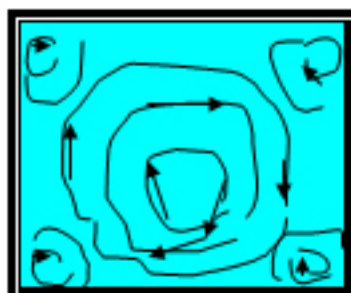


Н. Е. ТАВАРТКИЛАДЗЕ Г. Н. ТАВАРТКИЛАДЗЕ

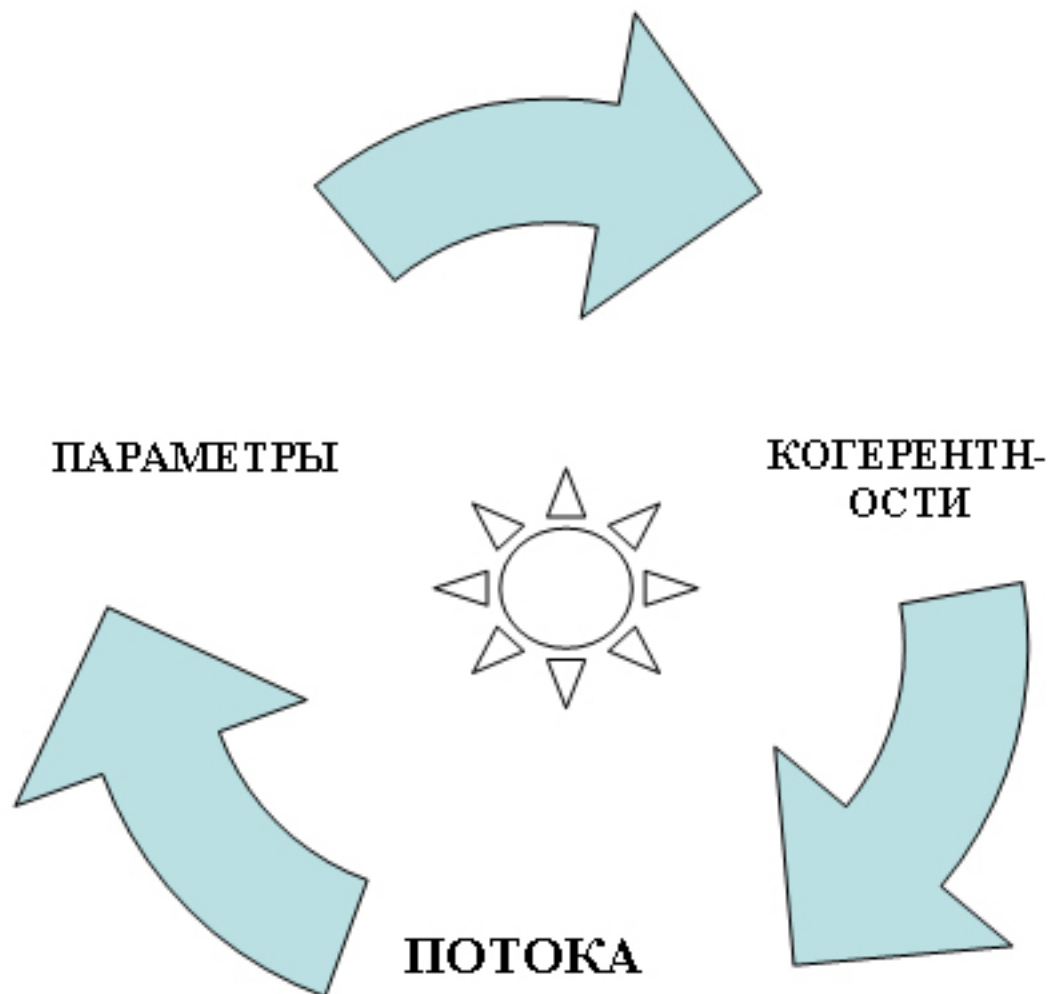
|

ПАРАМЕТРЫ КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА



ТБИЛИСИ
2010

Н.Е. ТАВАРТКИЛАДЗЕ Г.Н. ТАВАРТКИЛАДЗЕ



ТОМ I

ТБИЛИСИ
2010

Б Б К 30.123

Т 55

У Д К 532 (075.8)

Таварткиладзе Н. Е. Таварткиладзе Г. Н., **Параметры когерентности потока**, г. Тбилиси, 2010г.

Впервые авторами с помощью гидродинамической аналогии в инженерной гидравлике были приняты параметры когерентности потока, что дает возможность решить целый ряд проблем в инженерной гидравлике.

Настоящая книга предназначена для научных и инженерно-технических работников, специализирующихся в области инженерной гидравлики, гидроэнергетики, гидромелиорации.

Редактор Ангули Ткевучава

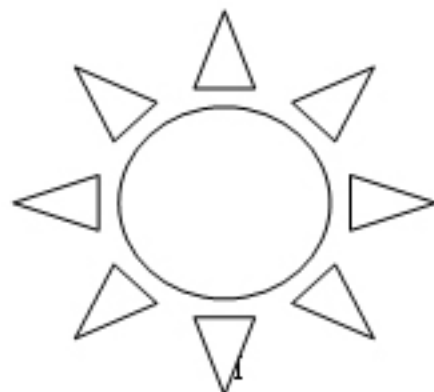
Авторы выражают искреннюю благодарность, Ладо Татаришвили, который оказал большую помощь в издании этой книги.

Р..... © Издательство „.....” 2010

GROSS ENERGY LTD

Н. Е. ТАВАРТКИЛАДЗЕ Г. Н. ТАВАРТКИЛАДЗЕ

**ПАРАМЕТРЫ КОГЕРЕНТНОСТИ
ПОТОКА**



ТБИЛИСИ

2010

Светлой памяти
Професору Николаю Семеновичу Моцонелидзе
Посвящаем эту книгу

От авторов

Когерентное течение потока, как одна из важнейших проблем вязких течений, имеет большое значение не только для науки, но и для практических приложений. В книге собрана наиболее интересные результаты исследований основных физических процессов, методов расчета и экспериментов опубликованных до настоящего времени. Несмотря на некоторый недостаток материалов, использованных для практических приложений, монография будет полезно инженерам в качестве справочника.

Тбилиси

Н.Е. Таварткиладзе
Г.Н. Таварткиладзе

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящая книга предназначена для научных и инженерно-технических работников, специализирующихся в области инженерной гидравлики, гидроэнергетики, гидромелиорации, а также может быть использована аспирантами и магистрами соответствующих специальностей для углубленной проработки курса инженерной гидравлики.

Впервые авторами в гидравлике был принят радиус инерции при кручении, вместо гидравлического радиуса, который учитывает вторичные течения, возникшие в некруглых трубопроводах и в открытых каналах (при внутреннем движении жидкости).

Новый параметр когерентности потока дал возможность обобщить число Рейнольдса, Фруда и т. д.

В технических устройствах параметры потока (скорость, давление, температура, плотность) зависят от координат, т. е. поток является неоднородным.

Для того чтобы воспользоваться теорией одномерного течения в практических задачах, необходимо прибегать к осреднению потоков по сечению. При экспериментальном исследовании течений в гидротехнических сооружениях, в машинах и других технических устройствах необходимо по результатам измерений вычислить некоторые суммарные характеристики: потока, массы, расхода, количества движения, энергии и др. Для этого необходимо правильно производить осреднение. Осреднение потока приходится также применять в теоретических методах расчета, например, при использовании способов численного моделирования течения.

Это краткое перечисление показывает, что задача правильного осреднения потока является важной и достаточно общей.

Известно, что осреднение представляет замену неоднородного потока некоторым однородным, при условии

сохранения наиболее существенных для рассматриваемой проблемы свойства течения. Следует, конечно, помнить, что при любом осреднении не могут быть сохранены все свойства потока, так как при осреднении часть информации о потоке неизбежно теряется. Так, например когерентность потока.

Впервые авторами в гидравлике были приняты параметры когерентности потока: Момент инерции при кручении-для определения расхода потока, радиус инерции при кручении- для определения средней скорости потока и момент инерции при кручении- для определения максимального касательного напряжения.

В заключении хотелось бы подчеркнуть, что оригинальные решения сложных проблем, изложенных в книге, побуждает читателя мыслить творчески, нестандартно.

АКАДЕМИК

О. Г. НАТИШВИЛИ

ВВЕДЕНИЕ

Современный этап развития инженерной гидравлики, так же как и вообще механики сплошной среды, характеризуется значительно возросшей связью с физикой.

В инженерной гидравлике процесс выхода за традиционные рамки порождается еще и специфическими особенностями этой науки. В инженерной гидравлике существуют три основные проблемы: 1) волновые движения жидкости, занимающие неограниченное полупространство (морские волны), 2) обтекание тел жидкостью, представляющее собой внешнюю задачу, 3) движение жидкости в твердых границах, являющиеся внутренней задачей.

Первые две проблемы решаются по обычной для математической физики схеме дедукции от минимального числа положений общего характера, имеющих значение физических законов.

Третья проблема, как правило, такой схеме изучения не поддается. А так как инженерная практика требует ее решения, приходится идти по пути эмпирики. Ее уравнения нелинейны, и потому прямое их исследование и решение возможно лишь в сравнительно редких случаях. Благодаря этому развитие современной инженерной гидравлики касаясь внутренних движений жидкости возможно лишь в непрерывной связи с экспериментом. Это обстоятельство сильно сближает ее с другими областями физики. Так, например: с теорией упругости.

Предлагаемая книга посвящена определению: расхода, средней скорости, максимального касательного напряжения и т. д., для внутренних движений жидкости.

Выше указанные проблемы авторами решены с помощью гидродинамической аналогии.

Ныне все крупнейшие достижения человеческого разума обусловлены обменом научной информации, переносом результатов теоретически экспериментальных исследований из одной области науки в другую.

Аналогии между вопросами теории упругости и гидродинамики совершенно разных областей, приводящих к одинаковым дифференциальным уравнениям можно привести множество.

Пользуясь этими аналогиями и разными теориями авторов, авторам удалось использовать в инженерной гидравлике существующие параметры в теории упругости (момент инерции при кручении, радиус инерции при кручении, момент сопротивлений при кручении). Которые учитывают при внутреннем движении жидкости вторичные течения.

Авторами выше указанные параметры названы параметрами когерентности потока.

Используя параметры когерентности потока и теорию размерности, были получены обобщенные формулы:

- 1) истечение жидкости из отверстий и насадков,
- 2) водосливы с тонкой стенкой и практического профиля,
- 3) трубопроводы и каналы т. д.

Был получен критерий для определения гидравлически наиболее выгодных поперечных сечений для внутреннего движения жидкости.

Используя параметр когерентности потока-радиус инерции при кручении были получены формулы для определения длины совершенного гидравлического прыжка, начала аэрации на водосливах и быстротоках, начало распада струи в воздухе и т. д.

Также для определения нижнего критического числа Рейнольдса был использован параметр когерентности потока-радиус инерции при кручении, который для сложного сечения водоводов при напорном движении равен 800,

а в открытых каналах 200.

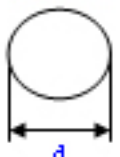
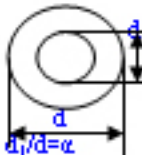


Модернизация чисел Рейнольдса, Фруда, Вебера, Бонда и т.д. дала возможность точно определить начало автомодельности при внутреннем движении жидкости, который дает возможность точно определить масштаб физической модели.

В последние два десятилетия произошли существенные изменения в понимании природы турбулентности в слоях смещения, струях, следах и в пристеночных течениях. Эти изменения обусловлены обнаружением в указанных течениях так называемых КОГЕРЕНТНЫХ СТРУКТУР-крупномасштабных периодических вихревых образований, развивающихся на фоне мелко-масштабной турбулентности и определяющих существенную часть рейнольдсовых напряжений. Указанные структуры имеют размеры, соизмеримые с поперечным размером живого сечения потока т.е. радиусом инерции при кручении и характеризуются достаточно большим временем существования.

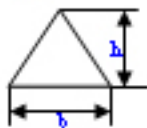
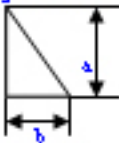
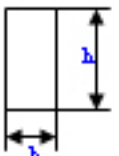
Интерес к изучению когерентных структур обусловлен их важной ролью в процессах турбулентного перемешивания, при внутреннем движении жидкости. Их исследование позволило выявить ряд фундаментальных свойств турбулентных сдвиговых течений и дать истолкование ряда эффектов. В настоящей книге рассмотрены когерентные структуры только для внутренних движений жидкости.

Разъясненные слова когерентности см. ПРИЛОЖЕНИЕ 6

ПАРАМЕТРИ ВОГРЕННОСТИ ДЛЯ ЖИВОГО СЕЧЕНИЯ ПОТОКА ТАБЛИЦА 1.1

Форма поперечного сечения	Момент инерции Прям кручение $I_x, \text{см}^4$	Радиус инерции прям кручение $i_x, \text{см}$	Момент инерции скручивание прям кручение $W_x, \text{см}^3$
1	2	3	4
<p>Круглое</p> 	$I_x = I_y = \pi d^4 / 32$	$i_x = i_y = 0,35d$ $i_x = i_y = 0,7lr$	$W_x = W_y = \pi d^3 / 16$ $W_x = W_y = \pi r^3 / 2$
<p>Кольцо</p> 	$I_x = I_y = \pi d^4 / 32 (1 - \alpha^4)$ $I_x = I_y = 0,1d^4 (1 - \alpha^4)$	$i_x = i_y = [(1 + \alpha^4) / 8]^{0,5}$	$W_x = W_y = \pi d^3 / 16$
<p>Эллиптическое</p> 	$I_x = \pi b^4 [n^4 / (n^2 + 1)]$	$i_x = (I_x / \pi a b)^{0,5}$	$W_x = (\pi a b^2) / 6$
<p>Тонкостенное</p> 	$I_x = \pi d^3 s / 4$	$i_x = d / 2$	$W_x = \pi d^2 s / 2$

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4
<p>Равносторонний треугольник</p> 	$I_x = b^4 \sqrt{3} / 12 = h^4 / 24$	$i_{x0} = b / \sqrt{6}$	$W_{x0} = 0,05b^3 = h^3 / 13$
<p>Прямоугольный треугольник</p>  <p>при $a > b$</p>	$I_x = [1/12 - 0,11b(a+b)]ab^3$	$b[1/6 - 0,22b(a+b)]^2$	$0,33ab^3[1/12 - 0,11 + b(a+b)]$
<p>Прямоугольник</p>  <p>$b/b=1$</p>	$I_x = \beta b^4$	$i_{x0} = \beta^{0,5} h$	$W_{x0} = \alpha b^3$

Значения коэффициентов α, β, γ в зависимости от h/b

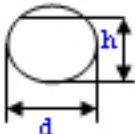

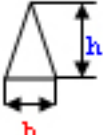
h/b	1,0	1,5	2,5	4,0	5,0	8,0	10,0
α	0,208	0,231	0,258	0,282	0,291	0,307	0,312
β	0,141	0,196	0,249	0,281	0,291	0,307	0,312
γ	1,00	0,86	0,77	0,74	0,74	0,74	0,74

Примечание: Для прямоугольного жёсткого сечения параметры

Круглости потока: $I_{x0} = b^3 h / 3 (1 - 0,63b/h + b^2/h^2)$

$i_{x0} = b / \sqrt{3 (1 - 0,63b/h + 0,052b^2/h^2)}$

Продолжения таблицы 1.1

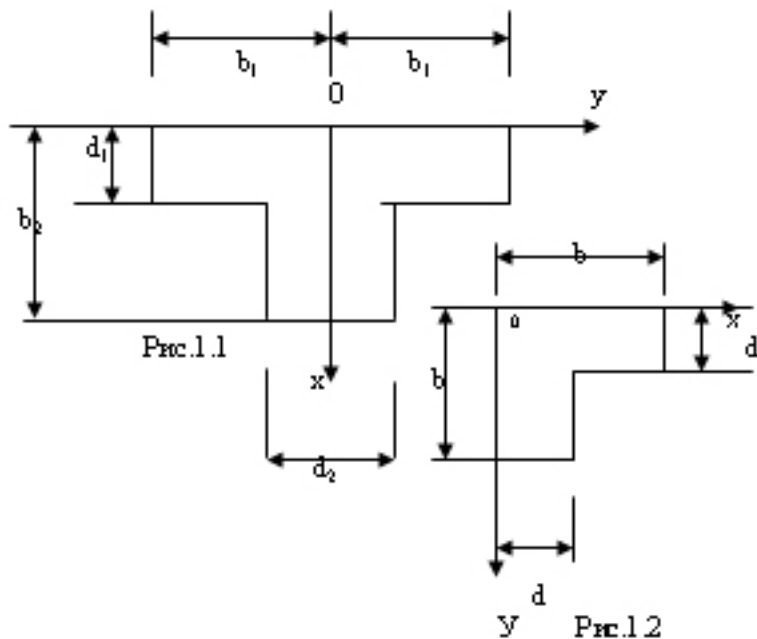
1	2	3	4
<p>Круглая стержень с пазом</p> 	$I_{y_0} = d^4 / 16 (2,6h/d - 1)$	$i_{y_0} = 2d\sqrt{d^2 / 2,6h/d - 1}$ $h/d > 0,5$	$d' / S [(2,6h/d - 1) \sqrt{0,3h/d + 0,7}]$ $h/d > 0,5$
<p>Прямой шестигранник</p> 	$I_{y_0} = Kh^4$ $K = 0,13 \text{ от площади сечения}$	$i_{y_0} = 0,36h$	$W_{y_0} = Kh^3$ $K = 0,233$
<p>Разнобедренный треугольник</p> 	$I_{y_0} = bh^3 / 30$	$i_{y_0} = h / \sqrt{15}$	$W_{y_0} = h^3 / 12,99$

Параметры когерентности для сложных изогнутых сечений потока

1. Для «Т» образного изогнутого сечения

$$I_{y_0} = d_3^3 b_2 / 3 + (2/3) d_1^3 (b_1 - d_2 / 2) - d_1^3 d_2 \pi^2 \sum_{\kappa=1,2, \dots}^{\infty} Z_{\kappa} / K^3 [th(K\pi d_2 / 2d_1) + th(K\pi d_1 / (b_1 - d_2 / 2))] + d_1^3 d_2 \pi^2 \sum_{\kappa=1,3, \dots}^{\infty} Z_{\kappa} / K^3 sh(K\pi b_2 / 2d_1) ch(K\pi d_2 / 2d_1) \cdot$$

$$\begin{aligned}
 & \cdot \operatorname{Sch}\left[K\pi(b_1-d_1)/2d_1+64d_1^3/\pi^2 \sum_{K=1,3,\dots}^{\infty} 1/K^2 [\operatorname{th}(K\pi d_1/2d_1)-d_1 \operatorname{th}(K\pi b_1/d_1)]+\right. \\
 & \left. + \operatorname{csch}(K\pi b_1/d_1) \operatorname{sch}(K\pi d_1)\right]-32d_1^3/\pi^2 \sum_{K=1,3,\dots}^{\infty} 1/K^2 [\operatorname{th}(K\pi b_1/2d_1)+\operatorname{th}(K\pi d_1/2d_1)]^2
 \end{aligned}$$



2 Для «Г» образного изгиба

$$I_{\rho} = (2bd^3 - d^4)/3 + 16d^4/\pi^3 \sum_{k=1,3}^{\infty} (F_k/K^3) \operatorname{sh}(K\pi/2) \operatorname{sh}(K\pi/2d)(b-d) - d) \operatorname{sch}(K\pi b/2d) - 64d^4/\pi^3 \sum_{K=1,3}^{\infty} 1/K^5 [\operatorname{th}(K\pi/2) + \operatorname{th}(K\pi/2d)(b-d)(1 + \operatorname{sh}(K\pi) \operatorname{csch}(K\pi b/d))]$$

где $F_k = \sum_{p=1}^{\infty} F_p \alpha_{kp} + \beta_k \quad (k=1,2,\dots)$

$$\alpha_{kp} = (2k/\pi) \{ [\operatorname{sh}(p\pi) \operatorname{sh}(p\pi/d)(b-d) \operatorname{csch}(p\pi b/d)] / (p^2 + k^2) \}$$

$$\beta_k = 4/(k^2 \pi^2) [1 + (-1)^{k+1}] \operatorname{csch}(k\pi) +$$

$$+ (16k/\pi^4) \sum [1 - \operatorname{sh}(k\pi) \operatorname{csch}(k\pi b/d)] / p^2 (p^2 + k^2)$$

(см. Приложение I и Приложение VI)

ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В НЕКРУГЛЫХ ТРУБОПРОВОДАХ С УЧЕТОМ КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА

§1.1. Уравнения движения вязкой жидкости

В начале нами будет исследованы уравнения движения вязкой жидкости, которые оказывают на движение жидкости диссипации энергии. Эти процессы являются выражением всегда имеющиеся -место в той или иной степени термодинамической необратимости движения, связанной с наличием внутреннего трения (вязкости) и теплопроводности.

Для того чтобы получить уравнения, описывающие движение вязкой жидкости, необходимо ввести дополнительные члены в уравнение движения идеальной жидкости. Что касается уравнения непрерывности, то, как явствует из самого его вывода, оно относится в равной мере к движению всякой жидкости, в том числе и вязкой. Уравнение же ЭЙЛЕРА должно быть изменено.

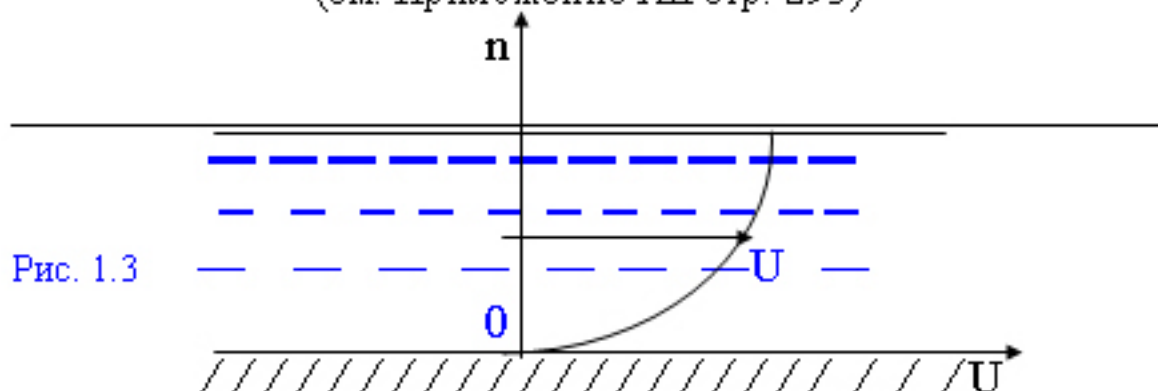
НЬЮТОН установил, что сила сопротивления сдвига у жидких тел в противоположность закону КУЛОНА для твердых тел не зависит от давления, но зависит от площади, по которой происходит сдвиг, а также от скорости сдвига.

В математической записи эти законы выражены формулой

$$F = \mu S (dU/dn) \quad (1.1)$$

именуемой законом НЬЮТОНА. Здесь F -сила сопротивления, S -площадь сдвига (расчетная), а dU/dn -градиент скорости по нормали направлению потока (рис. 1.3)

(см. Приложение XII стр. 295)



Из (1.1) получим касательное напряжение

$$\tau = \mu (dU/dn) \quad (1.2)$$

Законы Ньютона позволяют составить общие дифференциальные уравнения с учетом сил сопротивления, которые будем называть силами вязкости.

Силы вязкости можно условно свести к объемным силам и ускорение этих сил определять отношением

$$F = R/\rho \cdot dW \quad (1.3)$$

Обозначим проекции ускорения сил вязкости соответственно через F_x , F_y , и F_z и введем их в уравнения Эйлера. Тогда

$$X - 1/\rho (\partial P/\partial x) - dU_x/dt - F_x = 0;$$

$$\begin{aligned} Y - 1/\rho(\partial P/\partial y) - dU_v/dt - F_v &= 0; \\ Z - 1/\rho(\partial P/\partial z) - dU_z/dt - F_z &= 0. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Допустим, что на некоторую площадку $dydz$ в пределах координатной плоскости yOz действует сила вязкости dF (рис. 1.4).

Разлагая эту силу на проекции по координатным осям, получим $dF \cdot \cos \alpha = dP_x$ -нормальную к площади $dydz$, dT_v -касательную к площади $dydz$ в направлении оси oy , dT_z -касательную силу в направлении oz .

Отнеся эти проекции силы вязкости к единице площади, т. е. разделив на $dydz$, получим три напряжения:

нормальное $p_x = dP_x/dydz$ - в направлении оси ox ;
касательное $\tau_v = dT_v/dydz$ - в направлении оси oy ,
касательное $\tau_z = dT_z/dydz$ - в направлении оси oz .

Итак, сила вязкости определила собой три напряжения в пределах выделенной площадки – нормальное (напряжение сжатия или растяжения) и два касательных. Эти напряжения действуют по разным направлениям, каждое по своему. Таким образом, при проектировании напряжений (и сил, ими определяемых) на какую-либо координатную ось в число действующих напряжений войдет только одно из трех напряжений (два других проектируются в точку).

Рассмотрим теперь напряжения, действующие по граням прямоугольного параллелепипеда $ABCD^1B^1C^1D^1$ (рис. 1.5). Здесь из шести граней параллелепипеда три принадлежат: трехгранному уг-

лу с вершиной А и три: трехгранному углу с вершиной С¹.

Будем считать, что течение имеет направление от угла А к углу С¹, и определим сначала проекции на ось ∂x всех напряжений трех граней А.

Для удобства записей введем двойную индексацию напряжения, например, для напряжений грани ABCD; нормальное напряжение p_{xx} ; касательное напряжение τ_{xy} ; касательное напряжение τ_{xz} .

Здесь первый индекс x обозначает, что напряжение принадлежит к грани нормальной оси ox , а второй индекс указывает, в направлении какой оси действует данное напряжение. Например:

напряжение p_{xx} действует параллельно оси ox , а напряжение τ_{xz} действует в направлении оси oz и т. д. Аналогично будут записываться напряжения и для двух других граней угла А.

С учетом таких обозначений составим сумму проекции на ось ox сил вязкости, действующих на грани угла А.

$$P_{xx}dydz + \tau_{yx}dxdz + \tau_{zx}dxdy.$$

Составим теперь аналогичную сумму сил вязкости для граней угла С¹

$$P'_{xx}dydz + \tau'_{yx}dxdz + \tau'_{zx}dxdy.$$

Эти силы будут действовать в противоположном направлении, и тогда общая сила в направлении оси x

$$dF'_x = (p_{xx} - p'_{xx})dydz + \\ + (\tau_{yx} - \tau'_{yx})dx dz + (\tau_{zx} - \tau'_{zx})dx dy.$$

Определим теперь напряжения p'_{xx} , τ'_{yx} и τ'_{zx}

$$p'_{xx} = p_{xx} + (\partial p_{xx} / \partial x) dx; \quad \tau'_{yx} = \tau_{yx} + (\partial \tau_{yx} / \partial y) dy;$$

$$\tau'_{zx} = \tau_{zx} + (\partial \tau_{zx} / \partial z) dz$$

Сделав соответствующую подстановку в предыдущее уравнение и вынеся за скобку общие множители $dx dy dz$, получим:

$$dF'_x = -(\partial p_{xx} / \partial x + \partial \tau_{yx} / \partial y + \partial \tau_{zx} / \partial z) dx dy dz,$$

а отнеся эту сумму проекций сил к единице массы, т. е. разделив на $\rho dx dy dz$, получим проекции ускорения сил вязкости на ось ∂x [т. е. то ускорение, которое введено в уравнение ЭЙЛЕРА (1.4)]

$$F_x = -1/\rho (\partial p_{xx} / \partial x + \partial \tau_{yx} / \partial y + \partial \tau_{zx} / \partial z) \quad (1.5)$$

Определим теперь касательные напряжения пользуясь законом НЬЮТОНА:

$$\tau_{yx} = \mu (\partial U_x / \partial y) \quad \text{и} \quad \tau_{zx} = \mu (\partial U_x / \partial z)$$

Аналогично можно принять нормальные напряжения p_{xx} определяемыми по закону НЬЮТОНА, т. е. принять

$$p_{xx} = \mu (\partial U_x \partial x)$$

при этом если $\partial U_x \partial x > 0$ то p_{xx} - напряжение растяжения, а при $\partial U_x \partial x < 0$ - сжатия. Сделав подстановки в уравнение (1.5), получим:

$$F_x = - \mu / \rho (\partial^2 U_x \partial x^2 + \partial^2 U_x \partial y^2 + \partial^2 U_x \partial z^2)$$

Но $\mu / \rho = \nu$, поэтому можно записать первую строчку уравнения (1.4) в виде

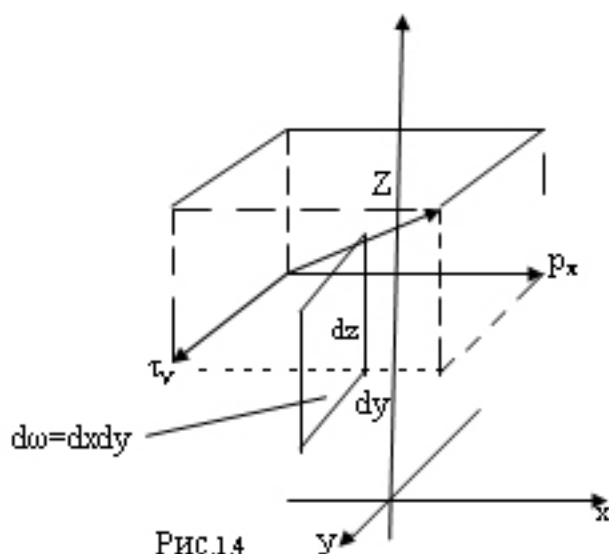
$$X - 1/\rho (\partial p \partial x - dU_x/dt + \nu (\partial^2 U_x \partial x^2 + \partial^2 U_x \partial y^2 + \partial^2 U_x \partial z^2) = 0$$

Аналогичные выражения получим и для двух следующих строк системы (1.3).

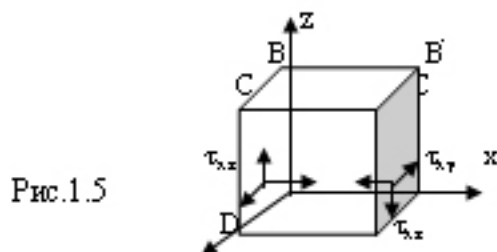
Принимая несколько иное расположение слагаемых, запишем окончательно систему уравнений движения вязкой жидкости в таком виде:

$$\begin{aligned} X - 1/\rho (\partial p \partial x) &= dU_x/dt - \nu (\partial^2 U_x \partial x^2 + \partial^2 U_x \partial y^2 + \partial^2 U_x \partial z^2); \\ Y - 1/\rho (\partial p \partial y) &= dU_y/dt - \nu (\partial^2 U_y \partial x^2 + \partial^2 U_y \partial y^2 + \partial^2 U_y \partial z^2); \\ Z - 1/\rho (\partial p \partial z) &= dU_z/dt - \nu (\partial^2 U_z \partial x^2 + \partial^2 U_z \partial y^2 + \partial^2 U_z \partial z^2). \end{aligned} \quad (1.6)$$

Эти уравнения называются уравнениями
НАВЬЕ-СТОКСА



(см. Приложение XII стр. 295)



(см. Приложение XII стр. 295)

§ 1.2. Движение вязкой несжимаемой жидкости по трубе с учетом когерентности потока

Рассмотрим несколько простейших случаев движения вязкой несжимаемой жидкости.

Пусть жидкость заключена между двумя параллельными плоскостями, движущимися друг относительно друга постоянной скоростью u . Плоскость xz выберем в одной из них, причем ось x направим по направлению скорости u . Все величины зависят, очевидно, только от координаты y , а скорость жидкости направлена везде по оси x . Из (1.6) имеем для стационарного движения

$$dp/dy=0, \quad d^2U_x/dy^2=0.$$

(Уравнение же непрерывности удовлетворяется тождественно.) Отсюда $p=\text{const}$, $U_x=ay+b$. При $y=0$ и при $y=h$ (h -расстояние между плоскостями) должно быть соответственно $U_x=0$ и $U_x=U_y$. Отсюда находим:

$$U_x=(y/h)U_y \quad (1.7)$$

Таким образом, распределение скоростей в жидкости линейно. Средняя скорость жидкости

$$V=1/h \int_0^h U_y dy = U_y/2. \quad (1.8)$$

Из (1.5,14) [1] находим, что нормальная компонента действующей на плоскости силы равна, как и должно было быть, просто p , а тангенциальная сила

трения (на плоскости $y=0$) равна

$$\tau_x = \mu(dU_x/dy) = \mu U_x/h \quad (1.9)$$

(на плоскости $y=h$ она имеет обратный знак).

Далее, рассмотрим стационарное течение жидкости между двумя неподвижными параллельными плоскостями при наличии градиента давления. Координаты выбираем, как в предыдущем случае; ось x направлена по направлению движения жидкости. Уравнения НАВЬЕ – СТОКСА дают (скорость зависит, очевидно, только от координаты y);

$$\partial^2 U_x / \partial y^2 = 1/\mu (\partial p / \partial x), \quad \partial p / \partial y = 0$$

Второе из этих уравнений показывает, что давление от y , т. е. постоянно вдоль толщины слоя жидкости между плоскостями. Тогда в первом уравнении справа стоит функция только от x , а слева от y ; такое уравнение может выполняться, только если его левая и правая части являются постоянными величинами. Таким образом,

$$dp/dx = \text{const},$$

т. е. давление является линейной функцией координаты x вдоль направления потока жидкости. Для скорости же получаем теперь

$$U_x = 1/2\mu(dp/dx)y^2 + ay + b$$

Постоянные a и b определяются из граничных ус-

ловий $U_x=0$ при $y=0$ и $y=h$. В результате получаем:

$$U_x = -1/2\mu(dp/dx)y(y-h). \quad (1.10)$$

Таким образом, скорость меняется вдоль толщины слоя жидкости по параболическому закону, достигая наибольшей величины посередине слоя. Для среднего по толщине слоя жидкости значения ее скорости вычисление дает

$$V = -h^2/12\mu(dp/dx). \quad (1.11)$$

Формула (1.11) после простых преобразований примет такой вид

$$V = (gi/4\nu) i_{\text{кр}}^2 \quad (1.12)$$

где $i_{\text{кр}}$ - **радиус инерции при кручении**, т. е. **параметр когерентности потока** (см. табл.1.1)

$$i_{\text{кр}} = (I_{\text{кр}}/\omega)^{0,5} \quad (1.13)$$

Здесь $I_{\text{кр}}$ - **момент инерции при кручении** [2] стр.158 т. е. **параметр когерентности потока**; [3] (см. табл.1.1)

ω - живое сечение потока.

Расход потока будет

$$Q = V \cdot \omega = (gi/4\nu) \cdot I_{\text{кр}}. \quad (1.14)$$

Сила трения, действующая на неподвижную стенку:

$$\tau_{xy} = \mu \cdot \partial U_x / \partial y \Big|_{y=0} = -h/2(dp/dx). \quad (1.15)$$

Наконец, рассмотрим стационарное течение жидкости по трубе произвольного сечения (одинакового вдоль всей длины трубы). Ось трубы выберем в качестве оси x . Очевидно, что скорость U_x жидкости направлена везде по оси x и является функцией только от y и z . Уравнение непрерывности удовлетворяется тождественно, а y и z компоненты уравнения НАВЬЕ – СТОКСА дают опять $\partial p / \partial y = \partial p / \partial z = 0$, т.е. давление постоянно вдоль сечения трубы. x -компонента уравнения (1.6) дает

$$\partial^2 U_x / \partial y^2 + \partial^2 U_x / \partial z^2 = 1/\mu(dp/dx) \quad (1.16)$$

Отсюда опять заключаем, что $dp/dx = \text{const}$; градиент давления можно поэтому написать в виде $\Delta p/l$, где Δp – разность давлений на концах трубы, а l – ее длина.

Таким образом, распределение скоростей в потоке жидкости в трубе определяется двумерным уравнением типа $\Delta U_x = \text{const}$. Это уравнение должно быть решено при граничном условии $U_x = 0$ на контуре сечения трубы. Решим это уравнение для трубы круглого сечения. Выбирая начало координат в центре круглого сечения и вводя полярные координаты, имеем в силу симметрии $U_x = U_x(r)$. Воспользовавшись выражением для оператора Лапласа в полярных координатах, имеем:

$$1/r \cdot (d/dr)(r \cdot dU_x/dr) = -\Delta p / 4\mu l$$

Интегрируя, находим:

$$U_x = -(\Delta p / 4\mu l) r^2 + a \ln r + b \quad (1.17)$$

Постоянную, а надо положить равной нулю, поскольку скорость должна оставаться конечной во всем сечении трубы, включая его центр. Постоянную b определяем из требования $U_x = 0$ при $r = R$ (R -радиус трубы) и получаем:

$$U_x = (\Delta p / 4\mu l) (R^2 - r^2). \quad (1.18)$$

Таким образом, скорость распределена по сечению трубы по параболическому закону.

Легко определить количество (массу) жидкости Q , протекающей в 1 сек, через поперечное сечение трубы (или, как говорят, расход жидкости в трубе). Через кольцевой элемент $2\pi r dr$ площади сечения трубы проходит в 1 с количество жидкости $\rho \cdot 2\pi r U_x dr$. Поэтому:

$$Q = 2\pi \rho \int_0^R r U_x dr.$$

С помощью (1.18) получим:

$$Q = (\pi \Delta p / 8 \nu l) R^4 = (\Delta p / 4 \nu l) \pi R^4 / 2 = (\Delta p / 4 \nu l) I_{\mathbf{R}}$$

$$Q = (\Delta p / 4 \nu l) I_{\mathbf{R}} = (g l / 4 \nu) I_{\mathbf{R}} \quad (1.19)$$

где I_x – **момент инерции при кручении** т.е. **параметр когерентности потока**; (см. табл. 1.1).
 Количество протекающей жидкости пропорционально первой степени момента инерции при кручении живого сечения трубы.

Разделив (1.19) на ω , найдем среднюю скорость

$$V = (g/4\nu) I_{xp} / \omega = (g/4\nu) i_{xp}^2 \quad (1.20)$$

$$i_{xp} = (I_{xp} / \omega)^{0,5} \quad (1.21)$$

где i_{xp} – **радиус инерции при кручении** т.е. **параметр когерентности потока** (см. табл. 1.1)
 i – гидродинамический уклон

$$i = h_p / L \quad (1.22)$$

Здесь h_p – потери удельной энергии по длине трубы после простого преобразования получим

$$h_p = 8 / (V i_{xp} / \nu) \cdot L / i_{xp} (V^2 / 2g) = \lambda \cdot L / i_{xp} (V^2 / 2g) \quad (1.23)$$

где λ – коэффициент Дарси, L – длина трубы

$$\lambda = 8 / \tilde{R}_e, \quad \tilde{R}_e = V i_{xp} / \nu \quad (1.24)$$

\tilde{R}_e – **число РЕЙНОЛЬДСа с учетом когерентности потока**.

ЗАДАЧИ

1. Определить течение жидкости по трубе эллиптического сечения.[1]

Решение. Ищем решение уравнения (1.16) в виде $U_x = Ay^2 + Bz^2 + C$. Постоянные A, B, C определяем из требования, чтобы это выражение удовлетворяло уравнению и граничному условию $U_x = 0$ на контуре сечения (т.е. уравнение $Ay^2 + Bz^2 + C = 0$ должно совпадать с уравнением контура $y^2/a^2 + z^2/b^2 = 1$ где a, b -полуоси эллипса). В результате получаем

$$U_x = (\Delta p / 4\mu l) [(a^2 b^2 / (a^2 + b^2)) (1 - y^2/a^2 - z^2/b^2)].$$

Для количества протекающей жидкости получаем:

$$Q = (\Delta p / 4\mu l) [\pi a^3 b^3 / (a^2 + b^2)] = (\Delta p / 4\mu l) I_{xp} \quad (1.25)$$

где I_{xp} - **момент инерции при кручении** т.е. параметр когерентности потока

$$I_{xp} = \pi a^3 b^3 / (a^2 + b^2) \quad (1.26)$$

Разделив (1.25) на ω , найдем среднюю скорость

$$V = Q/\omega = (\Delta p / 4\mu l) (I_{xp}/\omega) = (\Delta p / 4\mu l) i_{xp}^2 \quad (1.27)$$

или

$$V = (g l / 4\nu) i_{xp}^2 \quad (1.28)$$

где i_{xp} - **радиус инерции при кручении** т.е. параметр

когерентности потока, I-гидродинамический уклон.

После простого преобразования формулы (1.28) получим

$$h_0 = \lambda \cdot L \cdot i_{\text{пр}} (V^2 / 2g) \quad (1.29)$$

где λ -коэффициент Дарси с учетом когерентности потока

$$\lambda = 8 / \bar{R}_0, \quad \bar{R}_0 = V_{\text{пр}} / \nu \quad (1.30)$$

Здесь \bar{R}_0 - число Рейнольдс с учетом когерентности потока

2. То же для трубы с сечением в виде равностороннего треугольника (сторона треугольника a). [1]
Решение. Обращающееся в нуль на треугольном контуре решение уравнения (1.16) есть

$$U_x = (\Delta \varphi / l) [2 / (3^{0.5} \cdot a \mu)] h_1 h_2 h_3,$$

где h_1, h_2, h_3 -длины трех высот, опущенных из данной точки треугольника на три его стороны. Действительно, каждое из выражений $\Delta h_1, \Delta h_2, \Delta h_3$ (где $\Delta = \partial^2 / \partial y^2 + \partial^2 / \partial z^2$ равно нулю; это видно хотя бы из того, что каждую из высот h_1, h_2, h_3 можно выбрать в качестве одной из координат y или z , а при применении оператора Лапласа координате: получается нуль. Поэтому имеем:

$$\Delta h_1 h_2 h_3 = 2(h_1 \Delta h_2 \Delta h_3 + h_2 \Delta h_1 \Delta h_3 + h_3 \Delta h_1 \Delta h_2).$$

но $\Delta h_1=n_1$, $\Delta h_2=n_2$, $\Delta h_3=n_3$, где n_1 , n_2 , n_3 -единичные Векторы вдоль направлений высот h_1 , h_2 , h_3 . Каждые два из n_1 , n_2 , n_3 образуют друг с другом угол $2\pi/3$, так что

$$\Delta h_1 \Delta h_2 = n_1 n_2 = \cos(2\pi/3) = -1/2,$$

и т. д., и мы получаем соотношение

$$\Delta h_1 \Delta h_2 \Delta h_3 = -(h_1 + h_2 + h_3) = -a 3^{0.5} / 2.$$

с помощью которого убеждаемся в выполнении уравнения (1.16). Количество протекающей жидкости равно

$$Q = (\Delta p / 4\nu l) (3^{0.5} a^4 / 80) = (gI / 4\nu) I_p \quad (1.31)$$

где I_p -**момент инерции при кручении** т. е. **параметр когерентности потока** (см. табл. 1.1 и [4])

$$I_p = 3^{0.5} a^4 / 80 \quad (1.32)$$

Разделим (1.31) на ω , найдем среднюю скорость

$$V = Q / \omega = (gI / 4\nu) I_p / \omega = (gI / 4\nu) i_p \quad (1.33)$$

где i_p -**радиус инерции при кручении** т. е. **параметр когерентности потока** (см. табл.1.1)

$$i_{\text{np}} = (I_{\text{np}}/\omega)^{0,5} = a/4,47 \quad (1.34)$$

Потерянный напор найдем из (1.33)

$$h_0 = \lambda \cdot L / i_{\text{np}} \cdot V^2 / 2g \quad (1.35)$$

где λ -коэффициент Дарси с учетом когерентности потока

$$\lambda = 8/\dot{R}_0 \quad \dot{R}_0 = V i_{\text{np}} / \nu \quad (1.36)$$

здесь \dot{R}_0 -число Рейнольдса с учетом когерентности потока.

3. Определить течение жидкости по трубе с кольцевым сечением (внутренние и внешние радиусы трубы R_1 и R_2). [1]

Решение. Определяя постоянные a и b в общем решении (1.17) из условий $U_x = 0$ при $r = R_1$ и $r = R_2$, находим:

$$U_x = (\Delta p / 4\mu l) \{ R_2^2 - r^2 + [(R_2^2 - R_1^2) / \ln(R_2 \cdot R_1)] \ln(r/R_2) \}$$

количество протекающей жидкости равно

$$Q = (\Delta P / 4\nu l) \{ \pi/2 [R_2^4 - R_1^4 - (R_2^2 - R_1^2)^2 / \ln(R_2 \cdot R_1)] \}$$

$$\text{или} \quad Q = (gI/4\nu) I_{\text{np}} \quad (1.37)$$

где I_{np} - момент инерции при кручении т. е. параметр

когерентности потока. (см. таб. 1.1).

$$I_p = \pi/2 \{ R_2^4 - R_1^4 - (R_2^2 - R_1^2)^2 / \ln(R_2/R_1) \} \quad (1.38)$$

Формула (1.36) справедлива, когда $R_2/R_1 \sim 1$. Вот что пишет об этом А. Дж. Рейнольдс «Для использования зависимости (4.5.6.) [5] стр. 203 необходимо, чтобы касательные напряжения вдоль большей части периметра канала были бы почти одинаковыми, хотя касательные напряжения могут равняться нулю вдоль какой-то части, которой пренебрегают при определении смоченного периметра. Приведенный анализ не применим к асимметричным плоским течениям, рассмотренным в §.4.4, как и к течениям в каналах кольцевого сечения, исключая случаи при $R_2/R_1 \approx 1$, когда кольцевое сечение почти не отличается от плоского канала с равными касательными напряжениями на стенках.»

В этом случае принято для определения момента инерции при кручении рассматривать два случая:
1. Тонкостенное кольцо, когда $s < 2R_2/10$ [3]

$$I_p = \pi d^3 s / 4 \quad (1.39)$$

где

$$d = 2(R_1 + R_2) / 2, \quad s = R_2 - R_1$$

2. Когда $s > 2R_2/10$

$$I_p = \pi R_2^4 / 2 [1 - R_1^4 / R_2^4] \quad (1.40)$$

Разделим (1.37) на ω , найдем среднюю скорость

$$V=Q/\omega=(gI/4\nu)I_{\text{пр}}/\omega=(gI/4\nu)i_{\text{пр}} \quad (1.41)$$

Потерянный напор найдем из (1.41)

$$h_c=\lambda \cdot L \cdot i_{\text{пр}} \cdot (V^2/2g) \quad (1.42)$$

λ – коэффициент Дарси с учетом когерентности потока

$$\lambda=8/R_c \quad R_c=V i_{\text{пр}}/\nu \quad (1.43)$$

где R_c – число Рейнольдса с учетом когерентности потока

4 Если рассматривать трубу прямоугольного сечения со сторонами a и b и задать форму сечения в плоскости уз уравнениями $y=\pm a$ и $z=\pm b$, то профиль скоростей и величина средней скорости, полученные из решения уравнения, будет:

Таблица 1.2

a/b	1	1,25	1,5	2	3	4	5	10	∞
$f(b/a)$	0,42	0,51	0,58	0,68	0,79	0,82	0,87	0,94	1

$$U=16\Delta p a^3/\pi^3 \mu l \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n / (2n-1)^3 \left(1 - \frac{b^2}{a^2} \frac{1 - (-1)^n}{1 - (-1)^{2n-1}}\right)$$

$$-\operatorname{ch}[(2n-1)\pi z/2a]/\operatorname{ch}[(2n-1)\pi b/2a]\cos[(2n-1)\pi y/2a];$$

$$V=(\Delta p/4\mu l)a^2/1,33\{1-192a/\pi^3b\sum\operatorname{th}[(2n-1)\pi b/2a]/(2n-1)^5\} \quad (1.44)$$

где

$$i_{np}=(I_{np}/\omega)^{0,5} \quad i_{np}^2=I_{np}/\omega$$

$$i_{np}^2=a^2/1,33\{1-192a/\pi^3b\sum\operatorname{th}[(2n-1)\pi b/2a]/(2n-1)^5\}= \\ =(\Delta p/4\mu l)\cdot f(b/a) \quad (1.45)$$

ИЛИ

$$V=(gi/4v)\cdot i_{np}^2 \quad (1.46)$$

Величина объемного расхода через трубу прямоугольного сечения легко определяется

$$Q=V\omega=(gi/4v)\cdot i_{np} \quad (1.47)$$

Расчетные значения функции $f(b/a)$ приведены в таблице 1.2.

Ряд, входящий в выражение для средней скорости, быстро сходится, поэтому для практически расчетов достаточно ограничиться удержанием его первого члена. В этом случае функция $f(b/a)$ может быть определена по следующей формуле:

$$f(b/a)=1-192a/\pi^3b\operatorname{th}(\pi b/2a).$$

Потери на вязкое трение определяются следующей зависимостью:

$$\Delta p=3\mu lV/af(b/a). \quad (1.48)$$

Изменения потерь давления в трубах прямоугольного сечения с различным отношением сторон дали результаты, очень близкие к теоретическим.

Формула (1.48) после простого преобразования примет такой вид:

$$h_c = \lambda \cdot L \cdot i_{np} (V^2 / 2g) \quad (1.49)$$

где λ -коэффициент Дарси с учетом когерентности потока

$$\lambda = 8 / R_c; \quad R_c = V i_{np} / \nu \quad (1.50)$$

Здесь R_c - число Рейнольдса с учетом когерентности потока.

В этом параграфе из частных решений дифференциального уравнения Навье-Стокса выявлены параметры когерентности потока для движения вязкой жидкости в трубах:

1. для расхода в трубах-момент инерции при кручении т.е. параметр когерентности потока (см. формулы (1.14; 1.19; 1.25; 1.31; 1.37))

2. для средней скорости-радиус инерции при кручении т.е. параметр когерентности потока (см. формулы (1.12; 1.20; 1.28; 1.33; 1.41; 1.46))

Целью настоящего параметра также является, из частных точных решений дифференциального уравнения Навье-Стокса выявить линейный размер число Рейнольдса, Фруда и т.е. Исследование доказало, что в частных точных решениях Навье-Стокса входит линейный размер радиуса инерции

при кручении т.е. параметр когерентности потока (см. формулы (1.24; 1.30; 1.36; 1.43; 1.50.)

Это еще раз доказывает преимущество радиуса инерции при кручении по сравнению с гидравлическим радиусом.

Исследование частных решения Навье-Стокса при движении вязкой жидкости в трубах диктует нам исследовать гидродинамическую аналогию Буссинеска (см. [7])

В основе этой гидродинамической аналогии является то, что движение всех реальных жидкостей вихревое, так например:

П2.1. ЛАМИНАРНОЕ ДВИЖЕНИЕ В ТРУБАХ-ДВИЖЕНИЕ ВИХРЕВОЕ

Действительно, компоненты вихря определяются такими уравнениями: [6] стр. 137

$$\begin{aligned}\zeta &= 0,5(\partial U_x \partial y - \partial U_y \partial z); \\ \eta &= 0,5(\partial U_x \partial z - \partial U_z \partial x); \\ \xi &= 0,5(\partial U_y \partial x - \partial U_x \partial y).\end{aligned}\tag{1.51}$$

Чтобы движение было безвихревым (потенциальным), необходимо соблюдение условия

$$\zeta = \eta = \xi = 0$$

Проверим это уравнение. При ламинарном движении в трубах скорость в любой точке поперечного сечения

$$U = (\rho g h_c / 4\mu)(x_0^2 - x^2)\tag{1.52}$$

Запишем выражения для скорости и в функции ю-

ордината x, y, z . Учитывая, что $r^2 = y^2 + z^2$ (при расположении оси Ox вдоль оси трубопровода) и что $U_r = U_z = 0$, получаем:

$$U_x = (\rho g h / 4 \mu l)(r_0^2 - y^2 - z^2) \quad (1.53)$$

Заметим, что производные $\partial U_x / \partial y, \partial U_x / \partial z, \partial U_x / \partial x$ и $\partial U_x / \partial x$ равны нулю (так как $U_x = U_r = 0$), поэтому

$$\begin{aligned} \zeta &= 0; \\ \eta &= -(\rho g h / 2 \mu l) z \neq 0; \\ \xi &= (\rho g h / 2 \mu l) y \neq 0. \end{aligned}$$

Таким образом, два компонента вихря, а именно η и ξ , не равны нулю и вихрь ω (или 2ω) не равен нулю, а потому рассматриваемое ламинарное движение оказывается вихревым.

§ 1.3. Обзор некоторых гидродинамических аналогий

«Уравнения для самых разных физических условий часто имеют в точности одинаковый вид. Используемые символы, конечно, могут быть разными-вместо одной буквы стоит другая, но математическая форма уравнений одна и та же. Это значит, что, изучив одну область, мы сразу получаем множество прямых и точных сведений о решениях уравнений для другой области»

Р. ФЕЙНМАН

Существует несколько аналогий между задачами о кручении призматических стержней и задачами гидродинамики о движении жидкости в цилиндрических трубах.

Ниже приводятся некоторые из них, причем излагаются только основные идеи этих аналогий.

П. 3.1. АНАЛОГИЯ БУССИНЕСКА [7]

Буссинеск установил, что дифференциальное уравнение

$$\nabla^2 \omega(x, y) = \partial^2 \omega / \partial x^2 + \partial^2 \omega / \partial y^2 = -2 \quad (1.54)$$

и граничное условие

$$\omega = 0 \quad \text{на} \quad L_0 \quad (1.55)$$

где L_0 -контуры поперечного сечения сплошного стержня, служащие для определения функции напряжений $\omega(x, y)$ при кручении призматических стержней, совершенно одинаковы по виду с уравнением и граничными условиями, которыми определяются скорости различных слоев вязкой жидкости при ламинарном движении жидкости по цилиндрической трубе того же поперечного сечения, что и скручиваемый стержень.

В самом деле, приняв ось трубы за ось z и обозначая скорость движения жидкости в трубе параллельно ее образующей через $U(x, y)$ имеем

$$\partial^2 U_x / \partial x^2 + \partial^2 U_x / \partial y^2 = 1/\mu (\partial p / \partial z) = \text{const} \quad (1.56)$$

где $\partial p / \partial z$ есть падение гидродинамического давления вдоль оси трубы z , постоянное при установившемся движении жидкости, а μ -коэффициент вязкости жидкости. На стенках трубы скорости равны нулю, то есть

$$U_x = 0 \quad (1.57)$$

Сопоставляя уравнения (1.54) и (1.56), а также граничные условия (1.55) и (1.57), мы видим, что они для $\omega(x, y)$ и $U(x, y)$ совпадают, если

$$1/\mu(\partial p/\partial z) = 2 \quad (1.58)$$

а для этого достаточно выбрать гидродинамическое давление p по длине трубы так, чтобы оно изменялось по линейному закону

$$p = 2\mu z \quad (1.59)$$

Аналогией Бюссинеска пользовались в своих работах Паппу [7] и Тутура [7].

П.3.2 АНАЛОГИЯ ТОМСОНА И ТЭТА. [7]

Как известно из гидродинамики, если идеальная несжимаемая жидкость заключена в цилиндрическую трубу, вращающуюся вокруг своей оси z с постоянной угловой скоростью ω , то функция $\Phi(x, y)$ для движения такой жидкости относительно осей x и y жестко связанных с трубой (вместе с ней вращающихся), будет удовлетворять уравнению Лапласа

$$\nabla^2 \Phi = \partial^2 \Phi / \partial x^2 + \partial^2 \Phi / \partial y^2 = 0 \quad (1.60)$$

и граничному условию на стенках трубы

$$\Phi = \omega^2 R^2 + C \quad (1.61)$$

где $r^2 = x^2 + y^2$ есть квадрат расстояния точки на боковой поверхности трубы от оси вращения, а C — некоторая постоянная.

Сравнивая граничные условия (1.61) и (1.62)

$$\psi = 0,5(x^2 + y^2) + C(\Phi - \omega x^2/2) + C \quad (1.62)$$

где C — некоторая постоянная, легко заметить, что функции тока $\Phi(x, y)$ и гармоническая функция $\Psi(x, y)$ сопряжены с функцией перемещения иногда и применяемая иногда при решении задач о кручении стержней совпадают, если поперечное сечение трубы такое же, как и поперечное сечение скручиваемого стержня и если $\omega = 1$. Заметим, что потенциалу скорости для рассматриваемого движения жидкости будет соответствовать функция перемещения $\psi(x, y)$ скручиваемого стержня Ден-Гартог и Мак-Гивен [7] подтвердили эту аналогию экспериментальным путем.

1.3.3 КРАТКИЙ ОБЗОР КРУЧЕНИЯ ПРИЗМАТИЧЕСКИХ СТЕРЖНЕЙ

Первое исследование по кручению призматических стержней принадлежит КУЛОНУ, который в ме-муаре, изданном в 1787 г., дал теорию кручения круглых призматических стержней. Согласно этой теории, поперечные сечения в круглых стержнях при кручении остаются плоскими и радиусы не искривляются. Основываясь на этой гипотезе, Кулон получил следующую формулу для крутящего момента: [7]

$$M = (\pi r^4/2l)G\theta = G\theta I_p \quad (1.63)$$

где G — модуль сдвига материала, $\theta = \varphi/l$ — угол закручивания на единицу длины стержня, I_p — полярный момент инерции сечения стержня относительно его центра тяжести:

$$I_p = \pi r^4/2.$$

Теория Кулона хорошо подтвердилась опытами, приведенными им самим над металлическими проволоками. Это были первые опыты надежные по кручению.

Дальнейшие экспериментальные и теоретические исследования показали, что это предположение является неверным и оно справедливо лишь только для круглых стержней.

Первое теоретическое исследование по кручению призматических стержней некруглого поперечного сечения принадлежит Коши. В 1829г. Коши, пользуясь полученными им общими уравнениями теории упругости, исследовал деформации призматических стержней прямоугольного сечения. В частности, он исследовал задачу о кручении призматического стержня с квадратным и прямоугольным поперечным сечением и получил следующую формулу для крутящего момента:[7]

$$M=4G\theta I_x I_y M_0 \quad (1.64)$$

где θ -угол закручивания на единицу длины стержня, G -модуль сдвига материала скручиваемого стержня, I_x и I_y -моменты инерции поперечного сечения относительно главных центральных осей, I_p -полярный момент инерции относительно центра кручения, совпадающего с центром тяжести сечения.

Исследовае особенности, связанные с решением задач о кручении стержней с многосвязным поперечным сечением, Буссинеск показал, что для того, чтобы обеспечить однозначность осевых перемещений $\omega(x,y)$ при решении задач кручения с помощью функции напряжений $U(x,y)$, необходимо, чтобы для любого внутреннего контура L_1 сечения скручиваемого стержня функция $U(x,y)$ удовлетворяла дополнительное условие

$$\int_{\Omega} (\partial U / \partial n) ds = -2\Omega,$$

где Ω - площадь области, ограниченной контуром L ,

Спустя 16 лет, в 1896 г., немецкий инженер Р. Бредтом это условие было сформулировано в виде теоремы о циркуляции касательного напряжения при кручении (см. гл. 1, §4 [7]):

ТЕОРЕМА БРЕДТА «ДЛЯ ЛЮБОГО ЗАМКНУТОГО КОНТУРА, ЦЕЛИКОМ ЛЕЖАЩЕГО В ПРЕДЕЛАХ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ Ω ЦИРКУЛЯЦИЯ КАСАТЕЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ КРУЧЕНИИ РАВНА ПЛОЩАДИ Ω ОГРАНИЧЕННОЙ ЭТИМ КОНТУРОМ L , УМНОЖЕННОЙ НА $2G\theta$ [7]

$$I = \int \tau dl = 2G\theta\Omega \quad (1.65)$$

В 1928г. Майзель доказал, что среднее касательное напряжение τ_{cp} по контуру сечения сплошного стержня равно [7]

$$\tau_{cp} = 2G\theta r_{cp} \quad (1.66)$$

где r_{cp} есть средний радиус поперечного сечения, равный отношению его площади к длине периметра т. е. в гидравлике будет равен гидравлическому радиусу.

В 1932 г. Е. Каламреу строго доказал, что круговое кольцо (в частном случае круг) является единственным поперечным сечением, остается плоским при кручении.

В заключении нам хотелось отметить, что богатый по содержанию обзор, посвященный работам по теории кручения упругих тел, дан в статье Т. Хиттинса [7]. Также хотелось отметить, что согласно новой теории, поперечные сечения в некруглых стержнях при кручении не остаются плоскими и радиусы искривляются по этому сечению

2) давление жидкости на торцевые сечения, т.е. силы P_1 и P_2 (воздействие жидкости, расположенной до сечения 1 - 1 и за сечением 2 - 2).

Так как движение жидкости в трубе равномерное, то распределение давления в поперечных сечениях происходит по законам гидростатики. Поэтому $P_1 = p_1 \omega$ и $P_2 = p_2 \omega$, где p_1 и p_2 - гидростатические давления в центре тяжести площадей ω в точках 1 и 2 на оси трубы (рис.1.6)

Сумма проекции сил P_1 и P_2 на ось $s-s$

$$[\Sigma P]_s = P_1 - P_2 = \omega(p_1 - p_2);$$

3) проекции сил $N, N...$ (сил давления стенок трубы на боковую поверхность выделенной массы) на ось $s-s$ будет равны нулю, так как они перпендикулярны оси проекции.

