმის ქვედა სარტყელი იჭიმება, ხოლო ზედა — იკუმშება.

მომდევნო კვანძი, რომელსაც ამოკვეთთ იქნება 3, ვინაიდან 2 კვანძის ამოკვეთის შემთხვევაში ჩვენ გვექნება სამი უცნობი სიდიდე.

ამოკვეთთ 3 კვანძი (ნახ. 3.18).

თუ დავაგეგმილებთ ყველა ძალას  $x$  ღერძზე, მივიღებთ

$$-S_{1-3} + S_{3-5} = 0, \quad (3.15)$$

ან

$$S_{3-5} = S_{1-3},$$

ხოლო, თუ დავაგეგმილებთ  $y$  ღერძზე, მივიღებთ რომ  $S_{3-2} = 0$ . თუ  $S_{3-2}$  ექნებოდა დახრილი მიმართულება, როგორც ეს ნახაზზეა წყვეტილით ნაჩვენები, მაშინ გვექნებოდა

$$S_{3-2} \cos \alpha = 0,$$

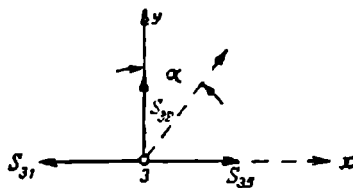
საიდანაც ისევ მივიღებთ, რომ  $S_{3-2} = 0$ . აქედან შეიძლება გავაკეთოთ დასკვნა: თუ კვანძში თავს იყრის სამი ღერო, რომლიდანაც ორი ერთ სწორ ხაზზე მდებარეობს, მესამე ღეროში ძალა ყოველთვის ნულია (თუ ამ კვანძში დამატებით არ მოქმედებს გარე ძალა).

3 კვანძის ამოკვეთამ ჩვენ დაგვარწმუნა, რომ 1—3 და 3—5 ღეროები გაჭიმული არიან  $S_{1-3}$  ძალით, ხოლო 3—2 ღეროში ძალა ნულის ტოლია.

2 კვანძის ამოკვეთით ჩვენ ადვილად დავრწმუნდებით, რომ 2—5 ღეროში ძალა ნულის ტოლია, ხოლო 1—2 და 2—4 კვანძში შეკუმშულია  $S_{1-2}$  ძალით.

5 კვანძის ამოკვეთა გვადლევს, რომ  $S_{3-4} = P$ , ხოლო  $S_{6-7} = S_{3-5}$ . რადგანაც მარცხენა და მარჯვენა მხარეები ფერმის სიმეტრიულია, ფაქტიურად განვსაზღვრეთ ძალები ფერმის ყველა ღეროში. სახელდობრ, ფერმის ზედა სარტყელი შეკუმშულია  $S_{1-2}$  ძალით, ქვედა გაჭიმულია  $S_{1-3}$  ძალით, ღეროებში—3—2, 2—5, 5—6 და 6—7 — ძალები ნულის ტოლია, ხოლო ღერო 4—5 იჭიმება  $P$  ძალით.

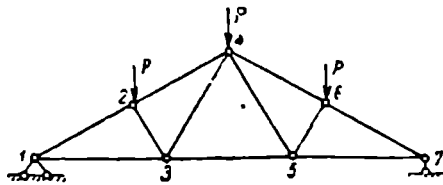
6. მასალათა გამძლეობა



ნახ. 3.18

§ 6. ფერმის ღეროებში ძალების განსაზღვრის გრაფიკული ხერხი.  
კრემონას ღიაგრამა

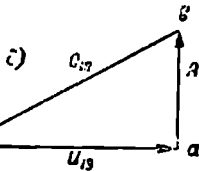
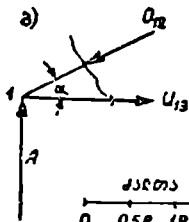
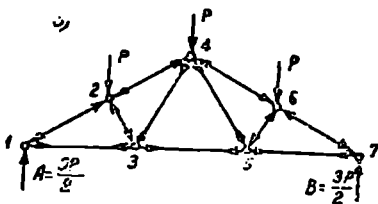
მოცემული გვაქვს (ნახ. 3.19) ფერმა; საჭიროა მის ღეროებში გრაფიკული ხერხით განვსაზღვროთ ძალების სიდიდე და მიმართულება. გრაფიკული ხერხით განვსაზღვროთ ძალების სიდიდე და მიმართულება.



ნახ. 3.19

განვსაზღვრათ თითოეული კვანძისათვის ვაგებთ ძალთა მრავალკუთხედს. რადგანაც თითოეული კვანძი წონასწორობაშია, საჭიროა ძალთა მრავალკუთხედი ალებული კვანძისათვის ჩაეკტილი იყოს.

განვსაზღვრათ რა რეაქციებს  $A = B = \frac{3}{2} P$ , შეიძლება შევუდგეთ კვან-



ნახ. 3.20

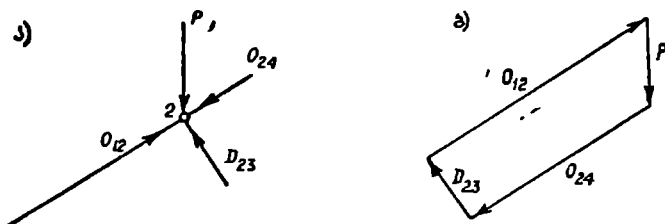
ძების ამოკვეთას. ამოკვეთოთ კვანძი 1. კვანძ 1-ში (ნახ. 3.20) თავმოყრილია სამი ძალა, ცნობილი ძალა  $A$  და ორი უცნობი ძალა  $O_{12}$  და  $U_{13}$ . უცნობი ძალების მიმართულებას ჯერჯერობით ნუ ვუჩვენებთ ისრით. მივიღოთ ძალთა მასშტაბი და შევუდგეთ ძალთა მრავალკუთხედის აგებას. გადავზომოთ  $A$  ძალა თავისი სიდიდითა და მიმართულებით (ნახ. 3.20 გ),  $A$  ძალის ბოლოდან გავატაროთ უცნობი  $O_{12}$  ძალის პარალელური და  $A$  ძალის დასაწყისიდან უცნობი  $U_{13}$  ძალის პარალელური. ამ ორი უცნობი ძალის გადაკვე-

თა დანიშნავს უცნობი ძალების სიდიდეებს. იმისათვის, რომ გავიგოთ ძალები  $O_{12}$  და  $U_{13}$  გამჭიმავია თუ შექმუშავი, მივმართოთ ძალთა მრავალკუთხედს.

რადგანაც კვანძში თავმოყრილ ძალთა სისტემა წონასწორობაშია, საჭიროა ძალთა მრავალკუთხედში ძალები უვლიდნენ ერთი მიმართულებით, ე. ი. ცნობილი  $A$  ძალის მიმართულებით. როგორც ძალთა მრავალკუთხედიდან ჩანს, ძალა  $O_{12}$  მიმართულია ზევიდან ქვევით, ე. ი. კვანძში, ღერო, როგორც ჩანს, შექმუშულია, ხოლო ძალა  $U_{13}$  მიმართულია მარცხნიდან მარჯვნივ ანუ გამოდის კვანძიდან, ე. ი. ვაჭიმულია.

ძალთა მრავალკუთხედის აგებისას კვანძს 1-ს შემოვუარეთ საათის ისრის მიმართულებით და ამ თანამიმდევრობით ავაგეთ უკანასკნელი, სახელდობრ, ჯერ დავიტანეთ ძალა  $A$  მის ბოლოდან, ძალა  $O_{12}$ , ხოლო შემდეგ ძალა  $U_{13}$ . ფერმაზე (ნახ. 3.20 ა) დავიტანოთ ისრებით 1—2 და 1—3 ღეროში ძალების მიმართულება (კვანძებში მიმართული ძალები ნიშნავს, რომ ღერო შექმუშულია, ხოლო, თუ კვანძებიდან ძალები გამოდის, ღერო ვაჭიმულია).

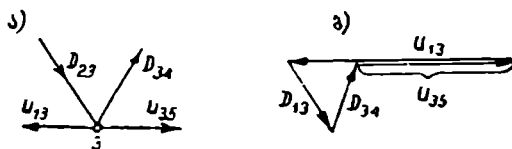
ამოვეკეთოთ კვანძი 2. კვანძში 2 ცნობილია ძალები  $O_{12}$  და  $P$  როგორც სიდიდით, ისე მიმართულებით. უცნობი ძალებია  $O_{24}$  და  $D_{23}$ , როგორც წინათ, უცნობი ძალების მიმართულებას არ ვუჩვენებთ.



ნახ. 3.21

დავიწყოთ ძალთა მრავალკუთხედის აგება კვანძ 2-ისათვის (ნახ. 3.21 ბ) გადავზომოთ ცნობილი ძალა  $O_{12}$  და  $P$  თავისი სიდიდით და მიმართულებით.  $P$ -ს ბოლოდან მივმართოთ პარალელური  $O_{24}$ , ხოლო  $O_{12}$  დასაწყისიდან  $O_{24}$  ძალის პარალელური, ამ ორი უცნობი ძალის გადაკვეთა დანიშნავს მათ სიდიდეებს. უცნობი ძალების მიმართულებას ძალთა მრავალკუთხედზე დავიტანთ  $O_{12}$  და  $P$  ძალების მიხედვით. როგორც ჩანს, ღერო 2—4 და 2—3 ყოფილან შექმუშულები.

თუ კვანძს 3 ამოვეკეთავთ, ანალოგიურად განვსაზღვრავთ 3—4 და 3—5 ღეროებში ძალების სიდიდეს და მიმართულებას (ნახ. 3.22). აქ ცნობილი ძალებია  $U_{13}$



ნახ. 3.22

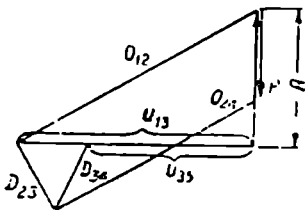
და  $D_{23}$ , ხოლო საძიებელი  $D_{34}$  და  $U_{35}$ .

ვინაიდან ფერმის მარცხენა ნაწილის ყველა ღეროში განესაზღვრეთ ძალების სიდიდე და მიმართულება, სიმეტრიულობის გამო, მარჯვენა ნაწილებში ძალების სიდიდე და მიმართულება ცნობილი იქნება. სასულდობრ, ძალები ტოლი იქნებიან 1—2 და 6—7 ღეროში, 2—4 და 4—6 ღეროში, 2—3 და 5—6 ღეროში და ა. შ.

აღნიშნული ხერხით ძალების გამოთვლისას ვიღებთ, იმდენ ძალთა მრავალკუთხედს, რამდენი კვანძიცაა ფერმაში. თითოეული ძალა, ძალთა მრავალკუთხედებში შეორდება ორ-ორჯერ სხვადასხვა მიმართულებით.

მაგალითად, როდესაც ამოვკვეთთ კვანძი 1 ძალა,  $O_{12}$  მიმართული ზევიდან ქვევით, ხოლო როდესაც ამოვკვეთთ კვანძი 2 იგივე ძალა მიმართულია ქვევიდან ზევით. ზემონათქვამის გამო აღნიშნული ხერხით სარგებლობა საკმაოდ რთულია (ბევრია კვანძები, ბევრია ძალთა მრავალკუთხედები).

თუ დავაკვირდებით ძალთა მრავალკუთხედებს შევამჩნევთ, რომ მათი გაერთიანება შეიძლება ერთი ძალთა მრავალკუთხედის სახით. ნახ. 3.23-ზე



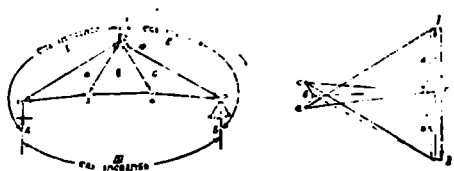
ნახ. 3.23

ნაჩვენებია გაერთიანებული მრავალკუთხედი. ძალთა მრავალკუთხედების ასეთი გაერთიანება შეეძელით იმიტომ, რომ თითოეული მათგანის აგებისას ვიცავდით გარკვეულ წესს, სახელდობრ, მრავალკუთხედის აგებისას ძალებს ვზომავდით ისე, რომ კვანძებს ვუვლიდით საათის ისრის მიმართულებით.

პირველად ეს წესი, რომლის დახმარებითაც შეიძლება ძალთა მრავალკუთხედების გაერთიანება ერთ დიაგრამაში, მოგვცა იტალიელმა მეცნიერმა კრემონამ.

გავცნოთ აღნიშნულ წესებს კერძო მაგალითის განხილვით. ნახ. 3.24-ზე მოცემულია ფერმა, რომელზეც მოქმედებს ცნობილი  $P$  ძალა და  $A$  და  $B$  რეაქციები. საჭიროა განესაზღვროთ ძალების სიდიდე და მიმართულება, ფერმის ყველა ღეროში. შეძოვილოთ კრემონას აღნიშვნები, ამისათვის ფერმას ვყოფთ ღია და დახურულ პოლიგონებად.

ღია პოლიგონი I მკოუჯოვრებულია:  $A$  ძალით, ფერმის 1—2 ღეროთი და  $P$  ძალით. ღია პოლიგონი II,  $P$  ძალით, ფერმის 2—5 ღეროთი და  $B$  ძალით, ხოლო III ღია პოლიგონი, ფერმის ქვედა სარტყლით და  $A$  და  $B$  ძალებით. დახურული პოლიგონები გვაქვს  $a$ ,  $b$  და  $c$ .



ნახ. 3.24

ღია პოლიგონი I მკოუჯოვრებულია:  $A$  ძალით, ფერმის 1—2 ღეროთი და  $P$  ძალით. ღია პოლიგონი II,  $P$  ძალით, ფერმის 2—5 ღეროთი და  $B$  ძალით, ხოლო III ღია პოლიგონი, ფერმის ქვედა სარტყლით და  $A$  და  $B$  ძალებით. დახურული პოლიგონები გვაქვს  $a$ ,  $b$  და  $c$ .

ძალები კრემონას დიაგრამაში იკითხება იმ პოლიგონების მიხედვით, რომლებშიც სახლკრავენ აღნიშნულ ძალას. მაგალითად,  $P$  ძალის დასაწყისი აღინიშნება I რიცხვით, ხოლო ბოლო — II-ით.

კრემონას დიაგრამის აგებას დაეწყო გარე ძალების მრავალკუთხედის აგებიდან, რომლებიც ფერმაზე მოქმედებენ. ფერმაზე მოქმედი გარე ძალებია  $P$ ,  $B$  და  $A$ . გარე ძალების მრავალკუთხედის აგებისას საჭიროა ფერმას შემოვუაროთ საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით. მივიღებთ რა ძალთა მასშტაბს კრემონას დიაგრამაზე დაენიშნავთ I წერტილს და იქიდან ქვევით გადავზომავთ  $P$  ძალას, თავისი სიდიდითა და მიმართულებით. მის ბოლოს დავაწერთ II. II წერტილიდან ზევით გადავზომავთ რეაქციულ  $B$  ძალას და მის ბოლოს დავაწერთ III, ხოლო III წერტილიდან გადავზომავთ ისევ ზევით რეაქციულ  $A$  ძალას და მის ბოლოს დავაწერთ I-ს. რადგანაც I წერტილიდან დაეწყო ძალთა მრავალკუთხედის აგება და I დაუბრუნდით, გარე ძალთა მრავალკუთხედი ყოფილა ჩაკეტილი, ე. ი. ფერმაზე მოქმედი გარე ძალები წონასწორობაში იმყოფებიან.

ახლა შევუდგეთ ცალ-ცალკე კვანძებისათვის ძალთა მრავალკუთხედების დატანას კრემონას დიაგრამაზე. ვიწყებთ იმ კვანძიდან, სადაც ორ ღეროზე მეტი არ იყრის თავს და ყოველ მომდევნო კვანძს ვარჩევთ ისე, რომ ორ უცნობ ღეროზე მეტი არ იყოს თავმოყრილი. კვანძებს ისე, როგორც ფერმას, ვუვლით საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით.

დაეწყოთ 1 კვანძიდან. კვანძის შემოვლა დაეწყოთ ცნობილი  $A$  ძალიდან საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით.  $A$  ძალა კრემონას დიაგრამაზე დატანილია III — I; I წერტილიდან ვატარებთ I —  $a$  ღეროს პარალელურს, ხოლო III წერტილიდან ვატარებთ  $a$  — III ღეროს პარალელურს; ამ ორი მიმართულების ერთმანეთთან გადაკვეთაზე, იქნება წერტილი  $a$ . 1 კვანძისათვის ვნახოთ ძალთა მრავალკუთხედი ჩაიკეტა თუ არა. შემოვუაროთ ძალთა მრავალკუთხედს III  $\rightarrow$  I  $\rightarrow$   $a$   $\rightarrow$  III, ე. ი. ჩაკეტილია. როგორც აღნიშნული მრავალკუთხედიდან ჩანს, I  $\rightarrow$   $a$  ღერო შეკუმშულია იმიტომ, რომ ძალა კვანძშია მიმართული, ხოლო ღერო  $a$   $\rightarrow$  III გაჭიმულია, რადგანაც ძალა გამოდის კვანძიდან.

ძალის მიმართულების განსაზღვრისათვის საჭირო არ არის ძალთა მრავალკუთხედში ძალების მიმართულებას გავყევთ. ღერო, რომელშიაც ძალის მიმართულებას ვსაზღვრავთ, საჭიროა წაიკითხოთ ალებული კვანძის მიმართ საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით; აღნიშნული ღეროს ამსახველი ასობის მიმართულება კრემონას დიაგრამაზე გვიჩვენებენ ძალის მიმართულებას კვანძში. კერძოდ, თუ გვიჩვენა გავიგოთ 1—2 ღეროში ძალის მიმართულება, უკანასკნელი 1 კვანძის მიმართ წაიკითხება I  $\rightarrow$   $a$  კრემონას დიაგრამა კი გვიჩვენებს, რომ ძალა I-დან მიდის  $a$ -კენ, ე. ი. კვანძშია მიმართული ძალა—ღერო ყოფილა შეკუმშული.

შემოვუაროთ 3 კვანძს საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით. III —  $a$  ცნობილი ძალაა დიაგრამაზე,  $a$  წერტილიდან გავავლოთ  $a$  —  $b$  ღეროს პარალელური, ხოლო III წერტილიდან  $b$  — III ღეროს პარალელური; სადაც ეს ორი მიმართულება ერთმანეთს გადაკვეთს იქნება წერტილი  $b$ . შემოვუაროთ 3 კვანძის ძალთა მრავალკუთხედს III  $\rightarrow$   $a$   $\rightarrow$   $b$   $\rightarrow$  III, მრავალკუთხედი ჩაკეტილია. 3—2 ღეროში ძალის მიმართულება განვსაზღვროთ. ეს ღერო იკითხება  $a$   $\rightarrow$   $b$ , ძალა გადის კვანძიდან, ე. ი. გაჭიმულია. 3—4 ღეროს წაიკითხავთ

$b \rightarrow$  III კრემონას დიაგრამაზე, ძალა მიმართულია მარცხნიდან მარჯვნივ, ე. ი. ღერო იჭიმება. ვადავიდეთ 4 კვანძზე. ძალა III --  $b$  ცნობილია,  $b$  წერტილიდან ვავლებთ  $b \rightarrow c$  ღეროს პარალელურს, ხოლო III წერტილიდან III --  $c$  ღეროს პარალელურს, სადაც ეს ორი მიმართულება ერთმანეთს გადაკვეთენ, იქ იქნება წერტილი  $c$ . ძალთა მრავალკუთხედი აღებული კვანძისათვის არის III  $\rightarrow b \rightarrow c \rightarrow$  III, ე. ი. ჩაიკეტა. ვანგსაზღვროთ ძალის მიმართულება 4—2 ღეროში, ის იკითხება 4 კვანძის მიმართ  $b \rightarrow c$ ; კრემონას დიაგრამაზე ძალა მიმართულია ქვემოდან ზემოთ, ე. ი. გაჭიმულია. 4—5 ღერო იკითხება  $c \rightarrow$  III, ძალა მიმართულია მარცხნიდან მარჯვნივ, გამოდის კვანძიდან, ე. ი. გაჭიმულია.

ჩვენ ყველა ღეროში მოვძებნეთ ძალების სიდიდე და მიმართულება გარდა 2—5-სა. აღნიშნულ ღეროში ძალის სიდიდე კრემონას დიაგრამაზე იკითხება II --  $c$  ასოებით, ეს ასოები როგორც ჩანს, უკვე დატანილი აღმოჩნდა.

კრემონას დიაგრამა ჩაკეტილი აღმოჩნდება თუ II --  $c$  მიმართულება კრემონას დიაგრამაზე და 2—5 ღეროს მიმართულება პარალელური აღმოჩნდება.

2—5 ღერო რომ შეკუმშულია, ამაში ჩვენ ადვილად დავრწმუნდებით; საჭიროა ეს ღერო 5 კვანძის მიმართ წაეიკითხოთ საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით  $c \rightarrow$  II. როგორც ჩანს, კრემონას დიაგრამაზე ძალა მიმართულია ზევიდან ქვევით, კვანძში, ე. ი. ღერო შეკუმშულია.

## რთული დაძაბული მდგომარეობა

### § 1. ცენტრალური გაჭიმვა-კუმშვის დროს დახრილ კვეთში ძაბვების გამოთვლა

ჩვენ გავეცანიით ცენტრალური გაჭიმვა-კუმშვის დროს ძაბვების გამოთვლას ღეროს ნორმალურ კვეთში. მასალის მუშაობაზე რომ გვექონდეს სრული წარმოდგენა, საჭიროა ვიცოდეთ ძაბვების მნიშვნელობა დახრილ კვეთში.

განვსაზღვროთ ძაბვის მნიშვნელობა პრიზმატული ძელის (ნახ. 4.1)  $m-k$  დახრილ კვეთში, რომლის ნორმალური ღეროს ღერძთან შეადგენს  $\alpha$  კუთხეს.  $m-k$  კვეთში ძაბვის მოსაძებნად, ღერო წარმოდგენილია  $m-k$  მიმართულელებით გავკვეთოთ. მოვაცილოთ ზედა ნაწილი და შევადგინოთ დარჩენილი კვედა ნაწილის წონასწორობის პირობა.

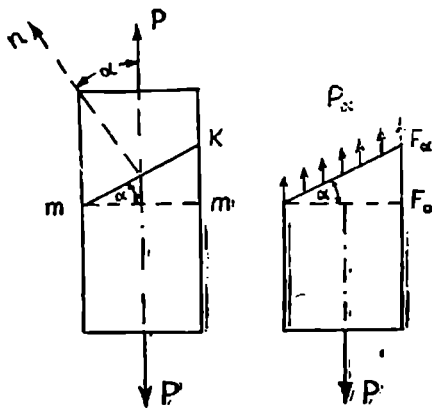
$m-k$  კვეთში აღძრული ძაბვა გამოხატავს მოცილებული ნაწილის ქმედებას დარჩენილზე, რადგანაც ღერო თანაბრად იჭიმება,  $p_{\alpha}$  ძაბვა  $F_{\alpha}$  კვეთში თანაბრად იქნება განაწილებული.  $p_{\alpha}$  ძაბვამ რომ გააწონასწოროს  $P$  ძალა, მიმართული უნდა იყოს  $P$  ძალის პარალელურად. კუთხე  $\alpha$  მივიღოთ დადებითად, თუ უკანასკნელი მიმართულია საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგოდ.

განვსაზღვროთ ძაბვა  $p_{\alpha}$

$$F_{\alpha} = \frac{p}{F_{\alpha}}, \quad (4.1)$$

გამოვთვალოთ  $F_{\alpha}$ -ს მნიშვნელობა ნორმალური  $F_0$  კვეთის საშუალებით

$$F_0 = F_{\alpha} \cos \alpha \quad (4.2)$$



ნახ. 4.1

თუ (4.2) განტოლებიდან (4.1) შევიტანთ  $F_a$ -ს მნიშვნელობას, გვექნება

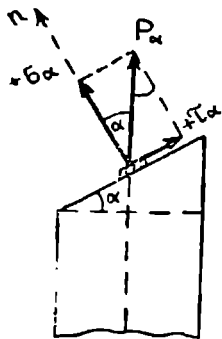
$$p_a = \frac{P}{F_0} \cos \alpha. \quad (4.3)$$

$\frac{P}{F_0} = \sigma_0$  წარმოადგენს ნორმალური ძაბვის მნიშვნელობას ღეროს ღერძის ნორმალურ კვეთში. თუ შევიტანთ (4.3) განტოლებაში, მივიღებთ

$$p_a = \sigma_0 \cos \alpha \quad (4.4)$$

კუთხეს, რომელსაც შეადგენს  $p_a$  ძაბვა დახრილ სიბრტყესთან ტოლია  $90^\circ - \alpha$ , როგორც ჩანს, დახრილი სიბრტყის დახრის კუთხის ცვალებადობით, იცვლება აგრეთვე ის კუთხეც, რომელსაც ადგენს  $p_a$  ძაბვა დახრილ სიბრტყესთან.

უფრო მოსახერხებელი იქნება თუ  $p_a$ -ს დავშლით ორ ისეთ ძაბვად, რომელთა მიმართულებაც დახრილ სიბრტყესთან ყოველთვის ერთნაირი კუთხით იქნებიან მიმართული. მართლაც, თუ (ნახ. 4.2)  $p_a$  ძაბვას დავშლით



ნახ. 4.2

დახრილი სიბრტყის ნორმალ და მხებ მიმართულებად, ჩვენ  $p_a$  ძაბვის ნაცვლად საქმე გვექნება მის მდგენელებთან,  $\sigma_a$  — ნორმალურ ძაბვასთან და  $\tau_a$  მხებ ძაბვასთან. აღნიშნული ძაბვები, როგორც ჩანს, კვეთის მიმართ ყოველთვის მიმართული იქნებიან ნორმალურად და მხებად. ნორმალური ძაბვა დახრილ კვეთში  $\sigma_a$  მივიღოთ დადებითად, თუ უკანასკნელი მიმართულია კვეთიდან გარეთ, ხოლო მხები ძაბვა  $\tau_a$  მივიღოთ დადებითად, თუ კვეთის ცენტრს უვლის საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით, წინააღმდეგ შემთხვევაში ძაბვები უარყოფითი ნიშნის იქნება. გამოვთვალოთ დახრილ კვეთში  $\sigma_a$  ნორმალური ძაბვა (ნახ. 4.2)

$$\sigma_a = p_a \cdot \cos \alpha \quad (4.5)$$

თუ შევიტანთ  $p_a$ -ს მნიშვნელობას, (4.4) ფორმულიდან გვექნება

$$\sigma_a = \sigma_0 \cos^2 \alpha \quad (4.6)$$

ანალოგიურად განვსაზღვრავეთ  $\tau_a$ -ს (ნახ. 4.2)-დან, მივიღებთ

$$\tau_a = p_a \sin \alpha \quad (4.7)$$

თუ შევიტანთ  $p_a$ -ს მნიშვნელობებს, გვექნება

$$\tau_a = \sigma_0 \cos \alpha \sin \alpha$$



$$\tau_a = \frac{\sigma_0}{2} \sin 2\alpha. \quad (4.8)$$

თუ ამოვკვეთთ პრიზმატული ღეროდან ორ დახრილ კვეთს (ნახ. 4.3), რომლებიც ერთმანეთთან ახლო მდებარეობენ და განვსაზღვრავთ ამ კვეთებში ნორმალურ და ზებ ძაბვებს, დავრწმუნდებით, რომ ცენტრალური გაჭიმვა-კუმშვის დროს დახრილ კვეთში, ადვილი აქვს ორი სახის ძაბვის  $\sigma_a$  და  $\tau_a$ , რომელთაც თან ახლავთ ორი სახის დეფორმაცია: გაჭიმვა და ძვრა.

ფორმულიდან (4.6) ჩანს, რომ ნორმალური ძაბვა აღწევს მაქსიმალურ მნიშვნელობას ისეთ დახრილ სიბრტყეში, რომლისთვისაც  $\alpha = 0$ . სიდიდით ნორმალური ძაბვა აღნიშნულ კვეთში ტოლია  $\sigma_a = \sigma_0$ , ხოლო როდესაც  $\alpha = 90^\circ$ , მაშინ  $\sigma_a = 0$ .

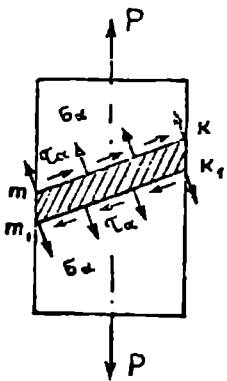
მეები ძაბვა, როგორც (4.8) ფორმულიდან ჩანს, აღწევს თავის მაქსიმალურ მნიშვნელობას, როდესაც  $\alpha = 45^\circ$  და სიდიდით ტოლია  $\tau_a = \frac{\sigma_0}{2}$ , ხოლო როდესაც  $\alpha = 0$  და  $\alpha = 90^\circ$ , მაშინ  $\tau_a = 0$ .

როგორც ჩანს, ცენტრალური გაჭიმვა-კუმშვის დროს, ნორმალური ძაბვა მაქსიმალურ სიდიდეს აღწევს ნორმალურ კვეთში და სიდიდით ტოლია  $\sigma_0$ , ხოლო მეები ძაბვა მაქსიმალურ სიდიდეს აღწევს დახრილ კვეთში, რომლის ნორმალი მიმართულებასთან ადგენს  $\alpha = 45^\circ$  და სიდიდით ტოლია  $\frac{\sigma_0}{2}$ .

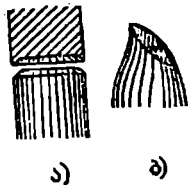
პლასტიკური მასალები კარგად მუშაობენ გაჭიმვაზე, ხოლო შედარებით ნაკლებად—ძვრაზე. ამიტომ, რომ პლასტიკური მასალები დარღვევას განიცდიან დახრილ სიბრტყეში (ნახ. 4.4 ბ). იმავე მიზეზით უნდა აიხსნას ჩერნოვის ხაზების წარმოქმნა პლასტიკურ მასალებში. აღნიშნული ხაზების გასწვრივ ხდება კრისტალების ურთიერთგადაადგილება ანუ ძვრა.

მეფე მასალები ნაკლებ წინააღმდეგობას უწევენ გამჭიმვ ძალებს, ამიტომ, რომ მეფე მასალებისაგან დამზადებული ნიშნები გაჭიმვისას წყდებიან ღეროს ღერძის მართობულ ფართობში (ნახ. 4.4 ა).

ამოცანა № 1. ღერო, რომლის დიამეტრი მ სმ, იჭიმება 32 ტ ძალით. განვსაზღვროთ ნორმალური და ზებ ძაბვების სიდიდე იმ კვეთში, რომლის ნორმალი ძელის ღერძთან ადგენს კუთხეს  $35^\circ$  (იხ. ნახ. 4.5). რომელ კვეთში აღწევს მეები ძაბვა მაქსიმალურ სიდიდეს და რას უდრის რიცხობრივად უქანასკნელი.

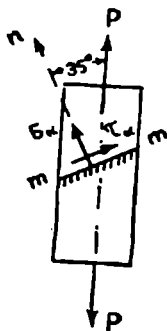


ნახ. 4.3



ნახ. 4.4

ამოხსნა: დახრილ კვეთში ძაბვებს განესაზღვრავთ ფორმულებით  
 $\sigma_{\alpha} = \sigma_0 \cos^2 \alpha$



ნახ. 4.5

და

$$\tau_{\alpha} = \frac{\sigma_0}{2} \sin 2\alpha,$$

$$\sigma_{35^\circ} = \frac{P}{F} \cdot \cos^2 35^\circ = \frac{32000}{3,14 \cdot 8^2} \cdot (0,819)^2 = 425 \text{ კგ/სმ}^2,$$

$$\tau_{35^\circ} = \frac{P}{2F} \cdot \sin 70^\circ = \frac{32000}{23,14 \cdot 8^2} \cdot 0,939 = 297 \text{ კგ/სმ}^2.$$

როგორც მხევი ძაბვების ფორმულიდან ჩანს, მხევი ძაბვა აღწევს მაქსიმუმს, როდესაც  $\sin 2\alpha = 1$  ან რო-

დესაც  $\alpha = 45^\circ$

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_0}{2} = 317 \text{ კგ/სმ}^2.$$

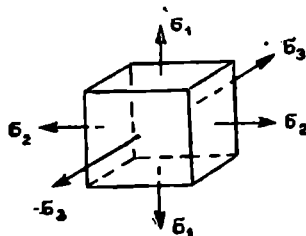
## § 2. შთავარი ძაბვების განმარტება

ცენტრალური გაჭიმვა-კუმშვის დროს ნორმალურ კვეთში მიევი ძაბვა ნულის ტოლია, ხოლო ნორმალური ძაბვა  $\sigma_0$ -ს ტოლია. თუ ნორმალური სიბრტყის მართობულად გავეტარებთ ორ ურთიერთმართობულ სიბრტყეს, ისინი გამჭიმავი ძალის პარალელური იქნებიან და უკანასკნელზე როგორც მხევი, ისე ნორმალური ძაბვა ნულის ტოლი იქნება. როგორც ჩანს, ცენტრალური გაჭიმვა-კუმშვის დროს შეგვიძლია გავატაროთ სამი ურთიერთმართობული სიბრტყე ისე, რომ აღნიშნულ სიბრტყეებზე მხევი ძაბვა ნულის ტოლი იყოს.

ცენტრალური გაჭიმვა-კუმშვის დროს გარე ძალები მოქმედებენ ერთი მიმართულებით. პრაქტიკაში გვხვდება ისეთი შემთხვევებიც, როდესაც გარე ძალები მოქმედებენ ორი ან სამი მიმართულებით.

ცნობილია, რომ როგორი რთულიც არ უნდა იყოს გარე ძალების მოქმედება აღებულ ელემენტზე, მის ნებისმიერ კვეთში შეიძლება ყოველთვის გავატაროთ სამი ურთიერთმართობული სიბრტყე ისე, რომ მხევი ძაბვები ნულის ტოლი იყოს (ნახ. 4.6).

აღნიშნულ სამ ურთიერთმართობულ სიბრტყეს შთავარი სიბრტყეები ეწოდება, ხოლო ნორმალურ ძაბვებს შთავარი სიბრტყეებზე — შთავარი ძაბვები.



ნახ. 4.6

თუ სამი მთავარი ძაბვიდან ორი ნულის ტოლია, მაშინ ადგილი ექნება ხაზობრივად დაძაბულ მდგომარეობას. ცენტრალური გაჭიმვა-კუმშვის დროს, როგორც აღენიშნეთ, შეიძლება გავატაროთ სამი ურთიერთმართობული მთავარი სიბრტყეები, რომლებზეც მოქმედებს მხოლოდ ერთი ნორმალური  $\sigma$ , მთავარი ძაბვა.

თუ სამი მთავარი ძაბვიდან არსებობს ორი და ერთი ნულს უდრის, ასეთ დაძაბულ მდგომარეობას ეწოდება ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობა, ხოლო, თუ სამივე მთავარი ძაბვა არსებობს, ადგილი აქვს მოცულობით დაძაბულ მდგომარეობას.

აღგებრულად ყველაზე დიდ მთავარ ძაბვას აღნიშნავენ  $\sigma_1$ -ით, ყველაზე პატარას  $\sigma_3$ , ხოლო მათ შორის მდებარეს  $\sigma_2$ .

მაგალითად, თუ მთავარი ძაბვები სიდიდით ტოლია  $+200$  კგ/სმ<sup>2</sup>,  $-300$  კგ/სმ<sup>2</sup> და  $-500$  კგ/სმ<sup>2</sup>, აღნიშვნები, თანახმად შეთანხმებისა, იქნება:

$$\sigma_1 = +200 \text{ კგ/სმ}^2, \sigma_2 = -300 \text{ კგ/სმ}^2 \text{ და } \sigma_3 = -500 \text{ კგ/სმ}^2$$

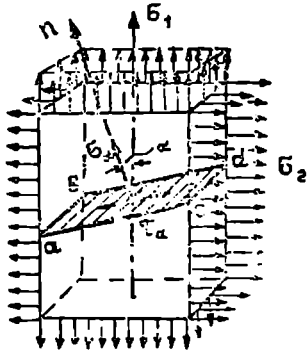
(პლუსი ნიშნავს გამჭიმავ ძაბვას, ხოლო მინუსი შეკუმშავს).

ბრტყელ დაძაბულ მდგომარეობაში იმყოფებიან: თხელკედლიანი ქურკლები, ორთქლის ქვაბების კედლები და სხვ.

მოცულობით დაძაბულ მდგომარეობაშია: ბურთულა საკისრების, ბურთულებისა და გარსარტყის შეხების ადგილები, კბილანა გადაცემაში კბილანები, რელსისა და რონოდის თვლის შეხების ადგილი და სხვ.

### § 3. ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობის დროს ძაბვების გამოთვლა

ბრტყელ დაძაბულ მდგომარეობაში, როგორც აღენიშნეთ, იმყოფება თხელკედლიანი ქურკლები. ასეთი დაძაბული სხეულიდან მთავარი სიბრტყეების მიმართულებით თუ ამოკვეთთ ელემენტარულ-პრიზმატულ ნაწილს, მის გვერდებზე იმოქმედებს (ნახ. 4.7) ორი მთავარი ძაბვა. ელემენტის წინა და უკანა მხარეს მთავარი ძაბვის სიდიდეები ნულის ტოლი იქნება. ამოკვეთილი ელემენტარული ნაწილის გვერდებზე თუ მოქმედებენ გამჭიმავი ძაბვები, უდიდესს აღენიშნავთ  $\sigma_1$ , მომდევნოს —  $\sigma_2$ , ხოლო მესამე მთავარი ძაბვის სიდიდეს —  $\sigma_3 = 0$ . კვეთის სისქეში ვგულისხმობთ, რომ  $\sigma_1$  და  $\sigma_2$  ძაბვების სიდიდეები არ იცვლება. ჩვენი მიზანია განვსაზღვროთ ნორმალური  $\sigma$  და მხები  $\tau$  ძაბვების სიდიდეები ნახაზის მართობულ  $abcd$  სიბრტყეში.

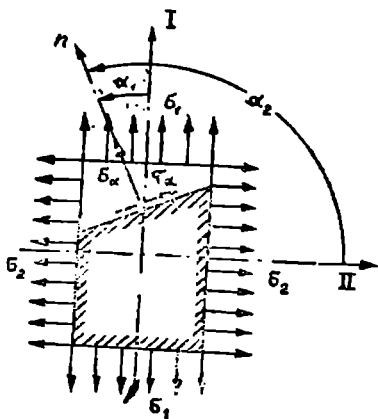


ნახ. 4.7

აღენიშნეთ კუთხე, რომელსაც დახრილი სიბრტყის ნორმალი ადგენს  $\sigma_1$  მიმართულებასთან  $\alpha_1$ -ით, ხოლო  $\sigma_2$ —მიმართულებასთან  $\alpha_2$ -თი (ნახ. 4.8).

კუთხის მნიშვნელობა ძვიდლოთ დადებითად თუ უკანასკნელს დახრილი სიბრტყის ნორმალიდან მოვზომავთ საათის ისრის ზოძრაობის საწინააღმდეგოდ, და პირიქით.

განვსაზღვროთ დახრილ სიბრტყეში ნორმალური ძაბვის ის ნაწილი, რომელსაც მივიღებთ მხოლოდ  $\sigma_1$  ძაბვის მოქმედებით.



ნახ. 4.8

თუ ვისარგებლებთ ფორმულით (4.6), გვექნება  $\sigma_1 \cos^2 \alpha_1$ . დახრილ სიბრტყეში ნორმალური ძაბვის იმ ნაწილს, რომელსაც გამოიწვევს  $\sigma_2$  მთავარი ძაბვა ტოლი იქნება  $\sigma_2 \cos^2 \alpha_2$ . ზთლიანი ნორმალური ძაბვა  $\sigma_a$  დახრილ სიბრტყეში გასოთივლება ფორმულით

$$\begin{aligned} \sigma_a &= \sigma_1 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2 \cos^2 \alpha_2 = \\ &= \sigma_1 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2 \cos^2 (\alpha_1 + 90^\circ), \end{aligned}$$

ან

$$\sigma_a = \sigma_1 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2 \sin^2 \alpha_1 \quad (4.9)$$

თუ ვისარგებლებთ (4.8) ფორმულით ანალოგიური მსჯელობით განვსაზღვრავთ დახრილ სიბრტყეში მხები ძაბვის მნიშვნელობას

$$\tau_a = \frac{1}{2} (\sigma_1 \sin 2\alpha_1 + \sigma_2 \sin 2\alpha_2) = \frac{1}{2} [\sigma_1 \sin 2\alpha_1 + \sigma_2 \sin 2(\alpha_1 + 90^\circ)]$$

ან

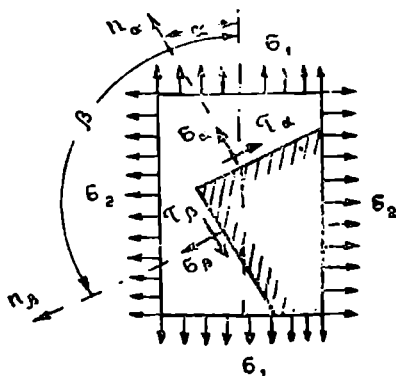
$$\tau_a = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha_1 \quad (4.10)$$

განვსაზღვროთ ორი ურთიერთმართობულ სიბრტყეში ნორმალური და მხები ძაბვების სიდიდეები:  $\sigma_a$ ,  $\tau_a$ ,  $\sigma_\beta$  და  $\tau_\beta$ , თუ ცნობილია მთავარი ძაბვების სიდიდეები და ის კუთხე, რომელსაც აღვენს დახრილი სიბრტყის ნორმალი  $\sigma_1$  მთავარი ძაბვის მიმართულებასთან.

თუ ვისარგებლებთ (4.9) და (4.10) ფორმულებით და აღვნიშნავთ  $\alpha_1$  კუთხეს  $\alpha$ -თი, განვსაზღვრავთ  $\sigma_a$  და  $\tau_a$  მნიშვნელობას

$$\sigma_a = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha,$$

$$\tau_a = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha.$$



ნახ. 4.9

სიბრტყეში, რომლის ნორმალის  $n_{\beta}, \sigma_1$  მიმართულებასთან ადგენს კუთხეს  $\beta = \alpha + 90^\circ$ , დაბევებს  $\sigma_{\beta}$  და  $\tau_{\beta}$  გამოკეთებით ფორმულებით

$$\sigma_{\beta} = \sigma_1 \cos^2 \beta + \sigma_2 \sin^2 \beta = \sigma_1 \cos^2 (\alpha + 90^\circ) + \sigma_2 \sin^2 (\alpha + 90^\circ),$$

$$\sigma_{\beta} = \sigma_1 \sin^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 \alpha, \quad (4.11)$$

$$\tau_{\beta} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\beta = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin (2\alpha + 180^\circ),$$

$$\tau_{\beta} = - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha. \quad (4.12)$$

აქ მიღებული ფორმულების დახმარებით, შეიძლება დავადგინოთ კავშირი ნორმალურ და მხებ დაბევებს შორის ურთიერთმართობულ სიბრტყეებში. სახელდობრ, თუ შევკრიბავთ ურთიერთმართობულ სიბრტყეებში ნორმალური დაბევების მნიშვნელობას

$$\sigma_{\alpha} = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha,$$

$$\sigma_{\beta} = \sigma_1 \sin^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 \alpha,$$

$$\sigma_{\alpha} + \sigma_{\beta} = \sigma_1 + \sigma_2 = \text{const.} \quad (4.13)$$

ურთიერთმართობულ სიბრტყეებში, ნორმალური დაბევების ჯამი მთავარი დაბევების ჯამის ტოლია და ეს უკანასკნელი მუდმივი სიდიდეა. თუ შევადარებთ მხებ დაბევების მნიშვნელობას ურთიერთმართობულ სიბრტყეებში, გვექნება

$$\tau_{\beta} = - \tau_{\alpha}, \quad (4.14)$$

ე. ი. ურთიერთმართობულ სიბრტყეებში მხები დაბევები სიდიდით ტოლია, ხოლო ნიშანი აქვთ ურთიერთსაწინააღმდეგო. მხები დაბევების აღნიშნულ დამოკიდებულებას ეწოდება მხები დაბევების ურთიერთობის კანონი. ეს დამოკიდებულება ძალაში რჩება ნებისმიერად დაბებული მდგომარეობის დროსაც.

როგორც ზემოთხსენებული ფორმულებიდან ჩანს, ნორმალური და მხები დაბევების მნიშვნელობა დამოკიდებულია დახრილი სიბრტყის მდებარეობაზე და იცვლება  $\alpha$  კუთხის ცვალებადობით. განვსაზღვროთ  $\alpha$ -ს მნიშვნელობა, როდესაც ნორმალური დაბევა  $\sigma_{\alpha}$  დახრილ კვეთში აღწევს მაქსიმალურ და მინიმალურ მნიშვნელობას. ამისათვის გავაწარმოოთ  $\sigma_{\alpha}$ -ს მნიშვნელობა  $\alpha$ -თი და შემდეგ გავუტოლოთ ნულს

$$\frac{d\sigma_{\alpha}}{d\alpha} = -2\sigma_1 \cos \alpha \sin \alpha + 2\sigma_2 \sin \alpha \cos \alpha = 0,$$

საიდანაც

$$\frac{d\sigma_\alpha}{d\alpha} = -(\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\alpha = 0. \quad (4.15)$$

როგორც (4.15) ფორმულიდან ჩანს, ნორმალური დაბევა თავის მაქსიმალურ და მინიმალურ მნიშვნელობას აღწევს როდესაც  $\alpha=0$  ან  $\alpha=90^\circ$ , რადგანაც  $\sigma_1 > \sigma_2$  მივიღებთ; როდესაც  $\alpha=0$ ,  $\sigma_\alpha = \sigma_1 = \sigma_{max}$ , და როდესაც  $\alpha=90^\circ$ ,  $\sigma_\alpha = \sigma_2 = \sigma_{min}$ .

როგორც ჩანს, ნორმალური დაბეების მაქსიმალური და მინიმალური მნიშვნელობა ტოლი ყოფილა  $\sigma_1$  და  $\sigma_2$  მთავარი დაბეებისა. აღნიშნულ სიბრტყეებში, ცხადია, რომ მხები დაბეები უნდა იყოს ნულის ტოლი; ეს კარგად ჩანს აგრეთვე ფორმულიდან (4.10).

მხები დაბეა კი აღწევს თავის მაქსიმალურ სიდიდეს, როდესაც  $\sin 2\alpha=1$  ანუ, როდესაც  $\alpha=45^\circ$  და რიცხობრივად ტოლია

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}.$$

უდიდესი მხები დაბეა იქნება  $\sigma_2$  მთავარი დაბეის პარალელურ სიბრტყეში, რომელიც გამოითვლება ფორმულით

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1}{2}.$$

ამოცანა № 1. ბრტყელ დაძაბულ მდგომარეობაში მყოფი ელემენტის მთავარი დაბეების მნიშვნელობაა  $+230$  კგ/სმ<sup>2</sup> და  $-160$  კგ/სმ<sup>2</sup>. რას უდრის ნორმალური და მხები დაბეა დახრილ კვეთში, თუ დახრილი კვეთის ნორმალური მთავარ გამჭვივებ დაბეასთან ადგენს  $40^\circ$ -იან კუთხეს.

ამოხსნა: დახრილ კვეთში, ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობის ნორმალური დაბეა გამოითვლება

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha;$$

თუ შევიტანთ ფორმულაში შემაველი წევრების მნიშვნელობებს, გვექნება

$$\sigma_\alpha = 230 \cdot \cos^2 40^\circ - 160 \sin^2 40^\circ = 69 \text{ კგ/სმ}^2,$$

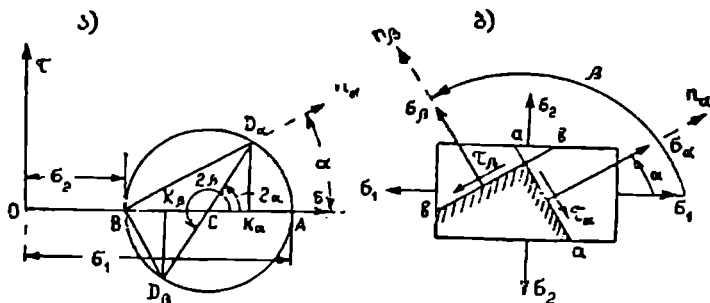
ხოლო მხები დაბეა გამოითვლება

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha = \frac{230 + 160}{2} \sin 80^\circ = 192 \text{ კგ/სმ}^2.$$

#### § 4. გრაფიკული ხერხით დაბეების განსაზღვრა (შორის წრეხაზი)

დავუშვათ მოცემული გვაქვს დადებითი მთავარი დაბეების მნიშვნელობა  $\sigma_1$  და  $\sigma_2$ , საჭიროა განვსაზღვროთ დახრილ კვეთში, რომლის ნორმალური  $\sigma_1$  მიმართულებასთან ადგენს  $\alpha$ , აგრეთვე დადებით კუთხეს, ნორმალური  $\sigma_\alpha$  და

მხები ძაბვა  $\tau_{\alpha}$ . ამისათვის ვიღებთ კოორდინატთა სისტემას, სადაც მივმართავთ  $\sigma$  ღერძს მარცხნიდან მარჯვნივ, ხოლო  $\tau$  ღერძს ქვევიდან ზევით. გა-



ნახ. 4.10

დავზომოთ  $\sigma_1$  და  $\sigma_2$  დადებითი მნიშვნელობები გარკვეულ მასშტაბში  $\sigma$  ღერძზე (ნახ. 4.10) და  $AB$  მონაკვეთზე, როგორც დიამეტრზე  $C$  ცენტრიდან შემოვხაზოთ წრეხაზი. აღნიშნულ წრეხაზს ეწოდება მორის წრეხაზი. წრეხაზზე მდებარე წერტილის კოორდინატები, ჩვენ გვიჩვენებენ დახრილ კვეთში ნორმალური და მხები ძაბვის მნიშვნელობას. ამაში რომ დავრწმუნდეთ,  $C$  წერტილიდან საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით მოვზომოთ კუთხე  $2\alpha$  და განვსაზღვროთ  $D_{\alpha}$  წერტილის კოორდინატები. ჩვენ აღვიღად დავამტკიცებთ, რომ მონაკვეთი  $D_{\alpha} k_{\alpha} = \tau_{\alpha}$ , ხოლო  $Ok_{\alpha} = \sigma_{\alpha}$  მართლაც,

$$D_{\alpha} k_{\alpha} = CD_{\alpha} \sin 2\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \sin 2\alpha = \tau_{\alpha},$$

ხოლო

$$\begin{aligned} Ok_{\alpha} &= OB + BC + Ck_{\alpha} = \sigma_2 + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\alpha = \\ &= \sigma_2 + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} (1 + \cos 2\alpha) = \sigma_2 + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} 2\cos^2 \alpha = \\ &= \sigma_2 + \sigma_1 \cos^2 \alpha - \sigma_2 \cos^2 \alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 \alpha = \sigma_{\alpha}. \end{aligned}$$

მორის წრეხაზიდან ჩანს, რომ მაქსიმალური ნორმალური ძაბვა დახრილ კვეთში  $\sigma_{\alpha} = \sigma_{max} = \sigma_1$ , ხოლო მინიმალური ძაბვა  $\sigma_{\alpha} = \sigma_{min} = \sigma_2$ . მაქსიმალური მხები ძაბვა

$$\tau_{\alpha} = \tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}.$$

ნახ. 4.10 ბ-ზე დატანილია  $\sigma_{\alpha}$  და  $\tau_{\alpha}$  დადებითი მნიშვნელობები დახრილ კვეთში, რომლის ნორმალი  $n_{\alpha}$ ,  $\sigma_1$  მიმართულებასთან ადგენს  $\alpha$  დადებით კუთხეს.  $n_{\alpha}$  ნორმალის მიმართულება შეიძლება მორის წრიდან

მიგველო უშუალოდ, როგორც ეს ნახ. 4.10 ა-ზე არის მოცემული, თუ  $\sigma$  ღერძის და  $\alpha_1$  მთავარი ძაბვის მიმართულებას თავიდანვე შევათავსებთ.

განვსაზღვროთ ზემოთ აღნიშნული კვეთი მართობულ კვეთში, რომლის ნორმალი  $n_3$ ,  $\alpha_1$ -ის მიმართულებასთან ადგენს  $\beta = 90^\circ + \alpha$  კუთხეს, ნორმალური  $\sigma_\beta$  და მხები  $\tau_\beta$  ძაბვა, ამისათვის საჭიროა მორის წრეზე დავიტანოთ იმავენაირად კუთხე  $2\beta$ .  $D_\beta$  წერტილის კოორდინატები ჩვენ მოგვცემს  $\alpha_\beta$  და  $\tau_\beta$  მნიშვნელობებს. როგორც მორის წრეხაზიდან ჩანს, მორის წრეხაზის დიამეტრის ბოლო წერტილების კოორდინატები  $D_\alpha$  და  $D_\beta$  წარმოადგენენ ორ ურთიერთმართობულ სიბრტყეში ნორმალური და მხები ძაბვების მნიშვნელობებს.

ადვილად შეიძლება დაერწმუნდეთ მორის წრეხაზიდან, რომ

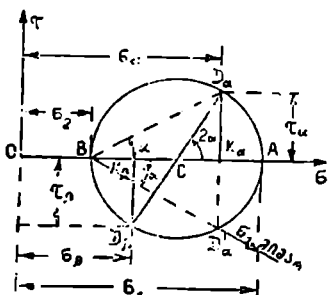
$$\sigma_1 + \sigma_3 = \sigma_\alpha + \sigma_\beta = \text{const.}$$

### § 5. გრაფიკული ხერხით მთავარი ძაბვების განსაზღვრა

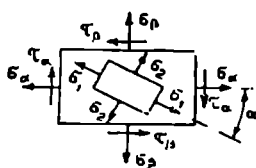
ჩვენ ზემოთ განვსაზღვრეთ. ორ ურთიერთმართობულ სიბრტყეებში ნორმალური და მხები ძაბვები, როდესაც ცნობილი იყო მთავარი ძაბვები და ის კუთხე, რომელსაც ადგენდა დახრილი სიბრტყის ნორმალი  $\alpha_1$  მთავარი ძაბვის მიმართულებასთან.

ამოცანა შეიძლება დასძულ იქნეს შებრუნებულად. მოცემული გვაქვს ორ ურთიერთმართობულ სიბრტყეებში ძაბვები  $\sigma_\alpha$ ,  $\sigma_\beta$ ,  $\tau_\alpha$ ,  $\tau_\beta$  საჭიროა განვსაზღვროთ მთავარი ძაბვების სიდიდეები და მიმართულება. ავაგოთ

ა)



ბ)



ნახ. 4.11

მორის წრეხაზი. ამისათვის კოორდინატთა სისტემაზე (ნახ. 4.11 ა) დავიტანოთ მორის წრეხაზის დიამეტრის ბოლო წერტილები  $D_\alpha$  და  $D_\beta$ . მივიღოთ რომ  $\sigma_\alpha > \sigma_\beta > 0$  და  $\tau_\alpha > 0$ .  $D_\alpha$  წერტილს დავიტანოთ, თუ მასშტაბში ვადავზომავთ შესაფერისი ნიშნებით  $\sigma_\alpha$  და  $\tau_\alpha$  მნიშვნელობას, ხოლო  $D_\beta$  წერტილის დასატანად საჭირო იქნება  $\sigma_\beta$  და  $\sigma_\beta = -\tau_\alpha$  სიდიდეების ვადაზომვა კოორდინატთა სისტემაზე.  $D_\alpha$ ,  $D_\beta$  მონაკვეთზე, როგორც დიამეტრზე ჩვენ შეგვიხაზავთ  $C$  ცენტრიდან მორის წრეხაზს. წერტილები



$A$  და  $B$ , სადაც  $m$  ორის წრეხაზი გადაკვეთავს, აბსცისთა ღერძს გვიჩვენებენ  $\sigma_1$  და  $\sigma_2$  მთავარი ძაბვის სიდიდეებს, ხოლო კუთხე  $\alpha$ , რომელსაც აღგენს  $B-Da$  მიმართულება  $\sigma$  ღერძთან ეს ის დადებითი კუთხე იქნება, რომელსაც აღგენს დახრილი სიბრტყის ნორმალი  $\sigma_1$  მთავარი ძაბვის მიმართულებასთან. ვინაიდან აქამდე ცნობილი იყო  $\sigma$ , მთავარი ძაბვის მიმართულება და ამ მიმართულებიდან კუთხე  $\alpha$ -ს დადებით მიმართულებას გადავზომავდით საათის ისრის მოძრაობას საწინააღმდეგოდ, აილა როდესაც ვიცით დახრილი სიბრტყის ნორმალის (იგივე  $\sigma_a$ ) მიმართულება, საჭიროა დადებითი კუთხე რომ მივიღოთ,  $\sigma_1$ -ის მიმართულება გადაიზომოს საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით. აღნიშნული კუთხე, ე. ი.  $\sigma_1$ -ის მიმართულება ნაჩვენებია მორის წრეხაზზე. თუ  $\sigma_a$ -ს მიმართულებას შეუთავსებთ  $\sigma$  ღერძის მიმართულებას, მთავარი ძაბვის მიმართულება შეიძლება პირდაპირ გადატანილ იქნეს მორის წრეხაზიდან (ნახ. 4.11).

შევადგინოთ ფორმულები, რომლის დახმარებითაც გამოითვლება მთავარი ძაბვების სიდიდე და მიმართულება, თუ ცნობილია ორ ურთიერთმართობულ სიბრტყეში, ნორმალური და მხები ძაბვების მნიშვნელობა. მორის წრეხაზიდან გვექნება:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{D_a k_a}{C k_a} = \frac{2\tau_a}{\sigma_a - \sigma_\beta} \quad (4.16)$$

(4.16) ფორმულიდან ჩვენ განვსაზღვრავთ მთავარი ძაბვის მიმართულებას, როგორც აღვნიშნეთ, ამ უკანასკნელის დადებითი მნიშვნელობა უნდა მოვზომოთ  $\sigma_a$  მიმართულებიდან საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით. მოვძებნოთ მთავარი ძაბვების სიდიდეები. მორის წრეხაზიდან, მივიღებთ:

$$\sigma_1 = OA = OC + CA \quad \text{და} \quad \sigma_2 = OB = OC - CB,$$

ვინაიდან

$$CA = CB = CD_a$$

გვექნება:

$$\begin{cases} \sigma_1 = \\ \sigma_2 = \end{cases} = OC \pm CD_a$$

გამოვთვალოთ  $OC$  და  $CD_a$  მნიშვნელობები ცნობილი  $\sigma_a$ ,  $\sigma_\beta$ ,  $\tau_a$  და  $\sigma_\beta$  სიდიდეების დახმარებით.

$$OC = \frac{\sigma_a + \sigma_\beta}{2},$$

ხოლო

$$CD_a = \sqrt{Ok_a^2 + k_a D_a^2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_a - \sigma_\beta}{2}\right)^2 + 4\tau_a^2}$$

თუ შევიტანთ  $OC$  და  $CD_a$ -ს მნიშვნელობებს, საბოლოოდ მივიღებთ:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \left\{ = \frac{1}{2} \left[ (\sigma_a + \sigma_\beta) \pm \sqrt{(\sigma_a - \sigma_\beta)^2 + 4\tau_a^2} \right] \right. \\ \sigma_2 &= \left. \right\} \end{aligned} \quad (4.17)$$

იმ შემთხვევაში, თუ  $\sigma_\beta = 0$

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \left\{ = \frac{1}{2} \left[ \sigma_a \pm \sqrt{\sigma_a^2 + 4\tau_a^2} \right] \right. \\ \sigma_2 &= \left. \right\} \end{aligned} \quad (4.18)$$

ხოლო მთავარი ძაბვის დახრის კუთხე  $\alpha$  — მიმართულებასთან განისაზღვრება ფორმულით:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\tau_a}{\sigma_a} \quad (4.19)$$

ფორმულაში (4.18) ერთ-ერთ მთავარ ძაბვას აღვნიშნავთ  $\sigma_2$  იმიტომ, რომ იგი იღებს უარყოფით ნიშანს. ეს გასაგებია, ვინაიდან ერთი მთავარი ძაბვა ნულის ტოლია. მთავარი ძაბვების აღნიშვნები საბოლოოდ გვექნება ასეთი:

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} \left[ \sigma_a + \sqrt{\sigma_a^2 + 4\tau_a^2} \right],$$

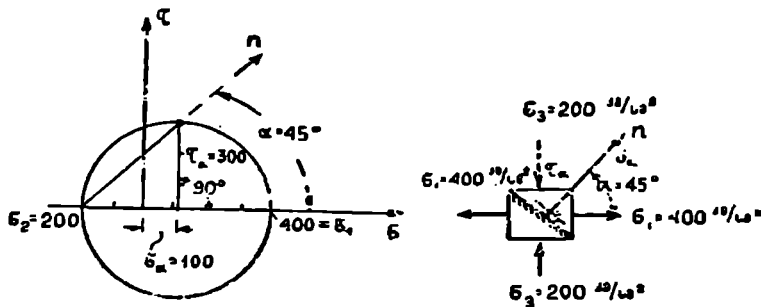
ხოლო

$$\sigma_2 = 0$$

$$\sigma_3 = \frac{1}{2} \left[ \sigma_a - \sqrt{\sigma_a^2 + 4\tau_a^2} \right];$$

ამოცანა. მოცემული გვაქვს მთავარი ძაბვების მნიშვნელობა  $\sigma_1 = 400$  კგ/სმ<sup>2</sup> და  $\sigma_2 = -200$  კგ/სმ<sup>2</sup>. განვსაზღვროთ გრაფიკულად დახრილ კვეთში, რომლის ნორმალის უდადგენს  $\alpha$ , მიმართულებასთან  $45^\circ$  კუთხეს, ნორმალური და მხები ძაბვები. შევარჩიოთ ძაბვებისათვის მასშტაბი. ამოცანის გრაფიკული გადაწყვეტა ნაჩვენებია ნახ. 4.12-ზე.

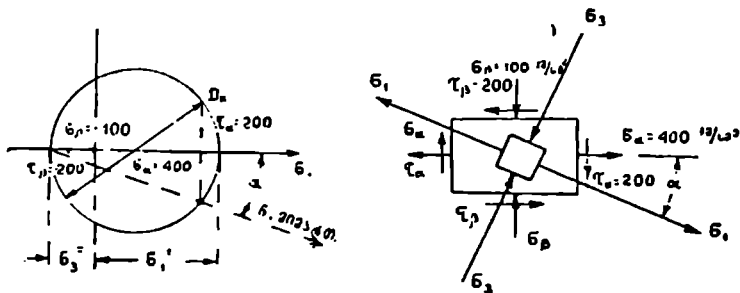
პასუხი:  $\sigma_a = 100$  კგ/სმ<sup>2</sup>,  $\tau_a = 300$  კგ/სმ<sup>2</sup>.



ნახ. 4.12

ამოცანა. მოცემულია ურთიერთმართობულ სიბრტყეებში ნორმალური და მხები ძაბვების მნიშვნელობა  $\sigma_a = 400$  კგ/სმ<sup>2</sup>,  $\tau_a = 200$  კგ/სმ<sup>2</sup>,  $\sigma_\beta = -100$  კგ/სმ<sup>2</sup> და  $\tau_\beta = -200$  კგ/სმ<sup>2</sup>.

განესაზღვროთ გრაფიკულად მთავარი ძაბვების მიმართულება და სი-  
დიდე. ამოცანის გრაფიკული ამოხსნა მოცემულია ნახ. 4.13 ბ-ზე.



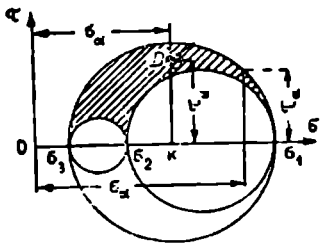
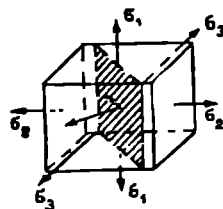
ნახ. 4.13

**§ 6. მოცულობითი დაძაბული მდგომარეობის დროს დახრილ სიბრტყეში ძაბვების განსაზღვრა**

მოცულობითი დაძაბული მდგომარეობის დროს, როგორც ცნობილია, არსებობს სამივე მთავარი ძაბვა  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  და  $\sigma_3$ . გამოვთვალოთ გრაფიკული ხერხით დახრილ სიბრტყეებში ნორმალური და მხები ძაბვები. დახრილი სიბრტყეები ჯერჯერობით მივმართოთ ერთ-ერთი მთავარი ძაბვის პარალელურად.

განესაზღვროთ  $\sigma_x$  და  $\tau_{xy}$  ძაბვები დახრილ სიბრტყეში, რომელიც პარალელურია მავალითად,  $\sigma_1$  მთავარი ძაბვისა (ნახ. 4.14)  $\sigma_2$  ძაბვა აღნიშნულ სიბრტყეზე არ იმოქმედებს. ვინაიდან უკანასკნელი მიმართულია სიბრტყის პარალელურად. მთავარი ძაბვები, რომლებიც გამოიწვევენ ნორმალურ და მხებ ძაბვებს  $\sigma_1$  მთავარი ძაბვის პარალელურ სიბრტყეზე, იქნებიან  $\sigma_2$  და  $\sigma_3$ .

აეგაოთ ამ ორ ძაბვაზე მორის წრეხაზი და განესაზღვროთ  $\sigma_x$  და  $\tau_{xy}$ , როგორც ამას ვაკეთებდით ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობის დროს. ნახაზე მოცემული პატარა წრეხაზის კოორდინატები, გვიჩვენებს, თუ როგორ იცვლება აღნიშნულ სიბრტყეში ნორმალური და მხები ძაბვები, როდესაც სიბრტყე ბრუნავს  $\sigma_1$  მიმართულების გარშემო.



ნახ. 4.14

სიბრტყე ბრუნავს  $\sigma_1$  მიმართუ-

ანალოგიურად განვსაზღვრავთ ნორმალურ და მხებ ძაბვებს სიბრტყეში, რომელიც პარალელურია  $\sigma_2$  მთავარი ძაბვის, ამისათვის საჭიროა ავადგოთ მორის წრე  $\sigma_1$  და  $\sigma_3$  მთავარ ძაბვებზე (დიდი წრეხაზი). დახრილ სიბრტყეში კი, რომელიც  $\sigma_2$  მთავარი ძაბვის პარალელურია  $\tau_a$  და  $\sigma_a$  ძაბვების განსაზღვრისათვის საჭიროა ავადგოთ აგრეთვე მორის წრეხაზი  $\sigma_1$  და  $\sigma_3$  ძაბვებზე (საშუალო წრეხაზი).

ნებისმიერად დახრილ სიბრტყეებში ძაბვების სიდიდეებს განსაზღვრავს დაშტრახულ ნაწილში მოთავსებული წერტილის კოორდინატები. ნებისმიერად დახრილ სიბრტყეში ნორმალური და მხები ძაბვების სიდიდე შეიძლება განვსაზღვროთ ანალიზური ხერხითაც. აღვნიშნოთ კუთხეები, რომელსაც ადგენს ნებისმიერად დახრილი სიბრტყის ნორმალი  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  და  $\sigma_3$  მთავარი ძაბვების მიმართულებასთან  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  და  $\alpha_3$ . მაშინ ნორმალური ძაბვის გამოსათვლელად თუ ვისარგებლებთ (4.6) ფორმულით, მივიღებთ:

$$\sigma_a = \sigma_1 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3 \cos^2 \alpha_3. \quad (4.20)$$

$\sigma_a$  და  $\tau_a$  ძაბვების ტოლქმედს გამოვთვლით

$$p_a^2 = p_{\sigma_1}^2 + p_{\sigma_2}^2 + p_{\sigma_3}^2,$$

სადაც  $p_{\sigma_1}$ ,  $p_{\sigma_2}$  და  $p_{\sigma_3}$  წარმოადგენენ დახრილ სიბრტყეებში მოქმედ მდგენელ ძაბვებს გამოწვეულს შესაფერის მთავარ ძაბვებით  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  და  $\sigma_3$ .  $p_{\sigma_1}$ ,  $p_{\sigma_2}$  და  $p_{\sigma_3}$  ძაბვები პარალელური არიან იმ ძაბვებისა, რომლებიც იწვევენ უკანასკნელს, ე. ი.  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  და  $\sigma_3$  ძაბვის.

თუ ვისარგებლებთ (4.4) ფორმულით, გამოვთვლით  $p_{\sigma_1}$ ,  $p_{\sigma_2}$  და  $p_{\sigma_3}$  მნიშვნელობებს:

$$p_{\sigma_1} = \sigma_1 \cos \alpha_1, \quad p_{\sigma_2} = \sigma_2 \cos \alpha_2, \quad \text{და} \quad p_{\sigma_3} = \sigma_3 \cos \alpha_3.$$

როგორც ცნობილია,  $\tau_a = \sqrt{p_a^2 - \sigma_a^2}$ , თუ შევიტანთ  $p_a$  და  $\sigma_a$  მნიშვნელობებს, საბოლოოდ მივიღებთ:

$$\tau_a = \sqrt{\sigma_1^2 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2^2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3^2 \cos^2 \alpha_3 - \sigma_a^2} \quad (4.21)$$

როგორც მორის წრიდან ჩანს, უდიდესი ნორმალური ძაბვა დახრილ სიბრტყეში ტოლია  $\sigma_1$ , უმცირესი  $\sigma_3$ . მხები ძაბვის უდიდესი მნიშვნელობა კი ტოლია დიდი წრის რადიუსის.

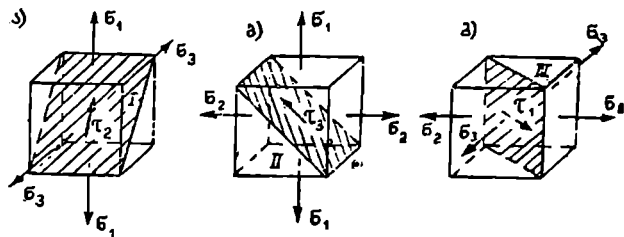
$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}.$$

მხები ძაბვები მთავარი ძაბვების პარალელურ სიბრტყეებში იცვლება შენდევნაირად: მაგალითად,  $\sigma_3$  ძაბვის პარალელურ სიბრტყეში, ადგილი ექნება უდიდეს მხებ ძაბვას, როდესაც ამ სიბრტყის ნორმალი,  $\sigma_1$  და  $\sigma_3$  მიმართულებასთან შეადგენს  $45^\circ$  (4.15 ა); სიდიდეა ის ტოლია  $\tau_3 = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ ; (დი-

დი წრეხაზის რადიუსის) ანალოგიურად განისაზღვრება  $\tau_3$ .  $\tau_3 = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$  (ნახ.

4.15 ბ) (საშუალო წრეხაზის რადიუსი);  $\tau_1 = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}$  (ნახ. 4.15 გ) (პატარა

წრის რადიუსი); ნახ. 4.15-ზე ნაჩვენებო არ არის ის მთავარი ძაბვები, რომლებიც არ იწვევენ აღნიშნულ სიბრტყეებზე ძაბვას.



ნაგ. 4.15

## § 7. დეფორმაციების გამოთვლა მოცულობითი დაძაბული მდგომარეობის დროს

მოცულობითი დაძაბული მდგომარეობის დროს პრიზმატული ელემენტისათვის, რომლის ზომებია  $a \times b \times c$ , გამოვთვალოთ ფარდობითი დეფორმაციები  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  და  $\epsilon_3$  მიმართულებით (ნახ. 4.16). ეიანგარიშით უკერძოობით  $a$  წიბოს ფარდობითი დეფორმაციები ( $\epsilon_1$  მიმართულებით) ცალ-ცალკე გამოწვეული  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  და  $\sigma_3$  როგორც ნახაზიდან ჩანს,  $\sigma_1$  მთავარი ძაბვა იწვევს  $a$  წიბოს დაგრძელებას, ხოლო  $\sigma_2$  და  $\sigma_3$  კი — დამოკლებას.

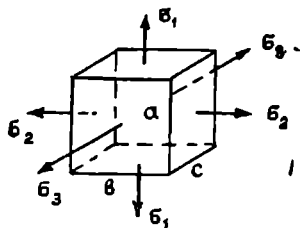
$\epsilon_1$ -ით გამოწვეული  $a$  წიბოს ფარდობითი დეფორმაცია გამოითვლება:

$$\epsilon' = \frac{\sigma_1}{E},$$

$\sigma_2$  ძაბვის ქმედებით  $a$  წიბო განიცდის შემოკლებას და მისი ფარდობითი დეფორმაცია გამოითვლება:

$$\epsilon'' = -\mu \frac{\sigma_2}{E},$$

სადაც  $\frac{\sigma_3}{E}$  წარმოადგენს გრძივ ფარდობით დეფორმაციას  $\sigma_3$ -ის მიმართულებით.



ნახ. 4.16

ანალოგიურად გამოითვლება  $a$  წიბოს ფარდობითი დეფორმაცია გამოწვეული  $\sigma_3$  მთავარი ძაბვით.

$$\varepsilon'' = -\mu \frac{\sigma_3}{E}$$

თუ ვისარგებლებთ ძალთა დამოუკიდებლობის პრინციპით, გამოვთვალოთ  $a$  წიბოს ფართობით დეფორმაციას, რომელიც გამოწვეულია სამივე მთავარი ძაბვის ერთდროული მოქმედებით.

$$\varepsilon_1 = \varepsilon' + \varepsilon'' + \varepsilon''' = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_2}{E} - \mu \frac{\sigma_3}{E},$$

ან

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] \quad (4.22)$$

ანალოგიურად გამოვთვლით ფარდობითი დეფორმაციების სიდიდეს  $\sigma_2$  და  $\sigma_3$  მიმართულებით.

უკანასკნელს ექნება შემდეგი სახე:

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_1 + \sigma_3)], \quad (4.23)$$

ხოლო

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 - \sigma_2)]; \quad (4.24)$$

ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობის დროს, მაგალითად, თუ  $\sigma_3 = 0$ , ფორმულები ლეზულობენ შემდეგ მნიშვნელობებს:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E} (\sigma_1 - \mu\sigma_2), \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} (\sigma_2 - \mu\sigma_1), \\ \varepsilon_3 &= -\frac{\mu}{E} (\sigma_1 + \sigma_2). \end{aligned} \quad (4.25)$$

თუ ადგილი აქვს ხაზობრივად დაძაბულ მდგომარეობას, მაგალითად, როდესაც  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ , მივიღებთ:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\sigma_1}{E}, \\ \varepsilon_2 &= -\frac{\mu\sigma_1}{E}, \\ \varepsilon_3 &= -\frac{\mu\sigma_1}{E}. \end{aligned} \quad (4.26)$$

გამოთვალათ დეფორმაციის შედეგად სწორკუთხოვანი პარალელპიპედის მოცულობის ფარდობითი ცვლა. საწყისი მოცულობა გამოითვლება  $V_0 = abc$ . მოცულობა დეფორმაციის შემდეგ იქნება:

$$V = (a + \Delta a)(b + \Delta b)(c + \Delta c).$$

თუ უგულებელვყოფთ მეორე და მესამე რიგის მცირე სიდიდეებს, გვექნება:

$$\begin{aligned} V &= abc + \Delta abc + \Delta bac + \Delta cab) = \\ &= abc \left( 1 + \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta c}{c} \right), \end{aligned}$$

$$V = V_0(1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3). \quad (4.27)$$

დეფორმაციის ფარდობითი ცვლა ტოლია:

$$\frac{V - V_0}{V_0} = \frac{V_0(1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) - V_0}{V_0} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3. \quad (4.28)$$

თუ შევიტანთ (4.28) ფორმულაში  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  და  $\varepsilon_3$  ნიშვნელობას (4.22) (4.23) და (4.24) ფორმულებიდან, მივიღებთ:

$$\Theta = \frac{V - V_0}{V} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \frac{1 - 2\mu}{E} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3). \quad (4.29)$$

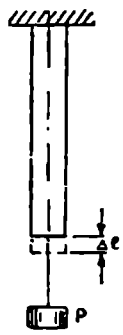
ჩვენ ვხედავთ, რომ მოცულობის ფარდობითი ცვლა დამოკიდებულია მთავარი ძაბვების ჯამზე და დამოკიდებული არ არის მათ თანაფარდობაზე. მოცულობის ფარდობითი ცვლა ტოლი იქნება ნულის, როდესაც  $\mu = 0,5$ .

### § 8. დრეკადი დეფორმაციის ხვედრითი მუშაობის გამოთვლა

თუ პრიზმატულ ლეროს სტატიკურად მივაყენებთ  $P$  ძალას, უკანასკნელი დაგრძელება  $\Delta l$  სიდიდით (ნახ. 4.17). აღნიშნული ძალა თუ იზრდება ისე, რომ მასალა მუშაობს პროპორციულობის ზღვრებში, ადვილია ამ ძალას მიერ შესრულებული მუშაობის გამოთვლა; როგორც ვიცით, უკანასკნელი გამოითვლება ფორმულით:

$$A = \frac{\rho \Delta l}{2}. \quad (4.30)$$

მხედველობაში თუ არ მივიღებთ იმ მცირე დანაკარგებს, რომელთაც ადვილი აქვს გაჭიმვის დროს თბო და ელექტრომაგნიტურ მოვლენებზე, შეიძლება მივიღოთ, რომ აღნიშნული მუშაობა მთლიანად გადადის დეფორმაციის პოტენციალურ ენერგიაში. ძალის თანდათანობით მოხსნის შემთხვევაში, დახარჯული მუშაობა შეიძლება დავიბრუნოთ მთლიანად უკან.



ნახ. 4.17

გამოვთვალათ დრეკადი დეფორმაციის კუთრი მუშაობა, ე. ი. იმ დახარჯული მუშაობის რაოდენობა, რომელიც მოდის დრეკად სხეულის ერთეულ მოცულობაზე. თუ შევიტანთ 4.30 ფორმულაში მნიშვნელობას  $\Delta l = \frac{Pl}{FE}$ , გვექნება:

$$A = \frac{P^2 l}{2FE} = \frac{\sigma^2 Fl}{2E}, \quad (4.31)$$

ხოლო დეროს ერთეულ მოცულობაზე დახარჯული მუშაობა ტოლი იქნება

$$a = \frac{A}{V} = \frac{\sigma^2 Fl}{2FE l} = \frac{\sigma^2}{2E} = \frac{\sigma \epsilon}{2}. \quad (4.32)$$

ვისარგებლებთ რა ძალთა დამოუკიდებლობის პრინციპით, შეიძლება გამოვთვალათ ხვედრით დრეკად დეფორმაციაზე დახარჯული მუშაობა, მოცულობითი დაძაბული მდგომარეობის დროს.

$$a = \frac{\sigma_1 \epsilon_1}{2} + \frac{\sigma_2 \epsilon_2}{2} + \frac{\sigma_3 \epsilon_3}{2}.$$

თუ შევიტანთ  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  და  $\epsilon_3$  მნიშვნელობას ფორმულებიდან (4.22), (4.23) და (4.24), გვექნება

$$a = \frac{1}{2E} [\sigma_1 (\sigma_1 - \mu \sigma_2 - \mu \sigma_3) + \sigma_2 (\sigma_2 - \mu \sigma_3 - \mu \sigma_1) + \sigma_3 (\sigma_3 - \mu \sigma_1 - \mu \sigma_2)];$$

ფრჩხილების გახსნის შემდეგ მივიღებთ

$$a = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_1 \sigma_3 + \sigma_2 \sigma_3)]. \quad (4.33)$$

ზოგად შემთხვევაში, როდესაც  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ , თუ აღნიშნული მთავარი ძაბვები იმოქმედებენ კუბიკური ფორმის ელემენტზე, უკანასკნელი მოცულობას შეიცვლის  $\Delta V$  სიდიდით. რადგანაც მთავარი ძაბვები თანატოლი არ არიან მოცულობასთან ერთად, კუბიკური ელემენტი შეიცვლის აგრეთვე ფორმასაც. კუთრი მუშაობა შეიძლება გავყოთ ორ ნაწილად, ერთი ის ნაწილი, რომელიც იხარჯება მხოლოდ მოცულობის ცვლაზე ფორმის შეუცვლელად (ელემენტის კუბიკური ფორმა რჩება ისევე კუბიკური) და მეორე — კუთრი მუშაობის ნაწილი, რომელიც იხარჯება მხოლოდ ფორმის ცვლაზე (კუბიკური ფორმა გადადის პრიზმატულში) მოცულობის შეუცვლელად.

გამოვთვალათ დრეკადი დეფორმაციის კუთრი მუშაობის ის ნაწილი, რომელიც იხარჯება მხოლოდ მის მოცულობის ცვლაზე.

მოცულობის ცვლა ფორმის შეუცვლელად რომ მოხდეს, ე. ი. კუბიკის ფორმა უცვლელი რომ დარჩეს, საჭიროა სამივე მიმართულებით მთავარი ძაბვები ერთნაირი იყოს და ტოლი საშუალო ძაბვის.



საშუალო ძაბვას გამოვთვლით ფორმულით:

$$\bar{r}_n = \frac{r_1 + r_2 + r_3}{3}.$$

საშუალო ძაბვა ყველა მიმართულებით გამოიწვევს ერთნაირ ფარდობით დიფორმაციას, რომელიც ტოლი იქნება აგრეთვე საშუალო ფარდობითი დეფორმაციისა:

$$\bar{\epsilon}_n = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3}{3}.$$

დახარჯული კუთრი მუშაობა მხოლოდ მოცულობის ცვლაზე გამოითვლება:

$$a_r = 3 \frac{\bar{r}_n \bar{\epsilon}_n}{2} = \frac{3}{2} \frac{r_1 + r_2 + r_3}{3} \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3}{3}.$$

თუ შევიტანთ  $r_1 + r_2 + r_3$  მნიშვნელობას ფორმულაში (4.33), მივიღებთ:

$$a_v = \frac{3}{2} \frac{r_1 + r_2 + r_3}{3} \frac{1 - 2\nu}{3E} (r_1 + r_2 + r_3),$$

ან

$$a_v = \frac{1 - 2\nu}{6E} [r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + 2(r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3)]. \quad (4.34)$$

კუთრი მუშაობის ის ნაწილი, რომელიც იხარჯება ფორმის ცვლაზე, ტოლი იქნება:

$$a_3 = a - a_v = \frac{1}{2E} [r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 - 2\nu(r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3)] - \\ - \frac{1 - 2\nu}{6E} [r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + 2(r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3)];$$

გამარტივების შემდეგ მივიღებთ:

$$a_3 = \frac{1 + \nu}{3E} (r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 - r_1 r_2 - r_1 r_3 - r_2 r_3). \quad (4.35)$$

### § 9. სიმტკიცის თეორიები

ნაგებობის ან მანქანის აგების შემდეგ თუ გვაქვს საშუალება გამოვცადოთ უკანასკნელი დარღვევამდე მისი ზომების დადგენა არ წარმოადგენს დიდ სირთულეს. გამოცდის შედეგად ჩვენ შეიძლება გავაქეთოთ გარკვეული დასკვნები, თუ მანქანის ან ნაგებობის რომელი ელემენტები საჭიროებენ გაძლიერებას, რის შედეგადაც ჩვენ შევიტანდით კონსტრუქციაში გარკვეულ ცვლილებებს.

აღნიშნული მეთოდით კონსტრუქციის ელემენტების ზომების დადგენა ძალიან რთული იქნებოდა და უკანასკნელი გამოიწვევდა, ახალი ფორმის მანქანისა და ხაგებობის შექმნის საქმის საგრძნობლად დაუხრუჭებას.

ჯერ კიდევ ΔVII საუკუნეში გალილეი აღნიშნავდა, რომ საქირო იყო ისეთი თეორიული ანგარიშის შექმნა, რომელიც მინიმალური ცდების რაოდენობაზე დაყრდნობილი საშუალებას მოგვცემდა შეგვეჩიხა მანქანის ან ნაგებობის მტკიცე ზომები.

ცენტრალური გაჭიმვა-კუმშვის დროს ელემენტის მტკიცე ზომების დადგენა რთული არ არის იმ მასალისათვის რომლიდანაც დაშადებულია კონსტრუქციის ელემენტი. საქიროა ცდის საშუალებით მხოლოდ ერთხელ დაავადგინოთ დასაშვები ძაბვა  $[\sigma]$ , რის შემდეგ ელემენტის ზომებს შევარჩევთ ისე, რომ დავაკმაყოფილოთ სიმტკიცის პირობა  $\sigma_{max} \leq [\sigma]$ .

როგორც ცნობილია დასაშვებ ძაბვას ვსაზღვრავთ ფორმულით  $[\sigma] = \frac{\sigma_0}{k}$ , სადაც  $\sigma^0$  წარმოადგენს საშიშ ძაბვას, რომელსაც ვადგენთ ცდის სა-

შუალებით, ხოლო  $k$  — შესაფერისი მარაგის კოეფიციენტი.

გავეცნოთ თუ როგორ უნდა შევამოწმოთ მანქანის ან ნაგებობის ის ელემენტები. რომლებიც იმყოფებიან მოცულობით დაძაბულ მდგომარეობაში, ე. ი. ისეთი ელემენტები, რომელზედაც ერთდროულად მოქმედებს  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  და  $\sigma_3$  მთავარი ძაბვები.

თუ გავეყვებით იმავე გზას, რომლითაც ჩვენ ვსარგებლობთ ხაზობრივად დაძაბული მდგომარეობის დროს, საქირო იქნებოდა ცდის საშუალებით დაგვედგინა ჯერ საშიში მდგომარეობა მოცულობითი დაძაბული მდგომარეობისას, ე. ი. მდგომარეობა, როდესაც მოცულობით დაძაბული სხეული ან ირღვევა ან იწყებს დენადობას. განვსაზღვრავდით რა საშიშ მდგომარეობის დროს მთავარი ძაბვების მნიშვნელობას  $\sigma_1^0$ ,  $\sigma_2^0$ ,  $\sigma_3^0$ , უკანასკნელის გაყოფით მარაგის კოეფიციენტზე, მივიღებდით დასაშვებ მთავარ ძაბვებს, რომლის დროსაც აღნიშნული ელემენტი იმუშავებდა მტკიცედ. აღნიშნული საშიში მდგომარეობის დასადგენად მოგვიხდება ძალის მიყენება სამი მთავარი ძაბვის მიმართულებით, ეს კი გაართულებდა გამოცდის პროცესს. გარდა ზემოაღნიშნულისა, მოცულობითი დაძაბული სხეული საშიშ მდგომარეობაზე შეიძლება მივიყვანოთ  $\sigma_1^0$ ,  $\sigma_2^0$  და  $\sigma_3^0$  მთავარი ძაბვების სულ სხვადასხვა მნიშვნელობების დროს (გამოსაცდელი ნიმუში შეიძლება დავარღვიოთ ისე, რომ

$\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$  გარკვეული თანაფარდობით ვზარდოთ, მაშინ როდესაც  $\sigma_3$  აქვს ერთი

გარკვეული მნიშვნელობა და სხვა). ცხადია, რომ მოცულობითი დაძაბული მდგომარეობის დროს საშიში მდგომარეობის უამრავი ვარიანტები შეიძლება გვექონდეს, რომელთაგანაც ალბათ ერთერთი ასახავს იმ მოცულობით დაძაბულ მდგომარეობას, რომელსაც ჩვენ შევისწავლით კონკრეტული შემთხვევისას.

ვინაიდან მოცულობითი დაძაბული მდგომარეობის დროს საშიში მდგომარეობის ვარიანტები ძალიან ბევრია, უკანასკნელის დადგენა პრაქტიკულად, ე. ი. ცდის საშუალებით შეუძლებელია; აქედან გამომდინარე, შეუძლებელია

სიმტკიცის პირობის შესაძგენად ვისარგებლოთ იმ გზით, რომლითაც ვსარგებლობდით ხაზობრივი დაძაბული მდგომარეობის დროს.

ხაზობრივი დაძაბული მდგომარეობის დროს მასალის საშიში მდგომარეობის დადგენა, როგორც აღენიშნეთ, არ წარმოადგენს რთულ საქმეს, ხოლო მოცულობითი დაძაბული მდგომარეობის დროს საშიშა მდგომარეობის დადგენა საქმაოდ რთულია, აქედან გამომდინარე წარმოიშვა აზრი ერთმანეთთან დაგვეკავშირებინა საშიში მდგომარეობა ხაზობრივი და მოცულობითი დაძაბული მდგომარეობის დროს. ხაზობრივი და მოცულობითი დაძაბული მდგომარეობის დასაკავშირებლად საჭირო იყო იმ ნიშნების გამოყოფა, რომელიც იწვევდა მასალის საშიშ მდგომარეობამდე მიყვანას. გამოთქმული იყო აზრი, რომ მასალის საშიში მდგომარეობა გამოწვეულია ნორმალური ძაბვების ქმედებით ანუ მასალის ერთი ნაწილის მოწყვეტით შემორესთან. არსებობს სხვა თეორია, რომლის მიხედვით მასალის საშიშ მდგომარეობას იწვევს ნორმალური ძაბვები კი არა, არამედ მხები ძაბვები, რომლის დროსაც სხეულის ერთი ნაწილი მეორეს სცილდება ძვრის დეფორმაციის შედეგად. გარდა აქ გამოთქმული აზრისა არსებობს მთელი რიგი სიმტკიცის თეორიები, რომელთაგან ქვემოთ მოგვეყავს ძირითადი.

ა. სიმტკიცის I თეორია. სიმტკიცის I თეორია ანუ უდიდესი ძაბვების თეორია შეიქმნა მაშინ, როდესაც ძირითად საშენ მასალას წარმოადგენდა: ქვა, აგური, თუჯი და სხვა, ე. ი. ისეთი მასალები, რომლებიც განიცდიდნენ რღვევას ერთი ნაწილის მეორესთან მოწყვეტით ანუ ნორმალური ძაბვის ქმედებით.

აქედან ცხადია, რომ სიმტკიცის ძირითად მახასიათებლად მიჩნეული იყო ნორმალური უდიდესი ძაბვა. თანახმად აღნიშნული სიმტკიცის თეორიისა, მოცულობითი დაძაბული სხეული იქნება მტკიცე, თუ უდიდესი მთავარი ძაბვა ნაკლებია ან ტოლია და საშვები ძაბვისა ხაზობრივად დაძაბული მდგომარეობის დროს.

სიმტკიცის პირობას აღნიშნული თეორიის მიხედვით ექნება შემდეგი სახე:

$$\sigma_1 \leq [\sigma]_g \text{ ან } \sigma_3 \leq [\sigma]_g .$$

სიმტკიცის ორ პირობას ადგილი ექნება, თუ  $\sigma_1 > 0$ , ან  $\sigma_3 < 0$ . თუ  $\sigma_1 > \sigma_3 > 0$  დაგვრჩება მხოლოდ პირველი სიმტკიცის პირობა, ხოლო თუ  $\sigma_1 > \sigma_3 > \sigma_3 < 0$  დაგვრჩება სიმტკიცის მეორე პირობა. აღნიშნული სიმტკიცის თეორიის უარყოფითი მხარე ერთი შეხედვითაც ნათელია. აქ მოცულობითი დაძაბული სხეული მოწმდება ისე როგორც ხაზობრივად დაძაბული, რადგანაც დანარჩენ ორ მთავარ ძაბვას მიეღველობაში არ ვღებულობთ.

აღნიშნული თეორიის ექსპერიმენტულად შემოწმების შედეგად გამოირკვა, რომ სიმტკიცის I თეორიიდან მიღებული შედეგები მართებულია მხოლოდ მყიფე მასალებისათვის, როდესაც უკანასკნელნი მუშაობენ გაჭიმვაზე.

ბ. სიმტკიცის II თეორია ანუ უდიდესი დეფორმაციების თეორია. თანახმად აღნიშნული სიმტკიცის თეორიისა, მოცულობითი დაძაბული სხეული იმედინად იმუშავებს, თუ მაქსიმალური ფარდობითი დე-

ფორმაცია, ნაკლებია ან ტოლი ხაზობრივად დაძაბული მდგომარეობის დროს დასაშვები ფარდობით დეფორმაციაზე.

სიმტკიცის პირობას ექნება შემდეგი სახე:

$$\varepsilon_{max} = \varepsilon_1 \leq [\varepsilon].$$

თუ შევიტანთ გამოთქმაში  $\varepsilon_1$  და  $[\varepsilon]$  მნიშვნელობას, გვექნება:

$$\frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu (\sigma_2 + \sigma_3)] \leq \frac{[\sigma]}{E}.$$

გამარტივების შემდეგ მივიღებთ:

$$\sigma_1 - \mu (\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma]. \quad (4.36)$$

განტოლების მარცხენა ნაწილს აღნიშნავენ  $\sigma_1^{II}$  და უწოდებენ საანგარიშო ძაბვას. სიმტკიცის II თეორიის მიხედვით თუ ვისარგებლებთ აღნიშვნით, სიმტკიცის პირობა გადაიწერება:

$$\sigma_1^{II} \leq [\sigma].$$

სიმტკიცის II თეორიაში ის ძირითადი ნაკლი, რომელიც ახასიათებდა სიმტკიცის I თეორიას, თითქოს გამოსწორებულია. აქ ჩვენ ვხედავთ, რომ უფროსა (4.36) შეიცავს ყველა მთავარ ძაბვებს. სიმტკიცის II თეორიის შემოწმებამ გვიჩვენა, რომ უკანასკნელი გამოდგება მყიდვე მასალებისათვის.

სიმტკიცის II თეორიის ნაკლი ერთი შეხედვითაც ნათლად ჩანს. როდესაც  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 > 0$  საანგარიშო ძაბვა  $\sigma_1^{II}$  უფრო ნაკლებია, ვიდრე მაშინ, როდესაც  $\sigma_1 > 0$ , ხოლო  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ , ე. ი. გამოდის თითქოს მოცულობითი დაძაბული მდგომარეობის დროს, როდესაც მასალა ყველა მიმართულებით იჭიმება უფრო მტკიცეა, ვიდრე ხაზობრივი დაძაბული მდგომარეობის დროს. როდესაც სხეული განიცდის გაჭიმვას, მხოლოდ ერთი მიმართულებით, რაც სიმართლეს არ შეეფერება.

სიმტკიცის III თეორია ანუ უდიდესი მხები ძაბვების თეორია. სიმტკიცის III თეორიის მიხედვით, მოცულობითი დაძაბული სხეული მტკიცეა თუ მაქსიმალური მხები ძაბვა ნაკლებია ან ტოლი ხაზობრივი დაძაბული მდგომარეობის დროს დასაშვები მხები ძაბვისა. სიმტკიცის პირობას III თეორიის მიხედვით ექნება შემდეგი სახე:

$$\tau_{max} \leq [\tau]$$

თუ შევიტანთ  $\tau_{max}$  და  $[\tau]$  მნიშვნელობებს, მივიღებთ:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \leq \frac{[\sigma]}{2}$$

ან გამარტივების შემდეგ მივიღებთ:

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma] \quad (4.37)$$

თუ განტოლების მარცხენა მხარეს აღნიშნავთ  $\sigma_1^{III}$  რომელსაც ეწოდება

საანგარიშო დაბეგა სიმტკიცის მესამე თეორიის მიხედვით, საბოლოოდ ფორ-  
მულა (4.37) მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$a_{III} \ll [c].$$

აღნიშნული თეორია პრაქტიკულად კარგადაა გამართლებული პლასტი-  
კური მასალებისათვის; III სიმტკიცის თეორიის უარყოფით მხარედ უნდა  
ჩაითვალოს ის, რომ შუალედ დაბეგას  $\alpha_2$ -ს მხედველობაში არ ვლებულობთ.  
გამოდის თითქმის  $\alpha_2$  უახლოვდება თავის სიდიდით  $\alpha_1$  თუ  $\alpha_3$ ; ამას არავითარ  
მნიშვნელობა არ ჰქონია მასალის სიმტკიცეზე, რაც მართალი არ არის.  
 $\alpha_2$  მთავარი დაბეგის მხედველობაში ნიულებლობა იწვევს შეცდომას უკიდურეს  
შემთხვევაში  $12 \div 15\%$  რაოდენობით.

d. სიმტკიცის IV თეორია ანუ ენერგეტიკული თეორია.  
ზემოთ, როგორც ამას ჩვენ უკვე გავეცანით, მასალის სიმტკიცის მახასიათებლად  
ერთ შემთხვევაში ვიღებდით ნორმალურ დაბეგას, მეორე შემთხვევაში — გრძივ  
ფარდობით დეფორმაციას, ხოლო მესამე შემთხვევაში — ისევე დაბეგას, მალოდ  
მხებს; როგორც დაინახეთ, ყველა ამ გამოთქმულ თეორიებს ახასიათებდათ  
გარკვეული ნაკლი. წარმოიშვა აზრი, რომ სიეულის სიმტკიცის მახასიათებ-  
ლად მივიღოთ დაბეგა კი არა ან დეფორმაცია, არამედ ისეთი სიდიდე, რომე-  
ლიც შეიცავს ორივეს. ეს უკანასკნელი სხეულის ერთეულ მოცულობაზე და-  
ხარჯული მოცულობაა. პირველად მიიღეს მასალის სიმტკიცის მახასიათებ-  
ლად კუთრი მთლიანი მუშაობა, მაგრამ როგორც დაგვანახვა ექსპერიმენტა-  
ლურმა შემოწმებამ, აღნიშნულმა თეორიამ არ გაამართლა. ამის შემდეგ იყო  
გამოთქმული აზრი, რომ მასალის სიმტკიცის მახასიათებლად მივიღოთ მთე-  
ლი დახარჯული მუშაობა კი არა, არამედ მუშაობის ის ნაწილი, რომელიც  
ხმარდება მასალის ფორმის ცვლას. აღნიშნული თეორია საკმაოდ კარგ შე-  
დეგებს იძლევა პლასტიკური მასალებისათვის. თანახმად ენერგეტიკული თე-  
ორიისა, მოცულობითი დაძაბული სხეული მტკიცეა, თუ ფორმის ცვლაზე  
დახარჯული კუთრი მუშაობა, ნაკლები ან ტოლია ხაზობრივი დაძაბული  
მდგომარეობის დროს ფორმის ცვლაზე დახარჯული კუთრი დასაშვები მუ-  
შაობისა. ეს უკანასკნელი გამოისახება შემდეგნაირად:

$$a_{IV} \leq [a]_{III}.$$

ფორმის ცვლაზე დახარჯული კუთრი მუშაობის სიდიდე მოცულობითი  
დაძაბული მდგომარეობის დროს გამოითვლება ფორმულით:

$$a_{IV} = \frac{1+\mu}{3E} (\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 - \alpha_1\alpha_2 - \alpha_1\alpha_3 - \alpha_2\alpha_3),$$

ხოლო ხაზობრივი დაძაბული მდგომარეობის დროს  $[a]_{III}$  გამოვთვლით ფორ-  
მულით

$$[a]_{III} = \frac{1+\mu}{3E} [c]^2.$$

თუ შევიტანთ  $a_{IV}$  და  $[a]_{III}$  მნიშვნელობებს სიმტკიცის პირობაში, სა-  
ბოლოოდ გვექნება:

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_1\sigma_3 - \sigma_2\sigma_3} \leq [\sigma]. \quad (4.38)$$

საანგარიშო ძაბვა სიმტკიცის IV თეორიის მიხედვით ტოლია

$$\sigma_1^IV = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_1\sigma_3 - \sigma_2\sigma_3}$$

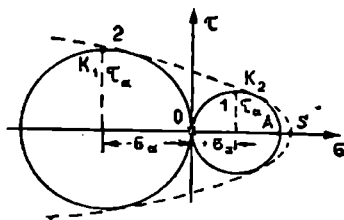
ანუ სიმტკიცის პირობა შემოკლებულად დაიწერება

$$\sigma_1^IV \leq [\sigma].$$

ვინაიდან სიმტკიცის პირობა (ფორ. 4.38) შეიცავს სამივე მთავარ ძაბვას, შედარებით III სიმტკიცის თეორიასთან უკანასკნელი უფრო ზუსტია.

სიმტკიცის თეორიები, როგორც ჩანს, შეიძლება გავყოთ ორ ჯგუფად: პირველ ჯგუფში შევლენ ის სიმტკიცის თეორიები, რომლებიც გამოგვადგება მყიფე მასალებისათვის, ე. ი. I და II თეორია, ხოლო მეორე ჯგუფში ის სიმტკიცის თეორიები, რომლებიც გამოიყენებიან პლასტიკური მასალებისათვის; ესენი არიან III და IV თეორია. იმის მიხედვით, თუ როგორია მასალის მუშაობის პირობები და მისი დაძაბული მდგომარეობა, ერთი და იგივე მასალა შეიძლება აღმოჩნდეს ან მყიფე ან პლასტიკურ მდგომარეობაში. აქედან გამომდინარე, უკეთესი იქნება თუ ჩვენ ხელთ გვექნება ისეთი სიმტკიცის თეორია, რომელიც მოგვცემს საშუალებას შევადგინოთ სიმტკიცის პირობები როგორც მყიფე, ისე პლასტიკური მასალისათვის; ასეთი სიმტკიცის თეორიას ეწოდება განზოგადოებული თეორია.

ე. მორის განზოგადოებულ სიმტკიცის თეორია. მორის სიმტკიცის თეორია გამოიყენება როგორც მყიფე, ისე პლასტიკური მასალებისათვის. მორის თეორიის შედგენისას თავიდანვე იყო მიღებული, რომ  $\sigma_3$



ნახ. 4.18

მთავარი ძაბვა მასალის სიმტკიცეზე ნაკლებად მოქმედებს და მასალის რღვევა ძირითადად გამოწვეულია  $\sigma_1$  და  $\sigma_2$  მთავარი ძაბვებით. მორმა გამოსაცდელი ნიმუში ჩააყენა საშიშ მდგომარეობაში  $\sigma_1$  და  $\sigma_2$  მთავარი ძაბვების სხვადასხვა თანათარღობის დროს. ჯერ მიიღო  $\sigma_3 = 0$  და  $\sigma_1$  ზარდა იქამდე, სანამ ნიმუში არ მიიყენა საშიშ მდგომარეობამდე და გამოხაზა საშიშ მდგომარეობისათვის შესაფერისი მორის წრეხაზი (ნახ. 4.18) (მარჯვენა წრეხაზი). შემდეგ  $\sigma_1 = 0$  და  $\sigma_2$  გაზარდა იქამდე, სანამ ნიმუში არ ჩააყენა აგრეთვე საშიშ მდგომარეობაში და გამოხაზა აღნიშნული მდგომარეობისათვის შესაფერისი მორის წრეხაზი (მარცხენა წრეხაზი).

თუ ამის შემდეგ მასალას მივიყენებთ საშიშ მდგომარეობამდე,  $\sigma_1$  და  $\sigma_2$  მთავარი ძაბვების სულ სხვადასხვა თანათარღობით და ყოველი ამ მდგომარეობისათვის გამოვხაზავთ მორის წრეებს, დავინახავთ, რომ ყველა აღნიშნულ წრეხაზები მოთავსდებიან  $k_1 - k_2$  მოძვლების შიგნით.

მორის წრეხაზზე აღებული წერტილის კოორდინატები, როგორც ცნობილია, გვიჩვენებენ დახრილ კვეთში ნორმალური და მხები ძაბვების სიდიდებს, როგორც (ნახ. 4.18) ჩანს მხები ძაბვა დახრილ კვეთში  $\alpha$  მარცხენა წრეხაზისათვის უფრო მეტია, ვიდრე მარჯვენისათვის.

აღნიშნულ მოვლენას მორი ხსნის შემდეგნაირად: მხები ძაბვის სიდიდე დარღვევის წინ კვეთში, რომელშიაც შემკუმშავი ნორმალური ძაბვები მოქმედებენ, უნდა იყოს გაიკლებით მეტი, ვიდრე ისეთ კვეთში, სადაც ნორმალური ძაბვა გააჭიმავია.

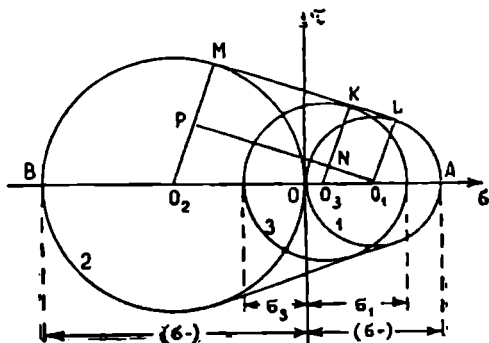
მორმა გამოთქვა აზრი, რომ მხები ძაბვა კვეთში დამოკიდებულია, ერთის მხრივ, ნაწილების ურთიერთშეკიდულობაზე, ბოლო, მეორეს მხრივ, ხახუნის ძალაზე, რომელიც აღიძვრება სხეულის ნაწილაკებს შორის, ნორმალური შემკუმშავი ძაბვის ქმედების შედეგად.

გამარტივების მიზნით შეიძლება დავკმაყოფილდეთ მორის ორი წრეხაზის აგებით. ერთი წრეხაზი აიგება ნიმუშის გაჭიმვაზე გამოცდით  $\alpha_2 = 0$  და  $\alpha_1 = \alpha_1^0$ , ხოლო მეორე ნიმუშის კუმშვაზე გამოცდით  $\alpha_1 = 0$  და  $\alpha_2 = \alpha_2^0$ . გამარტივების მიზნით იღებენ აგრეთვე, რომ 2—5 მომვლები (ნახ. 4.18) არის წრფე. თუ I და II მორის წრეხაზების აგებისას საშიში მთავარი ძაბვების  $\alpha_1^0$  და  $\alpha_2^0$  მაგივრად დავიჯანთ დასაშვებ გამჭიმავ და შემკუმშავ ძაბვებს, რომლებიც გამოითვლება:

$$\frac{\sigma_1^0}{k} = [\sigma_+] \quad \text{და} \quad \frac{\sigma_2^0}{k} = [\sigma_-],$$

მაშინ ამ მორის ორი წრეხაზის შემაერთებელი  $M-L$  ხაზის შიგნით (ნახ. 4.19) მოთავსდებიან შუალედი მორის წრეხაზები, დასაშვები მთავარი ძაბვებით.

მორის სიმტკიცის პირობას მიეცეთ ანალიზური სახე; ამისათვის მოვხაზოთ ნებისმიერი  $O_3$  წერტილიდან შუალედი მორის წრეხაზი ისე, რომ უკანასკნელი  $M$  წრფის მხები აღმოჩნდეს, გავტაროთ  $O_1$  წერტილიდან  $M$ -ის პარალელური  $O_1P$  და შევადგინოთ პროპორცია.



ნახ. 4.19

$$\frac{NO_3}{PO_1} = \frac{O_1O_3}{O_1O_2}$$

თუ მონაკვეთებს შევცვლით შესაფერის ძაბვებით, გვექნება:

$$\bar{N} O_3 = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - \frac{[\sigma_+]}{2} \quad \bar{p} O_3 = \frac{[\sigma_-]}{2} - \frac{[\sigma_+]}{2}$$

$$\bar{O}_1 O_3 = \frac{[\sigma_+]}{2} - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \quad \bar{O}_1 O_3 = \frac{[\sigma_+]}{2} + \frac{[\sigma_-]}{2}$$

პროპორციაში დაბეების შეტანისა და გამარტივების წმდგ მივიღებთ

$$\sigma_1 - \frac{[\sigma_+]}{[\sigma_-]} \sigma_3 < [\sigma_+] \quad (4.39)$$

ცხადია, რომ, როდესაც  $\frac{[\sigma_+]}{[\sigma_-]} = 1$  ჩვენ საქმე გვაქვს პლასტიკურ მა-

სალასთან და ვიღებთ სიმტკიცის III თეორიას როგორც კერძო შემთხვევას.

მორის თეორიის ნაკლად უნდა ჩაითვალოს ის, რომ მხედველობაში არ ვიღებთ  $\sigma_3$  მთავარ დაბეას. თეორია მართებულია, როდესაც ადგილი აქვს ბრტყელ დაძაბულ მდგომარეობას სხვადასხვა ნიშნებით, რადგანაც აღნიშნული თეორია დამყარებულია ასეთი დაძაბული მდგომარეობის ექსპერიმენტალურ შედეგებზე.

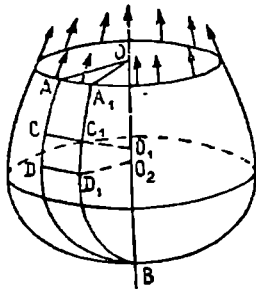
მორის თეორიაში განსაკუთრებულად კარგადაა გათვალისწინებული ნორმალური შემკუმშვაში დაბეების გავლენა მასალის სიმტკიცეზე.

როგორც ზემოთ აღნიშნეთ, მორის თეორია აგებულია ცდებით მიღებულ შედეგებზე და აქედან მიღებული დასკვნები ხელმეორედ შემოწმებას აღარ საჭიროებენ.

საკმაოდ დადი ღვაწლი მიუძღვის დღეისათვის მასალის სიმტკიცის შესწავლაში საბჭოთა მეცნიერებს: დ ა ვ ი დ ე ნ კ ო ვ ს ა და ფ რ ი დ მ ა ნ ს. აღნიშნულმა ავტორებმა მოგვცეს აგრეთვე სიმტკიცის გაერთიანებული თეორია.

### § 10. თხელკედლიანი ჭურჭლის ანგარიში

გაგარჩიოთ თხელკედლიანი ჭურჭლის ანგარიში, როდესაც უკანასკნელს აქვს ბრუნვითი სხეულის ფორმა. დატვირთვა, რომელიც მოქმედებს ჭურჭლის შიგა კედელზე, შეიძლება გამოწვეულ იქნეს სითბით ან აირით. აირის წნევა ჭურჭლის კედელზე შეიძლება მივიღოთ, როგორც მუდმივი სიდიდე, ხოლო სითბის წნევა იცვლება ჭურჭლის სიღრმესთან ერთად (ნახ. 4.20).



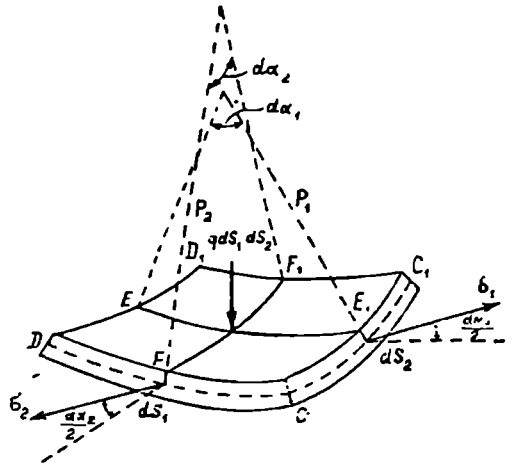
ნახ. 4.20

თუ მივიღებთ, რომ ჭურჭლის კედლები საკმაოდ თხელია, მის კვეთის სისქეზე შეიძლება დავუშვათ, რომ დაბეა თანაბრად ნაწილდება. ამოკვეთოთ რეზერვუარიდან  $cc_1-DD_1$  ნაწილი, რომელიც შემოზღუდულია მერიდიანული  $OAB$ ,  $OA_1B$  და მისი ნორმალური  $cc_1-DD_1$  კვეთებით (ნახ. 4.21), რადგანაც აღნიშნული კვეთების მიმართ დატვირთვა სიმეტრიულია, უკანასკნელში აღიძვ-

რება მხოლოდ ნორმალური დაბეები.



აღნიშნოთ  $EE_1$  რკალის სიგრძე  $ds_1$ , სიმრუდის რადიუსი  $\rho_1$ , ხოლო  $FF_1$  რკალის სიმრუდის რადიუსი  $\rho_2$  და შესაფერისი რკალის სიგრძე  $ds_2$ , ნორმალური ძაბვის სიდიდე  $\sigma_2$ , ხოლო  $ds_2$ -ზე  $\sigma_2$ -ით. კედლის სისქე აღნიშნოთ  $h$ -ით. ცენტრალური კუთხეები, რომელსაც აღგენენ სიმრუდის რადიუსები  $\rho_1$  და  $\rho_2$  აღნიშნოთ შესაბამისად  $d\alpha_1$  და  $d\alpha_2$ . ძალა, რომელიც იმოქმედებს  $ds_1$  გვერდზე, ტოლი იქნება  $ds_1 \cdot \sigma_1$ , ხოლო  $ds_2$ -ზე  $ds_2 \cdot h \cdot \sigma_2$ . ამოკვეთილ ელემენტზე მოსულა წნევა ტოლი იქნება  $ds_1 ds_2 \cdot q$ .



ნახ. 4.21

თუ ავიღებთ ელემენტზე მოქმედი ყველა ძალების გეგმილების ჯამს  $q$ -ს მიმართულებაზე და გავუტოლებთ ნულს, გვექნება:

$$2\sigma_1 h ds_2 \sin \frac{d\alpha_1}{2} + 2\sigma_2 h ds_1 \sin \frac{d\alpha_2}{2} - q ds_1 ds_2 = 0.$$

კუთხეების სიმცირის გამო შეიძლება მივიღოთ:

$$\sin \frac{d\alpha_1}{2} = \frac{d\alpha_1}{2} \quad \text{და} \quad \sin \frac{d\alpha_2}{2} = \frac{d\alpha_2}{2}.$$

თუ განტოლების ყოველ წევრს გავყოფთ  $h ds_1 ds_2$ -ზე, მივიღებთ:

$$\sigma_1 \frac{d\alpha_1}{ds_1} + \sigma_2 \frac{d\alpha_2}{ds_2} - \frac{q}{h} = 0,$$

რადგანაც

$$\frac{d\alpha_1}{ds_1} = \frac{1}{\rho_1} \quad \text{და} \quad \frac{d\alpha_2}{ds_2} = \frac{1}{\rho_2},$$

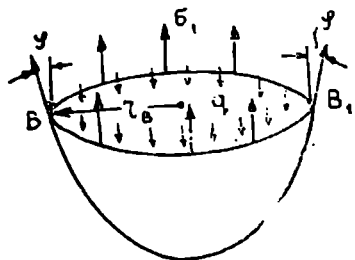
გვექნება:

$$\frac{\sigma_1}{\rho_1} + \frac{\sigma_2}{\rho_2} = \frac{q}{h}. \quad (4.40)$$

ჩვენ მივიღეთ ლაპლასის განტოლება, რომელშიაც გვაქვს ორი უცნობი სიდიდე  $\sigma_1$  და  $\sigma_2$ . მეორე განტოლების შესადგენად საჭიროა ვაკვეთა მოვახდინოთ  $BB_1$  სიბრტყით და ქვედა დარჩენილი ნაწილის წონასწორობის პირობიდან განვსაზღვრაოთ  $\sigma_2$  ძაბვის მნიშვნელობას (ნახ. 4.22).

8. მასალათა გამძლეობა

დავაგეგმილოთ ვერტიკალურ ღერძზე, თხელკედლიანი ჭურჭლის ქვედა ნაწილზე მოქმედი ყველა ძალები, როდესაც თხელკედლიან ჭურჭლის კედლებზე მოქმედებს აირის წნევა ინტენსივობით  $q$ .



ნახ. 4.22

$$\sigma_1 \cos \varphi h 2\pi r_B = Q;$$

ამ განტოლების მარცხენა ნაწილი წარმოადგენს  $\sigma_1$  ძაბვების გეგმილების ჯამს ვერტიკალურ ღერძზე, ხოლო  $Q$  აირის წნევით გამოწვეული ძალის ტოლქმედს, რომელიც მიმართულია ქვევით და გამოითვლება:

$$Q = \pi r_B^2 \cdot q$$

ან საბოლოოდ ძაბვა  $\sigma_1$  გამოითვლება:

$$\sigma_1 = \frac{Q}{\cos \varphi \cdot h \cdot 2\pi r_B}; \quad (4.41)$$

შექვეცის შემდეგ მივიღებთ:

$$\sigma_1 = \frac{r_B \cdot q}{2 \cos \varphi h}. \quad (4.42)$$

$Q$  ძალის გამოთვლა არ წარმოადგენს დიდ სიძნელეს, თუ ჭურჭელში ჩასხმულია სითხე, რომლის მოცულობითი წონაა  $\gamma$ .

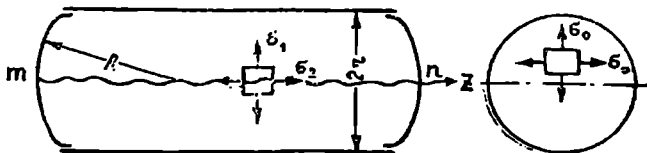
$$Q = 2\pi R_B \cdot H \gamma + Q_0 \quad (4.43)$$

(4.43) ფორმულაში  $H \gamma$  წარმოადგენს სითხით გამოწვეულ წნევის ინტენსივობას  $B B_1$  კვეთში, ხოლო  $Q_0$  არის  $B - B_1$  კვეთის ქვევით მდებარე სითხის წონა.

თუ ჩვენ გვაქვს სფერული ფორმის თხელკედლიანი ჭურჭელი  $p_1 = p_2 = R$  და სიმეტრიულობის გამო  $\sigma_1 = \sigma_2$ , ლაპლასის ფორმულა გამარტივდება და მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\frac{\sigma}{R} + \frac{\sigma}{R} = \frac{q}{h} \text{ ან } \sigma = \frac{qR}{2h}. \quad (4.44)$$

ამოცანა № 1. გამოვთვალოთ ცილინდრული ქვაბის სფერულ და ცი-



ნახ. 4.23

ლინდრულ ნაწილში ძაბვები (ნახ. 4.23)  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  და  $\sigma_0$ , თუ ქვაბში მოქმედი

წინეა  $q$  და ქვების კედლის სისქეა  $h$ . მოცემულია აგრეთვე ქვების დიამეტრი  $D = 2r$  და ქვების სფერული ნაწილის რადიუსი  $R$ .

სფერულ ნაწილში ძაბვას გამოვთვლით ფორმულით:

$$\sigma_0 = \frac{qR}{2h}.$$

ცილინდრული ნაწილისათვის გვექნება  $\rho_2 = \infty$ ,  $\rho_1 = r$ . ლაპლასის ფორმულაში თუ შევიტანთ  $\rho_1$  და  $\rho_2$  მნიშვნელობებს, მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\frac{\sigma_1}{r} = \frac{q}{h} \quad \sigma_1 = \frac{qr}{h}.$$

$\sigma_2$  ძაბვის მოსაძებნად საჭიროა ცილინდრული ქვაბი გავკვეთოთ  $z$  ღერძის ნორმალური კვეთით და შემდეგ დარჩენილი ნაწილისათვის შევადგინოთ სტატიკის წონასწორობის პირობა.

თუ ვისარგებლებთ (4.41) ფორმულით და  $\sigma_2$  ძაბვას გამოვთვლით ისევე, როგორც (4.41) გამოვთვალეთ  $\sigma_1$  ძაბვა, მივიღებთ:

$$\sigma_2 = \frac{Q}{2\pi r h},$$

სადაც

$$Q = \pi r^2 q.$$

თუ შევიტანთ  $Q$ -ს მნიშვნელობას, საბოლოოდ მივიღებთ:

$$\sigma_2 = \frac{qr}{2h}.$$

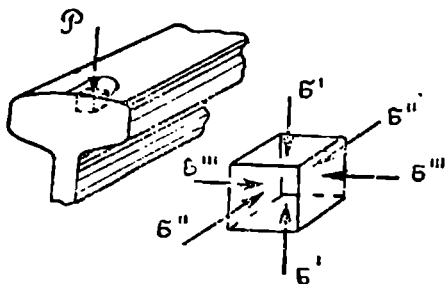
თუ შევადარებთ  $\sigma_1$  და  $\sigma_2$  დავრწმუნდებით, რომ  $\sigma_1$  არის ორჯერ მეტი  $\sigma_2$ -ზე. აქედან შეიძლება დაფასვენათ, რომ ქვების ცილინდრული ნაწილი თუ გასკდა წნევის გადიდების შედეგად, ეს უნდა მოხდეს  $\gamma - \pi$  მსახველის გასწვრივ  $\sigma_1$  ძაბვის მოქმედებით.

## § 11. კონტაქტურა ძაბვებში

პრაქტიკაში ხშირად გვხვდება შემთხვევები, როდესაც ერთი ელემენტიდან მეორეზე ძალას გადაეცემთ თავმოყრილი ძალის სახით. როგორც აღვნიშნეთ, თავმოყრილი ძალის მიყენება ერთ წერტილში ფიზიკურად შეუძლებელია და უნდა ვიფიქროთ, რომ, მართალია, ძალიან პატარა ფართობზე, მაგრამ მაინც ფართობის საშუალებით ხდება ძალის გადაცემა. როდესაც პატარა ფართობის საშუალებით ძალის გადაცემას ერთი ელემენტიდან მეორეზე ახდენენ, ამბობენ, რომ ადგილი აქვს კონტაქტურ ან ადგილობრივ ძაბვას.

