ჰ. წულაია, ნ. წულაია

მექანიკური რხევების თეორია
და
ვიბრაციული მანქანები

თბილისი
2010

უაკ 534.14
62-752

განხილულია რხევების ის ძირითადი სახეები, რომლებიც გხვდება მექანიკურ რხევით სისტემებში ერთი და ორი თავისუფლების ხარისხით, ასევე განაწილებული პარამეტრებით.

მოყვანილია წრფივი და არაწრფივი მექანიკური რხევითი სისტემების მახასიათებელი პარამეტრების გაანგარიშების მეთოდები.

მოცემულია ისეთი ვიბრაციული მანქანების გაანგარიშებისა და დაგეგმარების საფუძვლები, რომლებიც გამოიყენება მრეწველობისა და ტექნიკის მრავალ დარგში.

გარკვეული ტიპის ვიბრაციული მანქანების საექსპლუატაციო პარამეტრების მისაღებად მოცემულია ანგარიშის საინჟინრო მეთოდები.

განკუთვნილია უმაღლესი ტექნიკური სასწავლებლის ბაკალავრიატისა და მაგისტრატურის სტუდენტებისათვის, ასევე ინჟინერ-ტექნიკური მუშაკებისათვის, რომლებსაც შეხება აქვთ ვიბრაციული სისტემების გაანგარიშებასა და დაპროექტებასთან.

ISBN 978-9941-0-2235-7

შესავალი

მრეწველობის მრავალ დარგში მექანიზაციისა და ავტომატიზაციის დანერგვა, წარმოებაში ახალი ტექნოლოგიური პროცესების შემოტანა, სახალხო მეურნეობის ცალკეული დარგების მუდმივი განვითარება, მოითხოვს ახალი მაღალეფექტური მანქანების შექმნას. ამ მიზნის მიღწევაში მნიშვნელოვანი ადგილი უჭირავს ვიბრაციულ ტექნიკას.

მრეწველობაში ვიბრაციული მანქანების გამოყენებას გააჩნია დაახლოებით ერთნახევარი საუკუნის ისტორია. თავდაპირველად ისინი გამოიყენებოდნენ ფხვიერი მასალების დასაცალკევებლად ნაწილაკების სიდიდის მიხედვით და მხოლოდ მას შემდეგ რაც აღმოჩენილი იქნა გარკვეულ პირობებში მასალის გადაადგილება ვიბრირებად ზედაპირზე დაიწყო ვიბრაციულ-სატრანსპორტო და სატრანსპორტო-ტექნოლოგიური მანქანების შექმნა.

მრავალფეროვანი მოდიფიკაციის სრულყოფილი ვიბრაციული ამძრავების დამუშავებამ კი განაპირობა ვიბრაციული ტექნიკის როგორც დარგის ჩამოყალიბება და მისი ფართო მასშტაბით გამოყენება მრეწველობის ისეთ დარგებში, როგორიცაა მანქანათმშენებლობა, მეტალურგია, ქიმია, სამთო გამამდიდრებელი წარმოება, მშენებლობა, სოფლის მეურნეობა, მედიცინა და სხვა.

ვიბრაციულ-ტექნოლოგიური პროცესები გამოირჩევიან თავიანთი მრავალფეროვნებით და ერთმანეთისაგან განსხვა-

ვდებიან საპირისპირო შედეგებითაც კი. ვიბრაციის გამოყენებით შესაძლებელია მასალების დახარისხება ფრაქციებად და, პირიქით, შეიძლება სხვადასხვა ინგრედიენტების შერევა. ასევე შესაძლებელია მასალების შემჭიდროება ან მათი გაფხვიერება, მყარი სხეულის დანაწევრება ან ცალკეული ნაწილაკების ერთ მთლიან სხეულად შეკვრა.

მრეწველობაში ვიბრაციული ტექნიკის დანერგვა ხელს უწყობს ტექნოლოგიური პროცესების ინტენსიფიკაციას, ზრდის ეკონომიურ ეფექტურობას და ამსუბუქებს ამ პროცესების ავტომატიზაციას. გარდა ამისა ქმნის ხელსაყრელ პირობებს გაზირებული და დამტვერიანებული მასალების გადაადგილებისას, ამარტივებს ჩატვირთვა გადმოტვირთვის ოპერაციებს, საშუალებას იძლევა ერთმანეთს შევუთავსოთ სხვადასხვა ტექნოლოგიური პროცესები და ა. შ.

ვიბრაციული მანქანების გამოყენების მაღალი ეფექტურობა განპირობებულია, როგორც მუშა პროცესის ხასიათით, რომელიც ხორციელდება მაღალი სიხშირის ცალკეული იმპულსებისა და შედარებით მცირე ამპლიტუდის ჯამური მოქმედების შედეგად, ასევე კონსტრუქციის სიმარტივით, მათი შენახვისა და რემონტის მცირე დანახარჯებით და ასევე მცირე ენერგომოხმარებით.

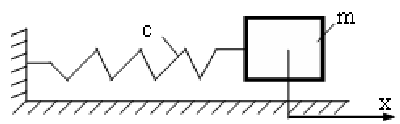
ვიბროტექნიკის განვითარება ხასიათდება, ერთის მხრივ, ფართო გამოყენების სხვადასხვა ვიბრაციული მანქანების შექმნით და მეორეს მხრივ, კონსტრუქციული გადაწყვეტილებების მრავალფეროვნებით, თითოეული ტიპისთვის.

ვიბრაციული მანქანების პრინციპული მოწყობის თავისებურება, ძირითადად, განისაზღვრება მასში გამოყენებული ვიბრაციული ამძრავის ტიპით. დღეისათვის შედარებით გავრცელებულს წარმოადგენენ ინერციული, ელექტრომაგნიტური, ექსცენტრული, პნევმატიკური და ჰიდრავლიკური ამძრავები.

I. რხევითი სიტემების თეორიის საფუძვლები და გაანგარიშების მეთოდები

§1. ერთი თავისუფლების ხარისხის მქონე ვიბრაციული სისტემების თავისუფალი რხევები

განვიხილოთ მარტივი მექანიკური რხევითი სისტემა ერთი თავისუფლების ხარისხით, რომელზეც არ მოქმედებს არც გარეშე იძულებითი ძალა და არც შინაგანი ხახუნის ძალები (ნახ.1.1). ასეთი სისტემები იზოლირებულნი არიან გარემო პირობებისაგან და იწოდებიან კონსერვატიულ სისტემებად. კონსერვატიულ სისტემებში მათი ნებისმიერი ხერხით წონასწორობის მდგომარეობიდან გამოყვანის შემდეგ ინერციის ძალები დროის ნებისმიერ მომენტში წონასწორდებიან დრეკადობის ძალებით და, შესაბამისად, ენერგიის მარაგი არის მუდმივი. თვით სისტემის მოძრაობები კი წარმოადგენენ თავისუფალ რხევებს.



ნახ.1.1

იმისათვის რომ მათემატიკურად აღვწეროთ თავისუფალი რხევები, ვიყენებთ ლაგრანჟის მეორე გვარის განტოლებას, რომელსაც აქვს შემდეგი სახე:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}}\right)+\frac{\partial \Pi}{\partial q}=Q_{*},$$

სადაც T – არის სისტემის კინეტიკური ენერგია, Π - სისტემის პოტენციური ენერგია, Q – სისტემაზე მოქმედი განზოგადებული ძალა, ხოლო q - განზოგადებული კოორდინატა.

ამ განტოლებაში შემავალ კინეტიკური და პოტენციური ენერგიების გამოსახულებებს განსახილველი სისტემისათვის, როდესაც სისტემა არის წრფივი და ვიხილავთ მცირე რხევებს, აქვთ შემდეგი სახე:

$$T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 ; \quad \Pi = \frac{1}{2} c x^2 , \tag{1.1}$$

სადაც m - სისტემის მასაა ზამბარის მასის გამოკლებით, c - სისტემის სიხისტეა, x - სისტემის გადაადგილებაა, რომელიც ამ შემთხვევაში შეესაბამება განზოგადებულ კოორდინატას, $\dot{x}$ - სისტემის მოძრაობის სიჩქარეა.

ვიპოვოთ კერძო წარმოებულები

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = m\dot{x} ; \qquad \frac{d}{dt}\left(m\dot{x}\right) = m\ddot{x} ; \qquad \frac{\partial \Pi}{\partial x} = cx .$$

რომელთა ჩასმით ლაგრანჟის განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$m\ddot{x} + cx = 0 .$$

ან

$$\ddot{x} + p^2 x = 0 , \tag{1.2}$$

სადაც $p^2 = c/m$ მუდმივი სიდიდეა და დამოკიდებულია სისტემის თვისებებზე. p - სისტემის საკუთარი წრიული სიხშირეა და იგი ტოლია :

$$p = \sqrt{\frac{c}{m}} . \tag{1.3}$$

1.2 განტოლება აღწერს განხილული სისტემის მოძრაობას დროის ნებისმიერ მომენტში. ამ განტოლებაზე დაიყვანება მრავალი ამოცანები რხევებზე, რომლებიც გარეგნულად სრულიად არ ჰგავს განხილულ სისტემას.

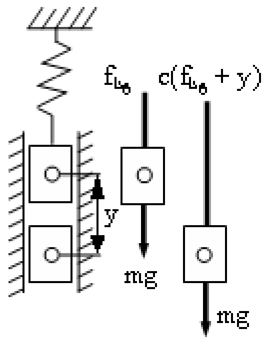
ცხადია, იგივე განტოლება ადვილად გამოიყვანება ე.წ. დალამბერის პრინციპით, რომელიც საშუალებას იძლევა, დინამიკური ამოცანა გადავწყვიტოთ სტატიკური ხერხით. ეს პრინციპი მდგომარეობს შემდეგში. თუ მექანიკურ სისტემას მოვდებთ ინერციის ძალებს, მაშინ ინერციის ძალები გაწონასწორდებიან სისტემაზე მოქმედი გარეშე ძალებით და შესაბამისი კავშირების რეაქციებით. მთლიანად სისტემა კი შეიძლება განვიხილოთ სტატიკურ წონასწორობაში.

ამის საილუსტრაციოდ და იმის გამოსარიცხად, რომ სისტემის საკუთარი სიხშირე არაა დამოკიდებული ზამბარის სივრცეში ორიენტაციაზე, განვიხილოთ სისტემა, როდესაც ზამბარა დაკიდებულია ვერტიკალურად (იხ. ნახ.1.2). ამ მდგომარეობაში ტვირთზე მოქმედებს მისი წონა mg და ზამბარის რეაქცია $cf_{სტ}$ ($f_{სტ}$ - ზამბარის სტატიკური წაგრძელებაა, რომელიც შეესაბამება ტვირთის mg წონას). ტვირთის წონასწორობის პირობას აქვს შემდეგი სახე:

$$mg - cf_{სტ} = 0,$$

ანუ

$$cf_{სტ} = mg. \tag{1.4}$$



ნახ. 1.2

თუ წონასწორობის მდგომარეობა დარღვეულია და ტვირთი მოძრაობს, დროის მყისიერ მომენტში ტვირთზე მოქმედებს mg წონის ძალა და ზამბარის რეაქციის $c(f_{სტ} + y)$ ძალა, სადაც y არის ტვირთის გადახრა წონასწორობის მდგომარეობიდან. მოძრაობის დიფერენციალურ განტოლებას კი ექნება შემდეგი სახე:

$$- c\,(f_{სტ} + y) + mg = m\ddot{y} \tag{1.5}$$

1.4 პირობის გათვალისწინებით 1.5 განტოლება მიიღებს 1.2 განტოლების ანალოგიურ სახეს. სახელდობრ:

$$\ddot{y} + p^2 y = 0. \tag{1.6}$$

1.4 პირობის გათვალისწინებით საკუთარი სიხშირის გამოსათვლელ ფორმულას შეიძლება მივცეთ კიდევ სხვა სახე. კერძოდ, თუ განვსაზღვრავთ c სიხისტეს და ჩავსვამთ მას 1.3 - ში მივიღებთ:

$$p = \quad g / f_{სტ} \tag{1.7}$$

1.2 განტოლება (ასევე 1.6-ც) შეიძლება დაკმაყოფილდეს თუ მივიღებთ, რომ $x = C_1\cos pt$ ან $x = C_2\sin pt$, სადაც C_1 და C_2 ნებისმიერი

მუდმივებია. შესაბამისად 1.2 - ის ზოგადი ამოხსნა მიიღება ამ ორი გადაადგილების შეჯამებით, ანუ

$$x = C_1\cos pt + C_2\sin pt \tag{1.8}$$

როგორც 1.8 ამონახსნიდან ჩანს m მასის მოძრაობას აქვს რხევითი ხასიათი, რადგან cospt და sinpt პერიოდული ფუნქციებია დროში. 1.8 განტოლებით წარმოდგენილ რხევით მოძრაობას ჰარმონიული მოძრაობა ეწოდება.

C_1 და C_2 მუდმივების საპოვნელად საჭიროა განვიხილოთ მოძრაობის საწყისი პირობები. ამისათვის დავუშვათ, რომ დროის საწყის მომენტში (t = 0) მასას გააჩნია x_0 გადაადგილება წონასწორობის მდგომარეობიდან და ამავე დროს მისი სიჩქარე არის $\dot{x}_0$. თუ 1.8 განტოლებაში ჩავსვამთ t = 0, მივიღებთ:

$$x_0 = C_1.$$

გავაწარმოოთ 1.8 განტოლება დროის მიხედვით და მასშიც ჩავსვათ t = 0, მაშინ მივიღებთ:

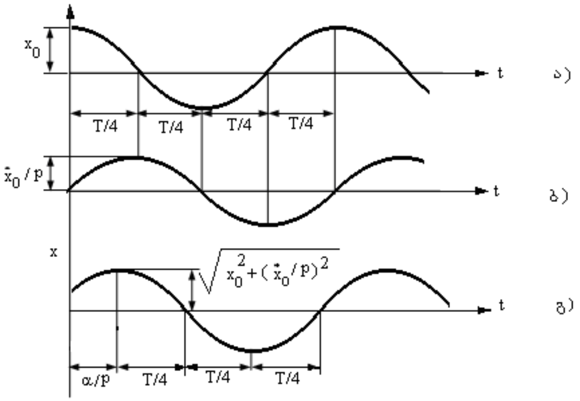
$$\frac{\dot{x}_o}{p} = C_2.$$

თუ C_1 და C_2 მუდმივების განსაზღვრულ მნიშვნელობებს ჩავსვამთ საწყის 1.8 განტოლებაში, მივიღებთ:

$$x = x_0\cos pt + \frac{\dot{x}_o}{p}\sin pt. \tag{1.9}$$

როგორც 1.9 ტოლობიდან ჩანს მასის რხევა შედგება ორი ნაწილისაგან: რხევისაგან, რომელიც პროპორციულია cospt და დამოკიდებულია მასის საწყის x_0 გადაადგილებაზე და რხევისაგან,

რომელიც პროპორციულია sinpt და დამოკიდებულია საწყისი $\dot{x}_0$ სიჩქარეზე. თითოეული აღნიშნული ნაწილებიდან შეიძლება წარმოვადგინოთ გრაფიკულად (იხ. ნახ. 3 ა და ბ). რხევადი მასის სრული გადაადგილება x დროის ნებისმიერ მომენტში მიიღება ამ ორი მრუდის ორდინატების შეჯამებით დროის ერთიდაიგივე მომენტისათვის. რის შედეგად მიიღება ჯამური მრუდი, ნაჩვენები ნახ. 1.3 გ-ზე.



ნახ. 1.3

მასის მოძრაობის 1.8 განტოლება შეიძლება ჩავწეროთ კიდევ სხვა ტოლობის სახითაც. ამისათვის შემოვიღოთ აღნიშვნები: $C_1 = A\sin\alpha$ და $C_2 = A\cos\alpha$. თუ მათ ჩავსვამთ 1.8 ტოლობაში შესაბამისად მივიღებთ:

$$x = A\sin(pt + \alpha), \qquad (1.10)$$

სადაც

$$A = \quad C_1^2 + C_2^2$$

ხოლო

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{C_1}{C_2}. \qquad (1.11)$$

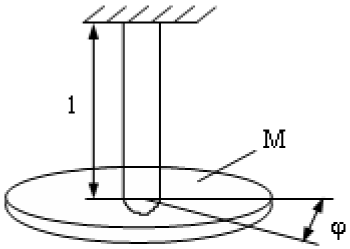
1.10 ტოლობისათვის ამ ორ უკანასკნელ გამოსახულებას ექნება შემდეგი სახე:

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{\dot{x}}{p}\right)^2}, \qquad \alpha = arctg\frac{px_0}{\dot{x}_0}. \qquad (1.12)$$

1.12 ტოლობებში A არის რხევის მაქსიმალური ამპლიტუდა, ხოლო α - საწყისი ფაზა და ისინი განისაზღვრებიან საწყისი პირობებით. ხოლო სისტემის წრიული საკუთარი სიხშირე $p = \sqrt{\frac{c}{m}}$ და რხევის პერიოდი T = $\frac{2\pi}{p} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{c}}$ საწყისი პირობებისაგან დამოკიდებულნი არ არიან.

მექანიკურ რხევით სისტემებში გარდა გრძივი რხევებისა ხშირად გხვდება ე.წ. გრეხვითი რხევები. მოძრაობის აღმწერი დიფერენციალური განტოლებები გრეხვითი რხევების შემთხვევაშიც ანალოგიურია გრძივი რხევების განტოლებებისა. ამის საილუსტციოდ განვიხილოთ ასევე კონსერვატიული სისტემა ერთი თავისუფლების ხარისხით. l სიგრძის ვერტიკალურ ღილვზე დამაგრებულია M მასის მრგვალი ჰორიზონტალური დისკო (ნახ. 1.4). თუ დისკოს სიბრტყეში მოვდებთ მგრეხავ მომენტს, ხოლო შემდგომ სწრაფად მოვხსნით მას, აღიძვრება გრეხვითი რხევები. დისკოს მდებაობა დროის ნებისმიერ მომენტში შეიძლება განისაზღვროს მისი მობრუნების φ კუთხით. ღილვის სიხისტე გრეხვაზე ტოლია:

$$c = \frac{GJ}{l}, \qquad 1.13$$



ნახ. 1.4

სადაც G - ძვრის მოდულია (მპა), ხოლო J - ლილვის განივკვეთის ინერციის მომენტია (სმ^4). კინეტიკური და პოტენციური ენერგიების განტოლებებს მოცემული შემთხვევისთვის ექნებათ შემდეგი სახე:

$$T = \frac{1}{2}Mr^2\dot{\varphi}^2; \qquad \Pi = \frac{1}{2}c\varphi^2, \qquad 1.14$$

სადაც r - ლილვის ღერძის მიმართ ინერციის რადიუსია.

ლაგრანჟის განტოლებაში 1.14 ტოლობების ჩასმით და იმის გათვალისწინებით, რომ განზოგადებულ კოორდინატას ამ შემთხვევაში წარმოადგენს მობრუნების კუთხე φ, მივიღებთ 1.2 - ის ანალოგიურ დიფერენციალურ განტოლებას გრეხვითი რხევებისათვის:

$$Mr^2\ddot{\varphi} + c\varphi = 0,$$

ან

$$\ddot{\varphi} + p^2\varphi = 0, \qquad 1.15$$

სადაც p - გრეხვითი რხევების წრიული სიხშრეა და უდრის:

$$p = \sqrt{\frac{c}{Mr^2}}. \qquad 1.16$$

§2. ვიბრაციულ სისტემებში თავისუფალი რხევების ჩაქრობა წინააღმდეგობის ძალების მოქმედების დროს

ვიბრაციულ მანქანას მუშაობის დროს უხდება სხვადასხვა წინააღმდეგობათა დაძლევა. ამ წინააღმდეგობათა სიდიდითა და ხასიათით განისაზღვრება მნიშვნელოვანწილად ვიბრაციული მანქანების მუშა ორგანოთა მოძრაობების თავისებურებანი და ამძრავის მიერ მოხმარებული ენერგიის სიმძლავრე.

ვიბრაციული მანქანების მუშა ორგანოების რხევითი მოძრაობების ენერგია იხარჯება მუდმივი და სხვადასხვა ცვალებადი სახის წინააღმდეგობათა დაძლევაზე, რომლებიც აღიძვრებიან დასამუშავებელ გარემოსთან მათი ურთიერთქმედების, გადასაადგილებელ ტვირთზე კინეტიკური ენერგიების მინიჭების, გრუნტებისა და ქანების დამსხვრევის და სხვა სამუშაოთა შესრულების დროს. აღნიშნული ენერგიების საწარმოო დანახარჯების გარდა ვიბრაციული მანქანების ამძრავმა უნდა გადალახოს რიგი მავნე წინააღმდეგობები. ასეთებია: ვიბროამძრავის ლილვების საკისრებსა და შემამჭიდროებლებში ხახუნის ძალები; ასევე ხახუნის ძალები კბილანურ მოდებებში; დანაკარგები ვიბროამძრავის ელექტრომაგნიტში გამოყენებულ ფოლადში; ვიბრატორის კორპუსში არსებული ზეთის მიერ გამოწვეული ბლანტი ხახუნი და ვიბრომანქანის დრეკად სისტემაში კონსტრუქციული და ჰისტერეზისული დანაკარგები.

ამრიგად, ვიბრაციული მანქანების მუშა ორგანოებში და მათ კონსტრუქციულ ელემენტებში ძირითადად მოქმედებენ წინააღმდეგობის შემდეგი ძალები: ბლანტი ხახუნი, მაგალითად ვიბროგიურზის ბეტონში ჩაღრმავების დროს; მუშა ორგანოს დასამუშავებელ გარემოსთან მუდმივად მოქმედი მშრალი ხახუნის ძალები; მოლეკულური ხახუნი დრეკად ელემენტებში და დარტყმითი წინააღმდეგობები, რომლებიც მოქმედებენ ვიბრაციულ ცხავებში და ვიბრაციულ-სატრანსპორტო დანად-გარებში მუშა ორგანოს შეჯახებისას დასახარისხებელ მასა-ლასთან ან გადასაადგილებელ ტვირთთან. მოქმედების ხასიათის მიხედვით ეს ძალები შესაძლებელია იყოს როგორც გარეშე ასევე შინაგანი.

ვიბრაციულ მანქანებში მოქმედი წინააღმდეგობის ძალე-ბის სიდიდესა და მოქმედების ხასიათს საკმაოდ მნიშვნელოვნი გავლენა აქვთ ამ მანქანების მუშაობის რეჟიმზე. წინააღმდეგო-ბის ძალების სიდიდეზეა დამოკიდებული, როგორც ამძრავის ენერგიის ხარჯვა, ასევე ვიბრომანქანის მდგრადი მუშაობა.

ვიბრაციული მანქანების მუშა რეჟიმების ანალიზური გამოკვლევისას წინააღმდეგობის ძალების შედარებით მარტი-ვად წარმოდგენას ექვემდებარება ისეთი წინააღმდეგობის ძალე-ბი, რომლებიც პროპორციულია მოძრაობის სიჩქარის. Vიბრაცი-ული მანქანების გაანგარიშება, რომლებშიც მოქმედებენ სხვა სახის წინააღმდეგობის ძალები, უმრავლეს შემთხვევაში საკმაოდ რთულდება. სირთულე დაკავშირებულია იმასთან, რომ მშრალი ხახუნის დროს, ასევე მასალებში ჰისტერეზისუ-ლი დანაკარგებისა და დარტყმითი წინააღმდეგობისას, ცხადი

სახით ანალიზური გამოსახულებების მიღება შეუძლებელი ხდება. ამის გამო, ანგარიშების გამარტივების მიზნით იყენებენ მიახლოებით მეთოდს, როდესაც სისტემაში მოქმედი წინააღმ-დეგობის ძალები იცვლება ექვივალენტური სიდიდის წინა-აღმდეგობის ძალებით, რომლებიც პროპორციულია მოძრაობის სიჩქარის.

წინა პარაგრაფში განვიხილეთ ისეთი რხევითი სისტემები, რომლებშიც მოქმედებდნენ მხოლოდ დრეკადი წინააღმდეგობის ძალები. ასეთი სისტემები იწოდებიან იდეალურ სისტემებად. რეალურად, ნებისმიერ მექანიკურ სისტემაში, და როგორც ზემოთ ავღნიშნეთ არა მარტო მასში, ყოველთვის მოქმედებს სხვადასხვა ფორმის წინააღმდეგობის ძალები ხახუნის ძალების სახით. განვიხილოთ ეს ძალები ბლანტი ხახუნის სახით.

ერთი თავისუფლების ხარისხის მქონე სისტემის თავისუფალი რხევების შესასწავლად, როდესაც სისტემაში გვაქვს ბლანტი ხახუნი, გამოვიყენოთ ლაგრანჟის განტოლება:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}}\right)+\frac{\partial \Pi}{\partial q}=Q_{*}, \qquad 2.1$$

სადაც Q_{*} ამ შემთხვევაში არის ბლანტი ხახუნის განზოგადებული ძალა. როგორც მიღებულია, ბლანტი ხახუნის ძალა პროპორციულია მოძრაობის სიჩქარის, ანუ:

$$R = kV \qquad 2.2$$

სადაც V - მოძრაობის სიჩქარეა, ხოლო k - ხახუნის კოეფიციენტი.

თუ გამოვიყენებთ განზოგადებული ძალის ძირითად გამო-სახულებას და მასში შევიტანთ 2.2 ტოლობას, მარტივი მათემატიკური

გარდაქმნებით, რომელიც ახლა არ მოგვყავს, მივიღებთ ე.წ. რელეის დისიპაციურ ფუნქციას, რომელსაც აქვს შემდეგი სახე:

$$\Phi=\frac{1}{2}h\dot{q}^{2}, \tag{2.3}$$

სადაც h - სიბლანტის დაყვანილი კოეფიციენტია.

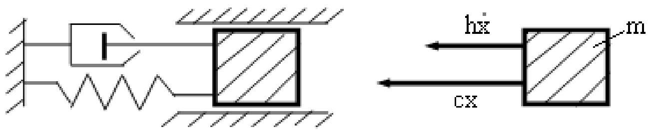
საბოლოოდ განზოგადებული ძალა, 2.3 განტოლების გათვალისწინებით მიიღებს სახეს:

$$Q_{*}=-\frac{\partial\Phi}{\partial\dot{q}}=-h\dot{q}. \tag{2.4}$$

რადგან წინანდებურად $T=\frac{1}{2}m\dot{q}^{2}$, $\Pi=\frac{1}{2}cq^{2}$, სადაც q განზოგადებული კოორდინატა შეესაბამება x გადაადგილებას, 2.1 განტოლებაში ყველა განსაზღვრული სიდიდის ჩასმით მივიღებთ:

$$m\ddot{x}+h\dot{x}+cx=0. \tag{2.5}$$

2.5 განტოლება მიიღება უფრო მარტივი ხერხითაც, დალამბერის პრინციპის გამოყენებით. ამისათვის განვიხილოთ ნახ. 2.1 - ზე გამოსახული სქემა.



ა) ბ)

ნახ. 2.1

ნახ. 2.1 ბ - ზე გამოსახული მასის წონასწორობის პირობას ექნება შემდეგი სახე:

$$-cx-h\dot{x}=m\ddot{x}. \tag{2.6}$$

საიდანაც მიიღება იგივე 2.5 განტოლება.აღვნიშნოთ h/m = 2n და c/m = p^{2}, რის შედეგად მივიღებთ საბოლოოდ მასის მოძრაობის დიფერე ნციალურ განტოლებას:

$$\ddot{x}+2n\dot{x}+p^{2}x=0. \tag{2.7}$$

2.7 განტოლების ამოხსნისათვის ვისარგებლოთ მუდმივკოეფიციენტებიანი წრფივი დიფერენციალური განტოლებების ამოხსნის ჩვეულებრივი მეთოდით. ამისათვის მივიღოთ, რომ განტოლების ამონახსნს აქვს შემდეგი სახე:

$$x=e^{st}, \tag{2.8}$$

სადაც e - ნატურალური ლოგარითმის ფუძეა, t დროა, s - მუდმივია, რომელიც უნდა განისაზღვროს იმ პირობით, რომ 2.8 ტოლობა დააკმაყოფილებს 2.7 განტოლებას.

2.8 - ს ჩასმით 2.7 განტოლებაში მივიღებთ მახასიათებელ განტოლებას:

$$s^{2}+2ns+p^{2}=0,$$

რომლის ფესვები უდრის:

$$s=-n\pm\sqrt{n^{2}-p^{2}}=-n\pm i\sqrt{p^{2}-n^{2}}, \tag{2.9}$$

სადაც $i=\sqrt{-1}$.

ჯერ განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც ბლანტ წინააღმდეგობაზე დამოკიდებული სიდიდე-n^{2} ნაკლებია p^{2}- ის სიდიდეზე. ასეთ შემთხვევაში:

$$p'=\sqrt{p^{2}-n^{2}}, \tag{2.10}$$

დადებითი სიდიდეა და s - სათვის გვექნება ორი კომპლექსური ფესვი:

$$s_1 = -n + p'i \text{ და } s_2 = -n - p'i.$$

მიღებული ფესვების ჩასმით 2.8 ტოლობაში მოვძებნით 2.7 განტოლების ორ კერძო ამონახსნს. ამ ორი ამონახსნის ჯამი ან სხვაობა, გამრავლებული ნებისმიერ მუდმივზე, ასევე იქნება ამონახსნი. ამრიგად, ამონახსნებს ექნებათ შემდეგი სახე:

$$x_1 = \frac{C_1}{2}\left(e^{s_1 t} + e^{s_2 t}\right) = C_1 e^{-nt} \cos p^{/} t,$$

$$x_2 = \frac{C_2}{2}\left(e^{s_1 t} - e^{s_2 t}\right) = C_2 e^{-nt} \sin p^{/} t.$$

თუ ორ უკანასკნელ ტოლობებს შევკრებთ, მივიღებთ 2.7 განტოლების ზოგად ამონახსნს, ანუ:

$$x = \left(C_1 \cos p^{/} t + C_2 \sin p^{/} t\right), \qquad 2.11$$

ან კიდევ, წინა შემთხვევის ანალოგიურად

$$x = Ae^{-nt} \sin\left(p't + \alpha\right), \qquad 2.12$$

სადაც:

$$A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}, \qquad tg\alpha = \frac{C_1}{C_2}.$$

2.11 ამონახსნში e^{-nt} მამრავლი დროში თანდათან მიილევა და დასაწყისში აღძრული რხევებიც თანდათანობით ჩაქრება.

C_1 და C_2 მუდმივების საპოვნელად 2.11 ტოლობაში დავუშვათ, რომ $t = 0$ დროის მომენტში რხევადი სხეული გადახრილია მისი წონასწორობის მდებარეობიდან x_0 მანძილზე და გააჩნია $\dot{x}_0$ სიჩქარე. 2.11 განტოლებაში $t = 0$ - ის ჩასმით მივიღებთ:

$$C_1 = x_0.$$

იგივე გამოსახულების დროში გაწარმოებით და $\dot{x}_0$ - თან მისი გატოლებით $t = 0$ დროს, მივიღებთ:

$$C_2 = \frac{\dot{x}_0 + nx_0}{p'}.$$

C_1 და C_2 განსაზღვრულ მნიშვნელობებს თუ ჩავსვამთ 2.11 განტოლებაში, მივიღებთ:

$$x = e^{-nt}\left(x_0 \cos p't + \frac{\dot{x}_0 + nx_0}{p'} \sin p't\right). \qquad 2.13$$

საბოლოოდ 2.11 განტოლების ზოგადი ამონახსნი 2.10 ტოლობის გათვალისწინებით მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$x = e^{-nt}\left(x_0 \cos\sqrt{p^2 - n^2}\,t + \frac{\dot{x} + nx_0}{\sqrt{p^2 - n^2}} \sin\sqrt{p^2 - n^2}\,t\right). \qquad 2.14$$

სხვა ფორმით კი ზოგად ამონახსნს ექნება შემდეგი სახე:

$$x = A e^{-nt} \sin\left(\sqrt{p^2 - n^2}\,t + \alpha\right), \qquad 2.15$$

სადაც:

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{\left(\dot{x}_0 + nx_0\right)^2}{p^2 - n^2}}\,; \qquad \alpha = arctg\frac{x_0\sqrt{p^2 - n^2}}{\dot{x}_0 + nx_0}.$$

როგორც 2.14 - დან (ასევე 2.15 - დანაც) ჩანს, რომ სისტემის საწყისი პირობებით მინიჭებული რხევები გარკვეული დროის შემდეგ მიილევიან მათში e^{-nt} წევრის არსებობის გამო.

გადაადგილებების ორი თანმიმდევრული პიკური მნიშვნელობების შეფარდება (ტერმინი "რხევის ამპლიტუდა" ამ შემთხვევაში არ შეიძლება იქნას გამოყენებული, რადგან იგი არ ასახავს ამპლიტუდის ცნებას), მუდმივია მთელი მილევის პერიოდის განმავლობაში და უდრის:

$$\frac{A_1}{A_2}=\frac{A_2}{A_3}=\ldots=\frac{A_j}{A_{j+1}}=\ldots\ e^{nt},$$

ანუ პიკური მნიშვნელობების თანმიმდევრობა შეადგენს გეომეტრიულ პროგრესიას. შესაბამისად, თუ გავალოგარითმებთ წინა ტოლობებს, j - ს ნებისმიერი მნიშვნელობისთვის სამართლიანი იქნება შემდეგი ტოლობა:

$$\delta = nT = \ln\frac{A_j}{A_{j+1}}. \qquad 2.16$$

δ - ს რხევების ლოგარითმული დეკრემენტი ეწოდება, ან შემოკლებით ლოგარითმული დეკრემენტი და ხშირად გამოიყენება რხევად სისტემებში მათი დისიპაციური თვისებების დამახასიათებელ სიდიდედ.

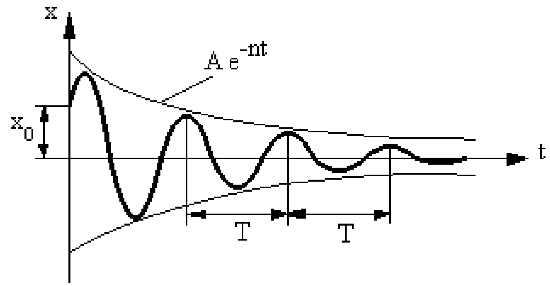
მასის რხევების მილევის გრაფიკი ნაჩვენებია ნახ. 2.2 - ზე. იქვეა სათანადო აღნიშვნებიც.

მილევადი რხევის პერიოდი T კი უდრის:

$$T = \frac{2\pi}{p'} = \frac{2\pi}{\sqrt{p^2 - n^2}}. \qquad 2.17$$

დავამყაროთ დამოკიდებულება p′ - მილევის წრიულ სიხშირეს, p – საკუთარ წრიულ სიხშირესა და δ - ლოგარითმულ დეკრემენტს შორის. ამისათვის ლოგარითმული დეკრემენტის ფორმულიდან:

$$\delta = nT = \frac{2\pi n}{p'} = \frac{2\pi n}{\sqrt{p^2 - n^2}},$$



ნახ. 2.2

განვსაზღვროთ n^2,

$$n^2 = p^2\frac{\left(\frac{\delta}{2\pi}\right)^2}{1+\left(\frac{\delta}{2\pi}\right)^2}.$$

და ჩავსვათ იგი 2.10 ტოლობაში, მივიღებთ:

$$p' = \sqrt{p^2 - n^2} = \frac{p}{\sqrt{1+\left(\frac{\delta}{2\pi}\right)^2}}. \qquad 2.18$$

2.18 გამოსახულებიდან ჩანს, რომ საკმაოდ მნიშვნელოვანი ჩაქრობის დროსაც კი, მილევადი რხევების p′ სიხშირე, მცირედ განსხვავდება საკუთარი რხევების p სიხშირისაგან.

ზემოთ მოყვანილ ანალიზურ გამოსახულებებში ვთვლიდით, რომ $p^2 > n^2$. თუ პირიქითაა, ე.ი. $p^2 < n^2$, მაშინ 2.9 ტოლობის ორივე ფესვი იქნება ნამდვილი, მაგრამ უარყოფითი რიცხვები. მათი ჩასმით 2.8 გამოსახულებაში მივიღებთ 2.7 განტოლების ორ კერძო ამონახსნს, და ამ განტოლების ზოგადი ამონახსნი მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$x = C_1 e^{s_1 t} + C_2 e^{s_2 t}. \qquad 2.19$$

ეს უკანასკნელი ამონახსნი არ შეიცავს პერიოდულ წევრს და შესაბამისად არ წარმოადგენს რხევით მოძრაობას. ბლანტი ხახუნი იმდენად დიდია, რომ წონასწორობიდან გადახრილი სხეული კი არ ირხევა, არამედ მონოტონურად უბრუნდება საწყის მდებარეობას.

არსებობს p და n - ს შორის დამოკიდებულების კიდევ მესამე შემთხვევა, როდესაც p = n. ამ შემთხვევას დემპფირების კრიტიკული მნიშვნელობა ეწოდება. ამ შემთხვევაში სიბლანტის კოეფიციენტის კრიტიკული მნიშვნელობა ტოლია:

$$h_{კრ} = 2\sqrt{mc}. \qquad 2.20$$

ბოლოს, შენიშვნის სახით საჭიროა აღვნიშნოთ. ზემოთ ჩვენ ყოველთვის ვგულისხმობდით, რომ n იყო დადებითი სიდიდე, ანუ წარმოადგენდა წინააღმდეგობის ძალას. რაც ნიშნავდა, რომ მისი მოქმედების შედეგად რხევების პიკური მნიშვნელობები თანდათანობით მცირდებოდა. მაგრამ არსებობს შემთხვევები, როდესაც სისტემას მიეწოდება ენერგია და ამის გამო რხევების ამპლიტუდები დროში იზრდება. ამ შემთხვევაში ხშირად ხმარობენ ტერმინს "უარყოფითი ჩაქრობა". 2.14 ამონახსნიდან ჩვენ ვხედავთ, რომ თუ n უარყოფითია, მაშინ e^{-nt} მამრავლი დროში იზრდება და შესაბამისად რხევების ამპლიტუდებიც იზრდება. ამიტომ, როდესაც გვაქვს დადებითი n და რხევები მიილევიან, სისტემაში ადგილი აქვს მდგრად მოძრაობას, ხოლო უარყოფითი n - ის შემთხვევაში კი გვაქვს არამდგრადი მოძრაობები.

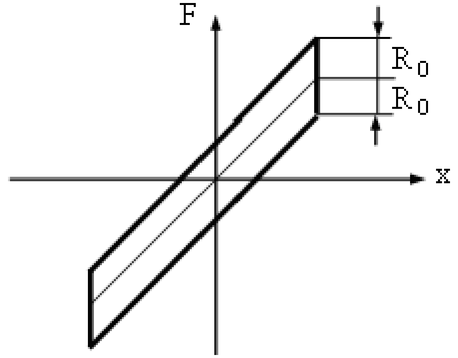
მშრალი ხახუნი. განვიხილოთ სქემა, გამოსახული 1.1 ნახაზზე, როდესაც m მასა დევს ხორკლიან ზედაპირზე და მათ შორის მოქმედებს მშრალი ხახუნის ძალები. ხახუნის ძალა მოქმედებს მასაზე მუდმივად, ხოლო მისი მიმართულება ყოველთვის მიმართულია მოძრაობის საწინააღმდეგოდ.