Левая часть уравнения (1.69) будет выражена так:

$$[\Sigma F_{s,n}]_s = \rho g \omega (z_1 - z_2) + \omega (p_1 - p_2) \quad (1.69)$$

Составим выражение правой части уравнения (1.68). Заметим, что сопротивление движению возникает вследствие тормозящего действия неподвижных стенок трубы. Поэтому силы сопротивления $F_{c,n}$ можно определить по касательным напряжениям на стенке (рис.1.6).

Обозначим через dF силу сопротивления, приходящуюся на элементарную полоску шириной dx и длиной l . Тогда

$$[\Sigma F_{c,n}]_s = \int_x dF = \int_x \tau l dx \quad (1.70)$$

Касательное напряжение τ считаем величиной постоянной вдоль этой площадки, но оно может изменяться по смоченному периметру.

Интегрируя (1.71) и пользуясь при этом понятием о среднем, получаем (заменяя τ величиной τ_0):

$$\int_{\chi} F_{\tau_0} d\chi = \int_{\chi} \tau_0 d\chi = \tau_0 l \chi \quad (1.71)$$

где τ_0 - среднее значение касательного напряжения на стенке.

С учетом (1.69) и (1.70) можно записать уравнение динамического равновесия (1.68)

$$\rho g \omega (z_1 - z_2) + \omega (p_1 - p_2) = \tau_0 l \chi$$

или, разделив на $\rho g \omega$, в таком виде:

$$(z_1 + p_1 / \rho g) - (z_2 + p_2 / \rho g) = (\tau_0 / \rho g) l / R, \quad (1.72)$$

где $R = \omega l \chi$ - гидравлический радиус.

Запишем теперь уравнение Бернулли для тех же двух сечений 1 - 1 и 2 - 2 (рис.1.6):

$$(z_1 + p_1 / \rho g + V_1^2 / 2g) - (z_2 + p_2 / \rho g + V_2^2 / 2g) = h_c \quad (1.73)$$

Поскольку движение равномерное, т.е. $V_1 = V_2$, опускаем $V_1^2 / 2g = V_2^2 / 2g$ и из сопоставления уравнений (1.72) и (1.73) находим:

$$h_c = (\tau_0 / \rho g) l / R, \quad (1.74)$$

или, так как $h_0 l = I$ (i -гидравлический уклон), то

$$\tau_0 / \rho g = Ri \quad \text{или} \quad \tau_0 = \rho g Ri \quad (1.75)$$

Уравнение (1.75) и называется основным уравнением установившегося равномерного движения для «правильных русел».

Учитывая

$$i = h_0 / l; \quad R = \omega / \chi \quad (1.76)$$

получим

$$h_0 = (\tau_0 / \rho g) l / R; \quad (1.77)$$

Обращаясь к формуле (1.77), заметим, что всегда можно записать равенство

$$\tau_0 / \rho g = \zeta (V^2 / 2g), \quad (1.78)$$

полагая при этом что безразмерный коэффициент ζ величина переменная [6].

После подстановки в уравнение (1.74) получим

$$h_0 = \zeta l / R (V^2 / 2g) \quad (1.79)$$

это формула ВЕЙСБАХА, а заменив гидравлический радиус диаметром по условию $R = d/4$, получим:

$$h_0 = 4\zeta l / d (V^2 / 2g)$$

или, обозначив $4\zeta = \lambda$,

$$h_0 = \lambda \cdot l/d(V^2/2g),$$

где λ и ζ - безразмерные коэффициенты.

Эта формула именуется формулой Дарси-Вейсбаха. Она используется для расчета трубопроводов.

По формуле (1.75)

$$\tau_0/\rho g = Ri$$

с учетом

$$\tau_0/\rho g = \zeta(V^2/2g) = \lambda/4(V^2/2g)$$

после подстановки найдем

$$V = (8g/\lambda)^{0.5} \cdot (Ri)^{0.5}$$

Обозначим

$$C = (8g/\lambda)^{0.5} \quad (1.80)$$

Получим формулу

$$v = C \cdot \sqrt{Ri} \quad (1.81)$$

C - есть коэффициент ШЕЗИ, а формула именуется формулой ШЕЗИ, она получила широкое применение в расчетах открытых потоков.

Исследование формул приведенных в этом параграфе Дается в главе II

В данный момент для определения С-КОЭФФИЦИЕНТА ШЕЗИ используя формулу Маннинга

$$C=(1/n) \cdot R^{1.49} \quad (1.82)$$

Рис. 1.7 и 1.8

Рис.1.8

(см. Приложение XII стр. 295)

§1.5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕГО МАКСИМАЛЬНОГО КАСАТЕЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ МЕТОДОМ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ АНАЛОГИИ ПРИ ЛАМИНАРНОМ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ В НЕКРУГЛЫХ ТРУБАХ

Часто решения различных задач механики приводятся к одинаковым по своей структуре математическим уравнениям. Это позволяет установить некоторую аналогию между рассматриваемыми разными механическими задачами, выраженными одинаковыми уравнениями.

Существует несколько аналогий между задачами о кручении призматических стержней и задачами гидродинамики о движении жидкости в цилиндрических трубах [7].(см. Глава 1, §3).

Пользуясь этими аналогами [7] и теорией Бредта [7], авторам удалось получить расчетную форму-

лу для определения среднего максимального касательного напряжения для стационарного движения жидкости в цилиндрической трубе произвольного сечения.

Напишем уравнение Навье-Стокса для стационарного движения жидкости в цилиндрической трубе произвольного сечения [8] и фор. (1.16)

$$\partial^2 U / \partial y^2 + \partial^2 U / \partial z^2 = 1/\mu (dP/dx) \quad (1.82)$$

где $U=U(x,z)$ -составляющая скорости для стационарного движения жидкости; μ -динамическая вязкость жидкости; P -гидродинамическое давление, которое вдоль оси x постоянно

$$dP/dx = \text{const} \quad (1.83)$$

формуле (1.83) придадим следующий вид:

$$dP/dx = \Delta P / \Delta x = \gamma \Delta P / \Delta x \gamma = \gamma h_0 / \Delta x \quad dP/dx = \gamma i \quad (1.84)$$

Здесь i -гидравлический уклон. Он определяется из частных решений уравнения Навье-Стокса см. §2 глава I

$$i = 4\nu Q / g I_{np} \quad (1.85)$$

где Q -расход потока; I_{np} -**момент инерции при кручении т.е. параметр когерентности потока**; ν -кинематическая вязкость жидкости.

Подставляя значение i -в формулу (1.84), получим

$$dP/dx = 4\gamma w Q / g I_{\text{пр}} = 4\mu Q / I_{\text{пр}} \quad (1.86)$$

Согласно формуле (1.86) уравнение (1.82) примет вид

$$\partial^2 U / \partial y^2 + \partial^2 U / \partial z^2 = 4Q / I_{\text{пр}} \quad (1.87)$$

Согласно теории упругости уравнение кручения призматического бруса имеет вид

$$\partial^2 \varphi / \partial y^2 + \partial^2 \varphi / \partial z^2 + 2G\theta = 0, \quad (1.88)$$

где $\varphi = \varphi(y, z)$ -функция перемещения скручиваемого стержня, которая согласно аналогии Томсона и Тета [7] будет соответствовать потенциалу скорости; G -модуль сдвига материала стержня; θ - кручения; y, z -координаты [7].

Из таблицы 12 (см.[7] стр. 261) видно, что максимальное значение касательного напряжения при кручении для произвольного сечения можно определить по формуле

$$\tau_{\text{max}} = G\theta \cdot I_{\text{пр}} / W_{\text{пр}} \quad (1.89)$$

где $W_{\text{пр}}$ - **момент сопротивления кручению** т.е. **параметр когерентности потока** [3].

Из формулы (1.89) определим $G\theta$ и, подставляя в формулу (1.88), получим

$$\partial^2 \varphi / \partial y^2 + \partial^2 \varphi / \partial z^2 + 2\tau_{\text{max}} \cdot W_{\text{пр}} / I_{\text{пр}} = 0. \quad (1.90)$$

Уравнения (1.87) и (1.90) будут идентичными, если уравнение (1.87) умножим на μ ;

$$\mu(\partial^2 U \partial y^2 + \partial^2 U \partial z^2) + 4\mu Q / l_{\text{тр}} = 0. \quad (1.91)$$

В первом приближении можем написать

$$4\mu Q / l_{\text{тр}} \approx 2\tau_{\text{max}} \cdot W_{\text{тр}} / l_{\text{тр}}, \quad (1.92)$$

откуда [38]

$$\tau_{\text{max}} = 2\mu Q / W_{\text{тр}} \quad (1.93)$$

Среднее максимальное касательное напряжение для ламинарного движения жидкости в некрутых трубах можно определить по формуле

$$\bar{\tau}_{\text{max}} = (J \tau_{\text{max}} d\chi) / \chi \quad (1.94)$$

где χ -смоченный периметр при произвольном поперечном сечении трубы.

Для определения интеграла

$$J = \int \tau_{\text{max}} d\chi \quad (1.95)$$

используем теорему Бредта (см. [7] гл. 1. §9).

Имея в виду теорему БРЕДТА, формула (1.94) примет вид (см. Глава 1, §3, П3.3 стр. 41).

$$\bar{\tau}_{\text{max}} = 2G\theta\omega / \chi = 2G\theta R, \quad (1.96)$$

где R -гидравлический радиус.

В формуле (1.89) определим $G\theta$ и, подставляя значения τ_{\max} из формулы (1.93), получим

$$G\theta = 2\mu Q/L_{\text{тр}} \quad (1.97)$$

Подставляя значение $G\theta$ в формуле (1.96), получим [38]

$$\bar{\tau}_{\max} = 4\mu QR/L_{\text{тр}} \quad (1.98)$$

Формула (1.98) дает возможность решить целый ряд задач для стационарного ламинарного движения потока в некрутых трубопроводах с учетом когерентности потока.

Напишем основное уравнение установившегося равномерного движения для «правильных русел» (фор. (4-15) [9] стр. 133)

$$\bar{\tau}_{\max} = \gamma Ri \quad (1.99)$$

Подставляя в эту формулу значение $\bar{\tau}_{\max}$ определенное по формуле (1.98) и определяя отсюда расход потока [38]

$$Q = (gj/4\nu) L_{\text{тр}} \quad (1.100)$$

Разделив уравнение (1.100) на ω получим среднюю скорость потока [38]

$$V = (gj/4\nu) i_{\text{тр}} \quad (1.101)$$

где i_p - радиус инерции при кручении т.е параметр когерентности потока (см.таблица 1.1)

$$i_p = (I_p / \omega)^{0,5} \quad (1.102)$$

После простого преобразования формулы (1.101) получим

$$h_c = \lambda \cdot (l \cdot i_p) \cdot (V^2 / 2g) \quad (1.103)$$

$$\text{где} \quad \lambda = 8 / \bar{R}_c \quad (1.104)$$

Здесь \bar{R}_c - число Рейнольдса с учетом когерентности потока

$$\bar{R}_c = V i_p / \nu \quad (1.105)$$

Таким образом были получены формулы (1.103) Дарси-Вейсбаха с учетом когерентности потока и число Рейнольдса с учетом когерентности потока и т. д.

О превосходстве этих формул дано в главе I §2 (см. фор. 1.23; 1.29; 1.35; 1.42; 1.49)

В заключении надо отметить, что для гидродинамической аналогии, кроме выше сказанного надо соблюдать два основных условия:

I УСЛОВИЕ

Из формулы Маизела

$$\tau_{\max} = 2G\theta R \quad (1.106)$$

и из основного гидродинамического уравнения

$$\bar{\tau}_{\max} = \gamma_i R \quad (1.107)$$

Получим

$$2G\theta = \gamma_i \quad \text{I}$$

II УСЛОВИЕ Из формулы (1.93)

$$\bar{\tau}_{\max} = 2\mu Q/W_{\text{пр}} \quad (1.108)$$

и из формулы

$$\bar{\tau}_{\max} = M/W_{\text{пр}} \quad (1.109)$$

Получим

$$M = 2\mu Q \quad \text{II}$$

§1.6 КРАТКИЙ ОБЗОР ОБОБЩЕННЫХ ФОРМУЛ ПРИ ЛАМИНАРНОМ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ В НЕКРУГЛЫХ ТРУБАХ

Ламинарное течение в трубах прямоугольного и квадратного сечения было исследовано Сен-Венаном, а в трубах, поперечное сечение которых представляет собой эллипс, равносторонний треугольник и кольцевое пространство между двумя концентрическими окружностями—Буссинеским. В [10] табл.

4.1 стр. 140 приведены результаты этих исследований.

Приближенное решение для ламинарного течения в призматических трубах произвольного сечения по Сен-Венану, для жесткости при кручении принять приближенно $\check{C} = GF^4/40I_0$, где G -модуль сдвига; I_0 -полярный момент инерции поперечного сечения, F -площадь поперечного сечения, и вследствие указанной выше аналогии положить $\check{C} = \Delta P/4\mu$, где $\Delta P = (p_1 - p_2)/L$ - падение давления на единицу длины, то жесткость будет соответствовать расходу жидкости. При этом для расхода получим

$$Q = \Delta P F^4 / 160 \mu I_0 \quad (1.110)$$

Сопоставляя полученные результаты с данными точного решения, приведенными в [10] табл. 4.1 стр 141, видим, что погрешности приближенного решения составляют примерно 15-20%.

Необходимо, однако, отметить, что подобный метод расчета следует рассматривать как приближенный (см. [10] стр. 142), так как, для некоторых форм поперечных сечений (на пример, прямоугольного) вычисленные таким образом значения Q существенно (в отдельных случаях до 30%) отличаются от истинных. Это объясняется возникновением в трубах, в плоскости их поперечного сечения, так называемых вторичных течений, идущих в направлении от центральной части трубы к периферии и требующих дополнительных затрат энергии.

Имея ввиду вышесказанное, профессор Ф. П. Товстолес пишет: «При ламинарном движении задача

установления расчетных зависимостей усложняется, так как теоретически не представляется возможным использовать величину гидравлического радиуса, как это имело место в случае движения турбулентного, вследствие этого, нельзя, например, обобщить выведенный в закон Пуазейля для круглого сечения, на сечение произвольного профиля путем простого перехода от диаметра к гидравлическому радиусу,

$$J=(32/g) \cdot (\nu C/d) \quad (1.111)$$

где J -гидравлически уклон;
 C -коэффициент Шези;
 d -внутренний диаметр трубы;
 ν -коэффициент вязкости жидкости,

как это сделано, например, у Кошерского п. м.» [11] стр.143.

Несмотря на вышесказанное, исследование продолжается, чтобы составить обобщенную формулу для определения расхода ламинарного течения при произвольной форме поперечного сечения призматической трубы.

Среди этих работ надо особо отметить работу Л.С. Лейбензона [12]. Он для этой работы использовал приближенную формулу Сен-Венана. Вследствии аналогии между кручением балки и ламинарным течением жидкости в трубах, он получил такую формулу

$$Q=P\omega^4/160\mu I_0 \quad (1.112)$$

где I_0 -полярный момент инерции поперечного сечения трубы;
 ω -площадь поперечного сечения трубы;
 P -падение напора на единице длины;
 μ -динамическая вязкость жидкости.

А.Г. Темкин [13] после простого преобразования (1.112) формулы дал вид формулы Дарси-Вейсбаха, откуда получили критерий Лейбензона

$$K=L_s=5120 \cdot I_0/P^2 \omega \quad (1.114)$$

Вносим в этот критерий поправочный коэффициент $2/\psi$ и получаем

$$L_s=5120 \cdot I_0/P^2 \omega (2/\Psi) \quad (1.115)$$

где Ψ -это критерий неравномерности скоростного поля.

$$\Psi=U_{\max}/V \quad (1.116)$$

Значения, которые получает из экспериментов Никурадзе [14] и Шиллера [15]

После всего этого приходится поставить вопрос, в чем же преимущество формулы А.Г. Темкина перед обыкновенной формулой Дарси-Вейсбаха.

В данный момент проектировщики для расчета потерь напора в некруглых трубах при лами-

нарном режиме пользуются справочниками [16] (см. стр. 40), где формула Дарси-Вейсбаха данно в таком виде

$$h_0 = \lambda_{\text{max}}(L/R)(V^2/2g) \quad (1.117)$$

где R -гидравлический радиус;
 ω -живое сечение потока в трубе;
 L -длина трубопровода;
 V -средняя скорость потока.

Коэффициент ламинарного трения λ_{max} в обобщенном виде пишется так

$$\lambda_{\text{max}} = B/R_0 \quad (1.118)$$

где R_0 -число Рейнольдса, вычисленное по эквивалентному диаметру ($d_0 = 4R = 4\omega/h$)
 $R_0 = V d_0 / \nu$ (1.119)

Коэффициент B зависит от формы поперечного сечения трубы, численные значения которого, зависящие от формы сечения, изменяются от 53 (равносторонний треугольник) до 96 (прямоугольник) с соотношением $a/b \rightarrow \infty$ (Значение коэффициента B дается в гидравлических справочниках см. [16] таблицу стр.40)

Этот факт говорит о том, что гидравлический радиус не является параметром когерентности потока т.е. при осреднении движения потока потеряна информация о вихревом движении потока.

Впервые Н.Е. Таварткиладзе (1989г.) в инженерной гидравлике был принят радиус инерции при кручении (см. Фор.(1.23) –(1.49)) вместо гидравлического радиуса, которая учитывает вторичные течения, возникшие в некрутых трубопроводах и в открытых каналах. Также в инженерной гидравлике были приняты новые параметры когерентности потока: момент инерции при кручении и сопротивлении при кручении. Что дало возможность решить целый ряд проблем в инженерной гидравлике.

**§1.7. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
КАСАТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ
И СКОРОСТИ В ПОТОКЕ, МЕТОДОМ
ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ АНАЛОГИИ ПРИ
ЛАМИНАРНОМ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ В
НЕКРУТЫХ ТРУБАХ**

Воспользуемся аналогами в ламинарном движении жидкости в некрутых трубах и при кручении призматических брусьев (см. § 3 и 5).

В теории упругости [17] полное касательное напряжение в произвольной точке поперечного сечения определяется по формуле:

$$\tau = M\rho/L_{кр} \quad (1.121)$$

где величина [17]

$$\rho = [(\partial\varphi/\partial x - y)^2 + (\partial\varphi/\partial y + x)^2]^{1/2} \quad (1.122)$$

Если использовать гидродинамические аналогии и условие II (см. § 5) получим полное касательное напряжение в произвольной точке живого сечения некруглой трубы

$$\tau = 2\mu Q \cdot (\rho/L_{\text{гп}}) \quad (1.123)$$

где ρ является функцией когерентности для живого сечения потока, которая определяется по формуле (см. фор. (8.30), (8.47) [17] стр. 189)

Если предположить $\varphi=0$, то получим решение задачи о кручении стержня круглого поперечного сечения, а по нижеприведенной формуле (1.124) для круглого трубопровода [4]

$$I_{\text{гп}} = I_0 = \iint (x^2 + y^2) dx dy = \pi r^4 / 2 \quad (1.124)$$

$$\rho = r = (x^2 + y^2)^{0.5} \quad (1.125)$$

Подставляя в формуле (1.123) значение Q определенное по формуле (1.37) и $\rho=r$ получим:

$$\tau = \gamma i r / 2 \quad \text{или} \quad \tau = \gamma i r / 2 \quad (1.126)$$

Теперь рассмотрим равномерное напорное движение жидкости в цилиндрических трубах некруглого поперечного сечения при ламинарном режиме.

Ввиду того, что движения реальных жидкостей

визревой необходимо модифицировать формулу НЬЮТОНА о касательной напряжения, который возникает между слоями потока

$$\tau = -\mu dU/dr \quad (1.127)$$

где μ -динамическая вязкость жидкости, с ростом r (от оси к стенке трубы) скорость U и уменьшается поэтому градиент скорости $dU/dr < 0$. Поскольку касательное напряжение величины положительная, в формуле (1.127) вводится знак минус. ρ -функция когерентности потока (см. [17] фор. (8.47), (8.30) стр. 179).

Для касательного напряжения ранее было получено соотношение (1.126)

$$\tau = \gamma i r / 2 \quad (1.128)$$

где γ -объемный вес жидкости, i -гидродинамический уклон.

Приравняя (1.127) и (1.128) получим:

$$\rho_{ж} g i r / 2 = \mu dU/dr \quad (1.129)$$

где $\rho_{ж}$ -плотность жидкости откуда:

$$dU = -\rho_{ж} (g i / 2 \mu) r dr = -(g i / 2 \nu) r dr \quad (1.130)$$

Полагая что ν не изменяется в пределах живого сечения и учитывая, что l независит от r получим:

$$dU = -g/2v \rho dp + c \quad (1.131)$$

После интегрирования:

$$U = -(g/4v) \rho^2 + c \quad (1.132)$$

Находим постоянную интегрирования c , из условия «прилипания» жидкости к стенке.

При $\rho = \rho_0$ скорость $U = 0$ поэтому

$$c = (g/4v) \rho_0^2 \quad (1.133)$$

Тогда, для местной скорости в точке живого сечения расположенной на расстоянии ρ от оси трубы имеем

$$U = (g/4v) (\rho_0^2 - \rho^2) \quad (1.134)$$

Из (1.134) следует, что максимальная скорость имеет место на оси трубы, т.е. при $\rho = 0$

$$U_{\max} = (g/4v) \rho_0^2 \quad (1.135)$$

Выразим местную скорость U через U_{\max}

$$U = U_{\max} [1 - (\rho/\rho_0)^2] \quad (1.136)$$

Безразмерная местная скорость:

$$U/U_{\max} = 1 - (\rho/\rho_0)^2 \quad (1.137)$$

Для круглой трубы $\rho = r$ получим

$$U = (g/4v) \cdot (r_0^2 - r^2) \quad (1.138)$$

$$U_{\max} = (g/4v) r_0^2 \quad (1.139)$$

$$U/U_{\max} = 1 - (r/r_0)^2 \quad (1.140)$$

Для эллипса

$$\rho = \left\{ y^2 [(b^2 - a^2)(b^2 + a^2) - 1]^2 + x^2 [(b^2 - a^2)(b^2 + a^2) + 1]^2 \right\}^{0.5} \quad (1.141)$$

$$\rho_{\max} = 2a^2 b / (a^2 + b^2) \quad (1.142)$$

Когда $a = b = r$ получим $a_0 = b_0 = r_0$ соответственно

$$U/U_{\max} = 1 - (x^2 + y^2)/r_0^2 \quad \text{или} \quad U/U_{\max} = 1 - (r/r_0)^2 \quad (1.143)$$

В этом параграфе дается модифицированная формула НЬЮТОНА позволяющая решать такие

сложные проблемы, как распределение касательных напряжений и скоростей методом гидродинамической аналогии в живом сечении некрутых труб при ламинарном движении потока.

§1.8. ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В КАПИЛЛЯРНОЙ ТРУБКЕ ПРОИЗВОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ С УЧЕТОМ КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА ПРИ СМАЧИВАЕМЫХ И НЕСМАЧИВАЕМЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ

По существующим представлениям, при движении потока жидкости в капиллярных трубках произвольного сечения с твердыми стенками ее молекулы, непосредственно контактирующие с твердой поверхностью, прилипают к этой поверхности, образуя неподвижный слой. За этим слоем идет пограничный слой с большими градиентами скоростей. Это представление является основополагающим в теории пограничного слоя [18]. Такое представление бесспорно при смачивании твердой стенки жидкостью, когда силы притяжения молекул жидкости молекулами материала стенки значительно превышают силы взаимодействия между молекулами жидкости.

При движении несмачивающей жидкости в трубках произвольного сечения с твердыми стенками, силы взаимодействия между молекулами которой превышают силы притяжения их молекулами стенки, явления прилипания молекул жидкости к стенке не должно было бы быть. Следовательно,

пристенный слой такой жидкости должен был проскальзывать вдоль стенки, что приводило бы к уменьшению гидравлического сопротивления. Попытки доказать это путем эксперимента, по различным причинам, не дали положительных результатов [19,20]

Целесообразно отметить, что в этих экспериментах не измерялась степень несмачиваемости жидкостью материала внутренней поверхности трубки.

Спорными оказались и данные экспериментов о наличии скольжения пристеночного слоя вязкопластичной жидкости относительно смачиваемой стенки трубки [21],[22].

Для тщательного изучения этих факторов авторами были проведены дополнительные исследования влияния несмачиваемости стенок капальной жидкостью на гидравлическое сопротивление в трубках

П.8.1. ЛАМИНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ ОБОБЩЕННОЙ НЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ

Теория обобщенных ньютоновских жидкостей применяется, в частности, при анализе установившихся ламинарных течений через трубки постоянного сечения, где лучше всего выполняются предположения, заложенные в уравнение [23] (фор. 6, стр. 182).

$$\tau_{\max} = 4\mu V R / r_{kp}^2 \pm \sigma/l, \quad (1.144)$$

где τ_{\max} - средняя максимальная касательная напряжения, для смачиваемой и несмачиваемой поверхностей трубки; μ - динамическая вязкость жидкости; V - средняя скорость по-

тока; R -гидравлический радиус; σ -коэффициент поверхностного натяжения [24]; l -длина трубки; ω -живое сечения трубки; $i_{кр}$ -радиус инерции при кручении т.е. параметр когерентности потока:

$$i_{кр} = I_{кр} / \omega, \quad (1.145)$$

$I_{кр}$ -момент инерции при кручении т.е. параметр когерентности потока.

Если выбрать цилиндрическую систему координат с осью z вдоль центральной линии трубки, то течение можно описать следующим образом [25];

$$V_z = U(r), \quad (1.146)$$

$$V_r = V_\theta = 0, \quad (1.147)$$

Причем, отличия от нуля только из-компоненту тензора растяжения, а именно

$$dU/dr = -\gamma_1(r), \quad (1.148)$$

где γ_1 -скорость сдвига; dU/dr -градиент скорости; для из-компоненты различия между типами компонент несутельственно).

Объемная расходная скорость Q дается выражением

$$Q = \pi R_0^2 V = \int_0^R 2\pi r U dr, \quad (1.149)$$

где R_0 -внутренний радиус трубки; V -средняя скорость.

Интегрируя уравнение (1.139) по частям. Получим [25]

$$V = V_\Delta + 1/\rho_0 \int_0^R r^2 \gamma_1 dr, \quad (1.150)$$

где V_Δ -скорость скольжения на стенке трубки.

Обычно предположение в классической гидромеханике состоит в том, что жидкость прилипает к любой твердой границе и, следовательно, V_Δ должна быть равна

нулю. В случае неньютоновских жидкостей было показано [26],[27] что при некоторых условиях V_{Δ} отлична от нуля.

П.8.2 ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В КАПИЛЛЯРНОЙ ТРУБКЕ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОТИ СКОЛЬЖЕНИЯ V_{Δ}

Рассмотрим случай равномерного движения жидкости в некруглых капиллярных трубках, когда кроме силы поверхностного натяжения действуют и силы тяжести.

После простых преобразований формула (1.134) примет следующий вид:

$$\tau_{\max}/\Gamma = R(4F/\dot{R}_c \pm 1/B) \quad (1.151)$$

где F , -число Фруда с учетом когерентности потока

$$F = V^2/gi_{\Delta} \quad (1.152)$$

\dot{R}_c -число Рейнольдса с учетом когерентности потока

$$\dot{R}_c = Vi_{\Delta 0}/\nu \quad (1.153)$$

B -число Бонда:

$$B = \rho g R l / \sigma \quad (1.154)$$

ν -кинематическая вязкость жидкости; γ -объемный вес жидкости; ρ -плотность жидкости. l -длина трубки.

Напишем основное уравнение установившегося равномерного движения ([9], стр.33):

$$\tau_{\max} = \gamma Ri. \quad (1.155)$$

Сравнением формул (1.151) и (1.155) получим:

$$I=4F/R_{\pm}l/B \quad (1.156)$$

Когда число В-Бонда стремится к бесконечности

$$I=4F/R_{\pm} \quad (1.157)$$

то получим уравнение движения жидкости в некрутых трубках при ламинарном режиме [28].

Средняя скорость потока в некрутых трубках, с учетом капиллярности и гравитационных сил, будет:

$$V=(g\lambda_0^2/4\nu)\pm\sigma\lambda_0^2/4\mu Rl. \quad (1.158)$$

Из формулы (1.158) получим скорость скольжения

$$V_{\pm}=\pm\sigma\lambda_0^2/4\rho VRl \quad (1.159)$$

и скорость прилипания

$$V_{\mp}=-\sigma\lambda_0^2/4\rho VRl \quad (1.160)$$

или для крутых трубок

$$V=\rho g l^2/8\mu\pm\sigma l^2/8\mu Rl. \quad (1.161)$$

Формула (1.161) была сопоставлена с опытыми данными Н.Ф. Бондаренко [29] и [134].

§1.9. НИЖНЕЕ КРИТИЧЕСКОЕ ЧИСЛО РЕЙНОЛЬДСА И ПАРАМЕТР КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА

Проблема описания возникновения турбулентности имеет более чем столетнюю историю. Одной из первых задач гидродинамической устойчивости обсуждали Рэлей в статье 1879г. [30] о неустойчивости жидких струй и Рейнольдс в работе 1883г. [31] о «прямолинейном» и «волнистом» течениях в трубах. Сейчас много известно о различных типах гидродинамических неустойчивостей [32], [34]. Развитые турбулентные течения также описаны с помощью статических методов [35]. Однако, надежно количественно описать возникновение «хаотического» движения жидкости до сих пор не удавалось.

Поскольку до сих пор не существовало рабочего определения турбулентности, трудно было определить и понятие возникновения турбулентности. До недавнего времени турбулентность экспериментально определялась обычно по явлению случайности на фотографиях течений, в которых линии тока или другие характеристики визуализировались с помощью специальных добавок. Однако, при таком подходе исключается возможность сложных, но, тем не менее, в высшей степени упорядоченных структур течения. Внешний вид течения еще не позволяет надежно судить о его истинной природе.

За последние пять лет благодаря ряду значительных новшеств искусство экспериментального исследования неустойчивостей и турбулентности за-

метно усовершенствовались. Один из новых методов лазерное доплеровское измерение скорости [36], когда используя сдвиг частоты света, рассеивающегося на движущейся жидкости, дистанционно измеряют мгновенную локальную скорость.

Наконец, наиболее важным усовершенствованием эксперимента явилось применение лабораторных компьютеров для [37] сбора данных и контроля за параметрами [37].

За последние два десятилетия произошли существенные изменения в понимании природы турбулентности в слоях смещения, водоводах, струях и в пристеночных течениях. Эти изменения обусловлены обнаружением в указанных течениях так называемых КОГЕРЕНТНЫХ СТРУКТУР.

Движение водного потока и его взаимодействие с сооружениями, как известно характеризуются так называемыми КОГЕРЕНТНЫМИ СТРУКТУРАМИ – крупномасштабных периодических вихревых образований, развивающихся на фоне мелкомасштабной турбулентности и определяющих существенную часть рейнольдсовых напряжений. Указанные структуры имеют размеры, соизмеримые с поперечным размером потока характеризуются большим временем существования.

На основании поставленных экспериментов и теоретических исследований, с использованием гидродинамических аналогии [38], автором найден параметр – **РАДИУС ИНЕРЦИИ ПРИ КРУЧЕНИИ Т. Е. ПАРАМЕТР КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА**, кото-

рый характеризует когерентность потока при внутренних движениях водного потока в гидротехнических сооружениях [2].

Известно, что гидравлический радиус не характеризует структуру потока и нижнее критическое число Рейнольдса, который меняется в больших диапазонах.

Из таблицы 1.3 (см. [16] стр. 38) видно в каких больших диапазонах изменяется значение нижнего критического числа Рейнольдса для трубопровода прямоугольного сечения при разных соотношениях сторон, когда для определения значения нижнего критического числа Рейнольдса использован гидравлический радиус $- R = 4\omega/\chi$, где ω - площадь живого сечения трубопровода; χ - смоченный периметр живого сечения.

В этой же таблице 1.3 данные значения нижнего критического числа Рейнольдса определены по формуле:

$$\dot{R}_{e\text{ кр.}} = V_{\text{кр.}} \cdot i_{\text{кр.}} / \nu \quad (1.162)$$

где $V_{\text{кр.}}$ - средняя критическая скорость потока;

ν - кинематическая вязкость жидкости;

$i_{\text{кр.}}$ - РАДИУС ИНЕРЦИИ ПРИ КРУЧЕНИИ
Т.Е. ПАРАМЕТР КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА

$$i_{\text{кр.}} = (I_{\text{кр.}}/\omega)^{0.5} \quad (1.163)$$

где $I_{кр}$ - момент инерции при кручении т.е. параметр когерентности потока.

Из таблицы 1.3 видно, что нижнее критическое число Рейнольдса рассчитано по формуле (1.162) и остаётся постоянным.

Таблица 1.3

a/b	1.0	0.5	0.2	0.1	0.00
$R_c = V_{кр} R / \nu$	1030	1130	1500	1700	2040
$R_c = V_{кр} I_{кр} / \nu$	800	810	850	820	800

Выше сказанное оправдалось в исследованиях автора и других исследователей. Так, например, в опытах Лонсдел [15] исследовал нижнее критическое число Рейнольдса для девяти различных кольцевых щелей с шириной от 0.300 до 0.938 см. Отношение a/B составляло от 0.315 до 0.808 т.е. изменялось в весьма значительных пределах. Критическое число Рейнольдса, где линейным параметром использован гидравлический радиус $R = 2\omega/\chi$, оказалось зависящим от отношения a/B , именно с увеличением последнего оно убывает, как это видно из таблицы 1.4, в этой же таблице дано значение нижнего критического числа Рейнольдса и определяется по формуле (1.152), которая остаётся постоянной.

Таблице 1.4

a/B	0.315	0.418	0.514	0.639	0.683	0.719	0.80
$R_e = V_{np} \cdot R/\nu$	1400	1460	1350	1320	970	990	1040
$R_e = V_{np} \cdot i_{np}/\nu$	811	805	800	815	800	800	800

Для определения нижнего критического числа Рейнольдса в некрутых трубопроводах аналитическим способом воспользуемся формулами определяющими потери напора по длине для ламинарного режима и для турбулентного режима:

$$h_c = \lambda \cdot L / i_{np} \cdot V^2 / 2g \quad (1.164)$$

где L -длина трубопровода;

λ -коэффициент Дарси, (с учетом когерентности потока) который для ламинарного режима равен [38]

$$\lambda_{max} = 8/R_e \quad (1.164)$$

а для турбулентного режима равен:

$$\lambda_{np} = 0.033(8/R_e + \Delta/i_{np})^{0.25} \quad (1.166)$$

определим сначала нижнее критическое число Рейнольдса для гладких некрутых трубопроводов т. е. [39]

$$\lambda_{\text{тр}} = 0.033 \cdot 1.7 / R_{\text{с}}^{0.25} \quad (1.167)$$

Из формул видим (1.164), (1.165) и (1.166), что переход из ламинарного в турбулентном режиме в гладких некруглых трубах будет происходить

$$\lambda_{\text{тур}} = \lambda_{\text{тр}} \quad (1.168)$$

Подставляя в уравнение (1.168) значение $\lambda_{\text{тур}}$ (см. форм. (1.165) и $\lambda_{\text{тр}}$ (см. Форм (1.167) получим:

$$R_{\text{с кр}} = 800 \quad (1.169)$$

Надо отметить, что формула (1.169) справедлива для гладких некруглых трубопроводов, когда влияние силы поверхностного натяжения и относительной шероховатости $\Delta i_{\text{ср}}$ незначительна.

Следует иметь в виду, что приведенные числовые значения $R_{\text{с}}$ относятся к равномерному движению. При неравномерном движении условия резко изменяются, и при сужении канала течение является более устойчивым. Сходящиеся твердые стенки канала (трубы) оказывают стабилизирующее действие, и ламинарный режим может сохраниться и при числах Рейнольдса, больших 2320. Некоторым исследователям удалось сохранить ламинарный поток при $R_{\text{с}} = 40\,000$. [6] стр.133

Влияние вибрации трубопровода. При работе трубопровода в условиях вибрации значение $R_{\text{с кр}}$ уменьшается. Влияние вибрации на увеличение λ (до 20%) отмечается в области перехода от ламинарного к турбулентному движению. Увеличение λ в трубопроводах

мелиоративных, строительных и других машин, работающих в условиях вибрации, должно учитываться при конструировании.

§ 1.10. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ РАЗМЕРНОСТЕЙ И ПАРАМЕТРЫ КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА

П. 10.1 АНАЛИЗ РАЗМЕРНОСТЕЙ

При изучении вопросов гидравлических явлений обычно рассматривается физическая система, все характеристики которой можно выразить через три «основные» размерности: МАССЫ, ДЛИНЫ И ВРЕМЕНИ. Выбор этих трёх размерностей удобен тем, что они относятся к тем свойствам окружающего нас мира, которые, согласно нашему представлению о нём, достаточно фундаментальны и к тому же легко поддаются измерению. Однако простое рассуждение показывает, что на самом деле указанные размерности не являются основными. Второй закон Ньютона связывает силу с массой, длиной и временем соотношением вида

$$F \sim Ma, \quad (1.170)$$

где F — сила, M — масса и a — ускорение. Если предположить, что коэффициент пропорциональности не имеет размерности, то

$$[F] = [M][L]/[T]^2, \quad (1.171)$$

где символом $[]$ обозначена размерность величины. Равенство (1.171) определяет размерность силы в системе единиц массы, длины и времени, однако вместе с тем из него со всей очевидностью следует, что можно было бы выбрать и систему единиц силы, длины и времени, в которой масса имела бы размерность

$$[M] = [F][T]^2/[L], \quad (1.172)$$

Это вполне закономерно, и, поскольку сила в качестве основной величины легко поддается идентификации, использование

системы единиц силы, длины и времени не должна вызывать принципиальных затруднений.

Можно ввести множество других систем единиц, используя другие величины в качестве основных. Например, было бы нетрудно построить систему, основанную на единицах измерения длины, времени и вязкости. В ней размерность силы определялась бы из выражения для касательного напряжения в жидкости

$$\tau = \mu dU/dy, \quad (1.173)$$

где τ -касательное напряжение, μ -динамический коэффициент вязкости и dU/dy -градиент скорости в направлении поперек потока.

Касательное напряжение представляет собой силу, действующую на единицу площади. Так что соотношение (1.173) можно записать через размерности «основных» величин в виде

$$[F]/[L]^2 = ([\mu][L]/[T])/[L], \quad (1.174)$$

где $[\mu]$ -размерность вязкости. В результате получим

$$[F] = [\mu][L]^2/[T]. \quad (1.175)$$

Уравнения (1.171) и (1.175) дают теперь следующую размерность массы:

$$[M] = [\mu][L][T] \quad (1.176)$$

Все эти рассуждения приведены с целью показать, что обычно используемая система единиц массы (или силы) длины и времени не является фундаментальной для понимания физического мира. Эта система стала общепризнанной лишь по той причине, что используемые в ней величины привычны для наших ощущений.

Выше нами было доказано, что при внутреннем движении жидкости, чтобы учесть когерентность потока необходимо:

1) для определения расхода потока надо использовать параметр когерентности потока-момент инерции при кручении;

2) для определения средней скорости потока ла-

размер когерентности потока- радиус инерции при кручении;

3) для определения касательной напряженности параметр когерентности потока-момент сопротивления при кручении.

В табл. 1.5 указаны размерности величин, которые обычно встречаются в исследованиях по гидравлике и гидромеханике. Авторами в табл. 1.5 внесены также размерности величин: момент инерции при кручении; радиус инерции при кручении и момент сопротивления при кручении.

Размерности величин, приведенных в табл. используются в методе частичного анализа известном под названием анализа размерностей. Этот метод во многом основан на работах Фурье, который сформулировал принцип однородности по размерности. По существу принцип Фурье сводится к утверждению, что любое уравнение корректно только в том случае, если все его члены имеют одинаковую размерность.

Принцип Фурье, сформулированный еще в начале XIX в., привлек в дальнейшем внимание многих исследователей. В частности, Рейли [41] и Буккингем [41] разработали методы, которые широко используются и в настоящее время.

П.10.2 МЕТОД ПОКАЗАТЕЛЕЙ РЕЛЕЯ

Сущность метода показателей составляет следующая процедура. Записывается функциональное уравнение, формулирующее определяющую рассматриваемую задачу. Затем оно переписывается через размерности входящих в него величин, после чего приравниваются показатели степени $[M]$, $[L]$ и $[T]$ в левой и правой частях уравнения, что делает его однородным по размерности. Для иллюстрации этого метода можно рассмотреть три сравнительно простые задачи в порядке возрастания их сложности.

1 Рассмотрим сначала ламинарные движения жидкостей в трубопроводах произвольной формы поперечного сечения. При этом методе, как известно, записывается функциона-

Таблица 5

**РАЗМЕРНОСТИ ВЕЛИЧИН, ВСТРЕЧАЮЩИХСЯ
В ГИДРОМЕХАНИКЕ [41]**

Наименование величин	СВЪЗНАНИЕ	РАЗМЕРНОСТЬ
Длина	L	[L]
Время	t	[T]
Масса	M	[M]
Площадь	A	[L] ²
Объем	V	[L] ³
Линейная скорость	v	[L]/[T]
Угловая скорость, частота	ω, f	1/[T]
Линейное ускорение	a	[L]/[T] ²
Расход	Q	[L] ³ /[T]
Расход на единицу площади	q	[L] ² /[T]
Кинематический коэффициент вязкости	ν	[L] ² /[T]
Сила	F	[M][L]/[T] ²
Массовая плотность	ρ	[M]/[L] ³
Удельный вес	γ	[M]g/[L] ³ [T] ²
Давление, касательное напряжение	p, τ	[M]g/[L] ² [T] ²
Связь	η	[M][L] ² /[T] ²
Связь на единицу массы	$\tilde{\eta}$	[L] ² /[T] ²
Связь на единицу веса	H	[L]
Коэффициент трения	m	[M][L]/[T] ²
Мощность	P	[M][L] ³ /[T] ³
Динамический коэффициент вязкости	μ	[M]g/[L] ² [T]
Поверхностное натяжение	σ	[M]/[T] ²
Объемный модуль упругости	λ	[M]g/[L][T] ²
Момент инерции при кручении	I_p	[L] ⁴
Радиус инерции при кручении	i_p	[L] ²
Сопротивление при кручении	W_p	[L] ³

(В таблице 1.5 размерность дана в системе M, L, T. В конце таблицы даётся размерность параметров когерентности потока)

льное уравнение, которое формирует и определяет рассматриваемую задачу. Затем оно переписывается через размерности входящих в него величин, после чего приравняются показатели степеней размерностей массы [M], длины [L] и времени [T] в левой и правой частях уравнения.

Вопрос о выборе переменных рассматриваемого явления представляется наиболее сложным и ответственным. отчасти это объясняется чрезвычайно изменчивым характером гидравлических явлений; однако не менее важная причина сложности кроется в выборе определяющих переменных, которые приходится выбрать почти интуитивным пониманием физических аспектов механики данной жидкости. Что же касается внутреннего движения жидкости эта трудность частично снимается при применении параметров когерентности потока.

Движение жидкости в прямолинейной трубе с расходом Q, как известно, совершается, когда вдоль трубы имеется изменение давления, т.е. напора.

Известно, также, что движению жидкости оказывают сопротивление силы вязкости, зависящие от μ и объёмного веса γ . Геометрию системы и когерентность потока можно охарактеризовать моментом инерции при кручении $I_{\omega} [B]$

По нашему убеждению использование этого параметра вызвано, тем, что в некрутых трубах, в плоскости их поперечного сечения, существуют вторичные течения.

Длина же трубы для движения жидкости не является основной определяющей величиной, поскольку движущие силы определяются изменением давления вдоль трубы, т.е. потерями напора на единицу длины $h_f/l=I$ (гид-

разлический уклон).

Таким образом,

$$Q = \Phi(\gamma, \mu, i, I_{sp}) \quad (1.177)$$

или, вьше изложенному,

$$Q = k \cdot \gamma^a \cdot I_{sp}^b \cdot \mu^c \cdot i \quad (1.178)$$

где k -коэффициент пропорциональности.

Составляем уравнение размерностей

$$[L]^3/[T] = k([M]/[L])^a ([T])^b \cdot ([L])^c \cdot ([M]/[L][T])^c \quad (1.179)$$

Приравнивание показателей степеней при соответствующих размерностях в левой и правой частях уравнения (1.179) даёт:

$$\begin{aligned} [L] & \quad 3 = -2a + 4b - c, \\ [T] & \quad -1 = -2a - c, \\ [M] & \quad 0 = a + c. \end{aligned} \quad (1.180)$$

Отсюда получим:

$$a=1; \quad b=1; \quad c=-1.$$

Таким образом,

$$Q = k \cdot (\gamma I_{sp}) / \mu \quad (1.181)$$

Получим, что формула (1.181) идентична формуле (1.14);(1.19);(1.31);(1.37) если значение $k=0,25$.

2. Рассмотрим сейчас турбулентное движение жидкости

в гладких трубопроводах произвольной формы поперечного сечения.

Для получения обобщенной формулы расчета средней скорости стабилизированного турбулентного течения в гладких трубопроводах произвольной формы поперечного сечения пользуемся методом показателей Релея [41].

Использование соображений размерности и подобия оказывается плодотворным, т.е. приводит к простым формулам, легко сопоставляемым с имеющимися экспериментальными данными, лишь в случае, когда число физических и геометрических параметров, определяющих течение, является достаточно малым. Поэтому, ниже мы основное внимание уделим наиболее простому случаю стационарного и однородной несжимаемого течения жидкости с постоянными физическими свойствами, т.е. будем считать, что плотность ρ и вязкость ν жидкости не зависят ни от координат, ни от времени, а средняя скорость рассматриваемого течения всюду направлена вдоль оси x и зависит только от нормальной к стенке координаты y , но не от других координат и времени.

В случае гладких стенок кинематические (т.е. не зависящие от выбора единицы массы и, следовательно, от плотности ρ) характеристики перечисленных течений определяются размерными параметрами: значением кинематического коэффициента вязкости ν , геометрию системы можно охарактеризовать радиусом инерции при кручении i_0 . [28] По-видимому использование этого параметра объясняется возникновением в некрутых трубах, в плоскости их поперечного сечения, так называемых вторичных течений, идущих в направлении от угловой части некрутой трубы к центру и требующих дополнительных затрат энергии. Длина же трубы не является определяющей величиной, поскольку движущая сила определяется скоростью измерения давления вдоль трубы, т.е. потерями напора на единицу длины. Течение порождается и поддерживается

силами тяжести. Однако полный эффект силы тяжести ослабляется градиентом давления вдоль трубы. Следовательно, оба этих эффекта-гравитация и уменьшение напора, могут быть учтены одной переменной i_g , где i -удельные потери напора (пьезометрический уклон) а g -ускорение силы тяжести.

Таким образом

$$V = \varphi(gi, i_{0p}, v), \quad (1.182)$$

Если учтем, что потери удельной энергии по длине зависит от скорости в степени 1,75, то формула (1.182) примет вид

$$V^{1.75} = k \cdot (gi)^1 \cdot i_{0p}^m \cdot v^m \quad (1.183)$$

где k -постоянная. Составляем уравнение размерностей [41]

$$([L]/[T])^{1.75} = k \cdot ([L]/[T])^1 \cdot [L]^m \cdot ([T])^m \quad (1.184)$$

Приравнивание показателей степеней при соответствующих размерностях в левой и правой частях уравнения (1.174) даёт

$$\begin{array}{l} [L] \qquad \qquad 1.75 = 1 + n + 2m \\ [T] \qquad \qquad -1.75 = -2 - m \end{array}$$

Откуда получим $n = 1,25$; $m = -0,25$

Таким образом

$$V^{1.75} = k \cdot (gi)^{1.25} i_{0p}^{-0.25} \cdot v^{-0.25} \quad (1.185)$$

После простого преобразования из формулы (1.185) получим

$$h_a = (1/k) \cdot (2/R_a^{0,25}) \cdot (L/i_{tr}) \cdot (V^2/2g) \quad (1.186)$$

где

$$R_a = V i_{tr} / \nu$$

Получили, что формула (1.186) идентична формуле (4) [39], если значение $k =$

Анализ течений в гладких некрутых трубах является полезным не только потому, что он даёт возможность рассчитывать течения, имеющие большую практическую значимость, но также и потому, что даёт зависимость и методы для более широкого применения.

Определим расход потока в некрутых трубопроводах при больших числах Рейнольдса

С использованием гидродинамической аналогии Буссинеска [7] и теории Бредта [7] решены целый ряд задач гидромеханики [2] и показано, что расход потока характеризуется моментом инерции при кручении.

Течение порождается и поддерживается силами тяжести, однако полный эффект сил тяжести ослабляется большим градиентом давления вдоль трубы. Следовательно, оба эти эффекта — гравитация и уменьшение напора — могут быть учтены одной переменной g_i , где i — удельные потери (пьезометрический уклон), а g — ускорение свободного падения.

Очевидно, что расход высокоскоростных потоков при больших числах Рейнольдса в трубопроводах будет зависеть от момента инерции при кручении I_{tr} [42] и переменной g_i

$$Q = \psi(I_{kp}, g_i) \quad (1.187)$$

Можно показать, что любое однородное по размерности уравнение, имеющее форму уравнения (1.187), должно быть таким, чтобы размерность зависимой переменной (в данном случае Q) равнялась произведению размерностей каждой из независимых переменных, возведенных в некоторые неопределенные степени. Таким образом, согласно теореме Релля [41]

$$[Q] = k [I_{kp}]^a [g_i]^b, \quad (1.188)$$

где k, a и b - пока еще неопределенные постоянные.

Подставим в уравнение (1.188) размерности входящих в него величин, получим

$$[L]^3 [T] = ([L]^4)^a ([L]/[T])^b, \quad (1.189)$$

Приравняв показатели степени при [L] и [T] в левой и правой частях уравнения (1.188), получаем для уравнения с двумя неизвестными,

$$\begin{aligned} [L] & 3 = 4a + b; \\ [T] & -1 = -2b, \end{aligned} \quad (1.190)$$

откуда $a = 0,625$; $b = 0,500$.

Окончательно получим

$$Q = k \cdot (g_i)^{0,5} \cdot I_{kp}^{0,625} \quad (1.191)$$

где k - коэффициент пропорциональности.

Для определения коэффициента k были использованы экспериментальные данные И. Никурадзе [14], Ф. А. Ше-

велева [43], МИИГС [43] и других (см. Глава I, §21 П.21.1).

В автомодельной зоне коэффициент пропорциональности k остаётся постоянным равным 40.

Следовательно, формула (1.191) примет вид:

$$Q=40 \cdot (g_1)^{0,500} \cdot I_{кр}^{0,625} \quad (1.193)$$

Таким образом установлено, что при произвольном сечении трубопровода и высоких скоростях потока, т.е. при больших числах Рейнольдса, расход потока не зависит от относительной шероховатости.

П10.3 МЕТОД БУКИНГЕМА

Букингем, который был современником Релея, развил рассуждения в теорему, устанавливающую связь числа параметров, фигурирующих в корректном функциональном уравнении, с числом определяющих явление физических величин и числом основных размерностей. Теорема утверждает, что если для явления существенны m переменных и n независимых размерностей, то корректный частичный анализ даёт $m-n$ безразмерных параметров. Букингем назвал эти параметры λ -членами, и по этой причине его теорему обычно называют λ -теоремой.

Теорема Букингема устанавливает правило для нахождения числа безразмерных параметров, определяющих любое конкретное явление, и в этом плане может использоваться для проверки результатов, полученных с помощью метода показателей. Следует, однако, помнить, что число основных размерностей, используемых в λ -теореме, не всегда равно трем. Так, например, (см. [41] в гл.1) было показано, что можно ввести систему единиц, включающую только две основные размерности, причем, если даже, используется обычная система основных размерностей [M]

[L], [T], существует много случаев, как, например, при турбулентном течении через треугольный водостив, в которых одна из этих размерностей обычно не является определяющей. (см. [41] стр. 27). Так было до применения параметров югерентности потоков.

Будем теперь предложить также метод, отчасти сходный с методом показателей, в котором, однако, каждый член выводится независимо от других. Процедура заключается в выборе трех существенных переменных, размерности которых включают все основные размерности используемой системы единиц, и составлении с помощью этих трех переменных безразмерных комбинаций для каждой из оставшихся переменных. Проиллюстрируем применение этого метода на примере задачи об определении потери напора на трение по длине потока при равномерном напорном движении по трубам вязко-пластичной бингамовской жидкости (исследуется общий случай турбулентного режима).

Известно (об этом говорят результаты опытов), что потеря давления в трубопроводе Δp и, следовательно, соответствующая ей потеря напора на трение $h_{тр}$ зависят от следующих основных факторов:

Геометрические характеристики трубопровода (параметра югерентности потока-радиуса инерции при кручении λ_0 , длины l , шероховатости стенок k);

Физические свойства жидкости (плотности ρ , динамической вязкости μ , начального напряжения сдвига τ_0);
средней скорости течения V .

Общую функциональную зависимость, связывающую все эти величины, представим уравнением

$$\Delta p = f(\lambda_0, l, \rho, V, \mu, \tau_0, k), \quad (1.194)$$

которое можно переписать следующим образом:

$$\psi(\Delta p/L, \dot{\lambda}_0, \rho, V, \mu, \tau_0, k)=0. \quad (1.195)$$

Следуя затем л-теореме и имея в виду, что число основных единиц $m=3$, вместо уравнения (1.195), содержащего $n=7$ членов, получим уравнение, состоящее из $n-m=4$ безразмерных л-членов:

$$\Phi(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4)=0. \quad (1.196)$$

Как было указано выше, каждый такой л-член должен содержать четыре переменные величины. Принимая в качестве определяющих переменных **радиуса инерции при кручении живого сечения трубопровода $\dot{\lambda}_0$, среднюю скорость течения жидкости V и её плотность ρ** и комбинируя их поочередно с остальными переменными, входящими в уравнение (1.195) **НАХОДИМ:**

$$\pi_1 = \dot{\lambda}_0^{x_1} \cdot V^{y_1} \cdot \rho^{z_1} \cdot \mu^{-1}; \quad (1.197)$$

$$\pi_2 = \dot{\lambda}_0^{x_2} \cdot V^{y_2} \cdot \rho^{z_2} \cdot \tau_0^{-1}; \quad (1.198)$$

$$\pi_3 = \dot{\lambda}_0^{x_3} \cdot V^{y_3} \cdot \rho^{z_3} \cdot k^{-1}; \quad (1.199)$$

$$\pi_4 = \dot{\lambda}_0^{x_4} \cdot V^{y_4} \cdot \rho^{z_4} \cdot (\Delta p/L)^{-1}; \quad (1.200)$$

Составим далее уравнения размерностей для каждого из этих л-членов, имея в виду обязательное условие их размерной однородности. Тогда, например, для первого л-члена будем иметь

$$\begin{aligned} \pi_1 &= L^{x_1} \cdot (L/t)^{y_1} \cdot (m/L^3)^{z_1} \cdot (m/Lt)^{-1} = L^{x_1+y_1-3z_1-1} \cdot t^{y_1+1} \cdot m^{z_1-1} = \\ &= L^0 \cdot T^0 \cdot m^0. \end{aligned}$$

Приравняв здесь показатели степени при одинаковых основаниях, получим систему из трёх уравнений:

$$x_1 + y_1 - 3z_1 + 1 = 0; \quad -y_1 + 1 = 0; \quad z_1 = 1,$$

совместное решение которых даёт

$$x_1=1; y_1=1; z_1=1.$$

Подставив затем эти значения показателей степени в выражение (1.197), для первого л-члена найдём:

$$\lambda_1 = i_{10} V \rho / \mu. \quad (1.201)$$

Подобным образом находят значения остальных л-членов:

$$\lambda_2 = V^2 \rho / \tau_0; \quad (1.202)$$

$$\lambda_3 = i_{10} / k; \quad (1.203)$$

$$\lambda_4 = V^2 \rho / i_{10} \Delta p. \quad (1.204)$$

Подстановка их в общее выражение (1.196) приводит к уравнению

$$\Phi(i_{10} V \rho / \mu, V^2 \rho / \tau_0, i_{10} / k, V^2 \rho / i_{10} \Delta p) = 0, \quad (1.205)$$

Решение которого относительно λ_4 даёт

$$V^2 \rho / i_{10} \Delta p = F(i_{10} V \rho / \mu, V^2 \rho / \tau_0, i_{10} / k).$$

Отсюда имеем

$$\Delta p = V^2 \rho / i_{10} [F(i_{10} V \rho / \mu, V^2 \rho / \tau_0, i_{10} / k)]^{-1}$$

и, следовательно,

$$h_{10} = \Delta p / \rho g = V^2 / i_{10} g [F(i_{10} V \rho / \mu, V^2 \rho / \tau_0, i_{10} / k)]^{-1} \quad (1.206)$$

Если обозначить здесь

$$[F(i_{10} V \rho / \mu, V^2 \rho / \tau_0, i_{10} / k)]^{-1} = \lambda Z,$$

получим выражение для определения искомой потери напора: $h_{10} = \lambda (V / i_{10}) (V^2 / 2g)$, тождественное хорошо нам известной формуле Дарси-Вейсбаха (1.23) (1.29) обычно применяемой для этой цели при выполнении инженерных гидравлических расчетов.

При этом общее выражение для безразмерного коэффициента гидравлического сопротивления получает вид

$$\lambda = 8 / F(i_{10} V \rho / \mu, V^2 \rho / \tau_0, i_{10} / k). \quad (1.207)$$

Подчеркнём, что первый член в знаменателе выражения (1.207) есть не что иное, как обычное число (кри-

терий) Рейнольдса-с учётом шероховатости потока. Вторым член также встречался ранее и как это нетрудно установить представляет собой отношение R_ϵ и Sen . Обозначим его $B=R_\epsilon/Sen=V'\rho/\tau_0$ и будем называть критерием пластичности. Третий член является характеристикой геометрического подобия и соответствует понятию относительной гладкости внутренней поверхности стенок трубы, т.е. это величина, обратная относительной шероховатости ϵ .

Учитывая это, выражение (1.207) для коэффициента гидравлического сопротивления можно переписать следующим образом:

$$\lambda=8/F(R_\infty B, 1/\epsilon)=F'[\epsilon f(R_\infty B)] \quad (1.208)$$

Рассмотрим частные случаи.

Вязко-пластичная биномиальная жидкость.

(Ламинарный режим)

В этом случае шероховатость стенок не оказывает влияния на потери напора, её можно не учитывать ($\epsilon=0$) и выражение (1.197) для коэффициента гидравлического сопротивления принимает вид:

$$\lambda=8/F(R_\infty B)=F'(1/R_\infty B). \quad (1.209)$$

Ньютоновская жидкость.

Для данного случая начальное напряжение сдвига $\tau_0=0$. Поэтому выражения для коэффициента гидравлического сопротивления будут:

при турбулентном режиме

$$\lambda=8/F(R_\infty 1/\epsilon)=F'(\epsilon/R_\infty); \quad (1.210)$$

при ламинарном режиме (здесь также $\epsilon=0$)

$$\lambda=8/F(R_\infty)=F'(R_\infty). \quad (1.211)$$

Как видно, применение метода анализа размерностей позволило выявить основные безразмерные параметры (критерии подобия), характеризующие искомые потери напора. В этих параметрах и следует производить обработку экспериментальных данных.

Одновременно был установлен общий вид зависи-

ностей для определения коэффициента гидравлического сопротивления λ , с учётом **когерентности потока**:

§ 1.11. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ФОРМЫ СЕЧЕНИЯ ТРУБОПРОВОДА С УЧЁТОМ ПАРАМЕТРОВ КОГЕРЕНТОСТИ ПОТКА

1. АКТУАЛЬНОСТЬ ПРОБЛЕМЫ

Применение оптимальных методов к расчету параметров гидротехнических сооружений имеет наиболее давнюю историю в связи с традиционным использованием экономического критерия при выборе лучших конструкций и относительно простой формулировке задачи для одного или нескольких аргументов.

При исследовании вопроса о расчете оптимальных параметров гидротехнических сооружений не была учтена когерентность потока (Г. Н. Таварткидзе впервые было учтено в 1997г. [44] стр. 3) так например: Townson [45], Yton-Koung, Tung L. W. Mays [46], I. C. Goetter, D. Morgan [47] и т. д.

Директивами президента США Дж. Картера [48] «**прилагать и внедрять принципы и стандарты другие прикладные экономические средства к национальному использованию и охраны водных ресурсов**» В качестве результатов работы по этому направлению сообщаются принятые подходы к оценкам затраты выгод при проектировании гидротехнических сооружений, объектов гидроэнергетики, внутреннего водного транспорта, сельскохозяйственной мелкорации, защиты от паводков и осушения [49].

Параметры когерентности потока (момент инерции при кручении, радиус инерции при кручении, момент сол-

ротивления при кручении) юрными образом изменили расчеты оптимальных параметров гидротехнических сооружений.

Г.Н. Таварткиладзе исследовал гидравлически наилучший поперечный профиль при напорном и безнапорном движении вязкой жидкости для ламинарного и турбулентного режима в трубопроводах, который будет дано в этом параграфе. Что же касается других гидротехнических сооружений будет дан в Главе II.

Ниске даётся исследование каждого вопроса в отдельности.