კონტაქტურ ძაბვებს ადგილი აქვს ბურთულა საკისრებში ბურთულის და ვარსაკრის შეხების ადგილას, ან მოძრავი შემადგენლობის თვალსა და რელსს შორის და სხვ.

ნახ. 4.24-ზე მოყვანილია რონოდის თვალისა და რელსის შეხების შემთხვევა. რელსისა და თვალის სიმრუდე ერთმანეთს ჯვარედინად კვეთს, ე. ი.



ნახ. 4.24

უნდა ვიგულისხმოთ, რომ შეხების ფართობი წარმოადგენს წერტილს, მაგრამ შეხებისას ეს ორი სხეული დეფორმაციებს განიცდიან და, როგორც ეს ნახაზზეა ნაჩვენები, ძალის გადაცემა ხდება ელიფსურ ფართობზე. თუ ამოკვეთათ დაწოლის კვეთის ცენტრიდან ელემენტარულ კუბიკს, რომლის გვერდების ზომაა  $1 \times 1 \times 1$  მმ (გარკვეული დატვირთვის დროს). პროფესორმა ბელიაევა დრეკადობის თეო-

რიის დახმარებით მოგვცა გამოთვლის შედეგად ძაბვების სიდიდე ელემენტარული კუბიკის გვერდებზე.

$$\sigma' = -11000 \text{ კგ/სმ}^2, \sigma'' = -9000 \text{ კგ/სმ}^2 \text{ და } \sigma''' = -8000 \text{ კგ/სმ}^2.$$

$\sigma'$  ძაბვის აღძვრა ახსნილია ძალის უშუალო ქმედებით, ხოლო  $\sigma''$  და  $\sigma'''$  ძაბვები აღიძვრება ელემენტარულ კუბიკზე იმიტომ, რომ უკანასკნელს არა აქვს საშუალება თავისუფალი გაფართოების.  $\sigma'' > \sigma'''$  იმიტომ, რომ  $\sigma''$  ძაბვის გასწვრივ რელსს აქვს მეტი სიხისტე, ვიდრე  $\sigma'''$  მიმართულებით. მიუხედავად ასეთი დიდი ძაბვებისა, რელსი ექსპლუატაციის დროს მუშაობს საიმედოდ მაშინ, როდესაც ხაზობრივი დაძაბული მდგომარეობის დროს იგივე რელსის მასალა განიცდის დენადობას  $\sigma_{\text{დ}} = 4000 \text{ კგ/სმ}^2$  და დრეკადობის ზღვარი დაახლოებით ტოლია  $\sigma_{\text{დრეკ.}} = 3000 \text{ კგ/სმ}^2$ .

ასეთი მაღალი სიმტკიცის მაჩვენებლები  $\sigma'$ ,  $\sigma''$ ,  $\sigma'''$  ჩვენ გვაქვს იმიტომ, რომ აღნიშნული ელემენტარული კუბიკი იმყოფება მოცულობით დაძაბულ მდგომარეობაში.

აღსანიშნავია, რომ ფოლადი, რომელიც ხაზობრივი დაძაბული მდგომარეობის დროს განიცდის დენადობას  $\sigma_{\text{დ}} = 4000 \text{ კგ/სმ}^2$  დროს, მოცულობით დაძაბულ მდგომარეობაში, შეუძლია უშიშრად მიიღოს ძაბვები, რომელიც აღემატება უკანასკნელს.

ამოცანა № 1. გამოთვალეთ საანგარიშო ძაბვები სხვადასხვა სიმტკიცის თეორიის მიხედვით მოცულობითი დაძაბული სხეულისათვის, სადაც  $\sigma_1 = -8000 \text{ კგ/სმ}^2$ ,  $\sigma_2 = -9000 \text{ კგ/სმ}^2$ ,  $\sigma_3 = -11000 \text{ კგ/სმ}^2$  და პუასონის კოეფიციენტი  $\mu = 0,3$ .

სიმტკიცის I თეორიის მიხედვით

$$\sigma_5^I = \sigma_3 = -11000 \text{ კგ/სმ}^2.$$

სიმტკიცის II თეორიის მიხედვით

$$\sigma_5^{II} = |[\sigma_3 - \mu(\sigma_2 - \sigma_1)]| = |-11000 + 0,3(9000 + 8000)| = 5900 \text{ კგ/სმ}^2.$$

სიმტკიცის III თეორიის მიხედვით

$$\sigma_b^{III} = (\sigma_1 - \sigma_2) = -8000 + 11000 = 3000 \text{ კგ/სმ}^2.$$

სიმტკიცის IV თეორიის მიხედვით

$$\sigma_b^{IV} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_1\sigma_3 - \sigma_2\sigma_3} = 2640 \text{ კგ/სმ}^2.$$

მორის განზოგადოებული ფორმულით იგივე პასუხს მივიღებთ, როგორც სიმტკიცის III თეორიის მიხედვით, რადგან  $\frac{[\sigma_+]}{[\sigma_-]} = 1$ , თუ მივიღებთ, რომ რელსის დრეკადობის ზღვარი დაახლოებით ტოლია 3000 კგ/სმ<sup>2</sup>, სინამდვილესთან ახლოს პასუხები მივიღეთ სიმტკიცის III და IV თეორიების მიხედვით.

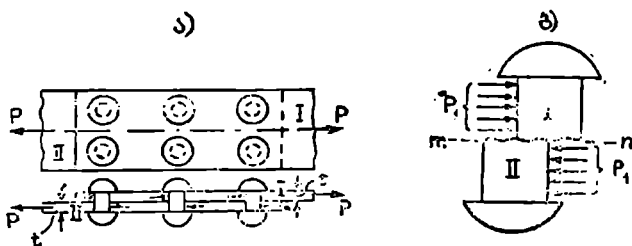
---

# მოქლონური და შეღებვითი შეერთების ანგარიში

## სუბთა კვრა

### § 1. მოქლონური შეერთების ანგარიში

ხაზობრივად დაძაბული მდგომარეობის დროს კვეთის ზომებს ვარჩევდით ნორმალური დაბეების მიხედვით და ვგულისხმობდით, რომ ძელის რღვევა გამოწვეული იყო ნორმალური დაბეების კმედებით, არის მთელი რიგი კონსტრუქციის ელემენტები, რომლებიც რღვევას განიცდიან მხები დაბეების მოქმედების შედეგად, ასეთია: მოქლონები, კანკიკები, სოგმანები და სხვ.



ნახ. 5.1

ვიანგარიშით (ნახ. 5.1) მოცემული მოქლონური შეერთება. იმისათვის, რომ I და II ფურცელი ერთმანეთთან დავაკავშიროთ წინასწარ ვხვრეტთ ფურცლებს. ხვრეტილების დიამეტრს ვიღებთ მოქლონის დიამეტრზე მეტს,  $(0,5 \div 1)$  მმ-ით. ამის შემდეგ მოქლონს, რომელსაც ერთი თავი წინასწარ დამზადებული აქვს, ვაცხელებთ და წნევის ქვეშ ან დარტყმების შედეგად მივუყვითებთ მეორე თავსაც. საანგარიშო დიამეტრად ჩვენ უნდა მივიღოთ ხვრეტილის დიამეტრი, ვინაიდან მოქლონებზე წნევის ან დარტყმების შედეგად მოქლონი სივანეში მატულობს და ავსებს უკანასკნელს. გაცივების შედეგად მოქლონი იკლებს სიგრძეში, რაც იწვევს ფურცლების მოქაჩვას.

I და II ფურცლის დაცილების მომენტში, როგორც ჩანს, ფურცლებს შორის წარმოიქმნება ხახუნის ძალა. ხახუნის ძალას მოქლონური შეერთების ანგარიშისას მხედველობაში არ ვღებულობთ (ხახუნის ძალის გამოთვლა გარ-

თულებულია იმიტომ, რომ ბევრ ფაქტორზეა დამოკიდებული და ზუსტი დადგენა შეუძლებელია) და უკანასკნელი მოდის სიმტკიცის მარაგში.

ზედა და ქვედა ფურცლები, როდესაც ფურცლის სისქე საკმაოდ დიდია (ნახ. 5.1), ერთმანეთის მიმართ გაკურდება მაშინ, როდესაც მოხდება მოქლონების გადაჭრა  $n-k$  სიბრტყეებში.

$P$  ძალის მიყენების დასაწყისში ყველა მოქლონი მუშაობაში ერთნაირად ჩართული არ არიან, მაგრამ როდესაც  $P$  ძალა მიაღწევს ისეთ სიდიდეს, როცა მოქლონური შეერთება იწყებს დენადობას, შეიძლება მივიღოთ, რომ მოქლონები თანაბრად დატვირთული არიან.

თუ მივიღებთ, რომ მოქლონები თანაბრად არიან ჩართული მუშაობაში, ერთ მოქლონზე მოსულ გადამჭრელ ძალას განვსაზღვრავთ

$$P_1 = \frac{P}{n},$$

სადაც  $n$  არის მოქლონების რიცხვი. გამარტივების მიზნით ჩვენ ვუშვებთ, რომ ჰრის დროს მხები ძაბვა კვეთში თანაბრად ნაწილდება და უკანასკნელი გამოითვლება ფორმულით:

$$\tau = \frac{P_1}{F} = \frac{P}{n\pi d^2},$$

სადაც  $d$  არის მოქლონის დიამეტრი. სიმტკიცის პირობას კრაზე ექნება შემდეგი სახე:

$$\tau = \frac{P}{n \frac{\pi d^2}{4}} [\tau]. \quad (5.1)$$

(5.1) ფორმულაში ჩვენ გვაქვს ორი უცნობი  $n$  და  $d$ . მოქლონის დიამეტრს ვნიშნავთ ფურცლის სისქის მიხედვით  $d \approx 2t$ , რის შემდეგაც სიმტკიცის პირობიდან განვსაზღვრავთ მოქლონების რიცხვს  $n$ -ს, რომლის დროსაც მოქლონური შეერთება არ დაირღვევა გადაჭრის შედეგად.

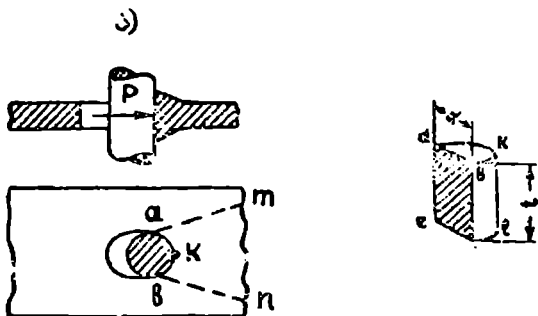
$$n > \frac{P}{\frac{\pi d^2}{4} [\tau]} \quad (5.2)$$

მხები დასაშვები ძაბვის დადგენაში ჩვენ ვაკერძვევით შემდეგ. მოქლონური შეერთების დროს, უკანასკნელს გამოთვლიან:

$$[\tau] \approx 0,8 [\sigma].$$

იმ შემთხვევაში, თუ ფურცელი თხელია შეიძლება მოხდეს ფურცლის დათელვა ისე, როგორც ეს ნახ. 5.2ა-ზეა ნაჩვენები. ფურცლის დათელვის შედეგად ხერტილი დაგრძელდება და გამოიწვევს ფურცლის ბოლოს გამოგლე-

ჯას  $am$   $bn$  სიბრტყეების მიმართულებით. გამოვთვალოთ თელვიითი ძაბვები, რომელიც აღიძვრება მოქლონურ შეერთებაში.



ნახ. 5.2

განაწილების კანონი საკმაოდ რთულია. ერთი შეხედვითაც ჩანს, რომ (ნახ. 5.2 ა)  $ab$  წერტილში ძაბვა ნულის ტოლია მაშინ, როდესაც  $k$  წერტილში აღწევს მაქსიმალურ სიდიდეს. ანგარიშის გამარტივების მიზნით ვიღებთ, რომ მოქლონს თელვიითი ძაბვა გადაეცემა ფურცლიდან  $abcd$  დიამეტრალურ ფართობზე, სადაც უქანასკნელს გამოვთვლით  $F = td$ .

თელვიითი ძაბვა გამოითვლება:

$$\sigma_m = \frac{P_1}{F} = \frac{P}{ntd}$$

სიმტკიცის პირობას თელვაზე ექნება შემდეგი სახე:

$$\sigma_m = \frac{P}{ntd} \leq [\sigma]_m \quad (5.3)$$

საიდანაც მოქლონების რიცხვი თელვის პირობიდან გამოვთვალოთ:

$$n \geq \frac{P}{td[\sigma]_m} \quad (5.4)$$

დასაშვებ ძაბვას თელვაზე იღებენ ტოლს  $[\sigma]_m \approx 2[\sigma]$ , ე. ი. ორჯერ მეტს, ვიდრე ძირითად ძაბვას. ასეთი მაღალი დასაშვები ძაბვა თელვაზე აიხსნება იმით, რომ ფართობი, რომლითაც გადაეცემა ძალა, არის საკმაოდ პატარა და უნდა ვიფიქროთ, რომ აქ ადგილობრივ ძაბვას აქვს ადგილი.

მოქლონების რიცხვის საანგარიშოდ, ჩვენ მივიღეთ კრისა (5.2) და თელვის (5.4) სიმტკიცის პირობები. ორი პირობიდან ჩვენ მივიღებთ ორ სხვადასხვა მოქლონების რიცხვს. იმისათვის, რომ ორივე პირობა დავაკმაყოფილოთ, უნდა შევჩერდეთ  $n$ -ის უდიდეს მნიშვნელობაზე.

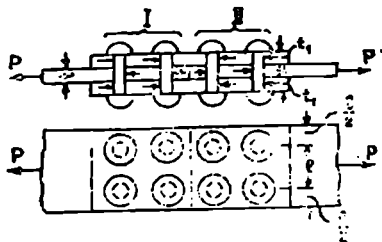
ორი ფურცელი ერთმანეთთან შეიძლება დავაკავშიროთ ნაფენების საშუალებითაც, როგორც ეს ნაჩვენებია ნახ. 5.3-ზე. ორივე ნაფენების სისქე-

ვინაიდან თელვას ადგილი აქვს მოქლონისა და ფურცლის შეხების ფართობში, შევამოწმოთ უქანასკნელი მოქლონში აღიძვრული ძაბვების მიხედვით.

მოქლონი ფურცელზე მოქმედებს  $abcckl$  ნახევრად ცილინდრული ფართობით. ნახევრად ცილინდრულ ფართობზე ძაბვების



ეზის ჯამს იღებენ მეტს, ვიდრე ფურცლის სისქვა, ან  $2t > t$ . მარცხენა ფურცელი ძალას გადასცემს I მოქლონების ჯგუფს. უკანასკნელი ძალას გადასცემს ნაფენების საშუალებით II მოქლონების ჯგუფს, ხოლო II მოქლონები კი მარჯვენა ფურცელს. რადგანაც მოქლონების I და II ჯგუფი ერთი და იგივე პირობებშია, ამიტომ ანგარიშს ზავატარებთ მხოლოდ ერთ-ერთი ჯგუფისათვის.



ნახ. 5.3

როგორც ნახაზიდან ჩანს, მოქლონური შეერთება, რომელიც განხორციელებულია ნაფენების საშუალებით, იმუშავებს უკეთეს პირობებში, ვინაიდან მოქლონები აქ სიმეტრიულად არიან დატვირთული-რადგანაც თითოეული მოქლონი იჭრება ორ სიბრტყეში, მხები ძაბვა გამოითვლება:

$$\tau = \frac{P_1}{F_1} = \frac{P}{n2 \frac{\pi d^2}{4}}$$

სიმტკიცის პირობას ექნება შემდეგი სახე:

$$\tau = \frac{P}{2n \frac{\pi d^2}{4}} \leq [\tau],$$

სადაც  $n$  არის ერთ-ერთ ჯგუფში მოქლონების რიცხვი.

$$n > \frac{P}{2 \frac{\pi d^2}{4} [\tau]} \quad (5.5)$$

თელვაზე მოქლონების რიცხვი ისე უნდა შევარჩიოთ, რომ მაქსიმალური თელვითი ძაბვები არ აღემატებოდეს დასაშვებ ძაბვას თელვაზე. რადგანაც ნაფენების ფურცლის სისქეების ჯამი მეტია ძირითადი ფურცლის სისქეზე, თელვითი ძაბვები უნდა შევამოწმოთ ძირითადი ფურცლის მიხედვით.

$$\sigma_m = \frac{P_1}{F} = \frac{P}{ntd};$$

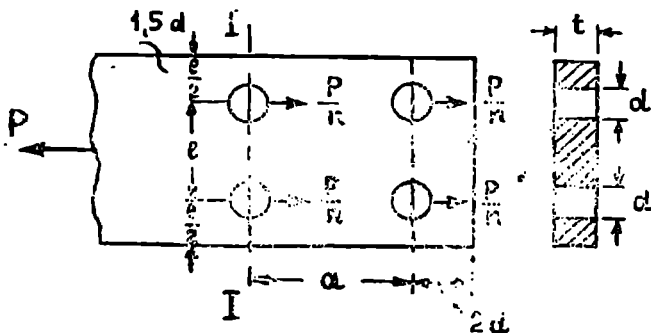
სიმტკიცის პირობა დაიწერება:

$$\sigma_m = \frac{P}{ntd} \leq [\tau]$$

$$n \geq \frac{P}{t d [\sigma]} \quad (5.6)$$

(5.5) და (5.6) პირობიდან ჩვენ მივიღებთ აგრეთვე მოქლონების სხვა-დასხვა რიცხვს; იმისათვის რომ დაეკმაყოფილოთ როგორც კრის, ისე თელვის პირობა, საჭიროა აქაც შევჩერდეთ  $n$ -ის უდიდეს მნიშვნელობაზე.

თუ მოქლონების რიცხვს დავნიშნავენ ისე, რომ დაცული იქნება კრისა და თელვის პირობა, მაშინ მოქლონურ შეერთებაში მოქლონები არ გადაიქრება და ფურცელი არ დაითელება, მაგრამ შეიძლება მოქლონური შეერთება დაირღვეს ფურცლის გაწყვეტის შედეგად. შევარჩიოთ ფურცლის სიგანე ისე, რომ



ნახ. 5.4

არ მოხდეს უკანასკნელის გაწყვეტა. როგორც ნახ. 5.4-დან ჩანს მაქსიმალური ძაბვა აღიძვრება ფურცლის I—I კვეთში, და გამოვთვლით:

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{P}{met - mtd} = \frac{P}{mt(e - d)},$$

სადაც  $m$  არის მოქლონების რიცხვი, ხოლო  $e$  მოქლონების ცენტრებს შორის მანძილი.

I—I კვეთისათვის სიმტკიცის პირობას ექნება შემდეგი სახე:

$$\sigma = \frac{P}{mt(e - d)} \leq [\sigma]. \quad (5.7)$$

მოქლონური ნაკერი მაშინ იქნება ეკონომიური, როდესაც მეტ-ნაკლე ბობის ნიშანი (5.5), (5.6) და (5.7) განტოლებაში შეცვლილი იქნება ყველგან ტოლობით. ეს კი ნიშნავს იმას, რომ მოქლონური შეერთება იქნება თანაბარი სიმტკიცის როგორც კრაზე, ისე თელვასა და გაწყვეტაზე.

თუ (5.5) და (5.7) ფორმულიდან გამოვრიცხავთ ძალას, მივიღებთ:

$$d = \frac{2}{\pi} t \frac{[\sigma]_{\sigma}}{[\sigma]_{\sigma}}$$

და თუ დავეშვებთ, რომ  $[\tau] = 0,8[\sigma]$  და  $[\sigma]_m = 2[\sigma]$ , გვექნება:

$$d \approx 1.6t$$

ხოლო, თუ (5.6) და (5.7) ფორმულიდან გამოვირიცხავთ  $\frac{p}{n}$ , მივიღებთ:

$$e = \left( 1 + \frac{[\sigma]_m}{[\sigma]} \right) d,$$

ან

$$e \approx 4,8t \approx 3d.$$

მოქლონების განაწილებისას მხედველობაში უნდა მივიღოთ როგორც სიმტკიცის პირობა, ისე მუშაობის წარმოების პროცესი. მოქლონებს შორის მანძილი უნდა მივიღოთ არა ნაკლები  $3d$  და არა უმეტესი  $7d$ , მოქლონის ცენტრიდან ფურცლის ნაპირამდე ძალის მიმართულებით— $2d$ , ხოლო მართობულად— $1,5d$ .

იმისათვის, რომ მოქლონური შეერთების სიგრძე იყოს ნაკლები,  $a$  მანძილს იღებენ რაც შეიძლება ნაკლებს  $a = (3 \div 4)d$ , ხოლო იმისათვის, რომ ფურცელი შეეფასოს რაც შეიძლება ნაკლებად, 1-მანძილს იღებენ რაც შეიძლება მეტს  $7d$ -მდე. იმის მიხედვით, თუ ფოლადის კონსტრუქცია რა მასალისაგანაა შესრულებული, ფოლადი 2 თუ ფოლადი 3, დასაშვებ ძაბვებს, თანახმადა ტექნიკური ნორმებისა, ვიღებთ შემდეგს:

1. თუ ხერეტილები დამზადებულია ზუსტი შაბლონით, გაბურღვის საშუალებით, დასაშვებ ძაბვებს ვიღებთ:

ფოლადი — 2  $[\tau] = 1400$  კგ/სმ<sup>2</sup> .  $[\sigma]_m = 2800$  კგ/სმ<sup>2</sup>

ფოლადი — 3  $[\tau] = 1400$  კგ/სმ<sup>2</sup> ,  $[\sigma]_m = 3200$  კგ/სმ<sup>2</sup>

2. თუ ხერეტილები დამზადებულია ჩატეხვით, დასაშვები ძაბვების მნიშვნელობას ვიღებთ:

ფოლადი — 2  $[\tau] = 1000$  .  $[\sigma]_m = 2400$

ფოლადი — 3  $[\tau] = 1000$  კგ/სმ<sup>2</sup>  $[\sigma]_m = 2800$

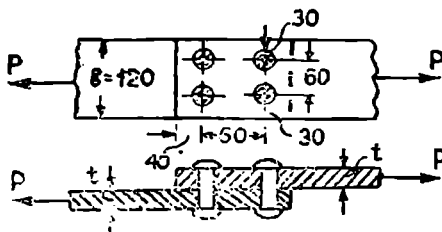
ძირითად დასაშვებ ძაბვას ფოლადი 2-თვის იღებენ  $1400$  კგ/სმ<sup>2</sup>, ხოლო ფოლადი 3-თვის— $1600$  კგ/სმ<sup>2</sup>.

მოქლონის საანგარიშო დიამეტრები, რომლებსაც უშვებს ჩვენი ქარხნები, შემდეგია: 10, 12, 14, 17, 20, 23 და განსაკუთრებულად დიდი დატვირთვისას—26—29 მმ.

ამოცანა № 1. ფოლადის ორი ფურცელი საჭიროა ერთმანეთთან დაეკავშიროთ მოქლონური შეერთებით ისე, როგორც ეს ნახ. 5.5-ზეა ნაჩვენებო. გამოეთვალეთ მოქლონების რიცხვი და ფურცლის სიგანე, თუ ძალა  $P = 11$  ტ, ხოლო ფურცლის სისქე  $t = 10$  მმ. ანგარიშის დროს მხედველობაში მივიღოთ, რომ ხერეტილები დამზადებულია ჩატეხვით და ფურცლის მასალაა ფოლადი — 2.

ამოხსნა. თუ ხერტილები დამზადებულია ჩატეხვით და ძირითადი მასალაა ფოლადი 2, თანახმად ტექნიკური ნორმებისა, გვექნება:  $[\tau] = 1000$  კგ/სმ<sup>2</sup> და  $[\sigma] = 2400$  კგ/სმ<sup>2</sup>.

შევარჩიოთ ჩვენი შემთხვევისათვის მოქლონის დიამეტრი  $d = 2t = 2 \cdot 10 = 20$  მმ. შევარჩიოთ საჭირო მოქლონის რიცხვი ჭრის პირობიდან;



ნახ. 5.5

$$n \geq \frac{P}{\frac{\pi d^2}{4} [\tau]} =$$

$$= \frac{11000 \cdot 4}{3,14 \cdot 4 \cdot 1000} = 3,5 \text{ ცალი.}$$

მოქლონების რიცხვს თელვის პირობიდან შევარჩევთ:

$$n \geq \frac{P}{dt \cdot [\sigma]_a} = \frac{11000}{2 \cdot 1 \cdot 2400} = 2,3 \text{ ცალი,}$$

მოქლონების რიცხვს მივიღებთ 4 ცალს.

ფურცლის სიგანეს ვარჩევთ სიმტკიცის პირობიდან გაკვიმვაზე

$$\frac{P}{ib - mtd} \leq [\sigma],$$

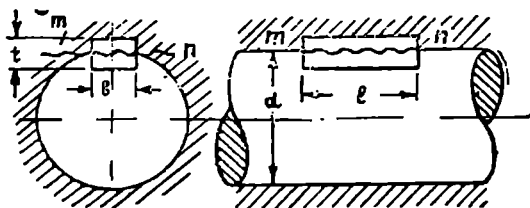
სადაც  $ib$  ფურცლის კვეთის მთლიანი ფართობია, ხოლო  $mtd$  შესუსტებული უართობი.  $b$ -ს განვსაზღვრავთ ფორმულით:

$$b = \frac{P}{i[\sigma]} + mtd = \frac{11000}{1 \cdot 2400} + 2 \cdot 2 \approx 12 \text{ მმ.}$$

მოქლონების განაწილება მოცემულია ნახაზზე.

## § 2. სოგმანის ანგარიში

სოგმანი ეწოდება ისეთ ელემენტს, რომელიც შკივს საშუალებას არ აძ-



ნახ. 5.6

ლევს, მობრუნდეს თავისუფლად ლილვის გარშემო (ნახ. 5-6).

თუ ცნობილია მგრეხავი მომენტის სიდიდე, რომელსაც გადასცემს შკივი ლილვს, შეიძლება მოვძებნოთ ის ძალა, რომელიც

იწვევს სოგმანის გადაჭრას.

$$\rho = \frac{M_b}{r} = \frac{2M_b}{d} \quad (5.8)$$

ფართობი, რომელზედაც იქრება სოგმანი, იქნება  $F = bl$ . გამოთვალეთ მხები ძაბვა აღნიშნულ ფართობში.

$$\tau = \frac{2M_b}{dbl}$$

სიმტკიცის პირობას კრაზე ექნება შემდეგი სახე:

$$\tau = \frac{2M_b}{dbl} \leq [\tau] \quad (5.9)$$

თელვით გამოწვეული ძაბვა  $F = \frac{t}{2} \cdot l$  ფართობში ტოლი იქნება:

$$\sigma_m = \frac{2M_b}{dl \frac{t}{2}} = \frac{4M_b}{dl t}$$

სიმტკიცის პირობას თელვაზე ექნება შემდეგი სახე:

$$\sigma_m = \frac{4M_b}{dl t} \leq [\sigma]_m \quad (5.10)$$

თუ გვინდა, რომ თანაბარი სიმტკიცის სოგმანი მივიღოთ, საჭიროა (5.9) და (5.10) ფორმულაში უტოლობის ნიშანი შევცვალოთ ტოლობით, მაშინ (5.9) და (5.10) ფორმულების ერთმანეთთან გატოლებით მივიღებთ:

$$t = 2 \frac{[\tau]}{[\sigma]_m} b,$$

თუ დავუშვებთ, რომ  $[\tau] = 0,8 [\sigma]$  და  $[\sigma]_m = 2 [\sigma]$ , გვექნება:

$$t \approx 0,8 b, \quad (5.11)$$

ე. ი. თუ სოგმანის ზომების ასეთი თანაფარდობა იქნება, მაშინ უკანასკნელის დათელვა და გადაჭრა ერთდროულად უნდა მოხდეს.

### § 3. შედუღებითი შეერთების ანგარიში

ფოლადის კონსტრუქციებში ფართოდაა გამოყენებული ელექტროშედუღება. ელექტროშედუღებას აწარმოებენ შემდეგნაირად: ელექტროტრანსფორმატორი (რომელიც იძლევა დიდი დენის ძალას) ერთი ბოლოთი შეერთებულია შესადუღებელ ელემენტთან, ხოლო მეორე ბოლოთი—ელექტროდთან. ელექტროდსა და შესადუღებელ ელემენტს შორის ვიღებთ ელექტრორკალს. ელექტრორკალით მიღებულ მაღალ ტემპერატურაზე როგორც ელექტროდი,

ისე შესაძლებელია ელემენტი იწყებს დნობას და ავსებენ არც შესაძლებელ ელემენტებს შორის. გაცივების შემდეგ ვიღებთ მტკიცედ შედუღებულ ნაკერს. იმისათვის, რომ გამდნარი ლითონი დავიცვათ ატმოსფეროს მიწვე მოქმედებისაგან, ელექტროდებს ფარავენ სპეციალური შენაერთებით, რომელიც შედუღების პროცესში დიდი რაოდენობით გამოყოფს აირებს, რითაც ვალწევთ გამდნარი ლითონის იზოლაციას ჰაერისაგან. შედუღების სიმტკიცე დამოკიდებულია იმაზე, თუ რა სახის ნაფენითაა დაფარული ელექტროდი.

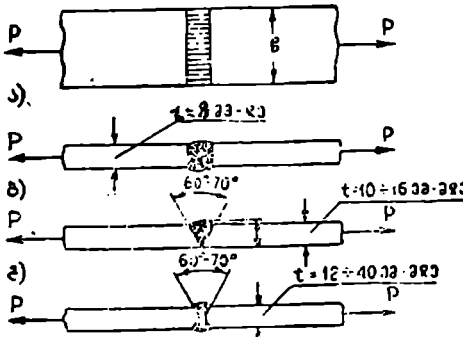
სქლად შემოღესილი (ქარხნული წესით დამზადებული) ელექტროდებით დადუღებული ლითონის მექანიკური თვისებები ძირითადი ლითონის მექანიკურ თვისებებს არ ჩამოუვარდება.

შედუღებითი შეერთება ფოლადის კონსტრუქციებში მეტადაა გავრცელებული, ვიდრე მოქლონური შეერთება. შედუღებითი შეერთების განხორციელება შეიძლება ინდუსტრიული და სრულყოფილი მეთოდებით, რაც მოითხოვს ნაკლებ შრომატევად სამუშაოებს.

შედუღებითი შეერთების დროს იდგილი არა აქვს კვეთების შესუსტებას და ამის გარდა კვანძებს ვიღებთ უფრო კომპაქტურს. კონსტრუქცია თუ სწორად შევარჩიეთ, იგი კარგად მუშაობს როგორც სტატიკურ, ისე დინამიკურ დატვირთვებზე. შედუღებითი შეერთების უარყოფით მხარედ უნდა ჩაითვალოს ის, რომ ნაკერებში გაცივების შემდეგ ადგილი აქვს ტემპერატურულ საწყის ძაბვებს და ამის გარდა თვითონ შედუღების ხარისხი საკმაოდ ცვალებადი სიდიდეა და მისი შემოწმება რთულია.

შედუღებითი შეერთება გვხვდება ორი ტიპის: პირა-პირა შედუღება და შედუღება კუთხური ნაკერების საშუალებით.

პირა-პირა შედუღებას აწარმოებენ მაშინ, როდესაც ორი ფურცელი ერთ სიბრტყეში მდებარეობს. იმის მიხედვით, თუ როგორია ფურცლის სისქე, უქანასკნელი შეიძლება ერთმანეთთან მივადუღოთ ისე, როგორც ეს ნახ. 5.7-ზეა ნაჩვენები. თუ სისქე არ



ნახ. 5.7

აღემატება 8 მმ, შედუღებას ვახდენთ ფურცლის პირების დაუმუშავებლად (ნახ. 5.7 ა), თუ ფურცლის სისქე იცვლება  $10 \div 16$  მმ-მდე ფურცლის პირები მუშავდება  $P$ -სებრად (ნახ. 5.7 ბ), ხოლო თუ სისქე იცვლება  $1,2 \div 40$  მმ-მდე, ფურცლის პირები მუშავდება

$x$ -სებრად (ნახ. 5.7 გ).

პირა-პირა შედუღებისას სიმტკიცის პირობას აქვს შემდეგი სახე:

$$\sigma = \frac{P}{hb_0} \leq [\sigma]_a, \quad (5.12)$$

სადაც  $h$  არის ნაკერის მუშა სიმაღლე და იღებენ ფურცლის სისქის ტოლს.  $b_0$  ნაკერის საანგარიშო სიგრძეა, რომელიც 10 მმ-ით ნაკლებია,  $b$  საპროექტო სიგრძესთან შედარებით (საანგარიშო სიგრძეს ვიღებთ 1 სანტიმეტრით ნაკლებს იმიტომ, რომ შედუღების დასაწყისი და ბოლო უხარისხოა).

*P*-მოქმედი ძალაა.

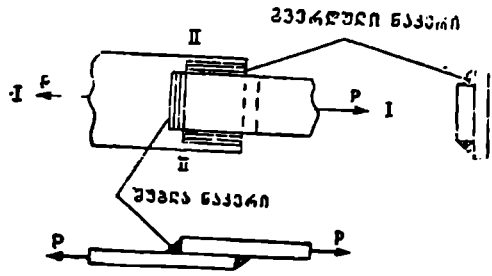
$[\sigma]_a$ -დასაშვები ძაბვაა ელექტროშედუღებაზე, რომელსაც ვირჩევთ ნორმების მიხედვით, გაჭიმვისას და კუმშვისას  $[\sigma]_a$  აქვს სხვადასხვა მნიშვნელობა.

ფურცლების ერთმანეთთან შეერთება, როგორც აღვნიშნეთ, შეიძლება განხორციელდეს კუთხური ნაკერების საშუალებით (ნახ. 5.8). თუ ნაკერი მიმართულია ძალის მოქმედების მართობულად, მაშინ ნაკერს ეწოდება შუბლა ნაკერი, ხოლო თუ პარალელურად — ფლანგური ანუ გვერდითი ნაკერი.

შუბლა ნაკერი ირღვევა ისე, როგორც მყიფე მასალა (მყიფე დეფორმაციებისას), ხოლო ფლანგური ნაკერი როგორც პლასტიკური მასალა (დიდი დეფორმაციებისას), დინამიკური დატვირთვებისას, ამიტომ შუბლა ნაკერს არ იყენებენ.

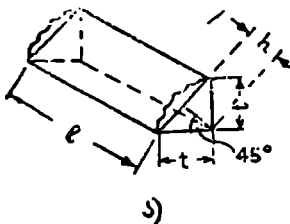
ნაკერი რომ დაირღვეს, საჭიროა ერთი ნაწილი მეორეს მთელ თავის სიგრძეზე დაცილდეს.

შუბლა ნაკერის დარღვევის ფლანგური ნაკერის ნახ. 5.9<sup>ბ</sup>-ზე.

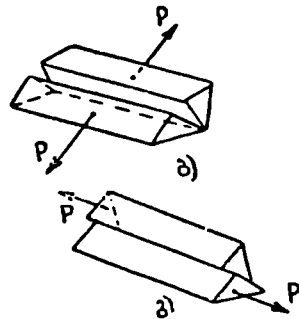


ნახ. 5-8

სურათი მოცემულია ნახ. 5.9<sup>ბ</sup>-ზე, ხოლო



ა)



ბ)

ნახ. 5.9

როგორც ჩანს, ფლანგური ნაკერი ირღვევა უშუალოდ მხები ძაბვების გაეღწით, რადგანაც  $P$  ძალა ჭრის სიბრტყის პარალელურია. შუბლა ნაკერი

სულ სხვა პირობებშია. ძალა  $P$  რღვევის სიბრტყესთან ადგენს  $45^\circ$  და უკანასკნელზე აღიძვრება როგორც ნორმალური, ისე მხები ძაბვა. შედუღება კარგად ეწინააღმდეგება ნორმალურ ძაბვებს, ხოლო ცუდად — მხებ ძაბვებს. ამიტომ პირობით უშვებენ, რომ რღვევის სიბრტყეზე აღძრულია მხოლოდ მხები ძაბვები და უკანასკნელს ანგარიშობენ თითქოს ძალა  $P$  იყოს (ნა. 5.9<sup>ბ</sup>). ამ სიბრტყის პარალელურად მიმართული. ასეთი დაშვებით ჩვენ, მართალია, შუბლა ნაკერისათვის ვადიდებთ მარაგის კოეფიციენტს, მაგრამ სამაგიეროდ შუბლა და გვერდული ნაკერისათვის ანგარიშს ერთნაირად ვამოწმებთ, რაც ამარტივებს ანგარიშს, ე. ი. როგორც შუბლა, ისე გვერდულ ნაკერს ვანგარიშობთ ჭრაზე, სადაც სიმტკიცის პირობას აქვს შემდეგი სახე:

$$\tau = \frac{P}{lh} \leq [\tau]_3, \quad (5.13)$$

სადაც  $lh$  არის ფართობი.

$l$  წარმოადგენს საანგარიშო ნაკერის სიგრძეების ჯამს,  $h$  — ჭრის ფართობის სიგანე, რომელიც გამოითვლება (ნახ. 5.9<sup>ბ</sup>):

$$h = t \operatorname{ctg} 45^\circ \approx 0.7t. \quad (5.14)$$

სიმტკიცის ფორმულას საბოლოოდ ექნება შემდეგი სახე:

$$\tau = \frac{P}{0,7lt} \leq [\tau]_3 \quad (5.15)$$

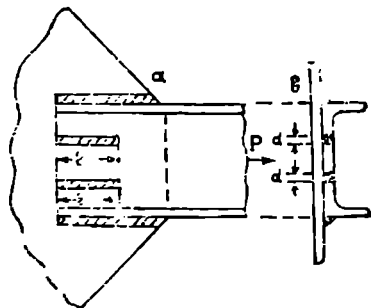
საწყისი ძაბვების შემცირების მიზნით, ნაკერებს აკეთებენ წყვეტილად, სადაც ნაკერების სიგრძე არ უნდა აღემატებოდეს  $l = 2a$ . ანგარიშით მიღებული ნაკერის სიგრძე თუ მივიღებთ 5 სანტიმეტრზე ნაკლები, ნაკერის სიგრძეს ვნიშნავთ კონსტრუქციულად სიგრძით არა ნაკლები 5 სანტიმეტრს.

გვერდული ნაკერის სიგრძე ზოგ შემთხვევაში გამოდის ძალიან დიდი, რაც იწვევს მასალის ზედმეტ ხარჯს.

გვერდული ნაკერის სიგრძის შემცირების მიზნით, ხმარობენ შეერთებას ამონაჭრების სახით (ნახ. 5.10). ამონაჭრებით განხორციელებული შედუღება უშუაღბს ჭრაზე, სადაც ჭრის ფართობი ტოლია  $F = d \cdot a$ . აქ  $d$  არის ამონაჭრის სიგანე, ხოლო  $a$  — ყველა ამონაჭრის საანგარიშო სიგრძეების ჯამი (მხედველობაში უნდა გვქონდეს, რომ თითოეული ამონაჭრის საპროექტო სიგრძე, ერთი სანტიმეტრით მეტია მის საანგარიშო სიგრძეზე).

თუ გვაქვს კომბინირებული შეერთება ფლანგურ + შუბლა + ამონაჭრე-

ბი, საანგარიშო ფორმულა დაიწერება ასეთნაირად:



ნახ. 5.10



$$\tau = \frac{P}{0,7lt + d_{\text{სა}}} \leq [\tau]_{\text{ა}}, \quad (5.16)$$

სადაც  $l$  არის შუბლა და ფლანგური ნაკერების საანგარიშო სიგრძეების ჯამი,

$t$  — ფურცლის სისქე,

$d$  — ამონაჭრის სიგანე,

$l_{\text{სა}}$  — ამონაჭრების საანგარიშო სიგრძეების ჯამი.

დასაშვები ძაბვა, როგორც აღვნიშნეთ, დამოკიდებულია ელექტროდზე და კონსტრუქციებისათვის, რომელიც განხორციელებულია ფოლადი  $C_1-3$ -ით, ვარჩევთ ქვემოთყვანილი ცხრილის მიხედვით.

დაძაბულობის სახე	შედუღებას ვარაზობებ ხელით	
	თხელკედლიანი ელექტროდით (კუსტარული) კგ/სმ <sup>2</sup>	სქელკედლიანი ელექტროდით (ქარბიული) კგ/სმ <sup>2</sup>
გაკიმვა	1000	1300
ყუმუვა	1100	1450
კრა	800	1100

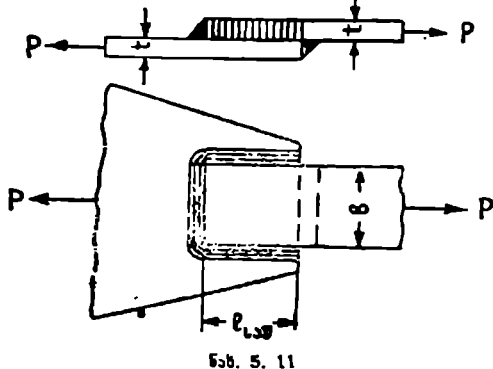
ამოცანა № 1. ორი ფოლადის ფურცელი ერთმანეთთან შედუღებულია ორ-ორი შუბლა და ფლანგური ნაკერით (ნახ. 5.11). განვსაზღვროთ ფურცლის სიგანე  $b$  და შევარჩიოთ ნაკერების სიგრძე, თუ ძალა  $P=30$  ტ. ფურცლის სისქე  $t=10$  მმ, დასაშვები გამჭიმავი ძაბვა ფურცლისათვის  $[\sigma]=1600$  კგ/სმ<sup>2</sup>, ხოლო ელექტროშედუღებაზე დასაშვები მხები ძაბვა  $[\tau]_{\text{ა}}=800$  კგ/სმ<sup>2</sup>.

ამოხსნა: შევარჩიოთ ფურცლის სიგანე

$$\sigma = \frac{P}{bt} \leq [\sigma],$$

საიდანაც

$$b = \frac{P}{t[\sigma]} = \frac{30000}{1 \cdot 1600} = 18,7 \text{ სმ.}$$



ნახ. 5. 11

ფურცლის სიგანეს ვიღებთ  $b=19$  სმ.

გავიანგარიშოთ ის მაქსიმალური ძალა, რომელიც შეიძლება მიიღოს ორმა შუბლა ნაკერმა. ორი შუბლა ნაკერის საანგარიშო სიგრძე იქნება:

$$l_{\text{წა}} = 2(b-1) = 2 \cdot (19-1) = 36 \text{ სმ.}$$

ხოლო ორივე შუბლა ნაკერზე მოსული ძალა გამოითვლება ფორმულით

$$P_8 = F[\tau]_3 = 1 \cdot 0,7 l_8 [\tau]_3 = 1 \cdot 0,7 \cdot 36 \cdot 800 = 20200 \text{ კგ.}$$

ძალა, რომელიც უნდა მიიღოს ორმა ფლანგურმა ნაკერმა, ტოლი იქნება

$$P_9 = P - P_8 = 30 - 20,2 = 9,8 \text{ ტ.}$$

ფლანგური ნაკერების საანგარიშო სიგრძეების ჯანს გამოველით პირობიდან

$$\tau = \frac{P_9}{l_9 \cdot 0,7 t} \leq [\tau]_3.$$

საიდანაც

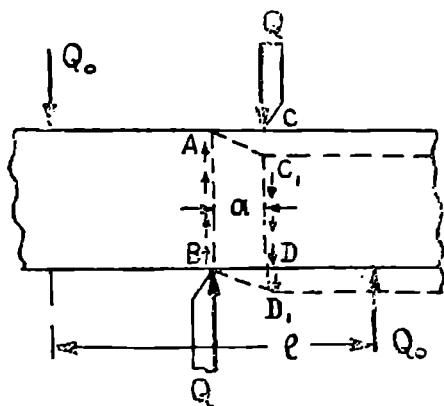
$$l_9 = \frac{P_9}{0,7 t [\tau]_3} = \frac{9800}{0,7 \cdot 1 \cdot 800} = 17,5,$$

ან თითოეული ფლანგური ნაკერის საპროექტო სიგრძე ტოლი იქნება

$$l_{\text{სა}} = \frac{l_9}{2} + 1 = 8,7 + 1 \approx 10 \text{ სმ.}$$

#### § 4. სუფთა ძვრა და დასაშვები მხები ძაბვის დადგენა

თუ ორი ტოლი და საწინააღმდეგოდ მიმართული ძალა მოქმედებს, ელემენტზე ისე, რომ მათ შორის არსებობს მცირე მანძილი  $a$  (ნახ. 5.12)



ნახ. 5.12

ადგილი აქვს ძვრის ანუ ჰრის დეფორმაციას. ძალის ქმედების შედეგად, როგორც ჩანს, სწორკუთხოვანი  $ABCD$  პარალელოპიპეტიდან  $CD$  გვერდის ძვრის გამო იბრცება და იღებს  $ABC_1D_1$  პარალელოგრამის ფორმას.  $AB$  და  $C_1D_1$  კვეთებში ჰრის დეფორმაციის შედეგად აღიძვრება მხები ძაბვები.

ნახაზზე მოცემულ ელემენტზე მოქმედებს გადამჭრელი ძალით შექმნილი ძალთა წყვილი  $Q \times a$ . იმისათვის, რომ სისტემა წონასწორობაში იყოს, საჭიროა მასზე ეიმოქმედოთ საწინააღმდე-

გოდ მიმართული ტოლი სიდიდის ძალთა წყვილით, რომელიც ჩვენი შემთხვევისათვის გამოითვლება  $Q_0 l$ . ძელზე მოქმედი აღნიშნული ორი ძალთა წყვილი გამოიწვევს, ძელის გაღუნვას, რის შედეგადაც (ღუნვის დეფორმაციას

განვიხილავთ ქვემოთ). ჰრის კვეთებში აღიძვრება მხებ ძაბვებთან ერთად ნორმალური ძაბვები.

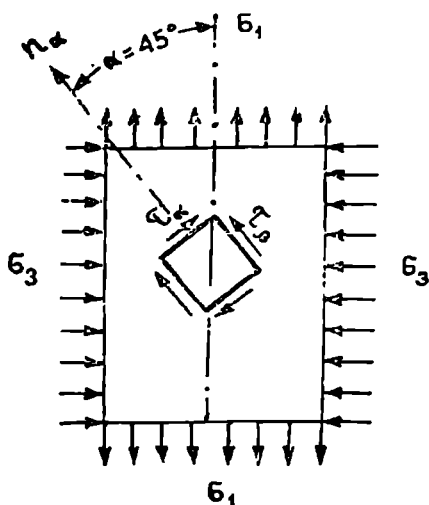
ანალოგიურ მოვლენას ექნება ადგილი მოქლონებში, ჰანჭიკებში, სოგ-მანებში და სხვ., ე. ი. ჰრის დროს ასეთი ელემენტის კვეთებში, გარდა მხე-ბი ძაბვისა, აღიძვრება კიდევ ნორმალური ძაბვა.

თუ ჰრის ფართობში ადგილი აქვს მხოლოდ მხებ ძაბვებს, ასეთ დე-ფორმაციას სუფთა ძვრა ეწოდება. სუფთა ძვრის შემთხვევაში დასაშვები მხები ძაბვის დადგენა არ წარმოადგენს სიძნელეს. ჩვენ გამოსაცდელ ნიმუშს მივიყვანდით (ჰრის შედეგად) საშიშ მდგომარეობამდე, განვსაზღვრავდით ამ მომენტისათვის მხები ძაბვის სიდიდეს  $\tau$ , ხოლო აღნიშნული ძაბვის მარაგის კოეფიციენტზე გაყოფით დავადგენდით დასაშვებ მხებ ძაბვას.

ვინაიდან ჰრის დროს მხებ ძაბვებს, როგორც აღვნიშნეთ, თან სდევს ნორმალური ძაბვები, ამიტომ ცდის საშუალებით დასაშვები მხები ძაბვის დადგენა გართულებულია. როგორც ზემოაღნიშნულიდან ჩანს, პრაქტიკუ-ლად ძნელია განვსაზღვროთ სუფთა ძვრა.

სუფთა ძვრა რომ მივიღოთ, ამისათვის ვიხილავთ ბრტყელ დაძაბულ მდგომარეობას (ნახ. 5.13), რომლის დროსაც აღებული სხეულის ორი ურთიერთმართო-ბულ სიბრტყეში მოქმედებს ნორ-მალური ზედაპირული ძაბვები გამჭიმავი  $\sigma_1$  და შექუქმავი  $\sigma_2$  ( $\sigma_2$  ძაბვა ნახაზის სიბრტყეში ნუ-ლის ტოლია).

თუ დავუშვებთ, რომ სიდიდით  $\sigma_1$  და  $\sigma_2$  ერთმანეთის ტოლია, მა-შინ დახრილ სიბრტყეში, რომ-ლის ნორმალი  $\sigma_1$ -ის მიმართულე-ბასთან ადგენს  $45^\circ$ , განვსაზღვრე-ბა ძაბვები



ნახ. 5.13

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 45^\circ + (-\sigma_2 \sin^2 45^\circ) = 0,5 \sigma_1 - 0,5 \sigma_2$$

და ვინაიდან  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ , გვექ-ნება  $\sigma_\alpha = 0$ .

ანალოგიურად გამოვთვლით მხები ძაბვის სიდიდეს

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - (-\sigma_2)}{2} \sin 2 \cdot 45^\circ = \frac{2\sigma}{2} = \sigma.$$

ჩვენ ადვილად დავრწმუნდებით, რომ აღნიშნული დახრილი კვეთის მართობულ კვეთში  $\sigma_\beta = 0$  და  $\tau_\beta = -\sigma$ .

როგორც ჩანს, თუ სხეული იმყოფება ბრტყელ დაძაბულ მდგომარეობაში, სადაც მთავარი ძაბვები  $\sigma_1 = \sigma$  და  $\sigma_2 = -\sigma$ , ჩვენ ამ სხეულის შიგნით შეიძლება გავატაროთ ორი ურთიერთმართობული კვეთი, რომელშიაც ინოქმედებს მხოლოდ მხები ძაბვები (ნორმალური ძაბვები ტოლია ნულის). აღნიშნულ დაძაბულ მდგომარეობას, როგორც ვიცით, ეწოდება სუფთა ძკრა.

როგორც დავინახეთ, სხეულის გარკვეული დაძაბულობის დროს, შეიძლება გავატაროთ მის შიგნით ორი ურთიერთმართობული სიბრტყე ისე, რომ ერთ შემთხვევაში ამ სიბრტყეებში მოქმედებენ  $\sigma_1 = \sigma$  და  $\sigma_2 = -\sigma$ , ხოლო მეორე შემთხვევაში ნორმალური ძაბვები ამ სიბრტყეებში ტოლია ნულის, ხოლო მოქმედი მხები ძაბვები  $\tau_a = \sigma$  და  $\tau_b = -\sigma$ , ე. ი. სხეულის გარკვეული დაძაბულობის დროს შეიძლება გავატაროთ ორი ურთიერთმართობული სიბრტყე ისე, რომ სხეული განიცდიდეს ან სუფთა ძვრას ან იყოს მთავარი ძაბვების  $\sigma_1$  და  $\sigma_2$  მოქმედების ქვეშ. ვინაიდან აღნიშნული ორი ურთიერთმართობული სიბრტყე ეკუთვნის ერთ სხეულს, რომელიც იმყოფება გარკვეული დაძაბულობის დროს, ამიტომ სიმტკიცის პირობა შედგენილი რამელიძე სიმტკიცის თეორიის მიხედვით, როდესაც  $\sigma_1 = \sigma$ ,  $\sigma_2 = 0$ ,  $\sigma_3 = -\sigma$  —] ძალაში იქნება სუფთა ძვრის შემთხვევისათვისაც, ე. ი. როდესაც  $\tau_a = -\tau_b = \sigma$ .

სიმტკიცის პირობების შედგენა დავიწყოთ სიმტკიცის მეორე თეორიიდან (I სიმტკიცის თეორია საკმაოდ მოძველებულია და ნაკლებად არის ხმაარებაში).

$$[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] \leq [\sigma].$$

თუ შევიტანთ მნიშვნელობებს  $\sigma_1 = \tau$ ,  $\sigma_2 = 0$  და  $\sigma_3 = -\tau$ , გვექნება:

$$\tau - \mu(-\tau) \leq [\sigma], \quad \tau(1 + \mu) \leq [\sigma],$$

$$\tau \leq \frac{[\sigma]}{1 + \mu} = [\tau].$$

როგორც ჩანს, წილადი  $\frac{[\sigma]}{1 + \mu}$  წარმოადგენს დასაშვებ მხებ ძაბვას  $[\tau]$ , სუფთა ძვრის დროს, თუ მივიღებთ ფოლადისათვის  $\mu \approx 0,3$ , გვექნება

$$[\tau] = (0,7 \div 0,8) [\sigma].$$

ე. ი. სიმტკიცის მეორე თეორიის მიხედვით დასაშვები მხები ძაბვა შეადგენს  $0,7 \div 0,8$  დასაშვები ნორმალური ძაბვისას.

გამოვთვალათ დასაშვები ძაბვის სიდიდე სიმტკიცის შესამე თეორიის მიხედვით

$$[\sigma_1 - \sigma_3] \leq [\sigma],$$

$$\tau - (-\tau) \leq [\sigma],$$

$$2\tau \leq [\sigma],$$

$$\tau \sqrt{\frac{[\sigma]}{2}} \text{ ან } [\tau] = 0,5 [\sigma], \quad (5.17)$$

ე. ი. სიმტკიცის III თეორიის მიხედვით დასაშვები მხები ძაბვა შეადგენს დასაშვები ნორმალური ძაბვის ნახევარს.

ანალოგიურად განისაზღვრება დასაშვები მხები ძაბვა სიმტკიცის IV თეორიის მიხედვით.

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_1\sigma_3 - \sigma_2\sigma_3} \leq [\sigma],$$

ან

$$\sqrt{\tau^2 + \tau^2 + \tau^2} \leq [\sigma]$$

$$\tau \leq \frac{[\sigma]}{\sqrt{3}} = [\tau]; \quad \tau \leq \frac{[\sigma]}{\sqrt{3}}$$

ან

$$[\tau] = 0,57 [\sigma] \approx 0,6 [\sigma]. \quad (5.18)$$

სიმტკიცის II თეორიით დასაშვები მხები ძაბვა იანგარიშება ფორმულით  $[\tau] = 0,8 [\sigma]$ , ხოლო ენერგეტიკული სიმტკიცის თეორიით  $[\tau] = 0,6 [\sigma]$ . დასაშვები მხები ძაბვა სიმტკიცის ძველი თეორიით გამოდის თითქმის მეტი, ვიდრე სიმტკიცის IV თეორიით, ე. ი. უნდა ვიფიქროთ, რომ ეკონომიურ კვებებს მივიღებთ, თუ ანგარიშს ვაწარმოებთ ძველი თეორიით.

თუ ჩვენ დასაშვები მხები ძაბვების შერჩევას გავეცნობით უფრო ღრმად, დავრწმუნდებით, რომ ეს ასე არ არის.

1912 წლიდან დღემდე სამშენებლო საქმეში იხმარება ფოლადი — 3. აღნიშნული ფოლადი ამ ხნის განმავლობაში მზადდება თითქმის ერთი და იგივე ხარისხის. თუ ჩვენ ვისარგებლებთ 1912 წლის ნორმებით, დასაშვები ნორმალური ძაბვა უნდა მივიღოთ  $[\sigma] = 1000$  კგ/სმ<sup>2</sup> და დასაშვებ მხები ძაბვას თუ გამოვთვლით, ძველი თეორიით გვექნება

$$[\tau] = 0,8 [\sigma] = 0,8 \cdot 1000 = 800 \text{ კგ/სმ}^2.$$

თუ იმავე მასალისათვის ვისარგებლებთ ახალი ნორმებით, დასაშვები ნორმალური ძაბვა ტოლია  $[\sigma] = 1600$  კგ/სმ<sup>2</sup> და ახალი თეორია კი მოგვცემს დასაშვები მხები ძაბვის სიდიდეს, რომელიც გამოითვლება

$$[\tau] = 0,6 \cdot 1600 \approx 1000 \text{ კგ/სმ}^2.$$

გამოდის, რომ ახალი თეორიით გამოთვლილი ძაბვა მეტია, ვიდრე ძველი თეორიით; მოქლონებისათვის, რადგანაც უკანასკნელი მუშაობს უფრო რთულ მდგომარეობაში, ვიდრე ის მასალები, რომლებიც იმყოფება სუფთა ძვრის დროს, დასაშვებ მხები ძაბვას ვარჩევთ ფორმულით  $[\tau] = [0,6 \div 0,8] [\sigma]$ .

როგორც ქვემოთ დავინახავთ, სუ ფთა ძვრა შეიძლება მივიღოთ თხელკედლიანი მილისებური ლილვის გრების დროს. ცდების შედეგად დადასტურდა IV თეორიით მიღებული შედეგები. მაგალითად, რბილი ფოლადისათვის ცდებით მიღებულია ასეთი შედეგი

$$\tau_{\text{დ}} = 0,6 \sigma_{\text{დ}}$$

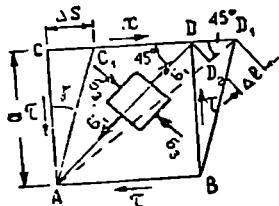
სადაც  $a$  დენადობის ზღვარია გაკიმევა-კუმშვისას, ხოლო  $\tau$  დენადობის ზღვარი სუფთა კრისას.

### § 5. ძაბვას და დეფორმაციას შორის დამოკიდებულება სუფთა ძვრის დროს

დავადგინოთ დამოკიდებულება სუფთა ძვრის დროს ძაბვასა და დეფორმაციას შორის ისეთი სახით, როგორც ეს გვექნება ცენტრალური გაკიმევის დროს.

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, ძვრის შედეგად სწორკუთხოვანი ფორმის  $ABCD$  ელემენტი იბრცება და იღებს  $C_1D_1AB$  პარალელოგრამის ფორმას (ნახ. 5.14)  $\Delta S$ . მანძილს ეწოდება აბსოლუტური ძვრა. ელემენტის სწორი კუთხეები დეფორმაციის შემდეგ შეიცვლება და მიიღებს მახვილი ან ბლაგვი კუთხის ფორმას. სიდიდეს, რომლითაც იცვლება სწორი კუთხე ეწოდება ფარდობითი ძვრა და აღინიშნება  $\gamma$ -თი. დრეკადი დეფორმაციების დროს აღნიშნული კუთხე საკმაოდ მცირე სიდიდეა. ფარდობითი ძვრა და აბსოლუტური ძვრა ერთმანეთთან დაკავშირებული არიან ტოლობით.

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\Delta S}{a}$$



ნახ. 5.14

რადგანაც კუთხე  $\gamma$  ძალიან მცირე სიდიდეა  $\operatorname{tg} \gamma$  და  $\gamma$  ერთმანეთის ტოლია, გ. ი.  $\frac{\Delta S}{a} = \gamma$ .

$\gamma$  განზომილებაა რადიანები. დავადგინოთ დამოკიდებულება ფარდობით ძვრასა და მხებ ძაბვას შორის. დიაგონალი  $AD$ -ს (ნახ. 5.14) დეფორმაციის თუ დავუკავშირებთ, ერთის მხრივ, ფარდობით ძვრას, ხოლო, მეორეს მხრივ, მხებ ძაბვას, საბოლოოდ დავამყარებთ კავშირს აღნიშნულ ორ სიდიდეს შორის.

გამოვთვალოთ დიაგონალის აბსოლუტური დეფორმაციის სიდიდე, ამისათვის  $AO$  რადიუსით  $A$  ცენტრიდან დავიტანოთ  $D_2$  მონაკვეთი.  $DD_2$  მონაკვეთი სიდიდით ტოლია აბსოლუტური ძვრის  $\Delta S$ -ის და ვინაიდან პრაქტიკულად დეფორმაციები ძალიან მცირეა  $\angle DD_2D_2$ , შეიძლება მივიღოთ  $45^\circ$ -ის ტოლი. სწორკუთხიანი  $DD_2D_2$  სამკუთხედიდან შეიძლება დავწეროთ ტოლობა:  $\Delta l = \Delta S \cdot \cos 45^\circ$ .

დიაგონალის ფარდობითი დეფორმაცია გამოითვლება

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

ხოლო თუ მივიღებთ, რომ  $l = \frac{a}{\sin 45^\circ}$

და შევიტანთ  $\varepsilon$ -ის გამოსახულებაში  $\Delta l$ -ის და  $l$ -ის მნიშვნელობებს გვექნება:

$$z = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\Delta S}{a} \cos^2 45^\circ = \gamma \cos^2 45^\circ = \frac{1}{2} \gamma$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \gamma \quad (5.19)$$

ჩვენ დავამყარეთ კავშირი ფარდობით დეფორმაციასა და ფარდობით ძვრას შორის. ახლა დავამყაროთ კავშირი ფარდობით დეფორმაციასა და მხებ ძაბვას შორის. როგორც ვიცით, თუ  $ACDB$  ურთიერთმართობული სიბრტყე სუფთა ძვრას განიცდის, შეიძლება გავატაროთ  $45^\circ$ -ით მობრუნებული ორი ურთიერთმართობული სიბრტყე (ნახ. 5.14), რომელიც აღმოჩნდება  $\sigma_1$  და  $\sigma_2$  მთავარი ძაბვების მოქმედების ქვეშ.

გამოვთვალოთ ფარდობითი დეფორმაცია  $\varepsilon$ ,  $\sigma_1$  ძაბვის ანუ ღიაგონალის მიმართულებით

$$z = \varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu (\sigma_2 + \sigma_3)]$$

თუ მხედველობაში მივიღებთ, რომ  $\sigma_1 = \tau$ ,  $\sigma_2 = 0$  და  $\sigma_3 = -\tau$ , გვექნება

$$\varepsilon = \varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\tau + \mu \tau] = \frac{\tau}{E} [1 + \mu]. \quad (5.20)$$

თუ  $\varepsilon$ -ის მნიშვნელობას (5.19) ფორმულიდან შევიტანთ (5.20), გვექნება

$$\frac{\tau}{E} (1 + \mu) = \frac{1}{2} \gamma,$$

საიდანაც

$$\tau = \frac{E}{2(1 + \mu)} \gamma. \quad (5.21)$$

გამოსახულებას  $\frac{E}{2(1 + \mu)}$  აღვნიშნავთ  $G$  თი.  $G$ -ს ეწოდება ძვრის მოდული, ანუ მეორე რივის მოდული.

ძვრის მოდულის გამოთვლა როგორც ჩანს შეიძლება, თუ ცნობილია დრეკადობის მოდული  $E$  და პუასონის კოეფიციენტი  $\mu$ . საბოლოოდ მხებ ძაბვასა და ფარდობით ძვრას შორის დამოკიდებულებას ექნება შემდეგი სახე

$$\tau = G\gamma \quad (5.22)$$

როგორც (5.22) ფორმულიდან ჩანს მხები ძაბვა, პროპორციული ყოფილა ფარდობითი ძვრისა. აღნიშნული დამოკიდებულება მოგვაგონებს ჰუკის ფორმულას გაჭიმვა-კუმშვის დროს  $\sigma = E\varepsilon$ .

გამოვთვალოთ აბსოლუტური ძვრა  $\Delta S$ .  $\gamma = \frac{\Delta S}{a}$ , საიდანაც  $\Delta S = a\gamma$  თუ

შევიტანთ  $\gamma$ -ს მნიშვნელობას  $\gamma = \frac{\tau}{G}$  (ფორმულიდან 5.22) გვექნება

$$\Delta S = \frac{\tau a}{G}$$

ძვრის დროს თუ მივიღებთ, რომ მხები ძაბვა ნაწილდება  $F$  კვეთში თანაბ-

რად, უკანასკნელს გამოვთვლით  $\tau = \frac{Q}{F}$

ან

$$\Delta S = \frac{Qa}{GF} \quad (5.23)$$

აღნიშნული ფორმულა მოგვაგონებს აგრეთვე ჰუკის ფორმულას გაჭიმ-  
ვა-კუჭვისას.

$$\Delta l = \frac{Pl}{EF}$$

სუფთა ძვრის დროს მოცულობის ფარდობითი ცვლა გამოითვლება

$$\Theta = \frac{1 - 2\mu}{E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = 0$$

რადგანაც

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \tau + 0 - \tau = 0,$$

ე. ი. უნდა ვიფიქროთ, რომ სუფთა ძვრის დროს მოცულობის ფარდობითი ცვლა ნულის ტოლი ყოფილა.

---



## ბრტყელი კვეთების გეომეტრიული მახასიათებლები

### § 1. სტატიკური და ინერციის მომენტები

გრებისა და ლუნვის დეფორმაციების შესასწავლად საუიროა ვიცოდეთ არა მარტო ღეროს განივკვეთის ზომები და ფართობი, არამედ კვეთის უფრო რთულ გეომეტრიული მახასიათებლები, როგორცაა ბრტყელი კვეთის სტატიკური და ინერციის მომენტები.

აეილოთ ნებისმიერი ბრტყელი კვეთი და კოორდინატა ღერძები  $y$  და  $z$  (ნახ. 6.1), ამ კვეთის სტატიკური მომენტი ნებისმიერი ღერძის მიმართ არის ელემენტარული ფართობისა და ელემენტარული ფართობიდან ღერძამდე მანძილის ნამრავლის ინტეგრალი გაერცელებული მთელ ფართობზე. ამგვარად,

$$S_y = \int_F z dF; \text{ და } S_z = \int_F y dF \quad (6.1)$$

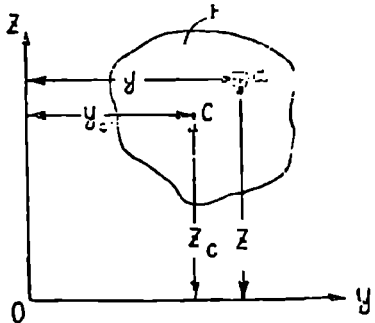
თუ ფართობის სიმძიმის ცენტრის კოორდინატებს აღვნიშნავთ  $y_c$  და  $z_c$ -თი, მაშინ შეგვიძლია დავწეროთ

$$S_y = \int_F z dF = F \cdot z_c; \text{ და } S_z = \int_F y dF = F y_c.$$

აქედან ნებისმიერი ნაკვეთის სიმძიმის ცენტრის კოორდინატების განსასაზღვრავად ვლებულობთ შემდეგ ფორმულას

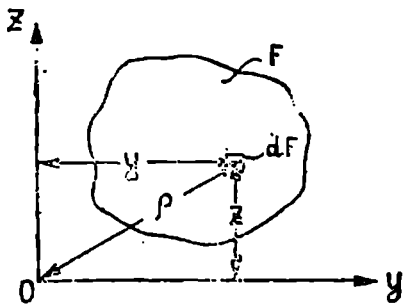
$$Y_c = \frac{S_z}{F}; \quad Z_c = \frac{S_y}{F} \quad (6.2)$$

სტატიკური მომენტის ნიშანი დამოკიდებულია კვეთის ცენტრიდან ღერძამდე მანძილის ნიშანზე; თუ ღერძი კვეთის სიმძიმის ცენტრზე გადის, მაშინ ამ ღერძის მიმართ სტატიკური მომენტი ნულის ტოლია. როგორც



ნახ. 6.1

(6.1) ფორმულიდან ჩანს, სტატიკური მომენტის განზომილება არის სიგრძის ერთეული მესამე ხარისხში ( $\text{სმ}^3$  ან  $\text{მ}^3$ ). მოცემული ფართობის ეკვატორიალური ან ლერძული ინერციის მომენტი ეწოდება ელემენტარული ფართობისა და ლერძამდე მანძილის კვადრატის ნამრავლის ინტეგრალს გავრცელებულ მთელ ფართობზე.



ნახ. 6.2

რად იწერება:

$$I_{yz} = \int_F yz \, dF \quad (6.4)$$

ინერციის პოლარული მომენტი ეწოდება ელემენტარული ფართობისა და O პოლუსამდე მანძილის კვადრატის ნამრავლის ინტეგრალს გავრცელებულ მთელ ფართობზე, ე. ი.

$$I_p = \int_F \rho^2 \, dF, \quad (6.5)$$

სადაც  $\rho$  არის მანძილი ელემენტარული ფართობიდან O პოლუსამდე. თუ პოლუსად მივიღებთ კოორდინატთა სათავეს, მაშინ პოლარული ინერციის მომენტი პოლუსზე გამავალი ნებისმიერ მართობი ლერძების მიმართ ეკვატორიალური ინერციის მომენტების ჯამის ტოლი იქნება. მართლაც, როგორც ნახ. 6.2-დან ჩანს,  $\rho^2 = y^2 + z^2$ , თუ შევიტანთ  $I_p$  განოსახლებებაში, მივიღებთ

$$I_p = \int_F \rho^2 \, dF = \int_F (y^2 + z^2) \, dF = \int_F y^2 \, dF + \int_F z^2 \, dF = I_x + I_y \quad (6.6)$$

ინერციის მომენტების განზომილება, როგორც ფორმულებიდან ჩანს, არის სიგრძის ერთეული მეორე ხარისხში ( $\text{სმ}^2$ ,  $\text{მ}^2$ ), ნიშნით ეკვატორიალური და პოლარული ინერციის მომენტი მუდამ დადებითია, ხოლო ცენტრიდანული ინერციის მომენტი შეიძლება იყოს დადებითი, უარყოფითი და ნულის ტოლიც. იმ ლერძებს, რომლის მიმართაც ცენტრიდანული ინერციის მომენტი ნულის ტოლია, ინერციის მთავარი ლერძები ეწოდება.

## § 2. პარალელური ლერძების მიმართ ინერციის მომენტები

დავუშვათ, კვეთის ცენტრზე გამავალ Oy და Oz ლერძების მიმართ ლერძული და ცენტრიდანული ინერციის მომენტები  $I_y$ ,  $I_z$  და  $I_{yz}$  ცნობილია და გვინდა ამ ლერძების პარალელურ, ახალ  $y_1O_1z_1$  ლერძების მიმართ

$I_{y_1}$ ,  $I_{z_1}$  და  $I_{y_1z_1}$ , ინერციის მომენტების განსაზღვრა.  $O_1y_1$  და  $O_1z_1$  ღერძები შესაბამისად  $a$  და  $b$  მანძილითაა დაშორებული ცენტრალური ღერძებიდან (ნახ. 6.3). ინერციის მომენტის განმარტების თანახმად

$$I_{y_1} = \int_F z_1^2 dF; \quad I_{z_1} = \int_F y_1^2 dF$$

და

$$I_{y_1z_1} = \int_F y_1 z_1 dF.$$

თუ გამოვსახავთ ახალ კოორდინატებს ძველი კოორდინატებით მივიღებთ

$$y_1 = y + b$$

და

$$z_1 = z + a.$$

შევიტანოთ  $I_{y_1}$ -ის ფორმულაში  $z_1$ -ის მაგივრად  $z + a$ , მაშინ,

$$\begin{aligned} I_{y_1} &= \int_F (z + a)^2 dF = \int_F (z^2 + 2az + a^2) dF = \\ &= \int_F z^2 dF + 2a \int_F z dF + a^2 \int_F dF. \end{aligned}$$

ამ გამოსახულების პირველი შესაყრები  $\int_F z^2 dF = I_y$ -ს, მეორე შესაყრები  $\int_F z dF$  არის სტატიკური მომენტი ცენტრალური  $Y$  ღერძის მიმართ, რომელიც, როგორც ვიცით, ტოლია ნულის, ამგვარად,

$$I_{y_1} = I_y + a^2 F$$

ანალოგიური მსჯელობით ვღებულობთ

$$I_{z_1} = I_z + b^2 F. \quad (6.7)$$

ახლა  $I_{y_1z_1} = \int_F y_1 z_1 dF$  გამოსახულებაში  $y_1$  და  $z_1$  ის მაგივრად შევიტანოთ მათი მნიშვნელობები, გვექნება:

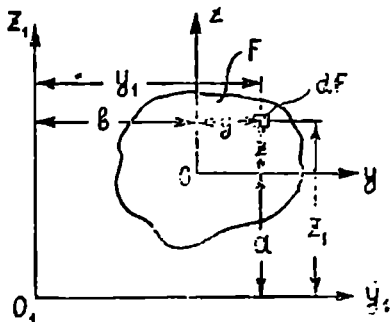
$$I_{y_1z_1} = \int_F (y + a)(z + b) dF = \int_F yz dF + b \int_F y dF + a \int_F F dz + ab \int_F dF.$$

ცენტრალური ღერძების მიმართ სტატიკური მომენტები

$$\int_F yz dF = \int_F z dF = 0,$$

ხოლო

$$\int_F yz dF = I_{yz}$$



ნახ. 6.3

ამგვარად

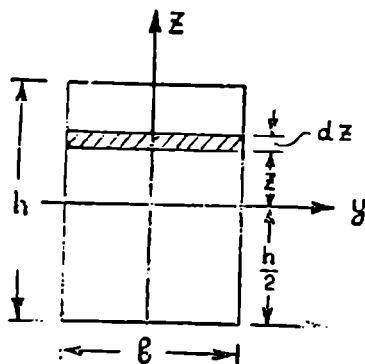
$$I_{y_1-1} = I_{yz} + abF. \quad (6.8)$$

როგორც (6.7) და (6.8) ფორმულიდან ჩანს, ცენტრალურიდან მის პარალელურ ღერძზე გადასვლის დროს ღერძული ინერციის მომენტი იზრდება ღერძებს შორის მანძილის კვადრატისა და კვეთის ფართობის ნამრავლით, ხოლო ცენტრიდანული ინერციის მომენტი იზრდება ან მცირდება ღერძებამდე მანძილებისა და კვეთის ფართობის ნამრავლით.

### § 3. მარტივი ბრტყელი კვეთების ინერციის მომენტები

ა) ვანესაზღვროთ სწორკუთხედი, რომლის სიგანეა  $b$  და სიმაღლე  $h$ , ინერციის მომენტი სიმძიმის ცენტრზე გამავალ  $y$  ღერძის მიმართ (ნახ. 6.4). როგორც ვიცით

$$I_y = \int_F z^2 dF.$$



ნახ. 6.4

$y$  ღერძიდან  $z$  მანძილის დაშორებით გამოვეყოთ ელემენტარული ფართობი  $dF$ , რომლის სიგანეა  $b$  და სიმაღლე  $dz$ , მაშინ  $dF = b dz$ . ინტეგრალი მთელ ფართობზე, რომ ავიღოთ, ამიტომ საჭიროა  $Z$  ვცვალოთ  $-\frac{h}{2}$ -დან

$+\frac{h}{2}$ -მდე, ამგვარად,

$$I_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} b z^2 dz = b \left[ \frac{z^3}{3} \right]_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} = b \left( \frac{h^3}{8 \cdot 3} + \frac{h^3}{8 \cdot 3} \right) = \frac{bh^3}{12} \quad (6.9)$$

ანალოგიურად გამოვთვალოთ

$$I_x = \frac{hb^3}{12}$$

სწორკუთხედის ფუძეზე გამავალი  $y_1$  ღერძის მიმართ ინერციის მომენტის გასაგებად შესაძლებელია გამოვიყენოთ პარალელური ღერძებისათვის ზემოთაღებული ფორმულა:

$$I_{y_1} = I_y + a^2 F.$$

ჩვენს მაგალითისათვის:

$$I_y = \frac{bh^3}{12}, \quad a = -\frac{h}{2} \quad \text{და} \quad F = 1h.$$

თუ შევიტანთ ამ მნიშვნელობებს  $I_{y_1}$ -ის გამოსახულებაში, გვექნება

$$I_{y_1} = \frac{bh^3}{12} + \left(-\frac{h}{2}\right)^2 bh = \frac{bh^3}{3}. \quad (6.10)$$

ბ) განვსაზღვროთ სამკუთხედის ინერციის მომენტი ფუძეზე გამავალ  $y_1$  ლერძის მიმართ  $I_1 = \int_F z^2 dF$ ; თუ სამ-

კუთხედის ფუძეა  $b$  და სიმაღლე  $h$  (ნახ. 6.5). გამოვყოთ სამკუთხედის  $y_1$  ლერძიდან  $z$  მანძილას დაშორებით  $dz$  სიმაღლის ელემენტარული ფართობი  $dF = b(z) dz$ , ამგვარად,

$$I_{y_1} = \int_F z^2 b(z) dz.$$

სამკუთხედთა მსგავსობიდან გამოვყოფით  $b(z)$ -ის მნიშვნელობას

$$b(z) = b \frac{h-z}{h} = b \left(1 - \frac{z}{h}\right),$$

და თუ შევიტანთ ინტეგრალის ქვეშ გვექნება

$$I_{y_1} = b \int_0^h z^2 \left(1 - \frac{z}{h}\right) dz = b \left[ \frac{z^3}{3} - \frac{z^4}{4h} \right]_0^h = \frac{bh^3}{12} \quad (6.11)$$

სიმძიმის ცენტრზე გამავალ და  $y_1$ -ის პარალელურ  $y$  ლერძის მიმართ ინერციის მომენტი იქნება

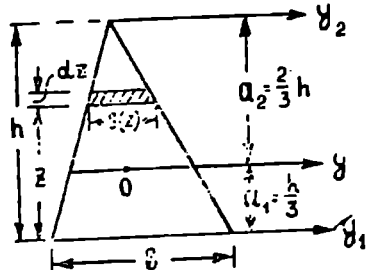
$$I_y = I_{y_1} - a_1^2 F = \frac{bh^3}{12} - \left(\frac{h}{3}\right)^2 \frac{bh}{2} = \frac{bh^3}{36}, \quad (6.12)$$

ხოლო წვეროზე გამავალ  $y_2$  ლერძის მიმართ კი:

$$I_{y_2} = I_y + a_2^2 F = \frac{bh^3}{36} + \left(\frac{2}{3}h\right)^2 \frac{bh}{2} = \frac{bh^3}{4} \quad (6.13)$$

გ) გამოვთვალოთ წრის ინერციის მომენტი  $I_y = \int_F x^2 dF$ . ცენტრზე გამავალ  $y$  ლერძის მიმართ (ნახ. 6.6). დავყოთ წრის ფართობი  $0y$  ლერძის პარალელურ ვიწრო ზოლებად, რომლის სიგანე აღენიშნოთ  $b(z)$ -ით და სიმაღლე  $dz$ .

დაშტრიხებული ელემენტარული ფართობი  $dF = b(z) dz$ .

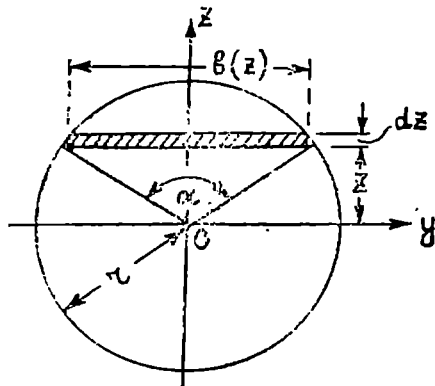


ნახ. 6.5

ინერციის მომენტი  $y$ , ღერძის მიმართ ტოლია:

$$I_y = \int_F Z^2 b(z) dz.$$

რადგანაც ყოველ ცენტრზე გამავალი ღერძი ფართობს ყოფს სიმეტრიულ ტოლ ნაწილად, ამიტომ შესაძლებელია გამოვთვალოთ ნახევარი ფართობის ინერციის მომენტი და გავაორკეცოთ. ცვლადის საზღვრები ნახევარი წრისათვის გვექნება 0-დან  $r$ -მდე; ამგვარად,



ნახ. 6.6

$$I_y = 2 \int_0^r z^2 b(z) dz.$$

ინტეგრალში შემაჯავლი ცვლადი  $z$  შევცვალოთ  $\alpha$  ცვლადით, როგორც ნახაზიდან ჩანს

$$z = r \cos \frac{\alpha}{2}; \quad dz = -\frac{1}{2} r \sin \frac{\alpha}{2} d\alpha, \quad b(z) = 2r \sin \frac{\alpha}{2}.$$

შესაბამისად უნდა შევცვალოთ ინტეგრალის ზღვრებიც, როცა  $z=0$ ,  $\alpha=\pi$ ; როცა  $z=r$ ;  $\alpha=0$ . ამგვარად,

$$\begin{aligned} I_y &= -2 \int_{\pi}^0 2r^4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{1}{2} d\alpha = -\frac{r^4}{2} \int_{\pi}^0 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \frac{\alpha}{2} d\alpha = \\ &= \frac{r^4}{2} \int_0^{\pi} \sin^2 \alpha d\alpha = \frac{r^4}{2} \left[ \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\alpha \right]_0^{\pi}; \end{aligned}$$

საბოლოოდ

$$I_y = \frac{\pi r^4}{4} \quad (6.14)$$

როგორც ვიცი, პოლარული ინერციის მომენტი

$$I_p = I_y + I_z;$$

წრისათვის

$$I_y = I_z = \frac{\pi r^4}{4}.$$

ამგვარად, წრის პოლარული ინერციის მომენტი ცენტრის მიმართ

$$I_p = \frac{\pi r^4}{2}. \quad (6.15)$$

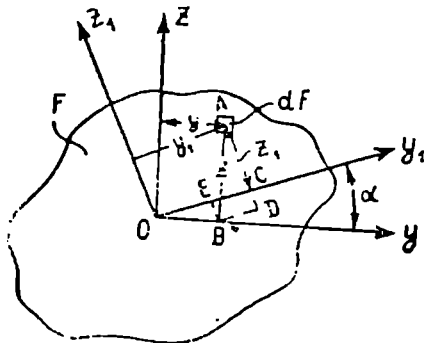
#### § 4. ინერციის მომენტებს შორის დამოკიდებულება ლერძების მობრუნების დროს

ლუნვაზე მომუშავე ლეროს ანგარიშის დროს ყველა შემთხვევაში საკიროა შეგვეძლოს ინერციის მთავარი ცენტრალური ლერძების პოვნა და ამ ლერძების მიმართ ინერციის მომენტის სიდიდეების განსაზღვრა.

ავიღოთ ნებისმიერი ფორმის კვებით და მის სიმძიმის ცენტრზე გავაგლოთ ურთიერთმართობი  $O_y$  და  $O_z$  ლერძები. დავუშვათ, ჩვენთვის ცნობილია ამ ლერძების მიმართ ლერძული და ცენტრიდანული ინერციის მომენტები  $I_y$ ,  $I_z$  და  $I_{yz}$ .

ვთქვათ, კოორდინატთა აღებული სისტემა სათავეს გარშემო შემოვაბ-

რუნეთ  $\alpha$  კუთხით და დაიკავა  $Y_1Z_1$  მდებარეობა (ნახ. 6.7) კუთხე  $\alpha$  მივიღოთ დადებითად, თუ ლერძები მობრუნებულია საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგოდ. განვსაზღვროთ ახალი ლერძების მიმართ ლერძული და ცენტრიდანული ინერციის მომენტები  $I_{y_1}$ ,  $I_{z_1}$  და  $I_{y_1z_1}$ , თუ ცნობილია ძველი ლერძების მიმართ ინერციის მომენტები.



ნახ. 6.7

ამგვარად, ვიციით  $I_y = \int_F z^2 dF$ ,

$I_z = \int_F y^2 dF$  და  $I_{yz} = \int_F yz dF$ ,

მოსაძებნია

$$I_{y_1} = \int_F r_1^2 dF, \quad I_{z_1} = \int_F y_1^2 dF \quad \text{და} \quad I_{y_1z_1} = \int_F y_1 z_1 dF \quad (6.16)$$

ელემენტარული ფართობის კოორდინატები ახალი ლერძების მიმართ  $y_1$  და  $z_1$  გამოვსახოთ ძველი— $y$ ,  $z$  და  $\alpha$ -ს საშუალებით; როგორც ნახაზიდან ჩანს

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= OC = OE + BD = y \cos \alpha + z \sin \alpha \\ z_1 &= AC = AD - BE = z \cos \alpha - y \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (6.17)$$

$y_1$  და  $z_1$ -ის ეს მნიშვნელობები შევიტანოთ (6.16) ფორმულაში, მივიღებთ

$$I_{y_1} = \int_{\mathbb{F}} z_1^2 dF = \int_{\mathbb{F}} (z \cos \alpha - y \sin \alpha)^2 dF = \\ = \int_{\mathbb{F}} (z^2 \cos^2 \alpha - 2yz \sin \alpha \cos \alpha + y^2 \sin^2 \alpha) dF,$$

ფრჩხილის გახსნის შემდეგ მივიღებთ:

$$I_{y_1} = \cos^2 \alpha \int_{\mathbb{F}} z^2 dF - \sin 2\alpha \int_{\mathbb{F}} yz dF + \sin^2 \alpha \int_{\mathbb{F}} y^2 dF;$$

ანალოგიურად

$$I_{z_1} = \sin^2 \alpha \int_{\mathbb{F}} z dF + \sin 2\alpha \int_{\mathbb{F}} yz dF + \cos^2 \alpha \int_{\mathbb{F}} y^2 dF,$$

$$I_{y_1 z_1} = \int_{\mathbb{F}} (z \sin \alpha + y \cos \alpha) (z \cos \alpha - y \sin \alpha) dF,$$

აბ

$$I_{y_1 z_1} = \sin \alpha \cos \alpha \int_{\mathbb{F}} z^2 dF - \sin \alpha \cos \alpha \int_{\mathbb{F}} y^2 dF + \cos^2 \alpha \int_{\mathbb{F}} yz dF - \sin^2 \alpha \int_{\mathbb{F}} yz dF.$$

როგორც ვხედავთ, ამ გამოსახულებაში ინტეგრალები წარმოადგენენ ძველი ღერძების მიმართ ღერძული და ცენტრიდანული ინერციის მომენტებს და შესაბამისად თუ შევიტანთ მათ მნიშვნელობებს, მივიღებთ

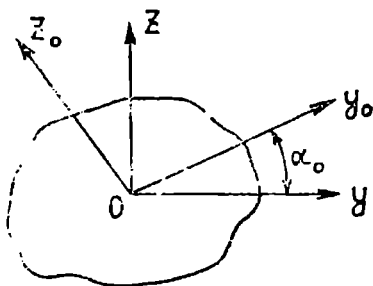
$$\left. \begin{aligned} I_{y_1} &= I_y \cos^2 \alpha + I_z \sin^2 \alpha - I_{yz} \sin 2\alpha, \\ I_{z_1} &= I_y \sin^2 \alpha + I_z \cos^2 \alpha + I_{yz} \sin 2\alpha \end{aligned} \right\} \quad (6.18)$$

$I_{y_1 z_1}$ -ის მნიშვნელობის მცირე გარდაქმნის შემდეგ გვექნება

$$I_{y_1 z_1} = \frac{I_y - I_z}{2} \sin 2\alpha + I_{yz} \cos 2\alpha \quad (6.19)$$

$I_{y_1}$  და  $I_{z_1}$ -ის (6.18) ფორმულაში მოცემულ მნიშვნელობებს, თუ შევკრებთ მივიღებთ:

$$I_{y_1} + I_{z_1} = I_y (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + I_z (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = I_y + I_z = \text{const.}$$



ნახ. 6. 8

ამგვარად, კოორდინატა სისტემის შემობრუნების დროს ღერძული მომენტების ჯამი მუდმივი რჩება.

ახლა გავარკვიოთ ინერციის მთავარი ცენტრალური ღერძების მდებარეობა.

ინერციის მთავარი ღერძები აღვნიშნოთ  $y_0$  და  $z_0$ , მისი დაბრის კუთხე ნებისმიერ ცენტრალურ  $yz$  კოორდინატა ღერძებთან  $\alpha_0$ -ით (ნახ. 6.8).

როგორც ვიცით, ინერციის მთავარი ღერძების ცენტრიდანული ინერ-

ციის მომენტი ნულის ტოლია, ე. ი.  
 $I_{y_0 z_0} = 0,$



ხოლო (6.19) ფორმულის თანახმად

$$I_{y_0 z_0} = \frac{I_y - I_z}{2} \sin 2\alpha_0 + I_{yz} \cos 2\alpha_0 = 0.$$

ეს გამოსახულება გადაწეროთ შემდეგი სახით

$$-\frac{I_z - I_y}{2} \sin 2\alpha_0 + I_{yz} \cos 2\alpha_0 = 0,$$

აქედან

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2I_{yz}}{I_z - I_y}. \quad (6.20)$$

მთავარი ინერციის ღერძების მდებარეობის გარკვევის შემდეგ შეგვიძლია გამოეთვალათ (6.18) ფორმულის საშუალებით, ამ ღერძების მიმართ მთავარი ინერციის მომენტები

$$\left. \begin{aligned} I_{y_0} &= I_y \cos^2 \alpha_0 + I_z \sin^2 \alpha_0 - I_{yz} \sin 2\alpha_0, \\ I_{z_0} &= I_y \sin^2 \alpha_0 + I_z \cos^2 \alpha_0 + I_{yz} \sin 2\alpha_0. \end{aligned} \right\} \quad (6.21)$$

ახლა გავარკვეოთ რომელი ცენტრალური ღერძების მიმართ ექნება ინერციის მომენტებს მაქსიმალური და მინიმალური მნიშვნელობები. ავიღოთ რომელიმე  $\gamma_1$  ცენტრალური ღერძი და ვაბრუნოთ ცენტრის გარშემო, მაშინ კუთხის ცვალეზადობასთან ერთად იცვლება მისი სიდიდეც

$$I_{y_1} = I_y \cos^2 \alpha + I_z \sin^2 \alpha - I_{yz} \sin 2\alpha.$$

$I_{y_1}$ -ს ექსტრემალური მნიშვნელობა ექნება მაშინ, როცა

$$\frac{dI_{y_1}}{d\alpha} = 0.$$

შესაბამისი კუთხე აღვნიშნოთ  $\alpha_1$ -ით, მაშინ

$$\frac{dI_{y_1}}{d\alpha} = -2I_y \cos \alpha_1 \sin \alpha_1 + 2I_z \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 - 2I_{yz} \cos 2\alpha_1 = 0,$$

ან

$$(I_z - I_y) \sin 2\alpha_1 - 2I_{yz} \cos 2\alpha_1 = 0;$$

აქედან

$$\operatorname{tg} 2\alpha_1 = \frac{2I_{yz}}{I_z - I_y} = \operatorname{tg} 2\alpha_0.$$

ამგვარად, ინერციის მთავარი ღერძების მიმართ ინერციის მომენტებს აქვს ექსტრემალური მნიშვნელობა, ერთ-ერთი მთავარი ღერძის მიმართ ინერციის მომენტი მაქსიმალურია, ხოლო მეორეს მიმართ — მინიმალური.

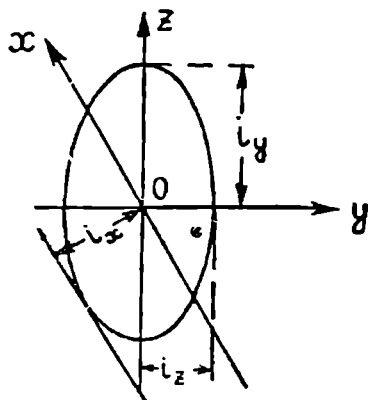
როცა  $I_{y_0} = I_{\text{მპ.}}$ , მაშინ  $I_{z_0} = I_{\text{მონ.}}$ .

ღერძის მობრუნების დროს ინერციის მომენტის ცვლადობა შეგვიძლია გამოვსახოთ როგორც ანალიზურად, ისე გრაფიკულადაც ეგრეთ წოდებული ინერციის ელიფსის აგების საშუალებით. მოცემული კვეთისათვის უნდა ავაგოთ ისეთი ინერციის ელიფსი, რომლის რადიუსი ნებისმიერ  $X$  ღერძის მიმართ წარმოადგენს შემდეგ სიდიდეს  $i_x = \sqrt{\frac{I_x}{F}}$ .

თუ კვეთის ინერციის მთავარი ცენტრალური ღერძების მიმართ ინერციის მომენტები  $I_y$  და  $I_z$  გამოთვლილი გვაქვს, მაშინ ინერციის ელიფსის მთავარი რადიუსები იქნება

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{F}} \text{ და } i_z = \sqrt{\frac{I_z}{F}}.$$

ელიფსის რადიუსი  $i_y$  უნდა გადავზომოთ  $y$  ღერძის მართობზე, ე. ი.  $z$  ღერძზე და  $i_z$  კი  $y$  ღერძზე (ნახ. 6.9). ნებისმიერი ცენტრალური ღერძის მიმართ ინერციის მომენტის სიდიდე გრაფიკულად ელიფსის საშუალებით რომ ვიპოვოთ ელიფსზე უნდა გავავლოთ ამ ღერძის პარალელური მხები; ღერძსა და მხებზე შორის მანძილის კვადრატის ნაშრავლი ფიგურის ფართობზე გვაძლევს ამ ღერძის მიმართ ინერციის მომენტს; ამგვარად,



ნახ. 6.9

$$I_x = i_x^2 \cdot F.$$

ამოცანა № 1. მოცემულია კვეთი, რომელიც შედგენილია № 24<sup>b</sup> შეელების და  $100 \times 100 \times 10$  ტოლთაროიანი კუთხედისაგან (ნახ. 6.10). საჭიროა განსაზღვრულ იქნას:

1) შედგენილი კვეთის ცენტრი,

2) განისაზღვროს ღერძული და ცენტრიდანული ინერციის მომენტები ნებისმიერ  $y_c$ ,  $z_c$  ცენტრალური ღერძების მიმართ,

3) მოიძებნოს მთავარი ცენტრალური ღერძების ( $y_0$ ,  $z_0$ ) მიმართულება და ინერციის მომენტები ამ ღერძების მიმართ,

4) აიგოს მოცემული კვეთის ინერციის ელიფსი.

ვატარებთ ნებისმიერ  $y$  და  $z$  ღერძებს და ვქებთ შედგენილი კვეთის სიმძიმის ცენტრის კოორდინატებს ამ ღერძების მიმართ.

$$\text{ვიციოთ: } y_c = \frac{S_z}{F}; \quad z_c = \frac{S_y}{F},$$

სადაც

$$F_1 = F_1 + F_2; \quad S_y = F \cdot z_1 + F_2 \cdot z_2$$

$$S_z = F_1 y_1 + F_2 y_2.$$

პირველ ფართობად მივიღოთ შევლერი და მეორე ფართობად კუთხედ-  
დი. სორტამენტის ცხრილიდან  
ამოვიწეროთ მოცემული პროფი-  
ლის ნომრების შესაბამისი ფარ-  
თობები და სიმძიმის ცენტრების  
კოორდინატები.

№ 24<sup>ბ</sup> შევლერისათვის

$$F_1 = 39 \text{ სმ}^2; y_1 = 2,03 \text{ სმ}; \\ z_1 = 12 \text{ სმ}.$$

100×100×10, კუთხედისათვის

$$F_2 = 19,2 \text{ სმ}^2; y_2 = -2,83 \text{ სმ}; \\ z_2 = 2,83 \text{ სმ}.$$

ამგვარად შედგენილი კვეთის  
სრული ფართობი

$$F = 39 + 19,2 = 58,2 \text{ სმ}^2$$

სტატიკური მომენტი

$$S_y = 39 \cdot 12 + 19,2 \cdot 2,83 = 522,4 \text{ სმ}^3$$

და

$$S_z = 39 \cdot 2,03 + 19,2 (-2,83) = 23,8 \text{ სმ}^3.$$

შედგენილი კვეთის სიმძიმის ცენტრის კოორდინატები იქნება

$$y_c = \frac{23,8}{58,2} = 0,41 \text{ სმ}, \quad z_c = \frac{522,4}{58,2} = 8,98 \text{ სმ}.$$

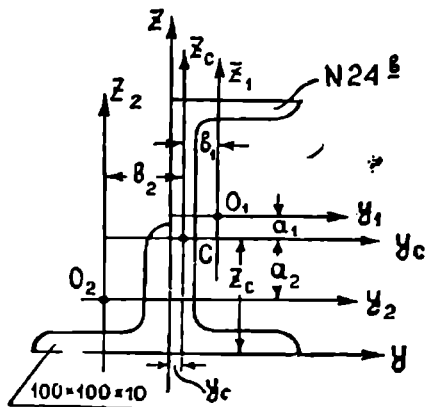
გავავლოთ სიმძიმის ცენტრზე ცენტრალური  $y_c$  და  $z_c$  ღერძები და ვი-  
პოვოთ ამ ღერძების მიმართ შედგენილი კვეთის ღერძული და ცენტრიდა-  
ნული ინერციის მომენტები. ამისათვის ჯერ ვპოულობთ ცალკეული პროფი-  
ლის ინერციის მომენტებს თავისი სიმძიმის ცენტრზე გამავალი ღერძის მი-  
მართ, რის შემდეგაც ვსარგებლობთ პარალელურ ღერძზე გადასასვლელი  
ფორმულით და ვღებულობთ

$$I_{y_c} = I_{y_1} + a_1^2 F_1 + I_{y_2} + a_2^2 F_2,$$

$$I_{z_c} = I_{z_1} + b_1^2 F_1 + I_{z_2} + b_2^2 F_2,$$

$$I_{y_c z_c} = I_{y_1 z_1} + a_1 b_1 F_1 + I_{y_2 z_2} + a_2 b_2 F_2.$$

ცალკეული პროფილის სიმძიმის ცენტრზე გამავალი ღერძის მიმართ  
ინერციის მომენტებს ვღებულობთ სორტამენტის ცხრილიდან. ჩვენს შემთხ-  
ვევაში შევლერისათვის  $I_{y_1} = 3282,6 \text{ სმ}^4$ ;  $I_{z_1} = 194,1 \text{ სმ}^4$ .



ნახ. 6.10

$I_{y_1 z_1} = 0$ . კუთხედისათვის  $I_{y_2} = I_{z_2} = 179 \text{ სმ}^4$   $I_{y_2 z_2}$  — როგორც მცირე სი-  
დადე შესაძლებელია მხედველობაში არ მივიღოთ. პარალელურ ღერძებს შო-  
რის მანძილი განსაზღვრული ამოცანისათვის შემდეგია

$$a_1 = 12 - 8,98 = 3,02 \text{ სმ};$$

$$a_2 = -(8,98 - 2,83) = -6,5 \text{ სმ};$$

$$b_1 = 2,03 - 0,41 = 1,62 \text{ სმ};$$

$$b_2 = -(2,83 + 0,41) = -3,24 \text{ სმ}.$$

თუ ამ სიდიდეებს შევიტანთ ინერციის მომენტების საანგარიშო ფორ-  
მულაში, მივიღებთ

$$I_{y_c} = 3282,6 + (3,02)^2 \cdot 39 + 179 + (-6,5)^2 \cdot 19,2 = 4628 \text{ სმ}^4,$$

$$I_{z_c} = 194,1 + (1,62)^2 \cdot 39 + 179 + (-3,24)^2 \cdot 19,2 = 680 \text{ სმ}^4,$$

$$I_{y_c z_c} = 3,02 \cdot 1,62 \cdot 39 + (-6,5) \cdot (-3,24) \cdot 19,2 = 595,6 \text{ სმ}^4.$$

ცენტრალური  $y_c$  და  $z_c$  ღერძების მიმართ ინერციის ღერძულ და ცენ-  
ტრიდანული მომენტების გამოთვლის შემდეგ, ვსაზღვრავთ მთავარი ღერძე-  
ბის  $y_0$  და  $z_0$ -ის დახრის კუთხე  $\alpha_0$ -ს შემდეგი ფორმულით

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2I_{y_c z_c}}{I_{z_c} - I_{y_c}}.$$

თუ შევიტანთ ზემოგამოთვლილ მნიშ-  
ვნელობებს, მივიღებთ:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2 \cdot 595,6}{680 - 4628} = -0,302,$$

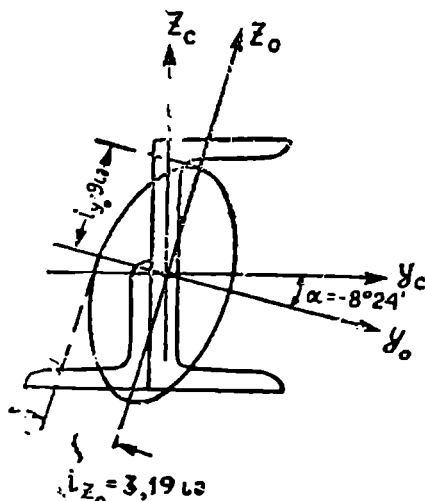
$$2\alpha_0 = -16^\circ 48'; \alpha_0 = -8^\circ 24'.$$

რადგანაც  $\alpha_0$  კუთხე უარყოფითია,  
ვზომავთ მას  $y_c$  ღერძიდან საათის ის-  
რის მიმართულებით და ვავლებთ ინერ-  
ციის მთავარ  $y_0$  და  $z_0$  ღერძებს (ნახ.  
6.11).

ინერციის მომენტებს მთავარი ღერ-  
ძების მიმართ ვსაზღვრავთ შემდეგი  
ფორმულით

$$I_{y_0} = I_{y_c} \cos^2 \alpha_0 + I_{z_c} \sin^2 \alpha_0 - I_{y_c z_c} \sin 2\alpha_0$$

$$I_{z_0} = I_{y_c} \sin^2 \alpha_0 + I_{z_c} \cos^2 \alpha_0 + I_{y_c z_c} \sin 2\alpha_0$$



ნახ. 6.11

თუ შევიტანთ რიცხვით მნიშვნელობებს, მივიღებთ:

$$I_{y_0} = 4628 \cdot 0,9787 + 680 \cdot 0,0213 - 595,6 \cdot (-0,289) = 4716 \text{ სმ}^4,$$

$$I_{z_0} = 4628 \cdot 0,0213 + 680 \cdot 0,9787 + 595,6 (-0,289) = 592 \text{ სმ}^4.$$

ინერციის მთავარი ღერძების მიმართ ინერციის მომენტების განსაზღვრის შემდეგ, ვანგარიშობთ შედგენილი კვეთის ინერციის ელიფსის დიდ და მცირე რადიუსებს შემდეგი ფორმულით

$$i_{y_0} = \sqrt{\frac{I_{y_0}}{F}} \text{ და } i_{z_0} = \sqrt{\frac{I_{z_0}}{F}}.$$

თუ შევიტანთ რიცხვით მნიშვნელობებს, მივიღებთ

$$i_{y_0} = \sqrt{\frac{4716}{58,2}} = 9 \text{ სმ};$$

$$i_{z_0} = \sqrt{\frac{592}{58,2}} = 3,19 \text{ სმ}.$$

ელიფსის რადიუსს  $i_{y_0}$ -ს ეზომავთ  $z_0$  მთავარ ღერძზე, ხოლო  $i_{z_0}$  რადიუსს  $y_0$ -ღერძზე და ვაგებთ მოცემული ფიგურის ინერციის ელიფსს (ნახ. 6.11).

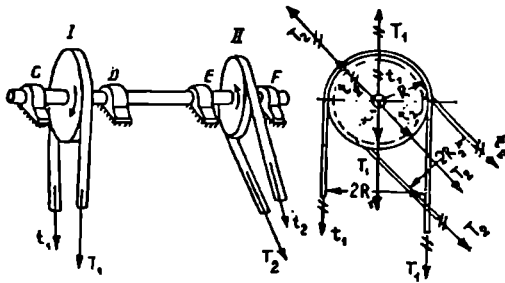
---

გ რ ე ხ ა

§ 1. მგრეხავი მომენტის გამოთვლა.

გრეხას ადგილი აქვს მაშინ, როდესაც ლეროს ბოლოებზე, ლერძის მართობულ სიბრტყეებში, მოქმედებს ტოლი და საწინააღმდეგოდ მიმართულ ძალთა წყვილი. ძალთა წყვილს, რომელიც იწვევს გრეხას, ეწოდება მგრეხავი მომენტი და აღინიშნება  $M_g$ , ხოლო ლეროს, რომელიც გრეხას განიცდის, ეწოდება ლილვი. გრეხაზე მუშაობენ: სატრანსმისიო ლილვები, კარდანული ლილვი, ზამბარები და სხვ.

სანამ გრეხის დეფორმაციებისა და ძაბვების შესწავლაზე გადავალთ, საჭიროა გავეცნოთ მგრეხავი მომენტების გამოთვლის ხერხს. სატრანსმისიო ლილვებში (ნახ. 7.1) მგრეხავი მომენტი ლილვს გადაეცემა შკივით, რომელზედაც მოდებულია ლვედი.



ნახ. 7.1

პირველი შკივი ლვედების საშუალებით დაკავშირებულია ელექტროძრავთან, ხოლო მეორე — დაზგასთან. აღნიშნული მგრეხავი მომენტები თანაბარი მოძრაობისდროს სიდიდით ტოლი იქნება და მიმართულებით საწინააღმდეგო.

I და II შკივს შორის ლილვი, როგორც ჩანს, განიცდის გრეხას.

მგრეხავი მომენტის სიდიდის გამოსათვლელად აღვნიშნოთ I შკივის წამყვანი ლვედის დაჭიმულობა  $T_1$ , ხოლო ამჟოლის —  $t_1$ -ით. ანალოგიური აღნიშვნები უნდა გავაკეთოთ მეორე შკივისათვის. თუ I შკივის ცენტრზე მოვდებთ ტოლ და საწინააღმდეგო ძალებს  $T_1 + t_1$ , როგორც ნახაზზეა ნაჩვენები, ორჯერ გადახაზული ძალები მოგვცემენ მგრეხავ მომენტს, რომელიც ტოლია

$$M_g^I = T_1 R_1 - t_1 R_1 = R_1 (T_1 - t_1), \quad (7.1)$$

ხოლო ძალა  $T_1 + t_1$ , რომელიც ცენტრზეა მოდებული, იწვევს  $C-D$  საკისარებს შორის ლილვის ღუნვას.

ანალოგიურად თუ მოვიქცევით, II შკივზე მოსული მგრებავი მომენტი გამოითვლება

$$M_3^{II} = T_2 R_2 - t_2 R_2 = R_2 (T_2 - t_2), \quad (7.2)$$

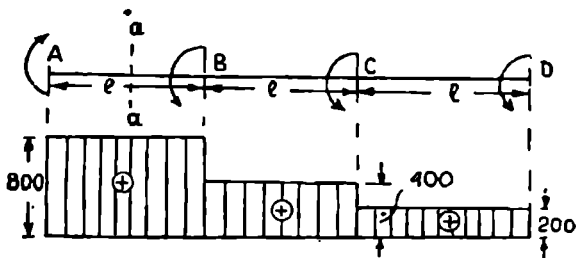
ხოლო ძალა  $T_2 + t_2$  იწვევს ლილვის ღუნვას  $E$  და  $F$  საკისარებს შორის. თუ  $C-D$  და  $E-F$  საკისარებს შორის მანძილი საკმაოდ მცირეა, ღუნვა შეიძლება მხედველობაში აღარ მივიღოთ.

ლილვის თანაბარი მოძრაობის შემთხვევაში  $M_3^I$  შეიძლება გავუტოლოთ  $M_3^{II}$ . ლილვი I და II შკივს შორის განიცდის გრებას, სადაც მგრებავი მომენტის სიდიდე გამოითვლება ფორმულით

$$M_3 = R_1 (T_1 - t_1) = R_2 (T_2 - t_2). \quad (7.3)$$

ჩვენ გამოვთვალეთ მგრებავი მომენტი, როდესაც გვექონდა ორი შკივი. მგრებავი მომენტის გამოთვლა შედარებით რთულია, როდესაც სატრანსმისიო ლილვზე გვაქვს რამდენიმე შკივი. ამ შემთხვევაში საჭიროა ავაგოთ მგრებავი მომენტის ეპიურა. მგრებავი მომენტების ეპიურა გვიჩვენებს გრაფიკულად, თუ როგორ იცვლება უკანასკნელი, ლილვის სიგრძეზე. (ნახ. 7.2) მოცემულ სატრანსმისიო ლილვისათვის ავაგოთ მგრებავი მომენტების ეპიურა. თანაბა-

$$M_3^I = 800 \text{ კგმ} \quad M_3^{II} = 400 \text{ კგმ} \quad M_3^{III} = 200 \text{ კგმ} \quad M_3^{IV} = 200 \text{ კგმ}$$



ნახ. 7.2

რი მოძრაობის შემთხვევაში ლილვზე მოქმედი მგრებავი მომენტები წონასწორობაში უნდა იყოს; აქედან ცხადია, რომ

$$M_3^I = M_3^{II} + M_3^{III} + M_3^{IV} \dots \quad (7.4)$$

იმისათვის, რომ განვსაზღვროთ მგრებავი მომენტი ნებისმიერ  $a-a$  კვეთში, საჭიროა წარმოდგინოთ გავკვეთით ლილვი  $a-a$  სიბრტყით და შემდეგ შევადგინოთ მოკვეთილი მარცხენა ან მარჯვენა ნაწილის წონასწორობის პირობა. სანამ წონასწორობის პირობას შევადგენდეთ, შევთანხმდეთ მგრებავი მომენტის ნიშნებში. ვაკვეთის შედეგად დარჩენილ ნაწილს თუ

ვეყურებთ მოკვეთილი სიბრტყის მხრიდან და ლილვზე მოქმედი მგრეხავი მომენტი ლილვს გრეხავს საათის ისრის მიმართულებით, ასეთი მგრეხავი მომენტი დადებითად მივიღოთ (ცხადია, რომ კვეთში აღძრულ შესაფერის მომენტს ექნება საწინააღმდეგო მიმართულება). თუ აღნიშნულ წესებს დავიცავთ, მარცხენა ნაწილისათვის მივიღებთ

$$M_{aa} = + M_3^I = + 800 \text{ კგმ.},$$

ხოლო მარჯვენა მოკვეთილი ნაწილისათვის

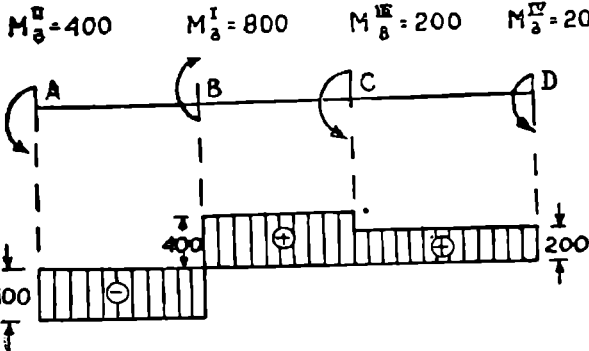
$$M_{aa} = M_3^{II} + M_3^{III} + M_3^{IV} = + 400 + 200 + 200 = + 800 \text{ კგ.}$$

როგორც ჩანს, აღებულ კვეთში, მგრეხავი მომენტის მნიშვნელობა, რომ განვსაზღვროთ, საჭიროა ავიღოთ მარცხნივ ან მარჯვნივ მდებარე ყველა მგრეხავი მომენტის ალგებრული ჯამი.

მგრეხავი მომენტების ეპიურის აგების შედეგად ჩვენ დავრწმუნდებით, რომ  $A-B$  უბანი იმყოფება ყველაზე ცუდ მდგომარეობაში, რადგანაც აქ მოქმედებს უდიდესი მგრეხავი მომენტი. ლილვის დიამეტრის დანიშვნას, როგორც ქვევით დავინახავთ, ვახდენთ მგრეხავი მომენტების მიხედვით.  $A-B$  უბანზე დავეჭირდება ყველაზე დიდი დიამეტრის ლილვი, ხოლო  $B-C$ -ზე შედარებით ნაკლები და უფრო ნაკლები  $C-D$  უბანზე.

იმისათვის, რომ მაქსიმალური მგრეხავი მომენტის სიდიდე შევამციროთ, საჭიროა წამყვანი ( $M_3^I$ ) და მიმყოლი შკივები რაციონალურად გავანა-

წილოთ, სახელდობრ, ჩვენი შემთხვევისათვის, თუ  $A$  და  $B$  შკივებს შევუცვლით ადგილებს, ე. ი. თუ წამყვან შკივს გადავიტანთ  $B$  კვეთში, ხოლო მიმყოლს  $A$  კვეთში, მგრეხავი მომენტის მნიშვნელობას შევამცირებთ ორჯერ (ნახ. 7.3). როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, მგრეხავი მომენტის გამოთვლა შეიძლება, თუ ცნობი-



ნახ. 7.3.

ლია ლევდებში დაკიმულობის ძალა. ლევდებში დაკიმულობის ძალის უშუალო გამოთვლა შეუძლებელია, ამისათვის მგრეხავი მომენტის გამოსათვლელად მიმართავენ შემდეგ ხერხს. ჩვეულებრივად, ცნობილია ცხენის ძალებში ან კილოვატებში ის სიმძლავრე, რომელიც უნდა მიიღოს შკივმა ელექტროძრავისაგან ანდა რომელიც უნდა გადასცეს უკანასკნელ დაზვას. ამის გარდა, ცნობილია ლილვის ბრუნვათა რიცხვი  $n$  წუთში. სიმძლავრე და მგრეხავი



მომენტი ერთმანეთთან შეიძლება დაეკავშიროთ შემდეგნაირად (ნახ. 7.4): მოცემულია შკივი, რომელზედაც მოქმედებს მგრეხავი მომენტი  $M_b = 2RP$ . გამოვთვალოთ აღნიშნული მგრეხავი მომენტის მიერ შესრულებული მუშაობა. მანძილი, რომელზედაც ახდენს გადაადგილებას თითოეული ძალა, ტოლია  $R\alpha$ , ხოლო ორივე ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა ტოლი იქნება

$$A = 2PR\alpha = M_b \cdot \alpha, \quad (7.5)$$

სადაც  $\alpha$  წარმოადგენს მობრუნების კუთხეს რადიანებში.

თუ ცნობილია ლილვის ბრუნთა რიცხვი  $n$  წუთში, მობრუნებას კუთხე ამავე დროში იქნება

$\alpha = 2\pi n$ , ხოლო ერთეულ დროში  $\alpha = \frac{2\pi n}{60}$ , თუ 7.5 ფორმულაში 'მევიტანთ

მობრუნების კუთხის მნიშვნელობას ერთეულ დროში, მივიღებთ შესრულებული მუშაობის რაოდენობას ერთეულ დროში ანუ სიმძლავრეს

$$W = \frac{M_b \cdot 2\pi n}{60}. \quad (7.6)$$

სიმძლავრე შეიძლება მოცემული იყოს ცხენის ძალებში  $N$  ან კილოვატებში  $K$ .

გამოვსახოთ სიმძლავრე, რომელიც მოცემულია ცხენის ძალებში ან კილოვატებში, კილოგრამომეტრებში

$$W = N \text{ ცძ.} = 75 N \text{ კგმ/წმ.},$$

ან

$$W = K \text{ კვ} = 102 \cdot K \text{ კგმ/წმ.}$$

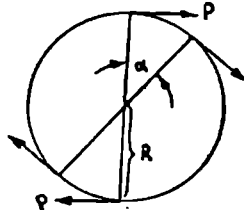
თუ შევიტანთ (7.6) ფორმულაში სიმძლავრეს, რომლის განზომილებაა კგმ/წმ., გვექნება

$$75 N = \frac{M_b \cdot 2\pi n}{60} \quad \text{ან} \quad M_b = 716,2 \frac{N}{n} \text{ კგმ} \quad (7.7)$$

და

$$102 K = \frac{M_b \cdot 2\pi n}{60} \quad \text{ან} \quad M_b = 973,6 \frac{K}{n} \text{ კგმ} \quad (7.8)$$

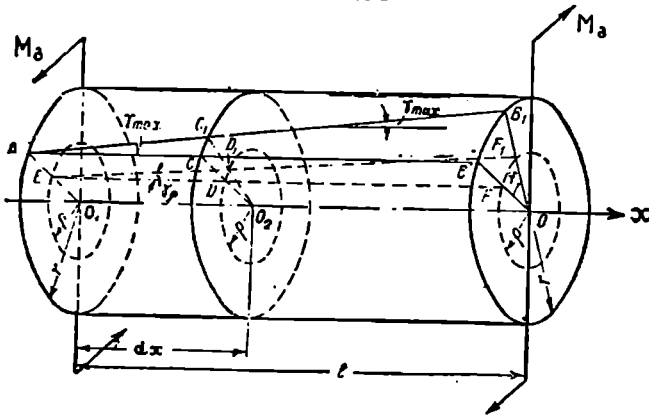
(7.7) და (7.8) ფორმულები საშუალებას გვაძლევს გამოვთვალოთ მგრეხავი მომენტის მნიშვნელობა, რომელიც გადაეცემა შკივს, თუ ცნობილია სიმძლავრე ცხენის ძალებში ან კილოვატებში და შკივის ბრუნთა რიცხვი წუთში.



ნახ. 7.4.

§ 2. გრების დროს ძაბვებისა და დეფორმაციების გამოთვლა

სანამ ძაბვისა და დეფორმაციის გამოთვლას დავიწყებდეთ, საჭიროა შევისწავლოთ გრების დეფორმაცია (ნახ. 7.5). როგორც ცდების შედეგებიდან ირკვევა, თუ ლილვი განიცდის  $M_3$  — მომენტით გრებას (დრეკადობის ზღვრებში) ადგილი აქვს შემდეგი სახის დეფორმაციებს:



ნახ. 7.5.

1. სწორი  $OO$  ღერძი დეფორმაციის შემდეგ რჩება ისევ სწორი.
2. ღერძის მიმართ ნორმალური სიბრტყე, დეფორმაციის შემდეგ ისევ სიბრტყედ რჩება და მასზე გაელეზული რადიუსი  $OB$  დეფორმაციის შემდეგ ისევ სწორია.
3. გრების დროს ხდება ერთი კვეთის მობრუნება მეორეს მიმართ ისე, რომ მანძილი მეზობელ კვეთებს შორის რჩება უცვლელი. კუთხეს, რომლითაც მობრუნდება ერთი კვეთი მეორეს მიმართ, ეწოდება გრების კუთხე და აღინიშნება  $\varphi$ -თი.
4. გრების კუთხის სიდიდე პროპორციულია მგრებავი მომენტისა და მანძილისა აღებულ კვეთებს შორის.  
ლილვის ღერძის გასწვრივ ნებისმიერ კვეთებს, რომლებიც ერთმანეთისაგან დაცილებული არიან  $dx$  მანძილით, მობრუნების კუთხე  $d\varphi$  ერთნაირი აქვთ, ე. ი. უნდა ვიფიქროთ, რომ ფარდობითი გრების კუთხე  $\frac{d\varphi}{dx}$  ლილვის სიგრძეზე არის მუდმივი სიდიდე (თუ არ იცვლება ლილვის სიგრძეზე კვეთის ზომები, მასალა და მგრებავი მომენტის სიდიდე).
5. როგორც (ნახ. 7.5)-დან ჩანს, მსახველი  $A-B$  დეფორმაციის შემდეგ გადაიხრება და პირვანდელ მიმართულებასთან შეადგენს  $\gamma_{max}$  კუთხეს,  $\gamma$  კუთხით, როგორც ვიცით, აღენიშნავთ ფარდობით ძვრას.  
თუ ავიღებთ მსახველის პარალელურ ბოჭკოს, რომელიც ცენტრიდან  $\rho$  მანძილზეა (ნახ. 7.5), დეფორმაციის შედეგად იგი პირვანდელ მიმართუ-

ლებასთან შეადგენს  $\gamma_p$  კუთხეს. როგორც ნახაზიდან ჩანს,  $\gamma_{max} > \gamma_p$ , ვ. ი. ზედაპირთან ძვრის კუთხე მეტია, ვიდრე ლილვის შიგნით.

თუ ცენტრალური გაჭიმვა-კუმშვის დროს დეფორმაციის შედეგად იზრდება ან მცირდება ორ ნორმალურ კვეთს შორის მანძილი, გრეხის დროს ადგილი აქვს ერთი კვეთის მობრუნებას მეორეს მიმართ ისე, რომ ამ კვეთებს შორის მანძილი რჩება უცვლელი.

გამოეთვალათ ლილვის კვეთში ძაბვის სიდიდე; ამისათვის ჩამაგრების კვეთიდან  $dx$  მანძილზე გაეკვეთათ ლილვი (ნახ. 7.5) და მოკვეთილი მარცხენა ნაწილი შევისწავლოთ. მგრეხავი მომენტი, რომელიც ჩამაგრების კვეთში მოქმედებს, გაწონასწორებული უნდა იყოს მოკვეთილ კვეთში აღძრული ძაბვებით. კვეთის ფართობში აღძრულმა ძაბვებმა უნდა მოგვეცეს განაწონასწორებელი მომენტი  $x$  ღერძის მიმართ, ამიტომ მხები ძაბვები კვეთში რადიუსის მართობულად იქნება მიმართული, ხოლო ნორმალურ ძაბვას კვეთში ადგილი არ ექნება.