ასეთი სისტემის თავისუფალი რხევების მოძრაობის განტოლებას აქვს შემდეგი სახე:

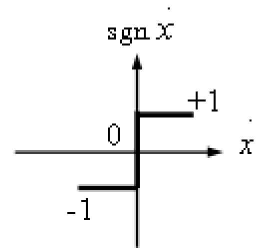
$$m\ddot{x} + cx \pm R_0 = 0, \qquad 2.21$$

სადაც ნიშანი პლიუსი შეესაბამება მოძრაობის იმ ეტაპს, როდესაც სიჩქარე დადებითია, ხოლო ნიშანი მინუსი - მოძრაობის ეტაპს, როდესაც სიჩქარე უარყოფითია. მთლიანად მოქმედი $F = cx \pm R_0$ ძალის დამოკიდებულება x გადაადგილებისაგან ნაჩვენებია ნახ. 2.3 - ზე. ჩავწეროთ 2.21 განტოლება შემდეგი სახით:

$$m\ddot{x} + cx + R_0 \operatorname{sgn}\dot{x} = 0. \qquad 2.22$$



ნახ. 2.3



ნახ. 2.4

$\operatorname{sgn}\dot{x}$ ფუნქცია (იკითხება როგორც $\dot{x}$ - ს ფუნქცია ან სიგნუმ $\dot{x}$) არის ერთეული ფუნქცია და მას აქვს არგუმენტის ნიშანი (ნახ. 2.4). როდესაც $\dot{x}>0$ $\operatorname{sgn}\dot{x} = 1$, ხოლო როდესაც $\dot{x}<0$ $\operatorname{sgn}\dot{x} = -1$. $\dot{x} = 0$ შემთხვევში კი $\operatorname{sgn}\dot{x} = 0$.

2.22 განტოლება შეიცავს არაწრფივ შესაკრებს. ამის მიუხედავად ამ განტოლების ამონახსნის მიღება ადვილია თუ განვიხილავთ თანმიმდევრობით მოძრაობის იმ ინტერვალებს, რომელთაგან თითოეულში სიჩქარის ნიშანი მუდმივია.

გადავხაროთ მასა განაპირა მარჯვენა მდებარეობაში A სიდიდეზე და გავუშვათ იგი საწყისი სიჩქარის გარეშე. ამ შემთხვევაში საწყისი პირობებია:

$$x_0 = A, \qquad \dot{x}_0 = 0.$$

ზამბარის დაჭიმულობის ძალის გავლენით პირველ ეტაპზე მასა იმოძრავებს მარცხნივ ($\dot{x}_0 < 0$) და მოძრაობის განტოლებას ექნება შემდეგი სახე:

$$m\ddot{x} + cx - R_0 = 0,$$

ან თუ შემოვიღებთ აღნიშვნას:

$$c / m = p^2 \quad \text{და} \quad R_0 / c = a,$$

მივიღებთ:

$$\ddot{x} + p^2 x = p^2 a. \qquad 2.23$$

კოეფიციენტი a წარმოადგენს მასის გადახრას ხახუნის ძალის მაქსიმალური მნიშვნელობის დროს. მასის გადახრისას a - ს ტოლი ან მასზე ნაკლები მნიშვნელობის დროს მოძრაობა არ დაიწყება, რადგან ზამბარის დრეკადობის ძალები საკმარისი არაა ხახუნის ძალების დასაძლევად ($-a < x < +a$ ზონას უძრაობის ზონა ეწოდება). შესაბამისად 2.23 განტოლებას ადგილი აქვს მხოლოდ $A > a$ შემთხვევაში.

2.23 განტოლების ზოგად ამონახსნს ექნება შემდეგი სახე:

$$x = a + C_1 \cos pt + C_2 \sin pt.$$

ამ უკანასკნელ განტოლებაში ზემოთ მოყვანილი საწყისი პირობების ჩასმით მივიღებთ:

$$x = a + (A - a) \cos pt. \qquad 2.24$$

2.24 ტოლობით განსაზღვრული მოძრაობა სამართლიანია მანამ, ვიდრე სრულდება პირობა $\dot{x} < 0$.

რადგან,

$$\dot{x} = -p(A - a)\sin pt,$$

ამიტომ მოძრაობის სიჩქარე იქნება უარყოფითი დროის t_1 მომენტამდე, რომელიც განისაზღვრება შემდეგი პირობით:

$$pt_1 = \pi.$$

ამ პირობის შესრულების დროს მასა გაჩერდება. მისი გადაადგილება კი ტოლი იქნება:

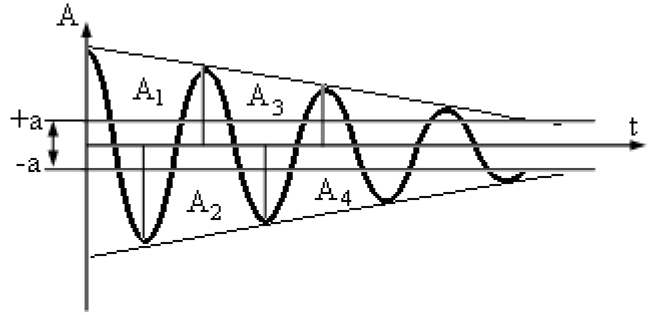
$$x = a + (A - a) \cos \pi = -(A - 2a).$$

როგორც ბოლო ტოლობიდან ჩანს ხახუნის გავლენით მასის გადაადგილება შემცირდა 2a - ს ტოლი აბსოლუტური მნიშვნელობით.

გაჩერების შემდეგ მასა დაიწყებს მოძრაობას მარჯვნივ. თუ გავიმეორებთ ზემოთ მოყვანილ გაანგარიშებებს, შეიძლება ვაჩვენოთ, რომ მარცხნიდან მარჯვნივ მოძრაობაც გრძელდება π / p დროის განმავლობაში. მარცხნივ მაქსიმალური გადახრა ტოლია $A - 4a$. მოძრაობის პროცესი გრძელდება მანამ, სანამ მასა არ მოხვდება უძრაობის ზონაში და არ გაჩერდება. მოძრაობის თითოეულ ეტაპზე გადახრის დამოკიდებულება დროზე წარმოადგენს კოსინუსოიდას, რომელიც დაძრულია x ღერძის მიმართ $+a$ ან $-a$ სიდიდით, ამპლიტუდა კი მცირდება

არითმეტიკული პროგრესიის კანონით. რხევების გრაფიკი მოყვანილია ნახ. 2.5 - ზე. დრო ორ მეზობელ მაქსიმალურ გადახრას შორის, რომელიც მხოლოდ პირობითად შეიძლება მივიჩნიოთ მოძრაობის პერიოდად,უდრის:

$$T = \frac{2\pi}{p}.$$



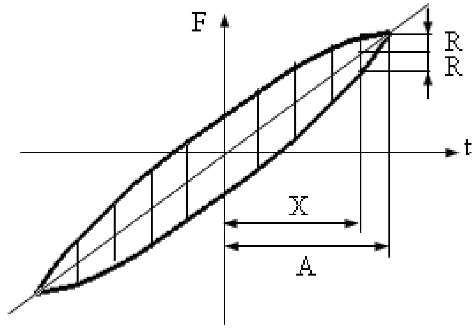
ნახ. 2.5

როგორც მოყვანილი გამოთვლებიდან ჩანს, სისტემაში მშრალი ხახუნის არსებობა მის რხევის სიხშირეს არ ცვლის.

ჰისტერეზისი. მასალის შინაგანი ხახუნის გამო, მისი ციკლური დეფორმირების დროს შეიმჩნევა ჰუკის კანონისგან გადახრა (მცირე ამპლიტუდების შემთხვევაშიც კი) და შესაბამისად, კავშირი ძაბვასა და დეფორმაციას შორის აღიწერება არა წრფივი დამოკიდებულებით, არამედ ორი მრუდწირული შტოთი, რომლებიც ქმნიან ე.წ. ჰისტერეზისის მარყუჟს. იგივე ითქმის შინაგანი ხახუნის მქონე სისტემის დატვირთვასა და შესაბამის x გადაადგილებაზეც. ნახ. 2.6 - ზე ნაჩვენებია, რომ ერთი თავისუფლების ხარისხის მქონე სისტემაში წინააღმდეგობის მთლიანი F ძალა შედგება წრფივი შემდგენისაგან, რომელიც შეესაბამება ჰუკის კანონს, და არადრეკადი R შემდგენისაგან, რომლის ნიშანიც

განისაზღვრება დეფორმირების მიმართულებით (პლიუსი - დატვირთვისას, მინუსი - განტვირთვისას).

მრავალი მასალისათვის ექსპერიმენტული მეთოდით დად-გენილია, რომ დეფორმირების პროცესის სიჩქარე პრაქტიკულად არ მოქმედებს ჰისტერეზისის მარყუჟის შტოების კონფიგურაციაზე. ამიტომ მარყუჟის ფართობი, რომელიც მიღებულია ენერგიის გაბნევის საზომად რხევების ერთი ციკლის განმავლობაში, ნებისმიერი მოცემულიმასალი-



ნახ. 2.6

სათვის განისაზღვრება მხოლოდ რხევის ამპლიტუდით. ციკლური დატ-ვირთვის დროს დეფორმაციასა და ძაბვის სიდიდეს შორის დამო-კიდებულების განსაზღვრის რამოდენიმე მეთოდი არსებობს. ერთ-ერთ ფართოდ გავრცელებულს წარმოადგენს ნ. დავიდენკოვის მიერ შემოთავაზებული მეთოდი, რომელსაც აქვს შემდეგი სახე:

$$\Psi = k\,A^{n+1},$$

სადაც Ψ - ჰისტერზისის მარყუჟის ფართობია, ხოლო A - გადაადგილების ამპლიტუდა. k და n - მუდმივებია, რომლებიც დამოკიდებულია მასალაზე.

რხევების მილევისას პიკური გადაადგილებების შემომწერი მრუდის განტოლებას სისტემის ერთი თავისუფლების ხარისხის შემთხვევაში აქვს შემდეგი სახე:

$$A = A_0\, e^{-\frac{Rt}{cT}},$$

სადაც A_0 - არის საწყისი ამპლიტუდა, R - არადრეკადი წინააღმდეგობის ძალა, c - სისტემის წრფივი სიხისტეა, ხოლო T - რხევითი ციკლის სიდიდე. უკანასკნელი განტოლებიდან ჩანს, რომ რხევის მილევა ხდება ექსპონენციალური კანონით ისევე, როგორც ბლანტი ხახუნის შემთხვევაში. ეს ნიშნავს, რომ მილევადი რხევების პიკების შემომწერი მრუდი შეიძლება იყოს ერთნაირი, სხვადასხვა ბუნების მქონე არადრეკადი წინააღმდეგობის ძალების დროს.

§3. ვიბრაციული სისტემების იძულებითი რხევები

მექანიკურ სისტემებში იძულებითი რხევები, როგორც წესი, აღიძვრებიან მათზე გარეშე პერიოდული ძალების მოქმედების შედეგად.

გავარჩიოთ უმარტივესი შემთხვევა, როდესაც გარეშე იძულებითი ძალა იცვლება ჰარმონიული კანონით $F(t) = F_0 \sin\omega t$ (ნახ. 1.1). ამ ძალის რხევის პერიოდი $\tau = 2\pi/\omega$, ხოლო რხევის სიხშირე $\nu = \omega/2\pi$.

პირველი პარაგრაფის ანალოგიურად სისტემის კინეტიკური და პოტენციური ენერგიების გამოსახულებებს ექნებათ 1.1 ტოლობების სახე. ლაგრანჟის მეორე გვარის განტოლებაში მათი ჩასმით და იმის გათვალისწინებით, რომ 2.1 განტოლების მარჯვენა მხარეში

გამოსახული წევრი ამ შემთხვევაში არის $Q_* = F(t)$, საბოლოოდ მივიღებთ:

$$m\ddot{x} + cx = F_0 \sin\omega t, \qquad 3.1$$

ანუ

$$\ddot{x} + p^2 x = \frac{F_0}{m} \sin\omega t.$$

თუ აღვნიშნავთ $F = F_0 / m$, საბოლოოდ მივიღებთ:

$$\ddot{x} + p^2 x = F \sin\omega t. \qquad 3.2$$

მიღებული 3.2 არაერთგვაროვანი განტოლების საერთო ამონახსნი შეიძლება მოიძებნოს როგორც რომელიმე კერძო x^* ამონახსნისა და ერთგვაროვანი განტოლების 1.8 ამონახსნის ჯამი, ანუ:

$$x = x^* + C_1\cos pt + C_2\sin pt \qquad 3.3$$

ამ ამოხსნის შედეგად მივიღებთ გამოსახულებას, რომელიც წარმოადგენს საკუთარი p და იძულებითი ω სიხშირეებით რხევების ჯამს. ამათგან შესაკრებები, რომლებიც განისაზღვრებიან p სიხშირით, როგორც უკვე ვიცით, დამოკიდებულნი არიან საწყის პირობებზე.

რეალურ სისტემებში p სიხშირის თავისუფალი რხევები გარკვეული დროის გავლის შემდეგ მიილევიან. მათი მილევის მიზეზებზე საუბარი გვექნება შემდეგ პარაგრაფში. აღნიშნულ დროში კი დამყარდება საწყისი პირობებისგან დამოუკიდებელი ω სიხშირის სტაციონალური რხევები. ამიტომ 3.2 განტოლების ამონახსნი, რომელიც შეესაბამება სწორედ ამ სტაციონალურ რხევებს, მოვძებნოთ შემდგი კერძო ამონახსნის სახით:

$$x^* = A\sin\omega t. \qquad 3.4$$

თუ ამ გამოსახულებას ჩავსვამთ 3.2 განტოლებაში, მივიღებთ:

$$\omega^2 A\sin\omega t + p^2 A\sin\omega t = F\sin\omega t,$$

საიდანაც იძულებითი რხევების ამპლიტუდა უდრის:

$$A = \frac{F}{p^2 - \omega^2} = A_0\,\mu, \qquad 3.5$$

$A_0 = F/p^2 = F_0/c$ - არის წონასწორობის ამპლიტუდა, რომელიც დრეკადი კავშირის სტატიკური დეფორმაციის ტოლია, F_0 ამპლიტუდის ძალის მოქმედებით. μ - სისტემის დინამიკურობის კოეფიციენტია, ანუ მისი გაძლიერების კოეფიციენტია ინერციულობის გამო.

$$\mu = \frac{1}{1 - \dfrac{\omega^2}{p^2}}. \qquad 3.6$$

მაშასადამე, კერძო ამონახსნი (3.4) მიიღებს სახეს:

$$x^* = \frac{F\sin\omega t}{p^2 - \omega^2}. \qquad 3.7$$

ხოლო3.3 საერთო ამონახსნს კი ექნება შემდეგი სახე:

$$x = C_1\cos pt + C_2\sin pt + \frac{F\sin\omega t}{p^2 - \omega^2}. \qquad 3.8$$

3.8 განტოლებაში შემავალი პირველი ორი წევრი, როგორც აღვნიშნეთ, წარმოადგენს სისტემის თავისუფალ რხევებს, ხოლო მესამე წევრი დამოკიდებულია აღგზნების ძალაზე და წარმოადგენს იძულებით რხევებს. ამ რხევებს აქვს იგივე სიხშირე, რაც აღმგზნებ ძალას.

რადგან სისტემაზე მოქმედებს აღმგზნები ძალა, მოძრაობის დასაწყისში, ე.ი. როდესაც $t = 0$, საწყისი პირობები იქნება $x = 0$ და $\dot{x} =$

0, საიდანაც ვიპოვით C_1 და C_2 მუდმივებს. მათი ჩასმით 3.8 განტოლებაში, მივიღებთ:

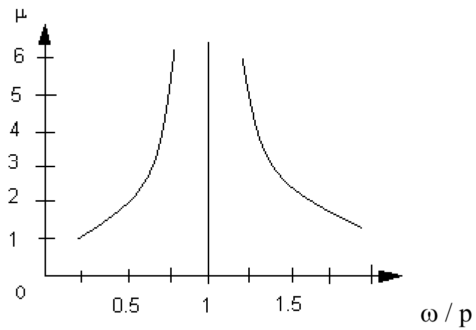
$$x = \frac{F_0}{c\left(1 - \dfrac{\omega^2}{p^2}\right)}\left(\sin\omega t - \frac{\omega}{p}\sin pt\right). \qquad 3.9$$

საბოლოოდ, თუ გავითვალისწინებთ, რომ სისტემაში რაიმე სახით მაინც არსებობს ხახუნის, წინააღმდეგობის ძალები, რომლებზეც შემდეგ პარაგრაფში გვექნება საუბარი და საკუთარი რხევები მიილევა, სტაციონალური რხევების დამყარებული რეჟიმის გამოსახულებას ექნება შემდეგი სახე:

$$x = \frac{F_0}{c}\left(\frac{1}{1 - \dfrac{\omega^2}{p^2}}\right)\sin\omega t. \qquad 3.10$$

როგორც 3.10 ტოლობიდან ჩანს, მასში შემავალი დინამიკურობის კოეფიციენტი (3.6) დამოკიდებულია მხოლოდ ω / p თანაფარდობაზე, ანუ აღმგზნები ძალის სიხშირის, სისტემის საკუთარ სიხშირესთან ფარდობაზე. ნახ. 3.1- ზე ნაჩვენებია დინამიკურობის μ კოეფიციენტის ცვლილება ω/p თანაფარდობაზე დამოკიდებულებით.

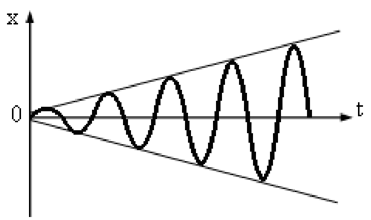
. როგორც ნახაზიდან ჩანს, ω/p ფარდობის მცირე სიდიდის დროს, რაც იმას ნიშნავს, რომ აღგზნების ძალის სიხშირე ω მცირეა თავისუფალი რხევის p სიხშირეზე, დინამიკურობის კოეფიციენტი ახლოსაა ერთთან და გადაადგილებები თითქმის ისეთივეა, როგორიც $F_0 \sin \omega t$ ძალის სტატიკური მოქმედების დროს.



ნახ. 3.1

როდესაც ω/p ფარდობა უახლოვდება ერთს, დინამიკურობის კოეფიციენტი და იძულებითი რხევების ამპლიტუდა სწრაფად იზრდება და მიისწრაფის უსასრულობისკენ ω = p დროს, ანუ იმ შემთხვევაში, როდესაც აღგზნების ძალის სიხშირე ზუსტად ემთხვევა სისტემის თავისუფალი რხევების სიხშირეს. ეს პირობა არის სწორედ რეზონანსის პირობა.

რეზონანსის დროს საჭიროა ყურადღება მივაქციოთ ერთ მნიშვნელოვან გარემოებას. რეზონანსული ამპლიტუდის გაზრდას სჭირდება გარკვეული დრო. ანუ სიხშირეების დამთხვევის დროს ამპლიტუდების პიკური მნიშვნელობები იზრდება წრფივი კანონით და სასრული დროის განმავლობაში არ აღწევს უსასრულობას. მოძრაობის გრაფიკი ნაჩვენებია ნახ. 3.2 - ზე.



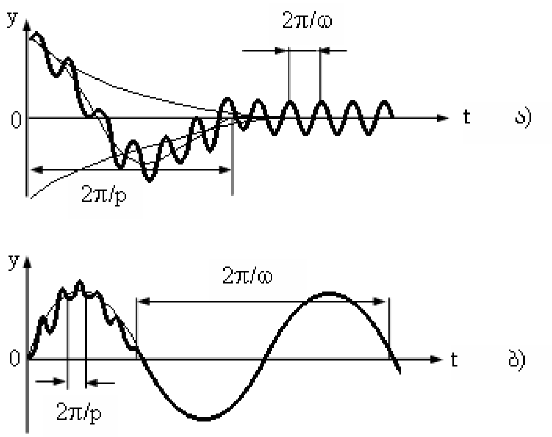
ნახ. 3.2

აქედან გამომდინარეობს პრინციპული შესაძლებლობა რეზონანსის გავლისა მანქანებში სიხშირის ცვლილების დროს. რადგან ტოლობა ω = p სრულდება მხოლოდ წამიერად და პიკური გადახრის სიდიდეები ვერ ასწრებენ საშიში მნიშვნელობების მიღებას.

დინამიკურობის კოეფიციენტი სასრულ მნიშვნელობას იღებს ასევე, როდესაც აღმგზნები ძალის სიხშირე მეტი ხდება, ვიდრე თავისუფალი რხევების სიხშირეა. მისი აბსოლუტური სიდიდე მცირდება ω / p ფარდობის გაზრდასთან ერთად და უახლოვდება ნულს, ამ თანაფარდობის საკმაოდ დიდი მნიშვნელობების დროს. ეს ნიშნავს, რომ თუ რხევად სხეულზე მოქმედებს მაღალი სიხშირის ძალა (ω / p ძალზე დიდია), მაშინ მისგან გამოწვეულ რხევებს აქვს ძალზე მცირე ამპლიტუდა, ხშირ შემთხვევაში კი სხეული უბრალოდ შეიძლება ჩაითვალოს უძრავად.

დინამიკურობის კოეფიციენტის გამოსახულების ანალიზიდან გამომდინარეობს, რომ თუ ω < p მისი ნიშანი დადებითია, ხოლო ω > p შემთხვევაში - უარყოფითი. ეს იმაზე მიუთითებს, რომ თუ აღგზნების ძალის სიხშირე ნაკლებია თავისუფალი რხევის სიხშირეზე, მაშინ იძულებითი რხევები და აღმგზნები ძალა იმყოფებიან ყოველთვის ერთ ფაზაში. ანუ, რხევადი მასა იმყოფება თავის განაპირა მარჯვენა მდებარეობაში მაშინ, როდესაც აღმგზნები ძალა იღებს თავის მაქსიმალურ მნიშვნელობას ასევე მარჯვენივ მიმართულების დროს. იმ შემთხვევაში კი, როდესაც ω > p, ფაზების ძვრა იძულებით რხევებსა და აღმგზნებ ძალას შორის შეადგენს π - ს. ანუ, მაშინ როდესაც აღგზნების ძალა მიმართულია მარჯვენივ და აღწევს თავის მაქსიმალურ სიდიდეს, რხევადი მასა იმყოფება მარცხენა განაპირა მდებარეობაში.

თუ გავითვალისწინებთ ხახუნის ზემოთ ნათქვამი ძალების მოქმედებას, მაშინ იძულებითი რხევების შემაჯამებელი პროცესი განვითარდება ისე, როგორც ეს ქვემოთ ნახაზებზეა ნაჩვენები. კერძოდ, ნახ. 3.3 ა) მიეკუთვნება შემთხვევას, როდესაც $\omega > p$, ხოლო ნახ. 3.3 ბ) - როდესაც $\omega < p$. ორთავე შემთხვევისთვის დამახასიათებელია თავისუფალი რხევების სწრაფი ჩაქრობა.



ნახ. 3.3

დრეკადად დამაგრებული ტვირთის იძულებითი რხევები შეიძლება ასევე გამოწვეული იქნას სხვა ხერხითაც, რომელიც განსხვავდება ზემოთ განხილულისაგან. მაგალითად, ნახ. 1.2 - ზე გამოსახული ზამბარის ზედა ბოლოს ვერტიკალური მიმართულებით გადაეცემა მარტივი ჰარმონიული რხევები:

$$y^0 = F_0 \sin\omega t.$$

თუ გავზომავთ y გადაადგილებას mg წონით წონასწორობის მდგომარეობიდან როდესაც $y^0 = 0$, მაშინ დროის ნებისმიერ მომენტში ზამბარის წაგრძელება იქნება $y - y^0 + f$ და, შესაბამისად, ზამბარაში

მოქმედი დრეკადი ძალა ტოლი იქნება $c\,(y - y^0) + mg$. ამრიგად, ტვირთის მოძრაობის განტოლება დალამბერის პრინციპის მიხედვით მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$m\ddot{y} = mg - c\left(y - y^0\right) - mg.$$

ამ უკანასკნელ განტოლებაში თუ ჩავსვამთ y^0 - ის მნიშვნელობას და შემოვიღებთ შესაბამის აღნიშვნებს, მივიღებთ:

$$\ddot{y} + p^2 y = F\sin\omega t$$

მიღებული ბოლო განტოლება იდენტურია ზემოთ მიღებული 3.2 განტოლებისა. აქედან შეიძლება დავასკვნათ, რომ ზამბარის ზედა ბოლოზე მიწოდებული მარტივი ჰარმონიული რხევები ექვივალენტურია უშუალოდ ტვირთზე მიწოდებული რხევებისა. ამდენად ყველა ზემოთ გაკეთებული დასკვნები 3.2 განტოლების მიმართ, ამ შემთხვევაშიც ძალაში რჩება.

და კიდევ ერთი შენიშვნა. ზემოთ მიღებული გვქონდა, რომ აღმგზნები ძალა პროპორციული იყო $\sin\omega t$ - სი. იგივე შედეგები მიიღება, თუ აღმგზნები ძალის გამოსახულებაში $\sin\omega t$-ს ნაცვლად მივიღებთ $\cos\omega t$ - ს.

§4. ვიბრაციული სისტემების იძულებითი რხევები დემპფირებით

განვიხილოთ სისტემის იძულებითი რხევები, როდესაც მასში გვაქვს დემპფირება ბლანტი ხახუნის სახით. მხედველობაში მივიღოთ ის გარემოება, რომ მეორე პარაგრაფში განხილულ ძალებთან ერთად ამ შემთხვევაში რხევად სხეულზე დამატებით მოქმედებს აღმგზნები ძალა Fsinωt. მაშინ 2.5 განტოლების ნაცვლად მივიღებთ:

$$m\ddot{x} = mg - \left(mg + cx\right) - h\dot{x} + F_0 \sin\omega t .$$

თუ შემოვიღებთ აღნიშვნებს, როგორც წინა პარაგრაფებში, კერძოდ:

$$\frac{h}{m} = 2n; \qquad \frac{c}{m} = p^2, \text{ და დამატებით } \frac{F_0}{m} = F ,$$

მაშინ იძულებითი რხევების აღმწერი დიფერენციალური განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\ddot{x}+2n\dot{x}+p^2x=F\sin\omega t. \qquad 4.1$$

ამ დიფერენციალური განტოლების საერთო ამონახსნი მიიღება შესაბამისი ერთგვაროვანი 2.7 განტოლების ამონახსნისა და 4.1 განტოლების კერძო ამონახსნის შეჯამებით. ეს უკანასკნელი, კერძო ამონახსნი მივიღოთ შემდეგი სახით:

$$x* = M\sin\omega t + N\cos\omega t, \qquad 4.2$$

სადაც M და N - მუდმივებია. ამ განტოლების 4.1 განტოლებაში ჩასმით ვნახავთ, რომ იგი დაკმაყოფილდება იმ შემთხვევაში, თუ M და N აკმაყოფილებს შემდეგ წრფივ განტოლებებს:

$$- N\omega^2 + 2M\omega n + Np^2 = 0,$$

$$- M\omega^2 - 2N\omega n + Mp^2 = F.$$

აქედან:

$$M = F\frac{p^2 - \omega^2}{\left(p^2 - \omega^2\right)^2 + 4n^2\omega^2},$$

$$N = -F\frac{2n\omega}{\left(p^2 - \omega^2\right)^2 + 4n^2\omega^2}. \qquad 4.3$$

4.3 ტოლობების ჩასმით 4.2 - ში ვიპოვით საძიებელ კერძო ამონახსნს, ხოლო თუ მას დავუმატებთ ერთგვაროვანი განტოლების წინათ ნაპოვნ ამონახსნსაც, საბოლოოდ მივიღებთ:

$$x = e^{-nt}\left(C_1 \cos p't + C_2 \sin p't\right) + M \sin \omega t + N \sin \omega t. \qquad 4.4$$

4.4 განტოლების მარჯვენა მხარის პირველი წევრი შეიცავს e^{-nt} მამრავლს და წარმოადგენს მეორე პარაგრაფში განხილულ თავისუფალ მილევად რხევებს. ხოლო შემდგომ ორ წევრს აქვს აღგზნების ძალის სიხშირე და შესაბამისად წარმოადგენენ იძულებით რხევებს.

წინა შემთხვევების ანალოგიურად, თუ ამ შემთხვევაშიც 4.2 განტოლებაში შემოვიღებთ აღნიშვნებს:

$$M = A\cos\alpha \text{ და } N = A\sin\alpha,$$

მაშინ იძულებითი რხევის ამპლიტუდისათვის მივიღებთ შემდეგ გამოსახულებას:

$$A = \sqrt{M^2 + N^2} = F\frac{1}{\sqrt{\left(p^2 - \omega^2\right)^2 + 4n^2\omega^2}},$$

საიდანაც p^2 - ს ფესვის გარეთ გატანით და იმის გათვალისწინებით, რომ $p^2 = c / m$, მივიღებთ:

$$A = \frac{F}{c}\frac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{p^2}\right)^2+\frac{4n^2\omega^2}{p^4}}} = \frac{x_0}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{p^2}\right)^2+\frac{4n^2\omega^2}{p^4}}}, \qquad 4.5$$

სადაც x_0 აღნიშნავს სისტემის გადაადგილებას F ძალის სტატიკური მოქმედების შედეგად. ფაზების ძვრა α მიიღება შემდეგი თანაფარდობიდან:

$$tg\,\alpha = \frac{-N}{M} = \frac{2\,\pi\,\omega}{p^2-\omega^2}. \qquad 4.6$$

საბოლოოდ იძულებითი რხევების ამონახსნის ანალიზურ გამოსახულებას აქვს შემდეგი სახე:

$$x = x_0\frac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{p^2}\right)^2+\frac{4n^2\omega^2}{p^4}}}\sin(\omega t-\alpha). \qquad 4.7$$

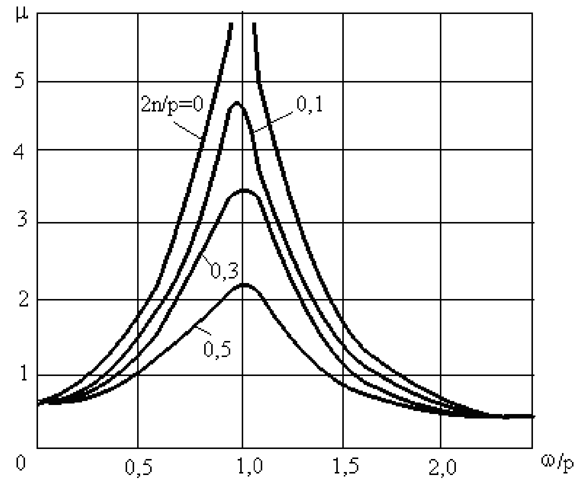
როგორც 4.7 ტოლობიდან ჩანს, იძულებითი რხევების ამპლიტუდა მიიღება სისტემის სტატიკური x_0 გადაადგილებისა და

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{p^2}\right)^2+\frac{4n^2\omega^2}{p^4}}}$$

დინამიკური კოეფიციენტის ნამრავლით.

ეს უკანასკნელი დამოკიდებულია აღგზნების ძალის - ω და მიულევადი თავისუფალი რხევების - p წრიული სიხშირეების ფარდობაზე, ანუ ω/p - ზე. იგი ასევე დამოკიდებულია n/p ფარდობაზეც, რომელიც უმრავლეს პრაქტიკულ შემთხვევებში მცირე სიდიდეა. თუ ამ უკანასკნელ ფარდობას ჩავთვლით ნულის ტოლად, მაშინ მივიღებთ იძულებითი რხევის ამპლიტუდების სიდიდეს, რომელიც მიღებული გვქონდა იძულებითი რხევების დროს დემპფირების გარეშე.

დინამიკურობის კოეფიციენტის მნიშვნელობები ω/p ფარდობისგან დამოკიდებულებით სხვადასხვა 2n/p მნიშვნელობების დროს ნაჩვენებია ნახ. 4.1 - ზე. ნახაზიდან ჩანს, რომ თუ აღმგზნები ძალის სიხშირე ნაკლებია სისტემის საკუთარი რხევის სიხშირეზე, მაშინ დინამიკურობის კოეფიციენტი ახლოსაა ერთთან და იძულებითი რხევების ამპლიტუდა თითქმის ტოლია x_0 სტატიკური გადაადგილებისა.



ნახ. 4.1

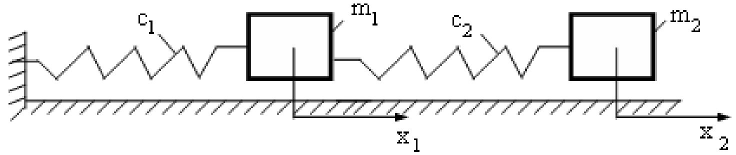
მეორე ზღვრულ შემთხვევაში ω მეტია p - სთან შედარებით, ანუ აღგზნების ძალის სიხშირე მეტია სისტემის საკუთარ სიხშირეზე. ამ შემთხვევაში დინამიკურობის კოეფიციენტი ხდება ძალზე მცირე და შესაბამისად, ძალზე მცირეა იძულებითი რხევების ამპლიტუდების მნიშვნელობებიც.

მრუდები ორთავე აღნიშნული ზღვრული მნიშვნელობებისათვის თავს იყრიან ერთმანეთთან ძალიან ახლოს. ეს ნიშნავს, რომ ამ შემთხვევებში დემპფირების ძალების გავლენა პრაქტიკულად უმნიშვნელოა და რხევების ამპლიტუდების გამოთვლების დროს ისინი საკმაო სიზუსტით შეიძლება მივიჩნიოთ როგორც რხევის ამპლიტუდები დემპფირების გარეშე. როდესაც აღგზნების ძალის სიხშირე უახლოვდება სისტემის საკუთარი რხევის სიხშირეს, დინამიკურობის კოეფიციენტი სწრაფად იზრდება და, როგორც ნახაზიდან ჩანს, მისი სიდიდე ძალზე მგრძნობიარე ხდება დემპფირების მიმართ. ამპლიტუდის მაქსიმუმი მიიღწევა მაშინ, როდესაც ω/p დაახლოებით უდრის 1- ს.

4.7 გამოსახულებიდან ჩანს, რომ სისტემის გადაადგილება ხდება აღგზნების ძალის სიხშირით, მაგრამ ჩამორჩება ძალის სიდიდის ცვლილებას ფაზით. ეს ჩამორჩენა ხასიათდება α კუთხით, რომელიც განისაზღვრება 4.6 ფორმულით და დამოკიდებულია სიხშირეების ω/p თანაფარდობაზე. როგორც ფორმულიდან ჩანს, მცირე ω სიხშირის დროს α კუთხე მცირეა. რეზონანსის დროს კი (ω = p) ფაზური კუთხე ტოლია π/2, ანუ იმ მომენტში, როდესაც მოქმედი ძალა მაქსიმალურია, გადაადგილება უდრის ნულს. საკმაოდ მაღალი სიხშირეების დროს ფაზური კუთხე უახლოვდება π - ს, ანუ ძალის მაქსიმუმს შეესაბამება გადაადგილების მინიმუმი.

§5. ორი თავისუფლების ხარისხის მქონე ვიბრაციული სისტემების თავისუფალი რხევები

ორი თავისუფლების ხარისხის მქონე ვიბრაციული სისტემების მაგალითად განვიხილოთ ნახ. 5.1-ზე მოყვანილი სქემა. ორი m_1 და m_2 მასები შეიძლება გადაადგილდნენ ჰორიზონტალური x ღერძის გასწვრივ ხახუნის გარეშე და ერთმანეთთან დაკავშირებულნი არიან c_1 და c_2 სიხისტის მქონე დრეკადი ელემენტებით (მაგალითად ზამბარებით).



ნახ. 5.1

ამ მასების გადაადგილების x_1 და x_2 კოორდინატები ავითვალოთ მათი სტატიკური წონასწორობის მდებარეობიდან. მოძრაობების განტოლებათა შესადგენად აქაც ვიყენებთ ლაგრანჟის მეორე გვარის განტოლებას. მასების რხევების პროცესში ზამბარებში ვითარდება $c_1 x_1$ და $c_2(x_2 - x_1)$ ძალები, ამიტომ სისტემის პოტენციური ენერგია გამოისახება შემდეგნაირად:

$$\Pi = \frac{c_1 x_1^2}{2} + \frac{c_2 (x_2 - x_1)^2}{2} \quad , \qquad 5.1$$

ხოლო კინეტიკურ ენერგიას აქვს შემდეგი სახე:

$$T=\frac{m_1\dot{x}_1^2}{2}+\frac{m_2\dot{x}_2^2}{2}. \qquad 5.2$$

5.1 და 5.2 ტოლობების ჩასმით ლაგრანჟის განტოლება-ში, საბოლოოდ, მივიღებთ მასების მოძრაობათა შემდეგ გიფერენციალურ განტოლებათა სისტემას:

$$\begin{aligned} m_1\ddot{x}_1+c_1x_1-c_2(x_2-x_1)&=0;\\ m_2\ddot{x}_2+c_2(x_2-x_1)&=0. \end{aligned} \qquad 5.3$$

განტოლებათა 5.3 სისტემის გამარტივების მიზნით გავყოთ მასში შემავალი შესაბამისი განტოლებები m_1 და m_2 მასებზე და შემოვიღოთ აღნიშვნები:

$$\frac{c_1+c_2}{m_1}=\alpha; \qquad \frac{c_2}{m_1}=\beta; \qquad \frac{c_2}{m_2}=\gamma, \qquad 5.4$$

მაშინ 5.3 განტოლებები მიიღებენ შემდეგ სახეს:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1+\alpha x_1-\beta x_2&=0;\\ \ddot{x}_2-\gamma x_1+\gamma x_2&=0. \end{aligned} \qquad 5.5$$

5.5 განტოლებები წარმოადგენენ დიფერენციალურ განტოლებებს მუდმივი კოეფიციენტებით. ეს განტოლებები შესაძლებელია ამოვხსნათ კერძო ამონახსნებით, რომელთაც აქვთ შემდეგი სახე:

$$\begin{aligned} x_1&=A\sin(pt+\varphi);\\ x_2&=B\sin(pt+\varphi). \end{aligned} \qquad 5.6$$

თუ 5.6 ტოლობებს ჩავსვამთ 5.5-ში, მივიღებთ:

$$\begin{aligned} -Ap^2\sin(pt+\varphi)+A\alpha\sin(pt+\varphi)-B\beta(pt+\varphi)&=0;\\ -Bp^2\sin(pt+\varphi)-A\gamma\sin(pt+\varphi)+B\gamma\sin(pt+\varphi)&=0. \end{aligned} \qquad 5.7$$

5.6 განტოლებები დააკმაყოფილებს 5.5 განტოლებათა სისტემას დროის ნებისმიერ მომენტში იმ შემთხვევაში, თუ დაკმაყოფილდება შემდეგი ალგებრული განტოლებები:

$$\begin{aligned} A(\alpha-p^2)-B\beta&=0;\\ -A\gamma+B(\gamma-p^2)&=0. \end{aligned} \qquad 5.8$$

5.8 განტოლებები A და B კოეფიციენტებისათვის მოგვცემს ნულისგან განსხვავებულ ამონახსნს იმ შემთხვევაში თუ 5.7 სისტემის განმსაძღვრელი

$$(\alpha-p^2)(\gamma-p^2)-\beta\gamma=0, \qquad 5.9$$

ანუ

$$p^4-(\alpha+\gamma)p^2+\gamma(\alpha-\beta)=0. \qquad 5.10$$

ეს უკანასკნელი p^2-ს მიმართ არის კვადრატული განტოლება და იწოდება სისტემის სიხშირის განტოლებად. მისი ფესვებია:

$$p_{1,2}^2=\frac{\alpha+\gamma}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{\alpha+\gamma}{2}\right)^2-\gamma(\alpha-\beta)} \qquad 5.11$$

5.11 განტოლება ასევე შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგი სახით

$$p_{1,2}^2 = \frac{\alpha+\gamma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\alpha-\gamma}{2}\right)^2 + \beta\gamma}. \qquad 5.12$$

ფესვსქვეშა გამოსახულება 5.12 განტოლებაში ყოველთვის დადებითია, შესაბამისად ორთავე ფესვი p_1^2 და p_2^2 არის ნამდვილი. 5.4 აღნიშვნიდან ჩანს, რომ სხვაობა $(\alpha-\beta)$ დადებითია და შესაბამისად, 5.11 განტოლებაში რადიკალის მნიშვნელობა ყოველთვის ნაკლებია $\frac{\alpha+\gamma}{2}$-ზე, ამიტომ ორივე ფესვი არის დადებითი და სისტემისთვის ვიღებთ ორ p_1 და p_2 კუთხურ სიხშირეს.