1) Гидравлически наилучший поперечный профиль при напорном движении жидкости для ламинарного режима

в работах [50] авторами была получена обобщённая формула для определения расхода потока при напорном ламинарном режиме движения жидкости с помощью гидродинамической аналогии с кручением призматического бруса [38]

$$Q = (gi/4\nu)I_p \quad (1.212)$$

где Q -расход потока, i -гидродинамический уклон, ν -кинематическая вязкость жидкости, I_p -момент инерции при кручении.

Если разделим левую и правую часть формулы (1.212) на величину u живого сечения потока ω^2 и внесем обозначения

$$J_p = I_p k \omega^2 \quad (1.213)$$

$$\text{получим} \quad Q k \omega^2 = (gi/4\nu) J_p \quad (1.214)$$

где $gi/4\nu = \text{Const}$

Из теории упругости известно, что при подборе сечений по жесткости в качестве критерия рационального

профиля может служить безразмерная величина [44].

$$j = I_{\omega} k \omega^2 \quad (1.215)$$

которую называют удельным крутящим моментом инерции или удельной геометрической характеристикой крутильной жесткости [51].

Если сравнить формулы (1.214) и (1.215) они идентичны.

Таким образом инженеры-проектировщики могут воспользоваться таблицей (см [51] (1.6) стр.109) для выбора гидравлически наилучшего поперечного профиля при напорном движении жидкости для ламинарного режима.

Таблица 1.6

ТИП СЕЧЕНИЯ	J_{ϕ}
ПРЯМОУГОЛЬНОЕ СЕЧЕНИЕ ПРИ $a/b=10$	0,031
ТО ЖЕ a/b	0,115
КВАДРАТ	0,14
КРУГЛОЕ	0,18
КРУГЛОЕ КОЛЬЦО ПРИ $c=d/D=0,5$	0,264
ТО ЖЕ $c=0,9$	1,522
ШВЕДЦЕР	0,010-0,011
ДВУТАВР	0,009-0,01
РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК $h/b=0,5$	0,0665
ТО ЖЕ $h/b=1,0$	0,113
ТО ЖЕ $h/b=2,0$	0,265

Из таблицы видно, что $J_{\phi \text{ max}}=1,52$ для круглого кольца при $c=d/D=0,9$.

2) Гидравлически наилучшей поперечный профиль жидкого сечения при больших числах Рейнольдса для напорного турбулентного режима движения жидкости

В работе [42] была получена обобщенная формула для определения расхода потока при больших числах Рей-

нольдса в трубопроводах

$$Q = k(\xi)^{0,5} I_{\omega}^{0,75} \omega^{1,25} \quad (1.216)$$

где i -гидродинамический уклон, g -ускорение силы тяжести, k -коэффициент пропорциональности, который для напорного движения равен 40 [42]

Разделив левую и правую части формулы (1.216) на $\omega^{1,25}$ и внесем обозначение

$$J_{\omega}^1 = I_{\omega}^{0,75} k \omega^{1,25} \quad (1.217)$$

получим

$$Q k \omega^{1,25} = k(\xi)^{0,5} J_{\omega}^1 \quad (1.218)$$

Таким образом, при подборе формы живого сечения водоводов при больших числах Рейнольдса в качестве критерия эволюционного профиля может служить безразмерная величина J_{ω}^1 (формула (1.218) и таблица 1.7

В таблице 1.7 приведены значения J_{ω}^1 для некоторых наиболее распространенных сечений. Таблица 1.7

ТИП СЕЧЕНИЯ	J_{ω}^1
ПРЯМОУГОЛЬНОЕ СЕЧЕНИЯ ПРИ $a/b=10$	0,65
ТО ЖЕ $a/b=2$	0,234
КВАДРАТ	0,283
КРУГЛОЕ	0,320
КРУГЛОЕ КОЛЬЦО ПРИ $C=d/D=0,5$	0,540
ТО ЖЕ $C=0,9$	3,100
ШВЕДЦЕР	0,02-0,022
РАВНОБЕДРНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК $h/b=0,5$	0,134
ТО ЖЕ $h/b=1,0$	0,266
ТО ЖЕ $h/b=2,0$	0,54

§ 1.12 СТАЦИОНАРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ГАЗОВ В НЕКРУГЛЫХ ТРУБАХ С УЧЕТОМ ВТОРИЧНЫХ ТЕЧЕНИЙ

Определим закон падения давления вдоль трубы некруглого сечения, по которой происходит изотермическое течение вязкого идеального газа (имеется ввиду, что динамическая вязкость μ идеального газа не зависит от его давления).

Сперва определим закон падения давления вдоль трубки некругового сечения при ламинарном режиме движения газа.

Решение: В каждом небольшом участке трубки газ можно считать несжимаемым (если только градиент давления не слишком велик) и соответственно этому можно применить формулу (см (19) [38] стр. 98).

$$i = (4\mu Q) / \gamma I_p \quad (1.218)$$

где μ - динамическая вязкость жидкости;

Q - расход газа;

γ - объемный вес газа;

I_p - момент инерции при кручении [3] (см таб.1.1)

Если учесть, что (см. Фор. (3) [38] стр. 96)

$$\gamma i = -(dp)/(dx) \quad (1.219)$$

тогда получим

$$-(dp)/(dx) = (4\mu Q) / \gamma I_p \quad (1.220)$$

Однако, на больших расстояниях, ρ будет меняться и давление не будет линейной функцией от x . Согласно уравнению Клапейрона плотность газа $\rho = mP/T$ (m - масса мо-

лакулы), так что

$$-(dp)(dx) = [(4\mu Q)/(mI_{\text{по}})]l/r \quad (1.221)$$

(очевидно, расход газа Q через все сечение трубки должен быть, одинаковым вне зависимости от того, является ли газ несжимаемым или нет). Отсюда получаем:

$$P_2^2 - P_1^2 = [(8\mu QT)/(mI_{\text{по}})]l \quad (1.222)$$

(P_1, P_2 — давление на концах участка трубки длиной l).

Для определения закона падения вдоль трубки круглого сечения надо в формуле (1.222) подставить значение момента инерции при кручении для круглого сечения трубки [3]

$$I_{\text{по}} = \pi^4/2 \quad (1.223)$$

Тогда получим

$$P_2^2 - P_1^2 = [(16\mu QT)/(\pi^4 m)]l \quad (1.224)$$

Формула (1.224) идентична формуле Л.Д. Ландау (см. [1] стр. 84).

Сейчас определим закон падения давления вдоль трубопровода некруглого сечения при больших числах Рейнольдса для турбулентного режима движения газа с учетом когерентности потока. По которой происходит изотермическое течение вязкого идеального газа [1] (имеется в виду, что динамическая вязкость μ идеального газа не зависит от его давления)

Решение: В каждом небольшом участке трубопровода газ можно считать несжимаемым (если только градиент давления не слишком велик) и соответственно этому можно применить формулу (см. (12) [76])

$$-(dp/dx) = [(pQ^3/K^2T^{5.4}i_0)] \quad (1.225)$$

Однако, на больших расстояниях, p будет меняться, и давление не будет линейной функцией от x . Согласно уравнению Клапейрона плотность газа

$$\rho = mP/T$$

(m -масса молекулы), так что

$$-(dp)(dx) = [(mQ^3)/(K^2T^{5.4}i_0)]P \quad (1.226)$$

(очевидно, расход газа Q через все сечение трубопровода должен быть, одинаковым вне зависимости от того, является ли газ несжимаемым или нет). Отсюда получим:

$$\ell n P_2 - \ell n P_1 = [(mQ^3/K^2T^{5.4}i_0)]\ell \quad (1.227)$$

где K – Коэффициент пропорциональности и в автомобильной зоне равен 40.

Дадим формуле (1.222) вид формулы Дарси-Вейсбаха

$$h_c = \lambda (\ell/i_0)(V^2/2g) \quad (1.228)$$

где i_0 – радиус инерции при кручении

$$i_0 = (I_0 \omega)^{0.5} \quad (1.229)$$

λ – Коэффициент Дарси-Вейсбаха

$$\lambda = (16T)/[m(P_2 - P_1)R_c] \quad (1.230)$$

где R_c – число Рейнольдса с учетом когерентности потока

$$R_c = V i_0 / \nu \quad (1.231)$$

Здесь V – средняя скорость газа; ν – кинематическая вязкость жидкости.

Из формулы (1.230) видно, что значение коэффициента Дарси-Вейсбаха зависит от давления газа в начале и в конце участка газопровода и от температуры T . Таким образом коэффициент гидравлического сопротивления (Дарси-Вейсбаха) является переменным как по времени, так и по длине трубопровода и зависит от вида условий эксплуатации трубопровода, его технических характеристик режима, физических свойств газа и т.д.

При расчете больших, сложных газотранспортных сетей определение фактического значения λ увеличением различных местных сопротивлений, приводящих к потере удельной энергии потока газа.

Очевидно, что учет всех факторов влияющих на истинное значение λ , невозможно, особенно для сложных сетей. Управление реакциями работы газотранспортных систем требует определение коэффициентов гидравлического сопротивления, точно, так как даже малые ошибки при расчетах давления и расхода приводят к большим погрешностям результата. В ряде случаев для расчета сетей предлагается вычислять

λ по результатам замеров по формуле ([1] стр. 69).

$$\lambda = (P_2^5 - P_1^5) / (C \Delta T Z \ell D^5 Q^5) \quad (1.232)$$

где ℓ, D - длина и диаметр трубы;

T, Δ, Z - температура, относительная плотность и коэффициент сжимаемости газа;

C - коэффициент, зависящий от единиц измерения.

Применение такого подхода ограничивается тем, что, во первых, требуются замеры давления и расхода газа во всех точках отверстия газопроводной сети (в межпромысловых коллекторах несколько десятков таких точек), во вторых, при этом необходимо заново вычислять λ при каждом измерении режима или геометрической структуры сети.

Определим из формул (1.227) РАСХОДА ГАЗА

$$Q = K \{ [T P_2^{0.7} (\ln P_2 - \ln P_1)] / \ln \xi \}^{0.5} \quad (1.233)$$

и определим из формулы (1.232) расход газа

$$Q = [(P_2^3 - P_1^3) / (\lambda \Delta T Z \xi D^5)]^{0.5} \quad (1.234)$$

Из формулы (1.223) и (1.224) видно, что при больших значениях числа Рейнольдса пропускная способность газопроводов меняется, что необходимо учесть при изменении режимов эксплуатации.

§1.13. РАЗВИТИЕ ЛАМИНАРНОГО ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ В НЕКРУТЛЫХ ТРУБАХ

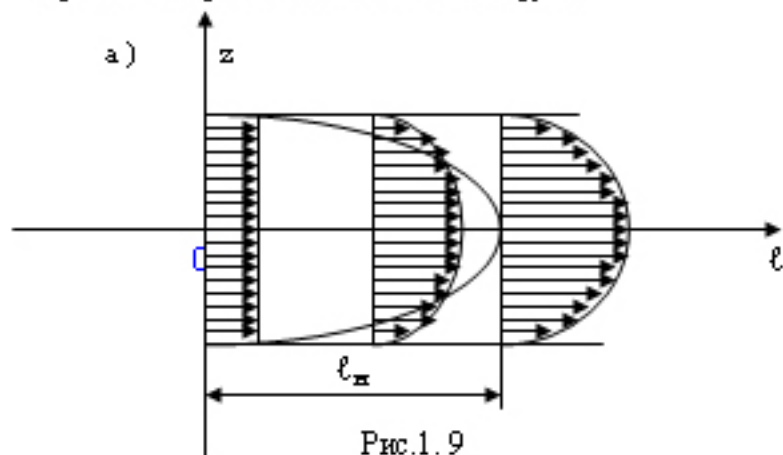
Задача определения характера движения вязкой несжимаемой жидкости на начальном участке цилиндрической трубы впервые решалась в работе И. Буссинеска [52] с помощью ряда допущений и упрощений дифференциальных уравнений движений вязкой жидкости в цилиндрических координатах. Затем, эта же задача решалась Л. Шиллером [15] путем сопряжения прямоугольного профиля распределения скорости в ядре течения с параболическим профилем распределения скоростей в пограничном слое. Таким же способом Л. С. Лейбензон [53] была решена задача о начальном участке для течения между параллельными неподвижными стенками.

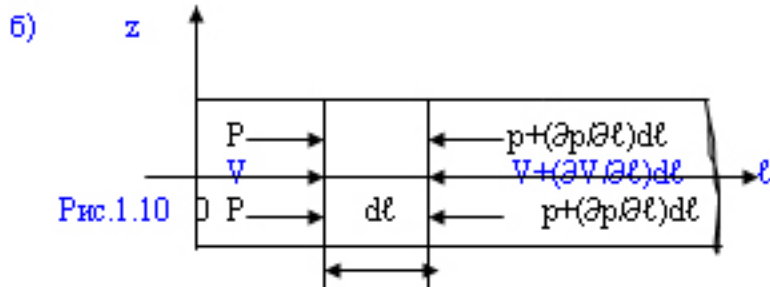
Систематическое исследование вопроса о начальном участке течения в трубах и в диффузорах было показано в работе С.М. Тарга [54] с помощью приближенных уравнений.

Длина начального участка для круглой трубы по формуле В.Е. Губина [55] равна $\ell=0,042DR_{\infty}$ больше значения, полученного Л. Шиллером - $0,0287DR_{\infty}$ и С. Таргом $0,04DR_{\infty}$ но меньше значений, полученных КЕМПБЕЛОМ и Слетери $0,0575DR_{\infty}$ и И. Буосинеском $0,065DR_{\infty}$.

Причиной получения такого расхождения, является неточность учета силы трения при развитии ламинарного течения в круглой трубе и неучет оголовки входной части трубопровода.

Цель нашей работы, с учетом силы трения, определить длину развития ламинарного движения в некруглой цилиндрической трубе с учетом когерентности потока. Пусть круглая цилиндрическая труба $\omega=Const$ простирается до бесконечности только в одну сторону (в сторону положительного направления) ось ℓ (рис. 1.9). Начало оси вы берем в центре начального сечения трубы.





Для определения длины начального участка для некруглых труб выделим по оси подобного живого сечения некруглой трубы трубку тока площадью ω_0 длиной dl

$$\Delta M(dV/dt) = \Delta P + \Delta c + \Delta T. \quad (1.235)$$

Найдём сумму проекций по направлению движения всех сил (массовых и поверхностных), действующих на жидкость в пределах выделенного элемента на направленные движения. Суммы проекции поверхностных сил (сил гидродинамического давления dp и касательных сил ΔT , приложенных по боковой поверхности стенок, при постоянстве среднего значения $\tau_{\text{ср}}$ по всему периметру χ меняющом по длине равна:

$$-[\partial(\rho\omega)/\partial l]dl - \tau_{\text{ср}}^{-} dl \chi, \quad (1.236)$$

где

$$\tau_{\text{ср}}^{-} = 1/2 \partial \tau_{\text{ср}} / \partial l dl. \quad (1.237)$$

Здесь

$$\tau_{\text{ср}}^{-} = (4\mu VR) / i^2 i_p, \quad (1.238)$$

где μ - динамическая вязкость; V - средняя скорость в трубке тока; R - гидравлический радиус трубки тока; i_p - момент инерции при кручении, параметр искривленности потока.

Окончательно получим:

$$\tau_{\text{ср}}^{-} = a_1 / 2 \cdot (\partial V / \partial l) dl \quad (1.239)$$

$$\tau_{\text{max}} = a_1/2 \cdot dV, \quad (1.240)$$

где

$$a_1 = (4\mu R)/i_{a_0}^2$$

Тогда

$$-[\partial(\rho\omega)\partial\ell]d\ell = (a_1/2)dV \cdot d\ell \cdot \chi, \quad (1.241)$$

проекция силы тяжести элемента равна:

$$\rho g \omega d\ell \sin\theta = \rho g \omega d\ell (\partial z \partial \ell). \quad (1.242)$$

проекция силы инерции равна:

$$\rho \omega d\ell (dV/dt) = -\rho \omega d\ell (\partial V \partial t) + V(\partial V \partial \ell) \quad (1.243)$$

В виду того что мы рассматриваем установившееся движение, по этому $\partial V \partial t = 0$

$$-\rho \omega d\ell \cdot V dV = -\rho \omega d\ell [\partial \partial \ell (V^2/g)] \quad (1.244)$$

Суммируя и приравнявая к нулю сумму проекций сил, имеем:

$$-[\partial(\rho\omega)\partial\ell]d\ell - (a_1/2)dV d\ell \chi - \rho g \omega d\ell (\partial z \partial \ell) - \rho \omega d\ell (\partial \partial \ell) (V^2/g) = 0 \quad (1.245)$$

Сократим уравнение (1.245) на

$$-\partial \partial \ell (P/\gamma + z + V^2/2g) - a_1 dV = 0 \quad (1.246)$$

$$a_1 = 2V/g i_{a_0}^2 \quad (1.247)$$

Уравнение (1.246) можно написать в таком виде:

$$-(d/d\ell)(P/\gamma + z + V^2/2g) - a_1 dV = 0, \quad (1.248)$$

откуда

$$a_1 \int_{V_0}^{V_1} dV / (P/\gamma + z + V^2/2g) = \int_{\ell_0}^{\ell_1} 1/d\ell \quad (1.249)$$

Рассмотрим в отдельности эти интегралы:

$$a_1 \int_{V_0}^{V_1} dV / (P/\gamma + z + V^2/2g) = a_1 2g \int_{\ell_0}^{\ell_1} dV / [2g(P/\gamma + z + V^2)] \quad (1.250)$$

Умножим на коэффициент скорости φ^2

$$a_1 \varphi^2 2g \int_{V_0}^{V_1} dV / [\varphi^2 2g(P/\gamma + z + V^2)] \quad (1.251)$$

Тогда получим, что

$$V^2_{\text{ог}} = \varphi^2 2g(P/\gamma + z) \quad (1.252)$$

$$\begin{aligned} \text{и} \quad & a_1 \varphi^2 2g \int \frac{V_1}{V_0} dV / (V_{cp}^2 + V^2) = (2ga_1 \varphi^2) / V_{cp} \cdot \left| a_2 \operatorname{ctg} V / V_{cp} \right| = \\ & = (2ga_1 \varphi^2) / V_{cp} [a_2 \operatorname{arctg}(V_1 / V_{cp}) - a_2 \operatorname{arctg}(V_0 / V_{cp})] \quad (1.253) \end{aligned}$$

где V_1 / V_{cp} равно V_{max} / V_{cp} при установившемся ламинарном движении. Оно для многих случаев равно 2 [56] а для V_0 / V_{cp} будет равно 1 ввиду того, что в начале распределения скорости равномерно (см. Рис.19) получим:

$$1/\ell_0 = (2ga_1 \varphi^2) / V_{cp} \cdot (a_1 2 \operatorname{ctg} 2 - a_1 2 \operatorname{ctg} 1)$$

или

$$\ell_0 = (\lambda_0 \varphi^2) / 4 \cdot (V_{cp} i_{\lambda 0}) / \nu \cdot [1 / (a_1 2 \operatorname{ctg} 2 - a_1 2 \operatorname{ctg} 1)] \quad (1.254)$$

$$\ell_0 = (3\varphi^2) / \lambda \cdot i_{\lambda 0} \cdot \operatorname{Re} \quad (1.255)$$

формула (1.255) согласуется с опытными данными Шюппера [15].

Для круглых труб формула (1.245) примет такой вид:

$$\begin{aligned} \ell_0 &= (12\varphi^2) / 32DR_c \quad (1.256) \\ \operatorname{Re} &= VD/\nu \end{aligned}$$

Где По формуле В. Губина и С. Тарга $\varphi=0,575$.

По формуле И. Буссинеска $\varphi=0,736$.

По формуле А. Шюппера $\varphi=0,49$.

(см. ПРИЛОЖЕНИЕ IX „Развитие ламинарного движения жидкости в некруглых трубах с учетом когерентности потока“).

§ 1.14. ПАРАМЕТРЫ КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В МАГНИТНОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПОТОКАХ

Рассмотрим стационарное течение несжимаемой электропроводящей вязкой жидкости в некрутых трубопроводах изолированными стенками в однородном внешнем магнитном и электрическом полях.

Будем считать, что скорость \vec{V} , внешнее электрическое поле E_0 и внешнее магнитное поле H_0 не меняются вдоль линий тока, которые будем считать параллельными продольной оси x (рис. 1.10).

В этом случае все параметры потока зависят только от координаты y , кроме давления, которое линейно меняется вдоль оси x .

Число экспериментальных работ, посвященных изучению течения вязкой несжимаемой проводящей жидкости в магнитногидродинамических трубках, сравнительно невелико. Первой из них принято считать работу Гартмана и Лазаруса [57], хотя отдельные экспериментальные результаты были известны раньше.

Течение ртути в магнитно-гидродинамическом канале прямоугольного сечения соотношением сторон 1:2,5 (0,78хх1,9) было исследовано Хожановым [58]. В области ламинарного режима течения они удовлетворительно согласуются с точным решением Шерклифа [59].

Необходимо отметить, что в обычной гидродинамике изучение ламинарного режима течения жидкости в трубках представляет большой теоретический интерес, так как подавляющее большинство потоков на практике являются турбулентными.

В магнитной гидродинамике при течения жидких металлов в магнитно-гидродинамических трубках вследствие сильного стабилизирующего действия поперечного магнитного поля область ламинарного режима течения существ-

венно расширяется. Поэтому изучение таких течений представляет не только теоретический, но и большой практический интерес.

Как отмечалось ранее, важной интегральной характеристикой течений жидкости в трубах является коэффициент трения, который позволяет связать потери давления в канале со средней скоростью течения или расходом:

$$P_1 - P_2 = \Delta P = (\lambda_n^* / R_b) \cdot \rho \cdot (U_m^2 / 2) \ell \quad (1.257)$$

или

$$h_t = \lambda_n^* (\ell / R_b) \cdot (U_m^2 / 2g) \quad (1.258)$$

где $R_b = 2\omega / \chi$ - гидравлический радиус, равный отношению площади поперечного сечения трубы к половине смоченного периметра;

ℓ - длина трубопровода;

U_m - средняя скорость.

Как было показано [6] в обычной гидродинамике при ламинарном режиме течения и заданому числу R_c

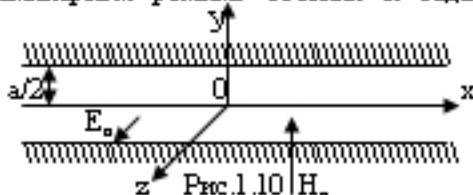


Рис. 1.10 H_0

коэффициент трения λ зависит только от поперечного сечения канала. В магнитной гидродинамике этот коэффициент зависит еще и от магнитного поля, а точнее от числа H_m . Поэтому его удобно представить в виде [60]

$$\lambda_n^* = k(\Gamma, H_m) / R_c \quad (1.259)$$

Используя решения (см. Фор. (XV. 78) [58]), можно получить выражение для $k(\Gamma, H_m)$ применительно к случаю течения проводящей жидкости в магнитно-гидродинамической трубе круглого сечения [61]

$$k(\Gamma, H_m) = 2H_m \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \{ 1 - \delta_n [I_0(H_m/2) / I_0(H_m/2)] \cdot [(1 + 4n^2 / H_m^2) I_0^2(H_m/2) - I_0^2(H_m/2)] \}}$$

$n=0$

$$(1.260)$$

В формуле (1.260) $\delta_0=1$ при $n=0$ и $\delta_0=2$ при выражении (1.260) с высокой степенью точности аппроксимируется следующей зависимостью [62]

$$k(\Gamma, H_0) = (11 + 5e^{-4.72H_0}) + (3\pi/4)H_0 \quad (1.261)$$

где H_0 - число Гармана

$$H_0 = RB(\sigma_0 \eta)^{0.5} \quad (1.262)$$

R - радиус трубы;

B - магнитная индукция;

σ_0 - проводимость [63];

η - магнитная проницаемость среды.

При $H_0 \rightarrow 0$ зависимость (1.261) точно соответствует обычной гидродинамике.

Авторами 1985 г. была получена обобщенная формула потери напора по длине с учетом когерентности потока для обычной гидродинамики

$$h_c = \lambda_n (\ell / i_0) (U_m^2 / 2g) \quad (1.263)$$

где λ_n - коэффициент сопротивления для обычной гидродинамики по формуле авторов [] будет

$$\lambda_n = 8/R_c \quad (1.264)$$

где R_c - число Рейнольдса с учетом когерентности потока

$$R_c = U_m i_0 \delta \quad (1.265)$$

i_0 - радиус инерции при кручении, параметр когерентности потока

$$i_0 = (I_0 \delta \omega)^{0.5} \quad (1.266)$$

I_0 - момент инерции при кручении, параметр когерентности потока

Имея в виду формулы (1.263), (1.264), (1.265), (1.266) формула (1.262) примет такой вид

$$k(\Gamma, H_0) = (3 + 5e^{-1.42H_0}) + \pi H_0 \quad (1.267)$$

При $H_0 \rightarrow 0$ зависимость (1.267) точно соответст-

зует обычной гидродинамике с учетом когерентности потока (см. Форм. (1.264)).

Окончательно потери напора по длине для магнетно-гидродинамических потоков в некрутых трубах получит такой вид

$$h_c = \lambda_m (\ell / h_0) (U_{cp}^2 / 2g) \quad (1.266)$$

где

$$\lambda_m = (8 + 5e^{-1.30} + 11H_0) / R_c \quad (1.267)$$

H_0 - число Гартмана с учетом когерентности потока

$$H_0 = h_0 B (\sigma_0 / \eta) \quad (1.268)$$

R_c - число Рейнольдса с учетом когерентности потока

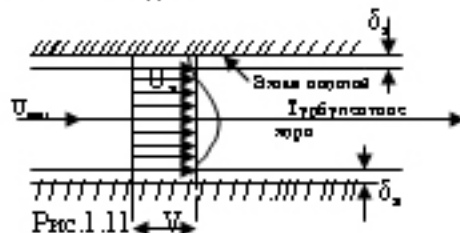
$$R_c = U_{cp} h_0 \rho \nu \quad (1.269)$$

Формула (1.266), (1.267), (1.268) справедлива, когда [77]

$$(R_c / H_0) < 225 \quad (1.270)$$

§ 1.15. ДВУХСЛОЙНАЯ МОДЕЛЬ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОТОКА

Основной особенностью турбулентного режима движения является интенсивное перемешивание частиц жидкости (молей). Подчеркнем, что имеется в виду перемешивание именно молей, а не молекул жидкости. Интенсивность процесса перемешивания растет с увеличением числа Рейнольдса.



(см. Приложение XII стр. 295)

Рассмотрим поток жидкости в прямоугольной ци-

цилиндрической трубе круглого сечения (осесимметричный поток).

Исследованиями установлено, что процессы турбулентного перемешивания происходят по-разному в различных частях поперечного сечения трубы. Современные представления о структуре потока в трубе при турбулентном режиме движения представим в виде приближенной двухслойной схемы (модели) (рис.1.11).

На твердой стенке (внутренняя поверхность трубы) скорости, в том числе и пульсационные, равны нулю. Вблизи твердой стенки находится весьма тонкий слой, толщину его обозначим δ , (на рис. 1.11 Размер δ , непропорционально увеличен). В этом слое преимущественное влияние имеют касательные напряжения, рассчитываемые по закону вязкого трения Ньютона (1.1). Поэтому рассматриваемый слой назван вязким подслоем потока.

В пределах вязкого подслоя скорость линейно увеличивается от нуля на стенке до некоторого значения U , на границе слоя.

Раньше считали, что в пределах этого тонкого слоя движение полностью ламинарное, пульсации в нем отсутствуют, и поэтому рассматриваемый слой называли ламинарной пленкой. Однако теперь установлено, что пульсации скорости, давления и касательного напряжения передаются и в вязкий подслой, так что говорить о полностью ламинарном характере движения в вязком подслое не следует.

Интенсивность пульсаций продольной скорости в нем может достигать 0,3 (это весьма большое значение для данного случая). Остальная часть поперечного сечения трубы занята турбулентным ядром потока, где и происходят интенсивные пульсации скорости и перемешивание частиц. Подчеркнем, что описанная двухслойная модель турбулентного потока — приближенная.

Определение толщины вязкого подслоя с учетом ко-

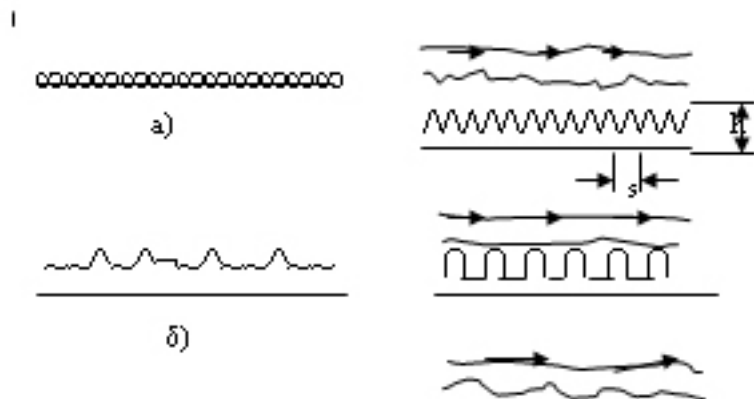
геретности потока будет рассмотрен в следующем параграфе.

§ 1.16. ГИДРАВЛИЧЕСКИ ГЛАДКИЕ И ШЕРОХОВАТЫЕ ТРУБЫ ТОЛЩИНА ВЯЗКОГО ПОДСЛОЯ И ДИНАМИЧЕСКАЯ СКОРОСТЬ

Шероховатость поверхности в водотоках (труб, каналов и т. д.) может быть весьма различной. Если поверхность труб и открыток лотков покрывается специально отсортированными зернами песка одной фракции, то получается равнозернистая шероховатость (рис. 1.12а) но используется только в лабораторных исследованиях.

Поверхность труб и открыток водотоков обычно неравнозернистая, она может быть волнистой с различными высотами и длинами волн (или микроволн) (рис. 1.12б, в).

В трубах помимо выступов с неодинаковыми размерами и формой может быть и регулярная шероховатость (см. Приложение XII стр. 295)



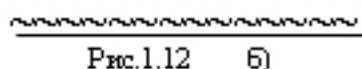


Рис.1.13

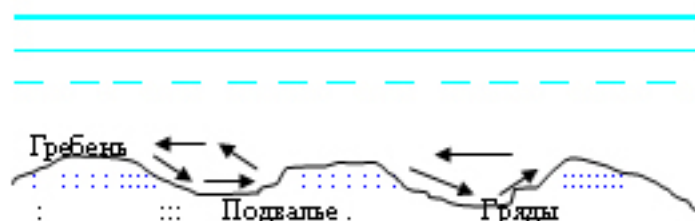
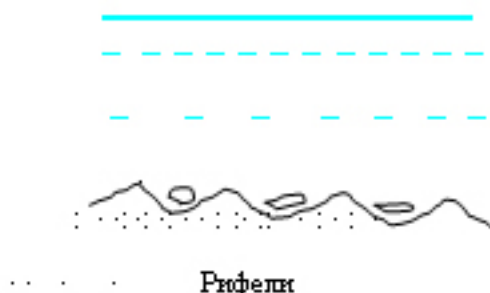


Рис.1.14

затость, обусловленная технологией изготовления и назначением труб (например, гофрированные трубы, рис.1.13)

Синтетические гофрированные дренажные трубы различаются по очертаниям гофров (рис.1.13). В синтетически негофрированных трубах отношение длины микроволн к их высоте соответствует от 15 до 35.

В водотоках проходящих в песчаных несвязных грунтах, на дне (иногда и на откосах) образуются различные формы рельефа (гряды-более крупные образова-

ний, рифели-более мелкие, рис.1.14). Поверхность этих форм покрыта зернами песка.

Могут быть и другие виды шероховатости с выступами различных размеров по всем трем координатам. взаимное расположение элементов шероховатости также может быть весьма различным.

Учет конкретных особенностей шероховатости необходим в гидравлических исследованиях и расчетах.

Понятие о гидравлически гладких и гидравлически шероховатых трубах.

В качестве характеристики шероховатости выбирают некоторую среднюю высоту выступов шероховатости Δ .

Соотношение между высотой выступов идеализированной шероховатости Δ и толщиной вязкого подслоя δ_v определяет структуру потока.

Если высота выступов шероховатости Δ меньше, чем толщина вязкого подслоя δ_v , то все неровности полностью погружены в этот подслей и жидкость в пределах этого подслоя плавно обтекает выступы шероховатости. в этом случае шероховатость стенок не влияет на характер движения и соответственно потери напора не зависят от шероховатости. Такие стенки и трубы условно называются гидравлически гладкими (рис. 1.15,а).

Если высота выступа шероховатости Δ превышает толщину вязкого подслоя δ_v , то неровности стенок выйдут в пределы турбулентного ядра, поток обтекает выступы с отрывом, сопровождающимся интенсивным перемешиванием частиц. В этом случае потери напора зависят от шероховатости, и такие трубы называются гидравлически шероховатыми (рис.1.15б) В третьем случае являющемся промежуточным между двумя вышеуказанными, абсолютная высота выступов шероховатости примерно равна толщине вязкого подслоя.

Толщина вязкого подслоя. Так как тол-

цнна вязкого подслоя δ_v мала, то градиент скорости в этом подслое можно принять равным U_x/δ_v (U_x -средняя продольная составляющая скорости на внешней границе вязкого подслоя). Тогда касательное напряжение на стенке трубы равно

$$\tau_0 = \mu(dU_x/dy) = \mu(U_x/\delta_v) = \rho\nu(U_x/\delta_v)$$

или

$$\tau_0/\rho = \nu U_x/\delta_v \quad (1.271)$$

так как по [8] $\tau_0/\rho = U_x^2$ то из (1.271) найдем

$$U_x^2 = \nu U_x/\delta_v$$

Отсюда

$$U_x \delta_v/\nu = U_x/U_x \quad (1.272)$$

В (1.272) обе части-безразмерные. В левой части-безразмерный комплекс $U_x \delta_v/\nu$ аналогичный по структуре числу Рейнольдса и обычно обозначаемый символом N . приближенно можно считать, что N - величина постоянная. Тогда из (1.272) имеем

$$U_x/U_x = U_x \delta_v/\nu = N = \text{const} \quad (1.273)$$

При равномерном движении жидкости средняя скорость потока, не изменяющаяся по длине, будет равна согласно ()

$$V = [(2g i_p / \lambda_w)(h_w / \ell)]^{0.5} \quad (1.274)$$

Обозначим

$$(2g/\lambda_w)^{0.5} = C_1$$

Коэффициент C_1 называется коэффициентом Шези с учетом когерентности потока.

Введя в (1.274) коэффициент ШЕЗИ и гидравлический уклон, получим формулу Шези (с учетом когерентности потока) средней скорости потока равномерном движении

$$V = C_1 (i_p J)^{0.5} \quad (1.275)$$

Вместо () потери по длине при равномерном движении можно выразить следующей формулой:

$$h_{wn} = V^2 \cdot \ell / C_1^2 i_p$$

Коэффициент Шези C_1 в отличие от безразмерного коэффициента Дарси λ имеет размерность
 $[C_1] = L^{0,5} T^{-1}$.

Зная формулу для средней скорости потока, получим формулу ШЕЗИ ДЛЯ РАСХОДА при равномерном движении с учетом когерентности потока

$$Q = \omega V = \omega C_1 (\lambda_0)^{0,5} \quad (1.276)$$

Запишем формулу Шези (1.275) в таком виде:

$$V = (2/\lambda_0)^{0,5} (g \lambda_0 J)^{0,5} \quad (1.277)$$

Величина $(g \lambda_0 J)^{0,5}$ называется динамической скоростью U , с учетом когерентности потока

$$U = (g \lambda_0 J)^{0,5} \quad (1.278)$$

Из (1.277) имеем

$$V/(g \lambda_0 J)^{0,5} = V/U = (2/\lambda_0) \quad (1.279)$$

А для коэффициента Дарси

$$\lambda = 2(U/V)^2 \quad (1.280)$$

Динамическая скорость U - важная характеристика движения и в каждом конкретном случае равномерного движения величина постоянная [64] стр.144. Доказано, что соотношения V/U , в каждом конкретном случае является постоянным (см. Глава I).

1. Для открытых каналов при ламинарном режиме движения жидкости:

$$V/U = (gJ/v^2) \lambda_0^{-2} = L_1 = \text{const} \quad (1.281)$$

2. Для трубы при ламинарном режиме движения жидкости

$$V/U = (gJ/16v^2) \lambda_0^{-2} = L_2 = \text{const} \quad (1.282)$$

3. Для открытых каналов в автомодельной области (когда $\lambda_0/\Delta > 350$) при турбулентном режиме движения жидкости [42]

$$V/U = 29 = \text{const} \quad (1.283)$$

4. Для трубы в автомодельной области (когда

$$R_0 > 2 \cdot 10^4$$

при турбулентном режиме движения жидкости

(см. табл.1.10-1.14)

$$V/U_0 = 20 = \text{const} \quad (1.284)$$

Из (1.285) получим значение скорости на внешней границе вязкого подслоя

$$U_s = NU_0 \quad (1.285)$$

и толщину вязкого подслоя

$$\delta_s = N(v/U_0) \quad (1.286)$$

Экспериментально найдено, что $N \approx 9,83$.

Найдем расчетную формулу для толщины вязкого подслоя δ_s . Для этого обе части (1.286) разделим на i_{00} **радиус инерции при кручении** и преобразуем:

$$\delta_s/i_{00} = N(v/i_{00} V)(V/U_0) = (N/R_c)(V/U_0) \quad (1.287)$$

Подставив в (1.287) выражение относительной средней скорости (1.279) $V/U_0 = (2/\lambda_c)$, получим

$$\delta_s/i_{00} = 1,41 N/R_c \lambda_c^{0,75}$$

Окончательно толщину вязкого подслоя найдем в виде

$$\delta_s \approx 25 i_{00} / (R_c \lambda_c^{0,75}) \quad (1.288)$$

Таким образом, с ростом числа R_c а также коэффициента Дарси λ_c с учетом когерентности потока вязкого подслоя δ_s уменьшаются.

Разделение стенок трубы на гидравлически гладкие и шероховатые является условным, поскольку, как следует из формулы (1.288), толщина δ_s обратна пропорциональна числу R_c . Таким образом, при движении жидкости вдоль одной и той же поверхности с неизменной высотой выступа шероховатости в зависимости от числа Рейнольдса толщина вязкого подслоя может изменяться. При увеличении числа R_c толщина δ_s уменьшается и стенка, бывшая гидравлически гладкой, может стать шероховатой, так как высота выступов шероховатости окажется больше толщины вязкого подслоя и шероховатость станет влиять на характер движения, и следовательно, на потери напора.

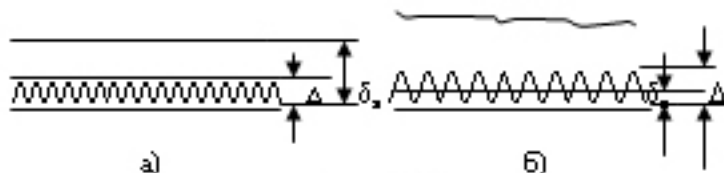


Рис. 1.15

(см. Приложение XII стр. 295)

§ 1.17. СПОСОБЫ УПРАВЛЕНИЯ ПОГРАНИЧНЫМ СЛОЕМ В ДЕРИВАЦИОННЫХ ТУНЕЛЯХ (ДЛЯ РАСУЖДЕНИЯ)

Знание законов движения жидкости в пограничном слое открывает широкие перспективы улучшения гидродинамической характеристики при движении жидкости в круглых трубах. Используя эти законы, можно активно воздействовать на движение жидкости в пограничном слое и изменить это движение в нужном направлении.

Например, что можно «затянуть» переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный и, следовательно, уменьшить сопротивление трению, если изменить форму тела так, чтобы точка минимума давления сместилась по направлению периметра живого сечения круглой трубы. Можно добиться и обратного эффекта, т.е. РАННЕГО ПЕРЕХОДА ЛАМИНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ в слое в турбулентное, если искусственно турбулизовать пограничный слой или набегающий поток.

Однако выше изложенный далеко не исчерпывается задачи и способы управления пограничным слоем (сокращенно – У П С).

Можно указать две основные задачи управления пограничным слоем. Одна из этих задач состоит в предотвращении или, во всяком случае, в затягивании отрыва пограничного слоя, другая из этих задач состоит в предотвращении или, во всяком случае, в затягивании перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный. Иными словами, первая задача заключается в перемещении точки отрыва слоя в конце трубопровода, вторая

перемещении точка перехода в начале трубы.

Проблема затягивания перехода ламинарного течения в пограничном слое в турбулентное имеет огромное практическое значение для уменьшения сопротивления трения поверхности трубопровода. При больших значениях числа Рейнольдса замена турбулентного течения ламинарным уменьшает сопротивление трению в десять раз.

Для иллюстрации явлений, происходящих при отсасывании пограничного слоя. Мы приводим здесь фотографии течений жидкости между двумя стенками при расширении потока (рис. 1.16) на первой фотографии изображено течение жидкости в том случае, когда нет никакого воздействия на пограничный слой. Мы видим что непосредственно за точкой минимума давления происходит отрыв струи от поверхности стенок. На следующей фотографии показано течение между тем же стенками, но в случае отсасывания пограничного слоя у одной из стенок, в местах, показанных стрелками. Наконец, последняя фотография изображает течение в случае отсасывания пограничного слоя у обеих стенок; отрыв струи здесь наступает за сечением в котором производится отсасывание.

Говоря об отсасывании пограничного слоя применительно туннеля, нужно представить себе на верхней части туннеля одну или несколько прорезей (щелей) нормальных к его периметру, в дол трубы, которые соединят наружную атмосферу с внутренней полостью трубы (рис. 1.17). Если поддерживать в этой полости давление, меньше наружного, то пограничный слой будет сквозь прорези отсасываться с верхней поверхности трубы. Проблема отрыва потока столь же стара, как и теория пограничного слоя. ЛЮДВИГ ПРАНЦЛЬ еще до разработки теории пограничного слоя занимался отрывом потока. Он установил, что в реальных диффузорах не может быть получено расчетное восстановление давления. Эта проблема была, наконец, решена с помощью его новой теоретической концепции пограничного слоя [65]. ПРАНЦЛЬ удалил пограничный слой со стенок дозвукового канала с помощью отсоса (см. рис. 1.18), также [66]с.15.



Рис.1.17 Схема отслаивания пограничного
слоя в трубопроводе (в туннеле)

с

Рис.1.18
(см. Приложение XII стр. 295)

§1.18. КРУГЛАЯ СТАЛЬНАЯ ТРУБА С ПРОДОЛЬНЫМ ШВОМ

Математические задачи о расчете касательных напряжений на поверхности трубопровода при движении вязкой жидкости решается уравнением Навье-Стокса. Решение уравнений движения вязкой жидкости оказалось возможным лишь потому, что по тем или иным причинам в этих уравнениях отпало слагаемые, содержащие произведения скоростей на производные от скоростей (так называемые инерционные или конвективные члены), и уравнения становилось, таким образом, линейными [67]. Так например, при решении задачи от течения жидкости в цилиндрической трубе конвективные члены отпадают вследствие самой природы рассматриваемого движения т.е. вследствие того, что в рассматриваемом движении отсутствует конвективное ускорение [67] (см. Рис.1.19). Также было доказано, что ламинарное движение в трубопроводе - движение вихревое [6] стр. 84.

$$\omega = (\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2)^{0.5} = (\gamma J) / (4\mu) [z^2 + y^2] = (\gamma J) / (4\mu) \cdot r \quad (1.289)$$

или

$$\omega = (2Vr) / r_0^2 \quad (1.290)$$

Так как средней скорости при ламинарном режиме

$$V = (\gamma d^4) / (32\mu) J = (\gamma r_0^4) / (8\mu) J \quad (1.291)$$

Окончательно получим

$$(\gamma J) / (4\mu) = (2V) / r_0^2 \quad (1.292)$$

Следовательно, угловая скорость вращения частицы при ламинарном движении прямо пропорциональна средней скорости потока и расстоянию соответствующей точки от оси трубы.

На оси угловая скорость вращения равна нулю, а у стенок, наоборот, она достигает своего максимального значения

$$\omega_{max} = 2V / r_0 \quad (1.293)$$

и уравнение (1.290) может быть переписано так:

$$\omega = \omega_{\max} (r/R_0)$$

(1.294)

т.е. зтира угловых скоростей аналогична зтире касательных напряжений, показанной на фиг. 8-1 см. [68] стр. 83.

Касательные напряжения пропорциональны угловым скоростям.

Выше нами было показана насколько математически подробно исследован ламинарное движение жидкости круглого сечения. Но тогда, когда по сути задачи в уравнениях должны фигурировать как конкретные слагаемые, так и слагаемые, происходящие от вязкости, найти точное решение уравнений движения вязкой жидкости представляет весьма затруднительным. Поэтому особое значение приобретает различные способы упрощения этих уравнений, которые имеют своей целью сделать их интегрирование практически возможным.

Если размеры выступа продольного шва круглой стальной трубы не является ничтожно малым по сравнению с диаметром трубы, в потоке происходит явления, находящиеся на стыке внутренней и внешней задач механики жидкости (см. рис. 1.20).

Имея виду то обстоятельство, что угловой скоростью достигает своего максимального значения на продольном выступе шва круглой трубы, надо полагать, что за выступом образуется вихрь, как это показано на рис. 1.21. и цели поток перестает не посредственно касаться стенки трубы.

Ламинарный поток в круглой трубе дентал над вихревой подушке, где касательное напряжение гораздо меньше, чем на стенке трубы. Надо полагать, что именно это обстоятельство дал возможность увеличения пропускной способности кругло стальной трубы с продольным швом (см. Таблицу 1.8) [69]

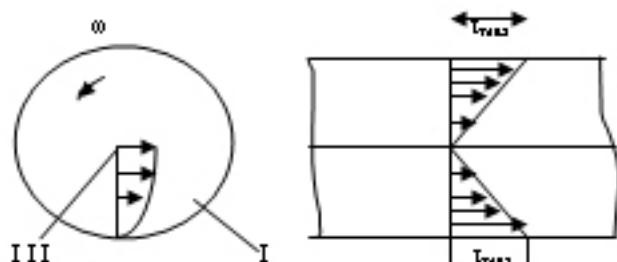


Рис.1.19 Схема движения потока в трубе
 I – пограничный слой; III – область пренебрежимо малых касательных напряжений.

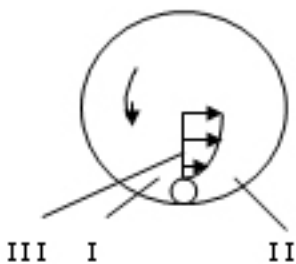
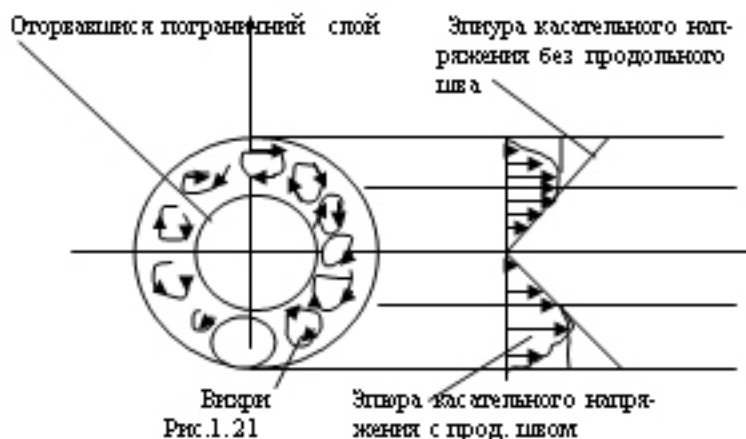


Рис.1.20 Схема движения жидкости в трубе когда на дне уложено кабел; I – пограничный слой; III – область пренебрежимо малых касательных напряжений; I – струя за кабелем.



КРУТЛАЯ СТАЛЬНАЯ ТРУБА С ПРОДОЛЬНЫМ ШВОМ [69]



$d=5,38\text{ см}$. $L=650\text{ см}$. $\ell_v=370\text{ см}$ $\ell=370\text{ см}$. Таблица 1.8

N	$t^{\circ}\text{C}$	v $\text{см}^3/\text{сек}$	H см	J	V $\text{см}^3/\text{сек}$	$Q_{\text{вн}}$ $\text{см}^3/\text{сек}$	$Q_{\text{вн}}$ $\text{см}^3/\text{сек}$	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	45,0	0,50	5,2	0,014	34,20	777,02	564,46	37,0
4	52,0	0,36	2,0	0,0054	17,96	408,05	302,39	25,8
10	59,5	0,265	7,4	0,02	85,95	1952,78	1521,47	22,0
18	61,5	0,248	9,0	0,0243	100,35	1975,31	1975,31	13,36
29	61,5	0,248	7,4	0,02	91,98	2089,78	1625,77	22,2
38	58,5	0,275	9,0	0,0243	102,37	2325,84	1781,37	23,4
39	58,0	0,28	10,7	0,0289	109,81	2494,88	2080,75	16,6

§ 1.19. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ДАРСИ

Важные экспериментальные исследования, посвященные изучению зависимости коэффициента Дарси λ от числа R_c и относительной шероховатости, были проведены И. НИКУРАДЗЕ для шероховатых труб и Зегежда для прямоугольных шероховатых лотков (открытые потоки) стенки труб и лотков имели специально созданную равнозернистую шероховатость. Для создания этой шероховатости сначала через калиброванные отверстия отсевался на стенки, предварительно покрытые слоем лака, благодаря чему песок прилеплялся к стенкам. РАЗМЕРЫ ЗЕРЕН ПЕСКА ПРИНИМАЛИСЬ ЗА РАЗМЕР ВЫСТУПА ШЕРОХОВАТОСТИ Δ . В результате были получены трубы и лотки с различными значениями относительной шероховатости стенок: Δ/d_0 или Δ/d для труб и R/Δ для лотков (или относительной гладкости: d_0/Δ и d/Δ , как показано на рис.1.22;1.23). В опытах были измерены потери напора и расход, вычислены средние скорости потоков и коэффициенты λ . Результаты И. НИКУРАДЗЕ показаны на рис.1.22. Опытов Зегежда на рис.1.23. По оси абсцисс отложены значения IgR_c и по оси ординат $Ig(100\lambda)$. Представление опытных данных в таких координатах позволяет по углу наклона прямых (в частности, I и II) получить показатель степени в степенной зависимости λ от R_c .

Все опытные точки, полученные Нискурадзе, до $IgR_c=3,35$ ($R_c < 2300$, ламинарный режим движения) независимо от шероховатости стенок труб располагаются на прямой. Это значит, что при ламинарном движении λ не зависит от шероховатости трубы. При $R_c=2300 \div 3000$ ($IgR_c=3,35 \div 3,5$) происходит переход от ламинарного режима движения к турбулентному. В опытах И. Нискурадзе в пределах $2300 < R_c < 4000$ коэффициент λ по-прежнему не зависит от шероховатости. При турбулентном движении $R_c > 4000$ характер экспериментальных кривых различен в зависи-

мости от значения d/Δ . При больших относительных шероховатостях ($d/\Delta=300$) экспериментальная кривая сначала продолжает подниматься, а затем при $R_c \approx 3 \cdot 10^4$ становится горизонтальной. При меньших относительных шероховатостях кривые ведут себя иначе: сначала независимо от относительной шероховатости экспериментальные точки ложатся на прямую II. Затем по достижении $R_c \approx 20d/\Delta$ эти точки на графике рис. Отходят от прямой II, образуют впадину при $R_c \approx 500d/\Delta$ превращаются в горизонтальные при $R_c > 10^4$.

При некотором значении R_c тем меньшем, чем больше относительная шероховатость, коэффициент λ перестает зависеть от числа R_c .

Отметим, что при турбулентном режиме движения коэффициент λ тем больше, чем больше относительная шероховатость, при одних и тех же значениях R_c .

Таким образом, исследования, выполненные Никурадзе, наглядно свидетельствуют о наличии различных областей сопротивления при напорном движении в трубах:

Опыты в лотках, выполненные Зегеждой (рис.1.23) показали, что и в открытых потоках имеются те же области сопротивления, что и в трубах; сохраняются те же закономерности, что и установленные опытами И. НИКУРАДЗЕ.

§1.20. КОЭФФИЦИЕНТЫ ДАРСИ ДЛЯ ТРУБ С ЕСТЕСТВЕННОЙ ТЕХНИЧЕСКОЙ ШЕРОХОВАТОСТЬЮ

Материал, из которого изготовлена труба, и технология ее изготовления существенно влияют на состояние ее внутренней поверхности, а следовательно, на значения эквивалентной шероховатости и вид зависимости $\lambda=f(R_e)$.

Естественная техническая шероховатость (рис.1.24 Б), образующаяся при изготовлении труб и в результате различных изменений в процессе эксплуатации, не является равнозернистой песочной шероховатостью, влияние которой на вид эйлер скорости и сопротивление труб исследовал Нискурадзе. Выступы технической шероховатости имеют неодинаковую высоту, форму и плотность распределения по поверхности трубы. В настоящее время техническая шероховатость оценивается некоторой средней высотой Δ_s выступов, называемой эквивалентной шероховатостью.

Под эквивалентной шероховатостью понимают высоту выступов равнозернистой шероховатости из однородного песка, при которой в квадратной области сопротивления получается такое же значение λ что и рассматриваемой трубе. Определяет эквивалентную равнозернистую шероховатость трубы следующим образом. Опытным путем определяет λ при различных R_e и строит график $\lambda=f(R_e)$, который сравнивает с графиками Нискурадзе. Исследуемой трубе приписывает относительную шероховатость, равную относительной шероховатости той трубы в опытах Нискурадзе, для которой в квадратной области график совпадает с графиком исследуемой.

Для вычисления Δ_s можно воспользоваться формулой откуда имеем

$$\text{Igd}_s = \text{Igd} + 0,57 \cdot 1/2 \cdot \Delta_s \quad (1.295)$$

Для труб промышленного изготовления с естественной шероховатостью для любой области сопротивления при турбулентном режиме движения А.Д. АЛБТШУЛЬ предложил формулу

$$\lambda = 0,11 (\Delta_s/d + 68/R_e)^{1/2} \quad (1.296)$$

При $\Delta_s/d \leq 68/R_e$ формула (1.296) практически совпа-

дает с формулой БЛАЗИУСА

$$\lambda_m = 0,3164/R_c^{0,25} \quad (1.297)$$

Граница между областью гидравлически гладких труб и переходной областью сопротивления может быть определена приближенно по соотношению $R_c \approx 20d/\Delta$. При турбулентном движении и $4000 < R_c < 20d/\Delta$, для определения λ_m можно принять формулу Блазиуса (1.287). Область гидравлически шероховатых труб соответствует числом $R_c > 500d/\Delta$. Коэффициент λ_m можно определить по формуле Б.Л. Шифринсона

$$\lambda_m = 0,11(\Delta/d)^{1,25} \quad (1.298)$$

Рис.1.22

(см. Приложение XII стр. 295)

Рис.1.23

(см. Приложение XII стр. 295)

§121. КОЭФФИЦИЕНТЫ ДАРСИ ДЛЯ НЕКРУГЛЫХ ТРУБ

При вычислении значений числа R_c для потоков в трубах некруглого сечения в качестве характерной линейной величины используется гидравлический радиус R . Этот параметр не является полной характеристикой геометрии потока, ибо недостаточно характеризует форму живого сечения. В ТО ЖЕ ВРЕМЯ ФОРМА СЕЧЕНИЯ ВЛИЯЕТ НА КИНЕМАТИЧЕСКУЮ СТРУКТУРУ ПОТОКА, тем самым оказывается существенной при расчете гидравлических сопротивлений (на коэффициенты Дарси).

В трубах с полигональными очертаниями возникают вторичные течения. Термин «вторичное течение» используется для обозначения осредненного по времени движения, которое считается наложенным на основное (или первичное) течение или входящим в него. Необходимо как-то различать эти течения, вторичные течения выбирают таким, чтобы его скорости были значительно меньше скоростей основного движения. Часто, когда первичное движение параллельно стенкам или равномерному невозмущенному течению, за вторичное течение принимают компонент среднего течения по нормали к стенкам трубы или потерек потока.

В трубах с полигональными очертаниями касательные напряжения на стенке распределены неравномерно по периметру сечения. В результате неравномерности распределения касательных напряжений более интенсивно проявляются вторичные течения в плоскости живого сечения. Происходит поперечная циркуляция (рис. 125), на поддержание которой затрачивается дополнительная энергия. При прочих равных условиях коэффициенты Дарси λ увеличиваются. Расчет вторичных течений, вызываемых изменением нормальных турбулентных напряжений в попереч-

ном сечении канала и обусловленным распределением продольной скорости и касательных напряжений на стенке, требует гораздо более детальной модели турбулентности, чем те, которые имеются в настоящее время [5].

Поэтому здесь мы пытаемся лишь преобразовать качественные данные для таких вторичных течений с помощью параметров когерентности потока.

Если можно задать коэффициент λ , то можно вычислить силу трения для любого сечения канала. Выше было показано, что коэффициент трения для течения в трубе зависит от характерного размера потока, по которому определяется число Рейнольдса Ud/ν и относительной шероховатости Δ/d . Очередной задачей является выбор эффективного значения этих параметров, соответствующих другим формам сечения трубопровода.

Таким параметром является параметр когерентности потока-радиус инерции при кручении, который дал хороший результат для ламинарного режима (см. Глава I §2).

Таким образом для определения число Рейнольдса учитываем когерентность потока

$$\bar{R} = V_{\lambda_0} / \nu \quad (1.299)$$

и относительную шероховатости с учетом когерентности потока-радиус инерции при кручении

$$\Delta / \lambda_0 \quad (1.300)$$

Рис. 1.25
(см. Приложение XII стр. 295)

В данный момент в инженерной гидравлике пользуются эффективными размерами сечений водоводов, который дается в таблице 4.5 [5], с.202 и таблице 1.9

Таблица 1.9

Эффективные размеры сечений водоводов

КАНАЛЫ	ω/χ	Эффективный размер	Наименование
Труба	$d/4$	$4R=4\omega/\chi$	ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ ДИАМЕТР
Шероховатый закрытый канал Шероховатый открытый канал	$B/2$	$R_s=2\omega/\chi$	Гидравлический радиус

Какой бы из приведенных в табл.1.9 масштабов не использовался, конечным этапом вывода является то, что соотношение

$$\lambda = f(\sqrt{4R_s}, \Delta_s/4R) \quad (1.301)$$

«не зависит от формы сечения трубы. Мало вероятно, чтобы использование конкретного линейного масштаба было определяющим. Так как при турбулентном движении λ лишь слабо зависит от числа Рейнольдса, тогда как количественные характеристики шероховатости обычно известны плохо» [5].

А. Дж. РЕЙНОЛЬДС пишет [5] «Для использования (1.291) НЕОБХОДИМА, чтобы касательные напряжения вдоль большей части периметра трубопровода были бы почти одинаковыми, хотя касательные напряжения могут равняться нулю вдоль какой-то части, которой пренебрегают при определении смоченного периметра. Приведенный анализ не применим к асимметричным плоским течениям, рассмотренным в § как и течениям трубопровода кольцевого сечения...

Этот метод анализа неприменим также и к сечениям трубопровода имеющим совершенно разные линейные размеры и масштабы скоростей в различных участках сечения» [5]

П.2.1.1 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ДАРСИ С УЧЕТОМ ПАРАМЕТРА КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА

После введения в 1914г. Р. Мизесом [70] также и понятия относительной шероховатости это принесло к утверждению в современной теории гидравлического сопротивления связи как основополагающей и универсальной [8,18, 9].

$$\lambda = \varphi(R_g, \Delta/R) \quad (1.302)$$

Эту теорию развил в 1933г. И. Никурадзе [71]. 364 опыта И. Никурадзе по определению коэффициента гидравлического сопротивления турбулентных течений были выполнены с трубами, покрытыми изнутри мелкозернистым песком с высотой выступов в интервале $\Delta = 0,1 \div 1,6$ мм и имеющими средние объемные диаметры в интервале 2,434-9,94 см и максимум число Рейнольдса $Re_g = 6,0$ т.е. до 1 000 000 (см рис.1.22).

В математическом обобщении этой массы данных принимали участие юрифеи полуэмпирической теории турбулентности Л. Прандтль и Т. Карман, использовавшие их для уточнения постоянных в свой полуэмпирических формулах для гидравлически гладкой [72] и квадратичной [73] зон сопротивления.

Целью настоящей работы является демонстрация турбулентности при больших числах Рейнольдса ($Re_g \gg 10^6$) и автомодельность с учетом когерентности потока, т.е. с момента, когда сопротивление λ не будет зависеть от

относительно шероховатости Δ/d , где Δ — абсолютная высота выступов шероховатости, а d — диаметр трубы.

Движение жидкости в непосредственной близости от твердых границ существенно зависит от физико-химических явлений на контактной поверхности «жидкость-твердая граница». Поверхностные эффекты вблизи этой границы раздела так же, как и вблизи свободной поверхности жидкости, возникают вследствие симметричности взаимодействия как атомов твердого вещества, так и молекул жидкости. Вблизи поверхности раздела и молекулы жидкости, и частицы твердого вещества обладают большей потенциальной энергией, чем внутренние частицы. Избыток потенциальной энергии, отнесенный к единице площади, называется удельной потенциальной или поверхностной энергией [74].