ნორმალური კვეთის მართობულ სიბრტყეში, ე. ი. კვეთში, რომელიც პარალელურია  $x$  ღერძის, ნორმალურ ძაბვას ადგილი არ ექნება, ხოლო რადგანაც მხები ძაბვები ურთიერთმართობულ სიბრტყეებში სიდიდით ტოლია და მიმართულებით საწინააღმდეგო, აღნიშნულ სიბრტყეშიც აღიძვრება მხები ძაბვები. რადგანაც ორ ურთიერთმართობულ სიბრტყეებში ადგილი ჰქონდა მხოლოდ მხებ ძაბვებს, გრეხის დროს ჩვენ გვაქვს სუფთა ძვრის შემთხვევა.

სანამ შევეუდგებოდეთ მხები ძაბვების სიდიდის გამოთვლას ლილვის კვეთში, გავეცნოთ თუ როგორ ნაწილდება უკანასკნელი კვეთში. როგორც (ნახ. 7.6)-დან, ჩანს ცენტრიდან  $\rho$  მანძილზე ფარდობითი ძვრა  $\gamma_p$  გამოითვლება

$$\gamma_p = \frac{D_1 D}{ED},$$

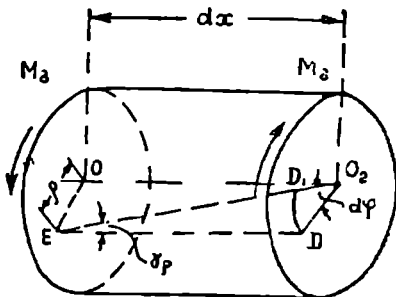
სადაც აბსოლუტური ძვრის სიდიდეს გამოეთვლით ფორმულით

$$D_1 D = \rho d\varphi.$$

თუ შევიტანთ  $\gamma_p$ -ს გამოსახულებაში  $D_1 D$ -ს მნიშვნელობას, მივიღებთ

$$\gamma_p = \frac{\rho d\varphi}{dx} = \frac{d\varphi}{dx} \rho. \quad (7.10)$$

რადგანაც მხები ძაბვა სუფთა ძვრის დროს პროპორციულია ფარდობითი ძვრისა, მივიღებთ



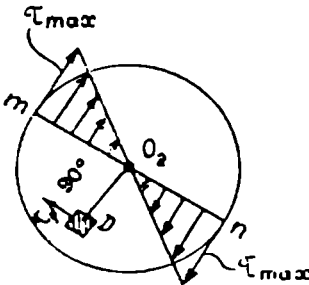
ნახ. 7.6.

$$\tau_p = G \frac{d\varphi}{dx} \rho. \quad (7.11)$$

აღებული კვეთისათვის ფარლობითი გრების კუთხე  $\frac{d\varphi}{dx}$  და ძვრის მოდული  $G$  მუდმივი სიდიდეა. როგორც (7.11) ფორმულიდან ჩანს, მხები ძაბვა კვეთის რომელიმე წერტილში პირდაპირ პროპორციული ყოფილა მანძილისა კვეთის ცენტრიდან აღებულ წერტილამდე. მაქსიმალურ მხებ ძაბვას ექნება ადგილი, როდესაც  $\rho = \rho_{max} = R$

$$\tau_{max} = G \frac{d\varphi}{dx} R. \quad (7.12)$$

ნახ. 7.7-ზე მოცემულია ლილვის  $m-n$  კვეთის დიამეტრის გასწვრივ მხები ძაბვების ეპიურა. მხები ძაბვის სიდიდე დიამეტრის გასწვრივ იცვლება სწორი ხაზის კანონით. მხები ძაბვა ლილვის ცენტრში ნულის ტოლია, ხოლო ლილვის ზედაპირთან ახლოს, მაქსიმუმს აღწევს.



ნახ. 7.7.

მხები ძაბვების ეპიურიდან ჩანს, რომ ლილვის მასალა კვეთის ცენტრთან ნაკლებადაა გამოყენებული, ხოლო მის ზედაპირთან ახლოს—მეტად. ლილვებში მასალა რომ იქნეს გამოყენებული რაციონალურად კვეთის ცენტრიდან მასალა გადააქეთ მის ზედაპირთან, ე. ი. იღებენ მილისებრ კვეთის ლილვს. ცხადია, რომ მილისებრი ლილვი უფრო ეკონომიურია, ვიდრე მთლიანი კვეთის.

ლილვის დეფორმაციის შესწავლამ საშუალება მოგვცა გაგვეჩვენა მხები ძაბვების განაწილების კანონი, მაგრამ თვითონ ძაბვის სიდიდის გამოთვლის საშუალება ჯერჯერობით არა გვაქვს. იმისათვის, რომ მხები ძაბვის სიდიდე დავადგინოთ, მივმართოთ სტატიკის წონასწორობის პირობას.

გავკვეთოთ ლილვი ბოლოდან ნებისმიერ  $x$  მანძილზე და შევადგინოთ დარჩენილი მარცხენა ნაწილის წონასწორობის პირობა. მარცხენა ნაწილის ბოლოზე მოქმედებს მგრეხავი მომენტი  $M_x$ , რომელიც უნდა გააწონასწოროს კვეთში აღძრულმა მხებმა ძაბვებმა (ნახ. 7.8).

გამოვთვალოთ ლილვის ღერძის ნიშართ  $dF$  ელემენტარულ ფართობზე მოქმედი  $\tau_p$  მხები ძაბვით გამოწვეული ელემენტარული მომენტი

$$dM = \tau_p dF \rho.$$

თუ შევიტანთ  $\tau_p$ -ს მნიშვნელობას (7.11) ფორმულიდან, გვექნება

$$dM = G \frac{d\varphi}{dx} \rho^3 dF,$$

საიდანაც გამაწონასწორებელი მგრეხავი მომენტი მთელ კვეთში ტოლი იქნება

$$M = \int_F G \frac{dz}{dx} \rho^2 dF.$$

რადგანაც ძვრის მოდული  $G$  და ფარდობითი გრეხის კუთხე ადგილობრივ კვეთისათვის მუდმივ სიდიდეებს წარმოადგენენ, შეიძლება ინტეგრალის გაერთ გამოვიტანოთ

$$M = G \frac{dz}{dx} \int_F \rho^2 dF.$$

გავლილი მასალიდან ცნობილია, რომ  $\int_F \rho^2 dF = I_p$  და წარმოადგენს პოლარულ მომენტს კვეთის ცენტრის მიმართ ან კვეთში აღძრული გამაწონასწორებელი მომენტი შეიძლება გადავწეროთ შემდეგნაირად

$$M = G \frac{dz}{dx} I_p.$$

ვინაიდან გარე მგრეხავი მომენტი ტოლია შიგა გამაწონასწორებელი მგრეხავი მომენტისა, მივიღებთ

$$M_\delta = G \frac{dz}{dx} I_p \quad (7.13)$$

თუ (7.13) გამოსახულებაში შევიტანთ  $\frac{dz}{dx}$ -ის

მნიშვნელობას (7.11) ფორმულიდან და ამოვხსნით უკანასკნელს  $\tau_\rho$ -ს მიმართ, გვექნება

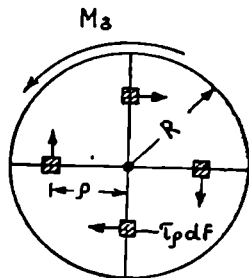
$$\tau_\rho = \frac{M_\delta \rho}{I_p}. \quad (7.14)$$

მხები ძაბვა კვეთის ნებისმიერ წერტილში პროპორციულია მგრეხავი მომენტისა, ცენტრიდან აღებულ წერტილამდე მანძილისა და უკუპროპორციულია კვეთის ცენტრის მიმართ ინერციის პოლარული მომენტისა. უდიდეს მხებ ძაბვას ადგილი ექნება მაშინ, როდესაც  $\rho = \rho_{max} = R$

$$\tau_{max} = \frac{M_\delta \rho_{max}}{I_p} = \frac{M_\delta}{\left(\frac{I_p}{R}\right)} = \frac{M_\delta}{W_p}, \quad (7.15)$$

სადაც  $\frac{I_p}{R} = W_p$  ეწოდება წინაღობის პოლარული მომენტა. წინა-

ღობის პოლარულ მომენტს მივიღებთ, თუ ინერციის პოლარულ მომენტს გავეყოფთ მანძილზე ცენტრიდან ყველაზე შებად დაშორებულ წერტილამდე.



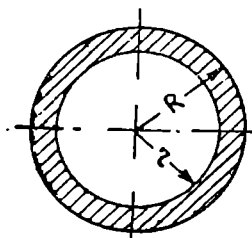
ნახ. 7.8

გამოვთვალოთ წინაღობის პოლარული მომენტი წრიული კვეთისათვის

$$W_p = \frac{I_p}{R} = \frac{\frac{\pi R^4}{2}}{R} = \frac{\pi R^3}{2} \text{ სმ}^3. \quad (7.16)$$

გამოვთვალოთ წინაღობის პოლარული მომენტი მილისებური კვეთის ლილვისათვის (ნახ. 7.9), გავლილი მასალიდან ცნობილია, რომ ინერციის პოლარული მომენტი ტოლია

$$I_p = \frac{\pi R^4}{2} \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^4 \right] = \frac{\pi R^4}{2} [1 - \alpha^4].$$



ნახ. 7.9.

წინაღობის პოლარული მომენტი გამოითვლება

$$W_p = \frac{I_p}{R} = \frac{\pi R^3}{2} [1 - \alpha^4]. \quad (7.17)$$

ახლა გამოვთვალოთ გრეხის კუთხე, ამისათვის (7.13) ფორმულიდან ვიანგარიშოთ ფარდობითი გრეხის კუთხის  $\frac{d\varphi}{dx}$ -ის მნიშვნელობა

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{M_b}{GI_p},$$

$$d\varphi = \frac{M_b dx}{GI_p},$$

$$\varphi = \int_e \frac{M_b dx}{GI_p}.$$

თუ ლილვის  $l$ : სიგრძეზე, მასალა, კვეთის ზომები და მგრეხავი მომენტის სიდიდე უცვლელია, გრეხის კუთხე გამოითვლება

$$\varphi = \frac{M_b l}{GI_p}. \quad (7.18)$$

ლილვის ორ კვეთს შორის გრეხის კუთხე  $\varphi$  პირდაპირპროპორციულია მგრეხავი მომენტისა, ამ კვეთებს შორის  $l$  მანძილისა და უკუპროპორციულია ლილვის  $GI_p$  სიხისტისა.

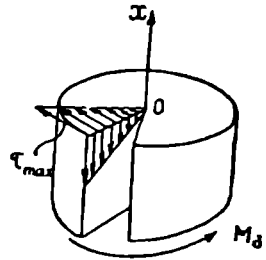
### § 3. გრეხის დროს მთავარი ძაბვების განსაზღვრა

გრეხის დროს ლილვის ღერძის მართობულ სიბრტყეში ადგილი აქვს, როგორც აღენიშნეთ, მხოლოდ მხებ ძაბვებს. ზედაპირიდან ცენტრისაკენ

მხები ძაბვა სწორი ხაზის კანონით ნაწილდება, რომელიც უდიდეს სიდიდეს აღწევს ზედაპირთან, ხოლო ცენტრთან ის ნულს უდრის.

მხები ძაბვების ურთიერთობის პირობიდან აგრეთვე ცნობილია, რომ მხები ძაბვები ურთიერთმართობ სიბრტყეში სიდიდით ტოლია და მიმართულია საწინააღმდეგოდ, ე. ი. ლილვის ღერძის პარალელურ სიბრტყეში მოქმედებს მხები ძაბვები, რომლებიც აგრეთვე იცვლება ზედაპირიდან ცენტრისაკენ ისე, როგორც იცვლება მხები ძაბვა ლილვის ღერძის მართობულ კვეთში (ნახ. 7.10). ისეთი მასალა, რომელსაც აქვს ბოქვოსებრი სტრუქტურა, კრაზედ დიდ წინააღმდეგობას უწევს ბოქვოების მართობული მიმართულებით და ნაკლებ წინააღმდეგობას უწევს ბოქვოების გასწვრივ, ასეთი მასალები რღვევას განიცდიან ხლეჩის შედეგად.

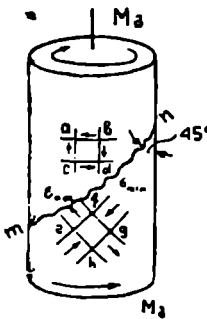
მაგალითად, ხის ღერო გრეხისას, როდესაც მგრეხავი მომენტი განსაზღვრულ ზღვარს გადააჭარბებს, ხლეჩას განიცდის ღერძის პარალელური სიბრტყით. ხლეჩა იწყება ლილვის ზედაპირიდან და ცენტრისაკენ ვრცელდება, ვინაიდან ზედაპირთან ახლოს ძაბვა მაქსიმუმს აღწევს და ცენტრისაკენ უკანასკნელი მცირდება.



ნახ. 7.10.

როგორც აღნიშნეთ,  $abcd$  (ნახ. 7.11) ურთიერთმართობულ სიბრტყეებში გრეხისას ადგილი ექნება სუფთა ძვრას. სუფთა ძვრის დროს, თუ ურთიერთმართობულ სიბრტყეებს მოვაბრუნებთ  $45^\circ$ , ნახაზზე აღნიშნულ  $e/fgh$  სიბრტყეებში ადგილი ექნება მთავარ ძაბვებს  $\sigma_{min}$  და  $\sigma_{max}$ , რომლებიც სიდიდით ტოლია იმ მხები ძაბვისა, რომელიც მოქმედებს  $abcd$  სიბრტყეში.

როგორც ცნობილია, კუმშვაზე თუჯი კარგად მუშაობს; ამიტომ შემუშავდა მთავარი ძაბვა  $\sigma_{min}$  არაფითარი საშიშროებას არ წარმოადგენს. როგორც ცდები გვიჩვენებს, თუჯი უკეთესად მუშაობს ძვრაზე, ვიდრე გაჭიმვაზე, ამისათვის ნორმალური გამჭიმავი ძაბვა  $\sigma_{max}$  ეს იქნება ის ძაბვა, რომელიც გამოიწვევს გრეხაზე მომუშავე ცილინდრული კვეთის თუჯის ნიმუშის დარღვევას. ცდებით დადასტურებულია, რომ თუჯის ნიმუშის დარღვევა გრეხით გამოწვეულია გამჭიმავი მთავარი ძაბვით  $\sigma_{max}$ -ით და უკანასკნელი ხდება  $m-n$  სიბრტყის გასწვრივ.  $m-n$  სიბრტყე, როგორც ნახაზიდან ჩანს, ლილვის ღერძთან შეადგენს  $45^\circ$  კუთხეს.



ნახ. 7.11.

#### § 4. სიმტკიცისა და სიხიხტის პირობა გრეხის დროს

გრეხის დროს სიმტკიცის პირობას აქვს შემდეგი სახე

$$\tau_{max} = \frac{M_z}{W_p} \leq [\tau]. \quad (7.19)$$

(7.19) პირობის თანახმად, ლილვი მაშინ იქნება მტკიცე, თუ მაქსიმალური მხები ძაბვა, ე. ი. მხები ძაბვა ლილვის ზედაპირთან ახლოს ტოლი იქნება ან ნაკლები დასაშვებ მხებ ძაბვებზე. დასაშვებ მხებ ძაბვას  $[\tau]$  აღგენენ დასაშვები ნორმალური ძაბვების მიხედვით და პლასტიკური მასალები-სათვის იღებენ  $[\tau] = (0,5 \div 0,55) [\sigma]$ .

დატვირთვის სხვადასხვა პირობისათვის და სხვადასხვა ხარისხის ფოლადებისათვის დასაშვები მხები ძაბვის სიდიდე გრეხის დროს იცვლება ზღვრებში  $[\tau] = 200 \div 1200$  კგ/სმ<sup>2</sup>.

(7.19) სიმტკიცის პირობა საშუალებას გვაძლევს 'ამი სხვადასხვა ტიპის ამოცანა გადავწყვიტოთ:

ა. შევამოწმოთ სიმტკიცეზე ლილვი, თუ ცნობილია მგრეხავი მომენტი სიდიდე და დასაშვები მხები ძაბვა  $[\tau]$ . კვეთის შემოწმება ხდება (7.19) ფორმულით

$$\tau_{max} = \frac{M_b}{W_p} \leq [\tau].$$

ბ. შევარჩიოთ ლილვის რადიუსი  $R$ —თუ ცნობილია მგრეხავი მომენტი და დასაშვები მხები ძაბვა  $[\tau]$ . სიმტკიცის (7.19) პირობა გვაძლევს

$$W_p \geq \frac{M_b}{[\tau]}, \quad W_p = \frac{\pi R^3}{2},$$

საიდანაც

$$R \geq \sqrt[3]{\frac{2M_b}{\pi[\tau]}}. \quad (7.20)$$

გ. განვსაზღვროთ ლილვზე დასაშვები მგრეხავი მომენტი, თუ ცნობილია ლილვის რადიუსი და დასაშვები მხები ძაბვა. (7.19) ფორმულით თუ ვისარგებლებთ:

$$M_b \leq W_p [\tau],$$

$$M_b \leq \frac{\pi R^3}{2} [\tau]. \quad (7.21)$$

ზოგიერთ შემთხვევაში საკმარისი არ არის მარტო სიმტკიცის პირობის დაკმაყოფილება. საჭიროა ლილვის ანგარიშისას, წინასწარ ვიცოდეთ ლილვის გრეხის კუთხე. თუ გრეხის კუთხე ორ კვეთს შორის ძალიან დიდია, ზოგიერთ შემთხვევაში ამან შეიძლება მანქანის ნორმალური მუშაობის დარღვევა გამოიწვიოს. დასაშვები გრეხის კუთხე ერთი მეტრის სიგრძეზე ლილვის დანიშნულებისამებრ, იცვლება ზღვრებში  $[\varphi] = (0,15 \div 1)^\circ$ , ხოლო სოფლის მეურნეობის მანქანებისათვის  $5^\circ$ -მდე აღწევს.

სიხისტის პირობას აქვს შემდეგი სახე:

$$\varphi = \frac{M_b \cdot l}{GI_p} \leq [\varphi],$$



$$\varphi = \frac{M_3}{GI_p} \leq [\varphi]. \quad (7.22)$$

სიხისტის პირობის საფუძველზე აგრეთვე შეიძლება სამი ტიპის ამოცანა ამოვხსნათ:

ა) შევამოწმოთ სიხისტის პირობის მიხედვით ლილვის ზომები

$$\varphi = \frac{M_3}{GI_p} \leq [\varphi].$$

ბ) შევარჩიოთ ლილვის რადიუსი, თუ ცნობილია დასაშვები გრების კუთხე რადიანებში და მგრეხავი მომენტის სიდიდე. (7.22) ფორმულიდან მივიღებთ

$$I_p \geq \frac{M_3}{G[\varphi]}.$$

თუ შევიტანთ მნიშვნელობებს

$$I_p = \frac{\pi R^4}{2}$$

მივიღებთ

$$R \geq \sqrt[4]{\frac{2M_3}{\pi G[\varphi]}} \quad (7.23)$$

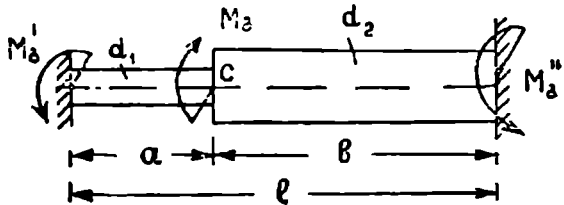
გ) განვსაზღვროთ სიხისტის პირობიდან დასაშვები მგრეხავი მომენტის მნიშვნელობა

$$M_3 \leq [\varphi] GI_p \quad (7.24)$$

### § 6. გრების დროს სტატიკურად ურკვევი ამოცანის ამოხსნა

ისევე როგორც გაკიშვა-კუმშვის დროს, გრების დროსაც შეიძლება გვექონდეს სტატიკურად ურკვევი ამოცანა.

ვიანგარიშოთ ლილვზე მგრეხავი მომენტების სიდიდე (ნახ. 7.12), როდესაც მისი ბოლოები ჩამაგრებულია ხისტად და  $a$  კვეთში მოქმედებს მგრეხავი მომენტი  $M_3$ .



ნახ. 7.12.

მივიღოთ, რომ ლილვის მასალა და დიამეტრი მარცხენა და მარჯვენა უბანზე სხვადასხვაა. სტატიკის წონასწორობის პირობას ექნება შემდეგი სახე

$$M_3 = M_3' + M_3'' \quad (7.25)$$

როგორც ჩანს, ერთ განტოლებაში არის ორი უცნობი  $M'_3$  და  $M''_3$ , მგრეხავი მოპენტით. იმისათვის, რომ მოვძებნოთ მგრეხავი მომენტების მნიშვნელობა ჩამაგრების კვეთებში  $M'_3$  და  $M''_3$ , საჭიროა შევადგინოთ დამატებითი პირობა დეფორმაციის ერთიანობიდან. რადგანაც  $c$  კვეთი ლილვის მარცხენა და მარჯვენა ნაწილისათვის საერთოა, ამიტომ  $c$  კვეთის გრების კუთხე მარცხენა ნაწილისათვის იგივე იქნება, რაც მარჯვენა ნაწილისათვის და დეფორმაციის ერთიანობის პირობას ექნება შემდეგი სახე

$$\varphi' = \varphi'', \quad (7.26)$$

სადაც

$$\varphi' = \frac{M'_3 a}{G' I'_p},$$

ხოლო

$$\varphi'' = \frac{M''_3 b}{G'' I''_p}.$$

თუ შევიტანთ  $\varphi'$  და  $\varphi''$  მნიშვნელობებს (7.26) განტოლებაში, მივიღებთ

$$\frac{M'_3 a}{G' I'_p} = \frac{M''_3 b}{G'' I''_p},$$

ან

$$M''_3 = \frac{G'' I''_p a}{G' I'_p b} M'_3. \quad (7.27)$$

შევიტანოთ  $M''_3$  მნიშვნელობა (7.27) განტოლებიდან (7.25) განტოლებაში

$$M_3 = M'_3 + \frac{G'' I''_p a}{G' I'_p b} M'_3,$$

საიდანაც

$$M'_3 = \frac{M_3}{1 + \frac{G'' I''_p a}{G' I'_p b}}, \quad (7.28)$$

ხოლო

$$M''_3 = M_3 - M'_3. \quad (7.29)$$

კერძოდ, თუ ლილვის მასალა და დიამეტრი ერთნაირია (7.29) ფორმულა მიიღებს შემდეგ სახეს

$$M'_3 = \frac{M_3}{1 + \frac{a}{b}}. \quad (7.30)$$

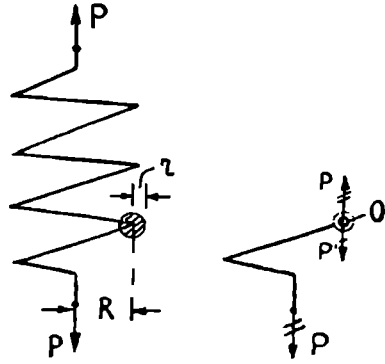
როგორც (7.30) ფორმულიდან ჩანს,  $a$  სიგრძის გაღივებით  $M'_3$  მნიშვნელობა მცირდება და თუ  $a=b$  მაშინ

$$M'_3 = M''_3 = \frac{M_3}{2} \quad (7.31)$$

### § 6. ცილინდრული ხრახნული ზამბარის ანგარიში

ცილინდრულ ხრახნულ ზამბარებს, რომელთაც აქვთ მცირე ბიჯი, ტექნიკაში ფართოდ იყენებენ. ასეთი ზამბარები, ერთის მხრივ გამოიყენებიან დარტყმების შემცირების მიზნით (ზამბარული რესორები), ხოლო მეორეს მხრივ, მუდმივი დაჭიმულობის მისაღებად (სარქველებში და სხვ.).

გამოთვალათ ცილინდრული ხრახნული ზამბარის კვეთში ძაბვების მაქსიმალური სიდიდე. გამჭიმავე ან შემკუმშავი ძალა, რომელიც ზამბარის ბოლოებზე მოქმედებს აღენიშნოთ  $P$ -ით. ზამბარის ხეიის საშუალო რადიუსი  $R$ -ით (ნახ. 7.13), ხოლო ზამბარის ღეროს რადიუსი  $r$ -ით. ძაბვების გამოთვლისათვის გამოვიყენოთ კვეთის მეთოდი. ვაკვეთოთ ზამბარა დიამეტრალური კვეთით, როგორც ეს ნახაზზეა ნაჩვენები, მოვაცალოთ ზედა ნაწილი და დარჩენილი ქვედა ნაწილი ხელმეორედ გამოვხაზოთ. დარჩენილ ქვედა ნაწილზე მოქმედებს გამჭიმავე  $P$  ძალა, რომელსაც აწონასწორებს კვეთში



ნახ. 7.13.

აღძრული შიგა ძალები. სანამ კვეთში ძაბვების გამოთვლას შევეუდგებოდეთ, კვეთის  $O$  ცენტრში მოვდოთ ტოლი და საწინააღმდეგოდ მიმართული ორი ძალა, რომელიც ტოლი და პარალელურია  $P$  ძალის. ამით ცხადია დარჩენილი ნაწილის წონასწორობის პირობას არ დავარღვევთ. როგორც ჩანს, ორჯერ გადახაზული ძალა იწვევს აღნიშნული კვეთის გრეხას, მგრეხავი მომენტი  $M_3 = PR$ , ხოლო ერთხელ გადახაზული ძალა გამოიწვევს კვეთის ქრას  $P$  ძალით.

კვეთში ძაბვის გამოსათვლელად ვისარგებლოთ ძალთა დამოუკიდებლობის პრინციპით, ე. ი. გამოვთვალოთ მგრეხავი მომენტი გამოწვეული, ძაბვა კვეთში, შემდეგ გადაამჭრელი ძალით და ბოლოს ვიანგარიშოთ ამ ორი ძაბვის ალგებრული ჯამი. ნახ. 7.14-ზე მოცემულია გადაამჭრელი ძალითა და მგრეხავი მომენტი გამოწვეული ძაბვები.

თუ დავუშვებთ, რომ გადაამჭრელი ძაბვა კვეთში თანაბრად ნაწილდება, უკანასკნელს გამოვთვლით

$$\tau_{\text{კვ}} = \frac{P}{F} = \frac{P}{\pi r^2},$$

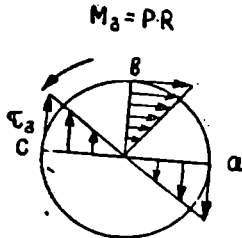
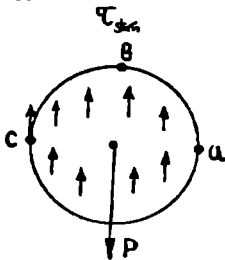
ხოლო გრეხით გამოწვეული მაქსიმალური ძაბვა გამოითვლება

$$\tau_{\text{ბ}} = \frac{M_{\text{ბ}}}{W_{\rho}}.$$

თუ შევიტანთ  $M_{\text{ბ}} = PR$  და  $W_{\rho} = \frac{\pi r^3}{2}$  მნიშვნელობებს, მივიღებთ

$$\tau_{\text{ბ}} = \frac{2PR}{\pi r^3}.$$

გადამჭრელი ძალით გამოწვეული მხები ძაბვის მიმართულება და სიდიდე კვეთში, როგორც ჩანს, არ იცვლება.



ნახ. 7.14.

გრეხავი მომენტით გამოწვეული მხები ძაბვა მაქსიმუმს აღწევს კონტურთან ახლოს და, როგორც ვიცით, მიმართულია რადიუსის მართობულად. ნახ. 7.14-დან აღვიღად შეიძლება დავასკვნათ, რომ ჯამური მხები ძაბვა მაქსიმუმს აღწევს *c* წერტილში; უკანასკნელი გამოითვლება:

$$\tau_{max} = \frac{P}{\pi r^2} + \frac{2PR}{\pi r^3},$$

$$\tau_{max} = \frac{P}{\pi r^2} \left( 1 + \frac{2R}{r} \right). \quad (7.32)$$

(7.32) ფორმულის ფრჩხილის შიგნით მოთავსებული წევრი  $\frac{2R}{r}$  იმდენად

ნაღ დიდია ერთთან შედარებით, რომ ერთი შეიძლება მხედველობაში არ სივლით, ზაშინ (7.32) ფორმულა იღებს შემდეგ სახეს

$$\tau_{max} = \frac{2PR}{\pi r^3}, \quad (7.33)$$

ე ი. განოდის, რომ მხები ძაბვების გამოთვლასა შეიძლება მხედველობაში არ მივიღოთ გადამჭრელი ძალა. იმ შემთხვევაში, თუ ვანგარიშობთ საპასუხისმგებლო მნიშვნელობის ზამბარას, საჭიროა შევიტანოთ შესწორების კო-

ეფიციენტი  $K$ . შესწორების კოეფიციენტი  $K$  ითვალისწინებს როგორც გადამ-  
კრულ ძალას, ისე ზამბარის სიმრუდეს.

თუ მხედველობაში მივიღებთ შესწორების კოეფიციენტს, სიმტკიცის  
პირობას ექნება შემდეგი სახე

$$\tau_{max} = K \frac{2PR}{\pi r^3} \leq [\tau]. \quad (7.34)$$

შესწორების კოეფიციენტი შეიძლება გამოითვალოს ფორმულით

$$K = \frac{4 - m}{4 - 4m} + 0,615 m, \quad (7.35)$$

სადაც

$$m = \frac{r}{R}.$$

გამოვთვალოთ დეფორმაციის მნიშვნელობა ცილინდრულ ხრახნულ ზამ-  
ბარაში. დაბეჭდვის გარდა, საინტერესოა ვიცოდეთ ცილინდრული ზამბარის  
დაგრძელების ან ჯდომის სიდიდე, რომელიც გამოწვეულია ძალის მოქმედე-  
ბის შედეგად. დეფორმაციის ის სიდიდე, რომელიც გამოწვეულია მხოლოდ  
გადამკრელი ძალით, იზღენად მცირეა, რომ უკანასკნელს მხედველობაში არ  
ვიღებთ, ე. ი. ვგულისხმობთ, რომ ზამბარის დაგრძელება ან ჯდომა დამო-  
კიდებულია მხოლოდ მგრეხავ მომენტზე.

ამოვკვეთოთ ზამბარის  $dS$  ნაწილი ორი დიამეტრული კვეთით, როგორც  
ეს ნახ. 7.15-ზეა ნაჩვენები და გამოვთვალოთ ზამბარის დაგრძელება მხოლოდ  
 $dS$  ნაწილის დეფორმაციის შედეგად; ამისათვის  $B$  კვეთი უნდა წარმოვიდგი-  
ნოთ ხისტად ჩამაგრებული და გამოვთვალოთ  
 $m$  წერტილის ვერტიკალური გადაადგილების  
მნიშვნელობა, თუ წარმოვიდგენთ, რომ ძა-  
ლა  $P$  კვეთთან დამაგრებულია ხისტი  $om$   
ტეხილით.  $P$  ძალის ვერტიკალური გადაად-  
გილება

$$d\lambda = mk = nn' = R d\varphi.$$

საიდან  $\int$

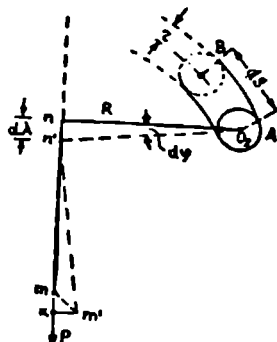
$$d\varphi = \frac{M_b dS}{I_p G},$$

ხოლო  $M_b = PR$

$$M_b = PR$$

და

$$I_p = \frac{\pi r^4}{2},$$



ნახ. 7.15.

თუ შევიტანთ  $d\lambda$ -ს გამოთქმაში შემავალი წევრების მნიშვნელობას, მივიღებთ

$$d\lambda = \frac{2R \cdot PR \cdot dS}{\pi r^4 G}.$$

იმისათვის, რომ გამოვთვალოთ ზამბარის გადაადგილება, რომელიც გამოწვეულია მთელი ზამბარის დეფორმაციის შედეგად, საჭიროა ავიღოთ ინტეგრალი მიღებული გამოთქმიდან  $O$ -დან  $S$ -მდე.

$$\lambda = \frac{2PR^2}{G\pi r^4} \int_0^S dS = \frac{2PR^2}{G\pi r^4} S.$$

თუ შევიტანთ  $S$ -ის მნიშვნელობას  $S = 2\pi Rn$ , საბოლოოდ მივიღებთ

$$\lambda = \frac{4PR^3n}{Gr^4}. \quad (7.36)$$

როგორც (7.36) ფორმულიდან ჩანს, ზამბარის დეფორმაცია პირდაპირპროპორციულია ძალისა.

სიმტკიცის პირობიდან ჩანს, რომ რაც უფრო დიდია დასაშვები მხები ძაბვა  $[\tau]$ , მით უფრო ნაკლები კვეთის ზამბარა დაგვიკირდება, ხოლო რაც უფრო ნაკლებია ზამბარის ღეროს კვეთი ერთსა და იმავე პირობებში, მით უფრო დიდი იქნება ზამბარის დეფორმაციები.

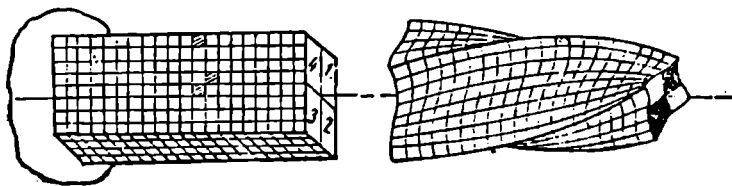
როგორც ცნობილია, ზამბარები გამოყენებულია რესორებად იმისათვის, რომ უკანასკნელმა კარგად იმუშაოს დარტყმით დატვირთვებზე. საჭიროა, რომ ერთი და იგივე დატვირთვის დროს მივიღოთ რაც შეიძლება დიდი დეფორმაციები; ამას აღწევენ იმით, რომ ზამბარის მასალად იღებენ მაღალი ხარისხის ფოლადს, რომლისთვისაც დასაშვები მხები ძაბვა  $[\tau]$  იცვლება (2000 ÷ 8000) კგ/სმ<sup>2</sup>-მდე. დეფორმაციების გადიდებას ზამბარებში შეიძლება მივალწიოთ ძვრის მოდულის შემცირებითაც. კერძოდ, თუ ავიღებთ ფოსფორიან ბრინჯაოს. მისი დასაშვები ძაბვა საკმაოდ პატარაა  $[\tau] = 1300$  კგ/სმ<sup>2</sup>, მაგრამ სამაგიეროდ ძვრის მოდული  $G = 4400$  კგ/სმ<sup>2</sup>, ე. ი. ორჯერ მცირეა, ვიდრე ფოლადისა.

## § 7. სწორკუთხიანი და თხელკუთხიანი განივკვეთის ღეროს გ<sup>3</sup>კა<sup>2</sup>ხა

არაწრიული კვეთის ღეროების გრების დროს ძაბვებისა და დეფორმაციების გამოთვლა საკმაოდ რთულია და იგი შეისწავლება მასალათა გამძლეობაზე უფრო ზუსტი დისციპლინის დახმარებით, რომელსაც დ რ ე კ ა დ ო ბ ი ს თ ე ო რ ი ა ეწოდება.

დრეკადობის თეორიის დახმარებით გადაწყვეტილია სხვადასხვა კერძო ამოცანა გრებაზე, როდესაც საკმაოდ რთული კვეთები გვაქვს. ქვემოთ მოგვყავს დრეკადობის თეორიაში მიღებული შედეგები, როდესაც სწორკუთხოვანი ან თხელკედლიანი კვეთები გვაქვს.

სწორკუთხიანი კვეთის ღეროს გრებაზე შესწავლისათვის იღებენ რეზინის მოდელს, რომელზედაც წინასწარ სწორკუთხედების ბადეა (ნახ. 7.16) დატანილი. გრების შედეგად დატანილი კვადრატები იბრიცებიან და ფორმას იცვლიან, ამის მიხედვით მსჯელობენ იმაზე, თუ როგორ ნაწილდება



ნახ. 7.16.

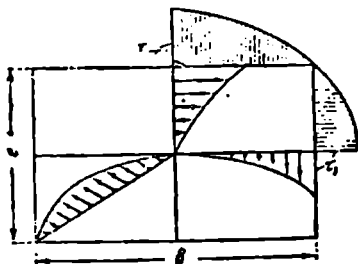
მხები ძაბვების სიდიდე კვეთის კონტურის გარშემო. დეფორმაციის შედეგად წინასწარ დატანილი კვადრატების მეტი დაბრეცილობა შემჩნეულია სწორკუთხიანი კვეთის გრძელი. გვერდის შუა ნაწილში, ხოლო წიბოებთან, როგორც ჩანს, კვადრატები დეფორმაციის შედეგად არ იბრიცებიან. ღერძის მიმართ გატარებული ნორმალური სიბრტყე დეფორმაციის შემდეგ სიბრტყედ აღარ რჩება—განიცდის დაბრეცას. 1 და 3 მეოთხედები, როგორც ნახაზზეა ნაჩვენები გამოიბერება, ხოლო 4 და 2 მეოთხედები განიცდიან ჩაზნექვას.

ნახ. 7.17-ზე ნაჩვენებია დრეკადობის თეორიით მიღებული მხები ძაბვების ეპიურა, სწორკუთხიანი კვეთის ღეროსათვის. აქ მხები ძაბვების ეპიურა მოცემულია როგორც ღეროს კვეთის კონტურის გარშემო, ისე მის შიგნით.

ქვემოთ მოგვყავს დრეკადობის თეორიაში მიღებული მზა ფორმულები მაქსიმალური მხები ძაბვისა და გრების კუთხის განსასაზღვრავად სწორკუთხიანი კვეთისათვის

$$\tau_{max} = \frac{M_b}{abc^2}, \quad (7.37)$$

$$\varphi = \frac{M_b l}{\beta bc^3 G}. \quad (7.38)$$



ნახ. 7.17.

$\alpha$  და  $\beta$  კოეფიციენტები დამოკიდებულია  $\frac{b}{c}$  გვერდების ფარლობაზე და იგი ქვემოთ მოგვყავს ცხრილის სახით:

$b/c$	1,0	1,5	1,75	2,0	2,5	3,0	4,0	6,0	8,0	10	$\infty$
$\alpha$	0,208	0,231	0,239	0,246	0,258	0,267	0,282	0,299	0,307	0,313	0,333
$\beta$	0,141	0,196	0,214	0,229	0,249	0,263	0,281	0,299	0,307	0,313	0,333

როგორც ცხრილიდან ჩანს, თუ ფარდობა  $\frac{b}{c} > 10$ -ზე  $\alpha = \beta = \frac{1}{3}$ , მაშინ 7.37 და 7.38 ფორმულები მიიღებს შემდეგ სახეს

$$\tau_{max} = \frac{3M_0}{bc^2}, \quad (7.39)$$

$$\varphi = \frac{3M_0 l}{bc^3 G}. \quad (7.40)$$

როგორც ზემოაღნიშნულიდან ჩანს, სწორკუთხიან ლილვებში მასალა არაეკონომიურადაა გამოყენებული, რადგანაც მაქსიმალური ძაბვა დასაშვებ ძაბვამდე შეიძლება მივიყვანოთ მხოლოდ რამდენიმე წერტილში მაშინ, როდესაც წრიული კვეთის შემთხვევაში კვეთის მთელი კონტურის გარშემო მაქსიმალური მხები ძაბვა ერთნაირია და შეიძლება მივიყვანოთ დასაშვებამდე. იმ შემთხვევაში, თუ ჩვენ გვაქვს ღიაპროფილიანი თხელკედლიანი კვეთი (ორტესებრი კუთხურა რკინა, შევლერი ან ტესებრივი), მაშინ შემდგენიარად ვიქცევით: აღებულ კვეთს ვყოფთ ელემენტარულ სწორკუთხედებად და თითოეულისათვის ცალ-ცალკე მოვცებნით გეომეტრიულ მახასიათებელს ფორმულით

$$I_1 = \frac{b_1 c_1^3}{3} \quad I_2 = \frac{b_2 c_2^3}{3}$$

მთლიანი გეომეტრიული მახასიათებელი კი განისაზღვრება ფორმულით

$$I_0 = [I_1 + I_2 + F \dots] \alpha \quad (7.41)$$

$\alpha$ -ს შესწორების კოეფიციენტი ეწოდება და იგი დამოკიდებულია პროფილის ფორმაზე. კოეფიციენტი  $\alpha$  შემოღებულია იმისათვის, რომ გეომეტრიული მახასიათებლის გამოთვლისას ცალ-ცალკე ფართობებს სწორკუთხედებად ვყოფთ და მხედველობაში არ ვღებულობთ მრუდე წირებით შემოფარგლულ ფართობებს.

კოეფიციენტი  $\alpha$  იცვლება შემდეგნაირად:

კუთხურა კვეთისათვის	1,00,
ორტესებრივი	" 1,2,
ტესებრივი	" 1,15,
შევლერისათვის	" 1,12.

მთლიანი კვეთისათვის გეომეტრიულ მახასიათებელს  $W_0$  გამოვთვლით ფორმულით

$$W_0 = \frac{I_0}{c_{min}},$$

სადაც  $c_{min}$  წარმოადგენს იმ სწორკუთხიანი ელემენტის სისქეს, რომელსაც აქვს უდიდესი სივანე  $b$ .



საბოლოოდ მაქსიმალური ძაბვა და გრეხის კუთხე გამოითვლება ფორმულით

$$\tau_{max} = \frac{M_b}{W_0}, \quad (7.42)$$

ხოლო

$$\varphi = \frac{M_b l}{GI_0}.$$

ამოცანა № 1.  $OAB$  მუხლა ბერკეტის თითზე მოქმედებს  $P=7,5$  კგ ძალა (ნახ. 7.18).

ვიპოვოთ  $AO$  ღეროში მაქსიმალური მხები ძაბვა და გრეხის კუთხე, თუ ღეროს სიგრძე  $l=10$  სმ-ს,  $a=6$  სმ-ს, დიამეტრი  $d=10$  მმ და ძვრის დრეკადობის მოდული  $G=8 \cdot 10^5$  კგ/სმ<sup>2</sup>-ს.

ამოხსნა:  $AB$  ღეროზე მოქმედი მგრეხავი მომენტი

$$M_b = P \cdot a = 7,5 \cdot 6 = 45 \text{ კგ/სმ.}$$

წინალობის პოლარული მომენტი

$$W_p = \frac{\pi r^3}{2} = \frac{3,14 \cdot 0,5^3}{2} = 0,196 \text{ სმ}^3.$$

მაქსიმალურ მხებ ძაბვას გამოვთვლით ფორმულით

$$\tau_b = \frac{M_b}{W_p} = \frac{45}{0,196} = 229 \text{ კგ/სმ}^2,$$

გრეხის კუთხე  $\varphi$ ,  $A$  კვეთში ტოლი იქნება

$$\varphi = \frac{M_b \cdot l}{GI_p}$$

სადაც

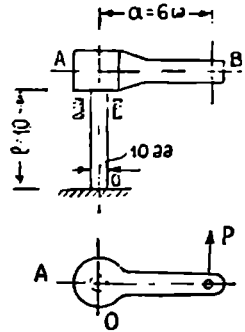
$$I_p = \frac{\pi r^4}{2} = 0,098 \text{ სმ}^4;$$

თუ შევიტანთ მნიშვნელობებს, მივიღებთ:

$$\varphi = \frac{45 \cdot 10}{8 \cdot 10^5 \cdot 0,098} = 0,0057_{\text{რად}} = 0,327^\circ.$$

ამოცანა № 2. ლილევი, რომლის დიამეტრი  $d=11$  სმ-ს, გადასცემს  $N=180$  ცხ. ძ. სიმძლავრეს, როდესაც ლილევის ბრუნთა რიცხვი  $n=100$  ბრ/წთ.

ვიპოვოთ მაქსიმალური მხები ძაბვა  $\tau_{max}$  ლილევის კვეთში.



ნახ. 7.18.

ამოხსნა: ლილვზე მოქმედი მგრეხავი მომენტი ტოლია

$$M_b = 716,2 \frac{N}{n} = \frac{716,2 \cdot 180}{100} = 1290 \text{ კგმ} = 129000 \text{ კვსმ.}$$

მხები ძაბვა გამოითვლება ფორმულით

$$\tau_{max} = \frac{M_b}{W_p};$$

$$W_p = \frac{\pi r^3}{2} = \frac{3,14 \cdot 5,5^3}{2} = 262 \text{ სმ}^3.$$

თუ შევიტანთ მნიშვნელობებს, საბოლოოდ მივიღებთ:

$$\tau_{max} = \frac{129000}{262} = 493 \text{ კგ/სმ}^2$$

ამოცანა № 3. ფოლადის ლილვი, რომლის ბრუნთა რიცხვი წუთში  $n=200$ , გადასცემს  $N=30$  ცხ.  $d$  სიმაღლერეს. ლილვის დიამეტრი შევარჩიოთ ისე, რომ დაცულ იქნეს პირობა როგორც სიმტკიცეზე, ისე სიხისტეზე. მივიღოთ დასაშვები მხები ძაბვა  $\tau=540$  კგ/სმ<sup>2</sup>; ერთეულ მეტრ სიგრძეზე დასაშვები გრეხის კუთხე  $\varphi^\circ=0,25^\circ$  ძერის მოღული  $G=8 \cdot 10^5$  კგ/სმ<sup>2</sup>.

ამოხსნა: შევარჩიოთ სიმტკიცის პირობიდან ლილვის დიამეტრი

$$W_p \geq \frac{M_b}{[\tau]}$$

თუ შევიტანთ  $W_p$  და  $M_b$  მნიშვნელობას, გვექნება:

$$\frac{\pi d^3}{16} \geq \frac{71620 \frac{N}{n}}{[\tau]}$$

ან

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 71620 \cdot N}{\pi \cdot n \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 71620 \cdot 30}{3,14 \cdot 200 \cdot 540}} = 4,65 \text{ სმ.}$$

შევარჩიოთ ლილვის დიამეტრი დეფორმაციის ანუ სიხისტის პირობიდან

$$I_p \geq \frac{M_b \cdot l}{G \cdot [\varphi]}$$

სადაც

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} \text{ სმ}^4.$$

მგრეხავ მომენტს განესაზღვროვთ

$$M_a = 71620 \frac{N}{\pi} \text{ კგსმ,}$$

ხოლო მობრუნების კუთხე რადიანებში გამოითვლება ფორმულით

$$[\varphi] = \frac{\pi}{180} \cdot [\varphi]^\circ$$

და  $l$  ლილვის ერთი გრძივი მეტრი, ანუ  $l=100$  სმ. თუ შევიტანთ წინაშენე-  
ლობებს, საბოლოოდ მივიღებთ

$$d = \sqrt[4]{\frac{71620 \cdot 30 \cdot 100 \cdot 180 \cdot 32}{200 \cdot 8 \cdot 10^8 \cdot 3,14 \cdot 0,25 \cdot 3,14}} = 7,5 \text{ სმ.}$$

$d=7,5$  სმ აკმაყოფილებს როგორც სიმტკიცის, ისე სიხისტის პირობას.  
ამის გამო შევჩერდებით ამ უკანასკნელზე.

ამოცანა № 4. მოცემული გვაქვს ხრახნული ზამბარა ზომებით—ხეიის  
საშუალო დიამეტრი  $D=140$  მმ, ზამბარის ღეროს დიამეტრი  $d=20$  მმ და  
ძერის მოდული  $G=8,5 \cdot 10^8$  კგ/სმ<sup>2</sup>.

შევარჩიოთ მოცემული ზამბარისათვის ხეიათა რიცხვი  $n$ , იმ პირობით,  
რომ როდესაც ზამბარაზე მოქმედი ძალა  $P=100$  კგ-ს, ჯდომის სიდიდე მი-  
ვიღოთ  $\lambda=10$  მმ. გამოვთვალოთ მაქსიმალური მხები ძაბვა ზამბარის კვეთში.

ამოხსნა: ხეიათა რიცხვი განისაზღვრება ფორმულით

$$n = \frac{\lambda \cdot r^4 \cdot G}{4 \cdot P \cdot R^3} = \frac{1 \cdot 1^4 \cdot 8,5 \cdot 10^8}{4 \cdot 100 \cdot 7^3} = 6,15.$$

მაქსიმალურ მხებ ძაბვას ეპოულობთ ფორმულით

$$\tau_{max} = \frac{P}{\pi r^2} + \frac{2RP}{\pi r^3} = \frac{100}{3,14 \cdot 1^2} + \frac{2 \cdot 100 \cdot 7}{3,14 \cdot 1^3} \approx 478 \text{ კგ/სმ}^2.$$

ამოცანა № 5. ცილინდრული ხრახნული ზამბარის  $m-n$  კვეთში მოქმე-  
დებს  $P=0,4$  ტ ძალა (ნახ. 7.19).

განესაზღვროთ რეაქციების სიდიდე  $A$  და  $B$  წერტილებში და  $m-n$   
კვეთის გადაადგილების სიდიდე. ზამბარის ზომებია: ხეიის საშუალო დიამეტ-  
რი  $D=12$  სმ-ს, ზამბარის ღეროს დიამეტრი  $d=2,5$  სმ-ს,  $m-n$  კვეთის ზე-  
მთ ხეიათა რიცხვი  $n_1=20$ , ქვევით კი  $n_2=10$  და  $G=8 \cdot 10^8$  კგ/სმ<sup>2</sup>.

ამოხსნა: როგორც ვხედავთ, ამოცანა სტატიკურად ურკვევია, რომ  
დავრწმუნდეთ ამაში ვისარგებლოთ წონასწორობის პირობით

$$P_A + P_B = P;$$

მივიღეთ წონასწორობის ერთი განტოლება ორი უცნობით  $P_A$  და  $P_B$ .

შემოვიტანოთ დამატებითი განტოლება დეფორმაციის ერთიანობის  
პირობიდან.

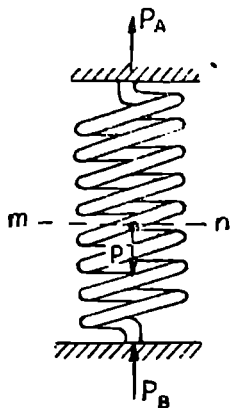
ზემოთა და ქვემოთა ზამბარისათვის  $m-n$  კვეთი რადგანაც საერთო აქვთ, ამისათვის მათი ჯგულის სიდიდეები ტოლებია  $\lambda_1 = \lambda_2$ ,

სადაც

$$\lambda_1 = \frac{4P_A R^3 n_1}{Gr^4},$$

ხოლო

$$\lambda_2 = \frac{4P_B R^3 n_2}{Gr^4}.$$



ნახ. 7.19.

თუ შევიტანთ  $\lambda_1$ -ისა და  $\lambda_2$ -ის მნიშვნელობებს დეფორმაციის ერთიანობის განტოლებაში, გვექნება:

$$P_A n_1 = P_B n_2.$$

წონასწორობისა და დეფორმაციის პირობიდან მიღებული განტოლებების ერთად ამოხსნით მივიღებთ

$$P_A = P \frac{n_2}{n_1 + n_2}$$

და

$$P_B = P \frac{n_1}{n_1 + n_2}.$$

თუ შევიტანთ რიცხობრივ მნიშვნელობებს, გვექნება:

$$P_A = 400 \frac{10}{20 + 10} = 133 \text{ კგ.}$$

$$P_B = 400 \frac{20}{20 + 10} = 267 \text{ კგ.}$$

$m-n$  კვეთის გადაადგილების სიდიდე სანტიმეტრებში ტოლი იქნება

$$\lambda_1 = \frac{4P_A \cdot R^3 n_1}{Gr^4} = \frac{4 \cdot 133 \cdot 6^3 \cdot 20}{8 \cdot 10^5 \cdot 1,25^4} = 1,17 \text{ სმ.}$$

ამოცანა № 6. შევარჩიოთ ფოლადის ლილვის ზომები, თუ კვეთის ფორმა სწორკუთხოვანია. სწორკუთხედის გვერდების ფარდობაა  $\frac{b}{c} = 2$ , ლილვზე მოქმედი მგრეხავი მომენტი  $M = 40000$  კგსმ და დასაშვები მხები ძაბვა  $[\tau] = 400$  კგ/სმ<sup>2</sup>, ძვრის მოდული მივიღოთ  $G = 8 \cdot 10^5$  კგ/სმ<sup>2</sup>.

ამოხსნა: სიმტკიცის პირობას აქვს შემდეგი სახე:

$$\tau_{max} = \frac{M_b}{a \cdot bc^2} \leq [\tau].$$

თუ შევიტანთ სიმტკიცის პირობაში  $b$ -ს მნიშვნელობას  $b=2c$ , გვექნება

$$\tau_{max} = \frac{M_b}{a 2 c^3} [\tau],$$

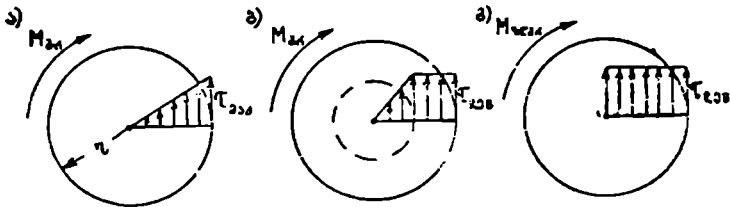
საიდანაც

$$c \geq \sqrt[3]{\frac{M_b}{2[\tau]z}} = \sqrt[3]{\frac{40000}{2 \cdot 400 \cdot 0,246}} = 5,86 \text{ სმ.}$$

$a$ -ს მნიშვნელობა მოვძებნეთ ცხრილიდან, როდესაც გვერდების ფარდობა  $\frac{b}{c}=2$ ,  $a=0,246$ , ხოლო  $b=2c=11,72$  სმ.

### § 8. ზღვრული დასაშვები ტვირთის ანგარიში გრების დროს

წრიული განივი კვეთის ლეროს გრების დროს, როგორც ზემოთ ვნახეთ, აღიქრება მხოლოდ მხები ძაბვა  $\tau$ . ეს ძაბვა რადიუსის გასწვრივ დრეკად დეფორმაციის ფარგლებში იცვლება სწორი ძაზის კანონით (ნახ. 4.18 ა) კვეთის ცენტრში ძაბვა უდრის ნულს და გარეთა კონტურზე აღწევს მაქსიმუმს.



ნახ 7.20.

როდესაც მაქსიმალური ძაბვა  $\tau_{max} = \frac{M_b}{W_p}$  მიაღწევს დენადობის ზღვარს,

მაშინ შესაბამისი დატვირთვა  $M_{ფვ}$  დასაშვები ძაბვის მეთოდით ანგარიშის მიხედვით ითვლება საშიშ დატვირთვად.

ამგვარად

$$M_{ფვ} = \tau_{ფვ} W_p = \frac{\pi r^2}{2} \tau_{ფვ}. \quad (4.36)$$

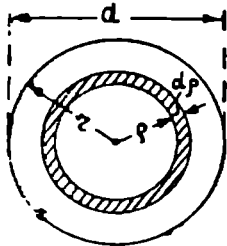
სინამდვილეში  $M_{ფვ}$ -ის მოქმედება არ წარმოადგენს ლილვისათვის საშიშ მდგომარეობას, რადგანაც ამ დროს ლილვის განივიკვეთში გარდა კონტურის შრისა ძაბვას არსად არ მიუღწევია დენადობის ზღვრამდე. ჯერ კიდევ ლილვის თითქმის მთელი კვეთი მუშაობს დრეკადობის ფარგლებში.

ლილვზე დატვირთვის შენდვები გაზრდილი დენადობა ვრცელდება კვეთის განაპირა შრიდან ცენტრისაკენ (ნახ. 7.20 ბ) და სულ უფრო მცირდება დრეკადი გული. ბოლოს ტვირთი მიაღწევს თავის ზღვრულ მნაშენელობას  $M_{ზღვ}$ . ამ დროს ლილვის ტვირთამტანობის უნარი მთლიანად ამოწურუ-

ლია, რაც იმას ნიშნავს, რომ განივკვეთის ყოველ წერტილში ძაბვამ მიაღწია დენადობის ზღვარს (ნახ. 7.20 გ).

გამოვთვალოთ ზღვრული მგრეხავი მომენტის მნიშვნელობა  $M_{ზღვრ.}$  ლილვის განივკვეთიდან გამოვყოთ  $\rho$  და  $\rho + d\rho$  რადიუსებით ელემენტარული ფართობი  $dF$  (ნახ. 7.21).

ავილოთ ელემენტარულ ფართობზე მოქმედი მხები ძალის  $\tau_{ფენ} dF$  მომენტი კვეთის ცენტრის მიმართ.



ნახ. 7.21.

$$dM_{ზღვრ.} = \tau_{ფენ} \cdot dF \cdot \rho$$

აქედან

$$M_{ზღვრ.} = \int_F \tau_{ფენ} \rho \cdot dF = \tau_{ფენ} \int_F \rho dF = \tau_{ფენ} \cdot W_{\rhoალ} \quad (4.37)$$

სადაც  $W_{\rhoალ} = \int_F \rho dF$  არის განივკვეთის პლასტიკური პოლარული წინაღობის მომენტი. ვიცით  $dF = 2\pi\rho d\rho$

$$\text{ამგვარად} \quad W_{\rhoალ} = \int_0^r 2\pi\rho^2 d\rho = \frac{2\pi r^3}{3} = \frac{\pi d^3}{12} \quad (4.38)$$

შევიტანოთ  $W_{\rhoალ}$ -ის მნიშვნელობა  $M_{ზღვრ.}$ -ის გამოსახვაში, მივიღებთ

$$M_{ზღვრ.} = \tau_{ფენ} \frac{2\pi r^3}{3} \quad (4.39)$$

ლილვზე ზღვრულად დასაშვები ტვირთი

$$[M]_{ზღვრ.} = \frac{M_{ზღვრ.}}{K} = \frac{\tau_{ფენ}}{K} \cdot \frac{2\pi r^3}{3} = [\tau] \frac{2\pi r^3}{3}, \quad (4.40)$$

ხოლო დასაშვები ძაბვის მეთოდით ანგარიშის მიხედვით ლილვზე დასაშვები მგრეხავი მომენტი

$$[M]_0 = \frac{M_{ფენ}}{K} = \frac{\tau_{ფენ}}{K} \frac{\pi r^3}{2} = [\tau] \frac{\pi r^3}{2}. \quad (4.41)$$

როგორც 4.40 და 4.41 ფორმულებიდან ვხედავთ ზღვრული დასაშვები ტვირთის მეთოდით ანგარიშის მიხედვით წრიული განივკვეთის ლილვზე დატვირთვა შეიძლება გავზარდოთ 33%.

რადგან დრეკად დეფორმაციის ფარგლებში ლილვის განივკვეთში ძაბვები არათანაბრად ნაწილდება, ამიტომ ზღვრული დასაშვები ტვირთის მეთოდით ანგარიშზე გადასვლა გეძლევის მასალის საგრძნობ ეკონომიას. უნდა გვახსოვდეს, რომ ამ მეთოდით ანგარიში დასაშვებია, მხოლოდ ტვირთის სტატიკურად გადაცემის დროს, როცა მასალის დენადობა წარმოადგენს მისთვის საშიშ მდგომარეობას. პრაქტიკაში ძირითადად ლილვები

მუშაობენ ნიშანცვლად დატვირთვაზე, რის გამოც სანამ მასალაში ძაბვა მიაღწევდეს დენადობის ზღვარს, მანამ მასალას დაღლილობის გამო უჩნდება ბზარები. ასეთი ლილვების საანგარიშოდ ზღვრული დასაშვები ტვირთის მეთოდის გამოყენება არ შეიძლება. ამ შემთხვევაში ლილვების ანგარიში უნდა ვაწარმოთ ჩვეულებრივად, დასაშვები ძაბვის მეთოდით.

მაგალითი: შევარჩიოთ ფოლადის ლილვის დიამეტრი სიმტკიცის პირობიდან დასაშვები ძაბვის და ზღვრული დასაშვები ტვირთის მიხედვით, თუ ლილვზე მოქმედებს მგრეხავი მომენტი  $M_g = 30000$  კგსმ და ლილვის მასალაზე დასაშვები მხები ძაბვა  $[\tau] = 600$  კგ/სმ<sup>2</sup>.

ჯერ ვიანგარიშოთ ლილვის დიამეტრი დასაშვები ძაბვის მეთოდით. ვიცი

$$[M]_b = [\tau] \frac{\pi r^3}{2}.$$

აქედან

$$r = \sqrt[3]{\frac{2[M]_b}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 30000}{3,14 \cdot 600}} = 3,16 \text{ სმ.}$$

ამგვარად, საჭირო დიამეტრი  $d = 6,32$  სმ.  $Z$  ზღვრული დასაშვები ტვირთის ფორმულა (4.40):

$$[M]_{zL} = [\tau] \frac{2\pi r^3}{3},$$

აქედან

$$r = \sqrt[3]{\frac{3[M]_{zL}}{2\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 30000}{2 \cdot 3,14 \cdot 600}} = 2,86 \text{ სმ}$$

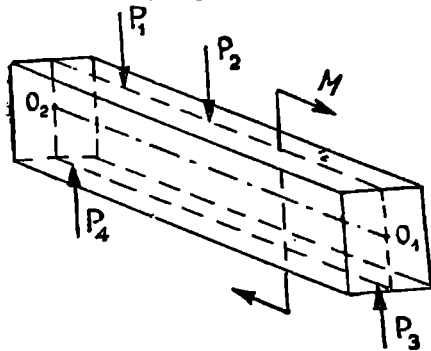
$$d = 5,72 \text{ სმ}$$

როგორც ამ ანგარიშიდან ვხედავთ ზღვრული დასაშვები ტვირთის მეთოდით ანგარიში გვაძლევს მასალის ეკონომიას 18%-მდე.

ლ უ ნ ვ ა

§ 1. ლუნვის დეფორმაციის ზოგადი განმარტება. კოჭები და მათი საყრდენები

თუ ძელზე მოქმედებს ღერძზე გამავალ სიბრტყეზე მდებარე გაწონასწორებული—წყვილი ძალა ან ღერძის მართობი ძალა, მაშინ სწორღერძიანი პრიზმატული ღერო განიცდის ლუნვის დეფორმაციას. ამ ძალების მოქმედებით ღეროს ღერძი მრუდდება, ე. ი. ილუნება. ლუნვაზე მომუშავე ღეროს კოჭი ეწოდება (ნახ. 8.1).



ნახ. 8.1

ნაგებობისა და მანქანის უმეტესი ელემენტები ლუნვაზე მუშაობენ, ე. ი. წარმოადგენენ კოჭებს, რომლებიც მეზობელი ელემენტებისაგან გადმოცემულ ან უშუალოდ მოღებულ მლუნაეი ძალების მოქმედებას, საყრდენებით კონსტრუქციის სხვა ნაწილებს გადასცემენ. ამგვარად, კოჭზე მოღებული გარე ძალებიდან ვარჩევთ აქტიურ ძალებსა და კოჭის საყრდენებზე აღძრულ შესაბამის რეაქციის ძალებს.

თუ კოჭზე მოქმედი აქტიური და რეაქციის ძალების მოქმედების სიბრტყე კოჭის მთავარ სიბრტყეს წარმოადგენს, მაშინ ასეთი სახის ლუნვის დეფორმაციას, ბრტყელი ლუნვა ეწოდება.

ამ თავში ჩვენ ბრტყელ ლუნვაზე მომუშავე კოჭების ძაბვებსა და დეფორმაციებს შევისწავლით. კოჭის გაანგარიშებას ჩვეულებრივად მისი გარე ძალების განსაზღვრით იწყებენ.

აქტიური ძალები ადვილად გამოითვლება დატვირთვის სახის მიხედვით; ეს ძალები შესაძლებელია იყოს შეყურსული  $P$  (კგ, ტ), წყვილი ძალა  $M$  (ტმ, კგმ) და თანაბრად ან არათანაბრად განაწილებული დატვირთვა, რომლის ინტენსივობა  $q$  ნიშნავს კოჭის სიგრძის ერთეულზე მოსულ ტვირთის სიდი-



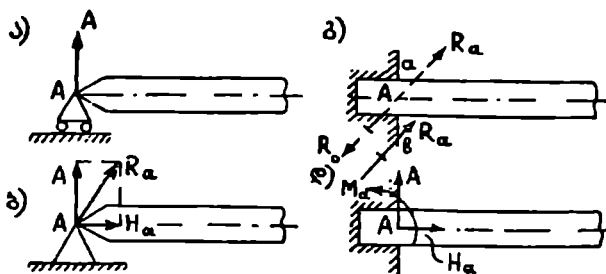
დეს. ინტენსივობის განზომილებაა წონის ერთეული შეფარებული სიგრძის ერთეულთან (ტ/მ. კგ/მ).

საყრდენებში აღძრული შესაბამისი რეაქციის ძალების განსასაზღვრავად ვიყენებთ სტატიკის წონასწორობის პირობებს. უცნობი რეაქციის ძალების გამოსათვლელად, თუ სტატიკის წონასწორობის განტოლებებია საკმარისია, მაშინ ამოცანა სტატიკურად რკვევადია, წინააღმდეგ შემთხვევაში სტატიკურად ურკვევი. სტატიკურად ურკვევი კოჭების გასაანგარიშებლად, წონასწორობის პირობების გარდა, საჭიროა კოჭის დეფორმაციის პირობებიდან დამატებითი განტოლებების წედგენა.

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, კოჭზე მოქმედი აქტიური და რეაქციის ძალები ერთ სიბრტყეზე მდებარეობენ. სტატკა კი სიბრტყეზე გვაძლევს წონასწორობის სამ განტოლებას; მაშასადამე, კოჭი სტატიკურად რკვევადი რომ იყოს, საჭიროა უცნობ საყრდენ რეაქციათა რიცხვი სამს არ აღემატებოდეს.

საერთოდ, კოჭებს შემდეგი სახის საყრდენები აქვს:

1) მოძრავი სახსროვანი საყრდენი (ნახ. 8.2ა). აღნიშნული ტიპის საყრდენს მივიღებთ მაშინ, თუ  $A$  ცილინდრული სახსრით, კოჭის ბო-



ნახ. 8.2

ლოს შეეფურთებთ საყრდენ ბალიშს და მასთან ამ უკანასკნელს საგორავებზე ისე მოეაწყობთ, რომ კოჭს თავისუფლად შეეძლოს გადაადგილება, საგორავის გორავის სიბრტყის გასწვრივ.

როგორც ცნობილია, სიბრტყეზე ძალის განსასაზღვრავად საჭიროა ვიციოდეთ მისი მოდების წერტილი, მიმართულება და სიდიდე. ზემოაღწერილ საყრდენში აღძრული რეაქციის ძალის მოდების წერტილი  $A$  სახსარში იქნება და იგი მიმართულია საყრდენის მოძრაობის სიბრტყის მართობულად; მაშასადამე, უცნობი რჩება მხოლოდ რეაქციის ძალის სიდიდე.

2) უძრავი სახსროვანი საყრდენი (ნახ. 8.2ბ) მოძრავი სახსროვანი საყრდენისაგან იმით განსხვავდება, რომ მის საყრდენ ბალიშს გადაადგილება არ შეუძლია, ე. ი. ცნობილია მხოლოდ რეაქციის ძალის მოდების წერტილი ( $A$  სახსარში), უცნობია რეაქციის ძალის სიდიდე და მიმართულება. თუ უცნობ  $R_a$  რეაქციის ძალას დავშლით ვერტიკალურ  $A$  და ჰორიზონტალურ  $H_a$  მდგენელებად, მაშინ გვეჩვენება ორი უცნობი მდგენელ  $A$  და  $H_a$ .

3) ხისტად ჩამაგრებული საყრდენი (ნახ. 8.2 გ). ხისტი ჩამაგრება ისეთ ჩამაგრებას ეწოდება, როცა კოჭის გაღუნვის დროს კოჭის ჩამაგრების *აბ* სიბრტყე მის პირვანდელ მდგომარეობას ინარჩუნებს, ე. ი. როცა კოჭის ჩამაგრების კვეთი არც გადაადგილდება და არც შობრუნდება. პრაქტიკული გაანგარიშების დროს ეძებენ არა  $R_a$  რეაქციას, არამედ მის სტატიკურად ეკვივალენტურ სისტემას.

კოჭის წონასწორობა არ დაირღვევა, თუ ჩამაგრების *აბ* სიბრტყის  $A$  ცენტრში ორი ერთმანეთის საწინააღმდეგო  $R_a$ -ს ტოლ ძალას მოედებთ; ამ შემთხვევაში ნახაზზე გადახაზული ძალები მოგვეცემს უცნობ მომენტს  $M_a$ , რომელსაც საყრდენ მომენტს უწოდებენ.

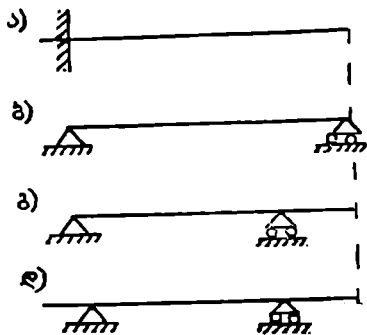
$A$  წერტილში მოდებული გადაუხაზავი ძალა დავშალოთ ვერტიკალურ  $A$  და ჰორიზონტალურ  $H_a$  მდგენელებად, მაშინ  $R_a$  რეაქციის ძალის ეკვივალენტური უცნობები საბოლოოდ იქნება:  $M_a$ ,  $A$  და  $H_a$  (ნახ. 8.2 დ).

კოჭი უძრავად რომ იყოს დამაგრებული, ე. ი. წარმოადგენდეს გეომეტრიულად უცვლელ სისტემას, საჭიროა მას მინიმუმი სამი ბმა აკავშირებდეს მყარ საყრდენებთან.

ამ თავში ჩვენ ვიხილავთ ბრტყელი ღუნვის სტატიკურად რკვევად ამოცანებს; მაშასადამე, თუ კოჭის ერთი ბოლო ხისტადაა ჩამაგრებული, მაშინ მეორე ბოლო თავისუფალი უნდა იყოს (ნახ. 8.3 ა) და თუ კოჭი მდებარეობს

ორ საყრდენზე (ნახ. 8.3 ბ), მაშინ ერთი საყრდენი უძრავი სახსროვანი უნდა იყოს, ხოლო მეორე — მოძრავი სახსროვანი.

ორ საყრდენზე მდებარე კოჭი შეიძლება საყრდენებს გადაცილდეს ერთმაროდ (ნახ. 8.3 გ) ან ორივე მხრივ (ნახ. 8.3 დ); ასეთ კოჭებს კონსოლიანი კოჭი ეწოდება.



ნახ. 8.3

## § 2. საყრდენი რეაქციების ანგარიში

რადგანაც კოჭზე მოქმედი აქტიური და რეაქციის ძალთა სისტემა წონასწორობაშია, ამიტომ ის სტატიკის წონასწორობის შემდეგ პირობებს უნდა აკმაყოფილებდეს:  $\sum x = 0$ ,  $\sum y = 0$  და  $\sum M = 0$ .

გავიანგარიშოთ საყრდენი რეაქციები ვერტიკალური აქტიური ძალების მოქმედების დროს ორ საყრდენზე მდებარე კოჭისათვის (ნახ. 8.4).

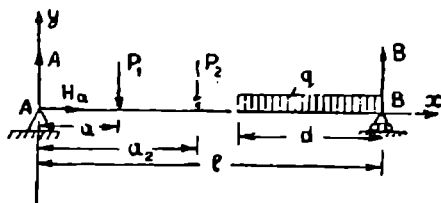
$x$  და  $y$  ღერძები ავირჩიოთ ისე, როგორც ეს ნახ. 8.4-ზეა ნაჩვენები. რადგან კოჭზე მოქმედი აქტიური ძალები ვერტიკალურია, ამიტომ წონასწორობის პირველი პირობიდან  $\sum x = 0$  მივიღებთ, რომ  $H_a = 0$ .

$A$  და  $B$  რეაქციის ძალების განსაზღვრისათვის სტატიკის მესამე პირობას ორჯერ ვიყენებთ. როცა  $A$  რეაქციას ვსაზღვრავთ, ვიღებთ ყველა ძალის

მომენტების ალგებრულ ჯამს  $B$  საყრდენის სახსრის მიმართ და  $B$  რეაქციის განსაზღვრისას  $A$  საყრდენის სახსრის მიმართ. წონასწორობის მეორე პირობა  $\Sigma y = 0$  გამოიყენება რეაქციის ძალთა გამოთვლის სისწორის შესამოწმებლად.

$\Sigma M_B = 0$  გვაძლევს:

$$A \cdot l - P_1(l - a_1) - P_2(l - a_2) - qd \cdot \frac{d}{2} = 0,$$



ნახ. 8.4

$\Sigma M_a = 0$  გვაძლევს:  $-B \cdot l + qd \left( l - \frac{d}{2} \right) + P_2 a_2 + P_1 a_1 = 0.$

ალენიშნოთ შემოკლებით

$$P_1(l - a) + P_2(l - a_2) + qd \cdot \frac{d}{2} = \Sigma M^0_b.$$

და

$$qd \left( l - \frac{d}{2} \right) + P_2 a_2 + P_1 a_1 = \Sigma M^0_a,$$

მაშინ

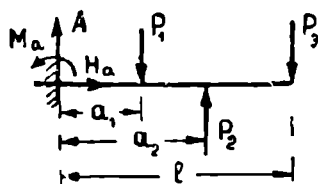
$$Al - \Sigma M^0_b = 0,$$

$$-Bl + \Sigma M^0_a = 0,$$

აქედან

$$A = \frac{\Sigma M^0_b}{l}; \quad B = \frac{\Sigma M^0_a}{l}.$$

$A$  და  $B$  რეაქციებს თავდაპირველად ქვემოდან ზემოთ მივმართავთ; მათი სიდიდის გამოთვლისას თუ დადებითი ნიშანი მივიღეთ, ეს იმას ნიშნავს, რომ რეაქციის შერჩეული მიმართულება სწორი ყოფილა, ხოლო იმ შემთხვევაში, თუ სიდიდეს უარყოფითი ნიშნით მივიღებთ, მაშინ რეაქციის ძალას შერჩეულის საწინააღმდეგო მიმართულება ჰქონია.



ნახ. 8.5

ვთქვათ, მოცემულია ვერტიკალური ძალებით დატვირთული ერთი ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებული კოჭი (ნახ. 8.5); აქაც, როგორც წინა შემთხვევაში, წონასწორობის პირველი პირობა  $\Sigma x = 0$  გვაძლევს, რომ  $H_a = 0$ . მეორე პირობიდან  $\Sigma y = 0$  დავწერთ:

$$A - P_1 + P_2 - P_3 = 0,$$

საიდანაც

$$A = P_1 - P_2 + P_3.$$

მესამე პირობის  $\Sigma M = 0$ -ს გამოყენებისას, თუ სამომენტო წერტილად წევარჩევთ კოჭის ჩამაგრების კვეთის  $A$  ცენტრს, მივიღებთ:

$$-M_a + P_1 a_1 - P_2 a_2 + P_3 l = 0;$$

აქედან

$$M_a = P_1 a_1 - P_2 a_2 + P_3 l.$$

თუ კოჭზე, გარდა ვერტიკალური ძალისა, დახრილი ძალებიც მოქმედებს, მაშინ რეაქციების მოსაძებნად ჯერ დავშლით მოქმედ დახრილ ძალებს ვერტიკალურ და ჰორიზონტალურ მდგენელებად, შემდეგ ვიყენებთ წონასწორობის პირველ პირობას  $\Sigma x = 0$ ; ამ პირობის თანახმად, უძრავი სასწრაფო ან ხისტად ჩამაგრებული საყრდენი რეაქციის ჰორიზონტალური მდგენელი  $H_a$  სიდიდით დახრილი ძალების ჰორიზონტალური მდგენელების ალგებრული ჯამის ტოლი იქნება, ხოლო მიმართულებით — მისი საწინააღმდეგო.

რეაქციის დანარჩენი  $A$  და  $B$  ვერტიკალური მდგენელები მოაძებნება ზემომოყვანილი მაგალითების ანალოგიურად.

### § 3. კოჭის განივკვეთში მღუნავი მომენტი და განივი ძალა

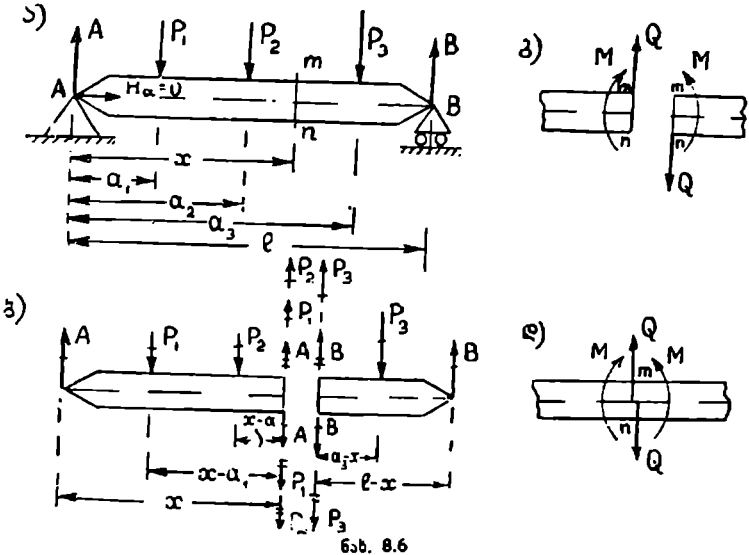
საყრდენი რეაქციების განსაზღვრის შემდეგ კოჭზე მოქმედი ყველა გარე ძალა ცნობილი ხდება, რაც საშუალებას გვაძლევს კოჭის ნებისმიერ კვეთში აღძრული ძაბვების განსაზღვრაზე გადავიდეთ. კვეთში ამ ძაბვებმა უნდა გააწონასწოროს გარე ძალების მოქმედება. კოჭის სხვადასხვა კვეთში შესაძლებელია მოქმედებდეს მრავალი სახის გარე ძალა; კოჭის ნებისმიერ განივკვეთში შეგვიძლია გარე ძალების მოქმედება ერთგვაროვან სტანდარტულ ძალთა სისტემაზე დავიყვანოთ.

ავიღოთ ორ საყრდენზე დამაგრებული ჰორიზონტალური  $AB$  კოჭი (ნახ. 8.6 ა), რომელზედაც ღერძის მართობი შეყურსული ძალები  $P_1$ ,  $P_2$  და  $P_3$  მოქმედებენ; აღნიშნული ძალების მოქმედებით კოჭის საყრდენებზე აღძრული  $A$  და  $B$  რეაქციის ძალები ვერტიკალურია, ხოლო რეაქციის ჰორიზონტალური მდგენელი, როგორც წინა პარაგრაფში განხილული მაგალითიდან ჩანს, ნულის ტოლია.

მარცხენა საყრდენიდან ნებისმიერ  $x$  მანძილზე კოჭი წარმოდგენით  $m - n$  სიბრტყით ორ ნაწილად გავკვეთოთ და თითოეული ნაწილის წონასწორობის პირობები ცალ-ცალკე განვიხილოთ (ნახ. 8.6 ა).

$A$ ,  $P_1$  და  $P_2$  გარე ძალების და  $m - n$  კვეთზე აღძრული შიგა ძალის მოქმედებით (რაც გამოხატავს მოკვეთილი მარჯვენა ნაწილის გავლენას კოჭის მარცხენა ნაწილზე) წონასწორობაშია კოჭის მოკვეთილი მარცხენა ნაწილი.  $B$  და  $P_3$  გარე ძალის და  $m - n$  კვეთზე აღძრული შიგა ძალის მოქმედებით კოჭის მოკვეთილი მარჯვენა ნაწილი წონასწორობაშია. შიგა ძალის მოქმედებისა და უკუქმედების თანახმად,  $m - n$  კვეთში აღძრული ძალები მარცხენა და მარჯვენა მოკვეთილი ნაწილებისათვის სიდიდით თანატოლია და მიმართულებით საწინააღმდეგო.

კოქის განსახილველ მარცხენა ნაწილზე მოქმედი  $A$ ,  $P_1$  და  $P_2$  ძალები შევცვალოთ ეკვივალენტური სტანდარტული სისტემის ტიპის ძალებით; ამც-



ნახ. 8.6

სათვის  $m$  —  $n$  კვეთის ცენტრში მოვდოთ  $A$ ,  $P_1$  და  $P_2$  ძალების ტოლი ურთიერთსაწინააღმდეგო ძალები (ნახ. 8.6ბ), რომლებიც ნახაზზე წყვეტილი ხაზებითაა ნაჩვენები. როგორც ცნობილია, ძალების ასეთი მოდებით წონასწორობა არ ირღვევა. ნახაზზე ერთხელ გადახაზული ძალები ქმნიან წყვილ ძალებს, რომლებიც შეიძლება შევცვალოთ ერთი ტოლქმედი მომენტით (წყვილი ძალით); ეს უკანასკნელი წყვილი ძალების ალგებრული ჯამით მიიღება; წყვილ ძალას დადებითად ვთვლით, თუ იგი მოკვეთილ მარცხენა ნაწილს აბრუნებს საათის ისრის მიმართულებით; თუ იგი საათის ისრის საწინააღმდეგო მიმართულებით აბრუნებს — უარყოფითად. მაშინ ტოლქმედი მომენტი იქნება:

$$M = A \cdot x - P_1(x - a_1) - P_2(x - a_2) \quad (8.1)$$

$m$  —  $n$  კვეთში მოდებული ორჯერ გადახაზული ძალები შეიძლება შევცვალოთ ერთი  $Q$  ძალით, რომელიც ამ ძალების ტოლქმედი იქნება. დადებითად მივიღოთ ის ძალა, რომელიც მოკვეთილ მარცხენა ნაწილზე მოქმედებს კვეთიდან ზემოთ, ხოლო უარყოფითად, თუ მოქმედებს ზემოთ კვეთიდან, მაშინ

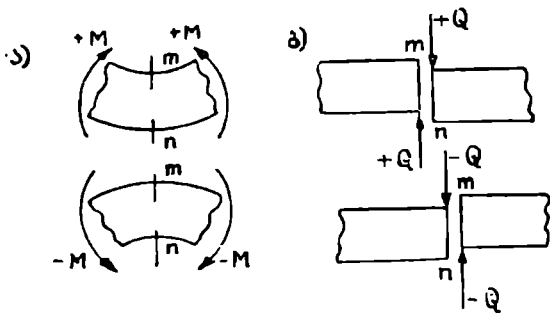
$$Q = A - P_1 - P_2 \quad (8.2)$$

როგორც ვხედავთ,  $m$  —  $n$  კვეთით მოკვეთილი კოქის მარცხენა ნაწილზე მოქმედი ძალები შეიძლება განიკვეთის ცენტრში  $M$  მომენტითა და  $Q$  ძალით შევცვალოთ (ნახ. 8.6გ). თუ კოქის მოკვეთილ მარჯვენა ნაწილზე მოქ-

მედ გარე ძალებზედაც იმავე ოპერაციებს ჩავატარებთ, მაშინ ეს ძალებიც შეიძლება შევცვალოთ კვეთის ცენტრში მოდებული მომენტითა და ძალით, რომლებიც სიდიდით მარცხენა ნაწილზე მოქმედი მომენტისა და ძალის თანატოლი იქნება, ხოლო მიმართულებით კი საწინააღმდეგო. ეს უკანასკნელი გამომდინარეობს იქიდან, რომ, თუ კოჭი წონასწორობაშია, მაშინ მასზე მოქმედი ყველა ძალის გეგმილების ჯამი ნებისმიერ ღერძზე და ამ ძალების მომენტების ალგებრული ჯამი კოჭის ნებისმიერი კვეთის ცენტრის მიმართ უდრის ნულს, ამას კი ადგილი ექნება მაშინ, როცა კოჭის კვეთის მარცხნივ მდებარე ძალების ჯამი და ამ ძალების მომენტების ჯამი კვეთის ცენტრის მიმართ სიდიდით კვეთის მარჯვნივ მდებარე ძალების ჯამისა და მომენტის ტოლი იქნება, ხოლო მიმართულებით საწინააღმდეგო.

ამგვარად, კოჭის ყოველ კვეთში ნებისმიერი დატვირთვის დროს გარე ძალების მოქმედება შეიძლება შევცვალოთ ორი ურთიერთგააწონასწორებელი წყვილი ძალით, რომლის მომენტია  $M_1$  და ორი ურთიერთგააწონასწორებული ძალით  $Q$  (ნახ. 8.6 დ). წყვილი ძალა ცდილობს კოჭის ღერძის გამრუდებას — კოჭის გაღუნვას; ამ წყვილი ძალის  $M$  მომენტს კოჭის აღებულ კვეთში მღუნავ მომენტს უწოდებენ.  $Q$  ძალები ცდილობენ კოჭი გადაჭრან აღებულ კვეთში; კოჭის აღებულ კვეთში ძალა  $Q$ -ს განივ ძალას უწოდებენ.

მაშასადამე, (8.1) განტოლების თანახმად, კოჭის ნებისმიერ კვეთში მღუნავი მომენტი არის ამ კვეთის მარჯვნივ ან მარცხნივ მდებარე ყველა მომენტების ალგებრული ჯამი კვეთის ცენტრის მიმართ.



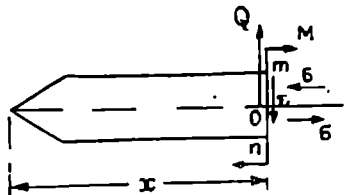
ნახ. 8.7

მღუნავ მომენტს დადებითად ეთვლით, თუ იგი მოკვეთილ მარცხენა ნაწილს აბრუნებს საათის ისრის მიმართულებით და მოკვეთილ მარჯვენა ნაწილს საათის ისრის საწინააღმდეგოდ, ხოლო, პირიქით კი ვლებულობთ უარყოფითად (ნახ. 8.7 ა).

(8.2) განტოლების თანახმად, კოჭის ნებისმიერ კვეთში განივი ძალა არის ამ კვეთის მარჯვნივ ან მარცხნივ მდებარე ყველა ძალის გეგმილების ალგებრული ჯამი კვეთის სიბრტყეზე. დადებითად მივიღოთ განივი ძალა, რომელიც მოქმედებს მოკვეთილ მარცხენა ნაწილზე ქვემოდან ზემოთ და მარჯვენა ნაწილზე ზემოდან ქვემოთ, ხოლო ძალის პირუკუ მოქმედების დროს განივი ძალა უარყოფითია (ნახ. 8.7 ბ).

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, კოჭის ნებისმიერ განივკვეთზე გარე ძალების მოქმედება უნდა გააწონასწოროს კვეთში აღძრულმა შიგა ძალამ.

ძაბვა, რომელიც კოქის მარცხენა საყრდენიდან ნებისმიერ  $x$  მანძილით დაცილებულ  $m - n$  კვეთში აღიძვრება, დავშალოთ კვეთის მხებ  $\tau$  და ნორმალურ  $\sigma$  მდგენელებად. მხებმა ძაბვამ  $\tau$ -მ უნდა გააწონასწოროს განივი ძალა  $Q$ , ხოლო განივკვეთზე მოქმედი მღუნავი მომენტი  $M$  გაწონასწორდება ნორმალური ძაბვა  $\sigma$ -თი, რომელიც კმნის ძალთა წყვილს, რადგანაც კვეთის ერთ ნაწილზე მოქმედებს გაბჭიმავად, ხოლო მეორე ნაწილზე — მკუმშავად (ნახ. 8.8).



ნახ. 8.8

ამგვარად,

$$\sigma = f_1(M), \quad (8.3)$$

$$\tau = f_2(Q). \quad (8.4)$$

ნორმალურ და მივბ ძაბვათა საანგარიშო ფორმულები საქმარისია კოქის ნებისმიერი კვეთისათვის გამოვიყენოთ მხოლოდ ერთხელ. სხვა კვეთებში ძაბვების გამოსათვლელად მიღებულ ფორმულებში შეტანილი უნდა იქნეს  $M$  და  $Q$ -ს შესაბამისი მნიშვნელობები.

ძაბვები  $\sigma$  და  $\tau$  იცვლება  $M$  და  $Q$ -ს ცვლებადობასთან ერთად და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს აღწევენ იქ, სადაც  $M$  და  $Q$ -ს უდიდესი მნიშვნელობები აქვთ. ამგვარად, კოქის სიმტკიცის შესამოწმებლად მოძებნილი უნდა იქნეს ის კვეთი, სადაც მღუნავი მომენტი და განივი ძალა მაქსიმუმს აღწევენ. ასეთ კვეთს კოქის საშიში კვეთი ეწოდება.

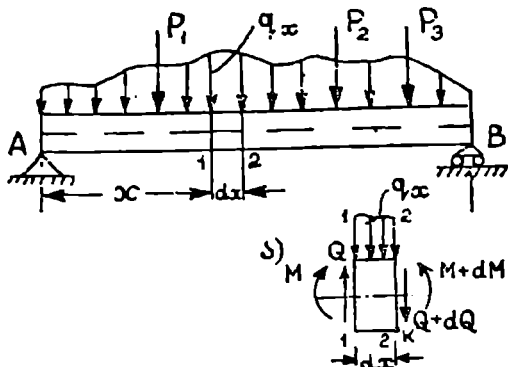
საშიში კვეთის მოძებნა საკარნობლად აუვილდება მღუნავი მომენტისა და განივი ძალის ეპიურებისა აგებით. ეპიურა ეწოდება მღუნავი მომენტის ან განივი ძალის ცვლებადობის გრაფიკულ გამოსახვას კოქის სივადსხვა კვეთში  $x$ -ის ცვლებადობასთან დამოკიდებულებით.

მასსადაწე, სანამ ძაბვების საანგარიშო ფორმულების გამოყვანაზე გადავიდოდეთ, საქირა კოქის სხვადსხვა საბის დატვირთვის შემთიევაში გავეცნოთ მღუნავი მომენტისა და განივი ძალის ეპიურების აგებას.  $M$  და  $Q$  ეპიურების აგება უფრო ადვილი ხდება, თუ მღუნავ მომენტსა და განივ ძალას შორის არსებულ დამოკიდებულებას დეადგენთ.

#### § 4. მღუნავ მომენტს, განივ ძალასა და დატვირთვის ინტენსივობას შორის დიფერენციალური დამოკიდებულება

ვთქვათ, კოქზე მოქმედებს ნებისმიერი დატვირთვა შეყურსული და განაწილებული ტვირთის სახით (ნახ. 8.9). კოქიდან 1 — 1 და 2 — 2 კვეთებით ამოგვევითოთ უსასრულოდ მცირე  $dx$  სიგრძის ელემენტი. კოქის ამოკვეთილ ნაწილზე მოვდოთ მოშორებული ნაწილების გავლენა და გამოვხაზოთ დიდ მასშტაბში (ნახ. 8.9 ა).

უსასრულო მცირე სიგრძეზე მოქმედი  $q$  ტვირთი შეგვიძლია ჩავთვალოთ თანაბრადგანაწილებულად. მარცხენა მოშორებული ნაწილის გავლენა



ნახ. 8.9

მივიღოთ  $M$  და  $Q$ -თ და მარჯვენა მოშორებული ნაწილის  $M + dM$  და  $Q + dQ$ . ამ ძალების მოქმედებით კოქის გამოყოფილი ელემენტი წონასწორობაში იმყოფება.

დავაგეგმილოთ ჰორიზონტალურ  $x$  ღერძზე განსახილავ ელემენტზე მოქმედი ყველა ძალა და მათი აღგებრული ჯამი გავუტოლოთ ნულს, მივიღებთ:

$$Q - q_x dx - (Q + dQ) = 0,$$

აქედან

$$dQ = -q_x dx,$$

საბოლოოდ

$$\frac{dQ}{dx} = -q_x. \quad (8.5)$$

ანგვარად, განივი ძალის წარმოებული აბსცისა  $x$ -ით ტოლია ამავე კვეთში განაწილებული ტვირთის ინტენსივობისა. გამოყოფილ ელემენტზე მოქმედი ძალების  $k$  წერტილის მიმართ მომენტების ჯამი გავუტოლოთ ნულს:

$$M + Qdx - qdx \cdot \frac{dx}{2} - (M + dM) = 0.$$

თუ მეორე რიგის უსასრულო მცირეს მივდევლობაში არ მივიღებთ, მაშინ გვექნება:

$$Qdx - dM = 0$$

აქედან

$$\frac{dM}{dx} = Q \quad (8.6)$$

ანგვარად, ნებისმიერ კვეთში მღუნავი მომენტის წარმოებული აბსცისა  $x$ -ით ტოლია ამავე კვეთში განივი ძალისა.

(8.6) განტოლების ორივე მხარეს თუ ერთხელ გავაწარმოებთ, მაშინ მივიღებთ მღუნავ მომენტსა და დატვირთვის ინტენსივობას შორის შემდეგ დიფერენციალურ დამოკიდებულებას:



$$\frac{d^2 M}{dx^2} - \frac{dQ}{dx} = q_x$$

თუ ვანაწილებული ტვირთის ინტენსივობა ქვევიდან ზევითაა მიმართული. მაშინ გვექნება:

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = q_x \quad (8.7)$$

ზემოხილბული დიფერენციალური დამოკიდებულებები გამოიყენება კოქისათვის აგებულ მლუნავ მომენტისა და განივი ძალის ეპიურების სისწორის შესამოწმებლად.

### § 8. მლუნავი მომენტისა და განივი ძალის ეპიურების აგება

ამოცანა № 1. ახლა გავარჩიოთ ორ საყრდენზე მდებარე კოქისათვის მლუნავი მომენტისა და განივი ძალის ეპიურების აგების უმარტივესი შემთხვევა, როცა კოქის ნებისმიერ  $C$  კვეთში მოდებულია შეყურსული ძალა  $P$  (ნახ. 8.10).

აღებული კოქის ნებისმიერ კვეთში  $M$  და  $Q$  გამოსათვლელად უპირველეს ყოვლისა, საჭიროა რეაქციების გამოთვლა: რეაქციების შერჩეული მიმართულება ნაჩვენებია ნახახზე (ნახ. 8.10).

რეაქციის ჰორიზონტალური მდგენელი  $H_x$ -ს გასაგებად ავიღოთ კოქზე მოდებული ყველა ძალის გეგმილების ჯამი  $x$  ღერძზე, მივიღებთ  $H_a = 0$ . მომენტების ჯამი  $B$  წერტილის მიმართ მოგვეცემს:  $\sum M_B = 0$ ;  $A \cdot l - P \cdot b = 0$ ;

$$A = \frac{Pb}{l}$$

ანალოგიურად

$$\sum M_A = 0; \quad -Bl + P \cdot a = 0 \quad \text{და} \quad B = \frac{Pa}{l}$$

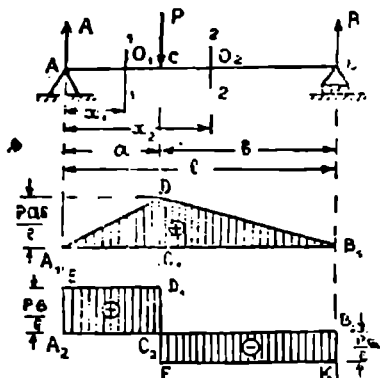
მიღებული შედეგების სისწორის შესამოწმებლად ავიღოთ ყველა ძალის გეგმილების ჯამი ვერტიკალურ  $y$  ღერძზე და გავეტოლოთ ნულს  $\sum y = 0$ . აქედან  $A + B = P$ ;

$$\frac{Pb}{l} + \frac{Pa}{l} = \frac{P(a+b)}{l} = P$$

მიღებული რეაქციების დადებითი მნიშვნელობა იმას ნიშნავს, რომ წინასწარ აღებული რეაქციების მიმართულება სწორად ყოფილა შერჩეული.

მლუნავი მომენტისა და განივი ძალის მნიშვნელობები კოქის  $AC$  უბანში დამოკიდებულია  $A$  ძალაზე, ხოლო  $CB$  უბანში როგორც  $A$ -ზე, ისე  $P$  ძალაზედაც, ამიტომ  $M$  და  $Q$  ცვალებადობის კანონი  $AC$  და  $CB$  უბანში იქნება სხვადასხვა. ამიტომ თითოეული უბანი ცალ-ცალკე განვიხილოთ.

მლუნავი მომენტის ეპიურის ასაგებად AC უბანში ავიღოთ ნებისმიერი 1-1 კვეთი, რომელიც კოქის მარცხენა საყრდენიდან  $x_1$  მანძილითაა დაშორებული. მლუნავი მომენტი 1-1 კვეთის მიმართ იქნება ამ კვეთის ცალმხრივ მდებარე ძალების მომენტების ალგებრული ჯამი კვეთის  $O_1$  ცენტრის მიმართ. ვიღებთ კვეთის მარცხნივ მდებარე  $A$  ძალის მომენტს  $O_1$  წერტილის მიმართ.



ნახ. 8.10

$$M_1 = A \cdot x_1 = \frac{Pb}{l} x_1.$$

როგორც ჩანს, პირველ უბანში მლუნავი მომენტი სწორი ხაზის კანონით იცვლება.  $x_1$  ამ უბანში იცვლება 0-დან  $a$ -მდე.

როცა  $x_1 = 0$   $M_1 = 0$

როცა  $x_1 = a$   $M_1 = \frac{Pab}{l}$

$A_1D$  სწორი ხაზი (ნახ. 8.10),  $AC$  უბანში მლუნავი მომენტის ეპიურას წარმოადგენს. ეპიურის აგებისას დადებითი ორდინატა მოზომილია ნულოვანი  $A_1B_1$  ხაზიდან ზემოთ, ხოლო უარყოფითი კვეთით.

$CB$  უბანში მარცხენა საყრდენიდან  $x_2$  მანძილზე გავავლოთ ნებისმიერი 2-2 კვეთი. ამ უბანში მლუნავი მომენტის ცვალებადობის განტოლების მისაღებად ავიღოთ 2-2 კვეთის მარჯვნივ მდებარე ძალის მომენტი კვეთის  $O_2$  ცენტრის მიმართ:

$$M_2 = B(l - x_2) = \frac{Pa}{l} (l - x_2),$$

სადაც  $x_2$  იცვლება  $a$ -დან  $l$ -მდე.

როცა  $x_2 = a$ ,

$$M_2 = \frac{Pa}{l} (l - a) = \frac{Pa^2b}{l}$$

$x_2 = l$   $M_2 = 0$

ამგვარად, მეორე უბანში მლუნავი მომენტის ეპიურა გამოისახება  $DB_1$  სწორი ხაზით (ნახ. 8.10). როგორც ვხედავთ, კოქის მთელ სიგრძეზე მლუნავი მომენტი დადებითია, თავის მაქსიმალურ მნიშვნელობას  $C$  კვეთში აღწევს, და უდრის

$$M_{max} = \frac{Pab}{l}.$$

$P$  ძალა კოჭის მალის შუაში რომ მოქმედებდეს, ე. ი.

$$a = b = \frac{l}{2},$$

მაშინ

$$M_{max} = \frac{Pl}{4}.$$

განივი ძალის ეპიურის ასაგებად  $AC$  უბანში ავიღოთ 1—1 კვეთის მარცხნივ მდებარე ყველა ძალის გეგმილების ალგებრული ჯამი კვეთის ღერძზე.

მივიღებთ:

$$Q = A = \frac{Pb}{l},$$

ე. ი. პირველ უბანში განივი ძალის მნიშვნელობა მუდმივია და დამოკიდებული არ არის  $x_1$ -ის ცვალებადობაზე; ვაელებთ  $ED_1 = \frac{Pb}{l}$ -ს.  $A_1B_1$ -ს პარალელურ ხაზს, რომელიც გამოსახავს განივი ძალის ეპიურას პირველ უბანში. თუ  $CB$  უბანში ავიღებთ 2—2 კვეთის მარჯვნივ მდებარე ძალების გეგმილების ალგებრულ ჯამს, კვეთის სიბრტყეზე მივიღებთ

$$Q_2 = -B = -\frac{Pa}{l}.$$

მეორე უბანშიაც განივი ძალა მუდმივია, მხოლოდ უარყოფითი ნიშნით; ამიტომ ორდინატებს გადავზომავთ  $A_1B_1$  ნულოვან ხაზს ქვემოთ და მივიღებთ ნულოვანი ხაზის პარალელურ  $Fk$  ხაზს, რომელიც გამოსახავს  $CB$  უბანში განივი ძალის ეპიურას.

აღსანიშნავია, რომ განივი ძალის ეპიურა კოჭის სიგრძეზე წყდება იქ, სადაც მოდებულია შეეურსული ძალა და გაწყვეტის სიდიდით უდრის შეეურსული ძალის სიდიდეს.

თუ დავუშვებთ, რომ  $a < b$ -ზე, მაშინ განივი ძალა მაქსიმალურ მნიშვნელობას აღწევს პირველ უბანში და უდრის

$$Q_{max} = \frac{Pb}{l}.$$

თუ შეეურსული ძალა მოდებულია კოჭის მალის შუაში, ე. ი.

$$a = b = \frac{l}{2}, \text{ მაშინ } |Q_{max}| = A = B = \frac{P}{2}.$$

განივი ძალის ეპიურის აგება შესაძლებელი იყო აგრეთვე წინა პარაგრაფში მიღებული მლუნავი მომენტისა და განივი ძალის დამოკიდებულებიდან, სადაც

$$Q = \frac{dM_1}{dx}$$

მართლაც,

$$Q_1 = \frac{dM_1}{dx} = \frac{Pb}{l},$$

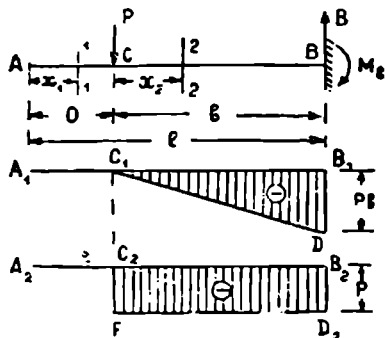
ხოლო  $CB$  უბანში

$$M_2 = \frac{Pa}{l} (l - x_2)$$

და

$$Q_2 = \frac{dM_2}{dx_2} = -\frac{Pa}{l}.$$

როგორც ვხედავთ, შედეგი იგივეა, რაც განივი ძალის ეპიურის დამოუკიდებლად აგების დროს მივიღეთ.



ნახ. 8.11

მარცხენა ბოლოდან  $x_1$  მანძილითაა დაცილებული. როგორც ვხედავთ, მოკვეთილ ნაწილზე ძალა არ მოქმედებს, ამიტომ 1—1 კვეთში მლუნავი მომენტი და განივი ძალა ნულს უდრის. ეს მსჯელობა ეხება ყველა კვეთს  $A$  და  $C$  შორის.  $M$  და  $Q$  ეპიურები ამ უბნისთვის ემთხვევა ნულოვან ხაზს  $A_1B_1$ .

შეორე  $CB$  უბნისთვის მლუნავი მომენტი და განივი ძალის ცვალებადობის გამომსახველ განტოლებას შემდეგი სახე ექნება:

$$M = Px_2; \quad Q = -P.$$

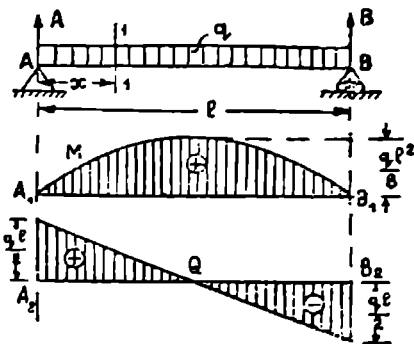
ამ განტოლებათა შესაბამისი ეპიურები ნაჩვენებია ნახ. 8.11-ზე, საიდანაც ჩანს, რომ

$$|M_{max}| = Pb \text{ და } |Q_{max}| = P.$$

აღსანიშნავია, რომ ერთი ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებული კოჭისთვის  $M$  და  $Q$  ეპიურების აგებით, საყრდენი რეაქციებიც განსაზღვრულია. მართლაც, კოჭის საყრდენი მომენტი  $M_B$  უდრის ჩამაგრების კვეთში მლუნავ მომენტს, ე. ი.  $M_B = P \cdot b$ , ხოლო  $B$  რეაქციის ძალა ტოლია ჩამაგრების კვეთში განივი ძალის, ე. ი.  $R = P$  და მიმართულია ქვემოთ, რადგანაც ამ კვეთში განივი ძალა უარყოფითია.

ამოცანა № 3. ავადგოთ განივი ძალისა და მლუნავი მომენტის ეპიურები ორ საყრდენზე მდებარე კოჭისთვის, რომელიც დატვირთულია  $q$  ინტენსივობის თანაბრად განაწილებული ტვირთით (ნაბ. 8.12). პირველად საკიროა რეაქციის ძალები განისაზღვროს.

თუ კოჭის ერთეულ სიგრძეზე მოდის ტვირთი  $q$ , მაშინ კოჭზე მოსული მთლიანი ტვირთი ტოლი იქნება  $ql$ -ის, რომელიც ვერტიკალურადაა მიმართული, ამიტომ პირობა  $\sum X = 0$  მოგვცემს, რომ უძრავი სახსროვანი საყრდენი რეაქციის ჰორიზონტალური მდგენელი  $H_a = 0$ , ხოლო დატვირთვის სიმეტრიულობის თანახმად, რეაქციის ვერტიკალური მდგენელები  $A$  და  $B$  ურთიერთტოლი იქნებიან და თითოეული მათგანი რიცხვობრივად უდრის მთლიანი დატვირთვის ნახევარს, ე. ი.



ნაბ. 8.12

$$A = B = \frac{ql}{2}$$

კოჭის მარცხენა საყრდენიდან ნებისმიერ  $x$  მანძილით დაშორებით ავიღოთ კვეთი 1—1. თუ კოჭის მოკვეთილ მარცხენა ნაწილს განვიხილავთ, მაშინ აღებულ კვეთში მლუნავი მომენტი ტოლი იქნება  $A$  რეაქციის ძალისა და  $x$  მანძილზე განაწილებული  $qx$  ტვირთის მომენტების ალგებრული ჯანის კვეთის ცენტრის მიმართ.

$A$  რეაქციის ძალის მომენტი კვეთის ცენტრის მიმართ იქნება დადებითი და უდრის:

$$A \cdot x = \frac{ql}{2} \cdot x,$$

ხოლო  $x$  მანძილზე განაწილებული ტვირთის მომენტი იქნება ნიშნით უარყოფითი და სიდიდით  $qx \cdot \frac{x}{2}$  ტოლი, ე. ი. საბოლოოდ:

$$M = A \cdot x - qx \cdot \frac{x}{2} = \frac{ql}{2} x - \frac{qx^2}{2}$$

მომენტის განტოლება შეიძლება გამოვიყენოთ კოჭის ნებისმიერ კვეთში მლუნავი მომენტის სიდიდის გამოსათვლელად.

რადგანაც  $M$ -ის განტოლებაში ცვლადი  $x$  შედის ნორე ხარისხში. ანიტომ ეპიურას კვადრატული პარაბოლის სახე ექნება. მის ასაგებად  $x$ -ს რამდენიმე მნიშვნელობა მივცეთ.

როცა  $x = 0$ , მაშინ  $M = 0$ ;

$$\text{როცა } x = \frac{l}{4}, \text{ მაშინ } M = \frac{ql}{2} \cdot \frac{l}{4} - \frac{q}{2} \left(\frac{l}{4}\right)^2 = \frac{3ql^2}{32}.$$

$$x = \frac{l}{2}, \quad M = \frac{ql}{2} \cdot \frac{l}{2} - \frac{q}{2} \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{ql^2}{8};$$

$$x = \frac{3l}{4}, \quad M = \frac{ql}{2} \cdot \frac{3l}{4} - \frac{q}{2} \left(\frac{3l}{4}\right)^2 = \frac{3ql^2}{32};$$

$$x = l \quad , \quad M = 0.$$

ამ მონაცემებით აგებული ეპიურის სახე ნახ. 8.12-ზეა ნაჩვენები.

როგორც ნახაზე ნაჩვენები ეპიურიდან ჩანს, მლუნავი მომენტი უდიდეს მნიშვნელობას მალის შუაში აღწევს და

$$M_{max} = \frac{ql^2}{8}.$$

განივი ძალის ასაგებად ავიღოთ 1—1 კვეთის მარცხნივ მდებარე ყველა ძალის კვეთის სიბრტყეზე გეგმილების აღგებრული ჯამი,

$$Q = A - qx = \frac{ql}{2} - qx.$$

განივი ძალა სწორი ხაზის კანონით იცვლება. მისი ეპიურის ასაგებად საჭიროა ორი მნიშვნელობის ცოდნა

$$\text{როცა } x=0 \quad Q = \frac{ql}{2}$$

და

$$x = l \quad Q = -\frac{ql}{2}.$$

შესაბამისი ეპიურა ნაჩვენებია ნახაზე (8.12), საიდანაც ჩანს, რომ

$$Q_{max} = \frac{ql}{2}.$$

ამოცანა № 4. განვიხილოთ ორ საყრდენზე მდებარე კოჭი, რომელიც  $M_0$  წვეილი ძალითაა დატვირთული (ნახ. 8.13). ავავოთ ამ დატვირთვის შესაბამისი მლუნავი მომენტისა და განვივი ძალის ეპიურები.

გავარკვიოთ რეაქტიის ძალები. პირობა  $\sum x_i = 0$  მოგვცემს, რომ  $H_A = 0$ .

$$\sum M_B = 0 \text{ გვაძლევს } A \cdot l + M_0 = 0,$$

საიდანაც

$$A = -\frac{M_0}{l},$$

ე. ი.  $A$  რეაქცია მიმართულია ქვემოთ.

$$\Sigma M_A = 0\text{-დან} \quad -B \cdot l + M_0 = 0;$$

აქედან

$$B = \frac{M_0}{l}.$$

ამგვარად,  $A$  და  $B$  რეაქციები ქმნიან წვეილ ძალას, რომლის მხარია  $l$  და აწონასწორებს მომენტ  $M_0$ -ს.

$M$  და  $Q$  ეპიურების ასაგებად ორი უბანი უნდა განვიხილოთ. პირველი უბნისთვის გვექნება

$$M_1 = -A \cdot x_1 = -\frac{M_0}{l} x_1$$

სადაც  $x_1$  იცვლება 0-დან  $a$ -მდე.

$M_1$ -ის ცვალეზადობის განტოლება გვაძლევს წრფეს, ამიტომ ეპიურის ასაგებად საკმარისია  $x_1$ -ს მივცეთ ორი მნიშვნელობა:

$$\text{როცა } x_1 = 0, \quad M_1 = 0;$$

$$\text{როცა } x_1 = a, \quad M_1 = -\frac{M_0 a}{l}.$$

მეორე უბანში

$$M_2 = B \cdot x_2 = \frac{M_0}{l} x_2.$$

$x_2$  იცვლება 0-დან  $b$ -მდე.

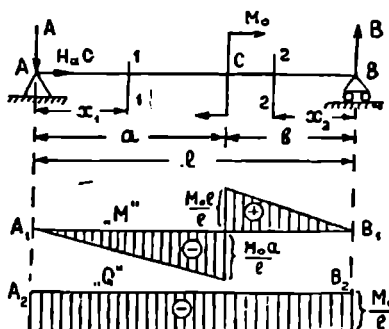
$$\text{როცა } x_2 = 0, \quad M_2 = 0;$$

$$x_2 = b, \quad M_2 = \frac{M_0 b}{l},$$

როგორც ნახაზიდან ჩანს, მღუნავი მომენტის ეპიურა წყდება მხოლოდ იქ, სადაც წვეილი ძალაა მოდებული და წვევრტის სიდიდე წვეილი ძალის სიღის ტოლია. განივი ძალის ეპიურის ასაგებად ავიღოთ იგივე კვეთები. განივი ძალა პირველ უბანში  $Q_1 = -A = -\frac{M_0}{l}$ . მეორე უბანში  $Q_2 = -B = -\frac{M_0}{l}$ .

მაშასადამე, განივი ძალა პირველ და მეორე უბანში მუდმივი სიდიდეა და უდრის  $-\frac{M_0}{l}$ -ს.

მღუნავი მომენტისა და განივი ძალის ეპიურები ნახაზზეა ნაჩვენებ (ნახ. 8.13).



ნახ. 8.13

ამოცანა № 5. განვიხილოთ ერთი ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებული კოქი, რომელიც დატვირთულია ძელის მთელ სიგრძეზე  $q$  ინტენსივობის თანაბრად განაწილებული ტვირთით (ნახ. 8.14). რადგან კოქის ერთი ბოლო დაყრდნობისაგან თავისუფალია, ამიტომ მღუნავი მომენტისა და განივი ძალის ეპიურები, რეაქციის ძალების გამოთვლის გარეშე შეიძლება ავაგოთ.

კოქის თავისუფალი ბოლოდან ნებისმიერ  $x$  მანძილით დაშორებულ კვეთში მღუნავი მომენტი ტოლია

$$M = -qx \cdot \frac{x}{2} = -\frac{qx^2}{2}.$$

ეს განტოლება გამოხატავს მეორე რიგის პარაბოლს, რომლის ასაგებად საჭიროა  $x$  ცვლადს მივცეთ რამდენიმე მნიშვნელობა:  $x = 0$ -დან  $x = l$ -მდე.

$$\text{როცა } x = 0, M = 0;$$

$$x = \frac{l}{4}, M = \frac{ql^2}{32};$$

$$\text{როცა } x = \frac{l}{2}, M = -\frac{ql^2}{8};$$

$$x = \frac{3l}{4}, M = -\frac{9ql^2}{32};$$

$$x = l, M = -\frac{ql^2}{2}.$$

განივი ძალა  $x$  კვეთში:

$$Q = q \cdot x,$$

რაც გამოსახავს სწორ ხაზს, რომლის ასაგებად საჭიროა  $x$ -ს მივცეთ ორი მნიშვნელობა

$$\text{როცა } x = 0, Q = 0;$$

$$x = l, Q = q \cdot l,$$

მღუნავი მომენტისა და განივი ძალის ეპიურები გამოთვლილი მონაცემების მიხედვით აგებულია ნახ. 8.14-ზე.

ამოცანა № 6. ახლა გავარჩიოთ შემთხვევა, როცა ორ საყრდენზე მდებარე კოქი დატვირთულია სამკუთხედად განაწილებული ტვირთით, რომლის მაქსიმალური ინტენსივობაა  $q$  (ტ/მ) (ნახ. 8.15).

ასეთი სახის დატვირთვაზე მუშაობენ კაშხალის დგარები, სითხის შესანახი აუზის კედლის დამჭერი დგარები. ამვე კანონით არის განაწილებული ყამირის დაწოლა დამჭერ კედელზე და სხვ.



განესაზღვროთ რეაქციის ძალები. რადგანაც კოქზე მოქმედი აქტიური ტვირთი ვერტიკალურია, ამიტომ რეაქციის ძალის ჰორიზონტალური მდგენელი  $H_a = 0$ . ავიღოთ კოქზე მოქმედი ყველა ძალის მომენტების ალგებრული ჯამი  $A$  რეაქციის ძალის მოსაძებნად  $B$  საყრდენის მიმართ და  $B$  რეაქციის ძალის მოსაძებნად  $A$  საყრდენის მიმართ.

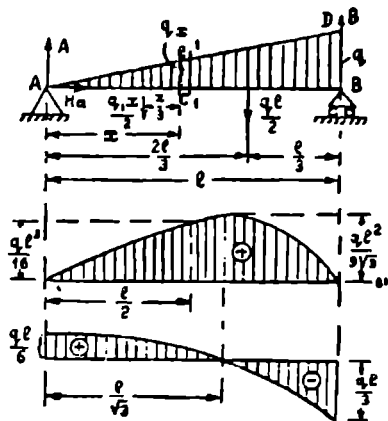
რეაქციების მოძებნისას სამკუთხედად განაწილებული ტვირთი შეიძლება შევცვალოთ მისი ტოლქმედით, რომელიც სამკუთხედის ფართობის  $\omega = \frac{ql}{2}$  ტოლია და მოდებულია სამკუთ-

ხედის სიმძიმის ცენტრში. ამის გათვალისწინებით მომენტების განტოლება შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$\sum M_B = 0, \quad A \cdot l - \omega \cdot \frac{l}{3} = 0,$$

$$A = \frac{\omega}{3} = \frac{ql}{6}$$

$$\sum M_A = 0 \quad -Bl + \omega \cdot \frac{2l}{3} = 0 \quad B = \frac{2\omega}{3} = \frac{ql}{3}$$



ნახ. 8.15

როგორც ვხედავთ, კოქის სამკუთხურად განაწილებული დატვირთვისას  $A$  საყრდენს მთლიანი დატვირთვის შესამედი გადაეცემა, ხოლო  $B$  საყრდენს —ორი შესამედი.

კოქის სიგრძეზე მღუნავი მომენტის ცვალებადობის კანონის გასაგებად მარცხენა საყრდენიდან ნებისმიერ  $x$  მანძილზე გავატაროთ კვეთი; შემდეგ ავიღოთ კვეთის მარცხენა ნაწილზე მოქმედი ყველა ძალის მომენტების ალგებრული ჯამი კვეთის  $C$  ცენტრის მიმართ. დატვირთვის ინტენსივობა  $C$  კვეთში აღვნიშნოთ  $q_x$ -ით, მაშინ

$$M = A \cdot x - \frac{q_x \cdot x}{2} \cdot \frac{x}{3}$$

$ACF$  და  $ABD$  სამკუთხედების მსგავსებიდან  $q_x = \frac{q \cdot x}{l}$  და საბოლოოდ

$$M = \frac{ql}{6} x - \frac{qx^3}{6l}$$

როგორც ამ განტოლებიდან ჩანს, მლუნაეი მომენტი კოქსს სიგრძეზე იკვლება კუბური პარაბოლის სახით, რომლის ეპიურის ასაგებად საჭიროა ცვლად  $x$ -ს მივცეთ რამდენიმე მნიშვნელობა:

$$\text{როცა } x = 0, \quad M = 0;$$

$$x = \frac{l}{4}, \quad M = \frac{ql}{6} \cdot \frac{l}{4} - \frac{q}{6l} \cdot \left(\frac{l}{4}\right)^3 = \frac{5ql^2}{128};$$

$$x = \frac{l}{2}, \quad M = \frac{ql}{6} \cdot \frac{l}{2} - \frac{q}{6l} \cdot \left(\frac{l}{2}\right)^3 = \frac{ql^2}{16};$$

$$x = \frac{3l}{4}, \quad M = \frac{ql}{6} \cdot \frac{3l}{4} - \frac{q}{6l} \cdot \left(\frac{3l}{4}\right)^3 = \frac{7ql^2}{128};$$

$$x = l, \quad M = \frac{ql}{6} \cdot l - \frac{q}{6l} \cdot l^3 = 0.$$

განივი ძალის განმარტებია თანაბრად, აღებული შემოხვევისთვის ნებისმიერ  $x$  კვეთში განივი ძალა იქნება:

$$Q = A - qx = \frac{ql}{2} - \frac{qx^2}{2l}.$$

ეპიურის ასაგებად  $x$  მივცეთ 0-დან  $l$ -მდე სავადასაეა მნიშვნელობა:

$$\text{როცა } x = 0, \quad Q = \frac{ql}{2};$$

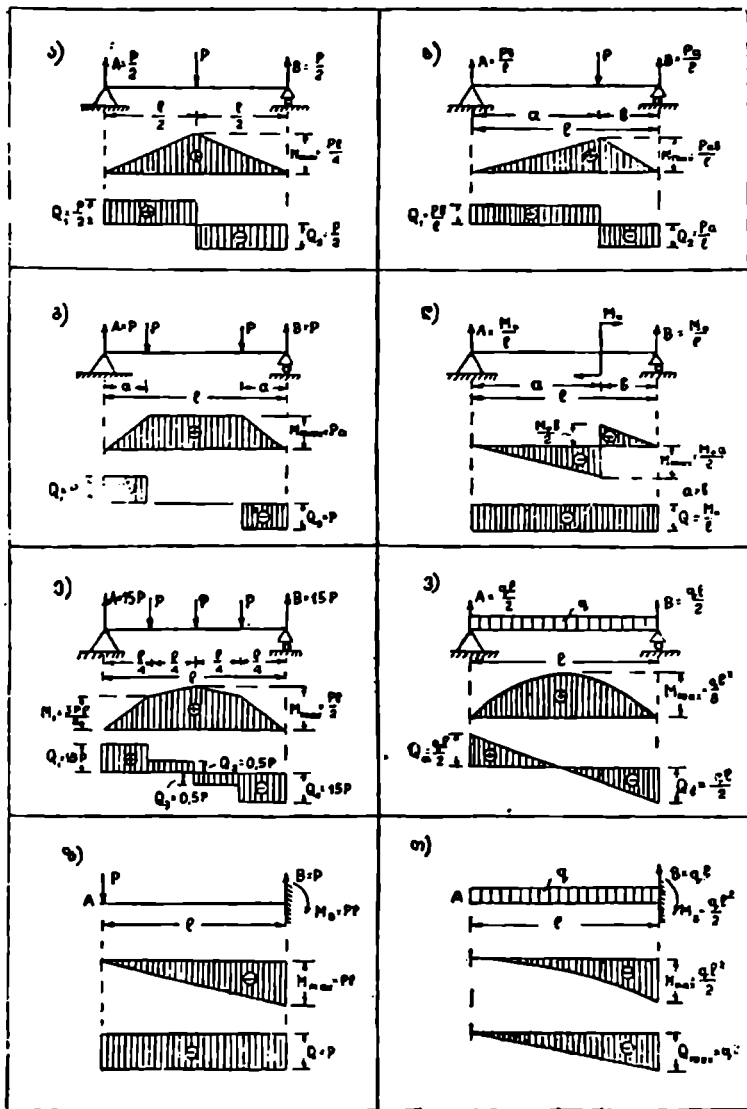
$$x = \frac{l}{4}, \quad Q = \frac{ql}{2} - \frac{q}{2l} \left(\frac{l}{4}\right)^2 = \frac{13ql}{96};$$

$$x = \frac{l}{2}, \quad Q = \frac{ql}{2} - \frac{q}{2l} \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{ql}{24};$$

$$x = \frac{3l}{4}, \quad Q = \frac{ql}{2} - \frac{q}{2l} \left(\frac{3l}{4}\right)^2 = \frac{11ql}{96};$$

$$x = l, \quad Q = \frac{ql}{2} - \frac{q}{2l} \cdot l^2 = -\frac{ql}{2}.$$

შემოგამოთვლილი მნიშვნელობების მიხედვით, აგებული მლუნაეი მომენტისა და განივი ძალის ეპიურები ნაჩვენებია ნახ. 8.15-ზე. განვსაზღვროთ აღებული დატვირთვის შემთხვევაში მლუნაეი მომენტის მაქსიმალური მნიშვნელობა.