თუ დავუბრუნდებით 5.8 განტოლებებს, ვხედავთ, რომ A და B სიდიდეების მნიშვნელობების მიღება შეუძლებელია. მაგრამ შესაძლებელია მათი ფარდობის პოვნა. კერძოდ:

$$\frac{A}{B} = \frac{\beta}{\alpha-p^2} \quad \text{ან} \quad \frac{A}{B} = \frac{\gamma-p^2}{\gamma} \qquad 5.13$$

$p^2 = p_1^2$ ან $p^2 = p_2^2$ შემთხვევაში 5.11 განტოლების თანახმად ორთავე ეს ფარდობები ერთმანეთის ტოლია. თუ ჩავსვამთ 5.13 ფარდობებში 5.11 ტოლობით განსაზღვრულ p^2-ს მნიშვნელობებს, მივიღებთ ამპლიტუდების ორ განსხვავებულ თანაფარდობას, სახელდობრ:

$$\frac{A_1}{B_1} = \frac{\beta}{\alpha-p_1^2} = \frac{\gamma-p_1^2}{\gamma} = \frac{1}{\lambda_1}; \qquad 5.14$$

$$\frac{A_2}{B_2} = \frac{\beta}{\alpha-p_2^2} = \frac{\gamma-p_2^2}{\gamma} = \frac{1}{\lambda_2} \qquad 5.15$$

მაშასადამე, მიუხედავად იმისა, რომ A და B ამპლიტუდები რჩება განუსაზღვრელი, მათ თანაფარდობებს შეიძლება ჰქონდეთ მხოლოდ ორი განსაზღვრული 5.14 და 5.15 მნიშვნელობები. ეს თანაფარდობები დამოკიდებულია მხოლოდ 5.4 ფორმულებით განსაზღვრულ α, β, γ მუდმივ სიდიდეებზე.

§6. ორი თავისუფლების ხარისხის მქონე ვიბრაციული სისტემების იძულებითი რხევები

განვიხილოთ ორი თავისუფლების ხარისხის მქონე სისტემის იძულებითი რხევები დამყარებულ რეჟიმში, როდესაც სისტემაზე მოქმედებს ჰარმონიული აღმგზნები ძალა. ასეთი სისტემის მაგალითად კვლავ გამოვიყენოთ ნახ. 5.1-ზე გამოსახული ორი მასა და დავუშვათ, რომ ზამბარების დაჭიმულობის ძალების გარდა ერთერთ მასაზე (m_1-ზე) მოქმედებს გარეშე ძალა $F_0 \sin\omega t$. განხილულ შემთხვევაში მოძრაობის დიფერენციალური განტოლებები 5.3 მიიღებენ შემდეგ სახეს:

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1 x_1 - c_2(x_2 - x_1) = F_0 \sin \omega t;$$
$$m_2 \ddot{x}_2 + c_2(x_2 - x_1) = 0. \qquad 6.1$$

აღნიშვნების შემოღებით

$$\frac{c_1 + c_2}{m_1} = \alpha; \qquad \frac{c_2}{m_1} = \beta; \qquad \frac{c_2}{m_2} = \gamma; \qquad \frac{F_0}{m_1} = F, \qquad 6.2$$

6.1 განტოლებათა სისტემა ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$\ddot{x}_1 + \alpha x_1 - \beta x_2 = F \sin \omega t;$$
$$\ddot{x}_2 - \gamma x_1 + \gamma x_2 = 0. \qquad 6.3$$

ამ განტოლებების კერძო ამონახსნი შესაძლებელია მოიძებნოს შემდეგი სახით:

$$x_1 = A \sin \omega t;$$
$$x_2 = B \sin \omega t. \qquad 6.4$$

იმისათვის რომ მივიღოთ A და B ამპლიტუდების სიდიდეები ჩავსვათ 6.4 ტოლობები 6.3-ში, რის შედეგად ვპოულობთ

$$(\alpha - \omega^2)A - \beta B = F;$$
$$-\gamma A + (\gamma - \omega^2)B = 0. \qquad 6.5$$

A და B ამპლიტუდებისათვის ეს უკანასკნელი გამოსახულებები გვაძლევს შემდეგ მნიშვნელობებს:

$$A = \frac{F(\gamma - \omega^2)}{(\alpha - \omega^2)(\gamma - \omega^2) - \beta\gamma};$$
$$B = \frac{F\gamma}{(\alpha - \omega^2)(\gamma - \omega^2) - \beta\gamma}. \qquad 6.6$$

აღსანიშნავია, რომ A და B ამპლიტუდების ამ მნიშვნელობის დროს 6.4 ამონახსნები აკმაყოფილებენ 6.3 განტოლებათა სისტემას დროის ნებისმიერ მომენტში. როგორც 6.4-დან ჩანს ისინი გამოხატავენ ორთავე მასის მარტივ ჰარმონიულ მოძრაობებს აღმგზნები ძალის ω სიხშირით მოქმედების დროს. მაგრამ A და B ამპლიტუდები დამოკიდებულნი არიან აღმგზნები F ძალისა და ω კუთხური სიხშირის სიდიდეებზე.

ω-ს საკმაოდ მცირე სიდიდეებისათვის, როცა შესაძლებელია მისი უგულებელყოფა α და γ-სთან შედარებით, ან კიდევ როდესაც იგი უდრის ნულს

$$A = B = \frac{F}{\alpha - \beta} = \frac{F_0}{c_1} = \lambda. \qquad 6.7$$

აქედან ჩანს, რომ მცირე სიდიდით ცვალებადი მოქმედი გარეშე ძალა იწვევს მხოლოდ სტატიკურ ეფექტს, ანუ c_1 სიხისტის მქონე ზამბარა ინარჩუნებს თავის სიგრძეს და ორივე მასები გადაადგილდება ერთად. ამავე დროს მათი გადაადგილება ყოველთვის ტოლია c_1 სიხისტის მქონე ზამბარის წაგრძელების, $F_0 \sin \omega t$ ძალის მოქმედების დროს.

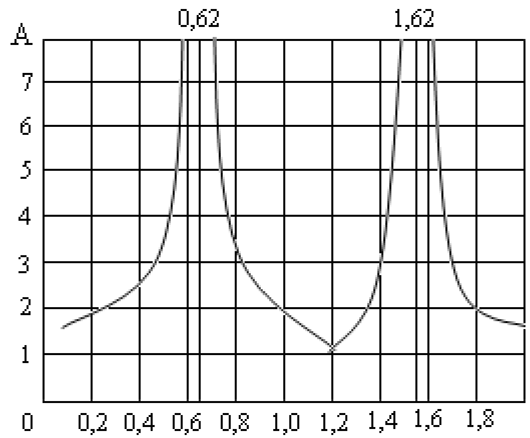
თუ შევადარებთ 6.6 განტოლებების მნიშვნელს სიხშირის 5.9 განტოლებას, შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ A და B ამპლიტუდები უსასრულოდ იზრდება, როდესაც $\omega = p_1$ ან $\omega = p_2$. ამრიგად, ორი თავისუფლების ხარისხის მქონე სის-ტემაში გვაქვს რეზონანსის ორი პირობა, რომელთაგან თითოეული შეესაბამება ცალკეული მასების საკუთარ სიხშირეს თავისუფალი რხევების დროს.

6.6 განტოლებებიდან გამომდინარეობს იძულებითი რხევების A და B ამპლიტუდების ფარდობა

$$\frac{A}{B} = \frac{\gamma - \omega^2}{\gamma}. \qquad 6.8$$

რეზონანსის ორივე პირობიდან, ანუ როდესაც $\omega = p_1$ ან $\omega = p_2$ გამომდინარე ეს ფარდობები იღებს $\frac{A_1}{B_1}$ ან $\frac{A_2}{B_2}$ მნიშვნელობებს, როგორც ეს მოცემულია 5.14 და 5.15 გამოსახულებებში.

განხილული სისტემის ამპლიტუდურ-სიხშირული დამო-კიდებულების ერთერთი კერძო შემთხვევა A ამპლიტუდისთვის ნაჩვენებია ნახ. 6.1-ზე. გრაფიკი აგებულია $F_0 = 1$; $m_1 = m_2 = 1$; $c_1 = c_2 = 1$ მნიშვნელობებისთვის. როგორც გრაფიკიდან ჩანს, ამ შემთხვევაში რეზონანსების რიცხვი ტოლია ორის, რაც შეესაბამება სისტემის თავისუფლების ხარისხს და მის საკუთარ სიხშირეებს.



ნახ. 6.1

§7. ორი თავისუფლების ხარისხის მქონე ვიბრაციული სისტემების იძულებითი რხევები სიჩქარის პროპორციული წინააღმდეგობის ძალების მოქმედების დროს

განვიხილოთ ორი თავისუფლების ხარისხის მქონე სისტემის იძულებითი რხევები მასში ბლანტი ხახუნის წინააღმდეგობის ძალების მოქმედების დროს. დავუბრუნდეთ ნახ. 5.1-ზე გამოსახულ სქემას და მივიღოთ, რომ გარდა დრეკა-დი ძალებისა და სისტემაზე მოქმედი აღმგზნები $F_0 \sin \omega t$

ძალისა, მასში მოქმედებს ბლანტი ხახუნის წინააღმდეგობის ძალები 2.2 სახით. ასეთ პირობებში მოძრაობის დიფერენცი-ალური განტოლებები მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\begin{aligned} &m_1 \ddot{x}_1 + h\dot{x}_1 + c_1 x_1 - c_2(x_2 - x_1) = F_0 \sin \omega t; \\ &m_2 \ddot{x}_2 + h\dot{x}_2 + c_2(x_2 - x_1) = 0. \end{aligned} \tag{7.1}$$

თუ შემოვიღებთ აღნიშვნებს

$$\begin{aligned} &\frac{c_1 + c_2}{m_1} = \alpha; \qquad \frac{c_2}{m_1} = \beta; \qquad \frac{c_2}{m_2} = \gamma; \\ &\frac{h}{m_1} = \eta; \qquad \frac{h}{m_2} = \mu; \qquad \frac{F_0}{m_1} = F, \end{aligned} \tag{7.2}$$

7.1 სისტემა შეიძლება გადავწეროთ შემდეგი სახით:

$$\begin{aligned} &\ddot{x}_1 + \eta \dot{x}_1 + \alpha x_1 - \beta x_2 = F \sin \omega t; \\ &\ddot{x}_2 + \mu \dot{x}_2 - \gamma x_1 + \gamma x_2 = 0. \end{aligned} \tag{7.3}$$

7.3 განტოლებათა სისტემის მთლიანი ამონახსნი შედგება თავისუფალი მილევადი რხევებისა და იძულებითი რხევებისგან ბლანტი ხახუნით. იმისათვის, რომ ვიპოვოთ ამონახსნი თავისუფალი რხევებისთვის 7.3 სისტემის პირველ განტოლებას მოვაცილოთ მარჯვენა მხარე და განვიხილოთ შესაბამისი ერთგვაროვანი განტოლებები:

$$\begin{aligned} &\ddot{x}_1 + \eta \dot{x}_1 + \alpha x_1 - \beta x_2 = 0; \\ &\ddot{x}_2 + \mu \dot{x}_2 - \gamma x_1 + \gamma x_2 = 0. \end{aligned} \tag{7.4}$$

7.4 განტოლებების ამოხსნა შეიძლება მივიღოთ შემდეგი სახით:

$$x_1 = Ce^{st}, \; x_2 = De^{st}, \tag{7.5}$$

სადაც C და D წინასწარ უცნობი მუდმივებია. თუ ჩავსვამთ 7.5-ს 7.4-ში მივიღებთ:

$$\begin{aligned} &C\left(s^2 + \eta s + \alpha\right) - D\beta = 0, \\ &-C\gamma + D\left(s^2 + \mu s + \gamma\right) = 0. \end{aligned} \tag{7.6}$$

ამ განტოლებებს C და D –სათვის ნულისგან განსხვა-ვებული მნიშვნელობები შეუძლიათ მოგვცეს მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ მათი განმსაზღვრელი არის ნულის ტოლი. ანუ:

$$\left(s^2 + \eta s + \alpha\right)\left(s^2 + \mu s + \gamma\right) - \beta\gamma = 0. \tag{7.7}$$

ეს უკანასკნელი განტოლება s – ის მიმართ წარმოად-გენს მეოთხე ხარისხის განტოლებას, რომელსაც შესაბამისად აქვს ოთხი ფესვი და შეუძლია მოგვცეს 7.5-ს ოთხი კერძო ამონახსნი. 7.4–ის ზოგადი ამონახსნი მიიღება ამ ოთხი ფესვის კომბინაციებით. თუ ბლანტი ხახუნი შედარებით მცირეა და შესაძლებელია რხევითი მოძრაობების მიღება, მაშინ 7.7 განტოლების ოთხივე ფესვი არის კომპლექსური, უარყოფითი ნამდვილი ნაწილებით:

$$\begin{aligned} &s_1 = -n_1 + ip_{1,} \\ &s_2 = -n_1 - ip_{1,} \\ &s_3 = -n_2 + ip_2, \\ &s_4 = -n_2 - ip_2, \end{aligned} \tag{7.8}$$

სადაც n_1 და n_2 დადებითი რიცხვებია. თითოეული ამ ფესვის ჩასმით 7.6 განტოლებებში მიიღება C/D ფარდობის ოთხი მნიშვნელობა. ამრიგად, 7.5 ტოლობებისთვის მივიღეთ ოთხი კერძო ამონახსნი, ოთხი ინტეგრირების მუდმივით, რომლებიც მოიძებნება ასევე ოთხი საწყისი პირობიდან. კერძოდ x_1 და x_2 საწყისი გადაადგილებიდან და მათი $\dot{x}_1$ და $\dot{x}_2$ წარმოებულებიდან, ანუ სიჩქარეებიდან.

თუ ისევე მოვიქცევით, როგორც მე-4 პარაგრაფში ერთი თავისუფლების ხარისხის მქონე სისტემის განხილვისას და შევცვლით მაჩვენებლიან ტოლობებს ტრიგონომეტრიული ფუნქციებით, მაგალითად პირველი ორი ფესვისთვის

$$e^{(-n_1+ip_1)t}+e^{(-n_1-ip_1)t}=2e^{-n_{1t}}\cos p_1t,$$
$$e^{(-n_1+ip_1)t}-e^{(-n_1-ip_1)t}=2ie^{-n_{1t}}\sin p_1t,$$

მაშინ 7.5 –ს კერძო ამონახსნები პირველი ორი მათგანისთვის მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$x_1=e^{-n_1t}\left(C_1^{/}\cos p_1t+C_2^{/}\sin p_1t\right),$$
$$x_2=e^{-n_1t}\left(C_1^{//}\cos p_1t+C_2^{//}\sin p_1t\right).$$

ამრიგად, თითოეული მოყვანილი გადაადგილებებიდან წარმოადგენს მილევად რხევას, როგორც ეს იყო ერთი თავისუფლების ხარისხის მქონე სისტემაში. ფესვების ნამდვილი ნაწილები n_1 განსაზღვრავენ ამპლიტუდების მილევის ტემპს, ხოლო წარმოსახვითი ნაწილი p_1 განსაზღვრავს რხევების სიხშირეს. თუ ასევე მოვიქცევით 7.8 განტოლების

შემდგომი ორი ფესვის მიმართაც, საბოლოოდ მივიღებთ 7.4 განტოლებათა სისტემის ზოგად ამონახსნს:

$$x_1=e^{-n_1t}\left(C_1^{/}\cos p_1t+C_2^{/}\sin p_1t\right)+e^{-n_2t}\left(D_1^{/}\cos p_2t+D_2^{/}\sin p_2t\right),$$
$$x_2=e^{-n_1t}\left(C_1^{//}\cos p_1t+C_2^{//}\sin p_1t\right)+e^{-n_2t}\left(D_1^{//}\cos p_2t+D_2^{//}\sin p_2t\right). \quad 7.9$$

იმის გამო, რომ მუდმივების C/D ფარდობები განისაზღვრება 7.6 განტოლებებით, 7.5 – ს თითოეული კერძო ამონახსნისთვის, 7.9 განტოლებათა სისტემა შეიცავს მხოლოდ ოთხ დამოუკიდებელ მუდმივს, რომლებიც უნდა განსაზღვრული იქნას საწყისი პირობებიდან.

მცირე ბლანტი ხახუნის შემთხვევაში n_1 და n_2 რიცხვები 7.8 ტოლობებში მცირეა და შესაბამისად მცირე გავლენას ახდენენ სისტემის რხევების სიხშირეებზე. ამიტომ p_1 და p_2 შეიძლება მივიღოთ, როგორც რხევების სიხშირეები, სისტემაში წინააღმდეგობის არსებობის გარეშე.

თუ კი გვაქვს სისტემა ძალიან დიდი ბლანტი ხახუნით, მაშინ შესაძლებელია ორი ან ყველა ოთხივე ფესვი 7.8 ტოლობებში იყოს ნამდვილი და უარყოფითი. შესაბამისად, მოძრაობა იქნება აპერიოდული

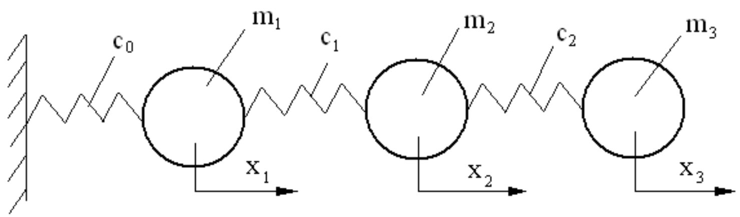
7.9 განტოლებებიდან ჩანს, რომ თავისუფალი რხევები თანდათან მიილევა დროში და პრაქტიკულად საქმე გვაქვს იძულებითი რხევების დამყარებულ პროცესთან $F_0\sin\omega t$ ძალის მოქმედებით. ეს იძულებითი რხევები განისაზღვრება, როგორც 7.3 განტოლების კერძო ამონახსნები, რომელთაც აქვთ შემდეგი სახე:

$$
\begin{aligned}
x_1 &= C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t, \\
x_2 &= C_3 \sin \omega t + C_4 \cos \omega .
\end{aligned}
\qquad 7.10
$$

ამ ტოლობების ჩასმით 7.3 სისტემაში, და, $\sin\omega t$ და $\cos\omega t$ -ს კოეფიციენტების ნულთან გატოლებით მივიღებთ ოთხ ალგებრულ განტოლებას ოთხი C_1, C_2, C_3 და C_4 მუდმივების განსასაზღვრავად. ამ განტოლებების ამოხსნით და მათი ჩასმით 7.10–ში საბოლოოდ მივიღებთ სისტემის საძიებ იძულებითი რხევების აღმწერ განტოლებებს.

§8. სამი თავისუფლების ხარისხის მქონე ვიბრაციული სისტემების თავისუფალი რხევები

სამი თავისუფლების ხარისხის მქონე ვიბრაციული სისტემების მაგალითად განვიხილოთ ნახ. 8.1-ზე მოყვანილი სქემა. სქემაზე გამოსახულია სისტემა, რომელიც შედგება სამი მყარი მასისაგან, შეერთებული ერთმანეთთან წრფივად დრეკადი ელემენტებით (მაგალითად რესორებით). ავღნიშნოთ მასები m_1, m_2 და m_1-თი, მათი გადაადგილება კი წონასწორობის მდებარეობებიდან ჰორიზონტალური x ღერძის გასწვრივ, ხახუნის გარეშე, x_1, x_2 და x_3-თი. დრეკადი ელემენტები, რომლითაც მასები ერთმანეთთან არიან დაკავშირებულნი არის c_0, c_1 და c_2 როგორც ეს ნახაზზეა ნაჩვენები.



ნახ. 8.1

მოძრაობების განტოლებათა შესადგენად აქაც ვიყენებთ ლაგრანჟის მეორე გვარის განტოლებას. პირველ რიგში მოვძებნოთ სისტემის კინეტიკური ენერგია, რომელსაც ექნება შემდეგი სახე:

$$T = \frac{m_1 \dot{x}_1^{2}}{2} + \frac{m_2 \dot{x}_2^{2}}{2} + \frac{m_3 \dot{x}_3^{2}}{2}. \qquad 8.1$$

მასების რხევების პროცესში ზამბარებში ვითარდება $c_0 x_1$, $c_1(x_2 - x_1)$ და $c_2(x_3 - x_2)$ ძალები, ამიტომ სისტემის პოტენციური ენერგია გამოისახება შემდეგნაირად:

$$\Pi = \frac{c_0 x_1^2}{2} + \frac{c_1(x_2 - x_1)^2}{2} + \frac{c_2(x_3 - x_2)^2}{2}. \qquad 8.2$$

8.1 და 8.2 ტოლობების ჩასმით ლაგრანჟის განტოლებაში, საბოლოოდ, მივიღებთ მასების მოძრაობათა შემდეგ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემას:

$$\begin{aligned} &m_1 \ddot{x}_1 + c_0 x_1 - c_1(x_2 - x_1) = 0; \\ &m_2 \ddot{x}_2 + c_1(x_2 - x_1) - c_2(x_3 - x_2) = 0; \\ &m_3 \ddot{x}_3 + c_2(x_3 - x_2) = 0. \end{aligned} \qquad 8.3$$

განტოლებათა 8.3 სისტემის გამარტივების მიზნით გავყოთ მასში შემავალი შესაბამისი განტოლებები m_1, m_2 და m_3 მასებზე და შემოვიღოთ აღნიშვნები გადაცემის კოეფიციენტების სახით:

$$\frac{c_0 + c_1}{m_1} = k_{11}; \quad \frac{c_1}{m_1} = k_{12}; \quad \frac{c_1 + c_2}{m_2} = k_{21}; \quad \frac{c_1}{m_2} = k_{22}; \quad \frac{c_2}{m_2} = k_{23}; \quad \frac{c_2}{m_3} = k_{33}.$$

მაშინ 8.3 განტოლებები მიიღებენ შემდეგ სახეს:

$$\begin{aligned} &\ddot{x}_1 + k_{11} x_1 - k_{12} x_2 = 0; \\ &\ddot{x}_2 - k_{21} x_1 + k_{22} x_2 - k_{23} x_3 = 0; \\ &\ddot{x}_3 - k_{33} x_2 + k_{33} x_3 = 0. \end{aligned} \qquad 8.4$$

8.4 განტოლებები წარმოადგენენ დიფერენციალურ განტოლებებს მუდმივი კოეფიციენტებით. ეს განტოლებები შესაძლებელია ამოვხსნათ კერძო ამონახსნებით, რომელთაც აქვთ შემდეგი სახე:

$$\begin{aligned} &x_1 = A\sin(pt + \varphi); \\ &x_2 = B\sin(pt + \varphi); \\ &x_3 = C\sin(pt + \varphi). \end{aligned} \qquad 8.5$$

თუ 8.5 ტოლობებს ჩავსვამთ 8.4-ში, მივიღებთ:

$$\begin{aligned} &-Ap^2\sin(pt+\varphi) + Ak_{11}\sin(pt+\varphi) - Bk_{12}(pt+\varphi) = 0; \\ &-Bp^2\sin(pt+\varphi) - Ak_{21}\sin(pt+\varphi) + Bk_{22}\sin(pt+\varphi) - Ck_{23}\sin(pt+\varphi) = 0; \\ &-Cp^2\sin(pt+\varphi) - Bk_{33}\sin(pt+\varphi) + Ck_{33}\sin(pt+\varphi). \end{aligned} \qquad 8.6$$

8.5 განტოლებები დააკმაყოფილებს 8.4 განტოლებათა სისტემას დროის ნებისმიერ მომენტში იმ შემთხვევაში, თუ დაკმაყოფილდება შემდეგი ალგებრული განტოლებები:

$$\begin{aligned} &A(k_{11} - p^2) - Bk_{12} = 0; \\ &-Ak_{21} + B(k_{22} - p^2) - Ck_{23} = 0; \\ &-Bk_{33} + C(k_{33} - p^2) = 0. \end{aligned} \qquad 8.7$$

8.7 განტოლებები A, B და C კოეფიციენტებისათვის მოგვცემს

ნულისგან განსხვავებულ ამონახსნს იმ შემთხვევაში თუ 8.6 სისტემის განმსაზღვრელი

$$\begin{bmatrix} (k_{11}-p^2) & -k_{12} & 0 \\ -k_{21} & (k_{22}-p^2) & -k_{23} \\ 0 & -k_{33} & (k_{33}-p^2) \end{bmatrix} = 0. \qquad 8.8$$

ანუ

$$(k_{11}-p^2)(k_{22}-p^2)(k_{33}-p^2)-(k_{11}-p^2)k_{23}k_{33}-(k_{33}-p^2)k_{12}k_{21}=0. \quad 8.9$$

გაშლილი სახით 8.9 განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს :

$$\begin{aligned} &p^6-(k_{11}+k_{22}+k_{33})p^4+[k_{11}(k_{22}+k_{33})+k_{33}(k_{22}+k_{23})-k_{12}k_{21}]p^2- \\ &-k_{33}[k_{11}(k_{22}-k_{23})-k_{12}k_{21}]=0. \end{aligned} \qquad 8.10$$

8.10 წარმოადგენს კუბურ განტოლებას p^2-ს მიმართ. შემოვიღოთ აღნიშვნები

$$(k_{11}+k_{22}+k_{33})=\alpha;$$

$$[k_{11}(k_{22}+k_{33})+k_{33}(k_{22}+k_{23})-k_{12}k_{21}]=\beta;$$

$$k_{33}[k_{11}(k_{22}-k_{23})-k_{12}k_{21}]=\gamma; \quad p^2=\xi,$$

მაშინ 8. 10 ტოლობა ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$\xi^3-\alpha\xi^2+\beta\xi-\gamma=0. \qquad 8.11$$

ეს უკანასკნელი ξ-ს მიმართ არის კუბური განტოლება და იწოდება სისტემის სიხშირის განტოლებად. მისი ფესვები სის-

ტემის თვისუფლების ხარისხის, ანუ სამის ტოლია. ეს სიხშირეები $\xi_{1,2,3}$ და განლაგებულნი არიან ზრდის თანმიმდევრობით. განსახილველი სისტემისათვის, რომელიც ასრულებს რხევებს მდგრად მდგომარეობასთან ახლოს ყველა ეს ფესვები ნამდვილი და დადებითია. 8.11-ში შემავალი მუდმივი კოეფიციენტები α, β, γ არიან განხილული სისტემის მასებისა და სიხისტეებისაგან შედგენილი სიდიდეები.

8.11 განტოლება ცხადია კვადრატურებში არ ამოიხსნება, მაგრამ თანამედროვე კომპიუტერული ტექნიკისა და მასზე განტოლებების ამოხსნის მრავალფეროვანი მეთოდების არსებობის დროს მისი ამოხსნა და შესაბამისად ფესვების მიღება სირთულეს არ წარმოადგენს.

ამ პარაგრაფში განვიხილეთ მექანიკური რხევითი სისტემა სამი თავისუფლების ხარისხით, რომელშიც არ მოქმედებდნენ რაიმე სახით წინააღმდეგობის ძალები. ასეთი სისტემები იწოდებიან იდეალურ სისტემებად და ცხადია პრაქტიკაში არ არსებობენ. რეალურად, სიტემებში, ნებისმიერი თავისუფლების ხარისხით, ყოველთვის მოქმედებს წინააღმდეგობის ძალები გარეშე ან შინაგანი ძალების სახით. ასეთი სისტემები განხილული გვქონდა ორი თავისუფლების ხარისხის მქონე მექანიკურ რხევით სისტემებში. იქ მოყვანილი სისტემის მოძრაობის დროს დემპფირების გათვალისწინების ყველა მეთოდები ძალაშია ამ შემთხვევაშიც. პრინციპული განსხვავება ორი და სამი თავისუფლების ხარისხის შემთხვევებში არ არსებობს. ამიტომ

მათ გამეორებას აქ თავს ავარიდებთ და დემპფირების მახასიათებლებს პირდაპირ შემოვიტანთ გამზადებული სახით.

იგივე შეეხება სამი თავისუფლების ხარისხის მქონე სისტემის აღგზნებას, გარეშე მოქმედი ძალებით. ესეც ანალოგიურია ორმასიან სისტემაში განხილული მეთოდის.

§9. არაწრფივი ვიბრაციული სისტემები ერთი თავისუფლების ხარისხით

წინა პარაგრაფებში რხევებზე ამოცანების განხილვის დროს ყველგან იგულისხმებდა, რომ დრეკადი კავშირების რეაქცია დეფორმაციის პროპორციული იყო.

ამასთან ერთად, ზოგიერთ შემთხვევაში ასევე იგულისხმებოდა, რომ არადრეკადი წინააღმდეგობის, ანუ ხახუნის ძალები იყო მოძრაობის სიჩქარის წრფივი ფუნქცია. ამ დაშვებების საფუძველზე სისტემის რხევები აღიწერებოდა წრფივი დიფერენციალური განტოლებე-ბით, რომელთაც გააჩნდათ მუდმივი კოეფიციენტები. არსებობს მრავალი პრაქტიკული ამოცანა, რომლებშიაც ეს დაშვებები საკმაოდ დამაკმაყოფილებლად გამოსახავენ რეალურ პირობებს. ამასთან ერთად, არსებობენ აგრეთვე სისტემები, რომლებშიც წრფივ დიფერენციალურ განტოლებებს მუდმივი კოეფიციენტებით არ ძალუძთ აღწერონ სისტემის რეალური მოძრაობები, რის გამოც რხევების ზოგადი გამოკვლევები

მოითხოვს ასეთ სისტემებში გამოყენებული იქნას არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებები. ასეთი სისტემები იწოდებიან არაწრფივი მახასიათებლის მქონე სისტემებად. ამ სისტემების მაგალითები პრაქტიკაში საკმაოდ ხშირად გხვდება. მკაცრი განმარტებით რომ შევაფასოთ, წრფივი სისტემები არსებობს დატვირთვების მხოლოდ გარკვეულ ზღვრებში, რის შემდეგ სისტემა ხასიათდება არაწრფივობით, ანუ აღმდგენი დრეკადი ძალა არ არის სისტემის წონასწორობის მდგომარეობიდან გადაადგილების პროპორციული.

განვიხილოთ უმარტივესი არაწრფივი სისტემა ერთი თავისუფლების ხარისხით. m მასის ტვირთი დამაგრებულია არაწრფივ ზამბარაზე. ზამბარის დრეკადობის მახასიათებელი, ანუ დამოკიდებულება F ძალისა x გადაადგილებაზე, შეიძლება მოცემული იყოს გრაფიკულად ან ანალიზურად. იმისდამიხედვით, თუ როგორაა განლაგებული ეს მახასიათებელი კოორდინატთა ღერძების მიმართ, იგი შეიძლება იყოს სიმეტრიული, ან არასიმეტრიული. თუ $\left(\frac{dF}{dx}\right)$ მცირდება x - ის ზრდასთან ერთად, მაშინ მახასიათებელი იწოდება რბილად, ხოლო როცა პირიქითაა - ხისტად.

კონსერვატიული სისტემის (ხახუნის გარეშე) თავისუფალი რხევების განტოლებას აქვს შემდეგი სახე:

$$m\ddot{x} + F_0(x) = 0.$$

ან:

$$\ddot{x} + F(x) = 0\,, \qquad 9.1$$

9.1 განტოლების ამოხსნის სირთულის გამო ჩვეულებრივ აკმაყოფილდებიან თავისუფალი რხევების სიხშირის გამოთვლით, თვით რხევების პროცესის მიმდინარეობის დეტალების გარკვევის გარეშე, რაც მრავალ პრაქტიკულ შემთხვევაში სავსებით საკმარისია.

თუ აჩქარებას გამოვსახავთ შემდეგი სახით:

$$\ddot{x} = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx}\cdot\frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx}v,$$

სადაც v - სიჩქარეა, 8.1 განტოლების ნაცვლად მივიღებთ:

$$v\frac{dv}{dx} + F(x) = 0. \qquad 9.2$$

ცვლადების დაყოფის შედეგად მივიღებთ:

$$v\,dv = -F(x)dx.$$

ინტეგრირების დასაწყისი შევარჩიოთ იმ მომენტისათვის, როდესაც x გადაადგილება არის მაქსიმალური ($x_{max} = a$), ხოლო სიჩქარე ტოლია ნულის (v = 0). მაშინ:

$$\int_0^v v\,dv = -\int_0^x F(x)dx,$$

ან

$$\frac{v^2}{2} = -\int_a^x F(x)dx = \int_x^a F(x)dx.$$

უკანასკნელი მიღებული ტოლობა გამოხატავს ენერგიის შენახვის კანონს: მარცხენა ნაწილში მოთავსებულია კინეტიკური ენერგია, რომელიც დაგროვილია მოძრაობის პროცესში სისტემის განაპირა მდებარეობიდან (x = a; v = 0) მიმდინარე მდებარეობამდე (x; v), ხოლო მარჯვენა ნაწილში პოტენციური ენერგია, დაკარგული იმავე მოძრაობის პროცესში. ენერგიის ეს ნაწილი დაშტრიხული ფართობის

სახით ნაჩვენებია არაწრფივი აღმდგენი ძალის მახასიათებლის გრაფიკზე (ნახ. 8.1). ბოლო გამოსახულებიდან მივიღებთ:

$$v = \frac{dx}{dt} = -\sqrt{2\int_x^a F(x)dx}. \qquad 9.3$$

ფესვის წინ ნიშნების ორი შესაძლო მნიშვნელობიდან აღებულია მინუსი იმის გამო, რომ მოძრაობის განსახილველ ინტერვალზე სიჩქარე არის უარყოფითი.

F(x)

0 x a x

მოძრაობის

მიმართულება

ნახ. 9.1

9.3 განტოლების ინტეგრირება გვაძლევს t დროის მნიშვნელობას x გადაადგილების ფუნქციაში:

$$t = -\int_a^x \frac{dx}{\sqrt{2\int_x^a F(x)dx}} = \int_x^a \frac{dx}{\sqrt{2\int_x^a F(x)dx}}. \qquad 9.4$$

თუ მოვახდენთ ინტეგრირებას x = 0 - დან x = a - მდე, მაშინ სიმეტრიული მახასიათებლის მქონე სისტემისათვის შეიძლება მოვძებნოთ მთლიანი რხევის მეოთხედი დრო (პერიოდის მეოთხედი). შესაბამისად რხევის მთლიანი პერიოდი ტოლი იქნება:

$$T = 2\sqrt{2}\int_0^a \frac{dx}{\sqrt{\int_x^a F(x)dx}}; \qquad 9.5$$

ეს ფორმულა შესაძლებლობას იძლევა მოვძებნოთ თავისუფალი რხევების პერიოდსა და მათ ამპლიტუდებს შორის ზუსტი დამოკიდებულება.

მაგალითისათვის განვიხილოთ სისტემის რხევები არაწრფივი აღმდგენი ძალის კუბური მახასიათებლის შემთხვევაში, ანუ როდესაც $F(x) = \beta x^3$. შესაბამისად 9.5 - დან მივიღებთ:

$$T = \frac{4}{a}\sqrt{\frac{2}{\beta}}\int_0^1 \frac{dx}{a\sqrt{1-\left(\frac{x}{a}\right)^4}}. \qquad 9.6$$

ამ გამოსახულებაში შემავალი ელიფსური ინტეგრალი შეიძლება გამოვთვალოთ სპეციალური ფუნქციების ცხრილების დახმარებით; მისი მნიშვნელობაა $1{,}8541/\sqrt{2}$. შესაბამისად:

$$T = \frac{4}{a\sqrt{\beta}}1{,}8541. \qquad 9.7$$

თავისუფალი რხევების სიხშირისათვის მივიღებთ:

$$p = \frac{2\pi}{T} = 0{,}8472a\sqrt{\beta}, \qquad 9.8$$

ანუ, სიხშირე წრფივად იზრდება ამპლიტუდის ზრდასთან ერთად.

მოყვანილი განტოლებები საშუალებას იძლევა აგრეთვე, გამოვსახოთ მოძრაობის ტრაექტორიების ოჯახი კოორდინატებში v - x, ანუ როგორც მას უწოდებენ მოძრაობის ფაზური ტრაექტორიების სახით.

ფაზური ტრაექტორიების მისაღებად 9.1 ძირითადი განტოლება წარმოვადგინოთ პირველი რიგის ორ განტოლებად:

$$\frac{dx}{dt} = v; \qquad \frac{dv}{dt} = -F(x).$$

თუ გავყოფთ მეორე განტოლებას პირველზე, მივიღებთ ფაზური ტრაექტორიის დიფერენციალურ განტოლებას:

$$\frac{dv}{dx} = -\frac{F(x)}{v};$$

ამ უკანასკნელ განტოლებაში t დრო არ შედის. ინტეგრალური მრუდების ერთობლიობა კი შეადგენს სისტემის ფაზურ პორტრეტს. რადგან ცვლადები შეიძლება დაიყოს, შესაბამისად შეგვიძლია მივიღოთ:

$$v^2 = -2\int F(x)dx + C.$$

მუდმივი C განისაზღვრება ერთი საწყისი პირობიდან: $v = v_0$, როდესაც $x = x_0$, ასე, რომ ყოველ x_0, v_0 კონკრეტულ კომბინაციას შეესაბამება გარკვეული ინტეგრალური მრუდი.

არაწრფივი სისტემის კუბური მახასიათებლისათვის, ე.ი. $F(x) = \beta x^3$, გვექნება:

$$v^2 = -\frac{\beta x^4}{4} + C.$$

C მუდმივის განსაზღვრისათვის ჩავსვათ ამ გამოსახულებაში $x = x_0$ და $v = v_0$, რის შედეგად მივიღებთ:

$$C = \frac{\beta x_0^2}{4} + v_0^2.$$

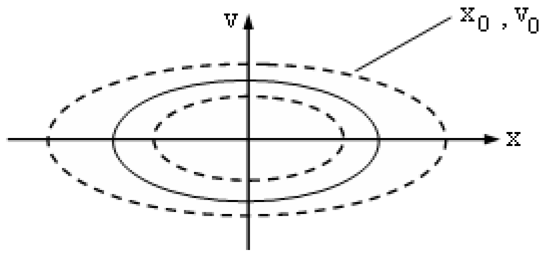
თუ ამ უკანასკნელს ჩავსვამთ მის წინა გამოსახულებაში, მივიღებთ:

$$v^2 = \frac{\beta}{4}\left(x_0^4 - x^4\right) + v_0^2,$$

ანუ

$$v = \pm\sqrt{\frac{\beta}{4}\left(x_0^4 - x^4\right) + v_0^2}.$$

ნახ. 8.2 - ზე უწყვეტი ხაზით ნაჩვენებია ტიპიური მრუდი v(x), რომელიც გამოსახავს ფაზურ ტრაექტორიას გარკვეული საწყისი პირობების, x_0 და v_0 შემთხვევაში. ამ პირობების ცვლილებით ფაზური ტრაექტორიის მრუდები მიიღებენ ნახაზზე გამოსახული წყვეტილი ხაზების სახეს.



ნახ. 9.2

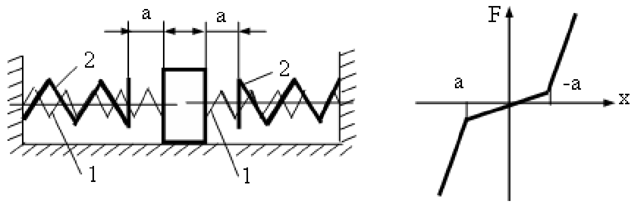
§10. ვიბრაციული სისტემების რხევები, რომელთა დრეკადობის მახასიათებლები შედგება ცალკეული წრფივი უბნებისაგან

მაგალითისათვის განვიხილოთ სისტემა, გამოსახული ნახ. 10.1 ა) - ზე. დრეკადი F ძალა, რომელიც მოქმედებს ტვირთზე (ნახ.10.1 ბ), განისაზღვრება x გადაადგილებაზე დამოკიდებულების შემდეგი ფორმულებით:

როდესაც $|x| \le a$ $\quad F(x) = c_1x_1$,

როდესაც $|x| \ge a$ $\quad F(x) = c_1x + c_2(|x| - a)\ \mathrm{sgn}\ x$.