Полная удельная потенциальная энергия определяется уравнением Гиббса-Гельмгольца [74]

$$U = \sigma - T(\partial\sigma/\partial T) \quad (1.303)$$

Где $[-T(\partial\sigma/\partial T)]$ — скоростная теплота образования единицы площади поверхности раздела в обратном изотермическом процессе при температуре T .

Ближайшие к твердой поверхности молекулы воды образуют слой толщиной в 10-15 рядов прочно связанных с этой поверхностью молекул [75].

Таким образом, рассмотрение физико-химического взаимодействия молекул воды с твердой поверхностью позволяет установить, что при больших числах Рейнольдса при обтекании твердой границы потоком воды не происходит непосредственный контакт движущегося водного потока с твердой границей. Движущийся водный поток взаимодействует лишь со слоем связанной воды, покрывающим все элементы твердой границы, включая и

выступы шероховатости водоводов. Вследствие малой толщины слой вязкой воды не изменяет геометрических характеристик обтекаемой жесткой границы. Однако учет этого слоя в некоторых гидродинамических задачах может быть полезным.

С увеличением скорости течения в водоводах при больших числах Рейнольдса ($R_c \gg 1\,000\,000$) увеличивается трение между водой и твердым телом и соответственно возрастает температура воды. С повышением температуры воды величина σ поверхностного натяжения, как правило, уменьшается [74]. Эмпирическая зависимость поверхностного натяжения от температуры определяется формулой Каталмы-Гутенгейма [74]:

$$\sigma = \sigma_0 (1 - T/T_{10})^{11/9} \quad (1.304)$$

где T - температура, а T_{10} - критическая температура воды. Обычно критическая точка определяется по уравнению Ван-Дер-Ваальса [74] как точка, в которой производные $(\partial P/\partial V)$ и $(\partial^2 P/\partial V^2)$ обращаются в нуль.

В соответствии с (1.304) вблизи T_{10} поверхностная энергия обращается в нуль, т.е. исчезает физико-химическое взаимодействие молекул воды с твердой поверхностью, и потока воды движется в непосредственном контакте с твердой границей. Естественно, что при больших значениях \dot{W}_c/R_c или при большом относительной шероховатости можно пренебречь. Здесь W_c - число Вебера с учетом когерентности потока

$$W_c = \rho V_{10}^3 / \sigma \quad (1.305)$$

R_c - число Рейнольдса с учетом когерентности потока

$$R_c = V_{10} / \nu \quad (1.306)$$

В последних выражениях ρ -плотность жидкости; ν -ее кинематическая вязкость; i_0 -радиус инерции при кручении с учетом когерентности потока

$$i_0 = (I_{i_0} / \omega)^{0,5} \quad (1.307)$$

где I_{i_0} - момент инерции при кручении с учетом когерентности потока; ω -живое сечение потока.

С использованием гидродинамической аналогии Буссинеска [7] и теории Бредта [7] решен целый ряд задач гидромеханики [23,28,42] и показано, что расход потока характеризуется моментом инерции при кручении.

Течение поражается и поддерживается силами тяжести, однако полный эффект сил тяжести ослабляется большим градиентом давления вдоль трубы. Следовательно, оба эти эффекта-гравитация и уменьшение напора-могут быть учтены одной переменной gi , где i -удельные потери (гидрометрический уклон), а g -ускорение свободного падения.

Очевидно, что расход высокоскоростных потоков при больших числах Рейнольдса в трубопроводах будет зависеть от момента инерции при кручении I_{i_0} [3] и переменной gi

$$Q = \varphi(I_{i_0}, gi) \quad (1.308)$$

В главе I, §10 с использованием теории Релей было получена формула (см. фор.(1.181)) расхода для некрутых трубопроводов при больших числах Рейнольдса

$$Q = K(gi)^{0,75} I_{i_0}^{0,25} \quad (1.309)$$

Где K -коэффициент пропорциональности.(см. рис.1.26)

Для определения коэффициента K были использованы экспериментальные данные И.Никурадзе [15], Ф.А.Шевелева [43], МИИГС [43] (см. рис.1.26 и таблицу 1.10÷1.15). В автомобильной зоне, когда $W/R_c > 0,055$ $K=40$

Таблица 1.10

$$U_i = (g i_{i,p})^{4,5} \quad Q_r = 40(g i_{i,p})^{4,5} I_{i,p}^{0,58}$$

N	ΔP	i	V_s	$R_{c,x}$ $\times 10^6$	$V_j U_i$	Q_{Σ}	Q_r	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	85.200	6.800	28.60	2.26	19.32	0.223	0.2224	-0.27
2	46.500	3.720	20.90	1.65	19.01	0.163	0.1645	+0.92
3	40.800	3.250	19.60	1.55	19.08	0.153	0.1537	+0.50
4	69.500	7.240	25.85	2.05		0.200	0.2290	-
5	98.200	7.870	30.90	2.44	19.31	0.240	0.2392	-0.33
6	107.70	8.550	32.40	2.57	19.51	0.253	0.2494	-1.44
7	108.50	8.610	32.45	2.57	19.43	0.253	0.2503	-1.07
8	109.70	8.790	32.80	2.59	19.52	0.256	0.2528	-1.26
9	110.30	8.838	32.80	2.59	19.44	0.256	0.2535	-0.98
10	115.20	9.231	33.70	2.66	19.15	0.263	0.2591	-1.50
11	37.600	3.013	18.60	1.47	18.41	0.145	0.1480	+2.06
12	40.000	3.205	19.30	1.53	18.63	0.150	0.1527	+1.02

Пропускная способность новых стальных труб опыты

МИИГС [43] (см. таблицу 1.10)

$d=99,7\text{мм}$; $L=960\text{см}$; $\Delta_s=1,5\text{мм}$; $r_p=r-\Delta_s=48,35\text{мм}$;

$I_{i,p}=858\text{см}^4$; $[\rho]$ -кг·сек²/м⁶; $[\nu]$ -см²/сек; $[\Delta]$ -кг/м²;

$[V]$ -м/сек; $[Q]$ м³/сек $\rho=0,133\text{кг·сек/м}^4$; $\nu=0,0126\text{см}^2/\text{сек}$

Продолжение таблицы 1.10

N	ΔP	i	V	$R_{\Sigma x}$ $\times 10^6$	W/U_1	Q_0	Q_+	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9
13	83.00	6.650	28.05	2.22	18.82	0.219	0.220	+0.41
14	96.40	7.722	30.50	2.41	18.94	0.238	0.237	-0.42
15	104.2	8.349	31.80	2.52	19.62	0.248	0.246	-0.64
16	107.9	8.646	32.30	2.55	19.00	0.252	0.251	-0.48
17	109.7	8.790	32.60	2.60	-	0.254	0.253	-0.47
18	112.1	8.980	33.00	2.61	19.41	0.257	0.256	-0.55

Из таблиц 1.10-1.15 ПОЛУЧИМ

$$V = 20 \sqrt{g i} \dot{\zeta}_{\text{кр}} \quad (1.310)$$

i – гидродинамический уклон, $\dot{\zeta}_{\text{кр}}$ – радиус кривизны при кручении-параметр когерентности потока.

Формулу (1.310) можно использовать, когда $W_0/R_{\Sigma} > 0,055$

Таблица 1.11

$$U_i = (g i_{i_p})^{0,8}$$

$$Q_r = 40(g)^{0,8} I_{i_p}^{0,8}$$

N	ΔP	i	V_p	R_{ex} $\times 10^6$	$V \sqrt{U_i}$	Q_s	Q_r	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2.420	0.183	6.420	0.899	17.83	0.213	0.230	+8.90
2	2.470	0.187	6.980	0.977	19.38	0.232	0.234	+1.11
3	3.490	0.264	7.880	1.103	18.32	0.216	0.	+
4	5.740	0.434	10.45	1.463	19.00	0.345	0.357	+3.58
5	19.35	1.465	20.40	2.856	20.00	0.677	0.657	-3.10
6	20.40	1.544	20.65	2.891	19.85	0.685	0.674	-1.60
7	21.20	1.605	20.98	2.937	19.79	0.685	0.687	+0.32
8	21.70	1.643	21.40	2.996	19.85	0.710	0.695	-2.10
9	1.875	0.142	5.460	0.764	17.24	0.181	0.204	+12.9
10	4.630	0.350	2.110	0.295	4.22	0.070		
11	6.240	0.472	10.80	1.512	19.85	0.358	0.373	+4.15
12	7.250	0.549	11.81	1.653	19.05	0.392	0.402	+2.53
13	8.860	0.671	13.15	1.835	19.05	0.436	0.444	+1.92
14	11.30	0.855	15.06	2.101	20.15	0.500	0.497	-0.60

Пропускная способность новых стальных труб

(опыты МИИГС [43]) $d=205,8\text{мм}$; $L=1095\text{см}$; $\rho=0,123\text{кг}$
 $\text{сек}^2/\text{м}^4$; $\nu=0,0147\text{см}^2/\text{сек}$

$[Q]-\text{м}^2/\text{сек}$; $[V]-\text{м}/\text{сек}$ $i_p=0,072\text{м}$

Продолжение таблицы 1.11

N	ΔP	i	V	R_{ex} $\times 10^6$	V/U_1	Q_s	Q_r	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9
15	13,90	1,057	16,72	2,33	19,35	0,555	0,557	+0,49
16	15,90	1,204	18,00	2,57	19,56	0,597	0,595	-0,33
17	18,10	1,377	19,17	2,66	19,44	0,640	0,636	-0,54
18	20,75	1,580	20,87	2,90	19,76	0,690	0,682	-1,17
19	23,20	1,765	21,95	3,05	19,77	0,729	0,721	-1,10
20	28,40	2,160	24,50	3,40	19,83	0,813	0,797	-1,98

Таблица 1.12

$$U_i = (g i_{i_p})^{0,5} \quad Q_r = 40(g i)^{0,5} i_{i_p}^{0,58}$$

N	ΔP	i	V_s	$R_{\text{ср}}$ $\times 10^6$	V/U_i	Q_s	Q_r	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4,80	0,774	20,05	5,012	20,67	1,920	2,030	+5,73
2	1,14	0,183	9,240	2,695	19,66	0,887	0,895	+0,90
3	2,60	0,412	14,60	3,650	20,56	1,401	1,341	-4,47
4	4,40	0,700	18,95	4,737	20,59	1,819	1,790	-1,62
5	6,00	0,963	22,60	5,650	20,88	2,160	2,260	+4,63
6	2,04	0,330	12,92	3,187	20,41	1,240	1,200	-3,33
7	2,11	0,344	12,92	3,187	19,97	1,240	1,227	-1,06
8	2,80	0,457	15,28	3,766	20,57	1,467	1,420	-3,31
9	3,50	0,570	17,10	4,214	20,60	1,640	1,579	-3,86
10	4,20	0,680	18,60	4,584	20,43	1,785	1,725	-3,48

Пропускная способность алюминиевых труб

(опыты МИИГС [43])

$d=350\text{мм}$; $L=500\text{см}$; $\rho=0,127\text{кг сек}^2/\text{м}^4$; $\nu=0,0142\text{см}^2/\text{сек}$

$i_p=0,124\text{м}$

Продолжение таблицы 1.12

N	ΔP	i	V	R_{ex} $\times 10^6$	WU_1	Q_1	Q_2	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9
11	4,60	0,75	19,64	4,840	20,56	1,812	1,885	-4,03
12	5,40	0,87	21,35	5,262	20,75	1,955	2,040	-4,35
13	6,00	0,98	22,60	5,570	20,69	2,071	2,169	-4,73
14	6,64	1,08	24,10	5,940	20,77	2,300	2,310	-0,40
15	2,40	0,39	14,10	3,403	20,49	1,317	1,353	-2,73

⊕

16	0,95	0,16	8,340	2,013	20,34	0,800	0,85	+6,25
17	1,36	0,22	12,22	2,949		1,173		
18	2,40	0,39	13,88	3,350	20,17	1,332	1,307	-1,91
19	3,00	0,49	15,68	3,784	20,31	1,505	1,464	-2,80
20	1,84	0,30	12,02	2,901	19,90	1,154	1,153	-0,08

□

Новые стальные трубы $d=205\text{мм}$, $L=1605\text{см}$,

(опыты МИИГС [43]) см. таблица 1.12

Таблица 1.13

$$U_i = (g_i i_{i_0})^{n_i} \quad Q_i = 40(g_i)^{n_i} i_{i_0}^{n_i}$$

N	ΔP	i	V_i	R_{ix} $\times 10^6$	V/U_i	Q_i	Q_i	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	21,60	1,153	17,81	2,310		0,587	0,576	-2,00
2	20,35	1,086	17,16	2,264		0,566	0,558	-1,30
3	18,95	1,012	16,65	2,133		0,549	0,539	-1,93
4	18,00	0,960	16,17	2,071		0,533	0,525	-1,50
5	16,47	0,879	15,34	1,965		0,506	0,503	-0,70
6	14,34	0,765	14,17	1,827		0,467	0,468	+0,42
7	12,70	0,678	13,08	1,686		0,431	0,441	+2,29
8	11,47	0,612	12,25	1,663		0,404	0,419	+3,83
9	9,80	0,523	11,26	1,528		0,372	0,388	+4,35
10	8,45	0,451	10,40	1,393		0,343	0,360	+4,98
11	22,2	1,155	17,70	2,371		0,584	0,576	-1,38
12	23,3	1,121	18,15	2,431		0,599	0,568	-5,51
13	29,8	1,551	20,48	2,744		0,676	0,668	-1,24
14	32,4	1,686	21,55	2,906		0,712	0,696	-2,23
15	34,8	1,811	22,55	3,041		0,744	0,722	-3,10
16	38,6	2,011	23,82	3,212		0,786	0,760	-3,20
17	41,5	2,160	24,55	3,311		0,810	0,788	-2,70

Таблица 14

$$U_i = (g_i i_{\text{гп}})^{0,75}$$

$$Q_i = 40(g_i)^{0,75} i_{\text{гп}}$$

N	ΔP	i	V_g	$R_{\text{гп}}$ $\times 10^6$	V/U_i	Q_g	Q_i	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	11,93	2,300	17,30	1,409	18,50	0,163	0,167	+2,38
2	1,670	0,322	5,700	0,464	16,28	0,054	0,062	+16,1
3	9,180	1,789	15,10	1,230	18,41	0,143	0,146	+2,65
4	2,900	0,559	7,760	0,632	16,90	0,073	0,083	+12,6
5	3,670	0,707	8,950	0,729	17,25	0,084	0,093	+9,61
6	6,730	1,297	12,75	1,039	18,21	0,120	0,125	+4,64
7	10,40	2,005	10,15		11,66	0,096		
8	10,72	3,220	20,90	1,702	19,00	0,198	0,197	-0,16
9	21,80	4,202	24,28	1,978	19,21	0,229	0,226	-1,32
10	29,00	5,397	27,80	2,265	19,47	0,263	0,256	-2,27
11	33,80	6,470	30,66	2,498	19,54	0,290	0,280	
12	43,30	7,230	32,60	2,656	19,66	0,308	0,296	-3,57
13	44,90	8,350	35,15	2,864	19,71			

Пропускная способность алюминиевых труб

$d=109,8\text{мм}$; $L=4,1\text{м}$; (опыты МИИГС [43])

см. Таблица 1.14 $i_{\text{гп}}=0,0388\text{м}$

Продолжение таблицы 1.14

N	ΔP	i	V	$R_{\text{ж}}$ $\times 10^6$	V/U_1	Q_0	Q_1	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9
14	44,9	8,660	35,62	2,902	19,68			
15	47,8	9,210	37,06	3,019	19,82			
16	51,2	9,870	38,70	3,153	19,95			
17	53,0	10,22	39,10	3,185	19,85	0,370	0,352	-4,89
18	54,0	10,41	39,55	3,222	19,87	0,374	0,355	-5,10
19	54,6	10,53	39,95	3,222	19,97	0,378	0,358	-5,67
20	54,4	10,66	40,18	3,273	20,09	0,380	0,359	-5,80
21	56,1	10,81	40,45	3,295	19,92	0,383	0,362	-5,80

**РАВНОМЕРНОЕ БЕЗНАПОРНОЕ
УСТАНОВИВШЕЕСЯ
ДВИЖЕНИЕ ВОДЫ В КАНАЛАХ**

§2.1 ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

В начале нами будет рассмотрена равномерное движение воды в каналах при ламинарном движении с учетом когерентности потока, будет рассмотрено несколько простейших случаев движения вязкой несжимаемой жидкости в открытых каналах и их решение дифференциальным уравнением Навье-Стокса. С помощью гидродинамической аналогий БУССИНЕСКА и теоремы Бредта, а также теории акад. И. А. Чарниа, авторами была получена расчетная формула для определения расхода и средней скорости в открытых каналах при ламинарном движении жидкости.

Впервые авторами в инженерной гидравлике для учета когерентности потока в открытых каналах были внесены параметры когерентности потока: Момент инерции при кручении и радиус инерции при кручении.

**§.2.2 Движения вязкой несжимаемой жидкости в
открытых каналах. С учетом когерентности потока.**

Пусть жидкость движется в «плоском» длинном лотке, у которого ширина днаща во много раз больше высоты лотка (глубины потока), если лоток наклонить. Благодаря наличию свободной поверхности, вдоль которой давление постоянно (оно равно атмосферному давлению в открытом лотке), продольного перепада давления в потоке не будет, т.е. $dp/dz=0$; поперечный перепад давления будет гидростатическим, одинаковым во всех сечениях.

Если лоток наклонен к горизонту под некоторым углом α , то роль объемной силы будет играть вектор ускорения силы тяжести. Проекция его ось oz , направленную, как и ранее, по потоку, в данном случае под углом α к горизонту будет, очевидно, равна $F_x=gs\sin\alpha$, так что уравнение движения жидкости в направлении оси Oz будет иметь вид [8] стр.436

$$\rho g \sin\alpha + \mu(d^2U/dy^2) = 0$$

(2.1)

или ($\rho g = \gamma$ - удельный вес жидкости)

$$d^2U/dy^2 = -(\gamma/\mu)\sin\alpha$$

(2.2)

Граничные условия будут определяться «прилипанием» жидкости днащу лотка и отсутствием трения на свободной поверхности; обозначая глубину потока через h , получим граничные условия (ось Oz расположена вдоль днаща)

$U=0$ при $y=0$, $dU/dy=0$ при $y=h$.
 (2.3) Сравнивая уравнение (2.2) с (46)[8] видим, что «свободное» движение в лотке будет определяться тем же уравнением, что и «напорное» движение плоской трубы, если положить

$$\Delta p = \rho g s \sin \alpha = \gamma s \sin \alpha.$$

Интегрирование уравнения (2.2) при граничных условиях (2.3) дает

$$U = [(y \sin \alpha) / (2\mu)] y(2h - y).$$

Откуда следует, что и в этом случае профилем скоростей будет служить парабола второго порядка. Приводим формулы секундного объемного расхода, средней и максимальной скоростей:

$$\begin{aligned}
 Q &= (\gamma h^3 \sin \alpha) / 3\mu, & \dot{V} &= Q / l \cdot h = (\gamma h^2 \sin \alpha) / 3\mu, \\
 U_{\max} &= (\gamma h^2 \sin \alpha) / 2\mu.
 \end{aligned}$$

(2.4)

Из таблицы (см глава I.1 таблица стр.10) знаем, что для очень широкого прямоугольного сечения момент инерции при кручении равен

$$J_{\text{кр}} = 0,333bh^3$$

(2.5)

В формуле (2.4) $b=1$ тогда

$$J_{np} = 0,333 \cdot 1 \cdot h^3$$

(2.6)

Известно, что при равномерном движении жидкости в открытых каналах уклон дна, пьезометрические и динамические уклоны равны, поэтому

$$i = J = \sin \alpha$$

(2.7)

Если учесть формулы (2.6) и (2.7) тогда формула (2.4) которая определяет расход потока в открытых каналах примет вид

$$Q = (g/n) J_{np}$$

(2.8)

где J_p -момент инерции при кручении т.е.
ПАРАМЕТР КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА;

$\nu = \mu/\rho$ -кинематическая вязкость жидкости.

Разделим формулу (2.8) на ω и примем во внимание, что $V=Q\omega$ и $i_p^2=J_p/\omega$ получим

$$(2.9) \quad V=(gi_p\nu)i_p^2$$

где i_p - радиус инерции при кручении т.е.
ПАРАМЕТР КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА;

Известно, что

$$(2.10) \quad i_p=h_f/L$$

где h_f -потери напора в открытом канале на участке L

Учитывая формулу (2.10) из формулы (2.9) получим

$$(2.11) \quad h_f=(V\nu L)/gi_p^2$$

Умножив и разделив правую часть (2.11) на $2V$ и затем преобразовав, получим

$$(2.12) \quad h_f=2/(V i_p \nu)(L/i_p)(V^2/2g)$$

Обозначим

$$(2.13) \quad \lambda=2/\dot{R}_e$$

где λ - коэффициент Дарси-Вейсбаха

\dot{R}_e - число Рейнольдса с учетом когерентности потока

Формула (2.12) примет такой вид

$$(2.14) \quad h_f=\lambda(L/i_p)(V^2/2g)$$

$$h_T = (F_r / R_0) L$$

(2.15)

Где F_r - число Фруда с учетом
КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА

Наче вода будет в том состоянии, когда она будет равна нулю, то есть когда она будет в открытом канале, для данного жевого потока:

1) Равнобедренный треугольник [103]

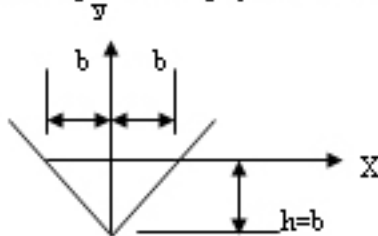


Рис. 2.1

А) Средняя скорость потока в канале

$$V = (g/\omega) (h^3/14,22) = (g/\omega) i_{00}^3 \quad (2.16)$$

Где

$$i_{00}^3 = J_{00}/\omega = h^3/14,22; \quad \omega = h^3; \quad \text{тогда } J_{00} = h^3/14,22 \quad (2.17)$$

Для равнобедренного треугольника момент инерции при кручении будет [4] стр.149

$$J_{00} = Bh^3/30 \quad \text{где } B=2h \quad \text{тогда } J_{00} = h^3/15 \quad (2.18)$$

Из формулы (2.17) и (2.18) получим, что разница 5% в определении момента инерции при кручении

Если так же преобразуем формулу (2.16) как формулу (2.9) получим

$$(2.19) \quad I_x = \lambda(L/i_0) \chi V^2 / 2g$$

где λ – коэффициент Дарси с учетом когерентности потока

$$(2.20) \quad \lambda = 2/\tilde{R}_c$$

Здесь \tilde{R}_c – число Рейнольдса с учетом когерентности потока

$$(2.21) \quad \tilde{R}_c = V i_0 / \nu$$

i_0 – радиус инерции при кручении т.е. параметр когерентности потока

$$(2.22) \quad i_0 = (J_{x0}/\omega)^{1/2} = \nu / 3.87$$

Формулу (2.19) можно написать в таком виде

$$(2.23) \quad I_x = (F_r / \tilde{R}_c) L$$

Где F_r – число Фруда с учетом когерентности потока

$$(2.24) \quad F_r = V^2 / g i_0$$

2) ПРЯМО УГОЛЬНЫЙ [103]

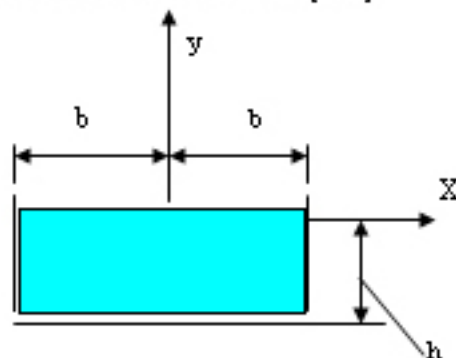


Рис. 2.2

А) Распределение скорости

$$U = (g/\nu)(h^2/2) \left\{ 1 - (y/h)^2 - (32/\pi^3) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (2n+1)^3 [\cosh(2n+\pi y/h)] / \right.$$

$$\left. / [\cosh(2n+1)^2(\pi b/h)] \cos [(2n+1)^2(\pi y/h)] \right\}$$

(2.25)

Б) Средние скорости

$$V = (g/\nu) h^2/3 \left(1 - (192/\pi^3) \sum_{n=0}^{\infty} 1/(2n+1)^2 \tanh[(2n+\pi b)/h] \right)$$

(2.26)

когда $b \rightarrow \infty$ тогда $V = (g/\nu) h^2/3$ (2.27)

Формула (2.27) идентична формуле (2.9), что надо было ожидать

Из выше сказанного можно формуле (2.26) дать такой вид

$$(2.28) \quad V = (g/L) i_{00}^{-1/2}$$

Из формулы (2.28) получим аналогичные формулы

$$(2.29) \quad h_f = \lambda(L/i_{00})(V^2/2g)$$

$$(2.30) \quad \lambda = 2/R_e$$

$$(2.31) \quad h_f = (F/R_e)L$$

Решение I задачи по Л.Д. Ландау [1] с.84

Слой жидкости (толщина b) движется сверху свободной поверхности, а снизу — по жесткой плоскости, расположенной под углом α к горизонту. Определить режим течения, зависящий от угла наклона плоскости

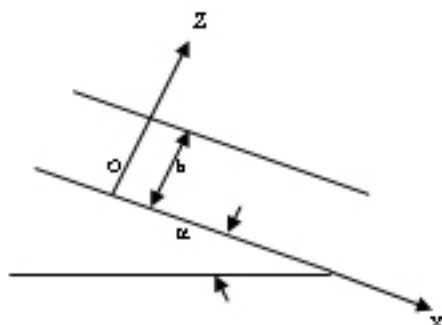


Рис. 2.3

Решение. Выбираем неподвижную нижнюю плоскость в качестве плоскости x, y , ось x направлена по направлению течения жидкости, а ось z —

перпендикулярно к плоскости x, y (рис.2.3). Ищем решение, зависящее только от координаты z Уравнения Навье-Стокса $U_x=U(z)$ при наличии поля тяжести гласят:

$$\mu(d^2U/dz^2)+\rho g \sin\alpha=0. \quad dp/dz+\rho g \cos\alpha=0.$$
 На свободной поверхности ($z=h$) должны выполняться условия

$$t_{xz}=p=p_0 \quad t_{zz}=\mu(dU/dz)=0$$
 (p_0 -атмосферное давление). При $z=0$ должно быть $U=0$. Удовлетворяющее этим условиям решение есть

$$p=p_0+\rho g \cos\alpha(h-z) \quad U=(\rho g \sin\alpha/2\mu)h^2(2h-z)$$

Количество жидкости, протекающее в единицу времени через поперечное сечение слоя (отнесенное к единице длины вдоль оси y):

$$Q=\rho \int_0^h U dz = (\rho g \sin\alpha/\mu)(h^3/3) \quad (2.32)$$

где $\rho g = \gamma$; $\sin\alpha = i$; $h^3/3 = I_{h0}$; $\mu = \rho\nu$.

тогда получим $Q = (gi/\nu) I_{h0}$
(2.33)

Аналогично получим

$$V = (gi/\nu) I_{h0}^2 \quad (2.34)$$

$$h_c = \lambda(L/i_{h0}) (V^2/2g) \quad (2.35)$$

$$\lambda = 2/\tilde{R}_c \quad (2.36)$$

$$\tilde{R}_c = \sqrt{1/\nu} \quad (2.37)$$

$$h_c = (F_r/\tilde{R}_c)L \quad (2.38)$$

В этом параграфе из частных решений дифференциального уравнения НАВЬЕ-СТОКСА выделен параметр когерентности потока для движения вязкой жидкости в открытых каналах:

1) для средней скорости-радиус инерции при кручении т.е. параметр когерентности потока (см. формулы (2.9), (2.16), (2.28), (2.34));

2) для расхода – момент инерции при кручении т.е. параметр когерентности потока (см. формулы: (2.8), (2.24) и т. д.

Так же из частных решений дифференциального уравнения НАВЬЕ-СТОКСА получена что линейным размером для чисел Рейнольдса и Фруда является радиус инерции при кручении т.е. параметр когерентности потока.

Это еще раз доказывает преимущество радиуса инерции при кручении по сравнению с гидравлическим радиусом.

§2.3 ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕГО И КАСАТЕЛЬНОГО КАСАТЕЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ МЕТОДОМ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ АНАЛОГИИ ПРИ ЛАМИНАРНОМ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ В ОТКРЫТЫХ КАНАЛАХ

В главе I для определения средней максимальной касательной напряжения была использована гидродинамическая аналогия БУССИНЕСКА. Используя теорему акад.И.А. Чарни нам удалось использовать гидродинамические аналогии для открытых каналов.

Рассматривается установившееся равномерное движение в открытых каналах с учетом когерентности потока.

Когерентные движения потока в открытых каналах вызывают изменения как нормальных напряжений в поперечном сечении потока, так и касательных напряжений на стенке. Изучение этих характеристик требует более детальной модели, чем те, которыми пользуются в настоящее время [5].

Обозначим через $\tau_{cp, max}$ среднее касательное, напряжение трения на стенке открытого канала. Как известно, «правильными» руслами принято называть такие русла, для которых $\tau_{cp, max} = Const$ или $\tau_{cp, max} \sim Const$ вдоль течения потока в каждом поперечном сечении русла. Напишем основное уравнение установившегося равномерного движения для «правильных» русел:

$$(2.39) \quad \tau_{cp, max} = \gamma R i$$

где γ — объемный вес жидкости; i — уклон дна канала; R — гидравлический радиус.

Формулу (2.33) напишем в следующем виде

$$(2.40) \quad i = \tau_{cp, max} / \gamma R$$

Для определения $\tau_{cp, max}$ — максимального среднего касательного напряжения при ламинарном движении жидкости в открытых каналах воспользуемся методом И.А. Чарного [78].

Пусть поперечное сечение канала (рис.2.4) есть линия пересечения свободной поверхности жидкости в канале с плоскостью чертежа.

Представим себе, что данный канал ABC покрыт сверху симметричным каналом ACD так, как будет показано ниже, удобен тем. Что при сведении задачи к вопросу о движении жидкости в трубе, позволяет установить аналогию с задачей

теории упругости о кручении сплошного призматического стержня того же сечения, что и данная труба. Так как подобная задача достаточно подробно изучена в теории упругости многими учеными [7] главным образом Сен -Венаном, то полученные результаты задачи теории упругости, можно будет распространить на нашу гидродинамическую задачу.



В
Рис.2.4

Для определения $\tau_{cp,max}$ воспользуемся формулой (13) (см. [38])

$$\tau_{cp,max} = \left[\int \tau_{max} \cdot d\chi \right] / \chi \quad (2.41)$$

где χ – смоченный периметр канала; τ_{max} – максимальная касательная напряжения в канале.

В главе I было получено значение τ_{max} максимального касательного напряжения для трубы (см. [38] № ОР.(12)(193) с.50

$$\tau_{max} = (2\mu Q) / W_{10} \quad (2.42)$$

где W_{10} – момент инерции при кручении т.е. параметр жесткости потока; μ – динамическая вязкость жидкости; Q – расход потока.

Для канала согласно методу акад. И.А. Чарновского [78] оно будет равно

$$(2.43) \quad \tau_{\text{ср}} = (\mu Q \gamma W_{\text{ср}})$$

где $W_{\text{ср}}$ – момент инерции при кручении для данного сечения канала;

Q – расход потока в канале;

Для решения криволинейного интеграла (см. фор. (2.41)) можно использовать теорему Бретта [7].

Теорема Б р е т т а: «Для любого замкнутого контура, целиком лежащего в пределах поперечного сечения ω циркуляция касательного напряжения при кручении интеграл J равен площади ω , ограниченной этим контуром χ , умноженной на $2G\Theta$ ».

$$(2.44) \quad J = \int \tau d\chi = 2G\Theta\omega.$$

Имея ввиду вышесказанное для открытого канала выражение для $\tau_{\text{ср}}$ примет вид

$$(2.45) \quad \tau_{\text{ср}} = (G\Theta \gamma \chi)$$

где G – модуль сдвига материала стержня; Θ – угол закручивания.

Для определения $G\Theta$ используем формулу (16) (см. [28])

$$(2.46) \quad G\Theta = (\tau_{\text{ср}} W_{\text{ср}}) / J_{\text{ср}}$$

Подставив значение $\tau_{\text{ср}}$, определенное по формуле (2.43), в формулу (2.46) и полученное отсюда значение в формулу (2.45), получим

$$(2.47) \quad \tau_{\text{ср}} = (\mu QR \gamma) / J_{\text{ср}} \quad (2.47)$$

Подставив далее значение $\tau_{\text{ср}}$ в формулу (2.40), получим

$$(2.48) \quad i = (\mu Q) (\gamma J_{\text{ср}})$$

$$(2.49) \quad \text{или} \quad i = (\nu Q) (\gamma J_{\text{ср}})$$

где ν - кинематическая вязкость жидкости.
Из формулы (2.49) определим расход:

$$(2.50) \quad Q = (g i_0) i_0^3$$

Разделив формулу (2.50) на ω - живое сечение потока и принимая во внимание, что средняя скорость потока $V = Q/\omega$ и $i_0^3 = J_0/\omega$, i_0 - радиус инерции при кручении, получим

$$(2.51) \quad V = (g i_0) i_0^2$$

Заложив в уравнении (2.51) i_0 его значением h_e/L , где L - длина канала, а h_e - потери напора, получим

$$(2.52) \quad h_e = (L \cdot \nu \cdot V) / (g \cdot i_0) = 2(L \sqrt{i_0} \nu) \sqrt{L/i_0} (V^2/2g)$$

Внесем обозначения в формулу (2.52):

$$(2.53) \quad Re = \sqrt{i_0} \nu$$

И

$$(2.54) \quad \lambda = 2/Re$$

Тогда

$$(2.55) \quad h_e = \lambda (L/i_0) (V^2/2g)$$

§2.4 ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КАСАТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ И СКОРОСТИ В ПОТОКЕ МЕТОДОМ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ АНАЛОГИИ ПРИ ЛАМИНАРНОМ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ В ОТКРЫТЫХ КАНАЛАХ.

Воспользуемся гидродинамической аналогией Вуссенеса [7] и методом И.А. Чарного [78] для определения распределения касательных напряжений и скорости в открытых каналах.

В теории упругости [17] полное касательное напряжение в произвольной точке поперечного сечения определяется по формуле:

$$(2.56) \quad \tau = (M\rho) / J_{x0}$$

Используя II условие гидродинамической аналогии (см. главу I § 5) получим и метод И.А. Чарного [78] получим

$$(2.57) \quad \tau = \mu Q \rho_s / J_{x0}$$

где ρ_s — функция кручения (см. [17]) т.е. функция координатности потока

$$(2.58) \quad \rho_s = [(\partial \rho / \partial x - y)^2 + (\partial \rho / \partial y + x)^2]^{0,5}$$

Из теории упругости ρ_s для эллиптического поперечного сечения определяется по формуле [17] (см. приложения 2)

$$(2.59) \quad \rho_s = [y^2(A-1)^2 + x^2(A+1)^2]^{0,5}$$

где

$$(2.60) \quad A = [(b^2 - a^2) / (b^2 + a^2)]$$

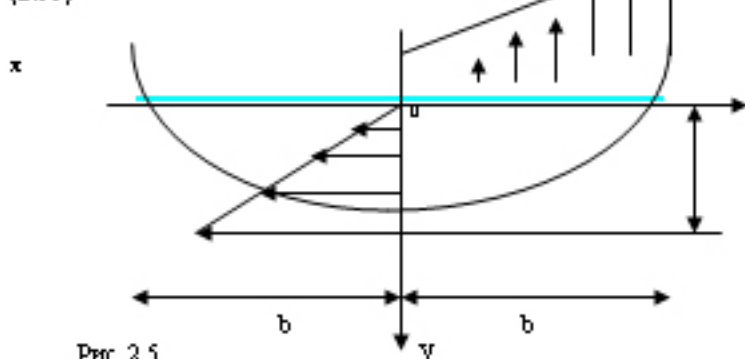


Рис. 2.5

Величина ρ_s принимает максимальное значение в точке сечения с координатами $x=0, y=b$. В этих точках имеем

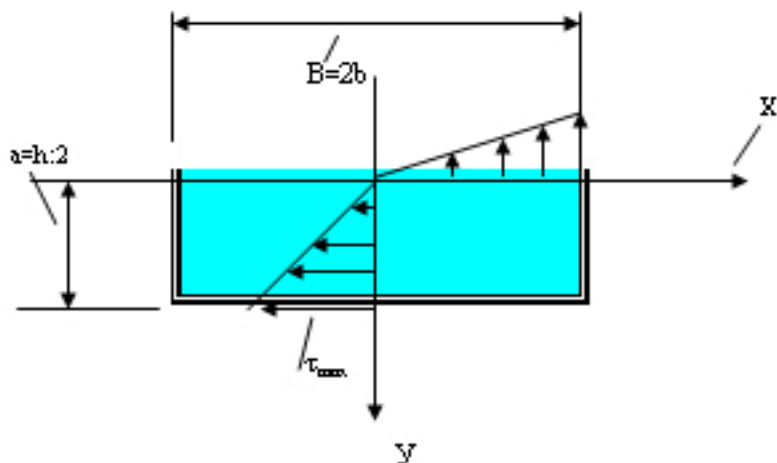


Рис. 2.6

$$(2.61) \quad \rho_{\tau_{\max}} = (1-A)b = (2a^2 \cdot b) / (a^2 + b^2)$$

Момент сопротивления при кручении т.е. параметр когерентности потока будет

$$(2.62) \quad W_{\tau_0} = J_{\tau_0} / \rho_{\tau_{\max}} = (\pi ab^3) / 2$$

Следовательно, в силу (2.43) [4,3] стр. 31

$$(2.63) \quad \tau_{\max} = \mu Q / W_1 = (2\mu Q) / (\pi a b^2)$$

Из (2.59) при $x=0$ и $y=0$ соответственно следует

$$(2.64) \quad \rho_x = \gamma(A-1); \quad \rho_y = \gamma(A+1).$$

Поэтому на основании (8.13) [17] стр. 175

$$(2.65) \quad \tau = (M\rho) / J_1 = (\mu Q \rho_{x0}) / J_{x0} = (4\mu Q y) / (\pi a b^2) \quad (x=0);$$

$$(2.66) \quad \tau = (M\rho) / J_1 = (\mu Q \rho_{y0}) / J_{y0} = (4\mu Q x) / (\pi a^2 b) \quad (y=0);$$

Эпюры касательных напряжений на малой и большой полуосях эллипса показаны на рис. 2.6.

Рассмотрим открытый канал прямоугольного поперечного сечения югда ширина B больше глубины воды в канале h .

Согласно формулы (2.43) максимальная касательная напряжения будет

$$(2.67) \quad \tau_{\max} = \mu Q / W_{h0}$$

где Q -расход потока для прямоугольного поперечного сечения канала будет

$$(2.68) \quad Q = (g i h^3) / \nu_{h0} = (g i h^3) \beta B h^3 \quad \text{а} \quad W_{h0} = J_{h0} / h = \beta B h^3$$

Значения Q и W_{h0} поставив формуле (2.67) получим

$$(2.69) \quad \tau_{\max} = \gamma h$$

Для того, чтобы использовать данные ρ_x которые даны в приложении 2 надо принять во внимание, что $h=2a$; $B=2b$

Теперь рассмотрим равномерное безнапорное движение жидкости в открытом канале при ламинарном режиме.

В главе I было сказано что жидкости сопротивляются сдвигу одних частиц относительно соседних, или одних слоев жидкости относительно других. Ничего не было сказано о когерентном движении жидкости, КОТОРЫЙ ИГРАЕТ БОЛЬШУЮ РОЛЬ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ КАСАТЕЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ.

Имея в виду выше сказанное мы решим модифицировать закон НЬЮ ТОНА и представить в таком виде

$$\tau = -\mu(dU/d\rho_{10}) \quad (2.70)$$

где μ -динамическая вязкость жидкости, ρ_{10} (от поверхности воды в канале) т.е. функция когерентности потока (см.

приложение II); $dU/d\rho_{10}$ -градиент скорости по нормали к направлению потока (с учетом когерентности потока см. рис.П-11).

Поскольку касательное напряжение величина положительная, в формуле (2.70) вводится знак минус.

С учетом метода Чарновского касательная напряжения примет такой вид

$$\tau = \gamma i \rho_{10} \quad (2.71)$$

где γ -объемный вес жидкости; i -гидродинамический уклон;

II ВАРИАНТ

Теперь рассмотрим распределение скорости в открытых каналах при равномерном безнапорном движении жидкости для ламинарного режима.

Известно, что реальные жидкости сопротивляются сдвигу одних частиц относительно соседних или одних слоев жидкости относительно других. Ньютон установил что сила сопротивления сдвигу у жидких тел в противоположность закону

Кулона для твердых тел не зависит от давления, но зависит от площади, по которой происходит сдвиг, а также от скорости сдвига.

В математической записи эти законы выражены формулой

$$F = \mu S (dU/dn)$$

(2.70)

Именуемой законом Ньютона. Здесь F -сила сопротивления; S -площадь сдвига (расчетная), а dU/dn -градиент скорости по нормали к направлению потока.

Из (2.72) получим касательное напряжение

$$\tau = \mu (dU/dn)$$

(2.71)

Ввиду того, что линейное движение является вырежом [] необходимо при определении касательного напряжения учесть когерентность потока т.е. в формуле (2.71) внести функцию когерентности ρ_s , который учитывает вырезов сдвиг между слоями.

$$\tau = \mu (dU/d\rho_s)$$

(2.72)

где μ -динамическая вязкость жидкости; $dU/d\rho_s$ -градиент скорости по нормали к направлению потока с учетом когерентности потока. Поскольку касательное напряжение величина положительная, в формуле (2.74) вводится знак минус.

Для касательного напряжения при открытых каналах учтем метод И.А. Чарного [78]

$$\tau = \gamma i \rho_s$$

(2.73)

где γ -объемный вес жидкости; i -уклон дна канала.

Приравняв (2.72) и (2.73) получим:

$$\rho_s \gamma i \rho_s = -\mu (dU/d\rho_s)$$

(2.74)

где ρ -плотность жидкости ($\rho = \text{const}$) отсюда:

$$dU = -(\rho \gamma i / \mu) \rho_s d\rho_s = -(g i / \nu) \rho_s d\rho_s$$

(2.75)

Полагая, что v не изменяется в пределах живого сечения ($v \neq \varphi(\rho_s)$), и учитывая, что I не зависит от ρ_s , получим

$$\int dU = (gi/2v) \int \rho_s d\rho_s + c \quad (2.76)$$

После интегрирования:

$$U = -(gi/2v) \rho_s^2 + c \quad (2.77)$$

Находим постоянную интегрирования с из условия «прилипания» жидкости к стенке.

При $\rho_s = \rho_{s0}$ скорость $U=0$ поэтому

$$c = (gi/2v) \rho_{s0}^2 \quad (2.78)$$

Тогда, для местной скорости в точке живого сечения, расположенной на расстоянии ρ_s от оси канала (от поверхности воды)

$$U = (gi/2v) (\rho_{s0}^2 - \rho_s^2) \quad (2.79)$$

Из (2.79) следует, что максимальная скорость имеет место на поверхности воды на оси канала т.е. $\rho_s = 0$

$$U_{max} = (gi/2v) \rho_{s0}^2 \quad (2.80)$$

Выразим местную скорость U через U_{max}

$$U = U_{max} [1 - (\rho_s/\rho_{s0})^2] \quad (2.81)$$

Безразмерная местная скорость:

$$U/U_{max} = 1 - (\rho_s/\rho_{s0})^2 \quad (2.82)$$

Для прямоугольного кода в $h > 0$ $\rho_{smax} = h$ и

$$U_{max} = (gi/2v) h^2 \quad (2.83)$$

§2.5 ТЕЧЕНИЕ В ГЛАДКИХ ОТКРЫТЫХ КАНАЛАХ С УЧЕТОМ КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА

1. Определение средней скорости потока с учетом когерентности

Задачи гидродинамики ограниченного объема жидкости со свободной поверхностью один из сложных и важных для практики разделов механики. Особенно большие трудности возникают при решении тех задач, в постановке которых учитываются реальные свойства жидкости и, прежде всего, ее вязкость, силы поверхностного натяжения и вторичные течения. Расчет вторичных течений, вызываемых изменением нормальных турбулентных напряжений в поперечном сечении открытого канала и обусловленных распределением продольной скорости и касательных напряжений на стенке, требует гораздо более детальной модели турбулентности, чем те, которые имеются в настоящее время [5].

Анализ течений в гидравлически гладких открытых каналах является полезным не только потому, что он дает возможность рассчитать течения имеющие большую практическую значимость но также и потому, что дает зависимости методы для более широкого применения.

Результаты, полученные в главе II §2-§4 при исследовании движения жидкости в открытых каналах для ламинарного режима доказывает, что для исследования изменения средней скорости турбулентного течения в гладких открытых каналах для учета когерентности потока и в вторичных течениях необходимо использовать параметр когерентности потока- радиус инерции при кручении.

Для получения обобщенной формулы расчета средней скорости при равномерном движении жидкости в

гладких открытых каналах пользуемся методом показателей Рейля [41].

Использование соображений размерности и подобия оказывается подтвержденным с имеющимися экспериментальными данными, лишь в случае, когда число физических и геометрических параметров, определяющих течение, является достаточно малым. По этому, ниже мы основное внимание уделим наиболее простому случаю стационарного течения, однородной несжимаемой жидкости с

постоянными физическими свойствами, т.е. будем считать, что

плотность ρ и вязкость ν жидкости не зависят ни от координат, ни от времени, а средняя скорость рассматриваемого течения всюду

направлена вдоль оси x и зависит только от нормальной к стенке координат y , но не от других координат и времени.

В случае гладких стенок кинетические характеристики (т.е. не зависящие от выбора единицы массы и, следовательно от плотности ρ) перчисленных течений определяются размерными параметрами: значением кинематического коэффициента вязкости ν , и выше сказанного можно охарактеризовать радиус инерции при кручении i_0 [28]. Использование этого параметра объясняется возникновением в открытых каналах в плоскости и их поперечном сечении, так называемых вторичных течений, идущих в направлении от угловой части открытого канала к центру и требующих

дополнительных затрат энергии. Длина же открытого канала не является определяющей величиной, поскольку движущая сила определяется скоростью потери напора на единицу длины. Течение порождается и поддерживается силами тяжести. Следовательно, оба этих эффекта-сила тяжести и уклона дна канала, могут быть учтены одной переменной gi . Где i -уклон дна канала а g - ускорение силы тяжести.

Таким образом

$$V = \varphi(gi, i_0, \nu) \quad (2.84)$$

Если учтем, что в гладких открытых каналах потери удельной энергии по длине зависят от скорости в степени 1,75, то формула (2.84) примет вид

$$V^{1,75} = K_1(gi)^a \cdot i_0^b \cdot \nu^b \quad (2.85)$$

Где K_1 - коэффициент пропорциональности. Для определения a и b составим уравнение размерностей [41]

$$([L]/[T])^{1,75} = K_1 ([L]/[T])^a \cdot ([L])^b \cdot ([L]^2/[T])^b \quad (2.86)$$

Приравняв показатели степеней при соответствующих размерностях в левой и правой частях уравнения (2.86) дает

$$\begin{aligned} [L] \quad & 1,75 = 1 + a + 2b \\ [T] \quad & -1,75 = -2 \cdot b \end{aligned}$$

Откуда получим

$$a = 1,25; \quad b = -0,25$$

Таким образом получим

$$V^{1,75} = K_1 (gi)^{1,25} \cdot i_0^{-0,25} \quad (2.87)$$

Для определения коэффициента K_1 были использованы экспериментальные данные О.М. Айвазяна и С.С. Багдасаряна [79] стр. 149 и других.

Эти опыты нами были обработаны следующим образом (см. рис. 2.7). По оси абсцисс отложены значения коэффициента пропорциональности K_1 , определяем по формуле (2.88)

$$K_1 = V^{0,75} / [(g_i) / (v^{0,25})] \cdot i_{0,1,2} \quad (2.88)$$

По оси ординат отложен число БОНДА с учетом когерентности потока

$$B_o = (\rho g \cdot i_{0,1,2}) / \sigma \quad (2.89)$$

Где σ - коэффициент поверхностного натяжения.

Из рис. 2.7 видно, что при значениях число Бонда, более 700, коэффициент пропорциональности K_1 остается постоянным, т.е. В АВТОМОДЕЛЬНОЙ зоне $K_1=25$ и средняя скорость потока при движении в открытых гладких каналах не зависит от силы поверхностного натяжения.

Этот результат дает возможность точно определить масштаб модели при лабораторном исследовании русловых процессов.

В автомодельной зоне когда число Бонда больше 700 формула (2.87) примет такой вид

$$V = 6,26 \cdot [(g_i)^{0,75} / (v^{0,25})] \cdot i_{0,1,2} \quad (2.90)$$

Или

$$V = 6,26 [(g_i)^{0,75} / (v^{0,25})] \cdot i_{0,1,2} \quad (2.91)$$

Формула (2.91) справедлива как для спокойного течения, так и для бурного потока.

Из опытов О.М. Айвазяна и С.С. Багдасаряна [79] стр.140 получаем, что когда число Рейнольдса $R_c = V_{0,1,2} \cdot \lambda > 60000$ в открытых каналах потери удельной энергии по длине зависят от скорости в квадрате а кинематическая вязкость жидкости для

первого приближения будет равно 0, тогда формула (291) примет такую функциональную зависимость

$$v^2 = K_1 (gi_0)^a \quad (292)$$

Где K_1 - коэффициент пропорциональности. Для определения a и b составим уравнение размерности [41]

$$([L]/[T])^2 = K_1 ([L]/[T])^a [L]^b \quad (293)$$

Приравняв степени показателей при соответствующих размерностях в левой и правой частях уравнения (293) даёт

$$\begin{aligned} [L] & 2 = a + b \\ [T] & -2 = -2a \end{aligned} \quad (294)$$

Тогда $a=1$; $b=1$.

Таким образом

$$v^2 = K_2 gi_0 \quad \text{или} \quad v = K_1^{0,5} (gi_0)^{0,5} \quad (295)$$

Если учесть то обстоятельство, что при числе Рейнольдса $R_e < 60000$ движение жидкости было как движение в гладких открытых каналах, то при значении число Рейнольдса $R_e > 60000$ согласно теории пограничного слоя будет турбулентное движение жидкости в шероховатых открытых каналах, где шероховатость оргстекла будет равен $k_r = 0,05 \text{ мм}$.

В опытах О.М. Айвазяна и С.С. Багдосаряна [79] при угле дна канала от $i=0,008$ до $i=0,128$ имеет место бурное течение жидкости т.е. движение жидкости в открытых каналах будет, как движение в шероховатых открытых каналах.

О.М. Айвазян и С.С. Багдосарян [79] надеялись: «что поток в лотках с технически гладкой поверхностью, как

превентно, находится в зоне гладкого сопротивления, когда коэффициент Дарси перестаёт зависеть от относительной шероховатости Δ/R и становится только функцией числа Рейнольдса Re . Предлагалось, что это упрощение облегчит выяснение спорных или неизвестных сторон явления.» [79]

Из выше сказанного исследованиям нам стало ясно, что О.М. Айвазян и С.С. Багдасарян ошиблись. Они проделали опыты в области когда число Бонда был меньше 700 как для спокойного течения так и для бурного. Так же если при спокойном движении имело место, как движение в гладких открытых каналах, то при бурном движении имеет место движение в шероховатых открытых каналах. Так же известно много экспериментальных работ по гидродинамике турбулентных пленочных течений [80]. Они показывают, что турбулентный режим начинается при числах Рейнольдса в диапазоне от 250 до 500.

Основной характеристикой пленочного течения является толщина пленки. Имеет смысл говорить о средней толщине пленки

в случаях волнового и турбулентного режимов
Зависимость толщины пленки от числа Рейнольдса для
турбулентных течений

Таблица 21

N	Q л/сек	h ₀ см	i ₀ см	V _{ср} см/с	B	K ₁	F _r
1	2	3	4	5	6	7	8
				i=0,0005	v=0,01 см ² /сек		
1	2,15	4,30	0,80	19,40	8,71	151,04	0,089
2	3,18	5,50	2,26	22,20	69,93	52,50	0,091
3	5,39	7,90	4,09	26,40	228,54	34,15	0,089
4	7,50	10,00	5,63	29,10	343,36	31,30	0,084
5	9,14	11,00	5,93	32,20	402,17	34,20	0,094
6	11,80	13,80	6,49	33,10	402,17	28,45	0,081
7	13,10	16,40	7,23	35,10	739,99	26,99	0,074
				i=0,001	v=0,01 см ² /сек		
1	2,46	3,50	1,936	27,20	51,04	45,76	0,210
2	3,17	4,10	2,243	29,20	68,52	43,30	0,210
3	5,80	6,30	3,348	35,70	152,66	37,29	0,204
4	7,33	7,40	3,868	38,20	203,77	34,92	0,201
5	10,22	9,30	4,720	42,60	303,43	32,99	0,199
6	13,16	11,20	5,515	45,50	386,83	30,41	
0,188							
7	17,70	14,10	-----	48,60	-----	-----	0,170
8	20,12	15,60	7,063	50,00	679,4	26,33	0,163
9	25,85	18,80	8,130	53,30	900,0	24,70	0,154
10	28,11	20,00	8,360	54,50	951,89	24,80	0,151

i=0,002; v=0,01 см²/сек

продолжение таблицы 2.1

1	2	3	4	5	6	7	8
1	2,09	2,50	-----	32,4	24,42	44,80	0,428
2	3,93	3,70	2,044	41,3	38,13	43,74	0,449
3	6,44	5,10	2,720	48,9	100,74	41,48	0,477
4	8,11	4,00	3,170	32,4	134,84	38,85	0,444
5	9,31	4,70	3,310	33,0	147,79	37,23	0,440
6	11,91	7,90	4,010	38,4	219,01	35,03	0,440
7	13,97	9,70	4,800	44,0	313,80	32,84	0,430
8	22,33	12,40	5,840	49,8	444,32	29,91	0,400
9	27,34	14,30	-----	73,2	-----	-----	0,374
10	32,94	14,40	7,199	74,8	703,84	27,21	0,342

Является весьма неопределенной—различные авторы предлагают различные оценки.

В опытах О.М. Айвазяна и С.С. Багдосаряна [79] при бурном течении ($i=0,032+0,096$) толщина пленки меньше 3см а число Бонда меньше 700. Таким образом при бурном течении О.М. Айвазян и С.С. Багдосарян последовали турбулентное пленочное течение жидкости.

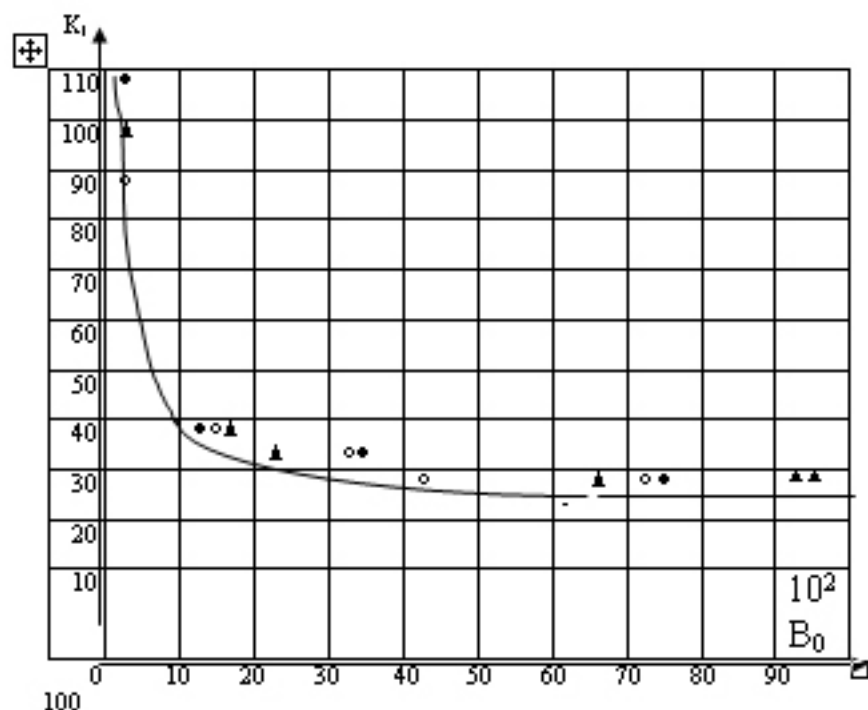


Рис. 2.7
 (см. Приложение XII стр. 295)

$i=0,008; v=0,01\text{cm}^3/\text{сек}$

Таблица 2.2

N	$Q_{\text{н}}/c$ ек	h_0 см	i_0 см	$V_{\text{ср}}/\text{сек}$	B	K_1	F,
1	2	3	4	5	6	7	8
1	4,71	1,90	1,09	94,0	14,30	1080,59	4,34
2	7,43	2,70	1,30	107,2	30,99	970,47	4,34
3	10,72	3,40	1,98	117,5	30,90	889,41	4,49
4	14,70	5,10	2,75	127,0	101,4	755,57	5,22
5	22,75	6,70	3,34	131,0	171,03	617,01	2,42
6	30,10	8,50	4,34	137,0	231,87	530,70	2,23
7	42,37	11,20	5,43	144,5	401,38	503,83	1,93
			$i=0,016$	$v=0,010$			
1	5,01	1,50	0,844	129,0	10,17	1227,21	11,31
2	7,58	2,10	1,211	140,0	19,99	1051,57	9,510
3	11,04	2,80	1,538	152,5	33,07	944,94	8,440
4	14,42	3,90	2,134	163,4	62,01	797,25	6,980
5	22,33	5,10	2,734	171,5	107,5	679,92	5,880
6	30,48	6,40	3,493	180,5	140,3	595,98	5,030
7	41,37	8,50	4,360	189,0	259,15	521,83	

4,280

$i=0,032; v=0,0100\text{cm}^3/\text{сек}$

1	5,20	1,20	0,692	168,0	6,40	1299,44	23,97
2	7,23	1,55	0,894	186,0	10,88	1182,56	22,75
3	11,33	2,20	1,245	200,0	21,11	1023,54	18,53
4	16,42	3,00	1,665	212,0	37,74	860,000	15,27
5	22,93	4,00	2,191	222,5	65,40		12,61
6	31,39	5,20	2,810	234,0	107,6		10,73
7	40,87	6,40	3,390	248,0	104,0	578,48	9,790
	$i=0,064$	$v=0,010$	$\text{cm}^3/\text{сек}$				
1	5,15	0,95		210,0			
2	6,71	1,15		226,0			
3	11,17	1,70		255,0			
4	16,41	2,30		275,0			
5	22,11	3,00		286,0			
6	31,59	4,00		306,0			
7	41,12	5,00		319,0			

$i=0,128$; $v=0,01\text{см}^3/\text{сек}$ $b=25,8\text{см}$

продолжение таблицы 2.2

1	2	3	4	5	6	7	8
1	6,28	0,85	0,490	286,0	3,268	1329,38	98,09
2	9,45	1,13	0,650	324,0		1286,15	94,70
3	13,16	1,45	0,836	352,0		1180,37	87,10
4	18,19	1,95		361,0			
5	23,33	2,40	1,347	377,0		840,29	60,37
6	31,39	3,00	1,665	405,0			
7	40,87	3,75	2,064	422,0	58,100	687,11	48,41

Из рис.2.7 видно, что автомобильная область НАЧИНАЕТСЯ (при спокойном течении жидкости в гладких открытых каналах), когда поверхностное натяжение не влияет на среднее скорости потока т.е. ЧИСЛО БОНДА $B > 700$

Этот результат дает возможность установить минимальный масштаб модели при моделировании речных потоков.

Известно, что абсолютная шероховатость оргстекла равно $0,005\text{см}$. В опытах О.М. Айвазяна и С.С. Багдосаряна [79] при бурных течениях жидкости ($F_r=48,41-98,09$ при угле дна канала $i=0,128$) толщина пограничного слоя $\delta_{*} = 0,00098-0,00178\text{см}$ и т.д.

Таким образом при бурных течениях имеем дело с движением жидкости в шероховатых открытых каналах, что нами будет рассмотрено в следующем параграфе.

§2.6 ТЕЧЕНИЕ В ШЕРОХОВАТЫХ ОТКРЫТЫХ РУСЛАХ С УЧЕТОМ КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА

В этом параграфе течение в русле жидкости считается одномерным, равномерным, хотя, одномерное течение в природе не существует. Одна из основных задач настоящей работы—дать определение «одномерной ситуации» и оценить, в какой мере естественный поток может быть представлен в модели без нарушения основных концепций уравнений одномерных течений.

Периметры потока в русле (скорость, давление, температура, плотность) зависят от координат, т. е. поток является неоднородным.

Для того чтобы воспользоваться теорией одномерного течения в практических задачах, необходимо прибегать к осреднению потоков по сечению. При экспериментальном исследовании руслевого потока и других технических устройствах необходимо по результатам измерений вычислять некоторые суммарные характеристики: расход потока, средняя скорость, количество движения, энергии и др. Для этого необходимо правильно производить осреднение.