როგორც ცნობილია, ფუნქციას მაქსიმალური მნიშვნელობა ექნება იმ კვეთში, სადაც მისი წარმოებული  $x$ -ით უდრის ნულს, ე. ი.  $\frac{dM}{dx} = 0$ . ვიცით რომ,  $M_x = \frac{ql}{6}x - \frac{qx^3}{6l}$ .

თუ ამ გამოსახულებას გაავარმოებთ  $x$ -ით, მივიღებთ:

$$\frac{ql}{6} - \frac{qx^2}{2l} = 0; \text{ აქედან}$$

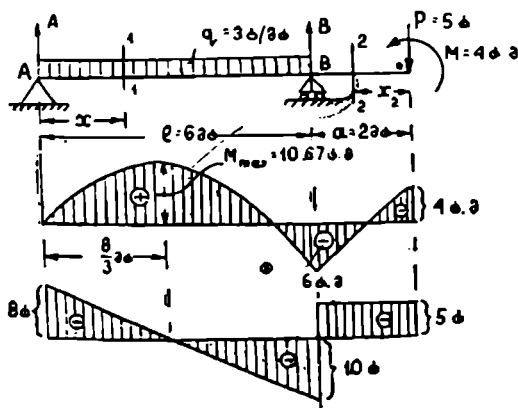
$$x = \frac{l}{\sqrt{3}} = 0,577 l;$$

$x$ -ის ეს მნიშვნელობა შეეიტანოთ  $M_x$ -ის განტოლებაში:

$$M_{max} = \frac{ql}{2} \frac{l}{\sqrt{3}} - \frac{q}{6l} \left(\frac{l}{\sqrt{3}}\right)^3 = \frac{ql^2}{9\sqrt{3}} = \frac{ql^2}{15,58}.$$

როგორც ჩანს, ორ საყრდენზე მდებარე კოჭზე სამკუთხედად განაწილებული ტვირთის მოქმედებისას მაქსიმალური მლუნავი მომენტი მცირე სიდიდით განსხვავდება მაღის შუაში აღძრული მომენტისაგან, რომელიც, როგორც ზემოთ ვნახეთ, ტოლია  $\frac{ql^2}{16}$ .

8. 1-ელ ცხრილში მოყვანილია ორ საყრდენზე მდებარე და ერთი ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებული კოჭებისათვის მლუნავი მომენტისა და განივი ძალის ეპიურები მათი მაქსიმალურ მნიშვნელობათა ჩვენებით.



ნახ. 8.16

გაეარჩიოთ მლუნავი მომენტისა და განივი ძალის ეპიურების აგების რიცხვითი მაგალითი.

მაგალითი 1. ავაგოთ მლუნავი მომენტისა და განივი ძალის ეპიურები ნახ. 8-16-ზე მოცემული კოჭისთვის. კოჭის ზომები, დატვირთვის სქემა და მათი რიცხვითი მნიშვნელობები ნაჩვენებია ნახაზზე.

რეაქციების განსასაზღვრავად შევადგინოთ მომენტების განტოლება  $A$  და

$B$  საყრდენების მიმართ.  $\sum M_B = 0$  მოგვცემს:

$$A \cdot l - q l \cdot \frac{l}{2} + P \cdot a - M_0 = 0.$$

ამ გამოსახულებაში შევიტანოთ ცნობილ სიდიდეთა რიცხვითი მნიშვნელობები:

$$A \cdot 6 - 18 \cdot 3 + 5 \cdot 2 - 4 = 0;$$

აქედან  $A = 8$  ტ.

$\Sigma M = 0$  გვაძლევს:

$$- B \cdot l + P (a + l) - M_0 + q l \cdot \frac{l}{2} = 0,$$

$$- B \cdot 6 + 5 \cdot 8 - 4 + 18 \cdot 3 = 0,$$

საიდანაც

$$B = 15 \text{ ტ.}$$

სტატიკის წონასწორობის მეორე პირობით შევამოწმოთ გამოთვლილი რეაქციების სისწორე.  $\Sigma V = 0$  გვაძლევს

$$A + B - q \cdot l - P = 0.$$

ამ განტოლებაში რიცხვითი მნიშვნელობათა ჩასმის შემდეგ გვექნება:

$$8 + 15 - 3 \cdot 6 - 5 = 0 \quad \text{ანუ} \quad 0 = 0$$

მაშასადამე, რეაქციები სწორადაა გამოთვლილი.

მლუნავი მომენტის ეპიურის ასაგებად კოჭი დატვირთვის მიხედვით დაეყოს უბნებად. პირველ უბანში მარცხენა საყრდენიდან  $x_1$  მანძილზე გავაგლოთ კვეთი. თუ ავიღებთ ამ კვეთის მარცხნივ მდებარე ძალების მომენტების ალგებრულ ჯამს კვეთის ცენტრის მიმართ, მივიღებთ:

$$M_1 = A \cdot x_1 - q x_1 \frac{x_1}{2} = 8x_1 - \frac{3x_1^2}{2}. \quad (\text{მეორე რიგის პარაბოლა}).$$

ეპიურის ასაგებად  $x_1$ -ს მიეკეთ რამდენიმე მნიშვნელობა 0-დან 6-მდე.

$$\text{როცა } x_1 = 0, \quad M_1 = 0;$$

$$x_1 = 2, \quad M_1 = 8 \cdot 2 - \frac{3 \cdot 2^2}{2} = 10 \text{ ტ. მ};$$

$$x_1 = 4, \quad M_1 = 8 \cdot 2 - \frac{3 \cdot 4^2}{2} = 8 \text{ ტ. მ};$$

$$x_1 = 6, \quad M_1 = 8 \cdot 6 - \frac{3 \cdot 6^2}{2} = -6 \text{ ტ. მ}.$$

მეორე უბანში კოჭის მარჯვენა ბოლოდან  $x_2$  მანძილზე გავაგლოთ კვეთი და ავილოთ ამ კვეთის მარჯვნივ მდებარე ყველა ძალის მომენტების ალგებრული ჯამი კვეთის ცენტრის მიმართ;

მაშინ მივიღებთ:

$$M_2 = M_0 - P \cdot x_2 = 4 - 5x_2.$$

როგორც აქედან ჩანს, მეორე უბანში მლუნავი მომენტი იცვლება სწორი ხაზის კანონით და მისი ეპიურის ასაგებად საკმარისია ცვლად  $x_2$ -ს მივცეთ ორი მნიშვნელობა:

$$\text{როცა } x_2 = 0, \quad M_2 = 4 \text{ ტ. მ.};$$

$$x_2 = 2, \quad M_2 = 4 - 10 = -6 \text{ ტ. მ.}$$

განსახილველი კოპის განივი ძალის ეპიურის ასაგებად ვიღებთ იგივე კვეთებს, როგორც მომენტის განგარიშების დროს გვქონდა აღებული; მაშინ პირველ უბანში განივი ძალის ცვალებადობის განტოლებას შემდეგი სახე ექნება:

$$Q_1 = A - qx_1 = 8 - 3x_1; \text{ (სწორი ხაზი)}$$

აქ  $x_1$  იცვლება 0-დან 6-მდე;

$$\text{როცა } x_1 = 0, \quad Q_1 = 8 \text{ ტ.};$$

$$\text{„ } x_1 = 6, \quad Q_1 = 8 - 3 \cdot 6 = -10 \text{ ტ.}$$

მეორე უბანში  $Q_2 = P = 5$  ტ (მუდმივი სიდიდე).

მლუნავი მომენტისა და განივი ძალის მიღებულ მნიშვნელობათა მიხედვით ეპიურების აგება ნაჩვენებია ნახ. 8.16-ზე.

ახლა განვსაზღვროთ მაქსიმალური მლუნავი მომენტის მნიშვნელობა. როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, მლუნავ მომენტს მაქსიმალური მნიშვნელობა ექნება იმ კვეთში, სადაც  $\frac{dM_1}{dx_1}$  უდრის ნულს.

$$\frac{dM_1}{dx_1} = A - qx_1 = 0, \text{ ანუ } 8 - 3x_1 = 0,$$

აქედან

$$x_1 = \frac{8}{3} \text{ მ.}$$

თუ  $x_1$ -ის ამ მნიშვნელობას შევიტანთ პირველი უბნისთვის მიღებულ მლუნავი მომენტის განტოლებაში, მივიღებთ:

$$M_{max} = 8 \cdot \frac{8}{3} - \frac{3}{2} \left( \frac{8}{3} \right)^2 = \frac{32}{3} = 10,67 \text{ ტ. მ.}$$

როგორც ეპიურიდან ჩანს, განივი ძალა მაქსიმუმს  $B$  საყრდენ კვეთში აღწევს და უდრის:

$$Q_{max} = 10 \text{ ტ.}$$

## § 6. სუფთა ლუნვის დროს მასალის მუშაობის ექსპერიმენტული შესწავლა

მლუნავი მომენტისა და განივი ძალის ეპიურების აგების შესწავლის შემდეგ შესაძლებლობა გვეძლევა კოქის ნებისმიერ კვეთში მოქმედი ნორმალური და მხები ძაბვების საანგარიშო ფორმულის გამოყენებაზე გადავიდეთ.

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, ნორმალური ძაბვის ცვალებადობა კოქის სიგრძეზე, დამოკიდებულია მლუნავი მომენტის ცვალებადობაზე. იოლო მიეზი ძაბვა განივი ძალის ცვალებადობაზე. ამიტომ ნორმალური  $\sigma$  ძაბვის გამოთვლის დროს განგარიშების გამარტივების მიზნით, შეგვიძლია შევიწყველოთ ისეთი შემთხვევა, როდესაც კოქზე მოქმედებს მხოლოდ მლუნავი მომენტი და განივი ძალა კი უდრის ნულს.

მაგალითად, ნახ. 8.17-ზე მოცემული დატვირთვის სქემის შემთხვევაში, კოქის  $CD$  უბანზე მოქმედებს მხოლოდ მლუნავი მომენტი, რომელიც მუდმივია სიდიდით და უდრის  $P \cdot a$ -ს, ხოლო ამ უბანში განივი ძალა ნულის ტოლია.

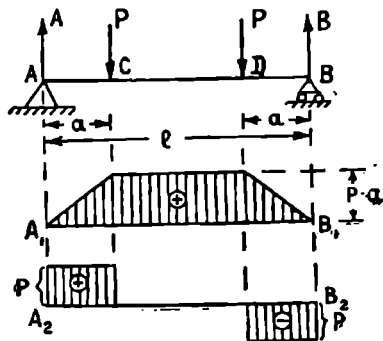
ისეთ ლუნვას, რომლის დროსაც კოქში აღიძვრება მხოლოდ მლუნავი მომენტი და განივი ძალა უდრის ნულს, სუფთა ლუნვა ეწოდება, ე. ი. ნახ. 8.17-ზე ნაჩვენები კოქის  $CD$  უბანი მუშაობს სუფთა ლუნვაზე.

სუფთა ლუნვაზე მომუშავე უბანი გავკვეთთ ნებისმიერი კვეთით და განვიხილოთ მოკვეთილი ნაწილის წონასწორობა. კვეთში მოქმედებს მართო მლუნავი მომენტი  $M = P \cdot a$ , რომელიც უნდა გააწონასწოროს კვეთში აღძრულმა ნორმალური ძაბვისიგან შექმნილმა წყვილმა ძალამ. ეს წყვილი ძალა უნდა მდებარეობდეს გარე ძალების მოქმედების, ან რაც იგივეა, კოქის სიმეტრიის სიბრტყეში. კვეთის ნებისმიერ წერტილში აღძრული ნორმალური ძაბვის სიდიდე რომ განვსაზღვროთ, ამიტომ საჭიროა ვიცოდეთ კვეთში მისი განაწილების კანონი; ამას კი წონასწორობის პირობები ვერ გვაძლევს; მაშასადამე, ამოცანა სტატიკურად ურკვევია და ამიტომ უნდა მივმართოთ კოქის დეფორმაციის ექსპერიმენტულ შესწავლას.

გავარჩიოთ სუფთა ლუნვაზე მომუშავე კოქის გამოცდით მიღებული შედეგები (ნახ. 8.18). კოქზე გავავლოთ ურთიერთ  $\Delta x$  მანძილით დაცილებული ღერძის მართობი 1-1 2-2 და ღერძის პარალელური  $ab$  და  $cd$  ხაზები (ნახ. 8.18).

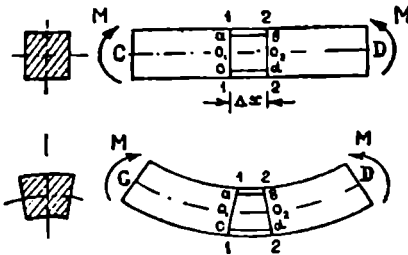
დეფორმაციამდე  $ab = cd = \Delta x$ .

ცდამ გვიჩვენა, რომ დეფორმაციის შემდეგ:



ნახ. 8.17

1) 1 — 1 და 2 — 2 ხაზები სწორი რჩებიან, მხოლოდ ურთიერთმიმართ შენობრუნდებიან გარკვეულ  $dx$  კუთხით.



ნახ. 8.18

2) დადებითი მღუნავი მომენტის მოქმედების დროს  $ab$  მონაკვეთი მოკლდება, ხოლო  $cd$  მონაკვეთი გრძელდება.

3) კოჭის სივანე შეკუმშულ ზონაში დიდდება, ხოლო ვაკუმულ ზონაში მცირდება.

მაშასადამე, რადგანაც 1 — 1 და 2 — 2 სწორი ხაზები დეფორმაციის შემდეგ სწორივე რჩებიან, აქედან შეიძლება დავასკვნათ,

რომ შეაბამისა ბოჯყელი კვეთებაჲ დეფორმაციის შემდეგ ბრტყელივე რჩებიან, მხოლოდ ურთიერთმიმართ მცირე  $dx$  კუთხით შემობრუნდებიან.

$ab$  და  $cd$  ხაზების დეფორმაცია გვიჩვენებს, რომ აღებულ შემთხვევაში კოჭის ზედა ბოჯკოები იკუმშება, ხოლო ქვედა — იჭიმება. მაშასადამე, უნდა არსებობდეს ისეთი შრეც, რომელიც სიგრძეს არ იცვლის, ასეთ შრეს ნეიტრალურ შრეს უწოდებენ. ნეიტრალური შრე ძალის მოქმედების სიბრტყის პერპენდიკულარულია.

ნეიტრალური შრისა და კოჭის ხორმალური კვეთის განკვეთის ხაზს ნეიტრალურ ლერძს უწოდებენ.

კვეთის მობრუნება სუფთა ლუნვის დროს ხდება შესაბამისი ნეიტრალური ლერძის გარშემო. ცხადია, ეს დებულება სწორი რომ არ იყოს, მაშინ ნეიტრალური შრის  $O_1$  მონაკვეთი დეფორმაციის შემდეგ თავის სიგრძეს შეიცვლიდა.

ბრტყელ ლუნვაზე კოჭის გამოცდის შედეგების შესწავლა საფუძველს გვაძლევს მივიღოთ შემდეგი დასკვნები:

1) სუფთა ბრტყელი ლუნვის დროს დეფორმაციამდე ბრტყელი განივი კვეთი, დეფორმაციის შემდეგაც ბრტყელი რჩება (ეს არის ეგრეთ წოდებული ბრტყელი კვეთის ჰიპოთეზა).

2) გრძივი ბოჯკოები ერთიმეორეს არ აწევიან და, მაშასადამე, ნორმალური ძაბვის მოქმედებით კოჭის ბოჯკოები ბაზობრთვ ვაკუმვას ან კუმშვას განიცდიან.

3) ნეიტრალური ლერძის პარალელურ შრეზე მდებარე ბოჯკოების დეფორმაცია ურთიერთმიმართ თანატოლია; მაშასადამე, ნორმალური ძაბვა იცვლება კვეთის სიმაღლესთან ერთად, მხოლოდ უცვლელი რჩება კოჭის სივანეზე.

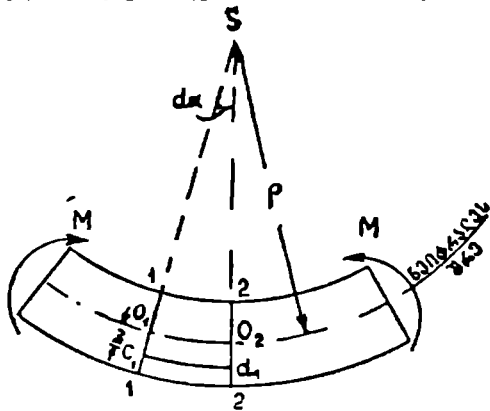
ამ ჰიპოთეზებიდან გამომდინარე ვიპოვოთ ნებისმიერი ბოჯკოს წაგრძელება კოჭის ბრტყელ ლუნვაზე მუშაობის დროს.

ავილოთ ორი ერთმანეთისაგან  $\Delta x$  მანძილით დაცილებული 1—1 და 2—2 განივი კვეთები, რომლებიც დეფორმაციის შემდეგ ურთიერთშემობრუნდებიან ნეიტრალური ლერძის გარშემო მცირე  $dx$  კუთხით (ნახ. 8.19).



ნეიტრალური შრის სიმრუდის რადიუსი აღვნიშნოთ  $\rho$ -თი, ხოლო რადგანაც ნეიტრალური შრე დეფორმაციის შემდეგ სიგრძეს არ იცვლის, ამიტომ 1-1 და 2-2 კვეთებით მოკვეთილი  $O_1O_2$  მონაკვეთი ტოლია  $\Delta x$ -ის.

ნეიტრალური შრიდან ნებისმიერ  $z$  მანძილით დაშორებული ბოჭკოს  $cd$  მონაკვეთი დეფორმაციის შემდეგ წაგრძელდება და  $c_1d_1$  მდებარეობას დაიკავებს (ნახ. 8.19);  $cd$  ბოჭკოს აბსოლუტური დეფორმაცია ტოლი იქნება  $c_1d_1 - cd$ , ხოლო ფარდობითი



ნახ. 8.19

$$\varepsilon = \frac{c_1d_1 - cd}{cd}$$

როგორც ცნობილია, რკალის სიგრძე უდრის წესაბამისი ცენტრალური კუთხისა და სიმრუდის რადიუსის ნამრავლს, ე. ი.

$$cd = \Delta x = \rho d\alpha, \quad \text{ხოლო } c_1d_1 = (\rho + z) d\alpha.$$

თუ ამ მნიშვნელობას შევიტანთ  $\varepsilon$ -ის განტოლებაში, მივიღებთ:

$$\varepsilon = \frac{(\rho + z) d\alpha - \rho d\alpha}{\rho d\alpha} = \frac{z d\alpha}{\rho d\alpha} = \frac{z}{\rho} \quad (8.8)$$

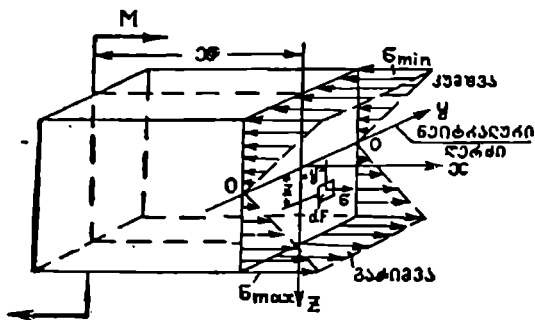
მაშასადამე, ბოჭკოს ფარდობითი გრძივი დეფორმაცია ნეიტრალური შრიდან განსაზღვრულ შრემდე  $z$  მანძილის პირდაპირპროპორციულია.

რადგანაც ლუნვის დროს შრეები ურთიერთგანივ დაწოლას არ გადასცემენ და მხოლოდ მარტივ გაჭიმვას ან კუმშვას განიცდიან, ამიტომ ძაბვის გამოსათვლელად ძალაში რჩება ჰუკის კანონი:  $\sigma = E\varepsilon$ , თუ ამ განტოლებაში შევიტანთ  $\varepsilon$  ს მნიშვნელობას, მივიღებთ:

$$\sigma = \frac{E \cdot z}{\rho} \quad (8.9)$$

ეს დამოკიდებულება გვიჩვენებს კოჭის განივეკვეთში ნორმალური ძაბვის განაწილების კანონს; მაშასადამე, კვეთში ნორმალური ძაბვა ნაწილდება სწორი ხაზის კანონით (ნახ. 8.20) და მისი სიდიდე კვეთის ნებისმიერ წერტილში ამ წერტილიდან ნეიტრალურ შრემდე მანძილის პირდაპირპროპორციულია, ე. ი. ნეიტრალურ შრეზე ნორმალური ძაბვა ნულის ტოლია და

მაქსიმალურ წნეშენელობას ნეიტრალური შრიდან უშორეს ბოქკოებში ლე-



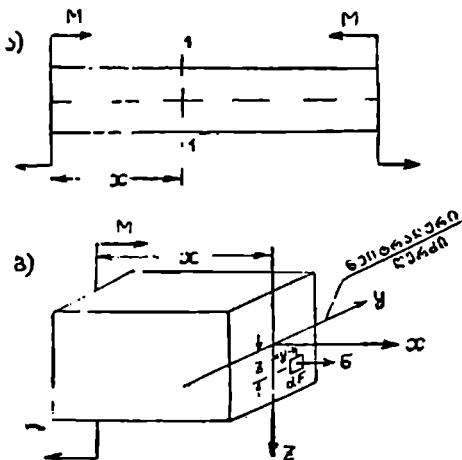
ნახ. 8.20

გამოთვლის საშუალებას არ გვაძლევს, რადგანაც მასში შემაგალი წევრებიდან უცნობებია  $\rho$  და  $z$ , ე. ი. სიმრუდის რადიუსი და კვეთში ნეიტრალური ღერძის მდებარეობა.

### § 7. ნორმალური ძაბვის განსაზღვრა ბრტყელი ლუნვის დროს

ავილოთ კოჭი, რომელიც განიცდის  $M$  წყვილი ძალის მოქმედებით სუფთა ლუნვას (ნახ. 8.21ა). ზემოთ ცდებით დავადგინეთ კვეთში ნორმალური ძაბვის განაწილების კანონი; ეს კი საშუალებას გვაძლევს განვსაზღვროთ კვეთში მოქმედი მღუნავი მომენტის შესაბამისი ნორმალური ძაბვის სიდიდე.

წარმოდგენით კოჭი 1-1 კვეთით ორ ნაწილად გავკვეთოთ და განვიხილოთ მოკვეთილი მარცხენა ნაწილის წონასწორობა (ნახ. 8.21ბ). კოორდინატთა ღერძებს შემდეგნაირად შევარჩევთ: კოჭის სიმეტრიისა და 1-1 კვეთის სიბრტყეთა განკვეთის ხაზი ავილოთ  $z$  ღერძად.  $z$  ღერძის მიმართულება დადებითად მივიღოთ, როცა იგი გაჭიმული ბოქკოებისაკენ არის მიმართული. კვეთის ნეიტრალური ღერძი მივილოთ  $y$  ღერძად, რომლის მდებარეობა კოჭის სიმაღლეზე ჯერჯერობით უცნობია.  $x$  ღერძს ვიღებთ ნეიტრალური შრის გასწვრივ  $y$  და  $z$  ღერძების მართობულად.



ნახ. 8.21

კოქის განივევითიდან გამოვეყოთ ნებისმიერი ელემენტარული ფართობი  $dF$ , რომელიც ნეიტრალური ღერძიდან  $z$  მანძილითაა დაშორებული. ელემენტარულ ფართობზე ძაბვა, წინა პარაგრაფში მიღებული ფორმულის თანახმად, უდრის  $\sigma = E \frac{z}{\rho}$ , ხოლო  $dF$  ფართობზე მოსული ელემენტარული ძალა იქნება:

$$\sigma dF = \frac{E}{\rho} z dF.$$

რადგანაც მოკვეთილი ელემენტი წონასწორობაშია, ამიტომ მასზე მოქმედი ყველა ძალის გეგმილებისა და მომენტების ჯამი ალებული ღერძების მიმართ ნულს უნდა უდრიდეს.

$x$  ღერძზე ყველა ძალის გეგმილების ჯამი მოგვეცემს:

$$\Sigma x = \int_F x dF = \int_F \frac{E}{\rho} z dF = 0.$$

$\frac{E}{\rho}$ , როგორც მუდმივი სიდიდე, ინტეგრალს გარეთ გამოვიტანოთ და გვექნება:

$$\frac{E}{\rho} \int_F z dF = 0. \quad (8.10)$$

ცხადია, ამ განტოლებაში  $\frac{E}{\rho}$  ნულს არ უდრის, მაშასადამე,  $\int_F z dF = 0$ .

$\int_F z dF$  კი განივევითის ფართობის სტატიკური მომენტია ნეიტრალური  $y$  ღერძის მიმართ. ფართობის სტატიკური მომენტი ნულის ტოლია მაშინ, როდესაც ცენტრზე გამავალი ღერძის მიმართ; მაშასადამე, ნეიტრალური ღერძი ან, რაკ იგივეა,  $y$  ღერძი გადის კვეთის ფართობის სიმძიმის ცენტრზე.

ნეიტრალური  $y$  ღერძის მიმართ მოკვეთილ ელემენტზე მოქმედი ყველა ძალის მომენტების ალგებრული ჯამი ტოლია:

$$\Sigma M_y = - \int_F \sigma \cdot z dF + M = 0.$$

ამ განტოლებაში შევიტანოთ  $\sigma$ -ს მნიშვნელობა (8.9) ფორმულიდან, და  $\frac{E}{\rho}$ , როგორც მუდმივი სიდიდე, გამოვიტანოთ ინტეგრალის ნიშნის გარეთ, მაშინ მივიღებთ:

$$\int_F \frac{E \cdot z}{\rho} \cdot z dF = \frac{E}{\rho} \int_F z^2 dF = M.$$

ამ განტოლებაში შემაჯავალი სიდიდე  $\int_F z^2 dF$  წარმოადგენს  $F$  ფართობის წრფივი ინერციის მომენტს  $y$  ღერძის მიმართ

$$I_y = \int_F z^2 dF. \quad (8.11)$$

თუ ინერციის მომენტის აღნიშვნას შევიტანთ ზემოთხსენებულ  $\Sigma M_y$ -ის განტოლებაში, გვექნება:

$$\frac{E}{\rho} I_y = M; \text{ აქედან } \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI_y}.$$

როგორც ამ განტოლებიდან ჩანს, კოქის დრეკადობის მოდულისა და განივკვეთის ფართობის წრფივი ინერციის მომენტის გაზრდით, კოქის ღერძის სიმრუდე  $\frac{1}{\rho}$ -ზე მცირდება, ე. ი.  $EI_y$  გამოსახავს ლუნვის დროს კოქის სიხისტეს ღერძის გამრუდებაზე, ამიტომ  $EI_y$  ნამრავლს კოქის სიხისტეს უწოდებენ.

თუ  $\frac{1}{\rho}$ -ს მნიშვნელობას შევიტანთ (8.9) განტოლებაში, მივიღებთ ბრტყელი ლუნვის დროს ნორმალური ძაბვის საანგარიშო ფორმულას:

$$\sigma = \frac{M \cdot z}{I_y}. \quad (8.12)$$

ამავარად, კოქის განივკვეთის ნებისმიერ წერტილში ნორმალური ძაბვის სიდიდე პირდაპირპროპორციულია კვეთში მდუნავი მომენტისა და ამ წერტილიდან ნეიტრალურ ღერძამდე დაშორების და უკუპროპორციულია კვეთის ფართობის ნეიტრალური ღერძის მიმართ წრფივი ინერციის მომენტის.

ნორმალური ძაბვის საანგარიშო (8.12) ფორმულა სუფთა ლუნვის შემთხვევაში გვაძლევს კვეთში არსებული ძაბვის სიდიდეს და მისი განაწილების კანონს.

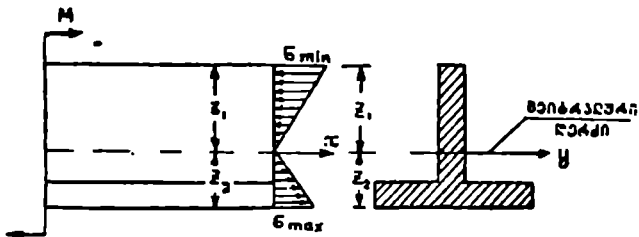
ცდებით მიღებული შედეგების ანალიზმა გვიჩვენა, რომ როცა განივი  $\zeta$  ძალა ნულს არ უტოლია, ძაბვა კვეთი არა მარტო შემობრუნდება ნეიტრალური ღერძის გარშემო, არამედ მხები ძაბვების გავლენით ხდება ბრტყელი კვეთის გამრუდება. მაგრამ ეს მოვლენა ბოქოების წაგრძელებისა და შემოკლების დეფორმაციებზე არ მოქმედებს და, მაშასადამე, არც ნორმალური ძაბვებზე იმოქმედებს, ამიტომ ნორმალური ძაბვის საანგარიშო (8.12)

ფორმულა გამოიყენება იმ შემთხვევაშიც, როცა განივი ძალა ნულს არ უდრის.

ნორმალური ძაბვა გამოითვლება (8.12) ფორმულით ნებისმიერი ფორმის განივკვეთის კოჭებისათვის, რომელთაც ერთი სიმეტრიის სიბრტყე მაინც აქვთ და გარე ძალები ამ სიბრტყეში მოქმედებენ.

ტესტები განივკვეთის მქონე კოჭში ნორმალური ძაბვის განაწილების მაგალითი ნაჩვენებია ნახ. 8.22-ზე.

ნეიტრალური ღერძიდან ერთი და იმავე მანძილით დაშორებულ ყველა



ნახ. 8.22

წერტილში ნორმალური ძაბვა ერთნაირია. ნეიტრალური ღერძის ერთ მხარეს ვლეებულობთ გამჭიმავ, ხოლო მეორე მხარეს მკუმშავ ძაბვებს. უდიდესი ძაბვები კვეთში აღიძვრება ნეიტრალური ღერძიდან უშორეს წერტილებში.  $M$  და  $z$ -ის შერჩეული ხიშნები თავისთავად გვაძლევს ძაბვის სწორ ნიშანს, გაქიმვის დროს პლიუსს და კუმშვის დროს მინუსს.

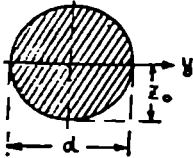
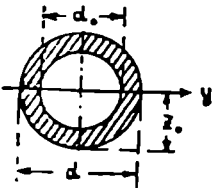
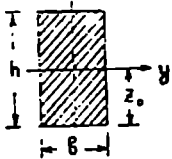
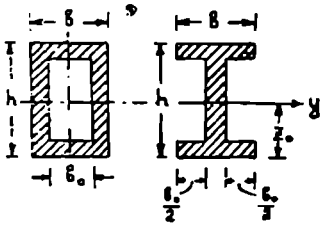
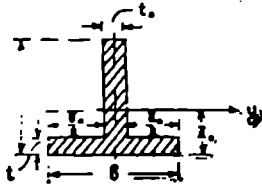
კოჭის მასალის სიმტკიცის ნორმალურ ძაბვაზე შესამოწმებლად საჭიროა მოიძებნოს ის ფართობები, რომლებზედაც უდიდესი გამჭიმავი და მკუმშავი ძაბვები მოქმედებენ. როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, ასეთი ძაბვები აღიძვრებიან საშიში კვეთის განაპირა ბოქვებში, ე. ი. ძაბვის საანგარიშო ფორმულაში  $M$  და  $z$ -ის მაგვირად უნდა შევიტანოთ  $M_{max}$  და  $z_{max}$ , მაშინ უდიდესი ნორმალური ძაბვის გამოსათვლელად მივიღებთ ფორმულას:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max} \cdot z_{max}}{I_y};$$

ეს ფორმულა შემდეგნაირად გადავწეროთ:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{\frac{I_y}{z_{max}}}$$

ფარდობას  $\frac{I_y}{z_{max}}$  ეწოდება კვეთის ღერძული წინაღობის მომენტი და აღინიშნება  $W_y$ -ით.

კვეთების ფორმა	ინერციის $I_y$ მომენტი
	$\frac{\pi d^4}{64}$
	$\frac{\pi}{64} (d^4 - d_0^4) = \frac{\pi d^4 (1 - C^4)}{64}$ <p>სადაც <math>C = \frac{d_0}{d}</math></p>
	$\frac{bh^3}{12}$
	$\frac{1}{12} (bh^3 - b_0 h_0^3)$
	$\frac{bz_0^3 - b_0(z_0 - t)^3 + t_1(h - z_0)^3}{3}$

## გეომეტრიული მახასიათებლები

წინააღმდეგობის მომენტი $W_y$	სიმძიმის ცენტრამდე მანძილი $z_0$	კვეთის $F$ ფართობი
$\frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1 d^3$	$z_0 = \frac{d}{2}$	$\frac{\pi d^2}{4}$
$\frac{\pi}{32d} (d^4 - d_0^4) =$ $= \frac{\pi d^3(1 - C^4)}{32}$	$z_0 = \frac{d}{2}$	$\frac{\pi}{4} (d^2 - d_0^2) =$ $= \frac{\pi d^2(1 - C^2)}{2}$
$\frac{bh^2}{6}$	$z_0 = \frac{h}{2}$	$bh$
$\frac{bh^3 - b_0h_0^3}{6h}$	$z_0 = \frac{h}{2}$	$bh - b_0h_0$
$\frac{I_y}{h - z_0}$	$z_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{t_1h^2 + b_0t^2}{t_1h + b_0t}$	$t_1h + b_0t$

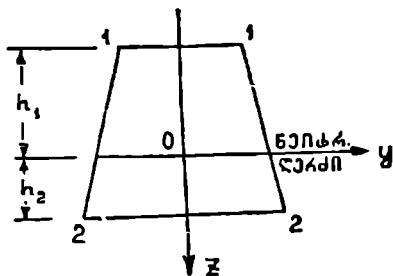
როგორც ფარდობიდან ჩანს,  $W_y$ -ს განზომილება იქნება სიგრძითი ერთეული მესამე ხარისხში (მაგ. სმ<sup>3</sup>, მმ<sup>3</sup> და ა. შ.). ამგვარად,

$$z_{max} = \frac{M_{max}}{W_y} \quad (8.13)$$

სადაც

$$W_y = \frac{I_y}{z_{max}} \quad (8.14)$$

თუ კვეთი ნეიტრალური ღერძის მიმართ არასიმეტრიულია, მაშინ საჭიროა ორი წინააღმდეგობის მომენტის აღება:



ნახ. 8.23

ერთი 1—1 ბოკოსათვის (8.23).

$$W_1 = \frac{I_y}{h_1} \quad \text{და}$$

მეორე 2—2 ბოკოსათვის:

$$W_2 = \frac{I_y}{h_2}$$

თუ წინააღმდეგობის მომენტის ამ მნიშვნელობებს შევითანთ (8.13), ფორმულაში, მივიღებთ:

$$\sigma_{max} = + \frac{M_{max}}{W_2} \quad (8.15)$$

$$\sigma_{min} = - \frac{M_{max}}{W_1} \quad (8.16)$$

დავწეროთ ბრტყელ ლენვაზე მომუშავე კოქის სიმტკიცის პირობა ნორმალური დაბვისათვის. სიმტკიცის პირობაში იგულისხმება, რომ უდიდესი დაბვა კოქის საშიშ კვეთში არ უნდა აღემატებოდეს კოქის მასალისათვის დასაშვებ დაბვას:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_y} \leq [\sigma] \quad (8.17)$$

აქედან განვსაზღვრავთ საჭირო წინააღმდეგობის მომენტს:

$$W_y \geq \frac{M_{max}}{[\sigma]} \quad (8.18)$$

რადგანაც წინააღმდეგობის მომენტი  $W_y = \frac{I_y}{z_{max}}$  დამოკიდებულია კოქის განივი კვეთის ფორმასა და გეომეტრიულ ზომებზე. ამიტომ თუ წინასწარ შევარჩევთ განივი კვეთის ფორმას (მაგ., მარტოუხედი, ორტესებრი და ა. შ.), მაშინ ყოველთვის შეგვიძლია (8.18) ფორმულის საშუალებით გამოვთვალოთ შესაბამისი გეომეტრიული ზომები ისე, რომ დაკმაყოფილებული იყოს (8.17) სიმტკიცის პირობა.

8.2 ცხრილში მოცემულია მარტივი კვეთების გეომეტრიული მახასიათებლები.



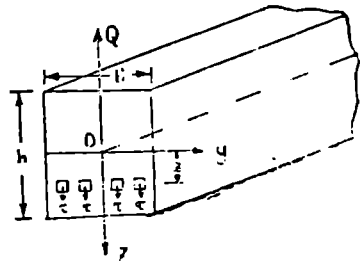
§ 8. მხები ძაბვის ანგარიში ღუნვის დროს

ღუნვის დროს კოქის განივკვეთში მხებ ძაბვებს ამავე კვეთში მოქმედი განივი  $Q$  ძალა აწონასწორებს. კვეთში მხები ძაბვების განაწილების კანონისა და მისი საანგარიშო ფორმულის მისაღებად გავარჩიოთ მართკუთხოვანი განივკვეთის კოქი, რომლის სიმაღლეა  $h$ , ხოლო სიგანე  $b$  (ნახ. 8.24). ვთქვათ, მარჯვენა მოკვეთილ ნაწილზე მოქმედებს უარყოფითი განივი ძალა  $Q$ , რომელსაც აწონასწორებს განაწილებული მხები ძაბვა  $\tau$ .

კვეთში მხები ძაბვების მიმართულებიან და განაწილების კანონის შესაწავლად, ცნობილმა რუსმა ინჟინერმა დ. ი. ე შ რ ა ვ ს კ ი მ ც უღების შედეგად მიიღო შემდეგი დაშვებები: 1) კვეთში აღძრული მხები ძაბვების მიმართულება მისი გამაწონასწორებელი  $Q$  განივი ძალის პარალელურია; 2) ნეიტრალური ღერძიდან ერთი და იმავე  $z$  მანძილით დაშორებულ თაართობებზე მოქმედი მხები ძაბვები ტოლები არიან.

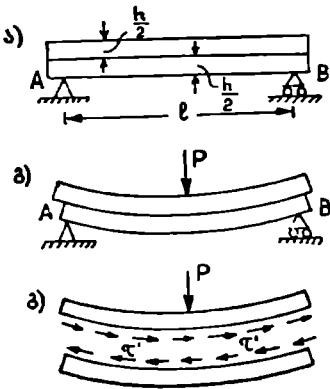
როგორც შემდგომში გამოკვლევებმა გვიჩვენეს, დაშვებები საკმარისად ზუსტია სწორკუთხოვანი კვეთებისათვის, როცა  $h > b$ -ზე.

სუფთა ძვრის შესწავლის დროს ვნახეთ, რომ ურთიერთ მართობ კვეთებში მხები ძაბვები სიდიდით ტოლი არიან და მიმართულებით საწინააღმდეგო. მაშასადამე, როცა კოქის განივკვეთზე მხები ძაბვები მოქმედებენ, მაშინ მის მართობ კვეთში, ე. ი. ნეიტრალური



ნახ. 8.24

შრის პარალელურ შრეში უნდა მოქმედებდეს შესაბამისად ტოლი და საწინააღმდეგო მიმართულების ძაბვები.



ნახ. 8.25

ნეიტრალური შრის პარალელურ შრეში მხები ძაბვის არსებობაში შეიძლება დარწმუნდეთ შემდეგ მოსაზრებიდან.

განვიხილოთ მართკუთხა განივკვეთის ორი ერთი და იმავე ზომის ძელის ერთმანეთზე დადებით შედგენილი კოქი, რომელიც მალის შუაში მოქმედი  $P$  ძალით იღუნება (ნახ. 8.25).

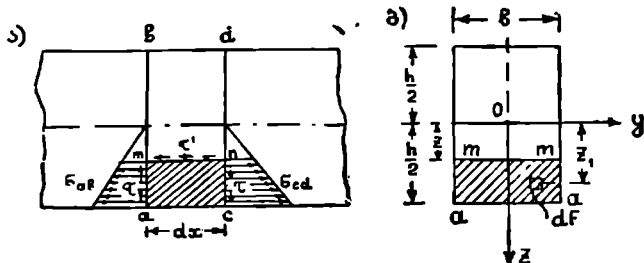
რადგანაც ეს ორი ძელი ერთმანეთთან დაკავშირებული არ არიან, ამიტომ  $P$  ძალის მოქმედებით თითოეული ძელი ღუნვაზე დამოუკიდებლად იმუშავებს. მაშასადამე, ზედა ძელის ქვედა ბოჭკოები გაიჭიმება, ხოლო ქვედა ძელის ზედა ბოჭკოები კი შეიკუმშება მათ პირვანდელ სიგრძესთან შედარებით. შეხების სიბრტყეში ძელები ურთიერთმი-

მართ გადაადგილებიან და კოქის სწორი ბოლო (ნახ. 8.25 ა) დეფორმაციის შემდეგ ტეხილი ხდება (ნახ. 8.25 ბ).

იმისათვის, რომ კოქმა იმუშაოს როგორც მონოლიტური კვეთის მქონე, საჭიროა ძელების შეხების სიბრტყეში მიეზი ძაბვები მოვდოთ ისე, როგორც ეს ნახ. 8.25გ ზეა ნაჩვენები. მაშასადამე, მთლიანი განივიკვეთის კოქში ნეიტრალური შრის ზედა და ქვედა ნაწილების ურთიერთძვრას ეწინააღმდეგება ნეიტრალური შრის პარალელურ სიბრტყეში მოქმედი მზები ძაბვები.

რადგანაც კოქის განივიკვეთის ნებისმიერ წერტილში მზები ძაბვა ნეიტრალური ღერძიდან იმავე მანძილით დაშორებული კვეთის მართობ სიბრტყეში აღძრული მზები ძაბვის ტოლია, ამიტომ კვეთში მზები ძაბვის საანგარიშო ფორმულა საქმარისიჲ გამოიყვანოთ ამ უკანასკნელისათვის.

ავიღოთ ბრტყელ ღუნვაზე მომუშავე მართკუთხა განივიკვეთის კოქი, საიდანაც  $ab$  და  $cd$  კვეთებით  $dx$  სიგრძის ელემენტი ამოკვეთილი (ნახ. 8.26).



ნახ. 8.26

გამოყოფილ ელემენტზე ნეიტრალური შრიდან  $z$  მანძილზე დაშორებით გაჯატართ ჰორიზონტალური კვეთი. ამგვარად, კოქიდან საბოლოოდ გამოიყოფა  $amnc$  ელემენტი, რომლის ზომებია  $dx$ ,  $b$  და  $\frac{h}{2} - z$ .

ვთქვათ, კოქის  $ab$  კვეთში მლუნავი მომენტი უღრის  $M$ -ს და  $cd$  კვეთში კი  $M + dM$ . გამოყოფილი ელემენტის ვერტიკალურ წახნაგზე იმოქმედებს  $\tau$  მზები და  $\sigma_{ab}$ ,  $\sigma_{cd}$  ნორმალური ძაბვები, ჰორიზონტალურ წახნაგზე მხოლოდ მზები ძაბვა  $\tau'$ , რომელიც სიდიდით ტოლია  $\tau$ -სი. ნორმალური ძაბვა  $ab$  კვეთის ნეიტრალური შრიდან  $z_1$  მანძილით დაშორებულ  $dF$  ფართობზე

$$\sigma_{ab} = \frac{M \cdot z_1}{I_y}$$

ხოლო  $cd$  კვეთში

$$\sigma_{cd} = \frac{(M + dM) \cdot z_1}{I_y}$$

ძაბვები დადებითი მლუნავი მომენტის შესაბამისად ნეიტრალური შრის ზედა ნაწილს კუმშავენ, ხოლო ქვედა ნაწილს კიშავენ.

რადგანაც გამოყოფილ ელემენტზე გარე ძალა არ მოქმედებს, ამიტომ  $ab$  და  $cd$  კვეთებში მზები ძაბვები ტოლი იქნებაიან; მათი მიმართულება ნახაზზე ნაჩვენებია დადებითი განივი ძალის მოქმედების შესაბამისად (ნახ. 8.26).

განვიხილოთ გამოყოფილი *ამოც* ელემენტის წონასწორობის პირობა  $\sum x = 0$  (ე. ი. ამოკვეთილ ელემენტზე მოქმედი ყველა ძალის  $x$  ღერძზე გეგმილების ალგებრული ჯამი უდრის ნულს). *ამ* და *ნც* წახნაგებზე მოქმედი მხები ძაბვა  $\tau$  განტოლებაში არ შევა, რადგანაც მისი გეგმილი ჰორიზონტალურ  $x$  ღერძზე ნულია, ხოლო ნორმალური ძაბვები  $\sigma_{ab}$  და  $\sigma_{cd}$  დაგეგმილება თავისი სიდიდით.

*ამ* წახნაგზე ნეიტრალური ღერძიდან  $z_1$  მანძილით დაცილებულ  $dF$  ფართობზე ნორმალური ძაბვა უდრის  $\sigma_{ab}$ -ს, ხოლო მთელ წახნაგზე მოქმედი ნორმალური ძალა იქნება  $\int_{F_1} \sigma_{ab} dF$ ; ინტეგრალი აიღება *ამოც* ფართობზე,

რომელიც უდრის  $b \left( -\frac{h}{2} - z \right)$ .

ანალოგიურად ნორმალური ძალა *ნც* წახნაგზე ტოლია  $\int_F \sigma_{cd} dF$ .

*მთ* წახნაგზე მოქმედი მხები ძაბვა  $\tau'$ , როგორც  $x$  ღერძის პარალელური, გეგმილება თავისი სიდიდით და ზემომიღებულ დაშვების თანახმად, ამ წახნაგებზე მისი სიდიდე მუდმივია. ამიტომ *მთ* წახნაგზე მოსული მხები ძალა ტოლია  $\tau' F_1$ , სადაც  $F_1 = b \cdot dx$ , არის *მთ* წახნაგის ფართობი.

თუ ამ მნიშვნელობებს წონასწორობის განტოლებაში შევიტანთ, მივიღებთ:

$$\sum x = \int_{F_1} \tau_{cd} dF - \tau' b dF - \int_{F_1} \sigma_{ab} dF = 0;$$

აქედან

$$\tau' b dF = \int_{F_1} \sigma_{cd} dF - \int_{F_1} \sigma_{ab} dF.$$

შევიტანოთ  $\sigma_{ab}$  და  $\sigma_{cd}$  მნიშვნელობები და მუდმივები გამოვიტანოთ ინტეგრალს გარეთ, გვექნება:

$$\tau' b dx = \frac{M + dM}{I_y} \int_{F_1} z_1 dF - \frac{M}{I_y} \int_{F_1} z_1 dF.$$

ინტეგრალი  $\int_{F_1} z_1 dF$  არის ნეიტრალური ღერძიდან  $z$  მანძილით დაცილებული

*ბული ამოც* ფართობის (ნახ. 8.26 ბ) სტატიკური მომენტი ნეიტრალური ღერძის ან კვეთში განსახილველი შრის გარეთ მდებარე ფართობის სტატიკური მომენტი ნეიტრალური ღერძის მიმართ, რომელიც აღინიშნება  $S(z)$ -ით; ნიშნაკი  $z$  გვიჩვენებს, რომ  $S(z)$  იცვლება იმ მანძილთან დაკავშირებით, რომლითაც დაცილებულია ნეიტრალური ღერძიდან ის შრე, სადაც ვეძებთ მხებ ძაბვას. ამგვარად,

$$S(z) = \int_{F_1} z_1 dF, \tag{8.19}$$

მაშინ

$$\tau' b dx = \frac{dM}{I_y} \cdot S(z),$$

აქედან

$$\tau' = \frac{dM \cdot S(z)}{b dx \cdot I_y}; \text{ ვიცით, } |\tau'| = \tau$$

და

$$\frac{dM}{dx} = Q;$$

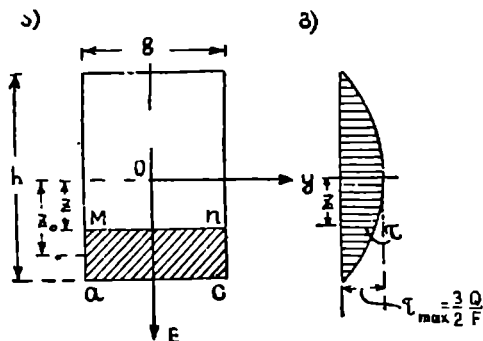
ამიტომ გვექნება:

$$\tau = \frac{Q \cdot S(z)}{I_y \cdot b} \quad (8.20)$$

ამ ფორმულით გამოითვლება მხები ძაბვის მნიშვნელობა კოქის ღერძის მართობი კვეთის ნეიტრალურ ღერძიდან  $z$  მანძილით დაშორებულ წრეში.

მართკუთხოვან კვეთში მხები ძაბვის ცვალებადობის კანონის დასადგენად (8.20) ფორმულაში შევიტანოთ  $z$ -ის სხვადასხვა მნიშვნელობის შესაბამისი  $S(z)$ -ის გამოსახულება.

ავიღოთ მართკუთხოვანი კვეთი, რომლის სიმაღლეა  $h$  და სიგანე —  $b$  (ნახ. 8.27ა) დაშტრიხული *ამოც* ფართობის სტატიკური ძომენტი  $S(z)$ , ნეიტრალური  $y$  ღერძის მიმართ ამ ფართობისა და მისი სიმძიმის



ნახ. 8.27

ცენტრიდან  $y$  ღერძამდე მანძილის ნამრავლის ტოლია, ე. ი.

$$S(z) = F_1 \cdot z_0,$$

სადაც

$$F_1 = b \left( \frac{h}{2} - z \right)$$

და

$$z_0 = \frac{h}{2} - \frac{\frac{h}{2} - z}{2} = \frac{1}{2} \left( \frac{h}{2} + z \right).$$

მაშინ

$$S(z) = b \left( \frac{h}{2} - z \right) \cdot \frac{1}{2} \left( \frac{h}{2} + z \right) = \frac{bh^2}{8} \left( 1 - \frac{4z^2}{h^2} \right) \quad (8.21)$$

ვიცით აგრეთვე, რომ მართკუთხოვანი კვეთისათვის სიმძიმის ცენტრზე გამავალი ღერძის მიმართ ინერციის მომენტი

$$I_y = \frac{bh^3}{12}.$$

თუ  $S(z)$ -ისა და  $I_y$ -ის მნიშვნელობებს შევიტანთ მხები ძაბვის საანგარიშო ფორმულაში, მივიღებთ:

$$\tau = \frac{Q \cdot 12}{bh^3 \cdot b} \cdot \frac{bh^2}{8} \left( 1 - \frac{4z^2}{h^2} \right) = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{bh} \left( 1 - \frac{4z^2}{h^2} \right). \quad (8.22)$$

ამგვარად, მხები ძაბვა  $\tau$  მართკუთხოვანი კვეთის სიმალლეზე იცვლება კვადრატული პარაბოლის კანონით.

როგორც (8.22) ფორმულიდან ჩანს,  $\tau$  აღწევს მაქსიმუმს, როცა  $z = 0$ , ე. ი. ნეიტრალურ ღერძზე

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{bh}. \quad (8.23)$$

კვეთის განაპირა ბოჭკოებში, სადაც  $z = \pm \frac{h}{2}$ , მხები ძაბვა ნულის

ტოლია.

მთლიან კვეთში მხები ძაბვის ცვალებადობის გრაფიკული გამოსახვა (ეპიურა) ნახაზზეა ნაჩვენები (ნახ. 8.27 ბ). (8.20) ფორმულა გამოყვანილია მართკუთხოვანი კვეთებისათვის, მაგრამ მას იყენებენ სხვა ფორმის განივკვეთის მქონე კოჭებში მაქსიმალური მხები ძაბვის გამოსათვლელად.

მართლაც, ჩვენ პრაქტიკული გაანგარიშების დროს გვინტერესებს კვეთში მაქსიმალური მხები ძაბვის განსაზღვრა, სიმტკიცის პირობის შესადგენად.

როგორც ზემოთ აღენიშნეთ, ღუნვის დროს უდიდეს მხებ ძაბვას ადგილი აქვს ნეიტრალურ შრეში, რომლის სიდიდე ნებისმიერი განივკვეთის კოჭისათვის იანგარიშება შემდეგი ფორმულით:

$$\tau_{max} = \frac{Q \cdot S_{max}}{I_y \cdot b}, \quad (8.24)$$

სადაც  $S_{max}$  არის ნეიტრალური ღერძის ზემოთ ან ქვემოთ მდებარე ფართობის სტატიკური მომენტი ნეიტრალური ღერძის მიმართ და  $b$ —განივკვეთის სიგანე ნეიტრალურ ღერძთან.

გამოთვალათ მაქსიმალური მხები ძაბვა წრიული განივკვეთის მქონე კოჭისათვის (ნახ. 8.28).

ნეიტრალური ღერძის ქვემოთ მდებარე ფართობის სტატიკური მომენტი ნეიტრალური ღერძის მიმართ

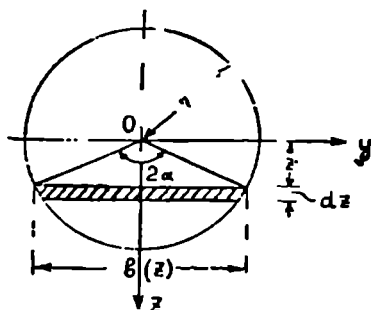
$$S_{max} = \int_F z dF,$$

სადაც

$$dF = b(z) dz$$

ამგვარად,

$$S_{max} = \int_0^r zb(z) dz.$$



ნახ. 8.28

$z$ -ის მაგივრად შემოვიღოთ ახალი ცვლადი  $\alpha$ . როგორც ნახაზიდან ჩანს

$$z = r \cos \alpha, \quad dz = -r \sin \alpha d\alpha,$$

$$b(z) = 2r \sin \alpha.$$

ინტეგრალის ზღვრები ახალი ცვლადის შესაბამისად გვექნება:

$$\text{როცა } z = 0, \quad \alpha = \frac{\pi}{2};$$

$$\text{როცა } z = r, \quad \alpha = 0,$$

ამ მნიშვნელობებს  $S_{max}$ -ის ფორმულაში თუ შევიტანთ, მივიღებთ:

$$\begin{aligned} S_{max} &= - \int_{\frac{\pi}{2}}^0 r \cos \alpha \cdot 2r \cdot \sin \alpha \cdot r \sin \alpha d\alpha = - 2r^3 \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \sin^2 \alpha \cos \alpha d\alpha = \\ &= 2r^3 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 \alpha d(\sin \alpha) = 2r^3 \left| \frac{\sin^3 \alpha}{3} \right|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{2r^3}{3}. \end{aligned}$$

წრიული განივკვეთის სიგანე ნეიტრალურ ღერძთან  $b = 2r$ , ინერციის მომენტი  $I_y = \frac{\pi r^4}{4}$ .

ზემოგამოთვლილ მნიშვნელობებს თუ  $\tau_{max}$ -ის ფორმულაში შევიტანთ, მივიღებთ:

$$\tau_{max} = \frac{Q S_{max}}{I_y b} = \frac{Q \frac{2r^3}{3}}{\frac{\pi r^4}{4} \cdot 2r} = \frac{4}{3} \frac{Q}{\pi r^2}$$

რადგანაც  $\pi r^2$  არის წრის ფართობი  $F$ , ამიტომ

$$\tau_{max} = \frac{4}{3} \frac{Q}{F} = \frac{4}{3} \tau_{საშ},$$

ე. ი. უდიდესი მხეები ქაბვა წრიული კვეთის შემთხვევაში უდრის მისი სა-  
შუალო მნიშვნელობის  $\frac{4}{3}$ -ს.

### §. 0. კოქის კვეთის ზომების შერჩევა

იმისათვის, რომ კოქმა თავისი დანიშნულება უშიშრად შეასრულოს, საჭიროა მისი განივეკვეთის ზომები ისე შეირჩეს, რომ კოქის საშიშ კვეთში აღძრული ქაბვები არ აღემატებოდეს დასაშვებ ქაბვას.

ამგვარად, კოქში უდიდესი ნორმალური ქაბვა არ უნდა აღემატებოდეს კოქის მასალისათვის დასაშვებ ქაბვას  $[\sigma]$ , ხოლო უდიდესი მხეები ქაბვა დასაშვებ მხებ ქაბვას  $[\tau]$ . დასაშვები მხეები ქაბვა აიღება დასაშვები ნორმალური ქაბვის მიხედვით; მაგალითად, ფოლადის კოქებისათვის  $[\tau] = 0,6[\sigma]$  და წიწვიანი ჯიშის ხის კოქებისათვის  $[\tau] = 22$  კგ/სმ<sup>2</sup>.

უდიდესი ნორმალური ქაბვა აღიძვრება კოქის იმ კვეთში, სადაც მღუ-  
ნავი პროცენტის აბსოლუტური მნიშვნელობა მაქსიმუმს აღწევს; კვეთის სიმალ-  
ლეზე კი ნეიტრალური ღერძიდან ყველაზე დაშორებულ წრეში.

ნეიტრალური ღერძიდან უშორესი გაკიმული ბოქკოს დაცილება აღვ-  
ნიშნოთ  $Z_1$ -ით, ხოლო უშორესი შეკუმშული ბოქკოს დაცილება  $Z_2$ -ით; მაშინ  
უდიდესი ქაბვების განსასაზღვრავად მივიღებთ შენდეგ ფორმულას

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max} \cdot Z_1}{I_y} = \frac{M_{max}}{W'_y} \quad (\text{გაკიმება}),$$

$$\sigma_{min} = \frac{M_{max} \cdot Z_2}{I_y} = \frac{M_{max}}{W''_y} \quad (\text{კუმშება})$$

სადაც  $W'_y = \frac{I_y}{Z_1}$  და  $W''_y = \frac{I_y}{Z_2}$  არის წინალობის მომენტები.

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, კოქის სიმტკიცის პირობა დაცული იქნე-  
ბა მაშინ, როცა უდიდესი გაკიმავი და კუმშავი ქაბვები შესაბამისად არ  
აღემატება დასაშვებ ქაბვებს, ე. ი.

$$\sigma_{max} \quad [ \sigma_{გაკ} ] ; \quad | \sigma_{min} | \quad [ \sigma_{კუმ} ] .$$

იმ შემთხვევაში, როცა კოქის მასალა ერთნაირად ეწინააღმდეგება გა-  
კიმებასა და კუმშვას (მაგ., ფოლადი), მაშინ მასალის უფრო მთლიანად  
გამოყენების მიზნით სასურველია კოქის განივეკვეთის ფორმა ნეიტრალური  
ღერძის მიმართ სიმეტრიული იყოს (მაგ., წრიული, მართკუთხოვანი, ორტე-  
სებრი და სხვ.), მაშინ სიმტკიცის პირობას ნორმალური ქაბვის მიხედვით  
შემდეგი სახე ექნება

$$\sigma_{max} = \frac{| M_{max} |}{W_y} \quad [ \sigma_{ღ} ] . \quad (8.25)$$

მეხები ძაბვა მაქსიმალურ მნიშვნელობას აღწევს კოჭის იმ კვეთში, სადაც განივი ძალის აბსოლუტური მნიშვნელობა უდიდესია. მაშასადამე, სიმტკიცის პირობას მხები ძაბვის მიხედვით შემდეგი სახე ექნება.

$$\tau_{max} = \frac{|Q_{max}| \cdot S_{max}}{I_y \cdot b} \leq [\tau_e] \quad (8.26)$$

კოჭის სიმტკიცეზე შემოწმება წარმოებს როგორც ნორმალური ძაბვის (8.25), ისე მხები ძაბვის (8.26) სიმტკიცის პირობებიდან.

როგორც პრაქტიკა გვიჩვენებს, კოჭის გაანგარიშება სიმტკიცეზე მხები ძაბვის პირობიდან, საჭიროა იმ შემთხვევაში, როცა მცირე მალიანი კოჭი დატვირთულია საგრძნობლად დიდი ტვირთით, ან როცა კოჭის მასალა ძვრის ძალებს სუსტად ეწინააღმდეგება (მაგ., ნერქანი); ამიტომ მეტწილად კოჭის გაანგარიშება წარმოებს სიმტკიცეზე ნორმალური ძაბვის პირობიდან.

თუ (8.25) უტოლობას ამოვხსნით  $W_y$ -ის მიმართ, მივიღებთ:

$$W_y \geq \frac{|M_{max}|}{[\sigma_e]} \quad (8.27)$$

რადგანაც კოჭის გაანგარიშებისას, მისი განივკვეთის ფორმა ყოველთვის წინასწარ დასახული გვაქვს, ამიტომ, თუ (8.27) ფორმულით  $W_y$ -ს გამოვთვლით, მაშინ აღვიღად შეგვიძლია შერჩეული ფორმის კვეთის შესაბამისი ზომები გავიანგარიშოთ.

კოჭის განივკვეთს სასურველი ფორმა მაშინ ექნება, როცა მცირე ფართობის დროს მიიღება შედარებით დიდი წინაღობის მომენტი; ასეთ ფორმალ შეიძლება მივიღოთ ორტესებრი კვეთი. ამიტომ პრაქტიკაში ყველაზე მეტად გამოყენებულია ორტესებრი განივკვეთის კოჭები, შედარებით უფრო ნაკლებად — მართკუთხოვანი, და კიდევ უფრო ნაკლებად წრიული განივკვეთის კოჭები.

ამ მოსახრების დასადასტურებლად გავარჩიოთ პრაქტიკული მაგალითი.

მაგალითი 1. ორ საყრდენზე მიღებარე ფოლადის კოჭი, რომლის მალია  $l = 4$  მ. მთელ სიგრძეზე  $q = 2,4$  ტ/მ. — ინტენსივობის მქონე თანაბრად განაწილებული ტვირთითაა დატვირთული; შევარჩიოთ კოჭის განივკვეთი სამ ვარიანტად: 1) ორტესებრი, 2) მართკუთხოვანი, 3) წრიული და შევადაროთ მიღებული კვეთის ფართობები, თუ დასაშვები ძაბვა კოჭის მასალისათვის

$$[\sigma_e] = 1200 \text{ კგ/სმ}^2 \text{ და } [\tau_e] = 0,6 [\sigma_e]$$

თანაბრად განაწილებული ტვირთით დატვირთულ ორ საყრდენზე მდებარე კოჭში მაქსიმალური მღუნავი მომენტი, როგორც ზემოთ ვნახეთ, აღიძვრება მალის შუაში და უდრის:

$$M_{max} = \frac{ql^2}{8} = \frac{2,4 \cdot 4^2}{8} = 4,8 \text{ ტ.მ.} = 480000 \text{ კგ. სმ.}$$

კოჭის სიგრძეზე უდიდესი განივი ძალა მოცემული დატვირთვისას აღიძვრება საყრდენ კვეთებში და უდრის:



$$Q_{max} = \frac{q \cdot l}{2} = \frac{2,4 \cdot 4}{2} = 4,8 \text{ ტ.} = 4800 \text{ კგ.}$$

მაქსიმალური მღუნავი მომენტისა და განივი ძალის გაანგარიშების შემდეგ შეიძლება გადავიდეთ კოჭის კვეთის შერჩევაზე. კვეთის საჭირო წინააღობის მომენტი

$$W_y \geq \frac{M_{max}}{[\sigma]} \cdot \frac{480000}{1200} = 400 \text{ სმ}^3.$$

1) ორტესებრივი კვეთი. საჭირო წინააღობის მომენტის მიხედვით ეილენბენაგლინ ორტესებრივი პროფილის ცხრილებიდან „ГОСТ“-ი 10017—39 — ორტესებრივი ფოლადი № 24<sup>b</sup>, რომლისათვისაც

$$W_y = 400 \text{ სმ}^3; \text{ ფართობი } F_1 = 52,6 \text{ სმ}^2;$$

$$\frac{I_y}{S_{max}} = 20,4 \text{ სმ} \text{ და კედლის სისქე } d = 10 \text{ მმ}$$

კოჭის შერჩეული პროფილისათვის უდიდესი ნორმალური ძაბვა:

$$\sigma_{max} = \frac{480000}{400} = 1200 \text{ კგ/სმ}^2 = [\sigma].$$

უდიდესი მხები ძაბვა (8.26) ფორმულის თანახმად შემდეგია:

$$\tau_{max} = \frac{Q_{max}}{d} \cdot \frac{S_{max}}{I_y} = \frac{4800}{1 \cdot 20,4} = 237,2 \text{ კგ/სმ}^2 < [\tau],$$

2. მართკუთხოვანი კვეთი. მართკუთხოვანი კვეთისათვის წინააღობის მომენტი  $W_y = \frac{bh^2}{6}$ . ვთქვათ,  $b : h = 1 : 2$ , თუ  $W_y$ -ს ფორმულაში

შევიტანთ  $b = \frac{h}{2}$ -ს მივიღებთ:

$$W_y = \frac{h \cdot h^2}{2 \cdot 6} = \frac{h^3}{12}$$

საანგარიშო კოჭის საჭირო წინააღობის მომენტი

$$W_y \geq 400 \text{ სმ}^3, \text{ ან } \frac{h^3}{12} \geq 400,$$

აქედან

$$h \geq \sqrt[3]{12 \cdot 400} = 16,9 \text{ სმ}; \text{ } b = \frac{h}{2} = 8,45 \text{ სმ}$$

ავილოთ კვეთი  $17 \times 8,5$  სმ, რომლის წინააღობის მომენტი

$$W_y = \frac{bh^3}{6} = \frac{8,5 \cdot 17^3}{6} = 409 \text{ სმ}^3$$

უდიდესი ნორმალური ძაბვა

$$\sigma_{max} = \frac{480000}{409} = 1175 \text{ კგ/სმ}^2 < [\sigma_c].$$

უდიდესი მხები ძაბვა მართკუთხოვანი კვეთის კოქებში

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \frac{Q_{max}}{F} = \frac{3 \cdot 4800}{2 \cdot 17 \cdot 8,5} = 50 \text{ კგ/სმ}^2 < [\tau_c].$$

შერჩეული მართკუთხოვანი განივი კვეთის ფართობი

$$F_1 = h \cdot b = 17 \cdot 8,5 = 144,5 \text{ სმ}^2$$

3) წრიული კვეთი. წრის წინალობის მომენტი  $M_y = \frac{\pi r^4}{4}$ . მამა-

საღამე,  $\frac{\pi r^3}{4} > 400$ , აქედან:

$$r = \sqrt[3]{\frac{400 \cdot 4}{\pi}} = 7,96 \text{ სმ. } r = 8 \text{ სმ}$$

შესაბამისი წინალობის მომენტი

$$W_y = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi \cdot 8^4}{4} = 402 \text{ სმ}^3;$$

წრიული განივიკვეთის კოქში აღძრული უდიდესი ნორმალური ძაბვა

$$\sigma_{max} = \frac{480000}{402} = 1193 \text{ კგ/სმ}^2 < [\sigma_c],$$

უდიდესი მხები ძაბვა

$$\tau_{max} = \frac{4}{3} \cdot \frac{Q_{max}}{F_1} = \frac{4 \cdot 4800}{3 \cdot \pi \cdot 8^2} = 31,9 \text{ კგ/სმ}^2 < [\tau_c],$$

ფართობი  $F_2 = \pi r^2 = \pi \cdot 8^2 = 201 \text{ სმ}^2$ .

თუ შევადარებთ  $F_1$ ,  $F_2$  და  $F_3$ -ს, მაშინ ნათლად დაეინახავთ ორტესებრივი განივიკვეთის კოქის უპირატესობას მართკუთხოვან და, მით უმეტეს, წრიული ფორმის განივიკვეთის მქონე კოქებთან.

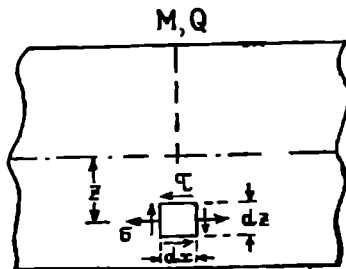
§ 10. კოქის სიმტკიცის შემოწმება მთავარი ძაბვების მიხედვით

ზემოთ განხილული იყო კოქის ნორმალურ კვეთში აღძრული ნორმალური და მხები ძაბვები, რომლის მიხედვითაც შედგენილი იყო სიმტკიცის შემდგომი პირობები:

$$\sigma_{max} = \frac{m_{max}}{W} < |\sigma|, \quad \tau_{max} = \frac{Q_{max} S_{max}}{I_y b} < |\tau|$$

ამ პირობებით კოქის მასალის სიმტკიცე მოწმდება განაპირა და ნეიტრალური შრესთან გამოყოფილ ელემენტებში. მაგრამ არა ვართ დარწმუნებული, რომ კოქის ეს ელემენტები იმყოფებიან ყველაზე საშიშ მდგომარეობაში, ამიტომ საჭიროა შევისწავლოთ კოქის ყოველი ელემენტის სიმტკიცეზე შემოწმება.

კოქიდან იმ ადგილზე, სადაც მღუნავი მომენტი და განივი ძალა ტოლია  $M$  და  $Q$ -სი, ამოვევით ნეიტრალური შრიდან  $z$  მანძილის დაშორებით მცირე ელემენტი (ნახ. 8.29) ვთქვათ, ამ ელემენტის კოქის ღერძის მართობ წახნაგებზე მოქმედებს დადებითი ნორმალური და მხები ძაბვები  $\sigma$  და  $\tau$ , ხოლო ნეიტრალური შრის პარალელურ წახნაგებზე მოქმედებს მხოლოდ უარყოფითი მხები ძაბვა  $\tau$ . რადგანაც გამოყოფილი ელემენტი იმყოფება რთულ დაძაბულ მდგომარეობაში, ამიტომ მისი სიმტკიცის შესამოწმებლად საჭიროა გამოვიყენოთ სინტიციის თეორიები, რისთვისაც საჭიროა ჯერ გამოვთვალოთ მთავარი ძაბვები.



ნახ. 8.29

გამოყოფილი ელემენტის წინა და მის მოპირდაპირე წახნაგებზე წნები და ნორმალური ძაბვები ნულის ტოლია. ამგვარად, ეს წახნაგები წარმოადგენენ მთავარ კვეთებს; მაშასადამე, ერთ-ერთი მთავარი ძაბვა ნულის ტოლია, ე. ი. გამოყოფილი ელემენტი იმყოფება ბრტყელ დაძაბულ მდგომარეობაში.

ამგვარად, ორ ურთიერთმართობ  $\alpha$  და  $\beta$  კვეთებში ცნობილია. ნორმალური და მხები ძაბვები და საჭიროა მთავარი ძაბვების განსაზღვრა. გამოყოფილი ელემენტისათვის კოქის ღერძის მართობი წახნაგი მივიღოთ  $\alpha$  კვეთად და ნეიტრალური შრის პარალელური წახნაგი  $\beta$  კვეთად, მაშინ  $\sigma_\alpha = \sigma$  და  $\tau_\alpha = \tau$ , ხოლო  $\sigma_\beta = 0$  და  $\tau_\beta = -\tau$ . ამის შემდეგ, ჩვენთვის ცნობილი გრაფიკული ხერხით, ე. ი. ძაბვათა წრის აგების საშუალებით ვსაზღვრავთ მთავარ ძაბვებს. ძაბვათა წრის აგება განსაზღვრული შემთხვევისათვის წარმოებს შემდეგი თანამიმდევრობით (ნახ. 8.30).

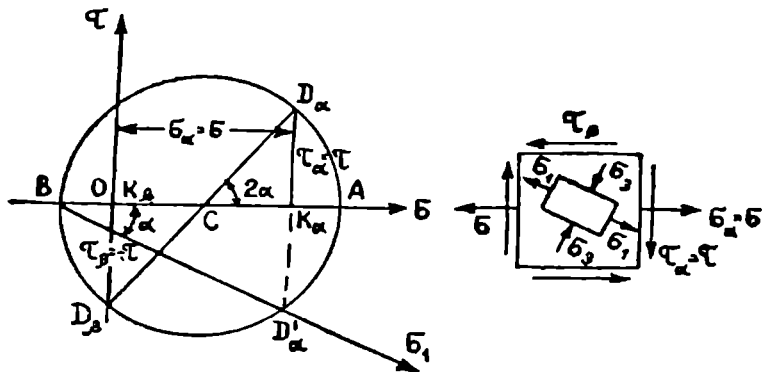
აბცისთა ღერძებზე, შერჩეული მასშტაბით ვზომავთ  $\sigma_\alpha$  და  $\sigma_\beta$ , ელემენტულობთ შესაბამისად  $k_\alpha$  და  $k_\beta$  წერტილებს. ამ წერტილებიდან ვავლებთ აბცისთა ღერძის მართობებს და მათზე ვზომავთ  $\tau_\alpha = \tau$  და  $\tau_\beta = -\tau$ . მიღებულ  $D_\alpha$  და  $D_\beta$  წერტილებს ვაერთებთ სწორი ხაზით, რომლის გადაკვეთა  $\sigma$  ღერძთან გვაძლევს ძაბვათა წრის ცენტრ  $C$  წერტილს;  $CD_\alpha$  რადიუსით შემოვხაზავთ წრეს, რომელიც მოკვეთს აბცისთა ღერძზე მთავარ ძაბვების ტოლ მონაკვეთებს  $\overline{OA} > 0$  და  $\overline{OB} < 0$ -ზე.

ამგვარად, ორ ურთიერთმართობ  $\alpha$  და  $\beta$  კვეთებში ცნობილია. ნორმალური და მხები ძაბვები და საჭიროა მთავარი ძაბვების განსაზღვრა. გამოყოფილი ელემენტისათვის კოქის ღერძის მართობი წახნაგი მივიღოთ  $\alpha$  კვეთად და ნეიტრალური შრის პარალელური წახნაგი  $\beta$  კვეთად, მაშინ  $\sigma_\alpha = \sigma$  და  $\tau_\alpha = \tau$ , ხოლო  $\sigma_\beta = 0$  და  $\tau_\beta = -\tau$ . ამის შემდეგ, ჩვენთვის ცნობილი გრაფიკული ხერხით, ე. ი. ძაბვათა წრის აგების საშუალებით ვსაზღვრავთ მთავარ ძაბვებს. ძაბვათა წრის აგება განსაზღვრული შემთხვევისათვის წარმოებს შემდეგი თანამიმდევრობით (ნახ. 8.30).

აბცისთა ღერძებზე, შერჩეული მასშტაბით ვზომავთ  $\sigma_\alpha$  და  $\sigma_\beta$ , ელემენტულობთ შესაბამისად  $k_\alpha$  და  $k_\beta$  წერტილებს. ამ წერტილებიდან ვავლებთ აბცისთა ღერძის მართობებს და მათზე ვზომავთ  $\tau_\alpha = \tau$  და  $\tau_\beta = -\tau$ . მიღებულ  $D_\alpha$  და  $D_\beta$  წერტილებს ვაერთებთ სწორი ხაზით, რომლის გადაკვეთა  $\sigma$  ღერძთან გვაძლევს ძაბვათა წრის ცენტრ  $C$  წერტილს;  $CD_\alpha$  რადიუსით შემოვხაზავთ წრეს, რომელიც მოკვეთს აბცისთა ღერძზე მთავარ ძაბვების ტოლ მონაკვეთებს  $\overline{OA} > 0$  და  $\overline{OB} < 0$ -ზე.

ანგვარად, მთავარი ძაბვები იქნება

$$\sigma_1 = \overline{OA} > 0, \sigma_2 = 0 \text{ და } \sigma_3 = \overline{OB} < 0.$$



ნახ. 8.30

მთავარი ძაბვის მიმართულების გასაგებად  $D_\alpha k_\alpha$ -ს ვაგრძელებთ წრე-  
ხაზის  $D'_\alpha$  წერტილში გადაკვეთამდე.  $B$  წერტილის ვაერთებთ სწორი ხაზით  
 $D'_\alpha$  წერტილთან და ვღებულობთ  $\sigma_1$ -ის მიმართულებას.

მთავარი ძაბვის მიმართულება შესაძლებელია გამოვსახოთ აგრეთვე  
ანალიზურად, როგორც ნახაზიდან ჩანს

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{k_\alpha D_\alpha}{C k_\alpha} = \frac{\tau}{\sigma}$$

აქედან

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\tau}{\sigma} \text{ ან } \operatorname{tg} \alpha = \frac{\tau}{\sigma_1}. \quad (8.28)$$

ამგვარად, მთავარი ძაბვა  $\sigma_1$ -ლი  $\alpha$  კუთხით იქნება დახრილი კოჭის  
ღერძის მიმართულებასთან.

მთავარი ძაბვების სიდიდეს ანალიზურად თუ გამოვსახავთ, მივიღებთ

$$\sigma_1 = OA = OC + CA = OC + CD_\alpha,$$

$$\sigma_2 = OB = OC - CB = OC - CD_\alpha;$$

ნახაზიდან

$$OC = \frac{\sigma}{2} \text{ და } CD_\alpha = \sqrt{Ck_\alpha^2 + k_\alpha D_\alpha^2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2},$$

თუ  $\sigma_1$  და  $\sigma_2$  გამოვსახულებათ შვეიტანთ ამ მნიშვნელობებს, მივიღებთ:

$$\sigma_{1,2} = \left\{ \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} = \frac{1}{2} \left[ \sigma \pm \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \right] \right. \quad (8.29)$$

მხეხა ძაბვის მაქსიმალური მნიშვნელობა ძაბვათა წრის რადიუსის ტოლია, ე. ი.

$$\tau_{max} = CA = CD_a = \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}. \quad (8.30)$$

მის შემდეგ, როცა გამოთვლილი გვაქვს სამივე მთავარი ძაბვების მნიშვნელობები, შეგვიძლია განვსაზღვროთ საანგარიშო ძაბვა, სიმტკიცის ოთხივე თეორიის ნიხედვით.

როგორც ვიცით, რთულ დაძაბულ მდგომარეობაში მყოფ საანგარიშო ელემენტის სიმტკიცის შესამოწმებლად მიღებულ სიმტკიცის თეორიებს წენდები სახე აქვს:

I თეორიას  $\sigma_1 \leq [\sigma]$  ან  $|\sigma_3| \leq [\sigma]$ ,

II თეორიას  $[\sigma_1 - \mu(\sigma_3 + \sigma_2)] \leq [\sigma]$ ,

III თეორიას  $[\sigma_1 - \sigma_3] \leq [\sigma]$ ,

IV თეორიას  $[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \leq 2[\sigma]^2$ .

თუ აქ  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  მაგივრად შევიტანთ ზემოაღმოთვლილ მნიშვნელობებს და მივიღებთ  $\mu = 0,3$ , მაშინ მცირე გარდაქმნის შემდეგ კოჭის სიმტკიცის შესამოწმებლად საანგარიშო ძაბვებს შემდეგი სახე ექნება:

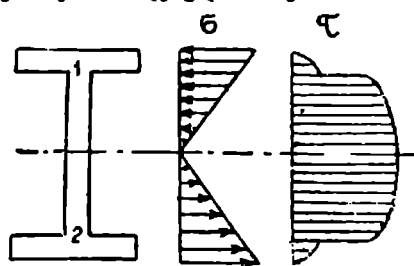
$$\sigma_{სან. 1} = \frac{1}{2} [\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}] \leq [\sigma],$$

$$\sigma_{სან. 2} = [0,35\sigma + 0,65 \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}] \leq [\sigma], \quad (8.31)$$

$$\sigma_{სან. 3} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma],$$

$$\sigma_{სან. 4} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma].$$

გავარჩიოთ რა შემთხვევაშია საჭირო კოჭის სიმტკიცის შემოწმება მთავარ ძაბვაზე. რადგანაც სიმტკიცის თეორიებით მიღებული საანგარიშო ძაბვები დამოკიდებულია  $\sigma$  და  $\tau$ -ზე, ამიტომ ისეთ კოჭებს სჭირდებათ მთავარ ძაბვებზე შემოწმება, რომელთა ერთ და იგივე კვეთში მლუნაე მომენტს და განივ ძალას აქვს უდიდესი მნიშვნელობა და, აგრეთვე, კოჭის განივკვეთს აქვს ისეთი ფორმა, რომ მასზე მოიძებნება წერტილი, სადაც ნორმალური და მხები ძაბვების მნიშვნელობა კვეთში მათი მაქსიმალურ მნიშვნელობასთან ახლოს არიან. მაგა-



ნახ. 8.31

ლითად, ორტესებრი კვეთის ის ადგილი, სადაც თარო უერთდება კედელს. მართლაც, თუ დავუკვირდებით ორტესებრი კვეთისათვის აგებულ  $\sigma$  და

რ-ს ეპიურებს (ნაბ. 8.31) ადვილად შეგვაჩნევთ, რომ 1 და 2 წერტილებში ნორმალური და მიები ძაბვების სიდიდეები მკირედ განსხვავდებიან მათ მაქსიმალური მნიშვნელობებისაგან.

თუ კვეთს ასეთი მახასიათებელი ადგილი არ გააჩნია, მაშინ საანგარიშო ძაბვას ვსაზღვრავთ კვეთის სიმაღლეზე რამდენიმე წერტილში.

### § 11. კოქის ანგარიში დასაშვებ ტვირთზე

კოქის სიმტკიცეს აქამდე ჩვენ ვათასებდით მასში აღძრული უდიდესი ძაბვის მიხედვით.

როგორც ვიცით, სიმტკიცის პირობას ნორმალური ძაბვის მიხედვით შემდეგი სახე ჰქონდა

$$\sigma_{\text{მაქ}} = \frac{M_{\text{მაქ}}}{W} \leq [\sigma_{\text{ლ}}]$$

პლასტიკური მასალებისათვის სიმტკიცის ზღვრად, ე. ი. საშიშ ძაბვად მიღებულია დენადობის შესაბამისი ძაბვა  $\sigma_{\text{ფენ}}$ , ხოლო დასაშვები ძაბვა

$$[\sigma_{\text{ლ}}] = \frac{\sigma_{\text{ფენ}}}{k_{\text{ფენ}}} \quad (8.32)$$

სადაც  $k_{\text{ფენ}}$  არის მარაგის კოეფიციენტი პლასტიკური მასალისათვის.

დასაშვები ძაბვით ანგარიშის დროს კოქისთვის ზღვრულ ტვირთად ითვლება ის ტვირთი, რომლის მოქმედებისას, საშიშ კვეთში მაქსიმალური ძაბვა მიაღწევს დენადობის ზღვარს ე. ი.  $\sigma_{\text{ფენ}}$ . შესაბამისი მღუნავი მომენტი აღწანიშნოთ  $M_{\text{ფენ}}$ . ამგვარად

$$M_{\text{ფენ}} = W \sigma_{\text{ფენ}}$$

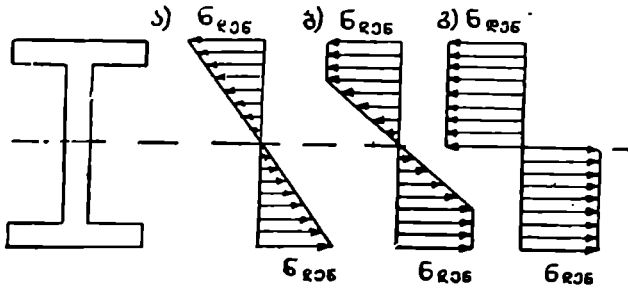
ხოლო დასაშვები მღუნავი მომენტი

$$M_{\text{დას}} = W [\sigma_{\text{ლ}}] = W \frac{\sigma_{\text{ფენ}}}{k_{\text{ფენ}}} = \frac{M_{\text{ფენ}}}{k_{\text{ფენ}}} \quad (8.33)$$

როგორც 8.32 და 8.33 გამოსახულებიდან ჩანს, დასაშვები ძაბვით ანგარიშის დროს, კოქის მთლიანი მარაგის კოეფიციენტი იღება მისი ყველაზე დაძაბული წერტილის მარაგის კოეფიციენტის ტოლი. ეს დასკვნა სრულიად მართებულია ლერძულად გაჭიმული ლეროს შემთხვევაში, სადაც ძაბვები განივი კვეთის ყველა წერტილში ერთდროულად აღწევს დენადობის ზღვარს, ხოლო კოქის ანგარიში დასაშვები ძაბვის მიხედვით ვერ ითვალისწინებს კოქის ტვირთამტანიანობის დამატებით უნარს, რომელსაც იძლევა კოქის პლასტიკური მასალის მუშაობა პროპორციულობის ზღვრის ზევით. ამიტომ, თუ კოქის მასალას აქვს დენადობის მოედანი, მაშინ მიზანშეწონილია ანგარიში ჩაეტარათ მთლიანი კოქის სიმტკიცის მარაგის გათვალისწინებით. ანგარიშის ასეთ ხერხს, კოქის დასაშვებ ტვირთზე ანგარიში ეწოდება. ეს ხერხი ეყრდნობა ჰიპოთეზას, რომელიც ითვალისწინებს მასალის იდეალურ დრე-

კად-პლასტიკურ მუშაობას, რომლის მიხედვითაც მასალა დენადობის ზღვრამდე ემოჩილება ჰუკის კანონს, ხოლო შემდეგ დაბეა რჩება მუდმივი და  $\sigma_{ფენ}$ -ის ტოლი.

ავიღოთ ფოლადის კოჭი, რომელსაც აქვს სიმეტრიული სწორკუთხო-



ნახ. 8.32

ვანი ან ორტყეობრი განიკვეთთ. საშიშ კვეთში, როცა მოქმენტი მიაღწევს  $M_{ფენ}$ , ე. ი. როცა ამ კვეთის განაპირა ბოჭკოში დაბეა მიაღწევს დენადობის ზღვარს (ნახ. 8.32 ა), მაშინ კოჭს უკერ კიდეე არ დაუქარგავს ტვირთამტანიანობის უნარი; ტვირთის შემდეგი გაზრდით—კოჭის დეფორმაცია იზრდება და დენადობის ზონა თანდათანობით ვრცელდება კვეთის ცენტრისაკენ (ნახ. 8.32 ბ); როცა მასალა დაიწყებს დენადობას მთელი კვეთის სიმაღლეზე (8.32 გ), მაშინ კოჭის ტვირთამტანიანობა მთლიანად ამოწურულია; ამ მდგომარეობის შესაბანიის მღუნაეი მომენტის მნიშვნელობა აღვნიშნოთ  $M_{ფენ}$ , ე. ი. ეს იქნება ზღვრული მომენტი, რომლის დროსაც კოჭს საშიშ კვეთში უჩნდება ვგრეთ წოდებული პლასტიკური სახსარი და ირღვევა.

ზღვრული მომენტის  $M_{ფენ}$  მნიშვნელობა ტოლია საშიშ კვეთზე მოქმედ შიგა ძალების მომენტების ჯამის ნეიტრალური ღერძის მიმართ (ნახ. 8.32 გ). ნეიტრალური ღერძის  $z$  მანძილის დაშორებულ  $dF$  ფართობზე მოქმედი ძალა იქნება  $\sigma_{ფენ} dF$ , მისი მომენტი ნეიტრალური ღერძის მიმართ კი  $\sigma_{ფენ} dF \cdot z$ . რადგანაც კვეთი ნეიტრალური ღერძის მიმართ სიმეტრიულია, ამიტომ ავიღოთ ნეიტრალური ღერძის ცალ მხარეს მოქმედ შიგა ძალების მომენტი ნეიტრალური ღერძის მიმართ და გავაორკვეცოთ. მაშინ მივიღებთ:

$$M_{ფენ} = 2 \int_{\frac{F}{2}} \sigma_{ფენ} \cdot z dF.$$

რადგანაც განსახილველ კვეთში  $\sigma_{ფენ}$  მუდმივია, ამიტომ

$$M_{ფენ} = 2\sigma_{ფენ} \int_{\frac{F}{2}} z dF,$$

სადაც  $\int \frac{z dF}{2}$  არის განივკვეთის ნახევარი ფართობის სტატიკური მომენტი

ნეიტრალური ღერძის მხრით  
ამგვარად,

$$\int \frac{z dF}{2} = S_{\text{აქ}},$$

მაშინ

$$M_{\text{აქ}}^{\text{ს}} = 2\sigma_{\text{აქ}} \cdot S_{\text{აქ}} \quad (8.34)$$

კოქისათვის დასაშვები მღუნავი მომენტის მისაღებად  $M_{\text{აქ}}^{\text{ს}}$  უნდა გავ-  
ყოთ მარაგის კოეფიციენტი  $k_{\text{აქ}}^{\text{ს}}$ -ზე.

$$[M] = \frac{M_{\text{აქ}}^{\text{ს}}}{k_{\text{აქ}}^{\text{ს}}} = \frac{2S_{\text{აქ}} \cdot \sigma_{\text{აქ}}^{\text{ს}}}{k_{\text{აქ}}^{\text{ს}}} = 2S_{\text{აქ}} [\sigma]. \quad (8.35)$$

სიმტკიცის პირობას ექნება შემდეგი სახე

$$M_{\text{აქ}} \leq [M]$$

ან

$$M_{\text{აქ}} \leq 2S_{\text{აქ}} [\sigma],$$

აქედან კი

$$2S_{\text{აქ}} \geq \frac{M_{\text{აქ}}}{[\sigma]}. \quad (8.36)$$

ამ პირობიდან წარმოებს კოქის კვეთის შერჩევა დასაშვები ტვირთის-  
ხერხით. თუ კოქს აქვს სწორკუთხოვანი განივკვეთი სიგანით  $b$  და სიმაღლით-  
 $h$ , მაშინ

$$2S_{\text{აქ}} = 2 \cdot \frac{bh^3}{8} = \frac{3}{2} \frac{bh^3}{6} = \frac{3}{2} W.$$

ამგვარად, სწორკუთხოვანი კვეთისათვის (8.36) განტოლება შემდეგნა-  
ირად გადაიწერება

$$W \geq \frac{M_{\text{აქ}}}{1,5[\sigma]}$$

ნებისმიერი სიმეტრიული კვეთისათვის წინააღმდეგობის მომენტი შეიძლება  
შემდეგი ფორმულით განვსაზღვროთ

$$W \geq \frac{M_{\text{აქ}}}{n[\sigma]}, \quad (8.37)$$

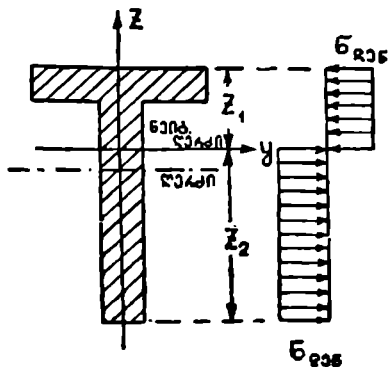
სადაც  $n$  არის კოეფიციენტი დამოკიდებული განივკვეთის ფორმაზე.



როგორც ზემოთ ვნახეთ, სწორკუთხედისათვის  $n = 1,5$ , ორტესგბრი კვეთისათვის კი საშუალოდ  $n = 1,16$ ; ეს იმას ნიშნავს, რომ დასაშვები ტვირთის ხერხით ანგარიშის მიხედვით სწორკუთხოვანი განივკვეთის კოჭის ტვირთამტანიანობა შესაძლებელია გაეზარდოს 50%, დასაშვები ძაბვის მიხედვით ანგარიშთან შედარებით.

თუ კოჭის განივკვეთი არასიმეტრიულია ნეიტრალური ღერძის მიმართ, მაშინ კოჭის პლასტიკურ სტადიაში მუშაობის პერიოდში ნეიტრალური ღერძი გადაადგილდება და არ გაივლის კვეთის სიმძიმის ცენტრში.

ნეიტრალური ღერძის მდებარეობის გასარკვევად გამოვიყენოთ პირობა  $\int_F \sigma dF = 0$ . კოჭის პლასტიკურ სტადიაში მუშაობის დროს (8.33) ამ პირობის თანახმად გვექნება



ნახ. 8.33

$$\sigma_{\text{max}} \int_0^{z_1} b dz - \sigma_{\text{max}} \int_0^{z_2} b dz = 0, \quad (8.38)$$

აქ

$$\int_0^{z_1} b dz = F_1 \quad \text{და} \quad \int_0^{z_2} b dz = F_2,$$

სადაც  $F_1$  და  $F_2$  არის ნეიტრალური ღერძის ზევით და ქვევით მდებარე ფართობები.

თანახმად (8.38) განტოლებისა, ეს ფართობები უნდა იყოს ტოლი. ამგვარად, ნეიტრალური ღერძი განივკვეთს ყოფს ტოლ ფართობებად.

ამგვარად, არასიმეტრიული განივკვეთის კოჭის დასაშვებ ტვირთის ხერხით ანგარიშის დროს, პირველად ვსაზღვრავთ ნეიტრალური ღერძის მდებარეობას და შემდეგ ვანგარიშობთ კვეთის ზედა და ქვედა ფართობების სტატიკურ მომენტებს  $S_1$  და  $S_2$ -ს ნეიტრალურ ღერძის მიმართ. რის შემდეგაც ვსაზღვრავთ კოჭზე დასაშვებ მღუნავ მომენტის სიდიდეს, რომელსაც შემდეგი სახე ექნება

$$[M] = \frac{\sigma_{\text{max}} (S_1 + S_2)}{k_{\text{ფენ}}}$$

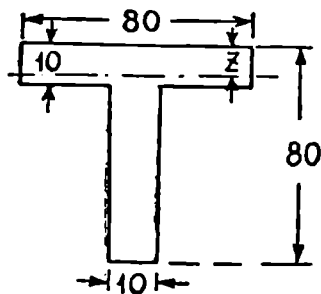
სიმტკიცის პირობა დაცული რომ იყოს, საჭიროა

$$M_{\text{მაქ}} \leq [M],$$

ან, რაც იგივეა,

$$(S_1 + S_2) \geq \frac{M_{\text{მავ}}}{[\sigma]} \quad (8.39)$$

მაგალითი: ცალი ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებულ ტესებრი განიკვეთის



ნახ. 8.34

80 × 80 × 10 მმ (ნახ. 8.34) კოჭის თავისუფალ ბოლოზე მოქმედებს შეყურსული ძალა  $P$ . კოჭის მალი  $l = 1,5$  მ. განვსაზღვროთ დასაშვები ტვირთის მეთოდით რას უდრის  $P$  ძალის დასაშვები სიდიდე, თუ კოჭის მასალისათვის  $[\sigma] = 1600$  კგ/სმ<sup>2</sup>.

ამოხსნა: როგორც ზემოთ ვეჭონდა კოჭზე დასაშვები მლუნავი მომენტი

$$M_{\text{მავ}} = Pl = (S_1 + S_2)[\sigma],$$

სტატიკური მომენტების მოსაძებნად, საჭიროა გავარკვეოთ ნეიტრალური ღერძის მდებარეობა, რომელიც მოცემულ ტესებრ

განიკვეთის ფართობს ყოფს ორ ტოლ ნაწილად და მართობია ძალთა ქმედების სიბრტყის. ნეიტრალური ღერძის დაშორება თაროს განაპირა ბოჭკოდან აღვნიშნოთ  $z$ -ით. მაშინ შეგვიძლია დავწეროთ.

$$8 \cdot z = 7 \cdot 1 + 8(1 - z),$$

აქედან

$$z = \frac{15}{16} \text{ სმ.}$$

განვსაზღვროთ სტატიკური მომენტები

$$S_1 = b \frac{z^2}{2} = 8 \cdot \frac{15^2}{16^2 \cdot 2} = 3,52 \text{ სმ}^3,$$

$$S_2 = 8 \frac{\left(\frac{1}{16}\right)^2}{2} + 7 \cdot 1 \left(3,5 + \frac{1}{16}\right) = 24,95 \text{ სმ}^3.$$

მაქსიმალური მლუნავი მომენტი

$$M_{\text{მავ}} = (3,52 + 24,95) 1600 = 45550 \text{ კგ/სმ.}$$

$P$  — ძალის დასაშვები მნიშვნელობა

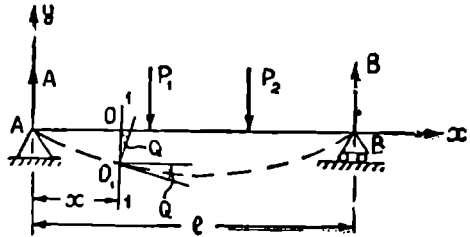
$$[P] = \frac{M_{\text{მავ}}}{l} = \frac{45550}{150} = 304 \text{ კგ.}$$

## კოჭის დეფორმაციის განსაზღვრა

### § 1. დეფორმაციის ანგარიში ანალიზური ხერხით

ბრტყელ ლუნვაზე მომუშავე კოჭის სწორი ღერძი დეფორმაციის შემდეგ გამრულდება და რჩება კოჭის მთავარ სიბრტყეში.

ავიღოთ ნებისმიერი ძალებით დატვირთული ორ საყრდენზე მდებარე კოჭი (ნახ. 9.1); მისი მარცხენა საყრდენიდან  $x$  მანძილით დაშორებული კვეთის სიმძიმის ცენტრი  $O$ , დეფორმაციის შემდეგ  $O_1$  წერტილში გადაადგილდება. განივკვეთის სიმძიმის ცენტრის კოჭის ღერძის მართობი მიმართულებით გადაადგილებას კვეთის ჩაღუნვა ეწოდება.



ნახ. 9.1

მაგალითად, 1—1 კვეთის ჩაღუნვის სიდიდე უდრის  $OO_1$ -ს, რომელიც ნახ. 9.1-ზე

შერჩეულ კოორდინატთა ღერძების თანახმად,  $y$ -ით აღინიშნება.

ლუნვის დეფორმაციის დროს კოჭის ნებისმიერი ბრტყელი კვეთი, დეფორმაციის შემდეგ, ბრტყელივე რჩება, მხოლოდ გარკვეული კუთხით შემობრუნდება მის პირვანდელ მდებარეობასთან. ფ კუთხეს, რომლითაც კოჭის ნებისმიერი კვეთი შემობრუნდება მის პირვანდელ მდებარეობასთან, ამ კვეთის მობრუნების კუთხე ეწოდება.

ზოგიერთ შემთხვევაში სიმტკიცის პირობით ნაანგარიშებ კოჭებში სიხისტის პირობა დაკული არ არის, ე. ი. კოჭის ჩაღუნვის ისარი დასაშვებზე დიდია. სიხისტეზე კოჭის გაანგარიშებისათვის საჭიროა ლუნვის დეფორმაციის ცოდნა; აგრეთვე, რაც მთავარია, ამ უკანასკნელის დახმარებით წარმოებს სტატიკურად ურკვევადი კოჭების გაანგარიშება. ამ შემთხვევაში, გარდა სტატიკის განტოლებებისა, საჭიროა კოჭის დეფორმაციის პირობიდან დამატებითი განტოლებების შედგენა.

კოქის ჩალუნვის ისრის დასაშვები სიდიდე, მისი დანიშნულების მიხედვით, სხვადასხვა კონსტრუქციისა და მანქანათმშენებლობაში მიიღება კოქის მალის  $\frac{1}{1000}$ -დან  $\frac{1}{300}$ -მდე.

მთლიანი კოქის დეფორმაცია რომ ვიცოდეთ, საჭიროა ნებისმიერი კვეთის ჩალუნვის ისრის  $\gamma$ -ისა და მობრუნების კუთხე  $\theta$ -ს გამოთვლა; ისინი აბსცისა  $x$ -ის ფუნქციებია. თუ ჩალუნვა  $\gamma$ -ს და აბსცისა  $x$ -ს შორის დამოკიდებულებას გამოვსახავთ ანალიზურად, მაშინ გაღუნული ღერძის განტოლებას ექნება შემდეგი ფუნქციის სახე

$$y = f(x). \quad (9.1)$$

რადგანაც კოქის ყოველი კვეთი დეფორმირებული ღერძის მართობი რჩება, ამიტომ გაღუნული ღერძის  $O_1$  წერტილია მხების დაბრის კუთხე. ჰორიზონტთან იქნება  $1-1$  კვეთის მობრუნების კუთხე  $\theta$  (ნახ. 9.1).  $\gamma = f(x)$  წირის მხების დაბრის კუთხის ტანგენსი ტოლია

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{dy}{dx}.$$

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, კოქის დასაშვები ჩალუნვა მცირე სიდიდეა, ხოლო შესაბამისი მობრუნების  $\theta$  კუთხეს, მით უმეტეს, მცირე მნიშვნელობა ექნება (არა უმეტესი  $1^\circ$ -სა), ამიტომ ასეთი კუთხის ტანგენსი შეიძლება თვით კუთხის ტოლად ჩავთვალოთ, ე. ი.

$$\theta = \frac{dy}{dx}. \quad (9.2)$$

ამგვარად, კოქის ნებისმიერი კვეთის მობრუნების კუთხე ტოლია ამავე კვეთის ჩალუნვის ისრის პირველი რიგის წარმოებულის  $x$  აბსცისით.

განტოლება  $\gamma = f(x)$ -ით წარმოდგენილი წირის სიმრუდის რადიუსის მათემატიკური დამოკიდებულება მისი მიმდინარე კოორდინატების  $x$  და  $y$ -ის მიმართ, შემდეგია

$$\frac{1}{\rho} = \pm \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}, \quad (9.3)$$

ამ განტოლების მარჯვენა ნაწილის წინ მდგომი ნიშანი  $+$  ან  $-$  განსაზღვრავს სიმრუდის ცენტრის მდებარეობას აბსცისთა ღერძის მიმართ და შეესაბამება  $\frac{d^2y}{dx^2}$ -ის ნიშანს.

(9.3) განტოლებაში შემავალი წევრი  $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$  მცირე დეფორმაციების დროს შეიძლება უგულებელვყოთ ერთთან შედარებით; მაშინ სიმრუდის რადიუსის გამომსახველი განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს

$$\frac{1}{\rho} = \pm \frac{d^2y}{dx^2}. \quad (9.4)$$

სუფთა ლუნვის შემთხვევაში, ნორმალური ძაბვის საანგარიშო ფორმულის გამოყენების დროს, დადგენილი იყო დამოკიდებულება კოქის დეფორმაციასა და მლუნავ მომენტს შორის და განივკვეთის ზომებსა და კოქის მასალას შორის. ეს დამოკიდებულება მოცემული გვექონდა შემდეგი განტოლებით

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M(x)}{EI}$$

ამ ფორმულით თუ ვისარგებლებთ, ჩვენ უკულებელგყოფთ კოქის ჩალუნვაზე განივი ძალის  $Q$  გავლენას; რომელიც, როგორც ზუსტი გამოკვლევები გვიჩვენებს, უმეტეს შემთხვევაში უმნიშვნელო სიდიდეა. თუ  $\frac{1}{\rho}$ -ს ამ გამოსახულებას შევიტანთ (9.4) განტოლებაში, მივიღებთ

$$\pm \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI}$$

აქედან

$$\pm EI \frac{d^2y}{dx^2} = M(x). \quad (9.5)$$

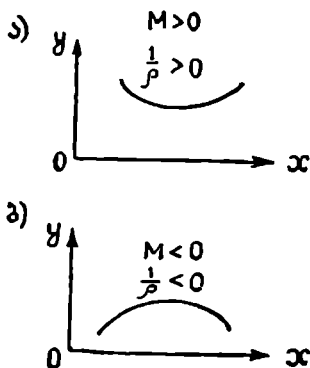
ამ განტოლებას გაღუნული ღერძის მიახლოებითი დიფერენციალური განტოლება ეწოდება.

ახლა გავარჩიოთ (9.5) დიფერენციალური განტოლების წინ რა შემთხვევაში დაიწერება პლუსი და რა შემთხვევაში მინუსი.

მლუნავი მომენტის ნიშანი შერჩეული გვაქვს კოორდინატა სისტემის მიმართულებისაგან დამოუკიდებლად, ხოლო  $y$ -ის მეორე წარმომებულის ნიშანი დამოკიდებულია  $y$  ღერძის მიმართულებაზე; ამიტომ თუ მლუნავი მომენტის ჩვენ მიერ შერჩეულ ნიშანთანაა წესს ძალაში დავტოვებთ და  $y$  ღერძს ყოველთვის ზემოთ მივმართავთ, მაშინ დიფერენციალურ განტოლებას უნდა დავუტოვოთ ნიშანი პლუსი; მაშასადამე, თუ ზემოაღნიშნულს მხედველობაში მივიღებთ, მაშინ გაღუნული ღერძის დიფერენციალურ განტოლებას საბოლოოდ ექნება შემდეგი სახე

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = M(x). \quad (9.6)$$

ეს განტოლება საშუალებას გვაძლევს სხვადასხვა სახის დატვირთვის შემთხვევაში გამოვთვალოთ კოქის ნებისმიერი კვეთის ჩალუნვის ისარი და მობრუნების კუთხე.



ნახ. 9.2

გალუნული ლერძის განტოლების მისაღებად დიფერენციალური (9.6) განტოლება ორჯერ გადვინტეგრალთ.

ერთხელ გაინტეგრალდება მოგვეცემს

$$EI \frac{dy}{dx} = \int M(x) dx + C;$$

მეორედ გაინტეგრალებით კი მივიღებთ

$$EIy = \int dx \int M(x) dx + Cx + D.$$

ამგვარად,  $x$ -ის ცვალებადობასთან ერთად მობრუნების კუთხის ცვალებადობის გამომსახველ განტოლებას ექნება შემდეგი სახე

$$\theta = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{EI} [\int M(x) dx + C]. \quad (9.7)$$

ჩალუნვის ისრის განტოლება კი იქნება

$$y = \frac{1}{EI} \left[ \int dx \int M(x) dx + Cx + D \right]. \quad (9.8)$$

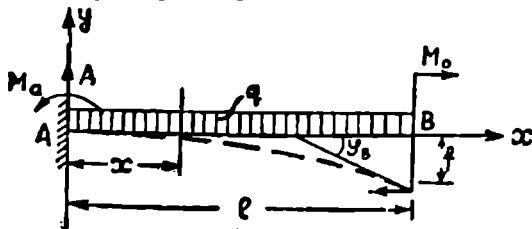
ინტეგრაციის მუდმივები  $C$  და  $D$  მოიძებნება დასმული ამოცანის სასაზღვრო პირობების მიხედვით.

რადგანაც  $y$  ლერძი მუდამ ზემოთაა მიმართული, ამიტომ (9.8) ფორმულით ჩალუნვის ისრის გამოთვლის დროს მიღებულ მინუს ნიშანს შეესაბამება კვეთის გადაადგილება კვეთით, ხოლო პლუს ნიშანს კი კვეთის გადაადგილება ზემოთ.

თუ (9.7) ფორმულით გამოთვლილი მობრუნების კუთხის მნიშვნელობა დადებითი ნიშნით მივიღეთ, ეს იმას ნიშნავს, რომ კვეთი მობრუნებულა საათის ისრის საწინააღმდეგო მიმართულებით; მობრუნების კუთხის უარყოფით ნიშანს კი შეესაბამება კვეთის მობრუნება საათის ისრის მიმართულებით.

### § 2. კოქის ნებისმიერი კვეთის ჩალუნვისა და მობრუნების კუთხის განსაზღვრა მარტივი დატვირთვის დროს

განვსაზღვროთ ერთი ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებული კოქის თავისუფალი ბოლოს ჩალუნვის ისარი და მობრუნების კუთხე, როცა კოქი დატვირთულია  $q$  ინტენსივობის თანაბრად განაწილებული ტვირთით და მის თავისუფალ ბოლოზე  $M_0$  წყვილი ძალა მოქმედებს (ნახ. 9.3).



ნახ. 9.3

დავწეროთ გალუნული ღერძის დიფერენციალური განტოლება

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = M(x).$$

მლუნავი მომენტი  $M(x)$  კოქის მარცხენა ბოლოდან ნებისმიერ  $x$  მანძილზე იქნება

$$M(x) = -M_0 - q \frac{(l-x)^2}{2}.$$

მომენტის ამ მნიშვნელობას  $\sigma$ -უ დიფერენციალურ განტოლებაში წვეიტანთ, მივიღებთ

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -M_0 - q \frac{(l-x)^2}{2}.$$

ეს განტოლება გავაინტეგრალთ ორჯერ

$$EI \frac{dy}{dx} = -M_0 x + q \frac{(l-x)^2}{6} + C; \quad (9.9)$$

$$EI y = -M_0 \frac{x^2}{2} - q \frac{(l-x)^3}{24} + Cx + D. \quad (9.10)$$

ინტეგრაციის  $C$  და  $D$  მუდმივების განსასაზღვრავად მივმართოთ ამოცანის სასაზღვრო პირობებს, ე. ი. კოქში მოქმედნით ის კვეთი, რომლისთვისაც ჩალუნვის ისარი და მობრუნების კუთხე წინასწარ ცნობილია. ასეთია კოქის ჩამაგრების  $A$  კვეთი, რომელსაც არც მობრუნება შეუძლია და არც ჩალუნვა.

მაშასადამე, 1) როცა  $x=0$ , მაშინ  $\frac{dy}{dx} = \theta_1 = 0$

2)  $x=0$ , „  $y=0$ .

პირველი პირობა შევიტანოთ (9.9) განტოლებაში, ხოლო მეორე პირობა (9.10) განტოლებაში, მაშინ მივიღებთ

$$C = -\frac{ql^2}{6} \text{ და } D = \frac{ql^3}{24}.$$

თუ  $C$  და  $D$ -ს მნიშვნელობებს შევიტანთ (9.9) და (9.10) განტოლებებში, გვაქნება

$$\theta = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{EI} \left[ q \frac{(l-x)^2}{6} - M_0 x - \frac{ql^2}{6} \right] \quad (9.11)$$

და

$$y = -\frac{1}{EI} \left[ q \frac{(l-x)^3}{24} + M_0 \frac{x^2}{2} + \frac{ql}{6} x - \frac{ql^3}{24} \right] \quad (9.12)$$

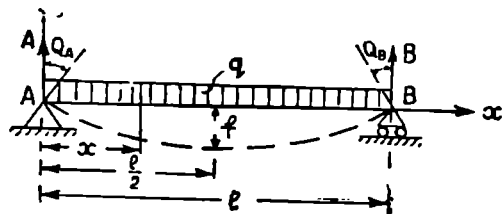
კოქის თავისუფალ  $B$  ბოლოს მობრუნების კუთხისა და ჩალუნის ისრის სიდიდეთა გასაგებად  $\theta$  და  $\gamma$ -ის განტოლებებში  $x$ -ის მაგივრად შევიტანოთ  $B$  კვეთის აბსცისა  $l$ .

მივიღებთ:

$$\theta_{II} = -\frac{M_0 l}{EI} - \frac{ql^3}{6EI}, \quad (9.13)$$

$$\gamma_{II} = f = -\frac{M_0 l^2}{2EI} - \frac{ql^4}{8EI}. \quad (9.14)$$

ამ განტოლებებში პირველი წევრი გვიჩვენებს შესაბამისად  $B$  კვეთის მობრუნების კუთხისა და ჩალუნის ისრის სიდიდეება გამოწვეულს  $M_0$  წვერილი ძალით, მეორე წევრი კი თანაბრად განაწილებული ტვირთის მოქმედებით განწვეულ იმავე დეფორმაციებს.  $\theta_B$ -ის და  $f$ -ის უარყოფითი ნიშანი წესსაბამება კვეთის მობრუნებას საათის ისრის მიმართულებით და ჩალუნვას ქვემოთ, ე. ი.  $\gamma$  ღერძის უარყოფითი მიმართულებით.



ნახ. 9.4

ღუნვის დეფორმაციის შემდგომ შესასწავლად გავარჩიოთ ორ საყრდენზე თავისუფლად მდებარე კოქი, რომელიც მალის მთელ სიგრძეზე დატვირთულია  $q$  ინტენსივობის თანაბრად განაწილებული ტვირთით (ნახ. 9.4).

კოორდინატა სათავედ შევარჩიოთ მარცხენა საყრდენი;  $\gamma$  ღერძი მივმართოთ ზემოთ და  $x$  ღერძი—მარჯვნივ.

დატვირთვის სიმეტრიულობის თანახმად, საყრდენი რეაქციები

$$A = B = \frac{ql}{2},$$

მღლნავი მომენტი, მარცხენა საყრდენიდან  $x$  მანძილით დაცილებულ კვეთში

$$M(x) = \frac{ql}{2} x - \frac{qx^2}{2}.$$

შევიტანოთ  $M(x)$ -ის მნიშვნელობა გაღუნული ღერძის დიფერენციალურ განტოლებაში და გავაინტეგრულოთ ორჯერ; მივიღებთ

$$EI \frac{d^2\gamma}{dx^2} = \frac{ql}{2} x - \frac{qx^2}{2},$$



$$EI \frac{dy}{dx} = \frac{qlx^2}{4} - \frac{qx^3}{6} + C, \quad (9.15)$$

$$EIy = \frac{qlx^3}{12} - \frac{qx^4}{24} + Cx + D. \quad (9.16)$$

$C$  და  $D$  მუდმივების განსასაზღვრავად ვიყენებთ ამოცანის სასაზღვრო პირობებს, რომ საყრდენ კვეთებში ჩალუნვის ისარი უდრის ნულს, ე. ი.

$$1) \text{ როცა } x=0, \text{ მაშინ } y=0$$

$$2) \quad x=l, \quad y=0$$

(9.16) განტოლებაში პირველი პირობის გამოყენებით ვღებულობთ  $D=0$ ; ხოლო იმავე განტოლებაში მეორე პირობის ჩანა გვაძლევს

$$C = -\frac{ql^3}{24}$$

(9.16) განტოლებაში  $C$  და  $D$  მუდმივების მნიშვნელობათა შეტანის შემდეგ მივიღებთ მობრუნების კუთხის და ჩალუნვის ისრის სიანგარიშო საბოლოო ფორმულებს:

$$\theta = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{EI} \left[ \frac{qlx^2}{4} - \frac{qx^3}{6} - \frac{ql^3}{24} \right], \quad (9.17)$$

$$y = \frac{1}{EI} \left[ \frac{qlx^3}{12} - \frac{qx^4}{24} - \frac{ql^3}{24} x \right]. \quad (9.18)$$

უდიდესი ჩალუნვის ისარი გვექნება იმ კვეთში, სადაც

$$\frac{dy}{dx} = 0;$$

თუ ამ პირობას შევითანთ (9.17) განტოლებაში და ამოვხსნით შესაბამის  $x$ -ს, მივიღებთ, რომ  $x = \frac{l}{2}$ .

მაშასადამე,

$$y_{max} = f = \frac{1}{EI} \left[ \frac{ql^4}{96} - \frac{ql^4}{384} - \frac{ql^4}{48} \right] = -\frac{5ql^4}{384EI}. \quad (9.19)$$

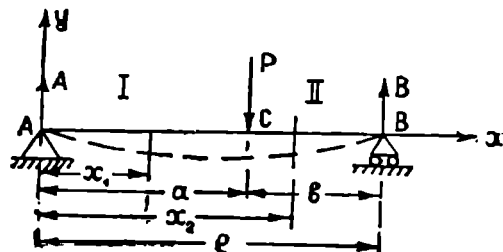
უდიდესი მობრუნების კუთხე აღებული შემთხვევისათვის გვექნება საყრდენ კვეთებში, ე. ი. როცა  $x=0$  და  $x=l$ . თუ  $x$ -ის ამ მნიშვნელობებს შევითანთ (9.17) განტოლებაში, მივიღებთ

$$\theta_A = -\theta_B = -\frac{ql^3}{24EI}. \quad (9.20)$$

როგორც ჩალუნვის ისრისა და მობრუნების კუთხის ნიშნებიდან ჩანს, კოქის მალის შუა კვეთი ჩალუნულა ქვემოთ, ე. ი.  $y$ -ის უარყოფითი მიმარ-

თულებით, ხოლო რაც შეეხება საყრდენი კვეთების მობრუნებას,  $A$  საყრდენი კვეთი მობრუნებულა საათის ისრის მიმართულებით, ხოლო  $B$  კვეთი საათის ისრის საწინააღმდეგო მიმართულებით.

ორ უბნისანი კოქის დეფორმაციის განსაზღვრა. ვთქვათ



ნახ. 9.5

მოცემულია ორ საყრდენზე თავისუფლად მდებარე კოქი, რომელზედაც საყრდენებიდან  $a$  და  $b$  მანძილზე დაშორებით მოქმედებს შეყურსული  $P$  ძალა (ნახ. 9.5). აღნიშნული სახის დატვირთვის დროს გვაქვს ორი უბანი, რომლებისთვისაც მლუნავე მომენტის ცვალებადობის განტოლებები სხვა-

დასხვა იქნება, ამიტომ კოქის პირველ და მეორე უბნის ნებისმიერი კვეთების დეფორმაციის გასაგებად საჭიროა გაღუნული ღერძის დიფერენციალური განტოლება ამ უბნებისათვის ცალ-ცალკე დაიწეროს.

კოქის საყრდენი რეაქციები ტოლია

$$A = \frac{Pb}{l}; \quad B = \frac{Pa}{l}.$$

პირველ და მეორე უბნებში მლუნავე მომენტთა განტოლებების დასაწერად გავაგლოთ შესაბამისად  $x_1$  და  $x_2$  კვეთები და განვიხილოთ კოქის მოკვეთილი შარცხენა მხარე; მაშინ პირველი უბნის კვეთში მომენტის მნიშვნელობა იქნება

$$M_1 = A \cdot x_1 = \frac{Pb}{l} x_1;$$

მეორე უბნის კვეთში

$$M_2 = A \cdot x_2 - P(x_2 - a) = \frac{Pb}{l} \cdot x_2 - P(x_2 - a).$$

დავწეროთ თითოეული უბნისათვის გაღუნული ღერძის დიფერენციალური განტოლებები და გავიანტიგრავოთ ორჯერ.