აქ sgn x - არის x გადაადგილების ნიშანი (როდესაც $x > 0$ $\mathrm{sgn}\ x = 1$, როდესაც $x < 0$ $\mathrm{sgn}\ x = -1$, $\mathrm{sgn}\ 0 = 0$), c_1 ორივე 1 ზამბარის სიხისტეა, c_2 - სიხისტეა ერთ-ერთის 2 ზამბარებიდან. ცადია, რომ თუ ტვირთის რხევის ამპლიტუდა ნაკლებია a ღრეჩოზე, მაშინ ტვირთი ასრულებს თავისუფალ ჰარმონიულ რხევებს $p_1 = \sqrt{\frac{c_1}{m}}$ სიხშირით, რომელიც არაა დამოკიდებული ამპლიტუდაზე. ამიტომ განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც რხევის ამპლიტუდა A მეტია a - ზე.



ა) ბ)

ნახ. 10.1

დავუშვათ, ტვირთი მარცხენა განაპირა მდებარეობიდან გავათავისუფლეთ საწყისი სიჩქარის მინიჭების გარეშე. მაშინ $x \ge a$ დროს სამართლიანი იქნება შემდეგი ტოლობა:

$$m\ddot{x} + c_1x + c_2(x - a) = 0, \qquad 10.1$$

რომელიც მოითხოვს გაინტეგრალებას საწყისი პირობებით $x_0 = a$, $\dot{x} = 0$.

შესაბამის ამონახსნს აქვს შემდეგი სახე:

$$x = \frac{c_2}{c_1 + c_2} a\left(1 - \cos p_2 t\right) + A\cos p_2 t, \qquad 10.2$$

სადაც:

$$p_2 = \sqrt{\frac{c_1 + c_2}{m}}.$$

თუ გავუტოლებთ x = a, მოვძებნით იმ t^* დროს, რომლის განმავლობაშიც ტვირთი მოსცილდება 2 ზამბარას, ანუ:

$$a = \frac{c_2}{c_1 + c_2} a\left(1 - \cos p_2 t^*\right) + A\cos p_2 t^*,$$

საიდანაც

$$t^* = \frac{1}{p_2}\arccos\frac{c_1 a}{\left(c_1 + c_2\right)A - c_2 a}. \qquad 10.3$$

ამ მომენტისათვის ტვირთის სიჩქარე იქნება:

$$\dot{x}_* = p_2\left[a\frac{c_2}{c_1 + c_2} - A\right]\sin p_2 t^* = -p_2\left(A - a\frac{c_2}{c_1 + c_2}\right)\sqrt{1 - \left[\frac{c_1 a}{\left(c_1 + c_2\right)A - c_2 a}\right]^2}. \qquad 10.4$$

ამ მომენტიდან დაწყებული ტვირთი მოძრაობს მხოლოდ 1 ზამბარების მოქმედებით და შესაბამისად მოძრაობის განტოლებას ექნება შემდეგი სახე:

$$m\ddot{x} + c_2 x = 0. \qquad 10.5$$

თუ აღვნიშნავთ $\zeta = t - t^*$, 9.5 განტოლების ინტეგრირებისათვის გვაქვს შემდეგი პირობები:

როდესაც $\zeta = 0$, $x = a$; $\dot{x} = \dot{x}_*$.

შესაბამისად:

$$x = a\cos p_1 t + \frac{\dot{x}_*}{p_1}\sin p_1 t, \qquad 10.6$$

სადაც:

$$p_1 = \sqrt{\frac{c_1}{m}}.$$

ტვირთის მოსვლის მომენტს შუა ζ_* მდებარეობაში გავიგებთ $x = 0$ პირობიდან, საიდანაც:

$$\zeta_* = arctg\left(-\frac{\dot{x}_*}{p_1 a}\right).$$

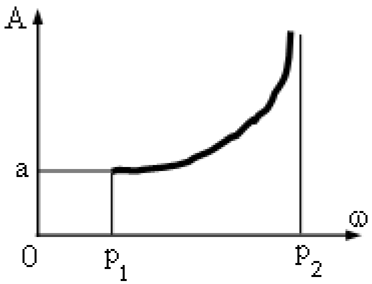
დახარჯული მთლიანი დრო, ტვირთის მიერ მარჯვენა განაპირა მდებარეობიდან შუა მდებარეობამდე გადასვლისას, ცხადია, შეადგენს რხევის პერიოდის მეოთხედს და უდრის:

$$\frac{T}{4} = t^* + \zeta_*.$$

მარტივი გარდაქმნების შედეგად მივიღებთ:

$$\frac{T}{4} = \frac{1}{p_2}\arccos\frac{c_1 / c_2}{\left(1 + c_1 / c_2\right)\frac{A}{a} - 1} + \frac{1}{p_1}\arcsin\sqrt{\frac{c_1 / c_2\left(1 + c_1 / c_2\right)}{\left[\left(1 + c_1 / c_2\right)\frac{A}{a} - 1\right]^2 + c_1 / c_2}}. \qquad 10.7$$

როგორც 10.7 ტოლობიდან ჩანს, როდესაც $A \to a$, $T \to \frac{2\pi}{p_1}$, ხოლო როდესაც $A \to \infty$, $T \to \frac{2\pi}{p_2}$. ამრიგად, რხევის ძირითადი სიხშირე $\omega_* = \frac{2\pi}{T}$ იცვლება ამპლიტუდის ცვლილებასთან ერთად p_1 -დან p_2 - მდე. $\omega_*(A)$ დამოკიდებულების გრაფიკი ნაჩვენებია 10.2 ნახაზზე; ეს გრაფიკი იწოდება ჩონჩხურ მრუდად.



ნახ. 10.2

მეთოდი, რომლითაც ამ ამოცანის ამოხსნის დროს ვისარგებლეთ, იმაში მდგომარეობდა, რომ მოძრაობის თითოეულ უბანზე შესაბამისი წრფივი დიფერენციალური განტოლება ზუსტად იხსნებოდა. ამავე დროს მუდმივები ყოველ შემდგომ უბანზე განისაზღვრებოდა გადაადგილებისა და სიჩქარის უწყვეტობის პირობიდან გამომდინარე. ამ მეთოდს მორგების მეთოდი ეწოდება.

§11. ვიბრაციული არაწრფივი სიტემების იძულებითი რხევები

განვიხილოთ არაწრფივი სისტემის იძულებითი რხევები, რომელზეც მოქმედებს ჰარმონიული გარეშე ძალა

$$P(t) = P_0 \sin\omega t. \qquad 11.1$$

უმარტივეს შემთხვევაში, როდესაც დემპფირების ძალა ნულის ტოლია, რხევის დიფერნციალურ განტოლებას ექნება შემდეგი სახე:

$$\ddot{x} + F(x) = \frac{P_0}{m}\sin\omega t. \qquad 11.2$$

ამ განტოლებას არაწრფივი სისტემის თავისუფალი რხევების განტოლებისაგან განსხვავებით ზუსტი ამონახსნი არ გააჩნია. ამიტომ განვიხილოთ მხოლოდ მიახლოებითი მეთოდით ამოხსნა. აქვე აღვნიშნოთ, რომ მარტივი ჰარმონიული ძალის მოქმედების შემთხვევაშიც კი, რხევის კანონში გვექნება სხვადასხვა შემდგენები. პირველ რიგში უნდა გამოვყოთ ძირითადი რხევა, რომლის სიხშირე აღმგზნები ძალის ω სიხშირეს ემთხვევა. შემდეგ ადგილი აქვს ე.წ. სუპერჰარმონიულ რხევებს 2ω, 3ω, 4ω სიხშირით. სუპერჰარმონიული რხევის სიხშირე მიიღება ძირითადი სიხშირის მთელ რიცხვზე გამრავლებით. კიდევ ერთ შემდგენს წარმოადგენს სუბჰარმონიული რხევა, რომლის სიხშირე ძირითადთან შედარებით მთელ რიცხვჯერ ნაკლებია, ე.ი. ტოლია ω/2, ω/3, ω/4 და ა.შ.

არაწრფივი რხევების სპექტრში შეიძლება გვქონდეს სუპერ-სუბჰარმონიული შემდგენიც aω/b სიხშირით, სადაც a და b მთელი ურთიერთმარტივი რიცხვებია.

ყველა აღნიშნული რხევითი რეჟიმი წარმოიქმნება მაშინ, როდესაც თავისუფალ რხევათა რიცხვი უახლოვდება იძულებით რხევათა რიცხვს, მაგრამ, როგორც ზემოთ იყო აღნიშნული, არაწრფივ სისტემაში თავისუფალ რხევათა სიხშირე ცვალებადი სიდიდეა, რადგან წარმოადგენს ამპლიტუდის ფუნქციას. მაშასადამე, არაწრფივ სისტემაში არა გვაქვს ის სტაბილური სიხშირე, რომელიც უზრუნველყოფს მაქსიმალურ ამპლიტუდას, ანუ არაწრფივ სისტემაში არ შეიძლება გვქონდეს რეზონანსი ჩვეულებრივი გაგებით. რხევის ამპლიტუდის ყოველი მოცემული დონისათვის გვაქვს თავისუფალ რხევათა სიხშირე p, რომელიც წარმოქმნის კრიტიკულ “რეზონანსულ” რეჟიმს იძულებითი რხევის შემდეგი სიხშირეების დროს: ძირითად “რეზონანსს”, როდესაც $\omega_{კრ} = p$ და სუბ, სუპერ ან სუპერსუბ “რეზონანსებს”, როდესაც

$$\omega_{კრ} = bp;\ \omega_{კრ} = p/b;\ \omega_{კრ} = ap/b.$$

ყველა ზემოთ ჩამოთვლილი კრიტიკული რეჟიმი შეიძლება იყოს მდგრადი ან არამდგრადი, რისი დადგენაც შეიძლება მიახლოებითი ანალიზური მეთოდების საშუალებით.

განვიხილოთ სისტემის ძირითადი რხევები. ამ შემთხვევაში 11.2 განტოლების მიახლოებითი ამოხსნა უნდა მივიღოთ შემდეგი სახით:

$$x = A\sin \omega t, \qquad 11.3$$

სადაც A არის უცნობი ამპლიტუდა.

ამოხსნის ასეთი სახე პრაქტიკული მოსაზრებებით სავსებით მისაღებია, რადგან პირველ რიგში მოსალოდნელია ძალის ცვალებადობის კანონის შესაბამისი ციკლური გადაადგილება. გამოვიყენოთ ჰარმონიული ბალანსის მეთოდი. 11.3 ჩავსვათ F(x) ფუნქციაში და მიღებული პერიოდული ფუნქცია დავშალოთ ფურიეს მწკრივად. ამ ოპერაციის კორექტულად ჩასატარებლად, თავისთავად ცხადია, უნდა შესრულდეს

ყველა ის ცნობილი პირობა, რომელიც ასეთი დაშლის დროს არის აუცილებელი. პირველი მიახლოებით:

$$F(A\sin \omega t) \cong b_1 \sin \omega t,$$

სადაც:

$$b_1 = \frac{2}{T}\int_0^T F\left(A\sin\omega t\right)\sin\omega t dt. \qquad 11.4$$

ამის შემდეგ 10.1 განტოლებაში შესაბამისი მნიშვნელობების ჩასმით მივიღებთ

$$-A\omega^2 + \frac{2}{T}\int_0^T F\left(A\sin\omega t\right)\sin\omega t dt = \frac{p_0}{m}. \qquad 11.5$$

ამ ტოლობის ინტეგრირების შემდეგ გვექნება ალგებრული განტოლება A - ს მიმართ, რომლის ამოხსნა არ წარმოადგენს რაიმე პრინციპულ სიძნელეს. მაგალითისათვის განვიხილოთ ფუნქცია:

$$F(x) = p_0^2(1 + \beta x^2)x,$$

რომელიც შეესაბამება აღმდგენი დრეკადი ძალის ხისტ, სიმეტრიულ მახასიათებელს:

$$\int_0^T F\left(A\sin\omega t\right)\sin\omega t dt = Ap_0^2\int_0^T\left(1+\beta A^2\sin^2\omega t\right)\sin\omega t dt =$$

$$= \frac{A}{2}T\left(1+\frac{3}{4}\beta A^2\right).$$

საბოლოოდ მივიღებთ კუბურ განტოლებას:

$$-A\left(\omega^2 - p_0^2\right) + \frac{3}{4}p_0^2\beta A^3 - \frac{p_0}{m} = 0, \qquad 11.6$$

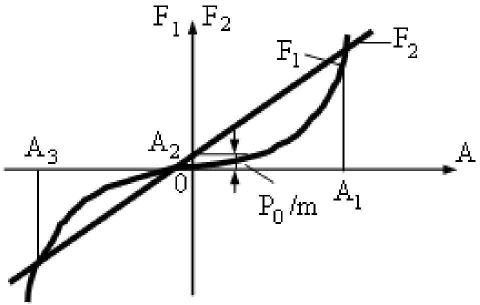
რომელსაც შეიძლება ჰქონდეს ერთი ან სამი ნამდვილი ფესვი. ეს კი დამოკიდებულია ω წრიული სიხშირის სიდიდეზე.

11.5 განტოლების ამოხსნა გრაფიკულად შეიძლება წარმოვად-გინოთ ისე, როგორც ეს ნაჩვენებია 10.1 ნახაზზე.

აღვნიშნოთ: $F_1 = A\left(p_0^2 + \frac{3}{4}\beta A^2\right)$; $\qquad F_2 = \frac{p_0}{m} + A\,\omega^2$.

თუ ავაგებთ F_1 და F_2 ფუნქციების გრაფიკებს ცვალებადი A ამპ-ლიტუდისათვის, მაშინ მათი გადაკვეთა მოგვცემს საძიებელ A_1, A_2, A_3 ფესვებს.

სისტემის მოცემული p_0^2, β, P_0, m პარამეტრების დროს F_2 ფუნქციის კუთხური კოეფიციენტი დამოკიდებულია ω - ზე. მაშასადამე, თუ ვცვლით ω - ს, გადაკვეთა შეიძლება მოხდეს ერთ ან სამ წერტილ-

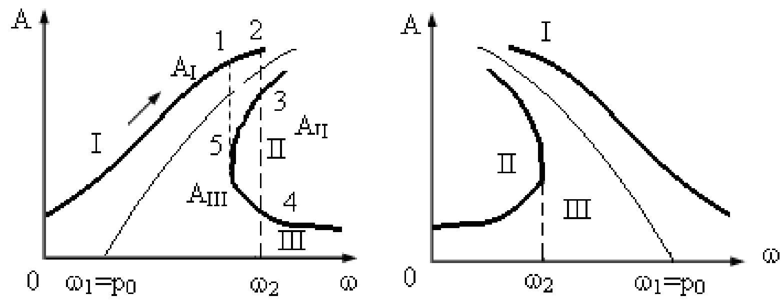


ნახ. 11.1

ში, ეს კი იმას ნიშნავს, რომ ერთი და იგივე ω - ს შეესაბამება სამი რხევითი რეჟიმი A_1, A_2 ან A_3 ამპლიტუდით. თუ 10.5 განტოლებას თანმიმდევრულად ამოვხსნით სხვადასხვა ω - სთვის და A - ს მნიშვნე-ლობებს ავაგებთ (A, ω) კოორდინატთა სისტემაში, მივიღებთ ამპლიტუ-დურ-სიხშირულ მახასიათებელს.

11.2 ა) ნახაზზე ნაჩვენებია ასეთი მახასიათებელი ხისტი არა-წრფივობისათვის, 10.2 ბ) ნახაზზე კი რბილი არაწრფივობისათვის. მაგალითად,

$$F(x) = p_0^2(1 - \beta x^2)x.$$



ა)   ბ)

ნახ. 11.2

პუნქტირი შეესაბამება დამოკიდებულებას თავისუფალ რხევათა სიხშირესა და ამპლიტუდას შორის. ამ დამოკიდებულებას მივიღებთ, თუ 10.5 განტოლებაში დავუშვებთ, რომ $P_0 = 0$, ω = p. მაშინ:

$$-Ap^2 + Ap_0^2 + \frac{3}{4}p_0^2\beta A^3 = 0,$$

ანუ

$$p^2 = p_0^2\left(1 + \frac{3}{4}\beta A^2\right).$$

წერტილი ω = p_0 შეესაბამება წრფივი სისტემის საკუთარ რხევათა სიხშირეს. იძულებითი რხევათა ამპლიტუდა ყოველთვის შეზღუდულია (A ≠ ∞), რაც წარმოადგენს არაწრფივი სისტემის ერთ-

ერთ ძირითად დამახასიათებელ ნიშანს. როდესაც ω იზრდება, A იცვლება 1 - ლი მრუდის მიხედვით.

ω_2 სიხშირის შემდეგ გვაქვს სამი ამპლიტუდა და შესაბამისად რხევის სამი მოსალოდნელი რეჟიმი:

$$x_1 = A_I \sin \omega t; \quad x_2 = A_{II} \sin \omega t; \quad x_3 = A_{III} \sin \omega t.$$

ამ რეჟიმებიდან ორი A_I და A_{III} ამპლიტუდით, რეალურად არის შესაძლებელი, A_{II} ამპლიტუდა კი არამდგრადია. A_I ამპლიტუდა ნახტომისებურად შემცირდება A_{III} მნიშვნელობამდე (უბანი 2 - 4), რის შემდეგ 5 წერტილიდან ამპლიტუდა იცვლება III მრუდის მიხედვით. ამრიგად უბანი 3 - 5 - 4 არამდგრადია, ე.ი. მისი რეალიზაცია შეუძლებელია.

სხვა სურათი გვაქვს, როდესაც ω მცირდება. ჯერ ამპლიტუდა იზრდება III მრუდის მიხედვით 5 წერტილამდე, შემდეგ იგი ნახტომისებურად იზრდება 5 - 1 უბნის შესაბამისად, საბოლოოდ კი მცირდება I მრუდის შესაბამისად.

როგორც ვხედავთ, მაქსიმალური ამპლიტუდა სიხშირის ზრდის დროს მეტია, ვიდრე სიხშირის შემცირებისას. წრფივ სისტემაში, როგორც ვიცით, ამპლიტუდა ერთნაირად იზრდება ან მცირდება განურჩევლად იმისა, თუ როგორ იცვლება ω. ყველა ზემოთ ჩამოთვლილი თვისება რჩება ძალაში რბილმახასიათებლიან სისტემაშიც, მაგრამ $A = A(\omega)$ ფუნქციის გრაფიკი გადაიხრება მარცხნივ. როგორც ხისტ, ისე რბილ მახასიათებელში I და II შტოები ერთმანეთთან არ გადაიკვეთებიან.

დემპფირების გავლენა.

დემპფირების გავლენის პრინციპული შეფასებისათვის განვიხილოთ დემპფირების მარტივი სახე, როდესაც ხახუნის ძალა სიჩქარის პირველი ხარისხის პროპორციულია. არაწრფივი სიხისტე, როგორც ადრე, ავღწეროთ კუბური პოლინომის სახით. მაშინ განტოლებას ექნება შემდეგი სახე:

$$\ddot{x} + 2h\dot{x} + p_0^2\left(1 + \beta x^2\right)x = \frac{P_0}{m}\sin\left(\omega t + \alpha\right). \qquad 11.7$$

ფაზური α კუთხე აქ აღგზნების ძალის ფუნქციაში შეყვანილია მხოლოდ გამოთვლების გამარტივების მიზნით. ამოხსნა მიახლოებით შეიძლება ვეძებოთ მარტივი სინუსოიდის სახით:

$$x = A\sin \omega t. \qquad 11.8$$

ჩავსვათ ეს მნიშვნელობა ძირითად განტოლებაში და გამოვიყენოთ ჰარმონიული ბალანსის მეთოდი. წინასწარ დავშალოთ:

$$\sin^2 \omega t = \frac{1}{4}\left(3\sin \omega t - \sin 3\omega t\right);$$

$$\sin\left(\omega t + \alpha\right) = \sin \omega t \cos\alpha + \sin\alpha \cos \omega t.$$

მაშინ სინუსისა და კოსინუსის კოეფიციენტების ჯამების ნულთან გატოლებით მივიღებთ სისტემას:

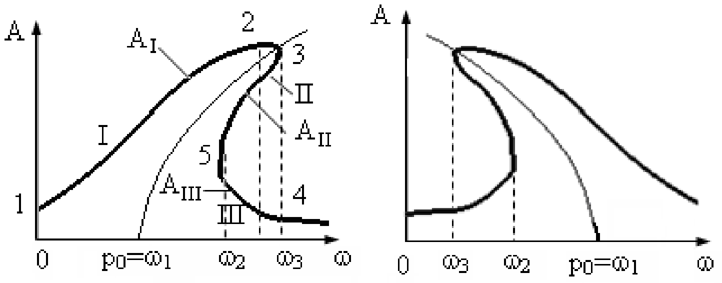
$$\left(-\omega^2 + p_0^2\right)A + \frac{3}{4}\alpha A^3 = \frac{P_0}{m}\cos\alpha;$$
$$2h\omega A = \frac{P_0}{m}\sin\alpha. \qquad 11.9$$

გამოვრიცხოთ ფაზური კუთხე α, რისთვისაც განტოლებების მარჯვენა და მარცხენა მხარეები ავიყვანოთ კვადრატში და შევკრიბოთ;

გვექნება:

$$\left\{\left[\left(-\omega^2+p_0^2\right)+\frac{3}{4}\alpha A^2\right]^2+4h^2\omega^2\right\}A^2=\frac{P_0^2}{m^2};$$

$$tg\alpha=\frac{2h\omega}{\left(-\omega^2+p_0^2\right)+\frac{3}{4}\alpha A^2}. \qquad 11.10$$



ა)   ბ)

ნახ. 11.3

11.9 - ს პირველი განტოლებიდან მოცემული ω - ს დროს განისაზღვრება ამპლიტუდა A, ე.ი. აიგება ამპლიტუდურ-სიხშირული მახასიათებელი. მეორე განტოლება საშუალებას გვაძლევს დავაკავშიროთ α ფაზა და ω სიხშირე. 11.3ა) ნახაზზე ნაჩვენებია დამოკიდებულება A - ω დრეკადი ძალის ხისტი, ხოლო 11.3 ბ) ნახაზზე კი რბილი მახასიათებლისათვის. ძირითადი განსხვავება ამპლიტუდურ-სიხშირულ მახასიათებლებს შორის დემპფირებულ და არადემპფირებულ

სისტემებში მდგომარეობს იმაში, რომ ძირითადი რეზონანსის ზონაში I და II უბნები გადაიკვეთება, ე.ი. $\omega > \omega_3$ წრიული სიხშირის შემდეგ რხევის ამპლიტუდა მხოლოდ III უბნის შესაბამის მცირე მნიშვნელობებს მიიღებს.

§12. ვიბრაციული სისტემების პარამეტრული რხევები

ხშირად მექანიკური სისტემის ძირითადი პარამეტრები, როგორიცაა სიხისტე, მასა, ინერციის მომენტი, უცვლელ სიდიდეებს კი არ წარმოადგენენ, არამედ არიან დროის წინასწარ ცნობილი ფუნქციები.

თუ ასეთ სისტემას გამოვიყვანთ წონასწორობის მდგომარეობიდან, მაშინ იგი შეასრულებს თავისებურ რხევებს: ერთი მხრივ, ასეთ რხევებს არ შეიძლება ვუწოდოთ თავისუფალი, რადგან სისტემა არ არის ავტონომიური და განიცდის მოცემულ გარეშე ზემოქმედებას პარამეტრის ცვლილების სახით, ხოლო მეორე მხრივ, იგი ასევე არ წარმოადგენს იძულებით რხევებს, რადგან გარეშე ზემოქმედება არ მჟღავნდება მოცემული მოქმედი ძალის სახით. ასეთი რხევები იწოდებიან პარამეტრულ რხევებად და მათ, სისტემის თვისებებისა და მისი პარამეტრების ცვლილების ხასიათიდან გამომდინარე, შეიძლება ჰქონდეთ დროში როგორც შეზღუდული, ასევე ზრდადი პიკური მნიშვნელობები; უკანასკნელი წარმოადგენს პარამეტრულ რეზონანსს.

განვიხილოთ პარამეტრული სისტემის რამოდენიმე მაგალითი.

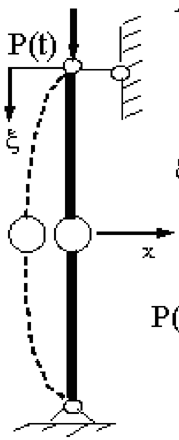
პარამეტრული რხევების მაგალითად შეიძლება განვიხილოთ ღეროს დინამიკური არამდგრადობის მოვლენა, როდესაც პერიოდულად ცვალებადი გრძივი ძალის მოქმედებით ღერო ასრულებს განივ რხევებს (ნახ. 12.1).

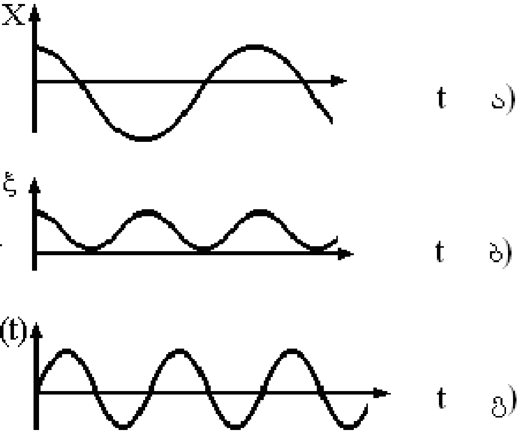
ისევე, როგორც ჩვეულებრივი რეზონანსის დროს, პარამეტრული რეზონანსის შემთხვევაშიც, რხევები იზრდება სისტემაში ენერგიის უწყვეტი მიწოდების გამო.

დავუშვათ ღერო ასრულებს საკუთარ განივ რხევებს p სიხშირით (ნახ. 12.2 ა), ანუ:

$$x = b \cos pt.$$

ამ დროს ზედა სახსარი მიიღებს მცირე ვერტიკალურ ξ გადაად-გილებებს გაორმაგებული სიხშირით (ნახ. 12.2 ბ). იგი ტვირთის x გადაადგილებისას მარცხნივ და მარჯვნივ იწევს ქვემოთ და ყველაზე მაღალ მდებარეობას დაიკავებს მაშინ, როდესაც ტვირთი იმყოფება სტატიკური წონასწორობის მდგომარეობაში. თუ გრძივი ძალა იცვლება ასევე ორჯერ მეტი სიხშირით, ვიდრე ეს გააჩნია ტვირთის განივ რხევებს (ნახ. 12.2 გ), მაშინ მოქმედი ძალა ყოველი ციკლის დროს შეასრულებს მუშაობას და სისტემაში ენერგია უწყვეტად შეივსება.





ნახ. 12.1 ნახ. 12.2

ღეროზე დამაგრებული m ტვირთის მორაობის განტოლებას ექნება შემდეგი სახე:

$$m\ddot{x} + c(t)x = 0. \qquad 12.1$$

მოცემულ შემთხვევაში ღეროს c სიხისტე არის დროის ფუნქცია, რადგან იგი დამოკიდებულია გრძივი P(t) ძალის სიდიდეზე მოცემულ

მომენტში. მიახლოებითი ფორმულის თანახმად (მასალათა გამძ-ლეობიდან):

$$c(t) = c_0\left[1 - \frac{P(t)}{P_E}\right],$$

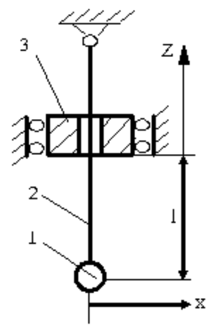
სადაც c_0 - ღეროს სიხისტეა გრძივი ძალის მოქმედების გარეშე, P_E - ეილერის კრიტიკული ძალაა ღეროსათვის.

ამრიგად, 12.1 განტოლება შეიძლება ჩავწეროთ შემდეგნაირად:

$$\ddot{x} + p^2\left[1 - \frac{P(t)}{P_E}\right]x = 0; \qquad \left(p^2 = \frac{c_0}{m}\right). \qquad 12.2$$

თუ P(t) არის დროის პერიოდული ფუნქცია (T პერიოდით), მაშინ 12.2 განტოლება იწოდება ჰილის განტოლებად, მისი პირველი მკვლევარის პატივსაცემად.

პარამეტრული სისტემის სხვა მაგალითს წარმოადგენს სისტემა გამოსახული ნახ. 12.3 - ზე. როგორც ნახაზიდან ჩანს, შეყურსული მასა 1 დამაგრებულია უწონადო 2 ღეროს ბოლოზე. ამავე დროს ღეროს თავისუფალი გადაადგილება დამატებით შეზღუდულია 3 მილისათი, რომელიც დაშორებულია ღეროს ქვედა ბოლოდან l მანძილით.



ნახ. 12.3

შევადგინოთ ტვირთის თავისუფალი მოძრაობის განტოლება იმის გათვალისწინებით, რომ ეს მოძრაობა ხდება ნახაზის სიბრტყეში. თუ დროის მიმდინარე t მომენტში ტვირთის გადაადგილება შეადგენს x - ს, მაშინ ღეროს აღმდგენი დრეკადობის ძალა ტოლია –cx - ს და ტვირთის მოძრაობის განტოლება მიიღებს სახეს:

$$-cx = m\ddot{x}, \qquad 12.3$$

სადაც c - სისტემის სიხისტის კოეფიციენტია.

3 მილისა, მისი საკმაოდ დიდი სიგრძის შემთხვევაში პრაქ-ტიკულად უზრუნველყოფს ღეროს ქვედა ნაწილის მთლიან ჩამაგრებას და ამიტომ c კოეფიციენტი შეიძლება განისაზღვროს ცნობილი ფორმუ-ლით $c = 3EJ/l^3$. აქ იგულისხმება, რომ ღეროს გააჩნია მუდმივი განივ-კვეთის ფართი J ინერციის მომენტით. E - ღეროს მასალის დრეკადობის მოდულია. ამრიგად 12.3 დიფერენციალური განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\ddot{x} + \frac{3EJ}{ml^3}x = 0. \qquad 12.4$$

თუ l მანძილი მუდმივია, მაშინ 12.4 განტოლება აღწერს მასის თავისუფალ რხევებს, მისი შუალედური მდებარეობის მიმართ. წილადი 12.4 განტოლებაში წარმოადგენს რხევების საკუთარი სიხშირის კვადრატს.

დავუშვათ, რომ 3 მილისა სრიალებს 2 ღერძის გასწვრივ წინასწარ მოცემული კანონით

$$z = A\cos\omega t,$$

ანუ, ასრულებს l -ის შუა მდებარეობის მიმართ ჰარმონიულ რხევებს A ამპლიტუდითა და ω წრიული სიხშირით. ასეთ შემთხვევაში სიხისტის

კოეფიციენტი აღმოჩნდება დროის ფუნქცია:

$$c = \frac{3EJ}{(l+z)^3} = \frac{3EJ}{(l + A\cos\omega t)^3}, \qquad 12.5$$

და შესაბამისად 12.4 დიფერენციალური განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\ddot{x} + \frac{3EJ}{m(l + A\cos\omega t)^3}x = 0. \qquad 12.6$$

აქაც 12.2 განტოლების მსგავსად მივიღეთ დიფერენციალური განტოლება ცვლადი კოეფიციენტით, რაც დამახასიათებელია პარამეტ-რული სისტემებისათვის.

12.6 განტოლება, ისევე როგორც 12.2 განტოლება, შეიძლება დავიყვანოთ ე.წ. სტანდარტულ სახეზე. ამისათვის დავუშვათ, რომ მილისას რხევის A ამპლიტუდა გაცილებით მცირეა ღეროს l სიგრძესთან შედარებით. მაშინ, 12.5 გამოსახულების ნაცვლად გვექნება შემდეგი მიახლოებითი გამოსახულება:

$$c = \frac{3EJ}{(l + A\cos\omega t)^3} \approx \frac{3EJ}{l^3 + 3l^2\cos\omega t} \approx \frac{3EJ}{l^3}\left(1 - \frac{3A}{l}\cos\omega t\right),$$

და 11.6 დიფერენციალური განტოლება მიიღებს სახეს:

$$\ddot{x} + \frac{3EJ}{ml^3}\left(1 - \frac{3A}{l}\cos\omega t\right)x = 0. \qquad 12.7$$

თუ გადავალთ უგანზომილებო T დროზე (2T = ωt) გვექნება:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{\omega^2}{4}\cdot\frac{d^2x}{dT^2},$$

და საბოლოოდ 12.7 განტოლება მიიღებს სტანდარტულ სახეს:

$$\frac{d^2x}{dT^2} + \left(a - 2q\cos 2T\right)x = 0, \qquad 12.8$$

სადაც:

$$a = \frac{12EJ}{m\omega^2 l^2}; \qquad q = \frac{18EJ}{m\omega^2 l^4}. \qquad 12.9$$

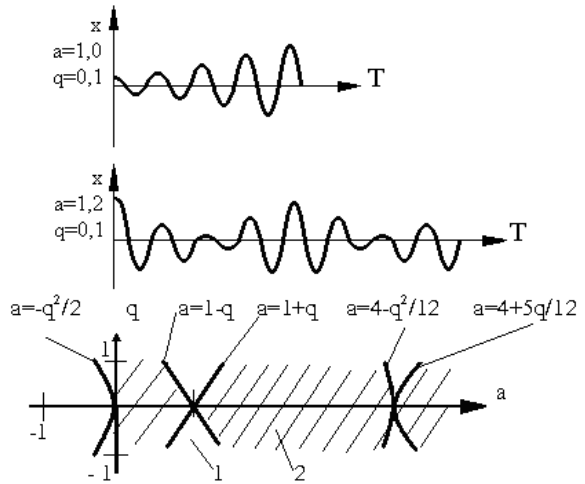
ამგვარი გარდაქმნები ტიპიურია შემთხვევებისთვის, როდესაც სისტემის ცვლადი პარამეტრი განიცდის მცირე პულსაციას.

ახლა მივმართოთ 12.8 განტოლებას, რომელიც იწოდება მათიეს განტოლებად. მათიეს განტოლების ამონახსნებს აქვს რხევითი ხასიათი, და მათი თვისებები დამოკიდებულია a და q პარამეტრების კონკრეტულ მნიშვნელობებზე. ერთ შემთხვევაში მოცემული კომბინაციის a და q მნიშვნელობებს შეესაბამება რხევები, რომელთა ამპლიტუდები შემოსაზღვრულია, ხოლო სხვა შემთხვევაში - მიიღება რხევები, ზრდადი ამპლიტუდებით. ძალიან ხშირად (მდგრადობის გამოკვლევისას) რხევების დეტალები ნაკლებად მნიშვნელოვანია, რადგან ძირითადად უფრო მნიშვნელოვანს წარმოადგენს სწორედ რხევითი პროცესის ტენდენცია: თუ ამპლიტუდა რჩება შემოსაზღვრული, მაშინ სისტემა არის მდგრადი; წინააღმდეგ შემთხვევაში ადგილი აქვს პარამეტრულ რეზონანსს და სისტემა არის არამდგრადი.

მათიეს განტოლების ამონახსნის შედეგები a და q ორი სხვადასხვა კომბინაციისათვის ნაჩვენებია ნახ. 12.4 ა) და ბ) - ზე. მიუხედავად იმისა, რომ ორივე შემთხვევაში q პარამეტრი არის ერთიდაიგივე (q = 0,1), რხევებს აქვთ სრულიად განსხვავებული ხასიათი, რადგან განსხვავებულია a პარამეტრი (a = 1; a = 1,2). პირველ შემთხვევაში რხევის ამპლიტუდები იზრდებიან, ხოლო მეორე

შემთხვევაში ისინი შეზღუდულნი რჩებიან, რაც იმას ნიშნავს, რომ სისტემა არის მდგრადი.

პრაქტიკული მიზნებისათვის უფრო მეტი მნიშვნელობა აქვს საზღვრებს მდგრად და არამდგრად ზონებს შორის. ეს საკითხი კარგადაა შესწავლილი და საბოლოო შედეგები წარმოდგენილია დიაგრამის სახით, აგებული a და q პარამეტრების სიბრტყეში. ეს დიაგრამა ცნობილია აინს-სტრეტის დიაგრამის სახელწოდებით. ნახ. 12.4 გ) - ზე ნაჩვენებია ამ დიაგრამის ნაწილი, რომელიც შეეხება q პარამეტრის მცირე მნიშვნელობებს. ყოველ მოცემულ სისტემას, რომელიც ხასიათდება a და q პარამეტრებით, აინს-სტრეტის დიაგრამაზე შეესაბამება წერტი-



ნახ. 12.4

ლი სწორედ a და q კოორდინატებით (მსახველი წერტილი). თუ მსახველი წერტილი მოთავსებულია დიაგრამის დაშტრიხულ ზონაში მაშინ სისტემა არის მდგრადი. არამდგრად სისტემებს კი შეესაბამება მსახველი წერტილები, რომლებიც განლაგდებიან დაუშტრიხავ ზონაში.

მაგალითისათვის დიაგრამაზე ნაჩვენებია 1 და 2 წერტილები, რომელთა შესაბამისი პარამეტრებია $a_1 = 1$; $q_1 = 0,1$; $a_2 = 1,2$; $q_2 = 0,1$. 1 წერტილი იმყოფება თეთრ ზონაში (არამდგრადი), და შესაბამისად რხევები წარმოებს მზარდი ამპლიტუდების ფონზე (ნახ. 12.4 ა). 2 წერტილი იმყოფება დაშტრიხული ზონის არეში, რომელსაც შეესაბამება შეზღუდული ამპლიტუდით მოძრაობა (ნახ. 12.4 ბ).

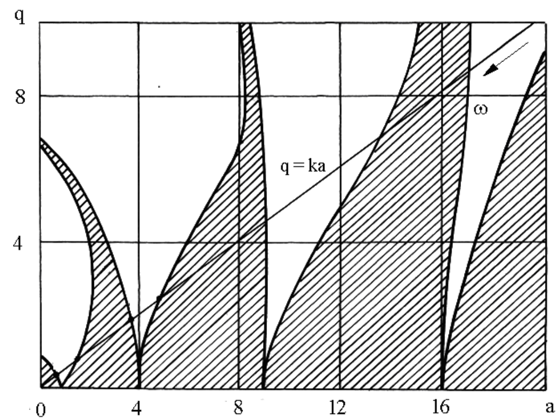
აინს-სტრეტის მთლიანი დიაგრამა ნაჩვენებია ნახ. 12.5 - ზე. როგორც ნახაზიდან ჩანს a და q პარამეტრების სიბრტყეში მდგრადობისა და არამდგრადობის ზონები ერთმანეთს თანმიმდევრობით ენაცვლება. ამავე დროს ყველაზე ფართო და შესაბამისად ყველაზე მნიშვნელოვანი არამდგრადობის ზონა, შეიცავს წერტილს a = 1; q = 0. ამ წერტილის მახლობლობაში, ანუ q - ს მცირე, მნიშვნელობების დროს, მდგრადობის პირობები a < 1 - q და a > 1 + q (იხ. ნახ. 12.4 გ) შეიძლება გაერთიანდეს ერთი საერთო პირობით:

$$q^2 < (1 - a)^2 .$$

აინს-სტრეტის დიაგრამა მთლიანად გვათავისუფლებს შევასრულოთ რაიმე ოპერაცია მათიეს განტოლების ამოსახსნელად. ყოველ კონკრეტულ შემთხვევაში საკმარისია შევადგინოთ ეს განტოლება, ანუ მოვძებნოთ სისტემის a და q პარამეტრების მნიშვნელობები, რის შემდეგაც დიაგრამა იმწამსვე გვეპასუხობს სისტემის მდგრადობაზე ან არამდგრადობაზე.

გავარკვიოთ პარამეტრული რხევების თვისებების ცვალებადობა, აღგზნების სიხშირის თანდათანობითი ცვლილების დროს. თუ დავუბრუნდებით 12.9 ტოლობებს, შევამჩნევთ, რომ სიხშირის ზრდით ორთავე პარამეტრი a და q პროპორციულად მცირდება. იმის გამო, რომ ორთავე პარამეტრის თანაფარდობა რჩება მუდმივი, ამიტომ სისტემის

თანმიმდევრული მდგომარეობები განისაზღვრებიან კოორდინატთა სათავეში გამავალ q = ka სხივზე განლაგებული მსახველი წერტილებით. ნახ. 12.5 - ზე მკაფიოდ ჩანს სისტემის მდგრადი და არამდგრადი მდგომარეობების თანმიმდევრობა აღგზნების სიხშირის მნიშვნელობების ზრდის დროს.