Известно, что осреднение представляет замену неоднородного потока некоторым однородным, при условии сохранения наиболее существенных для рассматриваемой проблемы свойств течения. Следует, конечно, помнить, что при любом осреднении не могут быть сохранены все свойства потока, так как при осреднении часть информации о потоке неизбежно теряется.

Классическим примером этого является речной поток при выводе его из основного русла на пойму. В этом случае возрастает влияние вторичных течений на речном потоке.

Цель этой работы является: учесть когерентность речного потока с помощью гидравлической аналогии [28].

Согласно исследования [81] средняя скорость речного потока в развитом турбулентном движении в зависимости от относительной шероховатости $i_{\text{в}}/\Delta$ ($i_{\text{в}}=(J_{\text{в}}/\omega)^{0.5}$; радиус инерции при кручении для живого сечения речного потока ω , $J_{\text{в}}$ - момент инерции при кручении для живого сечения ω ; Δ -абсолютная шероховатость) делится на три основные зоны:

1) Поток на горных реках с высокой шероховатостью ($i_{\text{в}}/\Delta=1-10$);

2) Поток на предгорных реках средней шероховатостью ($i_{\text{в}}/\Delta=10-17$);

3) Нижняя часть реки малой шероховатости ($i_{\text{в}}/\Delta=170-400$).

Первая зона, -зона высокой шероховатости нами не исследована в этом параграфе. Размеры выступов шероховатости является сопоставимыми с поперечным размером потока, как например: в быстротоке с искусственной шероховатостью, выступы которой сопоставимы с глубиной потока. В этом потоке происходит явление, которые находится на стыке внутренней и внешней задач гидромеханики жидкости [82] стр. 21. В этой зоне возникает стоячие волны

[82] стр.19, что намного осложняет исследование турбулентного движения речных потоков. Например установить расчетную глубину потока и т.д. [82].

Во второй зоне, при средней шероховатости русла на поверхности потока возможно возникновение стоячих волн, очень малой амплитуды, которую можно не учитывать при исследовании турбулентного движения в средней шероховатости речных потоков.

Поток в реке малой шероховатости при расчете значения V средняя скорость (при больших числах Рейнольдса) не зависит от относительной шероховатости т.е. турбулентное движение в

речном потоке можно рассмотреть, как движение в гладких открытых каналах [42].

1. Турбулентность при больших числах Рейнольдса и автомодельность с учетом когерентности потока для открытых каналов

В гидравлике открытых каналов потоки принято разделять на спокойные - докритические (при $F_r = V^2/gi_{\text{до}} < 1$) и бурные - сверхкритические (при $F_r > 1$). Однако переход через критического значения числа Фруда $F_{\text{до}} = 1$ зачастую не вызывает изменения структуры потока, гидравлических сопротивлений и распределения скоростей.

Нами в [42] построен график (рис. 2.8), по осям которого отложены безразмерные величины $i_{\text{до}}/\Delta$ и $V/(gi_{\text{до}})^{0.5}$, в котором были использованы опыты А.П. Зегежда [43], Базена [43], ЛГ.

Москвитной [83], Ю.А. Ибад-Заде [84,83] и др. Из этого графика видно, что, начиная с относительной шероховатости, равной 400, соотношение $V/U = 29$ где $U = (gi_{\text{до}})^{0.5}$ т.е.

$$V = 29(gi_{\text{до}})^{0.5} \quad (2.96)$$

Следовательно, при произвольной форме сечения открытого канала и больших числах Рейнольдса средняя скорость потока не зависит от относительной шероховатости.

Из формулы (2.96) легко можно получить формулу, определяющую потери напора для высокоскоростных потоков

$$h_t = \lambda(L/i_{\text{до}})(V^4/2g) \quad (2.97)$$

где λ - коэффициент Дарси ($\lambda=0,00275$). Сопоставление значений λ в формулах (1.) и (2.97) показывает, что для безнапорного движения жидкости в высокоскоростных потоках потери напора почти в 2 раза меньше, чем при напорном движении.

Надо полагать, что средняя скорость равномерного движения аэрированных потоков, у которых относительная шероховатость больше 400, от нее не зависит. Большинство водосбросных сооружений работает в условиях аэрации высокоскоростного потока.

По глубине h в аэрированном потоке различают три слоя:

- 1- слой чистой воды у дна быстротока толщиной h_1 ,
- 2 - вода-воздушный слой толщиной h_2 из воды, содержащей пузырьки воздуха;
- 3- воздушно-капельный слой толщиной h_3 , состоящий из воздуха с каплями воды.

Принято считать [86], что в таком трехслойном потоке

$$h_1/h=0,1; h_2/h=0,1+0,6; h_3/h=0,6+1,0$$

Выше было использовано аналогия между задачами о кручении призматических стержней и задачами гидродинамики о движении жидкости в трубах и в открытых каналах при неаэрированных потоках. Такая аналогия закономерна и при сравнении гидродинамической задачи о движении многослойного аэрированного

потока и задачи о кручении составного многослойного призматического стержня.

Наша аналогия предполагает соблюдение трех условий:

- трехслойный азрированный поток сопоставляется с трехслойным призматическим стержнем из различных материалов;
- геометрическое подобие;
- динамическое подобие (см. главу I §1. Условие I)

Следовательно получим

$$G_1 \theta_1 / \gamma_1 i_1 = G_2 \theta_2 / \gamma_2 i_2 = G_3 \theta_3 / i_3,$$

(2.98)

где $i_1 = i_2 = i_3$ - уклон дна канала; $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3$ - объемные веса слоев потока; $G_1 = G_2 = G_3$ - модули сдвига материала стержня; $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3$ -

- углы закручивания.

- В общей форме задача о кручении призматического стержня, состоящего из различных материалов, была поставлена и математически решена Н.И. Мусхелишвили [87] в перемещенных, используя функцию кручения $\phi(x,y)$, аналогичную функции кручения Сен-Венана для однородных призматических стержней. Предложенный им метод получил дальнейшее развитие в связи с новыми предложениями к решению ряд конкретных задач в работах И.Н. Векуа, А.К. Руадзе [88] и С.Г. Лежидского [89].

- Для средней скорости азрированного потока используется формула (2.96), где для определения момента инерции при кручении берется формула (2.40) [90].

$$J_{\text{кр}} = (b/3) (4h_1^3 + 6h_2^2 h_1 + 2h_3^3 + 3h_2 h_3 + 4h_1^3 + 3h_2 h_1^2),$$

(2.99)

где b - ширина канала.

Анализируя формулу (2.99), можно предположить, что с увеличением момента инерции при кручении $J_{\text{кр}}$ вероятно, пропорционально увеличивается и живая площадь азрированного потока, что приводит к выводу о равенстве радиусов инерции при кручении азрированных потоков, что, означает равенство скоростей этих потоков.

В таблице 2.3 дается сопоставленные формулы (2.96) с опытным данными БАЗЕНА [43], где указаны характеристиками широкости русла, уклон дна, диапазон изменения средних скоростей течения, число Бонда. Так же дается сопоставление опытных данных Базена [43] с формулой (1.82) Маннинга.

Рис. 2.8
(см. Приложение XII стр. 295)

Из таблицы 2.3 видно, что формула (296) хорошо совпадает с опытными данными БАЗЕНА, КОГДА ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ШЕРОХОВАТОСТЬ $i_{\Delta 0} / \Delta > 170$ и число ВОНДА $W_v > 800$

$$(2.100) \quad W_v = W_c / F_r = \rho g i_{\Delta 0}^3 / \sigma$$

Где W_c - число Вебера с учетом когерентности потока

$$(2.101) \quad W_c = \rho V^2 i_{\Delta 0} / \sigma$$

F_r - число Фруда с учетом когерентности потока

$$(2.102) \quad F_r = V^2 / g i_{\Delta 0}$$

Здесь σ - коэффициент поверхностного натяжения $\sigma = 72 \text{ дин/см}$; ρ - плотность жидкости. Формула (1.82) Маннинга дает большее расхождение. Надо полагать, что другие формулы тоже дадут такое же расхождение (все они не учитывают когерентность потока)

Таблица 23

N	Δ	Q	V	i_0	i_0/Δ	V	%	V	%	W_c
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	0,29	100	1,02	3,13	108,0	1,12	10	0,82	20	459,41
2	0,27	203	1,34	4,83	178,8	1,38	4,2	1,07	30	1200,95
3	0,27	307	1,54	6,36	235,5	1,60	4,0	1,28	16	2086,76
4	0,23	411	1,73	7,50	328,0	1,74	0,5	1,38	30	3121,21
5	0,23	513	1,85	8,85	384,1	1,89	2,0	1,52	18	4220,48
6	0,24	618	1,98	9,77	407,0	1,99	0,2	1,60	19	5341,28
7	0,24	721	2,08	10,64	443,3	2,07	0,4	1,72	17	6399,60
8	0,23	823	2,17	11,64	504,0	2,17	0,0	1,78	18	7619,74
9	0,23	927	2,26	12,55	543,3	2,25	0,4	1,84	18	8887,08
10	0,23	1030	2,33	13,38	583,2	2,33	0,0	1,97	15	10054,10

Н.Е. Кондратьев (см. [105] стр.139) считает, что ядры малых масштабов в при данном слое играют роль своего рода колеса, на которых катится основная часть потока, движущегося, таким образом, наподобие гусеничного трактора. Об этом проф. И.В. Попов пишет « Установить, так это, или не так, - очередная задача» [105] с139

Именно вроде так как говорит проф. Н.Е. Кондратьев, это было доказано авторами при движении потока в случае больших числах Рейнольдса, когда шероховатость русла не влияет т.е. силы сцепления потока к дну исчезает (см. табл. 23).

Надо отметить, что к новым взглядам, новым гипотезам, новым теориям в науке неизменно проходит три этапа. Вначале говорят: «Этого не может быть!» Дальше, по мере того как теория продвигает жуть и развивается, скептики начинают колебаться: «Да, пожалуй в этом что-то есть!» Когда же теория получает самые неопровержимые доказательства, критики скептики улыбаются: «Да

§2.7 ВЛИЯНИЕ ШЕРОХОВАТОСТИ НА ПРОПУСКНУЮ СПОСОБНОСТЬ ПОТОКОВ ДЛЯ ОТКРЫТЫХ КАНАЛОВ С УЧЕТОМ КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА

В литературе можно выделить две пути решения поставленной проблемы. Первый из них основан на чисто экспериментальном изучении влияния шероховатости на пропускную способность открытых каналов и имеет конечной целью получение полезных для инженерной практики эмпирических расчетных формул. Другой подход основан на использовании, тех или иных полуэмпирических

«методов замыкания» уравнений механики турбулентности, т.е. на замене точных (но не замынутых) уравнений для осредненных гидродинамических полей и моментов турбулентных пульсаций приближенными «модельными уравнениями», включающими некоторые эмпирические коэффициенты и функции, значения которых предполагаются более или менее универсальными.

Известно, что эффекты шероховатости довольно малы при ламинарном и переходном режимах. Даже после того как течение стало турбулентным, эффекты шероховатости невелики, если число Рейнольдса еще не очень высоко. Только при вполне развитом турбулентном режиме шероховатость различного вида и размера

дает заметно различные характеристики течения. При наиболее высоких числах Рейнольдса коэффициент трения зависит только от шероховатости и почти не зависит от числа Рейнольдса, но зато он зависит от числа Боуды $B_0 = W_0/\nu$. Только при сверх больших значениях числа Рейнольдса коэффициент трения зависит только от относительной шероховатости (см. рис. 2.9).

Можно отметить две противоположные тенденции поведения трения: при низких и умеренных числах Рейнольдса

даже турбулентное течение заметно зависит от вязкости и нагуре, а при модельных исследованиях от вязкости и от силы поверхностного натяжения т.е. ОТ ЧИСЛА Бонда, но слабо зависит от шероховатости» при сверх высоких числах Рейнольдса трение зависит главным образом от шероховатости стенок и почти не зависит от вязкости и поверхностного натяжения.

С помощью гидродинамической аналогии Вусинеска и метода Чарни [78] обнаружена закономерность изменения

расхода потока, в открытых каналах при ламинарном режиме движения жидкости от геометрической характеристики- момента

инерции при кручении, который полностью характеризует когерентную структуру потока в открытых руслах [2].

Течение в открытых каналах в большинстве случаев своим характером относится к классу гравитационных явлений, для которых важным параметром является ускорение силы тяжести.

Как выше было сказано при турбулентном течении в первом приближении вязкость не существенна.

Равномерное движение жидкости в открытых каналах с расходом Q происходит в том случае, когда среднее максимальное касательное напряжение вдоль течения потока остается постоянным. Течение порождается и поддерживается силой тяжести и уклоном дна канала. Обе эти величины гравитация и уклон дна канала могут быть учтены как один параметр ig , где i -уклон дна канала, а g -ускорения силы тяжести.

Очевидно, что расход высокоскоростных потоков при больших числах Рейнольдса в открытых каналах в основном будет зависеть от момента инерции при кручении- для живого сечения открытого канала J_{θ} [4] и переменной gi

$$Q = \varphi(J_{\theta}, gi) \quad (2.103)$$

Можно показать, что любое однородное по размерности уравнение, имеющее форму уравнения (2.103)

должен быть таким, чтобы размерность зависимой переменной (в данном случае Q) равнялась произведению размерностей каждой из независимых переменных, возведенных в некоторые неопределенные степени. Таким образом, согласно теореме Релея [41]

$$[Q]=K \cdot [J_{10}]^a \cdot [g_i]^b \quad (2.104)$$

где K, a, b-пока еще неопределенные постоянные.

Подставив в уравнение (2.104) размерности входящих в него величин получим

$$[L]^3/[T]=([L]^4)^a \cdot ([L]/[T])^b \quad (2.105)$$

Приравняв показатели степени при [L] и [T] левой и правой частях уравнения (2.105) получим два уравнения с двумя неизвестными: 171

$$\begin{aligned} [L] & 3=4a+b \\ [T] & -1=-2b \end{aligned} \quad (2.106)$$

Откуда $a=0,625$; $b=0,5$.

Омоничательно получим

$$Q=K(g_i)^{0,625} J_{10}^{0,625} \quad (2.107)$$

Где K-коэффициент пропорциональности

Для определения коэффициента K были использованы экспериментальные данные А.П. Зегеда [43]

Базена [43], Л.Г. Масквеной [83], Ю.А. Ибад-Заде [84,85] и др.

После обработки экспериментальных данных разных авторов мы пришли к заключению, что

Безразмерная К коэффициент для данного случая, зависит от относительной шероховатости в виде $\ell_g(i_{\Delta_0}/\Delta)$, от параметра формы открытого канала $j_{\Delta} = J_{i_{\Delta_0}}/\omega^2$ и от коэффициента смачивания в виде $\Pi_c^{0,5}$ где $\Pi_c = (P-B)/R$, здесь Р-смоченный периметр, В-ширина потока на поверхности воды.

Окончательно К коэффициент пропорциональности, определяем по формуле

$$K = \{440 j_{\Delta} \cdot \ell_g(i_{\Delta_0}/\Delta)\} / \Pi_c^{0,5} \quad (2.108)$$

Обработка экспериментальных данных дано в таблице 2.4; 2.5; 2.6 так же см. рис.2.9

Таблица 2.4

N	Δ	Q	h	i_{Δ_0}	i_{Δ_0}/Δ	B_0	K
1	2	3	4	5	6	7	8
1	10,2	100000	8,29	4,78	4,68	311,30	1391,4
2	7,30	203000	12,34	7,12	9,75	690,70	1000,0
3	8,40	307000	16,14	8,95	10,64	1088,95	862,31
4	7,55	411000	19,14	10,5	13,90	1300,00	706,58
5	8,15	513000	22,26	12,79	15,69	2207,90	500,00
6	7,70	618000	24,98	13,68		2549,81	495,00
7	8,00	721000	27,81	15,16	18,94	3130,13	453,11
8	7,40	824000	30,25	16,54	22,35	3727,41	392,38
9	7,40	927000	32,39	17,59	23,77	4218,00	369,07
10	7,65	1030000	35,07	18,98	24,31	4908,27	335,80
11	7,60	1130000	37,36	20,29	26,69	5609,00	328,15
12	9,70	1236000	39,75	21,30	27,96	6181,00	324,72

Гравия $d=(1-2)$ см; серия4; опыты БАЗЕНА; $B=181,2$ см-ширина канала; $i=0,0049$ -уклон дна канала; $F_0=1,15-1,39$ -число Фруда

Таблица 2.5

N	i	B	h	H	Q	$i_{до}$, Δ	F	K	E_c	E_n
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
4	0,0005	100	1,42	5,38	15,00	18,90	0,194	1294,11	124,9	4311
5	0,0005	75	1,42	5,34	9,80	19,27	0,184	939,54	132,93	4180
6	0,0005	50	1,42	4,00	7,17	20,55	0,175	440,55	150,97	4841
14	0,0005	100	2,40	8,44	21,70	19,75	0,142	522,74	504,20	11584
24	0,001	100	1,07	3,40	9,45	18,13	0,427	2001,81	51,24	3214
25	0,0007	100	1,04	3,34	7,85	21,48	0,290	1901,28	50,10	4187
28	0,0007	100	2,18	7,55	23,70	21,48	0,254	840,14	243,55	12143
40	0,0033	40,5	3,15	12,70	45,80	21,48	0,944	350,24	434,89	38784
41	0,0033	40,5	3,15	12,70	44,50	21,48	0,954	351,75	433,00	43712
42	0,0023	40,5	3,15	12,70	58,00	21,48	0,792	332,55	433,00	33414

Опыты А. П. Зегежда [43]

Опыты Ю. А. Ибад-Заде [43]

Таблица 2.6

Ст. N	Q	B	H	γ	$i_{до}$	E_c	$i_{до}$, Δ	K	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
I	41,34	25	1,45	$3,69 \cdot 10^4$	22,74	100770,0	1,32	340	1,35
VII	41,34	25	2,48	$1,77 \cdot 10^4$	79,48	220104,4	1,17	340	0,84
XVI	41,34	22	2,54	$1,42 \cdot 10^4$	84,28	244450,5	1,29	340	0,90

Рис. 2.9

(см. Приложение XII стр. 295)

§2.8 АЭРАЦИЯ ПОТОКОВ С УЧЕТОМ КОГЕРЕНТНОСТИ

Процесс насыщения потока воды воздухом называется аэрацией. Аэрированный поток состоит из смеси воды и воздуха.

При равномерном плавно изменяющемся течении проникновение в поток воздуха происходит через свободную поверхность в результате ее разрушения турбулентными возмущениями. Проникновение воздуха через свободную поверхность потока иногда называют аэрацией. При резко изменяющемся течении поток аэрируется за счет действия поверхностных водоворотов (валец гидравлического прыжка, водвороты, образующиеся при отрыве потока от поверхностей конструкции - быков, газов и пр.). Захват воздуха свободной отброшенной или падающей струей происходит вследствие защемления воздуха при распаде струи в результате потери устойчивости волн на ее поверхности, при этом первоначально по внешнему контуру струи образуется воздушные полости с последующим разрушением и потерей сплошности струи.

Турбулентные возмущения в равномерном плавно изменяющемся потоке зарождаются у дна и боковых стенок русла.

В потоке на водосливе или быстротоке можно выделить следующие участки (рис. 2.10):

Рис. 2.10

(см. Приложение XII стр. 295)

Начальный участок l_1 , в пределах которого имеется ядро невозмущенного потока и остается невозмущенной свободная поверхность воды. В вертикальной плоскости ширина ядра по направлению течения уменьшается за счет развития зарождающегося

на дне быстротока или водослива пограничного турбулентного слоя. Начальный участок оканчивается в створе выхода турбулентных возмущений на поверхность. Начальный участок тем длиннее, чем больше глубина потока;

Начальный участок волнообразов а н и я ℓ_2 , в пределах которого на свободной поверхности зарождаются и нарастают волны ряби, скорость распространения которых не зависит от силы тяжести;

Участок неравномерного движения аэрированного потока ℓ_3 , в начале которого начинается проникновение воздуха в поток; насыщение потока воздухом по длине участка увеличивается до некоторого предела;

Участок равномерного движения аэрированного потока ℓ_4 , на котором степень аэрации и его водовоздушная структура стабилизировались. Течение на этом участке равномерное.

Аэрация потока у стенок бьефов начинается раньше, чем в пролете, в результате возмущения свободной поверхности боковыми стенками.

Для возникновения аэрации необходимым условием является выход пограничного слоя на поверхность, НО ВЫПОЛНЕНИЕ ЭТОГО УСЛОВИЯ НЕДОСТАТОЧНО.

На начало аэрации влияет также когерентность потока и силы поверхностного натяжения.

Имеется две точки зрения на механизм захвата воздуха потоком через свободную поверхность, в соответствии с которыми созданы расчетные схемы аэрации [91].

1. Захват потоком воздуха происходит при выбросе со свободной поверхности под влиянием поперечной составляющей пульсационной скорости капля воды, что сопровождается зашемлением воздуха в образующихся на поверхности воды кавернах (рис.2.11_а). Это возможно тогда, когда кинетическая энергия выбрасываемой капли воды становится больше работы на некотором пути сил поверхностного натяжения и тяжести.

2. Захват потоком воздуха происходит при разрушении под влиянием воздушной среды волн на свободной поверхности потока (рис.2.11_б).

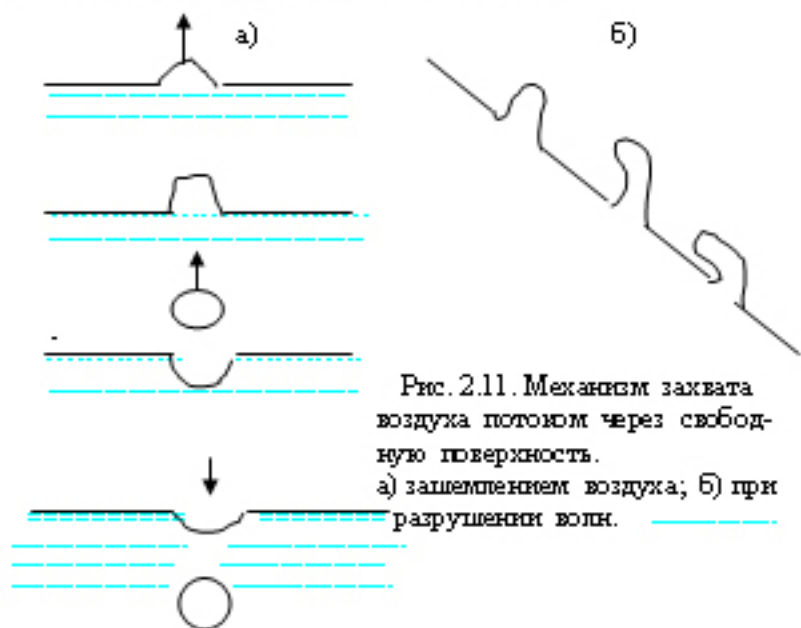


Рис. 2.11. Механизм захвата воздуха потоком через свободную поверхность.
а) зашемлением воздуха; б) при разрушении волн.

§2.9 КРАТКИЙ ОБЗОР КРИТЕРИЙ НАЧАЛА АЭРАЦИИ

Из большого числа эмпирических критериев начала аэрации, более удачный предложен Н.Б. Исаченко [91], который был получен на основании натурных и обширных лабораторных исследований аэрации (при относительной шероховатости лотка $\Delta/R=0; 0,01; 0,02; 0,04; 0,06$ и $0,1$ и разности уровней бьефов $3,5\text{м}$) получено критическое число Фруда, отвечающее началу аэрации:

$$F_{\text{до}} = 45(1 - \Delta/R)^{1,4}, \quad (2.109)$$

где R — гидравлический радиус неаэрированного потока.

Из (2.109) критическую скорость, соответствующую началу аэрации, можно представить следующей формулой:

$$V_{\text{до}} = 6,7(gR)^{0,2}(1 - \Delta/R)^{1,4}. \quad (2.110)$$

Г.П. Сребнюк и В.С. Синельников [91] исходя из расчетной модели, представляющей захват воздуха потоком как результат выброса в воздушное пространство капель воды. Захваченные потоком пузырьки воздуха насыщают поток при

$$\sigma^{0,2} > \omega \cdot \cos \psi, \quad (2.111)$$

где σ — среднеквадратичная поперечная пульсационная скорость; ω — гидравлическая крупность пузырьков воздуха, равная 25 см^3 .

Поперечная пульсационная скорость у свободной поверхности может быть выражена через динамическую скорость U :

$$\sigma^{0,2} = \beta \cdot U^{0,2} = \beta (gh_v \sin \psi)^{0,2}, \quad (2.112)$$

где коэффициент β согласно [91] принято 0,8; h_0 - глубина равномерного неазерированного потока; ψ - угол наклона водовода.

Следовательно, неравенство (2.111) можно представить в виде

$$h_0 \cdot \sin \psi \geq (\omega^2 \beta g) \cdot \cos^2 \psi$$

Умножив правую и левую части этого неравенства на C^2 и имея в виду, что при $h_0 \sim R$ $V = C(RI)^{0,5}$, где $I = \sin \psi$,

Получим формулу средней скорости, при которой начинается аэрация:

$$V_{10} = C \omega \cos \psi / (0,8g)^{0,5}$$

Или при $\omega = 0,25 \text{ м/с}$

$$V_{10} = 0,089 C \cos \psi$$

(2.113)

Т. Г. Войнич-Сяножендрый [91] исходит из формулы скорости распространения волны возмущения на поверхности раздела вода-воздух потенциального потока. Поток, поступающий на быстроток или водослив, можно приближенно считать потенциальным, исходя из того, что в этом случае силы инерции значительно больше сил сопротивления.

Формула Войнич-Сяножендрого для начала аэрации имеет такой вид

$$V_{10} = 6,63 \{ g R \cos \psi [1 + (0,0011/R^2)] \}^{0,5} [1 + 8,7(n/R^{1,6})^{-1}]$$

(2.114)

§2.10 КРИТЕРИЙ ВОЗНИКНОВЕНИЯ АЗРАЦИИ НА ВОДОСЛИВАХ И БЫСТРОТОКАХ С УЧЕТОМ КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА

За последние десятилетия произошли существенные изменения в понимании природы турбулентности на быстротоках и пристеночных течениях [2]. Эти изменения обусловлены обнаружением в указанном течении так называемых когерентных структур потока.

Движение водного потока на быстротоках и его взаимодействие с сооружениями, как известно характеризуется так называемыми когерентными структурами — крупномасштабных периодических вихревых образований, развивающихся на фоне мелкомасштабной турбулентности и определяющих существенную часть Рейнольдсовых напряжений. Указанные структуры имеют размеры, соизмеримые поперечным размером потока на быстротоке и характеризуются большим временем существования.

Авторы считают, что на быстротоках при неравномерном плавном изменяющемся движении жидкости, часть удельной переносной кинетической энергии переходит в удельную вращательную кинетическую энергию [92]. При критическом соотношении этих удельных кинетических энергий возникает азрация на быстротоках.

В работе В.С. Борозкова [93] дается критический обзор существующих критериев возникновения естественной азрации водных потоков на водосбросах. Указывается на неправомерность использования метода малых возмущений для прогнозирования обрушения волн и связанного этим завыва воздуха водным потоком.

Сложность в получении надежного критерия начала азрации эмпирическим путем и в проверке достоверности теоретических критериев заключается в том, что воспроизвести процесс азрации на модели, отвечающий натуре, не представляется возможным, а получение натурных данных затруднительно.

Сложность исследования этого вопроса вызвана не только вышеуказанным, но и учетом влияния вторичных течений и когерентности потока критерий начала азрации.

В работе [94] Т.Г. Войнич-Слюженко и В.В. Савареллидзе дается таблица 1 и 2, где сопоставлены эмпирические формулы разных авторов с экспериментальными данными. Большое расхождение этих эмпирических формул с опыльными данными еще раз доказывает о правомерности критерия В.С. Боровакова [93] и авторов.

Для определения начала азрации потока на быстротоках т.е. средней критической скорости, при котором начинается азрация потока воспользуемся теорией размерностей (методом показателей Рейля), где вопрос о выборе переменных, существенных для рассматриваемого явления, представляется наиболее сложным. Отчасти это объясняется чрезвычайно изменчивым характером этого явления, однако не менее важная причина кроется в том, что выбор определяющих переменных должен основываться на глубоком и вместе с тем почти интуитивном понимании физических аспектов механики этого явления. Тем не менее некоторые рекомендации можно дать в самых общих чертах. Известно, что течение порождается и поддерживается силами тяжести и уклоном дна быстротока. Следовательно, оба эти эффекта- гравитация и уклон быстротока- могут быть учтены одной переменной g_i , где i -уклон дна быстротока, а g - ускорение силы тяжести.

Автором обнаружена закономерность изменения средних скоростей потока как при ламинарном, так и при турбулентном режимах движения жидкости в гидротехнических сооружениях от геометрической характеристики РАДИУСА ИНЕРЦИИ ПРИ КРУЧЕНИИ [2]

$$i_{\text{кр}} = (J_{\text{кр}}/\omega)^{0.5} \quad (2.115)$$

где J_{ω_0} - момент инерции при кручении, ω - живое сечение потока. Многими исследователями доказано, что начало аэрации зависит от относительной шероховатости i_{ω_0}/Δ , где Δ - абсолютная высота шероховатости быстротока.

Выше автором было отмечено, что движение водного потока на быстротоках и его взаимодействие с сооружениями, как известно характеризуется так называемыми КОГЕРЕНТНЫМИ СТРУКТУРАМИ крупномасштабных периодических вихревых

образований, что автор характеризует соотношением V/λ_{ω_0} , где V - скорость течения открытого быстротока.

Математически это сводится к записи:

$$V_{\omega_0} = \varphi(g, i_{\omega_0}, i_{\omega_0}/\Delta, V/\lambda_{\omega_0}) \quad (2.116)$$

В принципе здесь можно было бы предложить, что существенным параметром должна быть и плотность, однако, ее нельзя включить в число параметров уравнения (2.116), ПОСКОЛЬКУ ЭТО ПРИВЕЛО БЫ К ПОЯВЛЕНИЮ РАЗМЕРНОСТИ МАССЫ, которую невозможно было бы исключить, ЧТОБЫ СДЕЛАТЬ УРАВНЕНИЕ ОДНОРОДНЫМ ПО РАЗМЕРНОСТИ. Более фундаментальное объяснение, однако, состоит в том, что плотность на самом деле включена в запасное уравнение в комбинации с удельным весом γ , которая и дает величину ускорения силы тяжести g и в том, что в явлениях аналогичных рассматриваемому, плотность жидкости важна лишь в такой комбинации.

Можно показать, что любое однородное по размерности уравнение, имеющее форму уравнения (2.116), должно быть таковым, чтобы размерность зависимой переменной (в данном случае V_{ω_0}) равнялась безразмерному коэффициенту, умноженному на проведение разностей каждой из независимых переменных, возведенных в некоторые неопределенные степени.

Таким образом, имеем

$$[V_{i_0}] = K[g]^\alpha \cdot [i_0]^b \cdot [i_0/\Delta]^c \cdot [B/i_0]^d \quad (2.117)$$

где K , α , b , c пока еще неопределенные постоянные. Согласно формулы Шефера ([95] фор. (4-82) С.167) $\alpha=0,25$, а что касается γ согласно исследованиям авторов [81] оно равно 0,5.

Используя теорему Релея [41] получим $\alpha=0,5$; $b=0,5$.

Окончательно получим:

$$V_{i_0} = K(g i_0)^{\mu, \nu} \cdot (B/i_0)^{\mu, \nu} \cdot (i_0/\Delta)^{\mu, \nu} \quad (2.118)$$

Или

$$V_{i_0} = K(gB)^{\mu, \nu} \cdot (i_0/\Delta)^{\mu, \nu} \quad (2.119)$$

Для определения K -коэффициента пропорциональности автором использованы как натуральные [94], так и лабораторные исследования разных авторов [94].

На рис.2.12 дается график, где на вертикальной оси отложен K - коэффициент пропорциональности и на горизонтальной оси отложено число Вебера:

$$W_e = \rho V_{i_0} / \sigma, \quad (2.120)$$

Где ρ – плотность жидкости, σ – коэффициент поверхностного натяжения.

Из рис.2.12 видно, что автомодельная область начинается, когда начало аэрации на быстротоке не зависит от силы поверхностного натяжения.:

$$W_e > 1000 \quad (2.121)$$

И коэффициент пропорциональности $K = 0,5 = \text{const.}$

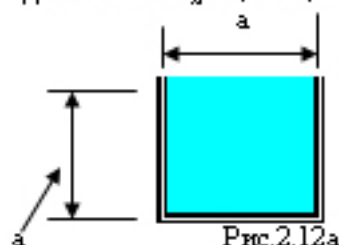
В заключении надеемся, что его объяснение поможет лучше понять происхождение явления.

П Р И М Е Р: Допустим имеем быстроток у которого I - уклон дна быстротка; Δ - абсолютная шероховатость и R - гидравлически радиус одно и тоже (см. рис. 2.12 а и б).

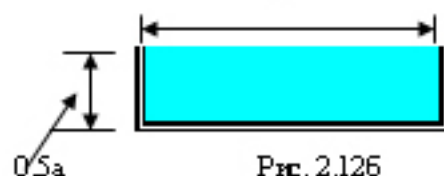
РЕШЕНИЕ: Тогда согласно формулы: (2.110); (2.113); (2.114)

Начала аэрации будет на одном и том же месте. Тогда, когда согласно формуле (2.119), КОТОРЫЙ УЧИТЫВАЕТ КОГЕРЕНТНОСТ ПОТОКА будет отличаться. Пусть читатель ответит кто прав.

Для Рис. 2.12а $\chi=3a$; $\omega=a^3$; $R=a/3$



2а



Для рис. 2.12б $\chi=3a$; $\omega=a^3$; $R=a/3$

Расчеты возникновения аэрации бурных потоков должны выполняться как для максимального расхода Q_{max} , так и для расходов 0,2; 0,4; 0,6; 0,8 Q_{max} . [91]

При расчетах часто применяется двухслойная модель аэрированного потока: нижний слой 1- водовоздушный, где объем воды превышает объем воздуха в смеси, верхняя граница нижнего слоя определяется значением $S=0,5$ и находится от дна по нормали к нему на расстоянии h_{a1} (рис.2.13). Верхний слой 2-воздушно-капельный толщиной h_{a2} , где гораздо больший объем занимает воздух.

Таблица 2.7

Наименование быстротока	Q м ³ /сек м	H м	B м	Δ мм	Γ Уклон дна	$V_{до}$ м/сек	W_c	K	$\zeta_{пр}$ м
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Быстроток Коктежск	28,32	1,00	2,44	0,24	0,3470	11,40	9930	0,33	0,500
Быстроток Бир-Жил	0,75	0,14	0,91	0,28	0,0725	3,03	387	1,34	0,108
Быстроток Кыргызская ГЭС	10,00	0,20	8,00	2,10	0,1500	4,25	423	0,47	0,113
Быстроток Кабрайский ГЭС	20,00	0,25	9,00	2,10	0,2500	8,90	1370	0,43	0,143
Быстроток Ал-Кожя	13,00	0,14	12,00	2,10	0,5000	7,80	810	0,40	0,094
Быстроток Катвас	3,48	0,244	2,44	0,24	0,3470	9,20	1370	0,34	0,140
Быстроток Катвас	11,40	0,384	2,44	0,24	0,3470	11,44	3920	0,44	0,214
Лотос ВНИИГА	0,12	0,124	0,20	0,10	0,3150	4,84	182	2,30	0,034
"	0,18	0,147	0,20	0,10	0,3150	3,42	244	2,34	0,044
"	0,18	0,192	0,20	3,00	0,3150	4,49	221	1,38	0,0713
"	0,08	0,123	0,20	7,00	0,3150	3,20	150	2,30	0,0343

Под глубиной аэрированного потока h_a понимают расстояние от дна до границы раздела воздушно-капельной области потока и

Воздушной фазы (воздушного потока). При этом сама граница определяется условно: принимают, что она характеризуется некоторой концентрацией S , например от 0,9 до 0,99. [91].

Если учесть, что

$$W_a/(W_{\text{воз}}+W_a)=h/h_a,$$

(2.122)

То глубина в аэрированном потоке составит

$$h_a=h/(1+\beta),$$

(2.123)

где h -глубина до аэрации.

Для каналов с хорошим качеством бетонирования по экспериментальным данным С.М. Сливкина рекомендуется принимать

$$\beta=S/(1-S)=0,12(F_r \cdot 25)^{0,2},$$

(2.124)

где $F_r=V^2/gh$.

A-A

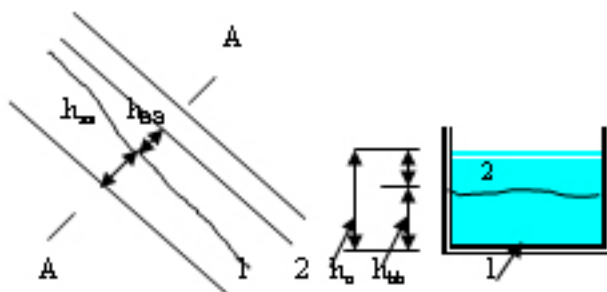


Рис. 2.13

Для определения момента инерции при кручении и радиуса инерции при кручении для расчета начало

аэрации потока на быстротоках по формуле (2.119) пользуем гидродинамическую аналогию о кручении призматического стержня, составленного из двух различных материалов, который математически было решено Н.И. Мусхелишвили [96] в перемещениях, используя функцию

кручения $\varphi(x,y)$, аналогичную функции кручения Сен-Венана для однородных призматических стержней.

Наша аналогия предполагает соблюдение трех условий:

- двухслойный аэрированный поток сопоставляется с двухслойным призматическим стержнем из различных материалов;

- геометрическое подобие;
- динамическое подобие.

Следовательно,

$$G_1 \Theta_1 / \gamma_1 i_1 = G_2 \Theta_2 / \gamma_2 i_2 \quad (2.125)$$

Где $i_1 = i_2 = i$ - уклон дна канала; G_1, G_2 - модули сдвига материала стержня; Θ_1, Θ_2 - углы закручивания; γ_1, γ_2 - объемные веса слоев потока.

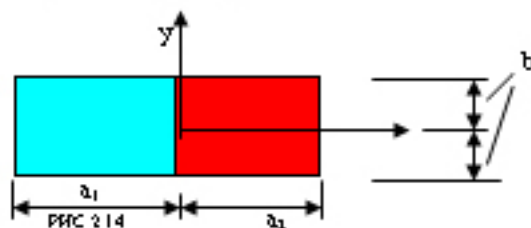
Для определения расхода аэрированного потока используется формула (2.107) и (2.108), где для определения момента инерции при кручении прямоугольного бруса, составленного из двух также прямоугольных брусков можно рассчитать по формуле Н.И. Мусхелишвили [96] с.320

$$J_{\theta} = 8/3(a_1 + a_2)^3 b^3 + (4bc)^2 b^2 \sum_{n=0}^{\infty} [Chna_1 + Chna_2 - Chna_1 - Chna_2 / (2n+1)^2 Chna_2 Shna_1 + Chna_1 Shna_2]$$

$$-(4/\pi)^5 b^4 \sum_{n=0}^{\infty} [Chna_1 + Chna_2 - Chn(a_1 - a_2) - 1] /$$

(2.125_а)

$$/ [(2n+1)^5 (Chna_2 Shna_1 + Chna_1 Shna_2)]$$



§2.11 ВОЗНИКНОВЕНИЕ КАТЯЩИХСЯ ВОЛН НА БЫСТРОТОКАХ С УЧЕТОМ КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА

Введение

Явление катящихся волн на быстротоках представляет собой случай неустойчивости установившегося движения открытого бурного потока и возникновения на нем возрастающих продольных волн, вследствие чего движение становится неустановившимся, импульсивным. Описания этого явления приводятся в литературе [97,98,99].

Как показывают наблюдения, основными условиями для возможности образования катящихся волн являются:

а) трапецидальная или прямоугольная форма сечения потока;

б) большой продольный уклон (примерно более 0,025 - 0,03);

в) призматичность лотка и невысокий коэффициент шероховатости облицовки (бетон, бетон со структурой, бетон и торкрет, каменные или бетонные плиты дерево, металлическая облицовка);

г) длина лотка, достаточная для развития практически равномерного режима движения;

д) большое соотношение ширины лотка и глубины потока (примерно более трех-четырех).

Можно считать, что отсутствие какого-либо из перечисленных основных условий исключает возможность образования катящихся волн.

Кроме того, могут иметь место дополнительные факторы, способствующие образованию катящихся волн и его усиливающие: местные дефекты облицовки лотка быстротока на участке зарождения волн; резкие перепады продольного профиля без криволинейных вставок; вогнутый продольный профиль, т.е. чередование уклонов участка лотка от больших к меньшим.

Как правило, катящиеся волны начинаются на том участке быстротока, где устанавливается практически равномерный режим движения; створ или участок быстротока с перичными волнами ниже условно называется местом образования катящихся волн.

На участке быстротока от входа до места волнообразования длиной L_0 (рис. 2.15) поток следует считать практически установившимся; на остальном протяжении лотка длиной $(L-L_0)$ будет иметь место неустановившийся импульсно-волновой режим движения бурного потока.

Основной особенностью образования катящихся волн на быстротоках является переменность места волнообразования: чем больше расхода, тем больше L_0 , место волнообразования «сгоняется» вниз по течению. Такое влияние увеличения расхода тем больше, чем менее благоприятны для образования катящихся волн основные и дополнительные условия, перечисленные выше. При малом уклоне и небольшой ширине лотка L_0 быстро увеличивается с увеличением расхода, вплоть до всей длины быстротока L , т.е. до ликвидации образования катящихся волн. Наоборот, на очень крутых и широких быстротоках L_0 увеличивается мало от увеличения расхода и наблюдаются лучаевидные быстротоки, когда практически недостижим тот расход, при котором мог бы осуществиться устойчивый безволновой режим движения.

Высота гребней катящихся волн h_2 больше расчетной глубины равномерного режима h_0 ; поэтому вопрос волнообразования имеет непосредственное отношение к вопросу пропускной способности лотка быстротока и назначения запаса его строительной глубины.

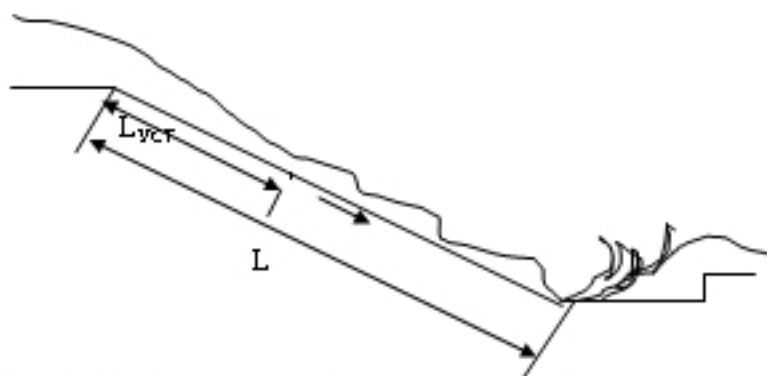


Рис. 2.15 Схематический продольный профиль катящегося волнового быстротока с мгновенным профилем поверхности потока.

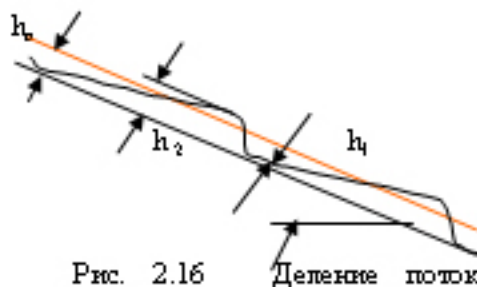


Рис. 2.16 Деление потока на волны-импульсы.

Форма поперечного сечения канала и неравномерность распределения скоростей потока оказывают существенное влияние

на возникновение катящихся волн. Критерий возникновения катящихся волн с учетом указанных параметров получен различными методами Н.А. Карвелишвили [100,102] и Т.Г. Войнич-Сяножидзям. Для плоского течения критерий, полученный Н.А. Карвелишвили, имеет вид

$$U_*^3/gH_* > 1/(0,5[\beta - (H_*\lambda)(\partial\lambda/\partial H)] - \beta)^2 \quad (2.126)$$

Где β -корректные количества дивергенции.

Для расчета условий возникновения катящихся волн по этим критериям необходимо знать величины λ и β . Коэффициент β является функцией λ (см. [102] гл. 4). Для упрощения анализа связь между β и λ представим в виде

$$\beta = 1 + \lambda \quad (2.127)$$

Обычно при анализе критерия устойчивости коэффициент гидравлического сопротивления λ принимает по Маннингу или Н.Н. Павловскому [102]. Учиывая, что сопротивление каналов практически подчиняется зависимостям, установленным И. Никурадзе (см. [102] ПЛАВЫ 2 И 3), целесообразнее при анализе устойчивости высокоскоростного потока в шероховатых каналах использовать соотношение (см. [102] ФОР. (3.18))

$$(1/\lambda)^{0,25} = 2,8 \lg 2H_*k_* + 1,74 \quad (2.128)$$

Дифференцируя это выражение H и подставив в зависимость (2.126), с учетом выражения (2.127) получаем после преобразований новый вид критерия возникновения катящихся волн

$$U_*^3/(gH_*)^{0,25} > 1,4/[1 - 1,4(\lambda^{0,25} - 0,45)^2] \quad (2.129)$$

Расчет по соотношению (2.129) при λ , изменяющемся от 0,04 до 0,25, показал, что значение критического числа Фруда U_*^3/gH_* остается практически постоянным и близким к 2 [102].

Надо отметить, что причиной выше сказанного является тот факт что при определении число Фруда не учтено когерентность потока i_{*0} -радиус инерции при кручении.

Тогда значение критического число Фруда будет

$$F_{*0} = U_*^3/gi_{*0} \quad (2.130)$$

Что же касается λ он тоже должно быть определено с учетом когерентности потока по формуле (2.107) и (2.108).

Т.Г. Войнич-Смяженский получил критерий возникновения катящихся волн, совпадающий по форме с критерием (2.129), однако корректив количества движения рекомендуется определять с учетом турбулентных пульсаций скорости потока: [102]

$$\beta_0 = 2\beta - 1 + 2\lambda. \quad (2.131)$$

Используя выражение (2.131), преобразуем критерий (2.126) к виду

$$U_0 / (gH_0)^{0.25} > 1.7 / [1 - 3.5(\lambda^{0.25} - 0.25)^2]. \quad (2.132)$$

Расчеты по этому соотношению при $0.04 < \lambda < 0.25$ показали, что критическое значение числа Фруда $U_0 / \sqrt{gH_0}$ увеличивается с ростом λ от 3 до 5. [102]

А.И. Богомолов пишет: «Изложенный выше метод не позволяет установить, какие именно возмущения приводят к неустойчивости высокоскоростного потока и возникновению катящихся волн»

Д. В. Штеренберг отмечает что «ИСТОЧНИКОМ волнообразования турбулентные возмущения. Если они достигают свободной поверхности сразу по всей ширине потока, то это может привести к образованию катящихся волн.»

В главе I авторами было отмечено, что в последние два десятилетия произошли существенные изменения в понимании природы турбулентности в слож смешения в пристеночных течениях. Эти изменения обусловлены обнаружением в указанных течениях так называемых когерентных структур потока в открытых каналах. Авторами гидродинамической аналогией было получено параметры когерентности потока, который дал хорошие результаты (см. главу II стр.).

В данный момент для определения максимальной глубины потока в быстротоках с прямоугольным поперечным сечением для полностью развитых катящихся волн определяют [64]

$$h_{\text{max}} = [0,25 \cdot (Fr_0)^{4,5} + 1] \cdot \Pi^2 V_0^2 / g (Fr_0 + 1)^2, \quad (2.133)$$

а минимальная глубина потока

$$h_{\text{min}} = 0,5 [0,25 \cdot (Fr_0)^{4,5} + 1] \{ 1 + 8 / [0,25 \cdot (Fr_0)^{4,5} + 1]^2 \} \times \\ \times \Pi^2 V_0^2 / g [(Fr_0)^{4,5} + 1]^2. \quad (2.134)$$

Высота предельной волны

$$h_{\text{пред}} = h_{\text{max}} - h_{\text{min}}.$$

Понятно, что высота боковых стенок транзитной части быстротока должна определяться с учетом h_{max} , если

Допускается наличие катящихся волн, достигающих предельного развития,

$$C_{\text{пред}} = \Pi V_0 = (\chi \omega_0 / 2 B_0 h_0) V_0. \quad (2.135)$$

Длина участка достижения волнами предельного развития

$$l_{\text{пред}} = (2,3 h_0 \Pi^2 Fr_0^2 / \chi) l g (h_0 \text{ и } h_{\text{пред}}). \quad (2.136)$$

Изложенные выше рекомендации относятся к равномерному движению, равно как и входящие в формулы величины с индексом нуль. Если анализируется возможность появления катящихся волн и их движение для неравномерного движения, то соответствующие величины относятся к началу волнообразования.

(Рекомендации по гидравлическому расчету водопропускных трактов безнапорных водобросов на азартно и волнообразование. П 66-77 ВНИИГ. Л. 1978. 52с.)

Для увеличения устойчивости бурного потока в ряде случаев применяются различные конструктивные меры «безволновые» формы поперечного сечения быстротока (параболы, треугольная, эллиптическая, гиперболическая и с продольными треугольными углублениями в дне) - рис. 2. 17, или устраиваются продольные стенки.

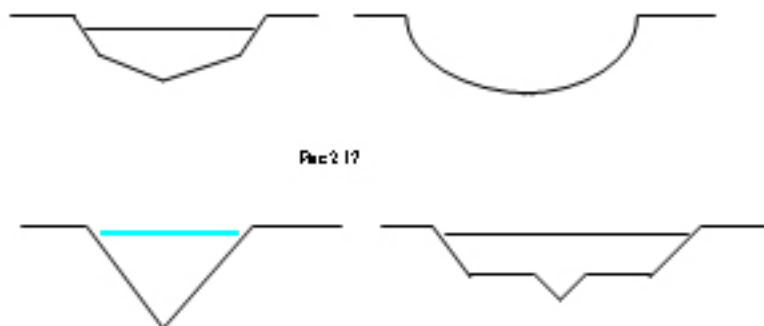


Рис 2 17

По мнению авторов причина образования катящихся волн является:

1. Резкое изменение коэффициента λ в начале быстротока, т.е. в начале быстротока относительная шероховатость возрастает, а потом при больших числах РЕЙНОЛЬДСА (СМ. [42]) не зависит от относительной шероховатости и коэффициент λ резко уменьшается, по словам проф. Г. В. Железнова итем условие возникновения катящегося эффекта [105] СТР.185.

2. Для прямоугольного и трапециодального живого сечения уменьшением глубины потока количество больших вьюрей растет

т.е. ПРОИСХОДИТ РЕЗКОЕ ИЗМЕНЕНИЕ КОГЕРЕНТНОСТИ
ПОТОКА.

Для треугольного живого сечения количество больших выреж не
меняется т.е. КОГЕРЕНТНОСТЬ ПОТОКА НЕ МЕНЯЕТСЯ J_0
=Const

§2.12 ВТОРИЧНОЕ ТЕЧЕНИЕ I ТИПА, ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАДИУС И ПАРАМЕТРЫ КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА

В гидравлике известно несколько типов вторичных течений [5] стр.199. Нами будет рассмотрен только I тип вторичных течений т.е. нормального компонента полностью развитого течения в канале с параллельными стенками. Такое течение развивается, если нормальные турбулентные напряжения в поперечном сечении не уравниваются. Этот случай представляет особый интерес, так как является прямым следствием действия турбулентности.

На рис. 2.18 а и б, основанных на результатах, приведенных Бруджеттом и Бейнесом, показаны картина вторичного течения для половины прямоугольного канала и соответствующие изотакси продольные компоненты средней скорости. Очевидно, что характер изотакса обусловлен поперечной конвекцией, вызванной вторичными течениями. На рис. 2.18 в показаны изотакси для половины открытого канала трапециевидального сечения. Вторичное течение (для типичных сечений канала) вызывает смещение максимума продольной скорости в точку, расположенную ниже свободной поверхности примерно на $1/5$ глубины канала.

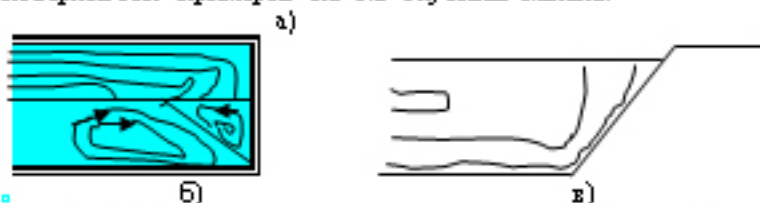


Рис. 2.18 Влияние вторичных течений (типа I) на распределение скоростей в канале некруглого сечения.

(см. Приложение XII стр. 295)

а-вотки продольной скорости U/U_c в прямоугольном канале с отношением сторон 3:1 при $U_{d_0}/\nu=6 \times 10^4$ (по Брундретту и Бейнсу); 6-картина вторичных течений, соответствующая рис. 2.19а; б-вотки продольной скорости U/U_c в открытом канале трапецидального сечения.

В трубах с полигональными очертаниями касательные напряжения на стенке распределены неравномерно по периметру сечения: по мере приближения к углам труб уменьшаются значения интенсивности пульсаций скорости и касательного напряжения. В результате неравномерности распределения касательных напряжений более интенсивно проявляются вторичные течения в плоскости живого сечения. Происходит поперечная циркуляция (рис. 2. 19), на поддержание которой затрачиваются дополнительная энергия. При прочих равных условиях коэффициенты Дарси λ увеличивается. По лабораторным данным в напорных трубах полигонального очертания коэффициенты λ могут увеличиться на 20% по сравнению со значениями λ для круглых труб.



Рис. 2.19
(см. Приложение XII стр. 295)

Л. Прандтль пишет ([101] с.520) « При турбулентном течении в прямых каналах некруглого поперечного сечения наблюдается вторичные потоки иного рода (так называемые вторичные потоки второго рода). Распределение скоростей в таких каналах обладает своеобразной особенностью, заставляющей предполагать, что в канале возникают поперечные потоки, направленные в углы профиля канала и отсюда опять движущиеся внутрь профиля. Так, например, форму изотак, т.е. линий реальных скоростей в каналах треугольного и прямоугольного поперечного сечения (см. [101] рис. 17 с.184) легко объяснить, если допустить, что существуют вторичные потоки вида, изображенного на рис. 118 [101] существование таких вторичных потоков удалось доказать также непосредственно, во-первых, путем введения в основной поток краски (I. Nikuradse, Ing Arch, т. 1 (1930) стр.306) , а во-вторых, при помощи прочерчивания продольных линий тока.»

Известно, что когерентность потока, вызываемых изменением нормальных турбулентных напряжений в поперечном сечении канала и обусловленных распределением продольной скорости и касательных напряжений на стенке, требует гораздо более детальной модели турбулентности, чем те, которые имеются в настоящее время в формуле Шези.

По этому здесь мы попытаемся в начале показать, что при любом осреднении не могут быть сохранены все свойства потока. ТАК КАК ПРИ ОСРЕДНЕНИИ ЧАСТЬ ИНФОРМАЦИИ О ПОТОКЕ НЕИЗБЕЖНО ТЕРЯЕТСЯ, А ОСОБЕННО КОГЕРЕНТНОСТЬ ПОТОКА. Это касается и формуле Шези.

$$V=C(Ri)^{1/2}$$

(2.137)

Где $C=(2g\lambda)^{0.5}$ –коэффициент ШЕЗИ, являющийся мерой пропускной способности канала.

Коэффициент Шези обычно определяют в виде эмпирической функции, учитывающей характер границ канала и масштаб потока. Для этого широко используется формула Маннинга

$$C=(1.49)R^{2/3} \quad (2.138)$$

Коэффициент n (называемый просто коэффициентом Маннинга)) учитывает характер поверхности границ канала, который эквивалентен шероховатости стенок [5] стр.203. i -уклон свободной поверхности, который является и уклоном дна для полностью развитого равномерного течения в канал, а гидродинамическим уклоном напорного движения жидкости в водоводах.

$$R=\omega/\chi \quad (2.139)$$

R - средний гидравлический радиус (ω -живое сечение водовода, χ -смоченный периметр) или линейный масштаб потока [5] стр.202.

А.Дж. Рейнольдс [5] пишет, что «случайный выбор линейного масштаба потока не приведёт к существенным дополнительным погрешностям».

НИЖЕ АВТОРАМЫ ПРИВЕДЕНО НЕКОТОРЫЕ ПРИМЕРЫ, КОТОРЫЕ ДАЁТ ВОЗМОЖНОСТЬ НАГЛЯДНО УБЕДИТЬСЯ НАСКОЛЬКО ФОРМУЛА ШЕЗИ НУЖДАЕТСЯ В МОДЕРНИЗАЦИИ

Пример 1: На рис. 1.20 данно открытый каналы:

1) равносностороннего треугольной формы живого сечения открыты канал, у которого длина откосов и ширина зеркала равна a (см рис. 1.20 а), и

2) прямоугольный открыты канал у которого глубина наполненные водой равен $k_1 a$ и ширина дна канала равна $k_2 a$.

Надо найти значение k_1 и k_2 , югда гидравлически радиус обюх открытых каналов будет идентичными

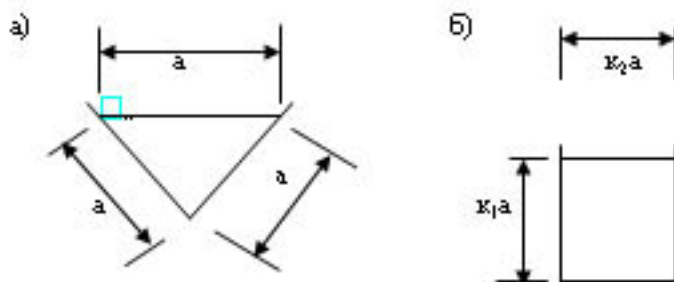


Рис.2.20

6

Рис. 2.20 а

Решение: Напишем равенство площадей живых сечений равносностороннего треугольного открытого канала и прямоугольного

$$a^2\sqrt{3}/4 = k_1 k_2 a^2$$

или
(2.140)

$$3^{4,5} \Delta = k_1 k_2$$

Найдем равенство суммарного периметра для обоех открытых каналов

$$2a = 2k_1 a + k_2 a$$

или

$$(2.141) \quad k_2 = 2(1 - k_1)$$

Из уравнения (2.140) и (2.141) определим k_1 и k_2 получим

$$K_1 = 0,784 \text{ и } K_2 = 0,555$$

Окончательно получим, что для обоех открытых каналов гидравлически радиус равен $R = 0,21a$.

а) Для ламинарного режима

Проверим пропускную способность обоех открытых каналов, сперва для ламинарного режима движения жидкости, когда i - уклон дна канала и кинематически вязкость жидкости известны. Согласно формулы (6) пропускная способность открытых каналов зависит только от I_{0o} - момента инерции при кручении для живог сечения открытого канала [28]

$$(2.142) \quad Q = (g^{1/3}) I_{0o}$$

Момент инерции при кручении для равностороннего треугольника равно [7]

$$I_{\Delta_0} = (3^{1/2}/80)a^4 \quad (2.143)$$

Момент инерции при кручении для прямоугольного открытого канала равно [7]

$$(2.144)$$

$$J_{\Delta_0} = \beta hb^4$$

Где $h=0,555a$; $b=0,784a$; $b/a=0,784a/0,555a=1,41$; из таблицы [7], находим $\beta=0,194$.

$$(2.20)$$

$$J_{\Delta_0} = 0,194 \cdot 0,555a(0,784a)^4 = 0,0518a^4$$

Таким образом пропускной способности прямоугольного открытого канала увеличивается на 58% чем равностороннего треугольного открытого канала.

б) Для турбулентного режима.

Проверим пропускной способности обонк открыток каналов для турбулентного режима при автомодельной области, когда сопротивление λ не будет зависеть от относительной шероховатости Δ/i_{Δ_0} где Δ - абсолютная высота шероховатости, а $i_{\Delta_0} = (I_{\Delta_0}/\omega)^{1/3}$ **радиус инерции при кручении**. Средняя скорость потока для автомодельной области определят по формуле [42].

$$(2.145) \quad V = 29 \left(\frac{g i_{\Delta_0}^3}{\nu} \right)^{1/3}$$

Допустим, что уклон дна открытого канала обонк каналов индетична, тогда пропускной способность открытых каналов будет зависеть от $\lambda_1^{4,5}$

Радиус инерции при кручении для равностороннего треугольника равен

$$\lambda_1 = (J_1 / \omega)^{0,5} = a(1,20)^{0,5} = 0,22a \quad (2.146)$$

Радиус инерции при кручении для прямоугольного открытого канала равно

$$\lambda_1 = (\beta)^{0,5} 0,784a = 0,345a \quad (2.147)$$

Таким образом пропускной способность прямоугольного открытого канала больше на 25% чем равностороннего треугольного открытого канала.

«В гидравлике открытые потоки принято разделить на спокойные докритические (при $F_1 = U^2 / gh < 1$) и бурные - сверхкритические (при $F_1 > 1$). Однако переход через критическое значение число Фруда ($F_1 = 1$) зачастую не вызывает изменения структуры потока, гидравлических сопротивлений и распределения скоростей» [108] стр. 6.