პირველი უბანი

$$EI \frac{d^2 y_1}{dx_1^2} = M_1(x),$$

$$EI \frac{d^2 y_1}{dx_1^2} = \frac{Pb}{l} x_1,$$

$$EI \frac{dy_1}{dx_1} = \frac{Pb}{l} \cdot \frac{x_1^2}{2} + C_1, \quad (9.21)$$

$$Fl\gamma_1 = \frac{Pb}{l} \cdot \frac{x_1^3}{6} + C_1x_1 + D_1 \quad (9.22)$$

მეორე უბანი

$$El \frac{d^2 y_2}{dx_2^2} = M_2(x),$$

$$El \frac{d^2 y_2}{dx_2^2} = \frac{Fb}{l} x_2 - P(x_2 - a),$$

$$El \frac{dy_2}{dx_2} = \frac{Pb}{l} \frac{x_2^2}{2} - P \frac{(x_2 - a)^2}{2} + C_2 \quad (9.23)$$

$$El y_2 = \frac{Pb}{l} \frac{x_2^3}{6} - P \frac{(x_2 - a)^2}{6} + C_2 x_2 + D_2 \quad (9.24)$$

ინტეგრაციის ოთხი მუდმივი  $C_1, D_1, C_2, D_2$ , რომლებსაც ორუბნიანი ამოცანის შემთხვევაში ვღებულობთ, უნდა განისაზღვროს დასმული ამოცანის სასაზღვრო პირობებიდან. ჩვენს შემთხვევაში, რადგანაც  $P$  ძალის ნოდების  $C$  კვეთი ეკუთვნის ორივე უბანს, ამიტომ კვეთის მობრუნების კუთხისა და ჩალუნეის ისრის გამოთვლა შესაძლებელია ორივე უბნის განტოლებებით, და მიღებული სიდიდეები შესაბამისად ტოლი უნდა იყოს; ეს კი მოგვცემს ორ განტოლებას, ე. ი. როცა  $x_1 = x_2 = a$

$$1) \frac{dy_1}{dx_1} = \frac{dy_2}{dx_2},$$

$$2) y_1 = y_2,$$

დანარჩენი ორი განტოლება მიიღება იმ პირობიდან, რომ ჩალუნეა საყრდენ  $A$  და  $B$  კვეთებში უდრის ნულს, ე. ი.

$$\text{როცა } x_1 = 0, \text{ მაშინ } 3) y_1 = 0,$$

$$x_2 = l, \quad 4) y_2 = 0.$$

პირველ პირობას თუ (9.21) და (9.23) განტოლებებში შევიტანთ, ხოლო მეორე პირობას (9.22) და (9.24) განტოლებებში და მარჯვენა ნაწილებს ერთმანეთს გაუტოლებთ, მივიღებთ

$$C_1 = C_2 \text{ და } D_1 = D_2.$$

ამგვარად, ინტეგრაციის მუდმივები ორივე უბნისათვის შესაბამისად თანატოლია.

მესამე პირობის (9.22) განტოლებაში შეტანა მოგვცემს

$$D_1 = 0,$$

ხოლო მეოთხე პირობის (9.24) განტოლებაში ჩასმით მივიღებთ

$$0 = \frac{Pb}{l} \frac{l^3}{6} - \frac{P(l-a)^3}{6} + C_2 l;$$

აქედან

$$C_2 = \frac{Pb(l^2 - b^2)}{6l} = -\frac{Pab(l+b)}{6l}.$$

ინტეგრირების მუდმივების ზემოგამოთვლილ მნიშვნელობებს თუ შევიტანთ პირველი და მეორე უბნის მობრუნების კუთხისა და ჩალუნვის ისრის განტოლებებში, მაშინ საბოლოოდ გვექნება

პირველი უბანი

$$\Theta_1 = \frac{dy_1}{dx} = \frac{1}{EI} \left[ \frac{Pb}{l} \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{Pab(l+b)}{6l} \right], \quad (9.25)$$

$$y_1 = \frac{1}{EI} \left[ \frac{Pbx^3}{6l} - \frac{Pab(l+b)}{6l} x \right]. \quad (9.26)$$

მეორე უბანი

$$\Theta_2 = \frac{dy_2}{dx} = \frac{1}{EI} \left[ \frac{Pbx^2}{2l} - \frac{P(x-a)^2}{2} - \frac{Pab(l+b)}{6l} \right], \quad (9.27)$$

$$y_2 = \frac{1}{EI} \left[ \frac{Pbx^3}{6l} - \frac{P(x-a)^3}{6} - \frac{Pab(l+b)}{6l} x \right]. \quad (9.28)$$

ამ განტოლებების საშუალებით შეგვიძლია აღებული კოქის ნებისმიერი კვეთის მობრუნების კუთხისა და ჩალუნვის ისრის სიდიდეთა განსაზღვრა. მაგალითად, მარცხენა საყრდენი კვეთის მობრუნების კუთხე, რომ განვსაზღვროთ, საჭიროა (9.25) განტოლებაში შევიტანოთ  $x_1$ -ის მაგივრად ნული, მივიღებთ

$$\Theta_A = -\frac{1}{EI} \frac{Fab(l+b)}{6l}. \quad (9.29)$$

პარაჯვენა საყრდენი კვეთის მობრუნების კუთხის გასაგებად (9.27) განტოლებაში ჩავსვათ  $x_2 = l$ , მაშინ მცირე გარდაქმნის შემდეგ გვექნება

$$\Theta_B = \frac{1}{EI} \frac{Pab(l+a)}{6l}. \quad (9.30)$$

როცა  $a > b$ -ზე, მაშინ მაქსიმალური ჩალუნვის ისარი იქნება პირველი უბნის იმ კვეთში, სადაც  $\frac{dy_1}{dx_1}$  უდრის ნულს, ე. ი.

$$\frac{1}{EI} \left[ \frac{Pbx^2}{2l} - \frac{Pba(l+b)}{6l} \right] = 0;$$

აქედან

$$x_1 = \sqrt{\frac{a(l+b)}{3}}$$

$x_1$ -ის ეს მნიშვნელობა შევიტანოთ  $y_1$ -ის განტოლებაში, გვექნება

$$f_{max} = \frac{1}{EI} \frac{Pl}{6l} \left[ \frac{a(l+b)}{3} \cdot \frac{\sqrt{a(l+b)}}{\sqrt{3}} - \frac{a \sqrt{a(l+b)} (l+b)}{\sqrt{3}} \right] =$$

$$= \frac{1}{EI} \frac{Pab(l+b)}{18l} \left[ \frac{\sqrt{a(l+b)}}{\sqrt{3}} - \frac{3 \sqrt{a(l+b)}}{\sqrt{3}} \right],$$

საბოლოოდ

$$f_{max} = - \frac{1}{EI} \frac{Pab(l+b) \sqrt{a(l+b)}}{9 \sqrt{3} l} \quad (9.31)$$

თეორიული კვლევით დადასტურებულა, რომ  $a : b$  ფარდობის ნებისმიერი მნიშვნელობისათვის, მაქსიმალური ჩალუნვა უმნიშვნელო სიღიძობით განსხვავდება მალის შუა კვეთის ჩალუნვისაგან.

ჩვენს შემთხვევაში, როცა  $a > b$ -ზე, ძალის შუა კვეთში ჩალუნვის ისარი გასაგებად  $y_1$ -ის განტოლებაში  $x_1$ -ის მაგივრად  $\frac{l}{2}$  უნდა შევიტანოთ.

$$f_{\frac{l}{2}} = - \frac{Pb}{48EI} (3l^2 - 4b^2) \quad (9.32)$$

როცა  $P$  ძალა მოდებულია ძალის შუაში, ე. ი. როცა

$$a = b = \frac{l}{2},$$

მაშინ საყრდენი კვეთების მობრუნების კუთხე

$$\theta_A = -\theta_B = - \frac{Fl^2}{16EI} \quad (9.33)$$

და მაქსიმალური ჩალუნვის ისარი

$$f_{max} = - \frac{Pl^3}{48EI} \quad (9.34)$$

გავარჩიოთ ღუნვის დეფორმაციის განსაზღვრის რიცხვითი მაგალითები.

მაგალითი 1. ერთი ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებული ორტყეპბრი პროფილის  $N33^a$  ფოლადის კოკი, რომლის მალა  $l = 4$  მ, დატვირთულია  $q = 1,6$  ტ/მ ინტენსივობის თანაბრად განაწილებული ტვირთით. განვსაზღვროთ კოკის თავისუფალი ბოლოს ჩალუნვა და მობრუნების კუთხე.

ერთი ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებული კოქის თავისუფალი ბოლოს ჩა-  
ლუნვისა და მობრუნების კუთხის აბსოლუტური მნიშვნელობა განისაზღვრება  
(9.13 და 9.14) ფორმულების მეორე წევრით, საიდანაც

$$\theta = \frac{ql^3}{6EI} \quad \text{და} \quad f = \frac{ql^4}{8EI}.$$

ზივილოთ სიგრძის ერთეულ განზომილებად სმ, ხოლო ძალისათვის კგ.,  
მაშინ

$$l = 400 \text{ სმ}, \quad q = 16 \text{ კგ/სმ}; \quad E = 2 \cdot 10^6 \text{ კგ/სმ}^2;$$

ხოლო „გოსტ“ 10016 — 39-დან  $l = 11900 \text{ სმ}^4$ . ეს მნიშვნელობები შევიტა-  
ნოთ  $\theta$  და  $f$ -ს ფორმულებში, მაშინ მობრუნების კუთხე

$$\theta = \frac{16 \cdot 400^3}{6 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 11900} = 0,00717 \text{ რად.} = 0,412^\circ = 24'39''.$$

ჩაღუნვის ისარი

$$f = \frac{16 \cdot 400^4}{8 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 11900} = 2,15 \text{ სმ.}$$

მაგალითი 2. ორ საყრდენზე მდებარე კოქი, რომლის მალაია  $l = 5 \text{ მ}$ ,  
იღუნება მალის შუაზე მოქმედი  $P = 4 \text{ ტ}$  შეყურსული ძალით. კოქისათვის  
ნაგლინი ფოლადის პროფილი შეარჩიეთ ისე, რომ ძაბვა საშიშ კვეთში არ  
აღემატებოდეს  $1600 \text{ კგ/სმ}^2$  და მაქსიმალური ჩაღუნვა იყოს არა უმეტეს მა-  
ლის  $\frac{1}{400}$ -სა. კოქის მალის დრეკადობის მოდული  $E = 2 \cdot 10^6 \text{ კგ/სმ}^2$ .

სიმტკიცის პირობიდან კვეთის შერჩევა ხდება შემდეგი ფორმულით

$$W > \frac{M_{max}}{[\sigma]}.$$

დატვირთვის სქემის თანახმად,

$$M_{max} = \frac{Pl}{4} = \frac{4 \cdot 5}{4} = 5 \text{ ტ. მ} = 500000 \text{ კგ. სმ.}$$

საჭირო წინაღობის მომენტი

$$W > \frac{500000}{1600} = 312 \text{ სმ}^3.$$

წინაღობის მომენტის მიხედვით „გოსტ“-ი 10016 — 39-დან ვირჩევთ  
ორტესებრ პროფილს № 22<sup>ა</sup>, რომლისთვისაც  $W = 309 \text{ სმ}^3$ . კოქის საშიშ  
კვეთში უდიდესი ძაბვა

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W} = \frac{500000}{309} = 1618,1 \text{ კგ/სმ}^2 < 1600 + 5\%$$

მაშასადამე, შერჩეული პროფილი აკმაყოფილებს სიმტკიცის პირობას. ახლა კოჭი სიხისტეზე შევამოწმოთ.

ორ საყრდენზე მდებარე კოჭზე მალის შუაში შეყურსული ძალის მოქმედების დროს მაქსიმალური ჩაღუნვა გაიანგარიშება (9.34) ფორმულით, სადაც

$$f_{max} = \frac{Pl^3}{48EI}$$

პირობის თანახმად  $f_{max}$  არ უნდა აღემატებოდეს  $\frac{1}{400}$ -ს, ე. ი. დაცული უნდა იყოს კოჭის სიხისტის შემდეგი პირობა:

$$\frac{Pl^3}{48EI} \leq \frac{l}{400} \text{ ან } \frac{4000 \cdot 500^3}{48 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot I} \leq \frac{1}{400}$$

საიდანაც, სიხისტის პირობიდან კოჭის განივკვეთის საჭირო ინერციის მომენტი  $I \geq 4170$  სმ<sup>4</sup>.

სიმტკიცის პირობიდან ჩვენ მიერ შერჩეული კვეთისთვის  $I = 3400$  სმ<sup>4</sup>, რაც კოჭის სიხისტის პირობას არ აკმაყოფილებს; ამიტომ სიხისტის პირობის დაცვით ცხრილიდან ვიღებთ ორტესებრ პროფილს № 24<sup>ა</sup>, რომლისთვისაც  $I = 4570$  სმ<sup>4</sup>.

### § 3. საწყისი პარამეტრების მეთოდი

მუდმივ განივკვეთიანი კოჭის გაღუნული ლერძის დიფერენციალური განტოლების გაინტეგრალების შედეგად მიღებულ სიდიდეთა ანალიზი გვიჩვენებს, რომ გაღუნული ლერძის განტოლება შესაძლებელია შევადგინოთ დიფერენციალური განტოლების გაინტეგრალების ვარეშე.

მართლაც,

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = Mx,$$

ხოლო

$$EI \frac{dy}{dx} = \int Mx dx + C,$$

$$EIy = \int dx \int Mx dx + Cx + D.$$

თუ განუზღვრელ ინტეგრალს გამოვთვლით 0-დან  $x$  ზღვრებში — მივიღებთ

$$EI \frac{dy}{dx} = \int_0^x Mx dx + C,$$

$$EI\gamma = \int_0^x dx \int_0^x M_x dx + Cx + D.$$

თუ ინტეგრალის ზედა ზღვარს გავუტოლებთ ნულს, მივიღებთ

$$C = EI \frac{dy_0}{dx} = EI\theta_0$$

და

$$D = EI\gamma_0,$$

სადაც  $\gamma_0$  და  $\theta_0$  არის  $x=0$  კვეთის ჩალუნვის ისარი და მობრუნების კუთხე. ამგვარად,

$$EI \frac{dy}{dx} = EI\theta_0 + \int_0^x M_x dx,$$

$$EI\gamma = EI\gamma_0 + EI\theta_0 x + \int_0^x dx \int_0^x M_x dx.$$

კოორდინატთა სათავედ მივიღოთ კოჭის მარცხენა ბოლო, მაშინ  $\theta_0$  და  $\gamma_0$  იქნება კოჭის მარცხენა ბოლოს მობრუნების კუთხე და ჩალუნვის ისარი.

ვთქვათ, კოჭზე მოქმედებს შეუურსული ძალები  $P_1, P_2, \dots$ , რომლებიც კოჭის მარცხენა ბოლოდან დაცილებულია  $a_1, a_2, \dots$ , მანძილებით. ეს ძალები მობრუნების კუთხის განტოლებაში მოგვეყენოთ შემდეგ წევრებს:

$$\frac{P_1(x - a_1)^2}{2}; \quad \frac{P_2(x - a_2)^2}{2}; \quad (9.34 \text{ ა})$$

ჩალუნვის ისრის განტოლებაში კი

$$\frac{P_1(x - a_1)^3}{6}; \quad \frac{P_2(x - a_2)^3}{6}; \quad (9.34 \text{ ბ})$$

თუ კოჭზე მოქმედებს შეუურსული წვეტილი ძალები  $M_1, M_2, \dots$  მარცხენა ბოლოდან იგივე მანძილებზე, მაშინ მობრუნების კუთხის განტოლებაში მოგვეყენოთ წევრებს

$$M_1(x - a_1); \quad M_2(x - a_2); \quad (9.34 \text{ გ})$$

ხოლო ჩალუნვის ისრის განტოლებაში

$$\frac{M_1(x - a_1)^2}{2}; \quad \frac{M_2(x - a_2)^2}{2}; \quad (9.34 \text{ დ})$$

კოჭზე თანაბრად განაწილებული ტვირთის  $q_1, q_2, \dots$  მოქმედებისას, რომლის მოღება იწყება მარცხენა ბოლოდან  $a_1, a_2, \dots$  მანძილებზე და გრძელ-



დება განუწყვეტლივ კოჭის ბოლომდე, გვაძლევს მობრუნების კუთხის განტოლებაში წევრებს

$$\frac{q_1(x-a_1)^3}{6}; \quad \frac{q_2(x-a_2)^3}{6}; \quad (9.34 \text{ ე})$$

ჩალუნვის ისრის განტოლებაში კი

$$\frac{q_1(x-a_1)^4}{24}; \quad \frac{q_2(x-a_2)^4}{24}; \quad (9.34 \text{ ვ})$$

თუ ყველა ამათ შევიტანთ კოჭის გალუნული წირის განტოლებაში და  $a_1, a_2$  — შევცვლით  $a_0$ -ით, მივიღებთ მობრუნების კუთხისა და ჩალუნვის ისრის შემდეგ ზოგად განტოლებებს

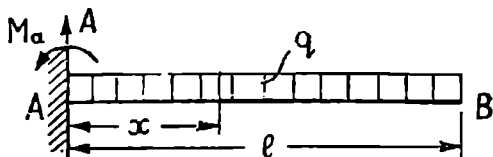
$$EI \frac{d\gamma}{dx} = EI \theta_0 + \sum M(x-a_0) + \sum \frac{P(x-a_0)^2}{2} + \sum \frac{q(x-a_0)^3}{6}; \quad (9.35)$$

$$EI\gamma = EI\gamma_0 + EI\theta_0 x + \sum \frac{M(x-a_0)^2}{2} + \sum \frac{P(x-a_0)^3}{6} + \sum \frac{q(x-a_0)^4}{24}. \quad (9.36)$$

ამ განტოლებებში  $P$  და  $q$ -ს დადებითად ვღებულობთ, თუ მიმართული არიან ქვევიდან ზევით, ხოლო შეყურსული წყვილძალა  $M$  დადებითად მიიღება, თუ მისი მიმართულება საათის ისრის მიმართულების თანხვედნილია.

გაფარჩიოთ ზემომიღებული ზოგადი განტოლებების გამოყენება კონკრეტულ მაგალითებზე.

**მაგალითი 1.** ცალი ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებული კოჭი დატვირთულია  $q$  ინტენსივობის თანაბრად განაწილებული ტვირთით (9.6). შევადგინოთ მობრუნების კუთხისა და ჩალუნვის ისრის განტოლებები.



ნახ. 9.7

რადგანაც კოჭის მარცხენა ბოლო ხისტადაა ჩამაგრებული, ამიტომ  $\theta_0=0$  და

$\gamma_0=0$ . ხოლო  $x$  კვეთის მარცხნივ მდებარე ძალებია  $A=qx$ ,  $M_a=-\frac{qx^2}{2}$

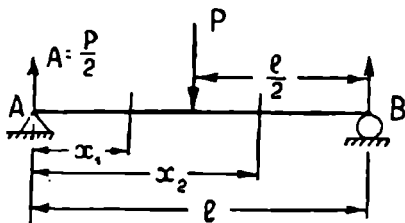
და თანაბრად განაწილებული ტვირთი. —  $q$ . ამ სიდიდეთა გათვალისწინებით (9.35 და 9.36) განტოლებები მოგვეცემს

$$EI \frac{dy}{dx} = -\frac{ql^3}{2} \cdot x + \frac{ql \cdot x^2}{2} - \frac{qx^3}{6} = \frac{ql^3 x}{2} \left( \frac{x}{l} - 1 - \frac{x^2}{3l^2} \right), \quad (9.37)$$

$$EI y = -\frac{ql^3}{2} \frac{x^2}{2} + \frac{ql \cdot x^3}{6} - \frac{qx^4}{24} = \frac{ql^3 x^3}{2} \left( \frac{x}{3l} - \frac{1}{2} - \frac{x^2}{12l^2} \right) \quad (9.38)$$

კოქის თავისუფალ B ბოლოს დეფორმაციის განსასაზღვრავად, საჭიროა ამ განტოლებებში შევიტანოთ  $x = l$ , მივიღებთ

$$\theta_B = -\frac{ql^3}{6EI} \quad \text{და} \quad y_B = -\frac{ql^4}{8EI}.$$



ნახ. 9.7

მაგალითი 2. ორ საყრდენზე მდებარე კოქის მალის შუაში მოქმედებს შეყურსული ძალა  $P$  (9.7). შევადგინოთ მობრუნების კუთხისა და ჩალუნვის ისარის განტოლებები.

მოცემული გვაქვს ორი უბანი: პირველი უბნისათვის დაიწერება შემდეგი განტოლებები

$$EI \frac{dv_1}{dx} = EI\theta_0 + \frac{P}{2} \cdot \frac{x_1^2}{2},$$

$$EIv_1 = EI\gamma_0 + EI\theta_0 x_1 + \frac{P}{2} \cdot \frac{x_1^3}{6},$$

ხოლო მეორე უბნისათვის

$$EI \frac{dv_2}{dx} = EI\theta_0 + \frac{P}{2} \frac{x_2^2}{2} - \frac{P \left( x_2 - \frac{l}{2} \right)^2}{2},$$

$$EIv_2 = EI\gamma_0 + EI\theta_0 x_2 + \frac{P}{2} \frac{x_2^3}{6} - \frac{P \left( x_2 - \frac{l}{2} \right)^3}{6}.$$

რადგანაც კოქის მარცხენა ბოლო სახსრულადაა დამაგრებული, ამიტომ  $\gamma_0 = 0$ , ხოლო  $\theta_0$  მოიძებნება პირობიდან  $x_1 = l$ ,  $v_1 = 0$ . თუ შევიტანთ ამას  $v_2$ -ს განტოლებაში, მივიღებთ

$$0 = EI\theta_0 l + \frac{Pl^3}{12} - \frac{P \left( \frac{l}{2} \right)^3}{6};$$

$$\theta_0 = -\frac{PP^2}{16EI}.$$

შევიტანოთ  $y_0$  და  $\Theta_0$ -ს მნიშვნელობები პირველი უბნის განტოლებებში, მივიღებთ

$$EI \frac{dy_1}{dx} = EI \left( -\frac{Pl^2}{16EI} \right) + \frac{Px^2_1}{4} = -\frac{Pl^2}{16} + \frac{Px^2_1}{4} = \\ = \frac{Pl^2}{16} \left( \frac{4x^2_1}{l^2} - 1 \right),$$

$$EI y_1 = -\frac{Pl^2}{16} x_1 + \frac{Px^3_1}{12} = \frac{Pl^2 x_1}{16} \left( \frac{4x^2_1}{3l^2} - 1 \right);$$

მეორე უბნის განტოლებებიდან გვექნება

$$EI \frac{dy_2}{dx} = -\frac{Pl^2}{16} + \frac{Px^2_2}{4} - \frac{P \left( x_2 - \frac{l}{2} \right)^2}{2},$$

$$EI y_2 = -\frac{Pl^2}{16} x_2 + \frac{Px^3_2}{12} - \frac{P \left( x_2 - \frac{l}{2} \right)^3}{6}.$$

თუ მალის შუაში გვინდა ჩაღუნვის ისრის განსაზღვრა, საჭიროა  $y_1$ -ის განტოლებაში შევიტანოთ  $x_1 = \frac{l}{2}$ ,

მივიღებთ:

$$y_1 = -\frac{Pl^3}{48EI}.$$

#### § 4. ღუნვის დეფორმაციების განსაზღვრა გრაფო-ანალიზური ხერხით

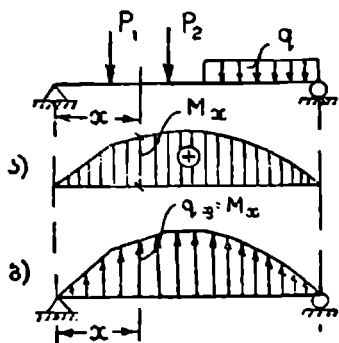
ანალიზური ხერხით დეფორმაციის განსაზღვრისას ჩვენ ვღებულობთ კოქის სიგრძეზე ჩაღუნვის ისრისა და მობრუნების კუთხის ცვალებადობის ამსახველ განტოლებებს, რომლის საშუალებითაც შეგვიძლია ნებისმიერი კვეთისათვის მათი მნიშვნელობების განსაზღვრა. რამდენიმე უბნიანი კოქისათვის ანალიზური ხერხით დეფორმაციების გამოთვლა საკმაოდ შრომატევადია. პრაქტიკულად უმრავლეს შემთხვევაში საჭიროა კოქის გარკვეული კვეთის ჩაღუნვის ისრის ან მობრუნების კუთხის განსაზღვრა, რაც საკმაოდ ადვილად გამოითვლება გრაფო-ანალიზური ხერხის საშუალებით.

ვთქვათ, კოქი დატვირთულია ნებისმიერი ტვირთით, ამ კოქის ვალუნული ღერძის დიფერენციალურ განტოლებას, როგორც ცნობილია, შემდეგ სახე აქვს

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = M_x \quad (9.39)$$

აგრეთვე ვიცით, რომ მლუნავ მომენტსა და დატვირთვის ინტენსივობას შორის შემდეგი დიფერენციალური დამოკიდებულება არსებობს

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = q. \quad (9.40)$$



ნახ. 9.8

გავარჩიოთ, რა შემთხვევაში გვექნება (9.40 და 9.39) განტოლებათა მარჯვენა მხარეების ტოლობა.

ამ განტოლებათა მარჯვენა სიდიდეები ტოლი გვექნება მაშინ, თუ ავიღებთ საანგარიშო კოქის სიგრძის ფიქტიურ კოქს და ამ ფიქტიური კოქის დატვირთვად მივიღებთ საანგარიშო კოქის მლუნავი მომენტის ეპიურას, როგორც განაწილებულ ფიქტიურ ტვირთად.

თუ წარმოდგენითი კოქისთვის გამოთვლილ ყველა სიდიდეს მივცემთ ინდექს „ფ“ (ფიქტიურს), გვექნება:

$$\frac{d^2 M_{ფ}}{dx^2} = q_{ფ}. \quad (9.41)$$

ამგვარად, (9.39 და 9.41) განტოლებების მარჯვენა სიდიდეები ტოლებია, მაშინ შეგვიძლია მარცხენა სიდიდეთა ტოლობაც დაწვეროთ. ამ, რად, ვლებულაობთ

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d^2 M_{ფ}}{dx^2}.$$

გავაინტეგრალოთ ამ განტოლების ორივე მხარე ორჯერ და ფიქტიური კოქის სასაზღვრო პირობები დავიცვათ ისე, რომ მარცხენა და მარჯვენა ინტეგრაციის მუდმივები გამოვიდეს ტოლი. შემოაღნიშნულის გათვალისწინების შემდეგ გაინტეგრალებიდან მივიღებთ

$$EI \frac{dy}{dx} = \frac{dM_{ფ}}{dx},$$

$$EI y = M_{ფ}.$$

როგორც ვიცით, მლუნავი მომენტის წარმოებული ტოლია განივი ძალის, ე. ი.

$$\frac{dM_{ფ}}{dx} = Q_{ფ}.$$

საბოლოოდ გვექნება

$$\frac{dy}{dx} = \theta = \frac{Q_{ფ}}{EI}, \quad (9.42)$$

$$\gamma = \frac{M_{\Phi}}{EI}$$

(9.43)

ამგვარად, საანგარიშო კოჭის ნებისმიერი კვეთის მობრუნების კუთხე ტოლია, ფიქტიური კოჭის განივი ძალა ამავე კვეთში შეფარდებული ნამდვილი კოჭის სიხისტეზე.

საანგარიშო კოჭის ნებისმიერი კვეთის ჩალუნვის ისარი ტოლია, ფიქტიური კოჭის მლუნავი მომენტი ამავე კვეთში შეფარდებული ნამდვილი კოჭის სიხისტეზე.

ფიქტიური კოჭისათვის სასაზღვრო პირობების დაცვა ნიშნავს, საყრდენები მოვეწყოთ ფიქტიურ კოჭს ისე რომ, სადაც ნამდვილ კოჭში მობრუნების კუთხე ნულის ტოლია, იმ კვეთში ფიქტიური კოჭის განივი ძალა ნულის ტოლი იყოს, ხოლო სადაც ნამდვილ კოჭში ჩალუნვის ისარი ტოლია ნულის, იმ კვეთში ფიქტიური კოჭის მლუნავი მომენტი ნულის ტოლი იყოს.

ნამდვილი კოჭის რომელი კვეთებისათვისაც ჩალუნვის ისარი და მობრუნების კუთხე არ უდრის ნულს, ფიქტიური კოჭის შესაბამის კვეთებში  $M_{\Phi}$  და  $Q_{\Phi}$  არ უნდა იყოს ნულის ტოლი.

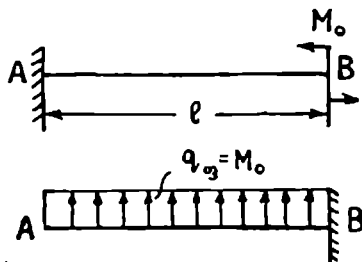
ამგვარად, თუ ნამდვილი კოჭის მარცხენა ბოლო ხისტადაა ჩამაგრებული და მარჯვენა ბოლო ჩამაგრებისაგან თავისუფალი, მაშინ ფიქტიური კოჭის მარჯვენა ბოლო ხისტად უნდა იყოს ჩამაგრებული და მარცხენა თავისუფალი. ორ საყრდენზე თავისუფლად მდებარე კოჭის შესაბამისი ფიქტიური კოჭიც იქნება იგივე ორ საყრდენზე მდებარე.

ამგვარად, ყველა სახის სტატიკურად რკვევადი კოჭებისთვის ადვილად ნოიძებნება შესაბამისი სტატიკურად რკვევადი ფიქტიური კოჭი.

ჩალუნვის ისრისა და მობრუნების კუთხის ნიშანთა, წესი, იგივე რომ დარჩეს, რაც ანალიზური ხერხის დროს გვქონდა, საჭიროა: თუ ნამდვილი კოჭის, მლუნავი მომენტის ეპიურა დადებითია, მაშინ ფიქტიური კოჭის დატვირთვის ინტენსივობა  $q_{\Phi}$  მივმართოთ ქვევიდან ზევით; ხოლო, თუ ნამდვილი კოჭის მლუნავი მომენტის ეპიურა უარყოფითია, მაშინ ფიქტიური კოჭის დატვირთვის ინტენსივობა მივმართოთ ზევიდან ქვევით.  $M_{\Phi}$  და  $Q_{\Phi}$ -ს გამოთვლისას მათი ნიშნები მიიღება იგივე წესით, რაც ჩვეულებრივი კოჭის მლუნავი მომენტისა და განივი ძალისთვის გვქონდა მიღებული.

გავარჩიოთ გრაფო-ანალიზური ხერხის გამოყენება კონკრეტულ მაგალითებზე.

მაგალითი 1. კოჭი  $AB$ , რომლის სიგრძე უდრის  $l$ -ს,  $A$  ბოლოთი ხისტადაა ჩამაგრებული და  $B$  ბოლოზე მოქმედებს წყვილ-ძალა  $M_0$  (ნახ. 9.9). განვსაზღვროთ რას უდრის კოჭის  $B$  კუთხის ჩალუნვის ისარი და მობრუნების



ნახ. 9.9

ეპიურას მივიღებთ როგორც ფიქტიური კოჭის დატვირთვას. რადგანაც საანგარიშო კოჭის მლუნავი მომენტის ეპიურა დადებითია, ამიტომ ფიქტიური კოჭის დატვირთვის ინტენსივობას მივმართავთ ქვევიდან ზევით. ფიქტიური კოჭის საყრდენებს შევარჩევთ შემოგარჩეული მითითების თანახმად,  $A$  ბოლო უნდა იყოს ჩამაგრებისაგან თავისუფალი, ხოლო  $B$  ბოლო — ხისტად ჩამაგრებული.

საანგარიშო კოჭის  $B$  კვეთის ჩალუნვის ისრის გასაგებად საჭიროა ვიპოვოთ მლუნავი მომენტის მნიშვნელობა ფიქტიური კოჭის  $B$  კვეთში

$$M_{\text{ფბ}} = M_0 l \cdot \frac{l}{2} = \frac{M_0 l^2}{2}.$$

ვიციტ

$$f_B = \frac{M_{\text{ფბ}}}{EI};$$

ამგვარად,

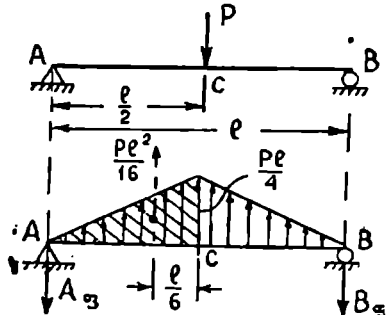
$$f_B = \frac{M_0 l^3}{2EI}. \quad (9.44)$$

საანგარიშო კოჭის  $B$  კვეთის მობრუნების კუთხე  $\Theta_B = \frac{Q_{\text{ფბ}}}{EI}$ , სადაც  $Q_{\text{ფბ}}$  არის განივი ძალა ფიქტიური კოჭის  $B$  კვეთში. აღებულ მაგალითში  $Q_{\text{ფბ}} = -M_0 l$ . ამგვარად,

$$\Theta_B = \frac{M_0 l}{EI}. \quad (9.45)$$

$f_B$  და  $\Theta_B$  დადებითი ნიშანი გვიჩვენებს, რომ საანგარიშო კოჭის  $B$  კვეთი გადაადგილებულა ზევით და მობრუნებულა საათის ისრის საწინააღმდეგოდ.

მაგალითი 2. ორ საყრდენზე მდებარე  $AB$  კოჭი დატვირთულია მალის



ნახ. 9.10

შუაზე მოქმედ  $P$  ძალით (9.10). განვსაზღვროთ საყრდენი კვეთების მობრუნების კუთხე და მალის შუა კვეთის ჩალუნვის ისარი.

საანგარიშო კოჭის მლუნავი მომენტის ეპიურა, რომელსაც სამკუთხედის სახე აქვს, მაქსიმალური ორდინატით  $\frac{Pl}{4}$ -ზე, მოვდით ფიქტიურ კოჭს, როგორც დატვირთვა.

რადგანაც მლუნავი მომენტის ეპიურა დადებითია, ამიტომ ფიქტიური დატვირთვის ინტენსივობა უნდა მივ-

მართოთ ზევით. ფიქტიური რეაქციები მოიძებნება. როგორც ჩვეულებრივ

კოქისათვის; ჩვენს მაგალითში ტვირთის სიმეტრიულობის თანახმად, რეაქციები თანატოლია და უდრის მთლიანი დატვირთვის ნახევარს.

ამგვარად,

$$A_{\text{ფ}} = B_{\text{ფ}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{Pl}{4} = \frac{Pl^2}{16}$$

საყრდენ კვეთებში ფიქტიური განივი ძალა, სიდიდით ფიქტიური რეაქციების ტოლია, ხოლო მობრუნების კუთხე საყრდენი კვეთების შესაბამისად ტოლი იქნება

$$\left. \begin{aligned} \theta_A &= \frac{Q_{\text{ფ}A}}{EI} = -\frac{A_{\text{ფ}}}{EI} = -\frac{Pl^2}{16EI}; \\ \theta_B &= \frac{Q_{\text{ფ}B}}{EI} = \frac{B_{\text{ფ}}}{EI} = \frac{Pl^2}{16EI}. \end{aligned} \right\} \quad (9.46)$$

$\theta_A$  და  $\theta_B$ -ს ნიშნები გვიჩვენებს, რომ საანგარიშო კოქის  $A$  კვეთი მობრუნებულა საათის ისრის მიმართულებით, ხოლო  $B$  კვეთი საათის ისრის საწინააღმდეგოდ.

მაღის შუა კვეთის ჩალუნვის სიდიდის გასაგებად, საჭიროა განვსაზღვროთ ფიქტიური მღუნავე ძომენტი შესაბამის  $C$  კვეთში. თუ ნახაზს დაეაკვირდებით, ადვილად დაეწერთ, რომ:

$$M_{\text{ფ}C} = -A_{\text{ფ}} \cdot \frac{l}{2} + \frac{Pl^2}{16} \cdot \frac{l}{6} = -\frac{Pl^2}{16} \cdot \frac{l}{2} + \frac{Pl^3}{96} = -\frac{Pl^3}{48},$$

ხოლო ჩალუნვის ისარი

$$f_c = \frac{M_{\text{ფ}C}}{EI} = -\frac{Pl^3}{48EI}. \quad (9.47)$$

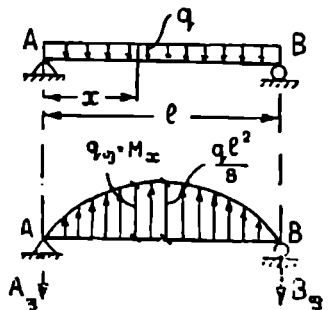
უარყოფითი ნიშანი გვიჩვენებს, რომ  $C$  კვეთი გადაადგილებულა ქვევით.

მაგალითი 3. ორ საყრდენზე მდებარე კოქი დატვირთულია თანაბრად განაწილებული ტვირთით (ნახ. 9.11); განვსაზღვროთ საყრდენი კვეთების მობრუნების კუთხე და მაღის შუა კვეთის ჩალუნვის ისარი.

საანგარიშო კოქის მღუნავე მომენტის ებიურა, რომელიც წარმოადგენს კვადრატულ პარაბოლს, უნდა მოვდოთ ფიქტიურ კოქს, როგორც დატვირთვა.

ფიქტიური ტვირთის ფართობი  $\omega$  შემდეგნაირად გამოითვლება

$$\omega = \int_0^l M_x dx = \int_0^l \left( \frac{ql}{2} x - \frac{qx^2}{2} \right) dx = \frac{ql^3}{12}.$$



ნახ. 9.11

დატვირთვის სიმეტრიულ ობის გამო ფიქტიური რეაქციები

$$A_{\text{ფ}} = B_{\text{ფ}} = \frac{ql^3}{24},$$

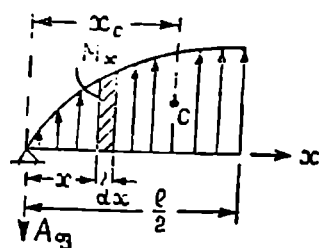
ხოლო საყრდენი კვეთების მობრუნების კუთხე

$$\theta_A = \frac{Q_{\text{ფ}A}}{EI} = \frac{-A_{\text{ფ}}}{EI} = -\frac{ql^3}{24EI},$$

ხოლო

$$\theta_B = \frac{Q_{\text{ფ}B}}{EI} = \frac{B_{\text{ფ}}}{EI} = \frac{ql^3}{24EI}.$$

ყ†



ნახ. 9.12

მალის შუა კვეთის ჩალუნვის ისარი  $f_{\frac{l}{2}} = \frac{M_{\text{ფ}}}{EI}$ , სადაც  $M_{\text{ფ}}$  არის მალის შუა კვეთში ფიქტიური მღუნავი მომენტი.  $M_{\text{ფ}}$ -ის განსასაზღვრავად საჭიროა ვიცოდეთ მალის ნახევარზე მოსული ფიქტიური დატვირთვის სიმძიმის ცენტრის მდებარეობა (ნახ. 9.12

$$x_c = \frac{S_y}{\frac{\omega}{2}}, \quad \frac{\omega}{2} = \frac{ql^2}{24};$$

$$S_y = \int_0^{l/2} M_x dx \cdot x = \int_0^{l/2} \left( \frac{ql}{2} x - \frac{qx^2}{2} \right) x dx = \frac{5ql^4}{384}.$$

თუ შევიტანთ  $x_c$ -ს გამოსახულებაში, მივიღებთ

$$x_c = \frac{5ql^4 \cdot 24}{384 \cdot ql^2} = \frac{5l}{16},$$

ხოლო  $C$  ცენტრის დაშორება მალის შუა კვეთიდან ტოლია:

$$\frac{l}{2} - x_c = \frac{l}{2} - \frac{5l}{16} = \frac{3l}{16};$$

ამგვარად,

$$M_{\text{ფ}} = -A_{\text{ფ}} \cdot \frac{l}{2} + \frac{3l}{16} = -\frac{ql^3}{24} \cdot \frac{l}{2} + \frac{ql^3}{24} \cdot \frac{3l}{16},$$

$$M_{\text{ფ}} = -\frac{5ql^4}{384}.$$



ათ  $M_{\text{ფ}}$  -ის მნიშვნელობას შევიტანთ  $f_{1,2}$  — ფორმულაში, მივიღებთ

$$f_{1,2} = \frac{5ql^3}{384EI}$$

### § 6. ენერგეტიკული მეთოდი

დ ე ფ ო რ მ ი რ ე ბ უ ლ ი ს ხ ე უ ლ ი ს პ ო ტ ე ნ ც ი უ რ ი ე ნ ე რ გ ი ა

სხეულზე ძალის მოქმედებისას ის იცვლის ფორმას და ზომებს, რასაც ზოგად შემთხვევაში მოსდევს მისი სტრუქტურული, სითბური და ელექტრომაგნიტური მდგომარეობის ცვლილება. ამავ დროს დეფორმირებულ სხეულს აქვს უნარი ძალის მოხსნის შემდეგ შეასრულოს მექანიკური მუშაობა, ე. ი. ინარჩუნებს გარკვეული რაოდენობით პოტენციურ ენერგიას.

ამგვარად, ენერგიის მუდმივობის კანონის თანახმად, სხეულის დეფორმაციაზე დახარჯული ენერგია, გარდაიქმნება, ერთის მხრივ, პოტენციური ენერგიად, პოლო, მეორეს მხრივ, სითბურ, ელექტრულ და მაგნიტურ მოვლენებზე დახარჯულ ენერგიად. სხეულის დეფორმაციაზე დახარჯული სრული ენერგიიდან პოტენციური ენერგია, ძალის მოხსნის შემდეგ, უკან გვიბრუნდება, ე. ი. ის დაკავშირებულია დრეკად დეფორმაციასთან. რადგანაც იდეალურად დრეკადი სხეულები არ არსებობენ. ამიტომ დრეკად დეფორმაციის ფარგლებშიც ენერგიის ნაწილი იხარჯება სითბურ და ელექტრულ მოვლენებზე, მაგრამ ეს იმდენად მცირეა პოტენციურ ენერგიასთან შედარებით, რომ შეგვიძლია უგულვებელყოთ.

ამგვარად, ზემოაღნიშნულიდან შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ დრეკად დეფორმაციის ფარგლებში პოტენციური ენერგიის ნაზრდი, დეფორმაციის ენერგიის ნაზრდის ტოლია.

ეს დასკვნა მართებულია დრეკად დეფორმაციის ფარგლებში ძალის სტატიკურად მოქმედების დროს, რაც იმას ნიშნავს, რომ კონსტრუქციის ერთი ნაწილიდან მეორეზე ძალის გადაცემის დროს არ იცვლება ამ ნაწილების მოძრაობის ხასიათი, ე. ი. სიჩქარე რჩება მუდმივი და არ არსებობს აჩქარება. მაშასადამე, სტატიკური დატვირთვისას დროის ყოველ მომენტში ადგილი ექნება წონასწორობას საანგარიშო ელემენტის გარე და შიგა ძალებს შორის. ამგვარად, კონსტრუქციის დეფორმაცია, მასში ძაბვები და რეაქცია, ასწრებს ზრდას გარე ტვირთის ზრდის შესაბამისად.

შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ერთი სახის პოტენციური ენერგია მთლიანად გადადის მეორე სახეში, თუ დეფორმაცია მიმდინარეობს სისტემის წონასწორობის დაურღვევლად. ენერგიის ერთი სახიდან მეორეში გადასვლის საზომად მიიღება კონსტრუქციაზე მოქმედი ძალების მიერ შესრულებული მუშაობის რაოდენობა.

ზემოაღნიშნულის შესაბამისად შეგვიძლია დავწეროთ

$$U = A_p,$$

სადაც  $U$  არის დრეკადი დეფორმაციის პოტენციური ენერგია, ხოლო  $A_p$  — გარე ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა.

უნდა გვახსოვდეს, რომ გარე ძალების მიერ შესრულებული მუშაობა კი არ გადადის დეფორმაციის პოტენციურ ენერგიაში, არამედ წარმოადგენს მხოლოდ დრეკადი დეფორმაციის პოტენციური ენერგიის რიცხვით საზომს.

დრეკადი დეფორმაციის სხვადასხვა შემთხვევისათვის პოტენციური ენერგიის განსაზღვრა

ა) ღერძული გაჭიმვა ან კუმშვა. როგორც ღერძული გაჭიმვისა და კუმშვის შესწავლის დროს ვნახეთ, ძალის სტატიკურად მოდების დროს გარე ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა  $A_p = \frac{P\Delta l}{2}$ , რადგანაც დრეკადი დეფორმაციის პოტენციური ენერგია  $U$  რიცხობრივად ტოლია  $A_p$ -სი ამიტომ შეგვიძლია დავწეროთ

$$U = \frac{P\Delta l}{2}, \text{ სადაც } \Delta l = \frac{Pl}{EF}$$

ამგვარად,

$$U = \frac{P^2 l}{2EF} \quad (9.48)$$

თუ გვაქვს კონსტრუქცია, რომელიც შედგება  $n$  გაჭიმული და შეკუმშული ღეროებისაგან, მაშინ ასეთი კონსტრუქციის პოტენციური ენერგია ტოლია

$$U = \sum_{i=1}^n \frac{P_i^2 l_i}{2E_i F_i} \quad (9.49)$$

სადაც ინდექსი  $i$  გვიჩვენებს შესაბამისი ღეროს ნომერს.

ბ) გრეხვა. ვთქვათ, ლილვის  $l$  უბანში მოქმედებს მგრეხავი მომენტო  $M_b$ , სადაც შესაბამისი გრეხვის კუთხე ტოლია  $\Theta$ -სი, მაშინ

$$U = \frac{M_b \Theta}{2},$$

რადგანაც

$$\Theta = \frac{M_b l}{GI_p}$$

მივიღებთ

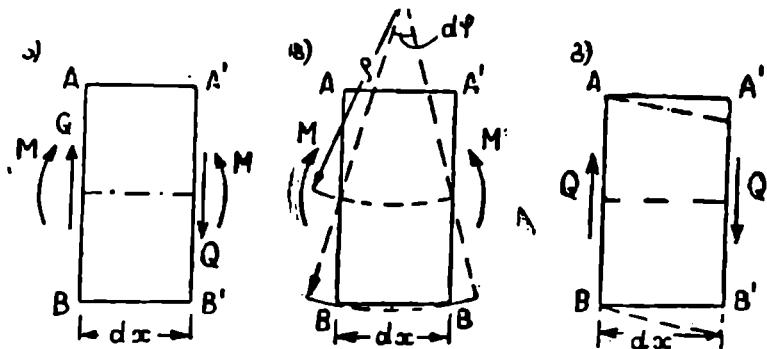
$$U = \frac{M_b^2 l}{2GI_p} \quad (9.50)$$

იმ შემთხვევაში, თუ ლილვს აქვს დატვირთვის სქემის მიხედვით  $m$  უბანი სხვადასხვა მგრეხავი მომენტით, მაშინ

$$U = \sum_{i=1}^m \frac{M_i^2 l_i}{2GI_{pi}} \quad (9.51)$$

სადაც  $M_i$ ,  $l_i$  და  $I_{pi}$  არის ლილვის  $i$  უბნის მგრეხავი მომენტი, სიგრძე და ინერციის პოლარული მომენტი.

ბ) ლუნვა. ლუნვის ზოგადი შემთხვევისას პოტენციური ენერჯიის.



ნახ. 9.13

გამოსათვლელად, გამოვყოთ კოჭიდან  $dx$  სიგრძის ელემენტი. გამოყოფილ ელემენტზე მოქმედებს მლუნავი მომენტი  $M$  და განივი ძალა  $Q$  (ნახ. 9.13 ა). გამოყოფილი ელემენტის პოტენციური ენერჯია გამოისახება შემდეგი ფორმულით

$$du = \frac{1}{2} M \delta_m + \frac{1}{2} Q \delta_Q.$$

$\delta_m$  და  $\delta_Q$  არის  $M$  და  $Q$ -ს შესაბამისი გადაადგილებები. ჩვენს შემთხვევაში  $\delta_m = d\varphi$  და  $\delta_Q = \Delta S$  (ნახ. 9.13 ბ).

$d\varphi$  ესაზღვრავთ შემდეგი პირობიდან  $dx = \rho d\varphi$ , სადაც  $\rho$  არის ნეიტრალური ზრის სიმრუდის რადიუსი, ვიცით, რომ

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}, \text{ ამგვარად, } d\varphi = \frac{M dx}{EI}.$$

გამოყოფილი ელემენტის პოტენციური ენერჯია მართო მომენტის მოქმედებით ტოლი იქნება

$$\frac{1}{2} M d\varphi = \frac{M^2 dx}{2EI}.$$

ახლა გამოვთვალოთ განზახილველ ელემენტზე განივი ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა.

ვლევით,  $AB$  კვეთი (ნახ. 9.13 გ) უძრავადაა დამაგრებული, მაშინ  $A'B'$  კვეთის ნებისმიერ  $dF$  ფართობზე გვექნება ძვრის ძალა  $\tau dF$ , რომლის გადაადგილება იქნება ამ ფართობის აბსოლუტური ძვრა ჩამაგრებული კვეთის უწყაბანისი ფართობის მიმართ და გამოისახება შემდეგი სიდიდით  $\frac{\tau dx}{G}$ , სა-

დაც  $\tau = \frac{QS}{Ib}$ . აქედან გამომდინარეობს, რომ ძვრის ძალის სრული მუშაობა

$dx$  სიგრძის ელემენტზე ამ ძალის თანდათანობით ზრდის დროს იქნება ძვრის ძალიან და აბსოლუტური ძვრის ნამრავლის ნახევრის ტოლი.

ანგვარად.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} Q \delta Q &= \int_F \tau dF \cdot \frac{\tau dx}{2G} = \frac{Q^2 dx}{2GI^2} \int_F \frac{S^2}{b^2} dF = \\ &= \mu \frac{Q^2 dx}{2GF}, \text{ სადა } \mu = \frac{F}{I^2} \int_F \frac{S^2}{b^2} dF. \end{aligned}$$

ადვილად შესამჩნევია, რომ  $\mu$  არის განყენებული რიცხვი, რომელიც დამოკიდებულია მხოლოდ განივი კვეთის ფორმაზე. სწორკუთხოვანი კვეთისათვის  $\mu = 1,2$ , წრიული კვეთისათვის  $\mu = 1,18$ , ხოლო ორტესებრი კვეთის ნაგლანი პროფილისათვის მიახლოებით  $\mu = \frac{F}{F_{\text{კვ}}}$ , სადაც  $F_{\text{კვ}}$  არის ორტესებრი პროფილის ვერტიკალური კედლის ფართობი.

ვამოყოფილი ელემენტის სრული პოტენციური ენერგია იქნება

$$dU = \frac{M^2 dx}{2EI} + \mu \frac{Q^2 dx}{2GF};$$

მთელი კოჭისათვის კი:

$$U = \int_0^l \frac{M^2 dx}{2EI} + \mu \int_0^l \frac{Q^2 dx}{2GF}. \quad (9.52)$$

ღუნვის დროს პოტენციური ენერგიის სიდიდის გამოსათვლელად განივი ძალის გავლენით მიღებულ წვევს, სიმციროს გამო, მხედველობაში არ იღებენ, რომლის გათვალისწინებისას ვევექნება

$$U = \int_0^l \frac{M^2 dx}{2EI}. \quad (9.53)$$

აუ კოჭის მთელ სიგრძეზე მღუნავი მომენტი მუდმივია,

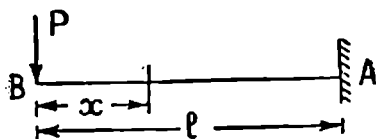
$$U = \frac{M^2 l}{2EI}. \quad (9.54)$$

კონსტრუქციისთვის, რომელსაც ღუნვაზე მომუშავე  $k$  ღერო აქვს, პოტენციური ენერგია განივი ძალის გავლენის მხედვილობაში მიუღებლად შემდეგი ფორმულით გამოითვლება

$$U = \sum_{i=1}^k \int_0^{l_i} \frac{M^2 dx}{2E_i I_i} \quad (9.55)$$

მაგალითი. გამოთვალეთ პოტენციური ენერგია მუდმივი განივი ძალის ცალი ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებული კოვისათვის, რომლის თავისუფალ ბოლოზე მოქმედებს შეყურსული ძალა  $P$  (ნახ. 9.14) ვიცით:

$$U = \int_0^l \frac{M^2 dx}{2EI} = \frac{1}{2EI} \int_0^l M^2 dx.$$



ნახ. 9.14

ჩვენს მაგალითში

$$M = -Px;$$

ამგვარად,

$$U = \frac{1}{2EI} \int_0^l (-Px)^2 dx = \frac{Pl^3}{6EI}.$$

როდესაც პოტენციური ენერგია ცნობილია, შეგვიძლია ძალის მოღების კვეთის გადაადგილება გამოთვალეთ; ვიცით, რომ

$$U = \Delta_r = \frac{1}{2} P \cdot f, \text{ აქედან } f = \frac{2U}{P}.$$

შევიტანოთ  $U$ -ს მნიშვნელობა, მივიღებთ:

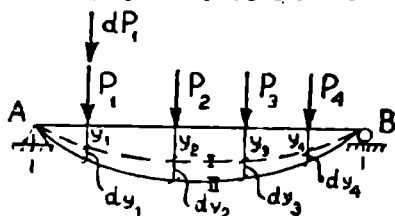
$$f_B = \frac{Pl^3}{3EI}.$$

## § 6. კასტილიანოს თეორემა

გამოთვალეთ კვეთის გადაადგილება, რომელშიაც მოქმედებს ძალა დრეკადი დეფორმაციის პოტენციური ენერგიის საშუალებით.

ვთქვათ, მოცემულია ორ საყრდენზე მდებარე კოჭი, რომელიც დატვირთულია  $P_1, P_2, P_3, P_4, \dots$  შეყურსული ძალებით. ამ ძალების მოქმედებით კოჭი გაიღუნება და ძალის მოღების კვეთის ჩალუნის ისარი შესაბამისად აღინიშნება

$y_1, y_2, y_3, y_4, \dots$ ; დეფორმირებული კოქი ძალების მოქმედებით რჩება წონასწორობაში და კოქის გაღუნული ლერძი დაიკავებს I მდებარეობას (ნახ. 9.15).



ნახ. 9.15

ვთქვათ, გვინდა განვსაზღვროთ  $P_1$  ძალის მოღების კვეთის შესაბამისი გადაადგილება  $y_1$ . ამისათვის  $P_1$  ძალას მივცეთ ნაზრდი  $dP_1$ , სადაც ძალა  $dP_1$  მოვდოთ კოქს თანდათანობით. დამატებული ძალის მოქმედებით კოქის ლერძი დაიკავებს II მდებარეობას (ნახ. 9.15).

I მდგომარეობიდან II მდგომარეობაში გადასვლის დროს კოქის პოტენციური ენერჯიის ნაზრდი ტოლი იქნება კოქზე მოქმედი ძალების მიერ მის I მდგომარეობიდან II მდგომარეობაში გადასვლის დროს შესრულებული მუშაობის.

ამგვარად,

$$dU = dA \quad (9.56)$$

დეფორმაციის პოტენციური ენერჯიის ნაზრდი  $dU$  წარმოადგენს კოქზე მოქმედი  $P_1, P_2, P_3, P_4, \dots$  დამოუკიდებლად ძალების ფუნქციას და წარმოიშვა ერთ-ერთი დამოუკიდებელი ცვლადის  $P_1$  ძალის მცირე ნაზრდის შედეგად.

როგორც ცნობილია, რთული ფუნქციის დიფერენციალი ტოლია

$$dU = \frac{\partial U}{\partial P_1} dP_1 \quad (9.57)$$

კოქის I მდგომარეობიდან II მდგომარეობაში გადასვლისას გარე ძალების მიერ შესრულებული მუშაობის ნაზრდი

$$dA = A_2 - A_1.$$

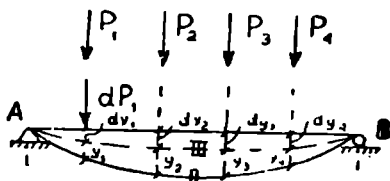
აქ  $A_1$  არის კოქის I მდგომარეობის შესაბამისი გარე ძალების სტატიკურად მოღების დროს შესრულებული მუშაობა,

ამგვარად,

$$A_1 = \frac{1}{2} P_1 y_1 + \frac{1}{2} P_2 y_2 + \frac{1}{2} P_3 y_3 + \frac{1}{2} P_4 y_4 \dots$$

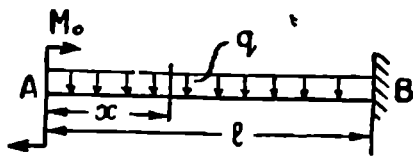
ხოლო  $A_2$  — კოქის II მდგომარეობის შესაბამისი გარე ძალების მიერ შესრულებული მუშაობა.

ჩვენ ვიცით, რომ გარე ძალების მიერ შესრულებული მუშაობის სიდიდე დამოკიდებულია ლერძის დეფორმაციის საბოლოო ფორმაზე და დამოკიდებული არაა



ნახ. 9.16

მოქმედი ძალების მოდების თანმიმდევრობაზე. ამიტომ კოჭის მეორე ფორმის მისაღებად უკრ მოვდოთ  $dP_1$ , რომელიც მოგვცემს კოჭის დეფორმირებული ლერძის III ფორმას (ნახ. 9.16), ხოლო მეორე მოვდოთ  $P_1, P_2, P_3, P_4$  ძალები სტატიკურად და მივიღებთ კოჭის გაღუნული ლერძის II ფორმას.



ნახ. 9.16

III ფორმის შესაბამისი გარე ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა ტოლია  $\frac{1}{2} dP_1 \cdot dy_1$ , ხოლო III-დან II ფორმაში გადასვლისას  $P_1, P_2, P_3, P_4$  ძალები შეასრულებენ მუშაობას

$$\frac{1}{2} P_1 y_1 + \frac{1}{2} P_2 y_2 + \frac{1}{2} P_3 y_3 + \frac{1}{2} P_4 y_4 = A_1.$$

ამ დროს კოჭზე მოდებული იყო  $dP_1$  ძალა, მის მიერ შესრულებული დამატებითი მუშაობა კი იქნება  $dP_1 \cdot y_1$ . ამგვარად, საბოლოოდ

$$A_2 = \frac{1}{2} dP_1 dy_1 + A_1 + dP_1 \cdot y_1,$$

ხოლო პოტენციური ენერჯიის ნაზრდი

$$dU = A_2 - A_1 = \frac{1}{2} dP_1 dy_1 + dP_1 y_1.$$

თუ მეორე რიგის მცირეს მხედველობაში არ მივიღებთ, გვექნება:

$$dU = dP_1 \cdot y_1. \quad (9.58)$$

თუ გავითვალისწინებთ (9.57) ფორმულას, მივიღებთ

$$dP_1 y_1 = \frac{\partial U}{\partial P_1} dP_1.$$

აქედან

$$y_1 = \frac{\partial U}{\partial P_1} \quad (9.59)$$

ამგვარად, მივიღეთ, რომ ძალის მოდების კვეთის გადაადგილება ტოლია დეფორმაციის პოტენციური ენერჯიის კერძო წარმოებულის ამავე ძალით.

თუ კოჭზე შეყურსული ძალების გარდა, წყვილძალა მოქმედებს, მაშინ ანალოგიური მსჯელობით მივიღებთ წყვილი-ძალის მოდების კვეთის გადაადგილების, ე. ი. მობრუნების კუთხის საანგარიშო ფორმულას:

$$\theta = \frac{\partial U}{\partial M} \quad (9.60)$$

ზემოხილული შედეგი მართებულია არა მარტო ლუნვის დეფორმაციების საანგარიშოდ, არამედ გრების, ძვრისა და სხვა ნებისმიერი დატვირთვის შესაბამისი დეფორმაციის გამოსათვლელადაც.

თუ ნებისმიერი დეფორმაციის გამომწვევც ძალას ვუწოდებთ განზოგადებულ ძალას და აღნიშნავთ  $P$ -თი, ხოლო შესაბამის ნებისმიერ გადაადგილებას განზოგადებულ გადაადგილებას და აღნიშნავთ  $\delta$ -თი, მაშინ ზოგადად ზემოხილული დებულება შემდეგნაირად ჩაიწერება

$$\delta = \frac{\partial U}{\partial P}, \quad (9.61)$$

ე. ი. დეფორმაციის პოტენციური ენერჯიის კერძო წარმოებული განზოგადებული ძალით უდრის, მის შესაბამის განზოგადებულ გადაადგილებას. ეს დებულება პირველად კასტილიანოს მიერ იყო გამოქვეყნებული 1875 წელს და კასტილიანოს თეორემის სახელს ატარებს.

გამოვიყენოთ კასტილიანოს თეორემა ლუნვის დეფორმაციის, ე. ი. ჩაღუნვის ისრის და მობრუნების კუთხის განსასაზღვრავად.

ვთქვათ, კოჭზე მოქმედებს შეყურსული ძალები  $P_1, P_2, P_3 \dots$  და წყვილი ძალები  $M_1, M_2, M_3 \dots$  ჩვენ შეგვიძლია მაგალითად,  $P_1$  ძალის მოდების კვეთის გადაადგილება გამოვთვალოთ.

$$y_1 = \frac{\partial U}{\partial P_1},$$

ხოლო  $M_1$  წყვილი-ძალის მოდების კვეთის გადაადგილება

$$\theta_1 = \frac{\partial U}{\partial M_1}$$

ვიცით ლუნვისას პოტენციური ენერჯია

$$V = \int_1 \frac{M^2(x) dx}{2EI},$$

ამგვარად,

$$y_1 = \frac{\partial}{\partial P_1} \left[ \int_1 \frac{M^2(x) dx}{2EI} \right].$$

ცნობილია, რომ როცა განზღვრული ინტეგრალის დიფერენცირება ხდება ერთი პარამეტრით, ხოლო ინტეგრირება მეორე პარამეტრით, მაშინ შეგვიძლია ინტეგრალქვეშა გამოსახულება გავადიფერენციალოთ. ამგვარად,

$$y_1 = \int_1 \frac{M(x) dx}{EI} \frac{\partial M(x)}{\partial P_1} \quad (9.62)$$



$$\theta_1 = \int_1 \frac{M(x) dx}{EI} \cdot \frac{\partial M(x)}{\partial M_1} \quad (9.63)$$

მაგალითი: ცალი ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებული კოჭი დატვირთულია  $q$  ინტენსივობის თანაბრად განაწილებული ტვირთით და თავისუფალ ბოლოზე მოქმედებს წყვილძალა  $M_0$ .

განვსაზღვროთ წყვილძალის მოდების კვეთის მობრუნების კუთხე  $\theta_A$  კასტილიანოს თეორემის თანახმად

$$\theta_A = \int_0^l \frac{M(x) dx}{EI} \cdot \frac{\partial M(x)}{\partial M_0};$$

გამოვთვალოთ ამ ფორმულაში შემავალი წევრები

$$M(x) = M_0 - \frac{qx^2}{2} \quad \text{და} \quad \frac{\partial M(x)}{\partial M_0} = 1;$$

ამგვარად,

$$\begin{aligned} \theta_A &= \frac{1}{EI} \int_0^l \left( M_0 - \frac{qx^2}{2} \right) \cdot 1 \cdot dx = \frac{1}{EI} \left[ \int_0^l M_0 dx - \int_0^l \frac{qx^2}{2} dx \right] \\ &= \frac{M_0 l}{EI} - \frac{ql^3}{6EI}. \end{aligned}$$

თუ  $\theta_A$ -ს ნიშანი გამოვიდა დადებითი, ეს იმას ნიშნავს, რომ კვეთი მობრუნებულა  $M_0$  წყვილძალის მიმართულებით, ხოლო უარყოფითი ნიშნის დროს კი წყვილძალის მიმართულების საწინააღმდეგოდ.

როგორც ზემოთ ვნახეთ, კასტილიანოს თეორემის გამოყენებით ჩალუნვის ისარი და მობრუნების კუთხის განსაზღვრა შეგვიძლია იმ კვეთისათვის, სადაც შესაბამისი ძალაა მოდებული. მაგალითად, ჩალუნვის ისარი განისაზღვრება შეყურსული ძალის მოდების კვეთისათვის, ხოლო მობრუნების კუთხე, შეყურსული წყვილძალის მოდების კვეთისათვის.

ამგვარად, სადაც ეს ძალები მოდებული არ არის, იმ კვეთის ვერც ჩალუნვის ისარს და ვერც მობრუნების კუთხეს ვერ განვსაზღვრავთ; ეს უხერხულობა თავიდანაა აცილებული მაქსველ-მორის მიერ მიღებულ, ლუნვის დეფორმაციის საანგარიშო ფორმულაში.

## § 7. მაქსველ-მორის თეორემა

როგორც კასტილიანოს თეორიიდან ვიცით კოჩისათვის შეყურსული წყვილძალის მოდების კვეთის მობრუნების კუთხე ტოლია

$$\Theta = \int_0^l \frac{M(x) dx}{EI} \cdot \frac{\partial M(x)}{\partial M}$$

გავარჩიოთ ამ ინტეგრალქვეშ გამოსახულებაში შემავალი წევრები. ვთქვათ, მოცემულია კოჩი ნებისმიერი დატვირთვებით, მაშინ მლუნავე მომენტი ნებისმიერ კვეთში  $M(x)$  იქნება წრფივი ფუნქცია მოქმედი ტვირთის მიმართ და ზოგადად შეგვიძლია შემდეგნაირად გამოვსახოთ

$$M(x) = a_1 P_1 + a_2 P_2 + \dots + b_1 M_1 + b_2 M_2 + C_1 q_1 + C_2 q_2 + \dots$$

თუ გვინტერესებს  $M_1$  წყვილძალის მოდების კვეთის მობრუნების კუთხე, მაშინ უნდა განვსაზღვროთ სიდიდე  $\frac{\partial M(x)}{\partial M_1}$ . ამ შემთხვევაში  $M(x)$ -ში შემავალი სიდიდეებიდან  $M_1$ -ის გარდა, სხვა სიდიდეები მიიღება მუდმივებად და გვექნება

$$\frac{\partial M(x)}{\partial M_1} = b_1.$$

$b_1$  არის ნებისმიერ კვეთში მლუნავე მომენტი, როცა განსახილველ კოჭზე მოქმედებს მხოლოდ  $M_1 = 1$  წყვილძალა, რომელიც მოდებულია  $M_1$ -ის მოდების კვეთში იგივე მიმართულებით.

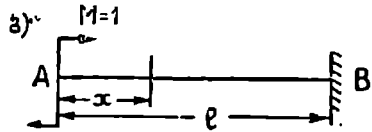
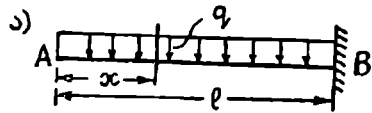
იგივე მსჯელობით მივიღებთ, რომ  $M(x)$  მლუნავე მომენტის კერძო წარმოებული, რომელიმე  $P_i$  ძალით რიცხობრივად ტოლია, კოჭზე მხოლოდ  $P_i = 1$  ძალის მოქმედებით  $x$  კვეთში მლუნავე მომენტის.

კოჭზე ერთეული ძალის მოქმედებით ნებისმიერ კვეთში აღძრული მლუნავე მომენტის სიდიდე აღვნიშნოთ  $M^0$ -ით. ამგვარად, თუ ინტეგრალქვეშა გამოსახულებაში  $\frac{\partial M(x)}{\partial M}$  ან  $\frac{\partial M(x)}{\partial P}$  ს მაგვიერად შევიტანთ მის რიცხობრივ მნიშვნელობის ტოლ  $M^0$ -ს, მივიღებთ მაქსველ-მორის ფორმულას

$$\Theta = \int_0^l \frac{M(x) M^0}{EI} dx, \quad (9.64)$$

სადაც  $\Theta$  არის ნებისმიერი კვეთის ჩალუნვის ისარი ან მობრუნების კუთხე, ხოლო  $M^0$  მლუნავე მომენტის სიდიდე კოჭზე (დეფორმაციის შესაბამისი) ერთეული ძალის მოქმედებით, რომელიც მოდებულია იმ კვეთში, რომელი კვეთის დეფორმაციასაც ვეძებთ.

შავალით: ცალი ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებული კოჭი დატვირთულია  $q$  ინტენსივობის თანაბრად განაწილებული ტვირთით (ნახ. 9.17). განვსაზღვროთ მაქსველ-მორის ფორმულით თავისუფალი ბოლოს მობრუნების კუთხე.



ნახ. 9.17

$$\Theta_A = \frac{1}{EI} \int_0^l M(x) M^0 dx.$$

$$M(x) = -\frac{qx^2}{2}.$$

$M^0$ -ის გასაგებად ავიღოთ იგივე სიგრძის კოჭი და იმ კვეთში, რომლის მობრუნების კუთხესაც ვეძებთ, მოვდოთ ერთის ტოლი წყვილძალა (ნახ. 9.17 ბ), მაშინ  $x$  კვეთში მღუნავი მომენტი იქნება  $M^0 = 1$ . ამგვარად,

$$\Theta_A = \frac{1}{EI} \int_0^l \left( -\frac{qx^2}{2} \right) \cdot 1 \cdot dx = -\frac{ql^3}{6EI},$$

ნიშანი მინუსი გვიჩვენებს, რომ კვეთი მობრუნებულა ერთეული ძალის მმართულებების საწინააღმდეგოდ.

### § 8. ვერეშჩაგინის ხერხი

მაქსველ-მორის ფორმულაში შემაჯავალი ინტეგრალის გამოთვლის მარტივი ხერხი მოგვცა ა. ნ. ვერეშჩაგინმა, რომელმაც ფართო გამოყენება ჰპოვა სამშენებლო მექანიკაში.

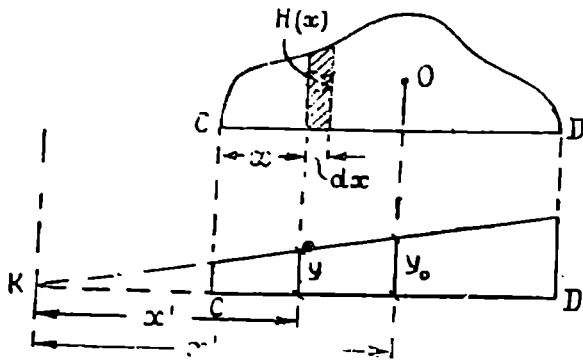
ვთქვათ, კოჭის რომელიმე  $CD$  უბნისათვის გვინდა გამოვთვალოთ შემდეგი ინტეგრალი

$$\int_C^D \frac{M(x) M^0}{EI} dx;$$

თუ კოჭის სიხისტე  $CD$  უბანში მუდმივია მაშინ, შეგვიძლია დავწეროთ

$$\frac{1}{EI} \int_C^D M(x) M^0 dx.$$

აქ  $M(x)$ -ის ეპიურას შეიძლება ნებისმიერი მრუდის მოხაზულობა ჰქონდეს, ხოლო  $M^0$ -ის ეპიურა კი მუდამ იქნება სწორხაზობრივი, რადგანაც



ნახ. 9.18

კოჭზე ერთის ტოლი შეყურსული ძალის ან წყვილძალის მოქმედების დროს მლუნავი მომენტი იცვლება სწორი ხაზის კანონით (იხ. ნახ. 9.18).

$M^0$ -ის სწორხაზოვანი ეპიურა გავაგრძელოთ აბცისთა ღერძის  $k$  წერტილში გადაკვეთამდე და დახ-

რის კუთხე აღვნიშნოთ  $\alpha$ -თი, მაშინ შეგვიძლია დავწეროთ

$$\int_C^D M(x) M^0 dx = \int_C^D M(x) y dx = \int_C^D M(x) x' \operatorname{tg} \alpha dx = \operatorname{tg} \alpha \int_C^D M(x) x' dx.$$

მიღებული ინტეგრალი წარმოადგენს  $M(x)$  ეპიურის ფართობის სტატიკურ მომენტს  $k$  წერტილზე გატარებული ვერტიკალური ღერძის მიმართ, რომელიც, როგორც ვიცით, ტოლია ფართობისა და მის ცენტრიდან ღერძამდე მანძილის ნამრავლის.

$M(x)$  ეპიურის ფართობი აღვნიშნოთ  $\omega$ -თი, ხოლო მისი ცენტრიდან ღერძამდე მანძილი  $x'_0$ , მაშინ

$$\operatorname{tg} \alpha \int_C^D M(x) x' dx = \operatorname{tg} \alpha \omega x'_0;$$

როგორც ნახაზიდან ჩანს,  $x'_0 \operatorname{tg} \alpha = y_0$ , სადაც  $y_0$  არის  $M(x)$  ეპიურის სიმძიმის ცენტრის ვერტიკალზე  $M^0$  ეპიურის ორდინატი. ამგვარად,

$$\int_C^D M(x) M^0 dx = \omega y_0,$$

ხოლო კოჭის კვეთის საძებნი გადაადგილება

$$\delta = \frac{\omega y_0}{EI}. \quad (9.65)$$

როგორც ვხედავთ, კოჭის კვეთის გადაადგილება ტოლია,  $M(x)$  მლუნავი მომენტის ეპიურის ფართობის და ამ ფართობის სიმძიმის ცენტრის

ვერტიკალზე ერთეული ძალის  $M^0$  ებიურის ორდინატის ნაშრავლი, გაყოფილი კოჭის სიხისტეზე.

შავალით: ორ საყრდენზე თავისუფლად მდებარე კოჭი დატვირთულია  $q$  ინტენსივობის თანაბრად განაწილებული ტვირთით (ნახ. 9.19). განვსაზღვროთ ვერეშჩაგინის ხერხით მარცხენა საყრდენი კვეთის მობრუნების კუთხე. ვიცით, რომ

$$\theta_A = \frac{\omega y_0}{EI}.$$

მოცემული დატვირთვის მლუნავი მომენტის ებიურა წარმოადგენს კვადრატულ პარაბოლს, რომლის ფართობი ტოლია

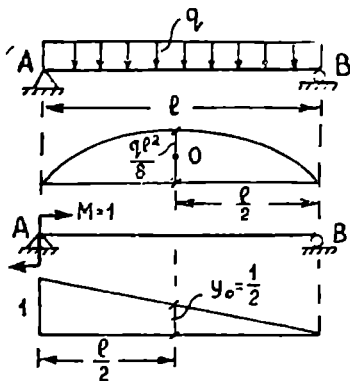
$$\omega = \frac{2}{3} \frac{ql^2}{8} \cdot l = \frac{ql^3}{12}.$$

ა ფართობის სიმძიმის ცენტრის ვერტიკალზე ერთეული ტვირთის ებიურის ორდინატაა  $y_0 = \frac{1}{2}$ .

ამგვარად,

$$\theta_A = \frac{ql^3}{24EI}.$$

$\theta_A$ -ს დადებითი ნიშანი გვიჩვენებს, რომ კვეთი მობრუნებულა ერთეული წვეილძალის მიმართულებით.



ნახ. 9.19

## სტატიკურად ურკვევადი კოჭები

### § 1. დეფორმაციის შედარების ხერხი

ზემოთ ჩვენ განვიხილეთ სტატიკურად რკვევადი კოჭები, რომელთა უცნობი რეაქტიების განსასაზღვრავად საკმარისი იყო წონასწორობის განტოლებები, მაგრამ პრაქტიკაში ხშირად გვხვდება ეგრეთ წოდებული სტატიკურად ურკვევადი კოჭები.

კოჭი სტატიკურად ურკვევადია მაშინ, როდესაც უცნობ რეაქციათა რიცხვი მეტია სტატიკის წონასწორობის განტოლებათა რიცხვზე. ამოცანა სტატიკურად იმდენჯერ ურკვევადია, რამდენითაც უცნობთა რიცხვი მეტია წონასწორობის განტოლებათა რიცხვზე; ამ უცნობებს პირობით ზედმეტ უცნობებს უწოდებენ, ხოლო მათ ამოსახსნელად გამოყენებულ განტოლებებს, დამატებით განტოლებებს.

დამატებითი განტოლებები იწერება კოჭის დეფორმაციის პირობებიდან და ყოველთვის შესაძლებელია დაიწეროს იმდენი დამატებითი განტოლება, რამდენჯერაც კოჭი სტატიკურად ურკვევია.

ზედმეტ უცნობებად ვირჩევთ იმ ბმების რეაქციებს, რომელთა ნოსნითაც ვღებულობთ სტატიკურად რკვევად და გეომეტრიულად უცვლელ კოჭს; ამგვარად მიღებულ სტატიკურად რკვევად სისტემას ძირითადი სისტემა ეწოდება.

ახლა სტატიკურად ურკვევი კოჭების გაანგარიშების მეთოდი გავარჩიოთ მარტივ მაგალითებზე.

განესაზღვროთ ერთი ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებული და მეორე ბოლოთი მოძრავ სახსროვან საყრდენზე დაყრდნობილი კოჭის რეაქტიები და ავაგოთ მლუნავი მომენტისა და განივი ძალის ეპიურები, როცა კოჭის მთლიანი მალი დატვირთულია  $q$  ინტენსივობის თანაბრად განაწილებული ტვირთით (ნახ. 10.1 ა).

განსახილველი კოჭი ერთჯერ სტატიკურად ურკვევია, რადგანაც უცნობ რეაქციათა რიცხვი უდრის ოთხს.

თუ ზედმეტ უცნობად მივიღებთ  $B$  რეაქციას და მოეხსნით შეაბამის ბმას, ე. ი.  $B$  საყრდენს, მაშინ მივიღებთ სტატიკურად რკვევად კოჭს, რო-

მელიც საანგარიშო კოქისაგან განსხვავდება იმით, რომ  $B$  კვეთს შეუძლია ჩაღუნვა.

ჩვენ შეტვიძლია მოცემული კოქის მაგიერ განვიხილოთ სტატიკურად რკვევადი კოქი (ძირითადი სისტემა), რომელიც დატვირთულია  $q$  ინტენსივობის თანაბრად განაწილებული ტვირთით და უცნობი  $B$  ძალით, რომელიც მოშორებული საყრდენის რეაქციის ტოლია (ნახ. 10.1 ბ).

აღნიშნული კოქი სტატიკურად ეკვივალენტური რომ იყოს, ამიტომ  $B$  ძალის სიდიდე ისე უნდა შევარჩიოთ, რომ ჩაღუნვა კოქის  $B$  ბოლოში ნულს უდრიდეს. გამოვთვალოთ  $q$  და  $B$  ძალის ცალ-ცალკე მოქმედებით გამოწვეული  $B$  კვეთის ჩაღუნვა (ნახ. 10.1 გ და დ) და მათი ალგებრული ჯამი ნულს გავუტოლოთ, ე. ი.

$$f_q + f_B = 0 \quad (10.1)$$

ეს გამოსახულება წარმოადგენს კოქის დეფორმაციის პირობიდან მიღებულ დამატებით განტოლებას.

ღუნვის დეფორმაციის შესწავლის დროს მიღებული ფორმულების თანახმად

$$f_q = -\frac{ql^4}{8EI} \quad \text{და} \quad f_B = \frac{Bl^3}{3EI}$$

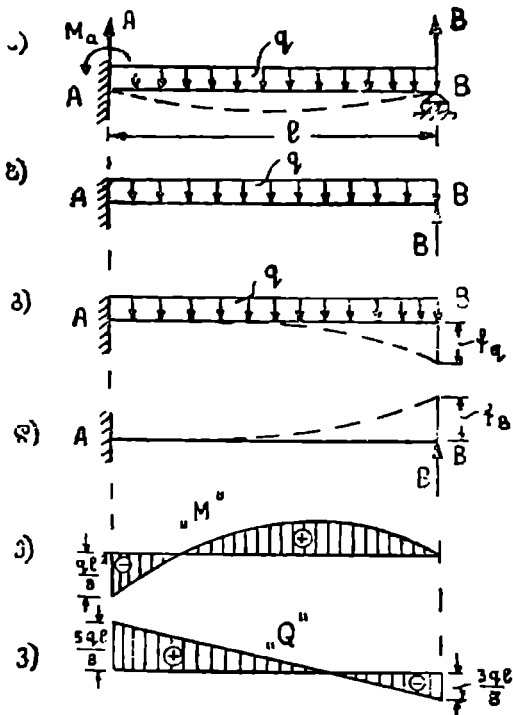
ეს მნიშვნელობები შევითანოთ დეფორმაციის (10.1) განტოლებაში

$$-\frac{ql^4}{8EI} + \frac{Bl^3}{3EI} = 0;$$

აქედან

$$B = \frac{3}{8} ql,$$

დანარჩენი რეაქციების სიდიდე მოიძებნება წონასწორობის პირობებიდან; ასე მაგალითად,



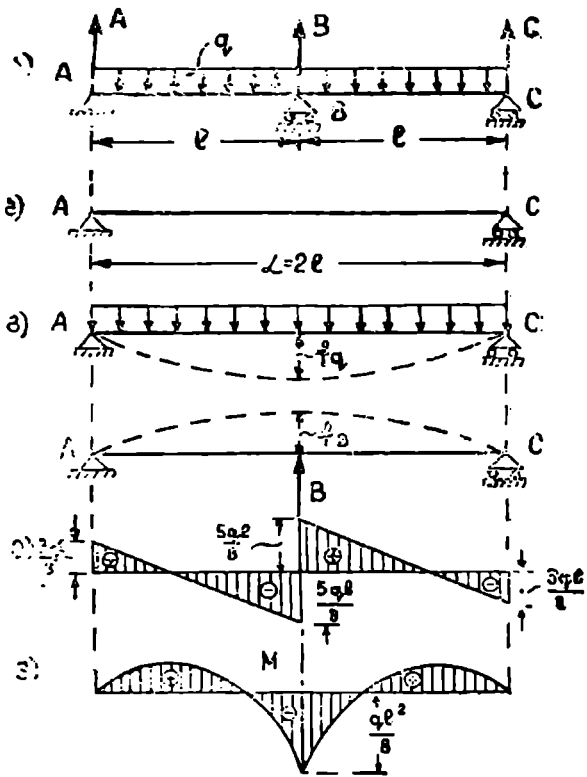
ნახ. 10.1

$$\Sigma X = 0 \text{ მოგვცემს, რომ } H_a = 0$$

$$\Sigma Y = 0 \text{ გვაძლევს } A - ql + \frac{3}{8} ql = 0 \quad A = \frac{5}{8} ql$$

$$\Sigma M_A = 0 \quad Bl + ql \cdot \frac{l}{2} - M_a = 0 \quad M_a = \frac{ql^2}{8}$$

რეაქციების გამოთვლის შემდეგ ჩვენთვის ცნობილი ხერხით ადვილად



ნახ. 10.2

აუგებთ კოქის მლუნავი მომენტისა და ვანივი ძალის ეპიურებს, რომლებიც ნაჩვენებია ნახაზზე (ნახ. 10.1 ე და ვ).

ახლა განვიხილოთ ორი თანატოლმალიანი კოქი, რომლებიც მთელ სიგრძეზე დატვირთულია  $q$  ინტენსივობის თანაბრად განაწილებული ტვირთით (ნახ. 10.2 ა).

განსახილველი კოქი ერთჯერ სტატიკურად ურკვევადია. ზედმეტ უცნობად ავირჩიოთ შუა საყრდენის  $B$  რეაქცია და მოვხსნათ ზედმეტი უცნობის შესაბამისი ბმა, ე. ი.  $B$  საყრდენი.  $B$  საყრდენის მოხსნით მივიღებთ სტატიკურად რკვევად კოქს—ძირითად სისტემას (ნახ. 10.2 ბ).

საანგარიშო კოქის მაგივრად შესაძლებელია განვიხილოთ ძირითადი სისტემა და მასზე მოვლოთ გარე ტვირთი  $q$  და უცნობი  $B$  ძალა, რომელიც მოხსნალი შუა საყრდენი რეაქციის ძალის ტოლია.

აღნიშნული სქემით ძირითადი სისტემა (დატვირთვის შემდეგ) სტატიკურად ეკვივალენტური რომ იყოს საანგარიშო სისტემისა, ამისათვის საჭიროა  $B$  ძალის სიდიდე შევარჩიოთ ისე, რომ კოქის ჩალუნვა ძალის შუ-



აში ნულს უდრიდეს, ე. ი.  $f_q + f_B = 0$ ; ეს გამოსახულება არის კოქის დეფორმაციის პირობიდან მიღებული დამატებითი განტოლება.

$q$  ტვირთით გამოწვეული ჩალუნვა მალის შუაში (ნახ. 10.2 გ).

$$f_q = -\frac{5 \cdot q \cdot L^4}{384EI} = -\frac{5 \cdot q (2l)^4}{384EI} = -\frac{5 \cdot ql^4}{24EI}.$$

ამავე კვეთის  $B$  ძალით გამოწვეული ჩალუნვა (ნახ. 10.2 დ)

$$f_B = \frac{BL^3}{48EI} = \frac{B(2l)^3}{48EI} = \frac{Bl^3}{6EI}$$

$f_q$  და  $f_B$  მიღებულ მნიშვნელობებს დეფორმაციის განტოლებაში თუ წვეტიანთ, გვექნება

$$-\frac{5ql^4}{24EI} + \frac{Bl^3}{6EI} = 0;$$

აქედან

$$B = \frac{5}{4} ql.$$

დანარჩენ საყრდენ რეაქციებს ეპოულობთ წონასწორობის პირობიდან

$$\sum X = 0 \text{ გვაძლევს } H_a = 0$$

$$\sum M_c = 0 \quad A \cdot 2l - q \cdot 2l \cdot l + \frac{5}{4} \cdot ql \cdot l = 0; \quad A = \frac{3}{8} ql,$$

ხოლო დატვირთვის სიმეტრიულობის თანახმად,  $A = C$ .

რეაქციების განსაზღვრის შემდეგ სტატიკურად ურკვევადი კოქებისათვის მლუნავი მომენტისა და განივი ძალის ეპიურებს ვაგებთ ჩვეულებრივი წესით (ნახ. 10.2 ე, 10.2 ვ).

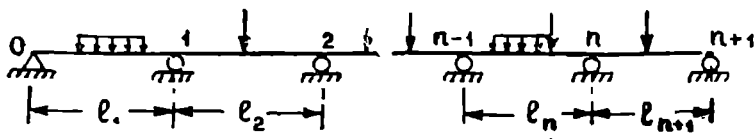
ამგვარად, გაიანგარიშება სტატიკურად ურკვევადი კოქები სხვა სახის დატვირთვებისა და ჩამაგრების შემთხვევაშიაც დეფორმაციის შედარების ხერხით.

## § 2. უჭრი კოქის ანგარიში

პრაქტიკაში ხშირად გვხვდება ისეთი კოქები, რომლებიც გაუჭრელად გადახურავს ორ ან მეტ მალს, ასეთ კოქებს შრავალმალნი ანუ უჭრი კოქი ეწოდება (ნახ. 10.3).

უჭრი კოქის საყრდენ ბმათა რიცხვი მუდამ აღემატება სამს, ამიტომ ის წარმოადგენს სტატიკურად ურკვევ სისტემას. თუ უჭრელი კოქის განაპირა საყრდენები სახსრულია, მაშინ ის იმდენჯერ სტატიკურად ურკვევია რამდენი შუა საყრდენიც აქვს. განვიხილოთ მუდმივი სიხისტის უჭრელი კოქი, რომლის საყრდენებს შორის მანძილები აღვნიშნოთ  $l$ -ით, რომელსაც მივცეთ ინდექსად მარჯვენა საყრდენის ნომერი.

სტატიკურად ურკვევი კოჭის საანგარიშოდ საჭიროა შევადგინოთ დე-ფორმაციის პირობიდან იმდენი დამატებითი განტოლება, რამდენჯერაც კოჭი



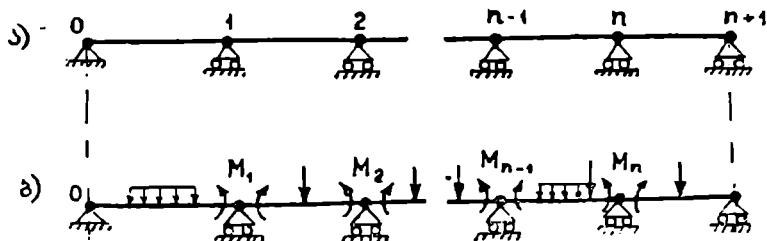
ნახ. 10.3

სტატიკურად ურკვევია. შევირჩევთ ზედმეტ უცნობებს და ამ უცნობებისათვის ვადგენთ დამატებით განტოლებებს. ზედმეტ უცნობად ვიღებთ იმ ბმათა შესაბამის რეაქციებს, რომელთა მოხსნის შემდეგ მივიღებთ გეომეტრიულად უცვლელ და სტატიკურად რკვევად კოჭს, რომელსაც ძირითადი სისტემა ეწოდება.

ძირითად სისტემაზე, თუ მოვდებთ გარე დატვირთვას და მოშორებულ ბმების შესაბამის რეაქციის ძალებს, მაშინ მივიღებთ საანგარიშო სისტემას ძირითადი სისტემის მოხერხებულად შერჩევაზე დიდადაა დამოკიდებული სტატიკურად ურკვევი სისტემის ანგარიშის გაადვილება.

მართლაც, უჭრი კოჭის ანგარიში საკმაოდ მარტივი ხდება, თუ ზედმეტ უცნობებად მივიღებთ საყრდენ მომენტებს.

საყრდენი მომენტის შესაბამისი ბმების მოხსნით ვღებულობთ ძირითად სისტემას, რომელიც წარმოადგენს ორ საყრდენზე მდებარე კოჭთა ერთობლიობას (იხ. ნახ. 10.4 ა), რაც იმას ნიშნავს, რომ მეზობელი ძალები საყრდენ კვეთში ურთიერთშორის სახსრით იქნებიან დაკავშირებული.

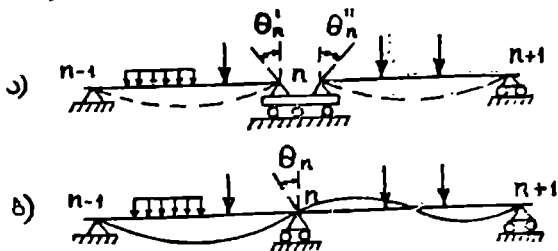


ნახ. 10.4

თუ ძირითად სისტემაზე მოვდებთ გარე დატვირთვას და მოშორებულ ბმის შესაბამის რეაქციის ძალას, ე. ი. ჩვენს შემთხვევაში საყრდენ მომენტებს, მაშინ მივიღებთ საანგარიშო სისტემას. უცნობი საყრდენი მომენტები ძირითად სისტემაზე მოვდოთ დადებითი მიმართულებით, ბოლო მათი სიდიდის გამოთვლისას, თუ ნიშანი მივიღეთ უარყოფითი, ეს იმას ნიშნავს, რომ შესაბამისი საყრდენი მომენტის მიმართულება შესაბრუნებელია.

საყრდენ მომენტთა გასაგებად უნდა შევადგინოთ დეფორმაციის უწყვეტობის პირობიდან იმდენი განტოლება, რამდენი უცნობი საყრდენი მომენტიც გვაქვს.

რადგანაც ძირითადი სისტემის ნებისმიერ მე-*n* საყრდენ კვეთში შეზობელი მალეები ურთიერთშორის სახსრით არაან შეერთებული, ამიტომ მარცხენა და მარჯვენა მალეების საყრდენ კვეთებს *n* საყრდენთან ერთმანეთის დამოუკიდებლად შეუძლიათ მობრუნება. აღვნიშნოთ მარცხენა მალის მარჯვენა საყრდენი კვეთის მობრუნების კუთხე  $\theta'_n$  და მარჯვენა მალის მარცხენა საყრდენი კვეთის მობრუნების კუთხე  $\theta''_n$ -ით (ნახ. 10.5 ა).



ნახ. 10.5

დეფორმაციის უწყვეტობის თანახმად უჭრი კოჭის *n* საყრდენი კვეთი ერთი გარკვეული მიმართულებით მობრუნდება; ამიტომ ძირითად სისტემაზე გარე ძალისა და უცნობი საყრდენი მომენტების მოდების შემდეგ, რადგანაც ვღებულობთ საანგარიშო სისტემას, შეგვიძლია დავწეროთ, რომ

$$\theta'_n = \theta''_n \text{ ან } \theta'_n - \theta''_n = 0 \quad (10.2)$$

ეს არის ჩვენს მიერ შერჩეული ძირითადი სისტემის შესაბამისი დეფორმაციის უწყვეტობის პირობა. ასეთი პირობის შედგენა შეგვიძლია ყველა იმ საყრდენი კვეთებისათვის, რომლებშიაც გვაქვს უცნობი საყრდენი მომენტები.

გამოეთვალათ  $\theta'_n$  და  $\theta''_n$ -ის მნიშვნელობები გრაფო-ანალიზური პერნით და შევიტანოთ (10.2) განტოლებაში.

თანახმად შერჩეული ძირითადი სისტემისა, მარჯვენა მალის მარცხენა საყრდენი კვეთის მობრუნების კუთხე  $\theta'_n$ -ს იწვევს მხოლოდ  $I_n$  მალაზე მოქმედი აქტიური ძალა და  $M_{n-1}$  და  $M_n$  საყრდენი მომენტები.

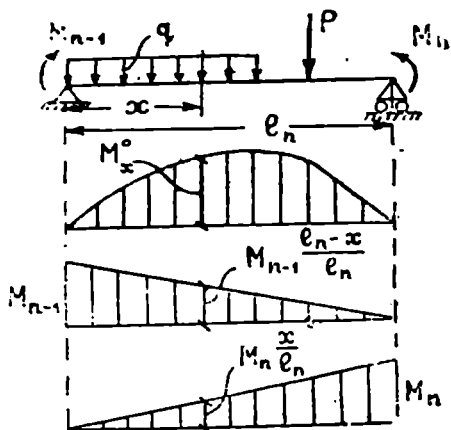
გამოვყოთ  $I_n$  მალი შესაბამისი დატვირთვით; ვიცით რომ

$$\theta'_n = \frac{Q_{\Phi n}}{EI} .$$

ორ საყრდენზე მდებარე კოჭისათვის საყრდენ კვეთში განივი ძალა რეაქციის ტოლია, ამგვარად

$$Q_{\Phi n} = R^{\Phi}_{n1}$$

სადაც  $Q_n^*$  არის მარჯვენა საყრდენი კვეთის ფიქტიური განივი ძალა, ხოლო  $R_n^*$  ამავე საყრდენის ფიქტიური რეაქცია.



ნახ. 10.5

$R_n^*$ -ის გამოსათვლელად გამოვიყენოთ ძალთა მოქმედების დამოუკიდებლობის პრინციპი. პირველად ფიქტიური კოჭი დავტვირთოთ გარე ძალით აღძრული მლუნავი მომენტის ეპიურით (ნახ. 10.6 ა), რომლის ფართობი აღენიშნოთ  $a_n$ -ით, ამ ფართობის სიმძიმის ცენტრიდან მარცხენა საყრდენამდე მანძილი  $a_n$ -ით. მლუნავი მომენტის ეპიურა მივიღოთ დადებითად, მაშინ გამოყოფილი კოჭის მარჯვენა ფიქტიური რეაქცია მიმართული იქნება ზევით და ტოლია  $\frac{\omega_n a_n}{l_n}$ . კოჭზე მარცხენა და

კალ-კალკე მოქმედებისას (ნახ. 10.6 ბ, 10.6 გ) ფიქტიური კოჭის მარჯვენა საყრდენი რეაქცია შესაბამისად იქნება

$$\frac{M_{n-1} l_n}{6} \text{ და } \frac{M_n l_n}{3},$$

საპოლოოდ

$$R_n^* = \frac{\omega_n a_n}{l_n} + \frac{M_{n-1} l_n}{6} + \frac{M_n l_n}{3},$$

ხოლო

$$\Theta'_n = \frac{1}{EI} \left( \frac{\omega_n a_n}{l_n} + \frac{M_{n-1} l_n}{6} + \frac{M_n l_n}{3} \right).$$

აუ გამოვყოფთ  $l_{n+1}$ -მალს, ანალოგიური მსჯელობით მივიღებთ

$$\Theta''_n = - \frac{1}{EI} \left( \frac{\omega_{n+1} b_{n+1}}{l_{n+1}} + \frac{M_n l_{n+1}}{3} + \frac{M_{n+1} l_{n+1}}{6} \right),$$

სადაც  $b_{n+1}$  არის  $a_{n+1}$  ფართობის ცენტრიდან მარჯვენა საყრდენამდე მანძილი.

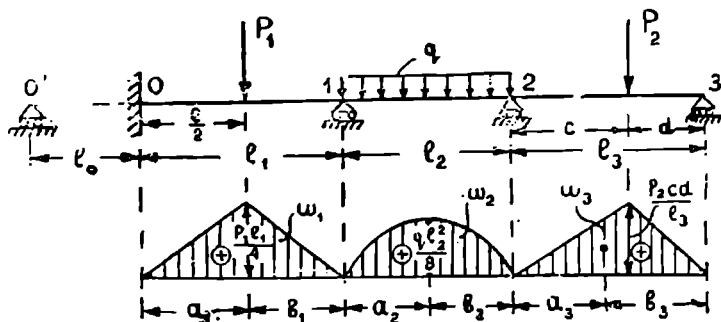
შვეიტანოთ  $\Theta'_n$  და  $\Theta''_n$ -ის მნიშვნელობები (10.2) განტოლებაში და უცნობები ერთ მხარეს დავალაგოთ. მაშინ მივიღებთ

$$M_{n-1} l_n + 2M_n (l_n + l_{n+1}) + M_{n+1} l_{n+1} = -6 \left( \frac{\omega_n a_n}{l_n} + \frac{\omega_{n+1} b_{n+1}}{l_{n+1}} \right) \quad (10.3)$$

ამ განტოლებას სამშომენტთა განტოლება ეწოდება. ასეთ განტოლებას ვაძღვებთ იმდენს, რამდენი უცნობი საყრდენი მომენტიც გვექნება და რადგანაც ერთი განტოლება ორ მალზე იწერება, ამიტომ რამდენი უცნობიც არ უნდა გვექონდეს თითო განტოლებაში სამზე მეტი უცნობი არ შემოვა, რაც მრავალუცნობიან კოჭის ანგარიშს საგრძობლად აადვილებს.

თუ უჭრი კოჭის რომელიმე ბოლო ხისტადაა ჩამაგრებული, მაშინ ამ საყრდენის მომენტისთვის სამშომენტთა განტოლების შესადგენად ხისტად ჩამაგრების მხარეს წარმოდგენით ვუმატებთ ერთ მალს, დამატებულ და განაპირა მალეზე ვწერთ ჩვეულებრივად სამშომენტთა განტოლებას და ამ განტოლებაში დამატებული მალის შესაბამის სიდიდეებს მივიღებთ ნულის ტოლად.

გავარჩიოთ სამშომენტთა განტოლების შედგენის ზოგადი მაგალითი.



ნახ. 10.7

ვთქვათ, სამშალიანი უჭრი კოჭის მარცხენა ბოლო ხისტადაა ჩამაგრებული და დატვირთულია შეყურსული და თანაბრად განაწილებული ტვირთებით (ნახ. 10.7). განსახილველი კოჭი სამჯერ სტატიკურად ურკვევია. უცნობებად ვღებულობთ საყრდენ მომენტებს  $M_0$ ,  $M_1$  და  $M_2$ , რომელთათვისაც უნდა შევადგინოთ სამი სამშომენტთა განტოლება. პირველ განტოლებას ვაძღვებთ  $M_0$  საყრდენი მომენტისათვის, რადგანაც  $O$  საყრდენი ხისტადაა ჩამაგრებული, საჭიროა კოჭს წარმოდგენით დაეუმატოთ  $l_0$  მალი (ნახ. 10.7) და  $l_0$  და  $l_1$  მალეზე ვწერთ სამშომენტთა განტოლებას, რომელსაც შევძღვებთ სახე ექნება

$$M'_0 l_0 + 2M_0(l_0 + l_1) + M_1 l_1 = -6 \left( \frac{\omega_0 a_0}{l_0} + \frac{\omega_1 b_1}{l_1} \right).$$

დამატებული მალის შესაბამისი მნიშვნელობები უნდა გავუტოლოთ ნულს. ამგვარად,  $M'_0 = 0$ ,  $l_0 = 0$ ,  $\omega_0 = 0$  და  $a_0 = 0$ .

მივიღებთ

$$2M_0 l_1 + M_1 l_1 = -6 \frac{\omega_1 b_1}{l_1}$$

აქ

$$\omega_1 = \frac{1}{2} l_1 \frac{\rho_1 l_1}{4} = \frac{\rho_1 l_1^3}{8}; \quad b_1 = \frac{l_1}{2}.$$

მეორე განტოლებას ვწერთ  $M_1$ -სათვის, გამოვყოფთ  $l_1$  და  $l_2$  მალს, მივიღებთ

$$M_0 l_1 + 2M_1(l_1 + l_2) + M_2 l_2 = -6 \left( \frac{\omega_1 a_1}{l_1} + \frac{\omega_2 b_2}{l_2} \right), \quad \text{II}$$

სადაც

$$a_1 = \frac{l_1}{2}, \quad \omega_2 = \frac{2}{3} l_2 \frac{q l_2^2}{8} = \frac{q l_2^3}{12} \quad \text{და} \quad b_2 = \frac{l_2}{2}$$

მესამე განტოლება იწერება  $M_2$  საყრდენი მომენტისათვის და ექნება შემდეგი სახე

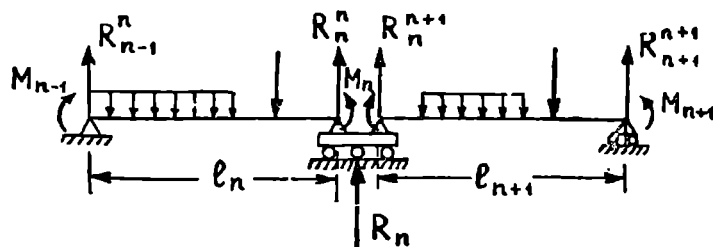
$$M_1 l_2 + 2M_2(l_2 + l_3) + M_3 l_3 = -6 \left( \frac{\omega_2 a_2}{l_2} + \frac{\omega_3 b_3}{l_3} \right); \quad \text{III}$$

ჩაღვანავ მ-3 საყრდენი სახსრულია, ამიტომ  $M_3 = 0$

$$\omega_3 = \frac{1}{2} l_3 \frac{P_2 c d}{l_3} = \frac{P_2 c d}{2}, \quad b_3 = \frac{l_3 + d}{3}.$$

ამ სამი განტოლების ამოხსნით მივიღებთ საყრდენ მომენტთა მნიშვნელობებს.

საყრდენი მომენტების განსაზღვრის შემდეგ შეგვიძლია გამოვთვალოთ უკბრი კოჭის საყრდენებში აღძრული რეაქციის ძალები.



ნახ. 10.8

როგორც წერჩეული ძირითადი სისტემიდან ჩანს, ნებისმიერ  $n$  საყრდენში რეაქციის ძალას აღძრავს ამ საყრდენის მარცხენა  $l_n$  და მარჯვენა  $l_{n+1}$  მალეზე მოქმედი დატვირთვები (ნახ. 10.8). ამგვარად,  $R_n = R_n^n + R_n^{n+1}$ . თუ გამოვიყენებთ ძალთა მოქმედების დამოუკიდებლობის პრინციპს, მივიღებთ

$$R_n = B_n^0 + \frac{M_{n-1}}{l_n} - \frac{M_n}{l_n},$$

$$R^{n+1}_n = A^0_{n+1} + \frac{M_{n+1}}{l_{n+1}} - \frac{M_n}{l_{n+1}}$$

სადაც  $B^0_n$  და  $A^0_{n+1}$  არის შესაბამისად მარცხენა და მარჯვენა მალეების, როგორც ორ საყრდენზე მდებარე კოქების  $n$  საყრდენთან აღძრული რეაქციის ძალები, გამოწვეული აქტიური გარე ძალის მოქმედებით. დანარჩენი ორი წევრი წარმოადგენს  $n$  საყრდენთან რეაქციებს გამოწვეულს საყრდენი მომენტების მოქმედებით.

საბოლოოდ

$$R_n = B^0_n + A^0_{n+1} + \frac{M_{n-1} - M_n}{l_n} + \frac{M_{n+1} - M_n}{l_{n+1}} \quad (10.4)$$

### § 3. უკრ' კოქში მლუნავი მომენტი და განივი ძალის ანგარიში

მლუნავი მომენტი უკრი კოქის ნებისმიერი მალის  $x$  კვეთში შეგვიძლია წარმოვიდგინოთ სამი ებიურის ამავე კვეთში ორდინატების ჯამით (ნახ. 10.9).

პირველი ებიურის ორდინატა  $M^0_x$  წარმოადგენს ორ საყრდენზე მდებარე კოქის მლუნავი მომენტის მნიშვნელობას  $x$  კვეთში გამოწვეული მხოლოდ აქტიური, გარე ძალით. მეორე და მესამე ებიურების ამავე კვეთში ორდინატები

$$M_{n-1} \frac{l_n - x}{l_n} \text{ და } M_n \frac{l_n}{x}$$

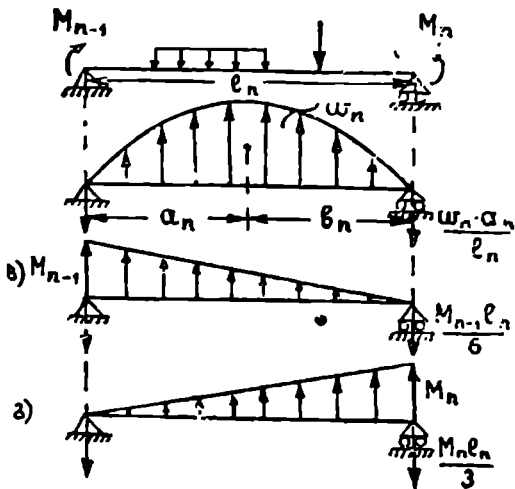
წარმოადგენენ  $x$  კვეთში მლუნავი მომენტის მნიშვნელობას ორ საყრდენზე მდებარე კოქისათვის, როცა მასზე ცალ-ცალკე მოქმედებს მარცხენა და მარჯვენა საყრდენი მომენტები.

ამგვარად, საბოლოოდ

$$M_x = M^0_x + M_{n-1} \frac{l_n - x}{l_n} + M_n \frac{x}{l_n}$$

აქედან

$$M_x = M^0_x + M_{n-1} + \frac{M_n - M_{n-1}}{l_n} x \quad (10.5)$$



ნახ. 10.9

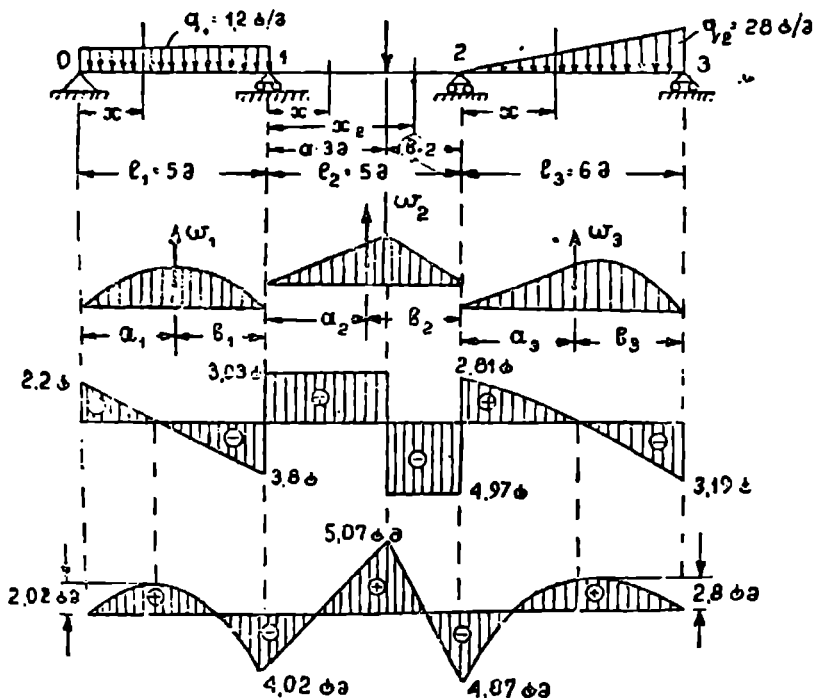
ანალოგიური მსჯელობით ვღებულობთ განივი ძალის საანგარიშო შემდეგ ფორმულას

$$Q_x = Q_x^0 + \frac{M_n - M_{n-1}}{l_n}, \quad (10.6)$$

სადაც  $Q_x^0$  არის ორ საყრდენზე მდებარე კოქის  $x$  კვეთში განივი ძალა, რომელიც აღძრულია აქტიური გარე ძალის მოქმედებით. ხოლო მეორე შესაკრებია—ამავე კვეთში განივი ძალა მარცხენა და მარჯვენა საყრდენი. მომენტებით გამოწვეული.

ახლა გავარჩიოთ უქრელი კოქის მლუნავი მომენტის და განივი ძალის ეპიურების აგების რიცხვითი მაგალითი.

ქვემოთმოყვანილ ნახაზზე ნაჩვენებია სამშალიანი უქრი კოქის ზედმეტი უცნობები; გამოთვალათ სამომენტთა განტოლების გამოყენებით.



ნახ. 10.10

ავაგოთ უქრი კოქისათვის განივი ძალისა და მლუნავი მომენტის ეპიურები და განვსაზღვროთ რეაქციის ძალთა მნიშვნელობები. კოქის სიხისტე მთელ სიგრძეზე მივიღოთ მუდმივად.



სამომენტთა განტოლების გამოყენების დროს სტატიკურად ურკვევი კოქის ზედმეტ უცნობებად ვირჩევთ საყრდენ მომენტებს. ჩვენს შემთხვევაში ოთხი საყრდენი მომენტიდან ორი ცნობილია, სახელდობრ  $M_0 = M_3 = 0$ , ხოლო უცნობებია  $M_1$  და  $M_2$ . აღნიშნულის გასაგებად უნდა შევადგინოთ ორი განტოლება:

პირველი

$$M_0 l_1 + 2M_1 (l_1 + l_2) + M_2 l_2 = -6 \left( \frac{\omega_1 a_1}{l_1} + \frac{\omega_2 b_2}{l_2} \right);$$

მეორე

$$M_1 l_2 + 2M_2 (l_1 + l_2) + M_3 l_1 = -6 \left( \frac{\omega_2 a_2}{l_2} + \frac{\omega_1 b_1}{l_1} \right),$$

სადაც

$$\omega_1 = \frac{q_1 l_1^2}{12} = \frac{1,2 \cdot 5^2}{12} = 12,5 \text{ ტ მ}^2;$$

$$\omega_2 = \frac{Pab}{2} = \frac{8 \cdot 3 \cdot 2}{2} = 24 \text{ ტ მ}^2;$$

$$\omega_3 = \frac{q_2 l_2^3}{24} = \frac{2 \cdot 6^3}{24} = 18 \text{ ტ მ}^2;$$

$$a_1 = \frac{l_1}{2} = 2,5 \text{ მ}; \quad a_2 = \frac{a + l_2}{3} = \frac{8}{3} \text{ მ};$$

$$b_1 = \frac{b + l_2}{3} = \frac{7}{3} \text{ მ}; \quad b_2 = \frac{7}{15} l_2 = 2,8 \text{ მ};$$

თუ შევითანოთ ამ მნიშვნელობებს პირველ და მეორე განტოლებებში, მაშინ მარტივი გარდაქმნების შემდეგ მივიღებთ

$$4M_1 + M_2 = -20,94 \quad \text{I}$$

$$4M_1 + 4,4M_2 = -25,44 \quad \text{II}$$

ამ განტოლებათა ამოხსნით გვექნება

$$M_1 = -4,02 \text{ ტ მ}. \quad M_2 = -4,87 \text{ ტ მ}.$$

საყრდენი მომენტების გამოთვლის შემდეგ ვსაზღვრავთ უკერი კოქის რეაქციის ძალებს შემდეგი ფორმულით

$$R_n = B_n^0 + A_n^0 + \frac{M_{n-1} - M_n}{l_n} + \frac{M_{n+1} - M_n}{l_{n+1}}$$

ჩვენს შემთხვევაში

$$\begin{aligned} R_0 &= A_1^0 + \frac{M_1 - M_0}{l} = \frac{q_1 l_1}{2} + \frac{M_1 - M_0}{l_1} = \\ &= \frac{1,2 \cdot 5}{2} - \frac{4,02}{5} = 2,20 \text{ ტ}; \end{aligned}$$

$$R_1 = B_1^0 + A_1^0 + \frac{M_0 - M_1}{l_1} + \frac{M_2 - M_1}{l_2} = \frac{1,2 \cdot 5}{2} +$$

$$+ \frac{8 \cdot 2}{5} + \frac{4,02}{5} + \frac{-4,87 + 4,02}{5};$$

$$R_2 = B_2^0 + A_2^0 + \frac{M_1 - M_2}{l_2} + \frac{M_3 - M_2}{l_3} = \frac{8 \cdot 3}{5} + \frac{2 \cdot 6}{6} +$$

$$+ \frac{-4,02 + 4,87}{5} + \frac{4,87}{6};$$

$$R_3 = 7,78 \text{ ტ};$$

$$R_4 = B_4^0 + \frac{M_2 - M_3}{l_3} = \frac{2 \cdot 6}{3} - \frac{4,87}{6} = 3,19 \text{ ტ}.$$

თუ რეაქციის ძალები სწორადაა გამოთვლილი, მაშინ უკრ კოჭზე მოქმედი აქტიური და რეაქციის ძალების გეგმილების ჯამი ვერტიკალურ ღერძზე ნულს უნდა უდრიდეს, რაც ჩვენს შემთხვევაში დაკმაყოფილებულია. მართლაც,

$$R_0 + R_1 + R_2 + R_3 + R_4 - q_1 l_1 - P - \frac{q_2 l_2}{2} = 0$$

გვაძლევს, რომ  $0 = 0$ .

უკრი კოჭის ნებისმიერ მალში განივ ძალასა და მღუნავ მომენტს ვანგარიშობთ შემდეგი ფორმულებით

$$Q_x = Q_0^x + \frac{M_n - M_{n-1}}{l_n} \text{ და } M_x = M_0^x + M_{n-1} + \frac{M_n - M_{n-1}}{l_n} x.$$

ჩვენს მიერ განსახილველი უკრი კოჭის პირველ მალში  $Q_x$ -ისა და  $M_x$ -ის განტოლებებს ექნება შემდეგი სახე

$$Q_x = \frac{q_1 l_1}{2} - q_1 x + \frac{M_1 - M_0}{l_1} = 2,2 - 1,2x;$$

$$M_x = \frac{q_1 l_1}{2} x - \frac{q_1 x^2}{2} + M_0 + \frac{M_1 - M_0}{l_1} x = 2,2x - 0,6x^2;$$

აქ  $x$  იცვლება 0-დან 6-მდე.

მეორე მალში გვაქვს ორი უბანი:

პირველი

$$Q_{x1} = \frac{Pb}{l_2} + \frac{M_2 - M_1}{l_2} = \frac{8 \cdot 2}{5} + \frac{-4,87 + 4,02}{5} = 3,03 \text{ ტ};$$

$$Mx_1 = \frac{Pb}{l_1} x_1 + M_1 + \frac{M_2 - M_1}{l_2} x_1 = 3,03x_1 - 4,02.$$

$$0 \leq x_1 \leq 3.$$

მეორე

$$Qx_2 = \frac{Pb}{l_1} - P + \frac{M_2 - M_1}{l_2} = 3,03 - 8 = -4,97 \text{ ტ};$$

$$Mx_2 = \frac{Pb}{l_1} x_2 - P(x_2 - 3) + M_1 + \frac{M_2 - M_1}{l_2} x_2 = -4,97x_2 + 19,98,$$

სადაც

$$3 \leq x_2 \leq 5.$$

უპირი კოჭის მესამე მალში

$$Q_3 = \frac{q_2 l_2}{6} - \frac{q_2 x^2}{2l_2} + \frac{M - M_2}{l} = \frac{2 \cdot 6}{6} - \frac{2x^2}{2 \cdot 6} + \frac{4,87}{6} = 2,81 - \frac{x^2}{6};$$

$$Mx_3 = \frac{q_2 l_2}{6} x - \frac{q_2 x^3}{6l_2} + M_2 + \frac{M_3 - M_2}{l_3} x = 2,81x - \frac{x^3}{18} - 4,87,$$

სადაც

$$0 \leq x \leq 6.$$

ამ განტოლებებიდან მიღებული განივი ძალისა და მღუნავე მომენტის მნიშვნელობათა შესაბამისი ეპიურები ნაჩვენებია ნახაზზე.

---

## რთული წინაღობა

### § 1. ირიბი ლუნვა

აქამდე ჩვენ ვსწავლობდით ისეთ ლეროებს, რომლებიც განიცდიდნენ ერთ ერთი მარტივი სახის დეფორმაციას, როგორცაა მაგალითად, ღერძული ვაჭიმვა ან კუმშვა, ძვრა, გრეხა, ბრტყელი ლუნვა და სხვ.

პრაქტიკაში კონსტრუქციებისა და მანქანების ელემენტებში ხშირად გვხვდება ძალების ისეთი მოქმედება, რომლებიც რამდენიმე სახის მარტივ დეფორმაციას ერთდროულად იწვევენ. მაგალითად, სატრანსმისიო ლილვი ერთდროულად განიცდის გრეხას და ლუნვას; კონსტრუქციებში აგრეთვე არის ისეთი ლეროები, რომლებიც ერთდროულად განიცდიან ლუნვას და ვაჭიმვას ან კუმშვას და ა. შ. თუ ლერო ერთდროულად განიცდის რამდენიმე სახის მარტივ დეფორმაციას, მაშინ ასეთ დეფორმაციას რთულ წინაღობას უწოდებენ.

რთულ წინაღობაზე მომუშავე ლეროს გაანგარიშების დროს იყენებენ ეგრეთ წოდებულ ძალთა მოქმედების დამოუკიდებლობის პრინციპს; ანიტომ დრეკად სისტემაზე აღძრული სრული ძაბვისა და დეფორმაციის განოსათვლელად შესაძლებელია გამოვიყენოთ ძალთა მოქმედების შეჯამების ხერხი, ე. ი. ვაზდენთ სხვადასხვა სახის მარტივი დეფორმაციების შესაბამისი ძაბვისა და გადაადგილების სიდიდეთა აღგებრულ ან გეომეტრიულ აჯამვას.

რთული წინაღობის ერთ-ერთ სახეს ეგრეთ წოდებული ირიბი ლუნვა წარმოადგენს.

კოჭი მაშინ განიცდის ირიბი ლუნვის დეფორმაციას, როდესაც მლუნავი ძალების მოქმედების სიბრტყე კოჭის ღერძზე გადის და არ ემთხვევა მის სიმეტრიის სიბრტყეს, არამედ მასთან ადგენს გარკვეულ  $\alpha$  კუთხეს.

გავარჩიოთ ირიბ ლუნვაზე მომუშავე ისეთი კოჭები, რომელთა განივკვეთს ორი სიმეტრიის ღერძი აქვს (მაგ., მართკუთხოვანი, ორტესებრი და სხვ.).

ავილოთ მართკუთხოვანი განივკვეთის კოჭი, რომლის ერთი ბოლო ხისტადაა ჩამაგრებული, ხოლო თავისუფალ ბოლოზე მოქმედებს  $P$  ძალა, რომელიც სიმეტრიის  $z$  ღერძთან  $\alpha$  კუთხეს ადგენს (ნახ. 11.1). კოორდინატთა ღერძების მიმართულება შევარჩიოთ ისე, რომ ძალა  $P$  მდებარეობდეს პირველ მეოთხედში.

კოქის თავისუფალი ბოლოდან  $x$  მანძილით დაშორებული განივკვეთის ნებისმიერ წერტილზე ძაბვის გასაგებად  $P$  ძალა დაეშალათ სიმეტრიის  $y$  და  $z$  ღერძების მიმართულებით  $P_y$  და  $P_z$  მდგენელად. როგორც ნახაზიდან ჩანს, ამ მდგენელების მნიშვნელობა გამოითვლება ფორმულებით

$$P_z = P \cos \alpha$$

და

$$P_y = P \sin \alpha.$$

რადგანაც  $P_z$  და  $P_y$  ძალები კოქის სიმეტრიის სიბრტყეებზე

მდებარეობენ, ამიტომ მათი მოქმედება ცალ-ცალკე იწვევს ბრტყელ ლუნვას, ე. ი. ირიბი ლუნვა იშლება ორ ბრტყელ ლუნვად. თუ ვიხელმძღვანელებთ ძალთა მოქმედების შეჯამების პრინციპით, მაშინ ირიბი ლუნვის დროს კვეთში ძაბვის განსასაზღვრავად საჭიროა ამავე კვეთში ბრტყელი ლუნვებით აღძრული ძაბვების სიდიდეები აღგებრულად შევაჯამოთ.

$x$  კვეთში  $P_y$  და  $P_z$  ძალებით გამოწვეული მლუნავი მომენტები ტოლი იქნება

$$M_y = P_z \cdot x = P \cdot x \cdot \cos \alpha = M \cos \alpha,$$

$$M_z = P_y \cdot x = P \cdot x \cdot \sin \alpha = M \sin \alpha,$$

სადაც  $M = P \cdot x$  და წარმოადგენს მომენტს მლუნავი კოქის  $x$  კვეთში აღძრულს  $P$  ძალით.