ნახ. 12.5

§13. ვიბრაციული სისტემების ავტორხევები

ავტორხევითი სისტემები მიეკუთვნებიან არაკონსერვატიულ სისტემებს, რადგან ასეთ სისტემებზე მოქმედი ძალების შემადგენლობაში არსებობენ წინააღმდეგობები და სისტემის მოძრაობას თან ახლავს ენერგიის ხარჯვა. ამ მხრივ ავტორხევითი სისტემები არიან დისიპაციური სისტემების ანალოგიურნი. ამავე დროს, თუ დისიპაციურ სისტემებში წინააღმდეგობათა დაძლევაზე დახარჯული ენერგია არანირად არ კომპენსირდება და ასეთი სისტემის რხევები მიილევიან, ავტორხევით სისტემებში წინააღმეგობის დაძლევაზე დახარჯული ენერგია ნამდვილად კომპენსირდება სისტემაში შემავალი არარხევადი წყაროდან მომდინარე ენერგიით, რომლის სიდიდე და დოზირება დროში რეგულირდება თვით რხევითი სისტემის მიერ. ამის გამო ავტორხევით სისტემაში შეიძლება წარმოიქმნას მდგრადი მიულევადი პერიოდული რხევები, რომელთაც ავტორხევები ეწოდება. ასეთი რხევების მაგალითია საათის ქანქარას რხევები, რომელშიაც დაკიდებული ტვირთის ენერგია გადაეცემა ქანქარას ხრუტუნა მექანიზმის საშუალებით გარკვეული ულუფებით, რომლის სიდიდე და მიწოდების დრო განისზღვრება თვით ქანქარას რხევებით.

ავტორხევითი სისტემისათვის ენერგიის კომპენსაციის ხერხი წარმოადგენს მახასიათებელ თვისებას, რომლის მიხედვითაც ამოიცნობა ეს სისტემები, დისიპაციური სისტემებისგან ან კიდევ იმ სისტემებისაგან განსხვავებით, რომლებიც განიცდიან იძულებით რხევებს, მათზე გარეშე პერიოდული ძალების მოქმედებების შედეგად. ავტორხევითი სისტემებისათვის ასეთივე მახასიათებელ თვისებებს წარმოადგენს მის კონსტრუქციულ სქემაში შემდეგი ოთხი ნაწილის არსებობა:

1) ენერგიის მუდმივი (არარხევითი) წყარო;

2) რხევითი სისტემა;

3) მოწყობილობა, რომელიც არეგულირებს ენერგიის მიწოდებას წყაროდან რხევით სისტემაში;

4) რხევით სისტემასა და მარეგულირებელ მოწყობილობას შორის უკუკავშირი, რომელიც ასრულებს ენერგიის მიწოდების დოზირების მართვას.

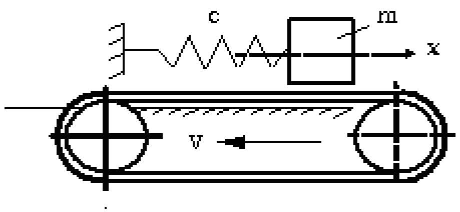
ავტორხევით სისტემაში მარეგულირებელი მოწყობილობა მართავს რხევითი სისტემის მოძრაობას, ეს უკანასკნელი კი უკუკავშირის მეოხებით მართავს მარეგულირებელი მოწყობილობის მუშაობას. ამ ორმხრივ ურთიერთკავშირში რხევით სისტემასა და მარეგულირებელ მოწყობილობას შორის უკუკავშირის საშუალებით ხორციელდება სწორედ სისტემის ენერგეტიკული ბალანსის თვითმართვა, რის შედეგადაც მასში წარმოიქმნება მდგრადი მიულევადი რხევები. როგორც წესი, ეს რხევები არაა დამოკიდებული საწყის პირობებზე. ავტორხევით სისტემებში თვითაღგზნებით ნებისმიერი საწყისი პირობების დროს, სისტემა მიისწრაფვის რომელიმე მდგრადი პერიოდული მოძრაობისაკენ.

ავტორხევები ფართოდაა გავრცელებული ტექნიკაში. მაგალითად, თვითმფრინავის ფრთის ფლატერი შეიძლება ავხსნათ მხოლოდ ავტორხევების მექანიზმით. ასევეა ფრიქციულ სისტემებშიც, რომელთა დრეკადობის მახასიათებელი წარმოიქმნება მშრალი ხახუნის ძალების გავლენით. აუცილებელ პირობას კი ზემოთაღნიშნულის გარდა, წარმოადგენს ის, რომ სისტემა უნდა იყოს არაწრფივი.

განვიხილოთ ერთი თავისუფლების ხარისხის მქონე სისტემის რხევები (ნახ. 13.1). m მასის მქონე სხეული მოთავსებულია $v = const$ სიჩქარით მოძრავ ლენტზე. სხეულს იჭერს c სიხისტის მქონე ზამბარა. თუ x ასოთი აღვნიშნავთ m მასის რხევით გადაადგილებას, მაშინ ფარდობითი სიჩქარე მასასა და ლენტს შორის იქნება:

$$u = v - \dot{x}. \qquad 13.1$$

რხევების წარმოშობის მექანიზმი ასეთია. ლენტსა და მასას შორის მოქმედი ხახუნის ძალა ლენტის v სიჩქარით გადაადგილების დროს ერთდროულად სხეულსაც გადააადგილებს. ეს გადაადგილება გამოიწვევს ზამბარის დაჭიმვას და დრეკადი ძალის გაზრდას. როდესაც დრეკადი ძალა ხახუნის ძალის ტოლი გახდება, სხეული მიაღწევს კიდურ მდებარეობას და მომდევნო მომენტში დაიწყებს ლენტის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით გადაადგილებას. რადგან



ნახ. 13.1

მოძრაობა ნულოვანი წონასწორობის მდგომარეობიდან იწყება და სასრული სიჩქარის დროს მთავრდება, m მასას ექნება გარკვეული სიდიდის აჩქარება. ამიტომ მასის მოძრაობის კანონი უნდა გამოვიყვანოთ ინერციის, დრეკადი და ხახუნის ძალების ერთობლივი მოქმედების გათვალისწინებით. ამავე დროს უნდა გვახსოვდეს, რომ ხახუნის ძალა მიმართულია ფარდობითი სიჩქარის საწინააღმდეგოდ და ამ სიჩქარის ნულოვან მნიშვნელობაზე გადასვლის მომენტში ნახტომისე-

ბურად იცვლება. სიჩქარის უცვლელი მიმართულების დროს კი u - ს ფუნქციას წარმოადგენს, ე.ი. $R = R(u)$.

საანგარიშო სქემის გამარტივების მიზნით დავუშვათ, რომ ფარდობით სიჩქარეს მუდმივი ნიშანი აქვს და ძალა $R(u) > 0$ - ზე.

ეს ძალა ერთადერთი გარეშე ძალაა და ამიტომ რხევის დიფერენციალურ განტოლებას ექნება შემდეგი სახე:

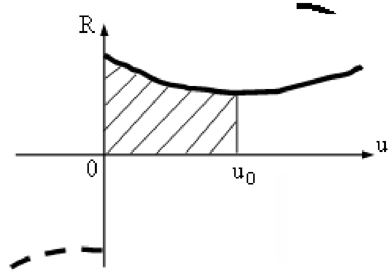
$$m\ddot{x} + cx = R(u). \qquad 13.2$$

განტოლების თანახმად, როდესაც მასა წონასწორობის მდგო-

მარეობაშია, $\dot{x} = 0$ და $u = v$. მაშინ სტატიკური გადაადგილება

$$x_0 = \frac{R(v)}{c}, \qquad 13.3$$

და სისტემის რხევა x_0 - ის მახლობლობაში ხდება. უკანასკნელი ფორმულა გვიჩვენებს, რომ წონასწორობის მდგომარეობა დამოკიდებულია R ხახუნის ძალის მახასიათებელზე, რომელიც, თავის მხრივ, წარმოადგენს სიჩქარის ფუნქციას. ნახ. 13.2 - ზე ნაჩვენებია ამ ფუნქციის სახე, რომელიც მიღებულია ექსპერიმენტული გზით და მართებულია პრაქტიკაში გამოყენებული ლითონებისა და სხვა კონსტრუქციული მასალებისათვის. როგორც გრაფიკიდან ჩანს, სანამ



ნახ. 13.2

სრიალის სიჩქარე-u ნაკლებია კრიტიკულ სიდიდეზე (u_0), ხახუნის ძალა მცირდება, შემდეგ კი იზრდება.

თუ ხახუნის ძალა სრიალის დროს ინარჩუნებს მუდმივ სიდიდეს, მაგრამ იგი მცირეა უძრაობის ხახუნის ძალასთან შედარებით, ასევე აღიძვრება ავტორხევები. ასეთ შემთხვევაში ადვილად მიიღება ამოცანის ზუსტი გადაწყვეტა. დავუბრუნდეთ ისევ 13.1 ნახაზს.

აღვნიშნოთ უძრაობის ხახუნის ძალა R_1 - თ, ხოლო მოძრაობის ხახუნის ძალა R_2 - თი, და ამავე დროს $R_1 > R_2$.

სტატიკური წონასწორობის მდებარეობა შეესაბამება მასის გადაადგილებას $x_0 = \dfrac{R_2}{c}$ მანძილზე.

ადვილად შეიძლება დავრწმუნდეთ, რომ წონასწორობის ეს მდგომარეობა შეესაბამება სისტემის მცირე აღგზნებებს.

მართლაც, თუ მასას წონასწორობის მდგომარეობაში მივანიჭებთ აბსოლუტური სიდიდით ლენტის v სიჩქარეზე ნაკლები სიდიდის სიჩქარეს, მაშინ მის შემდგომ მოძრაობაში ლენტზე ხახუნის ძალა შეინარჩუნებს სიდიდესა და მიმართულებას და არანაირ გავლენას არ მოახდენს მასის თავისუფალ რხევებზე.

მაგრამ, თუ მასაზე მინიჭებული სიჩქარე ტოლი იქნება v - სი, მასა იმოძრავებს ლენტთან ერთად მანამდე, სანამ რეალიზებული არ იქნება უძრაობის ხახუნის R_1 ძალა. ამ მომენტში (როცა გადაადგილება ტოლი იქნება $x = \dfrac{R_1}{c}$) მოხდება ლენტისგან მოწყვეტა და დაიწყება მასის ფარდობითი მოძრაობა.

გავაინტეგრალოთ მოძრაობის განტოლება:

$$m\ddot{x} + cx - R_2 = 0 \qquad 13.4$$

და შევუთავსოთ დროის აღრიცხვის დასაწყისი ლენტისგან მასის მოწყვეტის მომენტს.

ამ შემთხვევაში გვექნება შემდეგი საწყისი პირობები:

$$t = 0; \qquad x = \frac{R_1}{c}; \qquad \dot{x} = v$$

და ამ საწყისი პირობების შესაბამისი 12.4 განტოლების ამონახსნი იქნება:

$$x = \frac{R_2}{c} + \frac{R_1 - R_2}{c}\cos pt + \frac{v}{p}\sin pt. \qquad 13.5$$

13.5 ტოლობა სამართლიანია მანამ, სანამ მასის მოძრაობის $\dot{x}$ სიჩქარე ნაკლებია ლენტის მოძრაობის v სიჩქარეზე, ანუ დროის t_1 მომენტამდე, რომელიც განისაზღვრება შემდეგი ტოლობით:

$$-\frac{R_1 - R_2}{c}p\sin pt_1 + v\cos pt_1 = v.$$

ეს განტოლება ადვილად შეიძლება წარმოდგეს შემდეგი სახით:

$$2\sin\frac{pt_1}{2}\left[\sin\frac{pt_1}{2} + \frac{R_1 - R_2}{cv}p\cos\frac{pt_1}{2}\right] = 0.$$

t_1 - ს ნულისგან განსხვავებული უმცირესი მნიშვნელობა, რომელიც აკმაყოფილებს ამ უკანასკნელ განტოლებას, არის:

$$t_1 = \frac{2}{p}\left[\pi - arctg\,\frac{p(R_1 - R_2)}{cv}\right].$$

t_1 მომენტში მასის გადაადგილება უდრის:

$$x = \frac{2R_2 - R_1}{v}.$$

t_1 მომენტიდან დაწყებული მასა მოძრაობს ლენტთან ერთად v სიჩქარით მანამდე, სანამ არ მოხდება ლენტისგან მისი ახალი მოწყვეტა x = R_1 /c - ს პირობის შესრულებისას, რის შემდეგაც პროცესი მეორდება. ლენტთან ერთად მასის მოძრაობის დრო კი ტოლი იქნება:

$$t_2 = \frac{2\left(R_1 - R_2\right)}{cv}.$$

ამრიგად, ავტორხევების სრული პერიოდი უდრის:

$$T=t_1+t_2=2\left[\frac{R_1-R_2}{cv}+\frac{\pi}{p}-\frac{1}{p}arctg\frac{p\left(R_1-R_2\right)}{cv}\right].$$

მოძრაობის სიჩქარისგან დამოკიდებულებით რხევის პერიოდი იცვლება მასის თავისუფალი რხევის $\frac{2\pi}{p}$ პერიოდიდან, როდესაც v $\to \infty$, $T = \frac{\pi}{p} + \frac{2\left(R_1 - R_2\right)}{cv}$ პერიოდამდე, როდესაც v $\to 0$.

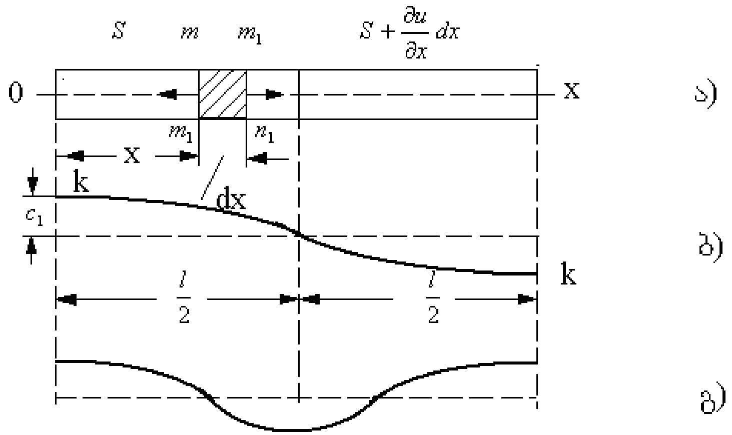
§14. განაწილებული პარამეტრების მქონე ვიბრაციული სისტემების რხევები

ვიბრაციულ მანქანებში გამოყენებული დრეკადი ელემენტები ზოგჯერ განიხილება როგორც განაწილებული პარამეტრების მქონე სისტემები, რაც გაანგარიშების თვალსაზრისით ართულებს ამ სისტემებს, მაგრამ ასეთი განხილვა უფრო რეალურად ასახავს მათ. ასეთი სისტემის მდებარეობის განსაზღვრისათვის საჭიროა კოორდინატების უსასრულოდ დიდი რაოდენობა, ამიტომ მათ გააჩნიათ უსასრულოდ დიდი თავისუფლების ხარისხი, რადგან შესაძლო ან წარმოსახვითი გადაადგილებისთვის შეიძლება მიღებული იქნას ნებისმიერი მცირე გადაადგილება, რომელიც აკმაყოფილებს უწყვეტობის პირობას, ანუ რომელიც არ იწვევს სხეულის წყვეტას. შესაბამისად ნებისმიერი ასეთ დრეკად სხეულს გააჩნია საკუთარი რხევების ფორმების უსასრულოდ დიდი რაოდენობა.

განვიხილოთ პრიზმული ღეროის გრძივი რხევები და შევადგინოთ მისთვის დიფერენციალური განტოლება. ამ შემთხვევაში საჭიროა მივიღოთ გარკვეული დაშვებები. კერძოდ, პრიზმული ღეროს განივკვეთის ფართობები რჩება ბრტყელი და ამ კვეთში მდებარე ნაწილაკები ასრულებენ მოძრაობებს მხოლოდ ღეროს ღერძის გასწვრივ. გაჭიმვა-კუმშვის გრძივი დეფორმაციები, რომელთაც ადგილი აქვს ღეროს რხევის დროს, ცხადია ხასიათდება გარკვეული განივი დეფორმაციებით, მაგრამ აქ განიხილება მხოლოდ ისეთი შემთხვევები,

როდესაც გრძივი ტალღების სიგრძე გაცილებით მეტია ღეროს განივკვეთის ფართობის ზომებთან შედარებით. ამიტომ განივი დეფორმაციები შეიძლება უგულებელვყოთ.

აღნიშნული პირობებით ღეროს ორ ერთმანეთთან გვერდიგვერდ განლაგებულ mn და m_1n_1 განივკვეთის ფართობებს შორის მოთავსებული ელემენტის მოძრაობის დიფერენციალური განტოლება შეიძლება გამოყვანილი იქნას ისევე როგორც ეს გამოიყვანება ნაწილაკისთვის (ნახ. 14.1).



ნახ. 14.1

დავუშვათ u არის ნებიმიერი mn განივკვეთის გრძივი გადაადგილება ღეროს რხევების დროს; ε - ფარდობითი წაგრძელება; E – დრეკადობის მოდული; A – განივკვეთის ფართობი; $S = AE\varepsilon$ - გრძივი გამჭიმავი ძალა; γ - მასალის ერთეული მოცულობის წონა; l – ღეროს სიგრძე. მაშინ ღეროს

ნებისმიერ განივკვეთში ფარდობითი წაგრძელება და გამჭიმავი ძალა შეადგენენ:

$$\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x}, \qquad S = AE\frac{\partial u}{\partial x}. \qquad 14.1$$

ურთიერთ მიმდებარე კვეთებში გამჭიმავი ძალა ტოლია

$$S + dS = AE\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}dx\right). \qquad 14.2$$

იმის გათვალისწინებით, რომ ღეროს mnm_1n_1 ელემენტის ინერციის ძალა უდრის

$$-\frac{A\gamma dx}{g}\frac{\partial^2 u}{dt^2},$$

და დალამბერის პრინციპის გამოყენებით, მივიღებთ mnm_1n_1 ელემენტის მოძრაობის შემდეგ დიფერენციალურ განტოლებას

$$-\frac{A\gamma}{g}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + AE\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0,$$

ან

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \qquad 14.3$$

სადაც

$$a^2 = \frac{Eg}{\gamma}. \qquad 14.4$$

14.3-ს ამოხსნას ვპოულობთ ტრიგონომეტრიულიმწკრი-

Vის დახმარებით. გადაადგილება u, დამოკიდებული x კოორდინატასა და t დროზე, უნდა იყოს x და t-ს ისეთი ფუნქცია რომელიც დააკმაყოფილებს 14.3 კერძო წარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებას. ამ განტოლების კერძო ამონახსნი ადვილად მოიძებნება იმის გათვალისწინებით, რომ ზოგად შემთხვევაში სისტემის ნებისმიერი რხევები შეიძლება დავშალოთ: პირველი, რხევების საკუთარ ფორმებად და მეორეც, როდესაც სისტემა ასრულებს რხევებს ერთერთი საკუთარი ფორმით. ამ დროს ყველა წერტილები ასრულებს მარტივ ჰარმონიულ რხევებს და მორაობენ ერთ ტემპში, გადიან რა ერთდროულად წონასწორობის მდებარეობებს. თუ დავუშვებთ, რომ ღერო ასრულებს რხევებს ერთერთი საკუთარი ფორმით, რომელთა სიხშირე ტოლია $p/2\pi$, მაშინ 14.3-ს ამოხსნა უნდა ავიღოთ შემდეგი სახით

$$u = X\left(A\cos pt + B\sin pt\right), \qquad 14.5$$

სადაც A და B – მუდმივებია ხოლო X – გარკვეული ფუნქციაა x კოორდინატის, რომელიც განსაზღვრავს განსახილველი რხევების ფორმას და იწოდება ნორმალურ ფუნქციად. ეს ფუნქცია ყოველ ნებისმიერ შემთხვევაში უნდა განისაზღვროს ისეთნაირად, რომ უნდა დაკმაყოფილდეს პირობები ღეროს ბოლოებზე.

მაგალითისათვის განვიხილოთ ღეროს გრძივი რხევები თავისუფალი ბოლოებით. რხევების ასეთ შემთხვევაში გამჭიმავი ძალა ღეროს ბოლოებში უნდა იყოს ნულის ტოლი და

შესაბამისად მივიღებთ ღეროს ბოლოებზე შემდეგ პირობებს (ნახ. 14.1)

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=0} = 0, \qquad \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=t} = 0, \qquad 14.6$$

ამ ტოლობების 14.3 განტოლებაში ჩასმით მივიღებთ

$$-p^2 X = a^2 \frac{\partial^2 X}{dx^2},$$

საიდანაც

$$X = C\cos\frac{px}{a} + D\sin\frac{px}{a}. \qquad 14.7$$

იმისათვის, რომ დაკმაყოფილდეს 14.6-ს პირველი პირობა აუცილებელია დავუშვათ D = 0. 14.6-ს მეორე პირობა დაკმაყოფილდება თუ

$$\sin\frac{pl}{a} = 0. \qquad 14.8$$

ეს უკანასკნელი არის განხილული შემთხვევისთვის სიხშირული განტოლება, რომელიც საშუალებას გვაძლევს გამოვთვალოთ თავისუფალი ბოლოებიანი ღეროს გრძივი რხევების საკუთარი სიხშირეები. 14.8 განტოლება დაკმაყოფილდება თუ

$$\frac{pl}{a} = i\pi, \qquad 14.9$$

სადაც i მთელი რიცხვია. თუ დავუშვებთ i = 1, 2, 3, . . ., მივიღებთ რხევების სხვადასხვა ფორმებს. ძირითადი ფორმის რხევის

სიხშირე მიიღება მიიღება i = 1-ს ჩასმით 14.9-ს პირობაში. ეს კი მოგვცემს

$$p_1 = \frac{ap}{l} = \frac{\pi}{l}\sqrt{\frac{Eg}{\gamma}}. \qquad 14.10$$

რხევების შესაბამისი პერიოდი უდრის

$$\tau_1 = \frac{2\pi}{p_1} = 2l\sqrt{\frac{\gamma}{Eg}}. \qquad 14.11$$

რხევების ფორმა, რომელიც მიიღება 14.7 განტოლე-ბიდან ნაჩვენებია ნახ. 14.1- ბ –ზე kk მრუდის სახით, რომლის ორდინატები უდრის

$$X_1 = C_1 \cos\frac{p_1 x}{a} = C_1 \cos\frac{\pi x}{l}. \qquad 14.12$$

ნახ. 14.1 – გ-ზე ნაჩვენებია რხევების მეორე ფორმა, რომლისთვისაც

$$\frac{p_2 l}{a} = 2\pi \quad \text{და} \quad X_2 = C_2 \cos\frac{2\pi x}{l}. \qquad 14.13$$

14.3 განტოლების 14.5 კერძო ამონახსნის საერთო სახე იქნება:

$$u = \cos\frac{i\pi x}{l}\cdots\left(A_i \cos\frac{i\pi at}{l} + B_i \sin\frac{i\pi at}{l}\right). \qquad 14.14$$

ასეთივე კერძო ამონახსნების ერთმანეთზე ზედდებით შესაძლებელია წარმოვადგინოთ ღეროს ნებისმიერი გრძივი რხევები შემდეგი სახით:

$$u = \sum\sum_{i=1}^{i=\infty} \cos\frac{i\pi x}{l}\left(A_i \cos\frac{i\pi at}{l} + B_i \sin\frac{i\pi at}{l}\right). \qquad 14.15$$

A_i , B_i ყოველთვის არის შესაძლებელი შევარჩიოთ ისე, რომ დავაკმაყოფილოთ ნებისმიერი საწყისი პირობები.

II. ვიბრაციული მანქანების თეორიის საფუძვლები და გაანგარიშების მეთოდები

§15. ვიბრაციული სატრანსპორტო მანქანების მუშაობის პრინციპი და კლასიფიკაცია

ვიბრაცია (მაღალი სიხშირის რხევები) დიდი ხანია იპყრობს მეცნიერთა და წარმოების მუშაკთა ყურადღებას. ამის ძირითადი მიზეზია ვიბრაციის მავნე მოქმედება: ვიბრაცია იწვევს მასალის სწრაფ დაღლილობას და უშუალოდ ემუქრება კონსტრუქციის სიმტკიცეს, გარკვეული პირობების დროს მან შეიძლება გამოიწვიოს მანქანათა ნაწილების, მთელი მანქანებისა და ნაგებობების ნგრევა, სხვა შემთხვევაში ვიბრაცია ხელს უშლის ხელსაწყოებისა და აპარატების ნორმალურ მუშაობას, იწვევს მავნე ფიზიოლოგიურ შეგრძნებას და ა.შ. მეცნიერები და ინჟინრები ქმნიან ეფექტურ საშუალებებს ვიბრაციის მავნე გავლენის მოსასპობად ან შესამცირებლად.

მაგრამ რხევების როლი ტექნიკაში ყოველთვის როდია უარყოფითი. ვიბრაცია ფართოდ გამოიყენება მთელი რიგი სასრგებლო სამუშაოების შესასრულებლად, როგორიც არის: ბეტონირება, ფხვიერი მასალების გაცხავება, გაცრა და დახარისხება, მიწაში ბოძების ჩასმა, სხვადასხვა მასალებისა და დეტალების ტრანსპორტირება, საყალიბე მიწის დატკეპნა, ვიბრაციული რეცხვა, ლითონების ვიბრაციული ჭრა და ა.შ.

ამჟამად ტექნიკაში ცნობილია მრავალი სახის და დანიშნულების ვიბრაციული მანქანა. მათი ძირითადი თავისებურება სხვა ანალოგიური დანიშნულების მოწყობილობებთან შედარებით იმაში მდგომარეობს, რომ მუშა ორგანოს მოძრაობას განსაზღვრავს არა მისი კინემატიკური კავშირი ამძრავთან, არამედ დინამიკური ფაქტორები – მოძრავი ნაწილების მასებისა და ამგზნები ძალის სიდიდე, დრეკადი ელემენტების სიხისტე და ა.შ.

ვიბრაციულ მანქანებში სამუშაო პროცესი ხორციელდება ცალკეული იმპულსების ერთობლიობის შედეგად. რადგან ასეთი იმპულსების რაოდენობა (რხევის სიხშირე) დიდია, მიიღწევა მაღალი საწარმოო ეფექტი, მიუხედავად იმისა, რომ თვითოეული ციკლის დროს სრულდება მცირე მუშაობა.

ვიბრაციული მანქანების საწარმოო გამოყენება დაიწყო ჯერ კიდევ გასული საუკუნის დასაწყისში. პირველად ამ მანქანებს მხოლოდ ფხვიერი მასალების გაცხავებისათვის იყენებდნენ. მოგვიანებით, როდესაც შემჩნეულ იქნა, რომ თუნდაც ჰორიზონტალურ მდგომარეობაში მყოფ მერხევ სხეულზე მოთავსდებული მასალა გარკვეული პირობების დროს გადაადგილდებოდა მოცემული მიმართულებით, დაიწყო ვიბრაციული სატრანსპორტო მანქანების შექმნა და გამოყენება.

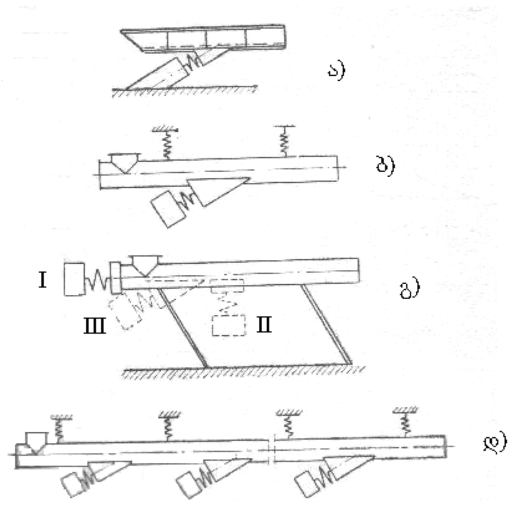
ვიბრაციული სატრანსპორტო მანქანები სხვა სატრანსპორტო საშუალებებთან შედარებით მთელი რიგი უპირატესობებით ხასიათდებიან. კონსტრუქციის სიმარტივესა და ექსპლუატაციის სიადვილესათან ერთად განსაკუთრებით აღსანიშნავია, რომ მტვრიანი, აირგამომყოფი და მაღალი ტემპერატურის

მქონე მასალების ტრანსპორტირების დროს ვიბროტრანსპორ-ტი ჰერმეტული შესრულებით ერთადერთი ეფექტური საშუ-ალებაა.

ვიბრაციული სატრანსპორტო მანქანები უწყვეტი მოქმე-დების ტრანსპორტის განსაკუთრებულ სახეობას წარმოადგე-ნენ. სხვა სატრანსპორტო მანქანებისაგან განსხვავებით ვიბრა-ციულ მანქანებში მასალის გადაადგილება ხორციელდება განუწყვეტლივ ერთმანეთის მომდევნო მიკრონახტომების სახით, რაც გამოწვეულია მერხევი ზედაპირის (მუშა ორგანოს) წინსვლით–უკუსვლითი მოძრაობით წინ და ზევით, უკან და ძირს. ასეთი მოძრაობის მისაღებად ვიბრაციულ ამძრავს მუშა ორგანოს მიმართ ისე აყენებენ, რომ რხევების მიმართულებამ მასალის გადაადგილების მიმართულებასთან შეადგინოს მახვი-ლი კუთხე 15–25^0 (ნახ. 15.1 ა, ბ).

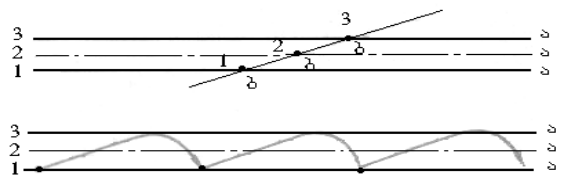
ვიბრაციის გადაცემა კუთხით შეიძლება მიღწეულ იქნას აგრეთვე სხვა საშუალებითაც. მაგალითად, მუშა ორგანოს და-მაგრებით რესორებზე გარკვეული კუთხით (ნახ. 15.1 გ). ამ შემ-თხვევაში მასალის გადაადგილების მიმართულებას განსაზღვ-რავს ეს კუთხე და არა ამგზნები ძალის მიმართულება, რომე-ლიც შეიძლება ემთხვეოდეს მუშა ორგანოს ღერძს (I), იყოს მისი მართობი (II) ან დრეკადი ელემენტების მართობი (III). მიკრონახტომების განსახორციელებლად აგრეთვე საჭიროა, რომ მასალის ნაწილაკის აჩქარების ვერტიკალური მდგენელი მეტი იყოს მისი სიმძიმის ძალის აჩქარებაზე. ეს მიიღწევა რხევის სიხშირისა და ამპლიტუდის სათანადო შერჩევით.

-



ნახ. 15.1

ნახ. 15.2-ზე ნაჩვენებია მუშა ზედაპირის მასალის გადაად-გილების სქემები. ა-თი აღნიშნულია მერხევი ზედაპირი, ბ-თი – ნებისმიერი წერტილი ამ ზედაპირზე, ინდექსი 1, 2 და 3 აღნიშ-



ნახ. 15.2

ნავს ზედაპირის ან წერტილის ქვედა, საშუალო და ზედა მდგომარეობას, შესაბამისად. მრუდები გვიჩვენებენ ზედაპირზე მდებარე ნაწილაკის მოძრაობის ტრაექტორიას.

როგორც სქემიდან ჩანს, ტრანსპორტირების დროს მასალა თავისი გზის ნაწილს გადის მუშა ზედაპირთან ერთად. შემდეგ კი ცილდება მას და ასრულებს თავისუფალ მოძრაობას, სანამ არ დაეცემა იმავე ზედაპირზე. გადაადგილების ხასიათი განისაზღვრება როგორც ვიბრომანქანის მუშაობის რეჟიმით, ისე თვით მასალის თვისებებით.

აქ ჩვენ განვიხილეთ ვიბროტრანსპორტირების უმარტივესი შემთხვევა – ერთეულის ნაწილაკის გადაადგილება, როდესაც მასალის თვისებები ყველაზე ნაკლებ გავლენას ახდენს ტრანსპორტირებაზე. რეალურ სისტემაში საქმე გვაქვს ფხვიერი მასალების დიდი მასების გადაადგილებასთან. ამ შემთხვევაში მასალის გადაადგილებაზე მოქმედებს მისი წონა, ნაწილაკების ფორმა და ზომები, ტენიანობა, ჰაერგამტარობა, შიგა ხახუნი, ხახუნი ნაწილაკებსა და მუშა ორგანოს შორის, მასალის დრეკადი თვისებები, ფენის სისქე და ა.შ.

აღსანიშნავია აგრეთვე ის გარემოება, რომ ვიბრაციის დროს ფხვიერი მასალა იძენს სპეციფიკურ თვისებებს: საგრძნობლად მცირდება ხახუნი ერთის მხრივ მასალის ნაწილაკებს შორის, ხოლო მეორეს მხრივ მასალასა და მუშა ორგანოს შორის, ფხვიერი მასალა უფრო „დენადი" ხდება.

ამ მიზეზების გამო ტრანსპორტირების რეჟიმების დადგენა ძირითადად ხდება მოცემულ მასალაზე ჩატარებული ცდების საშუალებით.

ვიბრაციული სატრანსპორტო მანქანები მრავალი სახისაა. დინამიკური სისტემის პრინციპული მოწყობილობის მიხედვით არჩევენ ერთ, ორ ან მრავალმასიან მანქანებს. ნახ. 15.1, ა-ზე

ნაჩვენებია ერთმასიანი ვიბრაციული მკვების ერთ-ერთი სქემა. მკვები შედგება მუშა ორგანოსაგან (ღარისაგან) და ელექტრომაგნიტური ვიბრატორისაგან, რომლის ერთი ე.წ. აქტიური მასა შეერთებულია მუშა ორგანოსთან, ხოლო მეორე – რეაქტიული – უძრავ ჩარჩოსთან (ან საძირკველთან). ერთმასიანი ვიბრაციული მანქანები დიდ დინამიკურ დატვირთვებს გადასცემენ საყრდენ კონსტრუქციებს, რადგან მათში ინერციული ძალები გაწონასწორებული არ არის. ამ მიზეზით, მიუხედავად კონსტრუქციული სიმარტივისა, ასეთი მანქანები იშვიათად გამოიყენებიან.

ყველაზე ფართო გავრცელება აქვთ ორმასიან ვიბრაციულ მანქანებს. ორმასიანი კონვეირი (ნახ. 15.1 ბ) წარმოადგენს იზოლირებულ დინამიკურ სისტემას, რომელშიც ვიბრატორის ამგზნები ძალა ერთნაირად გადაეცემა როგორც აქტიურ, ისე რეაქტიულ მასებს. მოძრავი მასები იზოლირებულია საყრდენი კონსტრუქციებისაგან ამორტიზატორების საშუალებით და მათ მეტად მცირე დინამიკურ დატვირთვებს გადასცემენ.

ამორტიზატორების განლაგების მიხედვით ვიბრაციული მანქანები შეიძლება იყოს დაყრდნობილი (ნახ. 15.1 ა და გ) ან ჩამოკიდებული (ნახ. 15.1 ბ და დ). მუშა ორგანოს კონსტრუქციის მიხედვით არჩევენ ღია (ნახ. 15.1 ა) ან დახურული ტიპის მანქანებს (ნახ. 15.1 ბ, გ და დ).

ორმასიან ვიბრაციულ მანქანებს მიეკუთვნება კონვეიერი, რომელსაც რამდენიმე ვიბრატორი აქვს დაყენებული ერთ უწყვეტ მუშა ორგანოზე (ნახ. 15.1 დ). მასალის ეფექტური

ტრანსპორტირებისათვის საჭიროა, რომ მუშა ორგანო ირხეოდეს მხოლოდ განსაზღრული მიმართულებით და ადგილი არ ჰქონდეს ე. წ. პარაზიტულ რხევებს. ამ მოთხოვნის შესრულება შეიცლება მუშა ორგანოს სიხისტის გაზრდით და ვიბრატორების დაყენებით ბიჯით, რომელიც არ უნდა აღემატებოდეს გარკვეულ ზღვარს.

ზემოაღნიშნულ ვიბრაციული სატრანპორტო მანქანები დანიშნულია მასალის გადაადგილებისათვის ჰორიზონტალური მიმართულებით ან მცირე დახრილობით. გარდა ამისა, გამოიყენება ვერტიკალური ტრანსპორტიორები. ასეთი მანქანების მუშა ორგანო წარომადგენს ღარს, რომელიც განლაგებულია მცირე ასვლის კუთხის მქონე ხრახნული ხაზის გასწვრივ. მუშა ორგანოს ეძლევა რთული რხევითი მოძრაობა, რომელიც წარმოადგენს ვერტიკალური ღერძის გარშემო წრიული რხევებისა და ამავე ღერძის გასწვრივ სწორხაზოვანი რხევების ჯამს. ვერტიკალური ვიბრაციული მანქანის მუშა ორგანოს, რომელზედაც ტრანსპორტირება ხდება გრარკვეული კუთხით ზევით.

ყველა ზემოთჩამოთვლილ მანქანაში სამუშაო პროცესი ხორციელდება მხოლოდ რხევების გავლენით. ამ მანქანებისაგან განსხვავებით გვხვდება კომბინირებული მოწყობილობანი, რომლებშიც ვიბრაცია დამხმარე საშუალებას წარმოადგენს მუშაობის ეფექტურობის გაზრდისათვის. მაგალითად შეიძლება მოვიყვანოთ ვიბროპნევმატური კონვეიერი, რკინიგზის ვაგონების დამცლელი დანადგარი მერხევი ბაქნით და სხვა.

გარდა ძირითადი სატრანსპორტო საშუალებების–ვიბროკონვეიერებისა, ფართოდ გამოიყენება ე.წ. სატრანსპორტოტექნოლოგიური მოწყობილობანი, რომლებშიც მასალის გადაადგილება შეთავსებულია სხვადასხვა ტექნოლოგიურ პროცესთან (გაცხავება, შრობა, დახარისხება, გაცივება, მტვერისაგან გაწმენდა და სხვა).

სატრანსპორტო მანქანების განსაკუთრებულ სახეობას წარმოადგენენ ვიბრაციული მკვებები, დოზატორები, დამტკეპნები, ამგზნებები ხვიმირებიდან მასალის გამოდინების დაჩქარებისათვის და ა.შ.

ვიბრაციული მანქანები ერთმანეთისაგან განსხვავდებიან ძირითადად გამოყენებული ამძრავის მიხედვით. ვიბრაციული ამძრავები – ვიბრატორები მრავალი სახის გვხვდება: ინერციული, ექსცენტრიკული, ელექტრომაგნიტური, პნევმატური და ჰიდრავლიკური.

ინერციულს მიაკუთვნებენ ვიბრატორებს, რომლებშიც ვიბრაცია გამოწვეულია ერთი ან რამდენიმე გაუწონასწორებელი მასების ბრუნვის შედეგად. ექსცენტრიკულ ვიბრატორებში ამძრავის ლილვის ძრაობა გარდაიქმნება ბარბაცას რხევით მოძრაობად. პნევმატურ და ჰიდრავლიკურ ვიბრატორებში ამგზნები ძალა წარმოიქმნება დგუშის ან მისი შემცვლელი ელემენტის უკუმომქცევ–გადატანითი მოძრაობის შედეგად.

ელექტრომაგნიტურ ვიბრატორებში რხევითი მოძრაობა მიიღება ელექტრომაგნიტის მიერ შექმნილი ამგზნები ძალის გავლენით, რომელიც თავის მხრივ წარმოიშვება მაგნიტის გრაგნილში ცვლადი ან წყვეტილი დენის გავლის შედეგად.