Известно, что число Фруда, который принята в данный момент в гидравлике не учитывает когерентность потока.

Кроме этого силы поверхностного натяжения т.е. число Вебера, число Бонда, пульсации потока на поверхности потока. Эти выше перечисленные силы приводят к локальным искривлениям свободной

поверхности, вызывают аэрацию, образование катящихся волн и другие сопутствующие явления, что сопровождается действием дополнительных сил гравитации, поверхностного натяжения, сил аэродинамического сопротивления.

Дифференциальное уравнение неравномерного движения жидкости в призматическом руслаке имеет такой вид [108] стр.128

$$dh/dl = (J_0 - Q^2/K^4)(1-F) \quad (2.148)$$

где число Фруда F , получено так

$$\alpha Q^2 B / g \omega^3 = \alpha Q^2 B / g \omega^3 \omega = \alpha V^2 / g h_{\omega} = F, \quad (2.149)$$

где $h_{\omega} = \omega / B$

$$(2.150)$$

Можно привести уми много примеров живого сечения потока у которого ширина будет одно и тоже. А также глубина и гидравлически радиус. Получаем что критическая число Фруда уник будет одно и тоже..

Авторами теоретически было получено для равномерного ламинарного движения жидкости в открытых каналах

$$J = F_c' / R_c' \quad (2.151)$$

Где F_c' - число Фруда $F_c' = V^2 / g i_{\omega}$

R_c' - число Рейнольдса $R_c' = V i_{\omega} / \nu$

Надо отметить, что при бурном потоке силы сцепления к дну отпадает и гидродинамически уклон i зависит только от число Фруда. Авторами было получена формула

$$V = 29 \sqrt{g i i_{\omega}} \quad (2.152)$$

Откуда получим $i/F' = 1/841 = 0,0012$
(2.153)

Таким образом, при равномерном течении (больших числах Рейнольдса) параметр потока определяется уклоном канала, числом Фруда и коэффициентом гидравлического сопротивления

$$i/F' = \lambda \quad \lambda = 0,0012$$

(2.154)

Авторамы в главе 1 П.21.1 стр.132 было получено формула (1.310) для определения средней скорости при больших числах Рейнольдса для напорного движения

$$V = 20 \left(\frac{g i_0}{\nu} \right)^{0,5}$$

(2.155)

Если сравнить эту формулу (2.155) с формулой (2.152) (для безнапорного движения). Получим, что при одинаковых условиях пропускная способность безнапорного движения окажется на 45% больше.

§ 2.13 ГИДРАВЛИЧЕСКИ НАИВЫГОДНЕЙШИЙ ПОПЕРЕЧНЫЙ ПРОФИЛЬ ПРИ БЕЗНАПОРНОМ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ ДЛЯ ЛАМИНАРНОГО РЕЖИМА

В РАБОТЕ [28] была получена обобщенная формула для определения расхода потока при безнапорном ламинарном режиме движения жидкости с помощью гидродинамической аналогии с кручением призматического бруса [7] с использованием метода акад. Е. А. Чарного [78]

$$Q=(gi/v)I_{\omega} \quad (2.156)$$

Если разделим левую и правую часть формулы (2.156) на ω и внесем обозначение

$$J_{\theta}=I_{\omega}k\omega \quad (2.157)$$

То получим

$$Qk\omega^2=(gi/v)J_{\theta} \quad (2.158)$$

Где Q - расход потока, i -уклон дна открытого канала, v -кинематическая вязкость жидкости, I_{ω} -момент инерции при кручении-параметр югеретности потока.

Из теории упругости [51] известно, что при подборе сечений по жесткости в качестве критерия экономичности профиля может служить безразмерная величина

$$J_{\theta}=I_{\omega}k\omega^2 \quad (2.159)$$

Которую называют удельным крущимом моментом инерции или удельной геометрической характеристикой крутильной жесткости [51].

Если сравнить формулы (2.157) и (2.159) они идентичны.

Таким образом инженеры-проектировщики гидротехнических сооружений могут воспользоваться таблицей [51] с.110, для выбора гидравлически наилучшего поперечного профиля безнапорного движения жидкости для ламинарного режима.

Таблица 2.8 (см. [51] с.110 Таблица)

ТИП СЕЧЕНИЯ	J_0
ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ ПРИ $a/b=10$	0,031
То же $a/b=2$	0,115
КВАДРАТ	0,140
ПОЛУКРУГ	0,318
РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК $h/b=0,5$	0,066
ТО ЖЕ ПРИ $h/b=1,0$	0,135
ТО ЖЕ ПРИ $h/b=2,0$	0,265
РАВНОСТОРОННИЙ ТРЕУГОЛЬНИК	0,265
ПОЛУЭЛИПС ПРИ $a/b=2$	0,128
КРУГЛОЕ СЕЧЕНИЕ С ЛИСКОЙ ¹	

ПРИМЕЧАНИЕ 1- $J_0 = d^3/16(2,6 \cdot h/d - 1)$ $\omega^2 = 1/16 [d^2 - c(d-2h)]^2$

§2.14 КРАТКИЙ ОБЗОР ГИДРАВЛИЧЕСКИ НАИВЫГОДНЕЙШЕЕ СЕЧЕНИЕ КАНАЛОВ БЕЗ УЧЕТА КОГЕРЕТНОСТИ ПОТОКА

Гидравлически «наилучшее» сечение каналов без учета когерентности потока называют такое сечение канала, для которого при данном расходе Q и уклоне i получается наименьшая площадь живого сечения ω или, что то же, наибольшая скорость V .

После простого преобразование формулу Шези можно написать в таком виде

$$V^2 = k \cdot R^2 \cdot J^2 = k (\omega^2 / \chi^2) \cdot J^2 \quad (2.160)$$

Из формулы Шези (где не учтена когерентность потока) средняя максимальная скорость получим когда значение χ будет минимальным.

Пример:

а) ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ (см. рис.2.21)

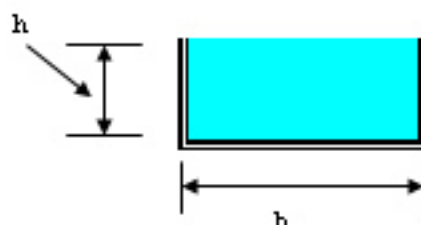


Рис. 2.21

$$\omega = b \cdot h; \quad \chi = b + 2h = b + 2(\omega/b);$$

$$d\chi = 1 - 2(\omega/b^2) = 1 - 2(bh/b^2) = 0;$$

$$b = 2h \quad (2.161)$$

Гидравлически невыгоднейшим сечением для прямоугольного сечения считается, когда ширина канала в два раза больше чем глубина потока (по формуле ШЕЗИ), который не учитывает когерентность потока. С УЧЕТОМ КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА для ламинарного режима вторым получено, что квадратное сечение считается невыгоднейшим (см. ТАБЛИЦУ 2.8)

6) Трапеция (рис. 2.22)

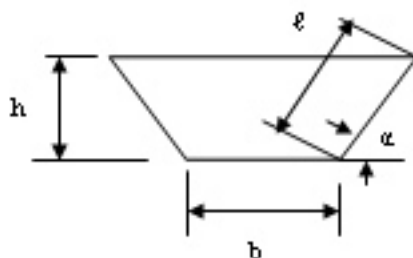


Рис. 2.22

$$\begin{aligned} l &= h/\sin\alpha; & \omega &= (b+h \cdot \cot\alpha)h; & \text{отсюда} & & \text{получим} \\ b &= \omega/h - h \cot\alpha; & \gamma &= b + 2h/\sin\alpha = \omega/h + \cot\alpha + 2h/\sin\alpha; \end{aligned}$$

$$d\gamma/dh = -\omega/h^2 - \cot\alpha + 2/\sin\alpha = 0;$$

ВНЕСЕМ ЗНАЧЕНИЯ ω

$$-b/h - \cot\alpha - \cot\alpha + 2h/\sin\alpha = 0$$

$$-b/2h = 1/\sin - \cot\alpha = (1 - \cos\alpha) / \sin\alpha = \operatorname{tg} \alpha/2$$

$$b = 2h \cdot \operatorname{tg} \alpha/2.$$

(2.162)

На рис. 2.23 Дано в трапеции вписанный полукруг

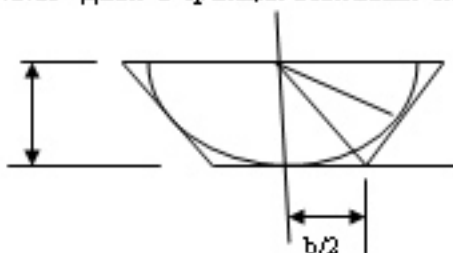


Рис. 2.23

$b/2 = h \operatorname{tg} \alpha / 2$; отсюда получим $b = 2h \operatorname{tg} \alpha / 2$

Когда $\alpha = 90^\circ$ т.е. для прямоугольного сечения $b = 2h$

На рис. 2.23 Дано оптимальный наклон откоса трапециевидального канала



Рис. 2.24

$$\chi = 4h \operatorname{tg} \alpha / 2 + 2h \cot \alpha = \min; \quad 2 \operatorname{tg} \alpha / 2 + \cot \alpha = \min;$$

$$\cos \alpha / 2 = \sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha); \quad \alpha / 2 = 90^\circ - \alpha; \quad \alpha = (2/3) 90^\circ = 60^\circ$$

В литературе [105] стр. 122 исследовано трапециевидальный канал несметренного сечения. Профессор М. А. Мастков (см. [106]

стр. 399) исследован экономические типы открытых каналов гидроэлектростанции. Методика проектирования гидравлически наилучших сечений каналов (канал) для отвода поверхностных вод от насыпей железных дорог разработана Г. М. Шахуняндом [107].

Все выше перечисленные исследования не учитывают когерентность потока.

§2.15 ГИДРАВЛИЧЕСКИ НАИВЫГОДНЕЙШИЙ ПОПЕРЕЧНЫЙ ПРОФИЛЬ ЖИВОГО СЕЧЕНИЯ ПРИ БОЛЬШИХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА ДЛЯ БЕЗНАПОРНОГО ТУРБУЛЕНТНОГО РЕЖИМА ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

В работе [42] была получена обобщенная формула для определения средней скорости потока при больших числах Рейнольдса в открытых каналах

$$V=40(gi i_*)^{0,5}$$

$$V^2 = 1600 gi i_* \quad (2.163)$$

$$V^2/\omega = 1600gi (I_*^{0,5}/\omega) \quad (2.164)$$

Если разделим левую и правую часть формулы (2.163) на $\omega^{0,5}$ и внесем обозначение

$$J_* = I_*^{0,5}/\omega \quad (2.165)$$

Получим

$$V^2/\omega = 1600gi J_*^2$$

Таблица 2.9

ТИП СЕЧЕНИЯ	J_{ϕ}
ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ ПРИ $a/b=10$	0,176
ТО ЖЕ ПРИ $a/b=2$	0,338
КВАДРАТ	0,375
ПОЛУКРУГ	0,560
ПОЛУЭЛЛИПС ПРИ $a/b=2$	0,500
РАВНОСТОРОННИЙ ТРЕУГОЛЬНИК	0,340
ТРАПЕЦИЯ ПРИ НАКЛОНЕ ОТКОСА $\alpha=60^{\circ}$	0,320

Таким образом, при подборе формы живого сечения в открытых каналах критерия экономичного профиля может служить безразмерная величина J_{ϕ} (см. таблицу 2.9).

В таблице 2.9 приведены значения J_{ϕ} для некоторых наиболее распространенных сечений.

210

В заключенный I и II главы можно смело повторить слова академика Алексей Липанова « Нам удалось создать математическую модель турбулентности- решить проблему, считавшуюся на протяжении столетия неразрешимой, так как процесс турбулентности считался случайным.»

ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ИЗ
ОТВЕРСТИЙ И
НАСАДКОВ

§3.1 ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ИЗ ОТВЕРСТИЯ В
ТОНКОЙ ПЛОСКОЙ СТЕНКЕ ПРИ
ПОСТОЯННОМ НАПОРЕ

Истечение жидкости из отверстий—одна из основных задач гидравлики, основная точка ее научного развития. Над решением этой задачи издавна, с XVII в. работали выдающиеся ученые и инженеры. Следует отметить, что основное уравнение гидравлики—уравнение Бернулли—было получено именно в результате одного из подобных решений.

Различают истечение при постоянном и переменном напоре. Истечение при переменном напоре относится к области неустановившегося движения жидкости. Истечение может быть через малое отверстие в тонкой стенке, или насадок, и через большое отверстие. Чтобы получить истечение через отверстие в тонкой стенке, необходимо, чтобы оно имело по всему периметру острую кромку. Толщина стенки не влияет на форму струй и расхода.

Малым отверстием называют такое отверстие, для всех точек сечения которого, напор может быть принят практически одинаковым и равным напору в центре тяжести сечения отверстия. При таком допущении считают одинаковыми также и скорости движения жидких частиц в сечении. В ЭТОМ СЛУЧАЕ НАПОР H (рис. 3.1) должен быть значительно больше высоты отверстия ($H \gg d$).

Большим отверстием называют такое отверстие, вертикальный размер которого соизмерим с напором.

В этом случае напоры и скорости истечения в разных точках по высоте сечения отверстия не могут быть одинаковыми. При истечении через отверстие частицы жидкости вблизи отверстия и в самом отверстии движется по криволинейным траекториям, что вызывает уменьшение площади поперечного сечения струи за отверстием.

Это явление называется сжатием струи. По мере удаления от плоскости отверстия кривизна траекторий уменьшается, и на расстоянии, примерно равном $0,5d$ (см. рис. 3.1) траектории движения становятся параллельными (в сечении с-с).

Ближайшее к отверстию наименьшее живое сечение струи, в котором движение жидкости можно рассматривать плоско изменя

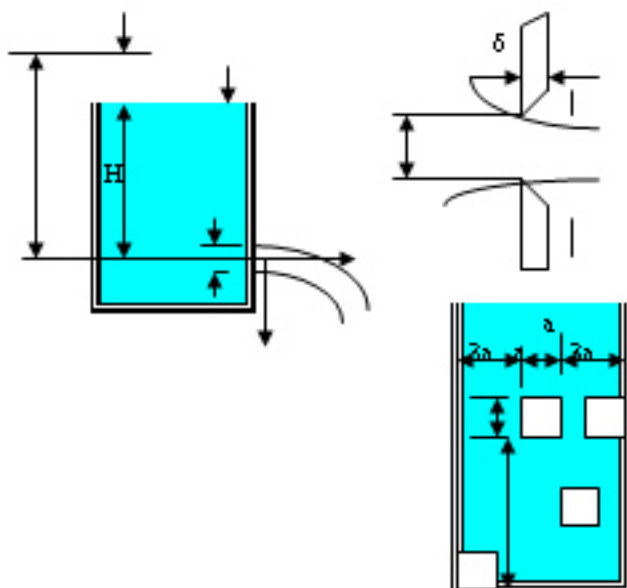


Рис. 3.1 Расположение отверстий в стенке бака (см. Приложение XII стр. 295)

вспереди, называется сжатым сечением струи. Давление по всему поперечному сечению струи равно давлению в окружающей струю среде. Безразмерная величина ε , равная отношению площади сжатого сечения струи ω_c к площади отверстия ω , называется коэффициентом сжатия струи ($\varepsilon = \omega_c / \omega$).

В зависимости от расположения отверстия в стенке резервуара (рис.3.1) различают истечение с полным сжатием: струя по всему периметру отверстий 1 и 2 испытывает сжатие; истечение с неполным сжатием (отверстия 3 и 4); истечение с совершенным сжатием струи: отверстие расположено на таком расстоянии от боковых стенок и дна резервуара, что они не влияют на характер сжатия струи, для чего должны выполняться условия $a > 3a$ и $b > 3b$; истечения с несовершенным сжатием струи - не выполняются оба предыдущих условия или одно из них.

Задача об истечении сводится к определению скорости истечения и расхода вытекающей жидкости. Наиболее просто и точно она решается в случае, когда напор одинаков по всему поперечному сечению отверстия.

Рассмотрим удовлетворяющий этому требованию случай истечения жидкости из горизонтального отверстия в дне сосуда (так называемое донное отверстие, рис.3.2). Пусть в общем случае давление на свободной поверхности жидкости в сосуде от атмосферного и равно p_1 и p . Будем считать также, что в сосуд все время поступает такое количество жидкости, какое из него вытекает через отверстие, т.е. ПРИМЕМ, что уровень жидкости в сосуде поддерживается постоянным и, следовательно сделаем предположение, что отверстие достаточно глубоко погружено под свободной поверхностью, которая вследствие этого может считаться горизонтальной, и значительно удалено боковых стенок, не оказывающих ввиду этого никакого влияния на условия истечения.

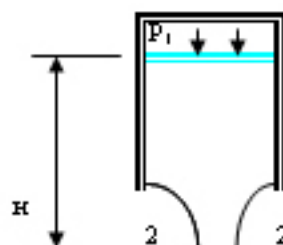


Рис. 3.2.

(см. Приложение XII стр. 295)

Рассматривая сначала истечение идеальной жидкости, составим уравнение Бернулли для двух сечений: сечения 1-1 на свободной поверхности жидкости в сосуде и сечения 2-2 по отверстию. Площади сечений соответственно обозначим F и f .

Имеем

$$H + P_1 / \rho g + V_1^2 / 2g = P_2 / \rho g + V_2^2 / 2g.$$

Где V_1 и V_2 - средние скорости движения жидкости в указанных сечениях. Уравнение постоянства расхода для тех же сечений дает

$$Q = V_1 F = V_2 f,$$

Откуда

$$V_1 = V_2 f / F.$$

Подставим это значение предыдущее уравнение, получим:

$$H + P_1 / \rho g + (V_2^2 / 2g) (f/F)^2 = P_2 / \rho g + V_2^2 / 2g.$$

Или

$$H + P_1 / \rho g - P_2 / \rho g = (V_2^2 / 2g) [1 - (f/F)^2].$$

Отсюда

$$V_1 = V_2 = \sqrt{\{ 2g [H + (P_1 / \rho g) - (P_2 / \rho g)] \} / [1 - (f/F)^2]}. \quad (3.1)$$

Здесь и далее V_2 обозначена V_T - скорость теоретическая.

Практически площадь F бывает значительно больше площади f , поэтому в большинстве случаев величиной $(f/F)^2$ можно пренебречь (что равносильно пренебрежению скоростью V_1 - так называемой скоростью подхода, меньшей по сравнению со скоростью истечения V_T). Тогда

$$V_T = \sqrt{2g(H+P_1 + \phi g \cdot P / \rho g)} \quad (3.2)$$

В частном случае, когда $P_1 = P = P_{\text{атм}}$ (сосуд открыт и истечение происходит в атмосферу),

$$V_T = \sqrt{2gH} \quad (3.3)$$

Выражение (3.3) НОСИТ НАЗВАНИЕ ФОРМУЛЫ ТОРИЧЕЛИ по имени выдающегося итальянского физика. Торичелли формулу (3.3) дал в виде $V_T = k\sqrt{2gH}$, где k - некоторый коэффициент, которым Торичелли не интересовался. Значение $k = \sqrt{2g}$ в формуле (3.3) было введено значительно позже.

Зная скорость истечения, легко определить расход жидкости

$$Q = V_T f \quad (3.4)$$

Для решения практических задач требуется введение соответствующих коэффициентов.

$$Q = \mu_0 \sqrt{2gH} \quad (3.5)$$

Где

$$\mu_0 = \xi \phi \quad (3.6)$$

причем здесь μ_0 называется коэффициентом расхода отверстия. Этот КОЭФФИЦИЕНТ УЧИТЫВАЕТ И ПОТЕРИ НАПОРА h_v и степень сжатия струи, выходящей из отверстия.

Как видно, при рассмотрении истечения жидкости из отверстия были введены четыре новых коэффициента: сжатия ξ ; сопротивления ζ ; скорости ϕ ; расхода отверстия μ_0 . **НЕ УЧТЕНО КОГЕРЕНТНОСТЬ ПОТОКА.**

§3.2 ПРИМЕНЕНИЕ ПАРАМЕТРА КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ПРИ КРУЧЕНИИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАСХОДА ПРИ ИСТЕЧЕНИИ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ ОТВЕРСТИЕ С ТОНКОЙ СТЕНКОЙ

Для получения формулы расчета расхода стабилизированного турбулентного течения через отверстия с постоянным напором с учетом когерентности потока пользуемся методом показателей Рейля [41].

Как известно, использование соображений размерностей и подобия оказывается плодотворным, т.е. приводит к простым формулам, легко сопоставляемым с имеющимися экспериментальными данными лишь в случае, когда число физических и геометрических параметров, определяющих течение, является достаточно малым. Поэтому ниже мы уделим основное внимание случаю истечения жидкости при постоянном напоре через отверстия с тонкой стенкой произвольной формы поперечного сечения.

При достаточном большом напоре H (расстояние от центра тяжести отверстия до поверхности воды) можно предположить, что вязкость и поверхностное натяжение не являются существенными величинами. Наличие свободной поверхности указывает на несущественную роль изменения давления и на явно определяющую роль сил тяжести g . При разной форме отверстия возникает вторичное течение, что хорошо определяется моментом инерции при кручении [4], когда хотим определить объемный расход вытекающей из этого отверстия жидкости.

Таким образом, можем заключить, что расход Q зависит лишь от напора H , силы тяжести, которую можно охарактеризовать ускорением силы тяжести g и моментом инерции при кручении для отверстия I_0 ([4] с.176).

Математически это сводится к записи

$$Q = f(g, H, I_0) \quad (3.7)$$

Можно показать, что любое однородное по размерности уравнение, имеющее форму уравнения (3.7), должно быть таковым, чтобы размерность зависимой переменной (в данном случае Q) равнялась безразмерному коэффициенту, умноженному на произведение размерностей каждой из независимых переменных, возведенных в некоторые неопределенные степени.

Таким образом, имеем:

$$[Q]=K[g]^a \cdot [I_0]^b [H]^c. \quad (3.8)$$

Подставляя теперь уравнение (3.8) размерности входящих в него величин, получим:

$$[L]^3/[T]=K([L]/[T])^a \cdot (L)^b \cdot [L]^c. \quad (3.9)$$

Приравняв показатели степени при [L] и [T] в левой и правой частях уравнения (3.9), ПОЛУЧИМ ДВА УРАВНЕНИЯ С ТРЕМЯ НЕИЗВЕСТНЫМИ:

$$\begin{aligned} [L] & 3=a+4b+c \\ [T] & -1=-2a \end{aligned} \quad (3.10)$$

Найти отсюда конкретное решение для каждого из неизвестных показателей невозможно, поэтому следует выразить два из них через третий, т.е.

$$a=1/2; \quad b=(2.5-c)/4. \quad (3.11)$$

Подставляя эти величины a, b и c в уравнение (3.3) получим:

$$Q=K \cdot g^{0.5} \cdot I_0^{(2.5-c)/4} \cdot H^c. \quad (3.12)$$

Многочисленными опытами доказано, что расход жидкости, вытекающей из отверстия, зависит от напора $H^{0.5}$, таким образом $c=0.5$.

Учитывая вышесказанное, получим

$$Q=K\sqrt{g \cdot H \cdot I_0}. \quad (3.13)$$

Для определения коэффициента пропорциональности K воспользуемся эмпирической формулой расхода, которая дана в учебниках гидравлики [9]

$$Q=\mu_0 \sqrt{2gH}, \quad (3.14)$$

Где μ_0 - коэффициент расхода для тонкостенного прямоугольного отверстия, дается в таблице 3.1 и 3.2.

Из формул (3.13) и (3.14) определим коэффициент пропорциональности K

$$K=(\mu_0 \sqrt{2})/\sqrt{I_0} \quad (3.15)$$

или

$$K=\mu \sqrt{2/I_0}$$

где

$$I_k = \sqrt{I_0} / \omega$$

Таблица 3.1

ab	0	0,5	1	1,5	2
μ	0,673	0,640	0,582	0,504	0,438
K	2,18	2,18	2,18	2,18	2,18

Таблица 3.2

Номера	H, см	W, кг	T, сек	Q, л/сек	μ	K	W _c
1	38,0	12	53,5	0,224	0,618	2,18	60
2	34,0	12	53,2	0,217	0,633	2,23	54
3	31,0	12	57,4	0,209	0,640	2,26	49
4	27,0	12	61,0	0,196	0,645	2,28	43
5	19,0	12	70,0	0,171	0,665	2,34	30
6	14,5	12	82,5	0,145	0,668	2,35	23
7	11,3	12	91,0	0,132	0,672	2,37	18
8	8,0	12	109,0	0,111	0,680	2,38	12,7

Из таблицы 3.1 видно, что при изменении соотношения сторон ab для прямоугольного тонкостенного отверстия коэффициент расхода μ меняется в больших пределах, при этом коэффициент пропорциональности K ОСТАЕТСЯ ПОСТОЯННЫМ K=2,18.

Надо отметить, что коэффициент пропорциональности K для других форм отверстий был тоже равен 2,18.

Для определения начала автомодельной области при определении коэффициента пропорциональности K воспользуемся опытными данными В. Р. Ломаса и А. Ж. Сеули (см. таблицу 3.2) Опыты были проделаны в Технологическом институте Бельтона США (см. [116], с.64). Из цилиндрического бака при постоянном напоре из круглого тонкостенного отверстия $d=13$ мм вытекала вода. Напор менялся от 8 до 40см. Из таблицы 3.2 видно, что когда число Вебера равно 60, надо ожидать, что влияние силы поверхностного натяжения незначительно по сравнению с гравитационными силами и коэффициент пропорциональности K=2,18. Значение коэффициента пропорциональности K=2,18 справедлива для полного смачива.

§3.3 ГИДРАВЛИЧЕСКИ НАИВЫГОДНЕЙШИЙ ПОПЕРЕЧНЫЙ ПРОФИЛЬ ОТВЕРСТИИ ПРИ ИСТЕЧЕНИИ ЖИДКОСТИ ПОСТОЯННЫМ НАПОРОМ ИЗ ТОНКОЙ ПЛОСКОЙ СТЕНКИ

Применение оптимизационных методов к расчету параметров гидротехнических сооружений имеет наиболее давнюю историю в связи с традиционным использованием экономического критерия при выборе лучшей конструкции и относительно простой формулировке задачи для одного или нескольких аргументов.

При исследовании вопроса о расчете оптимальных параметров гидротехнических сооружений не была учтена когерентность потока.

В §3.2 авторами было получено обобщенная формула (3.13) для определения расхода при истечении жидкости из отверстия в тонкой плоской стенке при постоянном напоре:

$$Q = KN \sqrt{g \cdot H \cdot I_{\omega}} \quad (3.16)$$

Где H - расстояние от центра тяжести отверстия до поверхности воды, I_{ω} - момент инерции при кручении, параметр когерентности потока.

Если разделить левую и правую часть формулы (3.16) на ω и внесем обозначение

$$\hat{I}_{\omega} = \sqrt{I_{\omega} / \omega} \quad (3.17)$$

получим

$$V = KN \sqrt{g \cdot H \cdot \hat{I}_{\omega}} \quad (3.18)$$

Где $KN \sqrt{gH} = \text{Const} \quad (3.19)$

Таким образом получим, что средняя скорость потока при истечении жидкости из отверстия в тонкой плоской стенке при постоянном напоре прямо пропорционально квадратичному корню из удельного крутящего момента инерции, т.е. для определения рациональной формы сечения отверстия можем пользоваться таблицей №3

Таблица 3.3

ТИП СЕЧЕНИЯ	γ_0
ПРЯМОУГОЛЬНОЕ СЕЧЕНИЕ ПРИ a/b	0,176
ТО ЖЕ $a/b=2$	0,338
КВАДРАТ	0,375
КРУГЛОЕ	0,400
КРУГЛОЕ КОЛЬЦО ПРИ $c=d/D=0,5$	0,514
КРУГЛОЕ КОЛЬЦО ПРИ $c=0,9$	1,230
ШВЕДЛЕР	0,1-0,105
ДВУТАВР	0,095-0,123
РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК $h/b=0,6$	0,258
ТО ЖЕ $h/b=1,0$	0,365
ТО ЖЕ $h/b=2,0$	0,515

§ 3.4 ГИДРАВЛИЧЕСКИ НАИВЫГОДНЕЙШИЙ ПОПЕРЕЧНЫЙ ПРОФИЛЬ ОТВЕРСТИЙ ДЛЯ РЕАКТИВНОЙ СИЛЫ R ПРИ ИСТЕЧЕНИИ ЖИДКОСТИ ИЗ ОТВЕРСТИЯ В ТОНКОЙ СТЕНКЕ

Известно, что реактивную силу R при истечении жидкости с постоянным напором можно определить по формуле

$$R = \rho \cdot Q \cdot V, \quad (3.20)$$

Где ρ -плотность жидкости, Q-расход потока, который определяем по формуле (3.16)

$$Q = K \sqrt{g \cdot H} \cdot I_0. \quad (3.21)$$

V-средняя скорость потока вытекающей из отверстия определяем по формуле (3.18)

$$V = K \sqrt{g \cdot H} \cdot (\sqrt{I_0} / \omega) \quad (3.22)$$

Разделив левую и правую часть формулы (3.20) на ω получим

$$R/\omega = \rho \cdot (Q/\omega) \cdot V = \rho \cdot V^2. \quad (3.23)$$

Подставляя в формулу (3.20) значение V (см. фор.3.22) получим

$$R/\omega = A \cdot J_{\Phi} \quad (3.24)$$

Где

$$A = \rho K^2 g H = \text{Const}, \quad (3.25)$$

$$J_{\Phi} = I_{xy} / \omega^2 \quad (3.26)$$

Для определения параметра J_{Φ} дается таблица 3.4

Если форма отверстия отличается от круглой, то при удалении от отверстия происходит изменение сечения струи, называемое инверсией струи. Наиболее ярко это явление проявляется при истечении через отверстия полигональной формы. На рис. 3.3 показаны несколько примеров, характеризующих инверсию струи.

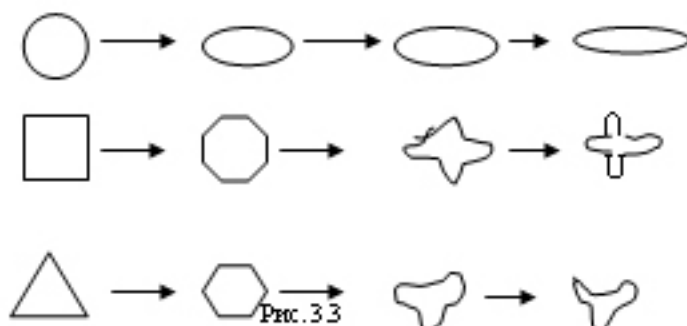


Рис. 3.3

Объясняется это интересное и зрелищно красивое явление совместным действием поверхностного натяжения и вторичными течениями которые возникают у некруглого сечения отверстий

Таблица 3.4

ТИП СЕЧЕНИЯ	J_0
ПРЯМОУГОЛЬНОЕ СЕЧЕНИЕ ПРИ $a/b=10$	0,031
ТО ЖЕ $a/b=2$	0,115
КВАДРАТ	0,140
КРУГЛОЕ	0,160
КРУГЛОЕ КОЛЬЦО ПРИ $C=d/D=0,5$	0,264
ТО ЖЕ $C=0,9$	1,520
ШВЕЛЕР	0,010-0,011
ДВУТАВР	0,009-0,013
РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРУГОЛЬНИК $h/b=0,5$	0,0665
ТО ЖЕ $h/b=1,0$	0,113
ТО ЖЕ $h/b=2,0$	0,265

§ 3.5 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТИ РАСХОДА С УЧЕТОМ КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА

Коэффициент пропорциональности расхода K наиболее легко определяется по опытным данным. Зная напор H и момент инерции при кручении живого сечения отверстий I_0 , после определения объемным способом расхода Q , находят коэффициент расхода K из (3.13)

$$K = Q / \sqrt{g \cdot H \cdot I_0} \quad (3.27)$$

Опытами разных авторов (см. § 3.2 и таблицу 3.1, 3.2) было показано что коэффициент пропорциональности остается постоянным для автомодельной зоны, когда число Вебера больше 60 (см. таблицу 3.2) $K=2.18$. Число Вебера связано с учетом когерентности потока

$$W_c = \rho v^2 i_0 / \sigma \quad (3.28)$$

Где i_0 - радиус инерции при кручении, параметр когерентности потока

$$i_0 = (I_0 / \omega)^{0.5} \quad (3.29)$$

ω -площадь отверстия, ρ -плотность жидкости, σ -коэффициент поверхностного натяжения $\sigma=72 \text{ дин/см}$, V -средняя скорость при истечении жидкости из отверстий.

В речной гидравлике встречается такие сложные живые сечения потока, что параметр когерентности потока - момент инерции при кручении не данно.

Классическим примером этого является речной поток при выводе его из основного русла на пойму (см.рис.3.4)



Рис. 3.4

В таких случаях характеристикой течения-момента инерции при кручении может быть использовано прибор (см. рис. 3.4) и формула (3.13)

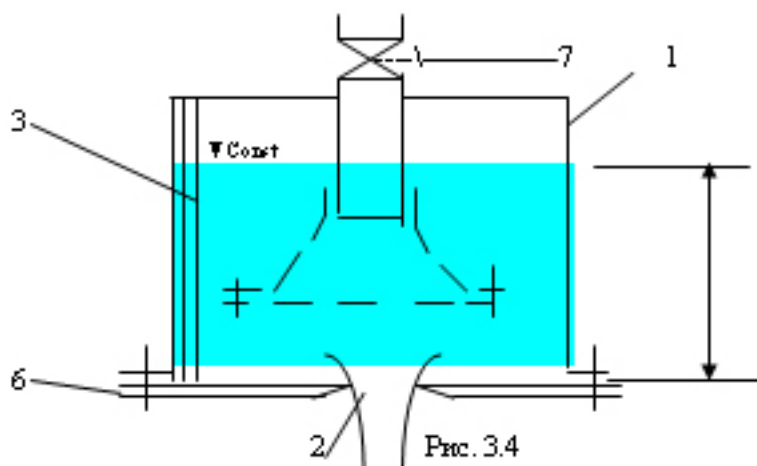
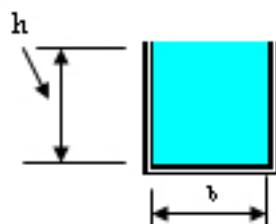


Рис. 3.4



$$Q = W/T = a \cdot b \cdot h/T$$

Рис. 3.5

Прибор (см. Рис.3.5) состоит из следующих элементов: 1- прозрачный цилиндрический сосуд, с hemисферич. дном 6. По середине этого дна вырезано отверстие 2, подобного живого сечения потока для которого мы хотим определить момент инерции при кручении (в уменьшенном масштабе). На стене сосуда прикреплена рейка 3 для измерения напора H . С помощью 4 трубы подаются вода, в конце которой устроена 5- успокоитель. В начале трубы смонтирован кран-7. Для регулирования подачи воды в сосуде.

Поток выходящий из отверстия попадает мерный бак. С помощью, которого определяем расход воды.

П.1 ТАРИРОВКА ПРИБОРА. На дне сосуда устраниваем отверстие, для которого момент инерции при кручении нам известно. Допустим круглую с диаметром d . Определяем момент инерции при кручении по формуле

$$I_{\text{в0}} = \pi d^4 / 32. \quad (3.30)$$

Из формулы (3.13) определяем момент инерции при кручении

$$I_{\text{в0}} = Q^2 K^2 g H. \quad (3.31)$$

С помощью прибора определяем расход Q и напор над отверстием H . Для данного расхода и напора

определяем число Вебера по формуле (3.28). Если число Вебера окажется больше 60, то тогда для такого расхода и напора по формуле (3.31) определяем момент инерции при кручении. Если момент инерции при кручении определенный по формуле (3.31) и (3.30) совпадут надо считать что прибор годен.

П.2 Определенные моменты инерции при кручении для поперечной сечении реки.

На семимном дне в уменьшенном масштабе наносим и вырезаем отверстие подобие поперечного сечения реки (см. рис. 3.6). Необходимо соблюдать полное сжатие вытекающей струи из отверстий (см. рис. 3.6)

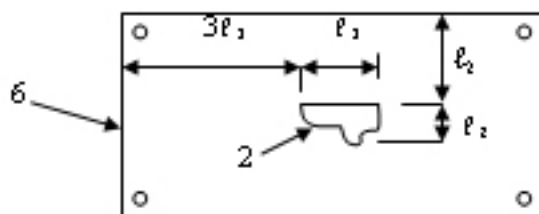


Рис. 3.6

Краном 7 регулируем подачу расхода и устанавливаем уровень поверхности воды в сосуде, который был получен при тарировке.

После установления уровня воды в сосуде определяем объемным способом расход воды Q и напор над отверстием H . Подставляя эти значения в формуле (3.13) определяем момент инерции при кручении для поперечного сечения реки.

Особый интерес представляет гидравлика речных пойм: поймы все шире и шире используются в хозяйственной деятельности человека.

Гидравлика речных пойм исследовано очень многими исследователями. Вот что пишет об этом проф. И.В. Попов: «Много неясного остается и вопросах гидравлики речного русла и поймы, исследования их должны вестись более интенсивно» [114]

Непосредственные опытные данные для малых
отверстий в тонкой стенке с полным сжатием

Т А Б Л И Ц А 3.5 (см N97 [95] с.338)

Величины коэффициентов пропорциональности расхода K
через круглые отверстия в тонкой вертикальной стенке по опытам
Hamilton'a Smith'a

$d=0,006m$

$d=0,015m$

Н м	К коэфф. расход	В число Бонда	μкоэфф. Расход	μ коэфф. расход	Ккоэфф. расход	В число Бонда
0,12	-	-	-	0,631	2,22	7,22
0,15	-	-	-	0,627	2,21	7,22
0,18	2,312	2,40	0,655	0,624	2,19	7,22
0,21	2,298	2,40	0,651	0,630	2,21	7,22
0,24	2,287	2,40	0,648	0,618	2,18	7,22
0,27	2,280	2,40	0,646	0,617	2,16	7,22
0,30	2,273	2,40	0,644	0,613	2,15	7,22
0,40	2,252	2,40	0,638	0,610	2,14	7,22
0,60	2,231	2,40	0,632	0,606	2,12	7,22
0,90	2,213	2,40	0,627	0,605	2,12	7,22
1,20	2,199	2,40	0,623	0,604	2,12	7,22
1,80	2,181	2,40	0,618	0,603	2,12	7,22
2,40	2,164	2,40	0,614	0,601	2,11	7,22
30,00	2,09	2,40	0,593	0,592	2,08	7,22

$d=0,03m$

$d=0,06m$

Н м	μ коэфф. расхода	К коэфф. цент. расхода	В ₀ число Бонда	μ Коэфф. цент. расхода	К коэфф. цент. расхода	В ₀ число Бонда
0,12	0,618	2,181	15,33	-	-	-
0,15	0,615	2,171	15,33	0,600	2,118	61,31
0,18	0,613	2,164	15,33	0,601	2,121	61,31
0,21	0,611	2,157	15,33	0,601	2,121	61,31
0,24	0,610	2,153	15,33	0,601	2,121	61,31
0,27	0,609	2,150	15,33	0,601	2,121	61,31
0,30	0,608	2,146	15,33	0,600	2,118	61,31

0,40	0,605	2,135	15,33	0,600	2,118	61,31
0,60	0,604	2,132	15,33	0,599	2,114	61,31
0,90	0,603	2,125	15,33	0,599	2,114	61,31
1,20	0,602	2,125	15,33	0,599	2,114	61,31
1,80	0,600	2,118	15,33	0,598	2,111	61,31
2,40	0,600	2,118	15,33	0,598	2,111	61,31
3,00	0,598	2,111	15,33	0,597	2,107	61,31
6,00	0,596	2,104	15,33	0,596	2,104	61,31
30,00	0,592	2,089	15,33	0,592	2,089	61,31

Продолжение таблицы 3.5

d=0,180

d=0,300

Нп напор	М коэфф ицент расхода	К коэффит ицент расхода	В ₀ число Вонца	М коэффит ицент расхода	К коэффит ицент расхода	В ₀ число ВОНЦА
0,12	-	-	-	-	-	
0,15	0,592	2,089	552	-	-	
0,18	0,593	2,093	552	-	-	
0,21	0,594	2,097	552	0,590	2,083	1533
0,24	0,594	2,097	552	0,591	2,086	1533
0,27	0,595	2,100	552	0,591	2,086	1533
0,30	0,595	2,100	552	0,591	2,086	1533
0,40	0,596	2,104	552	0,593	2,093	1533
0,60	0,597	2,107	552	0,595	2,100	1533
0,90	0,597	2,107	552	0,597	2,107	1533
1,20	0,598	2,111	552	0,596	2,104	1533
1,80	0,597	2,107	552	0,596	2,104	1533
2,40	0,596	2,104	552	0,596	2,104	1533
3,00	0,596	2,104	552	0,595	2,100	1533
6,00	0,596	2,104	552	0,594	2,097	1533
30,00	0,592	2,090	552	0,592	2,090	1533

ТАБЛИЦА 36 (см. ТАБ. 100 [95])

Величины коэффициента расхода K через квадратное отверстие $0,20\text{м} \times 0,20\text{м}$ в вертикальной стенке при полном смачивании

H м напор	μ коэфф ицен расхо	K коэфф ицен расхо	H_c м напор	W_c число Вебера	R_c число Рейнольдса	V см/с скорост ист. Пот.
0,02	0,572	0,358	0,12	22,13	1455	14,55
0,05	0,585	0,733	0,15	115,97	3319	33,33
0,10	0,592	1,113	0,20	354,60	5827	58,43
0,20	0,598	1,499	0,30	970,03	9645	96,45
0,50	0,603	1,889	0,60	3080,9	17187	171,87
1,00	0,605	2,068	1,10	6769,5	191505	254,88
1,50	0,602	2,133	1,60	10475,2	237541	316,30
2,00	0,601	2,152	2,10	13994,7	274115	365,77
3,00	0,601	2,187	3,10	21336,3	339452	452,06

§3.6 ИСТЕЧЕНИЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ МАЛОЕ ОТВЕРСТИЕ В ТОНКОЙ СТЕНКЕ В АТМОСФЕРУ С УЧЕТОМ КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОК

Для получения обобщенной формулы расчета расхода при истечении вязкой жидкости через малое отверстие произвольной формы в тонкой стенке в атмосферу пользуемся методом показателей Релея [41].

Использование соображений размерности и подобия оказывается плодотворным, т.е. приводит к простым формулам, легко сопоставляемым с имеющимися экспериментальными данными, лишь в случае, когда число физических и геометрических параметров, определяющих истечение вязкой жидкости, является достаточно малым. Поэтому, ниже мы основное внимание уделим наиболее простому случаю истечение

вязкой жидкости при постоянном напоре и однородной несжимаемой жидкости и постоянными физическими свойствами, т. е. будем считать, что плотность ρ и динамическая вязкость μ жидкости не зависят ни от координат, ни от времени.

В случае определения геометрии системы расход истечения вязкой жидкости можно охарактеризовать моментом инерции при кручении I_{θ} (см. приложение 1). По-видимому использование этого параметра объясняется возникновением в некруглых отверстиях их поперечного сечения, так называемых вторичных течений, идущих в направлении от угловой части некруглой отверстия к центру и требующих дополнительных затрат энергии.

В случае истечения вязкой жидкости характеристический истечения определяется значением динамической вязкости μ .

Истечение из отверстия порождается и поддерживается объемом весом жидкости γ и напором жидкости над отверстием H . Следовательно, оба этих эффекта-объемный вес жидкости γ и напор H , могут быть учтены одной переменной γH .

Очевидно, что расход при истечении вязкой жидкости при постоянном напоре будет зависеть от момента инерции при кручении I_{θ} , динамической вязкости μ и переменной γH .

$$Q = \varphi(\mu, \gamma H, I_{\theta}) \quad (3.32)$$

Можно показать, что любое однородное по размерности уравнение, имевшее форму уравнения (3.32), должно быть таким, чтобы размерность зависимой переменной (в данном случае Q) равнялась произведению размерностей каждой из независимых переменных, возведенных в некоторые неопределенные степени. Таким образом, согласно теореме Рейля [41].

$$[Q] = k [\mu]^a [\gamma H]^b [I_{\theta}]^c \quad (3.33)$$

где k, a, b, c - пока еще неопределенные постоянные.

Подставив в уравнение (3.33) размерности входящих в него величин, получим

$$[L]^3 / [T] = ([M] / [L]) [T]^a ([M] [L] / [L]^2 [T]^b)^c ([L])^c \quad (3.34)$$

Приравнявая показатели степени при $[L]$, $[T]$ и $[M]$ в левой и правой частях уравнения (3.33), получаем три уравнения с тремя неизвестными:

$$\begin{aligned}
 [L] & \quad 3 = -a - b + 4c \\
 [T] & \quad -1 = -a - 2b \\
 [M] & \quad 0 = a + b
 \end{aligned}
 \tag{3.35}$$

Откуда $a = -1$; $b = 1$; $c = 3/4$
 Окончательно получим

$$Q = k (\gamma H I_{\alpha_0}^{3/4}) / \mu = k (\rho g H I_{\alpha_0}^{3/4}) / \rho \nu = k (g H I_{\alpha_0}^{3/4}) / \nu \tag{3.36}$$

Где k – коэффициент пропорциональности.

Для определения коэффициента k были использованы экспериментальные данные

§3.7 ОБРАЗОВАНИЕ ВОЗДУШНОЙ ВОРОНКИ ПРИ ИСТЕЧЕНИИ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ ОТВЕРСТИЕ С УЧЕТОМ КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА

В процессе опорожнения суда через малое отверстие в его дне при некоторой величине напора на свободной поверхности жидкости образуется воронка. В случае самопроизвольного воронкообразования жидкость подводится к отверстию с накручиванием. Для определения критической глубины самопроизвольного воронкообразования (глубины, при которой наступает прорыв воздуха) предложено несколько формул. Которые можно представить в виде

$$H_{кр} / d = A (F,)^B \tag{3.38}$$

Где $F_r = V^2 / g d$ - число Фруда;
 $H_{кр}$ - критическая глубина;
 d - диаметр трубы;
 g - ускорение силы тяжести;
 V - средняя скорость в отверстии

Значения величин A и B приведены в таблице.

Таблица

Исследователи	A	B
В.И. Полизковский и Р.Г. Перельман [117]	0,50	0,275
О.М. Балдина и Ц.М. Байкина [118]	0,49	0,272
В.Е. Токарев [119]	0,40	0,285
А.К. Дрейн и др. [120]	0,47	0,250
Е.Т. Любин и Г.С. Спрингер [121]	0,63	0,200
Н.М. Беллев и Г.С. Шандоров [122]	0,42	0,275

Как видно из таблицы, формулы разных авторов различаются между собой значениями коэффициентов и показателей степени при числе Фруда. Эти различия связаны с наличием влияния сил вязкости и поверхностного натяжения, а также с тем, что экспериментальные установки разных авторов принципиально различались между собой.

А.Д. Альшгуть и А.Д. Подуфалев [123] предлагают простую формулу для первого приближения:

$$N_{KP}/d = 0,5 F_1^{0,25} \quad (3.38)$$

Которая получена в результате осреднения имеющихся опытных данных. Область применения этой формулы: $R_e > 700$ и $W_e > 1,2 \cdot 10^3$. Попытки учесть влияние свойств жидкости при определении критической глубины самопроизвольного воронкообразования были сделаны в работах [122] [124]. В результате различными авторами были предложены формулы:

Н.М. Беллевым и Г.С. Шандоровым [122]

$$N_{KP}/d = 0,42 (1 + 64/R_e) F_1^{0,275} \quad (3.39)$$

Г.Э. Одишарной и В.П. Славинским [124]

$$N_{KP}/d = 0,25 (V^2 / g d)^{0,33} (R_e / W_e)^{0,15} \quad (3.40)$$

Где $R_e = Vd/\nu$ - число РЕЙНОЛЬДСА;
 $W_e = \rho V^2 d / \sigma$ - Число Вебера;
 ν - кинематическая вязкость жидкости;
 σ - поверхностное натяжение;
 ρ - плотность жидкости.

Однако авторы последней формулы не указывают область применения предлагаемого выражения, а это представляется весьма важным, так как, по данным А.К. Джейна и др., в некоторой области, например $2,5 \cdot 10^7 < R_e < 6,5 \cdot 10^8$ и $1,2 \cdot 10^4 < W_e < 3,4 \cdot 10^6$, критическая глубина на самопроизвольного воронкообразования не зависит от R_e и W_e .

Наименьший напор, при котором образуется воронка с прорывом воздуха к донному отверстию водоприемника, может быть оценен по формуле

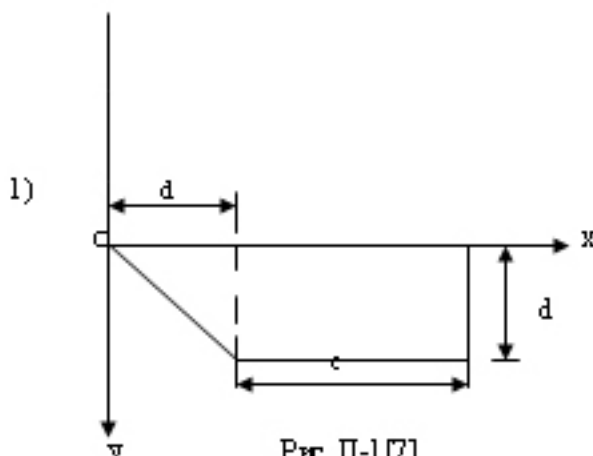
$$H_{min} = 0,5d(V_{отс}/\sqrt{gd})^{0,25} \quad (3.41)$$

а при придонном боковом водозаборе

$$H_{min} = [1 + 1,5(V_{отс}/\sqrt{gd})^{0,75}]d \quad (3.42)$$

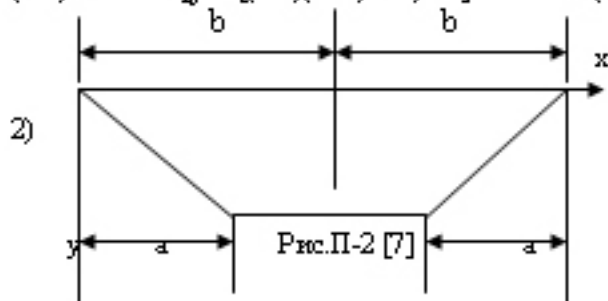
где $V_{отс}$ - скорость течения в плоскости отверстия.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1: МОМЕНТ ИНЕРЦИИ ПРИ КРУЧЕНИИ



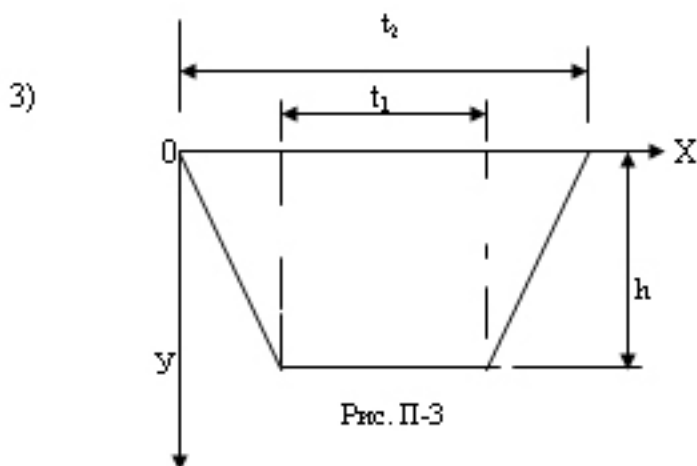
$$\begin{aligned}
 J_{\text{вп}} = & a^4 \left\{ (1/2 + (1/3)(C/a) + (4/\pi^2) \sum_{k=1,3..}^{\infty} (z_k/k^2) [1 - \text{sh } \kappa C \text{sch}(\kappa\pi/a)(a+ \right. \\
 & \left. + C)] + (2/\pi^2) \sum_{k=1,3..}^{\infty} (z_k/k^2) (1 - \text{ch } \kappa\pi) \text{sh}(\kappa\pi C/d) C \text{sch}(\kappa\pi/a)(a+C) - \right. \\
 & \left. - (16/\pi^2) \sum_{k=1,3..}^{\infty} (1/k^2) [2 \text{th}(\kappa\pi/a)(a+C) - [\text{sh}(\kappa\pi) - \text{cth}(\kappa\pi/2)]] [\text{ch}(\kappa\pi/a)(a+ \right. \\
 & \left. + C)] \right\}
 \end{aligned}$$

При $(C/a) > 2$ $J_{\text{вп}} = a^4 [(1/3)(a+C)/a - 0,409]$ (п.1)
 (п.2)



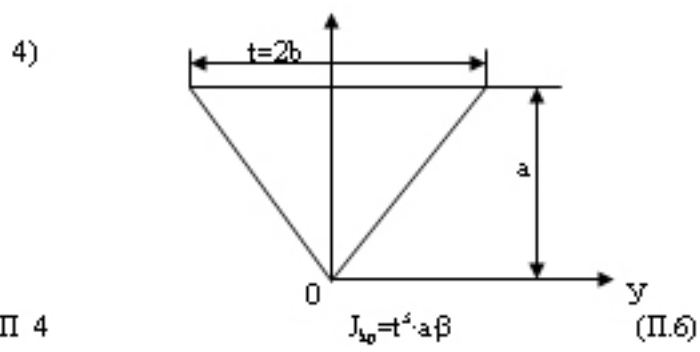
Когда $b/a > 2$ $J_{\text{вп}} = a^4 [(2/3)(b/a) - 0,6096]$ (п.3)

$$\begin{aligned}
 J_{\text{вп}} = & a^4 \left\{ ((2/3)(b/a) - 0,5 + (8/\pi^2) \sum_{k=1,3..}^{\infty} F_k/k^2 \text{sh } \kappa\pi \text{sh}(\kappa\pi/a)(b-a) \text{sch}(\kappa\pi b/a) + \right. \\
 & \left. + (4/\pi^2) \sum_{k=1,3..}^{\infty} F_k/k^2 [\text{ch}(\kappa\pi/a)(b-a) \text{sch}(\kappa\pi b/a) + \right. \\
 & \left. (-1)^{k+1} \text{ch}(\kappa\pi) \text{ch}(\kappa\pi/a)(b-a) \text{sch}(\kappa\pi b/a)] \right\}
 \end{aligned}$$



$$J_{y_0} = [(t_2^3 h) / 3] \cdot 1 / [(1 - k^2)(1 - \lambda)] \left[(1 - \lambda^4) / 4 - (1 - \lambda^{2+m}) / [(m+2)(1 - \lambda^{2m})] - \lambda^4 (1 - \lambda^{m-2}) / [(m-2)(1 - \lambda^{2m})] \right] \quad (\text{II.5})$$

где $k = c \operatorname{tg} \alpha = (t_2 - t_1) / 2h$; $\lambda = t_1 / t_2$; $m = [(5 + 3k^2) / 2k^2]^{0.5}$



$$J_{y_0} = t^2 \cdot a \beta \quad (\text{II.6})$$

$$\beta = (m-2) / [12(m+2)(1-k^2)] = 5 / [12 \{ (5+3k^2)^{0.5} + 2(2k^2)^{0.5} \}]^{0.5}$$

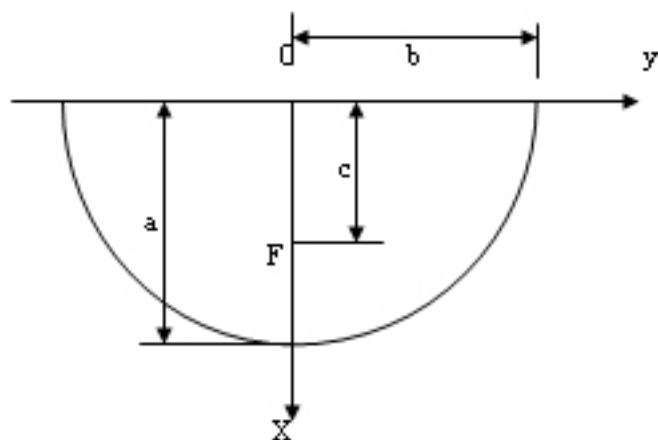


Рис. II-5

$$I_{y_0} = c^4 \left\{ (\pi \alpha_0) \mathcal{B} + (\pi/4) \text{sh}(2\alpha_0) + (3\pi/32) \text{sh}(4\alpha_0) - \right.$$

$$\left. \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} \frac{(32/\pi) \text{ch}^4 \alpha_0 \text{th}(\mu_k \alpha_0)}{[\mu_k (\mu_k^2 - 4)]^2} \right\} \quad (\text{II.7})$$

где $a = C \text{ch} \alpha_0$; $b = C \text{sh} \alpha_0$; $\mu_k = 2k - 1$.

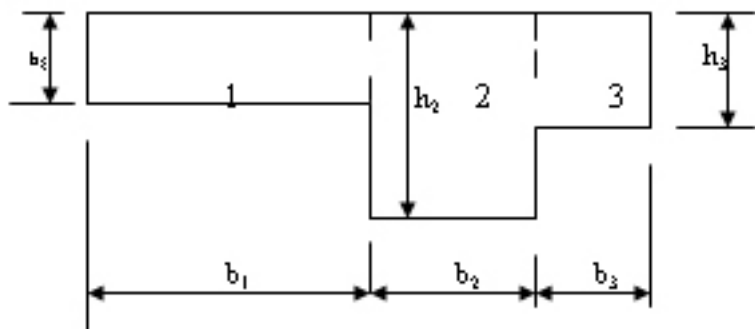


Рис. II-6

При определении момента инерции кручений для сечений, которые даны на рис. П-6 можно рассчитать по формуле (1)

$$J_{\text{кр}} = J_1 + J_2 + J_3 \quad (\text{П.8})$$

Где J_1 -- момент инерции при кручении для первого участка (см. фор. (2))

$$J_1 = (h^3 b / 3) [1 - 0,63(h/b) + 0,052(h^2/b^2)] \quad (\text{П.9})$$

J_2 -- момент инерции при кручении для второго участка (см. рис. П-6)

$$J_2 = (b^3 h / 3) [1 - 0,63(b/h) + 0,052(b^2/h^2)] \quad (\text{П.10})$$

J_3 -- момент инерции при кручении для третьего участка (см. рис. П-6)

$$J_3 = (b^3 h / 3) [1 - 0,63(b/h) + 0,052(b^2/h^2)] \quad (\text{П.11})$$

ПРИЛОЖЕНИЕ П

ФУНКЦИИ КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА [17]стр175

$$\rho = [(\partial\varphi/\partial x - y)^2 + (\partial\varphi/\partial y + x)^2]^{-1/2} \quad (\text{П.12})$$

где φ - функции кручения [17] стр.173

x, y - координаты

1) Для круглого поперечного сечения

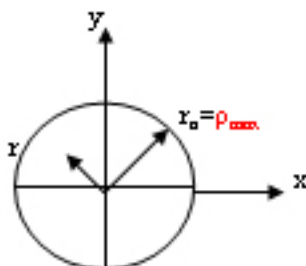


Рис. П-7

Если положить $\varphi = 0$, то получим решение задачи для круглого поперечного сечения. Действительно, в этом случае

$$\rho = r = (x^2 + y^2)^{0.5} \quad \rho_{\min} = r_0 \quad (\text{П.13})$$

2) Эллиптического поперечного сечения

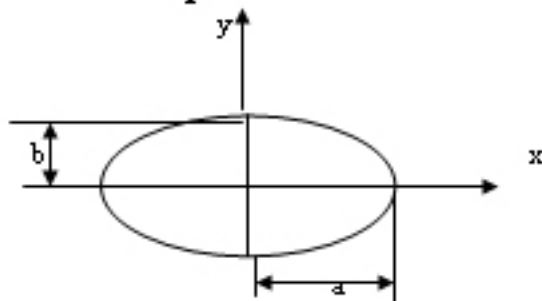


Рис. П-8

$$\rho = [y^2(A-1)^2 + x^2(A+1)^2]^{0.5} \quad (\text{см [17] стр.179})$$

(П.14)

где

$$A = (b^2 - a^2) / (b^2 + a^2)$$

Величина ρ принимает минимальное значение в точках сечения с координатами $x=0, y=\pm b$. В этих точках имеем

$$\rho_{\min}=(1-A)b=2a^2b/(a^2+b^2) \quad (\text{П.15})$$

3) Для прямоугольного поперечного сечения [17] стр.181

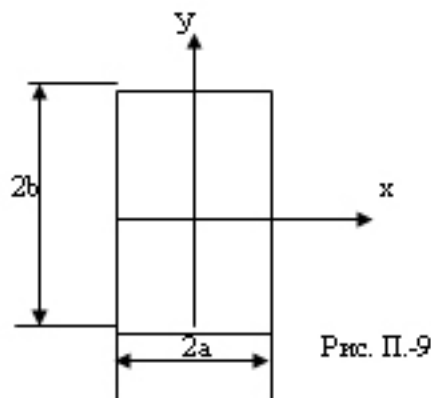


Рис. П-9

$$\rho = \left\{ \left[16a\pi^2 \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i [(2i-1)^2 \text{ch}(\lambda b)] \cos \lambda x \cdot \text{sh} \lambda y \right]^2 + \right. \\ \left. + \left[2x + 16a\pi^2 \sum_{i=1}^{\infty} \{ (-1)^i [(2i-1)^2 \text{ch} \lambda b] \} \sin(\lambda x) \text{ch}(\lambda y) \right]^2 \right\}^{0,5} \quad (\text{П.16})$$

Если размер $b > a$, то ρ принимает максимальное значение в точках длинных сторон, где $x = \pm a, y = 0$. В этих точках [17]

$$\rho_{\max} = 2a \left[1 + 8\pi^2 \sum_{i=1}^{\infty} \{ (-1)^i [(2i-1)^2 \text{ch} \lambda b] \} \sin^2 \lambda a \right] = K_1(b/a)a \quad (\text{П.17})$$

ТАБЛИЦА П-1

b/a	1,0	1,2	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	10
K ₁	1,35	1,52	1,69	1,86	1,93	1,97	1,99	2,00	2,00

ПРИЛОЖЕНИЕ III

Момент сопротивления при кручении т.е. ПАРАМЕТР
КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА и касательное напряжение
при ламинарном режиме

1) Эллиптического поперечного сечения

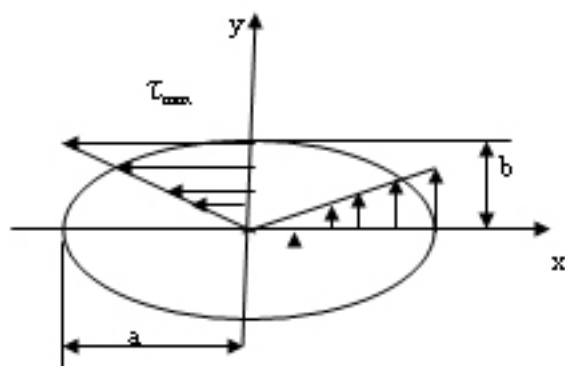


Рис. П.- 10

Момент сопротивления при кручении

$$W_{\tau_0} = J_{\tau_0} / \rho_{\max} = \pi a b^3 / 2 \quad (\text{П.18})$$

Где J_{τ_0} - момент инерции при кручении (см. таблицу 1)

ρ_{\max} -функция когерентности потока (фор. (П15))

Следовательно получим

$$\tau_{\max} = M/W_{k_0} = 2M/\pi ab^2 \quad (\text{П.19})$$

Используя II условия гидродинамической аналогии

$$M = 2\mu Q \quad (\text{П.20})$$

Получим

$$\tau_{\max} = 4\mu Q/\pi ab^2 \quad (\text{П.21})$$

Из (П.14) при $x=0$ и $y=0$ соответственно следует

$$\rho = y(A-1); \quad \rho = x(A+1)$$

Поэтому на основе

$$\tau = (\tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2) \quad (\text{П.22})$$

Получим

$$\tau = M\rho/J_{k_0} = -2My/\pi ab^2 \quad (x=0) \quad (\text{П.23})$$

Согласно II условию гидродинамической аналогии формула (П.23) примет такой вид ($M=2\mu Q$)

$$\tau = 4\mu Q y/\pi ab^2 \quad (x=0); \quad (\text{П.24})$$

и

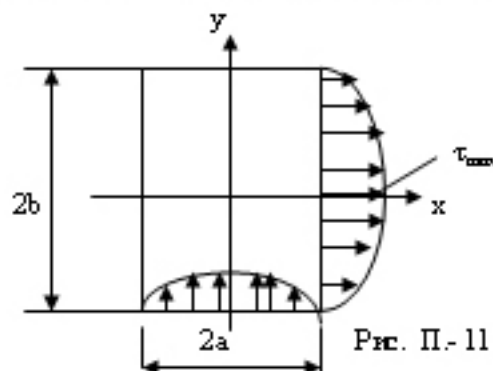
$$\tau = M\rho/J_{k_0} = 2Mx/\pi a^2 b \quad (y=0) \quad (\text{П.25})$$

Тогда

$$\tau = 4\mu Q x/\pi a^2 b \quad (y=0) \quad (\text{П.26})$$

Эпюры касательных напряжений на малой и большой полу-осях эллипса показаны на рис. П.- 10.