$M_y$  და  $M_z$  მომენტთა ნიშანს მხედველობაში არ ვღებულობთ, რადგანაც ჩვენ გვინტერესებს მხოლოდ მათი აბსოლუტური მნიშვნელობები.

გამოეთვალათ ნორმალური ძაბვა  $x$  კვეთის  $C$  წერტილში, რომლის კოორდინატებია  $y$  და  $z$  (ნახ. 11.1). მლუნავი მომენტის  $M_y$  მოქმედებით აღძრული ნორმალური ძაბვა იქნება

$$-\frac{M_y \cdot z}{I_y},$$

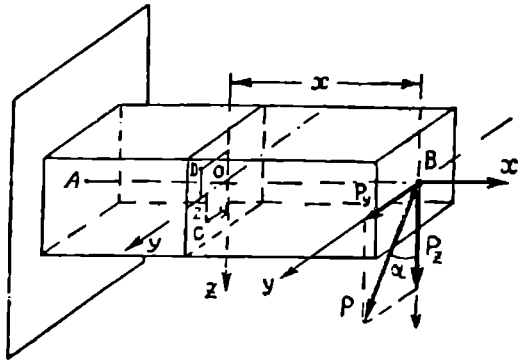
სადაც  $I_y$  არის ინერციის მომენტი ნეიტრალური  $y$  ღერძის მიმართ.

$M_z$  მომენტით გამოწვეული ძაბვა ტოლია

$$-\frac{M_z \cdot y}{I_z},$$

სადაც  $I_z$  არის ინერციის მომენტი ნეიტრალური  $z$  ღერძის მიმართ.

სრული ძაბვა  $C$  წერტილში მიიღება გამოთვლილი ძაბვების აღგებრული ჯამით, ე. ი.



ნახ. 11.1

$$\sigma = -\frac{M_y \cdot z}{I_y} - \frac{M_z \cdot y}{I_z}$$

აქ  $M_y$  და  $M_z$ -ის მაგიერ შევიტანოთ მისი მნიშვნელობები, მივიღებთ

$$\sigma = -M \left( \frac{z \cos \alpha}{I_y} + \frac{y \sin \alpha}{I_z} \right). \quad (11.1)$$

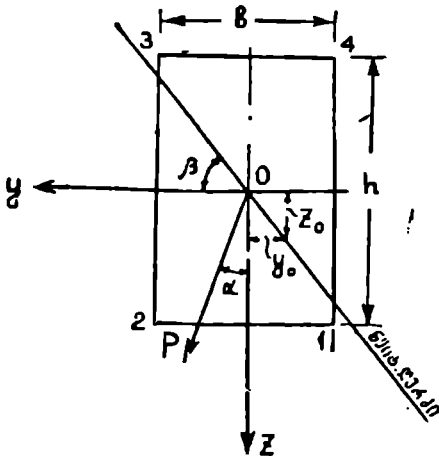
ამ ფორმულით შესაძლებელია იპოვოთ ღუნვის დროს კოქის ყოველი კვეთის ნებისმიერ წერტილში ნორმალური ძაბვის განსაზღვრა.

ნორმალური ძაბვის ფორმულა გამოყენილია  $y$  და  $z$ -ის დადებით-მნიშვნელობებისათვის; ამიტომ თუ მათ სიდიდეს და ნიშანს წერტილის მდებარეობის მიხედვით შევიტანთ, მაშინ (11.1) ფორმულით ყოველთვის მივიღებთ განსახილველ წერტილში ძაბვის სწორ ნიშანს.

მაგალითად,  $D$  წერტილისათვის  $y$  ორდინატი დადებითია და  $z$  უარყოფითი. ამის შესაბამისად (11.1) ფორმულის პირველი შესაკრები იქნება დადებითი, მეორე კი უარყოფითი.

გავარკვიოთ ნეიტრალური ღერძის მდებარეობა კოქის განივი კვეთში. ვთქვათ, ნეიტრალური ღერძის მიმდინარე კოორდინატებია  $y_0$  და  $z_0$ . რადგანაც ნეიტრალურ ღერძზე მდებარე წერტილებში ნორმალური ძაბვა ნულის ტოლია, ამიტომ თუ ნორმალური ძაბვის საანგარიშო ფორმულაში  $y$  და  $z$ -ის მაგივრად შევიტანთ ნეიტრალური ღერძის მიმდინარე კოორდინატებს, მივიღებთ ნეიტრალური ღერძის განტოლებას

$$\frac{z_0 \cos \alpha}{I_y} + \frac{y_0 \sin \alpha}{I_z} = 0. \quad (11.2)$$



ა. 11.2.

როგორც ამ განტოლებიდან ჩანს, ნეიტრალური ღერძი გადის კოორდინატთა სათავეში და კვეთს მეორე და მეოთხე მეოთხედს (ნახ. 11.2). გავარკვიოთ ნეიტრალური ღერძის პოზიციონთან დახრის კუთხე  $\beta$ .

როგორც ნახაზიდან ჩანს,  $\operatorname{tg} \beta = \frac{|z_0|}{|y_0|}$ , ხოლო ნეიტრალური ღერძის განტოლებიდან კი მივიღებთ

$$\left| \frac{z_0}{y_0} \right| = \frac{I_y}{I_z} \operatorname{tg} \alpha,$$

ამგვარად,

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{I_y}{I_z} \operatorname{tg} \alpha$$

როგორც ამ ფორმულიდან ჩანს, ირიბი ღუნვის დროს ნეიტრალური ღერძი მართობი არ არის მღუნავი ძალების მოქმედების სიბრტყის. მართობი იქნება იმ კერძო შემთხვევაში, როცა  $I_y = I_z$ , მაშინ  $\alpha = \beta$ . ასეთი კვეთის კოჭებში გვექნება მხოლოდ ბრტყელი ღუნვა.

კოჭის კვეთში უდიდესი გამკიბავი და მკუმშავი ძაბვები აღიძვრება ნეიტრალური ღერძიდან უშორეს წერტილებში და გამოითვლება შემდეგი ფორმულით

$$\sigma_{\max} = \pm M \left( \frac{\cos \alpha}{W_y} + \frac{\sin \alpha}{W} \right)$$

კოჭისათვის მაქსიმალური ძაბვა გვექნება იმ კვეთში, სადაც მღუნავი მომენტის აბსოლუტური მნიშვნელობა აღწევს მაქსიმუმს. სიმტკიცის პირობა დაკუთლი რომ იყოს, ეს ძაბვა არ უნდა აღემატებოდეს დასაშვებს.

ამგვარად,

$$|\sigma_{\max}| = M_{\max} \left( \frac{\cos \alpha}{W_y} + \frac{\sin \alpha}{W_z} \right) \leq [\sigma]. \quad (11.4)$$

ამ პირობით მოწმდება ირიბ ღუნვაზე მომუშავე კოჭის კვეთი სიმტკიცეზე.

კოჭის ჩალუნვის სიდიდისა და მიმართულების გასაგებად საჭიროა მოიძებნოს სიმეტრიის სიბრტყეებში  $P_y$  და  $P_z$  ძალებით გამოწვეული  $f_y$  და  $f_z$  ჩალუნვები; სრული ჩალუნვა  $f$  მიიღება, როგორც  $f_y$  და  $f_z$  მდგენელების გეომეტრიული ჯამი

$$f = \sqrt{f_y^2 + f_z^2} \quad (11.5)$$

$f$  მიმართულებასა და სიმეტრიის  $z$  ღერძს შორის კუთხე  $\beta$  მოიძებნება შემდეგი დამოკიდებულებებიდან

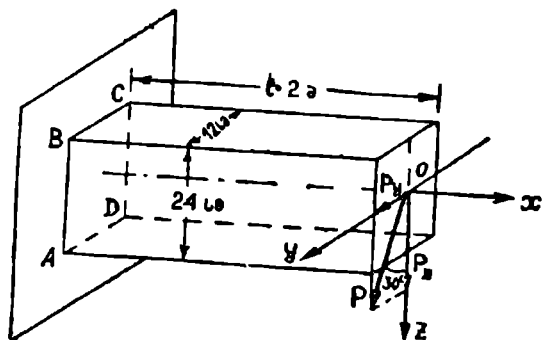
$$\operatorname{tg} \beta = \frac{f_y}{f_z} \quad (11.6)$$

ამ შემთხვევაში ჩალუნვის მიმართულება ძალის მოქმედების სიბრტყეს არ ემთხვევა. ამიტომ ღუნვის ასეთმა დეფორმაციამ ირიბი ღუნვის სახელწოდება მიიღო.

გავარჩიოთ ირიბი ღუნვის რიცხვითი მაგალითი.

მაგალითი 1. მართკუთხოვანი განივკვეთის ხის კოჭი, რომლის სიგრძეა 2 მ და განივკვეთის ზომები  $12 \times 24$  სმ, ერთი ბოლოთი ხისტადაა ჩამავ-

რებული და თავისუფალ ბოლოზე სიმეტრიის სიბრტყიდან  $30^\circ$  დახრით მოქმედებს კვეთის ცენტრზე გამავალი მღუნავი ძალა  $P = 300$  კგ (11.3). განესაზღვროთ ჩამაგრების  $A$ ,  $B$ ,  $C$  და  $D$  წერტილებში ძაბვების სიდიდეები.



ნახ. 11.3

$P$  ძალის მოქმედების მიმართულება არ ემთხვევა სიმეტრიის ღერძს მაშასადამე, კოჭი განიცდის ირიბი ღუნვის დეფორმაციას. ირიბი ღუნვის მოქმედება შევცვალოთ მდგენელ ორ ბრტყელ ღუნვად. ამისათვის  $P$  ძალა დაეშალათ სიმეტრიის ღერძების მიმართულებით  $P_y$  და  $P_z$  მდგენელებად.

$$P_y = P \sin 30^\circ = 300 \cdot 0,5 = 150 \text{ კგ.}$$

$$P_z = P \cos 30^\circ = 300 \cdot 0,866 = 259,8 \text{ კგ.}$$

ვინაიდან ძაბვები განსასაზღვრავი ვეაქვს კოჭის ჩამაგრების კვეთში, ამიტომ  $P_y$  და  $P_z$  ძალებით გამოწვეული მომენტის მნიშვნელობები გამოეთვალათ ამავე კვეთისათვის

$$M_y = P_z \cdot l = 259,8 \cdot 200 = 51960 \text{ კგ. სმ;}$$

$$M_z = P_y \cdot l = 150 \cdot 200 = 30000 \text{ კგ. სმ.}$$

დავწეროთ ირიბი ღუნვის დროს ძაბვის გამოსათვლელი ზოგადი ფორმულა

$$\sigma = \frac{M_y \cdot z}{I_y} - \frac{M_z \cdot y}{I_z};$$

მართკუთხოვანი კვეთებისათვის

$$I_y = \frac{bh^3}{12} = \frac{12 \cdot 22^3}{12} = 13824 \text{ სმ}^4,$$

$$I_z = \frac{hb^3}{12} = \frac{24 \cdot 12^3}{12} = 3456 \text{ სმ}^4.$$



ძაბვის განტოლებაში  $y$  და  $z$ -ის მაგივრად შეტანილი უნდა იქნეს  $A, B, C$  და  $D$  წერტილების კოორდინატები, შერჩეულ ღერძთა მიმართულების შესაბამისი ნიშნის დაცვით, რომელიც ჩვენს მაგალითში ასეა:  $A(6, 12), B(6, -12), C(-6, -12), D(-6, 12)$ .

ამგვარად,

$$\sigma_A = - \frac{51960 \cdot 12}{13824} - \frac{30000 \cdot 6}{3456} = - 97,3 \text{ კგ/სმ}^2,$$

$$\sigma_B = - \frac{51960 \cdot (-12)}{13824} - \frac{30000 \cdot 6}{3456} = - 7,1 \text{ კგ/სმ}^2,$$

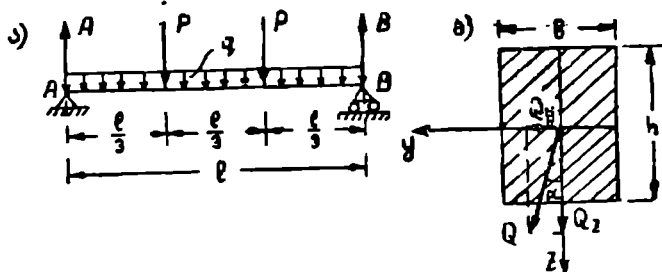
$$\sigma_C = - \frac{51960 \cdot (-12)}{13824} - \frac{30000 \cdot (-6)}{3456} = + 97,3 \text{ კგ/სმ}^2,$$

$$\sigma_D = - \frac{51960 \cdot 12}{13824} - \frac{30000 \cdot (-6)}{3456} = + 7,1 \text{ კგ/სმ}^2.$$

მაგალითი 2. შევარჩიოთ ირიბ ღუნვაზე მომუშავე ორ საყრდენზე მდებარე ხის კოქის მართკუთხოვანი განივევით; თუ კოქი, რომლის ხალი  $l=4,5$  მ, დატვირთულია  $q=200$  კგ/მ ინტენსივობის თანაბრად განაწილებული ტვირთით და ორი შეყურსული  $P=100$  კგ ძალით, რომლებიც საყრდენებიდან დაცილებულია  $\frac{l}{3}$  მანძილით (ნახ. 11.4 ა).

ძალის მოქმედების სიბრტყე კოქის სიმეტრიის სიბრტყესთან ადგენს  $\alpha = 15^\circ$  კუთხეს (ნახ. 11.4 ბ), კვეთის სიმაღლის შეფარდება სიგანესთან  $h:b=1,5$ ; დასაშვები ძაბვა ღუნვაზე  $[\sigma]_L = 100$  კგ/სმ<sup>2</sup>.

რადგანაც საანგარიშო კოქის განივევებით მართკუთხოვანია, ამიტომ მაქსიმალური ნორმალური ძაბვა შეიძლება განესაზღვროთ (11.4) ფორმულა



ნახ. 11.4

ლით, რის საფუძველზედაც ირიბი ღუნვის დროს სიმტკიცის პირობას შემდეგი სახე ექნება:

$$\sigma_{\max} = \frac{[M_y]_{\max}}{W_y} + \frac{[M_z]_{\max}}{W_z} \leq [\sigma]_{\text{დ.}}$$

კოქზე მოქმედი ძალები დავშალოთ მდგენელებად სიმეტრიის ღერძების მიმართულებით.

$q$  ინტენსივობის მდგენელები იქნება

$$q_x = q \cos 15^\circ = 200 \cdot 0,966 = 193,2 \text{ კგ/მ,}$$

$$q_y = q \sin 15^\circ = 200 \cdot 0,259 = 51,8 \text{ კგ/მ.}$$

$P$  ძალის მდგენელებად დაშლა მოგვცემს

$$P_x = P \cos \alpha = 100 \cdot 0,966 = 96,6 \text{ კგ,}$$

$$P_y = P \sin \alpha = 100 \cdot 0,259 = 25,9 \text{ კგ.}$$

დატვირთვის სქემის თანახმად, უდიდესი მღუნავი მომენტი კოქის მალის შუაში იქნება.

$P_x$  და  $q_x$  ტვირთები მღუნავ მომენტს ქმნიან  $y$  ღერძის მიმართ, რომლის პაქსიმალური მნიშვნელობა ტოლია

$$|M_y|_{\max} = \frac{P_x l}{3} + \frac{q_x \cdot l^2}{8} = \frac{96,6 \cdot 4,5}{3} + \frac{193,2 \cdot 4,5^2}{8} = 634 \text{ კგ. მ.}$$

$P_y$  და  $q_y$  ტვირთები ქმნიან მომენტებს  $z$  ღერძის მიმართ, რომლის აბსოლუტური მაქსიმუმი უდრის

$$|M_z|_{\max} = \frac{P_y \cdot l}{3} + \frac{q_y l^2}{8} = \frac{25,9 \cdot 4,5}{3} + \frac{51,8 \cdot 4,5^2}{8} = 170,2 \text{ კგ. მ.}$$

როცა  $h = 1,5 b = \frac{3}{2} b$ , მაშინ წინალობის მომენტი ტოლია

$$W_y = \frac{bh^3}{6} = \frac{9b^3}{4 \cdot 6} = \frac{3b^3}{8},$$

$$W_z = \frac{hb^3}{6} = \frac{3b^3}{2 \cdot 6} = \frac{b^3}{4}.$$

თუ მღუნავი და წინალობის მომენტების ზემოგამოთვლილ მნიშვნელობებს სიმტკიცის პირობაში შევიტანთ, მივიღებთ

$$\sigma_{max} = \frac{63400}{\frac{3b^3}{8}} + \frac{17020}{\frac{b^3}{4}} \leq 100,$$

$$\frac{8 \cdot 63400}{3} + 4 \cdot 17020 \leq 100 b^3.$$

აქედან

$$100 b^3 \geq 237144,$$

$$b \geq \sqrt[3]{2371,44} = 13,32 \text{ სმ},$$

$$h = 1,5 b = 19,98 \text{ სმ}.$$

ვიღებთ კვეთს  $13 \times 20$  სმ, მაშინ ამ კვეთის შესაბამისი წინალობის მომენტი იქნება

$$W_y = \frac{13 \cdot 20^3}{6} = 866,6 \text{ სმ}^3;$$

$$W_z = \frac{20 \cdot 13^3}{6} = 563,6 \text{ სმ}^3.$$

უდიდესი დაბევა საშიშ კვეთში

$$\sigma_{max} = \frac{63400}{866,6} + \frac{17020}{563,6} = 73,2 + 30,3 = 100,5 \text{ კგ/სმ}^2 < [\sigma]_c + 5\%.$$

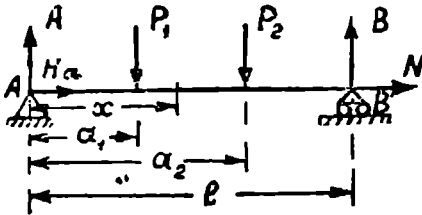
რაც დასაშვებია.

## § 2. ღუნვისა და გაჭიმვის ან კუმშვის ერთდროული მოქმედება

დავუშვათ, ღეროზე მოქმედებს სიმეტრიის სიბრტყეზე გამავალი ღერძისადმი დახრილი ძალები. ამ ძალების მოქმედება ყოველთვის შეგვიძლია შევცვალოთ ღერძის მართობი და ღერძის გასწვრივი მიმართული მდგენელი ძალებით. ღერძის მართობი ძალები გამოიწვევენ ღეროს ბრტყელ ღუნვას, ხოლო ღერძის გასწვრივ მიმართული ძალები ღეროს გაჭიმვას ან კუმშვას.

ახლა გავარჩიოთ აღნიშნული სახის დეფორმაციის ერთ-ერთი შემთხვევა.

ვთქვათ, მოცემულია ორ საყრდენზე მდებარე კოჭი, რომელზედაც მოქმედებს განივი  $P_1$  და  $P_2$  ძალები და მოძრავ  $B$  საყრდენ კვეთში მოდებული გრძივი ვანკიმავე  $N$  ძალა (ნახ. 11.5). ასეთ შემთხვევაში კოჭი მუშაობს პრეტელ ღუნვასა და ღერძულ გაქიმვანზე.



ნახ. 11.5

მალური ძაბვის სიდიდეს მივიღებთ განივი  $P_1$  და  $P_2$  და გრძივი  $N$  ძალებით აწვეწერტილში აღძრული ძაბვების ალგებრული შეჯამებით.

ღერძული გამჭიმავი  $N$  ძალის მოქმედებით აღძრული ნორმალური ძაბვა კოჭის ნებისმიერი კვეთის მთელ  $F$  ფართობზე თანაბრად ნაწილდება და გამოიხატება ფორმულით

$$\sigma_N = \frac{N}{F}.$$

განივი  $P_1$  და  $P_2$  ძალების მოქმედება იწვევს კოჭის ღუნვას. თუ ნებისმიერ განივკვეთში ამ ძალებით გამოწვეულ მღუნვანე მომენტს აღვნიშნავთ  $M$ -ით, მაშინ აღებული კვეთის ყოველ წერტილში ნორმალური ძაბვა გამოიხატება ფორმულით

$$\sigma_M = \frac{M \cdot z}{I_y}.$$

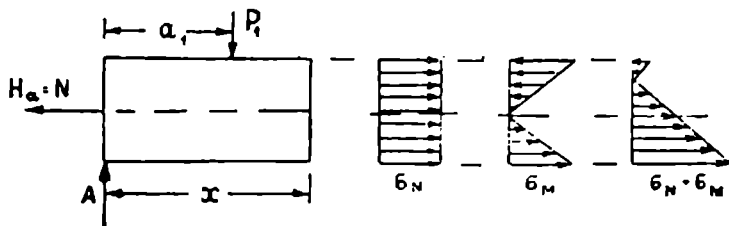
ამგვარად, კოჭზე ღუნვისა და გაქიმვის ერთდროულად მოქმედების დროს, აღებული კვეთის ნეიტრალური ღერძიდან  $z$  მანძილზე დაშორებულ წერტილში სრული ნორმალური ძაბვა იქნება  $\sigma_N$  და  $\sigma_M$ -ის ალგებრული ჯამი

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M \cdot z}{I_y}. \quad (11.7)$$

კვეთში ნორმალური ძაბვის განაწილების ეპიურა გამოწვეული გრძივი და განივი ძალითა და მათი ერთდროული მოქმედებით ნაჩვენებია ნახ. 11.6-ზე.

როგორც ნახაზიდან ჩანს, კვეთში უდიდესი ძაბვა აღიძვრება ქვედა ბოკკოებში, სადაც  $\sigma_N$  და  $\sigma_M$  იკრიბებიან, ხოლო ზედა ბოკკოებში ძაბვის

სიდიდე და ნიშანი დამოკიდებულია  $\sigma_N$  და  $\sigma_M$ -ის რიცხვით მნიშვნელობებზე, ე. ი. კოეფიციენტზე ლუნისა და გაჭიმვის ან კუმშვის ერთდროულად მოქმედებაზე.



ნახ. 11.6

ბის დროს ნეიტრალური ღერძი კვეთის სიძიძის ცენტრში არ გადის; კერძოდ, თუ  $\frac{N}{F}$ -ის აბსოლუტური მნიშვნელობა მეტია  $\frac{M}{W_y}$ -ზე, მაშინ კვეთში გვაქვს ერთი ნიშნის დაბევა, რაც იმას ნიშნავს, რომ ნეიტრალური ღერძი გადის კვეთის გარეთ; თუ ეს დაბევები ტოლია, მაშინ ნეიტრალური შრე მხებია კვეთის კონტურის და როცა  $\frac{N}{F}$  ნაკლებია  $\frac{M}{W_y}$ -ზე, მაშინ კვეთში გვაქვს ორი ნიშნის დაბევა.

როგორც ზემოაღნიშნულიდან ჩანს, კოეფიციენტი საშიში კვეთი გვექნება იქ, სადაც მლუნავი მომენტის აბსოლუტური მნიშვნელობა აღწევს მაქსიმუმს; სიმტკიცის პირობა დაკული რომ იყოს, საჭიროა საშიშ კვეთში მაქსიმალური დაბევა ტოლი ან ნაკლები იყოს დასაშვები დაბევისა, ე. ი.

$$\sigma_{max} = \left| \frac{N}{F} \pm \frac{M_{max}}{W_y} \right| \quad [z] \quad (11.8)$$

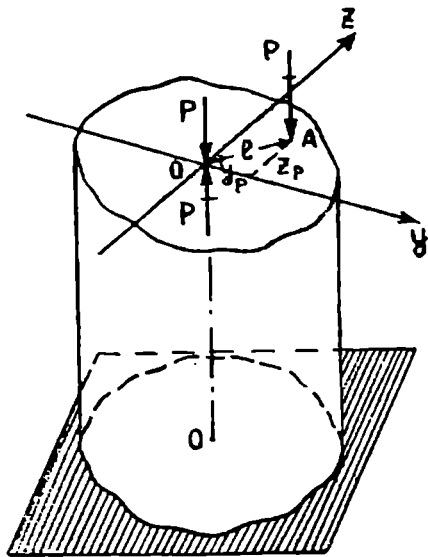
### § 8. არაცენტრალური კუმშვა ან გაჭიმვა

თუ ღერძზე მოქმედებს მისი ღერძიდან  $e$  მანძილით დაშორებული ღერძის პარალელური ძალა, მაშინ ძალის მიმართულებების პიანდვით ღერძი განიცდის არაცენტრალურ კუმშვას ან გაჭიმვას: ძალია მოღების წერტილიდან კვეთის ცენტრამდე  $e$  მანძილს ექსცენტრისიტეტი ეწოდება.

ვთქვათ, სწორღერძიან ღერძზე მოქმედებს არაცენტრალურად მკუმშავი  $P$  ძალა (ნახ. 11.7). ღერძს განიცეკვით ინერციის მთავარი ცენტრალური ღერძები აღენიშნათ  $y$  და  $z$ -ით. ამ ღერძებს მივცეთ მიმართულება ისე, რომ ძალის მოღების  $A(y_p, z_p)$  წერტილი ნაეკცეს პირველ მეოთხედში.

ჩვენი მიზანია განვსაზღვროთ დაბევა ღერძს კვეთის ნებისმიერ წერტილში და შევადგინოთ სიმტკიცის პირობა არაცენტრალურ კუმშვაზე (გაჭიმვაზე) მომუშავე ღერძსათვის. ღერძს განიცეკვით ცენტრში მოედოთ ორი

ურთიერთსაწინააღმდეგო  $P$ -ს ტოლი ძალა (ნახ. 11.7), რითაც არც წონასწორობა დაირღვევა და არც ღეროს დაძაბული მდგომარეობა შეიცვლება.



ნახ. 11.7

სუფთა ბრტყელ ღუნვად

$$M_y = P \cdot z_p \text{ და } M_z = P \cdot \gamma_p$$

რომლებს განაც აღძრული ძაბვა  $B$  წერტილში შესაბამისად ტოლია

$$-\frac{P \cdot z_p \cdot z}{I_y} \text{ და } -\frac{P \cdot \gamma_p \cdot y}{I_z}$$

საბოლოოდ ძაბვა  $B$  წერტილში, ცენტრალური კუმშვით და ორი ბრტყელი ღუნვით აღძრული ზემოთ ცალ-ცალკე გამოთვლილი ძაბვების ჯამის ტოლია

$$\sigma = -\frac{P}{F} - \frac{P \cdot \gamma_p \cdot y}{I_z} - \frac{P \cdot z_p \cdot z}{I_y},$$

აქედან

$$\sigma = -P \left( \frac{1}{F} + \frac{\gamma_p y}{I_z} + \frac{z_p z}{I_y} \right) \quad (11.9)$$

ამ ფორმულით გამოითვლება არაცენტრალური კუმშვის დროს კვეთის ნებისმიერ წერტილში ძაბვა, მხოლოდ  $y$  და  $z$  მაგვირად უნდა შევიტანოთ იმ

ნახაზზე ერთხელ გადახაზული ძალები გვადლევს წყვილძალას  $M = Pl$ , რომელიც იწვევს ღეროს სუფთა ირიბ ღუნვას და გადაუხაზავი ძალა  $P$  იწვევს ცენტრალურ კუმშვას.

ამგვარად, ძაბვა ღეროს ნებისმიერ წერტილში ტოლი იქნება ირიბი ღუნვისა და ცენტრალური კუმშვისაგან აღძრული ძაბვების აღგებრული ჯამის.

ვთქვათ, ძაბვის განსაზღვრა გვინდა ღეროს ნებისმიერი განივი კვეთის პირველ მეოთხედზე მდებარე  $B$  წერტილში, რომლის კოორდინატებია  $y$  და  $z$  (ნახ. 11.8). ცენტრალური კუმშვისაგან ძაბვა განივი კვეთის ყოველ წერტილში ტოლია  $-\frac{P}{F}$ ; სუფთა

ირიბი ღუნვით გამომწვევი მომენტი  $M = Pl$  დაეშალოთ ორ

წერტილის კოორდინატები თავისი ნიშნით, სადაც ვესურს დაბვის განსახ-  
ლვრა.

არაცენტრალური გაკვიმვის შემთხვევაში დაბვის საანგარიშო ფორმულა  
იგივე რჩება მხოლოდ შეფუცვლით ნი-  
შანს—მინუს პლუსით.

არაცენტრალურ კუმშვაზე (გაკვი-  
მაზე) მომუშავე ღეროს განივკვეთში  
მაქსიმალურად დაძაბული წერტილი  
რომ ვიპოვოთ, საჭიროა ვიცოდეთ ნე-  
იტრალური ღერძის მდებარეობა. ნე-  
იტრალური ღერძის მიმდინარე კოორ-  
დინატები აღვნიშნოთ  $y_0$  და  $z_0$ -ით.  
ნორმალური დაბვის ფორმულაში, თუ  
 $y$  და  $z$ -ის მაგივრად შევიტანთ  $y_0$  და  
 $z_0$ -ს, მაშინ ნორმალური დაბვა უნდა  
გავეუტოლოთ ნულს.

ნორმალური დაბვის ფორმულაში  
ფრჩხილებს გარეთ გამოვიტანოთ  
 $\frac{P}{F}$ , მივიღებთ

$$c = -\frac{P}{F} \left( 1 + \frac{\gamma p y}{i_z^2} + \frac{\gamma p z}{i_y^2} \right) \quad (11.10)$$

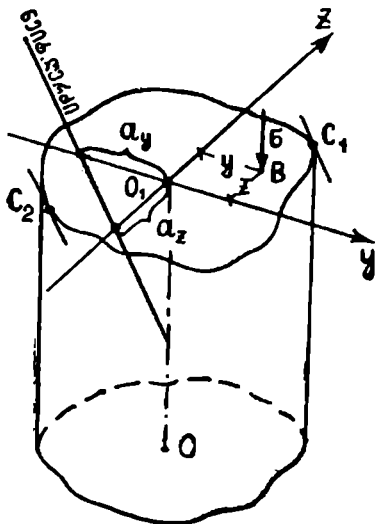
აქ  $i_y$  და  $i_z$  არიან კვეთის ინერციის ელიფსის რადიუსები მთავარი  
ღერძების მიმართ, სადაც  $i_y^2 = \frac{I_y}{F}$  და  $i_z^2 = \frac{I_z}{F}$ . თუ (11.10) ფორმულაში  
 $y_0$  და  $z_0$ -ს შევიტანთ  $y$  და  $z$ -ს მაგივრად, მივიღებთ ნეიტრალური ღერძის  
შემდეგ განტოლებას

$$1 + \frac{\gamma p y_0}{i_z^2} + \frac{\gamma p z_0}{i_y^2} = 0. \quad (11.11)$$

ეს წარმოადგენს ისეთი სწორი ხაზის განტოლებას, რომელიც არ გა-  
დის კოორდინატთა ღერძების სათავეში. რადგანაც ნეიტრალური ღერძი  
კოორდინატთა სათავეში არ გადის, ცხადია, მაშინ უნდა მოკვეთოს გარკ-  
ვეული მონაკვეთები  $y$  და  $z$  ღერძებიდან. ეს მონაკვეთები შესაბამისად აღ-  
ვნიშნოთ  $a_y$  და  $a_z$ -ით. თუ ეს სიდიდეები გვეცოდინება, მაშინ შეგვეძლება  
ნეიტრალური ღერძის გატარება კვეთში.

ნეიტრალური ღერძისა და  $y$  ღერძის გადაკვეთის იმ წერტილის კოორდი-  
ნატები იქნება  $y_0 = a_y$  და  $z_0 = 0$ ; შევიტანოთ ეს მნიშვნელობები ნეიტრალურ-  
ი ღერძის განტოლებაში, მივიღებთ

$$1 + \frac{\gamma p \cdot a_y}{i_z^2} = 0, \text{ აქედან } a = -y \frac{i_z^2}{\gamma p}. \quad (11.12)$$



ნახ. 11.8

ნეიტრალური ღერძის  $z$  ღერძთან გადაკვეთის წერტილის კოორდინატებია  $v_0 = 0$ ,  $z_0 = a_z$ , ამ მნიშვნელობათა ნეიტრალური ღერძის განტოლებაში შეტანა მოგვცემს:

$$1 + \frac{z_p a_z}{i_y^2} = 0, \text{ აქედან } a_z = -\frac{i_y^2}{z_p}. \quad (11.13)$$

ამგვარად, განივკვეთის ცენტრის ერთ მხარეს ძალის მოდების წერტილია, ხოლო მოწინააღმდეგე მხარეს ნეიტრალური ღერძი (ნახ. 11.8). თუ ნეიტრალური ღერძი ვადის ღეროს განივკვეთში. მაშინ ამ ღერძის ერთ მხარეს ღერო იკუმშება, ხოლო მეორე მხარეს იჭიმება. მაქსიმალური მკუმშავი და გამჭიმავი ძაბვები იქნება ნეიტრალური ღერძიდან კვეთის უშორეს  $C_1$  და  $C_2$  წერტილებში (ნახ. 11.8). თუ ამ წერტილის კოორდინატებს შევიტანთ ნორმალური ძაბვის განტოლებაში, მივიღებთ ღეროში აღძრულ უდიდეს მკუმშავი და გამჭიმავი ძაბვების მნიშვნელობებს.

სიმტკიცის პირობა რომ იყოს დაკუთხი, საჭიროა ეს ძაბვები შესაბამისად არ აღემატებოდეს ღეროს მასალისათვის კუმშვასა და გაჭიმვაზე დასაშვებ ძაბვებს.

თუ ღეროს მასალა ერთნაირად ეწინააღმდეგება გაჭიმვას და კუმშვას, მაშინ სიმტკიცის პირობას შემდეგი სახე ექნება

$$|\sigma_{\max}| = P \left( \frac{1}{F} + \frac{\gamma_p \gamma_{\max}}{I_z} + \frac{z_p z_{\max}}{I_y} \right) \leq [\sigma], \quad (11.14)$$

სადაც  $\gamma_{\max}$  და  $z_{\max}$  არის ნეიტრალური ღერძიდან ღეროს განივკვეთის უშორესი წერტილის კოორდინატები.

როცა ღეროს მასალისათვის გაჭიმვასა და კუმშვაზე დასაშვები ძაბვები სხვადასხვაა (მაგალითად თუჯი, ბეტონი და სხვ.), მაშინ საჭიროა სიმტკიცის შემოწმება როგორც გაჭიმულ, ისე შეკუმშულ ზონაში.

პრაქტიკაში ხშირად, ექსცენტრიული ძალის მოდების წერტილი მდებარეობს ღეროს განივკვეთის ერთ-ერთი სიმეტრიის ან ინერციის მთავარ ღერძზე. ასეთ შემთხვევაში ღერო მუშაობს ცენტრალურ კუმშვასა (გაჭიმვაზე) და ბრტყელ ღუნვაზე, ამიტომ ძაბვა შეჯამდება ორი შესაკრებისაგან. მაგალითად, თუ ძალის მოდების  $A$  წერტილი მდებარეობს  $z$  ღერძზე, მაშინ  $\gamma_p = 0$  და ძაბვის საანგარიშო ფორმულა მიიღებს შემდეგ სახეს

$$\sigma = -P \left( \frac{1}{F} + \frac{z_p z}{I_y} \right) \quad (11.15)$$

### კვეთის გული

როგორც ზემოთ დავინახეთ, ინერციის მთავარი ღერძებიდან ნეიტრალური ღერძი მოკვეთს  $a_y = -\frac{i_z^2}{\gamma_p}$  და  $a_z = -\frac{i_y^2}{z_p}$  მონაკვეთებს. როგორც აქედან



ჩანს, მონაკვეთების სიდიდე დამოკიდებულია ძალის მოდების წერტილის კოორდინატებზე; რაც უფრო უახლოვდება ძალა ცენტრს, მით უფრო შორდება ნეიტრალური ლერძი განსაზღვრულ კვეთს და, პირიქით. თუ ნეიტრალური ლერძი კვეთის გარეთაა, მაშინ კვეთში იქნება ერთი ნიშნის ძაბვა. მაშასადამე, არსებობს კვეთის ცენტრის გარშემო ისეთი არე, რომლის ფარგლებშიაც, თუ მოქმედებს ექსცენტრიული ძალა, მაშინ განივკვეთში იქნება ერთი ნიშნის ძაბვა, ამ არეს კვეთის გული ეწოდება.

როცა ძალა მოდებულია ცენტრზე, მაშინ ნეიტრალური ლერძი იქნება უსასრულობაში, რაც უფრო შორდება ძალა ცენტრს, მით უფრო უახლოვდება ნეიტრალური ლერძი კვეთს და როცა ძალის მოდების წერტილი მიადევნებს კვეთის გულის კონტურს, მაშინ ნეიტრალური ლერძი გაივლის კვეთის მხებდალ. ამგვარად, თუ ძალის მოდების წერტილი კვეთის გულის კონტურზე იმობრავებს, მაშინ შესაბამისი ნეიტრალური ლერძი მხებდალ შემოუვლის განივკვეთს.

რომელიმე ფიგურისათვის კვეთის გულის კონტური რომ შემოვსახლდროთ, საჭიროა ნეიტრალური ლერძი გაეტაროთ რამდენიმე ადგილას კვეთის მხებდალ. განვსაზღვროთ თითოეული მდებარეობისათვის  $a_y$  და  $a_z$  მონაკვეთები და გამოვთვალოთ ძალის მოდების წერტილის შესაბამისი კოორდინატები შემდეგი ფორმულით

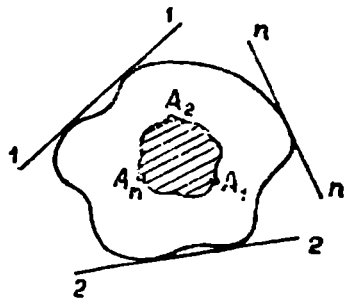
$$y_p = -\frac{i^2_x}{a_y}; \quad z_p = -\frac{i^2_y}{a_z}. \quad (11.16)$$

მაგალითად, ნეიტრალური ლერძის 1—1 მდებარეობისას ძალის მოდების წერტილია  $A_1$ , 2—2 მდებარეობისათვის  $A_2$  და ა. შ. ამგვარად, მიღებულ  $n$  წერტილთა ურთიერთშეერთება მოგვცემს კვეთის გულის კონტურს (ნახ. 11.9).

როდესაც კვეთს აქვს მრავალკუთხედის სახე, მაშინ კვეთის გულის ასაგებად ნეიტრალური ლერძი უნდა დავამთხვიოთ მრავალკუთხედის გვერდებს და ეიპოვოთ კვეთის გულის საზღვრის შესაბამისი კოორდინატები  $y$ -ჯალ და  $z$ -ჯალ.

ნეიტრალური ლერძის მრავალკუთხედის ერთი გვერდიდან მეორეში გადასვლის დროს ის უნდა შემობრუნდეს ამ გვერდების გადაკვეთის წერტილის გარშემო. გავარკვიოთ ამ დროს როგორ უნდა იცვლებოდეს ძალის მოდების წერტილის მდებარეობა.

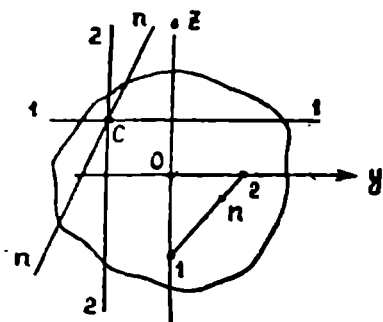
ვთქვათ, ნეიტრალური ლერძი ბრუნავს ნებისმიერი  $C$  წერტილის გარშემო (ნახ. 11.10). როცა ნეიტრალური ლერძი 1—1 პარალელურია  $y$  ლერძის და გადის  $C$ -წერტილში, მაშინ  $y_p = 0$  და  $z_p = -\frac{i^2_y}{a_z}$ , ე. ი. ძალა მოდებულია



ნახ. 11. 9

2 ლერძზე 1-ლ წერტილში. როცა ნეიტრალური ლერძი 2—2 გადის  $C$  წერტილში და პარალელურია  $z$  ლერძის, ანალოგიურად ვღებულობთ ძალის მოდების 2 წერტილს  $y$  ლერძზე.

რადგანაც ნეიტრალური ლერძის 1—1 მდებარეობიდან 2—2-ში გადასვლის დროს ბრუნავს  $C(y_c, z_c)$  წერტილის გარშემო, ამიტომ ამ წერტილის კოორდინატები შევიტანოთ ნეიტრალური ლერძის განტოლებაში



ნახ. 11.10

$$1 + \frac{y_p y_c}{i_y^2} + \frac{z_p z_c}{i_z^2} = 0 \quad (11.17)$$

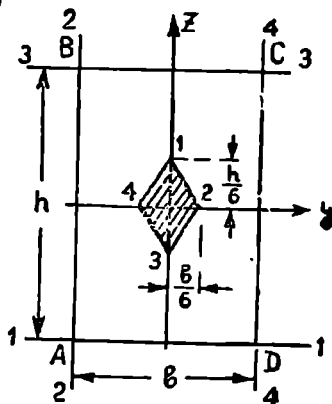
აქედან ვხედავთ, რომ ძალის მოდების  $y_p$  და  $z_p$  კოორდინატები დაკავშირებული არიან წრფადად. ეს იმას ნიშნავს, რომ როცა ნეიტრალური ლერძი  $C$  წერტილის გარშემო ბრუნავს, მაშინ ძალის მოდების წერტილი შესაბამისად გადაადგილდება 1—2 სწორ ხაზზე.

ავაგოთ კვეთის გული  $ABCD$  სწორკუთხოვანი კვეთისათვის, რომლის გვერდების ზომებია  $b$  და  $h$  (ნახ. 11.12), ვიციით

$$y_{\text{გულ}} = -\frac{i_z^2}{a_y} \quad \text{და} \quad z_{\text{გულ}} = \frac{i_y^2}{a_z}$$

სწორკუთხოვანი კვეთისათვის

$$i_y^2 = \frac{h^2}{12} \quad \text{და} \quad i_z^2 = \frac{b^2}{12}$$



ნახ. 11.11

ვთქვათ, ნეიტრალური ლერძი გადის  $AD$

გვერდზე, ამ შემთხვევაში მონაკვეთები  $a_y = \infty$  და  $a_z = -\frac{h}{2}$  კვეთის გულის სახლგრის კოორდინატები შესაბამისად იქნება

$$y_{\text{გულ}} = 0, \quad z_{\text{გულ}} = -\frac{\frac{h^2}{12}}{-\frac{h}{2}} = \frac{h}{6}$$

ვღებულობთ 1  $(0, \frac{h}{6})$  წერტილს  $z$  ლერძზე. შემდეგ ნეიტრალურ ლერძს ვუთავსებთ  $AB$  გვერდს, რომლისთვისაც

$$a_y = -\frac{b}{2}; a_z = \infty;$$

კვეთის გულის საზღვრის კოორდინატები

$$y_{\text{გულ}} = -\frac{\frac{b^2}{12}}{-\frac{b}{2}} = \frac{b}{6}, z_{\text{გულ}} = 0;$$

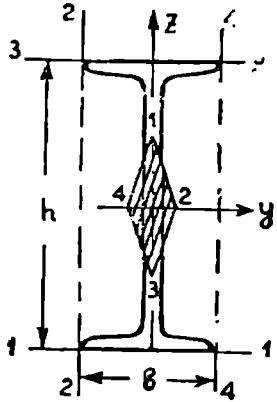
შივილეთ  $y$  ღერძზე  $2\left(\frac{b}{6}, 0\right)$  წერტილი.

ნეიტრალური ღერძი  $AD$  გვერდიდან  $AB$  გვერდზე გადასვლის დროს შემობრუნდა  $A$  წერტილის გარშემო, ამ შემთხვევაში ძალის მოდების წერტილმა გადაიადგილა 1—2 სწორ ხაზზე. ანალოგიურად ნეიტრალური ღერძის სხვა გვერდებზე შეთავსებით ვღებულობთ 3 და 4 წერტილებს, რომელთა სწორი ხაზით შეერთებით ვაგებთ კვეთის გულს (ნახ. 11.11). როგორც ვხედავთ, სწორკუთხედის კვეთის გულს აქვს რომბის ფორმა, რომლის დიაგონალები ემთხვევა სიმეტრიის ღერძებს და შესაბამისად  $\frac{h}{3}$  და

$\frac{b}{3}$ -ის ტოლია.

ორტესებრი კვეთისათვის კვეთის გულის აგება სწარმოებს ისევე, როგორც სწორკუთხოვანი კვეთისათვის (ნახ. 11.12). კვეთის გულს აქვს რომბის ფორმა, რომლის ნახევარდიაგონალებია

$$z_{\text{გულ}} = \pm \frac{2i_y^2}{h}$$



ნახ. 11.12

და

$$y_{\text{გულ}} = \pm \frac{2i_z^2}{b}$$

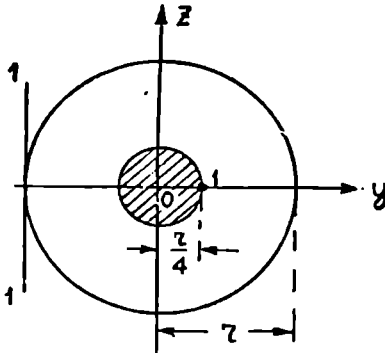
$i_y$  და  $i_z$ -ის მნიშვნელობებს ნაგლინი პროფილისათვის ვიღებთ სორტა-შენტიის ცხრილიდან. ავავთ წრიული კვეთისათვის კვეთის გული. რადგანაც წრის ყოველი ცენტრალური ღერძი წარმოადგენს მის სიმეტრიის ან შთავარ ღერძს, ამიტომ კვეთის გულიც იქნება წრე. გავატაროთ წრის მხები ნეიტრალური ღერძის 1—1 ჯ ღერძის პარალელურად, რომლისათვისაც  $a_y = -$  და  $a_z = \infty$  ამის შესაბამისი

$$y_{\text{გულ}} = -\frac{i_z^2}{a_y} \text{ და } z_{\text{გულ}} = 0,$$

სადაც

$$i_z^2 = \frac{\pi r^4}{4\pi r^2} = \frac{r^2}{4}, \quad \text{ხოლო } j_{\text{ავლ}} = -\frac{r^2}{-4r} = \frac{r}{4}.$$

ამგვარად წრის კვეთის გულის რადიუსი წრის რადიუსის მეოთხედის ტოლია.



ნახ. 11.13

მაგალითი: საყრდენი კედელი, რომლის სიმაღლეა  $h = 6$  მ, ზედა სიგანე  $a = 1$  მ და ჩამაგრების კვეთის სიგანე  $b = 2,2$  მ (ნახ. 11.14) აქავეებს მიწის ყრილის დაწოლას. კედლის მასალის მოცულობითი წონა  $\gamma = 1,6$  ტ/მ<sup>3</sup>, მიწის დაწოლა კედელზე ნაწილდება სამკუთხედის კანონით, რომლის ინტენსივობა კედლის ფუძესთან  $q = 1,2$  ტ/მ<sup>2</sup>.

განესაზღვროთ კედლის ჩამაგრების კვეთში მაქსიმალური და-

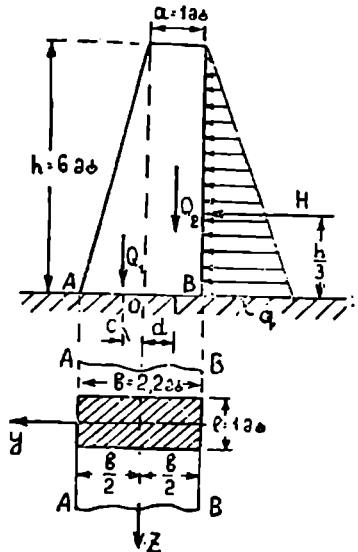
მინიმალური ძაბვები. კედლიდან გამოვეყოთ  $l = 1$  მ სიგრძის უბანი; კედლის ეს უბანი შეგვიძლია განვიხილოთ, როგორც ქვედა ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებული ძელი. საყრდენი კედლიდან საანგარიშოდ გამოყოფილ უბანზე მოქმედი ძალების ტოლქმედი ვადის ჩამაგრების კვეთის  $y$  სიმეტრიის ღერძზე, რის გამოც ძაბვის საანგარიშო ფორმულას შემდეგი სახე ექნება

$$\sigma = -\frac{N}{F} - \frac{M_z \cdot y}{J_z}.$$

რადგანაც ჩვენ ჩამაგრების კვეთის  $A$  და  $B$  განაპირა წერტილებში აღძრული ძაბვებია გვინტერესებს, ამიტომ შეგვიძლია დავწეროთ

$$\sigma_A = -\frac{N}{F} - \frac{M_z}{W_z} \quad \text{და}$$

$$\sigma_B = -\frac{N}{F} + \frac{M_z}{W_z}.$$



ნახ. 11.14.

სადაც  $N$  არის საანგარიშო კედლის საკუთარი წონა  $N = Q_1 + Q_2$ ;  
 $Q_1$ —სამკუთხოვანი, ხოლო  $Q_2$  მართკუთხოვანი პრიზმის წონა.

$$Q_1 = \frac{b-a}{2} h \gamma = \frac{2,2-1}{2} 6 \cdot 1 \cdot 1,6 = 5,76 \text{ ტ.}$$

$$Q_2 = h a \gamma = 6 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,6 = 9,6 \text{ ტ.}$$

ამგვარად,

$$N = 5,76 + 9,6 = 15,36 \text{ ტ.}$$

მლუნავი  $M_z$  მომენტი მიიღება, როგორც საკუთარი წონის  $Q_1$  და  $Q_2$  ძალებისა და  $H$  მიწის წნევის ტოლქმედის მომენტების ალგებრული ჯამი, კედლის ჩამაგრების კვეთის ცენტრის მიმართ.

$$\begin{aligned} M_z &= Q_1 \left( a + \frac{b-a}{3} - \frac{b}{2} \right) - Q_2 \left( \frac{b}{2} - \frac{a}{2} \right) + \frac{q \cdot h}{2} \cdot \frac{h}{3} = \\ &= 5,76 \cdot 0,3 - 9,6 \cdot 0,6 + \frac{1,2 \cdot 6}{2} \cdot \frac{6}{3} = 3,168 \text{ ტ. მ.} \end{aligned}$$

კედლის ჩამაგრების კვეთის ფართობი

$$F = b \cdot l = 2,2 \cdot 1 = 2,2 \text{ მ}^2,$$

წინალობის მომენტი .

$$W_z = \frac{l b^2}{6} = \frac{1 \cdot 2,2^2}{6} = 0,807 \text{ მ}^3.$$

თუ ამ მნიშვნელობებს ძაბვის განტოლებაში შევიტანთ, გვექნება:

$$\sigma_A = - \frac{15,36}{2,2} - \frac{3,168}{0,807} = -6,98 - 3,92 = -10,9 \text{ ტ/მ}^2 = -1,09 \text{ კგ/სმ}^2$$

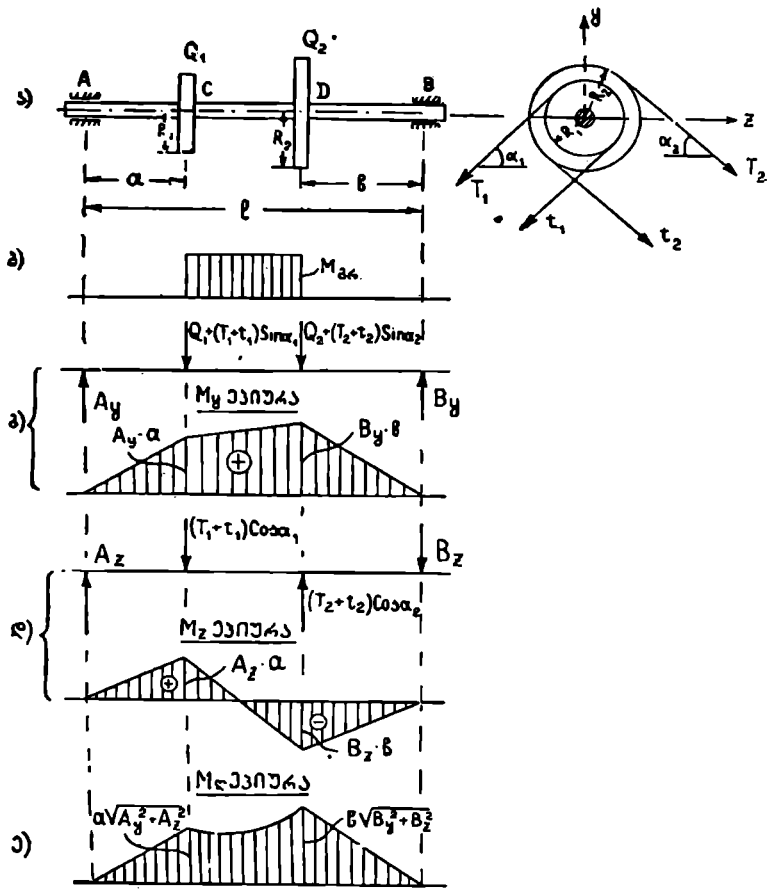
$$\sigma_B = -6,98 + 3,92 = -3,06 \text{ ტ/მ}^2 = -0,306 \text{ კგ/სმ}^2.$$

## § 5. ლუნვისა და გრების ერთდროული მოქმედება

გრებაზე მომუშავე ელემენტებში იშვიათად გვხვდება წმიდა გრების დეფორმაცია. სწორი ლილეებიც მუშაობის დროს გრებისთან ერთად განიცდიან ლუნვის დეფორმაციასაც; იგი გამოწვეულია ლილეისა და ბორბლის საკუთარი წონით და ღვედის დაჭიმულობით. ამგვარად, ერთი შეხედვით, გრებაზე მომუშავე მანქანის ელემენტების უმრავლესობა სინამდვილეში მუშაობს მლუნავი და მგრებავი ძალების ერთდროულ მოქმედებაზე.

ვიღრე შევეუდებოდეთ ლუნვა და გრებაზე მომუშავე ელემენტებში ძაბვების ანგარიშს, საჭიროა გავარკვიოთ მლუნავი მომენტის  $M_L$  და მგრებავი მომენტის  $M_g$  საანგარიშო მნიშვნელობები.

ვთქვათ, მოცემულია წრიული განივკვეთის ლილევი, რომელზედაც  $A$  და  $B$  საკისურებიდან  $a$  და  $b$  მანძილებზე დამაგრებულია წამყვანი და ამჟოლი ბორბლები ღვედური გადაცემით (ნახ. 11.15). მარცხენა ბორბლის რადიუსი  $R_1$ , წონა  $Q_1$ , ღვედის დაჭიმულობა  $T_1$  და  $t_1$ . მარჯვენა ბორბლის რადიუსი  $R_2$ , წონა  $Q_2$ , ღვედის დაჭიმულობა  $T_2$  და  $t_2$ . ღვედის დაჭიმულობის მიმართულება პორიზონტთან აღგენს შესაბამისად  $\alpha_1$  და  $\alpha_2$  კუთხეს.



ნახ. 11.15

განესაზღვროთ მგრეხავი და მღუნავი მომენტები  $AB$  ლილევისათვის. გრეხაზე იმუშავენს ლილევის  $CD$  უბანი და მგრეხავი მომენტის მნიშვნელობა განისაზღვრება იმავე ფორმულებით, რაც გრეხის დეფორმაციის შესწავლის

დროს გვექონდა მიღებული. ჩვენს შემთხვევაში, როცა ლევდის დაჭიმულობები ცნობილია

$$M_{\text{გზ}} = (T_1 - t_1) R_1 = (T_2 - t_2) R_2 .$$

შესაბამისი ეპიურა ნაჩვენებია 11.15 ბ ნახაზზე.

ახლა ავაგოთ საანგარიშო ლილვის მლუნავი მომენტის ეპიურა. ლილვის საკისურები შესაძლებელია მივიღოთ უძრავ და მოძრავ სასრულ საყრდენებად. მლუნავი ძალები იქნება ბორბლების წონა და ლევდების დაჭიმულობა. როგორც დატვირთვის სქემიდან ვხედავთ მლუნავი ძალები არ მდებარეობენ ერთ სიბრტყეში, ამიტომ ავიღოთ ამ ძალების გვეგმილები  $y$  და  $z$  ღერძების მიმართულებებზე და ცალ-ცალკე ავაგოთ მლუნავი მომენტების ეპიურები  $M_y$ ,  $M_z$  (იხ. ნახ. 11.15 გ, დ.).

ყოველ კვეთს ექნება მლუნავი მომენტის მოქმედების თავისი სიბრტყე; მაგრამ, რადგანაც ლილვს აქვს წრიული კვეთი, რომლის ყოველი ცენტრა-ლური ღერძის მიმართ წინალობის მომენტები თანატოლია, ამიტომ ანგარიშის შედეგებზე გავლენას არ იქონიებს, თუ ყველა კვეთის მლუნავი მომენტის მოქმედების სიბრტყეებს შევათავსებთ ერთ სიბრტყესთან და ავაგებთ შეჯამებულ ეპიურას (ნახ. 11.15-ე), სრული მლუნავი მომენტი კვეთში მიიღება  $M_y$  და  $M_z$  ის გეომეტრიული ჯამით. ამგვარად,

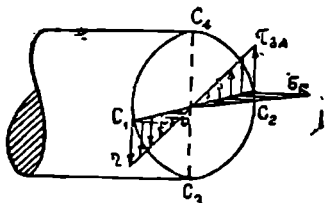
$$M_{\text{ლ}} = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} \quad (11.18)$$

შეჯამებულ ეპიურას უდიდესი ორდინატა იქნება საანგარიშო მლუნავი მომენტი  $M_{\text{ლ}}$ , შესაბამისი კვეთი კი საშიში კვეთი. სრული მომენტის ეპიურა  $CD$  უბანში შემოსაზღვრულია ისეთი მრუდით, რომელსაც არა აქვს მაქსიმუმი; ამიტომ გასარჩევად აღებულ მაგალითში მაქსიმალური მლუნავი მომენტი იქნება პირველ ან მეორე ბორბალთან.

საანგარიშო მგრეხავი მომენტის  $M_{\text{გზ}}$  და მლუნავი მომენტის  $M_{\text{ლ}}$  — გამოთვლის შემდეგ გადავიღვართ ძაბვების განსაზღვრაზე და ლილვის სინტეზის შემოწმებაზე.

გაეკვეთოთ ლილვი საშიშ კვეთში და გამოთვალოთ მლუნავი და მგრეხავი მომენტებით აღძრული ძაბვები.

მლუნავი მომენტი ლილვის განივკვეთში გამოიწვევს ნორმალურ ძაბვას, რომელიც თავის უდიდეს მნიშვნელობას ნეიტრალური ღერძიდან უშორეს  $C_1$  და  $C_2$  წერტილებში აღწევს (ნახ. 11.16) და ტოლია



ნახ. 11.16

$$\sigma_{\text{ლ}} = \frac{M_{\text{ლ}}}{W} ,$$

სადაც  $W$  არის ღერძული წინალობის მომენტი და წრიული კვეთისათვის  $W = \frac{\pi r^3}{4}$ . მგრეხავი მომენტისაგან ლილვის განივკვეთში აღიძვრება მხოლოდ

მეები დაბევი, რომლებიც მაქსიმალურ მნიშვნელობას ლილვის კვეთის კონტურზე აღწევენ, და უდრის

$$\tau_{გრ} = \frac{M_{გრ}}{W_p}$$

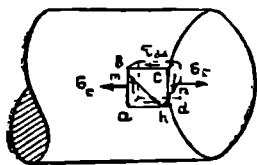
სადაც  $W_p = \frac{\pi r^3}{2}$  და არის პოლარული წინალობის მომენტი, რადგანაც

$$W_p = 2W,$$

ამიტომ

$$\tau_{გრ} = \frac{M_{გრ}}{2W}.$$

ამგვარად, ლილვის უდიდესი ნორმალური და



ნახ. 11.17

განივკვეთის  $C_1$  და  $C_2$  წერტილებში მოქმედებს მხები დაბევი. ამ წერტილთან გამოვყოთ კუბიკის ფორმის მცირე ელემენტი (ნახ. 11.17). ამ ელემენტის ოთხ წახნაგზე მოქმედებს მხები დაბევი  $\tau_{გრ}$ . ამ ოთხიდან ორ წახნაგზე იმოქმედებს აგრეთვე ნორმალური დაბევა  $\sigma_{ლ}$ ; გამოყოფილი ელემენტის ორი დანარჩენი წახნაგი თავისუფალია დაბვის მოქმედებისაგან. ამგვარად, გამოყოფილი ელემენტი იმყოფება ბრტყელ დაძაბულ მდგომარეობაში.

როგორც ვიცით, ასეთ შემთხვევაში მასალის სიმტკიცის შესამოწმებლად გვაქვს სიმტკიცის ოთხი თეორია, რომლებიც მთავარი დაბევებით არის გამოსახული; ამიტომ საჭიროა ჯერ განისაზღვროს გამოყოფილი ელემენტისათვის მთავარი დაბევი და მათი მნიშვნელობები შეტანილ იქნეს სიმტკიცის თეორიებში. ანალოგიური ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობა ჩვენ გარჩეული გვექონდა ლუნვის დეფორმაციის შესწავლის დროს, რომლის მიხედვითაც განსახილველ პირობებში მთავარ დაბევებს შემდეგი მნიშვნელობა ექნება

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{1}{2} \left[ \sigma_{ლ} + \sqrt{\sigma_{ლ}^2 + 4\tau_{გრ}^2} \right] \\ \sigma_2 &= 0 \\ \sigma_3 &= \frac{1}{2} \left[ \sigma_{ლ} - \sqrt{\sigma_{ლ}^2 + 4\tau_{გრ}^2} \right] \end{aligned} \right| \quad (11.19)$$

მთავარი დაბვის ეს მნიშვნელობები შევიტანოთ სიმტკიცის თეორიებში. სიმტკიცის პირველი თეორიის მიხედვით გვაქვს

$$\sigma_1 \leq [\sigma].$$

(11.19) ფორმულას, თუ გამოვიყენებთ, მივიღებთ

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} \left[ \sigma_{ლ} + \sqrt{\sigma_{ლ}^2 + 4\tau_{გრ}^2} \right] \leq [\sigma].$$



შევიტანოთ  $c$  და  $\tau_{36}$  მნიშვნელობები.

$$\frac{1}{2} \left[ \frac{M_c}{W} + \sqrt{\left( \frac{M_c}{W} \right)^2 + 4 \left( \frac{M_{36}}{2W} \right)^2} \right] = \frac{M_c + \sqrt{M_c^2 + M_{36}^2}}{2W} \leq [\sigma]$$

სიდიდეს

$$\frac{M_c + \sqrt{M_c^2 + M_{36}^2}}{2}$$

ვეწოდოთ სიმტკიცის პირველი თეორიის საანგარიშო მომენტი. შემოვიღოთ აღნიშვნა

$$M_I = \frac{M_c + \sqrt{M_c^2 + M_{36}^2}}{2}, \quad (11.20)$$

მაშინ საბოლოოდ გვექნება

$$\sigma_I = \frac{M_I}{W} \leq [\sigma], \quad (11.21)$$

სიმტკიცის მეორე თეორიიდან გვაქვს

$$\sigma_{II} = [\sigma - \mu(\sigma_3 + \sigma_2)] \leq [\sigma]$$

თუ შევიტანთ მთავარი ძაბვების მნიშვნელობას და მივიღებთ, რომ  $\mu = 0,3$ ; მაშინ

$$\sigma_{II} = [0,35\sigma_c + 0,65\sqrt{\sigma_c^2 + 4\tau_{36}^2}] \leq [\sigma]$$

ან

$$\sigma_{II} = 0,35 \frac{M_c}{W} + 0,65 \sqrt{\left( \frac{M_c}{W} \right)^2 + 4 \left( \frac{M_{36}}{2W} \right)^2} \leq [\sigma]$$

საანგარიშო მომენტი მეორე თეორიის მიხედვით

$$M_{II} = 0,35M_c + 0,65\sqrt{M_c^2 + M_{36}^2}, \quad (11.22)$$

საბოლოოდ

$$\sigma_{II} = \frac{M_{II}}{W} \leq [\sigma] \quad (11.23)$$

სიმტკიცის მესამე თეორიის მიხედვით

$$\sigma_{III} = [\sigma_1 - \sigma_3] \leq [\sigma]$$

სათანადო ჩასმით აქედან ვღებულობთ

$$\sigma_{III} = \sqrt{\sigma_c^2 + 4\tau_{36}^2} \leq [\sigma]$$

ძაბვების მნიშვნელობათა შეტანის შემდეგ

$$\sigma_{III} = \sqrt{\left( \frac{M_c}{W} \right)^2 + 4 \left( \frac{M_{36}}{2W} \right)^2} \leq [\sigma]$$

საანგარიშო მომენტი მესამე თეორიით

$$M_{III} = \sqrt{M^2_{\Sigma} + M^2_{\Sigma_0}}, \quad (11.24)$$

ხლო სიმტკიცის პირობა

$$\sigma_{III} = \frac{M_{III}}{W} \leq [\sigma] \quad (11.25)$$

სიმტკიცის მეოთხე თეორიას შემდეგი სახე აქვს

$$\sigma_{IV} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \leq [\sigma]$$

მთავარი ძაბვების მნიშვნელობის ჩასმის და მარტივი გარდაქმნის შემდეგ მივიღებთ

$$\sigma_{IV} = \sqrt{\sigma^2_{\Sigma} + 3\sigma^2_{\Sigma_0}} \leq [\sigma]$$

თუ გავითვალისწინებთ ძაბვათა მნიშვნელობებს გვექნება

$$= \sqrt{\left(\frac{M_{\Sigma}}{W}\right)^2 + 3\left(\frac{M_{\Sigma_0}}{2W}\right)^2} \leq [\sigma]$$

საანგარიშო მომენტი მეოთხე თეორიით

$$M_{IV} = \sqrt{M^2_{\Sigma} + 0,75M^2_{\Sigma_0}} \quad (11.26)$$

საბოლოოდ

$$\sigma_{IV} = \frac{M_{IV}}{W} \leq [\sigma] \quad (11.27)$$

ამგვარად, წრიული განივკვეთის ღეროს სიმტკიცეზე საანგარიშო ფორმულა ღუნვის და გრების ერთდროული მოქმედების დროს, იგივე ფორმისაა, რაც ადრე ბრტყელი ღუნვისათვის გვექონდა მიღებული, მხოლოდ მღუნაეი მომენტის როლს აქ დაყვანილი საანგარიშო მომენტი ასრულებს, რომლის მნიშვნელობაც დამოკიდებულია მგრეხავ და მღუნავ მომენტებზე და, აგრეთვე ლილვის საანგარიშოდ მიღებულ სიმტკიცის თეორიაზე.

ღუნვა და გრეხაზე მომუშავე ლილვის კვეთი, რომ ვიანგარიშოთ საკიროა ჯერ ავირჩიოთ, თუ სიმტკიცის რომელი თეორიით ვაწარმოებთ ანგარიშს, რის შემდეგაც შესაბამის ფორმულიდან ვსაზღვრავთ კვეთის წინააღობის მომენტს, ხოლო წინააღობის მომენტის მიხედვით კი ლილვის დიამეტრს.

მაგალითად, გვინდა შევარჩიოთ ლილვის დიამეტრი სიმტკიცის მეოთხე თეორიის მიხედვით. ამისათვის (11.27) ფორმულიდან ვსაზღვრავთ წინააღობის მომენტს

$$W \geq \frac{M_{IV}}{[\sigma]}$$

ვით, რომ

$$W = \frac{\pi d^3}{32} \geq \frac{M_{IV}}{[\sigma]},$$

აქედან

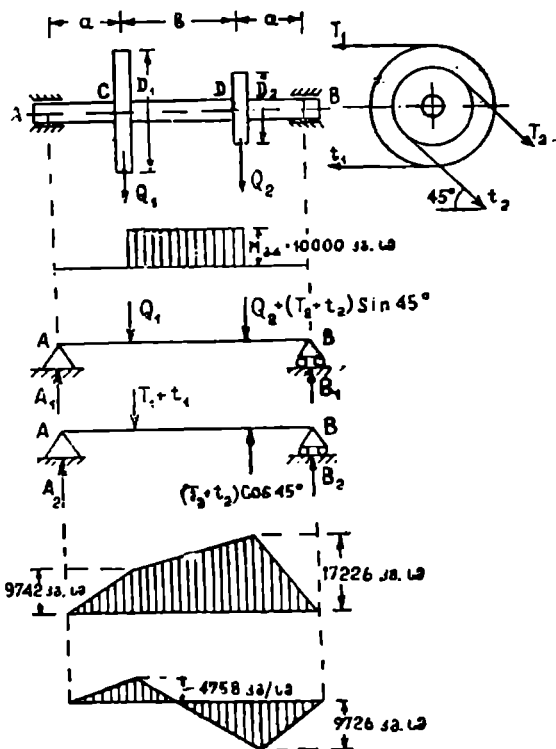
$$d > \sqrt[3]{\frac{32M_{IV}}{\pi[\sigma]}}$$

ან ზოგადად

$$d > \sqrt[3]{\frac{32M_{საანგ}}{\pi[\sigma]}} \quad (1.28)$$

ამ ფორმულაში შევიტანთ იმ საანგარიშო მომენტის მნიშვნელობას  $M_{საანგ}$ , რომელი თეორიითაც მოთხოვნილია ლილვის დიამეტრის ანგარიში.

მაგალითი 1. საკისრებზე დაყრდნობილი ლილვი დატვირთულია ორი ღვედურ გადაცემაზე მომუშავე ბორბლით, რომელთა დიამეტრია  $D_1=100$  სმ,  $D_2=50$  სმ; წონა  $Q_1=300$  კგ,  $Q_2=200$  კგ; ღვედების დაკიმულობა  $T_1=400$  კგ,  $t_1=200$  კგ და  $T_2=800$  კგ,  $t_2=400$  კგ.



ნახ. 11.18

პირველი ბორბლის ღვედები მიმართულია პორიზონტალურად, ხოლო მეორე ბორბლის ღვედები პორიზონტალთან ადგენენ  $45^\circ$  კუთხეს. ბორბლებს

წორის მანძილი  $b=40$  სმ და საკისრებიდან ბორბლებამდე მანძილი  $a=20$  სმ (ნახ. 11.18).

განუსაზღვროთ ფოლადის ლილვის საჭირო დიამეტრი, სიმტკიცის შესაბამისად თეორიის მიხედვით, თუ დასაშვები ძაბვა ლილვის მასალაზე  $[\sigma]=800$  კგ/სმ<sup>2</sup>.

ორივე ბორბლის ღვედების დაჭიმულობა ერთმანეთს აწონასწორებენ და გრეხავენ ლილვის CD უბანს; აღნიშნულ უბანში მგრეხავი მომენტი

$$M_{გრ} = (T_1 - t_1) \frac{D_1}{2} = (T_2 - t_2) \frac{D_2}{2}$$

შევიტანოთ რიცხვითი მნიშვნელობები

$$M_{გრ} = (400 - 200) \frac{100}{2} = 10000 \text{ კგ/სმ.}$$

ბორბლის წონა და ღვედების დაჭიმულობის ძალა ლილვს სხვადასხვა პიბრტაჟში ლუნავს. ლილვზე მოქმედი ძალების შესწავლის გაადვილების მიზნით ეს ძალები დავშალოთ ორ გარკვეულ—ვერტიკალურ და ჰორიზონტალურ მდგენელად. პირველი ბორბლიდან ლილვზე გადაცემული ძალის ვერტიკალური მდგენელი იქნება ბორბლის წონა  $Q_1=300$  კგ. ჰორიზონტალური მდგენელი  $T_1 + t_1 = 400 + 200 = 600$  კგ.

მეორე ბორბლიდან გადაცემული ძალის ვერტიკალური მდგენელი ჯამდება ბორბლის წონისა და ღვედის დაჭიმულობის სათანადო მდგენელისაგან.  $M_2 + (T_2 + t_2) \sin 45^\circ = 200 + (800 + 400) 0,707 = 1048,4$  კგ

ჰორიზონტალური მდგენელი ტოლია

$$(T_2 + t_2) \cos 45^\circ = (800 + 400) 0,707 = 848,4 \text{ კგ.}$$

მდგენელებად დაშლილი ძალებით ლილვის დატვირთვის სქემა და მათ პიერ გამოწვეული მლუნავი მომენტების ეპიურები ნაჩვენებია 11.18 ნახაზზე. როგორც ამ ეპიურებიდან ჩანს, ლილვის საშიშ კვეთს წარმოადგენს კვეთი, სადაც გარდა მგრეხავი მომენტისა, მოქმედებენ აგრეთვე აბსოლუტურად უდიდესი მლუნავი მომენტიც.

საშიშ კვეთში სრული მლუნავი მომენტი ტოლია ლილვის დატვირთვის ვერტიკალური და ჰორიზონტალური მდგენელი ძალებით ამავე კვეთში გამოწვეული მლუნავი მომენტების გეომეტრიული ჯამისა.

$$M_{\Sigma} = \sqrt{M_{გრ}^2 + M_{პირ}^2} = \sqrt{17226^2 + 9726^2} = 19750 \text{ კგ/სმ.}$$

საანგარიშო მომენტი სიმტკიცის მესამე თეორიის მიხედვით (ფორმულა 11.24) ტოლია

$$M_{III} = \sqrt{3M_{\Sigma}^2 + M_{გრ}^2} = \sqrt{19750^2 + 10000^2} = 22150 \text{ კგ/სმ.}$$

ლილვის დიამეტრის საანგარიშოდ (11.28) ფორმულაში  $M_{საანგ.}$  მაგივრად შევიტანოთ  $M_{III}$  მნიშვნელობა, გვექნება

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32M_{III}}{\pi[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 22150}{3,14 \cdot 800}} = 6,52 \text{ სმ.}$$

## მრუდე ძელი

### § 1. საერთო ცნობები

საინჟინრო ნაგებობებსა და მანქანათმშენებლობაში ხშირად გვხვდება მრუდლერძიანი ლერძები. მრუდლერძიან ლერძებს ეკუთვნის თალი, კაკვი, ჯაჭვის რგოლი და სხვ. (ნახ. 12.1).

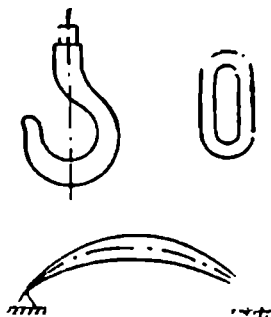
ქვემოთ შევისწავლით ისეთ მრუდე ძელებს, რომლის ლერძი წარმოადგენს ბრტყელ მრუდს და მდებარეობს ძელის სიმეტრიის სიბრტყეზე. აგრეთვე მრუდე ძელზე მოქმედი დატვირთვა დაიყვანება ამავე სიმეტრიის სიბრტყეში მდებარე ძალებზე.

მრუდე ძელზე მოქმედი ტვირთის გავლენა ძელის ნებისმიერ კვეთში შეგვიძლია წარმოვიდგინოთ მლუნავე მომენტის, განივი ძალისა და გრძივი ძალის სახით (ნახ. 12.2).  $M$ ,  $Q$  და  $N$ -ის განმარტება იგივეა, რაც სწორლერძიან ძელებში გვექონდა მოცემული, მხოლოდ მლუნავე მომენტის ნიშანი მიიღება

დადებითად, თუ ის ზრდის სიმრუდეს. გრძივი ძალა დადებითია, თუ ძელის განსახილველ ნაწილს კიმავეს, ხოლო განივი ძალა მიიღება დადებითად, თუ დადებითი გრძივი ძალის საათის ისრის მიმართულებით  $90^\circ$ -ით მობრუნებისას  $N$  და  $Q$ -ს მიმართულებები თანაედენილია (ნახ. 12.2).

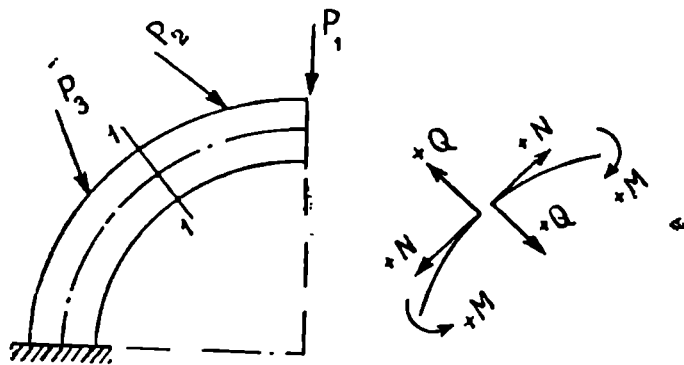
მრუდე ძელის ნებისმიერ კვეთში  $M$ ,  $Q$ , და  $N$ -ის მოქმედებათ აღიქვრება ნორმალური  $\sigma$  და მიები  $\tau$  ძაბვები. რადგანაც განივი ძალა  $Q$  მდებარეობს კვეთის სიბრტყეზე, ამიტომ ის უნდა გააწონასწოროს ამავე სიბრტყეზე მდებარე და საწინააღმდეგოდ მიმართულმა შეებმა ძაბვებმა. როგორც თეორიული კვლევა გვიჩვენებს, მიები ძაბვის ჯანაწილების კანონი მრუდე ძელის კვეთში თითქმის იგივეა, რაც სწორლერძიან ძელებში. ამიტომ ჩვეულებრივ მრუდე ძელებში ვსარგებლობი, იგივე ფორმულით, რაც სწორ კოქმებში გვექონდა გამოყვანილი

$$\tau = \frac{QS(r)}{Ib} \quad (12.1)$$



ნახ. 12.1

გრძივი ძალა  $N$  მოქმედებს კვეთის ცენტრში და იწვევს გამოყოფილი ნაწილის ცენტრალურ გაკვიმვას ან კუმშვას, ამიტომ შესაბამისი ძაბვა იქნება



ნახ. 12.2

ნორმალური და მთელ ფართობზე თანაბრად განაწილდება. ამგვარად,

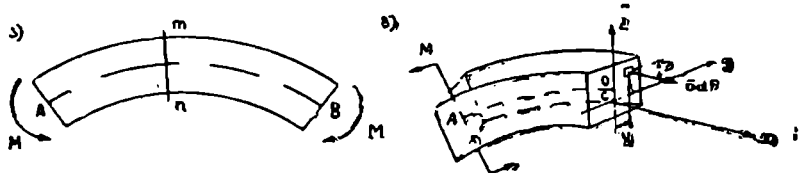
$$\sigma = \frac{N}{F} \quad (12.2)$$

ძაბვის ნიშანი განისაზღვრება გრძივი ძალის ნიშნის მიხედვით.

### § 2. მღუნავ მომენტით აღძრული ძაბვის ანგარიში

რადგანაც მარტო მღუნავი მომენტით აღძრული ძაბვის ანგარიში გეანტერესებს, ამიტომ ავიღოთ ისეთი მრუდე ძელი, რომელიც მხოლოდ წვეილძალის მოქმედებით განიცდის ღუნვას, ე. ი. როდესაც მრუდე ძელში ადგილი აქვს მხოლოდ სუჟთა ღუნვას (ნახ. 12.3 ა).

განსახილველი ძელი წარმოდგენით გავკვეთოთ  $mn$  კვეთით ორ ნაწი-



ნახ. 12.3

ლად, სოვაშორით ერთ-ერთი ნაწილი, მოვდოთ მოშორებულის გავლენა დარჩენილ ნაწილზე და განვიხილოთ მისი წონასწორობა (ნახ. 12.3 ბ).

კვეთის სიმეტრიის ღერძი მივიღოთ  $z$  ღერძად და ნეიტრალურ ღერძად  $y$  ღერძი, რომლის მდებარეობაც კვეთის სიმაღლეზე ჯერჯერობით უც-

ნობია.  $x$  ლერძი მივმართოთ  $y$  და  $z$  ლერძების  $c$  სათავიდან კვეთის მართობულად.

განსახილველი კვეთის ნებისმიერ  $dF$  ფართობზე, რომლის კოორდინატებია  $y$  და  $z$ , მოქმედებს  $odF$  ძალა, რომლებიც აწონასწორებენ მღუნავ მომენტ  $M$ -ს.

გამოყოფილი ელემენტი  $M$  და  $odF$  ძალთა სისტემის მოქმედებით წონასწორობაშია, ამიტომ შეგვიძლია შევადგინოთ სტატიკის წონასწორობის პირობა, რომ: გამოყოფილ ელემენტზე მოქმედ გარე ძალების  $x$ ,  $y$  და  $z$  ლერძებზე გეგმილების ჯამი და ამავე ლერძების მიმართ მომენტების ჯამი უნდა უდრიდეს ნულს.

ამგვარად,

$$\sum x = 0, \text{ გვაძლევს } \int_F odF = 0 \quad (12.3)$$

$\sum y = 0$ ,  $\sum z = 0$  და  $\sum M = 0$  იგიურად დაკმაყოფილებულია.

$$\sum M_y = 0, \text{ გვაძლევს } M - \int_F odF \cdot z = 0 \quad (12.4)$$

$$\sum M_z = 0 \text{ და უკანასკნელი მოგვცემს } \int_F odF \cdot y = 0.$$

ეს ინტეგრალი ნულის ტოლია, კვეთის  $z$  ლერძის მიმართ სიმეტრიულობის გამო.

ამგვარად, სტატიკის ექვსი პირობიდან მივიღეთ ორი განტოლება

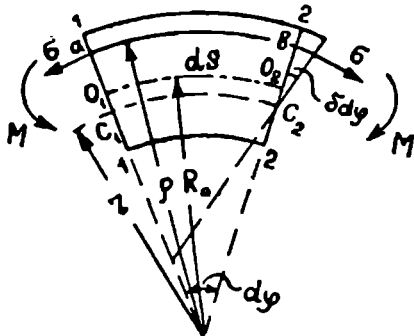
$$\int_F odF = 0$$

და

$$M - \int_F odF \cdot z = 0$$

აქედან ძაბვას ვერ განესაზღვრავთ, რადგანაც არ ვიცით მისი ცვალებადობის კანონი კვეთის სიმაღლეზე. ამგვარად, ამოცანა სტატიკურად ურკვევია და უნდა მივმართოთ დეფორმაციის პირობას, კვეთის სიმაღლეზე ძაბვის ცვალებადობის კანონის დასადგენად.

სუფთა ლუნვაზე მომუშავე მრუდე ძელიდან გამოვეყოთ მცირე ელემენტი, ისეთი ორი კვეთით, რომელთა ცენტრალური კუთხეა  $d\varphi$  (ნახ. 12.4). როგორც სწორლერძიან ძელში, ისე მრუდე ძელშიაც ვსარგებლობთ ბრტყელი კვეთის ჰიპოთეზით, რომლის სამართლიანობაც მრუდე ძელე-



ნახ.

ბისათვის დადასტურებულია ცდებისა და ზუსტი კვლევის შედეგად.

წარმოვიდგინოთ 1—1 კვეთი დამაგრებულია, მაშინ  $M$  მომენტის მოქმედებით 2—2 კვეთი 1—1-ის მიმართ შობრუნდება  $\delta\varphi$  კუთხით.

განვსაზღვროთ ნორმალური ძაბვა ნეიტრალურ ღერძიდან  $z$  მანძილით დაშორებულ  $ab$  ბოქკოში. რადგანაც ნეიტრალური შრის პარალელური შრეები განიცდიან სუფთა გაჭიმვას ან კუმშვას, ამიტომ შეგვიძლია ჰუკის კანონის თანახმად დავწეროთ  $\sigma = E\varepsilon$ .

აღებულ შემთხვევაში  $\varepsilon$  არის  $ab$  ბოქკოს ფართობითი დაგრძელება. ამგვარად,

$$\varepsilon = \frac{bb_1}{ab}$$

$ab$  ბოქკოს სიგრუდის რადიუსი აღვნიშნოთ  $\rho$  თი, ნეიტრალური შრის  $r$  ით და გეომეტრიული ღერძის  $R_0$ -ით, მაშინ გვექნება

$$ab = \rho d\varphi \quad bb_1 = z\delta d\varphi$$

ამგვარად,

$$\varepsilon = \frac{z\delta d\varphi}{\rho d\varphi}$$

ხოლო

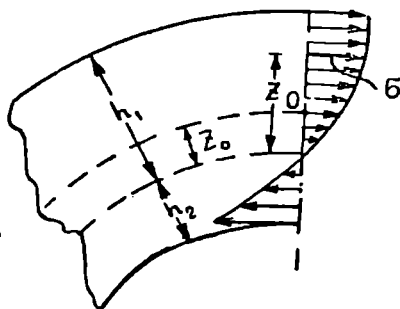
$$\sigma = E \cdot \frac{z}{\rho} \cdot \frac{\delta d\varphi}{d\varphi} \quad (12.5)$$

ეს ფორმულა გვაძლევს კვეთის სიმალლეზე ძაბვის ცვალებადობის კანონს (ნახ. 12.5). როგორც ძაბვის ფორმულიდან ჩანს, კვეთის სიმალლეზე ის იცვლება ჰიპერბოლური მრუდის კანონით. ადვილი შესამჩნევია, რომ ძაბვა ნეიტრალური შრიდან სიგრუდის ცენტრისაკენ უფრო ინტენსიურად იზრდება, ვიდრე მოწინააღმდეგე მხარის შესაბამის ბოქკოებში.

ძაბვის ზემომოიღებული მნიშვნელობა შევიტანოთ სტატიკის პირობებიდან მიღებულ განტოლებებში; (12.3) განტოლება გვაძლევს

$$\int_E \sigma dF = \int_K E \frac{z}{\rho} \frac{\delta d\varphi}{d\varphi} dF = 0.$$

მუდმივების ინტეგრალს გარეთ გატანისა და შეკვეცის შემდეგ მივიღებთ



ნახ 12.5

ნახ 12.5

ნახ 12.5



$$\int_F \frac{z}{\rho} dF \doteq 0 \quad (12.6)$$

ჩვენი აღნიშვნის თანახმად  $z = \rho - r$ , თუ ამ მნიშვნელობას შევიტანთ  $z$ -ის მაგივრად (12.6) განტოლებაში, მივიღებთ

$$\int_F \frac{\rho - r}{r} dF = \int_F dF - r \int_F \frac{dF}{\rho} = 0$$

აქედან

$$r = \frac{F}{\int_F \frac{dF}{\rho}} \quad (12.7)$$

ამ ფორმულით განისაზღვრება ნეიტრალური შრის სიმრუდის რადიუსი ნებისმიერი ფორმის განივკვეთის მრუდე ძელისათვის. ახლა  $\sigma$ -ის მნიშვნელობა შევიტანოთ (12.4) განტოლებაში

$$M - \int_F E \frac{z}{\rho} \frac{\partial d\varphi}{d\varphi} dF \cdot z = 0$$

ან

$$M - E \frac{\partial d\varphi}{d\varphi} \int_F \frac{z^2}{\rho} dF = 0 \quad (12.8)$$

(12.8) განტოლებაში შემავალი ინტეგრალი წარმოვიდგინოთ შემდეგი სახით

$$\int_F \frac{z^2}{\rho} dF = \int_F \frac{\rho - r}{\rho} z dF = \int_F z dF - r \int_F \frac{z}{\rho} dF;$$

როგორც ზემოთ ვნახეთ,  $\int_F \frac{z}{\rho} dF = 0$ , ხოლო  $\int_F z dF$  არის კვეთის

ფართობის სტატიკური მომენტი ნეიტრალური ღერძის მიმართ, ეს კი როგორც ვიცით, ტოლია ფართობისა და მისი სიმძიმის ცენტრიდან ნეიტრალურ ღერძამდე მანძილი  $z_0$ -ის ნამრავლის. ამგვარად,

$$\int_F z dF = S = F \cdot z_0 \quad (12.9)$$

ინტეგრალის ეს მნიშვნელობა შევიტანოთ (12.8) ფორმულაში, მივიღებთ

$$M - E \frac{\partial d\varphi}{d\varphi} S = 0.$$

აქედან

$$\frac{\delta d\varphi}{d\varphi} = \frac{M}{ES} \quad (12.10)$$

ამ მნიშვნელობას ძაბვის (12.5) ფორმულაში თუ შევიტანთ, გვექნება

$$\sigma = \frac{z}{\rho} \cdot \frac{M}{S},$$

ან

$$\sigma = \frac{z}{r+z} \cdot \frac{M}{S} \quad (12.11)$$

სრული ნორმალური ძაბვა მრუდე ძელის ნებისმიერ კვეთში გამოწვეული გრძივი ძალით და მლუნავი მომენტით იქნება

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{z}{r+z} \cdot \frac{M}{S} \quad (12.12)$$

კვეთში უდიდესი გამჭიმავი და მკუმშავი ძაბვები იქნება ნეიტრალური შრიდან უშორეს ბოქკოებში. თუ სრული ნორმალური ძაბვის განტოლებაში შევიტანთ  $z$ -ის მაგივრად უშორეს წერტილის კოორდინატებს  $z = h_1$  და  $z = -h_2$ , მაშინ შეგვიძლია დავწეროთ მრუდე ძელისათვის სიმტკიცის პირობა, შემდეგი სახით

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\max} &= \frac{N}{F} + \frac{h_1}{r+h_1} \cdot \frac{M}{S} \leq [\sigma]_{\max} \\ \sigma_{\min} &= \frac{N}{F} - \frac{h_2}{r-h_2} \cdot \frac{M}{S} \leq [\sigma]_{\min} \end{aligned} \right\} \quad (12.13)$$

სიმტკიცის პირობის შესადგენად საჭიროა შერჩეულ იქნეს საშიში კვეთი. თუ  $M$  და  $N$  ერთი და იგივე კვეთში აღწევენ თავიანთ მაქსიმუმს, მაშინ ეს იქნება საშიში კვეთი, ხოლო სხვა შემთხვევაში საჭიროა რამდენიმე კვეთში განისაზღვროს ძაბვის მნიშვნელობები და რომელ კვეთშიაც მივიღებთ უდიდეს ძაბვას, იმ კვეთს ვღებულობთ საშიშ კვეთად და მრუდე ძელის საანგარიშოდ ვაღებთ ამ კვეთისათვის სიმტკიცის პირობას.

მრუდე ძელებს ვარჩევთ დიდი და მცირე სიმრუდისას. დიდი სიმრუდის მრუდე ძელს ვუწოდებთ, თუ  $\frac{R_0}{h} \leq 5$ , სადაც  $R_0$  არის მრუდე ძელის

გეომეტრიული ლერძის სიმრუდის რადიუსი და  $h$  ძელის კვეთის სიმაღლე.

დიდი სიმრუდის მრუდე ძელებში ნორმალური ძაბვა უნდა იქნეს გაანგარიშებული ზემომიღებული ფორმულით

$$\sigma = \frac{N}{F} \pm \frac{h_{1,2}}{z \pm h_{1,2}} \cdot \frac{M}{S} \leq [\sigma], \quad (12.14)$$

ხოლო როცა მცირე სიმრუდის ძელები გვაქვს, ე. ი. როცა  $\frac{R_0}{h} > 5$ , მაშინ

ასეთი ძელების კვეთის შერჩევა ხედება ისე, როგორც სწორლერძიანი ძელებისათვის

$$\sigma = \frac{N}{F} \pm \frac{M}{W_{1.1}} \leq [\sigma]. \quad (12.15)$$

დიდი სიმრუდის ძელებს ეკუთვნის კაკვები, ჯაჭვის რგოლი და სხვა, ხოლო მცირე სიმრუდის ძელებს კამარა, თალი და სხვ.

### § 3. ნეიტრალური შრის სიმრუდის რადიუსის განსაზღვრა

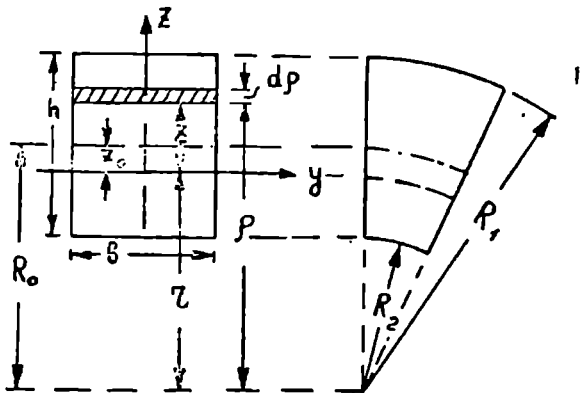
1. სწორკუთხოვანი კვეთი. ნეიტრალური შრის სიმრუდის რადიუსის განსაზღვრავად ზემოთ მიღებული გეკონდა შემდეგი განტოლება (12.7)

$$r = \frac{F}{\int \frac{dF}{\rho}}$$

ეს განტოლება გამოვიყენოთ სწორკუთხოვანი განივიკვეთის მრუდე ძელის სიმრუდის რადიუსის გასაგებად.

ვთქვათ, სწორკუთხოვანი კვეთის სიგანეა  $b$  და სიმაღლე  $h$  (ნახ. 12.6); მრუდე ძელის განაპირა შრეების სიმრუდის რადიუსებია, გარეთა— $R_1$ , შიგნითა— $R_2$ .

გამოვიყენოთ ნეიტრალური ღერძიდან  $z$ . მანძილის დაშორებით ელემენტარული ზოლი



ნახ. 12.6

$$dF = b dz = b dp.$$

თუ ამ გამოსახულებას შევიტანთ ნეიტრალური შრის სიმრუდის რადიუსის საანგარიშო ფორმულაში, მივიღებთ

$$r = \frac{bh}{\int \frac{bdp}{\rho}} = \frac{h}{\int_{R_2}^{R_1} \frac{dp}{\rho}} = \frac{h}{\ln R_1 - \ln R_2} = \frac{h}{\ln \frac{R_1}{R_2}}; \quad (12.16)$$

გეომეტრიულ ღერძსა და ნეიტრალურ ღერძს შორის მანძილი  $z_0 = R_0 - r$ , თუ შევიტანთ  $r$  მნიშვნელობას, მივიღებთ

$$z_0 = R_0 - \frac{h}{\ln \frac{R_1}{R_2}} \quad (12.17)$$

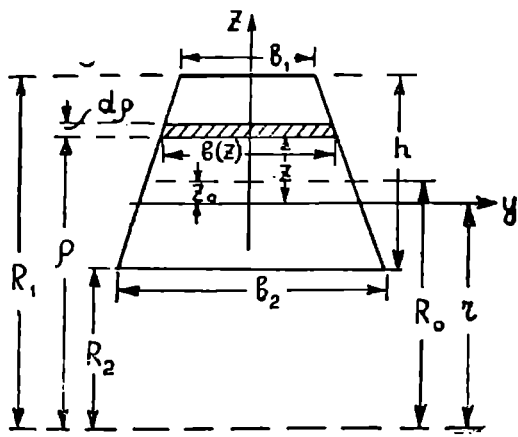
(საჭიროა გვახსოვდეს, რომ ნატურალური ლოგარითში ტოლია, ათნიშნა ლოგარითში გამრავლებული 2,303).  $z_0$ -ის განსაზღვრის შემდეგ შეგვიძლია გამოვთვალოთ სტატიკური მომენტი  $S$  და, მაშასადამე, ნორმალური ძაბვა სწორკუთხეიანი განივი კვეთის დიდი სიმრუდის მრუდე ძელებში.

2. ტ რ ა პ ე ც ი უ ლ ი კ ვ ე თ ი. განვიხილოთ ტოლფერდა ტრაპეციული

კვეთი, რომლის ფუძეები შესაბამისად აღენიშნოთ  $b_1$ ,  $b_2$  და სიმაღლე  $h$  (ნახ. 12.7). ელემენტარული ფართობი  $dF = b(z) dz$ , სადაც  $b(z)$  არის ნეიტრალური ღერძიდან  $z$  მანძილით დაშორებული შრის სიგანე და იცვლება  $z$ -ის ცვალებადობასთან ერთად. ნახაზიდან ადვილად შევადგენთ, რომ

$$b(z) = b_1 + \frac{b_2 - b_1}{h} (R_1 - \rho)$$

გამოვთვალოთ  $\int_F \frac{dF}{\rho}$  მნიშვნელობა



ნახ. 12.7

$$\int_F \frac{dF}{\rho} = \int_{R_2}^{R_1} \frac{1}{\rho} \left( b_1 + \frac{b_2 - b_1}{h} R_1 - \frac{b_2 - b_1}{h} \rho \right) d\rho = \left( b_1 + \frac{b_2 - b_1}{h} R_1 \right) \ln \frac{R_1}{R_2} - (b_2 - b_1).$$

თუ ინტეგრალის ამ მნიშვნელობას შევიტანთ (12.7) განტოლებაში, მივიღებთ

$$r = \frac{F}{\left( b_1 + \frac{b_2 - b_1}{h} R_1 \right) \ln \frac{R_1}{R_2} - (b_2 - b_1)} \quad (12.18)$$

ტოლფერდა სამკუთხოვანი კვეთის მქონე მრუდი ძელისათვის ნეიტრალური შრის სიმრუდის რადიუსის განსაზღვრისას ზემომიღებულ (12.18) ფორმულაში უნდა შევიტანოთ  $b_1 = 0$ , რის შედეგად მივიღებთ

$$r = \frac{F}{R_1 \frac{b}{h} \ln \frac{R_1}{R_2} - b} = \frac{h}{2 \left( \frac{R_1}{h} \ln \frac{R_1}{R_2} - 1 \right)} \quad (12.19)$$

3. წრიული კვეთი. წრე, რომლის დიამეტრია  $d$ , დავყოთ ნეიტრალური ღერძის პარალელურ ზოლებად, ზოლის ფართობი (ნახ. 12.8)

$$dF = b(z)dp,$$

აღებული შემთხვევისათვის

$$\int_F \frac{dF}{\rho} = \int_F \frac{b(z) dp}{\rho}$$

ინტეგრალქვეშა სიდიდეები:  $b(z)$ ,  $\rho$  და  $dp$  გამოვსახოთ ცენტრალური  $\varphi$  კუთხის და წრის დიამეტრის საშუალებით

$$b(z) = d \cos \varphi;$$

$$\rho = R_0 + \frac{d}{2} \sin \varphi;$$

$$dp = \frac{d}{2} \cos \varphi d\varphi;$$

ამგვარად,

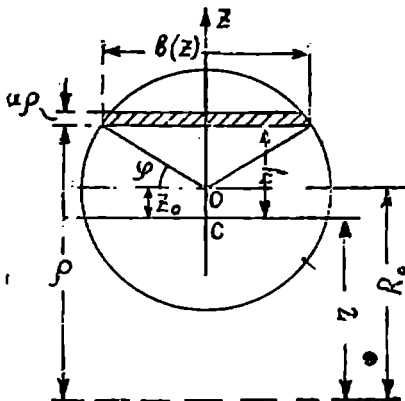
$$\int_F \frac{dF}{\rho} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{\cos \varphi \frac{d}{2} \cos \varphi d\varphi}{R + \frac{d}{2} \sin \varphi} = d^2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 \varphi d\varphi}{2R_0 + d \sin \varphi}.$$

ამ მნიშვნელობის გაინტეგრირების შემდეგ მივიღებთ

$$\int_F \frac{dF}{\rho} = \pi (2R_0 \sqrt{4R_0^2 - d^2})$$

თუ შევიტანთ ამ გამოვსახულებას ნეიტრალური შრის სიმრუდის რადიუსის გამოსათვლელ ფორმულაში, გვიქნება

$$r = \frac{F}{\pi (2R_0 - \sqrt{4R_0^2 - d^2})} \quad (12.20)$$

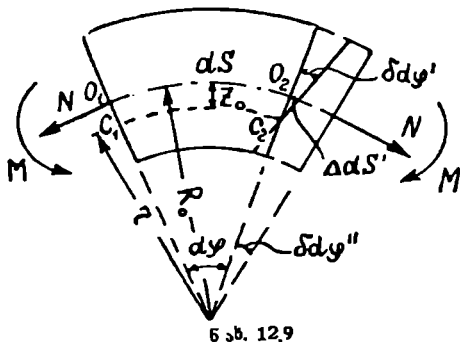


ნახ. 12.8

სხვა ფორმის კვეთებისათვის ნეიტრალური შრის სიმრუდის რადიუსი  $r$  ანალოგიურად ისაზღვრება და მათი საბოლოო მნიშვნელობა იმ კვეთებისათვის, რომლებიც რეკომენდებულია დიდი სიმრუდის ძელებისათვის, მოცემულია ცნობარებში.

#### § 4. დეფორმაციის ანგარიში მრუდე ძელებში

როგორც სწორლერძიან, ისე მრუდე ძელებში ნებისმიერი კვეთი, ძელებზე გარე ძალის მოქმედებისას ხაზოვნად გადაადგილდება და შემობრუნდება ნეიტრალური ღერძის გარშემო გარკვეული კუთხით. ამ დეფორმაციათა სიდიდების განსაზღვრა ყველაზე მოხერხებულია კასტილიანოს თეორემის გამოყენებით, რის საფუძველზედაც ჯერ საჭიროა განისაზღვროს მრუდე ძელის დრეკადი დეფორმაციის პოტენციური ენერგია  $U$ , რომლის კერძო წარმოებული შეყურსული ძალით მოგვცემს კვეთის ცენტრის ხაზოვან გადაადგილებას ამ ძალის მიმართულებით, და  $\alpha$ -ს კერძო წარმოებული  $M$  წყვილძალით ტოლი იქნება შესაბამისი კვეთის მობრუნების კუთხის.



6 ახ. 12.9

მრუდე ძელის პოტენციური ენერგიის სიდიდის გასაგებად გამოვიყიოთ ძელიდან  $dS$  სიგრძის მცირე ელემენტი (ნახ. 12.10) და განვსაზღვროთ მასზე მოქმედი  $M$ ,  $N$  და  $Q$  ძალების მიერ შესრულებული მუშაობა, რაც სიდიდით ტოლი იქნება გამოყოფილი ელემენტში დაგროვილი პოტენციური ენერგიის.

უნდა შევნიშნოთ, რომ განივი ძალის გავლენას პოტენციური ენერგიის სიდიდის საანგარიშოდ, როგორც მცირე სიდიდეს, სწორლერძიან ძელებში მხედველობაში არ ვღებულობთ და მით უმეტეს მრუდე ძელებში მისი გავლენა უფრო უმნიშვნელოა და შეგვიძლია უგულებელვყოთ.

$M$  და  $N$ -ის მიერ შესრულებული მუშაობის სიდიდის საანგარიშოდ, ჯერ განვსაზღვროთ განსახილველ ელემენტზე ამ ძალებზე მოქმედებით გამოწვეული დეფორმაციები (ნახ. 12.9). მღუნავი მომენტის მოქმედებით გამოყოფილი ელემენტის განაპირა კვეთები შემობრუნდებიან ურთიერთმიმართ ნეიტრალური ღერძის გარშემო  $\delta d\phi'$  კუთხით და გეომეტრიული ღერძი  $dS$  დაგრძელდება  $\Delta dS'$  სიდიდით (ნახ. 12.9).

მე-(12.10) ფორმულის თანახმად

$$\delta d\phi' = \frac{Md\phi}{ES} = \frac{MdS}{ESR_0}, \quad (12.21)$$

ბოლო

$$\Delta dS' = z_0 \cdot \delta d\varphi' = z_0 \frac{MdS}{ESR_0}$$

ვიციტ, რომ  $S = Fz_0$ ,  
ამგვარად,

$$\Delta dS' = \frac{MdS}{EFR_0} \quad (12.22)$$

ნორმალური ძალის მოქმედებით გამოყოფილი ელემენტის გეომეტრიული ღერძი  $dS$  დაგრძელდება  $\Delta dS''$ , რაც ჰუკის კანონის თანახმად ტოლია

$$\Delta dS'' = \frac{NdS}{EF} \quad (12.23)$$

გრძივი ძალის მიერ აღძრული ნორმალური ძაბვა კვეთში თანაბრად ნაწილდება, მაგრამ, რადგანაც გამოყოფილი ელემენტის ბოჭკოების სიგრძე კვეთის სიმაღლეზე სიმრუდის რადიუსის პროპორციულად იცვლება. ამიტომ შესაბამისი ფარდობით შეიცვლება მათი აბსოლუტური დაგრძელებებიც და, ამგვარად, განაპირა კვეთები გადაადგილდება არა პირვანდელი მდგომარეობის პარალელურად, არამედ მობრუნდებიან სიმრუდის ცენტრის გარშემო გარკვეული  $\delta d\varphi''$  კუთხით.

როგორც ნახაზიდან ჩანს, ეს კუთხე ტოლია

$$\delta d\varphi'' = \frac{\Delta dS''}{R_0} = \frac{NdS}{EFR_0} \quad (12.24)$$

საბოლოოდ გამოყოფილი ელემენტის განაპირა კვეთების კუთხური და გეომეტრიული ღერძის ხაზოვანი დეფორმაციები იქნება

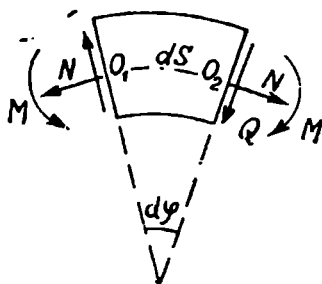
$$\delta d\varphi = \delta d\varphi' + \delta d\varphi'' = \frac{MdS}{ESR_0} + \frac{NdS}{EFR_0} \quad (12.25)$$

და

$$\Delta dS = \Delta dS' + \Delta dS'' = \frac{MdS}{EFR_0} + \frac{NdS}{EF} \quad (12.26)$$

ამ დეფორმაციის დროს განსახილველ ელემენტში დაგროვილი პოტენციური ენერგია რიცხობრივად ტოლი იქნება  $M$  და  $N$  ძალების მიერ, ამ დეფორმაციაზე შესრულებულ მუშაობას

$$dU = dA = \frac{M\delta d\varphi}{2} + \frac{N\Delta dS}{2} = \frac{1}{2} M \left( \frac{MdS}{ESR_0} + \frac{MdS}{EFR_0} \right) +$$



ნახ. 12.10

$$+ \frac{1}{2} N \left( \frac{MdS}{EFR_0} + \frac{NdS}{EF} \right) - \frac{M^2dS}{2ESR_0} + \frac{N^2dS}{2EF} + \frac{MNdS}{EFR_0}.$$

თუ ამ მნიშვნელობებს ავჯამავთ ლეროს მთელ სიგრძეზე, მაშინ მივიღებთ მრუდე ძელებში დაგროვილ პოტენციური ენერჯიის შემდეგ სიდიდეს

$$U = \int_s \frac{M^2dS}{2ESR_0} + \int_s \frac{N^2dS}{2EF} + \int_s \frac{MNdS}{EFR_0}. \quad (12.27)$$

როგორც პრაქტიკული ანგარიში გვიჩვენებს, მრუდე ძელში დაგროვილი პოტენციური ენერჯია, უმნიშვნელო სიდიდით განსხვავდება სწორლერძიანი ძელის პოტენციური ენერჯიის სიდიდისაგან. მცირე სიმრუდის ძელებში, ე. ი. როცა  $\frac{R_0}{h} > 5$  ეს განსხვავება არ აღემატება 0,5%, ხოლო დიდი სიმრუდის მრუდე ძელებში 8%.

ამგვარად, პრაქტიკული გამოყენებისათვის საკმარისი სიზუსტე გვექნება დაცული. თუ მრუდე ძელებში პოტენციური ენერჯიის სიდიდეს ვინგარიშებთ ისე, როგორც სწორლერძიანი ძელისათვის შემდეგი ფორმულით

$$U = \int_s \frac{M^2dS}{2EF} + \int_s \frac{N^2dS}{2EF}. \quad (12.28)$$

პოტენციური ენერჯიის სიდიდის გამოთვლის შემდეგ შეგვიძლია გადავიღოთ მრუდე ძელის ნებისმიერი კვეთის მობრუნების კუთხის და ჩაღუნვის ისრის განსაზღვრაზე, კასტილიანოს თეორემის მიხედვით

$$\left. \begin{aligned} f &= \frac{\partial U}{\partial P} = \int_s \frac{MdS}{EI} \frac{\partial M}{\partial P} + \int_s \frac{NdS}{EF} \frac{\partial N}{\partial P}, \\ \Theta &= \frac{\partial U}{\partial M_0} = \int_s \frac{MdS}{EI} \frac{\partial M}{\partial M_0} + \int_s \frac{NdS}{EF} \frac{\partial N}{\partial M_0}. \end{aligned} \right\} \quad (12.29)$$

თუ ამათ გადავწერთ მაქსველ-მორის მიხედვით, საბოლოოდ მივიღებთ

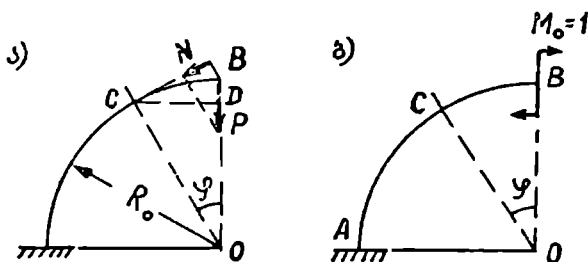
$$\delta = \int_s \frac{M(\varphi) M^0 dS}{EI} + \int_s \frac{N(\varphi) N^0 dS}{EF}, \quad (12.30)$$

სადაც  $M(\varphi)$  და  $N(\varphi)$  არის ნებისმიერ კვეთში მღუნავი მომენტი და გრძივი ძალა ძელზე მოქმედი დატვირთვით გამოწვეული, ხოლო  $M^0$  და  $N^0$  ამავე კვეთში მომენტი და გრძივი ძალა, ძელზე საძებნი დეფორმაციის შესაბამის ერთის ტოლი ძალით გამოწვეული.

თუ რომელიმე კვეთის ჩაღუნვის ისარს ვეძებთ, მაშინ ამ კვეთში უნდა მოვლოთ  $P = 1$  შეყურსული ძალა, თუ მობრუნების კუთხეს, მაშინ  $M_0 = 1$  წყვილძალა.



ავილოთ ცალი ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებული მრუდე ძელი, რომლის ღერძიც წარმოადგენს მეოთხედ წრეხაზს რადიუსით  $R_0$ . ძელის თავისუფალ ბოლოზე მოქმედებს შეყურსული ძალა  $P$  (ნახ. 12.11).



ნახ. 12.11

განვსაზღვროთ მრუდე ძელის  $B$  ბოლოს მობრუნების კუთხე. ვიციით ფორმულა

$$\Theta_B = \int_s \frac{M(\varphi)M^0 dS}{EI} + \int_s \frac{N(\varphi)N^0 dS}{EF}.$$

გამოთვალათ ინტეგრალქვეშა სიდიდეები; ამისათვის ძელი უნდა გამოვხაზოთ ორ მდგომარეობაში ა) ძელი დატვირთული მოცემული ტვირთით; ბ) ძელის  $B$  კვეთში მოვდოთ  $M_0 = 1$ . წყვილძალა, როგორც ნახაზიდან ჩანს

$$M(\varphi) = P \cdot CD = +P \cdot R_0 \sin \varphi; \quad N(\varphi) = -P \sin \varphi;$$

$$M^0 = +1; \quad N^0 = 0; \quad dS = R_0 d\varphi.$$

შევიტანოთ ეს მნიშვნელობები  $\Theta_B$  ფორმულაში, მივიღებთ

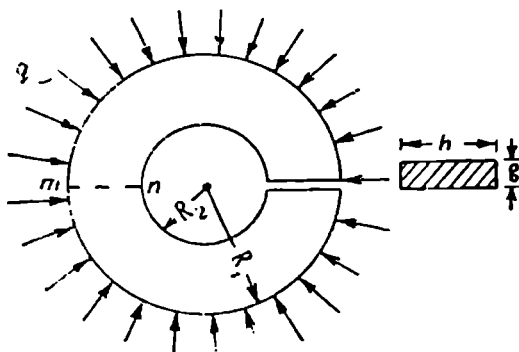
$$\Theta_B = \frac{1}{EI} \int_0^{\frac{\pi}{2}} PR_0 \sin \varphi \cdot 1 \cdot R_0 d\varphi.$$

შეორე შესაკრები ნულია, რადგანაც  $N^0 = 0$ , ამგვარად

$$\Theta_B = \frac{PR_0^2}{EI} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \varphi d\varphi = \frac{PR_0^2}{EI} [-\cos \varphi]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{PR_0^2}{EI}.$$

ღადებითი ნიშანი იმას ნიშნავს, რომ  $B$  კვეთი მობრუნებულა ერთეული ძალის მიმართულებით.

მაგალითი 1. სწორკუთხოვანი ვანიკვეთის გაჭრილი რგოლის ვარგ. ზელაპირზე მოქმედებს თანაბარი წნევა ინტენსივობით  $q=30$  კგ/სმ<sup>2</sup> (ნახ. 12.12).



ნახ. 12.12

განვსაზღვროთ უდიდესი გამჭიმავი და მკუმშავი ძაბვა საშიშ კვეთში, თუ

$$R_2 = 2 \text{ სმ}; \quad b = 1 \text{ სმ}$$

$$\text{და } h = 4 \text{ სმ.}$$

განსახილველ რგოლში უდიდესი მლუნავი მომენტი და გრძივი ძალა აღიძვრება  $m$  კვეთში (ნახაზზე წყვეტილი ხაზითაა ნაჩვენები), რომელთა მნიშ-

ვნელობები შესაბამისად ტოლია

$$N = qb2R_1 = 30 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 6 = 360 \text{ კგ.}$$

$$M = qb2R_1 \left( R_2 + \frac{h}{2} \right) = 360 \cdot 4 = 1440 \text{ კგ. სმ.}$$

რადგანაც ფარდობა  $\frac{R_0}{h} = 1 < 5$ , ამიტომ საჭიროა გამოვიყენოთ დიდი სიმრუდის მრუდე ძელში ძაბვის საანგარიშოდ საჭირო ფორმულაები.

გამოვთვალოთ ნეიტრალური ზრის სიმრუდის რადიუსი. ვიცით სწორკუთხიანი კვეთისათვის

$$r = \frac{h}{\ln \frac{R_1}{R_2}} = \frac{4}{\ln \frac{6}{2}} = \frac{4}{2,303 \cdot 0,477} = 3,64 \text{ სმ.}$$

$$z_0 = R_0 - r = 4 - 3,64 = 0,36 \text{ სმ,}$$

$$S = F \cdot z_0 = 1 \cdot 4 \cdot 0,36 = 1,44 \text{ სმ}^2.$$

საშიშ კვეთის განაპირა ბოქვების დაშორება ნეიტრალური ლერძიდან

$$z_m = \frac{h}{2} + z_0 = 2 + 0,36 = 2,36 \text{ სმ;}$$

$$z_n = \frac{h}{2} - z_0 = 2 - 0,36 = 1,64 \text{ სმ.}$$

ზემოგამოთვლილი მნიშვნელობები შევიტანოთ  $m$  და  $n$  წერტილები-სათვის ძაბვის საანგარიშო ფორმულაში, მივიღებთ

$$\sigma_m = -\frac{360}{1.4} + \frac{1440}{1.44} \cdot \frac{2.36}{6} = -90 + 393 = +303 \text{ კგ/სმ}^2,$$

$$\sigma_n = -\frac{360}{1.4} - \frac{1440}{1.44} \cdot \frac{1.64}{2} = -90 - 820 = -910 \text{ კგ/სმ}^2.$$

ძაბვას  $m$ -ზე კვეთში, თუ ვიანგარიშებდით, როგორც სწორლერძიან ძელში, ე. ი. სიმრუდეს მხედველობაში არ მივიღებდით, გვექნება

$$\sigma = \frac{N}{F} \pm \frac{M}{W}.$$

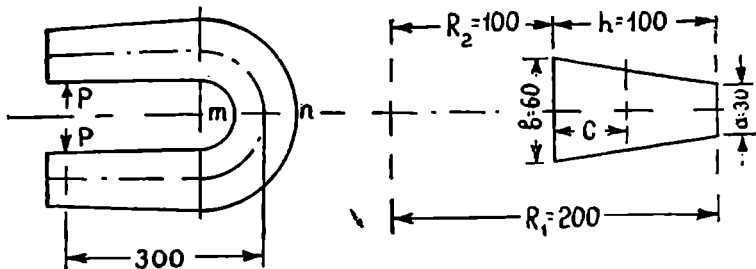
შევიტანოთ მნიშვნელობები

$$\sigma_m \left\{ \begin{array}{l} = -\frac{360}{4} \pm \frac{1440}{1.4^3} = -90 \pm 540, \\ \sigma_n \end{array} \right.$$

$$\sigma_m = +450 \text{ კგ/სმ}^2; \quad \sigma_n = -630 \text{ კგ/სმ}^2.$$

რგოლის შიგა ბოჭკოში ძაბვებს შორის განსხვავება იქნება 30,8%, რაც იმას გვიდასტურებს, რომ წლიდი სიმრუდის ძელებში ძაბვის საანგარიშოდ სიმრუდის მხედველობაში მიღება აუცილებელია.

მაგალითი 2. მანქანის ერთ-ერთ ნაწილს აქვს მრუდე ძელის ფორმა (ნახ. 12.13), რომლის ბოლოებზე მოქმედებს ორი თანატოლი  $P = 4,5$  ტონა ძალა.