§16. ვიბრაციული მანქანები მშენებლობაში

მშენებლობა არის სახალხო მეურნეობის ის დარგი სადაც უფრო მეტად გამოიყენება ვიბრაციული მანქანები. დღესდღეობით მრავალი სამშენებლო სამუშაოების შესრულება წარმოუდგენელია ვიბრაციული მანქანების გარეშე.

ძალიან ფართოდ გამოიყენება მშენებლობაში ვიბრაციული შემამჭიდროვებელი მანქანები, ზედაპირული და სიღრმეში მომუშავე ვიბრაციული მოწყობილობები.

ზედაპირული შემამჭიდროებელი ვიბრაციული მანქანები გამოიყენებიან მშენებლობაში საავტომობილო გზების, აეროდრომების, და სხვა ნაგებობათა ცემენტ-ბეტონით დაფარვისას, გრუნტისა და ხრეშისაგან შემდგარი ნაყარების, ღორღით დაფარვის, ასფალტობეტონის ნარევისა და ცივი ასფალტის შემჭიდროებისას და ა.შ. ჩამოთვლილი მანქანები ხშირად არა მხოლოდ ამჭიდროებენ ნარევს, არამედ წინასწარ ასწორებენ, პროფილს ანიჭებენ და აწარმოებენ საფარის სუფთად მოწყობის სამუშაოსაც. ზედაპირული ვიბრაციული მანქანები წარმოდგენილნი არიან: ვიბროფილებით, ვიბროლარტყებით, რომლებიც გამოიყენებიან როგორც დამოუკიდებლად ასევე კომბინირებულ ბეტონის მომპირკეთებელ მანქანებში ვიბრო მტკეპნელებისა და ვიბროსაგორავების სახით.

სიღრმისეული ვიბრაციული შემამჭიდროებელი დანადგარები გამოიყენებიან არმირებულ კონსტრუქციებში ცემენტობეტონის ნარევების შესამჭიდროებლად. მძლავრი სიღრმისე-

ული ვიბრატორები გამოიყენებიან აგრეთვე შეუკავშირებადი გრუნტების შესამჭიდროებლად.

. სიღრმისეული შემამჭიდროვებელი ვიბრაციული მოწყობილობების რიცხვს მიეკუთვნებიან ვიბროღეროები (ვიბროგურზები) და მათგან შედგენილი, ე.წ. ვიბროპაკეტები, შესამჭიდროებელი სამუშაოების მწარმოებლობის გაზრდის მიზნით.

სამრეწველო და საცხოვრებელი, ასევე სხვადასხვა საინჟინრო ნაგებობების მშენებლობაში ფართო გამოყენება ჰპოვეს მსხვილი რკინაბეტონის ბლოკებმა. კომბინატებში ან პოლიგონებზე დამზადებული ბლოკებისა და ცალკეული დეტალების გამოყენება მნიშვნელოვნად ზრდის მშენებლობის ხარისხს და ამცირებს მშენებლობის დროს. რკინაბეტონის ქარხნების დამზადების ტექნოლოგიური კომპლექსის ერთ-ერთ ძირითად რგოლს შეადგენენ ვიბრომოედნები და ვიბროფორმები.

მრავალი ჰიდროტექნიკური ნაგებობის, პორტების, სამოქალაქო და სამრეწველო შენობების, გზაგამტარების მშენებლობისას, ასევე ხიდების საყრდენების ფუნდამენტების, ქსელის საკონტაქტო ხაზების საყრდენებისა და სხვა მშენებლობის დროს ფართო გამოყენება ჰპოვა ხიმინჯების ჩაღრმავებისა და ამოღების ვიბრაციულმა მეთოდმა.

დღესდღეობით მრეწველობაში ჯერ კიდევ ვერ ჰპოვა ფართო გავრცელება ვიბრაციის გამოყენებამ გრუნტებისა და მთის ქანების ჭრისა და რღვევის პროცესებში. მიუხედავად იმისა, რომ არსებობს ექსკავატორების რამოდენიმე ვარიანტი ვიბრაციული ციცხვებით, ან კიდევ ვიბრაციული სოლები მაღალი ქანობების ჩამოსამსხვრევად სამშენებლო მასალების

დია წესით მოპოვების დროს, შესაძლებლობები ამ მიმართულებით საკმაოდ მრავალფეროვანია.

სამაგიეროდ სამშენებლო მასალების წარმოების დროს საკმაოდ ფართო გამოყენება ჰპოვა ვიბრაციულმა წისქვილებმა. ასევე ინერტული მასალების დასამსხვრევად გამოიყენება ვიბრაციული სამსხვრევები.

მშენებლობაში სხვადასხვა ფხვიერი სამშენებლო მასალების გადასაადგილებლად უკვე ფართოდ გამოიყენება და ასევე ფართო პერსპექტივები გააჩნია ვიბრაციულ ტრანსპორტს. ვიბრაციული კონვეიერები ამჟამად წარმოდგენილია სახეთა დიდი მრავალფეროვნებით, რომლებიც ერთმანეთისაგან განსხვავდება როგორც პრინციპული მოწყობილობით ასევე კონსტრუქციული შესრულებითა და საექსპლუატაციო შესაძლებლობებით. ვიბრაციული კონვეიერები გამოიყენებიან ჰორიზონტალური, დახრილი და ვერტიკალური ტრანსპორტირებისთვის. ექსპლუატაციაში განსაკუთრებით ეფექტურია ისეთი სატრანსპორტო-ტექნოლოგიური ვიბრაციული მანქანები როგორიცაა: კონვეიერ-ცხავები, კონვეიერ-საშრობები, კონვეიერ-გამაციებლები, კონვეიერ-შემრევები და სხვა.

განსაკუთრებით ეფექტურია და ფართოდ გავრცელებული მრავალფეროვანი დამხმარე ვიბრაციული მოწყობილობები. მათ რიცხვს მიეკუთვნება ვიბრომკვებავები და ვიბროდოზატორები, რომლებიც გამოიყენება ბეტონის და ქვისსამსხვრევ ქარხნებში, განსაკუთრებით მათი ავტომატიზაციის პირობებში, განმტვირთავი ვიბრობაქნები, ვიბრაციული მოწყობილობები რკინიგზის მშენებლობის დროს და სხვა.

§17. ვიბრაციული მანქანების ამძრავები

ვიბრაციულ მანქანებში ამძრავების სახეობათა მრავალფეროვნება და მათი გამოყენების სფეროები განპირობებულია იმ მოთხოვნებით, რომლებიც წაეყენება მათ პრინციპულ მოწყობას, კონსტრუქციულ შესრულებასა და საექსპლუატაციო მახასიათებლებს. სახალხო მეურნეობის თითოეულ დარგს ახასიათებს სპეციფიური თავისებურებები, ამიტომ ვიბროამძრავების ტიპის შერჩევა დაკავშირებულია შესასრულებელი ტექნოლოგიური პროცესების კონკრეტულ პირობებთან. იმის გამო, რომ დღესდღეობით არსებული ვიბროამძრავებიდან არც ერთი არ პასუხობს წაყენებული მოთხოვნების მთლიან ერთობლიობას, ამიტომ პრაქტიკაში გამოიყენება ვიბრაციული მანქანები სხვადასხვა მოწყობილობისა და კონსტრუქციული შესრულების ამძრავები. ასეთებია: ელექტრომაგნიტური, ინერციული, ექსცენტრიული, ვიბროდარტყმითი, ჰიდრავლიური და სხვა ამძრავები.

ვიბრაციულ მანქანებში რხევების აღმგზნები ანიჭებს მუშა ორგანოს რხევით მოძრაობებს, რომლის მეშვეობით სრულდება შინაგანი და გარეშე წინააღმდეგობათა დაძლევა და სასარგებლო მუშაობა.

ინერციულ აღმგზნებებში რხევების იძულებითი პერიოდული ძალა წარმოიქმნება ერთი ან რამოდენიმე გაუწონასწორებელი მასის ბრუნვის შედეგად. მბრუნავი აღმგზნები ძალით მოქმედ ამძრავებს მიეკუთვნებიან დებალანსური ტიპის

ამძრავები, რომლებშიც მიმართული პერიოდულად ცვალებადი აღმგზნები ძალა იქმნება ერთი გაუწონასწორებელი მასით. ამძრავის ასეთივე სახეობას მიეკუთვნება ძრავი-ვიბრატორი, რომელიც წარმოადგენს ძრავს გაუწონასწორებელი როტორით.

ინერციულ ვიბროამძრავებში მიმართული აღმგზნები ძალის მისაღებად გამოიყენება ორი ხერხი. პირველ შემთხვევაში მოქმედებები ორი არასასურველი მიმართულებით წონასწორდება სიდიდით ტოლი და საპირისპიროდ მიმართული ძალებით, ხოლო მეორე შემთხვევაში გამოიყენება სახსრის თვისებები, გადასცეს ძალა მხოლოდ მისი ღერძის მიმართულების პერპენდიკულარულად. აღმგზნები ძალის მიმართულ მოქმედებას უზრუნველყოფს თვითდაბალანსების სახის ვიბროამძრავი, რომელშიც გამოიყენება შეწყვილებული დებალანსები.

ინერციული ვიბროამძრავები თავიანთი კონსრტუქციული მოწყობით შესაძლებელია იყოს მარტივი და თვითდაცენტრებადი. ვიბროამძრავი თვითდაცენტრებით განსხვავდება იმით, რომ მისი ლილვი მზადდება ექსცენტრულად. რის შედეგად თვითდაცენტრების მქონე ვიბრაციული ამძრავის ბრუნვის ცენტრი სივრცეში რჩება უძრავი, იმ შემთხვევაში თუ ლილვის ექსცენტრისიტეტი შეესაბამება ვიბრაციული მანქანის მუშა ორგანოს რხევის ამპლიტუდას.

როგორც ინერციულ, ასევე ექსცენტრიულ ვიბროამძრავებს გააჩნიათ მნიშვნელოვანი ნაკლი. მუშა ორგანოების მაღალი სიხშირით რხევის დროს მათში წარმოიქმნება ინერციის დიდი ძალები, რომლებიც გადაეცემა დებალანსების ან ექსცენტრიული ლილვების საკისრებს და იწვევს მათ

ვადაზე ადრე მწყობრიდან გამოყვანას. გარდა ამისა ამპლიტუდისა და სიხშირის რეგულირება ასეთ მანქანებში გაძნელებულია მათი მართვის პროცესების სირთულის გამო. საჭირო ხდება მანქანის გაჩერება და დებალანსების ან ექსცენტრისიტეტის გადაწყობა. გარდა აღნიშნულისა, ასეთი სახის ამძრავების მქონე ვიბრაციულ მანქანებს გააჩნიათ ხანგრძლივი გარდამავალი პროცესი, რომელიც ამ შემთხვევაში დაკავშირებულია არასასურველი რეზონანსული რეჟიმის გავლასთან.

აღნიშნულ ვიბროამძრავებთან შედარებით უფრო სრულყოფილს წარმოადგენს რხევების ელექტრომაგნიტური ვიბროამძრავები წინსვლითი-უკუქცევითი მოქმედებით. ელექტრომაგნიტური ვიბრაციული ამძრავის შემთხვევაში მანქანის მუშა ორგანო საჭირო რხევით მოძრაობებს იღებს უშუალოდ, ყოველგვარი შუალედური ბრუნვის მექანიზმების გარეშე. ამის გამო ელექტრომაგნიტურ ვიბროამძრავებში არ არსებობს მოხახუნე კვანძები და შესაბამისად არ მოითხოვს მისი ნაწილების მუდმივ შეზეთვას. ეს უკანასკნელი არგუმენტი მნიშვნელოვნად ზრდის მანქანის უსაფრთხოებას და ამარტივებს მის მომსახურეობას. გარდა ამისა, ასეთ მანქანებში ძალზე მოხერხებულია ელექტრული მეთოდებით რხევების ამპლიტუდის რეგულირება, მუშა პროცესის შეწყვეტის გარეშე. ასეთი მანქანები ხასიათდება ენერგიის მცირე მოხმარებით, გაშვების პროცესის სიმარტივით და ავტომატიზაციის ფართო შესაძლებლობებით.

პრაქტიკაში ფართო გავრცელება ჰპოვა ისეთმა ვიბრაციულმა მანქანებმა, რომელთა სტაციონალური მუშა

პროცესები ხასიათდებიან სამი ერთმანეთისგან განსხვავებული რეჟიმით. პირველი მათგანია, ვიბრაციული მანქანების კლასი, რომლებშიც აღმგზნები ძალის მოქმედების სიხშირე მნიშვნელოვნად ნაკლებია მთლიანი სისტემის საკუთარ სიხშირეზე და შესაბამისად მოშორებულია რეზონანსულ რეჟიმს. ასეთ რეჟიმში მომუშავე ვიბრაციული მანქანები ნაკლებად ეფექტურია ენერგომოხმარების თვალსაზრისით, მაგრამ მათ გააჩნიათ გარკვეული უპირატესობა. კერძოდ, ის, რომ საშუალებას იძლევა მანქანა აიწყოს ტექნოლოგიური პროცესებისთვის საჭირო ნებისმიერ სიხშირეზე.

მეორეს წარმოადგენს ისეთი ვიბრაციული მანქანების კლასი, რომლებშიც აღგზნების ძალის სიხშირე მეტია სისტემის საკუთარ სიხშირეზე და ისინიც შორს არიან რეზონანსისგან. ასეთი ტიპის ვიბრაციულ მანქანებს საჭირო სიხშირეზე აწყობასთან დაკავშირებით გააჩნიათ იგივე ღირსებები, რაც წინა შემთხვევაში. ამასთან ერთად ისინი უფრო მომგებიანი არიან ენერგომოხმარების თვალსაზრისით. მაგრამ მათაც გააჩნიათ გარკვეული ნაკლი, რაც მდგომარეობს იმაში, რომ სტაციონალურ რხევით რეჟიმზე გასასვლელად აუცილებელი ხდება რეზონანსის გავლა, რაც გარკვეულ სიძნელეებთან არის დაკავშირებული.

მესამე კლასს შეადგენს რეზონანსული, უფრო სწორედ რეზონანსთან ახლოს რეჟიმში მომუშავე ვიბრაციული მანქანები. ასეთი ტიპის მანქანებს გააჩნიათ მნიშვნელოვანი უპირატესობები წინა ორი კლასის მანქანებთან შედარებით. რეზონანსული ტიპის ვიბრაციული მანქანების გაშვება

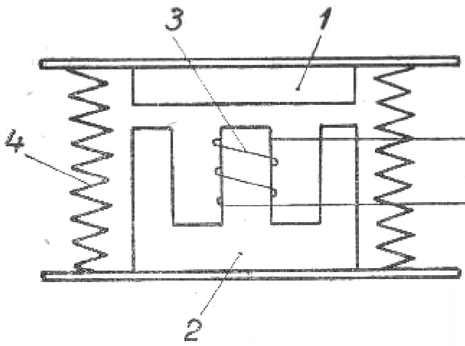
დაკავშირებულია მათ შეყვანასთან მუშა რეჟიმში, რაც ფაქტიურად ხდება მყისიერად. ეს მანქანები ხასიათდება ენერგიის გაცილებით ნაკლები მოხმარებით. მათი მუშა რეჟიმები საკმაოდ სტაბილურია, ხოლო მუშა ამპლიტუდების რეგულირება ხდება მარტივად და მდოვრედ.

თანამედროვე ვიბრაციულ ტექნიკაში ელექტროვიბრაციულ მანქანებს ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი ადგილი უკავია. ისინი წარმატებით გამოიყენებიან წარმოების თითქმის ყველა დარგში ფხვიერი მასალის ტრანსპორტირების, მიწოდებისა და დოზირებისათვის, ხვიმირებში მასალის გაჭედვის აცილებისათვის, მასალების დამსხვრევისა და დაფქვისათვის, შესაფუთი მასალების დატკეპნისათვის, ნამზადებისა და დეტალების ტრანსპორტირებისათვის მანქანათმშენებლობაში და ა.შ. უნდა აღინიშნოს, რომ ელექტროვიბრაციული მანქანების მთელი შესაძლებლობანი ჯერ კიდევ არ არის გამოყენებული.

ელექტროვიბრაციული მანქანების ძირითადი უპირატესობა სხვა ტიპის ვიბრაციულ მოწყობილობებთან შედარებით განპირობებულია იმით, რომ მათში ამძრავად გამოყენებულია ელექტრომაგნიტური ვიბრატორი, რომელშიც სწორხაზოვანი რხევითი მოძრაობა ხორციელდება უშუალოდ, ბრუნვითი მოძრაობის საშუალედო კინემატიკური რგოლების გარეშე. ამის შედეგად ელექტრომაგნიტურ ამძრავში ადგილი არა აქვს მოხახუნე წყვილებს, რაც საგრძნობლად აუმჯობესებს მანქანის საექსპლოატაციო პირობებს.

გარდა ამისა, ელექტროვიბრაციულ მანქანებში ადვილად ხორციელდება მუშა რეჟიმების უსაფრთხო ცვლა და ამასთან ერთად მათში მოცემულია ავტომატური და პროგრამული მართვის პრინციპული შესაძლებლობა.

ელექტროვიბრაციულ მანქანის ამძრავი–ელექტრომაგნიტური ვიბრატორი – შედგება ორი ძირითადი ნაწილისაგან: ელექტრომაგნიტისა და დრეკადი სისტემისაგან (ნახ. 17.1). ელექტრომაგნიტის ღუზა(1) და გულარი (2) აწყობილია ელექტროტექნიკური ფოლადის ფურცლებისაგან, გულარის ფურცლებს უმეტეს შემთხვევაში „П" ან „Ш" -ს მაგვარი ფორმა აქვთ, ღუზის ფურცლებს კი – სწორკუთხოვანი. გულარზე მოთავსებულია ელექტროგამტარის



ნახ. 17.1

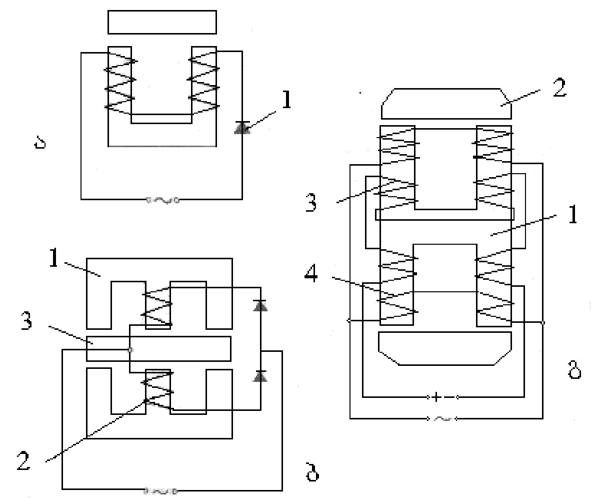
გრაგნილი (3), ღუზა და გულარი ერთმანეთთან დაკავშირებულია ზამბარების (4) საშუალებით. ეს ნაწილები შეადგენენ ვიბრატორის ორ ე.წ. აქტიურ და რეაქტიულ მასებს, აქტიური

მასა (უმეტეს შემთხვევაში ღუზა მასზე მიმაგრებული ნაწილებით) მაგრდება მუშა ორგანოზე.

მუშაობის პრინციპის მიხედვით ელექტრომაგნიტურ ვიბრატორებს არჩევენ ერთტაქტიანს და ორტაქტიანს, ერთტაქტიან ვიბრატორებში (ნახ. 17.2, ბ და გ) ღუზის მიზიდვა როგორც ერთ, ისე მეორე მხარეს ხდება მაგნიტის მიზიდულობის ძალის გავლენით.

ყველაზე მარტივია ე.წ. რეაქტიული ერთტაქტიანი ვიბრატორი, რომლის სქემა მოცემულია ნახ. 17.1-ზე. ლექტრომაგნიტის გრაგნილი ჩაირთვება ცვლადი დენის წრედში. დენის მაქსიმალური მნიშვნელობის დროს ღუზა მიიზიდება მაგნიტით, ხოლო მინიმალური მნიშვნელობის დროს–განიზიდება დრეკადი სისტემის გავლენით, რადგან ცვლადი დენი ერთი პერიოდის განმავლობაში ორჯერ არწევს თავის მაქსიმალურ მნიშვნელობას (დადებითს და უარყოფითს), ამიტომ მაგნიტის მიზიდულობის ძალა ამავე დროში ორჯერ იცვლება ნულიდან მაქსიმუმადე და, ამრიგად, ღუზის მიზიდვა-განზიდვაც ერთი პერიოდის განმავლობაში ორჯერ ხდება. ამის გამო რეაქტიული ვიბრატორის რხევის სიხშირე მკვები დენის სიხშირეზე ორჯერ მეტია. ამრიგად, ვიბრატორის კვების დროს ჩვეულებრივი ცვლადი დენის ქსელიდან, რომლის სიხშირეა 50 ჰერცი, რხევათა რიცხვი წამში შეადგენს 100-ს.

რხევის მაღალი სიხშირის გამო რეაქტიული ვიბრატორების გამოყენება შეზღუდულია. დაბალი სიხშირის მისაღებად ვიბრატორის გრაგნილის წრედში (ნახ. 17.2 ა.) მიმდევრობით რთავენ გამმართველს 1), რომელიც დენს ატარებს პერიოდის



ნახ. 17.2

(მხოლოდ ერთი ნახევრის განმავლობაში (მხოლოდ ერთი მიმართულებით). ამ შემთხვევაში მაგნიტის მიზიდულობის ძალა პერიოდის განმავლობაში მხოლოდ ერთხელ მიაღწევს მაქსიმალურ მნიშვნელობას და, ამრიგად, გამმართველიანი ვიბრატორის რხევის სიხშირე ქსელის სიხშირის ტოლია, ე.ი. წამში აქვს 50 რხევა.

ორტაქტიანი ელექტრომაგნიტური ვიბრატორი (ნახ. 17.3 ბ) შედგება ორი გულარისაგან (1) გრაგნილებით (2) და საერთო ღუზისაგან (3). გულარები კონსტრუქციულად არიან დაკავშირებული ისე, რომ წარმოადგენდნენ ერთ მასას. ღუზა უკავშირდება გულარებს დრეკადი სისტემის საშუალებით. ვიბრატორის გრაგნილები ჩართულია ცვლადი დენის ქსელში ერთნახევარპერიოდიანი გამართვის სქემით. ამის გამო ერთი

ნახევარპერიოდის განმავლობაში – მეორე. რხევის სიხშირე ცვლადი დენის სიხშირის ტოლია.

სხვა ტიპის ორტაქტიანი ელექტრომაგნიტური ვიბრატორი (ნახ. 17.2 გ) შედგება „ ”-ს მაგვარი ფორმის გულარისაგან (1) და ორი ღუზისაგან (2), რომლებიც ერთმანეთთან შეერთებულია ხისტად. ღუზები და გულარი ერთმანეთთან დაკავშირებულია რესორების საშუალებით. გულარზე მოთავსებულია მუდმივი (3) და ცვლადი დენის (4) გრაგნილები. მუდმივი და ცვლადი დენების ერთდროული მოქმედების შედეგად გულარში აღიგზნება ცვლადი და მუდმივი მაგნიტური ნაკადები. მუდმივი მაგნიტური ნაკადები ვიბრატორის თვითოეულ ნახევარში მიმართულია ერთმანეთის საწინააღმდეგოდ. პერიოდის ერთი ნახევრის განმავლობაში ცვლადი და მუდმივი მაგნიტური ნაკადები ვიბრატორის ერთ ნახევარში ერთმანეთს აბათილებენ, მეორეში კი იკრიბებიან. პერიოდის მეორე ნახევრის დროს ადგილი აქვს შებრუნებულ სურათს. ამის გამო გულარში იქმნება პულსირებული მაგნიტური ნაკადი, რაც იწვევს ვიბრატორის რხევას ქსელის სიხშირით, ე.ი. 3000 რხევით წუთში.

ელექტროვიბრაციული მანქანები ძირითადად რეზონანსულ პრინციპზე მუშაობენ, რაც იმაში გამოიხატება, რომ მაგნიტის სიხისტე ისეა შერჩეული, რომ სისტემის რხევის საკუთარი სიხშირე ახლოა ამგზნები ძალის ცვლილების სიხშირესთან. რეზონანსულ რეჟიმზე მუშაობის დროს მოითხოვება მცირე ამგზნები ძალა და ე.ი. მცირე სიმძლავრის ვიბრატორი.

რეზონანსულ რეჟიმზე მომუშავე ვიბრატორის ღუზა და გულარი რხევის დროს არ მოდიან ერთმანეთთან შეხებაში. გარდა ასეთი ვიბრატორებისა გამოიყენება აგრეთვე დარტყმითი მოქმედების ვიბრატორები, რომლებშიც ღუზასთან და გულართან შეერთებული სპეციალური ნაწილები რხევის დროს ერთმანეთს ხვდებიან, რითაც მუშა ორგანოს ჰარმონიული რხევის გარდა გადასცემენ დამატებით დარტყმით იმპულსებსაც. ასეთი კომბინირებული, ვიბრაციულ-დარტყმითი ზემოქმედების შედეგად ზოგიერთ შემთხვევაში იზრდება მანქანის ეფექტურობა, მაგალითად, ხვიმირებიდან მასალის გადმოყრის დროს, ზოგიერთი მასალების დატკეპნისას და ა.შ. დარტყმითი მოქმედების ვიბრატორების გამოყენება სატრანსპორტო მანქანების ამძრავებად მიზანშეწონილი არ არის, რადგან დარტყმითი ზემოქმედება მოითხოვს მანქანის მუშა ორგანოს სიხისტის გაზრდას, იწვევს დიდ ხმაურს, ზრდის ენერგიის ხარჯს და ა. შ.

ელექტრომაგნიტური ვიბრატორის ერთ-ერთ ძირითად ნაწილს წარმოადგენს დრეკადი სისტემა. დრეკად ელემენტებად თანამედროვე კონსტრუქციის ვიბრაციულ მანქანებში გამოყენებულია ფურცლოვანი რესორები, ხრახნული ზამბარები, ტორსიონები, რეზინისა და აგრეთვე ლითონისა და რეზინის კომბინირებული დრეკადი ელემენტები.

§18. ელექტრომაგნიტური ვიბრატორების კონსტრუქციები.

ჩვენს ქვეყანაში, ისე როგორც საზღვარგარეთ, დამუშავებული და ათვისებულია მრავალი ტიპისა და კონსტრუქციის ელექტროვიბრაციული სატრანსპორტო მანქანა და მათი ამძრავი – ელექტრომაგნიტური ვიბრატორი.

საკმაოდ გავრცელებულია ორტაქტიანი რეზონანსული ელექტრომაგნიტური ვიბრატორები, რომლებიც დანიშნულია ძირითადად კონვეიერების, მკვებებისა და ცხავების ამძრავად.

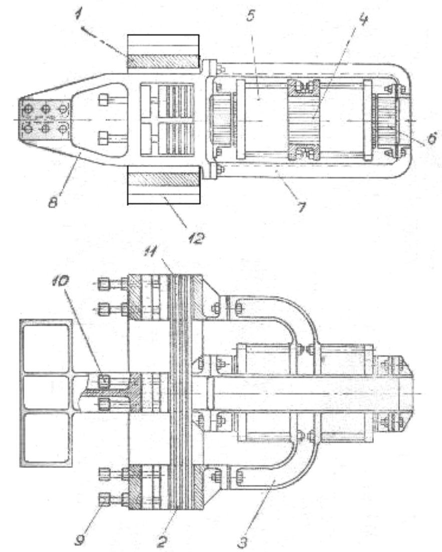
ვიბრატორის (ნახ. 18.1) ფოლადის კორპუსში (1) ბოლოებით ჩამაგრებულია რესორების პაკეტი (2). კორპუსზევე ტრავერსების (3) საშუალებით დამაგრებულია ელექტროვიბრაციული ძრავას სტატორი, რომელიც შედგება გულარისა (4) და ოთხი კოჭისაგან (5). ძრავას ორი ღუზა (6) შეერთებულია ერთმანეთთან კავის (7) საშუალებით და მაგრდება კრონშტეინზე (8), რომელიც თავის მხრივ დამაგრებულია რესორების შუა ნაწილზე. ამ კრონშტეინის საშუალებით ვიბრატორი უერთდება ვიბრომანქანის მუშა ორგანოს. რესორების მოჭერა კორპუსსა და კრონშტეინში ხორციელდება ჭანჭიკების (9 და 10) საშუალებით.

რესორებს შორის მათი ჩამაგრების ადგილებში მოთავსებულია შუასადებები (11). ამის გამო რესორები ერთმანეთს ეხებიან მხოლოდ ჩამაგრების ადგილებში, რაც

ამცირებს მათ შორის ხახუნს და რხევების ჩაქრობას, ამავე დროს ხელს უწყობს მათ გაცივებას.

ვიბრატორის აწყობა (რხევის საკუთარი სიხშირის რეგულირება) ხდება რესორების ან სპეციალური მარეგულირებელი ტვირთების (12) რაოდენობის შეცვლით.

ელექტროვიბრაციული ძრავა, რომლის პრინციპული სქემა მოყვანილია ნახ. 18.2 გ-ზე, შედგება „H"-ს მაგვარი ფორმის გულარისაგან, ხისტად შეერთებული ორი ღუზისაგან და კოჭებისაგან ცვლადი და მუდმივი დენის გრაგნილებით.



ნახ. 18.1

მუდმივი დენის სიმძლავრე შეადგენს ცვლადი დენის სიმძლავრის დაახლოებით 10%. მანქანის რხევის ამპლიტუდის

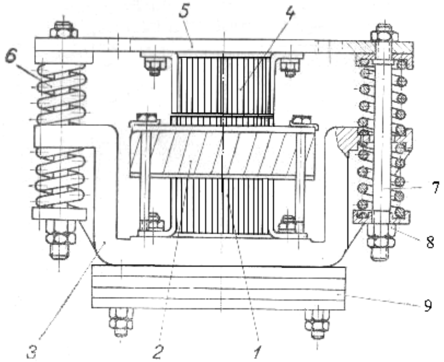
(მწარმოებლობის) რეგულირება ადვილად ხორციელდება ამ მცირე სიმძლავრის დენის სიდიდის შეცვლით. სიმძლავრის მაღალი კოეფიციენტი და რხევის ამპლიტუდის რეგულირების ეკონომიკური და მარტივი ხერხი აღწერილ ვიბრატორებს უპირატესობას ანიჭებს სხვა ტიპის ვიბრატორებთან შედარებით. ამ ვიბრატორების ნაკლოვანებანი ძირითადად კონსტრუქციის სირთულეში გამოიხატება.

ელექტროვიბრაციული მკვებები დანიშნულია ფხვიერი მასალების დოზირებული მიწოდებისა და ტრანსპორტირებისათვის. მკვებებს ძირითადად ხვიმირების ქვეშ აყენებენ, საიდანაც მასალა მიეწოდება ამა თუ იმ სახის ტრანსპორტირებისათვის. მკვებებს ძირითადად ხვიმირების ქვეშ აყენებენ, საიდანაც მასალა მიეწოდება ამა თუ იმ სახის ტრანსპორტიორს ან მანქანას ტექნოლოგიური პროცესის შესაბამისად. ელექტროვიბრაციული მანქანის გაშვება და გაჩერება შესაძლებელია დატვირთვის ქვეშ. ამიტომ ისინი ასრულებენ აგრეთვე ხვიმირას ჩამკეტის მოვალეობას.

ზემოაღწერილ ელექტრომაგნიტურ ვიბრატორებს ახასიათებს საერთო ნაკლი, რაც იმაში გამოიხატება, რომ რესორის ტიპის დრეკად ელემენტებში ადგილი აქვს ენერგიის დიდ დანაკარგებს. ეს დანაკარგები ძირითადად გამოწვეულია ე.წ. კონსტრუქციული დემფირებით, რაც დაკავშირებულია ხახუნთან, ძირითადად რესორების ჩამაგრების ადგილებში. ამ თვალსაზრისით გაცილებით რაციონალურია დრეკად ელემენტებად ხრახნული ზამბარების ხმარება. გარდა ამისა, ხრახნულ ზამბარებში გაცილებით უკეთესად გამოიყენება

მასალის დრეკადული თვისებები. მაგრამ მაღალი სიხისტის ზამბარების დამზადების სირთულის გამო შეზღუდულია დიდი სიმძლავრის ვიბრატორებში მათი გამოყენება.

ხრახნულ ზამბარებიანი ელექტრომაგნიტურ ვიბრატორის ერთ-ერთ მაგალითად მოვიყვანოთ კონსტრუქცია, ნაჩვენები ნახ. 18.2-ზე. ელექტრომაგნიტის გულარზე (1), რომელიც აწყობილია „П "-ს მაგვარი ფორმის ელექტროტექნიკური ფოლადის ფურცლებისაგან, მოთავსებულია ორი გრაგნილი (2). გულარი დამაგრებულია საყრდენზე (3), ხოლო ღუზა (4) – ფილაზე (5), რომლის საშუალებითაც ვიბრატორი მაგრდება მუშა ორგანოზე.



ნახ. 18.2

ღუზა და გულარი ერთმანეთთან შეერთებულია ზამბარე-ბის (6) საშუალებით. ზამბარები მოთავსებულია საყრდენის ორივე მხარეს. ღუზასა და გულარს შორის საჰაერო ღრეჩოს რეგულირება ხდება სარჭებისა (7) და ქანჩების (8) საშუა-ლებით. ქანჩების ჩახრახნით ან ამოხრახნით შესაბამისად

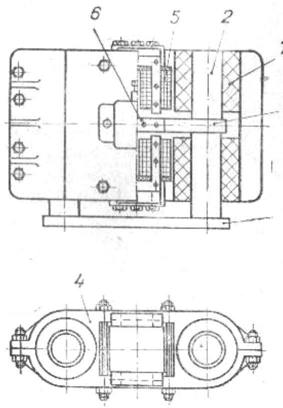
იკუმშება ან იშლება ზამბარები და იცვლება საჰაერო ღრეჩოს სიდიდე.

ვიბრატორის რეზონანსულ რეჟიმზე აწყობა ხდება რეაქტიული ნაწილის წონის შეცვლით ტვირთების (9) საშუალებით. ელექტრომაგნიტის კვება წარმოებს ცვლადი დენის ქსელიდან ერთნახევარპერიოდიანი გამართვის სქემით.

აღნიშნული ვიბრატორი განკუთვნილია ვიბრაციული ტრანსპორტიორის, მკვების, ვიბრომაგიდისა და სხვა მრავალი სახის ელექტროვიბრომანქანის ამძრავად. კერძოდ, მისი გამოყე-ნება გათვალისწინებულია აგრესიული ქიმიური ნივთიერებების დამფასოებელ ავტომატში მასალის დატკეპნისათვის (ავტომატი დამუშავებულია საქართველოს სახალხო მეურნეობის საბჭოს ცენტრალური საპროექტო საკონსტრუქტორო ბიუროს მიერ). ასეთივე კონსტრუქციული სქემის მიხედვითაა დამუშავებული თბილისის ელექტროტექნიკური სამეცნიერო-კვლევითი ინსტიტუ-ტის მიერ მცირე სიმძლავრის ელექტრომაგნიტური ვიბრატორი, რომელიც გამოყენებულია თბილისის ხელსაწყოთა და ავტომა-ტიზაციის საშუალებათა კვლევითი ინსტიტუტის ჩაის მწვანე ფოთლის სინესტის მზომ ხელსაწყოში.

უკანასკნელ ხანს შეიქმნა ელექტრომაგნიტური ვიბრატო-რები, რომლებშიც გამოყენებულია რეზინის დრეკადი ელემენ-ტები. რეზინის გამოყენება აუმჯობესებს მანქანის საექსპლუ-ატაციო თვისებებს, კერძოდ, მცირდება მექანიკური ძაბვები ვიბრომანქანის ნაწილებში, ხმაური, დრეკადი ელემენტების ღირებულება, მხოლოდ სირთულეს წარმოადგენს შესაბამისი ხარისხის რეზინის შერჩევა.

რეზინის დრეკადი ელემენტების მქონე ორტაქტიანი ელექტრომაგნიტური ვიბრატორი ნაჩვენებია ნახ. 18.3-ზე. ვიბრატორი შედგება შემდეგი ძირითადი ნაწილებისაგან: ფილისაგან (1), რომლითაც ამძრავი მუშა ორგანოზე მაგრდება, ორი მილისაგან (2), რომლებიც ხისტადაა შეერთებული ფილასთან და განივასთან (3), თუჯის კორპუსისაგან (4), რომელიც ორი ნახევრისგან შედგება. კორპუსში ჩამაგრებულია ელექტრომაგნიტის ორი გულარი (5), ხოლო განივზე ღუზა (6). ელექტრომაგნიტის კვება წარმოებს ნახ. 18.2 ბ-ზე ნაჩვენები სქემის მიხედვით. დრეკადი ელემენტები – რეზინის მილისები (7) – ჩამოცმულია მილებზე (2) და გარე ზედაპირით ჩამაგრებულია კორპუსში (4). რხევის დროს რეზინა მუშაობს ძვრის დეფორმაციაზე.

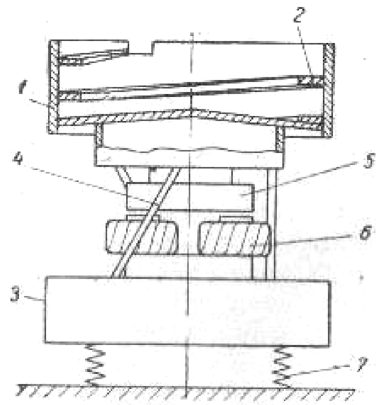


ნახ. 18.3

გარდა ზოგადი დანიშნულების ელექტროვიბრაციული მანქანისა, დამუშავებულია სპეციალური კონსტრუქციის მანქა-

ნები, რომელთა ამძრავები მტვერშეუღწევი, წყალშეუღწევი ან ფეთქებაუსაფრთხო შესრულებისაა.

ელექტროვიბრაციული სატრანსპორტო მანქანების განსაკუთრებული სახეობაა ვიბრაციული მკვები ხვიმირები (ბუნკერები), რომლებიც გამოიყენება ძირითადად მანქანათა და ხელსაწყოთა ნაწილებისა და ნამზადების ავტომატური მიწოდებისათვის სხვადასხვა დანიშნულების ლითონდამამუშავებელ ჩარხებზე. ვიბროხვიმარის მუშაობის პრინციპი შემდეგში მდგომარეობს (ნახ. 18.4). ხვიმარაში (1), რომლის შიგა ცილინდრულ ზედაპირზე შექმნილია ხრახნული ღარი (2), ყრიან გადასაადგილებელ მასალას (ნამზადს); ვიბრაციის გავლენით ნამზადები გადაადგილდება ამ ღარზე და გამოდის ხვიმირიდან, საიდანაც ხვდება სათანადო ტრანსპორტიორზე ან უშუალოდ მიეწოდება ჩარხს.



ნახ. 18.4

ვიბროხვიმირაში მასალის გადაადგილებას საფუძვლად იგივე პრინციპი უდევს, რაც ჩვეულებრივ ვიბრაციულ ტრანს-

პორტირებას, რადგან ხრახნული ღარი შეიძლება წარმოვიდგინოთ, როგორც სწორხაზოვანი მუშა ორგანო, რომელიც ჰორიზონტისადმი დახრილია ხრახნის ასვლის კუთხის ტოლი კუთხით. როგორც ზემოთ იყო აღნიშნული, ხრახნულ ღარზე მასალის გადაადგილებისათვის მუშა ორგანოს (ხვიმირას) ეძლევა რთული, ხრახნული რხევითი მოძრაობა, რაც წარმოადგენს ვერტიკალური და წრიული რხევების ჯამს. ასეთ მოძრაობას ანხორციელებენ დრეკადი ელემენტების – რესორების ან თვით ელექტრომაგნიტური ვიბრატორის დაყენებით მუშა ორგანოსადმი გარკვეული კუთხით, უფრო გავრცელებულია პირველი ხერხი. ნახ. 18.4-ზე ნაჩვენებია ასეთი ვიბროხვიმარას კონსტრუქციული სქემა. ხვიმირა (1) შეერთებულია ფუძესთან (3) დრეკადი ღეროების (4) საშუალებით. მუშა ორგანოზე მიმაგრებულია ელექტრომაგნიტის ღუზა (5), ხოლო ფუძეზე – მისი გულარი ხვიებით (6). ვიბროიზოლაციის მიზნით მკვები დაყრდნობილია ამორტიზატორებზე (7).