2) Прямоугольного поперечного сечения



Момент сопротивления при кручении т.е.
ПАРАМЕТР
КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА

$$W_{k_0} = J_{k_0} / \rho_{max} \quad (\text{П. 27})$$

Где J_{k_0} – момент инерции при кручении (см. таб. 1.1);
 ρ_{max} – ФУНКЦИЯ КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА (см. фор. П. 17).

Из теории упругости [7] полные касательные напряжения найдется по формуле

$$\tau = (\tau_{xz} + \tau_{yz})^{0,5} = M \rho / J_{k_0} = G \Theta \rho \quad (\text{П. 28})$$

Используя I условие гидродинамической аналогии получим

$$\tau = 0,5 \gamma \rho \quad (\text{П. 29})$$

Формулу (П. 29) можно использовать и для турбулентного режима движения жидкости при напорном движении в трубах прямоугольного сечения.

Если размер $b > a$, то ρ принимает максимальное значение в точке длинных сторон, где $x = \pm a$, $y = 0$. В этих точках $\tau_{xz} = 0$ и

$$\rho_{max} = K_1 (b/a) a \quad (\text{П. 30})$$

Значение K_1 дана в таблице П.-2.

Из теории упругости [17] стр.184 известно, что максимальная касательная напряжения будет

$$\tau_{\max} = M \rho_{\max} / J_{\text{до}} = K_0 M / (a^3 b), \quad (\text{П.31})$$

Используя II условие гидродинамической аналогии получим

$$\tau_{\max} = K_0 2\mu Q / (a^3 b), \quad (\text{П.32})$$

Значение K_0 дана в таблице П.-2. Так же в этой таблице П.-2 дана значение K для определения $J_{\text{до}}$ момента инерции при кручении $J_{\text{до}} = K a^3 b$

Таблица П.- 2

(см. [17] стр.184)

b/a	1,0	1,2	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	10,0
K	2,25	2,66	3,14	3,66	3,98	4,21	4,49	4,65	4,99
K_1	1,35	1,52	1,69	1,86	1,93	1,97	1,99	2,00	2,00
K_2	0,60	0,57	0,54	0,51	0,48	0,47	0,44	0,43	0,40

3) Узкого прямоугольного поперечного сечения

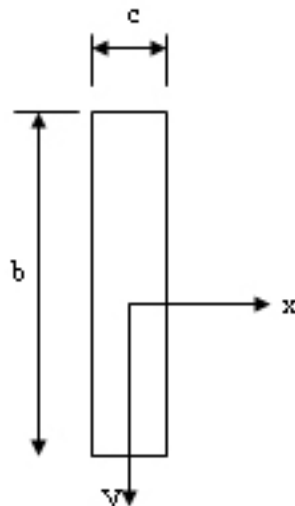


Рис. П-12

Используя мембранную аналогию находим [7] стр.314

$$\tau_{\max} = cG\Theta, \quad M = (1/3)bc^3G\Theta, \quad (\text{П.33})$$

Откуда используя I условие гидродинамической аналогии

$2G\Theta = \gamma_i$ формула примет вид

$$\tau_{\max} = 0,5\gamma_i c \quad \tau_{\max} = 0,166bc^3\gamma_i \quad (\text{П.34})$$

Окончательно формула (П.33) [7] стр.314 примет вид

$$\tau_{\max} = M/0,33bc^2 \quad (\text{П.35})$$

Используя условия $M=2\mu Q$

$$\text{Получим} \quad \tau_{\max} = 2\mu Q/0,33bc^2 \quad (\text{П.36})$$

Откуда

$$W_{1,0} = 0,33bc^2 \quad (\text{П.37})$$

4) Разнобедренный треугольник

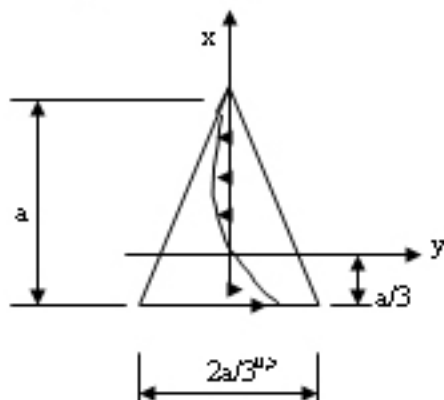


Рис. П-13

Компоненты напряжений τ_{xy} и τ_{yx} будет (см. [7] стр.307)

$$\tau_{yx} = 3G\Theta/2a[(2ax/3) - x^2] \quad (\text{П.38})$$

Согласно I условию $2G\Theta = \gamma_i$, получим

$$\tau_{yx} = 1,5\gamma_i[(2ax/3) - x^2]/2a \quad (\text{П.39})$$

Максимальное напряжение будет ([7] стр 307)

$$\tau_{\max} = aG\Theta/2 \quad (\text{П.40})$$

Согласно I условию получим

$$\tau_{\max} = \gamma a / 4 \quad (\text{П.41})$$

5) **Круглое поперечное сечение с полукруглой выточкой** (см. [7] стр.634)

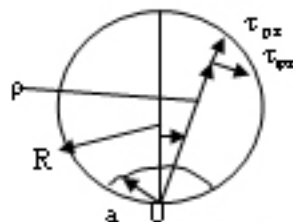


Рис.П.14

Для аналогии рассмотрим круглый вал с одной полукруглой канавкой (рис.П.14) скручиваемыми моментами, приложенными на торцах вала. Задача решается в полярных координатах, где за начало координат берется центр полукруга выточки, а ось симметрии сечения берется за полярную ось.

Используя формулу (4.11) [7] стр. 635

$$\tau_{\rho x} = R \sin \varphi (1 - a^2 / \rho^2) G \Theta, \quad (\text{П.42})$$

$$\tau_{\rho y} = -[R \cos \varphi (1 + a^2 / \rho^2) - \rho] G \Theta$$

Согласно I условной гидродинамической аналогии формула (П. Примет такой вид

$$\begin{aligned} \tau_{\rho x} &= 0,5 R \sin \varphi (1 - a^2 / \rho^2) \gamma i \\ \tau_{\rho y} &= 0,5 [R \cos \varphi (1 + a^2 / \rho^2) - \rho] \gamma i \end{aligned} \quad (\text{П.43})$$

В точке $\varphi=0$, $\rho=a$ напряжение $\tau_{\varphi r}$ имеет наибольшее значение, определяемое выражением

$$|\tau_{\varphi r}|_{\max} = (2R-a)G\Theta. \quad (\text{П.44})$$

Тогда согласно I условию гидродинамической аналогии получим

$$|\tau_{\varphi r}|_{\max} = 0,5(2R-a)\gamma_i \quad (\text{П.45})$$

Перейдя к этой выражению к пределу при $a \rightarrow 0$, найдем

$$|\tau_{\varphi r}|_{\max} = \gamma_i R \quad (\text{П.46})$$

ПРИЛОЖЕНИЕ IV

При протекании вязкой жидкости через короткие участки, непосредственно примыкающие к конструктивным элементам труб или русл, происходит изменение вектора средней скорости и касательной напряженности. Обычно причиной изменения средней скорости и касательных напряжений служит изменение геометрии границ потока (т.е. изменение площади сечения) или изменение направления движения жидкости. Во многих случаях может происходить изменение и значения средней скорости, касательной напряженности и направления движения (например, при прохождении жидкости через некоторые фасонные части трубопроводов).

Для определения изменения касательных напряжений нами использована гидродинамическая аналогия.

- 1) Случается внезапное сужение трубы скручением вала с уступом рис.П.15 ([7] стр.642)

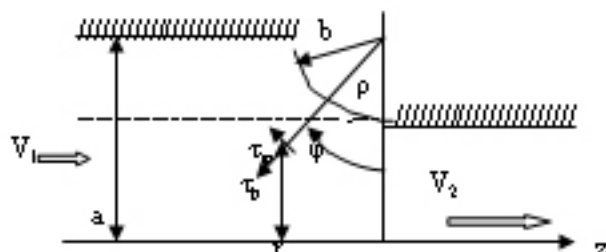


Рис. П. 15

Некоторые значения напряжений на контуре сечения трубы даны в таблицах П.3- П.5 (см. [7] стр.642)

⊕ Таблица П.3 (см. [7] таблица 69 стр.643)

ρ/b	1	2	3	4	5	10	
$\frac{\tau_{\text{плем}}}{4\mu Q/a^3}$	0	0,64	0,79	0,85	0,88	0,95	1,00

Таблица П.4 (см. [7] таблица 70 стр.643)

χ	0	2b	4b	6b	8b	10b	
$\frac{\tau_y}{4\mu Q/a^3}$	1,41	1,157	1,095	1,068	1,053	1,043	

Таблица П.5
стр.644)

(см. [7] таблица 71

φ	0	5°	$10^\circ 22'$	$10^\circ 57'$	$11^\circ 32'$	$12^\circ 43'$	15°	20°	30°	40°	60°	90°
$\tau_{\varphi=b}$	1,414	1,43	1,446	1,447	1,446	1,445	1,440	1,421	1,339	1,205	0,204	0

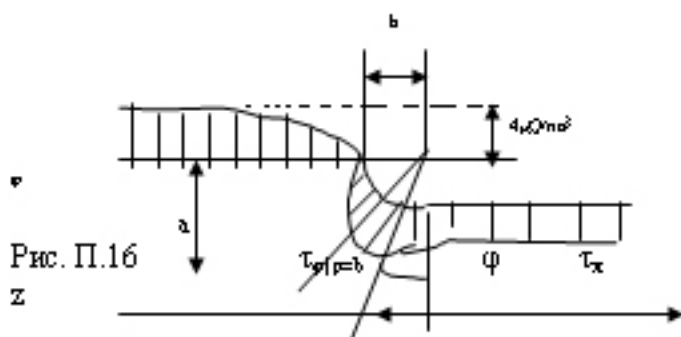


Рис. П.16
z

На рис. П.16 приведена эпюра распределения напряжений. Из таблицы П.5 видно, что наибольшее напряжение возникает не в точке $\varphi=0$, а в некоторой точке выемки с координатами $\varphi = 11^\circ$, $\rho = b$. Однако напряжение в этой точке отличается от напряжения в точке $\varphi = 0$, $\rho = b$

$$k_{\text{max}} = \gamma \left(1 + [1 + (4b/3r)] [(r/b - r/Rb)^2]^{0,33} \right)^{0,5} \quad (\text{П.49})$$

$$\gamma = 1,09 - 0,09 e^{-4,29(r/Rb)^2} \quad (\text{П.50})$$

На рис. П.18 построена кривая, определяющая величину γ в зависимости от rt/Rb . Некоторые значения для коэффициента концентрации k_{max} , вычисленные по формуле Р. Зонгага, для различных случаев геометрических размеров вала (труб) даны в таблице П.6 (см. [7] стр.645) В этой же таблице для сравнения приведены значения того же коэффициента, полученные Ф.Вилерсом более строгим путем.

В таблице П.6 приведены также некоторые значения этого же коэффициента. Находимые Л. Якобсоном при помощи экспериментального метода электроаналогии.

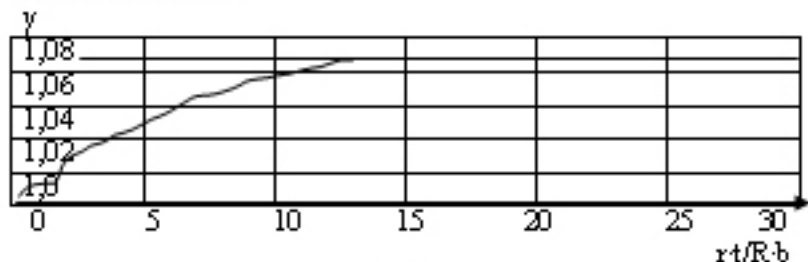


Рис. П.18

Таблица П.6 (см. [7] таблица 72 стр.645)

R/r	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,33
b/r	0,2	0,1	0,067	0,05	0,01	0,1	0,25

*	1,32	1,55	1,72	1,85	2,97	1,66	1,35
**	---	1,55	1,72	---	---	1,66	1,29
***	1,33	1,55	---	1,84	2,96	---	---

* По Зонгау; ** По Витперсу; *** По Якобсену.

Используя формулу Р.Зонгау (П. И 11) условие гидродинамической аналогии получим

$$\tau_{\text{max}} = (4\mu Q / \pi r^3) k_{\text{max}} \quad (\text{П.51})$$

ПРИЛОЖЕНИЕ V

П.1. Внезапное расширение трубы и градиент автоподельности

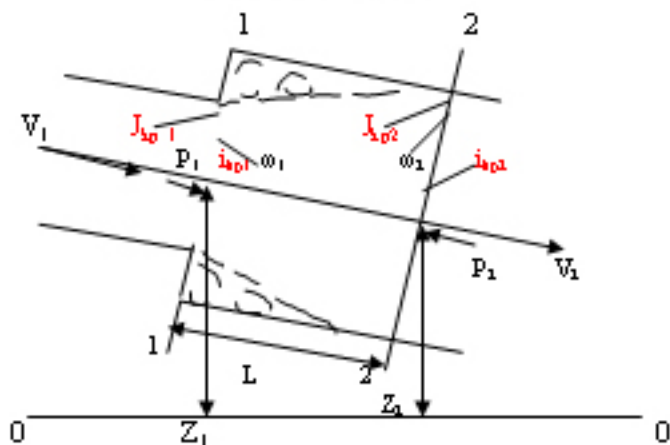


Рис. П.19
(см. Приложение XII стр. 309)

Напорное движение жидкости происходит в трубе, сечение которой внезапно расширяется от площади до площади (рис. П.19). При достаточно высокой скорости в узкой трубе поток в месте расширения отрывается от ограничивающих твердых стенок, образуя транзитную струю, которая расширяется.

В связи с интенсивным искривлением на границе транзитной струи и последующим гашением искривлений, происходят потери напора при внезапном расширении.

Приближенно потери напора аналитически определены БОРДА [64] стр.187

$$h_{\text{по}} = \alpha(V_1 - V_2)^2 / 2g \quad (\text{П.52})$$

или при $\alpha=1$

$$h_{\text{по}} = (V_1 - V_2)^2 / 2g \quad (\text{П.53})$$

Назовем $(V_1 - V_2)$ потерьной скоростью, тогда потери напора при внезапном расширении равны скоростному напору, соответствующему потерьной скорости. Это есть формула БОРДА, которая была введена им при рассмотрении потери энергии при ударе неупругих тел, поэтому иногда потери $h_{\text{по}}$ называют потерями на удар.

Потери напора $h_{\text{по}}$ можно выразить следующим образом:

$$h_{\text{по}} = (1 - V_2/V_1)^2 V_1^2 / 2g \quad (\text{П.54})$$

или

$$h_{\text{по}} = (V_1/V_2 - 1)^2 V_2^2 / 2g \quad (\text{П.55})$$

Так как по уравнению неразрывности $V_1\omega_1 = V_2\omega_2$, то можно представить

$$h_{\text{по}} = (1 - \omega_1/\omega_2)^2 V_1^2 / 2g \quad (\text{П.56})$$

или

$$h_{\text{по}} = (\omega_2/\omega_1 - 1)^2 V_2^2 / 2g \quad (\text{П.57})$$

Отсюда коэффициенты сопротивления при внезапном расширении потока

$$\zeta_{\text{по}} = (1 - \omega_1/\omega_2)^2 \quad (\text{П.58})$$

$$\zeta_{\text{эк}} = (\omega_2 k \omega_1 - 1)^2. \quad (\text{П.59})$$

При этом

$$h_{\text{эк}} = \zeta_{\text{эк}} V_1^2 / 2g = \zeta_{\text{эк}} V_2^2 / 2g$$

$$\zeta_{\text{эк}} \zeta_{\text{эк}2} = V_2^2 / V_1^2 = \omega_1^2 k \omega_2^2 \quad (\text{П.60})$$

Опыты показывают, что при больших значениях числа РЕЙНОЛЬДСА коэффициенты сопротивления при внезапном расширении зависят только от отношения площадей ω_1 и ω_2 .

1) Потери напора при внезапном расширении трубы для ламинарного режима с учетом коэрентности потока. (Первый вариант)

Напишем формулу Борда

$$h_{\text{эк}} = [\alpha(V_1 - V_2)]^2 / 2g \quad (\text{П.61})$$

Где коэффициент Кармана с учетом коэрентности потока равен 2,2, 1921

V_1 - скорость потока в начале трубопровода

(см.рис. П.19

$$V_1 = (g j / 4\nu) i_{\text{тр1}}^2$$

(П.62)

Обозначим

$$L = g j / 4\nu$$

(П.63)

Тогда формула (П.62) примет вид

$$V_1 = L i_{\text{тр1}}^2 \quad (\text{П.64})$$

Соответственно для V_2 получим

$$V_2 = L i_{\text{тр2}}^2 \quad (\text{П.65})$$

Поставляя эти значения формуле получим

$$h_{\text{эк}} = 1,1 L / g (i_{\text{тр1}}^2 - i_{\text{тр2}}^2)^2 \quad (\text{П.66})$$

Потери напора $h_{\text{эк}}$ так же можно выразить следующим образом:

$$h_{\text{эк}} = \alpha [1 - (V_2 / V_1)]^4 V_1^2 / 2g \quad (\text{П.67})$$

или

$$h_{\text{эк}} = \alpha [(V_1 / V_2) - 1]^4 V_2^2 / 2g \quad (\text{П.68})$$

Так как по уравнению неразрывности $V_1\omega_1=V_2\omega_2$, то можно представить если учесть формулу (II.68)

$$(\xi/4\nu)(J_{\omega 1}/\omega_1)\omega_1=(\xi/4\nu)J_{\omega 1} \quad (\text{II.69})$$

и

$$(\xi/4\nu)(J_{\omega 2}/\omega_2)\omega_2=(\xi/4\nu)J_{\omega 2} \quad (\text{II.70})$$

Учитывая формулу (II.69) и (II.70) получим

$$h_{\omega}=\alpha(1-J_{\omega 1}/J_{\omega 2})^2 V_1^2/2g \quad (\text{II.71})$$

и

$$h_{\omega}=\alpha(J_{\omega 2}/J_{\omega 1}-1)^2 V_2^2/2g \quad (\text{II.72})$$

Отсюда коэффициенты сопротивления при внезапном расширении потока

$$\zeta_{\omega 1}=\alpha(1-J_{\omega 1}/J_{\omega 2})^2 \quad (\text{II.73})$$

$$\zeta_{\omega 2}=\alpha(J_{\omega 2}/J_{\omega 1}-1)^2 \quad (\text{II.74})$$

При этом

$$\begin{aligned} h_{\omega} &= \zeta_{\omega 1} V_1^2/2g = \zeta_{\omega 2} V_2^2/2g; \\ \zeta_{\omega 1} \zeta_{\omega 2} &= V_2^2/V_1^2 = J_{\omega 1}/J_{\omega 2}. \end{aligned} \quad (\text{II.75})$$

2) Потери напора при внезапном расширении трубы для ламинарного режима с учетом когерентности потока

(II Вариант)

Напишем формулу Борда

$$h_{\omega}=\alpha(V_1-V_2)^2/2g \quad (\text{II.76})$$

где α -коэффициент Корзиуса с учетом когерентности потока $\alpha=2,2$

Потери напора h_{ω} так же можно выразить следующим образом

$$h_{\omega}=\alpha(1-V_2/V_1)V_1^2/2g \quad (\text{II.77})$$

или

$$h_{\omega}=\alpha(V_1/V_2-1)V_2^2/2g \quad (\text{II.78})$$

Напишем уравнение неразрывности

$$V_1\omega_1=V_2\omega_2=Q \quad (\text{II.79})$$

Скорость потока до расширения потока V_1 и V_2 после расширения определяем по формуле () см главу I

$$V_1 = (g_1/4v)(I_{sp1}, \omega_1) \quad V_2 = (g_2/4v)(I_{sp2}, \omega_2) \quad (\text{П.80})$$

Обозначим

$$\beta_1 = g_1/4v; \quad \beta_2 = g_2/4v \quad (\text{П.81})$$

Тогда

$$V_1 = \beta_1 (I_{sp1}, \omega_1); \quad V_2 = \beta_2 (I_{sp2}, \omega_2) \quad (\text{П.82})$$

Поставляя в формулу (П.79) значения V_1 и V_2 получим

$$\beta_1 I_{sp1} = \beta_2 I_{sp2} = Q \quad (\text{П.83})$$

Откуда

$$\beta_1 = Q/I_{sp1}; \quad \beta_2 = Q/I_{sp2} \quad (\text{П.84})$$

Окончательно получим

$$h_{\text{пр}} = \alpha [1 - (\beta_2 I_{sp2}, \omega_2) / (\beta_1 I_{sp1}, \omega_1)]^2 V_1^2 / 2g \quad (\text{П.85})$$

$$h_{\text{пр}} = \alpha [(\beta_1 I_{sp1}, \omega_1) / (\beta_2 I_{sp2}, \omega_2) - 1]^2 V_2^2 / 2g \quad (\text{П.86})$$

Отсюда коэффициенты сопротивления при внезапном расширении потока

$$\zeta_{\text{пр1}} = \alpha [1 - (\beta_2 I_{sp2}, \omega_2) / (\beta_1 I_{sp1}, \omega_1)]^2 \quad (\text{П.87})$$

$$\zeta_{\text{пр2}} = \alpha [(\beta_1 I_{sp1}, \omega_1) / (\beta_2 I_{sp2}, \omega_2) - 1]^2 \quad (\text{П.88})$$

3) Местные потери напора для больших числах Рейнольдса при внезапном расширении труб с учетом когерентности потока

Для решения задачи авторами была использована формула (13) [42] стр.173

$$Q=40(gz)^{0,25} J_{\omega}^{0,025} \quad (\text{П.89})$$

Откуда

$$V=40(gz)^{0,25} J_{\omega}^{0,025} k_{\omega} \quad (\text{П.90})$$

Обозначим

$$\beta=40(gz)^{0,25} \quad (\text{П.91})$$

Тогда формула (П.90) примет такой вид

$$V=\beta J_{\omega}^{0,025} k_{\omega} \quad (\text{П.92})$$

Напишем формулу Борда для турбулентного потока [64] стр.187

$$h_{\omega}=(V_1-V_2)^2/2g \quad (\text{П.93})$$

Формулу (П.93) можно выразить следующим образом

$$h_{\omega}=(1-V_2/V_1)^2 V_1^2/2g \quad (\text{П.94})$$

$$h_{\omega}=(V_1/V_2-1)^2 V_2^2/2g \quad (\text{П.95})$$

Напишем уравнение неразрывности

$$V_1 \omega_1 = V_2 \omega_2 = Q \quad (\text{П.96})$$

Где согласно формуле (П.92)

$$V_1 = \beta_1 J_{\omega_1}^{0,025} k_{\omega_1} \quad V_2 = \beta_2 J_{\omega_2}^{0,025} k_{\omega_2} \quad (\text{П.97})$$

Здесь

$$\beta_1 = 40(gz_1)^{0,25} \quad \beta_2 = 40(gz_2)^{0,25} \quad (\text{П.98})$$

Поставляя в формулу (П.96) значения V_1 и V_2 определенные по формуле (П.97) получим

$$\beta_1 J_{\omega_1}^{0,025} k_{\omega_1} = \beta_2 J_{\omega_2}^{0,025} k_{\omega_2} = Q \quad (\text{П.99})$$

Откуда

$$\beta_1 = Q/J_{\omega_1}^{0,025} k_{\omega_1} \quad \beta_2 = Q/J_{\omega_2}^{0,025} k_{\omega_2} \quad (\text{П.100})$$

Поставляя в формулу (П.94) и (П.95) значения V_1 и V_2 определенные по формуле (П.98) получим

$$h_{\omega} = [1 - (\beta_2 J_{\omega_2}^{0,025} k_{\omega_2}) / (\beta_1 J_{\omega_1}^{0,025} k_{\omega_1})]^2 V_1^2 / 2g \quad (\text{П.101})$$

$$h_{\text{пр}2} = [(\beta_1 J_{\text{пр}1}^{0,625} \omega_1) / (\beta_2 J_{\text{пр}2}^{0,625} \omega_2) - 1]^2 V_2^3 / 2g \quad (\text{П.102})$$

Отсюда коэффициенты сопротивления при внезапном расширении потока

$$\zeta_{\text{пр}1} = [1 - (\beta_2 J_{\text{пр}2}^{0,625} \omega_2) / (\beta_1 J_{\text{пр}1}^{0,625} \omega_1)]^2 V_1^3 / 2g \quad (\text{П.103})$$

$$\zeta_{\text{пр}2} = [(\beta_1 J_{\text{пр}1}^{0,625} \omega_1) / (\beta_2 J_{\text{пр}2}^{0,625} \omega_2) - 1]^2 V_2^3 / 2g \quad (\text{П.104})$$

Из формулы (П.103) и (П.104) видно, что при больших числах Рейнольдса коэффициент сопротивления при внезапном расширении зависит только от отношения параметров когерентности потока. При меньших числах Рейнольдса (см. фор. (П.87) и (П.88)) указанные коэффициенты можно считать зависящими от числа Рейнольдса.

Акад. Н. Н. Павловский пишет: «Достаточное соответствие теоремы БОРДА с результатами опытов подтверждает, что при выводе ее сущность явления в главных чертах практически охвачена удовлетворительно, но нельзя не заметить, что подстановка: $\alpha=1,1$ (а, тем более $\alpha=1$) является лишь приближенным приемом.» [95] стр.117.

Надо здесь же добавить, что при определении средней скорости V_1 и V_2 необходимо учесть когерентность потока.

Профессор Р. Р. Чугаев пишет: «Надо помнить, что в основу этой формулы (П.93) ПОЛОЖЕНЫ ДВА допущения: 1) пренебрежение силами внешнего трения на участке между сечениями 1-1 и 2-2; 2) принятие распределения давления в сечении 1-1 по гидростатическому закону. Учитывая это обстоятельство, некоторые авторы в формулу Борда (П.93) ВВОДЯТ поправочный коэффициент, численное значение которого можно установить только опытным путем.» [9] стр. 152.

Определить поправочный коэффициент опытным путем тоже трудно. Вот, что пишут об этом проф. В.М. Ляткер и А.М. Прудовский: «В таких условиях $R_{\text{пр}}$

коренным образом зависит от форм границ потока, и дать сколь-либо общие рекомендации о границах автомобильных областей очень трудно» [9] стр.147

Как показывают новые экспериментальные исследования [10], с.147 коэффициент потерь для внезапного расширения при очень малых Re ($Re < 9$) слабо зависит от соотношения площадей и в основном определяется числом Re по формуле вида $\zeta = A/Re$. Это значит, что течение является безотрывным, и потеря на расширение пропорциональна скорости в первой степени см.фор.(П.84). При $9 < Re < 3500$ коэффициент потерь зависит как от числа Re , так и от отношения площадей. При $Re > 3500$ можно считать вполне справедливой теорему Борда, т.е. формулу (П.103) и (П.104), который основана на теории БОРДА см. формулу (П.53), который в 1766г. Вывел эту формулу.

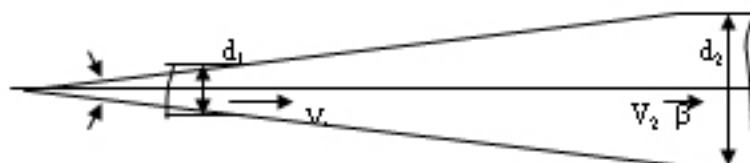
Когда по трубе подводится жидкость со скоростью V_1 к резервуару больших размеров, где $V_2 = 0$. То можно считать, что теряется вся удельная кинетическая энергия жидкости, которая для стабилизированного ламинарного потока в трубе равна

$$h = \alpha_n V_1^2 / 2g = 1,1 V_1^2 / g$$

П. 2. Постепенное расширение трубопровода (диффузор)

Диффузор (рис.П.20) устраивают для уменьшения потери напора $h_{\text{м}}$, возникающей при переходе трубы меньшего диаметра в трубу большего диаметра. Как показывает опыт, картина протекания жидкости в диффузоре имеет вид(см. [9] стр.155)

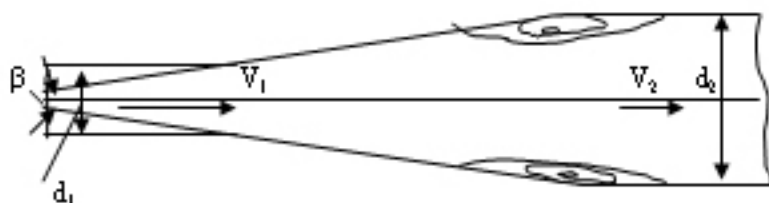
а) при угле β (см. чертеж) в пределах
 $0 < \beta < 8 \div 10^\circ$



на всем протяжении диффузора наблюдается
 безотрывное протекание жидкости (рис. (П.20), а))
 260

б) при

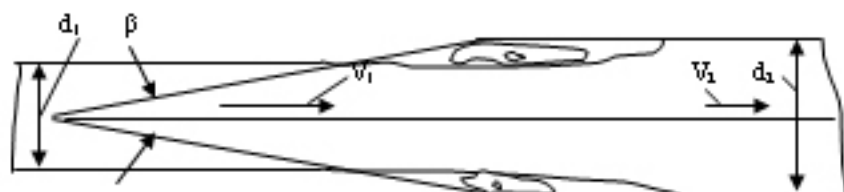
$8 \div 10^\circ < \beta < 50 \div 60^\circ$



получается отрыв транзитной струи от стенок
 (рис. П.20 б), причем с увеличением угла β точка
 начала отрыва перемещается вверх по течению;

в) при

$\beta > 50 \div 60^\circ$



На всем протяжении диффузора имеем отрыв транзитной струи от стенок (см. рис. (П.20 в))

Рис. (П.20)

Диффузор характеризуется двумя параметрами: углом конусности β и степенью расширения n , определяемой отношением $n = \omega_2 / \omega_1$. Потерю напора в диффузоре можно условно рассматривать как сумму потерь на трение и на расширение: $h_{\text{пот}} = h_{\text{тр}} + h_{\text{вн}}(\text{см. [9]})$

Потери напора на расширение (постепенное) может быть найдена по формуле Борда, но с введением вне поправочного коэффициента $K_{\text{вн}}$, так называемого коэффициента сжатия зависящего от угла конусности β , т.е.

$$h_{\text{вн}} = K_{\text{вн}}(V_1 - V_2)^2 / 2g \quad (\text{П.105})$$

или

$$\ell_{\text{вн}} = K_{\text{вн}} \ell_{\text{вн0}} = K_{\text{вн}}(1 - \omega_1 / \omega_2)^2 = K_{\text{вн}}(1 - 1/n)^2. \quad (\text{П.106})$$

При турбулентном течении в диффузоре (при $\beta < 20^\circ$) $K_{\text{вн}} \approx \sin^2 \beta$.

Потери напора на бесконечно малом участке длины диффузора круглого сечения

$$dh_{\text{вн}} = \lambda(d\ell/2r)(V^2/2g) \quad (\text{П.107})$$

где V - средняя скорость сечения, радиус которого равен r .

С учетом того, что $d\ell = dr/\sin(\beta/2)$, и на основании уравнения расхода можно записать: $V = U_1(x_1/r)^2$. Подставляя эти выражения в формулу (П.107), получим:

$$dh_{\text{тр}} = \lambda [2r \cdot \sin(\beta/2)] (V_1^2/2g)(x_1/r)^4 dr.$$

Пренебрегая изменением коэффициента λ по длине диффузора и интегрируя в пределах от r_1 до r_2 т.е. вдоль всего диффузора, после простых преобразований получим

$$h_{\text{тр}} = \lambda [8 \sin(\beta/2)] (1 - k^2) V_1^2/2g.$$

Суммарный коэффициент сопротивления диффузора

$$\zeta_{\text{сум}} = \lambda [8 \sin(\beta/2)] (1 - k^2) + K_{\text{отв}} (1 - k^2)^2$$

Таким образом $\zeta_{\text{сум}} = \varphi(\lambda, \beta, k)$, так как $K_{\text{отв}} = \varphi_1(\beta)$.

Наивыгоднейший угол конусности составляет $5^\circ - 8^\circ$.

Известно, что схема отрывного течения вязкой жидкости была дана в вихревой теории сопротивления Кармана. Важнейший шаг в понимании природы отрывавлияние вязкости жидкости или газа был сделан благодаря теории ламинарного пограничного слоя Прандтля. При больших числах Рейнольдса отрыв возможен, если есть положительный градиент давления во «внешнем» течении. Однако остались нерешенными следующие два вопроса: а) применима ли теория пограничного слоя для окрестности точки отрыва, б) как рассчитывать отрывное течение в целом.

Интерес к отрывным течениям, возросший в последние годы, по-видимому, обусловлен неизбежностью и серьезными последствиями отрывных течений в ракетной технике и расширением возможностей расчета благодаря вычислительным машинам. Расчетные и теоретические исследования сосредоточены пока на решении уравнений Навье-Стокса для небольших чисел Рейнольдса и для предельного случая очень больших чисел Рейнольдса (асимптотические методы).

«Сложность и многообразие отрывных течений обуславливает очень большое количество экспериментальных исследований, причем эксперимент еще долго сохранит свое значение, в особенности для отрывных течений». (Г.И. Майкапар [] стр. 7)

Вот, что пишет насчет отрывных течений А.Дж. Рейнольдс [5] стр.374 «Некоторые методы расчета для двумерных пограничных слоев дают реалистичные оценки точек отрыва, однако ни один из них нельзя использовать для расчета течения непосредственно до и после отрыва. Для турбулентных слоев никакого простого «критерия» отрыва дать нельзя; процедура расчета оказывается несостоятельной; отрыв зависит от характера обтекаемой поверхности и истории потока выше по течению и не определяется каким-либо одним параметром, таким, как формпараметр»

13. МЕСТНЫЕ ПОТЕРИ НАПОРА В ДИФФУЗОРЕ ПРИ ЛАМИНАРНОМ РЕЖИМЕ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ

В главе I в § 5 с помощью гидродинамической аналогии авторами было получена фор. (1.83) максимальная касательная напряжения при ламинарном режиме движения жидкости.

$$\tau_{\max} = 2\mu Q / W_{\text{до}} \quad (\text{П.108})$$

где μ - динамическая вязкость жидкости;

Q - расход потока;

$W_{\text{до}}$ - момент сопротивления при кручении; для круглого сечения будет

$$W_{\text{до}} = \pi r_0^3 / 2 \quad (\text{П.109})$$

Поставляя значения $W_{\text{до}}$ в формуле (П.108) получим

$$\tau_{\max} = 4\mu Q / \pi r_0^3 \quad (\text{П.110})$$

Напишем основное уравнение установившегося равномерного движения для «правильного русла» (фор. (4.15) [9] стр. 133)

$$\tau_{\text{max}} = \gamma r_0 i \quad (\text{П.111})$$

где γ - объемный вес жидкости;
 i - гидродинамический уклон, который определяем по формуле

$$i = dh_{\text{вод}}/dx \quad (\text{П.112})$$

Тогда получим

$$\tau_{\text{max}} = \gamma r_0 (dh_{\text{вод}}/dx) \quad (\text{П.113})$$

Формула (П.110) и (П.113) идентичные и можно написать

$$4\mu Q/\pi r_0^3 = \gamma r_0 (dh_{\text{вод}}/dx) \quad (\text{П.114})$$

Откуда получим

$$dh_{\text{вод}} = 4\mu Q dx / \pi \gamma r_0^4 \quad (\text{П.115})$$

Из рис. П.21 получаем

$$r_0 (\ell_0 - x) = \text{tg}(\beta/2) \quad (\text{П.116})$$

или

$$r_0 = (\ell_0 - x) \text{tg}(\beta/2) \quad (\text{П.117})$$

Значение r_0 определенное по формуле (П.117) поставив в формуле (П.115) получим

$$dh_{\text{вод}} = 4\mu Q dx / \pi (\ell_0 - x)^4 \text{tg}^4(\beta/2) \quad (\text{П.118})$$

Интегрируя уравнение (П.118)

$$\int_0^{h_{\text{вод}}} dh_{\text{вод}} = 4\mu Q / \pi \text{tg}^4(\beta/2) \int_{x=0}^{x=L} dx / (\ell_0 - x)^4 \quad (\text{П.119})$$

Окончательно получим

$$h_{\text{вод}} = 4\mu Q / \pi \text{tg}^4(\beta/2) \{ 1/(3\ell_0^3) - 1/[3(\ell_0 + L)^3] \} \quad (\text{П.120})$$

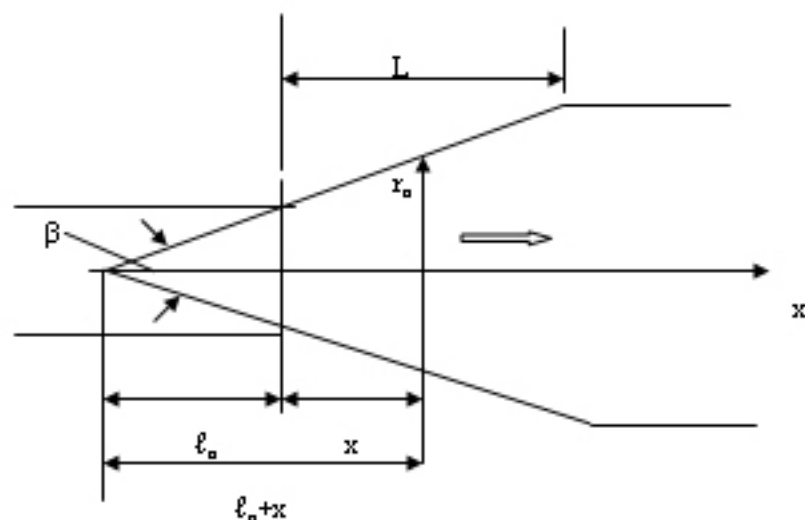


Рис. П.21

П.4. МЕСТНЫЕ ПОТЕРИ НАПОРА В ДИФФУЗОРЕ ПРИ БОЛЬШИХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

Для определения местных потерь в диффузоре, когда сопротивление λ (см. фор.15 [42] стр.175) не будет зависеть от относительной шероховатости и будет зависеть только от формы поперечного сечения воспользуемся формулой определяющей среднюю максимальную касательную напряжения при ламинарном движении жидкости в некруглых трубах [38]

$$\tau_{\max} = 4\mu Q R / J_{\rho} \quad (\text{П.121})$$

где μ - динамическая вязкость жидкости,
 Q - расход потока;

R - гидравлический радиус;

J_{ω} - момент инерции при кручении,

Для составления функциональной зависимости максимальной касательной напряженности для турбулентного режима воспользуемся формулой (П.121) с учетом, что при больших числах Рейнольдса максимальное касательное напряжение зависит от расхода в квадрате тогда получим

$$[\tau_{\max}] = K[\rho^a \cdot \nu^b \cdot Q^2 \cdot (R/J_{\omega})^c] \quad (\text{П.122})$$

где a, b, c, K - пока еще неопределенные постоянные, для определения которых используем теорему РЕЛЕЯ [41].

Подставив в уравнение (П.122) размерности входящих в него величин, получим

$$ML^{-1}T^{-2} = K \cdot (ML^{-3})^a \cdot (L^2/T)^b \cdot (L^4/T)^2 \cdot (1L^{-4})^c \quad (\text{П.123})$$

Приравнявая показатели степени при $[M], [L], [T]$ в левой и правой частях уравнения (П.123) ПОЛУЧАЕМ три уравнения с тремя неизвестными:

$$\begin{array}{ll} [M] & 1=a \\ [L] & -1=3a+2b+b-3c \\ [T] & -2=-b-2 \end{array} \quad (\text{П.124})$$

Откуда $b=0; a=1; c=4/3$.

Окончательно получим

$$\tau_{\max} = K\rho Q^4 (R/J_{\omega})^{4/3} \quad (\text{П.125})$$

Для определения расхода воспользуемся формулой [9]

$$\tau_{\max} = \gamma Ri \quad (\text{П.126})$$

Из формул (П.125) и (П.126) определим расход Q

$$Q = (1/K)^{3/4} \cdot (\gamma i)^{3/4} \cdot J_{\omega}^{3/4} / R^{1/4} \quad (\text{П.127})$$

Для определения K - коэффициента пропорциональности воспользуемся формулой расхода для зоны автомодельности при больших значениях числа Рейнольдса с учетом когерентности потока [42]

$$Q=40(\xi)^{0,2} J_{\lambda_0}^{0,8} \quad (\text{П.128})$$

Из формулы (П.127) и (П.128) определим коэффициент пропорциональности K

$$K= [(\pi/2)^{0,2} \cdot 2^{0,8}]/1600=0,0008 \quad (\text{П.129})$$

Если учесть формулу (П.129) тогда окончательно формула (П.125) примет такой вид

$$\tau_{\text{max}}=0,0008\rho Q^2(R/J_{\lambda_0})^{0,8} \quad (\text{П.130})$$

где для круглого сечения параметры R и J_{λ_0} определяются по формуле

$$R=\omega/\chi=x_0/2 \quad (\text{П.131})$$

$$J_{\lambda_0}=\pi x_0^4/2 \quad (\text{П.132})$$

$$(R/J_{\lambda_0})^{0,8}=1/\pi^{0,4} x_0^{-0,8} \quad (\text{П.133})$$

Тогда формула (П.130) для круглого сечения будет

$$\tau_{\text{max}}=0,00017(\rho Q^2)/x_0^4 \quad (\text{П.134})$$

и формула (П.126) примет такой вид для круглого сечения

$$\tau_{\text{max}}=\gamma i(x_0/2) \quad (\text{П.135})$$

где i - гидродинамический уклон представим в таком виде

$$i=dh_{\text{гид}}/dx \quad (\text{П.136})$$

Здесь $dh_{\text{гид}}$ - потери в диффузоре на элементарном dx участке

Если учесть формулу (П.136) то формула (П.135) примет такой вид

$$\tau_{\text{max}}=\gamma(x_0/2)(dh_{\text{гид}}/dx) \quad (\text{П.137})$$

Формула (П.137) и (П.134) идентичные т.е. можем написать

$$0,00017(\rho Q^2)/x_0^4=\gamma(x_0/2)(dh_{\text{гид}}/dx) \quad (\text{П.138})$$

$$0,00034(\rho Q^2)/x_0^4=\gamma(x_0)(dh_{\text{гид}}/dx)$$

Откуда

$$dh_{\text{нпф}} = 0,00034(\rho Q^2 / \gamma r_0^2) dx \quad (\text{П.139})$$

Из рис. П. Определить r_0

$$r_0 / (\ell + x) = \text{tg}(\beta/2) \quad r_0 = (\ell_0 + x) \text{tg}(\beta/2) \quad (\text{П.140})$$

Поставляя значения r_0 определенное по формуле (П.140) в формуле (П.139) и интегрируя получим

$$h_{\text{нпф}} = 0,00034 [Q^2 / g \text{tg}^2(\beta/2)] [1,4 \ell_0^4 - 1,4(\ell_0 + L)^4] \quad (\text{П.141})$$

В диффузоре потери определяют также по формуле (П.142), когда $\beta < 40^\circ$ [9]

$$h_{\text{нпф}} = k (V_1 - V_2)^2 / 2g \quad (\text{П.142})$$

где k - поправочный коэффициент.

$$k = [\chi(\omega_2 - \omega_1)] / [8(\omega_2 - \omega_1) \text{tg}(\beta/2) + 3,2(\text{tg} \beta/2)^{1,25}] \quad (\text{П.143})$$

k - поправочный коэффициент равен 1,1÷1,2, когда $\beta = 60^\circ - 70^\circ$ и оно равно 1÷1,05 когда $\beta = 180^\circ$.
Оптимальные значения получаем когда $\beta = 6^\circ - 8^\circ$

П.5. Местные потери в диффузоре для некрутого сечения трубы с учетом когерентности потока при ламинарном режиме движения жидкости

Для определения местных потерь напора в диффузоре при ламинарном режиме движения жидкости воспользуемся формулой определяющей расход при ламинарном движении жидкости в некрутых трубах (см. фор. ())

$$Q = (g_i / 4\nu) I_{\text{ср}} \quad (\text{П.144})$$

Где i - гидродинамический уклон и равно

$$i = dh_{\text{нпф}} / dx \quad (\text{П.145})$$

Здесь $dh_{\text{нпф}}$ - потери напора на элементарном участке dx диффузора

$I_{\text{ср}}$ - момент инерции при кручении для сечения на расстоянии x от начала расширения трубы, которое можно определить по формуле (П.146)

$$J_{x_{0x}} = J_{x_{0z}} / [1 + (J_{x_{0z}}^2 / J_{x_{0l}}^2 - 1) x/L]^{0.5} \quad (\text{П.146})$$

Поставляя в формулу (П.144) значения i и $J_{x_{0x}}$.
Получим

$$dh_{v_{0z}} = (4Qv/gJ_{x_{0z}}) [1 + (J_{x_{0z}}^2 / J_{x_{0l}}^2) x/L]^{0.5} dx \quad (\text{П.147})$$

Обозначим

$$a_1 = 4Qv/gJ_{x_{0z}}; \quad b_1 = (J_{x_{0z}}^2 / J_{x_{0l}}^2) / L \quad (\text{П.148})$$

Внесем эти обозначения в формулу (П.147) получим

$$dh_{v_{0z}} = a_1 (1 + b_1 x)^{0.5} dx \quad (\text{П.149})$$

Интегрируя формулу (П.149) с помощью замены переменных

$$\int dh_{v_{0z}} = a_1 \int (1 + b_1 x)^{0.5} dx + c \quad (\text{П.150})$$

Полагаем $\zeta = 1 + b_1 x$; тогда $d\zeta = b_1 dx$; и $dx = d\zeta / b_1$

$$\int (1 + b_1 x)^{0.5} dx = a_1 / b_1 \int \zeta^{0.5} d\zeta = a_1 \zeta^{1.5} / 1.5 b_1$$

Тогда

$$h_{v_{0z}} = (a_1 / 1.5 b_1) (1 + b_1 x)^{1.5} + c \quad (\text{П.151})$$

Когда $x=0$; тогда $h_{v_{0z}}=0$

Получим $c = -a_1 / 1.5 b_1$

Окончательно получим

$$h_{v_{0z}} = (a_1 / 1.5 b_1) [(1 + b_1 L)^{1.5} - 1] \quad (\text{П.152})$$

Когда $L=0$; тогда $h_{v_{0z}}=0$.

П.6 Местные потери в конфузоре для некруглого сечения Трубы с учетом когерентности потока для

ламинарного режима движения жидкости

При движении жидкости в конфузоре вдоль потока скорость растет, а давление уменьшается (градиент давления $dP/dl < 0$). Причины к появлению вихреобразования и отрыва потока в конфузоре нет. Лишь на выходе из конфузора при параллельных образующих труб имеется сжатие потока и отрыв потока от стенки, но эта зона меньше, чем при внезапном сужении.

Для определения местных потерь в конфузоре используем формулу Дарси—Вейсбаха с учетом когерентности потока для элементарного участка dx

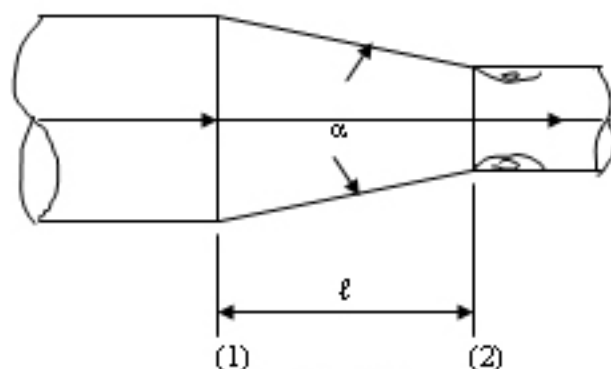


Рис. П.22

The loss arising from sudden enlargement or contraction can be reduced by using a divergent or convergent pipe. A diverging passage is known as diffuser and a converging passage as effuser, see Fig. П.22.

The head loss for a conical effuser may be estimated with reasonable accuracy by using the Darcy-Weisbach equation. Integrating the differential head loss for a length dx between sections (1) and (2) for an effuser (Fig. 22), we get

$$h_c = \int_0^l (\lambda dx) (V^2 / 2g)$$

If the friction factor is assumed constant, the average of the values at inlet and outlet, then by integrating, we obtain

$$h_c = \left\{ \lambda / 8 \tan(\alpha/2) [1 - \omega_2^2 / \omega_1^2] \right\} V_2^2 / 2g \quad (\text{П.153})$$

Although equation (П.153) indicates that the head loss friction is small for large values of α , the angle of convergence should not be large enough such that it favours

the conditions similar to sudden contraction. The angle should not usually exceed 20-40 in order to reduce the loss from expansion following contraction.

Для первого приближенного расчета можно использовать формулу (П.153) для ламинарного режима движения жидкости в некруглых трубах. Если V_2 будет определено по формуле (1.33)

$$V_2 = (g i_2 / 4 \nu) i_{02}^2 \quad (\text{П.154})$$

где i_2 - гидродинамический уклон на отводящем трубопроводе;

i_{02} - радиус инерции при кручении живого сечения для отводящей трубы;

λ - среднее значение коэффициента Дарси для подводящей и отводящей некруглого сечения труб при ламинарном режиме

$$\lambda_{01} = 8(V_{01} i_{01} / \nu); \quad \lambda_{02} = 8(V_{02} i_{02} / \nu) \quad (\text{П.155})$$

и

$$\lambda = (\lambda_{01} + \lambda_{02}) / 2 \quad (\text{П.156})$$

α - угол конусности

Таким образом в конфузоре имеются лишь потери на трение. В связи с этим сопротивление конфузора всегда меньше, чем сопротивление такого же диффузора.

Как выше было сказано небольшое искривление и отрыв потока от стенки с одновременным сжатием потока возникает лишь на выходе из конфузора в месте соединения конической трубы с цилиндрической. Для ликвидации искривления и связанных с ним потерь рекомендуется коническую часть плавно сопрягать с цилиндрической или коническую часть заменить криволинейной, плавно переходящей в цилиндрическую (рис. П.23). При этом можно допустить значительную степень сужения n ($n = \omega_2 / \omega_1$), при небольшой длине вдоль оси и небольших потерях.

Коэффициент сопротивления такого плавного сужения, называемого соплом, изменяется примерно в пределах $\zeta=0,03+0,1$ в зависимости от степени и плавности сужения и R_c (Большим R_c соответствуют малые значения ζ и наоборот).

Известно, что при ламинарном режиме, во-первых местные сопротивления обычно играют малую роль по сравнению с сопротивлением трения и, во-вторых, закон сопротивления является более сложным и исследован в меньшей степени, чем при турбулентном течении. [104] с.103 (Т. М. Балга)

«Если при турбулентном течении местные потери напора можно считать пропорциональными скорости (расхода) во второй степени, а коэффициенты потерь ζ определяются в основном формой местного сопротивления и практически не зависят от R_c то при ламинарном течении потерю напора h_m следует рассмотреть как сумму

$$h_m = h_{\nu} + h_{\text{отр},0} \quad (\text{П.157})$$

где h_{ν} - потеря напора, обусловленная непосредственным действием сил трения (вязкости) в данном местном сопротивлении и пропорциональной вязкости жидкости и скорости в первой степени; $h_{\text{отр},0}$ - потеря, связанная с отрывом потока и вихреобразованием в самом местном сопротивлении или за ним и пропорциональная скорости во второй степени.» стр. 103 [104]

Надo отметить что гидродинамическая аналогия дает возможность более подробно исследовать местные потери при ламинарном режиме движения жидкости (см. Приложение 4 и другие)



Рис. (П.23)

Иногда вместо двучленной формы выражения местных гидравлических потерь применяют степенной одночлен

$$h_{\Sigma} = kQ^m$$

(П.158)

где k – размерная величина; m – показатель степени, зависящий от формы местного сопротивления и R_{Σ} и изменяющийся в пределах от 1 до 2.

Для местных сопротивлений и R_{Σ} , при которых закон сопротивления близок к линейному, часто применяют выражение местных гидравлических потерь через эквивалентные длины ℓ_{Σ} трубопровода, т.е. ФАКТИЧЕСКУЮ длину $\ell_{\text{факт}}$ трубопровода увеличивают на длину, эквивалентную по своему сопротивлению местным сопротивлениям

Таким образом,

$$\ell_{\text{расч}} = \ell_{\text{факт}} + \ell_{\Sigma}$$

(П.159)

и для круглого сечения труб будет

$$\sum h = (64/R_{\Sigma}) (\ell_{\text{расч}}/d) (V^2/2g) = (128\nu \ell_{\text{расч}} Q/mgd^3) \quad (\text{П.160})$$

а для некруглых сечений труб будет

$$\Sigma h = (8/R_0)(\ell_{\text{очн}}/\lambda_{\text{в}})(V^2/2g) = (4v\ell_{\text{очн}}Q)(g/\lambda_{\text{в}}) \quad (\text{П.161})$$

Численные значения эквивалентных длин для различных местных сопротивлений обычно находят опытным путем.

ПРИЛОЖЕНИЕ VI

Когерентность [от латин. *cohaerens* (*cohaerentis*)-находящийся в связи] – согласованное протекание во времени нескольких колебательных, волновых или взрывных процессов, проявляющееся при их сложении. (см. Политехнический словарь, Издательство «Советская энциклопедия» Москва 1977).

«Интерес к изучению когерентных структур обусловлен их важной ролью в процессах турбулентного перемешивания, горения и генерации аэродинамического шума. Их исследование позволяет выявить ряд фундаментальных свойств турбулентных сдвиговых течений и дать объяснение ряда эффектов» (см. Е.В. Власов, А.С. Гиневский, Когерентные структуры в турбулентных струях и следах, Итоги науки и техники, Механика жидкости и газа, Том 20 Москва 1986).

Наблюдается лавинообразный рост числа публикаций, посвященных исследованию когерентных структур потоков:

1. Рабиневич М. И., Сушик М. М., Когерентные структуры в турбулентных течениях. – В сб.: Нелинейные волны. Самоорганизация Москва 1988, 56-85.

2. Садовский В.С., Таганов Г.И., Дудрадов И. В., Математическое моделирование нестационарных когерентных структур в турбулентных сдвиговых течениях – В сб.: Числ. Методы мех. сплош. среды (Новосибирск) 1983, 14 №? 145-158.

3. Гиневский А. С., Власов Е. В., Когерентные структуры в турбулентных струйных течениях. — В сб. Модели механики сплошной среды. Новосибирск, 1983, 91-117.

ПРИЛОЖЕНИЕ VII

КОЭФФИЦИЕНТ КОРНОЛИСА В УРАВНЕНИИ БЕРНУЛЛИ ДЛЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ С УЧЕТОМ КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА

Известно, что все движения вязкой жидкости являются ирреверсивны [108].

Необходимо отметить, что в используемых настоящее время методах расчета при ламинарных и турбулентных режимах сплошных течений наличие когерентных структур непосредственно при подсчете энергетического баланса не учитывается.

Критическое отношение к уравнению Бернулли было обращено после обнаружения когерентных структур потока (см. [109],[110]).

Известно, что при выполнении инженерных расчетов часто бывает удобно выражать энергию потока через среднюю скорость $V = Q/\omega$, так как последнюю можно легко найти экспериментально. Чтобы интегральные характеристики течения при этом соответствовали действительному профилю скорости, обычно вводит коэффициент КОРНОЛИСА. Однако следует подчеркнуть, что при использовании средней расходной скорости в расчетах могут быть допущены весьма серьезные ошибки, поэтому к результатам таких расчетов следует относиться со строгостью.

Еще в 1849 г. Лорд Кельвин [111] доказал, что кинетическая энергия потенциального движения жидкости без вихревой, занимающей односвязную область имеет наименьшее значение по сравнению с любым другим движением жидкости одних и тех же граничных условий.

Если так же учесть теорему Гельмгольца [112] она гласит, что: «общее движение жидкостного элемента состоит из: 1. ПОСТУПАТЕЛЬНОГО движения в месте с центром; 2. ВРАЩЕНИЯ с некоторой угловой скоростью вокруг оси, проходящей через центр; 3. ДЕФОРМАЦИОННОГО движения.

Закрытость является важной характеристикой».

Очевидно кинетическую энергию жидкости можно представить в виде суммы трех частей, каждая из которых выражает движение определенного вида:

1. Кинетическая энергия ПОСТУПАТЕЛЬНОГО движения;
2. Кинетическая энергия ВРАЩАТЕЛЬНОГО движения;
3. Кинетическая энергия ДЕФОРМАЦИОННОГО смешанного движения [112].

Из вышесказанного становится ясно, что в уравнение Бернулли где величина коэффициент Корнописаа рассчитана для потенциального движения жидкости согласно теореме лорда Кельвина [111] и теореме ГелГольца [112] будет меньше, чем с учетом когерентности потока.

Для иллюстрации вышесказанного определим кинетическую

энергию при ламинарном режиме движения жидкости в круглом сечении трубопровода с радиусом r_0 , с учетом когерентности потока.

В начале определим кинетическую энергию потока при поступательном движении.

$$E_0 = (1/2) 2\pi r_0 \int_0^{r_0} U_x^2 U_x r dx = \rho (\pi r_0^4 / 54 \beta^3) \int_0^{r_0} [1 - (r/r_0)]^3 r dx$$

$$E_0 = \rho (\pi r_0^8 / 512 \mu^2) (dP/dz)^2 \quad (П.162)$$

Где r_0 - радиус жидкости, μ - динамическая вязкость жидкости, z - расстояние от центра до материальной точки; dP/dz - перепад давления.