ნახ. 12.13

განესაზღვროთ უდიდესი გამჭიმავი და მკუმშავი ძაბვები  $m$ -ზე კვეთში, თუ ამ კვეთს აქვს ტრაპეციის ფორმა. მრუდე ძელისა და განსახილველი განივი კვეთის საჭირო გეომეტრიული ზომები ნაჩვენებია ნახაზზე მილიმეტრობით. მრუდე ძელის გეომეტრიული ღერძის სიმრუდის რადიუსი

$$R_0 = R_2 + C,$$

ბოლო

$$C = \frac{h}{3} \frac{2a+b}{a+b} = \frac{10 \cdot 12}{3 \cdot 9} = 4,44 \text{ სმ.}$$

$$R_0 = 10 + 4,44 = 14,44 \text{ სმ.}$$

რადგანაც  $\frac{R_0}{h} < 5$ , ამიტომ ნორმალური დაბევა უნდა ვიანგარიშოთ დიდი სიმრუდის ძელისათვის მიღებული ფორმულით

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M}{S} \frac{z}{\rho}.$$

ნეიტრალური შრის სიმრუდის რადიუსი ტრაპეციული კვეთისათვის ტოლია

$$r = \frac{h \cdot \frac{a+b}{2}}{\left(a + R_1 \frac{b-a}{h}\right) \ln \frac{R_1}{R_2} - (b-a)} = \frac{10 \cdot 4,5}{\left(3 + 20 \frac{3}{10}\right) \ln \frac{20}{10} - 3} =$$
$$= \frac{45}{9 \cdot 0,703 - 3} = 13,55 \text{ სმ.}$$

ნეიტრალური ღერძის დაცილება კვეთის სიმძიმის ცენტრიდან

$$z_0 = R_0 - r = 14,44 - 13,55 = 0,89 \text{ სმ,}$$

ბოლო

$$S = F \cdot z = 45 \cdot 0,89 = 40 \text{ სმ}^2.$$

ნეიტრალური ღერძიდან  $m$  კვეთის განაპირა ბოკვობებამდე მანძილი

$$z_m = C - z_0 = 4,44 - 0,89 = 3,55 \text{ სმ.}$$

$$z_n = h - C = z_0 = 10 - 4,44 + 0,89 = 6,45 \text{ სმ.}$$

უდიდესი დაბევები  $m$  კვეთში იქნება

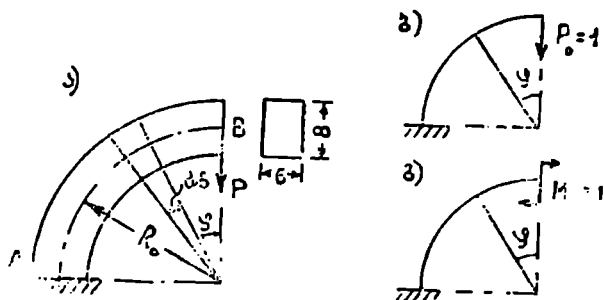
$$\sigma_m = \frac{4500}{45} + \frac{4500 \cdot 30}{40} \cdot \frac{3,55}{10} = 100 + 1198 = +1298 \text{ კგ/სმ}^2;$$

$$\sigma_n = \frac{4500}{45} - \frac{4500 \cdot 30}{40} \cdot \frac{6,45}{20} = 100 - 1088 = -988 \text{ კგ/სმ}^2.$$

მაგალითი 3. ნეოთხედი წრეხაზის მოხაზულობის ფოლადის მრუდე ძელი, რომელსაც აქვს სწორკუთხოვანი განივიკვეთი, ზომებით  $b=6$  სმ და  $h=8$  სმ. ცალი ბოლოთი ჩამაგრებულია და თავისუფალ ბოლოზე მოქმედებს  $P=0,8$  ტ შეყურსული ძალა (ნახ. 12.14):

განვსაზღვროთ ძელის  $B$  ბოლოს ვერტიკალური გადაადგილება და მობრუნების კუთხე, თუ ძელის გეომეტრიული ღერძის სიმრუდის რადიუსი 316

$R_0 = 1,6$  მ და დრეკადობის მოდული  $E = 2 \cdot 10^6$  კგ/სმ<sup>2</sup>. მრუდე ძელის დეფორმაციების გასაგებად გამოვიყენოთ შორის ფორმულა



ნახ. 12.14

$$\delta = \frac{1}{EI} \int_S M(\varphi) M^0 dS + \frac{1}{EF} \int_S N(\varphi) N^0 dS.$$

პირველად განვსაზღვროთ  $B$  კვეთის ვერტიკალური გადაადგილება  $f_B$ .

$$f_B = \frac{1}{EI} \int_S M(\varphi) M^0 dS + \frac{1}{EF} \int_S N(\varphi) N^0 dS,$$

სადაც

$$M(\varphi) = +PR_0 \sin \varphi; \quad M^0 = +R_0 \sin \varphi \quad (\text{ნახ. 12.13 ბ});$$

$$N(\varphi) = -P \sin \varphi; \quad N^0 = -\sin \varphi; \quad dS = R_0 d\varphi.$$

ამგვარად,

$$f_B = \frac{1}{EI} \int_0^{\frac{\pi}{2}} PR_0^2 \sin^2 \varphi d\varphi + \frac{1}{EF} \int_0^{\frac{\pi}{2}} P \sin^2 \varphi R_0 d\varphi =$$

$$\left[ \frac{PR_0^2}{EI} + \frac{PR_0}{EF} \right] \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 \varphi d\varphi = \left[ \frac{PR_0^2}{EI} + \frac{PR_0}{EF} \right] \left[ \frac{\varphi}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\varphi \right]_0^{\frac{\pi}{2}} =$$

$$\left[ \frac{PR_0^2}{EI} + \frac{PR_0}{EF} \right] \frac{\pi}{4} = \frac{PR_0 \pi}{4E} \left( \frac{R_0^2}{I} + \frac{1}{F} \right),$$

სადაც

$$F = b \cdot h = 6 \cdot 8 = 48 \text{ სმ}^2.$$

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{6 \cdot 8^3}{12} = 256 \text{ სმ}^4.$$

ამგვარად,

$$f_B = \frac{800 \cdot 160 \cdot 3,14}{4 \cdot 2 \cdot 10^6} \left( \frac{160^3}{256} + \frac{1}{48} \right) = 5,03 \text{ სმ.}$$

ახლა განვსაზღვროთ  $B$  კვეთის მობრუნების კუთხე  $\theta_B$ ; თანახმად ნახ. 12.13 გ-ისა გვექნება

$$M^0 = +1 \quad N^0 = 0.$$

ამგვარად,

$$\theta_B = \frac{1}{EI} \int_0^{\frac{\pi}{2}} PR^2_0 \sin \varphi \, d\varphi = \frac{PR^3_0}{EI};$$

შევიტანოთ რიცხვითი მნიშვნელობები, მივიღებთ

$$\theta_B = \frac{800 \cdot 160^3}{2 \cdot 10^6 \cdot 256} = 0,04 \text{ რადიანი ან } \theta_B = 2^\circ 17' 30''.$$



## შექუმშული ლეროების შემოწმება მღვრადოგაზე

### § 1. წონასწორობის მღვრადი და არამღვრადი ფორმა. კრიტიკული ძალა

აქამდე როგორც გაკიმულ, ისე შეკუმშულ ლეროებს ვამოწმებდით სიმტკიცის პირობით

$$\sigma = \frac{P}{F} \leq [\sigma],$$

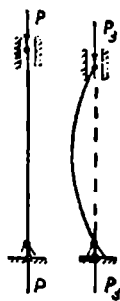
ე. ი. ვგულისხმობდით, რომ თუ შეკუმშული ან გაკიმული ლეროს კვეთის არც ერთ წერტილში ძაბვა არ აღემატება დასაშვებს, ასეთი ლეროები იმუშავებს საიმედოდ.

როგორც ცდები და დაკვირვებები გვიჩვენებენ, შეკუმშული ლერო, რომლის განივკვეთის ფართობი, სიგრძესთან შედარებით მცირეა, შეიძლება მწყობრიდან გამოვიდეს გაცილებით უფრო ადრე, ვიდრე მის კვეთში აღიძვრება დასაშვების ტოლი ძაბვა. როგორც ზემოაღნიშნულიდან ჩანს, შეკუმშული ლეროების გაანგარიშების დროს, განსხვავებით გაკიმულ ლეროებისაგან, მხედველობაში უნდა მივიღოთ კიდევ ლეროს სიგრძე.

იმიათვის, რომ შევისწავლოთ თუ როგორ გამოდის მწყობრიდან შეკუმშული ლერო, უნდა ავიღოთ საკმაოდ გრძელი ლერო, მივაყენოთ მას შემკუმშავი ლერძული ძალა და უკანასკნელი თანდათან ვზარდოთ.

დასაწყისში სანამ შემკუმშავი ძალა მცირეა, ძალის გადიდებით ლერო მოკლდება (ნახ. 13.1) ისე, რომ ლერო ინარჩუნებს თავის საწყის სწორ ფორმას. გარკვეული ძალის მნიშვნელობამდე გარე და შიგა ძალები წონასწორობაში არიან და ლეროს დამატებითი დეფორმაცია შეიძლება მივიღოთ მხოლოდ ძალის გადიდების შემთხვევაში. აღნიშნულ წონასწორობას ეწოდება წონასწორობის მღვრადი ფორმა (ნახ. 13.1). როდესაც შემკუმშავი ძალა  $P$  მიაღწევს გარკვეულ მნიშვნელობას, ლერო გაიღუნება, გაღუნვის შედეგად ლეროს კვეთში აღიძვრება მღუნავი მომენტი, რომელიც კვეთში აღძრავს დამატებით ნორმალურ ძაბვებს, ხოლო ეს უკანასკნელი იწვევს ლეროს შემდგომ გაღუნვას და ა. შ. როგორც ჩანს, შემკუმშავი ძალის გაუდიდებლად ლეროს გაღუნვის შემდეგ ადგილი აქვს ლეროს დეფორმაციას.

აღნიშნულ წონასწორობას, რომლის დროსაც ძალის გაუდიდებლად ადგილი აქვს დეფორმაციის ზრდას, ეწოდება წონასწორობის არამდგრადი ფორმა.



ნახ. 11.1

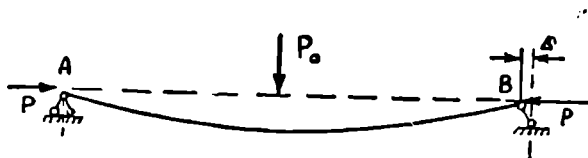
მდგრად და არამდგრად წონასწორობათა შორის არსებობს გარდამავალი ანუ განურჩეველი წონასწორობის ფორმა, რომელსაც კრიტიკული მდგომარეობა ეწოდება.

კრიტიკული მდგომარეობის დროს ელემენტს შეუძლია შეინარჩუნოს პირვანდელი სწორი ფორმა, ან საკმარისია სულ მცირე მიზეზი, რომ აღმოჩნდეს გაღუნული.

იმ მინიმალურ ძალას, რომელიც ღეროს მდგრადი წონასწორობის ფორმიდან გადაიყვანს არამდგრად წონასწორობის ფორმაში, ეწოდება როგორც აღნიშნეთ კრიტიკული ძალა და აღინიშნება  $P_k$ .

არამდგრადი წონასწორობის დროს ცენტრალური შემკუმშივი ძალის მოქმედების შედეგად სწორი ელემენტი ღუნვას განიცდის. ისმება საკითხი, რა არის ის პირველადი მიზეზი, რომელიც იწვევს ღეროს ღუნვას. ასეთებია: ღეროს საწყისი სიმრუდე, მცირე ექსცენტრისიტეტი, ღეროს კვეთის ცვალებადობა მის სიგრძეზე, მასალის არაერთგვაროვნება კვეთის სიგრძეზე და სხვ.

წონასწორობის მდგრადი, განურჩეველი ფორმა და არამდგრადი შეიძლება განვმარტოთ ენერგეტიკული თეორიის დახმარებით (ნახ. 13.2).  $A-B$



ნახ. 13.2

სწორ ღეროზე  $P$  ძალის მოქმედების დროს ღეროზე ვამოქმედოთ დანატებით განივი  $P_0$  ძალა, რომელიც ღეროს გაღუნავს.

აღნიშნოთ მუშაობის ის რაოდენობა, რომელიც შეასრულა  $P_0$  ძალამ  $A$ -თი, მუშაობის ის რაოდენობა, რომელსაც ასრულებს  $P$  ძალა  $\Delta$  გადაადგილებაზე ტოლი იქნება  $P\Delta$ . რადგან ორივე აღნიშნული ძალა ცდილობს ღეროს გაღუნვას; დეფორმაციის, პოტენციალური ენერგია  $U$  გამოითვლება

$$U = A + P \cdot \Delta,$$

ან

$$A \equiv U - P \cdot \Delta. \tag{13.1}$$

$P$  შემკუმშივი ძალის თანდათანობით ზრდის შედეგად (13.1) განტოლების თანახმად შეიძლება გვეჩვენოს სამი შემთხვევა

$$U > P\Delta, \quad U = P\Delta \quad \text{და} \quad U < P\Delta.$$



როდესაც  $U > P\Delta$  ეს იმას ნიშნავს, რომ მუშაობა  $A$  უნდა იყოს დადებითი და დეფორმაციის მისაღებად მუდმივი  $P$  ძალის დროს საჭიროა  $P_0$  განივი ძალის მიყენება, ე. ი. გვაქვს წონასწორობის მდგრადი ფორმა.

როდესაც  $U = P\Delta$  ეს იმას ნიშნავს, რომ  $A = 0$ , ე. ი.  $\Delta$  დეფორმაციის მიღება შეიძლება მუდმივი  $P$  ძალის დროს და აღარ არის საჭირო  $P_0$  ძალის მიყენება. აღნიშნული წონასწორობის ფორმას ეწოდება განურჩეველი.

როდესაც  $U < P\Delta$  ამ შემთხვევაში  $A$  მუშაობას აქვს უარყოფითი მნიშვნელობა; ეს იმას ნიშნავს, რომ თუ საჭიროა  $\Delta$  დეფორმაციის შეჩერება, საჭიროა უკვე  $P_0$  ძალას შევეუცვალოთ მიმართულებით, წინააღმდეგ შემთხვევაში დეფორმაცია  $\Delta$  გაგრძელდება მუდმივი  $P$  ძალის დროს, ე. ი. გვექნება წონასწორობის არამდგრადი ფორმა.

შეკუმშულ ლეროში, თუ ძალის სიდიდე აღწევს  $P_g$ -ს ეს იმას ნიშნავს, რომ აღნიშნული ელემენტი მწყობრიდან გამოდის.

შეკუმშული ლეროს კვეთი საჭიროა დაენიშნოთ ისე, რომ უკანასკნელი არ აღმოჩნდეს წონასწორობის არამდგრად ფორმაში, ან როგორც ამბობენ საჭიროა შეკუმშული ლეროები შევამოწმოთ მდგრადობაზე.

თუ გაჭიმული ლეროები მოითხოვენ შემოწმებას სიმტკიცეზე, მაშინ შეკუმშული ლეროები დამატებით უნდა შევამოწმოთ მდგრადობაზეც.

მდგრადობის პირობას აქვს შემდეგი სახე

$$\sigma = \frac{P}{F} \leq [\sigma]_s, \quad (13.2)$$

სადაც დასაშვები ძაბვა მდგრადობაზე  $[\sigma]_s$  განისაზღვრება შემდეგი ფორმულით

$$[\sigma]_s = \frac{\sigma'_s}{k_s}.$$

$k_s$  წარმოადგენს მარაგის კოეფიციენტს მდგრადობაზე. ლეროს არამდგრად ფორმაში გადასვლა ხდება გალუნვის დეფორმაციის შედეგად, უკანასკნელი ნაკლებად იქნება დამოკიდებული ლეროს კვეთის ადგილობრივ შესუსტებაზე, ამიტომ კვეთის გეომეტრიული მახასიათებლის გამოთვლისას საჭიროა შესუსტება აღარ გაითვალისწინოთ და მივიღოთ განივკვეთის ფართობისა და ინერციის მომენტის ბრუტო მნიშვნელობები.

## § 2. კრიტიკული ძალის გამოთვლა ეილერის ფორმულით

ჩვენ შეგვიძლია გამოთვალოთ ეილერის ფორმულით კრიტიკული ძალა ისეთი ლეროებისათვის, რომელთა სიგრძე საკმაოდ დიდია მისი განივკვეთის ფართობის ზომებთან შედარებით ან სხვათადაც რომ ვთქვათ, ეილერის ფორმულა ვეაძლევს კრიტიკულ ძალის მნიშვნელობას ისეთი ლეროებისათვის, რომლებიც კარგავენ წონასწორობის მდგრად ფორმას მაშინ, როდესაც მის კვეთში ძაბვა ნაკლებია პროპორციულობის ზღვარზე.

გავიანგარიშოთ (ნახ. 13.3) მოცემული ღეროსათვის, რომლის ბოლოები ჩამაგრებულია სივრცითი სახსრების საშუალებით, კრიტიკული ძალა. აღნიშნული ღერო კრიტიკული ძალის მოქმედების შედეგად გაიღუნება იმ ინერციის მთავარი ღერძის მართობად, რომლის მიმართ ინერციის ღერძული მომენტი მინიმალურია. ჩვენ შემთხვევაში ღერო, რომლის განივკვეთის ფორმა ორტესებრია, გაიღუნება  $y$ -ღერძის გასწვრივ. გაღუნული ღერძის დიფერენციალურ განტოლებას ექნება შემდეგი სახე

$$EI_{\min} \frac{d^2 y}{dx^2} = M(x)$$

$M(x)$  წარმოადგენს მლუნავე მომენტის მნიშვნელობას  $x$  კვეთში. მივიღოთ მლუნავე მომენტის ნიშანი, თუ ღერო იღუნება მარჯვნივ დადებითად. მაშინ, ვინაიდან  $y$ -ს აქვს უარყოფითი მნიშვნელობა, გაღუნული ღერძის დიფერენციალური განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს

$$EI_{\min} \frac{d^2 y}{dx^2} = -P \quad (13.3)$$

განტოლების ორივე მხარე გავყოთ  $EI_{\min}$  და შემოვიტანოთ ილნიშვნა  $\frac{P}{EI_{\min}} = k^2$ , მაშინ გან-

ტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + k^2 y = 0 \quad (13.4)$$

ჩვენ მივიღეთ მეორე რიგის ერთგვაროვანი დიფერენციალური განტოლება, რომლის ზოგადი ამოხსნაა

$$y = a \sin kx + b \cos kx. \quad (13.5)$$

(13.5) განტოლება რომ წარმოადგენს (13.4) განტოლების ზოგად ამოხსნას ამაში დაერწმუნდებით ადვილად, თუ ავიღებთ  $y$ -ის მეორე წარმოებულს და შევიტანთ (13.5) გამოსახულებაში.

ზოგადი ამოხსნა შეიცავს სამ უცნობ სიდიდეს,  $a$ ,  $b$  და  $k = \sqrt{\frac{P}{I_{\min} E}}$ , რომლებიც მოითხოვენ განსაზღვრას.  $k$  უცნობი სიდიდეა, რადგანაც  $P$  სიდიდე ჩვენთვის ცნობილი არ არის.

ჩადგან საყრდენებთან ჩალუნვა ნულის ქოლია, ამიტომ როდესაც  $x = 0$ , მაშინ  $y = 0$ , ხოლო როდესაც  $x = l$ ,  $y = 0$ . თუ ვისარგებლებთ პირველი პირობით  $\ddot{x} = 0$  და  $y = 0$  მივიღებთ

$$0 = a \sin k \cdot 0 + b \cdot \cos k \cdot 0,$$

საიდანაც

$$b = 0,$$

ხოლო თუ ვისარგებლებთ მეორე პირობით  $x = l$ ,  $y = 0$ , გვექნება

$$0 = a \cdot \sin kl$$

თუ  $a$  უდრის ნულს გამოდის, რომ გალუნვა ნებისმიერ კვეთში ნულის ტოლია, ე. ი. ღეროს არ დაუქარგავს სწორი ფორმა, რაც ეწინააღმდეგება ჩვენ საწყის პირობებს; ამიტომ უნდა ვიფიქროთ რომ  $\sin kl = 0$ , აღნიშნულ განტოლებას აკმაყოფილებს ფესვები  $kl = 0, \pi, 2\pi, 3\pi \dots n\pi$ , საიდანაც  $k$ -ს გამოვთვლით

$$k = \frac{\pi n}{l}$$

ან

$$k^2 = \frac{\pi^2 n^2}{l^2},$$

თუ შევიტანთ  $k$ -ს მნიშვნელობას მივიღებთ

$$\frac{P}{EI} = \frac{\pi^2 n^2}{l^2} \quad \text{ან} \quad P = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \cdot n^2.$$

კრიტიკული ძალა, როგორც ვიცით, ეს ის მინიმალური ძალაა, რომელიც ღეროს გადაიყვანს არამდგრად წონასწორობის ფორმაში. როგორც ჩანს, აღნიშნული ფესვებიდან ყველაზე უმცირესია 0, ეს ჩვენ არ გვაკმაყოფილებს, იმიტომ რომ ამ დროს საერთოდ ძალა ნულს უდრის. გამოდის, რომ ჩვენ უნდა შევიჩერდეთ ფესვზე, რომელიც  $\pi$ -ს ტოლია ანუ  $n = 1$ . თუ შევიტანთ  $n$ -ის მნიშვნელობას, კრიტიკულ ძალას გამოვთვლით

$$P_3 = \frac{\pi^2 EI}{l^2}. \quad (13.7)$$

თუ შევიტანთ  $k = \frac{\pi}{l}$  მნიშვნელობას გალუნული ღერძის განტოლებაში, უკანასკნელი მიიღებს შემდეგ სახეს

$$y = a \sin \frac{\pi}{l} \cdot x \quad (13.8)$$

(13.8) განტოლებაში  $a$ -ს მნიშვნელობის მოსაძებნად  $x$ -ს მივცეთ მნიშვნელობა  $x = \frac{l}{2}$ , მაშინ  $y = a$ , ე. ი.  $a$  არის მაქსიმალური ჩალუნვის მნიშვნე-

ნელობა, რომელსაც ადგილი აქვს ღეროს შუა კვეთში.  $n$ -ს რიცხობრივ მნიშვნელობის დადგენა აქ შეუძლებელია.

განვსაზღვრავთ რა კრიტიკულ ძალას, ჩვენ შეიძლება მოვძებნოთ კრიტიკული ძაბვაც

$$\sigma_3 = \frac{P_3}{F_{\Delta k}} = \frac{\pi^2 E I_{\Delta k \min}}{l^2 F_{\Delta k}}$$

თუ აღვნიშნავთ  $\frac{I_{\Delta k \min}}{F_{\Delta k}} = i_{\min}^2$ , სადაც  $i_{\min}$  არის ინერციის მინიმალური რადიუსი, მივიღებთ:

$$\sigma_3 = \frac{\pi^2 E i_{\min}^2}{l^2} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l}{i_{\min}}\right)^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \quad (13.9)$$

$\lambda = \frac{l}{i_{\min}}$  ეწოდება ღეროს მოქნილობის მახასიათებელი.  $\lambda$ -ით კარგა-

დაა მოცემული კუმშვაზე მომუშავე ღეროს გეომეტრიული მახასიათებლებაც; უკანასკნელში შედის ღეროს სიგრძე ( $l$ ), კვეთის განივკვეთის ფართობი ( $F$ ) და ( $I$ ), რომელიც ახასიათებს განივკვეთის ფორმასა და სიდიდეს.

ჩვენ გამოვთვალეთ კრიტიკული ძალის მნიშვნელობა მაშინ, როდესაც ღეროს ორივე ბოლო ჩამაგრებულია სახსრულად. ახლა გავიანგარიშოთ კრიტიკული ძალის მნიშვნელობანი შემდეგი შემთხვევებისათვის: როდესაც ღეროს ერთი ბოლო თავისუფალია, ხოლო მეორე ხისტადაა ჩამაგრებული; როდესაც ღეროს ორივე ბოლო ჩამაგრებულია ხისტად და როდესაც ერთი ბოლო ჩამაგრებულია ხისტად, ხოლო მეორე სახსრულად.

როდესაც ღეროს ორივე ბოლო სახსრულადაა ჩამაგრებული, აღნიშნულ შემთხვევას ეწოდება ძირითადი. კრიტიკული ძალის გამოთვლა ზემომოცემული სამი შემთხვევისათვის შეიძლება მოვახდინოთ ისე, როგორც ძირითადი შემთხვევისათვის.

ისევე, როგორც ძირითადი შემთხვევისას, შევადგენთ გაღუნული ღეროს დიფერენციალურ განტოლებას, ვიპოვით ზოგად ამოხსნას და სხვ.

კრიტიკული ძალა ზემომოყვანილი შემთხვევებისათვის შეიძლება გამოვთვალოთ უფრო გამარტივებული ხერხით, კერძოდ ყველა აღნიშნული შემთხვევა შეიძლება დაიყვანოს ძირითადზე. გამოვთვალოთ კრიტიკული ძალა ღეროსათვის, რომლის  $A$  ბოლო ჩამაგრებულია ხისტად, ხოლო თავისუფალ ბოლოზე მოქმედებს ძალა  $P$  (ნახ. 13.4). კრიტიკული ძალის მოქმედების შედეგად ღერო მიიღებს  $A-B$  მდგომარეობას. თუ შევადარებთ ძირითად შემთხვევას დაერწმუნდებით, რომ ერთი ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებული ღერო, რომლის სიგრძეა  $l$ , იმყოფება იგივე მდგომარეობაში, როგორც  $i$  არის ორივე ბოლოთი სახსრულად ჩამაგრებული ღეროს ზედა ნახევარი. აქედან გამომდინარე შეიძლება დავასკვნათ, რომ კრიტიკული ძალა  $l$  სიგრძის ღეროსათვის, რომლის ერთი ბოლო ჩამაგრებულია ხისტად, ხოლო მეორე თავი-

სუფალია, იგივე იქნება, რაც  $2l$  სიგრძის ღეროსათვის, რომლის ორივე ბოლოთი სახსრულადაა ჩამაგრებული. კრიტიკული ძალა აღნიშნული შემთხვევისათვის განისაზღვრება,

$$P_3 = \frac{\pi^2 EI}{(2l)^2} = \frac{\pi^2 EI}{4l^2}. \quad (13.10)$$

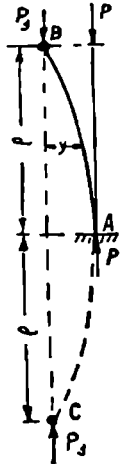
ანალოგიური მსჯელობით შეიძლება გამოვთვალოთ კრიტიკული ძალა ღეროსათვის, რომლის ორივე ბოლო ჩამაგრებულია ხისტად (ნახ. 13.5). კრიტიკული ძალის მოქმედების შედეგად ღერო მიიღებს  $ACDB$  მდგომარეობას. როგორც ჩანს,  $A$  კვეთის მარცხენა ნაწილი აღმოჩნდება გაკიშული, ხოლო მარჯვენა შეკუმშული. მალის შუა ნაწილში კი პირიქით, მარცხენა კვეთი იკუმშება, ხოლო მარჯვენა—იჭიმება.

ძელის შუალედურ ნაწილსა და  $A$  კვეთს შორის არსებობს ვადალუნვის  $C$  წერტილი, სადაც ნორმალური ძაბვების სიდიდე კვეთში ნულის ტოლია. აღნიშნულ კვეთში მღუნავი მომენტის სიდიდე აგრეთვე ნულის ტოლი იქნება; უკანასკნელი შეიძლება მივიღოთ როგორც სახსარი. თუ ქვედა ნაწილისათვის ჩავატარებთ ანალოგიურ მსჯელობას, მაშინ აქ სახსარი უნდა მივიჩნიოთ  $D$  კვეთში. მანძილი  $C$  და  $D$ -ს შორის დაახლოებით ტოლია  $\frac{l}{2}$ . აქედან გამომდინარე შეიძლება დავასკვნათ, რომ კრიტიკული ძალა ორივე ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებული ღეროსათვის, რომლის სიგრძეა  $l$  იგივე იქნება, რაც ორი ბოლოთი სახსრულად ჩამაგრებული ღეროსათვის, რომლის სიგრძეა  $\frac{l}{2}$ , ე. ი. ორი ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებული ღეროსათვის კრიტიკული ძალა გამოითვლება განტოლებით

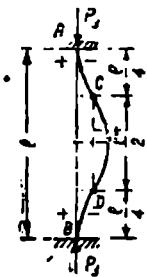
$$P_3 = \frac{\pi^2 EI}{\left(\frac{l}{2}\right)^2} = \frac{4\pi^2 E \cdot I}{l^2}. \quad (13.11)$$

ანალოგიურად შეიძლება დავასკვნათ, რომ თუ ღეროს ერთი ბოლო ჩამაგრებულია ხისტად, ხოლო მეორე სახსრულად (ნახ. 13.6) და სიგრძე აღნიშნული ღეროსი არის  $l$ , კრიტიკული ძალა იგივე იქნება, რაც ორივე ბოლოთი სახსრულად ჩამაგრებული ღეროსათვის, როდესაც უკანასკნელის სიმაღლე არის  $0,7l$ , ე. ი. კრიტიკული ძალა (ნახ. 13.6) მოცემული ღეროსათვის იქნება

$$P_3 = \frac{\pi^2 EI}{(0,7l)^2} \approx 2 \frac{\pi^2 EI}{l^2}. \quad (13.12)$$



ნახ. 13.4

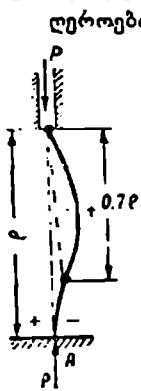


ნახ. 13.5

კრიტიკული ძალის გამოსათვლელად ფორმულას ზოგადად ექნება შემდეგი სახე

$$P_3 = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2}, \quad (13.13)$$

სადაც  $\mu$ -ს ეწოდება სიგრძის დაყვანის კოეფიციენტი, ხოლო  $\mu l$ -ს დაყვანილი ანუ თავისუფალი სიგრძე.



ნახ. 13.6

განგარიშების დროს მიიღებენ, რომ ბოლოები ჩამაგრებულია ხისტად, მხოლოდ დაყვანილ სიგრძეს ( $\mu l$ ) ადიდებენ 20%-ით.

მხედველობაში უნდა მივიღოთ, რომ სივრცითი სახსრები პრაქტიკულად იშვიათადაა განხორციელებული, უმეტეს შემთხვევაში გვხვდება ცილინდრული, ასეთი ჩამაგრება სახსრის ღერძის მიმართულებით უნდა მივიღოთ ხისტად, ხოლო მის მართობულად სახსრულად.

ცილინდრული სახსრის შემთხვევაში თუ ღეროს სიხისტე სახსრის ღერძის გასწვრივ და მის მართობულად სხვადასხვაა, საჭიროა კრიტიკული ძალა განგნაზღვროთ ორივე მიმართულებით და შევჩერდეთ უმცირესზე.

### § 3. კრიტიკული ძაბვის მთლიანი გრაფიკი

გამოვთვალოთ კრიტიკული ძაბვის მნიშვნელობა ეილერის ფორმულის დახმარებით სხვადასხვა მოქნილობის ღეროებისათვის. ავიღოთ მასალა ფოლადი 2, დრეკადობის მოდული  $E = 2 \cdot 10^8$  კგ/სმ<sup>2</sup>; როდესაც

$$\lambda = \frac{\mu l}{i} = 200, \quad \text{მაშინ } \sigma_3 = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{3,14^2 \cdot 2 \cdot 10^8}{(200)^2} \approx 500 \text{ კგ/სმ}^2.$$

ანალოგიურად გამოვთვალოთ:

$$\text{როდესაც } \lambda = 150, \quad \text{მაშინ } \sigma_3 \approx 877 \text{ კგ/სმ}^2,$$

$$\lambda = 100 \quad \sigma_3 \approx 2000 \text{ კგ/სმ}^2,$$

$$\begin{aligned} \text{როდესაც } \lambda = 80, \text{ მაშინ } \sigma_b &\approx 3300 \text{ კგ/სმ}^2, \\ \lambda = 50 \text{ } \sigma_b &\approx 8000 \text{ კგ/სმ}^2. \end{aligned}$$

თუ (ნახ. 13.7) გამოვხაზავთ  $\lambda$  და  $\sigma_b$  დამოკიდებულებას ჩვენ მივიღებთ  $bca$  მრულ წირს, რომელსაც ეილერის პიპერბოლა ეწოდება.

როგორც ვიცი, ფოლადი—2 განიცილის რღვევას დაახლოებით მაშინ, როდესაც ძაბვა მასში აღწევს 4000 კგ/სმ<sup>2</sup>, ხოლო დენადობას იწყებს, როდესაც ძაბვა აღწევს 2400 კგ/სმ<sup>2</sup>. ეილერის ფორმულით კი ლეროები, რომლის მოქნილობის მახასიათებლებია 80 და 50 თითქოს კარგავენ მდგრადი წონასწორობის ფორმას და გადადიან არამდგრად წონასწორობის ფორმაში მხოლოდ მაშინ, როდესაც ძაბვა ამ ლეროებში ტოლია 3300 ან 8000 კგ/სმ<sup>2</sup>. აქედან გამომდინარე უნდა ვიფიქროთ, რომ ეილერის ფორმულით ყოველთვის არ შეიძლება კრიტიკული ძაბვის ან ძალის გამოთვლა.

დავადგინოთ ის ზღვარი, რომლის ზევით ეილერის ფორმულით კრიტიკული ძაბვის გამოთვლა აღარ არის შესაძლებელი. კრიტიკული ძაბვა ჩვენ გამოვთვალოთ გაღუნული ღერძის დიფერენციალური განტოლების გაინტეგრირების შედეგად. აღნიშნულ განტოლებაში შედიოდა დრეკადობის მოდული  $E$ .

დრეკადობის მოდული  $E$  აკავშირებს დეფორმაციასა და ძაბვას. ეს უკანასკნელი წარმოადგენს აღებული მასალისათვის მუდმივ სიდიდეს მანამ, სანამ ძაბვა არ გადასცილდება პროპორციულობის ზღვარს. ეილერის ფორმულით ჩვენ შეიძლება ვისარგებლოთ მანამ, სანამ დრეკადობის მოდული წარმოადგენს მუდმივ სიდიდეს ან სანამ კრიტიკული ძაბვა  $\sigma_k$  არ გახდება  $\sigma_{36}$  პროპორციულობის ზღვარის ტოლი.

ეილერის ფორმულის გამოყენების ზღვარი ჩვენ შეიძლება გამოვთვალოთ შემდეგნაირად

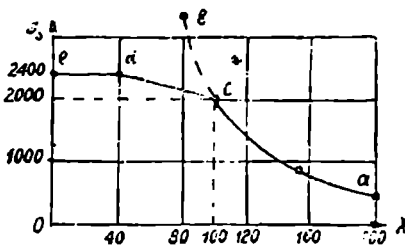
$$\sigma_b = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} < \sigma_{36}$$

ან

$$\lambda > \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{36}}}. \quad (13.14)$$

კერძოდ, ფოლადი 2-სათვის თუ მივიღებთ, რომ პროპორციულობის ზღვარი  $\sigma_{36} = 2000$  კგ/სმ<sup>2</sup>, გვექნება

$$\lambda > \sqrt{\frac{3,14^2 \cdot 2 \cdot 10^6}{2000}} \approx 100,$$



ნახ. 13.7

ე. ი. ეილერის ფორმულით ფოლადი 2-სათვის შეიძლება გამოითვალოს კრიტიკული ძაბვა, როდესაც მოქნილობა  $\lambda$  უდრის  $i00$  ან მასზე მეტია. როგორც ჩანს, ეილერის ფორმულით კრიტიკული ძაბვა შეიძლება გამოითვალოს დიდი მოქნილობის ლეროებისათვის, კერძოდ, ფოლადი 2-სათვის ვისარგებლებთ (ნახ. 13.7) მრუდის მაოლოდ  $ei$  ნაწილით, რომლისათვისაც  $\lambda \geq 100$ .

მცირე მოქნილობის ლეროებისათვის ეილერის ფორმულის გამოყენებამ შეიძლება მიგვიყვანოს არასასურველ შედეგებამდე. იყო ცდები ეილერის ფორმულით კრიტიკული ძაბვის გამოთვლის, იმ შემთხვევებშიაც, როდესაც გვაქვს მცირე მოქნილობის ლეროები. ამას აღწევდნენ ცვალებადი დრეკადობის მოდულას შეტანით და სხვ. მაგრამ აღნიშნული მეთოდი არაა საიმედო და ძირითადი წყარო, რომლის საშუალებითაც ახდენენ მცირე მოქნილობის ლეროებისათვის კრიტიკული ძაბვის დადგენას, ეს არის ცდების შედეგები და ამ შედეგებზე აგებული ფორმულები.

ფოლადი 2-საგან დამზადებული ლეროების მოქნილობის მახასიათებელი თუ არის  $100$ -ზე ნაკლები, ეს უკანასკნელი შეიძლება დავუთოთ ორ ჯგუფად: მცირე მოქნილობის ლეროები, რომელთათვისაც  $\lambda$  იცვლება  $0 \div 40$ -მდე და საშუალო მოქნილობის ლეროები, რომელთათვისაც  $\lambda$  იცვლება  $40 \div 100$ -მდე.

მცირე მოქნილობის ლეროების სიმაღლე მის განიკვეთთან შედარებით არც თუ ისე დიდია და უკანასკნელი მწყობრიდან გამოდინან იმიტომ კი არა, რომ კარგავენ სწორ ფორმას და იღუნებიან, არამედ იმიტომ, რომ მათ კვეთში ძაბვა მიაღწევს დენადობის ზღვარს  $\sigma_{\text{ფ}}$  პლასტიკური მასალისათვის, ან სიმტკიცის ზღვარს  $\sigma_{\text{ფ}}$  მყიფე მასალისათვის.

კერძოდ, ფოლადი 2-სათვის კრიტიკული ძაბვა ამ შემთხვევაში იქნება დენადობის ზღვარის ტოლი.  $\lambda$  და  $\sigma_{\text{ფ}}$  შორის დამოკიდებულებას გამოხატავს (ნახ. 13.7) მოცემული სწორი  $cd$ -თი.

საშუალო მოქნილობის ლეროები  $\lambda = 40 \div 100$ , განიცილიან მდგრადი წონასწორობის ფორმის დაკარგვას ისევე, როგორც მაღალი მოქნილობის ლეროები იმ განსხვავებით, რომ აღნიშნულ ლეროებში ძაბვა  $\sigma_{\text{ფ}}$  იცვლება დენადობის ზღვარიდან პროპოციულობის ზღვარამდე. უნდა შევნიშნოთ, რომ ვინაიდან აქ ადგილი აქვს პლასტიკურ დრეკად დეფორმაციებს, სანამ ლერო გაიღუნებოდეს ადგილი ექნება საკმაოდ დიდ დეფორმაციებს (დამოკიდება).

საშუალო მოქნილობის ლეროებისათვის  $\sigma_{\text{ფ}}$  და  $\lambda$  შორის დამოკიდებულება, ცდებით მიღებული შედეგების დამუშავების შედეგად, პირველად მოგვცა პროფესორმა იასინსკიმ, რომელსაც აქვს შემდეგი სახე

$$\sigma_{\text{ფ}} = a - b\lambda, \quad (13.15)$$

სადაც აღებული  $a$  და  $b$  კოეფიციენტები დამოკიდებული არიან მასალაზე, ხოლო  $\lambda$  მოქნილობის მახასიათებელია  $\lambda = \frac{\mu l}{I}$ . კერძოდ, ფოლადი 2-სათვის  $a \approx 3387$  კგ/სმ<sup>2</sup>, ხოლო  $b = 14,83$  კგ/სმ<sup>2</sup> აღნიშნული დამოკიდებულება სწორხაზობრივია და (ნახ.13.7) მოცემულია  $dc$  წიხით.

ამრიგად, ჩვენ მივიღეთ ფოლადი 2-სათვის  $\sigma_{\text{ფ}}$  და  $\lambda_{\text{ფ}}$ -ს მთლიანი გრაფიკი.



ე. ი. ფოლადი 2 მასალისაგან დამზადებული ღეროს ნებისმიერი მოქნილობისათვის შეიძლება მოეძებნოს შესაფერისი კრიტიკული ძაბვა, თუ ვისარგებლებო (ნახ. 13.7) მოცემულ  $aede$  გრაფიკით.

ანალოგიური გრაფიკი შეიძლება ავაგოთ ყველა იმ მასალისათვის, რომლის ექსპერიმენტული მონაცემები ჩვენთვის ცნობილია.

#### § 4. მდგრადობაზე გაანგარიშების პრაქტიკული ხერხი

შეკუმშულ ღეროებს სიმტკიცეზე გამოწმებთ ფორმულით

$$\sigma = \frac{P}{F_{\text{ნეტო}}} \cdot [\sigma], \text{ სადაც } [\sigma] = \frac{\sigma^0}{k^0},$$

ხოლო მდგრადობაზე

$$\sigma = \frac{P}{F_{\text{არტო}}} \cdot [\sigma]_a, \text{ სადაც } [\sigma]_a = \frac{\sigma_a}{k_a}$$

როგორც აღვნიშნეთ, თუ ცნობილია მასალა და ღეროს ზომები  $\sigma$ , მოძებნა ყოველთვის შეიძლება. მარაგის კოეფიციენტი მდგრადობაზე  $k_a$  წარმოადგენს ცვლად სიდიდეს და უკანასკნელი იზრდება მოქნილობის ზრდასთან ერთად, რადგან იზრდება დამატებითი ფაქტორების (შემთხვევითი ექსცენტრისიტეტი, ღეროს საწყისი სიძრუდე, მასალის, არაერთგვარობა და სხვ.) მნიშვნელობა. ფოლადისათვის აღნიშნული მარაგის კოეფიციენტი იცვლება ფარგლებში 1,8 - 3, თუჯისათვის 5 - 5,5, ხოლო ხისათვის — 2,8 - 3,2.  $k^0$  მარაგის კოეფიციენტი სიმტკიცეზე დამოკიდებული არ არის ღეროს მოქნილობაზე და უკანასკნელი აღებულ პირობებში წარმოადგენს მუდმივ სიდიდეს.

ეგრძოდ, მცირე მოქნილობის ღეროებისათვის, როდესაც  $\sigma_a = \sigma_{\text{ფა}}$ , მაშინ  $k^0 \approx k_a$ .

როგორც ჩანს, მდგრადობაზე დასაშვები ძაბვის შერჩევისათვის, როდესაც ცნობილია ღეროს მასალა და მოქნილობის მაჩვენებელი, საჭიროა ვისარგებლოთ ორი გრაფიკით: კრიტიკული ძაბვის მთლიანი გრაფიკით და გრაფიკით, რომელიც გამოხატავს დამოკიდებულებას მოქნილობასა და მდგრადობაზე მარაგის კოეფიციენტებს შორის.

აღებული მოქნილობისათვის პირველი გრაფიკით ჩვენ მოვძებნით კრიტიკული ძაბვის მნიშვნელობას, ხოლო მეორეთი მარაგის კოეფიციენტის სიდიდეს. როგორც ჩანს, ასეთი ხერხით დასაშვები ძაბვის განსაზღვრა მდგრადობაზე საკმაოდ ძნელი საქმეა, ამიტომ მიმართავენ შემდეგ პრაქტიკულ ხერხს

$$[\sigma] = \frac{\sigma^0}{k^0}, \text{ ხოლო } [\sigma]_a = \frac{\sigma_a}{k_a}$$

გამოეთვალათ თანაფარდობა

$$\frac{[\sigma]_a}{[\sigma]} = \frac{\sigma_a \cdot k^0}{\sigma^0 \cdot k_a},$$

საიდანაც

$$[z]_0 = \frac{\sigma_k k^0}{\sigma^0 k_0} [\sigma].$$

თუ აღენიშნავთ

$$\frac{\sigma_k k^0}{\sigma^0 k_0} = \varphi,$$

მივიღებთ

$$[\sigma]_0 = \varphi [\sigma], \quad (13.16)$$

სადაც  $\varphi$ -ს ეწოდება ძირითადი დასაშვები ძაბვის შემცირების კოეფიციენტი.  $\varphi \ll 1$ , რადგანაც  $\sigma_0 > \sigma_k$ , ხოლო  $k_0 > k^0$ -ზე.

ანგარიშის გაადვილების მიზნით ნორმებში და ტექნიკურ პირობებში, რომელიც სახელმწიფო ორგანოებისგანაა შედგენილი, მოცემულია  $\varphi$ -ს გამოსათვლელი ცხრილი. ცხრილში აღებული მასალისათვის სხვადასხვა მოქნილობის ლეროებისათვის განსაზღვრულია ძირითადი ძაბვის შემცირების კოეფიციენტი  $\varphi$ .  $\varphi$ -ის შუალედური მნიშვნელობა, რომელიც ცხრილში მოცემული არ არის, შეიძლება მოიძებნოს ხაზობრივი ინტერპოლაციის შედეგად

ცხრილი 13.1

მოქნილობა $\lambda = \frac{\mu l}{i}$	ფ მ ნ ი შ ვ ნ ე ლ ო ბ ა				
	ფოლადის მარკა 4, 3, 2, 0C	ფოლადის მარკა 5	ფოლადი სპეციალური	თუჯი	ხე
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
10	0,99	0,98	0,97	0,97	0,99
20	0,96	0,95	0,95	0,91	0,97
30	0,94	0,92	0,91	0,81	0,93
40	0,92	0,89	0,87	0,69	0,87
50	0,89	0,86	0,83	0,57	0,80
60	0,86	0,82	0,79	0,44	0,71
70	0,81	0,76	0,72	0,34	0,60
80	0,75	0,70	0,65	0,26	0,48
90	0,69	0,62	0,55	0,20	0,38
100	0,60	0,51	0,43	0,16	0,31
110	0,52	0,43	0,35	—	0,25
120	0,45	0,36	0,30	—	0,22
130	0,40	0,33	0,26	—	0,18
140	0,36	0,29	0,23	—	0,16
150	0,32	0,26	0,21	—	0,14
160	0,29	0,24	0,19	—	0,12
170	0,26	0,21	0,17	—	0,11
180	0,23	0,19	0,15	—	0,10
190	0,21	0,17	0,14	—	0,09
200	0,19	0,16	0,13	—	0,08

თუ შევიტანთ მდგრადობაზე დასაშვები ძაბვის მნიშვნელობას  $[\sigma]_0 = \varphi [\sigma]$ , მდგრადობის პირობა მიიღებს შემდეგ სახეს

$$\sigma = \frac{P}{F_{ბოლბო}} \leq \varphi [\sigma]. \quad (13.17)$$

(13.17) ფორმულის დახმარებით შეიძლება გადავწყვიტოთ სამი ამოცანა.

ა. შევამოწმოთ შეკუმშული ლერო მდგრადობაზე, როდესაც ცნობილია განივკვეთის ფართობი  $F_{ბრტო}$ , მოქმედი ძალა  $P$ , ლეროს სიმაღლე და მისი ჩამაგრების პირობები.

აღნიშნულ ამოცანას გადაწყვეტავენ შემდეგნაირად: ვიპოვიot რა  $\lambda = \frac{\mu l}{i_{min}}$  - მნიშვნელობას ცხრილის მიხედვით მოენახავთ შესაფერის  $\varphi$  და შევამოწმებთ უკანასკნელს მდგრადობაზე (13.17) ფორმულიot.

ბ. მდგრადობის პირობიდან შევარჩიოთ ლეროს განივკვეთის ზომები. ამ შემთხვევაში ცნობილია შემკუმშავი ძალა  $P$ , ძირითადი ძაბვა  $[\sigma]$ , ლეროს სიმაღლე და მისი ჩამაგრების პირობები. განივკვეთის ფართობს შევარჩევთ (13.17) ფორმულიდან

$$F_{ბრტო} > \frac{P}{\varphi [\sigma]} \quad (13.18)$$

(13.18) ფორმულიდან კარგად ჩანს, რომ მდგრადობაზე შეკუმშული ლეროს შემოწმება სიმტკიცის პირობიდან განსხვავდება იმით, რომ აქ დასაშვები ძაბვა შემცირებულია  $\varphi$  კოეფიციენტიot.

კვეთის შერჩევა (13.18) ფორმულის მიხედვით გართულებულია იმით, რომ კვეთის ზომები არ ვიცით, ამიტომ  $\varphi$ -ს ვერ დავნიშნავთ და განივკვეთის ფართობსაც ვერ გამოვთვლიot.

განივკვეთის ფართობი რომ გამოვთვალოთ (13.18) ფორმულის მიხედვით, მიმართავენ თანდათანობით მიახლოების წესს, რომელიც შემდეგში მდგომარეობს.

წინდაწინ დანიშნავენ  $\varphi$ -ს მნიშვნელობას, მაგალითად, იღებენ  $\varphi = (0,4 \div 0,6)$  და გამოთვლიან  $F_{ბრტო}$ ს მნიშვნელობას (13.18) ფორმულიot: როდესაც  $F_{ბრტო}$ ს მნიშვნელობა ვიცით, შევარჩევთ განივკვეთის ფორმას და გავიანგარიშებთ მოქნილობის მახასიათებელს  $\lambda = \frac{\mu l}{i_{min}}$ , სადაც

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{F}};$$

ამის შემდეგ მოქმედებით შესაფერის  $\varphi$ -ს მნიშვნელობას და შევამოწმებთ ლეროს მდგრადობაზე. (13.17) ფორმულის მიხედვით, თუ აღნიშნული პირობა არ დაკმაყოფილდა, საჭიროა კვეთის შეცვლა და, მაშასადამე, გამეორება აქ მოყვანილი ანგარიშის იქამდე, სანამ  $\frac{P}{F_{ბრტო}}$  და  $[\varphi [\sigma]]$ -ს მნიშვნელობა არ დაუახლოვდება ერთმანეთს. განსხვავება ამ ორ აღნიშნულ სიდიდეს შორის დასაშვებია 5%-მდე.

გ. დასაშვები მაქსიმალური ტვირთის განსაზღვრა. თუ ცნობილია ძირითადი დასაშვები ძაბვა, განივკვეთის ზომები და ლეროს სიმაღლე დასაშვები მაქსიმალური ძალის მოძებნას მდგრადობის პირობიდან ვახდენთ ფორმულიot

$$P = \varphi [\sigma] \cdot F_{ბრტო} \quad (13.19)$$

ვანიკვეთის ზომების დანიშნისას ისმება საკითხი როგორია კუმშვაზე მომუშავე ღეროს ვანიკვეთის რაციონალური ფორმა. როგორც ვილერის, ისე იასინსკის ფორმულებიდან ჩანს, რომ, რაც უფრო მცირეა მოქნილობის მახასიათებელი  $\lambda$  ერთსა და იმავე პირობებში, მით უფრო დიდია კრიტიკული ძაბვის ვანიშენელობა, ე. ი. მით უფრო რაციონალური იქნება კვეთის ფორმა. ღეროს სიგრძეს, ჩამაგრების პირობებს და ვანიკვეთის ფართობს თუ დავტოვებთ მუდმივს, მაშინ  $\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}$  მით უფრო მცირე იქნება, რაც უფრო დიდი იქნება  $i_{\min}$  ვანიშენელობა, ან  $I_{\min}$ -ის ვანიშენელობა.

აქედან გამომდინარე შეიძლება დავასკვნათ, რომ კვეთის რაციონალური ფორმა გვექნება მაშინ, როდესაც ინერციის ლერძული მომენტები ყველა მიმართულებით იქნება ერთნაირი, ე. ი.  $I_{\min} = I_{\max}$  თვითონ კვეთის ფორმა კი ისეთი უნდა იყოს, რომ ინერციის ლერძული მომენტი მივიღოთ, რაც შეიძლება დიდი. აღნიშნულ პირობებს კარგად აკმაყოფილებს მილისებრი კვეთის ფორმის ღერო.

ფოლადის ღეროების მასალის შერჩევისას საჭიროა ვერკვეოდეთ, თუ როდია არის ხელსაყრელი მალალი ხარისხის ფოლადისა და როდის დაბალი ხარისხის ფოლადის გამოყენება. როდესაც კუმშვაზე მომუშავე ღეროებს აქვთ დიდი მოქნილობის მახასიათებელი, კრიტიკული ძაბვის განსაზღვრას ვახდენთ ვილერის ფორმულით

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}.$$

როგორც აღნიშნული ფორმულიდან ჩანს, მასალის ერთადერთი ფიზიკური მახასიათებელი ამ ფორმულაში არის დრეკადობის მოდული  $E$ . ვინაიდან მალალი და დაბალი ხარისხის ფოლადებს დრეკადობის მოდული ერთნაირი აქვთ, ამიტომ უკეთესი იქნება დაბალი ხარისხის ფოლადის გამოყენება, რადგან უკანასკნელი იაფია.

იმ შემთხვევაში, თუ ღეროს მოქნილობის მახასიათებელი მცირეა, კრიტიკული ძაბვა უახლოვდება მასალის დენადობის ზღვარს, ვინაიდან მალალი ხარისხის ფოლადს დენადობის ზღვარი მეტი აქვს, ვიდრე დაბალი ხარისხისას; ამ შემთხვევაში გამართლებული იქნება მალალი ხარისხის ფოლადის გამოყენება.

ამოცანა № 1. შევარჩიოთ ორტესებრი ფოლადის ღეროს კვეთი თუ მოქმედი შემკუმშავი ძალა  $P = 50$  ტ., ღეროს სიმაღლე  $l = 2$  მ და დასაშვები ძირითადი ძაბვა  $[\sigma] = 1400$  კგ/სმ<sup>2</sup>. ღეროს ორივე ბოლო მივიღოთ სახსრულად ჩამაგრებული.

მდგრადობის პირობიდან გვექნება

$$F_{\text{ახ}} \geq \frac{P}{\varphi [\sigma]},$$

პირველი მიახლოებისათვის მივიღოთ  $\varphi = 0,6$ .

$$F_{\text{ახ}} \geq \frac{50000}{0,6 \cdot 1400} = 59,6 \text{ სმ}^2$$

შესაფერისი ორტესებრი ღეროს ნომერი 27<sup>b</sup>, რომლის განივკვეთის ფართობი  $F = 60$  სმ<sup>2</sup>.

გამოთვალათ აღნიშნული ღეროსათვის ინერციის მინიმალური რა-  
დიუსი

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{i_{\min}}{F}} = \sqrt{\frac{366}{60}} = 2,47 \text{ სმ.}$$

გამოთვალათ მოქნილობის მახასიათებელ  $\lambda$ -ს მნიშვნელობა.

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{1 \cdot 200}{2,47} = 81.$$

ცხრილიდან ხაზობრივი ინტერპოლაციის შედეგად განესაზღვრაეთ  $\varphi$ -ს მნიშვნელობას,  $\varphi = 0,744$ .

გამოთვალათ დაბეჭადვა შეკუმშული ღეროს კვეთში

$$\sigma = \frac{P}{F_{\text{ბრ}}} < \varphi [\sigma]$$

$$\sigma = \frac{50\,000}{60} = 833 \text{ კგ/სმ}^2,$$

ხოლო დასაშვები დაბეჭადვა იქნება ტოლი

$$\varphi [\sigma] = 0,744 \cdot 1400 = 1040 \text{ კგ/სმ}^2.$$

$$833 < 1400.$$

მართალია, მდგრადობის პირობა დაკმაყოფილებულია, მაგრამ ჩვენი კვეთი დაუტვირთავია

$$\frac{1040 - 833}{1040} \cdot 100 \approx 20\% \text{-ით.}$$

იმისათვის, რომ მივიღოთ მასალის ეკონომია, საჭიროა განივკვეთის შემცირება.

ახლა ვცადოთ ორტესებრი ფოლადის ღერო № 24<sup>a</sup>.

$$F = 47,4 \text{ სმ}^2,$$

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{i_{\min}}{F_{\text{ბრ}}}} = \sqrt{\frac{280}{47,7}} = 2,42 \text{ სმ,}$$

ხოლო

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{1 \cdot 200}{2,42} = 82,7.$$

შესაფერისი  $\varphi$ -ს მოვძებნით ცხრილით

$$\varphi = 0,734.$$

გამოეთვალეთ შექუმული ღეროს კვეთში ნორმალური ძაბვა

$$\sigma = \frac{P}{F_{\text{ბრ}}} = \frac{50\,000}{47,7} = 1045 \text{ კგ/სმ}^2;$$

დასაშვები ძაბვა მდგრადობაზე კი ტოლია

$$[\sigma]_{\text{მ}} = \varphi [\sigma] = 0,734 \cdot 1400 = 1025 \text{ კგ/სმ}^2$$

კვეთი გადატვირთულია

$$\frac{1045 - 1025}{1025} \cdot 100 \approx 2\% \text{-ით,}$$

რაც დასაშვებია.

---

## სისტემის ელემენტების ანგარიში დინამიკური დატვირთვის დროს

### § 1. დინამიკური დატვირთვის ტიპები

ჩვენ აქამდე ვსწავლობდით ელემენტების ანგარიშს სტატიკური დატვირთვის დროს. სტატიკური, როგორც ცნობილია, ეწოდება დატვირთვის, რომელიც არ იცვლის თავის მნიშვნელობას ან თუ იცვლის, თანდათანობით ისე, რომ არ იწვევს ელემენტების აჩქარებას. სტატიკური დატვირთვის დროს ძალის თანდათანობით ზრდასთან ერთად იზრდება ელემენტის დეფორმაციები და ძაბვები, ამასთან ყოველ ცალკეულ აღებულ მომენტში შიგა და გარე ძალები წონასწორობაშია.

თუ საანგარიშო ელემენტზე მოქმედებს დინამიკური დატვირთვა ანუ დატვირთვა, რომლის დროსაც ძალის სიდიდე ინტენსიურად იზრდება, საანგარიშო ელემენტი ასრულებს აჩქარებულ ძრაობას, რის გამოც უკანასკნელზე იმოქმედებს დამატებითი ინერციის ძალები.

ინერციის ძალას, რომელიც მოქმედებს საანგარიშო ელემენტზე გამოვთვლით ფორმულით  $P_{\text{დ}} = ma$ , სადაც  $a$  წარმოადგენს აჩქარებას, ხოლო  $m$  იმ მასის სიდიდეს, რომელიც განიცდის აჩქარებულ ძრაობას.

ინერციის ძალებით გამოწვეული დამატებითი ძაბვა განისაზღვრება ისეთივე წესით, როგორც სტატიკური ძალით.

მთლიან ძაბვას, რომელიც აღიძვრება ღეროს კვეთში სტატიკური და დინამიკური დატვირთვების ერთდროული მოქმედების შედეგად, ეწოდება დინამიკური ძაბვა.

აჩქარების ხასიათის მიხედვით გვხვდება დინამიკური ანგარიშის სამი შემთხვევა:

ა. აჩქარება, რომელიც იწვევს ინერციის ძალებს, დამოკიდებული არ არის საანგარიშო ელემენტის თვისებებზე.

თუ აჩქარების სიდიდე დამოკიდებული არ არის საანგარიშო ელემენტის თვისებებზე მას გამოთვლიან ისე, როგორც ეს ცნობილია მყარი სხეულის კინემატიკაში.

ვიანგარიშებთ რა აჩქარების სიდიდეს, ადვილად გამოვთვლით ინერციის ძალებს. თუ ინერციის ძალებს მივუმატებთ იმ გარე ძალებს, რომლებიც მოქმედებდა სხეულზე, გამოვთვლით დინამიკური ძაბვების მნიშვნელობას.

ბ. აჩქარება შეეცრად აღწევს დიდ სიდიდეებს და უკანასკნელი დამოკიდებულია საანგარიშო ელემენტის თვისებებზე. აღნიშნულ მოვლენას ადგილი აქვს დარტყმისას.

დარტყმას ვაწარმოებთ ერთი სხეულის მოქმედებით მეორეზე. დარტყმის დროს სიჩქარე სწრაფად დადის ნულამდე. რამდენადაც დიდია დასარტყმელი სხეულის დეფორმაციები გარკვეული დროის განმავლობაში, იმდენად აჩქარება მცირეა და ამიტომ დამრტყმელი ძალაც ნაკლები იქნება და პირიქით, თუ დარტყმას ვაწარმოებთ შედარებით ხისტი ელემენტზე—დეფორმაციები გარკვეული დროის განმავლობაში ნაკლები იქნება. ე. ი. მანძილი, რომელზეც სიჩქარე დადის ნულზე, იქნება ნაკლები და აჩქარება იქნება ძალიან დიდი სიდიდით, ცხადია, ინერციის ძალებიც გვექნება დიდი.

დარტყმის შედეგად, დრეკადი სხეული განიცდის რხევით ძრაობას, ვინაიდან რხევითი ძრაობა იქნება მიღვეადი, აქ საინტერესოა გამოვთვალოთ ის მაქსიმალური დეფორმაცია ანუ ამპლიტუდა, რომელსაც ადგილი აქვს დარტყმის მომენტში.

გ. აჩქარება იცვლის როგორც მიმართულებას, ისე სიდიდეს. თუ აჩქარება წარმოადგენს ცვალებად სიდიდეს და უკანასკნელი კიდევ პერიოდულად ცვლის ნიშანს. ადგილი ექნება ეგრეთ წოდებულ რხევით ძრაობას, რომლის დროსაც მოსალოდნელია რეზონანსი. რეზონანსის მოვლენა დამოკიდებულია, ერთი მხრივ, ამღვანები ძალების ხასიათზე და, მეორე მხრივ, საანგარიშო ელემენტის თვისებებზე. რეზონანსის დროს ადგილი აქვს დიდი რხევის პერიოდს, რომლის დროსაც მოსალოდნელია ელემენტის წყობილებიდან გამოსვლა, ამისათვის უნდა ვიხმაროთ ყოველი საშუალება, რათა ნაგებობებში რეზონანსის მოვლენა ავიცილოთ თავიდან.

დინამიკური დატვირთვისას საჭიროა საკითხის ორი მხარე შევისწავლოთ: ელემენტის კვეთში ძაბვის შეცვლასთან ერთად, როგორც ირკვევა, იცვლება მასალის ფიზიკურ-მექანიკური მახასიათებლებიც, მაგალითად მასალები, რომლებიც სტატიკური დატვირთვის დროს იჩენს პლასტიკურ თვისებებს, დარტყმის დროს განიცდის დარღვევას ისე, როგორც მყიფე მასალები.

ნიშანცვლადი დატვირთვის დროს მასალები ირღვევა ბზარების თანდათანობითი გაღრმავების შედეგად, რომელსაც ტექნიკაში უწოდებენ დაღლილობას.

სტატიკური დატვირთვის დროს, როგორც ცნობილია, სიმტკიცე ხასიათდება, დენადობის ან სიმტკიცის ზღვარის საშუალებით. ნიშანცვლადი დატვირთვის დროს სიმტკიცის მახასიათებლად მიჩნეულია დაღლილობის ზღვარი. დაღლილობის ზღვარი ეს ის ძაბვაა, რომელიც ახასიათებს მასალას—გაუწიოს წინააღმდეგობა ნიშანცვლად მრღვევ დატვირთვისას.

წ 2. თანაბრად აჩქარებული ძრაობის დროს დინამიკური ძაბვის გამოთვლა

დინამიკური ძაბვის გამოთვლა ამწის ბაგირის

x კვეთში

გამოვთვალოთ დინამიკური ძაბვის მნიშვნელობა ამწის ბაგირის x კვეთში, რომლის განივკვეთის ფართობია  $F$ , მოცულობითი წონა  $\gamma$  და



რომელზეც მოქმედებს  $Q$  ტვირთი (ნახ. 14.1). სანამ  $Q$  ტვირთი დაიწყებდეს თანაბარი სიჩქარით მოძრაობას, უკანასკნელი მოძრაობს თანაბრად აჩქარებული ძრავით. აჩქარების გაშთელა ამ შემთხვევაში არ წარმოადგენს რთულ ამბავს და უკანასკნელი შეიძლება დადგენილ იქნეს უშუალოდ გაზომვის შედეგად.

გამოთვალათ ბაგირის  $x$  კვეთში ძაბვა, თუ ჯერჯერობით აჩქარებით გამოწვეული ინერციის ძალებს მხედველობაში არ მივიღებთ. ბაგირის  $x$  კვეთში ძაბვა, გამოწვეული  $Q$  ტვირთით და ბაგირის საკუთარი წონით გამოითვლება ფორმულით  $\frac{Q + Fx\gamma}{F}$

ენიდან ტვირთი  $Q$  და ბაგირი, საწყის მომენტში განიცდიან თანაბრად აჩქარებულ ძრავას, დამატებითი ინერციის ძალები, რომლებიც ბაგირს სჭიმავენ, გამოითვლება

$$ma = \frac{Q + Fx\gamma}{g} \cdot a$$

ხოლო შესაფერისი ძაბვა გამოწვეული ინერციის ძალებით, გამოითვლება ფორმულით  $\frac{Q + Fx\gamma}{gF} \cdot a$ .

დინამიკური ძაბვა ბაგირის  $x$  კვეთში საბოლოოდ გამოითვლება

$$\sigma_{\text{გ}} = \frac{Q + Fx\gamma}{F} + \frac{Q + Fx\gamma}{gF} \cdot a,$$

ან

$$\sigma_{\text{გ}} = \frac{Q + Fx\gamma}{F} \left( 1 + \frac{a}{g} \right).$$

მაქსიმალურ დინამიკურ ძაბვას ექნება ადგილი მაშინ, როდესაც  $x = l$  ან

$$\sigma_{\text{გ}}^{\text{max}} = \frac{Q + Fl\gamma}{F} \left( 1 + \frac{a}{g} \right) \quad (14.1)$$

როგორც ცნობილია,  $\frac{Q + Fl\gamma}{F}$  წარმოადგენს ძაბვას, რომელსაც მივიღებთ სტატიკური დატვირთვის შედეგად და თუ აღვნიშნავთ უკანასკნელს  $\sigma_{\text{ს}}^{\text{max}}$ , მივიღებთ

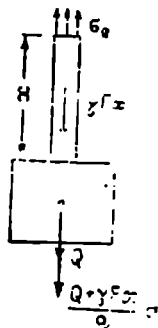
$$\sigma_{\text{გ}}^{\text{max}} = \sigma_{\text{ს}}^{\text{max}} \left( 1 + \frac{a}{g} \right).$$

$\left( 1 + \frac{a}{g} \right)$ -ს ეწოდება დინამიკურობის კოეფიციენტი და აღინიშნება  $K_{\text{დ}}$ . დინამიკურობის კოეფიციენტი გვიჩვენებს, თუ რამდენჯერ მეტია დინამიკური ძაბვა სტატიკურზე.

$$\sigma_{\text{გ}}^{\text{max}} = \gamma_{\text{ს}}^{\text{max}} K_{\text{დ}}$$

სიმტკიცის პირობას ექნება შემდეგი სახე

$$\sigma_{\text{გ}}^{\text{max}} = \sigma_{\text{ს}}^{\text{max}} K'_{\text{დ}} \leq [\sigma] \quad (14.2)$$



ნახ. 14.1.

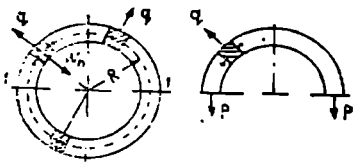
სიმეტრიის პირობიდან შეიძლება მივიღოთ ასეთი გამოსახულება

$$\sigma_{\theta} \max \leq \frac{[\sigma]}{K_{\theta}} \quad (14.3)$$

დინამიკური ანგარიში, როგორც ჩანს, შეიძლება შევცვალოთ სტატიკური ანგარიშით, თუ დასაშვებ ძაბვას შევამცირებთ დინამიკურობის კოეფიციენტზე. როგორც ზემოაღნიშნულიდან ჩანს, საჭიროა როგორმე განვსაზღვროთ დინამიკურობის კოეფიციენტი  $K_{\theta}$ . ამის შემდეგ ანგარიში შეიძლება ვაწარმოოთ ზუსტად ისე, როგორც ამას ვაკეთებდით სტატიკური დატვირთვების დროს. აქედან გამომდინარე გასაგებია, თუ რატომ ვაქცევთ დიდ ყურადღებას მასალათა გამძლეობის კურსის შესწავლისას სტატიკური დატვირთვებით გამოწვეულ ძაბვებს.

**ბ. მბრუნავ რგოლში დინამიკური ძაბვის გამოთვლა**

გამოვთვალოთ დინამიკური ძაბვის მნიშვნელობა, მბრუნავი რგოლის კვეთში, რომლის სისქე შედარებით დიამეტრთან მცირე სიდიდეა და რომელიც ბრუნავს თანაბარი კუთხური სიჩქარით. აღნიშნოთ ბრუნავი რგოლის საშუალო რადიუსი  $R$ -ით, განივკვეთის ფართობი  $F$ -ით, კუთრი მოცულობა  $\gamma$ , თანაბარი კუთხური სიჩქარე  $\omega$ -ით და ბრუნვათა რიცხვი წუთში  $n$ -ით.



ნახ. 14.2

ტანგენციალური კუთხური აჩქარება გამოითვლება  $W_n = \omega^2 R$ . ინერციის ძალით გამოწვეული ინტენსივობა რადიალური კუთხური აჩქარების საწინააღმდეგოდ იქნება მიმართული და ერთეულ სიგრძეზე გამოითვლება ფორმულით

$$q = m W_n = \frac{F \cdot 1 \cdot \gamma}{g} \omega^2 R = \frac{F \gamma \omega^2 R}{g} \quad (14.4)$$

თუ რგოლს ვაკვევთავთ დიამეტრალური კვეთით (ნახ. 14.2) შეიძლება გამოვთვალოთ მის განივკვეთში გამჭიმავი ძალა  $P$ , გამოწვეული ინტენსივობით. ( $q$  ინერციული ინტენსივობით გამოწვეულ გამჭიმავ ძალას მბრუნავ რგოლში გამოვთვლით ისე, როგორც ეს გამოვთვალეთ ცილინდრულ ქვაბში, რომლას შიგნით წნევა ტოლი იყო  $q$  ატმოსფეროსი).

$$2P = 2Rq, \text{ ხოლო } P = Rq.$$

დინამიკური ძაბვა  $\sigma_{\theta}$  გამოითვლება

$$\sigma_{\theta} = \frac{P}{F} = \frac{R \cdot q}{F} = \frac{\gamma \omega^2 K^2}{g} = \frac{\gamma v^2}{g} \quad (14.5)$$

სადაც  $v$  წარმოადგენს წრიულ სიჩქარეს და თუ ცნობილია ბრუნვათა რიცხვი  $n$  წუთში, გამოითვლება ფორმულით

$$v = \frac{2\pi n}{60} R.$$

როგორც (14.5) ფორმულიდან ჩანს, დინამიკური ძაბვა დამოკიდებული ყოფილა მასალის მოცულობით წონაზე  $\gamma$  და წრიულ სიჩქარეზე  $V$ -ზე.

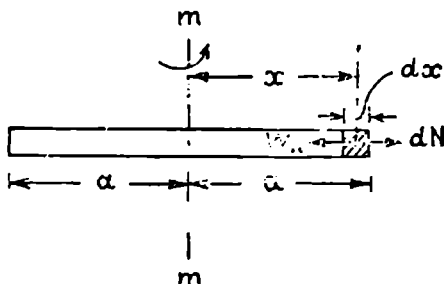
აღნიშნული ფორმულით, როგორც ჩანს, შეიძლება გამოითვალოს დინამიკური ძაბვა მქნევარაში.

### გ. დინამიკური ძაბვის გამოთვლა მბრუნავ ღეროში

გამოვთვალოთ დინამიკური ძაბვის მაქსიმალური მნიშვნელობა მბრუნავ ღეროში (ნახ. 14.3), რომელიც ბრუნავს თანაბარი კუთხური სიჩქარით  $m$ — $m$  ღეროს გარშემო.

აღნიშნით ღეროს სიგრძე  $2a$ -თი, განივკვეთის ფართობი  $F$  და მასალის მოცულობითი წონა  $\gamma$ -თი.

გამოვთვალოთ  $dx$  ელემენტის მიერ გამოწვეული ელემენტარული დინამიკური გამძვინვარება, რომელიც მდებარეობს ბრუნვის ცენტრიდან  $x$  მანძილზე, უკანასკნელი გამოითვლება ფორმულით



ნახ. 14.3.

$$dN = dm \cdot W_n = \frac{F \gamma dx}{g} \cdot \omega^2 x, \quad (14.6)$$

სადაც  $dm$  წარმოადგენს  $dx$  ელემენტის მასას, ხოლო  $W_n$  რადიალურ აჩქარებას.

მაქსიმალური დინამიკური ძალა აღიძვრება ბრუნვის  $m$ — $m$  ცენტრში, რომელსაც გამოვთვლით ფორმულით

$$N = \int_0^a \frac{F \gamma \omega^2}{g} x dx = \frac{F \gamma \omega^2 a^2}{2g}. \quad (14.7)$$

რადგანაც  $\omega a = V$  წარმოადგენს განაბირა წერტილის წრიულ სიჩქარეს, თუ შევიტანთ მნიშვნელობას (14.7) ფორმულაში, გვექნება

$$N = \frac{F \cdot \gamma \cdot V^2}{2g}. \quad (14.8)$$

დინამიკური ძაბვა  $\sigma_d$  გამოითვლება ფორმულით

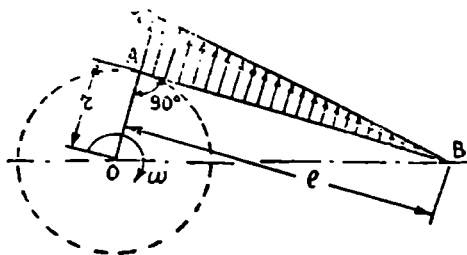
$$\sigma_d = \frac{N}{F} = \frac{\gamma V^2}{2g}. \quad (14.9)$$

### § 3. დინამიკური ძაბვის გამოთვლა ბარბაცაში

წინა პარაგრაფში ჩვენ გამოვთვალეთ დინამიკური ძაბვის მაქსიმალური მნიშვნელობები, როდესაც საანგარიშო ელემენტზე მოქმედებდა თანაბარი აჩქარება.

გავარჩიოთ დინამიკური დატვირთვა, რომელიც იცვლის როგორც სიდიდეს, ისე მიმართულებას.

გამოვთვალოთ დინამიკური ძაბვის მაქსიმალური მნიშვნელობა  $A-B$  ბარბაცის ლეროში (ნახ. 14.4).



ნახ. 14.4

წერტილები განიციდან როგორც რადიალურს, ისე ტანგენციალურ აჩქარებულ ძრაობას. იმ შემთხვევაში, თუ  $A-B$  ბარბაცის ლერო შედარებით მუხლანა ლილვის  $OA$  რადიუსთან დიდი სიდიდეა, ანგარიშის გამარტივების მიზნით შეიძლება მხედველობაში მივიღოთ მხოლოდ რადიალური აჩქარებით გამოწვეული ინერციის ძალები. რადიალური აჩქარება მაქსიმალურ ძაბვებს გამოიწვევს  $A-B$  ბარბაცაში მაშინ, როდესაც უკანასკნელი ბარბაცის ლეროს მიმართულებასთან შეადგენს  $90^\circ$  კუთხეს. აღნიშნულ მომენტში  $B$  წერტილში რადიალური აჩქარება ტოლი იქნება ნულის და არ დავუშვებთ დიდ შეცდომას, თუ მივიღებთ, რომ ინტენსივობა ინერციის ძალით გამოწვეული  $A-B$  ბარბაცის სიგრძეზე ნაწილდება სწორი ხაზის კანონით.

ნახ. 14.4-დან ჩანს აგრეთვე, რომ  $OA$  მუხლანა ლილვის ბრუნვისას  $\varphi$  ინტენსივობის განივი მდგენელი  $A-B$  ბარბაცის მიმართ იცვლის როგორც მიმართულებას, ისე სიდიდეს; მაშასადამე, აღნიშნულ შემთხვევაში ჩვენ საქმე გვექონია ნიშანცვლად ინერციულ ძალებთან.

თუ მივიღებთ  $A-B$  ბარბაცის კვეთს  $F$  (ვგულისხმობთ, რომ განიკვეთის ზომა მის სიგრძეზე რჩება მუდმივი), მოცულობით წონას  $\gamma$  და რადიალურ აჩქარებას  $W_n$ -ს, მაშინ  $A$  წერტილთან ერთეულ სიგრძეზე მოსული ინერციის ძალით გამოწვეული დატვირთვის ინტენსივობა ტოლი იქნება

$$q_\varphi = m \cdot W_n = \frac{F\gamma \cdot 1}{g} \cdot \omega^2 r = \frac{F\gamma \omega^2 r}{g} \quad (14.10)$$

მაქსიმალურ დინამიკურ ძაბვას ექნება ადგილი ბარბაცის იმ კვეთში, სადაც მდებარეობს მომენტის სიდიდე აღწევს მაქსიმუმს. თუ მივიღებთ გან-

ვლილი მასალის თანახმად, რომ მლუნავი მომენტი მაქსიმალურ სიდიდეს აღწევს  $A-B$  ბარბაცის შუა კვეთში, უკანასკნელს გამოვთვლით ფორმულით

$$M_{\max} = \frac{q_0 l^2}{16}$$

ხოლო მაქსიმალური დინამიკური ძაბვა ამავე კვეთში გამოითვლება ფორმულით

$$\sigma_{\text{დ}}^{\max} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{q_0 l^2}{16W} = \frac{F \gamma \alpha^2 r l^2}{16gW} \quad (14.11)$$

სრული ძაბვის გამოსათვლელად საჭიროა მხედველობაში მივიღოთ ის ძალაც, რომელიც იწვევს ბარბაცის ცენტრალურ კუმშვას. თუ მხედველობაში არ მივიღებთ დამატებით მლუნავ მომენტს, რომელსაც მივიღებთ გალუნულ ლეროზე გრძივი ძალის ქმედებით, მთლიან დინამიკურ ძაბვას გამოვთვლით ფორმულით

$$\sigma_{\text{დ}} = \frac{F \gamma \alpha^2 r l^2}{16gW} + \frac{P}{\phi F_{\text{ბბ}}} \quad (14.12)$$

ფორმულა (14.12)-ში  $F$  ბარბაცის მთლიანი ფართობია შესუსტების გარეშე, ხოლო  $\phi$  ძაბვის შემცირების კოეფიციენტი, რომელიც აღებული მასალისათვის დამოკიდებულია ბარბაცის მოქნილობის მახასიათებელ  $\lambda$ -ზე.

#### § 4. დარტყმის დროს დინამიკური ძაბვის გამოთვლა

##### ა. გრძივი დარტყმა

დარტყმას ადგილი აქვს მაშინ, როდესაც აღებული სხეულის ან მასთან შეხებაში მყოფი სხეულის სიჩქარეები ძალიან სწრაფად იცვლება; კერძოდ, თუ  $Q$  ტვირთი ეცემა  $AB$  ღრეკად სხეულს (ნახ. 14.5),  $Q$  ტვირთის სიჩქარე მცირე დროის მონაკვეთში  $\Delta t_{\text{დ}}$  მანძილზე დადის ნულამდე, რის შედეგადაც შეხების  $A$  კვეთში აღიძვრება დიდი ინერციის ძალა. იმისდა მიხედვით თუ როგორაა მიმართული დამრტყმელი ძალა ლეროს ღერძის მიმართ, არჩევენ სამი ტიპის დარტყმას: გრძივი დარტყმა, როდესაც დამრტყმელი ძალა მიმართულია ლეროს ღერძის გასწვრივ; განივი დარტყმა ანუ ლუწვითი დარტყმა, როდესაც დამრტყმელი ძალა მიმართულია ლეროს ღერძის მართობულად და დარტყმა, რომელიც იწვევს ლეროს ღერძის გრეხას. ამ შემთხვევაშიაც დამრტყმელი ძალა მიმართულია ლეროს ღერძის მართობულად, ისე რომ უკანასკნელი იწვევს მის გრეხას.



ნახ. 14.5

შეიღწეალოთ ჯერჯერობით გრძივი დარტყმა. ცნობილია, რომ ღრეკად ლეროში დეფორმაციის გავრცელების სისწრაფე სიდიდით ტოლია ბგერის გავრცელების სისწრაფისა. სტატიკური დატვირთვის შემთხვევაში ძალის თანდათანობით ზრდას ასწრებს დეფორმაციის ზრდა ლეროში და როდესაც ძალა მიაღწევს თავის საბოლოო მნიშვნელობას, შესაფერისი დეფორმაციაც იღებს თავის სასრულო სიდიდეს. დარტყმის მომენტში ძალის მიყენება ელემენტზე ხდება უეცრად, ძალის სწრაფ ზრდას ველარ ასწრებს დე-

ფორმაციის ზრდას (თუ ელემენტის სიგრძე საქმაოდ დიდია) საწყის მომენტში, დეფორმაციების გავრცელება ხდება ელემენტის გარკვეულ სიგრძეზე მაშინ, როდესაც ელემენტის დანარჩენი სიგრძე დეფორმაციაში მონაწილეობას არ იღებს. როგორც ზემოაღნიშნულიდან ჩანს, ადგილი აქვს საანგარიშო ელემენტში დინამიკური ძალის კონცენტრაციას ღეროს გარკვეულ სიგრძეზე, რის შედეგადაც დეფორმაციების სიდიდე აქ გაცილებით დიდი იქნება, ვიდრე სტატიკური დატვირთვის დროს. დინამიკური დატვირთვის მთლიანად მიყენების შემდეგ აღნიშნული დეფორმაციები ვრცელდება ტალღისებურად ღეროს სიგრძეზე მაშინ, როდესაც დანარჩენ კვეთებში დეფორმაცია და ძაბვა ტოლი ხდება სტატიკურად მიყენებული ძალით გამოწვეული სიდიდეებისა. მიაღწევს რა დარტყმით გამოწვეული ტალღა ჩამაგრების კვეთს, აირეკლება და ჩვენ მივიღებთ ნიშანშებრუნებულ ტალღას. აღნიშნული მოვლენა გართულებულია კიდევ იმით, რომ ღეროს სიგრძეზე დეფორმაციის გავრცელებისას მონაწილეობას იღებს მისი მასით გამოწვეული ინერციის ძალები, რომლებიც წარმოადგენს ცვლად სიდიდეს. კიდევ უფრო მეტ გართულებას იღებთ თუ დეფორმაციები აღწევენ მასალის პლასტიკურ ზონას, რადგანაც ამ დროს დეფორმაციის გავრცელების სიჩქარე აღარ არის მუდმივი სიდიდე, როგორც ამას ადგილი ჰქონდა დრეკად დეფორმაციის დროს, არამედ დამოკიდებულია უკანასკნელი ძაბვის სიდიდეზე. როგორც ზემოაღნიშნულიდან ჩანს, დარტყმის დროს ძაბვებისა და დეფორმაციების გამოთვლა საქმაოდ რთული საქმეა.

ჯერჯერობით შევისწავლოთ ღეროები, სადაც ადგილი აქვს მხოლოდ დრეკად დეფორმაციებს და ღეროს სიგრძე ავიღოთ ისეთი, რომლის დროსაც დეფორმაცია ვრცელდება ღეროს მთელ სიგრძეზე. ამის გარდა, მივიღოთ, რომ ძალის ზრდას ასწრებს დეფორმაციის ზრდაც.

პრაქტიკულად ძნელია განისაზღვროს იმ აჩქარების სიდიდე, რომელსაც ადგილი აქვს დარტყმის მომენტში, ამიტომ შეუძლებელია დამრტყმელი დინამიკური ძალის გამოთვლაც დინამიკურ ძალთა წონასწორობის პირობიდან, ე. ი. შეუძლებელია აღნიშნული ზერხით დინამიკური ძაბვისა და დეფორმაციის ანგარიში.

დინამიკური ძაბვისა და დეფორმაციის გამოსათვლელად დარტყვის დროს მიმართავენ ენერგეტიკულ მეთოდს, რომელიც მდგომარეობს შემდეგში: დარტყმის მომენტში  $Q$  ტვირთს აქვს გარკვეული მარაგი  $K$  კინეტიკური ენერჯისა, რომელიც დარტყმის შედეგად გარდაიქმნება სხვა სახის კინეტიკურ ენერჯიად. სახელდობრ, დრეკადი სხეულის პოტენციურ ენერჯიად  $U$ , დრეკადი ღეროს აჩქარებით ძრაობაზე დახარჯული კინეტიკურ ენერჯიად  $K_1$  და ენერჯიად, რომელიც იხარჯება სხეულის მაგნიტურ-და თბომოვლენებზე  $\mathfrak{E}$ .

ენერჯიის მუდმივობის კანონს დარტყმისას ექნება შემდეგი სახე

$$K = U + K_1 + \mathfrak{E}. \quad (14.13)$$

დრეკადი დეფორმაციის შემთხვევაში  $\mathfrak{E}$  მნიშვნელობა იმდენად მცირეა, რომ

შეიძლება უკანასკნელი არ მივიღოთ მხედველობაში; მაშინ (14.13) ფორმულა მიიღებს შემდეგ სახეს

$$K = U + K_1. \quad (14.14)$$

თუ დრეკადი სხეულის მასა შედარებით დამრტყმელი სხეულის მასასთან შედარებით მცირეა, შეიძლება კინეტიკური ენერჯიის ის ნაწილი, რომელიც იხარჯება მის აჩქარებით ძრაობაზე, მხედველობაში არ მივიღოთ. საბოლოოდ (14.13) ფორმულა მიიღებს შემდეგ სახეს

$$K = U \quad (14.15)$$

$Q$  ვარდნილი ტვირთის (ნახ. 14.5) კინეტიკური ენერჯია გამოითვლება, იმ პოტენციალური ენერჯიით, რომელსაც უკანასკნელი კარგავს ( $h + \Delta l_{\text{ფ}}$ ) სიმალღებზე, სადაც  $\Delta l_{\text{ფ}}$  წარმოადგენს დინამიკურ დეფორმაციას დარტყმის დროს, ე. ი.

$$K = Q(h + \Delta l_{\text{ფ}}). \quad (14.16)$$

მართალია, დარტყმის დროს მიყენებული დამრტყმელი ძალის სიდიდე, ძალიან სწრაფად იზრდება, მაგრამ დასაწყისში ისე, როგორც სტატიკური დატვირთვა, იწყებს ზრდას ნულიდან და რადგან ძალის ზრდას ასწრებს დეფორმაციის ზრდა, დინამიკური დატვირთვისას ძალაში რჩება ჰუკის კანონი; თუ უკანასკნელს გავითვალისწინებთ, დეფორმაციის პოტენციალური ენერჯია  $U$ , დარტყმისას გამოითვლება შემდეგნაირად

$$U = \frac{\Delta l_{\text{ფ}} P_c}{2}$$

თუ ფორმულაში შევიტანთ ჰუკის კანონით გამოთვლილი დინამიკური ძალის მნიშვნელობას

$$P_c = \frac{\Delta l_{\text{ფ}} EF}{l},$$

მივიღებთ

$$U = \frac{\Delta l_{\text{ფ}} EF}{2l}. \quad (14.17)$$

თუ (14.15) განტოლებაში შევიტანთ  $K$  და  $U$ -ს მნიშვნელობებს (14.16 და 14.17) განტოლებებიდან, მივიღებთ

$$Q(h + \Delta l_{\text{ფ}}) = \frac{\Delta l_{\text{ფ}}^2 EF}{2l}.$$

უკანასკნელს თუ მივცემთ კვადრატული განტოლების სახეს, სადაც უცნობს წარმოადგენს  $\Delta l_{\text{ფ}}$ , მივიღებთ

$$\Delta l_{\text{ფ}}^2 - \frac{2Ql}{EF} \Delta l_{\text{ფ}} + \frac{2Ql}{EF} h = 0. \quad (14.18)$$

რადგანაც  $\frac{Ql}{EF}$  წარმოადგენს სტატიკურ დეფორმაციას  $\Delta l_s$  (14.18), გამოსახულება მიიღებს შემდეგ სახეს

$$\Delta l^2_{\text{გ}} - 2 \Delta l_s \Delta l_{\text{გ}} - 2 \Delta l_s \cdot h = 0,$$

საიდანაც

$$\Delta l_{\text{გ}} = \Delta l_s + \sqrt{\Delta l_s^2 + 2 \Delta l_s h}.$$

რადგან დადებით სტატიკურ დეფორმაციას, შეეფარდება დადებითი დინამიკური დეფორმაცია, ფესვის წინ ვილებთ დადებით ნიშანს. საბოლოოდ დინამიკური დეფორმაციის მნიშვნელობა გამოითვლება ფორმულით

$$\Delta l_{\text{გ}} = \Delta l_s \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta l_s}} \right]. \quad (14.19)$$

რადგანაც ძაბვა და დეფორმაცია დარტყმის დროსაც ურთიერთპროპორციულია, დინამიკური ძაბვა გამოითვლება

$$\sigma_{\text{გ}} = \sigma_s \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta l_s}} \right]. \quad (14.20)$$

(14.20) ფორმულაში მნიშვნელობას  $\left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta l_s}} \right]$  ეწოდება დინამიკურობის კოეფიციენტი და აღინიშნება  $K_{\text{გ}}$ .

როგორც (14.19 და 14.20) ფორმულებიდან ჩანს, თუ ჩვენთვის ცნობილია დინამიკურობის კოეფიციენტი  $K_{\text{გ}}$ , სტატიკური დეფორმაცია და ძაბვა გამოწვეული  $Q$  ძალით, შეიძლება მოვძებნოთ დინამიკური დეფორმაცია და ძაბვაც.

კერძოდ, თუ ვარდნის სიმაღლე  $h=0$ , ე. ი. თუ ძალა  $Q$  დრეკად ღეროზე მიყენებულია უძცრად, მაშინ დინამიკურობის კოეფიციენტი გამოითვლება შემდეგნაირად

$$K_{\text{გ}} = 1 + \sqrt{1} = 2. \quad (14.21)$$

უეცრად მიყენებული ძალის შემთხვევაში დეფორმაცია და ძაბვა არის ორჯერ უფრო მეტი, ვიდრე მაშინ თუ ძალას მივყენებთ სტატიკურად.

იმ შემთხვევაში, როცა დარტყმისას სიჩქარეები ძალიან დიდია, დარტყმის ტალღა, როგორც აღვნიშნეთ, ვეღარ ასწრებს ღეროს შთელ სიგრძეზე გავრცელებას და კვეთში, სადაც უშუალოდ ვახდენთ დარტყმას, ძაბვები ხშირად აღწევენ დენადობის ზღვარს, ასეთ შემთხვევაში დამრტყმელი სხეულის კინეტიკური ენერგია მთლიანად აღარ გადადის დასარტყმელი სხეულის დეფორმაციის პოტენციალურ ენერგიაში, დიდი ნაწილი ამ ენერგიისა იხარჯება ადგილობრივ დეფორმაციებზე და ამიტომ (14.19 და 14.20) ფორმულებით სარგებლობა მიგვიყვანდა დიდ შეცდომებამდე.

ზუსტი კვლევის შედეგად დადგენილია, რომ ცდომილება დინამიკური



ძაბვისა და დეფორმაციის გამოთვლისას არ აღემატება 10%, თუ ფარდობა  $\frac{2h}{\Delta l_s} < 100$ -ზე.

იმ შემთხვევაში, თუ  $\frac{2h}{\Delta l_s}$  საკმაოდ დიდი რიცხვია, ხოლო არ აღემატება 100, დინამიკურობის კოეფიციენტი შეიძლება საკმაოდ გამარტივდეს, რადგანაც ამ შემთხვევაში ფესვის შიგნით და გარეთ მდებარე ერთი შეიძლება აღარ მივიღოთ მხედველობაში.

დინამიკურ კოეფიციენტს გამარტივების შემდეგ ექნება შემდეგი სახე

$$K_{\text{ფ}} = \sqrt{\frac{2h}{\Delta l_s}} \quad (14.22)$$

გამოთვალთ დინამიკურობის კოეფიციენტის დახმარებით ფორმულა 14.22 დინამიკური დეფორმაცია და ძაბვა 14.4 ნახაზზე მოცემული ლეროსათვის, რომლის სიგრძეა  $l$ , განივკვეთის ფართობი— $F$ , დრეკადობის მოდული— $E$  და რომელზეც მოქმედებს  $Q$  ტვირთი ვარდნის სიმაღლით  $h$ .

$$\Delta l_{\text{ფ}} = \Delta l_s \cdot K_{\text{ფ}} = \sqrt{2h \Delta l_s}$$

თუ შევიტანთ  $\Delta l_s = \frac{Ql}{EF}$  მნიშვნელობას, გვექნება

$$\Delta l_{\text{ფ}} = \sqrt{\frac{2hQl}{EF}} \quad (14.23)$$

ანალოგიურად გამოითვლება დინამიკური ძაბვა

$$\sigma_{\text{ფ}} = \sigma_s \sqrt{\frac{2h}{\Delta l_s}}$$

თუ შევიტანთ აქაც  $\Delta l_s$  - მნიშვნელობას და მივიღებთ რომ  $\frac{Q}{F} = \sigma_s$ , გვექნება

$$\sigma_{\text{ფ}} = \sigma_s \sqrt{\frac{2hEF}{Ql}} = \sigma_s \sqrt{\frac{2hE}{\frac{Q}{F}l}} = \sqrt{\frac{2hE}{l}} \sigma_s \quad (14.24)$$

სტატიკური ძაბვის სიდიდე,  $\sigma_s = \frac{Q}{F}$ , როგორც ვიცით, არ არის დამოკიდებული მასალის დრეკად თვისებებზე  $E$ , და მის სიგრძეზე  $l$  მაშინ, როდესაც დინამიკური ძაბვა  $\sigma_{\text{ფ}}$ , ფორმულა (14.24) დამოკიდებულია აღნიშნულ სიდიდეებზე. რამდენადაც ლეროს სიგრძე მცირეა და დრეკადობის მოდული დიდია, იმდენად დიდი იქნება დინამიკური ძაბვა დარტყმისას. შევადაროთ ერთმანეთს (ნახ. 14.6)  $a$  და  $b$  ლეროებში აღძრული დინამიკური ძაბვები. თუ  $a$  ლერო მუდმივი  $F$  კვეთისაა, ხოლო  $b$  ლეროს კვეთის  $l_1$  სიგრძე  $F$ -ის ტოლია, და ლეროს დარჩენილ სიგრძეზე კვეთი ტოლია  $nF$ -ის,

სადაც  $n > 1$ , მაშინ სტატიკური  $Q$  ძალით გამოწვეული დეფორმაცია ა ლეროსათვის გამოითვლება

$$\Delta l_s = \frac{Ql}{EF},$$

ხოლო ბ ლეროსათვის გამოითვლება

$$\Delta l_s = \frac{Q(l-l_1)}{EnF} + \frac{Ql_1}{EF}$$

გამოთვალათ დეფორმაციის სტატიკური სიდიდე და დინამიკურობის კოეფიციენტი ბ ლეროსათვის, როდესაც  $l_1 \rightarrow 0$ .  $l_1 \rightarrow 0$  ნიშნავს იმას, რომ აღნიშნულ კვეთში ადგილი გაბზარულია.

ბ ლეროსათვის დეფორმაცია გამოითვლება

$$\Delta l_s = \frac{Ql}{EFn},$$

ხოლო დინამიკური კოეფიციენტი

$$K_{\text{დ}} = \sqrt{\frac{2hEFn}{Ql}}.$$

ა ლეროსათვის  $\Delta l_s = \frac{Ql}{EF}$  და  $K_{\text{დ}} = \sqrt{\frac{2hEF}{Ql}}$ .

თუ შევადარებთ ერთმანეთს დინამიკურობის კოეფიციენტებს, მივიღებთ

$$K_{\text{დ}} = K_{\text{დ}} \cdot \sqrt{n}.$$

როგორც ჩანს, ბზარის გაჩენის შემთხვევაში დინამიკურობის კოეფიციენტი იზრდება  $\sqrt{n}$ -ჯერ.

### ბ. განივი დარტყმა

ნახ. 14.7-ზე მოცემული კოქისათვის დინამიკურ ძაბვას გამოეთვლით იმავე ხერხით, როგორც გრძივი დარტყმის დროს. განივი დარტყმის დროს  $Q$  ტვირთის კინეტიკური ენერჯია გამოითვლება

$$K = Q(h + f_{\text{დ}}^{\text{max}}),$$

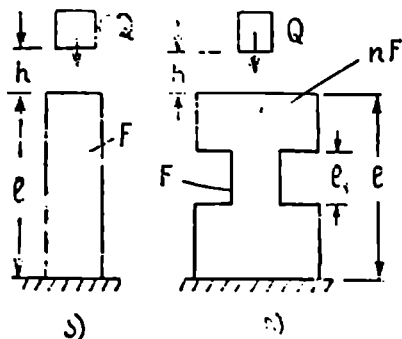
ხოლო დინამიკურობის კოეფიციენტი  $K_{\text{დ}}$ , გამარტივებულად გამოითვლება

$$K_{\text{დ}} = \sqrt{\frac{2h}{f_{\text{ს}}^{\text{max}}}},$$

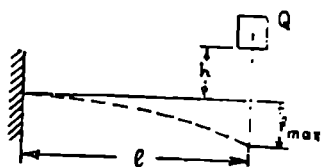
სადაც  $f_{\text{ს}}^{\text{max}}$  წარმოადგენს სტატიკური  $Q$  ტვირთით გამოწვეულ მაქსიმალურ ჩაღუნვას.

მაქსიმალურ-დინამიკურ ძაბვას გამოეთვლით

$$\sigma_{\text{დ}}^{\text{max}} = \sigma_{\text{ს}}^{\text{max}} \cdot K_{\text{დ}} = \sigma_{\text{ს}}^{\text{max}} \sqrt{\frac{2h}{f_{\text{ს}}^{\text{max}}}}.$$



ნახ. 14.6



ნახ. 14.7

თუ შევიტანთ მნიშვნელობებს  $\sigma_{\text{max}} = \frac{\rho l}{W}$  და  $f_{\text{max}} = \frac{Ql^3}{3EI}$ , მივიღებთ

$$\sigma_{\text{max}} = \sqrt{\frac{6hEQI}{lW^2}}$$

როგორც ცნობილია,  $I = i^2 F$ , ხოლო  $W = \frac{l}{z_{\text{max}}}$  ან

$$\frac{l}{W^2} = \frac{i^2 F z_{\text{max}}^2}{l^2} = \frac{i^2 \cdot F z_{\text{max}}^2}{i^4 F^2} = \frac{z_{\text{max}}^2}{i^2} \cdot \frac{1}{F}$$

თუ შევიტანთ ფესქვეშა გამოთქმაში  $\frac{l}{W^2}$  მნიშვნელობას, საბოლოოდ გვექნება

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{z_{\text{max}}}{i} \sqrt{\frac{6hEQ}{lF}} \quad (14.25)$$

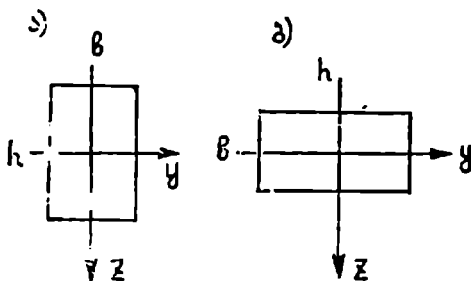
როგორც (14.25) ფორმულიდან ჩანს, დინამიკური დაბეჭდვა ღუნვისას დამოკიდებული ყოფილა კოქის დრეკად თვისებაზე.

კოქისათვის გამოეთვალათ დინამიკური დაბეჭდვები; როდესაც კოქის კვეთი  $z$  ღერძის მიმართ განლაგებულია ისე, როგორც ეს (ნახ. 14.8) მოცემულია კოქის გადაბრუნების შემთხვევაში (14.25) ფორმულიდან შეიცვლება მხოლოდ წერტილი  $\frac{z_{\text{max}}}{i}$ .

გამოეთვალათ უკანასკნელის მნიშვნელობა (ნახ. 14.8) მოცემული ორივე შემთხვევისათვის:

ა) შემთხვევისათვის

$$\begin{aligned} \frac{z_{\text{max}}}{i} &= \frac{h}{2 \sqrt{\frac{l}{F}}} = \\ &= \frac{h}{2 \sqrt{\frac{bh^2}{12 \cdot b \cdot h}}} = \sqrt{3} \end{aligned}$$



ნახ. 14.8

ხოლო ბ) შემთხვევისათვის იქნება

$$\frac{z_{\text{min}}}{i} = \frac{b}{2 \sqrt{\frac{l}{F}}} = \frac{b}{2 \sqrt{\frac{hb^2}{12bh}}} = \sqrt{3}$$

როგორც ჩანს, დინამიკური დაბეჭდვები ორივე განხილულ შემთხვევაში თანაბრობა მიაწინ, როდესაც სტატიკურ დაბეჭდვას პირველ შემთხვევაში მივიღებდით უფრო ნაკლებს, ვიდრე მეორე შემთხვევაში. ეს გარემოება აიხსნება იმით, რომ

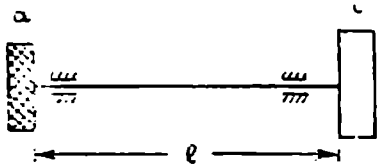
ნეორე შემთხვევაში მართალია წინალობის მომენტი მცირდება, მაგრამ სამაგეროდ იზრდება კოკის დეფორმაციები, ეს უკანასკნელი კი იწვევს დარტყმის ძალის საგრძნობ შესუსტებას.

### გ. გრეხითი დარტყმა

იმ შემთხვევაში, თუ (ნახ. 14.9) მქნევარა  $b$ -ს სწრაფად დავამუხრუქებთ  $a$  შკივის საშუალებით, ლილვის კვეთში აღიძვრება დინამიკური ძაბვა, გამოვყვალთ უკანასკნელი.

მქნევარა  $b$ -ს კინეტიკური ენერგია გამოითვლება

$$K = \frac{I_0 \omega^2}{2},$$



ნახ. 14.9

სადაც  $I_0$  წარმოადგენს მქნევარის მასის ინერციის მომენტს და უკანასკნელი გამოითვლება წრიული მთლიანი კვეთისათვის

$$I_0 = \frac{\pi r^2}{2}.$$

გრეხის დროს დეფორმაციის პოტენციალური ენერგია გამოითვლება

$$U = \frac{M_3^2 l}{2GI_p}.$$

აუ გავუტოლოებთ ამ სიდიდეებს

$$\frac{M_3^2 l}{2GI_p} = \frac{I_0 \omega^2}{2}$$

პივილებთ

$$M_3 = \omega \sqrt{\frac{GI_p I_0}{l}} \quad (14.26)$$

რადგანაც მხები ძაბვა გრეხისას ტოლია

$$\tau_3 = \frac{M_3}{W_p},$$

დინამიკური ძაბვა გამოითვლება

$$\tau_3 = \frac{\omega}{W_p} \sqrt{\frac{GI_p I_0}{l}} \quad (14.27)$$

### წ. რეზონანსი და მისი გავლენა კონსტრუქციებზე

დინამიკური ძაბვების გამოთვლის დროს ჩვენ შევისწავლეთ თანაბრად აჩქარებული ძრაობისას ძაბვების გამოთვლა. აჩქარების მიმართულება, როგორც დავინახეთ, უცვლელი რჩებოდა. ბარბაცას მოძრაობისას კი მუხლანას ერთი შემობრუნების დროს რადიალური აჩქარების მიმართულება იცვლება  $360^\circ$ -ით, რის დროსაც როგორც ძაბვა, ისე დეფორმაცია პერიოდულად იცვლიან მიმართულებას, ეს უკანასკნელი კი იწვევს ბარბაცას ლეროს რხევას, ანუ ვიბრაციას.

რხევის პერიოდი  $T$ , როგორც ვიცით, ეწოდება იმ დროს, რომლის განმავლობაშიც მანქანის ან კონსტრუქციის ელემენტი ასრულებს რხევის სრულ ციკლს, ხოლო ციკლების რაოდენობას  $2\pi$  სეკუნდში ეწოდება წრიულ რხევათა სიხშირე; წრიულ რხევათა სიხშირე  $T$  პერიოდისათვის ტოლია  $\frac{2\pi}{T}$

და უქანასკნელი წარმოადგენს იმავე ა კუთხურ სიჩქარეს.

რხევათა სიხშირე ან პერიოდი შეიძლება იყოს საკუთარი ან იძულებითი.

თუ ზამბარაზე დაკიდებულ ტვირთს გამოვიყვანთ წონასწორობიდან (დავიპიანთ და შემდეგ გავუშვებთ სწრაფად), მაშინ ზამბარაზე დაკიდებული ტვირთი დაიწყებს რხევას. ამ შემთხვევაში ტვირთის ანუ ზამბარის რხევის პერიოდს და სიხშირეს ეწოდება საკუთარი რხევის პერიოდი და სიხშირე.

თუ ჩვენ დავატრიალებთ გარკვეული სიჩქარით ზამბარის სახელურს (ნახ. 14.10), ტვირთი მცირე დროის განმავლობაში შეასრულებს საკმაოდ რთულ მოძრაობას, ხოლო გარკვეული დროის შემდეგ ტვირთის ანუ ზამბარის რხევათა რიცხვი და სახელურის რხევათა რიცხვი გათანაბრდებიან. რხევას, რომელიც გამოწვეულია გარე ამღვზნები ძალით, ვუწოდებთ იძულებით რხევას, ხოლო პერიოდს და სიხშირეს — იძულებითი რხევის პერიოდს და სიხშირეს.

თუ საკუთარი რხევის პერიოდი და იძულებითი რხევის პერიოდი ერთნაირია, ადგილი აქვს რეზონანსს. რეზონანსის შემთხვევაში საკმარისია სულ მცირე ამღვზნები ძალა, რომ ჩვენ მივიღოთ საკმაოდ დიდი რხევის ამპლიტუდა, ანუ დიდი დეფორმაციები, რაც ხშირად იწვევს არასასურველ შედეგებს.

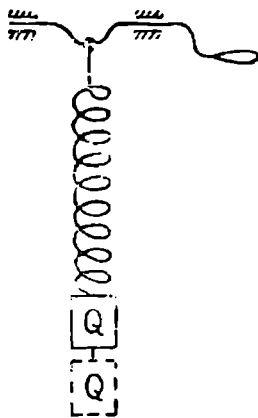
შეიძლება მოვიყვანოთ რამდენიმე მაგალითი იმისათვის, რომ დავრწმუნდეთ რაოდენ არასასიამოვნო შედეგებამდე შეიძლება მიგვიყვანოს კონსტრუქციებში რეზონანსის მოვლენამ.

„ცეპლინს“ პირველად გაფრენის დროს ევროპიდან ამერიკაში დაემტერა მუზლანა ლილვი, ავარიის მიზეზის დაზუსტებისას გამოირკვა, რომ რეზონანსის შედეგად მუზლანა ლილვის გრეხის კუთხე გაიზარდა ექვსჯერ უფრო მეტად, ვიდრე ანგარიშით იყო გათვალისწინებული.

რეზონანსის მოვლენის შედეგად დაინგრა მსოფლიოში უდიდესი ტახომის ხიდი ამერიკის შეერთებულ შტატებში 1940 წელს. იძულებითი რხევა აქ გამოწვეული იყო ქარის მოქმედების შედეგად.

მსგავსი მაგალითები ცხოვრებაში ძალიან ბევრი გვხვდება.

რეზონანსის თავიდან ასაცილებლად საჭიროა მივიღოთ ზომები, რომ ან კონსტრუქციის საკუთარი რხევის პერიოდი, ან იძულებითი რხევის პერიოდი შევცვალოთ.



ნახ. 14.10

ზემომოყვანილი მაგალითებიდან არ უნდა დაგვრჩეს ისეთი აზრი, თითქოს რეზონანსის მოვლენას არ ჰქონდეს სასარგებლო გამოყენება. არსებობს მთელი რიგი დარგებისა, სადაც რეზონანს ადამიანი იყენებს თავის სასარგებლოდ.

### ა. ჰარმონიული რხევა

თუ წერტილ  $M$ -ს, რომლის მასაა  $m$ , გარე ძალის მოქმედებით გადავიყვანთ მარჯვენა განაპირა მდგომარეობაში და შემდეგ აღნიშნულ ძალას უცრად მოვხსნით, უკანასკნელი იმოძრაეებს სწორხაზობრივად დრეკადი  $F$  ძალის

გავლენით, მის მოძრაობის დიფერენციალურ განტოლებას ექნება შემდეგი სახე (ღეროს საკუთარ წონას არ ვღებულობთ მხედველობაში)

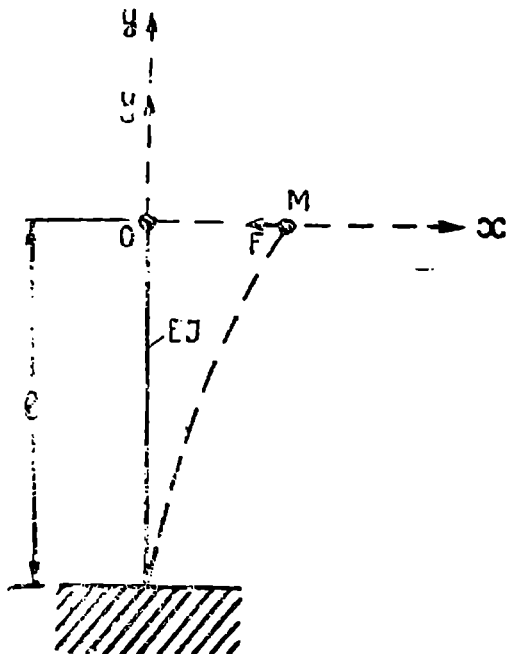
$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F \quad (14.27)$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} \quad \text{წარმოადგენს}$$

ინერციის ძალას და უკანასკნელი იქნება მიმართული დრეკადი  $F$  ძალის საწინააღმდეგოდ, სადაც დრეკადი ძალა  $F$  პროპორციულია  $OM$  მანძილისა.

$$F = -c \cdot OM = -c \cdot x \quad (14.28)$$

ძალა რომ პროპორციულია  $x$  დეფორმაციისა, მასალათა გამძლეობაში ცნობილი ამბავია და, კერძოდ, ჩენი, შემთხვევისათვის გამოითვლება



ნახ. 14.11

$$x = \frac{Ft^3}{3EI} \quad \text{ან} \quad \dot{x} = \frac{3EI}{l^3} x,$$

ე. ი. მოცემული შემთხვევისათვის პროპორციულობის კოეფიციენტი იქნება

$$c = \frac{3EI}{l^3}.$$

თუ შევიტანთ (14.28) ტოლობიდან  $F$ -ის მნიშვნელობას (14.27) განტოლებაში, გვექნება

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -cx \quad \text{ან} \quad m \frac{d^2x}{dt^2} + cx = 0.$$

თუ გავყოფთ განტოლების ყველა წევრს  $m$ -ზე და შემოვიტანთ აღნიშვნას  $\frac{c}{m} = k^2$ , მივიღებთ

$$\frac{d^2x}{dt^2} + k^2x = 0. \quad (14.29)$$

ჩვენ მივიღეთ მეორე რიგის ერთგვაროვანი წრფივი დიფერენციალური განტოლება მუდმივი კოეფიციენტებით და პირველი წარმოებულის გარეშე, რომლის ზოგადი ამოხსნა ცნობილია

$$x = a \sin(kt + \alpha), \quad (14.30)$$

სადაც  $a$  და  $\alpha$  ნებისმიერი მუდმივებია. ამრიგად, ჩვენ მივიღეთ პარამონიული რხევის განტოლება.

$a$  და  $\alpha$ -ს მოსაძებნად გავაწარმოთ (14.30) ტოლობა  $t$ -თი

$$v = \frac{dx}{dt} = ak \cos(kt + \alpha) \quad (14.31)$$

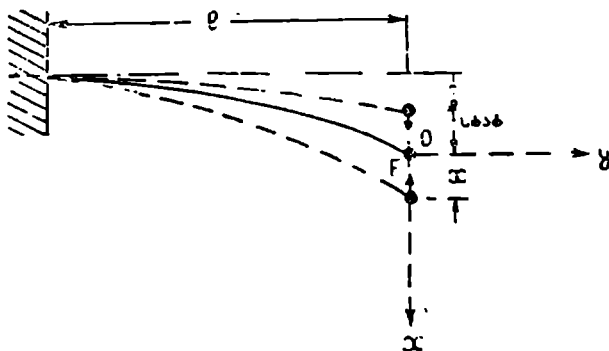
და ვისარგებლოთ საწყისი პირობებით, როდესაც  $t=0$ ,  $v=v_0$  და  $x=x_0$ . მე-(14.30 და 14.31) განტოლებებიდან მივიღებთ

$$x_0 = a \sin \alpha \quad \text{და} \quad v_0 = ak \cos \alpha,$$

საიდანაც

$$a = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{k^2}} \quad \text{და} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{kx_0}{v_0} \quad (14.32)$$

თუ აღებული კონსოლუტი კოქი (ნახ. 14.12) იმყოფება ჰორიზონტალურ მდგომარეობაში, დეფორმაციის გამო რხევის ცენტრი  $O$  წერტილი გადაადგილებს ვერტიკალურად ქვევით  $Q$  ტვირთის მოქმედების გამო, რადგანაც



ნახ. 14.12

$Q$  ტვირთი და დრეკადი ძალები წონასწორობაში არიან, აღნიშნული შემთხვევა არაფრით არ განსხვავდება ზემოთხსენებული შემთხვევისაგან, ე. ი.

უნდა ვიგულისხმოთ, რომ ტვირთი  $Q$  განიცდის ჰარმონიულ რხევას  $O$  წერტილის მიმართ, ეს კი იწვევს იმას, რომ ქვედა მიმართულებით მაქსიმალური დეფორმაციის მნიშვნელობა ტოლი იქნება

$$f_{\text{ღიწ}} = f_{\text{სტ}} + a \quad \text{ანუ} \quad f_{\text{ღიწ}} = f_{\text{სტ}} \left( 1 + \frac{a}{f_{\text{სტ}}} \right) \quad (14.33)$$

და რადგანაც პროპორციულობის საზღვრებში ძაბვა და დეფორმაცია ერთმანეთის პროპორციულია, გვექნება

$$\sigma_{\text{ღ}} = \sigma_{\text{სტ}} \left( 1 + \frac{a}{f_{\text{სტ}}} \right), \quad (14.34)$$

სიმტკიცის პირობას ექნება შემდეგი სახე

$$\sigma_{\text{ღ}} = \sigma_{\text{სტ}} \left( 1 + \frac{a}{f_{\text{სტ}}} \right) \leq [\sigma], \quad (14.35)$$

საიდანაც

$$\sigma_{\text{სტ}} \leq \frac{[\sigma]}{1 + \frac{a}{f_{\text{სტ}}}}. \quad (14.36)$$

როგორც (14.36) ტოლობიდან ჩანს, დინამიკური ანგარიში რხევის დროს შეიძლება შევცვალოთ სტატიკურით, თუ დასაშვებ ძაბვას  $[\sigma]$ -ს შევამცირობთ  $\left( 1 + \frac{a}{f_{\text{სტ}}} \right)$  დინამიკურობის კოეფიციენტით.

განვსაზღვროთ რხევის პერიოდი  $T$ ; ამისათვის ვისარგებლოთ (14.30) განტოლებით

$$x = a \cdot \sin(kt + \alpha).$$

თუ დროს გავზრდით ერთი პერიოდით, მაშინ სრულდება ერთი მთლიანი ციკლი, ანუ 'კუთხე (14.30) განტოლებაში უნდა გაიზარდოს  $2\pi$  რადიანით, ე. ი.

$$[k(t+T) + \alpha] - (kt + \alpha) = 2\pi,$$

აქედან

$$kT = 2\pi \quad T = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{c}{m}}}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}}.$$

საბოლოოდ ჩამოვიღებთ

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}}, \quad (14.37)$$

სადაც  $m$  არის რხევადი სხეულის მასა და  $c$  პროპორციულობის კოეფიციენტი.

(14.37) ფორმულას შეიძლება მივცეთ სხვა სახეც.  $F$  ძალის მაგივრად



(14.27) ფორმულაში შევიტანოთ  $Q$  ძალა, რადგანაც დრეკადი ძალა ძელის წონასწორობის დროს ტოლი იქნება გარე  $Q$  ტერითისა, ხოლო  $x$ -ის მაგიერად შესაფერის გადაადგილებას  $f_{\text{სტ}}$  თუ გამოვთვლით, მაშინ ჩვენ მივიღებთ

$$Q = c \cdot f_{\text{სტ}} \text{ ან } c = \frac{Q}{f_{\text{სტ}}} \text{ და რადგანაც } m = \frac{Q}{g}, \text{ საბოლოოდ } (14.37)$$

ფორმულა მიიღებს სახეს

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{f_{\text{სტ}}}{g}}, \quad (14.38)$$

სადაც  $f_{\text{სტ}}$  წარმოადგენს  $Q$  ძალით გამოწვეულ სტატისტიკურ დეფორმაციას. (14.38) ფორმულით ჩვენ ვინაგარიშებთ, საკუთარი რხევის პერიოდს მოცემული კოქისათვის.

### ბ. მიღევა დი რ ხ ე ვ ა

წინა განხილულ შემთხვევაში მხედველობაში არ მივიღეთ ის წინააღმდეგობა, რომელსაც ადგილი აქვს რხევის დროს. წინააღმდეგობა შეიძლება გამოწვეული იყოს ხახუნით, ჰაერის წინააღმდეგობით და სხვ., ეს წინააღმდეგობანი ყოველთვის იქნება მოძრაობის საწინააღმდეგოდ მიმართული და სიჩქარის პროპორციული

$$R = -\mu v = -\mu \frac{dx}{dt}$$

თუ ამ ფაქტორსაც შევიტანთ მოძრაობის დიფერენციალურ განტოლებაში, უკანასკნელს ექნება შემდეგი სახე

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -cx - \mu v,$$

ანუ

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \mu \frac{dx}{dt} + cx = 0. \quad (14.39)$$

თუ გავყოფთ  $m$ -ზე, განტოლების ორივე მხარეს და შემოვიტანთ აღნიშვნებს

$$\frac{c}{m} = k^2 \text{ და } \frac{\mu}{m} = 2n, \text{ გვექნება}$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2n \frac{dx}{dt} + k^2 x = 0. \quad (14.40)$$

თუ  $k > n$ -ზე და შემოვიტანთ აღნიშვნას  $n^2 - k^2 = k_1^2$ , ერთგვაროვანი დიფერენციალური განტოლების ზოგად ამოხსნას ექნება შემდეგი სახე

$$x = ae^{-nt} \sin(k_1 t + \alpha).$$

აქაც ისე, როგორც წინა შემთხვევაში, შეიძლება მოვძებნოთ  $a$ ,  $\alpha$  მუდმივების მნიშვნელობა. რხევის პერიოდი  $T$  კი იქნება ტოლი

$$T = \frac{2\pi}{k_1} = \frac{2\pi}{\sqrt{n^2 - k^2}}, \quad (14.41)$$

როგორც ჰარმონიული რხევის დროს, მასა  $m$  იმოძრავებს  $O$  წერტილის მიმართ, ოღონდ იმ განსხვავებით, რომ ამპლიტუდა ( $ae^{-\mu t}$ ) დროის განმავლობაში სწრაფად მცირდება, ამიტომაც აღნიშნულ რხევით ძრაობას მიღწევადი ეწოდება.

მაქსიმალურ ამპლიტუდას ქრობადი რხევის დროს ექნება ადგილი, როდესაც  $t = 0$ ; დაბევბი და დეფორმაციები ამ შემთხვევაში იანგარიშება ისევე, როგორც ჰარმონიული რხევის დროს.

### გ. იძულებითი რხევითი ძრაობა

იძულებითი რხევა შეიძლება გამოვიწვიოთ გაუწონასწორებელი  $Q_1$  ტვირთით, რომელიც ბრუნავს  $\omega$  მუდმივი კუთხური სიჩქარით  $O$  წერტილის გარშემო. (ნახ. 14.13) ვერტიკალური მდგენელი  $H$  ძალის ტოლი იქნება

$$S = H \cdot \sin \varphi,$$

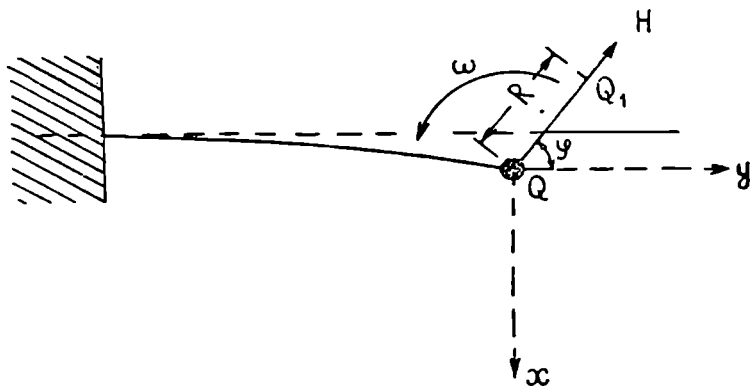
სადაც  $H$  გამოითვლება

$$H = \frac{Q_1}{g} \omega^2 R,$$

ხოლო

$$\varphi = \omega t, \quad \text{სადაც } \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

$\omega$  წარმოადგენს წრიულ სიხშირეს, ანუ, როგორც აღვნიშნეთ, იმავე კუთხურ სიჩქარეს. ვინაიდან ამღვწნები ძალა იწვევს რხევას, ამიტომ მის საწინააღმდეგოდ იქნება მიმართული ღრეკადი ძალა  $F$  და წინააღმდეგობა  $R$ .



ნახ. 14 13

მოძრაობის დიფერენციალური განტოლება დაიწერება

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -F - R + S$$

ან

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + cx + \mu \frac{dx}{dt} = H \sin \omega t.$$

თუ განტოლების ორივე მხარეს გავყოფთ  $m$ -ზე და შემოვიტანთ აღნიშვნებს  $\frac{c}{m} = k^2$ ,  $\frac{\mu}{m} = 2n$  და  $\frac{H}{m} = h$ , გვექნება

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2n \frac{dx}{dt} + k^2x = h \sin \omega t. \quad (14.42)$$

ჩვენ მივიღეთ არაერთგვაროვანი მეორე რიგის წრფივი დიფერენციალური განტოლება მუდმივი კოეფიციენტებით.