ელექტროვიბრაციულ მკვებ ხვიმირებს ფართო გამოყენება აქვთ მანქანათმშენებლობასა და ხელსაწყოთმშენებლობაში. მათ ახასიათებს მთელი რიგი უპირატესობანი სხვა ტიპის ავტომატურ მკვებ მოწყობილობებთან შედარებით. ზოგიერთ შემთხვევაში ვიბროხვიმირები წარმოადგენენ ნამზადების ავტომატური ჩატვირთვისა და მიწოდების ერთადერთ რაციონალურ საშუალებას. ელექტროვიბრაციულ ხვიმირები საგრძნობლად აადვილებენ რთული და არასიმეტრიული ფორმის ნამზადების ორიენტაციას, რაც აუცილებელია ჩარხებზე მათი ავტომატური მიწოდებისათვის.

ელექტროვიბრაციულ ვერტიკალურ ტრანსპორტიორებს მკვები ხვიმირისაგან განსხვავებით გაცილებით მაღალი მუშა ორგანოები აქვთ, რომელთა გარე ცილინდრულ ზედაპირზე შესრულებულია ხრახნული ღარი. ამ ორი ტიპის ვიბრაციული მანქანის მუშაობის პრინციპი კი ანალოგიურია. ვიბრაციული კონვეიერების – ელევატორების გამოყენება ფხვიერი მასალების გადაადგილებისათვის ვერტიკალური მიმართულებით ხშირად უფრო რაციონალურია ვიდრე სხვა ტიპის, მაგალითად, ციცხვიანი (ჩამჩიანი) ელევატორისა.

ვერტიკალური ვიბროკონვეიერები ხასიათდებიან მუშა ორგანოს სიმაღლისა და მისი გარე დიამეტრის შეფარდებით. ამ შეფარდებას დაახლოებით 10-მდე იღებენ, ხოლო სიმაღლეს – 6-8 მეტრამდე, როდესაც საჭიროა ტრანსპორტირება მეტ სიმაღლეზე, აწყობენ სატრანსპორტო ხაზს, რომელშიც რამდენიმე ელევატორი შედის.

ელექტროვიბრაციული სატრანსპორტო მანქანების ჯგუფს მიაკუთვნებენ ხვიმირების ამგზნებებს. როგორც ცნობილია, ზოგიერთი ფხვიერი მასალა ხვიმირებში ხშირად იჭედება, ქმნის თაღს, რითაც ხელს უშლის ამა თუ იმ ტექნოლოგიური პროცესის ნორმალურ მიმდინარეობას. ასეთი მოვლენების თავიდან აცილების მიზნით იყენებენ ვიბრატორებს – ამგზნებებს, რომლებიც მასალას გადასცემენ რხევას, რითაც უზრუნველყოფენ ხვიმირიდან მის უწყვეტ მიწოდებას.

ამგზნებად გამოიყენება როგორც რეზონანსული, ისე დარტყმითი მოქმედების ელექტრომაგნიტური ვიბრატორები. ვიბრატორის კონსტრუქცია, სიმძლავრე და მუშაობის რეჟიმი,

აგრეთვე მისი დამაგრების ხერხი დამოკიდებულია ხვიმირის ფორმასა და ზომებზე, მასალის თვისებებზე და მის მდგომარეობაზე (სინესტე, წებადობა და სხვა).

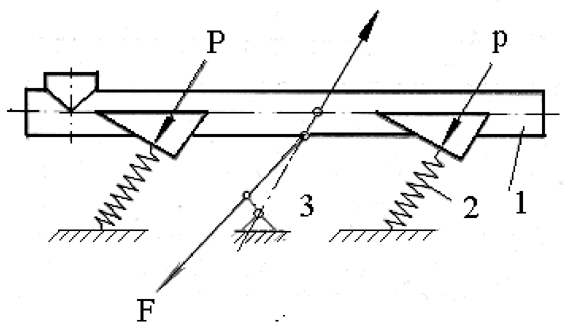
ლითონის ხვიმირებში ვიბრატორს აყენებენ უშუალოდ მის კედელზე დაახლოებით სიმაღლის 1/4 მანძილზე ძირიდან. ვიბრატორის მუშაობის დროს ხვიმირას კედელი მოდის რხევით მოძრაობაში, რაც მასალას გადაეცემა.

ბეტონის ხვიმირებში, ხოლო ზოგიერთ შემთხვევაში ლითონის ხვიმირებშიც ეფექტურობის გაზრდის მიზნით, ვიბრატორს ამაგრებენ ფოლადის სპეციალურ ფურცლებზე, რომლებიც ხვიმირას შიგნითაა მოთავსებული და იზოლირებულია მისგან ამორტიზატორების საშუალებით. ვიბრატორის დამაგრება ფურცელზე ხდება ხვიმირას კედელში გამავალი კრონშტეინების საშუალებით.

კარგ ეფექტს იძლევა ამგზნები ვიბრატორის მოთავსება ხვიმირას შიგნით, როდესაც რხევა უშუალოდ გადაეცემა მასალას. ამ შემთხვევაში საგრძნობლად იზრდება ამგზნების მოქმედების ეფექტურობა და მავნე რხევებიც ნაკლებად გადაეცემა ხვიმირას მზიდ კონსტრუქციას.

§19. ვიბრაციული მანქანები ერთი თავისუფლების ხარისხით

ერთი თავისუფლების ხარისხის მქონე ვიბრაციული მანქანების თეორიულ საფუძველს წარმოადგენს სქემა, გამოსახული ნახ. 1.1-ზე. ტიპიურ მაგალითად ავიღოთ ვიბრაციული სატრანსპორტო დანადგარი ექსცენტრიული ამძრავით, ნაჩვენები ნახ. 19.1-ზე. ნახაზზე 1 – მუშა ორგანოა, 2 – დრეკადი ელემენტი, ხოლო 3 – კინემატიკური ამძრავი.



ნახ. 19.1

ვიბროსატრანსპორტო რხევით სისტემაზე მოქმედებს შემდეგი ძალები: ინერციის ძალები $P_{ინ} = m\ddot{x}$, სადაც m - დანადგარის რხევითი ნაწილის მასაა; დრეკადი კავშირების აღმდგენი ძალები P = cx, სადაც c – დრეკადი კავშირების ჯამური სიხისტეა; წინააღმდეგობის ძალები $P_{წ} = h\dot{x}$, სადაც h – პროპორციულობის კოეფიციენტია; აღმგზნები ძალა F.

$x, \dot{x}, \ddot{x}$ - შესაბამისად, მუშა ორგანოს გადაადგილება, სიჩქარე და აჩქარებაა.

ამრიგად, ამძრავის საჭირო აღმგზნები ძალის სიდიდე გამოითვლება შემდეგი გამოსახულებით:

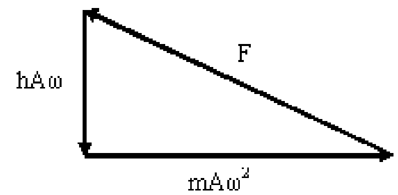
$$F = P_{ინ} + P + P_{წ}. \qquad 19.1$$

როგორც 19.1 გამოსახულებიდან ჩანს აღმგზნები ძალის სიდიდე, რომელზეც დამოკიდებულია კინემატიკურ წყვილებში ძალვები, განისაზღვრება სისტემაში ინერციის ძალების, დრეკადი ძალებისა და წინააღმდეგობის ძალების თანაფარდობით. ყოველთვის სასურველია, რომ ძალვების სიდიდეები კინემატიკურ წყვილებში იყოს რაც შეიძლება მცირე, მათი სიმტკიცისა და ხანგამძლეობის უკეთესი პირობების გამო. მეორეს მხრივ, ასევე მნიშვნელოვან ფაქტორს წარმოადგენს დანადგარის მუშაობის დროს აღძრული ინერციიის ძალების ფუნდამენტზე გადაცემის პრობლემა. შესაბამისად, ინერციის ძალების გაწონასწორება შეიძლება დაიყოს ორ ძირითად ამოცანად: მანქანის კინემატიკურ წყვილებში ძალვების გაწონასწორებად და მანქანის ფუნ-დამენტზე დაწოლის გაწონასწორებად. ამ ორი გარემოების ოპტიმალურ შეთანწყობაზეა მნიშვნელოვანწილად დამოკიდებუ-ლი მთლიანად დანადგარის სტაბილური მუშაობა.

გავაანალიზოთ 19.1 ტოლობა ძალური მრავალკუთხედის დახმარებით. ამისათვის, როგორც §3-ში გვქონდა, მივიღოთ, რომ დანადგარის მუშა ორგანიზე ამძრავის მხრიდან მოქმედებს აღმგზნები ძალა $F = F_0 \sin\omega t$, ხოლო მისი გადაადგილება

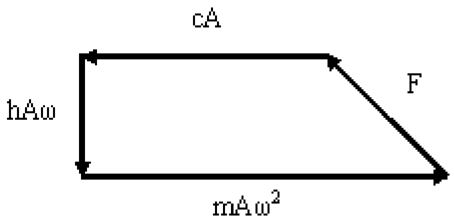
$x = A\sin\omega t$. შესაბამისად, მუშა ორგანოს სიჩქარე და აჩქარება ტოლი იქნება $\dot{x} = hA\omega\cos\omega t$ და $\ddot{x} = -mA\omega^2 \sin\omega t$. ავიღოთ მათი მაქსიმალური მნიშვნელობები. ე.ი. გვაქვს აღმგზნები ძალის სიდიდე F, ინერციის ძალების სიდიდე $P_{ინ} = mA\omega^2$, დრეკადი აღმდგენი ძალების სიდიდე $P = cA$, წინააღმდეგობის ძალების სიდიდე $P_{წ} = hA\omega$.

თუ მანქანის ტვირთმზიდ ორგანოს არ გააჩნია დრეკადი კავშირები, მაშინ რხევადი ნაწილების ინერციის ძალები არაფრით არ წონასწორდებიან და აღმგზნებ ძალას უნდა გააჩნდეს შესაბამისი შემდგენი, რათა დაძლიოს ეს ძალები. ამ შემთხვევაში ამძრავის კინემატიკურ წყვილებში მოქმედებენ საკმაოდ დიდი დატვირთვები. ძალური მრავალკუთხედით ეს გამოიყურება შემდეგნაირად:

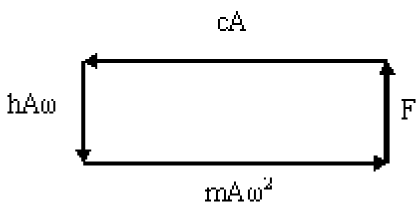


ვიბრაციულ სატრანსპორტო მანქანაში თუ დრეკადი სისტემის საკუთარი სიხშირე ნაკლებია აღმგზნები ძალის სიხშირეზე, ანუ მანქანა მუშაობს რეზონანსს შემდგომ რეჟიმში, დრეკადი აღმდგენი ძალები მხოლოდ ნაწილობრივ გააწონასწორებენ ინერციის ძალებს. ასეთ რეჟიმში

კინემატიკურ წყვილებში ძალვები იქნება შედარებით მცირე და ძალური მრავალკუთხედით იგი გამოისახება შემდეგნაირად:

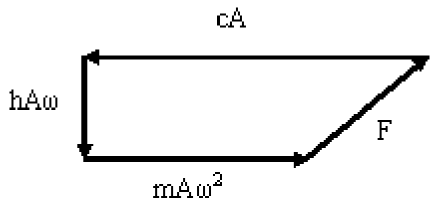


თუ გავზრდით მანქანის საკუთარ სიხშირეს ისე, რომ დრეკადი კავშირების აღმდგენი ძალები მთლიანად გააწონასწორებენ ინერციის ძალებს, მაშინ გვექნება მუშაობის რეზონანსული რეჟიმი. ამ დროს აღმგზნებ ძალას გააჩნია მინიმალური მნიშვნელობა, რაც საჭიროა მხოლოდ წინააღმდეგობის ძალების დასაძლევად, მაგრამ ამავე დროს ხდება ინტენსიური ზემოქმედება საყრდენ კონსტრუქციებზე. შესაბამისი მრავალკუთხედია:



თუ კიდევ უფრო გავზრდით დრეკადი სისტემის საკუთარ სიხშირეს, მაშინ დრეკადი აღმდგენი ძალები მეტი იქნება ინერციის ძალებზე. ასეთ შემთხვევაში ამძრავის კინემატიკურ წყვილებში ისევ დაიწყებს გაზრდას ძალვები, მაგრამ არა ინერციის ძალების ხარჯზე არამედ დრეკადი

აღმდგენი ძალების გავლენით. მრავალკუთხედი კი გამოიყურება შემდეგნაირად:



მაშასადამე, ანალიზიდან ჩანს, რომ ყველაზე ხელსაყრელი რეჟიმი კინემატიკურ წყვილებში ძალვების შესამცირებლად არის დანადგარის მუშაობის რეზონანსული რეჟიმი, მაგრამ ამ დროს მაქსიმალურია ინერციის ძალების გადაცემა ფუნდამენტზე, რაც მოითხოვს მისი ვიბროიზოლაციისთვის ტექნიკური საშუალებების გამოყენებას.

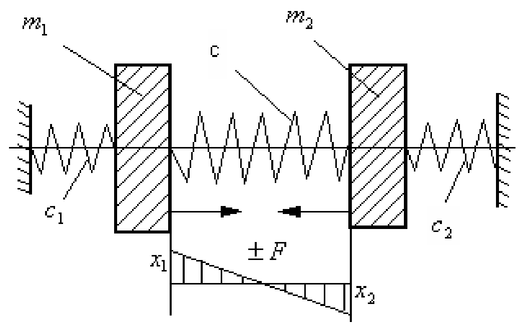
§20. ვიბრაციული მანქანები ორი თავისუფლების ხარისხით

ვიბრაციული მანქანები ხშირ შემთხვევაში წარმოადგენენ რხევით სისტემებს ორი, სამი და მეტი თავისუფლების ხარისხით.

ასეთი სისტემების მაგალითი წარმოდგენილია ნახ. 20.1-ზე. ორი m_1 და m_2 მასები დაკავშირებულია ერთმანეთთან c_1 და c_2 სიხისტის მქონე დრეკადი ელემენტებით (განსახილველ შემთხვევაში ზამბარებით) და შეუძლიათ გადაადგილდნენ ხახუნის გარეშე x ღერძის გასწვრივ. თუ x_1 და x_2 კოორდინატები გადაიზომება წონასწორობის მდებარეობიდან, მაშინ ეს ორი კოორდინატა მთლიანად განისაზღვრება სისტემის კონფიგურაციით. ამრიგად, ამ სისტემას აქვს ორი თავისუფლების ხარისხი.

აღნიშნული სისტემის რხევების ანალიზის დროს აუცილებლად საჭირო ხდება მისი მოძრაობის დიფერენციალური განტოლებების შედგენა და მათი ამოხსნა, რომელთა რაოდენობა ცვალებადი დამოუკიდებელი კოორდინატების რაოდენობის ტოლია. ასეთ სისტემაში თუ გავითვალისწინებთ გარეშე და შინაგანი წინააღმდეგობების ძალებს, განტოლებების ამოხსნა დაკავშირებულია საკმაოდ დიდ სირთულეებთან. ამის გამო, გამარტივების მიზნით შემოღებულია მეთოდი, რომლის არსი მდგომარეობს იმაში, რომ ორი თავისუფლების

ხარისხის მქონე სისტემა დაიყვანება სისტემაზე ერთი თავისუფლების ხარისხით. ასეთი სისტემა კი რხევების ზოგად თეორიაში საკმაოდ დეტალურადაა შესწავლილი. დაყვანის აღნიშნული მეთოდის განხილვის შემთხვევაში რეალური მასების ნაცვლად შემოიტანება სისტემის ექვივალენტური მასა, ხოლო შინაგანი და გარეშე წინააღმდეგობის ძალების ნაცვლად მისი ექვივალენტური კოეფიციენტი. შესაბამისად, რხევით სისტემას ჯერ ამარტივებენ და განიხილავენ, როგორც ორი მასისგან შედგენილ თავისუფალ იზოლირებულ სისტემას (ნახ. 20.1), ხოლო შემდგომ ამ სისტემას გარდასახავენ ერთმასიან სისტემად, როგორც ეს არის წარმოდგენილი ნახ. 1.1-ზე.



ნახ. 20.1

ვიხილავთ ნახ. 20.1-ზე წარმოდგენილ მექანიკურ რხევით სისტემას. და ვუშვებთ, რომ თითოეულ მასაზე მოქმედებს სიდიდით ტოლი და ფაზებით საწინააღმდეგო აღმგზნები ძალები. ეს ძალები არიან მასებს შორის ურთიერთქმედების შინაგანი ძალები. წინააღმდეგობის შინაგანი ძალები, მაგალითად დრეკად ელემენტებში, ასევე სიდიდით არის ტოლი და

საწინააღმდეგოდ არიან მიმართულნი. გამარტივების მიზნით ვუშვებთ ასევე, რომ წინააღმდეგობის ძალები, როგორიცაა ტვირთის ტრანსპორტირებისას გადაადგილების წინააღმდეგობის ძალები, ერთნაირია ორთავე მასისათვის და ისინიც საწინააღმდეგოა ფაზებით. ნახ. 20.1-ზე c_1 და c_2 გარეშე დრეკადი კავშირების წინააღმდეგობებია და მათი გავლენა უგულებელვყოთ. ასევე მისაღებია, რომ შინაგანი ძალები პროპორციულია დრეკადი ელემენტების დეფორმაციის სიჩქარის, ხოლო გარეშე ძალები, პროპორციულია რხევით მასების მოძრაობების სიჩქარის. აღნიშნული პირობების გათვალისწინებით შეიძლება დავწეროთ მოძრაობათა შემდეგი დიფერენციალური განტოლებე-ბი:

$$
\begin{aligned}
&m_1 \ddot{x}_1 + k_1 \dot{x}_1 + h(x_1 - x_2) + c(x_1 - x_2) = +F\sin(\omega t + \varphi); \\
&m_2 \ddot{x}_2 + k_2 \dot{x}_2 - h(x_1 - x_2) - c(x_1 - x_2) = -F\sin(\omega t + \varphi),
\end{aligned}
\qquad 20.1
$$

სადაც m_1 და m_2, x_1 და x_2, k_1 და k_2 შესაბამისად მასები, ნეიტრალური მდებარეობიდან მათი გადაადგილებები და გარეშე ძალების წინააღმდეგობების კოეფიციენტებია; h — შინაგანი ძალების წინააღმდეგობის კოეფიციენტია; c — დრეკადი კავშირების სიხისტის კოეფიციენტია; F და ω – აღმგზნები ძალის ამპლიტუდა და სიხშირეა; φ - მასებზე მოქმედი ძალის საწყისი ფაზაა.

აღნიშნულიდან გამომდინარეობს, რომ აღგზნების ძალების, დრეკადი აღმდგენი ძალების და შინაგანი წინააღმდე-

გობების ძალების მყისიერი მნიშვნელობები თითოეული მასისთვის, დროის ნებისმიერ მომენტში სიდიდით ტოლია და საწინააღმდეგოდ არიან მიმართულნი.

შესაბამისად, თუ შევკრიბავთ 20.1 განტოლებებს, მივიღებთ

$$m_1 \ddot{x}_1 + k_1 \dot{x}_1 + m_2 \ddot{x}_2 + k_2 \dot{x}_2 = 0, \qquad 20.2$$

ანუ თითოეულ მასაზე მოქმედი ინერციის ძალებისა და გარეშე წინააღმდეგობის ძალების მყისიერი მნიშვნელობები, დროის ნებისმიერ მომენტში ტოლია ნულის.

თუ იმასაც დავუშვებთ, რომ ხახუნის გარეშე ძალები ასევე ტოლია სიდიდით და საპირისპიროა ფაზით, ანუ

$$k_1 \dot{x}_1 + k_2 \dot{x}_2 = 0, \qquad 20.3$$

მივიღებთ

$$m_1 \ddot{x}_1 + m_2 \ddot{x}_2 = 0, \qquad 20.4$$

ამრიგად დამყარებული იძულებითი რხევებისათვის 20.3 და 20.4 განტოლებები მოგვცემს

$$\frac{x_2}{x_1} = -\frac{k_1}{k_2} = -\frac{m_1}{m_2}. \qquad 20.5$$

ეს კი ნიშნავს, რომ რხევითი სისტემის მასების გადაადგილებები ნეიტრალური მდებარეობის მიმართ უკუპროპორციულია თვით მასების სიდიდეებისა და წინააღმდეგობის გარეშე ძალების კოეფიციენტების. ამავე დროს ორი მასისგან შემდგარი სისტემის რხევის დროს დრეკადი

ელემენტის ერთი ფიზიკური წერტილი რჩება უძრავი. ეს უძრავი წერტილი კი წარმოადგენს სისტემის ინერციის ცენტრს ნახ. 20.1.

20.5 ტოლობების მხედველობაში მიღებით, ორი მასისგან შემდგარი თავისუფალი იზოლირებული სისტემის კვლევა შესაძლებელია დაყვანილი იქნას ამ სისტემის ერთი მასის მოძრაობაზე მეორე მასის მიმართ, ანუ

$$\ddot{x}+\frac{k+h}{m}\dot{x}+\frac{c}{m}x=\frac{F}{m}\sin\omega t, \qquad 20.6$$

სადაც x – ერთი მასის გადაადგილებაა მეორის მიმართ; m – სისტემის დაყვანილი მასაა; k – გარე წინააღმდეგობების დაყვანილი კოეფიციენტია.

წინა ტოლობების გათვალისწინებით ადვილია ვიპოვოთ, რომ წინააღმდეგობის დაყვანილი კოეფიციენტი და მასა შესაბამისად უდრის:

$$k=\frac{k_1 m_2}{m_1+m}=\frac{k_2 m_1}{m \;\; + m_2}; \qquad 20.7$$

$$m=\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}. \qquad 20.8$$

1.3 განტოლების გამოყენებით მივიღებთ:

$$\omega_0=\sqrt{\frac{c}{m}}=\sqrt{\frac{c(m_1+m_2)}{m_1 m_2}}. \qquad 20.9$$

მხედველობაში უნდა იქნას მიღებული, რომ c 19.9 განტოლებაში წარმოადგენს დრეკადი სისტემის ჯამურ კოეფიციენტს და უდრის

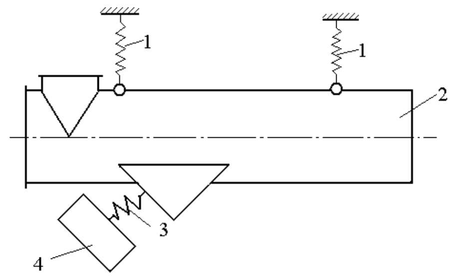
$$c=\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}\omega_0^2. \qquad 20.10$$

§21. ვიბრაციული მანქანის აწყობა რეზონანსულ რეჟიმში

მანქანის აწყობის საკითხებს გადამწყვეტი მნიშვნელობა აქვს რეზონანსულ ვიბრაციულ მანქანებში. მათი ეფექტური მუშაობის უზრუნველსაყოფად განსაკუთრებით ზუსტად საჭიროებს აწყობას ვიბრომანქანები ელექტრომაგნიტური ვიბროამძრავით, რადგან ასეთი ტიპის მანქანებს გააჩნიათ სიმძლავრის საკმაოდ შეზღუდული მარაგი. აღგზნების ძალის გაზრდა ელექტრომაგნიტურ ამძრავებში იწვევს გაბარიტებისა და წონის გაზრდას, რაც რა თქმა უნდა არამიზანშეწონილია. ანვიხილოთ რეზონანსული ელექტროვიბრაციული კონვეიერის აწყობის ხერხი.

მანქანა შედგება ორი მასისაგან, აქტიური 2 (m_a) და რეაქტიული 4 (m_r) მასებისაგან, რომლებიც შეერთებულია

ერთმანეთთან დრეკადი 3 ელემენტებით (ნახ. 21.1). მზიდი კონსტრუქციისგან იზოლირება ხორციელდება 1 ამორტიზატორებით, რომელთა სიხისტეებს, მანქანის ძირითადი დრეკადი



ნახ.21.1

ელემენტის სიხისტესთან გაცილებით სიმცირის გამო, უგულებელვყოფთ. შესაბამისად, მანქანის მოყვანილი სტრუქტურული სქემა შეესაბამება ორი m_a და m_r მასებისგან შედგენილ თავისუფალ იზოლირებულ რხევით სისტემას, წარმოდგენილს ნახ. 1.1-ზე. მანქანა იქნება რეზონანსული თუ ამ სისტემის საკუთარი წრიული სიხშირე ω_0 ტოლი იქნება აღმგზნები ძალის ω სიხშირის. ამ პირობის შესასრულებლად აუცილებელია დრეკადი ელემენტებისათვის შევარჩიოთ სიხისტე, ფორმულით:

$$c = \omega^2 \frac{m_a m_r}{m_a + m_r}. \qquad 21.1$$

მასების რხევები აღიგზნება და შეინარჩუნება ორთავე მასებთან დაკავშირებული ელექტრომაგნიტური სისტემის

მექანიკური იმპულსებით. მანქანაში ელექტრომაგნიტის ღუზა ხისტადაა დამაგრებული ერთ მასაზე, ხოლო გულანა მეორე მასაზე. ღუზისა და გულანის მიზიდულობის ძალები გადაეცემა მასებს და დროის ნებისმიერ მომენტში გააჩნიათ ტოლი სიდიდეები, მაგრამ ისინი მიმართულნი არიან ერთმანეთის საწინააღმდეგოდ.

როგორც ნახ. 21.1-დან ჩანს ერთერთი მასა (აქტიური) არის მანქანის მუშა ორგანო, რომლის რხევა იწვევს სატრანსპორტო ტვირთის გადაადგილებას. გადაადგილებას კი განაპირობებს ჰორიზონტისადმი გარკვეული დახრის კუთხით მიწოდებული იმპულსების მიმართულების ჰორიზონტალური შემდგენი. ზოგადად, აქტიური მასა იზრდება გადასაადგილებელი ტვირთის ხარჯზე. აქტიური მასის ეს დამატებითი ნაწილი მიღებულია იწოდოს მიერთებული მასის m_b სახელწოდებით. შესაბამისად ჯამური მასა ტოლია:

$$m_{ab} = m_a + m_b, \qquad 21.2$$

მიერთებული მასის სიდიდე შეიძლება გამოვსახოთ დამოკიდებულებით:

$$m_b = \xi m_M, \qquad 21.3$$

სადაც ξ - მიერთების კოეფიციენტია, რომლის სიდიდე დამოკიდებულია დასამუშავებელი გარემოს წინააღმდეგობასა და ვიბრომანქანის მუშაობის რეჟიმზე, m_M - მანქანის მუშა ორგანოზე არსებული მასალის მასაა.

როგორც ადრე ავღნიშნეთ, რეზონანსული მანქანები შეიძლება მუშაობდნენ რეზონანსთან ახლოს რეჟიმში, ანუ რეზონანსამდელ რეჟიმში, როცა $\omega \leq \omega_0$ და რეზონანს შემდგომ რეჟიმში, როცა $\omega \geq \omega_0$. რეზონანსული რეჟიმი, რომელიც შეესაბამება შემთხვევას, როცა $\omega = \omega_0$
არ გამოიყენება, რადგან იგი ხასიათდება მუშაობის არამდგრადობით და ღუზისა და გულანის აუცილებელი დარტყმებით, თუ აღმგზნები ძალა და საჰაერო ღრეჩო ღუზასა და გულანას შორის შერჩეულია მანქანის მდგრადი მუშაობის პირობიდან.

მანქანის მუშაობის მდგრადობა განისაზღვრება რხევითი სისტემაზე გარეშე და შინაგანი წინააღმდეგობების ძალების ცვლილებისადმი მგრძნობიარობით, რაც გამოიხატება მასების რხევების ამპლიტუდების ცვლილებაში.

მუშა ორგანოს m_a მასითაა განპირობებული მისი რხევის A_a ამპლიტუდა, მოცემული სიხშირის დროს. თუ ორმასიანი მანქანისათვის შევარჩევთ რეაქტიულ m_r მასას, განისაზღვრება მისი რხევის ამპლიტუდის A_r სიდიდეც, რადგან ეს ორი პარამეტრი ერთმანეთთან დაკავშირებულია ტოლობით:

$$m_a A_a = m_r A_r \qquad 21.4$$

თუ ცნობილია მასების რხევების ამპლიტუდები, ადვილი შესაძლებელია შევარჩიოთ ამძრავის ელექტრო-

მაგნიტურ სისტემაში ყველაზე უფრო ხელსაყრელი საჰაერო ღრეჩოს სიდიდე b, რომელმაც უნდა დააკმაყოფილოს შემდეგი პირობა:

$$b \approx A_a + A_r \langle b. \qquad 21.5$$

21.5 გამოსახულებიდან გამომდინარეობს, რომ როდესაც $m_a \langle m_r$ აუცილებელია ნაკლები, ხოლო როდესაც $m_a \rangle m_r$ მეტი საჰაერო ღრეჩო. საჰაერო ღრეჩოს შემცირება ზრდის მაგნიტური ძალოვანი ნაკადის სიდიდეს, რასაც თან ახლავს დენის ძალის შემცირება და ელექტრომაგნიტის ნაკლები ტემპერატურული რეჟიმი. შესაბამისად მცირდება ელექტროენერგიის დანაკარგები და იზრდება მანქანის მუშაობის მდგრადობა. აქედან გამომდინარე m_r მასის სიდიდის გაზრდა გარკვეულ ზღვრებამდე, m_a და A_a- ს მოცემული მნიშვნელობებისთვის, ზრდის მანქანის მდგრადობას, ჯამური წონის ზრდისა და საჰაერო ღრეჩოს შემცირების ხარჯზე. საბოლოოდ კი იზრდება მანქანის მარგი ქმედების კოეფიციენტი. აღნიშნულ შემთხვევაში m_r მასის მნიშვნელოვან ნაკლს წარმოადგენს მისი ლითონტევადობის გაზრდა.

§22. ვიბრაციული მანქანების ტექნოლოგიური პარამეტრების განსაზღვრა

ვიბრაციული მანქანების ტექნიკაში გამოყენების დროს განსაკუთრებით გავრცელებულ სახეს წარმოადგენს სატრანსპორტო ტექნოლოგიური ოპერაციების შესრულება. ამა თუ იმ გარემოზე ვიბრაციული მანქანების მუშა ორგანოთა ზემოქმედება ახდენს მათ ისეთ ტექნოლოგიურ დამუშავებას როგორიცაა: ტრანსპორტირება, შემჭიდროვება, ფორმირება, დახარისხება, შენჯღრევა და სხვა.

ვიბრაციული სატრანსპორტო ტექნოლოგიური მანქანების ერთერთ ძირითად საექსპლუატაციო პარამეტრს წარმოადგენს მათი მწარმოებლობა, რომლის სიდიდე განისაზღვრება მანქანის მუშა ორგანოს ზედაპირზე სატრანსპორტო ტვირთის სიჩქარით და სატრანსპორტო მასალის განივკვეთის ფართით.

მასალის ვიბრირებად ზედაპირზე გადაადგილება ხორციელდება მიკროხტომების საშუალებით. ეს უკანასკნელი კი მიიღება ვიბრაციული ამძრავის მატრანსპორტირებელ ზედაპირთან გარკვეული დახრის კუთხით ($20 - 30^0$) გადაცემული ძალის ვერტიკალური და ჰორიზონტალური შემდგენების წყალობით. მუშა ორგანოს ზემოთ და წინ მოძრაობის შედეგად სატრანსპორტო მასალის ნაწილაკები გადაადგილდებიან მუშა ორგანოსთან ერთად, ხოლო ქვემოთ და უკან მოძრაობის დროს კი ხდება მასალის მოწყვეტა

ზედაპირიდან. შესაბამისად, ხდება მასალის სატრანსპორტო ზედაპირზე ნახტომისებური გადაადგილება.

ვიბრაციული მანქანების მუშა ორგანოს სატრანსპორტო ზედაპირზე მასალის ჰორიზონტალური მიმართულებით გადაადგილების სიჩქარე განისაზღვრება ემპირიული ფორმულით:

$$V = 4Af\cos\alpha, \tag{22.1}$$

სადაც V მასალის გადაადგილების სიჩქარეა მ/წმ-ში, A – მასალით დატვირთული მუშა ორგანოს რხევის ამპლიტუდაა მეტრებში, f - მუშა ორგანოს რხევის სიხშირეა ჰერცებში, α - ტრანსპორტირების ზედაპირთან ვიბრაციის ღერძის დახრაა.

22.1 ფორმულის სიმარტივის მიუხედავად, ამ ფორმულით გამოთვლილი ტრანსპორტირების სიჩქარე, მისი პრაქტიკული გამოყენების თვალსაზრისით, იძლევა საკმაოდ ზუსტ შედეგს და რაც მთავარია დასტურდება ექსპერიმენტულად.

მასალის ტრანსპორტირების სიჩქარის გამოთვლის შემდეგ შესაძლებელია გამოვთვალოთ ვიბრაციული მანქანის მწარმოებლობა, შემდეგი გამოსახულებით:

$$Q = 36\gamma SV, \tag{22.2}$$

სადაც Q – მანქანის მწარმოებლობაა ნ/სთ, γ - მასალის ხვედრითი წონაა ნ/მ^3, S - სატრანსპორტო ზედაპირზე მასალის ფენის განივკვეთის ფართობია მ^2.

თავის მხრივ მასალის ფენის განივკვეთის ფართობი S ტოლია:

$$S = K\,H\,B, \tag{22.3}$$

სადაც K – სატრანსპორტო მასალით მუშა ორგანოს შევსების კოეფიციენტია, რომელიც ერთზე ნაკლები სიდიდეა და დამოკიდებულია სატრანსპორტო მასალის გვარობაზე, H და B შესაბამისად მუშა ორგანოს სიმაღლე და სიგანეა.

ვიბრაციული მანქანის გაანგარიშების დროს საჭიროა ასევე გათვალისწინებული იქნას აქტიურ მასაზე დამატებული მასა m_M. ეს არის სატრანსპორტო მასალის მასის ის ნაწილი, რომელიც იმყოფება გადამაადგილებელ ზედაპირზე. იგი გამოითვლება გამოსახულებით:

$$m_M = \gamma SL, \qquad 22.4$$

სადაც L – მანქანის მუშა ორგანოს სატრანსპორტო ზედაპირის სიგრძეა.

ვიბროამძრავის მიერ მასალის ფენის ჰორიზონტალურ ზედაპირზე გადაადგილების წინააღმდეგობაზე დახარჯული სიმძლავრე შეიძლება ვიანგარიშოთ შემდეგი გამოსახულებით:

$$W = 4m_M Af \sin\alpha, \qquad 22.5$$

სადაც W – მასალის გადაადგილებაზე დახარჯული სიმძლავრეა, m_M – მუშა ორგანოს სატრანსპორტო ზედაპირზე ერთდროულად არსებული მასალის მოცულობითი წონაა ნ.

22.5 ფორმულა განსაზღვრავს ვიბრაციული მანქანის ამძრავის სიმძლავრეს მუშაობის დამყარებულ რეჟიმში; იგი ანიჭებს გადასაადგილებელ ტვირთს საშუალო სიჩქარეს. ამ ფორმულაში გათვალისწინებული არაა ის სიმძლავრე, რომელიც დამატებით საჭიროა მასალის ფენისათვის საწყისი

სიჩქარის მისანიჭებლად. მიუხედავად ამისა სიმძლავრის ეს რაოდენობა გაცილებით მცირეა ძირითად სიმძლავრესთან შედარებით და ამიტომ იგი შეიძლება უგულებელვყოთ.

§23. დრეკადი სისტემის პარამეტრების განსაზღვრა

ვიბრაციულ ტექნიკაში დრეკად სისტემად იწოდება დრეკადი ელემენტების ჯგუფი, რომლებიც გარკვეული სახით განლაგებულია ვიბრაციული მანქანის რხევად მასებს შორის, მათი ფორმისა და შინაარსის მიუხედავად. ვიბრაციულ მანქანებში დრეკადი სისტემები წარმოადგენენ ერთერთ ძირითად კვანძს, რომლებიც გამოიყენება რხევითი მოძრაობების გაძლიერებისა და სტაბილიზაციისათვის.

დრეკად სისტემაში ცალკეული ელემენტები ან ელემენტების სისტემა ერთიანდებიან ერთ მთლიან სისტემაში, რომელსაც გააჩნია სიხისტის ღერძი და რომლის გასწვრივაც მიმართულია შემადგენელი ელემენტების დრეკადი აღმდგენი ძალების ტოლქმედი. დრეკადი ძალების ტოლქმედის ღერძის მიმართულება უთავსდება ვიბროამძრავიდან წამოსული აღმგზნები ძალების ღერძის მიმართულებას. ეს საერთო ღერძი კი მიღებულია იწოდოს ვიბრაციის მიმართულებად. გამონაკლისს შეადგენენ ვიბრობუნკერებისა და ვიბროამწევების დრეკადი

ელემენტები, სადაც ისინი გამოიყენებიან მუშა ორგანოს მოძრაობის საჭირო ტრაექტორიის მისაღებად. რეზონანსში ან რეზონანსთან ახლოს რეჟიმებში მომუშავე ვიბრაციული მანქანების დრეკადი ელემენტები აწონასწორებენ მანქანების რხევად მასებში აღძრულ ინერციის საკმაოდ დიდ ძალებს. დრეკადი სისტემის დახმარებით აღმგზნები ძალის შედარებით სუსტი მექანიკური იმპულსები გარდაიქმნება საკმაოდ დიდ ძალებად, რომლებიც ახდენენ ინტენსიურ ზემოქმედებას მანქანის მუშა ორგანოზე. დრეკადი სისტემების არსებული მრავალი სახეობისა და კონსტრუქციებიდან, შედარებით უფრო ფართო გავრცელება ჰპოვეს სისტემებმა, ცილინდრული ზამბარებით და ბრტყელი რესორებით. დრეკადი სისტემების სხვა სახეები, როგორიცაა: ტორსიონული, რგოლური, თეფშისებრი, რეზინის, რეზინომეტალის და სხვა, გამოიყენება შედარებით იშვიათად.

დრეკადი სისტემის დრეკადი თვისებები, უპირველეს ყოვლისა განისაძღვრება მისი სიხისტის კოეფიციენტით. სიხისტის კოეფიციენტი, როგორც ზემოთ გვქონდა აღნიშნული, წარმოადგენს მოქმედი ძალის შეფარდებას შესაბამის დეფორმაციასთან. ვინაიდან აღნიშნულ სიდიდეებს შორის, ცვლილებათა ფართო დიაპაზონში, არ არის წრფივი დამოკიდებულება, ანუ უფრო ზუსტად რომ ვთქვათ დამოკიდებულება არის არაწრფივი, კოეფიციენტიც იქნება არაწრფივი. ზოგადად, სიხისტის კოეფიციენტი ყოველთვის დამოკიდებულია დრეკადი სისტემის დეფორმაციაზე. მაგრამ, დრეკადი სისტემების დეფორმაციების გარკვეულ ზღვრებში, ამ

დეფორმაციების გავლენა სისტემის სიხისტეზე, მრავალ პრაქტიკულ შემთხვევაში, საკმაოდ მცირეა. ამიტომ, სიხისტე შეიძლება ჩავთვალოთ დეფორმაციისგან დამოუკიდებელი და წრფივი. ასეთი თვისებების მქონე დრეკადი სისტემები მიღებულია იწოდოს წრფივი სიხისტის მქონე სისტემებად, რაც ნიშნავს, რომ დრეკად სისტემაზე მოქმედ ძალასა და შესაბამის გადაადგილებას შორის დამოკიდებულება არის სწორხაზოვანი, ანუ წრფივი.