Определим кинематическую энергию вращательного движения при ламинарном режиме движения в круглом трубопроводе.

Для определения кинетической энергии вращательного движения используем теорему Кеннинга [113]

$$E_0 = \frac{1}{2} J_{0x} \omega_0^2 \quad (\text{П.163})$$

где J_{0x} — момент инерции потока относительно оси вращения для круглой трубы:

$$J_{0x} = M/2 \cdot r_0^2 \quad (\text{П.164})$$

здесь M — масса жидкости; ω_0 — угловая скорость вращения потока.

При ламинарном режиме движения в трубах угловая скорость в любой точке поперечного сечения будет:

$$\omega = (\gamma J / 8 \mu) r \quad (\text{П.165})$$

где γ — объемный вес жидкости; J — гидродинамический уклон. В СРЕДНЕМ ДЛЯ ЦЕЛОГО ПОТОКА БУДЕТ:

$$\omega_0 = (\gamma J / 2 \mu) r_0 \quad (\text{П.166})$$

Подставляя значения J_{0x} и ω_0 в формуле (П.163) Получим:

$$E_0 = \frac{1}{2} (M/2) r_0^2 (\gamma J / 2 \mu) r_0^2$$

Или

$$E_0 = M \theta (\gamma J / 8 \mu)^2 r_0^4 \quad (\text{П.167})$$

Если учесть, что средняя скорость потока в круглом трубопроводе равна:

$$V = (\gamma/8\mu)x_0^2 \quad (\text{П.168})$$

Тогда получим:

$$E_0 = 0,20(M V^2/2) \quad (\text{П.169})$$

Определим полную кинетическую энергию потока при ламинарном режиме движения жидкости в трубопроводе:

$$E = E_0 + E_{\kappa} = -\rho(\pi x_0^2/512\mu^2)(dP/dz)^2 + 0,20(M V^2/2) \quad (\text{П.170})$$

Если учесть, что

$$V = - (x_0^2/8\mu)dP/dz \quad (\text{П.171})$$

При использовании средней скорости для вычисления поступательной кинетической энергии потока находим

$$E_0 = 0,5 M V^2 = \rho(\pi x_0^2/1024\mu^2)(dP/dz) \quad (\text{П.172})$$

Следовательно, определим коэффициент Корнелиса поступательного движения:

$$\alpha = E_0/E_{cp} = 1024/512 = 2,0 \quad (\text{П.173})$$

Следовательно, формула (П.170) примет такой вид

$$E = E_0 + E_{\kappa} = 2(M V^2/2) + 0,2(M V^2/2),$$

$$E = 2,2 (M \cdot V^2 / l^2) \quad (П.174)$$

Из формулы (П.174) можно заключить, что коэффициент Корнелиса для ламинарного режима движения в круглой трубе равен $\alpha = 2,2$ а не $\alpha = 2,0$

ПРИЛОЖЕНИЕ VIII

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НОВЫХ ТЕРМИНОВ И ПАРАМЕТРОВ В ИНЖЕНЕРНОЙ ГИДРАВЛИКЕ ИЗ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ	ГИДРАВЛИКА
НАИМЕНОВАННЫЕ ПАРАМЕТРОВ	
1 Малют вихря при кручении - i_0, M^2	Гидравлический малют вихря (с учетом эйлерова режима невязкости жидкой среды потока) i_0, M^2
2 Радиус вихря при кручении - i_0, M	Гидравлический радиус вихря (с учетом эйлерова режима невязкости жидкой среды потока) i_0, M
3 Малют скорости при кручении W_{20}, M^4	Гидравлический малют скорости (с учетом эйлерова режима невязкости жидкой среды потока) W_{20}, M^4
4 Функция кручения стержня ρ_0, M	Функция вязкости потока ρ_0, M

Примечание: *) Радиус инерции при кручении в теории упругости вообще не фиксируется. Оно принято авторами и определяется по формуле $i_0 = i_b = (I_{EP}/\omega)^{0,5}$

Для подобных поперечных сечения стержня и живого сечения потока $I_{EP} = I_E$ $i_0 = i_b$ $W_{EP} = W_b$ $\rho_0 = \rho_b$ (согласно гидродинамической аналогии Вуссияса)

ПРИЛОЖЕНИЕ IX

Развитие ламинарного движения жидкости в некруглых трубах с учетом когерентности потока

Ламинарный режим течения наблюдается при $R'_{\text{с}} < R'_{\text{до}}$. Для изотермического потока в некруглой трубе $R'_{\text{до}} = 800$ (см. Глава 1 § 9). Ламинарное течение в отсутствие свободной конвекции принято называть вязкостным, а течение, сопровождающееся свободной конвекцией, — вязкостно-гравитационным. Вязкостный режим тем более вероятен, чем больше вязкость жидкости и меньше диаметр трубы и температурный напор. В УСЛОВИЯХ теплообмена даже в отсутствие влияния свободной конвекции распределение скорости по сечению трубы может значительно отличаться от профиля скорости изотермического потока, если вязкость теплоносителя заметно изменяется с изменением температуры. У капельных жидкостей, например, с ростом температуры вязкость падает. В результате при нагревании потока скорость вблизи стенки больше, чем при охлаждении, и соответственно интенсивнее температур.

На начальном участке канала профиль скорости и температуры жидкости изменяются от состояния во входном сечении до полностью развитой по сечению потока формы (см. П 24).

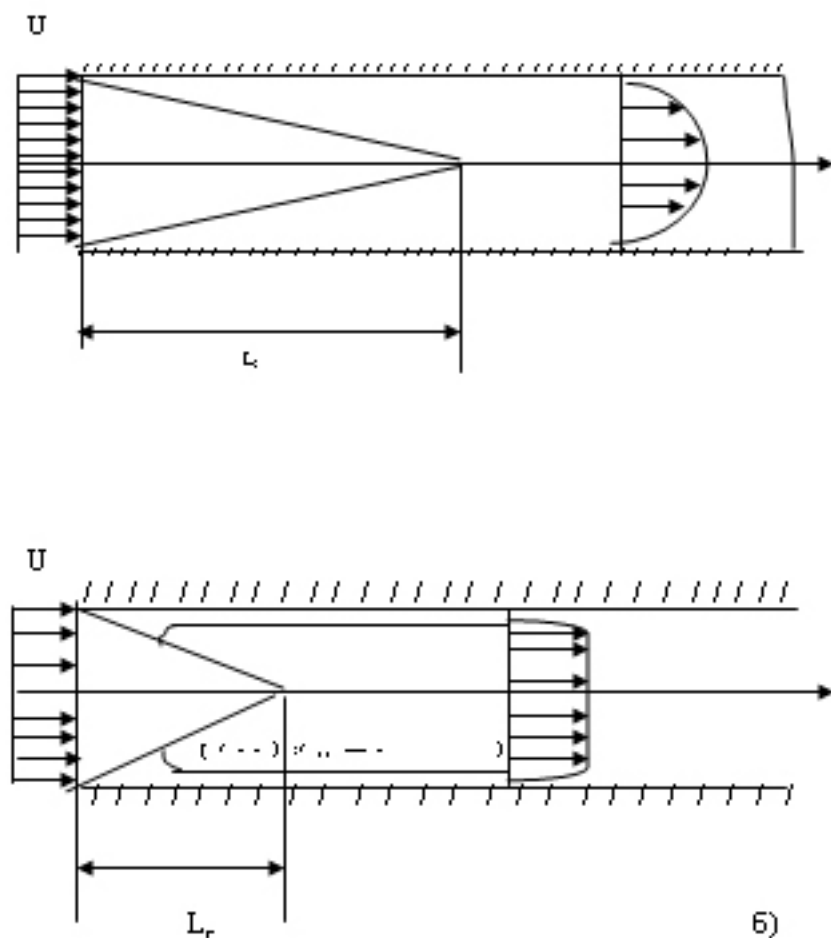


Рис. П.24 Гидродинамическая стабилизация потока в трубе при ламинарном режиме (а) и турбулентном режиме (б) течения

Эти участки канала, в пределах которых формируется гидродинамический и тепловой пограничные слои, разываются соответственно гидродинамическим и термическим начальным участком.

На участках гидродинамической и тепловой стабилизации потока теплоотдача по мере развития пограничных слоев падает по длине канала, число Нуссельта N_u^* уменьшается, асимптотически приближаясь к постоянному значению $N_{u\infty}$ (рис. П.25)

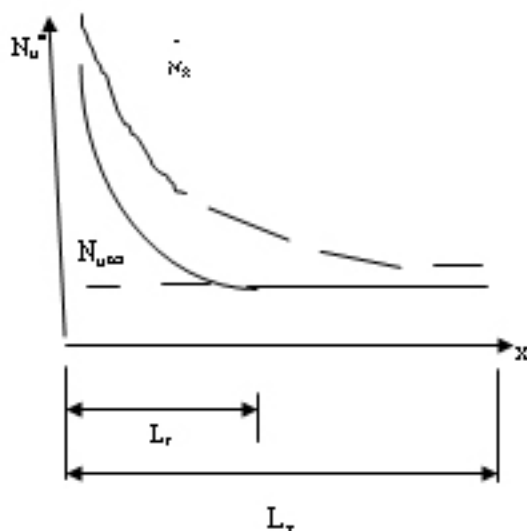


Рис. П.25 Изменение локального и среднего значений число Нуссельта по длине трубы

Это значение $N_{i, \text{кр}}$, называемое предельным, характеризует интенсивность теплоотдачи полностью стабилизированного потока. В трубах длиной $L \gg L_r$ и $L \gg L_T$ средняя теплоотдача можно считать равной предельной: $N_u = N_{u, \text{кр}}$

N_u' - Критерий теплоотдачи (число Нуссельта с учетом когерентности потока) $N_u' = \kappa i_{\text{до}} / \lambda$ характеризует взаимодействие вращательной теплоотдачи с теплопроводностью в пристенном слое текучей среды, где κ - коэффициент теплоотдачи, Вт/(м²·К); λ - теплопроводность Вт/(м·К); $i_{\text{до}} = \sqrt{I_{\text{до}}' / \rho}$ - радиус инерции при вращении. (Кутателадзе С. С., Теплопередача и гидродинамическое сопротивление, справочное пособие, Энергоатомиздат Москва 1990).

В главе I в § 13 было указано, что систематическое исследование вопроса о начальном участке течения в трубах и диффузорах было показано в работах Вусиньска, Л. Штисом, Кембелом и Слетером, С. Таргом, В. Е. Губинюм и др.

Длина начального участка для круглой трубы при ламинарном режиме движения жидкости по формуле Вусиньска равно $L_{\text{нач}} = 0,065 D Re$, по формуле Л. Штиспером - $0,0287 D Re$, С. Таргом - $0,04 D Re$, В. Е. Губинюм - $0,042 D Re$.

Причиной такого расхождения является неучет выше сказанного и неточного учета силы трения при развитии ламинарного течения а также неучет когерентности потока.

Различие ламинарного движения жидкости в некруглых трубах дается в литературе [125] раздел 2 § 2.6.1 стр. 164, который нами приводится ниже:

«При ламинарном течении теплоносителя длины гидродинамического L_r и термического L_T начальных участков определяются по формуле

$$L_r = K_r Re d, \quad (\text{II.175})$$

$$L_T = K_T Re P_r d, \quad (\text{II.176})$$

где K_r и K_T - индивидуальные для каналов с разной формой поперечного сечения постоянные; d - эквивалентный


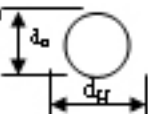
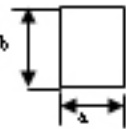
диаметр сечения: $d_s = 4 \omega / \gamma$, здесь ω и γ - площадь и периметр проходного сечения; $Re = Vd_s / \nu$ - число Рейнольдса, V - средняя скорость потока, ν - кинематическая вязкость; Pr - критерий диффузионных взаимодействий (Прандтль, 1910г) характеризует взаимодействие двух диффузионных процессов, являясь некоторой особой физической характеристикой текучей среды. Термогидродинамическое число (собственно число Прандтля) $Pr = \nu / \alpha$; диффузионное-гидродинамическое число $Pr_{\text{гид}} = \nu / D$; α - коэффициент диффузии теплоты (коэффициент температуропроводности) $\text{м}^2/\text{с}$; D - КОЭФФИЦИЕНТ ДИФФУЗИИ ВЕЩЕСТВА $\text{м}^2/\text{с}$

Для газов, у которых $Pr \approx 1$; расчетная длина начального теплового участка может достигать значений $L_{\text{н}} \approx 100d_s$. У очень вязких жидкостей (масло) $Pr \gg 1$ и значение $L_{\text{н}}$ можно изменять в пределах $(10^1 - 10^4) d_s$, т.е. практически весь канал может представлять собой участок тепловой стабилизации.

Значения приведенных длина начальных участков (постоянные $K_r = (1/Pr) L_{\text{н}}/d_s$; $K_{\text{гид}} = (1/Pr_{\text{гид}}) L_{\text{н}}/d_s$) при ламинарном течении в различных трубах даны в табл. 2.23 [125] (см. также таблицу п 7). Рекомендации по расчету теплообмена при вязком режиме течения приведены в табл. 2.24 [125]. Теплообмен при произвольном изменении q_w по длине канала и на начальном участке трубы с некруглой формой сечения см. [33-35]. Обозначения: $Re = Vd_s/\nu$; $Pr = Vd_s/\alpha$; V - СРЕДНЯЯ СКОРОСТЬ ПОТОКА; T_s - температура стенок; q_w - плотность теплового потока на стенке трубы.

Приведенные длины участков гидродинамической и тепловой стабилизации ламинарного потока в трубках

Таблица П.7 (см. Таблицу 2.23 [125])

Форма поперечного сечения канала	$K_r = (1/R_e) L_r / d_e$	$K_r = (1/P_e) L_r / d_e$	
		$T_w = \text{const}$	$q_w = \text{const}$
1	2	3	4
<p>Круглое сечение</p> <p>$d_e = d$</p> 	0,065	0,055	0,07
<p>Кольцевое сечение ($d_w/d_e = 0,1-0,9$)</p> <p>$d_e = d_o + d_i$</p> 	0,015-0,01	0,05	0,06
<p>Прямоугольное сечение ($a/b = 0,125-1$)</p> <p>$d_e = 2ab/(a+b)$</p> 	0,023-0,075	—	—

П.1 ОПРЕДЕЛЕННЫЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ДЛИНЫ НАЧАЛЬНОЙ УЧАСТКИ ДЛЯ НЕКРУТЫХ ТРУБ ПРИ ЛАМИНАРНОМ ТЕЧЕНИИ С УЧЕТОМ КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА

Используя формулу (П.175) и данные которые дано в таблице П.7 (см. таблиц. 2.23 [125]) авторы пришли к заключению, что гидродинамическая длина начального участка для некрутых труб при ламинарном течении теплоносителя можно определить по формуле

$$L_r = K_r R'_c \dot{\lambda}_0 / \sqrt{J_0} \quad (\text{П.177})$$

где R'_c - число Рейнольдса с учетом когерентности потока

$$R'_c = V \dot{\lambda}_0 / \nu \quad (\text{П.178})$$

$\dot{\lambda}_0$ - радиус инерции при кручении параметра когерентности потока (см. табл. 1.1)

$$\dot{\lambda}_0 = \sqrt{I_{\dot{\lambda}_0} / \omega} \quad (\text{П.179})$$

$I_{\dot{\lambda}_0}$ - момент инерции при кручении для живого сечения (см. табл. 1.1)

J_0 - параметр формы (см. Главу 1 §11)


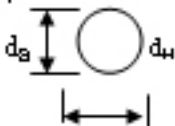
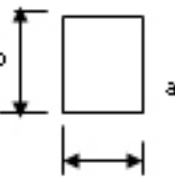
$$J_0 = I_{\dot{\lambda}_0} / \omega^2 \quad (\text{П.180})$$

K_r - коэффициент пропорциональности, для определения которого пользуемся формулой (П.175) и (П.177) и значениями L_r для разных форм, который дано (см. таб. 2.23 [125]) и таб. П.8

Из формулы (П.175) и (П.177) определим коэффициент пропорциональности

$$K_r = L_u (d^3 / i_{\text{до}}^3) \sqrt{J_0} \quad (\text{П.180})$$

В таблице П8 ДАНО ЗНАЧЕНИЕ K_r и L_u для разных форм проходного сечения канала
Таблица П8

Форма проходного сечения канала	$L_r = (1/R_c) L_u / d_c$	$K_r = L_u (d^3 / i_{\text{до}}^3) \sqrt{J_0}$
Круглое сечение  $d_c = d$	0,065	0,208
Кольцевой сечение ($d_{\text{в}}/d_{\text{н}} = 0,1-0,9$)  $d_c = d_{\text{н}} + d_{\text{в}}$	0,015-0,01	0,198
Прямоугольное сечение ($a/b = 0,125-1$)  $d_c = 2ab / (a+b)$	0,023-0,075	0,200

Из таблицы П.8 видно, что K_f остается постоянным и равно $K_f=0,202$. Окончательно получим

$$L_r = 0,202 R^* \cdot i_{\text{в}} / \sqrt{J_{\text{в}}} \quad (\text{П.181})$$

ПРИЛОЖЕНИЕ X

ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ПРИ НЕПОЛНОМ СЖАТИЕМ С УЧЕТОМ КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА

Известно, что сжатие струи при подходе к отверстию может быть полным (по всему периметру) и неполным, когда с одной или нескольких сторон жидкость при подходе к отверстию не испытывает сжатия (см. рис. П.26)

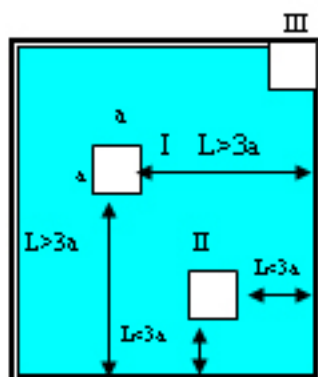


Рис. П. 26
(см. Приложение XII стр. 309)

В последнем случае коэффициент расхода [126]
 $\mu_{0n} = \mu(1 + K_{0n} \rho_1 / \rho) \quad (\text{П.182})$

где ρ - полная длина периметра отверстия; ρ_1 - длина части периметра отверстия, где отсутствует сжатие; μ - коэффициент расхода при полном жатие.

Коэффициент K_{0n} в зависимости от формы отверстия может быть принято равным:

для круглых отверстий - 0,128,
 для квадратных отверстий - 0,152,
 для прямоугольных отверстий с соотношением сторон 1:2 - 0,157.

Выше приведенная формула (П.182) не учитывает когерентность потока.

Нами было получена формула (3.16) (см. главу III §3.3) где для определения расхода при полном сжатии было использовано параметр момент инерции при кручении I_0 [7], который учитывает когерентность потока.

Известно, что когда с одной или несколькими сторон жидкость при подходе к отверстию не испытывает сжатия, конечно момент инерции при кручении I_0 требует поправочного коэффициента, т.е. из теории упругости так называемы G^* , модуль сдвига [7].

Согласно выше сказанной формуле (3.16) примет такой вид

$$Q = K \sqrt{g H G^* I_0} \quad (\text{П.183})$$

где G^* - относительная модуль сдвига.

Для первого допущения можно определить G^* , используя формулу (П.182), (П.184) и

$$Q = \mu \omega (1 + k_{0n} \rho_1 / \rho) \sqrt{2g H} \quad (\text{П.184})$$

Откуда

$$G^*_c = [0,42 \mu^2(1+k_{0,1}l^2)^2] / I_c \quad (\text{П.185})$$

где
$$I_c = I_{\text{н}} / \mu^2 \quad (\text{п.186})$$

При полном сжатии $G^*_c = 1, 0$ а при неполном сжатии $G^*_c > 1, 0$.

Для ньютоновских жидкостей у которых модуль сдвига будет меньше 1 пропускная способность их будет меньше чем для воды.

ПРИЛОЖЕНИЕ XI ПРОПУСКНАЯ СПОСОБНОСТЬ ВОДОСЛИВОВ АРОЧНЫХ ПЛОТИН

В современных водосливах арочных плотин напор и удельные расходы воды ввиду сокращения сливного фронта принимают значительные размеры. Эти факторы, а также кривизна водослива в плане вызывает необходимость исследования формы движения потока на водосливе и определения параметров перелива.

Одним из основных в этом случае является вопрос определения пропускной способности водосливов арочной формы. По этому изучение гидравлик таких водосливов при больших отношениях напора воды на гребне водослива к ширине сливного отверстия Н/В и наличия плановой кривизны водослива, при котором движение потока на сливной поверхности значительно отличается от условий его движения, хорошо известного в гидравлике, является важной задачей.

Изучением пропускной способности водосливов арочных плотин занимались зарубежом: Ю. М. Барданова [127], В. Г. Скрыга [128], Г. Н. Сурыгина [129], Г. М. Зягин [130], канадские и американские инженеры, немецкий специалист Айбель [131], польский ученый Р. Богвицкий [132] и др.

В проведенных экспериментальных исследованиях на водосливах были приняты небольшие напоры - от 1 до 10 см. и небольшие, не превышающие единицы, соотношения напора к ширине водослива. Не было учтено когерентность потока при переливе потока на водосливе.

Результатом выше проведенных исследований явились следующие выводы:

Расход водослива арочных плотин может быть определен по обобщенной формуле с некоторым поправочным коэффициентом:

$$Q = \epsilon_1 m B \sqrt{2g} H^{3/2} \quad (\text{П.187})$$

ЗДЕСЬ H – напор воды над гребнем водослива;

B – полная геометрическая ширина водосливного фронта (в свету);

ϵ_1 – коэффициент, учитывающий влияние кривизны водослива в плане

$$\epsilon_1 = m_1 / m < 1 \quad (\text{П.188})$$

где m_1 и m – коэффициент расхода прямого и криволинейного в плане водослива.

Для определения ϵ_1 выше перечисленные авторы предлагают эмпирические формулы.

ПРОПУСКНАЯ СПОСОБНОСТЬ ВОДОСЛИВА АРОЧНЫХ ПЛОТИН С УЧЕТОМ КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА

В 1987г Н.Е. Таварьянцадзе было получена формула [133] для водосливов с учетом когерентности потока, при расположении порога в плане прямым

$$Q = K \sqrt{g} I_{0,625}^{0,625} I_{np} \quad (\text{П.189})$$

здесь K – коэффициент пропорциональности, $K=1.6$;

I_{np} – момент инерции при кручении, для прямоугольного сечения определяется по формуле

$$I_{np} = \beta B H^3 \quad (\text{П.190})$$

где H – напор воды над гребнем водослива;

B – полная геометрическая ширина водосливного фронта (в сечу)

β – коэффициент который зависит от соотношения B/H ;

Для определения пропускной способности водослива арочных плотин было использовано формула (П.189)

Известно, что для водослива арочной плотины у которой в плане порог расположен криволинейно I_0 – момент инерции при кручении будет другим. Особенно будет отличаться коэффициент β

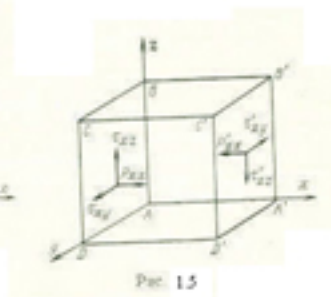
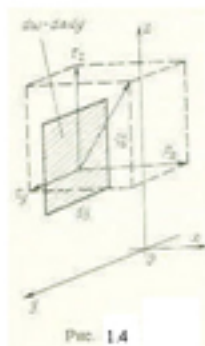
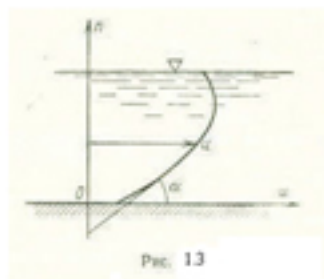
Для определения коэффициента β поступаем таким образом: в формуле (П.189) поставим значение I_0 (см. фор. (П.190)) и тогда определим β

$$\beta = Q / (K \sqrt{g} B_{\Delta}^{0,425} H_{\Delta}^{1,875}) \quad (\text{П.191})$$

K – коэффициент пропорциональности $K = 1,6$

После этого строим график: $\beta = \phi(B_{\Delta} / H_{\Delta})$ (см. Рис.)

ПРИЛОЖЕНИЕ XII



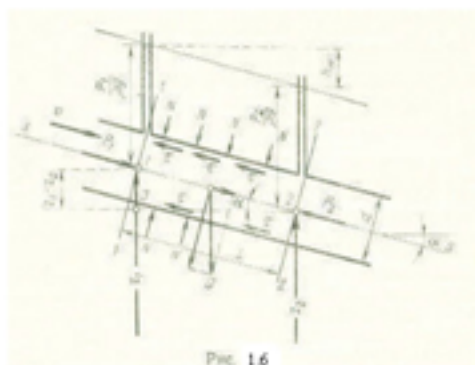


FIG. 16

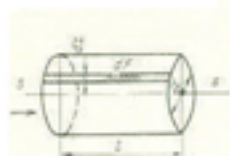


FIG. 17

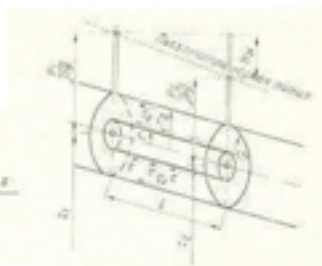


FIG. 18

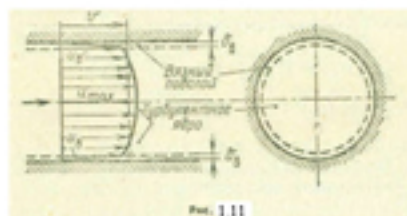


FIG. 111

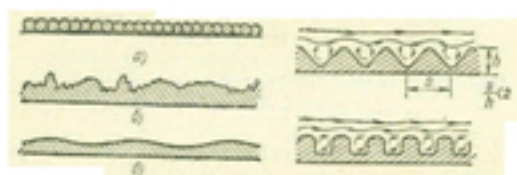


Fig. 1.12

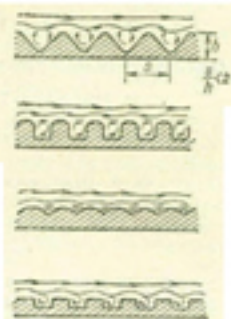


Fig. 1.13

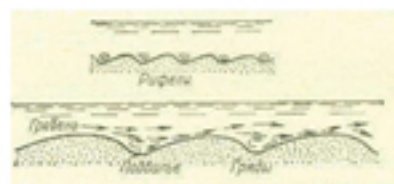


Fig. 1.14

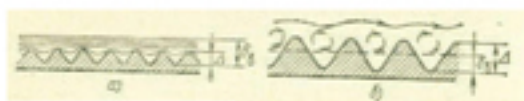


Fig. 1.15

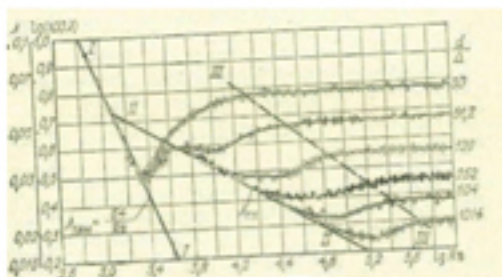


Fig. 1.22

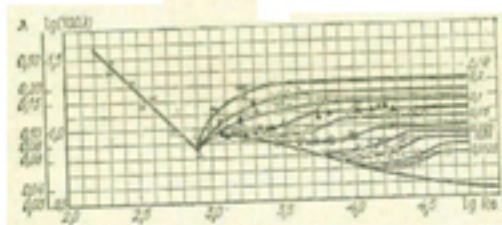


Fig. 1.23

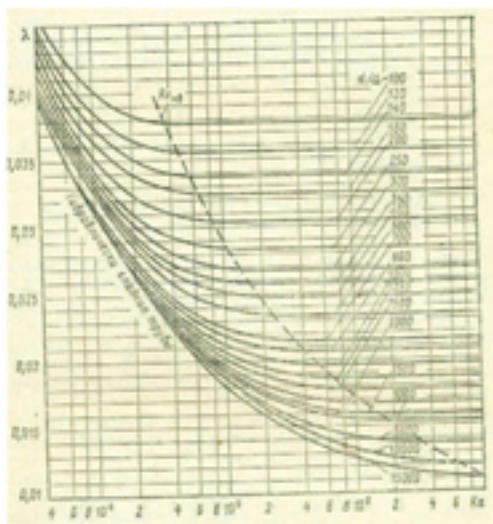
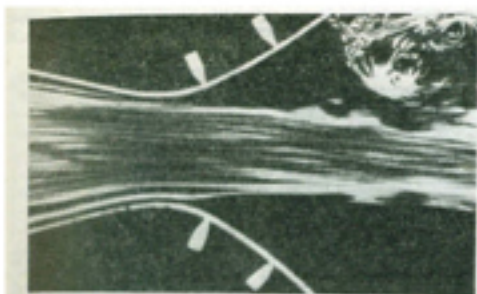


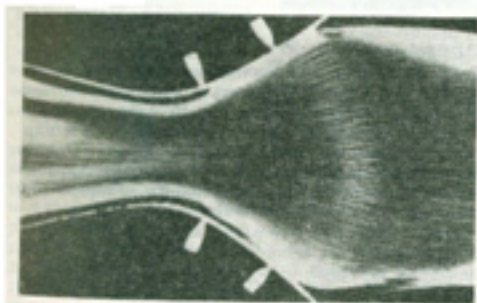
Fig. 1.246



Fig. 1.25



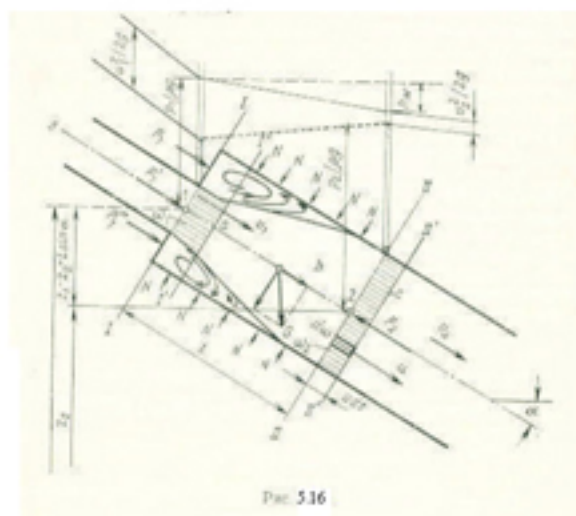
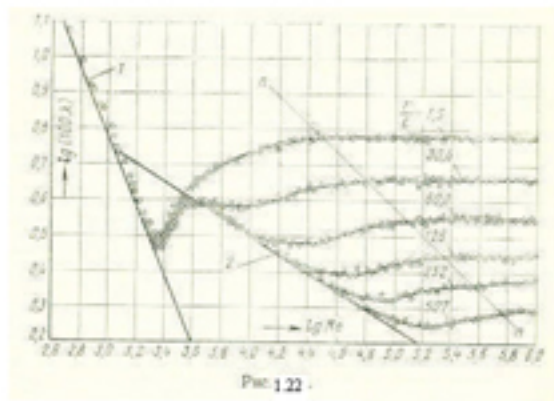
Ф и г. 117 Течение в реке расширяющемся изгибе [4].



Ф и г. 118 Течение в изгибе с оттоком пограничного слоя на обеих стенках. Направление течения слева направо [4].



Рис. 111



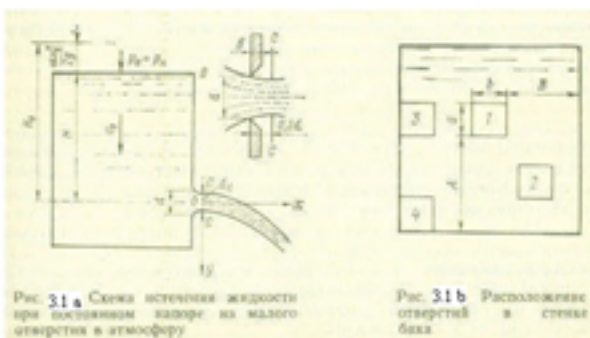


Рис. 31а Схема истечения жидкости при постоянном давлении из малого отверстия в атмосферу

Рис. 31б Расположение отверстий в стенке бака

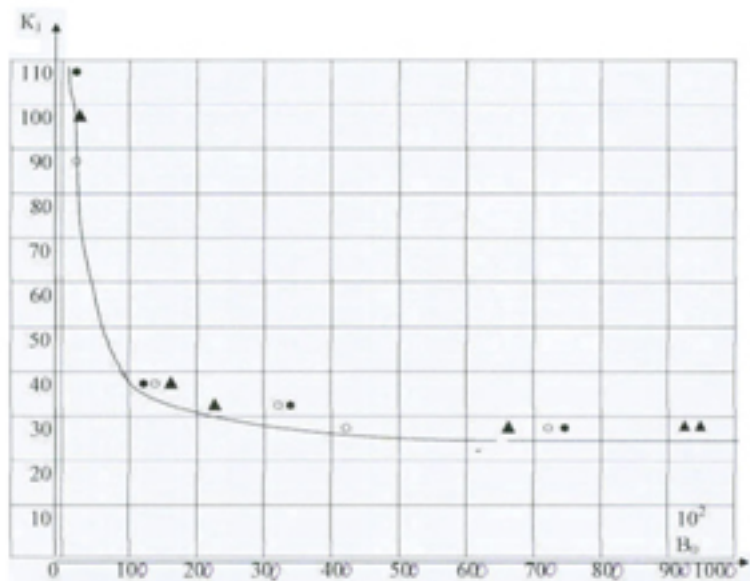


Рис.2.7

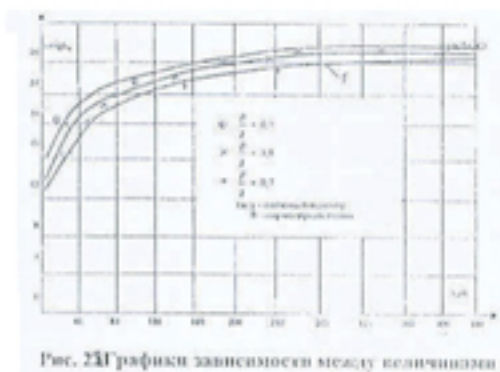


Рис. 2.8 Графики зависимости между величинами

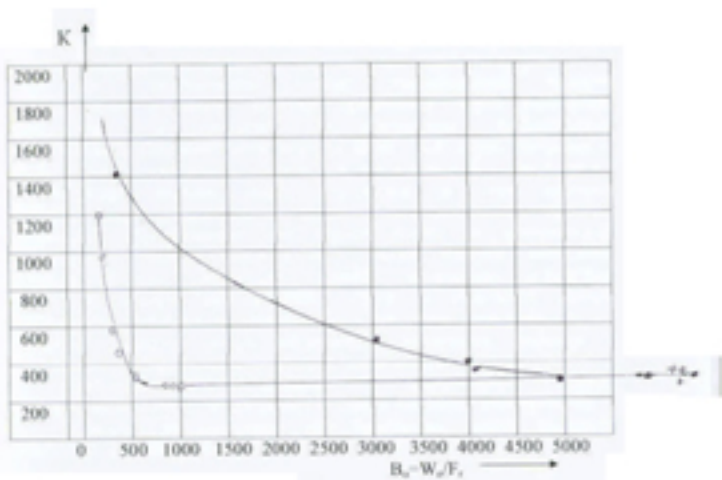


Рис. 2.9

• — оценка B_{gen} , ○ — оценка $A \cdot D$ без учета, + оценка $K \cdot A \cdot D \cdot Z_{уд}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д., Lifшиц Е. М. Теоретическая физика, Т. VI, Гидродинамика, издательство «Наука», Москва 1986.
2. Таварткиладзе Н. Е. Параметры когерентности потока и их применение в инженерной гидравлике, издательство «Самартавело» Кутанский филиал, Научные труды К.Т.У. N1 1995 Кутанси с.158-170.
3. Андрыев В. И., Справочник конструктора машиностроителя, том I Издательство «Машиностроение» Москва. 1993г.
4. «Вибрации в технике». Справочник в 6 томах, «Колебания линейных систем» Т.1. Издательство «Машиностроение» Москва. 1978г.
5. Рейнольдс А. Дж., Турбулентные течения в инженерных приложениях, издательство «ЭНЕРГИЯ» Москва 1980г.
6. Киселев П. Г., Гидравлика основы механики жидкости, Издательство «ЭНЕРГИЯ» Москва, 1980г.
7. Арутюнян Н. Х., Кручение упругих тел, Государственное издательство физико-математической литературы, Москва, 1963 с.686
8. Лойдицкий Л. Г., Механика жидкости и газа, издательство «НАУКА» Москва 1973 г.
9. Чугаев Р. Р., Гидравлика, издательство Энергоиздат, Ленинград 1982г.
10. Рабинович Е. З., Гидравлика, издательство «Недра», Москва 1980 г.
11. Товстолес Ф. В., Гидравлика и насосы, ч.II, Практическая гидравлика ОНТИ, Энергоиздат. Москва 1934 г.
12. Лейбензон Л. С., О движении подогретой вязкой жидкости, Азербайджанское нефтяное хозяйство, 1922, N2 (3), (4), (5), 1924г. N2 (27).
13. Темзин А. Г., Исследования гидродинамичи течения жидкости в каналах сложной конфигурации, «Нефтяное хозяйство» N7 193г. С.75-83.
14. Nikuradse J, Untersuchungen uber turbulente stromungen in nicht-kreisformigen Rohren Ing-arch T.1 с.306-340 1930
15. Шкляр Л. Д., Движение жидкости в трубах, Издательство «Мир» Москва 1956
16. Курганов А. М., Федоров Н. Ф., Гидравлические расчеты систем водоснабжения, Стройиздат. Ленинград 1986.

17. Зудянов В.Ч., Основы теории упругости и пластичности, Издательство «Вышшая школа», Москва 1990г.
18. Шварцинг Г., Теория пограничного слоя, Издательство «Недра», 1969г. С.742.
19. Кривошеина М.Б., Влияние несмачиваемости поверхности, на сопротивление гладких труб, Известия ВНИИГ Т.75, Ленинград, 1964, с. 243-253.
20. Пулякин В. Ф., Козмож А.А., Ябло О. М., Исследование коэффициентов сопротивления труб с внутренним эпиксидным покрытием, Гидравлика и гидротехника, вып.21 с. 32-35, Киев, 197г.
21. Вологович М. П., Кулаков М. Н., Романский А. Н., Исследование пластично-вязких свойств торфяной массы. Изд. АН СССР, отд-ние мат. И естеств. Наук, 1975, N10 С.1971-1983.
22. Толстой Д. М., Об эффекте пристеночного скольжения дисперсных систем. Коллоид. Журнал, 1947, N6, С.450-461.
23. Тазарянцпадзе Н.Е., Опрели В. М., Каладзе Д. З., Ламинарное движение жидкости в изогнутых трубопроводах и каналах на смачиваемых и несмачиваемых поверхностях водоводов, Научные труды, N4, издательство, «Смартвелло», 1997, с.181-185.
24. Рид Р., Провисни Дж., Шервуд Т., Свойства газов и жидкостей. Издательство «Хемикс», Ленинград, 1982г.
25. Астарита Дж., Маруини Дж. Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей издательство «Мир» Москва 1978г. 309с.
26. Astarita G., Aaricci G., Palumbo G. Ind. Engng Chem. Fund; 3, 333 (1964)
27. Morrison S. R., Harper J. C. Ind. Engng Chem. Fund; 4, 176 (1969)
28. Тазарянцпадзе Н. Е. Обобщенная формула расхода в трубопроводах и каналах произвольной формы поперечного сечения при ламинарном течении потока, Научные труды ГПИ N13(355), Тбилиси, 1989 с.33-35.
29. Бондаренко Р. Ф. Физика движения подземных вод. Ленинград Гидротехникоиздат, 197г.
30. Lord raytligh, on the stawicity of jets. Proc london Math. Soc, 4 (1879)
31. Reynolds O., An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be directos

- sinuous, and of the law of resistance in parallel channels. Phil. Trans. R. Soc., 174, 935 (1883).
- 32 Chandrasekhar S. Hydrodynamic and HYDROMAGNETIC Stability. Clarendon Press, Oxford, 1961
- 33 Lin C. C. The Theory of HYDRODYNAMIC Stability University Press, Cambridge, 1955
- 34 Uoseph D. D. Stability of Fluid Motions I 1 and 2 Spinger, Berlin, Heidelberg, New York, 1976
- 35 Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика, Москва издательство «Наука» 1965-1967
- 36 Drazin T. S., Greated C. A. Lazer systems in Few Measuseement. Plenum, New YOK 1977
- 37 Проблемы неустойчивости и переход к турбулентности, под редакцией Хасини, Дж. Голлаба «Мир» Москва 1984г.
- 38 Таварышпадзе Н. Е., Определение средней максимальной касательной напряженности методом гидравлической аналогии при ламинарном движении жидкости в некруглых трубопроводах. НАУЧНЫЕ ТРУДЫ ГПИ N12(294). Тбилиси 1986 с.30
- 39 Таварышпадзе Н. Е., Обобщенная формула расчета средней скорости стабилизированного течения в гладких трубопроводах произвольной формы поперечного сечения. Научные труды ГРУЗИНСКОЙ СХИ Тбилиси 1986
- 40 Таварышпадзе Н. Е., Некоторые законы динамики в гидравлике. Материалы междуовой конференции по теме: «Мировоззренческое воспитание студентов в процессе преподавания общетехнических и специальных дисциплин» ГПИ Тбилиси 1989г.
- 41 Sharp J. J., Hydraulic Modelling, Butterworths, London-Boston-Sydney-Wellington-Durbon-Toronto 1981
- 42 Таварышпадзе Н. Е., Турбулентность при больших числах Рейнольдса и автомодельность с учетом когерентности потока, Научно-технический журнал «ЭНЕРГИЯ» 4(24) 2002 ГрузНИИЭГС Тбилиси 2002 с.170-176.
- 43 Зегжда А. П., Гидродинамические потери на трение в каналах и трубопроводах, Москва, Госстройиздат, 1987г.
- 44 Таварышпадзе Г.Н., РАСЧЕТЫ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЙ ПРИ ПРИМЕНЕНИИ ПАРАМЕТРОВ КОГЕРЕНТНОСТИ ПОТОКА, К. Т. УИм.

Мускелитшиони, «Научные труды» N4 1994 Издательство «Сакарвелло» Кутаиси, 1994 с3-7

- 45 Townson I. M., Optimum spillway for gravity dams-I. Hydraul. Proc. Amer. Soc. Civ. Eng. 1980, 106, N3, 400-421.
- 46 Yeon-Kuang Tung, L. W., Optimal design of stilling basins for overflow spillways-I. Hydraul. Div. Proc. Amer. Soc. Civ. Eng. 1982, 108, N9, 1163-1178.
- 47 Goulter I. C., Morgan L. W., Analysing alternative flood damage reduction measures on small rural watersheds using multipl return period floods-Water Resour. Res. 1982, 19, N6, 1376-1382.
- 48 Carter I., Water Policy message, June 6, 1978 Final report on phase I of Water policy implementation U. S. Dep. Inter, Wash; D. C., 1980
- 49 Carter I., Presidents Water policy initiatives, July 12, 1978. Final report on phase I of Water policy implementation U. S. Dep. Inter; Wash; D. C., 1980
- 50 Тавариятадзе Н. Е. Определение средней максимальной касательной напряженности методом гидродинамической аналогии при ламинарном движении жидкости в некруглых трубах. Научные труды ГПИ N12(294) Тбилиси 1985 с. 36-39.
- 51 Степин П. А. Сопротивление материалов. Высшее образование. Москва 1983 с. 109.
- 52 Boussinesq I, Comptes Rendus de e Ae. D Se, T.113, 1891, стр. и 49
- 53 Лейбензон Л. С., Руководство по нефтепромышленной механике, Ч. 1, Гидравлика, ГОНТИ 1931.
- 54 Тарг С.М., Основные задачи теории ламинарного течения, Москва, Гостехиздат 1956.
- 55 Губин В. Е., Губин В. В., Турбулентный транспорт нефти и нефтепродуктов, Москва «Недр» 1982.
- 56 Пож И. Л., Техническая гидромеханика. Изд.»Машиностроение» Ленинград 1969.
- 57 Hartmann J. and Lazarus F. Hydrodynamics, H. Kge. Danske Videnskabernes Selskab. Copenhagen, Mathem-Fysiske Meddelelser, 1937, v 15, n7.
- 58 Хожанков А. И. Стационарное течение жидкого металла в магнетогидродинамическом канале прямоугольного сечения. Изв. АН СССР МЖТ N4.
- 59 Shercliff I. A. Atomic Energy Res. Establ, 1953, Report, n1052.

- 60 Рябчин А. Г., Хожанов А. И., Турбулентное течение электропроводящей жидкости в трубах прямоугольного сечения под действием электродинамических поперечнотормозящих сил. ЖТФ т. XXXIII, №1, стр 80-89.
- 61 Дружинин Н. И., Метод ЭГДА и его применение при исследовании фильтраций Москва-Ленинград Госэнергоиздат, 1956 346 с.
- 62 Meyer R. C. Journal of the Aero/Space Sciences, 1958, т.25, №9.
- 63 Берковский Б. М., Медведев В. Ф., Краков М. С. Магнитные жидкости, издательство, «Жизнь» Москва 1989г.
- 64 Шверепов Д. В., Гидравлика, Энергоатомиздат, Москва, 1984 с. 640.
- 65 Прандтль Л., Механика вязких жидкостей, сб. «Аэродинамика», под. Ред. Доренда В. Ф., Т.3, Оборонгиз, Москва-Ленинград, 1939.
- 66 Чюан П. Опальное течение, Т.1 издательство «Мир» Москва 1972.
- 67 Фабрикант Н.Я., Аэродинамика, общий курс, издательство «Наука» Москва 1964.
- 68 Агроскин И. И., Дмитриев Г. И., Пивалов Ф.И., Гидравлика, Госэнергоиздат Москва-Ленинград, 1964
- 69 Айвазян И. М., Каримов А. М., Опальное исследование ламинарного течения, ж. «Гидротехническое строительство»
- 70 Mises R. Elemente der technischen Hydrodynamik. Leipzig. B.g. Teubner. 1914.
- 71 Nikuradze J. Stromungsgesetze in rauen Rohren, FORSCHUNGSHFT No. 361, VDI, Berlin, 1933.
- 72 Prandl L. Neuere Ergebnisse turbulenzforschung, Z. VDI, 77, 1933.
- 73 Kaman Th. Mechanische Ähnlichkeit und Turbulenz, Nachr. Gees. Wiss. Göttingen, Math. Phys. Klasse 58, 1930.
- 74 Ono Syu, Kodo Sabet Molecular theory of surface tension in liquids/Handbuch der PHYSIK, Herausgegeben von S. Flgge, Band x. Berlin-Göttingen-Heidelberg. 1960.
- 75 Бабков В. Ф., Гейбург-Гейдожин А.Р. Основы грунтоведения и механики грунтов. Москва ; Высшая школа 1979.
- 76 Козловский П., Таварьянц Н., Стационарное движение газов в некруглых трубах с учетом вторичных течений, Издательство «Самарвел», Кутанский филиал, К. Т. У. Научные труды №7, 1999, Кутанск 1999г. С.237-241.
- 77 Таварьянц Н.Е., Параметры когерентности потока в магнетогидродинамике, Научны семинар в институте «Геликс» г. Кутанск 1997 стр. 55-57

78. Чарный И. А., К расчету сливных лотков и каналов для равномерного движения вязкой жидкости при ламинарном режиме. Ж. «Нефтяное хозяйство» №7, Москва, 1935, с.75.
79. Айвазян О.М., Богдосарян С.С., Сравнительное исследование гидродинамического сопротивления в случае спокойных и бурных равномерных неазрированных открытых потоков в призматическом русле, Труды координац. Совещан. по гидротехнике вып.52, Гидравлика высокогорных водосборных сооружений, Издательство «Энергия» Ленинград 1969 с.700.
80. Бояркин К., Бешков В., Массопереносное в движущихся пилонках жидкости, Издательство «Мир» Москва 1988.
81. Таварышпадзе Н.Е., Расчетная формула скорости турбулентного течения потока с учетом в торных течений в каналах, Научные труды Грузин. Сельскохоз. Института, Тбилиси, 1990 с.19-23.
82. Карвелишвили Н.А., Нетрадиционные задачи гидравлики, издательство Энергоатомиздат, Москва, 1985 с.170.
83. Маскина Л.Г., Экспериментальные исследования гидравлических сопротивлений при равномерном движении спокойного и бурного потока, Труды координационного совещаний по гидротехнике, Вып. 52, издательство «ЭНЕРГИЯ» Ленинградское отделение 1968 с.656.
84. Ибад-Заде Ю.А., Водопроводные каналы, Стройиздат, Москва 1975 с.192.
85. Ибад-Заде Ю.А., Гидравлика горных рек, Стройиздат, Москва с.158.
86. Lorenz G., Stramb and Owen P. Lamb., Experimental Studies of Air Entrainment in Open Channel Fluid, Proceedings of Minnesota International Hydraulics Convention, September 1-4, 1953, Minneapolis, Minnesota.
87. Muschelidze N. I., Sur le probleme de torsion des pontres elastiques l'ompt. Rend PARIS 194 (1932)
88. Ваку И.Н., Руладзе А.К., Задача кручения круглого цилиндра, армированного продольными круговыми стержнями, Известия АН СССР 1933, №3, Москва.
89. Леконский С.Г., Кручение многослойного стержня прямоугольного сечения, Изв. Сборник 1956 XXIII.
90. Amenzade Yu.A., Theory of Elasticity. Moscow; Mir Publishers. 1976.

103. By Lowitz G., Open-Channel Flow at small Reynolds numbers, American society of civil Engineers 1952, Transactions N2935 S 686.
104. Башта Т.М., Руднев С.С., Некрасов Е.Е., Гидравлика гидромашин и гидроприводов, издательство Машиностроение, Москва 1982
105. Железников Г.В. Гидравлика и Гидрология, издательство «Транспорт» Москва 1989
106. Москов М.А., Гидравлический справочник, Государственное издательство литературы по строительству и архитектуре, Москва 1954
107. Шахуняц Г.М., Железнодорожный путь. Издательство Транспорт, Москва 1987, 479с.
108. Давалия Н., Гидравлика, Ганагалеба, Тбилиси, 19972 (на груз. язык.)
109. Белоусов В.Д., Бобровский С.А., О некоторых элементарных вопросах гидравлики, «Труды Московского ин-та нефтехимики и газ. Промышленности» вып. 73, 1987 с. 125-126.
110. Гуртудов А. Д., К выводу уравнения Бернулли для элементарных структур вязкой жидкости, издательство выпл. Учеб. Завед. Энергетика 12. Издательство Белор. Политех. Института, Минск 1983 с.102-106.
111. Шапкин В. М., Гидромеханика, издательство «ВЫСШАЯ ШКОЛА», Москва 1990
112. Самойловки Г. С., Гидромеханика, издательство «Машиностроение», Москва 1990
113. Яблоцкий А. А., Курс теоретической механики, часть 11, Динамика, издательство «Высшая школа» Москва, 1966
114. Попов И.В., Загадки речной русла, Гидрометеосвдзат, Ленинград, 1989
115. Железников Г. В., Гидравлика и гидрология, издательство «Транспорт» Москва 1989
116. Lomax W. R., Saul A.I., Laboratory Working Hydraulics, series Editor: W. D. A. Johns, Granda Publishing London, Toronto, Sydney, New-York. 1979. pp. 264.
117. Поликовский В.И., Перельман Р.Г., Воронкообразование в жидкости с открытой поверхностью, Москва, Госэнергоиздат, 1956.
118. Балдина О. М., Байкина Ц. М., Образование вихревых воронок над опускными трубами, Теплоэнергетика, 1955, №10.

119. Токарев В.Е., Истечение жидкости из емкости с образованием воронки, Известия вузов; сер. «Авиационная техника», 1967, №3.
120. Jain A.K., Ranga K.G., Garde R.Z., Air Entrainment in Radial Flow Towards Intakes, Proceedings of the ASCE, Journal of the Hydraulics Division, 1979, N9.
121. Lubin B.T., Springer G.S., The Formation of a Dip on the Surface of a Liquid Draining from a Tank. Journal of Fluid Mechanics, 1967, N29 pt.2.
122. Беллев Н.М., Шандорев Г.С., К вопросу о воронкообразовании без вращения при сливе через донное отверстие, в кн. Гидроаэромеханика, Тр. Харьковского ун-та: вып.2. Харьков, 1965.
123. Алышкуль А.Д., Подуфалов А.Д., К вопросу о самопроизвольном воронкообразовании в жидкости, Сборник трудов МИСИ, Гидравлика и охрана водной среды, Москва 1984.
124. Одншарен Г.Э., Сталинский В.П., Влияние физических свойств жидкости на высоту образования воронки в емкости, в кн. Проблемы транспорта и хранения газа, Москва НИИГаз 1979.
125. Кутегадзе С.С., Справочное пособие, Теплопередача и гидродинамическое сопротивление, Энергоатомиздат, Москва, 1990.
126. Большаков В.А., Справочник по гидравлике, головное издательство издательского объединения «Выща школа» Киев 1977.
127. Барданов Ю.М., Некоторые вопросы гидравлики водосливов криволинейных в плане, Автореферат диссертации, Ленин.нск. строит. Институт, Ленинград, 1954.
128. Сярга В.Г., О коэффициенте расхода водосливов криволинейного в плане очертания, Извест. высш. учебн. завед. Строительство и Архитектура, Москва, 1979, N7.
129. Сурянинова Г.Н., К расчету пропускной способности криволинейных в плане арочных и многоарочных водосливов, сборник научных трудов, выпуск УПИ 1959.
130. Зяглин Г.М., Г.М., Перелив воды через гребень криволинейного водослива с острой крошкой «Известия вузов» М.В. И сред. спец. образов., Серия Энергетика, N10, 1962.

131. Киселев П.Г., Справочник по гидравлическим расчетам, Госэнергоиздат, 1952.
132. Богинский Р., Prace instytutu Cospodołki Wodnej tom IV zeszyt, Warszawa, 1966.
133. Таварязиадзе Н. Е., Водосливы- водомеры, Грузинский сельскохозяйственный институт, научные труды, Рациональное использование водных ресурсов и повышение эксплуатационных характеристик гидромелиоративных систем, г. Тбилиси, 1987.
134. Таварязиадзе Г.Н., Таварязиадзе Н.Е., Определение фильтрационного расхода в трещинах с учетом когерентности потока, Международное научно-техническое информ. рефер. журнал «Нефть и Газ Грузия» №12 2005, Тбилиси 2005.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....	6
Введение.....	8
Глава I. Движение жидкости в некрутых трубопроводах с учетом когерентности потока.....	16
§ 1. Уравнения движения вязкой жидкости.....	16
§ 2. Движение вязкой несжимаемой жидкости по трубе с учетом когерентности потока.....	23
П.2.1. Ламинарное движение в трубах — движение искривное.....	37
§ 3. Обзор некоторых гидродинамических аналогий.....	38
П.3.1. Аналогия Буссинеска.....	39
П.3.2. Аналогия Томсона и Тэта.....	40
П.3.3. Краткий обзор о кручении призматических стержней.....	41
§4. Основное уравнение равномерного движения жидкости в трубе.....	44
§5. Определение среднего максимального касательного напряжения, методом гидродинамической аналогии, при ламинарном движении жидкости в некрутых трубах.....	49
§6. Краткий обзор обобщенных формул, при ламинарном движении жидкости в некрутых трубах.....	55
§7. Определение распределения касательных напряжений и скорости в потоке, методом гидродинамической аналогии, при ламинарном движении жидкости в некрутых трубах.....	60
§8. Движение жидкости в капиллярной трубке произвольного сечения, с учетом когерентности потока, при смачиваемых и несмачиваемых	

мых поверхностях.....	64
П.8.1. Ламинарное течение обобщенной ньютоновской жидкости.....	65
П.8.2 Движение жидкости в капиллярной трубке и определение скорости скольжения, $V_{ск}$	67
§9. Нижнее критическое число Рейнольдса и параметр когерентности потока.....	69
§10. Общая теория размерностей и параметры когерентности потока.....	75
П.10.1. Анализ размерностей.....	75
П.10.2. Метод показателей РЕЛЕЯ.....	77
П.10.3. Метод БУКИНГЕМА.....	85
§11. Рациональные формы сечения трубопровода с учётом параметров когерентности потока.....	90
§12. Стационарное движение газов в некрутых трубах с учетом вторичных течений.....	94
§13. Развитие ламинарного движения жидкости в некрутых трубах.....	98
§14. Параметры когерентности потока и их применение в магнитогидродинамических потоках.....	103
§15. Двухслойная модель турбулентного потока.....	106
§16. Гидравлически гладкие и шероховатые трубы. Толщина вязкого подслоя и динамическая скорость.....	108
§17. Способы управления пограничным слоем в диверсионных туннелях.....	114
§18. Круглая стальная труба с продольным швом.....	117
§19. Экспериментальное изучение коэффициента Дарси.....	121
§20. Коэффициенты Дарси для труб с естественной технической шероховатостью.....	123
§21. Коэффициенты Дарси для некрутых труб.....	125
П.21.1. Экспериментальное изучение коэффициента Дарси с учетом параметра	

когерентности потока.....	128
---------------------------	-----

Глава II. Разномерное безнапорное установившееся движение воды в каналах141

§2.1 Предварительные замечания.....	141
§2.2 Движение вязкой несжимаемой жидкости в открытых каналах с учётом когерентности потока.....	142
§2.3 Определение среднего и максимального касательного напряжения методом гидродинамической аналогии при ламинарном движении жидкости в открытых каналах.....	151
§2.4 Определение распределения касательных напряжений и скоростей в потоке, методом гидродинамической аналогии, при ламинарном движении жидкости в открытых каналах.....	155
§2.5 Течение в гладких открытых каналах с учётом когерентности потока.....	162
§2.6 Течение в шероховатых открытых руслах с учётом когерентности потока.....	173
§2.7 Влияние шероховатости на пропускную способность потоков для открытых каналов с учётом когерентности потока.....	180
§2.8 Аэрация потока с учётом когерентности.....	185
§2.9 Краткий обзор критерий начала аэрации.....	188
§2.10 Критерий возникновения аэрации на быстротоках с учётом когерентности потока.....	190
§2.11 Возникновение катящихся волн на быстротоках с учётом когерентности потока.....	198
§2.12 Вторичное течение I типа, гидравлический радиус и параметры когерентности потока.....	207
§2.13 Гидравлически наилучший поперечный профиль при безнапорном движении жидкости для ламинарного режима.....	217

§2.14	Краткий обзор гидравлически наиболее выгодных сечений каналов без учета когерентности потока.....	218
§2.15	Гидравлически наиболее выгодный поперечный профиль живого сечения при больших числах РЕЙНЛЬДСА для безнапорного турбулентного режима движения жидкости.....	222

Глава III. Истечение жидкости из отверстий и насадков.....224

§3.1	Истечение жидкости из отверстия в тонкой плоской стенке при постоянном напоре.....	224
§3.2	Применение параметра когерентности потока - момента инерции при кручении для определения расхода при истечении жидкости через отверстие с тонкой стенкой.....	229
§3.3	Гидравлически наиболее выгодный поперечный профиль отверстия при истечении жидкости постоянным напором из тонкой плоской стенки.....	232
§3.4	Гидравлически наиболее выгодный поперечный профиль отверстий для реактивной силы R при истечении жидкости из отверстия в тонкой стенке.....	233
§3.5	Экспериментальное определение коэффициента пропорциональности расхода с учетом когерентности потока.....	235

П.3.1. Тарировка прибора..... 238

П.3.2. Определение момента инерции при кручении для поперечной сечении реки... 238

§3.6 Истечение вязкой жидкости через малое отверстие в тонкой стенке в атмосферу с учетом когерентности потока.....	242
§3.7 Образование воздушной воронки при истечении жидкости через отверстие с учетом когерентности потока.....	244

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1. Момент инерции при кручении [3,4,7].....	246
Приложение 2. Функция когерентности потока [17].....	250
Приложение 3. Момент сопротивления при кручении [7].....	253
Приложение 4. Касательные напряжения при местных сопротивлениях [7].....	260
Приложение 5. Местные потери напора.....	265
П. 5.1 Внезапное расширение трубы и границы автономности.....	265
П. 5.2 Постепенное расширение трубопровода (диффузор).....	272
П. 5.3 Местные потери напора в диффузоре при ламинарном режиме движения жидкости.....	276
П. 5.4 Местные потери напора в диффузоре при больших числах Рейнольдса.....	278
П. 5.5 Местные потери в диффузоре для некруглого сечения труб, с учетом когерентности потока при ламинарном режиме движения жидкости.....	281
П. 5.6 Местные потери в конфузоре для некруглого сечения труб, с учетом когерентности потока для ламинарного режима движения жидкости.....	282
Приложение 6. КОГЕРЕНТНОСТЬ – от латинского.....	287
Приложение 7. Коэффициент Корнкокса.....	288
Приложение 8. Наименование новых параметров.....	292

Приложение 9	Развитие ламинарного движения жидкости в некруглых трубах с учетом когерентности потока.....	293
Приложение 10	Истечение жидкости при неполном смачивании с учетом когерентности потока... ..	301
Приложение 11	Пропускная способность водосливов арочных плотин.....	303
Приложение 12	Рисунки.....	306