(14.42) განტოლების ზოგად ამოხსნას ექნება შემდეგი სახე

$$x = x_1 + x_2, \quad (14.43)$$

სადაც  $x_1$  წარმოადგენს ერთგვაროვანი დიფერენციალური განტოლების ზოგად ამოხსნას და ეს ტოლია

$$x_1 = ae^{-nt} \sin(k_1t + \alpha),$$

ხოლო  $x_2$  წარმოადგენს (14.42) განტოლების კერძო ამოხსნას. (14.42) დიფერენციალური განტოლების კერძო ამოხსნა მოენახოთ შემდეგი სახით

$$x_2 = b \sin(\omega t + \beta). \quad (14.44)$$

აქ მოსაძებნი  $b$  პერიოდი და  $\beta$  საწყისი ფაზა მუდმივი სიდიდეებია. ვიპოვოთ  $x_2$ -ის პირველი და მეორე წარმოებულნი

$$\frac{dx_2}{dt} = b\omega \cos(\omega t + \beta), \quad \frac{d^2x_2}{dt^2} = -b\omega^2 \sin(\omega t + \beta)$$

და შევიტანოთ (14.42) გამოთქმაში, მივიღებთ

$$-b\omega^2 \sin(\omega t + \beta) + 2nb\omega \cos(\omega t + \beta) + k^2b \sin(\omega t + \beta) = h \sin \omega t.$$

გამარტივებისათვის შემოვიტანოთ აღნიშვნა  $\omega t + \beta = \Theta$ , მაშინ გვექნება

$$b(k^2 - \omega^2) \sin \Theta + 2nb\omega \cos \Theta = h \sin(\Theta - \beta)$$

ან

$$b(k^2 - \omega^2) \sin \Theta + 2n\omega b \cos \Theta = h \sin \Theta \cos \beta - h \cos \Theta \sin \beta.$$

რადგანაც ეს ტოლობა უნდა დაკმაყოფილებული იყოს ნებისმიერი  $t$ -თვის, ამისათვის კოეფიციენტები  $\sin \Theta$  და  $\cos \Theta$  ორივე მხარეს თანატოლი უნდა იყოს, ე. ი.

$$h \cos \beta = b(k^2 - \omega^2) \quad \text{და} \quad h \sin \beta = 2nb\omega.$$

ამ განტოლებებიდან ჩვენ განვსაზღვრავთ  $b$  და  $\beta$ -ს მნიშვნელობებს.

$$b = \frac{h}{\sqrt{(k^2 - \omega^2)^2 + 4n^2\omega^2}} \quad \text{და} \quad \operatorname{tg} \beta = -\frac{2n\omega}{k^2 - \omega^2} \quad (14.45)$$

და საბოლოოდ (14.42) განტოლების ზოგადი ამოხსნა მიიღებს სახეს

$$x = ae^{-nt} \sin(k_1t + \alpha) + b \sin(\omega t + \beta). \quad (14.46)$$

(14.45) განტოლების პირველი წევრი წარმოადგენს მიღევად რხევას და ნცირე დროის შემდეგ მისი რხევის ამპლიტუდა გაუტოლდება ნულს. მაქსიმალური რხევის ამპლიტუდა საბოლოოდ გახდება  $b$ -ს ტოლი. შევისწავლოთ  $b$ -ს ცვალებადობა უფრო დაწვრილებით. ამისათვის (14.45) ფორმულაში  $b$ -ს მნიშვნელი და მრიცხველი  $k^2$ -ზე გავყოთ.

$$b = \frac{\frac{h}{k^2}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{k^2}\right)^2 + \frac{4n^2}{k^2} \frac{\omega^2}{k^2}}} \quad (14.47)$$

სიდიდე  $\frac{h}{k^2}$  აღენიშნოთ  $b_0$ , ხოლო ფარდობა  $\frac{\omega}{k}$  აღენიშნოთ  $\lambda$ -თი. მაშინ (14.47) განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს

$$b = \frac{b_0}{\sqrt{(1 - \lambda^2)^2 + 4 \frac{\lambda^2 n^2}{k^2}}} \quad (14.48)$$

გამოვარკვიოთ თუ  $\lambda = \frac{\omega}{k}$ , რომელი მნიშვნელობისათვის  $b$  მიიღებს მაქსიმალურ ან მინიმალურ მნიშვნელობას. ამისათვის შევისწავლოთ ფესქვეშა გამოსახულება

$$f(\lambda) = (1 - \lambda^2)^2 + \frac{4\lambda^2 n^2}{k^2};$$

ამ ფუნქციის პირველი და მეორე წარმოებული იქნება

$$f'(\lambda) = 4\lambda \left( \lambda^2 - 1 + \frac{2n^2}{k^2} \right),$$

$$f''(\lambda) = 4 \left( 3\lambda^2 - 1 + \frac{2n^2}{k^2} \right),$$

თუ გაუტოლებთ პირველ წარმოებულს ნულს, გექნება

$$\lambda \left( \lambda^2 - 1 + \frac{2n^2}{k^2} \right) = 0,$$

რომლის ფესვებიც იქნება,  $\lambda_1 = 0$  და

$$\lambda_{2,3} = \pm \sqrt{1 - \frac{2n^2}{k^2}}, \quad (14.49)$$

რადგანაც  $\frac{2n^2}{k^2} < 1$ , ფესქვეშა გამოსახულება არს რიცხვს წარმოადგენს.

თუ მეორე წარმოებულში შევიტანთ  $\lambda_1$  და  $\lambda_{2,3}$  მნიშვნელობას, გვექნება

$$f''(\lambda_1) = 4 \left( \frac{2n^2}{k^2} - 1 \right) < 0,$$

$$f''(\lambda_{2,3}) = 8 \left( 1 - \frac{2n^2}{k^2} \right) > 0,$$

ე. ი. როდესაც  $\lambda = 0$  ანუ  $\omega = 0$ ,  $f(\lambda)$  აღწევს მაქსიმუმს, ხოლო  $b$  მინიმუმს და როდესაც

$$\lambda = \sqrt{1 - \frac{2n^2}{k^2}} \quad \text{ანუ} \quad \omega = \sqrt{k^2 - 2n^2}$$

$f(\lambda)$  აღწევს მინიმუმს და  $b$  მაქსიმუმს, ე. ი. როდესაც იძულებითი რხევის რიცხვი იცვლება 0-დან  $\omega = \sqrt{k^2 - 2n^2}$ -მდე, რხევის ამპლიტუდა იცვლება  $b_{\min}$ -დან  $b_{\max}$ -მდე, ხოლო  $\omega$ -ს შემდგომი გაზრდა იწვევს რხევის პერიოდის შემცირებას.

როგორც აღვნიშნეთ (14.49), ამპლიტუდა აღწევს მაქსიმუმს, როდესაც

$$\lambda = \frac{\omega}{k} = \sqrt{1 + \frac{n^2}{k^2}}.$$

თუ მიღვევადობის კოეფიციენტი  $n$  მცირეა (პრაქტიკულად ასეც არის), მაშინ  $\frac{n^2}{k^2}$  ერთთან შედარებით იმდენად მცირე იქნება, რომ შეიძლება ის მხედველობაში აღარ მივიღოთ და გვექნება

$$\frac{\omega}{k} \approx 1 \quad \text{ან} \quad \omega \approx k,$$

ე. ი. მაქსიმალური რხევის ამპლიტუდას მივიღებთ მაშინ, როდესაც იძულებით რხევათა რიცხვი თითქმის ტოლია საკუთარ რხევათა რიცხვისა.

როდესაც იძულებით და საკუთარ რხევათა რიცხვები ტოლია, მაშინ ადგილი აქვს რეზონანსის მოვლენას.

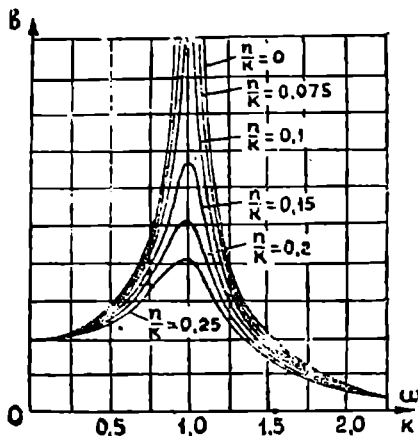
ნახ. 14.14-ზე მოცემულია ამპლიტუდის ცვალებადობა, როდესაც იცვლება  $\omega$  იძულებითი რხევის რიცხვი და მიღვევადობის კოეფიციენტი  $n$ . როგორც ნახაზიდან ჩანს, როდესაც  $\frac{\omega}{k} \approx 1$  და  $n \rightarrow 0$ , მაშინ (14.47) ფორმულა გვაძლევს

$$b_{\max} = \frac{\frac{b}{k^2}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{k^2}\right)^2 + \frac{4n^2}{k^2} \frac{\omega^2}{k^2}}} = \frac{b}{2nk}$$

და  $b_{\max} \rightarrow \infty$ , ე. ი. მცირე აღმგზნებმა ძალამ რეზონანსის შემთხვევაში, რო-

დესაც მიღვეადობის კოეფიციენტი პატარაა, შეიძლება მოგვეცეს უსასრულოდ დიდი დეფორმაციები და ძაბვები, რასაც შეიძლება მოყვეს კონსტრუქციის დარღვევა.

(14.47) ფორმულიდან შეიძლება კიდევ ერთი საინტერესო დასკვნა გააკეთოთ, როგორც აღვნიშნეთ, თუ იძულებითი რბევის სიხშირე  $\omega$  პატარა სიდიდეს



ნახ. 14.14

და თუ შევიტანთ მნიშვნელობებს

$$h = \frac{H}{m} \quad \text{და} \quad k^2 = \frac{c}{m},$$

გვექნება

$$b_{\min} = \frac{H}{c};$$

ე. ი. ამპლიტუდა  $b$  რიცხობრივად მივიღეთ  $H$ -ის, როგორც სტატიკურად დატვირთვით გამოწვეული დეფორმაციის ტოლი (სადაც  $H$ -ის სიდიდე, რადგანაც რადიალური აჩქარება  $\omega^2 R$  ნულის ტოლია, სიდიდით ტოლია

$Q_1$  ტვირთის), ე. ი. თუ იძულებითი რბევის რიცხვი შედარებით საკუთარი რბევის რიცხვთან ძალიან მცირეა, იძულებითი რბევის გამოწვევს  $H$  ძალას ვიანგარიშებთ, როგორც სტატიკურად მოქმედ ძალას  $H = Q_1$  და პირიქით, თუ იძულებითი რბევის რიცხვი ძალიან დიდია, შედარებით საკუთარ რბევით რიცხვთან (ფორ. 14.47) ამპლიტუდა ტოლია ნულის, ე. ი. რბევით გამოწვეული ძაბვები ნულია.‡

ეს უკანასკნელი თვისება გამოყენებულია სხვადასხვა სახის რბევის მშთანთქმელებში. მანქანათა მშენებლობაში ამის მაგალითია ამორტიზატორი იძულებით რბევათა რიცხვი აქ წარმოდგენილია გზის გრძივი პროფილით გამოწვეული რესორის რბევა, ხოლო რესორის საკუთარ რბევათა რიცხვი მიჩნეულია ამორტიზატორის რბევათა რიცხვი. როგორც ვხედავთ, იძულებით რბევათა რიცხვი საკმაოდ დიდი სიდიდესა საკუთარ რბევათა რიცხვზე, ეს კი იწვევს რბევის ამპლიტუდის საგრძნობ შემცირებას.

## § 6. დასაშვები ძაბვის შერჩევა სტატიკური დატვირთვის დროს

საანგარიშო ელემენტზე, როდესაც მოქმედებს სტატიკური დატვირთვა, დასაშვები ძაბვის შერჩევა არ არის რთული საქმე. სახელდობრ, თუ ელემენტი წარმოადგენს პლასტიკურ მასალას დასაშვებ ძაბვას განვსაზღვრავთ ფორმულით

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{დ}}}{k_{\text{დ}}},$$

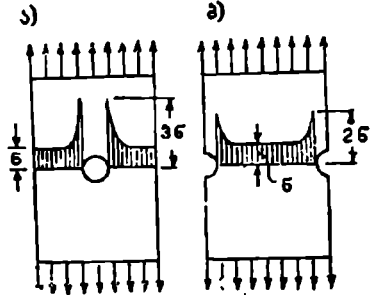
სადაც  $\sigma_{\text{დ}}$  არის დენადობის ზღვარი, ხოლო  $k_{\text{დ}}$  — ძირითადი მარაგის კოეფიციენტი და, როგორც აღვნიშნეთ, უკანასკნელი იცვლება საზღვრებში  $1,4 \div 1,6$ .

მეიფე მასალისაგან დამზადებული ელემენტისათვის, რომელზედაც მოქმედებს სტატიკური დატვირთვა, დასაშვები ძაბვა განისაზღვრება ანალოგიურად

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{დრ}}}{k_{\text{დრ}}}$$

სადაც  $\sigma_{\text{დრ}}$  წარმოადგენს დრრებით ძაბვას, ხოლო  $k_{\text{დრ}}$  შესაფერისი ძირითადი მარაგის კოეფიციენტი. მარაგის კოეფიციენტს ამ შემთხვევაში ვიღებთ უფრო დიდს  $2,5 \div 3,0$ .

თუ სტატიკური დატვირთვისას ღეროს განივიკვეთი მის სიგრძემდე განიკდის მკვეთრ ცვლილებას, მარაგის კოეფიციენტის შერჩევისას საჭიროა მხედველობაში მივიღოთ უკანასკნელი. ნახ. 14.15-ზე მოცემულია თუ როგორ იცვლება ღეროს კვეთში ძაბვების სიდიდე, როდესაც კვეთი შესუსტებულია ხერეტილით ან ამონაპერებით. როგორც ნახაზიდან ჩანს, ხერეტილთან ან ამონაპერებთან ახლოს მკირე ფართობზე ადგილი აქვს საკმაოდ დიდ ძაბვებს. ხერეტილით შესუსტების შემთხვევაში მაქსიმალური ძაბვა სამკერ მერთა, ხოლო ამონაპერების შემთხვევაში ორკერ მერთა, ვიდრე საშუალო ნორმალური ძაბვა. ვინაიდან აღნიშნული მაქსიმალური ძაბვა ნაწილდება მკირე ფართობზე, მას უწოდებენ ადგილობრივ ძაბვას ან ამბობენ, რომ ადგილი აქვს ძაბვების კონცენტრაციასო.



ნახ. 14.15

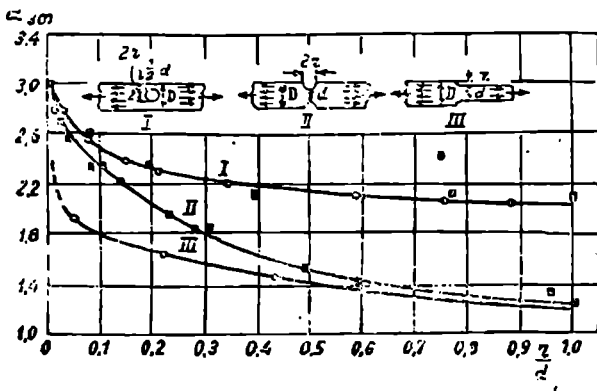
ადგილობრივი ძაბვის მაქსიმალური სიდიდის ფარდობას საშუალო ძაბვასთან შესუსტებულ კვეთში უწოდებენ ძაბვის კონცენტრაციის კოეფიციენტს და აღინიშნება  $\alpha_3$ .

$$\alpha_3 = \frac{\sigma_{\text{max}}}{\sigma} \quad (14.50)$$

კონცენტრაციის კოეფიციენტი იმდენად დიდია, რამდენადაც მკვეთრია განივიკვეთის ფართის ცვალებადობა. აღნიშნულ კოეფიციენტს ადგენენ თეორიულად. დრკადლობის თეორიის დახმარებით ან ექსპერიმენტალურად პოლარიზაციის მეთოდით. უნდა აღინიშნოს, რომ აღნიშნული ორივე ხერხით მიღებული შედეგები ერთმანეთს კარგად ემთხვევა. ვინაიდან კონცენტრაციის კოეფიციენტს საზღვრავენ თეორიულად, უკანასკნელს უწოდებენ ძაბვის კონცენტრაციის თეორიულ კოეფიციენტს და აღნიშნავენ  $\alpha_{30}$ .

კონცენტრაციის თეორიული კოეფიციენტი  $\alpha_{30}$  დამოკიდებულია კვეთის

ფორმის ცვლაზე, გარე დატვირთვის ხასიათზე და არ ითვალისწინებს მასალის თვისებებს. როგორც ქვემოთ დავრწმუნდებით ადვილობრივი ძაბვების მნიშ-



ნახ. 14.16

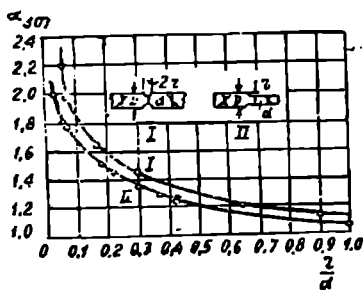
ენელობის დადგენისას საჭიროა აგრეთვე მივიღოთ მხედველობაში მასალის თვისებები.

თუ კვეთში ადგილი აქვს ადვილობრივ ძაბვებს, დასაშვებ ძაბვას გამოთვლიან ფორმულით

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{დ}}{k_{დ} \alpha_{კთ}}, \quad (14.51)$$

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{დრ}}{k_{დრ} \alpha_{კთ}}. \quad (14.52)$$

ქვემოთ მოგვყავს კონცენტრაციის თეორიული კოეფიციენტის მნიშვნელობები სხვადასხვა კვეთისათვის, სხვადასხვა დეფორმაციის შემთხვევაში.



ნახ. 14.17

ლობა სუფთა ლუნვის შემთხვევისათვის. ცხრილის სახით მოგვყავს თეორიული კოეფიციენტის მნიშვნელობა მრგვალი ფორმის ღეროებისათვის.

ნახ. 14.16 და 14.17-ზე მოცემულია ბრტყელი ნიშუშებისათვის კონცენტრაციის თეორიული კოეფიციენტი  $\alpha_{კთ}$  (ნახ. 14.16) ნაჩვენებია, თუ გაკიშვა-კუმშვის დროს, როდესაც კვეთი შესუსტებულია ხერხეილით, ამონაჭრით ან როდესაც კვეთის ზომები იცვლება არშიის ან სათელის საშუალებით, როგორ იცვლება კონცენტრაციის თეორიული კოეფიციენტი. ნახ. 14.17-ზე მოცემულია კონცენტრაციის თეორიული კოეფიციენტის მნიშვნე-



1. ლუნვა, გაკვიმვა

ა. ნახევრად წრიული ამონაჭრები ლეროზე, ამონაჭრის რადიუსისა და ლეროს მცირე დიამეტრის სხვადასხვა ფარდობისას.

0,1	.	2,0
0,5	.	1,6
1,0	.	1,2
2,0	.	1,1

ბ. არშიის რადიუსისა და ლილვის მცირე დიამეტრისა სხვადასხვა ფარდობისას

0,0625	.	1,75
0,125	.	1,50
0,25	.	1,20
0,5	.	1,10

გ. სწორი კუთხით გადასულა

დ. V-სებრი ამონაჭერი . . . . . 2,0

ე. ერთდღეშიანი ხრახნი . . . . . 3,0

ვ. ხვრეტილი, რომლის დიამეტრის ფარდობა ლეროს დიამეტრთან ტოლია  $0,1 \div 0,33$  . . . . . 2,0

ზ. კაწრული საჭრისით დატენილი ლეროს ზედაპირზე . . . . .  $1,2 \div 1,4$

2. გრევა

ა. არშია ანუ სათელი, როდესაც არშიის რადიუსისა და ლილვის მცირე დიამეტრის ფარდობაა.

0,02	.	1,8
0,10	.	1,2
0,2	.	1,1
ზრნები სოგმანისათვის	.	$1,6 \div 2$

სტატიკური დატვირთვისას საჭიროა გავეთვალისწინოთ თუ როგორ გაუღენასი იხდენს მასალის თვისებები კონცენტრაციის თეორიულ კოეფიციენტზე.

როგორც ირკვევა, პლასტიკური მასალებისათვის ადგილობრივი ძაბვები შეიძლება მხედველობაში არ მივიღოთ, ეს გამოწვეულია შემდეგით: როდესაც პლასტიკურ მასალის კვეთში ადგილობრივი ძაბვა მიაღწევს დენადობის ზღვარს, მოკმედი ძალის შემდეგი ზრდით ადგილი ექნება დეფორმაციის ზრდას ძაბვის გადიდების გარეშე, ხოლო კვეთის დანარჩენ წერტილებში ძაბვები იწყებენ ზრდას მანამდე, სანამ უკანასკნელნი არ გაუთანასწორდებიან დენადობის ზღვარს. როდესაც გარე ძალა მიაღწევს გარკვეულ სიდიდეს, კვეთში ძაბვები იქნებიან გათანაბრებულნი და ამიტომ პლასტიკურ მასალებში ადგილობრივი ძაბვები არ არის საშიში. გამონაკლისს წარმოადგენს პლასტიკური მასალები, რომელთაც ახასიათებთ, მკვეთრი ჩანაჭრები და ბზარები, აღნიშნული ელემენტის კვეთებში ადგილი არა აქვს პლასტიკური დეფორმაციის გავრცელებას, ე. ი. არ ხდება ძაბვების გათანაბრება და, ცხა-

დია, აქ კონცენტრაციის თეორიული კოეფიციენტი დასაშვები ძაბვის დადგენისას მხედველობაში უნდა იქნეს მიღებული.

როგორც ცნობილია, მყიფე მასალას წარმოადგენს ნაწრთობი ფოლადი, აღნიშნულ მასალაში ადგილი არა აქვს ძაბვების გათანაბრების მოვლენას და თუ მხედველობაში არ მივიღებთ ძაბვების კონცენტრაციის დასაშვები ძაბვის დადგენისას, უკანასკნელი შეიძლება დაირღვეს მაშინაც, როდესაც შესუსტებულ კვეთში საშუალო ძაბვა ნაკლები იქნება დასაშვებზე.

თუჯი, როგორც ცნობილია, მყიფე მასალაა, მაგრამ კვეთის მკვეთრი შესუსტებისას კონცენტრაციის თეორიულ კოეფიციენტს მხედველობაში არ ვღებულობთ. ეს გამოწვეულია თუჯის მსხვილმარცვლიანი სტრუქტურით, უკანასკნელში, როგორც ირკვევა, ძაბვების კონცენტრაციას ადგილი აქვს მაშინაც, როდესაც კვეთი სიგრძეზე რჩება უცვლელი.

## § 7. ნიშანცვლადი დატვირთვის დროს დასაშვები ძაბვის შერჩევა

### ა. და დლილობა და და დლილობის ზღვარის და დგენა სიმეტრიული ციკლისას

ნიშანცვლად დატვირთვას განიცდის მანქანის ისეთი ელემენტები, როგორც არის: ვაგონის ლერძი, რელსი, რესორი, დგუშის შტოკი, ლილვი და სხვ.

ჯერ კიდევ ერთი საუკუნის წინ შემჩნეული იყო, რომ ნიშანცვლადი დატვირთვის დროს მანქანის ნაწილები განიცდიან დარღვევას, უფრო ადრე, ვიდრე მის კვეთში ძაბვა მიაღწევს სიმტკიცის ზღვარს.

იმ დროს, როდესაც ინჟინრებმა მიაქციეს ყურადღება ნიშანცვლადი დატვირთვით გამოწვეულ დარღვევას, არ ჰქონდათ ნათელი წარმოდგენა ლითონის აგებულებაზე. ფიქრობდნენ თითქოს პლასტიკური მასალები შედგებოდა ბოჭკოსებრი, ხოლო მყიფე კრისტალური სტრუქტურისაგან. რადგანაც დარღვევა არ ხდებოდა უეცრად, არამედ მანქანის მუშაობის გარკვეული დროის შემდეგ, წარმოიშვა აზრი, თითქოს ნიშანცვლადი დატვირთვის დროს მასალები „იღლებიან“, რის შედეგადაც იცვლიან თავის სტრუქტურას და პლასტიკური მდგომარეობიდან გადადიან მყიფე მდგომარეობაში.

დარღვევის ხასიათი თითქოს ადასტურებდა ზემომოყვანილ აზრს. თუ ჩვენ ავიღებთ ლუნვაზე მომუშავე ფოლადის ლეროს, რომელზეც მოქმედებს ნიშანცვლადი დატვირთვა, დარღვევის შემდეგ შევამჩნევთ ორ ზონას: გარე ზონას, რომელიც წარმოადგენს გაკრიალებულ ზედაპირს და შიდა ზონას — მსხვილმარცვლოვან ზედაპირს, რომელიც მყიფე მასალის დამახასიათებელია. ცდებით დადასტურდა, რომ ნიშანცვლად დატვირთვაზე მომუშავე მასალა დარღვევის შემდეგ არ იცვლის არც მექანიკურ მახასიათებლებს და არც სტრუქტურას.

მანქანის ნაწილების დარღვევა გამოწვეული ნიშანცვლადი დატვირთვით, დღეისათვის ახსნილია საკმაოდ კარგად. მრავალრიცხოვანი ცდებით დადასტურებულია, რომ, როდესაც ცვალებადი ძაბვის სიდიდე გადააჭარბებს გარკვეულ სიდიდეს, დატვირთვის ცვალებადობის გარკვეული რიცხვისას კვეთში

წარმოიშევა ბზარები. ბზარები უმეტეს შემთხვევაში ჩნდება ელემენტის ზედაპირზე იქ, სადაც ადგილი აქვს უდიდეს დაბევს ან იმ ადგილებში, სადაც ზედაპირი დაზიანებულია. აღნიშნული ბზარი დასაწყისში თვალთ შეუმჩნეველია, ხოლო შემდეგ გაღრმავებას იწყებს, რის შედეგადაც კვეთის ფართობი იმდენად მცირდება, რომ საკმარისია მცირე ძალადაც კი, რომ ელემენტი დაირღვეს. ბზარების ორივე მხარეს მდებარე ზედაპირები, ნიშანცვლადი დატვირთვის გამო ერთმანეთს ეხახუნებიან და ამიტომ კვეთის I ნაწილი წარმოადგენს გაპრიალებულ ზედაპირს. ბზარის წარმოშობის გამო ადგილი აქვს ელემენტის კვეთის მკვეთრ ცვლას, რაც თავისთავად წარმოქმნის ბზარის შიგნითა ნაწილში დაბევის კონცენტრაციას.

დაბევის კონცენტრაციის ადგილას მასალა აღმოჩნდება მოცულობით დაძაბულ მდგომარეობაში, რასაც თან სდევს მასალის დარღვევის მყიფე ხასიათი. ამით აიხსნება შიდა ზონის მსხვილმარცვლოვანი სტრუქტურა.

ის აზრი, თითქოს ნიშანცვლადი დატვირთვის დროს მასალა ირღვევა „დაღლილობის“ შედეგად, როგორც ჩანს, მოკლებულია ყოველგვარ ფიზიკურ აზრს. სწორი იქნება თუ ჩვენ ვიტყვი, რომ ნიშანცვლადი დატვირთვის დროს მასალა ირღვევა ბზარის თანდათანობით გაღრმავების შედეგად. ვინაიდან გამოთქმა „ბზარის თანდათანობითი გაღრმავება“ საკმაოდ რთულია, ამიტომ შეთანხმდნენ რომ აღნიშნულ ბზარს პირობით უწოდონ დაღლილობის ბზარი.

ჩვენ შევისწავლოთ ჯერჯერობით ისეთი ნიშანცვლადი დატვირთვა, რომლის დროსაც, დადებითი და უარყოფითი მაქსიმალური დაბევის სიდიდეები თანატოლია (როგორც ცდებიდან დასტურდება, მასალის სიმეტრიულზე არ ახდენს გავლენას ის თუ რა კანონით იცვლება დაბევა მაქსიმალური მნიშვნელობიდან მინიმალურ მნიშვნელობამდე). ე. ი. ჩვენ შევისწავლით ნიშანცვლად დატვირთვას, რომელსაც აქვს სიმეტრიული ციკლი.

გავარკვიოთ, თუ სიმეტრიული ციკლისას რა ფაქტორებზეა დამოკიდებული მასალის სიმეტრიე. ცდით დადასტურებულია, რომ დაღლილობის ბზარი ჩნდება ნიშანცვლადი დატვირთვის დროს; მაგრამ უნდა შევნიშნოთ ისიც, რომ დიდი რაოდენობა მანქანის ელემენტებისა ასრულებენ თავიანთ დანიშნულებას საკმაოდ დიდი დროის განმავლობაში, როდესაც მასზე მოქმედებს ნიშანცვლადი დატვირთვები, აქედან გამომდინარე უნდა ვიფიქროთ, რომ დაღლილობის ბზარის წარმოშობისათვის საკმარისი არ არის მარტო დაბევის ცვალებადობა, გარდა დაბევის ცვალებადობისა საჭიროა მაქსიმალურმა დაბევა გოდააქარბოს გარკვეულ სიდიდეს, რომელსაც უწოდებენ დაღლილობის ზღვარს ან ამტანიანობის ზღვარს.

დაღლილობის ზღვარი ეწოდება ცვალებადი დაბევის იმ მაქსიმალურ მნიშვნელობას, რომელიც შეუძლია მასალამ მიიღოს, რაგინდ დიდი არ იყოს ნიშანცვლადი დატვირთვის ციკლების რაოდენობა.

დაღლილობის ზღვარს დაადგენენ ცდების საშუალებით, ამისათვის იღებენ ფოლადის ნიმუშებს ( $6 \div 10$  ცალის რაოდენობით), რომელთა დიამეტრი არ აღემატება ( $7 \div 10$ ) მმ და რომელთაც აქვთ გაპრიალებული ზედაპირი

აღნიშნული ნიმუშების ფორმა ისე უნდა იყოს შერჩეული, რომ უკანასკნელთ არ უნდა ახასიათებდეთ განივკვეთის ფართობის მკვეთრი ცვალებადობა.

სპეციალური მანქანების საშუალებით გამოსაცდელ ნიმუშებზე ემოქმედებთ ნიშანცვლადი სიმეტრიული დატვირთვით ისე, რომ გვექონდეს საშუალება ვცვალოთ დატვირთვის სიდიდე. გამოსაცდელ მანქანებს აქვთ მოწყობილი წითვლელები, რომლითაც ვივებთ ნიშანცვლადი დატვირთვის ციკლების რაოდენობას.

კერძოდ, იმისათვის, რომ დავადგინოთ დალილობის ზღვარი ღუნეისას, იღებენ გამოსაცდელ ნიმუშს, რომლის ერთ ბოლოს ჩაამაგრებენ და აბრუნებენ, ხოლო მეორე თავისუფალ ბოლოზე საკისრის საშუალებით დაკიდებენ ტვირთს. ნიმუშს აბრუნებენ  $2000 \pm 3000$  ბრ/წ. ნიმუშის თითოეული შემობრუნებისას მაქსიმალური ძაბვის მნიშვნელობა აღებულ წერტილში იცვლება სიმეტრიულად დადებითი მაქსიმალური მნიშვნელობიდან უარყოფით მაქსიმალურ მნიშვნელობამდე. გამოსაცდელი ნიმუშის ციკლების რიცხვს გამოთვლიან, ნიმუშის  $N$  ბრუნვითა რიცხვის მიხედვით.

არსებობს ისეთი მანქანებიც, რომლის დახმარებითაც დაადგენენ ნიმუშის დალილობის ზღვარს, როდესაც გვაქვს ნიშანცვლადი გაჭიმვა-კუმშვის ან გრუნის დეფორმაცია.

დალილობის ზღვარის დასადგენად იქცევიან შემდეგნაირად: ფოლადის გამოსაცდელ ნიმუშს ჩაამაგრებენ სპეციალურად მოწყობილ მანქანაში და უკანასკნელზე ემოქმედებენ ნიშანცვლადი სიმეტრიული დატვირთვით, სადაც მაქსიმალურ ძაბვას  $\sigma_{II}$  იღებენ ოდნავ ნაკლებს სიმეტრიის ზღვარზე. გარკვეული ციკლების  $N_{II}$  რიცხვის შემდეგ გამოსაცდელი ნიმუში დაირღვევა. გადაზომვენ რა შესაფერის მასშტაბში  $\sigma_{II}$  ძაბვას ორდინატთა ლერძზე, ხოლო ციკლების რაოდენობას  $N_{II}$ -ს, რომლის დროსაც მოხდა დარღვევა აბსცისთა ლერძზე, ჩვენ მივიღებთ  $II$  წერტილს (ნახ. 14.19).

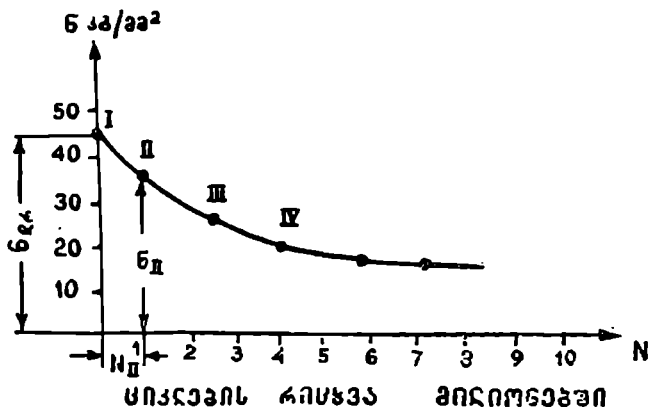
შევამცირებთ რა ნიშანცვლადი ძაბვის მაქსიმალურ სიდიდეს, დავიწყებთ შემდეგი ნიმუშის გამოცდას, სანამ უკანასკნელი არ დაირღვევა. დარღვევის მომენტისათვის დავნიშნავთ რა ციკლების რაოდენობას, ანალოგიურად დავნიშნავთ  $III$  წერტილს.

ვამცირებთ რა შემდეგი ნიმუშებისათვის მაქსიმალური ძაბვის მნიშვნელობას, იზრდება იმ ციკლების რიცხვი, რომელიც საჭიროა ნიმუშის დასარღვევად.

დალილობაზე ნიმუშის გამოცდა ჩაითვლება დამთავრებულად, როდესაც შევარჩევთ ნიშანცვლადი ძაბვის ისეთ მაქსიმალურ მნიშვნელობას, რომლის დროსაც, როგორც არ უნდა გავზარდოთ ციკლების რიცხვი, ნიმუში აღარ განიცდის რღვევას. აღნიშნული ციკლების რაოდენობას ეწოდება ბაზისური ციკლების რიცხვი და ფოლადის ნიმუშებისათვის უკანასკნელი ტოლია  $10^7$ .

დალილობის ზღვარი, როგორც ჩანს, ეწოდება ნიშანცვლადი ძაბვის იმ მაქსიმალურ მნიშვნელობას, რომლის დროსაც მასალა უძლებს ბაზისური ციკლების რიცხვს.

ნახ. 14.19-ზე გამოხატულ გრაფიკს ეწოდება ველურის მრუდი (ველურის მეცნიერია, რომელმაც საფუძველი ჩაუყარა მეცნიერებას, რომელიც შეისწავლის მასალის თვისებებს ნიშანცვლადი დატვირთვის დროს).



ნახ. 14.19

ველურის მრუდზე I წერტილის კოორდინატი წარმოადგენს გამოსაცდელ ნიმუშის სიმტკიცის ზღვარს  $\sigma_{\text{მ}}$ .

თუ ფოლადისაგან დამზადებულ ნიმუშებს ახასიათებთ ბაზისური ციკლის რიცხვი, ე. ი. ციკლის ის რიცხვი, რომლის შექმნეგაც როგორც არ უნდა გაეზარდოთ უქანასკნელი მასალა, რღვევას არ განიცდის, ასეთ ფერად ლითონებს არა აქვთ. ფერადი ლითონები განიცდიან რღვევას საკმაოდ დიდი ციკლების რიცხვისას მაშინაც, როდესაც მაქსიმალური ძაბვა მასაში ძალიან პატარაა. ამიტომ ფერადი ლითონებისათვის ჩვენ გვაქვს ეგრეთ წოდებული პირობითი ბაზისური  $N$  ციკლების რიცხვი, რომელიც ტოლია  $10^5$ .

იმ შემთხვევაში, თუ მანქანის ნაწილის მუშაობის დრო შეზღუდულია, მაქსიმალური ძაბვის მნიშვნელობას იღებენ მეტს, ვიდრე დადლილობის ზღვარს. ყოველ შემთხვევაში მაქსიმალური ძაბვა არ უნდა აღემატებოდეს იმ ძაბვის მნიშვნელობას, რომელიც შეეუარდება შეზღუდული  $N$  ციკლების რიცხვს, ველურის მრუდის მიხედვით. აქ მოყვანილ მაქსიმალურ ძაბვას ეწოდება შეზღუდული დადლილობის ზღვარი და, როგორც შეინიშნეთ, უქანასკნელი მეტია, ვიდრე დადლილობის ზღვარი.

დადლილობის ზღვარის დადგენას გაჭიმვა-კუმშვისას ან გრეხისას ისევე ახდენენ, როგორც ლუნვისას.

მრავალრიცხოვანი ცდების შედეგები გვაძლევს საშუალებას დავადგინოთ ფოლადებისათვის დამოკიდებულება დადლილობის ზღვარსა და სიმტკიცის ზღვარს შორის.

ლუნვისას დალილობის ზღვარს  $\sigma_L$  და სიმტკიცის ზღვარს  $\sigma_{\text{გ}}$  შორის დამოკიდებულება გამოისახება

$$\sigma_L = 0,4 \sigma_{\text{გ}} \quad (14.53)$$

გაქრება-კუმშვის დროს დალილობის ზღვარს  $\sigma_g$  და სიმტკიცის ზღვარს შორის დამოკიდებულება გამოითქმება

$$\sigma_g = 0,28 \sigma_{\text{გ}} = 0,7 \sigma_L \quad (14.54)$$

როგორც (14.53 და 14.54) ფორმულებიდან ჩანს, დალილობის ზღვარი გაქრება-კუმშვისას ნაკლებია, ვიდრე ლუნვისას; ეს აიხსნება იმით, რომ ლუნვის დროს ძაბვები მაქსიმალურ სიდიდეს აღწევენ კვეთის მხოლოდ გარკვეულ ადგილებში მაშინ, როდესაც ცენტრალური გაჭიმვა-კუმშვისას მთელ კვეთში ძაბვა თანაბარია და ტოლი მაქსიმალურის.

გრებისას დალილობის ზღვარსა  $\tau_{\text{გ}}$  და სიმტკიცის ზღვარს  $\tau_{\text{გ}}$  შორის დამოკიდებულება შემდეგნაირია

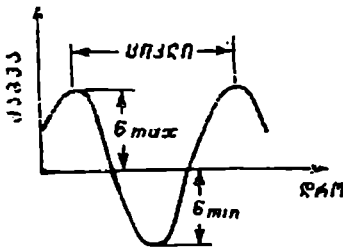
$$\tau_{\text{გ}} = 0,22 \sigma_{\text{გ}} = 0,55 \sigma_L \quad (14.55)$$

ფერადი ლითონებისათვის აღნიშნული დამოკიდებულება ნაკლებად მდგრადია, ვიდრე ფოლადებისათვის და უკანასკნელი ლუნვისას გამოითქმება შემდეგნაირად

$$\sigma_L = (0,24 \div 0,5) \sigma_{\text{გ}}$$

### ბ. დალილობის ზღვარის მთლიანი დიაგრამის აგება

როგორც ცდები გვიჩვენებს, დალილობის ზღვარის სიდიდე საგრძნობლად არის დამოკიდებული იმაზე, თუ როგორია  $\sigma_{\text{max}}$  და  $\sigma_{\text{min}}$  მნიშვნელობები. თუ მაქსიმალური და მინიმალური



ნახ. 14.20

ძაბვა სიდიდით ტოლია, ხოლო აქვთ შებრუნებული ნიშნები (ნახ. 14.20), როგორც აღვნიშნეთ, გვექნება სიმეტრიული ციკლი, რომლის დროსაც დალილობის ზღვარი  $\sigma_{\text{max}}$  წარმოადგენს უმცირეს სიდიდეს.

თუ ძაბვებს, რომელიც იცვლება სიმეტრიულად, დაეუმატებთ ძაბვას, რომელსაც აქვს მუდმივი სიდიდე  $\sigma_{\text{ნა}}$ , ჩვენ მივიღებთ არასიმეტრიულ ციკლს (ნახ. 14.21). არასიმეტრიული ციკლის

სას დალილობის ზღვარი უფრო მეტია, ვიდრე სიმეტრიული ციკლისას. არასიმეტრიული ციკლისას მაქსიმალური და მინიმალური ძაბვის სიდიდეს გამოთვლიან ფორმულით:

$$\sigma_{max} = \sigma_{სა} + \sigma_{\sigma}$$

$$\sigma_{min} = \sigma_{სა} - \sigma_{\sigma}$$

სადაც  $\sigma_{სა}$  წარმოადგენს საშუალო ძაბვის სიდიდეს, რომელიც ტოლია

$$\sigma_{სა} = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2},$$

ხოლო ციკლის ამლიტუდა ტოლია

$$\sigma_{\sigma} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}.$$

ციკლის მახასიათებელი ეწოდება ფარდობას

$$r = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}.$$

სიმეტრიული ციკლისას  $\sigma_{სა} = 0$ ,  $\sigma_{max} = -\sigma_{min} = \sigma$ , და ციკლის მახასიათებელი ტოლია  $r = -1$ .

ნახ. 14.22-ზე მოცემულია მპულსავე (ფეთქადი) ციკლი, რომლისათვისაც ძაბვა იცვლება ნულიდან მაქსიმალურ მნიშვნელობამდე. მპულსავე ციკლისას  $\sigma_{min} = 0$ ,  $\sigma_{სა} = \sigma$ , ხოლო  $r = 0$ .

მუდმივი სტატიკური დატვირთვისას  $\sigma_{\sigma} = 0$ ,  $\sigma_{min} = \sigma_{max}$  და  $r = 1$ .

როდესაც საჭიროა

აღნიშნოთ დალილობის ზღვარი, ანუ ამტანიანობის

ზღვარი, ძაბვას მიუწერენ ინდექსს,  $r$  ციკლის მახასიათებელს.

მაგალითად, როდესაც გვაქვს დალილობის ზღვარი სიმეტრიული ციკლისას და აღვილი

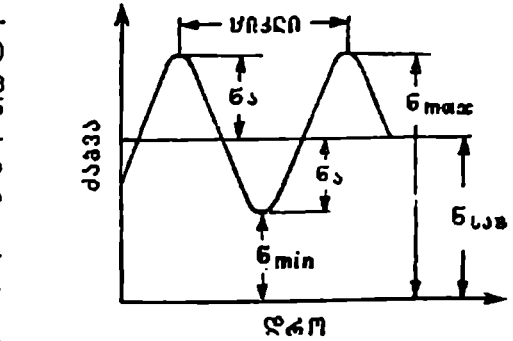
აქვს ლუნვის დეფორმაციას, უკანასკნელი აღინიშნება  $\sigma_{-1}^r$ .

როდესაც გვაქვს გაქიშვა-კუშვის დეფორმაცია, სიმეტრიული ციკლით

დალილობის ზღვარი აღინიშნება  $\sigma_{-1}^r$ , ხოლო გრეხა  $\tau_{-1}^r$ . დალილობის

ზღვარი ლუნვისას, როდესაც გვაქვს არასიმეტრიული ციკლი მახასიათებლით

$r = +0,2$ , აღინიშნება  $\sigma_{+0,2}^r$  და დალილობის ზღვარი მპულსავე დატვირთვის დროს, როდესაც გვაქვს გრეხის დეფორმაცია, აღინიშნება  $\tau_{\sigma}^r$  და სხვ.



ნახ. 14.21

დალილობის ზღვარის მთლიანი დიაგრამა წარმოადგენს გრაფიკს, რომლის დახმარებითაც ჩვენ გამოვთვლით ნებისმიერი „ $r$ “ ციკლის მახასიათებლისას დალილობის ზღვარის სიდიდეს.

თუ ორდინატთა ლერძზე დავიტანთ ძაბვის ამპლიტუდის  $\sigma_a$  სიდიდეს, ხოლო აბსცისთა ლერძზე საშუალო ძაბვას  $\sigma_{საშ}$  სიდიდეს, ნებისმიერი  $\epsilon$  წერტილის კოორდინატების ჯამი წარმოადგენს მაქსიმალური ძაბვის მნიშვნელობას (ნახ. 14.23)

ან

$$\sigma_{max} = \sigma_{საშ} + \sigma_a$$

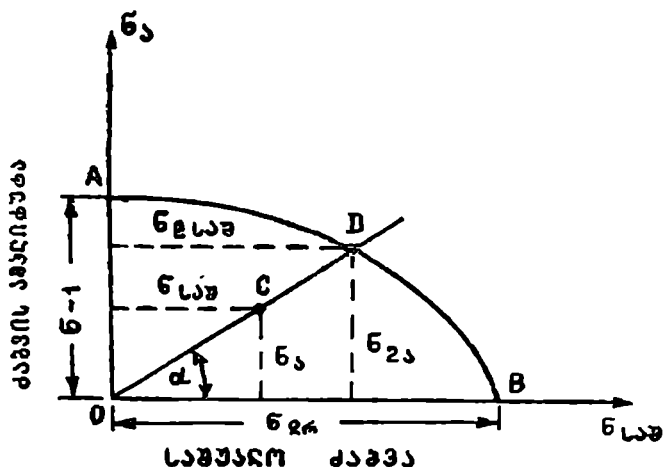
ხოლო სხვაობა წარმოადგენს მინიმალური ძაბვის სიდიდეს

$$\sigma_{min} = \sigma_{საშ} - \sigma_a$$

თუ ავიღებთ ფარდობას

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{საშ}} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{\sigma_{max} + \sigma_{min}} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{\sigma_{max} + \sigma_{min}}$$

ნახ. 14.22



ნახ. 14.23

და განტოლების მარჯვენა ნაწილის მრიცხველს და მნიშვნელს გავყოფთ  $\sigma_{max}$ -ზე, მივიღებთ

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1-r}{1+r} \quad (14.56)$$

როგორც (14.56) ფორმულიდან ჩანს, ჩვენ თუ უკვინდა დავადგინოთ



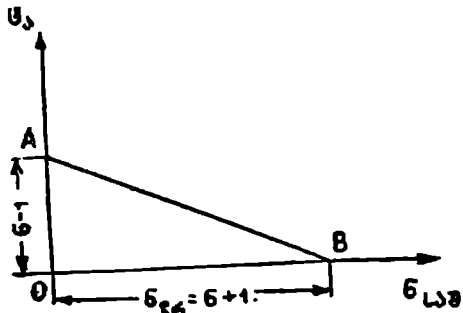
დალილობის ზღვარი, როდესაც გვაქვს გარკვეული  $r$  ციკლის მახასიათებელი, ამისათვის საჭიროა  $\sigma_{\text{max}}$  და  $\sigma_{\text{min}}$  მნიშვნელობები ვზარდოთ პროპორციულად ისე, რომ უკანასკნელი მდებარეობდნენ  $OC$  სწორი წირის მიმართულებით. გარკვეული ბაზასური ციკლების რიცხვისას ნიმუში განიცდის დარღვევას.  $D$  (ნახ. 14.23) გრაფიკის წერტილის  $\sigma_{\text{max}}$  და  $\sigma_{\text{min}}$  კოორდინატები გვაძლევს საშუალებას განვსაზღვროთ დალილობის ზღვარის სიდიდე მოცემული ციკლის  $r$  მახასიათებლისათვის

$$\sigma_{r\text{max}} = \sigma_{\text{max}} + \sigma_{r\text{min}} \quad (14.57)$$

თუ ციკლის მახასიათებელს ვცვლით  $r = -1$ -დან  $r = +1$ -მდე, ჩვენ მივიღებთ ანალოგიური ხერხით დალილობის ზღვარს სხვადასხვა ციკლის მახასიათებლისათვის და თუ აღნიშნულ წერტილებს შევავრთებთ, მივიღებთ  $ADB$  დალილობის ზღვარის მთლიან დიაგრამას. კერძოდ, როდესაც  $r = -1$ ,  $\sigma_{\text{max}} = 0$  და  $\sigma_{\text{min}} = \sigma_{-1}$ ; ამრიგად დავიტანთ  $D$  წერტილს, ხოლო როდესაც  $r = +1$ , ე. ი. სტატიკური დატვირთვისას  $\sigma_{\text{max}} = \sigma_{\text{max}}$ ,  $\sigma_{\text{min}} = 0$  და ამრიგად, დავიტანთ წერტილ  $B$ .

დალილობის ზღვარის აღებული  $r$  ციკლის მახასიათებელი, რომ განვსაზღვროთ შემდეგნაირად ვიქცევით: (14.56) ფორმულიდან გამოვთვლით მოცემული  $r$  ციკლის მახასიათებლისათვის  $\epsilon$   $\alpha$ -ს მნიშვნელობას, რის შემდეგ გავატარებთ  $O$  წერტილიდან წრფეს, რომელიც აბსცისთა ღერძთან შეადგენს კუთხე  $\alpha$ -ს. წრფის გადაკვეთა  $ADB$  დიაგრამასთან მოგვცემს წერტილს, რომლის კოორდინატების ჯამი ტოლი იქნება დალილობის ზღვარის სიდიდის გარკვეული  $r$  ციკლის მახასიათებლისათვის.

დალილობის ზღვარის მთლიანი დიაგრამის ასაგებად, როგორც ჩანს, საჭიროა წინასწარ დავადგინოთ დალილობის ზღვარი ციკლებისათვის, რომელთაც ექნებათ სხვადასხვა მახასიათებელი, რის გაკეთებაც მოითხოვს საკმაოდ დიდ დროს, საკითხის გამარტივების მიზნით დალილობის ზღვარის მთლიან დიაგრამად მიიღებენ  $A, B$  წერტილების შემავრთებელ სწორ ხაზს (ნახ. 14.24). რადგანაც უმეტესი მასალებისათვის ცნობილია დალილობის ზღვარი სიმეტრიული ციკლისას  $\sigma_{-1}$  და სიმეტრიის ზღვარი  $\sigma_{\text{max}} = \sigma_{+1}$ , აღნიშნული  $A-B$  სწორი ხაზის გავლება არ წარმოადგენს რთულ საქმეს. იმისათვის, რომ ნარ-



ნახ. 14.24

ჩენ დეფორმაციებს არ ჰქონდეს ადგილი, საჭიროა დალილობის ზღვარის სიდიდე არ აღემატებოდეს დენადობის ზღვარს. აღნიშნული პირობა, დაკული რომ იყოს, საჭიროა  $OB$  მონაკვეთზე გადავზომოთ სიმეტრიის ზღვარი  $k$  ანა, არამედ დენადობის ზღვარი.

გ. ნიშანცვლადი დატვირთვის დროს კონცენტრაციის  
კოეფიციენტის გამოთვლა

როგორც ცნობილია, ნიშანცვლადი დატვირთვის დროს მასალები რღვე-  
ვას განიცდიან ბზარების თანდათანობითი ვალრმაგების შედეგად. ბზარები  
კი ჩნდებიან იქ, სადაც ადგილი აქვს კვეთის მკვეთრ. ცვლილებას, ანუ სადაც  
ადგილი აქვს ძაბვების კონცენტრაციას. ამიტომ ნიშანცვლადი დატვირთვის  
დროს განსაკუთრებული ყურადღება ექცევა ადგილობრივი ძაბვების სიდი-  
დის ზუსტ დადგენას. როგორც წინა პარაგრაფში აღვნიშნეთ, სტატიკური  
დატვირთვის დროსაც ადგილი აქვს ძაბვების კონცენტრაციას, მაგრამ უკა-  
ნასკნელი შეიძლება სრულებით არ მივიღოთ მხედველობაში პლასტიკური  
მასალისათვის, ხოლო მაღალი ხარისხის ფოლადებისათვის ადგილობრივი  
ძაბვას ვსაზღვრავდით ძაბვის კონცენტრაციის თეორიული კოეფიციენტის  
 $\alpha_{კ}$  დახმარებით.

კონცენტრაციის თეორიული კოეფიციენტი  $\alpha_{კ}$ , როგორც იყო აღნიშნუ-  
ლი, არის დამოკიდებული კვეთის ფორმაზე და უკანასკნელი არ გამოხატავს მა-  
სალის თვისებებს. მიუხედავად ამისა, სტატიკური დატვირთვის დროს ჩვენ  
მასალის თვისებებს მაინც ვღებულობდით მხედველობაში იმ მიმართულებით,  
რომ პლასტიკური მასალისათვის ძაბვების კონცენტრაციას არ ვუწვევდით  
ანგარიშს, ეს იმას ნიშნავდა, რომ  $\alpha_{კ} = 1$ , ხოლო მყიფე მასალისათვის, კონ-  
ცენტრაციის თეორიულ კოეფიციენტს ვიღებდით მხედველობაში მთელი თა-  
ვისი სიდიდით.

ნიშანცვლადი დატვირთვის დროს, როგორც ამას ადასტურებს ჩატარე-  
ბული ცდები, ძაბვების კონცენტრაცია არის მიზეზი დარღვევის როგორც  
პლასტიკურ, ისე მყიფე მასალებში; მხოლოდ იმ განსხვავებით, რომ პლასტი-  
კური მასალები, პლასტიკურობის გამო ნაკლებად „მგრძნობიარენი“ არიან  
ადგილობრივი ძაბვების მიმართ, ხოლო მყიფე მეტად.

ნიშანცვლადი დატვირთვის დროს ძაბვების კონცენტრაციის კოეფი-  
ციენტს დაადგენენ უშუალოდ ცდების საშუალებით, უკანასკნელს უწოდებენ  
კონცენტრაციის ეფექტურობის კოეფიციენტს და აღინიშნება  $\alpha_{კ}$ . კონცენ-  
ტრაციის ეფექტური კოეფიციენტის დასადგენად იქცევიან შემდეგნაირად:  
აიღებენ გარკვეული მასალისაგან დამზადებულ ორ ნიმუშს, რომელთაგანაც  
ერთს აქვს ადგილობრივი ძაბვები (კვეთის განივკვეთის მკვეთრი ცვლა),  
ხოლო მეორეს არა, და თითოეულისათვის გამოთვლიან დალილობის ზღვარს.  
ვინაიდან პირველი ნიმუში დაირღვევა უფრო მცირე  $\sigma'$  ძაბვებისას, ხოლო  
მეორე უფრო მეტი ძაბვისას, თანაფარდობა  $\frac{\sigma'}{\sigma}$  იქნება  $\alpha_{კ}$ .

ფარდობას კი

$$q = \frac{\alpha_{კ} - 1}{\alpha_{კ} - 1} \quad (14.58)$$

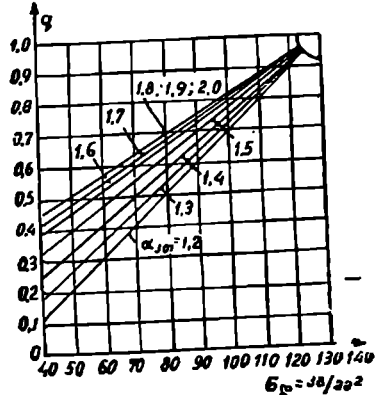
ეწოდება „მგრძნობიარობის კოეფიციენტი“ და უკანასკნელი იცვლება  
(0 ÷ 1)-მდე.

(14.58) ფორმულიდან გამოეთვალათ  $\alpha_{\text{კ}}$  მნიშვნელობა

$$\alpha_{\text{კ}} = 1 - q(\alpha_{\text{კ0}} - 1) \quad (14.59)$$

როგორც (14.59) ფორმულიდან ჩანს, კონცენტრაციის ეფექტურობის კოეფიციენტი  $\alpha_{\text{კ}}$ , მაღალი „მგრძნობიარობის“ მასალებისათვის  $q \approx 1$  ეს კი იმას ნიშნავს, რომ დაახლოებით ტოლია კონცენტრაციის თეორიული კოეფიციენტისა, ხოლო დაბალი „მგრძნობიარობის“ მასალებისათვის ნაკლებია კონცენტრაციის თეორიულ კოეფიციენტზე. (14.59) ფორმულიდან ჩანს აგრეთვე, რომ კონცენტრაციის ეფექტურობის კოეფიციენტი დამოკიდებული ყოფილა როგორც ელემენტის ფორმაზე ( $\alpha_{\text{კ0}}$ ), ისე მის მასალაზე ( $q$ ).

ნახ. 14.25-ზე მოცემულია  $q$  „მგრძნობიარობის“ კოეფიციენტის მნიშვნელობები სხვადასხვა  $\alpha_{\text{კ0}}$  და სხვადასხვა სიმტკიცის მასალებისათვის. როგორც ჩანს, „მგრძნობიარობა“  $q$  ერთი ჯდა იმავე სიმტკიცის მასალისაგან დამზადებულ ნიმუშებს, რომელთაც აქვთ, სხვადასხვა კონცენტრაციის თეორიული კოეფიციენტი  $\alpha_{\text{კ0}}$  (ანუ სხვადასხვა ფორმა) აქვთ სხვადასხვა, ე. ი. უნდა ვიფიქროთ, რომ მასალის „მგრძნობიარობის“ კოეფიციენტი დამოკიდებულია როგორც მასალაზე, ისე მის ფორმაზე. მასალის „მგრძნობიარობა“ იმდენად მეტია, რამდენადაც დიდია მასალის სიმტკიცე და რამდენადაც მკვეთრად ხდება კვეთის ცვლილება.



ნახ. 14.25

### გ. დეტალის ზომების გავლენა და დეტალის ზღვარზე

როგორც ცლებიდან ირკვევა, ნიშანცვლადი დატვირთვის დროს დეტალის ზღვარის მნიშვნელობა მცირდება ნიმუშის ზომების გაზრდის შედეგად. აღნიშნული ფაქტი თეორიულად ჯერ კიდევ შესწავლილი არ არის, მაგრამ, როგორც ფიქრობენ, უკანასკნელი დამოკიდებული უნდა იყოს შემდეგზე:

ა) დიდ ნიმუშებში უფრო მეტად აქვს ადგილი ძაბვების კონცენტრაციას, რადგანაც აქ მასალა უფრო არაერთგვაროვანია (არალითონური ჩანართები, ჰაერის ბუშტულები და სხვ.), ვიდრე მცირე ზომის ნიმუშები.

ბ) ნიმუშის დამზადებისას, როგორც ცნობილია, მისი ზედაპირი განიცდის ციკლედეას, ამ უკანასკნელის სიღრმე შედარებით მცირე ნიმუშებში იქნება მეტი, ვიდრე დიდი ზომის ნიმუშებში.

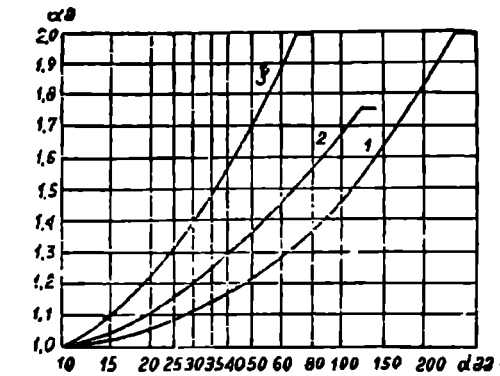
გ) და ბოლოს, ძაბვების კონცენტრაციის ადგილას მაქსიმალური ძაბვიდან საშუალო ძაბვამდე გადასვლა მცირე ნიმუშებში იდებდა უფრო ინტენსიურად, ვიდრე დიდში.

მასშტაბის კოეფიციენტი ეწოდება დალილობის ზღვარის ფარდობას, სტანდარტული ნიმუშის (სტანდარტული ნიმუშის დიამეტრი იცვლება  $7 \div 10$  მმ) გეომეტრიულად მსგავს დიდ ნიმუშთან.

თუ  $\sigma_r$  აღვნიშნავთ სტანდარტული ნიმუშის დალილობის ზღვარს, ხოლო  $\sigma_r'$  მსგავსი დიდი ნიმუშის დალილობის ზღვარს, მასშტაბის კოეფიციენტი  $\alpha_a$  გამოითვლება

$$\alpha_a = \frac{\sigma_r}{\sigma_r'}$$

ნახ. 14.26-ზე მოცემულია მასშტაბის კოეფიციენტის მნიშვნელობა. მრუდი 1 გვიჩვენებს, თუ როგორ იცვლება მასშტაბის კოეფიციენტი დიამეტრის ცვლასთან ერთად ნახშირბადიანი ფოლადისათვის, როდესაც არ აქვთ ადგილი



ნახ. 14.26

ბისათვის, როდესაც ადგილი აქვს ძაბვების კონცენტრაციას.

როგორც (ნახ. 14.26) მოცემული მრუდები გვიჩვენებს, მასშტაბის კოეფიციენტი დამოკიდებულია როგორც დეტალის ზომებზე და ფორმაზე, ისე მის მასალაზე.

### დ. დეტალების ზედაპირის მდგომარეობის გავლენა დალილობის ზღვარზე

როგორც ცნობილია, დალილობის ბზარები წნდება დეტალის ზედაპირიდან და ამიტომ დეტალის ზედაპირის მდგომარეობა დიდ გავლენას ახდენს დალილობის ზღვარის სიდიდეზე. რამდენადაც დეტალის ზედაპირი უსწორმასწოროა, იმდენად დალილობის ზღვარი მცირეა, და რამდენადაც ზედაპირი კარგად არის გახეხილი ან გაპრიალებული, იმდენად დალილობის ზღვარი დიდია.

ზედაპირის ხარისხის კოეფიციენტი  $a_5$  წარმოადგენს დაღლილობის ზღვარის ფარდობას, როდესაც დეტალს აქვს გაპრიალებული ზედაპირი, დაღლილობის ზღვართან, რომელიც აქვს დეტალს მოცემული ზედაპირით.

ზედაპირის ხარისხის კოეფიციენტი  $a_6$ , ზედაპირის სხვადასხვა მდგომარეობისას იცვლება შემდეგნაირად:

გაპრიალებული ზედაპირისათვის  $a_6 = 1,0$ ,

სუფთად გახეხილი ზედაპირისათვის  $a_6 = 1,07 \div 1,2$ ,

სუფთად გაჩარხული ზედაპირისათვის  $a_6 = 1,10 \div 1,28$ ,

უხეშად დამუშავებული, გახეხილი ან გაჩარხული

ზედაპირისათვის  $a_6 = 1,19 \div 1,66$ ,

ზედაპირისათვის, რომელიც დაფარულია ხენჯით  $a_6 = 1,38 \div 3$ .

მოცემული ზედაპირის ხარისხის კოეფიციენტის მცირე მნიშვნელობა ეკუთვნის ფოლადს, რომლის სიმტკიცის ზღვარია 40 კგ/სმ<sup>2</sup>, ხოლო; დიდი ფოლადს, რომლის სიმტკიცის ზღვარია 140 კგ/სმ<sup>2</sup>. ფოლადებისათვის, რომლის სიმტკიცის მახასიათებლები იცვლება შუალედში (40 ÷ 140), ზედაპირის ხარისხის კოეფიციენტი მოიძებნება, ხაზობრივი ინტერპოლაციით.

დაღლილობის ზღვარის გადიდების მიზნით, ახდენენ ზედაპირის დამუშავებას. ასე მაგალითად, ზედაპირის გამოწრთობის შემთხვევაში მაღალი სიხშირის დენებით ზედაპირის ხარისხის კოეფიციენტი მცირდება (0,83 ÷ 0,4).

ამის გარდა, დაღლილობის ზღვარის გადიდების მიზნით ახდენენ ზედაპირის ლატკუნას გორგოლაკების საშუალებით ან საფანტის საშუალებით.

## ე. ნი შანცვლადი დატვირთვის დროს დასაშვები ძაბვის დადგენა

ინისათვის, რომ განესაზღვროთ დასაშვები ძაბვის სიდიდე ნიშანცვლადი დატვირთვის დროს, როდესაც გვაქვს სიმეტრიული ან არასიმეტრიული ციკლი, ჩვენ ვაგებთ დასაშვები ძაბვების მთლიან ღიაგრამას.

როგორც ცნობილია, ნიშანცვლადი დატვირთვის დროს დაღლილობის ზღვარის სიდიდეზე გავლენას ახდენს: ძაბვების კონცენტრაცია, დეტალის ზომები და ზედაპირის მდგომარეობა.

რამდენადაც ნიშანცვლადი დატვირთვის ციკლი უახლოვდება სიმეტრიულს  $\sigma_{-1}$ , აღნიშნული ფაქტორები მოქმედებენ მთელი თავისი სიდიდით, ხოლო არასიმეტრიული ციკლისას მათი მოქმედება ნაკლებია. სტატისტიკური დატვირთვის დროს  $\sigma_{+1}$  აღნიშნული ფაქტორების გავლენა დეტალზე თითქმის მთლიანად იშლება ( $\sigma_{+1}$  მნიშვნელობა, როგორც აღვნიშნეთ, ტოლია მასალის დენადობის ზღვარის).

იესეთი მასალებისათვის, რომელთაც აქვთ ნათლად გამოხატული დენადობის მოედანი, დენადობის ზღვარის სიდიდე მოცემულია ცხრილებში, ხოლო თუ ჩვენ გვინდა დავადგინოთ დენადობის ზღვარის სიდიდე ისეთი მასალებისათვის, რომელთაც არა აქვთ ნათლად გამოხატული დენადობის მოედანი,

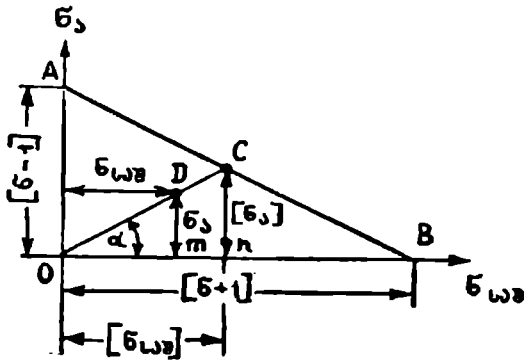
უკანასკნელი, სიმტკიცის ზღვარის მიხედვით განისაზღვრება ქვემოთ მოცემული დამოკიდებულებით.

ნახშირბადოვანი ფოლადი—გაჭიმვა	$\sigma_e^0 = (0,56 \div 0,6) \sigma_{\text{გ}}$
ლუნვა	$\sigma_e^0 = (0,67 \div 0,72) \sigma_{\text{გ}}$
გრეხა	$\tau_e^0 = (0,34 \div 0,36) \sigma_{\text{გ}}$
სპეციალური ფოლადი— გაჭიმვა	$\sigma_e^0 = (0,75 \div 0,18) \sigma_{\text{გ}}$
ლუნვა	$\sigma_e^0 = (0,83 \div 0,89) \sigma_{\text{გ}}$
გრეხა	$\tau_e^0 = (0,45 \div 0,16) \sigma_{\text{გ}}$

.თუ დაღლილობის ზღვარის მთლიან დიაგრამაში (ნახ. 14.24) ორდინატთა ღერძზე გადაზომილ სიდიდეს  $\sigma_{-1}$  გავყოფთ  $k_e$  ანუ  $\alpha_r$ , ხოლო აბსცისთა ღერძზე გადაზომილ სიდიდეს  $\sigma_e$  გავყოფთ  $k_e$ , მივიღებთ დასაშვები ძაბვების მთლიან დიაგრამას, სადაც

$$[\sigma_{-1}] = \frac{\sigma_{-1}}{k_e \alpha_{\text{გ}} \alpha_r}, \text{ ხოლო } [\sigma_{+1}] = \frac{\sigma_e}{k_e}$$

იმ შემთხვევაში, თუ გვაქვს მალალი ხარისხის ფოლადი, საჭიროა  $[\sigma_{+1}]$  განსაზღვრისას  $\sigma_e$  გავყოფთ დამატებით კონცენტრაციის კოეფიციენტის თეორიულ მნიშვნელობაზე  $\alpha_{\text{კ}}$ .



ნახ. 14.27

საშუალებას გამოვთვალოთ დასაშვები ძაბვის სიდიდე არასიმეტრიული ციკლისას.

(14.56) ფორმულიდან ცნობილია

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{Dm}{mO} = \frac{\sigma_a}{\sigma_{\text{საშ}}} = \frac{\sigma_{\text{max}} - \sigma_{\text{min}}}{\sigma_{\text{max}} + \sigma_{\text{min}}} = \frac{1-r}{1+r}$$

თუ სხვის, რომელიც მიმართულია  $\alpha$  კუთხით, გავაგრძელებთ  $AB$  სწორის გადაკვეთამდე (ნახ. 14.25), ჩვენ მივიღებთ აღებული  $r$  ციკლის მახა-

სიათებლისათვის დასაშვებ ამპლიტუდას  $[\sigma_r]$  და დასაშვებ საშუალო ძაბვას  $[\sigma_{av}]$ , საიდანაც გამოვთვლით  $r$  მახასიათებლისას დასაშვები ძაბვის სიდიდეს

$$[\sigma_r] = [\sigma_a] + [\sigma_{av}] = On + nC = nC(1 + ctg \alpha) \quad (14.60)$$

მსგავსი  $AOB$  და  $CnB$  სამკუთხედებიდან გვექნება

$$\frac{nC}{OA} = \frac{Bn}{BO}$$

$$\frac{nC}{OA} = \frac{Bn}{BO} = \frac{OB - On}{BO} = \frac{OB - nC ctg \alpha}{BO}$$

ან თუ შევიტანთ მნიშვნელობებს, მივიღებთ

$$\frac{nC}{[\sigma_{-1}]} = \frac{[\sigma_{+1}] - nC ctg \alpha}{[\sigma_{+1}]},$$

საიდანაც

$$nC = \frac{[\sigma_{+1}][\sigma_{-1}]}{[\sigma_{+1}] + [\sigma_{-1}] ctg \alpha} = [\sigma_a]. \quad (14.61)$$

თუ (14.61) ფორმულიდან  $nC$ -ს მნიშვნელობას შევიტანთ (14.60), მივიღებთ

$$[\sigma_r] = \frac{[\sigma_{+1}][\sigma_{-1}](1 + ctg \alpha)}{[\sigma_{+1}] + [\sigma_{-1}] ctg \alpha}. \quad (14.62)$$

თუ შევიტანთ  $ctg \alpha = \frac{1+r}{1-r}$  მნიშვნელობას, საბოლოოდ მივიღებთ

$$[\sigma_r] = \frac{2[\sigma_{+1}][\sigma_{-1}]}{(1-r)[\sigma_{+1}] + (1+r)[\sigma_{-1}]} \quad (14.63)$$

ჩვენ გამოვთვალებთ ნიშანცვლადი დატვირთვისას დასაშვები ნორმალური ძაბვა, როდესაც ციკლის მახასიათებელია  $r$ .

ანალოგიურად გამოითვლება დასაშვები მზები ძაბვის მნიშვნელობა  $[\tau_r]$ .

აქ მოყვანალი ხერხით დასაშვებ ძაბვას ვაღვენთ მასალის ორი მექანიკური მახასიათებლით, დალილობის ზღვარით  $\sigma_{-1}$  და დენადობის ზღვარით  $\sigma_{+1}$ .

თუ საჭიროა მეტი სიზუსტე დასაშვები ძაბვის დადგენისას, დალილობის ზღვარის მთლიანი დიაგრამა საჭიროა ავავთთ სამი მახასიათებლით  $\sigma_{-1}$ ,  $\sigma_{+1}$  და დალილობის ზღვარის სიდიდით  $\sigma_0$ , მპულსავე დატვირთვის დროს. მასალის სამი მახასიათებლით დალილობის მთლიანი დიაგრამა მოგვეცეს აკადემიკოსმა ს. ვ. სერენსენმა და პროფესორმა რ. ს. კინოსაშვილმა\*.

\* ს. ვ. სერენსენისა და რ. ს. კინოსაშვილის ხერხით მთლიანი დალილობის გრაფიკის აგებას შეიძლება გავეცნოთ სახელმძღვანელოებში: П. С. Киносашвили, Сопротивление материалов, 1956 და А. В. Дарков и др. Сопротивление материа-лов, 1959.

მოვიყვანოთ ნიშანცვლადი დატვირთვისას დასაშვები ძაბვის გამოთვლის გეგმა:

1. გამოვთვალოთ მოცემული შემთხვევისათვის ძაბვის ამპლიტუდა  $\sigma$ , და საწეულო ძაბვის  $\sigma_{სა}$  მნიშვნელობა

$$\sigma_{სა} = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2},$$

$$\sigma = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}.$$

2. გამოვთვალოთ ციკლის მახასიათებელი  $r$

$$r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}.$$

3. განვსაზღვროთ დადლილობის ზღვარის მნიშვნელობა  $\sigma_{-1}$ , სიმეტრიული ციკლისას ცხრილების საშუალებით, თუ უკანასკნელი ხელთ არა გვაქვს, შეიძლება მოვეძებნოთ ფორმულების (14.52), (14.53) და (14.54) დახმარებით.

4. განვსაზღვროთ გრაფიკი (14.16) და (14.17)-ს დახმარებით ან  $\xi$ -ში მოცემული შესაფერისი ცხრილების საშუალებით კონცენტრაციის თეორიული კოეფიციენტი  $\alpha_{კო}$ .

5. გამოვთვალოთ გრაფიკი (14.25) დახმარებით „მგრძნობიარობის“ მახასიათებელი  $q$ .

6. გამოვთვალოთ ფორმულა (14.59) კონცენტრაციის ეფექტურობის კოეფიციენტი

$$\alpha_{კვ} = 1 - q(\alpha_{კო} - 1)$$

7. გრაფიკი (14.26) გამოვთვალოთ მასშტაბის კოეფიციენტი  $\alpha_{\xi}$ .

8. დეტალის ზედაპირის მდგომარეობისას გამოვთვალოთ ზედაპირის ხარისხის კოეფიციენტი  $\alpha_{\xi}$ .

9. განვსაზღვროთ სიმეტრიული ციკლისას დასაშვები ძაბვის მნიშვნელობა

$$[\sigma_{-1}] = \frac{\sigma_{-1}}{k_{\xi} \cdot \alpha_{კვ} \cdot \alpha_{\xi} \cdot \alpha_{\xi}}$$

10. გამოვთვალოთ მასალის დენადობის ზღვარი  $\sigma_e$ , როგორც ეს მოცემულია წინა თავში.

11. გამოვთვალოთ დასაშვები ძაბვის სიდიდე სტატიკური დატვირთვის დროს

$$[\sigma_{+1}] = \frac{\sigma_e^1}{k_{\xi}}$$

იმ შემთხვევაში, თუ გვაქვს მალალი ხარისხის ფოლადები, საჭიროა დამატებით გაიყოს კონცენტრაციის თეორიულ კოეფიციენტზე  $\alpha_{კო}$ .



12. დასაშვები ძაბვის გამოთვლას ნიშანცვლადი დატვირთვისას, როდესაც გვაქვს არასიმეტრიული ციკლი, ვახდენთ ფორმულით

$$[\sigma_r] = \frac{2[\sigma_{+1}][\sigma_{-1}]}{(1-r)[\sigma_{+1}] + (1+r)[\sigma_{-1}]}$$

აქ მოცემული იყო დასაშვები ნორმალური ძაბვის გამოთვლა ნიშანცვლადი დატვირთვის დროს, როდესაც გვაქონდა არასიმეტრიული ციკლი. ანალოგიურად გამოითვლება დასაშვები ნორმალური ძაბვის მნიშვნელობა: ლუნვისას  $[\sigma_r^L]$ , გაჭიმვა-კუმშვისას  $[\sigma_r^B]$  და მხები ძაბვის მნიშვნელობა  $[\tau_r^B]$  გრეხისას.

---

რ ა მ ა ტ ე ბ ა

ცხრილი I

დრეკადობის მოდული და პუასონის კოეფიციენტი

მასალის დასახელება	დრეკადობის მოდული E კგ/სმ <sup>2</sup>	დრეკადობის მოდული G კგ/სმ <sup>2</sup>	პუასონის კოეფიციენტი μ
თუჯი—რუხი, თეთრი . . . . .	1,15÷-1,6·10 <sup>6</sup>	4,5·10 <sup>5</sup>	0,23÷-0,27
კუდადი თუჯი . . . . .	1,55·10 <sup>6</sup>	—	—
ნახშირბადოვანი ფოლადი . . . . .	2,0÷-21,·10 <sup>6</sup>	8,1·10 <sup>5</sup>	0,24÷-0,28
ფოლადი სხმული . . . . .	1,75·10 <sup>6</sup>	—	—
ნაგლინი სპილენძი . . . . .	1,1·10 <sup>6</sup>	4,0·10 <sup>5</sup>	0,31÷-0,34
ცივაღწვევადი სპილენძი . . . . .	1,3·10 <sup>6</sup>	4,9·10 <sup>5</sup>	—
სპილენძი სხმული . . . . .	0,84·10 <sup>6</sup>	—	—
ნაგლინი ფოსფორიანი ბრინჯაო . . . . .	1,15·10 <sup>6</sup>	4,2·10 <sup>5</sup>	0,32÷-0,35
ცივაღწვევადი თითბერი . . . . .	0,91÷-0,99·10 <sup>6</sup>	3,5÷-3,7·10 <sup>5</sup>	0,32÷-0,42
საგემო ნაგლინი თითბერი . . . . .	1,0·10 <sup>6</sup>	—	0,36
ნაგლინი მარჯანეციანი ბრინჯაო . . . . .	1,1·10 <sup>6</sup>	4,0·10 <sup>5</sup>	0,35
ნაგლინი ალუმინი . . . . .	0,69·10 <sup>6</sup>	2,6÷-2,7·10 <sup>5</sup>	0,32÷-0,36
წვევადი ალუმინის მავთული . . . . .	0,7·10 <sup>6</sup>	—	—
სხმული ალუმინიანი ბრინჯაო . . . . .	1,05·10 <sup>6</sup>	4,2·10 <sup>5</sup>	—
ნაგლინი დურალუმინი . . . . .	0,71·10 <sup>6</sup>	2,7·10 <sup>5</sup>	—
ნაგლინი თუთია . . . . .	0,84·10 <sup>6</sup>	3,2·10 <sup>5</sup>	0,27
ტყვია . . . . .	0,17·10 <sup>6</sup>	0,70·10 <sup>5</sup>	0,42
ყინული . . . . .	0,1·10 <sup>6</sup>	(0,28÷-0,3)10 <sup>5</sup>	—
შუშა . . . . .	0,56·10 <sup>6</sup>	2,2·10 <sup>5</sup>	0,25
გრანიტი . . . . .	0,49·10 <sup>6</sup>	—	—
კირქვა . . . . .	0,42·10 <sup>6</sup>	—	—
მარმარილო . . . . .	0,56·10 <sup>6</sup>	—	—
სილნარი . . . . .	0,18·10 <sup>6</sup>	—	—
ქვის წყობა			
ა) გრანიტისაგან . . . . .	0,09÷-0,1·10 <sup>6</sup>	—	—
ბ) კირქვისაგან . . . . .	0,06·10 <sup>6</sup>	—	—
გ) აგურისაგან . . . . .	0,027÷-0,030·10 <sup>6</sup>	—	—
ბეტონი, როცა სიმტკიცის ზღვარია . . . . .	—	—	0,16÷-0,18
100 კგ/სმ <sup>2</sup> -ზე . . . . .	0,196÷-0,146·10 <sup>6</sup>	—	—
150 " . . . . .	0,214÷-0,164·10 <sup>6</sup>	—	—
200 " . . . . .	0,232÷-0,182·10 <sup>6</sup>	—	—
ზე ბოჭკოების გასწვრივ . . . . .	0,1÷-0,12·10 <sup>6</sup>	0,055·10 <sup>6</sup>	—
ზე ბოჭკოების განივ . . . . .	0,005÷-0,01·10 <sup>6</sup>	—	—
კაუჩუკი . . . . .	0,00008·10 <sup>6</sup>	—	0,47
ბაკელიტი . . . . .	0,02÷-0,03·10 <sup>6</sup>	—	—
ტექსტოლიტი . . . . .	0,06÷-0,1·10 <sup>6</sup>	—	—
გეტინაქაი . . . . .	0,1÷-0,17·10 <sup>6</sup>	—	—

## ზოგიერთი მასალის დასაშვები ძაბვების ხაორცენტაჟო მნიშვნელობები

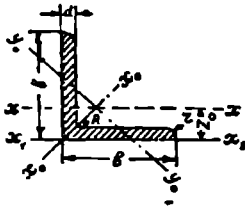
მ ა ს ა ლ ი ს დ ა ს ა ზ ე ლ ე ბ ა	დასაშვები ძაბვა კგ/სმ <sup>2</sup>	
	გაქიმვა	კუმშვა
რუხი თუჯი სხმულებში .	280÷800	1200÷1500
ფოლადი OC და ფ. 2		1400
ფოლადი ფ. 3		1600
ფოლადი ფ. 3. ხიდებში		1400
ნახშირბადიანი ფოლადი		600 : 2500
ლიგირებული ფოლადი	1000÷4000 და ზევით	
სპილენძი	300÷1200	
თითბერი	700÷1400	
ბრინჯაო	600÷1200	
ალუმინი .	300÷800	
ალუმინიანი ბრინჯაო .	800÷1200	
დურალუმინი	800÷1500	
ტექტროლიტი	300÷400	
გეტინაკი	500÷700	
ფანერა	400÷500	
ფიჭვი ბოჭკოების გასწვრივ	70÷100	100÷120
ფიჭვი ბოჭკოების განივ	—	15÷20
მუხა ბოჭკოების გასწვრივ	90÷130	130÷150
მუხა ბოჭკოების განივ .	—	20÷35
ქვის წყობა . .	3-დვ	4÷40
აგურის წყობა	2-დვ	6÷25
ბეტონი	1÷7	10÷90

ხახობრივი გაფართოების  $\alpha$  კოეფიციენტის  $1^\circ\text{C}$  დროს

ნასალს დასახელება	$\alpha$	მასალის დასახელება	$\alpha$
ალუმინი	$255 \cdot 10^{-7}$	ყინული	$507 \cdot 10^{-7}$
მაგნილი	$255 \cdot 10^{-7}$	ფოლადი	$(100 \div 130) \cdot 10^{-7}$
სპილენძი	$167 \cdot 10^{-7}$	ქვის წყობა	$(40 \div 70) \cdot 10^{-7}$
ბრინჯაო და თიხბერი	$(170 \div 220) \cdot 10^{-7}$	ხე	$(20 \div 50) \cdot 10^{-7}$
ბეტონი	$(100 \div 140) \cdot 10^{-7}$	ცელულოზი	$(12 \div 16) \cdot 10^{-7}$

$\alpha$ ,  $\beta$  და  $\gamma$  კოეფიციენტების მნიშვნელობა ხწორკუთხა კვეთის გრესხას

$m = \frac{b}{b}$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
1,0	0,140	0,208	1,0
1,5	0,294	0,346	0,859
2,0	0,457	0,493	0,795
3,0	0,790	0,801	0,753
4,0	1,123	1,150	0,745
6,0	1,789	1,789	0,743
8,0	2,456	2,456	0,742
10,0	3,123	3,123	0,742



ნაკლანი ფოლადის სორტამენტი OCT 10014-39, OCT 10017-39-ის შესაბამისად

ტოლკვერდა კუთხეები

პროფილის ნომერი	I კლას. პეტრის წონა კგ-ობით	ზომები მმ-ობით				პროფილის ფართობი სმ <sup>2</sup> -ობით	I <sub>x</sub> ლერძი		I <sub>x0</sub> ლერძი		I <sub>y0</sub> ლერძი		I <sub>x1</sub> I <sub>y1</sub> ლერძი	სიმაღლის ცენტრის ზედაშორება სმ-ობით
		b	d	R	r		I <sub>x</sub> სმ <sup>4</sup> -ობით	I <sub>x</sub> სმ <sup>4</sup> -ობით	მაქს. I <sub>x0</sub> სმ <sup>4</sup> -ობით	მაქს. I <sub>x0</sub> სმ <sup>4</sup> -ობით	მინ. I <sub>y0</sub> სმ <sup>4</sup> -ობით	I <sub>y0</sub> სმ <sup>4</sup> -ობით		
2	0,89	20	3	3,5	1,2	1,13	0,40	0,60	0,63	0,75	0,17	0,39	0,81	0,60
	1,15	4				1,46	0,49	0,58	0,78	0,73	0,21	0,38	1,09	0,64
2,5	1,12	25	3	3,5	1,2	1,43	0,80	0,75	1,28	0,95	0,32	0,47	1,56	0,73
	1,46	4				1,86	1,02	0,74	1,63	0,94	0,41	0,47	2,12	0,77

პროდუქტის ხარისხი	I ტომ. მეტრის წონა კგ-ით	ბოშები მმ-ობით				პროდუქტის F ფარ- თობი სმ-ობით	XX ლერძი		XoXo ლერძი		YoYo ლერძი		X1X1 /მეტრის		სამომხმის ტენზიის γ <sub>11</sub> დახვეწება სმ-ობით
		b	d	R	r		I <sub>x</sub> სმ-ობით	I <sub>y</sub> სმ-ობით	შავს სმ <sup>2</sup>	შავს. I <sub>xo</sub> სმ-ობით	მონ. სმ <sup>2</sup>	I <sub>yo</sub> სმ-ობით	I <sub>x1</sub> სმ <sup>2</sup>		
3	1,78	30	4	4,5	1,5	2,27	1,82	0,90	2,90	1,13	0,75	0,58	3,62	0,39	
	2,18		5			2,78	2,20	0,89	3,47	1,12	0,93	0,58	4,58	0,93	
3,5	2,10	35	4	4,5	1,5	2,67	3,02	1,06	4,47	1,34	1,27	0,69	5,74	1,01	
	2,57		5			3,28	3,61	1,05	5,71	1,32	1,51	0,68	7,23	1,05	
4	2,42	40	4	5,0	1,7	3,08	4,60	1,22	7,26	1,53	1,93	0,79	8,53	1,13	
	2,97		5			3,79	5,54	1,21	8,75	1,52	2,34	0,79	10,7	1,17	
	3,52		6			4,48	6,41	1,20	1,01	1,50	2,70	0,78	13,0	1,21	
4,5	2,73	45	4	5,0	1,7	3,48	6,60	1,38	10,5	1,74	2,68	0,88	12,1	1,26	
	3,37		5			4,29	8,00	1,37	12,7	1,72	3,26	0,87	15,3	1,30	
	3,99		6			5,08	9,29	1,35	14,8	1,71	3,78	0,86	18,4	1,34	
5	3,77	50	5	5,5	1,6	4,80	11,2	1,53	17,8	1,92	4,61	0,98	20,9	1,42	
	4,47		6			5,69	13,1	1,52	20,7	1,91	5,39	0,97	25,2	1,46	
6	4,57	60	5	6,5	2,2	5,82	19,9	1,85	31,4	2,32	8,29	1,19	35,9	1,66	
	5,42		6			6,91	23,3	1,84	36,8	2,31	9,76	1,19	43,3	1,70	
	7,09		8			9,03	29,6	1,81	46,8	2,28	12,4	1,17	58,2	1,78	
6,5	5,93	65	6	8,0	2,7	7,55	29,8	1,98	47,2	2,50	12,3	1,28	54,3	1,82	
	7,75		8			9,87	38,1	1,96	60,3	2,48	15,8	1,27	73,7	1,90	
	9,51		10			12,1	45,4	1,94	72,0	2,44	18,8	1,25	92,9	1,98	
7,5	6,89	75	6	9,0	3,0	8,78	46,7	2,31	73,3	2,89	20,1	1,51	83,9	2,06	
	9,03		8			11,5	60,1	2,28	94,9	2,87	25,3	1,48	113	2,14	
	11,1		10			14,1	72,2	2,26	114	2,84	30,3	1,47	142	2,22	
	13,1		12			16,7	83,3	2,24	132	2,81	34,9	1,45	172	2,30	

მე-5 ცხრილის გაგრძელება

პროფილების ნომრები	1 ბ.დ. მეტრის წონა ცვ-ობით	ზომები მმ-ობით		პროფილის F დაბ- თობი სმ-ობით	xx ღერძი		x <sub>0</sub> x <sub>0</sub> ღერძი		y <sub>0</sub> y <sub>0</sub> ღერძი		x <sub>1</sub> x <sub>1</sub> ღერძი	სიმძიმის ცენტრის z <sub>0</sub> დაშორება სმ-ობით		
		b	d		R	r	I <sub>x</sub> სმ-ობით	I <sub>x</sub> სმ-ობით	მაქს. I <sub>x0</sub> სმ-ობით	მაქს. I <sub>x0</sub> სმ-ობით			მინ. I <sub>y0</sub> სმ-ობით	მინ. I <sub>y0</sub> სმ-ობით
8	7,36	80	6	90	3,0	9,38	57,0	2,47	90	3,11	23,5	1,58	102	2,19
	9,66		8			12,3	73,3	2,44	116	3,07	30,3	1,57	137	2,27
	11,9		10			15,1	88,4	2,42	140	3,05	36,5	1,56	172	2,35
9	11,0	90	8	11	3,7	14,0	106	2,76	168	3,46	43,6	1,77	194	2,51
	13,5		10			17,2	128	2,74	204	3,44	53,1	1,76	244	2,59
	16,0		12			20,4	149	2,71	237	3,41	61,7	1,75	294	2,67
	18,4		14			23,4	169	2,69	267	3,38	71,9	1,75	345	2,74
10	12,3	100	8	12	4,0	15,6	147	3,07	233	3,87	61,0	1,98	265	2,75
	15,1		10			19,2	179	3,05	284	3,85	74,9	1,97	333	2,83
	17,9		12			22,8	209	3,03	331	3,81	87,6	1,96	402	2,91
	20,6		14			26,3	237	3,01	375	3,78	99,1	1,95	472	2,99
	23,3		16			29,7	265	2,99	416	3,75	113	1,95	542	3,06
12	18,3	120	10	13	4,3	23,3	316	3,68	503	4,64	130	2,36	575	3,33
	21,7		12			27,6	371	3,66	590	4,62	153	2,35	693	3,41
	25,1		14			31,9	423	3,64	671	4,59	174	2,34	811	3,49
	28,4		16			36,1	474	3,62	749	4,56	199	2,34	931	3,56
	31,6		18			40,3	520	3,60	822	4,54	219	2,33	1052	3,64
13	19,8	130	10	13	4,3	25,3	406	4,01	646	5,05	166	2,56	730	3,58
	23,6		12			30,0	477	3,99	759	5,03	196	2,55	880	3,66
	27,3		14			34,7	545	3,96	866	5,00	223	2,54	1030	3,74
	30,9		16			39,3	608	3,93	967	4,96	249	2,52	1182	3,82

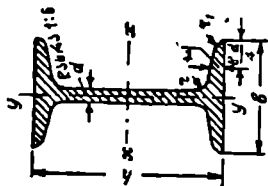
პროფილების ნომრები	1 გზის მეტრის წონა კგ-ობით	ხომები მმ-ობით				პროფილის F ფარ- თობის სმ-ობით	XX ლერძი		X <sub>0</sub> X <sub>0</sub> ლერძი		Y <sub>0</sub> Y <sub>0</sub> ლერძი		X <sub>1</sub> X <sub>1</sub> ლერძი	სიმაღლის ცენტრის Z <sub>0</sub> დაშორება სმ-ობით
		b	d	R	r		I <sub>X</sub> სმ-ობით	I <sub>X</sub> სმ-ობით	მაგს. /X <sub>0</sub> სმ-ობით	მაგს. /X <sub>0</sub> სმ-ობით	მონ. /Y <sub>0</sub> სმ-ობით	I <sub>Y</sub> სმ-ობით	I <sub>X1</sub> სმ-ობით	
15	27,4	150	12	15	5,0	34,9	745	4,62	1186	5,83	305	2,95	1347	4,15
	31,7		14			40,4	857	4,60	1358	5,80	356	2,97	1577	4,22
	36,0		16			45,8	961	4,58	1522	5,77	399	2,95	1808	4,30
	40,1		18			51,1	1060	4,56	1679	5,73	440	2,94	2041	4,38
	44,3		20			56,4	1154	4,52	1830	5,70	478	2,91	2275	4,46
18	38,3	180	14	15	5,0	48,8	1515	5,57	2405	7,03	625	3,58	2721	4,97
	43,5		16			55,4	1704	5,55	2705	7,00	703	3,56	3117	5,05
	48,6		18			61,9	1885	5,52	2994	6,94	775	3,54	3515	5,13
20	48,7	200	16	18	6,0	62,0	2355	6,17	3755	7,79	954	3,93	4264	5,55
	54,4		18			69,3	2619	6,15	4165	7,77	1074	3,93	4908	5,62
	60,1		20			76,5	2868	6,13	4560	7,74	1175	3,92	5355	5,70
	71,3		24			90,8	3349	6,07	5313	7,66	1384	3,90	6456	5,85
	88,3		30			111,5	3999	5,96	6373	7,49	1685	3,87	8093	6,03
22	53,7	220	16	21	7,0	68,4	3168	6,80	5046	8,59	1307	4,37	5661	6,04
	66,4		20			84,5	3859	6,75	6120	8,51	1592	4,34	7003	6,20
	78,8		24			100,4	4514	6,71	7148	8,44	1870	4,32	8560	6,35
	91,0		28			115,9	5135	6,66	8130	8,37	2141	4,30	10029	6,50
23	82,6	230	24	20	7,0	105,3	5207	7,03	8266	8,86	2144	4,51	9780	6,59





კ.ო.ფი. ლ.ს ნ.პ.ი	ზომები მმ-ობით			სტატისტიკური შეცდომების პროცენტი	საფუძვლიანი მონაცემების რაოდენობა	დგრძობის მიმართ სიდიდეები						დგრძობის სიდიდეები						
	B	b	d			R	r	დგრძობის სიდიდეები		დგრძობის სიდიდეები		დგრძობის სიდიდეები		დგრძობის სიდიდეები				
								$I_{\text{სფ}}$	$I_{\text{სფ}}$	$I_{\text{სფ}}$	$I_{\text{სფ}}$	$I_{\text{სფ}}$	$I_{\text{სფ}}$	$I_{\text{სფ}}$	$I_{\text{სფ}}$			
6 4	60	40	6	7,0	2,3	4,63	3,78	17,4	1,90	6,19	1,13	35,8	1,95	10,8	0,97	3,62	0,87	0,432
						5,72	4,49	20,3	1,88	7,20	1,12	43,1	2,0	13,1	1,01	4,20	0,86	0,430
						7,44	5,84	25,8	1,86	9,04	1,10	57,9	2,08	17,9	1,09	5,39	0,85	0,420
7,5 5	75	50	6	8,0	2,7	6,11	4,80	34,9	2,39	12,5	1,43	69,9	2,39	20,9	1,17	7,24	1,09	0,435
						7,25	5,69	41,0	2,37	14,6	1,42	84,0	2,44	25,3	1,21	8,46	1,08	0,434
						9,47	7,43	52,4	2,35	18,6	1,40	113	2,52	34,3	1,29	10,9	1,07	0,428
						1,6	9,11	63,0	2,33	22,1	1,38	141	2,60	43,7	1,36	13,2	1,07	0,423
8 5,5	80	55	8	8,0	2,7	7,85	6,16	50,6	2,53	19,6	1,53	102	2,56	33,4	1,33	11,1	1,19	0,462
						10,3	8,06	64,9	2,51	24,9	1,56	136	2,64	45,3	1,41	14,3	1,19	0,458
						12,6	9,90	78,2	2,49	29,8	1,54	171	2,72	57,5	1,48	17,4	1,18	0,452
9 6	90	60	6	8	9	8,78	6,90	72,4	2,87	26,0	1,72	145	2,88	43,4	1,41	14,7	1,30	0,437
						11,5	9,08	93,2	2,85	33,2	1,70	194	2,96	58,6	1,49	19,3	1,29	0,433
						14,1	11,10	113,0	2,82	39,8	1,68	244	3,05	74,4	1,56	23,5	1,29	0,429
10 7,5	100	75	10	10	3,3	13,5	10,6	135	3,16	65,0	2,19	266	3,11	113	1,88	35,4	1,62	0,548
						16,7	13,1	163	3,13	76,5	2,7	333	3,20	143	1,96	42,6	1,60	0,545
						19,7	15,5	190	3,11	91,1	2,15	402	3,27	173	2,04	49,8	1,59	0,541
12 8	120	80	10	11	3,7	15,6	12,2	229	3,83	82,3	2,30	459	3,85	137	1,88	47,6	1,75	0,438
						19,2	15,1	279	3,81	99,6	2,27	575	3,93	178	1,96	57,7	1,73	0,436
						22,8	17,9	326	3,79	116	2,25	692	4,01	210	2,04	66,6	1,71	0,432

პროვი- ლის წომები	ჯამები მშ-ობით		სადასაწყისი დასაწყისი	დღეობების მიხედვით სიდიდებით										ჯამები მ-ი	
	B	b		ლერი x-x		ლერი y-y		ლერი x1-x2		ლერი y1-y2		სომხების ცენტრის დასაწყისი x0 სმ	სომხების ცენტრის დასაწყისი y0 სმ	მ <sup>2</sup> სმ <sup>2</sup> დღეობები	მ <sup>2</sup> სმ <sup>2</sup> დღეობები
				მ <sup>2</sup> სმ <sup>2</sup>	მ <sup>2</sup> სმ <sup>2</sup>	მ <sup>2</sup> სმ <sup>2</sup>	მ <sup>2</sup> სმ <sup>2</sup>								
13 9	8	10	17,2	13,5	297	4,15	118	2,62	583	4,08	155	2,11	66,5	1,97	0,471
	10	12	21,3	16,7	362	4,12	143	2,59	731	4,16	245	2,19	81,4	1,95	0,469
	12	14	25,2	19,8	424	4,10	167	2,57	879	4,25	297	2,27	94,8	1,94	0,467
	14	16	29,1	22,8	484	4,08	189	2,55	1028	4,33	349	2,35	109	1,93	0,464
15 10	10	12	24,3	19,1	557	4,78	201	2,87	1120	4,81	335	2,35	115	2,18	0,439
	12	14	26,8	22,6	695	4,76	235	2,85	1347	4,90	405	2,43	137	2,18	0,437
	14	16	33,3	26,2	749	4,73	267	2,83	1575	4,98	476	2,51	156	2,16	0,434
	16	18	37,7	29,6	839	4,71	297	2,81	1804	5,06	549	2,59	175	2,15	0,430
18 12	12	14	34,9	27,4	1156	5,75	417	3,46	2325	5,79	695	2,82	240	2,62	0,440
	14	16	40,4	31,7	1326	5,73	476	3,44	2717	5,87	816	2,90	279	2,62	0,438
	16	18	45,8	35,9	1490	5,71	532	3,41	3111	5,95	939	2,98	309	2,60	0,436
	18	20	51,2	40,2	1666	5,69	597	3,38	3511	6,09	1047	3,06	339	2,58	0,434
20 12	12	14	37,3	29,2	1846	6,45	428	3,39	3188	6,64	696	2,68	259	2,64	0,364
	14	16	43,2	33,9	1776	6,42	489	3,36	3725	6,72	818	2,76	295	2,61	0,362
	16	18	49,0	38,4	1997	6,38	547	3,34	4264	6,80	941	2,84	331	2,60	0,360
	18	20	54,8	43,2	2218	6,35	605	3,31	4811	6,89	1064	2,92	369	2,58	0,358
20 15	12	14	41,0	32,2	1666	6,37	810	4,44	3181	6,08	1347	3,62	436	3,26	0,552
	14	16	47,9	37,1	2155	6,32	1043	4,40	4272	6,27	1812	3,78	562	3,23	0,549
	16	18	54,8	43,2	2388	6,30	1153	4,38	4800	6,33	2048	3,85	623	3,21	0,548
	18	20	61,7	49,1	2614	6,27	1258	4,35	5344	6,41	2285	3,93	683	3,21	0,546



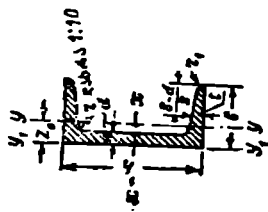
ორგვეზბრა კოეფიციენტი

პროფილის ნომერი	ზომები მმ-ით						კვეთის $F$ ფართობი	დობრძობისათვის						პროფილის ნომერი	
	h	b	t	d	r	r <sub>1</sub>		xx		yy		I <sub>x</sub> სმ <sup>4</sup>	I <sub>y</sub> სმ <sup>4</sup>		
								W <sub>x</sub> სმ <sup>3</sup>	I <sub>x</sub> სმ <sup>4</sup>	I <sub>x</sub> სმ <sup>4</sup>	W <sub>y</sub> სმ <sup>3</sup>				
10	11,2	100	7,6	4,5	6,5	3,3	14,3	245	49	4,14	8,59	33,0	9,72	1,52	10
12	14,0	120	8,4	5,0	7,0	3,5	17,8	436	72,7	4,95	10,3	46,9	12,7	1,62	12
14	16,9	140	9,1	5,5	7,5	3,8	21,5	712	102	5,76	12,0	64,4	16,1	1,73	14
16	20,5	160	9,9	6,0	8,0	4,0	26,1	1130	141	6,58	13,8	93,1	21,2	1,89	16
18	24,1	180	10,7	6,5	8,5	4,3	30,6	1660	185	7,36	15,4	122	26,0	2,00	18
20 <sup>a</sup>	27,9	200	11,4	7,0	9,0	4,5	35,9	2370	237	8,15	17,2	158	31,5	2,12	a 20
20 <sup>b</sup>	31,1	200	11,4	9,0	9,0	4,5	39,5	2500	250	7,96	16,9	169	33,1	2,06	b
22 <sup>a</sup>	33,0	220	12,3	7,5	9,5	4,8	42,0	3400	309	8,99	18,9	225	40,9	2,31	a 22
22 <sup>b</sup>	36,4	220	12,3	9,5	9,5	4,8	46,4	3570	325	8,78	18,7	239	42,7	2,27	b 22

პროფი- ლის ნომერი	ზომები მართობი						კუთხის ფართობი მ <sup>2</sup>	ლორცმებისათვის						პროფი- ლის ნომერი
	h	b	d	t	r	r <sub>1</sub>		I x სმ	W x სმ	I x სმ-ში	I x სმ	W x სმ	I y სმ-ში	
24 $\frac{a}{b}$	37,4	116	8,0	13,0	10,0	5,0	47,7	381	9,77	20,7	280	48,4	2,42	
	41,2	118	10,0	13,0	10,0	5,0	52,6	400	9,57	20,4	297	50,4	2,38	
27 $\frac{a}{b}$	42,8	122	8,5	13,7	10,5	5,3	54,6	485	10,9	23,3	345	56,6	2,51	
	47,1	124	10,5	13,7	10,5	5,3	60,0	509	10,7	22,9	366	58,9	2,47	
30 $\frac{a}{b}$ $\frac{c}{c}$	48,0	126	9,0	14,4	11,0	5,5	61,2	597	12,1	25,7	407	63,5	2,55	
	52,7	128	11,0	14,4	11,0	5,5	67,2	627	11,8	25,4	422	65,9	2,50	
	57,4	130	13,0	14,4	11,0	5,5	73,4	657	11,6	25,0	445	68,5	2,46	
33 $\frac{a}{b}$ $\frac{c}{c}$	53,4	130	9,5	15,0	11,5	5,8	68,1	721	13,2	28,3	460	70,7	2,60	
	58,6	132	11,5	15,0	11,5	5,8	74,7	757	12,9	27,9	484	73,4	2,55	
	63,8	134	13,5	15,0	11,5	5,8	81,3	794	12,7	27,5	510	76,1	2,51	
36 $\frac{a}{b}$ $\frac{c}{c}$	59,9	136	10,0	15,8	12,0	6,0	76,3	875	14,4	30,7	552	81,2	2,69	
	65,6	138	12,0	15,8	12,0	6,0	83,5	919	14,1	30,3	582	84,3	2,64	
	71,2	140	14,0	15,8	12,0	6,0	90,7	962	13,8	29,9	612	87,4	2,60	
40 $\frac{a}{b}$ $\frac{c}{c}$	67,6	142	10,5	16,5	12,5	6,3	86,1	1090	15,9	34,1	660	93,2	2,77	
	73,8	144	12,5	16,5	12,5	6,3	94,1	1140	15,6	33,6	692	96,2	2,71	
	80,1	146	14,5	16,5	12,5	6,3	102	1190	15,2	33,2	727	99,6	2,65	

მე-7 ცხრილის განმარტება

პროცენტების წილები	ბუნებრივი მნიშვნელობები						კვანძის $F$ ფართობი	დობილობისათვის						პროცენტების წილები	
	I კლასის მნიშვნელობები							XX							
	h	b	d	t	r	$r_1$		$r$	$r_1$	$r$	$r_1$	$r$	$r_1$		$r$
$\frac{a}{b}$ $\frac{45}{c}$	80,4 87,4 94,5	450 450 450	11,5 13,5 15,5	18 18 18	13,5 13,5 13,5	6,8 6,8 6,8	102 111 120	32240 33760 35280	1430 1500 1570	17,7 17,4 17,1	38,6 38,0 37,6	855 894 936	114 118 122	2,89 2,84 2,79	$\frac{a}{b}$ $\frac{45}{c}$
$\frac{a}{b}$ $\frac{50}{c}$	93,6 101 109	500 500 500	12 14 16	20 20 20	14 14 14	7,0 7,0 7,0	119 129 139	46470 48560 50640	1860 1940 2030	19,7 19,4 19,0	42,8 42,4 41,8	1120 1170 1220	142 146 151	3,07 3,01 2,96	$\frac{a}{b}$ $\frac{50}{c}$
$\frac{a}{b}$ $\frac{55}{c}$	105 114 123	550 550 550	12,5 14,5 16,5	21 21 21	14,5 14,5 14,5	7,3 7,3 7,3	134 145 156	62870 65640 68410	2290 2390 2490	21,6 21,2 20,9	46,9 46,4 45,8	1370 1420 1480	164 170 175	3,19 3,14 3,08	$\frac{a}{b}$ $\frac{55}{c}$
$\frac{a}{b}$ $\frac{60}{c}$	118 128 137	600 600 600	13 15 17	22 22 22	15 15 15	7,5 7,5 7,5	151 161 175	83860 87460 91060	2800 2920 3040	23,5 23,2 22,8	51,8 50,7 50,2	1700 1770 1840	193 199 205	3,36 3,30 3,24	$\frac{a}{b}$ $\frac{60}{c}$



ვარცხლილები (შედეგები)

პოლი- ლევის ნომერი	ზომები მმ-ით							კვეთის $I_x$ ფართობი	ღერძების სათვის						
	h	b	d	t	r	R	Wx სმ <sup>3</sup>		xx		yy		Iy სმ <sup>4</sup>	y <sub>0</sub> სმ	
									Ix სმ <sup>4</sup>	Ix სმ-ბით	Iy სმ <sup>4</sup>	Iy სმ-ბით			
5	5,44	37	4,5	7,0	7,0	3,5	6,93	26,0	10,4	1,94	8,3	3,55	1,10	27,9	1,35
	6,70	40	4,8	7,5	7,5	3,75	8,4	55,2	17,0	2,54	12,0	4,59	1,19	28,3	1,38
8	8,04	43	5,0	8,0	8,0	4,00	10,24	101,3	25,3	3,15	16,6	5,79	1,27	37,4	1,43
	10,00	48	5,3	8,5	8,5	4,25	12,74	198,3	39,7	3,95	25,6	7,80	1,41	51,9	1,52
	12,06	53	5,5	9,0	9,0	4,50	15,36	346,3	57,7	4,75	37,4	10,17	1,56	77,7	1,62
14 $\frac{a}{b}$	14,53	58	6,0	9,5	9,5	4,75	18,51	563,7	80,5	5,52	53,2	13,01	1,70	107,1	1,71
	16,73	60	8,0	9,5	9,5	4,75	21,31	609,4	87,1	5,35	61,1	14,12	1,69	120,6	1,57
16 $\frac{a}{b}$	17,23	63	6,5	10,0	10,0	5,0	21,95	866,2	108,3	6,28	73,3	16,30	1,83	144,1	1,80
	19,74	65	8,5	10,0	10,0	5,0	25,15	934,5	116,8	6,10	83,4	17,55	1,82	160,8	1,75

პროცედურის აღწერა	I რძ. მ წმტ	ზომები მგ-ობით						ქვეთის ჯ დაზოვობა	ლ რ ძ მ გ ბ ი ს ა თ ე ვ ი ს							
		h	b	d	t	r	r <sub>1</sub>		xx		yy		y <sub>1</sub> სა	z <sub>1</sub> სა		
									Ix სა	Ix სა-ობით	Iy სა	Iy სა-ობით				
18 a-b	20,17	180	68	7,0	10,5	10,5	5,25	25,69	1272,7	141,4	7,04	98,6	20,03	1,96	189,7	1,88
	22,99	180	70	9,0	10,5	10,5	5,25	29,29	1369,9	152,2	6,84	111,0	21,52	1,96	210,1	1,84
20 a-b	22,63	200	73	7,0	11,0	11,0	5,5	28,83	1780,4	178,0	7,96	128,0	24,23	2,11	244,0	2,01
	25,77	200	75	9,0	11,0	11,0	5,5	32,83	1913,7	191,4	7,64	143,6	25,88	2,09	268,4	1,95
22 a-b	24,99	220	77	7,0	11,5	11,5	5,75	31,84	2393,9	217,6	8,67	157,8	28,17	2,23	298,2	2,10
	28,45	220	79	9,0	11,5	11,5	5,75	36,24	2571,4	233,8	8,42	176,4	30,05	2,21	326,3	2,03
24 a-b-c	26,55	240	78	7,0	12,0	12,0	6,0	34,21	3052,2	254,3	9,45	173,8	30,47	2,25	324,6	2,10
	30,62	240	80	9,0	12,0	12,0	6,0	39,00	3282,6	273,5	9,17	194,1	32,51	2,23	354,8	2,03
	34,39	240	82	11,0	12,0	12,0	6,0	43,81	3513,0	292,7	8,96	213,4	34,42	2,21	388,1	2,00
27 a-b-c	30,83	270	82	7,5	12,5	12,5	6,25	39,27	4362,0	323,1	10,34	215,6	35,52	2,34	393,1	2,13
	35,07	270	84	9,5	12,5	12,5	6,25	44,67	4690,1	317,4	10,25	239,2	37,72	2,31	428,2	2,06
	39,30	270	86	11,5	12,5	12,5	6,25	50,07	5018,1	371,7	10,10	264,4	39,79	2,28	466,8	2,03

მე-8 ცხრილის გაგრძელება

პროდუქტის ლევის ნომერი	ზომები მმ-ობით						კუბური ფუტის სიგრძე	დ ე რ ტ ე ბ ი ს ა თ ე ი ს							
	I კლ. ა ჯიშის მ-ობის							XX		YY		Yy	Z <sub>0</sub> სმ		
	h	b	d	t	r	r <sub>1</sub>		f <sub>1</sub> სმ	f <sub>2</sub> სმ	f <sub>3</sub> სმ	f <sub>4</sub> სმ			f <sub>5</sub> სმ	
a	34,45	85	7,5	13,5	13,5	6,75	43,89	6047,9	403,2	11,72	259,5	41,10	2,43	465,5	2,17
b	39,16	87	9,5	13,5	13,5	6,75	49,59	6497,9	433,2	11,41	289,2	44,03	2,41	515,2	2,13
c	43,87	89	11,5	13,5	13,5	6,75	55,89	6947,9	463,2	11,15	315,8	46,38	2,38	559,7	2,09
a	38,70	88	8,0	14,0	14,0	7,0	49,50	8076,8	489,5	12,80	307,5	46,65	2,50	547,6	2,21
b	43,88	90	10,0	14,0	14,0	7,0	55,50	8675,7	525,8	12,46	338,4	49,32	2,46	593,2	2,14
c	49,06	92	12,0	14,0	14,0	7,0	62,50	9274,7	562,1	12,18	367,9	51,81	2,43	643,2	2,10
a	47,80	96	9,0	16,0	16,0	8,0	60,89	11874,2	659,7	13,97	455,0	63,54	2,73	818,4	2,44
b	53,45	98	11,0	16,0	16,0	8,0	68,09	12651,8	702,9	13,63	496,7	66,85	2,70	880,4	2,37
c	59,10	100	13,0	16,0	16,0	8,0	75,29	13499,4	746,1	13,36	536,4	70,02	2,67	947,9	2,34
a	58,91	100	10,5	18,0	18,0	9,0	75,05	17577,9	878,9	15,30	592,0	78,83	2,81	1067,9	2,49
b	65,19	102	12,5	18,0	18,0	9,0	83,05	18644,5	932,2	14,98	640,0	82,52	2,78	1135,6	2,44
c	71,47	104	14,5	18,0	18,0	9,0	91,05	19711,2	985,6	14,71	687,8	86,19	2,75	1220,7	2,42



## ს ა რ ჩ ი ვ ი

### თ ა ვ ი . I

#### ძირითადი განმარტებები ვაკიშვა და კუშშვა

1. შესავალი . . . . .	4
2. დეფორმაციისა და დრეკადი სხეულის განმარტება . . . . .	5
3. კონსტრუქციის ელემენტებზე მოქმედი გარე ძალების კლასიფიკაცია . . . . .	6
4. ძირითადი ჰიპოთეზები და დაშვებები . . . . .	7
5. გაკეთის მეთოდი და ძაბვის განმარტება . . . . .	9
6. დასაშვები ძაბვის განმარტება და მასალათა გამძლეობაში ამოცანის გადაწყვეტის გეგმა . . . . .	11
7. დეფორმაციის ტიპები . . . . .	13
8. ცენტრალური გაკიშვა-კუშშვის დროს ძაბვის განსაზღვრა . . . . .	14
9. სიმტკიცის პირობა და კვეთის შერჩევა . . . . .	15
10. ცენტრალური გაკიშვა-კუშშვის დროს დეფორმაციები. პეისის კანონი . . . . .	17
11. მასალის გამოსადეგი მანქანები და მოწყობილობები . . . . .	23
12. ძაბვის დიაგრამა პლასტიკური და მყიფე მასალებისათვის . . . . .	27
13. პლასტიკური და მყიფე მასალების გამოცდა კუშშვაზე . . . . .	32
14. დასაშვები ძაბვის დანიშვნა . . . . .	34
15. პრიზმატულ ღეროში საკუთარი წონით გამოწვეული ძაბვის გამოთვლა . . . . .	36
16. თანაბარი წინალობიანი და საფეხურებიანი ძელი . . . . .	38
17. საკუთარი წონით განწვეული დეფორმაციები . . . . .	40

### თ ა ვ ი II

#### გაკიშვა-კუშშვაზე რთული შემთხვევები

1. სტატიკურად ურკვევი სისტემა . . . . .	44
2. სტატიკურად ურკვევი სისტემის ანგარიში ზღვრულ-დასაშვებ ტვირთზე . . . . .	49
3. მონტაჟური ძაბვები . . . . .	54
4. ტემპერატურული ძაბვები . . . . .	56
5. მოქნილი ძაფის გაანგარიშება . . . . .	62
6. დამიშლლობის გამოთვლა მოქნილ ძაფში, როდესაც იცვლება დატვირთვა და ტემპერატურა . . . . .	66

## თ ა ვ ი III

### ფერმის ანგარიში

1. ფერმა და მისი საანგარიშო სქემა . . . . .	69
2. ფერმის საურდენებო და საყრდენი რეაქციების გამოთვლა . . . .	70
3. ფერმის გეომეტრიული უკუღებობისა და სტატიკურად რკვევა- ლობის პირობა . . . . .	74
4. ფერმის ლეროებში ძალების განსაზღვრის ანალიზური ხერხი . . . .	77
5. ფერმის ლეროებში ძალების განსაზღვრის გრაფიკული ხერხი — კრე- მონას დიაგრამა . . . . .	82

## თ ა ვ ი IV

### რთული დაძაბული მდგომარეობა

1. ცენტრალური გაქმვა-კუმშვის დროს დახრილ კვეთში ძაბვების გამოთვლა . . . . .	87
2. მთავარი ძაბვების განმარტება . . . . .	90
3. ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობის დროს ძაბვების გამოთვლა . . . .	91
4. გრაფიკული ხერხით ძაბვების განსაზღვრა (მორის წრეხაზი) . . . .	94
5. გრაფიკული ხერხით მთავარი ძაბვების განსაზღვრა . . . . .	96
6. მოცულობითი დაძაბული მდგომარეობის დროს დახრილ სიბრტყეში ძაბვების განსაზღვრა . . . . .	99
7. დეფორმაციების გამოთვლა მოცულობითი დაძაბული მდგომარეობის დროს . . . . .	101
8. დრეკადი დეფორმაციის ხედრითი მუშაობის გამოთვლა . . . . .	103
9. სიმტკიცის თეორიები . . . . .	105
10. თხელკედლიანი კუბკლის ანგარიში . . . . .	112
11. კონტაქტური ძაბვები . . . . .	115

## თ ა ვ ი V

### მოქლონური და შედუღებითი შეერთების ანგარიში

#### ს უ ფ თ ა ძ ე რ ა

1. მოქლონური შეერთების ანგარიში . . . . .	118
2. სოგმანის ანგარიში . . . . .	124
3. შედუღებითი შეერთების ანგარიში . . . . .	125
4. სუფთა ძერა და დასაშვები მხები, ძაბვის დადგენა . . . . .	130
5. ძაბვასა და დეფორმაციას შორის დამოკიდებულება სუფთა ძერის დროს	134

## თ ა ვ ი VI

### ბრტყელი კვეთების გეომეტრიული მახასიათებლები

1. სტატიკური და ინერციის მომენტები . . . . .	137
2. პარალელური ღერძების მიმართ ინერციის მომენტები . . . . .	138

3. მარტივი ზრტყელი კვებების ინერციის მომენტები . . . . .	140
4. ინერციის მომენტებს შორის დამოკიდებულება ღერძების მობრუნების დროს . . . . .	143

**თ ა ვ ი VII**

**გრეხა**

1. მგრეხაჲი მომენტის გამოთვლა . . . . .	150
2. გრეხის დროს ძაბვებისა და დეფორმაციების გამოთვლა . . . . .	154
3. გრეხის დროს მთავარი ძაბვების განსაზღვრა . . . . .	158
4. სიმტკიცის და სიხისტის პირობა გრეხის დროს . . . . .	159
5. გრეხის დროს სტატიკურად ურკვევი ამოცანის ამოხსნა . . . . .	161
6. ცილინდრული ხრახნელი ზამშარის ანგარიში . . . . .	163
7. სწორკუთხოვანი და თხელკედლიანი განიკვეთის ღეროს გრეხა . . . . .	166
8. ზღვრული დასაშევი ტერიის ანგარიში გრეხის დროს . . . . .	173

**თ ა ვ ი VIII**

**ღუნვა**

1. ღუნვის დეფორმაციის ზოგადი განმარტება. კოკები და მათი საყრდენები . . . . .	176
2. საყრდენი რეაქციების ანგარიში . . . . .	178
3. კოკის განიკვეთში მღუნაჲი მომენტი და განივი ძალა . . . . .	180
4. მღუნაჲ მომენტს, განივი ძალასა და დატეირთვის ინტენსიოზას შორის დიფერენციალური დამოკიდებულება . . . . .	183
5. მღუნაჲი მომენტისა და განივი ძალის ეპიურების აგება . . . . .	185
6. სუფთა ღუნვის დროს მასალის მუშაობის ექსპერიმენტალური შესწავლა . . . . .	199
7. ნორმალური ძაბვის განსაზღვრა ბრტყელი ღუნვის დროს . . . . .	202
8. მხეზი ძაბვის ანგარიში ღუნვის დროს . . . . .	209
9. კოკის კეთის ზომების შერჩევა . . . . .	215
10. კოკის სიმტკიცის შემოწმება მთავარი ძაბვების შიხედვით . . . . .	218
i1. კოკის ანგარიში დასაშევი ტეირთზე . . . . .	222

**თ ა ვ ი IX**

**კოკის დეფორმაციის განსაზღვრა**

1. დეფორმაციის ანგარიში ანალიზური ხერხით . . . . .	227
2. კოკის ნებისმიერი კეთის ჩალუნვისა და მობრუნების კუთხის განსაზღვრა მარტივი დატეირთვის დროს . . . . .	230
3. საწყისი პარამეტრების მეთოდი . . . . .	239
4. ღუნვის დეფორმაციების განსაზღვრა გრაფო-ანალიზური ხერხით . . . . .	243
5. ენერგეტიკული მეთოდი . . . . .	249
6. კასტილიანოს თეორემა . . . . .	253

7. მაქსველ-მორის თეორემა	258
8. ვერეშნაგინის ხერხი	259

## თ ა ვ ი X

### სტატეკურად ურკვევადი კოქები

1. დეფორმაციის შედარების ხერხი	262
2. უქრა კოქის ანგარიში	265
3. უქრ კოქში მღუნაეი მომენტისა და განივი ძალის ანგარიში	271

## თ ა ვ ი XI

### რთული წინაღობა

1. ირობი ღუნვა	276
2. ღუნვისა და ვაჰიმვის ან კუმშვის ერთდროული მოქმედება	283
3. არაცენტრალური კუმშვა ან ვაჰიმვა	285
4. კვეთის გული	288
5. ღუნვისა და გრეხის ერთდროული მოქმედება	293

## თ ა ვ ი XII

### მრუდე ძელი

1. საერთო ცნობები	301
2. მღუნაეი მომენტით აღძრულ ძაბვის ანგარიში	302
3. ნე-ტრალური შრის სიმრუდის რადიუსის განსაზღვრა	307
4. დეფორმაციის ანგარიში მრუდე ძელებში	310

## თ ა ვ ი XIII

### შეკუმშული ღეროების შემოწმება მდგრადობაზე

1. წონასწორობის მდგრადი და არამდგრადი ფორმა. კრიტიკული ძალა	319
2. კრიტიკული ძალის გამოთვლა ეილერის ფორმულით	321
3. კრიტიკული ძაბვის მთლიანი გრაფიკი	326
4. მდგრადობაზე განაგარიშების პრაქტიკული ხერხი	329

## თ ა ვ ი XIV

### სისტემის ელემენტების ანგარიში დინამიკური დატვირთვის დროს

1. ღინამიკური დატვირთვის ტიპები	335
2. თანბრად აჩქარებულ ძრაობის დროს დინამიკური ძაბვის გამოთვლა	336
3. დინამიკური ძაბვის გამოთვლა ბარბაცაში	340
4. დარტყმის დროს დინამიკური ძაბვის გამოთვლა	341
5. რეზონანსი და მისი ვაღუნა კონსტრუქციებზე	348
6. დასაშვადი ძაბვის შერჩევა სტატეკური დატვირთვის დროს	358
7. ნონანვლადი დატვირთვის დროს დასაშვადი ძაბვის შერჩევა	362
ც ხ რ ი ღ ჯ ბ ი	378