მეორე მნიშვნელოვან ფაქტორს დრეკადი სისტემის გაანგარიშების დროს წარმოადგენს დრეკადი ელემენტების სიმტკიცე. სიმტკიცე განისაზღვრება დეფორმირებადი სხეულის მასალის დასაშვები ძაბვებით.

სიმტკიცის პირობიდან გამომდინარე დგინდება დრეკად სისტემაზე მაქსიმალური დასაშვები დატვირთვა. შემდგომ, სიხისტისა და სიმტკიცის პირობიდან გამომდინარე დგინდება მაქსიმალური დასაშვები დეფორმაცია. დრეკადი სისტემის გაანგარიშების დროს ასევე მხედველობაში უნდა იქნას მიღებული სტატიკური დეფორმაციები, გამოწვეული მასების საკუთარი წონით და დეფორმაციები, გამოწვეული რხევითი მასებისგან ცვალებადი ძალებით. ამავე დროს, თუკი ცვალებადი ძაბვები საკმაოდ მაღალია, იმის გათვალისწინებით, რომ რხევითი სისტემა ექსპლუატაციის პირობებში იქნება ხანგრძლივი ციკლური დატვირთვის რეჟიმში, საჭიროა სისტემა შემოწმდეს ხანგამძლეობაზე, ანუ სისტემა უნდა გაითვალოს დაღლილობის სიმტკიცეზე.

მნიშვნელობის მიხედვით თუ შევაფასებთ, დრეკად სისტემაში მესამე მნიშვნელოვან საანგარიშო პარამეტრს წარმოადგენს ამ სისტემის დისიპატიური თვისებები. დისიპაცია, ანუ ენერგიის გაბნევა ვიბრომანქანის რხევით რეჟიმში, ხდება დრეკადი ელემენტის ჩამაგრების კვანძებში კონსტრუქციული ჰისტერეზისით და დეფორმირებადი მასალის შიდამოლეკულური ჰისტერეზისით.

დრეკადი სისტემის დისიპაციის სიდიდე, როგორც ადრე აღვნიშნეთ, ხასიათდება დისიპაციის კოეფიციენტით. სისტემის გაანგარიშების გამარტივების მიზნით ეს კოეფიციენტი მიღებულია მოძრაობის სიჩქარის პროპორციული, ექვივალენ-ტური სიდიდის შემოტანის ხარჯზე. დრეკადი სისტემა, რომელიც უზრუნველყოფს რხევითი რეჟიმის გაძლიერებასა და სტაბილიზაციას, უნდა ხასიათდებოდეს შედარებით მცირე დისიპაციური თვისებებით. მით უმეტეს ეს შეეხება რეზო-ნანსულ რეჟიმზე აწყობილ ვიბრაციულ მანქანებს, რადგან ეს რეჟიმი განსაკუთრებით მგრძნობიარეა დემპფირების მიმართ.

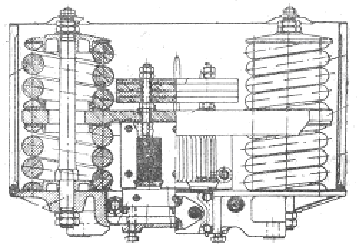
ცილინდრული ზამბარების გაანგარიშება

ცილინდრული ზამბარები მუდმივი ბიჯით საკმაოდ ფართოდ გამოიყენება ვიბრაციულ მანქანებში. ზამბარები არსებობს დახვეული და ამოჭრილი სახის.

დახვეული სახით ხრახნული ცილინდრული ზამბარე-ბიანი დრეკადი ელემენტები ვიბრაციული მანქანების ამძრა-ვებში გამოიყენება მიმდევრობით-პარალელური შეთანწყობით. ცილინდრული ხრახნული ზამბარები იხვევა წრიული, კვადრატული და სწორკუთხოვანი განივკვეთის მქონე ღეროს ან მავთულისაგან. ამძრავების დრეკად ელემენტებში ძირი-თადად გვხვდება ღეროს წრიული პროფილის მქონე ზამბარები. კვადრატული და სწორკუთხა პროფილის მქონე ზამბარები გამოიყენება იმ შემთხვევაში, როდესაც საჭირო ხდება დიდი სიხისტის მიღება. ზამბარების კონსტრუქცია და მათი დამაგრების სახე დამოკიდებულია დატვირთვის გვარობაზე. დატვირთვის გავრცელებულ სახეს წარმოადგენს ზამბარის გაჭიმვა-კუმშვა, როდესაც ზამბარა იღებს გრძივ ღერძულ დატვირთვას ორთავე ნიშნით. ზამბარის მასებთან დამაგრება კი ხდება წინასწარი შეკუმშვით ისე, რომ ვიბროამძრავის რხევის მაქსიმალური ამპლიტუდით მუშაობის დროს, არ მოხდეს საყრდენი ზედაპირების მასებისგან მოწყვეტა. დახვეული ცილინდრული ზამბარების უარყოფით მხარეს წარმოადგენს ის, რომ თავისუფალ მდგომარეობაში მათი სიმაღლეები და ასევე სიხისტეები საკმაოდ განსხვავებულია სხვადასხვა ზამბარებისთვის. გარდა ამისა, ასეთი ტიპის ზამბა-რების ნაკლოვან მხარეს შეადგენს ვიბროამძრავის მუშაობის დროს მათი გაზრდილი ხმაური, რაც გამოწვეულია ზამბარის ბოლო ხვიების ერთმანეთზე შეჯახებით, მათი დაბალი ღუნვითი სიხისტის გამო.

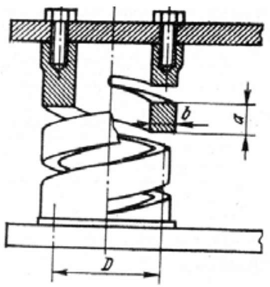
ზამბარებიანი დრეკადი ელემენტის მქონე ელექტრო-ვიბრაციული ამძრავი ნაჩვენებია ნახ. 23.1-ზე.

აღნიშნული ნაკლოვანებების აღმოსაფხვრელად დახვეული ცილინდრული გაჭიმვა-კუმშვის ზამბარების ნაცვლად ვიბრაციულ მანქანებში გამოიყენება ე.წ. ამოჭრილი კონსტრუქციის ზამბარები. ეს უკანასკნელნი წარმოადგენენ ღრუ ცილინდრებს რომელთა კედელში ამოჭრილია გამჭოლი ხრახნული



ნახ. 23.1

ღრეჩო, ხვიის სწორკუთხოვანი კვეთით. ასეთი კონსტრუქციის წყალობით ზამბარის ბოლო ხვიები წარმოადგენენ მთლიან მილტუჩებს და მათი დამაგრება მასებზე შესაძლებელია ჭანჭიკებით, მილტუჩაში გაკეთებულ ხრახნულ ნახვრეტებში



ნახ. 23.2.

ცილინდრული ზამბარების ძირითადი პარამეტრების საინჟინრო გაანგარიშებები ხდება ქვემოთ მოყვანილი ფორმულების საშუალებით. კერძოდ, ზამბარის ღეროს წრიული კვეთის შემთხვევაში c სიხისტე იანგარიშება შემდეგი ფორმულით:

$$c = \frac{Gd^4}{8D^3 i}, \qquad 23.1$$

სადაც G - ზამბარის მასალის ძვრის მოდულია, d - ხვიის კვეთის დიამეტრია, D - ზამბარის საშუალო დიამეტრია, i - მუშა ხვიების რიცხვია.

კვადრატული და სწორკუთხოვანი კვეთებისთვის იგივე სიხისტის საანგარიშოდ გამოიყენება შემდეგი გამოსახულებები:

$$c = \frac{Ga^4}{5.56D^3 i}; \qquad c = \frac{Gb^4}{6D^3 i}. \qquad 23.2$$

სადაც a და b შესაბამისად, ხვიის კვეთის სიგანე და სიმაღლეა $(a \rangle b)$.

ზამბარაზე მოქმედი ძალა სამივე კვეთისათვის იანგარიშება შემდეგი გამოსახულებებით:

$$P = \frac{\pi d^3[\tau]}{8D}; \qquad P = 0.42\frac{a^3[\tau]}{D}; \qquad P = \frac{b^3[\tau]}{D\zeta}, \qquad 23.3$$

სადაც τ - გრეხვის ძაბვაა, ζ - არის b/a – ზე დამოკიდებული კოეფიციენტი.

ზამბარის ღერძული გადაადგილება (რხევის ამპლიტუდა) შეიძლება გამოვთვალოთ შემდეგი გამოსახულებებით:

$$A = \frac{8FD^3 i}{Gd^4}; \qquad A = \frac{FD^3 i}{Ga^4}; \quad A = \frac{FD^3 i}{Gb^4}. \qquad 23.4$$

გრეხვის ნორმალური ძაბვა ზამბარაში სამივე შემთხვევისთვის იანგარიშება ფორმულებით:

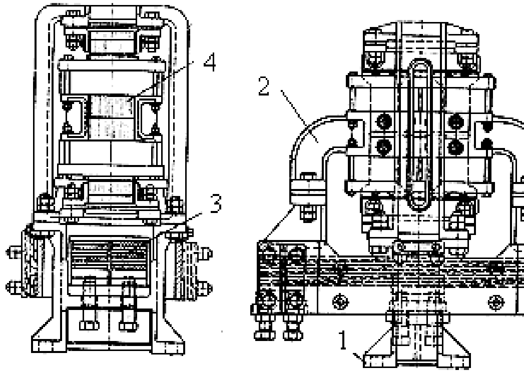
$$\tau = \frac{8HD}{\pi d^3} \cdot \frac{4D + 2d}{4D - 3D}; \qquad \tau = 2.4\frac{HD}{a^3} \cdot \frac{4D + 2d}{4D - 3D}; \qquad \tau = \xi \frac{HD}{a^3} \cdot \frac{4D + 2d}{4D - 3D}, \qquad 23.5$$

სადაც H – ზამბარის სიმაღლეა.

ბრტყელრესორული დრეკადი სისტემის გაანგარიშება

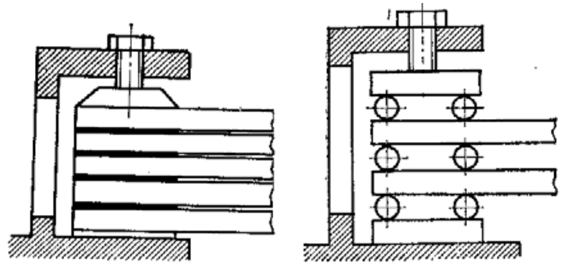
ვიბრაციული მანქანების დრეკად ელემენტებში ფართო გამოყენება ჰპოვა სწორკუთხა განივკვეთის მქონე ბრტყელრესორულმა დრეკადმა სისტემებმა. ეს ფაქტი განაპირობა იმან, რომ გარდა კონსტრუქციული სიმარტივისა, რესორის ღერძული დეფორმაციის დროს, მის განივკვეთში პრაქტიკულად არ მოქმედებს გამჭიმავი ძალები და შესაბამისად არ წარმოიქმნება არასიმეტრიული ძაბვები.

ბრტყელრესორებიანი დრეკადი ელემენტების მქონე ორმასიანი ვიბრაციული მანქანის კონსტრუქციული სქემა მოყვანილია ნახ. 23.3-ზე. სადაც 1 – აქტიური მასაა (მუშა ორგანო), 2- რეაქტიული მასაა, 3 – რესორების პაკეტია, 4 - ელექტრომაგნიტი.



ნახ. 23.3

ბრტყელრესორული სისტემა წარმოადგენს ფოლადის ცალკეული რესორების ნაკრებს, რომელიც ბოლოებით არის ჩამაგრებული, ჩამაგრების ბუდეებში. რესორები ერთმანეთისგან განცალკევებულნი არიან შუასაფენებით ან ცილინდრული გორგოლაჭებით. ჩამაგრების ორთავე სახე ნაჩვენებია ნახ. 22.4 ა) და ბ) –ზე.



ა) ბ)

ნახ. 23.4

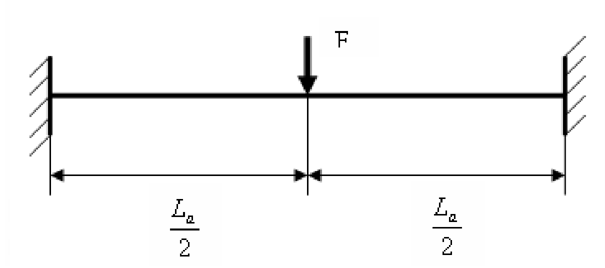
პირველ შემთხვევაში საფენები გამორიცხავენ რესორების ერთმანეთთან ხახუნს, შესაბამისად, მათი მუშაობის

პროცესში უკეთესი პირობებია რესორების გაგრილების თვალსაზრისით. მაგრამ რესორსა და საფენს შორის ხახუნის გამო არსებობს ენერგიის საკმაოდ დიდი დანაკარგები. მეორე შემთხვევა გაცილებით უკეთეს პირობებს ქმნის რესორების მუშაობისთვის, რადგან რესორების განცალკევებასთან ერთად ჩამაგრების ადგილებში ხახუნზე ენერგიის დანაკარგები გაცილებით მცირეა. სრიალის ხახუნი ამ შემთხვევაში იცვლება გორვის ხახუნით. ხახუნზე დანაკარგების შემცირებას განსაკუთრებით მნიშვნელობა აქვს რეზონანსულ რეჟიმში მომუშავე ვიბრაციული მანქანებისთვის. გარდა ამისა რესორების ასეთი პაკეტი ზრდის კონსტრუქციის საიმედობას და საშუალებას იძლევა გაიზარდოს რესორის სისქე და შემცირდეს მათი რიცხვი.

შუასაფენებიანი რესორული დრეკადი სისტემის პარამეტრების გაანგარიშება დაიყვანება ხისტად ჩამაგრებული ერთმალიანი ძელის გაანგარიშებაზე. სქემატიურად იგი ნაჩვენებია ნახ. 23.5 – ზე. ასეთი ძელის განხილვის დროს, მის შუა ნაწილში ჩაღუნვა, სადაც მოდებულია შეყურსული გარეშე მოქმედი ძალა, იანგარიშება შემდეგი ფორმულით:

$$A = \frac{F\left(L_a\lambda\right)^3}{192EI}, \qquad 23.6$$

სადაც F - არის გარეშე მოქმედი აღმგზნები ძალა, L_a - არის რესორული პაკეტის თავისუფალი სიგრძე, λ - არის ჩამაგრების კოეფიციენტი და მიიღება 1,2 – 1,05 ზღვრებში, E - დრეკადობის მოდულია, I - რესორის განივკვეთის ინერციის მომენტია.



ნახ. 23. 5

განხილული შემთხვევისთვის რესორული პაკეტის სიხისტე გამოითვლება შემდეგი გამოსახულებით:

$$c = \frac{F}{A} = \frac{192EI}{\left(L_a\lambda\right)^3}. \qquad 23.7$$

თუ ჩავსვამთ I -ს მნიშვნელობას, სადაც

$$I = \frac{ba^3n}{12}, \qquad 23.8$$

სადაც b- რესორის სიგანეა, a- რესორის სისქეა, n- რესორების რაოდენობაა პაკეტში, მივიღებთ:

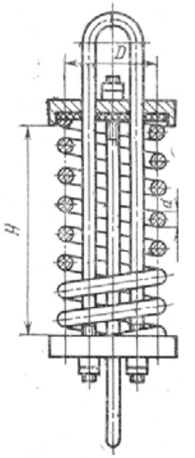
$$c = \frac{16Eba^3n}{\left(L_a\lambda\right)^3}. \qquad 23.9$$

რესორების პაკეტში ძაბვების გამოსათვლელად გამოიყენება შემდეგი გამოსახულება:

$$\sigma = \frac{12AaE}{\left(L_a\lambda\right)^3}. \qquad 23.10$$

ვიბრომანქანის დაკიდების ამორტიზატორების გაანგარიშება

დრეკადი ამორტიზატორების გამოყენება ვიბრაციულ მანქანებში წარმოადგენს იზოლირების უფრო გავრცელებულ სახეს. ზოგადად ამორტიზატორები გამოიყენება იმისათვის, რომ მინიმუმამდე იქნას დაყვანილი მავნე ვიბრაციების გადაცემა მზიდ კონსტრუქციებზე და შესაბამისად გარემოზე. ვიბრაციულ მანქანებში დრეკადი ამორტიზეტორები გვხვდება როგორც დაკიდების კვანძებში ასევე მათ საყრდენ კონსტრუქციებში. ამჟამად არსებობს დრეკადი ამორტიზატორების კონსტრუქციების საკმაოდ მრავალსახეობა, რომლებიც იცავს ნაგებობებს და ფუნდამენტებს დინამიური დატვირთვებისაგან. კონსტრუქციული თვალსაზრისით ყველაზე მარტივ სახეს წარმოადგენს ამორტიზატორები, რომლებშიც გამოიყენება ცილინდრული ზამბარები. (ნახ. 23.6).



ნახ. 23.6

ცილინდრული ზამბარებიანი ამორტიზატორების პარამეტრების დასადგენად გამოიყენება გაანგარიშების მიახლოებითი მეთოდები, რომლებშიც ძირითადად აქცენტი გაკეთებულია სტატიკურ დატვირთვაზე. ამავე დროს მათში ნაწილობრივ გათვალისწინებულია დინამიკური დატვირთვებიც. როგორც პრაქტიკა უჩვენებს გაანგარიშების ასეთი მეთოდები საკმაო სიზუსტით ასახავს ამორტიზატორების მუშაობის პირობებს და საიმედოა ექსპლუატაციაში.

ვიხილავთ ვიბრაციულ მანქანას, რომელიც დაკიდებულია ოთხ დრეკად ამორტიზატორზე და დატვირთულია სატრანსპორტო მასალით, ნახ. 23.7.

დატვირთვის რეაქციები ზამბარებში შეიძლება ვიანგარიშოთ შემდეგი გამოსახულებებით:

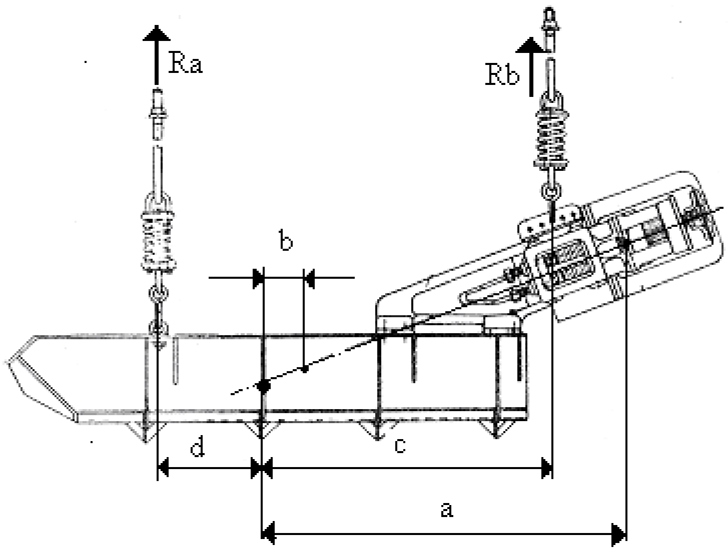
$$R_A = \frac{m_W c + m_M(c-b) - m_F(a-c)}{2(c+d)};$$

23.11

$$R_B = \frac{m_F(a+d) + m_M(b+d) + m_W d}{2(c+d)},$$

სადაც m_M - მუშა ორგანოზე არსებული მასალის მასაა, m_W - მუშა ორგანოს მასაა, m_F - ვიბროამძრავის მასაა. a, b, c, d – გეომეტრული ზომებია, რომლებიც ჩანს ნახაზიდან.

ოთხივე ამორტიზატორის ჯამური სიხისტე იანგარიშება ფორმულით:



ნახ. 23.7

$$C_4 = m\omega_0^2, \qquad 23.12$$

სადაც მანქანის მთლიანი მასა $m = m_M + m_W + m_F$, ხოლო $\omega_0 = 2\pi f_0$, f_0- ზამბარის საკუთარი სიხშირეა. აქვე უნდა ავღნიშნოთ, რომ ზამბარის საკუთარი წრიული სიხშირე ω_0 ნაკლები უნდა იყოს ვიბრომანქანის ძირითად მუშა ω სიხშირეზე. თანაფარდობის მიღებული სიდიდეა $\frac{\omega}{\omega_0} \rangle 4.$

ერთი ზამბარის სიხისტე შესაბამისად უდრის:

$$C_1 = \frac{C_4}{n}, \qquad 23.13$$

სადაც n - ამორტიზატორების რაოდენობაა.

თუ შევარჩევთ ზამბარის პარამეტრებს, კერძოდ ხვიის d დიამეტრს და ზამბარის საშუალო D დიამეტრს, ასევე მუშა ხვიების რაოდენობა i – ს, მაშინ ასეთი ზამბარის სიხისტე გამოითვლება ფორმულით:

$$C_1 = \frac{Gd^4}{8D^3 i}. \qquad 23.14$$

ზამბარის მოქმედი ძალისგან დეფორმაცია იანგარიშება შემდეგი თანაფარდობით:

$$\rho = \frac{R_A}{C_1}. \qquad 23.15$$

ძაბვა ზამბარაში შეიძლება ვიანგარიშოთ გამოსახულებით:

$$\tau = \frac{8D\rho C_1}{\pi d^3}. \qquad 23.16$$

უკანასკნელი ფორმულით ნაანგარიშევი სიდიდე ნაკლები უნდა იყოს ზამბარის მასალისთვის მიღებულ ძაბვის დასაშვებ სიდიდეზე.

ვიბრაციული მანქანის მუშა ორგანოს მასის ცენტრის განსაზღვრა

ვიბრაციული სატრანსპორტო-ტექნოლოგიური მანქანების დაპროექტების დროს აუცილებელი ხდება ჩატარებული იქნას გაანგარიშებები მუშა ორგანოს სიმძიმის ცენტრის მოსაძებნად. სიმძიმის ცენტრის პოვნა უკავშირდება მისი კოორდინატების განსაზღვრას.

ნახ. 23.7 გამოსახული ვიბრაციული მანქანის მუშა ორგანოს სიმძიმის ცენტრის კოორდინატები შეიძლება განვსაზღვროთ შემდეგი ფორმულით:

$$X = \frac{\sum m_j x_j}{m}; \qquad Y = \frac{\sum m_j y_j}{m}, \qquad 23.17$$

სადაც m_j - მუშა ორგანოს ცალკეული ელემენტების მასებია, x_j და y_j მათი სიმძიმის ცენტრების კოორდინატები. m - მუშა ორგანოს მთლიანი მასაა.

მუშა ორგანოს მასის ცენტრის მოძებნის აუცილებლობა განპირობებულია იმ გარემოებით, რომ ვიბრაციის მიმართულება უნდა გადიოდეს აღნიშნულ ცენტრში. წინააღმდეგ შემთხვევაში წარმოიქმნება ძალის მომენტი ამ ცენტრის მიმართ რაც იწვევს ე.წ. გალაპირებას, ანუ წარმოქმნის პარაზიტულ რხევებს, რომლებიც უარყოფით გავლენას ახდენს მანქანის ძირითად მუშა რხევებზე.

ვიბრაციული მანქანის გაანგარიშების მაგალითი

განვიხილოთ ვიბრაციული მანქანის გაანგარიშების რიცხობრივი მაგალითი. ტიპიურ მაგალითად ავიღოთ ვიბრაციულ ტექნიკაში საკმაოდ გავრცელებული და მრეწველობის მრავალ დრგში გამოყენებული ე.წ. ვიბრაციული მკვებავი. განსახილველ შემთხვევაში ვიბრაციული მკვებავი წარმოადგენს ორმასიან რხევით სისტემას, რომლის მასები დაკავშირებულია ერთმანეთთან რესორების შემცველი დრეკადი ელემენტით. მანქანა დაკიდებულია ზამბარებიან ოთხ ამორტიზატორზე. მუშაობის რეჟიმი მკვებავისთვის ავიღოთ რეზონანსთან ახლოს, რეზონანსის შემდგომი აწყობით.

უპირველეს ყოვლისა უნდა წინასწარ ვიცოდეთ თუ როგორი მწარმოებლობის გვინდა იყოს ვიბრაციული მკვებავი სატრანსპორტო მასალის გვარობიდან გამომდინარე. შატრანსპორტო მასალად შევარჩიოთ ქვიშა, რომლის მოცულობითი წონა γ = 150 ნ/მ^3. 22.2 ფორმულაში მწარმოებლობის განსაზღვრისათვის საჭიროა ვიცოდეთ ტრანსპორტირების სიჩქარე, რომელიც თავის მხრივ გამოითვლება 22.1 ფორმულით:

$$V = 4Af\cos\alpha.$$

სიჩქარის ფორმულაში შესარჩევი სიდიდეებია: მუშა ორგანოს რხევის ამპლიტუდა A. მივიღოთ იგი A = $5{\cdot}10^{-3}$ მ სიდიდის ტოლი, მუშა

ორგანოს რხევის სიხშირე f, რომელიც შეიძლება შევარჩიოთ ნებისმიერი სიდიდის, გამომდინარე ტექნოლოგიური პროცესიდან. გამარტივების მიზნით მკვებავისთვის ავიღოთ

ელექტრომაგნიტური ვიბროამძრავი, რომელიც იკვებება ელექტრო ქსელიდან და შესაბამისად მისი რხევის სიხშირე იქნება $f = 50$ ჰერცი. ვიბრაციის მიმართულება, ანუ ვიბროამძრავის დახრა ჰორიზონტალური მუშა ორგანოს მიმართ ავიღოთ 20^0- იანი კუთხით, ანუ $\alpha = 20^0$. ამ მონაცემების ჩასმით სიჩქარის ფორმულაში მივიღებთ:

$$V = 4 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 50 \cdot \cos 20^0 = 0.94 \text{ მ/წმ.}$$

მასალის ტრანსპორტირების სიჩქარის განსაზღვრის შემდეგ შეგვიძლია ვიანგარიშოთ ვიბრაციული მანქანის მწარმოებლობა 22.2 ფორმულით, თუ ცნობილია სატრანსპორტო ზედაპირზე გადასაადგილებელი მასალის შრის განივკვეთის ფართობი. შეგვიძლია მოვიქცეთ პირიქით, ანუ, როგორც ზემოთ ავღნიშნეთ, წინასწარ დავგეგმოთ მწარმოებლობა და ვიპოვოთ მასალის განივკვეთის ფართობი. თუ მივიღებთ Q = 1000 ნ/სთ, მაშინ 22..2 ფორმულიდან

$$S = \frac{Q}{36\gamma V} = \frac{1000}{36 \cdot 150 \cdot 0.376} = 0.2 \text{ მ}^2.$$

მუშა ორგანოზე გადასაადგილებელი მასალის განივკვეთის ფართობის განსაზღვრის შემდეგ 22.3 ფორმულიდან შეგვიძლია ვიპოვოთ მუშა ორგანოს ერთერთი გაბარიტული ზომა თუ დავუშვებთ მეორეს. ღარის ფორმის მუშა ორგანოს შემთხვევაში დავუშვათ, რომ მისი სიმაღლეა H = 0.25 მ, ხოლო მუშა ორგანოს შევსების კოეფიციენტი ავიღოთ K = 0.8, მაშინ მივიღებთ, რომ ღარის სიგანე იქნება B = 1 მ.

მასალის ტრანსპორტირებისათვის საჭირო სიმძლავრის გამოსათვლელად უნდა ვიცოდეთ მასალის მოცულობითი წონა, რომელიც ერთდროულად იმყოფება მუშა ორგანოს ზედაპირზე. იგი გამოითვლება 22.4 ფორმულით. თუ შევარჩევთ მუშა ორგანოს სიგრძეს L = 1.0 მ, მაშინ მასალის წონა იქნება:

$$m_M = H \cdot B \cdot L \cdot \gamma = 0.25 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 150 = 37.5 \text{ ნ.}$$

გარდა ამისა, როგორც ძირითად ტექსტში გვქონდა აღნიშნული, ვიბრაციული მანქანის გაანგარიშების დროს მისი რეალური მუშა რეჟიმის დასადგენად საჭირო ხდება გათვალისწინებული იქნას მუშა ორგანოზე ე.წ. მიერთებული მასა. ეს არის სატრანსპორტო მასალის ის ნაწილი, რომელიც ემატება მანქანის აქტიურ მასას. იგი იანგარიშება 21.3 ფორმულით. თუ შევარჩევთ მიერთების კოეფიციენტს $\xi = 0.2$, რაც შერჩეული მასალისათვის პრაქტიკული გამოცდილებიდან აიღება, მივიღებთ

$$m_b = \xi \cdot m_M = 0.2 \cdot 37.5 = 7.5 \text{ ნ.}$$

შესაბამისად, ვიბროამძრავის მასალის გადასაადგილებლად საჭირო სიმძლავრე 22.5 ფორმულის თანახმად იქნება

$$W = 4 \cdot 37.5 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 3.14 \cdot 50 \cdot 0.34 = 80 \text{ ვატი.}$$

რადგან შერჩეული გვაქვს ვიბრომკვებავის მუშაობის რეზონანსული რეჟიმი, მასში აღძრული ინერციის ძალები და დრეკადი აღმდგენი ძალები ერთმანეთს აწონასწორებს და შესაბამისად მიღებული სიმძლავრე სხვა დანახარჯების გაუთვალისწინებლად იხარჯება მასალის ტრანსპორტირებაზე

მთლიანად მკვებავის მუშა რეჟიმისთვის საჭირო სიმძლავრე გადასაადგილებელი მასალის შინაგანი წინააღმდეგობის ძალების გაუთვალისწინებლად ტოლი იქნება:

$$W = 4 \cdot 107.5 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 3.14 \cdot 50 \cdot 0.34 = 230 \text{ ვატი.}$$

ცხადია, თუ გავითვალისწინებთ სხვა წინააღმდეგობის ძალებს, როგორიცაა მასალის გადაადგილების დროს შინაგანი ხახუნი, ხახუნი საკონტაქტო ზედაპირებში, ჰაერის წინააღმდეგობა და სხვა, ვიბროამძრავის საჭირო სიმძლავრე იქნება მეტი.

როგორც აღნიშნული გვქონდა ორმასიანი რხევითი სისტემების რეზონანსზე აწყობის დროს შესაძლებელია მასები იყოს შემდეგი თანაფარდობით:

$$m_a = m_r; \qquad m_a \rangle\, m_r; \qquad m_a \langle\, m_r.$$

21.4 ფორმულის თანახმად პირველ შემთხვევაში მასებს ექნებათ ერთნაირი რხევების ამპლიტუდები, მეორე შემთხვევაში აქტიურ მასას ექნება ნაკლები რხევის ამპლიტუდა, ვიდრე აქტიურს და მესამე შემთხვევაში, პირიქით, აქტიურ მასას ექნება მეტი ამპლიტუდა ვიდრე რეაქტიულს. სამივე თანაფარდობა პრაქტიკულად გამოყენებადია და უკავშირდება მწარმოებლობას. დიდი მწარმოებლობისათვის რეკომენდებულია მესამე თანაფარდობა, ხოლო მცირე მწარმოებლობისათვის – მეორე.

შევარჩიოთ მასები მეორე თანაფარდობიდან და ავიღოთ ისინი m_a = 30 კგ, m_r = 40 კგ. რადგან მუშა ორგანოს ამპლიტუდა უკვე შერჩეული გვაქვს, ანუ $A_a = 5 \cdot 10^{-3}$ მ, 21.4 ფორმულიდან ვიანგარიშებთ რეაქტიული მასის ამპლიტუდას

$$A_a = \frac{m_a A_a}{m_r} = \frac{30 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{40} = 3.75 \cdot 10^{-3} \text{ მ.}$$

საჰაერო ღრეჩო, რომელიც საჭიროა მასების რხევების ამპლიტუდების ამოსავსებად იანგარიშება 20.5 გამოსახულებით. შესაბამისად

$$b \approx A_a + A_r = 5 \cdot 10^{-3} + 3.75 \cdot 10^{-3} = 8.75 \cdot 10^{-3} \,\langle b,$$

ანუ საჰაერო ღრეჩო მივიღოთ $b = 10 \cdot 10^{-3}$ მ-ს ტოლი.

რეზონანსულ რეჟიმში, როდესაც $\omega = \omega_0$, 23.1 ფორმულის თანახმად, დრეკადი სისტემის სიხისტე ტოლი იქნება:

$$c = (2\pi f)^2 \frac{m_a m_b}{m_a + m_b} = (2 \cdot 3.14 \cdot 50)^2 \frac{30 \cdot 40}{30 + 40} = 1690217 \text{ ნ/მ.}$$

ჩვენ გვინდა, რომ ვიბრაციული მკვებავის მუშაობის რეჟიმი იყოს რეზონანსის შემდგომი, ანუ $\frac{\omega}{\omega_0} \rangle\, 1$. ავიღოთ ეს თანაფარდობა იყოს 1.2-ს ტოლი. სიდანაც $\omega_0 = \frac{\omega}{1.2}$. შესაბამისად დრეკადი სისტემის სიხისტე ტოლი იქნება:

$$c = \left(2 \cdot 3.14 \cdot \frac{50}{1.2}\right)^2 \frac{30 \cdot 40}{30 + 40} = 1173463 \text{ ნ/მ.}$$

იმისათვის, რომ საბოლოოდ დავაზუსტოთ სიხისტის მნიშვნელობა საჭიროა გავითვალისწინოთ მიერთებული მასა, ანუ დავუმატოთ იგი აქტიურ მასას. რადგან მიერთებული მასა

m_b = 7.5 ნ, ჯამური მასა 21.2 ფორმულის თანახმად $m_{ab} = m_a + m_b = 30 + 7.5 = 37.5$ ნ, შესაბამისად:

$$c = \left(2 \cdot 3.14 \cdot \frac{50}{1.2}\right)^2 \frac{37.5 \cdot 40}{37.5 + 40} = 1325215 \text{ ნ/მ.}$$

შევირჩიოთ ბრტყელი რესორის სტანდარტული ზომები: სიგანე b=0.06 მ, სისქე a=$8 \cdot 10^{-3}$ მ და თავისუფალი სიგრძე L_a=1.0 მ. ჩამაგრების კოეფიციენტი λ ავიღოთ 1.1 – ის ტოლი, ანუ λ = 1.1. დრეკადობის მოდული ფოლადისათვის შეადგენს E =$2.1 \cdot 10^{11}$ ნ/მ^2. აღნიშნული სიდიდეების ჩასმით 23.9 გამოსახულებაში ვიანგარიშებთ რესორების რაოდენობას:

$$n = \frac{c(L_a\lambda)^3}{16Ea^3b} = \frac{1325215 \cdot (1.0 \cdot 1.1)^3}{16 \cdot 2.1 \cdot 10^{11} \cdot 8^{3\cdot} \cdot 10^{-9} \cdot 0.06} = 17.1,$$

მივიღოთ რესორების რაოდენობა იყოს n = 17.

23.10 გამოსახულების თანახმად რესორებში ძაბვები ტოლი იქნება:

$$\sigma = \frac{12AaE}{(L_a\lambda)^3} = \frac{12 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^{-3} \cdot 2.1 \cdot 10^{11}}{(1.0 \cdot 1.1)^3} \approx 76 \cdot 10^6$$

ნ/მ^2.,

რაც ნაკლებია ფოლადისთვის დასაშვებ ძაბვაზე, $[\sigma]$ = $10 \cdot 10^8$ ნ/მ^2.

ვიბროამძრავის წევის ძალის საანგარიშოდ გამოვიყენოთ 3.10 განტოლება, საიდანაც:

$$F = cA\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) = 1325215 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot \left(1 - \frac{1}{1.2}\right) = 1104 \text{ ნ.}$$

დრეკად ამორტიზატორებად შევარჩიოთ ზამბარებიანი ამორტიზატორები, მათი რაოდენობა კი ავიღოთ 4. ზამბარების საკუთარი სიხშირე უნდა გაცილებით ნაკლები იყოს ძირითად მუშა სიხშირეზე. ავიღოთ f_0 = 4 ჰც, ანუ ω_0 = $2\pi f_0$ = 25.12 რად/წმ. გარდა ამისა საანგარიშოდ საჭიროა ვიცოდეთ მანქანის მთლიანი მასა

$$m = m_M + m_W + m_F = 37.5 + 30 + 40 = 107.5 \text{ ნ.}$$

ამ მონაცემებით 23.12 ფორმულიდან ზამბარების ჯამური სიხისტე უდრის:

$$C_4 = m\omega_0^2 = 107.5 \cdot 25.12^2 = 67834 \text{ ნ/მ.}$$

ერთი ზამბარის სიხისტე კი უდრის:

$$C_1 = \frac{C_4}{n} = \frac{67834}{4} = 16958 \text{ ნ/მ.}$$

შევარჩიოთ ზამბარის პარამეტრები. ხვიის დიამეტრი d = $1 \cdot 10^{-3}$ მ, ზამბარის საშუალო დიამეტრი D = $1 \cdot 10^{-2}$ მ, მაშინ 21.14 ტოლობიდან ვიპოვით მუშა ხვიების რაოდენობას, ანუ:

$$i = \frac{Gd^4}{8C_1D^3} = \frac{8.5 \cdot 10^{11} \cdot 1 \cdot 10^{-12}}{8 \cdot 16958 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} = 6.3,$$

მივიღოთ i = 6.

ზამბარის დეფორმაციის განსასაზღვრავად ჯერ ვიპოვოთ რეაქცია 23.11 ფორმულიდან. მასში შემავალი მასები უკვე ცნობილია. გეომეტრიული ზომები კი მიიღება მთლიანად

მუშა ორგანოსა და ვიბროამძრავის ზომების დადგენის შემდეგ. ჩვენს შემთხვევაში ავირჩიოთ ისინი შემდეგი მნიშვნელობებით: a = 0.4 მ, b = 0.1 მ, c = 0.3 მ, d = 0.2 მ. რიცხვითი სიდიდეების ჩასმით 23.11 ფორმულაში მივიღებთ:

$$R_A = \frac{m_W c + m_M(c-b) - m_F(a-c)}{2(c+d)} = \frac{30 \cdot 0.3 + 37.5(0.3-0.1) - 40(0.4-0.3)}{2(0.3+0.2)} = 12\text{ნ.}$$

$$R_B = \frac{m_F(a+d) + m_M(b+d) + m_W d}{2(c+d)} = \frac{40(0.4+0.2) + 37.5(0.1+0.2) + 30 \cdot 0.2}{2(0.3+0.2)} = 41\text{ნ}$$

ზამბარის დეფორმაცია ρ უდრის:

$$\rho_1 = \frac{R_A}{C_1} = \frac{12}{16958} = 7 \cdot 10^{-4}\text{მ.} \quad \rho_2 = \frac{R_B}{C_1} = \frac{41}{16958} = 2.4 \cdot 10^{-3}\text{მ.}$$

ძაბვა ზამბარაში ტოლი იქნება:

$$\tau_1 = \frac{8D\rho_1 C_1}{\pi d^3} = \frac{8 \cdot 1 \cdot 10^{-2} \cdot 7 \cdot 10^{-4} \cdot 16958}{3.14 \cdot \left(1 \cdot 10^{-3}\right)^3} = 3 \cdot 10^8 \text{ ნ/მ}^2 \ \langle \ [\tau].$$

$$\tau_2 = \frac{8D\rho_2 C_1}{\pi d^3} = \frac{8 \cdot 1 \cdot 10^{-2} \cdot 2.4 \cdot 10^{-3} \cdot 16958}{3.14 \cdot \left(1 \cdot 10^{-3}\right)^3} = 10 \cdot 10^8 \text{ ნ/მ}^2 \ \langle \ [\tau].$$

გამოყენებული ლიტერატურა

1. ჰ. წულაია. რხევების გამოყენებითი თეორია. “ტექნიკური უნივერსიტეტი”. თბილისი, 2003. 96 გვ.
2. С.П. Тимощенко. Колебания в инженерном деле. Наука. Москва. 1967. 442 стр.
3. Вибрации в технике. Т.4. М. Машиностроение. 1981. 510 стр.
4. И.Ф. Гончаревич, П.А. Сергеев. Вибрационные машины в строительстве. Машгиз. Москва. 1984. 312 стр.

ს ა რ ჩ ე ვ ი